



ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ

ΓΕΝΙΚΟ ΤΜΗΜΑ

ΤΟΜΕΑΣ ΦΥΣΙΚΗΣ

**ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΔΟΜΗΣ ΤΗΣ ΥΛΗΣ
ΚΑΙ ΦΥΣΙΚΗΣ ΛΕΙΖΕΡ**

ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Πολυφωτονική παραγωγή ηλεκτρονίου ποζιτρονίου από το κενό
παρουσία υψηλής ενέργειας φωτονίων – προσέγγιση συντονισμού σε
σύστημα δύο σταθμών

Μεταπτυχιακός φοιτητής: **ΠΛΟΥΜΙΣΤΑΚΗΣ ΙΩΑΝΝΗΣ**

Επιβλέπων Διδάσκων :

Αναπλ. Καθηγητής Μουσταϊζής Σταύρος

Πρόλογος

Η παρούσα εργασία πραγματοποιήθηκε στα πλαίσια της ολοκλήρωσης του ΜΔΕ στον τομέα Φυσικής του Γενικού Τμήματος του Πολυτεχνείου Κρήτης και δεν θα ήταν δυνατόν να ολοκληρωθεί χωρίς την συμβολή κάποιων ανθρώπων, τους οποίους θα ήθελα να ευχαριστήσω.

Καταρχάς ευχαριστώ τον Αναπλ. Καθηγητή και διευθυντή του Εργαστηρίου Δομής της Ύλης και φυσικής Λέιζερ κ. Σταύρο Μουσταϊζή, του οποίου η επίβλεψη και καθοδήγηση κατά τη διάρκεια του ΜΔΕ, ήταν σημαντική στη διαμόρφωση των γνώσεων και εμπειριών που αποκόμισα από την ενασχόληση μου στις δραστηριότητες του εργαστηρίου. Τα ερευνητικά θέματα στα οποία συμμετείχα αλλά και τα συνέδρια που παρακολούθησα διέδρυναν το ενδιαφέρον μου για τη φυσική και βοήθησαν στο πέρας της εργασίας. Ακόμη θα ήθελα να τον ευχαριστήσω για τις πολύωρες συζητήσεις μας που συνέβαλλαν στην ολοκλήρωση αυτής της διατριβής.

Ακόμη θέλω να ευχαριστήσω την τριμελή επιτροπή που ασχολήθηκε με την εξέταση και παρουσίαση της διπλωματικής αποτελούμενη από τους κ. Δημοσθένη Έλληνα, κ. Δημήτρη Κανδυλάκη και κ. Σταύρο Μουσταϊζή.

Θα ήταν παράλειψη να μην ευχαριστήσω τον Ειδικό Επιστήμονα του Γενικού Τμήματος Δρ. Ιωάννη Τσοχαντζή για τη συνεργασία του κατά την ανάπτυξη της διπλωματικής. Επιπλέον ευχαριστώ όλο το δυναμικό του εργαστηρίου Φυσικής, μόνιμο προσωπικό αλλά και μεταπτυχιακούς φοιτητές για την άριστη συνεργασία που είχαμε καθώς και την υποστήριξη που είχα σε όλη τη διάρκεια του ΜΔΕ.

Τέλος οφείλω ένα μεγάλο ευχαριστώ στην οικογένεια μου, στους γονείς μου Γιώργο και Ειρήνη και στον αδερφό μου Ανδρέα για την αμέριστη συμπαράσταση και υπομονή που έδειξαν και δείχνουν στην όλη πορεία μου κατά το πτυχίο και το μεταπτυχιακό μου. Χωρίς αυτούς δεν θα ήταν ποτέ δυνατό να καταφέρω να φέρω σε πέρας την προσπάθεια μου αυτή.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

<u>Πρόλογος</u>	σελ. 3
<u>Περίληψη</u>	σελ. 9
<u>Εισαγωγή</u>	σελ. 11
 <u>Κεφάλαιο 1:</u>	
<u>Πολυφωτονική παραγωγή $e^- e^+$ από το κενό χρησιμοποιώντας τη προσέγγιση συντονισμού σε σύστημα δύο σταθμών</u>	
Εισαγωγή	σελ. 21
Ενότητα 1 ^η	
1.1α. Θεωρητική μελέτη του φαινομένου.	σελ. 22
Ενότητα 2 ^η	
2.α Αριθμητικά αποτελέσματα της πολυφωτονικής παραγωγής ζευγών από το κενό με την προσέγγιση του συστήματος δύο σταθμών σε συντονισμό	σελ. 32
Συμπεράσματα	σελ. 52

Κεφάλαιο 2:

Πολυφωτονική παραγωγή ζευγών $e^+ e^-$ με χρήση της προσέγγισης
συστήματος δύο σταθμών σε συντονισμό, από Λείζερ Ελευθέρων
Ηλεκτρονίων από ακτίνες X (X-FEL X-ray Free Electron Laser)

Εισαγωγήσελ. 55

Ενότητα 1^η

2.1.α Λείζερ ελευθέρων ηλεκτρονίων (FEL)σελ. 55

2.1.β. Λείζερ ελευθέρων ηλεκτρονίων ακτινών X (X-FEL)σελ. 57

2.1.γ Τυπικές τιμές παραμέτρων ακτινοβολίας XFEL σύγκριση
με οπτικά λείζερ.σελ. 60

Ενότητα 2^η

Πολυφωτονική παραγωγή ζευγών $e^+ e^-$ από το κενό με χρήση της
προσέγγισης συστήματος δύο σταθμών σε συντονισμό από λείζερ
ελευθέρων ηλεκτρονίων X-FEL.σελ. 64

2.2.α Μελέτη και αριθμητικοί υπολογισμοί της εφαρμογής της
προσέγγισης του συντονισμού για την παραγωγή ζευγών $e^+ e^-$ σε
σύστημα λείζερ X-FELσελ. 65

Συμπεράσματασελ. 76

Κεφάλαιο 3

Νέες προτεινόμενες πειραματικές μέθοδοι για την πολύφωτονική παραγωγή $e^+ e^-$ από το κενό με τη χρήση της προσέγγισης συντονισμού σε σύστημα δυο σταθμών.

Εισαγωγή σελ. 79

Ενότητα 1^η

3.1.α Λείζερ ελευθέρων ηλεκτρονίων ακτίνων X με χρήση δέσμης λείζερ για παράγωγή και επιτάχυνση της δέσμης των ηλεκτρονίων. σελ. 80

3.1.β Αριθμητική ανάλυση της πολυφωτονικής παραγωγής ζευγών ηλεκτρονίων ποζιτρονίων από το κενό με εφαρμογή της προσέγγισης συστήματος δύο σταθμών σε συντονισμό με τη χρήση Laser XFEL σελ. 84

Ενότητα 2^η

3.2.α Πολυφωτονική παραγωγή $e^+ e^-$ από το κενό με τη χρήση της προσέγγισης του συντονισμού σε ένα σύστημα δυο σταθμών, από μια διάταξη ανάλογη του πειράματος E144 σελ. 89

Συμπεράσματα σελ. 99

Συμπεράσματα σελ. 103

Βιβλιογραφία σελ. 107

Περίληψη

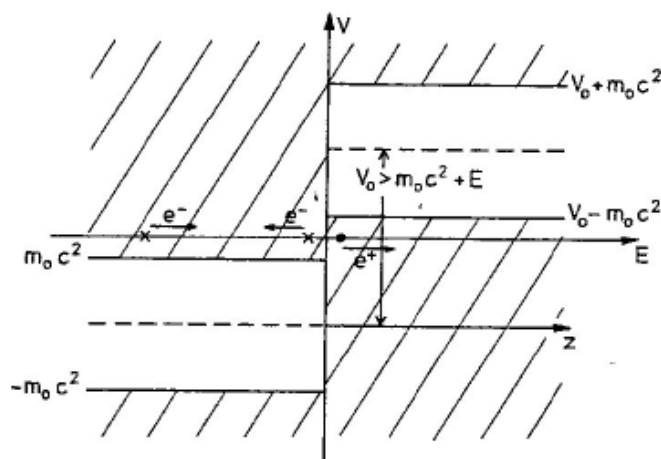
Στη παρούσα διπλωματική μελετάται η πολυφωτονική παραγωγή ζευγών ηλεκτρονίου ποζιτρονίου από το κενό, παρουσία ισχυρού ηλεκτρομαγνητικού πεδίου που παράγεται από συστήματα λέιζερ, αντιμετωπίζοντας το κενό σαν κβαντικό σύστημα δύο σταθμών σε συντονισμό. Στο πρώτο μέρος διατυπώνεται το θεωρητικό περιεχόμενο του φαινομένου της παραγωγής ζευγών e^+ , e^- από το κενό, με τη χρήση της προσέγγισης που εφαρμόζουμε. Από τα αποτελέσματα της θεωρίας θα εξετάσουμε την απόδοση που θα έχει ένα οπτικό σύστημα λέιζερ όταν εφαρμοστεί η προσέγγιση σε αυτό, χρησιμοποιώντας τη θεμελιώδη συχνότητα καθώς και την 1^{η} και 3^{η} αρμονική. Στο δεύτερο μέρος με ανάλογη ανάλυση εξετάζονται τα αποτελέσματα της προσέγγισης σε ένα σύστημα λέιζερ ελευθέρων ηλεκτρονίων ακτίνων X, (X-FEL), εγκατάσταση που βρίσκεται υπό κατασκευή και θεωρείται αρκετά ελπιδοφόρα για την πειραματική επιβεβαίωση του φαινομένου. Τέλος στο τρίτο μέρος παρουσιάζονται δύο νέες διατάξεις που προτείνονται για την πειραματική επιβεβαίωση της παραγωγής ζευγών e^+ , e^- από το κενό, με στόχο να είναι σχετικά προσιτές στην υλοποίησή τους, έτσι ώστε να μπορούν να κατασκευαστούν σε οποιοδήποτε μεγάλο ερευνητικό εργαστήριο. Για κάθε μια δίνονται τα αντίστοιχα αποτελέσματα αν εφαρμοστεί η υπό μελέτη προσέγγιση.

Τα αποτελέσματα από κάθε περίπτωση είναι αισιόδοξα και ενθαρρύνουν την πειραματική επιβεβαίωση του φαινομένου καθώς δίνουν παρατηρήσιμα αποτελέσματα σε ικανοποιητικό βαθμό, εκπληρώνοντας το σκοπό της εργασίας.

Εισαγωγή

Η παραγωγή ύλης - αντιύλης από το κενό παρουσία ισχυρού ηλεκτρομαγνητικού πεδίου αποτελεί ένα από τα πιο ενδιαφέροντα μη γραμμικά φαινόμενα στη φυσική και πιο συγκεκριμένα στη κβαντική ηλεκτροδυναμική (QED). Από μόνο του το γεγονός ότι από το κενό μπορεί να δημιουργηθεί ύλη είναι κάτι το οποίο δεν είναι εύκολο να γίνει αντιληπτό, αν και από την αρχαιότητα είχαν διατυπωθεί διάφορες φιλοσοφικές απόψεις όσον αφορά την εικόνα του κενού ιδιαίτερα οι πολύ βασικές έννοιες που αφορά το *ον*, το *μη-ον* και την σχέση τους (ή αλληλεπίδραση τους). Το ενδιαφέρον για την μελέτη του φαινομένου ξεκίνησε να μελετάται από την αρχή της εποχής της θεμελίωσης της κβαντικής μηχανικής και θεωρήθηκε το κατ' εξοχήν φαινόμενο μη-γραμμικής φυσικής (ή οπτικής) που θα αποδείκνυε την μη-γραμμικότητα στο σύνολο των φυσικών φαινομένων, διότι αφορά αλληλεπίδραση φωτονίου με φωτόνιο. Στη σύγχρονη εποχή με την κατασκευή μεγάλης ισχύος δεσμών λέιζερ αποκτά νέα σημασία, διότι ένα σύνολο από διαφορετικά πειράματα και μοντέλα μπορούν να επαληθευτούν πειραματικά στις μεγάλες Ευρωπαϊκές εγκαταστάσεις λέιζερ [1- 3]. Σε αυτή την εργασία θα εστιάσουμε στην παραγωγή ζευγών ηλεκτρονίου ποζιτρονίου από το κενό με την επίδραση ισχυρού ηλεκτρομαγνητικού πεδίου που παράγεται από μεγάλης ισχύος βραχύχρονους παλμούς λέιζερ.

Θα ξεκινήσουμε με μια σύντομη περιγραφή των βασικών προσεγγίσεων που δόθηκαν με χρονολογική σειρά καταλήγοντας στην πιο πρόσφατη που χρησιμοποιήθηκε στη παρούσα εργασία και αφορά την διαδικασία της πολυφωτονικής παραγωγής ζευγών ηλεκτρονίου ποζιτρονίου θεωρώντας το σύστημα του κενού σαν κβαντικό σύστημα δύο σταθμών που αλληλεπιδρούν με ισχυρής έντασης ηλεκτρομαγνητικό πεδίο. Η συμπεριφορά του κενού παρουσία ηλεκτρομαγνητικού πεδίου είναι η πιο εκτενώς μελετημένη περίπτωση από ότι για άλλους τύπους πεδίου, επειδή είναι και η πιο άμεσα επιτεύξιμη πειραματικά. Η πρώτη ένδειξη παραγωγής ηλεκτρονίου ποζιτρονίου από το κενό, μελετήθηκε από τον Klein [3], (όπως επίσης από τους Sauter [4], Heisenberg και Euler [6] και Hund [5]) ο οποίος έλυσε την εξίσωση Dirac για την περίπτωση φράγματος δυναμικού V (βλ. Εικόνα 0.1)



Εικόνα 0.1 Σχηματική αναπαράσταση του παράδοξου του Klein. Αριστερά είναι η περιοχή χωρίς δυναμικό ενώ η δεξιά έχει δυναμικό $V_0 > E + m_0 c^2$.

Οι αρνητικής ενέργειας στάθμες, όπως φαίνεται στην Εικόνα 0.1 είναι κατειλημμένες από ηλεκτρόνια. Αν εφαρμόσουμε δυναμικό στη δεξιά περιοχή τότε το φάσμα των ενεργειών αυξάνεται κατά V_0 . Τότε όπως βλέπουμε από την εικόνα 0.1 μέρος του θετικού φάσματος ενεργειών (περιοχή αριστερά) επικαλύπτεται με τμήμα του φάσματος των χαμηλότερων ενεργειακά σταθμών της περιοχής στα δεξιά. Ηλεκτρόνια που συγκρούονται με το φράγμα δυναμικού από αριστερά, μπορούν να εξάγουν ηλεκτρόνια από τις κατειλημμένες στάθμες χαμηλότερης ενέργειας. Έτσι το ρεύμα των ηλεκτρονίων που ανακλώνται είναι μεγαλύτερο από το ρεύμα των ηλεκτρονίων που προσπίπτουν.

Το φαινόμενο αυτό ονομάζεται παράδοξο του Klein και η λύση του οδήγησε στο μοντέλο του Dirac για το κενό, το οποίο εκφράζει την εικόνα που έχουμε σήμερα για το κενό και βασίζεται στο εξής μοντέλο: Αποτελείται από μια θάλασσα σωματιδίων με αρνητικές ενέργειες και πλήρως κατειλημμένες καταστάσεις. Αν υπάρξει μια διαταραχή στο κενό, όπως ένα ηλεκτρικό πεδίο, τότε μπορεί ένα σωματίδιο αρνητικής ενέργειας να μεταβεί σε κατάσταση θετικής ενέργειας αφήνοντας πίσω του μια οπή. Το σωματίδιο και η οπή είναι παρατηρήσιμα και ανιχνεύσιμα στο εργαστήριο. Αυτό αποτελεί δημιουργία ζεύγους σωματίου-αντισωματίου.

Η πρώτη διεξοδική θεωρητική ανάλυση της παραγωγής ζευγών από το κενό με τη χρήση H/M ακτινοβολίας έγινε από τον Schwinger [7] (πόλωση του κενού). Βασίστηκε στη θεμελιώδη παρατήρηση, ότι η εξαγωγή αναλλοίωτων στη βαθμίδα αποτελεσμάτων από μια αναλλοίωτη στη βαθμίδα θεωρία, διασφαλίζεται μόνο αν

κάποιος χρησιμοποιήσει μεθόδους επίλυσης στις οποίες εμπλέκονται συναλλοίωτες στη βαθμίδα ποσότητες. Εξήγαγε τις εξής συνθήκες για την παραγωγή ζευγών

$$F = \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} = \frac{1}{2} (\vec{\mathcal{E}}^2 - c^2 B^2), \quad G = \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu*} = c \vec{\mathcal{E}} \cdot \vec{B} \quad \text{με} \quad F_{\mu\nu}^* = \frac{1}{2} (\varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta} F^{\alpha\beta})$$

για το εξωτερικά εφαρμοζόμενο πεδίο. Οι ποσότητες αυτές είναι σταθερές και αναλλοίωτες σε χώρο-χρονικούς μετασχηματισμούς. Για πεδία που προέρχονται από επίπεδα κύματα οι παραπάνω ποσότητες έχουν τιμές $F=0$ και $G=0$. Υπό αυτές τις συνθήκες δεν μπορεί να συμβεί παραγωγή ζευγών. Το ίδιο αποτέλεσμα έχουμε όταν για τις σταθερές ισχύει $F<0$ και $G=0$ (καθαρό μαγνητικό πεδίο). Ωστόσο για την περίπτωση που $F<0$, $G=0$ (στατικό ηλεκτρικό πεδίο) ο Schwinger υπολόγισε την πιθανότητα δημιουργίας ενός ζεύγους ανά μονάδα όγκου και ανά μονάδα χρόνου να είναι

$$w_s \sim \sum_{l=1}^{\infty} (1/l^2) \exp\left(-\frac{l\pi m^2}{e\mathcal{E}}\right), \quad m=\text{ακέραιος}$$

Μετά από κάποια στασιμότητα πάνω στο πρόβλημα της παραγωγής ύλης αντιύλης από ηλεκτρομαγνητικά πεδία ήρθε η εργασία των Brezin και Itzykson [8] να δώσει μια νέα ώθηση στο ζήτημα. Υπολόγισαν την πιθανότητα παραγωγής ενός ζεύγους από το κενό παρουσία χρονικά εναλλασσόμενου ηλεκτρικού πεδίου. Η μέθοδος που εφάρμοσαν χρησιμοποιούταν ήδη για την μελέτη του φαινομένου του ιονισμού των ατόμων. Εξήγαγαν την τιμή της έντασης του κρίσιμου πεδίου που απαιτείται για την παραγωγή ζεύγους ύλης αντιύλης και πιο συγκεκριμένα ηλεκτρονίου ποζιτρονίου. Η ένταση αυτή υπολογίζεται αν εξισώσουμε το έργο που παράγεται από εξωτερικά εφαρμοζόμενο στατικό ηλεκτρικό πεδίο πάνω σε ένα ηλεκτρόνιο, σε μια χαρακτηριστική διάσταση του προβλήματος που είναι το μήκος

Compton για τα ηλεκτρόνια $\lambda_c = \frac{\hbar}{mc} = 386 \text{ fm}$, με την ενέργεια αδράνειας ενός

ζεύγους $e^+ e^-$ που ισούται με $2mc^2 = 1.022 \text{ MeV}$.

Πιο συγκεκριμένα:

$$e\mathcal{E}_{critical}\lambda_c = 2mc^2 \rightarrow \mathcal{E}_{critical} = \frac{2mc^2}{e\lambda_c} = 1.3 \times 10^{18} V/m$$

Η τιμή αυτή τη συναντάμε στη βιβλιογραφία ως το κρίσιμο πεδίο του Schwinger ή πεδίο Schwinger και πρέπει η ένταση του πεδίου να προσεγγίζει αυτή τη τιμή για να είναι μετρήσιμη η παραγωγή σωματιδίων.

Για να επιτύχουμε καθαρό ηλεκτρικό πεδίο που ταλαντώνεται στο χρόνο όπως αυτό των Brezin και Itzykson πρέπει δύο αντιπαράλληλα διαδιδόμενες δέσμες λέιζερ ίδιας συχνότητας να συμβάλουν, ώστε στους δεσμούς του στάσιμου κύματος που σχηματίζεται να ισχύει $F < 0$.

Χρησιμοποιώντας την προσέγγιση WKB που έχει εφαρμοστεί στην περίπτωση του ιονισμού των ατόμων (όπου συναντάμε τους τρεις βασικοί μηχανισμοί ιονισμού ; πολυφωτονικός , σήραγγας και άνω κατωφλίου (above threshold ionization –ati)) και θεωρώντας τα ζεύγη δέσμια στο κενό με ενέργεια δεσμού $2mc^2$, βρήκαν το τελικό αποτέλεσμα της πιθανότητας παραγωγής $e^+ e^-$ ανά 4 όγκο Compton να είναι:

$$w_{BI} = \frac{e^2 \mathcal{E}^2}{\pi \hbar c} \frac{1}{g(\gamma) + \frac{\gamma g'(\gamma)}{2}} \exp\left(-\frac{\pi m^2}{e\mathcal{E}} g(\gamma)\right) \quad (0.1)$$

$$\gamma = \frac{mc\omega}{e\mathcal{E}} = \frac{\hbar\omega\mathcal{E}_c}{mc^2\mathcal{E}}$$

Όπου
$$g(\gamma) = \frac{4}{\pi} \int_0^1 \left(\frac{1-y^2}{1+\gamma^2 y^2} \right)^{1/2} dy$$

Η παράμετρος γ ισούται με το λόγο της ενέργειας του φωτονίου προς το έργο του πεδίου έντασης \mathcal{E} σε απόσταση ίση με το λ_c είναι ισοδύναμη με τη παράμετρο Keldysh στον ιονισμό των ατόμων. Η σχέση για την πιθανότητα w_{BI} παρεμβάλλεται μεταξύ δύο περιοχών με μεγάλη φυσική σημασία. Όταν $\mathcal{E} \ll \mathcal{E}_c$ $w_s \approx w_{BI}$. Στην περιοχή με $\gamma \ll 1$, δηλαδή ηλεκτρικό πεδίο υψηλής έντασης και χαμηλής συχνότητας

η συνάρτηση $g(\gamma)$ παίρνει τη μορφή $g(\gamma) = 1 - \frac{1}{8}\gamma^2 + O(\gamma^4)$ και η

$w_{BI} \sim \exp\left(-\pi\left(\mathcal{E}_c/\mathcal{E}\right)g(\gamma)\right)$. Ο μηχανισμός παραγωγής σωματιδίων που επικρατεί είναι αυτός μέσω του φαινομένου σήραγγας. Στην περίπτωση που το $\gamma \gg 1$ έχουμε χαμηλής έντασης και υψηλής συχνότητας ηλεκτρικό πεδίο,

$$g(\gamma) = \left(\frac{4\pi}{\gamma}\right) \ln\left(\frac{4\gamma}{e}\right) + O(1/\gamma^3) \text{ και } w_{BI} \sim \left(\frac{\mathcal{E}}{\mathcal{E}_c}\right)^{2n_o} (1 + O(\gamma^2)) \text{ , } n_o = \frac{2m}{\omega}$$

Η εξάρτηση της w_{BI} από το ηλεκτρικό πεδίο \mathcal{E} υψωμένο σε δύναμη είναι ένδειξη πολυφωτονικής συμπεριφοράς τάξης $n \geq \frac{2m}{\omega}$, όπου n είναι ο ελάχιστος αριθμός φωτονίων για να δημιουργηθεί ένα ζεύγος.

Σύντομα μετά την εργασία των Brezin και Itzykson δημοσιεύεται το άρθρο του Poron [9], [10-14], στο οποίο γίνεται αναφορά και χρήση της μεθόδου του φανταστικού χρόνου, Με την εργασία αυτή επιβεβαιώθηκαν τα αποτελέσματα των δύο προηγούμενων εργασιών και προσδιορίστηκε ο συντελεστής στην σχέση του w_{BI} , αντιμετωπίζοντας το σύστημα με τρόπο ανάλογο με αυτόν του ιονισμού ενός ατόμου. Εδώ οι συνθήκες για ένα καθαρό εναλλασσόμενο ηλεκτρικό πεδίο ικανοποιούνται σε ένα στάσιμο κύμα που παράγεται από δύο αντιπαράλληλες δέσμες λέιζερ που συμβάλλουν. Η εικόνα που περιγράφεται στο άρθρο του Poron για το κενό στηρίζεται στην εικόνα ενός συστήματος δύο σταθμών όπου παραγωγή ζεύγους ηλεκτρονίου-ποζιτρονίου είναι η μετάβαση από την κατώτερη στάθμη σε ανώτερη του «κβαντικού συστήματος». Η μετάβαση μπορεί να συμβεί είτε μέσω του φαινομένου σήραγγας, είτε με πολυφωτονικές διαδικασίες όπου ο ελάχιστος αριθμός φωτονίων που χρειάζεται είναι ίσος με την ενεργειακή διαφορά των δύο σταθμών.

Οι συνθήκες που έθεσε είναι οι εξής: $\mathcal{E} \ll \mathcal{E}_c$, $\hbar\omega \ll m_e c^2$

Με βάσει αυτές έδειξε ότι για τον προαναφερόμενο τύπο πεδίου αν ω είναι η συχνότητα, λ το μήκος κύματος και τ η χρονική διάρκεια του παλμού, οι πιθανότητες

πάνω σε ένα τετραόγκο Compton $\lambda^3 \tau = \frac{\lambda^4}{c}$ μπορούν να υπολογιστούν για κάθε γ σαν

άθροισμα των πιθανοτήτων w_n , πολυφωτονικών διαδικασιών τάξης n

$$w_P = \sum_{n > n_0 = 2mc/\omega} w_n$$

Ο όρος w_n είναι ο παρακάτω:

$$w_n = \frac{2}{\pi} \omega^2 \exp \left[-\pi \frac{\mathcal{E}_C}{E} g(\gamma) \right] \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \left[1 - (-1)^n \cos \left(4 \frac{p_{\parallel}}{\omega} \arctan \gamma \right) \right] \\ \exp \left[-\pi \frac{\mathcal{E}_C}{E} \left\{ \left(g(\gamma) + \frac{1}{2} \gamma g'(\gamma) \right) \frac{p_{\perp}^2}{m_e^2} - \gamma \frac{d}{d\gamma} \left(g(\gamma) + \frac{1}{2} \gamma g'(\gamma) \right) \frac{p_{\parallel}^2}{m_e^2} \right\} \right] \\ \delta \left(\Delta(\gamma) + \frac{1}{2} \left(1 + \gamma \frac{d}{d\gamma} \right) \Delta(\gamma) \frac{p_{\perp}^2}{m_e^2} + \left(1 - \gamma \frac{d}{d\gamma} \right) \left(1 + \gamma \frac{d}{d\gamma} \right) \Delta(\gamma) \frac{p_{\parallel}^2}{m_e^2} - n \frac{\omega}{m_e} \right)$$

Η παράμετρος γ και η συνάρτηση $g(\gamma)$ παραμένουν ίδιες με αυτές των Brezin και Itzykson και p_{\perp} , p_{\parallel} η κάθετη και η παράλληλη συνιστώσα της ορμής, στη διεύθυνση του \vec{A} (εφαρμοζόμενο ηλεκτρικό πεδίο).

Η συνάρτηση $\Delta(\gamma)$ ορίζεται:

$$\Delta(\gamma) = \frac{4}{\pi} \frac{\sqrt{1+\gamma^2}}{\gamma} \mathbf{E} \left(\frac{1}{\sqrt{1+\gamma^2}} \right) = \begin{cases} \frac{4}{\pi \gamma} \left(1 - \frac{1}{2} \gamma^2 \ln \left(\frac{\gamma}{4\sqrt{e}} \right) + O(\gamma^4) \right) & \gamma \ll 1 \\ 2 + \frac{1}{2} \frac{1}{\gamma^2} + O\left(\frac{1}{\gamma^4}\right) & \gamma \gg 1 \end{cases}$$

Με \mathbf{E} συμβολίζεται η ελλειπτική συνάρτηση \mathbf{E} .

Ο ρόλος της $\Delta(\gamma)$ είναι να αποτελεί το χάσμα μεταξύ της χαμηλότερης και της υψηλότερης στάθμης του συστήματος.

Αν ολοκληρώσουμε την w_n ως προς p , λαμβάνοντας υπόψη την ασυμπτωτική συμπεριφορά της παραμέτρου γ , για την περίπτωση $\gamma \ll 1$ το φάσμα $n\omega$ των διαδικασιών που αποτελούνται από n φωτόνια είναι πρακτικά συνεχές δίνοντας το παρακάτω αποτέλεσμα.

$$w_p \sim \left(\frac{\mathcal{E}}{\mathcal{E}_c} \right)^{5/2} \exp \left(-\pi \left(\frac{\mathcal{E}}{\mathcal{E}_c} \right) g(\gamma) \right)$$

Ωστόσο στη τυπική πολυφωτονική περίπτωση $\gamma \gg 1$

$$w_p \sim \left(\frac{\mathcal{E}}{\mathcal{E}_c} \right)^{2n} q(n - n_o)$$

$$\text{Με } q(n - n_o) = (1/2) e^{-2(n - n_o)} \int_0^2 e^t t^{1/2} dt$$

Ο αριθμός των παραγόμενων ζευγών που δημιουργούνται στις δύο περιοχές δίνονται από τη σχέση (αναφ.[18]),

$$N(\tau) = 2^{-3/2} n_o^4 \left(\frac{\mathcal{E}}{\mathcal{E}_c} \right)^{5/2} \exp \left(-\pi \frac{\mathcal{E}_c}{\mathcal{E}} \left(1 - \frac{1}{2 \left(n_o \frac{\mathcal{E}}{\mathcal{E}_c} \right)^2} \right) \right) (\omega \tau / 2\pi) \quad \gamma \ll 1$$

$$N(\tau) \approx 2\pi n_o^{3/2} \left(\frac{8\mathcal{E}_c}{n_o e \mathcal{E}} \right)^{-2n_o} (\omega \tau / 2\pi) \quad \gamma \gg 1$$

Από τις παραπάνω σχέσεις φτάνουμε εύκολα στο συμπέρασμα ότι οι πολυφωτονικές διαδικασίες είναι κατά πολύ αποδοτικότερες για την παραγωγή [21 – 28].

Η πρώτη και μοναδική μέχρι σήμερα πειραματική επιβεβαίωση της παραγωγής ηλεκτρονίου-ποζιτρονίου βασισμένη στην μη-γραμμική αλληλεπίδραση φωτονίου-φωτονίου έγινε στο SLAC με το πείραμα που έχει τον κωδικό όνομα E144 [29], [60], [61]. Στο πείραμα αυτό παρατηρήθηκε παραγωγή ζευγών που οφειλόταν στη μη γραμμική σκέδασης τύπου Breit-Wheeler και αφορά την αλληλεπίδραση μεταξύ οπισθο-σκεδαζόμενων φωτονίων από σχετικιστική δέσμη ηλεκτρονίων με αυτά της αρχικής δέσμης του λείζερ. Στο πείραμα αυτό μετρήθηκαν 175 ± 13 ποζιτρόνια σε 21962 παλμούς λείζερ, ενώ η πολυφωτονική τάξη της διαδικασίας βρέθηκε να είναι $n = 5.1 \pm 0.2$. Τα αποτελέσματα είναι σε καλή συμφωνία με τη θεωρία. Σε σχετικά πρόσφατη εργασία (Kamberidis et al.)[35] έδειξαν ότι η θεωρία του Poron για καθαρά πολυφωτονική διαδικασία και ένταση ηλεκτρικού πεδίου όπως αυτή

υπολογίζεται στο σύστημα αναφοράς της δέσμης των σχετικιστικών ηλεκτρονίων ερμηνεύει εξ' ίσου καλά τα πειραματικά αποτελέσματα του πειράματος E144. Αυτό δείχνει ότι μπορεί να γίνει εφαρμογή της θεωρίας Ρορον όχι μόνο για την αυθόρμητη παραγωγή ζευγών (περίπτωση αλληλεπίδρασης στο κενό) αλλά και για την εξαναγκασμένη παραγωγή ζευγών που αφορά την αλληλεπίδραση φωτονίων με σχετικιστική δέσμη ηλεκτρονίων όπου στο σύστημα αναφοράς των ηλεκτρονίων το ηλεκτρικό πεδίο παίρνει πολύ μεγάλες τιμές σε σχέση με το αντίστοιχο στο σύστημα αναφοράς του εργαστηρίου. Επίσης όλες οι διαδικασίες για την παραγωγή ζευγών είναι πολυφωτονικές με διαφορετική τάξη ανάλογα την επιλογή της διαδικασίας και της ενέργειας του αρχικού φωτονίου της δέσμης λέιζερ.

Τα αποτελέσματα του πειράματος E144 προκάλεσαν νέο ενδιαφέρον για την παραγωγή ζευγών, ειδικότερα με τα νέες τεχνολογίες συστήματα λέιζερ που μπορούν να παράγουν ισχυρά ηλεκτρικά πεδία που απαιτούνται για την παραγωγή ζευγών.

Ο Ringwald [20] εξετάζοντας τις μεθόδους που υπήρχαν (WKB και μέθοδο του φανταστικού χρόνου) για τα οπτικά συστήματα, κατέληξε ότι δεν είναι αρκετά για την δημιουργία ζευγών, με τις τρέχουσες επιδόσεις στην ισχύ και στην ένταση του ηλεκτρικού πεδίου. Στο σχετικό άρθρο του πρότεινε τα νέα συστήματα λέιζερ ελευθέρων ηλεκτρονίων ακτίνων X για την παραγωγή ζευγών που θα μπορούσαν να αποτελέσουν μια πολλά υποσχόμενη εγκατάσταση.

Πιο πρόσφατη μελέτη του προβλήματος έγινε στην εργασία των Avetissian [34]. Σε αυτή αντιμετωπίζεται η παραγωγή $e^+ e^-$ σε στάσιμο κύμα που σχηματίζεται από δύο αντίθετης κατεύθυνσης διαδιδόμενες δέσμες λέιζερ, γραμμικά πολωμένες που έχουν συχνότητα ω και μήκος κύματος λ . Η διαφορά με την προηγούμενη του Itzikson, ή του Ρορον βρίσκεται στο ότι θεωρούμε το σύστημα του κενού σαν ένα σύστημα δύο σταθμών στο οποίο οι μεταβάσεις από τη χαμηλότερη στάθμη στην υψηλότερη γίνονται με πολυφωτονικές διαδικασίες σε συντονισμό. Από τις εκτιμήσεις που έχουν ήδη γίνει η συγκεκριμένη προσέγγιση μπορεί να οδηγήσει σε μεγαλύτερους ρυθμούς παραγωγής ζευγών για την περίπτωση των συμβατικών λέιζερ. Αυτό οφείλεται καθαρά στη συνθήκη του συντονισμού, κάτι ανάλογο με αυτό που συμβαίνει με τα άτομα.

Δεν θα αναφερθούμε σε αυτό το σημείο σε περισσότερες λεπτομέρειες, καθώς η πολυφωτονική παραγωγή ζευγών ηλεκτρονίου ποζιτρονίου από το κενό με τη χρήση της προσέγγισης του συντονισμού σε σύστημα δύο σταθμών αποτελεί το κύριο αντικείμενο της εργασίας μας και επομένως θα γίνουν λεπτομερείς αναφορές και υπολογισμοί στο κύριο μέρος της.

Η παρούσα εργασία χωρίζεται στα εξής τρία κεφάλαια.

Στο πρώτο θα κάνουμε μια πλήρη θεωρητική ανάπτυξη της προσέγγισης του συντονισμού παρουσιάζοντας όλες τις απαραίτητες σχέσεις και τις χαρακτηριστικές παραμέτρους που την περιγράφουν. Συνεχίζοντας, αφού έχουμε στη διάθεση μας όλα τα απαραίτητα εργαλεία θα ερευνήσουμε περαιτέρω τη προσέγγιση εστιάζοντας κυρίως στο κομμάτι των αριθμητικών υπολογισμών με στόχο να υποστηρίξουμε ότι μια πειραματική εφαρμογή της μπορεί να δώσει ικανοποιητικό αριθμό παραγόμενων ζευγών σωματιδίων με την ήδη υπάρχουσα τεχνολογία λέιζερ που εκπέμπουν στο ορατό. Αυτό θα καταστεί σαφές μέσα από τους υπολογισμούς και τις γραφικές παραστάσεις που θα γίνουν.

Στο δεύτερο κεφάλαιο θα επιχειρήσουμε να εφαρμόσουμε την προσέγγιση του συντονισμού σε διαφορετικό σύστημα λέιζερ. Θα εξετάσουμε λοιπόν τις δυνατότητες σε απόδοση ως προς τη παραγωγή ζευγών ενός συστήματος λέιζερ ελευθέρων ηλεκτρονίων ακτίνων X (XFEL). Αρχικά θα παρουσιάσουμε τις βασικές αρχές λειτουργίας ενός τέτοιου συστήματος βασιζόμενοι κυρίως στην περιγραφή της ευρωπαϊκής εγκατάστασης που κατασκευάζεται αυτή τη περίοδο στη Γερμανία και ονομάζεται XFEL European project [45]. Έπειτα θα προχωρήσουμε στο κύριο μέρος του κεφαλαίου όπου προσαρμόζοντας τις σχέσεις που ήδη εξάγαμε από το πρώτο κεφάλαιο, θα κάνουμε μια ανάλογη διερεύνηση ώστε να ερευνήσουμε αν η προσέγγιση του συντονισμού μπορεί να δώσει ικανοποιητικά αποτελέσματα όταν εφαρμοστεί σε λέιζερ ελευθέρων ηλεκτρονίων.

Τέλος στο τρίτο μέρος της εργασίας θα προτείνουμε δύο νέες πειραματικές διατάξεις για τη μελέτη του συντονισμού με σκοπό να αναδείξουμε και άλλους τρόπους πειραματικής εφαρμογής του φαινομένου. Πρώτα θα περιγράψουμε πως μπορούμε να έχουμε παραγωγή ζευγών από ένα λέιζερ XFEL μικρότερης κλίμακας

εφαρμόζοντας την υπό μελέτη προσέγγιση. Η διαφορά αυτού του λέιζερ ελευθέρων ηλεκτρονίων από αυτό του δεύτερου κεφαλαίου είναι ότι η δέσμη των σχετικιστικών ηλεκτρονίων που χρησιμοποιούνται για την παραγωγή των ακτίνων Χ παράγεται και επιταχύνεται με την χρήση ισχυρού λέιζερ αντί για των μεγάλων διαστάσεων και πολύπλοκο επιταχυντή. Με χρήση τυπικών παραμέτρων για την δέσμη του λέιζερ θα υπολογίσουμε την απόδοση που μπορεί να έχει. Η δεύτερη προτεινόμενη διάταξη έχει αρκετή ομοιότητα με το πείραμα E144. Με ένα λέιζερ ισχύος παράγουμε και επιταχύνουμε σε σχετικιστικές ταχύτητες μια δέσμη ηλεκτρονίων η οποία θα αλληλεπιδράσει με μέρος της δέσμης λέιζερ του συστήματος. Το σύστημα λέιζερ που θα χρησιμοποιηθεί θα έχει μήκος κύματος στο υπέρυθρο ή στο ορατό. Αν για τους υπολογισμούς μεταφερθούμε στο σύστημα αναφοράς των σχετικιστικών ηλεκτρονίων θα δούμε φωτόνια υψηλότερης ενέργειας και στην περιοχή αυτή λόγω της μεγάλης έντασης του ηλεκτρικού πεδίου που οφείλεται στο μετασχηματισμό Lorentz, έχουμε τις προϋποθέσεις για παραγωγή $e^+ e^-$ με σχετικά πολύ μεγάλη απόδοση. Εφαρμόζοντας το μοντέλο του συντονισμού για το σύστημα αναφοράς των ηλεκτρονίων θα έχουμε την ευκαιρία να συγκρίνουμε την απόδοση παραγωγής ζευγών με τις προηγούμενες περιπτώσεις και να αναφέρουμε τα αποτελέσματα.

