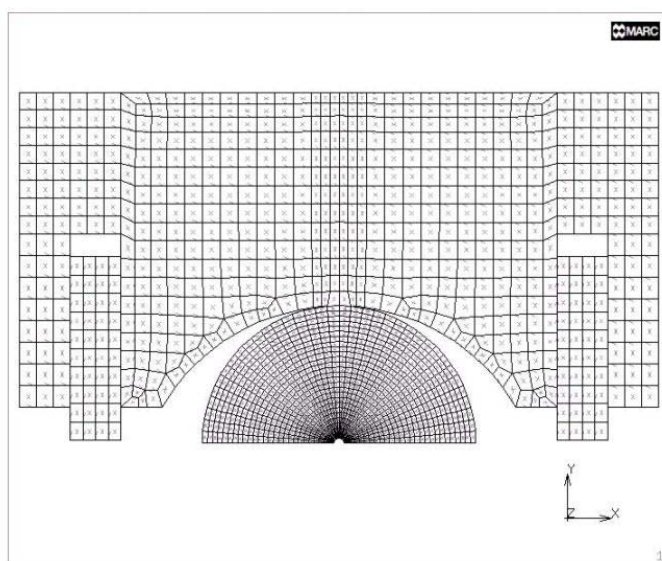




ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΟΡΥΚΤΩΝ ΠΟΡΩΝ

ΘΕΩΡΗΤΙΚΗ, ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ ΚΑΙ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ ΤΗΣ
ΑΝΤΙΔΙΑΜΕΤΡΙΚΗΣ ΦΟΡΤΙΣΗΣ ΔΑΚΤΥΛΙΟΥ ΣΕ ΜΑΡΜΑΡΟ ΔΙΟΝΥΣΟΥ



ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΗ ΔΙΑΤΡΙΒΗ

ΔΗΜΟΠΟΥΛΟΥ ΜΑΡΙΑ

ΔΙΠΛ. ΜΗΧΑΝΙΚΟΣ ΟΡΥΚΤΩΝ ΠΟΡΩΝ

Εξεταστική Επιτροπή

Ζαχαρίας Αγιουτάντης, Καθηγητής (Επιβλέπων)

Γεώργιος Εξαδάκτυλος, Καθηγητής

Κωνσταντίνος Προβιδακης, Αναπληρωτής Καθηγητής

Χανιά

Σεπτέμβριος, 2004

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Αντικείμενο της παρούσας μεταπτυχιακής διατριβής είναι η ανάλυση της δοκιμής αντιδιαμετρικής φόρτισης δακτυλίου σε μάρμαρο Διονύσου. Η μελέτη της δοκιμής πραγματοποιείται τόσο πειραματικά όσο και αριθμητικά με την Μέθοδο των Πεπερασμένων Στοιχείων. Το υλικό που χρησιμοποιείται έχει ευρεία χρήση στις κατασκευές ως δομικό και διακοσμητικό υλικό, αλλά και στην αναστήλωση του ναού του Παρθενώνα στην Ακρόπολη της Αθήνας.

Με την εφαρμογή της Μεθόδου των Πεπερασμένων Στοιχείων στην παρούσα εργασία, επιχειρείται ο προσδιορισμός του πεδίου τάσεων και παραμορφώσεων εντός των δοκιμίων, καθώς η επίλυση της αντιδιαμετρικής φόρτισης είναι ένα πρόβλημα που έχει απασχολήσει πολλούς ερευνητές.

Το πρόβλημα της αντιδιαμετρικής φόρτισης προσεγγίζεται θεωρητικά με την αναφορά στις αρχές της ελαστικής συμπεριφοράς και τη θεώρηση της επίπεδης παραμόρφωσης. Ειδικότερα, χρησιμοποιείται η θεωρία του Kirsch (1898) για την εντατική κατάσταση γύρω από κυκλική οπή.

Ακολουθεί η θεωρητική θεμελίωση της αντιδιαμετρικής φόρτισης δίσκων (δοκιμή Brazil) και δακτυλίων, όπως τις προσέγγισαν διάφοροι ερευνητές.

Στη συνέχεια, περιγράφονται οι φυσικές και οι μηχανικές ιδιότητες του Διονυσιακού μαρμάρου, ενώ περιγράφεται λεπτομερώς η πειραματική διαδικασία της δοκιμής.

Ακολουθεί η αριθμητική επίλυση της δοκιμής με την Μέθοδο των Πεπερασμένων Στοιχείων, η οποία πραγματοποιήθηκε με το λογισμικό M.S.C. *Marc-Mentat*. Το Διονυσιακό μάρμαρο αλλά και ο χάλυβας προσομοιώθηκε σαν ελαστικό ισότροπο υλικό. Η αριθμητική επίλυση πραγματοποιήθηκε σε δυο διαστάσεις με την παραδοχή της θεώρησης επίπεδης παραμόρφωσης. Η διακριτοποίηση των μοντέλων έγινε με τρόπο ώστε οι διαστάσεις τους να συμπίπτουν με το άνω μισό των πραγματικών δοκιμίων. Τέλος, συγκρίνονται τα αποτελέσματα που προκύπτουν από την πειραματική μελέτη της δοκιμής, με τα αποτελέσματα της αριθμητικής επίλυσης σχετικά με την κατανομή του πεδίου τάσεων και παραμορφώσεων.

Τα αποτελέσματα από την αριθμητική προσομοίωση δείχνουν πολύ καλή συμφωνία με τα αντίστοιχα πειραματικά από τις πραγματικές δοκιμές.

Όλα τα πειράματα, η προετοιμασία των δοκιμών και η αριθμητική προσομοίωση έγινε στο Εργαστήριο Μηχανικής των Πετρωμάτων του Τμήματος Μηχανικών Ορυκτών Πόρων του Πολυτεχνείου Κρήτης.

ABSTRACT

The subject of this master thesis is the study of stress and strain fields in Dionysos marble disc with a central hole under diametral compression (ring test). This study is carried out both experimentally and numerically, using the Finite Element Method. The material studied is used widely in constructions, as decoration stone, and also in the restoration of the Parthenon temple on the Acropolis of Athens.

In order to determine the problem, the principles of elastic behaviour and plain strain idealization are mentioned. Kirsch's theory (1898) is used for the determination of the strain field around a hole.

The principles of the simple diametral compression theory for discs and rings are mentioned also.

Then the physical and mechanical properties of Dionysos marble are described, while the experimental study procedure for the tests of the rock specimens is explained in detail.

The numerical simulation employing the Finite Element Method was carried out using the M.S.C. Marc-Mentat software. Dionysos marble and steel apparatus are modeled as linearly elastic materials. The numerical study is carried out in two dimensions, while it is assumed that plane strain conditions prevail. The results obtained from numerical analysis are compared with the ones obtained from the experimental study and the agreement is proved satisfactory.

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Για τη διεκπεραίωση αυτής της μεταπτυχιακής διατριβής, νιώθω την ανάγκη να ευχαριστήσω ορισμένα πρόσωπα για τη βοήθεια και συμπαράστασή τους:

Τον επιβλέποντα της μεταπτυχιακής διατριβής, Καθηγητή του Πολυτεχνείου Κρήτης κ. Ζαχαρία Αγιουτάντη, αρχικά για την επιλογή του θέματος, την πολύτιμη καθοδήγηση και συμβουλές του για όλη την εργασία, καθώς και για την εμπιστοσύνη που έδειξε στο πρόσωπο μου.

Τον Αναπληρωτή Καθηγητή του Πολυτεχνείου Κρήτης κ. Γεώργιο Εξαδάκτυλο και τον Καθηγητή κ. Κωνσταντίνο Προβιδάκη για την συμμετοχή τους στην αξιολόγηση της εργασίας αυτής.

Τον Μηχανικό Μεταλλείων κ. Κωνσταντίνο Κακλή, τον οποίο ευχαριστώ για την σημαντική βοήθεια στην κατανόηση της θεωρίας της δοκιμής αντιδιαμετρικής φόρτισης, τη συνεργασία και για το χρόνο που διέθεσε.

Τον Μηχανικό Μεταλλείων κ. Στυλιανό Μαυριγιαννάκη, για την ουσιαστική βοήθεια σε θέματα αριθμητικής επίλυσης με τη Μέθοδο των Πεπερασμένων Στοιχείων και διεξαγωγής των πειραματικών δοκιμών.

Τέλος, ένα μεγάλο ευχαριστώ στους γονείς μου, οι οποίοι με στήριξαν υλικά και ηθικά κατά την εφτάχρονη φοίτηση μου στο Πολυτεχνείο Κρήτης, και όλους τους φίλους που στάθηκαν δίπλα μου.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1.....	1
ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....	1
1.1 ΓΕΝΙΚΑ.....	1
1.2 ΟΡΙΣΜΟΙ.....	5
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2.....	7
ΜΕΘΟΔΟΙ ΜΕΤΡΗΣΗΣ ΤΗΣ ΑΝΤΟΧΗΣ.....	7
2.1 ΓΕΝΙΚΑ.....	7
2.2 ΜΕΘΟΔΟΣ ΑΜΕΣΟΥ ΕΦΕΛΚΥΣΜΟΥ.....	8
2.3 ΜΕΘΟΔΟΙ ΑΝΤΙΔΙΑΜΕΤΡΙΚΗΣ ΦΟΡΤΙΣΗΣ.....	9
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3.....	11
ΘΕΩΡΙΑ ΙΣΟΤΡΟΠΗΣ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ.....	11
3.1 ΤΑΣΕΙΣ.....	11
3.2 ΤΑΣΕΙΣ ΣΕ ΣΗΜΕΙΟ.....	12
3.3 ΑΝΗΓΜΕΝΕΣ ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΕΙΣ.....	13
3.4 ΣΥΜΒΑΣΗ ΣΗΜΕΙΩΝ.....	13
3.5 ΕΛΑΣΤΙΚΗ ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑ.....	14
3.5.1 ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ ΤΗΣ ΕΛΑΣΤΙΚΗΣ ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑΣ.....	15
3.5.2 ΕΛΑΣΤΙΚΗ ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑ ΣΕ ΤΡΕΙΣ ΔΙΑΣΤΑΣΕΙΣ.....	15
3.5.3 ΕΛΑΣΤΙΚΗ ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑ ΣΕ ΔΥΟ ΔΙΑΣΤΑΣΕΙΣ.....	16
3.5.4 ΕΠΙΠΕΔΗ ΤΑΣΗ.....	17
3.5.5 ΕΠΙΠΕΔΗ ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΗ.....	17
3.6 ΕΝΤΑΤΙΚΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ ΓΥΡΩ ΑΠΟ ΚΥΚΛΙΚΗ ΟΠΗ.....	18
3.6.1 ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΕΦΕΛΚΥΣΤΙΚΟΥ ΠΕΔΙΟΥ.....	18
3.6.2 ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΘΛΙΠΤΙΚΟΥ ΠΕΔΙΟΥ.....	22
3.7 Η ΑΡΧΗ ΤΟΥ SAINT - VENANT.....	25
3.8 ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΣΥΓΚΕΝΤΡΩΣΗΣ ΤΑΣΕΩΝ.....	26
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4.....	28
ΑΝΤΙΔΙΑΜΕΤΡΙΚΗ ΦΟΡΤΙΣΗ ΔΙΣΚΟΥ.....	28
4.1 ΓΕΝΙΚΑ.....	28
4.2 ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΤΩΝ ΤΑΣΕΩΝ ΕΝΤΟΣ ΔΙΣΚΟΥ BRAZIL.....	29
4.3 ΣΥΝΘΗΚΕΣ ΘΡΑΥΣΗΣ ΔΙΣΚΟΥ.....	32
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5.....	36
ΑΝΤΙΔΙΑΜΕΤΡΙΚΗ ΦΟΡΤΙΣΗ ΔΑΚΤΥΛΙΟΥ.....	36
5.1 ΓΕΝΙΚΑ.....	36
5.2 ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΤΩΝ ΤΑΣΕΩΝ.....	37
5.3 ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΣΤΟΧΙΑΣ.....	40
5.3.1 ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΤΟΥ GRIFFITH.....	42
5.4 Ο ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ Κ.....	47
5.5 ΤΡΟΠΟΣ ΘΡΑΥΣΗΣ.....	47
5.6 ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ ΤΩΝ ΔΟΚΙΜΙΩΝ.....	50
5.7 ΕΚΚΕΝΤΡΟΤΗΤΑ ΟΠΗΣ.....	53
5.8 ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ ΕΠΑΦΗΣ.....	53
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6.....	55
ΤΟ ΜΑΡΜΑΡΟ ΔΙΟΝΥΣΟΥ.....	55
6.1 ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΜΑΡΜΑΡΟΥ ΔΙΟΝΥΣΟΥ.....	55
6.1.1 ΦΥΣΙΚΕΣ ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ.....	56
6.1.2 ΜΗΧΑΝΙΚΕΣ ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ.....	56
6.2 ΤΟ ΔΙΟΝΥΣΙΑΚΟ ΜΑΡΜΑΡΟ ΥΠΟ ΑΜΕΣΟ ΕΦΕΛΚΥΣΜΟ.....	58

6.3 ΤΟ ΔΙΟΝΥΣΙΑΚΟ ΜΑΡΜΑΡΟ ΥΠΟ ΜΟΝΟΑΞΟΝΙΚΗ ΚΑΙ ΤΡΙΑΞΟΝΙΚΗ ΘΛΙΨΗ.....	60
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7.....	63
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΑΚΑ ΠΕΙΡΑΜΑΤΑ ΑΝΤΙΔΙΑΜΕΤΡΙΚΗΣ ΘΛΙΨΗΣ ΔΑΚΤΥΛΙΩΝ	
ΜΑΡΜΑΡΟΥ.....	63
7.1 ΣΚΟΠΟΣ ΤΗΣ ΔΟΚΙΜΗΣ.....	63
7.2 ΠΡΟΔΙΑΓΡΑΦΕΣ ΤΗΣ ΔΟΚΙΜΗΣ ΘΛΙΨΗΣ ΔΑΚΤΥΛΙΩΝ ΜΑΡΜΑΡΟΥ	63
7.2.1 ΠΡΟΕΤΟΙΜΑΣΙΑ ΤΩΝ ΔΟΚΙΜΙΩΝ.....	64
7.2.2 ΗΛΕΚΤΡΙΚΑ ΜΗΚΥΝΣΙΟΜΕΤΡΑ	68
7.2.3 ΣΥΣΚΕΥΕΣ ΚΑΙ ΟΡΓΑΝΑ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ.....	69
7.3 ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΙ.....	71
7.4 ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ ΠΕΙΡΑΜΑΤΟΣ - ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ.....	71
7.5 ΜΗΧΑΝΙΣΜΟΣ ΘΡΑΥΣΗΣ.....	78
7.6 ΕΚΚΕΝΤΡΟΤΗΤΑ ΟΠΗΣ.....	81
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 8.....	83
ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΕΠΙΛΥΣΗ ΤΗΣ ΔΟΚΙΜΗΣ ΑΝΤΙΔΙΑΜΕΤΡΙΚΗΣ ΦΟΡΤΙΣΗΣ	
ΔΑΚΤΥΛΙΟΥ ΜΕ ΤΗ ΜΕΘΟΔΟ ΤΩΝ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ.....	83
8.1 ΜΕΘΟΔΟΣ ΤΩΝ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ.....	83
8.2 ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ ΚΑΙ ΔΙΑΚΡΙΤΟΠΟΙΗΣΗ ΤΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ.....	85
8.3 ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 1	86
8.3.1 ΣΥΝΟΡΙΑΚΕΣ ΣΥΝΘΗΚΕΣ.....	87
8.3.2 ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ.....	90
8.4 ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 2	91
8.4.1 ΣΥΝΟΡΙΑΚΕΣ ΣΥΝΘΗΚΕΣ.....	92
8.5 ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 3	93
8.5.1 ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΕΠΑΦΗΣ.....	95
8.5.2 ΣΥΝΟΡΙΑΚΕΣ ΣΥΝΘΗΚΕΣ.....	96
8.6 ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗΣ ΕΠΙΛΥΣΗΣ.....	97
8.6.1 ΕΠΙΛΟΓΗ ΚΑΤΑΛΛΗΛΗΣ ΔΙΑΚΡΙΤΟΠΟΙΗΣΗΣ ΤΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ ΚΑΙ ΣΥΝΟΡΙΑΚΩΝ ΣΥΝΘΗΚΩΝ.....	97
8.6.2 ΕΦΕΛΚΥΣΤΙΚΗ ΑΝΤΟΧΗ ΤΩΝ ΔΟΚΙΜΙΩΝ.....	103
8.6.3 ΑΝΗΓΜΕΝΕΣ ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΕΙΣ.....	107
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 9.....	110
ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΜΕΤΑΞΥ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗΣ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΚΑΙ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ.....	110
9.1 ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ ΓΙΑ ΤΟ ΕΛΑΣΤΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ ΔΙΟΝΥΣΙΑΚΟΥ ΜΑΡΜΑΡΟΥ.....	110
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 10.....	113
ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ.....	113
10.1 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ	113
10.2 ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ.....	116
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ.....	117
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ.....	120

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

1.1 ΓΕΝΙΚΑ

Ο μηχανικός όταν σχεδιάζει μια κατασκευή έχει σαν στόχο την εξασφάλιση της λειτουργικότητας της κατασκευής για τον συγκεκριμένο χρονικό ορίζοντα με τον πιο οικονομικό και τεχνικά άρτιο τρόπο. Για να προβλέψει ο μηχανικός την αστοχία ή μάλλον για να σχεδιάσει μια ασφαλή κατασκευή θα πρέπει να μπορεί να εκτιμήσει με ποιο τρόπο το πέτρωμα ή η βραχομάζα, ή το σύνολο βραχομάζας και επιδομής (φράγμα, οικοδομή), δηλαδή η αλληλεπίδραση των στοιχείων του συνόλου της κατασκευής, μπορεί να φτάσει στην αστοχία.

Μερικές από τις καταστροφές σε κατασκευές από διάφορα υλικά (πετρώματα, μέταλλα, σκυρόδεμα, κ.τ.λ), αποδίδονται σε κακούς θεωρητικούς υπολογισμούς ή στο γεγονός ότι οι κατασκευές βρέθηκαν εκτός των ορίων σχεδιασμού λειτουργίας τους. Γι' αυτό, πριν το σχεδιασμό ενός υπαίθριου ή υπόγειου έργου (πχ. στοών, σηράγγων κλπ) πρέπει να προηγείται ο λεπτομερής χαρακτηρισμός της βραχομάζας και ο ποιοτικός χαρακτηρισμός των γεωμηχανικών συνθηκών που επικρατούν. Το ανησυχητικό στοιχείο είναι όταν πολλές από τις καταστροφές δεν μπορούν να αποδοθούν στις παραπάνω αιτίες. Πρέπει λοιπόν να δοθεί μια καινούργια εξήγηση των φαινομένων αυτών.

Το πρόβλημα συνήθως ανάγεται στον προσδιορισμό των μέγιστων τάσεων που θα δημιουργηθούν στο πέτρωμα μετά την εξόρυξη ή γενικότερα στην κατανομή των τάσεων γύρω από το έργο. Η κατανομή των τάσεων εξαρτάται από πολλούς παράγοντες, όπως τη μορφή του έργου, το μέγεθος και τις κατευθύνσεις των φορτίων, τις συνοριακές συνθήκες, κλπ. Ιδιαίτερα, για το σχεδιασμό του βέλτιστου συστήματος θραύσης ψαθυρών πετρωμάτων, είτε με ανατίναξη είτε με μηχανικό τρόπο, πρέπει να χαρακτηριστεί η αντοχή και η παραμορφωσιμότητα του πετρώματος.

Μέρος της έρευνας κατευθύνεται επίσης, στην αναζήτηση του ρόλου που παίζουν οι ατέλειες που βρίσκονται μέσα σε μια κατασκευή και πως αυτές τελικά επηρεάζουν τη διάρκεια ζωής της. Ατέλειες όπως είναι τα κενά, μπορεί να προϋπάρχουν στα υλικά από τα οποία απαρτίζεται η κατασκευή. Επιπλέον μπορούν να δημιουργηθούν κατά την κατασκευαστική φάση ή να εμφανιστούν κατά τη διάρκεια χρησιμοποίησης της κατασκευής. Τέτοιες είναι οι εμφανιζόμενες μικροατέλειες εντός του υλικού, που οφείλονται στην κόπωση των μελών της κατασκευής.

Η περιγραφή μιας ατέλειας σε ένα σώμα πραγματοποιείται με την εισαγωγή της γεωμετρίας της. Στη συνέχεια αναζητείται το τασικό και παραμορφωσιακό πεδίο γύρω από την ατέλεια και οι συνθήκες κάτω από τις οποίες θα δημιουργηθεί ρωγμή και θα διαδοθεί εντός του σώματος, θεωρώντας ότι το υλικό είναι ομογενές, ισότροπο και γραμμικά ελαστικό.

Η πρώτη αξιοσημείωτη προσέγγιση του προβλήματος εμφανίζεται στις αρχές του εικοστού αιώνα από τον Inglis (1913). Αυτός υπολόγισε το τασικό πεδίο που αναπτύσσεται εντός απείρου ελαστικού σώματος, το οποίο έχει ελλειπτική τρύπα και υποβάλλεται σε ομοιόμορφη τάση στο άπειρο. Λίγο αργότερα ο Muskhelishvili πρότεινε απλούστερη λύση του ίδιου προβλήματος, ενώ ο Griffith απέδειξε ότι υπάρχει σχέση μεταξύ των χαρακτηριστικών γεωμετρικών στοιχείων της ατέλειας με το μέγεθος των εφαρμοζόμενων φορτίων επί της κατασκευής. Δηλαδή, ότι οι υπάρχουσες ατέλειες επιδεινώνονται όταν τα επιβαλλόμενα εξωτερικά φορτία φθάσουν σε μια ορισμένη κρίσιμη τιμή.

Μέχρι και σήμερα, τα κύρια ερωτήματα που καλούνται να απαντηθούν είναι:

- Ποια είναι η αντοχή της κατασκευής που φέρει ατέλεια, και πως εξαρτάται από τη γεωμετρία αυτής;
- Ποιο είναι το μέγιστο μέγεθος οπής (κρίσιμο μέγεθος) για το οποίο η κατασκευή δεν θα αστοχήσει;
- Πως το μέγεθος της οπής συνδέεται με τα εφαρμοζόμενα εξωτερικά φορτία;
- Ποιο είναι το κρίσιμο φορτίο για να αρχίσει η ρωγμή να διαδίδεται;
- Ποιος είναι ο τρόπος διάδοσης της ρωγμής;

Για να απαντηθούν τα παραπάνω ερωτήματα εισάγονται μεγέθη της μηχανικής, τα οποία χαρακτηρίζουν την εντατική και παραμορφωσιακή κατάσταση του

προβλήματος. Στην συνέχεια υπολογίζονται οι τιμές αυτών των μεγεθών, άμεσα ή έμμεσα στο εργαστήριο με την εκτέλεση πειραμάτων.

Η αντοχή σε εφελκυσμό των πετρωμάτων είναι μια παράμετρος που σχετίζεται έντονα με πολλές από τις μηχανικές τους εφαρμογές (μηχανική συμπεριφορά των ορυκτών, διάτρηση και ανατίναξη των πετρωμάτων, στην αστοχία των πετρωμάτων σε υπόγειες και επιφανειακές εργασίες, όπως επίσης και στις κατασκευές). Γι' αυτό είναι ενδιαφέρον να βρεθούν κατάλληλες εργαστηριακές μέθοδοι που θα οδηγήσουν στον προσδιορισμό της αντοχής των πετρωμάτων.

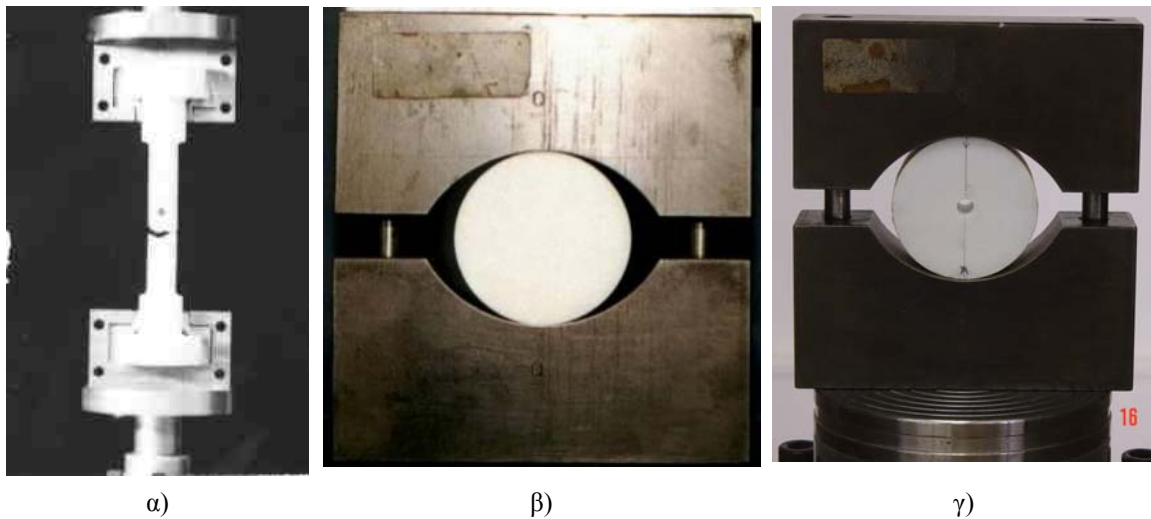
Η διαδικασία που ακολουθείται ώστε να διαπιστωθεί ότι τα εφαρμοζόμενα φορτία δεν θα υπερβούν τα αναμενόμενα επίπεδα αντοχής του πετρώματος, για δεδομένες συνθήκες εξόρυξης, και να εξασφαλιστεί η ευστάθεια του έργου, είναι η εφαρμογή ενός τυπικού πειράματος σε δοκίμια από το υλικό που θα χρησιμοποιηθεί για να γίνει μια κατασκευή. Αν η μέγιστη υπολογιζόμενη τάση στην κατασκευή πολλαπλασιαζόμενη με ένα κατάλληλο συντελεστή ασφαλείας, είναι μικρότερη από τη μέση αντοχή που κατέδειξαν τα πειράματα, τότε η κατασκευή θεωρείται ασφαλής (Κακλής, 2003).

Η συνηθισμένη μέθοδος μέτρησης της εφελκυστικής αντοχής είναι ο άμεσος εφελκυσμός (direct tension test) (Σχ. 1.1α), μια μέθοδος που όμως παρουσιάζει πειραματικές δυσκολίες και συνήθως δεν διεξάγεται στα εργαστήρια μηχανικής των πετρωμάτων. Αυτό οφείλεται στις καμπτικές τάσεις ή ροπή στρέψης (που δημιουργούνται λόγω της εκκεντρότητας των μηχανικών αξονικών φορτίων) και τις τοπικές συγκεντρώσεις των τάσεων (που οφείλονται στη δυσκολία στήριξης των δοκιμίων). Λόγω αυτών των πειραματικών δυσκολιών, αναπτύχθηκαν εναλλακτικές (έμμεσες) μέθοδοι μέτρησης της εφελκυστικής αντοχής των πετρωμάτων (indirect tension tests).

Στην απλούστερη μορφή της δοκιμής έμμεσου εφελκυσμού, ένα κυλινδρικό δοκίμιο φορτίζεται αντιδιαμετρικά μεταξύ δύο επίπεδων πλακών μέχρι να αστοχήσει (Brazil test) (Σχ. 1.1β). Η μέγιστη εφελκυστική τάση αναπτύσσεται κάθετα στη διεύθυνση φόρτισης και είναι ανάλογη, σε ελαστικά ισότροπα υλικά, με το εφαρμοζόμενο φορτίο. Υπό κατάλληλες συνθήκες, αυτές οι εφελκυστικές τάσεις προκαλούν τη θραύση του δοκιμίου κατά μήκος του επιπέδου της διαμέτρου φόρτισης

και της επαφής του δοκιμίου με τις πλάκες φόρτισης. Διαφορετική θραύση (σε άλλο επίπεδο) υποδηλώνει λανθασμένο τρόπο φόρτισης (π.χ. μη κατανεμημένο φορτίο, υψηλό ρυθμό φόρτισης) ή ανισοτροπία του πετρώματος που δεν λήφθηκε υπόψη. Εναλλακτικά, δοκίμια διαφορετικής γεωμετρίας, όπως με οπή στο κέντρο, μπορούν να χρησιμοποιηθούν (ring test) (Σχ. 1.1γ).

Η αντιδιαμετρική φόρτιση δίσκων (Brazil test) και δακτυλίων (ring test) είναι δυο πολύ γνωστές μέθοδοι για τον προσδιορισμό της εφελκυστικής αντοχής των πετρωμάτων. Οι μέθοδοι αυτοί εφαρμόζονται συνήθως σε ομογενή και ισότροπα πετρώματα, καθώς οι μαθηματικές σχέσεις που χρησιμοποιούνται στους υπολογισμούς βασίζονται στην Κλασσικής Θεωρίας της Ελαστικότητας.



Σχήμα 1.1: Τυπική διάταξη δοκιμής α) άμεσου εφελκυσμού (Βαρδουλάκης, 2002), β) αντιδιαμετρικής φόρτισης δίσκου (Brazil test) και γ) δακτυλίου (ring test).

Παρόλα αυτά, στη δοκιμή Brazil εκτός από εφελκυστικές τάσεις εντός του δίσκου αναπτύσσονται υψηλές διατμητικές τάσεις κοντά στα σημεία φόρτισης με τις πλάκες. Επομένως, η αστοχία λόγω εφελκυσμού μπορεί να αποδοθεί όχι μόνο στην ανάπτυξη ρωγμής στο κέντρο, αλλά και στο σχηματισμό μικρών σφηνών στα σημεία επαφής με τις πλάκες φόρτισης.

Η ελαχιστοποίηση των διατμητικών τάσεων που αναπτύσσονται στο δίσκο, επιτυγχάνεται με τη μέθοδο της αντιδιαμετρικής φόρτισης δίσκου με κυκλική οπή στο κέντρο.

Η παρούσα μελέτη επικεντρώνεται στο Διονυσιακό μάρμαρο, το οποίο, μεταξύ άλλων, χρησιμοποιείται για την αναστήλωση του ναού του Παρθενώνα στην Ακρόπολη της Αθήνας. Σε αυτή τη μεταπτυχιακή διατριβή, αντιμετωπίζεται το πρόβλημα της αντιδιαμετρικής φόρτισης σε δοκίμια Διονυσιακού μαρμάρου πειραματικά αλλά και αριθμητικά σε δύο διαστάσεις με τη Μέθοδο των Πεπερασμένων Στοιχείων.

1.2 ΟΡΙΣΜΟΙ

Στην ενότητα αυτή παρατίθενται ορισμένοι ορισμοί που θα χρησιμοποιηθούν στα ακόλουθα κεφάλαια της παρούσας εργασίας:

Θραύση (fracture): είναι το φαινόμενο του σχηματισμού νέων επιφανειών αποχωρισμού. Ο αποχωρισμός πραγματοποιείται με την διάσπαση δεσμών. Δυο είναι οι κύριοι τύποι θραύσης:

- i) Εφελκυστική θραύση (extension fracture). Η θραύση στην οποία η μετακίνηση γίνεται κάθετα στην επιφάνεια αποχωρισμού. Η επιφάνεια αποχωρισμού συνήθως αναπτύσσεται, κάθετα στην ελάχιστη κύρια τάση. Χαρακτηριστικός τύπος θραύσης σε μονοαξονικά πειράματα εφελκυσμού.
- ii) Διατμητική θραύση (shear fracture). Η θραύση που η μετακίνηση γίνεται παράλληλα στην επιφάνεια αποχωρισμού. Είναι ο κύριος τύπος θραύσης όταν το εντατικό πεδίο είναι, θλιπτικό. Η επιφάνεια θραύσης συνήθως σχηματίζει γωνία με την κύρια τάση σ_1 περίπου 30° . Όσο οι θλιπτικές τάσεις σ_2, σ_3 αυξάνουν, η ανάπτυξη απομονωμένων επιφανειών αποχωρισμού μειώνεται και αντικαθίσταται, από την ανάπτυξη πολλών μικρών ασυνεχειών κατανεμημένων σε ζώνες.

Όριο διαρροής (yield point). Η τάση κατά την οποία το πέτρωμα παύει να παραμορφώνεται μονό ελαστικά.

Αντοχή (strength). Η μεγίστη τάση την οποία το πέτρωμα μπορεί να υποβαστάζει υπό δοσμένες συνθήκες. Λέγοντας αντοχή συνήθως εννοείται η μεγίστη αντοχή. Εκφράζεται σε μονάδες τάσης.

Αστοχία (failure). Η κατάσταση η οποία ακολουθεί την ανάπτυξη της μέγιστης τάσης και κατά την οποία το υλικό παύει να υποβαστάζει το εφαρμοζόμενο φορτίο και υποχωρεί με μεγάλη μόνιμη παραμόρφωση.

Συντελεστής συγκέντρωσης τάσεων K : Ο λόγος της μέγιστης τάσης σε μια περιοχή προς τη μέση τάση στην περιοχή αυτή.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

ΜΕΘΟΔΟΙ ΜΕΤΡΗΣΗΣ ΤΗΣ ΑΝΤΟΧΗΣ

2.1 ΓΕΝΙΚΑ

Οι μέθοδοι μέτρησης της αντοχής διακρίνονται σε άμεσους και έμμεσους:

- α) Άμεση μέθοδος μετρήσεων είναι η άσκηση εφελκυσμού στα άκρα κυλινδρικού δοκιμίου ή δοκιμίου άλλου σχήματος.
- β) Οι έμμεσες μέθοδοι περιλαμβάνουν τους ακόλουθους τύπους φόρτισης:
 - i) Κάμψη σε πρισματικά, κυλινδρικά δοκίμια και δίσκους
 - ii) Υδραυλικός εφελκυσμός
 - iii) Διαμετρική συμπίεση σε δίσκους και δακτυλίδιους
 - iv) Διαμετρική συμπίεση σε κυλίνδρους, σφαίρες και κύβους.

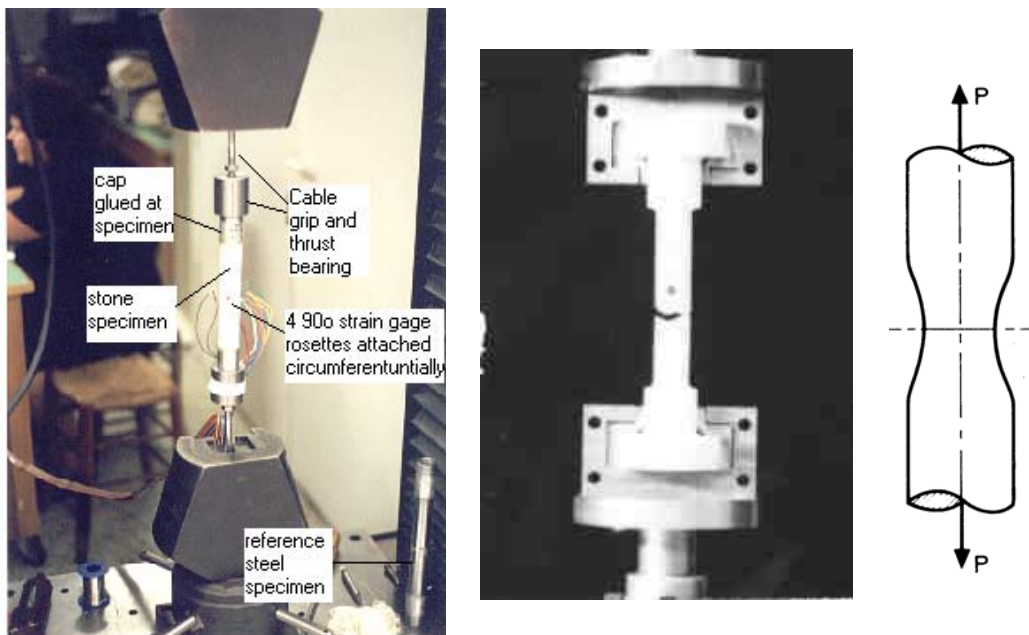
Πρέπει να σημειωθεί ότι οι έμμεσες μέθοδοι μέτρησης της αντοχής έχουν τα ακόλουθα μειονεκτήματα:

- i) εντός του δοκιμίου αναπτύσσεται ανομοιόμορφο εντατικό πεδίο
- ii) η θραύση πολλές φορές αρχίζει από περιοχές συμπίεσης παρά εφελκυσμού.

Από την υπάρχουσα βιβλιογραφία προκύπτει ότι κάθε είδος εργαστηριακής δοκιμής (άμεσες και έμμεσες) δίνει δική της τιμή για την αντοχή του ίδιου υλικού. Οι λόγοι είναι πολλαπλοί: φυσικές ασυνέχειες του υλικού που το θραύουν σε χαμηλότερη τάση, ανομοιογένεια στη δομή του, μη τέλεια γραμμικά ελαστική συμπεριφορά σε όλη τη μάζα του κ.α. Στην περίπτωση της δοκιμής δακτυλίου, από φυσικής πλευράς, η οπή δεν είναι σημαντική, αλλά θεωρητικά, αντιπροσωπεύει μια ασυνέχεια στην ελαστική συνέχεια του υλικού (Hudson, 1969).

2.2 ΜΕΘΟΔΟΣ ΑΜΕΣΟΥ ΕΦΕΛΚΥΣΜΟΥ

Η συμβατική μέθοδος υπολογισμού της αντοχής των πετρωμάτων είναι η δοκιμή του άμεσου εφελκυσμού (Σχ. 2.1), η οποία όμως, παρουσιάζει κάποιες δυσκολίες, ειδικά σε ψαθυρά υλικά, όπως δυσκολίες στην ευθυγράμμιση και στερέωση του δοκιμίου, στη επανάληψη της δοκιμής για μεγάλο αριθμό δοκιμίων, στην κατασκευή των δοκιμίων, εμφάνιση καμπτικών τάσεων ή στρεπτικής ροπής (λόγω εκκεντρότητας των αξονικών φορτίων της μηχανής), καθώς και στη συγκέντρωση τάσεων τοπικά (στα σημεία επαφής των δοκιμίων με τη μηχανή φόρτισης), (Barla and Goffi, 1974, Nova and Zaninetti, 1990). Ιδιαίτερα στα όλκιμα υλικά, λόγω της δημιουργίας λαιμού παύει να ισχύει ομοιόμορφη επιβεβλημένη τάση. Η κατανομή των τάσεων στην περιοχή του λαιμού παύει να είναι μονοαξονική και καθίσταται τριαξονική, με υποθετικό άξονα συμμετρίας τον άξονα του δοκιμίου.



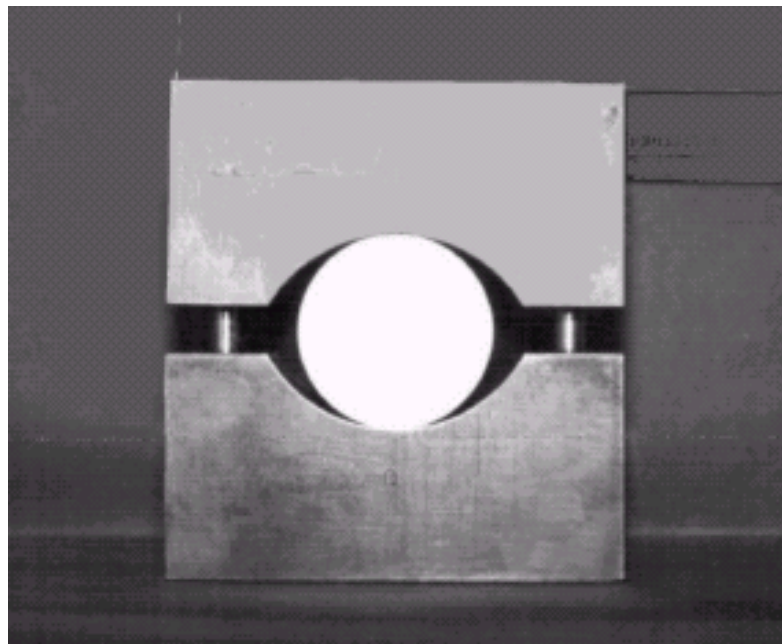
Σχήμα 2.1: Διατάξεις για τα πειράματα άμεσου μονοαξονικού εφελκυσμού (Βαρδουλάκης, 2002).

2.3 ΜΕΘΟΔΟΙ ΑΝΤΙΔΙΑΜΕΤΡΙΚΗΣ ΦΟΡΤΙΣΗΣ

Λόγω αυτών των πειραματικών δυσκολιών, εναλλακτικές μέθοδοι αναπτύχθηκαν για τον προσδιορισμό της εφελκυστικής αντοχής των πετρωμάτων. Η δοκιμή του Βραζιλιανού δίσκου χρησιμοποιεί κυλινδρικό συμπαγή δίσκο, ο οποίος φορτίζεται αντιδιαμετρικά κατά μία διάμετρό του, μέχρι να αστοχήσει (Σχ. 2.2). Στη θεωρία, το εντατικό πεδίο το οποίο προκαλεί αστοχία σε εφελκυσμό μπορεί πλήρως να οριστεί, δεδομένου ότι το υλικό διατηρεί τέλεια γραμμική ελαστική συμπεριφορά μέχρι το σημείο της αστοχίας. Στην πραγματικότητα, πολλά ψαθυρά υλικά όπως τα πετρώματα, έχουν μη γραμμική εντατική / παραμορφωσιακή συμπεριφορά, λόγω φυσικών ατελειών, οπότε η θεωρητική συμπεριφορά αποκλίνει από την πραγματική.

Παρόλα αυτά, και η δοκιμή Brazil έχει το μειονέκτημα ότι εκτός από εφελκυστικές τάσεις, εμφανίζονται και υψηλές διατμητικές τάσεις κοντά στις πλάκες φόρτισης. Η αστοχία μπορεί να οφείλεται τότε, όχι μόνο στην ασυνέχεια που δημιουργείται στο κέντρο του δίσκου λόγω εφελκυσμού, αλλά επίσης στο σχηματισμό μικρών ρωγμών σχήματος σφήνας, στις επιφάνειες επαφής.

Για να μειωθούν οι διατμητικές τάσεις που αναπτύσσονται κατά την αντιδιαμετρική φόρτιση δίσκου στη δοκιμή Brazil, δημιουργήθηκε η δοκιμή της αντιδιαμετρικής φόρτισης δακτυλίου (ring test), όπου δίσκος με κυκλική οπή στο κέντρο υπόκειται σε αντιδιαμετρική φόρτιση.



Σχήμα 2.2: Τυπική διάταξη δοκιμής Brazil.

Λόγω της γεωμετρίας των δοκιμίων και του τρόπου επιβολής του φορτίου (θλιπτική, ουσιαστικά, φόρτιση), μία ζώνη εφελκυσμού (tension zone) δημιουργείται και στις δύο δοκιμές. Γι' αυτό και οι μέθοδοι αυτοί κατατάσσονται στις *έμμεσες μεθόδους εφελκυσμού*. Σύμφωνα με την θεωρία της γραμμικής ελαστικότητας, η μέγιστη εφελκυστική τάση εμφανίζεται κάθετα στη διάμετρο φόρτισης και το μέγεθός της είναι ανάλογο του φορτίου.

Γενικά, και στις δύο δοκιμές, τα δοκίμια λαμβάνονται συνήθως υπό την μορφή κυλινδρικών πυρήνων οι οποίοι κόβονται σε δίσκους. Επομένως, είναι αρκετά εύχρηστες μέθοδοι, καθώς τα δοκίμια ετοιμάζονται εύκολα. Αν ο προσανατολισμός τους ποικίλει, τότε η εφελκυστική αντοχή μπορεί να μετρηθεί για διάφορες διευθύνσεις. Επιπλέον, η μέση τιμή της αντοχής μεταβάλλεται ανάλογα με τη γεωμετρία και τις συνθήκες φόρτισης.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

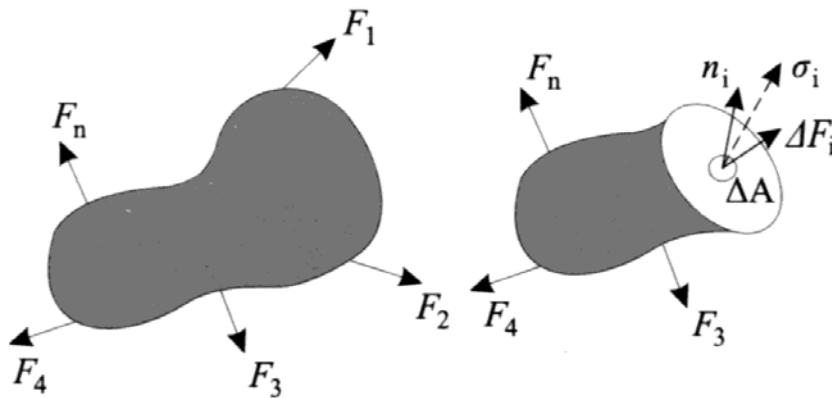
ΘΕΩΡΙΑ ΙΣΟΤΡΟΠΗΣ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ

3.1 ΤΑΣΕΙΣ

Το κύριο μέγεθος που χρησιμοποιείται για την ανάλυση της εντατικής κατάστασης ενός σώματος είναι η *τάση*. Η έννοια της μέγιστης δυνατής τάσης εκφράζει ένα μέτρο αντοχής (ανθεκτικότητας) για δεδομένη καταπόνηση.

Για τον ορισμό της τάσης (stress) που εφαρμόζεται σε ένα σώμα, θεωρούνται:

- Ένα συνεχές στερεό σώμα το οποίο βρίσκεται σε ισορροπία κάτω από την επίδραση ορισμένων εξωτερικών δυνάμεων
- Ένα τυχαίο επίπεδο, το οποίο τέμνει το σώμα και διέρχεται από ένα εσωτερικό του σημείο, έστω P.
- Μια στοιχειώδη επιφάνεια ΔA στο σημείο P του σώματος πάνω στο εν λόγω τυχαίο επίπεδο (Σχ. 3.1)
- Οι εσωτερικές δυνάμεις του σώματος είναι συνεχείς, αλλά όχι απαραίτητα του ίδιου μεγέθους



Σχήμα 3.1: Ορισμός της τάσης (Αγιουτάντης, 2002)

Αφού το σώμα βρίσκεται σε ισορροπία, η συνολική δύναμη (ΔF_i) που ασκείται στη θετική πλευρά της επιφάνειας ΔA , ισούται με τη δύναμη που ασκείται στην αρνητική πλευρά της. Το διάνυσμα τάσης (σ_i) που αντιστοιχεί στην επιφάνεια ΔA έχει τη διεύθυνση της δύναμης ΔF_i και ορίζεται από τη σχέση:

$$\sigma_i = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F_i}{\Delta A} = \frac{dF_i}{dA} \quad (3.1)$$

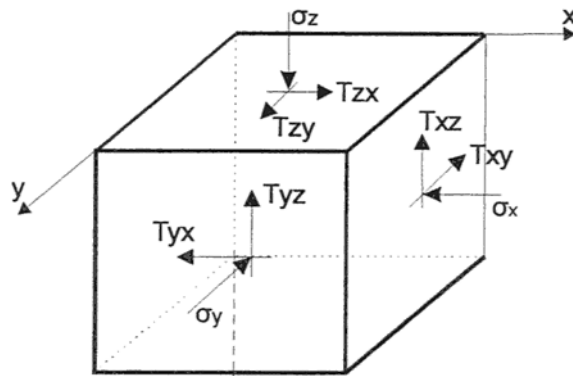
Είναι προφανές ότι για διαφορετικό προσανατολισμό της επιφάνειας ΔA θα είναι διαφορετικό και το διάνυσμα τάσης που προκύπτει.

Η συνιστώσα του διανύσματος σ_i που είναι κάθετη στην επιφάνεια ΔA ονομάζεται *ορθή ή κάθετη τάση*, ενώ η συνιστώσα που ανήκει στο επίπεδο της επιφάνειας ΔA ονομάζεται *διατμητική τάση*. Η ορθή τάση μπορεί να είναι θλιπτική ή εφελκυστική, ενώ δεν υπάρχει αντίστοιχη διάκριση για τις διατμητικές τάσεις.

Οι μονάδες τάσης είναι ουσιαστικά μονάδες πίεσης. Στο μετρικό σύστημα η τάση εκφράζεται σε μονάδες Pa (N/m^2), ή συνθηθέστερα σε kPa (kN/m^2) ή MPa (MN/m^2) (Αγιουντάντης, 2002).

3.2 ΤΑΣΕΙΣ ΣΕ ΣΗΜΕΙΟ

Για να γίνει κατανοητή η τάση σε κάποιο σημείο, εσωτερικά κάποιου σώματος, όπως είναι η μάζα πετρώματος, έστω ένα μικρό στοιχείο όγκου που εσωκλείει το σημείο αυτό (Σχ. 3.2).



Σχήμα 3.2: Απεικόνιση τάσεων σε σημείο (Στειακάκης, 1998)

Οι πλευρές του στοιχείου θεωρούνται απειροστά μικρές. Για να οριστεί πλήρως το εντατικό πεδίο που δρα στο στοιχείο αυτό χρειάζονται έξι ανεξάρτητες ποσότητες, οι $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}$ γνωστές ως ‘συνιστώσες τάσης σε σημείο’. (Στειακάκης, 1998).

