

**ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝΤΟΣ**

**ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗ ΤΩΝ ΥΠΟΓΕΙΩΝ ΥΔΑΤΩΝ
ΜΕ ΧΡΗΣΗ ΣΥΝΔΥΑΣΜΟΥ ΜΕΘΟΔΩΝ
ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ ΚΑΙ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ**

ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΗ ΔΙΑΤΡΙΒΗ ΓΙΑ ΤΗΝ ΑΠΟΚΤΗΣΗ
ΤΟΥ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΟΥ ΔΙΠΛΩΜΑΤΟΣ ΕΙΔΙΚΕΥΣΗΣ
‘ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝΤΙΚΗ ΚΑΙ ΥΓΕΙΟΝΟΜΙΚΗ ΜΗΧΑΝΙΚΗ’

ΣΤΕΦΑΝΟΣ Μ. ΚΑΡΤΕΡΑΚΗΣ

**ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΕΠΙΤΡΟΠΗ: Γ. ΚΑΡΑΤΖΑΣ (ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ)
Ι. ΝΙΚΟΛΟΣ
Ν. ΝΙΚΟΛΑΪΔΗΣ**

ΧΑΝΙΑ, ΑΥΓΟΥΣΤΟΣ 2005

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Με την ολοκλήρωση της μεταπτυχιακής μου διατριβής θα ήθελα να ευχαριστήσω όσους συνεργάστηκαν μαζί μου τους τελευταίους μήνες με την καθοδήγηση, τις προτάσεις ή την άποψή τους, ώστε το θέμα να προσεγγιστεί με πληρότητα και να αναλυθούν όσο το δυνατό περισσότερες πτυχές του.

Για την ανάθεση της εργασίας, τη συνεχή βοήθεια αλλά και την ιδιαίτερα στενή συνεργασία καθ' όλη τη διάρκεια του ακαδημαϊκού έτους ευχαριστώ τον αναπληρωτή καθηγητή κ. Γεώργιο Καρατζά.

Για την παραχώρηση της μεθοδολογίας που ο ίδιος έχει αναπτύξει, τις καθοριστικές κατευθύνσεις σε όλα τα στάδια της εργασίας και τη μεγάλη προθυμία ευχαριστώ τον λέκτωρα κ. Ιωάννη Νικολό.

Για τη βοήθειά της στον ορισμό και τη δόμηση του υπό μελέτη προβλήματος ευχαριστώ την Δρ. Μαρία Παπαδοπούλου.

Για τη συμμετοχή του στην εξεταστική επιτροπή ευχαριστώ τον αναπληρωτή καθηγητή κ. Νικόλαο Νικολαΐδη.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΠΕΡΙΛΗΨΗ	v
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1 – Η ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗ ΤΩΝ ΥΠΟΓΕΙΩΝ ΥΔΑΤΩΝ ΚΑΙ ΤΟ ΦΑΙΝΟΜΕΝΟ ΤΗΣ ΥΦΑΛΜΥΡΩΣΗΣ	
1.1 Τα υπόγεια νερά	1
1.2 Η σημασία των υπογείων υδάτων στη διαχείριση συστημάτων υδατικών πόρων	2
1.3 Ο ρόλος του υδροφορέα	5
1.4 Το φαινόμενο της υφαλμύρωσης υπόγειων υδροφορέων	7
1.4.1 Εισαγωγή	7
1.4.2 Μηχανισμός της υφαλμύρωσης	8
1.4.3 Αντιμετώπιση της υφαλμύρωσης	10
1.4.4 Οι εξισώσεις του μηχανισμού της υφαλμύρωσης	11
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 – Η ΠΕΡΙΟΧΗ ΜΕΛΕΤΗΣ	
2.1 Γενικά	16
2.2 Κλιματολογικά στοιχεία	18
2.3 Χλωρίδα και πανίδα	21
2.4 Γεωλογία και υδρογεωλογία	21
2.4.1 Υδροπερατοί Σχηματισμοί	22
2.4.2 Υδατοστεγείς Σχηματισμοί	23
2.4.3 Διαμόρφωση υδροφορέων και υδρογεωλογικών ενοτήτων	24
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 – ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟ ΥΠΟΒΑΘΡΟ ΤΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΥΠΟΓΕΙΑΣ ΡΟΗΣ	
3.1 Μαθηματικές θεωρήσεις της υπόγειας ροής	26
3.2 Παραγωγή των εξισώσεων του συστήματος	30
3.3 Μοντέλα προσομοίωσης υπόγειας ροής	33
3.4 Μοντέλα πεπερασμένων διαφορών	36
3.5 Μοντέλα πεπερασμένων στοιχείων	36
3.6 Οριακές Συνθήκες	37
3.7 Προσομοίωση της ακόρεστης ζώνης	38
3.8 Διαρροή	38
3.9 Το μοντέλο PTC (Princeton Transport Code)	40
3.9.1 Οι βασικές εξισώσεις του μοντέλου PTC	40
3.9.2 Ο αλγόριθμος επίλυσης του PTC	41
3.9.3 Τρισδιάστατη ροή υπογείων υδάτων	42
3.9.3.1 Βασική εξίσωση	42

3.9.3.2 Εφαρμογή της μεθόδου πεπερασμένων στοιχείων	42
3.9.3.3 Εφαρμογή της μεθόδου πεπερασμένων διαφορών	44
3.9.3.4 Οριακές Συνθήκες	45
3.9.3.5 Συνθήκες Υδροφόρου Ορίζοντα	46
3.9.4 Τρισδιάστατη Μεταφορά Ρύπου	48
3.9.4.1 Εξισώσεις του Συστήματος	48
3.9.4.2. Οριακές Συνθήκες	49
3.10 Εφαρμογή του PTC στο υπό μελέτη πρόβλημα	49

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4 – ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΜΕΘΟΔΩΝ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ ΣΤΗ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗ ΤΩΝ ΥΠΟΓΕΙΩΝ ΥΔΑΤΩΝ

4.1 Ορισμός του προβλήματος	58
4.2 Η έννοια της μη γραμμικότητας σε προβλήματα υπογείων υδάτων	60
4.2.1 Δομή του μη γραμμικού προβλήματος	60
4.2.2 Η έννοια της μη γραμμικότητας σε συστήματα υπογείων υδάτων	63
4.3 Επίλυση μη γραμμικών προβλημάτων	66
4.3.1 Μέθοδοι διαδοχικής γραμμικοποίησης	67
4.3.2 Μέθοδοι που χρησιμοποιούν την κλίση	69
4.3.3 Μέθοδοι που δεν χρησιμοποιούν την κλίση	70
4.4 Προβληματική του γραμμικού προγραμματισμού	71
4.4.1 Μαθηματικοί ορισμοί του γραμμικού προγραμματισμού	71
4.4.2 Μεθοδολογία και διαδικασία μοντελοποίησης	72
4.4.3 Συνθήκες εφαρμογής και τυπολογία μοντέλων γραμμικού προγραμματισμού	74
4.5 Φιλοσοφία της μεθόδου Simplex	75
4.5.1 Μετατροπή του γραμμικού προβλήματος στην πρότυπη μορφή	76
4.5.2 Θεωρητικό υπόβαθρο	77
4.6 Επίλυση του υπό μελέτη προβλήματος με χρήση γραμμικού προγραμματισμού	78
4.7 Βελτιστοποίηση και γενετικοί αλγόριθμοι	96
4.7.1 Το παράδειγμα της φύσης	97
4.7.2 Ιστορική αναδρομή	98
4.7.3 Τρόπος λειτουργίας ενός γενετικού αλγορίθμου	101
4.7.4 Πλεονεκτήματα γενετικών αλγορίθμων	103
4.7.5 Μειονεκτήματα γενετικών αλγορίθμων	105
4.8 Γενετικοί αλγόριθμοι και περιβαλλοντική διαχείριση	106
4.9 Ο χρησιμοποιούμενος γενετικός αλγόριθμος	109
4.10 Εφαρμογή του γενετικού αλγορίθμου στο υπό μελέτη πρόβλημα	112

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5 – ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΩΝ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ ΚΑΙ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

5.1 Ανάλυση των αποτελεσμάτων	126
5.2 Ανάλυση της ευαισθησίας των λύσεων	128
5.3 Σύγκριση των δύο μεθόδων βελτιστοποίησης	140

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η μελέτη έχει σαν στόχο τον περιορισμό του φαινομένου της υφαλμύρωσης σε περιοχές με έντονους ρυθμούς άντλησης υπογείων υδάτων. Η έρευνα εστιάζεται στην περιοχή της Χερσονήσου, στο νομό Ηρακλείου.

Με χρήση του μοντέλου P.T.C. προσομοιώνεται η ροή των υπογείων υδάτων στην περιοχή για χρονικό διάστημα 10 ετών και προβλέπεται η θέση του μετώπου υφαλμύρωσης με βάση τα υφιστάμενα δημοτικά πηγάδια και τους σημερινούς ρυθμούς άντλησης.

Αναζητούνται οι βέλτιστες παροχές άντλησης, για τις οποίες το μέτωπο της υφαλμύρωσης θα οπισθοχωρήσει ενώ ταυτόχρονα θα ικανοποιούνται οι αρδευτικές ανάγκες της περιοχής. Η βελτιστοποίηση πραγματοποιείται με δύο μεθόδους:

1. τη μέθοδο γραμμικού προγραμματισμού Simplex
2. τη μέθοδο των γενετικών αλγορίθμων

Το πρόβλημα σε πρώτη φάση εκφράζεται με μαθηματικούς όρους. Καθώς ο υπό μελέτη υδροφορέας είναι ελεύθερος, το υδραυλικό ύψος μειώνεται μη γραμμικά σε συνάρτηση με την παροχή άντλησης. Για το λόγο αυτό απαιτείται η διαδοχική εφαρμογή της μεθόδου Simplex ώστε να πραγματοποιηθεί σταδιακή γραμμικοποίηση. Δημιουργείται και εφαρμόζεται αλγόριθμος από τη σύγκριση του οποίου τελικά προκύπτει η βέλτιστη λύση.

Στη συνέχεια εφαρμόζεται η μέθοδος των γενετικών αλγορίθμων. Πρόκειται για μια κατηγορία μεθόδων βελτιστοποίησης που βασίζουν τη λειτουργία τους στη μίμηση των διαδικασιών της φυσικής εξέλιξης και η οποία δίνει πολύ ικανοποιητικά αποτελέσματα σε περίπλοκα μη γραμμικά προβλήματα. Η ειδική κατηγορία που εφαρμόζεται είναι ο διαφορικός εξελικτικός αλγόριθμος.

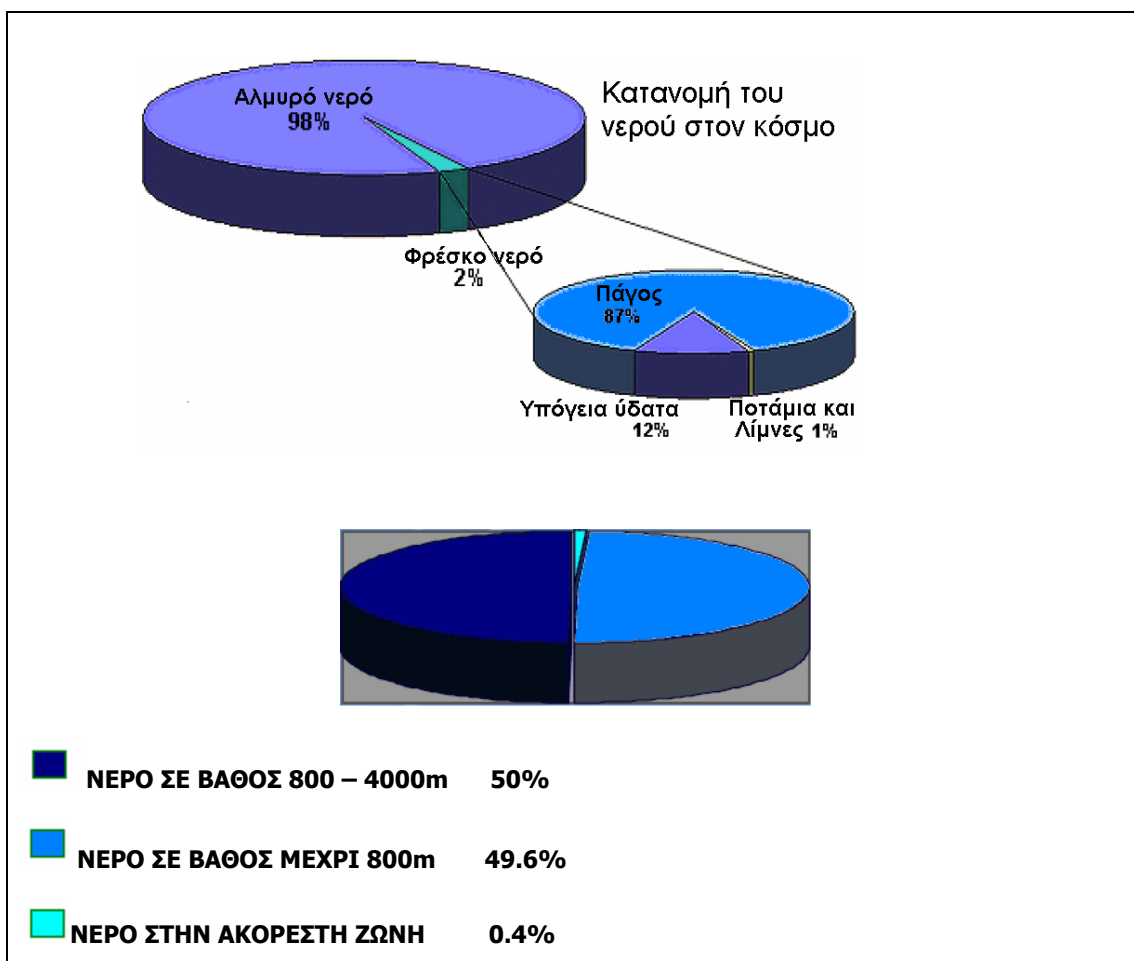
Τελικά συγκρίνονται τα αποτελέσματα από την εφαρμογή των δύο μεθόδων μεταξύ τους ως προς την ακρίβεια, την απόδοση, την ταχύτητα και άλλες παραμέτρους. Για την καλύτερη ερμηνεία των αποτελεσμάτων πραγματοποιείται ανάλυση ευαισθησίας στις δύο λύσεις. Εξετάζεται έτσι τόσο η επίδραση των πηγαδιών άντλησης σε επιλεγμένα πηγάδια παρατήρησης, όσο και η ευαισθησία των πηγαδιών παρατήρησης στην άντληση. Εξάγονται συμπεράσματα για τη βέλτιστη άντληση στην περιοχή μελέτης και για τις δυνατότητες μείωσης της υφαλμύρωσης.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1 – Η ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗ ΤΩΝ ΥΠΟΓΕΙΩΝ ΥΔΑΤΩΝ ΚΑΙ ΤΟ ΦΑΙΝΟΜΕΝΟ ΤΗΣ ΥΦΑΛΜΥΡΩΣΗΣ

1.1 Τα υπόγεια νερά

Από μια πρώτη εκτίμηση η συνολική ποσότητα νερού (περίπου ίση με $1370 \times 10^{15} m^3$) που υπάρχει στη γη φαίνεται ότι είναι υπεραρκετή και ουσιαστικά ανεξάντλητη, όμως λαμβάνοντας υπόψη τη δυνατότητα εκμετάλλευσης των υδατικών αυτών πόρων η εικόνα γίνεται τελείως διαφορετική. Ουσιαστικά, το 97.3% της συνολικής αυτής ποσότητας είναι αλμυρό νερό, δηλαδή ακατάλληλο να χρησιμοποιηθεί για οικιακή, αγροτική και βιομηχανική χρήση. Επίσης, το 2.1% αφορά χιόνια και πάγους και αφαιρώντας ένα πολύ μικρό ποσοστό νερού που υπάρχει με μορφή υδρατμών στην ατμόσφαιρα, υπολείπεται τελικά ένα ποσό $8.5 \times 10^{15} m^3$, που αντιστοιχεί περίπου στο 0.6% του συνόλου. Αποτελεί τον εκμεταλλεύσιμο πόρο σε υγρή κατάσταση. Από το νερό αυτό το 98% είναι υπόγειο νερό, νερό δηλαδή που βρίσκεται αποθηκευμένο ή κινείται στο έδαφος. Σχεδόν η μισή ποσότητα από το υπόγειο αυτό νερό είναι αποθηκευμένη σε πολύ μεγάλα βάθη από την επιφάνεια της γης (>800m) όπου η ποσότητα των περιεχόμενων αλάτων είναι πολύ μεγάλη και από όπου η άντληση του είναι υπερβολικά δαπανηρή. Καθίσταται επομένως σαφές από τα παραπάνω ότι η μεγάλη αξία του διαθέσιμου για εκμετάλλευση νερού οφείλεται κατά κύριο λόγο στην άνιση κατανομή του τόσο χωρικά, σε διάφορες δηλαδή περιοχές της γης, όσο και χρονικά, λαμβάνοντας υπ' όψη τις εποχιακές διακυμάνσεις [1].

Η παρουσία ειδικά των υπόγειων νερών στον υδρολογικό κύκλο είναι ιδιαίτερα έντονη και χαρακτηρίζεται από την κατακόρυφη διήθηση επιφανειακών νερών από την επιφάνεια του εδάφους προς τα υπόγεια υδροφόρα στρώματα, την κίνηση εξαιτίας της βαρύτητας του υπόγειου αυτού νερού στην κατεύθυνση των φυσικών κλίσεων και την έξοδο του νερού και πάλι στην επιφάνεια του εδάφους, απευθείας με τη μορφή πηγών ή έμμεσα, τροφοδοτώντας φυσικούς υδάτινους αποδέκτες (λίμνες, θάλασσες, ποτάμια).



Σχήμα 1.1: Η κατανομή του νερού στη Γη

1.2 Η σημασία των υπογείων υδάτων στη διαχείριση συστημάτων υδατικών πόρων

Τις τελευταίες δεκαετίες, εξαιτίας της πληθυσμιακής αλλά και της βιομηχανικής ανάπτυξης, οι ανάγκες σε νερό έχουν αυξηθεί σε παγκόσμια κλίμακα. Από την άλλη μεριά η κατανομή των υδατικών πόρων είναι πολύ ανομοιόμορφη τόσο χωρικά όσο και χρονικά έτσι ώστε να υπάρχει ανάγκη τόσο μεταφοράς όσο και αποθήκευσης

νερού για τις περιοχές ή και τις περιόδους όπου παρουσιάζεται ζήτηση όγκων νερού μεγαλύτερη από τα συνολικά διαθέσιμα αποθέματά του.

Το νερό που υπάρχει στη φύση και που χρησιμοποιείται από τον άνθρωπο για διάφορες χρήσεις, για ύδρευση πόλεων και χωριών, για άρδευση καλλιεργούμενων εδαφών και για τη βιομηχανία, βρίσκεται σε δυο μορφές: ως επιφανειακό και ως υπόγειο νερό. Επιφανειακό είναι το νερό των λιμνών και των ποταμών ενώ υπόγειο νερό είναι αυτό που κινείται και αποθηκεύεται μέσα στο έδαφος και ειδικότερα στους πόρους των εδαφών, που για το λόγο αυτό λέγονται και υδροφορείς.

Ενώ όμως οι παραπάνω ορισμοί είναι σαφείς και φαίνεται ότι ο διαχωρισμός είναι ξεκάθαρος, στην πραγματικότητα υπάρχει, σε πολλές περιπτώσεις, σύνδεση των δυο αυτών υδατικών πόρων.

Έτσι, όταν η κοίτη μιας λίμνης ή ενός ποταμού, που βρίσκεται σε επαφή με έναν υπόγειο υδροφορέα, δεν είναι τελείως φραγμένη από λεπτόκοκκα υλικά, αν δηλαδή υπάρχει υδραυλική επικοινωνία μεταξύ λίμνης ή ποταμού και υδροφορέα, τότε, ανάλογα με το ύψος του νερού στους δυο υδάτινους όγκους, δημιουργείται ροή από ή προς τον υδροφορέα. Κατά συνέπεια, αν με ανθρώπινη επέμβαση ελεγχθεί η στάθμη της λίμνης ή του ποταμού, αυτό συνεπάγεται και έλεγχο της ροής στον υδροφορέα. Ένα άλλο παράδειγμα σύνδεσης επιφανειακών και υπόγειων νερών αφορά στα νερά των πηγών που αναβλύζουν από το έδαφος και στη συνέχεια ρέουν επιφανειακά. Ανεβάζοντας ή κατεβάζοντας τη στάθμη των υπόγειων νερών στη γειτονική περιοχή επηρεάζεται άμεσα και η παροχή των πηγών. Είναι τελικά φανερό ότι η ανθρώπινη επέμβαση στον κύκλο κίνησης του νερού είναι δυνατό να επηρεάσει σημαντικά τη διαδικασία μεταφοράς και αποθήκευσης τόσο επιφανειακών όσο και υπόγειων υδάτινων όγκων.

Ακολουθεί μία γενική συγκριτική ανάλυση σχετικά με τα πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματα της χρήσης των υπόγειων νερών έναντι των επιφανειακών.

1. Η άντληση νερού από πηγάδια απαιτεί σχετικά μικρό κόστος κατασκευής και εγκαταστάσεων (γεωτρήσεις, αντλητικά συγκροτήματα) ενώ έχει ένα σημαντικό κόστος λειτουργίας, ιδιαίτερα όταν η άντληση γίνεται από βαθιά υδροφόρα στρώματα. Από την άλλη πλευρά η χρήση επιφανειακών νερών, που αποθηκεύονται σε ταμιευτήρες, μπορεί να έχει ασήμαντα έξοδα λειτουργίας όμως το αρχικό επενδυτικό κεφάλαιο (υδραυλικές κατασκευές, αγωγοί μεταφοράς, φράγματα) είναι τόσο μεγάλο, ώστε αν αναχθεί σε

ετήσια βάση είναι πολύ πιθανό να δώσει ένα ευνοϊκό για τα υπόγεια νερά οικονομικό ισοζύγιο.

2. Ο σχεδιασμός της διαχείρισης των υπόγειων υδατικών πόρων, εξαιτίας των πολύ μικρών ταχυτήτων κίνησης των υπόγειων νερών -σε αντίθεση με τα επιφανειακά νερά- θα απαιτούσε μακροχρόνια δειγματοληψία, που συνήθως δεν είναι πρακτικά εφικτή. Όμως εξαιτίας αυτής της αργής κίνησης του νερού αλλά και της πολύ μεγάλης αποθηκευτικής ικανότητας των υδροφορέων ένα περιορισμένης χρονικής κλίμακας δείγμα δεδομένων είναι δυνατό να δώσει μια σαφή εικόνα των αθροιστικών επιπτώσεων από μακροχρόνιες μεταβολές. Αντίθετα, μετρήσεις επιφανειακών νερών, όπου οι μεταβολές είναι πολύ πιο συχνές και απότομες –συνήθως ακολουθούν τον εποχιακό κύκλο- δεν είναι δυνατό να χρησιμοποιηθούν με αξιοπιστία παρά μόνο αν καλύπτουν ένα πολυετές διάστημα δειγματοληψιών.
3. Ακριβώς επειδή όλες οι μεταβολές και γενικά τα στοιχεία τα σχετικά με τα υπόγεια υδατικά αποθέματα είναι πιο δύσκολο να μελετηθούν με επιτόπου έρευνα από ότι τα αντίστοιχα για τα επιφανειακά, παλιότερα υπήρχε μια διστακτικότητα στο σχεδιασμό διαχείρισης των υπόγειων πόρων. Ένα επιπλέον εμπόδιο ήταν και η έλλειψη ειδικών επιστημόνων και ειδικευμένου προσωπικού. Σήμερα όμως τόσο η θεωρητική υποδομή όσο και οι τεχνολογικές δυνατότητες για επιτόπου μετρήσεις έχουν αναπτυχθεί σε τέτοιο βαθμό, ώστε να μην υπάρχει ιδιαίτερη πρακτική δυσκολία στην κατασκευή μοντέλων προσομοίωσης της λειτουργίας των υπόγειων υδατικών συστημάτων καθώς και πρόγνωσης μελλοντικών καταστάσεων. Σημαντικό ρόλο βέβαια στην περίπτωση αυτή έχουν οι ηλεκτρονικοί υπολογιστές.

Συνολικά η άποψη που επικρατεί δεν είναι ότι οι υπόγειοι υδατικοί πόροι πλεονεκτούν απόλυτα απέναντι στους επιφανειακούς, αλλά ότι αν σε μια περιοχή συνυπάρχουν τότε η βέλτιστη λύση θα προέλθει από έναν ορθολογικό συνδυασμό και των δυο.

1.3 Ο ρόλος του υδροφορέα

Τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά των υπογείων υδάτων που είναι σκόπιμο να αναφερθούν είναι τα εξής [1]:

1. Κατανομή στο χώρο. Ενώ τα επιφανειακά νερά εμφανίζονται είτε σημειακά (πηγές) είτε ακολουθούν συγκεκριμένη πορεία (ποτάμια) και η αξιοποίηση τους απαιτεί την κατασκευή των υδραυλικών εγκαταστάσεων και άρα τη δυνατότητα χρήσης του νερού μόνο σε συγκεκριμένα τμήματα αυτών των υδάτινων δρόμων, τα υπόγεια νερά, όπου υπάρχουν, καταλαμβάνουν τεράστιες εκτάσεις. Το αποτέλεσμα είναι ότι στις περιοχές ζήτησης νερού αρκεί μια σειρά γεωτρήσεων και απευθείας άντληση από τον υποκείμενο υδροφορέα, κάτι που γίνεται και σε πολύ μικρό χρονικό διάστημα. Αποφεύγεται επίσης το πρόβλημα της αύξησης της ικανότητας των πόρων (π. χ. επέκταση ενός φράγματος ταμιευτήρα) όταν σταδιακά αυξηθούν οι ανάγκες, ενώ η διάνοιξη επιπλέον πηγαδιών μπορεί να γίνει με οποιοδήποτε επιθυμητό ρυθμό.
2. Ετήσια και εποχιακή μεταβλητότητα, διαθέσιμα αποθέματα. Η χρονική μεταβλητότητα στην παροχή των επιφανειακών νερών είναι μεγάλη. Αντίθετα, οι εποχιακές μεταβολές ελάχιστα επηρεάζουν τις στάθμες των υπόγειων νερών (σε σύγκριση πάντα με το κορεσμένο σε νερό πάχος του υδροφορέα). Αυτό σημαίνει ή ότι χάνονται μεγάλες ποσότητες επιφανειακών νερών στις περιόδους της μικρής ζήτησης ή ότι κατασκευάζονται υψηλού κόστους υδραυλικά έργα για την αποθήκευση των όγκων που πλεονάζουν για να χρησιμοποιηθούν στις εποχές της μεγάλης ζήτησης. Αντίθετα, η αποθήκευση των υπόγειων νερών γίνεται στους ίδιους τους υδροφορείς και οι ελάχιστες απώλειες από ψηλές στάθμες ελέγχονται με αντλήσεις.
3. Ποιότητα του νερού. Σε γενικές γραμμές τα υπόγεια νερά είναι λιγότερο εκτεθειμένα στη ρύπανση από ότι τα επιφανειακά. Όμως μια ρύπανση π.χ. από διαρροή σωλήνων αποχέτευσης ή πετρελαιοειδών ή μία διαρροή από σηπτικές δεξαμενές μπορούν να επιφέρουν δύσκολα αναστρέψιμα αποτελέσματα. Ακόμα, το γεγονός ότι η ταχύτητα κίνησης του υπόγειου νερού είναι πολύ μικρή έχει σαν συνέπεια την παραμονή των ρυπασμένων όγκων νερού στο έδαφος για μεγάλο χρονικό διάστημα, προτού αντληθούν ή καταλήξουν με φυσική ροή σε κάποιο υδατόρευμα. Ωστόσο, για ειδικές

περιπτώσεις ρυπαντών που μεταφέρονται με τα υπόγεια νερά, το πέρασμα από τα πορώδη εδάφη μπορεί να συμβάλλει στην απομάκρυνσή τους με προσρόφηση και ανταλλαγή ιόντων.

4. Καθίζηση εδαφών. Η άντληση νερού από έναν υδροφορέα, όπου το υπόγειο νερό βρίσκεται σε πίεση, αυξάνει τις δυνάμεις που αναπτύσσονται μεταξύ των κόκκων. Έτσι, όταν στον υδροφορέα υπάρχουν αργιλικά ή ιλυώδη στρώματα η συμπίεση τους γίνεται αισθητά μεγάλη και πολλές φορές προκαλεί καθίζηση του συγκεκριμένου εδάφους. Οι καθιζήσεις αυτές εξαρτώνται από τις παροχές άντλησης και όταν δημιουργούνται προβλήματα π.χ. στην ασφάλεια υπερκείμενων κατασκευών, τότε πρέπει να διακόπτονται τελείως οι αντλήσεις.

Ο υδροφορέας είναι ουσιαστικά μία υδατική μονάδα που μπορεί να ικανοποιήσει και άλλους σκοπούς, εκτός από το να αποτελεί απλά μια πηγή παροχής νερού. Οι πολλαπλές λειτουργίες ενός υδροφορέα είναι οι εξής:

- Πηγή παροχής νερού. Είναι η πιο βασική αλλά και προφανής λειτουργία. Σε ετήσια βάση οι βροχοπτώσεις ανανεώνουν τα νερά του υδροφορέα, ώστε τα υπόγεια νερά να μπορούν να θεωρηθούν σαν ανανεώσιμοι πόροι. Η επαναπλήρωση του υδροφορέα μπορεί να γίνει ακόμα και από γειτονικά επιφανειακά νερά ποταμών ή λιμνών. Κάτω από φυσικές συνθήκες υπάρχει μια ισορροπία μεταξύ εισόδου και εξόδου υδάτινων όγκων από το σύστημα του υδροφορέα. Οι αντλήσεις διαταράσσουν αυτό το ισοζύγιο, όμως καθώς ουσιαστικά αφαιρούν όγκους νερού που αλλιώς θα επαναπλήρωναν τα υδατικά αποθέματα στο τέλος έχουν σαν συνέπεια τη μείωση των όγκων που εξέρχονται από το σύστημα. Δημιουργείται επομένως μία νέα ισορροπία στον υδροφορέα που λειτουργεί σαν πηγή παροχής νερού.
- Δεξαμενή αποθήκευσης. Οι υδροφορείς λειτουργούν σαν μεγάλοι αποθηκευτικοί χώροι νερού εξαιτίας της μεγάλης τους έκτασης και γενικά του συνολικού όγκου των διάκενων των εδαφών. Με την τεχνική του τεχνητού εμπλουτισμού είναι δυνατό να αυξηθεί ακόμα περισσότερο η αποθηκευτική ικανότητά τους.
- Αγωγός μεταφοράς. Η λειτουργία αυτή είναι δυνατή μόνο με την παρέμβαση του ανθρώπινου παράγοντα αφού προϋποθέτει τον έλεγχο της

κίνησης του νερού με μεταβολή των υδραυλικών κλίσεων στον υδροφορέα. Μια τέτοια παρέμβαση είναι π. χ. η εισαγωγή νερού με πηγάδια φόρτισης.

- Φίλτρο καθαρισμού. Διάφορες τεχνικές τεχνητού εμπλουτισμού μπορούν να εφαρμοσθούν αποκλειστικά λόγω της διηθητικής ικανότητας του υδροφορέα. Το κοινό στοιχείο κάθε μεθοδολογίας αυτού του τύπου είναι ότι χρησιμοποιούνται οι σχετικές ιδιότητες καθαρισμού που έχουν οι υδροφορείς και που οφείλονται τόσο στη στερεά φάση (προσρόφηση κ.λπ.) όσο και στις πολύ μικρές ταχύτητες ροής των ρυπασμένων νερών.
- Έλεγχος ροών υδατορευμάτων. Αυτός γίνεται στα ποτάμια αλλά και στις πηγές με τη ρύθμιση της στάθμης των υπόγειων νερών στους υδροφορείς που επικοινωνούν υδραυλικά μαζί τους.

1.4 Το φαινόμενο της υφαλμύρωσης υπόγειων υδροφορέων

1.4.1 Εισαγωγή

Η υφαλμύρωση είναι ένα αρκετά σημαντικό πρόβλημα για τις παράκτιες περιοχές σε όλο τον κόσμο. Οι διαστάσεις του προβλήματος είναι ορατές, δεδομένου ότι το 60 με 70 % του παγκοσμίου πληθυσμού ζει σε παράκτιες περιοχές.

Ακόμη και ελάχιστες ποσότητες θαλασσινού νερού μπορούν να προκαλέσουν την ποιοτική υποβάθμιση των πολύτιμων υδροφόρων στρωμάτων. Ο κίνδυνος της υφαλμύρωσης εξ άλλου είναι άμεσα συνδεδεμένος με την μείωση των ποσοτήτων των φρέσκων υδάτων. Η αύξηση του πληθυσμού και η οικονομική ανάπτυξη έχει ως άμεσο αποτέλεσμα την αύξηση των αναγκών σε αποθέματα φρέσκου νερού.

Το φαινόμενο της υφαλμύρωσης των υπόγειων υδάτων είναι έντονο και στην Ελλάδα, ενώ όλα δείχνουν ότι στο μέλλον θα οξυνθεί. Σε πολλές παράκτιες περιοχές της ηπειρωτικής Ελλάδας αλλά κυρίως στα νησιά είναι γεγονός ότι η στάθμη στους υπόγειους υδροφορείς μειώνεται κατά 5 μέτρα ετησίως (200 μ. τα τελευταία 40 χρόνια), ενώ το βάθος άντλησης νερού φτάνει και τα 300 μ. Στην ουσία η υφαλμύρωση είναι απτή απόδειξη της άναρχης και ανορθολογικής διαχείρισης του υδατικού δυναμικού.

Η υφαλμύρωση ενός υπόγειου υδροφορέα μπορεί να έχει δύο αιτίες:

1. Φυσική, λόγω της ύπαρξης θαλασσινού νερού και άλμης που βρίσκεται σε κατώτερα γεωλογικά στρώματα

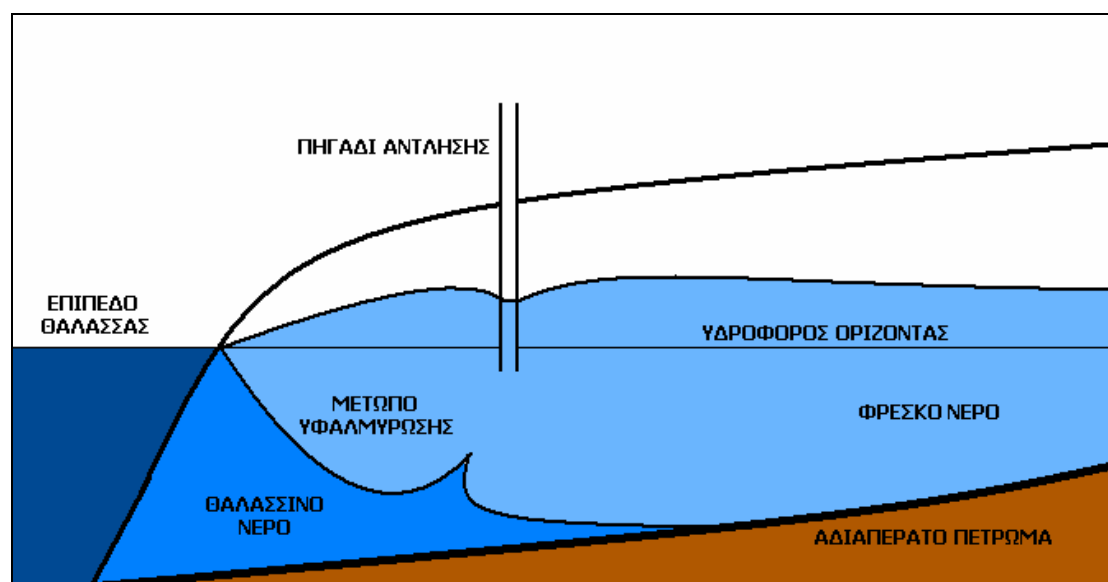
2. Ανθρωπογενής, για τους εξής λόγους:

της διείσδυσης στο έδαφος είτε του αλατιού που χρησιμοποιείται για την τήξη του πάγου είτε των υγρών διασταλλαγμάτων διήθησης των χωματερών.

Πιο συχνά παρατηρείται το φαινόμενο αυτό σε παραθαλάσσιες περιοχές, όπου η υπερεκμετάλλευση του υπόγειου νερού προκάλεσε την διείσδυση του θαλασσινού νερού μέσα στους υδροφορείς. Όταν σε έναν υδροφορέα εισχωρήσει αλμυρό νερό μέρος του αλατιού προσροφάται στην επιφάνεια των στερεών, δυσκολεύοντας τη διαδικασία αναστροφής και την αποκατάσταση του υδροφορέα. Η αργή κίνηση του υπόγειου νερού αυξάνει επίσης το χρόνο αποκατάστασης. Η αλατότητα στο νερό είναι επικίνδυνη για την υγεία των ανθρώπων και των ζώων, καταστρέφει τις καλλιέργειες και αχρηστεύει τα χωράφια, ενώ διαβρώνει σωλήνες και λέβητες σε βιομηχανικές χρήσεις. Γι' αυτό το λόγο η υφαλμύρωση ενός υδροφορέα γλυκού νερού σημαίνει και την απώλεια αυτού του υδροφορέα ως πηγή νερού [2].

1.4.2 Μηχανισμός της υφαλμύρωσης

Όπως φαίνεται στο Σχήμα 1.2 επειδή το θαλασσινό νερό είναι βαρύτερο, τείνει να κινείται κάτω από το στρώμα του φρέσκου νερού.



Σχήμα 1.2: Ο μηχανισμός της υφαλμύρωσης [1].

Ωστόσο, η υδραυλική κλίση του φρέσκου νερού (που οφείλεται στον συνεχή εμπλουτισμό λόγω βροχόπτωσης) μειώνεται προς την ακτή, με αποτέλεσμα να κινείται τελικά προς τη θάλασσα. Χωρίς αυτή τη δύναμη το θαλασσινό νερό θα

κινούνται σταδιακά προς τα ανάντη, τείνοντας να καταλάβει ολόκληρο τον υδροφορέα που βρίσκεται κάτω από τη στάθμη της θάλασσας. Αυτή η ορμή του φρέσκου νερού προβάλλει αντίσταση στην κίνηση του θαλασσινού νερού λόγω πυκνότητας και ουσιαστικά επιφέρει μία κατάσταση ισορροπίας, που απεικονίζεται στο Σχήμα 1.2 ως η διεπιφάνεια του μετώπου της υφαλμύρωσης με τον υπόγειο υδροφορέα. Η αιχμή (toe) αποτελεί το σημείο μέγιστης διείσδυσης.

Μια ευρέως αποδεκτή και απλή στην εφαρμογή της θεωρία για την προσέγγιση της διεπιφάνειας δίνεται από τη σχέση των Ghyben – Herzberg:

$$\xi = \frac{\rho_f}{\rho_s - \rho_f} h_f \approx 40h_f$$

όπου: ξ η θέση της διεπιφάνειας κάτω από τη στάθμη της θάλασσας

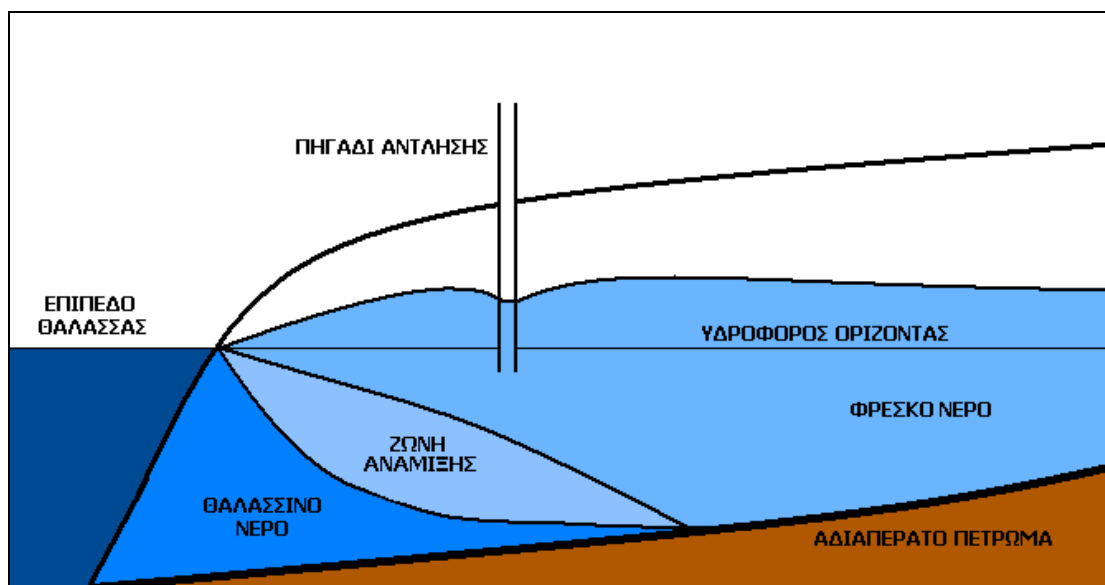
h_f το υδραυλικό ύψος του φρέσκου νερού πάνω από τη στάθμη της θάλασσας

ρ_f η πυκνότητα του φρέσκου νερού (1 g/cm^3) και

ρ_s η πυκνότητα του θαλασσινού νερού ($1,025 \text{ g/cm}^3$).

Η πρακτική σημασία της παραπάνω σχέσης συνοψίζεται στο εξής: για κάθε μέτρο υδραυλικού ύψους του φρέσκου νερού πάνω από τη στάθμη της θάλασσας, η διεπιφάνεια του μετώπου της υφαλμύρωσης με τον υπόγειο υδροφορέα ωθείται 40 μέτρα προς τα κάτω.

Ωστόσο ο λόγος 40:1 δεν είναι αντιπροσωπευτικός σε περιπτώσεις παραθαλάσσιων περιοχών, όπου υπάρχει έντονη αντλητική δραστηριότητα, καθώς εκεί το υδραυλικό ύψος του υδροφορέα μειώνεται σημαντικά, με αποτέλεσμα το θαλασσινό νερό να προσχωρεί σε αρκετά μεγάλο βάθος μέσα στον υδροφορέα.



Σχήμα 1.3: Ο μηχανισμός της υφαλμύρωσης [2].

Αν και η παραπάνω θεωρία δίνει τη δυνατότητα εξαγωγής γρήγορων και αρκετά αξιόπιστων αποτελεσμάτων, δεν αποτελεί παρά μία απλουστευμένη προσέγγιση. Μία ακριβέστερη θεώρηση θα απαιτούσε να ληφθεί υπ' όψη η δυναμική κίνηση της υπόγειας ροής όπως επίσης και η μεταφορά μάζας του άλατος. Για να επιτευχθεί αυτό πρέπει να χρησιμοποιηθεί κάποιο μοντέλο μεταφοράς μάζας που να περιέχει εξισώσεις συμμεταφοράς και διασποράς.

Υπάρχουν όμως και περιπτώσεις στις οποίες όντως η μεταβατική ζώνη είναι πολύ στενή και έτσι θα ήταν δυνατή η χρήση του πιο απλουστευμένου μοντέλου της απότομης διεπιφάνειας.

1.4.3 Αντιμετώπιση της υφαλμύρωσης

Ένας από τους πιο αποτελεσματικούς τρόπους αντιμετώπισης της υφαλμύρωσης είναι ο εξορθολογισμός της άντλησης, ο συνολικός όγκος της οποίας δε θα πρέπει να υπερβαίνει τη φυσική αναπλήρωση σε νερό.

Η αναπλήρωση γίνεται συνήθως με δύο τρόπους, είτε με χρήση φυσικών υδάτων είτε με χρήση επεξεργασμένων υγρών λυμάτων (μετά από τριτοβάθμια επεξεργασία σε μονάδα βιολογικού καθαρισμού) και έχει ως αποτέλεσμα την αύξηση της εκροής του υδροφορέα και την απώθηση του μετώπου του θαλασσινού νερού. Ιδιαίτερα αν ο εμπλουτισμός λαμβάνει χώρα κοντά στην ακτή, συχνά δημιουργείται ένα τοπικό

φράγμα φρέσκου νερού, το οποίο προστατεύει την πτώση του υδροφόρου ορίζοντα στην ενδοχώρα.

Μία άλλη τεχνική αντιμετώπισης του προβλήματος είναι η άντληση θαλασσινού νερού από την περιοχή υφαλμύρωσης με στόχο τον περιορισμό της εξάπλωσης του μετώπου. Προϋπόθεση για την εφαρμογή αυτής της τεχνικής είναι να βρεθεί τρόπος διάθεσης του θαλασσινού νερού που αντλείται.

Παραλλαγή της παραπάνω μεθόδου είναι η ταυτόχρονη άντληση και στα δύο στρώματα, για να αποφευχθεί η δημιουργία της αιχμής του μετώπου.

Όλες οι τεχνικές που περιγράφηκαν εκπληρώνουν δύο βασικούς στόχους ταυτόχρονα, αφενός τη μεγιστοποίηση του ρυθμού άντλησης -και κατά συνέπεια της απόδοσης- και αφετέρου την ελαχιστοποίηση της εισχώρησης θαλασσινού νερού στο εσωτερικό του υδροφορέα.

1.4.4 Οι εξισώσεις του μηχανισμού της υφαλμύρωσης

Για να περιγραφεί μαθηματικά ο μηχανισμός της υφαλμύρωσης πρέπει να γίνουν αρχικά οι εξής παραδοχές:

Θεωρείται ένας υδροφορέας με σταθερή ροή φρέσκου νερού με κατεύθυνση από ανατολικά προς δυτικά, ώστε το φρέσκο νερό να απωθεί το αλμυρό, εμποδίζοντας το να εισέλθει στον υδροφορέα.

Θεωρείται ότι η διεπιφάνεια που χωρίζει το αλμυρό από το φρέσκο νερό είναι πολύ λεπτή και το πάχος του υδροφορέα από το οριζόντιο επίπεδο αναφοράς ως τη στάθμη της θάλασσας είναι d . Επειδή η οριζόντια διάσταση συνήθως είναι αρκετά μεγαλύτερη από την κάθετη, το d είναι μικρότερο από το μήκος ή το πάχος του υδροφορέα ή και τη ζώνη υφαλμύρωσης (και γενικά τις οριζόντιες αποστάσεις στον υδροφορέα).

Ως αρχή του άξονα x λαμβάνεται το σημείο στην ακτογραμμή και ως αρχή του άξονα z το σημείο στη βάση του υδροφορέα.

Με τ συμβολίζονται τα σημεία όπου η επιφάνεια του μεταβατικού στρώματος τέμνει τον πυθμένα του υδροφορέα, και με x_τ η συντεταγμένες τους στον άξονα x . Όταν δεν υπάρχει ροή στην κατεύθυνση y , τα σημεία τ σχηματίζουν μια γραμμή παράλληλη προς την ακτογραμμή. Όταν στον υδροφορέα υπάρχουν πηγάδια άντλησης οι άκρες σχηματίζουν μια περίπλοκη γραμμή.

Ορίζονται τα εξής μεγέθη:

- $b(x, y)$ το βάθος του φρέσκου νερού από την ελεύθερη επιφάνεια ως τη διεπιφάνεια
- $\xi(x, y)$ το βάθος του φρέσκου νερού από την επιφάνεια της θάλασσας ως τη διεπιφάνεια
- $h_f(x, y)$ το πιεζομετρικό ύψος του φρέσκου νερού, με επίπεδο αναφοράς τον πυθμένα του υδροφορέα.

Εξετάζονται δύο ζώνες με διαφορετικά χαρακτηριστικά ροής. Στην 1^η ζώνη, ο υδροφορέας συμπεριφέρεται ακριβώς όπως ένας ελεύθερος υδροφορέας ενώ στη 2^η ζώνη υπάρχει μία διεπιφάνεια με ένα φακό φρέσκου νερού να επιπλέει πάνω από το στρώμα του αλμυρού νερού, που είναι πυκνότερο. Έστω L το μήκος του υδροφορέα, B το πλάτος του και q ο ρυθμός απορροής προς το περιβάλλον ανά μονάδα πλάτους του υδροφορέα, ο οποίος δίνεται από τον τύπο $q = V_c / B$ όπου $V_c = N_c \cdot A$ ο όγκος νερού εμπλουτισμού ανά μονάδα χρόνου από τη χερσαία περιοχή του υδροφορέα, N_c ο ρυθμός εμπλουτισμού ανά μονάδα χρόνου από τη χερσαία περιοχή του υδροφορέα και A η αντίστοιχη επιφάνεια της χερσαίας περιοχής εμπλουτισμού. Η χερσαία επιφάνεια θεωρείται υψηλής διαπερατότητας ενώ το A σχετικά μικρό σε σύγκριση με το μέγεθος του υδροφορέα

Η παραδοχή πολύ λεπτής διεπιφάνειας υποθέτει ότι δεν υπάρχει καμία ανάμιξη του φρέσκου με το αλμυρό νερό στη ζώνη 2. Μία ακόμα παραδοχή είναι ότι η διεπιφάνεια έχει σταθεροποιηθεί και δεν κινείται (η κίνηση του αλμυρού νερού θεωρείται χωρίς τριβή). Η παραδοχή αυτή ενδείκνυται όταν η ροή πλησιάζει σε σταθερή κατάσταση ή όταν παρέλθει πολύς χρόνος από την τελευταία αλλαγή στο σύστημα. Τότε είναι δυνατή η χρήση της εξίσωσης Ghyben – Herzberg.

$$h_f - d = \delta \xi \quad (1.1)$$

όπου $\delta = \frac{\rho_s - \rho_f}{\rho_f} = \frac{\Delta \rho}{\rho_f} \approx 0,025$, με ρ_s την πυκνότητα του αλμυρού νερού και ρ_f την πυκνότητα του φρέσκου νερού.

Η εξίσωση σταθερής ροής στον ελεύθερο υδροφορέα της ζώνης 1 γράφεται:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(K \cdot h_f \frac{\partial h_f}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K \cdot h_f \frac{\partial h_f}{\partial y} \right) + N - Q = 0 \quad (1.2)$$

όπου K η υδραυλική αγωγιμότητα, που είναι συνήθως συνάρτηση των χωρικών συντεταγμένων (x, y) , N ο εμπλουτισμός κατανεμημένος στην επιφάνεια του υδροφορέα και Q ο ρυθμός άντλησης από τα πηγάδια που βρίσκονται μέσα στον υδροφορέα.

Το βάθος του φρέσκου νερού στη ζώνη 2 είναι b και η εξίσωση της ροής στη ζώνη αυτή γράφεται:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(K \cdot b \frac{\partial h_f}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K \cdot b \frac{\partial h_f}{\partial y} \right) + N - Q = 0 \quad (1.3)$$

Ορίζοντας για τη

$$\begin{array}{ll} \text{ζώνη 1} & b = h_f \end{array} \quad (1.4)$$

$$\text{ζώνη 2} \quad b = h_f - d + \xi$$

οι εξισώσεις (1.2) και (1.3) μπορούν να εκφραστούν με τη μορφή της εξίσωσης (1.3).

Το δυναμικό ροής φ ορίζεται ως εξής:

$$\begin{array}{ll} \text{ζώνη 1} & \varphi = \frac{1}{2} [h_f^2 - (1 + \delta) \cdot d^2] \end{array} \quad (1.5)$$

$$\text{ζώνη 2} \quad \varphi = \frac{1 + \delta}{2\delta} (h_f - d)^2$$

Στη θέση των άκρων ισχύει $\xi = d$ και από την (1.1) προκύπτει $h_f = (1 + \delta) d$ ενώ το δυναμικό της ροής φ δίνεται από τον τύπο: $\varphi_\tau = \frac{(1 + \delta)\delta}{2} d^2$. Από τις εξισώσεις (1.5)

του δυναμικού ροής λαμβάνεται στο όριο των ζωνών 1 και 2: $\varphi_{\text{ζώνης 1}} = \varphi_{\text{ζώνης 2}} = \varphi_\tau$

και $\left. \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right|_{\text{ζώνη 1}} = \left. \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right|_{\text{ζώνη 2}} = \left. \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right|_\tau$. Αυτό δείχνει ότι το δυναμικό ροής είναι μια συνεχής και

παραγωγίσιμη συνάρτηση κατά μήκος του ορίου ανάμεσα στις ζώνες 1 και 2.

Από τις εξισώσεις (1.2), (1.3) και (1.5) συμπεραίνεται ότι η συνάρτηση $\varphi(x, y)$ ικανοποιεί την ακόλουθη διαφορική εξίσωση:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(K \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right) + N - Q = 0 \quad (1.6)$$

με τις εξής οριακές συνθήκες:

- στο όριο της ακτής ($x = 0$) το $\xi = 0$ και από την (1.5) εξάγεται ότι $\varphi = 0$,
- στα όρια μηδενικής ροής η ροή προς την κατεύθυνση η κάθετα στο όριο είναι μηδέν, π.χ. $q_n = -Kb \frac{\partial h_f}{\partial n} = 0 \Rightarrow \frac{\partial h_f}{\partial n} = 0$, άρα από την (1.5) συνεπάγεται ότι στα όρια μηδενικής ροής ισχύει $\frac{\partial \varphi}{\partial n} = 0$.

Εάν τα K , N , Q και οι οριακές συνθήκες είναι γνωστές, η εξίσωση (1.6) λύνεται για $\varphi(x, y)$ με αναλυτικές ή αριθμητικές μεθόδους. Αφού υπολογιστεί το $\varphi(x, y)$ η επιφάνεια της διεπιφάνειας μπορεί να υπολογιστεί ως συνάρτηση του φ από τις (1.4) και (1.5) όπως φαίνεται παρακάτω:

ζώνη 1

$$\xi = d \quad z = 0 \quad \text{όταν} \quad \frac{(1+\delta)\delta}{2} d^2 \leq \varphi \quad (1.7)$$

ζώνη 2

$$\xi = \sqrt{\frac{2\varphi}{\delta(1+\delta)}} \quad z = d - \xi \quad \text{όταν} \quad 0 \leq \varphi \leq \frac{(1+\delta)\delta}{2} d^2$$

Η πιεζομετρική επιφάνεια h_f λαμβάνεται από

ζώνη 1

$$h_f = \sqrt{2\varphi + (1+\delta)d^2}$$

$$\text{όταν} \quad \frac{(1+\delta)\delta}{2} d^2 \leq \varphi$$

ζώνη 2

$$h_f = \sqrt{\frac{2\delta\varphi}{1+\delta}} + d$$

$$\text{όταν} \quad 0 \leq \varphi \leq \frac{(1+\delta)\delta}{2} d^2$$

(1.8)

Η τοποθεσία των άκρων καθορίζεται με την επίλυση για x_τ ως συνάρτηση του y_τ της μη γραμμικής εξίσωσης:

$$\varphi(x_\tau, y_\tau) = \frac{(1+\delta)\delta}{2} d^2 \quad (1.9)$$

Η εξίσωση (1.6) μπορεί να λυθεί στη γενική της μορφή αριθμητικά, ενώ σε συγκεκριμένες περιπτώσεις όταν ο υδροφορέας είναι ορθογωνικός, ομοιογενής (έχει σταθερή υδραυλική αγωγιμότητα K), ο επιφανειακός ρυθμός εμπλουτισμού N είναι κατανεμημένος ομοιόμορφα και ο όρος ροής προς το περιβάλλον q είναι σταθερός και ανεξάρτητος του y , μπορεί να λυθεί και αναλυτικά.