Ολοκληρώνοντας θα συνοψίσουμε τα αποτελέσματα κάθε κεφαλαίου καταγράφοντας τις ιδέες, την μεθοδολογία και τα συμπεράσματα που εξάγαμε.

Παρατίθεται στο τέλος της εργασίας η πλήρης βιβλιογραφία.

Αποτέλεσμα της παρούσας εργασίας είναι ήδη μια δημοσίευση στο περιοδικό Physics Letters B με τον τίτλο “ On electron – positron pair production using a two level on resonant multiphoton approximation ” [36] .

Πέραν της σημασίας που έχει η μελέτη της παραγωγής ζευγών ηλεκτρονίου - ποζιτρονίου σαν φαινόμενο για την φυσική, έχει και πρακτική σημασία καθώς μπορεί να οδηγήσει στην παραγωγή φτηνής και φιλικής προς το περιβάλλον ενέργειας που μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε διάφορες εφαρμογές από επίγειες μέχρι σε κινητήρες διαστημικών οχημάτων.

Κεφάλαιο 1

Πολυφωτονική παραγωγή $e^- e^+$ από το κενό χρησιμοποιώντας τη προσέγγιση συντονισμού σε σύστημα δύο σταθμών

Σκοπός αυτού του κεφαλαίου είναι να περιγράψει το φαινόμενο της παραγωγής ζευγών ηλεκτρονίου ποζιτρονίου με πολυφωτονικές διαδικασίες, από το κενό θεωρώντας το σαν σύστημα δύο σταθμών στο οποίο εφαρμόζεται η προσέγγιση του συντονισμού. Στην πρώτη ενότητα θα ασχοληθούμε με τη θεωρητική αντιμετώπιση του προβλήματος εξηγώντας τη διαδικασία που απαιτείται για τη λύση του. Στην 1^η Ενότητα ακολουθούμε την ίδια πορεία όπως αυτή περιγράφεται στην εργασία των Avetissian et.all [34]. Ακόμη θα δείξουμε ότι υπάρχουν όρια στις τιμές που μπορεί να έχει το ηλεκτρικό πεδίο, η τάξη της πολυφωτονικής διαδικασίας και το εύρος των ενεργειών παραγωγής των ζευγών για να ισχύει η προσέγγιση. Επίσης θα γίνει αριθμητικός υπολογισμός αυτών των ορίων. Πρόκειται για μια πτυχή του θέματος για την οποία δεν γίνεται σαφής λόγος στην ήδη υπάρχουσα βιβλιογραφία. Στην δεύτερη ενότητα, χρησιμοποιούμε τις εξισώσεις που εξήχθησαν από την πρώτη ενότητα και προχωράμε σε αριθμητικούς υπολογισμούς των παραμέτρων που χαρακτηρίζουν το φαινόμενο (αριθμός ζευγών, ενέργεια με την οποία παράγονται αριθμός πολυφωτονικής τάξης, ένταση ηλεκτρικού πεδίου..). Επιπλέον θα εξετάσουμε αν με τη χρήση αρμονικών συχνοτήτων του συστήματος λείζερ που διαθέτουμε (3^{ης} και 5^{ης} αρμονικής) μπορούμε να πετύχουμε καλύτερα αποτελέσματα χωρίς να έχουμε τόσο μεγάλες απαιτήσεις σε ένταση ηλεκτρικού πεδίου. Αυτή η επιλογή της 3^{ης} και της 5^{ης} αρμονικής αντί ζυγών αρμονικών (π.χ της 2^{ης} και της 4^{ης}) έγινε γιατί είναι πιο εύκολο από πειραματικής απόψεως να δημιουργηθούν. Το κεφάλαιο θα ολοκληρωθεί με την σύνοψη των αποτελεσμάτων.

1^η Ενότητα

1.1.α Θεωρητική μελέτη του φαινομένου.

Θεωρούμε δύο γραμμικά πολωμένα H/M κύματα συχνότητας ω και πλάτος του διανυσματικού δυναμικού A_0 .

$$\begin{aligned}\vec{A}_1 &= A_0 \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r}) \\ \vec{A}_2 &= A_0 \cos(\omega t + \vec{k} \cdot \vec{r})\end{aligned}\quad (1.1)$$

Όπου όπως φαίνεται από τις εξισώσεις διαδίδονται σε αντίθετες κατευθύνσεις και σχηματίζουν ένα στάσιμο κύμα με δυναμικό

$$\vec{A} = \vec{A}_1 + \vec{A}_2 = 2A_0 \cos(\omega t) \cos(kr) \quad (1.2)$$

Στη περιοχή που το πλάτος του στάσιμου κύματος είναι μέγιστο, η ένταση του μαγνητικού πεδίου θα μηδενίζεται οπότε $B=0$. Αυτό συνεπάγεται ότι η συνθήκη $E^2 - B^2 > 0$ ισχύει και σε αυτή τη περιοχή μπορούμε να παράγουμε ηλεκτρόνια – ποζιτρόνια.

Η εξίσωση Dirac όταν δεν υπάρχει όρος αλληλεπίδρασης είναι:

$$i\hbar \frac{d\Psi}{dt} = \{\vec{\alpha}\vec{p} + \beta mc^2\} \Psi \quad (1.3)$$

όπου $\vec{p} = -i\hbar \nabla$ και $\vec{\alpha} = \begin{pmatrix} 0 & \vec{\sigma} \\ \vec{\sigma} & 0 \end{pmatrix}$, $\beta = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix}$ είναι οι πίνακες Dirac και σ οι πίνακες Pauli.

Οι λύσεις της εξίσωσης (1.3) είναι

$$\begin{aligned}\Psi_{1,2}^{(0)} &= \left(\frac{E + mc^2}{2E} \right)^{1/2} \begin{pmatrix} \phi_{1,2} \\ \frac{c\vec{\sigma}\vec{p}}{E + mc^2} \phi_{1,2} \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}} \exp \left[\frac{i}{\hbar} (\vec{p}\vec{r} - Et) \right] \\ \Psi_{3,4}^{(0)} &= \left(\frac{E + mc^2}{2E} \right)^{1/2} \begin{pmatrix} \chi_{3,4} \\ \frac{c\vec{\sigma}\vec{p}}{-E + mc^2} \chi_{3,4} \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}} \exp \left[\frac{i}{\hbar} (\vec{p}\vec{r} + Et) \right]\end{aligned}\quad (1.4)$$

όπου

$\Psi_1^{(0)}$ είναι η κυματοσυνάρτηση για σωματίδια θετικής ενέργειας και σπιν πάνω, $\Psi_2^{(0)}$ η κυματοσυνάρτηση για σωματίδια θετικής ενέργειας και σπιν κάτω, ενώ οι $\Psi_{3,4}^{(0)}$ είναι κυματοσυναρτήσεις σωματιδίων αρνητικής ενέργειας και σπιν πάνω ή κάτω αντίστοιχα.

$$\text{Ακόμη } E = (c^2 p^2 + m^2 c^2)^{1/2}, \quad \phi_1 = \chi_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \phi_2 = \chi_4 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Πρέπει τώρα να εισάγουμε τον όρο αλληλεπίδρασης που οφείλεται στο ηλεκτρικό πεδίο. Η παρουσία του ηλεκτρικού πεδίου δίνεται από το σύνηθες minimal coupling δηλαδή $\vec{p} \rightarrow \vec{p} - \vec{A}$. Έτσι η (1.3) γίνεται

$$i\hbar \frac{d\Psi}{dt} = \{\vec{a}[\vec{p} - \vec{A}] + \beta mc^2\} \Psi \quad (1.5)$$

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = \left\{ \hat{\alpha} [\hat{p} - 2eA_0(\cos kr) \cos \omega t] + \hat{\beta} mc^2 \right\} \Psi \quad (1.6)$$

Επειδή θέλουμε το πεδίο στην περιοχή δημιουργίας των ζευγών να είναι ομοιογενές και στατικό, η περιοχή που παράγονται θα έχει χωρικές διαστάσεις $\ell \ll \lambda$, όπου λ το μήκος κύματος του λέιζερ. Ταυτόχρονα όμως η χωρική διάσταση ℓ είναι πολύ μεγαλύτερη από το λ_c . Επομένως $\lambda_c \ll \ell \ll \lambda$. Εξαιτίας αυτού το γινόμενο $kr = \frac{2\pi\ell}{\lambda}$ θα είναι πολύ μικρό και επομένως $\cos kr = 1$.

Το ηλεκτρικό πεδίο έχει τώρα τη μορφή $\vec{A} = 2A_0 \cos \omega t$ και η (1.6) γίνεται

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = \left\{ \hat{\alpha} [\hat{p} - 2eA_0 \cos \omega t] + \hat{\beta} mc^2 \right\} \Psi \quad (1.7)$$

Οι λύσεις της (1.7) μπορούν να γραφούν ως γραμμικός συνδυασμός των λύσεων της εξίσωσης Dirac (1.3) χωρίς τον όρο αλληλεπίδρασης με πλάτη $a_i(t)$ που εξαρτώνται μόνο από το χρόνο, της μορφής (1.8).

$$\Psi_p(\vec{r}, t) = \sum_{i=1}^4 a_i(t) \Psi_i^{(0)} \quad (1.8) \quad \Psi_i^{(0)} \text{ είναι οι λύσεις της Dirac χωρίς τον όρο}$$

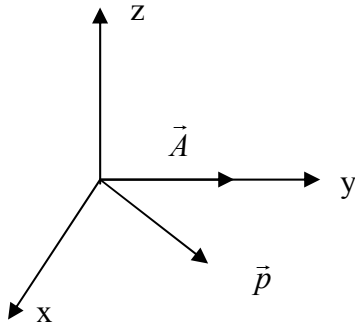
αλληλεπίδρασης.

Οι λύσεις μπορούν να γραφούν με αυτό τον τρόπο καθώς δεν υπάρχει χωρική εξάρτηση στον όρο αλληλεπίδρασης της χαμιλτονιανής.

Οι λύσεις με την μορφή (1.8) είναι ένα πλήρες σύνολο ορθοκανονικών συναρτήσεων. Οι λύσεις (1.4) είναι κανονικοποιημένες σε 1 σωματίο ανά μονάδα όγκου.

Επιπλέον ισχύει η συνθήκη $\sum_{i=1}^4 |a_i(t)|^2 = 2$, η οποία εκφράζει την ισότητα του αριθμού των παραγόμενων ηλεκτρονίων και ποζιτρονίων.

Θεωρούμε ότι η παραγωγή των σωματιδίων γίνεται κατά τη διεύθυνση του ηλεκτρικού πεδίου το οποίο τοποθετούμε στον άξονα Oy και λόγω συμμετρίας σε αυτή τη διεύθυνση μπορούμε να τοποθετήσουμε το διάνυσμα της ορμής να βρίσκεται στο επίπεδο X-Y (Εικόνα 1.1). Αυτό σημαίνει ότι η συνιστώσα της ορμής στον άξονα z θα είναι μηδέν $p_z = 0$ και $\vec{A} = (0, 2A_0 \cos \omega t, 0)$, $\vec{E} = (0, 2E_0 \sin \omega t, 0)$



Εικόνα 1.1 Διανυσματικό διάγραμμα της ορμής και του ηλεκτρικού πεδίου σε σύστημα 3 αξόνων.

Αντικαθιστούμε την (1.8) στην εξίσωση (1.7) :

$$i \frac{d}{dt} \sum_1^4 a_i(t) \Psi_i^{(0)} = \sum_1^4 [\vec{\alpha}(\vec{p} - A(t)) + \beta m] a_i \Psi_i^{(0)} \quad (1.9)$$

$A(t) = 2A_0 \cos \omega t$ είναι το διανυσματικό πεδίο του συνολικού πεδίου.

Πολλαπλασιάζουμε με τις συζυγείς συναρτήσεις $\Psi_i^{(0)}$ και χρησιμοποιώντας την ορθογωνιότητα των εξισώσεων (1.4) καταλήγουμε σε ένα σύστημα εξισώσεων για τα $a_i(t)$

$$\begin{aligned}\frac{da_1(t)}{dt} &= ieA(t) \left\{ \frac{p_y}{E} a_1(t) + \frac{p_x p_y - i[E(E+m) - p_y^2]}{E(E+m)} \exp(i2Et) a_4(t) \right\} \\ \frac{da_4(t)}{dt} &= -ieA(t) \left\{ \frac{p_y}{E} a_4(t) + \frac{p_x p_y - i[E(E+m) - p_y^2]}{E(E+m)} \exp(-i2Et) a_1(t) \right\}\end{aligned}\quad (1.10)$$

με
$$\begin{aligned}p_x &= p \sin \theta \\ p_y &= p \cos \theta\end{aligned}$$

Οι αρχικές συνθήκες του προβλήματος μας πρέπει να εκφράζουν την ύπαρξη μόνο ηλεκτρονίων αρνητικής ενέργειας πριν την αλληλεπίδραση.

$$\begin{aligned}|a_3(-\infty)|^2 &= |a_4(-\infty)|^2 = 1 \\ |a_1(-\infty)|^2 &= |a_2(-\infty)|^2 = 0\end{aligned}\quad (1.11)$$

Στη συνέχεια εφαρμόζουμε τον μοναδιακό μετασχηματισμό στις (1.10)

$$\begin{aligned}a_1(t) &= c_1(t) \exp \left[i \frac{ep_y}{E} \int_{-\infty}^t A(t') dt' \right] \\ a_4(t) &= c_4(t) \left(1 - \frac{p_y^2}{E^2} \right)^{-1/2} \left[\frac{p_x p_y}{E(E+m)} + i \left(1 - \frac{p_y^2}{E(E+m)} \right) \right] \exp \left[-i \frac{ep_y}{E} \int_{-\infty}^t A(t') dt' \right]\end{aligned}\quad (1.12)$$

Για τα νέα πλάτη $c_1(t)$ και $c_4(t)$ ισχύει το παρακάτω σύστημα εξισώσεων

$$\begin{aligned}\frac{dc_1(t)}{dt} &= f(t) c_4(t) \\ \frac{dc_4(t)}{dt} &= -f^*(t) c_1(t)\end{aligned}\quad (1.13)$$

Και με παρόμοιο τρόπο γράφουμε τα c_2, c_3

με

$$f(t) = i \sum_{n=-\infty}^{\infty} f_n \exp[i(2E - n\omega)t] \quad (1.14)$$

και

$$f_n = \frac{E}{4p_y} \left(1 - \frac{p_y^2}{E^2} \right) n\hbar\omega J_n \left(4\xi \frac{m}{E} \frac{p_y}{\hbar\omega} \right) \quad (1.15)$$

όπου $J_n \left(4\xi \frac{m}{E} \frac{p_y}{\hbar\omega} \right)$ είναι η συνάρτηση Bessel πρώτης τάξης ,

Με ξ συμβολίζουμε την αδιάστατη , σχετικιστική αναλλοίωτη στην επιλογή βαθμίδας του πεδίου ενός προσπίπτοντος κύματος, ποσότητα και ισούται με

$$\xi = \frac{e\mathcal{E}_o}{mc\omega} \quad (1.16)$$

(\mathcal{E}_o είναι το πλάτος της έντασης ενός από τα συμβαλλόμενα κύματα).Αποτελεί μια βασική παράμετρο καθώς είναι αντιστρόφως ανάλογη με την παράμετρο γ του Keldysh για τον ιονισμό των ατόμων, και η φυσική της σημασία μπορεί να συνοψιστεί στο ότι καθορίζει ποια παράμετρος του εξωτερικού πεδίου θα προσδιορίσει το φαινόμενο που θα συμβεί. Δηλαδή μέχρι κάποια τιμή του ξ μπορούμε να έχουμε παράγωγη με πολυφωτονικές διαδικασίες και πέρα από αυτό με κάποιο άλλο μηχανισμό.

Εξαιτίας της ομοιογένειας του χώρου η γενικευμένη ορμή ενός σωματιδίου διατηρείται, πραγματικές μεταβάσεις στο πεδίο μπορούν να συμβούν από μια στάθμη αρνητικής ενέργειας $-E$ σε μια θετική $+E$.. Οι πολυφωτονικές πιθανότητες παραγωγής e^+e^- θα έχουν μέγιστες τιμές για μεταβάσεις συντονισμού

$$n = \frac{2E}{\omega} \quad (1.17)$$

Αυτή η ισότητα εκφράζει την αρχή διατήρησης της ενέργειας – ορμής συμφωνά με την οποία τα ηλεκτρόνια και τα ποζιτρόνια παράγονται με ίσες και αντίθετες ορμές ,

δηλ $\mathbf{p}_e + \mathbf{p}_{e+} = 0$. Χαρακτηριστικό μέγεθος των συστημάτων δύο σταθμών (από $-E$ σε $+E$)

είναι ο όρος αποσυντονισμού του συστήματος $\Delta_n = 2E - \omega$

Σε αυτή τη προσέγγιση με $\Delta_n = 2E - n\omega \ll \omega$ έχουμε από τις (1.13), (1.14) τις εξής εξισώσεις για τα πλάτη μεταβάσεων, $c_1^{(n)}(t)$, $c_4^{(n)}(t)$, μιας, n τάξης πολυφωτονικής διαδικασίας.

$$\begin{aligned} \frac{dc_1^{(n)}}{dt} &= if_n \exp(i\Delta_n t) c_4^{(n)}(t) \\ \frac{dc_4^{(n)}}{dt} &= if_n \exp(-i\Delta_n t) c_1^{(n)}(t) \end{aligned} \quad (1.18)$$

οι οποίες ισχύουν για τις αργά μεταβαλλόμενες συναρτήσεις (slow varying) $c_1^{(n)}(t)$, $c_4^{(n)}(t)$. Δηλαδή αυτές που ικανοποιούν τη συνθήκη

$$\left| \frac{dc_{1,4}^{(n)}}{dt} \right| \ll |c_{1,4}^{(n)}(t)| \omega \quad (1.19)$$

Η παραπάνω σχέση δηλώνει ότι ο ρυθμός μεταβολής του πλάτους c_i είναι πολύ μικρότερος από τη συχνότητα του εξωτερικού πεδίου.

Τα πλάτη πιθανότητας c_1 , c_4 είναι:

$$\begin{aligned} |c_1^{(n)}(t)|^2 &= \frac{f_n^2}{\Omega_n^2} \sin^2(\Omega_n \tau) \\ |c_4^{(n)}(t)|^2 &= 1 - \frac{f_n^2}{\Omega_n^2} \sin^2(\Omega_n \tau) \end{aligned} \quad (1.20)$$

Όπου

$$\Omega_n = \sqrt{f_n^2 + \frac{\Delta_n^2}{4}} \quad (1.21)$$

είναι το αντίστοιχο της συχνότητας Rabi (η συχνότητα με την οποία το σύστημα ταλαντώνεται ανάμεσα στις δύο καταστάσεις) του κενού Dirac στην αλληλεπίδραση

με ένα περιοδικό H/M πεδίο, τ ο χρόνος αλληλεπίδρασης και Δ_n ο όρος αποσυντονισμού $\Delta_n = 2E - n\omega$.

Η πιθανότητα παραγωγής ζευγών $e^+ e^-$ από n φωτόνια με συγκεκριμένη ενέργεια E, αθροισμένη σε όλες τις καταστάσεις σπιν είναι

$$W_n = 2 \left| c_1^{(n)}(t) \right|^2 \quad (1.22)$$

Από τις (1.20) έχουμε

$$W_n = \frac{E^2}{2\Omega_n p^2 \cos^2 \theta} \left(1 - \frac{p^2 \cos^2 \theta}{E^2} \right) n^2 \omega^2 J_n^2 \left(4\xi \frac{m}{E} \frac{p \cos \theta}{\omega} \right) \sin^2(\Omega_n \tau) \quad (1.23)$$

Όπου θ είναι η γωνία μεταξύ της διεύθυνσης της ορμής των παραγόμενων σωματιδίων και του πλάτους της έντασης του συνολικού ηλεκτρικού πεδίου.

Η συνθήκη (1.19) για την εφαρμογή της προσέγγισης συντονισμού είναι ισοδύναμη με την εξής

$$\Omega_n \ll \omega \quad (1.24)$$

που ανταποκρίνεται σε εντάσεις για ένα πεδίο ακτινοβολίας για την οποία ισχύει

$$\xi = \frac{e|\mathcal{E}_o|}{mc\omega} \leq 1 \quad (1.25)$$

Μεγάλου ενδιαφέροντος είναι να προσδιοριστεί το ενεργειακό φάσμα των παραγόμενων ηλεκτρονίων και ποζιτρονίων. Αυτό θα γίνει αν μελετήσουμε την εξάρτηση της συνάρτησης f_n με τον αριθμό των φωτονίων ή την ενέργεια των σωματιδίων. Η συνάρτηση αυτή είναι σημαντική καθώς καθορίζει τη συχνότητα Rabi Ω_n των καταστάσεων του κενού Dirac και την πιθανότητα παραγωγής ζευγών από n φωτόνια.

Τώρα παίρνουμε την περίπτωση του μικρού χρόνου αλληλεπίδρασης, δηλαδή

$$\Omega_n \tau \ll 1 \quad (1.26)$$

Θα καθορίσουμε μια σχέση για τη διαφορική πιθανότητα παραγωγής ζευγών, στη μονάδα του χρόνου.

Λόγω της (1.26) $\frac{\sin^2(\Omega_n \tau)}{\Omega_n^2} \rightarrow 2\pi\tau\delta(\Delta_n)$ και μέσω της (1.23)

$$\frac{dW_n}{d\tau} = \frac{E^2}{2\Omega_n p^2 \cos^2 \theta} \left(1 - \frac{p^2 \cos^2 \theta}{E^2} \right) n^2 \omega^2 J_n^2 \left(4\xi \frac{m}{E} \frac{p \cos \theta}{\omega} \right) 2\pi\tau\delta(\Delta_n) \quad (1.27)$$

και η συνάρτηση δ μπορεί να πάρει τη μορφή $\delta(\Delta_n) = \delta(2E - n\omega) = \frac{1}{2} \delta\left(E - \frac{n\omega}{2}\right)$.

Η διαφορική πιθανότητα αθροισμένη στις καταστάσεις των σπιν $V \frac{d^3 p}{(2\pi)^3}$ του χώρου των ορμών

$$dw_n = \frac{n^2 \omega^2}{16\pi^2} \frac{(E^2 - p^2 \cos^2 \theta)}{p^2 \cos^2 \theta} J_n^2 \left(\frac{4eA_o}{E} \frac{p \cos \theta}{\omega} \right) V d^3 p \quad (1.28)$$

όπου αντικαταστάθηκε το ξ με $\xi = \frac{e|\mathcal{E}_o|}{mc\omega} = \frac{e|A_o|}{mc}$.

Ολοκληρώνοντας πάνω στην ενέργεια των ποζιτρονίων παίρνουμε την γωνιακή κατανομή της διαφορικής πυκνότητας πιθανότητας n φωτονίων

$$\frac{dw_n}{do} = \frac{n^3 \omega^3}{64\pi^2} \frac{n^2 \omega^2 \sin^2 \theta + 4m^2 \cos^2 \theta}{(n^2 \omega^2 - 4m^2)^{1/2} \cos^2 \theta} J_n^2 \left(\frac{4e|\mathcal{E}_o|(n^2 \omega^2 - 4m^2)^{1/2}}{n\omega^3} \cos \theta \right) \quad (1.29)$$

Η γωνιακή κατανομή της πυκνότητας πιθανότητας για πολυφωτονική παραγωγή ζευγών εκφράζεται από την παρακάτω σχέση.

$$\frac{dw}{do} = \sum_{n=n_o}^{\infty} \frac{dw_n}{do} \quad (1.30)$$

Για να υπολογίσουμε την ολική πυκνότητα πιθανότητας της παραγωγής ζεύγους e^+ , e^- , δηλαδή τον αριθμόν των ζευγών που δημιουργούνται ανά μονάδα χρόνου στη μονάδα του όγκου, θα ολοκληρώσουμε την έκφραση (1.30) πάνω στη στερεά γωνία λαμβάνοντας υπόψη την (1.29). Λόγω της αζιμουθιακής συμμετρίας η ολοκλήρωση ως προς ϕ είναι προφανής. Για να ολοκληρώσουμε ως προς θ κάνουμε την αλλαγή μεταβλητής $y = \cos \theta$ και καταλήγουμε στην παρακάτω έκφραση.

$$w = \sum_{n=n_0}^{\infty} \frac{n^5 \omega^5}{32\pi p} \int_0^1 \left(\frac{1}{y^2} - \frac{4p}{n^2 \omega^2} \right) \times J_n^2 \left[\frac{4m\xi}{\omega} \left(1 - \frac{4m^2}{n^2 \omega^2} \right)^{1/2} y \right] dy \quad (1.31)$$

Ολοκληρώνοντας τη σχέση αυτή παίρνουμε την ολική πυκνότητα πιθανότητας της παραγωγής ζευγών $e^+ e^-$ στο πεδίο που δημιουργούν δυο ισχυρά H/M κύματα, αντίθετα διαδιδόμενα στο κενό.

$$w = \sum_{n=n_0}^{\infty} \frac{n^5 \omega^5}{32\pi p} \left\{ \left[\frac{2Z_0^2}{4n^2 - 1} \right] J_n^2(Z_0) + \frac{Z_0^2 J_{n-1}^2(Z_0)}{2n(n-1)} + \frac{Z_0^2 J_{n+1}^2(Z_0)}{2n(n+1)} - \frac{4p^2}{n^2 \omega^2} \frac{Z_0^{2n}}{(2n+1)(n!)^{2n}} \times \right. \\ \left. \times {}_2F_3 \left(n + \frac{1}{2}, n + \frac{1}{2}; n+1, 2n+1, n + \frac{3}{2}; -Z_0^2 \right) \right\} \quad (1.32)$$

Εδώ η ${}_2F_3 \left(n + \frac{1}{2}, n + \frac{1}{2}; n+1, 2n+1, n + \frac{3}{2}; -Z_0^2 \right)$ είναι η γενικευμένη

υπεργεωμετρική συνάρτηση και $Z_0 = \left(\frac{4m\xi}{\omega} \right) \left(1 - \frac{4m^2}{n^2 \omega^2} \right)^{1/2}$.

Σε πραγματικές συνθήκες ο συνολικός αριθμός των παραγομένων σωματιδίων εξαρτάται από τον όγκο της αλληλεπίδρασης των δεσμών λέιζερ, που καθορίζονται από τη διάμετρο της δέσμης στη διατομή της εστίας της και από τη χρονική διάρκεια των παλμών τ . Για τυπικές τιμές $d \sim 10^{-3}$ cm, $\tau \sim 10^{-14}$ sec και $l \sim \lambda/10$, ο συνολικός αριθμός των παραγόμενων ζευγών είναι $\sim w d^2 l \tau$. Αντικαθιστώντας τις τιμές περιμένουμε να έχουμε $\sim 10^8$ ζεύγη. Αυτός ο αριθμός είναι κατά πολύ μεγαλύτερος από τις προηγούμενες αντιμετωπίσεις

του προβλήματος και οφείλεται στη χρησιμοποιούμενη προσέγγιση όπου το σύστημα βρίσκεται σε συντονισμό με το ηλεκτρικό πεδίο.

Ένα ερώτημα που γεννάται με δεδομένα την συχνότητα και την ενέργεια του λέιζερ και δεν έχει εξεταστεί σε εργασίες όπως των Avetissian [34] είναι το εύρος των πιθανών πολυφωτονικών διαδικασιών (ή ισοδύναμα το εύρος των ενεργειών που δημιουργούνται τα ζεύγη το οποίο εκφράζεται με το q που είναι ο λόγος της ενέργειας των e^- προς την ενέργεια ηρεμίας τους) και το εύρος των τιμών που μπορεί να πάρει το ξ (ή το εύρος της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου) για τις οποίες πραγματοποιούνται οι διαδικασίες. Τα αποδεκτά ξ, q πρέπει ασφαλώς να συμφωνούν με την συνθήκη για την εφαρμογή της προσέγγισης του συντονισμού $\Omega_n \ll \omega$ (ή $\xi \leq 1$), αλλά και με την αρχή διατήρησης της ενέργειας. Το τελευταίο συνεπάγεται ότι η ενέργεια ανά παλμό E_b της προσπίπτουσας ακτινοβολίας δεν μπορεί να είναι μικρότερη από την ενέργεια των ζευγών που παράγονται, το οποίο εκφράζεται μέσω της σχέσης

$$E_b \geq 2qmc^2 N \quad (1.33)$$

Όπου N είναι ο συνολικός αριθμός των ζευγών που δημιουργούνται.

Η E_b υπολογίζεται από την ισχύ του λέιζερ $S_b = \frac{1}{\mu_0 c} \mathcal{E}_o^2$ από τη σχέση

$$E_b = S_b \pi \sigma^2 \tau \quad (1.34)$$

Με σ συμβολίζουμε τη ακτίνα της περιοχής που συμβαίνει η αλληλεπίδραση και τ είναι η χρονική διάρκεια του παλμού.

Απάντηση στα ερωτήματα θα δώσει η διαφορά ενέργειας

$$\Delta E_b = S_b \pi \sigma^2 \tau - 2qmc^2 N_o = \frac{1}{\mu_0 c} \mathcal{E}_o^2 \pi \sigma^2 \tau - 2qmc^2 N_o \quad (1.35)$$

Δηλαδή $\Delta E_b =$ ενέργεια ανά παλμό λέιζερ της προσπίπτουσας ακτινοβολίας - ενέργεια των παραγόμενων ζευγών.

N_o είναι ο αριθμός ζευγών που έχουμε για γωνία $\theta=0$.

Όπως θα δείξουμε στην επόμενη ενότητα η σχέση (1.35) ουσιαστικά έχει δύο παραμέτρους το q και το ξ (Το N_0 εξαρτάται από τα q, ξ). Κρατώντας το E_b σταθερό, και για δεδομένο $q \geq 1$, το ξ μπορεί να αυξηθεί μέχρι μία τιμή $\xi=h$ για την οποία ισχύει $\Delta E_b=0$, την ελάχιστη αποδεκτή τιμή που μπορεί να πάρει. Το h δεν μπορεί να έχει τιμές που να υπερβαίνουν την μονάδα. Επομένως για δεδομένο q μπορούμε να υπολογίσουμε αριθμητικά τα άνω όρια h του ξ , δηλαδή το εύρος εφαρμογής της προσέγγισης. Σημειώνουμε ότι μπορούμε να υπολογίσουμε το q κρατώντας το ξ σταθερό από την ίδια ισότητα, αλλά για πειραματικούς λόγους ενδιαφερόμαστε για το μέγιστο ξ (και \mathcal{E}_0). Ο υπολογισμός θα γίνει σχεδιάζοντας το διάγραμμα των τιμών h σαν συνάρτηση του q για $\Delta E_b=0$. Περισσότερες λεπτομέρειες θα δούμε στην ενότητα που ακολουθεί παρουσιάζοντας τα ανάλογα γραφήματα, εξηγώντας ποιο ζεύγος τιμών επιλέγουμε και το λόγο που γίνεται η επιλογή.

2^η Ενότητα

1.2.α Αριθμητικά αποτελέσματα της πολυφωτονικής παραγωγής ζευγών από το κενό με την προσέγγιση του συστήματος δύο σταθμών σε συντονισμό

Σε αυτό το κομμάτι της εργασίας θα παρουσιάσουμε τους υπολογισμούς που εκτελέσαμε βασιζόμενοι στα συμπεράσματα της προηγούμενης ενότητας για την παραγωγή ζευγών ηλεκτρονίου ποζιτρονίου στο σύστημα του κενού μέσω πολυφωτονικής διαδικασίας, ενώ έχουμε το σύστημα μας σε διέγερση. Σκοπός αυτής της ενότητας είναι να μελετήσει περαιτέρω την προσέγγιση, υποστηρίζοντας τη πιθανότητα παραγωγής ζευγών πειραματικά με τη διαθέσιμη τεχνολογία οπτικών λέιζερ, με χρήση και ανώτερων αρμονικών συχνοτήτων όπως 3ω και 5ω . Η ομοιότητα της προσέγγισης με το πολυφωτονικό ιονισμό των ατόμων υπογραμμίζει αρκετά φυσικά χαρακτηριστικά που μπορεί να αναμένει να μετρήσει κανείς στο εργαστήριο. Επιπλέον θα γίνει λόγος για τους περιορισμούς που έχουμε στην επιλογή της μέγιστης έντασης του ηλεκτρικού πεδίου δηλαδή ποιο είναι το άνω όριο του ξ σε

κάθε περίπτωση. Όσον αφορά το ηλεκτρικό πεδίο μπορούμε με σταθερή συχνότητα να αυξήσουμε σταδιακά το ηλεκτρικό πεδίο. Όμως για τα συστήματα λείζερ που μελετάμε δεν είναι εύκολο να αλλάζουμε το ηλεκτρικό πεδίο ενώ βρισκόμαστε σε συντονισμό, ενώ πρέπει να λάβουμε υπόψη και τους περιορισμούς που θα έχουμε στην αύξηση. Οπότε από πειραματικής σκοπιάς είναι προτιμότερο να αυξήσουμε τη συχνότητα και χωρίς να χρειάζεται να εστιάσουμε στο όριο περίθλασης, να αυξήσουμε τη ένταση, ώστε η αυξημένη ένταση του ηλεκτρικού πεδίου να είναι τέτοια ώστε το ξ να μείνει σταθερό.

Βασικό ρόλο στους αριθμητικούς υπολογισμούς αλλά και στη φυσική ερμηνεία αυτών έχει συνάρτηση f_n . Για αυτό το λόγο θα ξεκινήσουμε με τη μελέτη της συγκεκριμένης συνάρτησης αφού όπως θα δείξουμε οι πιθανότητες για παραγωγή εξαρτώνται από αυτή σε μεγάλο βαθμό.

Από αυτό το σημείο οι σταθερές c για την ταχύτητα του φωτός και \hbar η σταθερά του Plank θα λαμβάνονται υπόψη στις διάφορες εξισώσεις και δεν θα θεωρούνται ίσες με τη μονάδα.

Η εξίσωση που εκφράζει την f είναι η (1.15)

$$f_n = \frac{E}{4p_y} \left(1 - \frac{p_y^2}{E^2} \right) n \hbar \omega J_n \left(4\xi \frac{m}{E} \frac{p_y}{\hbar \omega} \right) \quad \text{με } p_y = p \cos \theta.$$

Για μια σταθερή τιμή των ξ, n , όπως φαίνεται από τη παραπάνω σχέση η f_n γίνεται μέγιστη για $\theta=0$ και ισχύει για όλα τα ξ, n . Πάνω σε αυτή τη γωνία παρατήρησης θα επικεντρωθεί η ανάλυσή μας. Η επιλογή αυτή εκτός από το ότι θα μας δώσει πιο απλοποιημένα αποτελέσματα, θα βοηθήσει στην αποσαφήνιση της συμπεριφοράς που έχει αυτή η προσέγγιση για μετέπειτα πειραματική επιβεβαίωση.

Εκφράζουμε την ενέργεια των παραγόμενων ηλεκτρονίων (ποζιτρονίων) σε συνάρτηση με την ενέργεια ηρεμίας τους

$$E = qmc^2, \quad q \geq 1 \quad (1.36)$$

Το q χαρακτηρίζει το φάσμα της ενέργειας των ζευγών που παράγονται και πρέπει να έχει τιμές μεγαλύτερες της ενέργειας ηρεμίας.

Για την περίπτωση που βρισκόμαστε ακριβώς σε συντονισμό ο αριθμός n των φωτονίων που έχουν απορροφηθεί (πολυφωτονική τάξη της διαδικασίας) δίνεται από την εξής σχέση

$$n = \frac{2E}{\hbar\omega} = \frac{2qmc^2}{\hbar\omega}, q \geq 1 \quad (1.37)$$

Αντικαθιστούμε στην (1.15) τη σχέση για το p_y και έχουμε

$$f_n = \frac{E}{4p \cos \theta} \left(1 - \frac{p^2 \cos^2 \theta}{E^2} \right)^{1/2} n \hbar \omega J_n \left(4\xi \frac{mp \cos \theta}{E \hbar \omega} \right) \quad \text{για } \theta=0 \text{ και } E = qmc^2$$

τότε

$$f_n = \frac{qmc^2}{4pc} \left(1 - \frac{p^2 c^2}{q^2 m^2 c^4} \right)^{1/2} n \hbar \omega J_n \left(4\xi \frac{mpc}{qmc^2 \hbar \omega} \right)$$

Από τη σχετικιστική σχέση που συνδέει ενέργεια και ορμή $E = (m^2 c^4 + c^2 p^2)^{1/2}$

λύνουμε ως προς την ορμή και θέτουμε το αποτέλεσμα στην f_n .

$$f_n = \frac{qmc^2}{4(q^2 m^2 c^4 - m^2 c^4)^{1/2}} \left(1 - \frac{q^2 m^2 c^4 - m^2 c^4}{q^2 m^2 c^4} \right)^{1/2} n \omega J_n \left(4\xi \frac{mc^2}{qmc^2 \omega} (q^2 m^2 c^4 - m^2 c^4)^{1/2} \right)$$

$$f_n = \frac{q}{4(q^2 - 1)^{1/2}} \left(1 - \frac{q^2 - 1}{q^2} \right)^{1/2} n \hbar \omega J_n \left(4\xi \frac{mc^2}{q \hbar \omega} (q^2 - 1)^{1/2} \right)$$

Μετά από τις απλοποιήσεις η f_n γίνεται

$$f_n = \frac{1}{4(q^2 - 1)^{1/2}} n \hbar \omega J_n \left(4\xi \frac{mc^2}{\omega} \left(1 - \frac{1}{q^2} \right)^{1/2} \right)$$

και χρησιμοποιώντας την (1.37) έχουμε

$$f_n = \frac{1}{4(q^2 - 1)^{1/2}} n \hbar \omega J_n \left(\frac{2n\xi}{q} \left(1 - \frac{1}{q^2} \right)^{1/2} \right) \quad (1.38)$$

η οποία είναι η τελική μορφή της συνάρτησης που θα χρησιμοποιήσουμε.

Όσον αφορά τον αριθμό των παραγόμενων ζευγών η γωνιακή κατανομή του για μια πολυφωτονική διαδικασία τάξης n εκφράζεται ως εξής:

$$\frac{dN_n}{do} = \frac{dw_n}{do} V \tau \quad (1.39)$$

όπου

$$\frac{dw_n}{do} = V \tau \frac{n^3 \omega^3}{64\pi^2} \frac{n^2 \omega^2 \sin^2 \theta + 4m^2 c^4 \cos^2 \theta}{(n^2 \omega^2 - 4m^2 c^4)^{1/2} \cos^2 \theta} J_n^2 \left(\frac{4e|\mathcal{E}_o|(n^2 \omega^2 - 4m^2 c^4)^{1/2}}{n\omega^3} \cos \theta \right)$$

Ο αριθμός των ζευγών για γωνία $\theta=0$, N_o από τα παραπάνω είναι

$$N_o = \left[\frac{dN_o}{do} \right]_{\theta=0} = V \tau \frac{n^3 \omega^3}{64\pi^2} \frac{4m^2 c^4}{(n^2 \omega^2 - 4m^2 c^4)^{1/2}} J_n^2 \left(\frac{4e|\mathcal{E}_o|(n^2 \omega^2 - 4m^2 c^4)^{1/2}}{n\omega^3} \right)$$

Και μετά από πράξεις, θέτοντας $n = \frac{2mc^2}{\hbar\omega}$:

$$N_o = \frac{1}{4\pi^2} \frac{V\tau}{V_e} \frac{q\sqrt{q^2 - 1}}{m^2 c^4} f_n^2 \quad (1.40)$$

Από αυτή τη σχέση είναι εμφανής η εξάρτηση του αριθμού των παραγόμενων $e^+ e^-$ από τη συνάρτηση f_n , αλλά και από το ξ όπως αναφέραμε στο τέλος της 1ης ενότητας

αυτού του κεφαλαίου. $V_e = \left(\frac{\lambda_{compton}}{c} \right)^{-1}$ είναι ο τετρα-όγκος Compton ενός ηλεκτρονίου, ίσος με $7.4 \cdot 10^{-59} \text{ m}^3 \text{ s}$.

