

Πολυτεχνείο Κρήτης

Τμήμα Μηχανικών Παραγωγής και Διοίκησης

Νευρωνικά δίκτυα και χρήση τους σε έλεγχο

του φοιτητή Αγγελάτου Γεώργιου

A.M. : 2004010066

Επιβλέπων Καθηγητής: Κύριος Σταυρουλάκης Γεώργιος

Πρόλογος

Η παρούσα πτυχιακή εργασία εκπονήθηκε στο τμήμα Μηχανικών Παραγωγής και Διοίκησης του Πολυτεχνείου Κρήτης. Βασικός σκοπός της ήταν η μελέτη των νευρωνικών δικτύων και η χρήση τους σε έλεγχο.

Θα ήθελα να ευχαριστήσω τον Καθηγητή του τμήματος του ΜΠΔ κ.Σταυρουλάκη Γεώργιο για την υψηλού επιπέδου καθοδήγησή του, το ενδιαφέρον του, την αμέριστη συμπαράστασή του και την εμπιστοσύνη που μου έδειξε κατά την διεξαγωγή και συγγραφή της πτυχιακής μου εργασίας . Επιπλέον, τον ευχαριστώ ιδιαίτερα για τις άριστες συνθήκες μάθησης / εργασίας που μου εξασφάλισε καθώς για τις επιστημονικές και όχι μόνο γνώσεις του που με μεγάλη προθυμία και υπομονή μου προσέφερε.

Κεφάλαιο 1: Νευρωνικά δίκτυα

Εισαγωγή

Ο Minsky και ο Papert (Minsky & Papert, 1969) έδειξαν το 1969 ότι με δύο επίπεδα FFN (δίκτυο με τροφοδότηση προς τα εμπρός) μπορούν να υπερκεραστούν πολλοί περιορισμοί, αλλά δεν παρουσίασε κάποια λύση στο πρόβλημα του πώς να προσαρμόσει τα βάρη των δεδομένων σε κρυμμένες μονάδες. Σαν απάντηση σε αυτή την ερώτηση παρουσιάστηκε από τον Rumelhart, Hilton και Williams το 1986 (Rumelhart, Hilton & Williams, 1986) και παρόμοιες λύσεις φαίνετε να είχαν δημοσιευτεί νωρίτερα (Werbos (1974), Parker (1985) & Cun (1985)).

Το ενός επιπέδου δίκτυο έχει εξυπηρετήσει τους περιορισμούς: η τάξη των καθηκόντων που μπορούν να επιτευχθούν είναι ελάχιστη. Σε αυτό το κεφάλαιο θα επικεντρωθούμε στο δίκτυο με τροφοδότηση προς τα εμπρός(FFN) με επίπεδα από μονάδες επεξεργασίας.

Η κεντρική ιδέα πίσω από αυτή την λύση είναι ότι τα λάθη για τις μονάδες των κρυφών επιπέδων καθορίζονται από τον πίσω πολλαπλασιασμό των λαθών των μονάδων του παραγόμενου επιπέδου. Για αυτό τον λόγο αυτή τη μέθοδο συνήθως την λέμε κανόνας μάθησης πίσω πολλαπλασιασμού. Ο πίσω πολλαπλασιασμός μπορεί επίσης να θεωρηθεί ως γενίκευση του κανόνα δέλτα για τις μη γραμμικές συναρτήσεις ενεργοποίησης και για τα πολλαπλών επιπέδων δίκτυα.

1.1 Πολλαπλά επίπεδα FFN

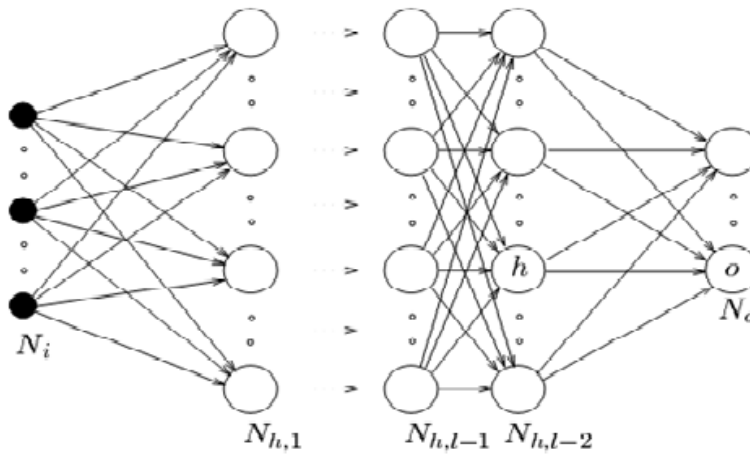
Ένα FFN έχει πολυεπίπεδη διάρθρωση. Κάθε επίπεδο αποτελείται από μονάδες που λαμβάνουν τα δεδομένα τους από το ακριβώς κάτω επίπεδο μονάδων και στέλνουν το αποτέλεσμα τους στις μονάδες στο επίπεδο ακριβώς πάνω από την μονάδα τους. Δεν υπάρχουν συνδέσεις στο εσωτερικό ενός επιπέδου. Τα N_i δεδομένα τροφοδοτούνται στο πρώτο επίπεδο εκ των $N_{h,2}$ κρυφών μονάδων. Οι μονάδες δεδομένων είναι απλώς “εικονικές” μονάδες: καμία πρόοδος δεν παρατηρείται σε αυτές τις μονάδες. Η ενεργοποίηση μίας κρυφής μονάδας είναι η συνάρτηση F_i των σταθμισμένων εισροών συν προτίμηση. Τα αποτελέσματα των κρυφών μονάδων διανέμετε στο επόμενο επίπεδο $N_{h,2}$ κρυφών μονάδων, μέχρι και το τελευταίο επίπεδο κρυφών μονάδων, των οποίων τα αποτελέσματα τροφοδοτούνται σε ένα επίπεδο N_o μονάδων αποτελέσματος.

Παρόλο από ο πίσω-πολλαπλασιασμός μπορεί να εφαρμοστεί σε δίκτυα οποιουδήποτε αριθμού επιπέδων, όπως και για δίκτυα δυαδικών μονάδων έχει αποδειχθεί (Hornik, Stinchcombe, & White, 1989- Funahashi, 1989- Cybenko, 1989- Hartman, Keeler, & Kowalski, 1990) ότι μόνο ένα επίπεδο των κρυφών μονάδων επαρκεί για την προσέγγιση οποιασδήποτε συνάρτησης με πεπερασμένο πλήθος ασυνεχειών σε αυθαίρετη ακρίβεια, εφόσον η συνάρτηση ενεργοποίησης των

κρυφών μονάδων είναι μη γραμμική. Στις περισσότερες εφαρμογές ένα FFN με ένα επίπεδο κρυφών μονάδων χρησιμοποιείται με μια σιγμοειδείς συνάρτηση ενεργοποίησης για την μονάδα.

1.2 Ο γενικευμένος κανόνας δέλτα

Από την στιγμή που τώρα χρησιμοποιούμε μονάδες με μη γραμμικές συναρτήσεις ενεργοποίησης, πρέπει να γενικεύσουμε τον κανόνα δέλτα ο οποίος έχει παρουσιαστεί για γραμμικές συναρτήσεις στο σύνολο μη γραμμικών συναρτήσεων ενεργοποίησης.



Σχήμα 1.1 Δίκτυο πολλαπλών επιπέδων με l επίπεδα.

Η ενεργοποίηση είναι διαφορίσιμη εξίσωση από το σύνολο των δεδομένων και δίνετε από τον τύπο:

$$y_k^p = F(s_k^p) \quad (1.1)$$

όπου:

$$s_k^p = \sum_j (w_{jk} y_j^p) + \theta_k \quad (1.2)$$

Για να πετύχουμε την σωστή γενίκευση του κανόνα δέλτα, πρέπει να ορίσουμε

$$\Delta_p w_{jk} = - \gamma \frac{\partial E^p}{\partial w_{jk}} . \quad (1.3)$$

Το σφάλμα λάθους E^p ορίζετε ως το συνολικό τετραγωνικό λάθος για το πρότυπο p για τις μονάδες αποτελεσμάτων:

$$E^p = \frac{1}{2} \sum_{o=1}^{N_o} (d_o^p + y_o^p)^2, \quad (1.4)$$

Όπου το d_o^p είναι το επιθυμητό αποτέλεσμα για την μονάδα o όταν το πρότυπο p συσφίγγεται. Περαιτέρω ορίζουμε $E = \sum_p E^p$ ως το συνολικό τετραγωνικό σφάλμα. Μπορούμε να γράψουμε

$$\frac{\partial E^p}{\partial w_{jk}} = \frac{\partial E^p}{\partial s_k^p} \frac{\partial s_k^p}{\partial w_{jk}}. \quad (1.5)$$

Από την εξίσωση (1.2) μπορούμε να δούμε ότι ο δεύτερος παράγοντας είναι

$$\frac{\partial s_k^p}{\partial w_{jk}} = y_j^p \quad (1.6)$$

Όταν ορίζουμε

$$\delta_k^p = - \frac{\partial E^p}{\partial s_k^p}, \quad (1.7)$$

Θα πάρουμε έναν κανόνα ανανέωσης ο οποίος ισοδυναμεί με τον κανόνα δέλτα, με αποτέλεσμα μια κλίση καθόδου επί της επιφάνειας σφάλματος αν κάνουμε τις αλλαγές βάρους σύμφωνα με:

$$\Delta_p w_{jk} = \gamma \delta_k^p y_j^p \quad (1.8)$$

Το κόλπο είναι να καταλάβουμε τι θα πρέπει να είναι το δ_k^p για κάθε μονάδα k στο δίκτυο. Το ενδιαφέρον αποτέλεσμα, το οποίο τώρα αντλούμε, είναι το ότι υπάρχει ένας απλός αναδρομικός υπολογισμός για τα δ ο οποίος μπορεί να εφαρμοστεί μέσω του πολλαπλασιαστικού σφάλματος σημάτων προς τα πίσω μέσω του δικτύου.

Για να υπολογίσουμε το δ_k^p εφαρμόζουμε τον κανόνα της αλυσίδας για να γράψουμε αυτή τη μερική παράγωγο ως προϊόν δύο παραγόντων, ο ένας μας δίνει την αλλαγή του σφάλματος ως συνάρτηση του αποτελέσματος μιας μονάδας και ο άλλος μας δίνει την αλλαγή του αποτελέσματος σαν συνάρτηση του δεδομένου. Έτσι έχουμε:

$$\delta_k^p = - \frac{\partial E^p}{\partial s_k^p} = - \frac{\partial E^p}{\partial y_k^p} \frac{\partial y_k^p}{\partial s_k^p}. \quad (1.9)$$

Υπολογίζοντας τον δεύτερο παράγοντα με βάση την εξίσωση (1.1) καταλήγουμε στο

$$\frac{\partial y_k^p}{\partial s_k^p} = F' (s_k^p), \quad (1.10)$$

που είναι απλά η παράγωγος της συμπιεσμένης συνάρτησης F για την k -στη μονάδα, αξιολογώντας την καθαρή εισροή s_k^p για εκείνη την μονάδα. Για να υπολογίσουμε τον πρώτο παράγοντα της συνάρτησης (1.9) σκεφτόμαστε δύο εκδοχές. Πρώτον υποθέτουμε ότι η μονάδα k είναι μονάδα αποτελέσματος $k = o$ του δικτύου. Σε αυτή την περίπτωση όπως προκύπτει από τον ορισμό του E^p έχουμε

$$\frac{\partial E^p}{\partial y_o^p} = - (d_o^p - y_o^p) \quad (1.11)$$

το οποίο είναι το ίδιο αποτέλεσμα που λάβαμε από τον πρότυπο κανόνα δέλτα. Υποκαθιστώντας αυτό και βάζοντας την (1.10) στην (1.9) έχουμε

$$\delta_o^p = (d_o^p - y_o^p) F' (s_o^p) \quad (1.12)$$

για κάθε αποτέλεσμα μονάδος o . Δεύτερον αν το k δεν είναι μονάδα αποτελέσματος αλλά κρυμμένη μονάδα $k = h$ δεν γνωρίζουμε την συνεισφορά της μονάδος στο σφάλμα αποτελέσματος του δικτύου. Ωστόσο, το λάθος μέτρου μπορεί να γραφεί ως συνάρτηση των καθαρών δεδομένων, από κρυμμένα σε επίπεδο δεδομένων: $E^p = E^p (s_1^p, s_2^p, \dots, s_j^p, \dots)$ και θα χρησιμοποιήσουμε τον κανόνα της αλυσίδας για να γράψουμε

$$\frac{\partial E^p}{\partial y_h^p} = \sum_{o=1}^{No} \frac{\partial E^p}{\partial s_o^p} \frac{\partial s_o^p}{\partial y_h^p} = \sum_{o=1}^{No} \frac{\partial E^p}{\partial s_o^p} \frac{\partial}{\partial y_h^p} \sum_{j=1}^{Nh} w_{ko} y_j^p = \sum_{o=1}^{No} \frac{\partial E^p}{\partial s_o^p} w_{ho} = - \sum_{o=1}^{No} \delta_o^p w_{ho} \quad (1.13)$$

Υποκαθιστώντας αυτό στην (1.9) έχουμε

$$\delta_h^p = F' (s_h^p) \sum_{o=1}^{No} \delta_o^p w_{ho} \quad (1.14)$$

Οι εξισώσεις (1.12) και (1.14) δίνουν μία αναδρομική διαδικασία για τον υπολογισμό των δ για όλες τις μονάδες δικτύου, τα οποία μετά χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό των αλλαγών βάρους σύμφωνα με την εξίσωση (1.8). Αύτη η διαδικασία συνιστά τον γενικευμένο κανόνα δέλτα για το FFN για μη γραμμικές μονάδες.

1.3 Καταλαβαίνοντας τον πίσω πολλαπλασιασμό

Οι εξισώσεις που προέρχονται από τα παραπάνω μπορεί να είναι μαθηματικά σωστές, αλλά τι ακριβώς σημαίνει αυτό; Υπάρχει άλλος τρόπος να καταλάβουμε τον πίσω πολλαπλασιασμό εκτός του να απαγγείλουμε τις απαραίτητες εξισώσεις;

Η απάντηση είναι, φυσικά, ναι. Στην πραγματικότητα η όλη διαδικασία του πίσω πολλαπλασιασμού είναι διαισθητικά σαφή. Το τι γίνεται στις παραπάνω εξισώσεις είναι το εξής. Όταν ένα μαθησιακό μοτίβο συσφίγγεται, οι τιμές ενεργοποίησης πολλαπλασιάζονται στις μονάδες αποτελέσματος και έτσι τα πραγματικά αποτελέσματα του δικτύου συγκρίνονται με τις επιθυμητές τιμές αποτελέσματος, ενώ συνήθως τελειώνουμε με ένα λάθος για την κάθε μονάδα αποτελέσματος. Ας ονομάσουμε αυτό το λάθος e_o για μια συγκεκριμένη μονάδα αποτελέσματος o . Πρέπει να μηδενίσουμε το e_o .

Η απλούστερη μέθοδος για να το κάνουμε αυτό είναι η μέθοδος της απληστίας: προσπαθούμε να αλλάξουμε τις συνδέσεις στο νευρωνικό σύστημα με τέτοιο τρόπο ώστε την επόμενη φορά το λάθος e_o να είναι μηδέν για αυτό το συγκεκριμένο πρότυπο. Γνωρίζουμε από τον κανόνα δέλτα ότι προκειμένου να μειωθεί ένα λάθος πρέπει να προσαρμόσουμε το επικείμενο βάρος του σύμφωνα με το

$$\Delta w_{ho} = (d_o - y_o) y_h \quad (1.15)$$

Αυτό είναι το πρώτο βήμα. Αλλά από μόνο του δεν είναι αρκετό: όταν εφαρμόζουμε μόνο αυτό το κανόνα, τα βάρη από τα δεδομένα ως τις κρυμμένες μονάδες δεν αλλάζουν ποτέ, δεν έχουμε πλήρη αντιπροσωπευτική ισχύ για το FFN όπως προβλεπόταν από το καθολικό θεώρημα προσέγγισης. Προκειμένου να προσαρμοστούν τα βάρη από τα δεδομένα στις κρυφές μονάδες θα ξανακάνουμε τον κανόνα δέλτα. Σε αυτή την περίπτωση, ωστόσο, δεν έχουμε την τιμή για το δ για τις κρυφές μονάδες. Αυτό λύνετε από τον κανόνα της αλυσίδας ο οποίος κάνει το εξής: διανέμει το λάθος από μια μονάδα αποτελέσματος o σε όλες τις κρυφές μονάδες στις οποίες είναι συνδεδεμένο, σταθμισμένη από την σύνδεση. Με άλλα λόγια, μια κρυμμένη μονάδα h λαμβάνει ένα δέλτα από κάθε μονάδα αποτελέσματος o ίση με το δέλτα από αυτή τη μονάδα αποτελέσματος πολλαπλασιασμένη με το βάρος της σύνδεσης ανάμεσα σε αυτές τις δύο μονάδες. Σε σύμβολα $\delta_h = \sum_o w_{ho} \cdot e_o$. Όμως όχι ακόμα ακριβώς, ξεχνάμε την εξίσωση ενεργοποίησης της κρυμμένης μονάδας F πρέπει να εφαρμοστεί στον κανόνα δέλτα πριν η διαδικασία του πίσω πολλαπλασιασμού μπορεί να συνεχίσει.

1.4 Δουλεύοντας με τον πίσω πολλαπλασιασμό

Η εφαρμογή του γενικευμένου κανόνα δέλτα περιλαμβάνει δύο φάσεις: Στην πρώτη φάση το δεδομένο x παρουσιάζεται και διαδίδεται προς τα εμπρός μέσω του δικτύου για τον υπολογισμό την αξία του αποτελέσματος y_o^p για κάθε μονάδα αποτελέσματος. Το αποτέλεσμα αυτό συγκρίνεται με την επιθυμητή αξία d_o , με αποτέλεσμα ένα σήμα σφάλματος δ_o^p για κάθε μονάδα αποτελέσματος. Η δεύτερη φάση περιλαμβάνει ένα πέρασμα προς τα πίσω στο δίκτυο στην διάρκεια του οποίου το λάθος σήμα δίδεται σε κάθε μονάδα μέσα στο δίκτυο και οι κατάλληλες αλλαγές βάρους υπολογίζονται.

Προσαρμογές βάρους με σιγμοειδή συνάρτηση ενεργοποίησης. Τα αποτελέσματα των παραπάνω ενεργειών μπορούν να συμπυκνούνται σε τρεις εξισώσεις:

- Το βάρος μιας σύνδεσης ρυθμίζεται κατά μία ποσότητα ανάλογη με το γινόμενο ενός σήματος σφάλματος δ , στην μονάδα λήψης k . Η είσοδος και η έξοδος της μονάδας j στέλνουν το σήμα κατά μήκος της σύνδεσης:

$$\Delta_p w_{jk} = \gamma \delta_k^p y_j^p \quad (1.16)$$

- Αν η μονάδα είναι μονάδα αποτελέσματος, το λάθος σήματος δίνεται από:

$$\delta_o^p = (d_o^p - y_o^p) F'(s_o^p) \quad (1.17)$$

Παίρνοντας ως συνάρτηση ενεργοποίησης F την σιγμοειδή συνάρτηση:

$$y^p = F(s^p) = \frac{1}{1 + e^{-s^p}} \quad (1.18)$$

Σε αυτή τη περίπτωση το παράγωγο είναι

$$\begin{aligned} F'(s^p) &= \frac{\partial}{\partial s^p} \frac{1}{1 + e^{-s^p}} \\ &= \frac{1}{(1 + e^{-s^p})^2} (-e^{-s^p}) \\ &= \frac{1}{1 + e^{-s^p}} \frac{e^{-s^p}}{1 + e^{-s^p}} \\ &= y^p (1 - y^p). \end{aligned} \quad (1.19)$$

Τέτοιο ώστε το λάθος σήματος για μία μονάδα αποτελέσματος να γράφεται:

$$\delta_o^p = (d_o^p - y_o^p) y_o^p (1 - y_o^p). \quad (1.20)$$

- Το λάθος σήματος για μία κρυμμένη μονάδα καθορίζεται αναδρομικά από πλευράς σφάλμα σήματος μονάδος για τα οποία συνδέει άμεσα τα βάρη των εν λόγω συνδέσεων. Για την σιγμοειδή εξίσωση ενεργοποίησης:

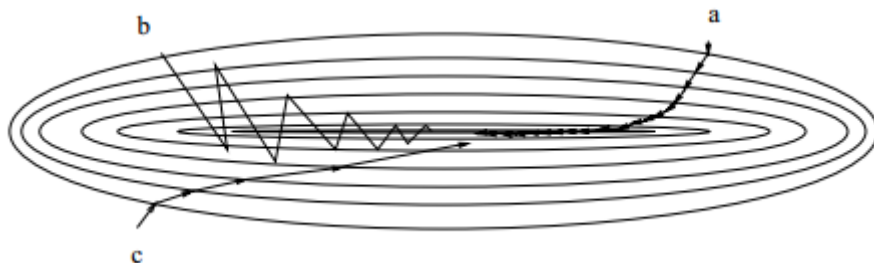
$$\delta_h^p = F'(s_h^p) \sum_{o=1}^{N_o} \delta_o^p w_{ho} = y_h^p (1 - y_h^p) \sum_{o=1}^{N_o} \delta_o^p w_{ho} \quad (1.21)$$

Ρυθμός μάθησης και ορμής. Η μαθησιακή διαδικασία απαιτεί η μεταβολή του βάρους να είναι ανάλογη ως προς $\frac{\partial E^p}{\partial w}$. Η αληθινή κλίση καθόδου απαιτεί να έχουν γίνει απειροελάχιστα βήματα. Η σταθερά της αναλογικότητας είναι ο ρυθμός μάθησης γ . Για λόγους πρακτικότητας διαλέγουμε ένα μαθησιακό ρυθμό ο οποίος να είναι όσο μεγαλύτερος γίνεται χωρίς όμως να μας οδηγήσει σε ταλάντωση. Ένας τρόπος να αποφύγεις την ταλάντωση στο μεγάλο γ , είναι να κάνεις την αλλαγή του βάρους να εξαρτάτε από την παλαιά αλλαγή βάρους με την πρόσθεση ενός όρου του ρυθμού:

$$\Delta w_{jk} (t + 1) = \gamma \delta_k^p y_j^p + \alpha w_{jk}(t), \quad (1.22)$$

Όπου το t είναι ο αριθμός παρουσίασης και το α είναι η σταθερά η οποία καθορίζει την επίδραση της προηγούμενης αλλαγής βάρους.

