



**ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ  
ΚΡΗΤΗΣ**

Πολυτεχνείο Κρήτης  
Τμήμα Μηχανικών Ορυκτών Πόρων

## **Συγκριτική αξιολόγηση κριτηρίων αστοχίας βραχομάζας**

Διπλωματική εργασία  
του φοιτητή Δημήτρη Καραγιάννη

Εξεταστική Επιτροπή:

Καθηγητής Αγιουτάντης Ζαχαρίας (Επιβλέπων)

Καθηγητής Εξαδάκτυλος Γεώργιος

Επίκουρος Καθηγητής Στειακάκης Εμμανουήλ

Χανιά  
Ιούνιος 2014



Αφιερώνεται,  
στην οικογένειά μου

Strong rock is strong, weak rock isn't  
Mark Zoback



## Περίληψη

Τις τελευταίες δεκαετίες παρουσιάστηκαν αρκετά κριτήρια αστοχίας για την περιγραφή της αντοχής της βραχομάζας. Τα κριτήρια αυτά στηρίζονται κυρίως σε εργαστηριακές μελέτες βραχομηχανικής, αλλά συχνά καθιστούν περίπλοκο το πρόβλημα υπολογισμού της αντοχής πετρωμάτων αντί να το επιλύσουν πρακτικά. Στο κεφάλαιο 1 της διπλωματικής εργασίας παρατίθενται ιστορικά στοιχεία, οι εξισώσεις και οι γραφικές παραστάσεις που περιγράφουν τα πρώτα κριτήρια αστοχίας που υιοθετήθηκαν στη βραχομηχανική: Mohr – Coulomb, von Mises, Tresca, Drucker – Prager, Hoek – Brown και Θεωρία Griffith.

Το κρίσιμο ερώτημα είναι ποιο από τα διαθέσιμα κριτήρια αστοχίας περιγράφει καλύτερα τη συμπεριφορά του έκαστου συγκεκριμένου πετρώματος. Στο κεφάλαιο 2 γίνεται προσπάθεια συνόψισης της μεθοδολογίας σύγκρισης κριτηρίων, όπως αυτή απορρέει από τη βιβλιογραφία, δηλαδή τις υπάρχουσες συγκριτικές μελέτες κριτηρίων αστοχίας που διερευνούν την εφαρμοσιμότητα κάποιων από τα γνωστά κριτήρια αστοχίας στον υπολογισμό μεγεθών ποικιλίας πετρωμάτων για τα οποία είναι διαθέσιμες πειραματικές τιμές πολυαξονικών δοκιμών. Επίσης παρατίθεται ο τρόπος εφαρμογής μίας μαθηματικής μεθόδου για τον προσδιορισμό των τιμών των παραμέτρων δώδεκα κριτηρίων: Mohr-Coulomb, Hoek – Brown, Pan – Hudson, Zhang – Zhu, Drucker – Prager, Simplified Priest, Modified Wiebols – Cook, Murrel, Παραβολοειδές εκ περιστροφής (Theocaris) και Τροποποιημένο Παραβολοειδές εκ περιστροφής, καθώς και Mogi 1967 και Mogi 1971. Στο τέλος του 2<sup>ου</sup> κεφαλαίου αναφέρονται ενδεικτικά κάποιες χαρακτηριστικές μελέτες που εστιάζουν σε συγκεκριμένες πτυχές του ζητήματος.

Στο 3<sup>ο</sup> κεφάλαιο επιχειρείται αρχικά η στατιστική σύγκριση των κριτηρίων που αναλύονται στο 2<sup>ο</sup> κεφάλαιο με αποτελέσματα πολυαξονικών δοκιμών. Πιο συγκεκριμένα συγκρίνονται η μέση τυπική απόκλιση μεταξύ της υπολογισμένης τάσης αστοχίας και της αντίστοιχης πειραματικής τιμής. Επίσης λαμβάνεται υπόψη η απόκλιση υπολογισμένης-πειραματικής αντοχής σε μονοαξονική θλίψη. Το κεφάλαιο ολοκληρώνει η ποιοτική σύγκριση των κριτηρίων βάσει των διαγραμμάτων ( $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$ ) για τις διάφορες τιμές  $\sigma_3$ . Επίσης γίνεται αναφορά στο κριτήριο Modified Lade.

Στο 4ο κεφάλαιο παρατίθενται τα συμπεράσματα της παρούσας διπλωματικής εργασίας. Το ερώτημα στο οποίο επιχείρησε να απαντήσει μέσα από τη βιβλιογραφική έρευνα δεν απαντήθηκε θετικά: δεν υπάρχει πρόταση στις συγκεκριμένες συγκριτικές μελέτες για το ποιο είναι το βέλτιστο κριτήριο αστοχίας ανά πέτρωμα. Το κριτήριο Mohr – Coulomb 240 χρόνια μετά παραμένει επίκαιρο. Η εύκολα κατανοητή φυσική σημασία του το καθιστά ακόμη πρακτικό εργαλείο. Επίσης διαδεδομένο είναι το κριτήριο Hoek – Brown. Είναι εύκολα εφαρμόσιμο, γιατί στηρίζεται σε εύκολες εργαστηριακές δοκιμές κι όχι σε πολύπλοκες και πολυδάπανες πολυαξονικές δοκιμές. Επίσης, έχει εύκολα προσδιορίσιμες παραμέτρους και μέσα σε σχεδόν 35 χρόνια έχει γνωρίσει πολλές επεκτάσεις και προσθήκες. Κάποια από τα πιο πρόσφατα κριτήρια έχουν εξίσου καλά αποτελέσματα.



## Ευχαριστίες

Η επιτυχής ολοκλήρωση της παρούσας διπλωματικής εργασίας οφείλεται κυρίως στην εμπιστοσύνη, την αμεσότητα και την υπομονή που έδειξε όλα αυτά τα χρόνια ο επιβλέπωντας καθηγητής μου, κ. Αγιουτάντης Ζαχαρίας. Η ανάθεση αυτού του ενδιαφέροντος θέματος και οι πολύτιμες συμβουλές που μου παρείχε καθόλη τη διάρκεια ήταν καθοριστικής σημασίας στην εκπλήρωση του στόχου.

Η περαίωση της διπλωματικής εργασίας πραγματοποιήθηκε χάρη στην αμέριστη συμπαράσταση της οικογένειάς μου. Ευχαριστώ τις κόρες μου Μυρτώ, Λίζα και Βασιλική που με επέτρεψαν να διαθέσω στη διπλωματική εργασία το χρόνο μου που δικαιωματικά τους ανήκε. Ιδιαίτέρως θα ήθελα να σταθώ στη γυναίκα μου Χριστίνα που χωρίς τη συνεχή παρότρυνσή της, την άοκνη υπομονή της, τις εύστοχες παρατηρήσεις της και τη βαθιά αγάπη της δε θα είχε περατωθεί η παρούσα διπλωματική.

Επίσης θα ήθελα να ευχαριστήσω τους φίλους και συμφοιτητές Μίλτο Τριανταφύλλου, Ιωάννα Παλιούρα, Δημήτρη Γκουνίδη και Ξένια Βασιλακοπούλου για την επιμονή τους όλα αυτά τα χρόνια να ολοκληρώσω τις σπουδές μου και το Θάνο Κουρούκλη για τη συμπόρευση στα τελευταία μαθήματα.

Κλείνοντας, θέλω να ευχαριστήσω τους γονείς μου Ορέστη και Βασιλική για την ηθική και οικονομική υποστήριξή τους στις σπουδές μου.

# ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

Περίληψη	iii
Ευχαριστίες	v
Περιεχόμενα	vi
Κατάλογος Πινάκων	ix
Κατάλογος Σχημάτων	x
<b>Κεφάλαιο 1 - Ιστορική αναδρομή κριτηρίων αστοχίας βραχομάζας</b>	<b>1</b>
1.1 Εισαγωγή	1
1.2 Κριτήρια αστοχίας βραχομάζας	1
1.2.1 Κριτήριο Mohr - Coulomb	1
1.2.2 Κριτήριο αστοχίας von Mises	6
1.2.3 Κριτήριο αστοχίας Tresca	7
1.2.4 Κριτήριο αστοχίας Drucker - Prager	8
1.2.5 Θεωρία Griffith	10
1.2.6 Κριτήριο αστοχίας Hoek - Brown	13
<b>Κεφάλαιο 2 - Μεθοδολογία σύγκρισης κριτηρίων</b>	<b>19</b>
2.1 Βήματα μεθοδολογίας σύγκρισης κριτηρίων	19
2.2 Προσδιορισμός τιμών παραμέτρων κριτηρίου	21
2.2.1 Mohr-Coulomb	22
2.2.2 Hoek - Brown	23
2.2.3 Pan - Hudson	23
2.2.4 Zhang – Zhu	25
2.2.5 Drucker – Prager	27
2.2.6 Simplified Priest	28
2.2.7 Modified Wiebols – Cook	29
2.2.8 Murrel	30
2.2.9 Παραβολοειδές εκ περιστροφής (Theocaris)	31
2.2.10 Τροποποιημένο Παραβολοειδές εκ Περιστροφής (Modified Theocaris)	32
2.2.11 Mogi 1967	33
2.2.12 Mogi 1971	34
2.3 Αναφορά σε συγκριτικές μελέτες	34



<b>Κεφαλαίο 3 - Σύγκριση κριτηρίων</b>	<b>37</b>
3.1 Στατιστική σύγκριση κριτηρίων	37
3.1.1 Απόκλιση $i\%$ - Σχολιασμός ως προς τα πετρώματα	41
3.1.2 Απόκλιση $i\%$ - Σχολιασμός ως προς τα κριτήρια	42
3.2 Σύγκριση βάσει τιμών αντοχής στη μονοαξονική θλίψη $C_0$	43
3.2.3 Σχολιασμός αντοχής στη μονοαξονική θλίψη $C_0$ ως προς τα πετρώματα	43
3.2.4 Σχολιασμός αντοχής στη μονοαξονική θλίψη $C_0$ ως προς τα κριτήρια	44
3.3 Διερεύνηση επίδρασης της $\sigma_2$	46
3.4 Ποιοτική σύγκριση κριτηρίων	47
3.4.1 Mohr – Coulomb	49
3.4.2 Hoek – Brown	50
3.4.3 Pan – Hudson	50
3.4.4 Zhang – Zhou	51
3.4.5 Drucker – Prager	52
3.4.6 Simplified Priest	53
3.4.7 Modified Wiebols – Cook	54
3.4.8 Murrel	54
3.4.9 Theocaris (Παραβολοειδές εκ Περιστροφής)	55
3.4.10 Modified Theocaris (Τροποποιημένο Παραβολοειδές εκ Περιστροφής)	56
3.4.11 Mogi (1967)	57
3.4.12 Mogi (1971)	58
3.4.13 Modified Lade	58
 <b>Κεφαλαίο 4 - Συμπεράσματα</b>	 <b>60</b>
4.1 Ευρήματα συγκριτικών μελετών	60
4.2 Προτάσεις μελλοντικής έρευνας	62
 Βιβλιογραφία	 64
 Παράρτημα Α	 68
Παράρτημα Β	69
Παράρτημα Γ	70



## Κατάλογος Πινάκων

<b>Πίνακας 3.1</b> Εξεταζόμενα πετρώματα	38
<b>Πίνακας 3.2</b> Απόκλιση $i\%$ ανά κριτήριο για κάθε πέτρωμα	40
<b>Πίνακας 3.3</b> Απόκλιση % της αντοχής στη μονοαξονική θλίψη $C_0$ που προβλέπει κάθε κριτήριο για $\sigma_2=0$ από την αντίστοιχη πειραματική για κάθε πέτρωμα	45

## Κατάλογος σχημάτων

<b>Σχήμα 1.1:</b> Κριτήριο αστοχίας Coulomb και ασφαλής περιοχή τάσεων	2
<b>Σχήμα 1.2:</b> Ορισμός του κύκλου του Mohr	3
<b>Σχήμα 1.3:</b> Κριτήριο αστοχίας Coulomb και κριτήριο αστοχίας Mohr	4
<b>Σχήμα 1.4:</b> Κριτήριο αστοχίας Mohr	4
<b>Σχήμα 1.5:</b> Το κριτήριο Mohr-Coulomb σε τρισδιάστατο πεδίο κυρίων τάσεων.	5
<b>Σχήμα 1.6:</b> Τομή της πυραμίδας Mohr-Coulomb σε καθαρό διατμητικό επίπεδο.	5
<b>Σχήμα 1.7:</b> Η κυλινδρική επιφάνεια του κριτηρίου διαρροής von Mises σε τρισδιάστατο πεδίο κυρίων τάσεων καθώς και η εξαγωνική επιφάνεια του κριτηρίου Tresca, η οποία περικλείεται από τον κύλινδρο του κριτηρίου von Mises	7
<b>Σχήμα 1.8:</b> Κριτήριο αστοχίας κατά von Mises και Tresca στο επίπεδο. Το σκιασμένο τμήμα είναι η ελαστική περιοχή (ασφαλής περιοχή τάσεων)	8
<b>Σχήμα 1.9:</b> Κριτήριο αστοχίας κατά Coulomb, Drucker-Prager και von Mises	9
<b>Σχήμα 1.10:</b> Drucker-Prager και Mohr-Coulomb σε καθαρό διατμητικό επίπεδο	10
<b>Σχήμα 1.11:</b> Ρωγμή Griffith τυχαίου προσανατολισμού σε θλιπτικό φορτίο	11
<b>Σχήμα 1.12:</b> Το κριτήριο Griffith σε άξονες $\sigma_1$ , $\sigma_2$ και σε άξονες T, $\sigma_n$	12
<b>Σχήμα 1.13:</b> Το κριτήριο Hoek – Brown σε τρισδιάστατη αναπαράσταση (αριστερά) και σε καθαρό διατμητικό επίπεδο (δεξιά)	17
<b>Σχήμα 2.1:</b> Μεθοδολογία σύγκρισης κριτηρίων αστοχίας	20
<b>Σχήμα 2.2:</b> Προβολές επιφανειών αστοχίας	24
<b>Σχήμα 2.3:</b> Προβολές επιφανειών αστοχίας σε αποκλίνον επίπεδο γενικευμένων Hoek – Brown κριτηρίων	26
<b>Σχήμα 2.4:</b> Προβολές επιφανειών αστοχίας σε αποκλίνον επίπεδο	29
<b>Σχήμα 3.1:</b> Μέση απόκλιση i% για τα πετρώματα Αμφιβολίτης, Δολομίτης, Ασβεστόλιθος και Ψαμμίτης	41
<b>Σχήμα 3.2:</b> Μέση απόκλιση i% για τα πετρώματα Σχιστόλιθος, Γρανίτης και Τραχύτης	42
<b>Σχήμα 3.3:</b> Διάγραμμα συντελεστή συσχέτισης συναρτήσει της ελάχιστης τάσης $\sigma_3$	46
<b>Σχήμα 3.4:</b> Διάγραμμα προσέγγισης $(\sigma_1 - \sigma_2)$ κριτηρίων Mohr – Coulomb, Hoek – Brown, Pan - Hudson και Zhang - Zhou	47

<b>Σχήμα 3.5:</b> Διάγραμμα προσέγγισης $(\sigma_1 - \sigma_2)$ κριτηρίων Drucker – Prager, Simplified Priest, Τροποποιημένο Wiebols - Cook και Murrel, Theocaris και Τροποποιημένο Theocaris	48
<b>Σχήμα 3.6:</b> Διάγραμμα προσέγγισης $(\sigma_1 - \sigma_2)$ κριτηρίου Mogi 67 δυναμονομική, κριτηρίου Mogi 71 δυναμονομική και Mogi 71 γραμμική	49
<b>Σχήμα 3.7:</b> Διαγράμματα προσέγγισης $(\sigma_1 - \sigma_2)$ κριτηρίου Mohr – Coulomb σε ασβεστόλιθο και ψαμμίτη	50
<b>Σχήμα 3.8:</b> Διαγράμματα προσέγγισης $(\sigma_1 - \sigma_2)$ κριτηρίου Hoek – Brown σε ασβεστόλιθο και ψαμμίτη	50
<b>Σχήμα 3.9:</b> Διάγραμμα προσέγγισης κριτηρίου Pan – Hudson σε γρανίτη $(\sigma - \tau)$ και $(\sigma_1 - \sigma_2)$ για διαφορετικές τιμές αντοχής σε μονοαξονική θλίψη	51
<b>Σχήμα 3.10:</b> Διαγράμματα προσέγγισης $(\sigma_1 - \sigma_2)$ κριτηρίου Zhang – Zhou σε αμφιβολίτη και γρανίτη	52
<b>Σχήμα 3.11:</b> Διαγράμματα προσέγγισης $(\sigma_1 - \sigma_2)$ κριτηρίου Drucker – Prager σε αμφιβολίτη και δολομίτη	53
<b>Σχήμα 3.12:</b> Διάγραμμα προσέγγισης $(\sigma_1 - \sigma_2)$ κριτηρίου Simplified Priest σε ψαμμίτη	53
<b>Σχήμα 3.13:</b> Διάγραμμα προσέγγισης $(\sigma_1 - \sigma_2)$ κριτηρίου Modified Wiebols – Cook σε γρανίτη	54
<b>Σχήμα 3.14:</b> Διαγράμματα προσέγγισης $(\sigma_1 - \sigma_2)$ κριτηρίου Murrel σε ψαμμίτη σχιστόλιθο, γρανίτη και τραχύτη	55
<b>Σχήμα 3.15:</b> Διαγράμματα προσέγγισης $(\sigma_1 - \sigma_2)$ κριτηρίου Theocaris σε σχιστόλιθο και ασβεστόλιθο για διαφορετικές τιμές αντοχής σε μονοαξονική θλίψη	56
<b>Σχήμα 3.16:</b> Διάγραμμα προσέγγισης $(\sigma_1 - \sigma_2)$ κριτηρίου Modified Theocaris	57
<b>Σχήμα 3.17:</b> Διαγράμματα προσέγγισης κριτηρίου Mogi (1967) σε ψαμμίτη (α) και αμφιβολίτη (β), (Colmenares and Zoback, 2002)	57
<b>Σχήμα 3.18:</b> Διαγράμματα προσέγγισης $(\sigma_1 - \sigma_2)$ κριτηρίου Mogi 1971 (δυναμονομική) σε αμφιβολίτη και γρανίτη	58
<b>Σχήμα 3.19:</b> Διαγράμματα προσέγγισης $(\sigma_1 - \sigma_2)$ κριτηρίου Modified Lade σε δολομίτη και ψαμμίτη	59



# ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

## Ιστορική αναδρομή κριτηρίων αστοχίας βραχομάζας

### 1.1 Εισαγωγή

Τις τελευταίες δεκαετίες παρουσιάστηκαν αρκετά κριτήρια αστοχίας για την περιγραφή της αντοχής της βραχομάζας. Τα κριτήρια αυτά στηρίζονται κυρίως σε εργαστηριακές μελέτες βραχομηχανικής, αλλά περισσότερο καθιστούν περίπλοκο το πρόβλημα υπολογισμού της αντοχής πετρωμάτων παρά το επιλύουν πρακτικά (Colmenares and Zoback, 2002). Στο κεφάλαιο αυτό παρατίθενται ιστορικά στοιχεία και οι εξισώσεις που περιγράφουν τα πρώτα κριτήρια αστοχίας που εισήχθησαν, καθώς και οι σχετικές γραφικές παραστάσεις. Επιπλέον το Παράρτημα Α περιλαμβάνει μία λίστα κριτηρίων των οποίων η ανάλυση ξεφεύγει από τα πλαίσια της παρούσης διπλωματικής εργασίας.

### 1.2 Κριτήρια αστοχίας βραχομάζας

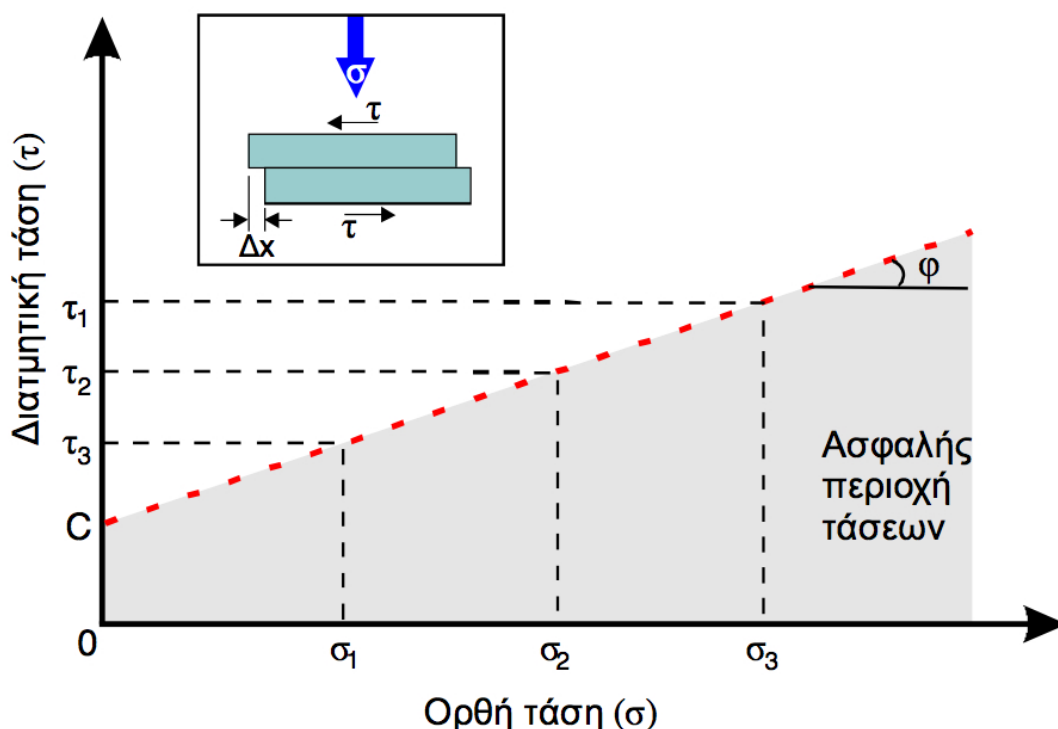
#### 1.2.1 Κριτήριο Mohr - Coulomb

Το κριτήριο Mohr - Coulomb είναι το αποτέλεσμα της έμπνευσης δύο μεγάλων ανδρών, του Γερμανού πολιτικού μηχανικού Otto Mohr που γεννήθηκε στις 1835 και απεβίωσε στις 1918 και του Γάλλου στρατιωτικού μηχανικού Charles-Augustin de Coulomb που γεννήθηκε στις 1736 και απεβίωσε στις 1806 (Steiakakis, 2013).

Οι δύο άνδρες ποτέ δεν συνυπήρχαν, αλλά τα λαμπρά μυαλά τους συνέβαλαν σημαντικά στην επιστημονική γνώση. Ο συνδυασμός των δύο θεωριών έδωσε το κριτήριο αστοχίας Mohr - Coulomb.

Χρονολογικά προηγείται ο Coulomb, ο οποίος είχε εμπλακεί σε έργα στρατιωτικής άμυνας προσπαθώντας να κατασκευάσει ψηλότερα τείχη για το γαλλικό στρατό. Ήθελε να κατανοήσει την πλευρική πίεση του εδάφους έναντι των τοίχων αντιστήριξης και τη διατμητική αντοχή του εδάφους, για να διερευνήσει γιατί τα ψηλότερα τείχη συνήθως κατέρρεαν και για να προσπαθήσει να τα κατασκευάσει έτσι ώστε να σταθούν. Δημιούργησε μία δοκιμή διατμητικής τάσης και παρατήρησε πως η διατμητική αντοχή του εδάφους αποτελούνταν από μία παράμετρο που ήταν ανεξάρτητη της τάσης και ονομάστηκε συνοχή (cohesion)  $c$  κι από μία που ήταν εξαρτώμενη από την τάση, ίδια με την τριβή ολίσθησης στερού σώματος που ονομάστηκε γωνία εσωτερικής τριβής (angle of internal friction)  $\varphi$ . Πιθανόν εκτέλεσε αρκετές δοκιμές και ανακάλυψε πως για διαφορετικές ορθές τάσεις ( $\sigma$ ) ίσχυαν διαφορετικές διατμητικές τάσεις ( $\tau$ ). Τοποθετώντας αυτά τα δεδομένα σε ένα διάγραμμα ( $\tau$ - $\sigma$ ) (Σχ. 1.1) παρατήρησε την ευθεία γραμμή που εκφράζεται από τη σχέση (Εξ. 1.1).

$$|\tau| = c + \sigma \cdot \tan(\varphi) \quad (\text{Εξ. 1.1})$$



**Σχ. 1.1:** Κριτήριο αστοχίας Coulomb και ασφαλής περιοχή τάσεων (Steiakakis, 2013).

Εν τέλει, το 1773 ο Coulomb διατύπωσε τη θεωρία της εσωτερικής τριβής (internal friction theory) ή θεωρία της αστοχίας σε διάτμηση (shear failure theory).

Σε επεξήγηση των όρων συνοχή και γωνία εσωτερικής τριβής αναφέρονται τα ακόλουθα (Αγιουτάντης από Roberts, 1977).

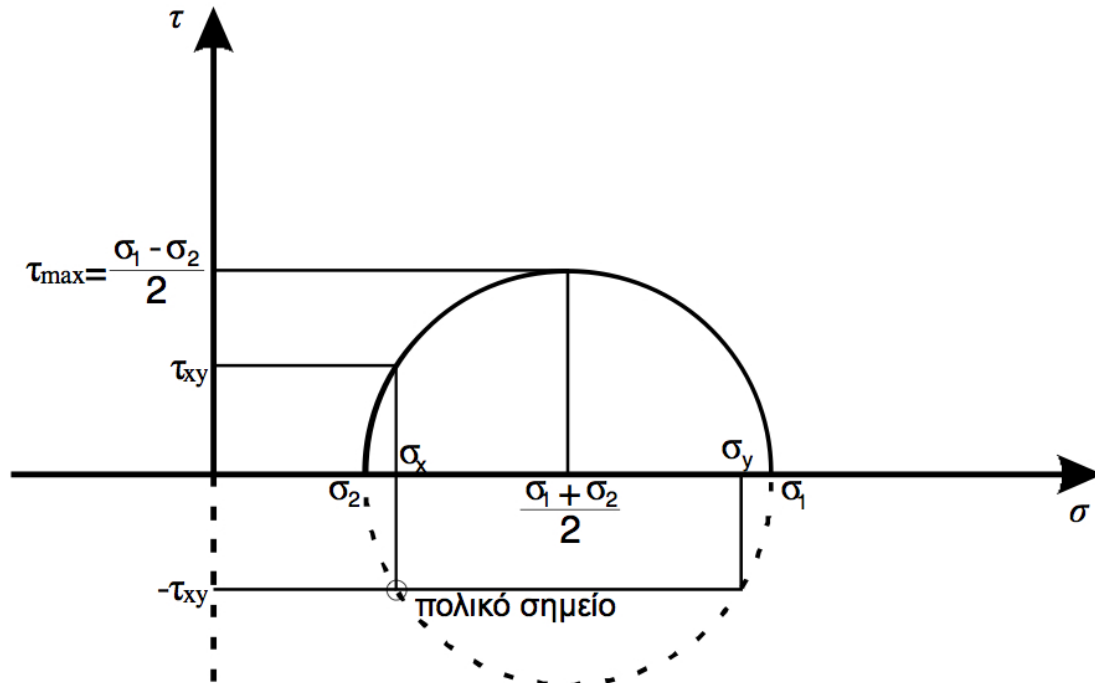
- Ένα μη συνεκτικό εδαφικό υλικό, δηλαδή ένα υλικό για το οποίο  $c=0$  χαρακτηρίζεται από το ότι η μέγιστη κλίση πρανούς καθορίζεται από τις δυνάμεις τριβής των κόκκων και ισούται με τη γωνία φυσικής απόθεσης (angle of repose).
- Σε ένα συνεκτικό εδαφικό υλικό, η μέγιστη κλίση πρανούς είναι μεγαλύτερη από αυτή που καθορίζεται από τη γωνία φυσικής απόθεσης. Οι επιπλέον δυνάμεις, που συμβάλλουν στη συγκράτηση του υλικού, οφείλονται στη συνοχή του.

Επομένως, ένα υλικό αστοχεί σε διάτμηση κατά ένα επίπεδο, όταν οι διατμητικές τάσεις που αναπτύσσονται υπερβούν τη συνοχή του υλικού και τη τάση που αναπτύσσεται λόγω τριβής (ηλεκτροστατικές δυνάμεις), που εκφράζεται ως ποσοστό της κάθετης τάσης στο επίπεδο αυτό. Σημειώνεται ότι το πρόσημο της διατμηματικής τάσης προσδιορίζει τη διεύθυνση ολίσθησης και επομένως στην **(Εξ. 1.1)** χρησιμοποιείται η απόλυτη τιμή (μέτρο) της διατμητικής τάσης  $|T|$ .

Το κριτήριο Coulomb δύναται να εφαρμοστεί σε ψαθυρά πετρώματα με την παραδοχή ότι η διατμηματική αντοχή στο επίπεδο αστοχίας ενισχύεται από ένα παράγοντα τριβής (Αγιουτάντης από Roberts, 1977). Η θεωρία αυτή είναι γνωστή ως θεωρία των Coulomb-Navier ή κριτήριο Coulomb για πετρώματα (Claude-Louis Navier, Γάλλος μηχανικός & φυσικός, 1785–1836).



Στα τέλη του 19ου αιώνα ο Mohr πρότεινε τον ομώνυμο κύκλο (**Σχ. 1.2**) σαν μια εύκολη γραφική μέθοδο για το μετασχηματισμό συντεταγμένων του δισδιάστατου εντατικού πεδίου, δηλαδή τον υπολογισμό της μέγιστης διατμητικής τάσης και των κυρίων τάσεων (Steiakakis, 2013).

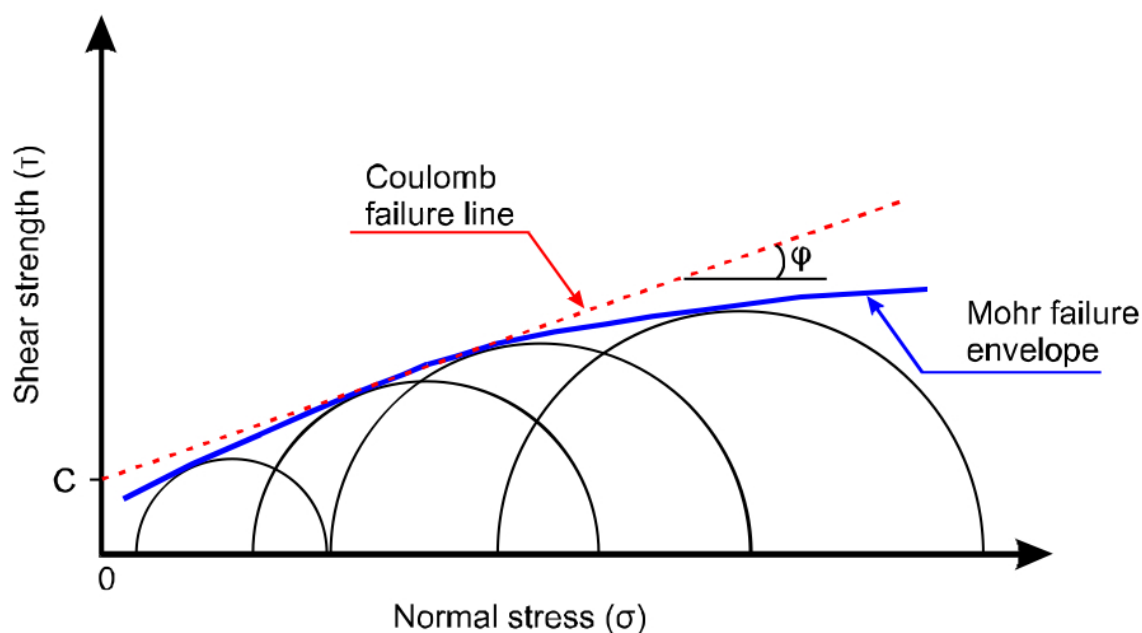


**Σχ. 1.2:** Ορισμός του κύκλου του Mohr (Αγιουτάντης, 2002)

Περί το 1900, ο Mohr διατύπωσε την άποψη ότι η ορθή και η διατμητική τάση σε ένα επίπεδο συνδέονται με μία γενική συνάρτηση της μορφής (**Εξ. 1.2**) (αναφορά Αγιουτάντης από Jaeger and Cook, 1979), η οποία είναι χαρακτηριστική για κάθε υλικό.

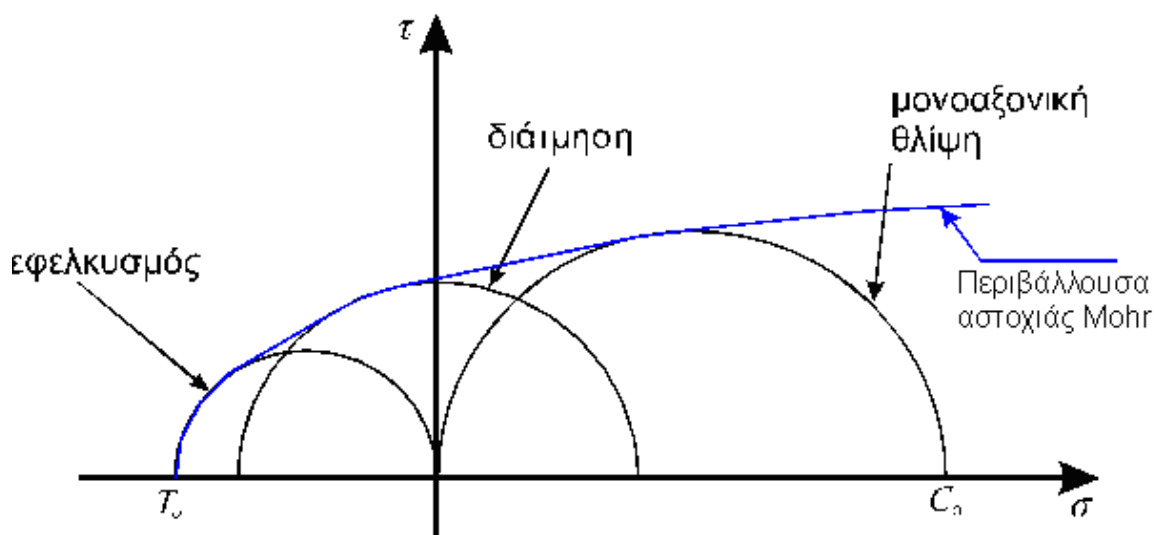
$$|\tau| = f(\sigma) \quad (\text{Εξ. 1.2})$$

Σημειώνεται ότι, καθώς το πρόσημο της διατμητικής τάσης αναφέρεται μόνο στη διεύθυνση ολίσθησης, η παραπάνω συνάρτηση λαμβάνει υπόψη μόνο το μέγεθος της διατμητικής τάσης. Η συνάρτηση αυτή παριστάνεται από μία καμπύλη στο επίπεδο ( $\sigma, \tau$ ) (**Σχ. 1.3**). Αν οι τιμές  $\sigma, \tau$  που περιγράφουν την εντατική κατάσταση κάποιου υλικού (και που είναι δυνατόν να παρασταθούν γραφικά από τον κύκλο του Mohr για κάθε επίπεδο που διέρχεται από δεδομένο στοιχείο), βρίσκονται κάτω από την καμπύλη  $f(\sigma)$ , τότε οι συνθήκες αστοχίας δεν πληρούνται. Συνεπώς ένα υλικό πρόκειται να αστοχήσει, όταν ο κύκλος του Mohr, που κατασκευάζεται για μία δεδομένη εντατική κατάσταση, εφάπτεται ή τέμνει την καμπύλη  $f(\sigma)$ . Από τα παραπάνω συνάγεται ότι η τιμή της ενδιάμεσης κύριας τάσης  $\sigma_2$  (όπου  $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$ ), δεν επιδρά στη διαμόρφωση του κριτηρίου αστοχίας. Ο προσδιορισμός της καμπύλης αυτής, η οποία ονομάζεται περιβάλλουσα αστοχίας του Mohr (Mohr's failure envelope), είναι δυνατόν να προσδιοριστεί πειραματικά για κάθε πέτρωμα, για το οποίο έχουν γίνει τρεις τουλάχιστον τριαξονικές δοκιμές θλίψης.