Η σχέση (1.37), για την περίπτωση των οπτικών λέιζερ (όπου το ω είναι μικρό της τάξης των eV), δίνει σαν αποτέλεσμα μεγάλη τάξη n της πολυφωτονικής διαδικασίας, και καθώς το ξ πρέπει να είναι ≤ 1 το όρισμα της συνάρτησης Bessel στην σχέση για την f_n (1.24), (δηλαδή ο όρος $\frac{2n\xi}{q} \left(1 - \frac{1}{q^2}\right)^{1/2}$) είναι συνεπακόλουθα τάξης ίδιας με το n . Για να εκτελέσουμε αριθμητικούς υπολογισμούς, επειδή έχουμε να κάνουμε με μεγάλες τάξεις του ορίσματος της συνάρτησης Bessel που καθιστούν δύσκολο τον υπολογισμό της, θα χρησιμοποιήσουμε την ασυμπτωτική συμπεριφορά της $J_n(x)$ για $x \approx n$ και έχουμε:

$$J_n \left(\frac{2n\xi}{q} \left(1 - \frac{1}{q^2}\right)^{1/2} \right) = J_n(n \cdot \sec h(a)) = \frac{\exp(n \tanh(a) - na)}{\sqrt{2\pi n \tanh a}} \quad (1.41)$$

$$\text{με } a = \sec h^{-1} \left(\frac{2\xi}{q} \left(1 - \frac{1}{q^2}\right)^{1/2} \right)$$

Κάνοντας χρήση των παραπάνω σχέσεων θα μελετήσουμε τη συμπεριφορά της f_n για την περίπτωση των οπτικών λέιζερ και πιο συγκεκριμένα ενός συστήματος Nd – Yag με ενέργεια φωτονίου 1.17 eV και ένταση $1.35 \cdot 10^{22} \text{ W/m}^2$. Για τους υπολογισμούς χρησιμοποιήθηκαν τα μαθηματικά πακέτα Maple και Mathematica.

Με χρήση της σχέσης για την f_n όπως έχει διαμορφωθεί από την προσέγγιση για μεγάλες τάξεις του n

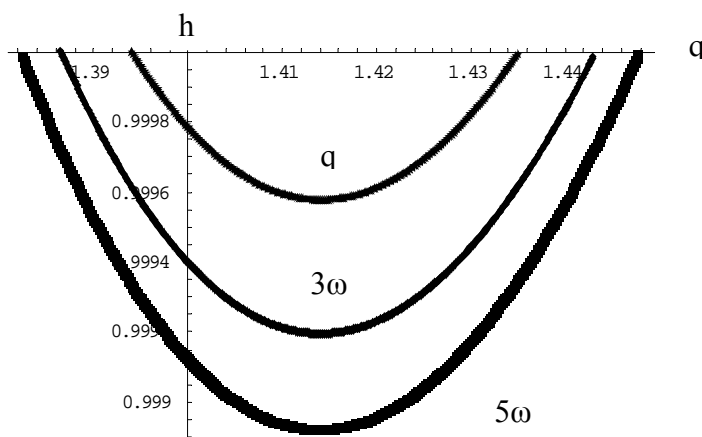
$$f_n = \frac{1}{4(q^2 - 1)^{1/2}} n \hbar \omega J_n(n \cdot \sec h(a)) \quad (1.42)$$

ή

$$f_n = \frac{1}{4(q^2 - 1)^{1/2}} n \hbar \omega \frac{\exp(n \tanh(a) - na)}{\sqrt{2\pi n \tanh a}} \quad (1.43)$$

και αυτής για το n $n = \frac{2qmc^2}{\hbar\omega}$, θα σχεδιάσουμε την περιβάλλουσα της εν λόγω συνάρτησης ως προς τη σταθερά q , για συχνότητα ω , 3ω και 5ω για σταθερή τιμή του ξ . Αυτό θα μας επιτρέψει τη μελέτη της συμπεριφοράς της f_n αναφορικά με την ένταση του ηλεκτρικού πεδίου και τη συχνότητα της ακτινοβολίας.

Προτού προχωρήσουμε θέλουμε να βρούμε ποιες τιμές των ξ, q είναι αποδεκτές, ποιες δηλαδή πληρούν τις συνθήκες που θέσαμε για να ισχύει η προσέγγιση που μελετάμε. Αυτό θα γίνει εμφανές αν σχεδιάσουμε τα άνω όρια h του ξ σαν συνάρτηση του q για τις περιπτώσεις συχνότητας ω , 3ω και 5ω . Υπολογίζουμε αριθμητικά τα ζεύγη τιμών ξ, q που μηδενίζουν την εξίσωση (1.35) και απεικονίζουμε σε γραφική παράσταση τα αποτελέσματά μας (Γράφημα 1.1). Οι παράμετροι που χρησιμοποιήθηκαν είναι $\omega = 1.17 \text{ eV}$, $S_b = s \cdot 1.35 \cdot 10^{22} \text{ W/cm}^2$ ($s=1, 3^2, 5^2$ αντίστοιχα για κάθε περίπτωση), $\sigma \sim 10^{-5} \text{ m}$ και $\tau \sim 10^{-14} \text{ sec}$. Ο συντελεστής s στο S_b δικαιολογείται από την τεχνική που επιλέξαμε για την αύξηση της έντασης του λέιζερ και της ενέργειας ανά παλμό E_b , αυξάνοντας τη συχνότητα, αντί του να εστιάσουμε στο όριο περίθλασης του λέιζερ. Και οι δύο τρόποι είναι πειραματικά αποδεκτοί, με τον δεύτερο να είναι προτιμότερος στην περίπτωση που δεν επιθυμούμε να φτάσουμε την εστίαση στο όριο.



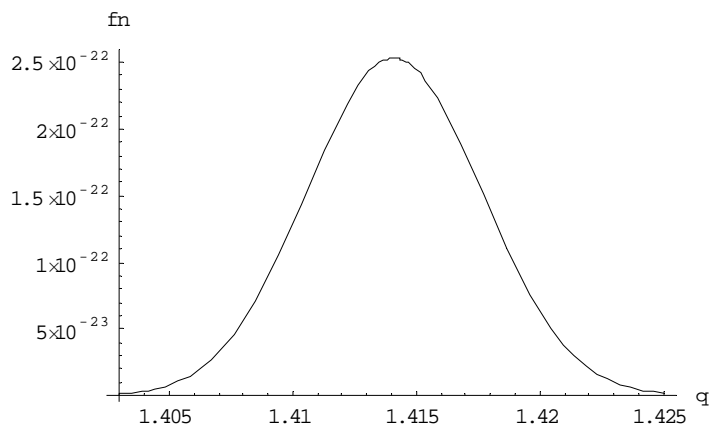
Γράφημα 1.1 Ανώτατο όριο h του ξ σαν συνάρτηση του q για $\omega=1.17 \text{ eV}$ (πάνω καμπύλη), 3ω (μεσαία καμπύλη) και 5ω (κάτω καμπύλη).

Οι καμπύλες που σχεδιάσαμε μας δίνουν το εύρος εφαρμογής των πολυφωτονικών διαδικασιών σε συντονισμό μέσω του εύρους των τιμών του q και της σχέσης για το

n. Επιπλέον μπορούμε να βρούμε τις μέγιστες επιτρεπτές τιμές του ξ για κάθε μία διαδικασία. Σημεία (q, h) με $h > 1$ είναι μη αποδεκτά, εφόσον όπως είπαμε ισχύει $\xi \leq 1$. Από το σύνολο των αποδεκτών (ξ, q) που υπολογίσαμε, μεγιστοποίηση του αριθμού των παραγόμενων ζευγών επιτυγχάνουμε μόνο αν επιλέξουμε σημεία κοντά στο κατώτερο άκρο των καμπυλών, πράγμα που θα φανεί και στη συνέχεια μέσω των υπολογισμών που θα εκτελέσουμε. Επομένως επιλέγουμε τιμές του $h \sim 0.9956$ για $\omega = 1.17\text{eV}$, $h \sim 0.99916$ για συχνότητα 3ω και $h \sim 0.99886$ για 5ω , που αντιστοιχούν σε $q \sim 1.414(\sim \sqrt{2})$, 1.4139 , 1.4138 . Άλλη μία σημαντική συνέπεια της εφαρμογής του ορίου h είναι ότι αν επιλέξουμε κάποια τιμή του ξ διαφορετική από αυτή που βρίσκεται στο κατώτερο σημείο τότε αποκλείουμε ενέργειες που έχουν μικρότερο q από αυτό που αντιστοιχεί στο ξ που επελέγη. Όμως όπως θα δούμε αυτές οι φυσικά απαγορευμένες ενέργειες συνεισφέρουν στον αριθμό των παραγόμενων ζευγών. Πρόκειται για μια αφύσικη κατάσταση που πρέπει να ληφθεί υπόψη κατά την πειραματική επιβεβαίωση. Η μόνη τιμή του ξ που εγγυάται παρατήρηση όλων των ενεργειών γύρω από το q που επιλέγουμε και μεγιστοποίηση του N_0 είναι αυτή που βρίσκεται στο κατώτερο σημείο.

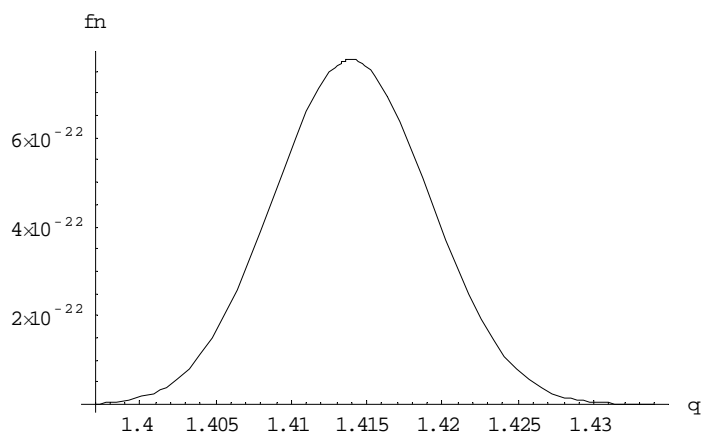
Τα ξ που επιλέγουμε στους υπολογισμούς βρίσκονται στο κατώτερο σημείο των καμπυλών και θα συμβολίζονται με h_i . Για συχνότητα ω επιλέγουμε $h = 0.9995$, για 3ω $h = 0.9990$ και για 5ω $h = 0.9987$.

Είμαστε έτοιμοι να προχωρήσουμε στο υπολογιστικό μέρος της ενότητας όπου θα εφαρμόσουμε την προσέγγιση για τη θεμελιώδη συχνότητα και την $3^{\text{η}}$ και $5^{\text{η}}$ αρμονική του λέιζερ. Σχεδιάζουμε την περιβάλλουσα της συνάρτησης f_n συναρτήσει του q (Γράφημα 1.2) που υπενθυμίζουμε είναι ο λόγος της ενέργειας των παραγόμενων e^+e^- προς την ενέργεια ηρεμίας, με $\omega = 1.17\text{eV}$, $\theta = 0$ για $\xi = 0.9995$



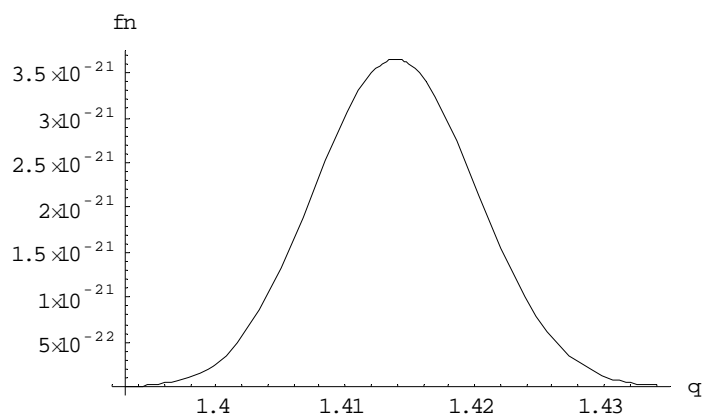
Γράφημα 1.2 Η περιβάλλουσα της f_n συναρτήσεως της μονάδας της ενέργειας ηρεμίας q για $\xi=0.9995$ και $\omega=1.17\text{eV}$

Όμοια για την αρμονική συχνότητα 3ω , $\theta=0$ και $\xi=0.9990$ έχουμε την εξής καμπύλη (Γράφημα 1.3)



Γράφημα 1.3 Η περιβάλλουσα της f_n συναρτήσεως της μονάδας της ενέργειας ηρεμίας q για $\xi=0.9990$ και $\omega_2=3\omega$

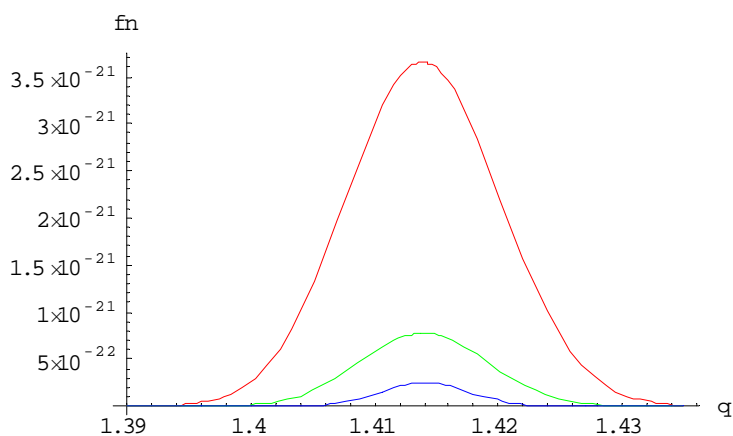
Ενώ για αρμονική συχνότητα 5ω , $\theta=0$ και $\xi=0.9987$ (Γράφημα 1.4)



Γράφημα 1.4 Η περιβάλλουσα της f_n συναρτήσεως της μονάδας της ενέργειας ηρεμίας q για $\xi=0.9990$ και $\omega_3=5\omega$

Κάθε σημείο των παραπάνω καμπύλων αντιστοιχεί μέσω της $n = \frac{2qmc^2}{\hbar\omega}$, σε μια n τάξη πολυφωτονικής διαδικασίας και μέσω της (1.36) σε μια ενέργεια E των παραγόμενων ηλεκτρονίων (ποζιτρονίων) στην περιοχή των κοιλιών του στάσιμου κύματος όταν εφαρμοστεί ένα σταθερής έντασης και συχνότητας πεδίο $\vec{A} = A_0 \cos \omega t$.

Χρήσιμο είναι για την μελέτη των σχεδιασμένων καμπυλών το διάγραμμα Γράφημα 1.5 που θα περιέχει και τις τρεις παραπάνω καμπύλες ώστε να φανεί ευκρινέστερα η συμπεριφορά της f_n καθώς ανεβαίνουμε αρμονικές.



Γράφημα 1.5 Η περιβάλλουσα της f_n συναρτήσεως του της μονάδας της ενέργειας ηρεμίας q για $\theta=0$, $\xi=0.9987$ και 5ω (κόκκινη καμπύλη), $\xi=0.999$ και 3ω (πράσινη καμπύλη) και $\xi=0.9995$ και $\omega=1.17$ eV (μπλε καμπύλη). $k=10^{20}$

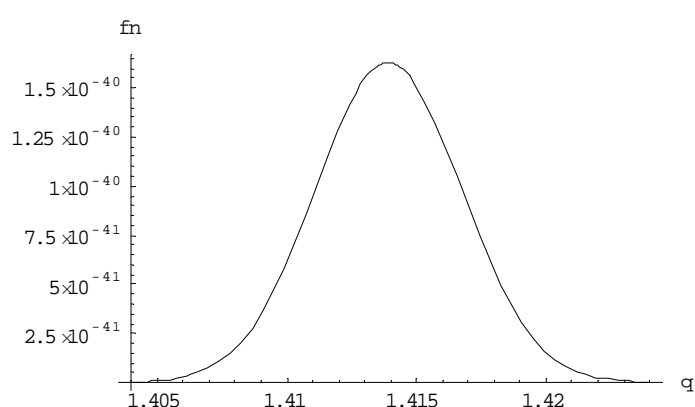
Οι πιο πιθανές διαδικασίες αντιστοιχούν στις κορυφές κάθε μιας από τις καμπύλες του Γραφήματος 1.5, τις οποίες θα χαρακτηρίσουμε με την τριάδα

$(n_p, q_p, \xi) = (\text{μέγιστη τάξη της πολυφωτονικής διαδικασίας, ενέργεια παραγόμενων ζευγών προς την ενέργεια ηρεμίας, ή αναλλοίωτη στην επιλογή βαθμίδας ποσότητα } \xi).$

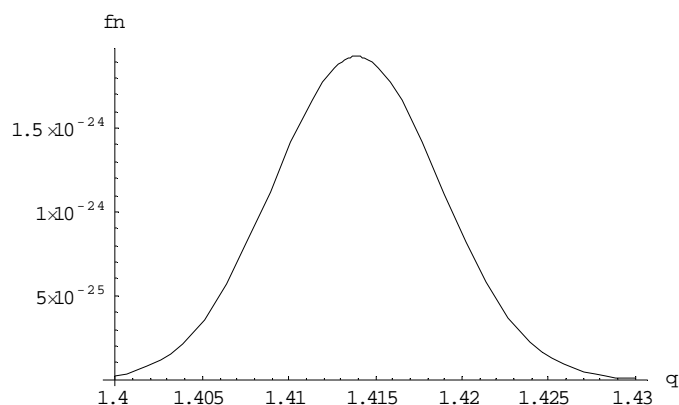
Οι αριθμοί αυτοί υπολογίζονται από το μέγιστο της f_n , μηδενίζοντας την παράγωγό της .

Επομένως βρήκαμε τις κορυφές για την ω : $(n_p, q_p, \xi) = (1.2369 \cdot 10^6, 1.41408, 0.9995)$, για την 3ω η τριάδα των (n_p, q_p, ξ) είναι $(4.1226 \cdot 10^5, 1.41395, 0.9990)$ και για 5ω ($2.4734 \cdot 10^5, 1.41387, 0.9987$). Η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου \mathcal{E}_0 δίνεται από τη σχέση για το ξ , ($\xi = \frac{e|\mathcal{E}_0|}{mc\omega}$) και ισούται με $\mathcal{E}_{0\omega} = 3.0242 \cdot 10^{12}$ V/m, $\mathcal{E}_{03\omega} = 9.0681 \cdot 10^{12}$ V/m, $\mathcal{E}_{05\omega} = 1.5109 \cdot 10^{13}$ V/m, για $\xi = 0.9995$ (ω), 0.9990 (3ω), 0.9987 (5ω) αντίστοιχα.

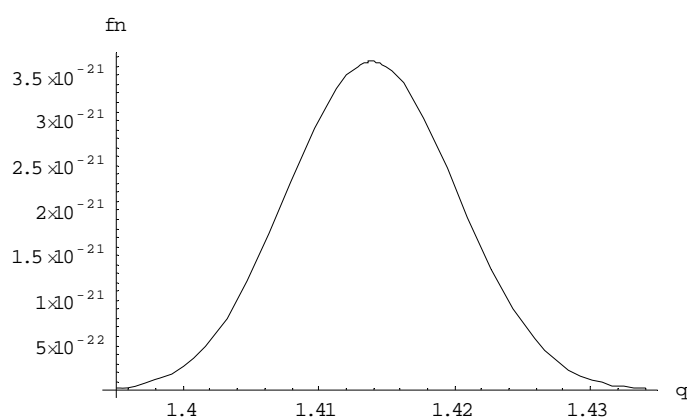
Όταν έχουμε να κάνουμε με μεγαλύτερες αρμονικές είναι ενδιαφέρον να μελετήσουμε τη συμπεριφορά της f_n για σταθερό ξ . Όταν αυξάνουμε συχνότητα ω από ω σε 2ω , 3ω κτλ μια αύξηση στην ένταση του λέιζερ μπορεί να οδηγήσει σε αύξηση του \mathcal{E}_0 κατά τον ίδιο ρυθμό με το ω (αφού έχουμε κρατήσει το ξ σταθερό). Θα σχεδιάσουμε λοιπόν την f_n συναρτήσει της μονάδας της ενέργειας ηρεμίας q για $\xi = 0.9987$ και συχνότητα ω , 3ω , 5ω σε χωριστά γραφήματα Γράφημα 1.6, 1.7 και 1.8 και σε ένα που θα περιέχονται και οι τρεις (Γράφημα 1.9).



Γράφημα 1.6 Η περιβάλλουσα της f_n συναρτήσει της μονάδας της ενέργειας ηρεμίας q για $\xi = 0.9987$ και $\omega = 1.17\text{eV}$

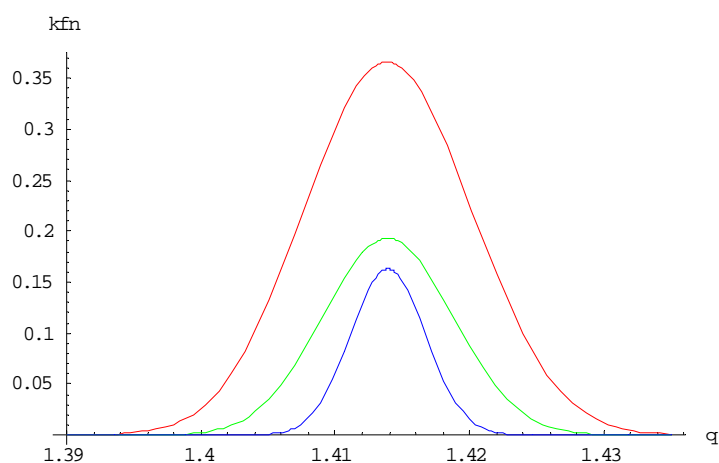


Γράφημα 1.7 Η περιβάλλουσα της f_n συναρτήσεως της μονάδας της ενέργειας ηρεμίας q για $\xi=0.9987$ και 3ω



Γράφημα 1.8 Η περιβάλλουσα της f_n συναρτήσεως της μονάδας της ενέργειας ηρεμίας q για $\xi=0.9987$ και 5ω

Και το συνολικό γράφημα που περιέχει και τις τρεις παραπάνω καμπύλες
(Γράφημα 1.9)

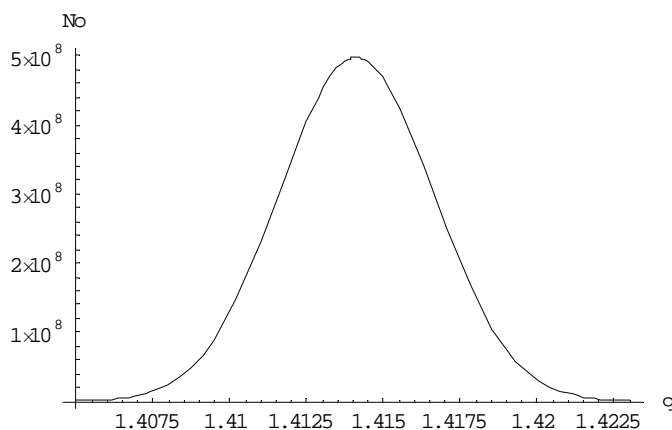


Γράφημα 1.9 Η περιβάλλουσα της f_n συναρτήσεως της μονάδας της ενέργειας ηρεμίας q για $\xi=0.9987$ και ω (μπλε καμπύλη), 3ω (πράσινη καμπύλη) και 5ω (κόκκινη καμπύλη) κάθε μια έχει πολλαπλασιαστεί με κατάλληλο συντελεστή k ώστε να είναι ευδιάκριτες. Έτσι η f_n έχει πολ/σται με 10^{38} , η 3ω με 10^{23} και η 5ω με 10^{20} .

Οι κορυφές (n_p, q_p) σε κάθε καμπύλη δίνονται αντίστοιχα από :
 $(1.2369 \cdot 10^6, 1.41390)$, $(4.1223 \cdot 10^5, 1.41388)$, $(2.4734 \cdot 10^5, 1.41387)$ για ω , 3ω , 5ω
 αντίστοιχα. Από τα γραφήματα 1.5 και 1.9 μπορούμε να συμπεράνουμε ότι
 περνώντας σε μεγαλύτερες αρμονικές, η μέγιστη τιμή της f_n αυξάνεται γρήγορα,
 οδηγώντας σε αύξηση και την πιθανότητα παραγωγής ζευγών, με συνεπακόλουθη
 μείωση της πιο πιθανής πολυφωτονικής τάξης n_p και της ενέργειας $E_p = qmc^2$ των
 παραγόμενων ηλεκτρονίων (ποζιτρονίων). Επιπλέον παρατηρούμε μια διεύρυνση του
 φάσματος των ενεργειών που παράγονται τα ζεύγη. Από 0.720 MeV έως 0.726 MeV
 για το ω φτάνουμε στα 0.715 MeV έως τα 0.731 MeV για το 5ω . Οι τιμές αυτές
 υπολογίστηκαν από τη σχέση για την ενέργεια των παραγόμενων ηλεκτρονίων, αν
 πάρουμε τιμές για το q συμφωνά με το εύρος που έχουμε από τις γραφικές
 παραστάσεις της f_n συναρτήσει του q .

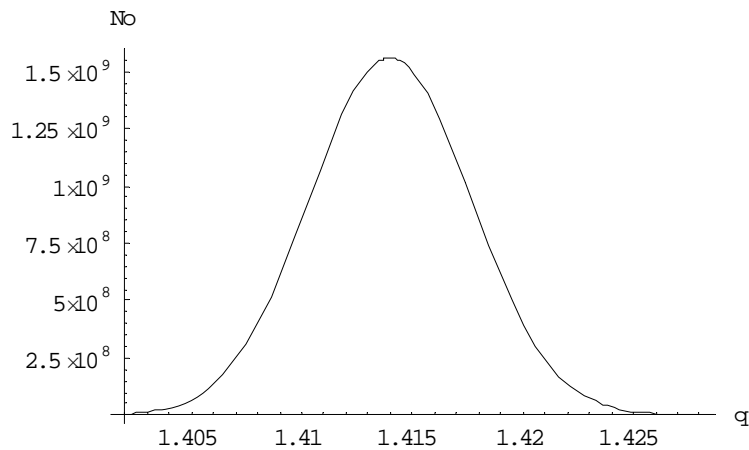
Με ανάλογο τρόπο σχεδιάζουμε την περιβάλλουσα του αριθμού N_o των ζευγών
 που παράγονται από μια n τάξης πολυφωτονική διαδικασία συναρτήσει του q . Έτσι
 με τη βοήθεια της σχέσης (1.40) για τα δεδομένα που χρησιμοποιήσαμε κατά τα
 γραφήματα 1.6, 1.7 και 1.8 θα σχεδιάσουμε τις καμπύλες για ω , 3ω και 5ω

Για $\omega=1.17\text{eV}$



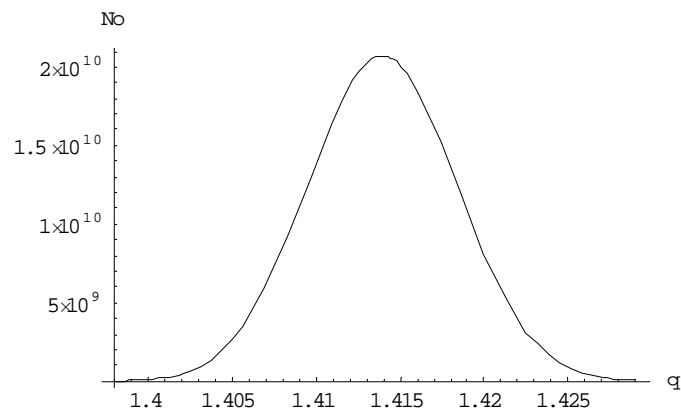
Γράφημα 1.10 Η περιβάλλουσα του αριθμού των παραγόμενων ζευγών N_o συναρτήσει της μονάδας της ενέργειας ηρεμίας q , για $\theta=0$, $\omega=1,17$ eV και $\xi=0.9995$.

Για 3ω



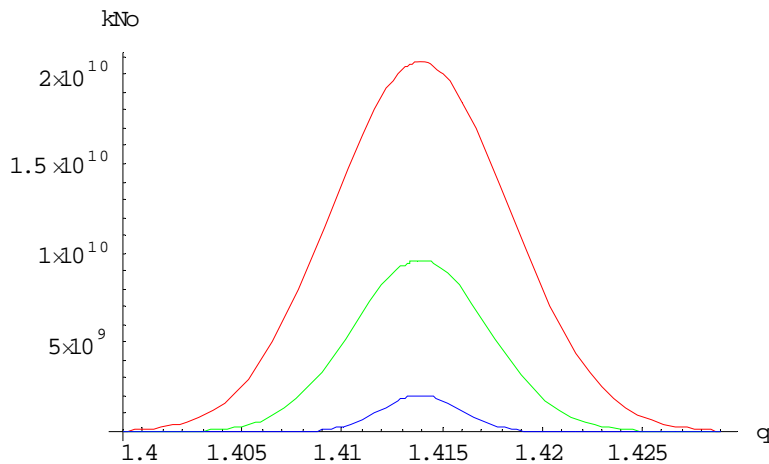
Γράφημα 1.11 Η περιβάλλουσα του αριθμού των παραγόμενων ζευγών N_0 συναρτήσει της μονάδας της ενέργειας ηρεμίας q , για $\theta=0$, 3ω και $\xi=0.999$.

Και για 5ω



Γράφημα 1.12 Η περιβάλλουσα του αριθμού των παραγόμενων ζευγών N_0 συναρτήσει της μονάδας της ενέργειας ηρεμίας q , για $\theta=0$, 5ω και $\xi=0.9987$.

Και για να έχουμε μια καλύτερη εικόνα του πως μεταβάλλεται ο αριθμός των σωματιδίων κατά την αλλαγή των αρμονικών θα σχεδιάσουμε ένα γράφημα και των τριών καμπυλών.



Γράφημα 1.13 Η περιβάλλουσα του αριθμού των παραγόμενων ζευγών N_o συναρτήσει της μονάδας της ενέργειας ηρεμίας q για $\theta=0$, και $\omega=1.17\text{eV}$, 3ω , 5ω . Με κόκκινο χρώμα απεικονίζεται η καμπύλη για 5ω , με πράσινο για 3ω και με μπλε η 5ω . Οι τιμές του ξ είναι αντίστοιχα 0.9995 , 0.999 , 0.9987 .

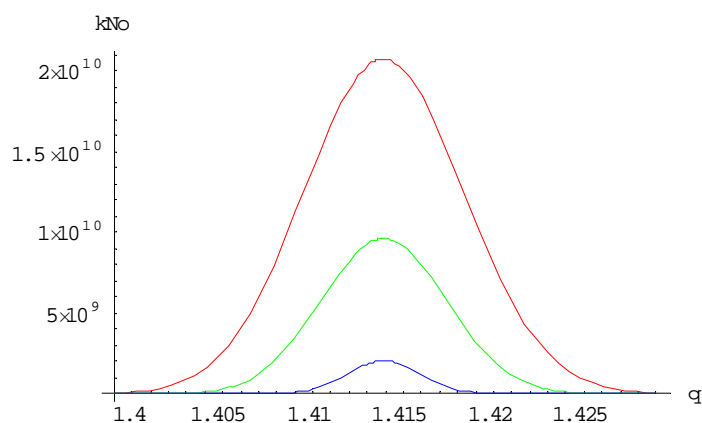
Από το γράφημα 1.13 είναι παρατηρούμε αύξηση του αριθμού των παραγόμενων ηλεκτρονίων - ποζιτρονίων ενώ αυξάνουμε τη συχνότητα περνώντας σε μεγαλύτερες αρμονικές, πράγμα που φαίνεται και από τις κορυφές (μέγιστα) των καμπυλών. Ο τετρα-όγκος που χρησιμοποιήθηκε σε όλες τις περιπτώσεις δόθηκε από τη σχέση $V \sim \sigma^2 \ell$ με χρόνο αλληλεπίδρασης $\tau \sim 10^{-14} \text{ sec}$, μήκος κύματος $\lambda = 1.074 \cdot 10^{-6} \text{ m}$ και διατομή δέσμης $\sigma = 10^{-5} \text{ m}$. Επομένως ο όρος $V \cdot \tau$ που έχουμε στην συνάρτηση για το N_o γίνεται $V \tau \sim \sigma^2 \ell \tau \sim \sigma^2 (0.1 \lambda / \kappa) \tau$, όπου το $\kappa = 1, 3, 5$ εκφράζει τον αριθμό της αρμονικής. Επισημαίνουμε ότι δεν είναι αναγκαίο να δουλέψουμε στο όριο περίθλασης $\sigma \sim \lambda$, εφόσον οι αριθμοί ζευγών είναι αρκετά υψηλοί για να γίνει παρατήρηση, ενώ για να ισχύει η συνθήκη για τη προσέγγιση που εφαρμόζουμε, που είναι $\ell \ll \lambda$, η επιλογή του ℓ να ισούται με $\ell = 0.1 \lambda / \kappa$ δείχνει το γεγονός ότι πηγαίνοντας σε υψηλότερες αρμονικές, η περιοχή κοντά στις κοιλίες του στάσιμου κύματος (εκεί παράγονται τα ζεύγη) μειώνεται. Κάθε μια καμπύλη δίνει το ενεργειακό φάσμα των δημιουργούμενων ηλεκτρονίων (ποζιτρονίων) για γωνία $\theta=0$ μετά την εφαρμογή καθορισμένου ηλεκτρικού πεδίου και συχνότητας του λέιζερ και για όλες τις διαδικασίες η φωτονίων σε ακριβή συντονισμό.

Τα μέγιστα των καμπυλών που θα παρουσιαστούν υπό τη μορφή τριάδας αριθμών

$(N_p, q_p, \xi) = (\text{ο μέγιστος και πιο πιθανός αριθμός παραγόμενων ζευγών για την } n_p \text{ φωτονική διαδικασία, ενέργεια παραγόμενων ζευγών προς την ενέργεια ηρεμίας, ή αναλλοίωτη στην επιλογή βαθμίδας ποσότητα } \xi)$.

Οι τρεις περιπτώσεις (ω , 3ω , 5ω) έχουν μέγιστα στο $(5.856 \cdot 10^8, 1.41408, 0.9995)$, $(1.815 \cdot 10^9, 1.41395, 0.9995)$, $(2.372 \cdot 10^{10}, 1.41387, 0.9987)$ αντίστοιχα. Οι τιμές για το ηλεκτρικό πεδίο παραμένουν ίδιες με αυτές που υπολογίστηκαν για την περίπτωση του γραφήματος 1.5 καθώς υπολογίζουμε τον αριθμό ζευγών για τη συγκεκριμένη περίπτωση οπότε και δεν έχουμε αλλαγή στις παραμέτρους.

Για ποιο άμεση σύγκριση θα σχεδιάσουμε τον αριθμό N_0 συναρτήσει του q για σταθερό $\xi=0.9987$ για $\omega=1.17\text{eV}$, 3ω , 5ω (Γράφημα 1.13). Εφόσον κρατάμε το ξ σε μια σταθερή τιμή και μεταβάλλουμε το ω , η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου πρέπει να αυξηθεί αναλόγως από \mathcal{E}_0 σε $3\mathcal{E}_0$ και $5\mathcal{E}_0$.



Γράφημα 1.13 Η περιβάλλουσα του αριθμού των παραγόμενων σωματιδίων συναρτήσει της μονάδας της ενέργειας ηρεμίας q , για $\theta=0$. Η κόκκινη καμπύλη είναι για συχνότητα 5ω , η πράσινη για 3ω και η μπλε για $\omega=1.17\text{eV}$. Για να μπορέσουν να απεικονιστούν στην ίδια παράσταση πολλαπλασιάσαμε την κάθε μια με ένα αριθμό κ και πιο συγκεκριμένα την ω με $\kappa=10^{37}$, την 3ω με $\kappa=10^6$ και την 5ω με $\kappa=1$.

Τα μέγιστα κάθε καμπύλης του γραφήματος 1.13 δίδονται από $(N_p, q_p) =$

$$\text{για } \omega \rightarrow (2.430 \times 10^{-28}, 1.413907)$$

$$\text{για } 3\omega \rightarrow (1.104 \times 10^4, 1.413910)$$

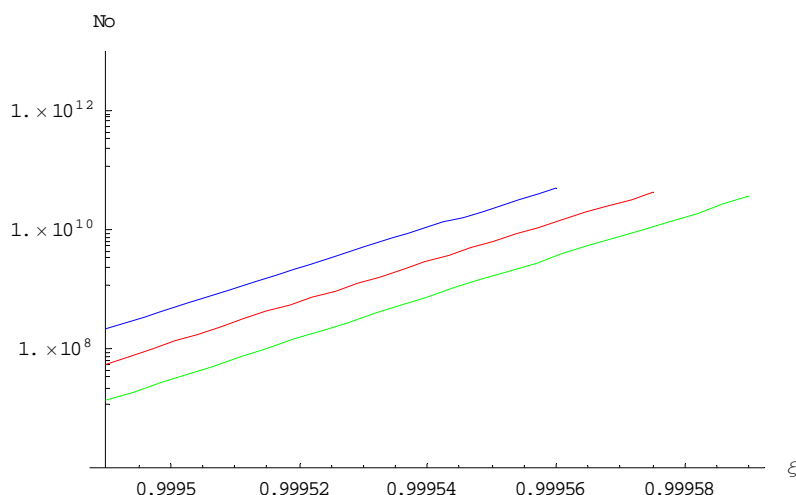
$$\text{για } 5\omega \rightarrow (2.391 \times 10^{10}, 1.413912)$$

Από τα αποτελέσματα αυτά αλλά και από την μορφή του γραφήματος 1.13 παρατηρούμε ότι αυξάνοντας την συχνότητα έχουμε ραγδαία αύξηση του αριθμού των παραγομένων ζευγών, με αύξηση του εύρους των ενεργειών με τις οποίες

παράγονται ,ενώ διατηρούμε την ίδια τιμή του ξ .

Η χρησιμότητα των καμπυλών που σχεδιάσαμε βρίσκεται στο γεγονός ότι μπορούμε μέσα από θεωρητικούς υπολογισμούς να βρούμε τις ενέργειες που θα έχει το ηλεκτρόνιο (ή το πρωτόνιο) το οποίο προέρχεται από διαδικασίες η φωτονίων.

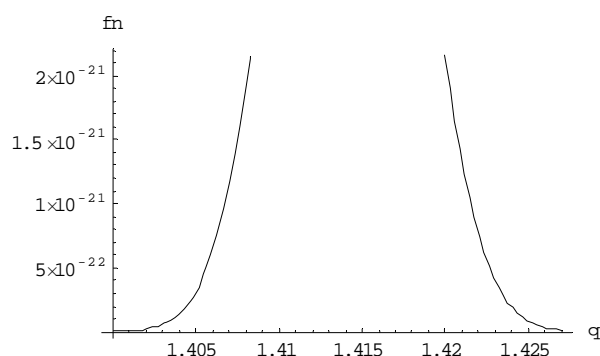
Συνεχίζοντας θα στραφούμε σε μια πιο κοινά πειραματικά επιβεβαιώσιμη συμπεριφορά των πολυφωτονικών διαδικασιών που δίνεται από τα λογαριθμικά διαγράμματα του αριθμού των σωματιδίων που παράγονται σε συνάρτηση με την ένταση του ηλεκτρικού πεδίου \mathcal{E}_0 . Θα ξεκινήσουμε με την λογαριθμική γραφική παράσταση του αριθμού ζευγών N_0 συναρτήσει του ξ , και κατά συνέπεια της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου \mathcal{E}_0 αφού τα δύο αυτά μεγέθη εξαρτώνται, για τρεις πολυφωτονικές διαδικασίες με $n_1 \sim 1.233 \cdot 10^6$ (για $q \sim 1.41$), $n_2 \sim 1.237 \cdot 10^6$ (για $q \sim 1.4141$) και $n_3 \sim 1.242 \cdot 10^6$ (για $q \sim 1.42$) (Γράφημα 1.14). Οι επιλογές αυτές έγιναν από τα δεδομένα του γραφήματος 1.2 , με $\omega = 1.17 \text{ eV}$.