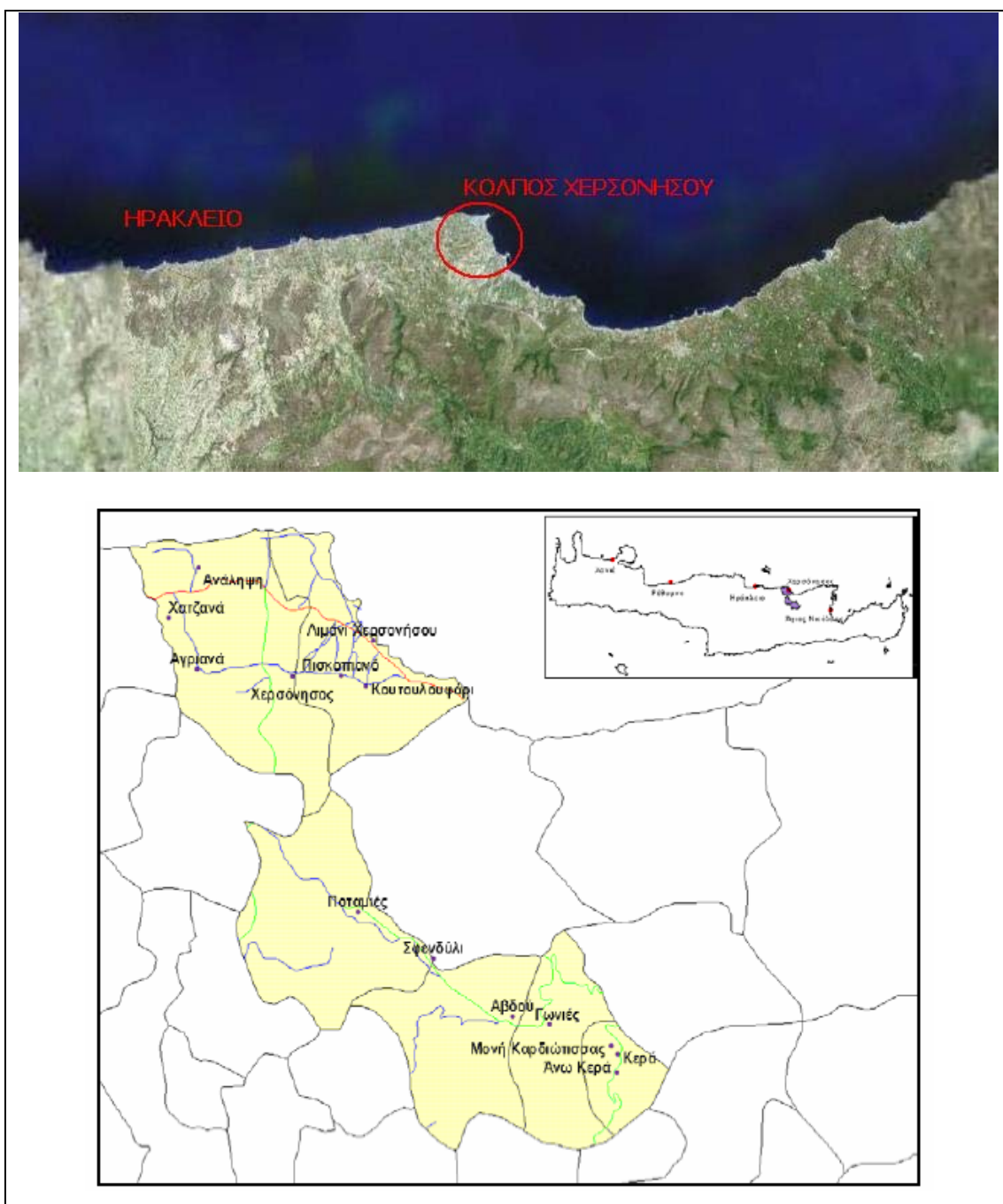
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 – Η ΠΕΡΙΟΧΗ ΜΕΛΕΤΗΣ

2.1 Γενικά

Ο Δήμος Χερσονήσου βρίσκεται στα Βόρεια παράλια του Νομού Ηρακλείου και μόλις 25 km από την πόλη του Ηρακλείου. Είναι πολύ κοντά στις κυριότερες πύλες εισόδου του νησιού, που είναι το λιμάνι και το αεροδρόμιο του Ηρακλείου, καθώς και στον αρχαιολογικό χώρο της Κνωσού.

Από το 1998 περιλαμβάνει τα εξής δημοτικά διαμερίσματα: Λιμένας Χερσονήσου, Χερσόνησος, Ποταμιές, Αβδού, Γωνιές και Κερά με τους επιμέρους οικισμούς που περιλαμβάνει καθένα από αυτά.

Ο μόνιμος πληθυσμός του Δήμου είναι 10.491 κάτοικοι από τους οποίους 5.727 είναι άνδρες και 4.764 είναι γυναίκες.



Σχήμα 2.1: Ο λιμένας Χερσονήσου και η ευρύτερη περιοχή του Δήμου Χερσονήσου [6].

Τμήμα της Χερσονήσου είναι παραθαλάσσιο (εκεί παρατηρείται και η μεγαλύτερη τουριστική δραστηριότητα), ενώ τα υπόλοιπα διαμερίσματα βρίσκονται στην ενδοχώρα και η τουριστική τους ανάπτυξη είναι ουσιαστικά ανύπαρκτη, με κύρια οικονομική δραστηριότητα τη γεωργία.

Μέχρι τα μέσα της δεκαετίας του 1960 η κύρια απασχόληση του πληθυσμού ήταν η γεωργία και η κτηνοτροφία σε ποσοστό 90-95%. Σήμερα παρατηρείται μία πλήρης αντιστροφή των δεδομένων με τη συντριπτική πλειοψηφία των κατοίκων να απασχολείται στον τριτογενή τομέα της παροχής υπηρεσιών. Η περιοχή της

Χερσονήσου είναι ένας από τους πλέον δημοφιλείς και ανεπτυγμένους τουριστικούς προορισμούς της Κρήτης αλλά και της χώρας. Με βάση στοιχεία του 1999 υπήρχαν 118 ξενοδοχεία με συνολικά 19.566 κλίνες κύριων τουριστικών καταλυμάτων, τα οποία αντιστοιχούν στο 17,7 % των κλινών της Κρήτης και στο 3,3 % της Ελλάδας. Γενικά μπορεί να θεωρηθεί αντιπροσωπευτικό δείγμα των ανεπτυγμένων τουριστικών περιοχών της Ελλάδας, αλλά και της Μεσογείου γενικότερα [3].

2.2 Κλιματολογικά στοιχεία

Γενικά το κλίμα της Κρήτης χαρακτηρίζεται εύκρατο μεσογειακό, στους ορεινούς όγκους της όμως τείνει προς τον ηπειρωτικό τύπο. Η μέση ετήσια θερμοκρασία είναι 14-15°C. Ο χειμώνας είναι ήπιος με ψυχρότερους μήνες τον Ιανουάριο και το Φεβρουάριο. Η πεδινή Κρήτη και ιδιαίτερα οι νοτιοανατολικές περιοχές είναι από τις θερμότερες της Ελλάδας. Η ηλιοφάνεια διαρκεί όλους τους μήνες του έτους ενώ οι θερμότεροι μήνες είναι ο Ιούλιος και ο Αύγουστος, αν και, λόγω της θαλάσσιας αύρας και των ετήσιων ανέμων, το καλοκαίρι είναι σχετικά δροσερό. Η εμφάνιση νεφώσεων είναι μικρή και μειώνεται από τα ανατολικά προς τα δυτικά. Οι βροχές αυξάνονται από τα ανατολικά στα δυτικά και από την παράκτια ζώνη στην ορεινή.

Το κλίμα της περιοχής της Χερσονήσου είναι τυπικά μεσογειακό, με περίοδο βροχών το χειμώνα από τον Οκτώβριο μέχρι και το Μάρτιο. Το καλοκαίρι είναι θερμό και ξηρό ενώ οι βροχοπτώσεις μπορεί να θεωρηθούν ικανοποιητικές κατά την διάρκεια του έτους. Η μέση ετήσια θερμοκρασία στην περιοχή ανέρχεται στους 19°C, με σημαντικές εποχιακές διακυμάνσεις. Έτσι κατά την χειμερινή περίοδο παρατηρείται πτωτική τάση με τον Ιανουάριο να αποτελεί τον ψυχρότερο μήνα, ενώ κατά την καλοκαιρινή περίοδο η θερμοκρασία αυξάνει αισθητά και τον Ιούλιο σημειώνονται οι υψηλότερες τιμές της.

Ακολουθούν στοιχεία για τη θερμοκρασία της Ε.Μ.Υ. για το μετεωρολογικό σταθμό Ηρακλείου Κρήτης.

Βροχοπτώσεις

Η περίοδος των βροχοπτώσεων εκτείνεται από Οκτώβριο μέχρι Μάρτιο με ετήσιο ύψος βροχής 483.2 mm. Εντός του έτους όμως η κατανομή τους είναι ανομοιόμορφη, με ελάχιστο τους καλοκαιρινούς μήνες με 0.6 mm τον Ιούλιο και μέγιστο τον Ιανουάριο με 90.1 mm βροχής. Χιονοπτώσεις στην ευρύτερη περιοχή δεν υπάρχουν, μιας και το φαινόμενο είναι ιδιαίτερα σπάνιο.

Σταθμός Ηρακλείου Κρήτης 754											
Γεωγραφικό μήκος 25,11 / Γεωγραφικό πλάτος 35,2											
Ύψος σταθμού 38 m											
Μήνας	Ώρες ηλιοφάνειας (h)	Βαρομετρική πίεση (mm Hg)	Μέση θερμοκρασία αέρα (°C)	Απόλυτη μέγιστη θερμοκρασία (°C)	Απόλυτη ελάχιστη θερμοκρασία (°C)	% Σχετική Υγρασία	Μέση Νέφωση	Βροχό-πτωση (mm)	Ολική ηλιακή ακτινοβολία σε οριζόντιο επίπεδο	Διάχυτη ηλιακή ακτινοβολία σε οριζόντιο επίπεδο	Ταχύτητα ανέμου (m/sec)
1	108,8	1017,1	12,2	24,8	0,2	71	5,3	90,1	67,33	35,22	3,8
2	128,4	1016	12,5	29,2	-0,5	69	5,1	67,6	82,54	40,67	4
3	170,3	1014,9	13,8	34,8	1,7	66	4,8	58,2	124,87	58,28	4
4	234,5	1013,3	16,8	36	4,4	64	3,7	28,5	161,88	62,74	3,4
5	314,3	1013,6	20,8	39	7	64	2,9	14,2	213,96	62,15	2,3
6	353,3	1012,6	24,4	45,7	8,7	59	1,4	3,5	230,23	56,20	3
7	384,7	1011	26,4	41	15	59	0,6	1,0	248,99	54,12	4
8	356,7	1011,4	26,3	40,7	14	60	0,7	0,6	221,15	51,13	4
9	285,2	1014,6	23,7	38,5	10,6	63	1,8	17,7	174,12	42,92	3,4
10	197,2	1016,7	20,3	36,2	7,9	67	3,6	64,9	114,20	44,54	3,2
11	161,5	1017,5	17,1	31,9	1,9	70	4,7	59,0	81,54	33,62	3
12	121,1	1016,8	13,9	26,7	2	70	5,1	77,9	64,60	30,79	4
Σύν.	2816								1785,43	572,39	

Πίνακας 2.1: Κλιματολογικά στοιχεία για την περιοχή μελέτης

Ανεμολογικά στοιχεία

Από επεξεργασία των στοιχείων από το μετεωρολογικό σταθμό του Ηρακλείου για την περίοδο 1955 έως 1998 προέκυψε ότι :

- Η συχνότητα των ανέμων είναι κυρίως Βόρειοι και Βορειοδυτικοί σε ποσοστά 16,9% και 28.9% αντίστοιχα ενώ σημαντική είναι και η συχνότητα των Νότιων ανέμων σε ποσοστό 14.6%. Νηνεμία επικρατεί σε ποσοστό 17.5%.
- Η ένταση των ανέμων είναι κυρίως της τάξης 2, 3 και 4 Beaufour, με συνολικό ποσοστό εμφάνισης 64.68% ενώ τη μεγαλύτερη συχνότητα έχουν οι άνεμοι των 3 Beaufour με ποσοστό 22.3%.
- Ακραία καιρικά φαινόμενα με ανέμους της τάξης των 10 Beaufour είναι σπάνια αλλά όταν συμβαίνουν είναι νότιας και νοτιοδυτικής κυρίως διεύθυνσης.

Αναλυτικότερα, τα ανεμολογικά στοιχεία από το μετεωρολογικό σταθμό Ηρακλείου Κρήτης παρουσιάζονται στον Πίνακα 2.2.

BEAUFOUR	N	NE	E	SE	S	SW	W	NW	CALM	ΣΥΝΟΛΟ
0									17.527	17.527
1	0.855	0.537	0.372	0.613	1.468	0.603	0.307	0.646		5.401
2	4.360	2.279	0.9653	2.312	5.149	1.884	1.183	3.725		21.845
3	4.941	1.435	0.603	1.183	2.695	0.865	1.490	9.082		22.294
4	4.229	0.438	0.142	0.657	2.241	0.679	1.326	10.649		20.541
5	1.665	0.142	0.033	0.351	1.589	0.449	0.362	3.571		8.162
6	0.690	0.033	0.011	0.208	0.898	0.208	0.088	1.019		3.155
7	0.164	0.011	0.011	0.066	0.274	0.055	0.022	0.142		0.745
8	0.055	0.000	0.000	0.033	0.110	0.011	0.011	0.044		0.264
9	0.011	0.000	0.000	0.011	0.011	0.000	0.000	0.011		0.044
10	0.000	0.000	0.000	0.011	0.011	0.000	0.000	0.000		0.022
11	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000		0.000
SUM	16.970	4.875	2.125	5.445	14.626	4.754	4.789	28.885	17.527	100.000

Πίνακας 2.2: Ανεμολογικά στοιχεία για την περιοχή μελέτης

2.3 Χλωρίδα και πανίδα

Στην ευρύτερη περιοχή υπάρχουν τα οικοσυστήματα της πεδινής και ημιορεινής ζώνης ενώ κυριαρχεί η αυτοφυής υποβαθμισμένη βλάστηση. Η χλωρίδα της υπό μελέτης περιοχής αναπτύσσεται από δέντρα, θάμνους και από ποώδη βλάστηση.

Πιο συγκεκριμένα παρατηρούνται φρύγανα, αστιβίδες, θυμάρι, αφάνες, ασπάλαθοι, θρύμινια αλλά και αραιές στοιβάδες από ξυλώδη βλάστηση σκληρόφυλλων και αείφυλλων, όπως: σχοίνος, χαρουπιά, ερείκη, πρίνος κ.ά.

Η πληθυσμιακή ισορροπία των άλλοτε ευρέως διαδεδομένων ειδών πανίδας της περιοχής σήμερα έχει διαταραχθεί. Οι οικοκλιματικές συνθήκες της Κρήτης, είναι μεν ευνοϊκές για την ανάπτυξη της πανίδας ιδιαίτερα στα αρθρόποδα, τα έντομα, τα αραχνοειδή και τα μαλάκια (σαλιγκάρια). Όμως, λόγω της αλόγιστης εκμετάλλευσης των οικοσυστημάτων από τον άνθρωπο, της σημαντικής υποβάθμισης των φυτικής βλάστησης, της παράνομης θήρευσης και της τουριστικής ανάπτυξης της περιοχής, ο αριθμός των ζώων στις ανώτερες τάξεις (πτηνά και θηλαστικά) είναι περιορισμένος. Επίσης δεν υπάρχουν σπάνια ή προστατευόμενα είδη, ενώ τα κύρια είδη της πανίδας είναι ο λαγός, το κουνάβι, η κουκουβάγια, η σαύρα καθώς και διάφορα είδη πτηνών.

2.4 Γεωλογία και υδρογεωλογία

Οι υδρογεωλογικοί σχηματισμοί, που καλύπτουν την ευρύτερη περιοχή της Χερσονήσου, διακρίνονται σε δύο βασικές κατηγορίες:

1. Στους υδροπερατούς σχηματισμούς, στους οποίους ανήκουν τα προνεογενή ανθρακικά πετρώματα, οι μαργαϊκοί ασβεστόλιθοι, οι γύψοι, τα κροκαλοπαγή, και οι ψαμμίτες του νεογενούς.
2. Στους υδατοστεγείς σχηματισμούς, στους οποίους ανήκουν οι φυλλίτες, χαλαζίτες και φλύσχης του προνεογούς καθώς και οι μάργες και άργιλοι του νεογενούς.

Οι υδροπερατοί σχηματισμοί έχουν ιδιαίτερη σημασία για την υδρογεωλογική έρευνα, καθώς εντός αυτών αναπτύσσονται οι υπόγειοι υδροφορείς. Παρ' όλα αυτά όμως για τη διαμόρφωση, τη διακίνηση και την κατανομή τόσο του υπόγειου όσο και του επιφανειακού νερού ιδιαίτερο ρόλο παρουσιάζουν και οι υδατοστεγείς σχηματισμοί [4].

2.4.1 Υδροπερατοί Σχηματισμοί

Προνεογενείς Υδροπερατοί Σχηματισμοί

Αποτελούνται κυρίως από πλακώδεις ασβεστόλιθους καθώς και από ανθρακικά πετρώματα, τα οποία παρουσιάζουν υψηλό ποσοστό υδροπερατότητας, κυρίως στις ζώνες διαρρήξεων και αποκάρσωσης, όπου τελικοί αποδέκτες του νερού της κατείσδυσης είναι οι πλακώδεις ασβεστόλιθοι. Τα πετρώματα που δομούν τους δύο κύριους ορεινούς όγκους Δίκτη και Ψηλορείτη είναι τα ανθρακικά, που λόγω του μεγάλου υψομέτρου δέχονται μεγάλες ποσότητες νερού από τη βροχή και το χιόνι. Επίσης λόγω της μεγάλης περατότητας που παρουσιάζουν (μέχρι και 50.73% των ετήσιων βροχοπτώσεων) συχνά διαμορφώνονται στο εσωτερικό τους υπόγειοι υδροφορείς με πλούσια αποθέματα νερού, όπως διαφαίνεται από τις πολλές πηγές (Ζαρού, Μαλίων κ.ά.). Επιπλέον οι υδροφορείς αυτοί τροφοδοτούν με σημαντικό ποσοστό νερού τα υπόγεια και πλευρικά υδροφόρα στρώματα των νεογενών αποθέσεων που έρχονται σε άμεση επαφή, κυρίως στις παρυφές των ορεινών όγκων.

Η ποιότητα του νερού στους ανθρακικούς σχηματισμούς είναι συνήθως καλή. Προβλήματα μόνο υπάρχουν σε περίπτωση που έρχονται σε επαφή με τη θάλασσα, οπότε και αναπτύσσεται μέτωπο υφαλμύρωσης, όπως συμβαίνει στην περιοχή της Χερσονήσου. Στην περιοχή Μαλίων και Χερσονήσου μικρό πρόβλημα παρατηρείται και στο τέλος της ξηράς περιόδου, αλλά με τις πρώτες βροχές το ποσοστό σε χλώρια επανέρχεται σε φυσιολογικά επίπεδα [4].

Νεογενείς Υδροπερατοί Σχηματισμοί

Στους υδροπερατούς σχηματισμούς του νεογενούς κατατάσσονται κυρίως οι μαργαϊκοί ασβεστόλιθοι, τα κροκαλοπαγή, οι ψαμμίτες, η άμμος καθώς και διάφορα πετρώματα γύψων. Η περατότητα στους σχηματισμούς αυτούς οφείλεται στο δευτερογενές πορώδες που δημιουργείται λόγω διάβρωσης ή τεκτονισμού (μαργαϊκοί ασβεστόλιθοι, γύψος) ή στο πρωτογενές πορώδες, που εξαρτάται από τη σύσταση και την κοκκομετρία του πετρώματος (κροκαλοπαγή, ψαμμίτες, άμμοι).

Η διαμόρφωση των υπόγειων υδροφορέων εντός των σχηματισμών εξαρτάται άμεσα από το συντελεστή κατείσδυσης, από τον όγκο που καταλαμβάνουν και από τη δυνατότητα τροφοδοσίας τους με νερό, είτε απευθείας από τη βροχή είτε πλευρικά από υδροφόρους προνεογενείς σχηματισμούς, με τους οποίους έρχονται σε άμεση επαφή. Σε αρκετές περιπτώσεις διαμορφώνονται αξιόλογοι υπόγειοι υδροφορείς

κυρίως σε μαργαϊκούς ασβεστόλιθους, κροκαλοπαγή και γύψους. Τα γυψούχα νερά είναι βέβαια ακατάλληλα για ύδρευση αλλά καλύπτουν σημαντικές αρδευτικές ανάγκες [4].

Τεταρτογενείς Υδροπερατοί Σχηματισμοί

Συναντώνται κυρίως σε ποτάμιες αποθέσεις, ψαμμίτες άμμου και κορήματα, που λόγω της σύστασης και της κοκκομετρίας τους διακρίνονται από μεγάλη διαπερατότητα. Συνήθως, επειδή παρουσιάζουν μικρό πάχος, αναπτύσσεται στο εσωτερικό τους ελεύθερος υδροφορέας [4].

2.4.2 Υδατοστεγείς Σχηματισμοί

Προνεογενείς Υδατοστεγείς Σχηματισμοί

Στους υδατοστεγείς προνεογενείς σχηματισμούς ανήκουν τα πετρώματα της φυλλιτικής - χαλαζιτικής σειράς, ο φλύσχης και οι σχηματισμοί των οφιολίθων και κρυσταλλοσχιστόδων. Οι σχηματισμοί αυτοί στο σύνολό τους χαρακτηρίζονται ως υδατοστεγείς, εξαίρεση όμως αποτελεί το σαθρό κάλυμμα τους καθώς και κάποιο δευτερογενές πορώδες που οφείλεται σε τεκτονικά αίτια.

Η στεγανότητα των πετρωμάτων αυτής της κατηγορίας, σε συνδυασμό με την τεκτονική δομή της περιοχής, επηρεάζει σημαντικά τη διαμόρφωση του υδρογραφικού δικτύου, τη διακίνηση του υπόγειου νερού και το διαχωρισμό της περιοχής σε υδρογεωλογικές ενότητες, ενώ σαν στεγανό διάφραγμα επιτρέπει τη διαμόρφωση υπόγειων υδροφορέων σε διάφορα υψόμετρα. Η ποιότητα του νερού, που εντοπίζεται στους σχηματισμούς αυτούς, είναι καλή και καλύπτει τοπικές υδρευτικές ανάγκες [4].

Νεογενείς Υδατοστεγείς Σχηματισμοί

Στους υδατοστεγείς σχηματισμούς του νεογενούς ανήκουν οι μάργες και οι άργιλοι, που λόγω της σύστασης και της κοκκομετρίας τους, είναι αδιαπέρατοι, πράγμα που αποκλείει τη διαμόρφωση αξιοποιήσιμων υπόγειων υδροφορέων. Οι σχηματισμοί αυτοί καλύπτουν αρκετά μεγάλη έκταση, με αποτέλεσμα να δημιουργούνται προβλήματα ανεπάρκειας νερού σε παραπλήσιες περιοχές. Επίσης προκαλούν

αυξημένη επιφανειακή απορροή, με αποτέλεσμα μεγάλες ποσότητες νερού να καταλήγουν στη θάλασσα ανεκμετάλλετες [4].

2.4.3 Διαμόρφωση υδροφορέων και υδρογεωλογικών ενοτήτων

Η διαμόρφωση υδροφορέων και υδρογεωλογικών ενοτήτων εξαρτάται από τρεις βασικούς παράγοντες: την βροχόπτωση, τον γεωλογικό σχηματισμό που είναι περατός από το νερό και το στεγανό υπόβαθρο με κατάλληλη τεκτονική μορφή (ή το επίπεδο θάλασσας όταν πρόκειται για υπόβαθρο ανθρακικών πετρωμάτων). Όταν και οι τρεις παραπάνω παράγοντες είναι ευνοϊκοί, τα νερά της βροχής κατεισδύουν στα πετρώματα, συγκεντρώνονται στους πόρους (καρστικά και τεκτονικά διάκενα), διαμορφώνοντας υπόγειους υδροφορείς, υδρογεωλογικές ενότητες και λεκάνες υδρογεωλογικών ενοτήτων.

Λαμβάνοντας υπόψη ότι οι δύο ορεινοί όγκοι Ψηλορείτης και Δίκτη είναι οι κύριοι τροφοδότες των υπόγειων υδροφορέων της ευρύτερης περιοχής, μπορούν να διακριθούν οι εξής υδρογεωλογικές ενότητες:

1. Υδρογεωλογική ενότητα καρστικού υδροσυστήματος Ψηλορείτη.
2. Υδρογεωλογική ενότητα καρστικού υδροσυστήματος Δίκτη.
3. Υδρογεωλογική ενότητα Ταλλαίων ορέων.
4. Υδρογεωλογική ενότητα λεκάνης Ηρακλείου.

Η υδρογεωλογική ενότητα που επηρεάζει άμεσα την περιοχή της Χερσονήσου είναι εκείνη του καρστικού υδροσυστήματος Δίκτη, η οποία περιλαμβάνει τις γεωλογικές ενότητες και τους υπόγειους υδροφορείς, που τροφοδοτούνται από τον ορεινό όγκο, άσχετα αν οι γεωλογικοί σχηματισμοί ανήκουν ή όχι στον βασικό κορμό του.

Γενικά ο ορεινός όγκος Δίκτη ανήκει στο μεγαλύτερο μέρος του στο Νομό Λασιθίου, ενώ στο νομό Ηρακλείου ανήκει το δυτικό τμήμα. Δομείται κύρια από ανθρακικούς σχηματισμούς του προνεογενούς και είναι ένα από τα κυριότερα καρστικά υδροσυστήματα της Κρήτης μετά τα Λευκά Όρη και τον Ψηλορείτη. Τον κύριο κορμό του ορεινού όγκου αποτελούν πλακώδεις ασβεστόλιθοι της αυτόχθονης γεωλογικής ενότητας, πάνω στην οποία έχουν απωθηθεί οι αλλόχθονες γεωλογικές ενότητες της φυλλιτικής - χαλαζιτικής σειράς και των οφιολίθων – κρυσταλλοσχιστοδών. (Η ενότητα των οφιολίθων – κρυσταλλοσχιστοδών δεν εμφανίζεται στην περιοχή μελέτης.)

Οι υδρογεωλογικές συνθήκες της περιοχής δεν είναι εντελώς ανεξάρτητες από αυτές που επικρατούν στο σύνολο του ορεινού όγκου της Δίκτη, ωστόσο η περιοχή χωρίζεται στις εξής ενότητες:

- Υπόγειοι υδροφορείς των ανθρακικών σχηματισμών της γεωλογικής ενότητας Πίνδου.
- Υπόγειοι υδροφορείς των ανθρακικών σχηματισμών της γεωλογικής ενότητας Τρίπολης.
- Ανθρακικοί σχηματισμοί που εμφανίζονται στην περιοχή Ανώπολης – Γουρνών και νοτιότερα μέχρι τις κοινότητες Γαλιπέ – Σκοτεινό.
- Ανθρακικοί σχηματισμοί που εμφανίζονται νότια της Χερσονήσου – Χαρασό – Κόξαρης – Καλού Χωριού.
- Ανθρακικοί σχηματισμοί που εμφανίζονται στην περιοχή της κοινότητας Χερσονήσου.
- Ανθρακικοί σχηματισμοί της περιοχής Μαλίων.

Όλες οι ερευνητικές γεωτρήσεις, που έχουν γίνει στην προσπάθεια της κοινότητας για εντοπισμό υπόγειων υδροφορέων για κάλυψη των υδρευτικών αναγκών, έδωσαν υφάλμυρο νερό. Αυτό οφείλεται στο ότι οι ασβεστόλιθοι του Ιουρασικού της Ζώνης Τρίπολης, που έρχονται σε άμεση επαφή με τη θάλασσα, καθώς και το ρήγμα στην επαφή των ασβεστολιθικών του Ιουρασικού και των ασβεστόλιθων του Κρητιδικού λειτουργούν θετικά για την είσοδο του θαλάσσιου νερού στα καρστικά και τεκτονικά διάκενα των ανθρακικών σχηματισμών της ευρύτερης περιοχής [4].

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 – ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟ ΥΠΟΒΑΘΡΟ ΤΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΥΠΟΓΕΙΑΣ ΡΟΗΣ

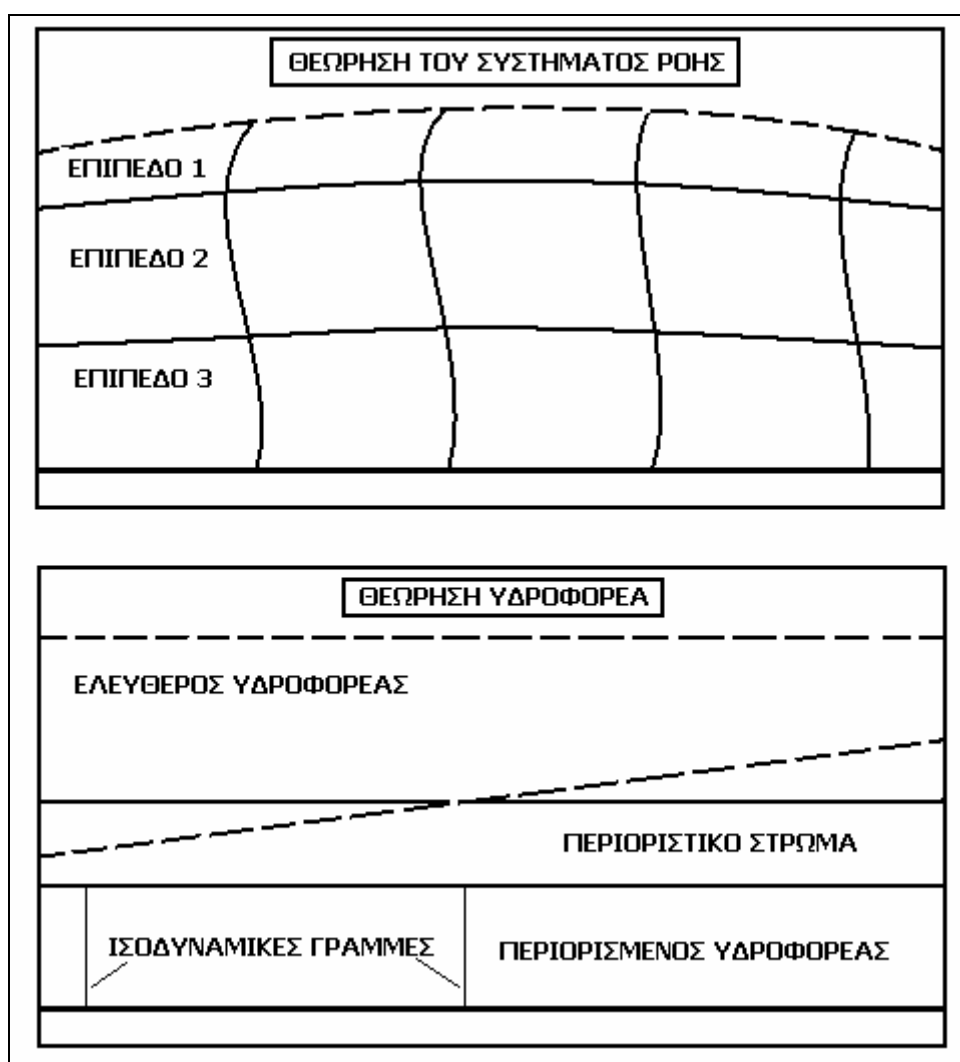
3.1 Μαθηματικές θεωρήσεις της υπόγειας ροής

Για τα συστήματα υπόγειων υδάτων υπάρχουν δύο θεωρήσεις διαφόρισης μιας εξίσωσης του συστήματος:

- η θεώρηση υδροφορέα
- η θεώρηση συστήματος ροής

Η θεώρηση υδροφορέα βασίζεται στη λογική των περιορισμένων και ελεύθερων υδροφορέων. Ο υδροφορέας αποτελείται από πορώδες υλικό και διακρίνεται από δυνατότητα αποθήκευσης και μεταφοράς σημαντικών ποσοτήτων ύδατος σε πηγάδια. Ο περιορισμένος υδροφορέας καλύπτεται από ένα περιοριστικό στρώμα πορώδους υλικού, που καθυστερεί την κίνηση του ύδατος, ενώ ο ελεύθερος υδροφορέας έχει ως πάνω όριό του τον υδροφόρο ορίζοντα. Αυτή η προσέγγιση εφαρμόζεται με επιτυχία στην περίπτωση ανάλυσης της ροής προς πηγάδια άντλησης και αποτελεί τη βάση για πολλές αναλυτικές λύσεις όπως εκείνες των Thiem, Theis και Jacob. Η ροή του υπόγειου ύδατος θεωρείται οριζόντια μεταξύ των υδροφορέων και κάθετη μεταξύ των περιοριστικών στρωμάτων. Από τη μαθηματική πλευρά, υπολογίζεται μέσω του ολοκληρώματος της διαπερατότητας στην κατακόρυφη διάσταση η μεταβιβασιμότητα, που ισούται με το γινόμενο της διαπερατότητας επί το πάχος της κορεσμένης ζώνης. Η μεταβιβασιμότητα ενός περιορισμένου ομογενούς και σταθερού

πάχους υδροφορέα είναι σταθερή ενώ αυτή ενός ελεύθερου υδροφορέα είναι πάντα μεταβλητή χωρικά αφού το πάχος της κορεσμένης ζώνης εξαρτάται από το υδραυλικό ύψος του υδροφόρου ορίζοντα. Ωστόσο πρέπει να επισημανθεί ότι αν και στις αναλυτικές λύσεις θεωρούνται σταθερές, τόσο η διαπερατότητα όσο και η μεταβιβασιμότητα είναι μεταβλητές χωρικά αφού οι υδροφορείς που συναντώνται στο πεδίο είναι πάντα ετερογενείς.



Σχήμα 3.1: Οι δύο θεωρήσεις διαφόρισης μιας εξίσωσης του συστήματος υπογείων υδάτων.

Με χρήση αυτής της θεώρησης προσομοιώνονται συστήματα δισδιάστατης ροής σε περιορισμένους και ελεύθερους υδροφορείς. Οι περιορισμένοι υδροφορείς με διαρροή μπορούν να προσομοιωθούν με μία ψευδο-τριδιάστατη προσέγγιση στην οποία η κάθετη ροή μέσα από τα περιοριστικά στρώματα αντιπροσωπεύεται από έναν όρο διαρροής, που προσθέτει ή αφαιρεί ποσότητα ύδατος από τους υποκείμενους ή υπερκείμενους υδροφορείς του περιορισμένου υδροφορέα με διαρροή. Η ποσότητα της διαρροής εξαρτάται από την υδραυλική κλίση του περιορισμένου υδροφορέα

καθώς και από το πάχος και την κάθετη διαπερατότητα του περιοριστικού στρώματος. Τα περιοριστικά στρώματα δεν είναι σαφώς προσομοιωμένα και η οριζόντια ροή σε αυτά δεν υπολογίζεται.

Η γενική μορφή της εξίσωσης του συστήματος για τη θεώρηση του υδροφορέα είναι:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(T_x \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(T_y \frac{\partial h}{\partial y} \right) = S \frac{\partial h}{\partial t} - R + L$$

όπου

$$L = -K'_z \frac{h_{source} - h}{b'}$$
(3.1)

Οι όροι στο αριστερό μέρος της εξίσωσης (3.1) αντιπροσωπεύουν την οριζόντια ροή μέσω του υδροφορέα, όπου h είναι το υδραυλικό ύψος και T_x και T_y είναι οι συνιστώσες της μεταβιβασιμότητας. Η χρήση των όρων T_x και T_y μέσα στα μερικά διαφορικά επιτρέπει τη χωρική μεταβολή τους, ενώ οι διαφορετικοί δείκτες για τις δύο διευθύνσεις επιτρέπουν την εφαρμογή της εξίσωσης σε ανισότροπους υδροφορείς όπου $T_x \neq T_y$. Με S συμβολίζεται ο συντελεστής αποθηκευτικότητας, R είναι ένας όρος εμπλουτισμού ή άντλησης που στην εξίσωση θεωρείται θετικός (εμπλουτισμός). Αν λαμβάνει χώρα άντληση με ρυθμό W τότε στην εξίσωση πρέπει να τεθεί $R = -W$. Ο τελευταίος όρος στο δεξί μέρος της εξίσωσης (L) δηλώνει διαρροή από ένα περιοριστικό στρώμα, όπου K'_z είναι η κάθετη υδραυλική αγωγιμότητά του, b' το πάχος του και h_{source} το υδραυλικό ύψος στο στρώμα που βρίσκεται στην άλλη πλευρά του περιοριστικού στρώματος.

Κατά την εφαρμογή της (3.1) σε ελεύθερο υδροφορέα γίνονται οι παραδοχές Dupuit:

- οι γραμμές ροής είναι οριζόντιες και οι ισοδυναμικές γραμμές είναι κάθετες
- η υδραυλική κλίση είναι ίση με την κλίση του υδροφόρου ορίζοντα και ανεξάρτητη του βάθους

Είναι γνωστό ότι $T_x = K_x h$ και $T_y = K_y h$, όπου h είναι η ανύψωση του υδροφόρου ορίζοντα από τον πυθμένα του υδροφορέα, δηλαδή το κορεσμένο πάχος, και μπορεί να μεταβάλλεται τόσο χωρικά όσο και χρονικά. Το S είναι η ειδική απόδοση και ο όρος της διαρροής συνήθως είναι μηδενικός, εκτός και εάν υπάρχει διαρροή από ή προς κάποιο στρώμα κάτω από τον ελεύθερο υδροφορέα.

Το γεγονός ότι από την εξίσωση απουσιάζει ο όρος της μεταβιβασιμότητας οφείλεται στο ότι η μεταβιβασιμότητα στρογγυλοποιείται στον μέσο όρο στην κάθετη διεύθυνση (η θεώρηση δισδιάστατης ροής συνεπάγεται μηδενική μεταβιβασιμότητα

στον άξονα z). Οι ιδιότητες της μεταβίβασης σε ένα σημείο του υδροφορέα περιγράφονται από την υδραυλική διαπερατότητα, η οποία για το λόγο αυτό έχει συνιστώσες και στις τρεις διευθύνσεις.

Η δεύτερη θεώρηση που αναφέρθηκε παραπάνω είναι εκείνη του συστήματος ροής. Στην περίπτωση αυτή έμφαση δίνεται στην ερμηνεία της τρισδιάστατης κατανομής της ροής, της υδραυλικής αγωγιμότητας και των ιδιοτήτων της αποθηκευτικότητας σε κάθε σημείο του συστήματος και όχι στη μελέτη των ίδιων των υδροφορέων και των περιοριστικών στρωμάτων. Η θεώρηση αυτή επιτρέπει τόσο οριζόντιες όσο και κάθετες συνιστώσες ροής στο σύστημα και κατ' επέκταση επιτρέπει την προσομοίωση της ροής είτε σε δύο είτε σε τρεις διαστάσεις. Μια γενική μορφή της εξίσωσης του συστήματος είναι:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(K_x \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K_y \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z \frac{\partial h}{\partial z} \right) = S_s \frac{\partial h}{\partial t} - R^* \quad (3.2)$$

όπου,

K_x , K_y και K_z είναι οι συνιστώσες της υδραυλικής διαπερατότητας,

S_s είναι η ειδική αποθηκευτικότητα,

R^* είναι ένας γενικός όρος εμπλουτισμού ή άντλησης που στην εξίσωση θεωρείται θετικός (εμπλουτισμός) και δηλώνει την εισροή στο σύστημα ανά μονάδα όγκου υδροφορέα ανά μονάδα χρόνου. (Στην περίπτωση άντλησης $R^* = -W$.) [5]

Όπως αναφέρθηκε παραπάνω, όταν η εξίσωση (3.1) χρησιμοποιείται για προσομοίωση ελεύθερων υδροφορέων, λαμβάνεται συνήθως $T_x = K_x h$ και $T_y = K_y h$, όπου h είναι το κορεσμένο πάχος του υδροφορέα.

Με αντικατάσταση στην εξίσωση (3.1) προκύπτει η μη γραμμική εξίσωση Boussinesq:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(K_x h \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K_y h \frac{\partial h}{\partial y} \right) = S_y \frac{\partial h}{\partial t} - R \quad (3.3)$$

Επειδή όμως ισχύει: $\frac{\partial h^2}{\partial x} = 2h \frac{\partial h}{\partial x}$ και $\frac{\partial h^2}{\partial y} = 2h \frac{\partial h}{\partial y}$, η εξίσωση τελικά παίρνει τη

$$\text{μορφή: } \frac{\partial}{\partial x} \left(K_x \frac{\partial h^2}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K_y \frac{\partial h^2}{\partial y} \right) = 2S_y \frac{\partial h}{\partial t} - 2R \quad (3.4)$$

Η τελευταία εξίσωση είναι μη γραμμική επειδή ο όρος h είναι υψωμένος στη δεύτερη δύναμη στο αριστερό μέλος της εξίσωσης ενώ είναι στην πρώτη δύναμη στο δεξί. Αν

και έχουν αναπτυχθεί αριθμητικές μέθοδοι για τη λύση της μη γραμμικής εξίσωσης, υπάρχει πιο εύκολος τρόπος να λυθεί το πρόβλημα. Αν είναι γνωστή μια τιμή του κορεσμένου πάχους του υδροφορέα η εξίσωση μπορεί να γραμμικοποιηθεί αποτελεσματικά σε ένα αριθμητικό μοντέλο [5].

3.2 Παραγωγή των εξισώσεων του συστήματος

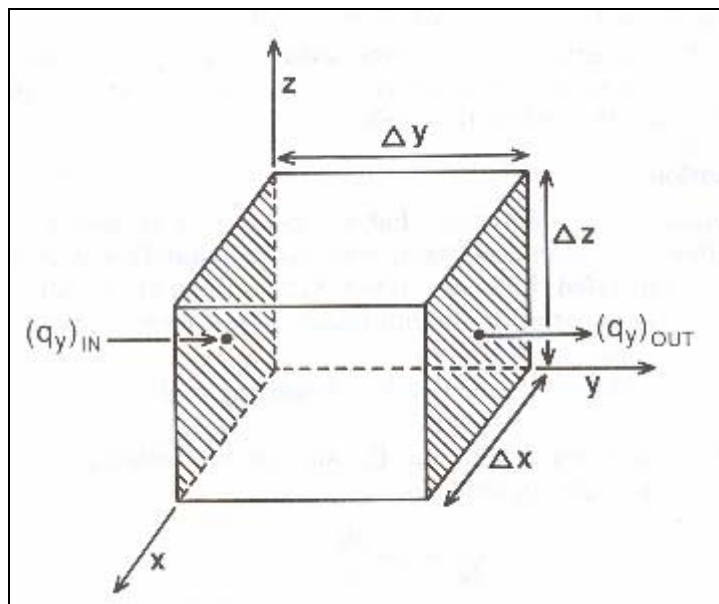
Η παραγωγή της γενικής εξίσωσης (3.2) γίνεται με χρήση ενός κύβου ελέγχου από πορώδες υλικό, αρκετά μεγάλο ώστε να είναι αντιπροσωπευτικό των ιδιοτήτων του πορώδους μέσου και αρκετά μικρό ώστε η αλλαγή του ρεύματος μέσα στον όγκο ελέγχου να είναι πολύ μικρή.

Ο όγκος του μοναδιαίου αυτού κύβου ισούται με $\Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z$. Η ροή του ύδατος μέσα από τον όγκο ελέγχου εκφράζεται από το ρυθμό άντλησης (q). Ουσιαστικά πρόκειται για ένα διάνυσμα που μπορεί να εκφραστεί ως το άθροισμα των τριών συνιστωσών του q_x , q_y και q_z .

Δηλαδή:

$$q = q_x i_x + q_y i_y + q_z i_z \quad (3.5)$$

όπου i_x , i_y και i_z τα μοναδιαία διανύσματα των αξόνων x , y και z αντίστοιχα.



Σχήμα 3.2: Ο μοναδιαίος όγκος ελέγχου που χρησιμοποιείται στην παραγωγή των εξισώσεων του συστήματος [2].

Σύμφωνα με το υδατικό ισοζύγιο, που εκφράζει την αρχή διατήρησης της μάζας, ισχύει:

$$\text{Έξοδος} - \text{Είσοδος} = \text{Αλλαγή στην αποθήκευση}$$

Θεωρώντας ότι η ροή έχει κατεύθυνση κατά μήκος του άξονα y του όγκου ελέγχου, η εισροή διέρχεται από επιφάνεια $\Delta x \cdot \Delta z$ και ισούται με $(q_y)_{IN}$ ενώ η εκροή είναι $(q_y)_{OUT}$.

Έτσι, ο ογκομετρικός ρυθμός εκροής μείον τον ογκομετρικό ρυθμό εισροής ισούται με:

$$[(q_y)_{OUT} - (q_y)_{IN}] \cdot \Delta x \cdot \Delta z \quad \text{ή} \quad \frac{(q_y)_{OUT} - (q_y)_{IN}}{\Delta y} (\Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z) \quad (3.6)$$

Με μετατροπή της εξίσωσης σε μερική διαφορική η αλλαγή του ρυθμού ροής κατά μήκος του άξονα y είναι:

$$\frac{\partial q_y}{\partial y} (\Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z) \quad (3.7)$$

Αντίστοιχες είναι και οι εξισώσεις της αλλαγής του ρυθμού ροής κατά μήκος των αξόνων x και z . Η ολική μεταβολή του ρυθμού ροής ισούται με την αλλαγή στην αποθήκευση και εκφράζεται ως:

$$\left(\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z} \right) \Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z \quad (3.8)$$

Επιπλέον, για να επιτραπεί η ύπαρξη ή μιας πηγής εμπλουτισμού μέσα στον όγκο ελέγχου προστίθεται και ο όρος $R \cdot \Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z$. Οπότε τελικά η αλλαγή της αποθήκευσης είναι:

$$\left(\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z} \pm R \right) \Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z \quad (3.9)$$

Θεωρώντας ότι το ΔV είναι θετικό όταν το Δh είναι αρνητικό (δηλαδή ότι το νερό απελευθερώνεται όταν το υδραυλικό ύψος μειώνεται) και λαμβάνοντας υπ' όψη ότι η αλλαγή στην αποθήκευση ισούται με την ειδική αποθηκευτικότητα S_s , η οποία ορίζεται ως ο όγκος αποθηκευμένου νερού που απελευθερώνεται ανά μονάδα αλλαγής υδραυλικού ύψους και ανά μονάδα όγκου του υδροφορέα, προκύπτει:

$$S_s = -\frac{\Delta V}{\Delta h \cdot \Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z} \quad (3.10)$$

Αντίστοιχα ο ρυθμός αλλαγής της αποθήκευσης στον όγκο ελέγχου δίδεται:

$$\frac{\Delta V}{\Delta t} = -S_s \frac{\Delta h}{\Delta t} \Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z \quad (3.11)$$

Από τον συνδυασμό των παραπάνω και διαίρεσή τους δια $\Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z$ προκύπτει η τελική μορφή του ισοζυγίου μάζας του νερού:

$$\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z} = -S_s \frac{\partial h}{\partial t} + R^* \quad (3.12)$$

Η εξίσωση όμως αυτή έχει πολύ περιορισμένη χρήση αφού το q δεν είναι άμεσα μετρήσιμο. Για το λόγο αυτό χρησιμοποιείται και ο νόμος του Darcy, που συσχετίζει το q και το άμεσα μετρήσιμο υδραυλικό ύψος h . Για τις τρεις διαστάσεις ο νόμος του Darcy γράφεται:

$$q_x = -K_x \frac{\partial h}{\partial x} \quad q_y = -K_y \frac{\partial h}{\partial y} \quad q_z = -K_z \frac{\partial h}{\partial z} \quad (3.13)$$

Με συνδυασμό των παραπάνω τελικά προκύπτει η εξίσωση (3.2), από την οποία θέτοντας $\partial h / \partial x = 0$, πολλαπλασιάζοντας με το b , προσθέτοντας τον όρο της διαρροής και θέτοντας $b \cdot S_s = S$ και $b \cdot R^* = R$ προκύπτει η (3.1).

Στις εξισώσεις (3.1) και (3.2) θεωρείται ότι τα K_x , K_y και K_z (ή T_x , T_y) είναι συγγραμμικά με τους άξονες x , y και z . Αν η γεωλογία είναι τέτοια που να μην επιτρέπει την ευθυγράμμιση των κύριων διευθύνσεων της υδραυλικής αγωγιμότητας με ένα ορθογωνικό σύστημα συντεταγμένων, χρησιμοποιείται μια τροποποιημένη μορφή της εξίσωσης του συστήματος, που χρησιμοποιεί όλα τα στοιχεία του πίνακα της υδραυλικής αγωγιμότητας (\bar{K}), η οποία γράφεται ως εξής:

$$\bar{K} = \begin{bmatrix} K_{xx} & K_{xy} & K_{xz} \\ K_{yx} & K_{yy} & K_{yz} \\ K_{zx} & K_{zy} & K_{zz} \end{bmatrix}$$

Τα στοιχεία του πίνακα μπορούν να μετρηθούν κατά τη διάρκεια μίας δοκιμής άντλησης, αλλά όταν οι κύριες διευθύνσεις είναι γνωστές, γίνεται μετάθεση των συντεταγμένων με τέτοιο τρόπο ώστε να μηδενίζονται τα στοιχεία του πίνακα, που βρίσκονται εκτός της κύριας διαγωνίου. Αυτό επιτυγχάνεται ορίζοντας ένα καθολικό

σύστημα συντεταγμένων για ολόκληρη της περιοχή μελέτης και τοπικά συστήματα συντεταγμένων για κάθε κελί ή στοιχείο του πλέγματος. Στα τοπικά συστήματα τα στοιχεία εκτός της κύριας διαγωνίου είναι μηδενικά. Μέσω της στροφής των συντεταγμένων είναι δυνατό να μετατραπούν εξισώσεις σχετικές με τα κύρια στοιχεία της υδραυλικής αγωγιμότητας στο τοπικό σύστημα αντίστοιχες με στοιχεία της υδραυλικής αγωγιμότητας στο καθολικό σύστημα [5].

Μία σημαντική παράμετρος σε προβλήματα που περιλαμβάνουν αλμυρό νερό, όπως το πρόβλημα της υφαλμύρωσης, είναι και η πυκνότητα. Αν η επιρροή της είναι σημαντική τότε χρειάζεται μια διαφορετική εξίσωση του συστήματος και ένας ειδικός αριθμητικός κώδικας για την περίπτωση.

3.3 Μοντέλα προσομοίωσης υπόγειας ροής

Για να επιλυθούν αναλυτικά οι εξισώσεις (3.1) και (3.2) πρέπει να υποστούν κάποιες απλοποιήσεις, που συνήθως περιλαμβάνουν υποθέσεις ομοιογένειας και μονοδιάστατης ή δισδιάστατης ροής. Εκτός από τις εφαρμογές σε υδραυλική πηγαδιών, οι αναλυτικές λύσεις δε χρησιμοποιούνται σε πρακτικές εφαρμογές. Οι αριθμητικές λύσεις προτιμώνται καθώς είναι πιο ευπροσάρμοστες και μέσω των υπολογιστών πιο εύκολες στη χρήση από τις πιο σύνθετες αναλυτικές λύσεις.

Στην προσομοίωση υπόγειου υδροφορέα χρησιμοποιούνται συνήθως οι παρακάτω πέντε κατηγορίες μοντέλων:

1. Η μέθοδος των πεπερασμένων διαφορών
2. Η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων
3. Η μέθοδος των ολοκληρωμένων πεπερασμένων διαφορών
4. Η μέθοδος ολοκληρωμένης οριακής εξίσωσης
5. Η μέθοδος των αναλυτικών στοιχείων

Οι πεπερασμένες διαφορές και τα πεπερασμένα στοιχεία είναι οι πλέον διαδεδομένες μέθοδοι για επίλυση προβλημάτων ροής. Η μέθοδος των ολοκληρωμένων πεπερασμένων διαφορών είναι στενά συνδεδεμένη με εκείνη των πεπερασμένων στοιχείων, ενώ οι δύο τελευταίες μέθοδοι είναι σχετικά νέες τεχνικές και όχι ευρέως διαδεδομένες.

Ακολουθεί μία αναλυτική περιγραφή των μεθόδων πεπερασμένων διαφορών και πεπερασμένων στοιχείων. Ένα πρόγραμμα υπολογιστή, λύνει μία ομάδα αλγεβρικών εξισώσεων που δημιουργούνται από προσέγγιση των μερικών διαφορικών εξισώσεων (εξίσωση του συστήματος, οριακές συνθήκες και αρχικές συνθήκες) οι οποίες αποτελούν το μαθηματικό μοντέλο. Οι τεχνικές προσέγγισης όπως στις πεπερασμένες διαφορές και τα πεπερασμένα στοιχεία ενεργούν στο μαθηματικό μοντέλο και το μετατρέπουν σε μια μορφή που να μπορεί να λυθεί γρήγορα από έναν υπολογιστή. Η ομάδα των αλγεβρικών εξισώσεων που παράγεται με τον τρόπο αυτό μπορεί να εκφραστεί ως συνάρτηση πινάκων [2].

Αν και έχει αποδειχθεί ότι η μέθοδος των πεπερασμένων διαφορών είναι μια ειδική περίπτωση της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων – αν το πρόβλημα έχει κόμβους ανά ίσα διαστήματα οι παραγόμενες από τις δύο μεθόδους αλγεβρικές εξισώσεις είναι οι ίδιες – οι δύο μέθοδοι παρουσιάζουν διαφορές. Κυριότερη είναι η θεμελιώδης διαφορά φιλοσοφίας. Οι μέθοδοι πεπερασμένων διαφορών υπολογίζουν μια τιμή για το υδραυλικό ύψος σε κάθε κόμβο που είναι επίσης και το μέσο υδραυλικό ύψος του κελιού γύρω από τον κόμβο αυτό. Δε γίνεται καμία υπόθεση για τον τρόπο που μεταβάλλεται το υδραυλικό ύψος από τον ένα κόμβο στον επόμενο. Αντίθετα, τα πεπερασμένα στοιχεία ορίζουν ακριβώς τη μεταβολή του υδραυλικού ύψους μέσα σε ένα στοιχείο με τη βοήθεια πολλαπλασιαστικών συναρτήσεων. Τα υδραυλικά ύψη υπολογίζονται για ευκολία από τους κόμβους, αλλά το υδραυλικό ύψος ορίζεται παντού μέσω βασικών συναρτήσεων [2].

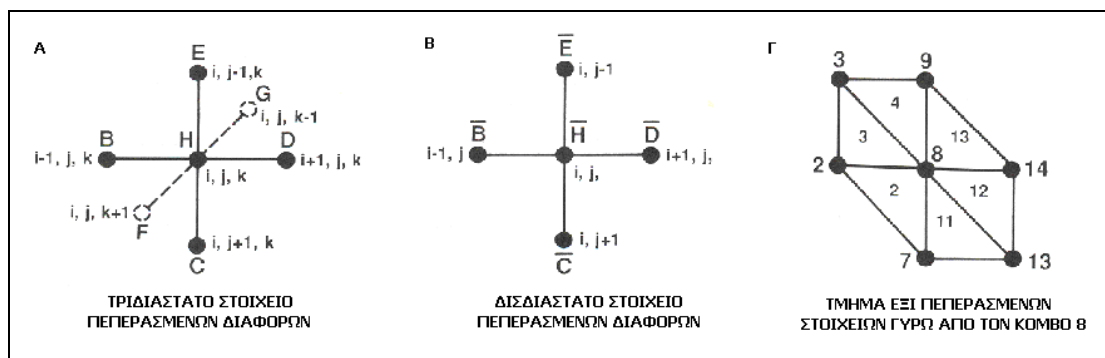
ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΕΣ ΔΙΑΦΟΡΕΣ	ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ
Ευκολία στην κατανόηση και τον προγραμματισμό	Καλύτερη προσέγγιση των ορίων ακανόνιστου σχήματος
	Ευκολία στην προσαρμογή του μεγέθους μεμονωμένων στοιχείων και στη θέση των ορίων
Μικρότερες απαιτήσεις σε στοιχεία για την κατασκευή πλέγματος	Καλύτερη διαχείριση των εσωτερικών ορίων
	Καλύτερη προσομοίωση σημειακών πηγών, επιφανειών με διαρροή και κινούμενων υδροφόρων οριζόντων

Πίνακας 3.1: Σύγκριση των προσεγγίσεων πεπερασμένων διαφορών και πεπερασμένων στοιχείων

Σε γενικές γραμμές πάντως η επιλογή της μίας ή της άλλης μεθόδου εξαρτάται από το εκάστοτε υπό επίλυση πρόβλημα και από τις προτιμήσεις του ίδιου του χρήστη.

Η γενική μορφή της έκφρασης των πεπερασμένων διαφορών για την εξίσωση (3.2) αναφορικά με το υπολογιστικό τμήμα A του σχήματος 3.3 είναι:

$$Bh_{i-1,j,k} + Ch_{i,j+1,k} + Dh_{i+1,j,k} + Eh_{i,j-1,k} + Fh_{i,j,k+1} + Gh_{i,j,k-1} + Hh_{i,j,k} = RHS_{i,j,k}$$



Σχήμα 3.3: Το μοντέλο των πεπερασμένων διαφορών [2].

Η εξίσωση για το υδραυλικό ύψος στον κόμβο i, j, k ($h_{i,j,k}$) περιέχει το υδραυλικό ύψος στον ίδιο τον κόμβο καθώς και τα υδραυλικά ύψη στους έξι γειτονικούς κόμβους. Κάθε υδραυλικό ύψος πολλαπλασιάζεται με ένα συντελεστή (B, C, D, E, F, G ή H) που είναι μια συνάρτηση της υδραυλικής αγωγιμότητας μεταξύ των κόμβων. Ο συντελεστής H είναι επίσης συνάρτηση του όρου της αποθήκευσης. Ο όρος $RHS_{i,j,k}$ περιλαμβάνει την αποθήκευση και τους όρους εμπλουτισμού στο δεξί μέλος της εξίσωσης.

Η δισδιάστατη ροή (που απεικονίζεται στο υπολογιστικό τμήμα B του παραπάνω σχήματος) αποδίδεται μαθηματικά από την εξίσωση:

$$\bar{B}h_{i-1,j} + \bar{C}h_{i,j+1} + \bar{D}h_{i+1,j} + \bar{E}h_{i,j-1} + \bar{H}h_{i,j} = RHS_{i,j}$$

όπου $\bar{B}, \bar{C}, \bar{D}, \bar{E}, \bar{H}$ είναι συντελεστές.

Και οι δύο παραπάνω εξισώσεις μπορούν να γραφούν ως εξισώσεις πινάκων υπό την μορφή $[A] \cdot \{h\} = \{f\}$, όπου $[A]$ ο πίνακας συντελεστών, $\{h\}$ το διάνυσμα των άγνωστων υδραυλικών υψών και $\{f\}$ το διάνυσμα των όρων του δεξιού μέλους (RHS) της εξίσωσης.

