



**ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ  
ΚΡΗΤΗΣ**

**ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΚΑΙ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ**

**ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ**

**ΕΥΘΥΜΙΟΣ ΚΑΝΑΤΟΣ**

**Ο ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ ΤΗΣ ΜΟΥΣΙΚΗΣ ΑΡΜΟΝΙΑΣ ΣΤΑ  
ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΔΙΑΝΟΜΗΣ**

**Επιβλέπων: Μαρινάκης Ιωάννης**

Η εργασία αφιερώνεται στους γονείς μου, τον αδερφό μου, καθώς και όσους με βοήθησαν να ολοκληρώσω τις σπουδές μου στο Πολυτεχνείο Κρήτης.

## ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1: ΠΕΡΙΛΗΨΕΙΣ.....	5
1.1 ΠΕΡΙΛΗΨΗ.....	5
1.2 SUMMARY.....	6
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2: ΓΕΝΙΚΕΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΕΣ.....	7
2.1 Εφοδιαστική Αλυσίδα (Logistics).....	7
2.2 Σύντομη Ιστορική Εξέλιξη.....	8
2.3 Εφοδιαστική Αλυσίδα.....	9
2.4 Διαχείριση της Εφοδιαστικής Αλυσίδας (Logistics Management).....	9
2.5 Δρομολόγηση (Routing) .....	11
2.6 Δρομολόγηση Στόλου Οχημάτων .....	12
2.7 Δρομολόγηση και Σύγχρονη Τεχνολογία .....	13
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: ΕΠΙΛΥΣΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ ΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗΣ ΣΤΗ ΣΥΝΔΥΑΣΤΙΚΗ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ.....	16
3.1 Βασικά Προβλήματα της Συνδυαστικής Βελτιστοποίησης .....	16
3.1.1 Πρόβλημα του Συντομότερου Μονοπατιού SPP (Shortest Path Problem).....	16
3.1.2 Πρόβλημα του Πλανόδιου Πωλητή TSP (Travelling Salesman Problem) .....	17
3.1.3 Το Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων VRP (Vehicle Routing Problem).....	18
3.2 Κατηγορίες Αλγορίθμων Συνδυαστικής Βελτιστοποίησης .....	19
3.2.1 Ακριβείς Αλγόριθμοι .....	19
3.2.2 Ευρετικοί Αλγόριθμοι (Heuristics) .....	20
3.2.3 Μεθευρετικοί αλγόριθμοι .....	20
3.2.4 Βιομιμητικοί Αλγόριθμοι.....	22
3.2.5 Γενετικοί Αλγόριθμοι.....	23
3.3 Νοημοσύνη Σμήνους (Swarm Intelligence).....	25
3.3.1 Αλγόριθμος Βελτιστοποίησης Αποικίας Μυρμηγκιών .....	25
3.3.2 Αλγόριθμος Βελτιστοποίησης Σμήνους Σωματιδίων.....	25
3.3.3 Αλγόριθμος Βελτιστοποίησης Ζευγαρώματος Μελισσών κ.ά.....	25
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4:ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ ΜΟΥΣΙΚΗΣ ΑΡΜΟΝΙΑΣ ΓΙΑ ΤΗΝ ΕΠΙΛΥΣΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ ΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗΣ.....	26
4.1 Πρόβλημα προς Επίλυση .....	26
4.1.1 Περιγραφή του Προβλήματος Περιορισμένης Χωρητικότητας .....	26

4.1.2 Μαθηματική Μοντελοποίηση CVRP.....	29
4.2 Γενικές Πληροφορίες για μια Ορχήστρα .....	30
4.3 Αλγόριθμος της Μουσικής Αρμονίας .....	34
4.4 Υλοποίηση Αλγόριθμου.....	35
4.4.1 Δημιουργία 10 τυχαίων εφικτών λύσεων ως μήτρα.....	35
4.4.2 Έλεγχος περιορισμών στις λύσεις.....	35
4.4.3 Υπολογισμός "κόστους" της κάθε λύσης.....	36
4.4.4 Τυχαία επιλογή 3 λύσεων από την μήτρα.....	36
4.4.5 Σύμπτυξη των τριών επιλεγμένων λύσεων σε μία δοκιμαστική λύση.....	36
4.4.6 Μετατροπή της δοκιμαστικής λύσης σε εφικτή.....	36
4.4.7 Έλεγχος περιορισμών στη δοκιμαστική λύση .....	36
4.4.8 Υπολογισμός "κόστους" της δοκιμαστικής λύσης.....	37
4.4.9 Βελτιστοποίηση της δοκιμαστικής λύσης με τον αλγόριθμο 2-opt .....	37
4.4.10 Επιλογή ή απόρριψη της δοκιμαστικής λύσης.....	39
4.4.11 Βήματα του αλγόριθμου υπό μορφή διαγράμματος ροής.....	40
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5: ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ .....	41
5.1 Σχολιασμός αποτελεσμάτων.....	41
5.2 Αναλυτικοί πίνακες και διαγράμματα με τα αποτελέσματα .....	42
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6: ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ .....	54

# **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1: ΠΕΡΙΛΗΨΕΙΣ**

## **1.1 ΠΕΡΙΛΗΨΗ**

### **Αλγόριθμος Μουσικής Αρμονίας Για Επίλυση Προβλήματος Δρομολόγησης Οχημάτων Εφοδιαστικής Αλυσίδας.**

Το πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων εφοδιαστικής αλυσίδας προκύπτει κατά τον στρατηγικό σχεδιασμό για τη βέλτιστη παράδοση των προϊόντων στους πελάτες. Βασική προϋπόθεση είναι η έναρξη της διαδρομής από μία συγκεκριμένη αποθήκη μέσω ενός δεδομένου οδικού δικτύου.

Πολύ σημαντικοί είναι οι περιορισμοί που τίθενται κατά το πρόβλημα, οι οποίοι είναι η χωρητικότητα του οχήματος καθώς και ο μέγιστος χρόνος διαδρομής. Ως αποτέλεσμα των περιορισμών προκύπτει η αδυναμία εξυπηρέτησης όλων των πελατών σε μια διαδρομή. Ως εκ τούτου, είμαστε αναγκασμένοι να καθορίσουμε πολλές κυκλικές διαδρομές με αφετηρία και τερματισμό της κάθε διαδρομής την αποθήκη, ώστε να εξυπηρετηθούν όλοι οι πελάτες ακριβώς μία φορά.

Ο στόχος που τίθεται για την επίλυση του συγκεκριμένου προβλήματος είναι η ελαχιστοποίηση του συνολικού κόστους μεταφοράς των προϊόντων, με λίγα λόγια η εύρεση της συντομότερης διαδρομής δεδομένου των περιορισμών της χωρητικότητας του οχήματος και της μέγιστης κυκλικής διαδρομής.

Ο Αλγόριθμος της Μουσικής Αρμονίας είναι ένας αλγόριθμος ο οποίος βασίζεται στην ικανότητα του μαέστρου μιας ορχήστρας να συνδυάσει τους διαφορετικούς ήχους από τα διαφορετικά μουσικά όργανα ώστε να επιτευχθεί η μουσική αρμονία που είναι επιθυμητή. Για παράδειγμα, αν ο μαέστρος δώσει εντολή στα έγχορδα να παίξουν τη νότα ντο, έπειτα πρέπει να αποφασίσει να δώσει εντολή στα πνευστά να παίξουν τη νότα ρε και για να ολοκληρωθεί η αρμονία θα πρέπει να δώσει εντολή στα κρουστά να παίξουν τη νότα λα. Με αυτό τον τρόπο καταφέρνουμε να χωρίσουμε σε τμήματα τη λύση του προβλήματός μας.

## **1.2 SUMMARY**

### **Harmony Search Algorithm for A Logistics Vehicle Routing Problem**

The problem of routing vehicles results from delivering products to customers, starting from a given warehouse through a given transportation network.

Due to existing limiting factors (vehicle's capacity, length of trip), all customers cannot be serviced in one route, so it becomes necessary to define a number of routes (cyclical routes), where each one starts and ends at the warehouse.

The goal for solving this problem is minimizing the overall cost of product transportation, namely minimizing the total distance covered and the total time necessary.

Harmony Search Algorithm is based on the conductor's ability to combine the various sounds of music instruments in order to achieve the desired harmony. For example, if the conductor instructs the strings to play the note C, then the conductor should instruct the woodwinds to play the note D and then, in order to achieve musical harmony the conductor should instruct the percussions to play the note A. This way, we manage to break the problem's solution into parts.

## **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2: ΓΕΝΙΚΕΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΕΣ**

### **2.1 Εφοδιαστική Αλυσίδα (Logistics)**

Ο όρος Logistics, όπως μεταφράστηκε στα ελληνικά Εφοδιαστική Αλυσίδα, μας δημιουργεί την εντύπωση πως περιλαμβάνει τη φυσική ροή των προϊόντων και πληροφοριών από την παραγωγή έως τον τελικό καταναλωτή.

Ποιός είναι όμως ο ορισμός της Εφοδιαστικής Αλυσίδας; Η Εφοδιαστική Αλυσίδα αναφέρεται στη διαχείριση της ροής των αγαθών από την πηγή στο σημείο κατανάλωσης ή το σημείο απόθεσης.

Διαχείριση Εφοδιαστικής Αλυσίδας σύμφωνα με το Council of Logistics Management ορίζεται ως " η διαδικασία προγραμματισμού, υλοποίησης και ελέγχου για εφικτή και αποτελεσματική ροή και αποθήκευση αγαθών και υπηρεσιών από την πηγή στο σημείο κατανάλωσης με σκοπό τη συμμόρφωση με τις απαιτήσεις του πελάτη".

Άρα φθάνουμε στο συμπέρασμα ότι τα Logistics δεν αποτελούνται μόνο από τις ενέργειες της μεταφοράς, της αποθήκευσης ή της διανομής των προϊόντων ή των πληροφοριών, αλλά αναφέρονται στο σύνολο των ενεργειών ώστε να επιτυγχάνεται ο απώτερος σκοπός της επιχείρησης, δηλαδή η μείωση του κέρδους και η αύξηση της ποιότητας των προϊόντων και υπηρεσιών που θα οδηγήσουν στην αύξηση του κέρδους της επιχείρησης.

Τις περισσότερες φορές όταν αναφέρεται κάποιος στην Εφοδιαστική Αλυσίδα, είτε είναι επιστήμονας, είτε είναι επαγγελματίας, τον ακούς να την ταυτίζει με την διαδικασία της διανομής, ο επόμενος θα την ταυτίσει με την διαδικασία της προμήθειας, έπειτα θα ταυτιστεί με τη διαδικασία σχεδιασμού της αποθήκης ή την τήρηση των αποθεμάτων, μετά με την διαδικασία του προγραμματισμού της παραγωγής, και αυτό θα συνεχιστεί με αρκετές διαδικασίες οι οποίες αποτελούν επιμέρους διαδικασίες της Εφοδιαστικής Αλυσίδας.

Η Εφοδιαστική Αλυσίδα πρέπει να έχει μία καθολική θεώρηση και έναν καθολικό επιχειρησιακό προγραμματισμό ώστε να εξυπηρετείται η συνεχής διαθεσιμότητα των προϊόντων, η βέλτιστη αξιοποίηση των ανθρώπινων και υλικών πόρων, η αποθήκευση και η διανομή των αγαθών από την παραγωγή στον τελικό καταναλωτή.

## 2.2 Σύντομη Ιστορική Εξέλιξη

Ο όρος ,ετυμολογικά αποτελεί ελληνικό όρο, εμφανίζεται ήδη από την αρχαιότητα και μάλιστα στα έργα του πατέρα της ιστορίας Ηρόδοτου, ο οποίος χρησιμοποιούσε τον όρο θέλοντας να περιγράψει τις ικανότητες των Περσών στον τομέα του ανεφοδιασμού, του σχεδιασμού και της λογιστικής υποστήριξης μεγάλων εκστρατειών κατά των Ελλήνων. Αξιοσημείωτο είναι πως οι Πέρσες διατηρούσαν ένα καλά οργανωμένο δίκτυο αποθήκευσης εφοδίων σε ολόκληρη την επικράτειά τους και μάλιστα προωθούσαν τρόφιμα ακόμα και σε αποθήκες στη Μακεδονία, ώστε να βρίσκονται σε ετοιμότητα για ενδεχόμενο πόλεμο.

Ένα αντίστοιχο σύστημα εφάρμοζε και ο Μέγας Αλέξανδρος. Παράλληλα, προτού ξεκινήσει μία επιχείρηση, εξασφάλιζε μέσω προσφοράς ανταλλαγμάτων στους τοπικούς άρχοντες την τροφοδοσία του στρατεύματος του. Αν η περιοχή προς την οποία βάδιζε δεν μπορούσε να του προσφέρει τα απαραίτητα για τη συντήρηση του στρατού του την παρέκαμπε ή διαιρούσε τα στρατεύματα τα του σε μικρότερα τμήματα που θα μπορούσαν να συντηρηθούν με τα περιορισμένα εφόδια, τα οποία παρείχε ο τόπος. Απέδιδαν, δηλαδή, με τον όρο αυτό τη διοικητική μέριμνα, τον εφοδιασμό και την επιμελητεία σε θέματα διακίνησης προϊόντων και ατόμων.

Η έννοια της εφοδιαστικής αλυσίδας, όπως την αποδίδουμε σήμερα, ξεκινά από τα ρωμαϊκά χρόνια, όταν για τον εφοδιασμό των λεγεώνων η δημιουργία ενός εξελιγμένου οδικού δικτύου βελτίωσε τη μεταφορά πολεμοφοδίων, υλικών και ανδρών. Η σύνδεση της εφοδιαστικής αλυσίδας με στρατιωτικά θέματα συνεχίστηκε και κατά τη Βυζαντινή Αυτοκρατορία όπου ο αυτοκράτορας Λέων ΣΤ΄ ο Σοφός όρισε την εφοδιαστική αλυσίδα περιλαμβάνοντας έννοιες όπως η ροή των αγαθών, η αποθήκευση και η μεταφορά τους.

Η εφοδιαστική αλυσίδα με τη σημερινή έννοια που γνωρίζουμε, εξελίχθηκε από το 1900 και έπειτα. Με τη βοήθεια της επιστήμης κατάφερε να γίνει περισσότερο αισθητή η παρουσία της κατά την περίοδο του Β΄ Παγκοσμίου Πολέμου. Η εξέλιξη αυτή ήταν το αποτέλεσμα των επιτακτικών αναγκών κατά τη διάρκεια του πολέμου για συνεχείς ανεφοδιασμούς με τρόφιμα, πυρομαχικά, επίσης να καλύψει την οποιαδήποτε ανάγκη των στρατιωτών αλλά και συμβάλλοντας στη μαζική μεταφορά τους.

Κατά τη διάρκεια του Β΄ Παγκοσμίου Πολέμου εφαρμόστηκε με ταχύτατους ρυθμούς, όσο αυξάνονταν οι ανάγκες των επιχειρήσεων για αποτελεσματικότερη και αποδοτικότερη διαχείριση των διαθέσιμων φυσικών πόρων, με απώτερο στόχο την προώθηση της ανταγωνιστικότητάς τους. Με αυτόν τον τρόπο η Στρατιωτική Εφοδιαστική Αλυσίδα, πρώτα στις Η.Π.Α. και μετά στις υπόλοιπες χώρες, πέρασε στον οικονομικό στίβο των επιχειρήσεων με τη χρήση της επιστήμης των logistics.



## 2.3 Εφοδιαστική Αλυσίδα

Το βασικότερο πεδίο εφαρμογής των logistics είναι η εφοδιαστική αλυσίδα. Η εφοδιαστική αλυσίδα (supply chain) είναι το σύστημα του οποίου όλα τα συστατικά στοιχεία εμπλέκονται άμεσα ή έμμεσα στη μεταφορά προϊόντων, υπηρεσιών ή πληροφοριών ώστε να ικανοποιηθούν οι απαιτήσεις των πελατών.

Ένας άλλος ορισμός της εφοδιαστικής αλυσίδας, σύμφωνα με τον J. Aitken, είναι: "Ένα δίκτυο συνδεδεμένων και αλληλεξαρτημένων οργανώσεων, που λειτουργούν από κοινού σε ένα κλίμα συνεργασίας για να ελέγξουν, να διευθύνουν και να βελτιώσουν τη ροή υλικών και πληροφοριών από τους προμηθευτές στους τελικούς χρήστες".

Τα συστατικά στοιχεία της εφοδιαστικής αλυσίδας μπορεί να είναι προμηθευτές και κατασκευαστές, πωλητές, κέντρα διανομών, εγκαταστάσεις αποθήκευσης, μεταφορείς, πελάτες αλλά και πρώτες ύλες. Τα στοιχεία του συστήματος και οι εργασίες που θα πρέπει να διεκπεραιώνει καθημερινά το τμήμα της εφοδιαστικής logistics, με βάση τη σειρά που ακολουθούν στη διαδρομή τους τα αγαθά από τους προμηθευτές προς τους καταναλωτές, είναι: αγορές, αποθέματα, μεταφορές, αποθήκευση, διανομή.

Συστατικά στοιχεία της εφοδιαστικής αλυσίδας μπορούν να θεωρηθούν ακόμα η ανάπτυξη νέων προϊόντων, η προβολή των προϊόντων, η χρηματοδότηση, η εξυπηρέτηση των πελατών, που έχουν ως στόχο την ικανοποίηση του πελάτη. Όλα τα συστατικά στοιχεία της εφοδιαστικής αλυσίδας εκτελούν διαφορετικές διαδικασίες αλλά και αλληλεπιδρούν μεταξύ τους.

Λόγω της παγκοσμιοποίησης, της πολυπλοκότητας της αγοράς και των όλο και μεγαλύτερων απαιτήσεων των πελατών, η εφοδιαστική αλυσίδα παίζει καθοριστικό ρόλο, ούτως ώστε να επιτευχθεί ανταγωνιστικό πλεονέκτημα σε μία επιχείρηση λόγω των σημαντικών αποτελεσμάτων που επιφέρει. Έτσι, ο Martin Christopher, μία από τις σημαντικότερες προσωπικότητες στον τομέα της εφοδιαστικής αλυσίδας, υποστηρίζει πως ο ανταγωνισμός των εταιρειών θα γίνεται πλέον μέσω των εφοδιαστικών αλυσίδων τόσο προς την κατεύθυνση της μείωσης του κόστους, όσο και προς την κατεύθυνση του βέλτιστου συντονισμού των διεργασιών της επιχείρησης.