Γράφημα 1.14 Λογαριθμικό διάγραμμα του αριθμού ζευγών N_0 συναρτήσει του ξ , για γωνία $\theta=0$, για τρεις πολυφωτονικές διαδικασίες με $q=1.41$ (κόκκινη γραμμή), $q=1.4141$ ($\sim \sqrt{2}$) (μπλε γραμμή) και $q=1.42$ (πράσινη γραμμή).

Οι ενέργειες των παραγόμενων σωματιδίων είναι αρκετά κοντινές και είναι $E_1=0.721 \text{ MeV}$, $E_2=0.723 \text{ MeV}$ και $E_3=0.726 \text{ MeV}$, για n_1 , n_2 , n_3 αντίστοιχα. Παρατηρούμε λοιπόν ότι το εύρος αλλαγής του ηλεκτρικού πεδίου είναι πολύ μικρό ακόμα και για μεγαλύτερες αρμονικές, πράγμα που οφείλεται στη μεγάλη ευαισθησία που παρουσιάζει η συνάρτηση Bessel και η προσέγγιση της στην εξάρτησή της από το ξ . Αυτό δείχνει ότι πειραματική επιβεβαίωση της συγκεκριμένης καμπύλης είναι μάλλον δύσκολη, για την περίπτωση των οπτικών λέιζερ, γιατί απαιτεί πάρα πολύ λεπτές ρυθμίσεις στην ένταση, οι οποίες δεν επιτυγχάνονται εύκολα.

Καθώς κρατάμε το ω σταθερό (Γράφημα 1.14) και επειδή η εμφάνιση διαφορετικών πολυφωτονικών διεργασιών προέρχεται μόνο από τις διαφορετικές ενέργειες που εμπλέκονται (αυτό φαίνεται από τις τιμές του q), δεν περιμένουμε να έχουμε σημεία τομής των καμπυλών, όπως παραδοσιακά συμβαίνει στον πολυφωτονικό ιονισμό. Επιπλέον όπως είναι εύκολα παρατηρήσιμο κάθε καμπύλη τερματίζει σε διαφορετική τιμή του ξ . Αυτό είναι συνέπεια της συνθήκης που απαιτούμε να ισχύει για την διατήρηση της ενέργειας. Για κάθε τιμή q υπάρχει ένα άνω όριο h του ξ όπου δεν μπορεί να υπερβεί αυτή τη τιμή και έχουμε τερματισμό του ξ . Ακόμη μπορούμε να δούμε γιατί είναι προτιμότερο να επιλέγουμε τα κατώτερα σημεία των καμπυλών του γραφήματος 1.1. Στο προηγούμενο γράφημα 1.14 έχουμε σημεία τερματισμού που μεγιστοποιείται ο αριθμός ζευγών τα $(1.41, 0.99957)$, $(\sqrt{2}, 0.99956)$, $(1.42, 0.99959)$ με το $(\sqrt{2}, 0.99956)$ να είναι το χαμηλότερο. Αν κάποιος επιλέξει να δουλέψει με $h=0.99959$ τότε από το γράφημα 1.14 δεν μπορούμε να παρατηρήσουμε ενέργειες με $q < 1.42$. Αλλά μπορούμε να σχεδιάσουμε καμπύλες όπως του Γραφήματος 1.9 στις οποίες συνεισφέρουν αυτές οι ενέργειες. Για να γίνει καλύτερα αντιληπτό θα σχεδιάσουμε την f_n συναρτήσει του q για $h=0.99959$ και συχνότητα $\omega=1.17\text{eV}$.

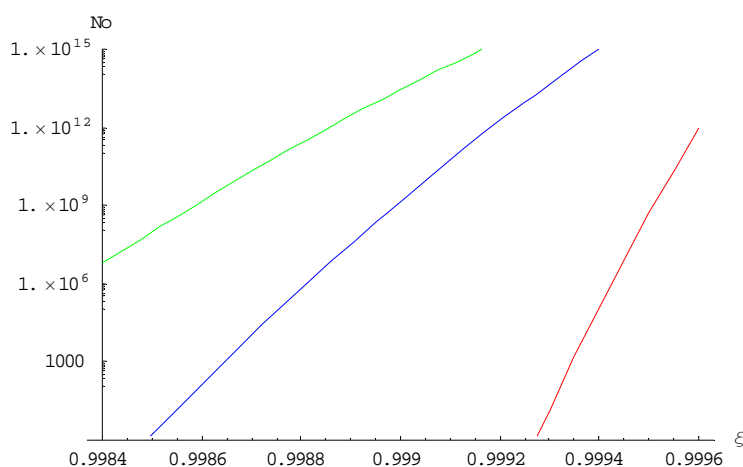


Γράφημα 1.15 Η περιβάλλουσα της f_n συναρτήσεως της μονάδας της ενέργειας ηρεμίας q για $\xi=0.99959$. Στο γράφημα απεικονίζεται το γεγονός ότι δεν μπορούμε να παρατηρήσουμε χαμηλότερες ενέργειες από $q=1.42$.

Η περιοχή που δεν σχεδιάσαμε αντιστοιχεί σε ενέργειες με $q < 1.42$. Αυτή πρέπει να είναι φυσικά επιτρεπτή εικόνα της f_n και του παραγόμενου αριθμού ζευγών N_0 όταν επιλέξουμε τιμή για το ξ η οποία είναι διαφορετική από αυτή που έχουμε στο κατώτερο σημείο των καμπυλών του Γραφήματος 1.1.

Στο επόμενο γράφημα (Γράφημα 1.16) παρουσιάζουμε τη λογαριθμική παράσταση του αριθμού N_0 συναρτήσει του ξ για τις πιο πιθανές πολυφωτονικές διαδικασίες των

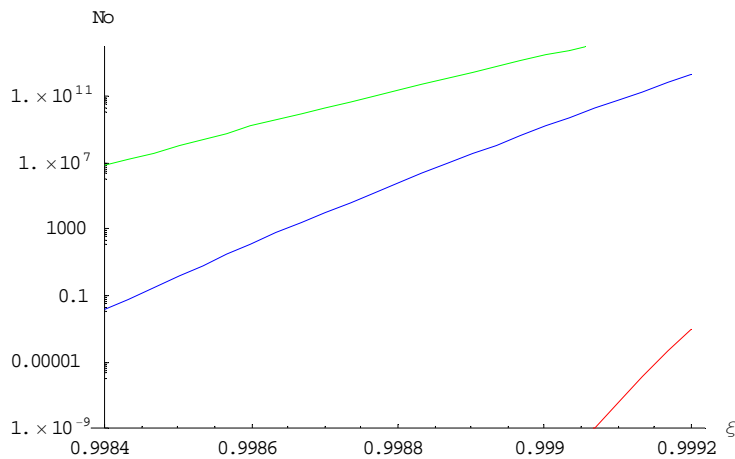
$\omega=1,17$ eV, 3ω , 5ω που είχαμε στο γράφημα 1.5. Οι τιμές των σημείων είναι $(n_p, q_p, \xi) \sim (1.2369 \cdot 10^6, 1.41408, 0.9995)$, $(4.1226 \cdot 10^5, 1.41395, 0.9990)$ και $(2.4734 \cdot 10^5, 1.41387, 0.9987)$



Γράφημα 1.16 Λογαριθμικό διάγραμμα του αριθμού ζευγών N_0 συναρτήσει του ξ , για γωνία $\theta=0$, για τις πιο πιθανές πολυφωτονικές διαδικασίες με $\omega=1.17$ eV (κόκκινη γραμμή), 3ω (μπλε γραμμή) και 5ω (πράσινη γραμμή).

Σε αντίθεση με το προηγούμενο διάγραμμα εδώ περιμένουμε να έχουμε σημεία τομής εφόσον αλλάζουμε τη συχνότητα του λέιζερ, όμως οι τιμές του ξ για τις οποίες αυτό συμβαίνει δεν είναι εφαρμόσιμες γιατί βρίσκονται στην περιοχή $\xi > 1$. Το σημείο τομής εκφράζει ότι για τη συγκεκριμένη ένταση του ηλεκτρικού πεδίου οι πολυφωτονικές διαδικασίες που εκφράζονται με τις καμπύλες, έχουν την ίδια πιθανότητα να συμβούν.

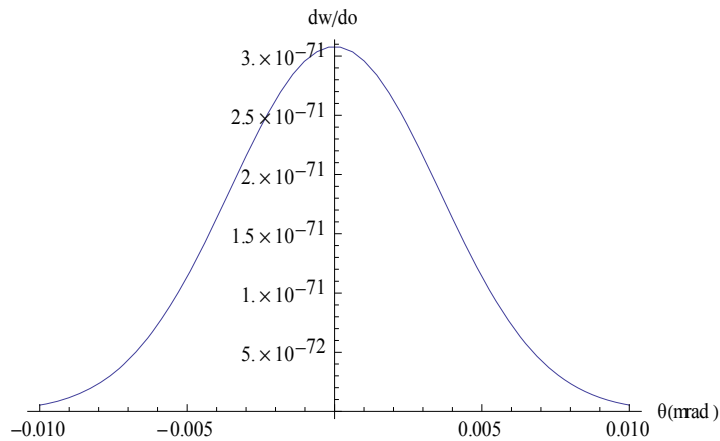
Όμοια αποτελέσματα έχουμε όταν παραστήσουμε τον αριθμό ζευγών N_0 συναρτήσει του ξ (Γράφημα 1.17) για τις πιο πιθανές πολυφωτονικές διεργασίες με $\xi=0.9987$ σταθερό. Παίρνοντας τα μέγιστα που υπολογίσαμε από το Γράφημα 1.9, για ω , 3ω και 5ω , δηλαδή $(n_p, q_p) \sim (1.2367 \cdot 10^6, 1.41390)$, $(4.1223 \cdot 10^5, 1.41388)$ και $(2.4734 \cdot 10^5, 1.41387)$.



Γράφημα 1.17 Λογαριθμικό διάγραμμα του αριθμού ζευγών N_0 συναρτήσει του ξ , για γωνία $\theta=0$, για τις πιο πιθανές πολυφωτονικές διαδικασίες με $\xi=0.9987$ και $\omega=1.17$ eV (κόκκινη γραμμή), 3ω (μπλε γραμμή) και 5ω (πράσινη γραμμή).

Κάθε καμπύλη στα τρία τελευταία γραφήματα αντιστοιχεί σε ένα σημείο της συνάρτησης f_n δηλαδή σε συγκεκριμένο q και επομένως σε συγκεκριμένη τάξη πολυφωτονικής διαδικασίας.

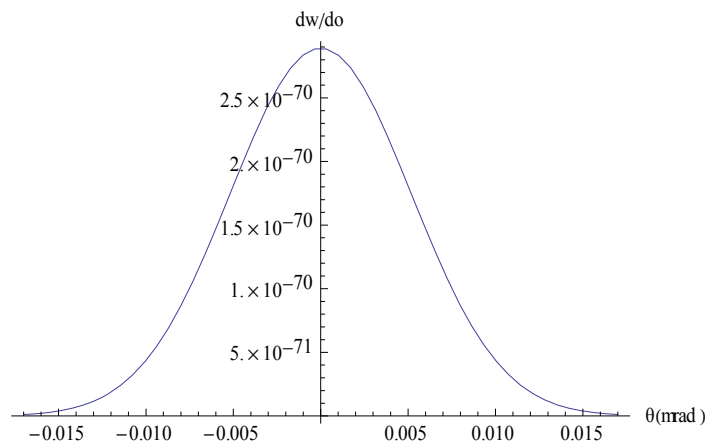
Όλα τα παραπάνω αποτελέσματα έγιναν για γωνία $\theta=0$. θ υπενθυμίζουμε ότι είναι η γωνία μεταξύ της διεύθυνσης της ορμής των παραγόμενων ζευγών και του πλάτους της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου. Θα δείξουμε ότι ορθά έγινε αυτή την επιλογή, επιβεβαιώνοντας ότι η πυκνότητα πιθανότητας γίνεται μέγιστη για γωνία $\theta=0$. Για αυτό το λόγο θα σχεδιάσουμε τη διαφορική πυκνότητα πιθανότητας ανά δευτερόλεπτο και ανά m^3 όγκο όπως δίνεται στη σχέση (1.29) συναρτήσει της γωνίας θ για την πιο πιθανή πολυφωτονική διαδικασία με συχνότητα $\omega=1.17$ eV, $\xi=0.9995$ (Γράφημα 1.18)



Γράφημα 1.18. Γωνιακή κατανομή της διαφορικής πυκνότητας πιθανότητας dw/do παραγωγής ζευγών για την πιο πιθανή πολυφωτονική διαδικασία τάξης n ανά δευτερόλεπτο και ανά μονάδα όγκου, συναρτήσει της γωνίας θ . Χρησιμοποιήσαμε τα δεδομένα που υπολογίσαμε για $\omega=1.17\text{eV}$ (n_p, q_p, ξ)=($1.2369 \cdot 10^6$, 1.41408 , 0.9995)

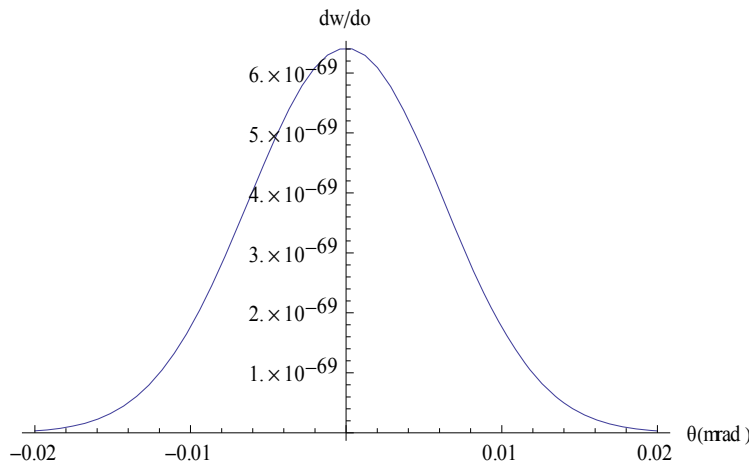
Διαπιστώνουμε ότι η πυκνότητα πιθανότητας και η παραγωγή ζευγών μεγιστοποιούνται για γωνία $\theta=0$, επομένως σωστά επιλέξαμε να εργαστούμε σε αυτή τη γωνία. Το εύρος της κορυφής είναι $1 \cdot 10^{-3}$ και είναι περίπου ίσο με $n_p^{-1/3}=(1.2369 \cdot 10^6)^{-1/3}=0.0093 \ll 1$.

Με ανάλογο τρόπο εργαζόμαστε και για συχνότητες 3ω και 5ω . Για την 3ω η εξάρτηση της πυκνότητας πιθανότητας από τη γωνία θ δίνεται στο γράφημα 1.19



Γράφημα 1.19. Γωνιακή κατανομή της διαφορικής πυκνότητας πιθανότητας dw/do παραγωγής ζευγών για την πιο πιθανή πολυφωτονική διαδικασία τάξης n ανά δευτερόλεπτο και ανά μονάδα όγκου, συναρτήσει της γωνίας θ . Χρησιμοποιήσαμε τα δεδομένα που υπολογίσαμε για συχνότητα 3ω (n_p, q_p, ξ) = ($4.1226 \cdot 10^5$, 1.41395 , 0.9990)

Και για συχνότητα 5ω



Γράφημα 1.20. Γωνιακή κατανομή της διαφορικής πυκνότητας πιθανότητας dw/do παραγωγής ζευγών για την πιο πιθανή πολυφωτονική διαδικασία τάξης n ανά δευτερόλεπτο και ανά μονάδα όγκου, συναρτήσει της γωνίας θ . Χρησιμοποιήσαμε τα δεδομένα που υπολογίσαμε για συχνότητα 5ω (n_p, q_p, ξ) = ($2.4734 \cdot 10^5$, 1.41387 , 0.9987)

Όπως γίνεται αντιληπτό και για τις δύο αυτές περιπτώσεις η πυκνότητα πιθανότητας γίνεται μέγιστη για γωνία $\theta=0$. Στην πρώτη το εύρος της κορυφής είναι περίπου 0.016mrad και $n_p^{-1/3}=0.013 \ll 1$ και περίπου ίσα.

Ενώ για τη συχνότητα 5ω το εύρος της κορυφής είναι περίπου ίσο με 0.02mrad και $n_p^{-1/3}=0.016 \ll 1$. Επομένως $\Delta\theta \sim n_p^{-1/3}$ για όλες τις αρμονικές. Η φυσική ερμηνεία αυτού του εύρους είναι ότι η παραγωγή ζευγών που συγκεντρώνει μεγαλύτερη πιθανότητα να συμβεί σε γωνίες κοντά στο μηδέν.

Συμπεράσματα

Στο κεφάλαιο που αναπτύξαμε ξεκινήσαμε στη πρώτη ενότητα με την θεωρητική αντιμετώπιση της προσέγγισης της παραγωγής ζευγών $e^+ e^-$ καταλήγοντας σε σχέσεις που δίνουν τη πυκνότητα πιθανότητας παραγωγής και τον αριθμό των σωματιδίων. Στη συνέχεια μέσα από την αριθμητική ανάλυση της δεύτερης ενότητας που έγινε, δείξαμε ότι η σημερινή τεχνολογία λέιζερ επαρκεί για να επιβεβαιώσει πειραματικά την ισχύ της προσέγγισης της παραγωγής e^+, e^- από το κενό με τη χρήση της προσέγγισης της πολυφωτονικής διαδικασίας σε 2 στάθμες ενώ το σύστημα βρίσκεται σε συντονισμό. Τονίστηκε η δυνατότητα χρήσης αρμονικών συχνοτήτων της θεμελιώδους, ώστε να πετύχουμε τα απαιτούμενα ηλεκτρικά πεδία χωρίς να φτάσουμε στο όριο περίθλασης αλλά αυξάνοντας την ισχύ του λέιζερ. Η χρήση υψηλότερων αρμονικών επιβάλλεται από το όριο που πρέπει να έχει το ηλεκτρικό πεδίο στη θεμελιώδη συχνότητα λόγω της συνθήκης $\xi \leq 1$. Για να επιτύχουμε

μεγαλύτερες εντάσεις και να ικανοποιείται η συνθήκη πρέπει να αυξηθεί η συχνότητα ω .

Καθώς αυξάνουμε τη συχνότητα αυξάνεται το εύρος του φάσματος των ενεργειών ενώ έχουμε σημαντική αύξηση του αριθμού παραγόμενων ζευγών φτάνοντας 10^{12} ζεύγη για συχνότητα 5ω , ενώ επειδή βρισκόμαστε σε συντονισμό το απαιτούμενο ηλεκτρικό πεδίο είναι χαμηλό της τάξης του 10^{13} V/m. Αυτές τις εντάσεις μπορούμε να τις επιτύχουμε με τα σύγχρονα συστήματα χωρίς να πρέπει να εστιάσουμε στο όριο περίθλασης.

Επιβεβαιώθηκε ότι ο αριθμός παραγόμενων ζευγών ακολουθεί εξάρτηση από την ένταση του ηλεκτρικού ρεύματος με υψωμένο το τελευταίο σε δύναμη, τυπικό χαρακτηριστικό των πολυφωτονικών διαδικασιών όπως φάνηκε στα 1.14, 1.15, 1.16, δείχνοντας ξανά αύξηση των παραγόμενων σωματιδίων ενώ αυξάνουμε τη συχνότητα. Όμως πιθανώς τέτοιες λογαριθμικές παραστάσεις να μην μπορούν να επιβεβαιωθούν πειραματικά, αφού το εύρος της αλλαγής του ξ είναι πολύ μικρό και είναι πολύ δύσκολο αν όχι αδύνατο να πραγματοποιηθεί από τεχνικής απόψεως. Αυτό που προτείνεται είναι η επιβεβαίωση καμπυλών όπως του αριθμού N_0 συναρτήσεως του φάσματος τους, μετρώντας τον αριθμό και την ορμή των παραγόμενων ηλεκτρονίων (ποζιτρονίων) σε γωνία $\theta=0$

Ολοκληρώνοντας, ερευνήσαμε το εύρος εφαρμογής της προσέγγισης αυτής με τα αποτελέσματα να φαίνονται στο γράφημα 1.1. Πιο συγκεκριμένα αν δουλέψουμε με συγκεκριμένη συχνότητα, για κάθε q υπάρχει μια μέγιστη τιμή h για το ξ και επομένως ένα μέγιστο ηλεκτρικό πεδίο που μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε. Μια συνοπτική πειραματική πρόταση θα ήταν η εξής: Αρχικά επιλέγουμε ενέργεια ακτινοβολίας λέιζερ ικανή να παράγει υψηλότερες αρμονικές. Στη συνέχεια με

κατάλληλη εστίαση αυξάνουμε το ηλεκτρικό πεδίο στη τιμή $\mathcal{E}_{o\max} = \frac{hmc\hbar\omega}{e}$ με h_1 να

είναι η κατώτερη τιμή της αντίστοιχης καμπύλης 1.1 για τη συχνότητα που έχουμε, και σχηματίζουμε το στάσιμο κύμα που προβλέπεται από τη θεωρία. Ο αριθμός των παραγόμενων ζευγών στους δεσμούς του κύματος συναρτήσεως του φάσματος θα δίνεται από ανάλογα γραφήματα. Το N_0 θα μεγιστοποιείται για ζεύγη με ενέργεια $E = 2q_e mc^2$. Υψηλότερες αρμονικές θα παρέχουν πιο ευρύ φάσμα και χαμηλότερα ηλεκτρικά πεδία το οποίο είναι μεγάλο πλεονέκτημα από πειραματική άποψη.

Αν χρησιμοποιήσουμε σύστημα λέιζερ ελευθέρων ηλεκτρονίων, ακτίνων Χ μπορούμε να υπερβούμε ορισμένες δυσκολίες όπως τη μεγάλη τάξη πολυφωτονικών διαδικασιών που χρειαζόμαστε στην περιοχή των οπτικών λέιζερ. Η καταλληλότητα ενός τέτοιου συστήματος για εφαρμογή της προσέγγισης που εξετάζουμε θα μας απασχολήσει στο επόμενο κεφάλαιο αυτής της εργασίας.

Κεφάλαιο 2

Πολυφωτονική παραγωγή ζευγών $e^+ e^-$ με χρήση της προσέγγισης συστήματος δύο σταθμών σε συντονισμό, από Λείζερ Ελευθέρων Ηλεκτρονίων από ακτίνες X (X-FEL X-ray Free Electron Laser)

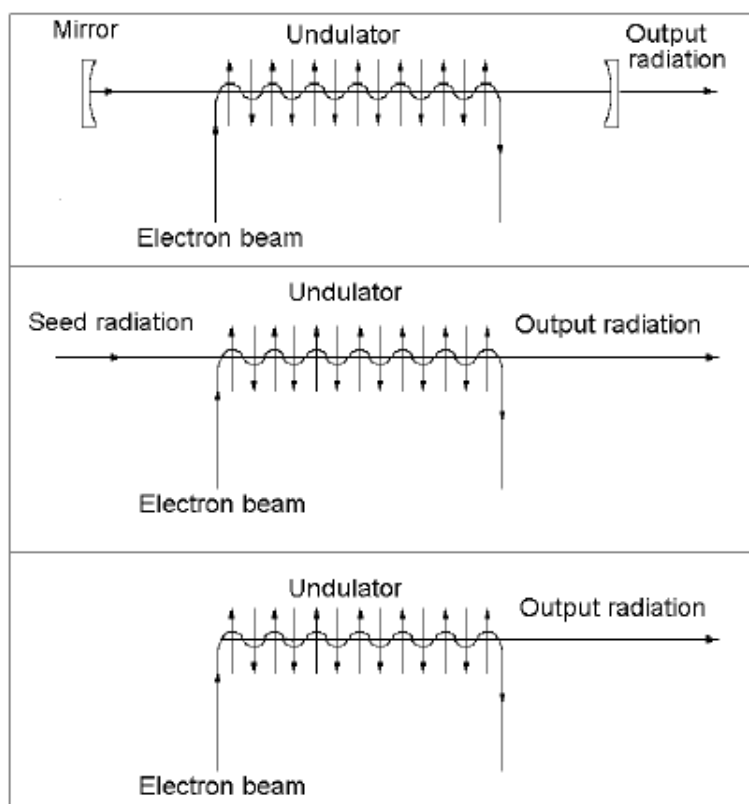
Σε αυτό το κεφάλαιο θα χρησιμοποιήσουμε τη προσέγγιση συντονισμού που αναλύσαμε στο 1^ο κεφάλαιο, ώστε να ερευνήσουμε την απόδοση που μπορεί να έχει ένα σύστημα λείζερ ελευθέρων ηλεκτρονίων (FEL) μια διάταξη που είναι πολλά υποσχόμενη για την πειραματική παρατήρηση της παραγωγής ικανού αριθμού ζευγών ηλεκτρονίου ποζιτρονίου. Κρίνεται σκόπιμο και χρήσιμο να γίνει μια σύντομη περιγραφή των αρχών λειτουργίας του συστήματος αυτού και μια σύγκριση με τα οπτικά λείζερ ως προς τα χαρακτηριστικά τους, καθώς ναι μεν δεν πρόκειται για κάτι εντελώς νέο χρονικά αλλά τα τελευταία χρόνια έχουμε μια μεγάλη εξέλιξη στην ανάπτυξή τους με αφορμή την υπό κατασκευή ευρωπαϊκή εγκατάσταση X-FEL [45]. Έπειτα ακολουθώντας ίδια πορεία ως προς την μαθηματική επεξεργασία με πριν, δηλαδή καταγραφή των απαραίτητων σχέσεων και εξαγωγή των αριθμητικών αποτελεσμάτων και των απαραίτητων στην μελέτη μας γραφικών παραστάσεων. Τέλος θα επιχειρήσουμε μια σύγκριση της απόδοσης του X-FEL, σε σχέση με ένα οπτικό σύστημα λείζερ αντιπαραβάλλοντας τα συμπεράσματά μας με τα αντίστοιχα του οπτικού.

1^η Ενότητα

2.1.α Λείζερ ελευθέρων ηλεκτρονίων (FEL)

Στις αρχές του 21^{ου} αιώνα παρατηρούμε μια επανάσταση στις εντάσεις των πηγών ακτινοβολίας συχνότροπου , που αποτυπώνεται στη κατασκευή των FEL ,η οποία έγινε δυνατή με τη βελτίωση της τεχνολογίας των επιταχυντών. Πιο συγκεκριμένα τα X-FEL άνοιξαν το δρόμο σε μια περιοχή μεγαλύτερων εντάσεων. Σε μια σύγκρισή με τρέχουσες πηγές ακτινοβολίας του ίδιου τύπου τα συστήματα αυτά έχουν 100 εκατομμύρια φορές μεγαλύτερη μέγιστη λαμπρότητα, ενώ η χρονική διάρκεια του παλμού είναι της τάξης των femtosecond από picosecond που έχουν οι παρούσες πηγές. Ένα λείζερ ελευθέρων ηλεκτρονίων δεν είναι λείζερ με την αυστηρή

έννοια του όρου, δηλαδή μια διάταξη που βασίζεται σε ακτινοβολία από διέγερση. Είναι ένα σύστημα που αποτελείται από μια σχετικιστική δέσμη ηλεκτρονίων και ένα πεδίο ακτινοβολίας που αλληλεπιδρούν μεταξύ τους, καθώς διαδίδονται μέσα σε μια κοιλότητα (undulator). Τα FEL μπορούν να χωριστούν σε δύο κατηγορίες : ενισχυτές (amplifiers) και ταλαντωτές (oscillators). Ο ενισχυτής FEL τροφοδοτείται από εξωτερική ακτινοβολία και επομένως δεν υπάρχει επίδραση μεταξύ της εξόδου και της εισόδου. Ένας ταλαντωτής ελευθέρων ηλεκτρονίων μπορεί να θεωρηθεί σαν ένας ενισχυτής με ανάδραση. Για ένα ταλαντωτή στο εύρος του οπτικού μέρους του φάσματος η ανάδραση γίνεται μέσω ενός οπτικού αντηχείου. Τα FEL που στηρίζονται στην αρχή του ταλαντωτή περιορίζονται σε περιοχές μικρών μηκών κύματος , κυρίως στο υπεριώδες , λόγω περιορισμών στους καθρέπτες. Ακτινοβολία σε μήκη κύματος μικρότερα από το υπεριώδες μπορεί να επιτευχθεί με ένα μονής διαδρομής, υψηλής απολαβής ενισχυτή FEL μόνο.



Εικόνα 2.2 Διατάξεις του λέιζερ ελευθέρων ηλεκτρονίων, ταλαντωτής (πάνω), τροφοδοτούμενος ενισχυτής (μέση) και SASE FEL.

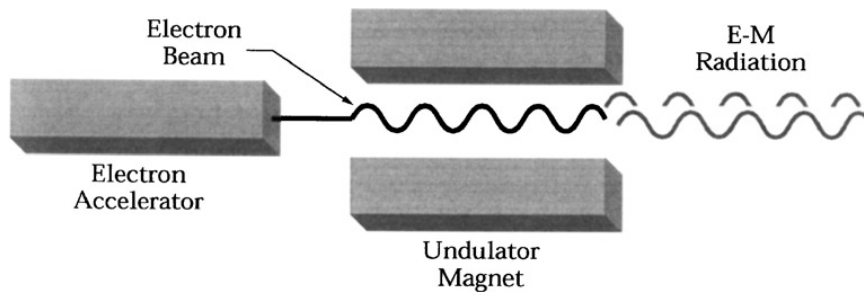
Ένας ταλαντωτής υψηλής απολαβής αποτελείται από μια σχετικιστική δέσμη ηλεκτρονίων και ένα σύστημα μαγνητών (undulator). Η δέσμη των ηλεκτρονίων διέρχεται από την κοιλότητα του μαγνήτη σε μια διαδρομή που έχει ημιτονοειδή

μορφή και εκπέμπουν ακτινοβολία σε ένα στενό κώνο κατά την εμπρός κατεύθυνση. Πιο καλή περιγραφή θα δώσουμε στη συνέχεια, περιγράφοντας τα X-FEL.

2.1.β. Λείζερ ελευθέρων ηλεκτρονίων ακτίνων X (X-FEL)

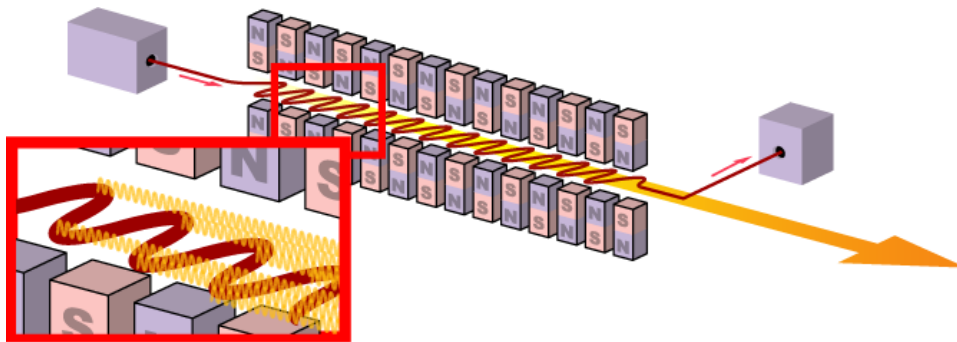
Όταν μιλάμε για ένα σύστημα X-FEL αναφερόμαστε σε ένα λείζερ ελευθέρων ηλεκτρονίων που ακτινοβολεί σε ενέργειες μεγαλύτερες από την υπεριώδη με τη χρήση ενός μονής διαδρομής υψηλής απολαβής ενισχυτή FEL , ο οποίος βρίσκεται σε λειτουργία αυτοενισχυόμενης αυθόρμητης εκπομπής (Self amplified spontaneous emission SASE). Η πρώτη ολοκληρωμένη εργασία που περιέχει τα χαρακτηριστικά ενός FEL εντοπίζεται στο άρθρο των Pantell et.all [41], ενώ η δουλεία του Madey [43] και των συνεργατών του που κατασκεύασαν το πρώτο FEL, ήταν πρωτοπόρος σε πειραματικό επίπεδο , ακολουθήθηκε από τη θεωρητική του Kroll [42] πάνω στην πιθανότητα κατασκευής ενός X-FEL. Από τη πρώτη πρόταση το 1982 ακολούθησε μια εξέλιξη περίπου 20 χρόνων με σημαντικούς σταθμούς τη πρόταση του Pellegrini [39] το 1992 να παράγει ακτινοβολία από τον επιταχυντή που υπήρχε στο Stanford , η οποία οδήγησε πολλές ομάδες να αναπτύξουν συστήματα SASE FEL για να αναδείξουν τεχνολογίες αναγκαίες για ένα γραμμικό X-FEL. Από τα πρώτα αποτελέσματα το 2000 υπήρξαν συνεχείς βελτιώσεις των αποτελεσμάτων με αποτέλεσμα να δοθεί το πράσινο φως για ένα ευρωπαϊκό project, για τη κατασκευή ενός X-FEL στο DESY της Γερμανίας , με κάτι ανάλογο να γίνεται και στο SLAC . Αυτές οι εγκαταστάσεις θα είναι ικανές να δώσουν παλμούς ακτίνων X χρονικής διάρκειας των 100fs με μέγιστη ισχύ περίπου 10GW. Η λειτουργία του ευρωπαϊκού λείζερ ελευθέρων ηλεκτρονίων προγραμματίζεται το 2013 ενώ αυτού στο SLAC το 2008.

Μετά από τη σύντομη ιστορική αναδρομή στο πως εξελιχτήκαν τα συστήματα αυτά μέχρι σήμερα θα προχωρήσουμε στην περιγραφή ενός X-FEL , ως προς τα επιμέρους συστήματα που το αποτελούν και τις βασικές αρχές λειτουργίας του. Όπως φαίνεται από το παρακάτω σχήμα ένα λείζερ ελευθέρων ηλεκτρονίων αποτελείται από έναν επιταχυντή ηλεκτρονίων ο οποίος τροφοδοτεί μια κοιλότητα με μαγνήτες (undulator).



Εικόνα 3.2 Σχηματική αναπαράσταση ενός λέιζερ ελευθέρων ηλεκτρονίων

Στον επιταχυντή δημιουργείται η σχετικιστική δέσμη ηλεκτρονίων η οποία θα παράγει την ακτινοβολία. Η δέσμη παράγεται από μια πολυβόλο με κάθοδο RF που οδηγείται από λέιζερ και στη συνέχεια επιταχύνεται σε διάφορα στάδια ώστε να βελτιστοποιηθεί η δέσμη, από γραμμικό επιταχυντή και οδηγείται στη κοιλότητα. Σε αυτό το σημείο της διάταξης η ενέργεια των ηλεκτρονίων μπορεί να φτάσει τα 20 GeV με το φορτίο ανά μπουκέτο ηλεκτρονίων να είναι 1nC και το ρεύμα περίπου 5kA. Στο εσωτερικό της κοιλότητας έχουμε μαγνητικό πεδίο που έχει ημιτονοειδή μορφή περιόδου λ_w συνήθως μερικών εκατοστών. Το πεδίο παράγεται από μια διάταξη μαγνητών όπως αυτή της εικόνας 2.3 που ακολουθεί και ονομάζεται Wiggler.



Εικόνα 2.4 Διάγραμμα του εσωτερικού ενός undulator.

Όπως βλέπουμε οι μαγνήτες τοποθετούνται διαδοχικά με αντίθετη πολικότητα ώστε να κινούνται σε ημιτονοειδή τροχιά τα ηλεκτρόνια της δέσμης. Τα ηλεκτρόνια καθώς αλληλεπιδρούν με το μαγνητικό πεδίο αλλάζουν κατεύθυνση (σκεδάζονται) και εκπέμπουν ακτινοβολία συχνότροπου, δηλαδή φωτόνια σε γωνία θ ως προς τη τροχιά που ακολουθούν η οποία είναι ανάλογη του $\beta = \frac{u}{c}$. Ως προς το σύστημα αναφοράς των ηλεκτρονίων έχουμε αλλαγή στο μήκος κύματος λόγω μετασχηματισμού

Lorentz, το οποίο γίνεται λ_w' . Το ηλεκτρόνιο εκπέμπει στο σύστημα του ακτινοβολία με μήκος κύματος λ_w' , καθώς σε αυτό το σύστημα ταλαντώνεται όπως γίνεται σε μια κεραία και με ένα δεύτερο μετασχηματισμό Lorentz για να επιστρέψουμε στο σύστημα αναφοράς του εργαστηρίου βρίσκουμε ότι ακτινοβολούν με μήκος κύματος ακτινοβολίας:

$$\lambda = \frac{\lambda_w}{2\gamma^2}$$

με $\gamma = \frac{E}{m_e c^2}$ να είναι η σχετικιστική παράμετρος, όπου E είναι η ενέργεια του

ηλεκτρονίου και m_e η μάζα του. Από τα παραπάνω συμπεραίνουμε ότι η λειτουργία ενός λείζερ ελευθέρων ηλεκτρονίων βασίζεται σε 2 μετασχηματισμούς Lorentz της αρχικής ακτινοβολίας. Η ακτινοβολία που δημιουργείται μέσα στην κοιλότητα ενισχύεται ανάλογα με τη διάταξη που έχουμε επιλέξει. Είτε με κάτοπτρα αν έχουμε διάταξη ταλαντωτή όπου εκεί η δέσμη ενισχύεται από διαδοχικές ανακλάσεις όπως στα κλασικά συστήματα λείζερ, είτε με την αυτοενισχυόμενη αυθόρμητη εκπομπή στην οποία ενισχύεται η ακτινοβολία που εκπέμπεται, από τα φωτόνια που εκπέμπονται στην ίδια κατεύθυνση.

Αν πάρουμε μια τυπική τιμή των 17.5 GeV για την ενέργεια των ηλεκτρονίων της

$$\text{δέσμης τότε } \gamma = \frac{E_e}{m_e c^2} = \frac{E_e}{0.511 \text{ MeV}} = \frac{17.5 \times 10^3 \text{ MeV}}{0.511 \text{ MeV}} =$$

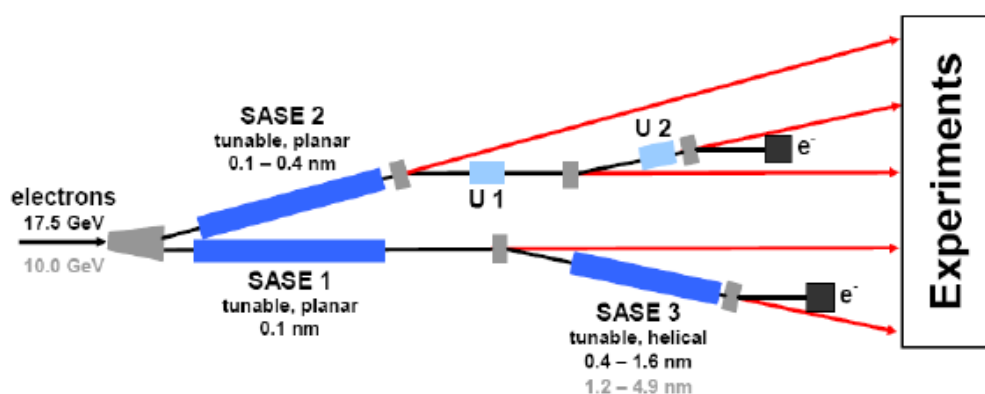
$3.4248 \cdot 10^4$. Τώρα αν πάρουμε μια τιμή για το λ_w της τάξης του 1mm το λ της ακτινοβολίας θα είναι

$$\lambda = \frac{\lambda_w}{2\gamma^2} = \frac{1 \times 10^{-3}}{2(34248)^2} = 4.262 \times 10^{-7} \text{ m} . \text{ που αντιστοιχεί σε ακτινοβολία ακτίνων X}$$

και από αυτό το σημείο και μετά μπορεί να διατεθεί για τους πειραματικούς σκοπούς μας.