3.4 Μοντέλα πεπερασμένων διαφορών

Στα μοντέλα πεπερασμένων διαφορών οι ροές κατά μήκος του υδροφόρου ορίζοντα αντιπροσωπεύουν έναν όγκο ύδατος που εφαρμόζεται στην άνω περιοχή του κελιού ανά μονάδα χρόνου. Το μοντέλο μπορεί να έχει ένα χωριστό πίνακα για την εισαγωγή του εμπλουτισμού ή μπορεί ο εμπλουτισμός να προσομοιώνεται με πηγάδια. Στις τρισδιάστατες προσομοιώσεις η διαχείριση του εμπλουτισμού είναι απλούστερη όταν ο υδροφόρος ορίζοντας αναμένεται να βρίσκεται στο ανώτερο στρώμα του μοντέλου. Τότε το ανώτερο στρώμα ορίζεται ως μη περιορισμένο και ένας πίνακας με τους ρυθμούς εμπλουτισμού ή άντλησης καθορίζεται γι' αυτό. Όταν ο υδροφόρος ορίζοντας περνάει από περισσότερα στρώματα είναι απαραίτητη η χρήση μιας διαφορετικής προσέγγισης. Μια εναλλακτική είναι η τοποθέτηση ενός κόμβου εμπλουτισμού υπό τη μορφή ενός πηγαδιού επανατροφοδοσίας σε κάθε κόμβο του υδροφόρου ορίζοντα. Μπορεί να προκύψουν όμως προβλήματα επειδή τα μοντέλα πεπερασμένων διαφορών δεν επιβεβαιώνουν ότι το ύψος του ύδατος ισούται με το υδραυλικό ύψος λόγω πίεσης, συν το υδραυλικό ύψος λόγω θέσης στον υδροφόρο ορίζοντα. Για παράδειγμα, αν ο χρήστης ορίσει τη θέση του υδροφόρου ορίζοντα κατά τη διάρκεια της προσομοίωσης, το μοντέλο θα συνεχίσει να εφαρμόζει τον εμπλουτισμό στους καθορισμένους κόμβους του υδροφόρου ορίζοντα ακόμα και αν αυτό προκαλέσει το υδραυλικό ύψος να υπερβεί την κορυφή του στρώματος. Για την αποφυγή αυτού του προβλήματος αναπτύσσονται διάφορα πακέτα που μπορούν να ακολουθήσουν τις μεταβολές του υδροφόρου ορίζοντα είτε προς τα πάνω είτε προς τα κάτω.

3.5 Μοντέλα πεπερασμένων στοιχείων

Χαρακτηριστικό γνώρισμα αυτών των μοντέλων είναι ότι επιτρέπεται στο χρήστη να προσδιορίσει τις κατανεμημένες πηγές σε ένα στοιχείο και τις σημειακές πηγές ή καταβόθρες σε ένα κόμβο. Η κατάρτιση της εξίσωσης του πίνακα όμως μέσα στον κώδικα απαιτεί την αναδιανομή των κατανεμημένων πηγών και καταβόθρων σε κόμβους. Ο κώδικας πολλαπλασιάζει την εισαγόμενη στο μοντέλο για κάθε στοιχείο ροή επί την επιφάνεια του στοιχείου και ακολουθεί διανομή του ύδατος αναλογικά σε κάθε κόμβο του στοιχείου.

Κάποιοι κώδικες πεπερασμένων στοιχείων περιλαμβάνουν ένα μεταβλητό υδροφόρο ορίζοντα με παραμόρφωση των ανώτερων στοιχείων του πλέγματος ώστε να

εξασφαλιστεί ότι $h(x,y) = z(x,y)$ στους κόμβους του υδροφόρου ορίζοντα. Βέβαια, ο χρήστης πρέπει να προσέξει κατά τη δημιουργία του πλέγματος πεπερασμένων στοιχείων, έχοντας υπ' όψη την κίνηση του υδροφόρου ορίζοντα, ώστε η παραμόρφωση να μην αυξήσει το λόγο των δύο διαστάσεων πέρα από το συνιστάμενο όριο του [5].

3.6 Οριακές Συνθήκες

Οι οριακές συνθήκες αποτελούν τη μαθηματική δήλωση που καθορίζει την εξαρτημένη μεταβλητή (υδραυλικό ύψος) ή την παράγωγό της (ροή) στα όρια της περιοχής του προβλήματος.

Για τη σωστή δόμηση ενός μοντέλου, που καλείται να προσομοιώσει ένα πραγματικό πρόβλημα, ο σωστός ορισμός των οριακών συνθηκών είναι βασική προτεραιότητα. Σε προσομοιώσεις σταθερής κατάστασης, τα όρια καθορίζουν σε μεγάλο βαθμό τη μορφή της ροής.

Τα όρια μπορεί να οφείλονται στην πράξη σε διάφορες αιτίες. Ενδεικτικά, τα φυσικά όρια των συστημάτων ροής υπογείων υδάτων σχηματίζονται από τη φυσική παρουσία ενός αδιαπέρατου στρώματος βράχου ή από ένα στρώμα επιφανειακού ύδατος, ενώ διαφορετικού τύπου όρια σχηματίζονται ως αποτέλεσμα υδρολογικών συνθηκών, όπως η ύπαρξη υπόγειων χωρισμάτων και ποταμών.

Τα υδρογεωλογικά όρια εκφράζονται από τους ακόλουθους τρεις τύπους μαθηματικών συνθηκών:

- Τύπος 1: Όρια καθορισμένου υδραυλικού ύψους (Συνθήκες Dirichlet), για τα οποία το υδραυλικό ύψος είναι σταθερό.
- Τύπος 2: Όρια καθορισμένης ροής (Συνθήκες Neumann), για τα οποία η παράγωγος της ροής κατά μήκος του ορίου είναι σταθερή.
- Τύπος 3: Όρια εξαρτημένης από το υδραυλικό ύψος ροής (Συνθήκες Cauchy ή μικτού ορίου), για τα οποία η ροή κατά μήκος του ορίου υπολογίζεται με δεδομένη μία τιμή του υδραυλικού ύψους στο όριο. Αυτός ο τύπος οριακής συνθήκης καλείται μερικές φορές συνθήκη μικτού ορίου επειδή συσχετίζει τις οριακές τιμές της στάθμης με τη ροή.

Η επιλογή και προσθήκη μίας οριακής συνθήκης στο πλέγμα εξαρτάται από το αν το χρησιμοποιούμενο πλέγμα είναι πεπερασμένων διαφορών ή πεπερασμένων στοιχείων [2].

3.7 Προσομοίωση της ακόρεστης ζώνης

Τα μοντέλα ακόρεστης ζώνης είναι θεωρητικά πιο πολύπλοκα και χρειάζονται περισσότερες παραμέτρους πεδίου από τα μοντέλα κορεσμένης ζώνης, είναι όμως ιδιαίτερα χρήσιμα όταν απαιτείται η προσομοίωση του εμπλουτισμού για να καθοριστεί η πορεία του ύδατος που διηθείται προς τον υπόγειο υδροφόρο. Βασικό τους χαρακτηριστικό είναι ότι απαιτούν τη γνώση του ρυθμού εμπλουτισμού για να καθορίσουν την άνω οριακή συνθήκη, μια και η διήθηση που εισάγεται στο άνω όριο του μοντέλου ακόρεστης ζώνης θα φτάσει τελικά στον υδροφόρο ορίζοντα ως εμπλουτισμός εκτός και αν προσομοιωθεί ως εξατμισοδιαπνοή. Για το λόγο αυτό δε χρησιμοποιούνται ευρέως εκτός και αν υφίστανται λόγοι που να δικαιολογούν την πρόσθετη πολυπλοκότητα που συνεπάγεται αυτό το είδος μοντελοποίησης.

Στο παρελθόν έχουν χρησιμοποιηθεί για να προσομοιώσουν χρονικά την άφιξη του εμπλουτισμού στον υδροφόρο ορίζοντα. Η έξοδος του μοντέλου όμως μπορεί να χρησιμοποιηθεί και ως εμπλουτισμός σε ένα μοντέλο κορεσμένης ζώνης. Το μειονέκτημα αυτής της προσέγγισης είναι ότι τα μοντέλα για κορεσμένη και ακόρεστη ζώνη δεν συσχετίζονται μεταξύ τους.

Εναλλακτικά ένα μοντέλο που περιλαμβάνει και την κορεσμένη και την ακόρεστη ζώνη θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί για την προσομοίωση της απόκρισης του υδροφορέα στον εμπλουτισμό. Το πλεονέκτημα αυτού του τύπου μοντέλου είναι ότι το πεδίο ροής μεταξύ των δύο ζωνών είναι συνεχές και ο υδροφόρος ορίζοντας υπολογίζεται ως η επιφάνεια μηδενικής πίεσης ύδατος. Το μειονέκτημα χρήσης του συγκεκριμένου ή και οποιουδήποτε άλλου τύπου μοντέλου που περιέχει ακόρεστη ζώνη είναι η εισαγωγή σημαντικού βαθμού επιπλέον πολυπλοκότητας [2],[3].

3.8 Διαρροή

Ως διαρροή ορίζεται η κίνηση ύδατος διαμέσου ενός στρώματος υλικού του οποίου η κάθετη υδραυλική αγωγιμότητα είναι μικρότερη από αυτήν του υδροφορέα και μπορεί να προέρχεται από έναν ελεύθερο υδροφορέα, μια λίμνη ή ένα ποτάμι.

Η διαρροή μπορεί να έχει κατεύθυνση προς ή από τον υδροφορέα ανάλογα με τη διαφορά υδραυλικού ύψους μεταξύ του υδροφορέα και της πηγής που βρίσκεται από την άλλη πλευρά του στρώματος με διαρροή. Τόσο η κατεύθυνση όσο και ο όγκος της διαρροής μπορεί να αλλάζει κατά τη διάρκεια της προσομοίωσης, καθώς το υδραυλικό ύψος του υδροφορέα αλλάζει. Η διαρροή είναι ένα είδος ορίου εξαρτημένου από το υδραυλικό ύψος. Σε δισδιάστατες προσομοιώσεις, η διαρροή μέσα από περιοριστικά στρώματα εκφράζεται με έναν όρο. Η χρήση αυτού του όρου είναι επίσης ένας βολικός τρόπος προσομοίωσης μερική διείσδυσης από λίμνες και ποτάμια σε δισδιάστατα εμβαδικά μοντέλα. Σε μια προσομοίωση που χρησιμοποιεί την επιλογή της διαρροής, η πηγή της διαρροής δεν εμφανίζεται ρητά στο πλέγμα. Ο όγκος ύδατος που διαρρέει προστίθεται ή αφαιρείται από τον κόμβο που βρίσκεται ακριβώς κάτω από την πηγή της διαρροής. Εάν το υδραυλικό ύψος του υδροφορέα είναι μεγαλύτερο από εκείνο της πηγής, αφαιρείται ύδωρ από το μοντέλο. Στην αντίθετη περίπτωση προστίθεται ύδωρ μέσω διαρροής. Σε κάθε περίπτωση όμως ο όγκος της διαρροής υπολογίζεται από τον τύπο:

$$Q_L^* = -K_z' \cdot \left(\frac{h_{\text{source}} - h}{b'} \right) \cdot w \cdot l \quad (3.14)$$

όπου K_z' είναι η κάθετη υδραυλική αγωγιμότητα του στρώματος από το οποίο γίνεται η διαρροή και b' είναι το πάχος του. Οι παράμετροι w και l είναι το πλάτος και το μήκος αντίστοιχα της πηγής, h_{source} το υδραυλικό της ύψος και h το υδραυλικό ύψος του υδροφορέα, το οποίο υπολογίζεται από το μοντέλο. Ο χρήστης δίνει τις τιμές στα K_z' , b' , h_{source} , w και l .

Ο ογκομετρικός ρυθμός διαρροής (Q_L^*) πρέπει να μετατραπεί σε επιφανειακό ρυθμό διαρροής εφαρμοσμένο στην κορυφή του κελιού. Και εδώ παρουσιάζεται το πρόβλημα ότι η πηγή (η λίμνη ή το ποτάμι για παράδειγμα) μπορεί να είναι στενότερο από τα κελιά ή στοιχεία του μοντέλου. Τότε ο επιφανειακός ρυθμός διαρροής (L) θα πρέπει να προσαρμοστεί, ούτως ώστε ο όγκος που πηγάζει από επιφάνεια $w \cdot l$ να είναι ίσος με το όγκο που εφαρμόζεται στο κελί ή στοιχείο ($\Delta x \cdot \Delta y$). Δηλαδή,

$$\begin{aligned} Q_L^* &= L \cdot \Delta x \cdot \Delta y \\ \text{ή} \\ L &= Q_L^* / (\Delta x \cdot \Delta y) \end{aligned} \quad (3.15)$$

Σε αυτή την περίπτωση στο μοντέλο πρέπει να μπει ο τροποποιημένος λόγος:

$$\left(\frac{K'_z}{b'} \right)_m = \frac{K'_z}{b'} \cdot \frac{w \cdot l}{\Delta x \cdot \Delta y} \quad (3.16)$$

Με τον ίδιο τρόπο υπολογίζονται και οι διαρροές προς υπονόμους με τη μόνη διαφορά ότι αν οι υπόνομοι λειτουργούν μόνο σαν καταβόθρες. Δηλαδή δεν υπάρχει διαρροή από αυτούς προς τον υδροφορέα ακόμα κι αν το υδραυλικό ύψος του υδροφορέα είναι μικρότερο από αυτό των υπονόμων. Οι υπόνομοι μπορούν να θεωρηθεί γενικότερα ότι αντιπροσωπεύουν τη λειτουργία απομάκρυνσης ύδατος των ορυχείων, λατομείων, αγροτικών αποχετευτικών αγωγών και αγωγών γύρω από χωματερές [5].

3.9 Το μοντέλο PTC (Princeton Transport Code)

3.9.1 Οι βασικές εξισώσεις του μοντέλου PTC

Το PTC [6] χρησιμοποιεί το ακόλουθο σύστημα μερικών διαφορικών εξισώσεων για να αναπαραστήσει τη ροή υπογείων υδάτων με το υδραυλικό ύψος h ,

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(K_{xx} \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K_{yy} \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_{zz} \frac{\partial h}{\partial z} \right) - S \frac{\partial h}{\partial t} + Q = 0 \quad (3.17)$$

στοιχεία ταχύτητας,

$$V_x = -K_{xx} \frac{\partial h}{\partial x}, \quad V_y = -K_{yy} \frac{\partial h}{\partial y}, \quad V_z = -K_{zz} \frac{\partial h}{\partial z} \quad (3.18)$$

και μεταφορά ρύπων που περιγράφεται από τη συγκέντρωση c ,

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x} \left[D_{xx} \frac{\partial c}{\partial x} + D_{xy} \frac{\partial c}{\partial y} + D_{xz} \frac{\partial c}{\partial z} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[D_{yx} \frac{\partial c}{\partial x} + D_{yy} \frac{\partial c}{\partial y} + D_{yz} \frac{\partial c}{\partial z} \right] \\ & + \frac{\partial}{\partial z} \left[D_{zx} \frac{\partial c}{\partial x} + D_{zy} \frac{\partial c}{\partial y} + D_{zz} \frac{\partial c}{\partial z} \right] - \left(V_x \frac{\partial c}{\partial x} + V_y \frac{\partial c}{\partial y} + V_z \frac{\partial c}{\partial z} \right) \\ & + Q(c^w - c) - \theta [1 + E(c)] \left(\frac{\partial c}{\partial t} \right) = 0 \end{aligned} \quad (3.19)$$

Αυτές οι εξισώσεις προέρχονται από την αρχή διατήρησης της μάζας και τον νόμο του Darcy.

Η λύση των εξισώσεων ακολουθεί την παρακάτω διαδικασία:

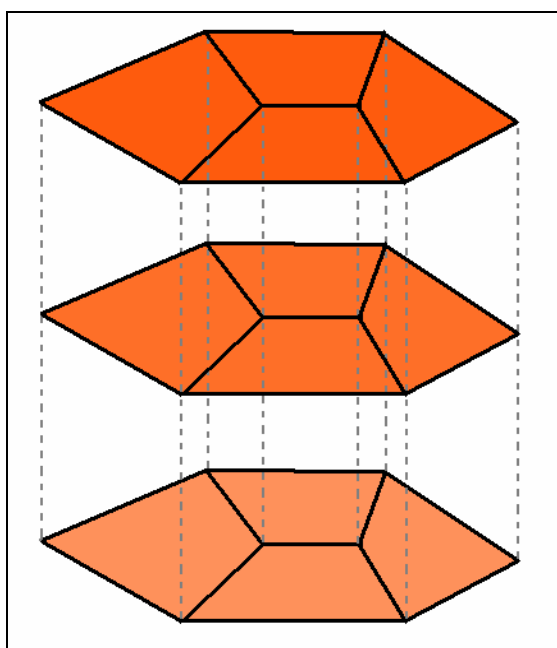
- υπολογίζονται τα υδραυλικά ύψη h από την (3.17)
- υπολογίζονται οι ταχύτητες του Darcy V_x, V_y, V_z από τη (3.18)

- λύνεται η (3.19) για την εύρεση της συγκέντρωσης του ρύπου c .

3.9.2 Ο αλγόριθμος επίλυσης του PTC

Η επίλυση των εξισώσεων (3.17) – (3.19) για πολύπλοκα φυσικά συστήματα συνήθως απαιτεί την εφαρμογή αριθμητικών μεθόδων. Για συστήματα σε κλίμακα πεδίου, η υπολογιστική προσπάθεια που σχετίζεται με την επίλυση των τρισδιάστατων εξισώσεων είναι πολύ μεγάλη. Το μοντέλο PTC χρησιμοποιεί ένα μοναδικό διαχωριστικό αλγόριθμο για να επιλύει τις πλήρεις τρισδιάστατες εξισώσεις, ο οποίος μειώνει το υπολογιστικό φορτίο σημαντικά [2].

Ο αλγόριθμος περιλαμβάνει το διαχωρισμό της περιοχής σε περίπου παράλληλα οριζόντια στρώματα. Μέσα σε αυτά γίνεται μια διακριτοποίηση πεπερασμένων στοιχείων με σκοπό να επιτευχθεί η ακριβής απεικόνιση ακανόνιστων περιοχών. Τα στρώματα συνδέονται κάθετα με μια διακριτοποίηση πεπερασμένων διαφορών. Αυτό το υβρίδιο, που συνδυάζει μεθόδους πεπερασμένων στοιχείων και πεπερασμένων διαφορών, παρέχει τη δυνατότητα εφαρμογής της διαχωριστικής διαδικασίας. Κατά τη διάρκεια μιας επανάληψης συγκεκριμένου χρόνου, όλοι οι υπολογισμοί χωρίζονται σε δύο βήματα. Στο πρώτο βήμα οι οριζόντιοι διαχωρισμοί πεπερασμένων στοιχείων επιλύονται ανεξάρτητα. Στο δεύτερο βήμα επιλύονται οι κάθετες εξισώσεις που συνδέουν τα στρώματα.



Σχήμα 3.4: Σχέδιο των οριζόντιων πλεγμάτων πεπερασμένων στοιχείων

σε στοιβες το ένα πάνω στο άλλο, παράγοντας τον τρισδιάστατο διαχωρισμό [2].

3.9.3 Τρισδιάστατη ροή υπογείων υδάτων

3.9.3.1 Βασική εξίσωση

Το PTC προσδιορίζει τα χαρακτηριστικά της ροής ενός υπόγειου συστήματος βρίσκοντας το υδραυλικό ύψος από την μερική διαφορική εξίσωση:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(K_{xx} \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K_{yy} \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_{zz} \frac{\partial h}{\partial z} \right) - S \frac{\partial h}{\partial t} + \sum_{i=1}^r Q_i \delta(x - x_i) \delta(y - y_i) \delta(z - z_i) = 0 \quad (3.20)$$

όπου,

h το υδραυλικό ύψος [L],

K_{xx} η υδραυλική αγωγιμότητα στην x οριζόντια διεύθυνση [LT^{-1}],

K_{yy} η υδραυλική αγωγιμότητα στην y οριζόντια διεύθυνση [LT^{-1}],

K_{zz} η υδραυλική αγωγιμότητα στην z (κάθετη) διεύθυνση [LT^{-1}],

S ο συντελεστής ειδικής αποθήκευσης [L^{-1}],

Q_i ένας όρος πηγής/καταβόθρας στη θέση i [L^3T^{-1}] (π.χ. αντλία – θετικές τιμές υποδηλώνουν εμπλουτισμό),

δ η συνάρτηση δέλτα του Dirac και

r ο αριθμός των σημείων που έχουν πηγή ή καταβόθρα.

Χάριν ευκολίας ο τελευταίος όρος της (3.20) θα γράφεται συντετμημένα ως Q.

Η εξίσωση του συστήματος (3.20) λύνεται αριθμητικά από το PTC με τη χρήση μεθόδων πεπερασμένων στοιχείων και πεπερασμένων διαφορών.

3.9.3.2 Εφαρμογή της μεθόδου πεπερασμένων στοιχείων

Το διαχωριστικό πλάνο ενεργειών που χρησιμοποιεί το PTC για την επίλυση της (3.20) περιλαμβάνει προσέγγιση των όρων της που περιέχουν παραγώγους του x και του y με χρήση μιας μεθόδου πεπερασμένων στοιχείων.

Η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων υποθέτει ότι υπάρχει ένα άπειρο άθροισμα συναρτήσεων, που θα αντιπροσωπεύει ακριβώς τη λύση της μερικής διαφορικής εξίσωσης, η οποία περιγράφει τη ροή του υπόγειου ύδατος [2], [6].

Μια πεπερασμένη προσέγγιση αυτής της σειράς είναι:

$$h(x, y, z, t) \approx \tilde{h}(x, y, z, t) = \sum_{i=1}^N h_i(z, t) w_i(x, y) \quad (3.21)$$

όπου

h το υδραυλικό ύψος [L],

\tilde{h} η προσεγγιστική σειρά του h [L],

h_i ένας μη καθορισμένος συντελεστής [L],

w_i μια βασική συνάρτηση (αδιάστατη) και

N ο αριθμός των κόμβων του δικτύου πεπερασμένων στοιχείων.

Η προσεγγιστική σειρά (3.21) δίνει μια ακριβή έκφραση όσο το N τείνει στο άπειρο (το \tilde{h} τείνει στο h). Με μια προσεκτική επιλογή των συναρτήσεων w_i , οι μη καθορισμένοι συντελεστές h_i γίνονται οι τιμές του υδραυλικού ύψους στους κόμβους με συντεταγμένες (x, y, z) . Σημαντική στην υπολογιστική αποτελεσματικότητα της μεθόδου πεπερασμένων στοιχείων είναι η χρήση συνεχών βασικών συναρτήσεων με ξεχωριστά βήματα, οι οποίες είναι μη μηδενικές μόνο πάνω από ένα μικρό κομμάτι ολόκληρης της περιοχής μελέτης. Αν και μπορούν να χρησιμοποιηθούν διαφορετικοί τύποι βασικών συναρτήσεων, το PTC χρησιμοποιεί γραμμικές βασικές συναρτήσεις με ξεχωριστά βήματα ανάμεσα σε γειτονικούς κόμβους πεπερασμένων στοιχείων.

Με βάση τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων αν και ο διαφορικός τελεστής L που λειτουργεί στο h ισούται με μηδέν, όταν το L λειτουργεί στην προσεγγιστική συνάρτηση εισάγεται ένα σφάλμα. Έτσι με μαθηματικούς τύπους η (3.20) γράφεται ως

$$L(h) = 0 \quad (3.22)$$

ενώ

$$L(\tilde{h}) = R \quad (3.23)$$

όπου R το υπολειμματικό σφάλμα.

Για την επίλυση της (3.21) με χρήση της μεθόδου πεπερασμένων στοιχείων επιχειρείται η ελαχιστοποίηση του υπολειμματικού R .

Αυτό επιτυγχάνεται αρχικά με τη θεώρηση μιας ολόκληρης ομάδας συναρτήσεων w_j . Αν τώρα εξαναγκαστεί το υπολειμματικό R να γίνει ορθογώνιο για κάθε πιθανή τιμή

του w_j ουσιαστικά εξαναγκάζεται να μηδενιστεί και με αυτό τον τρόπο επιτυγχάνεται μια λύση της (3.21). Διαφορετικά αυτό μπορεί να εκφραστεί ως:

$$L(\tilde{h}) = L(h) \text{ όταν } R = 0 \quad (3.24)$$

Το PTC χρησιμοποιεί την ίδια ομάδα συναρτήσεων για τις συναρτήσεις βάρους w_j όπως και για τις βασικές συναρτήσεις w_i . Αυτή η διαδικασία ονομάζεται μέθοδος Galerkin. Επομένως, τα w_i και w_j χρησιμοποιούνται εναλλακτικά στο υπόλοιπο αυτής της εργασίας [6],[2].

3.9.3.3 Εφαρμογή της μεθόδου πεπερασμένων διαφορών

Με βάση τα παραπάνω μπορεί να προκύψει η εξίσωση:

$$\mathbf{A}\mathbf{h} + \mathbf{B} \quad (3.25)$$

όπου τα έντονα κεφαλαία γράμματα αναπαριστούν τετραγωνικούς πίνακες (τα **A** και **B** έχουν διαστάσεις $N \times N$) και τα έντονα πεζά γράμματα αναπαριστούν διανύσματα (τα **h**, $\partial \mathbf{h} / \partial t$, **v** και **f** είναι διανύσματα μήκους N). Τα στοιχεία των **A**, **B**, **v** και **f** δίνονται από τύπους ενώ το **f** περιλαμβάνει, όπως προαναφέρθηκε, τις γνωστές οριακές συνθήκες.

Η Κάθετη Παράγωγος

Το κεντρικό στοιχείο αυτού του κώδικα είναι η χρήση ενός κεντρικού σχεδίου διαχωρισμού των χωρικών παραγώγων στην κατεύθυνση z . Ο κάθετος διαχωρισμός επιτυγχάνεται με την απαίτηση ότι τα οριζόντια πλέγματα πεπερασμένων στοιχείων πρέπει να επαναλαμβάνονται σε στρώματα με κόμβους στοιβαγμένους τον ένα πάνω στον άλλο όπως φαίνεται και στο Σχήμα 3.4. Αυτό σημαίνει ότι στην κάθετη διεύθυνση μια μονοδιάστατη εξίσωση πεπερασμένων διαφορών μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να προσεγγίσει το **v**.

Η Παράγωγος του Χρόνου

Η εμπειρία δείχνει ότι η ενδεχόμενη προσέγγιση προς τα πίσω διαφορίσης της παραγώγου του χρόνου εξασφαλίζει την πιο ακριβή λύση της υπόγειας ροής για δεδομένο κόστος.

Στην αναπαράσταση πίσω διαφορίσης χρησιμοποιείται ένα σύστημα διόρθωσης πρώτης τάξης για να προσεγγισθεί η παράγωγος του χρόνου και οι χωρικές παράγωγοι γράφονται για το νέο επίπεδο χρόνου.

Εφαρμόζοντας αυτό το σύστημα για κάθε επίπεδο παράγεται ένας πλήρης διαχωρισμός της (3.20), και λαμβάνεται ένα σύστημα $M \times N$ εξισώσεων με N αγνώστους στην (3.20) για κάθε ένα από τα M επίπεδα [6].

3.9.3.4 Οριακές Συνθήκες

Το PTC δέχεται τρεις τύπους οριακών συνθηκών στην εξίσωση της ροής. Οι τρεις αυτοί τύποι είναι οι συνθήκες Dirichlet (καθορισμένο υδραυλικό ύψος), Neumann (καθορισμένη ροή) και τρίτου τύπου (διαρροή).

Οι οριακές συνθήκες μπορεί να μεταβληθούν από το χρήστη κατά τη διάρκεια μιας προσομοίωσης. Η προεπιλεγμένη οριακή συνθήκη για όλα τα όρια είναι μηδενικής ροής. Αυτό υποδηλώνει περιορισμένο υδροφορέα με αδιαπέρατα στρώματα κάτω και γύρω από αυτόν. Επιλέγοντας διαφορετικές οριακές συνθήκες κατά μήκος της περιοχής μελέτης, ο χρήστης μπορεί να αναπαραστήσει άλλες υδρολογικές συνθήκες.

Καθορισμένο Υδραυλικό Ύψος

Τα όρια καθορισμένου υδραυλικού ύψους ορίζονται δηλώνοντας τους κόμβους και τη σταθερή τιμή υδραυλικού ύψους σε καθένα από αυτούς. Το πρόγραμμα αυτόματα ορίζει ως σταθερούς όρους τις γραμμές και στήλες του πίνακα των συντελεστών, που σχετίζονται με αυτούς τους κόμβους. Αφού οι κόμβοι με σταθερό υδραυλικό ύψος ουσιαστικά απαλοίζονται από την εξίσωση του πίνακα, απομένουν $(N \times M - N_c)$ εξισώσεις με $(N \times M - N_c)$ αγνώστους, όπου N_c ο ολικός αριθμός κόμβων με σταθερό υδραυλικό ύψος στην περιοχή μελέτης.

Καθορισμένη Ροή

Η μέθοδος πεπερασμένων στοιχείων παρέχει ένα πολύ απλό μέσο καθορισμού των οριακών συνθηκών καθορισμένης ροής.

Με την εφαρμογή του θεωρήματος του Green προκύπτει ένας οριακός όρος στις εξισώσεις του μοντέλου. Όταν η ροή θεωρείται σταθερή κατά μήκος ενός στοιχείου μήκους L η ολοκλήρωση των σχέσεων θα δίνει τις κομβικές κατανομές (όπως φαίνεται και στο σχήμα). Έτσι ο χρήστης αρκεί να ορίσει την ογκομετρική ροή σε ένα κόμβο για να αναπαραστήσει τη ροή κατά μήκος ενός ορίου. Η ροή λόγω άντλησης εισάγεται μαθηματικά επίσης με τον καθορισμό της ογκομετρικής ροής σε ένα κόμβο. Για διευκόλυνση της εισαγωγής ομοιόμορφης διήθησης το πρόγραμμα επιτρέπει τον

καθορισμό μιας κομβικής ροής διήθησης, ενώ κάνει αυτόματα ολοκλήρωση σε όλη την περιοχή για να καθορίσει την ογκομετρική ροή.

Τρίτου Τύπου

Οι οριακές συνθήκες διαρροής εισάγονται με μια μετατροπή των εξισώσεων του συστήματος. Έτσι εισάγεται ένας όρος αγωγιμότητας διαρροής (υδραυλική αγωγιμότητα προς την απόσταση). Ο όρος αυτός ολοκληρώνεται στην περιοχή και αναπαριστά την κάθετη διαρροή. Με τον κατάλληλο ορισμό της παραμέτρου που δηλώνεται από τον χρήστη, k_L , μπορεί να οριστεί οποιαδήποτε διαρροή [2], [6].

3.9.3.5 Συνθήκες Υδροφόρου Ορίζοντα

Η επιβολή του υδροφόρου ορίζοντα ή οριακών συνθηκών ελεύθερου υδροφορέα απαιτεί την εισαγωγή των δύο οριακών συνθηκών, οι οποίες εφαρμόζονται στο επίπεδο του νερού στο ανώτερο στρώμα.

Μια σχηματική αναπαράσταση της κατάστασης που περιέχει έναν κινούμενο υδροφόρο ορίζοντα, ο οποίος υπόκειται σε διήθηση μέτρου $R(x,y,t)$, φαίνεται στο Σχήμα 3.5, που ακολουθεί. Η σταθερή ανύψωση του άνω ορίου της περιοχής ροής δίνεται από τη σχέση $z = z_{M+1}(x,y,t)$ και η πραγματική ανύψωση δηλώνεται από τη σχέση $z = z_{WT}(x,y,t)$.

Η πρώτη οριακή συνθήκη δηλώνει ότι το επίπεδο του νερού στο ανώτερο στρώμα (h_M) ορίζει το πάχος του υδροφορέα στο ανώτερο στρώμα ($z_{WT}-z_M$). Σύμφωνα με αυτό σε κάθε κόμβο απαιτείται:

$$(z_{WT})_I = (h_M)_i \quad (3.25)$$

Θεωρείται ότι ο υδροφόρος ορίζοντας βρίσκεται πάντα στο ανώτερο στρώμα ($k = M$). Έτσι, όταν το πρόγραμμα υπολογίζει τα υδραυλικά ύψη στο ανώτερο στρώμα, ελέγχει αν οι τιμές του h_M στους κόμβους είναι μέσα στα περιθώρια ανύψωσης που δίνει η εξίσωση:

$$z_M \leq h_M \leq z_{M+1} \quad (3.26)$$

Το PTC δίνει ένα μήνυμα εάν παραβιάζεται η παραπάνω συνθήκη. Τυπώνει τη θέση του κόμβου, το μέγιστο πάχος κ.α. σχετικά με αυτή την παραβίαση και σταματά την εκτέλεση του προγράμματος. Εξάλλου η (3.26) πρέπει να ικανοποιείται και από τις αρχικές συνθήκες υδραυλικού ύψους. Αφού το z_{WT} ορίζει το πάχος του ανώτερου

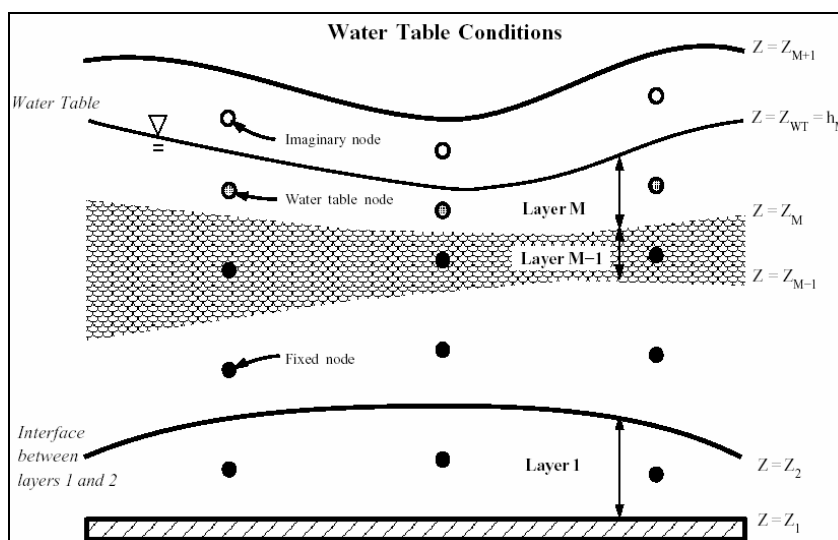
στρώματος, το οποίο βρίσκεται μέσα στους πίνακες των συντελεστών η (3.25) εισάγει μη γραμμικότητα στη λύση του συστήματος των εξισώσεων ροής. Αυτή η μη γραμμικότητα εξομαλύνεται με την επανάληψη του δεύτερου βήματος του αλγορίθμου. Οι επαναλήψεις γίνονται σε ένα συγκεκριμένο βήμα χρόνου. Όταν το h μεταβάλλεται λιγότερο από ένα ορισμένο σφάλμα E , μια δεδομένη τιμή αντοχής, οι επαναλήψεις σταματούν και οι υπολογισμοί προχωρούν στο επόμενο βήμα.

Η δεύτερη οριακή συνθήκη υδροφόρου ορίζοντα περιγράφει τη μη μόνιμη απόκριση του υδροφόρου ορίζοντα στον εμπλουτισμό. Αν θεωρηθεί ότι το S_y σημαίνει την ειδική απόδοση κοντά στον υδροφόρο ορίζοντα. Τότε οι σχετικές με την κατάσταση εξισώσεις δίνονται από την:

$$S_y \frac{\partial h}{\partial t} + K_z \frac{\partial h}{\partial z} = R \quad (3.27)$$

Χρησιμοποιώντας τους φανταστικούς κόμβους του στρώματος πάνω από το ανώτερο στρώμα ($M + 1$), η παραπάνω εξίσωση γράφεται με μορφή πεπερασμένων διαφορών, όπου για κάθε κόμβο i του ανώτερου στρώματος ($k = M$), S_{yi} είναι το πορώδες του υδροφορέα, R_i είναι η καθαρή κάθετη διήθηση, Δz_i είναι το πάχος του στρώματος, και $(K_z)_i$ είναι η κάθετη υδραυλική αγωγιμότητα.

Η εξίσωση που προκύπτει χρησιμοποιείται ως οριακή συνθήκη για τις τελικές εξισώσεις του μοντέλου όταν αυτό επιλύει το ανώτερο στρώμα $k = M$. Οι όροι που περιέχουν παραγώγους του χρόνου εισάγονται ως ανεξάρτητες μεταβλητές (άγνωστοι) στις τελικές εξισώσεις του συστήματος μόνο για το ανώτερο στρώμα [2], [6].



Σχήμα 3.5: Συνθήκες υδροφόρου ορίζοντα και βροχόπτωσης στο ανώτερο στρώμα [2].

3.9.4 Τρισδιάστατη μεταφορά ρύπου

Στο προηγούμενο κεφάλαιο έγινε περιγραφή της διαδικασίας υπολογισμού των μεταβατικών υδραυλικών υψών $h(x,y,z,t)$ με την επίλυση της εξίσωσης ροής. Σε αυτή την ενότητα παρουσιάζονται οι ανάλογες διαδικασίες για την εξίσωση μεταφοράς ρύπων.

3.9.4.1 Εξισώσεις του Συστήματος

Οι ταχύτητες του Darcy V_x , V_y and V_z υπολογίζονται ως ποσότητες στρογγυλοποιημένες στο μέσο όρο των στοιχείων. Οι όροι διασποράς από την εξίσωση μεταφοράς (3.19) δίνονται από τις εξισώσεις:

$$\begin{aligned} D_{xx} &= (\alpha_L V_x^2 + \alpha_T V_y^2 + \alpha_V V_z^2) / V + D_M \\ D_{yy} &= (\alpha_T V_x^2 + \alpha_L V_y^2 + \alpha_V V_z^2) / V + D_M \\ D_{zz} &= (\alpha_V V_x^2 + \alpha_V V_y^2 + \alpha_L V_z^2) / V + D_M \\ D_{yx} &= D_{xy} = (\alpha_L - \alpha_T) V_x V_y / V \\ D_{yz} &= D_{zy} = (\alpha_L - \alpha_V) V_y V_z / V \\ D_{zx} &= D_{xz} = (\alpha_L - \alpha_V) V_z V_x / V \end{aligned} \quad (3.28)$$

και οι υπόλοιποι όροι είναι

D_M ο συντελεστής μοριακής διάχυσης, συνήθως μικρός [L^2/T],

α_L ο συντελεστής κατά μήκους διασποράς [L],

α_T ο συντελεστής εγκάρσιας οριζόντιας διασποράς [L],

α_V ο συντελεστής εγκάρσιας κάθετης διασποράς [L],

V το μέτρο του διανύσματος της ταχύτητας [L/T] ($V \equiv \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2}$),

c η συγκέντρωση στο σημείο (x,y,z) σε χρόνο t [M/L^3],

θ το πορώδες του υδροφορέα [αδιάστατο],

$E(c)$ η συνάρτηση που αντιπροσωπεύει τις ιδιότητες της χημικής προσρόφησης,

Q η δύναμη άντλησης / εμπλουτισμού [$1/T$] ($Q \equiv Q_i \delta(x - x_i) \delta(y - y_i) \delta(z - z_i)$),

Q_i ο ογκομετρικός ρυθμός άντλησης / εμπλουτισμού [L^3/T] στο σημείο (x_i, y_i, z_i) ,

c_w η συγκέντρωση του νερού στο σημείο (x_i, y_i, z_i) ,

$\delta()$ είναι η συνάρτηση δέλτα του Dirac.

Σε όλες τις περιπτώσεις άντλησης ($Q_i \leq 0$), θεωρείται ότι η συγκέντρωση του νερού που αντλείται c_w ισούται με τη συγκέντρωση του νερού στο περιβάλλον γύρω από το σημείο αυτό c . Έτσι, σε όλες τις αντλίες ο όρος $Q(c_w - c)$ τίθεται ίσος με 0. Το μοντέλο συγκρατεί τους όρους με το Q μόνο όταν η αντλία εμπλουτίζει τον υδροφορέα ($Q_i > 0$) με συγκέντρωση εισερχόμενου νερού c_w .

3.9.4.2. Οριακές Συνθήκες

Το PTC δέχεται δύο τύπους οριακών συνθηκών στην εξίσωση μεταφοράς:

1. την καθορισμένη συγκέντρωση σε κάποιο κόμβο και
2. την καθορισμένη ροή συμμεταφοράς

Οι οριακές συνθήκες είναι μηδενική ροή από διασπορά στα κάθετα όρια και μηδενική ολική ροή ρύπου στα άνω και κάτω όρια.

Οι καθορισμένες συγκεντρώσεις κόμβων δίνονται απευθείας από το χρήστη, ενώ οι καθορισμένες ροές συμμεταφοράς δίνονται μέσω δήλωσης μιας συγκέντρωσης συσχετισμένης με τις ογκομετρικές ροές υγρών στα δεδομένα του προγράμματος. Ομοίως έμμεσα η καθορισμένη ροή συμμεταφοράς εισάγεται μέσω της συγκέντρωσης, που σχετίζεται με το διαρρέον υγρό στην οριακή συνθήκη ροής τρίτου τύπου [6].

3.10 Εφαρμογή του PTC στο υπό μελέτη πρόβλημα

Η προσομοίωση της κατάστασης των υπογείων υδάτων στην περιοχή μελέτης με χρήση του μοντέλου PTC απαιτεί την εισαγωγή μίας σειράς στοιχείων, που αφορούν στις ιδιαίτερες συνθήκες που επικρατούν εκεί. Τα στοιχεία αυτά αφορούν στις υδραυλικές αγωγιμότητες, στα υψόμετρα της περιοχής, στις αρχικές και τις οριακές συνθήκες, στη βροχόπτωση, στις θέσεις των πηγαδιών άντλησης και ρυθμούς άντλησης, στη χρονική διάρκεια της προσομοίωσης κ.ά.

Μετά την εφαρμογή του PTC θα είναι γνωστά τα υδραυλικά ύψη του υπόγειου υδροφορέα σε όλα τα σημεία της περιοχής.

Το μοντέλο έχει τη δυνατότητα να εισάγει και την παράμετρο της ρύπανσης του υδροφορέα, προσομοιώνοντας τη διάδοση του ρύπου μετά από ορισμένο χρόνο, λόγω της μεταφοράς του από το νερό.

Παρακάτω περιγράφεται η διαδικασία 'δόμησης' του δεδομένου προβλήματος στο μοντέλο.

1. Αρχικά εισάγονται οι χάρτες της περιοχής μελέτης με τρόπο ώστε να αλληλεπικαλύπτονται. Επειδή το μοντέλο λειτουργεί με επίπεδα (layers) κάθε σημείο του ενός χάρτη θα πρέπει να αντιστοιχεί στο αντίστοιχο του άλλου. Επίσης οι χάρτες είναι της ίδιας κλίμακας (1 : 50000) και περιέχουν στοιχεία ο μέν τοπογραφικός για τα πηγάδια που υπάρχουν στην ευρύτερη περιοχή και την τοπογραφία, ο δε υδρογεωλογικός για τη γεωλογία και τα πετρώματα που συναντώνται.
2. Δημιουργείται ένα νέο αρχείο PTC στο οποίο καθορίζεται τριγωνικός τύπος κανάβου και ο αριθμός των επιπέδων (layers) εργασίας. Από τους δύο τύπους κανάβου (τριγωνικό και ορθογωνικό) προτιμάται ο πρώτος, γιατί καλύπτει με μεγαλύτερη ακρίβεια την εκάστοτε περιοχή, ειδικά σε περιπτώσεις με έντονη μορφολογία.
3. Καθορίζονται οι παράμετροι μελέτης (π.χ. ροή, άντληση, ταχύτητα κ.λπ.) καθώς και ειδικές χρονικές παράμετροι. Η προσομοίωση πραγματοποιείται για 10 έτη, καθένα από τα οποία διαιρείται σε δύο περιόδους (θερινή – χειμερινή). Η θερινή περίοδος θεωρείται ότι έχει διάρκεια 240 ημερών και η χειμερινή 120. Ορίζονται 100 χρονικά βήματα για κάθε περίοδο.
4. Με βάση τους χάρτες ψηφιοποιείται η περιοχή μελέτης, ώστε τελικά να προκύψει μία κλειστή γραμμή που ουσιαστικά αντιπροσωπεύει τον 'όγκο ελέγχου' του μοντέλου (domain outline) και ταυτόχρονα καθορίζεται η πυκνότητα του κανάβου (που τίθεται ίση με 25).
5. Εισάγονται οι οριακές συνθήκες. Κατά μήκος της θάλασσας θεωρείται οριακή συνθήκη πρώτου τύπου (που υποδηλώνει σταθερό υδραυλικό ύψος ή σταθερή συγκέντρωση) και τίθεται υδραυλικό ύψος ίσο με 100m και για τις 20 χρονικές περιόδους της προσομοίωσης. Οι πέντε επόμενες οριακές συνθήκες είναι δεύτερου τύπου (που υποδηλώνει σταθερή ροή) και αφορούν αποκλειστικά την παροχή. Αναλυτικότερα:

Α. Εισροή $100 \text{ m}^2/\text{day}$ κατά τη θερινή περίοδο και $200 \text{ m}^2/\text{day}$ κατά τη χειμερινή περίοδο.

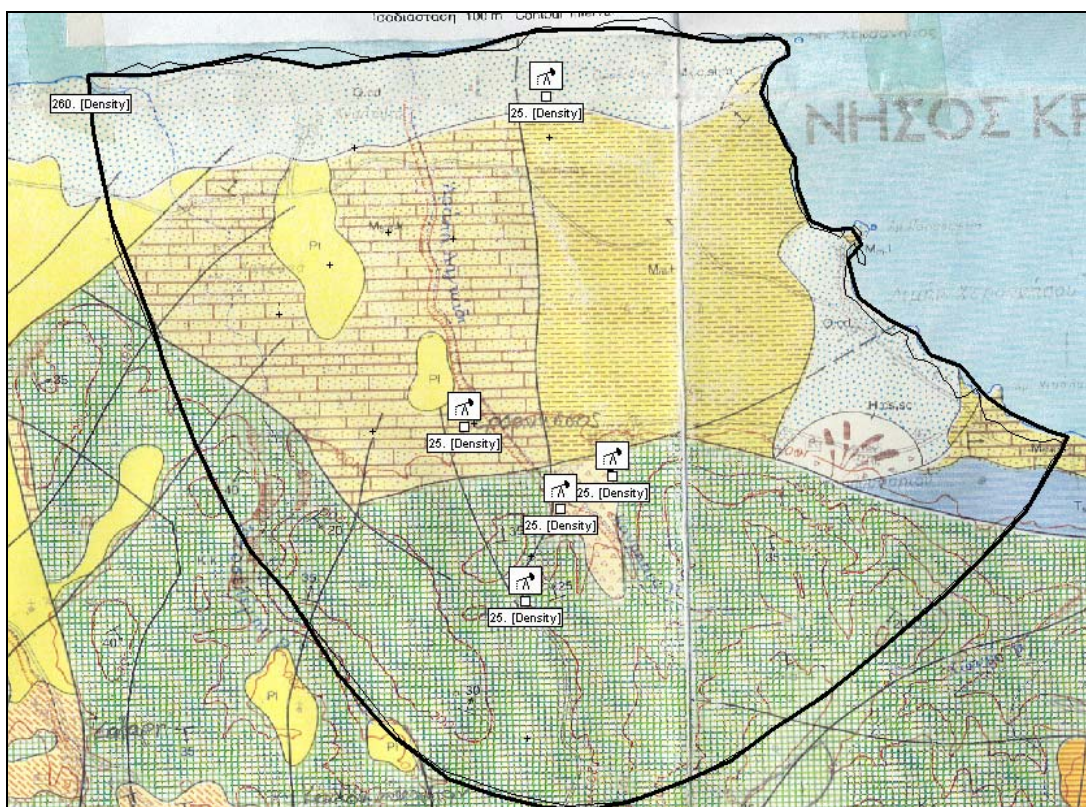
Β. Εισροή $2700 \text{ m}^2/\text{day}$ κατά τη θερινή περίοδο και $2800 \text{ m}^2/\text{day}$ κατά τη χειμερινή περίοδο.

Γ. Εισροή $400 \text{ m}^2/\text{day}$ κατά τη θερινή περίοδο και $500 \text{ m}^2/\text{day}$ κατά τη χειμερινή περίοδο.

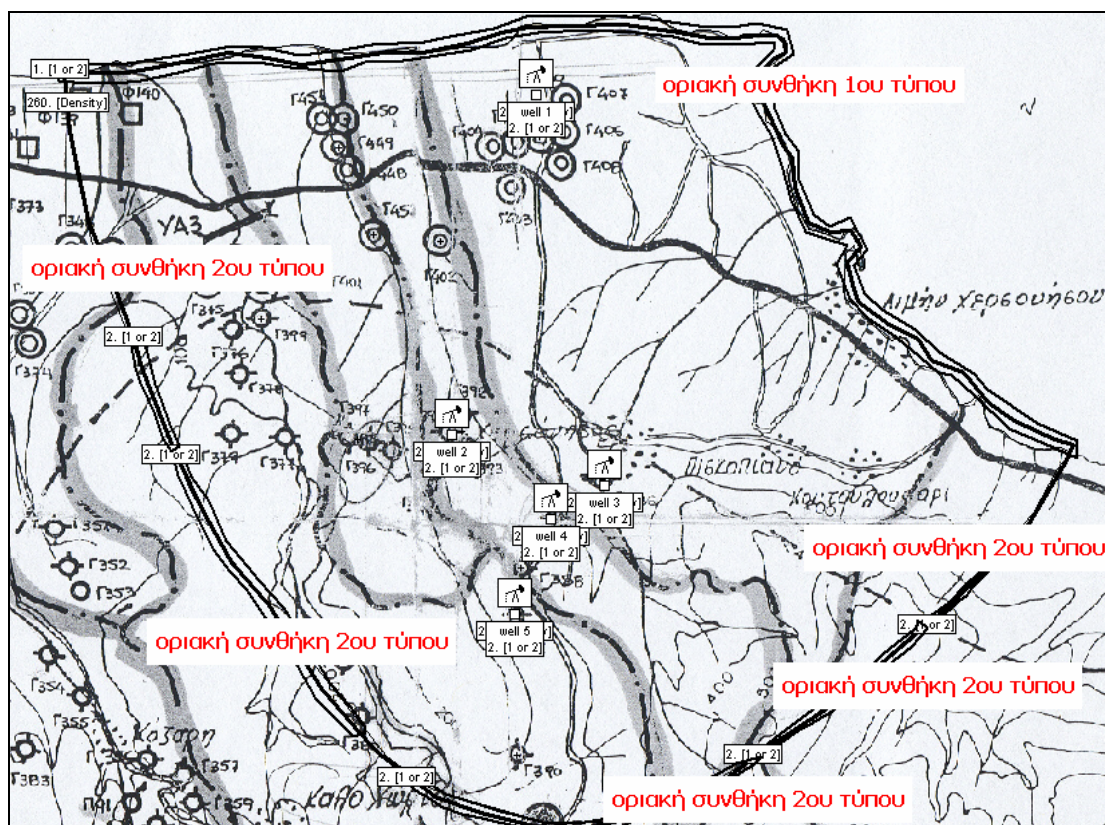
Δ. Εισροή $900 \text{ m}^2/\text{day}$ κατά τη θερινή περίοδο και $1200 \text{ m}^2/\text{day}$ κατά τη χειμερινή περίοδο.

Ε. Εισροή $100 \text{ m}^2/\text{day}$ κατά τη θερινή περίοδο και $200 \text{ m}^2/\text{day}$ κατά τη χειμερινή περίοδο.

Οι παραπάνω τιμές αυτές έχουν προσαρμοστεί ανάλογα με τη χρονική περίοδο, καθώς το χειμώνα αναμένεται μεγαλύτερη εισροή νερού (λιώσιμο του χιονιού από τα βουνά, μεγαλύτερη βροχόπτωση, μικρότερες τιμές άντλησης).



Σχήμα 3.6: Ο υδρογεωλογικός χάρτης και η ορισμένη περιοχή μελέτης (domain outline).



Σχήμα 3.7: Ο τοπογραφικός χάρτης της περιοχής με τα πηγάδια άντλησης και τις οριακές συνθήκες.

6. Εισάγονται οι αρχικές συνθήκες. Το αρχικό υδραυλικό ύψος στην επιφάνεια της θάλασσας τίθεται 100m. Για την εισαγωγή του υψομέτρου αρκεί η ψηφιοποίηση των ισοϋψών καμπύλων από τον τοπογραφικό χάρτη. Στη συνέχεια εφαρμόστηκε η μέθοδος της παρεμβολής (interpolation method), ώστε να ενσωματώσει το μοντέλο τα διάφορα ύψη υπολογιστικά και να είναι σε θέση να αναπαραστήσει με ακρίβεια το ανάγλυφο της περιοχής. Στα απόλυτα υψόμετρα της περιοχής προστέθηκαν 100 μέτρα επειδή το επίπεδο αναφοράς βρίσκεται 100 μέτρα κάτω από την επιφάνεια της θάλασσας.

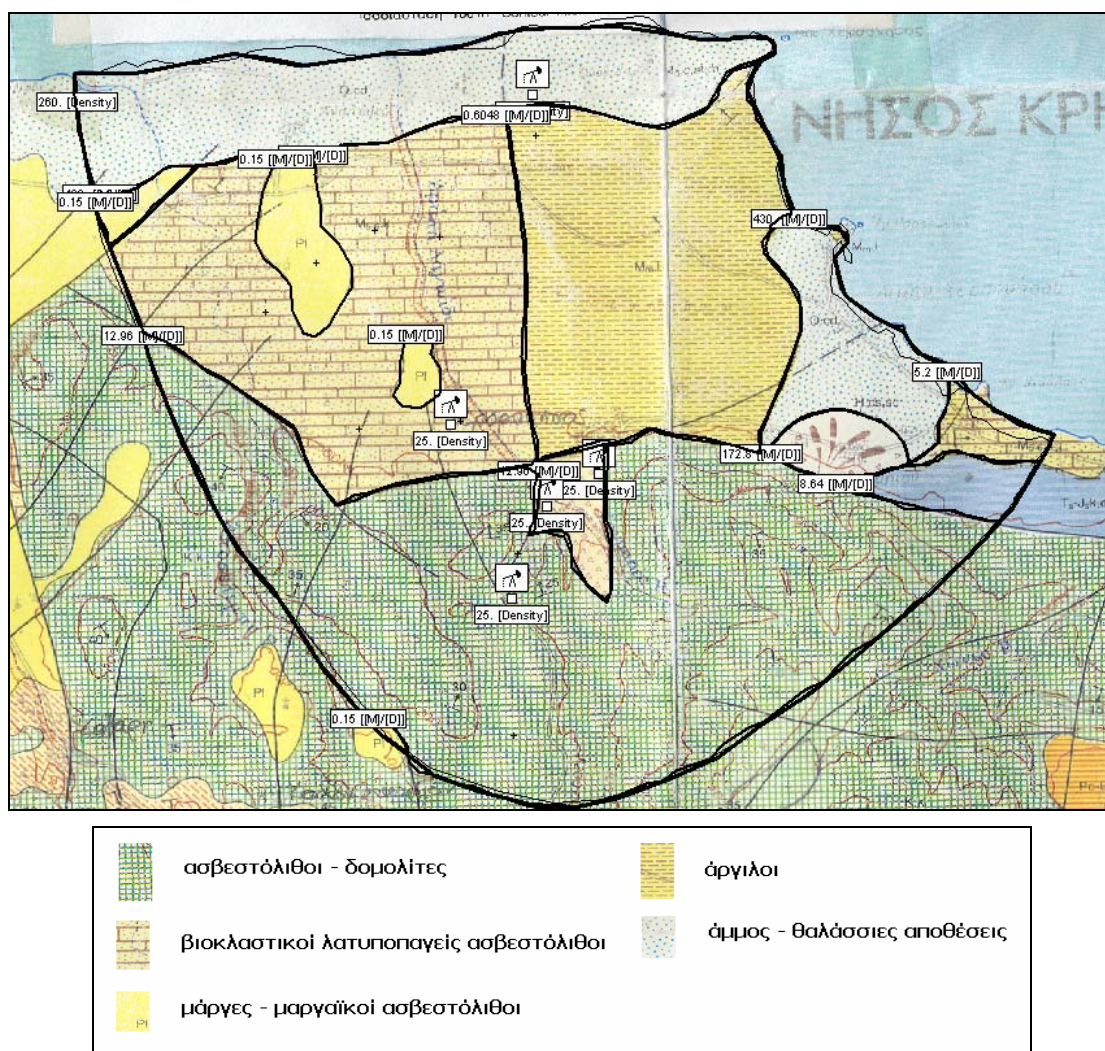
7. Εισάγεται η υδραυλική αγωγιμότητα. Για να γίνει αυτό απαιτείται διακριτοποίηση των επιμέρους υδρογεωλογικών ενοτήτων, ανάλογα με χαρακτηριστικά τους.

Τα πετρώματα της περιοχής είναι κατά κύριο λόγο ασβεστόλιθοι (με πράσινο χρώμα στο χάρτη). Στο κέντρο της περιοχής υπάρχουν βιοκλαστικοί λατυποπαγείς ασβεστόλιθοι (αχνό πορτοκαλί χρώμα) μέσα στους οποίους υπάρχουν 'φακοί' από μάργες και μαργαϊκούς ασβεστόλιθους (με έντονο κίτρινο χρώμα). Ανατολικά συναντώνται ιλυούχες άργιλοι και καλά διαβαθμισμένες άμμοι (ελαφρύ κίτρινο χρώμα) ενώ κατά μήκος της ακτής

υπάρχουν άμμοι ακτών και χαλαρά αργιλοσαμώδη (γαλάζιο χρώμα). Ακολουθούν τυπικές τιμές υδραυλικής αγωγιμότητας για τα πετρώματα αυτά [3].