3.3 ΑΝΗΓΜΕΝΕΣ ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΕΙΣ

Η *ανηγμένη παραμόρφωση (ή τροπή)* είναι ένα μέγεθος το οποίο έχει σχέση αιτίου – αποτελέσματος με τις τάσεις που δέχεται ένα σώμα και μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τον προσδιορισμό της εντατικής και παραμορφωσιακής κατάστασης του σώματος.

Η εφαρμογή ενός συστήματος εξωτερικών δυνάμεων σε ένα σώμα έχει σαν αποτέλεσμα την παραμόρφωση του σώματος, η οποία προέρχεται από τη σχετική μετατόπιση των σημείων του σώματος από την αρχική τους θέση.

Η ανηγμένη παραμόρφωση κατά μία διάσταση λέγεται *συμβατική ή γραμμική παραμόρφωση* και δίνεται από τη σχέση:

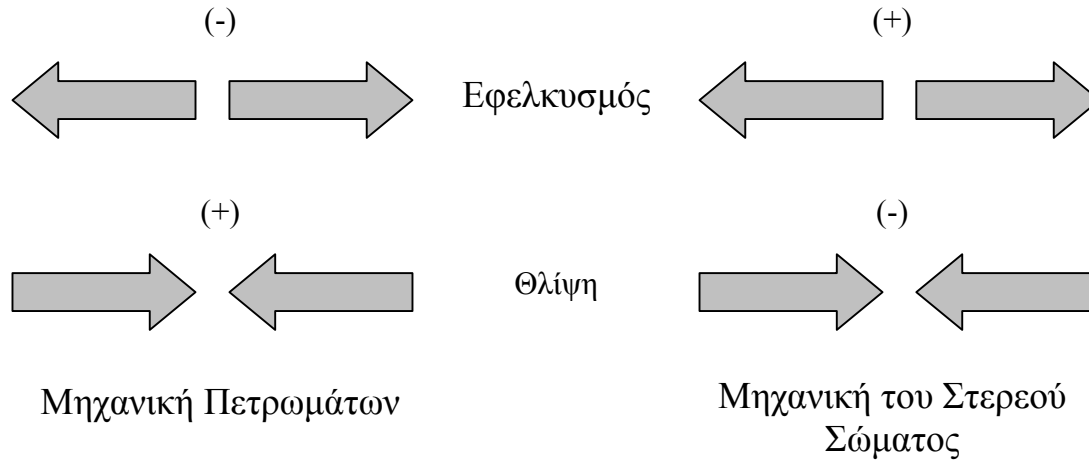
$$\varepsilon = \frac{l_a - l_r}{l_a} \quad (3.2)$$

όπου ε = η γραμμική ανηγμένη παραμόρφωση, l_a = η αρχική απόσταση μεταξύ δύο σημείων και l_r = η τελική απόσταση μεταξύ των σημείων αυτών (Αγιουτάντης, 2002).

3.4 ΣΥΜΒΑΣΗ ΣΗΜΕΙΩΝ

Τα πετρώματα είναι εν γένει ανομοιογενή υλικά και χαρακτηρίζονται από ασυνέχειες, με συνέπεια να έχουν πολύ μικρή αντοχή σε εφελκυσμό, ενώ παρουσιάζουν σημαντική αντοχή σε θλίψη. Σαν αποτέλεσμα, στη Μηχανική Πετρωμάτων, οι θλιπτικές τάσεις και οι αντίστοιχες ανηγμένες παραμορφώσεις (βραχύνσεις) λαμβάνονται ως θετικές, ενώ οι εφελκυστικές τάσεις θεωρούνται αρνητικές (Σχ. 3.3). Σε άλλους εφαρμοσμένους τομείς, όπως η Μηχανική του Στερεού Σώματος, οι συμβάσεις είναι διαφορετικές (π.χ. οι εφελκυστικές τάσεις θεωρούνται θετικές και οι θλιπτικές αρνητικές). Στην περίπτωση των διατμητικών τάσεων, το πρόσημο επισημαίνει απλώς τη

φορά της τάσης. Σε ένα δεξιόστροφο καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων θετικές διατμητικές τάσεις αντιστοιχούν σε διανύσματα που τείνουν να περιστρέψουν το σώμα αριστερόστροφα (αντίθετα με τη φορά του ωρολογίου) (Αγιουτάντης, 2002).



Σχήμα 3.3: Σύμβαση σημείων τάσεων (Αγιουτάντης, 2002).

3.5 ΕΛΑΣΤΙΚΗ ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑ

Για την ανάλυση της συμπεριφοράς ενός σώματος ή υλικού κάτω από εντατική καταπόνηση χρησιμοποιούνται θεωρητικά πρότυπα (μοντέλα) και εξισώσεις που περιγράφουν τις σχέσεις τάσης – παραμόρφωσης (τροπής). Οι σχέσεις αυτές εκφράζονται συνήθως από τις καταστατικές εξισώσεις του υλικού. Όταν είναι ανεξάρτητες από το χρόνο, τότε οι εξισώσεις τάσης – παραμόρφωσης έχουν τη γενική μορφή:

$$\sigma_{ij} = f(\varepsilon_{ij}) \quad (3.3)$$

Σε κάθε μορφή συμπεριφοράς υλικού αντιστοιχούν και διαφορετικές καταστατικές εξισώσεις.

Η καταστατική εξίσωση ελαστικής συμπεριφοράς σε τρεις διαστάσεις δίνεται από τον γενικευμένο νόμο του Hooke (Αγιουτάντης, 2002):

$$\sigma_{ij} = c_{ijkl} \varepsilon_{kl} \quad (3.4)$$

3.5.1 ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ ΤΗΣ ΕΛΑΣΤΙΚΗΣ ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑΣ

Ο λόγος Poisson, ν , ορίζεται από το λόγο της εγκάρσιας $(-\varepsilon_x)$ προς την αξονική $(+\varepsilon_y)$ ανηγμένη παραμόρφωση σε μονοαξονική καταπόνηση:

$$\nu = -\frac{\varepsilon_x}{\varepsilon_y} \quad (3.5)$$

και κυμαίνεται στα πετρώματα από 0.20 έως 0.35.

Το μέτρο ελαστικότητας του Young, E , ορίζεται ως η κλίση στις καμπύλης τάσης – παραμόρφωσης $E = d\sigma/d\varepsilon$ (Αγιουτάντης, 2002).

3.5.2 ΕΛΑΣΤΙΚΗ ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑ ΣΕ ΤΡΕΙΣ ΔΙΑΣΤΑΣΕΙΣ

Για ελαστικά, ισότροπα και ομογενή υλικά, οι εξισώσεις που συνδέουν τις τάσεις και τις ανηγμένες παραμορφώσεις δίνονται από τις σχέσεις:

$$\sigma_x = \frac{2G}{1-2\nu} [(1-\nu)\varepsilon_x + \nu(\varepsilon_y + \varepsilon_z)] \quad (3.6)$$

$$\sigma_y = \frac{2G}{1-2\nu} [(1-\nu)\varepsilon_y + \nu(\varepsilon_x + \varepsilon_z)] \quad (3.7)$$

$$\sigma_z = \frac{2G}{1-2\nu} [(1-\nu)\varepsilon_z + \nu(\varepsilon_x + \varepsilon_y)] \quad (3.8)$$

$$\tau_{xy} = G\gamma_{xy} \quad (3.9)$$

$$\tau_{yz} = G\gamma_{yz} \quad (3.10)$$

$$\tau_{zx} = G\gamma_{zx} \quad (3.11)$$

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E} [\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z)] \quad (3.12)$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E} [\sigma_y - \nu(\sigma_x + \sigma_z)] \quad (3.13)$$

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E} [\sigma_z - \nu(\sigma_y + \sigma_x)] \quad (3.14)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{1}{G} \tau_{xy} \quad \gamma_{yz} = \frac{1}{G} \tau_{yz} \quad \gamma_{zx} = \frac{1}{G} \tau_{zx} \quad (3.15)$$

όπου

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (3.16)$$

είναι το μέτρο διάτμησης ή μέτρο ακαμψίας του υλικού (Αγιουτάντης, 2002).

3.5.3 ΕΛΑΣΤΙΚΗ ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑ ΣΕ ΔΥΟ ΔΙΑΣΤΑΣΕΙΣ

Όταν ένα σώμα βρίσκεται σε *διαξονική ή επίπεδη εντατική κατάσταση*, λόγω γεωμετρικού σχήματος ή λόγω του τρόπου φόρτισης, τότε οι μόνες σημαντικές τάσεις και ανηγμένες παραμορφώσεις είναι αυτές που ανήκουν στο επίπεδο (x,y) και εκφράζονται από τις σχέσεις:

$$\{\sigma\} = \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} \quad \text{και} \quad \{\varepsilon\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (3.17)$$

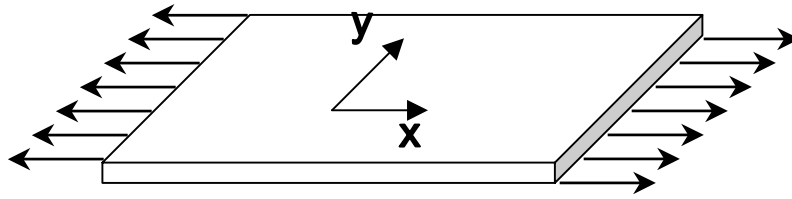
3.5.4 ΕΠΙΠΕΔΗ ΤΑΣΗ

Στην περίπτωση που η τρίτη διάσταση (z) ενός σώματος είναι πολύ μικρή σε σχέση με τις άλλες δύο (π.χ. λεπτή επίπεδη πλάκα) και τα φορτία που δέχεται το σώμα ανήκουν στο επίπεδο των δύο άλλων διαστάσεων (επίπεδο x,y), (Σχ. 3.4), τότε μπορεί να θεωρηθεί ότι οι συνιστώσες τάσης κατά τον τρίτο άξονα είναι πολύ μικρές σε σύγκριση με τις συνιστώσες κατά το επίπεδο φόρτισης, δηλαδή $\sigma_z = 0$, οπότε $\varepsilon_z \neq 0$. Οι καταστατικές εξισώσεις του ισότροπου υλικού είναι (Αγιουτάντης, 2002):

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (3.18)$$

$$\sigma_z = \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0 \quad (3.19)$$

$$\varepsilon_z = \frac{-\nu}{E}(\sigma_x + \sigma_y) \quad (3.20)$$



Σχήμα 3.4: Παραδοχή επίπεδης τάσης (Αγιουτάντης, 2002).

Η αριθμητική προσομοίωση του πειράματος της αντιδιαμετρικής φόρτισης δακτυλίου γίνεται με τη θεώρηση της επίπεδης τάσης.

3.5.5 ΕΠΙΠΕΔΗ ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΗ

Στην περίπτωση που η τρίτη διάσταση (z) ενός σώματος δεν είναι μικρή, σε σύγκριση με τις άλλες δύο (x, y), όπως θεωρήθηκε προηγουμένως, και τα φορτία που δέχεται το σώμα είναι πάνω στο επίπεδο (x, y), τότε μπορεί να θεωρηθεί ότι η συνιστώσα του διανύσματος μετατοπίσεων (u) είναι μηδενική κατά την τρίτη διάσταση ($u_x = f(x, y)$ και επομένως $\varepsilon_z = 0$), καθώς επίσης ότι τα διανύσματα μετατόπισης στο επίπεδο x, y είναι ανεξάρτητα από την τρίτη διάσταση, δηλαδή $u_x = f(x, y)$ και $u_y = f(x, y)$. Οι καταστατικές εξισώσεις του ισότροπου υλικού δίνονται από τις σχέσεις (Αγιουτάντης, 2002):

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & 0 \\ \nu & 1-\nu & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (3.21)$$

$$\varepsilon_z = \gamma_{xz} = \gamma_{yz} = 0 \quad (3.22)$$

$$\sigma_z = \nu(\sigma_x + \sigma_y) \quad (3.23)$$

3.6 ΕΝΤΑΤΙΚΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ ΓΥΡΩ ΑΠΟ ΚΥΚΛΙΚΗ ΟΠΗ

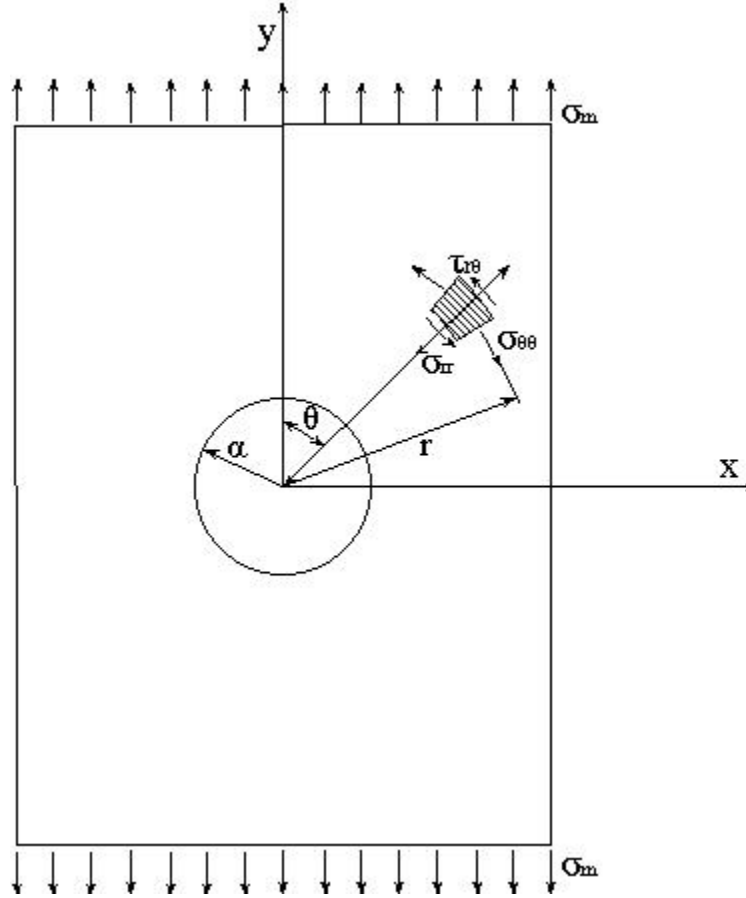
3.6.2 ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΕΦΕΛΚΥΣΤΙΚΟΥ ΠΕΔΙΟΥ

Θεωρείται κυκλικό άνοιγμα ακτίνας a σε επίπεδη πλάκα. Το πρόβλημα υφίσταται σε δυο διαστάσεις. Έστω, ότι η πλάκα στα άκρα της (άξονας y) υφίσταται την επίδραση ομοιόμορφου κατανεμημένου εφελκυστικού φορτίου σ_m . Αν το εύρος της πλάκας είναι άπειρο ή τουλάχιστον πολύ μεγαλύτερο από τη διάμετρο της οπής, από τη θεωρία της ελαστικότητας προκύπτει ότι οι εξισώσεις (σε πολικές συντεταγμένες r, θ) για την εφαπτομενική $\sigma_{\theta\theta}$, την ακτινική σ_{rr} , και την διατμητική τάση $\tau_{r\theta}$ σε σημείο μακριά από το άνοιγμα (Σχ. 3.5) δίνονται από τη θεωρία του Kirsch (1898), (Θεοχάρης, 1970):

$$\sigma_{rr} = \frac{\sigma_m}{2} \left(1 - \frac{a^2}{r^2} \right) + \frac{\sigma_m}{2} \left(1 - \frac{a^2}{r^2} \right) \left(1 - \frac{3a^2}{r^2} \right) \cos 2\theta \quad (3.24\alpha)$$

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{\sigma_m}{2} \left(1 + \frac{a^2}{r^2} \right) - \frac{\sigma_m}{2} \left(1 + \frac{3a^4}{r^4} \right) \cos 2\theta \quad (3.24\beta)$$

$$\tau_{r\theta} = -\frac{\sigma_m}{2} \left(1 - \frac{a^2}{r^2} \right) \left(1 + \frac{3a^2}{r^2} \right) \sin 2\theta \quad (3.24\gamma)$$



Σχήμα 3.5: Κατανομή των τάσεων σε πολικές συντεταγμένες r, θ (Θεοχάρης, 1970).

Οι σχέσεις 3.24 μπορούν να γραφούν ως εξής:

$$\sigma_{rr} = \frac{\sigma_m}{2} \left(1 - \frac{a^2}{r^2} \right) + \frac{\sigma_m}{2} \left(1 + \frac{3a^4}{r^4} - \frac{4a^2}{r^2} \right) \cos 2\theta \quad (3.25\alpha)$$

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{\sigma_m}{2} \left(1 + \frac{a^2}{r^2} \right) - \frac{\sigma_m}{2} \left(1 + \frac{3a^4}{r^4} \right) \cos 2\theta \quad (3.25\beta)$$

$$\tau_{r\theta} = -\frac{\sigma_m}{2} \left(1 - \frac{3a^4}{r^4} + \frac{2a^2}{r^2} \right) \sin 2\theta \quad (3.25\gamma)$$

Σε μεγάλη απόσταση b από την οπή, σε σχέση με την ακτίνα της a , σύμφωνα με την αρχή του Saint-Venant, η κατανομή των τάσεων δεν μεταβάλλεται ουσιαστικά. Οι τάσεις σ_{rr} και $\tau_{r\theta}$ δίνονται τότε από τις σχέσεις 3.26α, β, όπως ακριβώς συμβαίνει σε επίπεδη πλάκα χωρίς οπή (Timoshenko & Goodier, 1970):

$$(\sigma_r)_{r=b} = \sigma_m \cos^2 \theta = \frac{1}{2} \sigma_m (1 + \cos 2\theta) \quad (3.26\alpha)$$

$$(\tau_{r\theta})_{r=b} = -\frac{1}{2} \sigma_m \sin 2\theta \quad (3.26\beta)$$

Στην περίπτωση επίπεδης εντατικής κατάστασης, για $r = a$, δηλαδή στην ελεύθερη επιφάνεια της οπής, ισχύει:

$$\sigma_{rr} = \tau_{r\theta} = 0 \quad \sigma_{\theta\theta} = \sigma_m - 2\sigma_m \cos 2\theta \quad (3.27)$$

Η κατανομή της τάσεως $\sigma_{\theta\theta}$ δείχνεται στο Σχήμα 3.6. Η μέγιστη εφελκυστική τάση αναπτύσσεται στα σημεία $\theta = \pm 90^\circ$ και λαμβάνει την τιμή (Θεοχάρης, 1970):

$$(\sigma_{\theta\theta})_{\max} = 3\sigma_m \quad (3.28)$$

όπου παρατηρείται ότι είναι τρεις φορές μεγαλύτερη του ομοιόμορφου κατανεμημένου φορτίου σ_m που ασκείται στα άκρα της πλάκας.

Η τάση $\sigma_{\theta\theta}$ μηδενίζεται στα σημεία $\theta = \pm 30^\circ$ και $\theta = 150^\circ$. Εξάλλου, η μέγιστη θλιπτική τάση αναπτύσσεται στα σημεία $\theta = 0^\circ$ και $\theta = 180^\circ$. Η τιμή της τάση αυτής είναι αντίστοιχα:

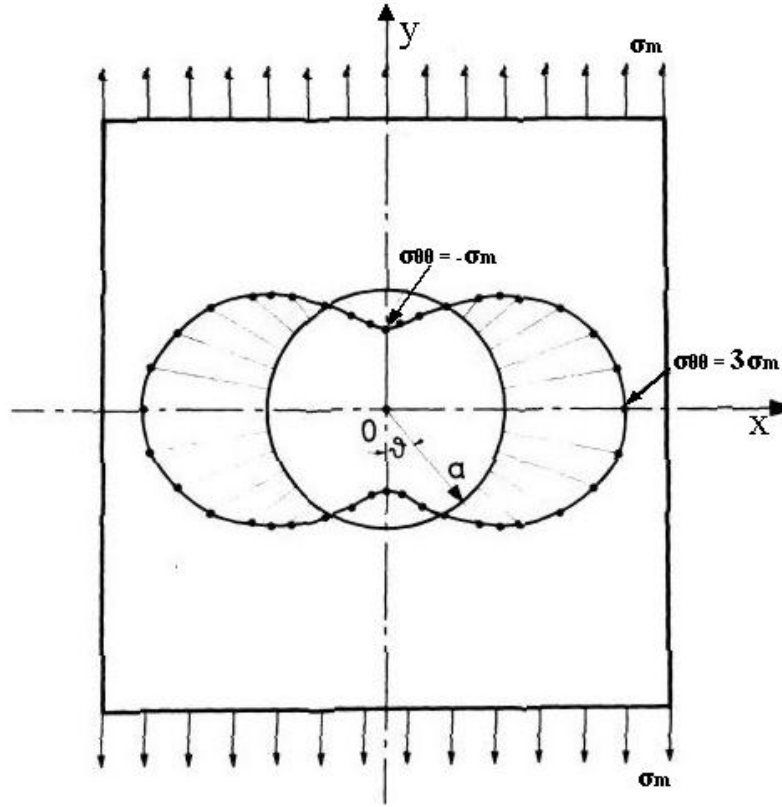
$$\sigma_{\theta\theta} = -\sigma_m \quad (3.29)$$

Ομοίως, από τις σχέσεις (3.25), προκύπτουν οι συνιστώσες $\sigma_{xx} = \sigma_{rr}$ και $\sigma_{yy} = \sigma_{\theta\theta}$ κατά μήκος της ελάχιστης διατομής της πλάκας, όπου ισχύει $\theta = \pm 90^\circ$. Οι τιμές των τάσεων αυτών δίνονται από τις παρακάτω σχέσεις:

$$\sigma_{rr} = \frac{3\sigma_m}{2} \left(\frac{a^2}{r^2} + \frac{a^4}{r^4} \right) \quad (3.30\alpha)$$

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{\sigma_m}{2} \left(2 + \frac{a^2}{r^2} + 3\frac{a^4}{r^4} \right) \quad (3.30\beta)$$

$$\tau_{r\theta} = 0 \quad (3.30\gamma)$$

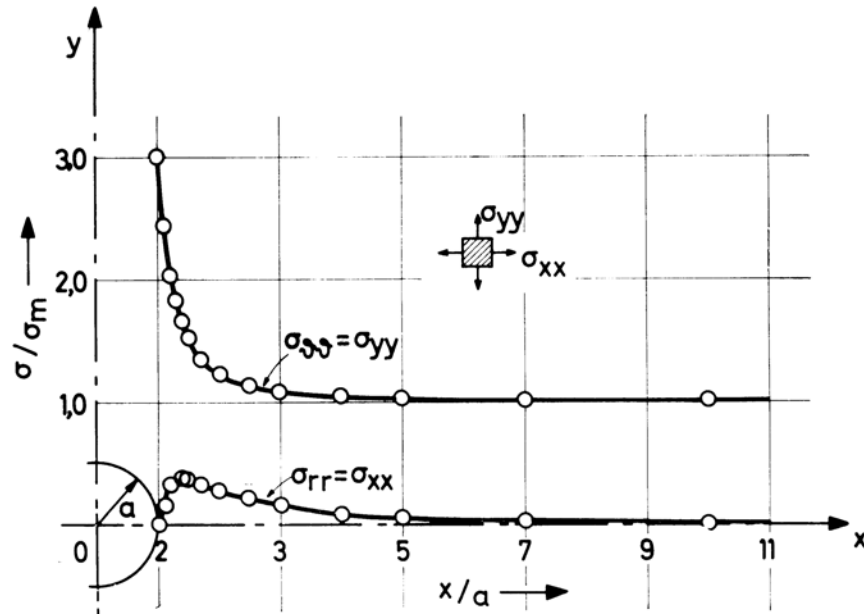


Σχήμα 3.6: Κατανομή της εφελκυστικής τάσης $\sigma_{\theta\theta}$ (Θεοχάρης, 1970).

Από τη σχέση (3.30β), η οποία εκφράζει την τάση $\sigma_{\theta\theta}$, συνεπάγεται ότι η μέγιστη τάση είναι η $(\sigma_{\theta\theta})_{\max} = 3\sigma_m$, και βρίσκεται στην τομή της ελάχιστης διατομής και του συνόρου της κυκλικής οπής. Από τη σχέση αυτή προκύπτει ο συντελεστής συγκέντρωσης τάσεων K_σ , ο οποίος είναι ο λόγος:

$$K_\sigma = \frac{\text{μέγιστη κάθετη τάση στο σύνορο της ασυνεχειας}}{\text{μέση τάση κατά την απουσία της ασυνέχειας}} \quad (3.31)$$

Στην περίπτωση της κυκλικής οπής στο κέντρο απείρου επίπεδης πλάκας είναι $K_\sigma=3$. Στο Σχήμα 3.7, δίνονται οι κατανομές των συνιστωσών των τάσεων σ_{xx} και σ_{yy} , για $\theta = 90^\circ$, όπου $\sigma_{xx} = \sigma_{rr}$ και $\sigma_{yy} = \sigma_{\theta\theta}$, συναρτήσει του συντελεστή K_σ .



Σχήμα 3.7: Κατανομή των τάσεων σ_{xx} και σ_{yy} συναρτήσει του K_T , όταν $\theta = 90^\circ$ (Θεοχάρης, 1970).

Από το παραπάνω σχήμα φαίνεται ότι η μέγιστη συγκέντρωση τάσεων για τη δεδομένη γεωμετρία της πλάκας είναι τοπικού χαρακτήρα και περιορίζεται σε μικρή περιοχή στο σύνορο της οπής. Η τιμή της τάσης $\sigma_{\theta\theta}$ μειώνεται ταχύτατα με την αύξηση της ακτίνας r και πλησιάζει τη μέση τιμή σ_m (Θεοχάρης, 1970).

3.6.2 ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΘΛΙΠΤΙΚΟΥ ΠΕΔΙΟΥ

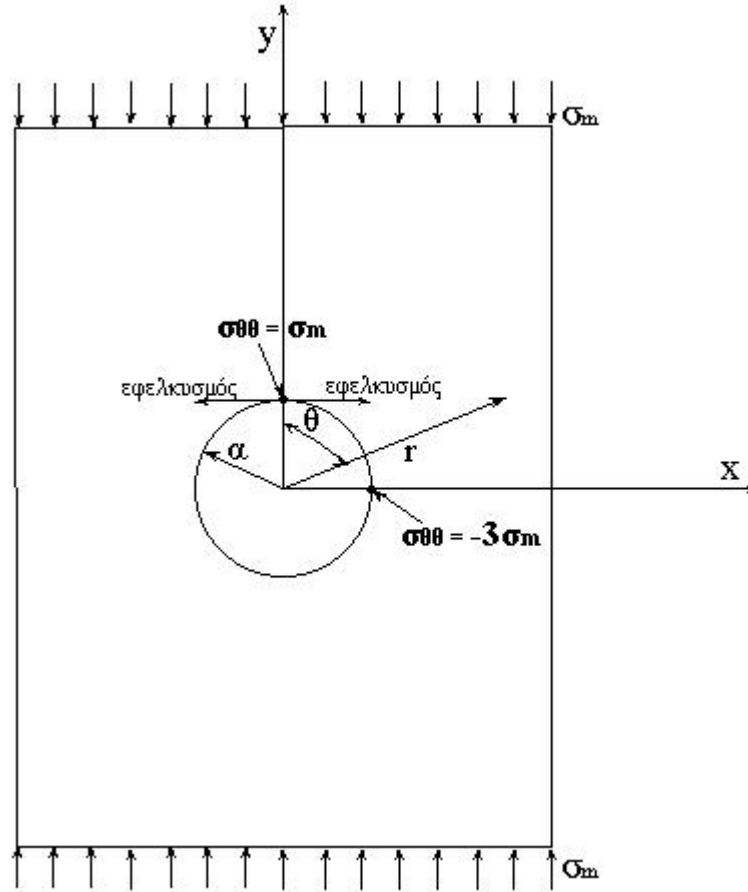
Στην περίπτωση θλιπτικού πεδίου για $r = a$, δηλαδή στην ελεύθερη επιφάνεια της οπής, η μέγιστη θλιπτική τάση αναπτύσσεται στα σημεία $\theta = \pm 90^\circ$. Η τιμή της τάση αυτής είναι:

$$(\sigma_{\theta\theta})_{\max} = -3\sigma_m \quad (3.32)$$

ενώ η μέγιστη εφελκυστική τάση αναπτύσσεται στα σημεία $\theta = 0^\circ$ και $\theta = 180^\circ$ και λαμβάνει την τιμή:

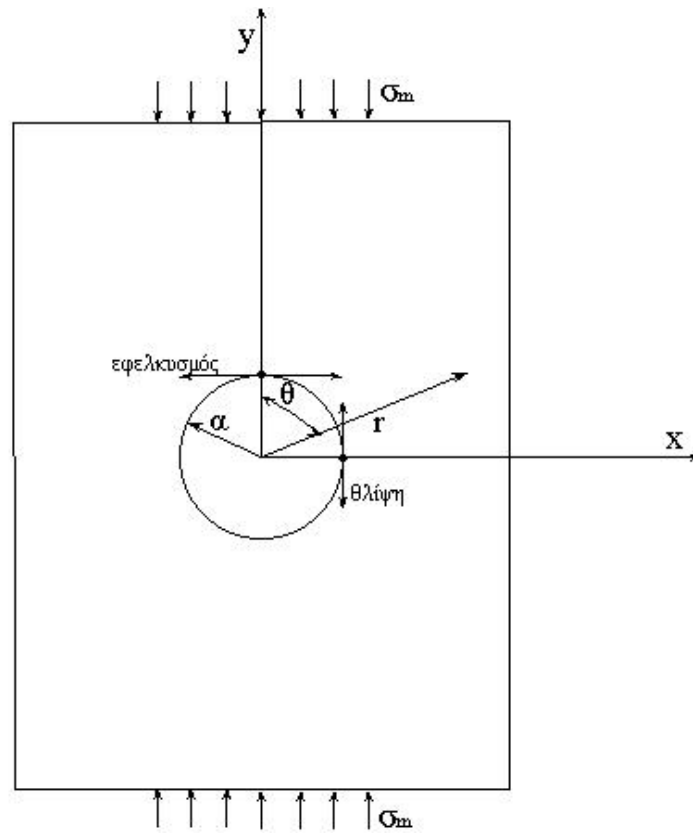
$$\sigma_{\theta\theta} = \sigma_m \quad (3.33)$$

όπου παρατηρείται ότι είναι ίση με το μέγεθος της κύριας εξωτερικής τάσης σ_m (Σχ. 3.8).

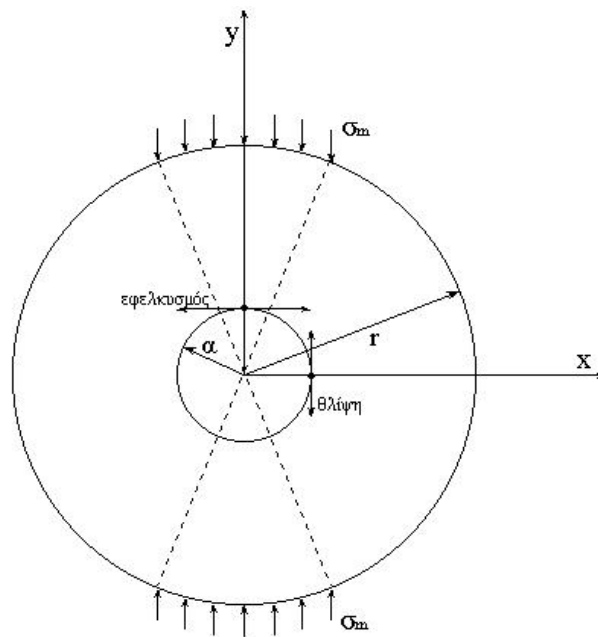


Σχήμα 3.8: Κατανομή των τάσεων σε πολικές συντεταγμένες r, θ για θλιπτικό πεδίο.

Το πρόβλημα της αντιδιαμετρικής φόρτιση δακτυλίου μαρμάρου μπορεί αρχικά να προσεγγιστεί με μερικώς κατανεμημένο θλιπτικό φορτίο σε άπειρη πλάκα με κυκλική οπή (Σχ. 3.9) και σε δεύτερη φάση, σε μερικώς κατανεμημένο φορτίο σε κυκλικό δακτύλιο (Σχ. 3.10). Είναι προφανές ότι οι εξισώσεις του Kirsch αδυνατούν να επιλύσουν τέτοιες πολύπλοκες γεωμετρίες. Στην τελευταία περίπτωση η επίλυση μπορεί να γίνει με μιγαδικά δυναμικά (Kaklis et al., 2004), ενώ η αριθμητική επίλυση αποτελεί το αντικείμενο της διατριβής αυτής.



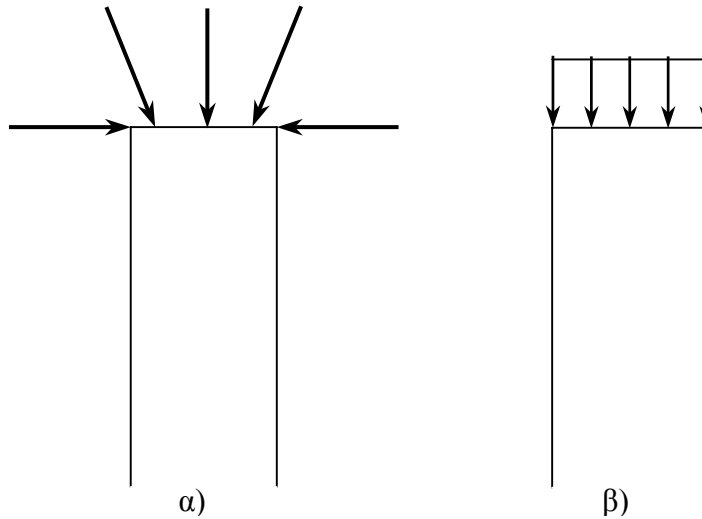
Σχήμα 3.9: Θλιπτικό φορτίο σε άπειρη πλάκα με κυκλική οπή



Σχήμα 3.10: Μερικώς κατανεμημένο φορτίο σε κυκλικό δακτύλιο.

3.7 Η ΑΡΧΗ ΤΟΥ SAINT – VENANT

Σύμφωνα με την αρχή του Saint – Venant (1855), όταν ένα σύστημα δυνάμεων, που δρα σε πεπερασμένο αριθμό εξωτερικών (συνοριακών) επιφανειών ενός σώματος, αντικατασταθεί από ένα στατικά ισοδύναμο σύστημα δυνάμεων, τότε οι τάσεις και ανηγμένες παραμορφώσεις σε κάποιο εσωτερικό σημείο του σώματος, το οποίο βρίσκεται αρκετά μακριά από τα σημεία δράσης των δυνάμεων, ταυτίζονται μ' αυτές που προκύπτουν από την εφαρμογή του αρχικού συστήματος δυνάμεων (Σχ. 3.11). Πρακτικά, η αρχή αυτή αποδίδεται με το ότι ο τρόπος με τον οποίο δρουν οι δυνάμεις σε μία περιοχή είναι σημαντικός όταν εξετάζεται η εντατική κατάσταση στην περιοχή αυτή (Αγιουτάντης, 2002).

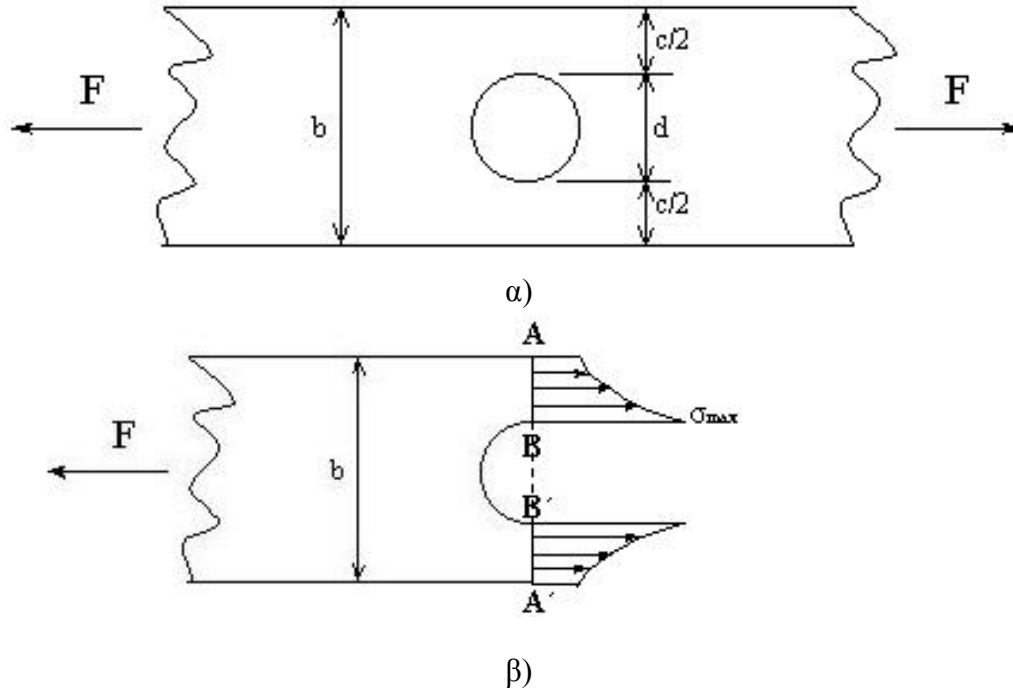


Σχήμα 3.11: Σχηματική παράσταση της αρχής του Saint – Venant: α) αρχικό σύστημα δυνάμεων, β) στατικό ισοδύναμο σύστημα δυνάμεων (Gere & Timoshenko, 1997).

Η αρχή αυτή έχει ιδιαίτερη πρακτική αξία κατά το σχεδιασμό και ανάλυση των κατασκευών, καθώς η συγκέντρωση των τάσεων έχει τοπική σημασία και επηρεάζει ελάχιστα την συνολική συμπεριφορά του σώματος πάνω στο οποίο ενεργεί.

3.8 ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΣΥΓΚΕΝΤΡΩΣΗΣ ΤΑΣΕΩΝ

Θεωρείται επίπεδη παραλληλόγραμμη λεπτή πλάκα πλάτους b , με κυκλικό άνοιγμα εντός, η οποία υπόκειται σε εφελκυστική δύναμη F , όπως φαίνεται στο Σχήμα 3.12α. Το πάχος της πλάκας είναι t ($t \ll b$) και η οπή έχει διάμετρο d .

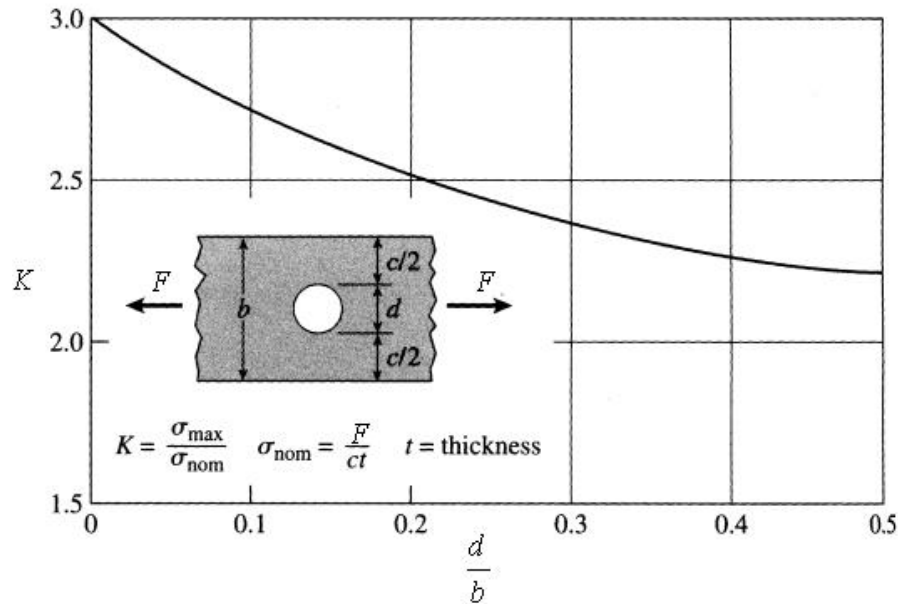


Σχήμα 3.12: Κατανομή τάσεων σε πλάκα με κυκλικό άνοιγμα (Gere & Timoshenko, 1997).

Η οριζόντια συνιστώσα της τάσης που δρα κατά μήκος του τμήματος AA' που διέρχεται από το κυκλικό άνοιγμα φαίνεται στο Σχήμα 3.12β. Η μέγιστη τάση σ_{max} εμφανίζεται στα άκρα BB' του ανοίγματος και είναι σημαντικά μεγαλύτερη από την ονομαστική τάση $\sigma = F/ct$ κατά μήκος του ίδιου τμήματος της πλάκας χωρίς το κυκλικό άνοιγμα. Ο λόγος των δύο αυτών τάσεων, της μέγιστης και της ονομαστικής, καλείται συντελεστής συγκέντρωσης τάσεων K_σ :

$$K_\sigma = \frac{\sigma_{max}}{\sigma} \quad (3.34)$$

Είναι σημαντικό, όποτε εισάγεται η έννοια του συντελεστή συγκέντρωσης τάσεων, να ορίζεται προσεκτικά η ονομαστική τάση σ . Στο Σχήμα 3.13 φαίνεται η τιμή του συντελεστή K_σ συναρτήσει του λόγου $\frac{d}{b}$.



Σχήμα 3.13: Ο συντελεστής συγκέντρωσης τάσεων συναρτήσει του λόγου $\frac{d}{b}$ (Gere & Timoshenko, 1997).

Αν η οπή είναι μικρής διαμέτρου, ο συντελεστής K ισούται με 3, το οποίο σημαίνει ότι η μέγιστη τάση στην τομή της περιφέρειας της οπής με την κάθετη διάμετρο BB' είναι τρεις φορές η ονομαστική τάση. Καθώς η οπή μεγαλώνει, σε σχέση με το πλάτος b της πλάκας, το K ελαττώνεται και επομένως το φαινόμενο της συγκέντρωσης των τάσεων δεν είναι τόσο έντονο. Σύμφωνα με την αρχή του Saint – Venant σε απόσταση ίση με b από την οπή, στη διεύθυνση της φόρτισης, η κατανομή των τάσεων είναι πρακτικά ομοιόμορφη και ισούται με $\sigma = F/ct$, ανεξάρτητα από το μέγεθος της οπής.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

ΑΝΤΙΔΙΑΜΕΤΡΙΚΗ ΦΟΡΤΙΣΗ ΔΙΣΚΟΥ

4.1 ΓΕΝΙΚΑ

Η δοκιμή Brazil γίνεται με τη συμπίεση μέσω διαμετρικά αντίθετων συγκεντρωμένων φορτίων ενός δοκιμίου που έχει τη μορφή δίσκου. Η δοκιμή αυτή πρωτοεμφανίστηκε το 1953 από Βραζιλιάνους (Carneiro και Barcellos) και Ιάπωνες ερευνητές (Akazawa) και από τότε είναι πάρα πολύ δημοφιλής για τον προσδιορισμό (με έμμεσο τρόπο) τις αντοχής σε εφελκυσμό πετρωμάτων, καθώς και προϊόντων τσιμέντου.

Η θεωρητική θεμελίωση, της δοκιμής Brazil είναι η λύση για τις τάσεις, η οποία προτάθηκε το 1883 από τον Hertz και μερικά χρόνια αργότερα από τον Mitchell. Έχουν γίνει πολλές ερευνητικές προσπάθειες για να διευρυνθεί το πεδίο εφαρμογής της δοκιμής αυτής, καθώς και να βελτιωθεί η απόδοση της.

Ο Hondros (1959), θεωρώντας το υλικό ομογενές, ισότροπο και γραμμικά ελαστικό, δημιούργησε μία πλήρη επίλυση του τασικού πεδίου για την περίπτωση ενός ακτινικού φορτίου κατανεμημένου πάνω σε ένα πεπερασμένο αριθμό κυκλικών τόξων του δίσκου και θεωρείται ότι αυτός ο τύπος του φορτίου μπορεί να είναι καλύτερος από το αρχικό συγκεντρωμένο γραμμικό φορτίο για το δοκίμιο, δίνοντας έτσι μια πιο ολοκληρωμένη λύση για συνθήκες επίπεδης τάσης (plane stress) (π.χ. δίσκους) και επίπεδης παραμόρφωσης (plane strain) (π.χ. κυλίνδρους).

Το 1978 η δοκιμή Brazil προτάθηκε από τη Διεθνή Εταιρεία Μηχανικής Πετρωμάτων σαν η προτεινόμενη μέθοδος για τον προσδιορισμό της εφελκυστικής αντοχής πετρωμάτων. Στη συνέχεια η δοκιμή αυτή τυποποιήθηκε από την Αμερικανική Εταιρεία A.S.T.M. για τον προσδιορισμό της αντοχής σε δοκίμια τσιμέντου. Γενικά θεωρείται ότι η δοκιμή Brazil είναι, μία εύκολη και βολική μέθοδος για την εκτίμηση της εφελκυστικής αντοχής σε πετρώματα και τσιμέντο.

Το 1993 ο Guo και οι συνεργάτες του πρότειναν μία απλή μέθοδο για τον προσδιορισμό της σκληρότητας θραύσης K_T χρησιμοποιώντας τη δοκιμή Brazil. Η δοκιμή αυτή δεν απαιτεί ούτε αρχική ρωγμή ούτε αρχική εγκοπή και φαίνεται να δουλεύει. Όμως η χρήση του δίσκου Brazil για το σκοπό αυτό δεν έχει ωριμάσει ακόμα και υπάρχουν προβλήματα που δεν έχουν επιλυθεί, σε επίπεδο θεωρίας. Για παράδειγμα η διαδικασία της φόρτισης μέσω τόξου είναι πολύ δύσκολο να εφαρμοστεί στην πράξη. Πρόσφατα ο Wang και οι συνεργάτες του βελτίωσαν τη μέθοδο του Guo για τη δοκιμή σκληρότητας θραύσης: έγινε σαφές ότι η αρχική έναρξη της ρηγμάτωσης στην περιοχή του κέντρου του δίσκου Brazil ήταν ένα πρόβλημα κλειδί το οποίο έπρεπε να επιλυθεί κατάλληλα.

Στη μελέτη αυτή προτείνεται μία τροποποίηση του δίσκου Brazil με την εισαγωγή δύο παράλληλων επίπεδων πεπλατυσμένων πλευρών οι οποίες θα χρησιμοποιηθούν για την επιβολή του φορτίου. Αυτός ο τρόπος φόρτισης θεωρείται καλύτερος από τον αρχικό τρόπο φόρτισης σε γραμμή όσον αφορά το θέμα της τοπικής αστοχίας, λόγω της υπερβολικής συγκέντρωσης τάσεων και πιθανόν να είναι καλύτερος από τη φόρτιση σε τόξο, η οποία χρησιμοποιεί ένα σύνθετο σύστημα φόρτισης δοκιμίων (Wang et al., 2004).