2.1.γ Τυπικές τιμές παραμέτρων ακτινοβολίας XFEL σύγκριση με οπτικά λέιζερ.

Πέρα από τις αρχές λειτουργίας ενός τέτοιου συστήματος πρέπει να παρουσιαστούν και τα τυπικά χαρακτηριστικά της εξαγόμενης δέσμης, ώστε να υπάρχει μια σαφή εικόνα των δυνατοτήτων του συστήματος. Τα δεδομένα που θα παρουσιαστούν έχουν προκύψει από προσομοιώσεις για το ευρωπαϊκό XFEL. Το project αυτό κατανέμει τη δέσμη ηλεκτρονίων σε τρία κανάλια όπου στο καθένα θα παράγεται ακτινοβολία με τη χρήση της αυτοενισχυόμενης εκπομπής (SASE). Για αυτό το λόγο κάθε κανάλι ονομάζεται SASE συνοδευόμενο από έναν αριθμό (πχ SASE1,SASE2). Η κατανομή γίνεται σύμφωνα με την επόμενη εικόνα (Εικόνα 2.4):



Εικόνα 2.5 Σχηματική απεικόνιση της κατανομής της δέσμης των ηλεκτρονίων μεταξύ του επιταχυντή και του θαλάμου πειραμάτων.

Το SASE 1 έχει σχεδιαστεί ώστε να παρέχει σταθερή ακτινοβολία μήκους κύματος 0.1nm ενέργειας 12.4 keV, το SASE 2 μεταβλητού μήκους κύματος από 0.1 έως 0.4 nm και το SASE3 από 0.4 έως 1.6 nm. Συνολικά οι παράμετροι της δέσμης παρουσιάζονται στον παρακάτω πίνακα και έχουν προκύψει από προσομοιώσεις υπολογιστικού κώδικα , αλλά δίνουν με καλή ακρίβεια τα χαρακτηριστικά που θα έχει σε πραγματική λειτουργία.

	Unit	SASE 1	SASE 2		SASE 3		
Electron energy	GeV	17.5	17.5	17.5	17.5	17.5	10.0
Wavelength	nm	0.1	0.1	0.4	0.4	1.6	4.9
Photon energy	keV	12.4	12.4	3.1	3.1	0.8	0.25
Peak power	GW	20	20	80	80	130	150
Average power	W	65	65	260	260	420	490
Photon beam size (FWHM)	μm	70	85	55	60	70	90
Photon beam divergence (FWHM)	μrad	1	0.84	3.4	3.4	11.4	18
Coherence time	fs	0.2	0.22	0.38	0.34	0.88	1.4
Spectral bandwidth	%	0.08	0.08	0.18	0.2	0.3	0.65
Pulse duration	fs	100	100	100	100	100	100
Photons per pulse	#	10^{12}	10^{12}	1.6×10^{13}	1.6×10^{13}	1.0×10^{14}	3.7×10^{14}
Average flux	#/s	3.0×10^{16}	3.0×10^{16}	4.8×10^{17}	4.8×10^{17}	3.1×10^{18}	1.1×10^{19}
Peak brilliance	B	5.0×10^{33}	5.0×10^{33}	2.2×10^{33}	2.0×10^{33}	5.0×10^{32}	1.0×10^{32}
Average brilliance	B	1.6×10^{25}	1.6×10^{25}	6.5×10^{24}	5.9×10^{24}	1.4×10^{24}	2.8×10^{23}

Πίνακας 2.1 Παράμετροι της δέσμης του XFEL για τα SASE 1,2,3 όπως υπολογίστηκαν από προσομοιώσεις [45].

Για τα μέρη του συστήματος στα οποία μεταβάλλεται το μήκος κύματος δίνονται τα στοιχεία της δέσμης για τις δυο ακραίες τιμές. Στη συνέχεια θα αντιπαραβάλλουμε τα χαρακτηριστικά στοιχεία ενός XFEL σε σχέση με αυτά ενός οπτικού λέιζερ. Σκοπός της σύγκρισης είναι να δείξουμε τα πλεονεκτήματα της χρήσης ενός τέτοιου λέιζερ. Αυτό γίνεται στον παρακάτω πίνακα που πήραμε από ένα άρθρο του Ringwald [20] στον οποίο δίνονται τα στοιχεία ενός τυπικού οπτικού λέιζερ σε σύγκριση με τις αντίστοιχες τιμές που είχαν επιτευχθεί εκείνη τη περίοδο, αυτές που προέβλεπε ο σχεδιασμός και αυτές που τίθενται ως μελλοντικός στόχος.

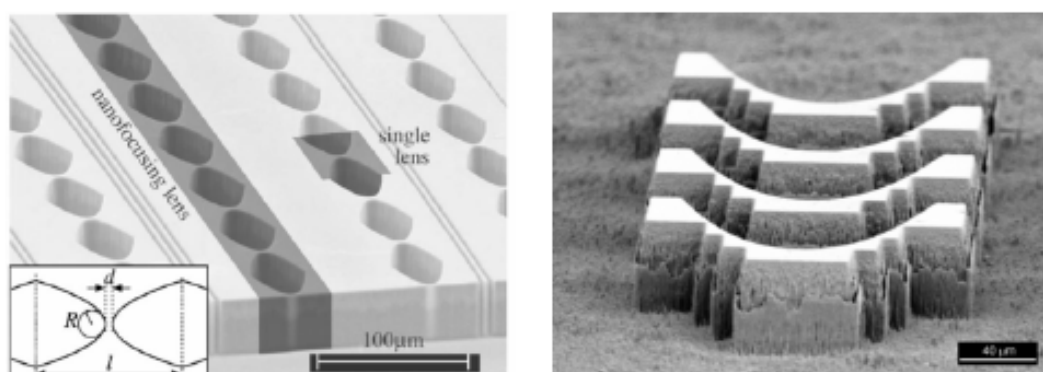
		Laser parameters			
		Optical [43]	X-ray FEL		
		Focus:	Design [33]	Focus:	Focus:
		Diffraction limit		Available [44]	Goal [37]
Wavelength	λ	1 μm	0.4 nm	0.4 nm	0.15 nm
Photon energy	$\hbar\omega = \frac{\hbar c}{\lambda}$	1.2 eV	3.1 keV	3.1 keV	8.3 keV
Peak power	P	1 PW	110 GW	1.1 GW	5 TW
Spot radius (rms)	σ	1 μm	26 μm	21 nm	0.15 nm
Coherent spike length (rms)	Δt	500 fs \div 20 ps	0.04 fs	0.04 fs	0.08 ps
		Derived quantities			
Peak power density	$S = \frac{P}{\pi\sigma^2}$	$3 \times 10^{26} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$	$5 \times 10^{19} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$	$8 \times 10^{23} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$	$7 \times 10^{31} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$
Peak electric field	$\mathcal{E} = \sqrt{\mu_0 c S}$	$4 \times 10^{14} \frac{\text{V}}{\text{m}}$	$1 \times 10^{11} \frac{\text{V}}{\text{m}}$	$2 \times 10^{13} \frac{\text{V}}{\text{m}}$	$2 \times 10^{17} \frac{\text{V}}{\text{m}}$
Peak electric field/critical field	$\mathcal{E}/\mathcal{E}_c$	3×10^{-4}	1×10^{-7}	1×10^{-5}	0.1
Photon energy/e rest energy	$\frac{\hbar\omega}{m_e c^2}$	2×10^{-6}	0.006	0.006	0.02
Adiabaticity parameter	$\gamma = \frac{\hbar\omega}{e\mathcal{E}\lambda_e}$	9×10^{-3}	6×10^4	5×10^2	0.1

Εικόνα 2.6 Σύγκριση παραμέτρων λειτουργία οπτικών συστημάτων λέιζερ και X-FEL όπως εμφανίζονται στην εργασία του Ringwald [20]

Στη πρώτη στήλη έχουμε τα οπτικά λέιζερ εστιασμένα στο όριο περίθλασης και δεξιά τα αντίστοιχα μεγέθη για τα XFEL , ξεκινώντας από τις τιμές που έχουμε σύμφωνα με το σχεδιασμό (Design), τις διαθέσιμες τιμές (Available) και τέλος το μελλοντικό στόχο (Goal). Ο πίνακας οριζοντίως χωρίζεται σε δύο μέρη. Το πρώτο περιλαμβάνει χαρακτηριστικά θεμελιώδη για ένα λέιζερ, δηλαδή το μήκος κύματος λ , την ενέργεια φωτονίου $\hbar\omega$, τη μέγιστη ισχύ P , την ακτίνα της κηλίδας σ και τη χρονική διάρκεια του παλμού Δt . Στο δεύτερο έχουμε ποσότητες που προκύπτουν από τις πρώτες με τη χρήση των τύπων που αναγράφονται, όπως τη μέγιστη πυκνότητα ενέργειας S , το μέγιστο ηλεκτρικό πεδίο E , το λόγο του μέγιστου ηλεκτρικού πεδίου, προς το κρίσιμο ηλεκτρικό πεδίο, την ενέργεια ηρεμίας φωτονίου και την αδιαβατική παράμετρο γ .

Από την σύγκριση οπτικών και X-FEL συστημάτων λέιζερ, διαπιστώνουμε πως ένα λέιζερ ελευθέρων ηλεκτρονίων μπορεί να πετύχει μεγαλύτερες ενέργειες φωτονίων και μέγιστης ισχύος με μικρότερη χρονική διάρκεια παλμού. Έτσι έχουμε μεγαλύτερη πυκνότητα ενέργειας και ηλεκτρικά πεδία σε σχέση με ένα οπτικό που λειτουργεί στο όριο περίθλασης πράγμα που σημαίνει ότι εξαντλούμε τις μέγιστες δυνατότητες του.

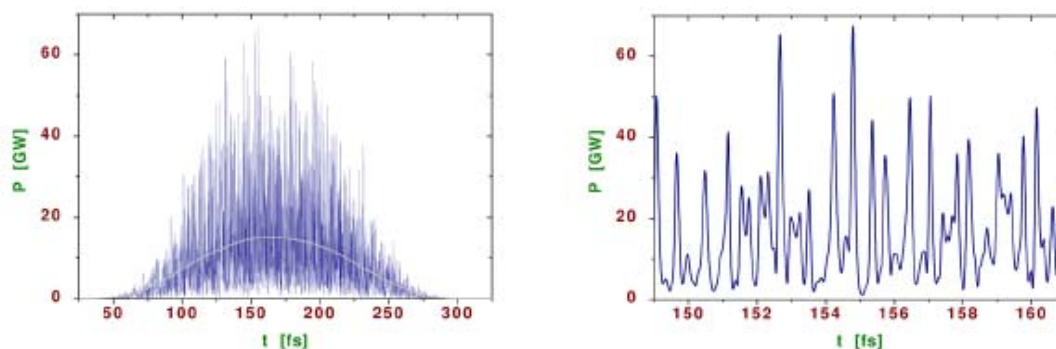
Το μέγεθος της δέσμης που μπορούμε να επιτύχουμε με ένα XFEL λέιζερ από τα δεδομένα του Πίνακα 1 κυμαίνεται από 55 μm για το δεύτερο κομμάτι του SASE2 μέχρι 90 μm για το τρίτο μέρος του SASE3 το οποίο όμως στη ουσία είναι μη εστιασμένο. Η εστίαση γίνεται με οπτικά συστήματα όπως φακούς ακτίνων X υψηλής ανάλυσης , αλλά και για πιο καλή εστίαση μπορούν να χρησιμοποιηθούν διαθλαστικοί φακοί νανοεστίασης που έχουν δομή όπως αυτή της παρακάτω εικόνας. Το τι είδους φακός θα χρησιμοποιηθεί εξαρτάται από τα χαρ/κα της δέσμης που έχουμε κάθε φορά.



Εικόνα 2.6 Δομή νανοφακών. Οι πραγματικές διαστάσεις των αντικειμένων είναι της τάξης των μικρών (100 μm για την αριστερή εικόνα και ~40 μm για τη δεύτερη) [45]

Η εστίαση που μπορούμε να πετύχουμε με ένα οπτικό λέιζερ είναι της τάξης του 1 μm η οποία είναι μικρότερη από τις τιμές που δώσαμε για τα XFEL, όμως πρέπει να επισημάνουμε ότι πρόκειται για σύστημα υπό ανάπτυξη σύμφωνα με το σχεδιασμό του οποίου μπορούμε να φτάσουμε με τις τωρινές μεθόδους τα 21 μm και η τυπική εστίαση που θα μπορούμε να πετύχουμε θα είναι από 100 έως 10 nm ανάλογα με τις ανάγκες μας.

Συμπληρώνοντας τα στοιχεία που δώσαμε πρέπει να αναφερθούμε στο προφίλ του παλμού που θα έχουμε ο οποίος δεν έχει μια συνεχή μορφή αλλά αποτελείται από ένα σύνολο στενότερων (Εικόνα 2.7)



Εικόνα 2.7 Προφίλ της ακτινοβολίας ενέργειας 12.4 keV που παράγεται από το SASE 1. Η δεξιά εικόνα αποτελεί μεγέθυνση του συνολικού προφίλ. [45]

Επιπλέον πρέπει να αναφέρουμε ότι υπάρχει δυνατότητα δημιουργίας αρμονικών συχνοτήτων της θεμελιώδους, με τα μέχρι στιγμής πειράματα να έχουν παράγει μέχρι και την 5^η αρμονική.

Αυτά είναι τα βασικά στοιχεία για να υπάρξει μια σχετικά σαφής εικόνα της λειτουργίας ενός X-FEL βασισμένοι στα στοιχεία που προέκυψαν όπως είδαμε από προσομοιώσεις κώδικα. Για παραπάνω στοιχεία μπορεί κανείς να ανατρέξει στις βιβλιογραφικές αναφορές και στις λεπτομερείς τεχνικές αναφορές που υπάρχουν.

2^η Ενότητα

Πολυφωτονική παραγωγή ζευγών $e^+ e^-$ από το κενό με χρήση της προσέγγισης συστήματος δύο σταθμών σε συντονισμό από λέιζερ ελευθέρων ηλεκτρονίων X-FEL.

Στο προηγούμενο κεφάλαιο κάναμε υπολογισμούς για την προσέγγιση του συντονισμού με τη χρήση ενός οπτικού λέιζερ ώστε να διερευνήσουμε πως μπορούμε να έχουμε μεγαλύτερη παραγωγή ζευγών πράγμα που δείξαμε ότι συμβαίνει όταν αυξήσουμε τη συχνότητα του λέιζερ ανεβαίνοντας αρμονική. Εδώ θα χρησιμοποιήσουμε την ίδια προσέγγιση για να βρούμε αριθμό σωματιδίων που μπορούμε να παράγουμε με τη χρήση ενός συστήματος λέιζερ ελευθέρων ηλεκτρονίων, περιγραφή του οποίου δώσαμε στην αρχή αυτής της εργασίας. Σκοπός

μας είναι να συγκρίνουμε την απόδοση ενός τέτοιου λέιζερ σε σχέση με ένα οπτικό ώστε να αναδείξουμε με πιο σύστημα παρουσιάζει και περισσότερα πλεονεκτήματα.

2.2.α Μελέτη και αριθμητικοί υπολογισμοί της εφαρμογής της προσέγγισης του συντονισμού για την παραγωγή ζευγών $e^+ e^-$ σε σύστημα λέιζερ X-FEL

Βασιζόμενοι στην ανάλυση που αναπτύξαμε στο προηγούμενο κεφάλαιο για τη προσέγγιση συντονισμού θα χρησιμοποιήσουμε τα δεδομένα του πίνακα της 1^{ης} ενότητας για τα χαρακτηριστικά του κάθε SASE ώστε να μελετήσουμε για κάθε ένα την απόδοση που μπορεί να έχει στην παραγωγή ζευγών όταν χρησιμοποιήσουμε την προσέγγιση. Πριν προχωρήσουμε στην ανάλυση θα παρουσιάσουμε τις σχέσεις για την f_n και τον αριθμό των παραγομένων σωματιδίων όπως διαμορφώνονται για τη περίπτωση που μελετάμε.

Η σχέση για τη συνάρτηση f_n είναι οι εξής

$$f_n = \frac{E}{4p_y} \left(1 - \frac{p_y^2}{E^2} \right) n \hbar \omega J_n \left(4\xi \frac{m}{E} \frac{p_y}{\hbar \omega} \right), f_n = \frac{1}{4(q^2 - 1)^{1/2}} n \hbar \omega J_n \left(\frac{2n\xi}{q} \left(1 - \frac{1}{q^2} \right)^{1/2} \right)$$

Το n υπενθυμίζουμε ότι εκφράζει τον αριθμό της πολυφωτονικής τάξης της διαδικασίας και δίδεται από τη σχέση (1.37) και το q είναι εκφράζει το φάσμα ενεργειών των παραγομένων $e^+ e^-$. Η σχέση για τον αριθμό των παραγομένων σωματιδίων N_0 είναι η (1.40)

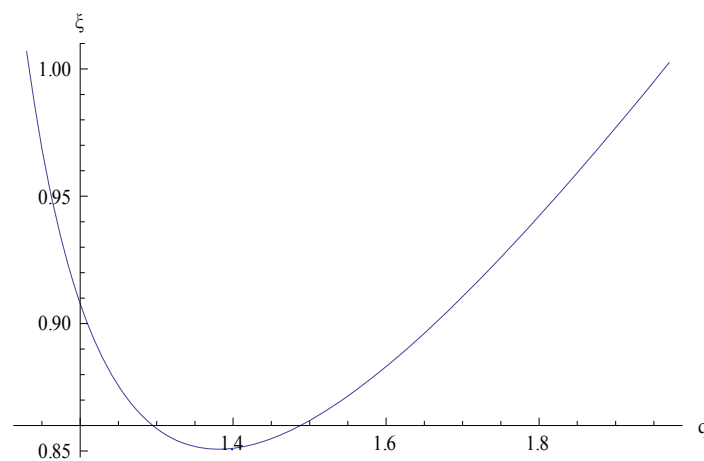
.Για τη περίπτωση που εξετάζουμε δεν θα χρησιμοποιήσουμε την ασυμπτωτική προσέγγιση της συνάρτησης Bessel για μεγάλη τάξη n , επειδή έχουμε αριθμό τάξεων ικανό να υπολογιστεί απευθείας.

Ως δεδομένα για τη μελέτη μας θα χρησιμοποιήσουμε τον Πινάκα 2.1 από την εισαγωγική ενότητα για τα XFEL και θα ερευνήσουμε την απόδοση κάθε τούνελ στην παραγωγή ζευγών.

Έχοντας τα παραπάνω δεδομένα, αν τα εισάγουμε στη σχέση για το n θα έχουμε $n=82q$ για το SASE1, $n=82q$ έως $n=330q$ για το SASE2 και $n=330q$ έως $n=1277q$ για το SASE3, Όπως διαπιστώνουμε η τάξη των πολυφωτονικών διαδικασιών που ερευνούμε είναι το πολύ τρίτης δύναμης του 10 καθώς οι τιμές του q για να έχει καλή απόδοση η διαδικασία είναι μικρές και επομένως μπορεί να υπολογιστεί χωρίς τη βοήθεια προσεγγίσεων.

Αρχίζουμε την ανάλυση με το πρώτο κανάλι της διάταξης SASE 1. Από την εφαρμογή της αρχής διατήρησης της ενέργειας θα βρούμε το εύρος των τιμών ξ_0, q_0 , δηλαδή το εύρος των ενεργειών των παραγόμενων ζευγών αλλά και του ηλεκτρικού πεδίου για το οποίο πραγματοποιούνται οι πολυφωτονικές διαδικασίες. Με βάση τη σχέση $E_b \geq 2qmc^2 N$ (1.30) θα αναζητήσουμε τα ζεύγη ξ_0, q_0 για τα οποία ικανοποιείται η συνθήκη για την ενέργεια που αναφέραμε στο 1^ο κεφάλαιο.

Οι υπολογισμοί έγιναν για $\omega=12.4$ keV, αριθμό φωτονίων $N_{ph}=10^{12}$, χρονική διάρκεια παλμού $\tau=100$ fs. Ο όγκος στην σχέση για τον αριθμό ζευγών είναι $V_\tau = \sigma^2 (0.1\lambda \cdot \tau)$. Σε όλες τις περιπτώσεις που θα εξετάσουμε η διατομή σ θα ισούται με 100 nm. Σχεδιάζουμε το γράφημα των ξ_0, q_0 για να ικανοποιείται η συνθήκη που θέσαμε.



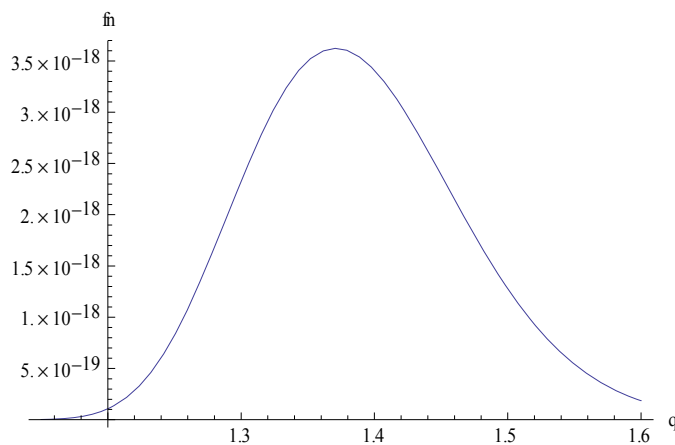
Γράφημα 2.1 Άνω όριο του h του ξ για σαν συνάρτηση του q για SASE 1 με $\omega=12.4$ keV

Όπως εκτενέστερα αναφερθήκαμε στο προηγούμενο κεφάλαιο, υπολογίσαμε τις μέγιστες τιμές h που μπορεί να πάρει το ξ (και επομένως η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου) για δεδομένο q , μέσα στα πλαίσια της παρούσας προσέγγισης. Αυτό

προϋποθέτει ότι δεν γίνονται δεκτές τιμές του $\xi > 1$. Επιπλέον όπως γίνεται αντιληπτό λόγω της ύπαρξης του μέγιστου ξ δεν μπορούμε να υπερβούμε αυτές τις τιμές.

Ένα άλλο ζήτημα που πρέπει να εξεταστεί είναι ποιο είναι το αποδοτικότερο ζεύγος ξ_0, q_0 που θα επιλέξουμε ώστε να έχουμε βέλτιστη παραγωγή. Είδαμε ότι η επιλογή του κατώτερου σημείου της καμπύλης μας εξασφαλίζει την παρατήρηση όλων ενεργειών στη περιοχή του συγκεκριμένου q , ενώ επιλογή διαφορετικού σημείου που θα αποκλείει ενέργειες με q μικρότερο από αυτό που επιλέξαμε.

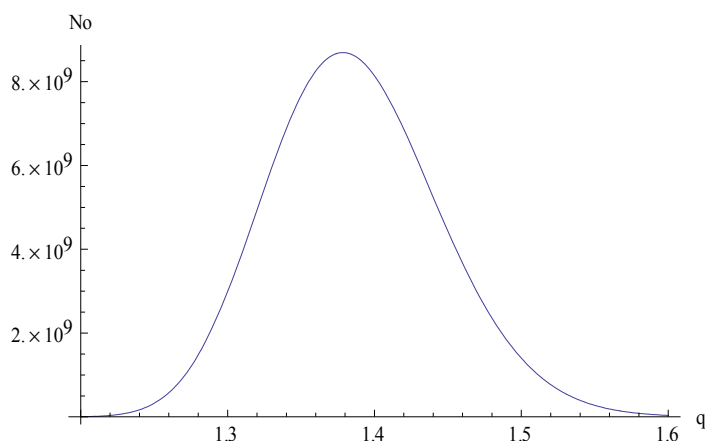
Από τα παραπάνω η τιμή ξ_0 που επιλέγουμε είναι 0.8506 για $q=1.38$. Με βάση αυτή τη τιμή του ξ κάνουμε το γράφημα της f_n συναρτήσει του q (Γράφημα 2.2)



Γράφημα 2.2 Η συνάρτηση f_n συναρτήσει της μονάδας της ενέργειας ηρεμίας q για SASE 1, $\omega=12,4\text{keV}$ και $\xi=0.8506$.

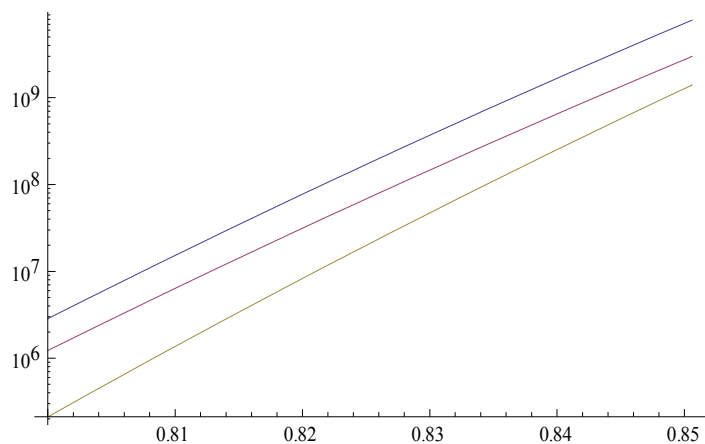
Η f_n εμφανίζει μέγιστο για $q \approx 1.38$ και η πολυφωτονική τάξη που αντιστοιχεί σε αυτή τη τιμή είναι $n=113$. Επομένως χρησιμοποιώντας το συμβολισμό που είχαμε και πριν $(n_p, q_p, \xi)=(113, 1.38, 0.8506)$. Η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου από τη (2.14) είναι $\mathcal{E}_0=2.7 \cdot 10^{16} \text{ V/m}$ και η ενέργεια των παραγόμενων ζευγών θα είναι $\sim 0.705\text{MeV}$.

Τα επόμενο βήμα είναι ο σχεδιασμός της καμπύλης του αριθμού των παραγόμενων ζευγών N_0 συναρτήσει του q (Γράφημα 2.3)



Γράφημα 2.3 Αριθμός παραγομένων ζευγών N_0 συναρτήσει της μονάδας της ενέργειας ηρεμίας q για SASE 1, $\omega=12,4\text{keV}$ και $\xi=0.8506$.

Παρατηρούμε ότι ο μέγιστος και πιο πιθανός αριθμός ζευγών για $q=1.352$ είναι $N_p=8.75 \cdot 10^9$ ή αν το γράψουμε με τη τριάδα (N_p, q_p, ξ) $(8.6 \cdot 10^9, 1.38, 0.8506)$. Ένα στοιχείο που μας ενδιαφέρει να μελετήσουμε είναι αν για διάφορες τιμές q που βρήκαμε από το Γράφημα 2.2 οι καμπύλες των παραγομένων σωματιδίων συναρτήσει του ξ που αντιστοιχούν σε αυτά έχουν κάποιο κοινό σημείο τομής. Με αυτό το σκεπτικό σχεδιάζουμε το λογαριθμικό διάγραμμα του αριθμού N_0 συναρτήσει του ξ για $q=1.352, 1.300, 1.450$ (Γραφ. 2.4)



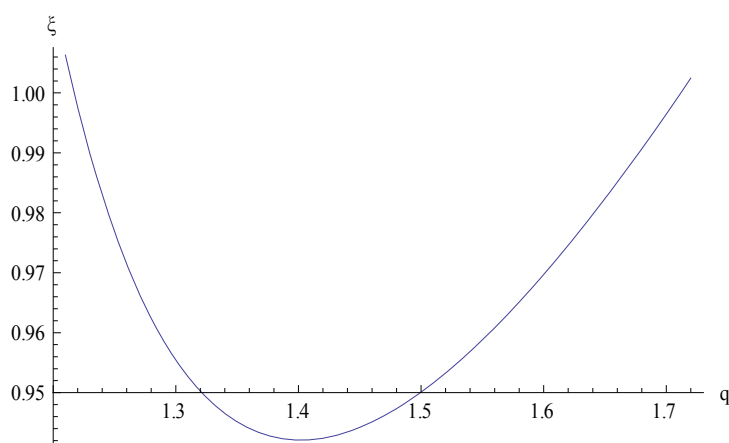
Γράφημα 2.4 Λογαριθμικό διάγραμμα του αριθμού των παραγομένων ζευγών N_0 συναρτήσει του ξ για SASE 1, με $\omega=12,4\text{keV}$ $q=1.300$ (κόκκινο), 1.352 (μπλε) και 1.50 (κίτρινο) .

Οι παραπάνω καμπύλες όπως φαίνεται δεν τέμνονται και δεν φαίνονται να συγκλίνουν μέχρι του άνω ορίου που έχουμε βρει για το ξ .

Με ανάλογο τρόπο θα μελετήσουμε το κανάλι SASE2 με πρώτο το μικρότερο μήκος κύματος που μπορεί να δώσει, με $\lambda=0.1\text{nm}$. Από τα δεδομένα μας έχουμε $\omega=12.4\text{keV}$, $N_{\text{ph}}=10^{12}$ και χρονική διάρκεια παλμού $\tau=100\text{fs}$. Επειδή οι παράμετροι αυτής της περίπτωσης είναι ίδιες με αυτές του SASE 1 θα παρουσιάσουμε απευθείας τα αποτελέσματα σε πίνακα στο τέλος της ανάλυσης.

Θα μελετήσουμε τώρα την άλλη περίπτωση των δεδομένων μας για το SASE2, δηλαδή ακτινοβολία μήκους κύματος $\lambda=0.4\text{nm}$ και ενέργειας φωτονίων 3.1keV . Η διάρκεια του παλμού είναι 100fs και ο αριθμός των φωτονίων ανά παλμό $1.6 \cdot 10^{13}$.

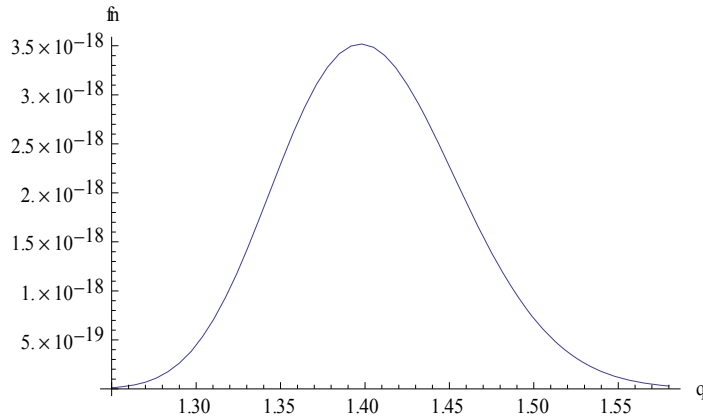
Βρίσκουμε για ποια ξ_0 , q_0 ικανοποιείται η συνθήκη για την ενέργεια $\Delta E=0$ από την καμπύλη h, q (Γράφημα 2.5)



Γράφημα 2.5 Άνω όριο h του ξ για σαν συνάρτηση του q για SASE 2 με $\omega=3.1\text{keV}$ και $\lambda=0.4\text{nm}$

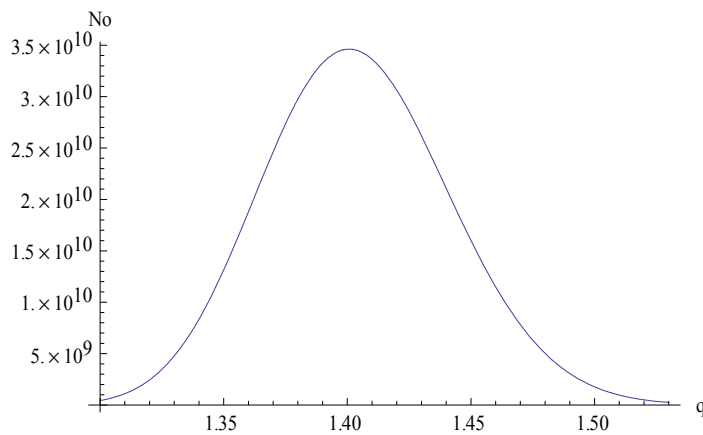
Με τα δεδομένα αυτά επιλέγουμε το κατώτερο σημείο ίσο με $\xi=0.9421$ για $q=1.40$.

Με $\xi=0.9421$ θα σχεδιάσουμε την fn συναρτήσεϊ του q (Γράφημα 2.6).



Γράφημα 2.6 Η συνάρτηση f_n συναρτήσει της μονάδας της ενέργειας ηρεμίας q για SASE 2, $\omega=3.1\text{keV}$ και $\xi=0.9421$.

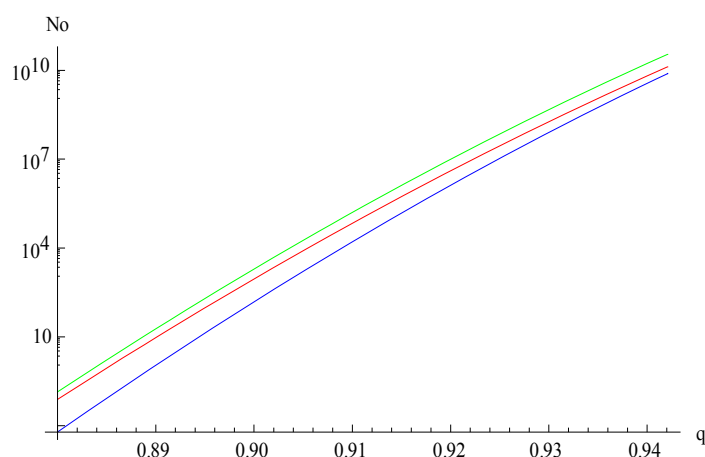
Η συνάρτηση έχει μέγιστο για $q=1.40$ και η πολυφωτονική τάξη της διαδικασίας είναι $n=462$, επομένως το μέγιστο της f_n θα χαρακτηρίζεται από τους αριθμούς $(n_p, q_p, \xi)=(462, 1.40, 0.9421)$, τριάδα που εκφράζει την πιο πιθανή διαδικασία. Το ηλεκτρικό πεδίο που απαιτείται για την δημιουργία ηλεκτρονίων ποζιτρονίων είναι $\mathcal{E}_0 \sim 7.29 \cdot 10^{15} \text{ V/m}$. Για το ίδιο ξ μελετάμε την εξάρτηση του αριθμού των παραγομένων ζευγών N_0 συναρτήσει της μονάδας της ενέργειας ηρεμίας q (Γραφημα 2.11).



Γράφημα 2.7 Αριθμός παραγομένων ζευγών N_0 συναρτήσει της μονάδας της ενέργειας ηρεμίας για SASE2 με $\lambda=0.4\text{nm}$, $\omega=3.1\text{keV}$ και $\xi=0.9421$.

Ο πιο πιθανός αριθμός παραγομένων σωματιδίων N_p για τη συγκεκριμένη πολυφωτονική διαδικασία με $n=458$ και $q=1.390$ υπολογίζεται από το μέγιστο της καμπύλης του Γραφήματος 2.7, έχουμε $N_p=3.46 \cdot 10^{10}$ και συνολικά $(N_p, q_p, \xi)=(3.46 \cdot 10^{10}, 1.40, 0.9421)$.

Επιπλέον θα παρουσιάσουμε την εξάρτηση του N_0 από το ξ και επομένως από το ηλεκτρικό πεδίο \mathcal{E} για $q=1.390$ και κοντινές σε αυτό τιμές τις 1.350 και 1.450



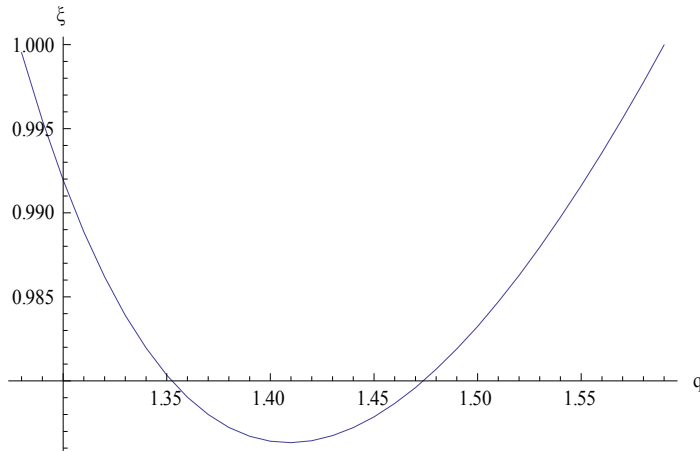
Γράφημα 2.8 Λογαριθμικό διάγραμμα του αριθμού των παραγομένων ζευγών N_0 συναρτήσει του ξ για SASE 2, με $\omega=3.1$ keV $q=1.350$ (κόκκινο), 1.40 (πράσινο) και 1.450(μπλε) .

Τελειώνοντας την ανάλυση των δεδομένων για το SASE2, προχωράμε στο επόμενο κανάλι που επίσης έχει δυνατότητα μεταβλητού μήκους κύματος στη έξοδο του.

Ξεκινάμε με την περίπτωση που έχουμε ακτινοβολία μήκους κύματος 0.4 nm. Η ενέργεια της δέσμης των ηλεκτρονίων είναι ίση με 17.5 GeV και τα φωτόνια που δημιουργούνται έχουν ενέργεια 3.1keV. Η χρονική διάρκεια του παλμού $\tau=100$ fs και ο αριθμός των φωτονίων που εκπέμπονται ανά παλμό $1.6 \cdot 10^{13}$. Ξανά οι παράμετροι είναι ίδιοι με τη δεύτερη περίπτωση του SASE2 και θα παρουσιάσουμε απευθείας τα αποτελέσματα στον πίνακα προς το τέλος της ενότητας.

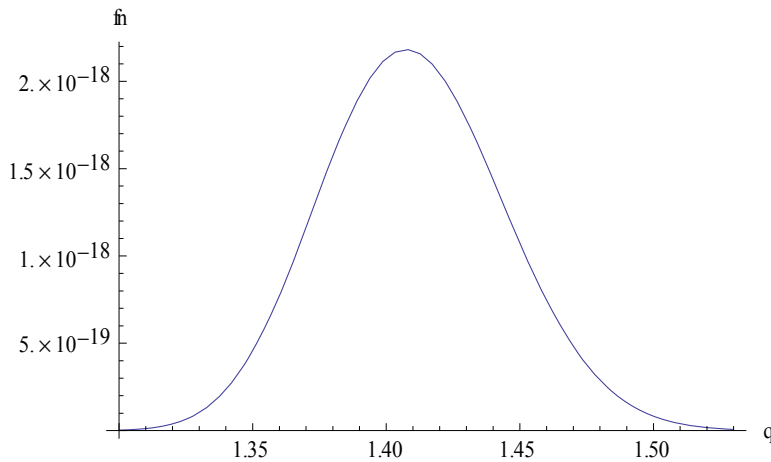
Συνεχίζουμε με την περίπτωση όπου το μήκος κύματος της ακτινοβολίας είναι 1.6 nm, με ενέργεια φωτονίου 0.8 keV . Ο παλμός έχει χρονική διάρκεια $\tau=100$ fs και αριθμό φωτονίων ανά παλμό $1.0 \cdot 10^{14}$. Η δέσμη των ηλεκτρονίων έχει ενέργεια 17.5 GeV.

Αναζητούμε τα h, q που επαληθεύουν την απαίτηση να ισχύει $\Delta E=0$ και από τη λύση της εξίσωσης έχουμε (Γράφημα 2.9).