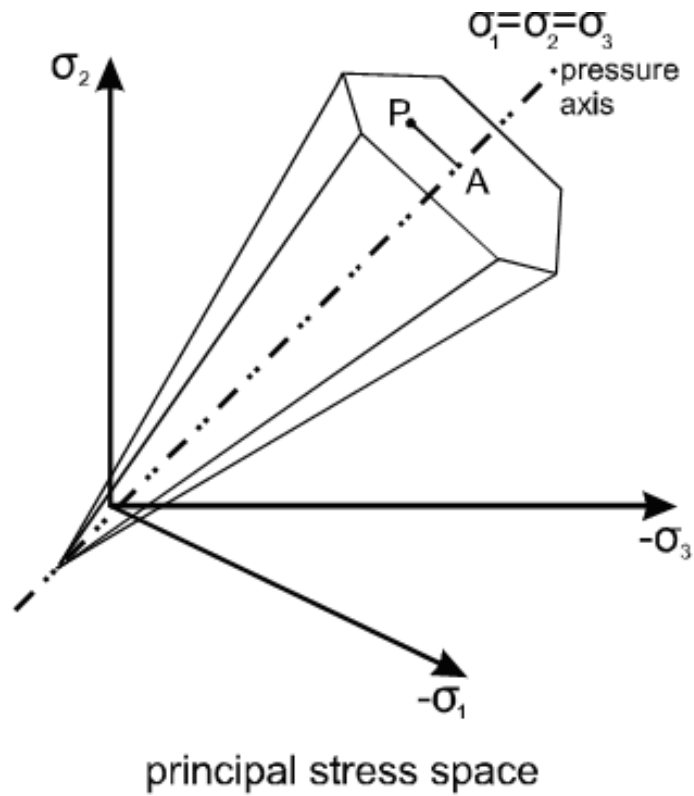
**Σχ. 1.3:** Κριτήριο αστοχίας Coulomb και κριτήριο αστοχίας Mohr (Steiakakis, 2013).

Είναι επίσης δυνατόν το κριτήριο αστοχίας του Mohr να προσδιοριστεί χρησιμοποιώντας εναλλακτικά, αντί των τριών τριαξονικών δοκιμών, μία δοκιμή μονοαξονικής θλίψης, μία δοκιμή διάτμησης και μία δοκιμή εφελκυσμού (Σχ. 1.4).

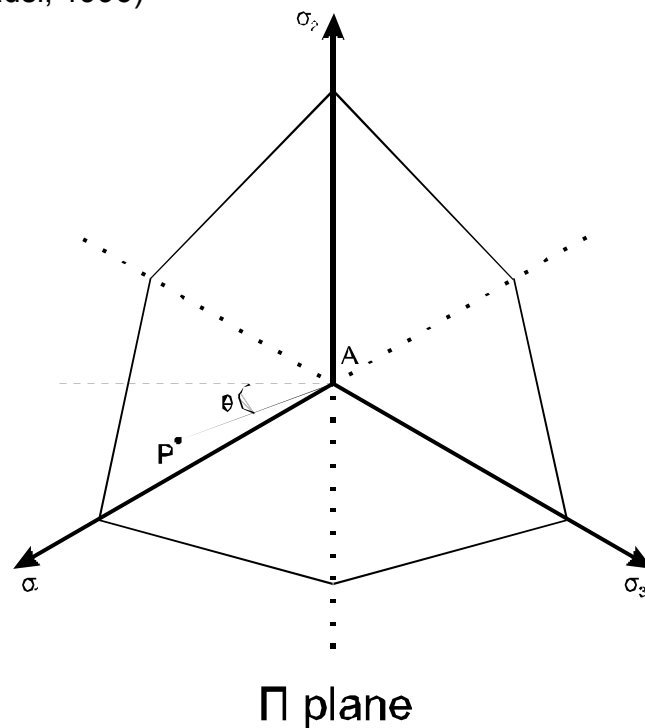


**Σχ. 1.4:** Κριτήριο αστοχίας Mohr

Δεν είναι γνωστό πότε συνδυάστηκαν οι δύο θεωρίες, αλλά συνδυάζοντας το κριτήριο αστοχίας του Mohr με την εξίσωση του Coulomb λαμβάνεται μια ευθεία περιβάλλουσα (Steiakakis από Holtz et al, 1981). Η αναπαράσταση του κριτηρίου Mohr-Coulomb σε τρισδιάστατο πεδίο κυρίων τάσεων δίνει μη-κανονική εξαγωνική πυραμίδα με άξονα τον υδροστατικό άξονα όπου ισχύει  $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$  (Σχ. 1.5 και Σχ. 1.6)



**Σχ. 1.5:** Το κριτήριο Mohr-Coulomb σε τρισδιάστατο πεδίο κυρίων τάσεων. (Beekman and Badsì, 1996)



**Σχ. 1.6:** Τομή της πυραμίδας Mohr-Coulomb σε καθαρό διατμητικό επίπεδο. (Beekman and Badsì, 1996)

### 1.2.2 Κριτήριο αστοχίας von Mises

Στον τομέα της Μηχανικής στερεών σωμάτων ο Richard von Mises συνέβαλε σημαντικά στη θεωρία της πλαστικότητας, διατυπώνοντας αυτό που έχει γίνει γνωστό ως το Κριτήριο διαρροής von Mises (Wikipedia-Von\_Mises yield criterion, 2013). Η τάση von Mises χρησιμοποιείται για να προβλέψει τη διαρροή των υλικών κάτω από οποιαδήποτε εντατική κατάσταση από τα αποτελέσματα των απλών μονοαξονικών δοκιμών αντοχής. Ικανοποιεί την ιδιότητα ότι δύο εντατικές καταστάσεις με την ίδια ενέργεια παραμόρφωσης έχουν ίση τάση von Mises.

Σύμφωνα με το κριτήριο διαρροής του von Mises, η διαρροή ενός όλκιμου υλικού κάτω από την επίδραση σύνθετης εντατικής κατάστασης αρχίζει όταν η ισοδύναμη τάση  $\sigma_{eq}$  ισούται με την αντοχή σε εφελκυσμό, όπως αυτή μετρείται κατά τη διαρροή του υλικού λόγω καθαρού εφελκυσμού (Αγιουτάντης, 2002). Το κριτήριο αυτό μπορεί να διατυπωθεί χρησιμοποιώντας κύριες τάσεις (Εξ. 1.3):

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}{2}} \quad (\text{Εξ. 1.3})$$

είτε χρησιμοποιώντας τις καρτεσιανές συνιστώσες του τανυστή τάσης (Εξ. 1.4):

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\frac{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)}{2}} \quad (\text{Εξ. 1.4})$$

είτε χρησιμοποιώντας τον αποκλίνοντα τανυστή τάσης (Εξ. 1.5):

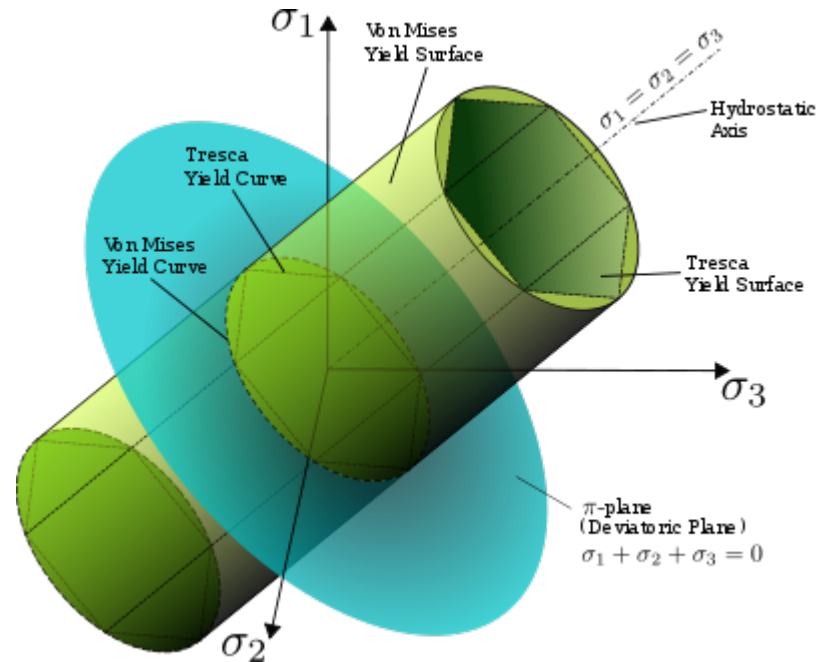
$$\sigma_{eq} = \sqrt{\frac{3}{2} \hat{\sigma}_{ij} \hat{\sigma}_{ij}} \quad (\text{Εξ. 1.5})$$

Σε τρεις διαστάσεις, το κριτήριο αυτό παριστάνεται από ένα κύλινδρο ακτίνας  $\sigma_A$  με διεύθυνση που δίνεται από τη διεύθυνση του οκταεδρικού επιπέδου. Στο παρακάτω σχήμα απεικονίζεται η επιφάνεια αστοχίας σύμφωνα με το κριτήριο αστοχίας von Mises (Σχ. 1.7).

Εάν το σημείο που εκφράζει την τυχαία εντατική κατάσταση βρίσκεται μέσα στον κύλινδρο, τότε το υλικό βρίσκεται στην ελαστική περιοχή. Εάν το σημείο βρίσκεται στην επιφάνεια διαρροής, τότε αρχίζει η διαρροή του υλικού, ενώ όταν το σημείο αυτό βρίσκεται έξω από τον κύλινδρο, τότε έχει ήδη δημιουργηθεί πλαστική παραμόρφωση στο υλικό. Θεωρείται από πολλούς πως η τάση κατά von Mises παριστάνει την αποθηκευμένη ενέργεια παραμόρφωσης σε ενός υλικού.

Επειδή το κριτήριο διαρροής von Mises είναι ανεξάρτητο από την πρώτη αναλλοίωτη (first stress invariant), είναι εφαρμόσιμο για την ανάλυση της πλαστικής παραμόρφωσης όλκιμων υλικών, όπως μέταλλα, καθώς το κατώφλι διαρροής αυτών των υλικών δεν εξαρτάται από την υδροστατική συνιστώσα του τανυστή τάσης (Wikipedia, 2013). Είναι μέρος μιας θεωρίας πλαστικότητας που εφαρμόζεται καλύτερα σε όλκιμα υλικά, όπως μέταλλα.

Πριν τη διαρροή, η απόκριση των υλικών θεωρείται ότι είναι ελαστική.



**Σχ. 1.7:** Η κυλινδρική επιφάνεια του κριτηρίου διαρροής von Mises σε τρισδιάστατο πεδίο κυρίων τάσεων καθώς και η εξαγωνική επιφάνεια του κριτηρίου Tresca, η οποία περικλείεται από τον κύλινδρο του κριτηρίου von Mises (wikipedia, 2007).

Στην περίπτωση δισδιάστατης εντατικής κατάστασης (**Σχ. 1.8**), τότε το κριτήριο von Mises σε άξονες  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  δίνεται από μία έλλειψη.

### 1.2.3 Κριτήριο αστοχίας Tresca

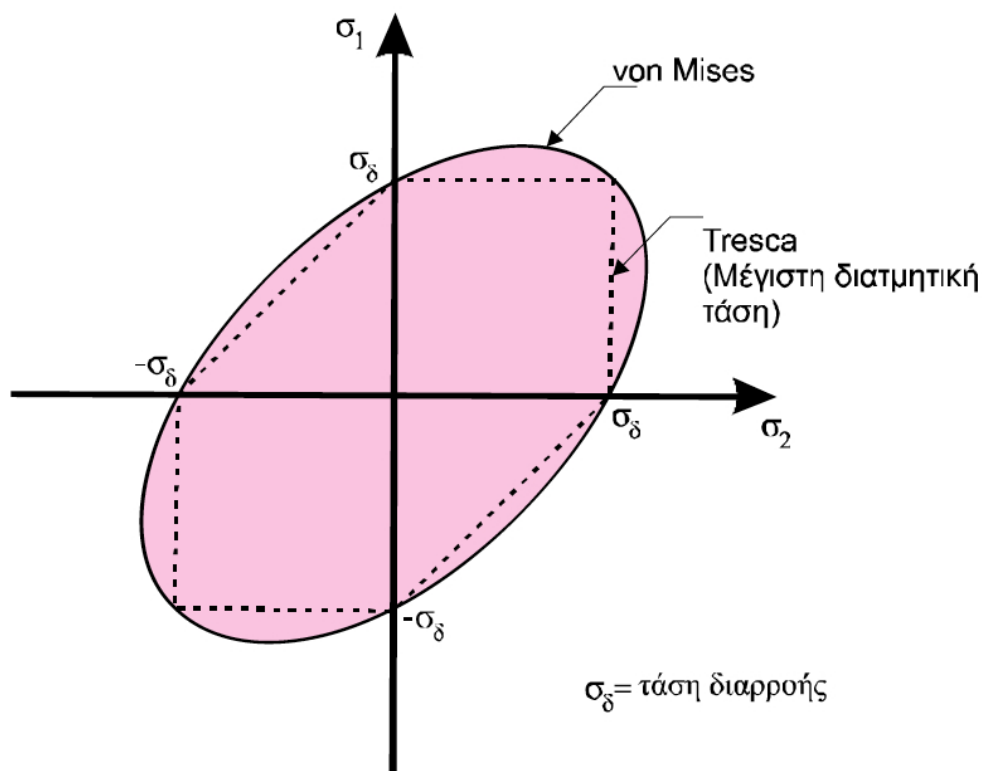
Ο Γάλλος επιστήμονας Henri Edouard Tresca (1814-1885) διατύπωσε το 1868 τη θεωρία της μέγιστης διατμητικής τάσης: η διαρροή σε όλκιμα υλικά υπό σύνθετη εντατική κατάσταση συμβαίνει όταν η μέγιστη διατμητική τάση γίνει ίση με τη μέγιστη διατμητική τάση  $\sigma_A$ , που αναπτύσσεται τη στιγμή της διαρροής, όταν το υλικό καταπονείται σε καθαρό εφελκυσμό (Αγιουτάντης από Πρασιανάκης, 1986). Το κριτήριο αυτό διατυπώνεται μαθηματικά ως εξής (**Εξ. 1.6**):

$$[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 - \sigma_A^2] \cdot [(\sigma_2 - \sigma_3)^2 - \sigma_A^2] \cdot [(\sigma_3 - \sigma_1)^2 - \sigma_A^2] = 0 \quad (\text{Εξ. 1.6})$$

και ως συνάρτηση των αποκλινουσών συνιστωσών τάσης (**Εξ. 1.7**):

$$[(\hat{\sigma}_1 - \hat{\sigma}_2)^2 - \sigma_A^2] \cdot [(\hat{\sigma}_2 - \hat{\sigma}_3)^2 - \sigma_A^2] \cdot [(\hat{\sigma}_3 - \hat{\sigma}_1)^2 - \sigma_A^2] = 0 \quad (\text{Εξ. 1.7})$$

Σε τρεις διαστάσεις, το κριτήριο αυτό παριστάνεται από ένα εξαγωνικό πρίσμα ακτίνας  $\sigma_{\Delta}$  με διεύθυνση που δίνεται από τη διεύθυνση του οκταεδρικού επιπέδου (**Σχ. 1.7**). Εάν το σημείο που εκφράζει την τυχαία εντατική κατάσταση βρίσκεται μέσα στο πρίσμα, τότε το υλικό βρίσκεται στην ελαστική περιοχή. Εάν το σημείο βρίσκεται στην επιφάνεια διαρροής, τότε αρχίζει η διαρροή του υλικού, ενώ όταν το σημείο αυτό βρίσκεται έξω από το πρίσμα, τότε έχει ήδη δημιουργηθεί πλαστική παραμόρφωση στο υλικό.



**Σχ. 1.8:** Κριτήριο αστοχίας κατά von Mises και Tresca στο επίπεδο. Το σκιασμένο τμήμα είναι η ελαστική περιοχή (ασφαλής περιοχή τάσεων) (Αγιουτάντης, 2002)

Στην περίπτωση δισδιάστατης εντατικής κατάστασης (**Σχ. 1.8**), τότε το κριτήριο Tresca σε άξονες  $\sigma_1, \sigma_2$  δίνεται από ένα εξαγώνο.

#### 1.2.4 Κριτήριο αστοχίας Drucker - Prager

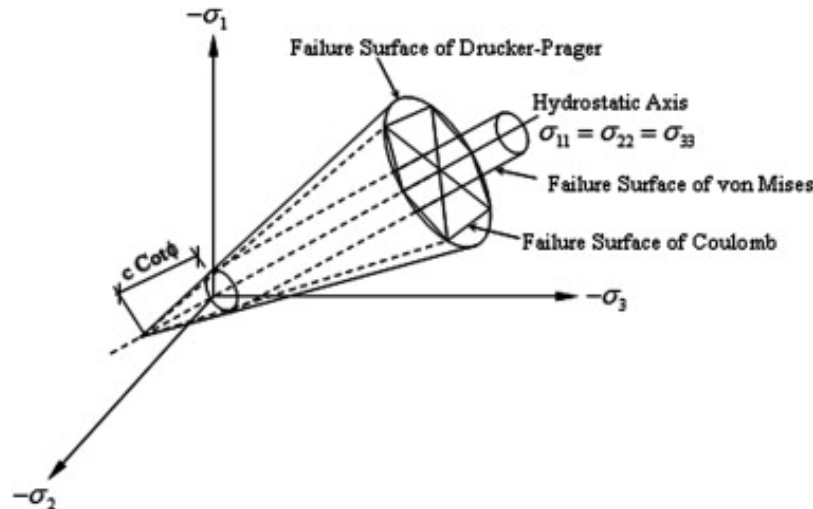
Ο Daniel Charles Drucker (1918-2001) ήταν ένας Αμερικανός μηχανικός με συνεισφορά στο πεδίο της πλαστικότητας υλικών. Ο William Prager (1903-1980) ήταν Γερμανός μαθηματικός με ειδίκευση στα Εφαρμοσμένα Μαθηματικά. Η συνεργασία των δύο ανδρών στο πανεπιστήμιο Brown, όπου ήταν καθηγητές τις δεκαετίες '40 και '50, είχε αποτέλεσμα το κριτήριο διαρροής Drucker-Prager (1952). Το κριτήριο αναπτύχθηκε για να διαχειριστεί καταστάσεις πλαστικής παραμόρφωσης των εδαφών. Το κριτήριο και οι πολλές παραλλαγές του είχαν εφαρμογή στα πετρώματα, το

σκυρόδεμα, τα πολυμερή, τα αφρώδη υλικά κι άλλα εξαρτώμενα τάσης υλικά (Υυ, 2002).

Το κριτήριο των Drucker-Prager είναι μία μαθηματική τροποποίηση του κριτηρίου του von Mises (Κοζάνης, 2002), που λαμβάνει υπόψη της την επιρροή της υδροστατικής συνιστώσας και δίνεται από την ακόλουθη γενική σχέση **(Εξ. 1.8)**

$$f = \alpha J_1 + \sqrt{J_2} = k \quad \text{(Εξ. 1.8)}$$

όπου  $J_1$ ,  $J_2$  είναι οι σταθερές του αποκλίνοντα τανυστή τάσης και  $\alpha$ ,  $k$  σταθερές του υλικού καθορισμένες από πειράματα. Όταν  $\alpha=0$ , το κριτήριο ισοδυναμεί με το κριτήριο του von Mises οπότε κι η επιφάνεια αστοχίας περιγράφεται από ένα ορθό κύλινδρο. Σε κάθε άλλη περίπτωση, η επιφάνεια αστοχίας είναι κώνος με άξονα τον υδροστατικό άξονα **(Σχ. 1.9)**.



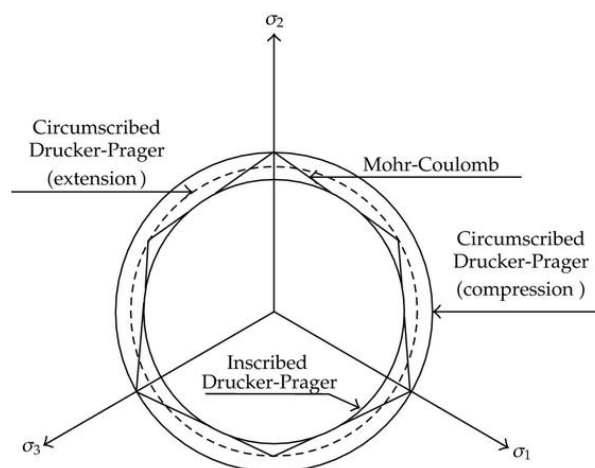
**Σχ. 1.9:** Κριτήριο αστοχίας κατά Coulomb, Drucker-Prager και von Mises

Το κριτήριο Drucker-Prager αποτελεί μία γενίκευση της υπόθεσης των Mohr-Coulomb. Ο κώνος του κριτηρίου Drucker-Prager μπορεί να προσαρμοστεί στην επιφάνεια της μη-κανονικής εξαγωνικής πυραμίδας του κριτηρίου Mohr-Coulomb. Άρα η επιφάνεια αστοχίας του κριτηρίου Drucker-Prager είναι μία εξομάλυνση της επιφάνειας αστοχίας του κριτηρίου Mohr-Coulomb. Όταν η επιφάνεια του κριτηρίου Drucker-Prager περικλείει (circumscribed Drucker-Prager) την επιφάνεια του κριτηρίου Mohr-Coulomb **(Σχ. 1.9)**, τότε οι παράμετροι  $\alpha$  και  $k$ , υπολογίζονται μέσω των παραμέτρων  $\varphi$  (γωνία εσωτερικής τριβής) και  $c$  (συνοχή) από τις σχέσεις **(Εξ. 1.9)** (Κοζάνης, 2002):

$$\alpha = \frac{2 \sin \varphi}{\sqrt{3}(3 - \sin \varphi)}, \quad k = \frac{6c \cos \varphi}{\sqrt{3}(3 - \sin \varphi)} \quad \text{(Εξ. 1.9)}$$

Όταν η επιφάνεια του κριτηρίου Drucker-Prager περικλείεται (inscribed Drucker-Prager) από την επιφάνεια του κριτηρίου Mohr-Coulomb, τότε οι παράμετροι  $\alpha$  και  $k$  υπολογίζονται από τις σχέσεις **(Εξ. 1.10)** (Κοζάνης, 2002):

$$a = \frac{2 \sin \varphi}{\sqrt{3}(3 + \sin \varphi)}, \quad k = \frac{6c \cos \varphi}{\sqrt{3}(3 + \sin \varphi)} \quad (\text{Εξ. 1.10})$$



**Σχ. 1.10:** Drucker-Prager και Mohr-Coulomb σε καθαρό διατμητικό επίπεδο (Sagrilo et al., 2012)

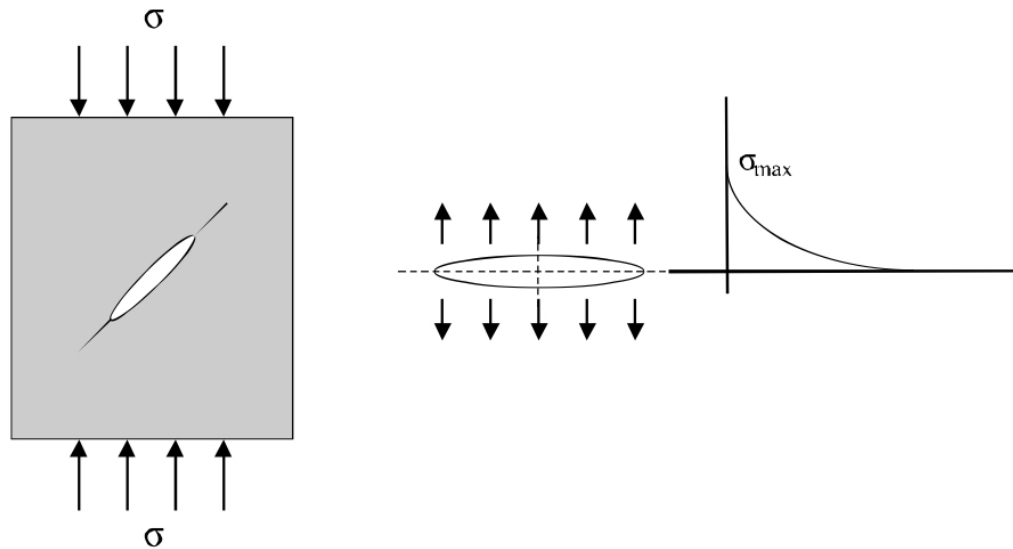
Αν η γωνία εσωτερικής τριβής  $\varphi=0$ , τότε η προσαρμογή των κριτηρίων είναι η περίπτωση της προσαρμογής των επιφανειών των κριτηρίων Tresca και von Mises.

### 1.2.5 Θεωρία Griffith

Ένα από τα σημαντικότερα βήματα για την ανάλυση της θραύσης των πετρωμάτων πραγματοποιήθηκε από τον Murrell το 1958 που υποστήριξε ότι το κριτήριο θραύσης του Griffith του 1924 μπορούσε να εφαρμοσθεί και στα πετρώματα με κατάλληλη τρισδιάστατη προσαρμογή. Ο Alan Arnold Griffith (1893 – 1963) ήταν Άγγλος μηχανικός με μεγάλη συνεισφορά στην μηχανική αντοχή των μετάλλων. Σύμφωνα με τον Griffith, η θραύση έχει σημεία εκκίνησης μικροσκοπικές ρωγμές του υλικού όπου παρουσιάζεται συγκέντρωση τάσεων στις αιχμές τους (περιοχές με μηδενική σχεδόν, ακτίνα καμπυλότητας), με συνέπεια να προκαλείται επέκταση των ρωγμών αυτών (για συγκεκριμένη τιμή τάσης και αντίστοιχο προσανατολισμό ρωγμής), η οποία οδηγεί στην αστοχία του υλικού (Κοζάνης, 2002). Επομένως αστοχία επέρχεται, όταν η μέγιστη εφελκυστική τάση στη ρωγμή με τον πλέον επικίνδυνο προσανατολισμό υπερβεί μία κρίσιμη χαρακτηριστική τιμή για το υλικό (**Σχ. 1.11**). Η θραύση σύμφωνα με τον Griffith είναι ψαθυρή και μπορεί



να εφαρμοστεί σε υλικά που μπορούν να αστοχήσουν με αυτόν τον τρόπο. Στα πετρώματα τέτοιες μικροσκοπικές ρωγμές μπορούν να υπάρχουν στις επαφές των ορυκτών τους ή και εντός των κόκκων, ως αποτέλεσμα γεωλογικών καταπονήσεων. Ο Griffith έκανε τα πειράματά του σε γυαλί, ένα υλικό με έντονα ψαθυρή συμπεριφορά. Αρχικά εφάρμοσε μονοαξονική εφελκυστική τάση σε πλάκα ομοιόμορφου πάχους, που περιείχε ελλειπτική ρωγμή με άξονα κάθετο στη διεύθυνση φόρτισης. Στη συνέχεια επέκτεινε τη θεωρία του στη διάδοση της ρωγμής μέσα σε μία πλάκα που υπόκειται σε θλιπτικές τάσεις (Σοφιανός, 2008).



**Σχ. 1.11:** Ρωγμή Griffith τυχαίου προσανατολισμού σε θλιπτικό φορτίο (Αγιουτάντης, 2002)

Το κριτήριο αστοχίας του Griffith είναι απλό σαν σκέψη και βασίζεται στις εξής παραδοχές (Αγιουτάντης από Jaeger and Cook, 1979):

- Τα ψαθυρά υλικά περιέχουν στη δομή τους τυχαία προσανατολισμένες μικροσκοπικές ρωγμές, που στην επιπεδη θεώρηση έχουν σχήμα έλλειψης. Το υλικό κατά τα άλλα θεωρείται ελαστικό και ομοιογενές.
- Μία ρωγμή είναι δυνατό να επεκταθεί, όταν η εφαπτομενικές τάσεις στην επιφάνειά της υπερβούν κάποιο όριο χαρακτηριστικό για το κάθε υλικό.
- Η διεύθυνση θραύσης είναι πάντοτε κάθετη στην επιφάνεια μίας ρωγμής.
- Από ενεργειακή άποψη, μία ρωγμή θα επεκταθεί (δλδ. θα αυξηθεί το μήκος της), όταν η συνολική δυναμική ενέργεια του συστήματος των εξωτερικών δυνάμεων και του υλικού ελαττώνεται ή παραμένει σταθερή.

Βάσει των παραπάνω παραδοχών η θεωρία μπορεί να προβλέψει τον προσανατολισμό της ρωγμής που θα αστοχήσει και τη διεύθυνση της γραμμής αστοχίας πάνω σε αυτή.

Το κριτήριο μπορεί να εκφραστεί συναρτήσει των κυρίων τάσεων  $\sigma_1$  και  $\sigma_2$  (θλίψη θετική) ως εξής:

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 \leq 8T_0(\sigma_1 + \sigma_2) \quad \text{όπου } \sigma_1 + 3\sigma_2 \geq 0 \quad (\text{Εξ. 1.11})$$

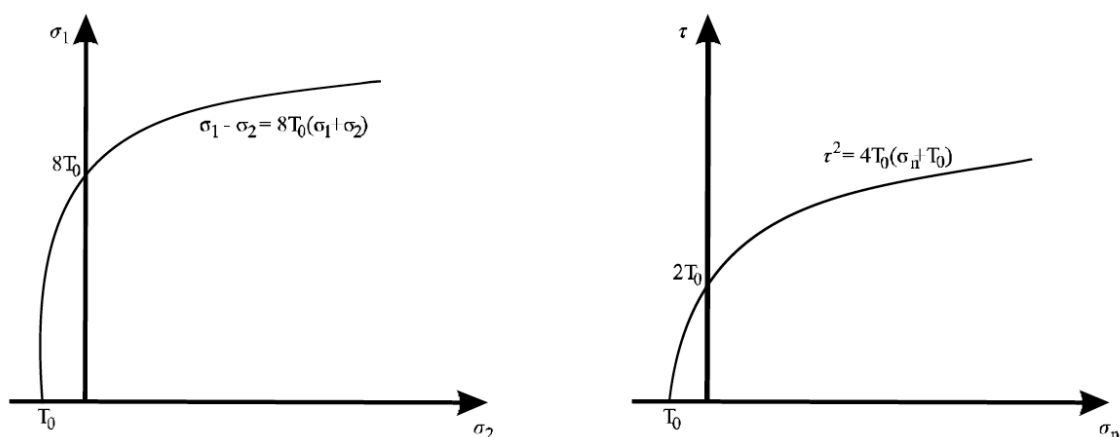
$$\sigma_2 \leq -T_0 \quad \text{όπου } \sigma_1 + 3\sigma_2 \geq 0$$

Ο όρος  $T_0$  της (Εξ. 1.11) είναι η αντοχή σε μονοαξονικό εφελκυσμό. Είναι φανερό πως για  $\sigma_2 = 0 \Rightarrow \sigma_1 = 8T_0$ . Συνεπώς η αντοχή σε θλίψη είναι 8 φορές μεγαλύτερη από την αντοχή σε εφελκυσμό, ένας σοβαρός περιορισμός για την εφαρμογή του κριτηρίου στη βραχομηχανική.

Το κριτήριο Griffith μπορεί να εκφραστεί σε άξονες διαμητικής τάσης  $\tau$  και ορθής τάσης  $\sigma$  ως εξής:

$$\tau^2 = 4T_0(\sigma + T_0) \quad (\text{Εξ. 1.12})$$

Οι σχέσεις (Εξ. 1.11) και (Εξ. 1.12) απεικονίζονται στο σχήμα (Σχ. 1.12).



**Σχ. 1.12:** Το κριτήριο Griffith σε άξονες  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  και σε άξονες  $\tau$ ,  $\sigma_n$  (Αγιουτάντης, 2002)

Η θεωρία του Griffith προέκυψε από μελέτες σε εφελκυστικά πεδία τάσεων κι έχει ισχύ για συνθήκες ανοικτής ρωγμής (Κοζάνης από Σακελλαρίου, 1989 και Theocaris and Sakellariou, 1990, 1991). Εντούτοις, το ενδιαφέρον για την βραχομηχανική, σε θλιπτικό πεδίο η ρωγή κλείνει και η αντίσταση σε θραύση οφείλεται πλέον στην τριβή μεταξύ των τοιχωμάτων της ρωγμής. Εφόσον οι ρωγμές είναι κλειστές, οι περιβάλλουσες ( $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$ ) και ( $\tau$ ,  $\sigma$ ) είναι ευθύγραμμες, ενώ στην περίπτωση που είναι ανοικτές οι περιβάλλουσες είναι παραβολές (Σχ. 1.12). Η θεωρία που εξετάζει την αστοχία όταν οι ρωγμές είναι κλειστές είναι η τροποποιημένη θεωρία του Griffith.

Ο Murrell (1963) επέκτεινε την θεωρία του Griffith σε 3 διαστάσεις, ώστε να συμμετέχουν και οι 3 κύριες τάσεις στην αστοχία. Σύμφωνα με τη θεωρία του Murrell, η επιφάνεια αστοχίας είναι ένα παραβολοειδές εκ περιστροφής. Το κριτήριο του Murrell εκφράζεται από τη σχέση:

$$(\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_1)^2 = 24T_0(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \quad (\text{Εξ. 1.12})$$

$$\sigma_2 = 0 \Rightarrow \sigma_1 = 8T_0$$

Για την περίπτωση μονοαξονικής δοκιμής σε θλίψη ( $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$ ) προκύπτει  $\sigma_1 = 12T_0$ . Η σχέση αυτή, καθώς και η  $\sigma_2 = 0 \Rightarrow \sigma_1 = 8T_0$ , προέρχονται από τη θεωρητική ανάπτυξη της θεωρίας των ρωγμών Griffith και προβλέπουν μία σχέση μεταξύ της αντοχής σε μονοαξονική θλίψη και της αντοχής σε εφελκυσμό. Στην πράξη, παρόλο που οι σχέσεις αυτές δεν ικανοποιούνται με ακρίβεια, θεωρείται πως η  $\sigma_1 = 12T_0$  περιγράφει καλύτερα το συσχετισμό των αντοχών σε θλίψη και εφελκυσμό ενός πετρώματος.

Μελέτες επάνω στην δημιουργία και διάδοση ρωγμών σε πετρώματα (Χαλακατεβάκης από Hoek and Bieniawski, 1965, Hoek, 1968) έδειξαν ότι το αρχικό αλλά και το τροποποιημένο κριτήριο του Griffith επαρκούν για την εκτίμηση της εκκίνησης της ρωγμάτωσης των πετρωμάτων αλλά δεν μπορούν να περιγράψουν την διάδοση των ρωγμών και την τελική αστοχία των πετρωμάτων. Το κριτήριο του Griffith δεν εφαρμόζεται στην πράξη, ωστόσο είναι ιδιαίτερης αξίας γιατί αποτέλεσε την πρώτη θεωρητική προσέγγιση του προβλήματος της αντοχής των πετρωμάτων και έδωσε αφορμή για την ανάπτυξη νέων μοντέλων αστοχίας τα οποία είχαν ως αρχική ιδέα το κριτήριο αυτό.

### 1.2.6 Κριτήριο αστοχίας Hoek - Brown

Το αρχικό κριτήριο αστοχίας Hoek - Brown αναπτύχθηκε κατά τη διάρκεια της συγγραφής του βιβλίου "Underground Excavations in Rock" (Υπόγειες εκσκαφές σε βράχο) από τους E. Hoek και E.T. Brown (1980) ώστε να παρέχει τις απαιτούμενες πληροφορίες για το σχεδιασμό υπογείων εκσκαφών. Η προσπάθεια επικεντρώθηκε στην ανάπτυξη μίας αδιάστατης εξίσωσης που θα μπορούσε να αναχθεί συναρτήσει των γεωλογικών δεδομένων λόγω της έλλειψης κατάλληλων μεθόδων υπολογισμού της αντοχής της βραχομάζας. Η αρχική εξίσωση Hoek - Brown δεν ήταν ούτε νέα ούτε μοναδική: μία παρόμοια εξίσωση χρησιμοποιούνταν για την περιγραφή της αστοχίας στο σκυρόδεμα ήδη από το 1936.