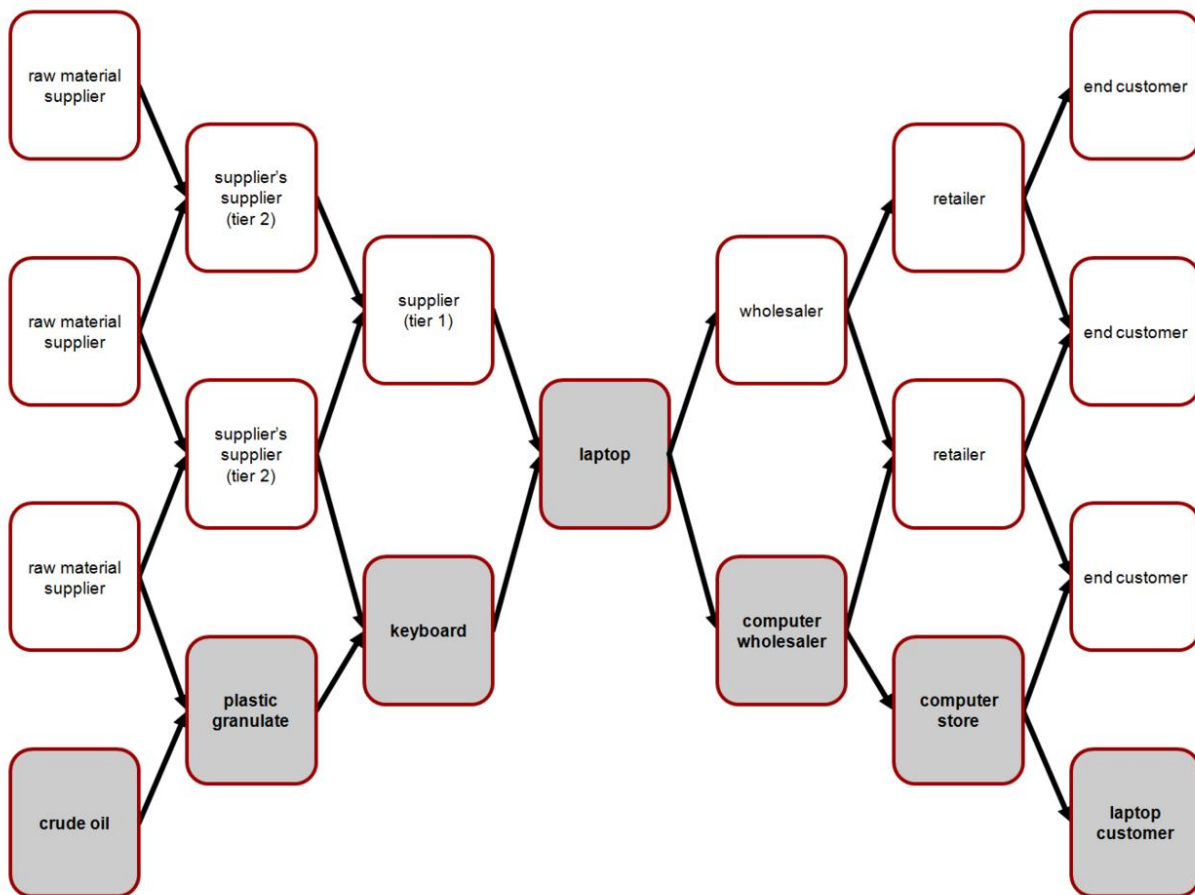
## 2.4 Διαχείριση της Εφοδιαστικής Αλυσίδας (Logistics Management)

Ως διαχείριση της εφοδιαστικής αλυσίδας (Logistics Management) μπορούμε να ορίσουμε ως τη διαδικασία του σχεδιασμού, της οργάνωσης και του προγραμματισμού της αποτελεσματικής ροής των αγαθών καθώς και του ελέγχου και συντονισμού όλων των εργασιών ανάλογα με τις απαιτήσεις των πελατών.

Η λειτουργία της εφοδιαστικής αλυσίδας επηρεάζει και επηρεάζεται περισσότερο από οποιαδήποτε άλλη από τα περισσότερα τμήματα μιας επιχείρησης, καθώς επίσης και από τους προμηθευτές και πελάτες της. Υπάρχουν κάποιοι παράγοντες που επηρεάζουν άμεσα την αποτελεσματικότητά της, καθώς η αποτελεσματική διαχείριση αυτών θα οδηγήσει στη μείωση του κόστους, σε μεγαλύτερη κερδοφορία και μεγαλύτερη ευελιξία προς τον ανταγωνισμό. Αυτοί οι παράγοντες είναι:

- Αγορές
- Αποθέματα
- Μεταφορές
- Αποθήκευση
- Διανομή

Επομένως, συνοψίζοντας, μπορούμε να αναφέρουμε ότι σκοπός των logistics και της διαχείρισης της εφοδιαστικής αλυσίδας είναι να μεταφερθεί το σωστό προϊόν, στη σωστή ποσότητα, στο σωστό τόπο, στο σωστό χρόνο και, βεβαίως, με το μικρότερο δυνατό κόστος.



Παράδειγμα δυναμικών δικτύων εφοδιασμού και ζήτησης (Πηγή Βικιπαιδεία).

## 2.5 Δρομολόγηση (Routing)

Η δρομολόγηση στο πλαίσιο της εφοδιαστικής αλυσίδας, είναι απαραίτητη για την αποδοτική ροή αγαθών. Επομένως, όσον αφορά τη διαχείριση της εφοδιαστικής αλυσίδας, η διαδικασία της δρομολόγησης συνιστά καθοριστικό παράγοντα.

Ο όρος δρομολόγηση, γενικά, αναφέρεται ως η διαδικασία κατά την οποία επιλέγεται η βέλτιστη διαδρομή από ένα σύνολο πιθανών διαδρομών, που ανήκουν σε ένα δίκτυο.

Η δρομολόγηση εφαρμόζεται σε όλα τα πιθανά είδη δικτύων, έτσι όπως ορίζονται από τη θεωρία γραφημάτων (Graph Theory), όπως δίκτυα υπολογιστών

(Computer Networks), τηλεφωνικά δίκτυα (Circuit Switching) και οδικά δίκτυα (Transportation Networks).

Επειδή η δρομολόγηση είναι απαραίτητη για τις λειτουργίες των περισσότερων αυτοματοποιημένων συστημάτων -όπως Η/Υ, συστήματα πλοήγησης κ.ά.- πρωτίστως θα αναφερθούν οι πιο σημαντικές πληροφορίες σχετικά με τις εφαρμογές της δρομολόγησης που πρωταγωνιστούν στους τομείς της έρευνας και της αγοράς.

## **2.6 Δρομολόγηση Στόλου Οχημάτων**

Η δρομολόγηση στόλου οχημάτων αποτελεί εφαρμογή του γενικού προβλήματος της μεταφοράς αγαθών και υπηρεσιών από ένα σύνολο οχημάτων για την εξυπηρέτηση πελατών. Αντικειμενικός στόχος του προβλήματος είναι η ελαχιστοποίηση του λειτουργικού κόστους μέσω ενός λογισμικού, που θα συντονίζει τον στόλο των οχημάτων με στόχο τη βέλτιστη οργάνωση από πλευράς κόστους αλλά και ασφάλειας της μεταφοράς.

Οι επιχειρήσεις που χρησιμοποιούν ένα τέτοιο σύστημα, είναι αυτές του κυκλώματος logistics και γενικά όσες επιχειρήσεις δραστηριοποιούνται στις διανομές.



Η μεταφορά των αγαθών αποτελεί παγκόσμια ανάγκη

## 2.7 Δρομολόγηση και Σύγχρονη Τεχνολογία

Εξ ορισμού, η δρομολόγηση είναι μία διαδικασία που αφορά όλα τα δίκτυα. Η ιδέα της εύρεσης της βέλτιστης διαδρομής είναι κοινή για όλα και οι αρχές σχεδιάσής παρόμοιες.

Ορισμένες βασικές εφαρμογές της δρομολόγησης επάνω σε γνωστές σύγχρονες τεχνολογίες είναι τα Δίκτυα Υπολογιστών (Computer Networks), το Παγκόσμιο Σύστημα Θεσιθεσίας (Global Positioning System-GPS), η Πλοήγηση (Navigation), η Διαχείριση Στόλου Οχημάτων (Fleet Management) κ.ά.

Επίσης, τα Συστήματα Προγραμματισμού Διαδρομών (Journey Planners), εφοδιασμένα με λογισμικό που περιλαμβάνει το οδικό δίκτυο σε ψηφιοποιημένους χάρτες, και τα σύγχρονα συστήματα πλοήγησης (Navigators), με τα οποία είναι εφοδιασμένα πολλά οχήματα, διαθέτοντας δέκτη GPS, δίνουν ανά πάσα στιγμή τις συντεταγμένες μιας θέσης επάνω στον χάρτη.

Από τα δίκτυα των υπολογιστών, όμως, μέχρι τη διαχείριση οχημάτων σε οδικά δίκτυα, είναι απαραίτητη η κατάστρωση και σχεδίαση της βέλτιστης διαδρομής επάνω σε έναν γράφο, του οποίου οι ακμές (δυνατές μεταβάσεις μεταξύ των κόμβων), χαρακτηρίζονται από κόστη. Για τη μοντελοποίηση ενός

προβλήματος μεταφοράς (δρομολόγηση οχήματος, μεταφορά αγαθών κ.ά.), το φυσικό δίκτυο μεταφοράς περιγράφεται μέσω ενός γραφήματος, του οποίου οι κόμβοι (nodes) αντιστοιχούν σε τοποθεσίες και τα τόξα του (vertices) αντιστοιχούν σε τμήματα δρόμων.

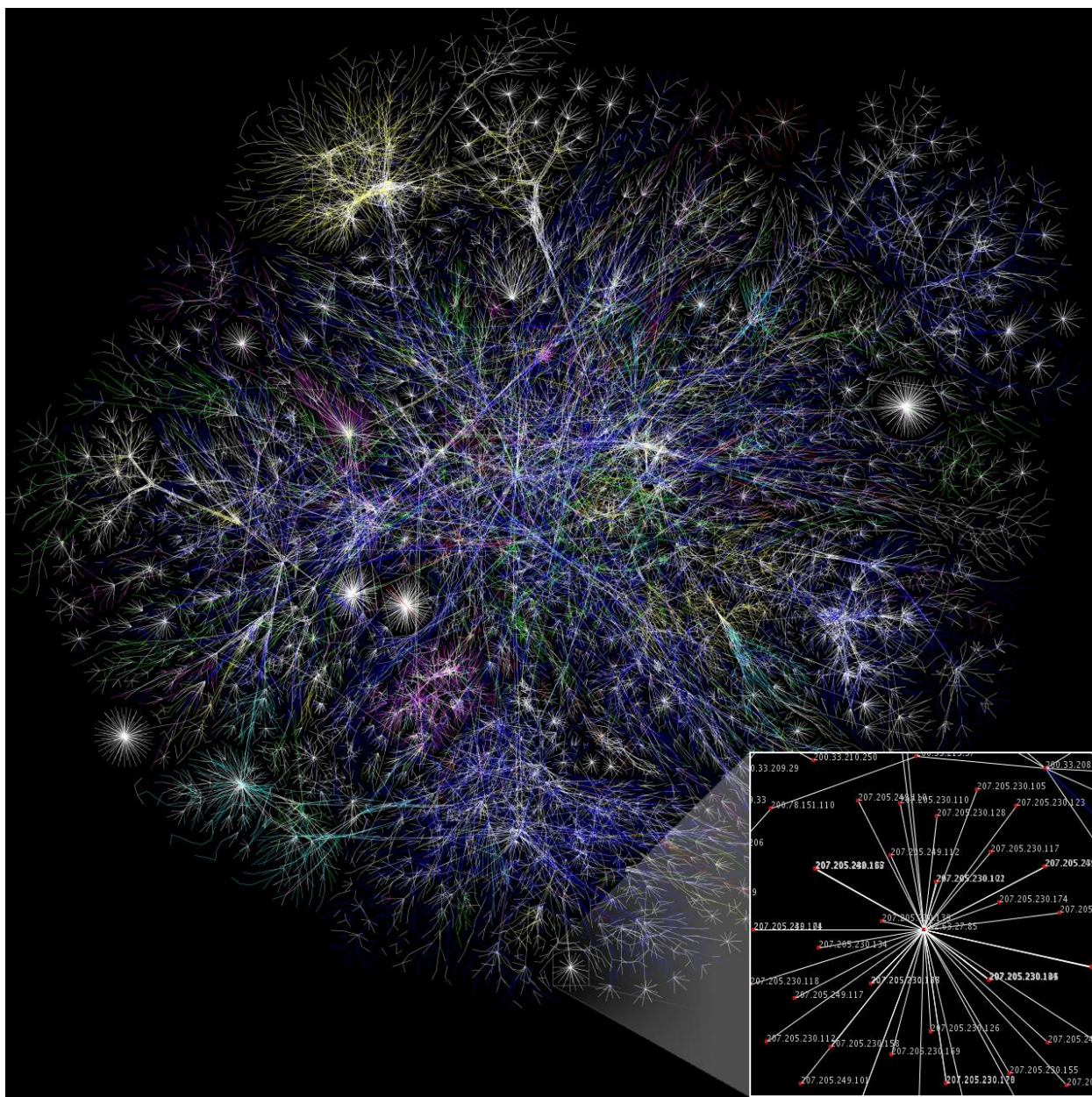
Η εύρεση αυτών των βέλτιστων διαδρομών, δηλαδή η διαδρομή που οδηγεί από έναν κόμβο σε έναν άλλον με ελάχιστο κόστος, αντιμετωπίζει αρκετά προβλήματα.

Η βέλτιστη διαδρομή από άποψης κόστους για κάθε πρόβλημα ορίζεται διαφορετικά μέσω ορισμένων κριτηρίων, που προκύπτουν από τη φύση και τον ορισμό του κάθε εξεταζόμενου προβλήματος, όπως οι χρονικές καθυστερήσεις, οι χιλιομετρικές αποστάσεις, η κυκλοφοριακή συμφόρηση, το κόστος σε χρήμα κ.ά.

Στην παρούσα διπλωματική εργασία, μετά από μία περιληπτική παρουσίαση των προβλημάτων "Πρόβλημα του Συντομότερου Μονοπατιού", "Πρόβλημα του Πλανόδιου Πωλητή" και το "Πρόβλημα Δρομολόγησης Στόλου Οχημάτων", γίνεται η περιγραφή αλγορίθμου που υπολογίζει το βέλτιστο "μονοπάτι", όσον αφορά την ελαχιστοποίηση του συνολικού χρόνου διαδρομής.

Τα προβλήματα δρομολόγησης αποτελούν προβλήματα βελτιστοποίησης. Οι αλγόριθμοι και οι τεχνικές που χρησιμοποιούνται για τον εντοπισμό της βέλτιστης διαδρομής, απαντώνται σε προβλήματα της Συνδυαστικής Βελτιστοποίησης (Combinatorial Optimization) με προεκτάσεις στη Στοχαστική Βελτιστοποίηση (Stochastic Optimization) και στον Βέλτιστο Έλεγχο (Optimal Control).





Μερικός χάρτης του Internet ευρισκόμενος στο [opte.org](http://opte.org). Κάθε κόμβος αντιπροσωπεύει μία διεύθυνση IP και τα τόξα αντιπροσωπεύουν την χρονική καθυστέρηση (Πηγή Wikipedia).

# **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: ΕΠΙΛΥΣΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ**

## **ΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗΣ ΣΤΗ ΣΥΝΔΥΑΣΤΙΚΗ**

### **ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ**

#### **3.1 Βασικά Προβλήματα της Συνδυαστικής Βελτιστοποίησης**

Η Συνδυαστική Βελτιστοποίηση είναι ένα υποσύνολο της γενικότερης κατηγορίας της μαθηματικής βελτιστοποίησης. Πιο συγκεκριμένα, ανήκει στα εφαρμοσμένα μαθηματικά και στην επιστήμη των υπολογιστών.

Αντικείμενο της Συνδυαστικής Βελτιστοποίησης είναι η εύρεση της βέλτιστης λύσης μέσα από ένα πεπερασμένο σύνολο λύσεων.

Πολλά θεμελιώδη προβλήματα της Συνδυαστικής Βελτιστοποίησης ανήκουν στην κλάση NP-Hard (Nondeterministic Polynomial Time Hard). Αυτό σημαίνει πως είναι ιδιαίτερα δύσκολα προβλήματα στην επίλυση και, σε ορισμένες περιπτώσεις, η ακριβής επίλυση μέσω ενός εξονυχιστικού ελέγχου όλων των πεπερασμένων πιθανών διαδρομών είναι ανέφικτη. Έτσι, έχουν επινοηθεί ορισμένοι αλγόριθμοι, οι οποίοι δεν έχουν ως σκοπό να βρουν το απόλυτα βέλτιστο, αλλά μέσα σε λογικά χρονικά περιθώρια να το προσεγγίσουν και να παράσχουν μία ικανοποιητική διαδρομή. Οι βασικές κατηγορίες των αλγορίθμων, βάσει του αν είναι ακριβείς ή προσεγγιστικοί και βάσει του χρόνου επίλυσης, είναι οι: Ακριβείς, Ευρετικοί Αλγόριθμοι, Αλγόριθμοι Τοπικής Αναζήτησης και οι Μεθευρετικοί Αλγόριθμοι.

##### **3.1.1 Πρόβλημα του Συντομότερου Μονοπατιού SPP (Shortest Path Problem)**

Ένα πρόβλημα που μπορεί να τεθεί σε ένα δίκτυο είναι το εξής: Έχοντας έναν δεδομένο αρχικό κόμβο, πρέπει να μεταβούμε σε έναν άλλο, επίσης δεδομένο κόμβο, επιλέγοντας το μονοπάτι που θα αποφέρει το ελάχιστο αθροιστικό κόστος επί των ακμών του γράφου, οι οποίοι οδηγούν από τον κόμβο εκκίνησης στον κόμβο προορισμού.

Η εύρεση αυτού του μονοπατιού ορίζεται ως ένα πρόβλημα δρομολόγησης γνωστό σαν "Πρόβλημα του Συντομότερου Μονοπατιού" (SPP). Αποτελεί σημείο αναφοράς για όλα σχεδόν τα προβλήματα δρομολόγησης και απαντάται σε πολλές περιοχές της έρευνας, όπως η Θεωρητική Πληροφορική και Επιστήμη των Υπολογιστών (Theoretical Informatics and Computer Science), η Επιχειρησιακή Έρευνα (Operations Research), τα Διακριτά Μαθηματικά (Discrete Mathematics), κ.ά.



Το πρόβλημα του συντομότερου μονοπατιού αποτελεί ένα κλασσικό και συνδυαστικό πρόβλημα το οποίο προκύπτει σε διάφορες περιπτώσεις και αφορά στον υπολογισμό της συντομότερης απόστασης μεταξύ επιλεγμένων ζευγών κόμβων.

Το πεδίο εφαρμογής του προβλήματος του συντομότερου μονοπατιού είναι ιδιαίτερος ευρύ. Το SPP εφαρμόζεται για δρομολόγηση σε δίκτυα δεδομένων, δυναμικό προγραμματισμό, διαχείριση προγραμμάτων, κ.α.

Το πρόβλημα του συντομότερου μονοπατιού μπορεί να εκφραστεί με ποικίλους τρόπους. Σε μία περίπτωση, μπορεί να μας ζητείται ο προσδιορισμός της βέλτιστης διαδρομής για ένα μοναδικό ζεύγος κόμβων. Σε άλλη περίπτωση, μπορεί να πρέπει να επιλύσουμε το πρόβλημα των συντομότερων διαδρομών για όλους τους κόμβους προορισμού με αφετηρία έναν δεδομένο κόμβο. Έχουν προταθεί διάφοροι αλγόριθμοι, ορισμένοι εκ των οποίων πολύ σημαντικοί, που επιλύουν το SPP σε διάφορες περιπτώσεις. Ο συχνότερα χρησιμοποιούμενος αλγόριθμος για την επίλυση του προβλήματος εύρεσης των συντομότερων διαδρομών μεταξύ ενός αρχικού δεδομένου κόμβου και όλων των υπολοίπων του γραφήματος, είναι ο αλγόριθμος Dijkstra.