Γράφημα 2.9 Άνω όριο του ξ για σαν συνάρτηση του q για SASE 3 με $\omega=0.8$ keV και $\lambda=1.6$ nm

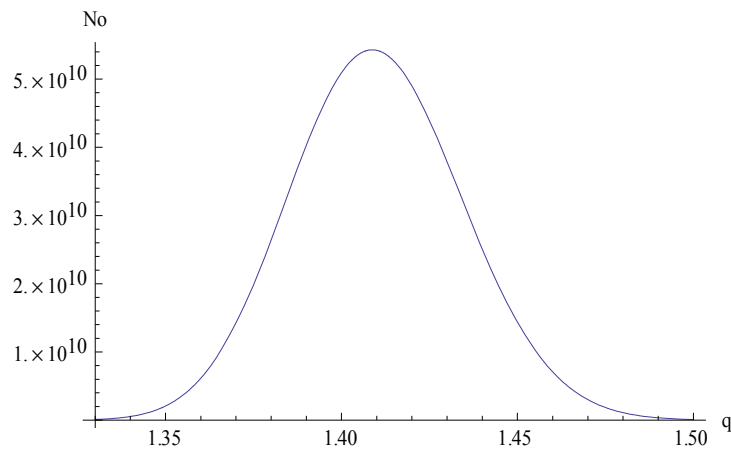
Το πιο αποδοτικό ζεύγος τιμών των ξ και q βρίσκεται στο κατώτερο σημείο της καμπύλης και είναι $(\xi, q) = (0.9763, 1.41)$. Τώρα με $\xi=0.9763$ θα σχεδιάσουμε την f_n συναρτήσει της μονάδας της ενέργειας ηρεμίας q (Γράφημα 2.10) για να βρούμε που γίνεται μέγιστη η συνάρτηση και επομένως που έχουμε μεγαλύτερη παραγωγή e^+ , e^- .



Γράφημα 2.10 Η συνάρτηση f_n συναρτήσει της μονάδας της ενέργειας ηρεμίας q για SASE 3, $\omega=0.8$ keV και $\xi=0.9763$.

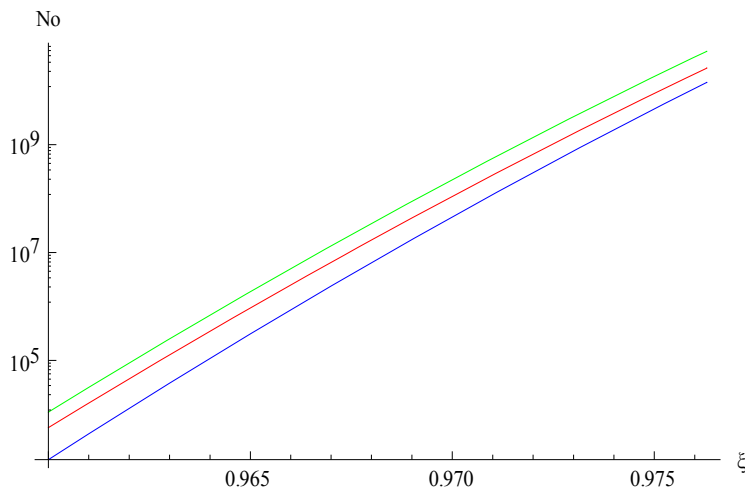
Η παραπάνω συνάρτηση έχει μέγιστο για $q=1.41$, οπότε για αυτή τη τιμή έχουμε τη μεγαλύτερη πιθανότητα παραγωγής ζευγών. Η τάξη της πολυφωτονικής διαδικασίας για το συγκεκριμένο q είναι $n=1803$ και συνολικά η διαδικασία αυτή περιγράφεται από τη γνωστή τριάδα $(n_p, q_p, \xi) = (1803, 1.41, 0.9763)$. Η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου που απαιτείται είναι $\mathcal{E}_0 \sim 1,99 \cdot 10^{15}$ V/m.

Αντίστοιχα ο αριθμός των παραγόμενων σωματιδίων N_0 συναρτήσει του q για $\xi=0.9763$ φαίνεται στο αμέσως επόμενο γράφημα (Γράφημα 2.11).



Γράφημα 2.11 Αριθμός παραγομένων ζευγών N_o συναρτήσει της μονάδας της ενέργειας ηρεμίας για SASE3 με $\lambda=1.6$ nm, $\omega=0.8$ keV και $\xi=0.9763$.

Ο μέγιστος αριθμός σωματιδίων που μπορούμε να παράγουμε είναι $N_p=5.48 \cdot 10^{10}$. Η διαδικασία περιγράφεται από τα εξής τρία στοιχεία. $(N_p, q_p, \xi) = (5.32 \cdot 10^{10}, 1.41, 0.9763)$. Η εξάρτηση του N_o από το ξ και συνεπώς από την ένταση του ηλεκτρικού πεδίου \mathcal{E}_o παρουσιάζεται στο επόμενο λογαριθμικό διάγραμμα (Γράφημα 2.12). Εκτός της καμπύλης για $q=1.41$ απεικονίζονται επίσης για $q=1.375$ και 1.450



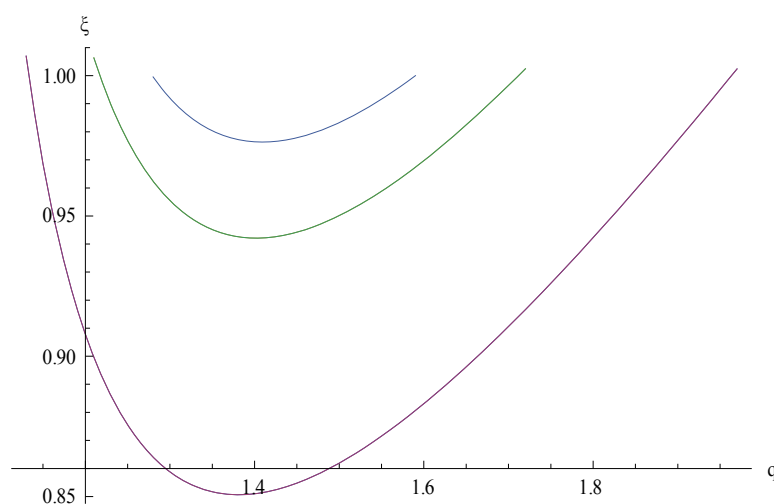
Γράφημα 2.12 Λογαριθμικό διάγραμμα του αριθμού των παραγομένων ζευγών N_o συναρτήσει του ξ για SASE 3, με $\omega=3.1$ keV $q=1.375$ (κόκκινο), 1.404 (πράσινο) και 1.450 (μπλε).

Τέλος στην τρίτη περίπτωση του καναλιού SASE3 οι χρησιμοποιούμενες παράμετροι είναι οι εξής: μήκος κύματος της δέσμης 4.9 nm, διάρκεια παλμού 100 fs και ενέργεια φωτονίων 0.25 keV. Η ενέργεια της δέσμης των ηλεκτρονίων για την παραγωγή των ακτίνων X είναι 10 GeV. Όμως για τις παραμέτρους αυτές δεν ισχύει η προσέγγιση

του συντονισμού γιατί αν υπολογίσουμε το ξ προκύπτει μεγαλύτερο της μονάδας και πιο συγκεκριμένα περίπου ίσο με 11, πράγμα που σημαίνει ότι δεν μπορεί να παρατηρηθεί παραγωγή ζευγών με τον μηχανισμό που εξετάζουμε, αλλά με αυτόν που μελέτησε ο Ρορον [9 -14].

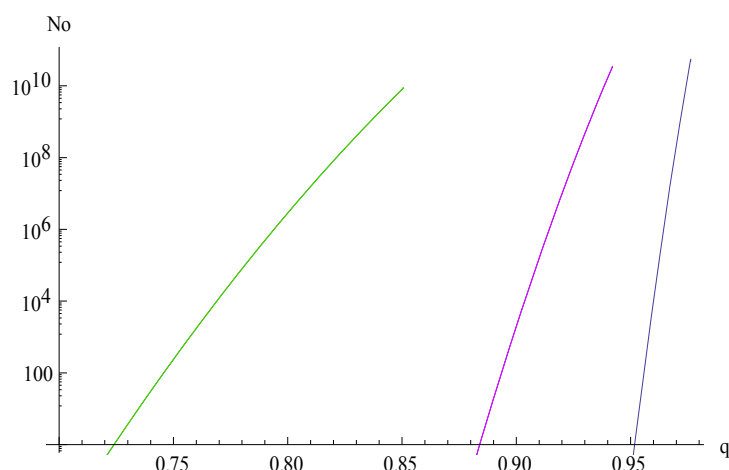
Το επόμενο βήμα μας είναι μια σύγκριση των αποδόσεων που υπολογίσαμε για τα κανάλια του X-FEL ώστε να προταθεί το πιο πιθανά «ελκυστικότερο» από πειραματικής άποψης για να έχουμε ικανοποιητικά αποτελέσματα. Αυτό εξαρτάται από την τάξη της πολυφωτονικής διαδικασίας το ηλεκτρικό πεδίο της ακτινοβολίας που απαιτείται και από τον αριθμό των ζευγών που δημιουργούνται.

Συγκεντρώνουμε τα στοιχεία που υπολογίσαμε παραπάνω σε ένα πίνακα για να γίνουν καλύτερα αντιληπτά τα σημεία όπου διαφέρει το ένα κανάλι από το άλλο. Επίσης θα σχεδιαστούν δύο γραφήματα: ένα με τα ζεύγη των ξ_0, q_0 που ικανοποιούν τη συνθήκη $\Delta E=0$ συγκεντρωτικά για όλα τα κανάλια (Γράφημα 2.13) και ένα λογαριθμικό του αριθμού των $e^+ e^-$ No συναρτήσει του ξ (Γράφημα 2.14). Όλα τα γραφήματα παρουσιάστηκαν παραπάνω, αλλά για λόγους καλύτερης παρουσίασης δίνονται ως ένα.



Γράφημα 2.13 Ανω όριο του ξ συναρτήσει του q για το σύνολο των τούνελ του XFEL. Η κατώτερη καμπύλη αφορά το SASE1 και την πρώτη περίπτωση του SASE2 (βρίσκονται πολύ κοντά), Η μεσαία την δεύτερη του SASE2 και την πρώτη του SASE3, ενώ αυτή στην κορυφή το δεύτερη περίπτωση του SASE3.

Και ακολουθεί το λογαριθμικό γράφημα του αριθμού παραγόμενων ζευγών N_0 συναρτήσει του ξ (ή του ηλεκτρικού πεδίου).



Γράφημα 2.14 Λογαριθμικό διάγραμμα του αριθμού των παραγομένων ζευγών N_p συναρτήσει του ξ για όλα τα κανάλια SASE. Με πράσινο σχεδιάσαμε το SASE1 και την πρώτη περίπτωση του SASE2 (συμπίπτουν), με μωβ τη δεύτερη, καθώς και την πρώτη περίπτωση του SASE3 (συμπίπτει με την προηγούμενη), και με μπλε την δεύτερη περίπτωση του SASE3.

Κάθε καμπύλη τερματίζει στο ξ που έχουμε υπολογίσει ως όριο για να ισχύουν οι συνθήκες που θέσαμε για την εφαρμογή του συντονισμού. Από το παραπάνω έχουμε μια καλή εικόνα για την απόδοση του κάθε τούνελ, την οποία θα ολοκληρώσουμε με τον επόμενο πίνακα, ο οποίος συγκεντρώνει όλα τα χαρακτηριστικά των διαδικασιών που υπολογίσαμε.

Πίνακας εξαγόμενων παραμέτρων του X-FEL από τους υπολογισμούς

	SASE1 ($\lambda=0.1\text{nm}$)	SASE2 ($\lambda=0.1\text{nm}$)	SASE2 ($\lambda=0.4\text{nm}$)	SASE3 ($\lambda=0.4\text{nm}$)	SASE3 ($\lambda=1.6\text{nm}$)
Ενέργειες παραγομένων e^+e^- (σε MeV)	0.705	0.705	0.715	0.715	0.720
Τάξη πολυφωτονικής n	113	113	458	458	1796
Μέγιστος αριθμός ζευγών N_p	$8.75 \cdot 10^9$	$8.75 \cdot 10^9$	$3.2 \cdot 10^{10}$	$2.01 \cdot 10^{10}$	$5.3 \cdot 10^{10}$
Ενταση ηλεκτρικού πεδίου \mathcal{E} (σε V/m)	$2.47 \cdot 10^{16}$	$2.47 \cdot 10^{16}$	$7.28 \cdot 10^{15}$	$7.28 \cdot 10^{15}$	$1,99 \cdot 10^{15}$

Αφού έγινε η σύνοψη των αποτελεσμάτων μας, είμαστε πλέον σε θέση να εκτιμήσουμε πιο κανάλι κρίνεται αποδοτικότερο από άποψη δημιουργίας σωματιδίων. Όλα τα κανάλια δίνουν αριθμούς ζευγών τάξεως 10^9 - 10^{10} το οποίο αποτελεί ένα ικανοποιητικό αποτέλεσμα. Όμως τα τούνελ SASE3 και η δεύτερη περίπτωση του SASE 2 εκτός του ότι παράγουν αριθμό ζευγών περίπου 10^{10} , απαιτούν μικρότερη ένταση του ηλεκτρικού πεδίου πράγμα που τα καθιστά ελκυστικότερα από πειραματική άποψη. Βέβαια η τάξη της πολυφωτονικής διαδικασίας είναι αρκετά μεγαλύτερη από του SASE 1 και της $1^{η}$ περίπτωσης του SASE 2, αλλά παραμένει μικρή σε σχέση με την αντίστοιχη του $1^{ου}$ κεφαλαίου για τα οπτικά λέιζερ ($\sim 10^6$). Επομένως εργαζόμενοι με τις παραμέτρους του τούνελ SASE 3 κρίνουμε ότι θα έχουμε τα καλύτερα αποτελέσματα στην πειραματική επιβεβαίωση της παραγωγής $e^+ e^-$, με τη χρήση της προσέγγισης του συντονισμού. Πρέπει βέβαια να επισημάνουμε ότι η επιλογή των διαστάσεων της δέσμης έγινε από τις τιμές που δίνει η αναφορά της σχεδίασης του λέιζερ, πράγμα που σημαίνει ότι η δέσμη σε κάθε περίπτωση δεν είναι πλήρως εστιασμένη στα 100nm που επιλέξαμε, καθώς όσο βελτιώνονται τα μέσα εστίασης θα μπορούμε να φτάσουμε στο 1 nm. Έτσι θα μπορούμε να έχουμε καλύτερη απόδοση στη δημιουργία ζευγών εφόσον θα επιτυγχάνονται καλύτερες εντάσεις..

Συμπεράσματα

Στο κεφάλαιο που ολοκληρώσαμε μελετήσαμε την εφαρμογή της προσέγγισης του συντονισμού για την περίπτωση ενός συστήματος λέιζερ ελευθέρων ηλεκτρονίων ακτίνων X (X-FEL) όπως αυτό που βρίσκεται υπό κατασκευή στη Γερμανία. Περιγράφηκε η αρχή λειτουργίας ενός τέτοιου λέιζερ, τα μέρη που το αποτελούν και στην συνέχεια δώσαμε τις παραμέτρους της εξαγόμενης ακτινοβολίας ακτίνων X. Βασιζόμενοι στα στοιχεία αυτά, αφού φέραμε τις σχέσεις που εξήχθηκαν στη κατάλληλη μορφή για τη συγκεκριμένη περίπτωση, κάναμε τους αντίστοιχους υπολογισμούς για την απόδοση του συντονισμού υπολογίζοντας ποσότητες όπως ο αριθμός των παραγόμενων ζευγών N , η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου \mathcal{E} και η ενέργεια των ζευγών που δημιουργούνται. Επιπλέον παρατέθηκαν και τα απαραίτητα

γραφήματα για κάθε ένα από τα τρία τούνελ του X- FEL. Μπορεί ο αριθμός τους να φαίνεται μεγάλος αλλά κρίνουμε ότι είναι απαραίτητο για μια λεπτομερή παρουσίαση. Πειραματικό ενδιαφέρον παρουσιάζει η καμπύλη του αριθμού των παραγομένων ζευγών συναρτήσει του ξ και επομένως της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου, αφού αυτή είναι πιο άμεση προς επιβεβαίωση.

Τα αποτελέσματα που υπολογίσαμε αν τα αντιπαραβάλλουμε με αυτά των οπτικών λέιζερ διαπιστώνουμε ότι έχουμε η δημιουργία ζευγών κρίνεται ικανοποιητική καθώς κυμαίνεται σε 10^9 με 10^{10} ζεύγη αριθμοί παραπλήσιοι με αυτούς των οπτικών (10^8 για τη θεμελιώδη συχνότητα). Επιπλέον η τάξη της πολυφωτονικής διαδικασίας που απαιτείται για να συμβεί το φαινόμενο είναι κατά τρεις τάξεις μικρότερη από των οπτικών ($\sim 10^3$ έναντι 10^6), οπότε είναι προτιμότερη η χρήση ενός X-FEL από αυτή την άποψη. Ωστόσο η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου που απαιτείται είναι αρκετά υψηλότερη και αυτό οφείλεται στον μικρότερο αριθμό φωτονίων ανά παλμό που μπορεί να δώσει το X-FEL. Ωστόσο με κατάλληλη εστίαση και αύξηση της ισχύος των συστημάτων αυτών μπορούμε να φτάσουμε σε εντάσεις του ηλεκτρικού πεδίου της τάξης που απαιτείται για να παραχθούν τα ζεύγη που υπολογίσαμε.

Βέβαια το X-FEL είναι μια διάταξη διαστάσεων μερικών χιλιομέτρων και όχι ένα σύστημα που συναντά κάνεις σε διάφορα μεγάλα εργαστήρια όπως ένα οπτικό σύστημα και η ευκολία στο καθορισμό των παραμέτρων της δέσμης πιθανόν να μην είναι πολύ εύκολη. Εντούτοις αποτελεί μια ενδιαφέρουσα πρόταση για πειραματική επιβεβαίωση της παραγωγής ηλεκτρονίου ποζιτρονίου από το κενό με την προσέγγιση του συντονισμού, αφού παρουσιάζει ικανοποιητικές αποδόσεις.

Στο επόμενο κεφάλαιο θα ασχοληθούμε με δύο νέες πειραματικές προτάσεις για την εφαρμογή του συντονισμού.

Κεφάλαιο 3

Νέες προτεινόμενες πειραματικές μέθοδοι για την πολυφωτονική παραγωγή e^+e^- από το κενό με τη χρήση της προσέγγισης συντονισμού σε σύστημα δυο σταθμών.

Πέρα των δύο συστημάτων λέιζερ που ερευνήσαμε για την απόδοση τους στην παραγωγή ζευγών ηλεκτρονίου ποζιτρονίου με την προσέγγιση του συντονισμού υπάρχουν και άλλες διατάξεις που μπορούν να προταθούν για την πειραματική παρατήρηση του φαινομένου, με τη χρήση συστημάτων λέιζερ που ήδη έχουν αναπτυχθεί ή βρίσκονται αυτό τον καιρό υπό κατασκευή. Αντικείμενο του κεφαλαίου είναι να διερευνήσει και περιγράψει δύο από αυτές ως προς τον τρόπο λειτουργίας τους και την καταλληλότητα τους για την εφαρμογή της προσέγγισης του συντονισμού. Στη πρώτη ενότητα θα αναφερθούμε σε ένα σύστημα που βρίσκεται σε ανάπτυξη και θα εξελιχθεί τα επόμενα χρόνια σε ένα σχετικά μικρότερη κλίμακας λέιζερ ελευθέρων ηλεκτρονίων με εκπομπή στις ακτίνες-X. [46] Η ενέργεια της δέσμης των ηλεκτρονίων που θα παράγονται και θα επιταχύνονται από δέσμη λέιζερ θα είναι της τάξης του GeV. Η αρχή λειτουργίας του είναι ίδια με αυτή του XFEL [39],[43],[45] του κεφαλαίου 2, με τη διαφορά ότι θέλουμε να πετύχουμε ανάλογα αποτελέσματα με τη χρήση μικρότερης χωρικά διάταξης. Αντί της χρήσης επιταχυντή ηλεκτρονίων μήκους κάποιων χιλιομέτρων μπορούμε να επιταχύνουμε τη δέσμη με τη βοήθεια λέιζερ μεγάλης ισχύος, ώστε στη συνέχεια να δημιουργήσουμε ακτίνες X που θα χρησιμοποιηθούν κατάλληλα για την παραγωγή ζευγών. Αφού ολοκληρωθεί η περιγραφή της διάταξης με τις παραμέτρους της ακτινοβολίας που θα εξάγουμε, θα γίνουν και οι αντίστοιχοι αριθμητικοί υπολογισμοί των χαρακτηριστικών μεγεθών της προσέγγισης.

Στη δεύτερη ενότητα θα χρησιμοποιήσουμε ξανά τη μέθοδο της παραγωγής και επιτάχυνσης των ηλεκτρονίων από σύστημα λέιζερ. Στη νέα αυτή διάταξη θα υπάρχει μια ακόμη δέσμη λέιζερ μεγάλης σχετικά έντασης που θα αλληλεπιδρά με την σχετικιστική δέσμη των ηλεκτρονίων που παρήγαγε η πρώτη δέσμη λέιζερ. Η προτεινόμενη πειραματική διαδικασία είναι ανάλογη με αυτή του πειράματος που έγινε στο Stanford, το E144, [29],[62],[63] όπου παρατηρήθηκε για πρώτη φορά η δημιουργία ηλεκτρονίου ποζιτρονίου. Στο σύστημα αναφοράς των ηλεκτρονίων η

ενέργεια (μήκος κύματος) των φωτονίων της προσπίπτουσας δέσμης θα αλλάζει βάση του μετασχηματισμού Lorentz σε ακτίνες X. Αντίστοιχα μετασχηματίζεται στο σύστημα αναφοράς των ηλεκτρονίων και το ηλεκτρικό πεδίο [62]. Στην ενότητα θα κάνουμε τους αντίστοιχους υπολογισμούς με βάση τις σχέσεις του κεφαλαίου 1. Από αυτή την παρουσίαση θέλουμε να αναδειχθεί η δυνατότητα που έχουμε με χρήση συστημάτων που βρίσκονται υπό ανάπτυξη ή και στη φάση της κατασκευής να προτείνουμε πειραματικές διατάξεις και να προσομοιώσουμε υπολογιστικά αποτελέσματα που σε ικανοποιητικό βαθμό θα είναι κοντά σε αυτά των δύο προηγούμενων κεφαλαίων, ενώ πλεονεκτούν όσον αφορά την πειραματική σκοπιά. (δυνατότητα καλύτερων ρυθμίσεων και ευαισθησίας). Τελειώνοντας το κεφάλαιο θα συνοψίσουμε τα αποτελέσματα και θα αναφερθούμε στα συμπεράσματα που βγάλαμε.

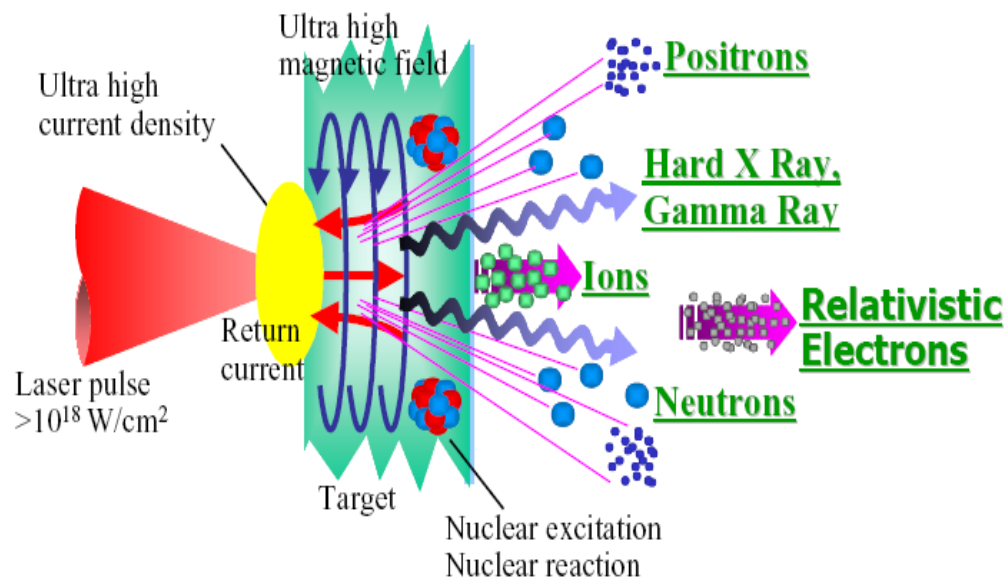
1^η Ενότητα

3.1α Λείζερ ελευθέρων ηλεκτρονίων ακτίνων X με χρήση δέσμης λείζερ για παράγωγή και επιτάχυνση της δέσμης των ηλεκτρονίων.

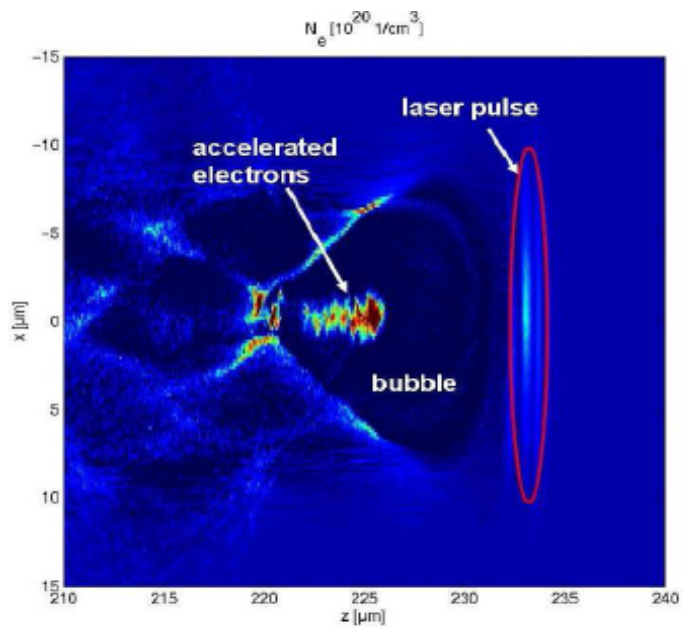
Στόχος μας είναι η κατασκευή ενός συστήματος που θα παράγει ακτινοβολία στη περιοχή των ακτίνων X με παραμέτρους δέσμης πολύ κοντά σε αυτές που δόθηκαν στο 2^ο κεφάλαιο, μικρότερου μεγέθους και χαμηλότερου κόστους. Η διαφορά του XFEL με αυτή τη διάταξη που περιγράφουμε εδώ αφορά κυρίως τον τρόπο με τον οποίο παράγονται και επιταχύνονται τα ηλεκτρόνια. Αντί ενός επιταχυντή ηλεκτρονίων μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε ακτινοβολία λείζερ ως πηγή της δέσμης των ηλεκτρονίων και επιτάχυνσής τους. Η προτεινόμενη διάταξη θα αποτελείται από ένα σύστημα λείζερ που θα δημιουργεί τη δέσμη ηλεκτρονίων, όπου αφού επιταχυνθεί θα εισέλθει σε μία διάταξη μαγνητών wiggler [39], [44], [45], όπου μέσα εκεί η σχετικιστική δέσμη μέσα από σκεδάσεις Compton θα παράγει ακτινοβολία ακτίνων X. Στη συνέχεια μέσα από κατάλληλη οδήγηση της δέσμης θα δημιουργήσουμε δύο μέρη τα οποία διαδιδόμενα σε αντίθετες κατευθύνσεις θα δημιουργήσουν στάσιμο κύμα και παραγωγή ζευγών ηλεκτρονίων ποζιτρονίων. Λόγω των σαφώς μικρότερων διαστάσεων του σε σχέση με ένα X-FEL το σύστημα συναντάται στη βιβλιογραφία ως Table top X-ray Free Electron Laser (ή Laser X-

FEL) [46]. Ας δούμε κάποιες επιμέρους λεπτομέρειες όσον αφορά τα μέρη που αποτελούν ένα L-X-FEL

Με την ολοένα αυξανόμενη βελτίωση των χαρακτηριστικών των συστημάτων λέιζερ έχουμε φτάσει σε σημείο όπου η ένταση της ακτινοβολίας τους μπορεί επιτυχώς να παράγει σχεδόν μονοχρωματική ενεργειακά δέσμη ηλεκτρονίων μεγάλης ενέργειας αν αλληλεπιδράσει με στερεό ή αέριο στόχο. Έτσι αν χρησιμοποιήσουμε ένα λέιζερ ισχύος της τάξης του Terawatt ή του Petawatt με ένταση ακτινοβολίας της τάξης του $10^{20} - 10^{22} \text{ W/cm}^2$, διάρκεια παλμού της τάξης των 10-30 fs (femtosecond) και αλληλεπιδράσει με κατάλληλο στόχο μπορούμε να παράγουμε δέσμη ηλεκτρονίων ενέργειας περίπου 1 GeV [46], [49] [50], [51] και ολικού φορτίου 1 nC. Ο μηχανισμός παραγωγής ηλεκτρονίων με στόχο στερεό, αέριο ή πλάσμα είναι από μόνος του ένα αρκετά μεγάλης έκτασης πεδίο έρευνας και δεν θα αποτελέσει αντικείμενο αυτής της εργασίας. Περαιτέρω πληροφορίες για τους μηχανισμούς επιτάχυνσης ηλεκτρονίων μπορούν να βρεθούν μέσα από την σχετική βιβλιογραφία. [43] - [58]. Ένας από αυτούς είναι η επιτάχυνση ηλεκτρονίων που προέρχονται από αέριο στόχο, χρησιμοποιώντας μεγάλης έντασης βραχύχρονη δέσμη λέιζερ [54], [57]. Το μεγάλο ηλεκτρικό πεδίο του παλμού ιονίζει ακαριαία το αέριο μετατρέποντας σε πλάσμα την ύλη στην περιοχή που εστιάστηκε η παλμική δέσμη λέιζερ. Λόγω των δυνάμεων που ασκούνται τα ηλεκτρόνια του πλάσματος αποσπώνται αφήνοντας μια περιοχή ελεύθερη από ηλεκτρόνια που ονομάζουμε φυσαλίδα.[57],[46]. Στη συνέχεια επιστρέφουν κατά τη διεύθυνση του άξονα διάδοσης της δέσμης μετά από μισή περίοδο ταλάντωσης του πλάσματος και παγιδεύονται στη φυσαλίδα. Ένας τυπικός αριθμός ηλεκτρονίων που φυλακίζονται είναι της τάξης του 10^9 με 10^{11} . Από εκεί λόγω του θετικά φορτισμένου υπόβαθρου, δημιουργείται ισχυρό ηλεκτρικό πεδίο που επιταχύνει τα ηλεκτρόνια. Σε πειράματα που έχουν ήδη γίνει με αέριο στόχο με λέιζερ ισχύος της τάξεως των 40 TW επιτεύχθηκε η παραγωγή δέσμης ηλεκτρονίων ενέργειας 1 GeV [50], ωστόσο η δέσμη παρουσίασε φορτίο μικρότερο από την τιμή του 1 nC που επιθυμούμε. Με αέριο μεγαλύτερης πυκνότητας και με χρήση πιο ισχυρού λέιζερ και βελτιώσεις στην τεχνική παραγωγής μπορούμε να περιμένουμε πολύ καλύτερα αποτελέσματα στο άμεσο μέλλον.



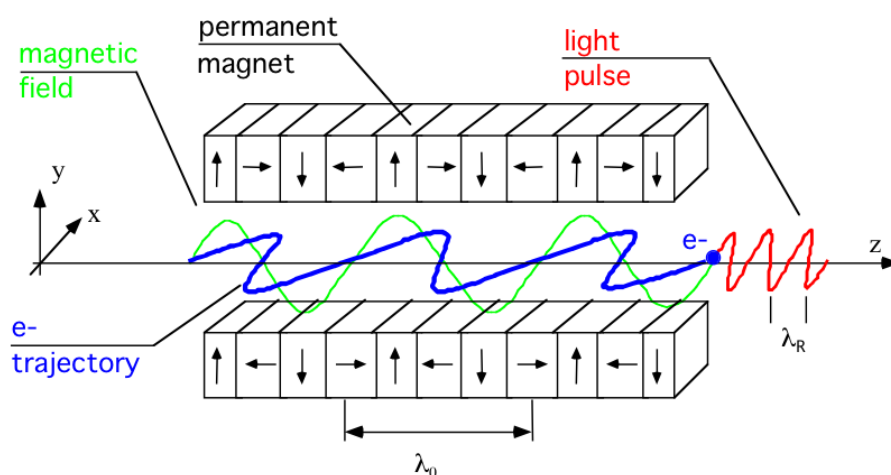
Εικόνα 3.1 Δέσμη λέιζερ υψηλής έντασης συγκρούεται με στόχο, με αποτέλεσμα την παραγωγή διαφόρων σωματίων μεταξύ αυτών και δέσμης ηλεκτρονίων.



Εικόνα 3.2 Στιγμιότυπο της πυκνότητας των ηλεκτρονίων όπως φαίνεται από προσομοιώσεις, διακρίνεται η περιοχή της φυσαλίδας

Αφού επιταχυνθούν τα ηλεκτρόνια η παραγόμενη με τον τρόπο αυτό σχετικιστική δέσμη οδηγείται σε μια διάταξη μαγνητών (winger) εναλλασσόμενου χωρικά

μαγνητικού πεδίου που αναγκάζει τα ηλεκτρόνια να ακολουθούν ημιτονοειδή τροχιά, όπως φαίνεται στην παρακάτω εικόνα



Εικόνα 3.3 Σχεδιάγραμμα της λειτουργίας μιας διάταξης wiggler με πράσινο χρώμα φαίνεται η διεύθυνση του μαγνητικού πεδίου και με μπλε η τροχιά που ακολουθούν τα ηλεκτρόνια.

Στο σύστημα αναφοράς των σχετικιστικών ηλεκτρονίων το στατικό χωρικά εναλλασσόμενο μαγνητικό πεδίο του συστήματος αναφοράς του εργαστηρίου εμφανίζεται σαν ηλεκτρομαγνητικό κύμα συγκεκριμένης συχνότητας που είναι συνάρτηση της χωρικής περιόδου του μαγνητικού στατικού πεδίου. Τα ηλεκτρόνια σκεδάζουν την ακτινοβολία και στο σύστημα του εργαστηρίου μετα από δύο μετασχηματισμούς Lorentz μετράμε ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία (ή φωτόνια) μεγάλης ενέργειας (πολύ μικρού μήκους κύματος) Πιο συγκεκριμένα έχουμε να κάνουμε με σχετικιστική σκέδαση Compton και το μήκος κύματος της ακτινοβολίας που θα πάρουμε στο σύστημα αναφοράς του εργαστηρίου στην έξοδο της διάταξης εξαρτάται από την περίοδο λ_u του wiggler, σύμφωνα με τη σχέση $\lambda = \frac{\lambda_u}{2\gamma^2}$ [45], [46].

Με γ συμβολίζουμε το συντελεστή Lorentz η σχετικιστικό παράγοντα [$\gamma=1/(1-\beta^2)^{-1/2}$, $\beta=V/c$] που για δέσμη σχετικιστική ηλεκτρονίων ισούται με το πηλίκο της ενέργειας των ηλεκτρονίων προς την ενέργεια ηρεμίας τους $\gamma = \frac{E_{beam}}{m_e c^2}$. Ως περίοδο ορίζουμε

την χωρική απόσταση μεταξύ δύο μαγνητών που έχουν ίδιας κατεύθυνσης μαγνητικό πεδίο. Τυπική τιμή της περιόδου για την διάταξη που εξετάζουμε είναι τα 5mm, τιμή που μπορεί να μεταβληθεί αν θέλουμε να παράγουμε διαφορετικό μήκος κύματος των ακτίνων X. Οι ακτίνες παράγονται με ένα μόνο πέρασμα μέσω της τεχνικής SASE

[39] κατά την οποία η δέσμη αυτοενισχύεται. Από την έξοδο του **wingler** με κατάλληλη οπτική διάταξη χωρίζουμε τη δέσμη σε δύο μέρη και φέρουμε το ένα μέρος να αλληλεπιδράσει με το άλλο ώστε να σχηματίσουμε στάσιμο κύμα, ώστε να σχηματιστούν οι κατάλληλες συνθήκες για την παραγωγή ζευγών $e^+ e^-$ με τη προσέγγιση του συντονισμού.

3.1.β Αριθμητική ανάλυση της πολυφωτονικής παραγωγής ζευγών ηλεκτρονίων ποζιτρονίων από το κενό με εφαρμογή της προσέγγισης συστήματος δύο σταθμών σε συντονισμό με τη χρήση Laser XFEL

Αφού περιγράψαμε εν συντομία τα μέρη ενός LXFEL θα προχωρήσουμε στην αριθμητική ανάλυση σύμφωνα με τις σχέσεις που εξήχθησαν από το 1^ο κεφάλαιο για να καθορίσουμε χαρακτηριστικές ποσότητες της προσέγγισης του συντονισμού. Πρώτα όμως πρέπει να αναφερθούμε στα χαρακτηριστικά της δέσμης που χρησιμοποιείται.

Το λέιζερ που θα χρησιμοποιήσουμε για την παραγωγή και επιτάχυνση των ηλεκτρονίων έχει ισχύ τάξεως 10^{22} Watt/cm², χρονική διάρκεια παλμού της τάξεως των 20fs - 30fs. Η δέσμη ηλεκτρονίων όπως έχει επιβεβαιωθεί από πρόσφατα πειράματα που έγιναν, φτάνει σε ενέργεια το 1GeV και φορτίο ηλεκτρονίων κοντά στο 1nC στόχος που δεν θα αργήσει να επιτευχθεί. Η παραγόμενη και επιταχυνόμενη δέσμη με την χρήση λέιζερ που θα εισέλθει σε έναν **wingler** με περίοδο $\lambda_u = 5\text{mm}$ αποτελεί σχετικά νέα πειραματική προσέγγιση καθώς και η ανάλυση που θα ακολουθεί.

Η εκπεμπόμενη δέσμη από την αλληλεπίδραση της σχετικιστικής δέσμης των ηλεκτρονίων με τον **wingler** θα έχει μήκος κύματος $\lambda = \frac{\lambda_u}{2\gamma^2} = 0.65 \cdot 10^{-9} \text{ m}$ ή 0.65 nm ,

όπου $\gamma = \frac{1 \times 10^3 \text{ MeV}}{0.511 \text{ MeV}} = 1960.70$. Κάθε φωτόνιο έχει ενέργεια 1.909 keV και η

χρονική διάρκεια του παλμού είναι μικρότερη των 100 fs. Επιλέγουμε περιοχή εστίασης η οποία έχει κυκλική διατομή και ακτίνα $\sigma = 100 \text{ nm}$, θεωρώντας την μέχρι σήμερα τεχνολογική ανάπτυξη που έχει πραγματοποιηθεί στα συγχροτρόνια και τα συμβατικά XFEL σε οπτικά στοιχεία στην περιοχή των ακτίνων-X. Την ισχύ που θα έχει η ακτίνα του L-XFEL την υπολογίζουμε γνωρίζοντας το συντελεστή απόδοσης,

το ποσοστό δηλαδή της ενέργειας των ηλεκτρονίων που μετατράπηκε σε ενέργεια φωτονίων ακτίνων X. Ο συντελεστής εδώ είναι περίπου στο 10%. Η ισχύς της παλμικής δέσμης των ηλεκτρονίων $P_{e\ beam}$ είναι ίση με το γινόμενο της τάσης επί την ένταση του ρεύματος.