Η σημαντική συμβολή της Hoek-Brown στον τομέα της γεωμηχανικής ήταν ότι συνέδεσε την εξίσωση (αστοχίας σκυροδέματος) με την ταξινόμηση βραχομάζας RMR-Rock Mass Rating του Bieniawski (Hoek and Marinos, 2007). Από το αρχικό στάδιο της ανάπτυξης του κριτηρίου διαπιστώθηκε ότι δε θα είχε πρακτική αξία αν οι παράμετροι δε μπορούσαν να εκτιμηθούν με απλές γεωλογικές παρατηρήσεις στο πεδίο. Εξετάσθηκε η περίπτωση ανάπτυξης μίας ταξινόμησης για αυτό το σκοπό, αλλά εφόσον είχε ήδη

δημοσιευτεί και γίνει ευρέως αποδεκτή από την κοινότητα των γεωμηχανικών η ταξινόμηση Bieniawski RMR, αποφασίστηκε να χρησιμοποιηθεί αυτή.

Η ταξινόμηση RMR προτάθηκε από τον Bieniawski (1973, 1976) και έλαβε την τελική του μορφή το 1989 χωρίς ουσιαστικές διαφοροποιήσεις (B. Μαρίνος, 2011). Το σύστημα χρησιμοποιεί έξι παραμέτρους που βαθμονομούνται χωριστά και τελική τιμή του RMR, η οποία κυμαίνεται μεταξύ 0 και 100, προκύπτει ως άθροισμα **(Εξ. 1.13)** των επιμέρους δεικτών. :

$$RMR = R1 + R2 + R3 + R4 + R5 + R6 \quad (\text{Εξ. 1.13})$$

Οι παράμετροι κι οι αντίστοιχοι δείκτες που χρησιμοποιούνται στο σύστημα RMR είναι οι εξής:

- Δείκτης R1: Αντοχή του άρρηκτου βράχου
- Δείκτης R2: Δείκτης ποιότητας της βραχομάζας RQD
- Δείκτης R3: Απόσταση μεταξύ των ασυνεχειών
- Δείκτης R4: Κατάσταση των επιφανειών των ασυνεχειών
- Δείκτης R5: Συνθήκες υπόγειου νερού
- Δείκτης R6: Προσανατολισμός των ασυνεχειών σε σχέση με τη φορά διάνοιξης της σήραγγας

Το αρχικό κριτήριο δημιουργήθηκε για χρήση υπό περιορισμένες συνθήκες υπογείων εκσκαφών. Οι αρχικές σχέσεις βασίστηκαν σε δεδομένα που προέρχονταν από δοκιμές σε δείγματα βραχομάζας από το ορυχείο Bougainville στην Παπούα, Νέα Γουινέα (Hoek and Brown, 1980). Η βραχομάζα σε αυτό το πεδίο ήταν πολύ ισχυρός ανδεδίτης (περίπου 270 Μpa αντοχή σε μονοαξονική θλίψη) με πολυάριθμες καθαρές, τραχείς και κενές διακλάσεις. Ένα από τα πιο σημαντικά σύνολα δεδομένων προέρχονταν από μία σειρά τριαξονικών δοκιμών που διεξήχθησαν από τον καθηγητή John Jaeger στο Αυστραλιανό Εθνικό Πανεπιστήμιο στην Καμπέρα (Australian National University, Canberra). Οι δοκιμές αφορούσαν δείγματα διαμέτρου 150 mm ισχυρά ρωγματομένου ανδεδίτη που ελήφθησαν με διαμαντοτρύπανο από τις εξερευνητικές γεωτρήσεις στο ορυχείο Bougainville.

Το αρχικό κριτήριο, με την έμφασή στα ισχυρά πετρώματα, βασίστηκε στην υπόθεση ότι η αστοχία βραχομάζας εξαρτάται από σύνθεση και περιστροφή ανεξάρτητων κομματιών πέτρας που διαχωρίζονταν από πολυάριθμες επιφάνειες ρωγμών. Εγιναν δύο υποθέσεις ότι: η αστοχία του ακέραιου πετρώματος δεν παίζει σημαντικό ρόλο στη συνολική διαδικασία που οδηγεί στην αστοχία και ο σχηματισμός των διακλάσεων είναι χαοτικός, οπότε δεν υπάρχουν κατευθύνσεις αστοχίας που να είναι πιο πιθανές και η βραχομάζα μπορεί να θεωρηθεί ισοτροπική.

Με βάση τα αποτελέσματα τριαξονικών δοκιμών και λαμβάνοντας υπόψη το κριτήριο Griffith, οι Hoek and Brown (1980) πρότειναν την εξής σχέση **(Εξ. 1.14)**:

$$\sigma_1 = \sigma_3 + (m\sigma_c\sigma_3 + s\sigma_c^2)^{0.5} \quad (\text{Εξ. 1.14})$$

όπου

$\sigma_1$ : η μέγιστη κύρια τάση κατά την αστοχία

$\sigma_3$ : η ελάχιστη κύρια τάση κατά την αστοχία

$\sigma_c$ : η αντοχή του άρρηκτου πετρώματος σε μονοαξονική θλίψη

m και S: σταθερές εξαρτώμενες από τον τύπο του πετρώματος και από το βαθμό τεκτονισμού του (για άρρηκτο υλικό  $m = m_i$  και  $S=1$ )

Ένα από τα ζητήματα που έπρεπε να επιλυθούν κατά την ανάπτυξη του κριτηρίου ήταν η σχέση μεταξύ των μη γραμμικών παραμέτρων m και S του κριτηρίου Hoek-Brown και των παραμέτρων C και  $\phi$  του κριτηρίου Mohr - Coulomb. Ο λόγος ήταν ότι πρακτικά όλες οι διαθέσιμες εφαρμογές εδαφομηχανικής και γεωμηχανικής ήταν γραμμένες σύμφωνα με το κριτήριο Mohr - Coulomb, οπότε ήταν απαραίτητο να καθοριστεί η σχέση μεταξύ των παραμέτρων m και S και C και  $\phi$ , έτσι ώστε να μπορέσει το κριτήριο Hoek - Brown να χρησιμοποιηθεί στο υπάρχον λογισμικό (Hoek, 1983). Μία ακριβής θεωρητική λύση του προβλήματος αναπτύχθηκε από το Δρ John W. Bray στο Imperial College of Science and Technology και ανακοινώθηκε πρώτη φορά το 1983. Επίσης η δημοσίευση αυτή επέκτεινε κάποιες από τις έννοιες του αρχικού κριτηρίου Hoek and Brown του 1980 και αντιπροσωπεύει μία από τις περισσότερο εμπεριστατωμένες εκδοχές του. Οι εξισώσεις που συνδέουν τις παραμέτρους m και S του κριτηρίου Hoek-Brown και τις παραμέτρους C και  $\phi$  του κριτηρίου Mohr - Coulomb, καθώς και οι σχέσεις που περιγράφουν τις επόμενες εκδοχές του κριτηρίου, παρατίθενται στο Παράρτημα Β.

Η χρήση του κριτηρίου ήταν ήδη ευρέως διαδεδομένη το 1988, συμπεριλαμβανομένης και της ανάλυσης ευστάθειας πρανούς. Όπως σημειώθηκε πρωτίτερα, το κριτήριο αναπτύχθηκε αρχικά για τον καθορισμό των συνθηκών περιμετρικά υπογείων εκσκαφών και αναγνωρίστηκε πως έδινε υποεκτιμημένα αποτελέσματα πλησίον επιφανειών πρανών. Στη συνέχεια, το 1988, εισήχθηκε η έννοια του αδιάρρηκτου και του διαρρηγμένου πετρώματος ώστε να παρέχει μία μέθοδο υποβάθμισης των ιδιοτήτων για τις επιφανειακές βραχομάζες (Hoek and Brown, 1988). Για την περιγραφή του άρρηκτου πετρώματος λαμβάνει υπόψη του δύο παραμέτρους αντοχής, ενώ για τη βραχώμαζα χρησιμοποιείται ένας επιπλέον μειωτικός παράγοντας λόγω της παρουσίας των ασυνεχειών. Ο παράγοντας αυτός είναι η τιμή που λαμβάνει η βραχώμαζα στο σύστημα ταξινόμησης RMR του Bieniawski του 1974 (Χαλακατεβάκης, 2010). Επιπλέον οι Hoek & Brown (1988) καθόρισε μία μέθοδο χρήσης της ταξινόμησης RMR για την εκτίμηση των παραμέτρων εισόδου του λογισμικού. Προτάθηκε, τα υπόγεια ύδατα να ταξινομούνται πάντα ως 10 (εντελώς ξηρό) και η διεύθυνση των διακλάσεων να ταξινομείται πάντα ως μηδέν (η προτιμότερη), ώστε να αποφευχθεί ο διπλός υπολογισμός της επίδρασης των δύο αυτών παραμέτρων της ανάλυσης. Να σημειωθεί πως οι παραπάνω ταξινομήσεις χρειάζεται να προσαρμοσθούν σε μεταγενέστερες εκδόσεις της ταξινόμησης RMR του Bieniawski.

Το 1992 η χρήση του κριτηρίου Hoek-Brown είχε γίνει πλέον ευρέως διαδεδομένη και χρησιμοποιούνταν σε πολύ ασθενείς βραχομάζες λόγω της έλλειψης των κατάλληλων εναλλακτικών λύσεων. Αυτές οι μάζες πετρωμάτων διέφεραν σημαντικά από το μοντέλο ισχυρής βραχομάζας που χρησιμοποιήθηκε για την ανάπτυξη του αρχικού κριτηρίου. Ειδικότερα, κρίθηκε ότι το αρχικό κριτήριο Hoek Brown υπερεκτιμούσε την αντοχή σε πεπερασμένο εφελκυσμό, οπότε έπρεπε να αναθεωρηθεί. Ο Dr Sandip Shah στη διδακτορική διατριβή του πρότεινε ένα τροποποιημένο κριτήριο που περιείχε μία νέα παράμετρο  $\alpha$  που παρείχε το μέσο για την αλλαγή της καμπυλότητας της περιβάλλουσας αστοχίας, ιδιαίτερα στην περιοχή πολύ χαμηλών τάσεων (Hoek et al, 1992). Ουσιαστικά, το τροποποιημένο αυτό κριτήριο Hoek Brown οδηγεί το φάκελο αστοχίας να παρουσιάσει μηδενική αντοχή σε εφελκυσμό.

Σύντομα έγινε προφανές ότι το τροποποιημένο κριτήριο ήταν πολύ συντηρητικό όταν χρησιμοποιούνταν για ισχυρές βραχομάζες, οπότε ένα γενικευμένο κριτήριο αστοχίας προτάθηκε από δύο ερευνητικές εργασίες (Hoek, 1994 και Hoek et al, 1995). Αυτό το γενικευμένο κριτήριο ενσωμάτωνε τόσο το πρωτότυπο όσο και το τροποποιημένο κριτήριο με ένα κατώφλι σε μία τιμή RMR περίπου 25. Ως εκ τούτου, για βραχομάζες με ισχυρά έως μέτρια μηχανικά χαρακτηριστικά εφαρμόζεται το αρχικό Hoek - Brown κριτήριο, ενώ για βραχομάζες με ασθενή μηχανικά χαρακτηριστικά το τροποποιημένο κριτήριο (του 1992) με μηδενική αντοχή σε εφελκυσμό.

Οι δύο αυτές εργασίες (οι οποίες πρακτικά είναι ίδιες) εισήγαγαν την έννοια του Γεωλογικού Δείκτη Αντοχής Geological Strength Index (GSI) σε αντικατάσταση του RMR του Bieniawski. Είχε καταστεί προφανές ότι η ταξινόμηση RMR του Bieniawski είναι δύσκολο να εφαρμοστεί σε ασθενείς βραχομάζες και επίσης, ότι για αυτές τις περιπτώσεις η σχέση μεταξύ RMR και των  $m$  και  $s$  δεν είναι πλέον γραμμική. Θεωρήθηκε επίσης ότι απαιτείται ένα σύστημα που να βασίζεται περισσότερο σε θεμελιώδεις γεωλογικές παρατηρήσεις και λιγότερο σε αριθμούς.

Εγκαταλείφθηκε η ιδέα της άρρηκτης και διαρρηγμένης βραχομάζας και μετατοπίστηκε στο χρήστη η επιλογή της τιμής του GSI που περιγράφει καλύτερα τα διάφορα είδη πετρωμάτων μιας τοποθεσίας. Οι αρχικές παράμετροι για διαρρηγμένη βραχομάζα προέκυψαν από την απλή μείωση της αντοχής κατά μία γραμμή στον πίνακα κατάταξης. Θεωρήθηκε ότι αυτό ήταν πάρα πολύ αυθαίρετο και αποφασίστηκε ότι θα ήταν προτιμότερο να επιτρέπεται στο χρήστη να αποφασίσει τι είδους διαταραχή εμπλέκεται και να κρίνει πόσο να μειώσει το δείκτη GSI ώστε να αντικατοπτρίζει την απώλεια αντοχής. Ο δείκτης GSI χρησιμοποιείται για να ληφθεί υπόψη η παρουσία των ασυνεχειών στο πέτρωμα. Οι προσμετρούμενοι παράγοντες είναι η δομή της βραχομάζας και η ποιότητα των επιφανειών των ασυνεχειών (Παράρτημα Γ).

Το 1997 παρουσιάζεται μια νέα μέθοδος για την εκτίμηση της ισοδύναμης συνοχής και της γωνίας τριβής Mohr Coulomb (Hoek and Brown, 1997). Στη μέθοδο αυτή το κριτήριο Hoek-Brown χρησιμοποιείται για να παράγει μια σειρά από τιμές που συσχετίζουν τη διατμητική τάση με την ορθή τάση, οι οποίες αντιμετωπίζονται ως τα αποτελέσματα μιας υποθετικής μεγάλης κλίμακας *in situ* τριαξονικής ή διατμητικής δοκιμής. Χρησιμοποιείται μια μέθοδος γραμμικής παλινδρόμησης για την εύρεση της μέσης κλίσης

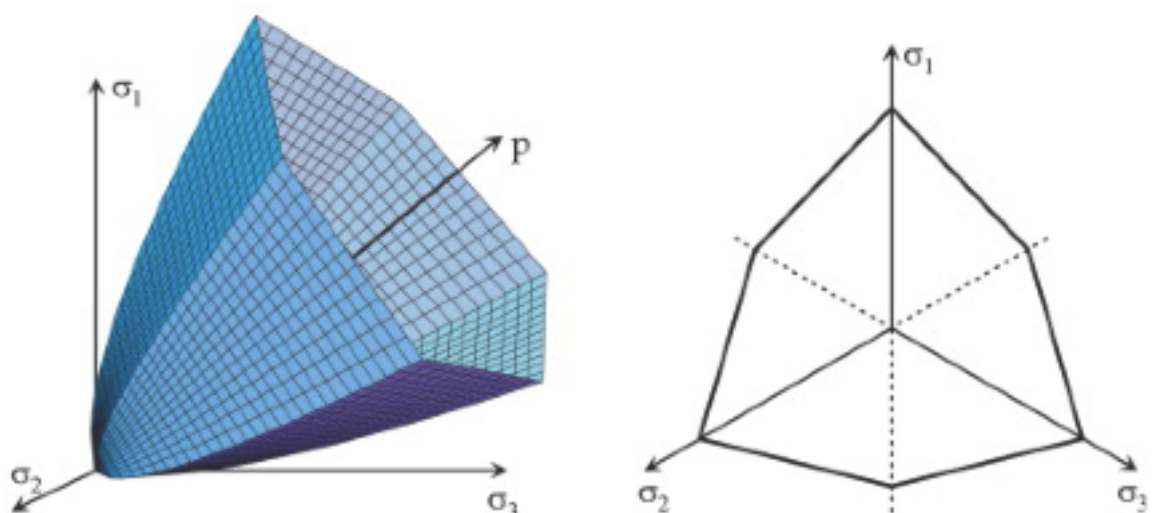
καθώς και του σημείου τομής, τα οποία στη συνέχεια μετασχηματίζονται σε μια συνοχή  $C$  και σε μία γωνία τριβής  $\phi$ .

Σε μετέπειτα δημοσιεύσεις (Hoek et al, 1998) επεκτάθηκε το εύρος του δείκτη GSI σε 5 ώστε να συμπεριλάβει βραχομάζες εξαιρετικά ασθενούς μηχανικής αντοχής, όπως οι σχιστόλιθοι που ανέκυψαν κατά τις ανασκαφές για το μετρό της Αθήνας και οι γραφιτικοί φυλλίτες που υπήρχαν σε ορισμένες σήραγγες στη Βενεζουέλα. Η επέκταση του δείκτη GSI βασίστηκε κυρίως σε έρευνες του Π. Μαρίνου και της Μ. Μπενίση στο Μετρό της Αθήνας. Πλέον υπάρχουν 2 διαγράμματα GSI: το πρώτο (1994) αφορά σε βραχομάζες καλής-μέτριας ποιότητας και το δεύτερο (1998) για βραχομάζες πολύ χαμηλής ποιότητας.

Το 2002 γίνεται μία σε βάθος επανεξέταση του κριτηρίου Hoek-Brown και εισάγεται μία νέα παράμετρος  $D$  που είναι ένας συντελεστής διατάραξης του πετρώματος με τον οποίο προσομοιώνεται η διατάραξη της περιβάλλουσας βραχομάζας από τη μέθοδο εκσκαφής (Χαλακατεβάκης, 2010). Επίσης εξετάζονται οι συσχετίσεις μεταξύ των κριτηρίων Hoek - Brown και Mohr - Coulomb για πρηνή και υπόγειες εκσκαφές και παρουσιάζονται οι αντίστοιχες εξισώσεις που τα συνδέουν. Οι τελικές σχέσεις προέκυψαν από τη σύγκριση εκατοντάδων αναλύσεων σταθερότητας σήραγγων και πρηνών (Hoek et al, 2002). Δημιουργήθηκε μία εφαρμογή λογισμικού RocLab που περιλαμβάνει όλες τις μέχρι τότε παραλλαγές του κριτηρίου και είναι διαθέσιμη δωρεάν στο διαδίκτυο ([www.rockscience.com](http://www.rockscience.com)).

Τα επόμενα έτη προστίθενται στο GSI κι επιπλέον είδη βραχομάζας, όπως μολλασικά (Hoek et al, 2005) και οφιολιθικά πετρώματα (Marinos et al, 2006).

Η παράσταση του κριτηρίου στο χώρο ( $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ ) είναι ένα παραβολοειδές εξαπλευρο (Σχ. 1.13).



**Σχ. 1.13:** Το κριτήριο Hoek – Brown σε τρισδιάστατη αναπαράσταση (αριστερά) και σε καθαρό διατμητικό επίπεδο (δεξιά)





## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

### Μεθοδολογία σύγκρισης κριτηρίων

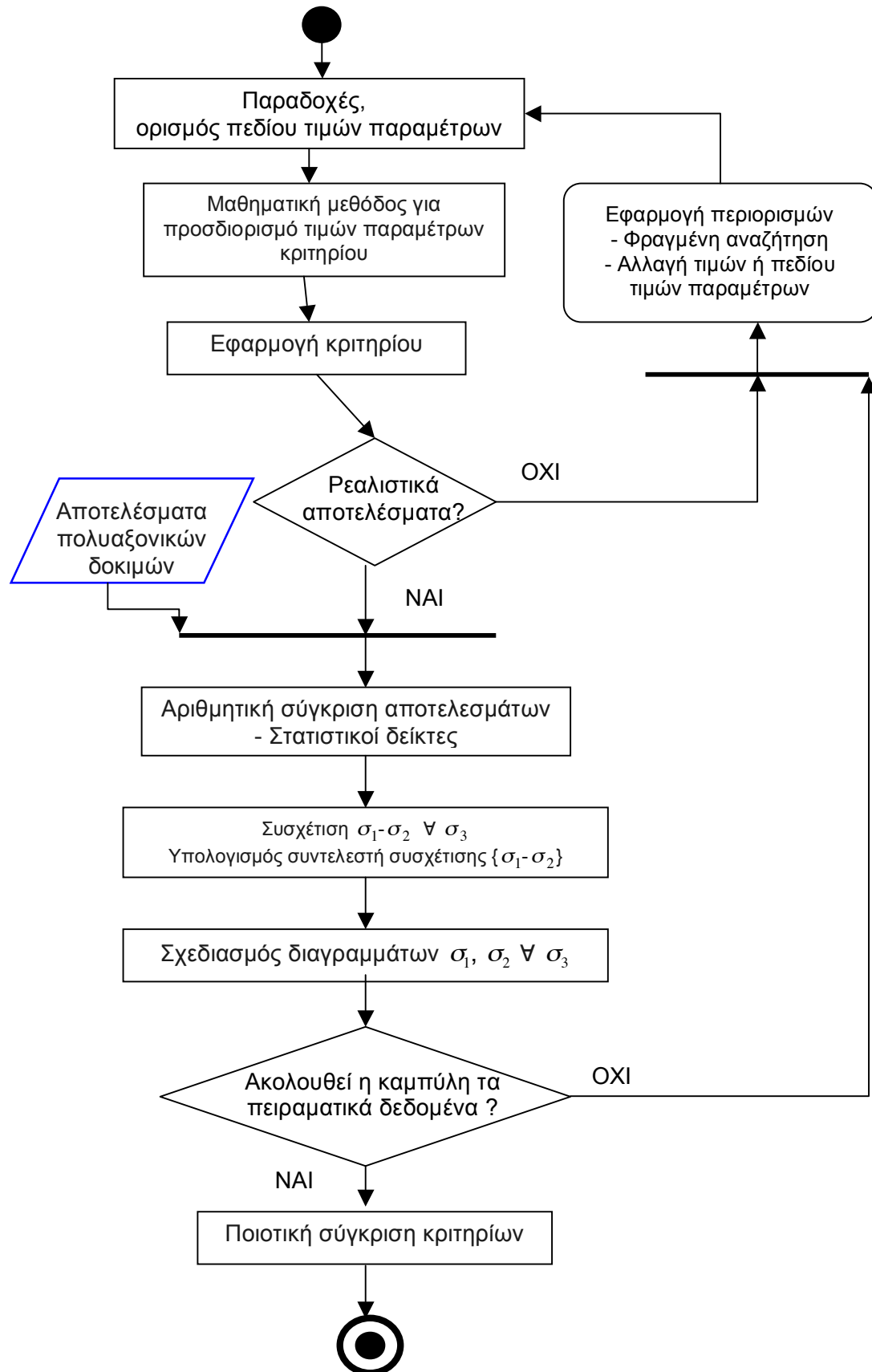
Στο κεφάλαιο 1 αναφέρθηκαν κάποια από τα πρώτα κριτήρια αστοχίας που υιοθετήθηκαν στη βραχομηχανική. Το ερώτημα που απασχολεί στην πράξη τους μηχανικούς ορυκτών πόρων είναι ποιο από αυτά τα κριτήρια αστοχίας, τα οποία έχουν προταθεί τις τελευταίες δεκαετίες, περιγράφει καλύτερα τη συμπεριφορά του εκάστου συγκεκριμένου πετρώματος που εξετάζουν. Έχουν δημοσιευτεί αρκετές συγκριτικές μελέτες κριτηρίων αστοχίας που διερευνούν την εφαρμοσιμότητα κάποιων από τα γνωστά κριτήρια αστοχίας στον υπολογισμό μεγεθών ποικιλίας πετρωμάτων για τα οποία είναι διαθέσιμες πειραματικές τιμές πολυαξονικών δοκιμών. Στο κεφάλαιο αυτό αρχικά παρατίθενται ο βασικός κορμός της μεθοδολογίας σύγκρισης κριτηρίων και ο τρόπος εφαρμογής μίας μαθηματικής μεθόδου για τον προσδιορισμό των τιμών των παραμέτρων κάθε κριτηρίου. Στο τέλος του κεφαλαίου αναφέρονται ενδεικτικά κάποιες χαρακτηριστικές μελέτες που εστιάζουν σε συγκεκριμένες πτυχές του προβλήματος, όπως στη σύγκριση δύο κριτηρίων αστοχίας στην ανάλυση της διάνοιξης σηράγγων.

#### 2.1 Βήματα μεθοδολογίας σύγκρισης κριτηρίων

Η μεθοδολογία σύγκρισης κριτηρίων που ακολουθείται από τους περισσότερους ερευνητές συνοψίζεται στα παρακάτω βήματα, όπως αυτά απεικονίζονται στο **Σχ. 2.1**:

- 1) Αρχικές παραδοχές, ορισμός πεδίου τιμών παραμέτρων
  - 2) Εφαρμογή κατάλληλης μαθηματικής μεθόδου για τον προσδιορισμό των τιμών των παραμέτρων κάθε κριτηρίου.
  - 3) Εφαρμογή των κριτηρίων με τις τιμές που υπολογίστηκαν στο βήμα 2) για έναν αριθμό πετρωμάτων
  - 4) Αριθμητική σύγκριση των αποτελεσμάτων του βήματος 3) με αποτελέσματα πολυαξονικών δοκιμών βάσει στατιστικών.
  - 5) Ποιοτική σύγκριση των κριτηρίων βάσει των διαγραμμάτων  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  για τις διάφορες τιμές  $\sigma_3$ .
- Συσχέτιση μέγιστης τάσης  $\sigma_1$  με την ενδιάμεση τάση  $\sigma_2$  για κάθε επίπεδο της ελάχιστης τάσης  $\sigma_3$ .
  - Υπολογισμός συσχέτισης (correlation coefficient) μεταξύ των  $\sigma_1$ - $\sigma_2$ .

Τα βήματα 1-3 ενδέχεται να επαναληφθούν αν τα αποτελέσματα είναι μη- ρεαλιστικά. Τα βήματα 1-5 ενδέχεται να επαναληφθούν αν οι καμπύλες  $\sigma_1$ - $\sigma_2$  δεν ακολουθούν τα πειραματικά δεδομένα.



Σχ. 2.1: Μεθοδολογία σύγκρισης κριτηρίων αστοχίας

## 2.2 Προσδιορισμός τιμών παραμέτρων κριτηρίου

Στη βιβλιογραφία συναντώνται διάφορες μαθηματικές μέθοδοι προσδιορισμού βέλτιστων τιμών παραμέτρων κριτηρίων αστοχίας.

Ενδεικτικά αναφέρεται η εργασία των Colmenares-Zoback (2002), στην οποία διερευνάται η εφαρμογή επτά κριτηρίων αστοχίας σε πέντε τύπους πετρωμάτων. Οι ερευνητές χρησιμοποιούν τρεις διαφορετικές στατιστικές μεθόδους για την προσέγγιση των παραμέτρων των κριτηρίων.

Αρχικά επιλέγουν την αναζήτηση πλέγματος για τον εντοπισμό του συνδυασμού  $C_0$  και  $\mu_i$  που ελαχιστοποιούν τη μέση τυπική απόκλιση της τάσης αστοχίας για κάθε πέτρωμα. Την προσέγγιση αυτή χρησιμοποιούν για τα κριτήρια Mohr – Coulomb, Modified Lade, Modified Wiebols – Cook και Hoek – Brown. Οι παράμετροι  $C_0$  και  $\mu_i$  λαμβάνουν τιμές μέσα σε ένα συγκεκριμένο πεδίο που ορίζουν οι συγγραφείς, για καθένα ξεχωριστά από τα προαναφερθέντα κριτήρια. Εξαίρεση αποτελεί το Hoek – Brown καθώς δεν εξαρτάται από το  $C_0$  και  $\mu_i$  αλλά από τα  $C_0$ ,  $m$  και  $s$ , οπότε η αναζήτηση πλέγματος έγινε δίνοντας ποικίλες τιμές στα  $C_0$ ,  $m$  και  $s$ . Οι συγγραφείς θεωρούν πως το  $s$  λαμβάνει τιμή 1 όπως αναμενότανε για άρρηκτο πέτρωμα. Στην εργασία τους σχολιάζουν ότι γίνεται φανερό από τα διαγράμματα απόκλισης του κριτηρίου Hoek – Brown πως μπορεί να προσδιοριστεί η μονοαξονική θλίψη, αλλά όχι η παράμετρος  $m$  γιατί υπάρχει ένα μεγάλο εύρος τιμών της που δίνουν την ίδια απόκλιση.

Οι Colmenares – Zoback χρησιμοποιούν τη θεωρία προσέγγισης (approximation theory) για τα εμπειρικά κριτήρια Mogi 1967 και Mogi 1971. Πιο συγκεκριμένα προσεγγίζουν τις συναρτήσεις που εκφράζουν αυτά τα κριτήρια με τρία είδη συναρτήσεων: δυναμονομική, 2<sup>ου</sup> βαθμού πολυωνυμική και γραμμική. Από τη γραφική παράσταση της μέγιστης διατμητικής τάσης  $(\sigma_1 - \sigma_3)/2$  συναρτήσεως της ενεργής ορθής τάσης  $(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)/2$  φαίνεται ότι τα πειραματικά δεδομένα μπορούν να προσεγγιστούν με μία δυναμονομική συνάρτηση για κάθε πέτρωμα. Η συνάρτησης  $f_1$  (**Εξ. 2.40**) που συνδέει τη διατμητική με την ορθή τάση είναι δυναμονομικής μορφής. Για παράδειγμα για το δολομίτη είναι

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = 5.09 \cdot \left( \frac{\sigma_1 + 0.5 \cdot \sigma_2 + \sigma_3}{2} \right)^{0.68}$$

Τέλος, οι Colmenares – Zoback για την ανάλυση της αντοχής των πετρωμάτων με το κριτήριο αστοχίας Drucker – Prager βρίσκουν τη σχέση μεταξύ  $J_1$  και  $\sqrt{J_2}$  εφαρμόζοντας τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων. Για τέσσερα από τα πέντε πετρώματα που χρησιμοποιούνται σ' αυτή την εργασία οι τιμές της μονοαξονικής θλίψης και του συντελεστή εσωτερικής τριβής  $\mu_i$  προσδιορίζονται τόσο για το Εγγεγραμμένο όσο και για το Περιγεγραμμένο κριτήριο Drucker – Prager. Αντιθέτως, για το πέμπτο πέτρωμα (αμφιβολίτης) οι τιμές των παραμέτρων εντοπίζονται μόνο βάσει του Περιγεγραμμένου κριτηρίου.

Επιπρόσθετα παρατίθεται ως παράδειγμα μία πρόσφατη συγκριτική μελέτη που αφορά στην εφαρμογή δέκα κριτηρίων για τη σύγκριση επτά

τύπων πετρωμάτων (Πολυμέρου, 2011). Οι τύποι των πετρωμάτων θα αναφερθούν στο επόμενο κεφάλαιο, όπου επίσης παρατίθενται συγκριτικοί πίνακες υπολογισμένων – πειραματικών τιμών και τα διαγράμματα ( $\sigma_1, \sigma_2$ ).

Αρχικά, για τον προσδιορισμό των παραμέτρων των κριτηρίων αστοχίας εφαρμόζεται η μέθοδος των ελαχίστων τετραγώνων για τα Mohr-Coulomb, Drucker-Prager και Mogi, καθώς και αριθμητική επίλυση για τα κριτήρια Hoek-Brown, Pan-Hudson, Simplified Priest, Zhang-Zhu, Murrel και Θεοχάρης (Παραβολοειδές εκ περιστροφής). Παραλλαγή των παραπάνω αποτελεί η περίπτωση του κριτηρίου Modified Wiebols-Cook, όπου αρχικά προσεγγίζονται οι τιμές των παραμέτρων με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων και ακολουθεί ο ακριβής προσδιορισμός τους με αριθμητική επίλυση.

Στην συνέχεια του κεφαλαίου παρατίθενται συνοπτικά στοιχεία για ορισμένα από τα πλέον γνωστά κριτήρια:

### 2.2.1 Mohr-Coulomb

Από τη σχέση

$$\tau_{\max} = c \cdot \cos \varphi + \sin \varphi \cdot \sigma_{m,2} \Rightarrow \tau_{\max} = b + a \cdot \sigma_{m,2} \quad (\text{Εξ. 2.1})$$

προσδιορίζονται οι παράμετροι  $a$  και  $b$  στο επίπεδο ( $\sigma_{m,2}, \tau_{\max}$ ) με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων

$$Q = \sum_{i=1}^n \left[ \tau_{\max} - (a \cdot \sigma_{m,2} + b) \right]^2 \quad (\text{Εξ. 2.2})$$

Η εύρεση της βέλτιστης ευθείας συνεπάγεται ελαχιστοποίηση της. Συνεπώς αναζητούνται τα σημεία μηδενισμού των μερικών παραγώγων ως προς  $a$  και  $b$ .

$$\frac{\partial Q}{\partial a} = \frac{\partial Q}{\partial b} = 0$$

Έτσι λαμβάνεται:

$$a = \frac{n \left( \sum_{i=1}^n \tau_{\max} \cdot \sigma_{m,2} \right) - \left( \sum_{i=1}^n \sigma_{m,2} \right) \left( \sum_{i=1}^n \tau_{\max} \right)}{n \left( \sum_{i=1}^n \sigma_{m,2}^2 \right) - \left( \sum_{i=1}^n \sigma_{m,2} \right)^2} \quad (\text{Εξ. 2.3})$$

$$b = \frac{\left( \sum_{i=1}^n \sigma_{m,2}^2 \right) \left( \sum_{i=1}^n \tau_{\max} \right) - \left( \sum_{i=1}^n \sigma_{m,2} \right) \left( \sum_{i=1}^n \tau_{\max} \cdot \sigma_{m,2} \right)}{n \left( \sum_{i=1}^n \sigma_{m,2}^2 \right) - \left( \sum_{i=1}^n \sigma_{m,2} \right)^2} \quad (\text{Εξ. 2.4})$$

Κατόπιν προσδιορίζονται οι παράμετροι  $c$ ,  $\varphi$  και η αντοχή σε μονοαξονική θλίψη  $\sigma_c$  από τις σχέσεις

$$a = \sin \varphi$$

$$b = c \cdot \cos \varphi$$

$$\sigma_c = \frac{2 \cdot c \cdot \cos \varphi}{1 - \sin \varphi} \quad (\text{Εξ. 2.5})$$

Με γραμμική παλινδρόμηση σχεδιάζονται διαγράμματα  $(\sigma_1, \sigma_2)$  για κάθε  $\sigma_3$ .

Οι ποσοστιαίες αποκλίσεις  $i\%$  των πειραματικών τιμών της μέγιστης κύριας τάσης  $\sigma_1$  από τις τιμές της μέγιστης τάσης  $\sigma_{1M-C}$  που προβλέπει το κριτήριο υπολογίζονται σύμφωνα με τη σχέση:

$$i\% = \left( \frac{|\sigma_{1M-C} - \sigma_{1\text{πειρ}}|}{\sigma_{1\text{πειρ}}} \right) \cdot 100\% \quad (\text{Εξ. 2.6})$$

### 2.2.2 Hoek - Brown

Το κριτήριο δεν εξαρτάται από το συντελεστή εσωτερικής τριβής, αλλά από τις παραμέτρους  $m$  και  $S$ . Αντί της μεθόδου των ελαχίστων τετραγώνων, η οποία εφαρμόζεται στο Mohr-Coulomb, που θα έδινε τιμές εκτός του επιτρεπομένου φάσματος για το κάθε πέτρωμα, επιλέχθηκε η αριθμητική επίλυση της προσαρμογής των δεδομένων. Γι' αυτό δημιουργήθηκε κώδικας αναζήτησης τιμών για τα  $m$  και  $\sigma_c$ . Επειδή το  $m$  έχει ένα εύρος τιμών για τον κάθε τύπο πετρώματος επιλέχθηκε εκείνη η τιμή όπου στο ζεύγος  $(m, \sigma_c)$  ελαχιστοποιείται η μέση απόκλιση  $i\%$  της τάσης  $\sigma_{1H-B}$  από την πειραματική τιμή της  $\sigma_1$ .

$$i\% = \text{mean} \left( \frac{|\sigma_{1H-B} - \sigma_{1\text{πειρ}}|}{\sigma_{1\text{πειρ}}} \right) \% \quad (\text{Εξ. 2.7})$$

Εφόσον τα δοκίμια των διαφόρων πετρωμάτων είναι άρρηκτου βράχου, τα  $S$  και  $\alpha$  έχουν τιμές 1 και 0,5 αντιστοίχως.