### **3.1.2 Πρόβλημα του Πλανόδιου Πωλητή TSP (Travelling Salesman Problem)**

Το πρόβλημα διατυπώθηκε για πρώτη φορά το 1930 και αποτελεί βασικό αντικείμενο μελέτης και ανάλυσης για πολλά ακόμα προβλήματα βελτιστοποίησης.

Το πρόβλημα είναι το εξής: Με δεδομένα, έναν αριθμό πόλεων, τις αποστάσεις ανάμεσά τους και μία πόλη ως αφετηρία, ποια είναι η διαδρομή με την ελάχιστη συνολική απόσταση που θα διανύσει ο πωλητής για να επισκεφθεί όλες τις πόλεις ακριβώς μία φορά και να επιστρέψει στην πόλη αφετηρία;

Οι πόλεις χρησιμοποιούνται γιατί είναι ο πιο διαισθητικός τρόπος περιγραφής του προβλήματος.

Όταν το πρόβλημα διατυπωθεί μαθηματικά, οι έννοιες "πόλεις" και "απόσταση" παίρνουν γενικότερο χαρακτήρα και μπορεί να αντικατασταθούν από ανάλογες έννοιες σε πολλές εφαρμογές, όπως σχεδίαση γεωγραφικών διαδρομών στα οδικά δίκτυα, logistics, τα οικονομικά μαθηματικά, η κατασκευή μικροκυκλωμάτων, ακόμα και η αλληλουχία των βάσεων του DNA. Στις παραπάνω εφαρμογές η έννοια πόλη αντιστοιχεί σε πελάτη, σημεία συναλλαγής ή αλληλουχία βάσεων στο DNA και η απόσταση αντιστοιχεί σε χρόνους μετάβασης, κόστη ή μέτρα ομοιότητας μεταξύ τμημάτων DNA.

Η απλότητα της διατύπωσης του προβλήματος είναι παραπλανητική, αφού καμία γενική μέθοδος επίλυσής του δεν έχει βρεθεί μέχρι σήμερα που να λύνει το πρόβλημα σε λογικά χρονικά πλαίσια. Το TSP ανήκει στην κατηγορία NP-HARD στη θεωρία της υπολογιστικής πολυπλοκότητας (Computational Complexity Theory). Δηλαδή, δεν υπάρχει αλγόριθμος, ο οποίος να επιλύει το πρόβλημα σε πολυωνυμικό χρόνο, σε χρόνο εξαρτώμενο πολυωνυμικά από το πλήθος των πόλεων, που περιέχει ως δεδομένο το πρόβλημα. Επομένως, όταν αυξάνονται οι πόλεις, ο απαιτούμενος χρόνος μεγαλώνει εκθετικά και ένας υπολογιστής θα χρειαζόταν μερικά χρόνια, στην καλύτερη περίπτωση, για να λύσει ένα πρόβλημα εκατοντάδων πόλεων. Παρότι, όμως, το TSP παρουσιάζει μεγάλη δυσκολία ως προς τον υπολογισμό και την πολυπλοκότητά του, ένας μεγάλος αριθμός ευρετικών αλγορίθμων έχει προταθεί, παρουσιάζοντας λύσεις και για την περίπτωση όπου υπάρχουν αρκετές πόλεις ως δεδομένο του προβλήματος.

Υπάρχουν πολλές μέθοδοι και αλγόριθμοι για εύρεση ακριβούς λύσης. Η πιο απλή αλγοριθμικά στην υλοποίηση είναι η τεχνική του brute-force search με την οποία δοκιμάζουμε όλες τις δυνατές διαδρομές (permutations). Η πολυπλοκότητα αυτού είναι της τάξης  $O(n!)$ . Ένας άλλος αλγόριθμος ακριβούς αναζήτησης μπορεί να υλοποιηθεί με Δυναμικό Προγραμματισμό (Dynamic Programming), ο οποίος επιλύει το TSP με πολυπλοκότητα της τάξης  $O(n^2 2^n)$ . Επίσης, έχουν βρεθεί αλγόριθμοι, που επιλύουν το TSP με πολυπλοκότητα της τάξης  $O(2^n)$  βασισμένοι στο inclusion-exclusion principle. Τέλος, για τους ακριβείς αλγορίθμους δεν έχει βρεθεί αν υπάρχει αλγόριθμος με πολυπλοκότητα μικρότερη από  $O(2^n)$ .

### **3.1.3 Το Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων VRP (Vehicle Routing Problem)**

Το Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων αποτελεί ένα από τα πλέον σημαντικά προβλήματα της Συνδυαστικής Βελτιστοποίησης και εντάσσεται στην κατηγορία των προβλημάτων του Ακέραιου Προγραμματισμού. Τα προβλήματα αυτά αποτελούν, συνήθως, ειδικές περιπτώσεις προβλημάτων Γραμμικού Προγραμματισμού, στα οποία, όμως, οι μεταβλητές λαμβάνουν τιμές από ένα σύνολο ακεραίων αριθμών. Η βασική παρατήρηση για τον Ακέραιο Προγραμματισμό έγκειται στο ότι διάφορα προβλήματά του παρουσιάζουν πολυπλοκότητα τύπου NP, δηλαδή δεν έχει βρεθεί λύση γι' αυτά, που να τα επιλύει σε πολυωνυμικό χρόνο.

Η διατύπωση του VRP είναι απλή. Ζητούμε τον καθορισμό του συνόλου βέλτιστων διαδρομών για ένα στόλο οχημάτων, προκειμένου να εξυπηρετηθούν οι πελάτες εντοπιζόμενοι σε καθορισμένους κόμβους ενός δικτύου.

Σκοπός είναι η σχεδίαση της διαδρομής, η οποία να επιτυγχάνει την ελαχιστοποίηση του κόστους. Πιο συγκεκριμένα, έχοντας ως δεδομένα ένα σύνολο

κόμβων που αντιπροσωπεύουν πελάτες, έναν κόμβο που αντιπροσωπεύει μία αποθήκη, τα κόστη μεταφοράς όλων των συνδυασμών κόμβων και μία τιμή για κάθε κόμβο πελάτη, που αντιπροσωπεύει τη ζήτηση σε προϊόντα του κάθε πελάτη, το πρόβλημα είναι να βρεθούν οι διαδρομές που ελαχιστοποιούν το κόστος (άθροισμα των κοστών μεταφοράς) και να καλύπτουν τη ζήτηση των πελατών, περνώντας από κάθε πελάτη ακριβώς μία φορά. Μπορεί να θεωρηθεί ότι είναι γενίκευση του TSP, επειδή η διαδρομή που κατασκευάζεται για κάθε επιστροφή του φορτηγού στην αποθήκη (Cycle) αποτελεί στην πράξη ένα TSP πρόβλημα.

Η μελέτη ενός τέτοιου προβλήματος είναι σημαντική, αφού απαραίτητο ζήτημα αποτελεί η εξοικονόμηση χρόνου, κυρίως για τη μεταφορά αγαθών και υπηρεσιών. Οι μεταφορείς έχουν να αντιμετωπίσουν από τη μία τις πιέσεις για τη μείωση του κόστους μεταφοράς, από την άλλη την αύξηση του κόστους λόγω διαφόρων παραγόντων, με κυριότερο την αύξηση των τιμών των καυσίμων.

Οι νέες αντιλήψεις για την αποθεματοποίηση, οι συνεχώς αυξανόμενες απαιτήσεις των πελατών και προϊόντα με μικρό κύκλο ζωής, απαιτούν από τους μεταφορείς να προγραμματίζουν τις διαδρομές τους με τρόπο ώστε να επιτυγχάνουν όσο το δυνατόν την πλέον βέλτιστη διαδρομή. Έτσι μπορούν και συμβουλευούνται διάφορα συστήματα για αυτόν τον σκοπό, όπως: τα Υπολογιστικά Συστήματα Βέλτιστης Δρομολόγησης (Computerized Vehicle Routing System), όπου μέσα από έναν μεγάλο αριθμό ζητούμενων διαδρομών, τις οποίες επεξεργάζονται, βρίσκουν τον πλέον αποδοτικό τρόπο υλοποίησης, υπολογίζοντας τον χρόνο και το καύσιμο που απαιτείται.

Τα προβλήματα VRP ανήκουν στη κατηγορία των NP-hard προβλημάτων και οι σχετικοί ακριβείς αλγόριθμοι που έχουν αναπτυχθεί μπορούν να επιλύσουν προβλήματα για δίκτυα μέχρι το πολύ 60-70 κόμβων σε αποδεκτό υπολογιστικό χρόνο. Γι' αυτό, για την επίλυση πραγματικών προβλημάτων με σχετικά μεγάλα δίκτυα, έχουν αναπτυχθεί ευρετικοί αλγόριθμοι, οι οποίοι έχουν την ικανότητα να βρίσκουν μία αρκετά ικανοποιητική λύση σε αποδεκτό χρόνο.

## **3.2 Κατηγορίες Αλγορίθμων Συνδυαστικής Βελτιστοποίησης**

### **3.2.1 Ακριβείς Αλγόριθμοι**

Οι ακριβείς μέθοδοι εύρεσης της βέλτιστης διαδρομής ελέγχουν συστηματικά όλες τις πιθανές διαδρομές και τελικά επιλέγεται η βέλτιστη. Έτσι, οι

μέθοδοι αυτές εξασφαλίζουν ότι το απόλυτα βέλτιστο έχει βρεθεί, γι' αυτό άλλωστε ονομάζονται και ακριβείς.

Οι ακριβείς αλγόριθμοι είναι οι μόνοι που εξασφαλίζουν την απόλυτα βέλτιστη λύση ενός προβλήματος συνδυαστικής. Όμως, τα μειονεκτήματά τους είναι η ραγδαία αύξηση του χρόνου επίλυσης με την αύξηση του μεγέθους του προβλήματος.

### **3.2.2 Ευρετικοί Αλγόριθμοι (Heuristics)**

Οι ευρετικοί αλγόριθμοι έρχονται να καλύψουν το μειονέκτημα της ραγδαίας αύξησης του χρόνου επίλυσης των ακριβών αλγορίθμων, θυσιάζοντας, όμως, την απόλυτη βελτιστοποίηση. Αυτοί οι αλγόριθμοι επιδιώκουν να βρουν μία προσέγγιση του βέλτιστου μέσα σε μικρότερο χρονικό διάστημα που εξυπηρετεί την ανάγκη για πιο άμεσες λύσεις.

Μία λύση αυτής της κατηγορίας αλγορίθμων, για να γίνει αποδεκτή, πρέπει να ικανοποιεί κάποια κριτήρια, όπως η ποιότητα της λύσης (απόκλιση από τη βέλτιστη), η ευκολία απόκτησής της και η λογική στην οποία στηρίζονται οι κανόνες για να μας οδηγήσουν στη λύση.

Κατηγορίες ευρετικών αλγορίθμων είναι οι Αλγόριθμοι Απληστίας (Greedy Algorithms), οι Προσεγγιστικοί Αλγόριθμοι (Approximation Algorithms) και οι Αλγόριθμοι Τοπικής Αναζήτησης (Local Search Algorithms).

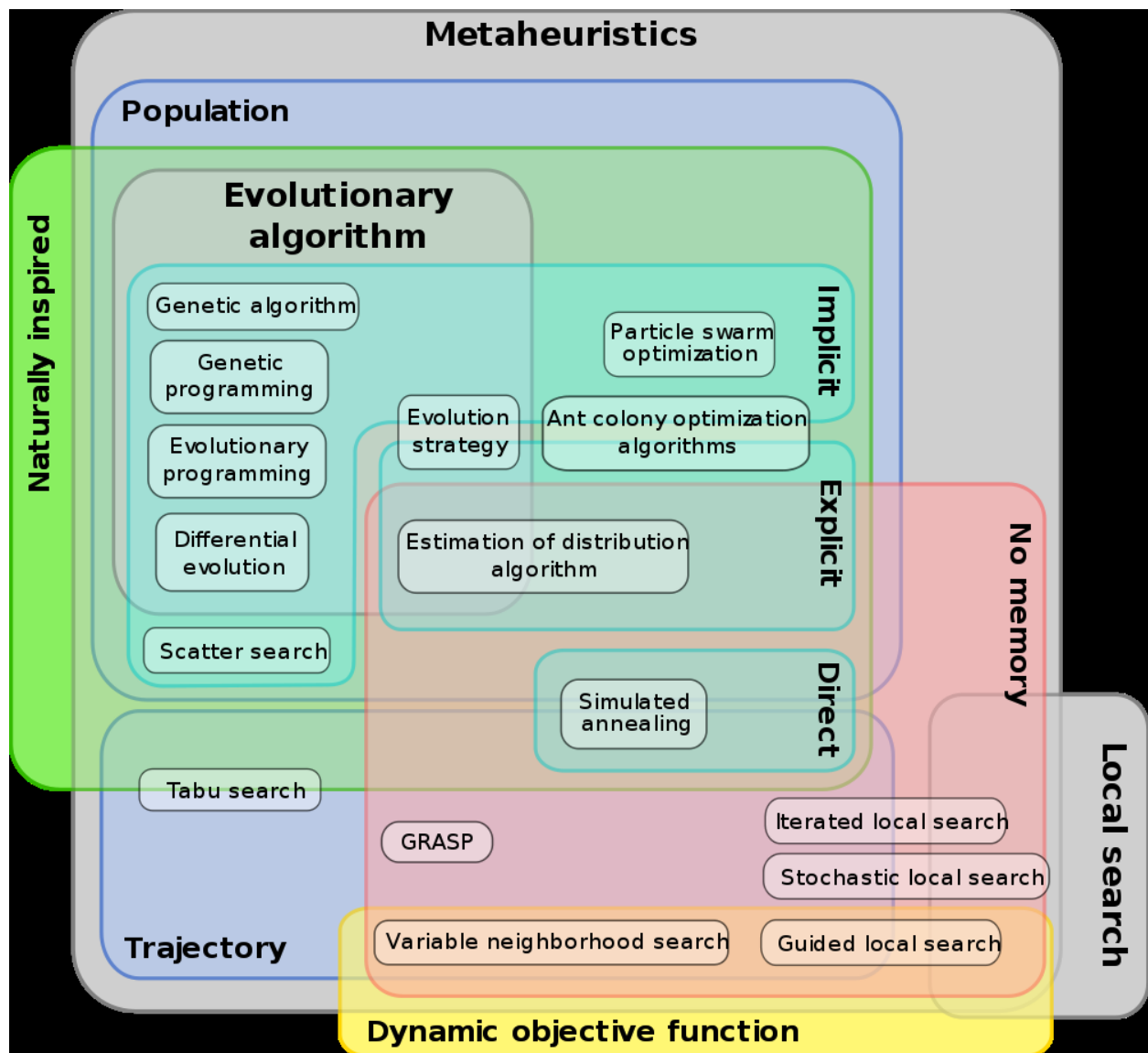
### **3.2.3 Μεθευρετικοί αλγόριθμοι**

Οι μεθευρετικοί αλγόριθμοι, όπως και οι ευρετικοί, είναι μέθοδοι επίλυσης και δίνουν προσεγγίσεις στη βέλτιστη λύση.

Κάποιες από αυτές τις μεθόδους είναι: Προσομοιωμένη Ανόπτηση (Simulated Annealing), Περιορισμένη Αναζήτηση (Tabu Search), Γενετικοί και Εξελικτικοί Αλγόριθμοι (Genetic and Evolutionary Algorithms), Νευρωνικά Δίκτυα (Neural Nets), Βελτιστοποίησης Αποικίας Μυρμηγκιών (Ant Colony Optimization) κ.ά.

Τα τελευταία χρόνια, για την επίλυση των προβλημάτων της συνδυαστικής βελτιστοποίησης χρησιμοποιούνται αλγόριθμοι που ανήκουν σε αυτήν την κατηγορία.

Τα χαρακτηριστικά των μεθευρετικών αλγορίθμων είναι τα εξής: Μοντελοποιούν ένα φαινόμενο που υπάρχει στη φύση, μπορούν να μεταφερθούν εύκολα σε παράλληλη μορφή και είναι προσαρμοστικοί αλγόριθμοι.



Παραδείγματα μεθευρετικών αλγορίθμων (Πηγή Wikipedia)

### 3.2.4 Βιομιμητικοί Αλγόριθμοι

Από τις πιο απλές κατασκευές, όπως είναι ένα ξυλουργικό εργαλείο, μέχρι τις πιο σύνθετες μηχανικές, όπως το αεροπλάνο, ο άνθρωπος έχει αντιγράψει τη φύση σε αμέτρητες εφαρμογές της καθημερινότητάς του.

Και καθώς η φύση δεν κάνει λάθη, η σωστή παρατήρηση και προσαρμογή μπορεί να υλοποιήσει πολλά σενάρια επιστημονικής φαντασίας. Κάποια από αυτά βρίσκονται ήδη στα χέρια μας, κάποια άλλα σε εργαστήρια.

Αντιλαμβανόμενοι οι επιστήμονες την εμφανή ανωτερότητα των φυσικών μηχανισμών έναντι κάθε είδους τεχνητών, επιδόθηκαν στην παρατήρηση και στην προσπάθεια μίμησης των μηχανισμών αυτών. Η προσπάθεια αυτή, που προϋποθέτει τη συνεργασία βιολόγων και μηχανικών, είχε ως αποτέλεσμα τη δημιουργία ενός νέου, και τα τελευταία χρόνια ταχύτατα αναπτυσσόμενου κλάδου της επιστήμης, τη βιομιμητική.

Έτσι, μπορούμε σήμερα να παρατηρήσουμε ψάρια με τέλεια υδροδυναμικά σχήματα να αξιοποιούν ενστικτωδώς τις βέλτιστες κινήσεις για να επιτύχουν υψηλότετους προωστικούς βαθμούς απόδοσης, πουλιά να επιτυγχάνουν ταχύτητες κίνησης αναλογικά μεγαλύτερες από αυτές των υπερηχητικών αεροσκαφών ή με ικανότητα περιστροφής (roll rate) έως και επτά φορές μεγαλύτερη από αυτή των ακροβατικών αεροσκαφών, αράχνες να κατασκευάζουν ιστούς ανθεκτικότερους από τα περισσότερα σύγχρονα ανθρώπινα προηγμένα υλικά και άλλα πολλά.

Η βιομιμητική, όπως ονομάζεται, τα τελευταία χρόνια εφαρμόζεται στη χημεία, τη βιολογία, τη φαρμακολογία, τη μηχανική, την αρχιτεκτονική κ.ά. Η ιδέα, όμως, ότι ο άνθρωπος μπορεί να εμπνευστεί από τα φυσικά εξελικτικά μοντέλα δεν είναι καθόλου καινούργια.

Ανατρέχοντας κανείς στη Μυθολογία, θα συναντήσει πολλές αναφορές για ορνιθόπτερα και πάσης φύσεως πτητικές και υποθαλάσσιες μηχανές, που η αρχή λειτουργίας τους στηρίζεται στο πέταγμα των πουλιών και στο κολύμπι των ψαριών, με πλέον δημοφιλή την ιστορία του Ικάρου. Πριν από περίπου πεντακόσια χρόνια, ο Λεονάρντο ντα Βίντσι αντλούσε την έμπνευσή του από τα πουλιά και κατασκεύαζε πτητικές μηχανές. Σήμερα, η βιομιμητική συνεχίζει να παρατηρεί τη φύση και τα φυσικά συστήματα και να εμπνέεται από αυτά. Όπως εξηγεί η Αμερικανίδα ερευνήτρια και συγγραφέας Τζανίν Μπένιους, "πρόκειται για ταχύτατα αναπτυσσόμενη επιστήμη - τεχνολογία που στηρίζεται στη μελέτη των ζωντανών οργανισμών. Από καρχαρίες για την κατασκευή μαγιά που μειώνουν την αντίσταση στο νερό και αυξάνουν την ταχύτητα του αθλητή, μέχρι βακτηρίδια για τον καθαρισμό νερού".