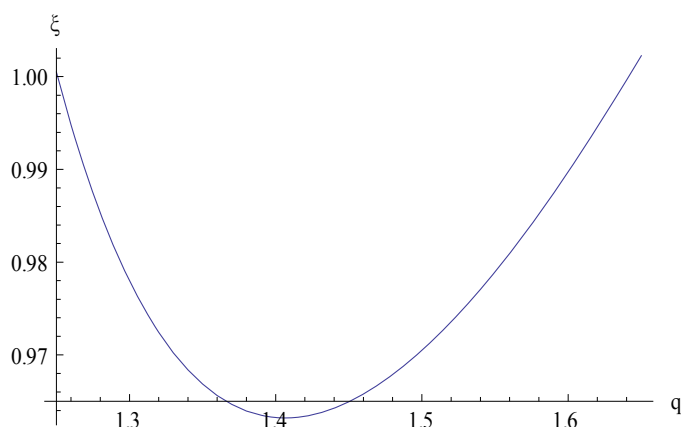
$$P_{e\ beam} = V \cdot I = 1 \times 10^9 \cdot \frac{1 \times 10^{-9} Cb}{1 \times 10^{-13} \text{ sec}} = 1 \times 10^{13} \text{ Watt}$$

Για χρονική διάρκεια παλμού 100fs η ενέργεια $E_{e\text{-beam}}$ είναι ίση με 1 Joule και για απόδοση στην έξοδο του wiggler ίση με 10%* η ενέργεια ακτινοβολίας της δέσμης θα είναι $E_{e\text{-beam}} = 0.1 \text{ Joule}$. Γνωρίζοντας την ενέργεια βρίσκουμε την ισχύ των X-ray

$$P = 1 \times 10^{12} \text{ Watt} \text{ και την ένταση } I = \frac{10^{12}}{\pi \cdot (10^{-5})^2} = 3.18 \times 10^{21} \text{ W/cm}^2. \text{ Ενώ η}$$

$$\text{ένταση του ηλεκτρικού πεδίου } \mathcal{E} \text{ δίδεται από τη σχέση } \mathcal{E} = \sqrt{\mu_o c I} = 1.09 \cdot 10^{14} \text{ V/m}$$

Καθορίζοντας τις απαραίτητες παραμέτρους που χρειάζονται, μπορούμε να προχωρήσουμε στην αριθμητική ανάλυση για να μελετήσουμε κατά πόσον μπορεί να εφαρμοστεί η προσέγγιση του συντονισμού. Αναζητούμε τα ζεύγη (h,q) που μηδενίζουν την (1.35) [35], δηλαδή το άνω όριο που μπορεί να πάρει το ξ και την ενέργεια παραγόμενων ζευγών που αντιστοιχεί. Υπενθυμίζουμε ότι η χρονική διάρκεια του παλμού είναι $\tau = 100 \text{ fs}$ και ότι αριθμός ζευγών δίνεται από τη σχέση (1.40). Σχεδιάζουμε σε μια γραφική παράσταση τα σημεία (h,q) που ικανοποιούν τη συνθήκη που θέσαμε για το ΔΕ (Γράφημα . 3.1)



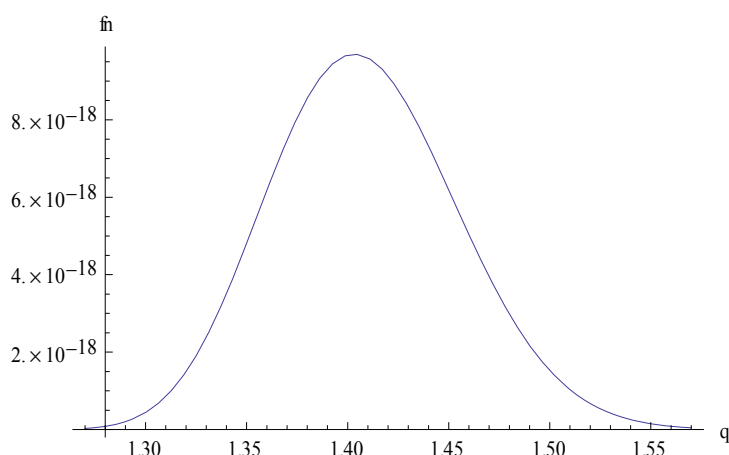
Γράφημα 3.1 Ανώτατο όριο h του ξ σαν συνάρτηση του q για $\omega = 1.909 \text{ keV}$

Ο όγκος V που συμβαίνει η παραγωγή ορίζεται όμοια με το κεφάλαιο 1

$$V = \sigma^2 \cdot (0.1\lambda)\tau = 6.5 \cdot 10^{-39} \text{ m}^3$$

Επιλέγουμε να εργαστούμε με το σημείο που βρίσκεται στο κατώτερο σημείο της καμπύλης με $(\xi, q) = (0.9532, 1.40)$. Η πολυφωτονική διαδικασία έχει τάξη $n = 750$ και η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου στην περιοχή του στάσιμου κύματος δίνεται από τη σχέση (1.16) $\mathcal{E} = 4.70 \cdot 10^{15} \text{ V/m}$

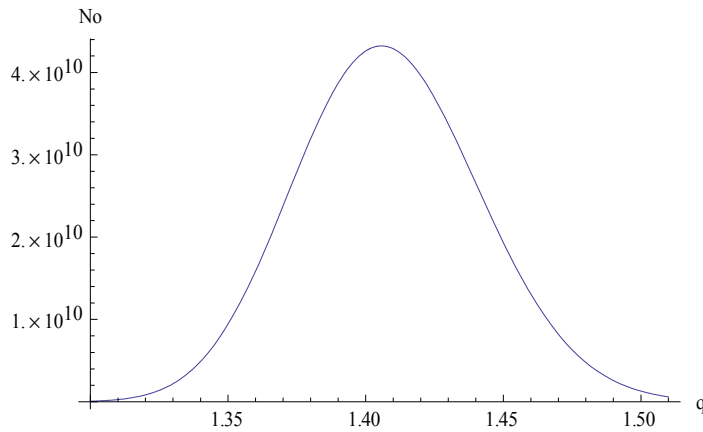
Στη συνέχεια σχεδιάζουμε την συμπεριφορά της περιβάλλουσας της f_n σε συνάρτηση με το q για $\xi = 0.9632$ (Γράφημα 3.2)



Γράφημα 3.2 Η περιβάλλουσα της f_n συναρτήσει της μονάδας της ενέργειας ηρεμίας q για $\xi = 0.9632$ και $\omega = 1.909 \text{ keV}$

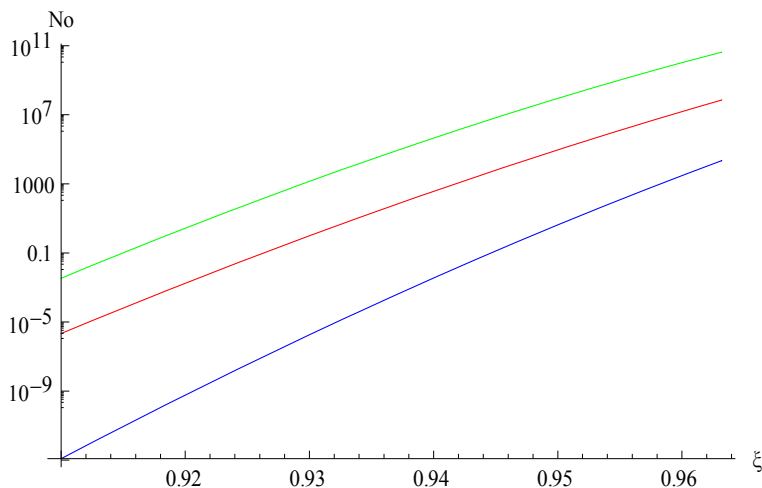
Στην περίπτωση αυτή χρησιμοποιήσαμε την κανονική μορφή της σχέσης για την f_n χωρίς να κάνουμε προσεγγίσεις της Bessel, διότι η τάξη της πολυφωτονικής επιτρέπει τον απευθείας υπολογισμό. Από τη μέγιστη τιμή της f_n συμπεραίνουμε ότι η πιο πιθανή διαδικασία έχει $q = 1.40$ όπως είχαμε αρχικά βρει και εκφράζεται από την τριάδα $(n_p, q_p, \xi) = (750, 1.40, 0.9632)$.

Ο αριθμός των σωματιδίων N_o που παράγονται συναρτήσει του q απεικονίζονται στο γράφημα 3.3 .



Γράφημα 3.3 Η περιβάλλουσα του αριθμού των παραγόμενων e^+e^- συναρτήσει της μονάδας της ενέργειας ηρεμίας q για $\xi=0.9632$ και $\omega=1.909\text{keV}$

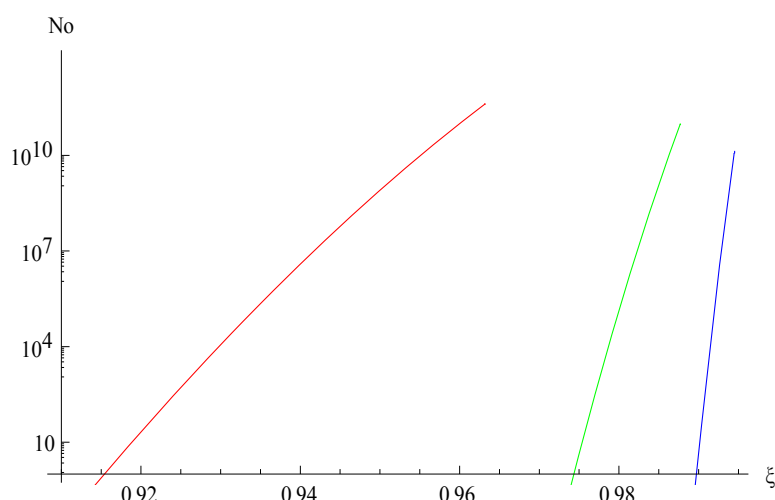
Ο πιο πιθανός αριθμός ζευγών είναι αυτός που αντιστοιχεί στο $q=1.40$ (κορυφή) και ισούται με $4.28 \cdot 10^{10}$ και χαρακτηρίζεται από τη τριάδα αριθμών $(N_p, q_p, \xi) = (4.28 \cdot 10^{10}, 1.40, 0.9632)$. Η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου παραμένει η ίδια αφού δεν μεταβάλλαμε το ξ . Εκτός από την εξάρτηση του αριθμού των παραγόμενων ζευγών από το q θα εξετάσουμε και την εξάρτηση του από το ξ (ή από την ένταση του ηλεκτρικού πεδίου που άμεσα εξαρτάται το ξ) (Γράφημα 3.4). Μαζί με την καμπύλη που αντιστοιχεί σε $q=1.40$ σχεδιάσαμε και αυτές για $q=1.30$ και $q=1.60$.



Γράφημα 3.4 Αριθμός παραγόμενων ζευγών N_o συναρτήσει του ξ (και της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου) για $\omega=1.909\text{keV}$

Από το παραπάνω παρατηρούμε ότι δεν έχουμε σημείο τομής εντός των επιτρεπτών ορίων των τιμών του ξ .

Η παραπάνω ανάλυση έγινε για ενέργεια της δέσμης των ηλεκτρονίων ίση με 1 GeV, ενέργεια που είναι επιτεύξιμη πειραματικά, ωστόσο είναι η μεγαλύτερη δυνατή μέχρι στιγμής. Για αυτό το λόγο έχει μεγάλο ενδιαφέρον να δοκιμάσουμε την προσέγγιση του συντονισμού και για άλλες μικρότερες ενέργειες της δέσμης των ηλεκτρονίων, ώστε υπολογίσουμε την παραγωγή ζευγών σε ενέργειες που είναι πολύ εύκολο να δημιουργηθούν χρησιμοποιώντας την παρούσα τεχνολογία που υπάρχει στις μεγάλες Ευρωπαϊκές εγκαταστάσεις λέιζερ. Θα ακολουθήσουμε τους ίδιους υπολογισμούς για $E_{e\text{-beam}} = 400\text{MeV}$, 200 MeV και θα σχεδιάσουμε το γράφημα του αριθμού των παραγομένων συναρτήσει του ξ και για τις τρεις περιπτώσεις.



Γράφημα 3.5 Αριθμός παραγομένων ζευγών συναρτήσει του ξ για ενέργεια ηλεκτρονίων 1GeV (κόκκινο) , 400MeV (πράσινο) και 200MeV (μπλέ).

Κάθε καμπύλη τερματίζει σε διαφορετικό ξ που είναι η μέγιστη τιμή που μπορεί να πάρει και βρίσκεται από την απαίτηση να διατηρείται η ενέργεια. Για 1GeV η πολυφωτονική τάξη είναι 750, για 400 MeV είναι 4723 και για 200 MeV 18833.

Επιπλέον συγκεντρώσαμε στον παρακάτω πίνακα τις παραμέτρους της δέσμης λέιζερ

Ενέργεια Ηλεκτρονίων $E_{e\text{-beam}}$	Μήκος κύματος XFEL laser (nm)	Ενέργεια φωτονίου (eV)	Αριθμός φωτονίων	Ένταση ηλεκτρικού πεδίου (V/m)
1 GeV	0.65	1909	$3.27 \cdot 10^{13}$	$4.7 \cdot 10^{15}$
400 MeV	4.06	305	$6.54 \cdot 10^{13}$	$7.8 \cdot 10^{14}$
200 MeV	16.3	76	$1.63 \cdot 10^{14}$	$1.9 \cdot 10^{14}$

Στους παραπάνω υπολογισμούς θεωρήσαμε ότι το φορτίο της δέσμης των ηλεκτρονίων είναι για την ενέργεια του 1 GeV περίπου ίσο με 1nC, ενώ στα 400 και 200 MeV 0.4 nC και 0.2 nC αντίστοιχα. Αυτές οι τιμές επελέγησαν για να έχουμε ικανοποιητική ένταση του ρεύματος της δέσμης των ηλεκτρονίων. Από τα στοιχεία που συγκεντρώσαμε παρατηρούμε ότι μπορούμε αν ελαττώσουμε την ενέργεια της δέσμης να έχουμε ανάλογα αποτελέσματα με την αρχική ενέργεια του 1 GeV. Μάλιστα ο αριθμός των παραγόμενων $e^+ e^-$ είναι της ίδιας τάξης για τις ενέργειες του 1 GeV και των 400 MeV. Επιβεβαιώνουμε για μια ακόμα φορά ότι οι μεγάλης τάξης πολυφωτονικές διαδικασίες (4723 έναντι 750) είναι σχετικά αποδοτικότερες και με το αποτέλεσμα αυτό ενισχύεται η χρήση σχετικά μικρότερης ενέργειας σχετικιστικής δέσμης ηλεκτρονίων. Ειδικότερα αν συγκριθεί με τα αντίστοιχα αποτελέσματα της εφαρμογής της προσέγγισης του συντονισμού με ένα σύστημα λέιζερ που εκπέμπει στο ορατό, η πολυφωτονική τάξη είναι τρεις τάξεις χαμηλότερη, γεγονός που ενθαρρύνει τη χρήση μιας τέτοιας διάταξης για πειραματική εφαρμογή του συντονισμού.

2^η Ενότητα

3.2α. Πολυφωτονική παραγωγή $e^+ e^-$ από το κενό με τη χρήση της προσέγγισης του συντονισμού σε ένα σύστημα δυο σταθμών, από μια διάταξη ανάλογη του πειράματος E144

Η δεύτερη διάταξη που θα εξεταστεί βασίζεται στη διάταξη με την οποία πραγματοποιήθηκε το πείραμα E144 στο Stanford Linear Accelerator Center (SLAC) που ιστορικά είναι η πρώτη πειραματική επιβεβαίωση του φαινομένου της παραγωγής ηλεκτρονίων ποζιτρονίων από αλληλεπίδραση φωτονίου-φωτονίου [28], [62],[63].

Αρχίζουμε με μια σύντομη παρουσίαση του πειράματος E144, θα συνεχίσουμε με την διάταξη που χρησιμοποιούμε και θα ολοκληρώσουμε την ενότητα με τα αποτελέσματα της χρήσης της προσέγγισης του συντονισμού πάνω στη προτεινόμενη διάταξη.

Η αντίδραση που εκφράζει την αλληλεπίδραση δύο φωτονίων γράφηκε πρώτη φορά από τους Breit - Wheeler και είναι η εξής [28]:

$$\omega + \omega' \rightarrow e^+ e^- \quad (3.1)$$

Η πυκνότητα πιθανότητας για αυτή την αντίδραση είναι [62]

$$W_1 = 2\rho_\omega \rho_{\omega'} \sigma_{BW} = 2\pi r_0^2 \frac{m^2}{\omega\omega'} \rho_\omega \rho_{\omega'} \left\{ \left(2 + \frac{2m^2}{\omega\omega'} - \frac{4}{(\omega\omega')^2} \right) \tanh^{-1} \sqrt{1 - \frac{m^2}{\omega\omega'}} - \sqrt{1 - \frac{m^2}{\omega\omega'}} \left(1 + \frac{m^2}{\omega\omega'} \right) \right\} \quad (3.2)$$

Όπου σ_{BW} είναι η ενεργός διατομή της αντίδρασης, ω, ω' οι ενέργειες των δύο φωτονίων και $\rho_\omega, \rho_{\omega'}$ οι πυκνότητες των δύο φωτονίων που αλληλεπιδρούν. Ακόμη r_0 είναι η κλασσική ακτίνα του ηλεκτρονίου και m η μάζα των παραγόμενων σωματιδίων. Για ισχυρά H/M πεδία η παραπάνω αντίδραση μπορεί να πραγματοποιηθεί όταν η παράμετρος η είναι μεγαλύτερη της μονάδας, με

$$\eta = \frac{e\mathcal{E}_o}{mc\omega'} \quad (3.3)$$

Όπως διαπιστώνουμε είναι ίδια με την παράμετρο ξ . Επιπλέον αυτή η διαδικασία μπορεί να πραγματοποιηθεί με περισσότερα του ενός φωτόνια οπότε μπορούμε να μιλάμε για πολυφωτονική διαδικασία που θα την ονομάσουμε Πολυφωτονική παραγωγή ζευγών Breit Wheeler (Multiphoton Breit Wheeler pair production MBWPP) και θα εκφράζεται από την αντίδραση

$$\omega + n\omega' \rightarrow e^+ e^- \quad (3.4)$$

Όπου n είναι ο αριθμός των φωτονίων που αλληλεπιδρούν με ένα φωτόνιο υψηλής ενέργειας. Η ενεργός διατομή για την MBWPP είναι:

$$\frac{dW_n(E_\pm)}{dE_\pm} = \frac{2\pi r_0^2 m^2 \rho_{\omega'} \rho_\omega}{\eta^2 \omega \omega'^2} \left\{ \eta^2 (2u-1) [J_{n-1}^2(z) + J_{n+1}^2(z) - 2J_n^2(z)] + 2J_n^2(z) \right\} \quad (3.5)$$

$$\text{Όπου} \quad z = \frac{2\eta}{u_1} \sqrt{\frac{u(u_n - u)}{1 + \eta^2}}$$

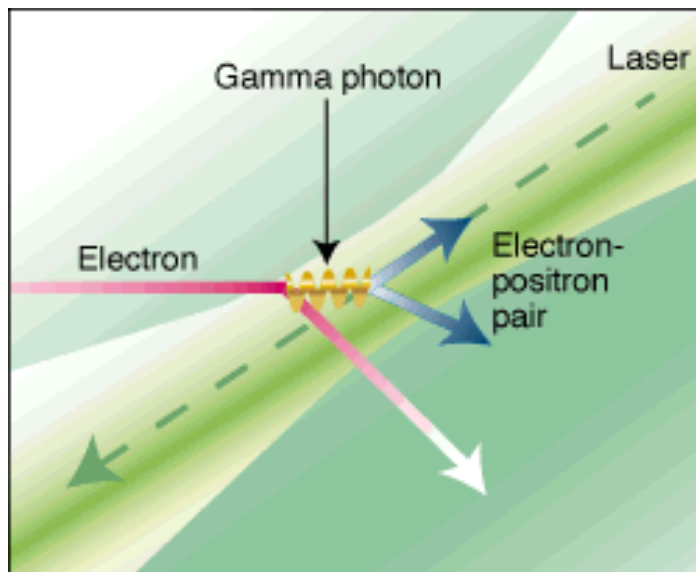
$$u = \frac{(k \cdot k')^2}{4(k \cdot p)(k \cdot p')} \simeq \frac{\omega'^2}{4\mathcal{E}_\pm(\omega' - \mathcal{E}_\pm)}$$

$$u_1 = \frac{(k \cdot k')}{2m^{*2}} \simeq \frac{\omega\omega'(1 + \beta \cos a)}{2m^2(1 + \eta^2)}$$

$$u_n = nu_1,$$

k και k' είναι τα τετραδιανύσματα της ορμής των φωτονίων,
 p και p' είναι οι τετραορμές των παραγόμενων σωματιδίων,
 a είναι η γωνία αλληλεπίδρασης των δύο δεσμών.

Η διαδικασία παραγωγής ζευγών στο πείραμα χωρίζεται σε δύο βασικά στάδια (Εικόνα 3.3) : Στο πρώτο η δέσμη ενός λέιζερ αλληλεπιδρά με μια δέσμη ηλεκτρονίων (Μη γραμμική σκέδαση Compton, Non Linear Compton Scattering) με αποτέλεσμα την παραγωγή φωτονίων γ υψηλής ενέργειας. Στο δεύτερο τα φωτόνια που παρήχθησαν από το πρώτο στάδιο αλληλεπιδρούν με τα φωτόνια της δέσμης του λέιζερ και παράγουν ηλεκτρόνια – ποζιτρόνια ακολουθώντας την MBWPP

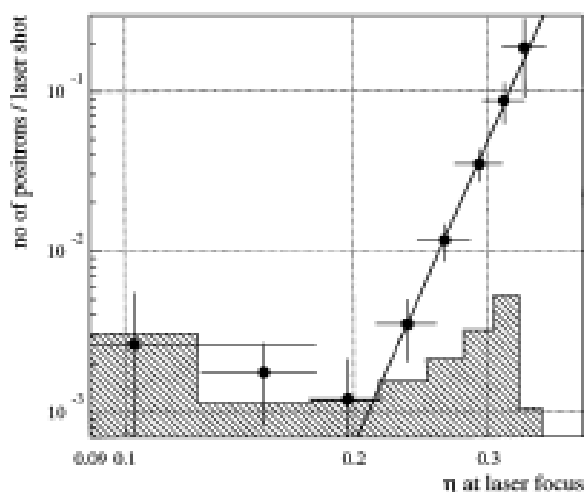


Εικόνα 3.3 Παραγωγή ζευγών ηλεκτρονίων ποζιτρονίων από την αντίδραση φωτονίων γ με φωτόνια της δέσμης του λέιζερ. Τα φωτόνια γ προέρχονται από τη σκέδαση φωτονίων του λέιζερ από τα ηλεκτρόνια.

Η μέγιστη ενέργεια των ηλεκτρονίων για τη διάταξη του SLAC ήταν 46.6 GeV και των οπισθοσκεδαζόμενων φωτονίων λέιζερ 29.9 GeV με μήκος κύματος 527 nm [28],[62]. Η γωνία αλληλεπίδρασης των δύο δεσμών είναι 17°. Η δέσμες είναι υπό γωνία ώστε να μπορέσουμε να μελετήσουμε την αντίδραση σε ένα σύστημα αναφοράς όπου υπάρχει μόνο ηλεκτρικό πεδίο. Αν διαδίδονται παράλληλα δεν

υπάρχει η δυνατότητα να εμφανιστούν μη γραμμικά φαινόμενα και επομένως παραγωγή ζευγών.

Τα αποτελέσματα του πειράματος ήταν ότι παρατηρήθηκαν 175 ± 13 ποζιτρόνια σε 21962 παλμούς του λέιζερ. Η εξάρτηση της παραγωγής ποζιτρονίων R με την παράμετρο η φαίνεται στη παρακάτω εικόνα 3.4

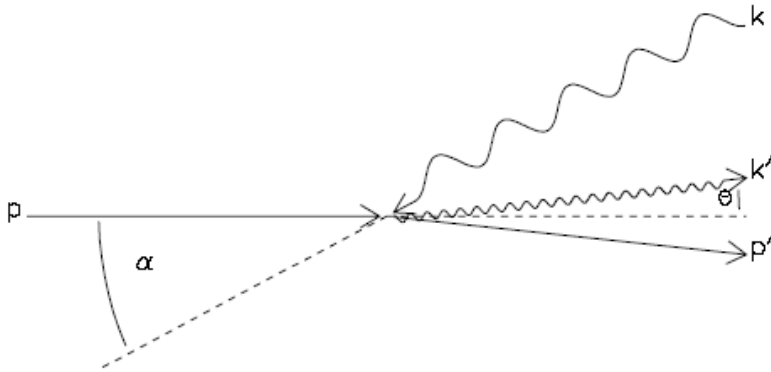


Εικόνα 3.4 : Ο αριθμός των ποζιτρονίων που παράγονται από έναν παλμό λέιζερ συναρτίζεται της παραμέτρου η που χαρακτηρίζει την ένταση του πεδίου. Η σκιαγραφημένη περιοχή είναι ο θόρυβος στη μέτρηση των ποζιτρονίων. Παρατηρούμε ότι οι μετρήσεις μπορούν να θεωρηθούν πολύ μεγαλύτερες από το θόρυβο, συνεπώς μπορούν να ερμηνευθούν ως δίδυμη γένεση από το κενό με την αλληλεπίδρασή με το Η/Μ πεδίο του λέιζερ.

Η γραμμή που χαράχτηκε για να προσεγγίσει τα δεδομένα του πειράματος έχει συμπεριφορά νόμου δύναμης και πιο συγκεκριμένα της μορφής $R \propto \eta^{2n}$. Η πολυφωτονική τάξη n είναι ίση 5.1 ± 0.2 . Δηλαδή 5 φωτόνια της δέσμης αντέδρασαν με ένα φωτόνιο της σκεδαζόμενης δέσμης για την δημιουργία ενός ζεύγους ηλεκτρονίου ποζιτρονίου. Ο ρυθμός παραγωγής ποζιτρονίων είναι εμφανώς μη γραμμικός και μεταβάλλεται ανάλογα με την πέμπτη δύναμη της έντασης του λέιζερ. Αυτά ήταν εν συντομία τα βασικά συμπεράσματα του E144.

Στη συνέχεια γίνεται περιγραφή της προτεινόμενης διάταξης που θα χρησιμοποιηθεί για μελλοντικό πείραμα σε αυτή την ενότητα. Μπορούμε να την χωρίσουμε δύο βασικές φάσεις. Η πρώτη φάση αφορά την παραγωγή και επιτάχυνση ηλεκτρονίων σε σχετικιστική ταχύτητα με την χρήση βραχύχρονης δέσμης λέιζερ μεγάλης έντασης. Η δεύτερη φάση αφορά την εστίαση δέσμης λέιζερ που προέρχεται από το ίδιο σύστημα μεγάλης ισχύος λέιζερ που θα αλληλεπιδράσει με την σχετικιστική δέσμη των ηλεκτρονίων κατόπιν χώρο-χρονικού συγχρονισμού των δύο

δεσμών. Αναφερόμεθα όπως και προηγουμένως σε δέσμη ηλεκτρονίων με ενέργεια 1 GeV που παράγεται από ισχυρό λέιζερ έντασης $I=10^{20}$ W/cm² και ενέργειας φωτονίων του 1 eV. Η βασική ιδέα για την χρήση αυτής της πειραματικής διάταξης είναι ότι στο σύστημα αναφοράς των ηλεκτρονίων το ηλεκτρικό πεδίο καθώς και η ενέργεια των φωτονίων είναι σχετικά πολύ μεγάλα με αποτέλεσμα την βελτίωση της απόδοσης παραγωγής ζευγών. Η γεωμετρία της σκέδασης δίνεται από την εικόνα 3.5:



Εικόνα 3.5 Η γεωμετρική εικόνα της μη γραμμικής σκέδασης Compton.

Αν εξετάσουμε το φαινόμενο με σύστημα αναφοράς το σύστημα του εργαστηρίου τότε η ενέργεια του σκεδαζόμενου φωτονίου δίνεται από τη σχέση [62]

$$\omega' \simeq \frac{2n(k \cdot p)\mathcal{E}}{m^{*2} + 2n(k \cdot p) + \mathcal{E}^2\theta^2}$$

όπου $(k \cdot p) = \mathcal{E}\omega(1 + \cos a)$. Η ενέργεια του οπισθοσκεδαζόμενου φωτονίου εξαρτάται από την παράμετρο ξ μέσω του όρου m^* . Για γωνία $\theta=0$ η ενέργεια γίνεται μέγιστη. Εμείς εκμεταλλευόμενοι το αναλλοίωτο του φαινομένου ως προς το σύστημα αναφοράς, επιλέγουμε να εργαστούμε στο σύστημα αναφοράς των ηλεκτρονίων. Αυτά λόγω της σχετικιστικής κίνησης τους θα «δουν» ένα μετασχηματισμένο πεδίο σε ένταση και ενέργεια φωτονίου (φαινόμενο Doppler). Ο μετασχηματισμός γίνεται μέσω του σχετικιστικού συντελεστή Lorentz γ_L . Με αυτό το σκεπτικό τα ηλεκτρόνια βλέπουν ένα μετασχηματισμένο H/M πεδίο με ένταση

$$\mathcal{E}^* = \gamma_L \mathcal{E}_{laserlab} = \gamma_L \sqrt{\mu_o c I} \quad (3.6)$$

$$\text{με } \gamma_L = \frac{E_{e-beam}}{m_e c^2} = \frac{1 GeV}{0.511 MeV} = 1956.95 .$$

Στο σύστημα του εργαστηρίου η ένταση του λέιζερ είναι $I=1 \cdot 10^{20} \text{ W/m}^2$ και από την (3.6) $\mathcal{E}=2.110^{11} \text{ V/cm}$.

Η μετασχηματισμένη ενέργεια των φωτονίων στο σύστημα των ηλεκτρονίων E_{photons}^* δίνεται από τη σχέση $E_{\text{photons}}^* = \gamma_L E_{\text{photons}}$.

E_{photons} είναι η ενέργεια των φωτονίων στο σύστημα αναφοράς του εργαστηρίου.

Έτσι έχουμε $E_{\text{photons}}^* = 1956.95 \cdot 1 \text{ eV} = 1.956 \text{ keV}$ ενέργεια που βρίσκεται στην περιοχή των ακτίνων X.

Το μήκος κύματος της μετασχηματισμένης ακτινοβολίας ισούται με $\lambda = \frac{c}{\hbar \omega} = 0.1 \text{ nm}$.

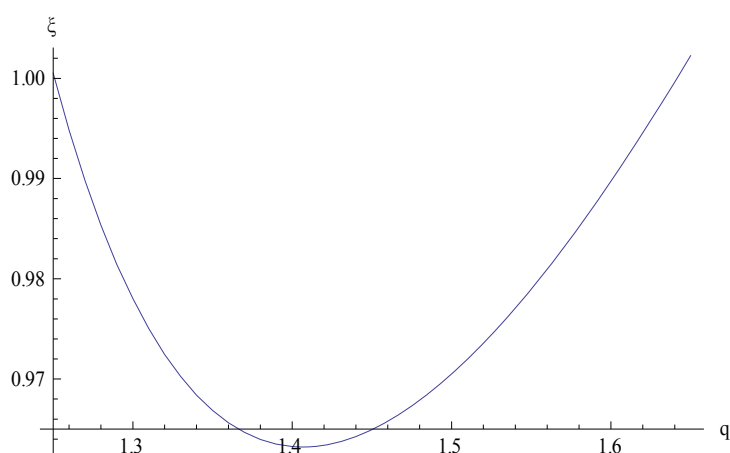
Για να εργαστούμε με την προσέγγιση του συντονισμού πρέπει να ισχύει η συνθήκη $E^2 - H^2 > 0$ [6]. Η ιδανικότερη περίπτωση για να ισχύει αυτή, είναι το φαινόμενο να συμβαίνει μέσα στην περιοχή που σχηματίζεται ένα στάσιμο κύμα, καθώς εκεί η ένταση του μαγνητικού πεδίου μηδενίζεται και η σχέση γίνεται $E^2 > 0$. Με αυτή τη τεχνική δημιουργήσαμε τις προϋποθέσεις για να παράξουμε ζεύγη ηλεκτρονίων – ποζιτρονίων μέχρι τώρα. Ωστόσο δεν είναι αναγκαίο να φτάσουμε στην ακραία ιδανική περίπτωση. Στο E144 και στη διάταξη που προτείνουμε δεν έχουμε στάσιμο κύμα, αλλά αν εργαστούμε στο σύστημα αναφοράς των ηλεκτρονίων η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου παίρνει μεγάλες τιμές, ($\sim 10^{16} \text{ V/m}$) και η σχέση $\mathcal{E}^2 - H^2 > 0$ ικανοποιείται. Επομένως μπορεί να συμβεί πολυφωτονική παραγωγή ζευγών παρουσία ισχυρού ηλεκτρικού πεδίου. Αυτό που μας ενδιαφέρει στη συνέχεια είναι η περίπτωση της πολυφωτονικής παραγωγής ζευγών αντιμετωπίζοντας το κενό ως σύστημα δύο σταθμών σε συντονισμό. Η ένταση της δέσμης στο σύστημα των ηλεκτρονίων I^* είναι $I^* = \frac{1}{\mu_0 c} (\mathcal{E}^*)^2 = 7.56 \cdot 10^{26} \text{ W/cm}^2$ Η ένταση του ηλεκτρικού

πεδίου για το ίδιο σύστημα είναι $\mathcal{E}^* = 5.37 \times 10^{14} \text{ V/cm}$. Ο αριθμός των φωτονίων στα δύο συστήματα αναφοράς είναι ίσος. Από την ένταση I του λέιζερ που χρησιμοποιούμε ($1 \cdot 10^{20} \text{ W/cm}^2$) και γνωρίζοντας τις διαστάσεις που εστιάζουμε τη δέσμη ($r = 50 \mu\text{m}$) και τη χρονική διάρκεια του παλμού (10 fs) βρίσκουμε την ενέργεια ανά παλμό την οποία διαιρούμε με τη ενέργεια ενός φωτονίου και υπολογίζουμε τον αριθμό των φωτονίων. $E = I \cdot \pi \cdot r^2 \cdot \tau = 15.7 \text{ J}$. και ο αριθμός φωτονίων ενέργειας 1eV είναι $9.8 \cdot 10^{19}$. Αυτές οι τιμές αφορούν το σύστημα αναφοράς του εργαστηρίου. Αν μεταβούμε στο σύστημα αναφοράς των ηλεκτρονίων

τότε η ενέργεια είναι ίση με το γινόμενο του αριθμού των φωτονίων με την μετασχηματισμένη ενέργεια του φωτονίου που είναι 1.956 keV.
 $E^* = 9.8 \times 10^{19} \cdot 1956 = 30713 J$.

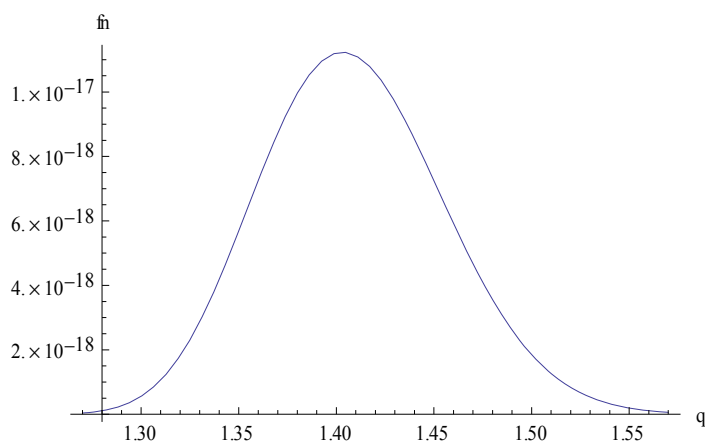
Στη συνέχεια θα προχωρήσουμε στην αριθμητική ανάλυση για την εφαρμογή της προσέγγισης του συντονισμού.

Αναζητούμε τα ζεύγη (h,q) για τα οποία η εξίσωση (1.35) γίνεται μηδέν. Η ενέργεια που εισάγουμε στη σχέση είναι η $E^* = 30713 J$. Ο όγκος του λαμβάνει χώρα το φαινόμενο της παραγωγής παραμένει $V = \sigma^2 \cdot (0.1\lambda)\tau$, όπου $\lambda = 0.1 \text{ nm}$, $\sigma = 50 \mu\text{m}$ και $\tau = 10^{-14} \text{ s}$. Η ακτίνα της διατομής σ και ο χρόνος τ παρέμειναν σταθερές κατά την αλλαγή συστήματος καθώς το γινόμενο τους δεν αλλάζει λόγω σχετικιστικών φαινομένων. Στο γράφημα 3.6 απεικονίζονται οι τιμές αυτές που μηδενίζουν την εξίσωση.



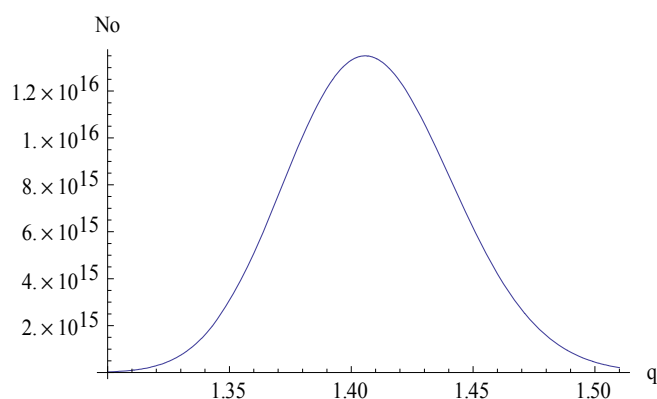
Γράφημα 3.6 Άνω όριο $h(\xi)$ συναρτήσει του q για $\omega = 1.956 \text{ keV}$

Επιλέγουμε το σημείο με $(\xi, q) = (0.9632, 1.41)$ που βρίσκεται στο κατώτερο σημείο της καμπύλης. Η τιμή του q αντιστοιχεί σε πολυφωτονική διαδικασία τάξης $n=735$. Η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου στην περιοχή της παραγωγής είναι $4.88 \cdot 10^{15} \text{ V/m}$. Η συνάρτηση f_n συναρτήσει του q φαίνεται από την παρακάτω γραφική (Γράφημα 3.7).



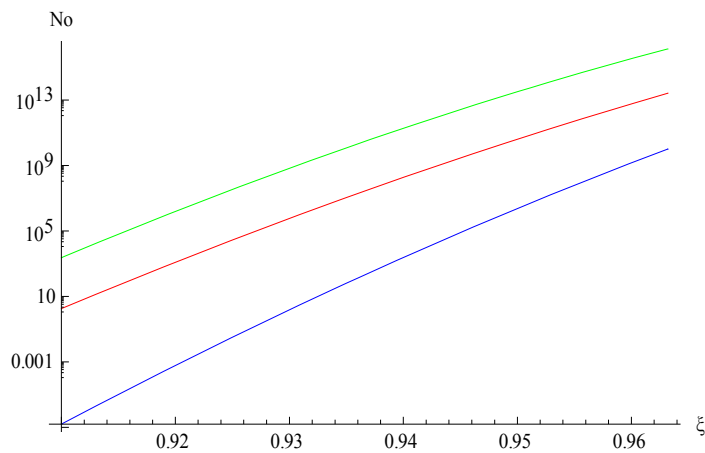
Γράφημα 3.7 Η περιβάλλουσα της f_n συναρτήσεως της μονάδας της ενέργειας ηρεμίας q για $\xi=0.9625$ και $\omega=1.956$ keV.