4.2 ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΤΩΝ ΤΑΣΕΩΝ ΕΝΤΟΣ ΒΡΑΖΙΛΙΑΝΟΥ ΔΙΣΚΟΥ

Θεωρώντας ότι η αρχική θραύση ξεκινά από το κέντρο του δίσκου και εκτείνεται κατά μήκος της διαμέτρου φόρτισης, η κατανομή των τάσεων κατά μήκος αυτής της διαμέτρου έχει μεγάλο ενδιαφέρον. Η κάθετη συνιστώσα της τάσης στην διάμετρο φόρτισης Y , σ_θ , και η παράλληλη σ_r , (Σχ. 4.1) δίνονται από τις σχέσεις (Hondros, 1959):

$$\sigma_\theta = + \frac{F}{\pi r_0 t a} \left\{ \frac{\left[1 - \left(\frac{r}{r_0} \right)^2 \right] \sin 2a}{1 - 2 \left(\frac{r}{r_0} \right)^2 \cos 2a + \left(\frac{r}{r_0} \right)^4} - \tan^{-1} \left[\frac{1 + \left(\frac{r}{r_0} \right)^2}{1 - \left(\frac{r}{r_0} \right)^2} \tan a \right] \right\} \quad (4.1a)$$

$$\sigma_r = -\frac{F}{\pi r_0 t a} \left\{ \frac{\left[1 - \left(\frac{r}{r_0} \right)^2 \right] \sin 2a}{1 - 2 \left(\frac{r}{r_0} \right)^2 \cos 2a + \left(\frac{r}{r_0} \right)^4} + \tan^{-1} \left[\frac{1 + \left(\frac{r}{r_0} \right)^2}{1 - \left(\frac{r}{r_0} \right)^2} \tan a \right] \right\} \quad (4.1\beta)$$

όπου σ_θ = η συνιστώσα της τάσης, κάθετη στη διάμετρο φόρτισης

σ_r = η συνιστώσα της τάσης, παράλληλη στη διάμετρο φόρτισης

F = επιβαλλόμενη δύναμη

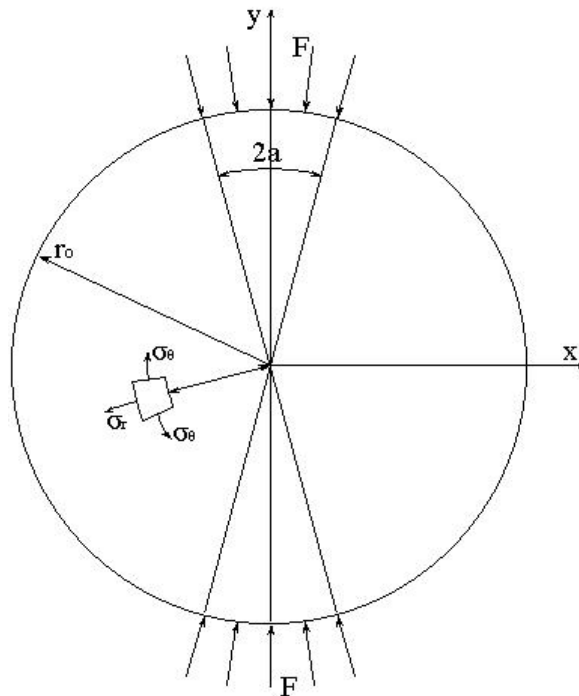
r_0 = ακτίνα δίσκου

t = πάχος δίσκου

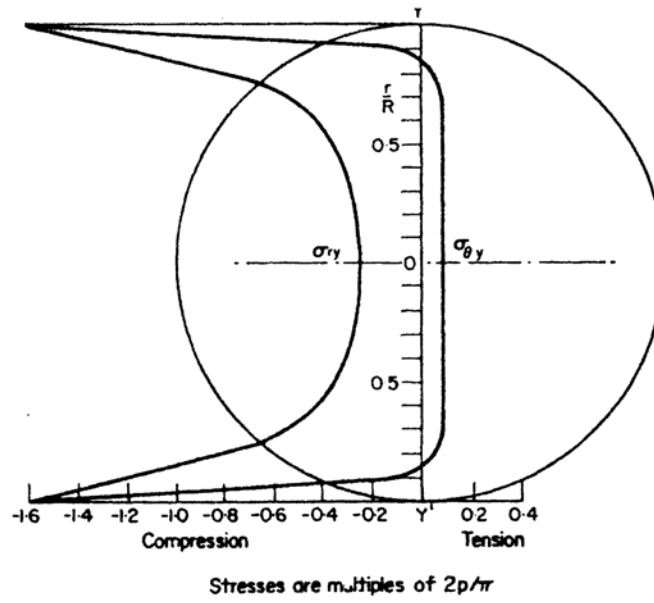
$2a$ = ακτινική απόσταση κατά την οποία θεωρείται ότι η δύναμη F κατανέμεται ακτινικά (συνήθως $\leq 15^\circ$)

r = απόσταση από το κέντρο του δίσκου

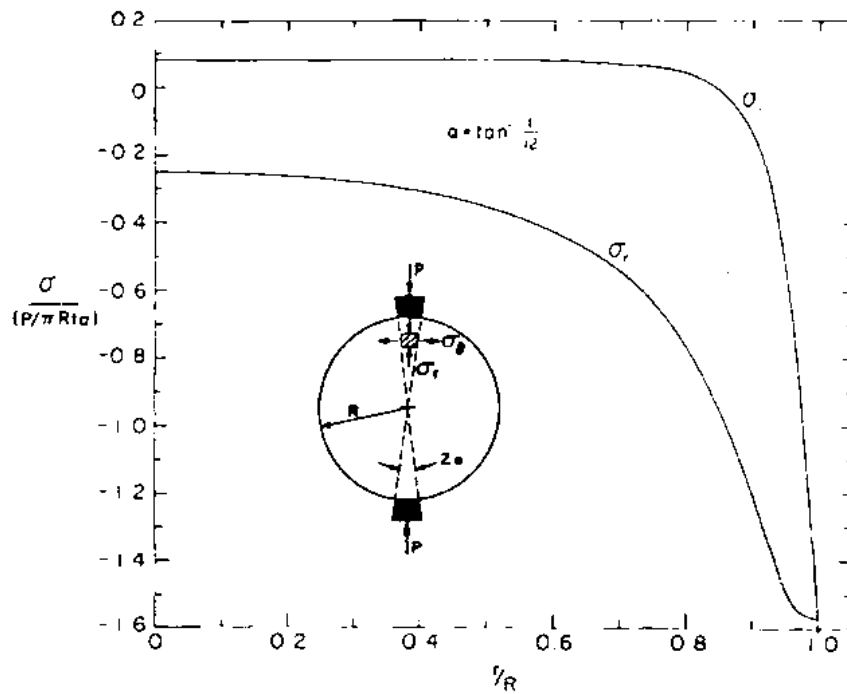
Η εφελκυστική τάση λαμβάνεται θετική (σύμβαση Μηχανικής του Στερεού Σώματος). Η κατανομή των τάσεων κατά μήκος της διαμέτρου φόρτισης δίνεται στα Σχήματα 4.2 και 4.3:



Σχήμα 4.1: Το τασικό πεδίο εντός δίσκου Brazil (Hondros, 1959).



Σχήμα 4.2: Κατανομή των τάσεων στη δοκιμή Brazil κατά Hondros, 1959 (Hudson, 1969).



Σχήμα 4.3: Κατανομή των τάσεων κατά μήκος της διαμέτρου φόρτισης. Εφελκυσμός θετικός (Hondros (1959).

Οι σ_θ και σ_r στο κέντρο (Hondros, 1959) είναι:

$$\sigma_\theta = +\frac{F}{\pi r_0 t} \left[\frac{\sin 2a}{a} - 1 \right] \approx +\frac{F}{\pi r_0 t} \quad (4.2\alpha)$$

$$\sigma_r = -\frac{F}{\pi r_0 t} \left[\frac{\sin 2a}{a} + 1 \right] \approx -\frac{3F}{\pi r_0 t} \quad (4.2\beta)$$

Αν η φόρτιση γίνει κατά μήκος τόξου επαφής 15° , το σφάλμα που εισάγεται για το υπολογισμό της σ_θ από την (4.2α) είναι 2%.

Η σχέση:

$$\sigma_\theta = \frac{F}{\pi r_0 t} = \frac{2F}{\pi D t} \quad (4.3)$$

υπολογίζει την εφελκυστική αντοχή (tensile strength) του υλικού στο κέντρο του δίσκου συναρτήσει του φορτίου F .

4.3 ΣΥΝΘΗΚΕΣ ΘΡΑΥΣΗΣ ΔΙΣΚΟΥ

Από τη σχέση (4.3), προκύπτει ότι η τιμή της τάσης στο κέντρο είναι ανεξάρτητη από τον τρόπο φόρτισης (σημειακή φόρτιση ή κατά μήκος τόξου $2a$) και ότι η αστοχία είναι ανεξάρτητη από τις θλιπτικές τάσεις που εμφανίζονται κατά μήκος του άξονα φόρτισης Y και από τις κάθετες τάσεις του επιπέδου XY του δίσκου (Σχ. 4.1). Επίσης, η αστοχία είναι κυρίως εφελκυστική.

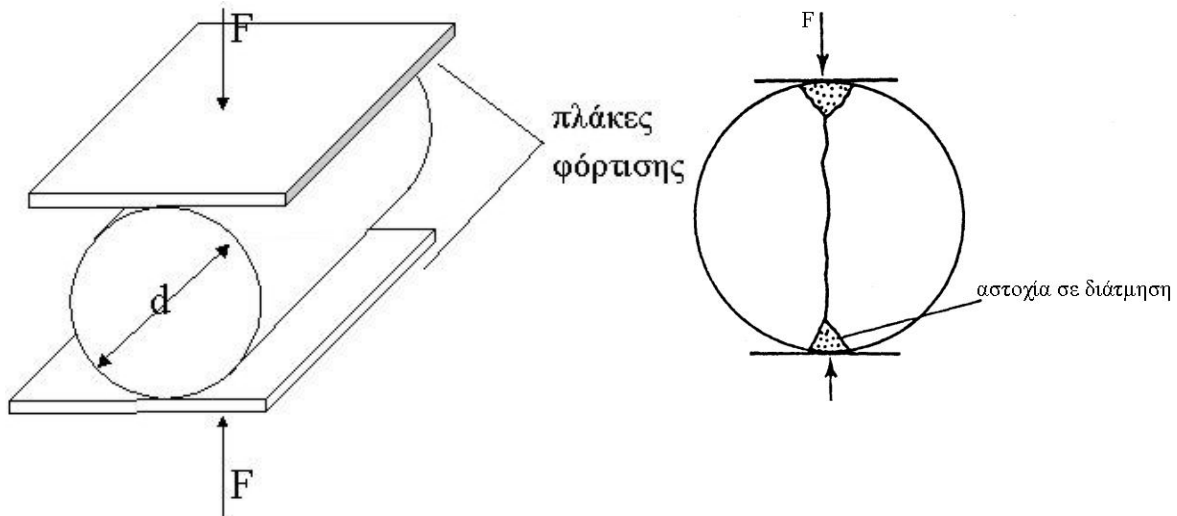
Όμως οι προτεινόμενες λύσεις δεν είχαν την απαιτούμενη εμβάθυνση όσον αφορά την ανάλυση σφάλματος και είναι δύσκολο να πραγματοποιήσει κανείς την απαιτούμενη ομοιόμορφη και ακτινική φόρτιση μέσα από ένα ζεύγος τόξων σε ένα πραγματικό πείραμα.

Για να είναι η δοκιμή Brazil αξιόπιστη, η αστοχία του δίσκου πρέπει να συμπίπτει με μια κάθετη ρωγμή κατά μήκος του άξονα φόρτισης, ξεκινώντας από το κέντρο του δίσκου. Στην πραγματικότητα, βέβαια, οι συνθήκες είναι κάπως διαφορετικές.

Ο Fairhurst (1964) πρώτος, και αργότερα ο Colback (1966), συζήτησε το βασικό θέμα της αξιοπιστίας της δοκιμής Brazil. Οι μελέτες τους έδειξαν ότι η αστοχία

ακολουθεί το κριτήριο Griffith και για μικρές γωνίες επαφής μπορεί να συμβεί μακριά από το κέντρο του δίσκου.

Όταν η φόρτιση είναι σημειακή, αναπτύσσονται μεγάλες διατμητικές τάσεις οι οποίες προκαλούν τοπικά θρυμματισμό, αλλάζοντας έτσι τις συνθήκες φόρτισης. Στην περιοχή της επαφής, αναπτύσσονται σημαντικές εφαπτομενικές τάσεις οι οποίες καθορίζουν την κατανομή των τάσεων τοπικά. Αυτές προκαλούν το σχηματισμό μικρών σφηνών (Σχ. 4.4).



Σχήμα 4.4: Αστοχία δίσκου σε διάτμηση (Hobbs, 1964).

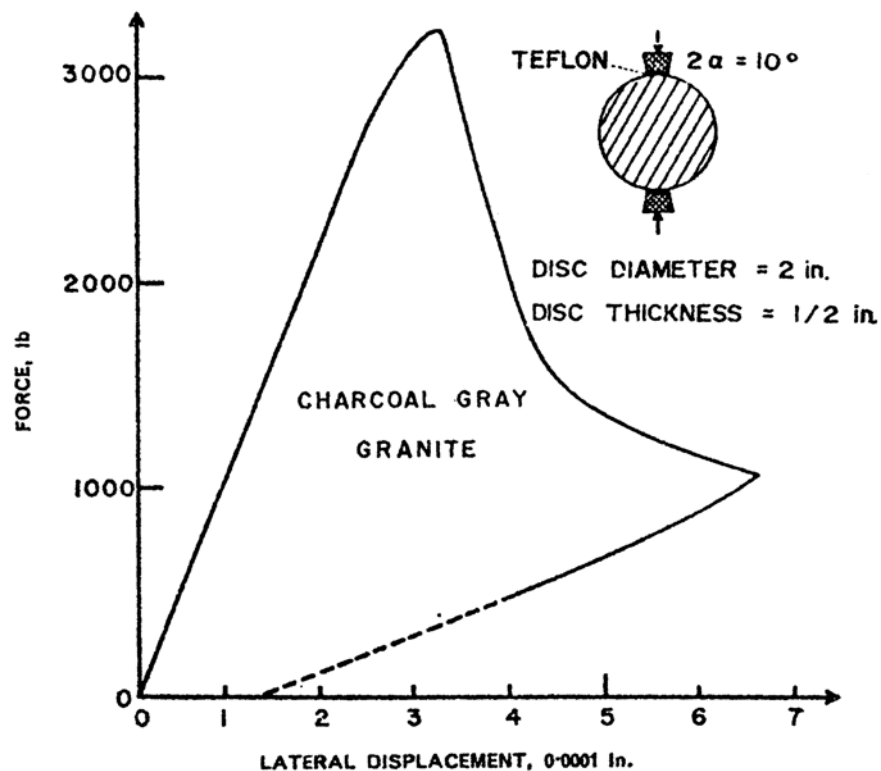
Οι Addinal και Hackett (1965b) βρήκαν πειραματικά ότι η γενέτειρα της ρωγμής, κάτω από συγκεκριμένες συνθήκες φόρτισης, είναι συνάρτηση της επιφάνειας επαφής και τα πειράματά τους έδειξαν ότι η αρχή της ρωγμής δεν είναι στο κέντρο του δίσκου. Για να μεταβάλλουν το τόξο επαφής, χρησιμοποίησαν μαλακά ελαστικά υλικά στη διεπιφάνεια. Το μέγεθος των σφηνών βρέθηκε ότι εξαρτάται από το ελαστικό υλικό.

Οι Mellor και Hawkes (1971) απέδειξαν αρκετά ικανοποιητικά ότι σε μια σωστά πραγματοποιημένη δοκιμή, η ρωγμή δεν ξεκινά από την επαφή με τις πλάκες, καθώς σε πολλούς δίσκους η ρωγμή κατέληγε περίπου στο 1/10 της διαμέτρου από το όριο. Συζήτησαν συγκεκριμένα τις τάσεις επαφής κάτω από τα επιβαλλόμενα φορτία και στη συνέχεια σχεδίασαν ένα σύστημα σιαγόνων με καμπύλες επιφάνειες επαφής για το σκοπό αυτό. Όμως η κατασκευή των σιαγόνων αυτών δεν είναι μία εύκολη υπόθεση και στην πραγματικότητα πρέπει να υπάρχει μία σειρά τέτοιων σιαγόνων ανάλογα με τις διαμέτρους των δοκιμών. Επιπλέον η κατανομή των δυνάμεων επαφής μεταξύ των

σιαγόνων και του δοκιμίου είναι ακόμα υπό αμφισβήτηση. Γενικά, η δοκιμή δίνει ικανοποιητικές μετρήσεις της αντοχής, για υλικά τύπου Griffith.

Οι Barla και Innaurato (1973) παρατήρησαν ότι σε δίσκους γνευσίου ότι αστόχησαν κατά μήκος της διαμέτρου φόρτισης, ενώ δίσκοι σχιστόλιθου, κατά μήκος των επιπέδων ανισοτροπίας, καταλήγοντας ότι η τεχνική είναι κατάλληλη για τον υπολογισμό της εφελκυστικής αντοχής σε πετρώματα με μέτρια ανισοτροπία.

Ο Hudson και οι συνεργάτες του (1972) παρατήρησαν από τα πειράματά τους σε γρανίτη και μάρμαρο, ότι η αστοχία στη δοκιμή Brazil ξεκινούσε πάντα κάτω από τα σημεία φόρτισης εάν κανείς χρησιμοποιούσε, επίπεδες χαλύβδινες πλάκες, το οποίο βέβαια στην πραγματικότητα αντίκρουε τη χρήση της δοκιμής αυτής για τον υπολογισμό της αντοχής σε εφελκυσμό. Οι δοκιμές τους έγιναν σε υδραυλική μηχανή με ελεγχόμενη μετατόπιση, ώστε η αστοχία να είναι ελεγχόμενη και τα δοκίμια (μάρμαρο, γρανίτης) να μην καταστραφούν όπως συνέβη με άλλες συμβατικές μηχανές επιβολής φορτίου. Οι καμπύλη φορτίου – εγκάρσιων μετατοπίσεων για το γρανίτη δείχνουν μία τέλεια ελεγχόμενη δοκιμή χωρίς βίαια αστοχία (Σχ. 4.5).



Σχήμα 4.5: Διάγραμμα φορτίου – εγκάρσιας μετατόπισης δοκιμής Brazil σε γρανίτη (Hudson et al., 1972).

Δευτερογενείς ρωγμές δεν εμφανίστηκαν, πιθανότατα επειδή η αστοχία εξελίχθηκε αργά και η μετάβαση από τον αρχικά ακέραιο δίσκο στα δύο μισά του έγινε σταδιακά.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

ΑΝΤΙΔΙΑΜΕΤΡΙΚΗ ΦΟΡΤΙΣΗ ΔΑΚΤΥΛΙΟΥ

5.1 ΓΕΝΙΚΑ

Πολλοί ερευνητές έχουν μελετήσει την αντιδιαμετρική φόρτιση δακτυλίου (ring test) και κυρίως την αξιοπιστία της μεθόδου. Λύση για την κατανομή των τάσεων σε δακτύλιο φορτιζόμενο αντιδιαμετρικά με σημειακή φόρτιση, δόθηκε από τον Timoshenko (1910), ο οποίος συνδύασε τις λύσεις για δίσκο και δακτυλιοειδή κύλινδρο, (Timoshenko και Goodier, 1970). Η πρώτη ανάλυση αποκλειστικά για την έμμεση μέθοδο εφελκυσμού (ring test) σε δακτυλίους ψαθυρών υλικών, έγινε από τους Ripperger και Davis (1947).

Ακριβής λύση για την κατανομή των τάσεων γύρω από την οπή σε δακτύλιο μπορεί να δοθεί από τον συνδυασμό της λύσης του Kirsch για κατανομή των τάσεων γύρω από κυλινδρικό άνοιγμα σε επίπεδη πλάκα, που υφίσταται την επίδραση ενός ομοιόμορφου δισδιάστατου εντατικού πεδίου, με την ήδη γνωστή λύση για αντιδιαμετρικά φορτιζόμενο δίσκο (Κεφάλαιο 4).

Όμως η δοκιμή του δακτυλίου, παρουσιάζει διαφορετικές τιμές της εφελκυστικής αντοχής για διαφορετικές διαμέτρους της οπής (λόγος εσωτερικής προς εξωτερική οπή q) και δεν είναι σαφές ποια από τις τιμές είναι η αντιπροσωπευτική για την εφελκυστική αντοχή του υλικού. Ο Hobbs (1964, 1965) διαπίστωσε ότι υπάρχει σχέση μεταξύ εφελκυστικής και θλιπτικής αντοχής του πετρώματος, και εισήγαγε σχέση για τον υπολογισμό της μέγιστης εφελκυστικής και θλιπτικής τάσης, όταν ο λόγος q της εσωτερικής προς την εξωτερική ακτίνα του δακτυλίου είναι μικρός. Ο ίδιος μελέτησε την επιρροή της εκκεντρότητας της οπής και του προσανατολισμού των επιπέδων ανισοτροπίας του πετρώματος ως προς την εφελκυστική αντοχή, και την αξιοπιστία της μεθόδου συγκριτικά με τις άλλες μεθόδους προσδιορισμού της εφελκυστικής αντοχής.

Αυτή η τεχνική σύμφωνα με τον Hobbs έχει τα εξής πλεονεκτήματα:

- Είναι δοκιμή κυρίως για εφελκυσμό.
- Τα δοκίμια μπορούν να προετοιμαστούν από τους ίδιους πυρήνες με τα δοκίμια των δοκιμών θλίψης.
- Η ίδια μηχανή επιβολής φορτίου μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τις δοκιμές εφελκυσμού και θλίψης.
- Η εφελκυστική αντοχή μπορεί να υπολογιστεί για διάφορους προσανατολισμούς των επιπέδων ανισοτροπίας των πετρωμάτων.
- Η αστοχία συμβαίνει μακριά από τα σημεία φόρτισης

5.2 ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΤΩΝ ΤΑΣΕΩΝ

Οι *τάσεις* κατά μήκος της διαμέτρου φόρτισης σε δίσκο, πάχους t και ακτίνας r_0 είναι:

- μια εφελκυστική τάση, P_s , κάθετη στο επίπεδο της διαμέτρου φόρτισης

$$P_s = \frac{F}{\pi r_0 t} \quad (5.1)$$

και

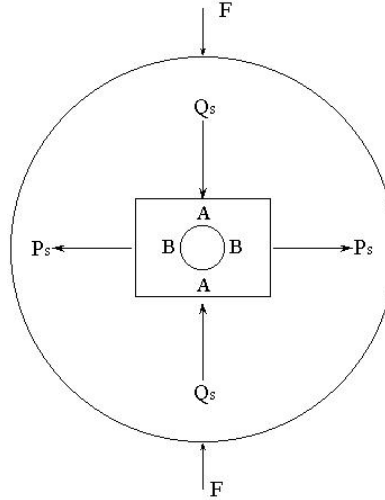
- μια θλιπτική τάση, Q_s , κατά μήκος της διαμέτρου φόρτισης

$$Q_s = \frac{F}{\pi r_0 t} \left\{ \frac{r_0}{r_0 - 2r} + \frac{r_0}{r_0 + 2r} - 1 \right\} \quad (5.2)$$

όπου r είναι η απόσταση κατά μήκος της διαμέτρου φόρτισης από το κέντρο, και F είναι το εφαρμοζόμενο φορτίο. Για μικρές τιμές του r , το Q_s είναι σχεδόν σταθερό, δηλαδή

$$Q_s = \frac{3F}{\pi r_0 t} \quad (5.3)$$

Αν ο δίσκος αποκτήσει μια μικρή οπή στο κέντρο, τότε, σύμφωνα με την αρχή του St. Venant, οι τάσεις θα διαφέρουν μόνο στα σημεία γύρω από την οπή, σε σχέση με τις τάσεις στον αρχικό δίσκο. Θεωρώντας ότι η οπή βρίσκεται σε πλάκα (λύση του Kirsch) που υπόκειται στις τάσεις P_s και Q_s (Σχ. 5.1), τότε οι τάσεις P_s και Q_s δίνονται από τις σχέσεις (5.1) και (5.2), αντίστοιχα.



Σχήμα 5.1: Η εφελκυστική τάση, P_s , και η θλιπτική τάση, Q_s , σύμφωνα με τη θεωρία του Kirsch (Hobbs, 1964).

Ο Kirsch έδειξε ότι η τάση P_s προκαλεί την εμφάνιση εφελκυστικής τάσης ίση με $3P_s$ στο σημείο A και θλιπτική τάση ίση με P_s στο B , ενώ ότι η τάση Q_s δημιουργεί εφελκυστική τάση ίση με Q_s στο A και θλιπτική τάση $3Q_s$ στο B .

Συνδυάζοντας τα παραπάνω, η εφελκυστική τάση σ_T , στο A είναι:

$$\sigma_T = Q_s + 3P_s = \frac{6F}{\pi r_0 t} \quad (5.4)$$

και η θλιπτική τάση C_0 , στο B είναι:

$$C_0 = 3Q_s + P_s = \frac{10F}{\pi r_0 t} \quad (5.5)$$

Παρατηρείται ότι η μέγιστη εφελκυστική τάση σ_T σε δακτύλιο είναι τουλάχιστον έξι φορές μεγαλύτερη από τη μέγιστη εφελκυστική τάση σε δίσκο Brazil, ο οποίος φορτίζεται αντιδιαμετρικά με το ίδιο φορτίο. Ακόμα, ο λόγος της μέγιστης διατμητικής τάσης (στο σημείο επαφής με τις πλάκες φόρτισης) προς τη μέγιστη εφελκυστική τάση σε δίσκο με μικρή οπή είναι περίπου το 1/6 του αντίστοιχου λόγου στο δίσκο Brazil.

Ακριβέστερες λύσεις για τις μέγιστες τάσεις είναι (για $0 > q > 0,1$):

$$\sigma_T = -\frac{F(6+38q^2)}{\pi r_0 t} \quad (5.6)$$

$$C_0 = -\frac{F(10+10q^2)}{\pi r_0 t} \quad (5.7)$$

όπου q είναι ο λόγος εσωτερική προς εξωτερική ακτίνα του δίσκου (Hobbs, 1964).

Την μεταβολή της εφελκυστικής αντοχής συναρτήση του λόγου q παρουσίασαν οι Jaeger and Hoskins (1966) στην περίπτωση όπου το εξωτερικό φορτίο κατανέμεται κατά μήκος τόξου 15° . Το ενδιαφέρον επικεντρώνεται στην κατανομή της εφελκυστικής τάσης κατά μήκος της διαμέτρου φόρτισης, και ειδικά στα κρίσιμα σημεία όπου η διάμετρος τέμνει την οπή.

Στο Σχήμα 5.2, δίνονται τα αποτελέσματά τους για την κατανομή της κανονικοποιημένης εφελκυστικής τάσης $\frac{\sigma_\theta}{(F / \pi r_0 t)}$ κατά μήκος της διαμέτρου φόρτισης για διαφορετικές τιμές του λόγου q . Η κρίσιμη εφελκυστική τάση στην τομή της διαμέτρου φόρτισης με την οπή, προκύπτει από τη σχέση:

$$\sigma_\theta = K \frac{F}{\pi r_0 t} \quad (5.8)$$

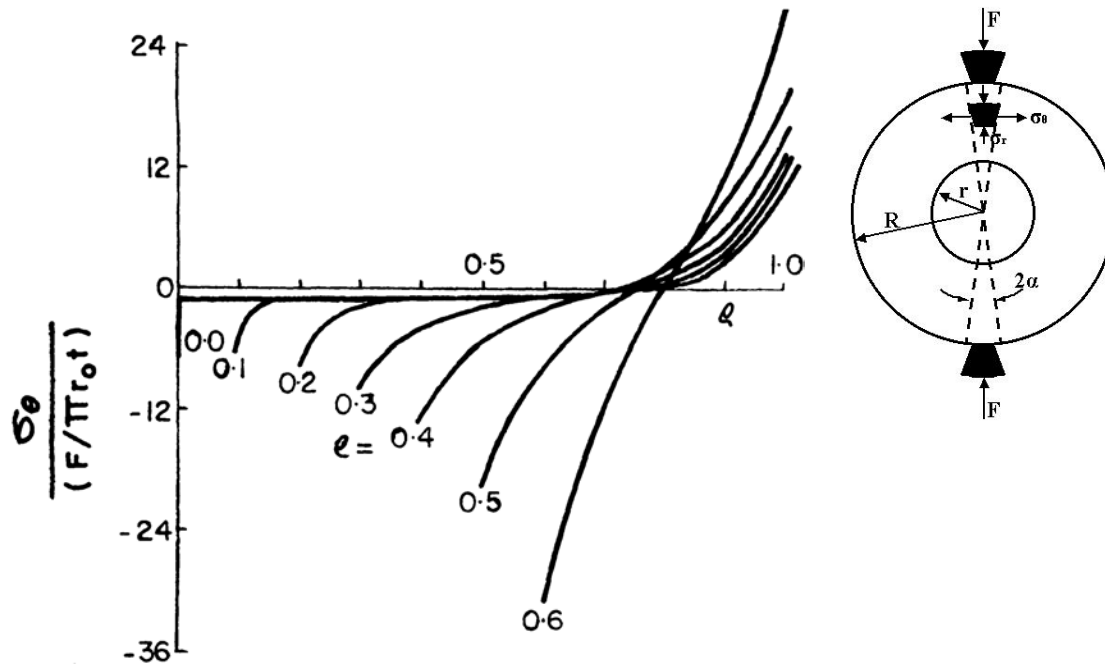
όπου F = επιβαλλόμενο φορτίο

K = συντελεστής (συνάρτηση του q)

r_0 = εξωτερική ακτίνα δακτυλίου

t = πάχος δακτυλίου

Στην στέψη της οπής, σ_r και $\tau_{r\theta}$ είναι μηδέν. Για $K \approx 1$, η (5.8) μπορεί να θεωρηθεί ειδική περίπτωση της (4.2α), η οποία δίνει την σ_θ στο κέντρο του δίσκου Brazil.



Σχήμα 5.2: Κατανομή της κανονικοποιημένης τάσης κατά μήκος της διαμέτρου φόρτισης των δακτυλίων. Η θλίψη λαμβάνεται θετική (σύμφωνα με τους Jaeger και Hoskins, 1966), (Vutukuri, 1974).

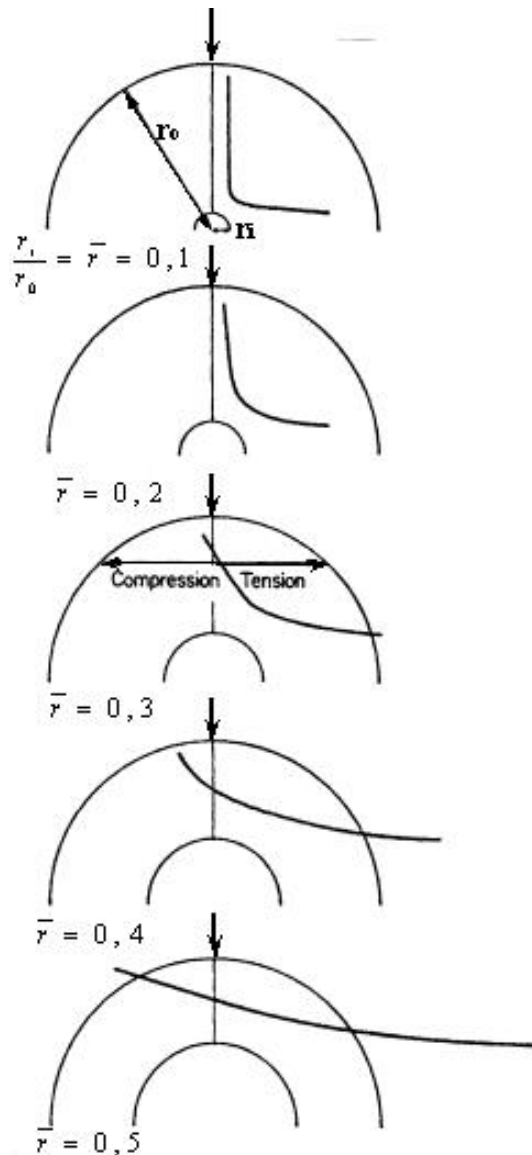
Οι Addinal και Hackett (1964), παρατήρησαν ότι η εφελκυστική αντοχή στη δοκιμή του δακτυλίου αυξάνεται καθώς μειώνεται η διάμετρος της οπής. Συμπέραναν ότι αυτό το φαινόμενο αποτελεί ένδειξη ότι η εφελκυστική αντοχή, είναι μάλλον πειραματική ιδιότητα παρά ιδιότητα του υλικού.

Ο Hudson (1969), σε δοκιμές δακτυλίων γύψου με μικρής διαμέτρου οπές, μελέτησε την αντοχή και ιδιαίτερα την μετάβαση από τη δοκιμή δακτυλίου στη δοκιμή Brazil, καθώς η οπή ελαχιστοποιείται. Η κατανομή των τάσεων φαίνεται στο παρακάτω σχήμα (Σχ. 5.3), (σύμφωνα με το τυπολόγιο που εισήγαγε ο Hondros, 1959):

5.3 ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΣΤΟΧΙΑΣ

Η μείωση στην εφελκυστική αντοχή ενός υλικού οφείλεται στην παρουσία ρωγμών (cracks) στο υλικό. Το γεγονός αυτό δεν ήταν αποδεκτό πριν την μελέτη των Inglis (1913) και Griffith (1921) και ιδιαίτερα ο τελευταίος ήταν ο πρώτος που συνέλαβε την σημασία των προϋπάρχουσων ρωγμών. Ο Inglis παρείχε μια μαθηματική λύση για μια φορτισμένη πλάκα που περιείχε ένα άνοιγμα ελλειπτικού σχήματος και ανέπτυξε σχέσεις

που δίνουν την κατανομή των τάσεων γύρω από αυτό το άνοιγμα. Στη συνέχεια ο Griffith βασιζόμενος στην ανάλυση του Inglis, καθιέρωσε μια σχέση μεταξύ τάσης θραύσεως και μεγέθους της ρωγμής. Η προσέγγιση αυτή είναι γνωστή σαν θεωρία ενεργειακής ισορροπίας του Griffith (Griffith energy balance theory), η οποία αποτελεί την αρχή για την ανάπτυξη της σημερινής σύγχρονης θραυστομηχανικής (Whittaker et al., 1992).



Σχήμα 5.3: Οι οριζόντιες τάσεις κατά μήκος της κάθετης διαμέτρου (Hudson, 1969).

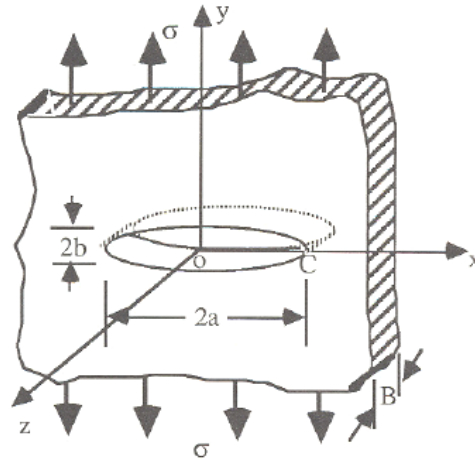
Γενικά η αντοχή σε εφελκυσμό των ψαθυρών υλικών, όπως είναι τα πετρώματα, είναι τουλάχιστον κατά μία τάξη μεγέθους μικρότερη από την αντοχή τους σε μονοαξονική θλίψη. Η παρουσία μικρορωγμών μειώνουν την ενεργό διατομή σε δοκιμές εφελκυσμού, ενώ σε περιπτώσεις θλιπτικών δοκιμών δεν επηρεάζουν σημαντικά. Για τα ψαθυρά υλικά έχουν διατυπωθεί ορισμένες θεωρίες και κριτήρια αστοχίας (failure theories and criteria) από τις οποίες οι κυριότερες είναι οι:

- η θεωρία των Coulomb - Navier ή απλώς θεωρία Coulomb
- η θεωρία του Mohr
- η θεωρία του Griffith
- η θεωρία του Hoek και Brown

5.3.1 ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΤΟΥ GRIFFITH

Η θεωρία αυτή βασίζεται στην υπόθεση του Griffith (1921) ότι η θραύση του υλικού οφείλεται σε συγκέντρωση τάσεων στα άκρα μικροσκοπικών ρωγμών (ρωγμές Griffith), με συνέπεια να προκαλείται επέκταση των ρωγμών αυτών (για συγκεκριμένη τιμή τάσης και αντίστοιχο προσανατολισμό ρωγμής), η οποία οδηγεί στην αστοχία του υλικού. Επομένως, αστοχία επέρχεται, όταν η μέγιστη εφελκυστική τάση στην ρωγμή με τον πλέον επικίνδυνο προσανατολισμό υπερβεί μία κρίσιμη χαρακτηριστική τιμή για το υλικό. Η θεωρία έχει αποδειχτεί σε πειράματα εφελκυστικής αντοχής σε ίνες γυαλιού.

Στο Σχήμα 5.4, διακρίνεται το μοντέλο ανάλυσης του Griffith στο οποίο μια λεπτή πλάκα απείρων διαστάσεων η οποία περιέχει ένα στενό ελλειπτικό άνοιγμα, υπόκειται σε ομοιόμορφη μονοαξονική εφελκυστική τάση σ . Με το μοντέλο αυτό ο Griffith προσπάθησε να προσομοιώσει την εσωτερική ρωγμή στο υλικό και να προβλέψει την αντοχή του σε θραύση.



Σχήμα 5.4: Ελλειπτικό άνοιγμα σε μια απείρων διαστάσεων πλάκα που υπόκειται σε ομοιόμορφο εφελκυσμό (Whittaker et al., 1992)

Το κριτήριο αστοχίας του Griffith (1924) είναι απλό σαν σκέψη και βασίζεται στις εξής παραδοχές (Αγιουτάντης, 2002):

- Τα ψαθυρά υλικά περιέχουν στη δομή τους τυχαία προσανατολισμένες μικροσκοπικές ρωγμές, που στην επίπεδη θεώρηση έχουν σχήμα έλλειψης. Το υλικό κατά τα άλλα θεωρείται ελαστικό και ομογενές.
- Μία ρωγμή είναι δυνατόν να επεκταθεί, όταν οι εφαπτομενικές τάσεις στην επιφάνεια της υπερβούν κάποιο όριο χαρακτηριστικό για το κάθε υλικό.
- Η διεύθυνση θραύσης είναι πάντοτε κάθετη στην επιφάνεια μίας ρωγμής.
- Από ενεργειακή άποψη, μία ρωγμή θα επεκταθεί (δηλαδή θα αυξηθεί το μήκος της), όταν η συνολική δυναμική ενέργεια του συστήματος των εξωτερικών δυνάμεων και του υλικού ελαττώνεται ή παραμένει σταθερή).

Εφελκυστικές τάσεις αναπτύσσονται στο σύνορο τυχαίας ρωγμής όταν ένα υλικό υπόκειται σε θλίψη ή σε εφελκυσμό. Δεδομένου ότι η θλίψη λαμβάνεται θετική και $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$, η αστοχία συμβαίνει όταν:

$$\begin{aligned}
 (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + 8\sigma_t(\sigma_1 + \sigma_3) &= 0 & \text{αν } \sigma_1 + 3\sigma_3 &\geq 0 \\
 \sigma_3 &= \sigma_T & \text{αν } \sigma_1 + 3\sigma_3 &\leq 0
 \end{aligned} \tag{5.9}$$

όπου, σ_1, σ_3 = Η μέγιστη και η ελάχιστη κύρια τάση αντίστοιχα στο άπειρο

σ_t = Η μονοαξονική εφελκυστική αντοχή

Το κριτήριο μπορεί να εκφραστεί εναλλακτικά σε σχέση με τον λόγο των κυρίων τάσεων σ_3/σ_1 και την μονοαξονική εφελκυστική αντοχή ή την μονοαξονική θλιπτική αντοχή (Whittaker et al., 1992):

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_1 = \sigma_3 - 4\sigma_t \left[1 + \sqrt{1 - \frac{\sigma_3}{\sigma_t}} \right] \quad \alpha\nu \quad \sigma_1 + 3\sigma_3 \geq 0 \\ \sigma_3 = \sigma_t \quad \alpha\nu \quad \sigma_1 + 3\sigma_3 < 0 \end{array} \right\} \quad (5.10)$$

ή

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_1 = \sigma_3 + \sigma_c \sqrt{2 \frac{\sigma_3}{\sigma_c} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \sigma_c} \quad \alpha\nu \quad \sigma_1 + 3\sigma_3 \geq 0 \\ \sigma_3 = \sigma_t \quad \alpha\nu \quad \sigma_1 + 3\sigma_3 < 0 \end{array} \right\} \quad (5.11)$$

όπου, σ_c η μονοαξονική θλιπτική αντοχή.

Το κριτήριο τάσης θραύσεως παρουσιάζεται στο Σχήμα 5.5, στο οποίο περιλαμβάνεται και το τροποποιημένο κριτήριο Griffith από τους McClintock και Walsh.

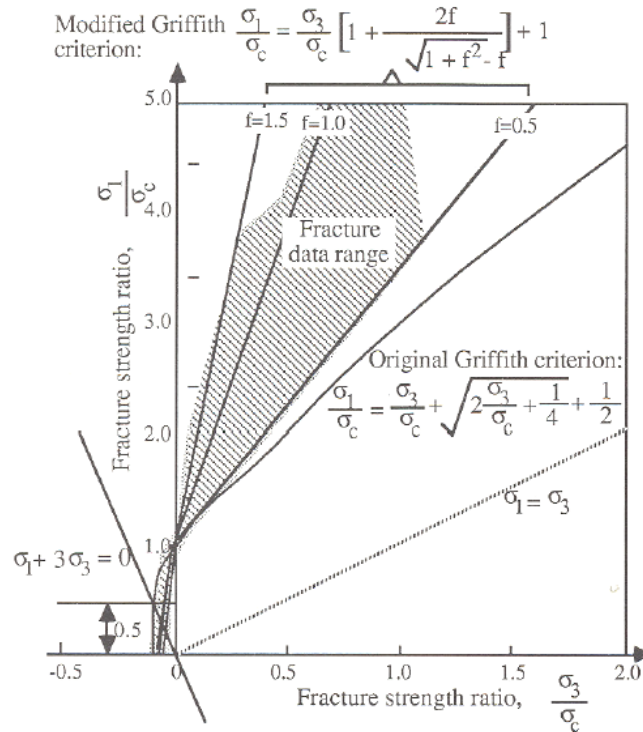
Το κριτήριο Griffith μπορεί να εκφραστεί και από έναν παραβολικό φάκελο Mohr σύμφωνα με την σχέση που ακολουθεί (Whittaker et al., 1992):

$$\tau^2 = 4\sigma_t(\sigma_t - \sigma) \quad (5.12)$$

όπου,

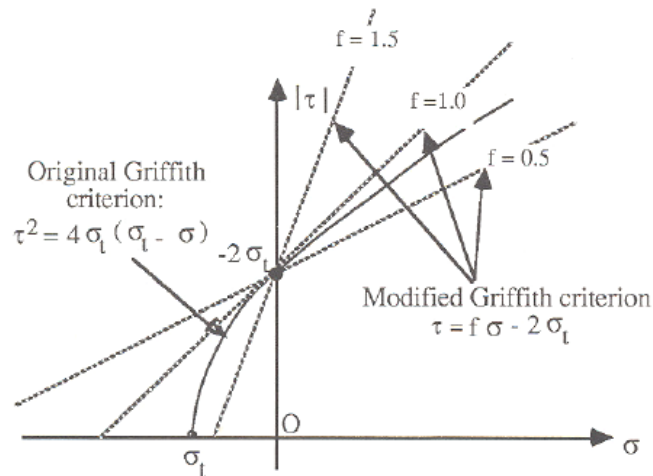
τ = Η διατμητική τάση που δρα κατά μήκος του επιπέδου της επιφάνειας της ρωγμής

σ = Η ορθή τάση που δρα κάθετα στην επιφάνεια της ρωγμής.



Σχήμα 5.5: Το αρχικό και το τροποποιημένο κριτήριο θραύσης Griffith (Whittaker et al., 1992)

Στο Σχήμα 5.6 παρουσιάζεται ο παραβολικός φάκελος Mohr, καθώς και το τροποποιημένο κριτήριο από τον Cook.



Σχήμα 5.6: Το αρχικό και το τροποποιημένο κριτήριο Griffith σε μορφή φακέλου Mohr (Whittaker et al., 1992).

Στην περίπτωση όπου $\sigma_3 = \sigma_2 = 0$ (μονοαξονική δοκιμή σε θλίψη), τότε $\sigma_I = 8\sigma_T$. Θεωρείται ότι η άλλη κύρια τάση σ_2 δεν έχει κανένα ρόλο στην αστοχία.

Ο θεωρητικός λόγος θλιπτικής αντοχής σ_I προς εφελκυστική αντοχή σ_T , όπως προκύπτει από την θεωρία Griffith, είναι 8 (Vutukuri, 1974).

Η επίδραση αυτών των παραγόντων στα αποτελέσματα της δοκιμής Brazil αναλύθηκαν από τον Fairhurst (1964), ο οποίος διεύρυνε το κριτήριο για διάφορους λόγους θλιπτικής/εφελκυστικής αντοχής n που αποκλίνουν από την θεωρητική τιμή 8. Η αστοχία τότε συμβαίνει όταν:

$$\sigma_I = \sigma_T \quad \text{αν} \quad m(m-2)\sigma_1 + \sigma_3 \geq 0$$

ή όταν: (5.13)

$$\frac{(\sigma_1 - \sigma_3)^2}{\sigma_1 + \sigma_3} = -2(m-1)^2 \sigma_T \left[1 + \frac{2\sigma_T}{\sigma_1 + \sigma_3} \left\{ \left(\frac{m-1}{2} \right)^2 - 1 \right\} \right] \quad \text{αν} \quad m(m-2)\sigma_1 + \sigma_3 \leq 0$$

όπου $m = \sqrt{n} + 1$.

Περαιτέρω ανάλυση των προηγούμενων σχέσεων, οδήγησαν τον Fairhurst (1964) στο συμπέρασμα ότι απαιτείται τόξο 20° ή και παραπάνω κατανομής του φορτίου, ώστε η αστοχία να εμφανιστεί στο κέντρο ομογενούς δίσκου. Τόξο περίπου 5° και χαμηλό n οδηγούν σε αστοχία μακριά από το κέντρο ή και σε παραπλανητική τιμή της εφελκυστικής αντοχής.

Σε παρόμοια συμπεράσματα κατέληξαν οι Addinal & Hackett (1964, 1965). Βρήκαν ότι η αστοχία σε κλασσικά υλικά τύπου Griffith ($n=8$) συμβαίνει κοντά στο κέντρο για γωνία τόξου επαφής μεγαλύτερη από 9° .

Στην περίπτωση της αντιδιαμετρικής φόρτισης του δακτυλίου, εκτός αν ο λόγος q είναι πολύ μικρός, η αστοχία παρουσιάζεται στην περιοχή της στέψης της οπής, αφού $|m(m-2)\sigma_1|$ είναι πολύ μεγαλύτερο από $|\sigma_3|$ εκεί. Αν το q είναι μικρό ($q \sim 0,01$), τότε ο δακτύλιος συμπεριφέρεται σαν δίσκος με φυσικούς πόρους ή ασυνέχειες.

5.4 Ο ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ K

Ο συντελεστής K είναι το πηλίκο $\frac{\sigma_{\theta}}{(F/\pi r_0 t)}$, της μέγιστης εφελκυστικής τάσης σ_{θ} που αναπτύσσεται, θεωρητικά, στην στέψη της οπής αντιδιαμετρικά φορτιζόμενου δακτυλίου, προς την τάση που αναπτύσσεται στο κέντρο δίσκου Brazil, για το ίδιο επίπεδο φόρτισης.

Από την εξίσωση (5.8), προκύπτει ότι $K=1$ για λόγο $q=0$ (δοκιμή Brazil), ενώ $K \rightarrow 6$, καθώς ο λόγος $q \rightarrow 0$ (για δακτύλιο με ελάχιστη οπή). Στο κέντρο του δίσκου η αναλογία των κυρίων τάσεων $\frac{\sigma_r}{\sigma_{\theta}}$ είναι -3 (εξισώσεις 4.2α, 4.2β). Με την ύπαρξη οπής σε ένα τέτοιο εντατικό πεδίο, η θλιπτική τάση σ_r , λόγω υπέρθεσης των τάσεων, θα είναι έξι φορές μεγαλύτερη από την εφελκυστική σ_{θ} .

Στη δοκιμή Brazil τέτοιες συγκεντρώσεις τάσεων δημιουργούνται από την ύπαρξη φυσικών πόρων ή ασυνεχειών, και οι οποίες αγνοούνται στον καθορισμό του τασικού πεδίου κατά την αστοχία (Mellor & Hawkes, 1971).

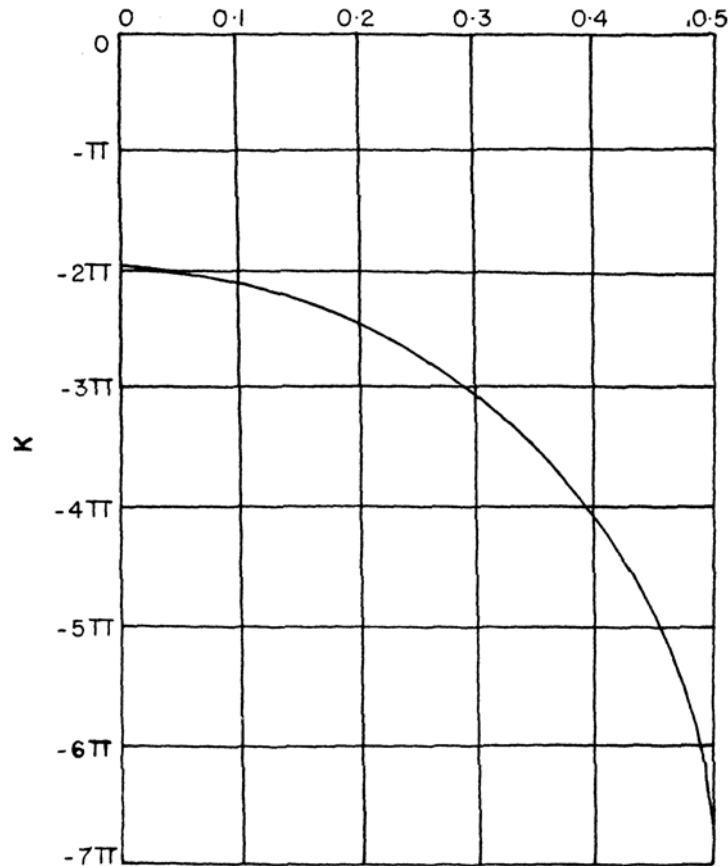
Στο διάγραμμα του Σχήματος 5.7, παρατηρείται ότι $K \rightarrow 6$, καθώς ο λόγος $q \rightarrow 0$. Σε αυτό συμφωνούν και οι Jaeger και Hoskins, 1966.

5.5 ΤΡΟΠΟΣ ΘΡΑΥΣΗΣ

Αν οι δίσκοι Brazil αστοχήσουν κατά μήκος της διαμέτρου φόρτισης για φορτίο F_S και οι δακτύλιοι για φορτίο F_H , τότε οι δακτύλιοι αστοχούν σε εφελκυσμό αν το φορτίο W_S είναι μεγαλύτερο από το φορτίο F_H . Αν τα φορτία F_S και F_H είναι ίσα, η αστοχία οφείλεται είτε σε εφελκυσμό είτε σε διάτμηση κοντά στις πλάκες φόρτισης, καθώς για το ίδιο φορτίο οι διατμητικές τάσεις κοντά στις πλάκες φόρτισης, σύμφωνα με την αρχή του St. Venant, είναι ίσες για όλα τα δοκίμια.