Πετρώματα	Υδραυλική αγωγιμότητα (m/d)
Ασβεστόλιθοι – Δομολίτες	12.96
Βιοκλαστικοί λατυποπαγείς ασβεστόλιθοι	5.2
Μάργες - Μαργαϊκοί ασβεστόλιθοι	0.15
Άργιλος	0.6048
Άμμος – θαλάσσιες αποθέσεις	430

Πίνακας 3.2: Οι υδραυλικές αγωγιμότητες των πετρωμάτων στην περιοχή μελέτης



Σχήμα 3.8: Ο υδρογεωλογικός χάρτης της περιοχής πάνω στον οποίο διακρίνονται οι αυτόνομες υδρογεωλογικές ενότητες, καθεμία από τις οποίες διακρίνεται από διαφορετική υδραυλική αγωγιμότητα.

8. Εισάγονται ψηφιακά τα πηγάδια άντλησης. Από τον τοπογραφικό χάρτη και από στοιχεία των αρμόδιων υπηρεσιών βρέθηκαν οι ακριβείς θέσεις των δημοτικών πηγαδιών άντλησης και οι αντίστοιχες μέγιστες παροχές τους. Εκτός από τα πέντε αυτά πηγάδια, είναι βέβαιο πως στην περιοχή υπάρχει πλήθος από ιδιωτικές γεωτρήσεις, κάποιες από τις οποίες έχουν δηλωθεί επίσημα και λειτουργούν νόμιμα ενώ κάποιες άλλες όχι. Για τις ανάγκες της μελέτης ελήφθησαν υπ' όψη μόνο τα δημοτικά πηγάδια.

Και στην περίπτωση αυτή τα πηγάδια άντλησης αντιστοιχούν σε οριακή συνθήκη δεύτερου τύπου, αφού αντλούν με σταθερή παροχή. Για κάθε πηγάδι ορίζεται η φόρτιση για τις 20 χρονικές περιόδους του μοντέλου. Τη χειμερινή περίοδο γίνεται η υπόθεση πως δεν πραγματοποιείται άντληση. Κατά τη θερινή περίοδο, οι παροχές δίνονται στο μοντέλο με αρνητικό πρόσημο, που υποδηλώνει την άντληση.

Αριθμός πηγαδιού άντλησης	Βάθος (m)	Μέγιστη παροχή άντλησης (m ³ /d)	Ιδιοκτήτης
Γ386	105	1800	Δήμος Χερσονήσου
Γ387	148	2520	Δήμος Χερσονήσου
Γ389	180	576	Δήμος Χερσονήσου
Γ393	148	2520	Δήμος Χερσονήσου
Γ403	65	146	Δήμος Χερσονήσου

Πίνακας 3.4: Τα πέντε πηγάδια άντλησης.

9. Εισάγεται η παράμετρος της βροχόπτωσης (αν και μόνο για τη χειμερινή περίοδο, μια και τότε το φαινόμενο είναι ιδιαίτερα έντονο). Η βροχόπτωση επηρεάζει άμεσα τα υπόγεια ύδατα καθώς το κατακρημνιζόμενο νερό καταλήγει στους υδροφορείς με τη διεργασία της διήθησης. Σύμφωνα με την υδρολογική μελέτη του νομού Ηρακλείου, το ποσοστό του όγκου της βροχόπτωσης που διηθείται είναι 11% για αδιαπέραστους σχηματισμούς και 23% για διαπερατούς. Από την συνολική έκταση που καταλαμβάνει η περιοχή

μελέτης ($17.729.185 \text{ m}^2$), το 77.77% αποτελούν οι υδροπερατοί σχηματισμοί ($13.788.415 \text{ m}^2$), ενώ το υπόλοιπο 22.23% οι αδιαπέραστοι ($3.941.070 \text{ m}^2$). Αν από το τμήμα των υδροπερατών αφαιρεθεί των κατοικημένων εκτάσεων όπου ουσιαστικά η διήθηση είναι μηδενική, υπολείπεται το 46.7% ($10.637.511 \text{ m}^2$). Οπότε η διήθηση θα είναι :

- Για τους υδροπερατούς σχηματισμούς:

$$46.7\% \times 23\% \times 483.2\text{mm} = 51.9 \text{ mm/yr}$$

- Για τους αδιαπέραστους σχηματισμούς:

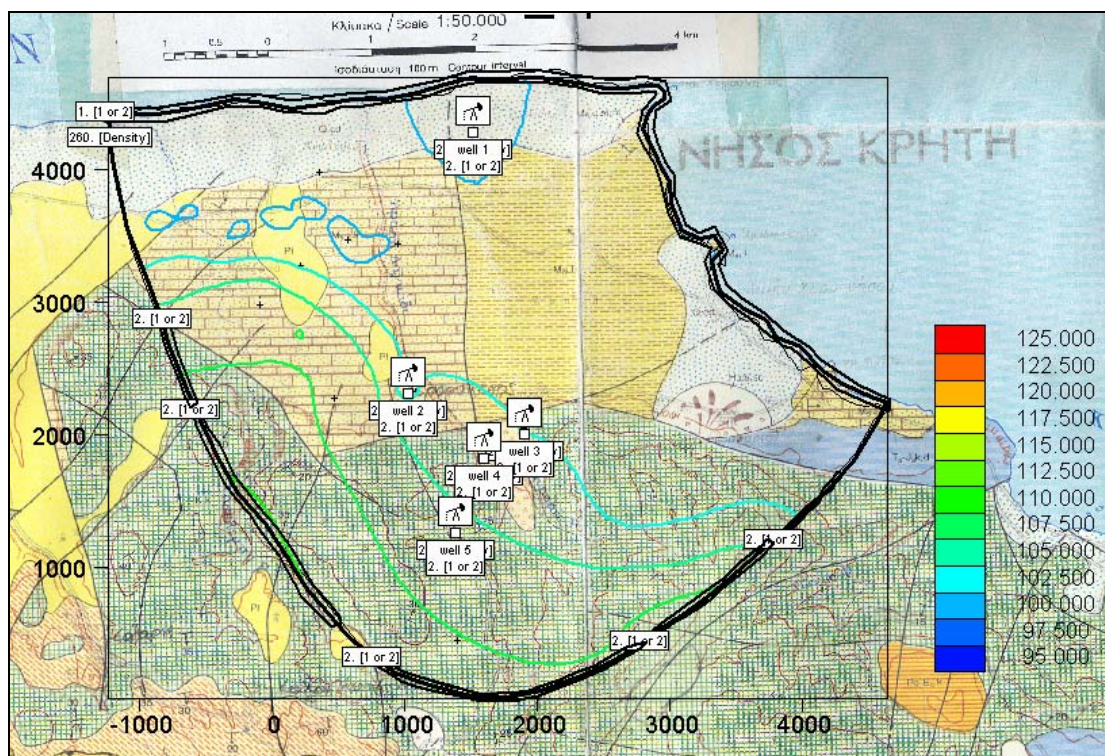
$$22.23\% \times 11\% \times 483.2\text{mm} = 11.81 \text{ mm/yr}$$

Άρα το σύνολο της διήθησης ανέρχεται σε $51.9 + 11.81 = 63.71 \text{ mm/yr}$ και επειδή η χειμερινή περίοδος αποτελείται από 120 μέρες, ο όρος που εισάγεται στο μοντέλο και αφορά τη βροχόπτωση είναι 0.000531 m/d .

10. Δημιουργείται ο κানাβος, που διαιρεί την περιοχή σε τριγωνικά πεπερασμένα στοιχεία. Στην κορυφή κάθε τριγώνου υπάρχει ένας κόμβος. Συνολικά στο δεδομένο πρόβλημα με την υπάρχουσα δομή του μοντέλου κατασκευάστηκε κানাβος αποτελούμενος από 1050 κόμβους.

11. 'Τρέχει' το μοντέλο.

12. Αναπαρίστανται γραφικά τα υδραυλικά ύψη με βάση το αρχείο εξόδου, που αναφέρεται στην τελευταία περίοδο προσομοίωσης και προκύπτει το ακόλουθο διάγραμμα.



Σχήμα 3.9: Η προσομοίωση της υπόγειας ροής μετά την πάροδο 10 ετών, θεωρώντας όλα τα πηγάδια να αντλούν με τις μέγιστες παροχές.

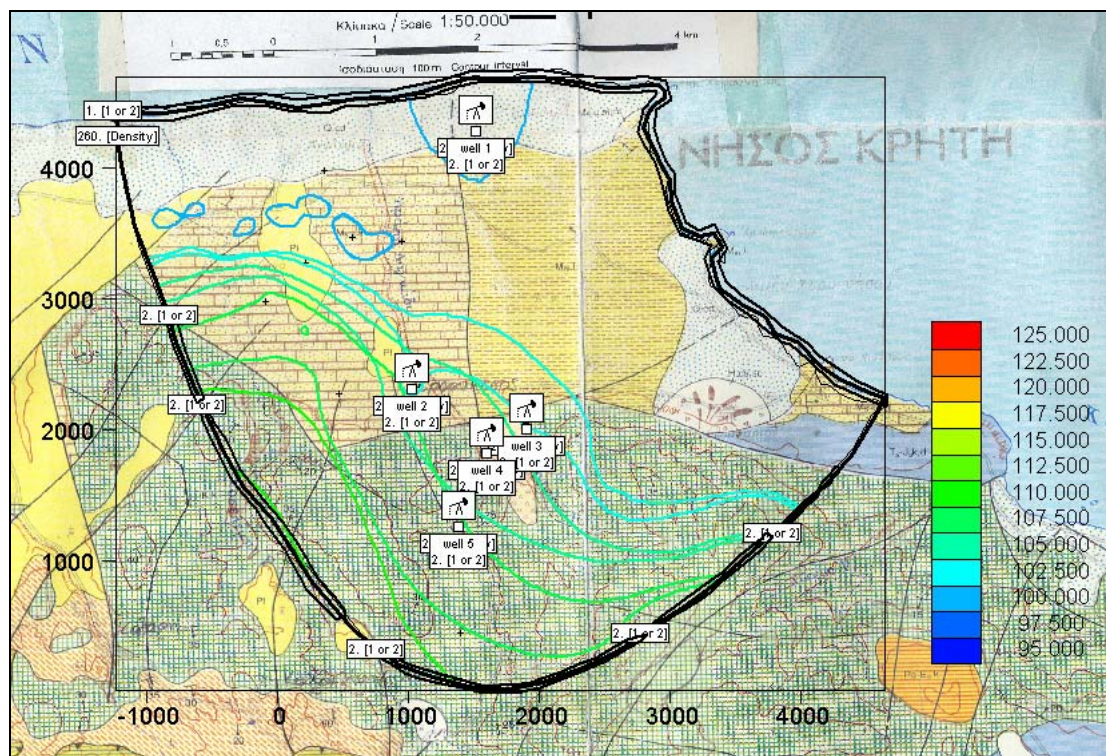
Όπως αναφέρθηκε προηγουμένως, το υδραυλικό ύψος της θάλασσας είναι 100m. Λαμβάνοντας υπ' όψη τη σχέση των Ghyben – Herzberg, που αναφέρθηκε προηγουμένως

$$\xi = \frac{\rho_f}{\rho_s - \rho_f} h_f \approx 40h_f$$

και δεδομένου ότι $\xi=100\text{m}$ (η θέση της διεπιφάνειας κάτω από τη στάθμη της θάλασσας) μπορεί εύκολα να υπολογιστεί το υδραυλικό ύψος του φρέσκου νερού πάνω από τη στάθμη της θάλασσας $h_f=2.5\text{m}$. Κατά συνέπεια το υδραυλικό ύψος της διεπιφάνειας μεταξύ φρέσκου και αλμυρού νερού θα είναι $h=100+2.5=102.5\text{m}$, που στην ουσία είναι ένδειξη του μετώπου της υφαλμύρωσης.

Για το λόγο αυτό και οι γραφικές αναπαραστάσεις έχουν σχεδιαστεί με ανάλογη κλίμακα, ώστε σε κάθε προσομοίωση να είναι εμφανής η θέση του μετώπου (που εμφανίζεται με τη γαλάζια γραμμή των 102.5m).

Για να υπάρχει μία πιο συνολική εικόνα της κατάστασης των υπογείων υδάτων, αλλά και επειδή θα χρειαστεί στο επόμενο στάδιο της βελτιστοποίησης, παρατίθεται στη συνέχεια πάνω στον προηγούμενο χάρτη και η γραφική αναπαράσταση στην περίπτωση που και τα πέντε πηγάδια είναι κλειστά.



Σχήμα 3.10: Η ταυτόχρονη παράθεση των γραφικών αναπαραστάσεων της υπόγειας ροής για όλα τα πηγάδια κλειστά και όλα τα πηγάδια ανοιχτά.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4 – ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΜΕΘΟΔΩΝ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ ΣΤΗ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗ ΤΩΝ ΥΠΟΓΕΙΩΝ ΥΔΑΤΩΝ

4.1 Ορισμός του προβλήματος

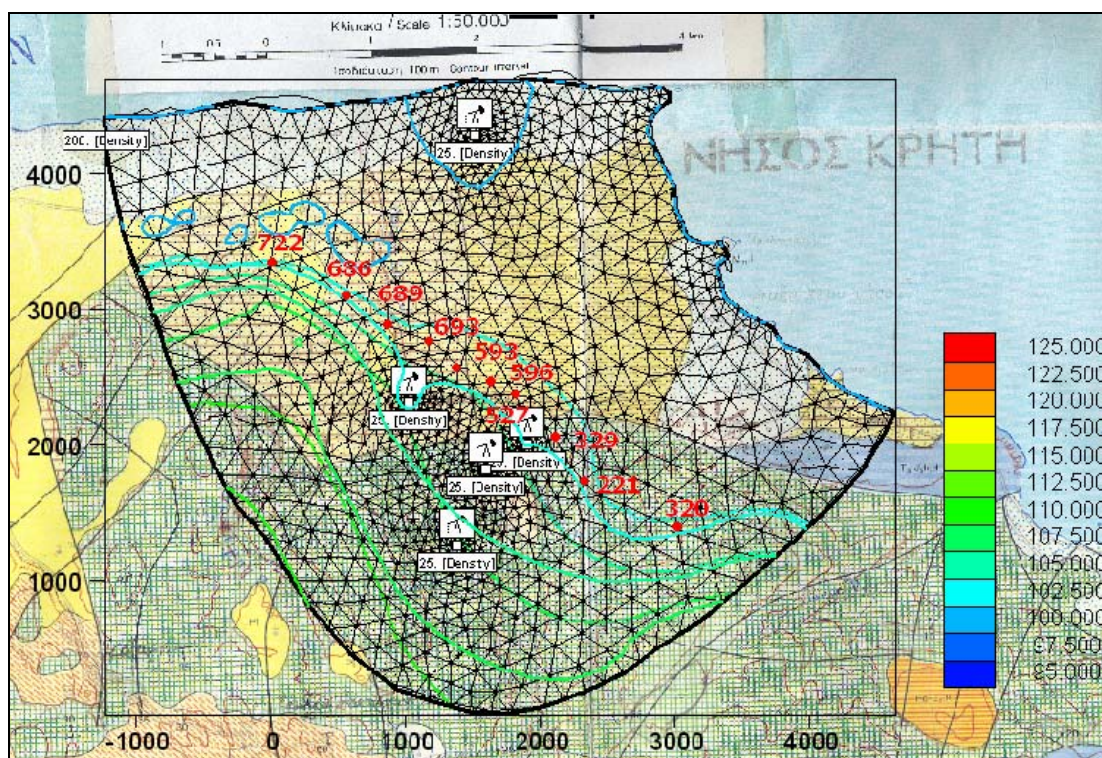
Όπως αναλύθηκε και στο κεφάλαιο 3, όπου παρουσιάστηκε η προσομοίωση της ροής των υπογείων υδάτων με την πάροδο του χρόνου, στην περιοχή μελέτης ελήφθησαν πέντε πηγάδια άντλησης, τα οποία ανήκουν στο Δήμο Χερσονήσου. Οι μέγιστες παροχές άντλησης είναι διαφορετικές για κάθε πηγάδι ενώ, από την άποψη της θέσης, βρίσκονται διεσπαρμένα σε διαφορετικά σημεία, τόσο αναφορικά με τις υδρογεωλογικές συνθήκες όσο και αναφορικά με τις προοπτικές υφαλμύρωσης.

Ο στόχος της βελτιστοποίησης είναι να μεγιστοποιηθεί η άντληση από τα πηγάδια αυτά χωρίς όμως να ενταθεί το ήδη διογκωμένο πρόβλημα υφαλμύρωσης. Ως προς τον περιορισμό του φαινομένου θα μπορούσαν να τεθούν διάφοροι στόχοι, ανάλογα με τις πρακτικές ανάγκες και τις ιδιαίτερες συνθήκες της περιοχής (π.χ. θα μπορούσε να θεωρηθεί πως το μέτωπο της υφαλμύρωσης δεν επιτρέπεται να εισέλθει σε τέτοιο βάθος μέσα στην ενδοχώρα, που θα μπορούσαν να βλάπτονται οι πλησιέστερες προς τη θάλασσα καλλιέργειες). Στο συγκεκριμένο πρόβλημα ο στόχος που τίθεται εξυπηρετεί απλά και μόνο τις ανάγκες της βελτιστοποίησης και έχει ρεαλιστικά, όχι όμως και πραγματικά χαρακτηριστικά.

Στα σχήματα 3.9 και 3.10 φαίνεται η προσομοίωση του μετώπου της υφαλμύρωσης μετά από 10 χρόνια με τα πέντε πηγάδια κλειστά και ανοικτά αντίστοιχα. Λαμβάνονται δέκα σημεία ανάμεσα στα δύο μέτωπα με κατά το δυνατό μεγάλη αντιπροσωπευτικότητα. Τα σημεία αυτά με φορά από τα δυτικά προς τα ανατολικά βρίσκονται στους κόμβους 722, 686, 689, 693, 593, 596, 527, 329, 221 και 320 και στο εξής θα αναφέρονται ως πηγάδια παρατήρησης 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 και 10.

Πρόκειται ουσιαστικά για δέκα κόμβους παρατήρησης, από τα οποία θα εξετάζεται η επίδραση των διαφόρων αλλαγών στην κατάσταση των υπογείων υδάτων της υπό μελέτη περιοχής.

Η νοητή καμπύλη που σχηματίζουν οι κόμβοι μεταξύ τους θεωρείται πως είναι η οριακά επιτρεπτή θέση για τη μετατόπιση του μετώπου υφαλμύρωσης προς την ενδοχώρα. Ή αλλιώς, δεδομένου ότι υπολογίστηκε ότι το φαινόμενου της υφαλμύρωσης εμφανίζεται σε υδραυλικό ύψος 102.5 μέτρων, το ελάχιστο επιτρεπτό υδραυλικό ύψος στους κόμβους παρατήρησης είναι 102.5. Με τον τρόπο αυτό ορίστηκε ο περιορισμός του προβλήματος βελτιστοποίησης.



Σχήμα 4.1: Η προσομοίωση της κατάστασης των υπογείων υδάτων. Απεικονίζονται σε παράθεση οι χάρτες και των δύο περιπτώσεων (όλα τα πηγάδια να αντλούν με τους μέγιστους ρυθμούς και όλα τα πηγάδια να είναι κλειστά). Ανάμεσα στα δύο μέτωπα σημειώνονται οι δέκα κόμβοι παρατήρησης.

Επίσης θα πρέπει να ληφθεί υπ' όψη ότι οι παροχές στα πηγάδια άντλησης δεν μπορούν να υπερβούν τις αντίστοιχες μέγιστες τιμές τους και προφανώς δεν μπορούν να είναι μικρότερες από μηδέν.

Συνοψίζοντας τα παραπάνω με μαθηματικούς όρους το πρόβλημα αναλύεται ως εξής:

$$\begin{aligned} \max \sum_{i=1}^5 q_i \quad \text{subject to } H_1, H_2, \dots, H_{10} &\geq 102.5 \\ 0 \leq q_1 &\leq 1800 \\ 0 \leq q_2 &\leq 2520 \\ 0 \leq q_3 &\leq 576 \\ 0 \leq q_4 &\leq 2520 \\ 0 \leq q_5 &\leq 146 \end{aligned} \quad (4.1)$$

4.2 Η έννοια της μη γραμμικότητας σε προβλήματα υπογείων υδάτων

Σε πολλές εφαρμογές προβλημάτων βελτιστοποίησης στο πεδίο των υπογείων υδάτων, η αντικειμενική συνάρτηση ή/και οι συναρτήσεις των περιορισμών έχουν μη γραμμική συμπεριφορά σε σχέση με τις μεταβλητές απόφασης. Αυτή η μη γραμμικότητα οφείλεται στις περισσότερες περιπτώσεις στη μη γραμμική απόκριση του συστήματος στην άντληση (δηλαδή του υδραυλικού ύψους με την παροχή). Το φαινόμενο αυτό παρατηρείται κατά κόρον στους ελεύθερους υδροφορείς.

Αυτή η φυσική συμπεριφορά έχει άμεσο αντίκτυπο και στις μαθηματικές εξισώσεις επίλυσης του συστήματος υπογείων υδάτων και προφανώς σε κάθε σχετικό πρόβλημα βελτιστοποίησης. Για το λόγο αυτό πρέπει να χρησιμοποιείται κάποιος εναλλακτικός αλγόριθμος. Κατά κανόνα ένας τέτοιος αλγόριθμος απαιτεί μεγαλύτερο υπολογιστικό χρόνο για την εξεύρεση λύσης, ενώ ταυτόχρονα δεν είναι βέβαιο ότι η λύση που θα προκύψει θα είναι η βέλτιστη [7].

4.2.1 Δομή του μη γραμμικού προβλήματος

Μια γενική μαθηματική έκφραση ενός προβλήματος διαχείρισης υπογείων υδάτων, που περιλαμβάνει όλες τις πιθανές παραμέτρους, έχει τη μορφή:

$$\begin{aligned} \text{minimize } f(q_1, q_2, \dots, q_n, X_1, X_2, \dots, X_n, h_1, h_2, \dots, h_n) \\ \text{υπό τον περιορισμό } g_k(q_1, q_2, \dots, q_n, X_1, X_2, \dots, X_n, h_1, h_2, \dots, h_n) &\leq 0 \\ k &= 1, \dots, m \end{aligned} \quad (4.2)$$

όπου f η αντικειμενική συνάρτηση

g οι συναρτήσεις των περιορισμών.

q οι παροχές άντλησης

X οι συγκεντρώσεις (π.χ. ρύπων)

h τα υδραυλικά ύψη

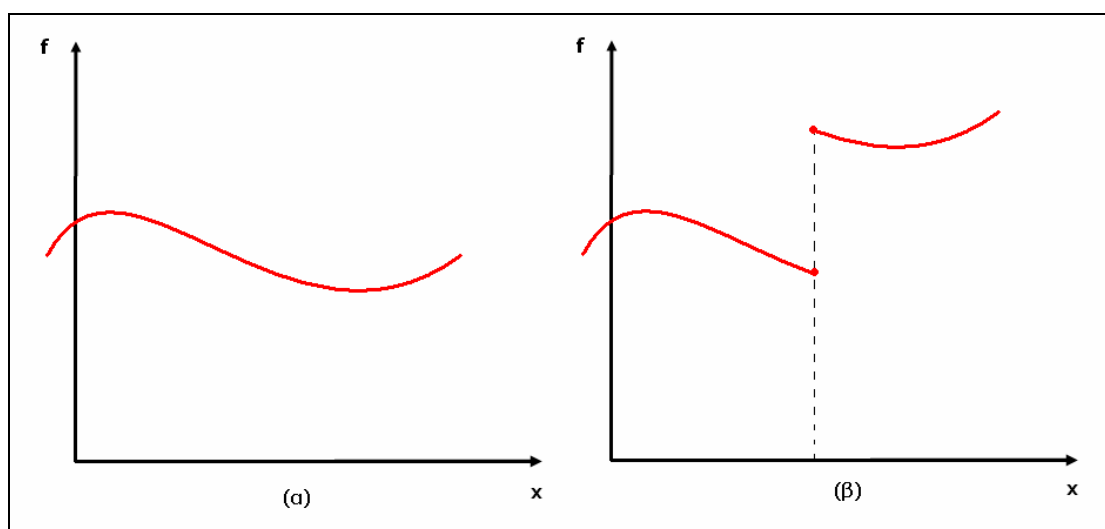
Αν οι f και g_k απαιτείται να είναι γραμμικές συναρτήσεις, τότε η παραπάνω σχέση απλοποιείται σημαντικά (δυαδική μορφή). Σε διαφορετική περίπτωση, ενσωματώνει τη μη γραμμική συμπεριφορά, τόσο της αντικειμενικής συνάρτησης όσο και της συνάρτησης των περιορισμών.

Η αντιμετώπιση τέτοιας μορφής μαθηματικών προβλημάτων προσθέτει σημαντική πολυπλοκότητα τόσο στις χρησιμοποιούμενες μεθόδους, που εφαρμόζονται για την επίλυση της βελτιστοποίησης, όσο και στην επεξεργασία και ερμηνεία των τελικών αποτελεσμάτων.

Παρακάτω παρουσιάζονται συνοπτικά δύο βασικά χαρακτηριστικά των μη γραμμικών συναρτήσεων καθώς και των αντίστοιχων μεθόδων βελτιστοποίησης [7]:

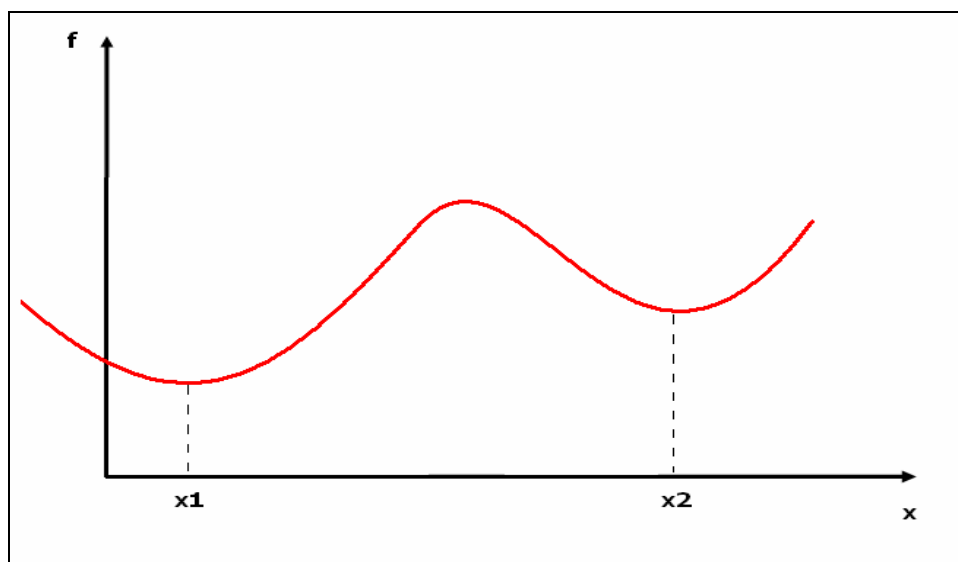
A. Συνέχεια της αντικειμενικής συνάρτησης. Ο διαχωρισμός των συναρτήσεων σε συνεχείς και μη συνεχείς αποτελεί μια πρώτη διαφοροποίηση των μη γραμμικών συναρτήσεων μεταξύ τους. Συνεχής είναι η f όταν :

$$\lim_{h \rightarrow 0} f(x + h) = f(x) \text{ γγι κάθε τιμ } \text{τη μεταβλητής } x$$



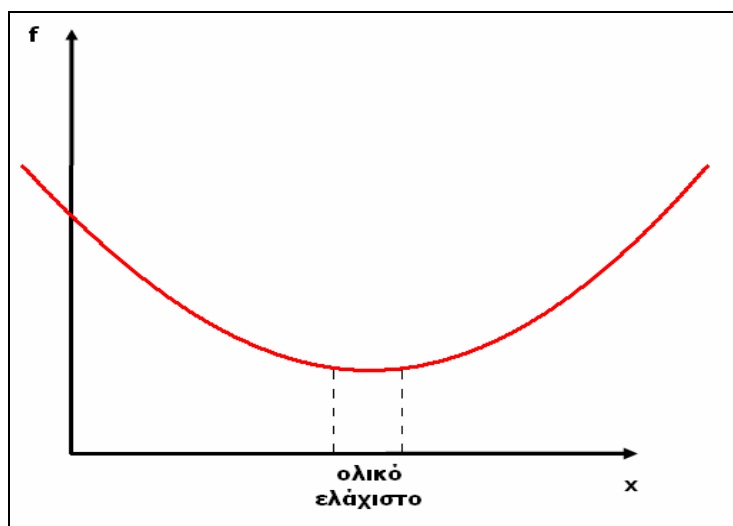
Σχήμα 4.2: Παράδειγμα (α) μίας συνεχούς και (β) μίας ασυνεχούς συνάρτησης [7].

Β. Κυρτότητα της αντικειμενικής συνάρτησης. Το 'σχήμα' μιας συνεχούς μη γραμμικής συνάρτησης f που καθορίζεται μαθηματικά από την έννοια της κυρτότητας, επηρεάζει άμεσα και τη διαδικασία βελτιστοποίησης, καθώς ανάλογα με τη μορφή της μπορεί να εμφανίζονται εκτός από το ολικό ακρότατο, και πλήθος από τοπικά. Η ύπαρξη τοπικών ακροτάτων έχει επιπτώσεις στην απόδοση των χρησιμοποιούμενων αλγορίθμων αλλά και την ποιότητα των εξαγόμενων αποτελεσμάτων. Αυτό συμβαίνει, γιατί οι αλγόριθμοι που επιλύουν μη γραμμικά προβλήματα βελτιστοποίησης βασίζονται στην αναζήτηση ελαχίστων για τα οποία όμως δεν μπορούν με σαφήνεια να αποφανθούν αν είναι τοπικά ή ολικά. Μέχρι σήμερα κανένας πρακτικά εφαρμοζόμενος αλγόριθμος δεν έχει καταφέρει να καθορίσει τα ολικά ελάχιστα σχετικά σύνθετων προβλημάτων βελτιστοποίησης.

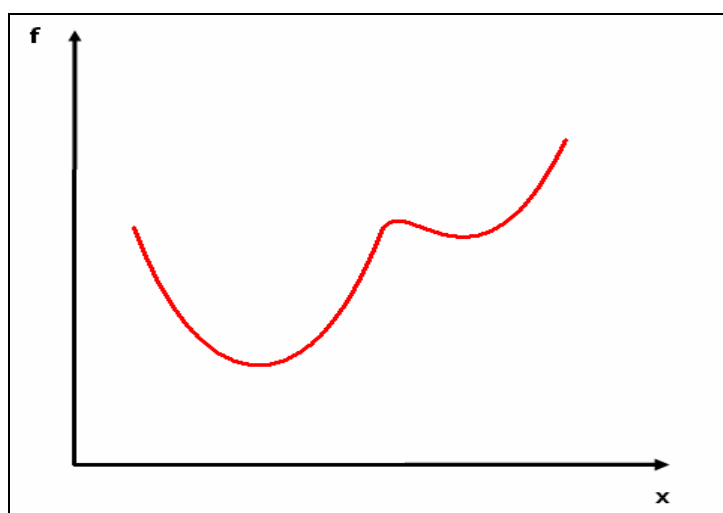


Σχήμα 4.3: Παράδειγμα συνάρτησης με δύο τοπικά ακρότατα, στα x_1 και x_2 , και ένα ολικό ακρότατο [7].

Η κυρτότητα της συνάρτησης μπορεί να αποτελέσει ένα χρήσιμο εργαλείο για την εξαγωγή συμπερασμάτων σχετικά με το πόσο πιθανή είναι η παρουσία τοπικών ελαχίστων, δεδομένου ότι για μια κυρτή συνάρτηση με ένα ελάχιστο, αυτό θα είναι ταυτόχρονα και τοπικό και ολικό (χωρίς όμως να ισχύει και το αντίστροφο).



Σχήμα 4.4: Παράδειγμα μη κυρτής συνάρτησης με μοναδικό ελάχιστο [7].



Σχήμα 4.5: Παράδειγμα κυρτής συνάρτησης με πολλαπλά τοπικά και ολικά ελάχιστα [7].

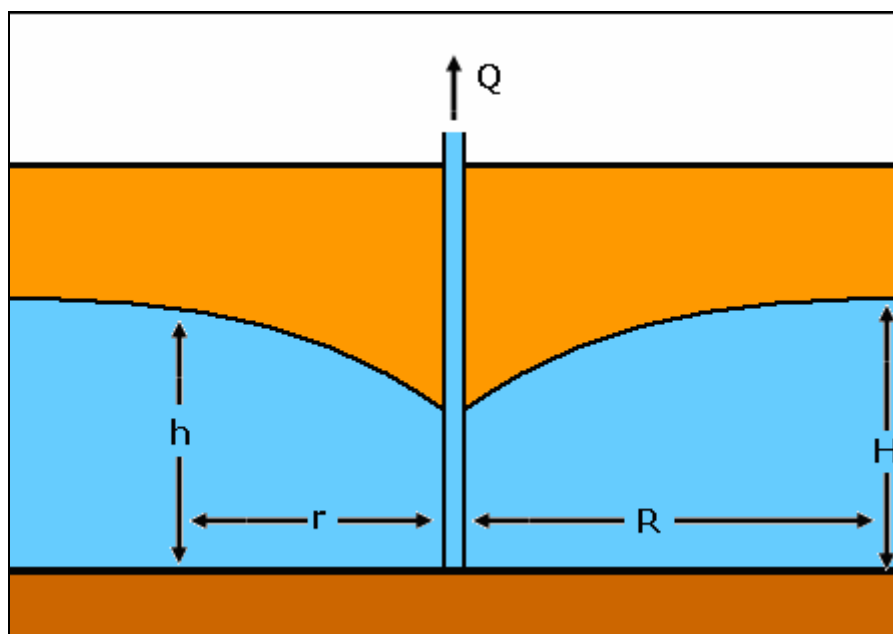
Η κυρτότητα μπορεί επίσης να συμβάλλει στην επίλυση πολυδιάστατων προβλημάτων τόσο αναφορικά με τον αριθμό των μεταβλητών απόφασης όσο και με τον αριθμό των περιορισμών. Μια γενική διαπίστωση είναι ότι σε ένα πρόβλημα ελαχιστοποίησης μιας κυρτής συνάρτησης σε μια κυρτή περιοχή λύσεων όλα τα τοπικά ελάχιστα είναι και ολικά.

4.2.2 Η έννοια της μη γραμμικότητας σε συστήματα υπογείων υδάτων

Ένα χαρακτηριστικό παράδειγμα μη γραμμικής συμπεριφοράς είναι οι ελεύθεροι υδροφορείς. Καθώς στις μαθηματικές εξισώσεις που τους περιγράφουν

περιλαμβάνεται το γινόμενο μιας μεταβλητής απόφασης με την παράγωγό της, προκύπτουν μη γραμμικές διαφορικές εξισώσεις. Μια φυσική ερμηνεία αυτής της μη γραμμικότητας μπορεί να επιτευχθεί θεωρώντας ότι η επίλυση του προβλήματος απαιτεί την αλληλεπίδραση του υδραυλικού ύψους και των ορίων του όγκου ελέγχου. Σε προβλήματα τριών διαστάσεων αυτό συνεπάγεται τον καθορισμό της θέσης της ελεύθερης επιφάνειας. Σε προβλήματα δυο διαστάσεων, ο καθορισμός της θέσης αυτής συνδέεται άμεσα με τον προσδιορισμό του πάχους του υδροφορέα. Καθώς τα όρια του όγκου ελέγχου μεταβάλλονται συναρτήσει του ύψους, τα προβλήματα αυτής της μορφής εμφανίζουν έντονη μη γραμμικότητα [7].

Έτσι, προβλήματα βελτιστοποίησης που κατά το μαθηματικό ορισμό τους περιλαμβάνουν υδραυλικά ύψη, που έχουν προσομοιωθεί με χρήση των εξισώσεων ροής του ελεύθερου υδροφορέα, αντιμετωπίζονται ως μη γραμμικά. Ακόμα και αν τα ύψη εμφανίζονται σε γραμμικές εξισώσεις, η αντικειμενική συνάρτηση ή οι περιορισμοί που εμπεριέχουν τα ύψη αυτά μεταβάλλονται μη γραμμικά συναρτήσει της παροχής άντλησης.



Σχήμα 4.6: Άντληση με ακτινική ροή από ελεύθερο υδροφορέα

Η μαθηματική σχέση που συνδέει το υδραυλικό ύψος h σε ένα σημείο με την παροχή άντλησης Q , την απόσταση του πηγαδιού από το σημείο αυτό r , το μέγιστο υδραυλικό ύψος H και την αντίστοιχη απόσταση από το πηγάδι R είναι η εξής [7]:

$$h^2 = H^2 + \frac{\ln\left(\frac{r}{R}\right)}{\pi K} Q \quad \text{ή αλλιώς} \quad (4.3)$$

$$h = \sqrt{H^2 + \frac{\ln\left(\frac{r}{R}\right)}{\pi K} Q} \quad (4.4)$$

Η εξάρτηση του υδραυλικού ύψους από την τετραγωνική ρίζα της παροχής άντλησης είναι εμφανής.

Η εξίσωση αυτή ονομάζεται Dupuit – Forchheimer και αναφέρεται σε ακτινική ροή του ύδατος σε ένα πηγάδι μεγάλου βάθους διείσδυσης σε ομογενή ελεύθερο υδροφορέα.

Ενδιαφέρον παρουσιάζει η εξέταση και της δεύτερης παραγώγου

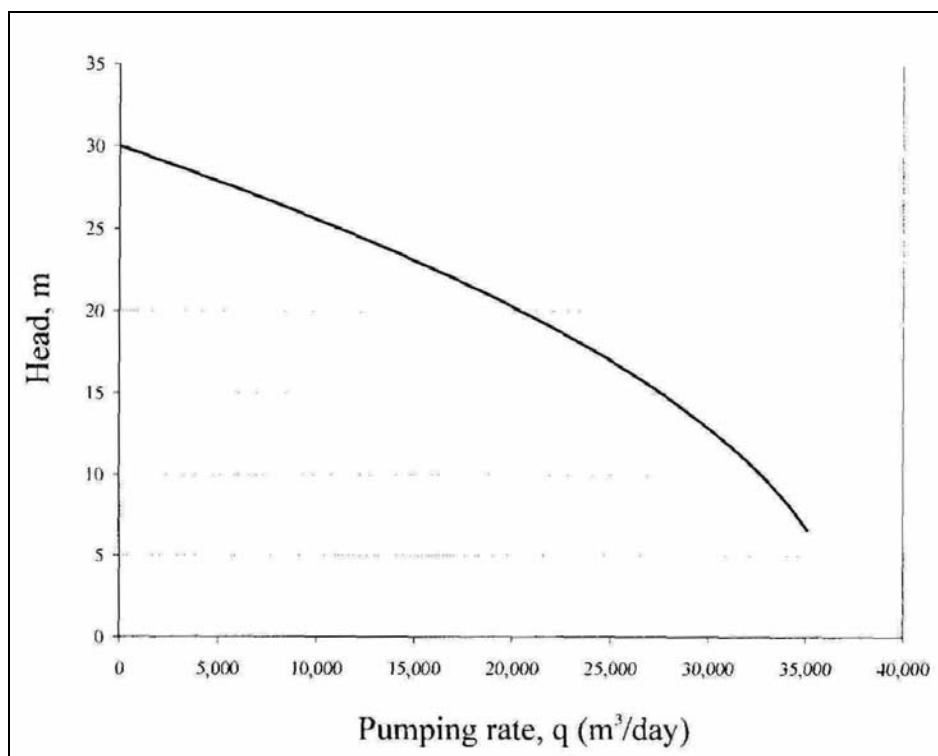
$$\frac{\partial^2 h}{\partial Q^2} = -\frac{1}{4} \left(\frac{\ln\left(\frac{r}{R}\right)}{\pi K} \right)^2 \left[H^2 + \frac{\ln\left(\frac{r}{R}\right)}{\pi K} Q \right]^{-\frac{3}{2}} \quad (4.5)$$

Ο όρος $\left(\frac{\ln\left(\frac{r}{R}\right)}{\pi K} \right)^2$ είναι προφανώς θετικός, το ίδιο όμως και ο δεύτερος όρος

$\left[H^2 + \frac{\ln\left(\frac{r}{R}\right)}{\pi K} Q \right]^{-\frac{3}{2}}$ αφού έχει μονάδες υδραυλικού ύψους.

Συνεπώς η δεύτερη παράγωγος είναι αρνητική, που σημαίνει ότι το υδραυλικό ύψος είναι κοίλη συνάρτησης της παροχής άντλησης.

Μια φυσική ερμηνεία του παραπάνω μπορεί να δοθεί δεδομένου ότι αύξηση στους ρυθμούς άντλησης προκαλεί αύξηση στην κλίση της καμπύλης της πτώσης στάθμης και ταυτόχρονα μείωση στη διατομή της κορεσμένης επιφάνειας μέσα από την οποία πραγματοποιείται η ροή.



Σχήμα 4.7: Πειραματικά δεδομένα από τη μεταβολή του υδραυλικού ύψους συναρτήσει της παροχής

4.3 Επίλυση μη γραμμικών προβλημάτων

Η μέθοδος Simplex [8], η δομή και η λειτουργία της οποίας αναλύονται διεξοδικά σε επόμενη παράγραφο, είναι η ευρύτερα διαδεδομένη μέθοδος για την αντιμετώπιση γραμμικών προβλημάτων, και αν και έχουν αναπτυχθεί πλήθος εναλλακτικών αλγορίθμων, η Simplex παραμένει η πιο δημοφιλής, μιας και μπορεί να λύσει πρακτικά κάθε πρόβλημα.

Αντίθετα, για τα μη γραμμικά προβλήματα δεν έχει αναπτυχθεί κάποια ιδιαίτερα ευρεία μέθοδος που να εφαρμόζεται σε κάθε περίπτωση. Από το πλήθος των αλγορίθμων που έχουν αναπτυχθεί, υπάρχει σαφής διακριτότητα ως προς το είδος και τη μορφή των προβλημάτων, που καθένας μπορεί να επιλύσει ικανοποιητικά. Η επιλογή του κατάλληλου αλγορίθμου πρέπει να γίνεται αφού μελετηθεί σε βάθος η φύση του εκάστοτε προβλήματος. Η έρευνα για την ανάπτυξη νέων μεθόδων αλλά και για την βελτίωση των υπαρχόντων βρίσκεται σε πλήρη εξέλιξη.

Σ' αυτή την ενότητα παρουσιάζονται κάποιοι βασικοί αλγόριθμοι για την επίλυση μη γραμμικών προβλημάτων. Οι κυριότερες τεχνικές είναι [7]:

1. Μέθοδοι διαδοχικής γραμμικοποίησης.
2. Μέθοδοι που χρησιμοποιούν την κλίση της συνάρτησης.
3. Μέθοδοι που δεν χρησιμοποιούν την κλίση της συνάρτησης.

4.3.1 Μέθοδοι διαδοχικής γραμμικοποίησης

Η προσέγγιση της διαδοχικής γραμμικοποίησης εφαρμόζεται για τη λύση προβλημάτων στα οποία το υδραυλικό ύψος προσομοιώνεται με εξισώσεις του ελεύθερου υδροφορέα, αλλά όλες οι άλλες παράμετροι που επηρεάζονται στη μαθηματική επίλυση είναι γραμμικές. Υπό αυτές τις συνθήκες ο χρησιμοποιούμενος αλγόριθμος εκμεταλλεύεται τη μικρή μη γραμμικότητα του υδραυλικού ύψους συναρτήσει της παροχής άντλησης και λύνει το πρόβλημα εφαρμόζοντας διαδοχικά γραμμικές μεθόδους.

Η επίλυση προβλημάτων διαχείρισης υπογείων υδάτων με χρήση της γενικής μεθόδου Simplex βασίζεται στη γραμμική συμπεριφορά του υδραυλικού ύψους σε σχέση με την παροχή. Αυτό προϋποθέτει η παράγωγος του ύψους ως προς την παροχή να είναι σταθερός όρος. Παρακάτω εξετάζεται η εξίσωση Dupuit – Forcheimer, που αναλύθηκε και προηγουμένως και η οποία αναφέρεται σε ελεύθερο υδροφορέα.

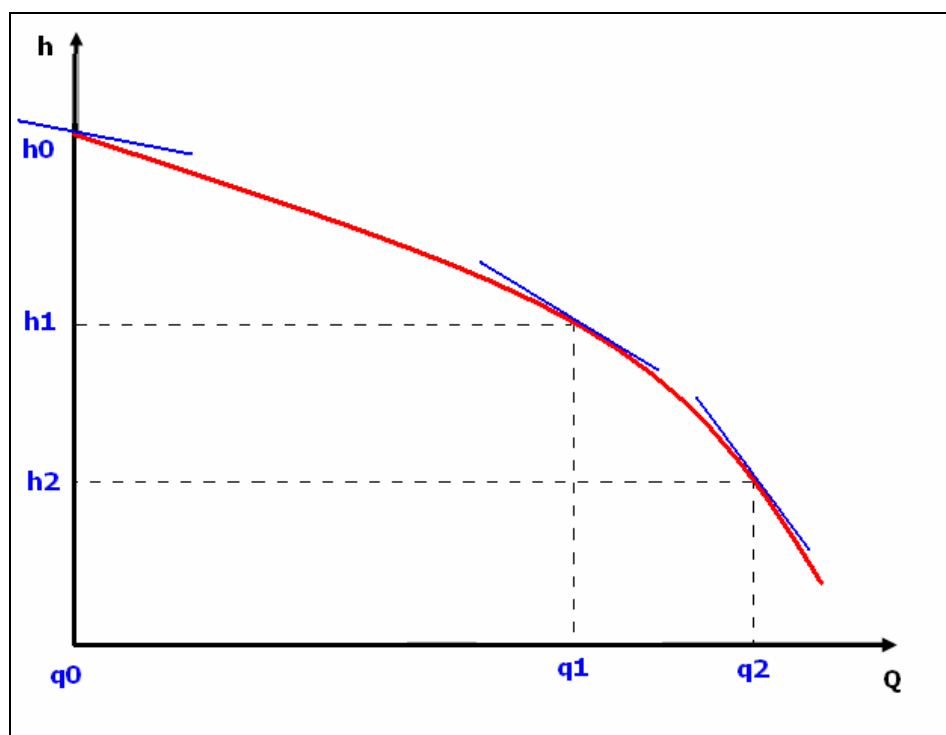
Αν υπολογιστεί η παράγωγος της $h = \sqrt{H^2 + \frac{\ln\left(\frac{r}{R}\right)}{\pi K} Q}$ συναρτήσει του Q προκύπτει:

$$\frac{\partial h}{\partial Q} = \frac{1}{2} \left(\frac{\ln\left(\frac{r}{R}\right)}{\pi K} \right) \left[H^2 + \frac{\ln\left(\frac{r}{R}\right)}{\pi K} Q \right]^{-\frac{1}{2}} \quad (4.6)$$

Η μελέτη της παραπάνω σχέσης δείχνει πως όταν $H^2 \gg \frac{\ln\left(\frac{r}{R}\right)}{\pi K} Q$ τότε η παράγωγος

προσεγγίζει το σταθερό όρο $\frac{1}{2} \left(\frac{\ln\left(\frac{r}{R}\right)}{\pi K} \right) H$. Από φυσική άποψη αυτό σημαίνει ότι, αν

ο λογαριθμικός όρος $\frac{\ln\left(\frac{r}{R}\right)}{\pi K} Q = h^2 - H^2$ (ο οποίος σχετίζεται σαν τάξη μεγέθους με την άντληση) είναι πολύ μικρότερος από το πάχος του υδροφορέα H υπό ήπιες συνθήκες άντλησης τότε η κλίση είναι πρακτικά σταθερή και το υδραυλικό ύψος εμφανίζει γραμμική συμπεριφορά. Αυτό γίνεται αντιληπτό εποπτικά και από το προηγούμενο διάγραμμα, όπου για χαμηλές παροχές άντλησης η κλίση της καμπύλης $h=f(a)$ είναι σχεδόν σταθερή.



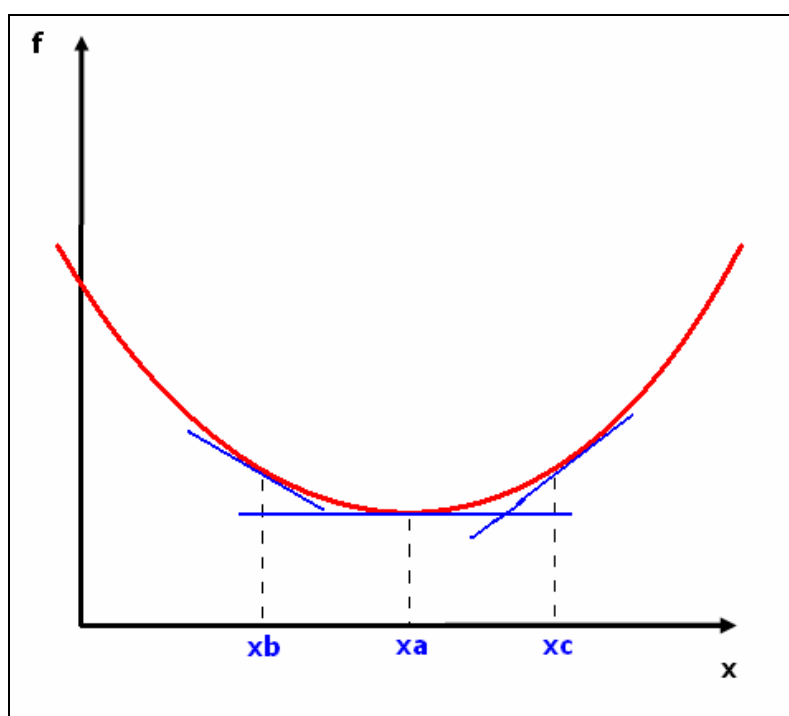
Σχήμα 4.8: Η προσέγγιση της καμπύλης υδραυλικού ύψους – παροχής άντλησης από τον αλγόριθμο της διαδοχικής γραμμικοποίησης [7].

Σε γενικές γραμμές, σε κάθε γραμμικό πρόβλημα θεωρείται γνωστό το πάχος του υδροφορέα και τα όρια του όγκου ελέγχου και κατασκευάζεται ένας πίνακας απόκρισης (response matrix) στον οποίο ουσιαστικά βασίζεται η επίλυση του συστήματος. Σε κάθε επανάληψη ο υδροφορέας αντιμετωπίζεται σαν περιορισμένος. Με δεδομένες παροχές άντλησης και λαμβάνοντας υπ' όψη τους περιορισμούς προκύπτουν τα υδραυτικά ύψη, τα οποία στη συνέχεια επανεισάγονται στο πρόβλημα για να προκύψουν τα νέα όρια του όγκου ελέγχου και να κατασκευαστεί ο νέος πίνακας απόκρισης. Η διαδικασία επαναλαμβάνεται ως την τελική σύγκλιση. Στο Σχήμα 4.8 φαίνεται πως λειτουργεί ο διαδοχικά εφαρμοζόμενος αλγόριθμος γραμμικής επίλυσης, θεωρώντας συγκεκριμένα όρια του όγκου ελέγχου σε κάθε

επανάληψη. Σε καθένα από τα τρία σημεία που απεικονίζονται (0,1,2) υπολογίζεται η παράγωγος του υδραυλικού ύψους με την παροχή άντλησης. Με την εύρεση διαφορετικών κλίσεων ουσιαστικά προσεγγίζεται η καμπύλη.

4.3.2 Μέθοδοι που χρησιμοποιούν την κλίση

Η παράγωγος μιας συνάρτησης μπορεί να δώσει σημαντικές πληροφορίες για τη θέση του ελαχίστου. Για παράδειγμα, η συνάρτηση του ακόλουθου διαγράμματος στο Σχήμα 4.9 έχει ελάχιστο στο σημείο x_a . Η παράγωγος στο σημείο αυτό είναι μηδέν. Αντίθετα στο σημείο x_b η παράγωγος είναι μη μηδενική, που σημαίνει ότι δεν πρόκειται για ελάχιστο. Επιπλέον, το αρνητικό πρόσημο της κλίσης είναι ένδειξη ότι το ελάχιστο θα βρίσκεται κάπου προς τα δεξιά του σημείου x_b (δηλαδή προς την κατεύθυνση που η συνάρτηση μειώνεται). Ομοίως η μη μηδενική, θετική τιμή της κλίσης στο σημείο x_c δείχνει αφενός ότι το σημείο δεν είναι το ελάχιστο και αφετέρου ότι το ελάχιστο θα πρέπει να αναζητηθεί στην περιοχή αριστερά του x_c . Αυτές οι γενικές έννοιες συνθέτουν τη μεθοδολογία με βάση την οποία λειτουργούν οι μη γραμμικοί αλγόριθμοι αυτού του τύπου.



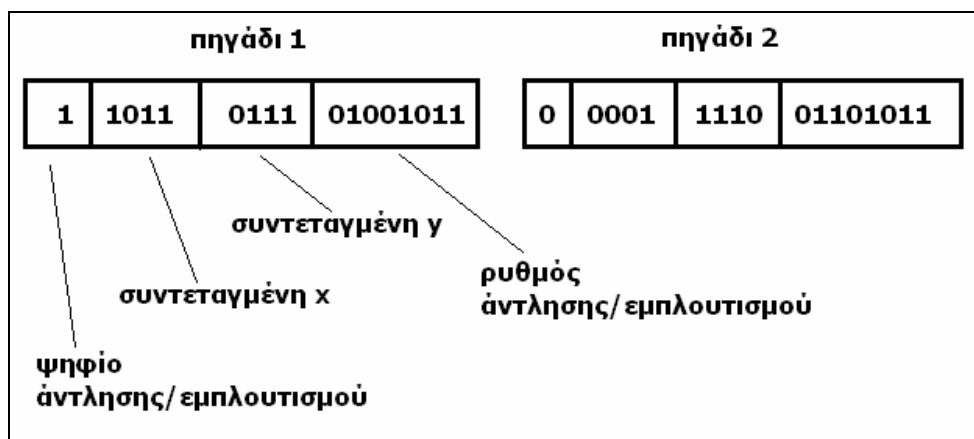
Σχήμα 4.9: Η γνώση της παραγώγου της συνάρτησης σε διάφορα σημεία μπορεί να καθοδηγήσει την έρευνα για την εύρεση του ακροτάτου [7].

Τα προβλήματα που επιλύονται με τον τρόπο αυτό διακρίνονται σε τρεις βασικές κατηγορίες.

1. Προβλήματα χωρίς περιορισμούς. Ζητούμενο είναι η ελαχιστοποίηση της αντικειμενικής συνάρτησης, η οποία όμως δεν υπόκειται σε περιορισμούς.
2. Μη γραμμικά προβλήματα με γραμμικούς περιορισμούς, όπου η αντικειμενική συνάρτηση είναι μη γραμμική αλλά οι περιορισμοί γραμμικοί.
3. Προβλήματα με μη γραμμικούς περιορισμούς, όπου η αντικειμενική συνάρτηση μπορεί να είναι γραμμική ή μη και οι περιορισμοί μη γραμμικοί.

4.3.3 Μέθοδοι που δεν χρησιμοποιούν την κλίση

Αρκετοί αλγόριθμοι έχουν αναπτυχθεί στην προσπάθεια αντιμετώπισης των δυσκολιών που προκύπτουν κατά την επίλυση μη κυρτών προβλημάτων. Συχνά χαρακτηρίζονται ως μέθοδοι ολικής βελτιστοποίησης, καθώς έχουν τη δυνατότητα να αποφεύγουν αποτελεσματικά τα τοπικά ακρότατα, χωρίς ωστόσο να υπάρχουν απόλυτες αποδείξεις ότι τελικά εντοπίζουν τα ολικά ακρότατα. Επιπλέον, πρόκειται για αλγορίθμους που απαιτούν αρκετά υψηλή υπολογιστική ισχύ και εφαρμόζονται καλύτερα σε προβλήματα μικρής έκτασης. Στόχος της έρευνας στον τομέα αυτό είναι πλέον ο συνδυασμός τεχνικών αναζήτησης ώστε να μειωθεί ο υπολογιστικός χρόνος και ταυτόχρονα να γίνει η καλύτερη δυνατή εκμετάλλευση των πλεονεκτημάτων τους. Οι μέθοδοι που βασίζονται σε φυσικά ανάλογα (όπως η Προσομοιωμένη Ανόπτηση – Simulated Annealing και οι Εξελικτικοί Αλγόριθμοι – Evolutionary Algorithms) δεν απαιτούν συνέχεια σε καμία από τις εμπλεκόμενες με το πρόβλημα συναρτήσεις. Ωστόσο, βρίσκουν συνήθως εφαρμογή σε περιπτώσεις βελτιστοποίησης όπου οι κλασσικές μέθοδοι αποτυγχάνουν, όπως σε ασυνεχείς, θορυβώδεις και άλλες πολύπλοκες συναρτήσεις.



Σχήμα 4.10: Παράδειγμα κωδικοποίησης των μεταβλητών απόφασης με χρήση δυαδικών παραμέτρων [7].

4.4 Προβληματική του γραμμικού προγραμματισμού

4.4.1 Μαθηματικοί ορισμοί του γραμμικού προγραμματισμού

Σε μαθηματικούς όρους, ο γραμμικός προγραμματισμός είναι ένα μαθηματικό μοντέλο στο οποίο επιχειρείται η βελτιστοποίηση (μεγιστοποίηση ή ελαχιστοποίηση) μιας ή περισσότερων γραμμικών συναρτήσεων (κριτήρια βελτιστοποίησης) αγνώστων πραγματικών μεταβλητών, των οποίων το πεδίο τιμών οριοθετείται έμμεσα από γραμμικούς περιορισμούς των μεταβλητών αυτών. Οι άγνωστες μεταβλητές προσδιορίζουν το αντικείμενο απόφασης του προβλήματος και ονομάζονται για το σκοπό αυτό μεταβλητές απόφασης (decision variables).