Ο ρόλος του όρου της ορμής δίνεται στο παρακάτω σχήμα (1.2). Όταν δεν υπάρχει κανένας όρος ρυθμού, χρειάζεται πολύς χρόνος μέχρι να επιτευχθεί το ελάχιστο, με χαμηλό μαθησιακό ρυθμό, ενώ για υψηλό ρυθμό μάθησης το ελάχιστο δεν επιτυγχάνετε ποτέ λόγω της ταλάντωσης. Όταν προσθέτουμε τον όρο ρυθμού, το ελάχιστο επιτυγχάνεται ταχύτερα.

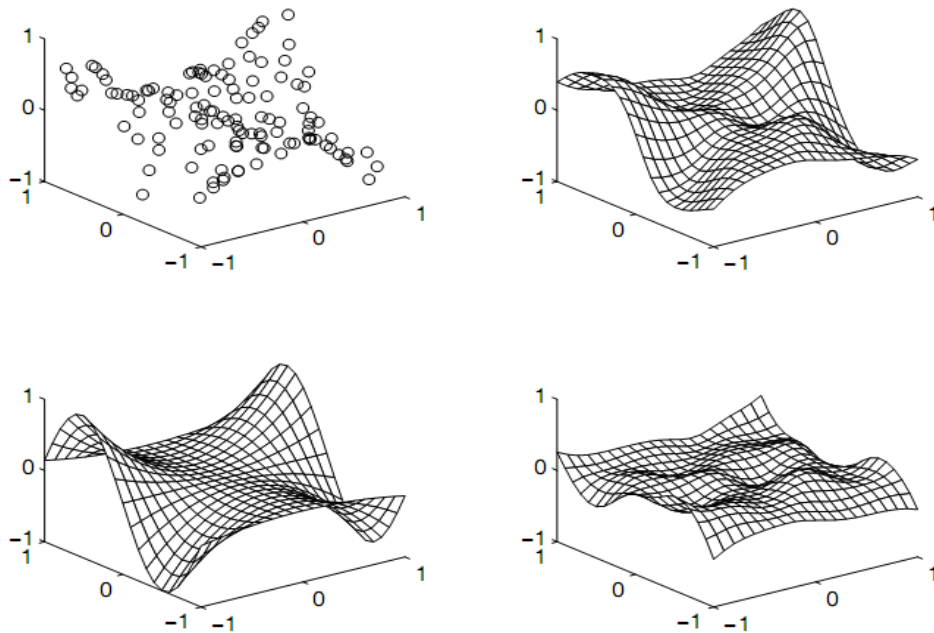


Σχήμα 1.2: Η κάθοδος στο χώρο βάρους. α) Για χαμηλό ρυθμό μάθησης β) για μεγάλο ρυθμό μάθησης: παρατηρούμε τις ταλαντώσεις και γ) για μεγάλο ρυθμό μάθησης με την πρόσθεση του όρου του ρυθμού.

Μάθηση ανά πρότυπο. Παρόλο που, θεωρητικά, ο αλγόριθμος του πίσω πολλαπλασιασμού εκτελεί κάθοδο κλίσης σχετικά με το συνολικό σφάλμα μόνο αν τα βάρη έχουν προσαρμοστεί αφού το πλήρες σύνολο μαθησιακών προτύπων έχει παρουσιαστεί, τις περισσότερες φορές δεν εφαρμόζεται η εκμάθηση κανόνα σε κάθε πρότυπο ξεχωριστά, δηλαδή ένα πρότυπο p εφαρμόζεται, το E^p υπολογίζεται και τα βάρη προσαρμόζονται ($p=1,2,...,P$). Υπάρχει εμπειρική ένδειξη αυτού του αποτελέσματος σε ταχύτερη σύγκλιση. Προσοχή πρέπει να δοθεί ωστόσο, στην σειρά με την οποία θα διδαχθούν τα πρότυπα. Για παράδειγμα, όταν χρησιμοποιείτε η ίδια ακολουθία ξανά και ξανά το δίκτυο ενδεχομένως να εστιάσει σε λίγα από τα πρώτα πρότυπα. Αυτό το πρόβλημα μπορεί να υπερβληθεί με την χρήση εναλλασσόμενου εκπαιδευτικού προγράμματος.

Παράδειγμα

Ένα FFN μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την προσέγγιση μιας συνάρτησης από τα παραδείγματα. Υποθέτουμε ότι έχουμε ένα σύστημα (π.χ. χημική κρίση ή χρηματοπιστωτική αγορά) για το οποίο θέλουμε να μάθουμε τα χαρακτηριστικά. Τα δεδομένα του συστήματος δίνονται από το δυοδιάστατο διάνυσμα x και το αποτέλεσμα δίνεται από το μονοδιάστατο διάνυσμα d . Θέλουμε να υπολογίσουμε την σχέση $d = f(x)$ για 80 παραδείγματα $\{x^p, d^p\}$ όπως απεικονίζεται στο σχήμα (1.3) (πάνω αριστερά).



Σχήμα 1.3: Παράδειγμα από συνάρτηση κατά προσέγγιση με FFN. Πάνω αριστερά: τα αρχικά δείγματα μάθησης. Πάνω δεξιά: Η προσέγγιση με το δίκτυο. Κάτω αριστερά: Η συνάρτηση που παρήγαγε τα δείγματα μάθησης. Κάτω δεξιά: Το λάθος της προσέγγισης.

Ένα FFN ήταν προγραμματισμένο με δύο δεδομένα, 10 κρυμμένες μονάδες με σιγμοειδές λειτουργία ενεργοποίησης και μία μονάδα αποτελέσματος με γραμμική λειτουργία ενεργοποίησης. Τα βάρη του δικτύου έχουν προετοιμαστεί σε μικρές τιμές και το δίκτυο είναι προετοιμασμένο για 5000 επαναλήψεις με τον κανόνα του πίσω πολλαπλασιασμού, που αναπτύχθηκε παραπάνω. Η σχέση ανάμεσα στο x και στο d όπως εκπροσωπούνται από το δίκτυο φαίνονται στο σχήμα (1.3) πάνω δεξιά, ωστόσο η συνάρτηση η οποία παράγει τα μαθησιακά δείγματα φαίνεται στο ίδιο σχήμα κάτω αριστερά. Το λάθος προσέγγισης απεικονίζεται στο σχήμα (1.3) κάτω δεξιά. Παρατηρούμε ότι το λάθος είναι υψηλότερο στις ακμές της περιφέρειας εντός της οποίας τα μαθησιακά δείγματα παράγονται. Το δίκτυο είναι αρκετά καλύτερο στην παρεμβολή παρά στην παρέκταση.

1.5 Άλλη λειτουργία ενεργοποίησης

Παρόλο που η σιγμοειδή λειτουργία αρκετά συχνά χρησιμοποιείται ως λειτουργία ενεργοποίησης, μπορούν και άλλες λειτουργίες μπορούν να χρησιμοποιηθούν επίσης. Σε κάποιες περιπτώσεις αυτό μας οδηγεί σε μια φόρμουλα η οποία είναι γνωστή ως η παραδοσιακή λειτουργία των κατά προσέγγιση θεωριών.

Για παράδειγμα, από ανάλυση κατά Fourier είναι γνωστό πως οποιαδήποτε περιοδική λειτουργία μπορεί να γραφεί ως ένα άπειρο άθροισμα από όρους ημιτόνου και συνημίτονου. (Σειρές Fourier):

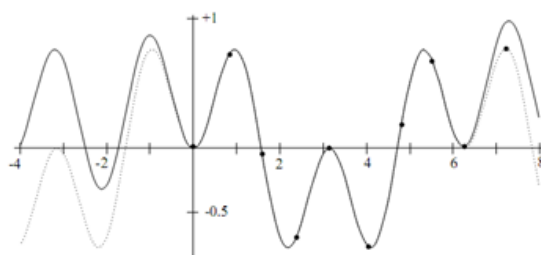
$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx) \quad (1.23)$$

Το οποίο μπορεί να γραφεί σαν άθροισμα από όρους ημιτόνου

$$f(x) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} c_n \sin(nx + \theta_n) \quad (1.24)$$

όπου $c_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}$ και $\theta_n = \arctan(b/a)$. Αυτό μπορεί να γίνει ένα FFN με μοναδικό δεδομένο το x μοναδική μονάδα αποτελέσματος η $f(x)$ και κρυμμένες μονάδες με συνάρτηση ενεργοποίησης $F = \sin(s)$. Ο παράγοντας a_0 αντιστοιχεί με το δυναμικό πολώσεως της μονάδας αποτελέσματος, οι παράγοντες c_n αντιστοιχεί με τα βάρη από κρυμμένες μονάδες σε αυτές των αποτελεσμάτων, ο παράγοντας φάσης θ_n αντιστοιχεί με δυναμικό πολώσεως των κρυφών μονάδων και ο παράγοντας n αντιστοιχεί με τα βάρη μεταξύ των δεδομένων και των κρυφών στρωμάτων. Η βασική διαφορά μεταξύ της προσέγγισης Fourier και του πίσω πολλαπλασιασμού είναι ότι στην προσέγγιση Fourier τα βάρη μεταξύ των δεδομένων και των κρυφών μονάδων (παράγοντες n) είναι σταθερά ακέραιοι αριθμοί οι οποίοι προσδιορίζονται αναλυτικώς, ενώ στον πίσω πολλαπλασιασμό τα βάρη αυτά μπορούν να πάρουν οποιαδήποτε τιμή και συνήθως τα μαθαίνουμε χρησιμοποιώντας τεχνικές βασισμένες σε εμπειρία και εφευρετικότητα.

Για να απεικονίσουμε την χρήση άλλων συναρτήσεων ενεργοποίησης πρέπει να τροφοδοτήσουμε ένα FFN με μία μονάδα αποτελέσματος, τέσσερις κρυμμένες μονάδες και ένα δεδομένο με δέκα πρότυπα από την συνάρτηση $f(x) = \sin(2x)\sin(x)$. Το αποτέλεσμα απεικονίζεται στο σχήμα (1.4). Η ίδια συνάρτηση (αν και με άλλα σημεία μάθησης) αντλήθηκε με ένα δίκτυο των οκτώ σιγμοειδών κρυφών μονάδων σχήμα (1.5). Από τα σχήματα είναι σαφές ότι συμφέρει να χρησιμοποιούμε όσο το δυνατόν περισσότερη γνώση του προβλήματος έχουμε.

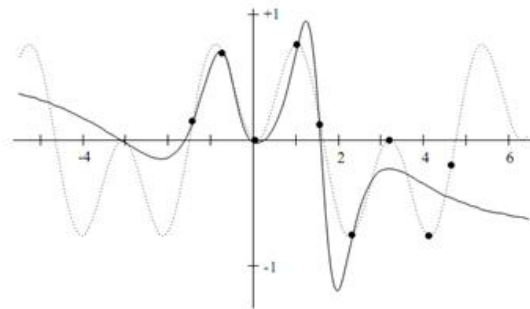


Σχήμα 1.4: Η περιοδική συνάρτηση $f(x) = \sin(2x) \sin(x)$ προσεγγισμένη με ημιτονοειδή συνάρτηση ενεργοποίησης

1.6 Ελαττώματα του πίσω πολλαπλασιασμού

Παρά τη φαινομενική επιτυχία του αλγορίθμου του πίσω πολλαπλασιασμού, υπάρχουν κάποιες απόψεις που αμφισβητούν την εγκυρότητα της καθολικής χρήσης του. Το πιο ενοχλητικό είναι η μακρά διαδικασία κατάρτισης. Αυτό μπορεί να είναι αποτέλεσμα του μη βέλτιστου ρυθμού μάθησης και ορμής. Αρκετοί από τους προχωρημένους αλγορίθμους βασίζονται στην μάθηση του πίσω πολλαπλασιασμού έχοντας κάποιες βελτιστοποιημένες μεθόδους για να προσαρμόζουν τον εν λόγω ρυθμό μάθησης, όπως θα δούμε στη συνέχεια. Οριστικές αποτυχίες κατάρτισης προκύπτουν γενικά από δύο πηγές: παράλυση δικτύου και τοπικά ελάχιστα.

Παράλυση δικτύου. Καθώς το δίκτυο πραγματοποιεί την ακολουθία του, τα βάρη μπορούν να προσαρμοστούν σε πολύ μεγάλες τιμές. Το σύνολο των δεδομένων των κρυφών μονάδων ή των μονάδων αποτελέσματος μπορούν επομένως να φτάσουν σε πολύ υψηλές (είτε θετικές είτε αρνητικές) τιμές και λόγω της σιγμοειδούς συνάρτησης ενεργοποίησης η μονάδα θα έχει μια ενεργοποίηση πολύ κοντά στο μηδέν ή πολύ κοντά στο ένα. Όπως παρατηρούμε στις εξισώσεις (1.20) και (1.21), η ρύθμιση του βάρους είναι ανάλογη του $y_k^p(1 - y_k^p)$ θα είναι κοντά στο μηδέν και η διαδικασία κατάρτισης μπορεί να έρθει σε μία εικονική στασιμότητα.



Σχήμα 1.5: Η περιοδική συνάρτηση $f(x) = \sin(2x) \sin(x)$ προσεγγισμένη με σιγμοειδή συνάρτηση ενεργοποίησης

Τοπικά ελάχιστα. Η επιφάνεια σφάλματος από ένα σύνθετο δίκτυο είναι γεμάτη “λόφους και κοιλάδες”. Λόγω της κλίσης καθόδου, το δίκτυο μπορεί να παγιδευτεί σε ένα τοπικό ελάχιστο ακόμα και όταν υπάρχει αρκετά βαθύτερο κοντινό ελάχιστο. Πιθανολογικές μέθοδοι βοηθάν στο να αποφύγουμε αυτή την παγίδα, αλλά τείνουν να είναι αργές. Άλλη μια προτεινόμενη εκδοχή είναι να αυξήσουμε τον αριθμό των κρυφών μονάδων. Αν και αυτό θα λειτουργήσει λόγω της υψηλότερης διάστασης του χώρου σφάλματος και ο κίνδυνος να παγιδευτεί είναι μικρότερος, φαίνεται ότι υπάρχει κάποιο ανώτατο όριο στον αριθμό των κρυφών μονάδων οι οποίες, όταν το υπερβούν, κάνουν τα αποτελέσματα του συστήματος να παγιδευτούν πάλι σε τοπικά ελάχιστα.

1.7 Προχωρημένοι αλγόριθμοι

Πολλοί ερευνητές επινόησαν βελτιώσεις και επεκτάσεις στον βασικό αλγόριθμο του πίσω πολλαπλασιασμού που περιγράφηκε. Είναι πολύ νωρίς για πλήρη αξιολόγηση: κάποιες από αυτές τις τεχνικές ίσως αποδειχθούν θεμελιώδη, ενώ άλλες απλά θα ξεθωριάσουν. Κάποιες μέθοδοι θα συζητήσουμε παρακάτω.

Πιθανώς η πιο εμφανή βελτίωση είναι η αντικατάσταση της μάλλον πρωτόγονης μεθόδου απότομης καθόδου με την κατευθυντήρια μέθοδο ελαχιστοποίησης συνόλου, π.χ. η σύζευξη της ελαχιστοποιημένης κλίσης. Σημειώνουμε ότι η ελαχιστοποίηση κατά μήκος μιας κατεύθυνσης \mathbf{u} φέρνει την συνάρτηση f σε ένα μέρος όπου η κλίση είναι κάθετη στο \mathbf{u} (αλλιώς η

ελαχιστοποίηση κατά μήκος \mathbf{u} δεν είναι ολοκληρωμένη). Αντί να ακολουθούμε την κλίση σε κάθε βήμα, ένα σύνολο από n κατευθύνσεις κατασκευάζετε, οι οποίες είναι όλες συζευγμένες μεταξύ τους έτσι ώστε η ελαχιστοποίηση κατά μήκος κάποιας εκ των κατευθύνσεων u_j να μην καταστρέψει την ελαχιστοποίηση κατά μήκος μιας προηγούμενης κατεύθυνσης u_i , δηλαδή οι κατευθύνσεις να μην είναι συγκρουόμενες. Έτσι μια ελαχιστοποίηση στην κατεύθυνση u_i επαρκεί ώστε n ελαχιστοποιήσεις σε ένα σύστημα με n βαθμούς ελευθερίας να φέρνει αυτό το σύστημα σε ελάχιστο (εφόσον το σύστημα είναι τετραγωνικό). Αυτό είναι διαφορετικό της κλίσης καθόδου, η οποία κατευθείαν ελαχιστοποιείτε στην κατεύθυνση της απότομης καθόδου (Press, Flannery, Teukolsky & Vetterling 1986). Υποθέτουμε ότι η συνάρτηση που ελαχιστοποιείτε είναι προσεγγισμένη από τις σειρές Taylor

$$f(\mathbf{x}) = f(\mathbf{p}) + \sum_i \frac{\partial f}{\partial x_i} \Big|_{\mathbf{p}} x_i + \frac{1}{2} \sum_{i,j} \frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_j} \Big|_{\mathbf{p}} x_i x_j + \dots$$

$$\approx \frac{1}{2} \mathbf{x}^T \mathbf{A} \mathbf{x} - \mathbf{b}^T \mathbf{x} + c$$

Όπου το T υποδηλώνει την μεταφορά και

$$c \equiv f(\mathbf{p}) \quad \mathbf{b} \equiv -\nabla f \Big|_{\mathbf{p}} \quad [\mathbf{A}]_{ij} \equiv \frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_j} \Big|_{\mathbf{p}} \quad (1.25)$$

\mathbf{A} είναι συμμετρικά θετικά ορισμένη $n \times n$ μήτρα, το καναβάτσο της f στο \mathbf{p} . Η κλίση της f είναι

$$\nabla f = \mathbf{A} \mathbf{x} - \mathbf{b} \quad (1.27)$$

Έτσι ώστε μια αλλαγή των \mathbf{x} αποτελεσμάτων σε μια αλλαγή της κλίσης ως

$$\delta(\nabla f) = \mathbf{A}(\delta \mathbf{x}) \quad (1.28)$$

Τώρα υποθέτουμε ότι η f ελαχιστοποιήθηκε κατά μήκος της u_i κατεύθυνσης σε βαθμό τέτοιο ώστε η κλίση $(-g_{i+1})$ της f είναι κάθετη στο u_i

$$u_i^T g_{i+1} = 0 \quad (1.29)$$

Και μια καινούρια κατεύθυνση u_{i+1} αναζητάτε. Προκειμένου να σιγουρέψουμε ότι να κινούμαστε κατά μήκος της u_{i+1} δεν καταστρέφει την ελαχιστοποίηση κατά μήκος της u_i απαιτούμαι η κλίση της να παραμείνει κάθετη της u_i δηλαδή

$$u_i^T g_{i+2} = 0 \quad (1.30)$$

Αλλιώς μπορούμε και πάλι να ελαχιστοποιήσουμε σε μία κατεύθυνση η οποία να είναι συνιστώσα του u_i . Από (2.4) και (2.5) έχουμε

$$0 = u_i^T (g_{i+1} - g_{i+2}) = u_i^T \delta(\nabla f) = u_i^T A u_{i+1} \quad (1.31)$$

Όταν η εξίσωση (2.6) ισχύει για δύο διανύσματα u_i και u_{i+1} τότε αυτά ονομάζονται συζευγμένα. Ξεκινώντας, τώρα, σε κάποιο σημείο p_0 , η πρώτη ελαχιστοποίηση σε κατεύθυνση u_0 θεωρείται ίση του $g_0 = -\nabla f(p_0)$, προκύπτοντας ένα νέο σημείο p_1 . Για $i \geq 1$ υπολογίζουμε τις κατευθύνσεις

$$u_{i+1} = g_{i+1} + \gamma_i u_i \quad (1.32)$$

Όπου το γ_i , επιλέχθηκε έτσι ώστε $u_i^T A u_{i+1} = 0$ όπως και οι διαδοχικές κάθετες κλίσεις

$$\gamma_i = \frac{g_{i+1}^T}{g_i^T g_i} g_{i+1} \text{ όπου } g_k = -\nabla f|_{p_k} \text{ για όλα τα } k \geq 0. \quad (1.33)$$

Έπειτα υπολογίζουμε $p_{i+2} = p_{i+1} + \lambda_{i+1} u_{i+1}$ όπου το λ_{i+1} διαλέχθηκε έτσι ώστε να ελαχιστοποιεί το $f(p_{i+2})$ ³. Μπορούμε να δούμε ότι τα u είναι έτσι κατασκευασμένα ώστε να είναι όλα αμοιβαία συζευγμένα (π.χ. βλέπουμε στο Stoer & Bulirsh, 1980). Η μέθοδος που αναλύθηκε παραπάνω είναι γνωστή ως η μέθοδος Fletcher-Reeves, αλλά υπάρχουν πολλές παραλλαγές οι οποίες δουλεύουν το ίδιο περίπου.