Η βιομιμητική εξελίσσεται με τόσο ταχείς ρυθμούς. Οι εφαρμογές από την έρευνά της μπορεί να αποτελέσουν ενδιάμεσο στάδιο μεταξύ εργαστηριακών και κλινικών μελετών, αλλά και να οδηγήσουν σε βιοτεχνολογικές εφαρμογές για παραγωγή προϊόντων υψηλής προστιθέμενης αξίας.

Σε δύσκολα προβλήματα αναζήτησης και συνδυαστικής βελτιστοποίησης, οι επιστήμονες προσπάθησαν με τη βοήθεια της βιομιμητικής να βρουν λύσεις μέσα από φαινόμενα που υπάρχουν στη φύση, όπως, για παράδειγμα, οι Γενετικοί Αλγόριθμοι, ο Αλγόριθμος Βελτιστοποίησης Αποικίας Μυρμηγκιών, Αλγόριθμος Βελτιστοποίησης Σμήνους Σωματιδίων, Ζευγαρώματος Μελισσών κ.ά.

### 3.2.5 Γενετικοί Αλγόριθμοι

Το μέγεθος ενός προβλήματος σε αρκετές περιπτώσεις καθιστά απαγορευτική τη χρήση κλασικών μεθόδων ώστε να μπορέσει να επιλυθεί. Σε αυτές τις περιπτώσεις βρίσκουν εφαρμογή αλγόριθμοι, οι οποίοι αν και δεν εγγυώνται ότι θα βρουν τη βέλτιστη λύση, είναι ικανοί να βρουν μία αρκετά καλή λύση σε εύλογο χρονικό διάστημα.

Μία κατηγορία τέτοιων αλγορίθμων είναι οι Γενετικοί Αλγόριθμοι (Genetic Algorithms). Τα τελευταία τριάντα χρόνια, έχει παρατηρηθεί ένα συνεχώς αυξανόμενο ενδιαφέρον για ανάπτυξη μεθόδων επίλυσης προβλημάτων βασιζομένων στις αρχές της Γενετικής Εξέλιξης και της Κληρονομικότητας. Τα μειονεκτήματα των κλασικών μεθόδων αναζήτησης και βελτιστοποίησης, καθώς και η συνεχώς αυξανόμενη ανάγκη για παραγωγή λογισμικού που να μπορεί να εκμεταλλεύεται πιο αποδοτικά τις τεράστιες δυνατότητες των σημερινών υπολογιστών και των στατιστικών δεδομένων, τα οποία υπάρχουν στη διάθεσή μας, ήταν η βασική αιτία που ώθησε τους επιστήμονες σ' αυτήν την αναζήτηση. Έτσι, ο βασικός μηχανισμός των γενετικών αλγορίθμων είναι εμπνευσμένος από τη βιολογία και ειδικότερα από τη Δαρβινική θεωρία της εξέλιξης της φύσης.

Οι γενετικοί αλγόριθμοι ανήκουν στον κλάδο της επιστήμης υπολογιστών. Είναι ιδιαίτερα χρήσιμοι σε προβλήματα, τα οποία περιέχουν πολλές παραμέτρους και δεν υπάρχει αναλυτική μέθοδος ικανή να βρει τον βέλτιστο συνδυασμό τιμών για τις μεταβλητές. Εκεί οι γενετικοί αλγόριθμοι εκτελούν μία αναζήτηση στον χώρο των υποψηφίων λύσεων με στόχο την εύρεση αποδεκτών, σύμφωνα με κάποιο κριτήριο, λύσεων. Η πρώτη εμφάνιση των Γενετικών Αλγορίθμων, που συχνά ταυτίζονται με τη θεωρία του εξελικτικού προγραμματισμού (Evolutionary Programming), χρονολογείται στις αρχές του 1950, όταν διάφοροι βιολόγοι επιστήμονες αποφάσισαν να χρησιμοποιήσουν υπολογιστές στην προσπάθειά τους να προσομοιώσουν πολύπλοκα βιολογικά συστήματα. Η συστηματική τους ανάπτυξη, όμως, που οδήγησε στη μορφή με την οποία είναι γνωστοί και σήμερα, πραγματοποιήθηκε στις αρχές του 1970 από τον John Holland και τους συνεργάτες του στο Πανεπιστήμιο του Michigan.

Οι γενετικοί αλγόριθμοι είναι μία από τις βάσεις των Προγραμμάτων Τεχνητής Ζωής. Συγκεκριμένα, επιχειρεί να αναπαράγει στους υπολογιστές τους μηχανισμούς της βιολογικής εξέλιξης με τον ίδιο τρόπο που η τεχνητή νοημοσύνη επιχειρεί να αναπαραστήσει και να μιμηθεί τις διαδικασίες της γνώσης.

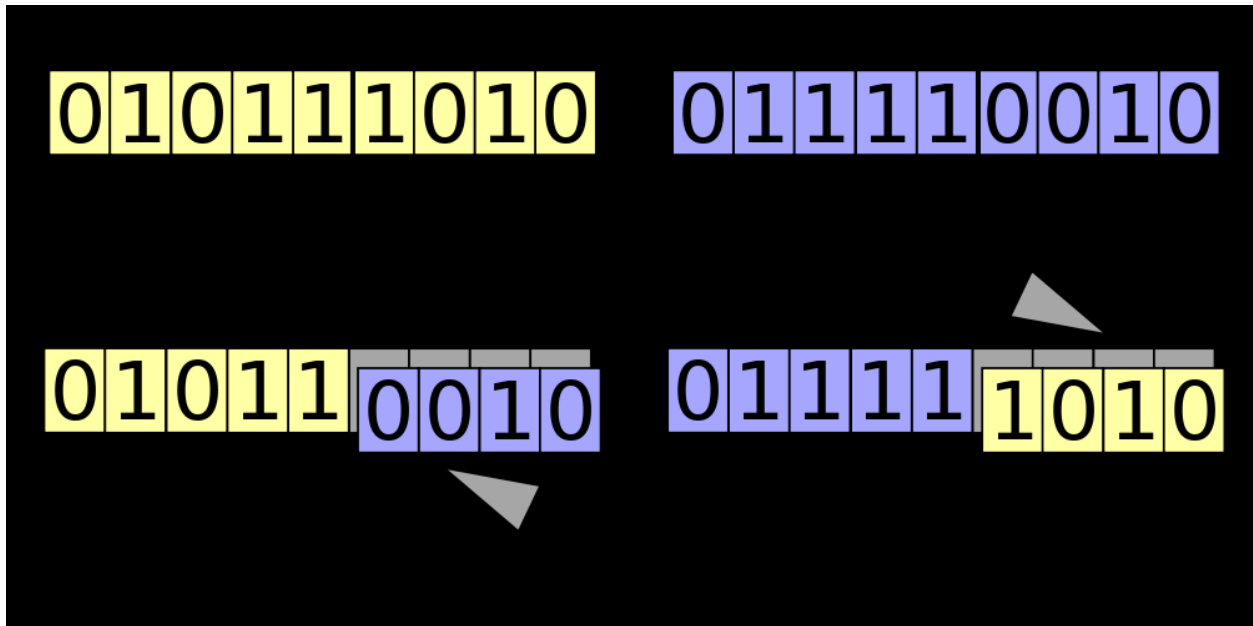
Τα προγράμματα εξελίσσονται μέχρι να φτάσουν, μέσω μεταλλάξεων, διασταυρώσεων και φυσικής επιλογής, σε μία αποτελεσματική φόρμουλα, η οποία θα εκτελεί με τον καλύτερο δυνατό τρόπο κάποια συγκεκριμένη εργασία.

Αυτού του είδους οι μέθοδοι λειτουργούν διατηρώντας έναν πληθυσμό κωδικοποιημένων πιθανών λύσεων και εφαρμόζοντας πάνω σ' αυτόν διάφορες διαδικασίες επιλογής του καλύτερου ατόμου, καθώς και διάφορους γενετικούς τελεστές. Οι τελεστές αυτοί αντιγράφουν τον τρόπο με τον οποίο αναπαράγονται και μεταλλάσσονται τα χρωμοσώματα των κυττάρων των ζωντανών οργανισμών. Έτσι, περνώντας από γενιά σε γενιά, τα συστήματα αυτά δημιουργούν συνεχώς νέους πληθυσμούς πιθανών λύσεων, χρησιμοποιώντας τόσο κομμάτια και στοιχεία από την προηγούμενη γενιά, όσο και εντελώς καινούρια κομμάτια, που δοκιμάζονται για τυχόν καλή απόδοσή τους. Έπανεπιλεγμένες δοκιμές και πειράματα έχουν δείξει ότι μία "φυσική" αναπαράσταση των πιθανών λύσεων για ένα δεδομένο πρόβλημα, σε συνδυασμό με την εφαρμογή σε αυτή μιας οικογένειας γενετικών τελεστών, αποτελεί πολύ χρήσιμο εργαλείο στην προσπάθεια προσέγγισης των πραγματικών λύσεων σε μία πολύ μεγάλη ποικιλία προβλημάτων και εφαρμογών. Αυτό το γεγονός μετατρέπει αυτήν την προσέγγιση "φυσικού μοντέλου" σε μία πολλά υποσχόμενη κατεύθυνση, όσον αφορά την επίλυση προβλημάτων γενικότερα.

Άλλοι αλγόριθμοι που λειτουργούν με παρόμοιο τρόπο όπως αυτό των γενετικών είναι οι Μιμητικοί Αλγόριθμοι (Mimetic Algorithms). Παρ' ότι και αυτοί χρησιμοποιούν διαδικασίες διασταύρωσης, μετάλλαξης κτλ, διαφέρουν από τους γενετικούς στο ότι στον Μιμητικό αλγόριθμο χρησιμοποιείται και τοπική αναζήτηση.

Συνεπώς το πλεονέκτημα του μιμητικού αλγορίθμου έναντι του γενετικού είναι ότι μπορεί να προσεγγίσει ευκολότερα και γρηγορότερα ένα συγκεκριμένο τοπικό βέλτιστο, το οποίο μπορεί να είναι και ολικό βέλτιστο. Επομένως, στην πλειοψηφία των περιπτώσεων ο Μιμητικός αλγόριθμος οδηγεί σε πολύ καλύτερες λύσεις από αυτές του γενετικού, με αποτέλεσμα πολλές φορές να απαιτεί περισσότερο χρόνο για να συγκλίνει κάπου (αφού συγκλίνει σε καλύτερες λύσεις). Και οι δύο αλγόριθμοι μετά από έναν συγκεκριμένο αριθμό βημάτων (γενεών) συγκλίνουν σε ένα τοπικό ή ολικό βέλτιστο.





Παράδειγμα βήματος γενετικού αλγορίθμου μεταξύ δύο διαφορετικών λύσεων.

### 3.3 Νοημοσύνη Σμήνους (Swarm Intelligence)

#### 3.3.1 Αλγόριθμος Βελτιστοποίησης Αποικίας Μυρμηγκιών

Η Βελτιστοποίηση Αποικίας Μυρμηγκιών είναι ένα σύστημα μιμούμενο τη συμπεριφορά των πραγματικών μυρμηγκιών κατά τη διαδικασία εύρεσης της τροφής τους. Αναπτύσσουν μία τεχνική για να βρουν τη συντομότερη διαδρομή από τη φωλιά τους προς την πηγή της τροφής τους και αντίθετα.

#### 3.3.2 Αλγόριθμος Βελτιστοποίησης Σμήνους Σωματιδίων

Ο αλγόριθμος αυτός χρησιμοποιεί τη φυσική κίνηση των ατόμων του πληθυσμού στο σμήνος πουλιών ή εντόμων ή την ομαδική κίνηση των ψαριών. Έχει έναν πολύ ευέλικτο και καλά ισορροπημένο μηχανισμό, που προσαρμόζεται στις ολικές και τοπικές ικανότητες εξερεύνησης των ατόμων του σμήνους.

#### 3.3.3 Αλγόριθμος Βελτιστοποίησης Ζευγαρώματος Μελισσών κ.ά.

Αυτός είναι ένας ακόμα αλγόριθμος που στηρίζεται στην ευφυΐα ενός σμήνους και προσομοιώνει τη διαδικασία ζευγαρώματος της βασίλισσας των

μελισσών στην κυψέλη. Η διαδικασία ξεκινά όταν η βασίλισσα αποφασίζει να πετάξει μακριά από τη φωλιά, κάνοντας την πτήση ζευγαρώματος, κατά την οποία οι κηφήνες την ακολουθούν και ζευγαρώνουν με αυτή στον αέρα. Στην προσπάθεια τους να προβλέψουν με ασφάλεια τον πιστωτικό κίνδυνο, οι τράπεζες υιοθετούν αλγορίθμους αξιολόγησής του, οι οποίοι βασίζονται στη συμπεριφορά ζευγαρώματος των μελισσών και της αναζήτησης τροφής των μυρμηγκιών. Το εντυπωσιακό είναι ότι στη Μεγάλη Βρετανία το 1999-2001 χρησιμοποίησαν τον αλγόριθμο βελτιστοποίησης του ζευγαρώματος μελισσών σε 1350 εταιρείες για να εντοπίσουν ποιες ήταν στα πρόθυρα χρεοκοπίας. Και αποδείχθηκε ότι έπεσαν μέσα σε ποσοστό 75,2%, όταν τα άλλα μοντέλα που χρησιμοποιούσαν οι τράπεζες έδιναν ποσοστό επιτυχίας από 55% μέχρι 72%.

## **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4:ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ ΜΟΥΣΙΚΗΣ ΑΡΜΟΝΙΑΣ**

### **ΓΙΑ ΤΗΝ ΕΠΙΛΥΣΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ**

### **ΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗΣ**

#### **4.1 Πρόβλημα προς Επίλυση**

##### **4.1.1 Περιγραφή του Προβλήματος Περιορισμένης Χωρητικότητας**

##### **Δρομολόγησης Οχημάτων**

Το πρόβλημα προς επίλυση είναι το περιορισμένης χωρητικότητας πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων (CVRP). Το ζητούμενο είναι η εύρεση των διαδρομών του οχήματος, που ελαχιστοποιούν τον χρόνο παράδοσης, ώστε να εξυπηρετηθούν οι πελάτες λαμβάνοντας τη ζητούμενη ποσότητα. Το όχημα έχει συγκεκριμένη χωρητικότητα, η οποία δεν καλύπτει τις απαιτήσεις όλων των πελατών σε μία διαδρομή. Αν το όχημα κάλυπτε τις απαιτήσεις των πελατών με μία διαδρομή, το πρόβλημα θα απλοποιείτο αυτόματα στο “απλούστερο” πρόβλημα TSP. Έτσι, το VRP, όντας γενίκευση του TSP, ευρίσκει πολλαπλές διαδρομές από και προς την αποθήκη, που η καθεμία είναι ένα TSP.

Μέχρι τώρα έχουν αναφερθεί δύο δεδομένα του προβλήματος. Η καθορισμένη χωρητικότητα του φορτηγού και οι γνωστές απαιτήσεις των πελατών. Στην περίπτωση που έχουμε στο δισδιάστατο καρτεσιανό σύστημα τις συντεταγμένες των πελατών και της αποθήκης, η ευκλείδεια απόσταση όλων των κόμβων μεταξύ τους θα είναι η βάση στην οποία στηριζόμαστε για την αξιολόγηση της ποιότητας των λύσεων. Πιο συγκεκριμένα υποθέτουμε ότι ο

χρόνος μετακίνησης του οχήματος μεταξύ δυο σημείων είναι ανάλογος της ευκλείδειάς τους απόστασης, και πλέον χρησιμοποιούμε αυτήν την απόσταση στην αντικειμενική συνάρτηση του προβλήματος. Όμως στην αντικειμενική συνάρτηση καθοριστικό ρόλο παίζει άλλος ένας παράγοντας, ο χρόνος εκφόρτωσης. Το όχημα κάθε φορά που επισκέπτεται έναν πελάτη, του παίρνει κάποιο χρόνο ώστε να γίνει η εκφόρτωση των προϊόντων. Υποθέτοντας ότι αυτός ο χρόνος είναι ίδιος και προκαθορισμένος για όλους τους πελάτες, συνυπολογίζεται και αυτός στην αντικειμενική συνάρτηση, αφού όπως αναφέρθηκε ήδη, η βάση της εκτίμησης της ποιότητας των λύσεων είναι ο χρόνος.

Συνοψίζοντας, και έχοντας παρουσιάσει όλα σχεδόν τα δεδομένα του προβλήματος, η αντικειμενική συνάρτηση του προβλήματος είναι το άθροισμα των ευκλείδειων αποστάσεων της διαδρομής του οχήματος, αθροιζόμενο με τους χρόνους εκφόρτωσης. Ο χρόνος εκφόρτωσης είναι καθορισμένος και ίδιος για όλους τους πελάτες, όπως επίσης και ο αριθμός των πελατών. Επομένως, όταν θα έχουν παραδοθεί τα προϊόντα σε όλους τους πελάτες, ο αθροιστικός χρόνος εκφόρτωσης θα είναι ίδιος για όλες τις τελικές λύσεις ανεξαρτήτως της διαδρομής. Παρ' όλο που μπορεί να φαίνεται περιττή η χρησιμοποίησή του στην αντικειμενική συνάρτηση, χρειάζεται γιατί οι συγκρίσεις των διαδρομών, μέσω της αντικειμενικής συνάρτησης από τον αλγόριθμο γίνονται ανά κυκλική διαδρομή (μια διαδρομή από και προς την αποθήκη) και κάθε κυκλική διαδρομή αποτελείται από διαφορετικό αριθμό κόμβων(πελατών).

Το τελευταίο δεδομένο του προβλήματος είναι μια τιμή η οποία αντιπροσωπεύει την μέγιστη χρονικά ικανότητα του οχήματος για συνεχή παράδοση σε πελάτες, χωρίς να χρειάζεται η επιστροφή του στην αποθήκη. Οι φυσικοί περιορισμοί, τους οποίους μπορεί να αντιπροσωπεύει, είναι η χωρητικότητα του οχήματος σε καύσιμα, η μέγιστη επιτρεπόμενη συνεχής εργασία του οδηγού κ.ά.

Έτσι, έχοντας παρουσιάσει όλα τα δεδομένα του προβλήματος, το ζητούμενο είναι η εύρεση εκείνων των διαδρομών του οχήματος προς όλους τους πελάτες ακριβώς μια φορά, ώστε να τους παραδοθεί η ζητούμενη ποσότητα προϊόντος, που ελαχιστοποιούν την αντικειμενική συνάρτηση του προβλήματος. Η αντικειμενική συνάρτηση, όπως έχει ήδη αναφερθεί, είναι το άθροισμα των ευκλείδειων αποστάσεων της διαδρομής του οχήματος, αθροιζόμενο με τους χρόνους εκφόρτωσης. Με περιορισμούς την χωρητικότητα του οχήματος και την συνολική απόσταση που έχει διανύσει συνεχόμενα χωρίς να έχει επιστρέψει στην αποθήκη. Έτσι το όχημα επιστρέφει στην αποθήκη πριν παραβιαστούν αυτοί οι περιορισμοί και σχηματίζονται οι κυκλικές διαδρομές (routes ή cycles).