Αναλυτικά, σε ένα μονοκριτήριο γραμμικό πρόγραμμα ζητείται να προσδιοριστούν οι τιμές των μεταβλητών $(x_1, x_2, \dots, x_\ell)$ που βελτιστοποιούν (μεγιστοποιούν ή ελαχιστοποιούν) τη γραμμική αντικειμενική συνάρτηση:

$$g(x) = z = c_1 x_1 + c_2 x_2 + \dots + c_\ell x_\ell \quad (4.7)$$

υπό τους γραμμικούς περιορισμούς:

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1\ell}x_\ell \leq \acute{h} = \acute{h} \geq b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2\ell}x_\ell \leq \acute{h} = \acute{h} \geq b_2$$

... ..

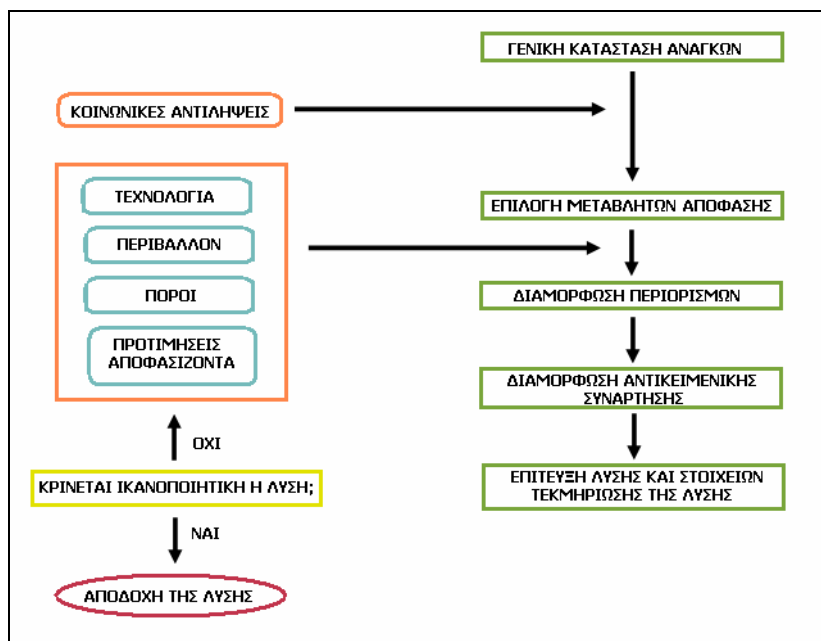
$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{m\ell}x_\ell \leq \acute{h} = \acute{h} \geq b_m$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \dots, x_\ell \geq 0$$

όπου $i = 1, 2, \dots, m$ και $j = 1, 2, \dots, \ell$ είναι γνωστοί πραγματικοί συντελεστές.

4.4.2 Μεθοδολογία και διαδικασία μοντελοποίησης

Το μεθοδολογικό πλαίσιο κατά το οποίο διαμορφώνεται μαθηματικά ένα πρόβλημα απόφασης ως πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού μπορεί να παρασταθεί από το οργανόγραμμα που ακολουθεί.



Σχήμα 4.11: Διαδικασία μοντελοποίησης και υποστήριξης αποφάσεων [8].

Στάδιο 1^ο: Αντικείμενο της απόφασης

Πρώτο στάδιο της μοντελοποίησης είναι ο καθορισμός των μεταβλητών απόφασης, οι οποίες οφείλουν να αντανakλούν το ζητούμενο της απόφασης, μέσα από τις ανάγκες του περιβάλλοντος στο οποίο θα παρθεί η απόφαση και σύμφωνα με τις αξίες μιας κοινωνίας (αναβάθμιση των συνθηκών εργασίας, καθαρό φυσικό περιβάλλον κ.λπ.).

Το αντικείμενο της απόφασης ολοκληρώνεται με τον προσδιορισμό του συνόλου των λύσεων $A = \{x \in \mathbb{R}^\ell / Ax \leq b, x \geq 0\}$ μετά από τη διαμόρφωση περιορισμών που είναι γραμμικές συναρτήσεις των μεταβλητών απόφασης.

Τα έμμεσα καθορισμένα επιτρεπτά όρια μέσα στα οποία 'κινούνται' οι τιμές των μεταβλητών απόφασης καθορίζονται συνήθως από το τετράπτυχο: τεχνολογία – περιβάλλον – πόροι – προτιμήσεις.

Στάδιο 2^ο: Κριτήρια απόφασης

Στο δεύτερο στάδιο, ο αναλυτής του προβλήματος οφείλει να διαμορφώσει γραμμικές αντικειμενικές συναρτήσεις (των μεταβλητών απόφασης x) σύμφωνα με τους στόχους που έχουν τεθεί (μεγιστοποίηση κέρδους, παραγωγικότητας, ελαχιστοποίηση ρύπανσης του περιβάλλοντος κ.λπ.).

Τα κριτήρια αυτά έχουν τη μορφή:

$$\begin{aligned} [max]g_1(x) &= c_{11}x_1 + c_{12}x_2 + \dots + c_{1\ell}x_\ell \\ [max]g_2(x) &= c_{21}x_1 + c_{22}x_2 + \dots + c_{2\ell}x_\ell \\ &\dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ [max]g_n(x) &= c_{n1}x_1 + c_{n2}x_2 + \dots + c_{n\ell}x_\ell \end{aligned} \tag{4.8}$$

όπου η ο αριθμός των κριτηρίων και $(c_{ij}), i=1,2,\dots,n, j=1,2,\dots,\ell$ είναι η μήτρα των συντελεστών των αντικειμενικών συναρτήσεων.

Στάδιο 3^ο: Μοντέλα απόφασης

Το τρίτο στάδιο της διαδικασίας είναι καθαρά τεχνικό. Ο αναλυτής χρησιμοποιεί μια σειρά από αλγορίθμους και συναφείς τεχνικές για την αναζήτηση και επίτευξη 'καλών' λύσεων και την τεκμηρίωσή τους.

Σε προβλήματα καθαρής βελτιστοποίησης, όταν το κριτήριο βελτιστοποίησης είναι ένα και μοναδικό, χρησιμοποιείται ως βασικό εργαλείο επίτευξης βέλτιστης λύσης ο αλγόριθμος Simplex. Σε πολυκριτήρια μοντέλα γραμμικού προγραμματισμού χρησιμοποιούνται πιο εξειδικευμένες μέθοδοι από τις οποίες ωστόσο οι περισσότερες βασίζονται στη μέθοδο Simplex.

Στις πρακτικές εφαρμογές, ο αναλυτής οφείλει σε κάθε περίπτωση να επεξεργαστεί σε βάθος τα στοιχεία επίλυσης που του παρέχει η μέθοδος Simplex. Τεχνικές που συμβάλλουν αποτελεσματικά στην ανάλυση αυτή είναι οι παρακάτω:

- Ανάπτυξη της λύσης
- Ανάλυση ευαισθησίας
- Παραμετρική ανάλυση
- Ανάλυση ευστάθειας

Στάδιο 4^ο: Υποστήριξη της απόφασης

Στο στάδιο αυτό πρέπει να υποστηριχθεί το αποτέλεσμα της διαδικασίας. Σε κάθε περίπτωση που η λύση και οι επιπτώσεις της δεν ικανοποιούν τον αποφασίζοντα, θα πρέπει να αναθεωρηθεί ένας ή περισσότεροι από τους παράγοντες: τεχνολογία (π.χ. ανακαίνιση τεχνολογικού εξοπλισμού), περιβάλλον (π.χ. βελτίωση συνθηκών εργασίας), πόροι (π.χ. αύξηση προϋπολογισμού, νέες προμήθειες πρώτων υλών), προτιμήσεις (π.χ. αλλαγή πολιτικής, προσθήκη νέων αντικειμενικών συναρτήσεων) [8].

4.4.3 Συνθήκες εφαρμογής και τυπολογία μοντέλων γραμμικού προγραμματισμού

Για να είναι εφικτή η προσέγγιση ενός προβλήματος απόφασης μέσω ενός κλασσικού μοντέλου γραμμικού προγραμματισμού πρέπει να ισχύουν οι τέσσερις παρακάτω προϋποθέσεις [8]:

- 1) Γραμμικότητα: Το αποτέλεσμα, είτε αυτό είναι όρος περιορισμού $a_{ij}x_j$ είτε όρος αντικειμενικής συνάρτησης c_jx_j , είναι γραμμική συνάρτηση του αιτίου x_j που το προκαλεί. Στην αντίθετη περίπτωση, για παράδειγμα όταν ισχύει $c_jx_j^2$, το μοντέλο εμπίπτει στο χώρο του μη γραμμικού προγραμματισμού.
- 2) Διαιρετότητα: οι μεταβλητές απόφασης x_j είναι άπειρα διαιρετές (π.χ. εκφράζονται σε μονάδες μήκους, βάρους κ.λπ.). Σε περίπτωση που οι μεταβλητές δεσμεύονται να πάρουν όλες ακέραιες τιμές (π.χ. δηλώνουν δηλαδή αριθμό εργατών, αποδοχή ή μη αποδοχή μιας πρότασης κ.λπ.), το πρόβλημα εμπίπτει στην κατηγορία του ακέραιου γραμμικού προγραμματισμού. Όταν δεν δεσμεύονται όλες οι μεταβλητές να πάρουν ακέραιες τιμές, αλλά μόνο μερικές από αυτές, το πρόβλημα ανήκει στην κατηγορία του μικτού γραμμικού προγραμματισμού.
- 3) Βεβαιότητα: Τα δεδομένα του προβλήματος, τα αριθμητικά στοιχεία δηλαδή των μητρών A , b , c , είναι γνωστά με απόλυτη βεβαιότητα.

Όταν ορισμένα από αυτά δεν είναι γνωστά με βεβαιότητα, αλλά ακολουθούν γνωστούς στατιστικούς νόμους, ο προγραμματισμός (γραμμικός, ακέραιος, μη γραμμικός) λέγεται στοχαστικός (stochastic programming).

- 4) Μονοδιάσταση:** Η περίπτωση αυτή αφορά το πλήθος των αντικειμενικών συναρτήσεων που μοντελοποιούν τους στόχους του προβλήματος απόφασης. Στον κλασικό γραμμικό προγραμματισμό η αντικειμενική συνάρτηση πρέπει να είναι μια και μοναδική (μονοδιάστατος ή μονοκριτήριος γραμμικός προγραμματισμός). Σε αντίθετη περίπτωση, το πρόβλημα ανήκει στην κατηγορία του πολυκριτηρίου γραμμικού προγραμματισμού (multicriteria ή multiobjective linear programming).

4.5 Φιλοσοφία της μεθόδου Simplex

Η μέθοδος Simplex αποτελεί μέχρι σήμερα το σημαντικότερο επιστημονικό εργαλείο του γραμμικού προγραμματισμού και της επιχειρησιακής έρευνας γενικότερα. Πρόκειται για μια ταχεία και αποτελεσματική μέθοδο προσδιορισμού της βέλτιστης λύσης ενός γραμμικού προβλήματος. Ανακαλύφθηκε το 1947 από τον Αμερικανό George Dantzig [8], [9].

Η φιλοσοφία της μεθόδου είναι σχετικά απλή: πρόκειται για μία 'περιήγηση' στις κορυφές του υπερπολυέδρου A των λύσεων του γραμμικού προβλήματος βελτιώνοντας σε κάθε βήμα (από κορυφή σε κορυφή) την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης z . Επειδή το υπερπολύεδρο A είναι ένα κυρτό σύνολο, αυτή η περιήγηση θα σταματήσει σε μια κορυφή πέραν της οποίας δεν υπάρχει άλλη βελτίωση, δηλαδή σε μια βέλτιστη λύση.

Στο Σχήμα 4.12 που ακολουθεί παρουσιάζεται γραφικά η φιλοσοφία της μεθόδου. Κάθε κορυφή καθώς και αλλαγή κορυφής του υπερπολυέδρου A υπολογίζεται αλγεβρικά, πράγμα που απαλλάσσει τον αναλυτή από τους περιορισμούς της γραφικής μεθόδου. Κάθε αλλαγή κορυφής καθοδηγείται από δυο κριτήρια, ώστε από τη μια πλευρά να βελτιώνεται η τιμή της z και από την άλλη να επιβεβαιώνεται η κατάληξη σε νέα κορυφή.



Σχήμα 4.12: Η αρχή λειτουργίας της μεθόδου Simplex [8], [9]

Είναι όμως δυνατό, ο αλγόριθμος αυτός να μην οδηγήσει σε βέλτιστη λύση αλλά σε μια ειδική περίπτωση. Κάτι τέτοιο όμως προσδιορίζεται πάλι με αλγεβρικό τύπο.

4.5.1 Μετατροπή του γραμμικού προβλήματος στην πρότυπη μορφή

Η μέθοδος Simplex απαιτεί σε πρώτη φάση το μετασχηματισμό όλων των ανισοεξισώσεων του γραμμικού προβλήματος σε ισότητες, ώστε να πάρει την πρότυπη μορφή:

$$[max] z = c'x \quad (4.9)$$

$$\text{υ. π.} \quad Ax = b \quad x \geq 0$$

Για το σκοπό αυτό εισάγεται για κάθε ανισοεξίσωση μια θετική μεταβλητή απόκλισης (slack variable), προστιθέμενη όταν ο περιορισμός είναι του τύπου \leq ή αφαιρούμενη όταν ο περιορισμός είναι του τύπου \geq . Οι νέες αυτές μεταβλητές έχουν μηδενικό συντελεστή στην αντικειμενική συνάρτηση. Οι μεταβλητές απόκλισης των περιορισμών $1, 2, \dots, m$ συμβολίζονται αντίστοιχα με $x_1^-, x_2^-, \dots, x_m^-$, όπου υπάρχουν.

Το νέο γραμμικό πρόβλημα είναι ισοδύναμο με το αρχικό, από την άποψη ότι υπάρχει μονοσήμαντη αντιστοιχία μεταξύ των λύσεων των δύο επιμέρους γραμμικών προβλημάτων.

4.5.2 Θεωρητικό υπόβαθρο

Ακολουθούν κάποιοι γενικοί ορισμοί καθώς και το θεωρητικό υπόβαθρο που διέπει τη μέθοδο Simplex.

Ορισμός 1: Λύση $x \in \mathbb{R}^{\ell}$ ονομάζεται κάθε διάνυσμα που επαληθεύει τη σχέση του γραμμικού προγραμματισμού.

Ορισμός 2: Δυνατή λύση λέγεται κάθε λύση που ικανοποιεί τις σχέσεις του γραμμικού προγραμματισμού.

Ορισμός 3: Βάση λέγεται μια τετραγωνική μήτρα B , που προκύπτει από τη μήτρα A , και αποτελείται από γραμμικά ανεξάρτητα διανύσματα της A . Οι μεταβλητές που στοιχειοθετούν τη βάση λέγονται βασικές μεταβλητές, ενώ οι υπόλοιπες μη βασικές.

Ορισμός 4: Βασική δυνατή λύση ενός συστήματος γραμμικών αλγεβρικών εξισώσεων ως προς μια βάση B , λέγεται μια δυνατή λύση η οποία έχει το πολύ όλες τις βασικές μεταβλητές (ως προς B) θετικές και όλες ανεξαιρέτα τις μη βασικές μηδέν. Εάν έχει και ορισμένες από τις βασικές μεταβλητές μηδέν, η λύση λέγεται εκφυλισμένη βασική δυνατή λύση.

Το σύνολο των επόμενων θεωρημάτων επιτρέπει τη συστηματική διερεύνηση των κορυφών του υπερπολυέδρου των δυνατών λύσεων ενός γραμμικού προβλήματος με αλγεβρικό τρόπο και την κατεύθυνση προς τη βέλτιστη λύση [8].

Θεώρημα 1: Ο αριθμός των βασικών δυνατών λύσεων ενός γραμμικού προβλήματος είναι πεπερασμένος.

Θεώρημα 2: Το σύνολο των δυνατών λύσεων είναι κυρτό (υπερπολύεδρο).

Θεώρημα 3: Κάθε βασική δυνατή λύση του γραμμικού προβλήματος είναι μια κορυφή του υπερπολυέδρου και αντίστροφα.

Θεώρημα 4: Εάν υπάρχει μια δυνατή λύση τότε υπάρχει και μια βασική δυνατή λύση.

Θεώρημα 5: Εάν υπάρχει μια βέλτιστη δυνατή λύση, τότε η αντικειμενική συνάρτηση παίρνει τη βέλτιστη τιμή της σε ένα τουλάχιστον ακραίο σημείο του κυρτού συνόλου

των δυνατών λύσεων (κορυφή ή ακμή ή πλευρά του υπερπολυέδρου), δηλαδή σε μια βασική δυνατή λύση.

Από τα παραπάνω συνεπάγεται ότι η μετάβαση από μια αρχική λύση προς τη ζητούμενη βέλτιστη λύση, δηλαδή προς την αντίστοιχη κορυφή του υπερπολυέδρου, απαιτεί την κατάλληλη 'περιήγηση' πάνω στις κορυφές του, με κίνηση από τη βασική δυνατή λύση (δηλαδή κορυφή) στην άλλη αλλάζοντας βάση και βελτιώνοντας σε κάθε βήμα την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης z . Αυτή η προοδευτική βελτίωση προς z θα οδηγήσει με βεβαιότητα στη βέλτιστη λύση (εφόσον αυτή υπάρχει) διότι το σύνολο A είναι πεπερασμένο.

4.6 Επίλυση του υπό μελέτη προβλήματος με χρήση γραμμικού προγραμματισμού

Το υπό μελέτη πρόβλημα, προς αναφέρθηκε και προηγουμένως, διακρίνεται από τη μη γραμμική μεταβολή του υδραυλικού ύψους συναρτήσει προς παροχής άντλησης. Για την επίλυσή του επιλέχθηκε να εφαρμοστεί μία από προς μεθόδους διαδοχικής γραμμικοποίησης [8], [9]. Η γενική φιλοσοφία προς μεθόδου βασίζεται στην προσπάθεια να προσεγγιστεί η καμπύλη υδραυλικού ύψους – παροχής άντλησης με διαδοχικές ευθείες. Ουσιαστικά εφαρμόζεται η μέθοδος Simplex του γραμμικού προγραμματισμού επάλληλες φορές χρησιμοποιώντας σε κάθε επανάληψη ως αρχική τιμή την 'βέλτιστη' (με δεδομένα γραμμικού προβλήματος) λύση του προηγούμενου βήματος.

Παρακάτω παρατίθεται αναλυτικά ο εφαρμοζόμενος αλγόριθμος.

1^ο ΒΗΜΑ

A. Επιλέγεται μία τυχαία αρχική πεντάδα για προς τιμές προς παροχής στα ισάριθμα

πηγάδια άντλησης $\vec{Q}_0 = \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \\ Q_4 \\ Q_5 \end{bmatrix}$ η οποία εισάγεται στο PTC και προσομοιώνεται η

κατάσταση των υπογείων υδάτων για 10 χρόνια, οπότε προκύπτει για προς κόμβους

$$\text{παρατήρησης μία δεκάδα υδραυλικών υψών } \vec{H}_0 = \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \\ H_3 \\ H_4 \\ H_5 \\ H_6 \\ H_7 \\ H_8 \\ H_9 \\ H_{10} \end{bmatrix}$$

Στη συνέχεια από το διάνυσμα των αρχικών παροχών διαταράσσεται η παροχή του

$$\text{πρώτου πηγαδιού άντλησης κατά } \Delta Q_1, \text{ ώστε } \vec{Q}'_{01} = \begin{bmatrix} Q_1 + \Delta Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \\ Q_4 \\ Q_5 \end{bmatrix} \text{ το οποίο εισαγόμενο}$$

$$\text{και πάλι στο PTC θα δώσει ένα νέο διάνυσμα υδραυλικών υψών } \vec{H}'_{01} = \begin{bmatrix} H'_1 \\ H'_2 \\ H'_3 \\ H'_4 \\ H'_5 \\ H'_6 \\ H'_7 \\ H'_8 \\ H'_9 \\ H'_{10} \end{bmatrix}$$

Με βάση τα παραπάνω τελικά υπολογίζεται το διάνυσμα προς κλίσης του υδραυλικού ύψους ως προς την παροχή

$$\left(\frac{\partial H}{\partial Q}\right)_1 = \begin{bmatrix} \frac{H'_1 - H_1}{\Delta Q_1} \\ \frac{H'_2 - H_2}{\Delta Q_1} \\ \frac{H'_3 - H_3}{\Delta Q_1} \\ \frac{H'_4 - H_4}{\Delta Q_1} \\ \frac{H'_5 - H_5}{\Delta Q_1} \\ \frac{H'_6 - H_6}{\Delta Q_1} \\ \frac{H'_7 - H_7}{\Delta Q_1} \\ \frac{H'_8 - H_8}{\Delta Q_1} \\ \frac{H'_9 - H_9}{\Delta Q_1} \\ \frac{H'_{10} - H_{10}}{\Delta Q_1} \end{bmatrix}$$

Β. Η ίδια διαδικασία επαναλαμβάνεται με διαταραχή αυτή τη φορά προς παροχής στο δεύτερο πηγάδι άντλησης κατά ΔQ_2 . Έτσι προκύπτουν τελικά τα ακόλουθα διανύσματα κατά σειρά:

$$\vec{Q}'_{02} = \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 + \Delta Q_2 \\ Q_3 \\ Q_4 \\ Q_5 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{με εφαρμογή του PTC}} \vec{H}'_{02} = \begin{bmatrix} H'_1 \\ H'_2 \\ H'_3 \\ H'_4 \\ H'_5 \\ H'_6 \\ H'_7 \\ H'_8 \\ H'_9 \\ H'_{10} \end{bmatrix} \longrightarrow \left(\frac{\partial H}{\partial Q}\right)_2 = \begin{bmatrix} \frac{H'_1 - H_1}{\Delta Q_2} \\ \frac{H'_2 - H_2}{\Delta Q_2} \\ \frac{H'_3 - H_3}{\Delta Q_2} \\ \frac{H'_4 - H_4}{\Delta Q_2} \\ \frac{H'_5 - H_5}{\Delta Q_2} \\ \frac{H'_6 - H_6}{\Delta Q_2} \\ \frac{H'_7 - H_7}{\Delta Q_2} \\ \frac{H'_8 - H_8}{\Delta Q_2} \\ \frac{H'_9 - H_9}{\Delta Q_2} \\ \frac{H'_{10} - H_{10}}{\Delta Q_2} \end{bmatrix}$$

Γ. Διαταράσσεται το αρχικό διάνυσμα προς παροχής ως προς την τρίτη παράμετρο, δηλαδή την παροχή άντλησης στο τρίτο πηγάδι κατά ΔQ_3 .

$$\vec{Q}'_{03} = \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 + \Delta Q_3 \\ Q_4 \\ Q_5 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{με εφαρμογή του PTC}} \vec{H}'_{03} = \begin{bmatrix} H'_1 \\ H'_2 \\ H'_3 \\ H'_4 \\ H'_5 \\ H'_6 \\ H'_7 \\ H'_8 \\ H'_9 \\ H'_{10} \end{bmatrix} \longrightarrow \left(\frac{\partial H}{\partial Q} \right)_3 = \begin{bmatrix} \frac{H'_1 - H_1}{\Delta Q_3} \\ \frac{H'_2 - H_2}{\Delta Q_3} \\ \frac{H'_3 - H_3}{\Delta Q_3} \\ \frac{H'_4 - H_4}{\Delta Q_3} \\ \frac{H'_5 - H_5}{\Delta Q_3} \\ \frac{H'_6 - H_6}{\Delta Q_3} \\ \frac{H'_7 - H_7}{\Delta Q_3} \\ \frac{H'_8 - H_8}{\Delta Q_3} \\ \frac{H'_9 - H_9}{\Delta Q_3} \\ \frac{H'_{10} - H_{10}}{\Delta Q_3} \end{bmatrix}$$

Δ. Διαταράσσεται το αρχικό διάνυσμα προς παροχής ως προς την τέταρτη παράμετρο, δηλαδή την παροχή άντλησης στο τέταρτο πηγάδι κατά ΔQ_4 .

$$\vec{Q}'_{04} = \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \\ Q_4 + \Delta Q_4 \\ Q_5 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{με εφαρμογή του PTC}} \vec{H}'_{04} = \begin{bmatrix} H'_1 \\ H'_2 \\ H'_3 \\ H'_4 \\ H'_5 \\ H'_6 \\ H'_7 \\ H'_8 \\ H'_9 \\ H'_{10} \end{bmatrix} \longrightarrow \left(\frac{\partial H}{\partial Q} \right)_4 = \begin{bmatrix} \frac{H'_1 - H_1}{\Delta Q_4} \\ \frac{H'_2 - H_2}{\Delta Q_4} \\ \frac{H'_3 - H_3}{\Delta Q_4} \\ \frac{H'_4 - H_4}{\Delta Q_4} \\ \frac{H'_5 - H_5}{\Delta Q_4} \\ \frac{H'_6 - H_6}{\Delta Q_4} \\ \frac{H'_7 - H_7}{\Delta Q_4} \\ \frac{H'_8 - H_8}{\Delta Q_4} \\ \frac{H'_9 - H_9}{\Delta Q_4} \\ \frac{H'_{10} - H_{10}}{\Delta Q_4} \end{bmatrix}$$

Ε. Διαταράσσεται το αρχικό δάνυσμα προς παροχής ως προς την πέμπτη παράμετρο, δηλαδή την παροχή άντλησης στο πέμπτο πηγάδι κατά ΔQ_5 .

$$\vec{Q}'_{05} = \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \\ Q_4 \\ Q_5 + \Delta Q_5 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{με εφαρμογή του PTC}} \vec{H}'_{05} = \begin{bmatrix} H'_1 \\ H'_2 \\ H'_3 \\ H'_4 \\ H'_5 \\ H'_6 \\ H'_7 \\ H'_8 \\ H'_9 \\ H'_{10} \end{bmatrix} \longrightarrow \left(\frac{\partial H}{\partial Q} \right)_5 = \begin{bmatrix} \frac{H'_1 - H_1}{\Delta Q_5} \\ \frac{H'_2 - H_2}{\Delta Q_5} \\ \frac{H'_3 - H_3}{\Delta Q_5} \\ \frac{H'_4 - H_4}{\Delta Q_5} \\ \frac{H'_5 - H_5}{\Delta Q_5} \\ \frac{H'_6 - H_6}{\Delta Q_5} \\ \frac{H'_7 - H_7}{\Delta Q_5} \\ \frac{H'_8 - H_8}{\Delta Q_5} \\ \frac{H'_9 - H_9}{\Delta Q_5} \\ \frac{H'_{10} - H_{10}}{\Delta Q_5} \end{bmatrix}$$

Τελικά, πραγματοποιώντας προς παραπάνω διαταραχές προκύπτει προς τελικός πίνακας απόκρισης (response matrix) με 5 στήλες (όσα και τα πηγάδια άντλησης) και 10 γραμμές (όσα και τα πηγάδια παρατήρησης) από τον οποίο πρακτικά φαίνονται οι μεταβολές του υδραυλικού ύψους προς αντίστοιχες μεταβολές προς παροχής άντλησης.

$$A = \begin{bmatrix} \frac{H'_1 - H_1}{\Delta Q_1} & \frac{H'_1 - H_1}{\Delta Q_2} & \frac{H'_1 - H_1}{\Delta Q_3} & \frac{H'_1 - H_1}{\Delta Q_4} & \frac{H'_1 - H_1}{\Delta Q_5} \\ \frac{H'_2 - H_2}{\Delta Q_1} & \frac{H'_2 - H_2}{\Delta Q_2} & \frac{H'_2 - H_2}{\Delta Q_3} & \frac{H'_2 - H_2}{\Delta Q_4} & \frac{H'_2 - H_2}{\Delta Q_5} \\ \frac{H'_3 - H_3}{\Delta Q_1} & \frac{H'_3 - H_3}{\Delta Q_2} & \frac{H'_3 - H_3}{\Delta Q_3} & \frac{H'_3 - H_3}{\Delta Q_4} & \frac{H'_3 - H_3}{\Delta Q_5} \\ \frac{H'_4 - H_4}{\Delta Q_1} & \frac{H'_4 - H_4}{\Delta Q_2} & \frac{H'_4 - H_4}{\Delta Q_3} & \frac{H'_4 - H_4}{\Delta Q_4} & \frac{H'_4 - H_4}{\Delta Q_5} \\ \frac{H'_5 - H_5}{\Delta Q_1} & \frac{H'_5 - H_5}{\Delta Q_2} & \frac{H'_5 - H_5}{\Delta Q_3} & \frac{H'_5 - H_5}{\Delta Q_4} & \frac{H'_5 - H_5}{\Delta Q_5} \\ \frac{H'_6 - H_6}{\Delta Q_1} & \frac{H'_6 - H_6}{\Delta Q_2} & \frac{H'_6 - H_6}{\Delta Q_3} & \frac{H'_6 - H_6}{\Delta Q_4} & \frac{H'_6 - H_6}{\Delta Q_5} \\ \frac{H'_7 - H_7}{\Delta Q_1} & \frac{H'_7 - H_7}{\Delta Q_2} & \frac{H'_7 - H_7}{\Delta Q_3} & \frac{H'_7 - H_7}{\Delta Q_4} & \frac{H'_7 - H_7}{\Delta Q_5} \\ \frac{H'_8 - H_8}{\Delta Q_1} & \frac{H'_8 - H_8}{\Delta Q_2} & \frac{H'_8 - H_8}{\Delta Q_3} & \frac{H'_8 - H_8}{\Delta Q_4} & \frac{H'_8 - H_8}{\Delta Q_5} \\ \frac{H'_9 - H_9}{\Delta Q_1} & \frac{H'_9 - H_9}{\Delta Q_2} & \frac{H'_9 - H_9}{\Delta Q_3} & \frac{H'_9 - H_9}{\Delta Q_4} & \frac{H'_9 - H_9}{\Delta Q_5} \\ \frac{H'_{10} - H_{10}}{\Delta Q_1} & \frac{H'_{10} - H_{10}}{\Delta Q_2} & \frac{H'_{10} - H_{10}}{\Delta Q_3} & \frac{H'_{10} - H_{10}}{\Delta Q_4} & \frac{H'_{10} - H_{10}}{\Delta Q_5} \end{bmatrix}$$

Ουσιαστικά η παραπάνω πρόταση μπορεί να εκφραστεί μαθηματικά από τη σχέση:

$$\Delta H = A \cdot \Delta Q$$

Ή αναλυτικότερα:

$$\begin{bmatrix} \Delta H_1 \\ \Delta H_2 \\ \Delta H_3 \\ \Delta H_4 \\ \Delta H_5 \\ \Delta H_6 \\ \Delta H_7 \\ \Delta H_8 \\ \Delta H_9 \\ \Delta H_{10} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{H'_1 - H_1}{\Delta Q_1} & \frac{H'_1 - H_1}{\Delta Q_2} & \frac{H'_1 - H_1}{\Delta Q_3} & \frac{H'_1 - H_1}{\Delta Q_4} & \frac{H'_1 - H_1}{\Delta Q_5} \\ \frac{H'_2 - H_2}{\Delta Q_1} & \frac{H'_2 - H_2}{\Delta Q_2} & \frac{H'_2 - H_2}{\Delta Q_3} & \frac{H'_2 - H_2}{\Delta Q_4} & \frac{H'_2 - H_2}{\Delta Q_5} \\ \frac{H'_3 - H_3}{\Delta Q_1} & \frac{H'_3 - H_3}{\Delta Q_2} & \frac{H'_3 - H_3}{\Delta Q_3} & \frac{H'_3 - H_3}{\Delta Q_4} & \frac{H'_3 - H_3}{\Delta Q_5} \\ \frac{H'_4 - H_4}{\Delta Q_1} & \frac{H'_4 - H_4}{\Delta Q_2} & \frac{H'_4 - H_4}{\Delta Q_3} & \frac{H'_4 - H_4}{\Delta Q_4} & \frac{H'_4 - H_4}{\Delta Q_5} \\ \frac{H'_5 - H_5}{\Delta Q_1} & \frac{H'_5 - H_5}{\Delta Q_2} & \frac{H'_5 - H_5}{\Delta Q_3} & \frac{H'_5 - H_5}{\Delta Q_4} & \frac{H'_5 - H_5}{\Delta Q_5} \\ \frac{H'_6 - H_6}{\Delta Q_1} & \frac{H'_6 - H_6}{\Delta Q_2} & \frac{H'_6 - H_6}{\Delta Q_3} & \frac{H'_6 - H_6}{\Delta Q_4} & \frac{H'_6 - H_6}{\Delta Q_5} \\ \frac{H'_7 - H_7}{\Delta Q_1} & \frac{H'_7 - H_7}{\Delta Q_2} & \frac{H'_7 - H_7}{\Delta Q_3} & \frac{H'_7 - H_7}{\Delta Q_4} & \frac{H'_7 - H_7}{\Delta Q_5} \\ \frac{H'_8 - H_8}{\Delta Q_1} & \frac{H'_8 - H_8}{\Delta Q_2} & \frac{H'_8 - H_8}{\Delta Q_3} & \frac{H'_8 - H_8}{\Delta Q_4} & \frac{H'_8 - H_8}{\Delta Q_5} \\ \frac{H'_9 - H_9}{\Delta Q_1} & \frac{H'_9 - H_9}{\Delta Q_2} & \frac{H'_9 - H_9}{\Delta Q_3} & \frac{H'_9 - H_9}{\Delta Q_4} & \frac{H'_9 - H_9}{\Delta Q_5} \\ \frac{H'_{10} - H_{10}}{\Delta Q_1} & \frac{H'_{10} - H_{10}}{\Delta Q_2} & \frac{H'_{10} - H_{10}}{\Delta Q_3} & \frac{H'_{10} - H_{10}}{\Delta Q_4} & \frac{H'_{10} - H_{10}}{\Delta Q_5} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta Q_1 \\ \Delta Q_2 \\ \Delta Q_3 \\ \Delta Q_4 \\ \Delta Q_5 \end{bmatrix}$$

Για τη βελτιστοποίηση χρησιμοποιείται η μέθοδος Simplex, προς αναφέρθηκε και προηγουμένως, η επίλυση προς οποίας λαμβάνει χώρα στο μαθηματικό πακέτο Matlab 7.1.

Η βασική εντολή ονομάζεται `linprog` (linear programming) και έχει την εξής δομή:

$$[x, fval] = \text{linprog}(f, A, b, A_{eq}, b_{eq}, LB, UB) \quad (4.10)$$

όπου

x : οι μεταβλητές απόφασης

$fval$: η τιμή προς αντικειμενικής συνάρτησης

f : το διάνυσμα προς αντικειμενικής συνάρτησης με προς συντελεστές των μεταβλητών απόφασης

A, b : πίνακας και διάνυσμα αντίστοιχα των περιορισμών ανισότητας

A_{eq}, b_{eq} : πίνακας και διάνυσμα αντίστοιχα των περιορισμών ισότητας

LB : διάνυσμα ελάχιστων ορίων για προς μεταβλητές απόφασης (lower bound)

UB: διάνυσμα μέγιστων ορίων για προς μεταβλητές απόφασης (upper bound)

Με βάση τα παραπάνω λύνεται ένα πρόβλημα προς μορφής

$$\min f(x) \text{ subject to } A \cdot x \leq b \quad (4.11)$$

Για την εφαρμογή στο συγκεκριμένο πρόβλημα θα πρέπει να γίνουν οι απαραίτητες προσαρμογές. Επειδή, προς αναφέρθηκε κατά τον ορισμό του προβλήματος, στη συγκεκριμένη περίπτωση πρέπει να γίνει μεγιστοποίηση προς ολικής παροχής άντλησης, τελικά η εντολή `linprog` θα κληθεί να ελαχιστοποιήσει την αρνητική ολική παροχή. Προς, σύμφωνα με τον περιορισμό θα πρέπει το υδραυλικό ύψος σε κάθε κόμβο παρατήρησης να μην μειώνεται κάτω από 102.5 m. Ωστόσο, η `linprog` απαιτεί ο περιορισμός να εκφράζεται με βάση τη μεταβλητή απόφασης x (στη δεδομένη περίπτωση την παροχή άντλησης q). Για το λόγο αυτό πρέπει να γίνουν οι εξής μετασχηματισμοί:

Αν ληφθεί μία θεωρητική ελάχιστη τιμή αναφοράς H_{ref} ($=102.5m$), τότε σε κάθε πηγάδι παρατήρησης θα πρέπει:

$$H \geq H_{ref} \Rightarrow H_0 + \Delta H \geq H_{ref}$$

και αν το ΔH εκφραστεί συναρτήσει του πίνακα απόκρισης A , τότε:

$$H_0 + A \cdot \Delta Q \geq H_{ref} \Rightarrow H_0 + A \cdot (Q - Q_0) \geq H_{ref}$$

$$\text{και } A \cdot Q \geq H_0 - H_{ref} - A \cdot Q_0 \Rightarrow -A \cdot Q \leq H_0 - H_{ref} - A \cdot Q_0 \quad (4.12)$$

όπου Q_0 και H_0 είναι το κεντρικό (αρχικό) ζεύγος τιμών παροχής – υδραυλικού ύψους με βάση το οποίο υπολογίστηκε ο πίνακας απόκρισης A , Q είναι η διαταραγμένη παροχή και H η απόκριση του μοντέλου PTC για την παροχή αυτή.

Με τον τρόπο αυτό ο πίνακας A του περιορισμού ανισότητας προς `linprog` είναι ο αρνητικός του πίνακα απόκρισης A , το διάνυσμα b του περιορισμού ανισότητας είναι ο πίνακας – στήλη $H_0 - H_{ref} - A \cdot Q_0$, το διάνυσμα ελάχιστων ορίων για προς

μεταβλητές απόφασης είναι ο πίνακας – στήλη $LB = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ και το διάνυσμα μέγιστων

ορίων για προς μεταβλητές απόφασης είναι ο πίνακας – στήλη $UB = \begin{bmatrix} 1800 \\ 2520 \\ 576 \\ 2520 \\ 146 \end{bmatrix}$.

Το τελικό αποτέλεσμα είναι οι πέντε βέλτιστες παροχές άντλησης στα ισάριθμα πηγάδια και η συνολική παροχή.

2^ο ΒΗΜΑ

Το νέο διάνυσμα \vec{Q}_0 καταρτίζεται αυτή τη φορά από το αποτέλεσμα προς βελτιστοποίησης του προηγούμενου βήματος και ακολουθείται ακριβώς η ίδια διαδικασία. Η λύση που προκύπτει συγκρίνεται με την προηγούμενη.

Η μεθοδολογία αυτή επαναλαμβάνεται μέχρι να υπάρξει σύγκλιση, δηλαδή μέχρι οι δύο τελευταίες λύσεις να είναι παραπλήσιες (ανάλογα με τα κριτήρια σύγκλισης που έχουν τεθεί).

Παρακάτω παρουσιάζεται η εφαρμογή προς παραπάνω διαδικασίας με τα πραγματικά δεδομένα του προβλήματος.

1^ο ΒΗΜΑ

Στον επόμενο πίνακα παρουσιάζεται το αρχικό τυχαία επιλεγμένο διάνυσμα προς παροχής και οι διάφορες διαταραχές του ως προς προς επιμέρους παροχές (κατά 10%). Καθώς και οι αντίστοιχες αποκρίσεις του μοντέλου (εκφρασμένες σε υδραυλικά ύψη)

Αρχική παροχή Q_0	Αρχικό υδραυλικό ύψος H_0	Διαταραγμένη παροχή Q_{01} ως προς το 1 ^ο πηγάδι άντλησης	Υδραυλικό ύψος H_{01}	Διαταραγμένη παροχή Q_{02} ως προς το 2 ^ο πηγάδι άντλησης	Υδραυλικό ύψος H_{02}	Διαταραγμένη παροχή Q_{03} ως προς το 3 ^ο πηγάδι άντλησης	Υδραυλικό ύψος H_{03}	Διαταραγμένη παροχή Q_{04} ως προς το 4 ^ο πηγάδι άντλησης	Υδραυλικό ύψος H_{04}	Διαταραγμένη παροχή Q_{05} ως προς το 5 ^ο πηγάδι άντλησης	Υδραυλικό ύψος H_{05}
500	103.168749	500+50	103.168733	500	103.157392	500	103.167535	500	103.166089	500	103.168228
	103.281004		103.280956		103.279327		103.146988		103.277479		103.280364
800	102.989641	800	102.989573	800+80	102.963326	800	102.987132	800	102.98478	800	102.988881
	102.837194		102.837122		102.804393		102.833684		102.830835		102.83631
200	103.740787	200	103.740734	200	103.700187	200+20	103.735944	200	103.732101	200	103.739608
	103.520847		103.520802		103.491606		103.515023		103.512076		103.519732
300	103.353205	300	103.353168	300	103.330331	300	103.346393	300+30	103.344636	300	103.352148
	103.35085		103.350825		103.334088		103.34339		103.343121		103.349849
50	103.049402	50	103.049384	50	103.038617	50	103.045865	50	103.044461	50+5	103.048641
	102.618591		102.618577		102.613945		102.617349		102.616606		102.618229

Πίνακας 4.1: Οι διαταραχές της παροχής και τα αντίστοιχα υδραυλικά ύψη για το 1^ο Βήμα

Ακολουθεί ο πίνακας απόκρισης (response matrix) όπου φαίνονται οι μεταβολές του υδραυλικού ύψους ως προς την παροχή.

$\theta H/\theta Q_1$	$\theta H/\theta Q_2$	$\theta H/\theta Q_3$	$\theta H/\theta Q_4$	$\theta H/\theta Q_5$
-0.00000032	-0.000141963	-0.0000607	-0.0000886667	-0.0001042
-0.00000096	-0.0000209625	-0.0067008	-0.0001175	-0.000128
-0.00000136	-0.000328938	-0.00012545	-0.000162033	-0.000152
-0.00000144	-0.000410012	-0.0001755	-0.000211967	-0.0001768
-0.00000106	-0.0005075	-0.00024215	-0.000289533	-0.0002358
-0.0000009	-0.000365512	-0.0002912	-0.000292367	-0.000223
-0.00000074	-0.000285925	-0.0003406	-0.000285633	-0.0002114
-0.0000005	-0.000209525	-0.000373	-0.000257633	-0.0002002
-0.00000036	-0.000134812	-0.00017685	-0.0001647	-0.0001522
-0.00000028	-0.000058075	-0.0000621	-0.0000661667	-0.0000724

Πίνακας 4.2: Ο πίνακας απόκρισης για το 1^ο Βήμα

Αφού καταρτίστηκε ο πίνακας μπορεί να εφαρμοστεί η μέθοδος Simplex. Με βάση όσα αναλύθηκαν παραπάνω προκύπτει το αρχείο simplex1.m στο Matlab:

```
% -----
% EPILYSI PROVLIMATOS GRAMMIKOY PROGRAMMATISMOY
% -----
% ORIZETAI H ANTIKEIMENIKH SYNARTISI
f=[-1;-1;-1;-1;-1];
% EISAGETAI O PERIORISMOS ANISOTITAS A*q>=b
A=[-0.00000032 -0.000141963 -0.0000607 -0.0000886667 -0.0001042
-0.00000096 -0.0000209625 -0.0067008 -0.0001175 -0.000128
-0.00000136 -0.000328938 -0.00012545 -0.000162033 -0.000152
-0.00000144 -0.000410012 -0.0001755 -0.000211967 -0.0001768
-0.00000106 -0.0005075 -0.00024215 -0.000289533 -0.0002358
-0.0000009 -0.000365512 -0.0002912 -0.000292367 -0.000223
-0.00000074 -0.000285925 -0.0003406 -0.000285633 -0.0002114
-0.00000005 -0.000209525 -0.000373 -0.000257633 -0.0002002
-0.00000036 -0.000134812 -0.00017685 -0.0001647 -0.0001522
-0.00000028 -0.000058075 -0.0000621 -0.0000661667 -0.0000724];
b=[0.826449;2.180104;0.834741;0.773494;1.794387;1.470847;1.246705;
1.18065;0.749802;0.201091];
% EISAGONTAI I ELAXISTI KAI I MEGISTI TIMI
% POY MPOREI NA LAVEI I PARAMETROS q
LB=zeros(5,1);
UB=[1800;2520;576;2520;146];
% EFARMOZETAI I METHODOS SIMPLEX
[q,fval]=linprog(f,-A,b,[],[],LB,UB);
% EKSAGONTAI OI VELTISTOI RYTHMOI ANTILISIS
% GIA TA 5 PIGADIA
q
Q=sum(q)
```

Τελικά, το αποτέλεσμα που προκύπτει είναι το εξής:

Πηγάδι άντλησης	Βέλτιστη τιμή παροχής (m ³ /d)
1	1800
2	602.6
3	284
4	2236.1
5	0
ΣQ	4922.7

Πίνακας 4.3: Η βέλτιστη λύση για το 1^ο Βήμα

Επειδή το αποτέλεσμα απέχει αρκετά από την αρχική πεντάδα των παροχών, εξάγεται το συμπέρασμα ότι ο αλγόριθμος δεν έχει συγκλίνει και συνεπώς θα απαιτηθεί νέα επανάληψη.

2^ο ΒΗΜΑ

Αυτή τη φορά σαν αρχική πεντάδα παροχών λαμβάνεται η βέλτιστη λύση του προηγούμενου βήματος. Η ακολουθούμενη διαδικασία είναι ανάλογη με μόνη διαφορά ότι η διαταραχή των παροχών γίνεται κατά 20%.

Αρχική παροχή Q_0	Αρχικό υδραυλικό ύψος H_0	Διαταραγμένη παροχή Q_{01} ως προς το 1 ^ο πηγάδι άντλησης	Υδραυλικό ύψος H_{01}	Διαταραγμένη παροχή Q_{02} ως προς το 2 ^ο πηγάδι άντλησης	Υδραυλικό ύψος H_{02}	Διαταραγμένη παροχή Q_{03} ως προς το 3 ^ο πηγάδι άντλησης	Υδραυλικό ύψος H_{03}	Διαταραγμένη παροχή Q_{04} ως προς το 4 ^ο πηγάδι άντλησης	Υδραυλικό ύψος H_{04}	Διαταραγμένη παροχή Q_{05} ως προς το 5 ^ο πηγάδι άντλησης	Υδραυλικό ύψος H_{05}
1800	103.024707	1800	103.02482	1800	103.04184	1800	103.028159	1800	103.06441	1800	103.022621
	103.092777		103.09312		103.118031		103.097548		103.145402		103.090213
602.6	102.73579	602.6	102.736283	602.6	102.77552	602.6	102.742934	602.6	102.808418	602.6	102.732739
	102.49937		102.499893		102.548928		102.50937		102.594438		102.495823
284	103.269362	284	103.269747	284	103.330775	284	103.28318	284	103.39936	284	103.264624
	103.011249		103.011569		103.055502		103.027868		103.142557		103.00677
2236.1	102.836373	2236.1	102.836638	2236.1	102.870997	2236.1	102.855813	2236.1	102.964668	2236.1	102.832126
	102.870347		102.870523		102.895712		102.891629		102.986036		102.866325
0	102.749029	0	102.749159	0	102.765322	0	102.759103	0	102.822864	0	102.745979
	102.499938		102.500038		102.506945		102.503471		102.529556		102.498488

Πίνακας 4.4: Οι διαταραχές της παροχής και τα αντίστοιχα υδραυλικά ύψη για το 2^ο Βήμα

$\theta H/\theta Q_1$	$\theta H/\theta Q_2$	$\theta H/\theta Q_3$	$\theta H/\theta Q_4$	$\theta H/\theta Q_5$
-0.0000003139	-0.000142159	-6.0775E-05	-8.87773E-05	-0.0001043
-0.0000009528	-0.000209542	-8.3996E-05	-0.000117671	-0.0001282
-0.000001369	-0.000329655	-0.00012577	-0.000162399	-0.0001525
-0.000001453	-0.000411201	-0.00017606	-0.000212575	-0.0001773
-0.000001069	-0.000509567	-0.00024327	-0.00029068	-0.0002369
-0.0000008889	-0.000367184	-0.00029259	-0.000293609	-0.000224
-0.0000007361	-0.000287288	-0.00034225	-0.000286872	-0.0002123
-0.0000004889	-0.000210463	-0.00037468	-0.000258685	-0.0002011
-0.0000003611	-0.000135189	-0.00017736	-0.000165098	-0.0001525
-0.0000002778	-0.0000581397	-0.000062201	-0.0000662269	-0.0000725

Πίνακας 4.5: Ο πίνακας απόκρισης για το 2^ο Βήμα

Αφού καταρτίστηκε ο πίνακας μπορεί να εφαρμοστεί η μέθοδος Simplex. Με βάση όσα αναλύθηκαν παραπάνω προκύπτει το αρχείο simplex2.m στο Matlab:

```
% -----
% EPILYSI PROVLIMATOS GRAMMIKOY PROGRAMMATISMOY
% -----
% ORIZETAI H ANTIKEIMENIKH SYNARTISI
f=[-1;-1;-1;-1;-1];
% EISAGETAI O PERIORISMOS ANISOTITAS A*q>=b
A=[-0.000000313889 -0.000142159 -0.0000607746 -0.0000887773 -0.0001043
-0.000000952778 -0.000209542 -0.0000839965 -0.000117671 -0.0001282
-0.00000136944 -0.000329655 -0.000125775 -0.000162399 -0.00015255
-0.00000145278 -0.000411201 -0.000176056 -0.000212575 -0.00017735
-0.00000106944 -0.000509567 -0.000243275 -0.00029068 -0.0002369
-0.000000888889 -0.000367184 -0.000292588 -0.000293609 -0.00022395
-0.000000736111 -0.000287288 -0.000342254 -0.000286872 -0.00021235
-0.000000488889 -0.000210463 -0.000374683 -0.000258685 -0.0002011
-0.000000361111 -0.000135189 -0.000177359 -0.000165098 -0.0001525
-0.000000277778 -0.0000581397 -0.0000622007 -0.0000662269 -0.0000725];
b=[0.826707;1.007777;0.83579;0.77507;1.797462;1.473749;1.249473;1.182947;
0.750729;0.201238];
% EISAGONTAI I ELAXISTI KAI I MEGISTI TIMI
% POY MPOREI NA LAVEI I PARAMETROS q
LB=zeros(5,1);
UB=[1800;2520;576;2520;146];
% EFARMOZETAI I METHODOS SIMPLEX
[q,fval]=linprog(f,-A,b,[],[],LB,UB);
% EKSAGONTAI OI VELTISTOI RYTHMOI ANTILISIS
% GIA TA 5 PIGADIA
q
Q=sum(q)
```

Τελικά, το αποτέλεσμα που προκύπτει είναι το εξής:

Πηγάδι άντλησης	Βέλτιστη τιμή παροχής (m ³ /d)
1	1800
2	631
3	576
4	1936.1
5	0
ΣQ	4943.1

Πίνακας 4.6: Η βέλτιστη λύση για το 2^ο Βήμα

Επειδή και πάλι το αποτέλεσμα απέχει αρκετά από την προηγούμενη βέλτιστη πεντάδα παροχών, εξάγεται το συμπέρασμα ότι ο αλγόριθμος δεν έχει ακόμα συγκλίνει και συνεπώς θα απαιτηθεί νέα επανάληψη.

3^ο ΒΗΜΑ

Ομοίως σαν αρχική πεντάδα παροχών λαμβάνεται η βέλτιστη λύση του 2^{ου} βήματος με διαταραχή των παροχών κατά 40%.

Αρχική παροχή Q_0	Αρχικό υδραυλικό ύψος H_0	Διαταραγμένη παροχή Q_{01} ως προς το 1 ^ο πηγάδι άντλησης	Υδραυλικό ύψος H_{01}	Διαταραγμένη παροχή Q_{02} ως προς το 2 ^ο πηγάδι άντλησης	Υδραυλικό ύψος H_{02}	Διαταραγμένη παροχή Q_{03} ως προς το 3 ^ο πηγάδι άντλησης	Υδραυλικό ύψος H_{03}	Διαταραγμένη παροχή Q_{04} ως προς το 4 ^ο πηγάδι άντλησης	Υδραυλικό ύψος H_{04}	Διαταραγμένη παροχή Q_{05} ως προς το 5 ^ο πηγάδι άντλησης	Υδραυλικό ύψος H_{05}
1800	103.029559	1080	103.029784	1800	103.065435	1800	103.043562	1800	103.098298	1800	103.025386
	103.097605		103.098292		103.150483		103.116958		103.188713		103.092477
631	102.738433	631	102.739419	378.6	102.821617	631	102.76741	631	102.864166	631	102.732332
	102.500079		102.501125		102.603838		102.540637		102.664649		102.492986
576	103.271108	576	103.271877	576	103.399679	345.6	103.327143	576	103.496116	576	103.261631
	103.003517		103.004157		103.096178		103.070916		103.23081		102.994558
1936.1	102.814381	1936.1	102.814911	1936.1	102.886893	1936.1	102.893228	1161.66	103.036492	1936.1	102.805884
	102.832594		102.832946		102.885728		102.918924		103.032921		102.824547
0	102.742946	0	102.743205	0	102.777067	0	102.783805	0	102.870778	40	102.736845
	102.499997		102.500198		102.51467		102.514326		102.55128		102.497096

Πίνακας 4.7: Οι διαταραχές της παροχής και τα αντίστοιχα υδραυλικά ύψη για το 3^ο Βήμα

$\theta H/\theta Q_1$	$\theta H/\theta Q_2$	$\theta H/\theta Q_3$	$\theta H/\theta Q_4$	$\theta H/\theta Q_5$
-0.0000003125	-0.000142139	-6.07769E-05	-8.87596E-05	-0.00010433
-0.000000954167	-0.000209501	-8.39974E-05	-0.000117644	-0.0001282
-0.00000136944	-0.000329572	-0.000125768	-0.000162353	-0.00015253
-0.00000145278	-0.00041109	-0.000176033	-0.000212502	-0.00017732
-0.00000106806	-0.000509394	-0.000243207	-0.000290543	-0.00023693
-0.000000888889	-0.00036712	-0.00029253	-0.000293493	-0.00022398
-0.000000736111	-0.00028729	-0.000342218	-0.000286802	-0.00021242
-0.000000488889	-0.000210515	-0.000374696	-0.000258673	-0.00020118
-0.000000359722	-0.000135186	-0.000177339	-0.000165064	-0.00015253
-0.000000279167	-0.0000581339	-0.0000621918	-0.0000662195	-0.000072525

Πίνακας 4.8: Ο πίνακας απόκρισης για το 3^ο Βήμα

Αφού καταρτίστηκε ο πίνακας μπορεί να εφαρμοστεί η μέθοδος Simplex. Με βάση όσα αναλύθηκαν παραπάνω προκύπτει το αρχείο simplex3.m στο Matlab:

```
% -----
% EPILYSI PROVLIMATOS GRAMMIKOY PROGRAMMATISMOY
% -----
% ΟΡΙΖΕΤΑΙ Η ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΙΚΗ ΣΥΝΑΡΤΗΣΙ
f=[-1;-1;-1;-1;-1];
% ΕΙΣΑΓΕΤΑΙ Ο ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΣ ΑΝΙΣΟΤΗΤΑΣ A*q>=b
A=[-0.0000003125      -0.000142139  -0.0000607769 -0.0000887596 -0.000104325
    -0.000000954167  -0.000209501  -0.0000839974 -0.000117644  -0.0001282
    -0.00000136944    -0.000329572  -0.000125768  -0.000162353  -0.000152525
    -0.00000145278    -0.00041109   -0.000176033  -0.000212502   -
    0.000177325
    -0.00000106806    -0.000509394  -0.000243207  -0.000290543  -0.000236925
    -0.000000888889  -0.00036712   -0.00029253   -0.000293493   -
    0.000223975
    -0.000000736111  -0.00028729   -0.000342218  -0.000286802  -0.000212425
    -0.000000488889  -0.000210515  -0.000374696  -0.000258673  -0.000201175
    -0.000000359722  -0.000135186  -0.000177339  -0.000165064  -0.000152525
    -0.000000279167  -0.0000581339 -0.0000621918 -0.0000662195 -0.000072525];
b=[0.826659;1.007705;0.835633;0.774879;1.797108;1.473517;1.249381;1.182994;
    0.750646;0.201197];
% ΕΙΣΑΓΟΝΤΑΙ Ι ΕΛΑΧΙΣΤΙ ΚΑΙ Ι ΜΕΓΙΣΤΙ ΤΙΜΙ
% ΠΟΥ ΜΠΟΡΕΙ ΝΑ ΛΑΒΕΙ Ι PARAMETROS q
LB=zeros(5,1);
UB=[1800;2520;576;2520;146];
% ΕΦΑΡΜΟΖΕΤΑΙ Ι ΜΕΘΟΔΟΣ SIMPLEX
[q,fval]=linprog(f,-A,b,[],[],LB,UB);
% ΕΚΣΑΓΟΝΤΑΙ ΟΙ ΒΕΛΤΙΣΤΟΙ ΡΥΘΜΟΙ ΑΝΤΛΙΣΙΣ
% ΓΙΑ ΤΑ 5 ΠΙΓΑΔΙΑ
q
Q=sum(q)
```

Τελικά, το αποτέλεσμα που προκύπτει είναι το εξής:

Πηγάδι άντλησης	Βέλτιστη τιμή παροχής (m ³ /d)
1	1800
2	631.5
3	576
4	1935.4
5	0
ΣQ	4942.9

Πίνακας 4.9: Η βέλτιστη λύση για το 3^ο Βήμα

Συγκρίνοντας με την προηγούμενη βέλτιστη πεντάδα παροχών είναι προφανές ότι ο αλγόριθμος έχει συγκλίνει και συνεπώς το μη γραμμικό πρόβλημα γραμμικοποιήθηκε και δεν απαιτούνται επιπλέον επαναλήψεις.