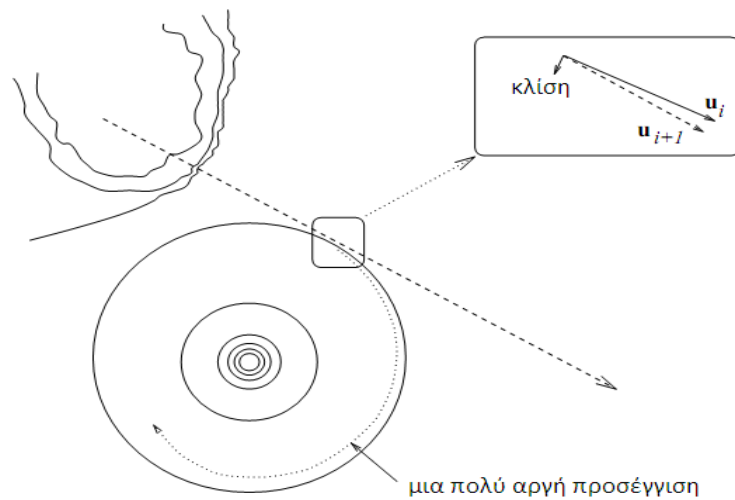
Παρόλο που μόνο n επαναλήψεις χρειάζονται για ένα τετραγωνικό σύστημα n βαθμού ελευθερίας, λόγω του γεγονότος ότι δεν ελαχιστοποιήσουμε τετραγωνικά συστήματα, καθώς και της στρογγυλοποίησης των σφαλμάτων, οι n κατευθύνσεις πρέπει να ακολουθούνται πολλές φορές (σχήμα 2.1). Ο Powel μας σύστησε κάποιες βελτιώσεις ώστε να διορθώσουμε την συμπεριφορά των μη τετραγωνικών συστημάτων. Το προκύπτον κόστος είναι το $O(n)$ το οποίο είναι αρκετά καλύτερο από την γραμμική σύγκλιση της απότομης καθόδου.

Μήτρα A λέγεται θετικά ορισμένη αν $\forall y \neq 0$

$$y^T A y > 0. \quad (1.26)$$

Αυτό δεν είναι ασήμαντο πρόβλημα. Ωστόσο, η μέθοδο ελαχιστοποίησης υπάρχει για υπέρ-γραμμικές συγκλίσεις.

Η μέθοδος λέει να συγκλίνουν γραμμικά αν $E_{i+1} = cE_i$ όπου $c < 1$. Οι μέθοδοι όπου συγκλίνουν με μεγαλύτερη δύναμη, π.χ. $E_{i+1} = c(E_i)^m$ όπου $m > 1$ λέγονται υπέρ-γραμμικές.



Σχήμα 1.6: Αργή μείωση με συζυγή κλίση σε μη τετραγωνικό σύστημα. Οι λόφοι στα αριστερά είναι πολύ απότομοι, με συνέπεια την εμφάνιση ενός μεγάλου φορέα αναζήτησης u_i . Όταν η τετραγωνική μερίδα εγγράφεται η καινούργια κατεύθυνση αναζήτησης είναι κατασκευασμένη από τις προηγούμενες κατευθύνσεις και τις κλίσεις με αποτέλεσμα την ραγδαία ελαχιστοποίηση. Αυτό το πρόβλημα μπορεί να υπερβληθεί με την ανίχνευση τέτοιων σπειροειδών ελαχιστοποίησης και της επανεκκίνησης του αλγορίθμου με $u_0 = -\nabla f$.

Κάποιες βελτιώσεις στον πίσω πολλαπλασιασμό έχουν παρουσιαστεί βασιζόμενες σε ένα ανεξάρτητο, προσαρμοζόμενο ρυθμό μάθησης για κάθε βάρος.

Van den Boomgaard και Smeulders (Boomgaard & Smeulders, 1989) δείχνουν ότι για ένα FFN χωρίς κρυμμένες μονάδες μια σταδιακή διαδικασία για να βρει το ιδανικό βάρος μοτίβου W χρειάζεται μια προσαρμογή των βαρών κατά

$$\Delta W(t+1) = \gamma(t+1)(d(t+1) - W(t)x(t+1))x(t+1) \quad (1.34)$$

στην οποία το γ δεν είναι σταθερό αλλά μία μεταβλητή $(N_i + 1) \times (N_i + 1)$ μήτρα η οποία εξαρτάτε από το διάνυσμα εισόδου. Με την χρήση της εκ των προτέρων γνώσης σχετικά με το σήμα εισόδου, οι απαιτήσεις αποθήκευσης για το γ μπορούν να μειωθούν.

Ο Silva και ο Almeida (Silva & Almeida, 1990) επίσης έδειξαν τα πλεονεκτήματα από ένα ανεξάρτητο μέγεθος βημάτων για κάθε βάρος στο δίκτυο. Στον αλγόριθμό τους ο ρυθμός μάθησης προσαρμόζεται μετά από κάθε μαθησιακό μοτίβο:

$$\gamma_{jk}(t+1) = \begin{cases} u\gamma_{jk}(t) \text{ αν } \frac{\partial E(t+1)}{\partial w_{jk}} \text{ και } \frac{\partial E(t)}{\partial w_{jk}} \text{ έχουν τις ίδιες ενδείξεις} \\ d\gamma_{jk}(t) \text{ αν } \frac{\partial E(t+1)}{\partial w_{jk}} \text{ και } \frac{\partial E(t)}{\partial w_{jk}} \text{ έχουν αντίθετες ενδείξεις} \end{cases} \quad (1.35)$$

όπου θ και δ είναι θετικές σταθερές με τιμές ελαφρώς πάνω και κάτω της ενότητας, αντίστοιχα. Ο στόχος είναι να μειώσουμε το ρυθμό μάθησης σε περίπτωση ταλαντώσεων.

1.8 Πόσο καλά είναι τα FFN πολλαπλών επιπέδων;

Από το παράδειγμα του σχήματος (1.3) είναι εμφανές ότι η προσέγγιση του δικτύου δεν είναι τέλεια. Το αποτέλεσμα σφάλματος της προσέγγισης επηρεάζεται από:

1. Τον αλγόριθμο εκμάθησης και τον αριθμό των επαναλήψεων. Αυτό καθορίζει πόσο καλά ελαχιστοποιείτε το σφάλμα του συνόλου εκπαίδευσης.
2. Ο αριθμός των δειγμάτων μάθησης. Αυτό καθορίζει πόσο καλά τα δείγματα εκπαίδευσης αντιπροσωπεύουν την πραγματική λειτουργία.
3. Ο αριθμός των κρυφών μονάδων. Αυτό καθορίζει την “εκφραστική δύναμη” του δικτύου. Για την ομαλή λειτουργία χρειάζονται λίγες κρυμμένες μονάδες, για τις “άγριες” λειτουργικές διακυμάνσεις θα χρειαστούν περισσότερες κρυμμένες μονάδες.

Σε προηγούμενα κεφάλαια συζητήσαμε τους μαθησιακούς κανόνες, όπως τον πίσω πολλαπλασιασμό και άλλους αλγόριθμους εκμάθησης με βάση την κλίση και το πρόβλημα της εύρεσης του ελάχιστου σφάλματος. Σε αυτό το κεφάλαιο θα ασχοληθούμε ιδιαίτερα με την επίδραση του αριθμού των δειγμάτων μάθησης και την επίδραση του αριθμού των κρυφών μονάδων.

Πρώτα πρέπει να καθορίσουμε ένα επαρκές μέτρο σφάλματος. Όλοι οι αλγόριθμοι νευρωνικών δικτύων κατάρτισης προσπαθούν να ελαχιστοποιήσουν το σφάλμα του συνόλου των δειγμάτων μάθησης που είναι διαθέσιμα για την εκπαίδευση του δικτύου. Ο μέσος όρος του σφάλματος για κάθε δείγμα μάθησης ορίζεται ως το ποσοστό σφάλματος μάθησης:

$$E_{learning} = \frac{1}{P_{learning}} \sum_{p=1}^{P_{learning}} E^p,$$

Στην οποία το E^p είναι η διαφορά ανάμεσα στην επιθυμητή μονάδα αποτελέσματος και στο πραγματικό αποτέλεσμα του δικτύου για δείγματα μάθησης:

$$E^P = \frac{1}{2} \sum_{o=1}^{N_o} (d_o^P - y_o^P)^2.$$

Αυτό είναι το λάθος το οποίο είναι μετρήσιμο κατά την διάρκεια την εκπαιδεύσεως.

Είναι εμφανές ότι το πραγματικό λάθος του δικτύου θα διαφέρει από αυτό της τοποθεσίας των δειγμάτων εκπαίδευσης. Η διαφορά ανάμεσα στο επιθυμητό και πραγματικό αποτέλεσμα πρέπει να ενσωματωθεί πάνω σε ολόκληρη την περιοχή δεδομένων ώστε να δώσει μια πιο ρεαλιστική τιμή στο λάθος μέτρου. Αυτό το ολοκλήρωμα μπορεί να υπολογιστεί αν έχουμε ένα μεγάλο σύνολο δειγμάτων: το σύνολο δοκιμής. Τώρα θα προσδιορίσουμε το ποσοστό σφάλματος δοκιμής ως το μέσο σφάλμα του συνόλου δοκιμής:

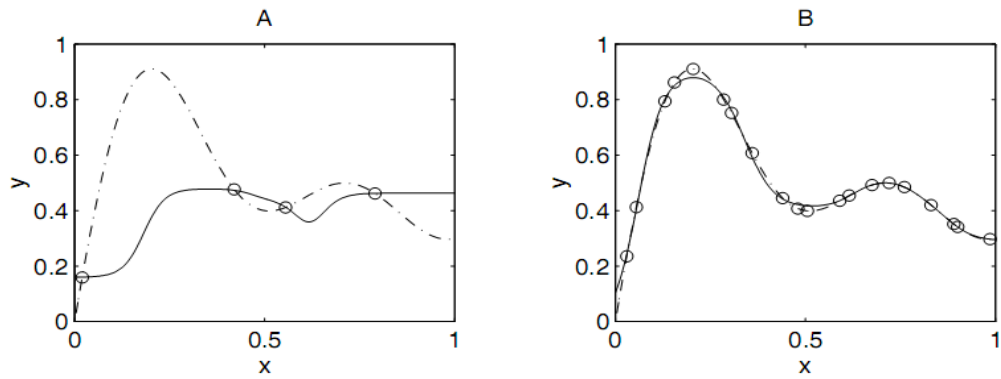
$$E_{test} = \frac{1}{P_{test}} \sum_{p=1}^{P_{test}} E^P.$$

Στην επόμενη υποπαράγραφο θα δούμε πώς αυτά τα μέτρα σφάλματος εξαρτούνται από το σύνολο μεγέθους της μάθησης και από τον αριθμό των κρυφών μονάδων.

1.9 Η επίδραση του αριθμού των δειγμάτων μάθησης

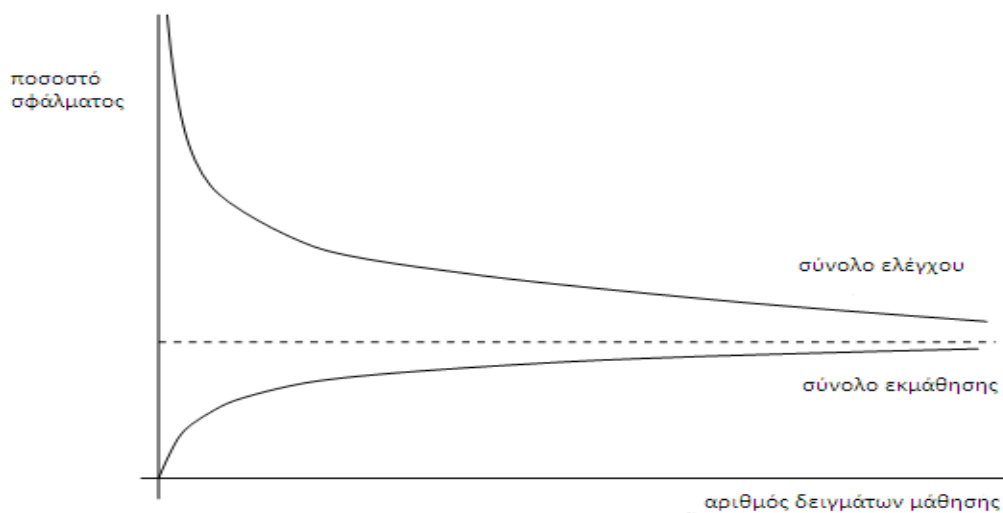
Ένα μικρό πρόβλημα θα χρησιμοποιηθεί ως παράδειγμα: μια συνάρτηση $y=f(x)$ πρέπει να προσεγγιστεί με ένα νευρωνικό FFN. Το νευρωνικό δίκτυο δημιουργείτε με ένα δεδομένο, πέντε κρυφές μονάδες με σιγμοειδές συνάρτηση ενεργοποίησης και μία γραμμική μονάδα αποτελέσματος. Υποθέτουμε ότι έχουμε ένα μικρό αριθμό δειγμάτων μάθησης και τα δίκτυα είναι εκπαιδευμένα με αυτά τα δείγματα. Η εκπαίδευση σταματάει όταν το σφάλμα σταματάει να μειώνετε. Η αυθεντική (επιθυμητή) συνάρτηση δίνετε στο σχήμα 1.7A ως διακεκομμένη γραμμή. Τα δείγματα μάθησης και η προσέγγιση του δικτύου δίνονται επίσης σε αυτό το σχήμα. Βλέπουμε ότι σε αυτή την περίπτωση το $E_{learning}$ είναι μικρό (το αποτέλεσμα του δικτύου περνάει τέλεια μέσα από τα δείγματα μάθησης) αλλά το E_{test} είναι μεγάλο: το σφάλμα του τεστ του δικτύου είναι μεγάλο. Η προσέγγιση που λαμβάνεται από είκοσι δείγματα μάθησης δίνετε στο σχήμα 1.7B. Το $E_{learning}$ είναι μεγαλύτερο από αυτό της περίπτωσης των πέντε δειγμάτων μάθησης, αλλά το E_{test} είναι μικρότερο.

Αυτό το πείραμα εφαρμόστηκε και σε άλλα μεγέθη μάθησης, όπου για κάθε μέγεθος μάθησης το πείραμα επαναλήφθηκε δέκα φορές. Ο μέσος όρος μάθησης και τα ποσοστά σφάλματος των τεστ ως συνάρτηση των μεγεθών μάθησης δίνονται στο σχήμα (1.8). Βλέπουμε ότι το μαθησιακό σφάλμα αυξάνετε με την αύξηση του μεγέθους του συνόλου εκμάθησης και το σφάλμα του τεστ μειώνετε με την αύξηση του μεγέθους το σύνολο εκμάθησης.



Σχήμα 1.7: Η επίδραση του μεγέθους του συνόλου εκμάθησης σε γενικευμένη μορφή. Οι διακεκομμένες γραμμές δίνουν την επιθυμητή συνάρτηση, τα δείγματα μάθησης απεικονίζονται ως κύκλοι και η προσέγγιση από το δίκτυο δίνεται από την σχεδιασμένη γραμμή. Πέντε κρυφές μονάδες χρησιμοποιούνται. Α) Τέσσερα δείγματα μάθησης. Β) Είκοσι δείγματα μάθησης.

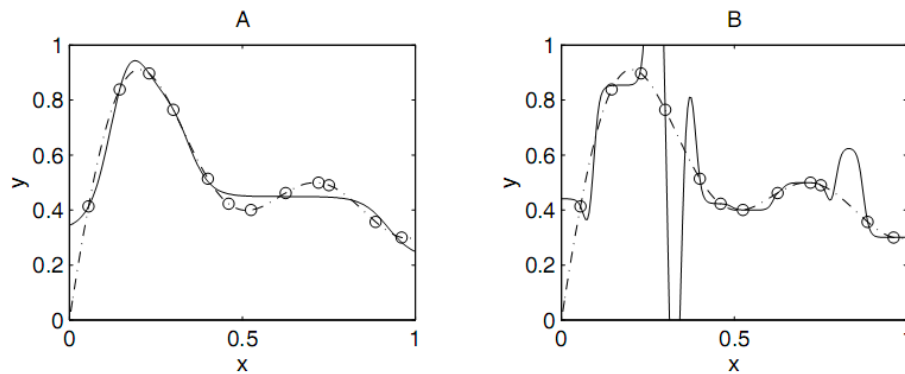
Ένα χαμηλό σφάλμα μάθησης στο (μικρό) σύνολο μάθησης δεν είναι εγγύηση για μια καλή απόδοση του δικτύου! Με την αύξηση των δειγμάτων μάθησης τα δύο ποσοστά σφάλματος συγκλίνουν στην ίδια τιμή. Αύτη η τιμή εξαρτάτε από την αντιπροσωπευτική δύναμη του δικτύου: δοθέντων των ιδανικών βαρών, πόσο καλή είναι η προσέγγιση. Αυτό το λάθος εξαρτάτε από τον αριθμό των κρυφών μονάδων και της συνάρτησης ενεργοποίησης. Αν το ποσοστό σφάλματος μάθησης δεν συγκλίνει στο ποσοστό σφάλματος του τεστ η διαδικασία εκμάθησης δεν έχει βρει το καθολικό ελάχιστο.



Σχήμα 1.8: Η επίδραση του μεγέθους του συνόλου εκμάθησης στο ποσοστό σφάλματος. Το μέσο σφάλμα και το μέσο σφάλμα ελέγχου ως συνάρτηση του αριθμού δειγμάτων μάθησης.

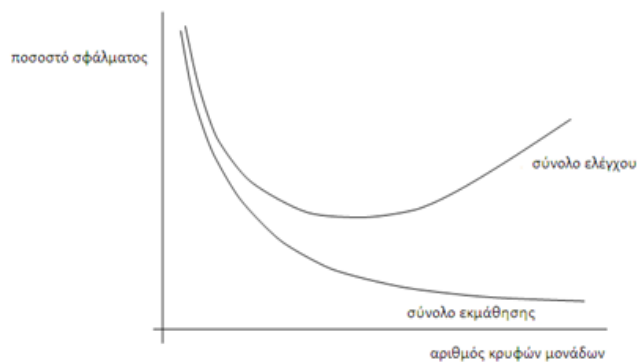
1.10 Η επίδραση του αριθμού των κρυφών μονάδων

Η ίδια συνάρτηση όπως και πριν χρησιμοποιείτε, αλλά τώρα ο αριθμός των κρυφών μονάδων μεταβάλλετε. Η αυθεντική (επιθυμητή) συνάρτηση, τα δείγματα μάθησης και η προσέγγιση του δικτύου δίνονται στο σχήμα 1.9A για πέντε κρυφές μονάδες και στο σχήμα 1.9B για είκοσι κρυφές μονάδες. Το ορατό αποτέλεσμα του σχήματος 1.9B ονομάζεται “υπέρ - εκπαίδευση”. Το δίκτυο ταιριάζει ακριβώς με τα δείγματα μάθησης, αλλά λόγω του μεγάλου αριθμού των κρυφών μονάδων η συνάρτηση όπου στην πραγματικότητα παρουσιάζετε από το δίκτυο είναι πολύ πιο άγρια από την αυθεντική. Ειδικότερα στην περίπτωση δειγμάτων μάθησης τα οποία περιέχουν ένα ορισμένο ποσό θορύβου (όπως όλα τα πραγματικά δεδομένα), το δίκτυο θα “ταιριάζει με το θόρυβο” των δειγμάτων μάθησης αντί να κάνει μια ομαλή προσέγγιση.



Σχήμα 1.9: Η επιρροή των κρυφών μονάδων στην απόδοση του δικτύου. Η διακεκομμένη γραμμή δίνει την επιθυμητή συνάρτηση, οι κύκλοι απεικονίζουν τα δείγματα μάθησης και η σχεδιασμένη γραμμή δίνει την προσέγγιση από το δίκτυο. Δώδεκα δείγματα μάθησης χρησιμοποιήθηκαν. Α) Πέντε κρυφές μονάδες Β) Είκοσι κρυφές μονάδες.

Αυτό το παράδειγμα μας δείχνει ότι ένας μεγάλος αριθμός κρυφών μονάδων οδηγεί σε ένα μικρό σφάλμα στο σύνολο εκπαίδευσης αλλά όχι απαραίτητα και στο σύνολο του τεστ. Προσθέτοντας κρυφές μονάδες θα οδηγούμαστε πάντα στην μείωση του $E_{learning}$. Ωστόσο, προσθέτοντας κρυφές μονάδες θα μας οδηγήσει αρχικά σε μια μείωση του E_{test} , αλλά μετά οδηγεί σε αύξηση του. Αυτό το φαινόμενο αυτό ονομάζεται *κορύφωση αποτελέσματος*. Το μέσο ποσοστό μαθησιακού σφάλματος και στο ποσοστό σφάλματος του τεστ ως συνάρτηση του μεγέθους του συνόλου εκμάθησης δίνετε στο σχήμα 1.10.



Σχήμα 1.10: Το μέσο ποσοστό μαθησιακού σφάλματος και το ποσοστό σφάλματος του τεστ ως συνάρτηση του αριθμού των κρυμμένων μονάδων.