Γενικά, η αστοχία πραγματοποιείται κατά μήκος της διαμέτρου φόρτισης μαζί με την δημιουργία δευτερογενών ρωγμών. Αυτές οι δευτερογενείς ρωγμές ξεκινούν από τα

σημεία φόρτισης, ή κοντά σε αυτά, και διαδίδονται μέχρι την επιφάνεια της οπής (Hobbs, 1965).

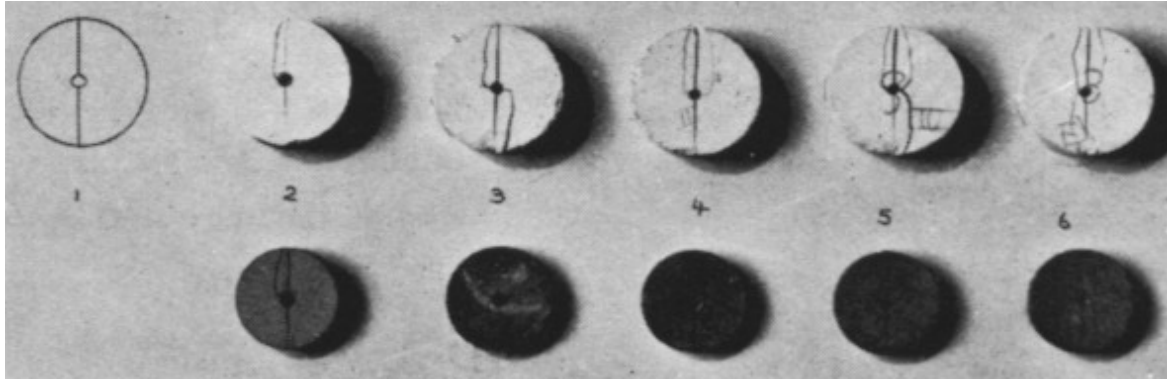


Σχήμα 5.7: Οι τιμές του συντελεστή K συναρτήσει του λόγου q (Hiramatsu και Oka, 1970) (Vutukuri, 1974).

Συνήθως, στη δοκιμή του δακτυλίου, η θραύση εμφανίζεται κατά μήκος της διαμέτρου φόρτισης, και η ρωγμή ξεκινά πάνω ή κοντά στην στέψη της οπής.

Οι Addinal και Hackett (1964α), παρόλ' αυτά, έδειξαν ότι για δίσκους με μικρή διάμετρο οπής ($q = 0,0156$), η ρωγμή άφησε ανέπαφη την οπή. Ανέφεραν επίσης, ότι ο τρόπος θραύσης δίσκων με μικρή τιμή του q ήταν όμοιος με αυτόν σε δίσκους Brazil. Καθώς ο λόγος q αυξάνεται, δευτερογενείς ρωγμές εμφανίζονται κάθετα στα δύο μισά του θραυσμένου δίσκου. Παρόμοια συμπεριφορά θραύσης αναφέρει και ο Hobbs (1965). (Σχ. 5.8). Το πλήθος των δευτερογενών ρωγμών εξαρτάται από την εφελκυστική αντοχή

του υλικού, δηλαδή όσο μεγαλύτερη είναι αυτή, τόσο περισσότερες δευτερογενείς ρωγμές δημιουργούνται.

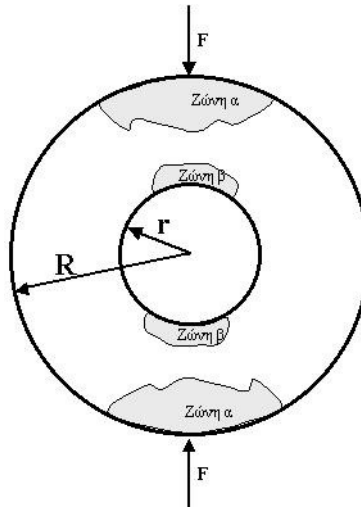


Σχήμα 5.8: Αντιπροσωπευτικοί τύποι θραύσης δακτυλίων (Hobbs 1965).

Οι Hudson, Brown και Rummel (1972) μελέτησαν επίσης την αστοχία δακτυλίων γρανίτη, ασβεστόλιθου και μαρμάρου και παρατήρησαν ότι η αστοχία ξεκινά από τα σημεία επαφής με τις πλάκες, όταν η φόρτιση επιτυγχάνεται μέσω επιπέδων πλακών, ενώ η αστοχία ξεκινά από τη στέψη της οπής όταν το φορτίο είναι κατανεμημένο. Αυτό αποδεικνύει ότι υπάρχουν δύο διαφορετικές εντατικές ζώνες εντός του δοκιμίου (Σχ. 5.9):

- (i) μία σύνθετη ζώνη (α), κάτω από τις πλάκες φόρτισης (transfer zone).
- (ii) μια ζώνη εφελκυσμού (β), περίξ της οπής, κατά μήκος της διαμέτρου φόρτισης (process zone).

Η αστοχία μπορεί τότε να συμβεί στην (α) ή (β) ζώνη, ανάλογα με τις συνθήκες φόρτισης και τη γεωμετρία των δοκιμίων. Όταν υπάρχει ανακούφιση των τάσεων με την ύπαρξη π.χ. μιας μικρής οπής στο κέντρο του δίσκου, η αστοχία ξεκινά από τη ζώνη (α) για σημειακή φόρτιση, ενώ ο δακτύλιος αστοχεί λόγω ανάπτυξης εφελκυστικής τάσης στη ζώνη (β) αν το φορτίο είναι κατανεμημένο.



Σχήμα 5.9: Εντατικές ζώνες εντός δοκιμίου.

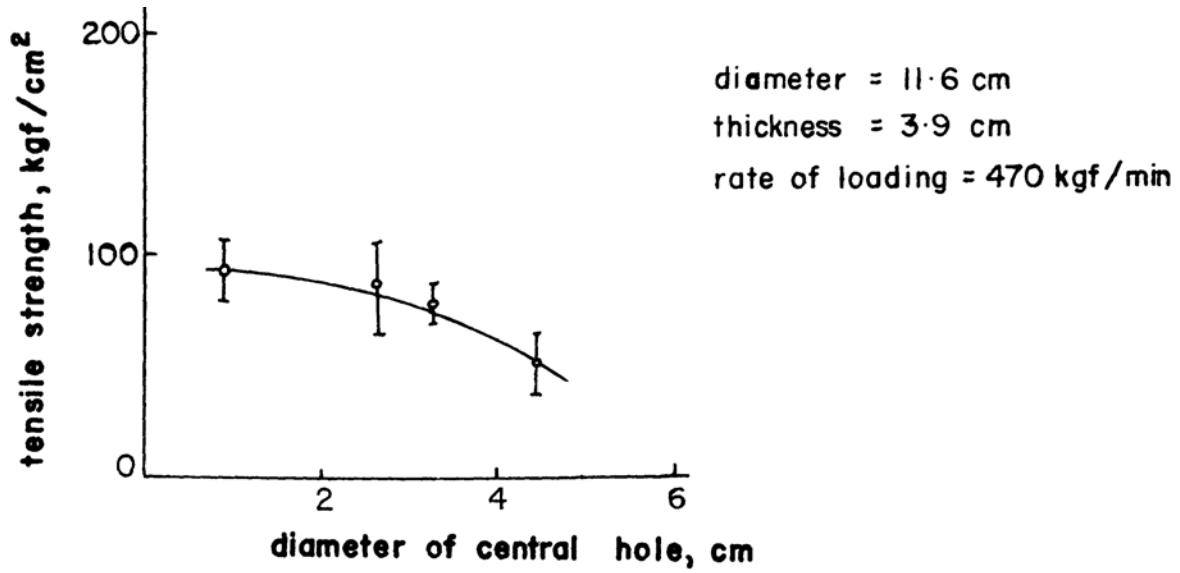
5.6 ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ ΤΩΝ ΔΟΚΙΜΙΩΝ

Αναμφίβολα η γεωμετρία των δοκιμίων επηρεάζει την αντοχή τους. Η εφελκυστική αντοχή μειώνεται με την αύξηση της διαμέτρου της οπής και με την αύξηση στο πάχος του δακτυλίου, ενώ υπάρχει ένα κρίσιμο μέγεθος για το οποίο η αντοχή είναι ανεξάρτητη (Hobbs, 1965, Price και Knill, 1966, Hudson 1969).

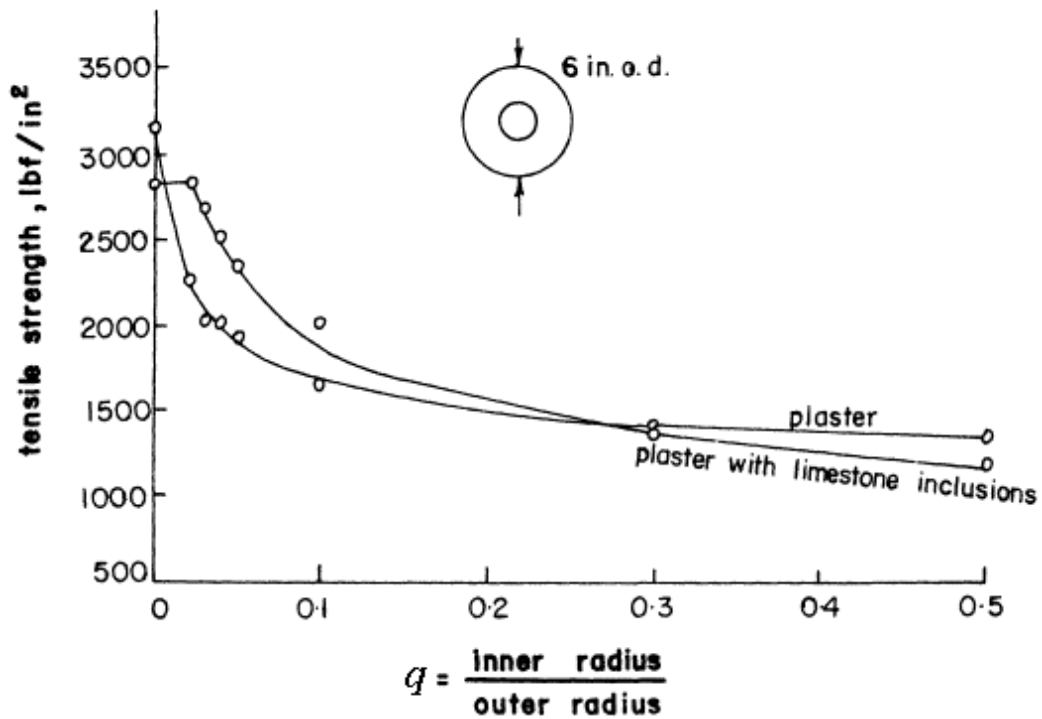
Στα διαγράμματα των σχημάτων 5.10 και 5.11 αποτυπώνονται αυτές οι παρατηρήσεις. Στο πρώτο φαίνεται η μείωση της εφελκυστικής αντοχής συναρτήσει της διαμέτρου οπής (Price και Knill, 1966) και στο δεύτερο συναρτήσει του λόγου q (Hudson 1969).

Το κρίσιμο σημείο όπου η εφελκυστική αντοχή γίνεται σταθερή αντιστοιχεί στο κρίσιμο μέγεθος οπής. Μικρότερα μεγέθη οπής δεν επηρεάζουν πλέον την αστοχία. Αυτό προκύπτει από διλογαριθμικό διάγραμμα αντοχής – λόγου q (Σχ. 5.12), όπου είναι ευκολότερο να δειχθεί το σημείο τομής των καμπυλών. Σύμφωνα με το διάγραμμα, το μέγεθος της οπής μπορεί να χωριστεί σε τρεις κατηγορίες:

- (α) μικρότερο από το κρίσιμο μέγεθος, δεν επηρεάζει την αντοχή και λειτουργεί όπως οι φυσικές ασυνέχειες του υλικού.
- (β) κρίσιμο μέγεθος, που όμως δεν επηρεάζει την αντοχή.
- (γ) μεγαλύτερο του κρίσιμου μεγέθους που επηρεάζουν την αντοχή.



Σχήμα 5.10: Εφελκυστική αντοχή συναρτήσει της γεωμετρίας των δοκιμίων (σύμφωνα με τους Price και Knill, 1966).



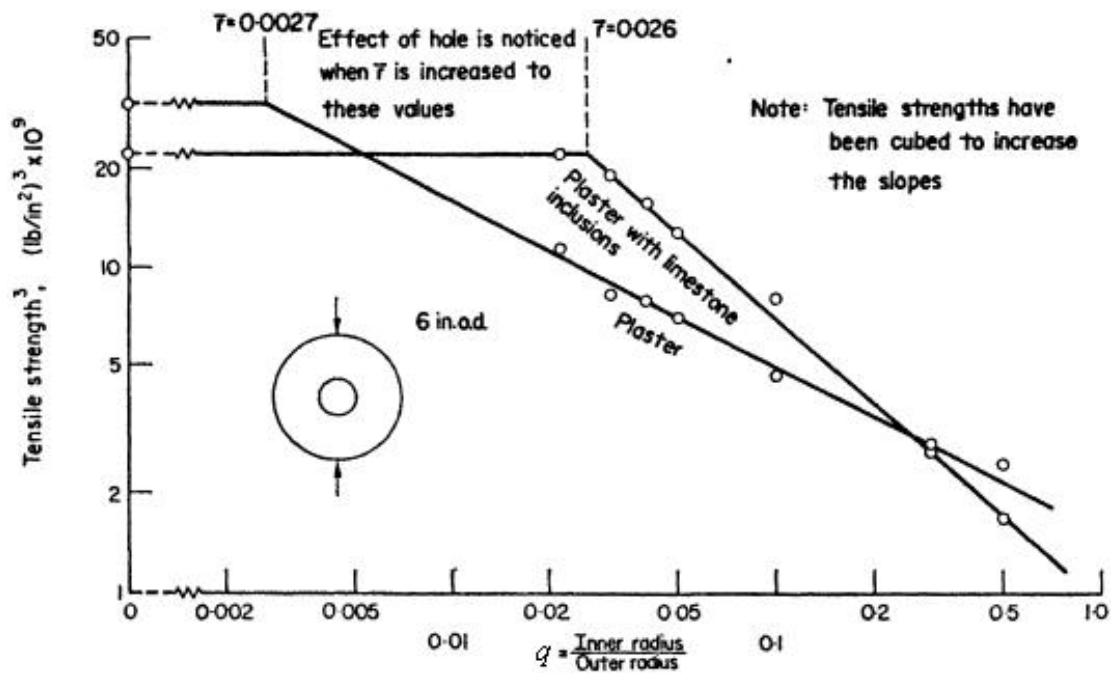
Σχήμα 5.11: Εφελκυστική αντοχή συναρτήσει του λόγου q (σύμφωνα με Hudson 1969).

Η εφελκυστική αντοχή δακτυλίων γύψου (Hudson, 1969) είναι τριπλάσια από την αντίστοιχη των δίσκων Brazil του ίδιου υλικού, όπως αυτή υπολογίστηκε από τη σχέση

$$\sigma_B = \frac{2P}{\pi Dt}$$

Ο λόγος 3:1 υποδηλώνει ότι πρέπει να ληφθεί υπόψη και η θλιπτική τάση. Η

αιτία που στις δοκιμές δακτυλίου και Brazil απομονώνεται και μελετάται μόνο η εφελκυστική τάση είναι ότι σε θραύση κατά Griffith, η συμβολή της θλιπτικής τάσης στην αστοχία είναι αμελητέα. Αυτό φαίνεται στο Σχήμα 4.2 (Κεφάλαιο 4), όπου η εφελκυστική τάση είναι σταθερή κατά μήκος σχεδόν όλης της διαμέτρου φόρτισης. Άρα, το φορτίο θραύσης δεν εξαρτάται από μικρή, αλλά κρίσιμου μεγέθους, οπή πάνω στη διάμετρο φόρτισης, αφού η θλιπτική τάση είναι ασήμαντη. Προκύπτει ότι η εφελκυστική αντοχή είναι ιδιότητα του πειράματος και όχι του υλικού.



Σχήμα 5.12: Καθορισμός του κρίσιμου μεγέθους οπής (Hudson, 1969).

5.7 ΕΚΚΕΝΤΡΟΤΗΤΑ ΟΠΗΣ

Η εκκεντρότητα των οπών επηρεάζει την αντοχή σε εφελκυσμό των δοκιμίων (Hobbs, 1965). Το φορτίο θραύσης αυξάνεται συναρτήσει της εκκεντρότητας, όταν το κέντρο της οπής βρίσκεται κατά μήκος διαμέτρου κάθετης στη διάμετρο φόρτισης, και ελαττώνεται όταν το κέντρο βρίσκεται κατά μήκος της ίδιας της διαμέτρου φόρτισης.

Αν η απόσταση των κέντρων των δύο κύκλων είναι e , η μέγιστη εφελκυστική τάση γύρω από την οπή, όταν τα κέντρα βρίσκονται επί της γραμμής φόρτισης, είναι (θεωρία του Kirsch, 1898):

$$\sigma_T = \frac{F}{\pi r_0 t} \left\{ 2 + \frac{2r_0}{r_0 - e} + \frac{2r_0}{r_0 + e} \right\} \quad (5.14\alpha)$$

Αν τα κέντρα βρίσκονται επί διαμέτρου κάθετης στη διάμετρο φόρτισης, η μέγιστη εφελκυστική τάση είναι:

$$\sigma_T = \frac{F}{\pi r_0 t} \frac{2(3r_0^2 - e^2)(r_0^2 - e^2)}{(r_0^2 + e^2)^2} \quad (5.14\beta)$$

Αν οι κύκλοι δεν είναι έκκεντροι, τότε προκύπτει σφάλμα στον υπολογισμό της εφελκυστικής αντοχής μέχρι 5%.

5.8 ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ ΕΠΑΦΗΣ

Η επαφή μιας οριζόντιας και μιας κυλινδρικής επιφάνειας, όπως συμβαίνει μεταξύ πλακών φόρτισης και δοκιμίου, ορίζεται από ένα σημείο. Η θεώρηση αυτή προϋποθέτει σημειακή φόρτιση στο σύνορο του δοκιμίου, κάτι όμως δύσκολο στην πράξη και ανεπιθύμητο λόγω εμφάνισης υψηλών τάσεων στην διεπιφάνεια. Το εύρος της διεπιφάνειας όταν μια οριζόντια και μια κυλινδρική επιφάνεια συμπίεζονται μπορεί να υπολογιστεί από την θεωρία της ελαστικότητας (Timoshenko & Goodier, 1970):

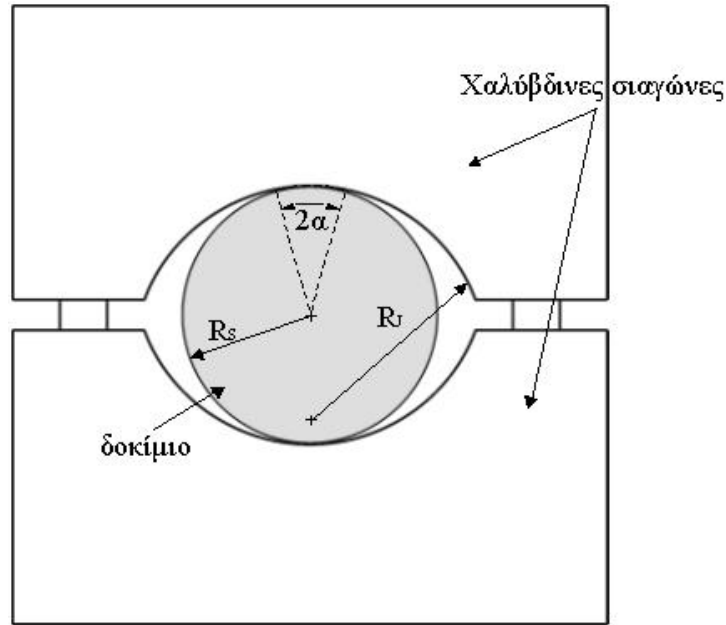
$$2a = 4 \left[\frac{FR}{\pi t} \left(\frac{1 - \nu_p^2}{E_p} + \frac{1 - \nu_s^2}{E_s} \right) \right]^{1/2} \quad (5.15\alpha)$$

ή:

$$\frac{a}{R} = 2 \left[\left(\frac{F}{\pi R t} \right)^{1/2} \left(\frac{1 - \nu_p^2}{E_p} + \frac{1 - \nu_s^2}{E_s} \right) \right]^{1/2} \quad (5.15\beta)$$

όπου $2a$ το εύρος του τόξου επαφής, F το φορτίο, R ακτίνα του δοκιμίου, t το πάχος του δοκιμίου, και οι δείκτες p και s αναφέρονται στις πλάκες φόρτιση και στο δοκίμιο, αντίστοιχα.

Για να ελαχιστοποιηθούν οι ανεπιθύμητες τάσεις στην διεπιφάνεια, η φόρτιση κατανέμεται στην επιφάνεια των δοκιμίων μέσω ζεύγους χαλύβδινων σιαγώνων (Σχ. 5.13).



Σχήμα 5.13: Τυπική διάταξη δοκιμής Brazil.

Η επιφάνεια επαφής αποτελείται από τόξο κύκλου, ακτίνας μεγαλύτερης από του δοκιμίου, περίπου 10° ($2\alpha \approx R/6$) στην αστοχία. Η διάμετρος του απαιτούμενου τόξου επαφής μεταξύ των δυο κυλινδρικών επιφανειών (σιαγώνα – δοκίμιο) προκύπτει από την προηγούμενη σχέση (15α):

$$2a = 4 \left[\frac{P}{\pi t} \cdot \frac{R_s R_J}{R_s + R_J} \left(\frac{1 - \nu_s^2}{E_s} + \frac{1 - \nu_J^2}{E_J} \right) \right]^{1/2} \quad (5.16)$$

όπου R_s η ακτίνα του δοκιμίου και R_J της σιαγώνας (Mellor & Hawkes, 1971).

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6

ΤΟ ΜΑΡΜΑΡΟ ΔΙΟΝΥΣΟΥ

6.3 ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΜΑΡΜΑΡΟΥ ΔΙΟΝΥΣΟΥ

Το υπό εξέταση μάρμαρο Διονύσου εξορύσσεται τόσο με υπόγεια όσο και με υπαίθρια εκμετάλλευση σε λατομείο που βρίσκεται σε απόσταση περίπου 30 km βόρεια από το κέντρο της Αθήνας. Οι μηχανικές και φυσικές του ιδιότητες, χάρις στη δομή του, τα χαρακτηριστικά των κρυστάλλων του ασβεστίτη και του συνδετικού υλικού, την απουσία ελαττωμάτων στη δομή του και την καθαρότητά του, είναι υψηλές και το καθιστούν ποιοτικά ως το καλύτερο μάρμαρο της χώρας και από τα καλύτερα του κόσμου.

Χρησιμοποιείται σήμερα εκτεταμένα για την αποκατάσταση του Παρθενώνα, εφόσον επιδεικνύει συγκρίσιμη συμπεριφορά με το Πεντελικό μάρμαρο, το οποίο είχε χρησιμοποιηθεί από τους αρχαίους Αθηναίους για την κατασκευή του μνημείου του Παρθενώνα (Σχ. 6.1).



Σχήμα 6.1: Αντικατάσταση ακατάλληλων τεμαχίων μαρμάρου με μάρμαρο Διονύσου στο ναό του Παρθενώνα.

Άλλες σημαντικές χρήσεις του είναι η κατασκευή γλυπτών αντικειμένων, η κοπή των ογκομαρμάρων σε άριστης ποιότητας πλάκες και πλακίδια διαφόρων διαστάσεων, στην τοιχοποιία, σε επιστρώσεις δαπέδων και ως διακοσμητικός λίθος. Επίσης, παραπροϊόντα από την εξόρυξή του, όπως λατύπη και πέτρα, οδηγούνται σε σπαστηροτριβείο όπου μετατρέπονται σε μαρμαρόσκονη (-2mm) και πούδρα ανθρακικού ασβεστίου, κύρια συστατικά στα ασβεστοκονιάματα και άλλα οικοδομικά υλικά.

6.1.1 ΦΥΣΙΚΕΣ ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ

Το Διονυσιακό μάρμαρο αποτελείται από 98% ασβεστίτη, 0,5% μοσχοβίτη, 0,3% σερίκίτη, 0,2% χαλαζία και 0,1% χλωρίτη. Έχει πυκνότητα 2717 kg/m^3 , φαινομένη πυκνότητα 2717 kg/m^3 και συντελεστή απορρόφησης κατά βάρος περίπου 0,11%. Ο συντελεστής θερμικής διαστολής είναι περίπου $9 \times 10^{-6}/^\circ\text{C}$ μεταξύ 15°C και 100°C . Το πορώδες είναι ιδιαίτερα χαμηλό και κυμαίνεται μεταξύ 0,3% στην παρθενική του κατάσταση και 0,7% μετά την επίδραση διαφόρων φυσικών ή και τεχνητών διαβρωτικών παραγόντων. Το μέγεθος των κόκκων είναι της τάξεως των $0,43 \times 10^{-3} \text{ m}$, οι κρύσταλλοι του έχουν πολυγωνικό σχήμα με διαστάσεις μεταξύ $900 \mu\text{m} \times 650 \mu\text{m}$ και $950 \mu\text{m} \times 874 \mu\text{m}$ και είναι σχεδόν ομοιόμορφοι όσον αφορά τις διαστάσεις τους.

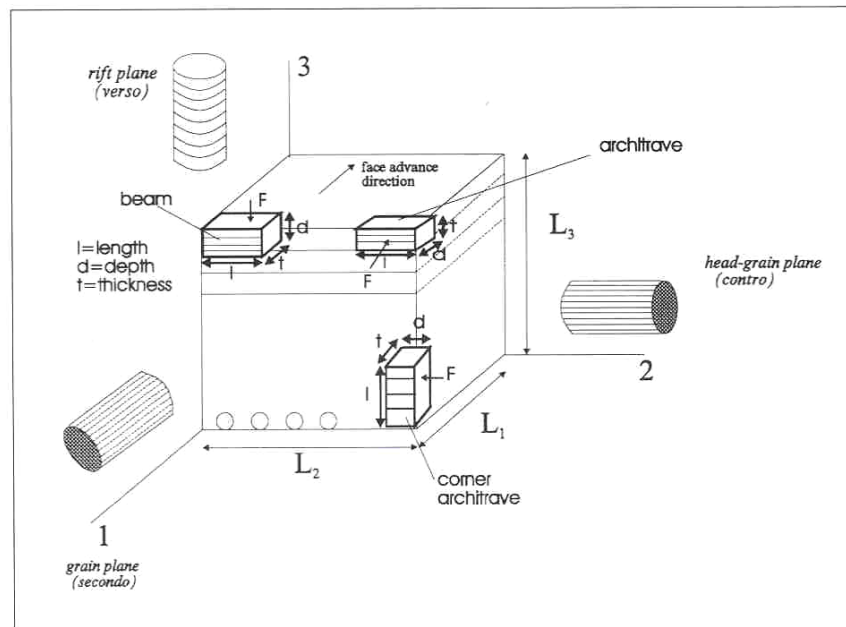
Το χρώμα του Διονυσιακού μαρμάρου είναι λευκό με λίγες σταχτόχρωμες φλέβες κατά τη διεύθυνση της σχιστότητας του υλικού. Λόγω της παρουσίας μικρών ποσοτήτων μοσχοβίτη και χλωρίτη εντοπίζονται τοπικά ασημόχρωμες περιοχές (Βαρδουλάκης κ.α., 2002).

6.1.2 ΜΗΧΑΝΙΚΕΣ ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ

Οι τιμές της εφελκυστικής αντοχής κυμαίνονται μεταξύ 2,4 MPa και 19,4 MPa, ενώ το μέτρο ελαστικότητας μεταξύ 23 GPa και 90 GPa. Η διασπορά αυτή, οφείλεται κυρίως στις διαφορετικές συνθήκες υπό τις οποίες εκτελούνται τα πειράματα, αλλά και

στην ανισοτροπία η οποία χαρακτηρίζει τη μηχανική συμπεριφορά του Διονυσιακού μαρμάρου. Υπάρχουν τρεις διευθύνσεις ανισοτροπίας, μία κάθετη στις υλικές στρώσεις (rift plane ή verso ή Π-plane) και δύο εντός του επιπέδου των στρώσεων (grain plane ή secondo ή M-plane και head-grain plane ή contro ή k-plane), (Σχ. 6.2), (Βαρδουλάκης κ.α., 2002).

Μια σειρά πειραμάτων άμεσου εφελκυσμού, έδειξε ότι οι μηχανικές ιδιότητες κατά τις δύο διευθύνσεις ανισοτροπίας (αυτές κατά τα επίπεδα grain και head grain στο Σχήμα 6.2) είναι παραπλήσιες. Στον Πίνακα 6.1, καταγράφονται οι τιμές του μέτρου ελαστικότητας E , του λόγου Poisson ν και της εφελκυστικής αντοχής σ_f για κάθε διεύθυνση. Το Διονυσιακό μάρμαρο μπορεί να θεωρείται ως εγκαρσίως ισότροπο υλικό με έναν άξονα ελαστικής συμμετρίας απείρου τάξεως (τον κάθετο στις στρώσεις), (Βαρδουλάκης κ.α., 2002).



Σχήμα 6.2: Η ανισοτροπία του Διονυσιακού μαρμάρου και η σχετική διεθνής ορολογία για τα δοκίμια (Βαρδουλάκης κ.α., 2002)

Πίνακας 6.1: Οι μηχανικές ιδιότητες του μαρμάρου Διονύσου (Βαρδουλάκης κ.α., 2002)

	E (GPa)	ν	σ_f (MPa)
Ισχυρή διεύθυνση (1)	84,5	0,26	10,8
Ενδιάμεση διεύθυνση (2)	79,5	0,26	9,5
Ασθενής διεύθυνση (3)	50,0	0,11	5,3

6.3 ΤΟ ΔΙΟΝΥΣΙΑΚΟ ΜΑΡΜΑΡΟ ΥΠΟ ΑΜΕΣΟ ΕΦΕΛΚΥΣΜΟ

Το πείραμα του μονοαξονικού εφελκυσμού παρέχει σημαντικές πληροφορίες για την καταστατική συμπεριφορά του υλικού και την τιμή των ελαστικών σταθερών. Μια σειρά πειραμάτων άμεσου εφελκυσμού έδωσε την εξής παραβολική εξίσωση για την εφελκυστική τάση σ_t :

$$\begin{aligned}\sigma_t &= 85,000\varepsilon_t(1-1880\varepsilon_t) & 0 \leq \varepsilon_t \leq \varepsilon_m \\ \sigma_m &= 11 \text{ MPa} & \varepsilon_m = 225 \times 10^{-6}\end{aligned}\quad (6.1)$$

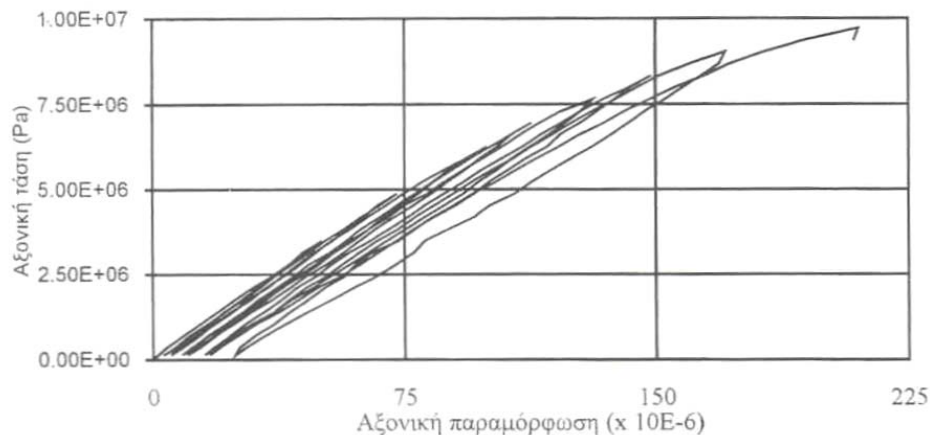
όπου σ_m , ε_m είναι η εφελκυστική τάση και ανηγμένη παραμόρφωση, αντίστοιχα, κατά την αστοχία (Exadaktylos et al., 2001).

Οι ανηγμένες παραμορφώσεις στα δοκίμια μετρήθηκαν με τη χρήση τεσσάρων ζευγών ηλεκτρικών μηκυνσιομέτρων (strain gauges) τύπου ορθογωνικής ροζέτας, τα οποία τοποθετήθηκαν στη κεντρική διατομή του δοκιμίου στα άκρα δύο καθέτων μεταξύ τους διαμέτρων (Βαρδουλάκης κ.α., 2002).

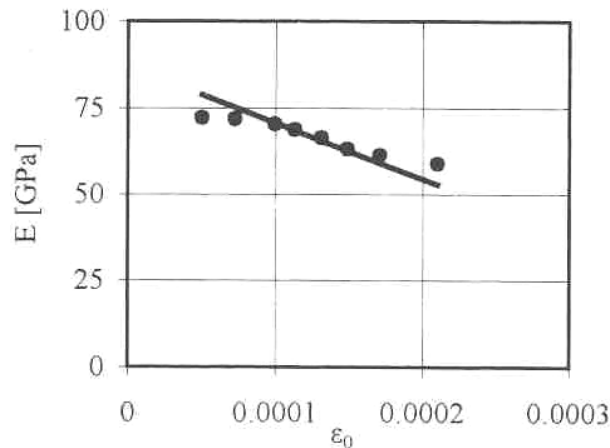
Το πρώτο σημαντικό συμπέρασμα για την καταστατική συμπεριφορά του μαρμάρου Διονύσου φαίνεται στο διάγραμμα αξονικών τάσεων-αξονικών παραμορφώσεων του Σχήματος 6.3, στο οποίο παρουσιάζονται τα δεδομένα μιας σειράς οκτώ κύκλων φόρτισης-αποφόρτισης. Το υλικό παρουσιάζει μη γραμμική συμπεριφορά, ακόμα και από τα αρχικά στάδια φόρτισης. Το ίδιο συμπέρασμα προέκυψε και για το λόγο της εγκάρσιας συστολής σε συνάρτηση για την διαμήκη επιμήκυνση (λόγος Poisson). Σημαντικό είναι επίσης και το συμπέρασμα, ότι πέραν της μη γραμμικότητας, το υλικό παρουσιάζει σημαντικές παραμένουσες παραμορφώσεις, που πλησιάζουν το

10×10^{-6} στον τέταρτο κύκλο φόρτισης-αποφόρτισης, ενώ στον όγδοο προσεγγίζουν το 25×10^{-6} . Δηλαδή το μάρμαρο αυτό εμφανίζεται ως ένα σχετικά όλκιμο υλικό, η συμπεριφορά του οποίου προσεγγίζει (φαινομενικά) την αντίστοιχη του αλουμινίου (Βαρδουλάκης κ.α., 2002).

Τέλος, ενδιαφέρον παρουσιάζει και η μεταβολή του μέτρου ελαστικότητας E , συναρτήσει του επιπέδου των επιβαλλόμενων αξονικών παραμορφώσεων, ε . Όπως φαίνεται από το Σχήμα 6.4, στο οποίο παρουσιάζονται οι τιμές του E συναρτήσει της παραμόρφωσης ε , η αρχική τιμή των περίπου 80 GPa μειώνεται κάτω από τα 60 GPa ελάχιστα πριν την αστοχία. Η σχετική συνάρτηση $E=E(\varepsilon)$ εμφανίζεται ελαφρώς «σιγμοειδής», όμως μπορεί σε πρώτη προσέγγιση να θεωρηθεί γραμμική. Προκύπτει λοιπόν το συμπέρασμα, ότι για την σωστή περιγραφή της καταστατικής συμπεριφοράς του Διονυσιακού μαρμάρου πρέπει να ληφθεί υπόψη και η μηχανική φθορά (mechanical damage) (Βαρδουλάκης κ.α., 2002).



Σχήμα 6.3: Διάγραμμα τάσεων-παραμορφώσεων του Διονυσιακού μαρμάρου υπό μονοαξονικό εφελκυσμό (Βαρδουλάκης κ.α., 2002).



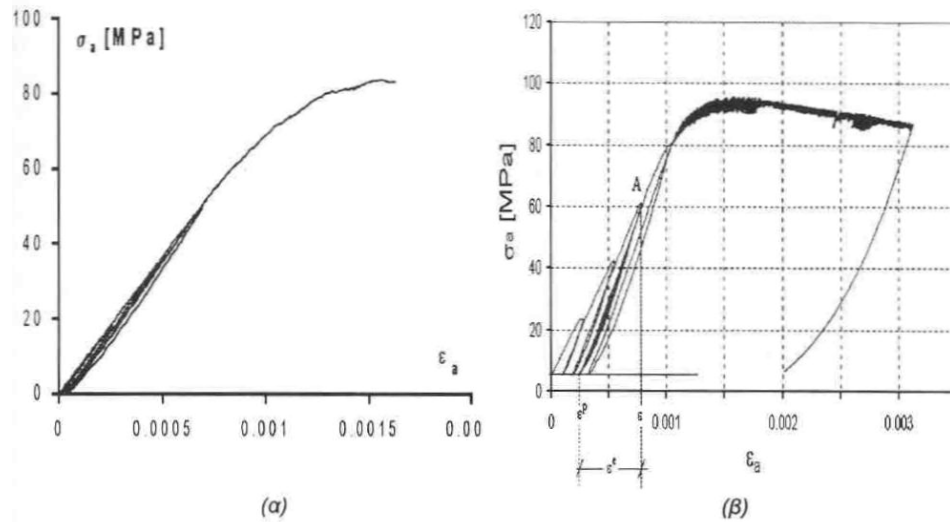
Σχήμα 6.4.: Φθορά του μέτρου ελαστικότητας του μαρμάρου Διονύσου συναρτήσει της αξονικής παραμόρφωσης (Βαρδουλάκης κ.α., 2002).

6.3 ΤΟ ΔΙΟΝΥΣΙΑΚΟ ΜΑΡΜΑΡΟ ΥΠΟ ΜΟΝΟΑΞΟΝΙΚΗ ΚΑΙ ΤΡΙΑΞΟΝΙΚΗ ΘΛΙΨΗ

Στο Σχήμα 6.5, παρουσιάζονται μαζί η αξονική τάση συναρτήσει της αξονικής παραμόρφωσης, όπως προκύπτει από δοκιμή μονοαξονικής θλίψης, και τα ίδια μεγέθη για την τριαξονική δοκιμή υπό πλευρική πίεση $p=5$ MPa. Από αυτά τα δύο γραφήματα προκύπτει διαφορά μεταξύ της εφελκυστικής και της θλιπτικής αντοχής του μαρμάρου, με λόγο αντοχών σε θλίψη και εφελκυσμό ίσο περίπου με 10. Και στο πείραμα θλίψης παρουσιάζεται μη γραμμική συμπεριφορά, για τιμές όμως παραμορφώσεων σημαντικά μεγαλύτερες από τις αντίστοιχες του εφελκυσμού, ενώ καταγράφονται και σημαντικές παραμένουσες παραμορφώσεις κατά την περίπτωση αποφορτίσεως. Είναι επίσης σαφής η αύξηση της ολκιμότητας λόγω της επίδρασης της πλευρικής πίεσης, καθώς και η ύπαρξη φθίνοντος κλάδου, στον οποίο η μηχανική φθορά του υλικού είναι έντονη, όπως προκύπτει και από την καμπύλη αποφορτίσεως στην οποία το μέτρο ελαστικότητας εμφανίζεται κατά 40% μειωμένο σε σχέση με το αρχικό (Βαρδουλάκης κ.α., 2002).

Στο Σχήμα 6.6 παρουσιάζεται το πλήρες διάγραμμα τάσεων-παραμορφώσεων του μαρμάρου Διονύσου. Είναι εμφανής η τεράστια διαφορά στις απόλυτες τιμές των τάσεων

και των παραμορφώσεων. Επίσης, ενώ στην περιοχή εφελκυσμού η καταστατική σχέση είναι εξαρχής μη γραμμική, στην περιοχή της θλίψης είναι απόλυτα γραμμική. Το γεγονός αυτό πρέπει να λαμβάνεται υπόψη όταν μελετώνται καταπονήσεις στις οποίες συνυπάρχουν εφελκυσμός και θλίψη όπως η κάμψη (Βαρδουλάκης κ.α., 2002).



Σχήμα 6.5: Διάγραμμα τάσεων-παραμορφώσεων υπό α) μονοαξονική και β) τριαξονική θλίψη (Βαρδουλάκης κ.α., 2002).

Σε άλλη σειρά πειραμάτων μονοαξονικής θλίψης προέκυψε η εξής παραβολική εξίσωση για την θλιπτική τάση σ_c :

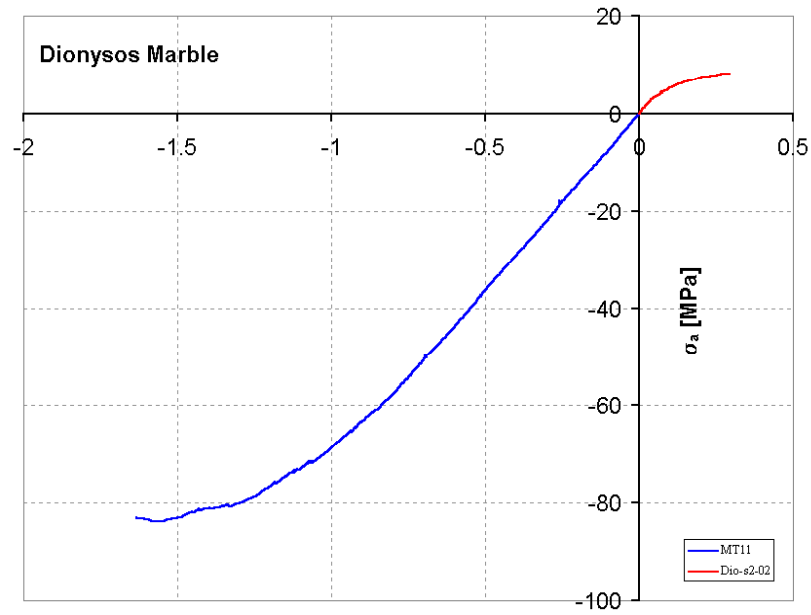
$$\begin{aligned}\sigma_c &= 73,679\varepsilon_c(1 + 464\varepsilon_c - 426,214\varepsilon_c^2) & 0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu} \\ \sigma_{cu} &= 85,2 \text{ MPa} & \varepsilon_{cu} = 1,4 \times 10^{-3}\end{aligned}\quad (6.2)$$

όπου σ_{cu} , ε_{cu} είναι η θλιπτική τάση και παραμόρφωση, αντίστοιχα, κατά την αστοχία.

Από 6.1 και 6.2, προκύπτει η σχέση θλιπτικής και εφελκυστικής τάσης:

$$\frac{\sigma_{cu}}{\sigma_{tu}} = 7,74 \quad (6.3)$$

η οποία βρίσκεται σε συμφωνία με τη θεωρία του Griffith που δίνει αντίστοιχο λόγο ίσο με 8 (Exadaktylos et al., 2001).



Σχήμα 6.6: Το πλήρες διάγραμμα τάσεων-παραμορφώσεων (Βαρδουλάκης κ.α., 2002).

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΑΚΑ ΠΕΙΡΑΜΑΤΑ ΑΝΤΙΔΙΑΜΕΤΡΙΚΗΣ ΘΛΙΨΗΣ ΔΑΚΤΥΛΙΩΝ ΜΑΡΜΑΡΟΥ

Το κεφάλαιο αυτό περιγράφει τις εργαστηριακές δοκιμές που πραγματοποιήθηκαν στα εργαστήρια Μηχανικής Πετρωμάτων του Τμήματος Μηχανικών Ορυκτών Πόρων, τον εξοπλισμό που απαιτήθηκε, τον τρόπο παρασκευής των δοκιμίων, τη διαδικασία που προτείνεται, τους αναγκαίους υπολογισμούς και τέλος, τα αποτελέσματα.

7.1 ΣΚΟΠΟΣ ΤΗΣ ΔΟΚΙΜΗΣ

Αντικείμενο του πειράματος του δακτυλιοειδούς δίσκου, είναι η μέτρηση της εφελκυστικής τάσης των κατάλληλα διαμορφωμένων δοκιμίων μαρμάρου και των τροπών στην τομή του συνόρου της οπής με τη διάμετρο φόρτισης. Το πείραμα αυτό βασίζεται στο γεγονός ότι τα περισσότερα πετρώματα σε εντατική κατάσταση διαξονικής επίπεδης τάσης, αστοχούν σε εφελκυσμό στην μονοαξονική εφελκυστική αντοχή τους, όταν η μία κύρια τάση είναι εφελκυστική και η άλλη κυρία τάση είναι θλιπτική και η απόλυτη τιμή της δεν ξεπερνά τρεις φορές την κύρια εφελκυστική τάση (Κακλής, 2003).

7.2 ΠΡΟΔΙΑΓΡΑΦΕΣ ΤΗΣ ΔΟΚΙΜΗΣ ΑΝΤΙΔΙΑΜΕΤΡΙΚΗΣ ΘΛΙΨΗΣ ΔΑΚΤΥΛΙΟΥ ΜΑΡΜΑΡΟΥ

Η Διεθνής Ένωση για τη Μηχανική των Πετρωμάτων (ISRM) έχει προτείνει μια σειρά διαδικασιών πειραματικής μεθοδολογίας για τον προσδιορισμό διαφόρων φυσικών ιδιοτήτων στα πετρώματα, όπως είναι η αντοχή σε μοναξονική θλίψη, το μέτρο ελαστικότητας, η αντοχή σε εφελκυσμό, κλπ. Ο διαδικασίες αυτές πρέπει να

εφαρμόζονται, όπου είναι δυνατόν, ώστε οι μετρήσεις να είναι τυποποιημένες και τα αποτελέσματα να είναι συγκρίσιμα μ' αυτά που αναφέρονται στη βιβλιογραφία (Αγιουτάντης, 2002).

7.2.1 ΠΡΟΕΤΟΙΜΑΣΙΑ ΤΩΝ ΔΟΚΙΜΙΩΝ

Οι προδιαγραφές αναφέρουν ότι:

1. Η διάμετρος των δοκιμίων πρέπει να είναι μεγαλύτερη ή ίση με NX (δηλαδή περίπου 54 mm) και το πλάτος τους περίπου ίσο με την ακτίνα τους (27 mm).
2. Τα δοκίμια πρέπει να προετοιμασθούν χρησιμοποιώντας μόνον καθαρό νερό (στα κοπτικά και λειαντικά εργαλεία). Οι κυλινδρικές επιφάνειες πρέπει να είναι λείες με ανοχή 0,025 mm. Τα άκρα του κυλίνδρου πρέπει να είναι επίπεδα με ανοχή 0,25 mm και παράλληλα με ανοχή 0,25 mm.

Για την κατασκευή των δοκιμίων στο εργαστήριο προτείνονται τα εξής στάδια (Αγιουτάντης, 2002):

1. Διάτρηση του ακανόνιστου δείγματος και λήψη πυρήνων υλικού, συμφωνά με τις αντίστοιχες προδιαγραφές. Γι' αυτό το σκοπό, το δείγμα στερεώνεται σε κατάλληλη βάση διάτρησης (drill press).
2. Κοπή των άκρων των κυλίνδρων (πυρήνων) σε κατάλληλο δισκοπρίονο με αδαμαντοτροχό (diamond saw).
3. Λείανση των βάσεων των κυλίνδρων σε κατάλληλο λειαντικό μηχάνημα (grinding machine).
4. Μέτρηση των διαστάσεων των δοκιμίων με τις ανοχές που προβλέπει η σχετική διαδικασία.

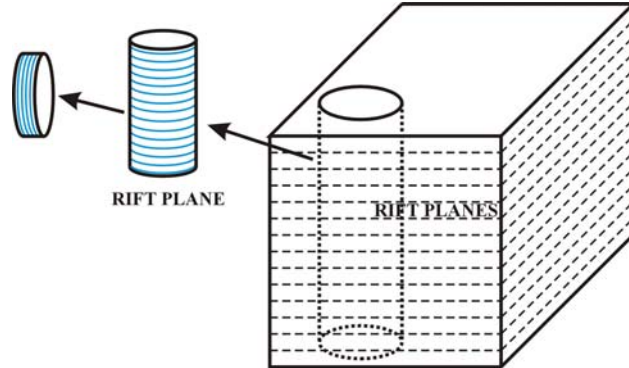
Τα δοκίμια που χρησιμοποιήθηκαν για το σκοπό αυτής της εργασίας, προέκυψαν από κύβους μαρμάρου με προσανατολισμένες τις πλευρές τους, της εταιρείας Μάρμαρα Διονύσου ΑΕΒΕ.

Σε κάθε κύβο έγινε πυρηνοληψία (Σχ. 7.3α) σε επιλεγμένο προσανατολισμό, με σκοπό να προκύψει κύλινδρος διαμέτρου NX, δηλαδή 54 mm, και με τη γενέτειρα κάθετη στη σχιστότητα, δηλαδή στο επίπεδο ισοτροπίας (Σχ. 7.1 και 7.2).

Στη συνέχεια οι κύλινδροι οδηγήθηκαν στον αδαμαντοφόρο δίσκο κοπής (Σχ. 7.3β), ώστε να προκύψουν κυκλικοί δίσκοι μαρμάρου με επιθυμητό πάχος περίπου ίσο με την ακτίνας τους (27mm).