Η συνάρτηση έχει μέγιστο για $q=1.41$ και η πιο πιθανή διαδικασία χαρακτηρίζεται από τη τριάδα αριθμών $(n_p, q_p, \xi)=(735, 1.41, 0.9632)$. Στη συνέχεια θα εξετάσουμε τον παραγόμενο αριθμό σωματιδίων N_o συναρτήσεως του q ώστε υπολογίσουμε τον πιο πιθανό αριθμό ηλεκτρονίων ποζιτρονίων. Σχεδιάζουμε την αντίστοιχη της παραπάνω παράστασης του αριθμού N_o συναρτήσεως του q . (Γράφημα 3.8)



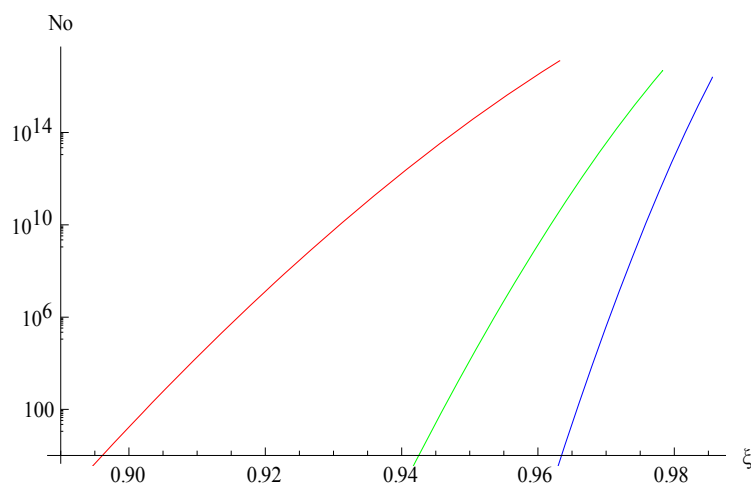
Γράφημα 3.8 Η περιβάλλουσα του αριθμού ζευγών N_o συναρτήσεως της μονάδας της ενέργειας ηρεμίας q για $\xi=0.9625$ και $\omega=1.956$ keV.

Τα παραγόμενα ζεύγη για την πιο πιθανή διαδικασία με $q=1.41$ είναι $1.33 \cdot 10^{16}$ (κορυφή της καμπύλης) και εκφράζεται με το γνωστό ήδη συμβολισμό $(N_p, q_p, \xi) = (1.33 \cdot 10^{16}, 1.41, 0.9625)$. Τελειώνοντας, θα δούμε πως μεταβάλλεται ο αριθμός N_o συναρτήσεως του ξ και συνεπώς της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου (Γράφημα 3.9), για $q=1.41$ και για δύο άλλες τιμές, μια με μεγαλύτερο q (1.47) και μια με μικρότερο (1.35).



Γράφημα 3.9 Αριθμός παραγομένων ζευγών N_o συναρτήσει του ξ για $q=1.41$ (πράσινη γραμμή) , 1.35 (κόκκινη γραμμή) 1.47 (μπλε γραμμή). $\omega=1.956$ keV

Ολοκληρώσαμε τους αριθμητικούς υπολογισμούς για την περίπτωση που η ενέργεια των ηλεκτρονίων είναι στο 1 GeV. Θα συνεχίσουμε την ανάλυση αυτή και για μικρότερες ενέργειες της δέσμης των ηλεκτρονίων. Αυτό γίνεται καθώς είναι πιο εύκολο πειραματικά να πετύχει κανείς ενέργειες των 200 ή 400 MeV και επομένως ένα πείραμα που διεξάγεται σε αυτές τις ενέργειες εκτιμούμε ότι θα έχει μεγάλο ενδιαφέρον, εφόσον μπορεί να έχει καλή απόδοση στη δημιουργία ζευγών. Όπως και για την προηγούμενη ενότητα θα παρουσιάσουμε τα αποτελέσματα μέσω του λογαριθμικού γραφήματος του αριθμού των παραγομένων ζευγών συναρτήσει του ξ .



Γράφημα 3.10 Αριθμός παραγομένων ζευγών N_o συναρτήσει του ξ για ενέργεια ηλεκτρονίων 1 GeV (κόκκινο) , 400 MeV (πράσινο) και 200 MeV (μπλέ).

Οι παράμετροι της δέσμης δίνονται στον παρακάτω πίνακα (στο σύστημα των ηλεκτρονίων)

Ενέργεια Ηλεκτρονίων $E_{e\text{-beam}}$	Μήκος κύματος laser (m)	Ενέργεια φωτονίου (eV)	Αριθμός φωτονίων	Ένταση ηλεκτρικού πεδίου (V/m)	
1 GeV	0.605	1909	$9.8 \cdot 10^{19}$	$4.7 \cdot 10^{15}$	
400 MeV	1.5	782	$9.8 \cdot 10^{19}$	$7.8 \cdot 10^{14}$	
200 MeV	3	391.3	$9.8 \cdot 10^{19}$	$1.9 \cdot 10^{14}$	

Παρατηρούμε ότι εδώ ότι ο αριθμός για τα παραγόμενα ζεύγη είναι είναι παρα πολύ μεγάλος και για τις τρεις ενέργειες. Οι τιμές είναι μεγαλύτερες από αυτές που υπολογίσαμε στις προηγούμενες περιπτώσεις. Αυτό κυρίως οφείλεται στο πολύ μεγάλο ηλεκτρικό πεδίο που δημιουργείται στο σύστημα αναφορά των σχετικιστικών ηλεκτρονίων και στη σχετικά μεγάλη πολυφωτονική τάξη της διαδικασίας παραγωγής ζευγών μέσω συντονισμού. Η απόδοση εμφανίζεται αισιόδοξη η επαλήθευση της οποίας μπορεί να γίνει μέσω προτεινόμενου πειράματος σε υπάρχουσες Ευρωπαϊκές εγκαταστάσεις λείζερ. Από τις καμπύλες που σχεδιάσαμε μπορούμε να προβλέψουμε τον αριθμό των σωματιδίων ανάλογα με την ένταση του ηλεκτρικού πεδίου που θα χρησιμοποιήσουμε και την αντίστοιχη ενέργεια φωτονίου. Όσο μειώνουμε την ενέργεια μειώνεται αντίστοιχα και το εύρος των ενεργειών με τις οποίες παράγονται τα ζεύγη και αυξάνεται η τάξη της πολυφωτονικής διαδικασίας. Αυτό είναι λογικό καθώς όσο μειώνουμε την ενέργεια των ηλεκτρονίων, μειώνεται και ο σχετικιστικός συντελεστής γ_L και αντίστοιχα και η ενέργεια των φωτονίων στο σύστημα αναφοράς της δέσμης των ηλεκτρονίων. Με το ίδιο σκεπτικό εξηγείται και η ανάλογη αύξηση στον αριθμό της πολυφωτονικής τάξης στο laser XFEL ενώ περνάμε σε χαμηλότερες ενέργειες της δέσμης των ηλεκτρονίων. Επίσης παρατηρείται μια αύξηση του συντελεστή ξ πράγμα που σημαίνει ότι και το ηλεκτρικό πεδίο έχει μεγαλύτερη τιμή, από αυτή που έχουμε για το 1 GeV.

Αν δούμε τα μήκη κύματος των φωτονίων και στα δύο συστήματα του κεφαλαίου διαπιστώνουμε πως και για τα δύο έχουμε να κάνουμε στην ουσία με πειράματα όπου τα εμπλεκόμενα στην αλληλεπίδραση φωτόνια είναι στην περιοχή των ακτίνων X, όπου μεν στη πρώτη κατασκευάζονται άμεσα μέσω του wiggler ενώ

στη δεύτερη προκύπτουν από το μετασχηματισμό που εφαρμόζεται κατά τη μετάβαση μας από το σύστημα του εργαστηρίου σε αυτό των σχετικιστικών ηλεκτρονίων. Προτιμότερη από τις δύο συγκρίνοντας τα αποτελέσματα της προσέγγισης του συντονισμού σε κάθε μια, είναι αυτή της δεύτερης ενότητας, λόγω του μεγαλύτερου αριθμού ζευγών που μπορεί να δώσει αλλά και των μικρότερων σε ένταση ηλεκτρικών πεδίων που απαιτούνται για να λάβει χώρα το φαινόμενο. Το laser XFEL μειονεκτεί λόγω του wiggler, με αποτέλεσμα να έχουμε μικρότερη ενέργεια ανά παλμό από τη δεύτερη διάταξη. Ωστόσο και οι δύο αποτελούν πάρα πολύ ενδιαφέρουσες προτάσεις για την πολυφωτονική παραγωγή ηλεκτρονίου ποζιτρονίου από το κενό θεωρώντας το σαν σύστημα δύο σταθμών. Τα χαρακτηριστικά της δέσμης μπορούν να μεταβληθούν με σχετική ευκολία αλλάζοντας την ενέργεια των ηλεκτρονίων και κατ' επέκταση την ενέργεια των φωτονίων που αλληλεπιδρούν. Εκτός από αυτό μπορούμε ανάλογα με τις χωρικές διαστάσεις που επιλέγουμε να γίνει η εστίαση της δέσμης να διαμορφώσουμε την ένταση της ακτινοβολίας. Εδώ επιλέξαμε διαστάσεις της δέσμης τέτοιες ώστε να μην υπάρχει το ενδεχόμενο για μικρές ενέργειες των ηλεκτρονίων να περάσουμε το όριο περίθλασης. Ο λόγος που μπορεί να συμβεί αυτό είναι η αύξηση του μήκους κύματος, όταν επιλέγουμε μικρότερες ενέργειες των ηλεκτρονίων. Έτσι επιλέξαμε ακτίνα της δέσμης να μην είναι μεγαλύτερη από το όριο περίθλασης της δέσμης λέιζερ που παράγεται από ηλεκτρόνια ενέργειας των 200 MeV. Τέλος πρέπει να σημειωθεί οι παράμετροι των πειραμάτων επελέγησαν με σκοπό να μην είναι ακραίες αλλά τυπικές τιμές ώστε τα αποτελέσματα που πήραμε να είναι όσο γίνεται πιο ρεαλιστικά και άμεσα εφαρμόσιμα για πειράματα.

Συμπεράσματα

Συνοψίζοντας το τρίτο κεφάλαιο παρουσιάσαμε δύο προτάσεις για την μελέτη της παραγωγής ηλεκτρονίου ποζιτρονίου από το κενό, που ξεκινούν από την δημιουργία δέσμης ηλεκτρονίων υψηλής ενέργειας και στη συνέχεια είτε με το πέρασμα της από διάταξη μαγνητών δίνει δέσμη λέιζερ στη περιοχή των ακτίνων X όπως έγινε με το LXFEL, είτε σκεδάζει δέσμη από λέιζερ που εκπέμπει στο ορατό και με αλλαγή συστήματος αναφοράς έχουμε φωτόνια υψηλότερης ενέργειας και δέσμη μεγαλύτερης ισχύος όπως έγινε στο πείραμα E144.

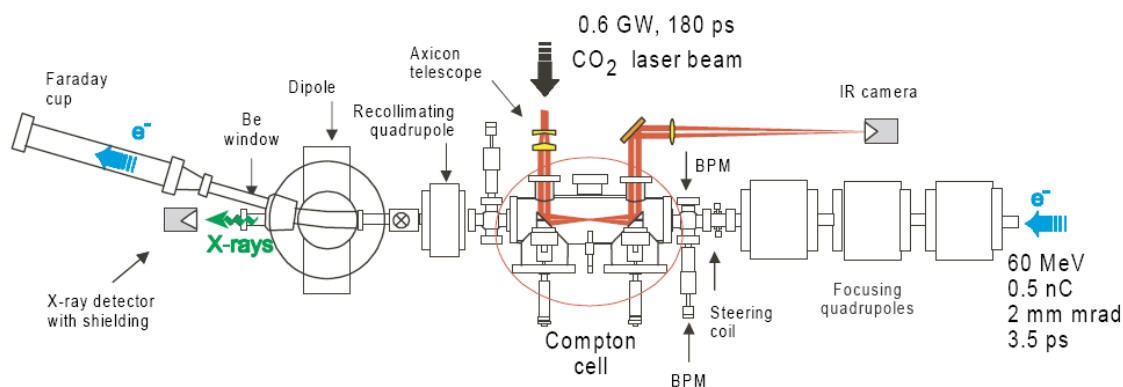
Εφαρμόσαμε την προσέγγιση του συντονισμού στο LXFEL σε περιοχή που σχηματίζεται στάσιμο κύμα όπως δηλαδή και στα δύο προηγούμενα κεφάλαια και υπολογίσαμε ότι θα έχουμε για την πιο πιθανή διαδικασία αριθμό ζευγών $4.2 \cdot 10^{10}$ για ενέργεια δέσμης των ηλεκτρονίων 1 GeV και πολυφωτονική τάξη 750. Η ενέργεια του 1 GeV είναι η μεγαλύτερη μέχρι στιγμής ενέργεια που μπορούμε να πετύχουμε από επιτάχυνση με σύστημα λέιζερ, οπότε θεωρήσαμε σημαντικό να επαναλάβουμε την διαδικασία για μικρότερες ενέργειες των ηλεκτρονίων. (400 και 200 MeV). Ο αριθμός ζευγών δεν παρουσίασε μεγάλη μεταβολή αφού βρέθηκε της ίδιας τάξης 10^8 στα 400 MeV και μια με δύο τάξεις μικρότερος στα 200 MeV. Η τάξη των πολυφωτονικών διαδικασιών που απαιτούνται και η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου αυξήθηκαν καθώς ελαττώνεται η ενέργεια. Αυτό δεν αποτελεί μειονέκτημα αλλά αποτελεί ένδειξη ότι σε αυτές τις περιπτώσεις το φαινόμενο αποκτά ακόμα πιο έντονο πολυφωτονικό χαρακτήρα.. Επομένως και σε αυτές τις ενέργειες μπορούμε να επιβεβαιώσουμε την παραγωγή ηλεκτρονίου ποζιτρονίου με απόδοση αντίστοιχη ενός οπτικού συστήματος ή ενός XFEL. Το πιο σημαντικό είναι ότι οι απαιτήσεις των διατάξεων δεν είναι απαγορευτικές , δηλαδή δεν απαιτούν εγκαταστάσεις που πιθανώς να υπάρχουν σε λιγοστά μέρη στο κόσμο, όπως πχ το XFEL,

Καλύτερα αποτελέσματα είχαμε με το δεύτερο πείραμα που βασίζεται στην ιδέα του E144, για την ενέργεια του 1 GeV η παραγωγή ζευγών βρέθηκε να είναι $1.33 \cdot 10^{16}$, μεγαλύτερη από την αντίστοιχη του LXFEL. Καθώς χρησιμοποιούμε χαμηλότερες ενέργειες ο αριθμός ζευγών μειώνεται μέχρι την κατώτερη τιμή του 10^{14} για ενέργεια των 200 MeV και ταυτόχρονα αυξάνεται ο αριθμός της πολυφωτονικής τάξης. Η πιο αυξημένη απόδοση που παρατηρούμε οφείλεται στο σχετικά πολύ μεγάλο ηλεκτρικό πεδίο σε συνδυασμό με την μεγαλύτερη ενέργεια ανά παλμό που παρουσιάζεται στο σύστημα των σχετικιστικών ηλεκτρονίων στο οποίο εργαζόμαστε όπου η ένταση της δέσμης είναι περίπου 10^{26} W/cm². Στο LXFEL μόνο το 10% της αρχικής ενέργειας μετατρέπεται σε ενέργεια λέιζερ ακτίνων X.

Αναπόφευκτη είναι η σύγκριση των διατάξεων της ενότητας με το XFEL και το λέιζερ που χρησιμοποιήσαμε στο 1^ο κεφάλαιο που εκπέμπει στο ορατό. Εκτός του ότι δεν απαιτούν πολύ ιδιαίτερες διατάξεις για να πραγματοποιηθούν όπως έχουμε ήδη πει πετυχαίνοντας ανάλογες επιδόσεις , από άποψη διαστάσεων το λέιζερ ελευθέρων ηλεκτρονίων που βασίζεται σε λέιζερ ως επιταχυντή έχει κατά πολύ μικρότερες διαστάσεις από αυτό που χρησιμοποιεί γραμμικό επιταχυντή. Αυτό συνεπάγεται μικρότερο λειτουργικό κόστος, το οποίο παίζει σημαντικό ρόλο στην υλοποίηση μιας

πρότασης. Επιπλέον ο μηχανισμός επιτάχυνσης με λέιζερ δίνει επιπλέον δυνατότητες στον καθορισμό της τελικής δέσμης λέιζερ, ως προς την ενέργειά της, από τη στιγμή που μπορούμε να επιλέξουμε την αρχική ενέργεια των ηλεκτρονίων. Οπότε αν θέλουμε να προτείνουμε μια διάταξη ως προτιμότερη λόγω τεχνικών πλεονεκτημάτων και απόδοσης θα επιλέξουμε το ανάλογο με το E144 πείραμα χωρίς αυτό να σημαίνει ότι τα άλλα πειράματα είναι δύσκολο να επιτευχθούν, αν και σε όλα ο κάθε ερευνητής καλείται να ξεπεράσει τις όποιες δυσκολίες στην ρύθμιση της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου στις τιμές που απαιτούνται για να έχουμε συντονισμό.

Πριν κλείσουμε το κεφάλαιο θα αναφερθούμε σε μια άλλη μέθοδο που υπάρχει στη διεθνή βιβλιογραφία και αφορά την παραγωγή ακτίνων X από σκέδαση δέσμης λέιζερ CO₂ από δέσμη ηλεκτρονίων από τους Pogorelsky et al [64], [65]. Χρησιμοποιήθηκε ένα λέιζερ CO₂, ισχύος 0.6GW, χρονικής διάρκειας παλμού 180 ps και δέσμη ηλεκτρονίων ενέργειας 60MeV, φορτίου 0.6 nC και χρονικής διάρκειας 3.5 ps. Με τη διάταξη του παρακάτω σχήματος, η δέσμη του λέιζερ αλληλεπιδρά μετωπικά με τη δέσμη των ηλεκτρονίων



Εικόνα 3.6 Σχεδιάγραμμα της διάταξης της παραγωγής ακτίνων X από σκέδαση δέσμης λέιζερ σε δέσμη ηλεκτρονίων.

και τα φωτόνια οπισθο-σκεδάζονται μέσω της σχετικιστικής σκέδασης Thompson σε φωτόνια ακτίνων X με μήκος κύματος στα 18 nm. Ο αριθμός των φωτονίων που παρήχθησαν ήταν $2.9 \cdot 10^7$ φωτόνια, αριθμός που είναι μικρός για να χρησιμοποιηθεί για τους σκοπούς που εξετάζουμε, ωστόσο αξίζει να αναφερθεί ως άλλη μια μέθοδο δημιουργίας ακτίνων X. Η διάταξη αυτή δεν μπορεί να συγκριθεί με τα σχετικά πολύ καλλίτερα αποτελέσματα που δείξαμε στην δεύτερη ενότητα του παρόντος κεφαλαίου.

Συμπεράσματα

Σε αυτό το σημείο θα συνοψίσουμε τα αποτελέσματα αλλά και τις νέες ιδέες που αναπτύξαμε στην παρούσα εργασία.

Στο πρώτο κεφάλαιο αφού αναπτύχθηκε η προσέγγιση της πολυφωτονικής παραγωγής ζευγών ηλεκτρονίου - ποζιτρονίου από το κενό παρουσία ισχυρής έντασης ηλεκτρομαγνητικού πεδίου θεωρώντας το τελευταίο σαν «κβαντικό σύστημα» δύο σταθμών σε συντονισμό, καταλήξαμε στις σχέσεις που καθορίζουν την πιθανότητα παραγωγής ζευγών και τον αριθμό των παραγομένων ζευγών και εκτελέσαμε τους υπολογισμούς για την περίπτωση που αφορά ένα λείζερ Nd – Yag με ενέργεια φωτονίου 1.17 eV, παραθέτοντας και τις αντίστοιχες γραφικές παραστάσεις των αποτελεσμάτων. Οι υπολογισμοί μας δείχνουν ότι η παρούσα τεχνολογία λείζερ υπερβραχέων παλμών μεγάλης έντασης επαρκεί για την επαλήθευση της παραγωγής ζευγών αν χρησιμοποιηθεί η προσέγγιση του συντονισμού. Μάλιστα για πρώτη φορά προτείνουμε τη χρήση ανώτερων αρμονικών συχνοτήτων από τη θεμελιώδη της δέσμης λείζερ όπως η 3ω και η 5ω [36]. Με τον τρόπο αυτό μπορούμε να αυξήσουμε την ένταση του ηλεκτρικού πεδίου καθώς και την ενέργεια του λείζερ, αντί να εστιάσουμε τη δέσμη στο όριο περίθλασης. Η αύξηση του ηλεκτρικού πεδίου βελτιώνει σημαντικά την απόδοση παραγωγής ζευγών αλλά θα πρέπει να ικανοποιείται πάντα να ικανοποιείται η συνθήκη $\xi \leq 1$, με αποτέλεσμα αν αυξήσουμε την ένταση του ηλεκτρικού πεδίου είναι απαραίτητη η ταυτόχρονη αύξηση του ω . Καθώς αυξάνουμε τη συχνότητα, ο αριθμός των παραγόμενων ζευγών αυξάνεται φτάνοντας τα 10^{12} ζεύγη για συχνότητα 5ω, ενώ το ηλεκτρικό πεδίο που απαιτείται είναι σχετικά μικρό $\mathcal{E} \sim 10^{13}$ V/m. Αυτός είναι ένας λόγος που δεν χρειάζεται να εστιάσουμε στο όριο περίθλασης όταν χρησιμοποιούμε τη βασική συχνότητα του λείζερ. Επίσης επιβεβαιώθηκε η εξάρτηση του αριθμού των παραγομένων ζευγών από το ηλεκτρικό πεδίο υψωμένο σε δύναμη, τυπικό γνώρισμα πολυφωτονικών διαδικασιών και εξετάσαμε το εύρος εφαρμογής της προσέγγισης, όπου για κάθε q, δηλαδή για ζητούμενη ενέργεια $E = mc^2$ βρήκαμε ότι υπάρχει ένα μέγιστο ξ , δηλαδή ένα μέγιστο ηλεκτρικό πεδίο που μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε, ώστε η συγκεκριμένη προσέγγιση να ισχύει.

Στο δεύτερο κεφάλαιο στόχος μας είναι να ερευνήσουμε την εφαρμογή της προσέγγισης του συντονισμού σε ένα σύστημα λείζερ ελευθέρων ηλεκτρονίων

ακτίνων X, που σύμφωνα με τις προβλέψεις που έχουν γίνει πρόσφατα αποτελεί ένα πολλά υποσχόμενο σύστημα για την πειραματική εφαρμογή της δημιουργίας ζευγών ηλεκτρονίου ποζιτρονίου από το κενό, λόγω της μεγαλύτερης ενέργειας που μπορεί να δώσει στην έξοδό του. Περιγράψαμε την αρχή λειτουργίας ενός X-FEL, τα κύρια μέρη από τα οποία αποτελείται και χρησιμοποιώντας τα χαρακτηριστικά της δέσμης όπως έχουν προβλεφθεί για την ευρωπαϊκή εγκατάσταση X-FEL, που ξεκινά να κατασκευάζεται αυτή την περίοδο εξετάσαμε την απόδοση που θα είχε η προσέγγιση που μελετάμε, όσον αφορά την παραγωγή ζευγών. Η διαδικασία που ακολουθήσαμε στους υπολογισμούς είναι ανάλογη αυτής του πρώτου κεφαλαίου με τη διαφορά ότι προσαρμόσαμε τις μαθηματικές σχέσεις και υπολογισμούς κατάλληλα για να ανταποκρίνονται στην περίπτωση που μας ενδιαφέρει. Τα ζεύγη που παράγονται φτάνουν τα 10^{10} για τάξη της πολυφωτονικής διαδικασίας περίπου 10^3 . Τα αποτελέσματα κρίνονται ικανοποιητικά καθώς με αρκετά μικρότερης τάξης πολυφωτονικές διαδικασίες μπορούμε να παράγουμε ζεύγη με απόδοση παραπλήσια με αυτή των οπτικών λείζερ. Οι απαιτήσεις μας σε ηλεκτρικό πεδίο είναι αρκετά μεγαλύτερες περίπου 10^{15} V/m, σε σχέση με το 10^{13} V/m που είχαμε παραπάνω, αλλά με κατάλληλη εστίαση μπορούμε να επιτύχουμε αυτές τις εντάσεις. Το συμπέρασμα που εξήχθη από τους υπολογισμούς μας είναι ότι το X-FEL αποτελεί μια ενδιαφέρουσα πρόταση για πειραματική επιβεβαίωση του συντονισμού εφόσον έχει ικανοποιητική απόδοση σε αριθμό παραγομένων ζευγών, δηλαδή μπορεί να δώσει παρατηρήσιμο αριθμό ζευγών.

Στο τρίτο και τελευταίο κεφάλαιο περιγράψαμε δύο νέες προτάσεις για την πειραματική μελέτη της παραγωγής ηλεκτρονίου ποζιτρονίου από το κενό. Πρόκειται για δύο διατάξεις που βασίζονται στην παραγωγή και επιτάχυνση δέσμης ηλεκτρονίων, χρησιμοποιώντας ένα σύστημα λείζερ υπερβραχέων παλμών που αλληλεπιδρά με αέριο ή στερεό στόχο. Αφού παραχθεί η δέσμη των ηλεκτρονίων ενέργειας 1 GeV ή χαμηλότερη (μερικές εκατοντάδες MeV), τότε στην πρώτη διάταξη περνάει μέσα από **wingler** παράγοντας ακτινοβολία ακτίνων X όπως ακριβώς συμβαίνει και σε ένα X-FEL. Επειδή για τη δημιουργία της δέσμης χρησιμοποιούμε λείζερ αντί για επιταχυντή ονομάσαμε το σύστημα Laser X-FEL (L-X-FEL). Οι διαστάσεις του είναι σαφώς μικρότερες από το X-FEL του 2^{ου} κεφαλαίου, αλλά οι επιδόσεις στην ενέργεια και τα άλλα χαρακτηριστικά της δέσμης είναι παραπλήσια. Ερευνήσαμε την απόδοση που θα έχει η προσέγγιση του συντονισμού σε αυτή τη διάταξη και βρήκαμε ότι μπορεί να παράξει αριθμό ζευγών της τάξης των 10^{10} για

ενέργεια της δέσμης των ηλεκτρονίων 1GeV και 10^8 για 400 και 200MeV. Οι χαμηλότερες ενέργειες επελέγησαν γιατί παράγονται εύκολα πειραματικά σε σχέση με το 1GeV και δίνουν μια εικόνα των αποτελεσμάτων που μπορούμε να επιτύχουμε αν χρησιμοποιήσουμε την παρούσα τεχνολογία και τα αποτελέσματα επιτάχυνσης ηλεκτρονίων με λέιζερ.

Στη δεύτερη πρόταση η παραγόμενη όπως προηγουμένως με λέιζερ δέσμη των ηλεκτρονίων αλληλεπιδρά με βραχύχρονη δέσμη λέιζερ που τα φωτόνια της είναι στο ορατό. Αν μεταφερθούμε στο σύστημα αναφοράς των σχετικιστικών ηλεκτρονίων παρατηρούμε ένα μετασχηματισμένο ισχυρό ηλεκτρικό πεδίο και μεγάλης ενέργεια αλληλεπιδρώντα φωτόνια. Το ισχυρό ηλεκτρικό πεδίο έντασης $\sim 10^{14}$ V/cm δημιουργεί τις συνθήκες για να μπορούμε να έχουμε δημιουργία ζευγών με την προσέγγιση του συντονισμού. Ξανά, για ενέργειες της δέσμης των ηλεκτρονίων 1GeV , 400 και 200 MeV χρησιμοποιούμε την προσέγγιση του συντονισμού και υπολογίσαμε τον αριθμό των παραγόμενων ζευγών για κάθε ενέργεια. Έτσι για 1 GeV υπολογίστηκε στο όριο παραγωγή ζευγών της τάξης των 10^{15} ζεύγη, ενώ για τις άλλες δύο της τάξης των 10^{14} . Ο υπολογισμός αυτός δίνει αισιόδοξα στοιχεία για να ενθαρρύνει την πειραματική επιβεβαίωση της πρότασης αυτής και αποτελεί την καλλίτερη διάταξη για προτεινόμενο πείραμα στο προσεχές μέλλον

Τα σημεία που πρέπει να συγκρατήσουμε είναι ότι παρουσιάστηκαν δύο νέες προτάσεις για πειραματική επιβεβαίωση της παραγωγής ζευγών που έχουν ικανοποιητικά αποτελέσματα ως προς την απόδοση, όπου γίνεται χρήση μόνο βραχύχρονων παλμών λέιζερ χωρίς να απαιτείται κάποια εξειδικευμένη, μεγάλων διαστάσεων εγκατάσταση όπως του X-FEL. Οι προτεινόμενες προτάσεις και διατάξεις έχουν περιγραφεί και οι υπολογισμοί έγιναν ώστε να μπορούν να πραγματοποιηθούν σε ευρωπαϊκό εργαστήριο που διαθέτει η βρίσκεται στη φάση ανάπτυξης τέτοιων συστημάτων λέιζερ. Οι πειραματικές παράμετροι και τα φυσικά μεγέθη που περιγράφουν τις προτεινόμενες διατάξεις έχουν επιλεγεί ώστε να μην είναι ακραίες και να έχουμε μια εκτίμηση των τιμών αυτών σε πειραματικά πλαίσια που ισχύουν αυτή την περίοδο αλλά και κατά τρόπο που να επιδέχεται βελτιώσεις, όσο βελτιώνεται η τεχνολογία των χρησιμοποιούμενων συστημάτων λέιζερ καθώς και οπτικών στοιχείων. Για παράδειγμα μπορεί η ενέργεια του 1GeV να είναι το μέγιστο που μπορούμε να πετύχουμε προς το παρόν, ωστόσο οι χαμηλότερες ενέργειες των 400 και 200 MeV μπορούν εύκολα να δημιουργηθούν με τη παρούσα τεχνολογία. Στο

πολύ άμεσο μέλλον μεγάλης ηλεκτρονικής πυκνότητας δέσμες σχετικιστικών ηλεκτρονίων που παράγονται και επιταχύνονται με λέιζερ θα είναι διαθέσιμες σε μεγάλες Ευρωπαϊκές εγκαταστάσεις με αποτέλεσμα την δυνατότητα πειραμάτων για επαλήθευση της παραγωγής ζευγών και θα αποτελέσει για μας ευκαιρία επαλήθευσης της μεθοδολογίας και των υπολογισμών που παρουσιάστηκαν στην παρούσα εργασία. Η προτεινόμενη πειραματική μεθοδολογία έχει και ένα άλλο πλεονέκτημα που είναι ο ευκολότερος καθορισμός των φυσικών παραμέτρων για την παραγωγή ζευγών με φαινόμενο συντονισμού μέσω της δυνατότητας ρύθμισης της ενέργειας της δέσμης των ηλεκτρονίων και συνεπώς της ενέργειας των φωτονίων αλλά και της τιμής της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου.

Ολοκληρώνοντας, καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι με την προσέγγιση του πολυφωτονικού συντονισμού μπορούμε να δημιουργήσουμε ικανό αριθμό ζευγών για παρατήρηση μέσω πειράματος, αρκετά μεγαλύτερο από τις προηγούμενες ερμηνείες του φαινομένου και μάλιστα μέσα από τις διατάξεις που παρουσιάστηκαν ενθαρρύνεται η διεξαγωγή πειράματος, καθώς μπορεί να γίνει οριακά με τα τωρινά συστήματα λέιζερ. Βέβαια υπάρχουν και σημεία που χρειάζονται παραπάνω διερεύνηση τόσο στο τεχνικό μέρος του πειράματος όσο και στο θεωρητικό όπως π.χ. πως θα γίνει η ρύθμιση της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου για να έχουμε συντονισμό, τι θα συμβεί στο μεγάλο αριθμό ζευγών που θα παραχθεί σε σχετικά μικρό όγκο, πως θα κινηθούν τα ηλεκτρόνια και ποζιτρόνια κλπ. Εκτιμούμε ότι τα ερωτήματα αυτά δίνουν ερεθίσματα για περαιτέρω έρευνα και κατανόηση φαινομένων που με κατάλληλο τρόπο θα αντιμετωπιστούν στο μέλλον.

Βιβλιογραφία

- 1) W. Greiner, B. Muller, J Rafelski Quantum Electrodynamics of Strong Fields, Springer – Verlag, Berlin 1985.
- 2) E.S. Fradkin, D.M Gitman, Sh. M. Shvartsman Quantum Electrodynamics with Unstable Vacuum, Springer – Verlag Berlin 1991.
- 3) O. Klein Z.Phys 53 (1929) 157.
- 4) F. Sauter, Z. Phys. 69 (1931) 742.
- 5) F. Hund , Z. Phys. 40, (1941) 742.
- 6) W. Heisenberg, H. Euler, Z. Phys. 98 (1951) 664.
- 7) J.W Schwinger Phys. Rev. 82 (1951) 664.
- 8) E. Brezin, C. Itzykson Phys. Rev. D. 2 (1970) 1191.
- 9) V.S Popov JETP Lett. 13 (1971) 185.
- 10) V.S Popov Sov. Phys. JETP 34 (1972) 709.
- 11) V.S Popov Sov. Phys. JETP 35 (1972) 659.
- 12) V.S Popov, M.S. Marinov, Sov. J. Nucl. Phys. 16 (1973) 449.
- 13) V.S Popov, M.S. Marinov, JETP Lett. 18 (1974) 255.
- 14) V.S Popov, M.S. Marinov, Sov. J. Nucl. Phys 19 (1974) 584.
- 15) A.I. Nikishov, Nucl. Phys. B 21 (1970) 346.
- 16) N.B. Narozhnyi, A.I. Nikishov, Sov. J. Nucl. Phys. 11 (1970) 596.
- 17) N.B. Narozhnyi, A.I. Nikishov, Sov. Phys. JETP 38 (1974) 427.
- 18) G.J. Troup, H.S Perlman, Phys. Rev. D 6 (1972) 2299.
- 19) V.S Popov, Phys. Lett. A 298 (2002) 83.
- 20) A. Ringwald, Phys. Lett. B 510 (2001) 107.
- 21) R.C. Wang, C.Y. Wong, Phys. Rev. D 38 (1988) 384.
- 22) S.P Gavrilov, D.M Gitman, Phys. Rev. D 53 (1995) 7162.
- 23) G. Galucci, hep-th/9905013
- 24) A.I. Nikishov, hep-th/0111137
- 25) S.P Kim, D.N. Page, Phys. Rev. D 73 (2006) 065020.
- 26) G. V. Dune, Q. Wang, H. Dies, C. Schubert, Phys. Rev. D 73 (2006) 065028
- 27) H. Gies, K. Klingmuler, Phys. Rev. D 72 (2005) 065001.
- 28) A. DiPiazza, Phys. Rev. D (2004) 053013.
- 29) D. L. Burke, et al., Phys. Rev. Lett. 79 (1997) 1626
- 30) M. Perry, G. Mourou, Science 264 (1994) 917

- 31) A. C. Melissinos, in Quantum Aspects of Beam Physics, Proceedings of the 15th Advanced ICFA Beam Dynamics Workshop, Monterey, CA, 4-9 January 1998, World Scientific, Singapore, 1998, p.564.
- 32) P. Chen, C. Pellegrini, in Quantum Aspects of Beam Physics, Proceedings of the 15th Advanced ICFA Beam Dynamics Workshop, Monterey, CA, 4-9 January 1998, World Scientific, Singapore, 1998, 571.
- 33) P. Chen, T. Tajima, Phys. Rev. Lett. 83 (1999) 256.
- 34) H.K. Avetissian, A.K. Avetissian, G.F. Mkrtchian, Kh.V. Sedrakian, Phys. Rev. E 66 (2002) 016502.
- 35) C. Kaberidis, I. Tsohantjis, S. Moustazis, Multiphoton approach on pair production under the light of recent experimental and theoretical investigations, in B.G Sidharth, F. Honsell, A. de Angelis(Eds), Proceedings of the Sixth International Symposium 'Frontiers of Fundamental and Computational Physics' Udine, Italy 26-29 September 2004, 2005, p.279
- 36) I. Tsohantjis, S. Moustazis, I. Ploumistakis Physics Letters B 650 (2007) 249-256
- 37) D.A. G Deacon, et al, Phys. Rev. Lett. 38 (1977) 892.
- 38) J. B. Murphy, C. Pellegrini, Nuclear Instr. And Methods in Phys. Research A237 (1985) 159-167.
- 39) C. Pellegrini, J. Stohr, Nuclear Instr. And Methods in Phys. Research A 500 (2003) 33 – 40.
- 40) R. Bonifacio, F. Casagrande, L. De Salvo Souza, Phys. Rev. A 33 (1986) 2836.
- 41) R.H. Pantell, Y. Soncini, and H.E. Puthoff, IEEE Quantum Electronics 4 (1968) 905
- 42) N.M. Kroll, W.A. McMullin, Phys. Rev. A 17 (1978) 300
- 43) J. M. J. Madey , Journal of Applied Physics 42 (1971) 1906.
- 44) V. Ayvazyan, et al, Eur. Phys. J D 37 (2006) 297- 303.
- 45) XFEL Technical Design Report www.xfel.net (2006).
- 46) F. Gruner ,et al, Appl. Phys. B 86 (2007) 431 – 435.
- 47) S. P Mangles, et al, Nature 431 (2004) 535 – 538
- 48) C. G. R Geddes, et al, Nature 431 (2004) 538 – 541.
- 49) J. Faure, et al, Nature 431 (2004) 541 – 544.
- 50) W. P. Leemans et all, Nature Physics 2 (2006) 696.

- 51) S. X. Hu, A. Starace Phys. Rev. Lett. 88 (2002) 245003.
- 52) M. Zepf et al, Physics of Plasmas 8 (2001) 2323.
- 53) V. Malka et al, IEEE Trans.on Plasma Scien. 28 (2000) 1078.
- 54) V. Malka et al, Plasma Phys. Control. Fusion 47 (2005) B481.
- 55) A. F. Lifschitz et al arXiv: physics/070302v1
- 56) S. P. D. Mangles et al, Phys. Rev. Lett. 96 (2006) 215001.
- 57) V. Malka, J. Faure, Y. Glinec Physics of Plasmas 12 (2005) 056702.
- 58) C. L. Chang et al, Phys. Rev. E 75 (2007) 036402.
- 59) F. Amiranoff et al, Plasma Phys. Control. Fusion 38 (1996) A295-A300.
- 60) F. Amiranoff et al, Phys. Rev. Lett. 81 (1998) 995.
- 61) T. Katsouleas, J. M. Dawson Phys. Rev. Lett. 51 (1983) 392.
- 62) C. Bamber et al, Studies of nonlinear QED collisions of 46.6 GeV electrons with intense laser pulses.
- 63) C. Bula et al, Phys. Rev. Lett. 76 (1996) 3116.
- 64) I. V. Pogorelsky, Nucl. Instr. Methods in Phys. Research A 411 (1998) 172.
- 65) I. V Pogorelsky et al, Phys. Rev. Special Topics – Accelerators and Beams 3 (2000) 090702.
- 66) Χρήστος Καμπερίδης «Παραγωγή ύλης – αντιύλης από την αλληλεπίδραση Υπερ-Ισχυρών H/M πεδίων με το Κβαντικό σύστημα του κενού, Διπλωματική εργασία, Πολυτεχνείο Κρήτης – Γενικό τμήμα (2004)
- 67) M. Abramowitz, I. Stegun, Handbook of Mathematical Functions Dover Publications, New York (1970).
- 68) Y. R. Shen The principles of nonlinear optics Wiley (1984).
- 69) R. W. Boyd Nonlinear Optics, 2nd Edition Academic Press (2003).
- 70) M. Sargent, M. Scully, Laser Physics Addison – Wesley (1974)
- 71) Στέφανος Τραχανάς, Κβαντομηχανική ΙΙΙ Πανεπιστημιακές εκδόσεις Κρήτης.