



ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ - ΓΕΝΙΚΟ ΤΜΗΜΑ

**ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΔΟΜΗΣ ΤΗΣ ΥΛΗΣ
ΚΑΙ ΦΥΣΙΚΗΣ ΛΕΙΖΕΡ**



Διπλωματική Εργασία

«Παραγωγή Υλής – Αντιύλης από την αλληλεπίδραση
Υπερ-Ισχυρών Η/Μ πεδίων με το Κβαντικό Σύστημα του Κενού»

Μεταπτυχιακός Φοιτητής : **ΚΑΜΠΕΡΙΔΗΣ ΧΡΗΣΤΟΣ**

Επιβλέπων Διδάσκων :
**Αναπλ. Καθηγητής
ΜΟΥΣΤΑΙΖΗΣ ΣΤΑΥΡΟΣ**

Η εργασία εκπονήθηκε στα πλαίσια της μερικής ολοκλήρωσης του Μεταπτυχιακού Διπλώματος Ειδίκευσης (ΜΔΕ) του Γενικού Τμήματος, του Πολυτεχνείου Κρήτης.

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Η παρούσα εργασία πραγματεύεται την παραγωγή ύλης – αντιύλης από την αλληλεπίδραση υπερ-ισχυρών Η/Μ πεδίων παραγόμενων από συστήματα λέιζερ, με το κβαντικό σύστημα του κενού. Η έρευνα σε αυτό τον τομέα έχει ξεκινήσει εδώ και πέντε δεκαετίες, ενώ μετά την εφεύρεση των πρώτων συστημάτων λέιζερ τη δεκαετία του 1960, έχει παρουσιαστεί έντονο ενδιαφέρον για τη χρήση τέτοιων συστημάτων με σκοπό την επίτευξη Η/Μ πεδίων κατάλληλης έντασης, ικανών να προκαλέσουν την παρατήρηση φαινομένων όπως η δημιουργία ύλης – αντιύλης από το κενό.

Ο γράφων ευχαριστεί τους καθηγητές :

Αναπλ. Καθηγήτη Γεντεκάκη Ιωάννη

Δρ. Ταταράκη Μιχάλη

για την υποστήριξη στα μαθήματα του ΜΔΕ

Τους καθηγητές

Επίκ. Καθηγητή Κανδυλάκη Δημήτριο

Επίκ. Καθηγητή Έλληνα Δημοσθένη

για την επίβλεψη της Διπλωματικής Διατριβής

και τον

Αναπλ. Καθηγητή Μουσταϊζή Σταύρο

για την πολύτιμη καθοδήγηση καθ' όλη τη διάρκεια του ΜΔΕ

Τέλος, τον Δρ. Τσοχαντζή Ιωάννη για τις αμέτρητες ώρες και προσωπικές θυσίες, για την ολοκλήρωση της Διατριβής αυτής.

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η παραγωγή ύλης – αντιύλης από το κβαντικό σύστημα του κενού παρουσία ισχυρών πεδίων αποτελεί αντικείμενο μελέτης για πολλούς τομείς της Φυσικής, από την Κοσμολογία Πρώιμου Σύμπαντος, μέχρι την Πυρηνική Φυσική Υψηλών Ενεργειών. Ο ‘ιονισμός του κενού’, όπως συχνά αναφέρεται η δημιουργία ύλης – αντιύλης από το κενό, χρησιμοποιείται για την ερμηνεία διάφορων κοσμολογικών φαινομένων, ενώ μόλις πριν εφτά χρόνια επιτεύχθηκε για πρώτη φορά σε επίγειο εργαστήριο η δημιουργία ηλεκτρονίων – αντιηλεκτρονίων (ποζιτρονίων) από το κενό παρουσία υπέρ-ισχυρών ηλεκτρικών πεδίων. Στην παρούσα εργασία ασχολούμαστε με την παραγωγή ηλεκτρονίων – ποζιτρονίων από το κενό παρουσία ηλεκτρικών πεδίων παραγόμενων από δέσμες λέιζερ. Στόχος μας είναι η εξεύρεση αποδοτικότερων τρόπων παραγωγής αντιύλης από το κενό, σε σύγκριση με τους ήδη υπάρχοντες. Χρησιμοποιώντας τα ήδη υπάρχοντα θεωρητικά μοντέλα που αντιμετωπίζουν το πρόβλημα του ‘ιονισμού του κενού’, καθώς και του υπολογιστικού προγράμματος MATHEMATICA, καταλήγουμε σε δύο νέες καινοτόμες προτάσεις, οι οποίες αποδεικνύονται ιδιαίτερα ενδιαφέρουσες, από τη στιγμή που τα τελικά αποτελέσματα είναι μερικές τάξεις μεγέθους καλύτερα από τα αντίστοιχα των σημερινών μεθόδων παραγωγής ζευγών ύλης – αντιύλης από το κενό.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

<u>Πρόλογος</u>	σελ. 3
<u>Περίληψη</u>	σελ. 4
<u>Περιεχόμενα</u>	σελ. 5
<u>Εισαγωγή</u>	σελ. 9
Το κενό σε ισχυρά πεδία	σελ. 15
Η παρούσα εργασία	σελ. 18
<u>Κεφάλαιο 1^ο</u>	σελ. 19
Εισαγωγή	σελ. 20
Ενότητα 1^η : Σύνοψης των διαφόρων θεωρητικών προσεγγίσεων (μοντελοποίηση) της ‘διδύμου γενέσεως’ από το κενό παρουσία H/M πεδίων	σελ. 21
Iα) Η μέθοδος του Ιδίου Χρόνου (Proper Time Method)	σελ. 23
Ib) Η μέθοδος του Φανταστικού Χρόνου (Imaginary Time Method)	σελ. 26
IIα) Η μέθοδος του Φαινομένου Σήραγγας	σελ. 34
IIb) Οι συντελεστές Bogoliubov ή η Ανάλυση των κανονικών τρόπων	σελ. 42

III) Το κβαντικό σύστημα του κενού ως ένα σύστημα δύο καταστάσεων	σελ. 45
Ενότητα 2^η: Πειραματικές προτάσεις και πρώτη πειραματική επιβεβαίωση της ‘διδύμου γενέσεως’ από το κενό παρουσία H/M πεδίων	σελ. 53
Τα XFELs και το Πείραμα E-144	σελ. 53
Τα XFELs	σελ. 53
Το Πείραμα E-144	σελ. 59
Ενότητα 3^η : Μη Γραμμικότητα της Κβαντικής Ηλεκτροδυναμικής στις αλληλεπιδράσεις ισχυρών πεδίων με το κενό	σελ. 66
<u>Κεφάλαιο 2^ο</u>	σελ. 71
Εισαγωγή	σελ. 72
Ενότητα 1^η : Το Φαινόμενο Πεδίου (Field Effect) και η εφαρμογή στο λέιζερ του NIF	σελ. 73
Το φαινόμενο πεδίου (Field Effect)	σελ. 73
Ιονισμός του ατόμου μέσα σε H/M πεδίο	σελ. 76
Πολυφωτονικές Διαδικασίες	σελ. 78
Διαδικασίες Σήραγγας ή Φαινόμενο Πεδίου	σελ. 82
Το λέιζερ του NIF	σελ. 84

Ενότητα 2^η: Σύγκριση της προσέγγισης συντονισμού με την αδιαβατική προσέγγιση και εφαρμογή στην πρώτη πειραματική απόδειξη της Μη Γραμμικής αλληλεπίδρασης H/M ακτινοβολίας με το κενό	σελ. 91
Αντιμετώπιση του συστήματος του κενού σε συντονισμό με το εξωτερικά εφαρμοζόμενο H/M πεδίο, μέσω πολυφωτονικών διαδικασιών και σύγκριση με την αδιαβατική προσέγγιση	σελ. 93
Εφαρμογή των δύο μεθόδων στο Πείραμα E-144	σελ. 96
Συμπεράσματα	σελ. 107
<u>Κεφάλαιο 3^ο</u>	σελ. 110
Εισαγωγή	σελ. 111
Διαστημικά συστήματα προώθησης με χρήση αντιύλης	σελ. 112
Τύποι συστημάτων προώθησης με αντιύλης	σελ. 116
Το επόμενο βήμα	σελ. 120
<u>Συμπεράσματα</u>	σελ. 122
<u>Παραρτήματα</u>	
Παράρτημα Α' : Υπολογισμός της χαρακτηριστικής διάστασης της διδύμου γενέσεως ηλεκτρονίων – ποζιτρονίων	σελ. 123

Παράρτημα Β΄ : Τεχνική Επίτευξης Υπέρ-Βραχέων Παλμών, Υψηλής Ισχύος – Chirped Pulse Amplification	σελ. 125
---	----------

<u>Βιβλιογραφία</u>	σελ. 128
----------------------------	----------

Εισαγωγή

Από την εποχή των αρχαίων Ελλήνων Φιλοσόφων, η εικόνα που είχε ο άνθρωπος για το φυσικό κόσμο στον οποίο ζει, συνίστατο από συγκεκριμένες εικόνες διάφορων φυσικών 'οντοτήτων'. Τέτοιες 'οντότητες' είναι ο χώρος, ο χρόνος και η ύλη ως η βάση της φιλοσοφίας. Συνεπώς, δεν αποτελεί έκπληξη ότι η αντίληψή μας για το 'κενό', που είναι στενά συνδεδεμένη με την εικόνα που έχουμε για το χώρο, το χρόνο και την ύλη, συγκαταλέγεται ανάμεσα στις πιο θεμελιώδεις επιστημονικές ερμηνείες του φυσικού κόσμου.

Η εικόνα του κενού έχει υποστεί συνεχείς προσαρμογές κατά τη διάρκεια των τελευταίων 25 αιώνων, καθώς οι διαθέσιμες τεχνολογίες με τις οποίες μελετάμε και προσπαθούμε να ερμηνεύσουμε τον κόσμο αλλάζουν συνεχώς. Παλιές και εγκαταλελειμμένες ιδέες, επανέρχονται στο προσκήνιο όταν καινούργιες πληροφορίες έχουν γίνει προσβάσιμες. Πολλές από τις απόψεις της σημερινής αντίληψης του 'κενού' χρονολογούνται πίσω στην αρχαία Ελληνική Φιλοσοφία, αλλά μόλις πρόσφατα έχουν επισημοποιηθεί από σύγχρονα πειράματα.

Δύο αρχές διέπουν την αρχαία Ελληνική αντίληψη περί του 'κενού' :

- i) το 'κενό' είναι το χάσμα που χωρίζει τα υλικά αντικείμενα και επιτρέπει τη σχετική τους κίνηση, και
- ii) ο 'κενός χώρος' δεν είναι δυνατός. Δηλαδή, το κενό συμπεριφέρεται ως μέσο.

Στην ατομική θεωρία του Δημόκριτου (400 π.Χ.), το κενό είναι 'το διάστημα που χωρίζει το άτομο από τα γύρω του άτομα και ένα φυσικό σώμα από τα γύρω του φυσικά σώματα'. Για τον Πλάτωνα (380 π.Χ.) ένα φυσικό σώμα είναι απλώς ένα μέρος του χώρου που περικλείεται μέσα σε γεωμετρικές επιφάνειες, οι οποίες περιέχουν κενό χώρο. Η Πλατωνική Φυσική δεν είναι τίποτα παραπάνω από γεωμετρία. Διαμετρικά αντίθετοι με αυτές τις εικόνες, οι Παρμενίδης (480 π.Χ.) και Μέλισσος (350 π.Χ.), διετύπωσαν τη δική τους θεωρία για τον κενό χώρο, σύμφωνα με την οποία 'το σύμπαν είναι ένας συμπαγής χώρος γεμάτος από ύλη, μία συνεχής και μη μεταβαλλόμενη οντότητα'. Ο Αριστοτέλης (350 π.Χ.) επίσης απέρριψε τις ιδέες του Δημόκριτου και του Πλάτωνα σχετικά με το χώρο, και

παρακάμπτοντας την έννοια του κενού χώρου, μίλησε για ένα χώρο ο οποίος αποτελεί το άθροισμα των χώρων που καταλαμβάνουν όλα τα φυσικά σώματα.

Σε αντίθεση με αυτές τις θεωρητικές προσεγγίσεις των Αρχαίων, ο Εμπεδοκλής (450 π.Χ.) διεξήγαγε ένα 'πείραμα' καλύπτοντας το ένα άκρο μίας κλεψύδρας γεμάτης με νερό. Παρατήρησε ότι με καλυμμένο το ένα άκρο και το άλλο άκρο ελεύθερο προς τα κάτω, το νερό δεν διέφευγε του δοχείου, ως μία αντίδραση στη δημιουργία κενού χώρου. Αυτή η παρατήρηση εισήγαγε την πίστη ότι η Φύση αποφεύγει τη δημιουργία κενού, κάτι που ισχυροποίησε τη θέση του Αριστοτέλη. Ωστόσο, με την επινόηση της αντλίας αέρα από τον Otto von Guericke (1640 μ.Χ.), κατέστη φανερό ότι ο αέρας μπορούσε να αφαιρεθεί από ένα δοχείο. Το ερώτημα όμως, ως προς το αν το τι είδους κενό δημιουργείται όταν όλα τα μόρια του αέρα αφαιρεθούν από ένα δοχείο παρέμεινε άλυτο.

Από την εποχή εκείνη διάφορες ιδέες για τη φύση του κενού έχουν προταθεί. Ο Νεύτωνας (1670 μ.Χ.), στους περίφημους νόμους του, αναφέρει ότι 'Ο απόλυτος χώρος, παραμένει ίδιος ανεξάρτητα από την ουσία που περιλαμβάνεται μέσα σε αυτόν'. Ο ίδιος ο Νεύτων ήταν ένθερμος υποστηρικτής της σωματιδιακής φύσης του φωτός, όταν όμως η κυματική φύση του φωτός έγινε γενικώς αποδεκτή κατά το 19^ο αιώνα, η αναπτύχθηκε η υπόθεση ότι το κενό είναι ένα ελαστικό μέσο, ο 'αιθέρας'. Ο αιθέρας θα έπρεπε να είναι ιδιαίτερα συμπαγής και ελαστικός έτσι ώστε να μπορέσει να υποστηρίξει τη μεγάλη ταχύτητα του φωτός, ενώ παράλληλα δε θα έπρεπε να προβάλλει κανενός είδους αντίσταση στην κίνηση των Πλανητών. Το πείραμα του Michelson (1881 μ.Χ.) κατέρριψε την ιδέα του αιθέρα ως το απόλυτο σύστημα αναφοράς το οποίο υποστηρίζει η φυσική ερμηνεία του Χώρου της Νευτώνειου Μηχανικής. Το πείραμα αυτό αποτέλεσε τη βάση για την Ειδική Θεωρία της Σχετικότητας του Einstein (1908 μ.Χ.), σύμφωνα με την οποία ο χώρος και ο χρόνος δεν είναι απόλυτες οντότητες και όλα τα αδρανειακά συστήματα στο Σύμπαν είναι από φυσικής απόψεως ισοδύναμα. [1]

Η Σχετικιστική Κβαντομηχανική και η Κβαντική Θεωρία Πεδίου, που αναπτύχθηκαν δύο δεκαετίες αργότερα από τη θεωρία του Einstein, με τη δυνατότητα της δημιουργίας ύλης και αντιύλης, ετοίμασε το έδαφος για τη σημερινή αντίληψη της φύσης του κενού. Στη σημερινή γλώσσα, το κενό αποτελείται από ένα 'αέριο' εν δυνάμει σωματιδίων και φωτονίων, τα οποία ταλαντώνονται τυχαία και περιγράφεται από ένα κβαντικό σύστημα με δομή ισοδύναμη του ατόμου. Η ταλάντωση αυτή προκαλεί τη δημιουργία και τη σχεδόν ταυτόχρονη εξαϋλωση των παραγόμενων σωματιδίων σε φωτόνια. Συνεπώς, μπορεί να θεωρηθεί ότι το κενό αποτελείται από σημεία, καθένα από τα οποία αποτελεί πηγή ταλαντώσεων, δηλαδή δημιουργίας και εξαϋλωσης ύλης - αντιύλης. Έχει βρεθεί από θεωρητικούς υπολογισμούς ότι παρουσία ισχυρών εξωτερικών πεδίων (είτε ηλεκτρικά, είτε μαγνητικά, είτε βαρυτικά) το κενό να περιέχει 'πραγματικά' σωματίδια. Το παράδειγμα των 'εν δυνάμει' (virtual) σωματιδίων, όχι μόνο εκφράζει φιλοσοφικές ανησυχίες, αλλά και υπονοεί παρατηρήσιμα φαινόμενα, που είναι και οι πρώτες ενδείξεις για την ύπαρξη της δομής του κενού :

- i) Η ύπαρξη της αυθορμήτου εκπομπής από άτομα και πυρήνες μπορεί να αποδοθεί στη δράση των διακυμάνσεων αυτού του 'αερίου' εν δυνάμει σωματιδίων και φωτονίων.
- ii) Τα εν δυνάμει σωματίδια, προκαλούν φαινόμενα κίνησης μηδενικού σημείου (zero-point motion) όπως στο φαινόμενο Casimir (Casimir Effect), όπου δύο αγωγίμες και αφόρτιστες πλάκες αλληλοέλκονται σε περιβάλλον κενού, με μία δύναμη που μεταβάλλεται με την τέταρτη δύναμη της μεταξύ τους απόστασης. Η δημιουργία ζευγών ύλης - αντιύλης κατά το φαινόμενο Hawking ενός βαρυτικά καταρρέοντος σώματος, μπορεί να γίνει αντιληπτή ως μία υπερκρίσιμη 'κατάρρευση του κενού' σε υπερίσχυρά βαρυτικά πεδία ή ως ένα βαρυτικό φαινόμενο Casimir.
- iii) Η ηλεκτροστατική πολοσιμότητα των εν δυνάμει διακυμάνσεων μπορεί να μετρηθεί στη μετατόπιση Lamb (Lamb Shift). Το ηλεκτρόνιο στο άτομο του Υδρογόνου υπόκειται όχι μόνο στο δυναμικό Coulomb ϕ του πυρήνα, αλλά και στις διακυμάνσεις του πεδίου των εν δυνάμει σωματιδίων. Αν L είναι η τυπική διάσταση

του συστήματος, τότε οι διακυμάνσεις της έντασης του ηλεκτροστατικού πεδίου είναι της τάξης $\Delta E \sim \frac{(\hbar c)^{1/2}}{L^2}$. Αυτό το πεδίο εκτρέπει ελαφρά το ηλεκτρόνιο κατά Δx από τη συνήθη κλασσική τροχιά του, προκαλώντας μία μετατόπιση των ατομικών ενεργειακών σταθμών της τάξης $\Delta \mathcal{E}$:

$$\Delta \mathcal{E} \cong \frac{(\Delta x)^2}{2} \langle \nabla^2 \phi \rangle_{average}$$

Ακριβείς υπολογισμοί δίνουν μία διαφορά των 1057.9 MHz ανάμεσα στις ενέργειες των καταστάσεων $2s_{1/2}$ και $2p_{1/2}$ στο άτομο του Υδρογόνου, που είναι σε πολύ καλή συμφωνία με το πείραμα.

- iv) Η μαγνητική πολωσιμότητα του κενού μπορεί να μετρηθεί παρατηρώντας τη στροφή της πόλωσης μίας δέσμης φωτός λέιζερ, η οποία διέρχεται από μία περιοχή με πολύ ισχυρό μαγνητικό πεδίο [2,3].

Η σημερινή τεχνολογία έχει επιτρέψει την επίτευξη ισχυρών πεδίων από παλμούς λέιζερ, τέτοιων ώστε να καθίσταται δυνατή η μελέτη και η ανίχνευση των ‘πραγματικών’ αυτών σωματιδίων που περιέχονται στο κενό. Η σημασία της μελέτης φαινομένων που περιέχουν αλληλεπιδράσεις δημιουργίας και εξαύλωσης ύλης και αντιύλης παρουσία ακτινοβολίας, έγκειται στο γεγονός ότι έχει τόσο θεωρητικές όσο και τεχνολογικές εφαρμογές.

Τα σημερινά κοσμολογικά μοντέλα κάνουν λόγο για την ταυτόχρονη ύπαρξη μίας υπέρθερμης θάλασσας, θερμοκρασίας 1 MeV, ύλης, αντιύλης και ακτινοβολίας κατά τα πρώτα δευτερόλεπτα της δημιουργίας του Σύμπαντος, ύστερα από τη Μεγάλη Έκρηξη (Bing Bang). Σύμφωνα με τα μοντέλα αυτά, η ποσότητα ύλης και αντιύλης στο Σύμπαν ήταν ίση αρχικά. Το ζήτημα του τι έγινε η αντιύλη και δεν υπάρχει σήμερα στο Σύμπαν παρά μόνο σε ελάχιστα σημεία (τουλάχιστον από αυτά που μπορούν να παρατηρηθούν με τις ανθρώπινες δυνατότητες) παραμένει αναπάντητο. Μπορεί με βεβαιότητα να ειπωθεί ότι στο άμεσο μέλλον η δημιουργία μίας τέτοιας θάλασσας, αλλά

μικρότερης κλίμακας, με τη χρήση ισχυρών συστημάτων λέιζερ, θα είναι κοινός τόπος στα διάφορα εργαστήρια ανά τον κόσμο [4,5].

Αναπάντητο παραμένει επίσης και το ερώτημα που έχει εγερθεί, αν η αντιύλη έχει τις ίδιες βαρυτικές ιδιότητες με την κανονική ύλη. Το Los Alamos Antiproton Gravity Experiment [6], προσπάθησε να ανιχνεύσει αν οντως υπάρχει διαφορά μεταξύ ύλης και αντιύλης σε ένα βαρυτικό πεδίο. Αν και η προσπάθεια δεν απέβει επιτυχής λόγω της ανεπαρκούς ακρίβειας των επιστημονικών οργάνων, ωστόσο καταδεικνύει κάτι πολύ σημαντικό. Ότι στην αντιύλη στηρίζονται οι ελπίδες για την επίλυση διάφορων αναπάντητων ερωτημάτων, όχι μόνο επιστημονικού αλλά και φιλοσοφικού ενδιαφέροντος.

Καθίσταται λοιπόν προφανές ότι ο άνθρωπος μπορεί για πρώτη φορά πλέον να προσομοιάσει κοσμολογικές και αστροφυσικές συνθήκες μεγάλης κλίμακας, σε επίγειες ερευνητικές εγκαταστάσεις. Ένα παράδειγμα αυτών των δυνατοτήτων που προσφέρει η παρούσα τεχνολογία, είναι η επίτευξη υπέρ-ισχυρών μαγνητικών πεδίων με τη χρήση λέιζερ τελευταίας τεχνολογίας, μόλις δύο τάξεις μεγέθους μικρότερων από τα μαγνητικά πεδία, που συναντώνται στους αστέρες νετρονίων. Είναι φανερό λοιπόν, ότι η δημιουργία ενός μικρού ‘σύμπαντος’ στο εργαστήριο θα επιτρέψει τη διεξαγωγή πειραμάτων βασική έρευνας, με σκοπό την όλο και πληρέστερη ερμηνεία διαφόρων φαινομένων στο σύμπαν. Αυτό όπως είναι ευνόητο έχει και φιλοσοφικές προεκτάσεις, διότι μέσω της βασικής έρευνας προσδιορίζεται καλύτερα η θέση του ανθρώπου στο Σύμπαν.

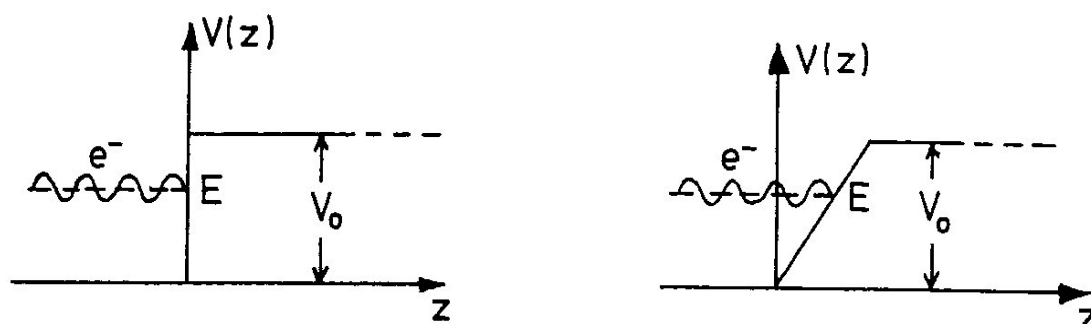
Από την άλλη, η ‘χαλιναγώγηση’ του κενού, και η ελεγχόμενη παραγωγή ‘πραγματικών’ σωματιδίων ύλης και αντιύλης από αυτό, έχει και τεχνολογικές εφαρμογές. Η βασικότερη ίσως από αυτές είναι η διαστρική προώθηση, για αυτό και το τελευταίο μέρος της εργασίας αυτής είναι αφιερωμένο στην ανάλυση αυτής της τόσο σημαντικής εφαρμογής. Εκτός όμως από τη διαστρική προώθηση, τα τελευταία χρόνια γίνονται και μελέτες σχετικά με τον προσδιορισμό των ιδιοτήτων των υλικών. Μέσω της αλληλεπίδρασης της αντιύλης, και συγκεκριμένα των ποζιτρονίων, με την κανονική ύλη, χωρίς να είναι αναγκαίο ότι θα προκληθεί εξαϋλωση αυτών των δύο οντοτήτων, μπορεί να γίνει μία πιο ενδελεχή μελέτη των ιδιοτήτων διαφόρων καινούργιων υλικών, κάτι που οι συμβατικές τεχνικές δεν το επιτρέπουν [7].

Παρατηρούμε λοιπόν, ότι οι εφαρμογές αυτές καθιστούν επιτακτική την ανάγκη για την κατασκευή υπέρ-ισχυρών συστημάτων λέιζερ, ικανών να δημιουργήσουν υπέρ-ισχυρά H/M πεδία. Η συμπεριφορά και η αλληλεπίδραση των πεδίων αυτών αναμένεται να ανοίξει νέους ορίζοντες στην κατανόηση του φυσικού κόσμου, καθώς καινούργια φαινόμενα θα μελετηθούν και θα ερμηνευθούν. Ένα τέτοιο φαινόμενο είναι και αυτό της διδύμου γενέσεως από το κβαντικό σύστημα του κενού, παρουσία υπέρ-ισχυρών H/M πεδίων.

Από όλα τα παραπάνω γίνεται σαφές ότι η αρχαία Ρωμαϊκή φράση 'Ex Nihilo Nihil Fit' έχει χάσει οριστικά το νόημά της στη σημερινή εποχή της τεχνολογίας.

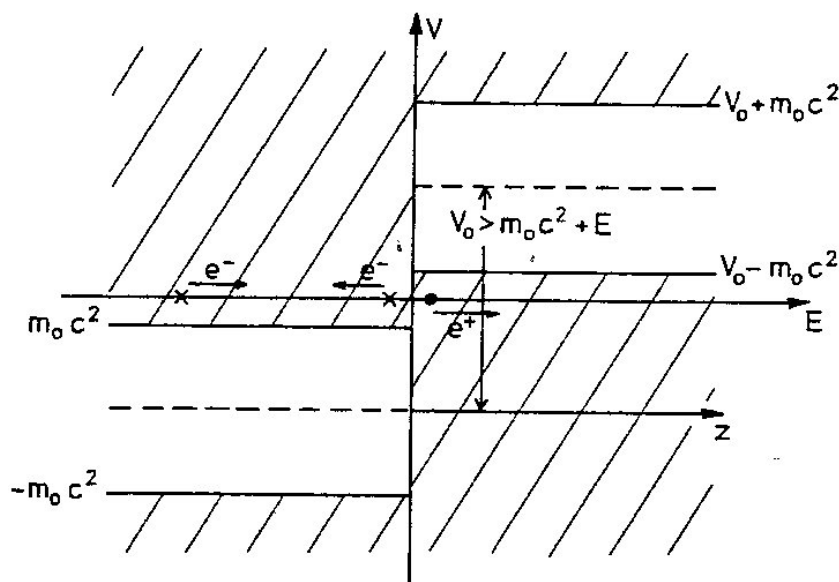
Το Κενό σε Ισχυρά Ηλεκτρικά Πεδία

Αν και το φαινόμενο της δημιουργίας ύλης – αντιύλης από το κενό έχει μελετηθεί θεωρητικά για διάφορους τύπους πεδίων που υπάρχουν στη φύση (ηλεκτρικό, μαγνητικό, βαρυτικό), εν τούτοις η μελέτη της συμπεριφοράς του κενού παρουσία ηλεκτρικού πεδίου είναι η πιο εκτενώς μελετημένη περίπτωση, αφού από νωρίς είχε φανεί ότι είναι και η πιο άμεσα επιτεύξιμη πειραματικά. Η πρώτη ένδειξη ότι κάτι παράξενο συμβαίνει σε περιοχές ισχυρών ηλεκτρικών πεδίων ήρθε από τον O.Klein [8], όταν μελέτησε την ανάκλαση και τη διάδοση της κυματοσυνάρτησης ενός ηλεκτρονίου από ένα κάθετο φράγμα δυναμικού V_0 (step potential barrier), αμέσως μετά τη διατύπωση της εξίσωσης του Dirac το 1928 (Διάγραμμα 1). Ο Klein βρήκε ότι για τέτοια φράγματα δυναμικού ένας ασυνήθιστα μεγάλος αριθμός ηλεκτρονίων θα διαπεράσει το φράγμα. Επιπλέον, παρατήρησε ότι αυτά τα ηλεκτρόνια είχαν αρνητική ενέργεια. Αργότερα αυτό το φαινόμενο πέρασε στη βιβλιογραφία ως το Παράδοξο του Klein. Δυο χρόνια αργότερα ο Sauter [9], μελέτησε τη γενικότερη περίπτωση όπου το φράγμα δυναμικού δεν είναι απότομο, αλλά έχει κάποια κλίση (Διάγραμμα 1) και κατέληξε ουσιαστικά στα ίδια αποτελέσματα. Αν το ύψος του φράγματος είναι της τάξης του mc^2 και είναι κεκλιμένο σε απόσταση $d \geq \lambda_{Compton}$, όπου $\lambda_{Compton}$ είναι το μήκος Compton του ηλεκτρονίου, τότε παύει να ισχύει η διέλευση των ηλεκτρονίων στις κλασικά απαγορευμένες περιοχές του φράγματος δυναμικού.



Διάγραμμα 1 : Το Παράδοξο του Klein,
για απότομο φράγμα δυναμικού (Klein) και για φράγμα με κλίση (Sauter)

Το 1940 ο Hund [10] εισήγαγε την έννοια του κβαντισμένου πεδίου (δεύτερη κβάντωση) ερμηνεύοντας το παράδοξο του Klein στο πλαίσιο της θεωρίας οπών, που προϋπήρχε στη Φυσική της Στερεάς Κατάστασης. Έτσι, τα σωματίδια των αρνητικών ενεργειών στην περιοχή υψηλού δυναμικού είναι ηλεκτρόνια προερχόμενα από το κενό. Σύμφωνα με την εικόνα αυτή, μπορούν να ανακλαστούν περισσότερα ηλεκτρόνια από όσα προσπίπτουν, επειδή τα προσπίπτοντα ηλεκτρόνια μπορούν να προκαλέσουν τη δημιουργία ζευγών ηλεκτρονίων – ποζιτρονίων από την επιφάνεια του φράγματος δυναμικού. Τα παραγόμενα ηλεκτρόνια ανακλώνται προς τα πίσω, ενώ τα παραγόμενα ποζιτρόνια διεισδύουν στην περιοχή του υψηλού δυναμικού, κινούμενα προς την αντίθετη κατεύθυνση από τα ηλεκτρόνια (Διάγραμμα 2). Η δημιουργία σωματιδίων από ισχυρά, και εκτεινόμενα στο άπειρο, στατικά ηλεκτρικά πεδία (που συνδέονται με το παράδοξο του Klein) έχει προβλεφθεί από τους Heisenberg και Euler το 1936 [11].



Διάγραμμα 2 : Εισάγοντας την έννοια του κβαντισμένου παράλληλα με την εφαρμογή της θεωρίας οπών, ο Hund ερμήνευσε το Παράδοξο του Klein. Τα προσπίπτοντα στο φράγμα ηλεκτρόνια, εξάγουν επιπλέον ηλεκτρόνια και ποζιτρόνια. Τα μεν ηλεκτρόνια ανακλώνται προς τα πίσω, ενώ τα δε ποζιτρόνια κινούνται στην περιοχή υψηλού δυναμικού.

Στη μεταπολεμική εποχή, το μοντέλο της θεωρίας οπών κέρδισε όλο και περισσότερο έδαφος. Η εικόνα που έχουμε σήμερα για το κενό είναι ότι αποτελείται από μία θάλασσα σωματιδίων αρνητικών ενεργειών (‘θάλασσα Dirac’) και πλήρως κατειλημμένων καταστάσεων. Όταν στο κενό επιδράσει μία διαταραχή (ένα ισχυρό ηλεκτρικό πεδίο), τότε είναι δυνατό ένα σωματίδιο αρνητικής ενέργειας να μεταπηδήσει σε μία κατάσταση θετικής ενέργειας αφήνοντας στη θέση του μία οπή. Το σωματίδιο και η οπή πλέον γίνονται πραγματικά, δηλαδή παρατηρήσιμα και ανιχνεύσιμα στο εργαστήριο. Το κενό δηλαδή, ‘σπάει’ σε ύλη (σωματίδιο) και αντιύλη (οπή).

Η ιδέα της χρήσης του κενού, ως μέσο για τη δημιουργία αντιύλης παρουσία ισχυρών ηλεκτρικών πεδίων, αποτελεί πόλο έλξης για την επιστημονική κοινότητα. Κατά τη διάρκεια των επόμενων δεκαετιών σημαντικά βήματα έγιναν πάνω σε αυτό το θέμα. Οι λόγοι για τους οποίους έγιναν τα βήματα αυτά δεν είναι μόνο για κάποια τεχνολογική εφαρμογή που μπορεί να αξιοποιηθεί η αντιύλη. Η αντιύλη αποτελούσε και αποτελεί ακόμη και σήμερα ένα εξωτικό συστατικό του Σύμπαντος, και σε αυτή ίσως να κρύβονται οι απαντήσεις για μερικά από τα μεγαλύτερα επιστημονικά και φιλοσοφικά ερωτήματα που παραμένουν αναπάντητα στη σημερινή εποχή.

Η παρούσα εργασία

Στόχος της παρούσας εργασίας είναι η μελέτη τη παραγωγής ύλης - αντιύλης (και συγκεκριμένα της παραγωγής ηλεκτρονίων – ποζιτρονίων, από τη στιγμή που είναι και το ελαφρύτερο ενεργειακά ζεύγος ύλης – αντιύλης, χωρίς να αποκλείεται η παραγωγή βαρύτερων σωματιδίων - αντισωματιδίων) από την αλληλεπίδραση ενός H/M πεδίου με το κενό, και η πρόταση μίας καινοτόμου πειραματικής μεθοδολογίας βασισμένη στην ήδη υπάρχουσα τεχνολογία. Η εργασία χωρίζεται σε τρία κεφάλαια.

- i) Το πρώτο κεφάλαιο χωρίζεται σε δύο μέρη. Στο πρώτο μέρος γίνεται μία περιληπτική αναφορά στον τρόπο που αντιμετωπίζεται θεωρητικά το φαινόμενο της διδύμου γενέσεως από την αλληλεπίδραση H/M πεδίων με το κενό. Στο δεύτερο μέρος παρουσιάζεται μία μέθοδος για τη δημιουργία ζευγών από την αλληλεπίδραση πολύ ισχυρών λέιζερ, τα οποία αναμένεται να κατασκευαστούν στο άμεσο μέλλον, καθώς και η πρώτη πειραματική επιβεβαίωση του επικείμενου φαινομένου (Πείραμα E-144). Τέλος γίνεται μία σύντομη αναφορά στη μη γραμμική φύση του κενού.
- ii) Στο δεύτερο κεφάλαιο χρησιμοποιούμε δύο από τα θεωρητικά μοντέλα που περιγράφονται στο πρώτο, και βασιζόμενοι σε αυτά προτείνουμε δύο νέες ιδέες για την παραγωγή ζευγών με τη χρήση συστημάτων λέιζερ, κατάλληλης έντασης. Για την εξαγωγή των αποτελεσμάτων μας, χρησιμοποιήσαμε ημικλαστικές θεωρίες και δεν ασχοληθήκαμε με τον τρόπο αντιμετώπισης με δεύτερη κβάντωση. Ο στόχος μας είναι να καταδείξουμε καινούργιες προοπτικές και ιδέες, οι οποίες προκύπτουν από την ήδη υπάρχουσα θεωρητική δουλειά και δεν έχουν αναδειχθεί λόγω του ότι δεν υπέπεσαν στην προσοχή των συγγραφέων.
- iii) Τέλος, στο τρίτο κεφάλαιο, παρουσιάζουμε μερικούς ενδεικτικούς μηχανισμούς με τους οποίους μπορούμε να εκμεταλλευτούμε τα μεγάλα ποσά ενέργειας που μπορεί να προσδώσει η αντιύλη, για την προώθηση διαστημικών συστημάτων.

Κεφάλαιο 1^ο

Σύνοψης των διαφόρων θεωρητικών προσεγγίσεων (μοντελοποίηση) καθώς και των πειραματικών προτάσεων και επιβεβαιώσεων της μη Γραμμικής συμπεριφοράς του κενού παρουσία ισχυρών H/M πεδίων - Μη γραμμική Φύση του Κενού

Εισαγωγή

Ενότητα 1^η : Σύνοψης των διαφόρων θεωρητικών προσεγγίσεων (μοντελοποίηση) της ‘διδύμου γενέσεως’ από το κενό παρουσία H/M πεδίων

- Ια) Η μέθοδος του ιδίου χρόνου (proper time method)
- Ιb) Η μέθοδος του φανταστικού χρόνου (imaginary time method)
- ΙΙ α) Η μέθοδος του Φαινομένου Σήραγγας
- ΙΙb) Οι συντελεστές Bogoliubov ή ανάλυση κανονικών τρόπων
- ΙΙΙ) Το κβαντικό σύστημα του κενού ως ένα σύστημα δύο καταστάσεων

Ενότητα 2^η : Πειραματικές προτάσεις και πρώτη πειραματική επιβεβαίωση της ‘διδύμου γενέσεως’ από το κενό παρουσία H/M πεδίων

Τα XFELs και το Πείραμα E-144

- Τα XFELs
- Το Πείραμα E-144 (SLAC)

Ενότητα 3^η : Μη Γραμμικότητα της Κβαντικής Ηλεκτροδυναμικής στις αλληλεπιδράσεις ισχυρών πεδίων με το κενό

Εισαγωγή

Είναι σημαντικό για τη μελέτη μας να παρουσιάσουμε τις κυριότερες θεωρητικές προσεγγίσεις που έχουν παρουσιαστεί στην επιστημονική βιβλιογραφία για την αντιμετώπιση του προβλήματος της δημιουργίας ζευγών ύλης – αντιύλης από την αλληλεπίδραση H/M πεδίων με το κενό. Αυτές χωρίζονται στις ακόλουθες κατηγορίες :

- i) Η μέθοδος του ιδίου χρόνου (proper time method) και η μέθοδος του φανταστικού χρόνου (imaginary time method).
- ii) Η μέθοδος του Φαινομένου Σήραγγας (Tunneling Effect) ή του υπολογισμού των συντελεστών του Bogoliubov ή της ανάλυσης των κανονικών τρόπων (Normal Mode Analysis)
- iii) Η μέθοδος της αντιμετώπισης του κβαντικού συστήματος του κενού ως ένα σύστημα δύο σταθμών, μέσω πολυφωτονικών διαδικασιών.

Επιπλέον, παρουσιάζουμε την παραγωγή ζευγών από τα πολλά υποσχόμενα λέιζερ ελευθέρων ηλεκτρονίων που εκπέμπουν στις ακτίνες x (X-ray Free Electron Lasers - XFELs), καθώς και τα επιτυχή πειραματικά αποτελέσματα της πρώτης καταγεγραμμένης ανελαστικής κρούσης φωτονίου από φωτόνιο για τη δημιουργία ύλης – αντιύλης.

Τέλος αναφερόμαστε στη μη γραμμική συμπεριφορά του κενού υπό την επίδραση υπέρ-ισχυρών H/M πεδίων.

Ενότητα 1^η : Σύνοψης των διαφόρων θεωρητικών προσεγγίσεων (μοντελοποίηση) της ‘διδύμου γενέσεως’ από το κενό παρουσία H/M πεδίων

Ια) Η μέθοδος του ιδίου χρόνου (proper time method)

Το 1951, ο Julian Schwinger [12] μελέτησε την πόλωση του κενού παρουσία H/M πεδίου, και συγκεκριμένα υπό τη μορφή της δημιουργίας πραγματικών ζευγών ύλης – αντιύλης, που είναι μία μορφή εμφάνισης του φαινομένου της πόλωσης του κενού. Η εργασία του βασίστηκε στη θεμελιώδη παρατήρηση, ότι η εξαγωγή αποτελεσμάτων αναλλοίωτων στην επιλογή της βαθμίδας του δυναμικού (δηλαδή, αναλλοίωτα στην επιλογή του A_μ - gauge invariant results) από μία φορμαλιστικά αναλλοίωτη στη βαθμίδα θεωρία, εξασφαλίζεται μόνο αν οι ποσότητες που εμπλέκονται είναι και αυτές αναλλοίωτες στη βαθμίδα.

Χρησιμοποιώντας το ρεύμα κενού που προκύπτει από την εξίσωση του Dirac (vacuum current – είναι το ρεύμα των φορτισμένων σωματιδίων που εξέρχονται από το φράγμα δυναμικού του Klein)

$$j_\mu(x) = \frac{1}{2} e \left[\bar{\psi}(x), \gamma_\mu \psi(x) \right]$$

για ένα πεδίο σωματιδίων Dirac (ηλεκτρόνια - ποζιτρόνια) που περιγράφονται από την κυματοσυνάρτηση $\psi(x)$, κατέληξε στη μεταβολή του ολοκληρώματος δράσης της αλληλεπίδρασης του H/M πεδίου με το κενό, που εμπεριέχει την αναμενόμενη τιμή του ρεύματος κενού σε συνδυασμό με μία μεταβολή του διανυσματικού δυναμικού A_μ του H/M πεδίου

$$\delta W^1 = \int (dx) \delta A_\mu \langle j_\mu(x) \rangle,$$

όπου ο εκθέτης 1 υποδηλώνει την αλληλεπίδραση του H/M πεδίου με το κενό, και

$$W^1 = i \int_0^\infty ds s^{-1} e^{-ims} \text{Tr} \exp[-i\mathcal{M}s] = \int (dx) \mathcal{L}^1(x) \quad (E\xi.1),$$

είναι το ολοκλήρωμα δράσης, Π είναι ο όρος ορμής $\Pi = p - eA$ (τα μεγέθη είναι 4-διανύσματα για αυτό και δεν παριστάνονται είτε με χοντρά γράμματα,

είτε ως διανύσματα στον 3-διάστατο χώρο με βέλος), και $A_\mu(x)$ είναι το 4-διανυσματικό δυναμικό του πεδίου και s είναι η μεταβλητή του ιδίου χρόνου. Η $\mathcal{L}^{(1)}(x)$ είναι η Λαγκρανζιανή πυκνότητα που αναφέρεται στην κίνηση ενός σωματιδίου με κυματοσυνάρτηση ψ , μέσα σε ένα εξωτερικό H/M πεδίο $A_\mu(x)$,

$$\mathcal{L}^{(1)}(x) = i \int_0^\infty ds s^{-1} e^{-ims} \text{tr}(x | \exp[-i\gamma\Pi s] | x)$$

και προστίθεται στην αδιατάρακτη Λαγκρανζιανή ενός H/M πεδίου. Από τη Λαγκρανζιανή της αλληλεπίδρασης μπορεί να εξαχθεί η Χαμιλτονιανή του συστήματος και συνεπώς μπορούν να καταστρωθούν οι εξισώσεις κίνησης των ‘σωματιδίων του κενού’. Η μέθοδος του ιδίου χρόνου κάνει χρήση της μεταβλητής s , που είναι ο χρόνος που αντιλαμβάνονται τα σωματίδια στο δικό τους σύστημα αναφοράς και η σπουδαιότητά της έγκειται στην καλύτερη εξαγωγή αναλυτικών λύσεων και παραμένει αναλλοίωτη στην επιλογή της βαθμίδας δυναμικού.