1.11 Εφαρμογές

Ο πίσω πολλαπλασιασμός έχει εφαρμοστεί σε μία ευρεία ποικιλία εφαρμογών της έρευνας. Ο Sejnowski και ο Rosenberg (1986) (Sejnowski & Rosenberg, 1986) παρήγαγαν μια θεαματική επιτυχία με το NETtalk, ένα σύστημα το οποίο μετατρέπει ένα τυπωμένο κείμενο αγγλικής γλώσσας σε υψηλά κατανοητή ομιλία. Ένα FFN με ένα επίπεδο κρυφών μονάδων περιγράφηκε από τον Gorman και τον Sejnowski (1988) (Gorman & Sejnowski, 1988) ως μια μηχανή ταξινόμησης για τα σημάδια σόναρ.

Ακόμα μια εφαρμογή για FFN πολλαπλών επιπέδων με αλγόριθμο εκπαίδευσης του πίσω πολλαπλασιασμού είναι να μάθουν μια άγνωστη συνάρτηση μεταξύ σημάτων εισόδου και εξόδου από την παρουσίαση των παραδειγμάτων. Ελπίζουμε ότι το δίκτυο είναι ικανό να γενικεύει σωστά, έτσι ώστε οι τιμές εισόδου οι οποίες δεν παρουσιάστηκαν ως μοτίβα μάθησης θα δώσου ως αποτέλεσμα σωστές τιμές εξόδου. Ένα παράδειγμα είναι η δουλειά του Josin (Josin, 1988), ο οποίος χρησιμοποίησε ένα FFN δύο επιπέδων με εκμάθηση του πίσω πολλαπλασιασμού ώστε να εκτελέσει το αντίστροφο κινηματικό μετασχηματισμού το οποίο χρειάζεται από έναν ελεγκτή ρομποτικού βραχίονα.

Κεφάλαιο 2: Εκπαίδευση νευρωνικών δικτύων

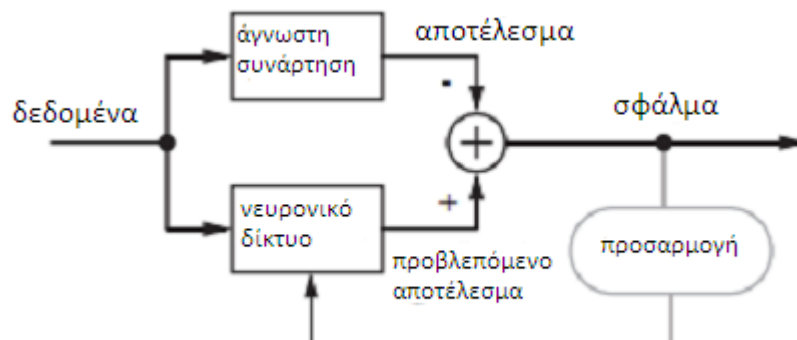
Εισαγωγή

Αφού εξετάσαμε τα νευρωνικά συστήματα μπορούμε τώρα να εστιάσουμε στο πώς μπορούν να εφαρμοστούν πρακτικά στα συστήματα ελέγχου. Το πεδίο των νευρωνικών δικτύων καλύπτει μια πολύ ευρεία περιοχή. Επειδή δεν είναι δυνατόν να εξετάσουμε όλα τα νευρωνικά δίκτυα, θα επικεντρωθούμε στη πιο κοινή αρχιτεκτονική των νευρωνικών δικτύων – το πολλαπλών επιπέδων **Perceptron**. Θα περιγράψουμε τα βασικά αυτής της αρχιτεκτονικής, αναλύοντας τις δυνατότητες της και το πώς χρησιμοποιήθηκε στην διαμόρφωση πολλών διαφορετικών συστημάτων ελέγχου.

Ο νευρώνας **Perceptron** είναι ένα είδος τεχνητού νευρωνικού δικτύου που εφευρέθηκε το 1957 στο Αεροναυτικό Εργαστήριο του Κορνέλλ (Cornell Aeronautical Laboratory) από τον Frank Rosenblatt. Μπορεί να χαρακτηριστεί ως ένα απλό είδος ενός νευρωνικού FFN: ένας γραμμικός ταξινομητής (linear classifier).

Θα εξετάσουμε τα νευρωνικά συστήματα ως συναρτήσεις προσεγγίσεων. Όπως φαίνεται στο σχήμα (2.1), έχουμε μια άγνωστη συνάρτηση που επιθυμούμε να προσεγγίσουμε. Θέλουμε να προσαρμόσουμε τις παραμέτρους του δικτύου ώστε να παρουσιάσουν το ίδιο αποτέλεσμα με αυτό της άγνωστης συνάρτησης, όταν έχουν τα ίδια δεδομένα.

Για τις εφαρμογές μας, η άγνωστη συνάρτηση ίσως αντιστοιχεί σε ένα σύστημα που προσπαθούμε να ελέγξουμε, στην οποία περίπτωση το νευρωνικό δίκτυο θα είναι ένα μοντέλο προσδιορισμένου πλάνου. Η άγνωστη συνάρτηση μπορεί επίσης να εκπροσωπεί το αντίστροφο ενός συστήματος όπου προσπαθούμε να ελέγξουμε, στην οποία περίπτωση το νευρωνικό σύστημα μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την ενεργοποίηση του ελεγκτή. Στην συνέχεια θα παρουσιάσουμε πολλές αρχιτεκτονικές ελέγχου επιδεικνύοντας μια ποικιλία χρήσεων για την προσεγγισμένη συνάρτηση νευρωνικών συστημάτων (Hagan 1996).



Σχήμα 2.1: Νευρωνικό σύστημα ως συνάρτηση προσέγγισης.

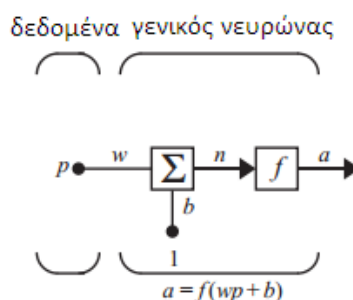
Στην συνέχεια θα παρουσιάσουμε το νευρωνικό δίκτυο πολλαπλών επιπέδων Perceptron και θα επιδείξουμε πως μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως συνάρτηση προσέγγισης.

2.1 Αρχιτεκτονική πολλαπλών επιπέδων Perceptron

Μοντέλο Νευρώνα

Το νευρωνικό σύστημα πολλαπλών επιπέδων perceptron είναι χτισμένο με απλά εξαρτήματα. Θα ξεκινήσουμε με νευρώνα μονής εισόδου, τον οποίο μετά θα επεκτείνουμε σε πολλαπλές εισόδους. Μετά θα κάνουμε στοίβες αυτούς τους νευρώνες ώστε να παραχθούν επίπεδα. Τελικώς, θα συνδυάσουμε τα επίπεδα μαζί για να σχηματίσουν το δίκτυο.

Νευρώνας μονής εισόδου φαίνεται στο σχήμα (2.2). Η μονοδιάστατη είσοδος p πολλαπλασιάζεται με το μονοδιάστατο βάρος w για να σχηματίσει το wp , έναν εκ των όρων που θα σταλθούν στο άθροισμα. Το άλλο δεδομένο, 1, πολλαπλασιάζεται από μία κλίση b και έπειτα στέλνεται στο άθροισμα. Το αποτέλεσμα αθροίσματος n , συχνά αναφέρετε ως η καθαρή εισροή, πηγαίνει στην συνάρτηση μεταφοράς f , η οποία θα μας δώσει το αποτέλεσμα του μονοδιάστατου νευρώνα a . (Bishop 1995).



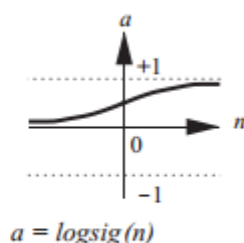
Σχήμα 2.2: Νευρώνας μονής εισόδου

Το αποτέλεσμα του νευρώνα υπολογίζετε από την:

$$a = f(wp + b)$$

Σημειώνουμε ότι τα w και b είναι ρυθμιζόμενοι μονοδιάστατοι παράμετροι του νευρώνα. Τυπικά η συνάρτηση μεταφοράς επιλέγεται από τον σχεδιαστή και μετά οι παράμετροι w και b ρυθμίζονται από κάποιον μαθησιακό κανόνα έτσι ώστε η σχέση μεταξύ δεδομένων/αποτελεσμάτων του νευρώνα να πληροί κάποιο συγκεκριμένο στόχο.

Η συνάρτηση μεταφοράς στο σχήμα (2.2) μπορεί να είναι είτε γραμμική είτε μη γραμμική συνάρτηση του n . Μία από τις πιο ευρέως χρησιμοποιούμενες συναρτήσεις είναι η λογαριθμική σιγμοειδή συνάρτηση μεταφοράς, η οποία φαίνεται στο σχήμα (2.3).



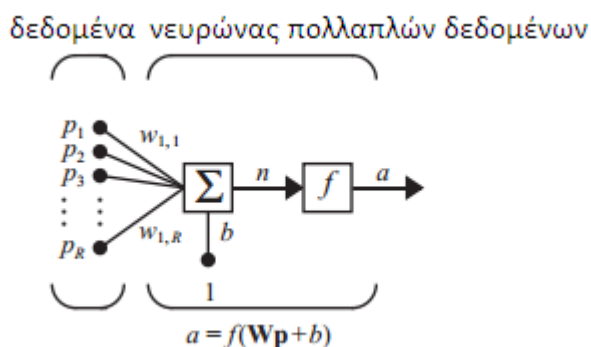
Σχήμα 2.3: Λογαριθμική σιγμοειδή συνάρτηση μεταφοράς

Η συνάρτηση μεταφοράς παίρνει το δεδομένο (το οποίο έχει οποιαδήποτε τιμή μεταξύ πλύν και σύν άπειρο) συμπτίζει το αποτέλεσμα σε εμβέλεια από το 0 ως το 1, σύμφωνα με:

$$\alpha = \frac{1}{1 + e^{-s}}$$

Η λογαριθμική σιγμοειδή συνάρτηση μεταφοράς συνήθως χρησιμοποιείτε σε δίκτυα πολλαπλών επιπέδων τα οποία είναι μαθημένα στο να χρησιμοποιούν τον αλγόριθμο του πίσω πολλαπλασιασμού, εν μέρει γιατί αυτή η συνάρτηση είναι διαφορετική.

Τυπικά, ο νευρώνας έχει πάνω από ένα δεδομένο. Νευρώνας με R δεδομένα δίνετε στο σχήμα (2.4). Τα ατομικά δεδομένα p_1, p_2, \dots, p_R , είναι καθένα σταθμισμένο με τα αντίστοιχα στοιχεία $w_{1,1}, w_{1,2}, \dots, w_{1,R}$ από το βάρος της μήτρας W.



Σχήμα 2.4: Μήτρα πολλαπλών δεδομένων

Ο νευρώνας έχει μια κλίση b , η οποία αθροίζεται με τα δεδομένα τα οποία έχουν πολλαπλασιαστεί με τα αντίστοιχα βάρη τους για να μας δώσουν το καθαρό δεδομένο n :

$$n = w_{1,1}p_1 + w_{1,2}p_2 + \dots + w_{1,R}p_R + b$$

Το οποίο γράφεται με την μορφή μήτρας

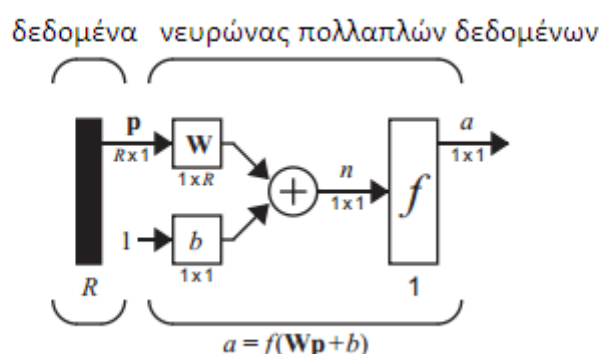
$$n = Wp + b$$

όπου η μήτρα W για την περίπτωση μονού νευρώνα έχει μόνο μια σειρά.

Τώρα ο νευρώνας μπορεί να γραφεί:

$$a = f(Wp + b)$$

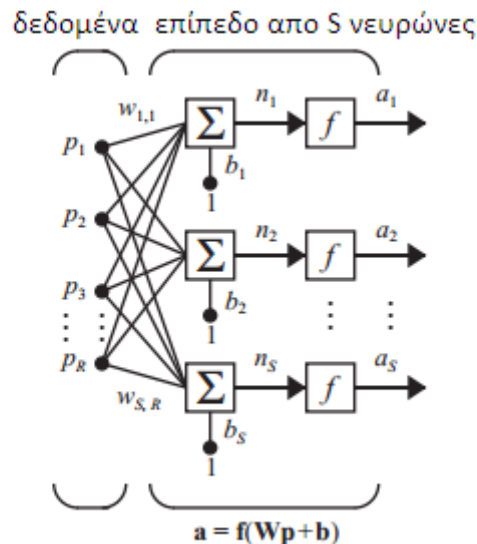
Το σχήμα (2.5) δείχνει ένα νευρώνα στην μορφή μήτρας.



Σχήμα 2.5: Νευρώνας με R δεδομένα, σημειογραφία μήτρας

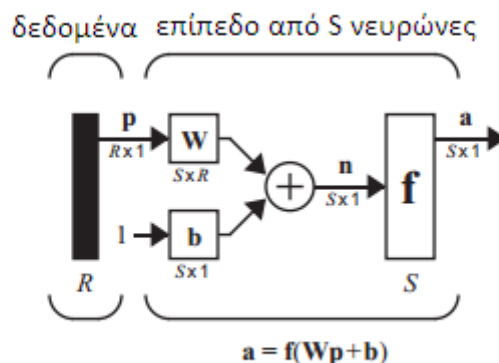
Αρχιτεκτονικές δικτύου

Συνήθως ένας νευρώνας, ακόμα και με πολλαπλά δεδομένα, δεν είναι επαρκής. Ίσως χρειαστούμε πέντε ή δέκα, να λειτουργούν παράλληλα, σε αυτό που αποκαλούμε επίπεδο. Ένα δίκτυο ενός επιπέδου με S νευρώνες δίνεται στο σχήμα (2.6). Παρατηρούμε ότι καθένα από τα R δεδομένα είναι συνδεδεμένο σε κάθε ένα από τους νευρώνες και ότι η μήτρα βάρους έχει τώρα S σειρές. Το επίπεδο περιέχει την μήτρα βάρους W , τα αθροίσματα, το διάνυσμα κλίσης, την συνάρτηση μεταφοράς κιβωτίων και το διάνυσμα αποτελέσματος a . Κάποιοι συγγραφείς αναφέρονται στο δεδομένο ως άλλο επίπεδο, αλλά εμείς δεν θα το κάνουμε αυτό. Είναι συνηθισμένο για τον αριθμό των δεδομένων σε ένα επίπεδο να είναι διαφορετικός από τον αριθμό των νευρώνων (δηλ. $R \neq S$).



Σχήμα 2.6: επίπεδο από S νευρώνες

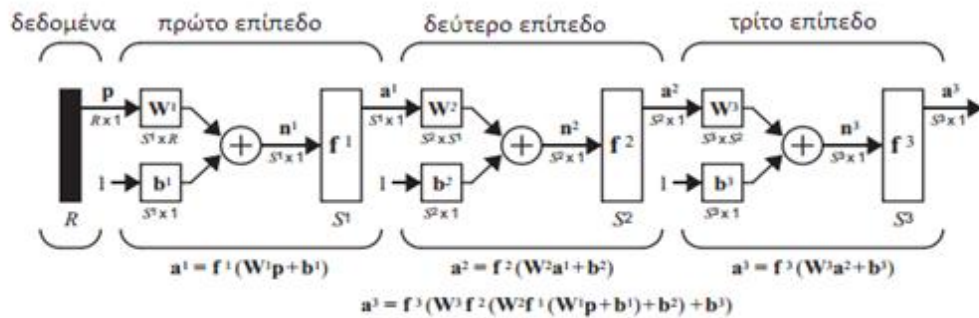
Το S νευρώνων R δεδομένων, ενός επιπέδου δίκτυο μπορεί επίσης να γραφεί ως σημειογραφία μήτρας, όπως φαίνεται στο σχήμα (2.7).



Σχήμα 2.7: επίπεδο από S νευρώνες, ως σημειογραφία μήτρας

Τώρα σκεφτείτε ένα δίκτυο με πολλά επίπεδα . Κάθε επίπεδο έχει το δικό του βάρος μήτρας W , δικό του διάνυσμα κλίσης b , καθαρό διάνυσμα εισόδου n και ένα διάνυσμα εξόδου a . Πρέπει να γίνουν και κάποιες επιπλέον εισαγωγές σύμβολων για να γίνει διάκριση μεταξύ αυτών των επιπέδων. Θα χρησιμοποιήσουμε κάποιους εκθέτες ώστε να αναγνωριστούν τα στρώματα. Έτσι , η μήτρα βάρους για το πρώτο επίπεδο είναι γραμμένη ως W^1 και η μήτρα βάρους για το δεύτερο στρώμα είναι γραμμένη ως W^2 . Η σημειογραφία που χρησιμοποιείται στο δίκτυο τριών στρωμάτων φαίνεται στο σχήμα (2.8). Όπως φαίνεται, υπάρχουν R δεδομένα, S^1 νευρώνες στο πρώτο στρώμα, S^2 νευρώνες στο δεύτερο στρώμα, κ.λπ. Όπως βλέπουμε, διαφορετικά στρώματα μπορούν να έχουν διαφορετικό αριθμό νευρώνων.

Τα αποτελέσματα των επιπέδων ένα και δύο είναι τα δεδομένα για τα στρώματα δύο και τρία. Έτσι, το επίπεδο δύο μπορεί να θεωρηθεί ως ένα δίκτυο ενός επιπέδου με δεδομένα $R = S^1$, $S = S^2$ νευρώνες και το βάρος ενός $S^2 \times S^1$ μήτρας W^2 . Το δεδομένο στο επίπεδο 2 είναι το a^1 , και το αποτέλεσμα είναι το a^2 . Ένα επίπεδο του οποίου το αποτέλεσμα είναι το δεδομένο του δικτύου ονομάζεται *επίπεδο αποτελέσματος*. Τα άλλα στρώματα ονομάζονται *κρυφά στρώματα*. Το δίκτυο που φαίνεται στο σχήμα (2.8) έχει ένα *επίπεδο αποτελέσματος* (επίπεδο 3) και δύο *κρυφά στρώματα* (τα επίπεδα 1 και 2). (Haykin 1999).



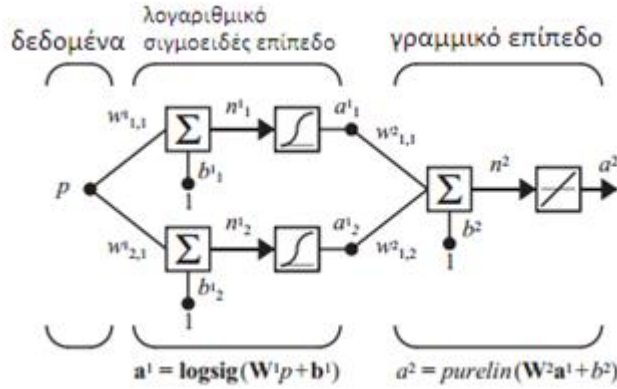
Σχήμα 2.8: Δίκτυο τριών επιπέδων

2.2 Δυνατότητα προσέγγισης των δικτύων πολλαπλών επιπέδων

Δίκτυα δύο επιπέδων, με σιγμοειδές συναρτήσεις μεταφοράς στο κρυφό επίπεδο και γραμμικές συναρτήσεις μεταφοράς στο επίπεδο αποτελεσμάτων, λέγονται universal approximators. Όταν ο McCulloch και ο Pitts εφηύραν το πρώτο μοντέλο ενός νευρωνικού δικτύου το 1943, απέδειξαν ότι θα μπορούσε να προσεγγίζει οποιαδήποτε ντετερμινιστική λειτουργία. Στηριζόμενος σε αυτή την απόδειξη, ο Lin αποδεικνύει ότι τα FFN πολλαπλών επιπέδων συμπεριφέρονται ως universal approximators. Ένα απλό παράδειγμα μπορεί να αποδείξει τη δύναμη του δικτύου για προσέγγιση.

Θα εξετάσουμε των δύο επιπέδων, 1 - 2 -1 δίκτυο που φαίνεται στο Σχήμα (2.9). Για αυτό το παράδειγμα, η συνάρτηση μεταφοράς για το πρώτο επίπεδο είναι λογαριθμική σιγμοειδής και η συνάρτηση μεταφοράς για το δεύτερο επίπεδο είναι γραμμική. Με άλλα λόγια,

$$f^1(n) = \frac{1}{1 + e^{-n}} \quad \text{και} \quad f^2(n) = n$$



Σχήμα 2.9: Λειτουργικό παράδειγμα προσέγγισης δικτύου

Ας υποθέσουμε ότι οι ονομαστικές αξίες των βαρών και οι κλίσεις για το δίκτυο αυτό είναι:

$$w_{1,1}^1 = 10, \quad w_{2,1}^1 = 10, \quad b_1^1 = -10, \quad b_2^1 = 10,$$

$$w_{1,1}^2 = 1, \quad w_{1,2}^2 = 1, \quad b^2 = 0.$$

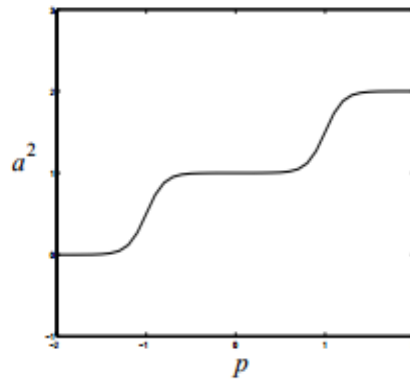
Η απόκριση του δικτύου για τις παραμέτρους αυτές δείχνεται στο Σχήμα (2.10), το οποίο αναπαριστά την μεταβολή του αποτελέσματος του δικτύου a^2 όσο το δεδομένο p μεταβάλλεται εντός του $[-2,2]$. Παρατηρήστε ότι η απάντηση αποτελείται από δύο βήματα, ένα για κάθε ένα από τους λογαριθμικούς σιγμοειδείς νευρώνες στο πρώτο επίπεδο. Με τη ρύθμιση των παραμέτρων του δικτύου μπορούμε να αλλάξουμε το σχήμα και τη θέση του κάθε βήματος, όπως θα δούμε στη συνέχεια.