Διαδικασία φορτοεκφόρτωσης φορτηγού

#### 4.1.2 Μαθηματική Μοντελοποίηση CVRP

$$\min \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^m (c_{ij} \cdot x_{ij}^k)$$

υπό

$$1) \sum_{i=2}^n d_i \cdot y_{ik} \leq Q_k, \quad \forall k = [1, 2, \dots, m]$$

$$2) \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (c_{ij} x_{ij}^k) + \sum_{i=2}^n t_i \cdot y_{ik} \leq T_k, \quad \forall k = [1, 2, \dots, m]$$

$$3) \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_{ij}^k = 1, \quad \forall j = [2, 3, \dots, m]$$

$$4) \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^m x_{ij}^k = 1, \quad \forall i = [2, 3, \dots, m]$$

$$5) \sum_{i=1}^n x_{ij}^k - \sum_{j=1}^n x_{aj}^k = 1, \quad \forall a = [1, 2, \dots, n], \quad \forall k = [1, 2, \dots, m]$$

$C_{ij}$  ορίζεται ως το κόστος του τόξου (i,j)

$x_{ij}^k$  ορίζεται ως η δυαδική μεταβλητή που ισούται με 1 αν ο κόμβος j επισκέπτεται αμέσως μετά τον i από το φορτηγό k

$d_i$  ορίζεται ως οι απαιτήσεις των πελατών

$Q_k$  ορίζεται ως η χωρητικότητα του φορτηγού

$T_k$  ορίζεται ως η μέγιστη επιτρεπόμενη απόσταση ανά φορτηγό

## 4.2 Γενικές Πληροφορίες για μια Ορχήστρα

Μια ορχήστρα είναι ένα μεγάλο σύνολο μουσικών οργάνων που περιέχει τμήματα επανδρωμένα με έγχορδα, ξύλινα πνευστά, χάλκινα πνευστά και κρουστά. Ο όρος ορχήστρα προέρχεται από την ελληνική ορχήστρα, το όνομα για την περιοχή μπροστά από μια αρχαία ελληνική σκηνή αποκλειστικά για την ελληνική χορωδία. Η ορχήστρα αυξήθηκε ραγδαία σε μέγεθος κατά τον 18ο και 19ο αιώνα, αλλά άλλαξε πολύ λίγο στη σύνθεση κατά τη διάρκεια της διάρκειας του 20ου αιώνα.

Μια μικρότερου μεγέθους ορχήστρα για αυτό το χρονικό διάστημα (περίπου πενήντα μουσικούς ή λιγότερες) ονομάζεται ορχήστρα δωματίου. Μια ορχήστρα πλήρους μεγέθους (περίπου 100 μουσικοί) μπορεί μερικές φορές να ονομάζεται «συμφωνική ορχήστρα» ή «φilarμονική ορχήστρα» αυτή η τροποποίηση δεν δείχνει κατ'ανάγκη αυστηρή διαφορά είτε στην οργανική σύσταση ή τον ρόλο της ορχήστρας, αλλά μπορεί να είναι χρήσιμη να διακρίνουμε διαφορετικά σύνολα που βασίζονται στην ίδια πόλη (για παράδειγμα, τη Συμφωνική Ορχήστρα του Λονδίνου και η Φilarμονική Ορχήστρα του Λονδίνου). Μια συμφωνική ορχήστρα θα έχει συνήθως πάνω από ογδόντα μουσικούς στο ρόστερ της, σε ορισμένες περιπτώσεις, πάνω από εκατό, αλλά ο πραγματικός αριθμός των μουσικών που απασχολούνται σε μια συγκεκριμένη παράσταση μπορεί να διαφέρει ανάλογα με το έργο που παίζεται και το μέγεθος του χώρου.

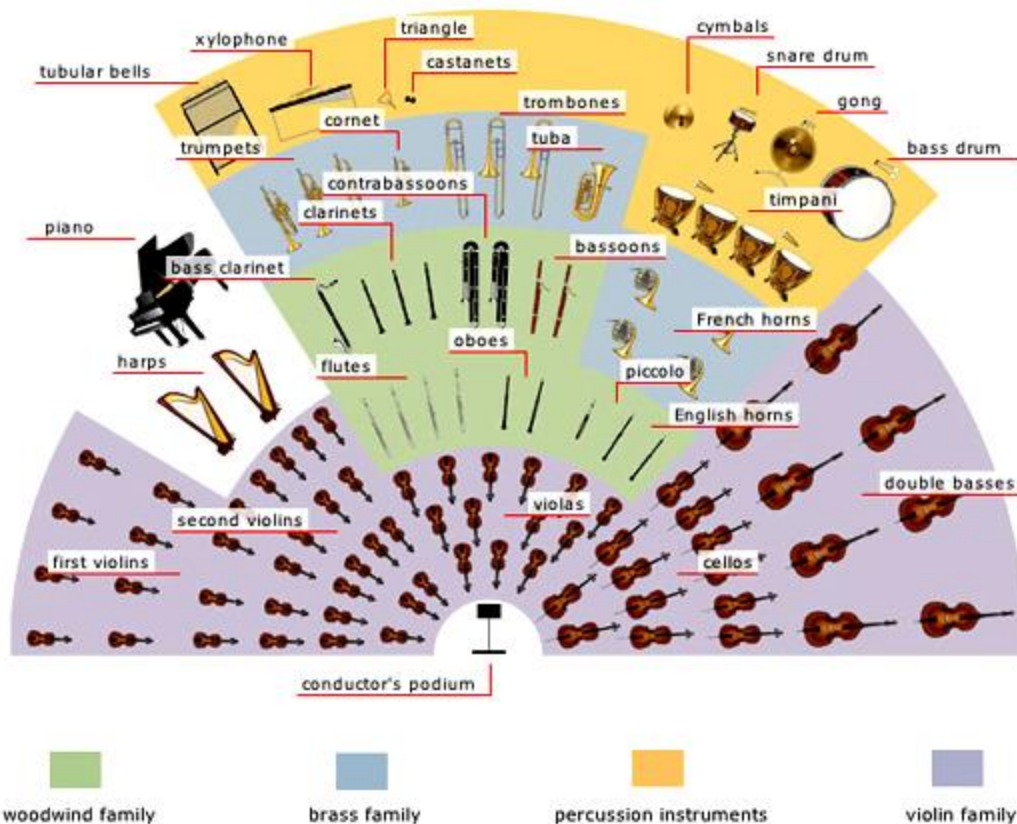
Μία κορυφαία ορχήστρα δωματίου θα μπορούσε να επανδρωθεί έως και με πενήντα μουσικούς, μερικές όμως είναι πολύ μικρότερες. Ορχήστρες μπορεί επίσης να βρεθούν και σε κάποια σχολεία. Ο όρος ορχήστρα κονσέρτο μπορεί μερικές φορές να χρησιμοποιηθεί (π.χ. BBC Concert Orchestra, RTÉ Concert Orchestra) . Με τη χρήση αυτού του όρου δεν γίνεται διάκριση στο μέγεθος της ορχήστρας, αν και η χρήση της συνήθως διακρίνεται για ζωντανές εμφανίσεις. Ως εκ τούτου είναι συνήθως ορχήστρες δωματίου.



Φιλαρμονική Ορχήστρα της Βιέννης

Πολύ σημαντικό ρόλο διαδραματίζει η σύνθεση μίας ορχήστρας. Μία τυπική συμφωνική ορχήστρα αποτελείται από τέσσερις ομάδες παρόμοιων μουσικών οργάνων που ονομάζεται ξύλινα πνευστά, χάλκινα πνευστά, κρουστά και έγχορδα. Άλλα όργανα όπως το πιάνο και τσελέστα μπορεί μερικές φορές να ομαδοποιηθούν σε ένα πέμπτο τμήμα, όπως ένα τμήμα του πληκτρολογίου ή μπορεί να σταθεί μόνη της, όπως επίσης και η άρπα συναυλίας και ηλεκτρικά και ηλεκτρονικά όργανα. Η ορχήστρα, ανάλογα με το μέγεθος, περιέχει σχεδόν όλες τις τυποποιημένες πράξεις σε κάθε ομάδα. Κατά το πέρας του χρόνου η ενορχήστρωση της ορχήστρας έχει επεκταθεί, συχνά, σύμφωνα με τις τυποποιήσεις που έχουν εγκαθιδρυθεί από την κλασική περίοδο και την επιρροή του Ludwig van Beethoven για το κλασικό μοντέλο.





### Παράδειγμα σύνθεσης ορχήστρας

Τον σημαντικότερο ρόλο σε μία ορχήστρα διαδραματίζει ο μαέστρος, από το ιταλικό *maestro*, που σημαίνει «κύριος» ή «δάσκαλος». Είναι ένας τίτλος, ο οποίος χαίρει σεβασμού και εκτίμησης που δίνεται σε έναν αρχιμουσικό. Ο όρος πιο συχνά χρησιμοποιείται στο πλαίσιο της δυτικής κλασικής μουσικής και όπερας. Αυτό συνδέεται με την κοινή χρήση της ιταλικής γλώσσας στους όρους της κλασικής μουσικής. Ο τίτλος του μαέστρου μπορεί να "απονεμηθεί" σε συνθέτες, ερμηνευτές, ατζέντηδες, διευθυντές μουσική και καθηγητές μουσικής.

Για να αντιληφθεί κανείς το ρόλο του Μαέστρου- Διευθυντή Ορχήστρας, αρκεί να σκεφτεί ότι μία σύγχρονη ορχήστρα αποτελείται από 100 και πλέον μουσικούς με έντονη προσωπικότητα, όπου το κάθε μέλος έχει το δικό του τρόπο να αισθάνεται και να αντιλαμβάνεται ένα μουσικό στυλ. Η συμφωνική ορχήστρα αποτελεί ένα μεγάλο οργανικό σύνολο που προτείνει με κάθε συναυλία του μια ενιαία και ξεχωριστή άποψη για την ερμηνεία ενός μουσικού έργου. Ο Μαέστρος είναι αυτός ο οποίος θα προετοιμάσει κατάλληλα την ορχήστρα να αποκτήσει το δικό του προσωπικό στυλ στην ερμηνεία. Ο Μαέστρος με τις κινήσεις των χεριών του και της μπαγκέτας του αλλά και με τις εκφράσεις του προσώπου του ελέγχει τα πιο βασικά στοιχεία της μουσικής, το ρυθμό και τη δυναμική. Ενθαρρύνει τους μουσικούς να παίζουν πιο γρήγορα ή πιο αργά, πιο δυνατά ή μαλακότερα ανάλογα



με την άποψή του για αυτό που ο συνθέτης θα ήθελε. Επιπλέον ο μαέστρος δείχνει τις εισόδους των οργάνων. Λειτουργεί δηλαδή σαν ένας σκηνοθέτης της κυκλοφορίας για τα διάφορα τμήματα, έτσι ώστε οι μουσικοί να γνωρίζουν επακριβώς πότε κάθε μέσο-όργανο εισέρχεται στο μουσικό αυτοκινητόδρομο.



Μαέστρος ορχήστρας

### 4.3 Αλγόριθμος της Μουσικής Αρμονίας

Από τους αρχαίους πολιτισμούς, η σχέση μεταξύ μουσικής και μαθηματικών θεωρούνταν σημαντική, αλλά μόνο πρόσφατα ανακαλύφθηκε από επιστήμονες μια σύνδεση μεταξύ των τεχνικών της βελτιστοποίησης και της μουσικής. Ο Zong Woo Geem ανέπτυξε μια μέθοδο που ονομάζεται Αλγόριθμος της Μουσικής Αρμονίας (Harmony Search Algorithm) , για να βρει τις βέλτιστες λύσεις σε διάφορα προβλήματα με βάση τη μουσική. Παρά το γεγονός ότι πολλοί αλγόριθμοι είχαν αναπτυχθεί και χρησιμοποιηθεί με επιτυχία σε διάφορες εφαρμογές, ο Geem πίστευε ότι ένα νέος ευρετικός αλγόριθμος θα μπορούσε να αναπτυχθεί και χρησιμοποιηθεί ως μια ελκυστική, εναλλακτική λύση προς τις ήδη καθιερωμένες μεθόδους. Επιπλέον, πρόθεση του Geem ήταν να δημιουργήσει έναν νέο πιο αποδοτικό αλγόριθμο που θα παρέχει βελτιωμένα αποτελέσματα ύστερα από λιγότερες επαναλήψεις.

Ο Αλγόριθμος της Μουσικής Αρμονίας βασίζεται στην διαδικασία κατά την οποία προσπαθούμε να εντοπίσουμε για την κατάσταση της μουσικής αρμονίας. Οι μουσικοί κατά τη διάρκεια μιας πρόβας ή μιας παράστασης προσπαθούν να δημιουργήσουν ευχάριστους ήχους και να προσεγγίσουν την ιδανική κατάσταση της μουσικής αρμονίας. Ο Αλγόριθμος της Μουσικής Αρμονίας είναι εμπνευσμένος από το τεχνητό φαινόμενο της δημιουργίας ήχων, μιμούμενος τη πρακτική των μουσικών. Ακριβώς όπως οι μουσικοί προσπαθούν να βελτιώσουν τη μουσική (με βάση την αισθητικά και ακουστικά κριτήρια), ο αλγόριθμος αναζητά τιμές οι οποίες προσομοιώνουν την αντικειμενική συνθήκη του προβλήματος και ταυτόχρονα ικανοποιούν και τους περιορισμούς που έχουν τεθεί. Με τον ίδιο τρόπο που μια ορχήστρα βελτιώνει τη μουσική της από πρόβα σε πρόβα, έτσι και ο Αλγόριθμος της Μουσικής Αρμονίας βελτιώνει τα αποτελέσματα από επανάληψη σε επανάληψη.

Ο όρος αρμονία στη μουσική αναφέρεται στο ηχητικό αποτέλεσμα που προκαλείται από δύο ή περισσότερα όργανα που παίζουν ταυτόχρονα. Μιλώντας από την άποψη της ακουστικής η αρμονία αξιολογεί τη σχέση μεταξύ δύο ή περισσότερων κυμάτων ήχου και την αλληλεπίδρασή τους. Αυτή η αλληλεπίδραση είναι ζωτικής σημασίας για το τελικό αποτέλεσμα και προσδιορίζει εάν είναι ευχάριστο ή όχι.

#### 4.4 Υλοποίηση Αλγόριθμου

Κατά την υλοποίηση του Αλγόριθμου της Μουσικής Αρμονίας ακολουθήσαμε τα ακόλουθα βήματα:

1. Δημιουργία 10 τυχαίων εφικτών λύσεων ως μήτρα.
2. Έλεγχος περιορισμών στις λύσεις.
3. Υπολογισμός "κόστους" της κάθε λύσης.
4. Τυχαία επιλογή 3 λύσεων από τις ήδη υπάρχουσες.
5. Σύμπτυξη των τριών επιλεγμένων λύσεων σε μία δοκιμαστική λύση.
6. Μετατροπή της δοκιμαστικής λύσης σε εφικτή.
7. Έλεγχος περιορισμών στη δοκιμαστική λύση.
8. Υπολογισμός "κόστους" της δοκιμαστικής λύσης.
9. Βελτιστοποίηση της δοκιμαστικής λύσης με τον αλγόριθμο 2-opt.
10. Επιλογή ή απόρριψη της δοκιμαστικής λύσης.

##### 4.4.1 Δημιουργία 10 τυχαίων εφικτών λύσεων ως μήτρα

Αρχικά, στον αλγόριθμο δημιουργήσαμε μια μήτρα 10 εφικτών λύσεων. Εφικτές είναι οι λύσεις κατά τις οποίες το φορτηγό επισκέπτεται ακριβώς μια φορά τον κάθε πελάτη-κόμβο, χωρίς να έχουμε λάβει υπόψη τις διαδρομές από και προς την αποθήκη. Αυτή θεωρείται η αρχική μας Αρμονία.

##### 4.4.2 Έλεγχος περιορισμών στις λύσεις

Στη συνέχεια ελέγχουμε τους περιορισμούς. Οι περιορισμοί που έχουμε θέσει είναι τρεις. Ο πρώτος είναι πως η διαδρομή μας πρέπει να ξεκινάει και να τελειώνει από την αποθήκη, άρα αυτόματα προσθέτουμε στις διαδρομές μας δύο επισκέψεις στην αποθήκη. Ο επόμενος περιορισμός είναι η χωρητικότητα στο φορτηγό. Θεωρούμε πως το φορτηγό ξεκινάει από την αποθήκη γεμάτο με προϊόντα προς παράδοση. Σε κάθε κόμβο ελέγχουμε το απόθεμά μας και τη ζήτηση του επόμενου κόμβου-πελάτη. Αν το απόθεμά μας είναι μεγαλύτερο από τη ζήτηση του επόμενου κόμβου-πελάτη επισκεπτόμαστε τον επόμενο κόμβο και αφαιρούμε από το απόθεμά μας τη ζήτηση του, αλλιώς επιστρέφουμε στην αποθήκη και γεμίζουμε το φορτηγό και συνεχίζουμε στον επόμενο κόμβο-πελάτη. Ο τελευταίος περιορισμός οφείλεται στο μέγιστο επιτρεπτό όριο που επιτρέπεται να λειτουργεί το φορτηγό ανά κυκλική διαδρομή. Ο συγκεκριμένος περιορισμός είναι πιο πολυσύνθετος από τους δύο προηγούμενους. Σε κάθε κόμβο ελέγχουμε αν ο υπολειπόμενος επιτρεπτός χρόνος είναι μεγαλύτερος ή μικρότερος από τον χρόνο που χρειάζεται για να μεταβούμε από τον παρών κόμβο-πελάτη στον επόμενο και από τον επόμενο κόμβο-πελάτη στην αποθήκη προσθέτοντας και τον απαραίτητο χρόνο φορτοεκφόρτωσης στον επόμενο κόμβο-πελάτη. Αν είναι μεγαλύτερος τότε μεταβαίνουμε στον επόμενο κόμβο, αλλά αφαιρούμε από τον υπολειπόμενο χρόνο μόνο το χρόνο που διανύσαμε κατά τη διαδρομή από τον ένα κόμβο-πελάτη στον επόμενο μαζί με τον απαραίτητο χρόνο φορτοεκφόρτωσης

στον κόμβο-πελάτη. Αν είναι μικρότερος τότε επιστρέφουμε στην αποθήκη όπου αρχικοποιείται ο επιτρεπόμενος χρόνος ανά κυκλική διαδρομή. Τέλος, κάθε φορά που επισκεπτόμαστε την αποθήκη θεωρούμε ότι τόσο η χωρητικότητα όσο και ο επιτρεπόμενος χρόνος ανά κυκλική διαδρομή αρχικοποιούνται ανεξάρτητα από τον περιορισμό που μας ανάγκασε να επισκεφτούμε την αποθήκη.

#### **4.4.3 Υπολογισμός "κόστους" της κάθε λύσης**

Ο υπολογισμός του "κόστους" της κάθε λύσης γίνεται με βάση την ευκλείδεια γεωμετρία. Ο κάθε κόμβος-πελάτης είναι τοποθετημένος σε συγκεκριμένη θέση στο χάρτη. Ως "κόστος" θεωρούμε την απόσταση από κόμβο σε κόμβο σύμφωνα με τον μαθηματικό τύπο που ορίζει την απόσταση σημείου από σημείο στην ευκλείδεια γεωμετρία.