Από την επίλυση των εξισώσεων κίνησης εξήχθησαν αναλυτικές λύσεις για δύο διαφορετικές περιπτώσεις. Την περίπτωση του σταθερού H/M πεδίου και την περίπτωση ενός H/M επίπεδου κύματος. Για την πρώτη περίπτωση, η τελική συνάρτηση Λαγκράνζ είναι διαφορετική από τη συνάρτηση Λαγκράνζ ενός ελεύθερου (ή Μαξουελλιανού) πεδίου, κάτι που υποδηλώνει μη γραμμική συμπεριφορά για το H/M πεδίο, σε αντίθεση με τη συνάρτηση Λαγκράνζ ενός επίπεδου κύματος που είναι ταυτόσημη με αυτή ενός Μαξουελλιανού πεδίου και δεν υποδηλώνει την εμφάνιση μη γραμμικής συμπεριφοράς του H/M πεδίου.

Ο Schwinger εισήγαγε επίσης και τις ακόλουθες σταθερές και αναλλοίωτες ποσότητες

$$\mathcal{F} = \frac{1}{4} F_{\mu\nu}^2 = \frac{1}{2} (\vec{H}^2 - \vec{E}^2) \quad \mathcal{G} = \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F_{\mu\nu}^* = \vec{E} \cdot \vec{H}$$

για το εξωτερικά εφαρμοζόμενο πεδίο, που προέκυψαν ύστερα από πράξεις και εμφανίζονται στον όρο της Λαγκρανζιανής της αλληλεπίδρασης.

Τα τελικά αποτελέσματα, αναλλοίωτα ως προς την πεπερασμένη βαθμίδα δυναμικού για την ολική Λαγκρανζιανή \mathcal{L} (συμπεριλαμβανομένης

και της Λαγκρανζιανής της αλληλεπίδρασης $\mathcal{L}^1(x)$ ενός σταθερού H/M πεδίου – πρώτη περίπτωση των αναλυτικών λύσεων των εξισώσεων κίνησης) για **φερμιόνια** και για **μποζόνια** είναι

$$\begin{aligned}\mathcal{L} &= -\mathfrak{F} - \frac{1}{8\pi^2} \int_0^\infty ds s^{-3} \exp(-m^2 s) \\ &\quad \times \left[(es)^2 \frac{\text{Re}\{\cosh(esX)\}}{\text{Im}\{\cosh(esX)\}} - 1 - \frac{2}{3}(es)^2 \mathfrak{F} \right]\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{\text{spin } 0} &= -\mathfrak{F} + \frac{1}{16\pi^2} \int_0^\infty ds s^{-3} \exp(-\mu^2 s) \\ &\quad \times \left[(es)^2 \frac{\mathcal{G}}{\text{Im}\{\cosh(esX)\}} - 1 \right]\end{aligned}$$

αντιστοίχως και $X^2 = (\mathbf{H} + i\mathbf{E})^2$, m η μάζα των φερμιονίων και μ των μποζονίων με spin 0 αντίστοιχα.

Για πεδία που προέρχονται από επίπεδα κύματα (plane wave fields), οι προαναφερθείσες σταθερές ισούνται με $\mathfrak{F} = 0$ και $\mathcal{G} = 0$, κάτι που ισοδυναμεί με τη διατήρηση της ενέργειας και της ορμής του συστήματος. Είναι γνωστό ότι το φαινόμενο της αυθορμήτου διδύμου γενέσεως από ένα μόνο φωτόνιο οποιασδήποτε ενέργειας, δεν μπορεί να συμβεί χωρίς την παρουσία ενός τρίτου σώματος. Αυτή η συνθήκη είναι ισοδύναμη με τις προαναφερθείσες ισότητες. Οι φυσικές ποσότητες που χαρακτηρίζουν ένα πεδίο από επίπεδο κύμα, τα στοιχεία του τανυστή ενέργειας – ορμής $T_{\mu\nu}$, θα είναι παρόμοιες σε μορφή με αυτές ενός σταθερού πεδίου που υπακούει στις παραπάνω ισότητες των ποσοτήτων \mathfrak{F} και \mathcal{G} . Επομένως, δε θα πρέπει να αναμένονται μη γραμμικά φαινόμενα για ένα επίπεδο H/M κύμα, οποιασδήποτε έντασης και οποιασδήποτε φασματικής κατανομής.

Χρησιμοποιώντας τη θεωρία διαταραχών, η $\mathcal{W}^{(1)}(x)$ για φερμιόνια και για την περίπτωση του σταθερού πεδίου, γράφεται ως μία σειρά με δυνάμεις του eA_μ και του $eF_{\mu\nu}$. Το πεπερασμένο και αναλλοίωτο ως προς τη βαθμίδα αποτέλεσμα για το ανεπτυγμένο ολοκλήρωμα της ολικής δράσης είναι

$$W = -\int (dk) \frac{1}{2} F_{\mu\nu}(-k) F_{\mu\nu}(k) \quad (\alpha = e^2/4\pi c)$$

$$\times \left[1 - \frac{a}{4\pi} \frac{k^2}{m^2} \int_0^1 du \frac{u^2(1-\frac{1}{3}u^2)}{1+(k^2/4m^2)(1-u^2)} \right]$$

Επομένως, για να μην ισχύουν οι ισότητες $\mathcal{F}=0$ και $\mathcal{G}=0$, που θα σήμαιναν ότι κανένα πραγματικό ζεύγος ύλης – αντιύλης δεν μπορεί να δημιουργηθεί θα πρέπει η ποσότητα $1 + \left(\frac{k^2}{4m^2} \right) (1-u^2)$ να μη μηδενίζεται ποτέ (δηλαδή, να μην εμφανίζονται ανωμαλίες). Αυτό είναι αληθές μόνο αν $-k^2 < 4m^2$, για όλα τα k_μ (k_μ είναι το 4-διάνυσμα της ορμής των φωτονίων του πεδίου) που περιέχονται στην αναπαράσταση Fourier του πεδίου. Όντως, είναι προφανές από την αρχή της διατήρησης της ενέργειας – ορμής, ότι για την παραγωγή ενός μόνου ζεύγους ύλης – αντιύλης από το κενό με την απορρόφηση ενός μόνο κβάντου φωτός, το διάνυσμα της τετραορμής του τελευταίου θα πρέπει να είναι χρονοειδές ($ds^2 < 0$), ενώ η ενέργειά του θα πρέπει να είναι τουλάχιστον ίση με $2mc^2$, κάτι που δεν ισχύει για το φως αφού το διάνυσμα της τετραορμής είναι φωτοειδές ($ds^2 = 0$). Για πεδία ικανά να παράγουν ζεύγη ύλης – αντιύλης, θα πρέπει να προστεθεί μία απειροστά αρνητική και μιγαδική σταθερά στον παρονομαστή της παραπάνω εξίσωσης. Η θετική μιγαδική συνεισφορά στο W , που προκύπτει $|e^{iW}|^2 = e^{-2\text{Im}W}$, που παρίστα την πιθανότητα ότι κανένα πραγματικό ζεύγος σωματιδίου – αντισωματιδίου δεν παράγεται κατά τη διάρκεια του δρα το πεδίο, ενώ η ποσότητα

$$|e^{iW}|^2 = 2\text{Im}W \quad (\text{Εξ. 2})$$

είναι η συμπληρωματική της προηγούμενης ποσότητας, και προσδιορίζει την **πιθανότητα να παραχθεί** ένα ζεύγος ύλης – αντιύλης. Το πραγματικό μέρος της ενεργού δράσης οδηγεί σε ένα άλλο παρεμφερές φαινόμενο, αυτό της

πόλωσης του κενού, κάτι που όμως δε θα μας απασχολήσει παρακάτω. Ύστερα από πράξεις, προκύπτει

$$2 \operatorname{Im} W = a \int_{-k^2 > 4m^2} (dk) \left(-\frac{1}{4}\right) F_{\mu\nu}(-k) F_{\mu\nu}(k) \\ \times \left(1 - \frac{4m^2}{(-k^2)}\right)^{\frac{1}{2}} \frac{1}{3} \left(2 + \frac{4m^2}{(-k^2)}\right)$$

Για ασθενή πεδία ($\mathcal{L}_{H/M} = -\mathfrak{F}$ είναι η Λαγκρανζιανή ενός Μαξγουελιαννού πεδίου) για τα οποία γίνεται η μελέτη, η παραπάνω ποσότητα εκφράζει την πιθανότητα δημιουργίας ενός και μόνο ζεύγους. Πρέπει να τονιστεί, ότι η ποσότητα $\left(-\frac{1}{4}\right) F_{\mu\nu}(-k) F_{\mu\nu}(k) = \frac{1}{2} [|\mathbf{E}(k)|^2 - |\mathbf{H}(k)|^2]$, είναι στην πραγματικότητα θετική για ένα πεδίο ικανό να παράγει ζεύγη. Αυτό εξάγεται και από το γεγονός ότι το μαγνητικό πεδίο εξαφανίζεται σε ένα κατάλληλο σύστημα αναφοράς, όπου οι συντεταγμένες k_μ έχουν μόνο χρονική εξάρτηση. Συνεπώς, για ένα καθαρά στατικό μαγνητικό πεδίο δεν πληρούνται οι συνθήκες για την παραγωγή ζευγών.

Για συνθήκες $\mathcal{G}=0$, $-2\mathfrak{F} = E^2 > 0$ συνθήκες που χαρακτηρίζουν ανεξαρτήτως συστήματος αναφοράς (αναλλοιότητα) ένα καθαρό και σταθερό ηλεκτρικό πεδίο, το ολοκλήρωμα της Λαγκρανζιανής είναι

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} E^2 - \left(\frac{1}{8\pi^2}\right) \int_0^\infty ds s^{-1} \exp(-m^2 s) \left[eEs \cot(eEs) - 1 + \frac{1}{3} (eEs)^2 \right] \\ \int_0^\infty \frac{ds}{s} \left(x \left| \exp \left(is \left[(P - eA)^2 - m^2 + \left(\frac{e}{2}\right) \sigma \cdot F \right] - \exp(is(P^2 - m^2)) \right) \right| \right)$$

και παρουσιάζει ανωμαλίες στα σημεία $s=s_n = \frac{n\pi}{eE}$, $n=1,2,\dots$ (άπειρος αριθμός ανωμαλιών). Συνεπώς, η πιθανότητα για τη δημιουργία ενός και μόνου ζεύγους (βλέπε Εξ. 1 και Εξ. 2) δίνεται από την παρακάτω εξίσωση

$$2 \operatorname{Im} \mathcal{L} = \frac{1}{4\pi} \sum_{n=1}^\infty s_n^{-2} \exp(-m^2 s_n) = \frac{a^2}{\pi^2} \mathcal{E}^2 \sum_{n=1}^\infty n^{-2} \exp\left(\frac{-n\pi m^2}{e\mathcal{E}}\right) \quad (\text{Εξ. 3})$$

Αυτή είναι και η **πιθανότητα ανά μονάδα χρόνου και μονάδα όγκου**, για τη δημιουργία ενός ζεύγους φερμιονίων από ένα σταθερό ηλεκτρικό πεδίο. Ιδιαίτερης σημασίας είναι η εκθετική εξάρτηση από το ηλεκτρικό πεδίο E , κάτι που θα χρησιμοποιήσουμε παρακάτω.

Ib) Η μέθοδος του φανταστικού χρόνου (imaginary time method)

Ο V.S. Popov [13] και αρκετοί Σοβιετικοί επιστήμονες της εποχής [14] δούλεψαν στη μέθοδο του φανταστικού χρόνου, όχι μόνο για την περίπτωση του στατικού πεδίου, αλλά και για την περίπτωση του τυχαία εναλλασσόμενου χρονικά εξαρτώμενου ηλεκτρικού πεδίου. Η μέθοδος αυτή είχε εφαρμοστεί στο φυσικό πρόβλημα του ιονισμού των ατόμων πριν από το 1970, αλλά η σημαντική ώθηση που δέχτηκε για την εφαρμογή στο φυσικό πρόβλημα του ‘ιονισμού του κενού’ δόθηκε από τη δουλεία των Brezin και Itzykson [15]. Πιο συγκεκριμένα, και ύστερα από δύο δεκαετίες σχετικής στασιμότητας πάνω στο πρόβλημα της παραγωγής ζευγών ύλης – αντιύλης από H/M πεδία, οι Brezin και Itzykson υπολόγισαν την πυκνότητα πιθανότητας παραγωγής ενός ζεύγους (είτε μποζόνια είτε φερμιόνια) από το κενό από εναλλασσόμενο εξωτερικό ηλεκτρικό πεδίο. Επίσης, ερμήνευσαν την παραγωγή των ζευγών για την περίπτωση των υπέρ-ισχυρών πεδίων μέσω του φαινομένου σήραγγας (tunneling effect). Το μοντέλο αυτό, θεωρεί ότι τα εν δυνάμει (virtual) σωματίδια (ηλεκτρόνια - ποζιτρόνια) βρίσκονται μέσα σε ‘πηγάδι’ δυναμικού (potential well), το ύψος του οποίου είναι $2mc^2$. Στην περίπτωση που το σύστημα αυτό είναι αδιατάρακτο τα εν δυνάμει ηλεκτρόνια και τα ποζιτρόνια δεν μπορούν να διαφύγουν (έχουμε μόνο διακυμάνσεις του κενού), ενώ όταν εφαρμόζεται στο σύστημα ένα H/M πεδίο, τότε το ύψος του δυναμικού μπορεί να καμφθεί και συνεπώς τα σωματίδια να εξέλθουν του πηγαδιού αυτού με συγκεκριμένη μη μηδενική πιθανότητα, και από εν δυνάμει να γίνουν πραγματικά, δηλαδή μπορούν να παρατηρηθούν. Αυτό είναι ισοδύναμο με τα φαινόμενα πεδίου (field effects) που εμφανίζονται στον

ιονισμό των ατόμων, και τα οποία θα αναλύσουμε στο δεύτερο κεφάλαιο. Τα αποτελέσματά τους συνοψίζονται παρακάτω :

Εξηγώντας τις φυσικές διαδικασίες που εμπλέκονται σε αυτό το φαινόμενο, υπολόγισαν το κρίσιμο πεδίο που απαιτείται για την παραγωγή ενός ζεύγους ύλης – αντιύλης και συγκεκριμένα ηλεκτρονίου – ποζιτρονίου (e^-e^+). Το πεδίο αυτό υπολογίζεται από την εξίσωση του έργου που παράγεται από ένα εξωτερικά εφαρμοζόμενο στατικό ηλεκτρικό πεδίο σε μία χαρακτηριστική διάσταση του προβλήματος, που είναι το μήκος Compton στην περίπτωση μας, για τα ηλεκτρόνια $\lambda_C = \frac{\hbar}{mc} = 386 \text{ fm}$ ή $386 \cdot 10^{-15} \text{ m}$, πάνω στη μονάδα του φορτίου e με την ενέργεια αδράνειας (ή ενέργεια σύνδεσης ή ενέργεια ιονισμού του συστήματος) ενός ζεύγους e^-e^+ που είναι ίση με $2mc^2 = 1,022 \text{ MeV}$. Συνεπώς, μπορούμε να εξάγουμε την ισότητα

$$eE_{\text{critical}}\lambda_C = 2mc^2 \rightarrow E_{\text{critical}} = \frac{2mc^2}{e\lambda_C} = \frac{2mc^2}{e\frac{\hbar}{mc}} = 1.3 \cdot 10^{18} \text{ Volt / m}$$

Αυτή η αριθμητική τιμή της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου έχει περάσει στη βιβλιογραφία ως το ‘το κρίσιμο πεδίο του Schwinger ή το πεδίο Schwinger’. Στο παράρτημα Α, παρουσιάζεται (μέσα από βασικές αρχές της φυσικής) πως η χαρακτηριστική διάσταση του φαινομένου είναι το μήκος Compton του παραγόμενου σωματιδίου.

Σε αντίθεση με τον Schwinger που εφάρμοσε τα αποτελέσματά του για την περίπτωση του στατικού ηλεκτρικού πεδίου, οι Brezin και Itzykson εξέτασαν την περίπτωση ενός καθαρά ηλεκτρικού πεδίου το οποίο ταλαντώνεται στο χρόνο. Τέτοια πεδία όπως θα δούμε πιο μετά, μπορούν να δημιουργηθούν κατά τη συμβολή δύο δεσμών λέιζερ της ίδιας συχνότητας, οι οποίες όμως διαδίδονται αντιπαράλληλα.

Είναι χαρακτηριστικό, και δεδομένης της σχετικά πρόσφατης ανακάλυψης των λέιζερ από την ημερομηνία δημοσίευσης της δουλειάς των Brezin και Itzykson, ότι προτείνουν τη χρήση των λέιζερ για την επίτευξη των απαιτούμενων ηλεκτρικών πεδίων. Μολαταύτα, από ότι φαίνεται από την εξίσωση 3, για να είναι μετρήσιμη η παραγωγή σωματιδίων από την

αλληλεπίδραση H/M πεδίων με το κενό, θα πρέπει η έντασή τους να προσεγγίζει το κρίσιμο πεδίο του Schwinger, που σημαίνει να αυξηθεί τουλάχιστον 4 τάξεις μεγέθους (το μέγιστο πεδίο που μπορεί να επιτευχθεί σήμερα είναι $E_{\max} \sim 10^{13}$ V/m)

Η περίπτωση που μελέτησαν, αναφέρεται σε ένα πεδίο της μορφής $A(x)=(0,0,0,A(t))$, όπου το $A(t)$ θεωρείται ότι έχει περιοδική συμπεριφορά με περίοδο ω_0 ($A(t) = \left(\frac{E_0}{\omega_0}\right) \cos \omega_0 t$) και αποσβέννεται αδιαβατικά για μεγάλους

χρόνους ($A \rightarrow 0$, για $t \rightarrow \pm\infty$) (λόγω αυτής της αδιαβατικής μεταβολής του H/M πεδίου, η προσέγγιση αυτή ονομάζεται αδιαβατική, σε αντιπαράθεση με την προσέγγιση συντονισμού που θα μελετήσουμε παρακάτω). Ο λόγος $\frac{eE}{m^2}$

που εμφανίζεται στην Εξ. 3 θεωρείται ότι είναι πολύ μικρός ($\frac{eE}{m^2} \ll 1$). Αυτός

ο λόγος ισχύει για όλα τα υπάρχοντα συστήματα λέιζερ και μπορεί να επαναδιατυπωθεί λέγοντας ότι η ενέργεια που παρέχεται στο σύστημα των εν δυνάμει ηλεκτρονίων αρνητικής ενέργειας από ένα μόνο φωτόνιο της δέσμης του λέιζερ σε ένα μήκος Compton, είναι πολύ μικρότερη από το ενεργειακό χάσμα των $2mc^2$ του ζεύγους ηλεκτρονίου – ποζιτρονίου.

Για τέτοια πεδία, το πρόβλημα της μη γραμμικής συμπεριφοράς του κενού παρουσία H/M πεδίου, ανάγεται σε πρόβλημα σκέδασης από ένα φράγμα δυναμικού, στο οποίο η μεταβλητή είναι ο χρόνος, και συνεπώς μελετάται η χρονική εξέλιξη του συστήματος στο οποίο παράγονται τα ζεύγη ύλης – αντιύλης. Το παραγόμενο αντισωματίδιο μπορεί να απεικονιστεί ως ένα κυματοπακέτο που ταξιδεύει στο χρόνο προς τα πίσω. Αυτό που υπολογίζουν ουσιαστικά είναι το πλάτος πιθανότητας για να ‘ταξιδέψει το αντισωματίδιο πίσω στο χρόνο’, το οποίο σχετίζεται με την πιθανότητα να παραχθούν ζεύγη ύλης – αντιύλης.

Κάνοντας χρήση της προσέγγισης WKB, που έχει εφαρμοστεί στην [14] για την παρόμοια περίπτωση σκέδασης του ιονισμού των ατόμων, καταλήγουν στο τελικό αποτέλεσμα για την παραγωγή φερμιονίων από την αλληλεπίδραση εναλλασσόμενου πεδίου με το κενό, το οποίο είναι

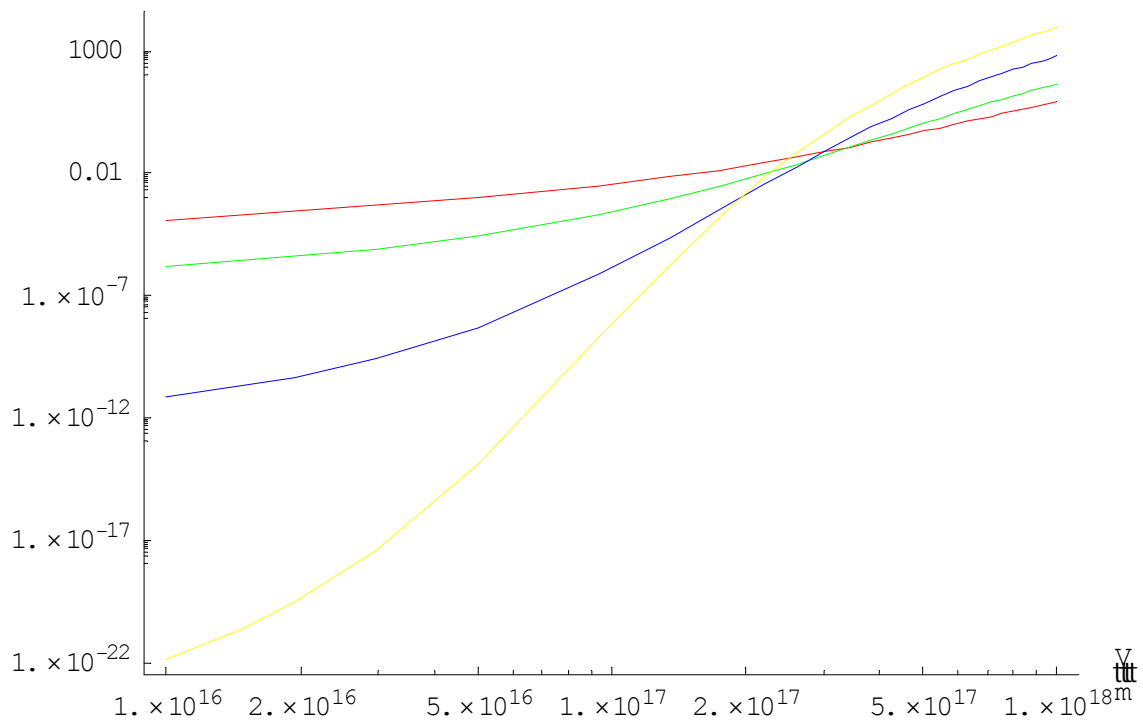
$$w_F = \frac{aE^2}{\pi} \frac{1}{g(\gamma) + \frac{1}{2}\gamma g'(\gamma)} \exp\left(-\frac{\pi m^2}{eE} g(\gamma)\right) \quad (E\xi. 4)$$

όπου $g(z) = \frac{4}{\pi} \int_0^1 dy \left(\frac{1-y^2}{1+z^2 y^2} \right)^{1/2}$, και $\gamma = \frac{\text{Ενέργεια Φωτονίου}}{\text{Εργο του } E \text{ σε ένα } \lambda_{\text{Compton}}} = \frac{mc\omega_0}{eE}$,

που είναι ο λόγος δύο μικρών ποσοτήτων $\frac{\hbar\omega_0/mc^2}{eE\hbar/m^2c^3}$. Χρησιμοποιώντας αυτή

τη σχέση μπορούμε να κάνουμε τη γραφική παράσταση του αριθμού των ηλεκτρονίων – ποζιτρονίων (Διάγραμμα 3) που αναμένεται να παραχθούν από τέτοια πεδία, πολλαπλασιάζοντας με όγκο ίσο με $V = \frac{\lambda^4}{c}$, που είναι ο όγκος της εστίας της δέσμης του λέιζερ, στον οποίο θεωρούμαι ότι έχει επιτευχθεί το μέγιστο ηλεκτρικό πεδίο (όριο περίθλασης – diffraction limit).

Number of e^-e^+ Pairs



Διάγραμμα 3 : Αριθμός ηλεκτρονίων – ποζιτρονίων που δημιουργούνται συναρτήσει της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου, για διάφορες ενέργειες φωτονίων. Η κόκκινη καμπύλη αντιστοιχεί σε $\omega=340$ keV, η πράσινη σε $\omega=204$ keV, η μπλε σε $\omega=102.2$ keV και η κίτρινη σε 51.1 keV.

Θα πρέπει να τονιστεί ότι η παράμετρος γ περιγράφει τη μετάβαση από την περιοχή υψηλού πεδίου, χαμηλής συχνότητας ($\gamma \ll 1 \sim$ περίπτωση σταθερού πεδίου) στην περιοχή χαμηλού πεδίου, υψηλής συχνότητας ($\gamma \gg 1 \sim$ περίπτωση εφαρμογής θεωρίας διαταραχών) και από φυσική άποψη δίνει το λόγο της ενέργειας του φωτονίου προς το έργο που παράγεται από το ηλεκτρικό πεδίο της ακτινοβολίας, το οποίο προέρχεται από το σύνολο των φωτονίων, σε ένα μήκος Compton που είναι η τυπική διάσταση ενός ζεύγους ηλεκτρονίου – ποζιτρονίου (Παράρτημα Α). Η τιμή του γ μεταβάλλεται είτε μεταβάλλοντας τη συχνότητα της ακτινοβολίας και διατηρώντας σταθερό το ηλεκτρικό πεδίο, είτε μεταβάλλοντας το ηλεκτρικό πεδίο και διατηρώντας τη συχνότητα σταθερή, είτε και μεταβάλλοντας και τα δύο αυτά μεγέθη.

Συνεπώς, μπορούν να εξαχθούν δύο ασυμπτωτικές συμπεριφορές της συνάρτησης $g(\gamma)$ για τα δύο όρια, $\gamma \ll 1$ και $\gamma \gg 1$, για τις οποίες αντίστοιχα προκύπτουν και οι δύο ασυμπτωτικές μορφές της πυκνότητας πιθανότητας

$$\text{I) } \gamma \ll 1, g(\gamma) = 1 - 1/8\gamma^2 + O(\gamma^4) \quad w_F = \frac{aE^2}{\pi} e^{\left(-\frac{\pi m^2}{eE}\right)} \quad (E\xi. 5\alpha)$$

$$\text{II) } \gamma \gg 1, g(\gamma) = (4/\pi\gamma)\ln(2\gamma) + O(1/\gamma) \quad w_F = \frac{aE^2}{8} \left(\frac{eE}{2n\omega_0}\right)^{\frac{4m}{\omega}} \quad (E\xi. 5\beta)$$

Η συμπεριφορά της συνάρτησης $g(\gamma)$ μπορεί να προσεγγιστεί και για τις δύο περιοχές του γ , από μία συνάρτηση υπερβολικού ημίτονου, $g(\gamma) = \frac{4}{\pi\gamma} \sinh^{-1} \gamma$.

Για το Διάγραμμα 3, μπορούν να γίνουν τα ακόλουθα σχόλια. Καταρχήν παρατηρούμε, ότι υπάρχει μία περιοχή τιμών της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου για την οποία υπάρχει τομή των καμπυλών διαφορετικής ενέργειας φωτονίων. Στην περιοχή αυτή (crossing area) η παράμετρος γ παίρνει τιμές κοντά στην μονάδα ($\gamma \sim 1$), ενώ αριστερά αυτής της περιοχής είναι $\gamma \gg 1$ και η συμπεριφορά της πυκνότητας πιθανότητας ακολουθεί την Εξ. 5β, ενώ αντίστοιχα δεξιά της crossing area είναι $\gamma \ll 1$ και ακολουθεί τη συμπεριφορά της Εξ. 5α. Επίσης, οι διαδικασίες που εμπλέκουν φωτόνια μικρότερης ενέργειας (ή αντίστοιχα ηλεκτρικά πεδία μικρότερης συχνότητας) είναι πιο αποδοτικές όσον αφορά την παραγωγή ζευγών ύλης – αντιύλης. Αυτή η παρατήρηση είναι πολύ σημαντική και βασιζόμενοι σε αυτή, θα

εξάγουμε κάποια ιδιαίτερα ενδιαφέροντα αποτελέσματα στο δεύτερο κεφάλαιο.

Παρατηρούμε ότι για την πρώτη περίπτωση ($\gamma \ll 1$ – Εξ. 5α) η σχέση του w συμπίπτει με την Εξ. 3, που είναι το αποτέλεσμα που εξήγαγε ο Schwinger. Για τη δεύτερη περίπτωση ($\gamma \gg 1$ ή $\frac{eE}{2m\omega_0} \ll 1$) το πλάτος πιθανότητας είναι ανάλογο της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου υψωμένο σε δύναμη ίση με τον ελάχιστο αριθμό των φωτονίων για την παραγωγή ενός ζεύγους, δηλαδή ίση με $\frac{2m}{\omega_0}$. Όπως θα αναφερθούμε και παρακάτω, η Εξ. 5β περιγράφει πολυφωτονικές διαδικασίες.

Η Εξ. 4 είναι η πιο γενική εξίσωση και προσδιορίζει καλύτερα και ομαλότερα τη μετάβαση από την περιοχή $\gamma \ll 1$ στην περιοχή $\gamma \gg 1$. Η συνθήκη που θα πρέπει να ικανοποιεί ένα ηλεκτρικό πεδίο, για την παραγωγή ζευγών από το κενό μπορεί να συνοψιστεί στην παρακάτω ανισότητα

$$eE \geq \pi m^2 g(\gamma),$$

ή χρησιμοποιώντας τη σχέση $g(\gamma) = \frac{4}{\pi\gamma} \sinh^{-1} \gamma$

$$eE \geq \frac{m\omega_0 c}{\sinh\left(\frac{\hbar\omega_0}{4mc^2}\right)}$$

Για τυπικά συστήματα λέιζερ με συχνότητα ($\omega_0 \sim 10^{15}$ Hz) και μέγιστες τιμές εντάσεως πεδίου της τάξης των 10^{12} V/cm ($I \sim 10^{22}$ W/cm²), με διάρκεια παλμού 10^{-12} sec και όγκο εστίασης της δέσμης του λέιζερ 10^{-9} cm³, οι δύο

παράμετροι που καθορίζουν το γ είναι $\frac{\hbar\omega_0}{mc^2} \sim 10^{-6}$, $\frac{eE\hbar}{m^2c^3} \sim 10^{-4}$ και η

παράμετρος γ είναι πολύ μικρή $\gamma = \frac{m\omega_0 c}{eE} \sim 10^{-2}$. Με αυτές τιμές των

παραμέτρων η πιθανότητα παραγωγής ενός ζεύγους είναι πολύ μικρή ($\sim \text{Exp}(-10^4)$). Είναι εύλογο συνεπώς, οι δύο επιστήμονες να θεωρήσουν την

εποχή εκείνη ότι ο μόνος τρόπος για να επιτευχθούν οι παραπάνω συνθήκες είναι μόνο με τη χρήση λέιζερ στις ακτίνες x, δεδομένου ότι αυτά τα συστήματα λέιζερ θα μπορούν να επιτύχουν μία αύξηση της έντασης του πεδίου κατά τέσσερις τάξεις μεγέθους, πλησιάζοντας το κρίσιμο πεδίο του

Schwinger. Θα πρέπει να σημειωθεί ότι η δουλειά των Brezin και Itzykson είναι η πρώτη, αν και δεν αναφέρεται ρητά, προσπάθεια αντιμετώπισης του προβλήματος της διδύμου γενέσεως, μέσω μη γραμμικών πολυφωτονικών διαδικασιών του κβαντικού συστήματος του κενού με ένα εξωτερικά εφαρμοζόμενο ηλεκτρικό πεδίο.

Το 1972 οι Troup και Perlman [14] δημοσίευσαν ένα σχολιασμό πάνω στην προηγούμενη δουλειά των Brezin και Itzykson. Πιο συγκεκριμένα τα σχόλια τους μπορούν να συνοψιστούν στα παρακάτω :

Ένα πεδίο λέιζερ μπορεί να θεωρηθεί ότι πληροί τις συνθήκες $\mathbf{E} \cdot \mathbf{B} = 0$ και $E=B$ (σε μονάδες στο σύστημα cgs). Ένα τέτοιο πεδίο είναι φωτοειδές ($ds^2=0$) στη σχετικιστική ορολογία, και είναι αναλλοίωτο σε οποιοδήποτε σύστημα αναφοράς Lorentz (που υπόκεινται δηλαδή σε μετασχηματισμούς Lorentz). Στην [14] το αποτέλεσμα εξάγεται για χρονοειδές ($ds^2<0$) , εναλλασσόμενο πεδίο (καθώς θεωρούν ότι στην εστία του λέιζερ δεν υπάρχει μαγνητικό πεδίο, παρά μόνο ηλεκτρικό).

Οι Brezin και Itzykson θεωρούν ότι έχουν μόνο ηλεκτρικό πεδίο, αναφέροντας ότι η παραγωγή ζευγών δε συμβαίνει σε καθαρά μαγνητικό πεδίο. Στην στατική περίπτωση, ο Toll [17] αναφέρει ότι η παραγωγή ζευγών είναι πλήρως απαγορευμένη αν το εξωτερικό πεδίο ικανοποιεί τις συνθήκες $\mathbf{E} \cdot \mathbf{B} = 0$ και $E \leq B$. Συνεπώς, ένα στατικό ηλεκτρομαγνητικό πεδίο με τις παραπάνω συνθήκες, δε θα προκαλέσει παραγωγή ζευγών μέσω του μηχανισμού της ‘διέλευσης’ (tunneling) του φράγματος δυναμικού που περιγράφεται στη [14].

Το πεδίο μίας εστιασμένης δέσμης λέιζερ, στη εστία, ικανοποιεί τις σχέσεις $\mathbf{E} \cdot \mathbf{B} = 0$, $E=B$, και σύμφωνα με τους Troup και Perlman δεν εξηγείται γιατί γίνεται αντικατάσταση ενός χωροειδούς ηλεκτρικού πεδίου με ένα χρονοειδές, καθώς και γιατί παραλείπεται το μαγνητικό πεδίο. Η απάντηση σε αυτό το σχόλιο, είναι ότι οι Brezin και Itzykson δεν επιχείρησαν να προσδιορίσουν μία εφικτή πειραματική επίτευξη ενός πεδίου ικανού για την παραγωγή ζευγών, αλλά η επιδίωξή τους ήταν να προσδιορίσουν σε τάξη

μεγέθους το φαινόμενο και να εξάγουν τις τελικές σχέσεις που προσδιορίζουν την παραγωγή σε ένα εναλλασσόμενο ηλεκτρικό πεδίο.

Ωστόσο η λύση, σε αυτό το πρόβλημα ήρθε από τον Ρορον [13], στην οποία ικανοποιούνται οι συνθήκες για ένα καθαρό εναλλασσόμενο ηλεκτρικό πεδίο, σε ένα στάσιμο κύμα που δημιουργείται από τη συμβολή δύο δεσμών λέιζερ, οι οποίες διαδίδονται αντιπαράλληλα. Το 1974, ο Ρορον, δημοσίευσε μία εργασία στην οποία χρησιμοποίησε τη μέθοδο του φανταστικού χρόνου που είχε εφαρμοστεί στο παρελθόν για τον ιονισμό των ατόμων, στο πρόβλημα της δημιουργίας ζευγών ύλης – αντιύλης από το κενό παρουσία εναλλασσόμενων H/M πεδίων (πεδία της μορφής $E=E_0\cos\omega t$). Θέτοντας ως συνθήκες

$$E \ll E_{Critical}, \quad \hbar\omega \ll m_e c^2$$

κατέληξε στη σχέση που δίνει την πιθανότητα παραγωγής ζευγών ηλεκτρονίων – ποζιτρονίων. Η εικόνα που χρησιμοποιεί ο Ρορον για το κενό, στηρίζεται στην εικόνα ενός συστήματος δύο σταθμών, στο οποίο η παραγωγή ύλης – αντιύλης είναι η μετάβαση από την κατώτερη στην ανώτερη στάθμη του κβαντικού συστήματος του κενού. Σύμφωνα με αυτή την εικόνα, η μετάβαση μπορεί να επιτευχθεί είτε μέσω του φαινομένου σήραγγας διαμέσω του δυναμικού του κενού που είναι $2mc^2$, είτε μέσω πολυφωτονικών διαδικασιών, όπου ο ελάχιστος απαιτούμενος αριθμός φωτονίων είναι ίσος με την ενεργειακή διαφορά των δύο σταθμών ($n = \frac{2mc^2}{\hbar\omega}$). Η πιθανότητα για μία τέτοια μετάβαση του κενού παρουσία ηλεκτρικών πεδίων, μπορεί να γραφτεί ως ένα άθροισμα πιθανοτήτων διαδικασιών πολλών φωτονίων w_n .

$$W = \sum_{n \geq n_0} w_n$$

όπου $n_0 = \frac{m_e c^2}{\hbar\omega} \Delta$ και οι πολυφωτονικές πιθανότητες γράφονται σε όρους ολοκληρώματος πάνω στις τρεις συνιστώσες της ορμής των σωματιδίων $\mathbf{p}=(\mathbf{p}_\perp, p_\parallel)$, των παραγόμενων ηλεκτρονίων (e^-), ή ισοδύναμα των

παραγόμενων ποζιτρονίων (e^+), κάθετα (\mathbf{p}_\perp) και παράλληλα (p_\parallel) στο εφαρμοζόμενο ηλεκτρικό πεδίο.

Ο όρος w_n είναι ο όρος που δίνει την πιθανότητα μίας n -φωτονίων διαδικασίας

$$w_n = \frac{2}{\pi} \omega^2 \exp \left[-\pi \frac{E_{Critical}}{E} g(\gamma) \right] \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \left[1 - (-1)^n \cos \left(4 \frac{p_\parallel}{\omega} \arctan \gamma \right) \right] \\ \exp \left[-\pi \frac{E_{Critical}}{E} \left\{ \left(g(\gamma) + \frac{1}{2} \gamma g'(\gamma) \right) \frac{\mathbf{p}_\perp^2}{m_e^2} - \gamma \frac{d}{d\gamma} \left(g(\gamma) + \frac{1}{2} \gamma g'(\gamma) \right) \frac{p_\parallel^2}{m_e^2} \right\} \right] \\ \delta \left(\Delta(\gamma) + \frac{1}{2} \left(1 + \gamma \frac{d}{d\gamma} \right) \Delta(\gamma) \frac{\mathbf{p}_\perp^2}{m_e^2} + \left(1 - \gamma \frac{d}{d\gamma} \right) \left(1 + \gamma \frac{d}{d\gamma} \right) \Delta(\gamma) \frac{p_\parallel^2}{m_e^2} - n \frac{\omega}{m_e} \right) \\ (E\xi.6)$$

Η συνάρτηση $g(\gamma)$ και η παράμετρος γ είναι οι ίδιες που εισήχθησαν από τους Brezin και Itzykson, ενώ η συνάρτηση $\Delta(\gamma)$ δίνεται από τη σχέση

$$\Delta(\gamma) = \frac{4}{\pi} \frac{\sqrt{1+\gamma^2}}{\gamma} \mathbf{E} \left(\frac{1}{\sqrt{1+\gamma^2}} \right) = \begin{cases} \frac{4}{\pi \gamma} \left(1 - \frac{1}{2} \gamma^2 \ln \left(\frac{\gamma}{4\sqrt{e}} \right) + O(\gamma^4) \right) & : \gamma \ll 1 \\ 2 + \frac{1}{2} \frac{1}{\gamma^2} + O\left(\frac{1}{\gamma^4}\right) & : \gamma \gg 1 \end{cases}$$

και παίζει το ρόλο του ενεργού χάσματος ανάμεσα στη χαμηλότερη και στην υψηλότερη στάθμη του συστήματος.

Από την ολοκλήρωση της (Εξ. 6) στο χώρο των ορμών, και τη μελέτη της (Εξ. 6) για τις ασυμπτωτικές περιοχές τιμών της παραμέτρου γ , προκύπτουν οι πιθανότητες ανά 4-όγκο Compton

$$\left(\frac{\lambda_c^4}{c} = 7.25 \cdot 10^{-59} m^3 \text{ sec} \right)$$

$$\text{I) } W = \frac{c}{2^{3/2} \pi^4 \lambda_c^4} \left(\frac{E}{E_{critical}} \right)^2 \exp \left(-\pi \frac{E_{critical}}{E} \left(1 - \frac{1}{8} \gamma^2 \right) \right) \quad (\gamma \ll 1) \quad (E\xi.7\alpha)$$

$$\text{II) } W = \frac{c}{2^{3/2} \pi^3 \lambda_c^4} \left(\frac{\hbar \omega}{mc^2} \right)^{-5/2} \left(\frac{4\gamma}{e} \right)^{-2 \left(\frac{2mc^2}{\hbar \omega} \right)} \quad (\gamma \gg 1) \quad (E\xi.7\beta)$$

Παρατηρούμε ότι τα ζεύγη των εξισώσεων 5 και 7 παρουσιάζουν παραπλήσια συμπεριφορά, με τη διαφορά ότι στις Εξ. 7 έχουν υπολογιστεί καλύτερα οι διάφοροι συντελεστές που υπεισέρχονται στις σχέσεις.

Σε αυτό το σημείο θα ήταν χρήσιμο να διευκρινίσουμε κάποια πράγματα σχετικά με το μοντέλο σήραγγας που χρησιμοποιήθηκε στις [13,15]. Το μοντέλο αυτό απεικονίζει τη διαφυγή μέσω του φαινομένου σήραγγας ενός σωματιδίου, το οποίο είναι περιορισμένο σε ένα πηγάδι δυναμικού (το αντίστοιχο του δυναμικού του πυρήνα ενός ατόμου, μόνο που εδώ είναι το δυναμικό του 'κενού', ίσο με $2mc^2$). Εν συνεχεία παρουσιάζουμε το μοντέλο του ιονισμού του κενού μέσω του φαινομένου σήραγγας, με τη διαφορά ότι μελετάται η πρόσπτωση 'σωματιδίων' πάνω σε ένα φράγμα δυναμικού και υπολογίζονται οι συντελεστές ανάκλασης και διέλευσης από το φράγμα. Σε αυτή την περίπτωση συγκαταλέγεται και το Παράδοξο του Klein το οποίο έχει παρουσιαστεί στην εισαγωγή.

II α) Η μέθοδος του Φαινομένου Σήραγγας

Εν συνεχεία, παρουσιάζεται η δουλειά των Wang και Wong [18] , στην οποία το πρόβλημα της παραγωγής ζευγών αντιμετωπίζεται μέσω του φαινομένου σήραγγας, όπου το τετράγωνο του συντελεστή διέλευσης από το φράγμα δυναμικού ερμηνεύεται ως ο ρυθμός παραγωγής ζευγών. Συγκεκριμένα, στην εργασία τους, οι προαναφερθέντες επιστήμονες αντιμετωπίζουν της περίπτωση όπου ένα ηλεκτρικό πεδίο περιορίζεται από δύο μεταλλικές πλάκες, σε πεπερασμένη απόσταση η μία από την άλλη, δηλαδή όταν έχουμε ένα χωρικά περιορισμένο ηλεκτρικό πεδίο, κάτι που δεν ίσχυε στην περίπτωση του Schwinger [12] όπου το πεδίο εκτεινόταν σε όλο το χώρο.