### 2.2.3 Pan - Hudson

Το κριτήριο Hoek – Brown είναι ευρέως διαδεδομένο. Παρόλα αυτά δεν λαμβάνει υπόψη την ενδιάμεση κύρια τάση, ενώ υπάρχουν ενδείξεις πως σε αρκετές περιπτώσεις πετρωμάτων επιδρά στην εντατική κατάσταση. Το 1988 οι Pan και Hudson ανέπτυξαν ένα κριτήριο που αποτελεί επέκταση του

κριτηρίου Hoek – Brown στις τρεις διαστάσεις και μπορεί να εφαρμοστεί σε πολυαξονικές δοκιμές (Jiang et al, 2011).

Το κριτήριο εκφράζεται με τη σχέση

$$\frac{3}{m} \cdot J'_2 + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sqrt{J'_2} - \frac{s}{m} = \sigma'_m \quad (\text{Εξ. 2.8})$$

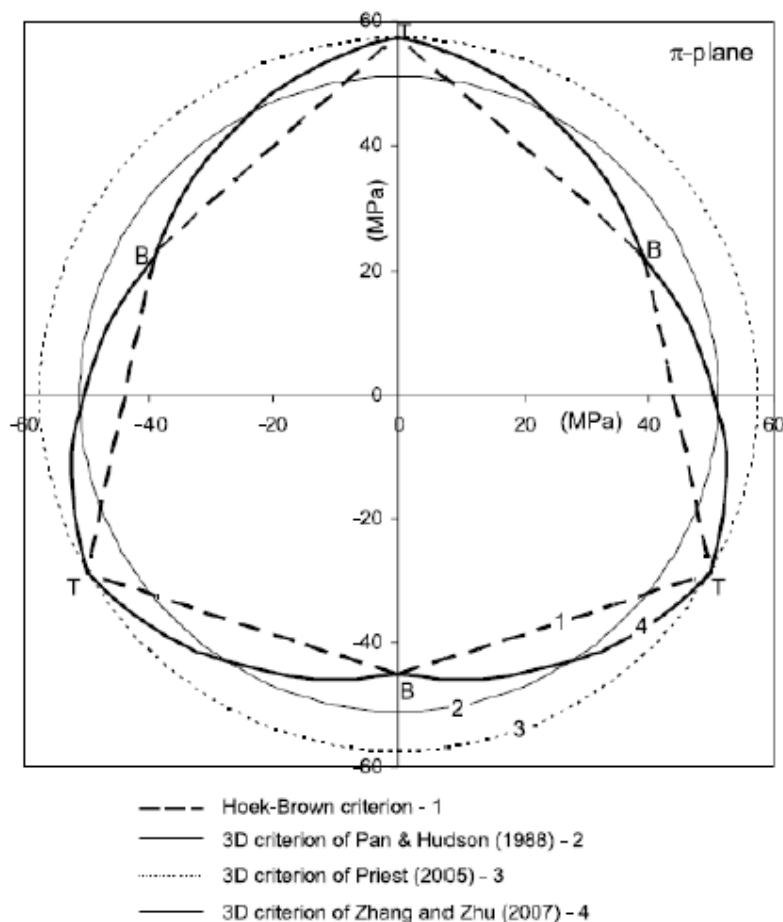
όπου

$$\sqrt{J'_2} = \frac{\sqrt{J_2}}{\sigma_c} = \sqrt{\frac{(\sigma'_1 - \sigma'_2)^2 + (\sigma'_1 - \sigma'_3)^2 + (\sigma'_2 - \sigma'_3)^2}{6}} \quad (\text{Εξ. 2.9})$$

$$\sigma'_m = \frac{\sigma_m}{\sigma_c} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3\sigma_c} \quad (\text{Εξ. 2.10})$$

$$\sigma'_1 = \frac{\sigma_1}{\sigma_c}, \quad \sigma'_2 = \frac{\sigma_2}{\sigma_c}, \quad \sigma'_3 = \frac{\sigma_3}{\sigma_c} \quad (\text{Εξ. 2.11α, β, γ})$$

Το κριτήριο Pan – Hudson στις περιπτώσεις  $\sigma_1 = \sigma_2$  και  $\sigma_2 = \sigma_3$  δεν μεταπίπτει στη δισδιάστατη μορφή του κριτηρίου Hoek – Brown οπότε δεν μπορεί να θεωρηθεί πραγματικό τρισδιάστατο κριτήριο (Zhang and Zhu, 2007).



**Σχ. 2.2:** Προβολές επιφανειών αστοχίας (Zhang, 2008)

Στο **(Σχ. 2.2)** παρουσιάζονται οι προβολές των επιφανειών αστοχίας των τριών τρισδιάστατων γενικευμένων κριτηρίων του Hoek – Brown σε σχέση με το δισδιάστατο κριτήριο Hoek – Brown.

Η οκταεδρική διατμητική τάση  $\tau_{oct}$  ορίζεται από τη σχέση

$$\tau_{oct} = \frac{1}{3} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2} \Rightarrow \tau_{oct} = \frac{1}{3} \sqrt{6 \cdot J_2} \Rightarrow J_2 = \frac{3}{2} \cdot \tau_{oct}^2 \quad (\text{Εξ. 2.12})$$

Αντικαθιστώντας

$$\frac{9}{2 \cdot \sigma_c} \cdot \tau_{oct}^2 + \frac{3}{2 \cdot \sqrt{2}} \cdot m \cdot \tau_{oct} - m \cdot \sigma_{m3} = s \cdot \sigma_c \quad (\text{Εξ. 2.13})$$

Επιλύοντας ως προς  $\tau_{oct}$  η **(Εξ. 2.13)** διαμορφώνεται σε

$$\tau_{oct} = \frac{-\frac{\sigma_c}{3 \cdot \sqrt{2}} \cdot m \pm \sqrt{\Delta}}{2} \quad (\text{Εξ. 2.14})$$

Όπως και στο κριτήριο Hoek – Brown οι παράμετροι  $m$  και  $\sigma_c$  δεν προσεγγίζονται με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων. Με αριθμητική επίλυση επιλέγεται το βέλτιστο ζεύγος  $m$ ,  $\sigma_c$  που δίνει την ελάχιστη μέση απόκλιση στο επίπεδο  $\tau_{oct} - \sigma_{m3}$ . Όμως υπάρχει περίπτωση, στο γρανίτη Westerley, όπου η ευθεία της ελάχιστης μέσης απόκλισης δε συμβαδίζει με τα πραγματικά δεδομένα και γι' αυτό χρησιμοποιούνται απόλυτες τιμές. Δηλαδή πραγματοποιούμε φραγμένη αναζήτηση για να ληφθούν ρεαλιστικά αποτελέσματα, τα οποία ωστόσο οδηγούν σε μεγάλες αποκλίσεις κατά την προσαρμογή.

Η εξίσωση που εκφράζει το κριτήριο Pan – Hudson είναι πεπλεγμένη ως προς τις τάσεις  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$ . Για τη δημιουργία των διαγραμμάτων  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  χρησιμοποιείται απλή προσεγγιστική αριθμητική μέθοδος εύρεσης σημείων μηδενισμού της εξίσωσης του κριτηρίου.

#### 2.2.4 Zhang – Zhu

Οι Zhang και Zhu (2007) και Zhang (2008) επέκτειναν το δισδιάστατο κριτήριο Hoek – Brown, βασισμένοι στο κριτήριο του Mogi (1971), σε μία τρισδιάστατη γενικευμένη έκδοσή του (Jiang et al., 2011).

Το κριτήριο εκφράζεται με τη συνάρτηση

$$\frac{3}{m} \cdot J'_2 + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sqrt{J'_2} - \frac{s}{m} = \sigma'_m - \frac{\sigma'_2 - \sigma'_m}{2} \quad (\text{Εξ. 2.15})$$

λαμβάνοντας υπόψη τις σχέσεις **(Εξ. 2.9)**, **(Εξ. 2.10)** και **(Εξ. 2.11α, β, γ)** μετατρέπεται σε:

$$\frac{9}{2 \cdot \sigma_c} \cdot \tau_{oct}^2 + \frac{3}{2 \cdot \sqrt{2}} \cdot m \cdot \tau_{oct} - m \cdot \sigma_{m2} = s \cdot \sigma_c \quad (\text{Εξ. 2.16})$$

Επιλύοντας ως προς  $\tau_{oct}$  διαμορφώνεται σε

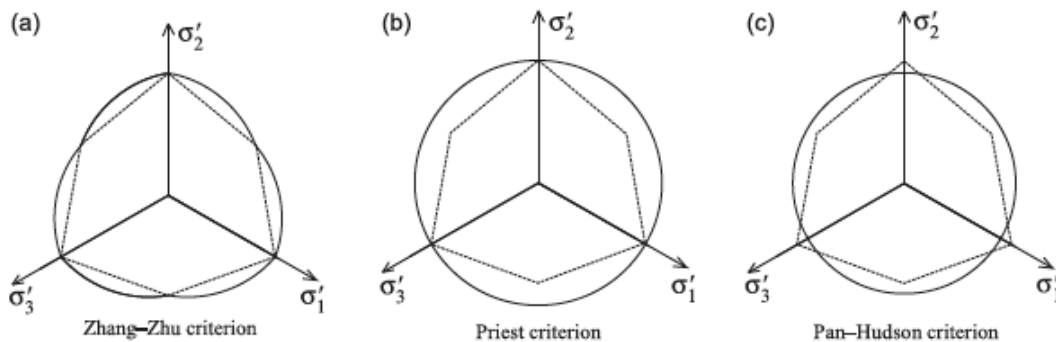
$$\begin{aligned} \frac{9}{2 \cdot \sigma_c} \cdot \tau_{oct1}^2 + \left( \frac{3}{2 \cdot \sqrt{2}} \cdot m \right) \cdot \tau_{oct1} - (m \cdot \sigma_{m2} + s \cdot \sigma_c) &= 0 \Rightarrow \\ \tau_{oct1}^2 + \left( \frac{\sigma_c}{3 \cdot \sqrt{2}} \cdot m \right) \cdot \tau_{oct1} - \frac{2 \cdot \sigma_c}{9} \cdot (m \cdot \sigma_{m2} + s \cdot \sigma_c) &= 0 \\ \Delta = \left( \frac{\sigma_c}{3 \cdot \sqrt{2}} \cdot m \right)^2 + 4 \cdot \frac{2 \cdot \sigma_c}{9} \cdot (m \cdot \sigma_{m2} + s \cdot \sigma_c) \\ \tau_{oct1} = \frac{-\frac{\sigma_c}{3 \cdot \sqrt{2}} \cdot m \pm \sqrt{\Delta}}{2} \end{aligned} \quad (\text{Εξ. 2.17})$$

Το κριτήριο Zhang - Zhu στις περιπτώσεις όπου  $\sigma_1 = \sigma_2$  ή  $\sigma_2 = \sigma_3$  μεταπίπτει στο δισδιάστατο κριτήριο Hoek – Brown, οπότε θεωρείται πραγματικό τρισδιάστατο κριτήριο. Στο (Σχ. 2.3) παρουσιάζονται οι προβολές των τριών γενικευμένων κριτηρίων του Hoek – Brown. Φανερό είναι η ακανόνιστη καμπυλότητα του κριτηρίου Zhang – Zhu όπου στα σημεία  $\pi/6$ ,  $\pi$  και  $5\pi/6$  (εφάπτεται της επιφάνειας του κριτηρίου Hoek – Brown) η εφαπτομένη βρίσκεται εντός της καμπύλης.

Ομοίως με τα κριτήρια Hoek – Brown και Pan – Hudson χρησιμοποιείται αριθμητική επίλυση επιλογής του βέλτιστου ζεύγους  $m$ ,  $\sigma_c$  για την κατασκευή της ευθείας ελάχιστης μέσης απόκλισης

$$q\% = \text{mean} \left( \frac{|\tau_{oct} - \tau_{oct1}|}{\tau_{oct}} \right) \% \quad (\text{Εξ. 2.18})$$

όπου είναι η προσαρμογή του κριτηρίου Zhang – Zhu στα πειραματικά δεδομένα και προβολή της προσέγγισης στο διάγραμμα  $\sigma_{m2}$ ,  $\tau_{oct}$ .



**Σχ. 2.3:** Προβολές επιφανειών αστοχίας σε αποκλίνον επίπεδο γενικευμένων Hoek – Brown κριτηρίων (Jiang et al., 2011)



### 2.2.5 Drucker – Prager

Το κριτήριο εκφράζεται από τη σχέση

$$\sqrt{J_2} = A \cdot \frac{I_1}{3} + B \quad (\text{Εξ. 2.19})$$

Ο προσδιορισμός των παραμέτρων Α, Β στο επίπεδο  $(I_1, J_2^{1/2})$  γίνεται από τη βέλτιστη ευθεία παλινδρόμησης.

$$Q = \sum_{i=1}^n \left[ \sqrt{J_2} - \left( A \cdot \frac{I_1}{3} + B \right) \right]^2 \quad (\text{Εξ. 2.20})$$

όπου με μηδενισμό των  $\frac{\partial Q}{\partial A} = \frac{\partial Q}{\partial B}$  ελαχιστοποιείται η (Εξ. 2.20) στην

$$A \sum_{i=1}^n \frac{I_1}{3} + nB = \sum_{i=1}^n \sqrt{J_2} \quad (\text{Εξ. 2.21})$$

Λύνοντας το σύστημα των εξισώσεων ως προς τις παραμέτρους Α, Β

$$A = \frac{n \left( \sum_{i=1}^n \sqrt{J_2} \frac{I_1}{3} \right) - \left( \sum_{i=1}^n \frac{I_1}{3} \right) \left( \sum_{i=1}^n \sqrt{J_2} \right)}{n \left( \sum_{i=1}^n \left( \frac{I_1}{3} \right)^2 \right) - \left( \sum_{i=1}^n \frac{I_1}{3} \right)^2} \quad (\text{Εξ. 2.22})$$

$$B = \frac{\left( \sum_{i=1}^n \left( \frac{I_1}{3} \right)^2 \right) \left( \sum_{i=1}^n \sqrt{J_2} \right) - \left( \sum_{i=1}^n \frac{I_1}{3} \right) \left( \sum_{i=1}^n \sqrt{J_2} \frac{I_1}{3} \right)}{n \left( \sum_{i=1}^n \left( \frac{I_1}{3} \right)^2 \right) - \left( \sum_{i=1}^n \frac{I_1}{3} \right)^2} \quad (\text{Εξ. 2.23})$$

Κατόπιν το κριτήριο επιλύεται ως προς  $\sigma_1$  για το σχεδιασμό του διαγράμματος  $(\sigma_1, \sigma_2)$ . Από τις δύο δυνατές λύσεις επιλέγεται αυτή που δίνει θετική τιμή στη μέγιστη τάση  $\sigma_1$ .

$$\sqrt{J_2} = A \cdot \frac{I_1}{3} + B \Rightarrow$$

..... $\Rightarrow$

$$\sigma_1 = -\frac{1}{2} \cdot \left\{ \left( 2 \cdot A^2 + 3 \right) \cdot \left( \sigma_2 + \sigma_3 \right) + 6 \cdot A \cdot B + 3 \cdot \left[ \left( 4 \cdot A^2 - 3 \right) \cdot \left( \sigma_2^2 + \sigma_3^2 \right) + 12 \cdot B^2 + \sigma_2 \cdot \sigma_3 \cdot \left( 6 + 4 \cdot A^2 \right) + 12 \cdot A \cdot B \cdot \left( \sigma_2 + \sigma_3 \right) \right]^{1/2} \right\} / \left( -3 + A^2 \right)$$

(Εξ. 2.24)

Οι ποσοστιαίες αποκλίσεις  $i\%$  των πειραματικών τιμών της μέγιστης κύριας τάσης  $\sigma_1$  από τις τιμές της μέγιστης τάσης  $\sigma_{1D-P}$  που προβλέπει το κριτήριο υπολογίζονται σύμφωνα με τη σχέση:

$$i\% = \left( \frac{|\sigma_{1D-P} - \sigma_{\piειρ}|}{\sigma_{\piειρ}} \right) \cdot 100\% \quad (\text{Εξ. 2.25})$$

### 2.2.6 Simplified Priest

Το 2005 ο Priest πρότεινε μία γενικευμένη μορφή του κριτηρίου Hoek – Brown του οποίου η επιφάνεια του φακέλου αστοχίας είναι κώνος που περιγράφει την ακανόνιστη εξάπλευρη πυραμίδα του κριτηρίου Hoek- Brown. Όμως δεν ανέπτυξε κάποια συνάρτηση που να το περιγράφει αλλά παρείχε μία επαναληπτική διαδικασία αρκετά απαιτητική στην εφαρμογή της που συνδυάζει τα κριτήρια Drucker – Prager και Hoek – Brown (Jiang et al, 2011). Το 2008 ανέπτυξε μία σαφή μέθοδο υπολογισμού της τάσης αστοχίας. Η σχέση που την περιγράφει στο θλιπτικό μεσημβρινό επίπεδο είναι η

$$\frac{3}{m} \cdot J'_2 + \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot \sqrt{J'_2} - \frac{s}{m} = \sigma'_m \quad (\text{Εξ. 2.26})$$

όπου

$$\sqrt{J'_2} = \frac{\sqrt{J_2}}{\sigma_c} = \sqrt{\frac{(\sigma'_1 - \sigma'_2)^2 + (\sigma'_1 - \sigma'_3)^2 + (\sigma'_2 - \sigma'_3)^2}{6}}$$

$$\sigma'_m = \frac{\sigma_m}{\sigma_c} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3\sigma_c}$$

$$\sigma'_1 = \frac{\sigma_1}{\sigma_c}, \quad \sigma'_2 = \frac{\sigma_2}{\sigma_c}, \quad \sigma'_3 = \frac{\sigma_3}{\sigma_c}$$

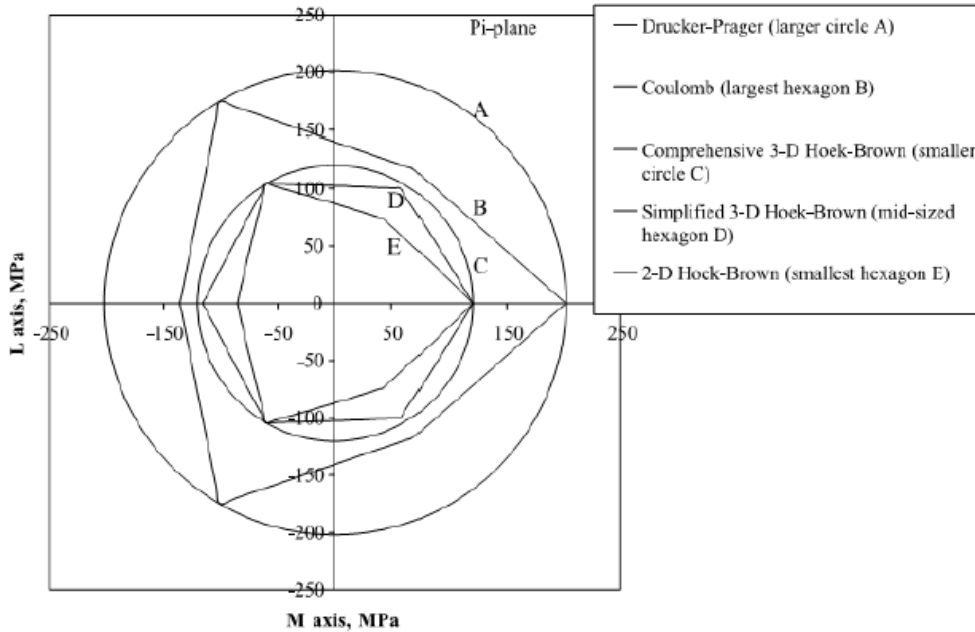
Λόγω της πολυπλοκότητάς του προτάθηκε μία απλοποιημένη έκδοση του κριτηρίου. Στο **(Σχ. 2.4)** απεικονίζεται η επιφάνεια αστοχίας του κριτηρίου του Priest και της απλοποιημένης έκδοσής του σε σχέση με των κριτηρίων Hoek – Brown, Mohr- Coulomb και Drucker – Prager.

Για κάθε επίπεδο  $\sigma_3$  αναζητούνται οι παράμετροι  $\sigma_c$ ,  $m$ ,  $b$ , που δίνουν την ελάχιστη απόκλιση  $i\%$

$$i\% = \text{mean} \left( \frac{|\sigma_z - \sigma_{\piειρ}|}{\sigma_{\piειρ}} \right) \% \quad (\text{Εξ. 2.27})$$

όπου

$$\sigma_z = \sigma_{1HB} + 2 \cdot \sigma_{3HB} - (\sigma_2 + \sigma_3) \quad (\text{Εξ. 2.28})$$



**Σχ. 2.4:** Προβολές επιφανειών αστοχίας σε αποκλίνον επίπεδο (Priest, 2005)

### 2.2.7 Modified Wiebols – Cook

Ο Zhou (1994) παρουσίασε ένα κριτήριο αστοχίας, που είναι επέκταση του Περιγεγραμμένου κριτηρίου Drucker-Prager με παρόμοια χαρακτηριστικά στοιχεία του ενεργειακού κριτηρίου των Wiebols and Cook. (Jiang et al, 2011). Το κριτήριο αστοχίας που περιγράφεται από τον Zhou προβλέπει πως η βραχόμαζα αστοχεί αν

$$\sqrt{J_2} = A + BJ_1 + CJ_1^2, \quad (\text{Εξ. 2.29})$$

$$\text{με } J_1 = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} \quad \text{και} \quad \sqrt{J_2} = \sqrt{\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2}{6}}$$

όπου  $J_1$  είναι η μέση ορθή τάση και  $\sqrt{J_2} = \sqrt{3/2} \cdot \tau_{oct}$  όπου  $\tau_{oct}$  είναι η οκταεδρική διατμητική τάση

$$\tau_{oct} = \frac{1}{3} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2},$$

Οι παράμετροι  $A$ ,  $B$  και  $C$  ορίζονται σε τριαξονικές ( $\sigma_2 = \sigma_3$ ) και διαξονικές ( $\sigma_1 = \sigma_2$ ) συνθήκες και θεωρώντας ( $\sigma_1 = C_0$ ,  $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$ ) επιλύεται η (Εξ. 2.29) ως προς τις παραμέτρους  $A$ ,  $B$  και  $C$

$$C = \frac{\sqrt{27}}{2C_1 + (q-1)\sigma_3 - C_0} \left( \frac{C_1 + (q-1)\sigma_3 - C_0}{2C_1 + (2q+1)\sigma_3 - C_0} - \frac{q-1}{q+2} \right) \quad (\text{Εξ. 2.30})$$

$$\text{με } C_1 = (1 + 0,6\mu_i)C_0,$$

$$B = \frac{\sqrt{3}(q-1)}{q+2} - \frac{C}{3}(2C_0 + (q+2)\sigma_3) \quad (\text{Εξ. 2.31})$$

$$\text{και } A = \frac{C_0}{\sqrt{3}} - \frac{C}{3}B - \frac{C_0^2}{9}C \quad (\text{Εξ. 2.32})$$

Η πρόβλεψη της αντοχής της βραχομάζας που υπολογίζεται με την **(Εξ. 2.29)** είναι παρόμοια με του κριτηρίου Wiebols and Cook (1968) κι έτσι το μοντέλο που περιγράφεται με την **(Εξ. 2.29)** αντιπροσωπεύει ένα τροποποιημένο ενεργειακό κριτήριο, που ονομάζεται Τροποποιημένο Wiebols and Cook. Για πολυαξονικές εντατικές καταστάσεις οι προβλέψεις αυτού του κριτηρίου είναι υψηλότερες του κριτηρίου Mohr- Coulomb (Colmenares and Zoback, 2002).

Οι παράμετροι A, B και C προσδιορίζονται με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων όπου όμως δε δίνουν την ελάχιστη απόκλιση για τη μέγιστη κύρια τάση  $\sigma_1$  σε σύγκριση με τις πειραματικές τιμές. Όμως οι τιμές που βρίσκονται χρησιμοποιούνται βοηθητικά ως τάξη μεγέθους για την εύρεση της βέλτιστης τριάδας A, B, C ανάμεσα σε επιλεγμένο εύρος τιμών. Για κάθε επίπεδο  $\sigma_3$  επαναλαμβάνεται η διαδικασία εύρεσης των βέλτιστων τιμών της τριάδας A, B, C. Η συνάρτηση του κριτηρίου επιλύεται με προσεγγιστική αριθμητική μέθοδο, γιατί η αναλυτική επίλυσή της δεν είναι εύχρηστη. Για δεδομένη τριάδα των παραμέτρων A, B, C και για κάθε ζεύγος  $\sigma_2, \sigma_3$  αναζητήθηκαν προσεγγιστικά οι τιμές της μέγιστης κύριας τάσης  $\sigma_1$  σαν σημεία μηδενισμού της συνάρτησης του κριτηρίου.

### 2.2.8 Murrel

Το ενεργειακό κριτήριο Murrel είναι επέκταση του κριτηρίου Griffith στις τρεις διαστάσεις. Το κριτήριο εκφράζεται ως εξής:

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 = 24 \cdot (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \cdot \sigma_t \quad (\text{Εξ. 2.30})$$

$$\tau_{oct}^2 = 8 \cdot \sigma_t \cdot \sigma_{oct}$$

Για την προσαρμογή του κριτηρίου στα εργαστηριακά δεδομένα αναζητείται η ελάχιστη μέση απόκλιση i%.

$$i\% = \text{mean} \left( \frac{|\sigma_{1Mr} - \sigma_{1πειρ}|}{\sigma_{1πειρ}} \right) \cdot 100\% \quad (\text{Εξ. 2.31})$$

Η συνάρτηση του κριτηρίου επιλύεται ως προς  $\sigma_1$  και αναζητούνται οι παράμετροι  $\sigma_c$  και R, όπου το βέλτιστο ζεύγος τους ελαχιστοποιεί την

απόκλιση των θεωρητικών τιμών από τις πειραματικές.

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 = 24 \cdot \sigma_{ii} \cdot (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \quad (\text{Εξ. 2.32})$$

$$\text{όπου } \sigma_{ii} = \frac{\sigma_c}{R}$$

$$\begin{aligned} & \sigma_1^2 - 2 \cdot \sigma_1 \cdot \sigma_2 + \sigma_2^2 + \sigma_2^2 - 2 \cdot \sigma_2 \cdot \sigma_3 + \sigma_3^2 + \sigma_3^2 - 2 \cdot \sigma_3 \cdot \sigma_1 + \sigma_1^2 - 24 \cdot \frac{\sigma_c}{R} \cdot \sigma_1 - \\ & - 24 \cdot \frac{\sigma_c}{R} \cdot \sigma_1 \cdot (\sigma_2 + \sigma_3) = 0 \Rightarrow \\ & \sigma_1^2 + \left( -\sigma_2 - \sigma_3 - 12 \cdot \frac{\sigma_c}{R} \right) + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_2 \cdot \sigma_3 - 12 \cdot \frac{\sigma_c}{R} \cdot (\sigma_2 + \sigma_3) = 0 \\ & \Delta = \left( -\sigma_2 - \sigma_3 - 12 \cdot \frac{\sigma_c}{R} \right)^2 - 4 \left( \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_2 \cdot \sigma_3 - 12 \cdot \frac{\sigma_c}{R} \cdot (\sigma_2 + \sigma_3) \right) \\ & \sigma_1 = \frac{\left( -\sigma_2 - \sigma_3 - 12 \cdot \frac{\sigma_c}{R} \right) \pm \sqrt{\Delta}}{2} \quad (\text{Εξ. 2.33}) \end{aligned}$$

Μιας και το κριτήριο Murrel προέρχεται από το κριτήριο Griffith ο εφελκυσμός θεωρείται θετικός και η θλίψη αρνητική. Οπότε από την επίλυση του τριωνύμου αποδεκτή είναι η αρνητική τιμή που είναι η θλίψη.

Για την προσαρμογή του κριτηρίου στην ανωτέρω εξίσωση εισάγεται ο πολλαπλασιαστικός όρος  $b$ , που κυμαίνεται μεταξύ 0 και 1, για την εύρεση της επιρροής της ενδιάμεσης κύριας τάσης και τίθεται όπου  $\sigma_2$  η σταθμισμένη τάση  $\sigma_{2,1} = b \cdot \sigma_2$ . Ο συντελεστής  $b$  όπως είναι προφανές υποπολλαπλασιάζει τη συμμετοχή της ενδιάμεσης κύριας τάσης.

$$\sigma_1 = \frac{\left( -\sigma_{2,1} - \sigma_3 - 12 \cdot \frac{\sigma_c}{R} \right) \pm \sqrt{\Delta}}{2} \quad (\text{Εξ. 2.33})$$

### 2.2.9 Παραβολοειδές εκ περιστροφής (Theocaris)

Το κριτήριο περιγράφεται από τη σχέση

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + 2 \cdot (R - 1) \cdot (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \cdot \sigma_t = 2 \cdot R \cdot \sigma_t^2 \quad (\text{Εξ. 2.34})$$

$$\sigma_t = \frac{|\sigma_c|}{R}$$

Η εύρεση του βέλτιστου ζεύγους των παραμέτρων ( $\sigma_c$ ,  $R$ ) δίνει την ελάχιστη απόκλιση  $i\%$  των θεωρητικών τιμών από τις πειραματικές.

$$i\% = \text{mean}\left(\frac{\sigma_{\text{ITheo.}} - \sigma_{\text{Iteip}}}{\sigma_{\text{Iteip}}}\right) \cdot 100\% \quad (\text{Εξ. 2.35})$$

Το τριώνυμο της σχέσης του κριτηρίου επιλύεται ως προς  $\sigma_1$ .

$$\begin{aligned} & (\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + 2 \cdot (R - 1) \cdot (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \cdot \frac{|\sigma_c|}{R} = 2 \cdot R \cdot \frac{|\sigma_c|^2}{R^2} \Rightarrow \\ & \sigma_1^2 - 2 \cdot \sigma_1 \cdot \sigma_2 + \sigma_2^2 + \sigma_2^2 - 2 \cdot \sigma_2 \cdot \sigma_3 + \sigma_3^2 + \sigma_1^2 - 2 \cdot \sigma_1 \cdot \sigma_3 + \sigma_3^2 + 2 \cdot (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \cdot |\sigma_c| - \\ & - 2 \cdot (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \cdot \frac{|\sigma_c|}{R} = 2 \cdot R \cdot \frac{|\sigma_c|^2}{R^2} \Rightarrow \\ & 2 \cdot \sigma_1^2 - 2 \cdot \sigma_1 \cdot \sigma_2 - 2 \cdot \sigma_1 \cdot \sigma_3 + 2 \cdot \sigma_1 \cdot |\sigma_c| - 2 \cdot \sigma_1 \cdot \frac{|\sigma_c|}{R} - 2 \cdot \sigma_2 \cdot \sigma_3 + 2 \cdot \sigma_2^2 + 2 \cdot \sigma_3^2 + \\ & + 2 \cdot (\sigma_2 + \sigma_3) \cdot |\sigma_c| - 2 \cdot (\sigma_2 + \sigma_3) \cdot \frac{|\sigma_c|}{R} - 2 \cdot \frac{|\sigma_c|^2}{R} = 0 \Rightarrow \\ & \sigma_1^2 + \left(-\sigma_2 - \sigma_3 + |\sigma_c| - \frac{|\sigma_c|}{R}\right) \cdot \sigma_1 - \sigma_2 \cdot \sigma_3 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 + (\sigma_2 + \sigma_3) \cdot \left(|\sigma_c| - \frac{|\sigma_c|}{R}\right) - \frac{|\sigma_c|^2}{R} = 0 \Rightarrow \\ & \Delta = \left(-\sigma_2 - \sigma_3 + |\sigma_c| - \frac{|\sigma_c|}{R}\right)^2 - 4 \cdot \left(-\sigma_2 \cdot \sigma_3 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 + (\sigma_2 + \sigma_3) \cdot \left(|\sigma_c| - \frac{|\sigma_c|}{R}\right) - \frac{|\sigma_c|^2}{R}\right) \\ & \sigma_1 = \frac{-\left(-\sigma_2 - \sigma_3 + |\sigma_c| - \frac{|\sigma_c|}{R}\right) \pm \sqrt{\Delta}}{2} \quad (\text{Εξ. 2.36}) \end{aligned}$$

Από τις δύο λύσεις του τριωνύμου αποδεκτή είναι η λύση με την αρνητική τιμή γιατί η παραδοχή είναι πως ο εφελκυσμός έχει θετικό πρόσημο κι η θλίψη, που ενδιαφέρει, αρνητικό. Για την επίδραση της ενδιάμεσης κύριας τάσης  $\sigma_2$  προστίθεται ένας αντισταθμιστικός συντελεστής  $b$  με διακύμανση τιμών μεταξύ 0 και 1. Η  $\sigma_2$  αντικαθιστάται από τη  $\sigma_{2,1} = b \cdot \sigma_2$  οπότε

$$\sigma_1 = \frac{-\left(-\sigma_{2,1} - \sigma_3 + |\sigma_c| - \frac{|\sigma_c|}{R}\right) \pm \sqrt{\Delta}}{2} \quad (\text{Εξ. 2.37})$$

### 2.2.10 Τροποποιημένο Παραβολοειδές εκ Περιστροφής (Modified Theocaris)

Το κριτήριο του Παραβολοειδούς εκ Περιστροφής δεν παρουσιάζει καλή προσαρμογή στα πειραματικά δεδομένα με αποτέλεσμα την υπερεκτίμηση, σε ορισμένες περιπτώσεις, της ενδιάμεσης κύριας τάσης  $\sigma_2$  και τη μη παρακολούθηση της ελάχιστης κύριας τάσης  $\sigma_3$  στις υψηλότερες τάσεις. Για να προσεγγίσει τις πειραματικές τιμές το κριτήριο τροποποιείται με την

εισαγωγή δύο συντελεστών.

Πρώτα εισάγεται ένας ρυθμιστικός συντελεστής  $b$  που καθορίζει το ποσό επιρροής της ενδιάμεσης κύριας τάσης. Η τιμή του κυμαίνεται από 0 έως 1.

Κατά δεύτερον εισάγεται ένας συντελεστής  $W$  που αφορά τη συμμετοχή της μονοαξονικής αντοχής σε θλίψη  $\sigma_c$ . Παρατηρήθηκε πως όσο αυξάνει η τιμή της  $\sigma_c$  τόσο μειώνεται η μέση απόκλιση. Επειδή οι μεγάλες αποκλίσεις παρατηρούνται στις υψηλές τιμές της ελάχιστης κύριας τάσης ο συντελεστής  $W$  συσχετίζεται με τη  $\sigma_3$  ως εξής:

$$w = \sigma_3^a$$

όπου ο εκθέτης  $a$  είναι συντελεστής που παίρνει τιμές μεταξύ 0 και 0,3. Οπότε το τροποποιημένο κριτήριο διαμορφώνεται ως εξής:

$$(\sigma_1 - b \cdot \sigma_2)^2 + (b \cdot \sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + 2 \cdot (R - 1) \cdot (\sigma_1 + b \cdot \sigma_2 + \sigma_3) \cdot \frac{w \cdot |\sigma_c|}{R} = 2 \cdot R \cdot \frac{(w \cdot |\sigma_c|)^2}{R^2} \quad (\text{Εξ. 2.38})$$

Η εύρεση των βέλτιστων παραμέτρων  $\sigma_c$ ,  $R$ ,  $b$  και  $a$  δίνει την ελάχιστη μέση απόκλιση  $i\%$ .

$$i\% = \text{mean} \left( \frac{|\sigma_{1ModTheo} - \sigma_{1πειρ}|}{\sigma_{1πειρ}} \right) \cdot 100\% \quad (\text{Εξ. 2.39})$$

Κατόπιν με επαναληπτική διαδικασία δοκιμών εύρεσης της βέλτιστης τετράδας των παραμέτρων δημιουργείται ενιαία καμπύλη  $\sigma_1$  για όλες τις τιμές της  $\sigma_3$  με την καλύτερη προσέγγιση των πειραματικών τιμών.