Τα κέντρα των βημάτων συμβαίνουν όταν η καθαρή εισροή σε ένα νευρώνα στο πρώτο στρώμα είναι μηδέν:

$$n_1^1 = w_{1,1}^1 p + b_1^1 = 0 \Rightarrow p = \frac{b_1^1}{w_{1,1}^1} = -\frac{10}{10} = -1,$$

$$n_2^1 = w_{2,1}^1 p + b_2^1 = 0 \Rightarrow p = -\frac{b_2^1}{w_{2,1}^1} = -\frac{10}{10} = -1.$$

Η κλίση του καθενός μπορεί να ρυθμιστεί με την αλλαγή των βαρών του δικτύου.

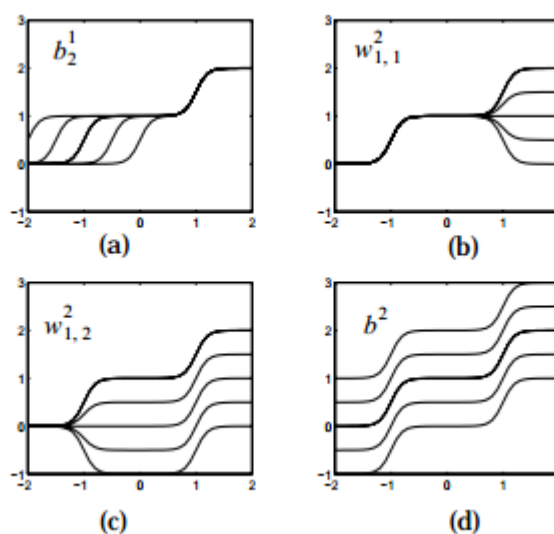


Σχήμα 2.10: Ονομαστική απόκριση του δικτύου του σχήματος 2.9

Στο σχήμα (2.11) απεικονίζετε η επίδραση των αλλαγών των παραμέτρων της απόκρισης του δικτύου. Η ονομαστική απόκριση επαναλαμβάνετε από το σχήμα (2.10). Οι υπόλοιπες καμπύλες αντιστοιχούν στην απόκριση δικτύου όταν μια παράμετρος την φορά κυμαίνεται εντός της παρακάτω περιοχής:

$$-1 \leq w_{1,1}^2 \leq 1 \quad , \quad -1 \leq w_{1,2}^2 \leq 1 \quad , \quad 0 \leq b_2^1 \leq 20 \quad , \quad -1 \leq b^2 \leq 1.$$

Το σχήμα 2.11(a) μας δείχνει πως οι κλίσεις του δικτύου στο πρώτο (κρυφό) επίπεδο μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να εντοπίσει την θέση των βημάτων. Το σχήμα 2.11(b) και (c) απεικονίζει πως τα βάρη καθορίζουν την κλίση των βημάτων. Η κλίση στο δεύτερο επίπεδο (το επίπεδο αποτελεσμάτων) αλλάζει όλη την απόκριση δικτύου πάνω ή κάτω όπως βλέπουμε στο σχήμα 2.11(d).



Σχήμα 2.11: Η επιρροή των αλλαγών των παραμέτρων στην απόκριση δικτύου.

Για παράδειγμα μπορούμε να δούμε πόσο ευέλικτο είναι το πολλαπλών επιπέδων δίκτυο. Φαίνεται ότι μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε το δίκτυο για να προσεγγίσουμε σχεδόν οποιαδήποτε συνάρτηση, αν έχουμε ένα επαρκή αριθμό νευρώνων στο κρυφό επίπεδο. Όντως, έχει αποδειχθεί ότι δίκτυο δύο επιπέδων, με σιγμοειδή συνάρτηση μεταφοράς στο κρυφό επίπεδο και γραμμική συνάρτηση μεταφοράς στο επίπεδο αποτελεσμάτων, μπορεί να προσεγγίσει πρακτικά οποιαδήποτε συνάρτηση μας ενδιαφέρει με οποιοδήποτε βαθμό ακρίβειας, παρέχοντας όσες κρυφές μονάδες είναι διαθέσιμες. Είναι πέρα του πεδίου εφαρμογής του παρόντος εγγράφου να εξετάσει λεπτομερώς της θεωρίας της προσέγγισης όμως υπάρχουν αρκετά έγγραφα που το εξετάζουν διεξοδικά το θέμα. Ο Hornik ,ο Stinchcombe και ο White αποδεικνύουν ότι τα δίκτυα πολλαπλών επιπέδων perceptron είναι universal approximators. Ο Pinkus παρουσιάζει μια πιο πρόσφατη επανεξέταση στις δυνατότητες προσέγγισης των νευρωνικών δικτύων. Οι Niyogi και Girosi, αναπτύσσουν όρια στο σφάλμα της συνάρτησης προσέγγισης όταν το δίκτυο είναι εκπαιδευμένο σε θορυβώδη δεδομένα.

2.3 Εκπαίδευση δικτύων πολλαπλών επιπέδων

Τώρα που γνωρίζουμε ότι τα δίκτυα πολλαπλών επιπέδων είναι universal approximators, το επόμενο βήμα είναι να καθοριστεί μια διαδικασία για την επιλογή των παραμέτρων του δικτύου (βάρη και τις κλίσεις) που θα προσεγγίζει καλύτερα μια συγκεκριμένη συνάρτηση. Η διαδικασία για την επιλογή των παραμέτρων για ένα δεδομένο πρόβλημα ονομάζεται εκπαίδευση του δικτύου. Σε αυτή την ενότητα θα περιγράψουμε μια διαδικασία εκπαίδευσης που ονομάζεται πίσω πολλαπλασιασμός, η οποία βασίζεται στην κλίση καθόδου. (Πιο αποδοτικοί αλγόριθμοι από αυτόν της κλίσης καθόδου χρησιμοποιούνται συχνά στην εκπαίδευση νευρωνικού δικτύου).

Όπως συζητήθηκε νωρίτερα, για δίκτυα πολλαπλών επιπέδων, το αποτέλεσμα από ένα επίπεδο γίνεται το δεδομένο του ακόλουθου επιπέδου (βλέπε σχήμα 2.8). Οι εξισώσεις που περιγράφουν αυτή τη λειτουργία είναι:

$$a^{m+1} = f^{m+1} (W^{m+1} a^m + b^{m+1}) \text{ για } m = 0, 1, 2, \dots, M-1$$

όπου M είναι ο αριθμός των επιπέδων στο δίκτυο. Οι νευρώνες στο πρώτο επίπεδο λαμβάνουν εξωτερικά δεδομένα:

$$a^0 = p,$$

το οποίο παρέχει το σημείο εκκίνησης για την παραπάνω συνάρτηση. Τα αποτελέσματα των νευρώνων στο τελευταίο επίπεδο λαμβάνονται ως αποτελέσματα δικτύου:

$$a = a^M$$

Δείκτη απόδοσης

Ο αλγόριθμος του πίσω πολλαπλασιασμού για δίκτυα πολλαπλών επιπέδων είναι μία διαδικασία διαβάθμισης και βελτιστοποίησης καθόδου στην οποία ελαχιστοποιούμε το μέσο τετραγωνικό δείκτη απόδοσης σφάλματος. Ο αλγόριθμος παρέχετε με ένα σύνολο παραδειγμάτων της κατάλληλης συμπεριφοράς του δικτύου.

$$\{p_1, t_1\}, \{p_2, t_2\}, \dots, \{p_Q, t_Q\}$$

όπου το p_q είναι δεδομένο του δικτύου και το t_q είναι το αντίστοιχο στοχευόμενο αποτέλεσμα. Καθώς κάθε δεδομένο εφαρμόζεται στο δίκτυο, το αποτέλεσμα δικτύου συγκρίνεται με το στοχευόμενο αποτέλεσμα. Ο αλγόριθμος θα προσαρμόσει τις παραμέτρους του δικτύου προκειμένου να ελαχιστοποιήσει το τετραγωνικό σφάλμα αθροίσματος:

$$F(x) = \sum_{q=1}^Q e_q^2 = \sum_{q=1}^Q (t_q - a_q)^2.$$

όπου το x είναι το διάνυσμα που περιέχει όλα τα βάρη και τις κλίσεις του δικτύου. Αν το δίκτυο έχει πολλαπλά αποτελέσματα αυτό γενικεύετε σε:

$$F(x) = \sum_{q=1}^Q e_q^T e_q = \sum_{q=1}^Q (t_q - a_q)^T (t_q - a_q).$$

Χρησιμοποιώντας στοχαστική προσέγγιση, θα αντικαταστήσουμε το τετραγωνικό σφάλμα αθροίσματος με το σφάλμα του αργότερου στοχευόμενου αποτελέσματος:

$$\bar{F}(x) = (t(k) - a(k))^T (t(k) - a(k)) = e^T(k) e(k)$$

όπου η προσδοκία του τετραγωνικού σφάλματος αντικαταστάθηκε από το τετραγωνικό σφάλμα σε επανάληψη k . Ο αλγόριθμος απότομης καθόδου για την προσέγγιση του μέσου τετραγωνικού σφάλματος είναι:

$$w_{i,j}^m(k+1) = w_{i,j}^m(k) - a \frac{\partial \bar{F}}{\partial w_{i,j}^m},$$

$$b_i^m(k+1) = b_i^m(k) - a \frac{\partial \bar{F}}{\partial b_i^m},$$

όπου a είναι ο ρυθμός μάθησης.

Κανόνας αλυσίδας

Για ένα γραμμικό δίκτυο ενός επιπέδου, αυτά τα μερικά παράγωγα στις παραπάνω εξισώσεις υπολογίζονται εύκολα, δεδομένου ότι το σφάλμα μπορεί να γραφτεί ως ρητή γραμμική συνάρτηση των βαρών του δικτύου. Για τα δίκτυα πολλαπλών επιπέδων, το σφάλμα δεν είναι μια ρητή συνάρτηση των βαρών στα κρυφά επίπεδα, ως εκ τούτου αυτά τα παράγωγα δεν υπολογίζεται τόσο εύκολα.

Επειδή το σφάλμα είναι μια έμμεση συνάρτηση των βαρών στα κρυφά επίπεδα, θα χρησιμοποιήσουμε τον κανόνα της αλυσίδας του λογισμού για τον υπολογισμό των παραγώγων των εξισώσεων:

$$\frac{\partial \bar{F}}{\partial w_{i,j}^m} = \frac{\partial \bar{F}}{\partial n_i^m} \times \frac{\partial n_i^m}{\partial w_{i,j}^m}$$
$$\frac{\partial \bar{F}}{\partial b_i^m} = \frac{\partial \bar{F}}{\partial n_i^m} \times \frac{\partial n_i^m}{\partial b_i^m},$$

αντίστοιχα.

Ο δεύτερος όρος σε κάθε μία από τις εξισώσεις μπορεί εύκολα να υπολογιστεί, από την στιγμή που το καθαρό δεδομένο στο επίπεδο m είναι μια ρητή συνάρτηση των βαρέων και των κλίσεων του επιπέδου αυτού:

$$n_i^m = \sum_{j=1}^{S^{n-1}} w_{i,j}^m a_j^{m-1} + b_i^m$$

επομένως

$$\frac{\partial n_i^m}{\partial w_{i,j}^m} = a_j^{m-1}, \quad \frac{\partial n_i^m}{\partial b_i^m} = 1.$$

Αν τώρα ορίσουμε

$$s_i^m \equiv \frac{\partial \bar{F}}{\partial n_i^m}$$

(η ευαισθησία του \bar{F} για αλλαγές στο στοιχείο i του καθαρού δεδομένου στο επίπεδο m), τότε οι παραπάνω εξισώσεις απλοποιούνται αντιστοίχως:

$$\frac{\partial \bar{F}}{\partial w_{i,j}^m} = s_i^m a_j^{m-1},$$

$$\frac{\partial \bar{F}}{\partial b_i^m} = s_i^m.$$

εκφράζουμε τώρα την προσέγγισης του αλγόριθμου της απότομης καθόδου ως:

$$w_{i,j}^m(k+1) = w_{i,j}^m(k) - \alpha s_i^m a_j^{m-1},$$

$$b_i^m(k+1) = b_i^m(k) - \alpha s_i^m.$$

σε μορφή μήτρας αυτό γίνεται:

$$w^m(k+1) = w^m(k) - \alpha s^m (a^{m-1})^T, \quad (1)$$

$$b^m(k+1) = b^m(k) - \alpha s^m, \quad (2)$$

όπου τα μεμονωμένα στοιχεία για το s^m δίνονται από την $s_i^m \equiv \frac{\partial \bar{F}}{\partial n_i^m}$.

Εφαρμόζοντας τον πίσω πολλαπλασιασμό στις ευαισθησίες

Τώρα μας απομένει να υπολογίσουμε τις ευαισθησίες s^m , το οποίο απαιτεί άλλη εφαρμογή από τον κανόνα αλυσίδας. Αύτη είναι η διαδικασία του πίσω πολλαπλασιασμού. Περιγράφει μια σχέση επανάληψης στην οποία η ευαισθησία στο επίπεδο m υπολογίζεται από την ευαισθησία του επιπέδου $m+1$:

$$s^M = -2\dot{F}^M(n^M)(t-a),$$

$$s^m = \dot{F}^m(n^m)(W^{m+1})^T s^{m+1}, \quad m = M-1, \dots, 2, 1 \quad (3)$$

όπου

$$\dot{F}^m(n^m) = \begin{bmatrix} \dot{f}^m & 0 \dots & 0 \\ 0 & \dot{f}^m(n_2^m) \dots & 0 \\ 0 & 0 \dots & \dot{f}^m(n_{s^m}^m) \end{bmatrix}$$

Παραλλαγές του πίσω πολλαπλασιασμού

Κατά κάποιο τρόπο, είναι ατυχές το γεγονός ότι ο αλγόριθμος που συνήθως αναφέρονται ως ανάστροφης διάδοσης, δίνεται από την Εξ. (1) και Εξ. (2), είναι στην πραγματικότητα απλώς ένας αλγόριθμος απότομης καθόδου. Υπάρχουν πολλοί άλλοι αλγόριθμοι βελτιστοποίησης που μπορούν να χρησιμοποιήσουν την διαδικασία του πίσω πολλαπλασιασμού, κατά την οποία τα παράγωγα επεξεργάζονται από το τελευταίο επίπεδο του δικτύου στο πρώτο (όπως δίνεται στην εξίσωση. (3)). Για παράδειγμα, η μέθοδος συζυγούς κλίσης και οι ψευτο-αλγόριθμοι Newton είναι γενικά πιο αποτελεσματική από τους αλγόριθμους απότομης καθόδου και όμως μπορούν να χρησιμοποιήσουν την ίδια διαδικασία ανάστροφης διάδοσης για τον υπολογισμό των αναγκαίων παραγώγων. Ο αλγόριθμος Levenberg - Marquardt είναι πολύ αποτελεσματικός για την κατάρτιση μικρού έως μεσαίου μεγέθους δικτύων και χρησιμοποιεί μια διαδικασία ανάστροφης διάδοσης που είναι πολύ παρόμοια με εκείνη που δίνεται από την Εξ. (3). (Hagan & Menhaj (1994)).

Στα μαθηματικά, η μέθοδος συζυγούς κλίσης είναι ένας αλγόριθμος για την αριθμητική επίλυση των ιδιαίτερων συστημάτων γραμμικών εξισώσεων, δηλαδή εκείνων των οποίων η μήτρα είναι συμμετρική και θετικά ορισμένη. Η μέθοδος σύζευξης κλίσης είναι μια επαναληπτική μέθοδος, έτσι ώστε να μπορεί να εφαρμοστεί σε αραιά συστήματα που είναι πολύ μεγάλα για να χειρίζονται με άμεσες μεθόδους, όπως η αποσύνθεση Cholesky. Τέτοια συστήματα συχνά προκύπτουν όταν επιλύουμε αριθμητικά μερικές διαφορικές εξισώσεις.

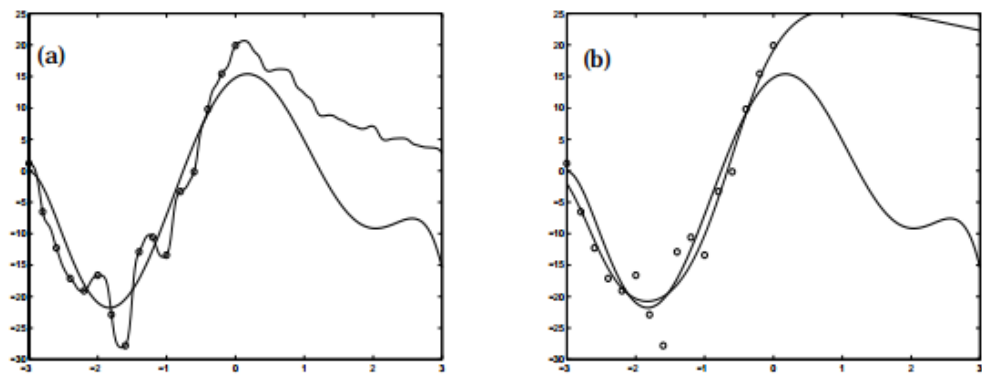
Γενίκευση (παρεμβολή και παρέκταση)

Γνωρίζουμε τώρα ότι τα δίκτυα πολλαπλών επιπέδων είναι universal approximators, αλλά δεν έχουμε συζητήσει το πώς να επιλέξετε τον αριθμό των νευρώνων και τον αριθμό των επιπέδων που είναι αναγκαία για την επίτευξη μιας ακριβής προσέγγισης σε ένα δεδομένο πρόβλημα. Επίσης, δεν έχουμε συζητήσει πώς το σύνολο δεδομένων θα πρέπει να επιλεγεί. Το κόλπο είναι να χρησιμοποιήσετε αρκετούς νευρώνες για να συλλάβει την πολυπλοκότητα των βασικών συναρτήσεων χωρίς το δίκτυο να εφοδιάσει τα δεδομένα εκπαίδευσης, στην οποία περίπτωση δεν θα γενικευθεί σε νέες καταστάσεις. Θα πρέπει επίσης να έχουν επαρκή στοιχεία ώστε να αντιπροσωπεύει την βασική συνάρτηση.

Για να απεικονίσουμε τα προβλήματα που μπορεί να έχει στην εκπαίδευση του δικτύου, εξετάζουμε το ακόλουθο γενικό παράδειγμα. Ας υποθέσουμε ότι τα δεδομένα εκπαίδευσης παράγονται από την ακόλουθη εξίσωση:

$$t_q = g(p_q) + e_q,$$

όπου το p_q είναι το δεδομένο του συστήματος, το $g(.)$ είναι η βασική συνάρτηση που θέλουμε να προσεγγίσουμε, το e_q είναι ο θόρυβος μέτρησης και το t_q είναι το αποτέλεσμα του συστήματος (στόχος του δικτύου). Το σχήμα (2.12) δείχνει ένα παράδειγμα της βασικής συνάρτησης $g(.)$ (παχιά γραμμή), το στοχευόμενο αποτέλεσμα των προπονημένων δεδομένων t_q , (κύκλοι) και η συνολική απόκριση του εκπαιδευόμενου δικτύου (λεπτή γραμμή). Οι δύο γραφικές παραστάσεις του σχήματος 2.12 αντιπροσωπεύουν διαφορετικές στρατηγικές.



Σχήμα 2.12: Παράδειγμα από (a) overfitting και (b) σωστό fit.

Στις στατιστικές και μηχανική μάθηση, overfitting συμβαίνει όταν ένα στατιστικό μοντέλο περιγράφει τυχαίο σφάλμα ή θόρυβο αντί για την βασική σχέση. Overfitting εμφανίζεται γενικά όταν ένα μοντέλο είναι υπερβολικά πολύπλοκο, όπως για παράδειγμα να έχει πάρα πολλές παραμέτρους σε σχέση με τον αριθμό των παρατηρήσεων. Ένα μοντέλο που έχει over fit θα έχει γενικά κακή ικανότητα πρόβλεψης, καθώς μπορεί να διογκώσουν μικρές διακυμάνσεις στα δεδομένα.