Για την περίπτωση των μποζονίων, οι Wang και Wong κάνουν τη μελέτη τους ως εξής : έστω ένα μποζόνιο με μάζα m μέσα σε ένα στατικό γραμμικό διανυσματικό δυναμικό $A=(0,A_0(z))$ της μορφής

$$A_0 = \begin{cases} 0 & \text{για } z \leq 0 & (\text{Περιοχή I}) \\ -\kappa z & \text{για } 0 \leq z \leq L & (\text{Περιοχή II}) \\ -\kappa L & \text{για } L \leq z & (\text{Περιοχή III}) \end{cases}$$

Ένα τέτοιο δυναμικό υπάρχει ανάμεσα σε δύο παράλληλες μεταλλικές πλάκες, που βρίσκονται σε απόσταση L μεταξύ τους. Η παράμετρος κ δίνει την κλίση του διανυσματικού δυναμικού (δηλαδή, την ένταση του ηλεκτρικού πεδίου E) και σχετίζεται με το φορτίο του σωματιδίου και με την ένταση του ηλεκτρικού πεδίου E μέσω της σχέσης $\kappa=|eE|$. Λύνοντας την εξίσωση Klein – Gordon για τα μποζόνια

$$\left[(p - A)^2 - m^2 \right] \phi = 0 ,$$

έχουμε λύσεις επίπεδου κύματος στις περιοχές I και III, όπου δεν υπάρχει ηλεκτρικό πεδίο, ενώ στην περιοχή II (και συναρτήσει της αδιάστατης συντεταγμένης του μήκους $\xi = \sqrt{2} \frac{\mathcal{E} + \kappa z}{\sqrt{\kappa}}$, όπου $\mathcal{E} = +\kappa L$ είναι η ενέργεια της υπό μελέτης κατάστασης) η εξίσωση Klein – Gordon, ανάγεται στην παρακάτω εξίσωση που είναι μία εξίσωση τύπου Schrödinger

$$\left[-\frac{d^2}{d\xi^2} + a - \frac{1}{4}\xi^2 \right] f(\xi) = 0 \quad (E\xi. 8),$$

όπου $\alpha = \frac{m_{\perp}^2}{2\kappa} = \frac{m^2 + p_T^2}{2\kappa}$. Η εγκάρσια ορμή υποδηλώνει την αύξηση της μάζας

λόγω της αδράνειας του σωματιδίου ενάντια στη δύναμη του ηλεκτρικού πεδίου. Οι λύσεις της παραπάνω εξίσωσης Schrödinger στην περιοχή II είναι οι παραβολικές συναρτήσεις $E(a, \xi)$ και $E^*(a, \xi)$. Το φαινόμενο σήραγγας είναι εφικτό αν $-\alpha \geq -\xi_L^2/4$ και $-a \geq -\xi_R^2/4$, όπου ξ_L και ξ_R είναι οι τιμές του ξ για $z=0$ και $z=L$ αντίστοιχα, που είναι και τα όρια του δυναμικού. Αυτές οι συνθήκες δείχνουν ότι το φαινόμενο σήραγγας μπορεί να συμβεί, μόνο όταν $L \geq \frac{2m_{\perp}}{\kappa}$ και $-m_{\perp} \geq \mathcal{E} \geq -\kappa L + m_{\perp}$. Συνεπώς, υπάρχει ένα όριο στην απόσταση

των δύο πλακών ίσο με $\frac{2m_{\perp}}{\kappa}$ κάτω από το οποίο κανένα σωματίδιο δεν μπορεί να παραχθεί. Αυτή η ελάχιστη απόσταση είναι ανάλογη της εγκάρσιας μάζας m_{\perp} και αντιστρόφως ανάλογη της τιμής του κ , δηλαδή της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου. Λύνοντας την τύπου Schrödinger εξίσωση, οι εισερχόμενες καταστάσεις αρνητικής ενέργειας με ενέργεια $\mathcal{E} < 0$, προσπίπτουν στην περιοχή II από τα αριστερά ($z = -\infty$) και διέρχονται ως καταστάσεις θετικής ενέργειας με ενέργεια $\mathcal{E} + \kappa L > 0$ και διαδιδόμενες στην περιοχή III προς τα δεξιά ($z = +\infty$).

Οι λύσεις της (8) είναι για τις τρεις περιοχές

$$\text{Περιοχή I, } n_1(\xi) = I a_1 e^{-ik_L \xi} + R a_R e^{+ik_L \xi}$$

$$\text{Περιοχή II, } n_2(\xi) = A E(a, \xi) + B E^*(a, \xi)$$

$$\text{Περιοχή III, } n_3(\xi) = T a_T e^{+ik_R \xi}$$

όπου το n αντιπροσωπεύει τις αρνητικές καταστάσεις ενέργειας στην περιοχή

I, το $k_{L,R} = \left(\frac{1}{4} \xi_{L,R}^2 - a \right)^{1/2}$, οι συναρτήσεις $E(a, \xi)$ και $E^*(a, \xi)$ είναι οι

παραβολικές κυλινδρικές συναρτήσεις, και οι σταθερές κανονικοποίησης $a_I = a_R = 1/|\mathcal{E}|^{1/2}$ και $a_T = 1/|\mathcal{E} + \kappa L|^{1/2}$ υποδηλώνουν ότι τα προσπίπτοντα, τα ανακλώμενα και τα διερχόμενα επίπεδα κύματα ϕ_i και ϕ_j με ορμές \mathbf{p}_i και \mathbf{p}_j και ενέργειες \mathcal{E}_i και \mathcal{E}_j είναι ορθοκανονικοποιημένα στις ασυμπτωτικά ελεύθερες περιοχές. Θέτοντας το πλάτος πρόσπτωσης I (incidence) να είναι

μονάδα, εξάγονται οι συντελεστές ανάκλασης και διέλευσης από το φράγμα R (reflection) και T (transmittance). Η σχέση που συνδέει τους συντελεστές αυτούς είναι

$$|R|^2 = 1 + \left| \frac{k_R E}{k_L E'} \right| |T|^2,$$

όπου $|R|^2 = R^* R$ και $|T|^2 = T^* T$, $E' = E + \kappa L > E$ είναι η ενέργεια του σωματιδίου στην περιοχή III και

$$T = \frac{\alpha_1}{\alpha_T} \frac{4k_L \exp[i(k_L \xi_L - k_R \xi_R)]}{(E'_L - ik_L E_L)(E^*_R - ik_L E^*_R) - (E^*_L - ik_L E^*_L)(E'_R - ik_R E_R)} \quad (\text{Εξ. 9})$$

Για την περίπτωση των φερμιονίων, οι συγγραφείς ακολουθούν την ίδια συλλογιστική. Έτσι : για το ίδιο δυναμικό όπως στην περίπτωση των μποζονίων, λύνουμε την εξίσωση Dirac

$$[\gamma^\mu (p_\mu - A_\mu) + m] \psi = 0.$$

Κάνοντας το μετασχηματισμό από την παράμετρο z στην αδιάστατη συντεταγμένη του μήκους ξ, αναγόμαστε ξανά σε μία τύπου Schroedinger εξίσωση

$$\left[-\frac{d^2}{d\xi^2} + \left[\alpha + \eta \frac{i}{2} \right] - \frac{1}{4} \xi^2 \right] f_\lambda(\xi) = 0 \quad (\text{Εξ. 10})$$

όπου $\eta = +1$ για $\lambda = 1, 2$ και $\eta = -1$ για $\lambda = 3, 4$.

Το ενεργό δυναμικό της τύπου Schroedinger είναι η αντεστραμμένη παραβολή $-\frac{1}{4}\xi^2$, αλλά η ενεργός ενέργεια σε αυτό το πρόβλημα της

αντεστραμμένης παραβολής είναι $-\alpha = -\left(\alpha + \eta \frac{i}{2} \right)$. Σε αυτή την περιοχή της

αντεστραμμένης παραβολής, παρόλο που οι λύσεις της (10) με τη μιγαδική παράμετρο α μπορούν να γραφούν συναρτήσεων των παραβολικών κυλινδρικών συναρτήσεων, δεν υπάρχουν πίνακες και αριθμητικές διαδικασίες για τον υπολογισμό τους. Συνεπώς, είναι πιο βολικό να γραφούν οι λύσεις με όρους των υπεργεωμετρικών συναρτήσεων ${}_1F_1$.

Ύστερα από υπολογισμούς προκύπτει η έκφραση για τη λύση της (10) στην περιοχή II

$$n_2(\xi) = \left(\gamma^0 (E + \kappa z) - (\gamma^1 p_x + \gamma^2 p_y) + i\gamma^3 \frac{d}{dz} + m \right) \times \\ \times [AM(a, \xi) + BN(a, \xi)]$$

όπου A και B είναι μιγαδικοί συντελεστές, ο πρώτος όρος των τελεστών στη δεξιά πλευρά είναι για να εξασφαλίσει ότι η $n_2(\xi)$ ικανοποιεί την εξίσωση Dirac, M και N είναι οι δύο ανεξάρτητες λύσεις για f_λ για $\lambda=1,2$ και δίνονται από τις σχέσεις

$$M(a, \xi) = \exp(i\xi^2/4) {}_1F_1\left(\frac{a}{2}, \frac{1}{2}, -\frac{i}{2}\xi^2\right) \\ N(a, \xi) = \xi \exp(i\xi^2/4) {}_1F_1\left(\frac{1+ai}{2}, \frac{3}{2}, -\frac{i}{2}\xi^2\right)$$

ενώ για $\lambda=3,4$ οι δύο ανεξάρτητες λύσεις είναι $M^*(a, \xi)$ και $N^*(a, \xi)$. Και εδώ ο συντελεστής του προσπίπτοντος κύματος I, μπορεί να θεωρηθεί ότι είναι ίσος με τη μονάδα χωρίς να χάνεται η γενικότητα του προβλήματος.

Τελικά έχουμε, $|R|^2 = 1 - \left| \frac{k_R E}{k_L E'} \right| |T|^2$, όπου πάλι

$$T = \frac{a_L}{a_T} \frac{4k_L \exp[i(k_L \xi_L - k_R \xi_R)]}{(M'_L - ik_L M_L)(N'_R - ik_R N_R) - (N'_L - ik_L N_L)(M'_R - ik_R M_R)} \quad (\text{Εξ. 11})$$

Οι ομοιότητες με την εξίσωση 9 για τα μποζόνια είναι προφανής, με τη σημαντικότερη διαφορά τους το αρνητικό πρόσημο στον όρο που περιλαμβάνει το $|T|^2$, που προέρχεται απευθείας από την Απαγορευτική Αρχή του Pauli και είναι το Παράδοξο του Klein (βλέπε Εισαγωγή).

Για να συνδεθεί το πλάτος διέλευσης από το φράγμα δυναμικού με την πιθανότητα να παραχθούν ζεύγη ύλης – αντιύλης, θα πρέπει να ακολουθήσουμε τα παρακάτω βήματα :

Πρώτα από όλα, θα πρέπει να διαχωρίσουμε τις εισερχόμενες από τις εξερχόμενες καταστάσεις στις ασυμπτotικές περιοχές των αρνητικών και των θετικών ενεργειών, ανάλογα με το αν η ενέργεια είναι μικρότερη ή μεγαλύτερη από το ασυμπτotικό δυναμικό. Αυτές οι καταστάσεις αρνητικής και θετικής ενέργειας n_i και p_i σχηματίζουν μία πλήρη βάση στις ασυμπτotικές περιοχές, ικανοποιώντας τις συνθήκες ορθοκανονικότητας :

$$(p_i^{in}, p_j^{in}) = \delta_{ij} = \theta(n_i^{in}, n_j^{in}), (p_i^{in}, n_j^{in}) = 0$$

Δεύτερον, κβαντώνοντας το πεδίο των σωματιδίων $\Phi(x) = \sum_i \left[a_i^{in} p_i^{in}(x) + (b_i^{in})^\dagger n_i^{in}(x) \right]$, βρίσκουμε το μέσο αριθμό των εξερχόμενων σωματιδίων με θετική ενέργεια στην κατάσταση p_i^{out} , που βρίσκεται στο εισερχόμενο κενό (in vacuum) και δίνεται από τη σχέση

$$N_i = \left\langle vacuum^{in} \left| (a_i^{out})^\dagger a_i^{out} \right| vacuum^{in} \right\rangle$$

Μπορούμε να ονομάσουμε τις εισερχόμενες και τις εξερχόμενες καταστάσεις με την ενέργεια \mathcal{E} έτσι ώστε οι καταστάσεις $n^{in}(\mathcal{E})$ να μετατρέπονται μέσω της διέλευσης από το φράγμα δυναμικού στις $p^{out}(\mathcal{E})$ με την ίδια ενέργεια \mathcal{E} . Έτσι, ο αριθμός των σωματιδίων με θετική ενέργεια που παράγονται είναι $N(\mathcal{E}) = |T(\mathcal{E})|^2$.

Ο ρυθμός παραγωγής για ένα σωματίδιο με ενέργεια \mathcal{E} και εγκάρσια ορμή \mathbf{p}_\perp , ανά μονάδα χρόνου, μονάδα εγκάρσιας επιφάνειας, μονάδα εγκάρσιας ορμής και μονάδα ενέργειας, είναι :

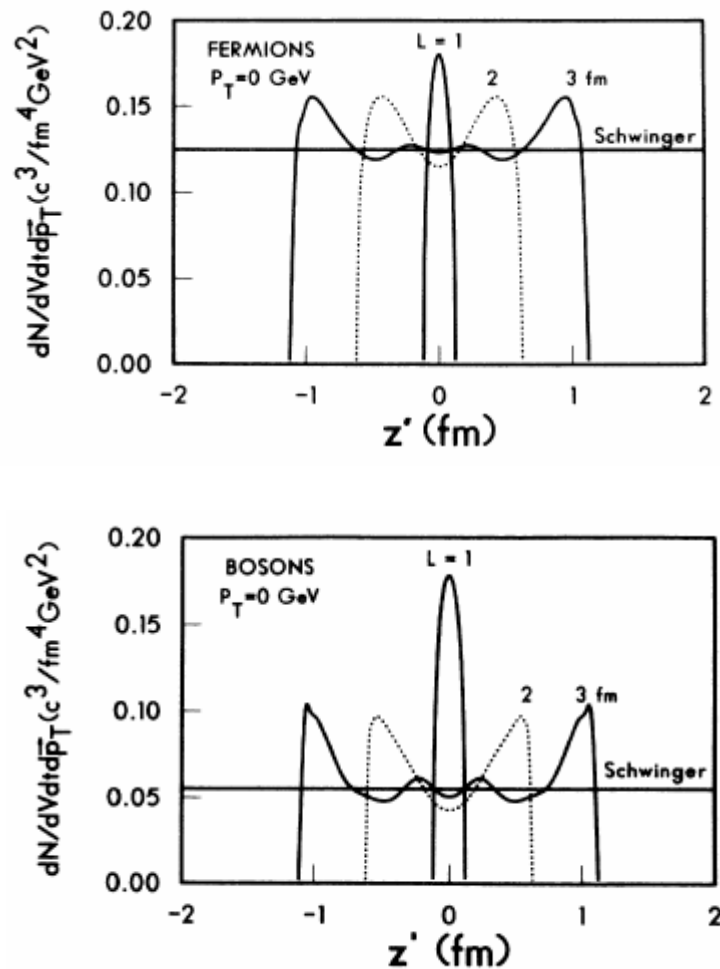
$$\frac{\Delta N}{\Delta f \Delta x \Delta y \Delta p_\perp \Delta \mathcal{E}} = \frac{1}{(2\pi)^3} \frac{k_R E}{k_L E'} |T(\mathcal{E})|^2$$

Κατά την αυτή διαδικασία της παραγωγής ζευγών λόγω του φαινομένου σήραγγας από τις αρνητικές ενέργειες στις θετικές, ένα σωματίδιο με θετική ενέργεια δημιουργείται, αφήνοντας μία οπή στο συνεχές των αρνητικών ενεργειών που μπορεί να θεωρηθεί ως το αντισωματίδιο του, όπως έχουμε προαναφέρει, το οποίο κινείται στην αντίθετη διεύθυνση από τη διεύθυνση του σωματιδίου με θετική ενέργεια. Το παραγόμενο ζεύγος χαρακτηρίζεται από την ενέργεια \mathcal{E} .

Για πολύ μεγάλες αποστάσεις των δύο πλακών και θεωρώντας την πιθανότητα διέλευσης μέσα από το δυναμικό στο μέσο της απόστασης των δύο πλακών, καταλήγουμε στα αποτελέσματα του Schwinger [12] (Εξ. 3) και των Brezin και Itzykson [15] (Εξ. 4) για τη μη – διαταραγμένη περιοχή ($\gamma \ll 1$ – non perturbative regime), όπου η πιθανότητα είναι ανάλογη του εκθετικού με δείκτη την ένταση του ηλεκτρικού πεδίου.

Ύστερα από αριθμητικές προσομοιώσεις των αποτελεσμάτων καθώς και της σύγκρισης τους με τα αποτελέσματα της [12], οι Wang και Wong

κατέληξαν στο συμπέρασμα ότι τα αποτελέσματα του Schwinger είναι μία προσέγγιση των δικών τους αποτελεσμάτων για μεγάλες αποστάσεις L των δύο πλακών. Παρακάτω, παρατίθενται οι γραφικές παραστάσεις των προσομοιώσεών τους.



Διάγραμμα 4 : Ο ρυθμός παραγωγής ζευγών $\frac{dN}{dVdt d\vec{p}_T}$ (ανά μονάδα όγκου, μονάδα χρόνου και μονάδα εγκάρσιας ορμής) για φερμιόνια και μποζόνια όταν οι δύο πλάκες απέχουν μεταξύ τους $L=1,2$ και 3 fm , συνάρτησε της θέσης $z'=z - 1/2$, που μετριέται σχετικά με το μεσοδιάστημα των δύο πλακών. Η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου είναι $\kappa=0.916 \text{ GeV/fm}$, και η μάζα του φερμιονίου (ή του μποζονίου) είναι $0.350 \text{ GeV}/c^2$. Η οριζόντια γραμμή αντιστοιχεί στο αποτέλεσμα του Schwinger

Από αυτές τις καμπύλες παρατηρούμε ότι η παραγωγή ζευγών είναι μία περιοδική συνάρτηση των τοπικών χωρικών συντεταγμένων, και ότι όταν η απόσταση των δύο πλακών είναι μεγάλη, ο ρυθμός παραγωγής στο μεσοδιάστημα των πλακών συμφωνεί με το αποτέλεσμα της [12] για μη περιορισμένα στο χώρο συστήματα. Οι αποκλίσεις από τα αποτελέσματα του Schwinger είναι εμφανέστερες στα άκρα της ζώνης παραγωγής ζευγών και είναι σημαντικότερες για μποζόνια από ότι για φερμιόνια. Οι αποκλίσεις είναι επίσης μεγάλες για αποστάσεις των δύο πλακών ελαφρώς μεγαλύτερες από την απόσταση κατωφλίου $l = \frac{2mc^2}{eE}$. Συνεπώς, οι Wang και Wong καταλήγουν στο συμπέρασμα ότι το αποτέλεσμα του Schwinger είναι μία προσέγγιση στη δουλειά τους, όταν η απόσταση των δύο πλακών δεν είναι μεγάλη. Και αν αυτά τα αποτελέσματα εφαρμοστούν σε κρούσεις υψηλών ενεργειών, τότε προκύπτει ότι κανένα σωματίδιο δε θα παραχθεί μέχρις ότου οι δύο πηγές που παράγουν το ηλεκτρικό πεδίο έρθουν σε κατάλληλη απόσταση (μεγαλύτερο από 1 fm).

IIb) Οι συντελεστές Bogoliubov ή ανάλυση κανονικών τρόπων

Άξια αναφοράς είναι και η δουλειά που έχει γίνει από τους Sriramkumar και Padmanbhan [19], όπου επισημαίνουν την ‘ανωμαλία’ που εμφανίζεται όταν υπολογιστεί το φανταστικό μέρος της Ενεργού Λαγκρανζιανής για ένα μιγαδικό βαθμωτό πεδίο (complex scalar field), μέσα σε τυχαίο χρονοεξαρτούμενο μαγνητικό πεδίο. Χρησιμοποιώντας την ανάλυση κανονικών τρόπων του βαθμωτού πεδίου – normal mode analysis (ή αλλιώς τη μέθοδο των συντελεστών Bogoliubov), το πλάτος διέλευσης μέσα από το φράγμα δυναμικού προκύπτει ότι είναι μη μηδενικό, υποδηλώνοντας ότι υπάρχει μια μη μηδενική πιθανότητα παραγωγής ζευγών. Με την έννοια βαθμωτό πεδίο εννοούμε ένα πεδίο το οποίο περιγράφει σωματίδια, τα οποία περιγράφονται από την εξίσωση Klein – Gordon, ενώ ο όρος μιγαδικό αναφέρεται σε σωματίδια τα οποία είναι φορτισμένα. Για ένα μαγνητικό πεδίο

το μιγαδικό μέρος της ενεργού Λαγκρανζιανής είναι μηδενικό, κάτι που συνεπάγεται ότι ένα τέτοιο πεδίο δεν μπορεί να παράξει πραγματικά σωματίδια από το κενό [12,15].

Ο λόγος που αντιμετωπίζεται το πρόβλημα με τη μέθοδο των κανονικών τρόπων είναι εξαιτίας της δυσκολίας που εμφανίζεται στη δημιουργία της ενεργού Λαγκρανζιανής για μία σχετικά μη συνηθισμένη μορφή του H/M πεδίου. Ο Schwinger εξήγαγε την ενεργό Λαγκρανζιανή για το πεδίο ενός επίπεδου κύματος (plane wave field) καθώς και για ένα στατικό ηλεκτρικό πεδίο, τα οποία όμως είναι και οι πιο απλές μορφές που μπορεί να έχει ένα H/M πεδίο.

Αν επιλεγεί η μελέτη της εξέλιξης του βαθμωτού πεδίου σε μία χρονικά εξαρτώμενη βαθμίδα $A'' = (0, -Et, 0, 0)$, τότε ένας κανονικός τρόπος θετικής συχνότητας του βαθμωτού πεδίου μετά την αλληλεπίδραση των εισερχομένων καταστάσεων, αποδεικνύεται ότι είναι μία γραμμική αλληλεπίθεση τόσο των θετικών όσο και των αρνητικών τρόπων συχνότητας που καθορίζονται σε χρόνους πριν την αλληλεπίδραση των εισερχομένων καταστάσεων με το πεδίο. Αυτοί είναι οι συντελεστές Bogoliubov α και β . Ένας μη μηδενικός συντελεστής Bogoliubov β υποδηλώνει ότι το εισερχόμενο κενό (in vacuum) δεν είναι ίδιο με το εξερχόμενο κενό (out vacuum). Η σε όρους του φαινομένου σήραγγας, το πλάτος διέλευσης (transmission amplitude) είναι μη μηδενικό, και η πιθανότητα διατηρησιμότητας του κενού (το κενό να παραμείνει κενό δηλαδή) είναι μικρότερη της μονάδας. Αντιθέτως, για μία χωρικά εξαρτώμενη βαθμίδα (χωρίς καμία χρονική εξάρτηση ($A'' = (-Ex, 0, 0, 0)$)) η εξέλιξη του κβαντικού πεδίου παρέχει ένα ουσιαστικά μηδενικό συντελεστή Bogoliubov β , που μεταφράζεται σε μηδενική παραγωγή ζευγών από ένα τέτοιο πεδίο.

Μία ενδιαφέρουσα περίπτωση εμφανίζεται όταν χρησιμοποιηθεί το ίδιο H/M πεδίο, που μπορεί να παραχθεί είτε από μία καθαρά χρονοεξαρτημένη είτε από μία καθαρά χωροεξαρτημένη βαθμίδα δυναμικού A'' , όπως οι δύο βαθμίδες που περιγράφηκαν πιο πάνω. Σε ένα τέτοιο σύστημα, βρίσκουμε ότι η πιθανότητα διέλευσης $|T|^2$ στην πρώτη βαθμίδα συμπίπτει με το συντελεστή Bogoliubov $|\beta|^2$ της δεύτερης βαθμίδας. Αυτές οι δύο ποσότητες συμφωνούν με το μιγαδικό μέρος της ενεργού Λαγκρανζιανής (εξ. 3).

Το όλο πρόβλημα αντιμετωπίζεται από φυσικής απόψεως, όπως στη [18], δηλαδή ως ένα πρόβλημα σκέδασης ενός ‘σωματιδίου’ πάνω σε ένα δυναμικό. Ύστερα από αρκετούς υπολογισμούς καταλήγουμε στο ότι η πιθανότητα διέλευσης είναι μη μηδενική για το χρονοανεξαρτήτο μαγνητικό πεδίο που θεωρήσαμε στην αρχή και δίνεται από το $|T|^2$. Τα παραπάνω αποτελέσματα μπορούν να γενικευτούν χρησιμοποιώντας μία πιο σύνθετη βαθμίδα δυναμικού, εισάγοντας παράλληλα και ένα ηλεκτρικό πεδίο. Μία τέτοια βαθμίδα είναι για παράδειγμα η $A^\mu = (\phi(x), 0, A(x), 0)$, όπου $\phi(x)$ και $A(x)$ είναι τυχαίες συναρτήσεις της συντεταγμένης x . Από αυτή τη βαθμίδα παράγεται και μαγνητικό και ηλεκτρικό πεδίο.

Από τα παραπάνω, διαφαίνεται ότι η ερμηνεία μέσω του φαινομένου σήραγγας δεν μπορεί να δώσει σωστά αποτελέσματα και θα πρέπει να χρησιμοποιηθεί η μέθοδος της ενεργού Λαγκρανζιανής για την ερμηνεία της παραγωγής ζευγών. Αυτή η διαδικασία είναι αναλλοίωτη ως προς την επιλογή της βαθμίδας, αφού η ενεργός Λαγκρανζιανή είναι αναλλοίωτη στην επιλογή της βαθμίδας. Ωστόσο, θα πρέπει να κατασκευαστεί μία διαδικασία υπολογισμού αυτής της ενεργού Λαγκρανζιανής χωρίς να χρειάζεται η επιλογή μίας συγκεκριμένης βαθμίδας. Δεδομένης μίας τέτοιας διαδικασίας, έχουμε ένα αμφίβολο, αναλλοίωτο ως προς τη βαθμίδα κριτήριο για την παραγωγή σωματιδίων για όλα τα δυναμικά που εξαφανίζονται ασυμπτωτικά ($A^\mu(t) \rightarrow 0$, όταν $t \rightarrow \pm\infty$). Στην πραγματικότητα, η ενεργός Λαγκρανζιανή για ένα χωρικά μεταβαλλόμενο H/M υπόβαθρο μπορεί να εκφραστεί με όρους αναλλοίωτους ως προς τη βαθμίδα δυναμικού, που περιλαμβάνουν τις παραγώγους των δυναμικών και των πεδίων.

III) Το κβαντικό σύστημα του κενού ως ένα σύστημα δύο καταστάσεων

Στην εργασία των Avetissian et al. [20] το πρόβλημα της δίδυμης γένεσης αντιμετωπίζεται ρητά ως μία πολυφωτονική διαδικασία σε ένα σύστημα δύο επιτρεπτών καταστάσεων (two level system). Παρακάτω παρουσιάζεται αυτή η δουλειά.

Σύμφωνα με το μοντέλο του Dirac, η παραγωγή e^+e^- από H/M επίπεδα πεδία συμβαίνει όταν τα 'ηλεκτρόνια του κενού' με αρνητικές ενέργειες $\mathcal{E}_0 < 0$ περνάνε στις τελικές καταστάσεις με θετική ενέργεια $\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 + n\omega$, με την απορρόφηση n φωτονίων συχνότητας ω (χρησιμοποιούμε το Παγκόσμιο Σύστημα μονάδων $\hbar = c = 1$). Επομένως, μπορούμε να μιλήσουμε για ένα σύστημα δύο καταστάσεων. Η χαμηλότερη κατάσταση έχει ενέργεια $\mathcal{E}_0 < 0$, ενώ η υψηλότερη κατάσταση έχει ενέργεια $\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 + n\omega$. Η ενεργειακή διαφορά των δύο καταστάσεων είναι $\Delta\mathcal{E} = n\omega$. Η διαδικασία αυτή είναι μία τυπική πολυφωτονική διαδικασία, ενώ τέτοιες διαδικασίες έχουν μελετηθεί διεξοδικά στο εργαστήριο, και συγκεκριμένα στον ιονισμό των ατόμων.

Για επίπεδα εγκάρσια γραμμικά πολωμένα H/M κύματα με συχνότητα ω και πλάτος \mathbf{A}_0 , $\mathbf{A}_1 = \mathbf{A}_0 \cos(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})$ και $\mathbf{A}_2 = \mathbf{A}_0 \cos(\omega t + \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})$ τα οποία διαδίδονται κατά αντίθετες διευθύνσεις, δημιουργώντας έτσι ένα στάσιμο κύμα, και κάνοντας την προσέγγιση ότι το φαινόμενο της διδύμου γένεσεως λαμβάνει χώρα σε χωρικές διαστάσεις $l \ll \lambda$, όπου λ είναι το μήκος κύματος της ακτινοβολίας, τότε το γινόμενο $\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} = (2\pi\lambda) \cdot l$ είναι πολύ μικρό. Αυτό γίνεται διότι σε αυτές τις διαστάσεις το πεδίο μπορεί να θεωρηθεί ότι είναι ομοιογενές και στατικό. Συνεπώς, το ολικό πεδίο μπορεί να γραφεί ως $\mathbf{A}(\mathbf{t}) = 2\mathbf{A}_0 \cos \omega t$. Ο λόγος που επιλέγουμε να τη διάδοση των κυμάτων σε αντίθετες διευθύνσεις είναι ότι θα πρέπει να ικανοποιείται η συνθήκη $\mathbf{E}^2 - \mathbf{H}^2 > 0$, που πρωτοεισήχθηκε στην [12]. Η ιδέα της αντίθετης διάδοσης για τη δημιουργία, όπως είδαμε είχε πρωτοεισαχθεί από τον Ρορον [13] και με αυτό τον τρόπο επιτυγχάνεται η δημιουργία στάσιμου ηλεκτρικού κύματος, με εξάλειψη της μαγνητικής συνιστώσας.

Λύνοντας την εξίσωση του Dirac για αυτό το πεδίο, λαμβάνουμε εκφράσεις για τα πλάτη πιθανότητας για να βρούμε ηλεκτρόνια με αρνητικές ενέργειες και σπιν πάνω ή κάτω ($\alpha_{3,4}$) ή για τα πλάτη πιθανότητας να βρούμε ηλεκτρόνια με θετική ενέργεια και σπιν πάνω ή κάτω ($\alpha_{1,2}$). Οι αρχικές συνθήκες του προβλήματος είναι ότι δεν υπάρχει κανένα ηλεκτρόνιο με θετική ενέργεια σε χρόνο $t \rightarrow -\infty$ (δηλαδή, $|\alpha_{3,4}(-\infty)|^2=1$, $|\alpha_{1,2}(-\infty)|^2=0$), ενώ για μία μεταγενέστερη στιγμή το ολικό σύστημα περιγράφεται από μία αλληλεπίθεση αυτών των πλατών, δηλαδή υπάρχουν καταστάσεις με μη μηδενικά πλάτη πιθανότητας τόσο για ηλεκτρόνια με αρνητική ενέργεια όσο και για ηλεκτρόνια με θετική ενέργεια. Με άλλα λόγια, αυτή η συνθήκη μεταφράζεται στην αδιαβατική μεταβολή του H/M πεδίου, όπου πριν την αλληλεπίδρασή του με το κενό, η 'θάλασσα του Dirac' είναι πλήρης, ενώ μετά την αλληλεπίδραση υπάρχουν με μία συγκεκριμένη πιθανότητα, ηλεκτρόνια θετικής ενέργειας και οπές στη 'θάλασσα Dirac'.

Ύστερα από αρκετούς υπολογισμούς και κάνοντας τους παρακάτω μετασχηματισμούς για απλούστευση των μαθηματικών πράξεων,

$$a_1(t) = c_1(t) \exp \left[i \frac{ep_y}{E} \int_{-\infty}^t A(t') dt' \right],$$

$$a_4(t) = c_4(t) \left(1 - \frac{p_y^2}{E^2} \right)^{-1/2} \left[\frac{p_x p_y}{E(E+m)} + i \left(1 - \frac{p_y^2}{E(E+m)} \right) \right] \exp \left[-i \frac{ep_y}{E} \int_{-\infty}^t A(t') dt' \right]$$

καταλήγουμε στις σχέσεις που συνδέουν τα πλάτη πιθανότητας για τις καταστάσεις θετικής ενέργειας και σπιν πάνω (ή κάτω) με τις καταστάσεις αρνητικής ενέργειας και σπιν κάτω ή (πάνω). Με τους παραπάνω μετασχηματισμούς πλέον μελετάμε τη συμπεριφορά των συντελεστών $c_{1,4}$ και όχι των πλατών $\alpha_{1,4}$ (αντίστοιχα ισχύουν και για τα πλάτη α_2 και α_3).

Εξαιτίας της ομοιογένειας του χώρου, η γενικευμένη ορμή ενός σωματιδίου διατηρείται, έτσι ώστε οι πραγματικές μεταβάσεις στο πεδίο να συμβαίνουν από καταστάσεις με ενέργεια $-\mathcal{E}$ σε καταστάσεις με ενέργεια $+\mathcal{E}$ και συνεπώς, οι πολυφωτονικές διαδικασίες των e^-e^+ ζευγών θα έχουν μέγιστες τιμές για τις μεταβάσεις συντονισμού $2\mathcal{E} = n\omega$. Η τελευταία ισότητα είναι απλώς η αρχή διατήρησης της ενέργειας – ορμής, σύμφωνα με το οποίο

τα ηλεκτρόνια και τα ποζιτρόνια, παράγονται με ίσες και αντίθετες ορμές, δηλαδή η ολική ορμή είναι μηδέν : $\mathbf{p}_e + \mathbf{p}_{\bar{e}} = 0$. Για την αντιμετώπιση του προβλήματος συνεπώς, μπορεί να γίνει χρήση του μοντέλου ενός συστήματος με δύο καταστάσεις σε συντονισμό με ένα μονοχρωματικό πεδίο ακτινοβολίας.

Τα πλάτη πιθανότητας είναι

$$|c_1^{(n)}(t)|^2 = \frac{f_n^2}{\Omega_n^2} \sin^2(\Omega_n \tau)$$

$$|c_4^{(n)}(t)|^2 = 1 - \frac{f_n^2}{\Omega_n^2} \sin^2(\Omega_n \tau)$$

όπου Ω_n είναι η συχνότητα Rabi (η συχνότητα με την οποία το σύστημα ταλαντώνεται ανάμεσα στις δύο καταστάσεις) του κενού του Dirac κατά την αλληλεπίδραση με ένα συγκεκριμένο πεδίο και ισούται με $\Omega_n = \sqrt{f_n^2 + \frac{\Delta_n^2}{4}}$, Δ_n είναι ο όρος του αποσυντονισμού (detuning) $\Delta_n = 2E - n\omega \ll \omega$, και τ είναι ο χρόνος αλληλεπίδρασης των δύο δεσμών του λέιζερ. Η συνάρτηση f_n δίνεται από τη σχέση

$$f_n = \frac{\mathcal{E}}{2p_y} \left(1 - \frac{p_y^2}{\mathcal{E}^2} \right) n\omega J_n \left(4\xi \frac{m}{\mathcal{E}} \frac{p_y}{\omega} \right) \quad (E\xi.12),$$

όπου η $J_n \left(4\xi \frac{m}{\mathcal{E}} \frac{p_y}{\omega} \right)$ είναι η κανονική συνάρτηση Bessel πρώτης τάξης, p_y είναι ορμή στον άξονα y ίση με $p_y = p \cos \theta$ (ο άξονας y συμπίπτει με τη διεύθυνση του $\mathbf{A}(t)$ και χωρίς να χαθεί η γενικότητα του προβλήματος παίρνουμε το διάνυσμα \mathbf{p} να κείται επί του επιπέδου x - y , με $p_z = 0$), \mathcal{E} είναι η ενέργεια της κατάστασης που βρίσκονται τα ηλεκτρόνια, και

$$\xi = \frac{e|E_0|}{mc\omega} = \frac{eA_0}{mc}$$

είναι η αδιάστατη, αναλλοίωτη στην επιλογή της βαθμίδας του πεδίου ενός προσπίπτοντος κύματος, παράμετρος με $A_0 = E_0/m$ (E_0 είναι το πλάτος της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου ενός από τα δύο συμβαλλόμενα H/M κύματα και θ είναι η γωνία που σχηματίζεται από τα διανύσματα της ορμής \mathbf{p} και του διανυσματικού δυναμικού $\mathbf{A}(t)$). Αυτή η παράμετρος παρατηρούμε ότι ισούται

με $\xi = \gamma^{-1}$, όπου γ είναι η αδιαβατική παράμετρος που εισήχθηκε στη [15]. Η παράμετρος αυτή συμβολίζεται με το γράμμα ξ , αντί του γράμματος γ , για καθαρά βιβλιογραφικούς λόγους, καθώς χρησιμοποιείται στην πυρηνική φυσική με αυτό το συμβολισμό.

Η πιθανότητα για τη διαδικασία παραγωγής ζευγών από n φωτόνια με συγκεκριμένη ενέργεια E , αθροισμένη σε όλες τις καταστάσεις των σπιν (πάνω και κάτω) είναι

$$W_n = 2|c_1^{(n)}(t)|^2 \quad (\text{Εξ. 13})$$

Κάνοντας την αντικατάσταση του $c_1^{(n)}(t)$, βρίσκουμε ότι η πιθανότητα είναι

$$W_n = \frac{\mathcal{E}^2}{2\Omega_n p^2 \cos^2 \theta} \left(1 - \frac{p^2 \cos^2 \theta}{\mathcal{E}^2} \right) n^2 \omega^2 J_n^2 \left(4\xi \frac{m}{\mathcal{E}} \frac{p \cos \theta}{\omega} \right) \sin^2(\Omega_n \tau) \quad (\text{Εξ. 14}),$$

όπου θ η γωνία που σχηματίζεται από τη διεύθυνση της ορμής του παραγόμενου σωματιδίου και της διεύθυνσης του διανύσματος του ολικού εξωτερικού ηλεκτρικού πεδίου \mathbf{A} (ή \mathbf{E}). Στο μοντέλο αυτό, θεωρούμε ότι έχουμε την παραγωγή ενός σωματιδίου και ενός αντισωματιδίου, για τα οποία οι πιο πιθανές ορμές εξόδου από το σύστημα είναι ίσες με m . Δηλαδή, τα σωματίδια όταν εξέλθουν από το σύστημα θα έχουν ενέργεια ίση με $\mathcal{E} = \sqrt{p^2 + m^2} = \sqrt{2}m$ και ορμή $p = m$. Η ολική ορμή όμως στο σύστημα αναφοράς του κέντρου μάζας των δύο σωματιδίων είναι $\mathbf{p}_{e^-} + \mathbf{p}_{e^+} = 0$, λόγω της αρχής διατήρησης της ορμής. Άρα το ενεργειακό χάσμα των δύο σωματιδίων θα είναι $2\mathcal{E} = 2\sqrt{2}m$.

Η συνθήκη που πρέπει να πληρείται για να εφαρμοστεί η προσέγγιση συντονισμού είναι $|\frac{dc_{1,4}^{(n)}(t)}{dt}| \ll |c_{1,4}^{(n)}(t)\omega|$, και είναι ισοδύναμη με τη συνθήκη $\Omega_n \ll \omega$, σύμφωνα με την οποία η συχνότητα Rabi των ταλαντώσεων των καταστάσεων είναι πολύ μικρότερη από τη συχνότητα των H/M κυμάτων. Εξαιτίας αυτής της προσέγγισης η αδιάστατη παράμετρος ξ θα πρέπει να ικανοποιεί την ανισότητα $\xi \leq 1$. Αντικαθιστώντας τις f_n και Ω_n στη σχέση για το $|c_1^{(n)}(t)|^2$ και συνεπώς στη σχέση του W_n , και θεωρώντας την περίπτωση μικρών χρόνων αλληλεπίδρασης, $\Omega_n \tau \ll 1$, εξάγουμε τα τελικά αποτελέσματα για τις εκφράσεις της πιθανότητας παραγωγής ζευγών από n φωτόνια.

Έν συνεχεία, θα υπολογίσουμε την πυκνότητα πιθανότητας, την οποία από εδώ και στο εξής θα συμβολίζουμε με w (σε αντίθεση με το W που δίνει την πιθανότητα). Χρησιμοποιώντας τον ορισμό της συνάρτησης δ του Dirac, $\frac{\sin^2(\Omega_n \tau)}{\Omega_n^2} \rightarrow 2\pi\tau\delta(\Delta_n)$, μπορούμε να εξάγουμε από την (Εξ. 14) μία έκφραση για τη διαφορική πιθανότητα στη μονάδα του χρόνου (ή πυκνότητα πιθανότητας στο χρόνο)

$$\frac{dW_n}{d\tau} = \frac{\mathcal{E}^2}{2p^2 \cos^2 \theta} \left(1 - \frac{p^2 \cos^2 \theta}{\mathcal{E}^2} \right) n^2 \omega^2 J_n^2 \left(4\xi \frac{m}{\mathcal{E}} \frac{p \cos \theta}{\omega} \right) 2\pi\tau\delta(\Delta_n) \quad (\text{Εξ. 15}),$$

και η συνάρτηση δ μπορεί να πάρει τη μορφή

$$\delta(\Delta_n) = \delta(2\mathcal{E} - n\omega) = \frac{1}{2} \delta\left(\mathcal{E} - \frac{n\omega}{2}\right).$$

Η διαφορική πυκνότητα πιθανότητας (differential probability density), αθροισμένη στις καταστάσεις των σπιν (η άθροιση αυτή θα δώσει ένα παράγοντα δύο, λόγω του ότι υπάρχει συμμετρία στην πιθανότητα παραγωγής των σωματιδίων είτε με σπιν πάνω είτε με σπιν κάτω) και ολοκληρωμένη στον όγκο $V \frac{d^3 p}{(2\pi)^3}$ του χώρου των ορμών, δίνεται από τη σχέση

$$dw_n = \frac{n^2 \omega^2 (\mathcal{E}^2 - p^2 \cos^2 \theta)}{16\pi^2 p^2 \cos^2 \theta} J_n^2 \left(\frac{4eA_0}{\mathcal{E}} \frac{p \cos \theta}{\omega} \right) \delta\left(\mathcal{E} - \frac{n\omega}{2}\right) V d^3 p \quad (\text{Εξ. 16})$$

όπου έχει αντικατασταθεί το ξ με $\xi = \frac{e|E|}{mc\omega} = \frac{e|A_0|}{mc}$ (αφού $|E_0| = |A_0|\omega$).

Ύστερα από πράξεις καταλήγουμε στη γωνιακή κατανομή της πυκνότητας πιθανότητας

$$\frac{dw_n}{d\phi} = \frac{n^3 \omega^3}{64\pi^2} \cdot \frac{n^2 \omega^2 \sin^2 \theta + 4m^2 \cos^2 \theta}{(n^2 \omega^2 - 4m^2)^{1/2} \cos^2 \theta} \cdot J_n^2 \left(\frac{4e|E_0| (n^2 \omega^2 - 4m^2)^{1/2} \cos \theta}{n\omega^3} \right) \quad (\text{Εξ. 17})$$

όπου $d\phi = \sin \theta d\theta d\phi$, είναι η διαφορική στερεά γωνία.

Αν τώρα θέσουμε γωνία $\theta=0^\circ$, για να μπορέσουμε να κοιτάξουμε στη διεύθυνση όπου το σωματίδιο που παράγεται ακολουθεί τη διεύθυνση του εξωτερικού πεδίου, έχουμε

$$\left. \frac{dw_n}{do} \right|_{\theta=0^\circ} = \frac{n^3 \omega^3}{64\pi^2} \cdot \frac{4m^2}{(n^2 \omega^2 - 4m^2)^{1/2}} \cdot J_n^2 \left(\frac{4e |E_0| (n^2 \omega^2 - 4m^2)^{1/2}}{n\omega^3} \right) \quad (E\xi. 18)$$

Η γωνία φ δε μας απασχολεί διότι το σύστημα που μελετάμε έχει αξιμουθιακή συμμετρία.

Ολοκληρώνοντας στην ενέργεια του ηλεκτρονίου (ποζιτρονίου) καταλήγουμε στη γωνιακή κατανομή της διαφορικής πυκνότητας πιθανότητας (σε όγκο $V=1$) των παραγόμενων ηλεκτρονίων (ποζιτρονίων)

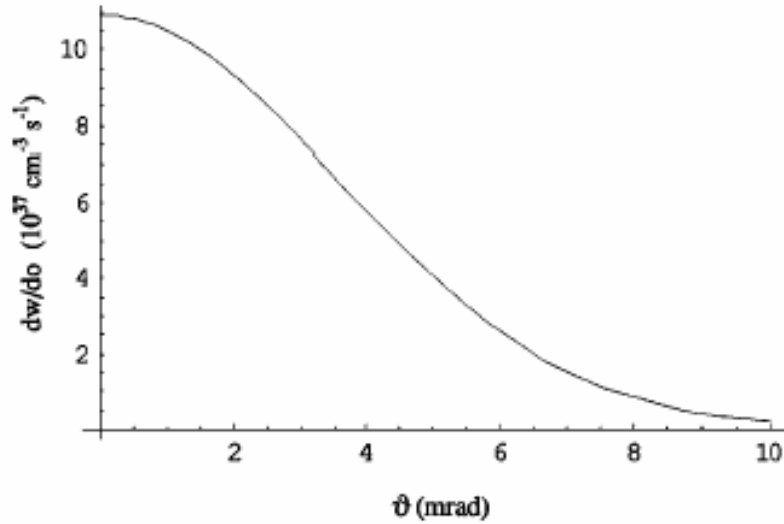
$$\frac{dw_n}{do} = \frac{n^3 \omega^3}{64\pi^2} \frac{n^2 \omega^2 \sin^2 \theta + 4m^2 \cos^2 \theta}{(n^2 \omega^2 - 4m^2)^{1/2} \cos^2 \theta} J_n^2 \left(\frac{4e |E_0| (n^2 \omega^2 - 4m^2)^{1/2}}{n\omega^3} \cos \theta \right) \quad (E\xi. 19)$$

Από τις παραπάνω σχέσεις προκύπτει ότι η πιθανότητα για τον πιο πιθανό αριθμό απορροφόμενων φωτονίων $N = 2\sqrt{2} \frac{m}{\omega}$, έχει μία κορυφή για γωνία $\theta=0^\circ$.