### 2.2.11 Mogi 1967

Ο Mogi μελέτησε την επίδραση της ενδιάμεσης κύριας τάσης  $\sigma_2$  στην αστοχία βραχομάζας εκτελώντας περιορισμένες δοκιμές θλίψης ( $\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$ ), περιορισμένες εφελκυστικές δοκιμές ( $\sigma_1 = \sigma_2 > \sigma_3$ ), και διαξονικές δοκιμές ( $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3 = 0$ ) σε διάφορα πετρώματα. Αναγνώρισε πως ενώ η επίδραση της  $\sigma_2$  στην αστοχία δεν είναι μηδενική, είναι αρκετά μικρότερη της επιρροής της ελάχιστης κύριας τάσης  $\sigma_3$  (Mogi, 1967). Όταν σχεδίασε το διάγραμμα της μέγιστης διατμητικής τάσης  $(\sigma_1 - \sigma_3)/2$  συναρτήσε της  $(\sigma_1 + \sigma_3)/2$  για την αστοχία στον γρανίτη Westerley, παρατήρησε πως η καμπύλη εφελκυσμού βρισκόταν λίγο πιο πάνω από την καμπύλη θλίψης και πως συνέβαινε το αντίθετο όταν σχεδίασε την οκταεδρική διατμητική τάση  $\tau_{oct}$  συναρτήσε της  $(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)/2$  για την αστοχία στο ίδιο πέτρωμα. Επομένως, αν η  $(\sigma_1 + \beta\sigma_2 + \sigma_3)$  τεθεί ως τετμημένη, αντί της  $(\sigma_1 + \sigma_3)$  ή της  $(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)$ , οι καμπύλες θλίψης κι εφελκυσμού συμπίπτουν σε μία κατάλληλη τιμή της

σταθεράς  $\beta$ . Ο Mogi υποστήριξε πως η τιμή της  $\beta$  είναι σχεδόν η ίδια για όλα τα ψαθυρά πετρώματα. Το κριτήριο περιγράφεται από την εξίσωση

$$\frac{(\sigma_1 - \sigma_3)}{2} = f_1[(\sigma_1 + \beta\sigma_2 + \sigma_3)/2] \quad (\text{Εξ. 2.40})$$

όπου  $\beta$  είναι μικρότερη του 1. Η μορφή της συνάρτησης  $f_1$  στην (Εξ. 2.40) εξαρτάται από τον τύπο πετρώματος και είναι μονότονα αύξουσα. Το κριτήριο προβλέπει πως η αστοχία συμβαίνει όταν η στροφική ενέργεια αυξάνεται σε μία οριακή τιμή όπου αυξάνει μονότονα με τη μέση ορθή τάση στο επίπεδο αστοχίας. Ο όρος  $\beta\sigma_2$  μπορεί να αντιστοιχεί στη συνεισφορά του  $\sigma_2$  στην ορθή τάση στο επίπεδο αστοχίας επειδή η επιφάνεια αστοχίας, όντας ακανόνιστη, δεν είναι παράλληλη με τη  $\sigma_2$  και θα πρέπει να αποκλίνει κατά  $\arcsin(\beta)$ .

### 2.2.12 Mogi 1971

Το κριτήριο προέρχεται από τη γενίκευση της θεωρίας του von Mises και εκφράζεται από την

$$\tau_{oct} = f_1(\sigma_1 + \sigma_3) \quad (\text{Εξ. 2.41})$$

όπου η συνάρτηση  $f_1$  είναι μονότονα αύξουσα. Σύμφωνα με το Mogi τα σημεία των δεδομένων τείνουν να ευθυγραμμίζονται σε μία ενιαία καμπύλη για κάθε πέτρωμα, παρόλο που εμφανίζουν ελαφρώς διασπορά σε κάποια πυριτικά πετρώματα. Η οκταγωνική τάση δεν είναι πάντοτε σταθερή αλλά αυξάνει μονότονα με τη μέση ορθή τάση  $\sigma_{m,2}$  ή  $(\sigma_1 + \sigma_3)/2$ . Η αστοχία επέρχεται όταν η στρεπτική τάση πιάσει μία κρίσιμη τιμή, η οποία αυξάνει μονότονα με την ορθή μέση τάση, επί της επιφάνειας ολίσθησης παράλληλα με την κατεύθυνση της  $\sigma_2$ . Η  $\tau_{oct}$  σχεδιάζεται συναρτήσει της  $\sigma_{m,2}$ . Ο Mogi εφάρμοσε το κριτήριο σε διαφορετικά είδη πετρώματος και πάντοτε έλαβε ικανοποιητικά αποτελέσματα.

Για τα δύο εμπειρικά κριτήρια Mogi εφαρμόζονται τρεις προσεγγιστικές μέθοδοι: δυναμονομική (power law-PL), γραμμική (linear-LIN) και πολυωνυμική 2<sup>ου</sup> βαθμού (quadratic).

## 2.3 Αναφορά σε συγκριτικές μελέτες

Η βιβλιογραφία περιλαμβάνει μεγάλο αριθμό μελετών σύγκρισης δύο ή περισσότερων κριτηρίων αστοχίας, συνήθως βάσει δοκιμών σε κάποια διαφορετικά πετρώματα. Παρακάτω παρατίθενται ενδεικτικά κάποιες ενδιαφέρουσες δημοσιεύσεις.

Οι Das και Basudhar (2009) συγκρίνουν τέσσερα κριτήρια αστοχίας βάσει τριαξονικών δοκιμών σε δέκα διαφορετικά πετρώματα. Οι βέλτιστες τιμές των παραμέτρων προσεγγίζονται με τρεις στατιστικές μεθόδους: Ελάχιστα τετράγωνα, least median square and re-weighted least square. Μέσα από τα αποτελέσματα οι συγγραφείς καταλήγουν στο συμπέρασμα ότι η



απόκλιση των υπολογισμένων τιμών από τις πειραματικές εξαρτάται σε μεγάλο βαθμό από τη στατιστική μέθοδο προσέγγισης των παραμέτρων.

Στη βιβλιογραφία υπάρχουν κάποιες δημοσιεύσεις όπου ο συγγραφέας συγκρίνει ένα κριτήριο που ο ίδιος προτείνει με κάποια από τα ήδη καθιερωμένα. Σε αυτές τις περιπτώσεις είναι αναμενόμενο ο συγγραφέας να είναι θετικά προδιατεθειμένος υπέρ του δικού του κριτηρίου. Στην κατηγορία αυτή ανήκει και η θεωρητική σύγκριση τριών κριτηρίων αστοχίας: δύο καθιερωμένων, Mohr-Coulomb και Drucker-Prager, και αυτού που προτείνει ο ίδιος ο συγγραφέας που αποτελείται από πολυωνυμική αναπαράσταση με περιορισμό στη δομή (Christensen, 2006).

Σύμφωνα με το συγγραφέα, τα κριτήρια Mohr-Coulomb και Drucker-Prager παρουσιάζουν μη-φυσική συμπεριφορά και υπερεκτιμούν την τάση τόσο σε περιοχές ισχυρής θλίψης όσο και σε περιοχές ισχυρού εφελκυσμού του κύριου εντατικού πεδίου. Καταλήγει το άρθρο στο συμπέρασμα ότι το προτεινόμενο κριτήριο είναι πιο κατάλληλο και επιπλέον το μόνο διαθέσιμο κριτήριο που έχει τρισδιάστατη αστοχία ρυθμισμένη από μόνο δύο ιδιότητες για τα ομογενή και ισοτροπικά υλικά.

Οι Φορτσάκης et al (2010) διερευνούν η διαφορά στα αποτελέσματα όσον αφορά στη συμπεριφορά του γεωυλικού κατά τη διάνοιξη σηράγγων με τη χρήση των κριτηρίων αστοχίας Hoek-Brown και Mohr-Coulomb. Αρχικά, διερευνώνται οι υφιστάμενες στη βιβλιογραφία μέθοδοι για την εκτίμηση των ισοδύναμων παραμέτρων Mohr-Coulomb της βραχομάζας από τις αντίστοιχες του κριτηρίου Hoek-Brown. Στη συνέχεια, μέσω παραμετρικών αναλύσεων με πεπερασμένα στοιχεία, συγκρίνονται τα αποτελέσματα συγκλίσεων που προκύπτουν ανάλογα με το κριτήριο αστοχίας που χρησιμοποιείται και εντοπίζονται οι περιοχές όπου οι υφιστάμενες μεθοδολογίες κρίνεται ότι δεν προσφέρουν ικανοποιητική προσέγγιση του φαινομένου.

Οι ερευνητές κρίνουν ότι στην περίπτωση των ευμενών γεωτεχνικών συνθηκών, η προσέγγιση μέσω του κριτηρίου Mohr-Coulomb δίνει ικανοποιητική ακρίβειας και οι υφιστάμενες μέθοδοι θεωρούνται ισοδύναμες, ενώ στην περίπτωση των μέτριων και δυσμενών γεωτεχνικών συνθηκών οι διαφορές στα αποτελέσματα με βάση τα δύο κριτήρια αστοχίας είναι σημαντικές και κρίνεται προτιμότερη η απευθείας χρήση του κριτηρίου αστοχίας Hoek-Brown.

Επίσης επισημαίνεται ότι η διαδικασία σύγκρισης των δύο κριτηρίων αστοχίας είναι ιδιαίτερα ευαίσθητη ως προς τα γεωμετρικά στοιχεία της, την κατασκευαστική αλληλουχία (φάσεις εκσκαφής) και τα μέτρα άμεσης υποστήριξης. Επομένως, τα ποσοτικά συμπεράσματα που προέκυψαν από τις αριθμητικές αναλύσεις της συγκεκριμένης εργασίας για κυκλική σήραγγα μονού κλάδου δεν είναι δόκιμο να γενικεύονται σε οποιαδήποτε σήραγγα.

Ο Σακελλαρίου (2006) εισάγει το κριτήριο του παραβολοειδούς εκ περιστροφής ως κριτήριο αστοχίας στη βραχομηχανική. Το κριτήριο αυτό έχει εισαχθεί από τον Θεοχάρη για την διερεύνηση των σύνθετων υλικών τα οποία παρουσιάζουν ανισοτροπία Στην περίπτωση των ανισότροπων υλικών το κριτήριο παίρνει την γενικευμένη του μορφή ως ελλειπτικού παραβολοειδούς εκ περιστροφής, δηλαδή παραβολοειδές του οποίου η τομή με επίπεδο κάθετο στον άξονά του είναι έλλειψη. Ως παράδειγμα εφαρμογής

του, εξετάζεται το πρόβλημα της εκτίμησης του εύρους της ζώνης αστοχίας γύρω από σήραγγα κυκλικής διατομής σε ισότροπο (υδροστατικό) τασικό πεδίο. Η σύγκριση με τα αντίστοιχα αποτελέσματα που προκύπτουν με εφαρμογή του εμπειρικού κριτηρίου Hoek-Brown είναι ικανοποιητική. Το αποτέλεσμα αυτό κρίνεται από το συγγραφέα ως σημαντικό διότι το κριτήριο του παραβολοειδούς είναι ένα κριτήριο αυστηρά θεμελιωμένο και όχι εμπειρικό και επιπλέον γενικεύεται ώστε να ερμηνεύει και τη μη-γραμμική συμπεριφορά ανισότροπων υλικών.

Η Edelbro (2004) παραθέτει αρχικά μία βιβλιογραφική ανασκόπηση σχετικά με τα γνωστά συστήματα ταξινόμησης βραχομάζας και κριτήρια αστοχίας που βασίζονται στη χρήση συστημάτων ταξινόμησης και συγκρίνει κάποια από αυτά σε τρεις διαφορετικές περιπτώσεις.

Οι μελέτες περίπτωσης που εφαρμόστηκαν έδειξαν ότι μεταξύ των συστημάτων και κριτηρίων που δοκιμάστηκαν, τα πλέον κατάλληλα για το προσδιορισμό της αντοχής βραχομάζας είναι τα: δείκτης ποιότητας βραχομάζας (rock mass quality, Q-system), αριθμός βραχομάζας (rock mass Number, N-system), δείκτης βραχομάζας (Rock Mass index, RMI), Yudhbir – Rock Mass Rating (RMR) και Hoek-Brown – Geological Strength Index (GSI).

Εν τούτοις σύμφωνα με τη συγγραφέα κανένα από τα διαθέσιμα συστήματα/κριτήρια δεν είναι ικανοποιητικό, οπότε μία νέα βελτιωμένη μέθοδος προσδιορισμού αντοχής βραχομάζας απαιτείται.

Οι Λιόλιος και Εξαδάκτυλος (2013 b) συγκρίνουν αριθμητικά και ποιοτικά την απόδοση του ομώνυμου κριτηρίου με αυτή πέντε καθιερωμένων κριτηρίων για συνεκτικά υλικά με τριβή. Συγκεκριμένα, πρόκειται για τα Mohr–Coulomb, Hoek–Brown, γραμμικό Mogi, τροποποιημένο Lade–Duncan και το Menétrey–Willam. Χρησιμοποιούν ελεύθερα διαθέσιμα σύνολα δεδομένων πέντε τύπων πετρωμάτων και ενός σκυροδέματος. Τα δεδομένα προέρχονται από πραγματικές τριαξονικές δοκιμές με ανεξάρτητο έλεγχο των τριών κυρίων τάσεων. Τα αποτελέσματα υποδεικνύουν ότι τα μοντέλα τριών παραμέτρων των κριτηρίων Liolios–Exadaktylos και Menétrey–Willam είναι ανώτερα αυτών των άλλων κριτηρίων. Ο λόγος είναι ότι πρόκειται για μοντέλα με ομαλό και κυρτό ίχνος στο αποκλείον επίπεδο που προβλέπουν ρεαλιστικές αντοχές σε θλιπτικά και εφελκυστικά συστήματα. Επίσης είναι ικανά να εξομοιώσουν την αντοχή των υλικών εξαιτίας της επιρροής της μέσης κύριας τάσης.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

### Σύγκριση κριτηρίων

Στο Κεφάλαιο 2 αναφέρθηκε η μεθοδολογία σύγκρισης κριτηρίων αστοχίας που ακολουθείται από τους περισσότερους ερευνητές. Επίσης παρατέθηκαν κάποιες από τις μαθηματικές μεθόδους που χρησιμοποιούνται στη βιβλιογραφία για τον προσδιορισμό των τιμών των παραμέτρων ενός κριτηρίου. Η παράθεση έγινε όχι ανά μαθηματική μέθοδο, αλλά ανά κριτήριο για δώδεκα από τα πλέον γνωστά από αυτά. Σε αυτό το κεφάλαιο επιχειρείται μία σύγκριση των κριτηρίων αυτών (και δύο παραλλαγών) σε δύο βασικούς άξονες, όπως απεικονίζονται στο σχήμα 2.1:

- 1) Αριθμητική (στατιστική) σύγκριση των τιμών που υπολογίζονται με εφαρμογή των κριτηρίων με αποτελέσματα πολυαξονικών δοκιμών.
- 2) Ποιοτική σύγκριση των κριτηρίων βάσει των διαγραμμάτων  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  για τις διάφορες τιμές  $\sigma_3$ .

### 3.1 Στατιστική σύγκριση κριτηρίων

Ένας αρκετά διαδεδομένος τρόπος αξιολόγησης των κριτηρίων αστοχίας είναι η μέση τυπική απόκλιση μεταξύ της υπολογισμένης τάσης αστοχίας και της αντίστοιχης πειραματικής τιμής. Επίσης λαμβάνεται υπόψη η απόκλιση υπολογισμένης-πειραματικής αντοχής σε μονοαξονική θλίψη.

Για παράδειγμα, για να αξιολογηθεί η προσαρμογή του κριτηρίου Mohr-Coulomb υπολογίζεται η κύρια τάση  $\sigma_{1M-C}$  του κριτηρίου και συγκρίνεται με τις αντίστοιχες πειραματικές  $\sigma_1$ . Η απόκλιση της κύριας τάσης  $\sigma_1$  υπολογίζεται με τη σχέση

$$i\% = \frac{|\sigma_{1M-C} - \sigma_1|}{\sigma_1} \cdot 100\%$$

Για ορισμένα κριτήρια υπάρχουν παραλλαγές του υπολογισμού του ποσοστού απόκλισης  $i\%$ , όπως στο κριτήριο αστοχίας Zhang – Zhu, όπου η συνάρτηση είναι πεπλεγμένη ως προς τη  $\sigma_1$  και ως εκ τούτου επιλύεται ως προς την ενδιάμεση τάση  $\sigma_2$  (Πολυμέρου, 2011).

$$\begin{aligned} & 2\sigma_2^2 - 2\sigma_2 \cdot (\sigma_1 + \sigma_3) + \sigma_1^2 + \sigma_3^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 - \frac{18}{144} \cdot m^2 \cdot \sigma_c^2 \\ & + \frac{3\sqrt{2}}{2 \cdot 12} \cdot m \cdot \sigma_c \cdot \sqrt{2 \cdot m^2 \cdot \sigma_c^2 + 32 \cdot m \cdot \sigma_c \cdot (\sigma_1 + \sigma_3)/2 + 32 \cdot s \cdot \sigma_c^2} \\ & - \frac{18}{144} \cdot m^2 \cdot \sigma_c^2 - \frac{32 \cdot 9}{144} \cdot m \cdot \sigma_c \cdot \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} - \frac{32 \cdot 9}{144} \cdot s \cdot \sigma_c^2 = 0 \end{aligned}$$

Για την εύρεση της απόκλισης  $i\% = \text{mean} \left( \frac{|\sigma_{\text{πειρ}} - \sigma_{\text{log}}|}{\sigma_{\text{πειρ}}} \right) \%$  υπάρχουν δύο

λύσεις. Λύση πρώτη:

$$\frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} + \frac{1}{4} \sqrt{-12 \cdot \sigma_1^2 + 24 \cdot \sigma_1 \cdot \sigma_3 - 12 \cdot \sigma_3^2 + 2 \cdot m^2 \cdot \sigma_c^2 + 8 \cdot m \cdot \sigma_c \cdot \sigma_3 + 16 \cdot s \cdot \sigma_c^2 - 2 \cdot m \cdot \sigma_c \cdot A + 8 \cdot m \cdot \sigma_c \cdot \sigma_1}$$

$$A = \sqrt{m^2 \cdot \sigma_c^2 + 8 \cdot m \cdot \sigma_c \cdot \sigma_1 + 8 \cdot m \cdot \sigma_c \cdot \sigma_3 + 16 \cdot s \cdot \sigma_c^2}$$

Λύση δεύτερη:

$$\frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} - \frac{1}{4} \sqrt{-12 \cdot \sigma_1^2 + 24 \cdot \sigma_1 \cdot \sigma_3 - 12 \cdot \sigma_3^2 + 2 \cdot m^2 \cdot \sigma_c^2 + 8 \cdot m \cdot \sigma_c \cdot \sigma_3 + 16 \cdot s \cdot \sigma_c^2 - 2 \cdot m \cdot \sigma_c \cdot A + 8 \cdot m \cdot \sigma_c \cdot \sigma_1}$$

$$A = \sqrt{m^2 \cdot \sigma_c^2 + 8 \cdot m \cdot \sigma_c \cdot \sigma_1 + 8 \cdot m \cdot \sigma_c \cdot \sigma_3 + 16 \cdot s \cdot \sigma_c^2}$$

Η πρώτη λύση σχηματίζει τον ανιόντα κλάδο και η δεύτερη τον κατιόντα κλάδο.

Στην παρούσα διπλωματική εργασία επιλέχθηκε η παράθεση συγκρίσεων πειραματικών-υπολογισμένων τιμών από μία εργασία (Πολυμέρου, 2011) που συγκέντρωσε στοιχεία από δύο άλλες αντίστοιχες δημοσιεύσεις. Η εν λόγω εργασία για την αξιολόγηση των κριτηρίων αστοχίας χρησιμοποιεί πειραματικά αποτελέσματα τριαξονικών δοκιμών σε 7 τύπους πετρωμάτων (**Πίνακας 3.1**).

Τα δεδομένα από πολυαξονικές δοκιμές που αφορούν στα πέντε πρώτα προέρχονται από το άρθρο των Colmenares and Zoback (2002), οι οποίοι με τη σειρά τους μνημονεύουν ως πηγές Chang and Haimson (2000) για τον αμφιβολίτη, Mogi (1971) για το δολομίτη και τον ασβεστόλιθο και τους Takahashi and Koide (1989) για τον σχιστόλιθο και τον ψαμμίτη. Αντίστοιχα, τα δεδομένα από πολυαξονικές δοκιμές στα 2 τελευταία πετρώματα της λίστας προέρχονται από τη δημοσίευση του Zhang (2008), ο οποίος αναφέρει ως πηγές Chang and Haimson (2000) για το γρανίτη και Mogi (1971) για τον τραχύτη.

**Πίνακας 3.1**  
Εξεταζόμενα πετρώματα

Πέτρωμα	Δημοσίευση	Δημοσίευση (1 <sup>η</sup> )
KTB Amphibolite (Αμφιβολίτης)	Colmenares and Zoback (2002)	Chang and Haimson (2000)
Dunham Dolomite (Δολομίτης)		Mogi (1971)
Solenhofen Limestone (Ασβεστόλιθος)		
Shirahama Sandstone (Ψαμμίτης)		Takahashi and Koide (1989)
Yuubari Shale (Σχιστόλιθος)		
Westerly Granite (Γρανίτης)	Zhang (2008)	Chang and Haimson (2000)
Mizuho trachyte (Τραχύτης)		Mogi (1971)

Αξίζει να σημειωθεί ότι η αξιοπιστία των δεδομένων δεν αξιολογείται, αλλά θεωρείται επαρκής, ούτε από την Πολυμέρου (2011), ούτε από τους Colmenares and Zoback (2002) ή Zhang (2008). Στόχος των εργασιών τους είναι ο στατιστικός προσδιορισμός των πλέον κατάλληλων τιμών των παραμέτρων των κριτηρίων ακολουθώντας τη μεθοδολογία που αναλύεται στο προηγούμενο και σε αυτό το κεφάλαιο.

Στον **Πίνακα 3.2** παρατίθενται οι τιμές της μέσης ελάχιστης απόκλισης  $i\%$

$$i\% = \text{mean} \left( \frac{|\sigma_{\text{κριτηριου}} - \sigma_{\text{πειρ}}|}{\sigma_{\text{πειρ}}} \right) \%$$

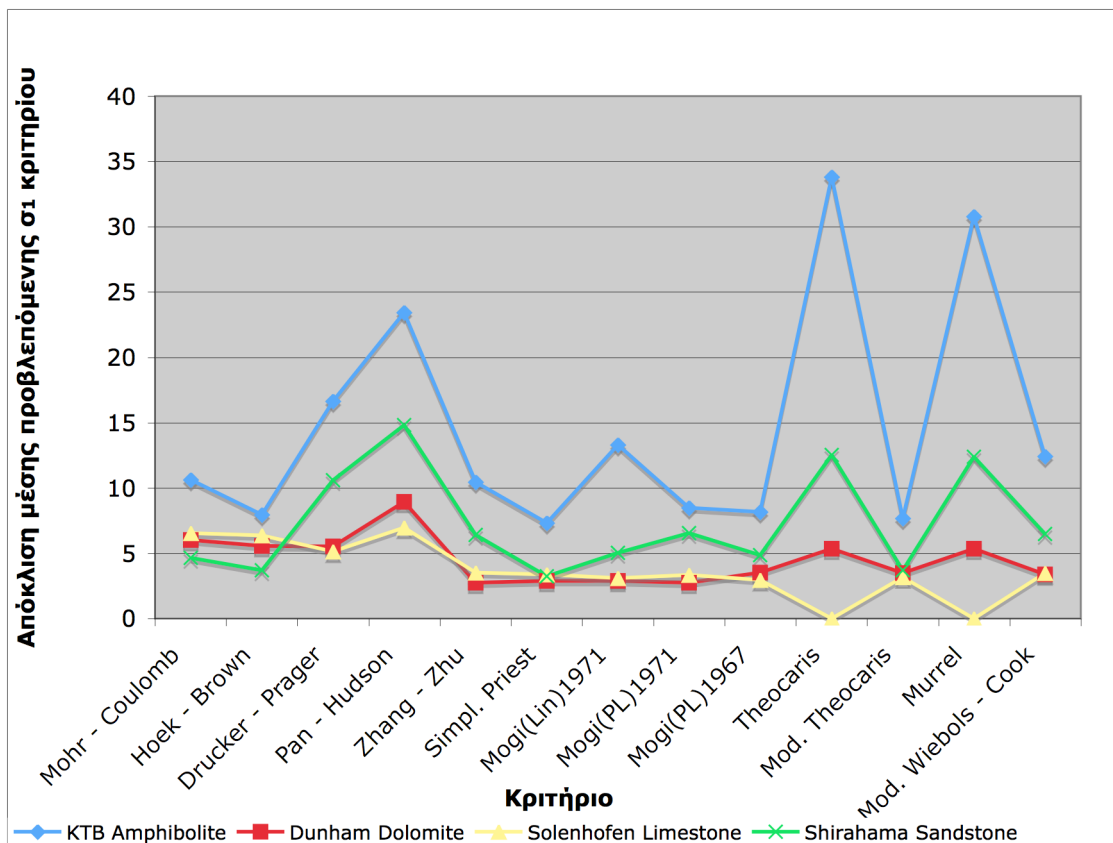
Αρχικά θα εξετασθεί η απόκλιση  $i$  σε σχέση με τα πετρώματα και μετέπειτα σε σχέση με τα κριτήρια.

**Πίνακας 3.2** Απόκλιση i% ανά κριτήριο για κάθε πέτρωμα

	Mohr - Coulomb	Hoek - Brown	Pan - Hudson	Zhang - Zhu	Simpl. Priest	Mogi (Lin)71	Mogi (PL)71	Mogi (PL)67	Murrel	Drucker - Prager	Theocaris	Mod. Theocaris	Mod. Wiebols - Cook
<b>KTB Amphibolite</b>	10.62	7.96	23.44	10.45	7.33	13.3	8.49	8.17	30.79	16.64	33.81	7.68	12.42
<b>Dunham Dolomite</b>	6.01	5.57	8.94	2.74	2.89	2.89	2.74	3.53	5.34	5.52	5.33	3.47	3.39
<b>Solenhofen Limestone</b>	6.55	6.38	6.95	3.52	3.37	3.08	3.33	2.95	3.88/ 8.10	5.12	7.35/ 4.04	3.15	3.48
<b>Shirahama Sandstone</b>	4.63	3.69	14.8	6.4	3.25	5.02	6.56	4.85	12.39	10.6	12.51	3.7	6.47
<b>Yuubari Shale</b>	4.54	4.32	8.76	3.52	3.4	4.28	4.43	3.85	7.00/ 8.39	7.85	7.25/ 7.74	3.77	6.03
<b>Westerly Granite</b>	6.73	5	33.41/ 13.02	9.76	5.16	8.65	9.38	6.39	26.6	15.66	26.86	5.74	4.28
<b>Mizuho trachyte</b>	6.46	5.41	15.25	3.09	2.24	6.19	4.41	3.71	7.54	6.45	7.53	2.98	3.62

### 3.1.1 Απόκλιση i% - Σχολιασμός ως προς τα πετρώματα

Με μια πρώτη ματιά είναι φανερό πως υπάρχουν κάποια πετρώματα όπου στην πλειοψηφία των κριτηρίων παρουσιάζουν μεγάλες αποκλίσεις. Αυτά είναι ο αμφιβολίτης κι ο γρανίτης. Ο αμφιβολίτης είναι σε όλα τα κριτήρια (πλην Mogi [PL] 67 όπου έχει τη δεύτερη μεγαλύτερη απόκλιση μετά το γρανίτη) το πέτρωμα με τη μεγαλύτερη μέση απόκλιση (**Σχ. 3.1**). Ο γρανίτης είναι το πέτρωμα με τη δεύτερη μέγιστη απόκλιση σε όλα τα κριτήρια, πλην των Hoek – Brown και Modified Wiebols – Cook, ενώ, όπως προαναφέρθηκε, εμφανίζει τη μέγιστη απόκλιση στο Mogi (PL) 67 (**Σχ. 3.2**). Χαρακτηριστικό αυτών των πετρωμάτων είναι η μεγάλη επίδραση της ενδιάμεσης κύριας τάσης. Παρόλα αυτά υπάρχουν πετρώματα, μεταξύ αυτών που εξετάζονται, με ακόμη μεγαλύτερη εξάρτηση από τη  $\sigma_2$ , όπως ο ασβεστόλιθος κι ο δολομίτης. Κοινό γνώρισμα του αμφιβολίτη και του γρανίτη είναι η εφαρμογή υψηλών τάσεων στα δοκίμια και η μείωση του συντελεστή συσχέτισης  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  (**Σχ. 3.3**) στις υψηλές τιμές της  $\sigma_3$ , σε αντίθεση με τον ασβεστόλιθο, το δολομίτη και τον τραχύτη όπου δεν παρουσιάζεται παρόμοια συμπεριφορά. Δηλ. και το εντατικό πεδίο είναι πολύ χαμηλότερο και ο συντελεστής συσχέτισης  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  αυξάνεται (ασβεστόλιθο και δολομίτη) ή έχει διακυμάνσεις (τραχύτης) στις υψηλότερες τιμές της ελάχιστης κύριας τάσης.

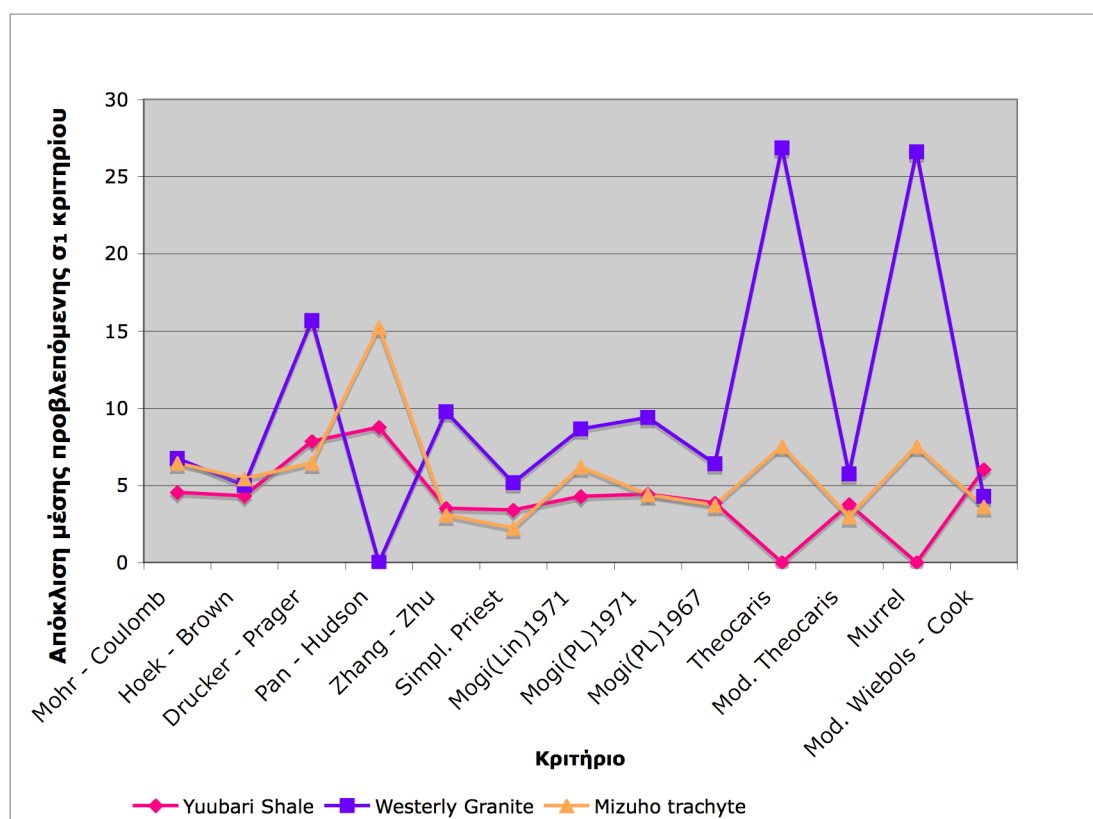


**Σχ. 3.1:** Μέση απόκλιση i% για τα πετρώματα Αμφιβολίτης, Δολομίτης, Ασβεστόλιθος και Ψαμμίτης

Το τρίτο πέτρωμα με τη μεγαλύτερη απόκλιση από τις εργαστηριακές δοκιμές είναι ο ψαμμίτης, όπου είναι αναμενόμενο αφού παρουσιάζει και τις μεγαλύτερες διακυμάνσεις του συντελεστή συσχέτισης.

Στον ασβεστόλιθο και το δολομίτη, τα πετρώματα με τη μεγαλύτερη εξάρτηση από την ενδιάμεση κύρια τάση  $\sigma_2$ , παρουσιάζεται η καλύτερη προσέγγιση στην πλειοψηφία των κριτηρίων, πλην των Mohr – Coulomb, Hoek – Brown και Modified Lade. Στα υπόλοιπα δύο πετρώματα, το σχιστόλιθο και τον τραχύτη, οι αποκλίσεις βρίσκονται περίπου στη μέση σε σχέση με τα προαναφερθέντα πετρώματα.

Ο σχιστόλιθος εμφανίζει τη μικρότερη συσχέτιση με την ενδιάμεση κύρια τάση σε όλα τα εξεταζόμενα πετρώματα. Πρέπει να σημειωθεί πως ο αριθμός εργαστηριακών δοκιμών του σχιστόλιθου είναι στατιστικά πολύ μικρός.



**Σχ. 3.2:** Μέση απόκλιση i% για τα πετρώματα Σχιστόλιθος, Γρανίτης και Τραχύτης

### 3.1.2 Απόκλιση i% - Σχολιασμός ως προς τα κριτήρια

Τα κριτήρια με τις μικρότερες αποκλίσεις ως προς τις πειραματικές τιμές είναι τα Simplified Priest, Modified Theocaris και Mogi (PL) 67. Το κριτήριο Simplified Priest είναι γενίκευση του κριτηρίου Hoek – Brown στις τρεις διαστάσεις. Παρουσιάζει τη μικρότερη απόκλιση από όλα τα κριτήρια σε τέσσερα πετρώματα. Τον αμφιβολίτη, τον ψαμμίτη, το σχιστόλιθο και τον τραχύτη. Το κριτήριο Modified Theocaris είναι βελτίωση του κριτηρίου του



παραβολοειδούς εκ περιστροφής. Το εμπειρικό κριτήριο Mogi (PL) 67 παρουσιάζει την καλύτερη προσέγγιση στον ασβεστόλιθο απ' όλα τα κριτήρια. Και τα τρία προαναφερθέντα κριτήρια εμφανίζουν τις μεγαλύτερες αποκλίσεις στον αμφιβολίτη και το γρανίτη. Πολύ καλά τα πηγαίνει το κριτήριο Hoek – Brown παρόλο που είναι δισδιάστατο κριτήριο. Τις καλύτερες προσεγγίσεις τις επιτυγχάνει στον ψαμμίτη, το σχιστόλιθο και το γρανίτη. Ακολουθούν τα κριτήρια Mogi (PL) 71 και Zhang – Zhu όπου παρουσιάζουν τη μικρότερη απόκλιση απ' όλα τα κριτήρια στο δολομίτη. Τις μεγαλύτερες αποκλίσεις τις εμφανίζουν στον αμφιβολίτη, το γρανίτη και τον ψαμμίτη. Το κριτήριο Zhang – Zhu, όπως και το Simplified Priest, αποτελεί γενίκευση του κριτηρίου Hoek – Brown στις τρεις διαστάσεις. Καλή προσέγγιση στα εργαστηριακά δεδομένα παρουσιάζει το κριτήριο Modified Wiebols – Cook, όπου μάλιστα στο γρανίτη εμφανίζει τη μικρότερη απόκλιση απ' όλα τα κριτήρια.

