



**ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ**

**ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ & ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ  
ΤΟΜΕΑΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ**

**ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΠΟΙΗΣΗ ΕΠΙΦΑΝΕΙΩΝ ΜΕ ΧΡΗΣΗ ΤΗΣ ΤΕΧΝΙΚΗΣ  
ΕΛΕΥΘΕΡΗΣ ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΗΣ (FFD) ΚΑΙ ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΣΕ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ  
ΒΕΛΤΙΣΤΗΣ ΑΕΡΟΔΥΝΑΜΙΚΗΣ ΣΧΕΔΙΑΣΗΣ**

Εργασία που υπεβλήθη για την μερική ικανοποίηση των απαιτήσεων για την απόκτηση  
Μεταπτυχιακού Διπλώματος Ειδίκευσης

υπό

**ΕΛΕΥΘΕΡΙΟ Ι. ΑΜΟΙΡΑΛΗ**

**Χανιά 2005**

© Copyright υπό Ελευθέριο Ι. Αμοιραλή

Έτος: 2005

Η εργασία του Αμοιραλή Ι. Ελευθερίου, εγκρίνεται από τους Ιωάννη Νικολό (επιβλέπων), Γεωργιάκη Παύλο και Τσουρβελούδη Νικόλαο.

1) Δρ. Ιωάννης Κ. Νικολός

2) Δρ. Παύλος Γεωργιάκης

3) Δρ. Νικόλαος Τσουρβελούδης

Ο Ελευθέριος Ι. Αμοιραλής γεννήθηκε στην Αθήνα το 1980. Έχει δίπλωμα Μηχανικού Παραγωγής και Διοίκησης από το Πολυτεχνείο Κρήτης με βαθμό 7.70 και 9<sup>ος</sup> σε σειρά αποφοίτησης, ενώ ολοκληρώνει το Μεταπτυχιακό Πρόγραμμα Ειδίκευσης στα «Συστήματα Παραγωγής» του τμήματος Μηχανικών Παραγωγής και Διοίκησης του Πολυτεχνείου Κρήτης. Ο τομέας έρευνάς του είναι η βέλτιστη αεροδυναμική σχεδίαση.

## **ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ**

Με το πέρας της παρούσας ερευνητικής μεταπτυχιακής διατριβής και ουσιαστικά την ολοκλήρωση του Μεταπτυχιακού Διπλώματος Ειδίκευσης αισθάνομαι την ανάγκη να ευχαριστήσω για δεύτερη συνεχόμενη χρονιά τον επιβλέποντα Λέκτορα *Ιωάννη Νικολό*. Καθ' όλη την διάρκεια της άψογης συνεργασίας μας, τόσο σε προπτυχιακό όσο και σε μεταπτυχιακό επίπεδο, μου στάθηκε πρώτα σαν άνθρωπος, δίνοντας μου δύναμη και κίνητρο για να συνεχίσω τη δύσκολη δουλειά που μου ανέθεσε και έπειτα σαν επιστήμονας καθοδηγώντας με, με τις γνώσεις, τις ιδέες και τις συμβουλές του.

Θα ήθελα επίσης να ευχαριστήσω τον επίκουρο καθηγητή *Γεωργιάκη Παύλο* και τον επίκουρο καθηγητή *Τσουρβελούδη Νικόλαο*, οι οποίοι με τίμησαν αποδεχόμενοι να συμμετάσχουν ως μέλη της τριμελούς εξεταστικής επιτροπής.

Επιπροσθέτως θα ήθελα να ευχαριστήσω το φίλο και συνεργάτη *Σαρακηνό Σωτήρη*, ο οποίος βοήθησε στην πραγματοποίηση αυτής της διατριβής καθώς επίσης και την εκλεκτή ερευνητική ομάδα και συμφοιτητές μου.

Τέλος, το μεγαλύτερο ευχαριστώ αξίζει στην οικογένεια μου που με την αμέριστη συμπαράσταση τους κατά τη διάρκεια των σπουδών μου υπήρξαν η κινητήρια δύναμη από το πρώτο έτος μέχρι την αποφοίτηση μου από το Πολυτεχνείο Κρήτης.

# ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

<b>ΠΡΟΛΟΓΟΣ</b>	<b>1</b>
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1</b>	
1.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....	3
1.2 ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΠΟΙΗΣΗ .....	5
1.2.1 Κατηγορίες Παραμετροποίησης.....	6
1.2.2 Σύγκριση των μεθόδων παραμετροποίησης.....	12
1.3 ΠΑΡΑΛΛΑΓΕΣ ΤΕΧΝΙΚΗΣ ΕΛΕΥΘΕΡΗΣ ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΗΣ.....	14
1.3.1 Υλοποίηση της τεχνικής της Ελεύθερης Παραμόρφωσης (FFD).....	28
1.4 ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΤΩΝ ΚΥΡΙΟΤΕΡΩΝ ΤΕΧΝΙΚΩΝ ΤΗΣ ΕΛΕΥΘΕΡΗΣ ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΗΣ (FFD).....	29
1.4.1 Η βασική παραλλαγή των [Sederberg and Parry, 1986].....	29
1.4.2 Αναλυτική παρουσίαση των βημάτων της τεχνικής της Ελεύθερης Παραμόρφωσης βασισμένη σε αυθαίρετο όγκο αναφοράς [Coquillart, 1990]....	32
1.4.3 Η παραλλαγή της Ελεύθερης Παραμόρφωσης βασισμένη σε ανομοιομόρφες ρητές καμπύλες BSplines (NFFD) [Lamoussin and Waggenpack, 1994].....	37
1.4.4 Η παραλλαγή των [Song and Yang, 2005].....	41
1.4.5 Η χρήση του αλγορίθμου Octree.....	48
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2</b>	
2.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....	50
2.2 ΥΛΟΠΟΙΗΣΗ ΤΗΣ ΤΕΧΝΙΚΗΣ ΕΛΕΥΘΕΡΗΣ ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΗΣ (FFD).....	51
2.2.1 Εφαρμογή της Ελεύθερης Παραμόρφωσης (FFD) με στόχο την ανάκτηση συγκεκριμένης αεροτομής.....	54
2.3 ΥΛΟΠΟΙΗΣΗ ΤΗΣ ΚΛΑΣΣΙΚΗΣ ΤΕΧΝΙΚΗΣ ΤΩΝ B-Spline (ή αντίστοιχα των NURBS).....	58
2.4 Ο ΔΙΑΦΟΡΙΚΟΣ ΕΞΕΛΙΚΤΙΚΟΣ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ.....	60
2.5 Η ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ ΑΝΑΚΤΗΣΗΣ ΣΥΓΚΕΚΡΙΜΕΝΗΣ ΑΕΡΟΤΟΜΗΣ.....	64

2.6 ΤΑ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΤΗΣ ΣΥΓΚΡΙΣΗΣ ΤΩΝ ΔΥΟ ΜΕΘΟΔΩΝ.....	64
--	----

### ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

3.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....	78
3.2 ΥΛΟΠΟΙΗΣΗ ΤΗΣ ΤΕΧΝΙΚΗΣ ΕΛΕΥΘΕΡΗΣ ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΗΣ (FFD)	79
3.3 ΥΛΟΠΟΙΗΣΗ ΤΗΣ ΚΛΑΣΣΙΚΗΣ ΤΕΧΝΙΚΗΣ ΤΩΝ B-Spline (ή αντίστοιχα των NURBS).....	85
3.4 ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΗΣ ΔΙΑΝΟΜΗΣ ΠΙΕΣΗΣ ΤΗΣ ΑΕΡΟΤΟΜΗΣ (Cp).....	87
3.5 ΚΑΘΟΡΙΣΜΟΣ ΤΩΝ ΠΑΡΑΜΕΤΡΩΝ.....	87
3.6 ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΤΗΣ ΣΥΓΚΡΙΣΗΣ ΤΩΝ ΔΥΟ ΜΕΘΟΔΩΝ.....	88

### ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

4.1. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ.....	114
Ελληνική Βιβλιογραφία.....	118
Διεθνής Βιβλιογραφία.....	118

### ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α

Π.Α.1. ΣΥΝΤΟΜΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΚΑΙ ΚΥΡΙΑ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΤΩΝ ΑΕΡΟΤΟΜΩΝ.....	124
--	-----

## ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΣΧΗΜΑΤΩΝ

Σχήμα 1.1: Διάγραμμα ροής της ρευστομηχανικής ανάλυσης [Ronzheimer, 2004].....	4
Σχήμα 1.2: Στάδια βελτιστοποίησης κατά την διάρκεια της αεροδυναμικής σχεδίασης [Ronzheimer, 2004].....	5
Σχήμα 1.3: Εσωτερική δομή πτέρυγας ενός αεροσκάφους [Samareh, June 1999].....	6
Σχήμα 1.4: Σχηματική αναπαράσταση της τεχνικής υπερστοιχείου [Samareh, June 1999].....	8
Σχήμα 1.5: Αεροτομή ορισμένη από ένα σύνολο επιφανειακών σημείων.....	9
Σχήμα 1.6: Αεροτομή σχεδιασμένη με χρήση B-Splines 3ου βαθμού.....	9
Σχήμα 1.7: α) Αντικείμενο που έχει υποστεί σταδιακή συρρίκνωση και περιστροφή. β) Τελικό αντικείμενο που έχει υποστεί στρέβλωση και κάμψη [Barr, 1984].....	14
Σχήμα 1.8: Σωλήνας στον οποίο εφαρμόζεται τοπικά πλέγμα (αριστερά) και εν συνεχεία παρουσιάζεται το αποτέλεσμα της παραμόρφωσης (δεξιά) [Coquillart and Jancéne, 1991].....	15
Σχήμα 1.9: Δίσκος πάνω στον οποίο εφαρμόζεται όγκος σε σχήμα αστεριού (αριστερό σχήμα), παραμόρφωση του όγκου (μεσαίο σχήμα) και το τελικό προϊόν (δεξιό σχήμα) [MacCracken and Kenneth, 1996].....	16
Σχήμα 1.10: Συγγενικοί μετασχηματισμοί [Chang and Rockwood, 1994].....	17
Σχήμα 1.11: Τοπική και ολική παραμόρφωση χρησιμοποιώντας την δυναμική FFD [Faloutsos et al., 1997].....	17
Σχήμα 1.12: Ο βαθμός του όγκου B-Spline είναι 1x2x1, με 2x4x2 σημεία ελέγχου [Feng et al., 1997].....	18
Σχήμα 1.13: Το αρχικό αντικείμενο με τις δύο επιφάνειες (αριστερό σχήμα), παραμορφώνεται τροποποιώντας τις δυο επιφάνειες (δεξιό σχήμα) [Feng et al., 1999].....	19
Σχήμα 1.14: Η αρχική πτέρυγα με το αρχικό επιφανειακό πλέγμα και τον όγκο ελέγχου (αριστερό σχήμα), βελτιστοποιείται τροποποιώντας τον όγκο ελέγχου	