#### **4.4.4 Τυχαία επιλογή 3 λύσεων από την μήτρα**

Σε αυτό το βήμα επιλέγονται τυχαία 3 διαφορετικές λύσεις από τη μήτρα των λύσεων. Ο μαέστρος επιλέγει σε ποια σημεία θα γίνουν οι αλλαγές για να επιτευχθεί καλύτερη αρμονία.

#### **4.4.5 Σύμπτυξη των τριών επιλεγμένων λύσεων σε μία δοκιμαστική λύση**

Σε αυτό το βήμα παίρνουμε τις τρεις λύσεις που επιλέχθηκαν στο προηγούμενο βήμα. Έπειτα, παίρνουμε το πρώτο τρίτο από την πρώτη λύση, το δεύτερο τρίτο από τη δεύτερη λύση και το τρίτο από τη τρίτη λύση και τα συμπτύσσουμε σε μία δοκιμαστική λύση.

#### **4.4.6 Μετατροπή της δοκιμαστικής λύσης σε εφικτή**

Δεδομένου του ότι πήραμε τυχαία τμήματα από κάποιες λύσεις μας επιβάλλει να ελέγξουμε τον περιορισμό ότι πρέπει να επισκεφτούμε τον κάθε κόμβο-πελάτη ακριβώς μια φορά. Αυτό το επιτυγχάνουμε συγκρίνοντας τον κάθε κόμβο με όλους τους υπόλοιπους και αν κατά τον έλεγχο εντοπίσουμε κάποιον κόμβο δεύτερη φορά τον αντικαθιστούμε με τον πρώτο που δεν υπάρχει στη δοκιμαστική λύση. Με αυτό τον τρόπο γίνεται η δοκιμαστική λύση εφικτή. Ο μαέστρος αναμεταθέτει τους κόμβους ώστε να επισκεφτούμε τον καθένα ακριβώς μια φορά.

#### **4.4.7 Έλεγχος περιορισμών στη δοκιμαστική λύση**

Στη συνέχεια ελέγχουμε τους περιορισμούς. Οι περιορισμοί που έχουμε θέσει είναι τρεις. Ο πρώτος είναι πως η διαδρομή μας πρέπει να ξεκινάει και να τελειώνει από την αποθήκη, άρα αυτόματα προσθέτουμε στις διαδρομές μας δύο επισκέψεις στην αποθήκη. Ο επόμενος περιορισμός είναι η χωρητικότητα στο φορτηγό. Θεωρούμε πως το φορτηγό ξεκινάει από την αποθήκη γεμάτο με προϊόντα προς παράδοση. Σε κάθε κόμβο ελέγχουμε το απόθεμά μας και τη ζήτηση του επόμενου κόμβου-πελάτη. Αν το απόθεμά μας είναι μεγαλύτερο από τη ζήτηση του επόμενου κόμβου-πελάτη επισκεπτόμαστε τον επόμενο κόμβο και αφαιρούμε από το απόθεμά μας τη ζήτηση του, αλλιώς επιστρέφουμε στην αποθήκη και γεμίζουμε το φορτηγό και συνεχίζουμε στον επόμενο κόμβο-πελάτη. Ο τελευταίος περιορισμός οφείλεται στο μέγιστο επιτρεπτό όριο που

επιτρέπεται να λειτουργεί το φορτηγό ανά κυκλική διαδρομή. Ο συγκεκριμένος περιορισμός είναι πιο πολυσύνθετος από τους δύο προηγούμενους. Σε κάθε κόμβο ελέγχουμε αν ο υπολειπόμενος επιτρεπτός χρόνος είναι μεγαλύτερος ή μικρότερος από τον χρόνο που χρειάζεται για να μεταβούμε από τον παρών κόμβο-πελάτη στον επόμενο και από τον επόμενο κόμβο-πελάτη στην αποθήκη προσθέτοντας και τον απαραίτητο χρόνο φορτοεκφόρτωσης στον επόμενο κόμβο-πελάτη. Αν είναι μεγαλύτερος τότε μεταβαίνουμε στον επόμενο κόμβο, αλλά αφαιρούμε από τον υπολειπόμενο χρόνο μόνο το χρόνο που διανύσαμε κατά τη διαδρομή από τον ένα κόμβο-πελάτη στον επόμενο μαζί με τον απαραίτητο χρόνο φορτοεκφόρτωσης στον κόμβο-πελάτη. Αν είναι μικρότερος τότε επιστρέφουμε στην αποθήκη όπου αρχικοποιείται ο επιτρεπόμενος χρόνος ανά κυκλική διαδρομή. Τέλος, κάθε φορά που επισκεπτόμαστε την αποθήκη θεωρούμε ότι τόσο η χωρητικότητα όσο και ο επιτρεπόμενος χρόνος ανά κυκλική διαδρομή αρχικοποιούνται ανεξάρτητα από τον περιορισμό που μας ανάγκασε να επισκεφτούμε την αποθήκη.

#### **4.4.8 Υπολογισμός "κόστους" της δοκιμαστικής λύσης**

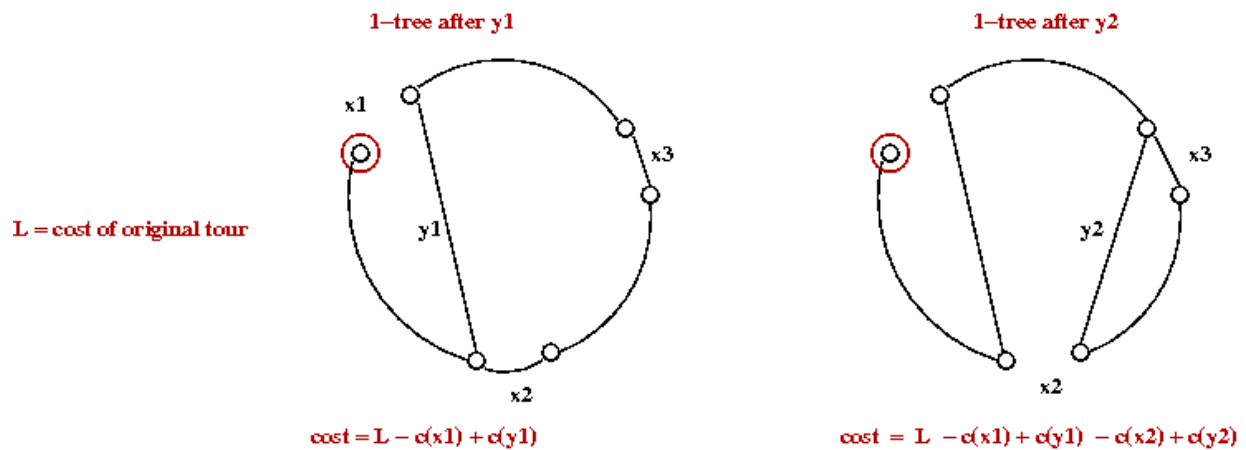
Ο υπολογισμός του "κόστους" της δοκιμαστικής λύσης γίνεται με βάση την ευκλείδεια γεωμετρία. Ο κάθε κόμβος-πελάτης είναι τοποθετημένος σε συγκεκριμένη θέση στο χάρτη. Ως "κόστος" θεωρούμε την απόσταση από κόμβο σε κόμβο σύμφωνα με τον μαθηματικό τύπο που ορίζει την απόσταση σημείου από σημείο στην ευκλείδεια γεωμετρία.

#### **4.4.9 Βελτιστοποίηση της δοκιμαστικής λύσης με τον αλγόριθμο 2-opt**

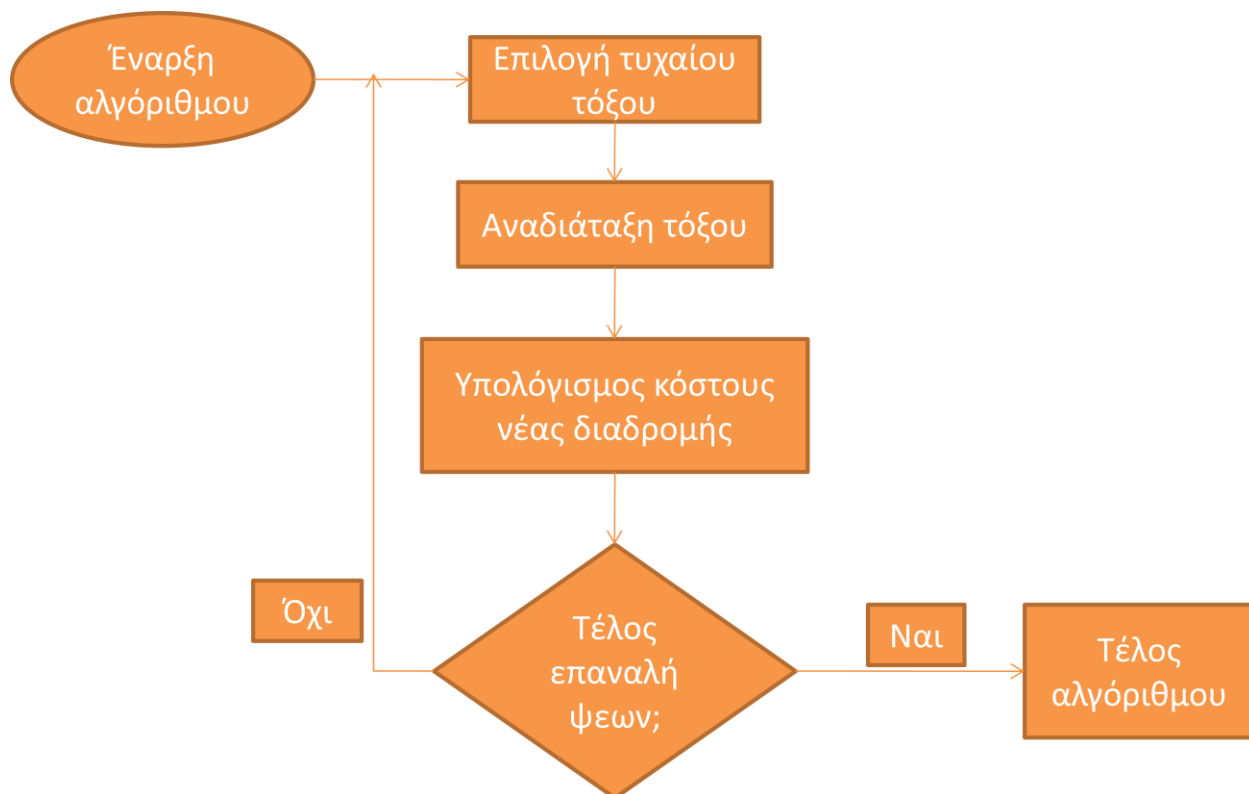
Σε κάθε αρχική κυκλική διαδρομή, που αποτελεί από μόνη της ένα μικρό TSP πρόβλημα, σε αυτό το στάδιο γίνεται μια προσπάθεια βελτίωσης των συνδέσεων των κόμβων, χωρίς προσθαφαίρεση κόμβων. Αυτό γίνεται με τον μέθοδο 2-opt.

Ο αλγόριθμος 2-opt ανήκει στην κατηγορία των αλγορίθμων τοπικής αναζήτησης (Local search algorithms), ο οποίος προτάθηκε για πρώτη φορά από τον Croes το 1958 για την επίλυση του προβλήματος του πλανόδιου πωλητή. Η κύρια ιδέα πίσω από αυτό είναι να πάρετε μια διαδρομή που διασχίζει τον εαυτό της και να αναδιατάξετε το έτσι ώστε να μην το κάνει.

Στη δικιά μας περίπτωση γινόταν επιλογή ενός τυχαίου τόξου της δοκιμαστικής λύσης και στη συνέχεια το αναδιατάξαμε μέσα στη δοκιμαστική λύση, ώστε να προκύψει μία νέα δοκιμαστική λύση. Στη συνέχεια επαναλαμβάνονταν τα βήματα 7 και 8 του αλγόριθμου ώστε να βρεθεί το τελικό κόστος της νέας δοκιμαστικής λύσης. Αν το κόστος της νέας δοκιμαστικής λύσης είναι μικρότερο από το κόστος της δοκιμαστικής λύσης τότε η νέα δοκιμαστική λύση αντικαθιστά τη νέα λύση. Η διαδικασία αυτή επαναλαμβάνεται αρκετές φορές μέχρι να βρούμε την καλύτερη δυνατή λύση.



παράδειγμα αλγόριθμου 2-opt

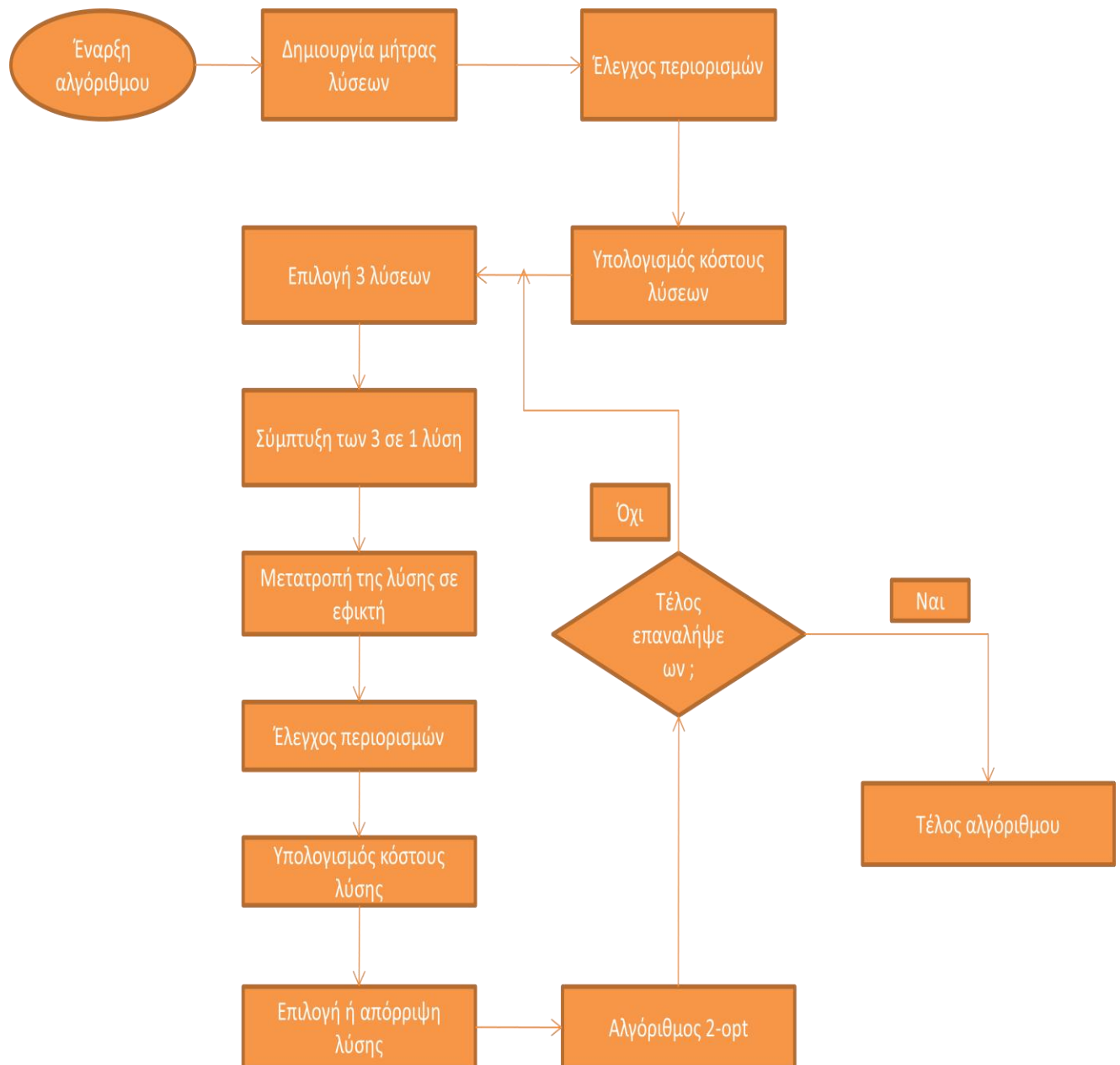


Βήματα αλγόριθμου 2-opt υπό μορφή διαγράμματος ροής

#### **4.4.10 Επιλογή ή απόρριψη της δοκιμαστικής λύσης**

Τέλος, αν το κόστος της δοκιμαστικής λύσης είναι μικρότερο από το κόστος της χειρότερης λύσης της μήτρας, τότε η δοκιμαστική λύση αντικαθιστά τη χειρότερη λύση στη μήτρα και προχωράμε στο βήμα 4 του αλγόριθμου. Αν ο μαέστρος κρίνει ότι το αποτέλεσμα ήταν καλύτερο από τα προηγούμενα κρατάει τη συγκεκριμένη μουσική αρμονία αλλιώς την απορρίπτει.