Τα υπόλοιπα πέντε κριτήρια, Mohr – Coulomb, Drucker – Prager, Pan – Hudson, Theocaris και Murrel αποτυγχάνουν να προσεγγίσουν τις πειραματικές τιμές και εμφανίζουν μεγάλες αποκλίσεις. Το κριτήριο Pan – Hudson αν και αποτελεί γενίκευση του κριτηρίου Hoek – Brown, όπως το Simplified Priest και το Zhang – Zhu, δεν τα πηγαίνει καλά και παρουσιάζει μεγαλύτερες αποκλίσεις ακόμη κι από το δισδιάστατο κριτήριο Mohr – Coulomb και το ενεργειακό Drucker – Prager.

### 3.2 Σύγκριση βάσει τιμών αντοχής στη μονοαξονική θλίψη $C_0$

Όπως προαναφέρθηκε, για τη στατιστική σύγκριση των κριτηρίων αστοχίας λαμβάνεται υπόψη η απόκλιση υπολογισμένης-πειραματικής αντοχής σε μονοαξονική θλίψη.

#### 3.2.3 Σχολιασμός αντοχής στη μονοαξονική θλίψη $C_0$ ως προς τα πετρώματα

Εξετάζεται η απόκλιση της θεωρητικής πρόβλεψης της αντοχής σε μονοαξονική θλίψη από την πειραματική αντοχή σε μονοαξονική θλίψη (Πιν.3.3).

$$\frac{C_{0_{\text{κριτηριου}}} - C_{0_{\text{πειρ}}}}{C_{0_{\text{πειρ}}}} \%$$

Οι μεγαλύτερες αποκλίσεις στην πρόβλεψη της αντοχής στη μονοαξονική θλίψη παρουσιάζονται στον αμφιβολίτη. Σε όλα τα κριτήρια προβλέπεται υπερεκτίμηση της αντοχής, με εξαίρεση το κριτήριο Zhang – Zhu, όπου υποεκτιμάται, όμως αρκετά κοντά στην πειραματική τιμή (υποεκτίμηση κατά 6.06%) και το κριτήριο Τροποποιημένου Παραβολοειδούς εκ Περιστροφής, όπου επιτυγχάνεται ακριβής πρόβλεψη.

Ακολουθεί ο δολομίτης όπου μόνο το Τροποποιημένο Παραβολοειδές εκ Περιστροφής προσεγγίζει σωστά την αντοχή του πετρώματος. Τα υπόλοιπα κριτήρια αποτυγχάνουν, υπερεκτιμώντας αρκετά, να προβλέψουν την πειραματική τιμή.

Τα επόμενα δύο πετρώματα, ο γρανίτης κι ο τραχύτης, είναι καλύτερα “προβλέψιμα” με τον τραχύτη να εμφανίζει την καλύτερη προσέγγιση. Και στα

δύο πετρώματα τα κριτήρια που προβλέπουν την πειραματική αντοχή είναι τα ίδια. Πρόκειται για τα τρία γενικευμένα Hoek – Brown (Pan – Hudson, Zhang – Zhu και Simplified Priest), το Τροποποιημένο Παραβολοειδές εκ Περιστροφής και το Modified Wiebols – Cook. Τα υπόλοιπα κριτήρια υπερεκτιμούν σε μεγάλο βαθμό την αντοχή στη μονοαξονική θλίψη.

Όσο αφορά στον ψαμμίτη, τα περισσότερα κριτήρια εμφανίζουν απόκλιση 15-30% κατά απόλυτη τιμή, ενώ το κριτήριο Pan – Hudson προβλέπει ακριβώς την αντοχή  $C_0$ .

Ο σχιστόλιθος είναι το μόνο πέτρωμα που προσεγγίζουν καλά τα κριτήρια Hoek – Brown και Murrel. Καλά προβλέπεται και στα Theocarlis και Simplified Priest.

Τέλος ο ασβεστόλιθος παρουσιάζει τη μικρότερη μέση απόκλιση.

Γενική διαπίστωση είναι πως στην πλειοψηφία των πετρωμάτων τα κριτήρια υπερεκτιμούν την αντοχή στη μονοαξονική θλίψη.

### 3.2.4 Σχολιασμός αντοχής στη μονοαξονική θλίψη $C_0$ ως προς τα κριτήρια

Το κριτήριο Mohr – Coulomb αποτυγχάνει να προβλέψει την αντοχή στη μονοαξονική θλίψη σε όλα τα πετρώματα. Η υπερεκτίμησή του κυμαίνεται από 48.00% στον τραχύτη έως 84.85% στον αμφιβολίτη. Την ίδια αδυναμία παρουσιάζει και το κριτήριο Hoek – Brown. Γενικά τα δύο δισδιάστατα κριτήρια υπερεκτιμούν σε μεγάλο βαθμό την αντοχή  $C_0$ .

Το κριτήριο Drucker – Prager δεν μπορεί να προβλέψει σωστά την αντοχή. Μάλιστα στη μορφή του Εγγεγραμμένου κριτηρίου είτε δεν είναι δυνατή η πρόβλεψη στον αμφιβολίτη και στο γρανίτη, είτε στα υπόλοιπα δύο πετρώματα η υπερεκτίμηση είναι κατά 168.09% στο δολομίτη και κατά 197% στον τραχύτη.

Το κριτήριο Pan – Hudson υπερεκτιμά την αντοχή στον αμφιβολίτη και το δολομίτη, ενώ προβλέπει σωστά τη  $C_0$  στον τραχύτη. Στο γρανίτη παρουσιάζεται το εξής φαινόμενο, ενώ προβλέπει άριστα τη μονοαξονική θλίψη δεν μπορεί να προσεγγίσει τα πειραματικά δεδομένα. Όταν το κριτήριο τροποποιείται για να παρακολουθήσει η καμπύλη του τις πειραματικές τιμές αποτυγχάνει πλήρως στην πρόβλεψη της αντοχής υπερεκτιμώντας την κατά 500%.

Το κριτήριο Simplified Priest τα πηγαίνει αρκετά καλά με σωστή εκτίμηση στο γρανίτη και τον τραχύτη, ενώ παρατηρείται υπερεκτίμηση 13.94% και 23.74% στον αμφιβολίτη και το δολομίτη αντίστοιχα.

Το κριτήριο Theocarlis αποτυγχάνει στην εκτίμηση της αντοχής υπερεκτιμώντας την σε όλα τα πετρώματα, όπως και στις προσεγγίσεις των αποκλίσεων. Αντιθέτως η Τροποποίησή του είναι το καλύτερο κριτήριο προβλέποντας σωστά τις πειραματικές αντοχές σε όλα τα πετρώματα.

Το κριτήριο Murrel υπερεκτιμά σε όλα τα πετρώματα τη μονοαξονική θλίψη πλην του τραχύτη που την υποεκτιμά κατά 10%.

Το κριτήριο Modified Wiebols – Cook ενώ τα πηγαίνει καλά στο γρανίτη και τον τραχύτη δε συμβαίνει το ίδιο στον αμφιβολίτη και το δολομίτη υπερεκτιμώντας τη  $C_0$  κατά 51.52% και 32.70% αντίστοιχα.

Τα κριτήρια του Mogi δε δίνουν εκτιμήσεις της αντοχής στη μονοαξονική θλίψη των πετρωμάτων.

### Πίνακας 3.3

Απόκλιση % της αντοχής στη μονοαξονική θλίψη  $C_0$  που προβλέπει κάθε κριτήριο για  $\sigma_2=0$  από την αντίστοιχη πειραματική για κάθε πέτρωμα

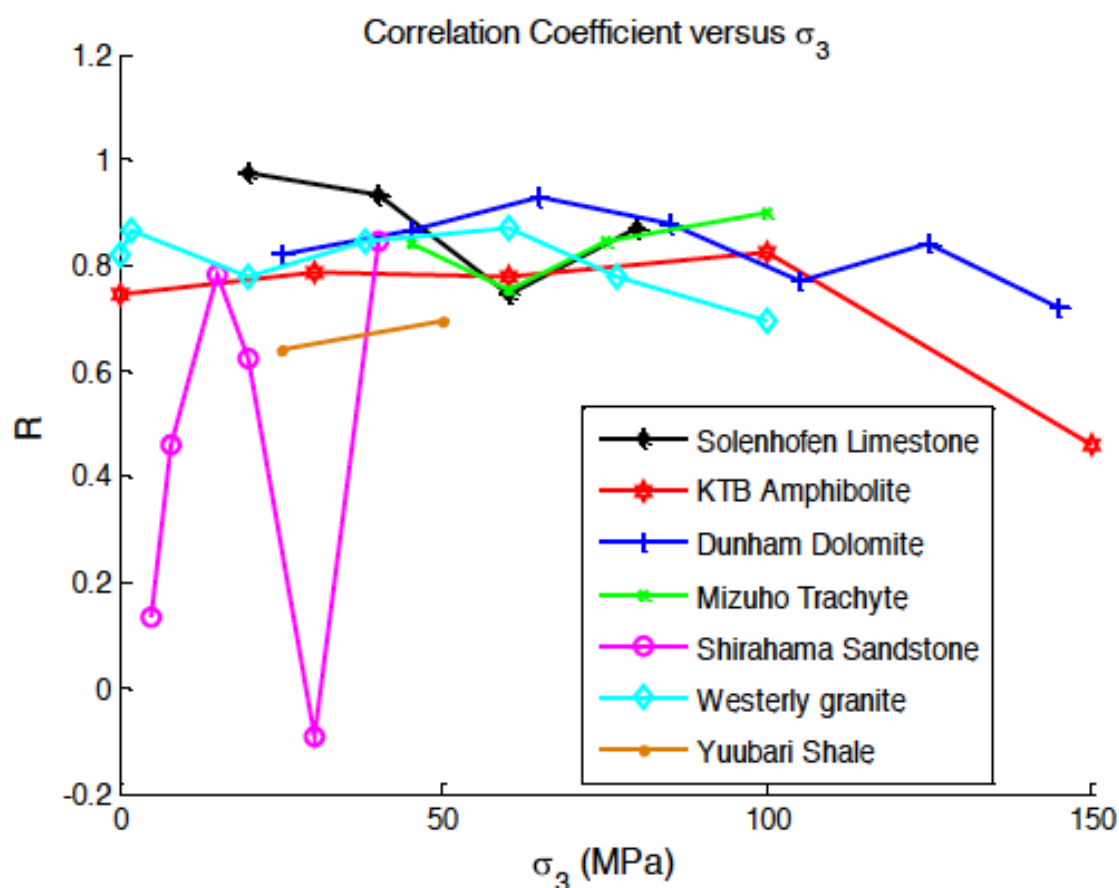
	KTB Amphibolite	Dunham Dolomite	Solenhofen Limestone	Shirahama Sandstone	Yuubari Shale	Westerly Granite	Mizuho trachyte
<b>Πειραματική (MPa)</b>	165	257	300	65	90	201	100
<b>Mohr - Coulomb</b>	84.85%	56.03%	10%	34%	17%	65.67%	48.00%
<b>Hoek - Brown</b>	78.79%	55.64%	22%	11%	0%	49.25%	50.00%
<b>Drucker -Prager(ln)</b>	-	168.09%	75%	169%	96%	-	197.00%
<b>Drucker -Prager(Cir)</b>	43.33%	45.10%	20%	15%	23%	18.21%	92.00%
<b>Pan - Hudson</b>	51.52%	55.64%	18%	0%	28%	-0.50%	0.00%
<b>Zhang - Zhu</b>	-6.06%	24.51%	-2%	-31%	-11%	-0.50%	0.00%
<b>Simpl. Priest</b>	13.94%	23.74%	-18%	-15%	-4%	0.00%	0.00%
<b>Theocaris</b>	51.52%	36.19%	-2%	15%	6%	84.08%	45.00%
<b>Mod. Theocaris</b>	0.00%	0.78%	-7%	20%	14%	0.00%	0.00%
<b>Murrel</b>	151.52%	22.57%	-12%	54%	6%	51.74%	-10.00%
<b>Mod. Wiebols - Cook</b>	51.52%	32.30%	7%	-15%	-22%	-1.99%	1.00%
<b>Mod. Lade</b>	51.52%	47.86%	12%	-15%	22%		

### 3.3 Διερεύνηση επίδρασης της $\sigma_2$

Προκειμένου να ποσοτικοποιηθεί η επίδραση της  $\sigma_2$  σε περίπτωση αστοχίας, υπολογίζεται ο συντελεστής συσχέτισης μεταξύ των  $\sigma_1$  και  $\sigma_2$  για κάθε  $\sigma_3$  για κάθε πέτρωμα (Colmenares and Zoback, 2002). Ο συντελεστής συσχέτισης είναι η συσχέτιση δύο μεταβλητών, που ορίζονται από την

$$\text{Corr}[X,Y] = \frac{\text{Cov}[X,Y]}{s_X s_Y}$$

όπου  $s_X$  και  $s_Y$  είναι οι τυπικές αποκλίσεις των  $X$  και  $Y$  αντιστοίχως. Η συνάρτηση συσχέτισης βρίσκεται μεταξύ -1 και +1. Εάν υποθεθεί πως η τιμή είναι αρνητική, τότε λέγεται ότι  $X$  και  $Y$  συσχετίζονται αρνητικά. Εάν είναι θετική, λέγεται ότι συσχετίζονται θετικά και αν είναι μηδέν τότε λέγεται ότι είναι ασυσχέτιστες. Αν η  $\sigma_1$  αυξάνεται με τη  $\sigma_2$ , ο συντελεστής συσχέτισης αυξάνει επίσης. Αν δεν, η  $\sigma_1$  δεν αλλάζει με τη  $\sigma_2$  τότε ο συντελεστής συσχέτισης θα είναι κοντά στο μηδέν. Στο **Σχ. 3.3** φαίνεται ο συντελεστής συσχέτισης μεταξύ των  $\sigma_1$  και  $\sigma_2$  για κάθε  $\sigma_3$  για κάθε πέτρωμα.

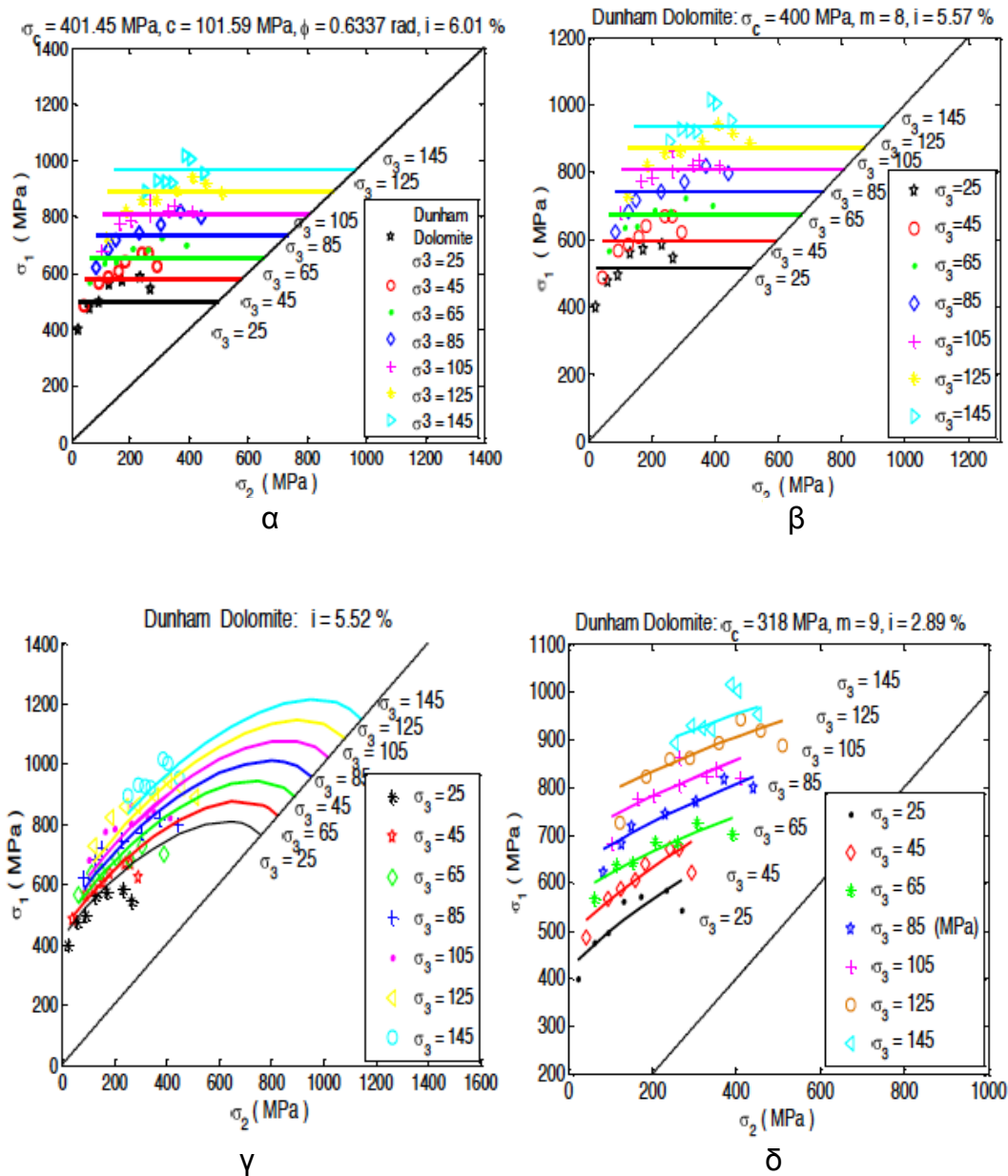


**Σχ. 3.3:** Διάγραμμα συντελεστή συσχέτισης συναρτήσει της ελάχιστης τάσης  $\sigma_3$  (Πολυμέρου, 2011)

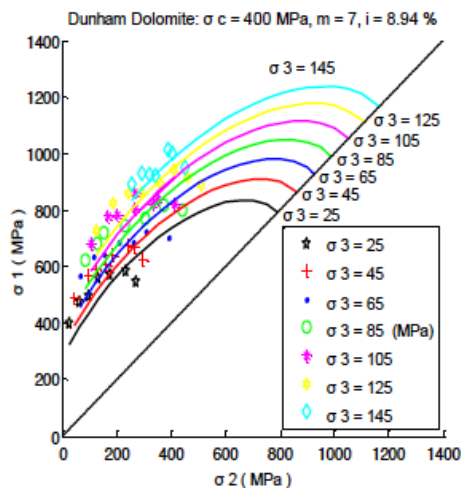
### 3.4 Ποιοτική σύγκριση κριτηρίων

Η στατιστική σύγκριση των πειραματικών δεδομένων με τις τιμές που υπολογίζονται από την εφαρμογή των κριτηρίων οδηγεί σε κάποια πρώτα συμπεράσματα ως προς την εφαρμοσιμότητά τους υπό συγκεκριμένες συνθήκες. Με τη βοήθεια των αντίστοιχων διαγραμμάτων  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  μπορεί κανείς να αποφανθεί για την καταλληλότητά τους για τους διάφορους τύπους πετρωμάτων.

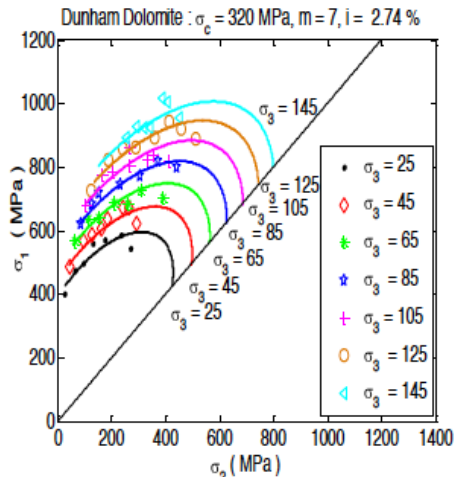
Ενδεικτικά παρατίθενται τα διαγράμματα  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  για το δολομίτη (Σχ. 3.4-3.6), το οποίο προσεγγίζεται ικανοποιητικά από την πλειοψηφία των κριτηρίων. Το κριτήριο επιλύεται ως προς τη μέγιστη τάση  $\sigma_1$  και σχεδιάζονται τα αντίστοιχα διαγράμματα.



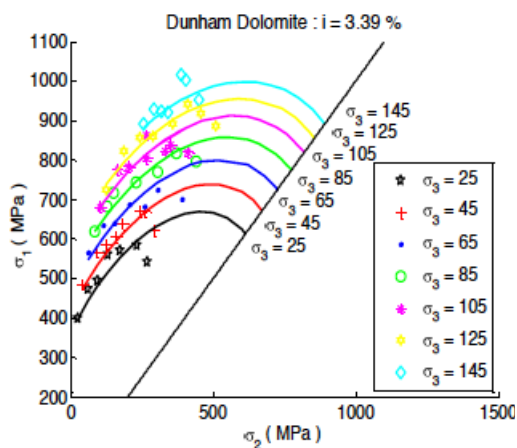
**Σχ. 3.4:** Διάγραμμα προσέγγισης ( $\sigma_1 - \sigma_2$ ) κριτηρίων Mohr - Coulomb (α), Hoek - Brown (β), Pan - Hudson (γ) και Zhang - Zhou (δ) - (Πολυμέρου, 2011)



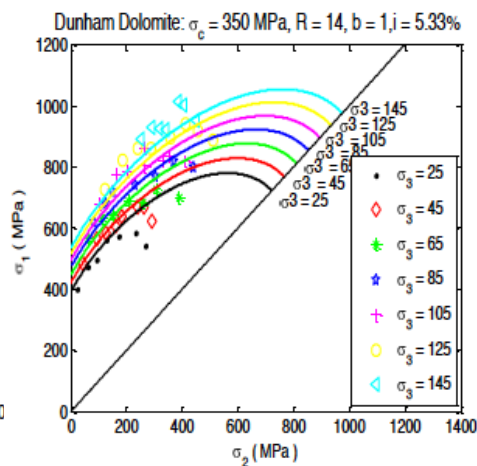
(α)



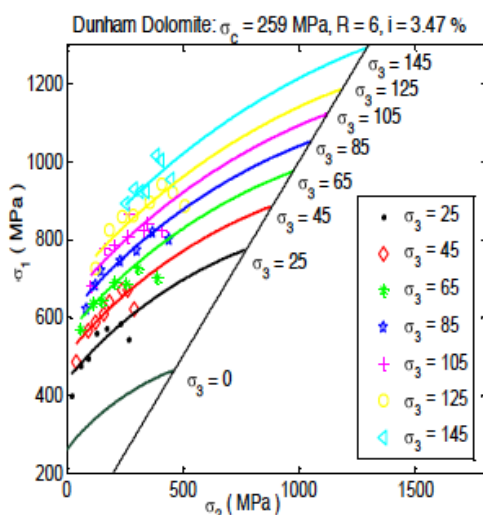
(β)



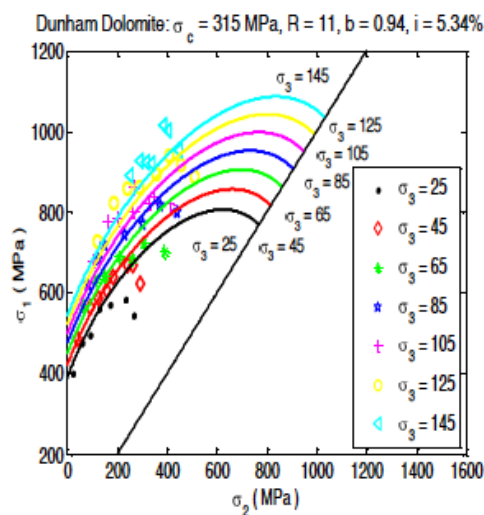
(γ)



(δ)

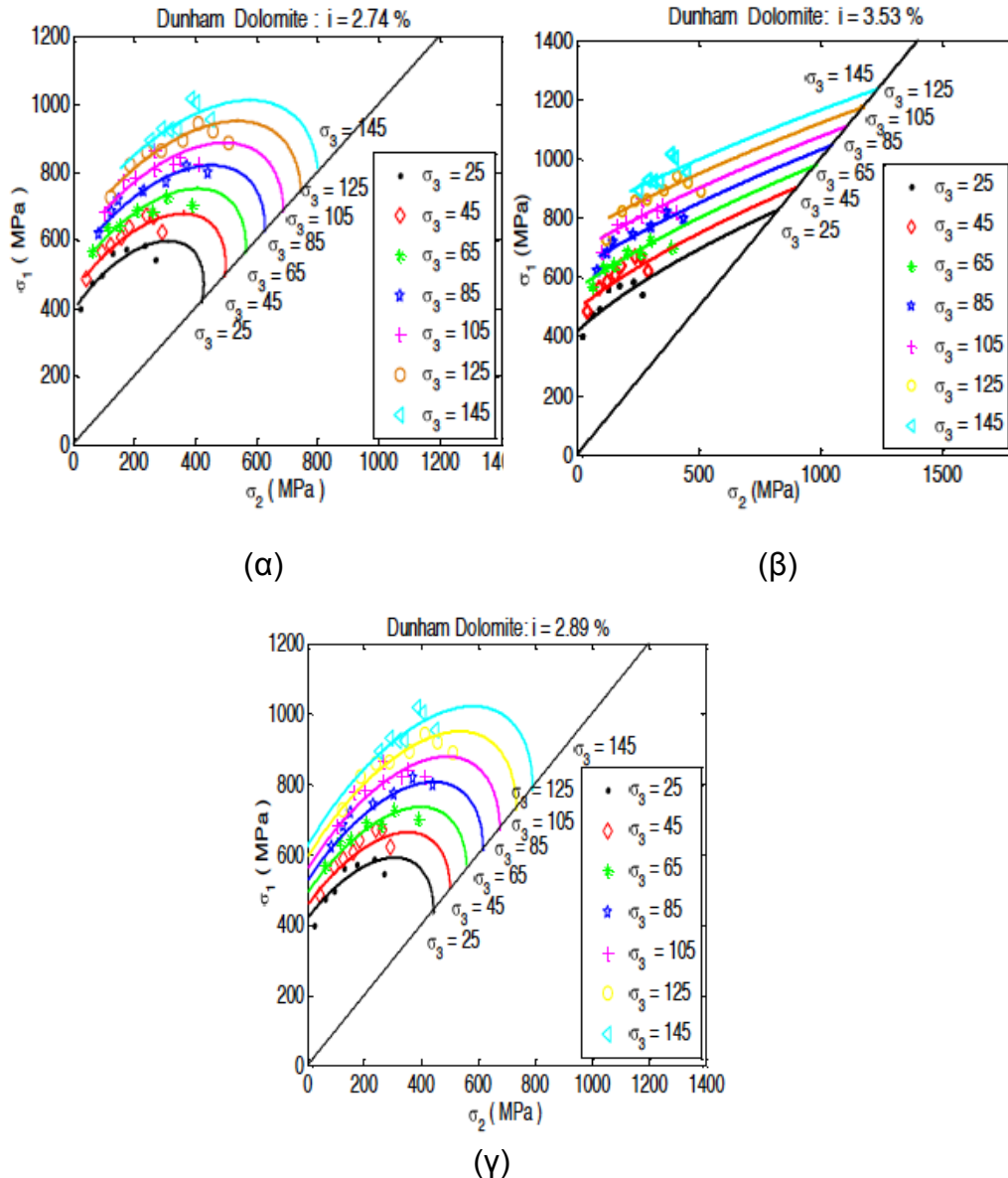


(ε)



(σ)

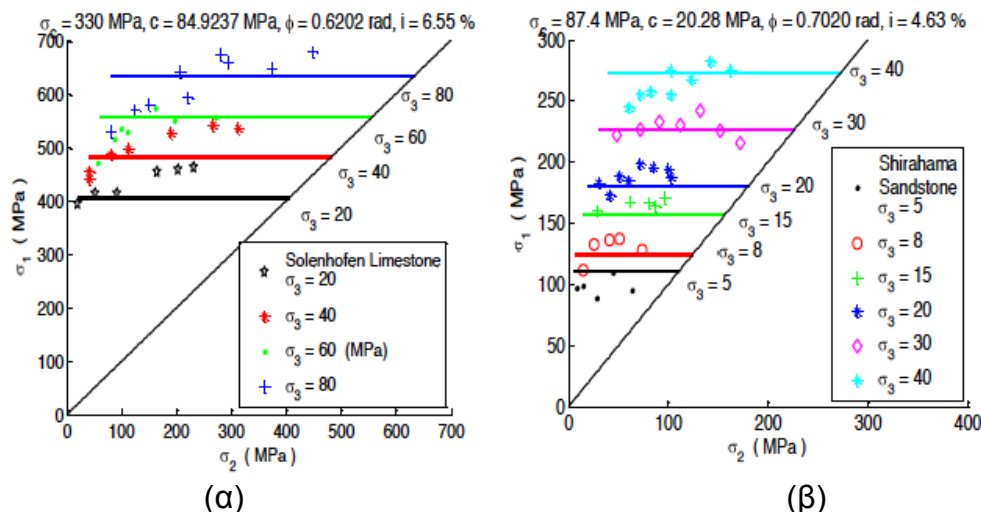
**Σχ. 3.5:** Διάγραμμα προσέγγισης ( $\sigma_1 - \sigma_2$ ) κριτηρίων Drucker-Prager (α), Simplified Priest (β), Τροποποιημένο Wiebols - Cook (γ), Murrell (δ), Theocaris (ε) και Τροποποιημένο Theocaris (σ) (Πολυμέρου, 2011)



**Σχ. 3.6:** Διάγραμμα προσέγγισης  $(\sigma_1 - \sigma_2)$  κριτηρίου Mogi 71 δυναμονομική (α), κριτηρίου Mogi 67 δυναμονομική (β) και Mogi 71 γραμμική (γ) - (Πολυμέρου, 2011)

### 3.4.1 Mohr – Coulomb

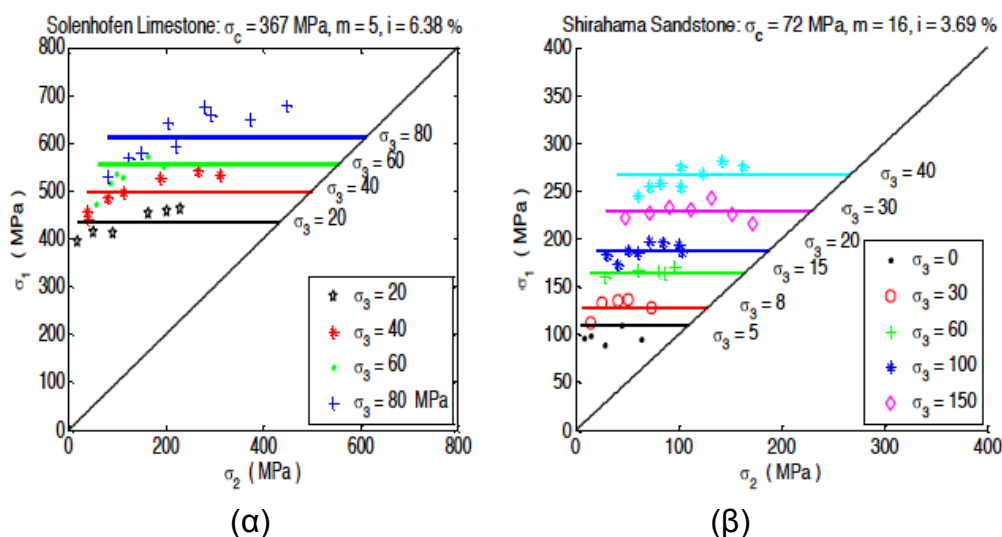
Το κριτήριο Mohr – Coulomb λόγω της δισδιάστατης μορφής του και της ευθείας μορφής του στα διαγράμματα  $\sigma_1$ - $\sigma_2$ , αποτυγχάνει να προσεγγίσει την καμπύλη μορφή των πειραματικών δεδομένων. Το κριτήριο δεν αναγνωρίζει την εξάρτηση της  $\sigma_1$  από τη  $\sigma_2$  γι' αυτό και τα μεγαλύτερα ποσοστά απόκλισης τα παρουσιάζει στα πετρώματα που έχουν έντονη εξάρτηση από τη  $\sigma_2$ , όπως ο αμφιβολίτης, ο γρανίτης κι ο ασβεστόλιθος, ενώ τη μικρότερη στα πετρώματα με τη μικρότερη συσχέτιση, όπως ο σχιστόλιθος κι ο ψαμμίτης (**Σχ. 3.7**). Επίσης το κριτήριο προβλέπει με σημαντική υπερεκτίμηση την αντοχή σε μονοαξονική θλίψη σε ποσοστό 50-80%.



**Σχ. 3.7:** Διαγράμματα προσέγγισης  $(\sigma_1 - \sigma_2)$  κριτηρίου Mohr – Coulomb σε ασβεστόλιθο (α) και ψαμμίτη (β), (Πολυμέρου, 2011)

### 3.4.2 Hoek – Brown

Το κριτήριο Hoek – Brown παρουσιάζει ανάλογη προσέγγιση με το κριτήριο Mohr – Coulomb αφού είναι κι αυτό δισδιάστατο και δε λαμβάνει υπ' όψη του την ενδιάμεση τάση  $\sigma_2$  (**Σχ. 3.8**). Η διαφορά είναι πως το Hoek – Brown παρουσιάζει μικρότερα ποσοστά απόκλισης κι επίσης προβλέπει μικρότερες τιμές της αντοχής σε μονοαξονική θλίψη.

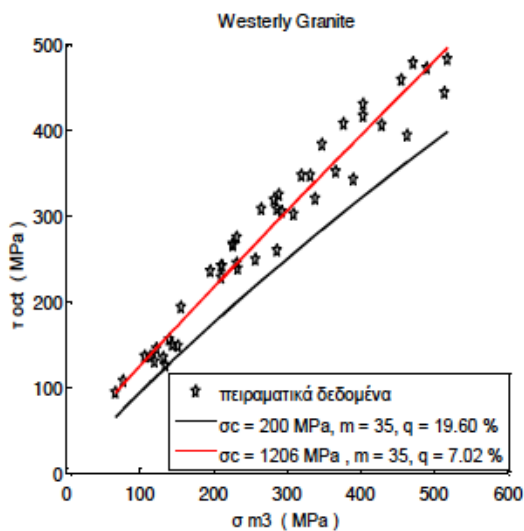


**Σχ. 3.8:** Διαγράμματα προσέγγισης  $(\sigma_1 - \sigma_2)$  κριτηρίου Hoek – Brown σε ασβεστόλιθο (α) και ψαμμίτη (β), (Πολυμέρου, 2011)

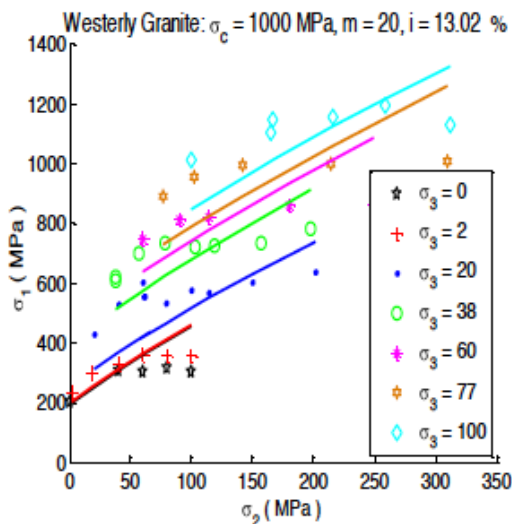


### 3.4.3 Pan – Hudson

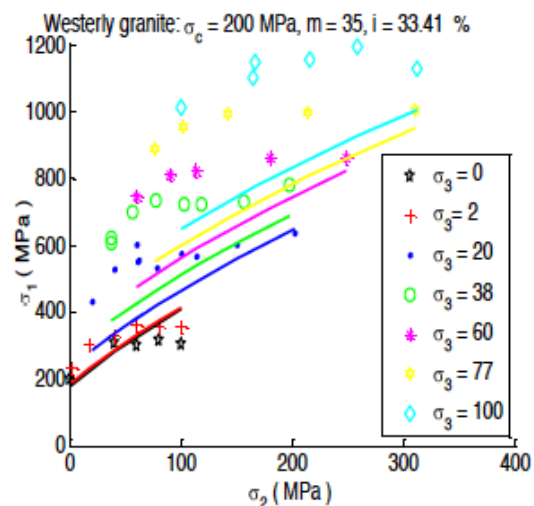
Το κριτήριο Pan – Hudson δε δείχνει καλή προσαρμογή στα πειραματικά δεδομένα παρουσιάζοντας έντονη υποεκτίμηση της αντοχής στις χαμηλές τιμές της  $\sigma_2$  και υπερεκτίμηση στις υψηλές τιμές της. Αυτό το φαινόμενο γίνεται έντονα ορατό στα πετρώματα με υψηλή εξάρτηση από την ενδιάμεση κύρια τάση όπως ο γρανίτης κι ο αμφιβολίτης. Στο γρανίτη μάλιστα αποτυγχάνει εντελώς στην πρόβλεψη της μονοαξονικής αντοχής σε θλίψη με απόκλιση περίπου 1000MPa, με αποτέλεσμα να χρειαστεί να γίνει φραγμένη αναζήτηση για να παρθούν ρεαλιστικά αποτελέσματα τα οποία όμως παρουσιάζουν έντονη απόκλιση από την προσαρμογή (**Σχ. 3.9**).