(δεξιό σχήμα) [Ronzheimer, 2002].....	20
Σχήμα 1.15: Ο όγκος που εμπεριέχεται το αντικείμενο υποδιαιρείται ιεραρχικά σε ένα σύνολο από όγκους μεγαλύτερης ακρίβειας [Yutaka et al., 2002].....	20
Σχήμα 1.16: Πλήρη τριγωνοποίηση του ανθρώπινου κεφαλιού [Ilic and Fua, 2002].....	21
Σχήμα 1.17: Η τεχνική της Ελεύθερης Παραμόρφωσης για τη βελτιστοποίηση του γραμμοσκιασμένου τμήματος αεροσκάφους [Antreoli et al., 2003].....	21
Σχήμα 1.18: Τα βήματα της τεχνικής t-FFD [Kazuya and Katsutoshi, 2003].....	22
Σχήμα 1.19: Το αντικείμενο (αριστερό σχήμα) τοποθετείται εντός πεδίου (μεσαίο σχήμα) και παραμορφώνεται μεταβάλλοντας τη μορφή του πεδίου (δεξιό σχήμα) [Hua and Qin, 2003].....	23
Σχήμα 1.20: Η τσαγιέρα (αριστερό σχήμα) τοποθετείται εντός πεδίου, που ορίζεται από δυναμικές spline - πεπλεγμένες συναρτήσεις (μεσαίο σχήμα) και παραμορφώνεται με την μετακίνηση των σημείων ελέγχου του πεδίου (κορυφές) (δεξιό σχήμα) [Hua and Qin, 2003]. ....	23
Σχήμα 1.21: Είδη παραμόρφωσης. Αρχικά, έχουμε το φυσικό μοντέλο (το πρώτο από αριστερά σχήμα), το οποίο υπόκειται σε κάμψη, σε σταδιακή λέπτυνση στη μέση, σε διόγκωση του πάνω και κάτω μέρος του και τέλος σε σταδιακή λέπτυνση του πάνω και κάτω μέρος του [Hua and Qin, 2003].....	23
Σχήμα 1.22: Λέπτυνση στην πλώρη του σκάφους [Hua and Qin, 2003].....	23
Σχήμα 1.23: Ο όγκος μέσα στον οποίον περιέχεται η αεροτομή [Samareh, 2004].....	24
Σχήμα 1.24: Η παραμόρφωση της αεροτομής βάση μιας δισδιάστατης επιφάνειας [Samareh, 2004].....	24
Σχήμα 1.25: Η παραμόρφωση της αεροτομής βάση μιας δισδιάστατης επιφάνειας.[Schein and Elber, 2004].....	25
Σχήμα 1.26: Με κόκκινο χρώμα απεικονίζεται το αρχικό πλέγμα της FFD, μέσα στο οποίο τοποθετείται μια αεροτομή (αριστερό σχήμα), η οποία στη συνέχεια τροποποιείται με την παραμόρφωση του FFD πλέγματος (δεξιό σχήμα) [Desideri and Janka, 2004].....	25

Σχήμα 1.27: Α) το βασικό μοντέλο το οποίο χρησιμοποιήθηκε ως βάση για την παραμόρφωση με FFD Β, Γ) τρισδιάστατα παραμορφωμένα μοντέλα, που έχουν παραχθεί με την τεχνική FFD. Δ, Ε) μικροφωτογραφίες φυτοπλαγκτόν [Lyakh, 2002].....	27
Σχήμα 1.28: Χαρακτηριστικά της τεχνικής δ-F4 εφαρμοσμένη σε μορφολογικά (Α) και τοπολογικά (Β) χαρακτηριστικά [Cheutet et al., 2004].....	28
Σχήμα 1.29: Αρχικός όγκος αναφοράς [Sederberg and Parry, 1986].....	30
Σχήμα 1.30: Παραμορφωμένος όγκος αναφοράς [Sederberg and Parry, 1986]....	30
Σχήμα 1.31: Σύστημα τοπικών συντεταγμένων (s, t, u) [Sederberg and Parry, 1986].....	30
Σχήμα 1.32: $l=1$ , $m=2$ και $n=3$ [Sederberg and Parry, 1986]. ....	31
Σχήμα 1.33: Οι νέες θέσεις των σημείων ελέγχου του παραμορφωμένου αντικειμένου [Sederberg and Parry, 1986].....	32
Σχήμα 1.34: Τοπικός έλεγχος παραμόρφωσης με βάση τα σημεία ελέγχου [Sederberg and Parry, 1986].....	32
Σχήμα 1.35: Μετατόπιση των σημείων ελέγχου & παραμόρφωση αντικειμένου [Sederberg and Parry, 1986].....	32
Σχήμα 1.36.: Παραλληλεπίπεδο πλέγμα [Sederberg and Parry, 1986].....	33
Σχήμα 1.37: Σφαίρα που παραμορφώθηκε με τη χρήση παραλληλεπίπεδου πλέγματος (αριστερά) και κυλινδρικού (δεξιά) [Sederberg and Parry, 1986].....	34
Σχήμα 1.38: Κυλινδρικό πλέγμα [Coquillart, 1990].....	34
Σχήμα 1.39: Συνδυασμός ενός παραλληλεπίπεδου με ένα κυλινδρικό πλέγμα [Coquillart, 1990].....	35
Σχήμα 1.40: Το πλέγμα έχει δημιουργηθεί από ένα δισδιάστατο πλέγμα [Coquillart, 1990].....	35
Σχήμα 1.41: α) Πλέγμα σε σχήμα “S” τοποθετημένο πάνω σε μια σφαίρα β) Το παραμορφωμένο πλέγμα και η παραμορφωμένη επιφάνεια. γ) Το τελικό σχέδιο [Coquillart, 1990].....	36
Σχήμα 1.42: α) Ένα κυλινδρικό πλέγμα τοποθετημένο πάνω σε μια επίπεδη επιφάνεια β) Το παραμορφωμένο πλέγμα και η παραμορφωμένη επιφάνεια. γ) Το τελικό σχέδιο [Coquillart, 1990].....	36
Σχήμα 1.43: α) Ένα πλέγμα τοποθετημένο πάνω σε μια επίπεδη επιφάνεια β) Το	37