4.7 Βελτιστοποίηση και γενετικοί αλγόριθμοι

Πολλές από τις υπάρχουσες μεθόδους βελτιστοποίησης, αλλά και ακόμα περισσότεροι υβριδικοί συνδυασμοί αυτών, φαίνονται να ανταποκρίνονται εξαιρετικά σε πολλές εφαρμογές. Ωστόσο συχνά αποδεικνύονται κατώτερες των περιστάσεων σε προβλήματα περισσότερο πολύπλοκα, αποδεικνύοντας ότι τα πάνε πολύ καλά μόνο σε ένα στενό σχετικά φάσμα προβλημάτων.

Μία διαφορετικής φιλοσοφίας αντίληψη για την επίλυση προβλημάτων βελτιστοποίησης είναι οι αλγόριθμοι που περιλαμβάνουν τυχαία αναζήτηση, οι οποίοι έχουν αρχίσει να γίνονται ιδιαίτερα δημοφιλείς. Το σκεπτικό βάσει του οποίου αναπτύχθηκαν είναι η αναζήτηση και στη συνέχεια αποθήκευση της λύσης σε τυχαίες 'διαδρομές' των αλγορίθμων. Οι γενετικοί αλγόριθμοι είναι ένα χαρακτηριστικό παράδειγμα μιας διαδικασίας αναζήτησης, κατά την οποία χρησιμοποιείται η τυχαία επιλογή σαν εργαλείο, προκειμένου να καθοδηγήσει την έρευνα μέσα σε ένα χώρο λύσεων [10].

Η βασική τους διαφορά σε σχέση με τις συμβατικές μεθόδους βελτιστοποίησης από τις συμβατικές διαδικασίες αναζήτησης έγκειται σε τέσσερα σημεία [10]:

1. Δουλεύουν με κωδικοποίηση κάποιων παραμέτρων και όχι με αυτές καθαυτές τις παραμέτρους (στους γενετικούς αλγορίθμους).
2. Αναζητούν λύση μέσα από ένα πληθυσμό σημείων και όχι από ένα μοναδικό σημείο.
3. Χρησιμοποιούν πληροφορίες παρμένες από την αντικειμενική συνάρτηση (την οποία και προσπαθούν να βελτιστοποιήσουν) και όχι από παραγώγους και άλλα βοηθήματα.
4. Χρησιμοποιούν μη αιτιοκρατικούς κανόνες μετάβασης, βασισμένους σε πιθανότητες.

Οι κύριοι λόγοι της μεγάλης επιτυχίας τους συνοψίζονται στα εξής [10]:

1. Παρουσιάζουν μία πρωτοφανή ισορροπία (σε σχέση με τους υπόλοιπους τυχαίους αλγορίθμους) μεταξύ της ικανότητας εξερεύνησης του πεδίου λύσεων και της πίεσης για εύρεση της βέλτιστης λύσης. Το χαρακτηριστικό αυτό τους δίνει μεγάλη ευστάθεια.
2. Είναι από τη φύση τους παράλληλοι αλγόριθμοι, κάτι που τους δίνει τη δυνατότητα μεγάλης επιτάχυνσης με χρήση τεχνικών παράλληλης

επεξεργασίας.

- 3 Έχουν μεγάλη προσαρμοστικότητα στα διαφορετικά προβλήματα που καλούνται να λύσουν. Με ελάχιστες αλλαγές μπορούν να αντιμετωπίσουν τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά πολύ διαφορετικών μεταξύ τους προβλημάτων.

Παρακάτω παρουσιάζονται αναλυτικά οι ορισμοί των βασικών εννοιών, η αρχική ιδέα πάνω στην οποία βασίστηκε η μεθοδολογία, ο τρόπος λειτουργίας και εφαρμογής των γενετικών αλγορίθμων καθώς και τα πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματά τους.

4.7.1 Το παράδειγμα της φύσης

Η θεωρία της Εξέλιξης των Ειδών (Evolution of Species), που αναπτύχθηκε από τον Δαρβίνο στα μέσα του 19^{ου} αιώνα, προκάλεσε μεγάλη αναστάτωση, αφού ερχόταν σε σύγκρουση με τις επικρατούσες θρησκευτικές αντιλήψεις σχετικά με την προέλευση της ζωής. Με την πάροδο ενός και πλέον αιώνα η θεωρία έχει γίνει αποδεκτή από το σύνολο των επιστημόνων γιατί κατόρθωσε να δώσει ικανοποιητικές απαντήσεις σε θεμελιώδη ερωτήματα για το φαινόμενο της ζωής, την προέλευσή της και τις βασικές λειτουργίες της. Τα κυριότερά της σημεία που σχετίζονται και ερμηνεύουν τον τρόπο λειτουργίας των γενετικών αλγορίθμων αναλύονται παρακάτω [11], [12].

Δεν υπάρχει αντικειμενική βάση διαχωρισμού των ζωντανών οργανισμών σε ανώτερους και κατώτερους. Σε κάθε βιολογικό είδος, μερικά άτομα αφήνουν περισσότερους απογόνους σε σύγκριση με τα υπόλοιπα και έτσι τα κληροδοτούμενα χαρακτηριστικά των αναπαραγωγικά επιτυχημένων ατόμων γίνονται περισσότερα στην επόμενη γενιά. Ένα πλήθος από αντιξοότητες και δυσκολίες διαφορετικών ειδών που παρουσιάζονται κατά τη διάρκεια της ζωής των οργανισμών είναι οι παράγοντες που καθορίζουν ποιοι από αυτούς θα κατορθώσουν να επιζήσουν και να πολλαπλασιαστούν. Έτσι, η αλλαγή του περιβάλλοντος και των συνθηκών διαβίωσής επιφέρουν αλλαγές και στα χαρακτηριστικά τους με στόχο την προσαρμογή στις εκάστοτε συνθήκες, την επιβίωση και κατ' επέκταση την αναπαραγωγή.

Ο Δαρβίνος μαζί με τον συνθεμελιωτή της ιδέας της εξέλιξης Alfred Wallace, υπέβαλλε έκθεση στη Λίνναιο Εταιρία του Λονδίνου την 1^η Ιουλίου του 1858 που καταλήγει ως εξής: '(...) εκείνα τα άτομα που παρατείνουν την ύπαρξή τους δεν μπορεί παρά να είναι τα υγιέστερα και σφριγηλότερα (...) τα ασθενέστερα και λιγότερο τέλεια οργανωμένα πρέπει πάντοτε να υποκύπτουν'.

Οι αλλαγές που λαμβάνουν χώρα σε κάθε οργανισμό αφορούν τα χρωμοσώματά του, τα πολύπλοκα οργανικά μόρια που κωδικοποιούν τη δομή και τα χαρακτηριστικά του. Η δημιουργία ενός νέου οργανισμού περιλαμβάνει την αποκωδικοποίηση των χρωμοσωμάτων. Τα χρωμοσώματα αποτελούνται από μικρότερα μέρη που λέγονται γονίδια. Το σύνολο της γενετικής πληροφορίας που είναι κωδικοποιημένο στα γονίδια ονομάζεται γονότυπος. Κυρίαρχες λειτουργίες του φαινομένου της εξέλιξης είναι η αναπαραγωγή (crossover) και η μετάλλαξη (mutation).

Αναπαραγωγή είναι η διαδικασία δημιουργίας νέων οργανισμών. Τα χρωμοσώματα κάθε νέου οργανισμού αποτελούνται από γονίδια που προέρχονται τα μισά από τον πατέρα και τα μισά από την μητέρα. Έτσι, για κάθε χαρακτηριστικό, το νέο άτομο έχει πάρει ένα γονίδιο από κάθε γονέα. Μερικές φορές, τα δύο αυτά γονίδια συμφωνούν μεταξύ τους, όσον αφορά την 'τιμή' που θα δώσουν στο χαρακτηριστικό, π.χ. γαλάζιο χρώμα ματιών, ενώ άλλες φορές δεν συμφωνούν, π.χ. το ένα υποδεικνύει καστανό χρώμα ματιών και το άλλο γαλάζιο. Στη δεύτερη περίπτωση, κυριαρχεί η 'τιμή' ενός γονιδίου και αγνοείται η 'τιμή' του άλλου, αν και μπορεί να επανεμφανιστεί σε επόμενες γενιές. Το γονίδιο που τελικά καθορίζει το χαρακτηριστικό λέγεται κυρίαρχο ή επικρατέστερο (dominant) και το άλλο υπολειπόμενο (recessive).

Κατά τη μετάλλαξη γίνεται με τυχαίο τρόπο αλλαγή της δομής των χρωμοσωμάτων, συνήθως από λανθασμένη αντιγραφή βιολογικών μορίων ή από εξωγενείς παράγοντες (π.χ. ακτινοβολία), έχοντας ως άμεσο αποτέλεσμα αλλαγή σε κάποιο χαρακτηριστικό. Η μετάλλαξη μπορεί να προκαλέσει σημαντικές βελτιώσεις (μερικά λάθη που έγιναν αποτέλεσαν σημαντικό παράγοντα για την προοδευτική εξέλιξη της ζωής).

Όλος αυτός ο μηχανισμός της φυσικής επιλογής φάνηκε ιδιαίτερα ελκυστικός για τον John Holland, πρωτοπόρο των γενετικών αλγορίθμων, στις αρχές της δεκαετίας του '70 [12]. Ο Holland φαντάστηκε ότι κάποιες ιδέες και λειτουργίες που εφαρμόζει η φύση στα συστήματά της θα μπορούσαν να έχουν αποτελέσματα, αν ενσωματώνονταν σε αλγόριθμους για υπολογιστές, ώστε να προκύψουν νέες αποδοτικές τεχνικές επίλυσης δύσκολων προβλημάτων.

4.7.2 Ιστορική αναδρομή [10]

Οι εξελικτικοί αλγόριθμοι ανάγουν την γέννησή τους στα τέλη της δεκαετίας του

1950, με την παρουσίαση εργασιών από διαφορετικούς ερευνητές. Όμως, για περίπου τρεις δεκαετίες είχαν μείνει στην αφάνεια και η διεθνής επιστημονική κοινότητα μάλλον αγνοούσε την ύπαρξή τους. Ο λόγος ήταν η απουσία ικανών ηλεκτρονικών υπολογιστών, που θα μπορούσαν να εκμεταλλευτούν τις δυνατότητές τους, αλλά και τα προβλήματα και οι ατέλειες των πρώτων προσεγγίσεων στο θέμα. Το τοπίο άρχισε να αλλάζει κατά τη δεκαετία του 1960, όταν παρουσιάστηκαν εργασίες όπως αυτές των Holland, Rechenberg, Schwefel και Fogel. Οι παραπάνω εργασίες ακολουθούσαν διαφορετικές προσεγγίσεις στο θέμα, είχαν όμως ως κοινό παρονομαστή τη χρησιμοποίηση ενός πληθυσμού πιθανών λύσεων, οι οποίες εξελισσόμενες με τη χρήση τεχνικών δανεισμένων από τη γενετική, κατέληγαν σε (σχεδόν) βέλτιστες λύσεις. Οι εξελικτικοί αλγόριθμοι δε χρησιμοποιήθηκαν από όλους τους ερευνητές μόνο ως εργαλεία βελτιστοποίησης, αλλά και ως μέθοδοι προσομοίωσης της φυσικής διαδικασίας της εξέλιξης, αλλά και γενικότερα της συμπεριφοράς ζωντανών οργανισμών.

Οι εξελικτικοί αλγόριθμοι εμφανίζονται σε τρεις διαφορετικές μορφές, οι οποίες ακολουθούν διακριτή πορεία, αλλά με ισχυρές αλληλεπιδράσεις μεταξύ τους:

- τους γενετικούς αλγορίθμους (genetic algorithms)
- τον εξελικτικό προγραμματισμό (evolutionary programming)
- τις εξελικτικές στρατηγικές (evolution strategies)

Πρόσφατη μετεξέλιξη των γενετικών αλγορίθμων είναι και ο γενετικός προγραμματισμός (genetic programming).

Ουσιαστικά, οι γενετικοί αλγόριθμοι εφευρέθηκαν από τον John Holland κατά τη δεκαετία του 1960. Σε αντίθεση με τις υπόλοιπες τεχνικές, ο Holland είχε ως στόχο όχι το σχεδιασμό αλγορίθμων που να επιλύουν συγκεκριμένα προβλήματα, αλλά περισσότερο να εξετάσει κατά τρόπο γενικό το φαινόμενο της εξέλιξης, όπως αυτό παρατηρείται στη φύση και να αναπτύξει τρόπους, έτσι ώστε οι μηχανισμοί της φυσικής προσαρμογής να προσομοιωθούν με υπολογιστικά συστήματα. Αρχικά παρουσιάστηκαν ως μια αφηρημένη έννοια, που πηγάζει από τη βιολογική εξέλιξη και εκθέτει το θεωρητικό περίγραμμα της προσαρμογής κάτω από τους γενετικούς αλγορίθμους. Τελικά όμως η κύρια εφαρμογή τους αποδείχθηκε η βελτιστοποίηση προβλημάτων.

Ο Holland πρώτος εισήγαγε έναν αλγόριθμο, ο οποίος βασίζεται σε πληθυσμό πιθανών λύσεων, οι οποίες υπόκεινται σε τελεστές που αντιστοιχούν σε φυσικές

διεργασίες όπως η μετάλλαξη και η διασταύρωση. Ο Rechenberg χρησιμοποιούσε 'πληθυσμό' αποτελούμενο από δύο μόνο λύσεις, πατέρα και υιό, με τη δεύτερη να αποτελεί μεταλλαγμένη μορφή της πρώτης. Επίσης, ο Holland ήταν ο πρώτος που παρουσίασε και ένα θεωρητικό υπόβαθρο για την επεξήγηση της λειτουργίας των γενετικών αλγορίθμων.

Ο εξελικτικός προγραμματισμός αναπτύχθηκε από τον Fogel με σκοπό να διερευνήσει τη δυνατότητα εξέλιξης τεχνητής νοημοσύνης, με την έννοια η μηχανή να μπορεί να προβλέπει αλλαγές στο περιβάλλον της και να αντιδρά κατάλληλα.

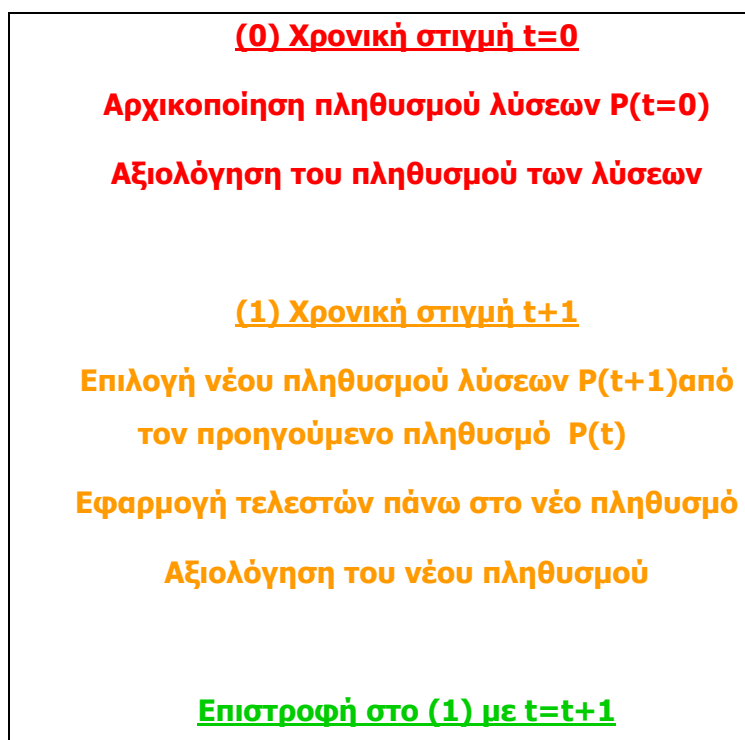
Το 1965 ο Rechenberg (φοιτητής ακόμη) εισήγαγε τις εξελικτικές στρατηγικές ως μεθόδους βελτιστοποίησης των παραμέτρων αεροδυναμικών σωμάτων κατά τη διάρκεια πειραμάτων σε αεροδυναμική σήραγγα. Η ιδέα του Rechenberg εξελίχθηκε περαιτέρω από τον Schwefel. Οι Εξελικτικές Στρατηγικές χρησιμοποιούν κωδικοποίηση πραγματικών αριθμών και μόνο τη μετάλλαξη ως τεχνική διαφοροποίησης των χρωμοσωμάτων, ενώ προσομοιάζουν με τεχνικές hill-climbing.

Ο γενετικός προγραμματισμός αναπτύχθηκε πρόσφατα από τον Koza, ο οποίος προτείνει ότι αντί να λύνεται ένα πρόβλημα με εξελικτικές μεθόδους, είναι καλύτερα να γίνεται εξερεύνηση των πιθανών διαφορετικών προγραμμάτων που μπορούν να λύσουν το πρόβλημα. Έτσι, στο γενετικό προγραμματισμό οι διακριτές λύσεις που ανταγωνίζονται μεταξύ τους είναι κάποιο είδος προγραμμάτων (που περιέχουν τόσο δομές δεδομένων όσο και συναρτήσεις). Λόγω του παραπάνω χαρακτηριστικού, διαφέρουν αρκετά από τους τυπικούς γενετικούς αλγορίθμους και ως εκ τούτου μπορούν να θεωρηθούν ως ξεχωριστή κατηγορία

Από τη δεκαετία του 1980 και έπειτα, με την ανάπτυξη των ηλεκτρονικών υπολογιστών οι γενετικοί αλγόριθμοι βρήκαν μεγάλη απήχηση και χρησιμοποιήθηκαν για την επίλυση δύσκολων προβλημάτων βελτιστοποίησης.

4.7.3 Τρόπος λειτουργίας ενός γενετικού αλγορίθμου [10]

Αλγοριθμικά, ένας γενετικός αλγόριθμος παρουσιάζεται με την εξής διαδοχή βημάτων:



Σχήμα 4.13: Αρχή λειτουργίας του γενετικού αλγορίθμου.

Προκειμένου να αρχικοποιηθεί ένας πληθυσμός λύσεων, παράγεται τυχαία ένας αριθμός χρωμοσωμάτων, μέσα από το χώρο λύσεων. Αυτό γίνεται μέσα από γεννήτριες τυχαίων αριθμών. Κάθε χρωμόσωμα είναι μια κατάλληλα κωδικοποιημένη υποψήφια λύση (το διάνυσμα των μεταβλητών σχεδίασης).

Η αξιολόγηση των λύσεων πραγματοποιείται υπολογίζοντας την αντικειμενική συνάρτηση για κάθε χρωμόσωμα (υποψήφια λύση). Η αντικειμενική συνάρτηση παίζει το ρόλο του περιβάλλοντος στη φυσική επιλογή. Με κριτήριο την κατανομή της πιθανότητας βασισμένη στις τιμές της συνάρτησης αυτής, επιλέγεται ο νέος πληθυσμός λύσεων. Πιο συγκεκριμένα, υπολογίζεται το άθροισμα των αντικειμενικών συναρτήσεων του πληθυσμού και έπειτα η πιθανότητα να επιλεγεί το συγκεκριμένο χρωμόσωμα. Η πιθανότητα αυτή ισούται όπως είναι λογικό με το κλάσμα της τιμής της αντικειμενικής συνάρτησης του χρωμοσώματος προς το άθροισμα των τιμών των αντικειμενικών συναρτήσεων όλου του πληθυσμού. Στη συνέχεια υπολογίζεται η αθροιστική πιθανότητα για κάθε χρωμόσωμα, δηλαδή τα χρωμοσώματα κατανέμονται το ένα μετά το άλλο στο διάστημα μεταξύ 0 και 1. Για να γίνει η διαδικασία αυτή περισσότερο αντιληπτή μπορεί να δοθεί το παράδειγμα ενός τροχού ρουλέτας. Το

μήκος της περιφέρειας του τροχού είναι μοναδιαίο. Κάθε άτομο καταλαμβάνει τόσο χώρο όση είναι η σχετική του αντικειμενική συνάρτηση (η πιθανότητα επιλογής του). Η διαδικασία επιλογής υλοποιείται γεννώντας τυχαίους αριθμούς με ομοιόμορφη πιθανότητα μεταξύ 0 και 1 τόσες φορές όσες και ο πληθυσμός κάθε γενιάς. Ανάλογα με τον εκάστοτε τυχαίο αριθμό επιλέγεται και το αντίστοιχο χρωμόσωμα από τον τροχό με τον παρακάτω κανόνα.

Ας αναπαρασταθούν με v_i όλα τα χρωμοσώματα. Έστω r ο αριθμός που παράγεται με τυχαίο τρόπο. Αν $r \leq q_1$, όπου q_1 είναι η αθροιστική πιθανότητα του χρωμοσώματος v_1 , τότε επιλέγεται το πρώτο χρωμόσωμα v_1 . Διαφορετικά, επιλέγεται το χρωμόσωμα v_i , έτσι ώστε $q_{i-1} < r \leq q_i$.

Είναι προφανές ότι ορισμένα χρωμοσώματα θα επιλεχθούν περισσότερες από μία φορές, όπως επίσης άλλα ενδέχεται να μην επιλεχθούν καθόλου. Τα πάντα εξαρτώνται από την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης του κάθε χρωμοσώματος. Είναι όμως σίγουρο ότι, σε γενικές γραμμές, τα καλύτερα χρωμοσώματα παράγουν περισσότερα αντίγραφα, τα μέτρια παραμένουν ως έχουν και τα χειρότερα απομακρύνονται.

Ακολουθεί η φάση της εφαρμογής των τελεστών πάνω στον ενδιάμεσο πληθυσμό που έχει δημιουργηθεί. Οι εν λόγω τελεστές είναι η διασταύρωση ή επιχiasμός (crossover) και η μετάλλαξη (mutation). Για να καθοριστούν οι τελεστές αυτοί θα πρέπει να ορισθούν οι αντίστοιχες παράμετροί τους. Αυτές αντιστοιχούν στην πιθανότητα να λάβει χώρα καθένα από τα δύο φαινόμενα. Έτσι, η πιθανότητα να υποστεί κάποιο χρωμόσωμα διασταύρωση είναι p_c και η πιθανότητα να συμβεί το φαινόμενο της μετάλλαξης πάνω σε ένα γονίδιο είναι p_m . Γενικά η πιθανότητα διασταύρωσης παίρνει μεγαλύτερες τιμές από την πιθανότητα μετάλλαξης. Μεγάλες τιμές της πιθανότητας μετάλλαξης οδηγούν τον αλγόριθμο σε αστάθεια. Η διασταύρωση (μαζί με την επιλογή) κυρίως ωθεί τις λύσεις προς το βέλτιστο (exploitation) ενώ η μετάλλαξη κυρίως δίνει τη δυνατότητα εξερεύνησης του χώρου των λύσεων (exploration). Σε γενικές γραμμές θεωρείται πως ο συνδυασμός διασταύρωσης και μετάλλαξης δίνει οδηγεί σε συνεχή βελτίωση με την πάροδο των γενεών.

4.7.4 Πλεονεκτήματα γενετικών αλγορίθμων

Η χρήση των γενετικών αλγορίθμων σε διάφορες εφαρμογές παρουσιάζει σημαντικά πλεονεκτήματα:

1. Μπορούν να λύσουν δύσκολα προβλήματα με ταχύτητα και αξιοπιστία. Ιδιαίτερα προβλήματα των οποίων η λύση είναι δύσκολα προσδιορίσιμη μπορούν να αντιμετωπιστούν με πολύ καλά αποτελέσματα από τους γενετικούς αλγορίθμους. Ενδείκνυνται σε περιπτώσεις που οι συναρτήσεις παρουσιάζουν μεγάλες διακυμάνσεις, καθιστώντας ανεπαρκείς άλλες μεθόδους για εύρεση των ακρότατών τους.
2. Διακρίνονται από μεγάλη ευελιξία. Μπορούν εύκολα να συνεργαστούν με τα υπάρχοντα μοντέλα και συστήματα. Μπορούν να λειτουργήσουν επικουρικά σε ένα αρκετά μεγάλο φάσμα μοντέλων που χρησιμοποιούνται σήμερα χωρίς να είναι απαραίτητη η επανασχεδιάσή τους. Συνεργάζονται εύκολα με τον υπάρχοντα κώδικα χωρίς να απαιτείται ιδιαίτερη παρέμβαση του χρήστη. Αυτό συμβαίνει, διότι χρησιμοποιούν μόνο πληροφορίες της διαδικασίας ή συνάρτησης που πρόκειται να βελτιστοποιήσουν, χωρίς να ενδιαφέρει άμεσα ο ρόλος της μέσα στο σύστημα ή η όλη δομή του συστήματος. Επιπλέον, μπορούν να συμμετέχουν σε υβριδικές μορφές με άλλες μεθόδους. Αν και η ισχύς τους είναι μεγάλη, σε μερικές ειδικές περιπτώσεις προβλημάτων, όπου άλλες μέθοδοι συμβαίνει να έχουν πολύ υψηλή αποδοτικότητα, λόγω εξειδίκευσης, υπάρχει η δυνατότητα χρησιμοποίησης ενός υβριδικού σχήματος γενετικού αλγορίθμου με άλλη μέθοδο.
3. Είναι εύκολα επεκτάσιμοι και εξελίξιμοι. Μπορούν να υποστούν εύκολα αλλαγές, επεκτάσεις και μετεξελίξεις, προκειμένου να εξυπηρετούν το εκάστοτε πρόβλημα και να προσαρμόζονται στις ανάγκες του εκάστοτε χρήστη. Το εύρος των παραλλαγών στη δομή και τη λειτουργία των γενετικών αλγορίθμων είναι πολύ μεγάλο.
4. Εφαρμόζονται σε πολύ περισσότερα πεδία από κάθε άλλη μέθοδο. Το χαρακτηριστικό που τους εξασφαλίζει αυτό το πλεονέκτημα είναι η ελευθερία επιλογής των κριτηρίων που καθορίζουν την επιλογή μέσα στο τεχνικό περιβάλλον. Έτσι, γενετικοί αλγόριθμοι μπορούν να χρησιμοποιηθούν στην οικονομία, στο σχεδιασμό μηχανών, στην επίλυση μαθηματικών εξισώσεων, στην εκπαίδευση νευρωνικών δικτύων και σε πολλούς άλλους τομείς.

5. Έχουν τη δυνατότητα να λύσουν προβλήματα βελτιστοποίησης χωρίς περιορισμούς. (Στις περιπτώσεις αυτές μάλιστα δίνουν εξαιρετικά αποτελέσματα). Ο κύριος λόγος που καθιστά τις παραδοσιακές μεθόδους δύσκαμπτες και ακατάλληλες για πολλά προβλήματα είναι η απαίτησή τους για ύπαρξη περιορισμών, όπως ύπαρξη παραγώγων, συνέχεια κ.ά., ιδιότητες εντελώς αδιάφορες για τους γενετικούς αλγορίθμους.
6. Δεν ενδιαφέρει η σημασία της υπό εξέταση πληροφορίας. Η μόνη επικοινωνία του γενετικού αλγορίθμου με το περιβάλλον του είναι η αντικειμενική συνάρτηση. Το γεγονός αυτό δεν σημαίνει ότι δεν υπάρχουν άλυτα προβλήματα για τους γενετικούς αλγορίθμους, αλλά σε περιπτώσεις αστοχίας ή αποτυχίας εύρεσης αποτελέσματος η αιτία είναι συνήθως η φύση του χώρου που ερευνούν και όχι η παρεχόμενη από το ίδιο το πρόβλημα πληροφορία.
7. Συνδυάζουν μικρούς χρόνους εφαρμογής σε μεγάλους χώρους αναζήτησης με μεγάλες αποδόσεις. Σε κάθε τους βήμα επεξεργάζονται μεγάλες ποσότητες πληροφορίας, αφού κάθε άτομο θεωρείται αντιπρόσωπος πολλών άλλων. Έχει υπολογιστεί ότι 10 εξεταζόμενα άτομα αντιπροσωπεύουν περίπου 1000.
8. Ταυτόχρονα ερευνούν το χώρο μέσα στον οποίο βρίσκεται η λύση και εκμεταλλεύονται την ήδη επεξεργασμένη πληροφορία. Ο συνδυασμός αυτός σπάνια συναντάται σε οποιαδήποτε άλλη μέθοδο. Συνήθως, είτε πραγματοποιείται τυχαία αναζήτηση, οπότε επιτυγχάνεται καλή εξερεύνηση του χώρου, αλλά δεν γίνεται εκμετάλλευση της πληροφορίας, είτε hill-climbing, οπότε γίνεται καλή εκμετάλλευση της πληροφορίας, αλλά όχι καλή εξερεύνηση. Τα δύο ανταγωνιστικά αυτά χαρακτηριστικά είναι επιθυμητό είναι να συνυπάρχουν προς όφελος της όλης διαδικασίας. Οι γενετικοί αλγόριθμοι επιτυγχάνουν το βέλτιστο συνδυασμό εξερεύνησης και εκμετάλλευσης, γεγονός που τους κάνει ιδιαίτερα αποδοτικούς και ελκυστικούς [11].

4.7.5 Μειονεκτήματα γενετικών αλγορίθμων

Πέρα από τα σημαντικά πλεονεκτήματα, υπάρχουν και ορισμένα σημεία που προκαλούν δυσπιστία.

1. Προβλήματα εξοικείωσης με τη Γενετική. Για τους περισσότερους, που ασχολούνται με την Επιστήμη των Υπολογιστών, οι έννοιες της εξέλιξης και της φυσικής επιλογής δεν είναι ιδιαίτερα οικείες. Ωστόσο, δεν απαιτούνται γνώσεις Γενετικής και Βιολογίας, καθώς εκείνο που συμβαίνει με τους γενετικούς αλγορίθμους είναι ότι μιμούνται με αφαιρετικό τρόπο κάποιες διαδικασίες που παρατηρούνται στη φύση, χωρίς να ενδιαφέρει σε μεγάλο βαθμό λεπτομέρεια η λειτουργία τους και χωρίς να είναι απαραίτητο το γνωστικό υπόβαθρο που έχουν οι βιολόγοι για να μελετήσουν αυτά τα φαινόμενα. Οι όροι είναι δανεισμένοι από τη βιολογία με σκοπό την καλύτερη εισαγωγή και κατανόηση του θέματος και όχι την παραπομπή του μελετητή στα άγνωστα πεδία μιας άλλης επιστήμης. Επιπλέον, το μέλλον και η εξέλιξη των Γ.Α. δεν εξαρτώνται σε καμία περίπτωση από τις αντίστοιχες θεωρίες της Βιολογίας. Το αρχικό μοντέλο είναι δανεισμένο από εκεί, όμως η εφαρμογή του έγινε με πλήθος διαφοροποιήσεων και προσαρμογών με στόχο πάντα τη βελτίωση της απόδοσης, με αποτέλεσμα οι γενετικοί αλγόριθμοι να ακολουθούν μία πλήρως ανεξάρτητη και αυτοδύναμη πορεία.
2. Το πρόβλημα του χρόνου. Στη φύση ως γνωστό, η εξέλιξη λειτουργεί με ρυθμούς πολύ αργούς. Χρειάζονται να περάσουν χιλιάδες γενιές για να αλλάξουν τα χαρακτηριστικά των ειδών και να διαφοροποιηθούν οι ικανότητες και η συμπεριφορά τους. Έτσι τίθεται το ερώτημα κατά πόσο μία υπολογιστική διαδικασία όπως οι γενετικοί αλγόριθμοι μπορούν να προσομοιώσουν μία τόσο αργή διαδικασία όπως είναι η εξέλιξη. Καταρχήν, ακόμη και στη φύση, η εξέλιξη δεν είναι από μόνη της μια αργή διαδικασία. Όμως, στο πεδίο των υπολογιστών τα άτομα κωδικοποιούνται συνήθως ως συμβολοσειρές και οι συνθήκες του περιβάλλοντος μοντελοποιούνται με απλές μαθηματικές σχέσεις. Έτσι, το μοντέλο με το οποίο δουλεύει ο υπολογιστής δεν παρουσιάζει ιδιαίτερο υπολογιστικό φόρτο, συγκρινόμενο πάντα με αντίστοιχες μεθόδους. Το πλήθος των ατόμων που κάθε φορά εξετάζεται είναι από λίγες δεκάδες έως μερικές χιλιάδες, δηλαδή αρκετές τάξεις μεγέθους κάτω από το πλήθος των γονιδίων των χρωμοσωμάτων μιας έμβιας οντότητας. Ο ρυθμός που μπορούν να ζευγαρώνουν τα άτομα στους

πιο γρήγορους υπολογιστές μπορεί να φτάσει το ένα εκατομμύριο ανά δευτερόλεπτο. Όσο μεγάλος και αν είναι ο χώρος που καλείται ο αλγόριθμος να ψάξει, η επεξεργασία μερικών μόνο ατόμων αρκεί, γιατί, όπως θα αναπτυχθεί και παρακάτω, τα άτομα αυτά θεωρούνται αντιπρόσωποι ολόκληρων κλάσεων [11].

4.8 Γενετικοί αλγόριθμοι και περιβαλλοντική διαχείριση

Η μαθηματική προσέγγιση της περιβαλλοντικής διαχείρισης και ειδικότερα της διαχείρισης των υπογείων υδάτων καθώς και η επίλυση αντίστοιχων προβλημάτων βελτιστοποίησης με χρήση γενετικών αλγορίθμων έχει αποτελέσει αντικείμενο έρευνας κυρίως κατά την τελευταία δεκαετία δίνοντας ιδιαίτερα ικανοποιητικά αποτελέσματα.

Οι McKinney και Min-Der Lin [14] ενσωμάτωσαν το πρόβλημα της προσομοίωσης των υπογείων υδάτων σε ένα γενετικό αλγόριθμο, εξετάζοντάς το από τρεις πλευρές, καθεμία από τις οποίες αποτελούσε και μια διαφορετική διαχειριστική περίπτωση:

1. Μεγιστοποίηση του ρυθμού άντλησης από υδροφορία
2. Ελαχιστοποίηση του κόστους για την άντληση και την κατασκευή δικτύου
3. Ελαχιστοποίηση του κόστους αποκατάστασης του υδροφορέα μετά την άντληση.

Στην πρώτη περίπτωση ο στόχος είναι να μεγιστοποιηθεί ο συνολικός ρυθμός άντλησης από όλα τα πηγάδια του υδροφορέα, δεδομένων των περιορισμών για μη αρνητικότητα των υδραυλικών υψών και για συγκεκριμένα άνω και κάτω όρια στις παροχές άντλησης. Η αντικειμενική συνάρτηση είναι γραμμική ως προς τις παροχές, ενώ αν εκφραστεί ως προς τα τετράγωνα των υδραυλικών υψών, οι περιορισμοί είναι γραμμικοί. Το πρόβλημα λύθηκε με την παραδοχή της γραμμικότητας.

Στη δεύτερη περίπτωση μελετήθηκαν οι δυνατότητες ελαχιστοποίησης του κόστους επένδυσης και του λειτουργικού κόστους για την κατασκευή του συστήματος των πηγαδιών άντλησης και του υπόλοιπου δικτύου για δεδομένη απαίτηση παροχής από ελεύθερο υδροφορέα. Οι περιορισμοί επιβάλλουν η συνολική άντληση να είναι μεγαλύτερη της απαίτησης, τα υδραυλικά ύψη στα πηγάδια να είναι μη αρνητικά, και οι παροχές άντλησης να κυμαίνονται μεταξύ συγκεκριμένων ορίων ώστε να αποφευχθεί η εξάντληση του υδροφορέα.

Με μαθηματικές εκφράσεις :

$$\text{minimize} \sum_{i=1}^{10} a_3(d_i)^{b_3} + a_4(Q_i)^{b_4}(d_i-h_i)^{b_5} + a_5Q_i(d_i-h_i) \quad (4.13)$$

υπό τον περιορισμό

$$\sum_{i=1}^{10} Q_i \geq 30000$$

$$h_i \geq 0, i = 1, \dots, 10$$

$$0 \leq Q_i \leq 7000$$

Ο πρώτος όρος της αντικειμενικής συνάρτησης αφορά το κόστους άντλησης, ο δεύτερος όρος το κόστος επένδυσης και ο τρίτος το λειτουργικό κόστος της εγκατάστασης.

Στην τρίτη περίπτωση εξετάστηκε το κόστος για την αποκατάσταση του συστήματος μετά την διαδικασία της άντλησης και πάλι σαν άθροισμα του κόστους επένδυσης και του λειτουργικού κόστους. Οι περιορισμοί περιλαμβάνουν μέγιστες επιτρεπτές συγκεντρώσεις ρύπων σε δεδομένα σημεία του υδροφορέα μετά το τέλος της αποκατάστασης, μέγιστη τιμή για τη συγκέντρωση της εκροής από την επεξεργασία, μια συνάρτηση που αφορά την αρχική συγκέντρωση του ρύπου σε καθένα από τα πηγάδια άντλησης, μια εξίσωση σχετική με την απόδοση του συστήματος αερισμού (air stripping), την απαίτηση όλο το αντλούμενο νερό μετά την επεξεργασία να επανεισάγεται στον υδροφορέα, διάφορα όρια υδραυλικών υψών σε θέσεις εντός του υδροφορέα, άνω και κάτω όρια για τους ρυθμούς άντλησης και εμπλουτισμού.

Μια άλλη αξιολόγηση έρευνα σχετικά με την επίλυση μη γραμμικών προβλημάτων με χρήση γενετικών αλγορίθμων και γραμμικού προγραμματισμού έγινε από τους Cai, Mckinney και Lasdon [15]. Η βασική ιδέα στην περίπτωση αυτή είναι ο καθορισμός κάποιων μεταβλητών στο μοντέλο, στις οποίες όταν δίνονται συγκεκριμένες τιμές δημιουργούν ένα γραμμικό περιβάλλον για την επίλυση του προβλήματος. Στη συνέχεια με χρήση του γενετικού αλγορίθμου οι τιμές αυτές μεταβάλλονται διαδοχικά. Η εφαρμογή γίνεται για τη βελτιστοποίηση δυο προβλημάτων υδατικών πόρων: την παραγωγή υδροηλεκτρικής ενέργειας με βάση την αποθηκευτικότητα ενός ταμιευτήρα και το μακροπρόθεσμος σχεδιασμό για την αξιοποίηση της υδρολογικής λεκάνης ενός ποταμού. Και οι περιπτώσεις προσομοιώνονται μαθηματικά με πλήθος από μη γραμμικές εξισώσεις. Στο πρώτο πρόβλημα η μέθοδος καλείται να

μεγιστοποιήσει την παραγωγή ενέργειας υπό συγκεκριμένους περιορισμούς που σχετίζονται με την αύξηση της ροής και με τον έλεγχο των πλημμυρών. Στο δεύτερο πρόβλημα μεγιστοποιείται το όφελος από τη χρήση του νερού της υδρολογικής λεκάνης, που συντίθεται από το κέρδος από την άρδευση των αγροτικών περιοχών, την παραγωγή υδροηλεκτρικής ενέργειας και τη χρήση νερού για οικολογικούς σκοπούς. Οι περιορισμοί που τίθενται αφορούν τεχνικές, υδρολογικές, αγρονομικές και οικονομικές παραμέτρους, ενώ η κατάρτιση των μεταβλητών απόφασης σχετίζεται με τις λειτουργίες του ταμιευτήρα και του υπόγειου υδροφορέα της περιοχής, την απαίτηση για νερό στα επιμέρους σημεία της περιοχής και την αντίστοιχη κατανομή κ.ά.

Η εφαρμογή της μεθόδου έδωσε αρκετά ικανοποιητικά αποτελέσματα, ανάλογα με τον τρόπο που καθορίζονται οι αρχικές μεταβλητές, και τελικά προσεγγίστηκε, αν όχι η ολική βέλτιστη λύση, σίγουρα κάποια κοντά σ' αυτή.

Στο θέμα της διαχείρισης των περιορισμών ενός προβλήματος βελτιστοποίησης έχουν γίνει αρκετές προσεγγίσεις, καθώς οι γενετικοί αλγόριθμοι δεν τους λαμβάνουν υπ' όψη κατά κανόνα εκ των προτέρων. Για το λόγο αυτό είθισται να ενσωματώνονται στην αντικειμενική συνάρτηση υπό τη μορφή ποινής, που διαταράσσει τη διαδικασία της ελαχιστοποίησης / μεγιστοποίησης. Οι Hilton και Culver [16] αναλύουν δυο δυνατότητες:

1. Πρόσθεση του περιορισμού στην αντικειμενική συνάρτηση με τη μορφή μιας παραμέτρου $a(x)$: π.χ. για την ελαχιστοποίηση του κόστους σε ένα σύστημα άντλησης και επεξεργασίας (pump and treat)

$$\text{minimize cost} = f(x) + a(x), \text{ όπου } a(x) = \sum_{i=1}^m \omega_m u_{m2} \quad (4.14)$$

ω_m είναι ένας συντελεστής βαρύτητας και

$$u_{m2} = [\max(0, g_m(x) - b_m)]^2, \text{ } g_m(x) \text{ είναι η συνάρτηση του περιορισμού, } b_m \text{ είναι η οριακή τιμή αναφοράς του υπό μελέτη μεγέθους}$$

2. Εισαγωγή του περιορισμού ως παράγοντα στον πολλαπλασιασμό:

$$\text{minimize cost} = \mu(x)f(x), \text{ όπου } \mu(x) = 1 + \sum_{m=1}^M \omega_m u_{m1} \quad (4.15)$$

Ο παράγοντας $\mu(x)$ σε ορισμένες περιπτώσεις έχει εκθετική μορφή και γενικά είναι μέγεθος που εκφράζει το ποσοστό παραβίασης του περιορισμού.

Τα ειδικά βάρη ω_m ασκούν σημαντική επιρροή στο πρόβλημα, καθώς αν τεθούν πολύ χαμηλά ενδέχεται να προκύψουν μη εφικτές λύσεις, και αν τεθούν υψηλά η κυρτότητα της καμπύλης μπορεί να εξελίσσεται πολύ αργά και οι τελικές λύσεις να είναι κοντά στη βέλτιστη, αλλά και μην ταυτίζονται μ' αυτή (suboptimal Solution).

Άλλες σχετικές εφαρμογές των γενετικών αλγορίθμων αφορούν:

1. την επίλυση του αντίστροφου προβλήματος στην υδρογεωλογία [17].
2. τη βελτιστοποίηση του οικονομικού σχεδιασμού για μακροπρόθεσμα προγράμματα ελέγχου υπόγειων υδροφορέων (πολυκριτήριος εξελικτικός αλγόριθμος) [18].
3. τη βαθμονόμηση και αξιολόγηση μοντέλων για την ανάπτυξη δικτύων διανομής νερού τόσο ως προς το κόστος για την πραγματοποίηση μετρήσεων πεδίου όσο και ως προς την απόδοσή τους [19], [20].
4. τη διαχείριση της αβεβαιότητας στο περιβαλλοντικό και οικονομικό κόστος που επιφέρουν διάφορες παράμετροι (π.χ. βιολογικές) στην περίπτωση εξυγίανσης υπογείων υδροφορέων [21], [22], [23].
5. στο βέλτιστο σχεδιασμό ενός ολοκληρωμένου συστήματος διαχείρισης αστικών στερεών απορριμμάτων (η περίπτωση μελέτης αφορούσε την κατανομή των απορριμμάτων από 17 περιοχές σε 4 μονάδες επεξεργασίας μέσω τριών σταθμών μεταφόρτωσης) [24].

4.9 Ο χρησιμοποιούμενος Διαφορικός Εξελικτικός (Δ.Ε.) αλγόριθμος

Παρά τα πλεονεκτήματά τους, όλοι οι αλγόριθμοι αναζήτησης που βασίζονται σε πληθυσμό (population-based), όπως οι εξελικτικοί αλγόριθμοι, απαιτούν μεγάλο υπολογιστικό χρόνο, εξ' αιτίας του μεγάλου αριθμού αξιολογήσεων των υποψήφιων λύσεων. Για να μειωθεί το υπολογιστικό κόστος, υιοθετούνται διάφορες προσεγγίσεις όπως οι παράλληλες διαδικασίες, η ανάπτυξη ειδικών τελεστών (operators) και η χρήση μη ακριβούς αξιολόγησης (inexact evaluation) του πληθυσμού.

Οι Διαφορικοί Εξελικτικοί αλγόριθμοι [25] αποδείχθηκαν από τους πιο πολλά υποσχόμενους εξελικτικούς αλγορίθμους αναφορικά με την αποτελεσματικότητα, και την ευρωστία (robustness). Η γενική μορφή του Διαφορικού Εξελικτικού Αλγορίθμου περιγράφεται στη συνέχεια.

Έστω πρόβλημα βελτιστοποίησης διατυπωμένο ως εξής:

$$\min_x = f(X) \quad (4.16)$$

όπου X είναι ένα διάνυσμα n παραμέτρων, που σχηματίζει ένα χρωμόσωμα και f η αντικειμενική συνάρτηση προς ελαχιστοποίηση. Σε κάθε γενιά G , ένας πληθυσμός N_p υποψήφια λύσεων υποβάλλεται σε συγκεκριμένους τελεστές, ώστε μια υποψήφια λύση να μπορεί να γραφεί ως εξής:

$$X_{i,G}, i = 1, \dots, N_p, G = 1, \dots, \text{mgens} \quad (4.17)$$

όπου mgens είναι ο μέγιστος αριθμός γενιών και ο N_p δεν αλλάζει κατά τη διάρκεια της διαδικασίας βελτιστοποίησης. Το διάνυσμα X των μεταβλητών σχεδίασης στη συγκεκριμένη περίπτωση περιέχει πραγματικές μεταβλητές. Ο Δ.Ε. αλγόριθμος όμως μπορεί εύκολα να επεκταθεί για να χειριστεί διακριτές ή ακέραιες μεταβλητές.

Ο Δ.Ε. αλγόριθμος ξεκινά δημιουργώντας τυχαία με ομοιόμορφη πιθανότητα τον αρχικό πληθυσμό χρωμοσωμάτων, με τις μεταβλητές σχεδίασης να παίρνουν τιμές μέσα στην επιθυμητή εφικτή περιοχή για την κάθε μία από αυτές. Αξιωματικά θα υποτεθεί ομοιόμορφη κατανομή πιθανοτήτων για όλες τις τυχαίες αποφάσεις.

Η βασική ιδέα πίσω από τον Δ.Ε. αλγόριθμο είναι ένα νέο σχήμα μετάλλαξης για την γένεση δοκιμαστικών διανυσμάτων μεταβλητών σχεδίασης, με την πρόσθεση του διανύσματος σταθμισμένων διαφορών μεταξύ δύο τυχαίων μελών του πληθυσμού σε ένα τρίτο διάνυσμα, το οποίο καλείται δότης (donor). Η λειτουργία της μετάλλαξης εφαρμόζεται για όλα τα μέλη του πληθυσμού. Για κάθε άτομο, η διαδικασία μετάλλαξης ξεκινά με τυχαία επιλογή τριών ατόμων μέσα από τον τρέχοντα πληθυσμό, οι οποίοι σχηματίζουν μια τριάδα. Στην τριάδα αυτή ένα μέλος επιλέγεται τυχαία ως δότης, ενώ τα άλλα δύο μέλη χρησιμοποιούνται για την παραγωγή της διαταραχής στον δότη. Με αυτόν τον τρόπο το i -στό διαταραγμένο άτομο παράγεται ως:

$$V_{i,G+1} = X_{r3,G} + F(X_{r1,G} - X_{r2,G}) \quad (4.18)$$

όπου

$$r1, r2, r3 \in \{1, \dots, N_p\} \quad r1 \neq r2 \neq r3 \neq i \quad (4.19)$$

είναι τυχαία επιλεγμένα διανύσματα λύσεων (χρωμοσώματα), ανάμεσα στις υποψήφιες λύσεις του τρέχοντος πληθυσμού. Η παράμετρος στάθμισης F , που εισάγεται στην εξίσωση (4.18), είναι μια παράμετρος ελέγχου του Διαφορικού Εξελικτικού αλγορίθμου, ορίζεται από τον χρήστη και παίρνει τιμές στο διάστημα:

$$F \in [0, 1+] \quad (4.20)$$

Η F είναι σταθερή κατά τη διαδικασία εξέλιξης και ελέγχει την ενίσχυση της διαταραχής που προστίθεται στον δότη. Το διαταραγμένο άτομο $V_{i, G+1}$ και το αρχικό μέλος του πληθυσμού $X_{i, G}$ υπόκεινται στην διαδικασία επιχiasμού (διασταύρωσης), που παράγει τον ενδιάμεσο πληθυσμό των δοκιμαστικών διανυσμάτων $U_{i, G+1}$.

Αν,

$$X_{i, G} = (x_{1, i, G}, \dots, x_{n, i, G})^T \quad V_{i, G} = (v_{1, i, G}, \dots, v_{n, i, G})^T \quad U_{i, G} = (u_{1, i, G}, \dots, u_{n, i, G})^T \quad (4.21)$$

Τότε

$$u_{j, i, G+1} = \begin{cases} v_{j, i, G+1} & \text{αν } \text{rand}_j \leq C_r \vee j = k \\ x_{j, i, G} & \text{διαφορετικά} \end{cases} \quad (4.22)$$

όπου, $j = 1, \dots, n$ και $k \in \{1, \dots, n\}$ είναι τυχαίος δείκτης, επιλεγμένος άπαξ για κάθε ένα από τα N_p μέλη του πληθυσμού. Η παράμετρος διασταύρωσης C_r , όπου $C_r \in [0, 1]$, είναι η δεύτερη παράμετρος ελέγχου που ορίζεται από τον χρήστη. Τα άτομα που θα σχηματίσουν την επόμενη γενιά επιλέγονται μεταξύ του τρέχοντος πληθυσμού και των αντίστοιχων δοκιμαστικών διανυσμάτων, σύμφωνα με τον ακόλουθο κανόνα:

$$X_{i, G+1} = \begin{cases} U_{i, G+1} & \text{αν } f(U_{i, G+1}) \leq f(X_{i, G}) \\ X_{i, G} & \text{διαφορετικά} \end{cases} \quad (4.23)$$

Περισσότερες λεπτομέριες για τον συγκεκριμένο διαφορικό Εξελικτικό Αλγόριθμο, που χρησιμοποιήθηκε στην παρούσα εργασία, μπορούν να βρεθούν στις αναφορές [26], [27]. Το λογισμικό D.EV.A. (Differential Evolution Algorithm) που υλοποιεί τον αλγόριθμο είναι προγραμματισμένο σε γλώσσα Visual Basic, διαθέτει γραφικό περιβάλλον, ενώ έχει τη δυνατότητα να καλεί εξωτερικά προγράμματα για τον υπολογισμό της αντικειμενικής συνάρτησης κάθε υποψήφιας λύσης. Μπορεί να αντιμετωπίζει προβλήματα ελαχιστοποίησης χωρίς περιορισμούς, ενώ τα προβλήματα ελαχιστοποίησης με περιορισμούς αντιμετωπίζονται με την εφαρμογή συναρτήσεων τιμωρίας (penalty functions). Έχει δοκιμαστεί σε τελείως διαφορετικά μεταξύ τους προβλήματα βελτιστοποίησης, με πολύ ικανοποιητικά αποτελέσματα.

4.10 Εφαρμογή του Διαφορικού Εξελικτικού αλγορίθμου στο υπό μελέτη πρόβλημα

Η χρήση και η εφαρμογή του Διαφορικού Εξελικτικού αλγορίθμου βασίζεται στο 'χτίσιμο' σταδιακά του προβλήματος βελτιστοποίησης που πρόκειται να επιλυθεί και στην ενσωμάτωση των επιμέρους παραμέτρων, τις οποίες ο αλγόριθμος θα επεξεργαστεί για την εξαγωγή αποτελεσμάτων. Αναλυτικότερα, οι μεταβλητές απόφασης (σχεδίασης), η αντικειμενική συνάρτηση, οι περιορισμοί και οι όποιες ειδικές συνθήκες του προβλήματος αλλά και η πιθανή διασύνδεση του αλγορίθμου με άλλα προγράμματα εισάγονται εξωτερικά, συνδέονται κατάλληλα μεταξύ τους και τελικά οργανώνονται και συνδυάζονται από τον εξελικτικό αλγόριθμο.

Τόσο η διαδικασία δόμησης του προβλήματος με την εισαγωγή συγκεκριμένων παραμέτρων όσο και η εξαγωγή των αποτελεσμάτων γίνεται με χρήση επιμέρους αρχείων ASCII:

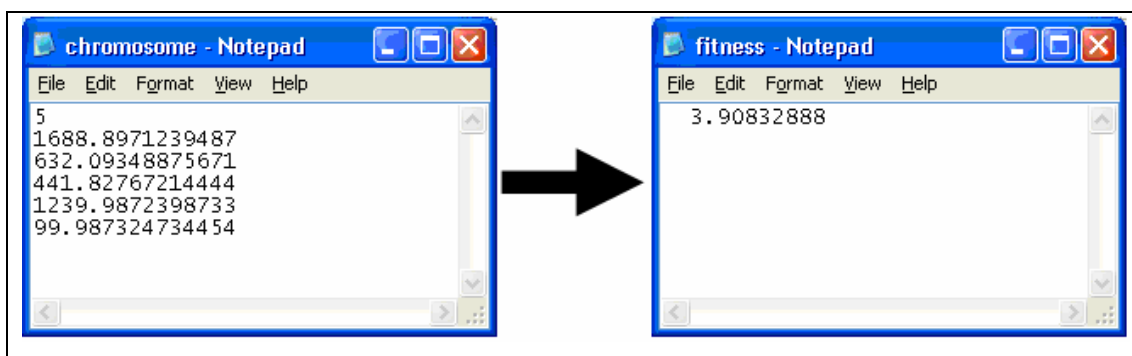
- 'Chromosome.txt'
- 'Initialize.txt'
- 'Execut.txt'
- 'Currentbest.txt'
- 'Fitness.txt'
- 'Dokgen.txt'
- 'Evaluation.txt'
- 'Case.txt'

Στη δεδομένη περίπτωση μελέτης ο Διαφορικός Εξελικτικός αλγόριθμος καλείται να 'αποφανθεί' για τους βέλτιστους ρυθμούς άντλησης από τα πέντε δημοτικά πηγάδια της περιοχής λαμβάνοντας υπ' όψη τους περιορισμούς που αφορούν στην αναχαίτιση του μετώπου της υφαλμύρωσης. Για να πραγματοποιηθεί αυτό, ο Διαφορικός Εξελικτικός αλγόριθμος ξεκινά από ένα τυχαίο πληθυσμό υποψήφιων λύσεων. Οι υποψήφιες λύσεις παράγονται από τον Διαφορικό Εξελικτικό αλγόριθμο μέσα στην επιτρεπόμενη περιοχή παροχών για κάθε πηγάδι άντλησης. Οι λύσεις αυτές εισάγονται διαδοχικά με αυτοματοποιημένη διαδικασία στο μοντέλο της προσομοίωσης (PTC) και εξάγονται αποτελέσματα που αφορούν στην κατάσταση των υπογείων υδάτων (π.χ. υδραυλικά ύψη). Τα αποτελέσματα αυτά με τη σειρά τους αξιολογούνται με βάση τους περιορισμούς που έχουν τεθεί (από ανεξάρτητο

πρόγραμμα που καλείται μετά το PTC) και εξάγεται η συνάρτηση προσαρμογής της κάθε λύσης. Στη συνέχεια, ο Διαφορικός Εξελικτικός αλγόριθμος, χρησιμοποιώντας τους ειδικούς τελεστές, παράγει την επόμενη γενιά υποψήφιων λύσεων.

Επομένως, αυτό που ουσιαστικά οφείλει να γίνει είναι η σύνδεση της μεθόδου προσομοίωσης με τη μέθοδο βελτιστοποίησης. Αυτή είναι μία σημαντική δυνατότητα του Διαφορικού Εξελικτικού αλγορίθμου, ο οποίος με μία σειρά διαδικασιών ενσωματώνει στη λειτουργία του το PTC.

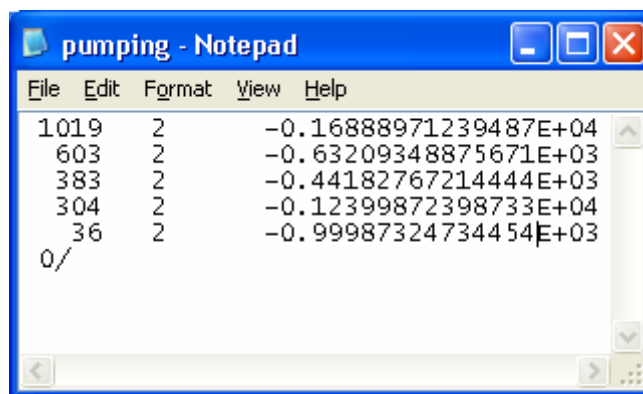
Μία βασική 'διαδρομή' του αλγορίθμου είναι η δημιουργία του αρχείου `chromosome.txt` που περιέχει μία πεντάδα τιμών για τις ισάριθμες μεταβλητές απόφασης και στη συνέχεια μέσω μίας σειράς διαδικασιών η εξαγωγή μίας τελικής τιμής της αντικειμενικής συνάρτησης στο αρχείο `'fitness.txt'`. Παρακάτω περιγράφονται αναλυτικά οι ενδιάμεσες διαδικασίες.