(α)



(β)

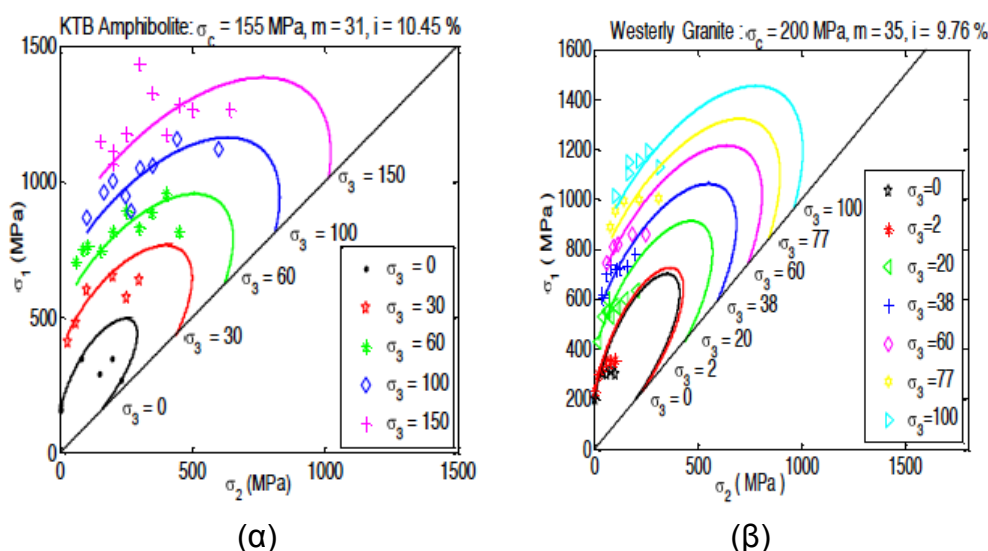


(γ)

**Σχ. 3.9:** Διάγραμμα προσέγγισης κριτηρίου Pan – Hudson σε γρανίτη ( $\sigma - \tau$ ) (α) και ( $\sigma_1 - \sigma_2$ ) για διαφορετικές τιμές αντοχής σε μονοαξονική θλίψη (β) και (γ), (Πολυμέρου, 2011)

### 3.4.4 Zhang – Zhou

Γενικά το κριτήριο εμφανίζει καλή εκτίμηση της μονοαξονικής αντοχής σε θλίψη σε αντιδιαστολή με το κριτήριο Pan – Hudson δεδομένου του ότι είναι κι αυτό ένα γενικευμένο κριτήριο του Hoek – Brown. Οι καμπύλες πρόβλεψης στα διαγράμματα  $\sigma_1$ - $\sigma_2$  του κριτηρίου ακολουθούν ικανοποιητικά τις τιμές των πειραματικών δεδομένων με μικρά ποσοστά απόκλισης. Στα πετρώματα του αμφιβολίτη, γρανίτη και μερικώς στον ψαμμίτη παρατηρείται μία ανωμαλία στα διαγράμματα  $\sigma_1$ - $\sigma_2$  **Σχ. 3.10**. Η  $\sigma_1$  παίρνει δύο τιμές που δεν έχει φυσικό νόημα. Αυτό προέρχεται λόγω της μαθηματικής επίλυσης του κριτηρίου που επειδή η συνάρτησή του είναι πεπλεγμένη ως προς το  $\sigma_1$  επιλύεται ως προς το  $\sigma_2$  με αποτέλεσμα την ύπαρξη δύο λύσεων στο πολυώνυμο 2ου βαθμού. Η μία λύση αντιστοιχεί στον ανοδικό κλάδο της καμπύλης κι η άλλη στον καθοδικό. Άρα το κριτήριο εμφανίζει αδυναμία να δεχθεί τιμές για την  $\sigma_2$  πάνω από ένα όριο.



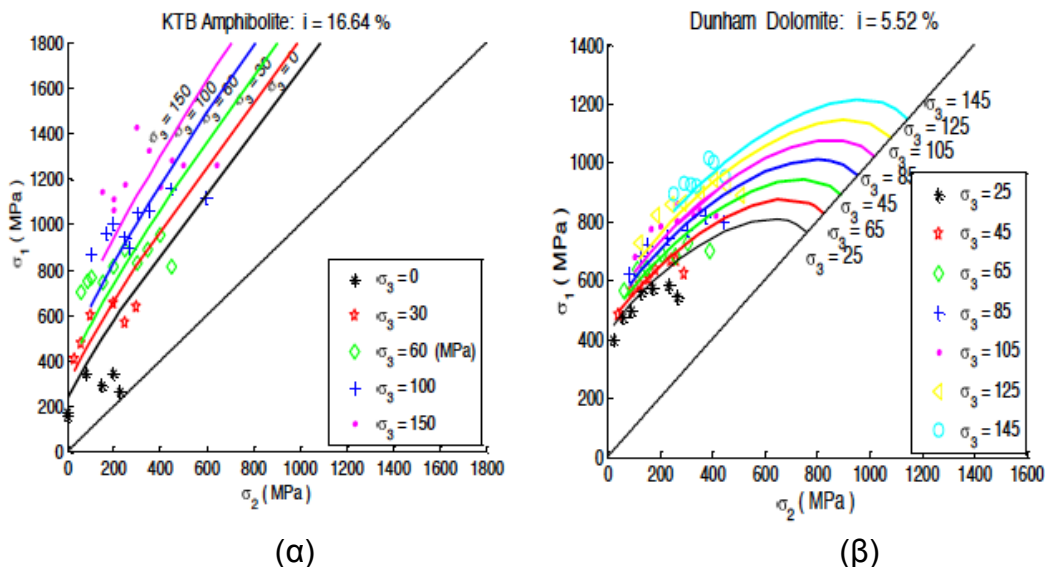
**Σχ. 3.10:** Διαγράμματα προσέγγισης ( $\sigma_1 - \sigma_2$ ) κριτηρίου Zhang – Zhou σε αμφιβολίτη (α) και γρανίτη (β), (Πολυμέρου, 2011)

### 3.4.5 Drucker – Prager

Το κριτήριο Drucker –Prager είναι ένα ενεργειακό κριτήριο που έχει περισσότερο θεωρητική αξία μιας και λαμβάνει υπόψη του μόνο τις τάσεις κι όχι τις ιδιότητες των υλικών. Αρκετές φορές μάλιστα δεν μπορεί να αντιστοιχηθεί στις παραμέτρους αντοχής του κριτηρίου Mohr – Coulomb. Αυτό εμφανίζεται όταν η τιμή της παραμέτρου A για κάποιο πέτρωμα είναι μεγαλύτερη από ένα άνω ασυμπτωτικό όριο. Μάλιστα στον αμφιβολίτη η τιμή της παραμέτρου A είναι εντός του ορίου για το περιγεγραμμένο κριτήριο κι εκτός ορίου για το εγγεγραμμένο.

Το εγγεγραμμένο κριτήριο υπερεκτιμά σε όλες τις περιπτώσεις τη συνοχή, ενώ και οι δύο μορφές του Drucker – Prager υποεκτιμούν τις τιμές της γωνίας εσωτερικής τριβής συγκρινόμενα με το κριτήριο Mohr – Coulomb. Στα διαγράμματα  $\sigma_1$ - $\sigma_2$ , στις χαμηλές τιμές της  $\sigma_2$ , δηλ.  $\sigma_2 < 100$  Mpa, το κριτήριο Drucker–Prager μπορεί να αναπαραστήσει ποιοτικά τα πειραματικές

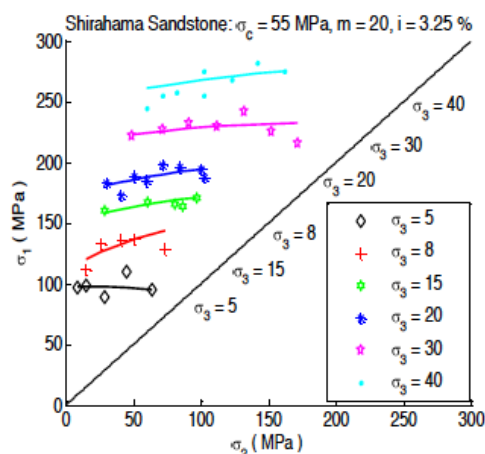
δεδομένα στο δολομίτη, τον ασβεστόλιθο και το σχιστόλιθο - για  $\sigma_3=25$  Mpa -, αλλά για τα υπόλοιπα πετρώματα οι καμπύλες δεν παρακολουθούν τις πειραματικές τιμές, με αποτέλεσμα την υποεκτίμηση της αντοχής στις χαμηλές τιμές και την υπερεκτίμηση της στις υψηλές τιμές (**Σχ. 3.11**).



**Σχ. 3.11:** Διαγράμματα προσέγγισης  $(\sigma_1 - \sigma_2)$  κριτηρίου Drucker –Prager σε αμφιβολίτη (α) και δολομίτη (β), (Πολυμέρου, 2011)

### 3.4.6 Simplified Priest

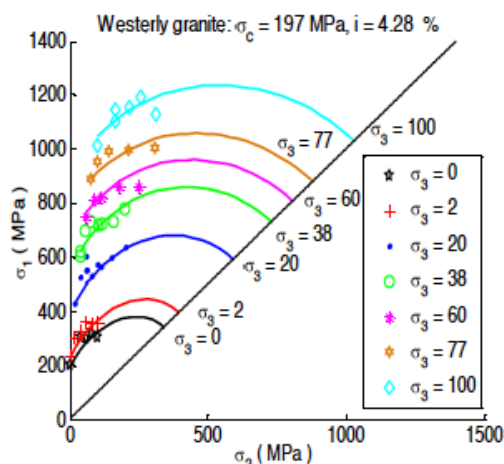
Η απλοποιημένη μορφή του κριτηρίου Priest παρουσιάζει σχεδόν τις μικρότερες αποκλίσεις από τα πειραματικά δεδομένα από όλα τα κριτήρια της μελέτης, για όλα τα πετρώματα κι έτσι επιτυγχάνει εξαιρετική προσέγγιση (**Σχ. 3.12**). Αυτό οφείλεται στην ύπαρξη μίας παραμέτρου, της  $b$ , για κάθε  $\sigma_3$ . Εντούτοις δεν παρουσιάζει ενιαία καμπύλη για κάθε πέτρωμα κι ας μην έχει η  $b$  μεγάλο εύρος διακύμανσης. Η εκτίμηση της αντοχής στη μονοαξονική θλίψη είναι επίσης αρκετά καλή αν και σε κάποιες περιπτώσεις λόγω του όρου  $[-(\sigma_2 + \sigma_3)]$  παρουσιάζεται το φαινόμενο της μείωσης της  $\sigma_1$  με την αύξηση της  $\sigma_2$ , οπότε και αφαιρείται. Παρουσιάζει τη μικρότερη απόκλιση για τον αμφιβολίτη σε σχέση με τα υπόλοιπα κριτήρια.



**Σχ. 3.12:** Διάγραμμα προσέγγισης  $(\sigma_1 - \sigma_2)$  κριτηρίου Simplified Priest σε ψαμμίτη, (Πολυμέρου, 2011)

### 3.4.7 Modified Wiebols – Cook

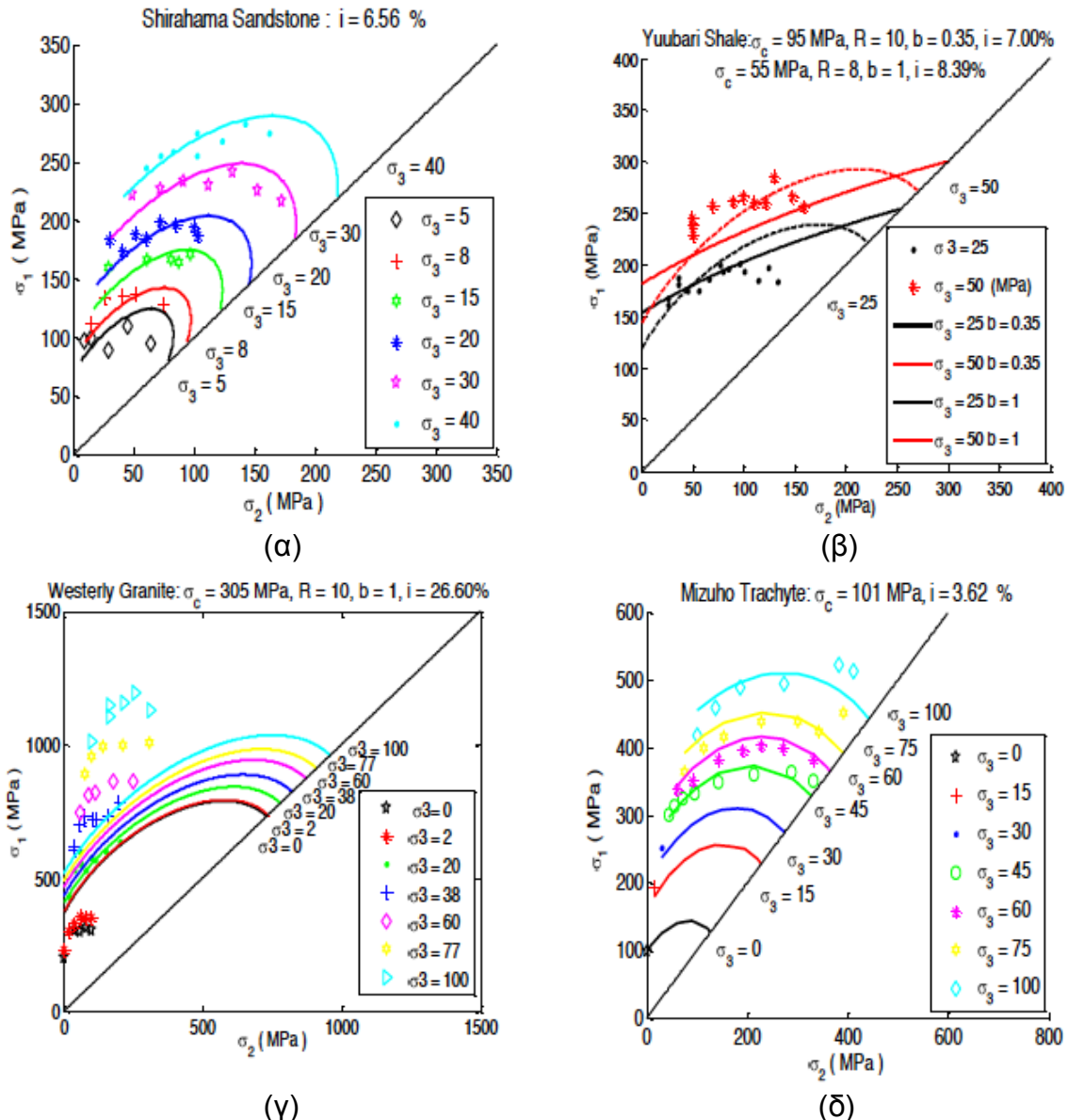
Το κριτήριο εμφανίζει καλή προσαρμογή στα δεδομένα κυρίως στα πετρώματα με υψηλή εξάρτηση στη  $\sigma_2$ , όπως ο αμφιβολίτης, ο γρανίτης, ο δολομίτης κι ο ασβεστόλιθος. Το ίδιο συμβαίνει και στην εκτίμηση της αντοχής σε μονοαξονική θλίψη. Επίσης παρουσιάζει μικρές αποκλίσεις. Μάλιστα στο γρανίτη εμφανίζει τη μικρότερη απ' όλα τα πετρώματα (**Σχ. 3.13**). Ανάλογη καλή συμπεριφορά παρουσιάζει το κριτήριο και σε πετρώματα με μικρότερη συμμετοχή της  $\sigma_2$  όπως ο τραχύτης κι ο σχιστόλιθος. Στον ψαμμίτη όπου η εξάρτηση από την ενδιάμεση κύρια τάση είναι μεταβαλλόμενη το κριτήριο δε μπορεί να παρακολουθηθεί καλά τις μεταβολές της  $\sigma_2$  για κάθε διαφορετική  $\sigma_3$ .



**Σχ. 3.13:** Διάγραμμα προσέγγισης  $(\sigma_1 - \sigma_2)$  κριτηρίου Modified Wiebols – Cook σε γρανίτη, (Πολυμέρου, 2011)

### 3.4.8 Murrell

Το κριτήριο Murrell εμφανίζει μεγάλες αποκλίσεις και δεν μπορεί να προσεγγίσει τις πειραματικές τιμές. Το κριτήριο δε δίνει ρεαλιστικά αποτελέσματα στην πλειονότητα των πετρωμάτων. Αυτό οδήγησε είτε σε νέα προσαρμογή των παραμέτρων του κριτηρίου, όπως στον αμφιβολίτη, τον ψαμμίτη και το γρανίτη, για να μειωθεί η μέση απόκλιση, είτε σε αναθεώρησή τους για να ταιριάζουν καλύτερα οι καμπύλες της  $\sigma_1$  στις εργαστηριακές μετρήσεις παρόλο που αυξάνεται η απόκλιση, όπως στον ασβεστόλιθο και στο σχιστόλιθο (**Σχ. 3.14**). Στο δολομίτη και στον τραχύτη το κριτήριο προσαρμόστηκε με επιτυχία. Το κριτήριο εμφανίζει υπερεκτίμηση της αντοχής στη μονοαξονική θλίψη.

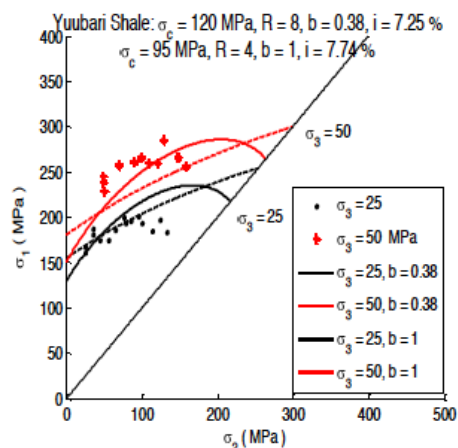


**Σχ. 3.14:** Διαγράμματα προσέγγισης  $(\sigma_1 - \sigma_2)$  κριτηρίου Murrell σε φαμμίτη (α), σχιστόλιθο (β), γρανίτη (γ) και τραχύτη (δ), (Πολυμέρου, 2011)

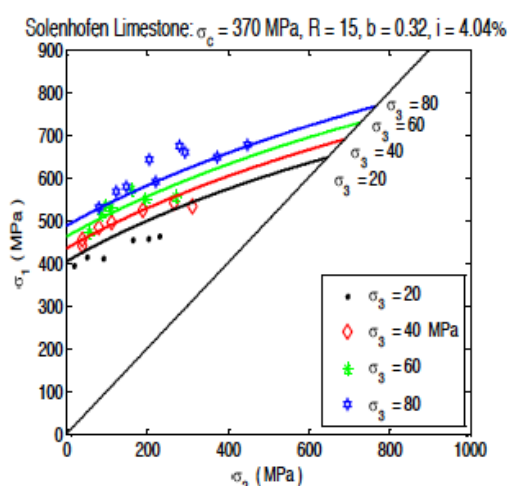
### 3.4.9 Theocaris (Παραβολοειδές εκ Περιστροφής)

Το κριτήριο Theocaris γενικώς παρουσιάζει μεγάλες αποκλίσεις από τα πειραματικά δεδομένα. Ειδικότερα στα πετρώματα υψηλής συσχέτισης με τη μέση τάση  $\sigma_2$ , όπως τον αμφιβολίτη και το γρανίτη οι αποκλίσεις ξεπερνούν και το 30% με αποτέλεσμα να μην μπορεί να ακολουθήσει την καμπύλη των δεδομένων, όπως και την αύξηση της  $\sigma_1$  με την αύξηση της  $\sigma_3$ . Όμως και στον φαμμίτη, πέτρωμα με μικρή εξάρτηση από τη  $\sigma_2$  η απόκλιση έχει τιμή 12.51%. Στον ασβεστόλιθο, πέτρωμα με υψηλή συσχέτιση της  $\sigma_2$ , όταν ο πολλαπλασιαστικός συντελεστής  $b$  λαμβάνει τιμή 1, δηλ. το πέτρωμα θεωρείται πλήρως εξαρτημένο από την ενδιάμεση κύρια τάση η απόκλιση  $i = 7.35\%$ , ενώ με  $b = 0.32$  η απόκλιση μειώνεται σε 4.04% (**Σχ. 3.15.β-γ**). Παρόλα αυτά η ποιοτικά ομαλότερη καμπύλη λαμβάνεται στην περίπτωση της

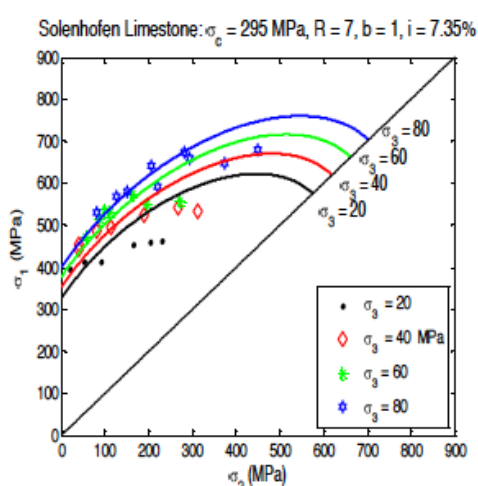
μεγαλύτερης απόκλισης. Ανάλογη είναι κι η περίπτωση του σχιστόλιθου, όπου όμως πρόκειται για το πέτρωμα με τη μικρότερη συσχέτιση με την ενδιάμεση κύρια τάση (**Σχ. 3.15.α**).



(α)



(β)



(γ)

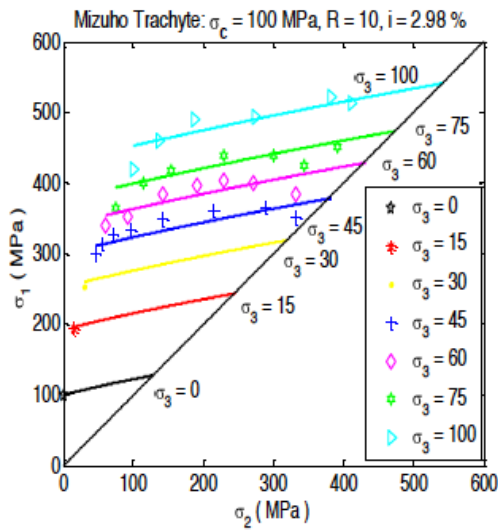
**Σχ. 3.15:** Διαγράμματα προσέγγισης  $(\sigma_1 - \sigma_2)$  κριτηρίου Theocaris σε σχιστόλιθο (α) και ασβεστόλιθο για διαφορετικές τιμές αντοχής σε μονοαξονική θλίψη (β) και (γ), (Πολυμέρου, 2011)

### 3.4.10 Modified Theocaris (Τροποποιημένο Παραβολοειδές εκ Περιστροφής)

Τα προβλήματα προσαρμογής του κριτηρίου Theocaris αντιμετωπίστηκαν στο τροποποιημένο κριτήριο με την εισαγωγή δύο παραμέτρων οι οποίες μεταβάλλουν τη συμμετοχή της ενδιάμεσης κύριας τάσης, όπως και της αντοχής σε μονοαξονική θλίψη. Αρχικά διαπιστώθηκε πως προσαρμόζεται το κριτήριο σε κάθε πέτρωμα. Στη συνέχεια αναζητήθηκαν νέες τιμές των παραμέτρων για να βρεθεί ο βέλτιστος συνδυασμός τους που θα δώσει τη μικρότερη απόκλιση και την ομαλότερη καμπύλη στο διάγραμμα  $\sigma_1 - \sigma_2$  για κάθε  $\sigma_3$ . Με αυτή την τροποποίηση το κριτήριο παρουσιάζει από τα μικρότερα ποσοστά απόκλισης με αποτέλεσμα να παρακολουθεί η καμπύλη του ομαλά τα πειραματικά δεδομένα (**Σχ. 3.16**).



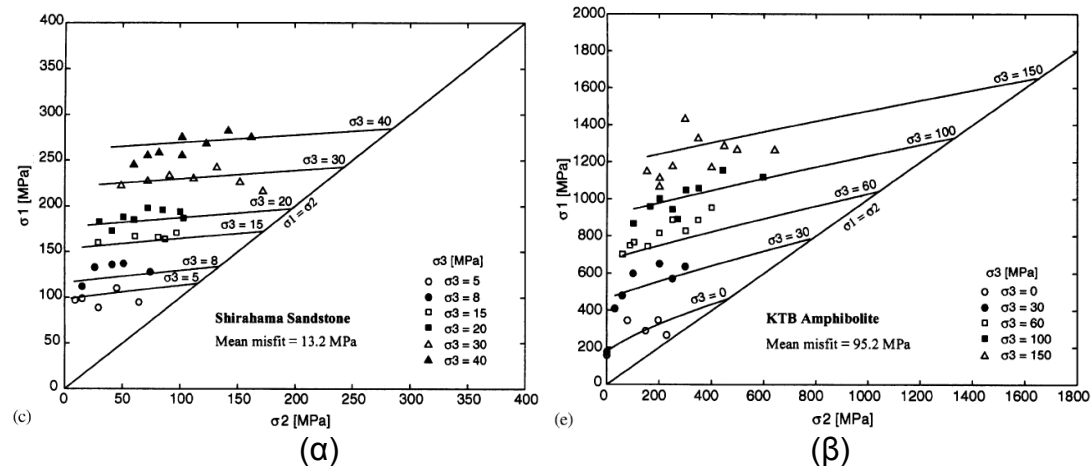
Επίσης εκτιμά με καλή προσέγγιση την αντοχή σε μονοαξονική θλίψη. Τις καλύτερες εκτιμήσεις δίνει στον τραχύτη και στον ασβεστόλιθο, ενώ οι μεγαλύτερες αποκλίσεις σημειώνονται στον αμφιβολίτη και στο γρανίτη.



**Σχ. 3.16:** Διάγραμμα προσέγγισης  $(\sigma_1 - \sigma_2)$  κριτηρίου Modified Theocaris σε τραχύτη, (Πολυμέρου, 2011)

### 3.4.11 Mogi (1967)

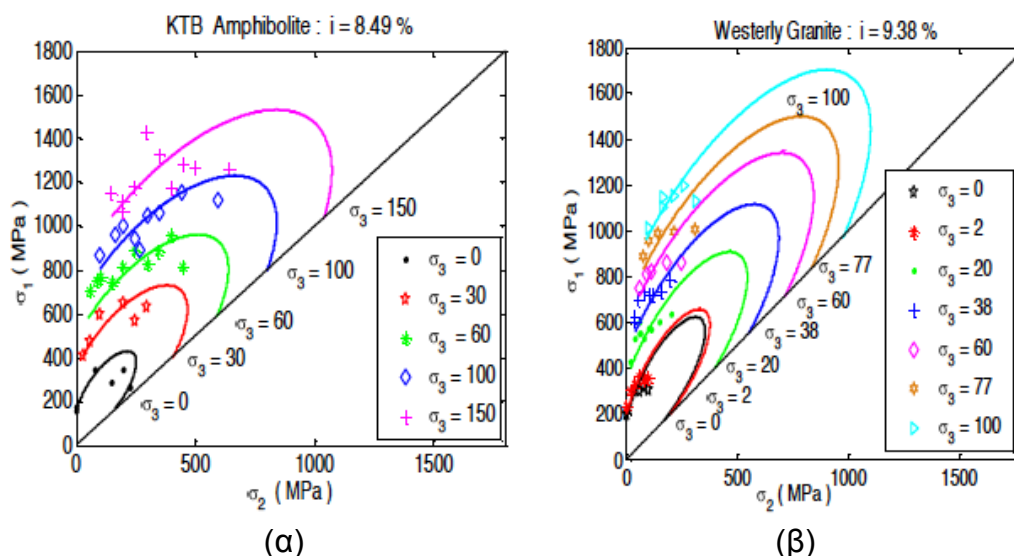
Το εμπειρικό κριτήριο Mogi προσαρμόζεται, στη δυναμοδυναμική προσέγγιση του κριτηρίου, ικανοποιητικά στα εργαστηριακά δεδομένα. Εμφανίζει από τις μικρότερες αποκλίσεις  $i\%$  σε όλα τα πετρώματα. Παρόλα αυτά δεν παρέχει πληροφόρηση, όπως και το Mogi (1971), για την αντοχή στη μονοαξονική θλίψη. Επίσης δεν προσαρμόζονται καλά οι καμπύλες  $\sigma_1 - \sigma_2$  του κριτηρίου στα πειραματικά δεδομένα (Σχ. 3.17). Το κριτήριο θεωρεί μειωμένη τη συμμετοχή της  $\sigma_2$ .



**Σχ. 3.17:** Διαγράμματα προσέγγισης  $(\sigma_1 - \sigma_2)$  κριτηρίου Mogi (1967) σε ψαμμίτη (α) και αμφιβολίτη (β), (Colmenares and Zoback, 2002)

### 3.4.12 Mogi (1971)

Το εμπειρικό κριτήριο Mogi αναπαράγει όλες τις τάσεις αστοχίας των  $\tau_{oct} - \sigma_{m2}$  πετρωμάτων στο επίπεδο  $\tau_{oct} - \sigma_{m2}$  με τη χρήση μίας μονότονης (αύξουσας) συνάρτησης. Στις περισσότερες περιπτώσεις η δυναμονομική προσέγγιση του κριτηρίου λειτουργεί καλύτερα. Όμως στο χώρο  $\sigma_1 - \sigma_2$ , όπως απεικονίζεται στο (Σχ. 3.18), το κριτήριο Mogi (1971) δίνει μη ρεαλιστικά αποτελέσματα (με μη φυσική σημασία). Ενώ αρχικά προβλέπει ότι η αύξηση της μέσης κύριας τάσης  $\sigma_2$  έχει αυξητική επίδραση στην αντοχή, όταν η  $\sigma_2$  λαμβάνει υψηλή τιμή τότε το κριτήριο προβλέπει μία απότομη, σημαντική μείωση 40-60% της αντοχής.



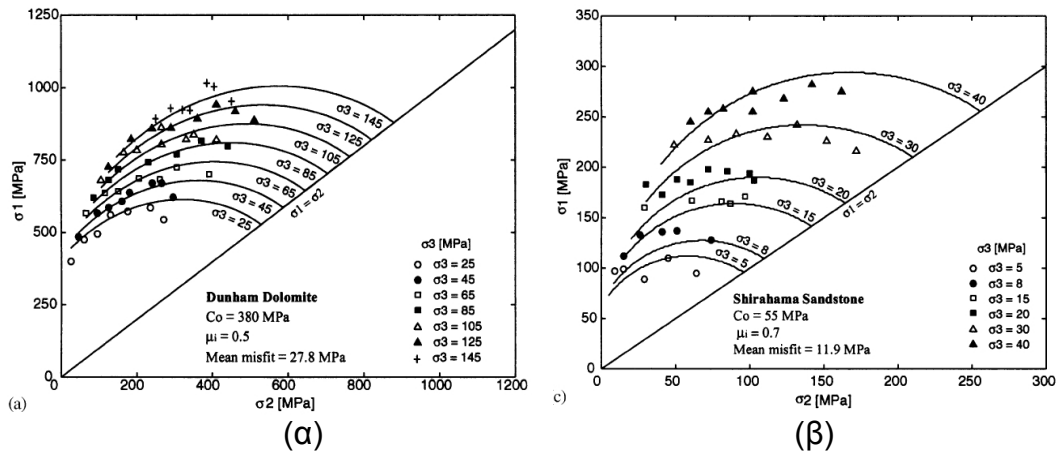
Σχ. 3.18: Διαγράμματα προσέγγισης  $(\sigma_1 - \sigma_2)$  κριτηρίου Mogi 1971 (δυναμονομική) σε αμφιβολίτη (α) και γρανίτη (β), (Πολυμέρου, 2011)

Αξιοσημείωτο είναι πως για τα πετρώματα του γρανίτη και του αμφιβολίτη υπάρχουν τιμές της  $\sigma_2$  που τους αντιστοιχούν δύο τιμές της  $\sigma_1$ , το οποίο είναι αδύνατο. Αυτό είναι αποτέλεσμα του μαθηματικού ορισμού του κριτηρίου.

### 3.4.13 Modified Lade

Το τροποποιημένο κριτήριο Lade, όπως και το τροποποιημένο Wiebols – Cook, παρουσιάζει καλή προσαρμογή στα πετρώματα με υψηλή εξάρτηση στη μέση κύρια τάση, όπως ο δολομίτης (Σχ. 3.19α) κι ο ασβεστόλιθος. Στον αμφιβολίτη το κριτήριο παρακολουθεί αρκετά καλά τα δεδομένα, όχι όμως τόσο καλά όπως στο δολομίτη. Ανάλογα συμβαίνει και στο σχιστόλιθο που είναι αναμενόμενο μιας και αυτό το πέτρωμα δεν εξαρτάται σε μεγάλο βαθμό από τη  $\sigma_2$ . Στον ψαμμίτη λόγω της μεταβαλλόμενης  $\sigma_2$  αναλόγως της  $\sigma_3$  το κριτήριο δεν μπορεί να προσεγγίσει αρκετά καλά τα δεδομένα (Σχ. 3.19β).





**Σχ. 3.19:** Διαγράμματα προσέγγισης  $(\sigma_1 - \sigma_2)$  κριτηρίου Modified Lade σε δολομίτη (α) και ψαμμίτη (β), (Colmenares and Zoback, 2002)

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

### Συμπεράσματα

Στη βιβλιογραφία υπάρχει ένας μεγάλος αριθμός κριτηρίων αστοχίας και εξίσου μεγάλος αριθμός συγκριτικών μελετών αυτών των κριτηρίων, συνήθως βάσει πειραματικών δεδομένων από τριαξονικές, κατά κύριο λόγο, δοκιμές. Μελετώντας κανείς τη βιβλιογραφία παρατηρεί πως δεν υπάρχει μία απόλυτη αλήθεια. Καμία από αυτές τις μελέτες δεν καταλήγει στο συμπέρασμα πως ένα από αυτά τα κριτήρια είναι το βέλτιστο σε όλες τις περιπτώσεις που ο μηχανικός έχει να αντιμετωπίσει ένα συγκεκριμένο πέτρωμα. Δεν υπάρχει δηλαδή πρόταση για το ποιο είναι το βέλτιστο κριτήριο αστοχίας για να εφαρμόσει κανείς κάθε φορά που έχει να εργαστεί πάνω σε γρανίτη ή σε δολομίτη. Ή ακόμη περισσότερο δεν υπάρχει το ιδανικό κριτήριο αστοχίας για μια κατηγορία πετρωμάτων.