#### 4.4.11 Βήματα του αλγόριθμου υπό μορφή διαγράμματος ροής





## **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5: ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ**

### **5.1 Σχολιασμός αποτελεσμάτων**

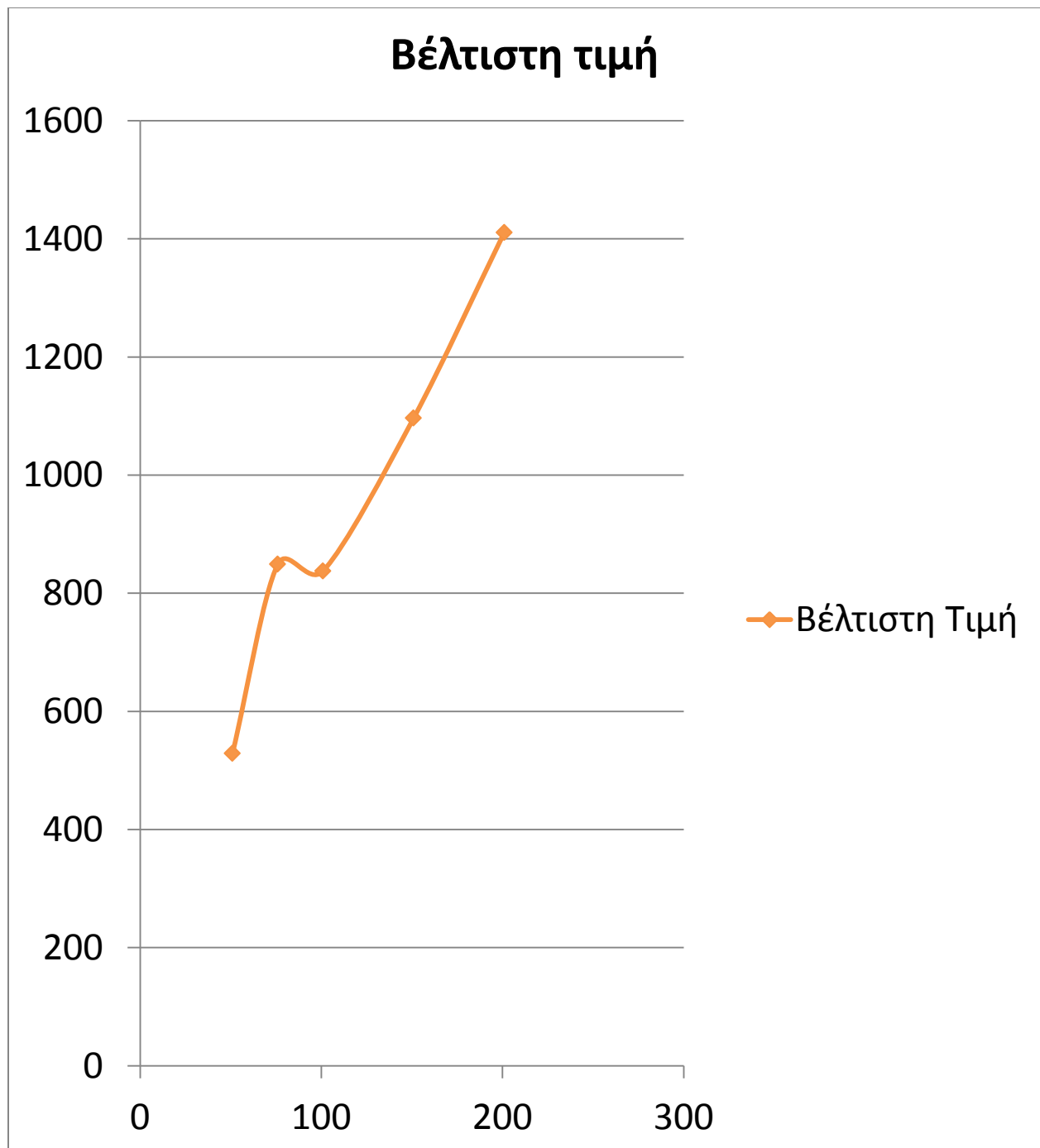
Τα δεδομένα που επεξεργαστήκαμε στον Αλγόριθμο της Μουσικής Αρμονίας ήταν τα par1-par14. Τα αποτελέσματα στα περισσότερα ήταν αρκετά καλά, δηλαδή με απόκλιση μικρότερη από το 10% της βέλτιστης λύσης. Πιο συγκεκριμένα, στο par1 βρήκαμε τη μικρότερη απόκλιση από το βέλτιστο δηλαδή 0.79% και στο par5 τη μεγαλύτερη με 9.2%. Θα μπορούσαμε να πούμε πως ο αλγόριθμος συγκλίνει αρκετά καλά αν στα par9 και par10 δεν συναντούσαμε πολύ μεγάλη απόκλιση από το βέλτιστο. Στο par9 η απόκλισή μας ήταν 45.09% και στο par10 52.72%. Τέλος, ο Αλγόριθμος της Μουσικής Αρμονίας μπορούμε να πούμε ότι συγκλίνει πολύ κοντά στη βέλτιστη λύση όταν το πρόβλημα διαθέτει λίγους κόμβους αλλά αποκλίνει όταν αυξάνονται οι κόμβοι του προβλήματος.

## 5.2 Αναλυτικοί πίνακες και διαγράμματα με τα αποτελέσματα

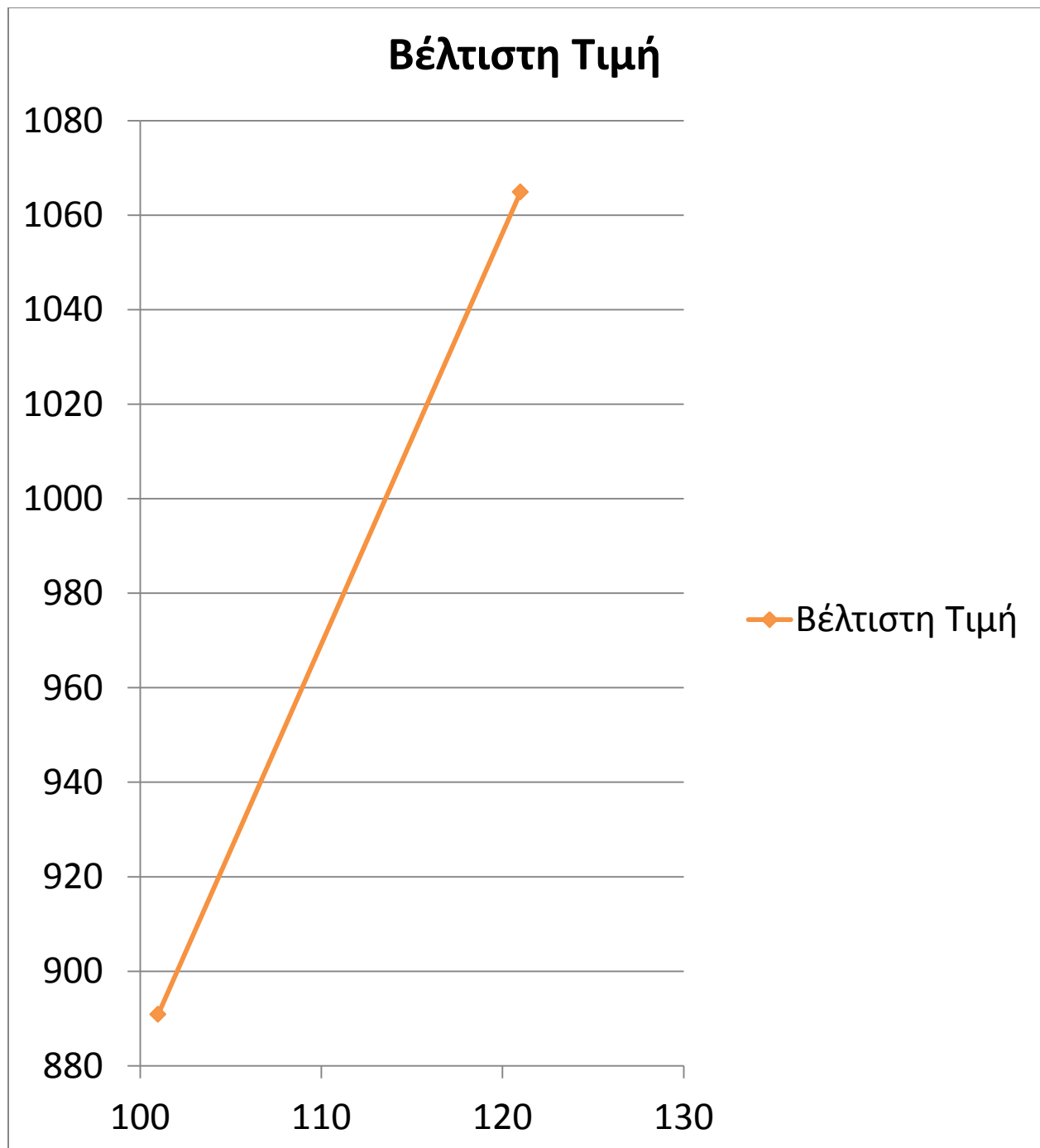
Ακολουθούν δύο αναλυτικοί πίνακες αποτελεσμάτων

	Par 1	Par 2	Par 3	Par 4	Par 5	Par 11	Par 12
Αριθμός κόμβων προβλήματος	51	76	101	151	201	121	101
Χωρητικότητα φορτηγού	160	140	200	200	200	200	200
Μέγιστη επιτρεπόμενη απόσταση ανά κυκλική διαδρομή	inf	inf	inf	inf	inf	inf	Inf
Χρόνος φορτοεκφόρτωσης	0	0	0	0	0	0	0
Βέλτιστη τιμή	524.610	835.260	826.140	1028.420	1291.450	1042.120	819.560
Αριθμός εφαρμογών αλγορίθμου	50	50	50	50	50	50	50
Καλύτερο αποτέλεσμα	528.773	849.138	837.698	1096.71	1410.77	1064.92	890.901
Ποιοτική διαφορά καλύτερης λύσης από το βέλτιστο	4.163	13.878	11.558	68.29	119.35	22.8	71.341
Ποσοστιαία διαφορά καλύτερης λύσης από το βέλτιστο	0.79%	1.66%	1.39%	6.64%	9.2%	2.18%	8.7%

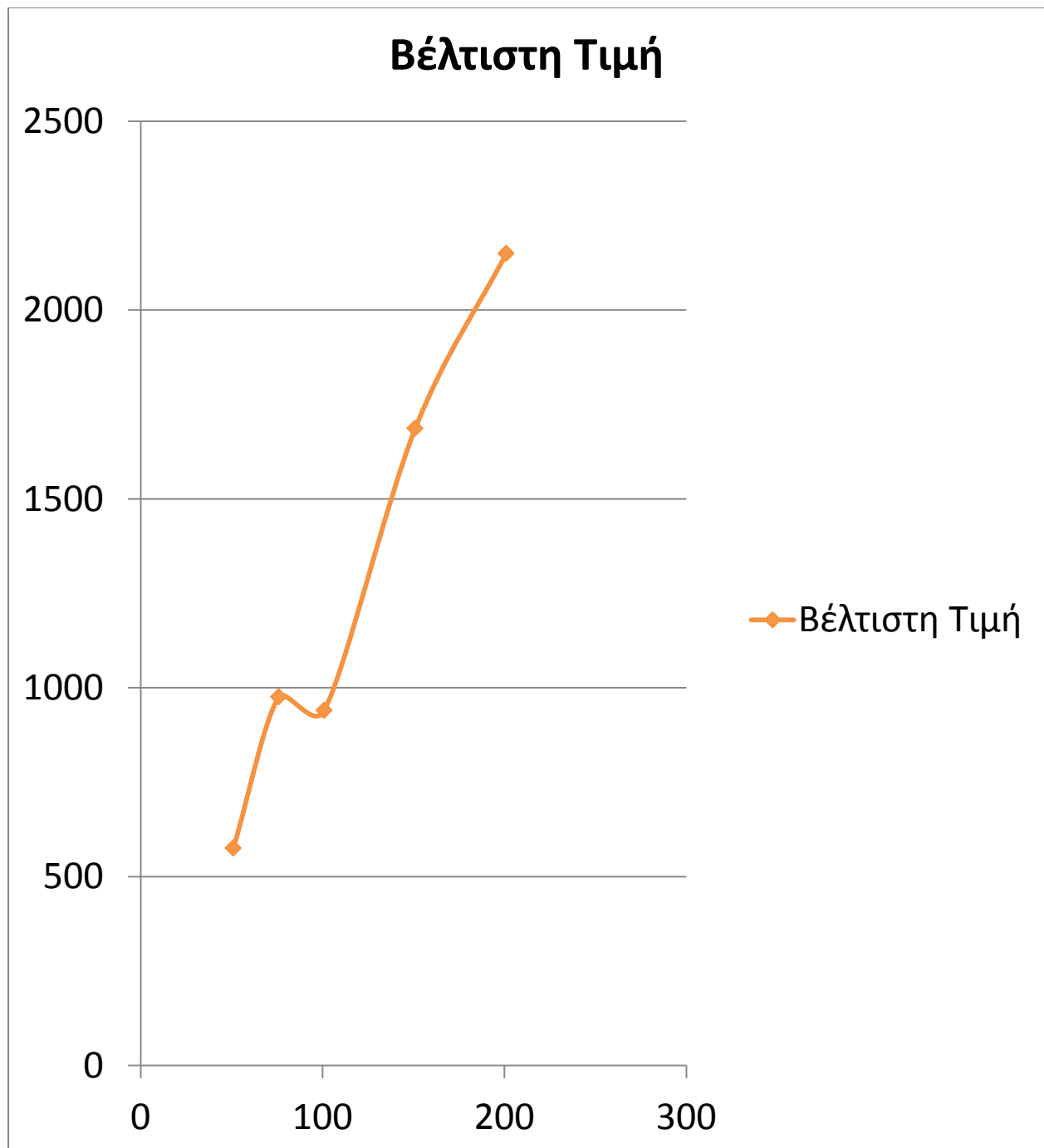
	<b>Par 6</b>	<b>Par 7</b>	<b>Par 8</b>	<b>Par 9</b>	<b>Par 10</b>	<b>Par 13</b>	<b>Par 14</b>
<b>Αριθμός κόμβων προβλήματος</b>	<b>51</b>	<b>76</b>	<b>101</b>	<b>151</b>	<b>201</b>	<b>121</b>	<b>101</b>
<b>Χωρητικότητα φορτηγού</b>	<b>160</b>	<b>140</b>	<b>200</b>	<b>200</b>	<b>200</b>	<b>200</b>	<b>200</b>
<b>Μέγιστη επιτρεπόμενη απόσταση ανά κυκλική διαδρομή</b>	<b>200</b>	<b>160</b>	<b>230</b>	<b>200</b>	<b>200</b>	<b>720</b>	<b>1040</b>
<b>Χρόνος φορτοεκφόρτωσης</b>	<b>10</b>	<b>10</b>	<b>10</b>	<b>10</b>	<b>10</b>	<b>50</b>	<b>90</b>
<b>Βέλτιστη τιμή</b>	<b>555.430</b>	<b>909.68</b>	<b>865.940</b>	<b>1162.550</b>	<b>1395.850</b>	<b>1541.140</b>	<b>866.37</b>
<b>Αριθμός εφαρμογών αλγορίθμου</b>	<b>50</b>	<b>50</b>	<b>50</b>	<b>50</b>	<b>50</b>	<b>50</b>	<b>50</b>
<b>Καλύτερο αποτέλεσμα</b>	<b>575.273</b>	<b>975.59</b>	<b>939.764</b>	<b>1686.85</b>	<b>2149.75</b>	<b>1646.23</b>	<b>892.28</b>
<b>Ποιοτική διαφορά καλύτερης λύσης από το βέλτιστο</b>	<b>19.843</b>	<b>65.91</b>	<b>73.824</b>	<b>524.3</b>	<b>753.9</b>	<b>105.09</b>	<b>25.91</b>
<b>Ποσοστιαία διαφορά καλύτερης λύσης από το βέλτιστο</b>	<b>3.57%</b>	<b>7.2%</b>	<b>8.5%</b>	<b>45.09%</b>	<b>52.72%</b>	<b>6.81%</b>	<b>2.99%</b>



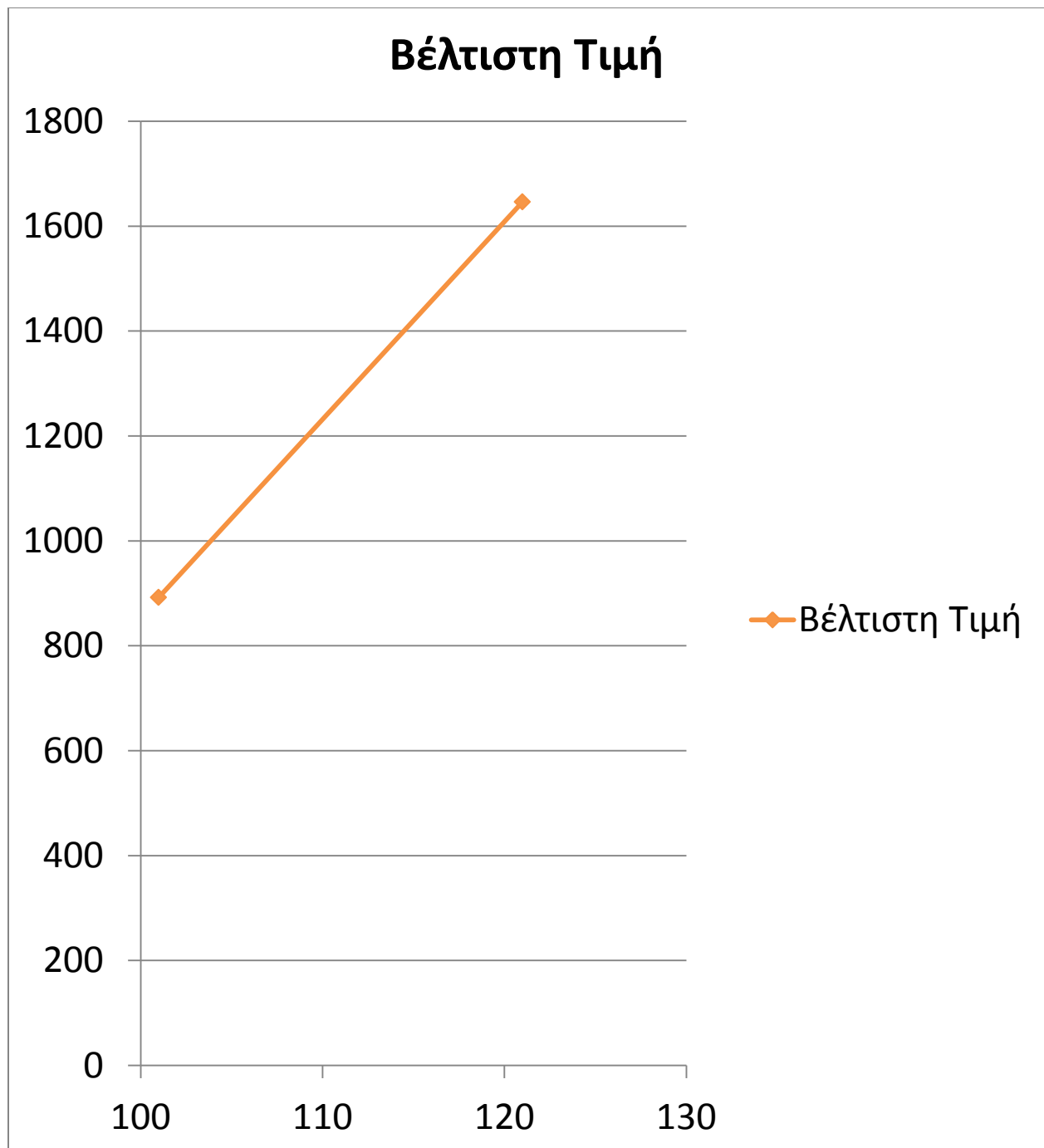
Διάγραμμα Κόμβων-Βέλτιστης Τιμής για τα par1-par5