Σχήμα 7.1: Κυλινδρικά δοκίμια μαρμάρου.



Σχήμα 7.2: Προσανατολισμός δοκιμίων μαρμάρου.

Τέλος, οι δίσκοι οδηγήθηκαν στο μηχάνημα λείανσης (Σχ. 7.3γ), όπου λειάνθηκαν οι βάσεις του δίσκου, ώστε να είναι όσο το δυνατόν παράλληλες και να επιτευχθεί η τελική μορφή του δοκιμίου, όπου ο λόγος πάχους/διαμέτρου (t/D) είναι 1:2.



α)



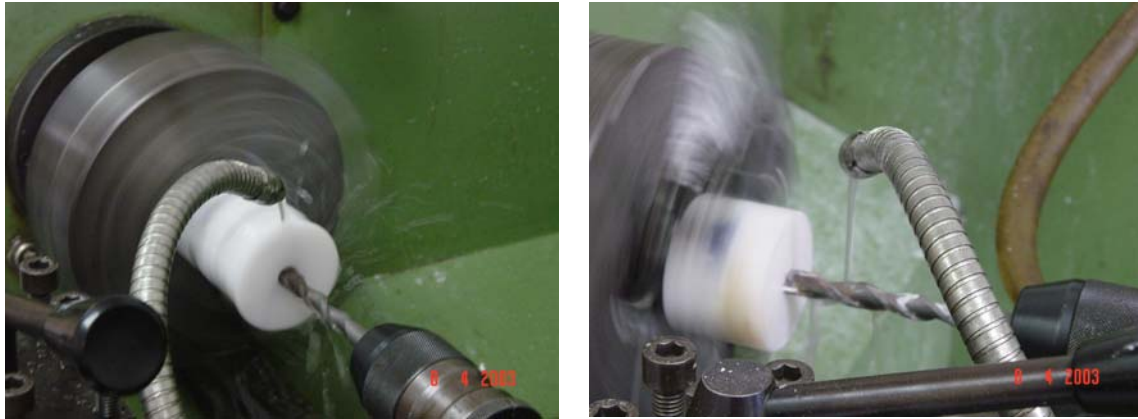
β)



γ)

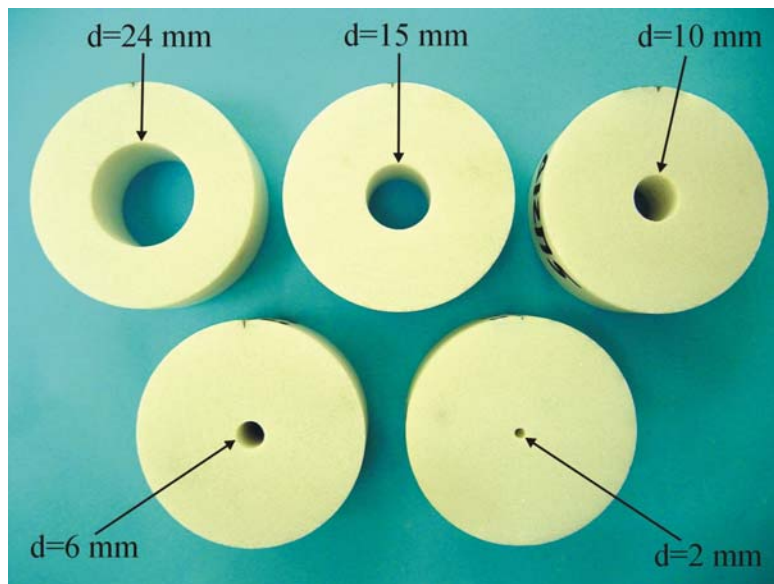
Σχήμα 7.3: α) Εργαστηριακός πυρηνολήπτης δοκιμίων, β) Εργαστηριακός δίσκος κοπής δοκιμίων, γ) Εργαστηριακός λειαντής δοκιμίων.

Στη συνέχεια, διανοίχτηκαν οπές στο κέντρο του δοκιμίου, όσο το δυνατόν λιγότερο εκκεντρα, διαμέτρου 24 mm, 15 mm, 10 mm, 6 mm και 2 mm, αντίστοιχα. Εκτός από την τελευταία διάμετρο των 2 mm, όλες οι άλλες διανοίχτηκαν σε τόρνο (Σχ. 7.4). Η μικρότερη διάμετρο πραγματοποιήθηκε με ηλεκτρικό τρυπάνι (τύπου Black & Decker). Ακολούθησε καταγραφή της μέσης τιμής της κάθε διάστασης του δοκιμίου, δηλαδή του πάχους t και της εξωτερικής διαμέτρου D και της εσωτερικής διαμέτρου d .



Σχήμα 7.4: Διαδικασία δημιουργίας των οπών στον τόρνο.

Οι θεωρητικοί λόγοι q ήταν 0,444, 0,278, 0,185, 0,111 και 0,037, αντίστοιχα. Μια σειρά από δοκίμια διαφόρων λόγων q , φαίνεται στο Σχήμα 7.5.



Σχήμα 7.5: Σειρά δοκιμίων με εξωτερική διάμετρο $D = 54$ mm και διάφορες εσωτερικές διαμέτρους.

Συνολικά δημιουργήθηκαν 31 δοκίμια. Οι διαστάσεις τους αναφέρονται στον Πίνακα 7.1.

Πίνακας 7.1: Διαστάσεις δακτυλίων μαρμάρου.

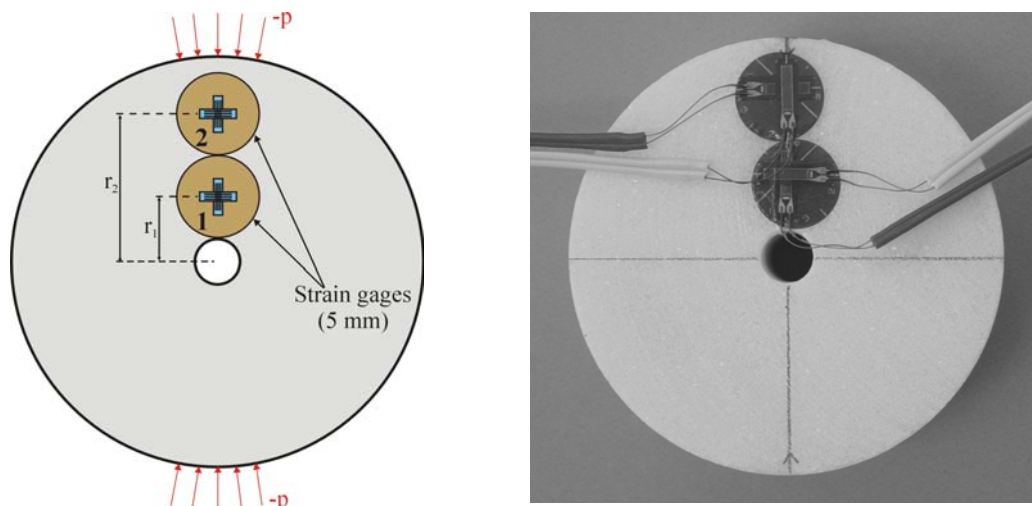
Δοκίμιο	Εσωτερική διάμετρος d (mm)	Εξωτερική διάμετρος D (mm)	Πάχος t (mm)	Λόγος q
D9P14H02	2.15	53.95	27.90	0.040
D5P41H02	2.15	53.85	26.40	0.040
D5P42H02	2.15	53.90	27.35	0.040
D9P21H02	2.15	53.90	26.65	0.040
D5P51H02	2.15	53.85	26.95	0.040
D11P1H02	2.15	53.90	26.85	0.040
D11P5H02	2.15	53.90	26.53	0.040
D12P2H02	2.15	53.92	26.28	0.040
D9P11H06	6.20	53.90	27.00	0.115
D5P12H06	6.23	53.80	27.00	0.116
D5P11H06	6.38	53.80	27.40	0.119
D9P22H06	6.12	54.00	27.40	0.113
D5P52H06	6.32	53.85	27.45	0.117
D11P2H06	6.36	53.90	26.26	0.118
D9P12H10	10.60	53.90	27.20	0.197
D5P22H10	10.40	53.90	27.40	0.193
D5P21H10	10.45	53.85	27.30	0.194
D9P23H10	10.50	53.95	26.35	0.195
D5P61H10	10.60	53.90	26.80	0.197
D5P32H15	15.35	53.85	27.00	0.285
D5P31H15	15.30	53.90	27.20	0.284
D9P13H15	15.60	53.95	27.00	0.289
D9P24H15	15.33	54.00	27.50	0.284
D5P62H15	15.45	53.85	26.95	0.287
D11P4H15	15.38	53.80	27.00	0.286
D9P15H24	24.27	53.97	27.20	0.450
D11P9H24	24.38	53.87	27.42	0.453
D11P10H24	24.37	53.90	27.38	0.452
D12P4H24	24.37	53.88	27.18	0.452
D12P1H24	24.28	53.92	26.95	0.450
D11P11H24	24.40	53.92	26.32	0.453

7.2.2 ΗΛΕΚΤΡΙΚΑ ΜΗΚΥΝΣΙΟΜΕΤΡΑ

Επειδή η άμεση μέτρηση της τάσης είναι πολύ δύσκολη, αντί αυτής μπορεί να μετρηθεί η τροπή, που εμφανίζεται ως αποτέλεσμα της, και με τη χρήση των σχέσεων τάσεων – τροπών που εφαρμόζονται ανάλογα με την κάθε περίπτωση να προσδιοριστεί η τάση. Αυτό επιτυγχάνεται με τη βοήθεια των μηχανοσυστοιχιών. Τα μηχανοσυστοιχία είναι αισθητήρες ικανοί να ανιχνεύσουν πολύ μικρές μεταβολές μηχανικών ιδιοτήτων, μετατρέποντας αυτές σε ηλεκτρικά σήματα (Κακλής, 2003).

Εφόσον τα δοκίμια ήταν κατάλληλα προετοιμασμένα βάση των γεωμετρικών προδιαγραφών, στη συνέχεια προσαρμόζονται σε αυτά ηλεκτρικά μηχανοσυστοιχία (strain gages) πάνω από την οπή στο κέντρο του δοκιμίου, τα οποία έχουν σαν στόχο να μετρήσουν την τροπή του δοκιμίου (κατακόρυφη και οριζόντια).

Χρησιμοποιήθηκαν δύο μηχανοσυστοιχία των 5 mm σε διεύθυνση παράλληλη και κάθετη στον άξονα φόρτισης του δοκιμίου, όπου μετρήθηκαν οι τροπές ε_{xx} και ε_{yy} στο δοκίμιο D11P6H06 με διάμετρο οπής 6mm, για το οποίο έγινε και αριθμητική προσομοίωση. Το ένα κολλήθηκε σε απόσταση $r_1 = 8.5mm$ από το κέντρο του δοκιμίου και το δεύτερο σε απόσταση $r_2 = 19.5mm$, αντίστοιχα (Σχήμα 7.6).



Σχήμα 7.6: Τοποθέτηση ηλεκτρικών μηχανοσυστοιχιών σε δοκίμιο εσωτερικής διαμέτρου $d = 6mm$, $r_1 = 8.5mm$, $r_2 = 19.5mm$.

7.2.3 ΣΥΣΚΕΥΕΣ ΚΑΙ ΟΡΓΑΝΑ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ

Οι συσκευές και τα όργανα που χρησιμοποιήθηκαν κατά την πειραματική διαδικασία είναι οι ακόλουθες:

Συσκευή φόρτισης: πρόκειται για άκαμπτη πρέσα τύπου MTS-815 που φέρει πλαίσιο φόρτισης, στη βάση του οποίου είναι ενσωματωμένο υδραυλικό έμβολο επιβολής δυνάμεων (Σχ. 7.7). Το μέγιστο φορτίο που μπορεί να επιβάλλει το έμβολο αυτό είναι $\pm 1600 \text{ kN}$ (σε θλίψη και εφελκυσμό). Η μέγιστη μετατόπιση του εμβόλου είναι 100 mm ή $\pm 50 \text{ mm}$ από μια θέση ισορροπίας. Η συσκευή έχει την δυνατότητα να επιβάλλει σταθερό ρυθμό φόρτισης στο δοκίμιο, ενώ συγχρόνως μετρά και καταγράφει σε Η/Υ το επιβαλλόμενο φορτίο, καθώς και την μετατόπιση των εμβόλων. Ο ρυθμός φόρτισης κατά την διάρκεια της δοκιμής αντιδιαμετρικής φόρτισης ήταν 200 N/sec (σύμφωνα με τη μελέτη προδιαγραφής ISRM), (Brown, 1981).



Σχήμα 7.7: Συσκευή φόρτισης MTS-815

Για την καταγραφή του αξονικού φορτίου και της αξονικής μετατόπισης της συσκευής καθώς και των τροπών του δοκιμίου από τα μηχανισιόμετρα που έχουν προσαρμοστεί σε αυτό, υπάρχει επικοινωνία της κύριας μονάδας με δύο Η/Υ. Εκεί καταγράφονται τα δεδομένα σε ψηφιακή μορφή και επεξεργάζονται σε μεταγενέστερη φάση.

Πλάκες φόρτισης: οι πλάκες αυτές τοποθετούνται στο άνω μέρος του πλαισίου και επάνω στο έμβολο αντίστοιχα. Χρησιμεύουν στο να μεταφέρουν το φορτίο και πρέπει να είναι παράλληλες μεταξύ τους.

Σφαιρικοί κεφαλή έδρασης: η κεφαλή στερεώνεται στην άνω πλάκα και έχει σαν σκοπό τη μεταφορά φορτίων ακόμη και σε επιφάνειες που δεν είναι απολύτως κάθετες στον άξονα φόρτισης. Οι κεφαλές πρέπει να λιπανθούν με ελαφρό ορυκτέλαιο.

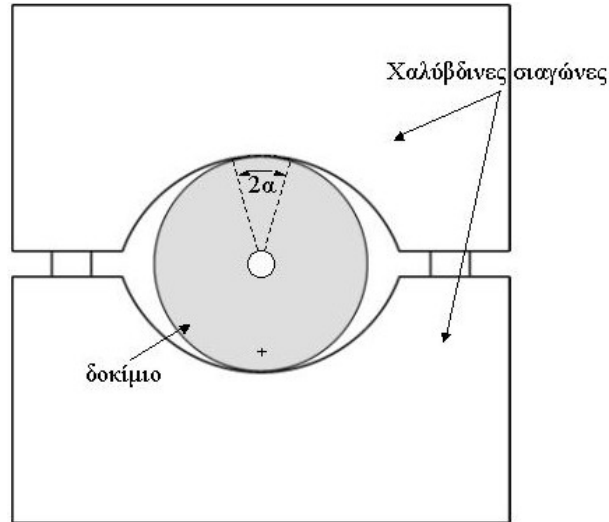
Σιαγώνες φόρτισης: το δοκίμιο φορτίζεται μέσω δύο χαλύβδινων σιαγώνων με τα ακόλουθα τεχνικά χαρακτηριστικά (Σχ. 7.8):

- Ημιελλειπτικό ή Ημικυλινδρικό Άνοιγμα: Το άνοιγμα που σχηματίζουν μεταξύ τους οι δύο σιαγώνες πρέπει να επιτρέπει την έδραση δοκιμίων που έχουν μορφή δίσκου έτσι ώστε οι σιαγώνες και το δοκίμιο να βρίσκονται σε επαφή κατά τόξο 10° την στιγμή της αστοχίας. Αυτό επιτυγχάνεται όταν η ακτίνα του ημικυλίνδρου είναι 1.5 φορές η ακτίνα του δοκιμίου. Το πλάτος των σιαγώνων πρέπει να είναι 1.1 φορές το πλάτος του δοκιμίου.

$$\frac{\text{ακτίνα σιαγώνας}}{\text{ακτίνα δοκιμίου}} = 1,5 \qquad \frac{\text{πάχος σιαγώνας}}{\text{πάχος δοκιμίου}} = 1,1$$

- Οδηγοί Ευθυγράμμισης: Οι οδηγοί που συγκρατούν τις δύο σιαγώνες επιτρέποντας κίνηση μόνο κατά την κατακόρυφη διεύθυνση πρέπει να είναι κατασκευασμένοι έτσι ώστε να επιτρέπεται παρέκκλιση από το επίπεδο των σιαγώνων της τάξης των 4×10^{-3} rad. Το διάκενο μεταξύ των οδηγών και της άνω σιαγώνας πρέπει να είναι 0,1 mm και η διεύθυνση τους μέσα στις σιαγώνες 25mm.

Για την σωστή επαφή του δοκιμίου με τις σιαγώνες φόρτισης συνιστάται η παρεμβολή χαρτοταινίας (πάχους 0.2 - 0.4 mm) και με πλάτος μεγαλύτερο ή ίσο από το πλάτος του δοκιμίου (Αγιουτάντης, 2002, Κακλής, 2003).



Σχήμα 7.8: Διάταξη φόρτισης δοκιμίων σε έμμεσο εφελκυσμό

7.3 ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΙ

Η κρίσιμη εφελκυστική τάση στην τομή της διαμέτρου φόρτισης με την οπή, υπολογίζεται από τη σχέση (Jaeger & Hoskins, 1966, Vutukuri et al., 1974):

$$\sigma_{\theta} = K \frac{F}{\pi r_0 t} = K \frac{2F}{\pi D t} \quad (7.1)$$

όπου F = επιβαλλόμενο φορτίο

K = συντελεστής (συνάρτηση του q)

r_0 = εξωτερική ακτίνα δακτυλίου

t = πάχος δακτυλίου

Επομένως, η αντοχή σε εφελκυσμό μπορεί να υπολογιστεί σύμφωνα με την ακόλουθη σχέση (Kaklis et al., 2004):

$$\sigma_t = K \frac{2F_f}{\pi D t} \quad (7.2)$$

όπου F_f είναι το φορτίο κατά την αστοχία του δοκιμίου. Αξίζει να σημειωθεί ότι στην περίπτωση του Βραζιλιανού δίσκου ($q=0$) ο συντελεστής K λαμβάνει την τιμή 1.

7.4 ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ ΠΕΙΡΑΜΑΤΟΣ - ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

Τα δοκίμια τυλίχτηκαν με ειδική χαρτοταινία και τοποθετήθηκαν ανάμεσα στις χαλύβδινες σιαγώνες.

Δοκίμιο και σιαγώνες τοποθετήθηκαν μεταξύ των πλακών φόρτισης της συσκευής MTS για την διεξαγωγή της δοκιμής. Το φορτίο εφαρμόστηκε ομοιόμορφα κατά μήκος του πάχους των σιαγόνων με ελεγχόμενο ρυθμό φόρτισης και η φόρτιση πραγματοποιήθηκε παράλληλα με το επίπεδο ισοτροπίας του μαρμάρου. Δοκίμιο και σιαγόνα ήταν σε επαφή κατά μήκος τόξου $\alpha = 0,0833 \text{ rad} \approx 10^\circ$.

Τα μεγέθη που μετρήθηκαν από τη δοκιμή είναι ο χρόνος (sec), η μετατόπιση των πλακών φόρτισης (mm), το φορτίο (kN) για όλα τα δοκίμια, και επιπλέον οι τροπές $\varepsilon_{xx}, \varepsilon_{yy}$, μόνο για το δοκίμιο D11P6H06 εσωτερικής διαμέτρου $d=6 \text{ mm}$, στα σημεία επί της διαμέτρου φόρτισης όπου τοποθετήθηκαν τα μηχανοσκόπετρα. Στον Πίνακα 7.2 παρουσιάζονται ενδεικτικά μέρος των πρωτογενών δεδομένων για το δοκίμιο D5P41H02. Λαμβάνεται ως επιβαλλόμενο φορτίο τα αποτελέσματα της τελευταίας στήλης.

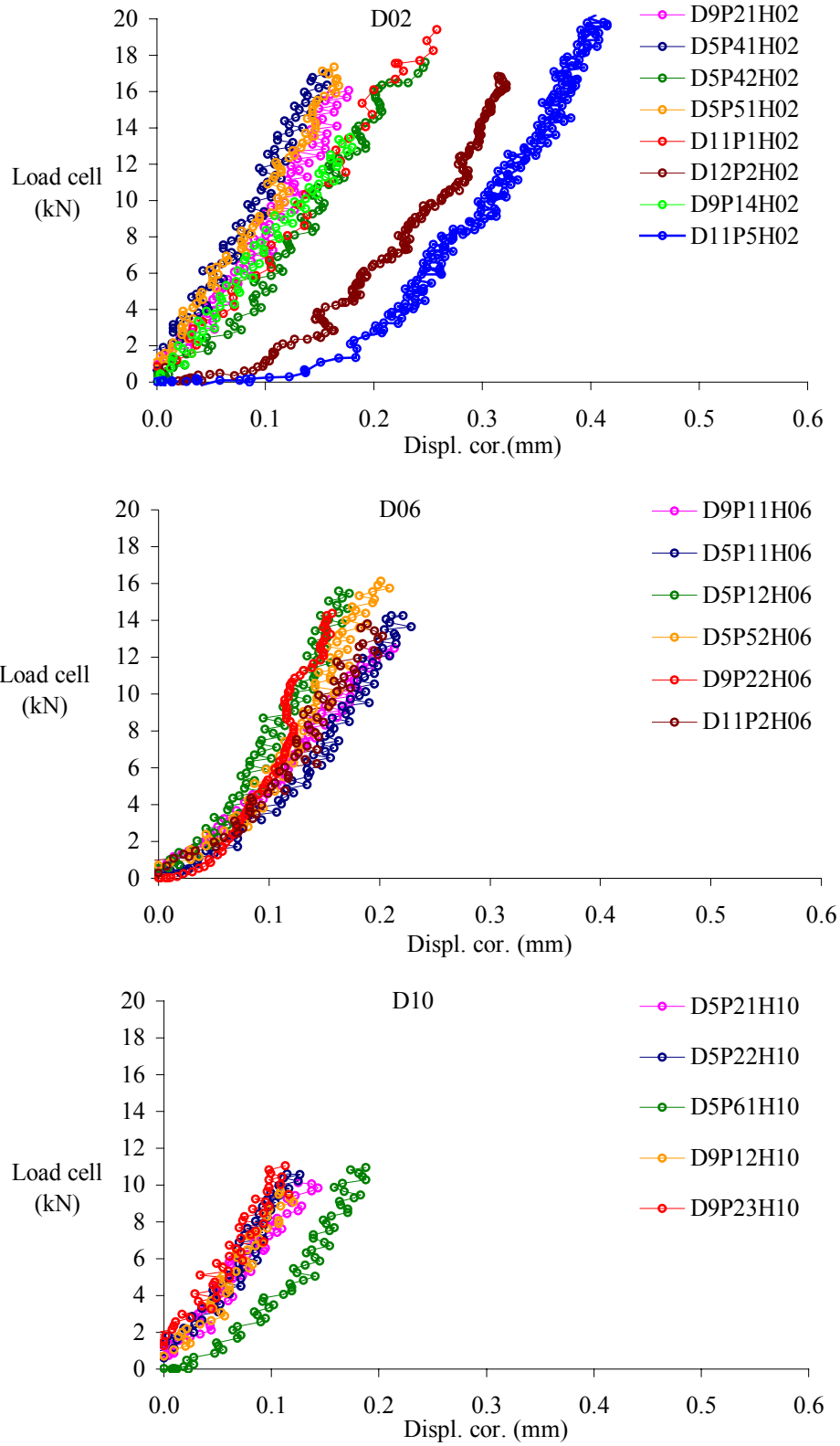
Πίνακας 7.2: Πρωτογενή δεδομένα δοκιμίου D5P41H02.

Time (sec)	Displ. (mm)	Displ. Cor. (mm)	Load MTS (kN)	Load MTS cor. (kN)	Load cell (kN)
0	30.86	0.00	-0.93	0.00	0.73
1	30.86	0.00	-0.93	0.00	0.74
2	30.86	0.00	-0.88	0.05	0.75
3	30.86	0.00	-0.98	-0.05	0.73
4	30.86	0.00	-1.07	-0.15	0.73
5	30.86	0.00	-0.98	-0.05	0.72
6	30.86	0.00	-0.93	0.00	0.71
7	30.86	0.00	-1.03	-0.10	0.66
8	30.86	0.00	-0.83	0.10	0.67
9	30.86	0.00	-0.93	0.00	0.62
10	30.86	0.00	-0.93	0.00	0.65
11	30.86	0.00	-0.93	0.00	0.61
12	30.86	0.00	-0.98	-0.05	0.64
13	30.85	0.00	-0.93	0.00	0.60
14	30.85	-0.01	-0.93	0.00	0.63

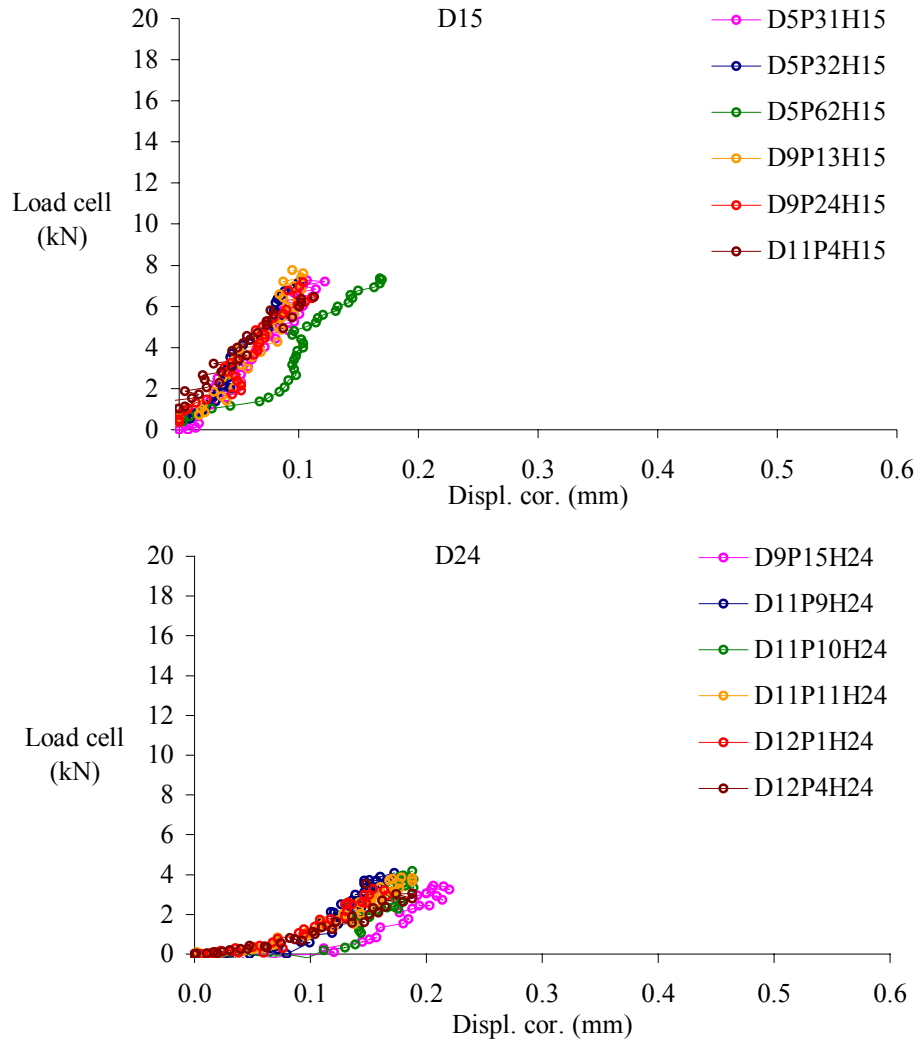
Στον Πίνακα 7.3 που ακολουθεί, δίνονται συνοπτικά τα αποτελέσματα για όλα τα δοκίμια, όπου η τελευταία στήλη αφορά το φορτίο θραύσης F_f για κάθε ένα από αυτά. Ακολουθούν διαγράμματα της μετατόπισης συναρτήσει του επιβαλλόμενου φορτίου για κάθε κατηγορία δοκιμίων (Σχ. 7.9 και 7.10). Παρατηρείται ότι καθώς αυξάνεται ο λόγος q , μειώνεται το φορτίο θραύσης. Πιο απλά, όταν αυξάνεται η διάμετρος της οπής, το δοκίμιο σπάει σε μικρότερο επιβαλλόμενο φορτίο.

Πίνακας 7.3: Οι διαστάσεις και το φορτίο θραύσης για όλα τα δοκίμια.

Δοκίμιο	Εσωτερική διάμετρος d (mm)	Εξωτερική διάμετρος D (mm)	Πάχος t (mm)	Φορτίο θραύσης F_f (kN)
D9P14H02	2.15	53.95	27.90	13.47
D5P41H02	2.15	53.85	26.40	17.00
D5P42H02	2.15	53.90	27.35	17.60
D9P21H02	2.15	53.90	26.65	16.08
D5P51H02	2.15	53.85	26.95	17.34
D11P1H02	2.15	53.90	26.85	19.41
D12P2H02	2.15	53.92	26.28	16.85
D11P5H02	2.15	53.90	26.53	20.19
D9P11H06	6.20	53.90	27.00	12.47
D5P12H06	6.23	53.80	27.00	15.60
D5P11H06	6.38	53.80	27.40	14.27
D9P22H06	6.12	54.00	27.40	14.40
D5P52H06	6.32	53.85	27.45	16.12
D11P2H06	6.36	53.90	26.25	13.81
D9P12H10	10.60	53.90	27.20	9.64
D5P22H10	10.40	53.90	27.40	10.60
D5P21H10	10.45	53.85	27.30	10.12
D9P23H10	10.50	53.95	26.35	11.04
D5P61H10	10.60	53.90	26.80	10.95
D5P32H15	15.35	53.85	27.00	7.17
D5P31H15	15.30	53.90	27.20	7.26
D9P13H15	15.60	53.95	27.00	7.77
D9P24H15	15.33	54.00	27.50	7.18
D5P62H15	15.45	53.85	26.95	7.38
D11P4H15	15.38	53.80	27.00	6.45
D9P15H24	24.27	53.97	27.20	3.43
D11P9H24	24.38	53.87	27.42	4.07
D11P10H24	24.37	53.90	27.38	4.17
D12P4H24	24.37	53.88	27.18	3.05
D12P1H24	24.28	53.92	26.95	3.28
D11P11H24	24.40	53.92	26.32	3.85



Σχήμα 7.9: Διάγραμμα της μετατόπισης συναρτήσει του επιβαλλόμενου φορτίου για τα δοκίμια με $d = 2 \text{ mm}$, $d = 6 \text{ mm}$ και $d = 10 \text{ mm}$, αντίστοιχα.



Σχήμα 7.10: Διάγραμμα της μετατόπισης συναρτήσει του επιβαλλόμενου φορτίου για τα δοκίμια με $d = 15$ mm και $d = 24$ mm, αντίστοιχα.

Σύμφωνα με την σχέση (7.2) μπορεί να υπολογιστεί η εφελκυστική αντοχή σ_t του κάθε δοκιμίου. Στον Πίνακα 7.4, δίδονται ο συντελεστής K και η υπολογιζόμενη εφελκυστική αντοχή, σ_t . Ο συντελεστής K είναι μια παράμετρος που εξαρτάται από το λόγο q (Kaklis et al., 2004).

Στο Σχήμα 7.11, δίνεται το διάγραμμα της μέσης τιμής και οι τυπικές αποκλίσεις της εφελκυστικής αντοχής για κάθε κατηγορία δοκιμίων, συναρτήσει του θεωρητικού λόγου q , καθώς και οι τιμές της εφελκυστικής αντοχής του ίδιου υλικού από τη δοκιμή Brazil. Παρατηρείται ότι η εφελκυστική αντοχή διαφέρει ανάλογα με το λόγο q και ότι

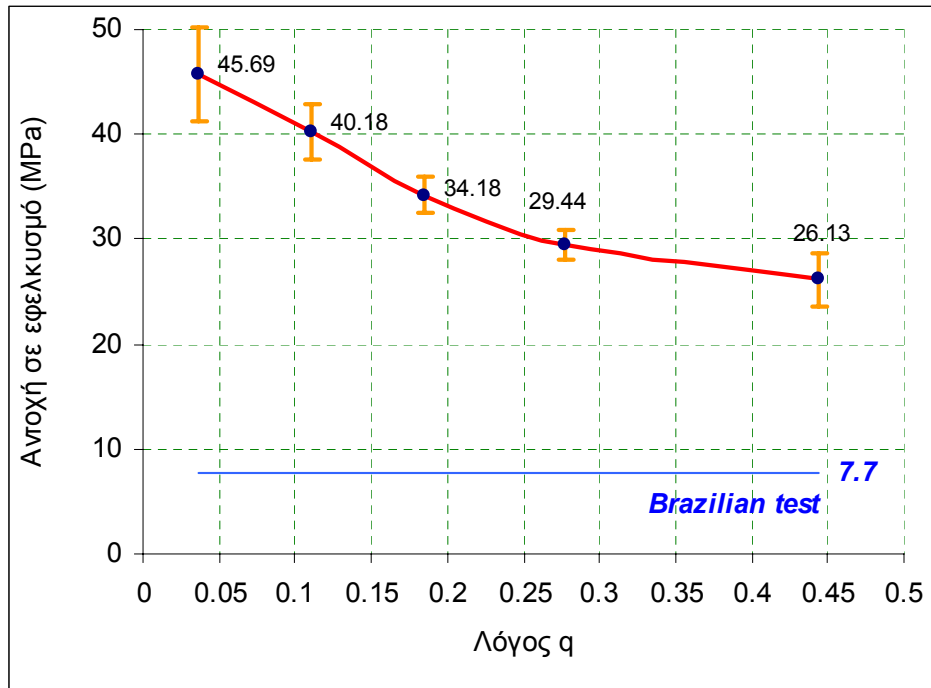
μειώνεται απότομα καθώς η το q αυξάνεται από 0,040 σε 0,288, και τείνει ασυμπτωτικά για $q > 0,3$.

Πίνακας 7.4: Η υπολογιζόμενη εφελκυστική αντοχή των δοκιμίων.

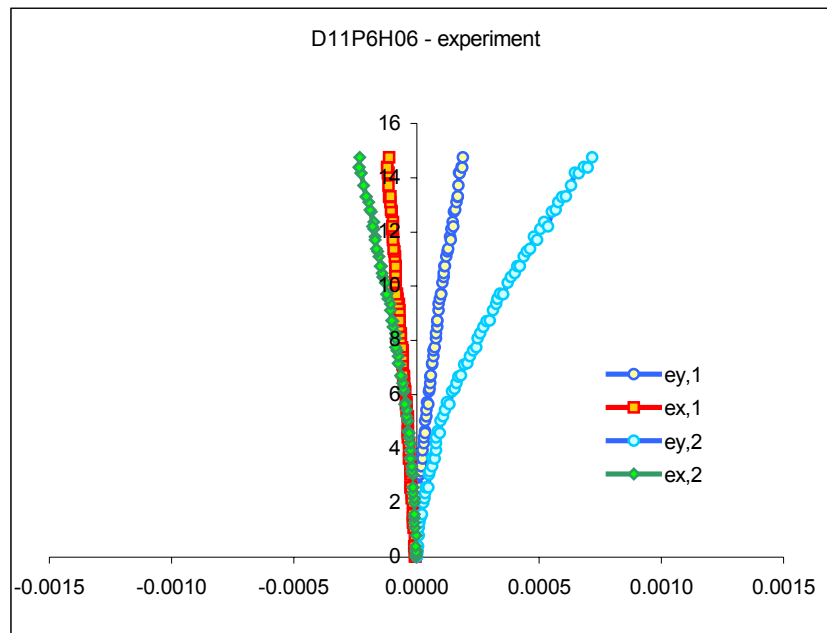
Δοκίμιο	d (mm)	D (mm)	t (mm)	F_f (kN)	$q=R1/R2$	K	σ_t (MPa) [Jaeger & Hoskins (1966)]
D9P14H02	2.15	53.95	27.90	13.47	0.040	6.018	34.29
D5P41H02	2.15	53.85	26.40	17.00	0.040	6.018	45.81
D5P42H02	2.15	53.90	27.35	17.60	0.040	6.018	45.74
D9P21H02	2.15	53.90	26.65	16.08	0.040	6.018	42.89
D5P51H02	2.15	53.85	26.95	17.34	0.040	6.018	45.78
D11P1H02	2.15	53.90	26.85	19.41	0.040	6.018	51.38
D11P5H02	2.15	53.90	26.53	20.19	0.040	6.018	54.09
D12P2H02	2.15	53.92	26.28	16.85	0.040	6.018	45.56
D9P11H06	6.20	53.90	27.00	12.47	0.115	6.648	36.26
D5P12H06	6.23	53.80	27.00	15.60	0.116	6.474	44.26
D5P11H06	6.38	53.80	27.40	14.27	0.119	6.504	40.08
D9P22H06	6.12	54.00	27.40	14.40	0.113	6.450	39.96
D5P52H06	6.32	53.85	27.45	16.12	0.117		
D11P2H06	6.36	53.90	26.25	13.81	0.118	6.494	40.35
D9P12H10	10.60	53.90	27.20	9.64	0.197	7.488	31.34
D5P22H10	10.40	53.90	27.40	10.60	0.193	7.428	33.94
D5P21H10	10.45	53.85	27.30	10.12	0.194	7.440	32.61
D9P23H10	10.50	53.95	26.35	11.04	0.195	7.458	36.87
D5P61H10	10.60	53.90	26.80	10.95	0.197	7.488	36.14
D5P32H15	15.35	53.85	27.00	7.17	0.285	9.354	29.37
D5P31H15	15.30	53.90	27.20	7.26	0.284	9.330	29.41
D9P13H15	15.60	53.95	27.00	7.77	0.289	9.462	32.13
D9P24H15	15.33	54.00	27.50	7.18	0.284	9.330	28.72
D5P62H15	15.45	53.85	26.95	7.38	0.287	9.408	30.46
D11P4H15	15.38	53.80	27.00	6.45	0.286	9.384	26.53
D9P15H24	24.27	53.97	27.20	3.43	0.450	16.332	24.29
D11P9H24	24.38	53.87	27.42	4.07	0.453	16.530	29.00
D11P10H24	24.37	53.90	27.38	4.17	0.452	16.464	29.62
D12P4H24	24.37	53.88	27.18	3.05	0.452	16.464	21.83
D12P1H24	24.28	53.92	26.95	3.28	0.450	16.332	23.47
D11P11H24	24.40	53.92	26.32	3.85	0.453	16.530	28.55

Πραγματοποιήθηκε δοκιμή για την μέτρηση των οριζοντίων και κατακόρυφων τροπών ε_{xx} και ε_{yy} . Τα αποτελέσματα για το δοκίμιο D11P6H06 με διάμετρο σπής 6mm,

για το οποίο έγινε και αριθμητική προσομοίωση, παρουσιάζονται στο Σχήμα 7.12, ενώ τα πρωτογενή δεδομένα δίδονται στο Παράρτημα.



Σχήμα 7.11: Η μέση τιμή και οι τυπικές αποκλίσεις της εφελκυστικής αντοχής για κάθε κατηγορία δοκιμίων, συναρτήσει του θεωρητικού λόγου q .

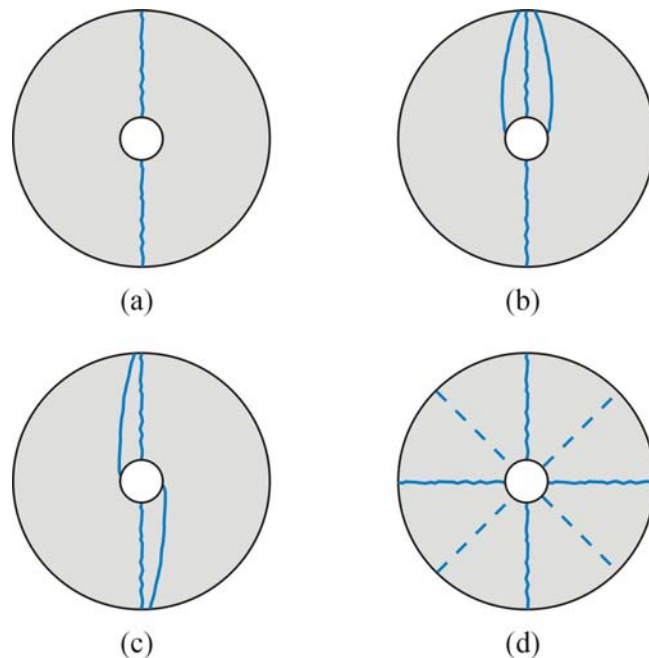


Σχήμα 7.12: Οι οριζόντια και κατακόρυφη τροπή ε_{yx} και ε_{yy} για το δοκίμιο D11P6H06 με διάμετρο οπής 6mm, συναρτήσει του επιβαλλόμενου φορτίου.

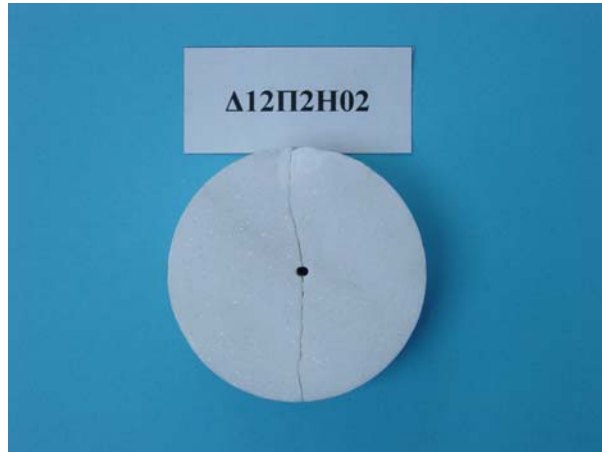
Στο διάγραμμα του Σχήματος 7.12, αριστερά παρουσιάζονται οι οριζόντιες μετατοπίσεις ε_{xx} από το μηκυνσιόμετρο 1 και 2, και δεξιά οι κατακόρυφες ε_{yy} , αντίστοιχα, καθώς αυξάνεται το φορτίο επί της διαμέτρου φόρτισης. Είναι προφανές, ότι οι οριζόντιες και κατακόρυφες τροπές παρουσιάζουν μη γραμμικότητα, ιδιαίτερα οι μετρούμενες τροπές του μηκυνσιομέτρου 2, το οποίο βρίσκεται στην σύνθετη ζώνη (α) εντός του δακτυλίου, κάτω από τις πλάκες φόρτισης. Αυτό ίσως οφείλεται στη μη γραμμική συμπεριφορά του υλικού όταν οι συνθήκες φόρτισης που επικρατούν, όπως στην δοκιμή του έμμεσου εφελκυσμού, είναι πολύπλοκες.

7.5 ΜΗΧΑΝΙΣΜΟΣ ΘΡΑΥΣΗΣ

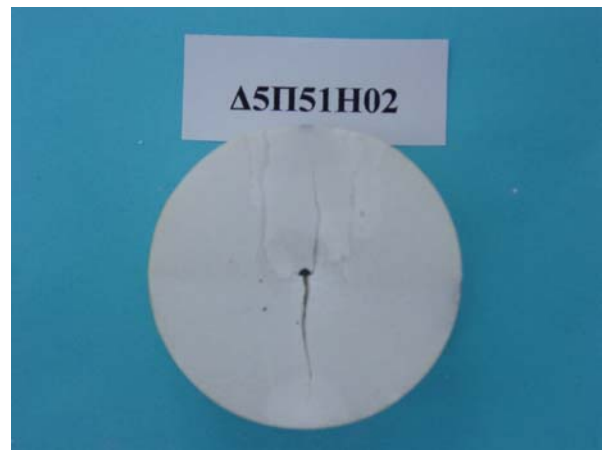
Ο κύριος μηχανισμός θραύσης των δακτυλίων είναι μια αξονική γραμμή (από την οποία καθορίζεται και η αντοχή σε εφελκυσμό) που ξεκινά από το κέντρο του δοκιμίου και επεκτείνεται κατά μήκος της διαμέτρου φόρτισης. Στο Σχήμα 7.13, παρουσιάζονται οι κύριες κατηγορίες θραύσης, ενώ στο Σχήμα 7.14, οι αντιπροσωπευτικοί τρόποι θραύσης των πραγματικών δακτυλίων μαρμάρου για την κάθε διάμετρο.



Σχήμα 7.13: Κύριες κατηγορίες θραύσης δοκιμίου (Kaklis et al., 2004)



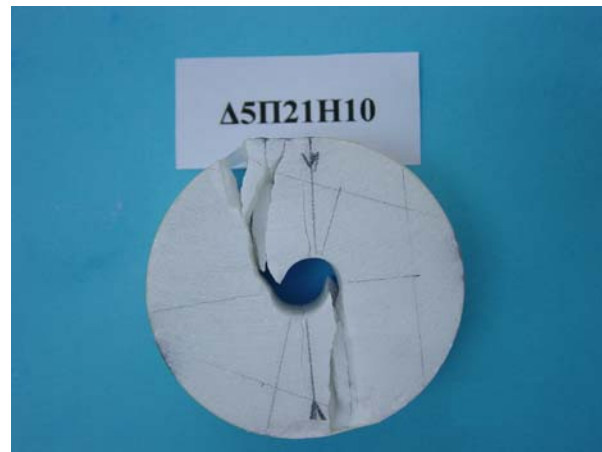
Δοκίμιο $d = 2 \text{ mm}$ ($q = 0.037$). Περίπτωση (α).



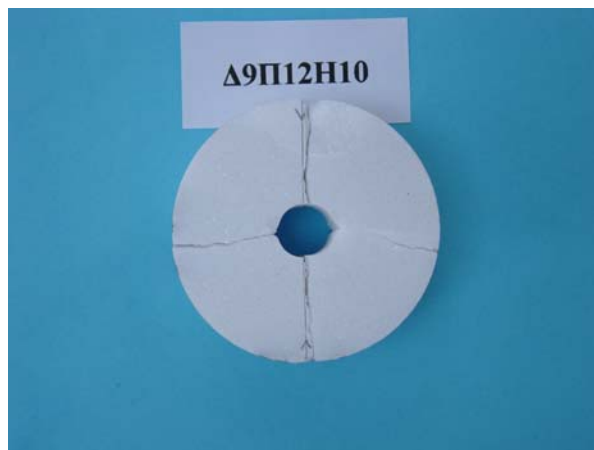
Δοκίμιο $d = 2 \text{ mm}$ ($q = 0.037$). Περίπτωση (β).



Δοκίμιο $d = 6 \text{ mm}$ ($q = 0.111$). Περίπτωση (γ).



Δοκίμιο $d = 10 \text{ mm}$ ($q = 0.185$). Περίπτωση (γ).



Δοκίμιο $d = 10 \text{ mm}$ ($q = 0.185$). Περίπτωση (δ).



Δοκίμιο $d = 15 \text{ mm}$ ($q = 0.278$). Περίπτωση (δ).

Σχήμα 7.14: Τυπικοί τρόποι θραύσης δακτυλίων μαρμάρου Διονύσου.

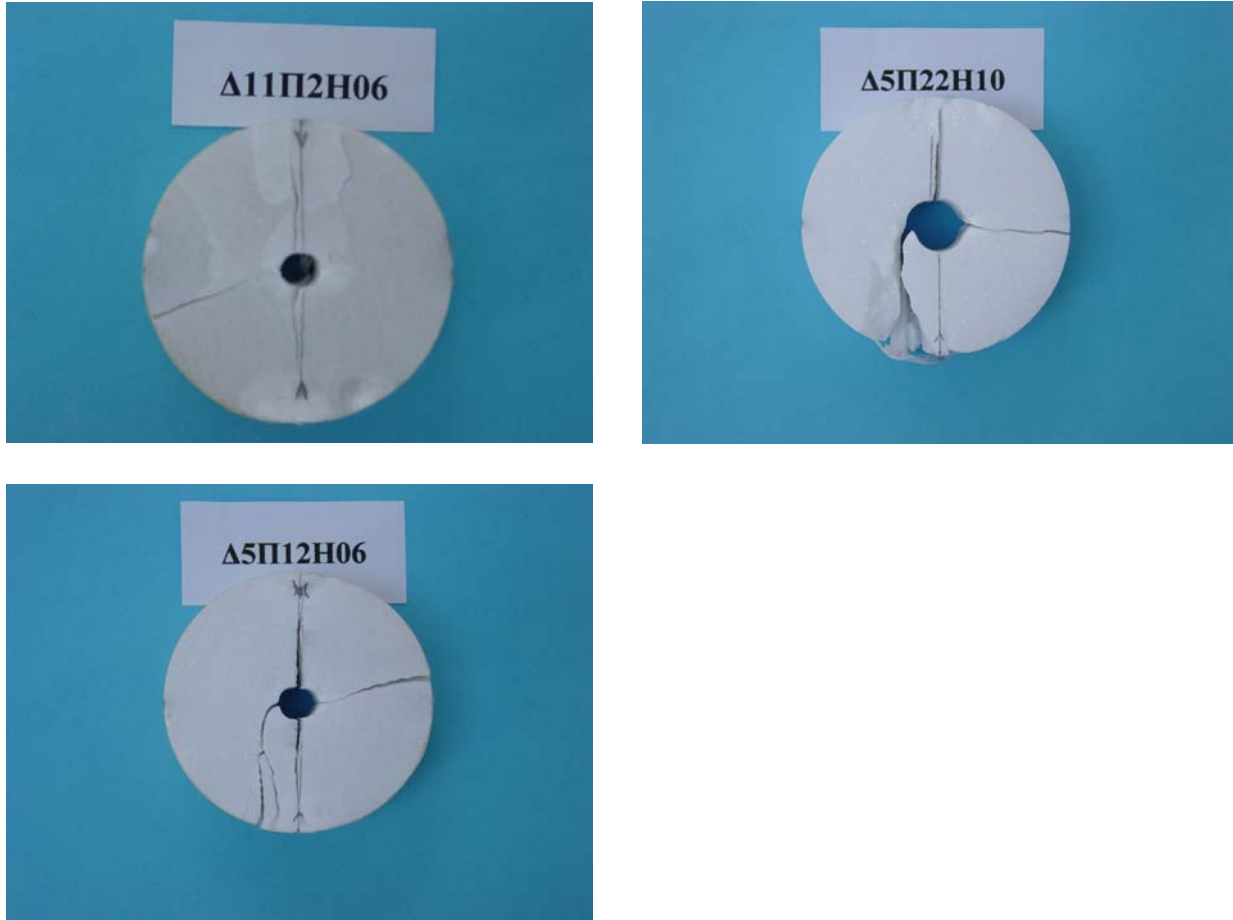


Δοκίμιο $d = 24 \text{ mm}$ ($q = 0.444$). Περίπτωση (d).