Στο παράδειγμα που φαίνεται στο σχήμα 2.12 (a), ένα μεγάλο δίκτυο έχει εκπαιδευθεί για να ελαχιστοποιεί το τετραγωνικό σφάλμα πάνω από τα 15 σημεία του συνόλου εκπαίδευσης. Μπορούμε να δούμε ότι η απόκριση του δικτύου ταιριάζει ακριβώς με τις τιμές-στόχους για κάθε σημείο της κατάρτισης. Ωστόσο, η συνολική απόκριση του δικτύου έχει αποτύχει να συλλάβει την υποκείμενη λειτουργία. Υπάρχουν δύο μεγάλα προβλήματα. Πρώτον, το δίκτυο έχει πάνω υποστεί overfit στα δεδομένα εκπαίδευσης. Η απόκριση του δικτύου είναι υπερβολικά πολύπλοκη, επειδή το δίκτυο έχει περισσότερο από αρκετές ανεξάρτητες παραμέτρους (61) και δεν έχουν περιοριστεί σε καμία περίπτωση.

Το δεύτερο πρόβλημα είναι ότι δεν υπάρχουν δεδομένα εκπαίδευσης για τιμές του ρ μεγαλύτερη από το 0. Τα νευρωνικά δίκτυα (και άλλες μη γραμμικές τεχνικές black box), δεν αναμένεται να προεκτείνουν με ακρίβεια. Εάν το δίκτυο δέχεται ένα δεδομένο που είναι εκτός του εύρους που καλύπτεται στα δεδομένα εκπαίδευσης, τότε η απόκριση του δικτύου θα είναι πάντα ύποπτη.

Black box είναι μια μέθοδος της δοκιμής του λογισμικού που εξετάζει τη λειτουργικότητα μιας εφαρμογής (π.χ. τι κάνει το λογισμικό) χωρίς να κοιτάζει προς τις εσωτερικές δομές της ή τη λειτουργία της. Αυτή η μέθοδος δοκιμής μπορεί να εφαρμοστεί σε σχεδόν κάθε επίπεδο δοκιμής του λογισμικού: της μονάδας, της ενσωμάτωσης, του συστήματος και της αποδοχής. Αποτελεί ένα από τα καλύτερα, αν όχι το καλύτερο επίπεδο ελέγχου, αλλά μπορεί εξίσου να κυριαρχεί και στον έλεγχο μονάδας.

Αν και δεν υπάρχουν πολλά που μπορούμε να κάνουμε για να βελτιώσουμε την απόδοση του δικτύου εκτός του εύρους των δεδομένων εκπαίδευσης, μπορούμε να βελτιώσουμε την ικανότητά του να παρεμβάλετε μεταξύ των σημειακών δεδομένων. Βελτιωμένη γενίκευση μπορεί να ληφθεί μέσα από μια ποικιλία τεχνικών. Σε μία μέθοδο, που ονομάζεται πρόωρη διακοπή (Sarle 1994), τοποθετούμε ένα τμήμα των δεδομένων της κατάρτισης σε ένα σύνολο δεδομένων επικύρωσης. Η απόδοση του δικτύου για το σύνολο επικύρωσης παρακολουθείται κατά τη διάρκεια της εκπαίδευσης. Κατά τα πρώτα στάδια της κατάρτισης το σφάλμα επικύρωσης θα μειωθεί. Όταν ξεκινά το overfitting, το σφάλμα επικύρωσης θα αρχίσει να αυξάνεται και στο σημείο αυτό η εκπαίδευση σταματά.

Μια άλλη τεχνική για να βελτιώσουν τη γενίκευση του δικτύου ονομάζεται νομιμοποίηση. Με τη μέθοδο αυτή ο δείκτης απόδοσης τροποποιείται ώστε να περιλαμβάνει έναν όρο που τιμωρεί την πολυπλοκότητα του δικτύου. Ο πιο συνηθισμένος όρος ποινής είναι το άθροισμα των τετραγώνων των καθαρών βαρέων του δικτύου:

$$F(x) = \sum_{q=1}^Q e_q^T e_q + \rho \sum (w_{i,j}^k)^2$$

Ο δείκτης απόδοσης αναγκάζει τα βάρη να είναι μικρά, το οποίο μας δίνει μια ομαλότερη απόκριση του δικτύου. Το κόλπο με τη μέθοδο αυτή είναι να επιλέξετε το σωστό ρ , δηλαδή την παράμετρο νομιμοποίησης. Εάν η τιμή είναι πολύ μεγάλη, τότε η απόκριση δικτύου θα είναι πολύ ομαλή και δεν θα προσεγγίσει με ακρίβεια την βασική συνάρτηση. Εάν η τιμή είναι πολύ μικρή, τότε το δίκτυο θα υποστεί overfit. Υπάρχουν αρκετές μέθοδοι για την επιλογή του βέλτιστου ρ . Ένα από τα πιο επιτυχημένα είναι η συστηματοποίηση Bayesian. Το σχήμα 2.12 (b) δείχνει την απόκριση δικτύου όταν το δίκτυο εκπαιδεύεται με συστηματοποίηση Bayesian. Σημειώστε ότι η απόκριση δικτύου δεν ταιριάζει πλέον ακριβώς με τα σημεία δεδομένων εκπαίδευσης, αλλά η συνολική απόκριση του δικτύου ταιριάζει καλύτερα με την βασική συνάρτηση σε όλο το εύρος των δεδομένων εκπαίδευσης.

Κεφάλαιο 3: Εφαρμογές στα συστήματα ελέγχου

Εισαγωγή

Τα νευρωνικά δίκτυα πολλαπλών επιπέδων έχουν εφαρμοστεί με επιτυχία στον εντοπισμό και τον έλεγχο των δυναμικών συστημάτων (Hunt, Sbarbaro, Zbikowski and Gawthrop (1992)). Αντί να γίνει προσπάθεια για να ερευνήσουμε τους πολλούς τρόπους με τους οποίους τα δίκτυα πολλαπλών επιπέδων έχουν χρησιμοποιηθεί σε συστήματα ελέγχου, θα επικεντρωθούμε σε τρεις χαρακτηριστικούς: μοντέλο πρόβλεψης ελέγχου (Soloway & Haley (1996)), έλεγχος NARMA-L2 (Narendra & Mukhopadhyay (1997)) και το μοντέλο αναφοράς ελέγχου (Narendra & Parthasarathy (1990)). Αυτοί οι ελεγκτές είναι αντιπροσωπευτικά της ποικιλίας των κοινών τρόπων με τους οποίους τα δίκτυα πολλαπλών επιπέδων χρησιμοποιούνται στα συστήματα ελέγχου. Όπως και οι περισσότεροι νευρικοί ελεγκτές, βασίζονται σε σταθερές γραμμικές αρχιτεκτονικές ελέγχου.

Υπάρχουν συνήθως δύο βήματα που εμπλέκονται κατά τη χρήση νευρωνικών δικτύων για τον έλεγχο: σύστημα αναγνώρισης και σχεδιασμό του ελέγχου. Στο στάδιο της αναγνώρισης του συστήματος, έχουμε αναπτύξει ένα νευρωνικό δίκτυο εγκαταστάσεων που θέλουμε να ελέγξουμε. Στο στάδιο του σχεδιασμού του ελέγχου, χρησιμοποιούμε το νευρωνικό δίκτυο εγκαταστάσεων για το σχεδιασμό (ή εκπαίδευση) του ελεγκτή. Σε κάθε μία από τις τρεις αρχιτεκτονικές ελέγχου που περιγράφονται στο παρόν έγγραφο, το στάδιο αναγνώρισης του συστήματος είναι ταυτόσημο. Το στάδιο του σχεδιασμού ελέγχου όμως, είναι διαφορετικό για κάθε αρχιτεκτονική. Παρακάτω θα συζητήσουμε το μοντέλο πρόβλεψης ελέγχου, τον έλεγχο NARMA-L2 και το μοντέλο αναφοράς ελέγχου και θα περιγράψει το πώς μπορούν να εφαρμοστούν στην πράξη.

3.1 Μοντέλο πρόβλεψης ελέγχου

Έλεγχος πρόβλεψης

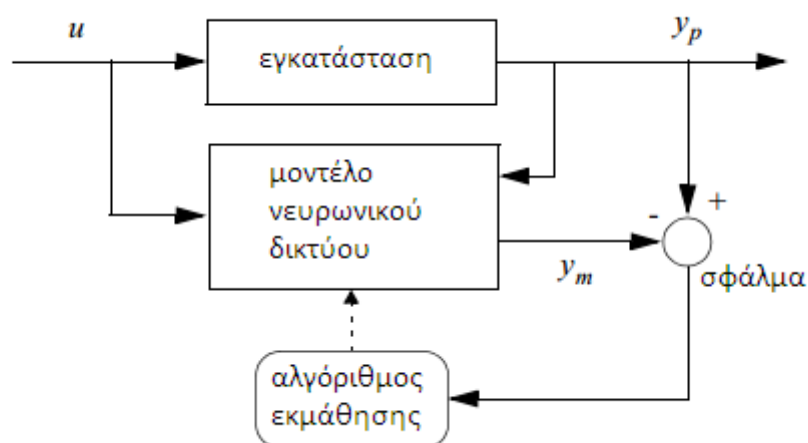
Υπάρχει ένας αριθμός παραλλαγών του ελεγκτή πρόβλεψης νευρωνικού δικτύου που βασίζετε σε ένα μοντέλο πρόβλεψης με γραμμικούς ελεγκτές (Camacho & Bordons (1988)). Το νευρωνικό δίκτυο πρόβλεψης ελεγκτή που συζητείται στο παρόν έγγραφο χρησιμοποιεί ένα μοντέλο νευρωνικού δικτύου της μη γραμμικής εγκατάστασης να προβλέψει την μελλοντική απόδοση της εγκατάστασης. Ο ελεγκτής υπολογίζει στη συνέχεια το δεδομένο ελέγχου που θα βελτιστοποιήσει την απόδοση των εγκαταστάσεων σε ένα καθορισμένο χρονικό ορίζοντα στο μέλλον. Το πρώτο βήμα στο μοντέλο ελέγχου πρόβλεψης είναι να

καθορισθεί το νευρωνικό μοντέλο δικτύου εγκατάστασης (ταυτοποίηση του συστήματος). Στη συνέχεια, το μοντέλο εγκατάστασης χρησιμοποιείται από τον ελεγκτή για να προβλέψουμε τις μελλοντικές επιδόσεις.

Η επόμενη ενότητα περιγράφει τη διαδικασία αναγνώρισης του συστήματος. Αυτό ακολουθείται από μια περιγραφή της διαδικασίας βελτιστοποίησης και την εφαρμογή του ελέγχου πρόβλεψης σε ένα μαγνητικό σύστημα αιώρησης .

Σύστημα Αναγνώρισης

Το πρώτο στάδιο του μοντέλου ελέγχου πρόβλεψης (καθώς και των άλλων δύο αρχιτεκτονικών ελέγχου που έχουν συζητηθεί) είναι να εκπαιδεύσει ένα νευρωνικό δίκτυο να εκπροσωπεί την εμπρός δυναμική της εγκατάστασης. Το σφάλμα πρόβλεψης μεταξύ της εξόδου της εγκατάστασης και της εξόδου του νευρωνικού δικτύου χρησιμοποιείται ως νευρωνικό σήμα εκπαίδευσης δικτύου . Η διεργασία αντιπροσωπεύεται από το σχήμα (3.1).



Σχήμα 3.1: Αναγνώριση εγκαταστάσεως

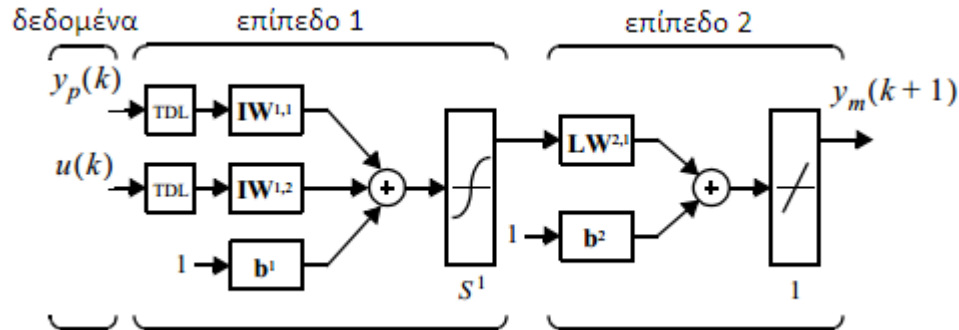
Ένα πρότυπο μοντέλο που έχει χρησιμοποιηθεί για τη μη γραμμική αναγνώριση είναι το μη γραμμικό μοντέλο NARMA:

$$y(k+d) = h[y(k), y(k-1), \dots, y(k-n+1), u(k), u(k-1), \dots, u(k-m+1)]$$

όπου $u(k)$ είναι το δεδομένο του συστήματος, $y(k)$ είναι το αποτέλεσμα του συστήματος και d είναι η καθυστέρηση του συστήματος (θα χρησιμοποιήσουμε μια καθυστέρηση ίση με 1 για τον ελεγκτή πρόβλεψης). Για το στάδιο της ταυτοποίησης, εκπαιδεύουμε ένα νευρωνικό δίκτυο για την προσέγγιση της μη γραμμικής συνάρτησης h . Η δομή του μοντέλου εγκατάστασης νευρωνικού δικτύου δίνεται στο σχήμα (3.2), όπου τα τεμάχια που επισημαίνονται με TDL είναι αξιοποιημένες γραμμές καθυστέρησης που αποθηκεύουν προηγούμενες τιμές του σήματος εισόδου. Η εξίσωση για το μοντέλο εγκατάστασης δίνεται από:

$$y_m(k+1) = \hat{h} [y_p(k), \dots, y_p(k-n+1), u(k), \dots, u(k-m+1); x],$$

όπου $\hat{h}[\cdot, x]$ είναι η λειτουργία υλοποιείται από το νευρωνικό δίκτυο και το x είναι το διάνυσμα που περιέχει όλα τα βάρη και τις κλίσεις του δικτύου.



Σχήμα 3.2: Μοντέλο εγκατάστασης νευρωνικού δικτύου

Έχουμε τροποποιήσει το προηγούμενο συμβολισμό μας εδώ, για να επιτρέψουμε περισσότερα από ένα δεδομένα στο δίκτυο. $IW^{i,j}$ είναι μία μήτρα βάρους από τον αριθμό δεδομένου j στο επίπεδο i . Το $LW^{i,j}$ είναι μία μήτρα βάρους από το επίπεδο j στο επίπεδο i .

Παρά το γεγονός ότι υπάρχουν καθυστερήσεις στο δίκτυο, αυτά συμβαίνουν μόνο στην είσοδο του δικτύου και το δίκτυο δεν περιέχει βρόχους ανάδρασης. Για τους λόγους αυτούς, το νευρωνικό μοντέλο εγκατάστασης δικτύου μπορεί να εκπαιδεύεται με τη χρήση των μεθόδων του πίσω πολλαπλασιασμού για τα FFN που περιγράψαμε παραπάνω. (Αυτό ισχύει και για το στάδιο του συστήματος προσδιορισμού του καθενός από τους ελεγκτές που αναλύουμε). Είναι σημαντικό ότι τα δεδομένα εκπαίδευσης καλύπτουν όλο το φάσμα της λειτουργίας της εγκατάστασης, επειδή γνωρίζουμε από προηγούμενες αναλύσεις ότι τα μη γραμμικά νευρωνικά δίκτυα δεν προεκτείνουν με ακρίβεια. Το δεδομένο σε αυτό το δίκτυο είναι ένα διάνυσμα $(n_y + n_u)$ - διαστάσεων από δεδομένα και αποτελέσματα προηγούμενης εγκατάστασης. Είναι αυτός ο χώρος που πρέπει να καλυφθεί επαρκώς από τα δεδομένα εκπαίδευσης. Το σύστημα ταυτοποίησης της διαδικασίας θα παρουσιαστεί αργότερα.

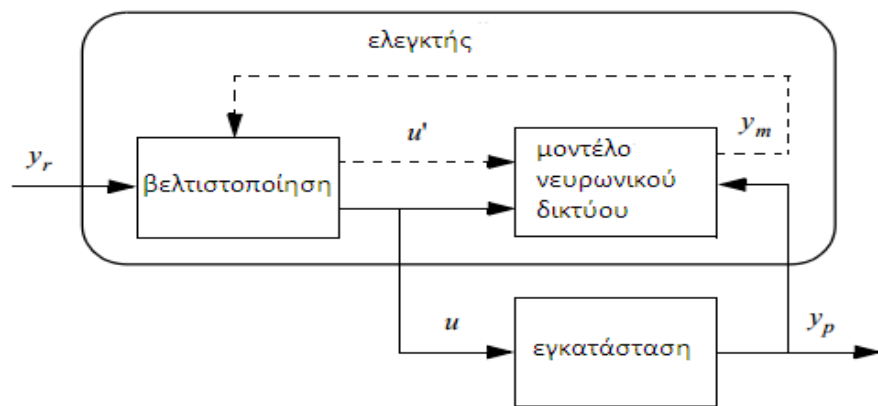
Έλεγχος πρόβλεψης

Το μοντέλο μεθόδου ελέγχου πρόβλεψης βασίζεται στην υποχώρηση της τεχνικής ορίζοντα. Το νευρωνικό δίκτυο, προβλέπει την απόκριση της εγκατάστασης πάνω από ένα καθορισμένο χρονικό ορίζοντα. Οι προβλέψεις χρησιμοποιούνται από ένα αριθμητικό πρόγραμμα βελτιστοποίησης για να καθορίσει το σήμα ελέγχου που ελαχιστοποιεί το ακόλουθο κριτήριο απόδοσης πάνω από τον καθορισμένο ορίζοντα.

$$J = \sum_{j=N_1}^{N_2} (y_r(k+j) - y_m(k+j))^2 + \rho \sum_{j=1}^{N_M} (u'(k+j-1) - u'(k+j-2))^2$$

όπου N_1 , N_2 και N_u ορίζουν τους ορίζοντες πάνω από τους οποίους το σφάλμα παρακολούθησης και οι προσαυξήσεις ελέγχου αξιολογούνται. Η μεταβλητή u' είναι το δοκιμαστικό σήμα ελέγχου, το y_r είναι η επιθυμητή ανταπόκριση και το y_m είναι η απόκριση του μοντέλου του δικτύου. Η τιμή ρ καθορίζει τη συνεισφορά του αθροίσματος των τετραγώνων των αυξήσεων ελέγχου που έχουν στον δείκτη απόδοσης.

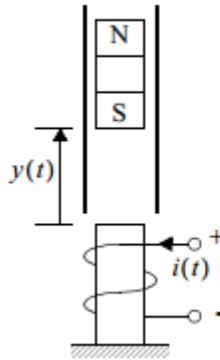
Το παρακάτω διάγραμμα απεικονίζει το μοντέλο πρόβλεψης της διαδικασίας ελέγχου. Ο ελεγκτής αποτελείται από το μοντέλο εγκατάστασης νευρωνικού δικτύου και το μπλοκ βελτιστοποίησης. Το μπλοκ βελτιστοποίησης καθορίζει τις τιμές των u' που ελαχιστοποιούν τα J και στη συνέχεια το βέλτιστο u μπαίνει ως δεδομένο στην εγκατάσταση.



Σχήμα 3.3: Έλεγχος πρόβλεψης νευρωνικού δικτύου

Εφαρμογή - μαγνητικό σύστημα τηλεκίνησας

Τώρα θα δείξουμε τον ελεγκτή πρόβλεψης με την εφαρμογή του σε ένα απλό δοκιμαστικό πρόβλημα. Σε αυτό το πρόβλημα δοκιμής, ο στόχος είναι να ελέγχει τη θέση ενός μαγνήτη που αιωρείται πάνω από έναν ηλεκτρομαγνήτη, όπου ο μαγνήτης είναι περιορισμένος έτσι ώστε να μπορεί να κινηθεί μόνο κατά την κατακόρυφη διεύθυνση, όπως φαίνεται στο σχήμα (3.4).



Σχήμα 3.4: Μαγνητικό σύστημα τηλεκίνησας

Η εξίσωση της κίνησης του μαγνήτη είναι :

$$\frac{d^2 y(t)}{dt^2} = -g + \frac{\alpha}{M} \frac{i^2(t) \operatorname{sgn}[i(t)]}{y(t)} - \frac{\beta}{M} \frac{dy(t)}{dt}$$

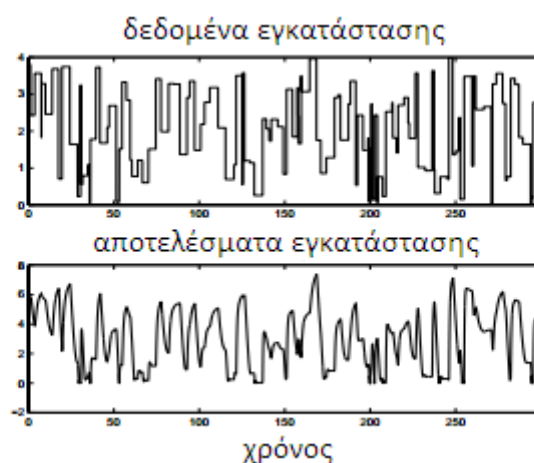
όπου $y(t)$ είναι η απόσταση του μαγνήτη πάνω από τον ηλεκτρομαγνήτη, το $i(t)$ είναι το ρεύμα που ρέει στον ηλεκτρομαγνήτη, το M είναι η μάζα του μαγνήτη και το g είναι η σταθερά βάρους. Η παράμετρος β είναι ένας ξώδης συντελεστής τριβής που καθορίζεται από το υλικό στο οποίο κινείται ο μαγνήτης, και το α είναι μια σταθερά ένταση του πεδίου που καθορίζεται από τον αριθμό των στrophών του σύρματος επί του ηλεκτρομαγνήτη και τη δύναμη του μαγνήτη. Για τις προσομοιώσεις μας, η τρέχουσα αφήνεται να κυμαίνεται από 0 έως 4 αμπερ και το διάστημα δειγματοληψίας για τον ελεγκτή είναι 0,01 δευτερόλεπτα. Οι τιμές των παραμέτρων καθορίζονται ως εξής: $\beta = 12$, $\alpha = 15$, $g = 9.8$ και $M = 3$.