Η γωνιακή κατανομή της ολικής πιθανότητας παραγωγής ζευγών από πολυφωτονικές διαδικασίες είναι

$$\frac{dw}{do} = \sum_{n=n_0}^{\infty} \frac{dw_n}{do} \quad (E\xi. 20)$$

και έχει παρόμοια συμπεριφορά με τη μερική πιθανότητα παραγωγής από N φωτόνια ($n_0=2E/\omega$ είναι το κατώφλι για την παραγωγή ενός ζεύγους, π.χ. για $E=1,022$ MeV και $\omega=1.17$ eV βρίσκουμε ένα κατώτατο αριθμό $n_0 \sim 10^6$). Το επόμενο διάγραμμα δείχνει τη συμπεριφορά της ολικής γωνιακής κατανομής της πιθανότητας συναρτήσει του θ .



Διάγραμμα 5 : Η γωνιακή κατανομή της διαφορικής πιθανότητας για τη δημιουργία ενός ζεύγους ανά sec, ανά cm³ για φωτόνιο ενέργειας 1.17 eV και ένταση πεδίου I=1,35 10¹⁸ W/cm². θ είναι η γωνία ανάμεσα στη διεύθυνση της ορμής των παραγόμενων ηλεκτρονίων και του πλάτους του ηλεκτρικού πεδίου ενός από τα δύο συμβάλλοντα κύματα

Για τον υπολογισμό της τελικής πυκνότητας πιθανότητας για παραγωγή ζευγών, ολοκληρώνουμε την (20) στη στερεά γωνία και λαμβάνουμε υπόψη την έκφραση για το $\frac{dw_n}{do}$ (Εξ. 19).

Η ολική πυκνότητα πιθανότητας για την παραγωγή ηλεκτρονίου – ποζιτρονίου στο πεδίο που δημιουργείται από το στάσιμο κύμα δύο αντίθετα διαδιδόμενων δεσμών λέιζερ δίνεται από την παρακάτω εξίσωση

$$w = \sum_{n=n_0}^{\infty} \frac{n^5 \omega^5}{32\pi p} \left\{ \left[\frac{2Z_0^2}{4n^2 - 1} \right] J_n^2(Z_0) + \frac{Z_0^2 J_{n-1}^2(Z_0)}{2n(n-1)} + \frac{Z_0^2 J_{n+1}^2(Z_0)}{2n(n+1)} - \frac{4p^2}{n^2 \omega^2} \frac{Z_0^{2n}}{(2n+1)(n!)^{2n}} \times \right. \\ \left. \times {}_2F_3\left(n + \frac{1}{2}, n + \frac{1}{2}; n+1, 2n+1, n + \frac{3}{2}; -Z_0^2\right) \right\} \quad (Εξ. 21)$$

Εδώ η ${}_2F_3\left(n + \frac{1}{2}, n + \frac{1}{2}; n+1, 2n+1, n + \frac{3}{2}; -Z_0^2\right)$ είναι η γενικευμένη υπεργεωμετρική συνάρτηση και $Z_0 = \left(\frac{4m\xi}{\omega}\right) \left(1 - \frac{4m^2}{n^2 \omega^2}\right)^{1/2}$. Ύστερα από

αριθμητική άθροιση στο n στην παραπάνω εξίσωση, έχουμε $w \sim 10^{34} \text{ cm}^{-3} \text{ sec}^{-1}$. Σε πραγματικές συνθήκες, ο ολικός αριθμός των παραγόμενων ζευγών εξαρτάται από τον όγκο της αλληλεπίδρασης των δύο δεσμών, που θα προσδιοριστεί από τη διάμετρο της δέσμης του λέιζερ d στη διατομή της εστίας της, καθώς και από τη χρονική διάρκεια των παλμών του λέιζερ τ . Για τυπικές τιμές, $d \sim 10^{-3} \text{ cm}$, $\tau \sim 10^{-14} \text{ sec}$ και $l \sim \lambda/10$, τότε ο ολικός αριθμός των παραγόμενων ζευγών θα είναι

$$N_{\text{ολικός}} \sim w d^2 l \tau.$$

Αντικαθιστώντας τα νούμερα αναμένουμε την παραγωγή 10^8 ζευγών ηλεκτρονίων – ποζιτρονίων. Το νούμερο αυτό είναι αρκετά μεγαλύτερο, όπως θα δούμε στο δεύτερο κεφάλαιο, από αυτό που δίνει η θεωρία της [13] και οφείλεται, πρώτο στην αντιμετώπιση του συστήματος σε συντονισμό, και δεύτερο στο ότι ο όγκος στον οποίο αναμένεται να παραχθούν τα ζεύγη είναι πολύ μεγαλύτερος από τον όγκο που χρησιμοποιείται στην [13], καθώς σε εκείνη τη θεώρηση απαιτείται να ο όγκος αλληλεπίδρασης να είναι όσο πιο μικρός γίνεται (diffraction limit) για να επιτευχθούν όσο το δυνατόν ισχυρότερα ηλεκτρικά πεδία.

Ενότητα 2^η : Πειραματικές προτάσεις και πρώτη πειραματική επιβεβαίωση της ‘δίδυμης γένεσης’ από το κενό παρουσία H/M πεδίων

Τα XFELs και το Πείραμα E-144

Τα τελευταία χρόνια υπάρχει ένα ιδιαίτερα έντονο ενδιαφέρον για την ανάπτυξη ισχυρών λέιζερ, με σκοπό την παρατήρηση νέων φαινομένων, όταν ένα κβαντικό σύστημα βρίσκεται σε ένα υπέρ-ισχυρό πεδίο. Ένα από αυτά τα φαινόμενα είναι και η δίδυμος γένεση. Οι σημερινές τεχνικές επίτευξης υπέρ-ισχυρών πεδίων (CPA) εμφανίζουν ένα άνω όριο στην τιμή του επιτεύξιμου πεδίου κάτι που περιορίζει τις δυνατότητές τους. Αντίθετα, τα πολλά υποσχόμενα λέιζερ ελευθέρων ηλεκτρονίων που εκπέμπουν στις ακτίνες x, δεν παρουσιάζουν τέτοιους περιορισμούς. Εκτός της λειτουργίας αυτών των λέιζερ σε πολύ μικρό μήκος κύματος, η έλλειψη άνω ορίου στη μέγιστη ένταση ηλεκτρικού πεδίου, καθιστά τα λέιζερ αυτά ικανά να προσδώσουν επιπλέον ώθηση στη μελέτη φαινομένων όπως η δίδυμος γένεση από το κενό.

Στη συνέχεια παρουσιάζουμε μία ενδεχόμενη περίπτωση, στην οποία θα μπορούσαμε να επιτύχουμε πεδία που είναι πολύ κοντά στο κρίσιμο πεδίο του Schwinger, και συνεπώς να μελετήσουμε τη μη γραμμική αλληλεπίδραση H/M ακτινοβολίας με το κενό, βασιζόμενοι στο θεωρητικό φορμαλισμό που αναπτύξαμε, και κλείνουμε με την πρώτη πειραματική απόδειξη αυτής της μη γραμμικής αλληλεπίδρασης.

Τα XFELs

Μία σημαντική και ολοκληρωμένη πρόταση έχει γίνει από τον Ringwald [21], ο οποίος προσδιόρισε τις κρίσιμες παραμέτρους ενός συστήματος λέιζερ ικανού για την παραγωγή ζευγών ηλεκτρονίων - ποζιτρονίων, όπως η ισχύς του λέιζερ και οι διαστάσεις της εστίας της δέσμης, μέσω του ήδη γνωστού σχήματος των λέιζερ ακτίνων x, και πιο

συγκεκριμένα του λέιζερ ελευθέρων ηλεκτρονίων που εκπέμπουν στις ακτίνες x (X-ray Free Electron Laser - XFEL). Με αυτά τα λέιζερ αναμένονται εντάσεις μερικές τάξεις μεγέθους μικρότερες από το κρίσιμο πεδίο του Schwinger ($E_{\text{Critical}} \sim 10^{18} \text{ V/m}$). Τέτοια λέιζερ βρίσκονται ήδη υπό κατασκευή στο γραμμικό συγκρουστήρα ηλεκτρονίων – ποζιτρονίων στο TESLA (Linear Electron – Positron Collider), όπως και στο Stanford Linear Accelerator Center, όπου έχει προταθεί η κατασκευή της Γραμμικής Πηγής Σύμφωνου Φωτός (Linear Coherent Light Source - LCLS).

Ένα XFEL μπορεί να αξιοποιηθεί για εφαρμογές όπου απαιτούνται υπέρ-υψηλά ηλεκτρικά πεδία, όπως η παραγωγή ζευγών ύλης – αντιύλης. Ο λόγος δεν είναι μόνο η πολύ μεγάλη ενέργεια των φωτονίων ($\mathcal{E}_{\text{φωτονίου}} \sim 1\text{keV}$), αλλά και η δυνατότητα για εστίαση της δέσμης του λέιζερ σε πολύ μικρές διαστάσεις (της τάξης του μήκους κύματος $\sim \lambda=0.1 \text{ nm}$ που είναι και το όριο περίθλασης). Με αυτό τον τρόπο τα ηλεκτρικά πεδία μπορούν να φτάσουν τιμές ανάλογες του $1/\lambda$, που είναι πολύ μεγαλύτερες από οποιοδήποτε οπτικό λέιζερ της ίδιας ισχύος.

Όπως και στην [13], χρησιμοποιείται η τεχνική της δημιουργίας ενός στάσιμου κύματος, το οποίο προέρχεται από την υπέρθεση δύο σύμφωνων δεσμών λέιζερ με μήκος κύματος $\lambda = \frac{2\pi c}{\omega}$, για την ικανοποίηση των συνθηκών $\mathfrak{F} < 0$, $\mathcal{G} = 0$. Έτσι, θεωρούμε ότι κάθε παλμός λέιζερ ακτίνων x χωρίζεται σε δύο μέρη, τα οποία ‘επανενώνονται’ για να δημιουργήσουν ένα στάσιμο κύμα, στο οποίο ισχύουν οι συνθήκες $\mathfrak{F} < 0$, $\mathcal{G} = 0$ και το μέγιστο ηλεκτρικό πεδίο δίνεται από τη σχέση

$$E = \sqrt{\mu_0 c \frac{P}{\pi \sigma^2}} \simeq 1.1 \cdot 10^{17} \left(\frac{P}{1\text{TW}} \right)^{1/2} \left(\frac{0.1\text{nm}}{\sigma} \right) \frac{V}{m} \quad (E\xi. 22).$$

Αυτή η είναι και η γενικότερη σχέση, από την οποία προκύπτει η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου της ακτινοβολίας δεδομένης της ισχύος της και της επιφάνειας εστίασης. Η ισχύς δίνεται σε TWatts (10^{12} Watts) και η ακτίνα της επιφάνειας εστίασης σ σε nm (10^{-9} m). Είναι εμφανές ότι το ηλεκτρικό πεδίο

αυξάνεται είτε αν αυξήσουμε την ισχύ της ακτινοβολίας, είτε αν μειώσουμε την ακτίνα εστίασης της δέσμης, είτε από ένα συνδυασμό αυτών των δύο.

Ακολουθώντας τη δουλειά του Poron [13], ο Ringwald καταλήγει στις σχέσεις της πυκνότητας πιθανότητας για την παραγωγή ενός ζεύγους για τις δύο περιοχές της παραμέτρου γ ($\gamma \ll 1$ και $\gamma \gg 1$), τονίζοντας τη μη γραμμική εξάρτηση από το εφαρμοζόμενο ηλεκτρικό πεδίο, όπου για $\gamma \ll 1$ είναι εκθετική (Εξ. 7α), ενώ για $\gamma \gg 1$ είναι της μορφής δύναμης (Εξ. 7β), όπου το ηλεκτρικό πεδίο είναι υψωμένο σε δύναμη ίση με τον αριθμό των φωτονίων που απαιτούνται για την παραγωγή ενός ζεύγους. Ο αριθμός αυτός δίνει και την τάξη της πολυφωτονικής διαδικασίας.

Στον παρακάτω πίνακα αναγράφονται τα χαρακτηριστικά των XFELs. Η στήλη με τίτλο ‘Οπτικά Λείζερ’ αντιστοιχεί στις τυπικές τιμές ενός λείζερ PetaWatt ($P=10^{15}$ Watt) εστιασμένο στο όριο περίθλασης, δηλαδή η γεωμετρική ακτίνα της εστίας είναι ίση με το μήκος κύματος ($\sigma = \lambda$). Η στήλη ‘Σχέδιο’ αντιστοιχεί στις παραμέτρους τις οποίες είναι σχεδιασμένα τα XFELs να επιτύχουν, η στήλη ‘Εστίαση : Διαθέσιμο’ αντιστοιχεί στην καλύτερη εστίαση των ακτίνων x με τα σημερινά δεδομένα, ενώ η στήλη ‘Μελλοντικός Στόχος’ αντιστοιχεί στις τιμές που μπορούν θεωρητικά να επιτευχθούν, δεδομένης της εξέλιξης της τεχνολογίας των λείζερ.

Παράμετροι Λείζερ					
		Οπτικά Λείζερ	X-ray FEL		
		Όριο εστίασης από Περίθλαση	Σχέδιο	Εστίαση : Διαθέσιμο	Εστίαση : Μελλοντικός Στόχος
Μήκος Κύματος	λ	1 μm	0.4nm	0.4nm	0.15nm
Ενέργεια Φωτονίου	$\hbar\omega = \frac{hc}{\lambda}$	1.2 eV	3.1 keV	3.1 keV	8.3 keV
Μέγιστη Ισχύ	P	1PW	110 GW	1.1 GW	5 TW

Ακτίνα Εστίας (rms)	σ	1 μm	26 μm	21 nm	0.15nm
Εξαγόμενες Ποσότητες					
Μέγιστη Πυκνότητα Ισχύος (W/m ²)	$S = \frac{P}{\pi\sigma^2}$	$3 \cdot 10^{26}$	$5 \cdot 10^{19}$	$8 \cdot 10^{23}$	$7 \cdot 10^{31}$
Μέγιστο Ηλεκτρικό Πεδίο (V/m)	$E = \sqrt{\mu_0 c S}$	$4 \cdot 10^{14}$	10^{11}	$2 \cdot 10^{13}$	$2 \cdot 10^{17}$
Μέγιστο Ηλεκτρικό Πεδίο/ Κρίσιμο Ηλεκτρικό Πεδίο	E/E_c	$3 \cdot 10^{-4}$	10^{-7}	10^{-5}	0.1
Ενέργεια Φωτονίου/ Ενέργεια Ηρεμίας του ηλεκτρονίου	$\frac{\hbar\omega}{m_e c^2}$	$2 \cdot 10^{-6}$	0.006	0.006	0.02
Αδιαβατική Παράμετρος γ	$\gamma = \frac{\hbar\omega}{eE\lambda_e}$	$9 \cdot 10^{-3}$	$6 \cdot 10^4$	$5 \cdot 10^2$	0.1

Πίνακας 1: Παράμετροι λείζερ και εξαγόμενες ποσότητες σχετικές με τις εκτιμήσεις των ρυθμών παραγωγής ηλεκτρονίων – ποζιτρονίων.

Το τελικό συμπέρασμα στο οποίο καταλήγει ο Ringwald, αναφέρεται ότι αν οι οπτικές διατάξεις στις ακτίνες x βελτιωθούν ακόμη περισσότερο, επιτρέποντας να προσεγγίσουμε το θεωρητικό όριο περίθλασης, και αν η ισχύς των λείζερ ελευθέρων ηλεκτρονίων αυξηθεί στην περιοχή των terawatt,

τότε η ανίχνευση της παραγωγής ζευγών μέσω της εστίασης και δημιουργίας ενός στάσιμου κύματος από δύο δέσμες λέιζερ ακτίνων x , είναι εφικτή.

Ορμώμενος από τη δουλειά του Ringwald, ο Poron σε μία πρόσφατη δημοσίευσή του [22], μελέτησε την πιθανότητα παραγωγής ενός ζεύγους για διάφορες μορφές του παλμού ενός H/M πεδίου, της μορφής $\mathbf{E}(t) = (E\phi(t), 0, 0)$ και $\mathbf{B}=0$, όπου η συνάρτηση $\phi(t)$ καθορίζει το σχήμα του παλμού.

Η συνάρτηση $\tilde{g}(\gamma)$, που υπεισέρχεται στην (6), εξαρτάται από τη μορφή του παλμού, σύμφωνα με τη σχέση

$$\tilde{g}(\gamma) = \frac{4}{\pi} \int_0^1 \chi(\gamma u) (1-u^2)^{1/2} du$$

όπου η $\chi(u)$ εξαρτάται από τη μορφή του παλμού $\phi(t)$. Στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζεται η μορφή της $\chi(u)$ για διάφορα σχήματα παλμών τα οποία μπορούν να παραχθούν στο εργαστήριο

$\phi(t)$	$\chi(u)$	$\chi(u)$ για $u \rightarrow \infty$
Cost	$(1+u^2)^{-1/2}$	$1/u$
$(1+t^2)^{-1}$	$1/\cosh^2 u$	$4\exp(-2u)$
$(1+\tau^2)^{-3/2}$	$(1+u^2)^{-3/2}$	u^{-3}
$1/\cosht$	$1/\cosh u$	$2\exp(-u)$
$1/\cosh^2 t$	$(1+u^2)^{-1}$	u^{-2}
$\exp(-t^2)$	$u(\chi) = \sqrt{-2 \ln \chi} {}_1F_1(1/2; 3/2; -\ln \chi)$	$(u\sqrt{2 \ln u})^{-1}$
$(1-t^2)(1+t^2)^{-2}$	$\frac{2}{1+4u^2 + \sqrt{1+4u^2}}$	$1/2u^2$

Πίνακας 2 : Η συνάρτηση $\chi(u)$ για διάφορα H/M πεδία,
τα οποία μπορούν να παραχθούν στο εργαστήριο

Κάνοντας της κατάλληλες αντικαταστάσεις στην (6) μπορούμε να καταλήξουμε στην επιθυμητή σχέση για την πιθανότητα της παραγωγής ζευγών για διάφορα σχήματα παλμών. Σε όλες τις περιπτώσεις, η συνάρτηση $\tilde{g}(\gamma)$ μειώνεται μονοτονικά, ενώ η αδιαβατική παράμετρος γ αυξάνεται, όπως επίσης αυξάνεται και η πιθανότητα W για μία δεδομένη ένταση ηλεκτρικού πεδίου E ενώ εξαρτάται και από τη μορφή του παλμού. Το φαινόμενο αυτό, που εμφανίζεται για συχνότητες μεγαλύτερες από $\omega > \omega_{\text{tunneling}}$, αναφέρεται ως Δυναμικό Φαινόμενο Schwinger ($\omega_{\text{tunneling}} = \frac{eE}{mc}$ είναι η συχνότητα διέλευσης του ηλεκτρονίου μέσω του φράγματος $2mc^2$ ανάμεσα στην κατώτερη στάθμη με ενέργεια $-mc^2$ και στην ανώτερη με ενέργεια $+mc^2$).

Το Πείραμα E-144 (SLAC)

Ολοκληρώνουμε τη δεύτερη ενότητα του πρώτου κεφαλαίου με την παρουσίαση της πρώτης πειραματικής επιβεβαίωσης του φαινομένου της παραγωγής ηλεκτρονίων – ποζιτρονίων από την υλοποίηση (materialization) πραγματικών φωτονίων. Αυτή η δουλειά διεξήχθη στο Stanford Linear Accelerator Center (SLAC) και είναι γνωστότερη στη βιβλιογραφία ως Πείραμα E-144 [23]. Σε αυτό το πείραμα μελετήθηκε και καταγράφηκε επιτυχώς για πρώτη φορά η ανελαστική κρούση φωτονίου από φωτόνιο με αποτέλεσμα την παραγωγή πραγματικών ηλεκτρονίων και ποζιτρονίων.

Η αντίδραση που περιγράφει την αλληλεπίδραση δύο φωτονίων πρωτοεισήχθηκε από τους Breit-Wheeler [24] και είναι

$$\omega + \omega' \rightarrow e^+ e^- \quad (\text{Εξ. 23})$$

Η πυκνότητα πιθανότητας για μία τέτοια αντίδραση είναι

$$W_1 = 2\rho_\omega \rho_{\omega'} \sigma_{BW} = 2\pi r_0^2 \frac{m^2}{\omega\omega'} \rho_\omega \rho_{\omega'} \left\{ \left(2 + \frac{2m^2}{\omega\omega'} - \frac{4}{(\omega\omega')^2} \right) \tanh^{-1} \sqrt{1 - \frac{m^2}{\omega\omega'}} - \sqrt{1 - \frac{m^2}{\omega\omega'}} \left(1 + \frac{m^2}{\omega\omega'} \right) \right\} \quad (\text{Εξ. 24})$$

όπου, σ_{BW} είναι η ενεργός διατομή της αντίδρασης, ω και ω' είναι οι ενέργειες των δύο φωτονίων, ρ_ω και $\rho_{\omega'}$ είναι οι πυκνότητες των δύο φωτονίων που αλληλεπιδρούν, r_0 είναι η κλασική ακτίνα του ηλεκτρονίου και m είναι η μάζα των σωματιδίων που παράγονται, στη συγκεκριμένη περίπτωση των ηλεκτρονίων και των ποζιτρονίων.

Για ισχυρά H/M πεδία η παραπάνω αλληλεπίδραση (Εξ. 23) μπορεί να ικανοποιηθεί για μεγάλο αριθμό φωτονίων, όσο η αναλλοίωτη στην επιλογή βαθμίδας παράμετρος που χαρακτηρίζει το πόσο ισχυρό είναι ένα πεδίο, πλησιάζει ή είναι μεγαλύτερη από τη μονάδα

$$\eta = \gamma^{-1} = e\sqrt{\langle A^\mu A_\mu \rangle} / mc^2 = \frac{eE_{rms}}{m\omega'c} = \frac{eE_{rms}\lambda_0}{mc^2} \geq 1,$$

όπου η δέσμη λέιζερ στο σύστημα αναφοράς του εργαστηρίου έχει συχνότητα ω' , ανηγμένο μήκος κύματος $\lambda_0 = \frac{\lambda}{2\pi}$, μέσο ηλεκτρικό πεδίο E_{rms} , και

τετραδιανυσματικό δυναμικό A_μ . Είναι φανερό ότι η παράμετρος η είναι ίδια με την παράμετρο ξ , αλλά για λόγους συνέπειας ακολουθήσαμε το συμβολισμό των συγγραφέων. Για φωτόνια 527 nm, η τιμή $\eta=1$ επιτυγχάνεται για εντάσεις πεδίου στο εργαστήριο $E_{rms} = 6 \cdot 10^{12} \frac{V}{m}$, τιμή που είναι ‘εύκολα’ επιτεύξιμη με τα σημερινά συστήματα λέιζερ, τα οποία βασίζονται στην τεχνική CPA (Chirped Pulse Amplification – Παράρτημα Β). Επομένως, μπορούμε να μιλάμε για μία πολυφωτονική διαδικασία, που στο εξής θα την ονομάζουμε Πολυφωτονική Παραγωγή Ζευγών Breit – Wheeler (Multiphoton Breit – Wheeler Pair Production - MBWPP) και δίνεται από την αντίδραση

$$\omega + n\omega' \rightarrow e^+ e^-,$$

όπου n είναι ο αριθμός των φωτονίων του λέιζερ που αλληλεπιδρούν με ένα φωτόνιο υψηλής ενέργειας για την παραγωγή ενός ζεύγους ηλεκτρονίου – ποζιτρονίου. Η ενεργός διατομή για την MBWPP έχει υπολογιστεί από τους Narozhny, Nikishov και Ritus στις [25,26], και είναι

$$\frac{dW_n(\mathcal{E}_\pm)}{d\mathcal{E}_\pm} = \frac{2\pi r_0^2 m^2 \rho_{\omega'} \rho_\omega}{\eta^2 \omega \omega'^2} \left\{ \eta^2 (2u-1) [J_{n-1}^2(z) + J_{n+1}^2(z) - 2J_n^2(z)] + 2J_n^2(z) \right\} \quad (E\xi.25),$$

$$\text{όπου} \quad z = \frac{2\eta}{u_1} \sqrt{\frac{u(u_n - u)}{1 + \eta^2}},$$

$$u = \frac{(k \cdot k')^2}{4(k \cdot p)(k \cdot p')} \simeq \frac{\omega'^2}{4\mathcal{E}_\pm(\omega' - \mathcal{E}_\pm)},$$

$$u_1 = \frac{(k \cdot k')}{2m^{*2}} \simeq \frac{\omega\omega'(1 + \beta \cos \alpha)}{2m^2(1 + \eta^2)},$$

$$u_n = nu_1,$$

k και k' είναι τα τετραδιανύσματα της ορμής των φωτονίων,

p και p' είναι οι τετραορμές των παραγόμενων σωματιδίων,

α είναι η γωνία αλληλεπίδρασης των δύο δεσμών,

β είναι ο σχετικιστικός λόγος $\beta = \frac{v}{c}$ των ηλεκτρονίων της αρχικής

δέσμης και

\mathcal{E}_{\pm} είναι η ενέργεια του ηλεκτρονίου (+) ή του ποζιτρονίου (-).

Όταν ένα σωματίδιο (φωτόνιο) με τετραορμή p_{μ} (k_{μ}) βρεθεί σε χώρο όπου υπάρχει ένα H/M πεδίο με τετραταχυστή $F_{\mu\nu}$, τότε μπορούμε να ορίσουμε ένα αναλλοίωτο ως προς τον ταχυστή του πεδίου μέτρο της έντασης των φαινομένων της πόλωσης του κενού

$$\kappa = \frac{\sqrt{\langle (F_{\mu\nu} p^{\nu})^2 \rangle}}{(mc^2 E_{crit})} = \left(\frac{2\hbar\omega}{mc^2} \right) \left(\frac{E_{rms}}{E_{crit}} \right) = \left(\frac{2\hbar\omega}{mc^2} \right) \left(\frac{\lambda_c}{\lambda_0} \right),$$

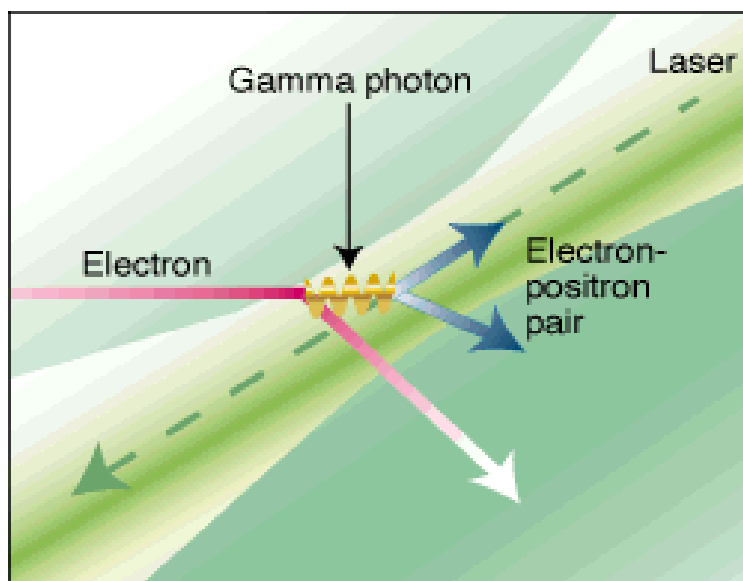
όπου $E_{crit} = \frac{m^2 c^3}{e\hbar} = \frac{mc^2}{e\lambda_c} = 1.3 \cdot 10^{18} V/m$. Οι αναμενόμενοι ρυθμοί για την

παραγωγή ζευγών γίνονται σημαντικά μεγάλοι μόνο όταν η ποσότητα κ πλησιάζει τη μονάδα, χωρίς κατά ανάγκη η παράμετρος η να είναι μεγάλη.

Η διαδικασία παραγωγής ζευγών e^+e^- απαρτίζεται από δύο βήματα. Το πρώτο είναι η αλληλεπίδραση της δέσμης του λέιζερ με ένα ‘πακέτο’ (bunch) ηλεκτρονίων πολύ υψηλής ενέργειας σύμφωνα με τη σχέση

$$e + n\omega_0 \rightarrow e' + \omega,$$

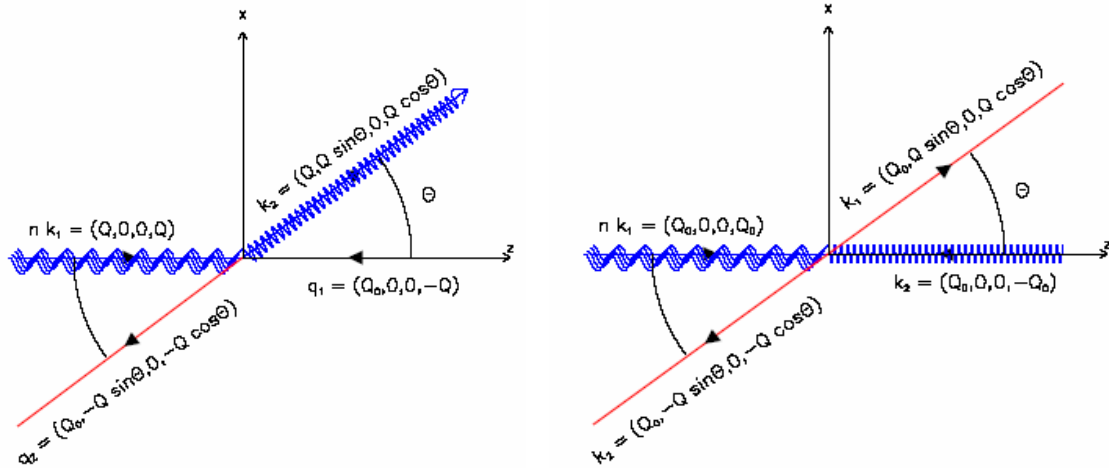
χρησιμοποιώντας το φορμαλισμό της [25]. Η αλληλεπίδραση αυτή ονομάζεται Μη Γραμμική Σκέδαση κατά Compton (Non Linear Compton Scattering) και έχει ως αποτέλεσμα την παραγωγή φωτονίων γ υψηλής ενέργειας (\sim GeV). Το δεύτερο βήμα είναι η αλληλεπίδραση των φωτονίων υψηλής ενέργειας, που παρήχθησαν, με τα φωτόνια της δέσμης του λέιζερ για την παραγωγή ηλεκτρονίων – ποζιτρονίων, που όπως προειπώθηκε είναι γνωστή με την ονομασία MBWPP. Τα φωτόνια που παράγονται από το πρώτο βήμα ακολουθούν την πόλωση των αρχικών φωτονίων, δηλαδή αν η αρχική δέσμη του λέιζερ είναι γραμμικά πολωμένη τότε και τα φωτόνια γ θα είναι και αυτά γραμμικά πολωμένα. Στην Εικόνα 1 φαίνονται και οι δύο διαδικασίες ταυτόχρονα, ενώ στην Εικόνα 2 φαίνονται οι ίδιες διαδικασίες χρησιμοποιώντας τα τετραδιανύσματα των σωματιδίων και των φωτονίων που λαμβάνουν μέρος στις πολυφωτονικές αντιδράσεις.



Εικόνα 1 : Παραγωγή ζευγών ηλεκτρονίων – ποζιτρονίων κατά την αντίδραση φωτονίων γ με φωτόνια της δέσμης του λέιζερ. Τα φωτόνια γ προέρχονται από τη σκέδαση φωτονίων της δέσμης του λέιζερ από τα ηλεκτρόνια

Για την πειραματική διάταξη του SLAC, η μέγιστη ενέργεια των ηλεκτρονίων ήταν 46.6 GeV, και η μέγιστη ενέργεια των οπισθοσκεδαζομένων φωτονίων λέιζερ στα 527 nm ήταν 29.9 GeV, ενώ η γωνία αλληλεπίδρασης των δύο δεσμών είναι $\alpha=17^\circ$.

Το H/M πεδίο ενός φωτονίου μπορεί να θεωρηθεί ότι είναι πεδίο επίπεδου κύματος (plane wave field), και συνεπώς από ένα τέτοιο πεδίο δεν είναι δυνατή η εμφάνιση μη γραμμικών φαινομένων κατά την αλληλεπίδρασή τους με το κενό (κάτι που είναι ισοδύναμο με τη συνθήκη $\mathbf{E}^2 - \mathbf{H}^2 > 0$ – [12]). Αν όμως τα δύο αυτά φωτόνια δε διαδίδονται στο χώρο παράλληλα, τότε μπορούμε να μελετήσουμε την αντίδραση σε ένα σύστημα αναφοράς στο οποίο θα υπάρχει μόνο ηλεκτρικό πεδίο, για το οποίο όπως έχουμε δει είναι δυνατή η εμφάνιση μη γραμμικών φαινομένων. Αυτός είναι και ο λόγος που φέρνουμε τις δύο δέσμες σε σύγκρουση υπό γωνία. Εξάλλου, το φαινόμενο της διδύμου γενέσεως από την αλληλεπίδραση ενός H/M πεδίου με το κενό είναι αναλλοίωτο στην επιλογή του συστήματος αναφοράς στο οποίο μελετάμε το σύστημα (relativistic invariance).



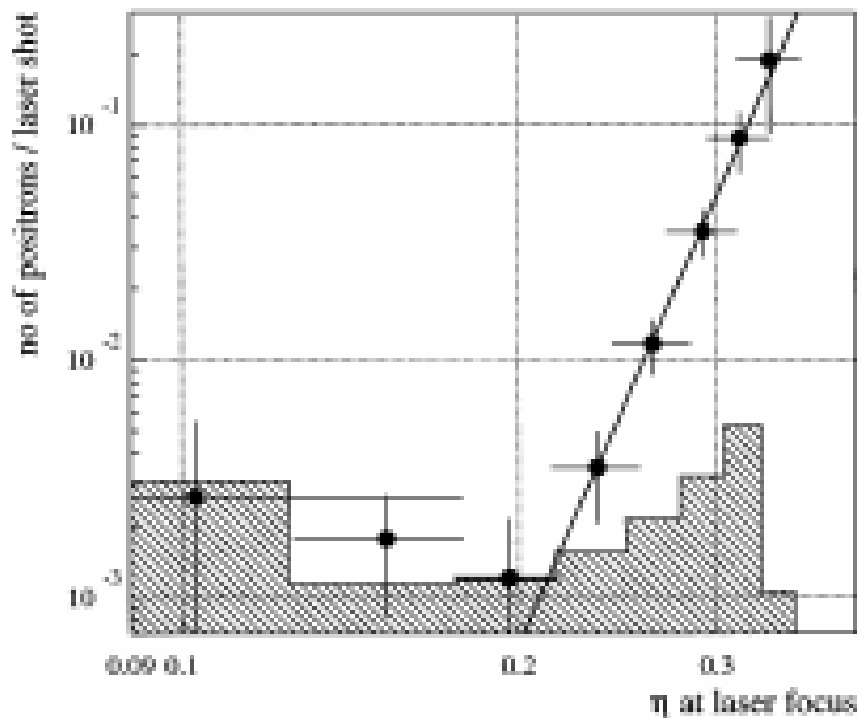
Εικόνα 2 α: Πολυφωτονική Σκέδαση Compton n φωτονίων ορμής k_1 από ένα ηλεκτρόνιο ορμής q για την παραγωγή ενός φωτονίου γ

Εικόνα 2 β: Πολυφωτονική Παραγωγή Breit - Wheeler σωματιδίων από την ανελαστική σκέδαση n φωτονίων με ένα φωτόνιο γ

Ύστερα από αριθμητική ολοκλήρωση στο χώρο και στο χρόνο της (Εξ. 25) στην περιοχή αλληλεπίδρασης των ηλεκτρονίων με τον παλμό του λέιζερ, προκύπτει ότι το θεωρητικά προβλεπόμενο νούμερο για τις τιμές του n που χρησιμοποιούν είναι 0,01 ζεύγος ηλεκτρονίων – ποζιτρονίων ανά παλμό λέιζερ. Ο αριθμός ποζιτρονίων που παρατηρήθηκε σε 21962 παλμούς του λέιζερ είναι 175 ± 13 , αφού έχει αφαιρεθεί το υπόβαθρο παραγωγής, δηλαδή τα τυχόντα ποζιτρόνια που μπορεί να προέρχονται από την αλληλεπίδραση ηλεκτρονίων με τα τοιχώματα των πειραματικών διατάξεων.

Στο Διάγραμμα 6 φαίνεται η παραγωγή (R_{e^+}) των ποζιτρονίων ανά παλμό λέιζερ συναρτήσει της αναλλοίωτης παραμέτρου η . Η γραμμή έχει συμπεριφορά νόμου δύναμης (power law) και έχει μπει για να προσεγγίσει τα δεδομένα από το πείραμα. Από το διάγραμμα αυτό φαίνεται ότι η παραγωγή ποζιτρονίων έχει μία εξάρτηση της μορφής $R_{e^+} \propto \eta^{2n}$ από την παράμετρο η , ενώ η πολυφωτονική παράμετρος n ισούται με

$$n = 5.1 \pm 0.2 (\text{στατιστικό}) \begin{matrix} +0.5 \\ -0.8 \end{matrix} (\text{συστηματικό}).$$



Διάγραμμα 6 : ο αριθμός των ποζιτρονίων που παράγονται από έναν παλμό λέιζερ συναρτήσει της παραμέτρου η που χαρακτηρίζει την ένταση του πεδίου. Η σκιαγραφημένη περιοχή είναι ο θόρυβος στη μέτρηση των ποζιτρονίων. Παρατηρούμε ότι οι μετρήσεις μπορούν να θεωρηθούν πολύ μεγαλύτερες από το θόρυβο, συνεπώς μπορούν να ερμηνευθούν ως δίδυμη γένεση από το κενό με την αλληλεπίδρασή με το H/M πεδίο του λέιζερ

Συνεπώς, ο ρυθμός παραγωγής ποζιτρονίων είναι άκρως μη γραμμικός, και μεταβάλλεται σύμφωνα με την 5^η δύναμη της έντασης του λέιζερ I. Αυτό είναι σε πολύ καλή συμφωνία με το γεγονός ότι ο ρυθμός διαδικασιών που περιλαμβάνουν n φωτόνια του λέιζερ είναι ανάλογος του η^{2n} (για $\eta^2 \ll 1$ – Εξ. 7β) και με την κινηματική απαίτηση ότι πέντε φωτόνια παίρνουν μέρος στην αλληλεπίδραση για την παραγωγή ενός ζεύγους. Στο επόμενο κεφάλαιο θα δούμε ότι η εφαρμογή της θεωρίας (Εξ. 7β) για πολυφωτονικές διαδικασίες επαληθεύει τα πειραματικά αποτελέσματα.

Θα πρέπει να τονιστεί, ότι τα πραγματικά σωματίδια, προέρχονται από το κβαντικό σύστημα του κενού. Τόσο τα φωτόνια γ , όσο και τα φωτόνια της δέσμης του λέιζερ, δημιουργούν το απαιτούμενο ηλεκτρικό πεδίο για την κατά Schwinger παραγωγή πραγματικών ζευγών σωματιδίων – αντισωματιδίων. Η αντίδραση αυτή ονομάζεται Διεγερμένη Δίδυμος Γένεση

(Stimulated Pair Production), σε αντίθεση με την δημιουργία σωματιδίων – αντισωματιδίων από την εστία μίας δέσμης λέιζερ, που ονομάζεται Αυθόρμητη Δίδυμος Γένεση (Spontaneous Pair Production). Η διαφορά έγκειται στο γεγονός ότι στην πρώτη περίπτωση η αντίδραση χρειάζεται ως ‘καταλύτη’ ένα φωτόνιο γ για να συμβεί, κάτι που δεν απαιτείται στη δεύτερη.

Η σημασία αυτού του πειράματος έγκειται στο γεγονός ότι αποτελεί την πρώτη πειραματική απόδειξη της μη γραμμικής συμπεριφοράς του κενού ως μέσου, παρουσία ισχυρών πεδίων, ενώ παράλληλα φάνηκε ο καθαρά πολυφωτονικός χαρακτήρας του φαινομένου της παραγωγής ύλης – αντιύλης. Οι παρατηρούμενοι ρυθμοί παραγωγής για τις πολυφωτονικές διαδικασίες είναι σε συμφωνία με τις θεωρητικά προβλεπόμενες τιμές. Πέραν τούτου, είναι η πρώτη πειραματική απόδειξη της ανελαστικής σκέδασης φωτονίου από φωτόνιο, με τη συμμετοχή πραγματικών φωτονίων, ή με άλλα λόγια είναι το πρώτο επιτυχές πείραμα όπου πραγματικά φωτόνια μετατρέπονται σε πραγματικά σωματίδια και αντισωματίδια.

Ενότητα 3^η : Μη Γραμμικότητα της Κβαντικής Ηλεκτροδυναμικής **στις αλληλεπιδράσεις ισχυρών πεδίων με το κενό**

Η πλειοψηφία των φαινομένων στη φύση είναι μη γραμμικά και περιλαμβάνουν αλληλεπιδράσεις μεγάλου αριθμού φωτονίων. Ελάχιστα είναι τα φυσικά συστήματα που επιδεικνύουν γραμμική συμπεριφορά. Μη γραμμικά φαινόμενα στον ηλεκτρισμό και στο μαγνητισμό είναι γνωστά από την εποχή του Maxwell, όπως για παράδειγμα οι ηλεκτρικές εκκενώσεις σε αέρια. Στην οπτική περιοχή του H/M φάσματος, η μη γραμμικότητα έκανε την εμφάνισή της με την εφεύρεση των λέιζερ. Επί παραδείγματι, το πείραμα της παραγωγής της δεύτερης αρμονικής από τους Franken et al. [27] είναι το πρώτο μη γραμμικό φαινόμενο, και ως τέτοιο σηματοδότησε τη γέννηση του πεδίου της Οπτικής που είναι γνωστό ως Μη Γραμμική Οπτική. Η Μη Γραμμική Οπτική είναι εν γένει, η μη γραμμική αλληλεπίδραση της ύλης (ή ενός μέσου σε μία πιο γενική ορολογία) με την H/M ακτινοβολία, και περιλαμβάνει προβλήματα όπως αλλαγή των οπτικών ιδιοτήτων του μέσου τα οποία προκαλούνται από το φως.

Κάθε μη γραμμική διαδικασία αποτελείται από δύο μέρη. Η έντονη ακτινοβολία προκαλεί μία μη γραμμική ‘αντίδραση’ του μέσου, και εν συνεχεία το μέσο τροποποιεί τις οπτικές ιδιότητές του κατά μη γραμμικό τρόπο. Με άλλα λόγια, κατά τη διάδοση ενός παλμού λέιζερ σε ένα μέσο, τα φωτόνια που βρίσκονται στο μπροστινό μέρος του παλμού, θα αλλοιώσουν το μέσο (μοντέλο ‘ντυμένου μέσου’), ενώ τα επερχόμενα φωτόνια θα συναντήσουν ένα καινούργιο μέσο (το οποίο είναι το ήδη αλλοιωμένο μέσο από τα αρχικά φωτόνια). Η πρώτη διαδικασία περιγράφεται κυρίως από εξισώσεις οι οποίες σχετίζουν τη γενικευμένη ηλεκτρική πόλωση του μέσου με το ηλεκτρικό πεδίο E και περιγράφουν πλήρως της απόκριση του μέσου στο πεδίο αυτό. Η δεύτερη διαδικασία περιγράφεται από τις εξισώσεις του Maxwell. Από τα προηγούμενα σχόλια, μπορεί να τεθεί ως ερώτημα αν όλα τα μέσα είναι μη γραμμικά. Η απάντηση είναι ότι όλα τα μέσα επιδεικνύουν μη γραμμική συμπεριφορά. Ακόμα και το κενό μπορεί να θεωρηθεί ως ένα μέσο με μη γραμμική συμπεριφορά. Τα φωτόνια μπορούν να αλληλεπιδράσουν με το κενό είτε μέσω της πόλωσής του (μη μηδενικό πραγματικό μέρος της

Ενεργού Λαγκρανζιανής), είτε μέσω της παραγωγής ύλης – αντιύλης (μη μηδενικό φανταστικό μέρος της Ενεργού Λαγκρανζιανής) [12]. Παρόλα αυτά, η αλληλεπίδραση αυτή είναι τόσο ασθενική σε πεδία χαμηλών εντάσεων, έτσι ώστε οι μεταβολές των ιδιοτήτων του κενού ως μέσου είναι μη μετρήσιμες και συνεπώς θεωρείται ότι συμπεριφέρεται ως γραμμικό μέσο. Για ισχυρά πεδία όμως, το κενό συμπεριφέρεται ως μη γραμμικό, με αποτέλεσμα την εμφάνιση των προαναφερθέντων φαινομένων.