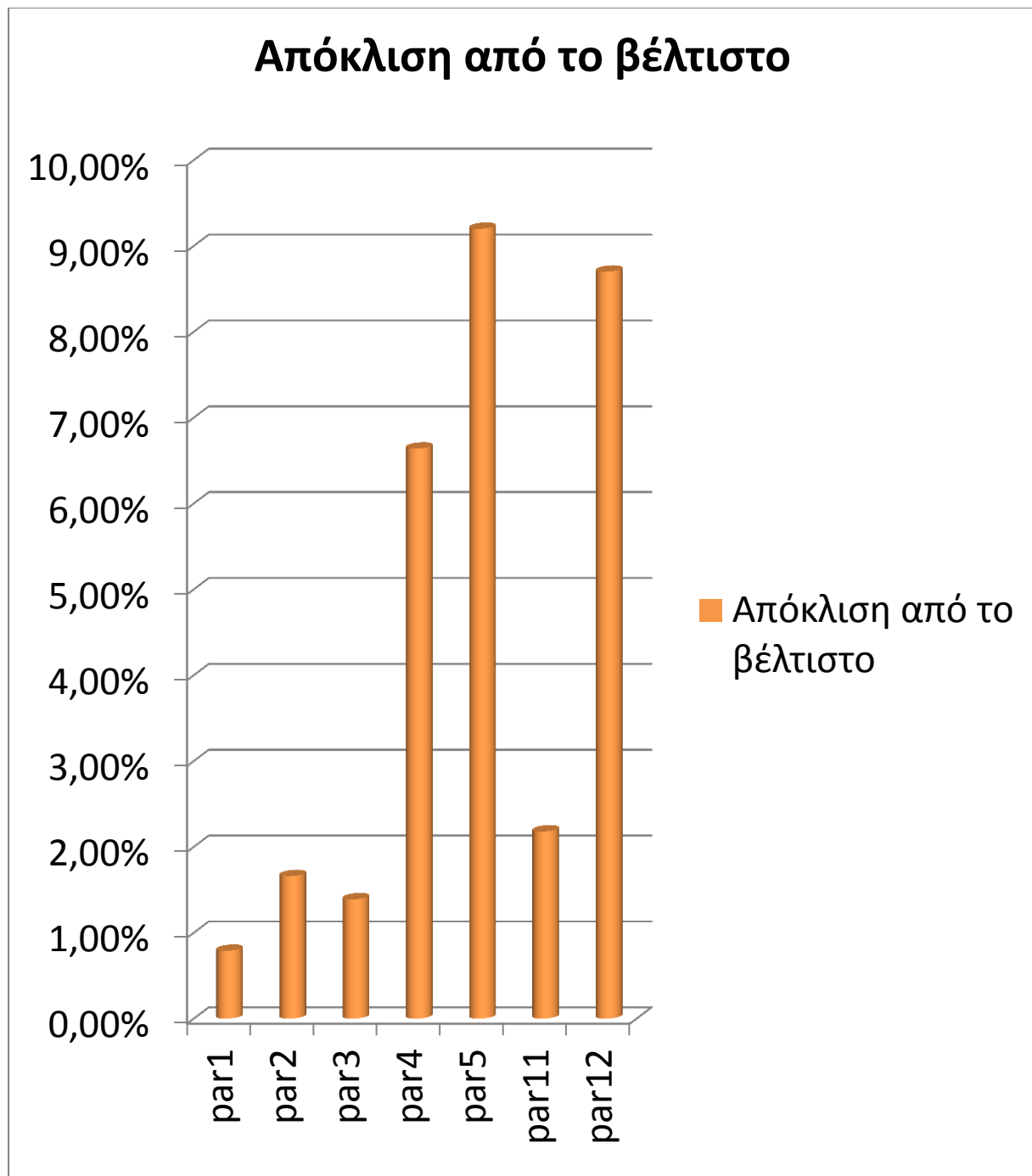
Διάγραμμα Κόμβων-Βέλτιστης Τιμής για τα par11 και par12



Διάγραμμα Κόμβων-Βέλτιστης Τιμής για τα par5-par10

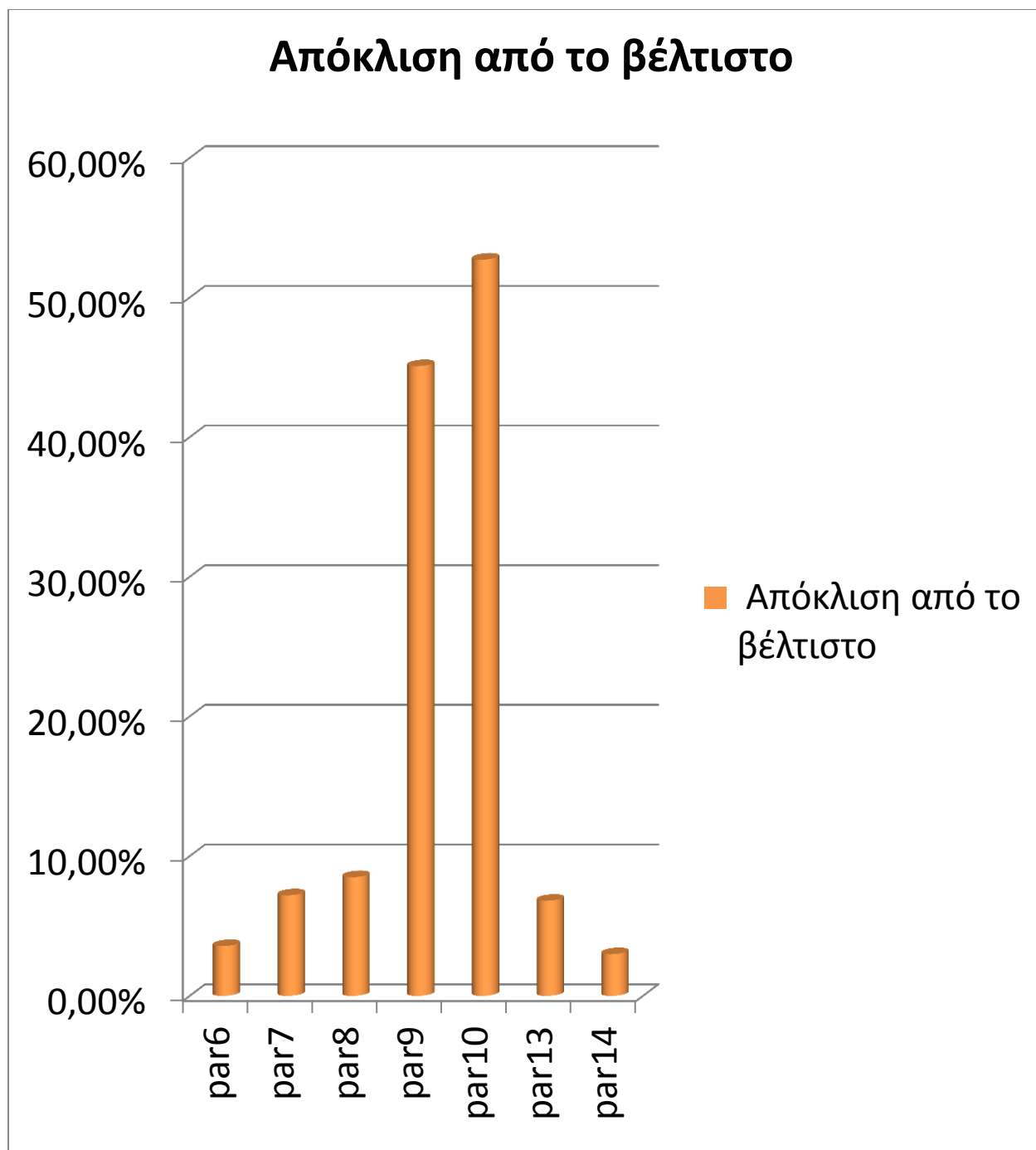


Διάγραμμα Κόμβων-Βέλτιστης Τιμής για τα par13 και par14



Διάγραμμα Απόκλισης από το Βέλτιστο

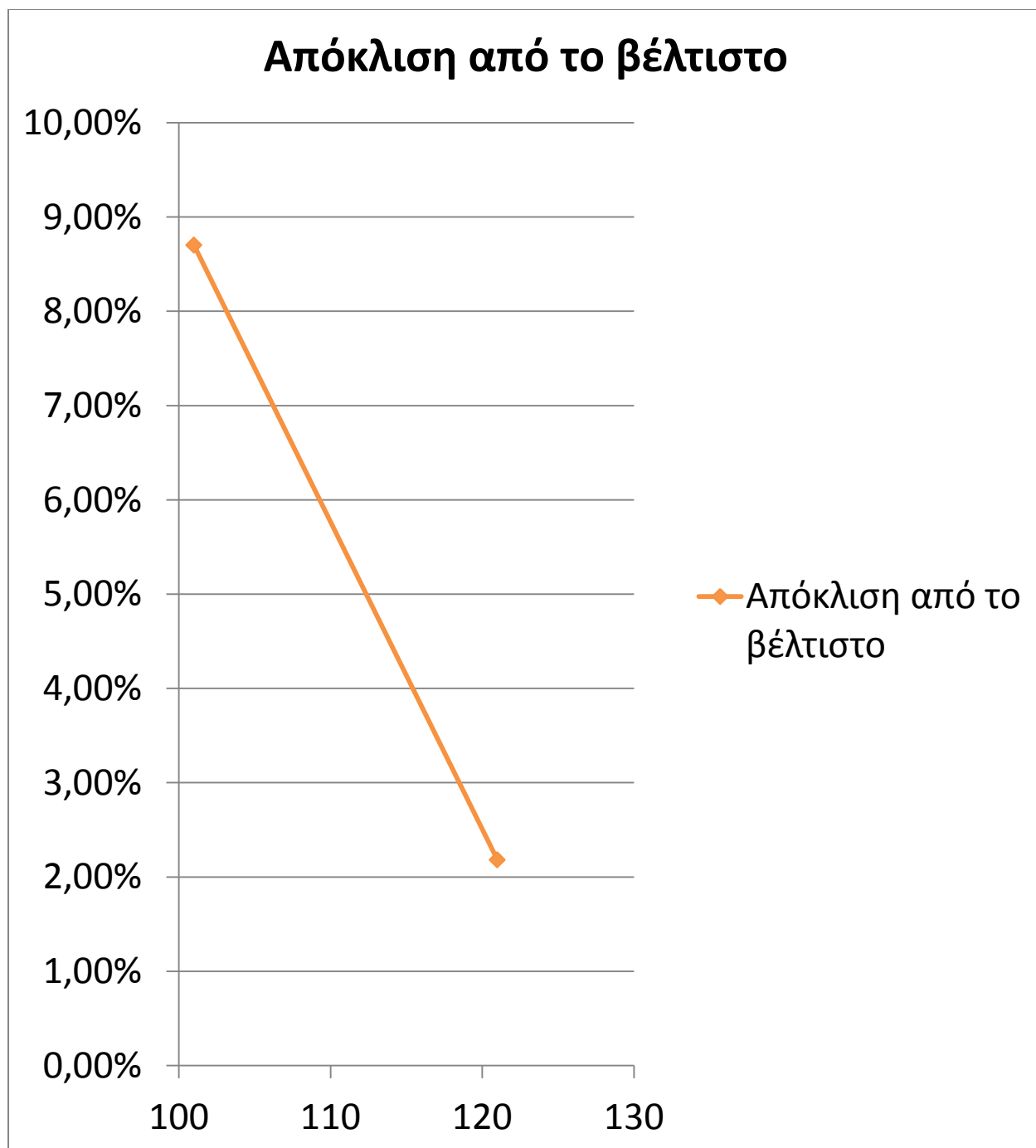




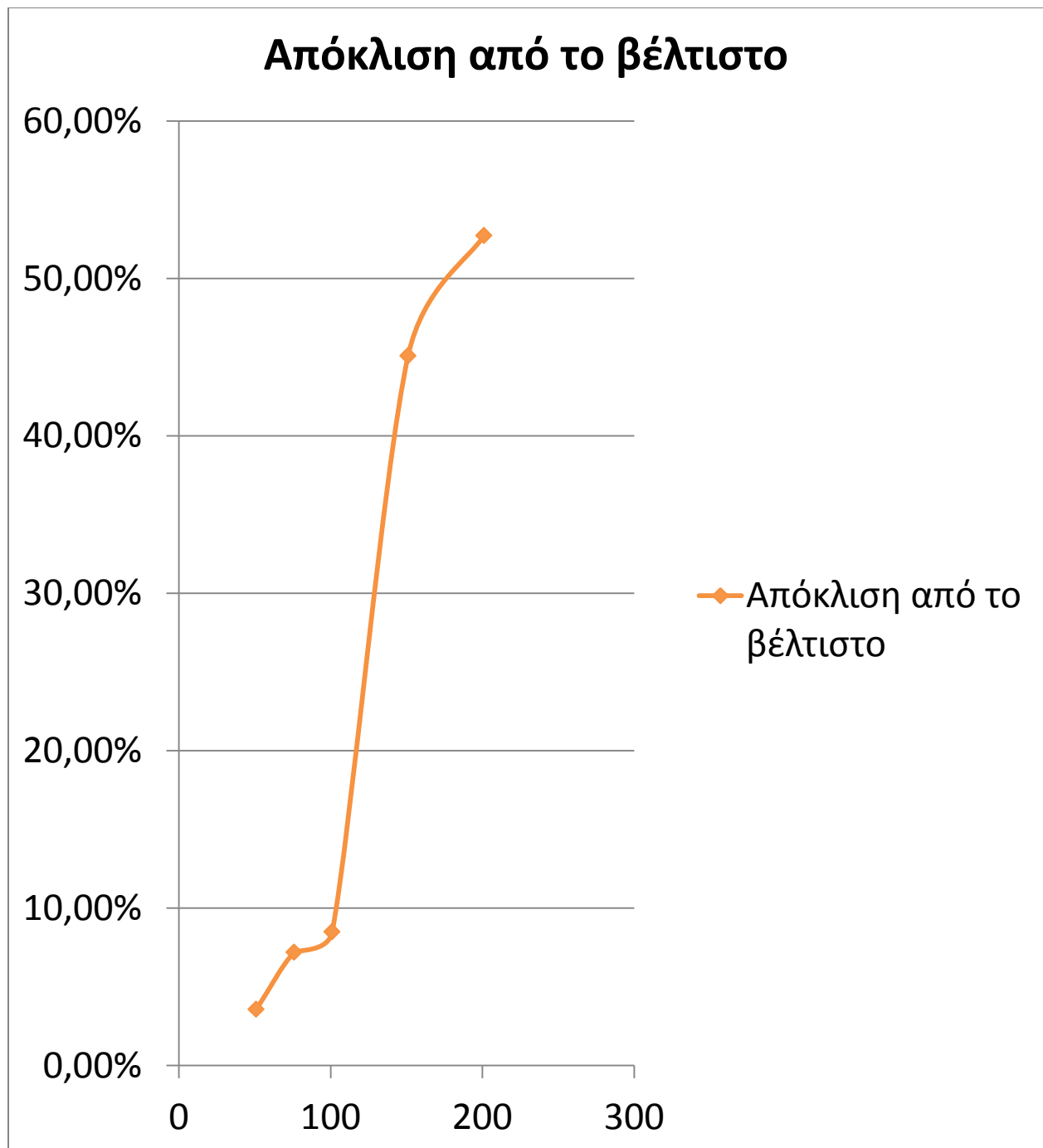
Διάγραμμα Απόκλισης από το Βέλτιστο



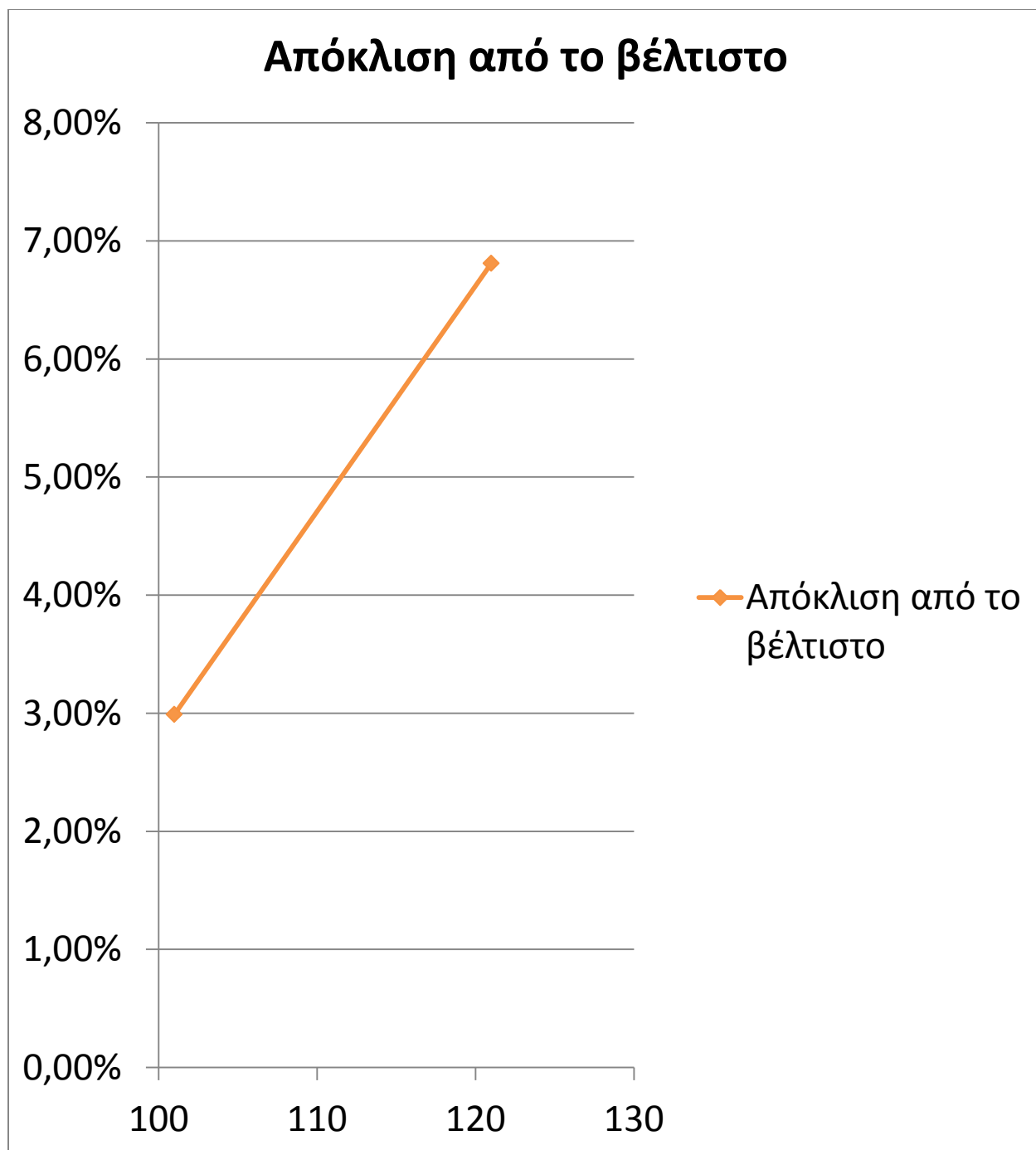
Διάγραμμα Κόμβων-Απόκλισης από το Βέλτιστο για τα par1-par5



Διάγραμμα Κόμβων-Απόκλισης από το Βέλτιστο για τα par11 και par12



Διάγραμμα Κόμβων-Απόκλισης από το Βέλτιστο για τα par6-par10



Διάγραμμα Κόμβων-Απόκλισης από το Βέλτιστο για τα par13 και par14

## **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6: ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ**

1. Applegate David L., Bixby Robert E., Chvatal Vasek, Cook William J., The Traveling Salesman Problem: A Computational Study, Princeton University Press, 2011
2. Benyus Janine M., Biomimicry, Perennial, 2002
3. Golden Bruce L., Raghavan S. , Wasil Edward A., The Vehicle Routing Problem: Latest Advances and New Challenges, Springer, 2008
4. Laporte G., Gendreau M., Potvin J-Y., Semet F., Classical and modern heuristics for the vehicle routing problem, International Transactions in Operational Research, vol. 7, 2000
5. Laporte Gilbert, Gendreau Michel, Potvin Jean-Yves, Metaheuristics for the Vehicle Routing Problem, Icole des hautes itudes commerciales, 1999
6. Martin Christopher, Logistics and Supply Chain, Management, FT Press, 4th edition, 2011
7. Μαρινάκης Ιωάννης, Μυγδαλάς Αθανάσιος, Σχεδιασμός και Βελτιστοποίηση της Εφοδιαστικής Αλυσίδας, εκδ. "σοφία", Θεσσαλονίκη 2008
8. Παππάς Ιωάννης Α., PLANT Management, 2008
9. Σιφνιώτης Κ., Logistics Management Θεωρία & Πράξη, εκδ. Παπαζήση, 1997
10. Wikipedia