Το πρώτο βήμα στη διαδικασία σχεδιασμού ελέγχου είναι η ανάπτυξη του μοντέλου εγκατάστασης. Οι παραστάσεις των ελεγκτών νευρικών δικτύων εξαρτώνται σε μεγάλο βαθμό από την ακρίβεια της αναγνώρισης της εγκατάστασης. Στην ενότητα αυτή θα αρχίσουμε μια συζήτηση μερικών από των διαδικασιών που μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να διευκολυνθεί η ακριβής ταυτοποίηση της εγκατάστασης.

Όπως και με το γραμμικό σύστημα αναγνώρισης, έτσι και εδώ πρέπει να διασφαλίσουμε ότι το δεδομένο της εγκατάστασης είναι αρκετά παρακινητικό. Για τις μη γραμμικές τεχνικές αναγνώρισης black box, πρέπει επίσης να είμαστε σίγουροι ότι οι εισροές και εκροές του συστήματος καλύπτουν το εύρος λειτουργίας για την οποία ο ελεγκτής θα πρέπει να εφαρμοστεί. Για τις εφαρμογές μας, συλλέγουμε τυπικά δεδομένα εκπαίδευσης κατά την εφαρμογή τυχαιών εισόδων που αποτελούνται από μια σειρά παλμών τυχαιού πλάτους και διάρκειας. Η διάρκεια και το πλάτος των παλμών θα πρέπει να επιλέγονται προσεκτικά για να παράγουν ακριβή ταυτοποίηση.

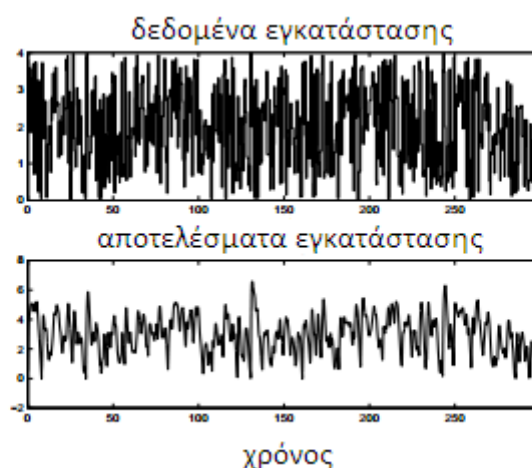
Αν ο προσδιορισμός είναι κακός, τότε το προκύπτον σύστημα ελέγχου μπορεί να αποτύχει. Η απόδοση του ελεγκτή τείνει να αποτύχει είτε σε σταθερή κατάσταση λειτουργίας είτε σε παροδική λειτουργία είτε και τα δύο. Όταν η σταθερή απόδοση είναι σε κακή κατάσταση, είναι χρήσιμο να αυξήσουμε την διάρκεια των παλμών εισόδου. Δυστυχώς, μέσα σε ένα σύνολο δεδομένων, αν έχουμε πάρα πολλά δεδομένα σε συνθήκες σταθερής κατάστασης, τα δεδομένα εκπαίδευσης δεν μπορούν να είναι αντιπροσωπευτικά της τυπικής συμπεριφοράς της εγκατάστασης. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι τα σήματα εισόδου και εξόδου δεν καλύπτουν επαρκώς την περιοχή που πρόκειται να ελεγχθεί. Αυτό θα οδηγήσει σε κακή παροδική απόδοση. Θα πρέπει να επιλέξουμε τα δεδομένα εκπαίδευσης, έτσι ώστε να παράγουν επαρκείς μεταβατικές και σταθερές επιδόσεις. Το ακόλουθο παράδειγμα θα καταδείξει τις επιδόσεις των ελεγκτών πρόβλεψης όταν χρησιμοποιούμε διαφορετικές κλίμακες για το εύρος παλμού του σήματος εισόδου για την παραγωγή των δεδομένων εκπαίδευσης.

Βρήκαμε ότι χρειάστηκαν περίπου 4,5 δευτερόλεπτα για το μαγνητικό σύστημα αιώρηση για να φτάσει σε σταθερή κατάσταση με συνθήκες ανοικτού βρόχου. Επομένως, αρχικά θα καθορίσουμε ένα εύρος παλμών εμβέλειας $0,01 < t < 5$. Το μοντέλο εγκατάστασης νευρωνικού δικτύου χρησιμοποιεί τρεις επιβραδυντικές τιμές του ρεύματος ($m = 3$) και τρεις επιβραδυντικές τιμές της θέσης του μαγνήτη ($n = 3$) ως είσοδο στο δίκτυο και 10 νευρώνες που χρησιμοποιήθηκαν στο κρυφό επίπεδο. Μετά την εκπαίδευση του δικτύου με σύνολο δεδομένων που φαίνεται στο σχήμα (3.5) το προκύπτον νευρωνικό δίκτυο πρόβλεψης ελέγχου ήταν ασταθές. Το δίκτυο εκπαιδεύτηκε με συστηματοποίηση Bayesian (Foresee & Hagan (1997)) για να μην υποστεί overfitting.



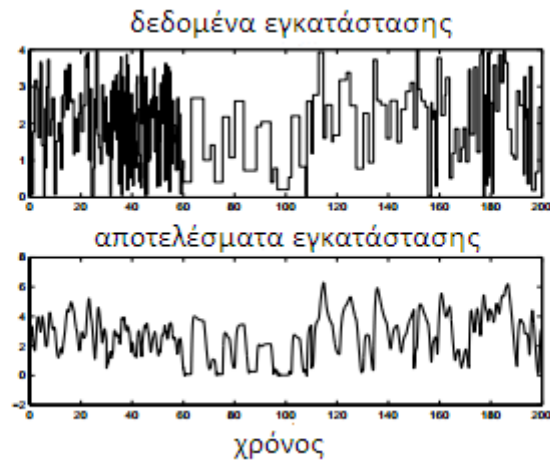
Σχήμα 3.5: Δεδομένα εκπαίδευσης με μακρύ εύρος παλμού

Με βάση την φτωχή απόκριση του αρχικού ελεγκτή, διαπιστώσαμε ότι τα δεδομένα εκπαίδευσης δεν παρείχαν σημαντική κάλυψη. Ως εκ τούτου, αλλάξαμε το εύρος παλμού της εισόδου σε $0,01 < \tau < 1$, όπως φαίνεται στο σχήμα (3.6). Από αυτό το σχήμα, μπορούμε να δούμε ότι τα δεδομένα εκπαίδευσης είναι πιο πυκνά και παρέχει ευρύτερη κάλυψη του χώρου του μοντέλου εισόδου της εγκατάστασης από το πρώτο σύνολο δεδομένων. Μετά την εκπαίδευση του δικτύου με αυτό το σύνολο δεδομένων, το προκύπτον σύστημα πρόβλεψης ελέγχου είναι σταθερό, αν και οδήγησε σε μεγάλα σφάλματα στην σταθερή κατάσταση.



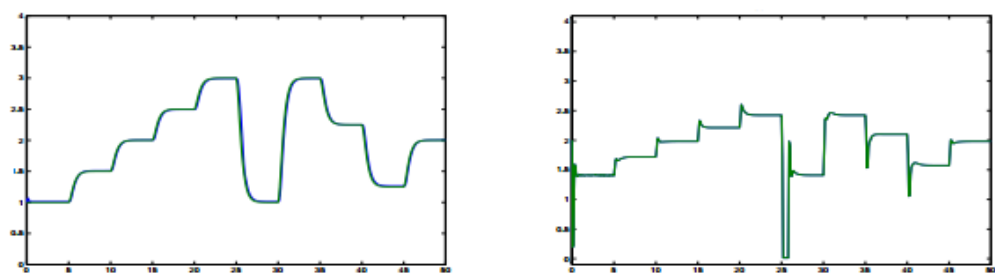
Σχήμα 3.6: Δεδομένα εκπαίδευσης με βραχύ εύρος παλμού

Στην τρίτη δοκιμή, θα συνδυάσουμε το σύντομο εύρος παλμών και το μακρύ εύρος παλμού (σταθερή κατάσταση) των δεδομένων. Οι μακρινοί παλμοί επικεντρώθηκαν μόνο σε ορισμένες περιοχές των αποτελεσμάτων της εγκατάστασης. Για παράδειγμα, επιλέξαμε να έχουμε σταθερή κατάσταση δεδομένων επί των περιοχών όπου οι εντοπισμοί σφαλμάτων από την προηγούμενη περίπτωση ήταν μακρινοί. Τα σήματα εισόδου και εξόδου που φαίνονται στο σχήμα (3.7). Ο προκύπτον ελεγκτής έχει καλές επιδόσεις και στις μεταβατικές και σταθερές συνθήκες.



Σχήμα 3.7: Δεδομένα εκπαίδευσης με ανάμικτο εύρος παλμού

Το αριστερό γράφημα στο σχήμα (3.8) δείχνει το σήμα αναφοράς και τη θέση του μαγνήτη για την τελική πρόβλεψη του ελεγκτή (χρησιμοποιώντας το νευρωνικό δίκτυο εκπαιδεύεται με τα δεδομένα που δείχνονται στο σχήμα (3.7) και οι παράμετροι του ελεγκτή ορίζονται ως εξής: $N_2 = 15$, $N_u = 3$, $\rho = 0,01$. Τα σφάλματα στη μόνιμη κατάσταση ήταν μικρά και η παροδική απόδοση ήταν επαρκής σε όλες τις ελεγχόμενες περιοχές. Βρήκαμε ότι η σταθερότητα επηρεάστηκε έντονα από την επιλογή του ρ . Καθώς μειώνουμε το ρ , το σήμα ελέγχου τείνει να αλλάξει πιο απότομα, δημιουργώντας μια θορυβώδη έξοδο της εγκατάστασης. Όπως και με τον γραμμικό προβλεπτικό έλεγχο, όταν αυξήσουμε το ρ πάρα πολύ, η δράση ελέγχου είναι υπερβολικά ομαλή και η αντίδραση είναι αργή. Η δράση ελέγχου για αυτό το παράδειγμα δείχνεται στο δεξιό γράφημα του σχήματος (3.8).



Σχήμα 3.8: Ανταπόκριση μαγνητικής τηλεκίνησας(MagLev) και δράση ελέγχου με τον ελεγκτή πρόβλεψης.

3.2 Έλεγχος NARMA - L2

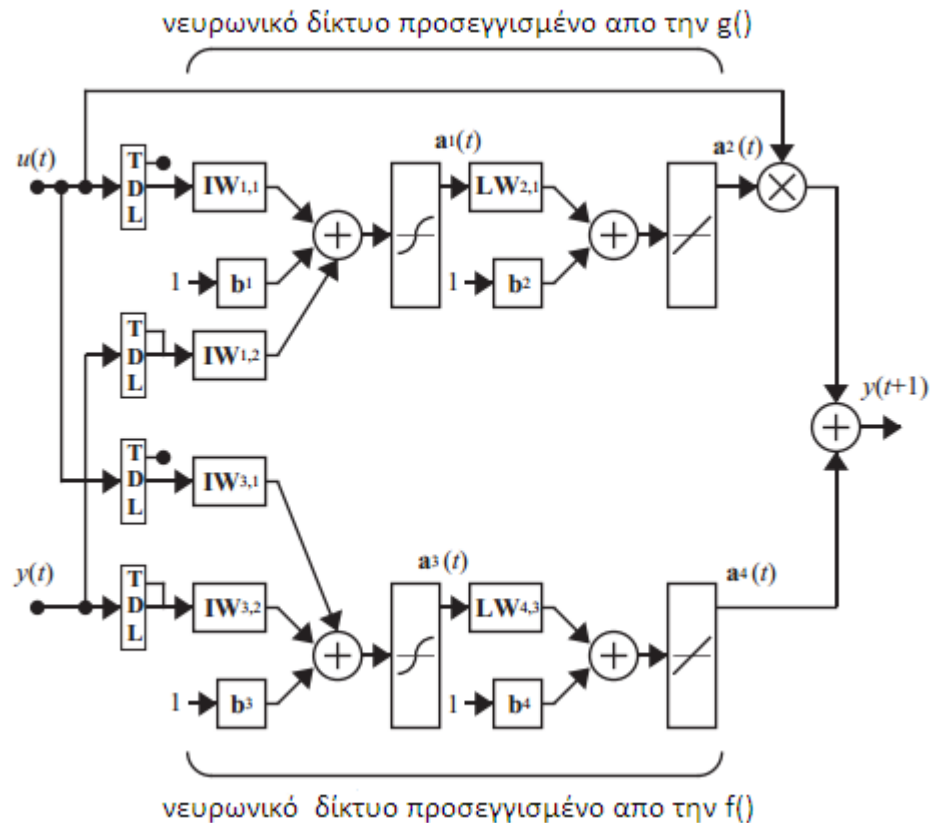
Ο νευρωνικός ελεγκτής που περιγράφεται σε αυτή την ενότητα αναφέρεται με δύο διαφορετικά ονόματα: Ο ελεγκτής γραμμικοποίησης ανατροφοδότησης και ελεγκτής NARMA - L2. Αναφέρεται ως ελεγκτής γραμμικοποίησης ανατροφοδότησης όταν το μοντέλο εγκατάστασης έχει μια συγκεκριμένη μορφή (μορφή οδηγού εγχειριδίου) (Slotine & Li (1991)). Αναφέρεται ως ελεγκτής NARMA - L2 όταν το μοντέλο της εγκατάστασης μπορεί να προσεγγιστεί με την ίδια μορφή. Η κεντρική ιδέα αυτού του τύπου ελέγχου είναι να μετατρέψει τη μη γραμμική δυναμική του συστήματος σε γραμμική δυναμική με την κατάργηση των μη γραμμικοτήτων. Η ενότητα ξεκινά με την παρουσίαση της μορφής οδηγού εγχειριδίου του μοντέλου συστήματος και την επίδειξη πώς ένα νευρωνικό δίκτυο μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τον προσδιορισμό αυτού του μοντέλου. Στη συνέχεια, περιγράφει πώς το προσδιορισμένο νευρωνικό μοντέλο δικτύου μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την ανάπτυξη ενός ελεγκτή.

Προσδιορισμός του μοντέλου NARMA - L2

Όπως και με το μοντέλο πρόβλεψης ελέγχου, το πρώτο βήμα στη χρήση του ελεγκτή NARMA -L2 είναι να προσδιοριστεί το σύστημα που πρέπει να ελεγχθεί. Το μοντέλο NARMA - L2 είναι μια προσέγγιση του μοντέλου NARMA της $[y(k+d) = h[y(k), y(k-1), \dots, y(k-n+1), u(k), u(k-1), \dots, u(k-m+1)]]$. Το προσεγγισμένο μοντέλο NARMA-L2 δίνεται από :

$$\hat{y}(k+d) = f[y(k), y(k-1), \dots, y(k-n+1), u(k-1), \dots, u(k-m+1)] \\ + g[y(k), y(k-1), \dots, y(k-n+1), u(k-1), \dots, u(k-m+1)] u(k)$$

Αυτό το μοντέλο είναι σε μορφή οδηγού εγχειριδίου, όπου η επόμενη είσοδος του ελεγκτή $u(k)$ δεν περιέχεται στο εσωτερικό του τη μη γραμμικότητα. Το σχήμα (3.9) δείχνει τη δομή ενός νευρωνικού δικτύου NARMA-L2 και αναπαριστάται για $d = 1$. Παρατηρήστε ότι έχουμε ξεχωριστά υπό δίκτυα να εκπροσωπούν τις συναρτήσεις $g()$ και $f()$.



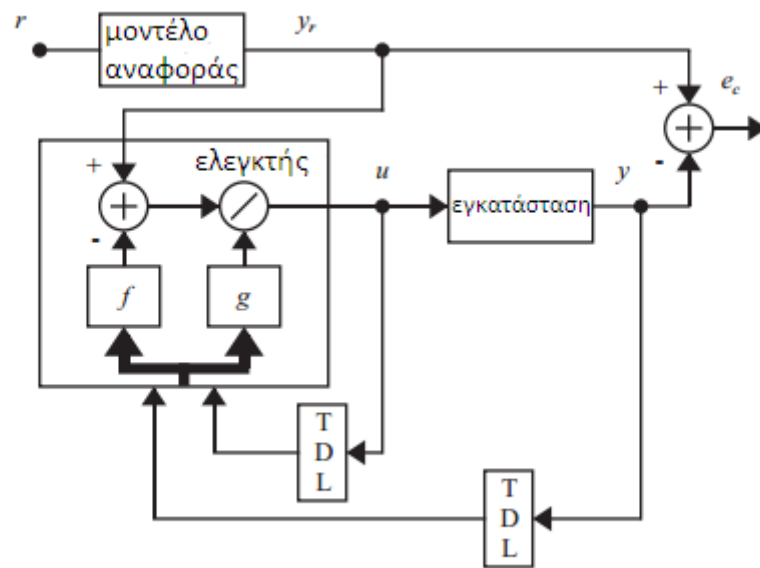
Σχήμα 3.9: Μοντέλο εγκατάστασης NARMA-L2

Ελεγκτής NARMA-L2

Το πλεονέκτημα της φόρμας NARMA-L2 είναι ότι μπορείς να λύσεις για την είσοδο ελέγχου που προκαλεί το αποτέλεσμα του δικτύου να ακολουθήσει ένα σήμα αναφοράς: $y(k + d) = y_r(k + d)$. Ο προκύπτων ελεγκτής θα έχει την μορφή:

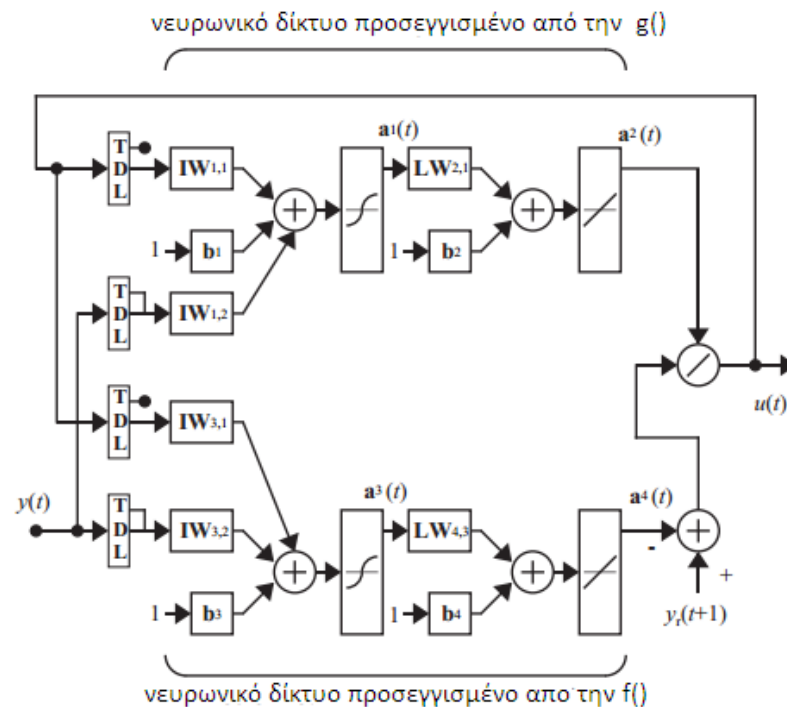
$$u(k) = \frac{y_r(k + d) - f[y(k), y(k-1), \dots, y(k-n+1), u(k-1), \dots, u(k-m+1)]}{g[y(k), y(k-1), \dots, y(k-n+1), u(k-1), \dots, u(k-m+1)]}$$

το οποίο είναι πραγματοποιήσιμο για $d \geq 1$. Στο σχήμα 3.10 είναι ένα σχηματικό διάγραμμα του ελεγκτή NARMA-L2.



Σχήμα 3.10: Ελεγκτής NARMA-L2

Αυτός ο ελεγκτής μπορεί να εφαρμοστεί με το προηγούμενο προσδιορισμένο μοντέλο εγκατάστασης NARMA-L2 όπως βλέπουμε στο σχήμα (3.11).