Παρακάτω, περιγράφεται εν συντομία το ‘κλασσικό’ φαινόμενο της μη γραμμικής πόλωσης ενός μέσου παρουσία ενός H/M πεδίου [28]. Πιο συγκεκριμένα, η γραμμική πόλωση έχει τη μορφή

$$\mathbf{P}(\mathbf{r}, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \chi^{(1)}(\mathbf{r} - \mathbf{r}', t - t') \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}', t') d\mathbf{r}' dt'$$

όπου $\chi^{(1)}$ είναι η γραμμική επιδεκτικότητα του μέσου. Η επιδεκτικότητα ενός μέσου, δίνει και το βαθμό στον οποίο μπορεί να πολωθεί το μέσο αυτό παρουσία H/M πεδίων και συνδέεται με το δείκτη διάθλασης του μέσου μέσω της σχέσης $\eta = \sqrt{1 + \chi}$.

Στη μη γραμμική περίπτωση, όταν το \mathbf{E} είναι αρκούντως ισχυρό, η πόλωση \mathbf{P} του μέσου μπορεί να γραφεί ως μία δυναμοσειρά του \mathbf{E}

$$\begin{aligned} \mathbf{P}(\mathbf{r}, t) = & \int_{-\infty}^{\infty} \chi^{(1)}(\mathbf{r} - \mathbf{r}', t - t') \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}', t') d\mathbf{r}' dt' \\ & + \int_{-\infty}^{\infty} \chi^{(2)}(\mathbf{r} - \mathbf{r}_1, t - t_1; \mathbf{r} - \mathbf{r}_2, t - t_2) \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}_1, t_1) \mathbf{E}(\mathbf{r}_2, t_2) d\mathbf{r}_1 dt_1 d\mathbf{r}_2 dt_2 \\ & + \int_{-\infty}^{\infty} \chi^{(3)}(\mathbf{r} - \mathbf{r}_1, t - t_1; \mathbf{r} - \mathbf{r}_2, t - t_2; \mathbf{r} - \mathbf{r}_3, t - t_3) \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}_1, t_1) \mathbf{E}(\mathbf{r}_2, t_2) \mathbf{E}(\mathbf{r}_3, t_3) d\mathbf{r}_1 dt_1 d\mathbf{r}_2 dt_2 d\mathbf{r}_3 dt_3 + \dots \end{aligned}$$

(Εξ. 26)

όπου $\chi^{(n)}$ είναι η n-τάξης μη γραμμική επιδεκτικότητα. Η γραμμική και οι μη γραμμικές επιδεκτικότητες χαρακτηρίζουν τις οπτικές ιδιότητες του μέσου. Οι μη γραμμικές επιδεκτικότητες που εμφανίζονται στην πόλωση, οφείλονται στο ότι ακριβώς το μέσο έχει αλλοιωθεί, και συμπεριφέρεται βάσει του μοντέλου του ‘ντυμένου μέσου’. Αν οι $\chi^{(n)}$ είναι γνωστές για ένα δεδομένο μέσο, εξ αρχής τότε, τα n-τάξης μη γραμμικά οπτικά φαινόμενα στο μέσο μπορούν να προβλεφθούν από τις εξισώσεις του Maxwell. Από φυσικής άποψης, $\chi^{(n)}$ σχετίζεται με τη μικροσκοπική δομή του μέσου και μπορεί να υπολογιστεί από μία πλήρως κβαντομηχανική περιγραφή του συστήματος.

Στην Κβαντική Ηλεκτροδυναμική (QED), έχουμε μιλήσει για τις διακυμάνσεις του κενού παρουσία ενός H/M πεδίου. Όπως είδαμε όταν το πεδίο αυτό είναι αρκούντως μεγάλο, το ζεύγος των εν δυνάμει σωματιδίων - αντισωματιδίων θα λειτουργεί ως ένα ηλεκτρικό δίπολο μέσα σε ένα εξωτερικό H/M πεδίο. Η πολωσιμότητα του κενού οφείλεται στους διορθώσεις ανώτερης τάξης της QED (perturbation theory), που περιλαμβάνουν μη γραμμικές αλληλεπιδράσεις ανάμεσα στα H/M πεδία (το πεδίο του διπόλου και το εξωτερικά εφαρμοζόμενο πεδίο) [12]. Το ρεύμα που επάγεται από το εξωτερικό H/M πεδίο στο κενό

$$\delta j_{\mu}(x) = - \left(\frac{a^2}{12\hbar} \right) \int G_{\mu\nu\lambda\sigma}(x, x', x'', x''') A_{\nu}(x') A_{\lambda}(x'') A_{\sigma}(x''') dx' dx'' dx''',$$

είναι κυβικής εξάρτησης από το διανυσματικό δυναμικό του πεδίου, A_{μ} . Η μήτρα της σκέδασης (scattering matrix) $S^{(4)}$ σχετίζεται με τον τελεστή πόλωσης $G_{\mu\nu\lambda\sigma}(x, x', x'', x''')$, σύμφωνα με την παρακάτω εξίσωση

$$S^{(4)} = - \frac{i}{\hbar c} \int d^4x L(x) = - \frac{ia}{(\hbar c)^2} \frac{1}{12} \int G_{\mu\nu\lambda\sigma}(x, x', x'', x''') A_{\mu}(x) A_{\nu}(x') A_{\lambda}(x'') A_{\sigma}(x''') dx dx' dx'' dx'''$$

(Εξ. 27)

όπου $L(x)$ είναι η ενεργός πυκνότητα Λαγκρανζιανής της αλληλεπίδρασης, και για ένα αργά μεταβαλλόμενο πεδίο στο χώρο και στο χρόνο (προσέγγιση χαμηλής ενέργειας), η $L(x)$ σχετίζεται με το ηλεκτρικό και το μαγνητικό πεδίο σύμφωνα με τη σχέση $L(x) \sim \left[(\mathbf{D}^2 - \mathbf{B}^2) + 7(\mathbf{D} \cdot \mathbf{B})^2 \right]$ [29], όπου \mathbf{B} είναι η μαγνητική επαγωγή και \mathbf{D} είναι το πεδίο μετατόπισης ίσο με $\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}$, όπου \mathbf{P} είναι η πόλωση του . Η σημασία του υπολογισμού της μήτρας σκέδασης S έγκειται στο γεγονός ότι αν το σύστημα θεωρηθεί ως ένα σύστημα δύο καταστάσεων (two level system) με αρχική κατάσταση Ψ_i και τελική κατάσταση Ψ_f , τότε μπορεί να υπολογιστεί η πιθανότητα μετάβασης από τη μία κατάσταση στην άλλη. Οι καταστάσεις ορίζονται ανάλογα με το φυσικό πρόβλημα, για παράδειγμα στην περίπτωση της σκέδασης φωτονίου από φωτόνιο η Ψ_i είναι η κατάσταση των δύο αρχικών φωτονίων , ενώ η Ψ_f είναι η κατάσταση δύο διαφορετικών από τα αρχικά φωτόνια, φωτονίων. Στην περίπτωση της παραγωγής ζευγών ύλης – αντιύλης από φωτόνια, η Ψ_i είναι η

κατάσταση των δύο φωτονίων όπως και πριν ενώ η Ψ_f είναι η κατάσταση ενός σωματιδίου και ενός αντισωματιδίου. Συνεπώς, η ολική πιθανότητα για τη μετάβαση από την αρχική στην τελική κατάσταση ($i \rightarrow f$) είναι

$$W = (\Psi_i, \Psi_f) = (\Psi_i, S^\dagger S \Psi_i) = \sum_f (\Psi_i, S^\dagger \Psi_f) (\Psi_f, S \Psi_i)$$

Ο τελεστής πόλωσης σχετίζεται με την ενεργό διατομή της εμφάνισης αυτών των φαινομένων (όπως η σκέδαση του φωτός από φως, η δημιουργία ζευγών από την αλληλεπίδραση η κβάντων φωτός, η σκέδαση φωτός από ένα εξωτερικό πεδίο και η δημιουργία ζευγών από ένα εξωτερικό πεδίο), τα οποία φαινόμενα είναι αποτέλεσμα της μη γραμμικότητας της φύσης.

Από τις κλασσικές εξισώσεις του Maxwell, που περιλαμβάνουν την

$$\text{πόλωση } \mathbf{P} \text{ ενός μέσου, δηλαδή τις εξισώσεις } \begin{cases} \nabla \times \mathbf{B} = \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} (\mathbf{E} + 4\pi \mathbf{P}) + \frac{4\pi}{c} \mathbf{J} \\ \nabla \cdot (\mathbf{E} + 4\pi \mathbf{P}) = 0 \end{cases},$$

μπορούμε να εξάγουμε την πόλωση μέσω της χρήσης των συναρτήσεων Green (μία μέθοδος που προσομοιάζει την Εξ. 26 με τη μορφή των Διαδωτών (Propagator). Συνεπώς, τίθεται το ιδιαίτερου ενδιαφέροντος ερώτημα, αν υπάρχει ομοιότητα ανάμεσα στις δύο εξισώσεις, κάτι που θα έθετε περαιτέρω σταθερότητα στην περιγραφή της αλληλεπίδρασης του κενού με ισχυρά H/M πεδία, ως ενός συστήματος δύο καταστάσεων, δηλαδή ενός μέσου με διάφορες επιτρεπτές καταστάσεις. Στον επόμενο πίνακα παρουσιάζουμε μία σύγκριση ανάμεσα στην υπάρχουσα θεωρία σχετικά με τη μη γραμμική οπτική και του 'προτεινόμενου' σχήματος διακριτών καταστάσεων για τη μη γραμμική συμπεριφορά του κενού.

Μη Γραμμική Φυσική

<i>Μη Γραμμικά Φαινόμενα στην Ύλη</i>	<i>Μη Γραμμικά Φαινόμενα στο Κενό</i>
Φαινόμενα Πόλωσης	Ποια είναι η μεταβολή της Πόλωσης του Κενού ?
Η μη γραμμικότητα περιγράφεται από τους διαφορετικούς όρους της Πόλωσης	Πως περιγράφεται η μη γραμμικότητα των επαγόμενων από Η/Μ πεδία φαινομένων ? (Πιθανή ερμηνεία μέσω της μη γραμμικής σχέσης της μήτρας σκέδασης S της αλληλεπίδρασης)
Τυπικό παράδειγμα είναι η Μη Γραμμική Φυσική : η παραγωγή αρμονικών και η περιγραφή της χρησιμοποιώντας το μοντέλο του κβαντικού συστήματος δυο καταστάσεων	Τυπικό παράδειγμα σε Μη Γραμμικά Φαινόμενα στο Κενό : Παραγωγή Ζευγών Ύλης – Αντιύλης χρησιμοποιώντας το μοντέλο του κβαντικού συστήματος δυο καταστάσεων Υπάρχει μία Ένα προς Ένα συσχέτιση ?

Κεφάλαιο 2^ο

Πρόταση δύο καινοτόμων τρόπων επίτευξης παραγωγής μεγάλου αριθμού ζευγών ύλης – αντιύλης από την αλληλεπίδραση H/M πεδίων λέιζερ με το κβαντικό σύστημα του κενού

Εισαγωγή

Ενότητα 1^η : Το Φαινόμενο πεδίου (Field Effect) και το λέιζερ του NIF

Το φαινόμενο πεδίου (field effect)

Ιονισμός του ατόμου μέσα σε H/M πεδίο

Πολυφωτονικές Διαδικασίες

Διαδικασίες Σήραγγας (Tunneling Effect) ή Φαινόμενα Πεδίου

Το λέιζερ του NIF

Ενότητα 2^η : Σύγκριση της προσέγγισης συντονισμού με την αδιαβατική προσέγγιση και εφαρμογή στην πρώτη πειραματική απόδειξη της Μη Γραμμικής αλληλεπίδρασης H/M ακτινοβολίας με το κενό

Αντιμετώπιση του συστήματος του κενού σε συντονισμό με το εξωτερικά εφαρμοζόμενο H/M πεδίο, μέσω πολυφωτονικών διαδικασιών και σύγκριση με την αδιαβατική προσέγγιση

Εφαρμογή των δύο μεθόδων στο Πείραμα E-144

Συμπεράσματα

Εισαγωγή

Στο δεύτερο μέρος της παρούσας εργασίας, θα αναφερθούμε λεπτομερέστερα στην αδιαβατική προσέγγιση του φαινομένου της διδύμου γενέσεως, όπως παρουσιάστηκε στη IIα της 1^{ης} Ενότητας, του πρώτου κεφαλαίου [13] και στην προσέγγιση συντονισμού όπως παρουσιάστηκε στην III της ίδιας ενότητας [20], και στηριζόμενοι σε αυτές τις εργασίες, θα παρουσιάσουμε δύο τρόπους παραγωγής ζευγών ηλεκτρονίων – ποζιτρονίων από το κενό, μέσω της αλληλεπίδρασής του με H/M ακτινοβολία. Ο λόγος για τον οποίο διαλέξαμε να μελετήσουμε σε βάθος αυτές τις εργασίες, είναι διότι τα αποτελέσματα της [13] είναι πιο ακριβή από αυτά που εξάγουν οι Schwinger και Brezin – Itzykson [12,15], λόγω της χρήσης της μεθόδου του φανταστικού χρόνου, ενώ η [20] αποτελεί την πρώτη ρητή αντιμετώπιση του προβλήματος της διδύμου γενέσεως από το κενό, ως ένα σύστημα δύο διακριτών καταστάσεων, παρόμοιο με το μοντέλο ενός συστήματος δύο καταστάσεων σε συντονισμό με ένα εξωτερικά εφαρμοζόμενο H/M πεδίο που αντιμετωπίζεται στην Κβαντομηχανική. Το αντίστοιχο μοντέλο που περιγράφει τον ιονισμό των ατόμων έχει μελετηθεί σε βάθος, τόσο θεωρητικά όσο και πειραματικά, και είναι από τα πλέον αποδεκτά μοντέλα.

Βασιζόμενοι λοιπόν, σε αυτές τις εργασίες, προτείνουμε δύο νέες καινοτόμες ιδέες για την αποδοτικότερη παραγωγή ζευγών ηλεκτρονίων – ποζιτρονίων. Στην πρώτη γίνεται χρήση ενός καινούργιου συστήματος λέιζερ που αναμένεται να παράγει πεδία της τάξης των 10^{16} V/m, ενώ στη δεύτερη συνδυάζεται η ιδέα του E-144 πειράματος με την απαίτηση το κβαντικό σύστημα του κενού να βρίσκεται σε συντονισμό με το εξωτερικά εφαρμοζόμενο H/M πεδίο.

Ενότητα 1^η : Το Φαινόμενο Πεδίου (Field Effect) και η εφαρμογή στο λέιζερ του NIF

Το Φαινόμενο Πεδίου (Field Effect)

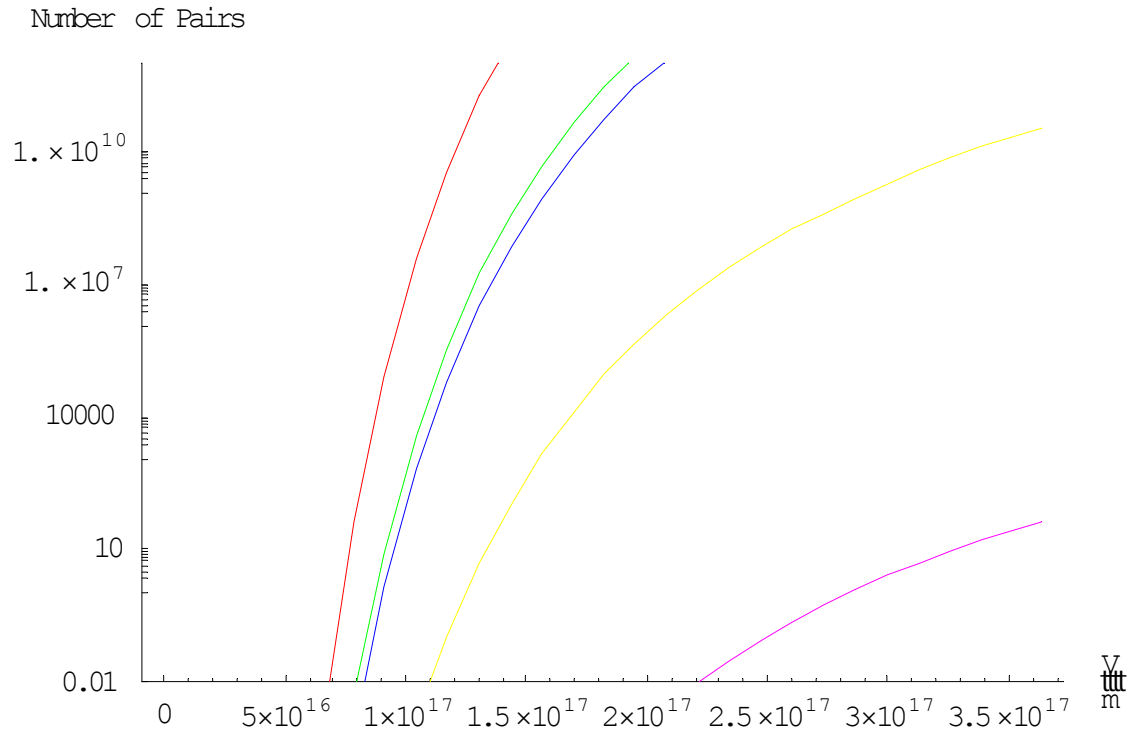
Σε αυτή την παράγραφο θα μελετήσουμε το φαινόμενο παραγωγής ζευγών από το κενό παρουσία H/M πεδίων, τα οποία πεδία προέρχονται από υπέρ-ισχυρά λέιζερ. Τυπικά χαρακτηριστικά τέτοιων λέιζερ είναι ενέργεια φωτονίου $\sim 1\text{eV}$ (που αντιστοιχεί σε μήκος κύματος της ακτινοβολίας $\sim 1\text{ }\mu\text{m}$) και εντάσεις ακτινοβολίας $I \sim 10^{25}\text{ W/m}^2$. Για τέτοιες τιμές, η παράμετρος γ είναι μικρότερη της μονάδας, $\gamma < 1$. Για τον υπολογισμό του αριθμού των παραγόμενων ζευγών θα χρησιμοποιήσουμε την Εξ.7^α. Θεωρώντας ότι το μέγιστο ηλεκτρικό πεδίο επιτυγχάνεται στην εστία της δέσμης του λέιζερ σε όγκο $\Delta V \sim \lambda^3$ (που είναι και το όριο περιθλασης) και σε χρονική διάρκεια παλμού T , η σχέση που δίνει τον ολικό αριθμό e^+e^- που παράγονται από το κενό είναι ,

$$N(T) = 0.354 K_0^4 \varepsilon^{5/2} \text{Exp} \left[-\frac{\pi}{\varepsilon} \left[1 - \frac{1}{2(K_0 \varepsilon)^2} \right] \right] N' \quad (\text{Εξ. 28})$$

όπου $N' = \frac{\omega T}{2\pi}$, είναι ο αριθμός των ταλαντώσεων του ηλεκτρικού πεδίου που περιέχονται σε ένα παλμό του λέιζερ. Στην παρακάτω μελέτη η ποσότητα αυτή θεωρείται ότι είναι ίση με τη μονάδα. Ο λόγος είναι ότι η κατανομή του ηλεκτρικού πεδίου μέσα σε ένα παλμό λέιζερ, ακολουθεί μία Γκαουσσισιανή και συνεπώς χρησιμοποιούμε την ταλάντωση του ηλεκτρικού πεδίου στην κορυφή της Γκαουσσισιανής ‘καμπάνας’. Δηλαδή, το ηλεκτρικό πεδίο ταλαντώνεται μέσα στην Γκαουσσισιανή ‘καμπάνα’ του παλμού και χρησιμοποιούμε τη μέγιστη ταλάντωση που είναι στο κέντρο της κατανομής.

Για την επίτευξη της ικανοποίησης των αρχών διατήρησης ενέργειας – ορμής, θεωρούμε ότι μελετάμε την παραγωγή ύλης – αντιύλης στο μέγιστο ενός στάσιμου κύματος που δημιουργείται από την υπέρθεση δύο δεσμών λέιζερ της ίδιας συχνότητας.. Στο Διάγραμμα 7 παρουσιάζεται η γραφική παράσταση της Εξ. 28, δηλαδή του αριθμού των ζευγών που παράγονται στην

εστία ενός λέιζερ, συναρτήσει της έντασης E του ηλεκτρικού πεδίου. Το διάγραμμα αυτό είναι ιδιαίτερης σημασίας καθότι από αυτό θα καταλήξουμε στα αποτελέσματά μας. Η κάθε καμπύλη αντιστοιχεί και σε διαφορετική ενέργεια φωτονίων. Παρατηρούμε, ότι για δέσμες λέιζερ με μικρότερη ενέργεια φωτονίου το φαινόμενο της διδύμου γενέσεως εμφανίζεται για μικρότερα ηλεκτρικά πεδία, ενώ παράλληλα μπορεί να γίνει και η σύγκριση ότι για αρκούντως μεγάλες εντάσεις ηλεκτρικού πεδίου, έτσι ώστε να εξασφαλίζεται η ανισότητα $\gamma < 1$ και να μπορεί να εφαρμοστεί η Εξ. 28, ο αριθμός των ζευγών που παράγονται είναι τάξεις μεγέθους μεγαλύτερος για την περίπτωση των πεδίων χαμηλής συχνότητας και για την ίδια τιμή του ηλεκτρικού πεδίου. Στο διάγραμμα που ακολουθεί η κόκκινη γραμμή αντιστοιχεί σε ενέργεια φωτονίου 0.117 eV, η πράσινη σε 1,18 eV, η μπλε σε 1,786 eV, η κίτρινη σε 50 eV και η μοβ σε 8.3 keV. Από τις καμπύλες αυτές, οι οποίες παρουσιάζουν την εξάρτηση της παραγωγής ζευγών από την ενέργεια του φωτονίου, ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζει η πράσινη και η μοβ καμπύλη. Αυτό έχει να κάνει με το γεγονός ότι οι δύο αυτές καμπύλες αναφέρονται σε ενέργεια φωτονίου παραπλήσια με την ενέργεια των φωτονίων δύο πολλά υποσχόμενων συστημάτων λέιζερ που βρίσκονται ήδη υπό κατασκευή.



Διάγραμμα 7 : Η παραγωγή e^+e^- , για H/M πεδία διαφορετικών μηκών κύματος και ενεργειών

Η μοβ καμπύλη, όπως είπαμε αντιστοιχεί σε ενέργεια φωτονίου ίση με 8.300 eV (8,3 keV). Τέτοιες ενέργειες βρίσκονται στην περιοχή των ακτίνων x. Δηλαδή μιλάμε για λέιζερ ακτίνων x (x-ray laser). Στο μέλλον αναμένεται να δημιουργηθούν λέιζερ ακτίνων x ελευθέρων ηλεκτρονίων (X-ray Free Electron Lasers - XFELs) των οποίων η ένταση ακτινοβολίας της δέσμης I εκτιμάται ότι μπορεί να φτάσει τα 10^{31} W/m² [21]. Η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου δίνεται από τη Εξ. 22 ή στην απλούστερη μορφή της, $E = \sqrt{377I}$, όπου 377 Ohm είναι η ηλεκτρική αντίσταση του αέρα (ή του κενού μιας και τα δύο αυτά μέσα θεωρούνται ότι έχουν τις ίδιες H/M ιδιότητες). Έτσι, για τις τιμές του I που αναμένονται να επιτευχθούν στα μελλοντικά XFELs, η E ισούται με $E=10^{17}$ V/m, δηλαδή 10% του κρίσιμου ηλεκτρικού πεδίου ($E_{critical} \sim 10^{18} \frac{V}{m}$). Στη συγκεκριμένη εργασία δε θα ασχοληθούμε άλλο με τη χρήση των XFELs για τη μελέτη φαινομένων Κβαντικής Ηλεκτροδυναμικής

σε υπέρ-ισχυρά πεδία (Strong Field QED), μιας και όπως θα δούμε προτείνουμε μία νέα προοπτική για την επίτευξη παραπλήσιας με τα XFELs παραγωγής ζευγών από το κενό, αλλά με τη χρήση μικρότερων ηλεκτρικών πεδίων.

Η πράσινη καμπύλη του Διαγράμματος 7 αντιστοιχεί σε ενέργεια φωτονίου 1.18 eV. Ενέργειες φωτονίου γύρω στο 1 eV αντιστοιχούν στην υπέρυθρη περιοχή του H/M φάσματος, με μήκος κύματος ίσο με 1 μm περίπου. Και συγκρίνοντας τις δύο καμπύλες (μοβ και πράσινη) παρατηρούμε ότι η τελευταία είναι πολύ πιο αποδοτική όσον αφορά την παραγωγή ποζιτρονίων και ηλεκτρονίων από το κενό.

Καταρχήν τονίσαμε ότι για να έχει ισχύ το παραπάνω διάγραμμα, δηλαδή για να μπορέσουμε να χρησιμοποιήσουμε την Εξίσωση 28, θα πρέπει η παράμετρος γ να είναι μικρότερη της μονάδας για όλο το εύρος τιμών του ηλεκτρικού πεδίου που χρησιμοποιούνται στο διάγραμμα. Για τις συγκεκριμένες τιμές των ενεργειών των φωτονίων και για ένα διάστημα τιμών του E από 10^{16} έως και 10^{18} V/m, η παράμετρος γ ($\gamma = \frac{\hbar\omega}{eE\lambda_{\text{Compton}}}$), παραμένει

μικρότερη της μονάδας. Για τις ενέργειες φωτονίου του παραπάνω διαγράμματος, η πράσινη καμπύλη αντιστοιχεί σε μικρότερη τιμή του γ από ότι η μοβ καμπύλη, για το ίδιο ηλεκτρικό πεδίο πάντα. Από το διάγραμμα 7 φαίνεται ότι το ίδιο πεδίο έχει μεγαλύτερη αποτελεσματικότητα στην παραγωγή ζευγών για ένα λέιζερ με ενέργειες φωτονίου γύρω στο 1 eV, σε σχέση με ένα λέιζερ με μεγαλύτερη ενέργεια φωτονίου.

Το παραπάνω φαινόμενο είναι υπό μία έννοια παράδοξο, αφού θα αναμένονταν να παράγονται πολύ περισσότερα ζεύγη από μία δέσμη φωτονίων υψηλής ενέργειας (μεγάλη συχνότητα ω) σε σχέση με μία δέσμη φωτονίων χαμηλότερης ενέργειας (μικρότερη συχνότητα ω). Η εξήγηση σε αυτό το εκ πρώτης όψης παράδοξο, μπορεί να δοθεί μέσω των Φαινομένων Πεδίου (Field Effects) και την αναπτύσσουμε διεξοδικά στις επόμενες παραγράφους.

Ιονισμός των ατόμων μέσα σε H/M πεδίο

Για την καλύτερη κατανόηση των φαινομένων πεδίου στη δίδυμη γένεση, θα αναφερθούμε σε ένα παρεμφερές φαινόμενο, για το οποίο η φυσική εικόνα μπορεί να θεωρηθεί ότι είναι ίδια με τον 'ιονισμό του κενού'. Το φαινόμενο αυτό είναι ο ιονισμός των ατόμων μέσα σε H/M πεδίο, μέσω του φαινομένου σήραγγας (tunneling effect). Όπως φαίνεται και από την Εικόνα 3, για σταθερή ενέργεια φωτονίου, συνεπώς για σταθερή συχνότητα ω του εναλλασσόμενου πεδίου, το φαινόμενο που εμφανίζεται εξαρτάται από την τιμή της έντασης του εναλλασσόμενου ηλεκτρικού πεδίου. Για την περίπτωση του ιονισμού των ατόμων θα πρέπει να έχουμε υπόψη ότι το αντίστοιχο κρίσιμο πεδίο, είναι περίπου 10^{11} V/m (που αντιστοιχεί σε μία ένταση ακτινοβολίας ίση με $I \sim 10^{20}$ W/m² ή για να χρησιμοποιήσουμε το συμβολισμό του παρακάτω σχήματος $I \sim 10^{16}$ W/cm²) και είναι το ηλεκτρικό πεδίο του πυρήνα που 'αισθάνεται' το ηλεκτρόνιο (πεδίο Coulomb).

Σημαντικό επίσης, είναι το γεγονός ότι η παράμετρος γ , που εμφανίζεται στο φορμαλισμό που διέπει τη δίδυμη γένεση από την αλληλεπίδραση H/M ακτινοβολίας με το κενό, έχει πρωτοεμφανιστεί στην περιγραφή του ιονισμού των ατόμων. Στην τελευταία περίπτωση η παράμετρος γ ονομάζεται παράμετρος του Keldysh και ισούται με

$$\gamma_K = \sqrt{\frac{I_{\text{ιονισμού}}}{2U_p}}, \text{ όπου } I_{\text{ιονισμού}} \text{ είναι το δυναμικού ιονισμού του ατόμου, δηλαδή}$$

είναι η ενέργεια που απαιτείται για ιονιστεί το άτομο, και U_p είναι η Ponderomotive ενέργεια που αποκτά το ηλεκτρόνιο κατά την εναλλασσόμενη

μεταβολή του ηλεκτρικού πεδίου, και είναι ίση με $U_p = \frac{e^2 E^2}{4m\omega^2}$.

Αντικαθιστώντας τις σχέσεις αυτές στη σχέση για την παράμετρο του Keldysh, προκύπτει ότι η παράμετρος αυτή ισούται με

$$\gamma_K = \sqrt{\frac{2I_{\text{ιονισμού}} m \omega^2}{e^2 E^2}}.$$

Αυτή είναι η παράμετρος γ για την περίπτωση του ιονισμού ενός ατόμου από ένα εναλλασσόμενο H/M συχνότητας ω και έντασης E (η συχνότητα ω δίνει και τη συχνότητα εναλλαγής του πεδίου, ενώ οι ποσότητες e και m είναι το φορτίο και η μάζα του ηλεκτρονίου αντίστοιχα). Η ίδια αυτή παράμετρος καθορίζει και τις δύο περιοχές, $\gamma < 1$ και $\gamma > 1$, για τις οποίες η πυκνότητα πιθανότητας του ιονισμού του ατόμου είναι

$$i) \quad w = \left(\frac{e^{1/2}}{2(2E_{cr})^{1/2}} \right)^{2K_0} E^{2K_0} \quad (\gamma_K > 1) \quad (E\xi.29a)$$

$$ii) \quad w = \frac{E^{3/2} (3\pi)^{1/2}}{2(2E_{cr})^{5/4}} \exp \left(-2 \frac{(2E_{cr})^{3/2}}{3E} \right) \quad (\gamma_K < 1) \quad (E\xi.29\beta)$$

όπου $E_{cr} \sim 10^{11}$ V/m το κρίσιμο ηλεκτρικό πεδίο ιονισμού του ατόμου και $K_0 = E_{cr}/\omega$, είναι ο πολυφωτονικός παράγοντας [30,31], δηλαδή ο αριθμός των απαιτούμενων φωτονίων για τον ιονισμό του ατόμου, μέσω πολυφωτονικών διαδικασιών, οι οποίες μελετώνται παρακάτω. Η φυσική σημασία της παραμέτρου του Keldysh (και αντίστοιχα της παραμέτρου γ για τον ιονισμό του κενού) συνοψίζεται στο ότι καθορίζει ποιο από τα χαρακτηριστικά του εξωτερικού H/M πεδίου θα προσδιορίσει το φαινόμενο που θα συμβεί. Τα χαρακτηριστικά του πεδίου είναι η συχνότητα (ή η ενέργεια του κβάντου του πεδίου ω στο Παγκόσμιο Σύστημα μονάδων) και η έντασή του (E). Με άλλα λόγια, η τιμή της παραμέτρου γ θα καθορίσει ποιο χαρακτηριστικό θα είναι κυρίαρχο κάτι που θα φανεί στην περιγραφή των πολυφωτονικών και των διαδικασιών σήραγγας.

Η ομοιότητα στη μορφή μεταξύ των εξισώσεων 7 και 29 είναι παραπάνω από προφανής, κάτι που ισχυροποιεί τη χρήση του παραδείγματος του ιονισμού του ατόμου σε ένα H/M πεδίο, για την καλύτερη ερμηνεία των φαινομένων πεδίων στον ιονισμό του κενού. Τέλος, αν όπου $I_{\text{ιονισμού}}$ θέσουμε

$I_{\text{ιονισμού}} = 2mc^2$, προκύπτει ότι $\gamma = 2 \frac{mc\omega}{eE}$, που είναι η αδιαβατική παράμετρος της [15] πολλαπλασιασμένη με ένα παράγοντα 2.

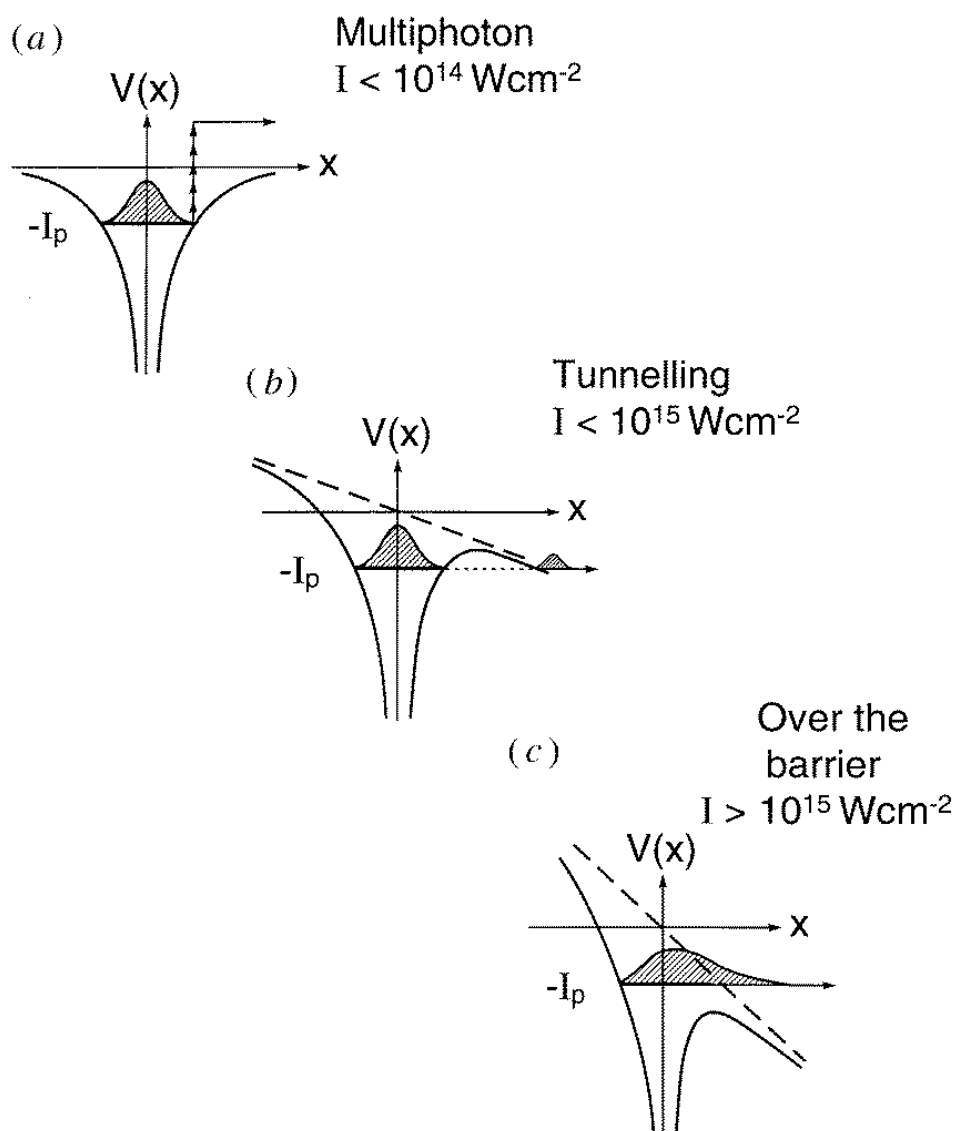
Πολυφωτονικές Διαδικασίες

Για $\gamma > 1$, βλέπουμε ότι η συνεισφορά της συχνότητας ω , δηλαδή της ενέργειας $\mathcal{E} = \hbar\omega$, του φωτονίου είναι αρκετά μεγάλη και μπορεί κανείς να μιλήσει για διαδικασίες που περιλαμβάνουν την αλληλεπίδραση ενός συγκεκριμένου αριθμού φωτονίων με το άτομο, παρά την αλληλεπίδραση του ατόμου με ένα πεδίο (όπου εκεί πλέον δεν έχει νόημα η έννοια του ενός ή των μερικών φωτονίων). Συνεπώς, για $\gamma > 1$ οι διαδικασίες αναφέρονται ως πολυφωτονικές. Δηλαδή, έχουμε ιονισμό με την απορρόφηση πολλών φωτονίων ενέργειας μικρότερης από το ενεργειακό χάσμα του ιονισμού. Οι διαδικασίες αυτές είναι αντίστοιχες του φωτοηλεκτρικού φαινομένου που είχε περιγραφεί από τον Einstein στις αρχές του 1920, με τη διαφορά ότι ο Einstein είχε αναφερθεί σε μονοφωτονικές διαδικασίες, με ενέργεια φωτονίου τουλάχιστον ίση με το ενεργειακό χάσμα ιονισμού, παρά για διαδικασίες που εμπλέκονται περισσότερα του ενός φωτόνια.

Με απλά λόγια μπορούμε να φανταστούμε τον πολυφωτονικό ιονισμό ως εξής : Αν περιγράψουμε το σύστημα του ατόμου ως ένα πηγάδι δυναμικού (Εικόνα 3α) τα ηλεκτρόνια 'αισθάνονται' ότι το δυναμικό του πυρήνα είναι πολύ ισχυρότερο από την ενέργειά τους και δεν μπορούν να ξεφύγουν (να ιονιστούν) από αυτό. Σε μία μονοφωτονική διαδικασία, το ηλεκτρόνιο μπορεί είτε να απορροφήσει ένα προσπίπτον φωτόνιο και να μεταπηδήσει σε μία άλλη επιτρεπτή κατάσταση (να διεγερθεί) αν η ενέργεια του φωτονίου είναι τέτοια ώστε να επιτρέπεται αυτή η μετάβαση, ή αν η ενέργεια του φωτονίου είναι αρκούντως μεγάλη, το ηλεκτρόνιο μπορεί να ξεφύγει τελείως από το άτομο και να έχουμε ιονισμό, δηλαδή να γίνει μετρήσιμο από ένα ανιχνευτικό όργανο.

Αν όμως η ενέργεια του φωτονίου δεν είναι τέτοια ώστε καμία επιτρεπτή μετάβαση δεν είναι εφικτή, το ηλεκτρόνιο θα απορροφήσει την ενέργεια του φωτονίου, θα μεταβεί σε μία καινούργια διεγερμένη κατάσταση αλλά σχεδόν αυτόματα θα επανέλθει στην αρχική του κατάσταση επανεκπέμποντας ένα καινούργιο φωτόνιο, παρόμοιο με το αρχικό. Υπάρχει όμως το ενδεχόμενο, όσο το ηλεκτρόνιο βρίσκεται σε αυτή τη βραχύβια μετασταθή κατάσταση να αλληλεπιδράσει με ακόμα ένα φωτόνιο, μεταπηδώντας σε μία καινούργια κατάσταση μεγαλύτερης ενέργειας. Με

συνεχείς τέτοιες αλληλεπιδράσεις με προσπίπτοντα φωτόνια, το ηλεκτρόνιο τελικά μπορεί να ιονιστεί. Βασική προϋπόθεση για να συμβεί αυτό είναι ο αριθμός των προσπιπτόντων φωτονίων να είναι πολύ μεγάλος έτσι ώστε να αυξηθεί η τελική πιθανότητα αλληλεπίδρασης με πολλά φωτόνια. Αυτός είναι και ο βασικότερος λόγος για τον οποίο δεν είχαν παρατηρηθεί πολυφωτονικές διαδικασίες πριν την ανακάλυψη των λέιζερ. Τα λέιζερ ως γνωστόν αποτελούν την ιδανικότερη πηγή μεγάλης ροής φωτονίων [32].



Εικόνα 3 : Σχηματικό Διάγραμμα των τριών τρόπων ιονισμού ενός ατόμου μέσα σε ένα ισχυρό εναλλασσόμενο ηλεκτρικό πεδίο. Στην (a), για εντάσεις I , μικρότερες από $\sim 10^{14} \text{ W/cm}^2$ επικρατούν οι πολυφωτονικές διαδικασίες. Καθώς η ένταση αυξάνεται, το δυναμικό του ατόμου (συνεχής γραμμή) παραμορφώνεται και ο ιονισμός μέσω φαινομένου σήραγγος είναι εφικτός όπως φαίνεται στο (b). Για ακόμη μεγαλύτερες εντάσεις, το φράγμα έχει μειωθεί τόσο έτσι το σωματίδιο είναι ελεύθερο να διαφύγει από το ατομικό δυναμικό (c). Αυτός είναι ο άνω του φράγματος ιονισμός (over the barrier ionization)

Διαδικασίες Σήραγγας (Tunneling Effect) ή Φαινόμενα Πεδίου

Για $\gamma < 1$, η συνεισφορά του πεδίου είναι πιο σημαντική από ότι η συχνότητά του. Αυτός είναι και ο λόγος που όταν ικανοποιείται η ανισότητα $\gamma < 1$, τα φαινόμενα που λαμβάνουν χώρα έχουν χαρακτηριστεί στη βιβλιογραφία ως φαινόμενα πεδίου (field effects). Μπορούμε να μιλήσουμε συνεπώς, για κάμψη του δυναμικού του πυρήνα, σύμφωνα με τις Εικόνες 3b, 3c. Πιο συγκεκριμένα, το ηλεκτρόνιο σε ένα αδιατάρακτο άτομο, 'βλέπει' ένα ηλεκτρικό δυναμικό από το πεδίο του πυρήνα $V_{\text{πυρήνα}}$. Όταν το άτομο βρεθεί σε ένα εξωτερικό εναλλασσόμενο ηλεκτρικό πεδίο $E_{\text{εξωτερικό}} = E_0 \cos \omega t$, με δυναμικό $A_{\text{εξωτερικό}} = A_0 \cos \omega t$, όπως το πεδίο ενός λέιζερ (η διακεκομμένη γραμμή στις Εικόνες 3b, 3c), τότε το συνιστάμενο ηλεκτρικό πεδίο που θα αισθάνεται το ηλεκτρόνιο θα είναι $E_{\text{ολικό}} = E_{\text{πυρήνα}} + E_{\text{εξωτερικό}}$, ενώ συνιστάμενο δυναμικό θα είναι $A_{\text{ολικό}} = V_{\text{πυρήνα}} + A_{\text{εξωτερικό}}$. Εξαιτίας της αρμονικής μεταβολής του εξωτερικά εφαρμοζόμενου πεδίου, το ολικό πεδίο θα μεταβάλλεται και αυτό αρμονικά. Αν $A_{\text{εξωτερικό}} \geq V_{\text{πυρήνα}}$ τότε έχουμε την περίπτωση (c) στην Εικόνα 3. Δηλαδή, κάποια χρονική στιγμή, και λόγω της αρμονικής μεταβολής του εξωτερικού πεδίου, το ηλεκτρόνιο θα νιώθει ένα μηδενικό συνιστάμενο ηλεκτρικό πεδίο (περίπτωση της ισότητας των ηλεκτρικών πεδίων, αλλά με διαφορετικό πρόσημο) και θα μπορεί να διαφύγει από το άτομο χωρίς καμία αλληλεπίδραση, ενώ θα υπάρχουν περίοδοι όπου το ολικό πεδίο θα έλκει το ηλεκτρόνιο μακριά από τον πυρήνα προσδίδοντας του έτσι και επιπλέον ενέργεια. Όταν όμως το $A_{\text{εξωτερικό}} < V_{\text{πυρήνα}}$ (περίπτωση (b) στην Εικόνα 3), τότε το ηλεκτρόνιο 'αισθάνεται' πάντα μία ελκτική δύναμη από τον πυρήνα. Σε αυτή την περίπτωση, το πηγάδι δυναμικού έχει καμφθεί, όχι όμως τόσο ισχυρά για να επιτρέψει τον ιονισμό του ατόμου. Ωστόσο, ιονισμός παρατηρείται μέσω του φαινομένου σήραγγας. Ως γνωστό, όταν ένα σωματίδιο βρίσκεται μέσα σε ένα πεπερασμένο πηγάδι δυναμικού (όπως είναι το δυναμικό του ατόμου), με ενέργεια μικρότερη από το ύψος του πηγαδιού, μπορεί με μία συγκεκριμένη πιθανότητα να το διαπεράσει.