Σχήμα 7.14 (συνέχεια).: Τυπικοί τρόποι θραύσης δακτυλίων μαρμάρου Διονύσου.

Και τα 31 δοκίμια αστόχησαν σε αξονική γραμμή που διέρχεται από την κεντρική οπή, κατά μήκος της διαμέτρου φόρτισης. Η ρωγμή εμφανίζεται επί της επιφάνειας της οπής ή κοντά σε αυτή. Επίσης, ποικιλία δευτερογενών ρωγμών σχηματίστηκαν μετά το σχηματισμό της κύριας ρωγμής. Τα δοκίμια με λόγο $q = 0,037$ εμφανίζουν την περίπτωση (a) και (b). Το κύριο σχέδιο θραύσης για λόγο $q = 0,111$ είναι η περίπτωση (c). Οι περιπτώσεις (c) και (d) εμφανίζονται για λόγο $q = 0,185$. Τέλος, δοκίμια με λόγο $q = 0,278$ και $q = 0,444$ εμφανίζουν την περίπτωση (d).

Εκτός από τα κύρια σχέδια θραύσης του σχήματος 7.13, παρατηρήθηκαν και συνδυασμοί των περιπτώσεων (a), (b), (c) και (d) θραύσης. Στο Σχήμα 7.15 δίδονται αυτές οι μικτές περιπτώσεις θραύσης.



Σχήμα 7.15: Λοιποί τρόποι θραύσης δακτυλίων μαρμάρου Διονύσου.

7.6 ΕΚΚΕΝΤΡΟΤΗΤΑ ΟΠΗΣ

Μία άλλη παράμετρος που εξετάστηκε ήταν η εκκεντρότητα της οπής των μαρμαρίνων δακτυλίων. Με τη βοήθεια σχεδιαστικού προγράμματος (Corel Photo-Paint) μετρήθηκαν οι οριζόντιες Δx και οι κατακόρυφες Δy αποστάσεις των κέντρων της περιφέρειας και της οπής των δακτυλίων. Τα αποτελέσματα των μετρήσεων δίνονται στον Πίνακα 7.5.

Πίνακας 7.5: Οριζόντιες Δx και οι κατακόρυφες Δy αποστάσεις των κέντρων της περιφέρειας και της οπής των δακτυλίων, αντίστοιχα.

		Δx	Δy			Δx	Δy
2 mm	D5P42H02	0.079	0.327	15 mm	D5P31H15	0.318	0.06
	D5P51H02	0.253	0.297		D5P32H15	0.212	0.051
	D9P14H02	0.175	0.293		D5P62H15	0.393	0.312
	D9P21H02	0.826	0.723		D9P13H15	0.112	0.261
	D11P1H02	0.188	0.645		D9P24H15	0.078	0.027
	D11P5H02	0.466	0.224		D11P4H15	0.011	0.209
	D12P2H02	1.622	0.633				
6 mm	D5P12H06	0.361	0.128	24 mm	D9P15H24	0.215	0.304
	D5P52H06	0.241	0.172		D11P9H24	0.166	0.452
	D9P11H06	0.115	0.109		D11P10H24	0.791	0.208
	D9P22H06	0.07	0.177		D12P4H24	0.848	0.115
	D11P2H06	0.33	0.342		D12P1H24	0.496	0.486
					D11P11H24	0.028	0.317
10 mm	D5P22H10	0.253	0.012				
	D5P61H10	0.043	0.165				
	D9P12H10	0.3	0.029				
	D9P23H10	0.126	0.334				

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 8

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΕΠΙΛΥΣΗ ΤΗΣ ΔΟΚΙΜΗΣ ΑΝΤΙΔΙΑΜΕΤΡΙΚΗΣ ΦΟΡΤΙΣΗΣ ΔΑΚΤΥΛΙΟΥ ΜΕ ΤΗ ΜΕΘΟΔΟ ΤΩΝ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ

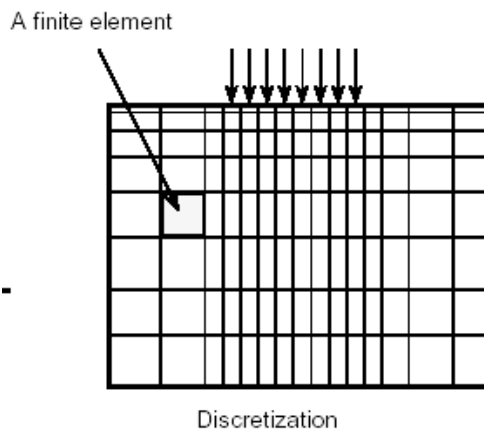
Στο κεφάλαιο αυτό περιγράφεται η αριθμητική επίλυση της δοκιμής αντιδιαμετρικής φόρτισης δακτυλίων Διονυσιακού μαρμάρου με την Μέθοδο των Πεπερασμένων Στοιχείων (ΜΠΣ). Η προσομοίωση των δοκιμών πραγματοποιήθηκε σε δυο διαστάσεις στο λογισμικό πεπερασμένων στοιχείων *MSC.Mentat* και η επίλυση με το λογισμικό *MSC.Marc*. Για την πλήρη περιγραφή της συμπεριφοράς των υλικών κατά την διάρκεια της αντιδιαμετρικής φόρτισης, μοντελοποιήθηκαν τόσο τα δοκίμια μαρμάρου όσο και οι χαλύβδινες σιαγώνες, ενώ για την προσομοίωση της διεπιφάνειας μεταξύ των σιαγόνων και των οδηγών χρησιμοποιήθηκαν στοιχεία επαφής (contact elements). Η συμμετρία επί του οριζόντιου άξονα x λήφθηκε υπόψη, έτσι ώστε τα τελικά μοντέλα να αποτελούν το άνω μισό της αρχικής διάταξης. Τα υλικά προσομοιώθηκαν σαν ελαστικά υλικά.

8.1 Η ΜΕΘΟΔΟΣ ΤΩΝ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ

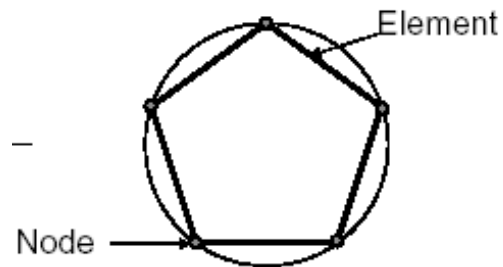
Με τη Μέθοδο των Πεπερασμένων Στοιχείων, υπολογίζονται τα άγνωστα μεγέθη στους κόμβους, οι οποίοι δημιουργούνται από τη διαίρεση του πεδίου σε στοιχεία. Στη συνέχεια με την θεώρηση κατάλληλων συναρτήσεων, οι οποίες συνδέουν την κατανομή των μεγεθών στα εσωτερικά σημεία κάθε στοιχείου, είναι δυνατόν να υπολογιστεί η τιμή των μεγεθών αυτών σε κάθε σημείο του πεδίου με τους κόμβους του στοιχείου αυτού (Αγιουτάντης, 2002).

Η ΜΠΣ αποτελεί μια αριθμητική μέθοδο επίλυσης διαφορικών εξισώσεων σε συγκεκριμένο πεδίο ορισμού και με συγκεκριμένους περιορισμούς. Τα βήματα που ακολουθούνται κατά την εφαρμογή της ΜΠΣ είναι τα εξής (Αγιουτάντης, 2002):

- Διακριτοποίηση (discretization) του μέσου ή διαίρεση του μέσου σε στοιχεία ή τμήματα (elements) με τη βοήθεια ιδεατών γραμμών ή επιφανειών (Σχ. 8.1). Τα στοιχεία αυτά αποτελούνται από δύο ή περισσότερους κόμβους, οι οποίοι συνδέονται με ευθύγραμμο ή καμπύλο τμήματα (Σχ. 8.2). Οι κορυφές των στοιχείων ορίζουν τους κόμβους (nodes) του πλέγματος ή καννάβου διακριτοποίησης του προβλήματος (grid ή mesh).



Σχήμα 8.1: Διακριτοποίηση του μέσου σε στοιχεία



Σχήμα 8.2: Στοιχείο και οι κόμβοι από τους οποίους αποτελείται

Η διαίρεση του πεδίου γίνεται κατά τέτοιο τρόπο, ώστε το μέγεθος των στοιχείων να είναι μικρό στα σημεία όπου απαιτείται μεγάλη ακρίβεια στους υπολογισμούς, ή εκεί που αναμένεται έντονη μεταβολή του ζητούμενου μεγέθους, ενώ το μέγεθος των στοιχείων μπορεί να είναι μεγαλύτερο στις υπόλοιπες περιοχές του πεδίου.

- Συνοριακές συνθήκες (boundary conditions). Η εισαγωγή συνοριακών συνθηκών είναι απαραίτητη για την επίλυση του προβλήματος και συνήθως εκφράζεται με τις συνθήκες ισορροπίας του πεδίου (π.χ. αγκύρωση των κατώτερων ή/και πλευρικών κόμβων, κλπ). Η φόρτιση του υλικού αποτελεί επίσης μία συνοριακή συνθήκη, καθώς, σε αντίθετη περίπτωση, η υπολογιζόμενη παραμόρφωση είναι

μηδενική. Στην περίπτωση που φορτιστεί ένα σώμα και όλοι οι κόμβοι του είναι ελεύθεροι να μετακινηθούν, τότε δεν υφίσταται παραμόρφωση, αλλά απλή μετακίνηση (ή στροφή). Στην περίπτωση αυτή δεν είναι δυνατή η επίλυση του προβλήματος με την προαναφερόμενη μέθοδο, διότι το φαινόμενο δεν υπακούει στην ίδια καταστατική εξίσωση.

- Ιδιότητες υλικών (material properties). Κατά την εφαρμογή των ιδιοτήτων του υλικού, επιλέγονται οι τιμές των σταθερών του μοντέλου με το οποίο προσομοιώνεται το υλικό. Το απλούστερο μοντέλο που μπορεί να χρησιμοποιηθεί είναι το γραμμικά ελαστικό μοντέλο (παρόλο που το μοντέλο αυτό δεν θεωρείται το πλέον κατάλληλο για την περιγραφή της συμπεριφοράς πετρωμάτων και εδαφικών υλικών) σε μία, δύο ή περισσότερες διαστάσεις.
- Γεωμετρικές ιδιότητες (geometric properties). Στις γεωμετρικές ιδιότητες επιλέγεται αν το μοντέλο είναι μίας, δύο ή τριών διαστάσεων. Στην περίπτωση της επίλυσης δύο διαστάσεων, επιλέγεται αν η επίλυση του μοντέλου θα πραγματοποιηθεί με θεώρηση επίπεδης τάσης (plane stress) ή με θεώρηση επίπεδης παραμόρφωσης (plane strain).

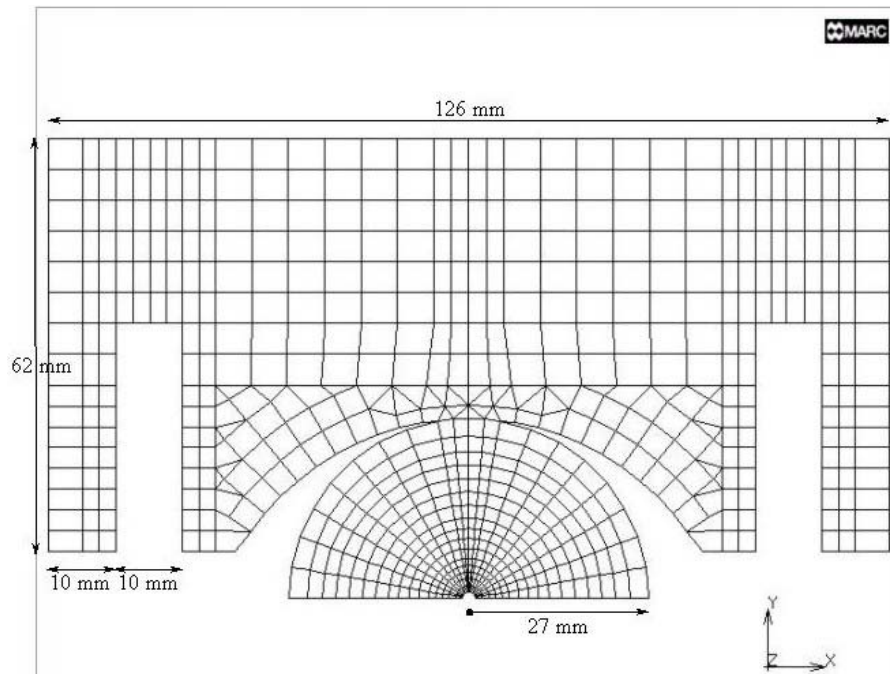
8.2 ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ ΚΑΙ ΔΙΑΚΡΙΤΟΠΟΙΗΣΗ ΤΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ

Η δοκιμή της αντιδιαμετρικής θλίψης κυλινδρικών δίσκων μαρμάρου προσομοιώθηκε, όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως, στο λογισμικό MSC.Marc – Mentat σε δυο διαστάσεις. Μοντελοποιήθηκαν και το δοκίμιο μαρμάρου και οι χαλύβδινες σιαγώνες για τρεις περιπτώσεις διακριτοποίησης (1, 2 και 3) και συνοριακών συνθηκών, ώστε να επιλεγεί η καλύτερη δυνατή περίπτωση διακριτοποίησης. Συγκεκριμένα, μοντελοποιήθηκαν η άνω σιαγώνα και το άνω μισό του δοκιμίου, αρχικά για εσωτερική διάμετρο οπής 2mm και 10mm. Σύμφωνα με τα αποτελέσματα της προσομοίωσης επιλέχτηκε η περίπτωση εκείνη που συμφωνεί περισσότερο με τα πειραματικά αποτελέσματα, ώστε να μοντελοποιηθούν και τα δοκίμια των υπολοίπων διαμέτρων.

8.3 ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 1

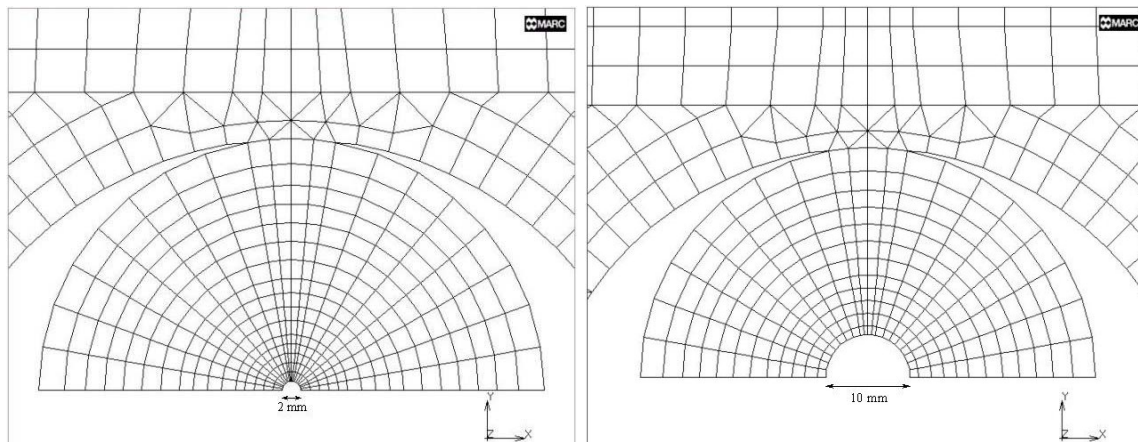
Περίπτωση 1: Το είδος της διακριτοποίησης φαίνεται στο Σχήμα 8.3. Το άνω μέρος της συσκευής αποτελείται μόνο από την άνω χαλύβδινη σιαγώνα, χωρίς τους οδηγούς ευθυγράμμισης. Οι σιαγώνες έχουν μήκος 126mm, ύψος 62mm και πάχος 27 mm. Το δοκίμιο έχει σταθερή εξωτερική διάμετρο 54 mm.

Δημιουργήθηκαν δυο είδη μοντέλων τα οποία διαφέρουν μόνο στην διάμετρο της εσωτερικής οπής του δοκιμίου, δηλαδή 2mm και 10mm. Λεπτομέρεια των δοκιμίων φαίνονται στο Σχήμα 8.4.



Σχήμα 8.3: Γεωμετρία και διακριτοποίηση μοντέλου με δοκίμιο διαμέτρου οπής $d=2$ mm (Περίπτωση 1).

Το δοκίμιο και ο χάλυβας έχουν πέντε κοινούς κόμβους στην επαφή τους, κατά μήκος περιφέρειας τόξου 10° . Τα μοντέλα αποτελούνται από τετράπλευρα και τριγωνικά στοιχεία επίπεδης παραμόρφωσης. Ο αριθμός τους για κάθε ένα μοντέλο δίνεται στον Πίνακα 8.1.



Σχήμα 8.4: Λεπτομέρεια διακριτοποίησης δοκιμίων διαμέτρου οπής $d=2\text{ mm}$ και $d=10\text{ mm}$ (Περίπτωση 1).

Πίνακας 8.1: Αριθμός στοιχείων για κάθε μοντέλο.

	Διάμετρος οπής 2 mm		Διάμετρος οπής 10 mm	
	Χάλυβας	Δοκίμιο	Χάλυβας	Δοκίμιο
Στοιχεία	428	320	428	240

8.3.1 ΣΥΝΟΡΙΑΚΕΣ ΣΥΝΘΗΚΕΣ

Στα μοντέλα της περίπτωσης 1, εφαρμόστηκαν αρχικά, οι εξής τέσσερις συνοριακές συνθήκες (Α) (Σχ. 8.5):

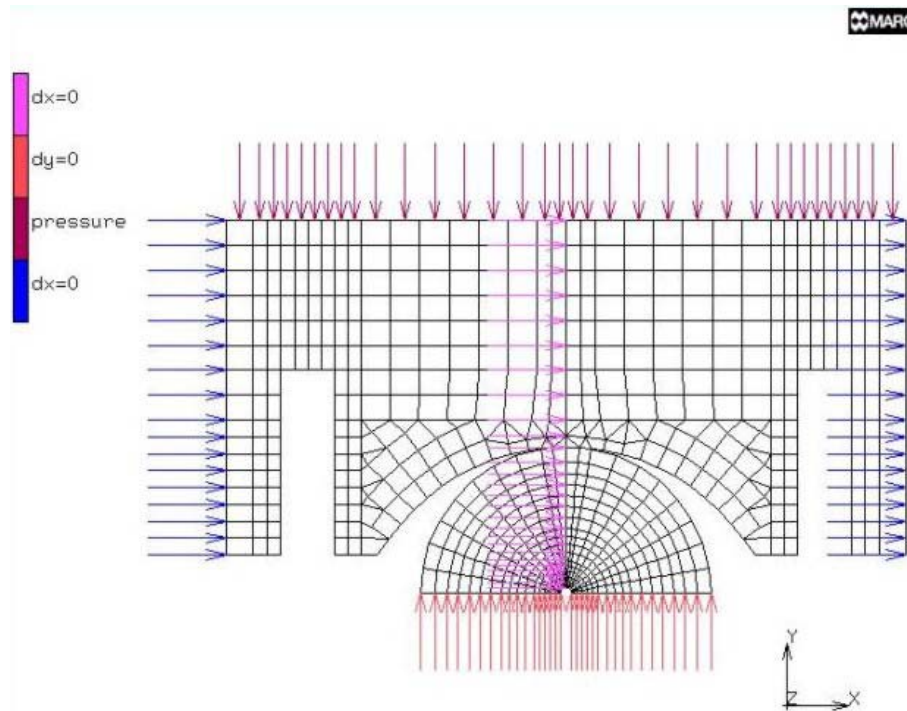
1^η συνοριακή συνθήκη: κύλιση μόνο στον άξονα y ($dx = 0$) για τους κόμβους του χάλυβα που βρίσκονται στην κεντρική κατακόρυφη γραμμή και τους κόμβους στην κάθετη διάμετρο του δοκιμίου (διάμετρος φόρτισης).

2^η συνοριακή συνθήκη: κύλιση μόνο στον άξονα x ($dy = 0$) για τους κόμβους στην οριζόντια διάμετρο του δοκιμίου.

3^η συνοριακή συνθήκη: Κύλιση στον άξονα y ($dx = 0$) κατά μήκος των δύο κατακόρυφων εξωτερικών πλευρών του χάλυβα.

4^η συνοριακή συνθήκη: επιβολή πίεσης στην πάνω έδρα του χάλυβα, διαφορετική για κάθε κατηγορία δοκιμίων: 5,88 MPa για δοκίμιο διαμέτρου οπής 2 mm και 3,30 MPa για δοκίμιο διαμέτρου οπής 10 mm. Η πίεση μεταφέρεται σε 20 διαδοχικά βήματα.

Τέλος, έγινε θεώρηση επίπεδης παραμόρφωσης (plane strain idealization). Λόγω της συμμετρίας του μοντέλου δεν απαιτήθηκε καμία άλλη συνθήκη.

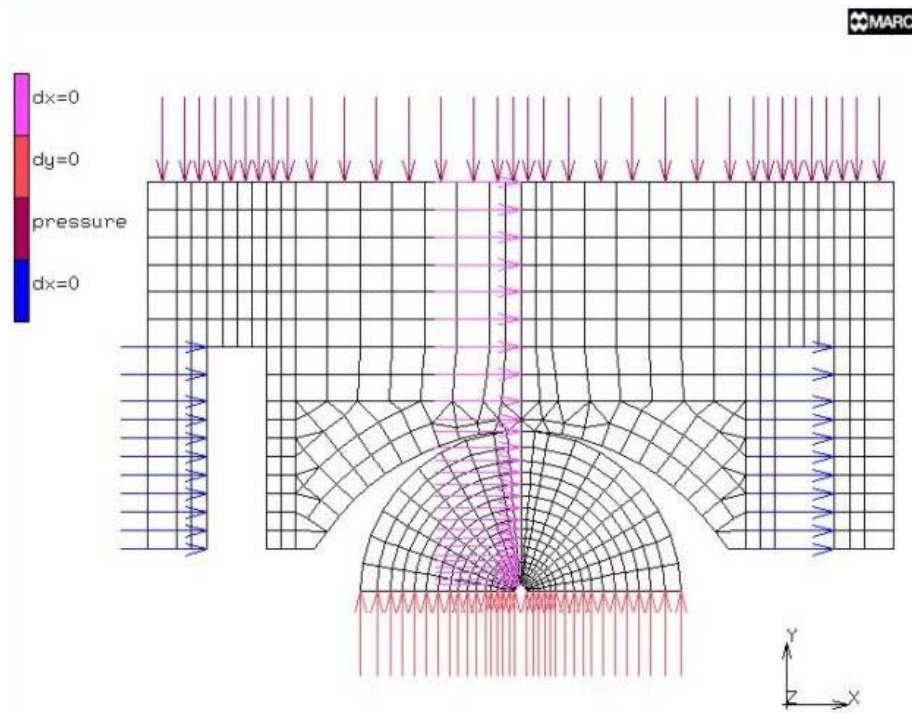


Σχήμα 8.5: Συνοριακές συνθήκες (A) στην περίπτωση 1 της διακριτοποίησης ($d=2\text{ mm}$).

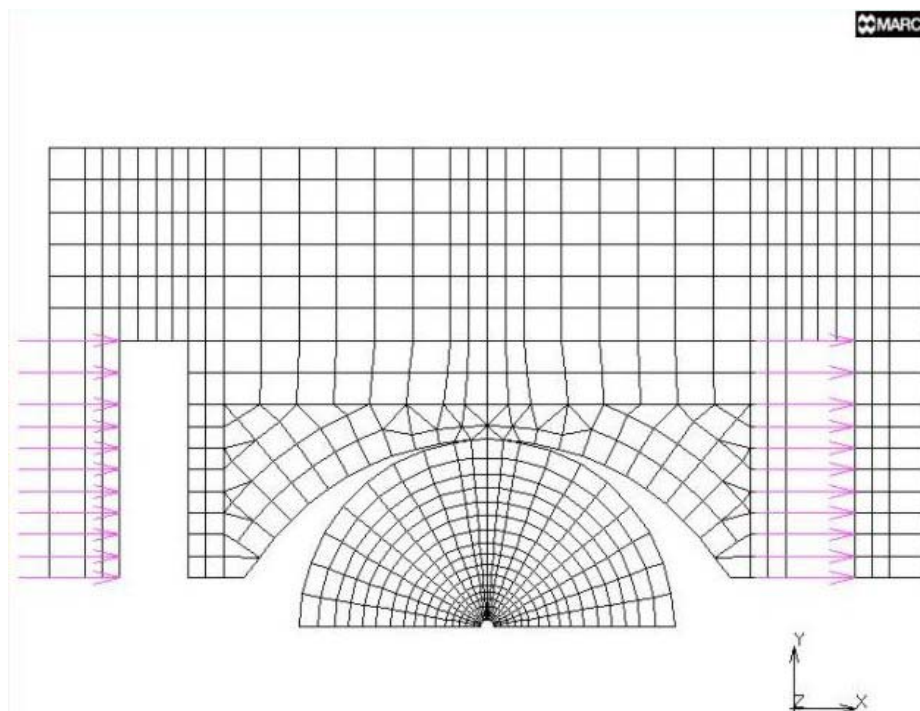
Στη συνέχεια εφαρμόστηκαν οι παραπάνω συνοριακές συνθήκες με την εξής διαφοροποίηση (B) (Σχ. 8.6):

3^η συνοριακή συνθήκη: κύλιση στον άξονα y ($dx = 0$) κατά μήκος των δύο κατακόρυφων εξωτερικών πλευρών στο κενό της θέσης των οδηγών (Σχ. 8.7)

Οι αλλαγές στις συνοριακές συνθήκες πραγματοποιήθηκαν ώστε να διαπιστωθεί κατά πόσο αλλάζουν οι τιμές των μεγεθών που ενδιαφέρουν, όπως τάσεις και ανηγμένες παραμορφώσεις.



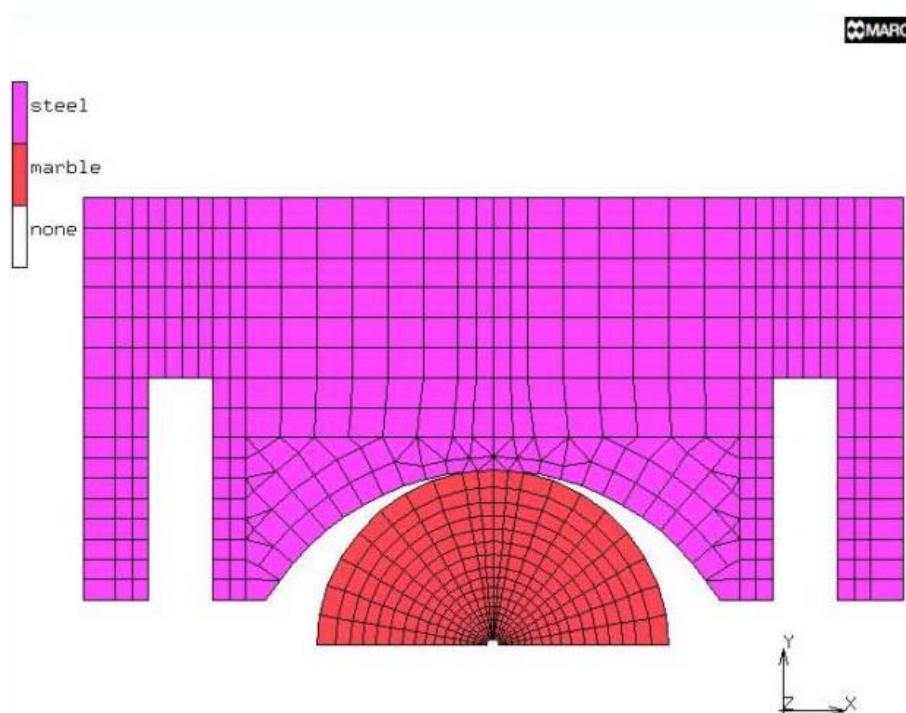
Σχήμα 8.6: Συνοριακές συνθήκες (B) στην περίπτωση 1 της διακριτοποίησης ($d=2\text{ mm}$).



Σχήμα 8.7: Λεπτομέρεια 3^{ης} συνοριακής συνθήκης $d=2\text{ mm}$.

8.3.2 ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ

Σε όλα τα μοντέλα που δημιουργήθηκαν για την προσομοίωση της δοκιμής, ο χάλυβας προσομοιώθηκε σαν ελαστικό ισότροπο υλικό με ελαστικές σταθερές $E = 210 \text{ GPa}$ και $\nu = 0,3$, και το μάρμαρο επίσης σαν ελαστικό ισότροπο υλικό με ελαστικές σταθερές $E = 80 \text{ GPa}$ και $\nu = 0,25$ (Σχ. 8.8).

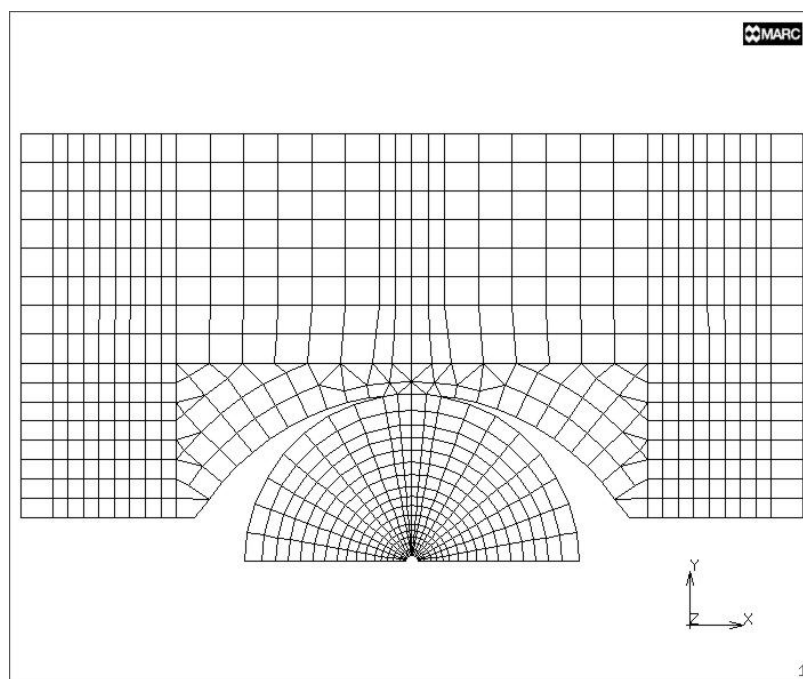


Σχήμα 8.8: Ιδιότητες των υλικών ($d=2 \text{ mm}$).

8.4 ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 2

Περίπτωση 2: Η διακριτοποίηση αυτή είναι απλοποιημένη σε σχέση με την προηγούμενη (Σχ. 8.9). Η διαφορά βρίσκεται στο άνω μέρος της συσκευής, το οποίο αποτελείται μόνο από την άνω χαλύβδινη σιαγόνα, χωρίς οδηγούς ευθυγράμμισης. Οι διαστάσεις είναι ίδιες όπως και προηγουμένως.

Και εδώ δημιουργήθηκαν δυο είδη μοντέλων, για δοκίμιο με οπή 2mm και 10mm των οποίων η διακριτοποίηση είναι όπως του Σχήματος 8.4.



Σχήμα 8.9: Γεωμετρία και διακριτοποίηση μοντέλου με δοκίμιο διαμέτρου οπής $d=2 \text{ mm}$ (Περίπτωση 2).

Το δοκίμιο και ο χάλυβας έχουν πέντε κοινούς κόμβους στην επαφή τους, κατά μήκος περιφέρειας τόξου 10° . Ο αριθμός των στοιχείων για κάθε ένα μοντέλο δίνεται στον Πίνακα 8.2.

Πίνακας 8.2: Αριθμός στοιχείων για κάθε μοντέλο.

	Διάμετρος οπής 2 mm		Διάμετρος οπής 10 mm	
	Χάλυβας	Δοκίμιο	Χάλυβας	Δοκίμιο
Στοιχεία	508	320	508	240

8.4.1 ΣΥΝΟΡΙΑΚΕΣ ΣΥΝΘΗΚΕΣ

Στα μοντέλα της περίπτωσης 2, εφαρμόστηκαν οι εξής τέσσερις συνοριακές συνθήκες (Σχ. 8.10):

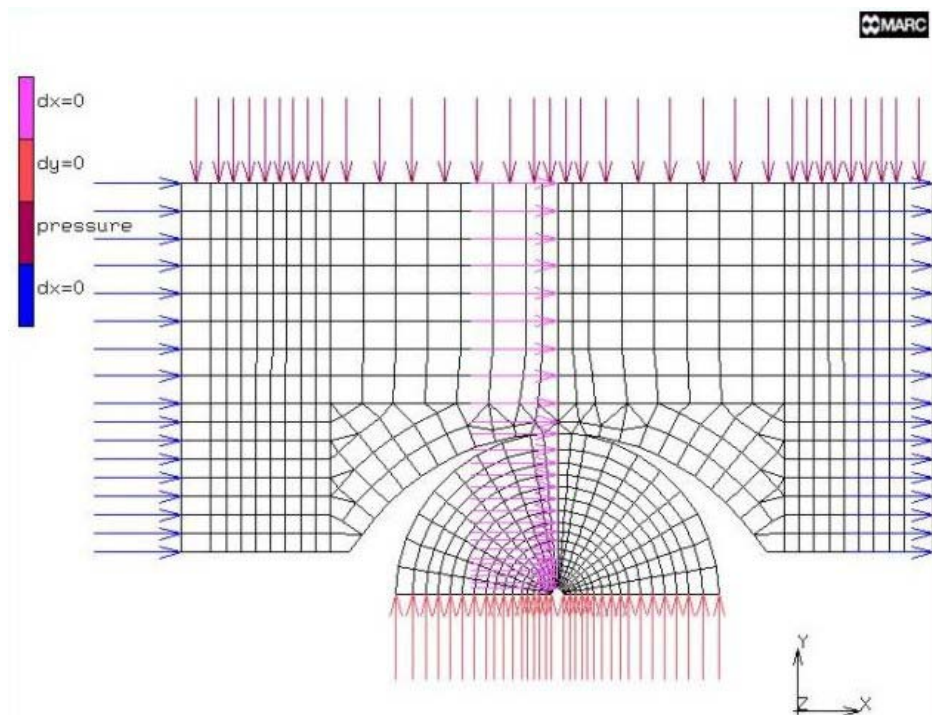
1^η συνοριακή συνθήκη: κύλιση μόνο στον άξονα y ($dx = 0$) για τους κόμβους του χάλυβα που βρίσκονται στην κεντρική κατακόρυφη γραμμή και τους κόμβους στην κάθετη διάμετρο του δοκιμίου (διάμετρος φόρτισης).

2^η συνοριακή συνθήκη: κύλιση μόνο στον άξονα x ($dy = 0$) για τους κόμβους στην οριζόντια διάμετρο του δοκιμίου.

3^η συνοριακή συνθήκη: Κύλιση στον άξονα y ($dx = 0$) κατά μήκος των δύο κατακόρυφων εξωτερικών πλευρών του χάλυβα.

4^η συνοριακή συνθήκη: επιβολή πίεσης στην πάνω έδρα του χάλυβα, διαφορετική για κάθε κατηγορία δοκιμίων: 5,88 MPa για δοκίμιο διαμέτρου οπής 2 mm και 3,30 MPa για δοκίμιο διαμέτρου οπής 10 mm.

Τέλος, έγινε θεώρηση επίπεδης παραμόρφωσης. Λόγω της συμμετρίας του μοντέλου δεν απαιτήθηκε καμία άλλη συνθήκη. Οι ιδιότητες των υλικών είναι ίδιες με της περίπτωσης 1.

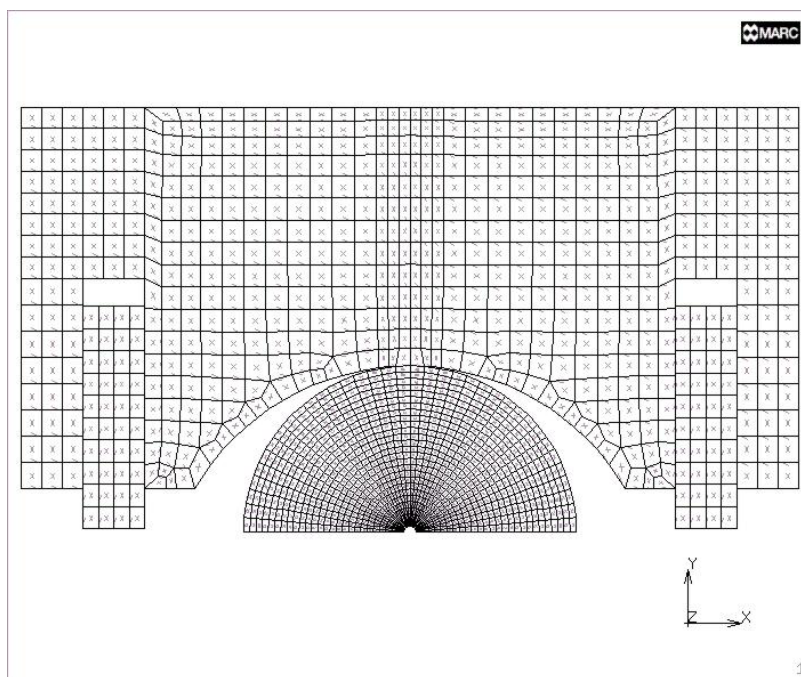


Σχήμα 8.10: Συνοριακές συνθήκες στην περίπτωση 2 της διακριτοποίησης ($d=2$ mm).

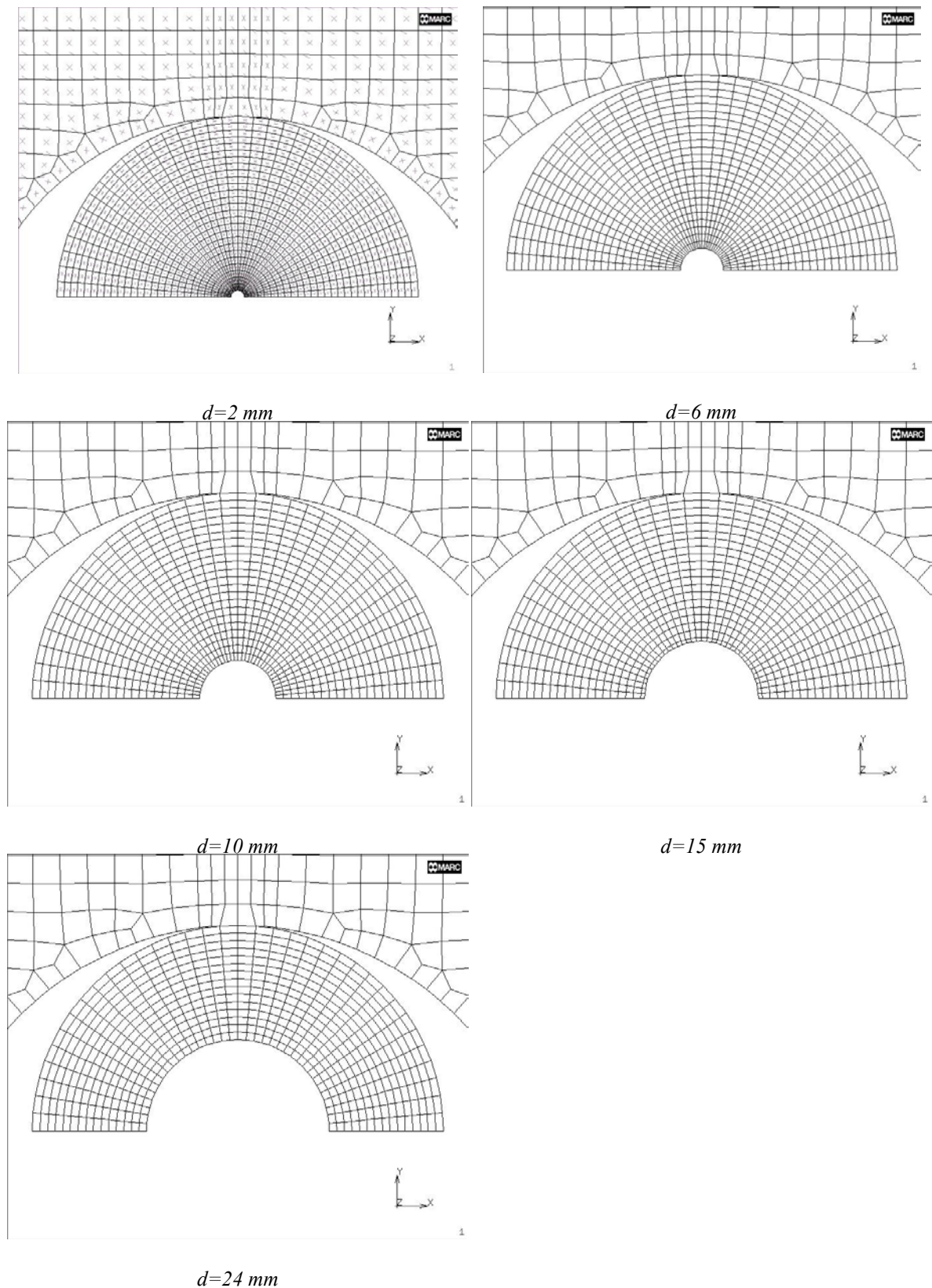
8.5 ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 3

Περίπτωση 3: Η διακριτοποίηση αυτή είναι και η τελευταία που πραγματοποιήθηκε αλλά και η πιο άρτια, καθώς προσεγγίζει την πραγματική εικόνα της συσκευής (Σχ. 8.11). Η άνω χαλύβδινη σιαγόνα περιέχει και τους οδηγούς ευθυγράμμισης.

Και εδώ αρχικά, δημιουργήθηκαν δυο είδη μοντέλων, για δοκίμιο με οπή 2mm και 10mm. Μετά όμως, από την σύγκριση των αποτελεσμάτων των διαφόρων περιπτώσεων διακριτοποίησης (1A, 1B , 2 και 3) και των αντίστοιχων πειραματικών (όπως αυτά παρατίθενται σε επόμενες παραγράφους), επιλέχτηκε ως καλύτερη η περίπτωση 3. Έτσι, δημιουργήθηκαν και τα μοντέλα των υπόλοιπων διαμέτρων οπής (Σχ. 8.12).



Σχήμα 8.11: Γεωμετρία και διακριτοποίηση μοντέλου με δοκίμιο διαμέτρου οπής $d=2\text{ mm}$ (Περίπτωση 3).



Σχήμα 8.12: Λεπτομέρεια διακριτοποίησης δοκιμίων διαμέτρου οπής $d=2\text{ mm}$, $d=6\text{ mm}$, $d=10\text{ mm}$, $d=15\text{ mm}$ και $d=24\text{ mm}$ (Περίπτωση 3).

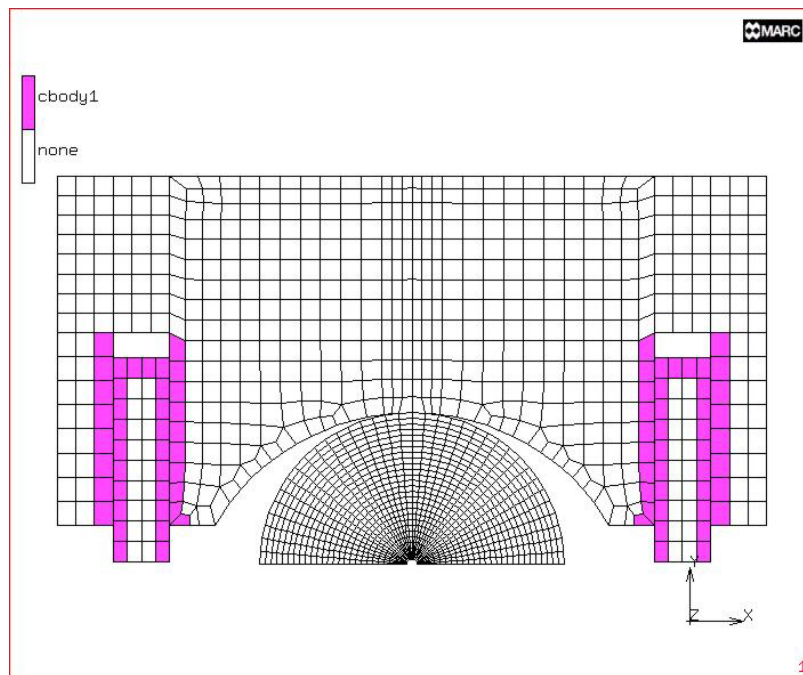
Το δοκίμιο και ο χάλυβας έχουν τρεις κοινούς κόμβους στην επαφή τους, κατά μήκος περιφέρειας τόξου 10° . Ο αριθμός των στοιχείων για κάθε ένα μοντέλο δίνεται στον Πίνακα 8.3.

Πίνακας 8.3: Αριθμός στοιχείων για κάθε μοντέλο.

Χάλυβας	Δοκίμιο				
	d=2 mm	d=6 mm	d=10 mm	d=15 mm	d=24 mm
654	936	864	792	720	540

8.5.1 ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΕΠΑΦΗΣ

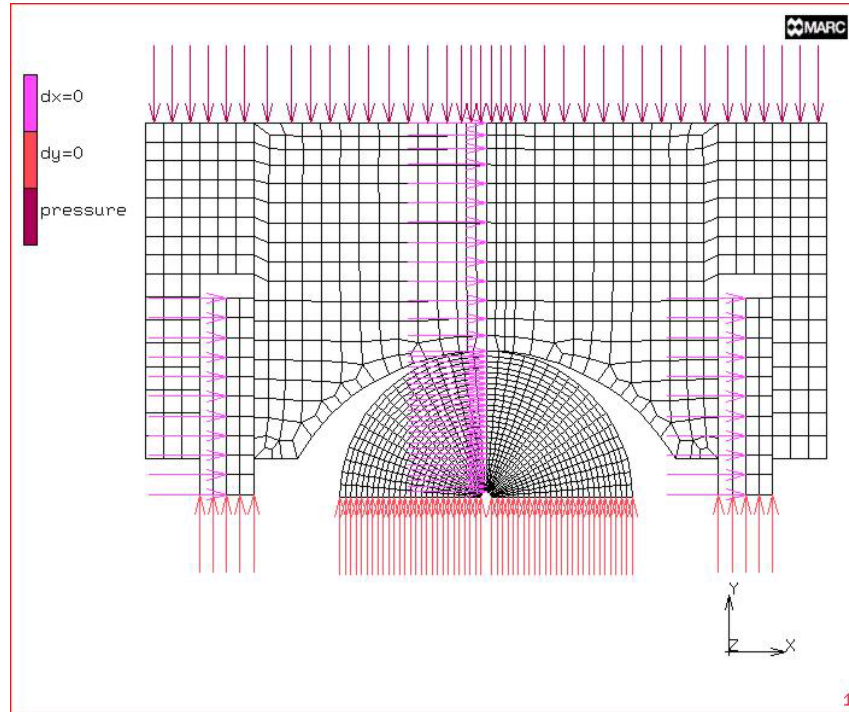
Μεταξύ της άνω χαλύβδινης σιαγώνας και των οδηγών ευθυγράμμισης χρησιμοποιήθηκαν στοιχεία επαφής (contact elements). Ο συντελεστής τριβής μεταξύ των επιφανειών τέθηκε ίσος με 0,4. Χρησιμοποιήθηκαν συνολικά 80 στοιχεία επαφής (Σχ. 8.13).



Σχήμα 8.13: Στοιχεία επαφής μεταξύ της άνω χαλύβδινης σιαγώνας και των οδηγών ευθυγράμμισης.

8.5.2 ΣΥΝΟΡΙΑΚΕΣ ΣΥΝΘΗΚΕΣ

Οι συνοριακές συνθήκες στην περίπτωση 3 της διακριτοποίησης, δίνονται συνοπτικά στο Σχήμα 8.14:



Σχήμα 8.14: Συνοριακές συνθήκες στην περίπτωση 3 της διακριτοποίησης ($d=2\text{ mm}$).

Αναλυτικά οι συνοριακές συνθήκες που χρησιμοποιήθηκαν είναι:

1^η συνοριακή συνθήκη: κύλιση μόνο στον άξονα y ($dx = 0$) για τους κόμβους του χάλυβα που βρίσκονται στην κεντρική κατακόρυφη γραμμή, τους κόμβους στην κάθετη διάμετρο του δοκιμίου (διάμετρος φόρτισης) και τους κεντρικούς κατακόρυφους κόμβους των οδηγών.