Σχήμα 3.11: Εφαρμογή του ελεγκτή NARMA-L2

εφαρμογή - συνεχή ανάδευση αντιδραστήρα δεξαμενής

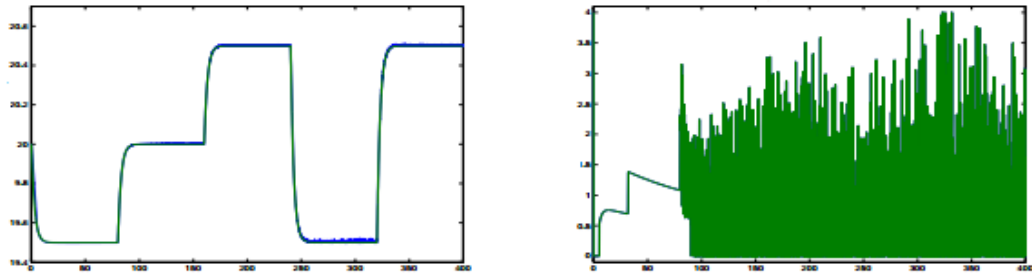
Για την επίδειξη του ελεγκτή NARMA-L2, χρησιμοποιούμε ένα καταλυτικό συνεχούς ανάδευσης αντιδραστήρα δεξαμενής (CSTR). Το δυναμικό μοντέλο του συστήματος είναι:

$$\frac{dh(t)}{dt} = w_1(t) + w_2(t) - 0.2 \sqrt{h(t)}$$
$$\frac{dC_b(t)}{dt} = (C_{b1} - C_b(t)) \frac{w_1(t)}{h(t)} + (C_{b2} - C_b(t)) \frac{w_2(t)}{h(t)} - \frac{k_1 C_b(t)}{(1 + k_2 C_b(t))^2}$$

όπου $h(t)$ είναι η στάθμη του υγρού, $C_b(t)$ είναι η συγκέντρωση του προϊόντος στην έξοδο της διαδικασίας, το $w_1(t)$ είναι ο ρυθμός ροής της συμπυκνωμένης τροφοδότησης C_{b1} και το $w_2(t)$ είναι ο ρυθμός ροής της αραιής τροφοδότησης C_{b2} . Οι συγκεντρώσεις των εισροών θέτονται ως $C_{b1}=24,9\text{mol/cm}^3$ και $C_{b2}=0,1\text{mol/cm}^3$. Οι σταθερές που σχετίζονται με το ρυθμό κατανάλωσης είναι $k_1 = 1$ και $k_2 = 1$. Ο στόχος του ελεγκτή είναι να διατηρηθεί η συγκέντρωση του προϊόντος με τη ρύθμιση της ροής $w_2(t)$. Για την απλοποίηση της επίδειξης, θέτουμε $w_1=0.1\text{cm}^3/\text{s}$. Το επιτρεπόμενο εύρος για $w_2(t)$ ορίστηκε να είναι το $[0,4]$. Το επίπεδο της δεξαμενής $h(t)$ δεν ελέγχεται για αυτό το πείραμα.

Για τη φάση της αναγνώρισης του συστήματος, χρησιμοποιήσαμε την ίδια μορφή του σήματος εισόδου που χρησιμοποιήθηκε για το σύστημα MagLev. Τα εύροι παλμού αφέθηκαν να κυμαίνονται από 5 έως 20 δευτερόλεπτα και το πλάτος κυμαινόταν από 0 έως $4 \text{ cm}^3/\text{s}$. Το νευρωνικό μοντέλο δικτύου εγκατάστασης χρησιμοποιεί τρεις επιβραδυντικές τιμές από εμάς του $w_2(t)$ ($n_u = 3$) και τρεις επιβραδυντικές τιμές του $C_b(t)$ ($n_y = 3$) ως είσοδο στο δίκτυο και 3 νευρώνες χρησιμοποιήθηκαν στα κρυφά στρώματα. Το διάστημα δειγματοληψίας ορίστηκε σε 0,01 δευτερόλεπτα.

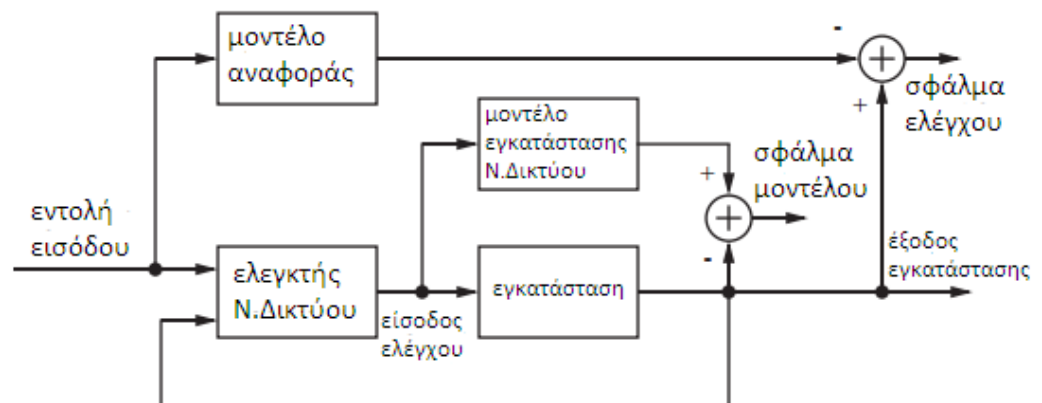
Η αριστερή γραφική παράσταση του σχήματος (3.12) δείχνει το σήμα αναφοράς και της απόκρισης του συστήματος για τον ελεγκτή NARMA -L2. Η έξοδος παρακολουθεί την αναφορά με ακρίβεια, χωρίς σημαντική υπέρβαση. Ωστόσο, ο ελεγκτής NARMA -L2 παράγει γενικά σήματα ελέγχου μεγαλύτερης ταλάντωσης από τους άλλους ελεγκτές που συζητούνται εδώ. Αυτό απεικονίζεται στην πλοκή της δράσης ελέγχου που φαίνεται στο δεξιό γράφημα του σχήματος (3.12). Αυτή η φλυαρία μπορεί να μειωθεί με φιλτράρισμα (όπως και σε συρόμενη λειτουργία ελέγχου), αλλά είναι τυπικό των ελεγκτών NARMA -L2.



Σχήμα 3.12: Ανταπόκριση του CSTR και η δράση ελέγχου με την χρήση του ελεγκτή NARMA-L2

3.3 Μοντέλο αναφοράς ελέγχου

Η τρίτη αρχιτεκτονική των νευρωνικών ελέγχου θα συζητήσουμε είναι το μοντέλο ελέγχου αναφοράς. Η αρχιτεκτονική αυτή χρησιμοποιεί δύο νευρωνικά δίκτυα: ένα δίκτυο ελέγχου και ένα μοντέλο δικτύου εγκατάστασης, όπως φαίνεται στο σχήμα (3.13). Το μοντέλο εγκατάστασης προσδιορίζεται πρώτα και στη συνέχεια ο ελεγκτής έχει εκπαιδευτεί έτσι ώστε η έξοδος της εγκατάστασης να ακολουθεί την έξοδο του μοντέλου αναφοράς.



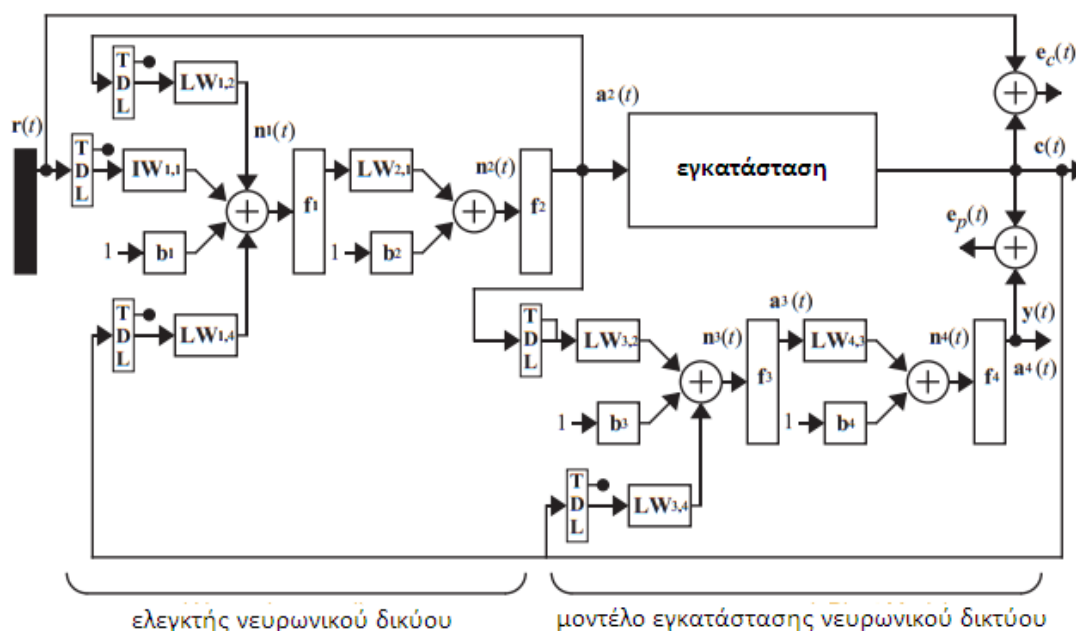
Σχήμα 3.13: Αρχιτεκτονική μοντέλου ελέγχου αναφοράς

Ο σε απευθείας σύνδεση υπολογισμός του μοντέλου ελεγκτή αναφοράς, όπως και στον NARMA - L2, είναι ελάχιστος. Ωστόσο, σε αντίθεση με τον NARMA-L2, η αρχιτεκτονική αναφοράς του μοντέλου απαιτεί ένα ξεχωριστό νευρωνικό ελεγκτή δικτύου να εκπαιδευτεί, επιπρόσθετα με το μοντέλο εγκατάστασης νευρωνικού δικτύου. Η εκπαίδευση του ελεγκτή είναι υπολογιστικά δαπανηρή, δεδομένου ότι απαιτεί την χρήση δυναμικών τεχνικών πίσω πολλαπλασιασμού (Hagan, De Jesus & Schultz (1999)). Από τη θετική του πλευρά, το μοντέλο αναφοράς ελέγχου εφαρμόζεται σε μια μεγαλύτερη κατηγορία της εγκατάστασης από ό, τι ο ελεγκτής

NARMA - L2, το οποίο απαιτεί από την εγκατάσταση να προσεγγιστεί από μοντέλο μορφής οδηγού εγχειριδίου.

Το σχήμα 3.14 δείχνει τις λεπτομέρειες του μοντέλου εγκατάστασης νευρωνικών δικτύων και το νευρωνικό ελεγκτή δικτύου. Υπάρχουν τρία σύνολα των εισροών ελεγκτή: επιβραδυντική είσοδος αναφοράς, επιβραδυντική έξοδος του ελεγκτή (εισροές της εγκατάστασης) και επιβραδυντική έξοδος της εγκατάστασης. Για κάθε μία από αυτές τις εισόδους, επιλέγουμε τον αριθμό των επιβραδυντικών τιμών που θα χρησιμοποιήσουμε. Τυπικά, ο αριθμός των επιβραδυντικών αυξάνεται με τη σειρά της εγκατάστασης. Υπάρχουν δύο σύνολα δεδομένων στο νευρωνικό δίκτυο εγκαταστάσεως: επιβραδυντικά αποτελέσματα του ελεγκτή και επιβραδυντικά αποτελέσματα της εγκατάστασης.

Η διαδικασία αναγνώρισης της εγκατάστασης για το μοντέλο ελέγχου αναφοράς είναι η ίδια με εκείνη για το μοντέλο πρόβλεψης ελέγχου και χρησιμοποιεί το ίδιο μοντέλο NARMA και δίνεται από την $[y(k+d) = h[y(k), y(k-1), \dots, y(k-n+1), u(k), u(k-1), \dots, u(k-m+1)]]$. Η εκπαίδευση του ελεγκτή νευρωνικού δικτύου, ωστόσο, είναι πιο περίπλοκη.



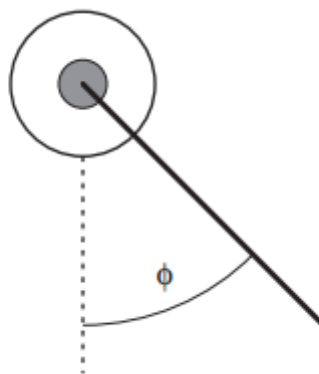
Σχήμα 3.14: Λεπτομερής αναφορά μοντέλου δομής ελέγχου

Είναι σαφές από το σχήμα 3.14, ότι η αναφορά του μοντέλου δομής ελέγχου είναι ένα επαναλαμβανόμενο (ανατροφοδοτούμενο) δίκτυο. Αυτό το είδος του δικτύου είναι πιο δύσκολο να εκπαιδευτεί από τα FFN που συζητήθηκαν παραπάνω και χρησιμοποιείτε για την ταυτοποίηση της εγκατάστασης. Ας υποθέσουμε ότι χρησιμοποιούμε τον ίδιο αλγόριθμο κλίσης, $[w_{i,j}^m(k+1) = w_{i,j}^m(k) - a \frac{\partial \bar{F}}{\partial w_{i,j}^m}]$, που χρησιμοποιείται στον αλγόριθμο του πίσω πολλαπλασιασμού. Το πρόβλημα με τα επαναλαμβανόμενα δίκτυα είναι ότι όταν προσπαθούμε να βρούμε το ισοδύναμο της $s_i^m \equiv \frac{\partial \bar{F}}{\partial n_i^m}$ (υπολογισμός κλίσης) σημειώνουμε ότι τα βάρη και οι κλίσεις έχουν δύο διαφορετικά αποτελέσματα στην έξοδο του δικτύου. Το πρώτο είναι το άμεσο αποτέλεσμα της $s_i^m \equiv \frac{\partial \bar{F}}{\partial n_i^m}$. Το δεύτερο είναι ένα έμμεσο αποτέλεσμα, δεδομένου ότι ορισμένες από τις εισόδους του δικτύου, όπως το $u(t-1)$, είναι επίσης συναρτήσεις των βαρών και των κλίσεων. Για να ληφθεί υπόψη αυτό το έμμεσο αποτέλεσμα πρέπει να χρησιμοποιήσουμε δυναμικά πίσω πολλαπλασιασμού για τον υπολογισμό των κλίσεων για επαναλαμβανόμενα δίκτυα (Hagan, De Jesus & Horn (2001)). Εκτός από τη δυσκολία στον υπολογισμό των κλίσεων για τα επαναλαμβανόμενα δίκτυα, οι επιφάνειες σφάλματος για τα δίκτυα αυτά παρουσιάζουν ιδιαίτερες δυσκολίες για διαβάθμιση με βάση τους αλγορίθμους βελτιστοποίησης.

Τα δεδομένα που χρησιμοποιούνται για την εκπαίδευση του μοντέλου αναφοράς ελεγκτή παράγεται ενώ εφαρμόζεται ένα τυχαίο σήμα αναφοράς το οποίο αποτελείται από μια σειρά παλμών των τυχαίων πλατών και διάρκειας. Αυτά τα δεδομένα μπορούν να παραχθούν χωρίς να τρέχει η εγκατάσταση, αλλά χρησιμοποιώντας το αποτέλεσμα του μοντέλου του νευρωνικού δικτύου στη θέση του αποτελέσματος της εγκατάστασης.

Εφαρμογή – βραχίονα ρομπότ

Θα παρουσιάσουμε το μοντέλο αναφοράς ελεγκτή για την απλή, μονού συνδέσμου βραχίονα ρομπότ όπως φαίνεται στο σχήμα (3.15).



Σχήμα 3.15: Βραχίονας ρομπότ μονού συνδέσμου

Η εξίσωση της κίνησης του βραχίονα είναι

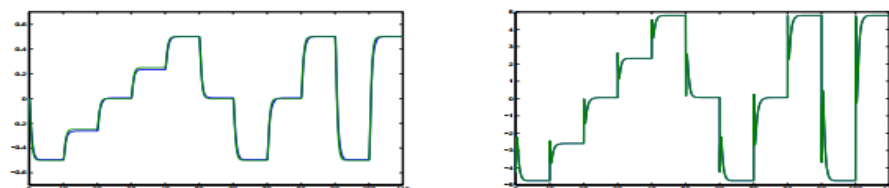
$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} = -10(\sin \varphi) - 2 \frac{d\varphi}{dt} + u$$

όπου φ είναι η γωνία του βραχίονα, και το u είναι η ροπή που παρέχεται από τον κινητήρα DC. Το σύστημα πήρε δείγματα σε διαστήματα 0,05 δευτερολέπτων. Για την αναγνώριση του συστήματος, χρησιμοποιήσαμε παλμούς εισόδου στο διάστημα μεταξύ 0,1 και 2 δευτερολέπτων και εύροι μεταξύ -15 και +15 N-m. Το μοντέλο εγκατάστασης νευρωνικού δικτύου που χρησιμοποιεί δύο επιβραδυντικές τιμές ροπής ($m = 2$) και δύο επιβραδυντικές τιμές για τη θέση του βραχίονα ($n = 2$) ως είσοδο στο δίκτυο και 10 νευρώνες χρησιμοποιήθηκαν στο κρυφό επίπεδο (5-10-1 δίκτυο). Ο στόχος του συστήματος ελέγχου είναι να έχει τον βραχίονα να παρακολουθεί το μοντέλο αναφοράς

$$\frac{d^2y_r}{dt^2} = -9y_r - 6 \frac{dy_r}{dt} + 9r,$$

όπου y_r είναι η έξοδος του μοντέλου αναφοράς, και το r είναι το σήμα αναφοράς εισόδου. Για τον ελεγκτή δικτύου, χρησιμοποιήσαμε μια αρχιτεκτονική 5-13-1. Οι εισοδοί στον ελεγκτή αποτελούνται από δύο επιβραδυντικές εισόδους αναφοράς, δύο επιβραδυντικές εξόδους της εγκατάστασης και μία επιβραδυντική έξοδο του ελεγκτή. Ο ελεγκτής είχε εκπαιδευτεί με έναν αλγόριθμο BFGS quasi - Newton, με δυναμική πίσω πολλαπλασιασμού που χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό των κλίσεων.

Η αριστερή γραφική παράσταση του σχήματος (3.16) δείχνει το σήμα αναφοράς και τη θέση του βραχίονα χρησιμοποιώντας το εκπαιδευμένο μοντέλο ελεγκτή αναφοράς. Το σύστημα είναι σε θέση να ακολουθήσει την αναφορά και οι ενέργειες ελέγχου (φαίνεται στο δεξί γράφημα) είναι ομαλές. Σε ορισμένα σημεία υπάρχει σταθερό σφάλμα κατάστασης. Αυτό το σφάλμα μπορεί να ελαττωθεί προσθέτοντας περισσότερα δεδομένα εκπαίδευσης σε αυτές τις συνθήκες σταθερής κατάστασης όπου το σφάλμα είναι μεγαλύτερο. Το σφάλμα μπορεί να συμβεί στο μοντέλο εγκατάστασης ή στον ελεγκτή δικτύου.



Σχήμα 3.16: Ανταπόκριση ρομποτικού βραχίονα και τα μέτρα ελέγχου για το μοντέλο ελεγκτή αναφοράς

Βιβλιογραφία

- Bishop (1995): Neural Network for Pattern Recognition. Αναφορά στην σελίδα 23.
- Boomgaard & Smeulders (1989): Proceedings of the I.A.S. conference. Αναφορά στην σελίδα 16.
- Camacho & Bordons (1998): Model Predictive Control. Αναφορά στην σελίδα 37.
- Cun (1985): Proceedings of Cognitiva. Αναφορά στην σελίδα 3.
- Cybenko (1989): Mathematics of Control Signal and Systems. Αναφορά στην σελίδα 3.
- Foresee & Hagan (1997): Proceedings of the 1997 International Conference on Neural Networks. Αναφορά στην σελίδα 42.
- Funahashi (1989): Neural Networks. Αναφορά στην σελίδα 3.
- Gorman & Sejnowski (1988): Neural Networks. Αναφορά στην σελίδα 21.
- Hagan (1996): Neural Network Design. Αναφορά στην σελίδα 22.
- Hagan, De Jesus & Schultz (1999): Recurrent Neural Networks: Design and Applications. Αναφορά στην σελίδα 49.
- Hagan, De Jesus & Horn (2001): Proceedings of the International Joint Conference on Neural Networks. Αναφορά στην σελίδα 51.
- Hagan & Menhaj (1994): Transactions on Neural Networks. Αναφορά στην σελίδα 34.
- Haykin (1999): Neural Networks: A Comprehensive Foundation. Αναφορά στην σελίδα 27.
- Hartman, Keeler, & Kowalski (1990): Neural Computation. Αναφορά στην σελίδα 3.
- Hornik, Stinchcombe, & White (1989): Neural Networks. Αναφορά στις σελίδες 3, 30
- Hunt, Sbarbaro, Zbikowski & Gawthrop (1992): Automatica. Αναφορά στην σελίδα 37.
- Josin (1988): Biological Cybernetics. Αναφορά στην σελίδα 21.
- Ljung (1999): System Identification: Theory for the User. Αναφορά στην σελίδα 41.

Minsky & Papert (1969): Perceptrons: An Introduction to Computational Geometry. Αναφορά στην σελίδα 3.

Narendra & Mukhopadhyay (1997): IEEE Transaction on Neural Networks. Αναφορά στην σελίδα 37.

Narendra & Parthasarathy (1990): IEEE Transaction on Neural Networks. Αναφορά στην σελίδα 37.

Niyogi & Girosi (1999): Advances in Computational Mathematics. Αναφορά στην σελίδα 30.

Parker (1985): Learning-Logic: Αναφορά στην σελίδα 3.

Pinkus (1999): Acta Numerica. Αναφορά στην σελίδα 30.

Press, Flannery, Teukolsky & Vetterling (1986): Numerical Recipes the Art of Scientific Computing. Αναφορά στην σελίδα 13.

Rumelhart, Hilton & Willimas, 1986: Learning representations by back-propagating errors. Αναφορά στην σελίδα 3.

Sarle (1994): Proceedings of the 27th Symposium on the Interface. Αναφορά στην σελίδα 36.

Sejnowski & Rosenberg (1986): A Parallel Network that Learns to Read Aloud. Αναφορά στην σελίδα 21.

Silva & Almeida (1990): Advanced Neural Computers. Αναφορά στην σελίδα 16.

Slotine & Li (1991): Applied Nonlinear Control. Αναφορά στην σελίδα 45.

Soloway & Haley (1996): Proceedings of the 1996 IEEE International Symposium on Intelligent Control. Αναφορά στην σελίδα 37.

Stoer & Bulirsh (1980): Introduction to Numerical Analysis. Αναφορά στην σελίδα 15.

Werbos (1974): Beyond Regression. Αναφορά στην σελίδα 3.