Η εικόνα του δυναμικού του ατόμου, που περιγράφηκε πιο πάνω, μπορεί πολύ καλά να παραστήσει την περίπτωση του κβαντικού συστήματος του κενού. Τόσο οι ομοιότητες των εξισώσεων 7 και 29, όσο και η εμφάνιση της παραμέτρου γ ισχυροποιούν αυτό τον παραλληλισμό. Επομένως, αυτά που έχουμε αναφέρει για τον ιονισμό του ατόμου, ισχύουν και για τον ‘ιονισμό του κενού’. Έτσι, αν θεωρήσουμε ότι το σύστημα του κενού, είναι ουσιαστικά ένα σωματίδιο μέσα σε ένα πηγάδι δυναμικού ύψους $2mc^2$ και έντασης του ‘ηλεκτρικού πεδίου για τον ιονισμό του κενού’ $E \sim 10^{18}$ V/m, και εφαρμόσουμε ένα ηλεκτρικό πεδίο της τάξης $E \sim 10^{16}$ V/m μπορούμε να έχουμε ‘ιονισμό του κενού’, δηλαδή παραγωγή ύλης – αντιύλης, μέσω του φαινομένου σήραγγας ($\gamma < 1$), όπως στην Εικόνα 3b. Το σωματίδιο που θα δημιουργηθεί θα αφήσει μία οπή στη ‘θάλασσα’ των αρνητικών ενεργειών, η οποία σύμφωνα με το μοντέλο του Dirac θα αντιπροσωπεύει το αντισωματίδιο. Αν ωστόσο, κάποια στιγμή επιτευχθούν πεδία της τάξης του $E > E_{\text{Critical}} \sim 10^{18}$ V/m, τότε η περίπτωση της Εικόνας 3c είναι το απεικονιστικό μοντέλο για την περιγραφή του ‘ιονισμού του κενού’, και θα μπορούμε πλέον να μιλάμε για άνω του φράγματος ιονισμού. Είναι προφανές ότι για τέτοια πεδία η παραγωγή ζευγών από το κενό θα είναι ιδιαίτερα μεγάλη.

Κλείνοντας αυτό τον εκτενή σχολιασμό πάνω στη γραφική παράσταση της Εξίσωσης 28, αναφέρουμε ότι τα φαινόμενα πεδίου είναι πολύ πιο ισχυρά στην περίπτωση της πράσινης καμπύλης, από ότι στη μοβ (για την πράσινη καμπύλη η παράμετρος γ είναι μικρότερη), και συνεπώς περισσότερα σωματίδια και αντισωματίδια θα έχουν δημιουργηθεί διαπερνώντας το φράγμα δυναμικού που τα συγκρατεί μέσω των φαινομένων σήραγγας. Στη συνέχεια παρουσιάζουμε ένα σύστημα λέιζερ, του οποίου η ενέργεια φωτονίου θα είναι 1,18 eV και αναμένεται να επιτευχθούν εντάσεις, τέτοιες ώστε τα αντίστοιχα ηλεκτρικά πεδία να είναι μερικές τάξεις μεγέθους μικρότερες από τα ηλεκτρικά πεδία του παραπάνω διαγράμματος. Σημαντικό είναι να τονιστεί ότι το λέιζερ αυτό προορίζεται για τη μελέτη άλλων φαινομένων της Φυσικής και όχι για τη μελέτη της παραγωγής ύλης – αντιύλης από το κενό και συνεπώς η εφαρμογή του στην παραγωγή ζευγών είναι μία καινοτόμος πρόταση, καθώς η επιστημονική κοινότητα έχει στηρίξει τις ελπίδες της στα XFELs για διαδικασίες παραγωγής ζευγών.

Το λέιζερ του NIF

Στα εργαστήρια των Η.Π.Α. Lawrence Livermore National Laboratory (LLNL) κατασκευάστηκε το 1996 και λειτούργησε για τρία χρόνια το πιο ισχυρό λέιζερ του κόσμου (για την εποχή εκείνη), μέχρι της 27 Μαΐου, 1999, όπου και χρησιμοποιήθηκε για τελευταία φορά. Στις 23 Μαΐου 1996, η μέγιστη ενέργεια που επιτεύχθηκε σε ένα παλμό λέιζερ, ήταν 680 Joule σε 440 fsec (10^{-15} sec), που αντιστοιχεί σε ισχύ $1.5 \cdot 10^{15}$ Watt (ή PetaWatt). Εξαιτίας της ισχύς του, που ήταν η μεγαλύτερη που είχε επιτευχθεί μέχρι τότε, το λέιζερ ονομάστηκε PetaWatt. Το λέιζερ αυτό, είχε δημιουργηθεί για να μελετήσει τη μέθοδο του γρήγορου αναφλέκτη (fast ignitor), η οποία ανοίγει το δρόμο για την αδρανειακή σύντηξη, όπου απώτερος στόχος είναι η ανάφλεξη ενός σφαιριδίου από 'καύσιμο' υδρογόνου και η χαλιναγωγή της παραγόμενης ενέργειας, ενέργειας που τροφοδοτεί τον Ήλιο εδώ και δισεκατομμύρια χρόνια και θα συνεχίσει να το κάνει για αρκετό ακόμα χρονικό διάστημα.

Η ισχύς που επιτεύχθηκε με το PetaWatt, άνοιξε καινούργιες περιοχές της φυσικής, οι οποίες δεν είχαν μελετηθεί μέχρι τότε. Με τέτοιες εντάσεις λέιζερ, οι επιστήμονες πλέον μπορούν να μελετήσουν τις θεμελιώδεις ιδιότητες της ύλης σε συνθήκες υψηλής πυκνότητας ενέργειας, ενώ μπορούν να προσομοιωθούν στο εργαστήριο και οι συνθήκες γύρω από μαύρες τρύπες και αστέρες νετρονίων για μελέτη αστροφυσικών φαινομένων.

Για την επίτευξη αυτής της υψηλής ισχύς, οι επιστήμονες χρησιμοποίησαν μία από τις 10 δέσμες του λέιζερ NOVA. Η τεχνική που χρησιμοποιήθηκε για την επίτευξη των ισχυρών παλμών περιγράφεται στο Παράρτημα Β'. Συνοπτικά, το PetaWatt λέιζερ, μέσω της τεχνικής Chirped Pulse Amplification (CPA) [34], χρησιμοποίησε τους παλμούς από το NOVA με ένα κρύσταλλο τιτανίου – ζαφειριού (Ti:Sapphire), ο οποίος έχει την ιδιότητα να παράγει πολύ στενούς παλμούς (fsec). Έτσι, η μεγάλη ενέργεια του λέιζερ του NOVA (680 Joule) μεταφέρθηκε σε ένα παλμό χρονικού εύρους 440 fsec.

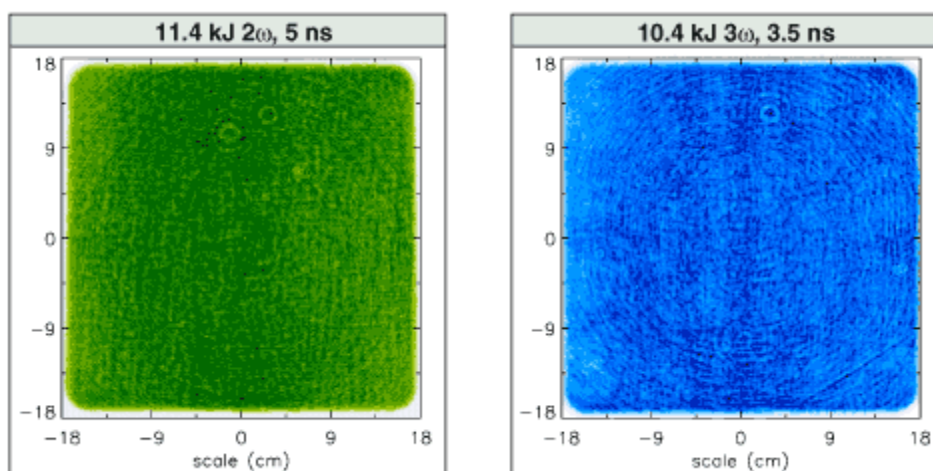
Το 1999 το NOVA αποσυναρμολόγηθηκε για να κατασκευαστεί το ακόμα πιο ισχυρό λέιζερ της National Ignition Facility (NIF) [35]. Ένα μέρος του NOVA έχει μεταφερθεί στο Rutherford Appleton Laboratory (RAL) στην Αγγλία, και ένα PetaWatt λέιζερ επαναλειτουργεί στο ίδιο εργαστήριο.

Οι κυριότεροι στόχοι του NIF είναι :

- i) να μελετηθεί ακόμα καλύτερα το φαινόμενο της αδρανειακής σύντηξης, ενώ εκτιμάται ότι θα επιτευχθεί και η συνθήκη της ανάφλεξης (ignition condition), όπου πλέον το πλάσμα μέσα στη μηχανή σύντηξης θα παράγει από μόνο του την απαιτούμενη ενέργεια για να συντακεί, προκαλώντας αυτοδιατηρούμενες 'εκρήξεις' σύντηξης του καυσίμου, και
- ii) η προσομοίωση των συνθηκών στο κέντρο των πυρηνικών εκρήξεων, έτσι ώστε να μπορούν να γίνουν εξομοιώσεις των πυρηνικών δοκιμών και να αποφεύγεται η χρήση πραγματικών πυρηνικών δοκιμών.

Το NIF θα χρησιμοποιεί 192 δέσμες, οι οποίες θα εστιάζονται σε ένα στόχο από συντήξιμο υδρογόνο. Το λέιζερ του NIF βρίσκεται αυτή τη στιγμή υπό κατασκευή. Αναμένεται να είναι έτοιμο το 2008, με όλες τις δέσμες σε λειτουργία, ενώ αυτή τη στιγμή λειτουργούν τέσσερις εξ αυτών, οι οποίες ήδη δοκιμάζονται ως προς τη λειτουργία τους, ενώ από το τέλος του τρέχοντος έτους, αναμένεται οι επιστήμονες να αρχίσουν να διεξάγουν τα πρώτα πειράματα χρησιμοποιώντας τις δέσμες αυτές. Από τις δοκιμές που έχουν γίνει μέχρι τώρα, έχουν σημειωθεί παγκόσμια ρεκόρ όσον αφορά την ενέργεια που μπορούν να μεταφέρουν οι παραγόμενοι παλμοί. Το 2003 αναφέρθηκαν παλμοί λέιζερ ενέργειας 10.4 kJoule σε 3 nsec και μήκους κύματος ίσο με 350 nm (UV), ενέργειας 11.4 kJoule σε 5 nsec και μ.κ. ίσο με 530 nm. Αυτοί οι παλμοί προέρχονται από την τρίτη (3ω) και τη δεύτερη αρμονική (2ω) αντίστοιχα, που παράγει ένας κρύσταλλος KDP. Η αρχική δέσμη έχει ενέργεια 21kJoule και μ.κ. 1060 nm. Τέτοιο μ.κ. κύματος αντιστοιχεί σε 1.18 eV. Στις παρακάτω ψευδοχρωματικές εικόνες φαίνονται τα χωρικά προφίλ των δεσμών για 2ω και 3ω αντίστοιχα. Η αξιοθαύμαστη ομοιομορφία των χωρικών προφίλ των δεσμών επιτρέπει τη χρήση αυτών των δεσμών για την

επίτευξη πολύ ισχυρών ηλεκτρικών πεδίων πολύ καλής χωρικής κατανομής και συνεπώς, τη μελέτη φαινομένων κάτω από πάρα πολύ καλές πειραματικές συνθήκες.



Εικόνα 4 :Ψευδοχρωματικές εικόνες των δεσμών του λέιζερ του NIF για 2ω και 3ω αντίστοιχα. Η ομοιομορφία των παλμών είναι όντως αξιοθαύμαστη

Αν επομένως θεωρήσουμε ότι για την περίπτωση μας χρησιμοποιούμε την αρχική δέσμη των 1060 nm, και θεωρήσουμε επίσης ότι η χρονική της διάρκεια είναι 1 nsec, με εστίαση στο όριο περίθλασης του 1μm, τότε μπορούμε να υπολογίσουμε την ένταση της ακτινοβολίας η οποία δίνεται από τη σχέση

$$I = \frac{\text{Ενέργεια}}{\text{χρόνος} \cdot \text{επιφάνεια εστίασης}} = \frac{20 \text{ kJoule}}{1 \text{ nsec } 1 \mu\text{m}^2} = \frac{20 \cdot 10^{12} \text{ Watt}}{10^{12} \text{ m}^2} = 2 \cdot 10^{25} \text{ W/m}^2,$$

που αντιστοιχεί σε ένταση ηλεκτρικού πεδίου ίση με $E = \sqrt{377 I} = 8.6 \cdot 10^{13} \frac{\text{V}}{\text{m}}$.

Αυτό το ηλεκτρικό είναι σχεδόν τρεις τάξεις μεγέθους μικρότερο από το απαιτούμενο ηλεκτρικό πεδίο για την παραγωγή ενός ζεύγους ηλεκτρονίων – ποζιτρονίων, όπως φαίνεται από την πράσινη καμπύλη του Διαγράμματος 7 ($E_{\text{κατωφλίου}} = 8.5 \cdot 10^{16} \text{ V/m}$). Στην περίπτωση που χρησιμοποιηθούν και οι 192 δέσμες, δηλαδή να εστιαστούν και οι 192 στο ίδιο σημείο, τότε η ενέργεια

που θα μεταφερθεί στην εστία θα είναι $192 \cdot 20 \text{ kJoule} = 3,84 \text{ MJoule}$. Αν υποθέσουμε ότι αυτή η ενέργεια μεταφέρεται σε χρονικό διάστημα 1 nsec και εστιάζεται στο όριο περίθλασης ($\sim 1 \mu\text{m}$), τότε η τελική ένταση I της ακτινοβολίας θα είναι $I = 192 \cdot 2 \cdot 10^{25} \frac{\text{Watt}}{\text{m}^2} = 3,84 \cdot 10^{27} \frac{\text{Watt}}{\text{m}^2}$, η οποία αντιστοιχεί σε ένα ηλεκτρικό πεδίο $E = 119 \cdot 10^{13} \frac{\text{V}}{\text{m}} \approx 1,2 \cdot 10^{15} \frac{\text{V}}{\text{m}}$. Αυτό το πεδίο είναι ακόμα μία τάξη μεγέθους μικρότερο του $E_{\text{threshold}}$. Επομένως, πολύ εύλογα ο αναγνώστης μπορεί να διερωτηθεί, ποια η σημασία της αναφοράς σε ένα τέτοιο σύστημα λέιζερ, όταν στην καλύτερη περίπτωση θα είμαστε μία τάξη μεγέθους μικρότερη από το όριο παραγωγής ενός ζεύγους. Σε αυτή τη συλλογιστική μπορεί να δοθεί η εξής απάντηση.

Η προφανής λύση είναι να καταφύγουμε στην κατασκευή μίας από την αρχή καινούργιας εγκατάστασης με πολύ περισσότερες δέσμες. Αυτό όμως θα απαιτούσε πάρα πολύ χρόνο και χρήμα. Αντίθετα, θα μπορούσαμε να βελτιώσουμε τις επιδόσεις του λέιζερ του NIF. Στην προσπάθεια αυτή, θα μπορούσαμε καταρχήν να μειώσουμε τη χρονική διάρκεια του παλμού που μεταφέρει την ενέργεια. Ήδη, το χρονικό κάτω όριο για τις μετρήσεις που έχουν γίνει στο NIF είναι $0,2 \text{ nsec}$, χωρίς βέβαια να επιτυγχάνεται η μέγιστη ενέργεια για τέτοιους παλμούς. Μία θεμελιώδης δυσκολία που εμφανίζεται, είναι η έλλειψη κατάλληλων υλικών που να μπορούν να υποστηρίξουν μεγάλης ενέργειας και μικρής χρονικής διάρκειας παλμούς. Ευελπιστώντας, ότι κάποια στιγμή θα επιτευχθούν παλμοί μερικών picosecond ($\sim 1 \text{ psec}$), τότε αυτομάτως η ολική ένταση της ακτινοβολίας θα είναι

$$I = 192 \cdot 2 \cdot 10^{28} \frac{\text{Watt}}{\text{m}^2} = 3,84 \cdot 10^{30} \frac{\text{Watt}}{\text{m}^2},$$

και θα αντιστοιχεί σε μία ένταση ηλεκτρικού πεδίου

$$E = 3,8 \cdot 10^{16} \text{ V/m},$$

που είναι της τάξης του απαιτούμενου ηλεκτρικού πεδίου. Αν παράλληλα θεωρήσουμε ότι η ενέργεια ανά παλμό μπορεί να γίνει 100 kJoule , τότε η ένταση της ακτινοβολίας γίνεται $I = 1,92 \cdot 10^{31} \text{ Watt/m}^2$ και η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου γίνεται $E = 8,5 \cdot 10^{16} \frac{\text{V}}{\text{m}}$. Βλέπουμε ότι διατηρώντας μία αισιόδοξη ματιά πάνω στην εξέλιξη της τεχνολογίας των λέιζερ, μπορούμε να

πλησιάζουμε όλο και καλύτερα το κρίσιμο πεδίο των $8 \cdot 10^{16}$ V/m ακόμα και να το ξεπεράσουμε.

Η παραπάνω συλλογιστική διαδικασία, μπορεί να έρθει σε αντιπαράβολή με την ισχύουσα τάση της επιστημονικής κοινότητας, η οποία έχει εναποθέσει την παραγωγή ύλης – αντιύλης στα XFEL λέιζερ. Χρησιμοποιώντας τις τιμές που αναφέρονται στον Πίνακα 3, συγκρίνουμε τα τελικά αποτελέσματα για την παραγωγή ζευγών ύλης – αντιύλης από τη χρήση ενός XFEL με τα αποτελέσματα από τη χρήση του λέιζερ του NIF. Πρέπει να τονιστεί ότι αυτά τα νούμερα δε θα ανταποκρίνονται στην τελική σχεδίαση των συγκεκριμένων λέιζερ, απλώς είναι μία αρκετά αισιόδοξη εκτίμηση του τι μπορεί να επιτευχθεί στο μέλλον.

	XFELs	NIF (χρησιμοποιώντας και τις 192 δέσμες)
Ενέργεια Φωτονίου (eV)	8.300	1,18
Μέγιστη Ισχύς (Watt)	$5 \cdot 10^{12}$	$1,92 \cdot 10^{19}$
Ελάχιστη ακτίνα εστίασης (όριο περίθλασης) (m)	$1,5 \cdot 10^{-10}$	10^{-6}
Μέγιστη Ένταση Ακτινοβολίας (Watt/m²)	$2,2 \cdot 10^{32}$	$1,92 \cdot 10^{31}$
Μέγιστη Ένταση Ηλεκτρικού Πεδίου (V/m)	$2,8 \cdot 10^{17}$	$8,5 \cdot 10^{16}$
Αριθμός Ζευγών Ηλεκτρονίων – Ποζιτρονίων στην εστία του λέιζερ	0,81	0,29

Πίνακας 3 : Σύγκριση των XFEL λέιζερ με το λέιζερ του NIF, με την προϋπόθεση ότι υπάρχει εξέλιξη της τεχνολογίας των λέιζερ και επιτυγχάνονται οι αναφερόμενες τιμές για την ένταση του ηλεκτρικού πεδίου.

Παρατηρούμε, ότι για παρόμοιο αποτέλεσμα στον αριθμό των ζευγών ηλεκτρονίων – ποζιτρονίων, είναι πιο ‘πιθανό’ να το επιτύχουμε με το λέιζερ του NIF, παρά με τα XFELs. Εξάλλου, για μικρές μεταβολές της τιμής της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου, οι μεταβολές της παραγωγής ζευγών είναι πολύ μεγαλύτερες με το λέιζερ του NIF. Συνεπώς, αν μπορέσουμε να ξεπεράσουμε τα $8 \cdot 10^{16}$ V/m, τότε η αύξηση στην παραγωγή είναι εκθετική. Η προσέγγιση στις τιμές των παραμέτρων της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου που έγινε για το NIF, δε μπορεί να χαρακτηριστεί μη ρεαλιστική, καθώς, η αύξηση της ενέργειας είναι κατά μία τάξη μεγέθους, ενώ η μείωση της χρονικής διάρκειας των παλμών του λέιζερ κατεβαίνει στην περιοχή των psec, η οποία έχει γίνει πλέον καθημερινότητα στην επιστημονική χρήση των λέιζερ.

Από την άλλη, το βασικότερο μειονέκτημα των XFELs είναι η εστίαση κοντά στο όριο περίθλασης. Προς το παρόν, δεν έχουν αναπτυχθεί οπτικές διατάξεις που να επιτρέπουν την εστίαση των ακτίνων x σε διαστάσεις λιγότερο από $21 \cdot 10^{-9}$ m, όταν το μήκος κύματος αυτών των ακτίνων είναι $3,5 \cdot 10^{-10}$ m. Εφόσον λοιπόν, βελτιωθούν τα οπτικά σε αυτή την περιοχή του H/M φάσματος, τότε θα μπορέσουμε να μιλήσουμε για εντάσεις πεδίων, στις οποίες μπορούν να μελετηθούν μη γραμμικά φαινόμενα της Κβαντικής Ηλεκτροδυναμικής.

Κλείνουμε αυτή την ενότητα, αναφέροντας τη δυνατότητα επίτευξης πολύ υψηλών εντάσεων, με τη μείωση της χρονικής διάρκειας των παλμών του λέιζερ στη χρονική περιοχή των attosecond, ή ακόμα και zeptosecond, παλμών [36]. Ως γνωστόν, η ισχύς είναι αντιστρόφως ανάλογη της χρονικής διάρκειας του παλμού ($P = \frac{\text{Ενέργεια Παλμού}}{\text{Χρονική Διάρκεια}}$). Αν λοιπόν, καταφέρναμε να

φτάσουμε σε αυτές τις χρονικές περιοχές παλμών, θα μπορούσαμε να

πετύχουμε ισχύς, τέτοιες ώστε το ηλεκτρικό πεδίο να προσέγγιζε το απαιτούμενο ηλεκτρικό πεδίο για την παραγωγή ζευγών. Ο χώρος των ισχυρά υπερβραχέων παλμών λέιζερ δεν έχει μελετηθεί ακόμη σε επιθυμητό βαθμό, για αυτό και δεν θα επεκταθούμε περισσότερο σε αυτές τις τεχνικές επίτευξης παλμών μεγάλης ισχύος.

IIb) Σύγκριση της προσέγγισης συντονισμού με την αδιαβατική προσέγγιση και εφαρμογή στην πρώτη πειραματική απόδειξη της Μη Γραμμικής αλληλεπίδρασης H/M ακτινοβολίας με το κενό

Σε αυτή την ενότητα, θα μελετήσουμε εκτενέστερα την αντιμετώπιση του προβλήματος της διδύμου γενέσεως από το κενό, με τη μέθοδο που παρουσιάζεται στην [20]. Εν συνεχεία, θα συγκρίνουμε τα αποτελέσματα για τον αριθμό των σωματιδίων που παράγονται με τις δύο μεθόδους [20,13], ενώ θα δούμε πια είναι τα αποτελέσματα που δίνουν οι δύο μέθοδοι, όταν προσπαθήσουμε να περιγράψουμε την παραγωγή σωματιδίων στο πείραμα E-144 στο SLAC [23].

Αντιμετώπιση του συστήματος του κενού σε συντονισμό με το εξωτερικά εφαρμοζόμενο H/M πεδίο, μέσω πολυφωτονικών διαδικασιών και σύγκριση με την αδιαβατική προσέγγιση

Η προσέγγιση του συντονισμού (resonance approximation), παρουσιάστηκε στην III – Ενότητα 1η – Κεφάλαιο 1ο [20]. Σε αυτό το σημείο θα ασχοληθούμε με την εξαγωγή αριθμητικού αποτελέσματος από την προσέγγιση συντονισμού και θα το συγκρίνουμε με τα θεωρητικά αποτελέσματα των θεωριών [13].

Ας πάρουμε τώρα το όρισμα της συνάρτησης Bessel από την Εξ. 19 και ας προσπαθήσουμε να το φέρουμε σε μία πιο ‘όμορφη’ μορφή. Θέτοντας $n = 2\sqrt{2} \frac{m}{\omega}$, που είναι ο πιο πιθανός αριθμός φωτονίων τα οποία θα απορροφηθούν από το σύστημα και αντικαθιστώντας στο όρισμα, έχουμε

$$\frac{4e|E_0|(n^2\omega^2 - 4m^2)^{1/2}}{n\omega^3} = \frac{4e|E_0|\left((2\sqrt{2}\frac{m}{\omega})^2\omega^2 - 4m^2\right)^{1/2}}{\left(2\sqrt{2}\frac{m}{\omega}\right)\omega^3} = \frac{2^{3/2}e|E_0|}{\omega^2} = 2\sqrt{2}\frac{m}{\omega}\xi = n\xi$$

όπου όπως έχουμε πει $\xi = \frac{e|E_0|}{m\omega}$ στο σύστημα μονάδων $\hbar = c = 1$.

Καταλήγουμε επομένως σε μία μορφή της συνάρτησης Bessel $J_n(n\xi)$, όπου το όρισμα εμπεριέχει την τάξη της Bessel n . Δεδομένου ότι, μπορούμε να αντικαταστήσουμε το ξ με την ποσότητα $\text{sech } a$ (αρκεί το $a > 0$, που για τις τιμές του ξ που μας ενδιαφέρουν αυτή η συνθήκη ικανοποιείται), τότε χρησιμοποιήσουμε την ασυμπτωτική συμπεριφορά των συναρτήσεων Bessel, όταν η τάξη n είναι πολύ μεγάλη ($n \rightarrow \infty$, στην περίπτωση μας το n είναι της τάξης του 10^6)

$$J_n(n \text{sech } a) \sim \frac{\text{Exp}(n(\tanh a - a))}{\sqrt{2\pi n \tanh a}} \quad [32].$$

Ύστερα από αρκετές πράξεις καταλήγουμε στην τελική σχέση που δίνει την πυκνότητα πιθανότητας παραγωγής ενός ζεύγους στη μονάδα του όγκου και του χρόνου για γωνία παραγωγής $\theta = 0^\circ$

$$\left. \frac{dw_n}{do} \right|_{\theta=0^\circ} = \frac{m^4}{2^{3/2}\pi^2} 2 \left(\frac{\text{Exp}(n \tanh a)}{\sqrt{2\pi n \tanh a}} \right)^2 \frac{1}{\left(\frac{1}{\xi} + \left(\frac{1}{\xi^2} - 1 \right)^{1/2} \right)^{2n}} \quad (E\xi. 30),$$

όπου $a = \text{arc}(\text{sech}(\xi))$.

Τα σχόλια που μπορούν να γίνουν πάνω σε αυτή τη σχέση είναι ότι πρώτον, η εξάρτηση της σχέσης αυτής είναι ιδιαίτερα ευαίσθητη στην τιμή του ξ (στο όρισμα της Bessel δηλαδή) και δεύτερον το m^4 στο σύστημα μονάδων $\hbar = c = 1$, είναι ο 4 – όγκος και ισούται με

$$m^4 = \left(\frac{\lambda_{\text{Compton}}^4}{c} \right)^{-1} = \left(\frac{(386 \cdot 10^{-15} \text{ m})^4}{3 \cdot 10^8 \text{ m/sec}} \right)^{-1} = (7.4 \cdot 10^{-59} \text{ m}^3 \text{ sec})^{-1} = 1.35 \cdot 10^{58} \text{ m}^{-3} \text{ sec}^{-1}.$$

Το λέιζερ που χρησιμοποιείται στην [20] είναι ένα κλασσικό σύστημα λέιζερ Νεοδυμίου (Nd) με ενέργεια φωτονίου 1.17eV (μήκος κύματος ίσο με 1.074 μm) και μέγιστη ένταση ακτινοβολίας $I = 1.35 \cdot 10^{22} \text{ Watt/m}^2$. Για αυτό το λέιζερ συνεπώς, η παράμετρος ξ είναι πολύ κοντά στη μονάδα, $\xi = 0.9995$ και ο αριθμός $n = 2\sqrt{2} \frac{m}{\omega} = 2\sqrt{2} \frac{511 \text{ keV}}{1.17 \text{ eV}} = 1,23532 \cdot 10^6$ είναι ο αριθμός των απορροφούμενων φωτονίων για την παραγωγή ζεύγους σωματιδίου –

αντισωματιδίου με ορμή $p = m$ το καθένα. Αντικαθιστώντας στην παραπάνω σχέση προκύπτει ότι η πυκνότητα πιθανότητας για γωνία $\theta=0^\circ$ είναι

$$\left. \frac{dw_n}{do} \right|_{\theta=0^\circ} = 1.9 \cdot 10^{40} m^{-3} \text{ sec}^{-1}$$

Μελετώντας την παραγωγή ζευγών στην περιοχή που εμφανίζεται στο μέγιστο του στάσιμου κύματος (III – Ενότητα 1^η – Κεφάλαιο 1^ο), που δημιουργούν δύο δέσμες του λέιζερ, και μάλιστα σε μήκος $l < \lambda$ (ας υποθέσουμε $l \sim 0.1\lambda$) για να ικανοποιείται η συνθήκη της ομοιογένειας του ηλεκτρικού πεδίου, και θεωρώντας ότι η μέγιστη ένταση επιτυγχάνεται κατά την εστίαση των δεσμών του λέιζερ, κοντά στο όριο περίθλασης (ας υποθέσουμε ότι η ακτίνα της εστίας έχει διαστάσεις $d \sim 10 \lambda$) και ότι η χρονική διάρκεια των παλμών είναι 10 fsec, τότε ο όγκος από τον οποίο αναμένονται να παράγονται ζεύγη ηλεκτρονίων και αντηλεκτρονίων είναι

$$V = d^2 l \tau_{\text{παλμού}} = (10 \cdot \lambda)^2 (0.1 \cdot \lambda) \tau_{\text{παλμού}} = \\ (10 \cdot 1.074 \cdot 10^{-6})^2 (0.1 \cdot 1.074 \cdot 10^{-6}) 10^{-14} \approx 1.2 \cdot 10^{-31} m^3 \text{ sec}$$

Αυτές οι χωρικές και χρονικές διαστάσεις του παλμού είναι τυπικές τιμές που μπορούν να επιτευχθούν με ένα λέιζερ Νεοδυμίου, επομένως δεν αναφερόμαστε σε ένα λέιζερ του μέλλοντος αλλά του παρόντος.

Πολλαπλασιάζοντας την πυκνότητα πιθανότητας με τον όγκο αυτό εξάγουμε τον ολικό αριθμό σωματιδίων που θα παραχθούν σε γωνία $\theta=0^\circ$, που είναι $N \sim 10^8 - 10^9$ ζεύγη. Αυτός ο αριθμός είναι για τα σημερινά δεδομένα τρομακτικός, αν αναλογιστεί κανείς ότι τέτοια λέιζερ, και συνεπώς τέτοια ηλεκτρικά πεδία, είναι πλέον ρουτίνα σε διάφορα εργαστήρια ανά τον κόσμο. Σημαντικό είναι να τονιστεί, ότι αυτός ο μεγάλος αριθμός ζευγών που παράγονται οφείλεται στο ότι έχουμε κανονίσει έτσι τη διάταξή μας, ώστε το εφαρμοζόμενο ηλεκτρικό πεδίο να βρίσκεται σε συντονισμό με το κβαντικό σύστημα του κενού. Αυτό αυξάνει κατά πολλές τάξεις μεγέθους τη συνολική παραγωγή ζευγών.

Ο λόγος που μελετήσαμε την παραγωγή ζευγών σε γωνία $\theta=0^\circ$, δεν είναι άλλος από το να μπορέσουμε να συγκρίνουμε την παραγωγή ζευγών μεταξύ των [20] και [13] (κάτι που γίνεται για πρώτη φορά στη βιβλιογραφία) όπου στην τελευταία δεν υπεισέρχεται η γωνία παραγωγής των ηλεκτρονίων και των ποζιτρονίων στην τελική σχέση για την πυκνότητα πιθανότητας. Στην [20] όπως έχουμε ήδη δει, η γενική σχέση που περιγράφει την πυκνότητα πιθανότητας είναι η Εξ. 20. Για τις δύο ασυμπτωτικές περιοχές της παραμέτρου γ , η Εξ. 20 γίνεται

$$I) \text{ για } \gamma < 1 \quad W = \frac{m^4}{2^{3/2} \pi^4} \left(\frac{E}{E_{critical}} \right)^{5/2} \text{Exp} \left[-\frac{\pi E_{critical}}{E} \left(1 - \frac{1}{8} \gamma^2 \right) \right] \quad (Eξ. 31α)$$

$$II) \text{ για } \gamma > 1 \quad W = \frac{m^4}{2^{3/2} \pi^3} \left(\frac{\omega}{m} \right)^{5/2} \left(\frac{4\gamma}{e} \right)^{-2K_0}, \text{ όπου } e = 2.71. \quad (Eξ. 31β)$$

Αντίστοιχα, αν πολλαπλασιάσουμε τις παραπάνω σχέσεις με τον όγκο $V = \lambda^3 \cdot \tau = \frac{\lambda^4}{c}$, όπου λ το μήκος κύματος και τ είναι η χρονική διάρκεια του παλμού, δηλαδή είναι ο όγκος στον οποίο η δέσμη του λέιζερ εστιάζεται σε διαστάσεις ίσες με το μήκος κύματος της ακτινοβολίας της, καταλήγουμε στις σχέσεις που δίνουν τον αριθμό των ζευγών που παράγονται

$$I) \text{ για } \gamma < 1, \quad N(T) = \frac{1}{2^{3/2}} K_0^4 \varepsilon^{5/2} \text{Exp} \left[-\frac{\pi}{\varepsilon} \left(1 - \frac{1}{2(K_0 \varepsilon)^2} \right) \right] N', \quad (Eξ. 32α),$$

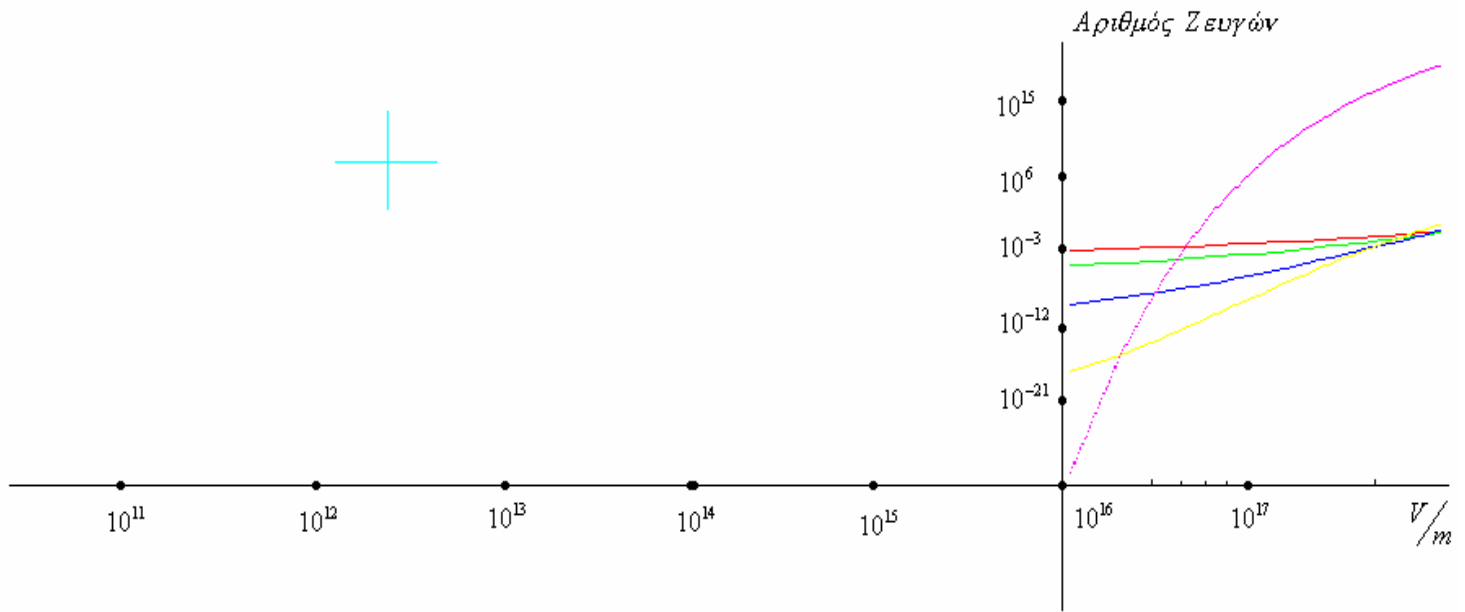
όπου τα K_0 , ε και N' έχουν οριστεί πιο πριν.

$$II) \text{ για } \gamma > 1, \quad N(T) = 2\pi K_0^{3/2} \left(\frac{4\gamma}{e} \right)^{-2K_0} N' \quad (Eξ. 32β).$$

Η Εξ. 32β, όπως έχουμε δει, αντιστοιχεί σε πολυφωτονικές διαδικασίες με αριθμό φωτονίων ίσο με K_0 (Εικόνα 3α). Δηλαδή, ο αριθμός των παραγόμενων ζευγών N , εξαρτάται από την ένταση του ηλεκτρικού πεδίου με τη σχέση $N \sim E^{2K_0}$. Αυτή η εξάρτηση εμφανίζεται στην περιοχή $\gamma > 1$, ενώ για $\gamma < 1$ η εξάρτηση ακολουθεί εκθετικό νόμο. Επίσης, υπενθυμίζουμε ότι $\gamma = \xi^{-1}$ ή αντίστοιχα $\xi = \gamma^{-1}$. Αν τώρα, θέσουμε $N'=1$ που είναι ο αριθμός των μηκών κύματος που χωράνε μέσα σε ένα παλμό, δηλαδή θεωρήσουμε ότι ο παλμός μας έχει χρονικές και χωρικές διαστάσεις όσες το μήκος κύματος (διάρκεια παλμού = λ/c , μήκος παλμού = λ) (όπως κάναμε και στην προηγούμενη

περίπτωση), τότε για το ίδιο σύστημα λέιζερ που χρησιμοποιήθηκε στη [20] (Ενέργεια Φωτονίου ~ 1.17 eV και ένταση ακτινοβολίας $I=1.35 \cdot 10^{22}$ W/m², $\xi=0.9995$), καταλήγουμε σε έναν αριθμό σωματιδίων ίσο με $N \sim 10^{-216546}$. Προφανώς, η σύγκριση των δύο μεθόδων είναι αδιανόητη. Αντίστροφα, μπορούμε να απαιτήσουμε ποια θα πρέπει να είναι τα χαρακτηριστικά του λέιζερ έτσι ώστε η παραγωγή ζευγών να είναι παραπλήσια. Βρίσκουμε ότι για την ίδια ενέργεια φωτονίου του λέιζερ (1.17 eV που είναι παραπλήσια με την ενέργεια του NIF) θα πρέπει να πάμε σε εντάσεις ηλεκτρικού πεδίου ίσες με $E=1.4 \cdot 10^{17}$ V/m, δηλαδή ένα παράγοντα 1,5 μεγαλύτερο από τη θεώρηση που κάναμε για το NIF στην προηγούμενη ενότητα. Ωστόσο, πρέπει να σημειωθεί ότι για αυτές τις τιμές η παράμετρος γ είναι μικρότερη της μονάδος και συνεπώς χρησιμοποιούμε την Εξ. 32β για τον αριθμό των παραγόμενων ζευγών. Στο Διάγραμμα 8, φαίνονται οι αριθμοί των παραγόμενων ζευγών που προκύπτουν από τις δύο προσεγγίσεις (αδιαβατική [13] και συντονισμού [20]) συναρτήσει των ηλεκτρικού πεδίου.

Οι καμπύλες του Διαγράμματος 8, ανά χρώμα αντιστοιχούν στις εξής ενέργειες φωτονίων : κόκκινο 340 keV ($\gamma>1$), πράσινο 204.4 keV ($\gamma>1$), μπλε 102.2 keV ($\gamma>1$), κίτρινο 51 keV ($\gamma>1$) και μοβ 1.17 eV ($\gamma<1$), και είναι οι καμπύλες που προέρχονται από τις Εξ. 32, ενώ ο γαλάζιος σταυρός δίνει την τιμή των ζευγών που παράγονται αντιμετωπίζοντας το σύστημα σε συντονισμό με ένα H/M εντάσεως $E \sim 10^{12}$ V/m και ενέργειας φωτονίου 1.17 eV [20]. Η διαφορά στο αποτέλεσμα είναι παραπάνω από εμφανής, αφού αντιμετωπίζοντας το σύστημα σε συντονισμό έχουμε το ίδιο αποτέλεσμα για την ίδια ενέργεια φωτονίου, αλλά για ένταση του ηλεκτρικού πεδίου πέντε τάξεις μεγέθους μικρότερη, δηλαδή για δέκα τάξεις μεγέθους διαφορά στην ένταση της ακτινοβολίας I ($I \sim E^2$). Τα αποτελέσματα από τη σύγκριση της προσέγγισης συντονισμού με την αδιαβατική προσέγγιση παρουσιάζονται στη βιβλιογραφία για πρώτη φορά. Το Διάγραμμα 8 επομένως, αποτελεί μία ‘σύνοψη’ όλων των υπάρχουσων προσεγγίσεων στην αντιμετώπιση της παραγωγής ζευγών από το κενό παρουσία H/M πεδίων.



Διάγραμμα 8 : Σύγκριση της προσέγγισης συντονισμού [20] με την αδιαβατική προσέγγιση [13]. Παρατηρούμε ότι η διαφορά στον τελικό αριθμό σωματιδίων είναι τάξεις μεγέθους μεγαλύτερη, όπως και η διαφορά στην τιμή του ηλεκτρικού πεδίου.

Εφαρμογή των δύο μεθόδων στο Πείραμα E-144

Στη συνέχεια, εφαρμόζουμε δύο θεωρητικές προσεγγίσεις του φαινομένου της διδύμου γενέσεως, στο πείραμα E-144, κάτι το οποίο γίνεται επίσης για πρώτη φορά στη βιβλιογραφία. Η περιγραφή του συγκεκριμένου πειράματος έγινε στην Ενότητα 2, του πρώτου κεφαλαίου. Παρακάτω απλώς υπενθυμίζουμε συνοπτικά τα βασικότερα στοιχεία του πειράματος E-144.

Όπως έχει προαναφερθεί, στο πείραμα E-144 παρατηρήθηκε η ανελαστική κρούση φωτονίων προς παραγωγή ζεύγους ηλεκτρονίου – ποζιτρονίου, μέσω της σχέσης

$$\omega' + z\omega \rightarrow e^- e^+,$$

που είναι όπως είδαμε η Πολυφωτονική Παραγωγή Ζευγών Breit – Wheeler (MBWPP). Αυτή η σχέση μπορεί να εξεταστεί σε οποιοδήποτε σύστημα αναφοράς, χωρίς να επηρεάζεται το φαινόμενο που θα συμβεί, λόγω της

σχετικιστικής αναλλοιωτότητας. Ως γνωστόν, όταν ένα σχετικιστικά κινούμενο σωματίδιο εισέλθει σε μία περιοχή όπου υπάρχει εναλλασσόμενο H/M πεδίο, όπως το πεδίο ενός λέιζερ, τότε το σωματίδιο ‘αισθάνεται’ ένα μετασχηματισμένο πεδίο, τόσο στην έντασή του, όσο και στην ενέργεια του φωτονίου του πεδίου. Ο μετασχηματισμός στην ένταση και στην ενέργεια του φωτονίου, γίνεται μέσω του σχετικιστικού συντελεστή Lorentz γ_L . Ο συντελεστής γ_L εξαρτάται από την αρχική κινητική ενέργεια του σωματιδίου. Δηλαδή, όσο πιο μεγάλη κινητική ενέργεια έχει το σωματίδιο, τόσο μεγαλύτερος είναι ο γ_L .