2^η συνοριακή συνθήκη: κύλιση μόνο στον άξονα x ($dy = 0$) για τους κόμβους στην οριζόντια διάμετρο του δοκιμίου και για τους κόμβους στη βάση των οδηγών ευθυγράμμισης.

Ο συνδυασμός της 1^{ης} και 2^{ης} συνθήκης για τους κεντρικούς κόμβους της βάσης των οδηγών ισοδυναμεί με πάκτωση αυτών.

3^η συνοριακή συνθήκη: επιβολή πίεσης στην πάνω έδρα του χάλυβα, διαφορετική για κάθε κατηγορία δοκιμίων (Πίνακας 8.4):

Πίνακας 8.4: Επιβαλλόμενη κατανεμημένη πίεση.

Διάμετρος οπής d (mm)	Πίεση (MPa)
2	5,88
6	4,70
10	3,30
15	2,20
24	1,30

Σημειώνεται ότι κατά τη διακριτοποίηση, η θέσεις των κόμβων ήταν τέτοια ώστε να συμπίπτουν με τις θέσεις των μηχανομετρώων.

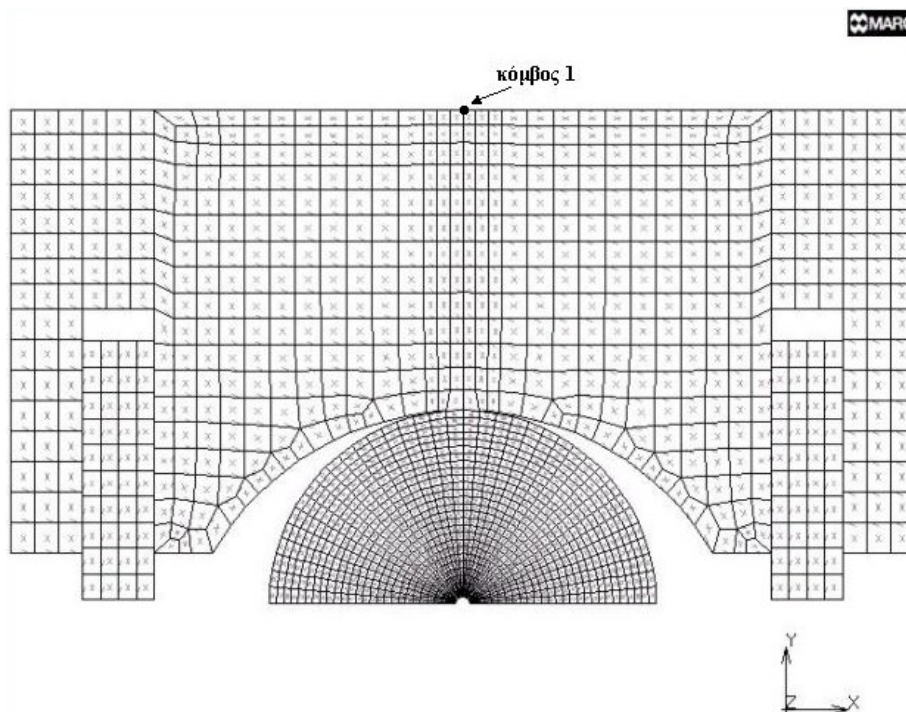
8.6 ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗΣ ΕΠΙΛΥΣΗΣ

8.6.1 ΕΠΙΛΟΓΗ ΚΑΤΑΛΛΗΛΗΣ ΔΙΑΚΡΙΤΟΠΟΙΗΣΗΣ ΤΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ ΚΑΙ ΣΥΝΟΡΙΑΚΩΝ ΣΥΝΘΗΚΩΝ

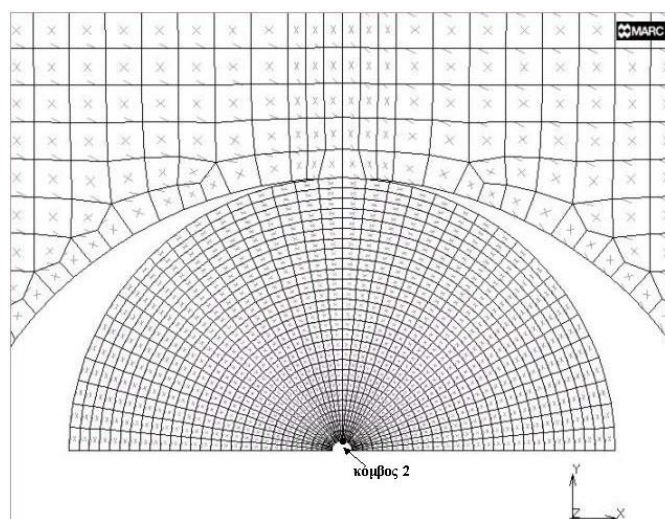
Για κάθε μία από τις παραπάνω περιπτώσεις διακριτοποίησης (1A, 1B, 2 και 3) ήταν απαραίτητο να επιλεγεί η κατάλληλη, ώστε να μοντελοποιηθούν σύμφωνα με αυτή όλα τα δοκίμια και επομένως, να προσομοιωθεί καλύτερα η δοκιμή της αντιδιαμετρικής φόρτισης. Για το λόγο αυτό, επιλέχθηκαν συγκεκριμένοι κόμβοι των μοντέλων και υπολογίστηκαν με τη βοήθεια του λογισμικού προγράμματος, η κατακόρυφη και η οριζόντια συνιστώσα της τάσης, σ_y και σ_x , αντίστοιχα. Στα Σχήματα 8.15 και 8.16 δίνονται αυτοί οι κόμβοι.

Επιλέχτηκε ο κεντρικός κόμβος (κόμβος 1) πάνω στην άνω έδρα το χάλυβα και ο κόμβος 2, πάνω στην περιφέρεια της οπής, ο οποίος ανήκει και στη διάμετρο φόρτισης. Για τον κόμβο 1, μετρήθηκε η τάση σ_y και για τον κόμβο 2 η σ_x , συναρτήσει των επιπέδων φόρτισης, δηλαδή από το 1^ο μέχρι το 20^ο. Σημειώνεται ότι η διαδικασία αυτή

πραγματοποιήθηκε αρχικά, για τα μοντέλα με δοκίμια διαμέτρου οπής 2 mm και 10 mm, για όλες τις περιπτώσεις διακριτοποίησης. Τα αποτελέσματα δίνονται στους Πίνακες 8.4 και 8.5.



Σχήμα 8.15: Θέση κόμβου 1 στην περίπτωση 3 της διακριτοποίησης ($d=2\text{ mm}$).



Σχήμα 8.16: Θέση κόμβου 2 στην περίπτωση 3 της διακριτοποίησης ($d=2\text{ mm}$).

Πίνακας 8.4: Η κατακόρυφη τάση σ_y και η οριζόντια σ_x , συναρτήσει των επιπέδων φόρτισης, για δοκίμια με διάμετρο οπής $d=2 \text{ mm}$.

Επίπεδο φόρτισης	d=2 mm							
	Μέγιστο φορτίο 5,88 MPa							
	1A		1B		2		3	
	κόμβος 1	κόμβος 2	κόμβος 1	κόμβος 2	κόμβος 1	κόμβος 2	κόμβος 1	κόμβος 2
	σ_y	σ_x	σ_y	σ_x	σ_y	σ_x	σ_y	σ_x
0	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
1	0.2526	-1.7284	0.2360	-1.7294	0.2700	-1.7251	0.2448	-2.4948
2	0.5052	-3.4568	0.4720	-3.4587	0.5399	-3.4502	0.4895	-4.9897
3	0.7577	-5.1852	0.7081	-5.1881	0.8099	-5.1753	0.7343	-7.4845
4	1.0103	-6.9137	0.9441	-6.9175	1.0799	-6.9004	0.9791	-9.9793
5	1.2629	-8.6421	1.1801	-8.6469	1.3499	-8.6255	1.2238	-12.4742
6	1.5155	-10.3705	1.4161	-10.3762	1.6198	-10.3506	1.4686	-14.9689
7	1.7681	-12.0989	1.6522	-12.1056	1.8898	-12.0756	1.7134	-17.4639
8	2.0206	-13.8274	1.8882	-13.8350	2.1598	-13.8007	1.9581	-19.9586
9	2.2732	-15.5557	2.1242	-15.5643	2.4297	-15.5258	2.2029	-22.4536
10	2.5258	-17.2842	2.3602	-17.2938	2.6997	-17.2509	2.4477	-24.9483
11	2.7784	-19.0126	2.5963	-19.0231	2.9697	-18.9760	2.6924	-27.4431
12	3.0310	-20.7410	2.8323	-20.7524	3.2396	-20.7011	2.9372	-29.9380
13	3.2835	-22.4694	3.0683	-22.4819	3.5096	-22.4262	3.1820	-32.4328
14	3.5361	-24.1979	3.3043	-24.2112	3.7796	-24.1513	3.4267	-34.9276
15	3.7887	-25.9262	3.5404	-25.9405	4.0496	-25.8763	3.6715	-37.4225
16	4.0413	-27.6547	3.7764	-27.6700	4.3195	-27.6014	3.9163	-39.9173
17	4.2938	-29.3831	4.0124	-29.3993	4.5895	-29.3265	4.1610	-42.4122
18	4.5464	-31.1115	4.2484	-31.1286	4.8595	-31.0516	4.4058	-44.9069
19	4.7990	-32.8399	4.4845	-32.8581	5.1294	-32.7767	4.6506	-47.4017
20	5.0516	-34.5683	4.7205	-34.5874	5.3994	-34.5018	4.8953	-49.8966

Η τελευταία γραμμή του παραπάνω πίνακα, αφορά το τελευταίο στάδιο φόρτισης. Παρατηρείται ότι σε όλα τα μοντέλα η τελική φόρτιση, εκφραζόμενη σε κατακόρυφη τάση σ_y επί της άνω έδρας της συσκευής φόρτισης, πλησιάζει το φορτίο θραύσης 5,88 MPa για $d=2 \text{ mm}$, που δόθηκε στην προσομοίωση. Είναι αναμενόμενο όμως, να είναι ελαφρώς μικρότερο το υπολογιζόμενο φορτίο από το πραγματικό, γιατί το μάρμαρο έχει υψηλό όριο διαρροής και αυτό «ανακουφίζει» το χάλυβα από τις τάσεις που αναπτύσσονται.

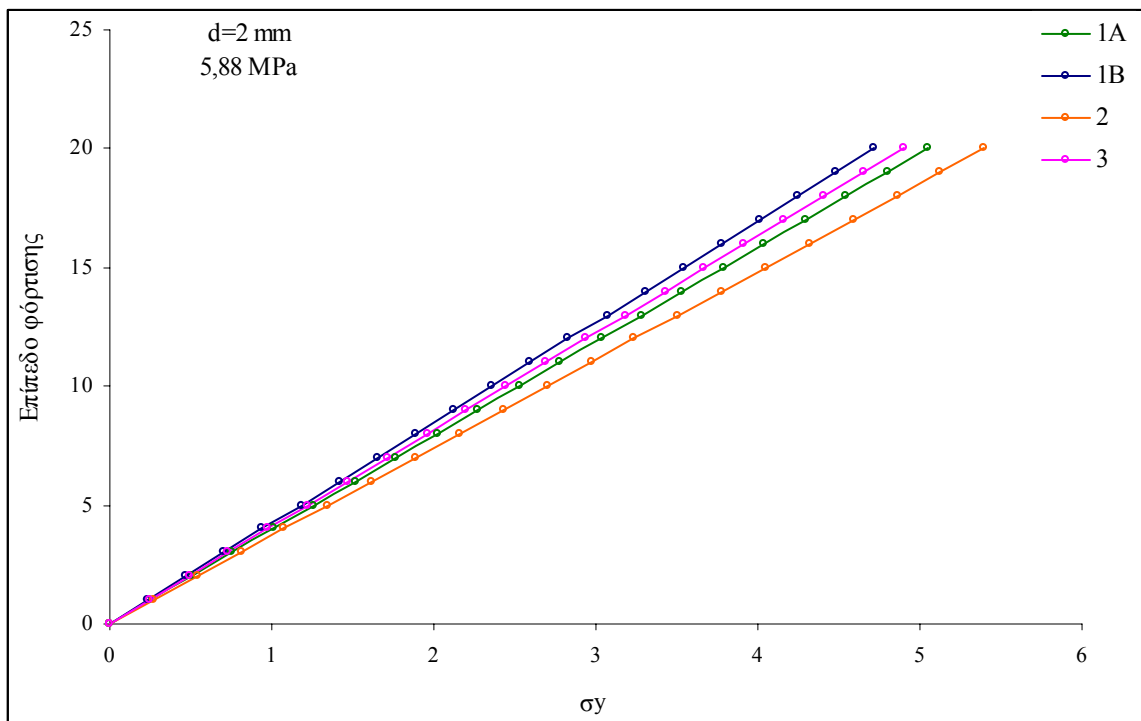
Η τιμή της οριζόντιας τάσης σ_x σε κάθε περίπτωση είναι η εφελκυστική τάση στην στέψη της οπής του δοκιμίου σε κάθε επίπεδο φόρτισης. Ειδικά για το τελευταίο στάδιο φόρτισης, θεωρητικά το φορτίο θραύσης, η τιμή της σ_x αντιστοιχεί στην εφελκυστική αντοχή του μαρμάρινου δακτυλίου.

Πίνακας 8.5: Η κατακόρυφη τάση σ_y και η οριζόντια σ_x , συναρτήσει των επιπέδων φόρτισης, για δοκίμια με διάμετρο οπής $d=10\text{ mm}$.

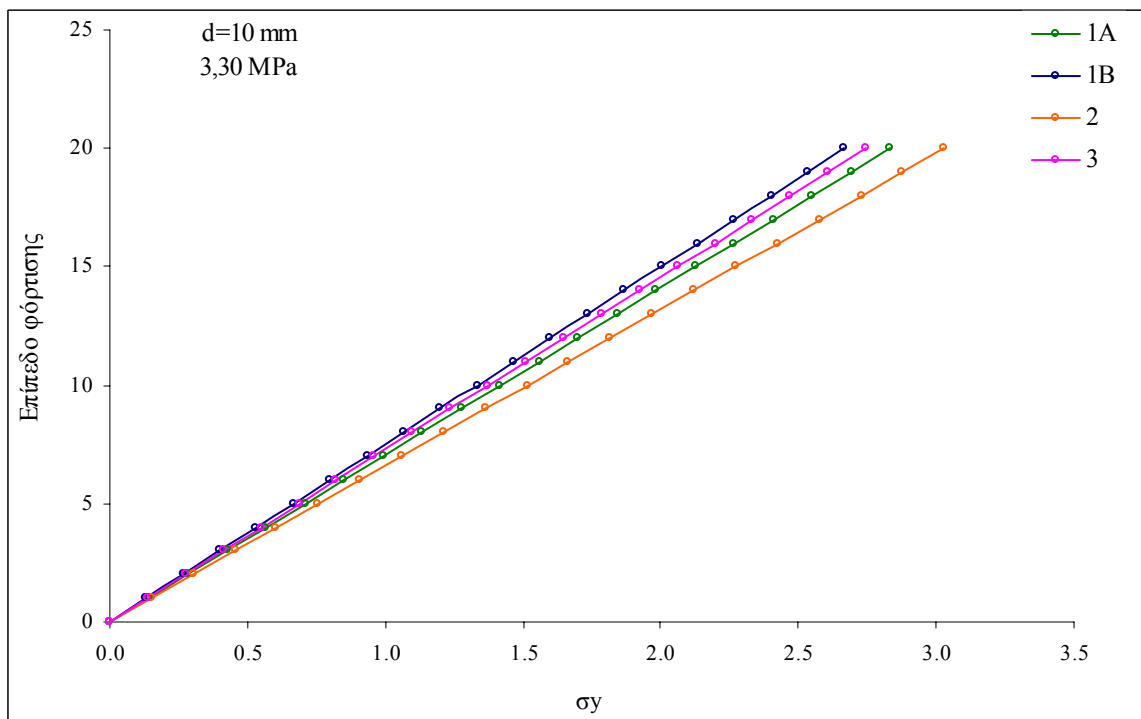
Επίπεδο φόρτισης	d=10 mm							
	Μέγιστο φορτίο 3,30 MPa							
	1A		1B		2		3	
	κόμβος 1	κόμβος 2	κόμβος 1	κόμβος 2	κόμβος 1	κόμβος 2	κόμβος 1	κόμβος 2
	MPa							
	σ_y	σ_x	σ_y	σ_x	σ_y	σ_x	σ_y	σ_x
0	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
1	0.1417	-1.7508	0.1334	-1.7190	0.1515	-1.7472	0.1373	-1.7390
2	0.2834	-3.5016	0.2668	-3.4380	0.3030	-3.4944	0.2746	-3.4781
3	0.4251	-5.2523	0.4002	-5.1570	0.4545	-5.2417	0.4120	-5.2171
4	0.5668	-7.0031	0.5336	-6.8759	0.6060	-6.9889	0.5493	-6.9561
5	0.7085	-8.7539	0.6670	-8.5949	0.7575	-8.7361	0.6866	-8.6951
6	0.8502	-10.5047	0.8004	-10.3139	0.9089	-10.4833	0.8239	-10.4342
7	0.9919	-12.2555	0.9338	-12.0328	1.0604	-12.2305	0.9612	-12.1732
8	1.1336	-14.0062	1.0672	-13.7519	1.2119	-13.9777	1.0986	-13.9123
9	1.2753	-15.7570	1.2006	-15.4708	1.3634	-15.7251	1.2359	-15.6512
10	1.4170	-17.5077	1.3340	-17.1898	1.5149	-17.4722	1.3732	-17.3904
11	1.5587	-19.2586	1.4674	-18.9088	1.6664	-19.2194	1.5105	-19.1293
12	1.7004	-21.0093	1.6007	-20.6278	1.8179	-20.9667	1.6479	-20.8684
13	1.8421	-22.7601	1.7341	-22.3467	1.9694	-22.7139	1.7852	-22.6073
14	1.9838	-24.5109	1.8675	-24.0658	2.1209	-24.4611	1.9225	-24.3464
15	2.1255	-26.2617	2.0009	-25.7847	2.2724	-26.2083	2.0598	-26.0854
16	2.2672	-28.0125	2.1343	-27.5037	2.4238	-27.9556	2.1971	-27.8245
17	2.4089	-29.7632	2.2677	-29.2226	2.5753	-29.7027	2.3345	-29.5636
18	2.5506	-31.5141	2.4011	-30.9417	2.7268	-31.4499	2.4718	-31.3025
19	2.6923	-33.2648	2.5345	-32.6607	2.8783	-33.1973	2.6091	-33.0416
20	2.8340	-35.0156	2.6679	-34.3796	3.0298	-34.9444	2.7464	-34.7805

Παρόμοια συμπεράσματα προκύπτουν και από τα δεδομένα του Πίνακα 8.5. Συνοπτικά, τα αποτελέσματα των προηγούμενων πινάκων δίνονται στα σχήματα που ακολουθούν. Με βάση τα διαγράμματα των Σχημάτων 8.17 έως 8.20, επιλέχτηκε ως καταλληλότερη διακριτοποίηση της δοκιμής, η περίπτωση 3 (Σχ. 8.11) με συνοριακές συνθήκες όπως δίνονται στο Σχήμα 8.14.

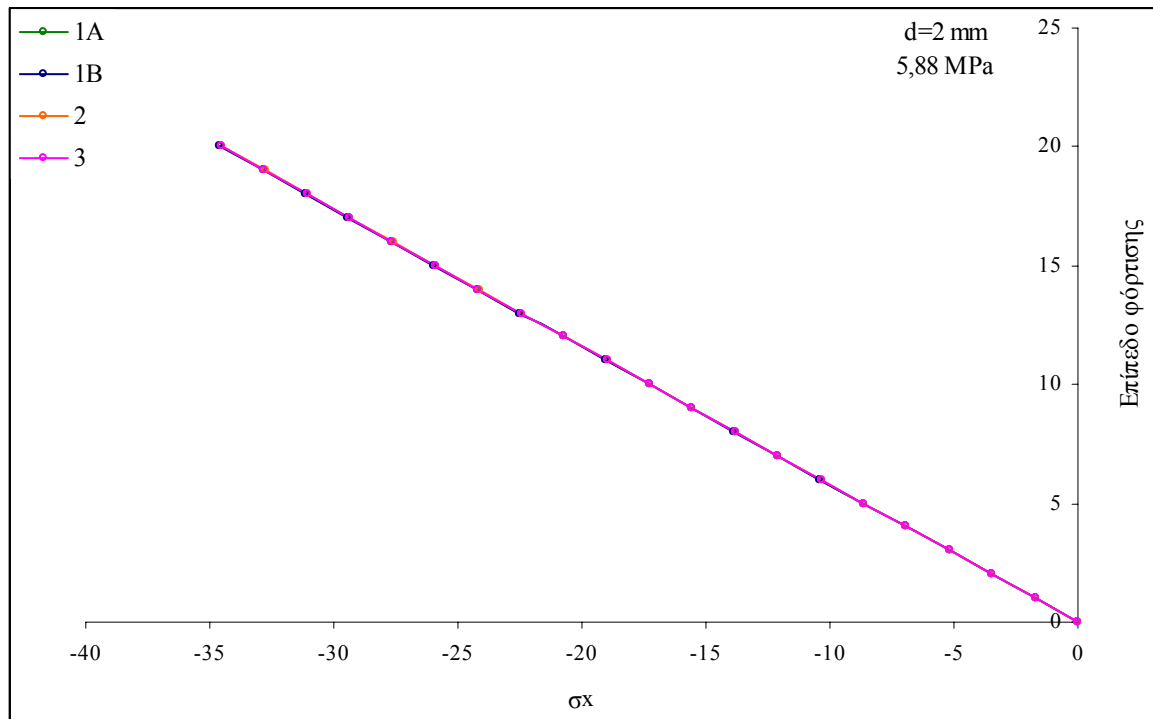
Σημειώνεται ότι η τάση εκφράζεται σε MPa (N/mm^2), καθώς το μοντέλο επιλύθηκε με αυτές τις μονάδες. Η σχέση μεταξύ N/mm^2 και MPa είναι: $1\text{ N/mm}^2 = 1\text{ MPa}$.



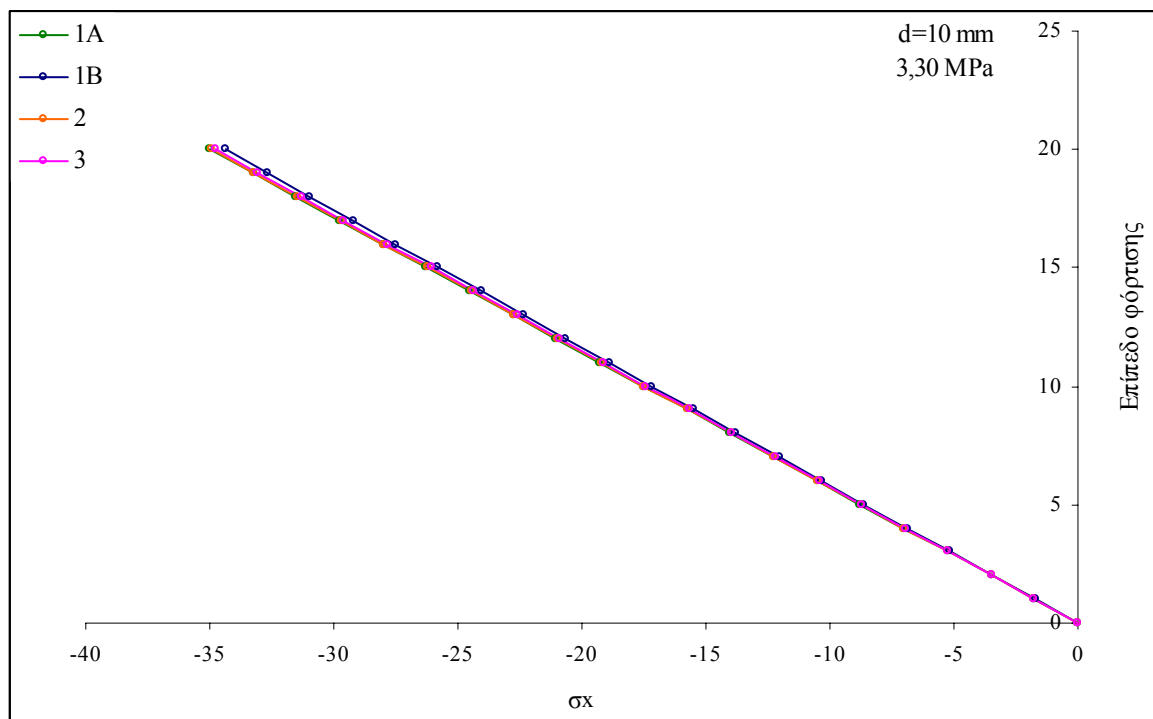
Σχήμα 8.17: Η κατακόρυφη τάση σ_y στον κόμβο 1, πάνω στην σιαγόνα για $d=2 \text{ mm}$.



Σχήμα 8.18: Η κατακόρυφη τάση σ_y στον κόμβο 1, πάνω στην σιαγόνα για $d=10 \text{ mm}$.



Σχήμα 8.19: Η οριζόντια τάση σ_x στον κόμβο 2, επί της περιφέρειας της οπής για $d=2 \text{ mm}$.



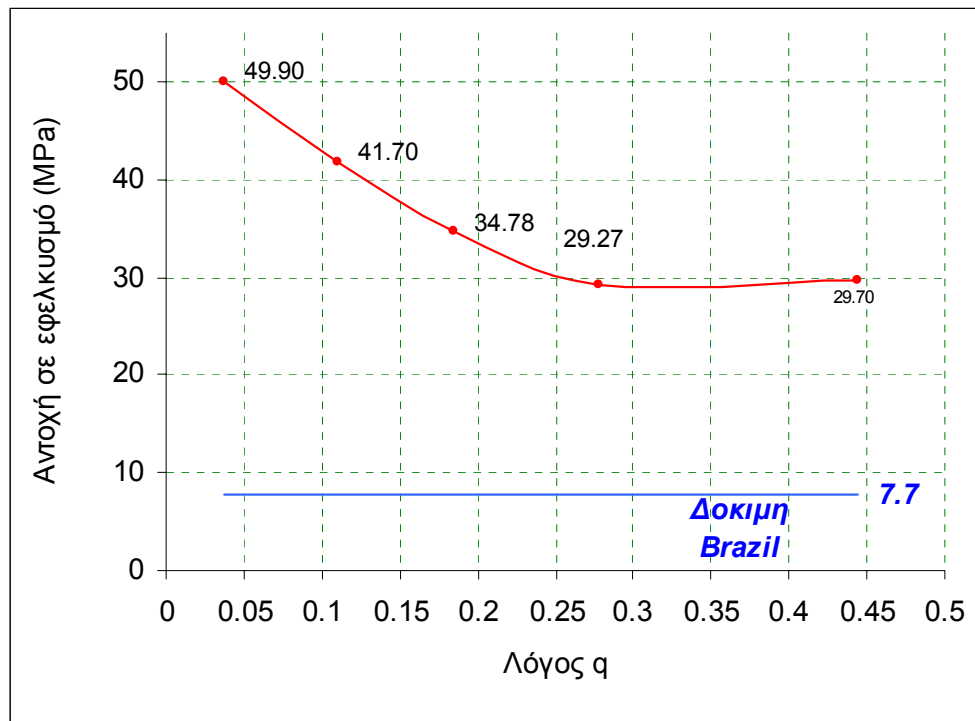
Σχήμα 8.20: Η οριζόντια τάση σ_x στον κόμβο 2, επί της περιφέρειας της οπής για $d=10 \text{ mm}$.

8.6.2 ΕΦΕΛΚΥΣΤΙΚΗ ΑΝΤΟΧΗ ΤΩΝ ΔΟΚΙΜΙΩΝ

Η εφελκυστική αντοχή των δοκιμίων, εκφρασμένη ως οριζόντια τάση σ_x στο τελευταίο στάδιο φόρτισης, όπως προκύπτει από την αριθμητική επίλυση δίδεται στον Πίνακα 8.6. Στο Σχήμα 8.21 παρουσιάζεται η εφελκυστική αντοχή συναρτήσει του λόγου q .

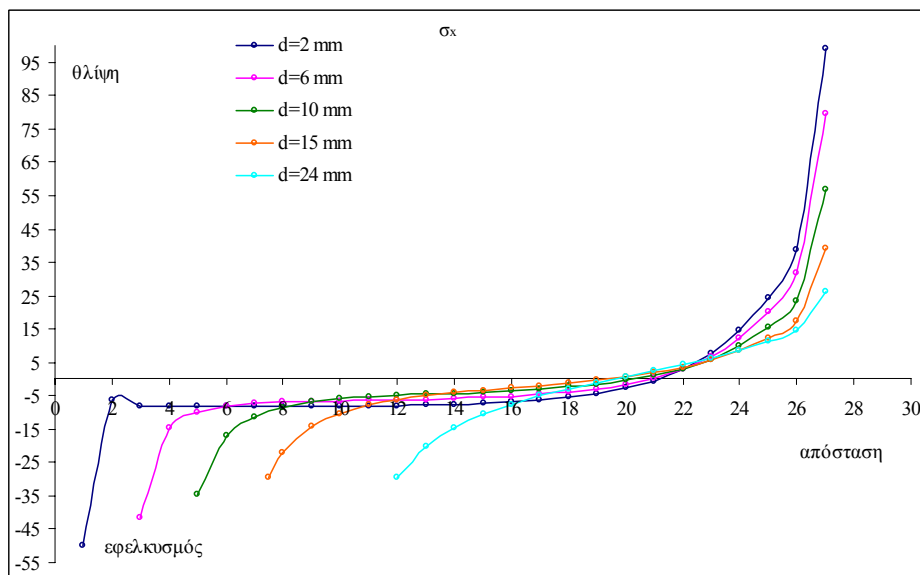
Πίνακας 8.6: Εφελκυστική αντοχή.

Διάμετρος οπής d (mm)	Λόγος διαμέτρων q	Εφελκυστική αντοχή (MPa)
2	0,037	49,90
6	0,111	41,70
10	0,185	34,78
15	0,278	29,27
24	0,444	29,70

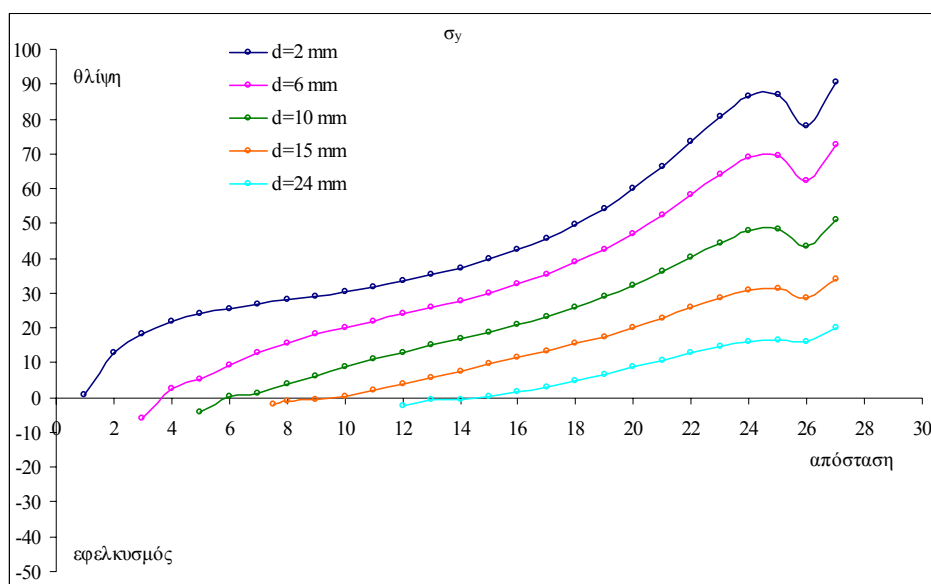


Σχήμα 8.21: Η υπολογιζόμενη εφελκυστική αντοχή συναρτήσει του λόγου q .

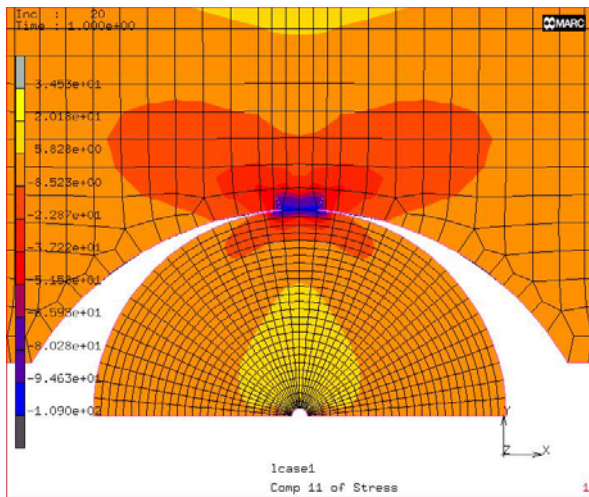
Ενδιαφέρον παρουσιάζει και η κατανομή των τάσεων συναρτήσει της απόστασης από την οπή, πάνω στη διάμετρο φόρτισης των δοκιμίων. Τα αποτελέσματα της αριθμητικής επίλυσης δίνονται στα Σχήματα 8.22 και 8.23, ενώ οι ισοτασικές καμπύλες στα Σχήματα 8.24 και 8.25.



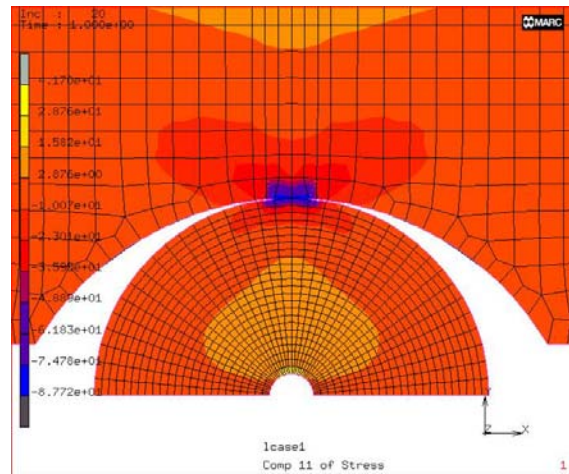
Σχήμα 8.22: Κατανομή της οριζόντιας τάσης σ_x επί της διαμέτρου φόρτισης των δοκιμίων.



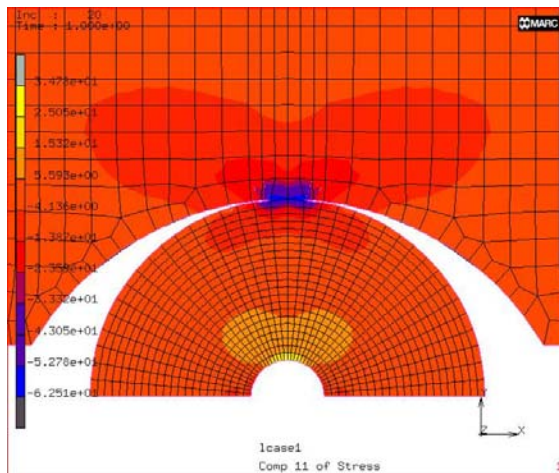
Σχήμα 8.23: Κατανομή της κατακόρυφης τάσης σ_y επί της διαμέτρου φόρτισης των δοκιμίων.



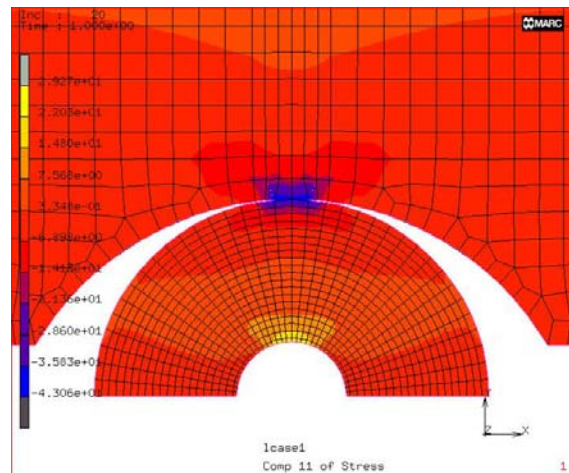
$d=2\text{ mm}$



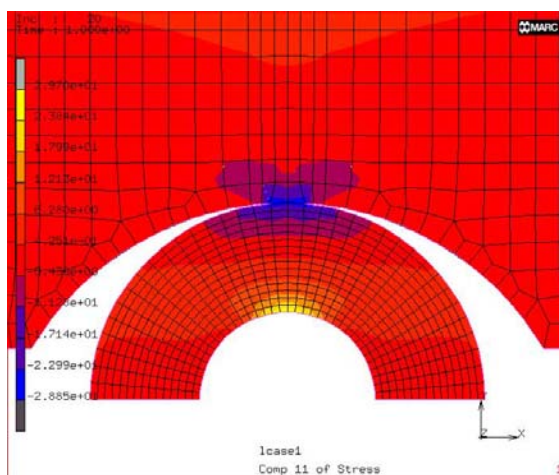
$d=6\text{ mm}$



$d=10\text{ mm}$

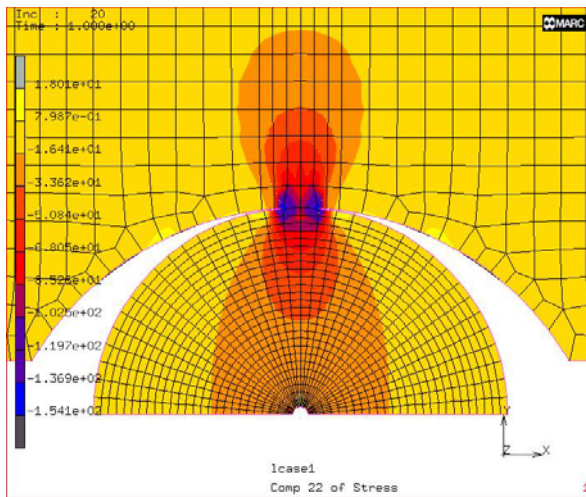


$d=15\text{ mm}$

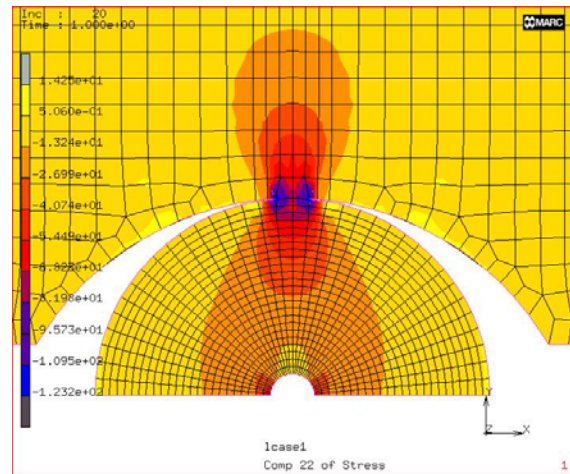


$d=24\text{ mm}$

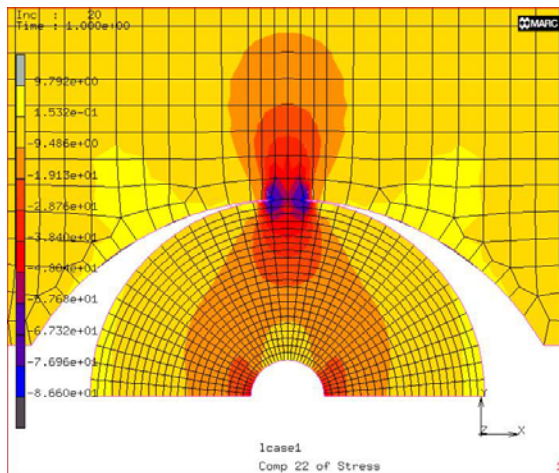
Σχήμα 8.24: Κατανομή της οριζόντιας τάσης σ_x εντός των δοκιμίων.



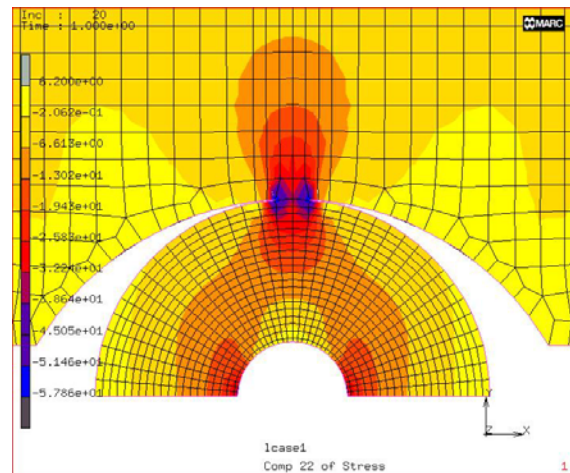
$d=2 \text{ mm}$



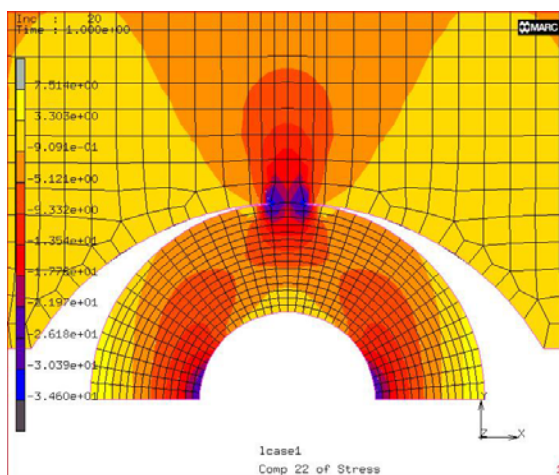
$d=6 \text{ mm}$



$d=10 \text{ mm}$



$d=15 \text{ mm}$



$d=24 \text{ mm}$

Σχήμα 8.25: Κατανομή της κατακόρυφης τάσης σ_y εντός των δοκιμίων.

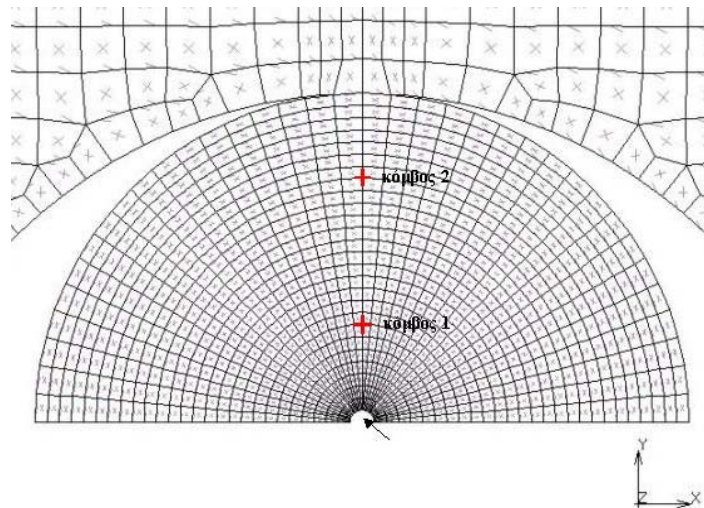
Παρατηρείται σε όλα τα μοντέλα (Σχ. 8.22), ότι η οριζόντια τάση είναι θλιπτική στην περιοχή κοντά στο σημείο φόρτισης (transfer zone), γίνεται εφελκυστική και παραμένει σχετικά σταθερή στο μέσο περίπου του δακτυλίου, ενώ παρουσιάζει υψηλές τιμές σε εφελκυσμό κοντά στην περιφέρεια της οπής (process zone). Μόνη εξαίρεση αποτέλεσε το δοκίμιο διαμέτρου οπής $d = 24 \text{ mm}$.

Η κατακόρυφη τάση σε όλες τις περιπτώσεις (Σχ. 8.23) είναι εφελκυστική μόνο σε μικρή περιοχή κοντά στην περιφέρεια της οπής (process zone). Στο υπόλοιπο δοκίμιο γίνεται θλιπτική. Αυτό ίσως οφείλεται στο γεγονός ότι το άνω τμήμα του δακτυλίου υποβάλλεται ουσιαστικά σε κάμψη.

8.6.3 ΑΝΗΓΜΕΝΕΣ ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΕΙΣ

Όπως αναφέρθηκε και στο Κεφάλαιο 7, μετρήθηκαν οι οριζόντιες και κατακόρυφες ανηγμένες παραμορφώσεις, ε_x και ε_y , σε επιλεγμένα σημεία επί της διαμέτρου φόρτισης δοκιμίου με διάμετρο οπής $d=6 \text{ mm}$ (§ 7.2.2, Σχ. 7.6). Τα αποτελέσματα της πειραματικής δοκιμής δόθηκαν στο Σχήμα 7.12.

Για την αριθμητική επίλυση, επιλέχθηκαν οι κατάλληλοι δύο κόμβοι πάνω στην διάμετρο φόρτισης, σε απόσταση $r_1=8,5 \text{ mm}$ (κόμβος 1) και $r_2=19,5 \text{ mm}$ (κόμβος 2) (Σχ.8.26).

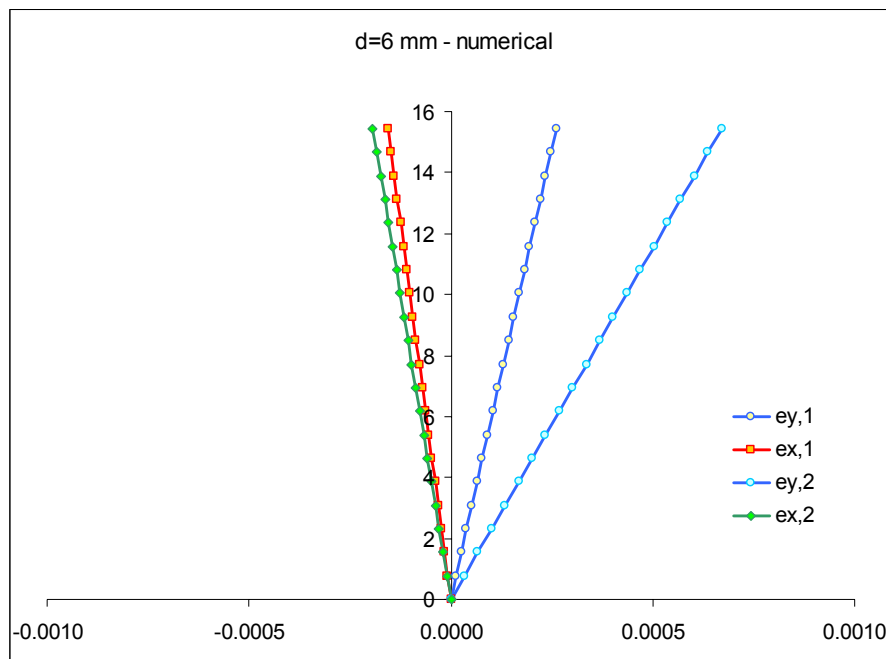


Σχήμα 8.26: Θέσεις επί της διαμέτρου φόρτισης δοκιμίου για την μέτρηση των ανηγμένων παραμορφώσεων ε_x και ε_y ($d=6 \text{ mm}$).

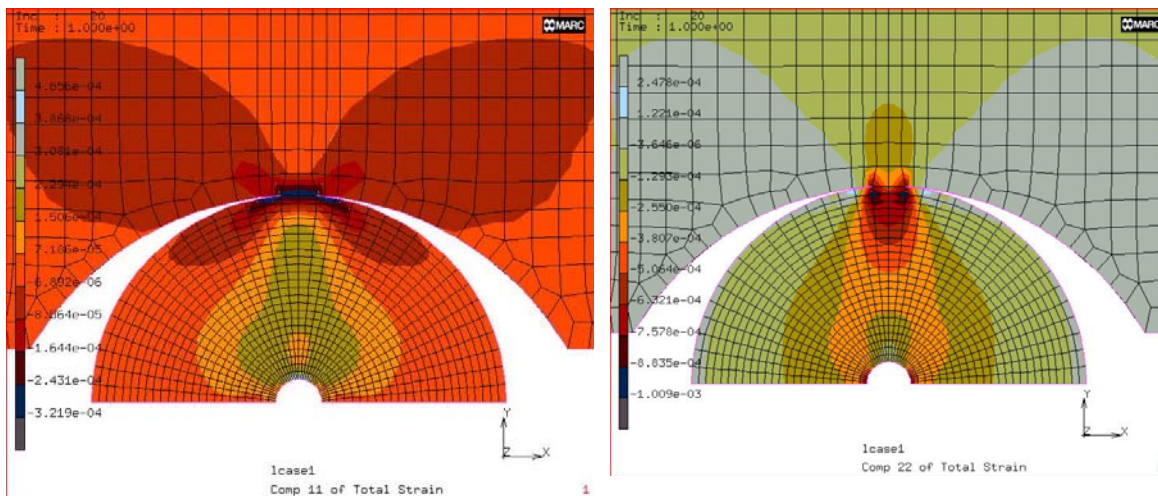
Τα αποτελέσματα της αριθμητικής επίλυσης δίνονται στον Πίνακα 8.7 και στο Σχήμα 8.27, ενώ στο Σχήμα 8.28 παρουσιάζονται οι ισοπαραμορφωσιακές καμπύλες.