παραμορφωμένο πλέγμα και η παραμορφωμένη επιφάνεια. γ) Το τελικό σχέδιο [Coquillart, 1990].....	
Σχήμα 1.44: α) Ένα πλέγμα τοποθετημένο πάνω σε μια επίπεδη επιφάνεια β) Μια άλλη μορφή παραμορφωμένου πλέγματος και η παραμορφωμένη επιφάνεια. γ) Το τελικό σχέδιο [Coquillart, 1990].....	37
Σχήμα 1.45: Δημιουργία ημικυκλίου με $p=3$ , $m=4$ , $n=3$ , $a=4$ , $b=8$ , $c=4$ [Lamousin and Waggenspack, 1994].....	38
Σχήμα 1.46: Δημιουργία λαιμού με $p=3$ , $m=5$ , $n=3$ , $a=2$ , $b=6$ , $c=2$ [Lamousin and Waggenspack, 1994].....	38
Σχήμα 1.47: Δημιουργία στρέβλωσης με $p=3$ , $m=4$ , $n=3$ , $a=4$ , $b=8$ , $c=4$ [Lamousin and Waggenspack, 1994]. ....	38
Σχήμα 1.48: Δημιουργία λαιμού με $p=3$ , $m=3$ , $n=3$ , $a=2$ , $b=2$ , $c=2$ [Lamousin and Waggenspack, 1994].....	38
Σχήμα 1.49: Παραμόρφωση κυλίνδρου αλλάζοντας μόνο τα βάρη των σημείων ελέγχου [Lamousin and Waggenspack, 1994] .....	41
Σχήμα 1.50: Διανύσματα κόμβων $s_i$ και $t_i$ [Song and Yang, 2005] .....	42
Σχήμα 1.51: Το P1 είναι ένα T-σημείο ένωσης [Song and Yang, 2005].....	42
Σχήμα 1.52: Το περίγραμμα και το T- πλέγμα ελέγχου για επίπεδο αντικείμενο [Song and Yang, 2005].....	43
Σχήμα 1.53: Ένα ελάχιστο κελί του T-όγκου [Song and Yang, 2005].....	44
Σχήμα 1.54: Μια ακμή μέσα σε ένα T-όγκου [Song and Yang, 2005].....	45
Σχήμα 1.55: Δημιουργία T-όγκου, χρησιμοποιώντας την τεχνική Octree [Song and Yang, 2005].....	45
Σχήμα 1.56: Ένα τμήμα του όγκου ελέγχου έχει παραμορφωθεί [Song and Yang, 2005].....	46
Σχήμα 1.57: Τροποποίηση ενός δοχείο χρησιμοποιώντας την τεχνική w-TFFD για ολική και τοπική παραμόρφωση [Song and Yang, 2005].....	47
Σχήμα 1.58: Παράδειγμα παραμόρφωσης ενός δέντρου πολύπλοκης τοπολογίας [Song and Yang, 2005].....	47
Σχήμα 1.59: Παράδειγμα παραμόρφωσης ενός ρινόκερου [Song and Yang, 2005].....	48
Σχήμα 1.60: Η αρχική διαίρεση του όγκου αναφοράς.....	48