Σχήμα 4.14: Το αρχικό αρχείο μίας υποψήφιας λύσης (πεντάδα παροχών) και το τελικό αρχείο της συνάρτησης προσαρμογής, με ενδεικτικές τιμές.

Όπως αναφέρθηκε και πριν, είναι απαραίτητη η 'συνεργασία' του γενετικού αλγορίθμου με το μοντέλο PTC. Για να υπάρξει όμως επικοινωνία ανάμεσά τους πρέπει το αρχείο `'chromosome.txt'` να μετατραπεί σε μορφή αναγνώσιμη από το μοντέλο PTC. Επιπλέον, το PTC θα πρέπει να λειτουργήσει σε batch mode ώστε να μπορούν να πραγματοποιούνται διαδοχικά 'τρέξιμα' και όχι μέσω του Argus, όπου τα εκάστοτε επιμέρους δεδομένα εισάγονται χειρονακτικά.

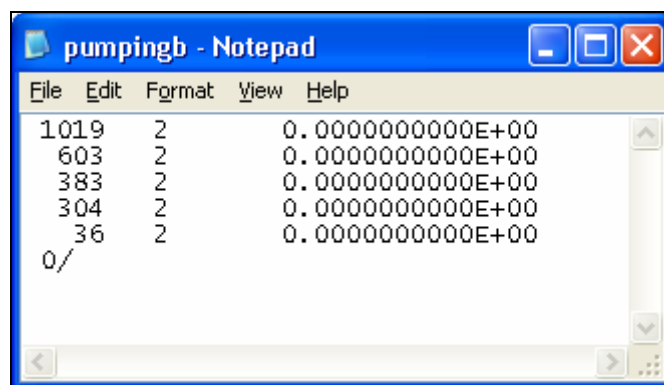
Η πρώτη προϋπόθεση μπορεί να καλυφθεί αν το αρχείο `'chromosome.txt'` τροποποιηθεί κατάλληλα ώστε να δημιουργηθεί το αρχείο `'rumping'` το οποίο χρησιμοποιείται από το PTC. Αναλυτικότερα, το PTC έχει τη δυνατότητα να διαβάζει εξωτερικά κάποια δεδομένα εισόδου, χωρίς να απαιτείται η χρήση της πλατφόρμας του Argus. Στη δεδομένη περίπτωση, είναι δυνατό να δημιουργηθεί ένα αρχείο με το όνομα `'rumping'`, το οποίο θα έχει τη δομή που φαίνεται στο ακόλουθο σχήμα.



Node	Value	Flow
1019	2	-0.16888971239487E+04
603	2	-0.63209348875671E+03
383	2	-0.44182767214444E+03
304	2	-0.12399872398733E+04
36	2	-0.99987324734454E+03
0/		

Σχήμα 4.15: Το αρχείο 'pumping', από το οποίο μπορεί να διαβάσει το PTC τις παροχές άντλησης για τους θερινούς μήνες χωρίς να απαιτείται η χρήση του Argus

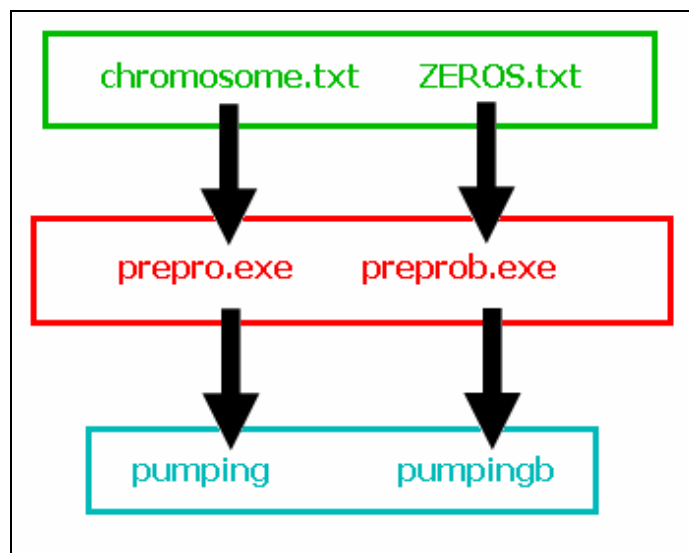
Για να προκύψει το αρχείο pumping δημιουργείται ένα πρόγραμμα με χρήση της γλώσσας FORTRAN το οποίο τροποποιεί κατάλληλα το αρχείο 'chromosome.txt'. Το πρόγραμμα καλείται να διαβάσει τα αρχεία 'chromosome.txt' με τις πέντε παροχές άντλησης και το αρχείο 'NODES.txt' στο οποίο αναγράφονται οι κόμβοι του κανάβου του PTC, πάνω στους οποίους είναι εγκατεστημένα τα πέντε πηγάδια άντλησης. Στη συνέχεια δημιουργείται το νέο αρχείο 'pumping', τηρώντας ένα απόλυτα συγκεκριμένο 'format': αρχικά αφήνεται ένα κενό, ακολουθεί ο αριθμός του πρώτου κόμβου, αφήνονται τρία κενά, αναγράφεται ο αριθμός 2 (που αναφέρεται στο δεύτερο τύπο οριακής συνθήκης, μια και πρόκειται για παροχή), αφήνονται και πάλι τρία κενά και γράφεται τελικά η παροχή άντλησης που αντιστοιχεί σε κάθε κόμβο, όπως ακριβώς διαβάστηκε από το αρχείο 'chromosome.txt'. Τέλος, σε επόμενη γραμμή αναγράφεται το σύμβολο '0' που από το PTC αναγνωρίζεται ως το τέλος μίας ενότητας. Όπως αναφέρθηκε σε προηγούμενο κεφάλαιο σχετικά με την εισαγωγή παραμέτρων στο PTC, στο δεδομένο πρόβλημα έχει θεωρηθεί ότι πραγματοποιείται άντληση μόνο κατά τους θερινούς μήνες, ενώ το χειμώνα οι παροχές και στα πέντε πηγάδια είναι μηδενικές. Για το λόγο αυτό δημιουργείται και δεύτερο αρχείο με την ονομασία pumpingb, το οποίο έχει ακριβώς την ίδια δομή με το pumping με μοναδική διαφορά τις μηδενικές παροχές (που αυτή τη φορά διαβάζονται από το αρχείο 'ZEROS.txt').



Σχήμα 4.16: Το αρχείο pumpingb από το οποίο μπορεί να διαβάσει το PTC τις παροχές άντλησης για τους χειμερινούς μήνες χωρίς να απαιτείται η χρήση του Argus.

Η ανάγνωση των αρχείων pumping και pumpingb γίνεται με επέμβαση στον κώδικα του μοντέλου μέσα από το αρχείο 'PTC_Mesh.run', που ουσιαστικά υποδεικνύει στο μοντέλο ποια αρχεία να διαβάσει και πότε και αντίστοιχα ποια αρχεία να δημιουργήσει και πότε (π.χ. 'elev.dat' για τα υδραυλικά ύψη, 'stor.dat' για την αποθηκευτικότητα, 'rain.dat' για τη βροχόπτωση σε κάθε περίοδο κ.λπ.). Ένα σημείο στο οποίο πρέπει να δοθεί προσοχή είναι το μοντέλο να διαβάζει τις παροχές άντλησης για τις 10 θερινές περιόδους από το pumping και για τις 10 χειμερινές περιόδους από το 'pumpingb'.

Τα δύο προγράμματα που πραγματοποιούν την όλη διαδικασία λέγονται 'prepro.exe' και 'preprob.exe' αντίστοιχα.



Σχήμα 4.17: Η διαδικασία δημιουργίας αρχείων κατάλληλων για την επικοινωνία του PTC με το Διαφορικό Εξελικτικό αλγόριθμο.

Η δεύτερη προϋπόθεση για τη διασύνδεση του γενετικού αλγορίθμου με το PTC είναι το 'τρέξιμο' του δεύτερου σε batch mode. Αυτό είναι εφικτό με χρήση του

'run_ptc.bat', που είναι το εκτελέσιμο αρχείο του μοντέλου. Μία απαραίτητη ενέργεια για την απρόσκοπτη διαδοχική εφαρμογή του PTC είναι η κατάργηση της εντολής pause από το αρχείο αυτό, ώστε να μην απαιτείται η παραμικρή παρέμβαση του χρήστη.

Το επόμενο σημείο στο οποίο πρέπει να επικεντρωθεί η μελέτη είναι η αμιγής βελτιστοποίηση. Πρέπει να γίνει ορισμός της αντικειμενικής συνάρτησης και των περιορισμών και να εισαχθεί το πρόβλημα στο γενετικό αλγόριθμο προς αξιολόγηση. Αμέσως στη συνέχεια παρατίθεται η αντικειμενική συνάρτηση και ακολουθεί ενδελεχής ανάλυσή της:

$$\text{minimize } f = w_1 \left(\frac{1}{\sum_{i=1}^5 q_i} \right) + w_2 \cdot \sum_{k=1}^{10} g(k) + w_3 \quad (4.24)$$

Ο πρώτος όρος είναι ο βασικός όρος της αντικειμενικής συνάρτησης, που αφορά στη μεγιστοποίηση της συνολικής παροχής άντλησης στα πέντε υπό μελέτη πηγάδια. Επειδή όμως ο γενετικός αλγόριθμος λειτουργεί ως τεχνική ελαχιστοποίησης, ο όρος $\sum_{i=1}^5 q_i$ αντιστρέφεται, ώστε η ελαχιστοποίηση του κλάσματος $1/\sum_{i=1}^5 q_i$ να συνεπάγεται τη μεγιστοποίησή του.

Αναφορικά με το δεύτερο όρο, όπως έχει αναλυθεί και θεωρητικά οι εξελικτικοί αλγόριθμοι δεν μπορούν να δεχθούν εξωτερικούς περιορισμούς. Για το λόγο αυτό μία ευρέως διαδεδομένη πρακτική είναι η ενσωμάτωση των περιορισμών στην αντικειμενική συνάρτηση υπό τη μορφή κάποιας ποινής (penalty). Σε κάθε αξιολόγηση, όπως και στην περίπτωση της γραμμικοποίησης με χρήση της Simplex, ελέγχεται αν τα υδραυλικά ύψη στους δέκα επιλεγμένους κόμβους παρατήρησης μειώνονται κάτω από το όριο των 102.5m που έχει τεθεί. Για όσα από τα πηγάδια παρατήρησης ο περιορισμός παραβιάζεται, στην αντικειμενική συνάρτηση προστίθεται ένας αναλόγου μεγέθους με την παραβίαση όρος, ο οποίος αυξάνει την τιμή της.

Οι όροι w_1 και w_2 είναι αριθμητικοί συντελεστές, που επιλέγονται έτσι ώστε να σταθμίζονται οι τιμές των όρων $1/\sum_{i=1}^5 q_i$ και $\sum_{k=1}^{10} g(k)$ για να είναι τελικά της ίδιας τάξης μεγέθους. Ο όρος w_3 είναι επίσης ένας θετικός αριθμητικός συντελεστής που προστίθεται στην αντικειμενική συνάρτηση σε περίπτωση παραβίασης έστω και ενός

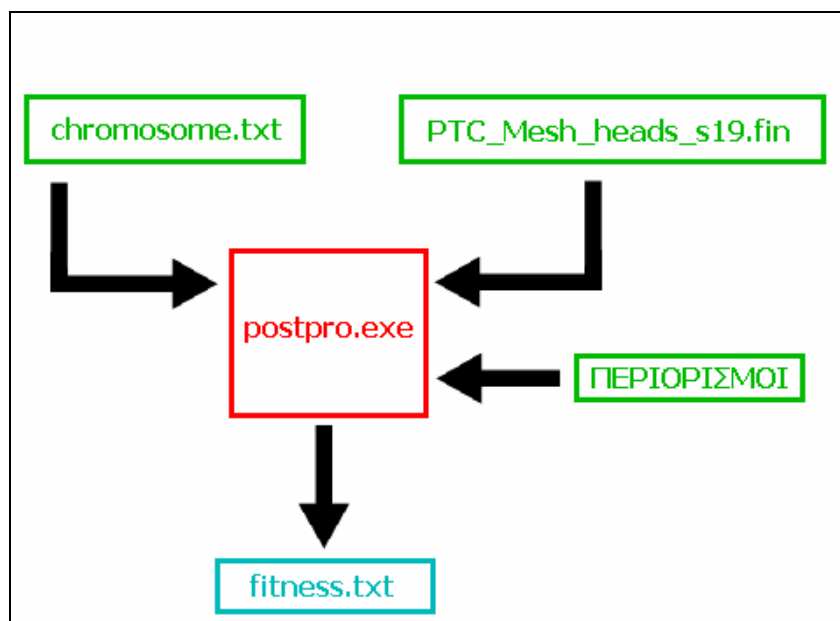
περιορισμού, ώστε να τιμωρούνται επιπλέον οι λύσεις που παραβιάζουν τους περιορισμούς.

Η διαδικασία αυτή, που έχει σαν τελικό στόχο την εξαγωγή της τιμής της αντικειμενικής συνάρτησης στο τέλος κάθε αξιολόγησης, προγραμματίζεται και πάλι στη FORTRAN σε ανεξάρτητο πρόγραμμα. Το πρόγραμμα ονομάζεται 'postpro.exe' και αρχικά διαβάζει από τρία επιμέρους αρχεία εισόδου, το 'chromosome.txt', το 'PTC_Mesh_heads_s19.fin' και το 'OBSERVE.txt'. Από το chromosome.txt διαβάζονται και πάλι οι πέντε παροχές άντλησης. Υπολογίζεται το αντίστροφο του αθροίσματός τους, που ισούται με τον πρώτο όρο της εξίσωσης της αντικειμενικής συνάρτησης $(1/\sum_{i=1}^5 q_i)$. Το 'PTC_Mesh_heads_s19.fin' είναι το αρχείο εξόδου του PTC, όπου

παρατίθενται τα υδραυλικά ύψη σε καθέναν από τους 1050 κόμβους του κανάβου για το τέλος της 19^{ης} από τις συνολικά 20 περιόδους προσομοίωσης. Το πρόγραμμα διαβάζει τα ζεύγη 'κόμβος – υδραυλικό ύψος'. Το αρχείο 'OBSERVE.txt' περιέχει τον αριθμό των πηγαδιών παρατήρησης, τον κόμβο στον οποίο βρίσκεται το καθένα από τα πηγάδια αυτά καθώς και το ελάχιστο επιτρεπτό υδραυλικό ύψος στους κόμβους (σε όλες τις περιπτώσεις είναι 102.5m). Από τη στιγμή που οι κόμβοι παρατήρησης είναι πλέον γνωστοί το πρόγραμμα καταχωρεί σε καθέναν απ' αυτούς το υδραυλικό ύψος που του αντιστοιχεί όπως προέκυψε από την εφαρμογή του PTC. Τα δέκα υδραυλικά ύψη που συλλέχθηκαν τελικά από το σύνολο των 1050, συγκρίνονται ένα προς ένα με το 102.5m. Για όποιους από τους κόμβους παραβιάζεται ο περιορισμός καταχωρείται στη μεταβλητή g_i ποινή που ισούται με τη διαφορά του προκύψαντος υδραυλικού ύψους από το όριο των 102.5m. Με τον τρόπο αυτό διασφαλίζεται η ποινή να είναι τόσο μεγαλύτερη όσο μεγαλύτερη είναι και η παραβίαση του περιορισμού. Οι επιμέρους ποινές προστίθενται μεταξύ τους και προκύπτει ο

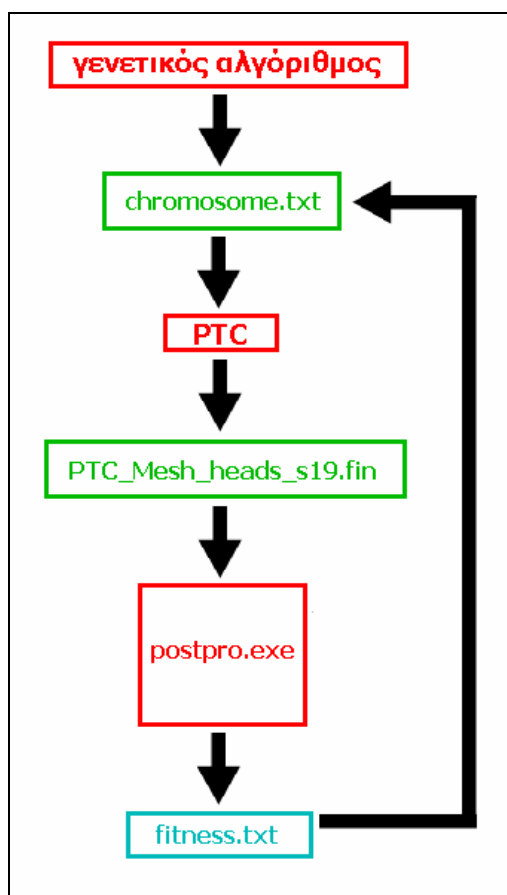
δεύτερος όρος της εξίσωσης της αντικειμενικής συνάρτησης $\sum_{k=1}^{10} g(k)$. Για τη

διόρθωση των δύο όρων επιλέγονται $w_1=w_2=10000$. Όταν παραβιάζεται έστω και ένας περιορισμός στην τελική τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης προστίθεται και ο όρος $w_3=5$. Με συνδυασμό όλων των παραπάνω βάσει της (1) προκύπτει η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης που καταχωρείται στο αρχείο fitness.txt.



Σχήμα 4.18: Η διαδικασία ορισμού του προβλήματος, εισαγωγής των περιορισμών, αξιολόγησης της πιθανής λύσης και υπολογισμού της τιμής της αντικειμενικής συνάρτησης.

Η παραπάνω διαδικασία αν προσεγγιστεί συνολικά μπορεί να αποδοθεί από το ακόλουθο σχήμα.

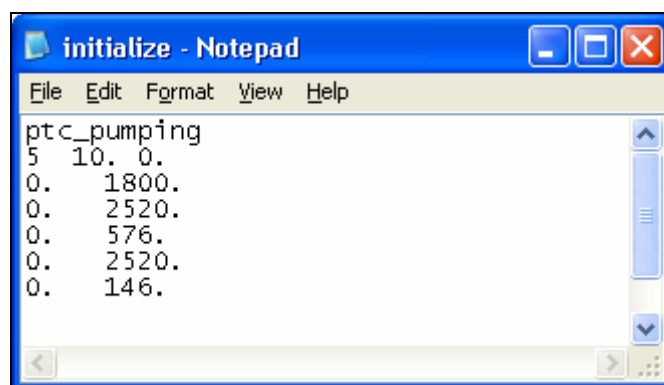


Σχήμα 4.19: Η συνολική 'διαδρομή' που ακολουθεί ο Εξελικτικός Αλγόριθμος.

Για να ολοκληρωθεί το στήσιμο του αλγορίθμου και να μπορέσει να αρχίσει η εφαρμογή θα πρέπει να καθοριστούν ορισμένες ακόμα παράμετροι και να δοθεί στον αλγόριθμο η σειρά και ο τρόπος με τον οποίο πρέπει να εκτελέσει τα επιμέρους βήματα.

Στο αρχείο 'initialize.txt' καταγράφονται τα εξής δεδομένα:

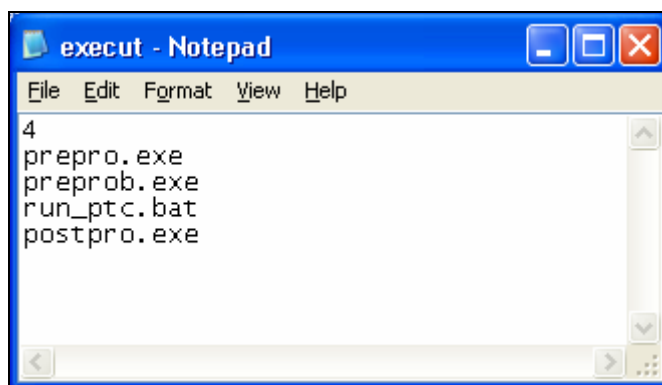
- ο αριθμός των μεταβλητών απόφασης, που στην περίπτωση μελέτης είναι 5
- μία αναμενόμενη ως μέγιστη τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης, που προσεγγιστικά τίθεται ίση με 10
- μία αναμενόμενη ως ελάχιστη τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης, το 0
- οι ελάχιστες και οι μέγιστες επιτρεπτές τιμές που μπορεί να λάβει καθεμία από τις πέντε μεταβλητές απόφασης (σε όρους βελτιστοποίησης πρόκειται για τα upper και lower bounds αντίστοιχα)



Σχήμα 4.20: Το αρχείο 'initialize.txt'

Στο αρχείο 'execut.txt' καταγράφεται ο αριθμός και τα ονόματα των εκτελέσιμων αρχείων που θα χρειαστεί να εφαρμόσει ο αλγόριθμος με τη σειρά που θα πρέπει να εφαρμοστούν. Στη δεδομένη περίπτωση τα αρχεία αυτά είναι 4.

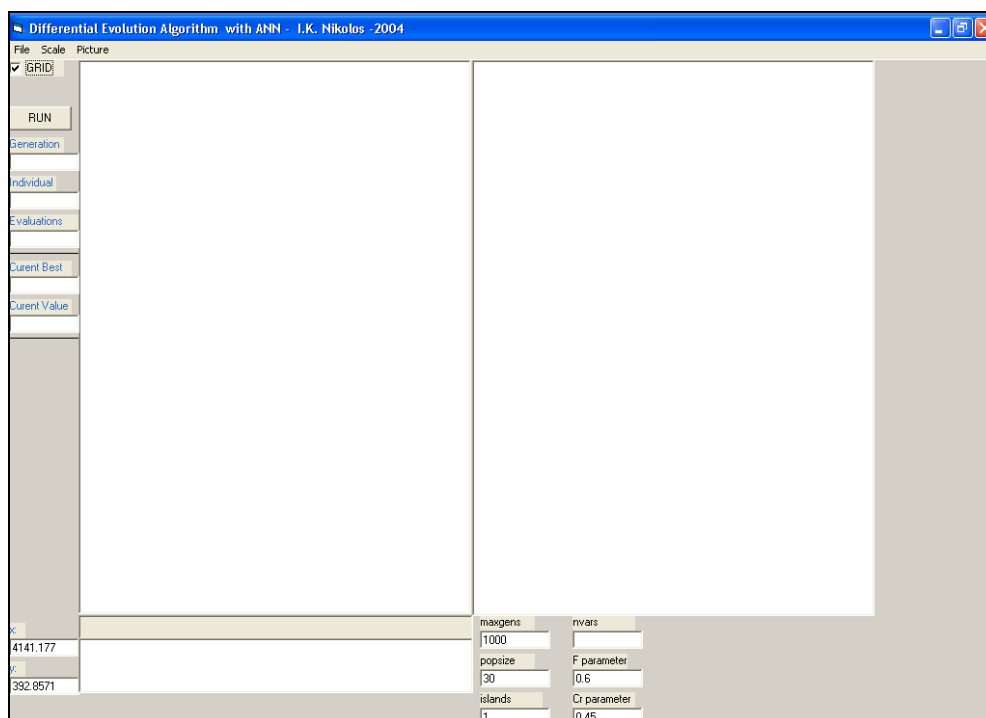
- το 'prepro.exe' που μετατρέπει το 'chromosome.txt' σε αναγνώσιμη για το PTC μορφή με το αρχείο 'pumping' για τους θερινούς μήνες
- το 'preprob.exe' που δημιουργεί το αρχείο pumpingb με τις μηδενικές παροχές άντλησης κατά τους χειμερινούς μήνες και πάλι σε μορφή αναγνώσιμη από το PTC
- το 'run_ptc.bat' που εφαρμόζει το μοντέλο προσομοίωσης PTC, και τέλος
- το 'postpro.exe' που αξιολογεί την εκάστοτε πιθανή λύση και εξάγει την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης



Σχήμα 4.21: Το αρχείο 'execut.txt'

Το εκτελέσιμο αρχείο του Διαφορικού Εξελικτικού αλγορίθμου είναι το 'DE.exe'. Στο γραφικό περιβάλλον ορίζονται οι εξής παράμετροι:

- Επιλέγεται η γραφική σχεδίαση σε κάναβο με το GRID
- Ορίζεται ο αριθμός των διαδοχικών γενιών που θα αξιολογήσει ο γενετικός αλγόριθμος (πεδίο maxgens). Προφανώς όσο μεγαλύτερος αριθμός γενιών επιλεγεί, τόσο καλύτερη θα είναι η βελτιστοποίηση. Επιλέχθηκαν 1000 γενιές.
- Ορίζεται ο αριθμός των ατόμων που θα απαρτίζουν κάθε γενιά (- πληθυσμός) (πεδίο popsize). Οι αντιπροσωπευτικές τιμές για την παράμετρο αυτή κυμαίνονται συνήθως μεταξύ 2 και 10 φορές τον αριθμό των μεταβλητών σχεδίασης. Επιλέχθηκαν 30 άτομα ανά γενιά (6 φορές τον αριθμό των μεταβλητών σχεδίασης).
- Ορίζεται η παράμετρος F του Διαφορικού Εξελικτικού αλγορίθμου.
- Ορίζεται η παράμετρος Cr του Διαφορικού Εξελικτικού αλγορίθμου.
- Ορίζεται ο αριθμός των νησίδων (islands). Επειδή σε ορισμένα προβλήματα βελτιστοποίησης ο χώρος λύσεων δεν είναι ενιαίος, κάποιες λύσεις ενδέχεται να βρίσκονται διάσπαρτες σε διαφορετικά σημεία, που έχουν επικρατήσει με την ονομασία islands. Στη δεδομένη περίπτωση ο αριθμός των islands τίθεται ίσος με τη μονάδα.

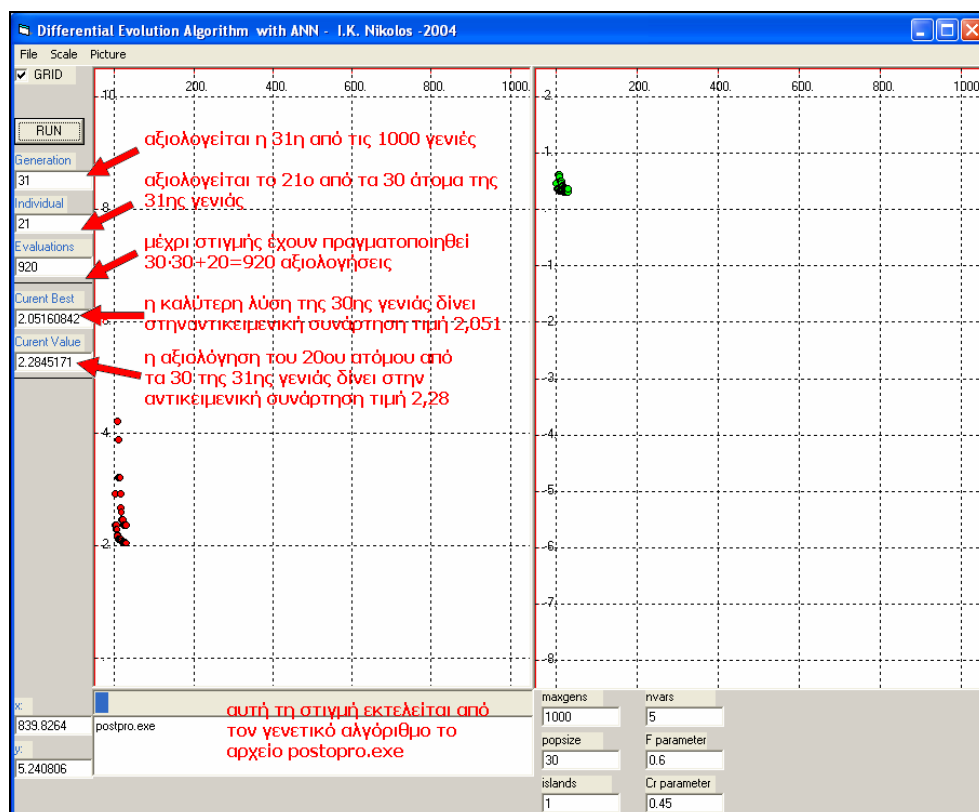
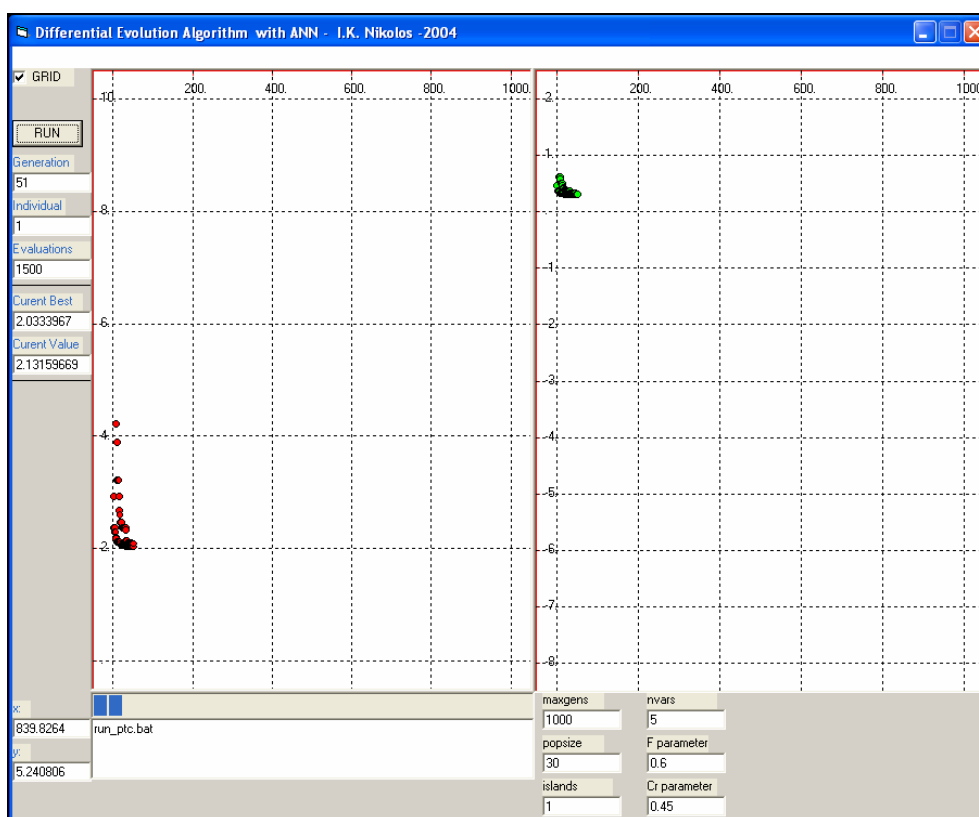


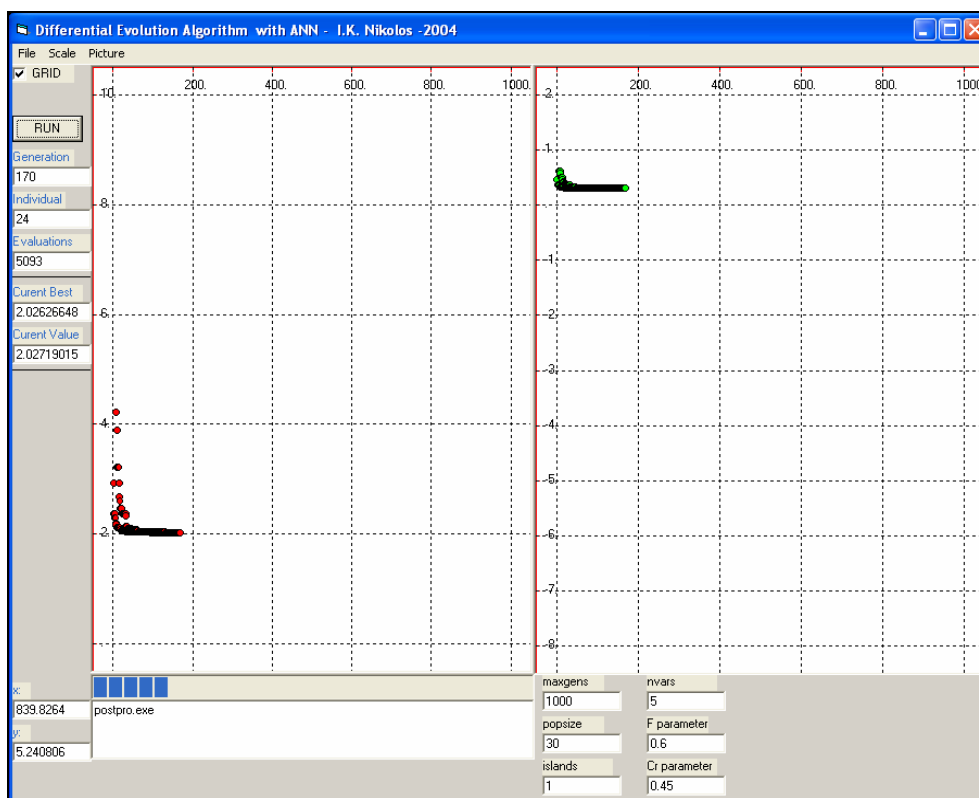
Σχήμα 4.22: Το γραφικό περιβάλλον του γενετικού αλγορίθμου

Το υπό μελέτη πρόβλημα βελτιστοποίησης έχει πλέον εισαχθεί στο γενετικό αλγόριθμο, ο οποίος μπορεί να εφαρμοστεί. Δεδομένου ότι έχουν οριστεί 1000 γενιές με 30 μέλη η καθεμία (δηλαδή 30 πιθανές λύσεις), συνεπάγεται ότι τελικά η διαδικασία αλληλεπίδρασης του αλγορίθμου με το PTC, η αξιολόγηση, ο έλεγχος παραβίασης των περιορισμών και ο υπολογισμός της τιμής της αντικειμενικής συνάρτησης όπως περιγράφεται στο Σχήμα 4.23 πραγματοποιούνται συνολικά 30000 φορές.

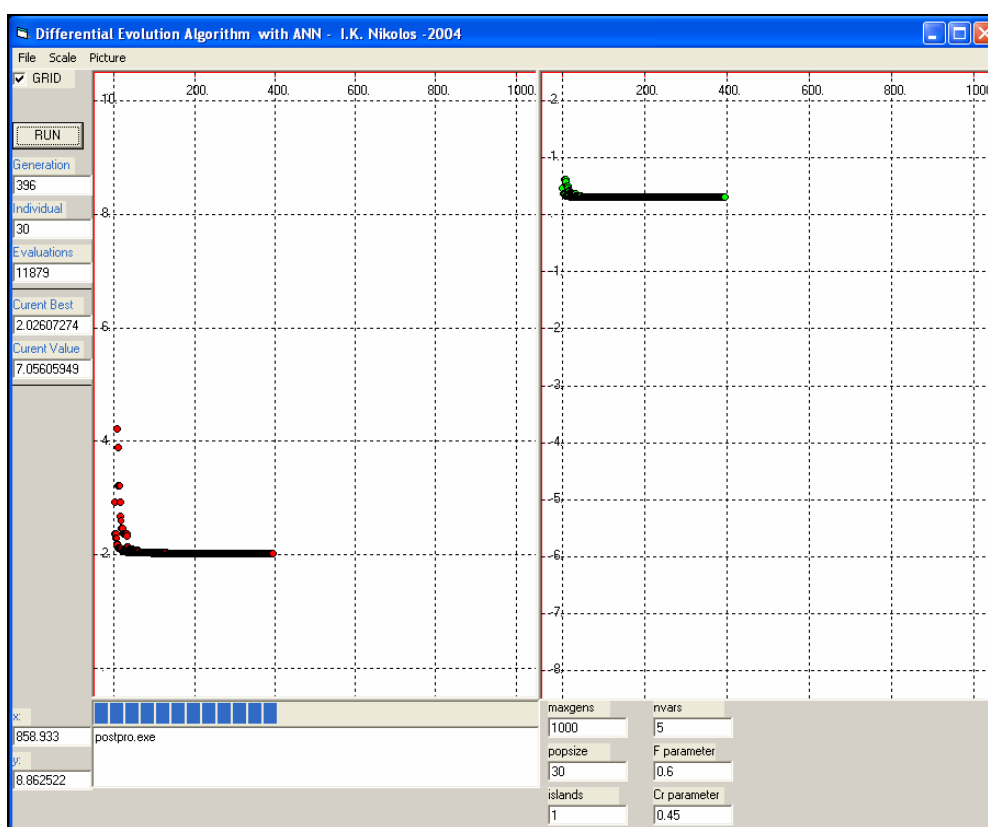
Κατά τη διάρκεια της εφαρμογής, είναι εμφανή για το χρήστη στοιχεία σχετικά με την πρόοδο της διαδικασίας. Στο γραφικό περιβάλλον, στο πεδίο Generation εμφανίζεται ο αριθμός της αξιολογούμενης εκείνη τη στιγμή γενιάς (από 1 έως 1000), στο πεδίο Individual εμφανίζεται ο αριθμός του αξιολογούμενου εκείνη τη στιγμή ατόμου (από 1 έως 30 για κάθε γενιά) και στο πεδίο Evaluations εμφανίζεται ο ακριβής αριθμός των αξιολογήσεων που έχουν λάβει χώρα ως εκείνη τη στιγμή. Ουσιαστικά προκύπτει ως το γινόμενο του Generation επί το προηγούμενο Individual και κυμαίνεται από 1 έως 30000. Επιπλέον στο πεδίο Current Best εμφανίζεται η καλύτερη τιμή της αντικειμενικής για την προηγούμενη γενιά και στο πεδίο Current Value η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης για το προηγούμενο άτομο.

Σχηματικά:

Σχήμα 4.23: Η αξιολόγηση του 21^{ου} ατόμου της 31^{ης} γενιάς.Σχήμα 4.24: Η αξιολόγηση του 1^{ου} ατόμου της 51^{ης} γενιάς.



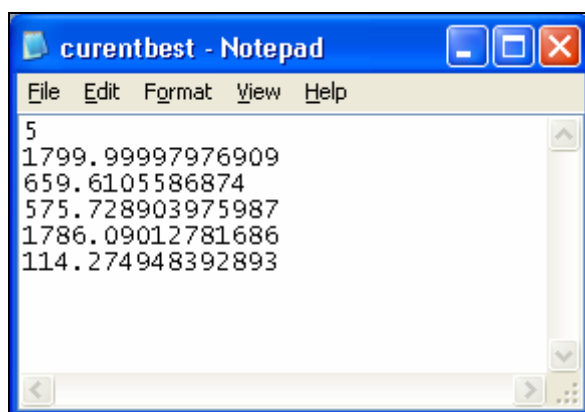
Σχήμα 4.25: Η αξιολόγηση του 24^{ου} ατόμου της 170^{ης} γενιάς.



Σχήμα 4.26: Η αξιολόγηση του 30^{ου} ατόμου της 396^{ης} γενιάς.

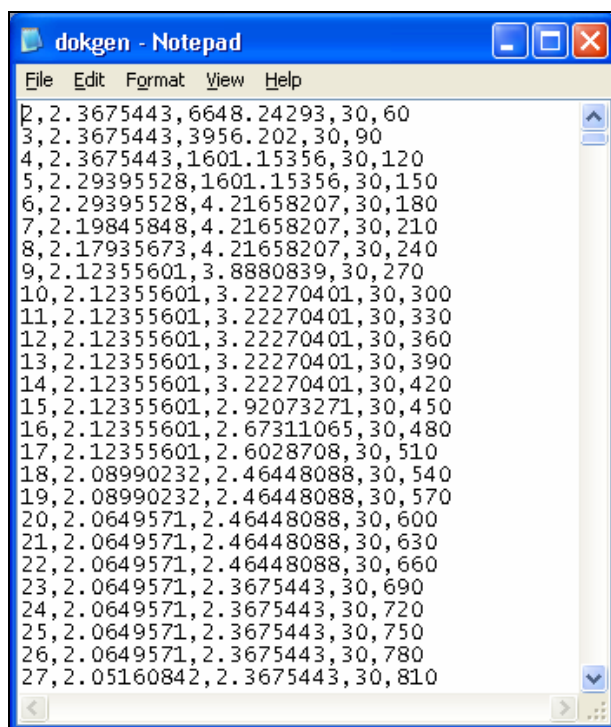
Η διαδικασία ολοκληρώνεται μετά από 75 ώρες συνεχούς λειτουργίας του αλγορίθμου. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται και πάλι στα επιμέρους αρχεία εξόδου.

Στο αρχείο `currentbest.txt` φαίνεται η βέλτιστη λύση, δηλαδή η καλύτερη πεντάδα παροχών άντλησης της τελευταίας γενιάς που αξιολογήθηκε.



Σχήμα 4.27: Το αρχείο εξόδου 'currentbest.txt' με τη βέλτιστη λύση.

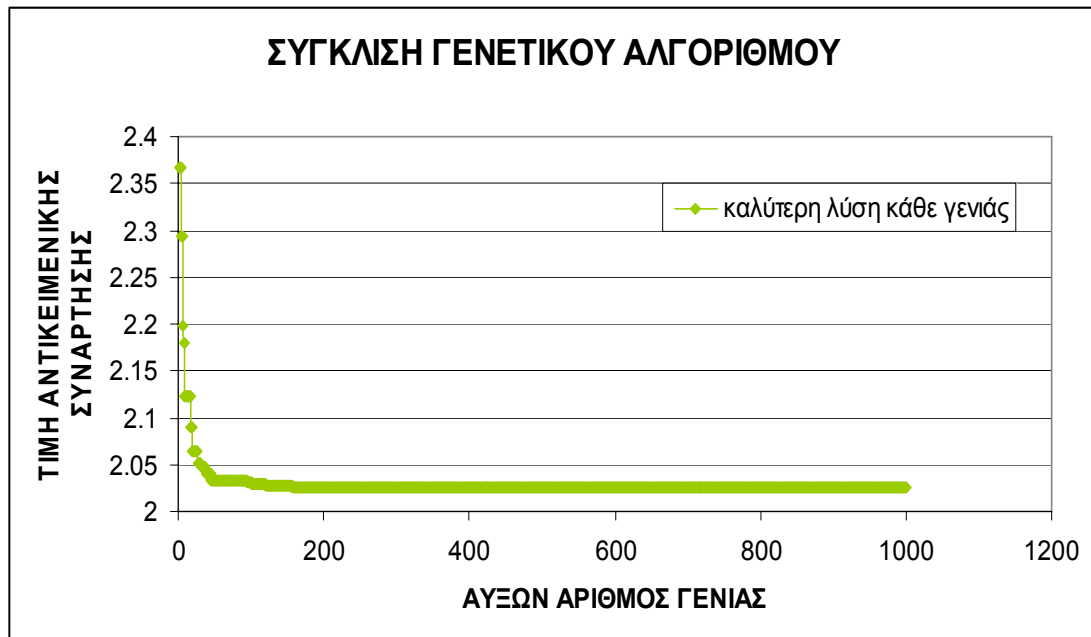
Στο αρχείο 'dokgen.txt' φαίνεται αναλυτικά η πρόοδος ολόκληρης της διαδικασίας βελτιστοποίησης.



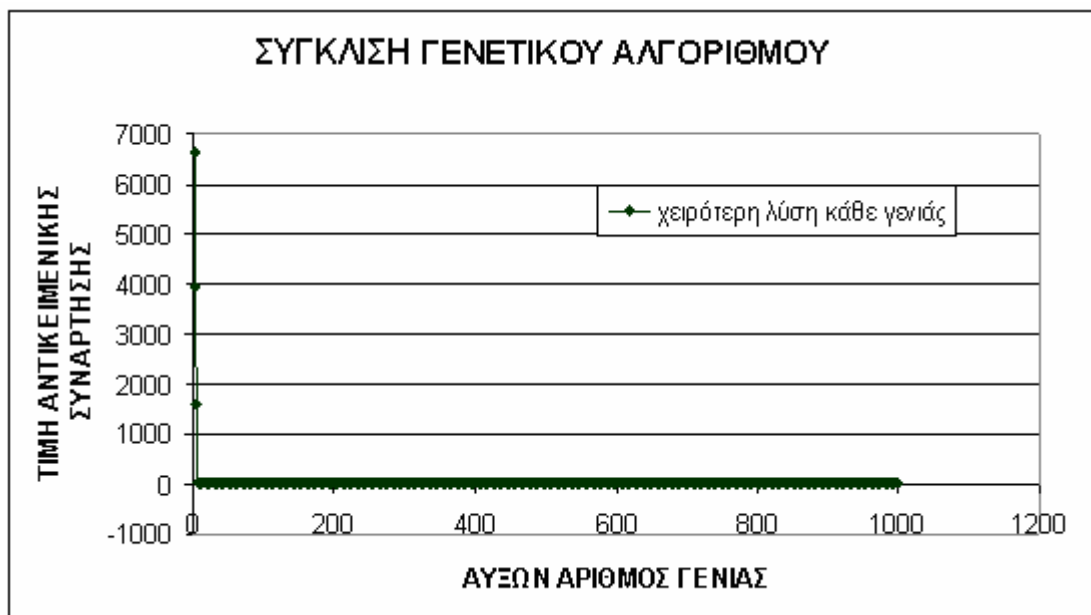
Σχήμα 4.28: Το αρχείο εξόδου 'dokgen.txt'.

Στην πρώτη στήλη αναγράφεται ο αύξων αριθμός της γενιάς, στη δεύτερη στήλη η καλύτερη λύση της κάθε γενιάς και στην τρίτη στήλη η χειρότερη λύση της κάθε γενιάς. Από τα δεδομένα του αρχείου αυτού μπορούν να εξαχθούν χρήσιμα

συμπεράσματα, όπως για παράδειγμα η ταχύτητα σύγκλισης του αλγορίθμου. Η αντίστοιχες γραφικές παραστάσεις φαίνονται παρακάτω.



Σχήμα 4.29: Η πρόοδος της σύγκλισης του γενετικού αλγορίθμου αναφορικά με τις καλύτερες λύσεις της κάθε γενιάς.



Σχήμα 4.30: Η πρόοδος της σύγκλισης του γενετικού αλγορίθμου αναφορικά με τις χειρότερες λύσεις της κάθε γενιάς.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5 – ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΩΝ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ ΚΑΙ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

5.1 Ανάλυση των αποτελεσμάτων

Στη ενότητα αυτή θα παρουσιαστούν τα αποτελέσματα και των δύο μεθόδων βελτιστοποίησης που εφαρμόστηκαν, θα αναλυθούν και τελικά θα εξαχθούν συμπεράσματα ως προς την ποιότητα των δύο λύσεων αλλά και ως προς την αποδοτικότητα και τις δυνατότητες των δύο μεθόδων.

Από τον Πίνακα 5.1 είναι προφανές ότι οι δύο λύσεις βρίσκονται εξαιρετικά κοντά και εν δυνάμει ταυτίζονται. Ειδικότερα, για τα πηγάδια άντλησης 1 και 3 προκύπτει ότι πρέπει να αντλούν με τον ίδιο ακριβώς ρυθμό (1800 και 576 m³/d αντίστοιχα), ενώ τα πηγάδια 2 και 4 με παραπλήσιους ρυθμούς (631.5 έναντι 659.6 m³/d και 1935.4 έναντι 1786.1 m³/d αντίστοιχα). Η μοναδική αξιοσημείωτη διαφορά στα αποτελέσματα αφορά στο πηγάδι άντλησης 5, που σύμφωνα με τη Simplex θα πρέπει να παραμείνει κλειστό, ενώ σύμφωνα με τον Διαφορικό Εξελικτικό αλγόριθμο θα πρέπει να αντλεί με 114.3 m³/d.

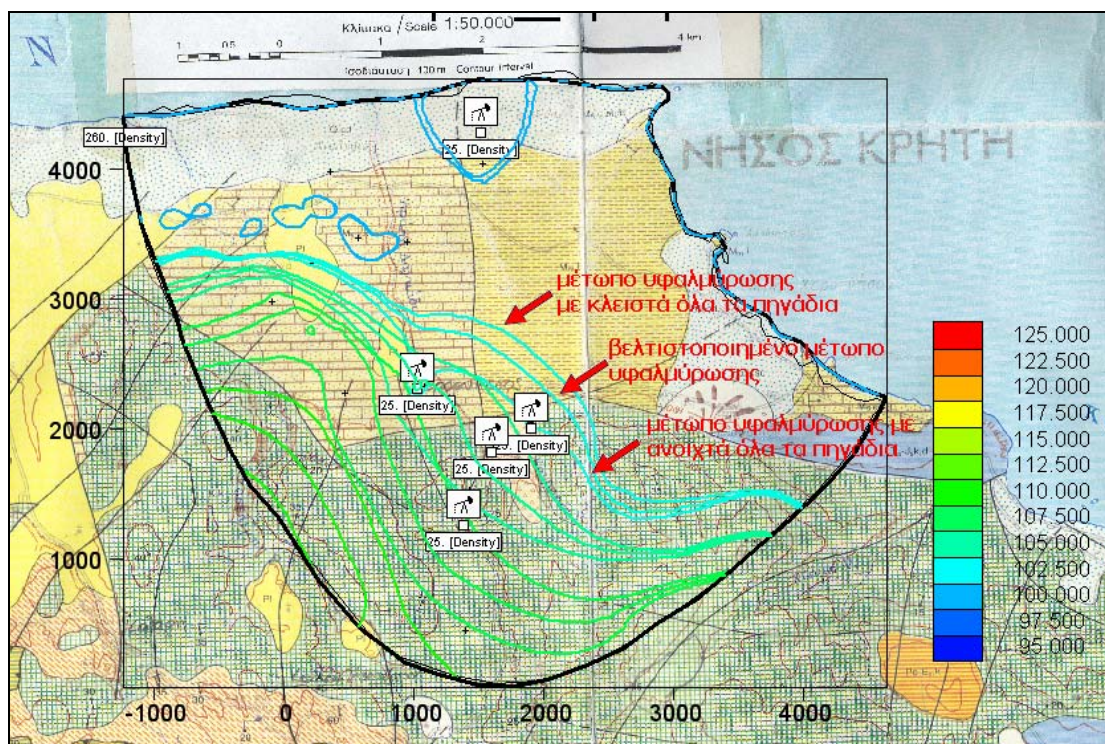
Πρέπει να επισημανθεί το γεγονός ότι σύμφωνα με τη βελτιστοποίηση τα πηγάδια άντλησης 1 και 3 μπορούν να αντλούν με τη μέγιστη δυνατή παροχή (1800 και 576 m³/d αντίστοιχα). Ειδικά για το πηγάδι 1 αυτό είναι μάλλον αναμενόμενο καθώς βρίσκεται ήδη εντός της ζώνης υφαλμύρωσης, σε σημείο πολύ κοντά στη θάλασσα και συνεπώς η επίδρασή του στο μέτωπο είναι αμελητέα.

Πηγάδι άντλησης	Βέλτιστη τιμή παροχής (m^3/d)	
	Simplex	Εξελικτικός αλγόριθμος
1	1800	1800
2	631.5	659.6
3	576	575.7
4	1935.4	1786.1
5	0	114.3
ΣQ	4942.9	4935.7

Πίνακας 5.1: Τα συγκεντρωτικά αποτελέσματα και από τις δύο μεθόδους

Η ταύτιση των δύο λύσεων είναι εμφανής και από τη μακροσκοπική ανάλυση του αποτελέσματος, αναφορικά με τη διαχείριση του υδατικού πόρου. Η συνολική αντλούμενη παροχή νερού από τα πέντε πηγάδια, που με βάση τη μέθοδο Simplex προκύπτει $4942.9 \text{ m}^3/\text{d}$, είναι μόλις κατά $7.2 \text{ m}^3/\text{d}$ υψηλότερη από την αντίστοιχη του Διαφορικού Εξελικτικού αλγορίθμου, που ισούται με $4935.7 \text{ m}^3/\text{d}$.

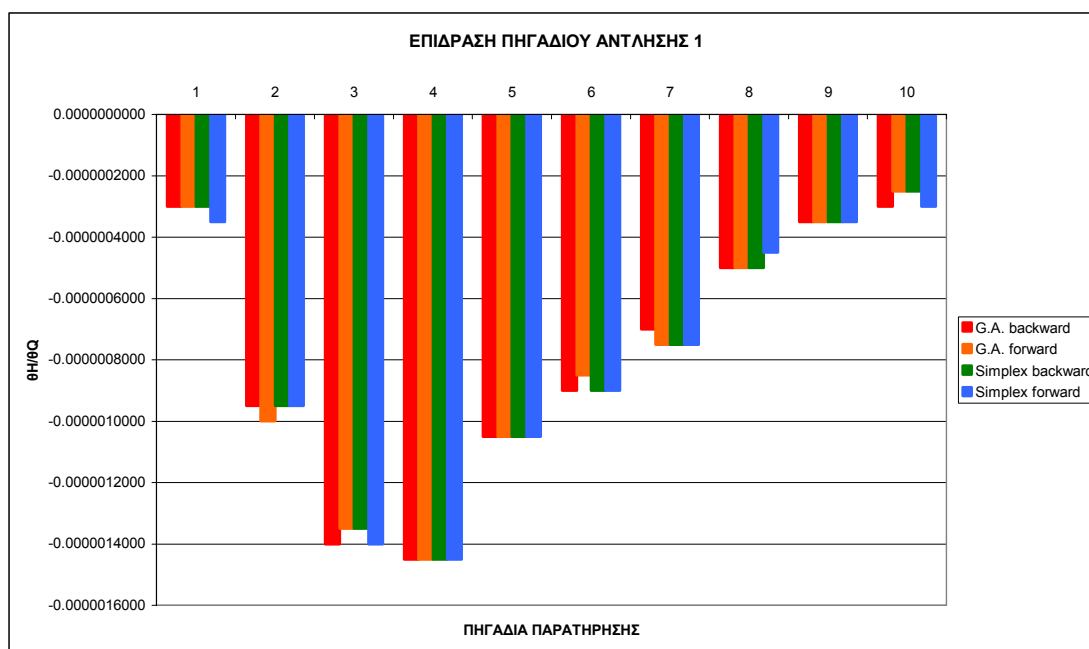
Με εισαγωγή των δύο βέλτιστων λύσεων στο PTC προκύπτουν τα βελτιστοποιημένα μέτωπα και στις δύο μεθόδους βελτιστοποίησης, που ουσιαστικά συμπίπτουν (Σχήμα 5.1), καθώς οι διαφορές των υδραυλικών υψών στα δέκα πηγάδια παρατήρησης πρακτικά ταυτίζονται (στις περισσότερες περιπτώσεις η διαφοροποίηση ξεκινά από το τέταρτο δεκαδικό ψηφίο και μετά).



Σχήμα 5.1: Το βελτιστοποιημένο μέτωπο της υφαλμύρωσης, όπως προκύπτει και από τις δύο μεθόδους βελτιστοποίησης.

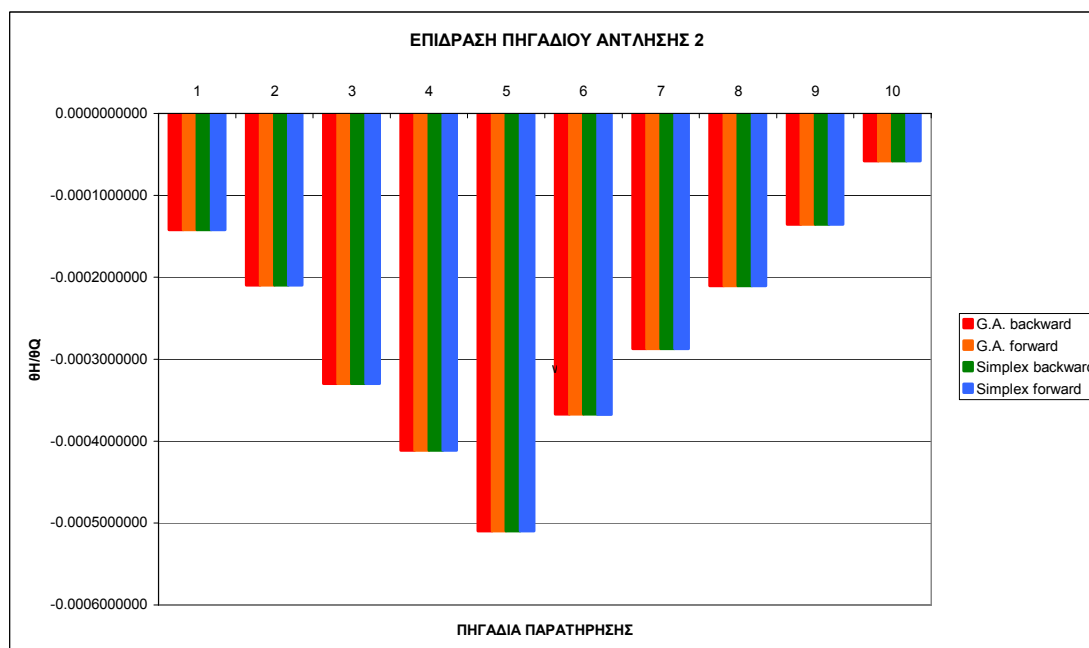
5.2 Ανάλυση της ευαισθησίας των λύσεων

Πέρα από τη σύγκριση των αποτελεσμάτων σε απόλυτους αριθμούς, προκειμένου να γίνει εμβάθυνση στην ποιότητα των δύο λύσεων και των δύο μεθόδων, πραγματοποιείται ανάλυση ευαισθησίας. Οι παροχές άντλησης και από τις δύο βελτιστοποιήσεις αυξάνονται και στη συνέχεια μειώνονται κατά $20\text{m}^3/\text{d}$ διαδοχικά και για τα πέντε πηγάδια άντλησης (η παροχή του 1^{ου} πηγαδιού αυξάνεται κατά $20\text{m}^3/\text{d}$ και οι υπόλοιπες τέσσερις παροχές διατηρούνται σταθερές, η παροχή του 2^{ου} πηγαδιού αυξάνεται κατά $20\text{m}^3/\text{d}$ και οι υπόλοιπες τέσσερις παροχές διατηρούνται σταθερές κ.ο.κ.). Εφαρμόζεται το μοντέλο προσομοίωσης PTC και εξάγονται τα υδραυλικά ύψη στα δέκα πηγάδια παρατήρησης, με βάση τα οποία υπολογίζονται οι κλίσεις $\theta\text{H}/\theta\text{Q}$. Από τις κλίσεις αυτές μπορεί εύκολα και εποπτικά να προσδιοριστεί η επίδραση των πηγαδιών άντλησης στα πηγάδια παρατήρησης, αλλά και παράλληλα η ευαισθησία των πηγαδιών παρατήρησης στις μεταβολές των παροχών των πηγαδιών άντλησης. Έτσι συνολικά προκύπτουν 4 ομάδες αποτελεσμάτων (πρόσω διαφόριση - Simplex, πίσω διαφόριση - Simplex, πρόσω διαφόριση - εξελικτικός αλγόριθμος, πίσω διαφόριση - εξελικτικός αλγόριθμος). Η γραφική απεικόνισή τους φαίνεται στα επόμενα διαγράμματα.