Πίνακας 8.7: Οι ανηγμένες παραμορφώσεις ε_x και ε_y για τους κόμβους 1 και 2.

Στάδιο φόρτισης	Φορτίο	Κόμβος 1 (mm)		Κόμβος 2 (mm)	
	kN	ε_x	ε_y	ε_x	ε_y
0	0.0	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00
1	0.8	7.791E-06	-1.307E-05	9.640E-06	-3.355E-05
2	1.5	1.558E-05	-2.614E-05	1.928E-05	-6.710E-05
3	2.3	2.337E-05	-3.921E-05	2.892E-05	-1.007E-04
4	3.1	3.116E-05	-5.227E-05	3.856E-05	-1.342E-04
5	3.9	3.896E-05	-6.534E-05	4.820E-05	-1.678E-04
6	4.6	4.675E-05	-7.841E-05	5.784E-05	-2.013E-04
7	5.4	5.454E-05	-9.148E-05	6.748E-05	-2.349E-04
8	6.2	6.233E-05	-1.045E-04	7.712E-05	-2.684E-04
9	6.9	7.012E-05	-1.176E-04	8.676E-05	-3.020E-04
10	7.7	7.791E-05	-1.307E-04	9.640E-05	-3.355E-04
11	8.5	8.570E-05	-1.438E-04	1.060E-04	-3.691E-04
12	9.3	9.349E-05	-1.568E-04	1.157E-04	-4.026E-04
13	10.0	1.013E-04	-1.699E-04	1.253E-04	-4.362E-04
14	10.8	1.091E-04	-1.830E-04	1.350E-04	-4.697E-04
15	11.6	1.169E-04	-1.960E-04	1.446E-04	-5.033E-04
16	12.3	1.247E-04	-2.091E-04	1.542E-04	-5.368E-04
17	13.1	1.324E-04	-2.222E-04	1.639E-04	-5.704E-04
18	13.9	1.402E-04	-2.352E-04	1.735E-04	-6.039E-04
19	14.7	1.480E-04	-2.483E-04	1.832E-04	-6.375E-04
20	15.4	1.558E-04	-2.614E-04	1.928E-04	-6.710E-04



Σχήμα 8.27: Διάγραμμα των οριζόντιων και κατακόρυφων ανηγμένων παραμορφώσεων ε_x και ε_y για τους κόμβους 1 και 2, σύμφωνα με την αριθμητική επίλυση.


 ε_x
 ε_y

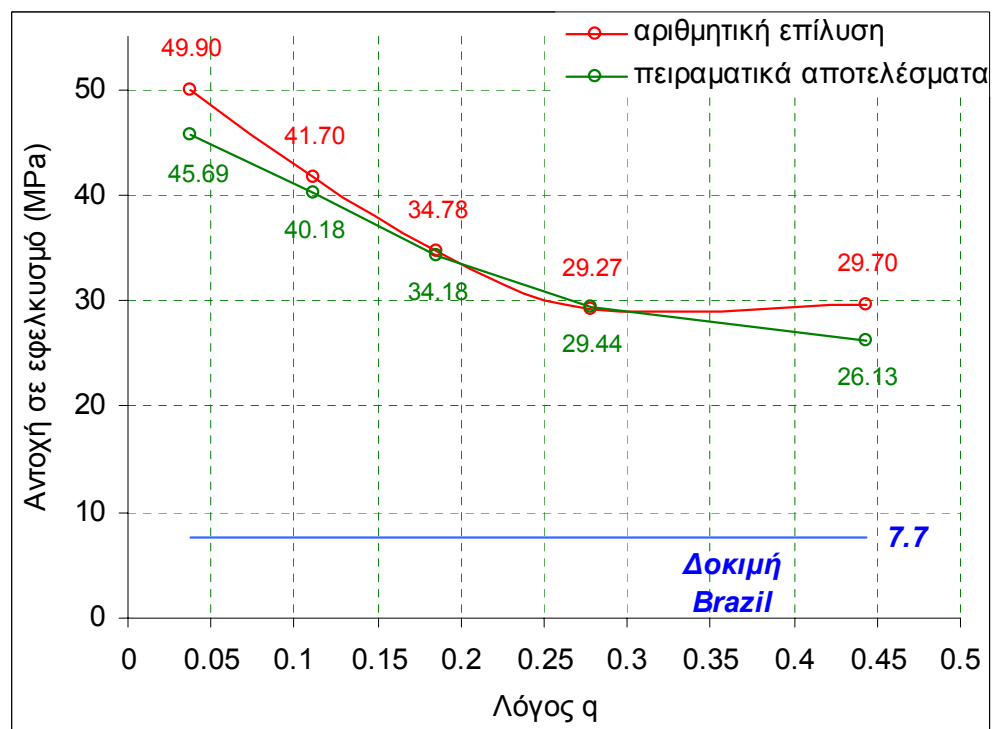
Σχήμα 8.28: Κατανομή της οριζόντιας και κατακόρυφης ανηγμένης παραμόρφωσης, ε_x και ε_y , εντός δοκιμίου με $d=6 \text{ mm}$.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 9

ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ ΜΕΤΑΞΥ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗΣ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΚΑΙ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ

9.1 ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ ΓΙΑ ΤΟ ΕΛΑΣΤΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ ΔΙΟΝΥΣΙΑΚΟΥ ΜΑΡΜΑΡΟΥ

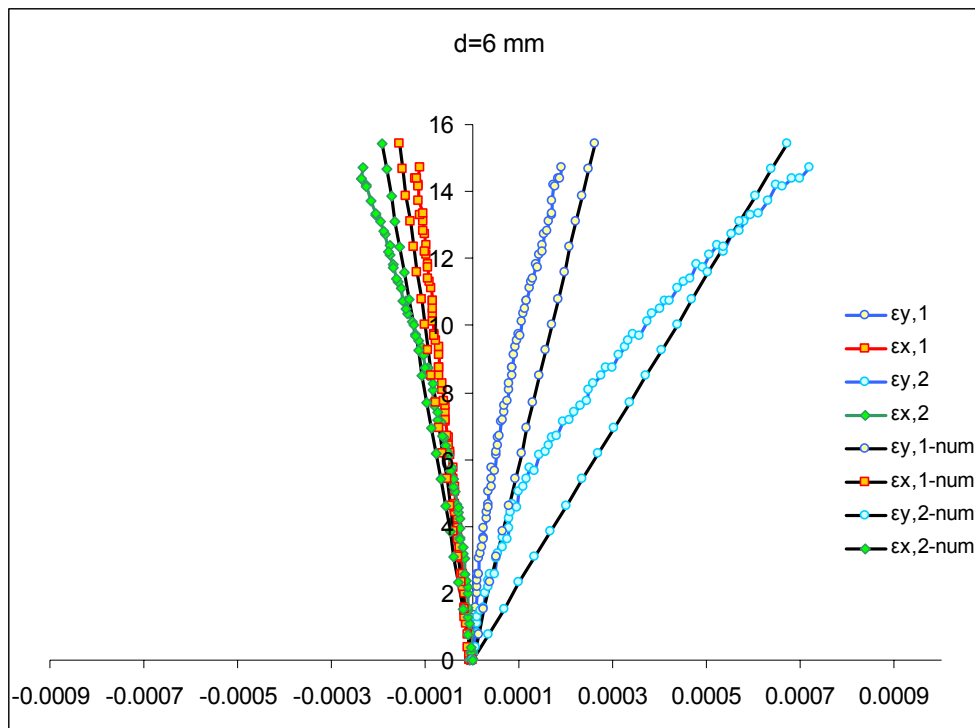
Τα συγκριτικά αποτελέσματα μεταξύ αριθμητικής επίλυσης και πειραματικής ανάλυσης για την περίπτωση της προσομοίωσης του Διονυσιακού μαρμάρου σαν ισότροπο ελαστικό υλικό, αφορούν την εφελκυστική αντοχή του υλικού συναρτήσει του λόγου q , εσωτερικής προς εξωτερική διάμετρο του δοκιμίου, και τις ανηγμένες παραμορφώσεις επί της διαμέτρου φόρτισης των δοκιμίων, συναρτήσει του φορτίου.



Σχήμα 9.1: Πειραματικά και αριθμητικά αποτελέσματα για την εφελκυστική αντοχή του υλικού.

Στο διάγραμμα του Σχήματος 9.1 παρουσιάζονται τα αριθμητικά (καμπύλη κόκκινου χρώματος) και πειραματικά (καμπύλη πράσινου χρώματος) αποτελέσματα σχετικά με την τιμή της αντοχής (tensile strength) στο κρίσιμο σημείο στη στέψη της οπής (process zone), από όπου ξεκινά η θραύση. Οι τιμές της αριθμητικής επίλυσης είναι σχεδόν για όλους τους λόγους q σε συμφωνία με τις αντίστοιχες πειραματικές, ενώ η μέγιστη απόκλιση που καταγράφεται δεν υπερβαίνει το 14%. Επομένως, μπορεί να θεωρηθεί ότι το υλικό συμπεριφέρεται ως ελαστικό ισότροπο σώμα, όπως ακριβώς θεωρήθηκε κατά την αριθμητική επίλυση, αγνοώντας την οποιαδήποτε ανισοτροπία παρουσιάζει. Επιπλέον, επιβεβαιώνεται το γεγονός ότι το μέγεθος της οπής επηρεάζει την αντοχή σε εφελκυσμό του υλικού.

Αυτό που είναι χαρακτηριστικό, είναι η κατά πολύ υψηλότερη τιμή της εφελκυστικής αντοχής όπως προκύπτει από την αντιδιαμετρική φόρτιση δοκιμίων με οπή σε σχέση με τη δοκιμή Brazil (βλέπε συζήτηση §10.1).



Σχήμα 9.2: Πειραματικά και αριθμητικά αποτελέσματα για την κατανομή των ανηγμένων παραμορφώσεων σε απόσταση $r_1 = 8,5 \text{ mm}$ (ε_{x1} , ε_{y1}) και $r_2 = 19,5 \text{ mm}$ (ε_{x2} , ε_{y2}).

Στη συνέχεια, γίνεται σύγκριση των πειραματικών τροπών, οριζοντίων και κατακόρυφων, που μετρήθηκαν από τα μηχανοστάδια, και των αντίστοιχων τροπών, όπως προέκυψαν από την αριθμητική επίλυση (Σχήμα 9.2). Τα αποτελέσματα αφορούν δοκίμιο εσωτερικής διαμέτρου $d = 6 \text{ mm}$. Οι τροπές με δείκτη 1, μετρήθηκαν από το μηχανοστάδιο που είχε τοποθετηθεί πάνω στη διάμετρο φόρτισης σε απόσταση 8,5 mm από την οπή, ενώ οι τροπές με δείκτη 2, από το μηχανοστάδιο σε απόσταση 19,5 mm.

Οι εφελκυστικές τροπές ε_{xx} θεωρούνται αρνητικές και οι θλιπτικές ε_{yy} θετικές. Το διάγραμμα παρουσιάζει την μεταβολή των τροπών, καθώς αυξάνεται το κατακόρυφο φορτίο επί της διαμέτρου φόρτισης. Το φορτίο θραύσης για το συγκεκριμένο δοκίμιο είναι 15,4 kN. Και σε αυτή την περίπτωση είναι φανερό ότι, αν και συστηματικά υψηλότερες, οι τιμές της αριθμητικής επίλυσης βρίσκονται σε καλή συμφωνία με τα πειραματικά αποτελέσματα. Από το συνδυασμένο αυτό διάγραμμα προκύπτει ότι:

- Πειραματικές οριζόντιες και κατακόρυφες τροπές είναι γενικά μη γραμμικές, κάτι το οποίο ίσως οφείλεται στη μη γραμμική συμπεριφορά του υλικού, στα σημεία επαφής με τις πλάκες φόρτισης (transfer zone). Μέχρι τη μέση της φόρτισης, η μηχανική συμπεριφορά του μαρμάρου Διονύσου φαίνεται να είναι γραμμικά ελαστική, ενώ σε υψηλότερα επίπεδα φόρτισης γίνεται μη γραμμική.
- Περισσότερο μη γραμμικές είναι οι πειραματικές τροπές που μετρήθηκαν από το μηχανοστάδιο 2. Επομένως, η μη γραμμικότητα είναι εντονότερη κοντά στα σημεία φόρτισης (transfer zone).
- Αντίθετα, οι τροπές της αριθμητικής επίλυσης παρουσιάζουν γραμμικότητα καθώς αυξάνεται το φορτίο, και γενικά η μέση τιμή τους βρίσκεται σε συμφωνία με τις αντίστοιχες πειραματικές.

Η μέγιστη απόκλιση που καταγράφεται δεν υπερβαίνει το 10%, γεγονός το οποίο είναι πολύ ενθαρρυντικό εάν ληφθεί υπόψη το απόλυτο μέγεθος των μετρούμενων ποσοτήτων, το οποίο είναι στο βαθμό μόνο μερικών μικρών λόγω της ευθραυστότητας του μαρμάρου.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 10

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ

10.1 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Στην παρούσα εργασία μελετήθηκε το πρόβλημα της αντιδιαμετρικής φόρτισης δοκιμίων μαρμάρου Διονύσου με οπή στο κέντρο, για διάφορες διαμέτρους οπής, με την συμβολή της Μεθόδου των Πεπερασμένων Στοιχείων. Τα αποτελέσματα που προέκυψαν από την αριθμητική επίλυση συγκρίθηκαν με πειραματικά αποτελέσματα από μια σειρά δοκιμών αντιδιαμετρικής φόρτισης που έλαβε χώρα στο εργαστήριο Μηχανικής των Πετρωμάτων του Τμήματος Μηχανικών Ορυκτών Πόρων.

Η αριθμητική επίλυση με την Μέθοδο των Πεπερασμένων Στοιχείων, πραγματοποιήθηκε σε δύο διαστάσεις με την θεώρηση επίπεδης παραμόρφωσης. Χρησιμοποιήθηκαν στοιχεία επαφής, ενώ η διακριτοποίηση των μοντέλων έγινε με τρόπο ώστε οι διαστάσεις τους να συμπίπτουν με το άνω μισό των πραγματικών δοκιμίων. Μελετήθηκαν πέντε μοντέλα, ανάλογα με τη διάμετρο της εσωτερικής οπής. Το Διονυσιακό μάρμαρο προσομοιώθηκε σαν ισότροπο ελαστικό υλικό, όπως και η χαλύβδινη συσκευή η οποία χρησιμοποιήθηκε για την μεταφορά και ομοιόμορφη κατανομή του φορτίου.

Η μέγιστη εφελκυστική τάση των δακτυλίων εμφανίζεται στην τομή της διαμέτρου φόρτισης με την περιφέρεια της οπής του δοκιμίου. Επομένως, αν η εφελκυστική αντοχή ταυτίζεται με την μέγιστη αυτή τάση, τότε η αντοχή σε εφελκυσμό προκύπτει από το φορτίο θραύσης της δοκιμής δακτυλίων, πολλαπλασιαζόμενο με το συντελεστή K , που εξαρτάται από το λόγο q .

Η μελέτη αυτή επικεντρώνεται στον υπολογισμό της αντοχής σε εφελκυσμό του υλικού, όπως παρουσιάστηκε από τους Jaeger και Hoskins (1966), και στην σύγκριση των πειραματικών τρόπων σε εφελκυσμό του μαρμάρου Διονύσου, ε_{xx} και ε_{yy} , σε αποστάσεις $r_1 = 8,5 \text{ mm}$ $r_2 = 19,5 \text{ mm}$ από την οπή, με τις αντίστοιχες που προκύπτουν

από την αριθμητική προσομοίωση. Επίσης, παρουσιάζονται και αριθμητικά αποτελέσματα για τις συνιστώσες της τάσης, σ_{xx} και σ_{yy} , συναρτήσει της απόστασης από την οπή.

Παρατηρήθηκε ότι:

- Τα αποτελέσματα της αριθμητικής επίλυσης βρίσκονται σε καλή συμφωνία με τα πειραματικά αποτελέσματα, σχετικά με την αντοχή και το πεδίο παραμόρφωσης. Κάποιες αποκλίσεις που παρατηρούνται πιθανόν να οφείλονται στην υπόθεση της ισοτροπίας που υιοθετείται, στα μέτρα ελαστικότητας που χρησιμοποιούνται, καθώς και στην υπόθεση της γραμμικά ελαστικής συμπεριφοράς του υλικού.
- Η προτεινόμενη αριθμητική μέθοδος παρουσιάζει ικανοποιητικά αποτελέσματα για τις τροπές, κυρίως κοντά στη οπή και για μικρά φορτία. Είναι όμως, απαραίτητο να διενεργηθούν περισσότερα πειράματα για το εν λόγω υλικό, και μάλιστα στην αριθμητική προσομοίωση να θεωρηθεί το υλικό μη γραμμικό με την αύξηση του εντατικού πεδίου.
- Παρατηρείται η δημιουργία δύο ζωνών επιρροής που αναπτύσσονται εντός των δοκιμίων: μία στα σημεία επαφής του δοκιμίου με τη συσκευή μεταφοράς του φορτίου (ζώνη α), και μία γύρω από την οπή (ζώνη β) (Σχ. 5.9). Αυτές δημιουργούνται από την επίδραση του φορτίου επί του τόξου 10° στην περιφέρεια του δίσκου κατά τη θραύση. Ειδικότερα η ζώνη α, είναι μια σύνθετη εντατικά περιοχή, στην οποία εμφανίζονται εφελκυστικές, θλιπτικές και διατμητικές τάσεις. Η ζώνη β χαρακτηρίζεται κυρίως από φαινόμενα εφελκυσμού. Προέκυψε ότι σε αυτήν την περίπτωση ισχύει η υπόθεση της γραμμικότητας

Παρατηρώντας το Σχήμα 9.1, δημιουργείται το ερώτημα, πια είναι τελικά η σωστή τιμή της εφελκυστικής αντοχής των υλικών και με ποια δοκιμή μπορεί να υπολογιστεί. Είναι φανερό πως στην περίπτωση φόρτισης ενός δακτυλίου με τον τρόπο που περιγράφεται στην παρούσα εργασία, το πεδίο που δημιουργείται είναι πολυαξονικό (τάσεις σε παραπάνω από δυο διευθύνσεις), όπως στην περίπτωση κάμψης μιας δοκού. Δεν είναι εύκολο επομένως να προκύψει η εφελκυστική αντοχή του υλικού μελετώντας μόνο το εφελκυστικό τμήμα μιας σύνθετης καταπόνησης.

Κατά αντίστοιχο τρόπο δεν είναι εύκολο να προκύψει η θλιπτική αντοχή ενός υλικού, όταν υπάρχουν πλευρικές τάσεις σταθερές ή μεταβαλλόμενες. Επομένως, ο πλέον αξιόπιστος τρόπος προσδιορισμού της εφελκυστικής αντοχής είναι η μέτρηση της τάσης θραύσεως σε μονοαξονικό εφελκυσμό. Το πείραμα του συμπαγούς βραζιλιανού δίσκου δίνει πολύ καλές τιμές που προσεγγίζουν την τάση αυτή, και όπως είναι γνωστό, χρησιμοποιείται ευρέως για τον υπολογισμό της έμμεσης αντοχής σε εφελκυσμό.

Φαίνεται όμως ότι αν και το πείραμα του δακτυλίου προτάθηκε σαν εναλλακτική γεωμετρία δοκιμίου, ώστε να αποφευχθούν οι διατμητικές τάσεις στα σημεία επαφής με τις σιαγώνες φόρτισης, ο τρόπος φόρτισης του δοκιμίου αυτού δημιουργεί σύνθετα εντατικά πεδία και οδηγεί στο υπολογισμό μιας διαφορετικής σταθεράς του υλικού, η οποία μπορεί να ονομαστεί αντοχή σε εφελκυσμό του δακτυλίου και, όπως φαίνεται στο Σχήμα 9.1, εξαρτάται εμφανώς από το λόγο q .

Επομένως, αν ο υπολογισμός της εφελκυστικής αντοχής είναι αναγκαίος για μηχανικούς ή πειραματικούς σκοπούς, θα πρέπει να γίνεται διατηρώντας την γεωμετρία των δοκιμίων και τις συνθήκες φόρτισης ίδιες.

Σε κάποιες περιπτώσεις η μέγιστη τάση δεν είναι ο κύριος λόγος της αστοχίας. Η αστοχία μπορεί να προκύψει για άλλους λόγους και επομένως, η τιμή αυτή της τάσης λανθασμένα να θεωρηθεί ως η αντοχή σε εφελκυσμό του υλικού. Ή ακόμα να έχει λανθασμένα θεωρηθεί ότι το σώμα είναι τέλεια γραμμικά ελαστικό. Η σωστή τιμή προκύπτει μετά την επανάληψη της δοκιμής για τις ίδιες συνθήκες πειράματος.

Πολλοί ερευνητές θεωρούν τη δοκιμή αντιδιαμετρικής φόρτισης δίσκου με οπή στο κέντρο αναξιόπιστη τεχνική προσδιορισμού της εφελκυστικής αντοχής των πετρωμάτων. Παρόλα αυτά, η μέθοδος έχει ορισμένα πλεονεκτήματα. Αυτά διακρίνονται σε δυο κατηγορίες:

α) πλεονεκτήματα έναντι της δοκιμής σε άμεσο εφελκυσμό:

- Τα δοκίμια μπορούν να προετοιμαστούν εύκολα
- Χρησιμοποιείται η ίδια μηχανή φόρτισης με τη δοκιμή θλίψης

και

β) και πλεονέκτημα έναντι της δοκιμής Brazil:

- Η αστοχία προκύπτει μακριά από τα σημεία επαφής με τις πλάκες φόρτισης, το οποίο είναι και το πιο σημαντικό.

10.2 ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ

Για την περαιτέρω μελέτη του προβλήματος της αντιδιαμετρικής φόρτισης δοκιμίων με οπή στο κέντρο διαφόρων διαμέτρων, προτείνεται η προσομοίωση του προβλήματος με την Μέθοδο των Πεπερασμένων Στοιχείων αλλάζοντας τις ιδιότητες και τα μέτρα ελαστικότητας του υλικού. Για την λεπτομερέστερη εξαγωγή αποτελεσμάτων σχετικά με το πεδίο τάσεων και παραμορφώσεων, το μάρμαρο Διονύσου προτείνεται να μελετηθεί λαμβάνοντας υπόψη τις τρεις διευθύνσεις ανισοτροπίας του ή να θεωρηθεί εγκαρσίως ισότροπο. Επίσης, το πρόβλημα θα μπορούσε να μελετηθεί συναρτήσει της επίδρασης του μεγέθους (size effect) των δοκιμίων, καθώς είναι γνωστό ότι η αντοχή των υλικών εξαρτάται και από το μέγεθος των δοκιμίων.

ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. Αγιουτάντης, Ζ.Γ., (2002), “Στοιχεία Γεωμηχανικής, Μηχανική Πετρωμάτων”, Εκδόσεις ΙΩΝ, Αθήνα.
2. Βαρδουλάκης, Ι., Κουρκουλής, Σ., Εξαδάκτυλος, Γ., Ροζάκης, Α., (2002), “Μηχανικές ιδιότητες και συμβατότητα φυσικών δομικών λίθων στα αρχαία μνημεία: Το Διονυσιακό μάρμαρο”, Διεπιστημονική Ημερίδα «Ο Δομικός Λίθος στα Μνημεία», ΙΓΜΕ, Αθήνα, Ελλάδα.
3. Θεοχάρης, Π., (1970), “Πειραματική Μηχανική των Υλικών”, Εθνικό Μετσόβειο Πολυτεχνείο, Αθήνα.
4. Κακλής, Ν.Κ., (2003), “Χαρακτηρισμός ανισοτροπίας και αντοχής των πετρωμάτων με τη δοκιμή αντιδιαμετρικής θλίψεως δίσκου”, Διδακτορική διατριβή, Πολυτεχνείο Κρήτης, Χανιά.
5. Στειακάκης, Χ., (1998), “Μελέτη εντατικού πεδίου γύρω από υπόγειο άνοιγμα με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων”, Διπλωματική εργασία, Πολυτεχνείο Κρήτης, Χανιά.

ΔΙΕΘΝΗΣ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. Barla, G., N. Innaurato, (1973), “Indirect tensile testing of anisotropic rocks”, Rock Mechanics, Vol. 5, pp. 215-230.
2. Barla, G., L. Goffi, (1974), “Direct tensile testing of anisotropic rocks”, Proceedings of the Third International Congress of Rock Mechanics, Vol. 2, Part A, Denver, pp. 93-98.
3. Brown, E.T., (1981), “ Rock characterization testing and monitoring”, Pergamon Press, 211p.
4. Exadaktylos, G.E., I. Vardoulakis, S.K. Kourkoulis, (2001), “Influence of nonlinearity and double elasticity on flexure of rock beams – II. Characterization of Dionysos marble”, Int. J. Sol. Struct., 38, pp. 4119-4145.

5. Gere, J.M., S.P. Timoshenko, (1997), "Mechanics of material", 4th Edition, PWS Publishing Company.
6. Guo, H., N.I. Aziz, (1993), "A simple method of measuring rock fracture toughness using the Brazilian test method", Proceedings of the 11th International Conference on Ground Control in Mining, University of Wollongong, NSW, Australia.
7. Hobbs, D.W., (1964), "The tensile strength of rocks", Int. J. Rock Mech. Min. Sci and Geomech. Abstr., 1, pp. 385-396.
8. Hobbs, D.W., (1965), "An assessment of a technique for determining the tensile strength of rock" Brit. J. Appl. Phys., 16, pp. 259-268.
9. Hondros, G., (1959), "The evaluation of Poisson's ratio and the modulus of materials of a low tensile resistance by the Brazilian (indirect tensile) test with particular reference to concrete", Aust. J. Appl. Sci., 10, pp. 243-264.
10. Hudson, J.A., (1969), "Tensile strength and the ring test", Int. J. Rock Mech. Min. Sci., 6, pp. 91-97.
11. Hudson, J.A., E.T. Brown, F. Rummel, (1972), "The controlled failure of discs and rings loaded in diametral compression", Int. J. Rock Mech. Min. Sci., 9, pp. 241-248.
12. Jaeger, J.C., E.R. Hoskins, (1966), "Stresses and failure in rings of rock loaded in diametral tension or compression", Brit. J. Appl. Phys., 17, pp. 685-692.
13. Kaklis, K.N., M.A Dimopoulou, Z. Agioutantis, (2004), "A theoretical and experimental investigation of the ring test on Dionysos marble", (under preparation).
14. Mellor, M., I. Hawkes, (1971), "Measurement of tensile strength by diametral compression of discs and annuli", Engineering Geology, 5, pp. 173-225.
15. Nova, R., A. Zaninetti, (1990), "An investigation into the tensile behavior of a schistose rock" Int. J. Rock Mech. Min. Sci and Geomech. Abstr., 27, pp. 231-242.
16. Price, D.G., J.L. Knill, (1966), "A study of the tensile strength of isotropic rocks".
17. Timoshenko, S.P., J.N. Goodier, (1970), "Theory of elasticity", 3rd Edition, International Students Edition.
18. Vutukuri, V.S., R.D. Lama and S.S Saluja, (1974), "Handbook on Mechanical Properties of Rocks", Series on Rock and Soil Mechanics, Vol. 1, Trans Tech Publications.

19. Wang, Q.Z., X.M. Jia, S.Q. Kou, Z.X. Zhang, P.A. Lindqvist, (2004), "The flattened Brazilian disc specimen used for testing elastic modulus, tensile strength and fracture toughness of brittle rocks: analytical and numerical results", *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.*, 41, pp. 245-253.
20. Whittaker, B.N., R.N. Singh, and G. Sun, (1992), "Rock Fracture Mechanics", Elsevier Science Publishers B.V., Amsterdam, The Netherlands.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΜΕΡΟΣ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΩΝ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ ΑΠΟ ΤΗ ΜΗΧΑΝΗ MTS	121
ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΤΡΟΠΩΝ ΓΙΑ ΔΟΚΙΜΙΟ D11P6H06.....	125

Δοκίμιο D5P41H02

Time	Displ.	Displ. Cor.	Load MTS	Load MTS cor.	Load cell						
0	30.862427	0.000000	-0.93	0.00	0.73	34	30.848694	-0.013733	-1.07	-0.15	0.62
1	30.863953	0.001526	-0.93	0.00	0.74	35	30.848694	-0.013733	-1.03	-0.10	0.64
2	30.862427	0.000000	-0.88	0.05	0.75	36	30.847168	-0.015259	-0.93	0.00	0.59
3	30.863953	0.001526	-0.98	-0.05	0.73	37	30.841064	-0.021363	-1.12	-0.20	0.62
4	30.860901	-0.001526	-1.07	-0.15	0.73	38	30.836487	-0.025940	-1.07	-0.15	0.56
5	30.862427	0.000000	-0.98	-0.05	0.72	39	30.833435	-0.028992	-1.07	-0.15	0.60
6	30.859375	-0.003052	-0.93	0.00	0.71	40	30.824280	-0.038147	-1.07	-0.15	0.56
7	30.859375	-0.003052	-1.03	-0.10	0.66	41	30.830383	-0.032044	-1.12	-0.20	0.59
8	30.860901	-0.001526	-0.83	0.10	0.67	42	30.830383	-0.032044	-1.03	-0.10	0.57
9	30.859375	-0.003052	-0.93	0.00	0.62	43	30.833435	-0.028992	-0.98	-0.05	0.56
10	30.859375	-0.003052	-0.93	0.00	0.65	44	30.841064	-0.021363	-0.83	0.10	0.59
11	30.862427	0.000000	-0.93	0.00	0.61	45	30.844116	-0.018311	-0.59	0.34	0.63
12	30.857849	-0.004578	-0.98	-0.05	0.64	46	30.850220	-0.012207	-0.54	0.39	0.63
13	30.853271	-0.009156	-0.93	0.00	0.60	47	30.851746	-0.010681	-0.39	0.54	0.69
14	30.851746	-0.010681	-0.93	0.00	0.63	48	30.851746	-0.010681	0.00	0.93	0.79
15	30.848694	-0.013733	-1.07	-0.15	0.62	49	30.847168	-0.015259	0.00	0.93	0.92
16	30.845642	-0.016785	-0.93	0.00	0.65	50	30.844116	-0.018311	0.15	1.07	1.09
17	30.842590	-0.019837	-1.03	-0.10	0.62	51	30.842590	-0.019837	0.39	1.32	1.25
18	30.841064	-0.021363	-1.12	-0.20	0.64	52	30.845642	-0.016785	0.63	1.56	1.40
19	30.838013	-0.024414	-0.93	0.00	0.63	53	30.848694	-0.013733	0.68	1.61	1.55
20	30.836487	-0.025940	-0.98	-0.05	0.65	54	30.859375	-0.003052	0.93	1.86	1.75
21	30.838013	-0.024414	-1.12	-0.20	0.62	55	30.868530	0.006103	1.03	1.95	1.90
22	30.831909	-0.030518	-1.03	-0.10	0.63	56	30.876160	0.013733	1.32	2.25	2.12
23	30.834961	-0.027466	-1.07	-0.15	0.63	57	30.883789	0.021362	1.61	2.54	2.31
24	30.833435	-0.028992	-1.12	-0.20	0.63	58	30.885315	0.022888	1.71	2.64	2.56
25	30.833435	-0.028992	-1.03	-0.10	0.63	59	30.877686	0.015259	2.00	2.93	2.74
26	30.834961	-0.027466	-1.03	-0.10	0.63	60	30.877686	0.015259	2.20	3.13	2.98
27	30.834961	-0.027466	-1.07	-0.15	0.64	61	30.877686	0.015259	2.29	3.22	3.17
28	30.836487	-0.025940	-1.12	-0.20	0.63	62	30.883789	0.021362	2.44	3.37	3.40
29	30.841064	-0.021363	-1.07	-0.15	0.63	63	30.891418	0.028991	2.78	3.71	3.56
30	30.844116	-0.018311	-0.93	0.00	0.62	64	30.900574	0.038147	3.03	3.96	3.81
31	30.845642	-0.016785	-1.03	-0.10	0.64	65	30.909729	0.047302	3.32	4.25	4.01
32	30.845642	-0.016785	-0.98	-0.05	0.63	66	30.908203	0.045776	3.32	4.25	4.23
33	30.848694	-0.013733	-1.03	-0.10	0.64	67	30.902100	0.039673	3.61	4.54	4.42
						68	30.894470	0.032043	3.81	4.74	4.66

69	30.899048	0.036621	3.96	4.88	4.84
70	30.903625	0.041198	4.20	5.13	5.07
71	30.911255	0.048828	4.44	5.37	5.27
72	30.920410	0.057983	4.69	5.62	5.48
73	30.923462	0.061035	5.03	5.96	5.68
74	30.914307	0.051880	5.08	6.01	5.90
75	30.905151	0.042724	5.37	6.30	6.12
76	30.912781	0.050354	5.52	6.45	6.32
77	30.921936	0.059509	5.71	6.64	6.53
78	30.932617	0.070190	5.86	6.79	6.71
79	30.937195	0.074768	6.05	6.98	6.95
80	30.931091	0.068664	6.40	7.32	7.13
81	30.923462	0.061035	6.59	7.52	7.35
82	30.923462	0.061035	6.69	7.62	7.54
83	30.931091	0.068664	6.93	7.86	7.77
84	30.938721	0.076294	7.08	8.01	7.91
85	30.947876	0.085449	7.28	8.20	8.16
86	30.940247	0.077820	7.62	8.54	8.32
87	30.935669	0.073242	7.67	8.59	8.58
88	30.940247	0.077820	7.96	8.89	8.74
89	30.949402	0.086975	8.15	9.08	9.00
90	30.960083	0.097656	8.35	9.28	9.16
91	30.961609	0.099182	8.64	9.57	9.40
92	30.949402	0.086975	8.64	9.57	9.57
93	30.946350	0.083923	8.84	9.77	9.77
94	30.953979	0.091552	9.08	10.01	9.98
95	30.967712	0.105285	9.47	10.40	10.20
96	30.967712	0.105285	9.62	10.55	10.38
97	30.958557	0.096130	9.81	10.74	10.59
98	30.960083	0.097656	10.01	10.94	10.79
99	30.964661	0.102234	10.21	11.13	10.99
100	30.976868	0.114441	10.35	11.28	11.19
101	30.972290	0.109863	10.60	11.52	11.38
102	30.960083	0.097656	10.64	11.57	11.59
103	30.957031	0.094604	10.94	11.87	11.77
104	30.970764	0.108337	11.18	12.11	11.99

105	30.981445	0.119018	11.38	12.30	12.15
106	30.970764	0.108337	11.67	12.60	12.38
107	30.964661	0.102234	11.82	12.74	12.55
108	30.970764	0.108337	12.11	13.04	12.79
109	30.984497	0.122070	12.06	12.99	12.95
110	30.987549	0.125122	12.26	13.18	13.18
111	30.973816	0.111389	12.65	13.57	13.34
112	30.973816	0.111389	12.84	13.77	13.57
113	30.984497	0.122070	12.99	13.92	13.75
114	30.996704	0.134277	13.09	14.01	13.98
115	30.984497	0.122070	13.43	14.36	14.16
116	30.979919	0.117492	13.72	14.65	14.40
117	30.990601	0.128174	13.92	14.84	14.58
118	31.004333	0.141906	13.87	14.79	14.81
119	30.993652	0.131225	14.31	15.23	15.00
120	30.989075	0.126648	14.50	15.43	15.20
121	30.999756	0.137329	14.60	15.53	15.40
122	31.011963	0.149536	14.79	15.72	15.59
123	31.001282	0.138855	14.99	15.92	15.79
124	30.998230	0.135803	15.28	16.21	15.97
125	31.011963	0.149536	15.48	16.41	16.18
126	31.019592	0.157165	15.63	16.55	16.35
127	31.004333	0.141906	15.87	16.80	16.59
128	31.005859	0.143432	16.11	17.04	16.76
129	31.018066	0.155639	16.26	17.19	17.00
130	31.039429	0.177002	12.74	13.67	15.71
131	31.065369	0.202942	13.33	14.26	14.39
132	31.117249	0.254822	13.72	14.65	14.36
133	31.178284	0.315857	12.11	13.04	13.89
134	31.225586	0.363159	11.08	12.01	12.92
135	31.298828	0.436401	9.86	10.79	11.61
136	31.411743	0.549316	8.45	9.38	10.09
137	31.517029	0.654602	10.79	11.72	10.28
138	31.579590	0.717163	12.26	13.18	11.72

Δοκίμιο D9P11H06

Time	Displ.	Displ. Cor.	Load MTS	Load MTS cor.	Load cell						
0	30.68848	0	-2.00195	0.00	0.39	34	30.80597	0.117492	4.736328	6.74	6.51
1	30.67474	-0.013733	-2.05078	-0.05	0.43	35	30.81055	0.12207	4.833984	6.84	6.68
2	30.6839	-0.004578	-1.85547	0.15	0.40	36	30.81513	0.126648	4.980469	6.98	6.89
3	30.68085	-0.00763	-1.80664	0.20	0.50	37	30.81818	0.129699	5.175781	7.18	7.04
4	30.69763	0.009155	-1.46484	0.54	0.60	38	30.82123	0.132751	5.371094	7.37	7.23
5	30.69611	0.007629	-1.07422	0.93	0.79	39	30.82123	0.132751	5.566406	7.57	7.41
6	30.70374	0.015258	-1.12305	0.88	0.95	40	30.83038	0.141906	5.712891	7.71	7.61
7	30.70221	0.013732	-0.92773	1.07	1.16	41	30.82428	0.135803	6.103516	8.11	7.79
8	30.70984	0.021362	-0.68359	1.32	1.32	42	30.82886	0.14038	6.054688	8.06	7.96
9	30.71594	0.027465	-0.68359	1.32	1.50	43	30.82275	0.134277	6.25	8.25	8.15
10	30.72052	0.032043	-0.29297	1.71	1.65	44	30.83954	0.151062	6.591797	8.59	8.32
11	30.72968	0.041198	-0.14648	1.86	1.85	45	30.82733	0.138855	6.787109	8.79	8.55
12	30.72968	0.041198	0.097656	2.10	2.01	46	30.85022	0.161743	6.787109	8.79	8.74
13	30.73883	0.050354	0.341797	2.34	2.22	47	30.83649	0.14801	7.080078	9.08	8.96
14	30.73578	0.047302	0.488281	2.49	2.40	48	30.8548	0.16632	7.275391	9.28	9.12
15	30.74493	0.056457	0.634766	2.64	2.61	49	30.83954	0.151062	7.519531	9.52	9.35
16	30.74188	0.053405	0.830078	2.83	2.81	50	30.8609	0.172424	7.617188	9.62	9.51
17	30.75562	0.067138	1.074219	3.08	3.02	51	30.84412	0.155639	7.910156	9.91	9.73
18	30.74799	0.059509	1.318359	3.32	3.23	52	30.86243	0.17395	8.105469	10.11	9.86
19	30.7663	0.077819	1.464844	3.47	3.45	53	30.85175	0.163269	8.154297	10.16	10.10
20	30.75867	0.07019	1.855469	3.86	3.68	54	30.86853	0.180053	8.349609	10.35	10.30
21	30.77393	0.085449	2.001953	4.00	3.88	55	30.8609	0.172424	8.789063	10.79	10.55
22	30.7663	0.077819	2.099609	4.10	4.11	56	30.86548	0.177002	8.935547	10.94	10.73
23	30.78308	0.094604	2.441406	4.44	4.30	57	30.8609	0.172424	9.130859	11.13	10.99
24	30.77393	0.085449	2.685547	4.69	4.52	58	30.867	0.178527	9.375	11.38	11.16
25	30.78766	0.099182	2.880859	4.88	4.68	59	30.87921	0.190734	9.521484	11.52	11.41
26	30.78461	0.09613	2.978516	4.98	4.88	60	30.87158	0.183105	9.814453	11.82	11.56
27	30.79987	0.111389	3.222656	5.22	5.04	61	30.88532	0.196838	9.912109	11.91	11.80
28	30.79681	0.108337	3.466797	5.47	5.29	62	30.88226	0.193786	10.15625	12.16	11.98
29	30.80444	0.115966	3.564453	5.57	5.47	63	30.89752	0.209045	10.35156	12.35	12.17
30	30.79987	0.111389	3.90625	5.91	5.71	64	30.88226	0.193786	10.54688	12.55	12.35
31	30.80597	0.117492	4.003906	6.01	5.90	65	30.9021	0.213623	7.226563	9.23	12.47
32	30.80597	0.117492	4.052734	6.05	6.13	66	30.92194	0.233459	9.130859	11.13	10.74
33	30.80902	0.120544	4.394531	6.40	6.28	67	30.96314	0.274658	10.00977	12.01	11.19

Δοκίμιο D9P12H10

Time	Displ.	Displ. cor.	Load MTS	Load MTS cor.	Load cell						
0	30.74	0.000000	-1.318359	0.00	0.71	34	30.83	0.091553	5.419922	6.74	6.87
1	30.73	-0.009155	-1.171875	0.15	0.72	35	30.82	0.088501	5.566406	6.88	7.09
2	30.73	-0.010681	-1.025391	0.29	0.72	36	30.82	0.079346	5.810547	7.13	7.25
3	30.73	-0.009155	-0.878906	0.44	0.79	37	30.82	0.086975	6.054688	7.37	7.48
4	30.73	-0.003052	-0.830078	0.49	0.90	38	30.83	0.096130	6.201172	7.52	7.66
5	30.74	0.009155	-0.488281	0.83	1.06	39	30.84	0.106811	6.396484	7.71	7.90
6	30.76	0.019836	-0.341797	0.98	1.24	40	30.84	0.106811	6.542969	7.86	8.05
7	30.76	0.024414	-0.097656	1.22	1.39	41	30.83	0.096130	6.884766	8.20	8.28
8	30.76	0.021362	0	1.32	1.60	42	30.83	0.093078	7.128906	8.45	8.44
9	30.75	0.013733	0.292969	1.61	1.79	43	30.83	0.097656	7.226563	8.54	8.67
10	30.75	0.016784	0.537109	1.86	2.01	44	30.84	0.108337	7.470703	8.79	8.87
11	30.76	0.021362	0.634766	1.95	2.19	45	30.86	0.120544	7.617188	8.94	9.09
12	30.77	0.033569	0.927734	2.25	2.45	46	30.85	0.117492	7.8125	9.13	9.25
13	30.78	0.044250	1.220703	2.54	2.64	47	30.84	0.106811	8.007813	9.33	9.48
14	30.79	0.056457	1.464844	2.78	2.88	48	30.84	0.108337	8.105469	9.42	9.64
15	30.79	0.053406	1.660156	2.98	3.07	49	30.86	0.128174	6.298828	7.62	9.12
16	30.78	0.045776	1.855469	3.17	3.31	50	30.9	0.161743	-1.123047	0.20	8.27
17	30.78	0.042724	1.904297	3.22	3.49	51	31.01	0.277710	-0.976563	0.34	2.58
18	30.78	0.044250	2.197266	3.52	3.72	52	31.12	0.382995	-0.244141	1.07	1.11
19	30.78	0.048828	2.392578	3.71	3.90						
20	30.79	0.057983	2.539063	3.86	4.11						
21	30.8	0.061035	2.832031	4.15	4.30						
22	30.8	0.061035	2.929688	4.25	4.51						
23	30.79	0.053406	3.173828	4.49	4.67						
24	30.79	0.051880	3.320313	4.64	4.88						
25	30.79	0.054931	3.515625	4.83	5.08						
26	30.8	0.067138	3.808594	5.13	5.29						
27	30.82	0.079346	3.955078	5.27	5.49						
28	30.82	0.082397	4.248047	5.57	5.68						
29	30.81	0.076294	4.345703	5.66	5.87						
30	30.8	0.068664	4.541016	5.86	6.05						
31	30.8	0.067138	4.882813	6.20	6.28						
32	30.81	0.077820	4.882813	6.20	6.46						
33	30.82	0.085449	5.175781	6.49	6.68						

Δοκίμιο D11P6H06

Time	displ.	Load Cell	$\epsilon_x,1$	$\epsilon_y,1$	$\epsilon_x,2$	$\epsilon_y,2$	34	0.117492	5.63	-0.000042	0.000047	-0.000047	0.000134
0	0.000000	-0.11	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	35	0.123596	6.10	-0.000045	0.000050	-0.000050	0.000145
1	-0.004578	-0.11	-0.000005	0.000000	-0.000005	0.000000	36	0.135803	6.21	-0.000048	0.000053	-0.000053	0.000155
2	0.012207	0.02	-0.000005	0.000000	-0.000005	0.000000	37	0.138855	6.42	-0.000050	0.000055	-0.000055	0.000163
3	0.015259	0.03	-0.000006	0.000000	-0.000001	0.000000	38	0.134277	6.65	-0.000050	0.000055	-0.000061	0.000171
4	0.012207	-0.12	-0.000009	0.000000	-0.000004	0.000000	39	0.131225	6.70	-0.000053	0.000058	-0.000065	0.000181
5	0.006103	0.09	-0.000005	0.000000	-0.000001	0.000000	40	0.128174	7.11	-0.000055	0.000063	-0.000068	0.000195
6	0.000000	0.23	-0.000005	0.000000	-0.000004	0.000000	41	0.129699	7.16	-0.000055	0.000065	-0.000074	0.000207
7	0.007629	0.24	-0.000005	0.000000	0.000000	0.000001	42	0.129699	7.42	-0.000055	0.000069	-0.000075	0.000218
8	0.025940	0.20	-0.000007	0.000002	-0.000002	0.000005	43	0.132751	7.61	-0.000055	0.000070	-0.000079	0.000232
9	0.059509	0.40	-0.000008	0.000005	-0.000003	0.000007	44	0.143432	7.75	-0.000059	0.000074	-0.000084	0.000243
10	0.044250	0.79	-0.000007	0.000005	-0.000002	0.000010	45	0.148010	8.07	-0.000064	0.000079	-0.000085	0.000249
11	0.044250	1.08	-0.000012	0.000005	-0.000007	0.000010	46	0.158691	8.27	-0.000065	0.000080	-0.000085	0.000259
12	0.039673	1.27	-0.000015	0.000005	-0.000010	0.000013	47	0.151062	8.50	-0.000070	0.000085	-0.000095	0.000275
13	0.042724	1.46	-0.000015	0.000005	-0.000010	0.000018	48	0.146484	8.71	-0.000070	0.000085	-0.000095	0.000285
14	0.068664	1.57	-0.000015	0.000008	-0.000010	0.000023	49	0.144958	8.73	-0.000070	0.000085	-0.000100	0.000301
15	0.076294	2.00	-0.000015	0.000010	-0.000010	0.000028	50	0.141907	9.11	-0.000070	0.000090	-0.000105	0.000312
16	0.074768	2.17	-0.000018	0.000010	-0.000010	0.000033	51	0.144958	9.34	-0.000071	0.000091	-0.000106	0.000326
17	0.068664	2.37	-0.000020	0.000010	-0.000014	0.000035	52	0.151062	9.54	-0.000076	0.000096	-0.000116	0.000332
18	0.061035	2.58	-0.000024	0.000010	-0.000015	0.000039	53	0.157165	9.72	-0.000080	0.000100	-0.000120	0.000342
19	0.064087	2.58	-0.000021	0.000014	-0.000015	0.000048	54	0.167846	9.70	-0.000081	0.000101	-0.000121	0.000355
20	0.068664	3.05	-0.000024	0.000015	-0.000015	0.000050	55	0.172424	10.13	-0.000085	0.000107	-0.000128	0.000373
21	0.080871	3.17	-0.000025	0.000019	-0.000019	0.000054	56	0.178528	10.33	-0.000085	0.000110	-0.000137	0.000385
22	0.094604	3.36	-0.000025	0.000020	-0.000020	0.000064	57	0.177002	10.48	-0.000085	0.000112	-0.000140	0.000401
23	0.091553	3.66	-0.000030	0.000025	-0.000025	0.000065	58	0.173950	10.74	-0.000085	0.000115	-0.000142	0.000412
24	0.091553	3.63	-0.000030	0.000025	-0.000025	0.000075	59	0.170898	10.73	-0.000085	0.000117	-0.000147	0.000422
25	0.090027	3.94	-0.000030	0.000025	-0.000025	0.000080	60	0.166321	11.09	-0.000088	0.000123	-0.000153	0.000438
26	0.088501	4.21	-0.000030	0.000030	-0.000025	0.000080	61	0.170898	11.29	-0.000090	0.000128	-0.000158	0.000451
27	0.100708	4.41	-0.000035	0.000031	-0.000031	0.000081	62	0.164795	11.38	-0.000093	0.000130	-0.000163	0.000464
28	0.109863	4.65	-0.000035	0.000035	-0.000034	0.000087	63	0.172424	11.83	-0.000095	0.000136	-0.000168	0.000480
29	0.122070	4.58	-0.000035	0.000035	-0.000031	0.000095	64	0.173950	11.70	-0.000095	0.000140	-0.000170	0.000492
30	0.119018	5.04	-0.000035	0.000036	-0.000036	0.000098	65	0.180053	12.12	-0.000099	0.000144	-0.000174	0.000506
31	0.115967	5.19	-0.000037	0.000040	-0.000040	0.000108	66	0.190735	12.37	-0.000096	0.000149	-0.000175	0.000522
32	0.114441	5.42	-0.000040	0.000040	-0.000040	0.000117	67	0.193786	12.19	-0.000099	0.000150	-0.000179	0.000537
33	0.109863	5.72	-0.000040	0.000042	-0.000042	0.000124	68	0.198364	12.74	-0.000100	0.000154	-0.000184	0.000553