Το πρώτο σύστημα αναφοράς είναι το σύστημα του εργαστηρίου. Αυτό που βλέπουμε είναι η κρούση ενός φωτονίου του λέιζερ με μία σχετικιστικά κινούμενη δέσμη ηλεκτρονίων, προς την παραγωγή φωτονίων μεγάλης ενέργειας ($\omega \sim 30$ GeV). Τα ενεργητικά φωτόνια αλληλεπιδρούν με ένα συγκεκριμένο αριθμό z φωτονίων της δέσμης του λέιζερ. Επομένως, η φορμαλιστική αντιμετώπιση γίνεται χρησιμοποιώντας τις ροές των ‘σωματιδίων’ που λαμβάνουν μέρος στην αντίδραση και η πιθανότητα να γίνει η αντίδραση αυτή είναι

$$W = \sigma^{(z)} \cdot j^{\omega} \cdot j^z,$$

όπου σ είναι η ολική ενεργός διατομή, j^{ω} είναι η ροή των φωτονίων ω και j^z είναι η ροή των φωτονίων του λέιζερ (ο αριθμός z είναι πάντα θετικός ακέραιος). Ο απαιτούμενος αριθμός των φωτονίων του λέιζερ z , προκύπτει από την απαίτηση να ισχύει η ανισότητα

$$z \frac{k_{\mu}' \cdot k_{\nu}}{(2mc^2)^2} \geq 1 \quad \text{ή} \quad z \geq \frac{(2mc^2)^2}{k_{\mu}' \cdot k_{\nu}} = \frac{(2mc^2)^2}{\omega' \cdot \omega}, \quad \text{όπου } k_{\mu} \text{ και } k'_{\mu} \text{ είναι τα}$$

τετραδιανύσματα των φωτονίων του λέιζερ και των οπισθοσκεδαζόμενων φωτονίων υψηλής ενέργειας. Αν θέλαμε το z να ήταν ίσο με τη μονάδα και για την ίδια ενέργεια φωτονίου του λέιζερ ($\omega = 2.35$ eV), θα έπρεπε η ενέργεια των οπισθοσκεδαζόμενων φωτονίων υψηλής ενέργειας να είναι 111 GeV, κάτι που δεν μπορεί να επιτευχθεί ακόμα με τα σημερινά δεδομένα. Αντίθετα, ο επιταχυντής που υπάρχει στο SLAC, μπορεί να παράγει φωτόνια με την τεχνική της οπισθοσκέδασης φωτονίων από ένα λέιζερ σε σχετικιστικά

κινούμενα ηλεκτρόνια, με ενέργειες μέχρι και 30 GeV, τα οποία και χρησιμοποιήθηκαν. Αν αντικαταστήσουμε $\omega'=30$ GeV και $\omega=2.35$ eV, προκύπτει ότι $z=4$. Αυτός είναι ο λόγος για τον οποίο το z πρέπει να είναι τουλάχιστον 4. Για $z > 4$, όπως θα φανεί και παρακάτω, η πιθανότητα για τα ηλεκτρικά πεδία που επιτεύχθηκαν στο E-144 είναι μικρότερη για αυτό και δεν παρατηρήθηκαν αντιδράσεις μεγαλύτερης τάξης.

Ο δεύτερος τρόπος ερμηνείας του φαινομένου είναι να το μελετήσουμε σε κάποιο άλλο σύστημα αναφοράς, μιας και το φαινόμενο είναι αναλλοίωτο στην αλλαγή συστήματος αναφοράς (Στη παράγραφο Ια – Ενότητα 1^η - Κεφάλαιο 1^ο, είδαμε ότι την αναλλοιώτητα ως την επιλογή βαθμίδας. Το ίδιο φαινόμενο όμως, είναι αναλλοίωτο και ως προς το σύστημα αναφοράς – σχετικιστική αναλλοιώτητα [12]). Με άλλα λόγια, σε όποιο σύστημα και αν είμαστε ο τελικός αριθμός αντιδράσεων θα πρέπει να είναι ο ίδιος. Επιλέγουμε το σύστημα των ηλεκτρονίων. Αυτό το σύστημα είναι υπό μια έννοια ‘προνομιακό’ (εδώ με τη λέξη προνομιακό δεν εννοούμε την αναντίρρητη αρχή της Ειδικής Σχετικότητας του Einstein ότι στη φύση δεν υπάρχουν προνομιακά αδρανειακά συστήματα αναφοράς), διότι σε αυτό το σύστημα τόσο τα προσπίπτοντα φωτόνια του λέιζερ όσο και τα οπισθοσκεδαζόμενα φωτόνια από τα ηλεκτρόνια θα έχουν την ίδια ενέργεια. Επιλέγοντας να δουλέψουμε σε αυτό το σύστημα επομένως, μπορούμε να πούμε ότι τα ηλεκτρόνια με ενέργεια 46 GeV (και σχετικιστικό παράγοντα $\gamma_L \sim \frac{\text{Ενέργεια}}{\text{Ενέργεια Ηρεμίας}} = \frac{46 \text{ GeV}}{0.511 \text{ MeV}} \sim 10^5$), κατά την αλληλεπίδρασή τους με

το H/M πεδίο του λέιζερ, θα εισέλθουν σε μία περιοχή όπου το H/M είναι $E^* = \gamma_L E_{\text{λείζερ}} = \gamma \sqrt{377 I_{\text{λείζερ}}}$. Οι παλμοί του συστήματος λέιζερ του SLAC, είχαν ένταση $I \sim 10^{22}$ W/m². Επομένως, το μετασχηματισμένο ηλεκτρικό πεδίο στο σύστημα αναφοράς των ηλεκτρονίων είναι $E^* \geq 3 \cdot 10^{17}$ V/m. Βλέπουμε ότι αυτό το πεδίο είναι πολύ κοντά στο κρίσιμο ηλεκτρικό πεδίο ($E_{\text{critical}} = 1.3 \cdot 10^{18}$ V/m). Η ιδέα της χρήσης ενός πολλαπλασιαστικού παράγοντα (γ_L) για την επίτευξη υπέρ-ισχυρών πεδίων είναι και η θεμελιώδης πειραματική καινοτομία του πειράματος E-144, διότι για πρώτη φορά επιτεύχθηκε η μελέτη και η επιβεβαίωση φαινομένων της Κβαντικής Ηλεκτροδυναμικής, σε τόσο ισχυρά πεδία στο εργαστήριο.

Βασιζόμενοι στη δεύτερη ερμηνεία, μπορούμε να εφαρμόσουμε τη θεωρία που περιγράφεται στη [13]. Πιο συγκεκριμένα, θα πρέπει να προσδιοριστεί η αδιαβατική παράμετρος γ , έτσι ώστε να εφαρμοστεί η κατάλληλη φόρμουλα για τον αριθμό των σωματιδίων που αναμένονται ανά παλμό του λέιζερ. Όπως έχουμε δει, η αδιαβατική παράμετρος γ προσδιορίζεται αποκλειστικά από τα χαρακτηριστικά του εφαρμοζόμενου πεδίου (συχνότητα ω και ένταση ηλεκτρικού πεδίου E). Επομένως, η αναλλοίωτη ως προς ένα σύστημα αναφοράς, παράμετρος γ για $\omega \sim 2.35$ eV και $E \sim 10^{12}$ V/m προκύπτει $\gamma \sim 3 > 1$. Η φόρμουλα που θα χρησιμοποιήσουμε είναι η προσεγγιστική μορφή για $\gamma > 1$, για την οποία η συνάρτηση

$$\tilde{g}(\gamma) = \frac{4}{\pi\gamma} \left[\left(1 + \frac{1}{4\gamma^2} \right) \ln \gamma + c_0 + O(\gamma^{-2}) \right]. \quad \text{Αντικαθιστώντας στην Εξ. 31β,}$$

έχουμε τη σχέση για την πυκνότητα πιθανότητας

$$W = \frac{m^4}{2^{3/2}\pi^3} \left(\frac{\omega}{m} \right)^{5/2} \left(\frac{4\gamma}{e} \right)^{-2K_0},$$

που μοιάζει όπως βλέπουμε με την Εξ. 7β. Αντίστοιχα, ο αριθμός των παραγόμενων σωματιδίων στον όγκο λ^3 και σε χρόνο T , είναι

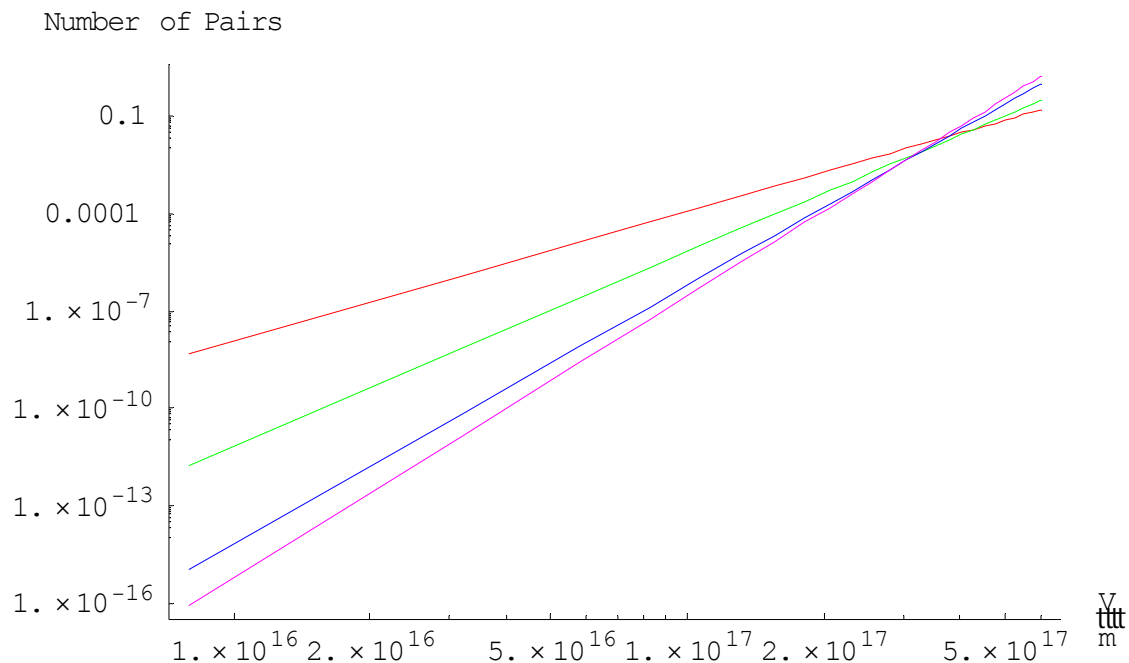
$$N(T) = 2\pi K_0^{3/2} \left(\frac{4\gamma}{e} \right)^{-2K_0} N' \quad (\text{Εξ. 32β}),$$

όπου οι παράμετροι K_0 , T και N' είναι ο αριθμός των απαιτούμενων φωτονίων για τη δημιουργία ενός ζεύγους, η χρονική διάρκεια του παλμού του λέιζερ και ο αριθμός των μηκών κύματος που χωράνε μέσα σε ένα παλμό αντίστοιχα. Όπως αναφέρθηκε πιο πριν, θεωρούμε ότι N' είναι ίσο με μονάδα, γιατί μελετάμε το πεδίο στην κορυφή της Γκαουσιανής κατανομής του παλμού του λέιζερ.

Ιδιαίτερη σημασία έχει, να τονιστεί ότι η συμπεριφορά της συνάρτησης παραγωγής ζευγών είναι παρόμοια με την πολυφωτονική συμπεριφορά που παρουσιάζεται στον ιονισμό των ατόμων (Εξ. 29α). Σε αυτή την περίπτωση, όταν η παράμετρος του Keldysh είναι $\gamma_K > 1$, τότε ο αριθμός των ηλεκτρονίων που ιονίζονται είναι $N \sim E^{2n}$, με n να είναι η τάξη πολυφωτονικής διαδικασίας δηλαδή ο αριθμός των φωτονίων που απαιτούνται για τον ιονισμό των φωτονίων. Η αντιστοιχία είναι προφανής, από τη στιγμή που η αδιαβατική παράμετρος που έχει προσδιοριστεί για τη δίδυμη γένεση είναι ανάλογη του

$E (\gamma \propto E)$, ενώ K_0 όπως είπαμε, είναι ο ελάχιστος αριθμός φωτονίων για τον ‘ιονισμό’ του κενού, δηλαδή είναι η τάξη της πολυφωτονικής διαδικασίας. Παρακάτω θα φανεί ότι και η προσέγγιση των Avetissian et al. [20] καταλήγει σε μία σχέση όπου ο τελικός αριθμός των παραγόμενων σωματιδίων ακολουθεί μία σχέση της μορφής E^{2n} .

Για τα δεδομένα του πειράματος E-144, και σύμφωνα με τη θεώρηση ότι μελετάμε το φαινόμενο στο σύστημα αναφοράς των ηλεκτρονίων, έχουμε φωτόνια ενέργειας $\mathcal{E}_{\text{φωτονίου}}^* = \gamma_L \mathcal{E}_{\text{φωτονίου}}$, όπου το αστεράκι υποδηλώνει τα μεγέθη στο σύστημα αναφοράς των ηλεκτρονίων. Έτσι, για $\gamma_L \sim 10^5$ η ενέργεια των φωτονίων θα είναι $\mathcal{E}_{\text{φωτονίου}}^* = 10^5 \cdot 2.35 \text{ eV} = 235 \text{ keV}$. Για να ικανοποιείται η ενεργειακή συνθήκη της παραγωγής ζευγών θα πρέπει $n \cdot \mathcal{E}_{\text{φωτονίου}}^* \geq 2mc^2$, από την οποία καταλήγουμε σε αριθμό φωτονίων που λαμβάνουν μέρος στη δημιουργία ενός ζεύγους ίσο με $n=5$. Με άλλα λόγια μπορούμε ισοδύναμα, να εξετάσουμε μία πολυφωτονική διαδικασία πέμπτης τάξης. Εφαρμόζοντας αυτές τις συνθήκες στην Εξ. 32β, καταλήγουμε στην τιμή $N=0.03$ ζεύγη / παλμό. Αυτή η τιμή είναι και η πειραματικά επιβεβαιούμενη. Στο Διάγραμμα 9 φαίνονται διάφορες πολυφωτονικές διαδικασίες για χαμηλές τάξεις, βάσει του κλασσικού μοντέλου πολυφωτονικών διαδικασιών, χρησιμοποιώντας την Εξ. 32β.



Διάγραμμα 9 : Ο πολυφωτονικός ‘ιονισμός’ του κενού για διάφορες ενέργειες (τάξεις) πολυφωτονικών διαδικασιών. Για την κόκκινη καμπύλη η τάξη είναι $n=2$, για την πράσινη $n=3$, μπλε $n=4$ και μοβ $n=5$

Στο Διάγραμμα 9, η κόκκινη καμπύλη αντιστοιχεί σε ενέργεια φωτονίου ίση με 511 keV, δηλαδή σε $n=2$, η πράσινη σε 340 keV με $n=3$, η μπλε σε 250 keV με $n=4$ και η μοβ σε 235 keV με $n=5$, ενώ μπορούν να γίνουν τα εξής σχόλια :

- i) Οι καμπύλες ακολουθούν ακριβώς τη συμπεριφορά των πολυφωτονικών φαινομένων ιονισμού του ατόμου. Δηλαδή, υπάρχει ένα σημείο της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου στο οποίο τέμνονται οι καμπύλες (crossing point ή καλύτερα crossing area), και πάνω από το οποίο οι πολυφωτονικές διαδικασίες μεγαλύτερης τάξης έχουν καλύτερη απόδοση από ότι οι πολυφωτονικές διαδικασίες μικρότερης τάξης [30,31]. Αυτή η συμπεριφορά έχει επιβεβαιωθεί πειραματικά στον ιονισμό των ατόμων.
- ii) Οι καμπύλες αυτές έχουν σχεδιαστεί σε μία περιοχή όπου το ηλεκτρικό πεδίο είναι τέτοιο ώστε η παράμετρος γ να είναι πάντα

μεγαλύτερη από τη μονάδα. Για ηλεκτρικά πεδία μεγαλύτερα από αυτά που φαίνονται στο σχήμα, η τιμή της παραμέτρου αυτής αλλάζει και η παραγωγή ζευγών ακολουθεί πλέον την εκθετική συμπεριφορά της Εξ. 32α.

Συμπερασματικά, από την εφαρμογή του μοντέλου των πολυφωτονικών διαδικασιών που περιγράφονται στην [13], καταλήγουμε σε ένα αποτέλεσμα που είναι σε πολύ καλή συμφωνία με αυτό που πειραματικά μετρήθηκε. Αυτή είναι και η ερμηνεία που δίνεται για τα αποτελέσματα του Πειράματος E-144 [38]. Η επίτευξη πολύ ισχυρών πεδίων, μέσω του πολλαπλασιαστικού σχετικιστικού παράγοντα γ_L , μας επιτρέπει την επιβεβαίωση της θεωρίας των [12,13,15] στην περιοχή τιμών πεδίων για την οποία τα αποτελέσματα που δίνουν οι θεωρίες αυτές είναι μετρήσιμα.

Αν τώρα, χρησιμοποιήσουμε την προσέγγιση συντονισμού [20], θα δούμε ότι καταλήγουμε σε πολύ καλύτερα αποτελέσματα. Η βασικότερη διαφορά, όπως έχει προειπωθεί, είναι ότι θα πρέπει το κβαντικό σύστημα του κενού να βρίσκεται σε συντονισμό με το ηλεκτρικό πεδίο. Δηλαδή, θα πρέπει

$$\frac{2\sqrt{2}m}{\omega} = n, \text{ να είναι ακέραιος. Δηλαδή, για ενέργεια φωτονίου που δίνει μη}$$

ακέραιες τιμές του λόγου αυτού, βρισκόμαστε εκτός συντονισμού και τα αποτελέσματα παρουσιάζουν κατακόρυφη πτώση. Επομένως, για να είμαστε σε συντονισμό θα πρέπει ο αριθμός των φωτονίων που λαμβάνουν μέρος στις διαδικασίες να είναι ακέραιος. Για μεγάλα n , μπορούμε να ισχυριστούμε ότι η συνθήκη του συντονισμού ισχύει πάντα (για n ανάλογης τάξης μεγέθους με αυτά που μελετώνται στην [20]), ενώ αν θέλουμε να μελετήσουμε το συντονισμό με ενέργεια φωτονίου μεγάλη (συνεπώς μικρές τάξεις πολυφωτονικών διαδικασιών) θα πρέπει να είμαστε προσεκτικοί στην επιλογή της ενέργειας των φωτονίων. Συνεπώς, για να είμαστε σε ενέργειες φωτονίων κοντά στις ενέργειες των φωτονίων του E-144 πειράματος στο σύστημα αναφοράς των ηλεκτρονίων, θα πρέπει να χρησιμοποιήσουμε τον πλησιέστερο

$$\text{ακέραιο του λόγου } \frac{2\sqrt{2}m}{\omega} = n, \text{ με } \omega = 235 \text{ keV. Προκύπτει ότι } n=6, \text{ και το}$$

αντίστοιχο ω' που θα χρησιμοποιήσουμε για το μοντέλο του συντονισμού

είναι $\omega' = \frac{2\sqrt{2}m}{6} = 240.88 \text{ keV}$. Η διαφορά στην ενέργεια δεν είναι μεγάλη, για να έχει τεράστια διαφορά στους υπολογισμούς, αλλά το φυσικό μοντέλο του συντονισμού απαιτεί ο αριθμός των φωτονίων να είναι ακριβώς όσο και το ενεργειακό χάσμα των δύο σταθμών. Πιο συγκεκριμένα, από την Εξ. 18

$$\left. \frac{dw_n}{do} \right|_{\theta=0^\circ} = \frac{n^3 \omega^3}{64\pi^2} \cdot \frac{4m^2}{(n^2 \omega^2 - 4m^2)^{1/2}} \cdot J_n^2 \left(\frac{4e |E_0| (n^2 \omega^2 - 4m^2)^{1/2}}{n\omega^3} \right),$$

θέτουμε $n=6$, $\omega=240.88 \text{ keV}$, $m=511 \text{ keV}$, $|E_0|=3.5 \cdot 10^{17} \text{ V/m}$, $e=1.6 \cdot 10^{-19} \text{ Cb}$ ενώ για μικρές τάξεις του n η συνάρτηση Bessel μπορεί να υπολογιστεί ακριβώς χωρίς να καταφύγουμε σε προσεγγιστικές εκφράσεις, όπως κάναμε στην προηγούμενη περίπτωση, όπου το n είναι πολύ μεγάλο. Για αυτές τις τιμές των παραμέτρων, η πυκνότητα πιθανότητας παραγωγής ζευγών προκύπτει

$$\left. \frac{dw_n}{do} \right|_{\theta=0^\circ} = 6.35 \cdot 10^{53} \frac{\sigma_{\omega\mu\alpha\tau\acute{\iota}\delta\iota\alpha}}{m^3 \text{ sec}}.$$

Ο τετρα-όγκος στον οποίο θα κοιτάξουμε, για να είμαστε συνεπείς με τη μοντελοποίηση της [20] θα είναι $4-V=(10\lambda)^2(0.1\lambda)\tau$, και για φωτόνια $240,88 \text{ keV}$ ($\lambda \sim 5,2 \cdot 10^{-12} \text{ m}$) και χρόνους αλληλεπίδρασης $\tau \sim 10^{-18} \text{ sec}$, προκύπτει ότι ο συνολικός αριθμός σωματιδίων είναι **848**. Ο χρόνος αλληλεπίδρασης πάρθηκε να είναι το 1/10 της ολικής χρονικής διάρκειας του παλμού.

Επομένως, στηριζόμενοι σε αυτό το αποτέλεσμα μπορούμε να προτείνουμε μία πειραματική διάταξη, παρόμοια με του πειράματος του SLAC, αλλά με τη σημαντική διαφορά ότι θα πρέπει να ρυθμίσουμε κατάλληλα την ενέργεια της δέσμης των ηλεκτρονίων για να έχουμε την κατάλληλη ενέργεια των φωτονίων έτσι ώστε να μπορέσουμε να μελετήσουμε το σύστημα σε συντονισμό. Αυτό προφανώς δεν είναι πρόβλημα φυσικής, αλλά κατασκευαστικό. Συγκρίνοντας τις δύο θεωρίες, βλέπουμε ότι η διαφορά στο τελικό αποτέλεσμα είναι τουλάχιστον πέντε τάξεις μεγέθους, κάτι που είναι αναμενόμενο λόγω της συνθήκης του συντονισμού. Τέλος, σημαντική παρατήρηση είναι και ότι στην [20] μελετάται η παραγωγή ζευγών με ένα

σύστημα λέιζερ που είναι πλέον από τα ποιο ‘κοινά’ εργαστηριακά λέιζερ. Ο ολικός αριθμός ποζιτρονίων που παράγονται είναι όπως είδαμε 10^8 μέσω μιας πολυφωτονικής διαδικασίας τάξεως $n \sim 10^6$. Αυτός ο αριθμός είναι τάξεις μεγέθους μεγαλύτερος από το 848 ποζιτρόνια, που υπολογίζουμε για πειραματικές συνθήκες παρόμοιες του Πειράματος E-144, όπου η τάξη της πολυφωτονικής διαδικασίας είναι $n=6$. Η εξήγηση σε αυτό είναι ότι όπως αναφέραμε και πιο πριν, οι πολυφωτονικές διαδικασίες μεγάλης τάξης ύστερα από μία τιμή του ηλεκτρικού πεδίου είναι πολύ πιο αποδοτικές από πολυφωτονικές διαδικασίες μικρότερης τάξης. Ακολουθούν δηλαδή την κλασσική συμπεριφορά των πολυφωτονικών διαδικασιών $N \sim E^{2n}$. Η μορφή αυτής της μαθηματικής εξάρτησης του αριθμού παραγόμενων σωματιδίων είναι εμφανής αν στην Εξ. 18, που είναι η σχέση που δίνει την πυκνότητα πιθανότητας για κάθε γωνία παραγόμενου σωματιδίου, χρησιμοποιήσουμε τη γενική μορφή των εξισώσεων Bessel,

$$J_n(Z_o) = BZ_o^n,$$

όπου η ποσότητα B, δεν μας απασχολεί για τη μορφή της εξάρτησης ως το E του ηλεκτρικού πεδίου, καθώς και να εκφράσουμε την υπεργεωμετρική συνάρτηση σε συναρτήσεις Bessel. Στην τελευταία σχέση το $Z_o \propto E$, επομένως, κάνοντας τις αντικαταστάσεις και βγάζοντας κοινό παράγοντα το E^{2n} , καταλήγουμε σε μία σχέση της μορφής

$$w = CE^{2n}, \quad (\text{Εξ. 33})$$

όπου αντίστοιχα η ποσότητα C, δε μας απασχολεί για τον προσδιορισμό της συμπεριφοράς της πυκνότητας πιθανότητας w, ως προς την ένταση του ηλεκτρικού πεδίου E. Γνωρίζοντας το w, μπορούμε μέσω του πολλαπλασιασμού με έναν κατάλληλο όγκο V, να βρούμε τον αριθμό των ζευγών που θα παραχθούν στον όγκο αυτό. Έτσι,

$$N = V \cdot w = V \cdot C \cdot E^{2n} \propto E^{2n},$$

που είναι μία καθαρά πολυφωτονική διαδικασία.

Αξια ενδιαφέροντος είναι και η περίπτωση όπου θεωρήσαμε την παράμετρο ξ ίση με 0,9995, και χρησιμοποιήσουμε μία διάταξη όπως αυτή του E-144. Δηλαδή, χρησιμοποιώντας τον πολλαπλασιαστικό παράγοντα Lorentz, για μία δέσμη ηλεκτρονίων παρόμοια με αυτή του E-144 ($\gamma_L \sim 10^5$), έχουμε μία μετατόπιση τόσο στην ενέργεια του φωτονίου, όσο και στην ένταση του ηλεκτρικού πεδίου του λέιζερ (στο σύστημα αναφοράς της δέσμης των ηλεκτρονίων). Με την απαίτηση λοιπόν το ξ να είναι 0,9995, και για $\gamma_L = 10^5$ προκύπτει ότι το ηλεκτρικό πεδίο θα είναι $E^* \sim 2,25 \cdot 10^{17}$ V/m, ενώ αντίστοιχα η ενέργεια του φωτονίου θα είναι $\omega^* = 10^5 \cdot 1,17 = 117$ keV. Για μία τέτοια ενέργεια φωτονίου η τάξη της πολυφωτονικής διαδικασίας είναι $N=12$. Θέτοντας λοιπόν στην Εξ. 18, $N=12$ και $\omega=117$ keV, και για τον κατάλληλο $4 - V$ (ακολουθώντας τη μοντελοποίηση της [20]), προκύπτει ότι ο τελικός αριθμός σωματιδίων είναι **$2,3 \cdot 10^6$** .

Κλείνοντας το δεύτερο κεφάλαιο, και με όσα έχουμε δει στην Ενότητα 1^η, το λέιζερ του NIF είναι ακατάλληλο για να εφαρμοστεί στην προσέγγιση συντονισμού, διότι η παράμετρος γ είναι μικρότερη της μονάδας, ενώ βασική προϋπόθεση για την ισχύ της προσέγγισης συντονισμού είναι η παράμετρος $\gamma > 1$. Ωστόσο, λόγω της μεγάλης πυκνότητας ισχύος ανά δέσμη ($I \rightarrow 10^{25}$ W/m² ή $E \rightarrow 8.6 \cdot 10^{13}$ V/m), μπορούμε να κάνουμε τον εξής συλλογισμό. Αν ‘ανοίξουμε’ χωρικά τη δέσμη του NIF, δηλαδή αν τροποποιήσουμε τις χωρικές διαστάσεις της δέσμης και συνεπώς η ίδια ενέργεια μεταφέρεται σε μεγαλύτερες διαστάσεις, τότε μπορούμε να πετύχουμε τα ίδια ηλεκτρικά πεδία που έχουν χρησιμοποιηθεί και στους προηγούμενους υπολογισμούς αλλά το τελικό αποτέλεσμα θα είναι επαυξημένο κατά ένα πολλαπλασιαστικό παράγοντα ίσο με την αύξηση του εμβαδού της δέσμης. Πιο συγκεκριμένα, για να επιτύχουμε ηλεκτρικά πεδία της τάξης $E \sim 2 \cdot 10^{12}$ V/m θα πρέπει να η ένταση του λέιζερ να είναι $1.35 \cdot 10^{22}$ W/m², ενώ αντίστροφα αν έχουμε ένταση ακτινοβολίας λέιζερ ίση με 10^{25} όπως συμβαίνει στο NIF, τότε θα πρέπει να αυξήσουμε την επιφάνεια της δέσμης κατά ένα παράγοντα 10^3 , έτσι ώστε τα ηλεκτρικά πεδία να είναι ίσα με 10^{12} V/m, για τα οποία και έγιναν όλοι οι υπολογισμοί μας. Συνεπώς, αν χρησιμοποιήσουμε μία πειραματική διάταξη, όπως στο πείραμα E-144 και απαιτήσουμε το κβαντικό σύστημα του κενού να είναι σε συντονισμό με το πεδίο του λέιζερ, και για $\xi=0.9995$, θα έχουμε για την $N=12$ πολυφωτονική διαδικασία μία παραγωγή ίση με 10^9

ζεύγη ανά παλμό λέιζερ, ενώ για την πειραματική θεώρηση της [20] στο μέγιστο ενός στάσιμου κύματος δύο αντίθετα διαδιδόμενων παλμών λέιζερ, θα έχουμε παραγωγή ίση με 10^{11} ανά παλμό λέιζερ.

Συμπεράσματα

Σε αυτό το κεφάλαιο μελετήσαμε την αποδοτικότητα της προσέγγισης συντονισμού και της αδιαβατικής προσέγγισης στην παραγωγή ζευγών ηλεκτρονίων – ποζιτρονίων. Για τη μεν αδιαβατική προσέγγιση προτείναμε τη χρήση ενός υπό κατασκευή συστήματος λέιζερ (NIF), το οποίο όμως δεν είναι προορισμένο να μελετήσει φαινόμενα παραγωγής ύλης – αντιύλης και συγκρίναμε τα αποτελέσματα στα οποία καταλήξαμε από την εφαρμογή της αδιαβατικής προσέγγισης, με τα αποτελέσματα που προκύπτουν από την εφαρμογή της ίδιας προσέγγισης στα συστήματα λέιζερ ελευθέρων ηλεκτρονίων που εκπέμπουν στις ακτίνες x (XFELs). Αν και η απόδοση είναι ίδιας τάξης μεγέθους και για τα δύο συστήματα λέιζερ, εν τούτοις η πρότασή μας στηρίζεται στο γεγονός ότι η θεώρηση για την επίτευξη υπέρ-ισχυρών πεδίων ικανών για τη μετρήσιμη παραγωγή ζευγών από το σύστημα λέιζερ του NIF είναι πιο ρεαλιστική από ότι η περίπτωση των εξωτικών ακόμη XFELs.

Επίσης, συγκρίναμε την αδιαβατική προσέγγιση με την προσέγγιση συντονισμού και από τη σύγκριση αυτή καταλήξαμε στο συμπέρασμα ότι όταν το κβαντικό σύστημα του κενού βρίσκεται σε συντονισμό με ένα εξωτερικά εφαρμοζόμενο H/M πεδίο, από ένα σύστημα λέιζερ κατάλληλης έντασης και ενέργειας φωτονίου, τότε η παραγωγή ζευγών είναι κατά πολλές τάξεις μεγέθους μεγαλύτερη συγκρινόμενη με την παραγωγή ζευγών για το ίδιο σύστημα λέιζερ αλλά χρησιμοποιώντας την αδιαβατική προσέγγιση. Η διαφορά στην απόδοση παραγωγής των δύο προσεγγίσεων, μας ώθησε να τις εφαρμόσουμε στις συνθήκες του πειράματος E-144, το οποίο είναι και η πρώτη πειραματική απόδειξη της μη γραμμική συμπεριφοράς του κενού παρουσία υπέρ-ισχυρών πεδίων. Το τελικό αποτέλεσμα της σύγκρισης, ευνοεί την πρόταση μίας πειραματικής διατάξεως, βασισμένη στη σημερινή τεχνολογία, που αποτελεί ουσιαστικά μία επέκταση του πειράματος E-144 αλλά με την απαίτηση να θέσουμε το κβαντικό σύστημα του κενού σε συντονισμό με το εξωτερικά εφαρμοζόμενο H/M πεδίο.

Συνοψίζοντας τα παραπάνω, παραθέτουμε υπό μορφή πίνακα τα αριθμητικά αποτελέσματα, στα οποία καταλήξαμε για την παραγωγή ζευγών από το κενό, όσον αφορά τις διάφορες θεωρητικές προσεγγίσεις και τα διάφορα συστήματα λείζερ που χρησιμοποιούμε. Από τον πίνακα αυτόν φαίνεται ότι ο πιο αποδοτικός τρόπος παραγωγής ζευγών βρίσκεται στην εφαρμογή της προσέγγισης συντονισμού, για μεγάλες πολυφωτονικές διαδικασίες (της τάξης του $N \rightarrow 10^6$), όπως περιγράφηκε στην [20], ενώ εν γένει οι μεγάλης τάξης πολυφωτονικές διαδικασίες είναι πιο αποδοτικές από τις αντίστοιχες μικρότερης τάξης, κάτι που ούτως ή άλλως το αναμέναμε βάση της Εξ. 33. Τα αποτελέσματα αυτά μπορούν να εξαχθούν βασιζόμενα σε μια πειραματική διάταξη της οποίας οι τεχνολογικές απαιτήσεις μπορούν να ικανοποιηθούν με τη σημερινή τεχνολογία, ενώ με την παραλλαγή της προηγούμενης διάταξης, κάνοντας χρήση όμως τις ισχυρότερες δέσμες του NIF και για όγκους αλληλεπίδρασης 10^3 μεγαλύτερους έτσι ώστε να ικανοποιείται η συνθήκη $\gamma \geq 1$, καταλήγουμε σε μια μέγιστη παραγωγή 10^{11} ηλεκτρονίων –ποζιτρονίων από το κενό. Όταν εφαρμοστεί η ίδια παραλλαγή σε πειραματικές συνθήκες ίδιες με του E-144, προκύπτει ότι τα αριθμητικά αποτελέσματα αυτά είναι 11 τάξεις μεγέθους μεγαλύτερες από τα πειραματικά αποτελέσματα του πειράματος αυτού.

Είναι πολύ σημαντικό να τονιστεί ότι τα αποτελέσματα που παρουσιάζονται στο δεύτερο κεφάλαιο, όπως και τα διαγράμματα, παρουσιάζονται για πρώτη φορά στη διεθνή βιβλιογραφία.

Αδιαβατική Προσέγγιση (για όλες τις τιμές του γ)	
Λέιζερ NIF ($E \sim 8,5 \cdot 10^{16}$ V/m) ($\gamma < 1$)	0,29
Λέιζερ XFEL ($E \sim 2,8 \cdot 10^{17}$ V/m) ($\gamma < 1$)	0,81
Πείραμα E-144 ($E \sim 10^{12}$ V/m) (SLAC) ($\gamma \sim 3$)	0,01
Λέιζερ Nd ($E \sim 10^{12}$ V/m) ($\gamma \geq 1$)	$10^{-1136750} \rightarrow 0$
Προσέγγιση Συντονισμού (Συνθήκη $\gamma \geq 1$)	
Λέιζερ NIF ($E \sim 8,5 \cdot 10^{16}$ V/m)	Μη Εφαρμόσιμη *
Λέιζερ XFEL ($E \sim 2,8 \cdot 10^{17}$ V/m)	Μη Εφαρμόσιμη *
Πείραμα E-144 ($E \sim 10^{12}$ V/m) (SLAC) ($\gamma \sim 3$)	848 (N = 6)
($\gamma \geq 1$)	$2,3 \cdot 10^6$ (N = 12)
Λέιζερ Nd ($E \sim 10^{12}$ V/m) ($\gamma \geq 1$)	10^8 (N=10 ⁶)

Πίνακας 4 : Σύνοψης των αριθμητικών αποτελεσμάτων της αδιαβατικής και της προσέγγισης συντονισμού, για μελλοντικά και ήδη υπάρχοντα συστήματα λέιζερ. Το ηλεκτρικό πεδίο αναφέρεται στο αδρανειακό σύστημα του εργαστηρίου και N είναι η τάξη της πολυφωτονικής διαδικασίας

* Σε πλήρη εστίαση (diffraction limit) δεν υπάρχει η δυνατότητα για να ικανοποιηθεί η συνθήκη $\gamma \geq 1$.

Κεφάλαιο 3^ο
Η αντιύλη ως το μέσο εξερεύνησης του Διαστήματος

Εισαγωγή

Διαστημικά συστήματα προώθησης με χρήση αντιύλης

Τύποι συστημάτων προώθησης με αντιύλη

Το επόμενο βήμα

Εισαγωγή

Στο τρίτο και τελευταίο μέρος της εργασίας αυτής παρουσιάζουμε τη σημαντικότερη ‘πρακτική’ εφαρμογή της αντιύλης. Και αυτή δεν είναι άλλη παρά η διαστημική προώθηση. Για λόγους που θα φανούν παρακάτω, στη χρήση αντιύλης για διαστημικούς σκοπούς έχουν εναποτεθεί όλες οι ελπίδες της ανθρωπότητας για διαστρικά ταξίδια. Αν και το ποζιτρόνιο ανακαλύφθηκε το 1932 από τον Anderson, το αντιπρωτόνιο το 1950 από τους Chamberlain, Segre και Υψηλάντη και τα πρώτα άτομα αντιυδρογόνου παρήχθησαν μόλις πριν από λίγα χρόνια στο CERN, η ιδέα της χρήσης της αντιύλης ως προωθητικού μέσου είναι πολύ παλιά και πρωτοεισήχθηκε από τον Sanger το 1955. Παρόλο που στην εργασία μας μιλήσαμε για την παραγωγή ποζιτρονίων, όπως θα δούμε, αυτά τα σωματίδια δεν είναι κατάλληλα για την προώθηση διαστημικών οχημάτων. Αντίθετα, τα αντιπρωτόνια είναι αυτά που έχουν χρησιμοποιηθεί σε όλα τα μοντέλα προώθησης.

Ο φορμαλισμός που ακολουθήθηκε στην εργασία είναι αναλλοίωτος στην επιλογή των παραγόμενων σωματιδίων. Δηλαδή, όλα τα παραπάνω ισχύουν ανεξαρτήτως των σωματιδίων που θα επιλέξουμε να παραχθούν. Αυτό που αλλάζει είναι η τιμή της μάζας m , του εκάστοτε σωματιδίου. Έτσι, αν επιλέξουμε την παραγωγή ζευγών πρωτονίου – αντιπρωτονίου, το κρίσιμο ηλεκτρικό πεδίο που θα πρέπει να επιτευχθεί είναι 2000000 φορές μεγαλύτερο από το κρίσιμο πεδίο της παραγωγής ηλεκτρονίου – ποζιτρονίου.

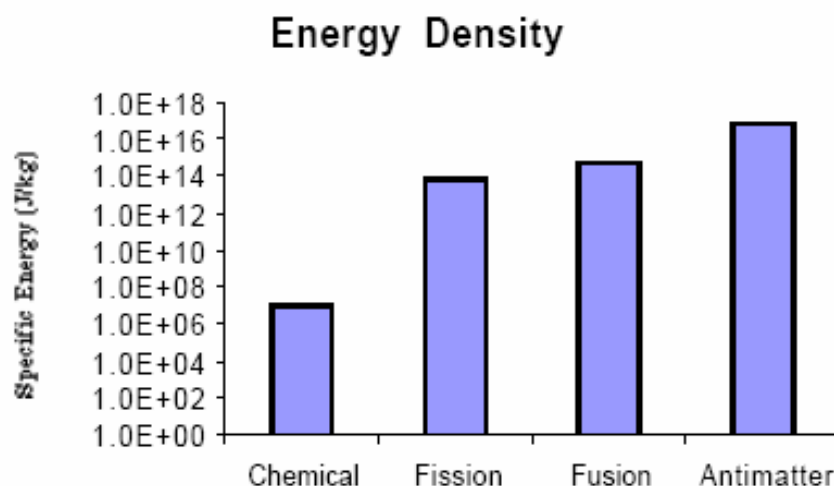
Επομένως, από τη σχέση $E_{critical} = \frac{2Mc^2}{e\lambda_{Compton}}$, για $M \sim 2000 m_{ηλεκτρονίου}$, και

$\lambda_{Compton, p} \sim \frac{\lambda_{Compton, e}}{2000}$ βλέπουμε ότι θα πρέπει να προσεγγίσουμε πεδία της τάξης των

10^{24} V/m. Τέτοια πεδία δεν ανταποκρίνονται στις κοντινές μελλοντικές προσδοκίες. Ωστόσο, η παραγωγή αντιπρωτονίων δεν είναι το κυριότερο πρόβλημα για τη διαστημική προώθηση.

Διαστημικά συστήματα προώθησης με χρήση αντιύλης

Η εξαύλωση ύλης – αντιύλης παρέχει τη μεγαλύτερη δυνατή πυκνότητα ενέργειας ανά αντίδραση και ανά μονάδα βάρους αντιδρώντων σωμάτων. Έτσι, η ιδανική πυκνότητα ενέργειας είναι $9 \cdot 10^{16} \text{ J/kg}$ ($\frac{\mathcal{E}}{m} = c^2$), που είναι πολλές τάξεις μεγέθους μεγαλύτερη από τις χημικές αντιδράσεις (10^7 J/kg), από τις αντιδράσεις σχάσης ($8 \cdot 10^{13} \text{ J/kg}$) και από τις αντιδράσεις σύντηξης που είναι ($3 \cdot 10^{14} \text{ J/kg}$). Στο διάγραμμα που ακολουθεί φαίνονται οι πυκνότητες ενέργειας για τα συστήματα προώθησης βασισμένα σε χημικές, σε αντιδράσεις σχάσης, σε αντιδράσεις σύντηξης και σε αντιδράσεις εξαύλωσης αντιύλης.



Διάγραμμα 10: Η πυκνότητα ενέργειας για διάφορες αντιδράσεις

Επιπρόσθετα, οι αντιδράσεις εξαύλωσης συμβαίνουν αυθόρμητα, χωρίς να απαιτούνται ογκώδης και πολύπλοκοι αντιδραστήρες. Αυτές οι ιδιότητες της αντιύλης (μεγάλη ενεργειακή πυκνότητα και αυθόρμητη εξαύλωση), την καθιστούν το πιο ελκυστικό προωθητικό μέσο για διαστημικά ταξίδια. Παρακάτω θα περιγράψουμε εν συντομία, διάφορα προωθητικά συστήματα στα οποία όλη η ενέργεια πρόωσης παρέχεται από αντιδράσεις εξαύλωσης ύλης – αντιύλης, καθώς και μία υβριδική διάταξη στην οποία η ενέργεια που προέρχεται από αντιδράσεις εξαύλωσης, προκαλεί αντιδράσεις σχάσης/σύντηξης.