#### 4.1 Ευρήματα συγκριτικών μελετών

Συνοψίζοντας, τα συμπεράσματα όσο αφορά στην επιτυχία ή όχι των κριτηρίων να προσεγγίσουν τα πειραματικά δεδομένα των πολυαξονικών δοκιμών που περιλαμβάνουν οι συγκριτικές μελέτες στις οποίες στηρίχθηκε η παρούσα διπλωματική εργασία, όπως αναφέρεται στο Κεφάλαιο 2, είναι:

- **Mohr – Coulomb** 4.54 ως 10.62% απόκλιση της μέσης προβλεπόμενης μέγιστης κύριας τάσης κριτηρίου  $\bar{\sigma}_{1p}$  σε σχέση με τις πειραματικές  $\sigma_1$ , 10 ως 84.85% απόκλιση προβλεπόμενης μονοαξονικής θλίψης κριτηρίου σε σχέση με την πειραματική, δισδιάστατο
- **Hoek – Brown** 3.69 ως 7.96% απόκλιση της  $\bar{\sigma}_{1p}$ , 0 ως 78.79% απόκλιση μονοαξονικής θλίψης, δισδιάστατο
- **Pan – Hudson** Η μεγαλύτερη απόκλιση (6.95 ως 33.41%) της  $\bar{\sigma}_{1p}$ , -0.50 ως 55.64% απόκλιση μονοαξονικής θλίψης, αδυναμία προσέγγισης καμπύλης  $\sigma_1$ - $\sigma_2$  πειραματικών δεδομένων
- **Zhang – Zhu** 2.74 ως 10.45% απόκλιση της  $\bar{\sigma}_{1p}$ , -31 ως 24.51% απόκλιση μονοαξονικής θλίψης, καμπύλη  $\sigma_1$ - $\sigma_2$  σε αρκετές περιπτώσεις μη φυσικής σημασίας

- **Simpl. Priest** Η μικρότερη απόκλιση (2.24 ως 7.33%) της  $\bar{\sigma}_{1p}$ , -18 ως 23.74% απόκλιση μονοαξονικής θλίψης, δεν παρουσιάζει ενιαία καμπύλη  $\sigma_1$ - $\sigma_2$  σε κάθε πέτρωμα
- **Mogi (Lin)1971** 2.89 ως 13.3% απόκλιση της  $\bar{\sigma}_{1p}$ , αδυναμία προσδιορισμού μονοαξονικής θλίψης, καμπύλη  $\sigma_1$ - $\sigma_2$  σε αρκετές περιπτώσεις μη φυσικής σημασίας
- **Mogi (PL)1971** 2.74 ως 8.49% απόκλιση της  $\bar{\sigma}_{1p}$ , αδυναμία προσδιορισμού μονοαξονικής θλίψης, καμπύλη  $\sigma_1$ - $\sigma_2$  σε αρκετές περιπτώσεις μη φυσικής σημασίας
- **Mogi (PL)1967** 2.95 ως 8.17% απόκλιση της  $\bar{\sigma}_{1p}$ , αδυναμία προσδιορισμού μονοαξονικής θλίψης, τα διαγράμματα  $\sigma_1$ - $\sigma_2$  του κριτηρίου δεν ακολουθούν την καμπύλη των πειραματικών δεδομένων
- **Murrel** 5.34 ως 30.79% απόκλιση της  $\bar{\sigma}_{1p}$ , -12 ως 151.52% απόκλιση μονοαξονικής θλίψης, αδυναμία προσέγγισης στα πειραματικά δεδομένα στα διαγράμματα  $\sigma_1$ - $\sigma_2$  σε πετρώματα ισχυρής επιρροής από  $\sigma_2$
- **Drucker – Prager** 5.12 ως 16.64% απόκλιση της  $\bar{\sigma}_{1p}$ , 75 ως 197% (in) η οποία είναι και η μεγαλύτερη ανάμεσα στα κριτήρια και 15 ως 92% (circum) απόκλιση μονοαξονικής θλίψης, σχετικά καλή προσέγγιση καμπυλών  $\sigma_1$ - $\sigma_2$  στα πειραματικά δεδομένα
- **Theocaris** 5.33 ως 33.81% απόκλιση της  $\bar{\sigma}_{1p}$ , -2 ως 84.08% απόκλιση μονοαξονικής θλίψης, τα διαγράμματα  $\sigma_1$ - $\sigma_2$  παρουσιάζουν σημαντικές αποκλίσεις από τα πειραματικά δεδομένα
- **Mod. Theocaris** 2.98 ως 7.68% απόκλιση της  $\bar{\sigma}_{1p}$ , η μικρότερη απόκλιση μονοαξονικής θλίψης -7 ως 20%, μέση πρόβλεψη διαγραμμάτων  $\sigma_1$ - $\sigma_2$
- **Mod. Wiebols – Cook** 3.39 ως 12.42% απόκλιση της  $\bar{\sigma}_{1p}$ , -22 ως 51.52% απόκλιση μονοαξονικής θλίψης, καλή παρακολούθηση των πειραματικών δεδομένων στα διαγράμματα  $\sigma_1$ - $\sigma_2$
- **Mod. Lade** -15 ως 51.52% απόκλιση μονοαξονικής θλίψης, μέση προς καλή πρόβλεψη διαγραμμάτων  $\sigma_1$ - $\sigma_2$

Επιπρόσθετα, πέρα των αριθμητικών αποτελεσμάτων και της ποιοτικής σύγκρισης βάσει διαγραμμάτων  $\sigma_1$ - $\sigma_2$ , είναι σημαντικό να αξιολογήσει κανείς την ευκολία εφαρμογής και κατανόησης ενός κριτηρίου, την ευαισθησία του στις μαθηματικές μεθόδους προσέγγισης των παραμέτρων του, καθώς και την εξάρτηση της απόδοσής του από τις παραμέτρους της βραχομάζας.

Όπως είναι φανερό κανένα κριτήριο δεν αποτελεί «πανάκεια». Η πολύπλοκη και πολυδιάστατη φύση της βραχομάζας, όπως είδος πετρώματος, τεκτονισμός, κλίση, βάθος, διακλάσεις, ρήγματα, προσανατολισμός, πτυχώσεις κλπ, καθιστά πολύ δύσκολη την ακριβή πρόβλεψη της συμπεριφοράς της. Αυτό γίνεται ακόμη πιο δύσκολο αν συνυπολογιστούν η φύση του έργου – σήραγγα ή σήραγγες, πρανή, φράγματα, γεωτρήσεις πετρελαίου, υποθαλάσσια κ.α. - και το είδος των εργασιών (μηχανική εκσκαφή, εκρηκτικά κλπ).

Η αξία των κριτηρίων φαίνεται από την πρακτική τους εφαρμογή, δηλαδή το πόσο διαδεδομένα είναι η χρήση τους. Αξιοσημείωτη είναι η ύπαρξη κριτηρίων για τα οποία, σύντομα μετά την πρότασή τους, δημοσιεύθηκαν μελέτες που τα απέρριπταν τόσο θεωρητικά όσο και μέσω συγκρίσεων με πειραματικά δεδομένα.

Αντιθέτως, το κριτήριο Mohr – Coulomb 240 χρόνια μετά παραμένει επίκαιρο. Η εύκολα κατανοητή φυσική σημασία του το καθιστά ακόμη πρακτικό εργαλείο.

Ιδιαίτερα διαδεδομένο είναι το κριτήριο Hoek – Brown. Είναι εύκολα εφαρμόσιμο, γιατί στηρίζεται σε εύκολες εργαστηριακές δοκιμές κι όχι σε πολύπλοκες και πολυδάπανες πολυαξονικές δοκιμές. Επίσης, έχει εύκολα προσδιορίσιμες παραμέτρους και μέσα σε σχεδόν 35 χρόνια έχει γνωρίσει πολλές επεκτάσεις και προσθήκες.

## 4.2 Προτάσεις μελλοντικής έρευνας

Η παρούσα διπλωματική εργασία προφανώς δεν μπορεί να εξαντλήσει το θέμα της. Μελλοντικά προτείνεται η μελέτη νέων κριτηρίων, από τα πολλά που έχουν εμφανιστεί την τελευταία δεκαετία, πάνω στα υπάρχοντα δεδομένα για να συγκριθούν με τα παλαιότερα κριτήρια. Ενδεικτικά αναφέρουμε το κριτήριο Liolios–Exadaktylos, το οποίο είναι ένα ομαλό παραβολικό υπερβολικό κριτήριο τριών παραμέτρων με φυσική σημασία για συνεκτικά υλικά με τριβή (Liolios & Exadaktylos, 2013 a).

Ένα άλλο σημαντικό σημείο είναι ότι ανάλογα με τη μαθηματική μέθοδο προσέγγισης των παραμέτρων του κριτηρίου υπολογίζονται διαφορετικές τιμές για αυτές, επομένως η εφαρμογή του κριτηρίου οδηγεί σε διαφορετικά αποτελέσματα. Επομένως προτείνεται η περαιτέρω διερεύνηση των μελετηθέντων κριτηρίων με άλλες μαθηματικές μεθόδους προσέγγισης των παραμέτρων τους για τυχόν καλύτερη προσαρμογή τους στα πειραματικά δεδομένα.



## Ελληνική βιβλιογραφία

1. Αγιουτάντης, Ζ. (2002). Στοιχεία Γεωμηχανικής, Μηχανική Πετρωμάτων, Εκδόσεις Ίων.
2. Κοζάνης, Σ. (2002). Συμβολή στη μελέτη της βραχομάζας, θεωρούμενη ως μέσου με γραμμική– ανισοτροπική συμπεριφορά, με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων. Έμφαση στα υπόγεια έργα. Διδακτορική διατριβή, ΕΜΠ, Αθήνα.
3. Μαρίνος, Β. (2011). Σημειώσεις Μαθήματος, Γεωλογικές – Περιβαλλοντικές Μελέτες Τεχνικών Έργων. Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης, Θεσσαλονίκη.
4. Πολυμέρου, Η.Μ. (2011) Διερεύνηση Κριτηρίων Αντοχής Πετρωμάτων σε Τρεις Διαστάσεις. Διπλωματική εργασία, ΔΠΜΣ, ΕΜΠ, Αθήνα.
5. Σακελαρίου, Μ.Γ. (2006). Εφαρμογή Κριτηρίου Παραβολοειδούς εκ Περιστροφής στη Βραχομηχανική. 5ο Πανελλήνιο Συνέδριο Γεωτεχνικής και Γεωπεριβαλλοντικής Μηχανικής, Ξάνθη.
6. Σοφιανός, Α.Ι. (2008). Σημειώσεις Μαθήματος, Προχωρημένη Μηχανική των Πετρωμάτων. ΔΠΜΣ, ΕΜΠ, Αθήνα.
7. Φορτσάκης, Π., Μπαλάση, Α.Μ., Μαρίνος, Π. (2010). Συγκριτική Μελέτη Κριτηρίων Αστοχίας Hoek-Brown και Mohr-Coulomb στην Ανάλυση της Διάνοιξης Σηράγγων. 6ο Πανελλήνιο Συνέδριο Γεωτεχνικής & Γεωπεριβαλλοντικής Μηχανικής, ΤΕΕ, 29/09 – 1/10 2010, Βόλος.
8. Χαλακατεβάκης Ν. (2010). Αναλυτικός Υπολογισμός Αντοχής Κερματισμένης Βραχομάζας. Διδακτορική Διατριβή, ΕΜΠ, Αθήνα.

## Διεθνής βιβλιογραφία

1. Beekman, F., Badsì, M. and van Wees, J.-D., (2000). Faulting, Reservoir Fracturing And In-Situ Stresses In The Ahnet Basin, Algeria - A Finite Element Approach. *Tectonophysics* 320.
2. Colmenares, L.B., and Zoback, M.D., (2002). A statistical evaluation of intact rock failure criterial constrained by polyaxial test data for five different rocks. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences* 39.
3. Chang, C., Haimson, B., (2000). True triaxial strength and deformability of the German Continental deep drilling program (KTB) deep hole amphibolite. *J Geophys Res*, 105.
4. Christensen, R.M., (2006). A Comparative Evaluation of Three Isotropic, Two Property Failure Theories. *J. Appl. Mech.* 73(5).
5. Das, S.K., Basudhar, P.K., (2009). Comparison of intact rock failure criteria using various statistical methods. *Acta Geotechnica*, Vol 4, No 3.
6. Edelbro, C., (2004). Evaluation of rock mass strength criteria. Licentiate thesis. Lulea University of Technology, Department of Civil and Enviromental Engineering, Division of Rock Mechanics. Sweden.
7. Hoek E., (1983). "Strength of jointed rock masses", 23rd Rankine Lecture. *Géotechnique* 33(3).
8. Hoek E., Brown E.T., (1980). "Underground Excavations in Rock". London: Institution of Mining and Metallurgy.
9. Hoek E., Brown E.T., (1980). "Empirical strength criterion for rock masses". *J. Geotech. Engng Div., ASCE* 106(GT9)
10. Hoek E., Brown E.T., (1988). "The Hoek-Brown failure criterion - a 1988 update". *Proc. 15th Canadian Rock Mech. Symp*, J.H. Curran ed, 31-38, Toronto: Civil Engineering Dept., University of Toronto
11. Hoek E., Brown E.T., (1997). "Practical estimates or rock mass strength". *Intl. J. Rock Mech. & Mining Sci. & Geomechanics*, Abstract, 34(8).
12. Hoek E., Carranza-Torres C., Corkum B., (2002). "Hoek-Brown criterion – 2002 edition". *Proc. NARMS-TAC Conference*, Toronto.
13. Hoek E, Diederichs M.S. (2006) "Empirical estimation of rock mass modulus". *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 43.
14. Hoek E., Kaiser P.K., Bawden. W.F., (1995). "Support of underground excavations in hard rock". Rotterdam: Balkema publ.
15. Hoek E. and Marinos P., (2007). A brief history of the development of the Hoek-Brown failure criterion. *Soils and Rocks*, No. 2.

16. Hoek E., Marinos P., Benissi M., (1998). "Applicability of the Geological Strength Index (GSI) classification for very weak and sheared rock masses. The case of the Athens Schist Formation". Bull. Eng. Geol. Env. 57(2).
17. Hoek E., Marinos P., Marinos V., (2005). "Characterization and engineering properties of tectonically undisturbed but lithologically varied sedimentary rock masses". International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 42/2.
18. Hoek E., Wood D., Shah S., (1992). "A modified Hoek-Brown criterion for jointed rock masses". Proc. rock characterization symp., Int. Soc. Rock Mech.: Eurock '92, J. Hudson ed, 209-213, London: British Geotechnical Society.
19. Jiang H., Wang, X. and Xie Y., (2011). New strength criteria for rocks under polyaxial compression. Canadian Geotechnical Journal Vol. 48, Issue 8.
20. Liolios, P., Exadaktylos, G., (2013, a). A smooth hyperbolic failure criterion for cohesive-frictional materials. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 58.
21. Liolios, P., Exadaktylos, G., (2013, b). Comparison of a hyperbolic failure criterion with established failure criteria for cohesive-frictional materials. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 63.
22. Marinos P., Hoek E., Marinos V. (2006) "Variability of the engineering properties of rock masses quantified by the geological strength index: the case of ophiolites with special emphasis on tunnelling". Bull. Eng. Geol. Env., 65/2.
23. Mogi, K., (1967). Effect of the intermediate principal stress on rock failure. Journal of Geophysical Research, 72.
24. Mogi, K., (1971). Fracture and flow of rocks under high triaxial compression. Journal of Geophysical Research, 76.
25. Priest, S.D., (2005). "Determination of shear strength and three - dimensional Yield Strength for the Hoek - Brown criterion", Rock Mechanics and Rock Engineering, 38 (4).
26. Sagrilo, L.V.S., de Sousa, J.R.M., Lima, E.C.P., Porto, E.C., and Fernandes J.V.V., (2012). A Study on the Holding Capacity Safety Factors for Torpedo Anchors. Journal of Applied Mathematics Volume 2012 (2012).
27. Steiakakis, C., (2013). The Mohr – Coulomb strength criterion, Geotechpedia blog.  
<http://blog.geotechpedia.com/index.php/tag/shear-strength/>
28. Takahashi, M., Koide, H., (1989). Effect of the intermediate principal stress on strength and deformation behavior of sedimentary rocks at the depth shallower than 2000 m. In: Maury V, Fourmaintraux D, editors. Rock at great depth, vol. 1. Rotterdam.



29. Wiebols, G., Cook, N., (1968). An energy criterion for the strength of rock in polyaxial compression. Int J Rock Mech Min Sci vol. 5.
30. Wikipedia-Von\_Mises yield criterion, 2007, author:Sanpaz  
[http://en.wikipedia.org/wiki/Von\\_Mises\\_yield\\_criterion](http://en.wikipedia.org/wiki/Von_Mises_yield_criterion)
31. Wikipedia-Von\_Mises yield criterion, 2013  
[http://en.wikipedia.org/wiki/Von\\_Mises\\_yield\\_criterion](http://en.wikipedia.org/wiki/Von_Mises_yield_criterion)
32. Yu, M., (2002). Advances in strength theories for materials under complex stress state in the 20th Century. Appl Mech Rev vol 55, no 3.
33. Zhang, L., (2008). A generalized three-dimensional Hoek–Brown strength criterion. Rock Mechanics and Rock Engineering, 41.
34. Zhang, L., and Zhu, H., (2007). Three-dimensional Hoek–Brown strength criterion for rocks. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, (ASCE) 1090-0241.
35. Zhou, S., (1994). A program to model the initial shape and extent of borehole breakout. Comput Geosci. 20, 7/8.

## Παράρτημα Α

### Κριτήρια αστοχίας άρρηκτου πετρώματος (Χαλακατεβάκης, 2010)

Murell (1963)	$\tau_{oct}^2 = 8T_o \sigma_{oct}$	Επέκταση της θεωρίας Griffith σε 3 διαστάσεις
Fairhurst (1964)	$\frac{(\sigma_1 - \sigma_3)^2}{(\sigma_1 + \sigma_3)^2} = -2(m-1)^2 K \left[ 1 + \frac{2K}{(\sigma_1 + \sigma_3)} \left( \left( \frac{m-1}{2} \right)^3 - 1 \right) \right]$	Εμπειρική γενίκευση του κριτηρίου Griffith
Hobbs (1966)	$\sigma_1 = B \sigma_3^b + \sigma_3$	Αποτελέσματα εργαστηριακών δοκιμών
Hoek (1968)	$\sigma_1 - \sigma_3 = 2C + A(\sigma_1 + \sigma_3)^B$	Αποτελέσματα εργαστηριακών δοκιμών
Franklin (1971)	$\sigma_1 - \sigma_3 = \sigma_c^{1-B} (\sigma_1 + \sigma_3)^B$	Αποτελέσματα εργαστηριακών δοκιμών σε 500 δοκίμια
Bieniawski (1974)	$\sigma_1 = K \sigma_3^A + \sigma_c$	Αποτελέσματα εργαστηριακών δοκιμών σε 700 δοκίμια (5 τύποι πετρωμάτων)
Yoshinaka & Yamabe (1980)	$\sigma_1 - \sigma_2 = aK(q)(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)^\beta$	Αποτελέσματα εργαστηριακών δοκιμών σε μαλακά πετρώματα
Hoek & Brown (1980)	$\sigma_1 - \sigma_3 = \sqrt{m \sigma_c \sigma_3 + s \sigma_c^2}$	Αποτελέσματα δοκιμών και εφαρμογή της θεωρίας Griffith
Kim & Lade (1984)	$\left( \frac{I_1^3}{I_s} - 27 \right) \left( \frac{I_1}{p_a} \right)^m = \eta_1$	Αποτελέσματα εργαστηριακών δοκιμών (αρχικά σε σκυρόδεμα και εδάφη)
Johnston (1985)	$\frac{\sigma_1}{\sigma_c} = \left[ \frac{M}{B} \frac{\sigma_3}{\sigma_c} + 1 \right]^B$	Αποτελέσματα εργαστηριακών δοκιμών σε μαλακά πετρώματα
Desai & Salami (1987)	$J_2 = \left( -\frac{\alpha}{\alpha_o} I_1^n + \gamma I_1^2 \right) (1 - \beta Sr)^m$	Πολυνωνμική επέκταση σε όρους αποκλινουσών των τάσεων
Michelis (1987)	$\ln \left( \frac{q^2}{f_o^2} + a_1 p \frac{q}{f_o} + a_2 p^2 \right) = a_4 \ln \left( \frac{2q / pf_o + a_1 - a_3}{2q / pf_o + a_1 + a_3} \right) + \ln a_5$	Αναλυτική και πειραματική εξέταση της επιφάνειας αστοχίας

## Παράρτημα Β

### Εξέλιξη του κριτηρίου Hoek – Brown (Hoek and Marinos, 2007)







Hoek & Brown 1980	<p>Αρχική ανάπτυξη κριτηρίου για διαρρηγμένη βραχώμαζα με πυκνές ασυνέχειες. Η περιβάλλουσα του Mohr λήφθηκε με στατιστική προσαρμογή της καμπύλης σε πλήθος ζευγών <math>(\sigma'_n, \tau)</math> υπολογισμένα με τη μέθοδο Balmer. <math>\sigma'_1, \sigma'_3</math> είναι αντιστοίχως η μέγιστη κι η ελάχιστη κύρια ενεργή τάση κατά την αστοχία. <math>\sigma_{ci}</math> είναι η αντοχή σε μονοαξονική θλίψη του ακεραίου πετρώματος. <math>\sigma_t</math> είναι η αντοχή σε εφελκυσμό της βραχομάζας. <math>m</math> και <math>s</math> είναι σταθερές πετρώματος (<math>s=1</math> για άρρηκτο πέτρωμα). <math>\sigma'_n, \tau</math> είναι αντιστοίχως η ενεργή ορθή τάση κι η αντοχή σε διάτμηση.</p>	$\sigma'_1 = \sigma'_3 + \sigma_{ci} \sqrt{m \sigma'_3 / \sigma_{ci} + s}$ $\sigma_t = \frac{\sigma_{ci}}{2} \left( m - \sqrt{m^2 + 4s} \right)$ $\tau = A \sigma_{ci} \left( (\sigma'_n - \sigma'_t) / \sigma_{ci} \right)^B$ $\sigma'_n = \sigma'_3 + ((\sigma'_1 - \sigma'_3) / (1 + \partial \sigma'_1 / \partial \sigma'_3))$ $\tau = (\sigma'_n - \sigma'_3) \sqrt{\partial \sigma'_1 / \partial \sigma'_3}$ $\partial \sigma'_1 / \partial \sigma'_3 = m \sigma_{ci} / 2(\sigma'_1 - \sigma'_3)$
Hoek 1983	<p>Αρχικό κριτήριο για διαρρηγμένη βραχώμαζα με σφικτό αλληλοκλείδωμα με αναφορά σε ανισότροπη αστοχία και ακριβή επίλυση της περιβάλλουσας του Mohr από τον Dr J.W. Bray.</p>	$\sigma'_1 = \sigma'_3 + \sigma_{ci} \sqrt{m \sigma'_3 / \sigma_{ci} + s}$ $\tau = (Cot \phi'_i - Cot \phi'_i) m \sigma_{ci} / 8$ $\phi'_i = \arctan \left( 1 / \sqrt{4h \cos^2 \theta - 1} \right)$ $\theta = \left( 90 + \arctan(1 / \sqrt{h^3 - 1}) \right) / 3$ $h = 1 + (16(m \sigma'_n + s \sigma_{ci}) / (3m^2 \sigma_{ci}))$
Hoek & Brown 1988	<p>Όπως το Hoek 1983, αλλά με την προσθήκη της σχέσης μεταξύ των σταθερών <math>m</math> και <math>s</math> και μίας τροποποιημένης μορφής του RMR και όπου η βαθμονόμηση των υπογείων υδάτων παίρνει μία σταθερή τιμή 10 και ο προσανατολισμός των διακλάσεων τιμή 0. Επίσης εισάγεται ο διαχωρισμός της διαταραγμένης και της αδιατάρακτης βραχομάζας μαζί με την εκτίμηση του μέτρου ελαστικότητας <math>E</math> (με τροποποίηση της σχέσης των Serafim και Pereira).</p>	<p>Διαταραγμένη βραχώμαζα:</p> $m_b / m_i = \exp((RMR - 100) / 14)$ $s = \exp((RMR - 100) / 6)$ <p>αδιατάρακτη βραχώμαζα:</p> $m_b / m_i = \exp((RMR - 100) / 28)$ $s = \exp((RMR - 100) / 9)$ $E = 10^{((RMR - 10) / 40)}$ <p><math>m_b, m_i</math> είναι σταθερές για διαταραγμένο και άρρηκτο πέτρωμα.</p>
Hoek, Wood & Shah 1992	<p>Το κριτήριο τροποποιείται για να λαμβάνει υπόψη το γεγονός πως η εντονα διαταραγμένη βραχώμαζα έχει μηδενική αντοχή σε εφελκυσμό. Εισάγεται η παράμετρος υλικού <math>\alpha</math>.</p>	$\sigma'_1 = \sigma'_3 + \sigma_{ci} (m \sigma'_3 / \sigma_{ci})^\alpha$ $\sigma'_n = \sigma'_3 + ((\sigma'_1 - \sigma'_3) / (1 + \partial \sigma'_1 / \partial \sigma'_3))$ $\tau = (\sigma'_n - \sigma'_3) \sqrt{\partial \sigma'_1 / \partial \sigma'_3}$ $\partial \sigma'_1 / \partial \sigma'_3 = 1 + \alpha m_b^a (\sigma'_3 / \sigma_{ci})^{(a-1)}$

<p>Hoek 1994, Hoek, Kaiser &amp; Bawden 1995</p>	<p>Εισαγωγή του Γενικευμένου κριτηρίου Hoek – Brown με ενσωμάτωση του αρχικού κριτηρίου για άρρηκτη έως πολύ καλή βραχομάζα και του τροποποιημένου κριτηρίου για χαμηλής ποιότητας πέτρωμα με πολλές διακλάσεις. Εισάγεται ο Γεωλογικός Δείκτης Αντοχής GSI για να αντιμετωπίσει τις ατέλειες του δείκτη RMR του Bieniawski για κατακερματισμένη βραχομάζα. Εγκαταλείπεται η διάκριση μεταξύ διαταραγμένης και αδιατάρακτης βραχομάζας στη βάση πως η διαταραχή προκαλείται από μηχανικές δραστηριότητες και πρέπει να επιτραπεί μία μείωση της αξίας του δείκτη GSI.</p>	$\sigma'_1 = \sigma'_3 + \sigma_{ci} \left( m \sigma'_3 / \sigma_{ci} + s \right)^\alpha$ <p>για <math>GSI &gt; 25</math>  <math>m_b / m_i = \exp((GSI - 100)/28)</math>  <math>s = \exp((GSI - 100)/9)</math>  <math>\alpha = 0.5</math></p> <p>για <math>GSI &lt; 25</math>  <math>s = 0</math>  <math>\alpha = 0.65 - GSI/200</math></p>
<p>Hoek, Carranza -Torres and Corkum, 2002</p>	<p>Εισάγονται νέες εξισώσεις μεταξύ των GSI, <math>m_b</math>, <math>s</math> και <math>a</math> που δίνουν ομαλότερη μετάβαση από της χαμηλότερης ποιότητας (<math>GSI &lt; 25</math>) βραχομάζες στις ισχυρότερες. Επίσης εισάγεται ένας συντελεστής διατάραξης <math>D</math> της βραχομάζας με τον οποίο προσομοιώνεται η διατάραξη της περιβάλλουσας βραχομάζας από τη μέθοδο εκσκαφής, όπως και σχέσεις για τον υπολογισμό των παραμετρών <math>c</math> και <math>\phi</math> του κριτηρίου Mohr-Coulomb για συγκεκριμένο εύρος τιμών της πλευρικής τάσης <math>\sigma'_{3\max}</math> για σήραγγες και πρηνή. Όλες αυτές οι εξισώσεις ενσωματώθηκαν στο πρόγραμμα των Windows Roclab που βρίσκεται στον ιστότοπο <a href="http://www.rocsience.com">www.rocsience.com</a>.</p>	$\sigma'_1 = \sigma'_3 + \sigma_{ci} \left( m \sigma'_3 / \sigma_{ci} + s \right)^\alpha$ $m_b = m_i \exp((GSI - 100)/28 - 14D)$ $s = \exp((GSI - 100)/9 - 3D)$ $\alpha = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} \left( e^{-GSI/15} - e^{-20/3} \right)$ $E_m(GP_\alpha) = \left( 1 - \frac{D}{2} \right) \sqrt{\frac{\sigma_{ci}}{100}} \cdot 10^{((GSI-10)/40)}$ $\phi' = \sin^{-1} \left[ \frac{6am_b(s + m_b\sigma'_{3n})^{a-1}}{2(1+a)(2+a) + 6am_b(s + m_b\sigma'_{3n})^{a-1}} \right]$ $c' = a \frac{\sigma_{ci} \left[ (1+2a)s + (1-a)m_b\sigma'_{3n} \right] (s + m_b\sigma'_{3n})^{a-1}}{(1+a)(2+a) \sqrt{1 + \left( 6am_b(s + m_b\sigma'_{3n})^{a-1} \right) / ((1+a)(2+a))}}$ <p>για σήραγγες:</p> $\frac{\sigma'_{3\max}}{\sigma'_{cm}} = 0.47 \left( \frac{\sigma'_{cm}}{\gamma H} \right)^{-0.94} \quad \text{Το } H \text{ είναι το βάθος κάτω από την επιφάνεια για πρηνή:}$ $\frac{\sigma'_{3\max}}{\sigma'_{cm}} = 0.72 \left( \frac{\sigma'_{cm}}{\gamma H} \right)^{-0.91} \quad \text{Το } H \text{ είναι το ύψος πρηνούς}$ <p>Το <math>\gamma</math> είναι η μονάδα βάρους της βραχομάζας</p>

<p>Hoek and Diederichs, 2006</p>	<p>Μια νέα σχέση, βασισμένη σε ανάλυση δεδομένων από την Κίνα και την Ταϊβάν, προτείνεται μεταξύ μέτρου παραμόρφωσης <math>E_{rm}</math> βραχομάζας και του δείκτη GSI. Η σχέση βασίζεται σε μία σιγμοειδή εξίσωση και παρουσιάζονται δύο μορφές της. Η απλοποιημένη εξίσωση εξαρτάται μόνο από τα GSI και D και πρέπει να χρησιμοποιείται με προσοχή, μόνο όταν δεν υπάρχουν διαθέσιμα στοιχεία για τις ιδιότητες του αρρήκτου πετρώματος. Η πιο αναλυτική εξίσωση περιλαμβάνει το μέτρο (modulus) του αρρήκτου πετρώματος. Όταν δεν υπάρχουν δεδομένα για το μέτρο παραμόρφωσης δίνεται ένα μέτρο εκτίμησης του μέτρου παραμόρφωσης από την αντοχή σε μονοαξονική θλίψη του αρρήκτου πετρώματος, βασισμένο στο συντελεστή μείωσης του μέτρου MR.</p>	<p>Σιγμοειδής εξίσωση:</p> $y = c + \frac{a}{1 + e^{-((x-x_0)/b)}}$ <p>Απλοποιημένη εξίσωση Hoek &amp; Diederichs:</p> $E_{rm} (MPa) = 100000 \left( \frac{1 - D/2}{1 + e^{((60+15D-GSI)/11)}} \right)$ $E_{rm} = E_i \left( 0.02 + \frac{1 - D/2}{1 + e^{((60+15D-GSI)/11)}} \right)$ <p>Εκτιμώμενο μέτρο αρρήκτου πετρώματος:</p> $E_i = MR \cdot \sigma_{ci}$
----------------------------------	--	--

## Παράρτημα Γ

### Δείκτης GSI

<p>ΓΕΩΛΟΓΙΚΟΣ ΔΕΙΚΤΗΣ ΑΝΤΟΧΗΣ ΣΕ ΡΗΓΜΑΤΩΜΕΝΟΥΣ ΒΡΑΧΟΥΣ (Hoek and Marinos, 2000)</p> <p>Βασίζομενοι στην εμφάνιση της βραχόμαζας (περιγραφή δομής και κατάσταση επιφανείας ασυνεχειών) εκτιμήστε τη μέση τιμή του GSI, χωρίς υποχρεωτικά μεγάλη ακρίβεια. Το να επιλέξετε ένα εύρος τιμών από 33 ως 37 είναι πιο ρεαλιστικό από το να δηλώσετε ότι GSI=35. <u>Σημειώνεται ότι ο Πίνακας δεν εφαρμόζεται σε κινηματικά ελεγχόμενες αστάθειες.</u> Στην περίπτωση που οι ασθενείς επίπεδες επιφάνειες έχουν μη ευνοϊκό προσανατολισμό σε σχέση με το πρανές εκσκαφής, τότε αυτές καθορίζουν την συμπεριφορά της βραχόμαζας. Η διατμητική αντοχή επιφανειών σε βράχους που υπόκεινται σε εξασθένιση λόγω διακύμανσης της περιεκτικότητας σε υγρασία, είναι περαιτέρω μειωμένη όταν υπάρχει νερό. Όταν, οι βραχόμαζες ανήκουν στις μέτριες έως πτωχές κατηγορίες και υπάρχει νερό τότε μετακινούμαστε προς τα δεξιά. Η υδροστατική πίεση λαμβάνεται υπόψη με την ανάλυση ενεργών τάσεων.</p> <p>ΔΟΜΗ</p>		<p>ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΣ ΑΣΥΝΕΧΕΙΑΣ</p> <p>ΠΟΛΥ ΚΑΛΗ Πολύ τραχιές, μη αποσβεσμένες επιφάνειες</p> <p>ΚΑΛΗ Τραχιές, ελαφρά αποσβεσμένες και αβυσσώδεις επιφάνειες</p> <p>ΜΕΤΡΙΑ Λείες, μερικές αποσβεσμένες και εβυσσώδεις επιφάνειες</p> <p>ΠΤΩΧΗ Επιφάνειες ολίσθησης, πολύ αποσβεσμένες με συμπαγή επιφλοιώματα ή υλικό πλήρωσης με γωνιώδη βράσματα</p> <p>ΠΟΛΥ ΠΤΩΧΗ Επιφάνειες ολίσθησης, πολύ αποσβεσμένες με μαλακό αρχικό υλικό πλήρωσης</p>				
		ΜΕΙΟΥΜΕΝΗ ΠΟΙΟΤΗΤΑ ΑΣΥΝΕΧΕΙΩΝ				
<p>ΜΕΙΟΜΕΝΟ ΑΝΥΨΟΓΕΙΩΣΜΑ ΤΩΝ ΒΡΑΧΟΣΩΝ ΤΕΜΑΧΩΝ</p> <p>↓</p>		<p>90</p> <p>80</p> <p>70</p> <p>60</p> <p>50</p> <p>40</p> <p>30</p> <p>20</p> <p>10</p>				
	<p>INTACT OR MASSIVE - Άρρηκτα βραχώδη τεμάχια ή άστρωτος βράχος με λίγες ασυνέχειες σε μεγάλη απόσταση</p>	N/A				
						
	<p>BLOCKY - Αδιατάρακτη βραχόμαζα με πολύ καλό αλληλοκλείδωμα που αποτελείται από κυβικά τεμάχια οριζόμενα από τρεις ορθογώνια τεμνόμενες οικογένειες ασυνεχειών</p>					
						
	<p>VERY BLOCKY- Μερικώς διαταραγμένη βραχόμαζα με πολύπλευρα γωνιώδη τεμάχια (blocks) που σχηματίζονται από τέσσερις ή περισσότερες οικογένειες ασυνεχειών</p>					
						
	<p>BLOCKY/DISTURBED/SEAMY Πτυχωμένη με γωνιώδη τεμάχια που σχηματίζονται από πολλές αλληλοτεμνόμενες οικογένειες ασυνεχειών. Εμμονή στρώσης ή σχιστότητας</p>					
						
	<p>DISINTEGRATED - Ισχυρά κερματισμένη βραχόμαζα με πτωχό αλληλοκλείδωμα και με ταυτόχρονη παρουσία γωνιωδών και αποστρωγυλωμένων τεμαχίων</p>					
						
	<p>LAMINATED/SHEARED - Φυλλώδης ή σχιστοποιημένη και τεκτονικώς διατμημένη ασθενής βραχόμαζα. Η σχιστότητα επικρατεί έναντι οποιασδήποτε άλλης οικογένειας ασυνεχειών εμποδίζοντας την δημιουργία γωνιωδών τεμαχίων</p>					