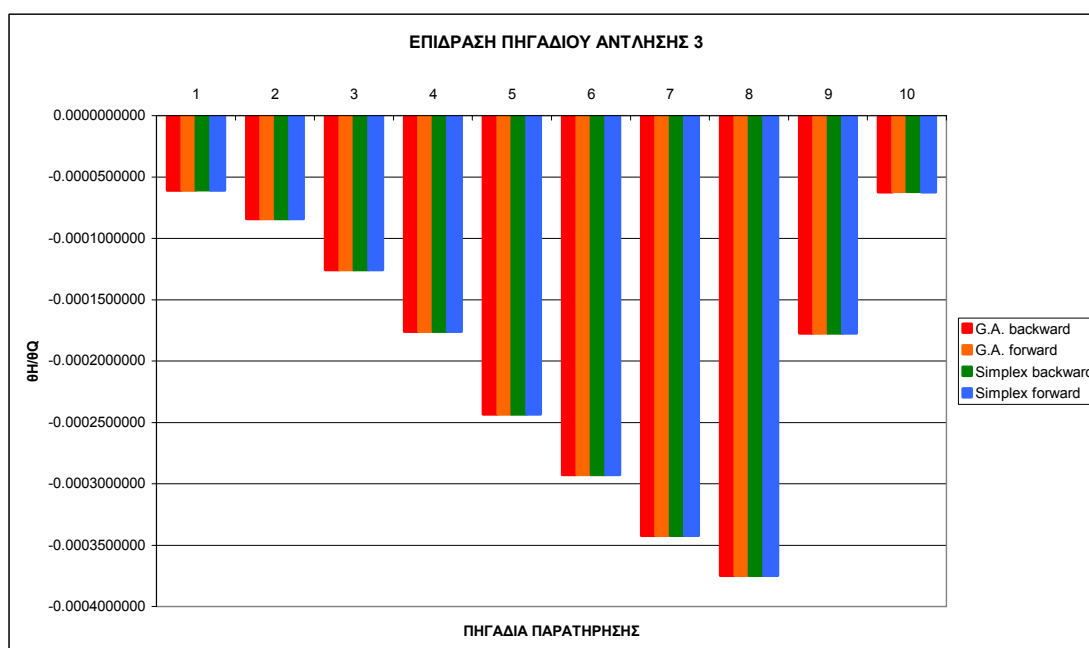
Σχήμα 5.2: Η επίδραση του πηγαδιού άντλησης 1 στα 10 πηγάδια παρατήρησης.

Επιβεβαιώνεται η προφανής παρατήρηση ότι το πηγάδι άντλησης 1 ασκεί πολύ μικρή επίδραση, λόγω της θέσης του στα πηγάδια παρατήρησης. Η επίδραση αυτή, εκφραζόμενη από την κλίση Θ_H/Θ_Q , κυμαίνεται από $3 \cdot 10^{-7}$ έως $1,45 \cdot 10^{-6}$. Πάντως, τα πηγάδια παρατήρησης 4 και 3 φαίνεται να επηρεάζονται περισσότερο απ' αυτό, ενώ ακολουθούν τα 2 και 5. Στα υπόλοιπα (πηγάδι παρατήρησης 1 εκ δεξιών του πηγαδιού άντλησης 1 και πηγάδια παρατήρησης 6, 7, 8, 9, 10 εξ αριστερών του πηγαδιού άντλησης 1) η επιρροή φθίνει όσο αυξάνεται η απόσταση.



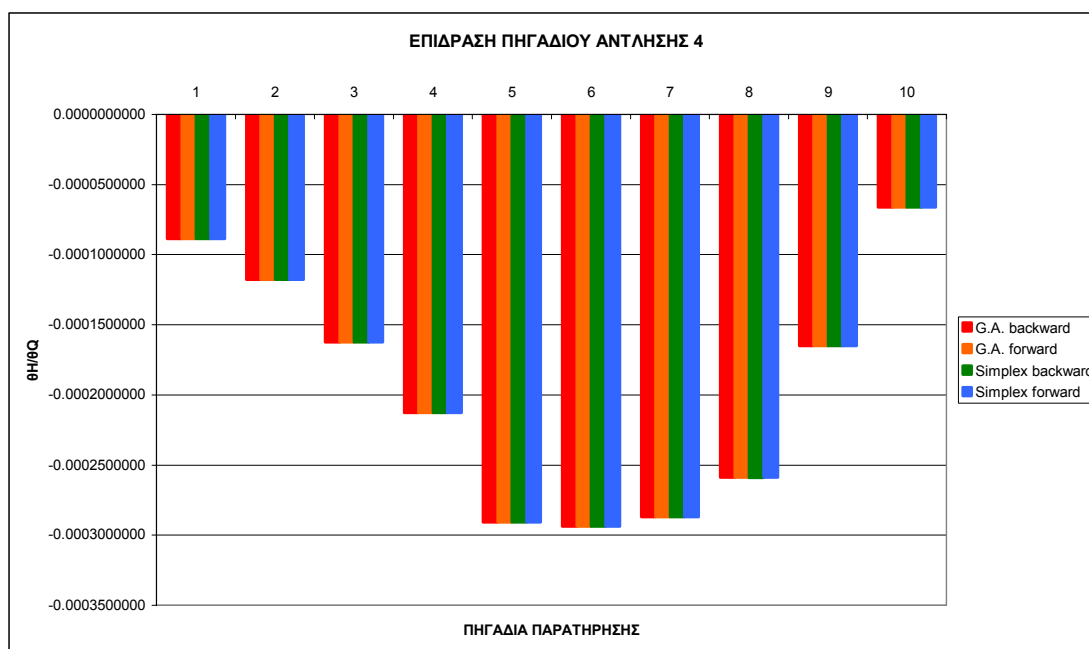
Σχήμα 5.3: Η επίδραση του πηγαδιού άντλησης 2 στα 10 πηγάδια παρατήρησης.

Ενδεχόμενη αλλαγή στο δεύτερο πηγάδι άντλησης (Σχήμα 5.3) θα επηρεάσει κατά κύριο λόγο τα πλησιέστερα προς αυτό πηγάδια παρατήρησης 5, 4 και 6. Τα δύο πρώτα μάλιστα βρίσκονται σε πέτρωμα της ίδιας υδραυλικής αγωγιμότητας (βιοκλαστικοί λατυποπαγείς ασβεστόλιθοι με αγωγιμότητα 5,2m/d). Και πάλι, όσο αυξάνεται η απόσταση των υπόλοιπων πηγαδιών παρατήρησης από το πηγάδι άντλησης 2, τόσο λιγότερο αυτό μπορεί να τα επηρεάσει, με μικρότερη επίδραση να εμφανίζεται το πηγάδι παρατήρησης 10. Θα πρέπει ωστόσο να σημειωθεί ότι συνολικά η επίδραση του δεύτερου πηγαδιού είναι αρκετά σημαντική, με μέγιστη κλίση $5 \cdot 10^{-4}$, που είναι δύο τάξεις μεγέθους μεγαλύτερη από την αντίστοιχη μέγιστη κλίση του πρώτου πηγαδιού.



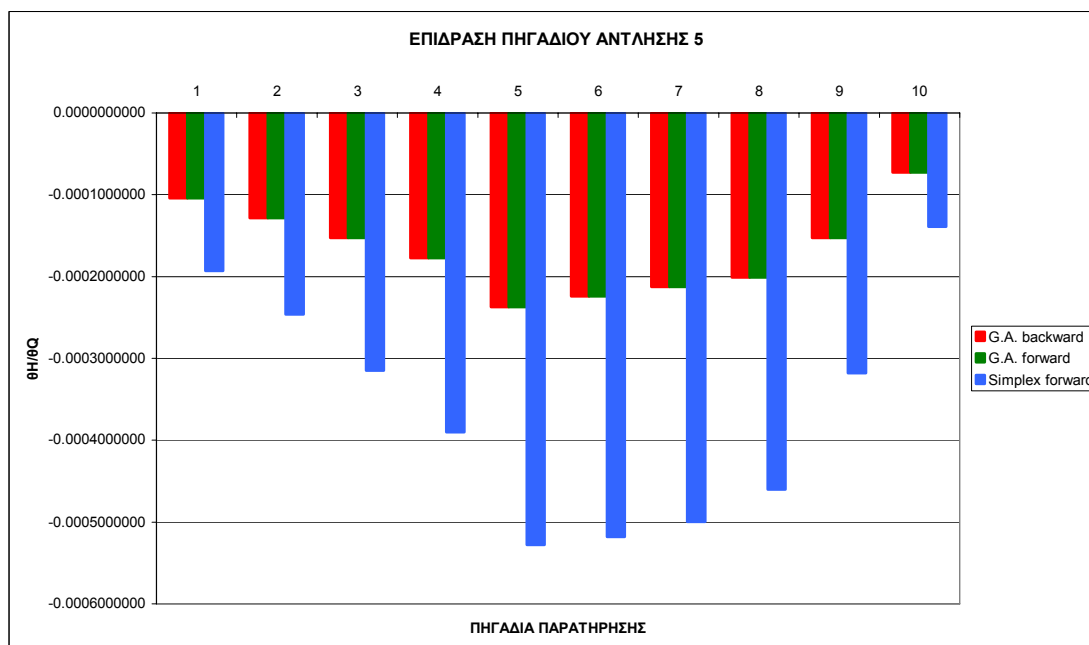
Σχήμα 5.4: Η επίδραση του πηγαδιού άντλησης 3 στα 10 πηγάδια παρατήρησης.

Και στην περίπτωση του 3^{ου} πηγαδιού άντλησης (Σχήμα 5.4), το πηγάδι άντλησης επηρεάζει περισσότερο τα πλησιέστερα προς αυτό πηγάδια παρατήρησης. Η μεγαλύτερη κλίση αφορά στο πηγάδι παρατήρησης 8, που είναι και το πλησιέστερο και ακολουθεί το επίσης κοντινό πηγάδι 7, αλλά και το 6 και 5. Τα πηγάδια παρατήρησης 4 (εξ αριστερών) και 9 (εκ δεξιών) επηρεάζονται περίπου το ίδιο από το πηγάδι άντλησης 3. Σε ότι αφορά στην έκταση της επίδρασης, ισχύουν περίπου όσα και για το πηγάδι άντλησης 2, δηλαδή μέγιστη κλίση $4 \cdot 10^{-4}$, μια και τα δύο πηγάδια βρίσκονται αρκετά κοντά τόσο μεταξύ τους όσο και στο μέτωπο της υφαλμύρωσης.



Σχήμα 5.5: Η επίδραση του πηγαδιού άντλησης 4 στα 10 πηγάδια παρατήρησης.

Η επιρροή του πηγαδιού άντλησης 4 (Σχήμα 5.5) είναι ισχυρότερη (και πρακτικά η ίδια) στα πηγάδια παρατήρησης 5, 6 και 7 που σχεδόν ισαπέχουν απ' αυτό. Η επίδραση μειώνεται και πάλι αισθητά με την αύξηση της απόστασης, με αποτέλεσμα να φθίνει σταδιακά από το πηγάδι παρατήρησης 4 έως και το 1 (από αριστερά) αλλά και από το πηγάδι παρατήρησης 8 έως το 10 (από δεξιά).



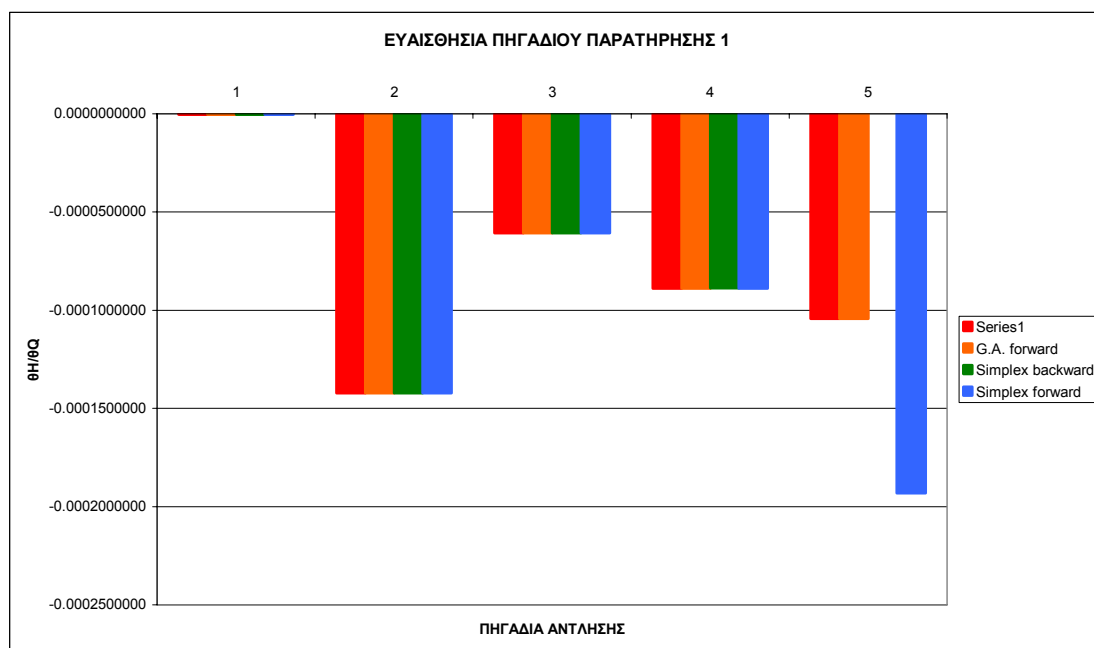
Σχήμα 5.6: Η επίδραση του πηγαδιού άντλησης 5 στα 10 πηγάδια παρατήρησης.

Στο διάγραμμα του Σχήματος 5.6 πρέπει να σημειωθεί ότι δεν απεικονίζεται η κλίση λόγω μείωσης της παροχής άντλησης από τη Simplex, καθώς από τη βελτιστοποίηση προέκυψε μηδενική τιμή της παροχής, οπότε δεν είναι δυνατός ο υπολογισμός της παραγώγου με πίσω διαφόριση. Ενώ οι κλίσεις που υπολογίστηκαν από την ανάλυση ευαισθησίας στα αποτελέσματα του εξελικτικού αλγορίθμου είναι ίσες, δε συμβαίνει το ίδιο και με τις κλίσεις από τη Simplex. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι οι δύο λύσεις απέχουν μεταξύ τους, οπότε βρίσκονται σε διαφορετικές περιοχές του χώρου λύσεων, με αποτέλεσμα να διαφέρουν και οι παράγωγοι. Δεν συνέβαινε το ίδιο για τις υπόλοιπες 4 τιμές των παροχών, αφού εκείνες βρίσκονταν πολύ κοντά μεταξύ τους και για τις δύο μεθόδους βελτιστοποίησης. Ωστόσο, σε ότι αφορά την επίδραση του πηγαδιού άντλησης 5 στα πηγάδια παρατήρησης, η μεγαλύτερη επιρροή φαίνεται να ασκείται αυτή τη φορά όχι στα πλησιέστερα προς αυτό πηγάδια, αλλά στο σχετικά απομακρυσμένο πηγάδι παρατήρησης 5, με τα πηγάδια 6 και 7 να έπονται. Το φαινόμενο αυτό ενδεχομένως οφείλεται στις υδρογεωλογικές ιδιαιτερότητες της διαδρομής που πρέπει να ακολουθήσει το νερό για να αντληθεί από το πηγάδι 5.

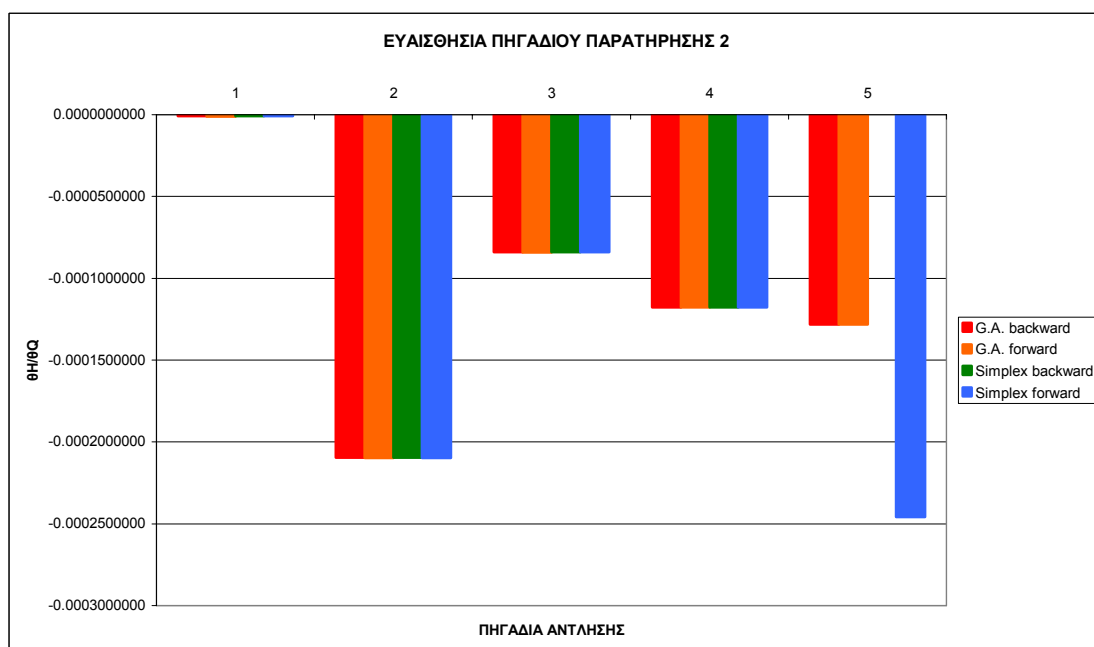
Από μία γενική θεώρηση των παραπάνω διαγραμμάτων μπορούν να εξαχθούν κάποια επιπλέον συμπεράσματα:

- Από όλα τα διαγράμματα είναι εμφανής η γεωγραφική σύνδεση των πηγαδιών άντλησης με τα πηγάδια παρατήρησης. Ουσιαστικά, η αυξομείωση της άντλησης από κάθε πηγάδι επηρεάζει πρωτίστως τα πλησιέστερα προς αυτό πηγάδια παρατήρησης. Αριστερά και δεξιά από αυτά, η επιρροή μειώνεται αισθητά.
- Σε όλες τις περιπτώσεις οι κλίσεις και για τις δύο μεθόδους βελτιστοποίησης ήταν ίσες, που σημαίνει πως οι μέθοδοι εμφάνισαν την ίδια ευαισθησία. Μοναδική εξαίρεση αποτελεί το πέμπτο πηγάδι άντλησης. Η σημαντική αυτή διαφορά ερμηνεύεται παρακάτω.

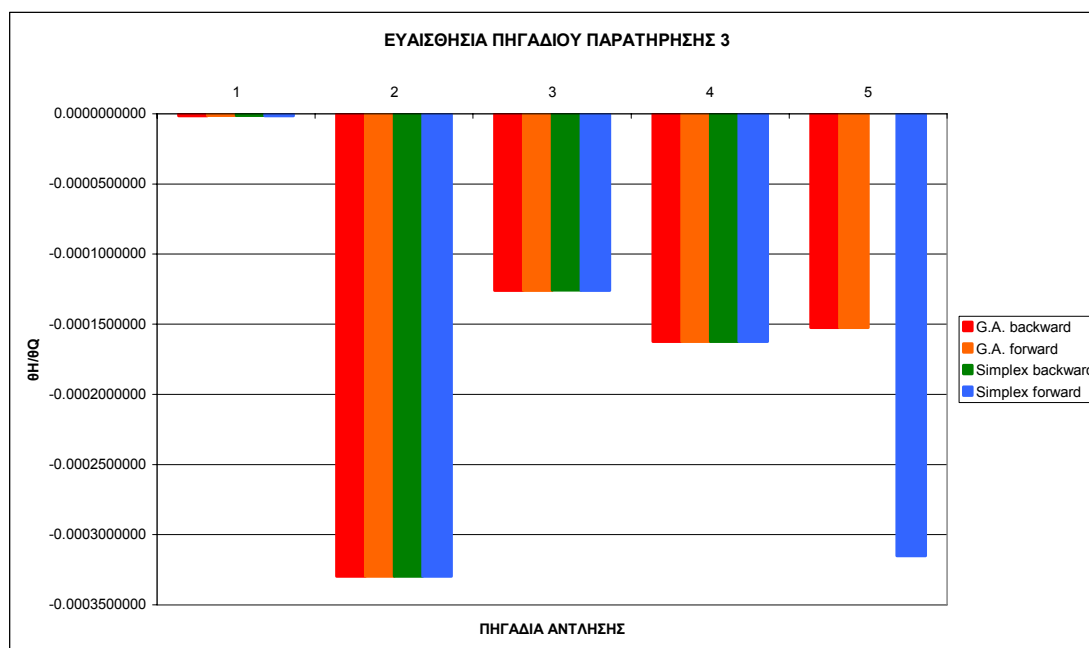
Ακολουθούν τα διαγράμματα ευαισθησίας των δέκα πηγαδιών παρατήρησης. Από όλες τις γραφικές παραστάσεις απουσιάζει η ράβδος που αντιστοιχεί στην πίσω διαφόριση της παροχής άντλησης του πέμπτου πηγαδιού από τη Simplex, μιας και όπως αναφέρθηκε και πριν από τη βελτιστοποίηση προέκυψε μηδενική παροχή.



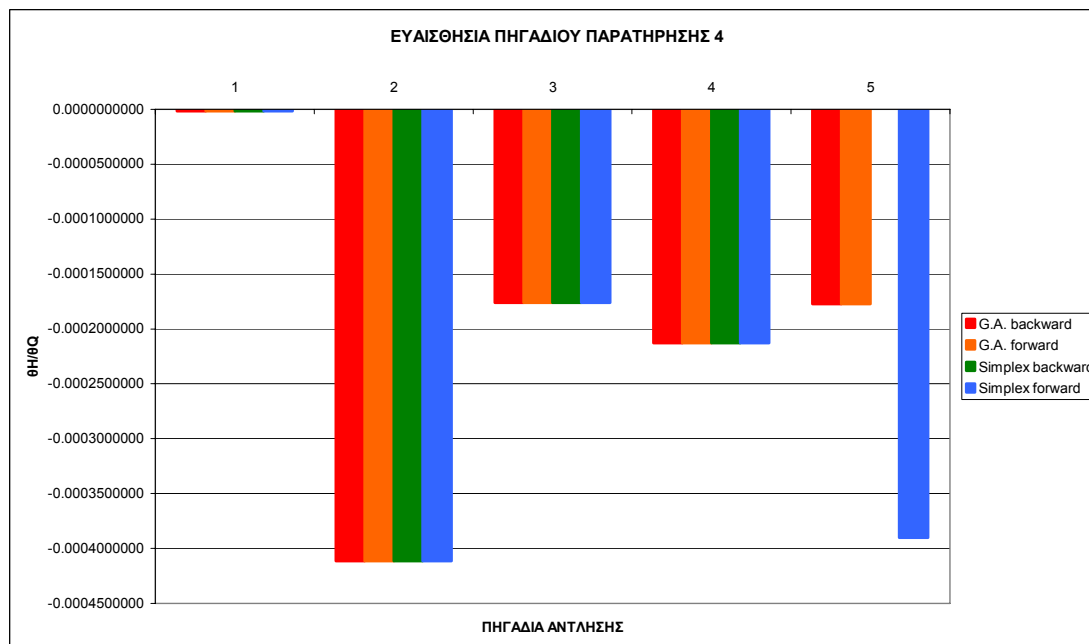
Σχήμα 5.7: Η ευαισθησία του πηγαδιού παρατήρησης 1 για τα πέντε πηγάδια άντλησης.



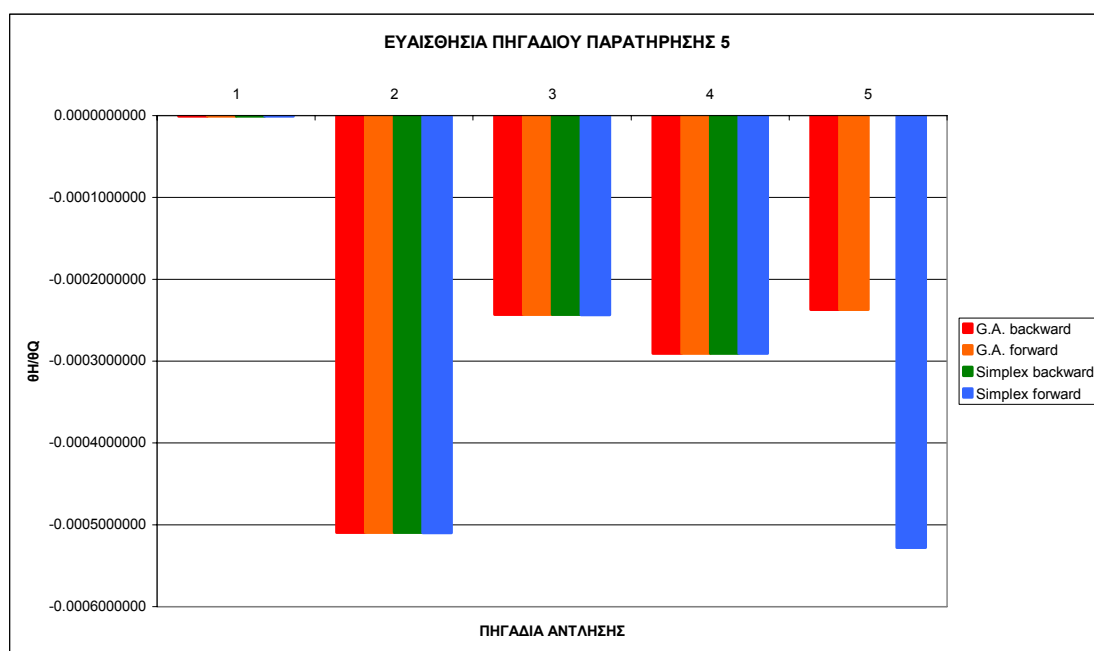
Σχήμα 5.8: Η ευαισθησία του πηγαδιού παρατήρησης 2 για τα πέντε πηγάδια άντλησης.



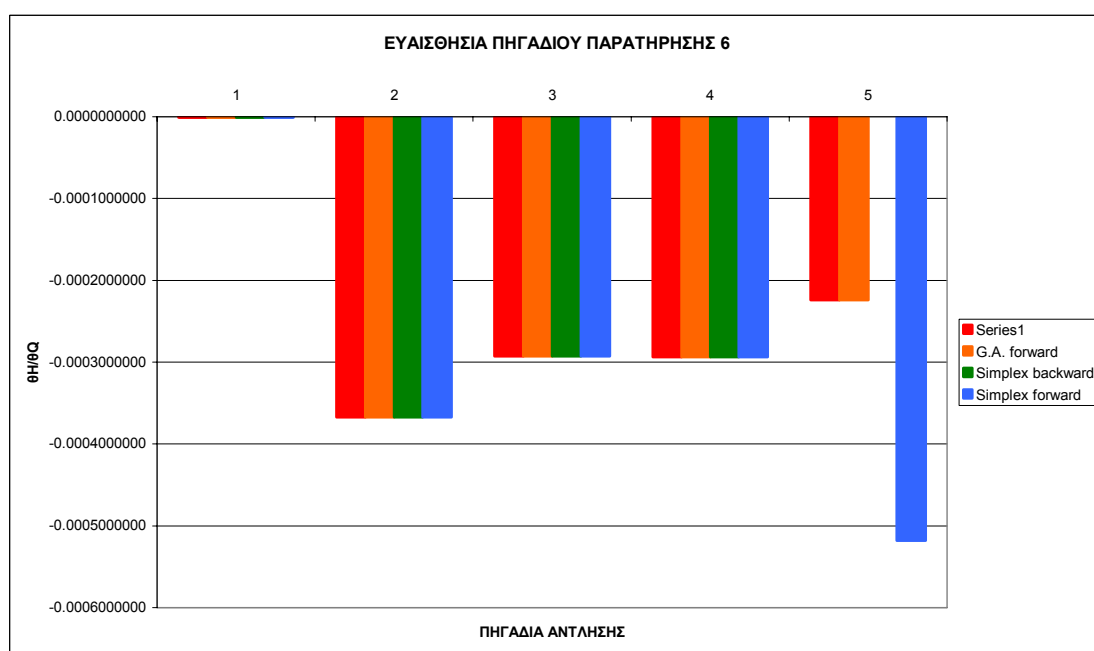
Σχήμα 5.9: Η ευαισθησία του πηγαδιού παρατήρησης 3 για τα πέντε πηγάδια άντλησης.



Σχήμα 5.10: Η ευαισθησία του πηγαδιού παρατήρησης 4 για τα πέντε πηγάδια άντλησης.

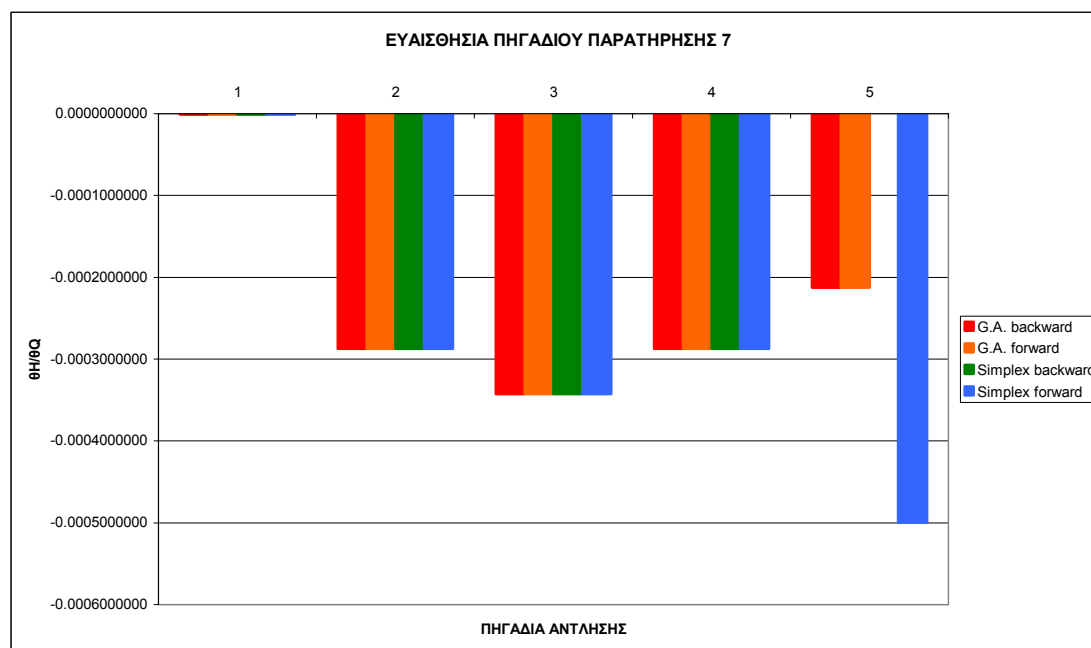


Σχήμα 5.11: Η ευαισθησία του πηγαδιού παρατήρησης 5 για τα πέντε πηγάδια άντλησης.

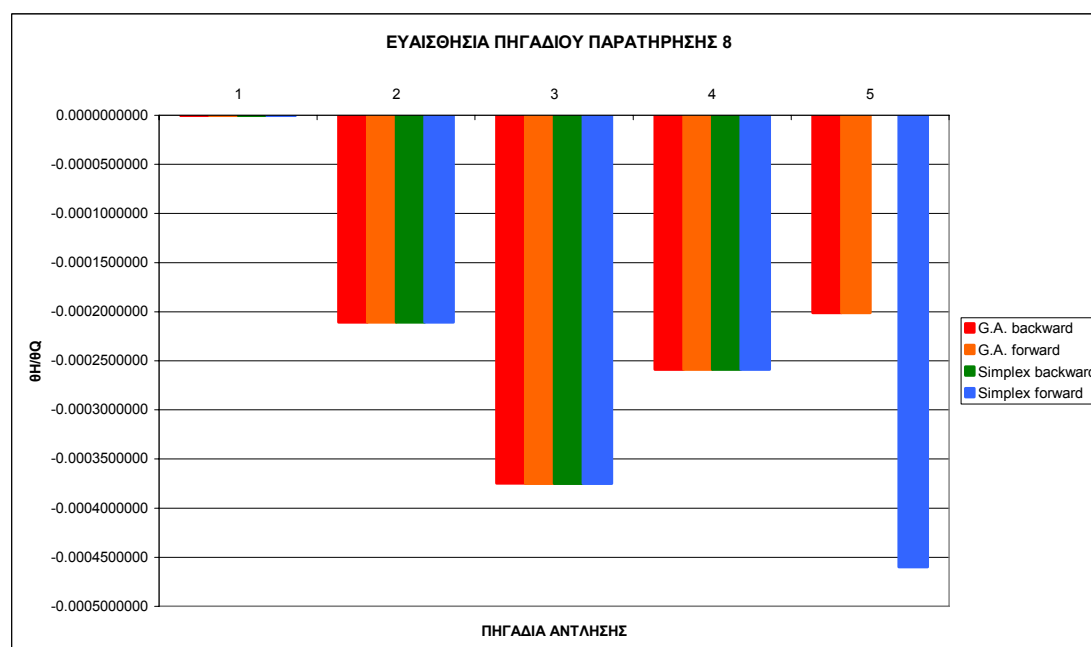


Σχήμα 5.12: Η ευαισθησία του πηγαδιού παρατήρησης 6 στα πέντε πηγάδια άντλησης.

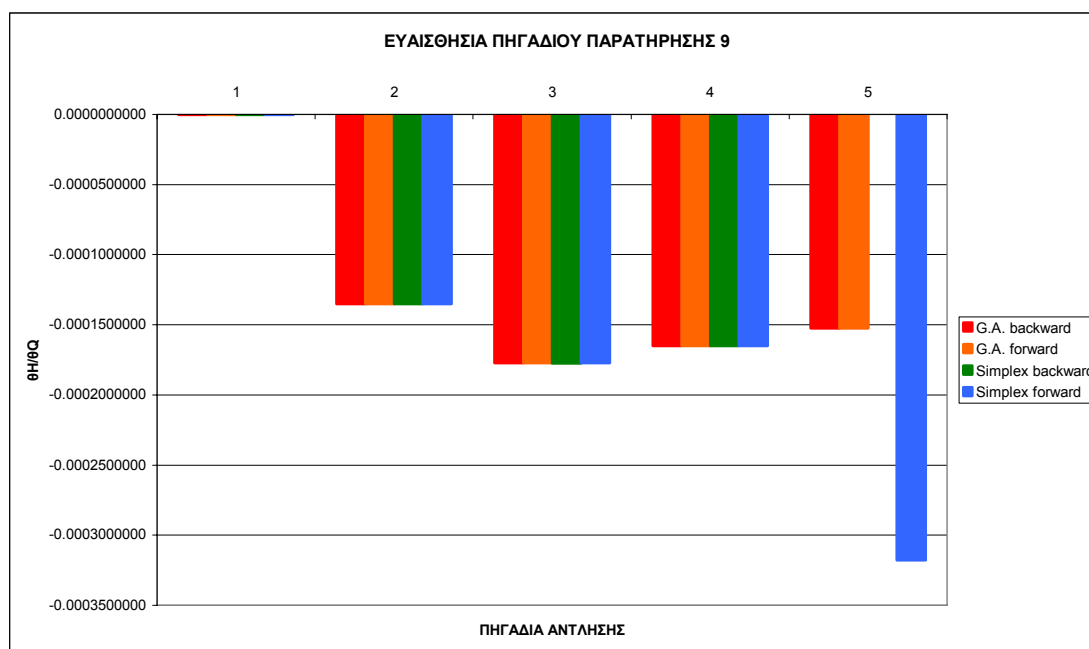
Η συμπεριφορά των έξι διαγραμμάτων (Σχήματα 5.7 έως 5.12) είναι σχεδόν ταυτόσημη. Και τα έξι πηγάδια παρατήρησης εμφανίζουν πρακτικά μηδενική ευαισθησία στις μεταβολές άντλησης του πρώτου πηγαδιού, καθώς, όπως προαναφέρθηκε, αυτό βρίσκεται εντός της ζώνης υφαλμύρωσης και σε μεγάλη απόσταση από όλα τα πηγάδια παρατήρησης. Επίσης, και τα έξι πηγάδια εμφανίζουν τη μεγαλύτερη ευαισθησία στην άντληση του δεύτερου πηγαδιού. Ενδεικτικά αναφέρεται πως οι υπολογιζόμενες κλίσεις θ_H/θ_Q κυμαίνονται από $1,4 \cdot 10^{-4}$ (για το πρώτο πηγάδι παρατήρησης) έως $5,1 \cdot 10^{-4}$ (για το πέμπτο πηγάδι παρατήρησης), δηλαδή ανήκουν στην ίδια τάξη μεγέθους. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι το πηγάδι άντλησης 2 είναι το πλησιέστερο από όλα τα πηγάδια άντλησης (εξαιρουμένης της ειδικής περίπτωσης του 1) προς τα πηγάδια αυτά. Μάλιστα, οι κλίσεις φθίνουν όσο μειώνεται και η απόσταση. Έτσι, δεδομένης της κατάταξης των πηγαδιών παρατήρησης ξεκινώντας από το πλησιέστερο προς το πηγάδι άντλησης 2: 5, 4, 6, 3, 2, 1, η κατάταξη των αντίστοιχων κλίσεων είναι $5,1 \cdot 10^{-4}$, $4,1 \cdot 10^{-4}$, $3,7 \cdot 10^{-4}$, $2,1 \cdot 10^{-4}$ και $1,4 \cdot 10^{-4}$. Ομοιόμορφη συμπεριφορά παρατηρείται και αναφορικά με τα πηγάδια άντλησης 4 και 3. Η ανάλογη κατάταξη των πηγαδιών άντλησης είναι: 6, 5, 4, 3, 2 και 1, που συμβαδίζει απόλυτα με την κατάταξη των αντίστοιχων κλίσεων: $2,94 \cdot 10^{-4}$, $2,91 \cdot 10^{-4}$, $1,7 \cdot 10^{-4}$, $1,6 \cdot 10^{-4}$, $1,2 \cdot 10^{-4}$ και $0,9 \cdot 10^{-4}$ (για το πηγάδι 4) και: $2,9 \cdot 10^{-4}$, $2,4 \cdot 10^{-4}$, $1,8 \cdot 10^{-4}$, $1,26 \cdot 10^{-4}$, $0,8 \cdot 10^{-4}$ και $0,6 \cdot 10^{-4}$, (για το πηγάδι 3). Αξιοσημείωτη είναι η επίδραση του πηγαδιού άντλησης 5, που αν και είναι το πλέον απομακρυσμένο από την ομάδα αυτών των έξι πηγαδιών ασκεί μεγαλύτερη επιρροή σε σχέση με άλλα πηγάδια άντλησης, που βρίσκονται πλησιέστερα (ενδεικτικά, η δεύτερη μεγαλύτερη ευαισθησία των πηγαδιών παρατήρησης 1 και 2 εμφανίζεται στο πηγάδι άντλησης 5).



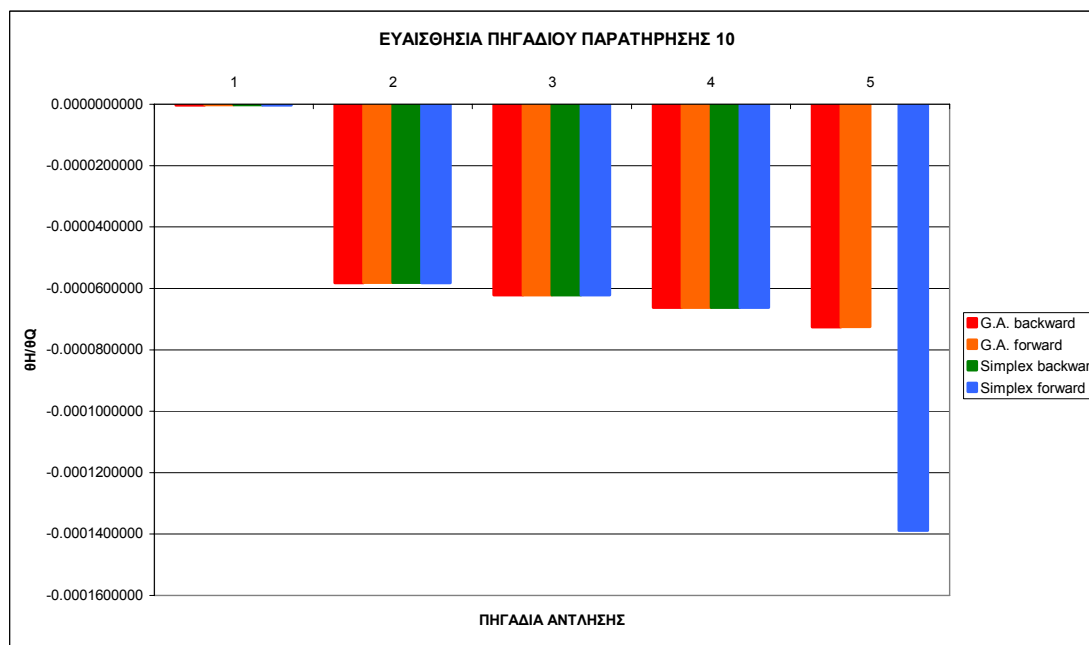
Σχήμα 5.13: Η ευαισθησία του πηγαδιού παρατήρησης 7 για τα πέντε πηγάδια άντλησης.



Σχήμα 5.14: Η ευαισθησία του πηγαδιού παρατήρησης 8 για τα πέντε πηγάδια άντλησης.



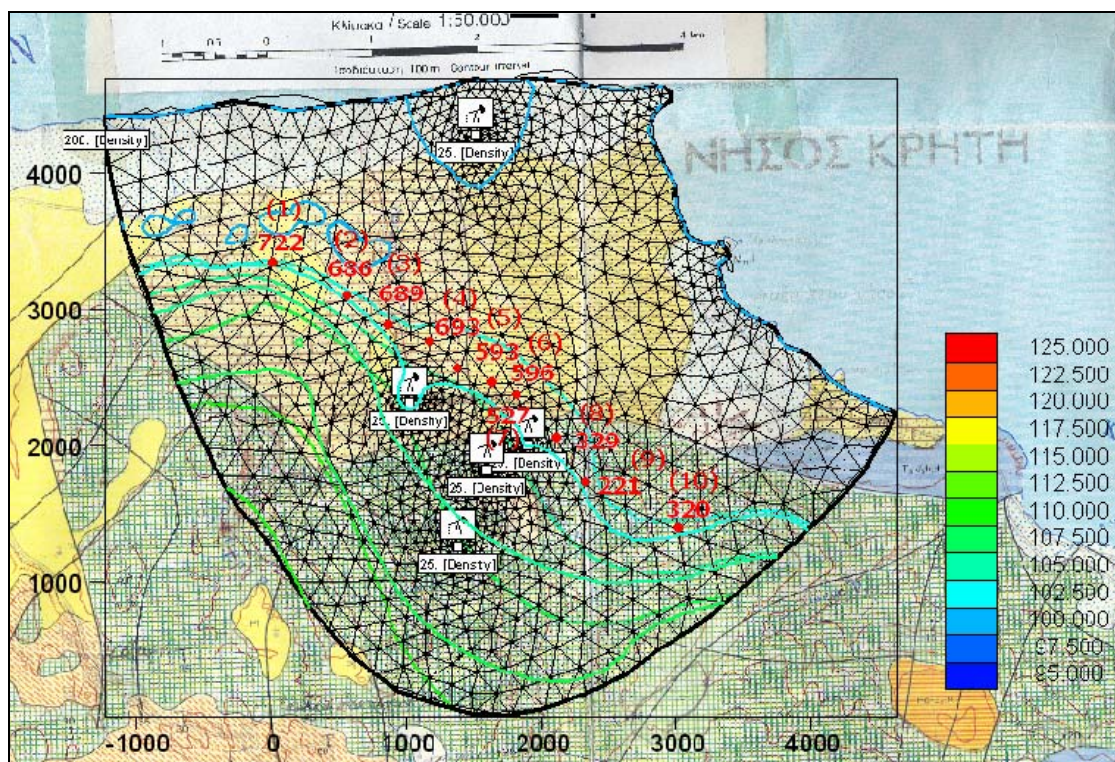
Σχήμα 5.15: Η ευαισθησία του πηγαδιού παρατήρησης 9 για τα πέντε πηγάδια άντλησης.



Σχήμα 5.16: Η ευαισθησία του πηγαδιού παρατήρησης 10 για τα πέντε πηγάδια άντλησης.

Τα πηγάδια παρατήρησης 7, 8, 9 και 10 (Σχήματα 5.13 έως 5.16) παρουσιάζουν επίσης ανάλογη μεταξύ τους συμπεριφορά. Τα τρία πρώτα εμφανίζουν τη μεγαλύτερη ευαισθησία στο πηγάδι άντλησης 3, που είναι και το πλησιέστερο προς

αυτά, ενώ για το 10 προηγείται με μικρή διαφορά το πηγάδι άντλησης 4. Τη μέγιστη κλίση στο πηγάδι άντλησης 3 ($3,7 \cdot 10^{-4}$) έχει το πηγάδι παρατήρησης 8 ως πλησιέστερό του, ενώ έπεται το 7. Και στην περίπτωση αυτή η ευαισθησία στο πηγάδι άντλησης 1 είναι μηδαμινή. Γενικότερα, αυτή η ομάδα των 4 πηγαδιών παρατήρησης, μιας και είναι εγκατεστημένα δεξιότερα σε σύγκριση με την προηγούμενη ομάδα των πηγαδιών 1 έως 6, παρουσιάζει μεγαλύτερη ευαισθησία στα πηγάδια άντλησης που είναι επίσης εγκατεστημένα στη δεξιά πλευρά (νοτιοανατολικά παρατηρώντας το χάρτη). Για να γίνει αυτό περισσότερο κατανοητό αρκεί να παρατηρηθεί το διάγραμμα του ακραίου πηγαδιού παρατήρησης 10 (Σχήμα 5.16), το οποίο είναι πιο ευαίσθητο στα κοντινά του πηγάδια άντλησης, δηλαδή στα 5, 4, 3, 2 και 1 με σειρά απόστασης.



Σχήμα 5.17: Τα πηγάδια παρατήρησης, των οποίων η ευαισθησία εξετάστηκε

5.3 Σύγκριση των δύο μεθόδων βελτιστοποίησης

Το βασικότερο ίσως σημείο αναφοράς στο συγκεκριμένο πρόβλημα βελτιστοποίησης είναι η σχεδόν πλήρης ταύτιση των λύσεων. Η ανάλυση ευαισθησίας που πραγματοποιήθηκε παραπάνω αποδεικνύει όμως, ότι αυτό δεν είναι τυχαίο. Σε όλα τα διαγράμματα, τόσο σε αυτά που αναπαριστούν την επίδραση των πηγαδιών άντλησης στα πηγάδια παρατήρησης, όσο και αυτά που αναπαριστούν την ευαισθησία των δέκα πηγαδιών παρατήρησης, εμφανίζονται ίσες (ή σχεδόν ίσες) κλίσεις στην αύξηση και στη μείωση, όχι μόνο στα αποτελέσματα της Simplex, αλλά και στα αποτελέσματα του Διαφορικού Εξελικτικού αλγορίθμου. Το γεγονός της ίσης ευαισθησίας των δύο λύσεων συνεπάγεται ότι οι λύσεις αυτές εντοπίστηκαν στην ίδια περιοχή και από τις δύο μεθόδους.

Μόνη εξαίρεση αποτελεί το πηγάδι άντλησης 5, για το οποίο η ανάλυση δείχνει δυσανάλογα μεγάλη ευαισθησία (όπως φαίνεται στο Σχήμα 5.6 αλλά και στα Σχήματα 5.7 έως 5.16). Ωστόσο, η μεγάλη ευαισθησία μίας λύσης δεν είναι συνήθως ένδειξη 'καλής ποιότητας'. Αντίθετα, η λύση του Διαφορικού Εξελικτικού αλγορίθμου διατηρεί μία σταθερά μικρή ευαισθησία, που σημαίνει ότι είναι πιο 'εύρωστη' και ανθεκτική (robust).

Μία άλλη παράμετρος που θα μπορούσε να εξεταστεί είναι ο χρόνος εφαρμογής των δύο μεθόδων. Η διαδοχική γραμμικοποίηση του μη γραμμικού προβλήματος, απαίτησε την εφαρμογή της Simplex μόνο τρεις φορές μέχρι να επιτευχθεί η σύγκλιση, το οποίο απαίτησε πολύ μικρό χρόνο. Ωστόσο, η μέθοδος αυτή δε λειτουργεί αυτόματα. Είναι αναγκαία η παρέμβαση σε κάθε βήμα του χρήστη, ώστε να τεθούν οι νέες παράμετροι και να τροποποιηθεί ο κώδικας, ενώ παράλληλα πρέπει να εφαρμόζεται και το PTC. Αντίθετα, ο Διαφορικός Εξελικτικός αλγόριθμος απαίτησε 75 συνεχόμενες ώρες μέχρι να ολοκληρωθεί η αξιολόγηση 1000 γενιών. Σαν χρονικό διάστημα είναι σίγουρα μεγάλο, όμως ο αλγόριθμος, από τη στιγμή που ρυθμίστηκαν όλες οι αναγκαίες παράμετροι δεν χρειάστηκε την παραμικρή συμμετοχή του χρήστη. Επιπλέον, όπως φαίνεται και από τα Σχήματα 4.29 και 4.30, η σύγκλιση έχει επιτευχθεί σχετικά νωρίς. Συγκεκριμένα, ήδη από τη γενιά 250 η αντικειμενική συνάρτηση έχει τιμή 2.0265 που αντιστοιχεί σε συνολική παροχή 4934,6 m³/d, πολύ κοντινή τιμή στη συνολική παροχή που προκύπτει τελικά από τη διαδικασία της βελτιστοποίησης, 4935.7 m³/d. Επομένως, ακόμα και με το ¼ του χρόνου, δηλαδή με 19 περίπου ώρες υπολογισμού, το αποτέλεσμα θα ήταν πρακτικά το ίδιο.

Σε γενικές γραμμές, η εφαρμογή της μεθόδου Simplex σε προβλήματα βελτιστοποίησης δίνει τη μοναδική και καλύτερη λύση, ενώ η λύση που προκύπτει από τους Εξελικτικούς αλγορίθμους είναι μεν πολύ κοντά στη βέλτιστη, χωρίς ωστόσο να ταυτίζεται με αυτή. Εντούτοις, στο δεδομένο πρόβλημα, η λύση του Διαφορικού Εξελικτικού αλγορίθμου αποδείχτηκε πιο αξιόπιστη. Επιπλέον, δεδομένης της δυνατότητας σημαντικού περιορισμού του υπολογιστικού χρόνου και καθώς η φύση του συγκεκριμένου προβλήματος απαιτεί έναν μόνο αρχικό ορισμό των παραμέτρων (σε αντίθεση με άλλα προβλήματα βελτιστοποίησης που οι παράμετροι μεταβάλλονται σε πραγματικό χρόνο κατά τη διάρκεια της βελτιστοποίησης), η μέθοδος των εξελικτικών αλγορίθμων μπορεί να δώσει σωστά και ταυτόχρονα ποιοτικά αποτελέσματα.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. Περικλής Λατινόπουλος, Υδραυλική των υπογείων υδάτων, Α.Π.Θ., 1998
2. Ιωάννης Τριχάκης, Προσομοίωση της υπόγειας ροής και προσδιορισμός της ζώνης υφαλμύρισης στην βιομηχανική περιοχή (ΒΙ.ΠΕ.) Ηρακλείου Κρήτης, Χανιά, 2004
3. Κυριάκος Στεφανόπουλος, Προσδιορισμός της ζώνης υφαλμύρωσης στην περιοχή Χερσονήσου – Ηρακλείου Κρήτης με χρήση προσομοίωσης και μετρήσεων πεδίου, Χανιά, 2004
4. Υδρογεωλογική μελέτη Βορείου Νομού Ηρακλείου, Έργο Υ.ΠΕ.ΧΩ.Δ.Ε., Ι.Γ.Μ.Ε., Παράρτημα Κρήτης
5. Mary P. Anderson, William W. Woessner, Applied Groundwater Modeling, Academic Press, 1992
6. Princeton Transport Code Manual
7. David P. Ahlfeld, Ann E. Mulligan, Optimal management of flow in groundwater systems, Academic Press, 2000
8. Γιάννης Σίσκος, Γραμμικός Προγραμματισμός – Μεθοδολογία υποστήριξης αποφάσεων, Πολυκριτήρια βελτιστοποίηση, 40 προβλήματα επιχειρήσεων, Πακέτα λογισμικού και επίλυση στο Excel, Εκδόσεις Νέων Τεχνολογιών, Αθήνα, 1998
9. Jasbir S. Arora, Introduction to optimum design, McGraw-Hill
10. Ι. Κ. Νικολός, Σημειώσεις Μεταπτυχιακού Μαθήματος «Ανάπτυξη συστημάτων και σχεδίαση προϊόντων με χρήση ευφυών μεθόδων βελτιστοποίησης», Πολυτεχνείο Κρήτης, 2004.
11. Πανεπιστημιακές σημειώσεις για το μάθημα 'Υπολογιστική νοημοσύνη ΙΙ', Εργαστήριο αναγνώρισης προτύπων, Πανεπιστήμιο Πατρών

12. Holland J. H., «Adaptation in Natural and Artificial Systems: An Introductory Analysis with Applications to Biology, Control and Artificial Intelligence», MIT Press, (1992).
13. Darrell Whitley, A genetic algorithm tutorial, Computer Science Department, Colorado State University
14. Daene C. McKinney, Min-Der Lin, Genetic algorithm solution of groundwater management problems, Water Resources Research, Vol. 30, No. 6, pages 1897-1906, 1994
15. Ximing Cai, Daene C. McKinney, Leon S. Lasdon, Solving nonlinear water management models using a combined genetic algorithm and linear programming approach, Advances in water resources 24, pages 667-676, 2001
16. Susan E. Carlson, R. Shonkwiler, Abdul F. Sani, Mustafa M. Aral, Annealing a genetic algorithm over constraints
17. D. K. Karpouzou, F. Delay, K.L. Katsifarakis, G. De Marsily, A multipopulation genetic algorithm to solve the inverse problem in hydrogeology, Water Resources Research, Vol. 37, No. 9, pages 2291-2302, 2001
18. Patrick Reed, Barbara S. Minsker and David Goldberg, A multiobjective approach to cost effective long-term groundwater monitoring using an elitistic nondominated sorted genetic algorithm with historical data, Journal of hydroinformatics, IWA Publishing, pages 72-89, 2001
19. Roger W. Meier, Brian D. Barkdoll, Sampling design for network model calibration using genetic algorithms, Journal of water resources planning and management, pages 245-250, July-August 2000
20. Pilar Montesinos, Adela Garcia – Guzman, Jose Luis Ayuso, Water distribution network optimization using a modified genetic algorithm, Water Resources Research, Vol. 35, No. 11, pages 3467-3473, 1999
21. Amy B. Chan Hilton, Teresa B. Culver, Constraint handling for genetic algorithms in optimal remediation design, Journal of water resources planning and management, pages 128-137, May-June 2000

22. Patrick Reed and Barbara Minsker, David E. Goldberg, Designing a competent simple genetic algorithm for search and optimization, Water Resources Research, Vol. 36, No. 12, pages 3757-3761, 2000
23. Barbara S. Minsker, Christine A. Shoemaker, Quantifying the effects of uncertainty on optimal groundwater bioremediation policies, Water Resources Research, Vol. 34, No. 12, pages 3615-3625, 1998
24. Jonathan D. Linton, Julian Scott Yeomans, Reena Yoogalingam, Policy planning using genetic algorithms combined with simulation: the case of municipal solid waste, Environment and planning B: Planning and design, Vol. 29, pages 757-778, 2002
25. Storn, R., and Price, K., "DE - a Simple and Efficient Adaptive Scheme for Global Optimization Over Continuous Space," ICSI, Technical Report TR-95-012, March 1995.
26. I. K. Nikolos, «Inverse Design of Aerodynamic Shapes using Differential Evolution coupled with Artificial Neural Network», ERCOFTAC, Design Optimization: Methods and Applications, Athens, Mar. 31- Apr. 2, 2004.
27. I. K. Nikolos, A. Brintaki, «Coordinated UAV Path Planning Using Differential Evolution», IEEE, 13th Mediterranean Conference on Control and Automation, Cyprus, June 2005.