Όταν αναφερόμαστε στον όρο αντιύλη για διαστημική προώθηση, εννοούμε τη χρήση αντιπρωτονίων ή ατόμων αντιυδρογόνου. Το αντιπρωτόνιο (το αντισωματίδιο του πρωτονίου – αντίστοιχα με το ποζιτρόνιο και το ηλεκτρόνιο) δε υπάρχει στη φύση και προς το παρόν δημιουργείται σε τεράστιους επιταχυντές (CERN, Fermilab, Brookhaven), κατά τη σύγκρουση σχετικιστικών πρωτονίων (120 GeV) πάνω σε ένα στόχο βολφραμίου (W). Τα πρωτόνια αυτά επιβραδύνονται από την κρούση με τους πυρήνες του στόχου, και η ενέργεια που προέρχεται από την επιβράδυνση αυτή, μετατρέπεται σε σωματίδια, μεταξύ των οποίων είναι και αντιπρωτόνια. Εν συνεχεία, τα τελευταία διαχωρίζονται μέσω H/M δυνάμεων από τα υπόλοιπα παραγόμενα σωματίδια. Ενδεικτική είναι η χαμηλή απόδοση αυτού του τρόπου παραγωγής, που είναι ένα μέρος στα 10^9 (δηλαδή, για την παραγωγή ποσότητας αντιύλης που θα απελευθερώσει ένα μέρος ενέργειας θα πρέπει να καταναλωθούν 10^9 μέρη ενέργειας). Με άλλα λόγια στα 10^9 αντιπρωτόνια που παράγονται, με τις σημερινές μεθόδους μπορούμε να αποθηκεύσουμε 1 αντιπρωτόνιο, και αυτό για περιορισμένο χρονικό διάστημα (της τάξεως της εβδομάδας). Επίσης, για την παραγωγή 1 gram αντιύλης το κόστος ανέρχεται στο 62,5 τρισεκατομμύρια Ευρώ, που την καθιστά αυτή τη στιγμή την πιο ακριβή ουσία του γνωστού σε εμάς σύμπαντος [39].

Από τη στιγμή που η αντιύλη παράγεται και αποθηκεύεται, μπορεί να εξαϋλωθεί με την κανονική ύλη για την παραγωγή ενέργειας προώθησης. Από την εξαϋλωση παράγονται τεράστια ποσά ενέργειας, με τη μορφή ενεργητικών, ασταθών, φορτισμένων και αφόρτιστων σωματιδίων (κυρίως πιονίων, π). Σε αυτό το σημείο θα πρέπει να εξηγήσουμε γιατί οι αντιδράσεις πρωτονίου – αντιπρωτονίου είναι αυτές που μελετώνται για προωθητικούς σκοπούς και όχι οι αντιδράσεις ηλεκτρονίων – ποζιτρονίων. Οι αντιδράσεις αυτές είναι για τα δύο ζεύγη

$$e^- + e^+ \rightarrow 2\gamma \text{ (511MeV)}$$

$$p^+ + p^- \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 2\pi^0 \rightarrow 2\gamma \\ 1.5\pi^+ \rightarrow 1.5(\mu^+ + \nu_\mu) \Rightarrow \mu^+ \rightarrow e^+ + \bar{\nu}_\mu + \nu_e \\ 1.5\pi^- \rightarrow 1.5(\mu^- + \bar{\nu}_\mu) \Rightarrow \mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_\mu + \nu_e \end{array} \right\} \Rightarrow e^- + e^+ + \text{neutinos} \rightarrow \gamma + \gamma + \text{neutrinos}$$

Βλέπουμε ότι από την πρώτη αντίδραση τα παράγωγα είναι ακτίνες γ, που είναι πολύ δύσκολο να αξιοποιηθούν στην προώθηση ενός διαστημικού σκάφους. Εξάλλου, εξαιτίας της ισοτροπικής εκπομπής τους και της μεγάλης διεισδυτικότητάς τους θα πρέπει το σκάφος να έχει την κατάλληλη θωράκιση για την προστασία των πιθανών έμβιων όντων μέσα σε αυτό. Στη δεύτερη αντίδραση όμως, τα παράγωγα είναι φορτισμένα και ουδέτερα σωματίδια, που σημαίνει ότι μπορούν μέσω κατάλληλων Η/Μ πεδίων να οδηγηθούν. Πιο συγκεκριμένα, τα φορτισμένα πιόνια (π^+ , π^-) έχουν χρόνο ημισείας ζωής 70 nsec και διασπώνται σε μόνια (μ^\pm) και νετρίνο (ν). Τα φορτισμένα μόνια είχαν χαρακτηριστεί όταν είχαν πρωτοανακαλυφθεί, ως ‘βαριά’ ηλεκτρόνια και έχουν μάζα ηρεμίας ίση με 105.7 MeV, ενώ τα νετρίνο είναι ουσιαστικά άμαζα (στην πραγματικότητα έχουν μάζα, αλλά για το πρόβλημα της διαστημικής προώθησης είναι αμελητέα). Τα μόνια διασπώνται σε ηλεκτρόνια, ποζιτρόνια και νετρίνο. Ο χρόνος ημισείας ζωής ενός μυνίου είναι 6 μsec. Τα ηλεκτρόνια και τα ποζιτρόνια που παράγονται από τη διάσπαση των μυνίων, αναπόφευκτα θα αλληλεπιδράσουν προς την παραγωγή ακτίνων γ, σύμφωνα με την πρώτη αντίδραση. Τα ουδέτερα πιόνια (π^0) έχουν χρόνο ημισείας ζωής $84 \cdot 10^{-18}$ sec και διασπώνται σε δύο ακτίνες γ των 200 MeV η κάθε μία, όπου όπως είδαμε είναι μη αξιοποιήσιμες για προωθητικούς σκοπούς.

Η μέγιστη ενέργεια που εκλύεται ανά μονάδα μάζας για τα αντιδρώντα, ή η πυκνότητα ενέργειας, είναι $9 \cdot 10^{16} \frac{J}{kg}$. Αυτή όπως είδαμε είναι και η μέγιστη πυκνότητα ενέργειας που μπορεί να επιτευχθεί σε μία αντίδραση και αντιστοιχεί στην πλήρη μετατροπή της μάζας των αντιδρώντων σε ενέργεια. Από τη στιγμή όμως που τα προϊόντα δεν είναι άμαζα (π^\pm, π^0), η πυκνότητα ενέργειας της δεύτερης αντίδρασης είναι μικρότερη από τη μέγιστη. Συγκεκριμένα, προκύπτει ότι είναι $1,8 \cdot 10^{16} \frac{J}{kg}$, και εξακολουθεί να είναι αρκετές τάξεις μεγαλύτερη από τις άλλες αντιδράσεις προώθησης. Από τα προϊόντα της δεύτερης αντίδρασης τα ουδέτερα

πίονια όπως και η H/M ακτινοβολία είναι ανεπηρέαστα στις οποιοδήποτε H/M κατευθυντικές διατάξεις των σωματιδίων, ενώ αντίθετα τα φορτισμένα πόνια μπορούν να παγιδευτούν και να κατευθυνθούν από μαγνητικά πεδία σε ένα προωθητικό μέσο (όπως το υδρογόνο) στο οποίο και θα αποδώσουν την ενέργειά τους. Το μέσο αυτό είναι που θα προσδώσει ώθηση στο σκάφος.

Για τις απαιτήσεις μίας διαστημική αποστολής θα απαιτούνταν μερικά mggrams (10^{21} αντιπρωτόνια) αντιύλης για μία απλή μεταφορά φορτίου (payload) στο διάστημα, ενώ για τις απαιτήσεις διαστρικών ταξιδιών η ποσότητα ανέρχεται σε μερικές δεκάδες kgrams (10^{28} αντιπρωτόνια). Με τις παρούσες τεχνικές οι υψηλότεροι ρυθμοί παραγωγής αντιπρωτονίων είναι μερικά ngrams (10^{15} αντιπρωτόνια) ανά χρόνο, ενώ αναμένονται να τεθούν σε εφαρμογή διάφορες αναβαθμίσεις στο CERN για να μπορέσει να αυξηθεί η παραγωγή κατά ένα παράγοντα 10 – 100. Επιπλέον, λόγω της μικρής απόδοσης στην αποθήκευση των αντιπρωτονίων στους επιταχυντές (με τη χρήση Penning Traps στις οποίες μπορούν να αποθηκευτούν 10^{10} αντιπρωτόνια ανά κυβικό εκατοστό), η ιδέα μίας διαστημικής αποστολής με τη χρήση αντιύλης στο άμεσο μέλλον, χάνει συνεχώς έδαφος. Όσο αφορά την αποθήκευση των αντιπρωτονίων, έχουν προταθεί διάφορες εξωτικές ιδέες, όπως αποθήκευση παγωμένου αντιδρογόνου σε μαγνητική παγίδα (το στερεό αντιδρογόνο συμπεριφέρεται ως διαμαγνητικό υλικό, επομένως μπορεί να συγκρατηθεί από ένα μαγνητικό πεδίο), και αποθήκευση μεμονωμένων αντιπρωτονίων σε ημισταθή σημεία του πλέγματος κρυστάλλων στερεάς κατάστασης. Αυτές οι ιδέες όμως δεν έχουν επιβεβαιωθεί πειραματικά και παραμένουν στη θεωρία. [40,41]

Τύποι συστημάτων προώθησης με αντιύλη

Μέχρι στιγμής έχουν προταθεί τέσσερις τύποι συστημάτων προώθησης με αντιύλη. Αυτοί είναι κατά σειρά αυξανόμενης ειδικής ώθησης (specific impulse).

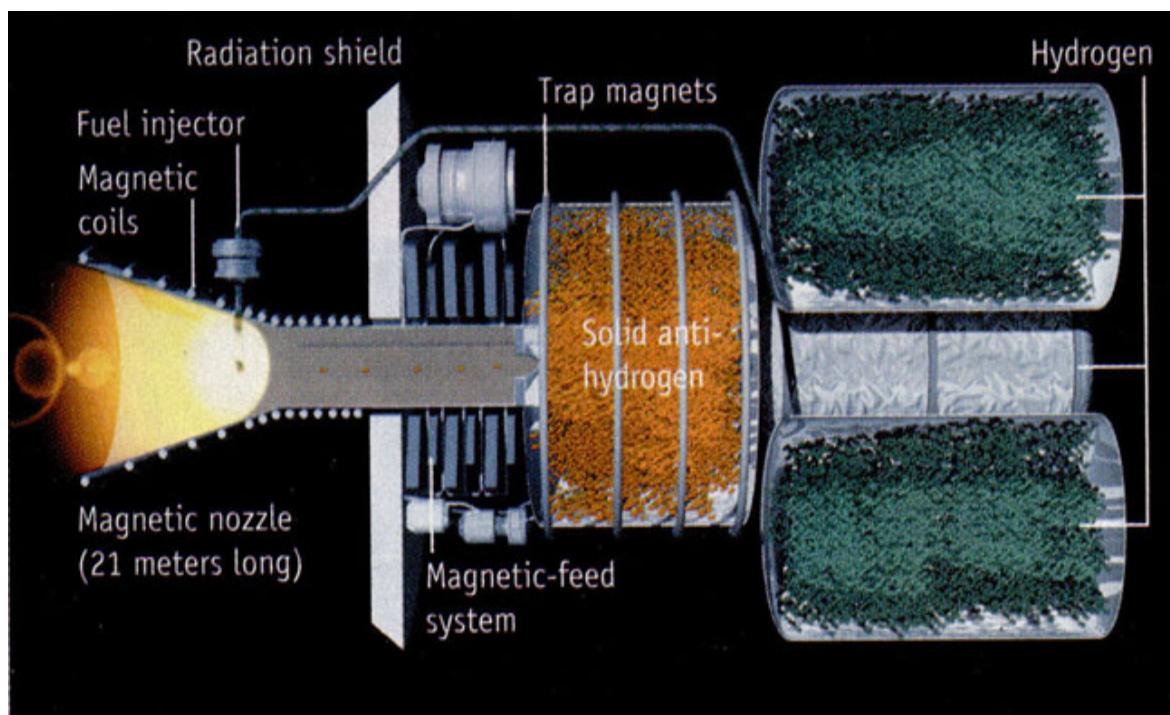
- i) Στερεού πυρήνα (solid core) στον οποίο η εξαύλωση γίνεται μέσα σε ένα εναλλάκτη θερμότητας στερεού πυρήνα, ενώ η θερμότητα που απάγεται από το προϊόντα σωματίδια, θερμαίνει αέριο υδρογόνο το οποίο αποβάλλεται μέσω ενός κλασσικού ακροφυσίου. Η ειδική ώθηση είναι 1000 sec.
- ii) Αέριου πυρήνα (gas core) στον οποίο η εξαύλωση συμβαίνει μέσα στο αέριο υδρογόνο. Τα φορτισμένα πόνια ελέγχονται μέσω μαγνητικών πεδίων και θερμαίνουν το υδρογόνο το οποίο πάλι αποβάλλεται μέσω ακροφυσίου. Η ειδική ώθηση είναι 2500secs
- iii) Πυρήνα πλάσματος (plasma core) στον οποίο η εξαύλωση μεγαλύτερων ποσοτήτων αντιύλης απαιτείται για τη δημιουργία ενός θερμού πλάσματος, το οποίο οδηγείται μέσω μαγνητικών πεδίων προς ένα ακροφύσιο για την παράγωγή ώσης. Η ειδική ώθηση ανέρχεται σε 5000 με 10000 sec
- iv) Πυρήνας δέσμης (beam core) στον οποίο μία προς μία εξαύλωση λαμβάνει χώρα, ενώ μαγνητικά πεδία εστιάζουν τα παραγόμενα πόνια, τα οποία χρησιμοποιούνται ως το προωθητικό μέσο διαμέσου ενός μαγνητικού ακροφυσίου. Αυτός ο τύπος έχει το πλεονέκτημα της μη μεταφοράς υδρογόνου ως προωθητικό μέσο. Η ειδική ώση είναι 10^6 sec.

Η ειδική ώση είναι μία ποσότητα που χρησιμοποιείται για τον προσδιορισμό της απόδοσης του προωθητικού υλικού ενός πυραυλικού συστήματος, και είναι ουσιαστικά η ταχύτητα των καυσαερίων προς την σταθερά c. Η ειδική ώση μετριέται σε δευτερόλεπτα, και η φυσική της ερμηνεία είναι ο αριθμός των δευτερολέπτων που χρειάζεται μία μηχανή

πυραύλου για αποδώσει ένα κιλό ώθησης από ένα κιλό καυσίμου. Για παράδειγμα, ειδική ώση ίση με 10^6

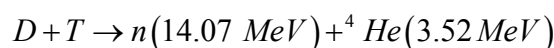
παρέχει στο σκάφος, 10^6 κιλά ώθησης για κάθε κιλό καυσίμου που καταναλώνεται σε ένα sec. Όσο υψηλότερη η ειδική ώση, τόσο λιγότερα καύσιμα απαιτούνται για την παραγωγή της ίδιας ώθησης.

Στο παρακάτω σχήμα φαίνονται ο τελευταίος τύπος των συστημάτων προώθησης με αντιύλη, στον οποίο η αντιύλη είναι με τη μορφή του στερεού αντιυδρογόνου. Ο λόγος για τον οποίο το ακροφύσιο έχει μήκος 21 μέτρα, είναι διότι στο χρόνο ημισείας ζωής τους τα πιόνια διανύουν αυτή την απόσταση (δεδομένου ότι κινούνται σχετικιστικά - $d_{\piονίου} = c \cdot \tau_{\piονίου} = 21 \text{ μέτρα}$). Αν πάλι για την προώθηση εκμεταλλευόμασταν τα προϊόντα της διάσπασης των πιονίων (μύονια) θα έπρεπε το μήκος του ακροφυσίου να είναι 1,8 km ($d_{\muονίου} = c \cdot \tau_{\muονίου} = 1,8 \text{ km}$). Για αυτό και οποιαδήποτε διαστημική συσκευή θα κινείται στο μέλλον αποκλειστικά με αντιύλη, θα πρέπει να έχει ακροφύσια μήκους είτε 21 μέτρα, είτε 1.8 km, εκτός και αν φυσικά ανακαλυφθεί κάποιος διαφορετικός μηχανισμός προώθησης με αντιύλη.



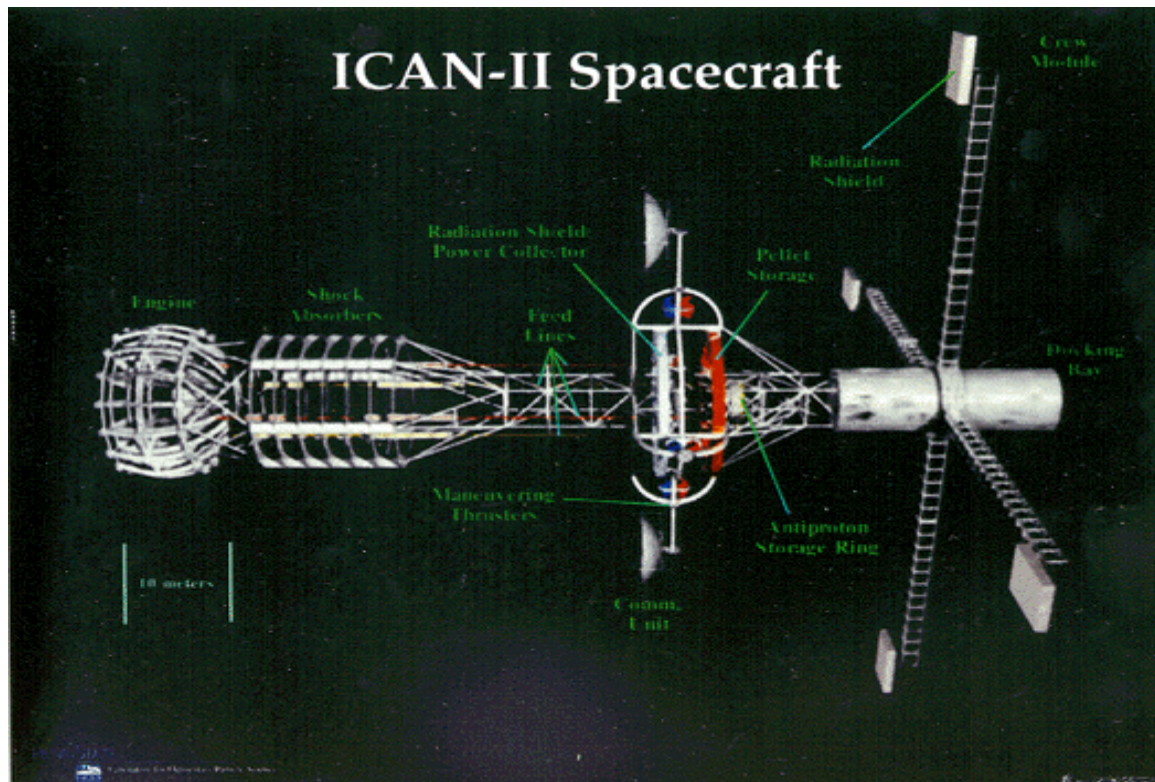
Εικόνα 4 : Καλλιτεχνική αναπαράσταση ενός πυραυλοκινητήρα με προώθηση προερχόμενη αποκλειστικά από την εξαύλωση ατόμων υδρογόνου με αντιυδρογόνο (beam core)

Ένα άλλο σύστημα που έχει προταθεί είναι η υβριδική προώθηση από μικροεκρήξεις σχάσης/σύντηξης επαγόμενες από αντιύλη (Antimatter-Catalyzed Micro Fission/Fusion - AMCF) [42]. Σε αυτό το μηχανισμό, αντιπρωτόνια χρησιμοποιούνται για την πρόκληση αντιδράσεων σχάσης σε ένα στόχο, οι οποίες με τη σειρά τους, προκαλούν αντιδράσεις σύντηξης (περίπου όπως και στη βόμβα υδρογόνου). Αυτός ο τύπος προώθησης με αντιύλη είναι ιδιαίτερα ελκυστικός διότι απαιτούνται αρκετά μικρότερες ποσότητες αντιύλης για τη σχάση των στόχων. Σε αυτό το σύστημα, μία ριπή χρονικής διάρκειας 2 nsec, $10^8 - 10^{11}$ αντιπρωτονίων ενέργειας 1,2 MeV προσκρούει σε ένα στόχο σχάσιμου ουρανίου και συντήξιμου D-T (δευτέριο - τρίτιο). Η πρόσκρουση συμβαίνει αφού ο στόχος συμπιεστεί από δέσμες λέιζερ και κατά τη στιγμή της μέγιστης συμπίεσης. Η σχάση που προέρχεται από την πρόσκρουση των αντιπρωτονίων έχει απόδοση 16 νετρονίων τα οποία θα προκαλέσουν τη σύντηξη του D-T. Συγκριτικά, η σχάση ουρανίου U^{235} στους επίγειους πυρηνικούς αντιδραστήρες έχει απόδοση 2 – 3 νετρονίων. Τα νετρόνια αυτά θα μεταφέρουν την ενέργεια τους στους πυρήνες D-T, οι οποίοι με τη σειρά τους θα συντακούν μέσω της παρακάτω αντίδρασης



Από την παραπάνω αντίδραση θα δημιουργηθεί ένα κρουστικό μέτωπο πλάσματος, το οποίο είναι αυτό που θα προσδώσει την ώθηση στο σκάφος. Σε αντίθεση με τους προαναφερθέντες τύπους προώθησης με αντιύλη, στους οποίους η προώθηση προέρχεται εξολοκλήρου από την εξαύλωση της αντιύλης, απαιτώντας συνεπώς ιδιαίτερα μεγάλες ποσότητες αντιύλης, ο συγκεκριμένος υβριδικός τύπος χρησιμοποιεί ποσότητες που είναι ικανές να παραχθούν με τη σημερινή τεχνολογία. Μία διαστημική αποστολή, βασισμένη σε αυτό το προωθητικό σύστημα θα χρειαζόταν 100 με 130 μέρες για να ταξιδέψει στον Άρη μετ' επιστροφής, 1,5 χρόνια για το Δία, ενώ ένα ταξίδι στον Πλούτωνα θα διαρκούσε 3 χρόνια. Συγκριτικά, ένα μία αποστολή στον Άρη διαρκεί περίπου ένα χρόνο χωρίς επιστροφή, με τα σημερινά προωθητικά συστήματα. Ένα τέτοιο προωθητικό σύστημα είναι ήδη υπό μελέτη από μία

ομάδα επιστημόνων στο Pennsylvania State University (USA) και φαίνεται στην επόμενη καλλιτεχνική αναπαράσταση.



Εικόνα 5 : Καλλιτεχνική απεικόνιση ενός υβριδικού συστήματος προώθησης AMCF

Το επόμενο βήμα

Σε όλα τα συστήματα που περιγράψαμε, υπάρχει ένα ενδογενές μειονέκτημα. Θα πρέπει το προωθητικό υλικό (είτε είναι υδρογόνο, είτε το συντήξιμο D-T, είτε η ίδια η αντιύλη) να μεταφέρεται μαζί με το σκάφος και το ωφέλιμο φορτίο του. Ωστόσο, στην παρούσα εργασία τονίζεται ένα πολύ σημαντικό επιστημονικό γεγονός. Ότι αντιύλη μπορεί να παραχθεί και με άλλους τρόπους και μάλιστα πιο εξωτικούς, από ότι παράγεται στους μεγάλους επιταχυντές. Αντιύλη μπορεί να παραχθεί από το ‘μηδέν’. Και λέγοντας ‘μηδέν’ εννοούμε προφανώς το κβαντικό σύστημα του κενού, το οποίο όπως είδαμε ‘ταλαντώνεται’ (τα εν δυνάμει σωματίδια που δημιουργούνται και εξαφανίζονται σχεδόν ταυτόχρονα). Από τις ταλαντώσεις αυτές, μέσω του κατάλληλου ηλεκτρικού πεδίου, τα εν δυνάμει σωματίδια μετατρέπονται σε πραγματικά. Η πρώτη πειραματική απόδειξη αυτού αποτελεί το πείραμα E-144.

Κάνοντας την αισιόδοξη παραδοχή, ότι στο μέλλον θα έχουν κατασκευαστεί συστήματα λείζερ τα οποία θα μπορούν να προσεγγίσουν το κρίσιμο πεδίο για την παραγωγή αντιπρωτονίων, καθώς και ότι οι διαστάσεις τέτοιων συστημάτων δε θα ξεπερνούν τον περιορισμένο χώρο ενός διαστημικού οχήματος, θα μπορούσαμε να παράγουμε το προωθητικό υλικό κατά τη διάρκεια του διαστημικού ταξιδιού, παρά να το μεταφέρουμε μαζί μας. Είναι προφανές ότι κάτι τέτοιο θα σηματοδοτούσε μία πραγματική επανάσταση στο χώρο της διαστημικής εξερεύνησης.

Συστήματα προώθησης που δε θα χρειάζεται να μεταφέρουν το προωθητικό υλικό, αλλά θα το παράγουν επιτόπου (in-situ propellant production), έχουν προταθεί εδώ και πολύ καιρό. Ως προωθητικό υλικό, χρησιμοποιείται κυρίως η μεσοδιαστημική ύλη (πρωτόνια τα οποία συλλέγονται από ένα συλλέκτη του Bussard). Αυτή όμως η μέθοδος προώθησης, απέχει μακράν σε απόδοση από την προώθηση με αντιύλη. Βέβαια, τίθεται το εύλογο ερώτημα από πού θα παίρνει ενέργεια το λείζερ για να λειτουργήσει, διότι τουλάχιστον με τα σημερινά δεδομένα, για να προσεγγιστούν τέτοιες εντάσεις πεδίων, η κατανάλωση σε ενέργεια είναι πολύ μεγάλη. Αυτομάτως λοιπόν, θα πρέπει κοντά στο λείζερ να υπάρχει ήδη μία

πηγή ενέργειας, η οποία και θα το τροφοδοτεί. Αν και ζητήματα όπως αυτό παραμένουν ένα τεχνολογικό εμπόδιο, εντούτοις το πείραμα E-144 έδειξε ότι από την αλληλεπίδραση H/M ακτινοβολίας με το κβαντικό σύστημα του κενού παράγεται αντιύλη. Επομένως, από τη στιγμή που αποδείχθηκε ότι το φυσικό μοντέλο ισχύει, μένει μέσω της τεχνολογίας να επιτευχθεί και ο τελικός στόχος της διαστημικής εξερεύνησης.

Συμπεράσματα

Στην παρούσα εργασία, μελετήσαμε το φυσικό φαινόμενο της δημιουργίας ύλης - αντιύλης από την αλληλεπίδραση ενός H/M πεδίου με το κενό. Η πρώτη πειραματική επαλήθευση αυτού του φαινομένου είναι εδώ και λίγα χρόνια γεγονός. Είδαμε ότι χρησιμοποιώντας το μοντέλο που περιγράφει το κβαντικό σύστημα του κενού σε συντονισμό με το εφαρμοζόμενο H/M πεδίο, είναι αρκετές τάξεις πιο αποδοτικό όσο αφορά την παραγωγή ηλεκτρονίων – ποζιτρονίων. Επίσης, στηριζόμενοι στα ήδη υπάρχοντα μοντέλα που περιγράφουν τη δημιουργία ζευγών ύλης – αντιύλης από το κενό, προτείναμε δύο νέες πειραματικές ιδέες για την αποδοτικότερη παραγωγή ποζιτρονίων. Με τους προτεινόμενους ρυθμούς παραγωγής αντιύλης, μπορούμε πλέον να αναπαράγουμε στο εργαστήριο συνθήκες οι οποίες βρίσκονται μόνο σε μακρινά αστροφυσικά αντικείμενα (μαύρες τρύπες, κέντρα γαλαξιών) και συνεπώς μπορούμε να μελετήσουμε τη συμπεριφορά της φύσης σε ιδιαίτερα εξωτικές συνθήκες. Εκτός αυτού όμως, που ονομάζεται βασική έρευνα, η αρκούντως μεγάλη παραγωγή αντιύλης μπορεί να ανοίξει το δρόμο στον άνθρωπο για την εξερεύνηση του διαστήματος σε μεγάλη κλίμακα. Επομένως, το όνειρο του ανθρώπου για εποικισμό άλλων κόσμων μπορεί να γίνει πραγματικότητα.

Παράρτημα Α

Υπολογισμός της χαρακτηριστικής διάστασης της διδύμου

γενέσεως ηλεκτρονίων - ποζιτρονίων

Η παραγωγή σωματιδίων από το κενό, μπορεί να ερμηνευθεί ως εξής : από ένα σημείο του κενού χώρου, δημιουργείται ένα ζεύγος ύλης – αντιύλης το οποίο σχεδόν ταυτόχρονα εξαϋλώνεται με την παραγωγή δύο φωτονίων, τα οποία με τη σειρά τους θα λειτουργήσουν ως διαταραχή σε ένα γειτονικό σημείο του κενού χώρου για να παραχθεί ένα ακόμα ζεύγος και να εξαϋλωθεί, με τα παραγόμενα φωτόνια να προκαλούν το ίδιο φαινόμενο σε ένα άλλο γειτονικό σημείο του κενού χώρου κ.ο.κ.. Τα σωματίδια και τα φωτόνια αυτά χαρακτηρίζονται ως εν δυνάμει (virtual), διότι δεν μπορούμε να τα παρατηρήσουμε.

Η θεμελιώδης Αρχή της Απροσδιοριστίας, $\Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$, θα μας βοηθήσει για να βρούμε σε πόσο χρόνο συμβαίνουν αυτές οι διαδικασίες και αντίστοιχα ποιες είναι οι χωρικές διαστάσεις τους. Αν από την παραπάνω ανισοσύνη δεχθούμε την ισότητα (που αντιστοιχεί σε ταχύτητες των σωματιδίων πολύ κοντά στην ταχύτητα του φωτός), τότε, για την περίπτωση των ηλεκτρονίων (e^-) και των ποζιτρονίων (e^+), το ενεργειακό χάσμα είναι $\Delta E \sim 1MeV$ ($1MeV = 6.25 \cdot 10^{-12} \text{ Joule}$), και προκύπτει $\Delta t \sim 1.28 \cdot 10^{-21} \text{ sec}$. Το διάστημα που θα διανύσουν τα ηλεκτρόνια και τα ποζιτρόνια είναι $c \cdot \Delta t = 386 \cdot 10^{-15} \text{ m}$. Το μήκος αυτό είναι το μήκος Compton των ηλεκτρονίων $\lambda_{Compton} = \frac{\hbar}{mc} = 386 \cdot 10^{-15} \text{ m}$. Επομένως, βλέπουμε ότι το ζεύγος από τη στιγμή που θα δημιουργηθεί μέχρι τη στιγμή που τα δύο σωματίδια θα έρθουν σε επαφή και θα εξαϋλωθούν, θα ζήσει μέσα σε ένα χωρικό διάστημα ίσο με ένα μήκος Compton. Κατά τη διάρκεια ύπαρξης του ζεύγους, για να μπορέσουμε αυτά τα εν δυνάμει σωματίδια να τα μετατρέψουμε σε πραγματικά, θα πρέπει

να τους προσδώσουμε ενέργεια ίση ή μεγαλύτερη από την ενέργεια σύνδεσης που είναι $\mathcal{E}_{\text{σύνδεσης}} = 2mc^2 = 1.022\text{MeV}$.

Εφαρμόζοντας ένα ηλεκτρικό πεδίο στο σύστημα των εν δυνάμει σωματιδίων, θα ασκηθούν στα δυο σωματίδια αντίθετου φορτίου, ίσες και αντίθετες δυνάμεις ηλεκτρικής φύσης (το ότι πρέπει να εφαρμόσουμε δυνάμεις ηλεκτρικής φύσης είναι και όχι μαγνητικής φαίνεται και από τις συνθήκες που θα πρέπει να πληροί ένα H/M πεδίο, που καθορίστηκαν από τον Schwinger [12]). Το έργο της κάθε δύναμης σε ένα μήκος Compton θα πρέπει να είναι ίσο ή μεγαλύτερο από την ενέργεια σύνδεσης $2mc^2$. Καταλήγουμε λοιπόν στη σχέση

$$eE_{\text{critical}}\lambda_{\text{Compton}} = 2mc^2 \rightarrow E_{\text{critical}} = \frac{2mc^2}{e\lambda_{\text{Compton}}} = \frac{2mc^2}{e\frac{\hbar}{mc}} = 1.3 \cdot 10^{18} \text{ Volt/m}$$

που δίνει και το κρίσιμο πεδίο για την παραγωγή ζευγών ηλεκτρονίων – ποζιτρονίων. Είναι προφανές, ότι για παραγωγή διαφορετικών σωματιδίων – αντισωματιδίων, το κρίσιμο ηλεκτρικό πεδίο είναι διαφορετικό, καθώς μεταβάλλεται το $\Delta\mathcal{E}$, και συνεπώς και το $c\cdot\Delta t$. Για καθαρά βιβλιογραφικούς λόγους, το κρίσιμο αυτό πεδίο αναφέρεται και ως πεδίο του Schwinger.

Παράρτημα Β΄

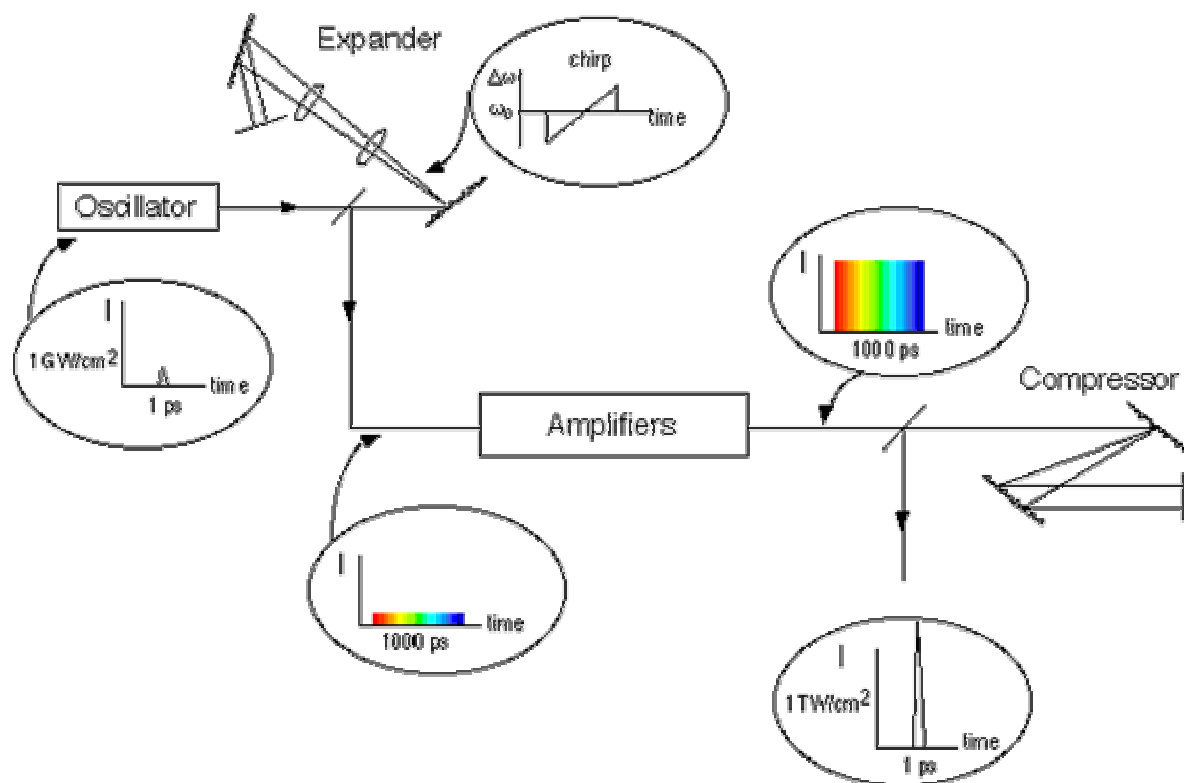
Τεχνική Επίτευξης Υπέρ-Βραχέων Παλμών, Υψηλής Ισχύος - Chirped Pulse Amplification

Ένας σοβαρός περιορισμός της ενίσχυσης της ενέργειας ενός παλμού λέιζερ, είναι το όριο καταστροφής του ενισχυτή ενός συστήματος λέιζερ, και συγκεκριμένα η ισχυρά μη γραμμική φύση του δείκτη διάθλασης, λόγω της οποίας εμφανίζονται μη γραμμικά φαινόμενα (αυτοεστίαση) τα οποία καταστρέφουν το μέσο του ενισχυτή. Για την αποφυγή της καταστροφής του ενισχυτή, επινοήθηκε η τεχνική Chirped Pulse Amplification (CPA) [34]. Ένας βραχύς παλμός επεκτείνεται πρώτα στο χρόνο μέσω ενός κατάλληλου οπτικού συστήματος (οπτικές ίνες, φράγματα περίθλασης κ.τ.λ.), έτσι ώστε να δημιουργηθεί ένας παλμός με ευρύ φασματικό περιεχόμενο ($\Delta t \sim \frac{1}{\Delta \nu}$). Αυτό

μειώνει τη μέγιστη ένταση του παλμού, καθώς μειώνεται η ισχύς του ($P = \frac{\mathcal{E}}{\Delta t}$ - για σταθερό \mathcal{E} αυξάνουμε το Δt). Στη συνέχεια, ο διευρυμένος χρονικά παλμός διέρχεται μέσα από τον ενισχυτή, και αυξάνεται η ολική ενέργεια του παλμού. Στην έξοδο του οπτικού συστήματος, ένα ακόμη οπτικό σύστημα, εξασφαλίζει τη χρονική συμπίεση του παλμού, παράγοντας έτσι ένα παλμό αυξημένης ενέργειας από τον αρχικό, αλλά παράλληλα και μειωμένης χρονικής διάρκειας. Εστιάζοντας τέτοιους παλμούς, μπορούν πλέον να επιτευχθούν εντάσεις από τυπικά εργαστηριακά συστήματα λέιζερ, της τάξης των $10^{22} - 10^{23} \text{ W/m}^2$.

Το πρώτο λέιζερ που κατασκευάστηκε, βασιζόμενο στην αρχή ενίσχυσης CPA, χρησιμοποιούσε ένα κρύσταλλο Νεοδυμίου (Nd) ως το μέσο ενίσχυσης. Το συχνотικό εύρος του Nd, επιτρέπει την δημιουργία παλμών 500 fs – 2sec. Λόγω της σχετικά μεγάλης χρονικής διάρκειας των παλμών απαιτούνται σχετικά υψηλές ενέργειες για την παραγωγή παλμών πολύ υψηλών εντάσεων, ενώ ο ρυθμός επανάληψης (repetition rate) δεν ξεπερνάει τον ένα παλμό ανά λεπτό. Ένα τυπικό λέιζερ που λειτουργεί με αυτή την τεχνική, χρησιμοποιεί έναν αρχικό παλμό με διάρκεια 1 psec και ενέργεια

1nJoule. Ο παλμός αυτός μεγαλώνει στα 1000 psec, μέσα από φράγματα περίθλασης, και μέσα από κατάλληλα συστήματα οπτικής ενίσχυσης, αποκτάει ενέργεια ίση με 1 Joule. Ο ενισχυμένος παλμός διέρχεται από παρόμοια με τα αρχικά φράγματα περίθλασης και η χρονική του διάρκεια από τα 1000 psec μειώνεται πίσω στα 2 psec. Με αυτό τον τρόπο, η τελική ισχύς είναι της τάξης του TeraWatt ($\text{TW} = 10^{12} \text{ Watt}$). Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται η τεχνική CPA.



Η τεχνική Chirped Pulse Amplification : Ο αρχικός παλμός ενός λέιζερ ‘ανοίγει’ στο χρόνο μέσω κατάλληλων οπτικών διατάξεων. Στη συνέχεια ενισχύεται και ξανασυμπιέζεται από την ίδια οπτική διάταξη. Το τελικό αποτέλεσμα είναι ένας παλμός ίδιας χρονικής διάρκειας αλλά μεγαλύτερης ενέργειας, και συνεπώς μεγαλύτερης ισχύς.

Η τεχνική CPA είναι πλέον μία ευρέως χρησιμοποιούμενη τεχνική για την επίτευξη στενών χρονικά παλμών, ενώ κορυφαία εργαστήρια στον κόσμο, όπως το Rutherford Appleton Laboratory στη Βρετανία, το CEA-Limeil στη Γαλλία, το Max Born Institute στη Γερμανία, το Institute of Laser Engineering στην Ιαπωνία, κ.α., χρησιμοποιούν αυτή την τεχνική για την παραγωγή παλμών λέιζερ υπέρ – υψηλής μέγιστης έντασης (ultra high intensity laser pulses).

Βιβλιογραφία

1. W. Greiner, B. Muller, J. Rafelski, ‘Quantum Electrodynamics of Strong Fields’, Springer – Verlag, Berlin
2. ‘Magnetic Birefringence of the Vacuum : the PVLAS Experiment’, Frontier tests of QED and Physics of the Vacuum. a cura di E. Zavattini, D. Bakalov, C. Rizzo (Heron Press, Sofia, 1998) p. 59 ;
3. E. Iacopini, E. Zavattini, Phys. Lett. **85B**, 151 (1979)
4. K.A. Holcomb and T. Tajima, Phys. Rev. D, **40**, 3809 (1989)
5. V.I. Berezhniani and S.M. Mahajan, Phys. Rev. E, **52**, 1968 (1995)
6. R. E. Brown, J. B. Camp, and T. W. Darling, Nucl. Instrum. Methods, B 56/57, 480 (1991)
7. D.W. Gidley, D.N. McKinsey and P.W. Zitzewitz, J. Appl. Phys., **78**, 1406 (1995)
8. O. Klein, Z. Phys., **53**, 157 (1929)
9. F. Sauter, Z. Phys. **69**, 742 (1931)
10. F. Hund, Z. Phys. **40**, 742 (1941)
11. W. Heisenberg, H. Euler, Z. Phys. **98**, 718 (1936)
12. J. W. Schwinger, Phys. Rev., **82**, 664 (1951)
13. V.S. Popov, Sov. J. Nucl. Phys., Vol. **19**, Issue 5 (1974)
14. A.M. Perelomov, V.S. Popov and M.V. Terent’ev, Zh. Eksperim. i Teor. Fiz. **50**, 844 (1966); **51**, 309 (1966) [Soviet Phys. JETP, **23**, 924 (1966); **24**, 207 (1967)]
15. E. Brezin and C. Itzykson, Phys. Rev. D, **2**, 1191 (1970)
16. G.J. Troup and H.S. Perlman, Phys. Rev. D, **6**, 2299 (1972)
17. J. Toll, thesis, Princeton University (1952)
18. R.C. Wang and C.Y. Wong, Phys. Rev. D, **38**, 348 (1988)
19. L. Sriramkumar and T. Padmanabhan, Phys. Rev. D, **54**, 7599 (1996)
20. H. K. Avetissian et. al., Phys. Rev. E, **66**, 016502 (2002)
21. A. Ringwald, Phys. Let. B, **510**, 107 (2001)
22. V.S. Popov, Phys. Let. A, **298**, 83 (2002)
23. D.L. Burke et. al., Phys. Rev. Let., **79**, 1626 (1997)
24. G. Breit and J.A. Wheeler, Phys. Rev. **46**, 1087 (1934)

25. A.I. Nikishov and V.I. Ritus, Sov. Phys. JETP, **19**, 529 (1964) ; **19**, 1191 (1964) ; **20**, 757 (1965) ; **25**, 1135 (1967)
26. N.B. Narozhny et al., Sov. Phys. JETP **20**, 622 (1965).
27. P.A. Franken et al., Phys. Rev. Lett., **7**, 118 (1961)
28. ‘The Principles of Nonlinear Optics’, Y.R. Shen, Wiley – Interscience (1984)
29. R. Karplus and M. Neuman, Phys. Rev., **80**, 380 (1950); **83**, 776 (1951)
30. N.B. Delone and V.P. Krainov, ‘Atoms in Strong Light Fields’, Springer – Verlag, Berlin
31. P. Chen and C. Lambropoulos, ‘Multiphoton Ionization of Atoms’
32. Σ. Τραχανάς, ‘Κβαντομηχανική ΙΙΙ’, Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης
33. M. Protopappas, C.H. Keitel and P.L. Knight, Rep. Prog. Phys. **60** (1997) 389–486.
34. Strickland D. and Mourou G., 1985, *Opt. Commun.*, **56**, 219
35. Science of High – Energy Lasers : From Today to the NIF – R. Lee, R. Petrasso, R. Falcone
36. N.A. Papadogiannis, B. Witzel, C. Kalpouzos, D. Charalambidis, Phys. Rev. Lett., **83**, 4289 (1999)
37. M. Abramowitz and I.A. Stegun, ‘Handbook of Mathematical Functions’, Dover Publications, Inc., New York
38. A.C. Melissinos, ‘The Spontaneous Breakdown of the Vacuum’, Workshop on Quantum Aspects of Beam Physics.
39. http://science.nasa.gov/newhome/headlines/prop12apr99_1.htm
40. G. Genta, ‘Propulsion for Interstellar Space Exploration’
41. C. d’Andrea, ‘Advanced Concepts in Space Propulsion’
42. P.B. McMahon, ‘Antimatter Initiated Microfission/fusion (AIM) Space Propulsion’