Σχήμα 1.61: Η δεύτερη διαίρεση του όγκου αναφοράς.....	49
Σχήμα 2.1: Επαναληπτική διαδικασία για την ανάκτηση αεροτομής.....	51
Σχήμα 2.2: Ο αρχικός όγκος και το αντικείμενο πριν την παραμόρφωση.....	53
Σχήμα 2.3: Ο παραμορφωμένος όγκος και το αποτέλεσμα της παραμόρφωσης...	54
Σχήμα 2.4: Διάγραμμα ροής του λογισμικού steps1_3.exe.....	56
Σχήμα 2.5: Διάγραμμα ροής της διαδικασίας ανάκτησης της αεροτομής – στόχου με χρήση του DE.exe και του λογισμικού steps4.exe.....	57
Σχήμα 2.6: Μορφοποίηση μιας αεροτομής χρησιμοποιώντας την τεχνική των καμπύλων B-Spline (ή NURBS).....	59
Σχήμα 2.7: Διάγραμμα ροής για την ανάκτηση αεροτομής, χρησιμοποιώντας την τεχνική των καμπύλων B-Spline (ή NURBS) και το λογισμικό βελτιστοποίηση DE.exe.....	60
Σχήμα 2.8: Διάγραμμα ροής ενός διαφορικού εξελικτικού αλγορίθμου.....	61
Σχήμα 2.9: Γραφικό περιβάλλον του Διαφορικού Εξελικτικού αλγορίθμου (DE.exe).....	62
Σχήμα 2.10: Παράδειγμα εκτέλεσης ολοκληρωμένου υπολογισμού με χρήση του DE.exe.....	63
Σχήμα 2.11: Απεικόνιση των διαφορετικών αρχικών αεροτομών και της αεροτομής-στόχου.....	66
Σχήμα 2.12: Αποτελέσματα πειραμάτων για την ανάκτηση της αεροτομής NACA 4412 (αεροτομή-στόχος).....	67
Σχήμα 2.13: Αποτελέσματα πειράματος για την ανάκτηση της αεροτομής NACA 4412 (αεροτομή-στόχος) με αρχική αεροτομή την NACA 0012 με 2x7 σημεία ελέγχου (FFD).....	68
Σχήμα 2.14: Αποτελέσματα πειραμάτων για την ανάκτηση της αεροτομής NACA 4412 (αεροτομή-στόχος) με αρχική αεροτομή την NACA 0012 με 2x13 σημεία ελέγχου (FFD).....	69
Σχήμα 2.15: Αποτελέσματα πειραμάτων για την ανάκτηση της αεροτομής NACA 4412 (αεροτομή-στόχος) με αρχική αεροτομή την NACA 0012 με 2x25 σημεία ελέγχου (FFD).....	70
Σχήμα 2.16: Αποτελέσματα πειράματος για την ανάκτηση της αεροτομής NACA 4412 (αεροτομή-στόχος) με αρχική αεροτομή την NACA 0012 με 27	

σημεία ελέγχου (FFD).....	71
Σχήμα 2.17: Ανάκτηση της αεροτομής NACA 4412 (αεροτομή-στόχο) με την τεχνική B-Splines, έχοντας 51 σημεία ελέγχου.....	73
Σχήμα 2.18: Αποτελέσματα σύγκλισης του αλγορίθμου για την ανάκτηση της αεροτομής NACA 4412 (αεροτομή-στόχος) με αρχική αεροτομή την NACA 0012 και διαφορετικές τοπολογίες πλεγμάτων.....	74
Σχήμα 2.19: Αποτελέσματα σύγκλισης του διαφορικού εξελικτικού αλγορίθμου για 15 σημεία ελέγχου.....	75
Σχήμα 2.20: Αποτελέσματα σύγκλισης του διαφορικού εξελικτικού αλγορίθμου για 27 σημεία ελέγχου.....	76
Σχήμα 2.21: Αποτελέσματα σύγκλισης του διαφορικού εξελικτικού αλγορίθμου για 50 σημεία ελέγχου.....	77
Σχήμα 3.1: Η επαναληπτική διαδικασία αντίστροφης σχεδίασης αεροτομής.....	79
Σχήμα 3.2: Διάγραμμα ροής του λογισμικού steps1_3.exe.....	81
Σχήμα 3.3.: Διάγραμμα ροής για την ανάκτηση αεροτομής με την τεχνική της Ελεύθερης Παραμόρφωσης.....	82
Σχήμα 3.4: Η αρχική αεροτομή με τρία επίπεδα από σημεία ελέγχου στον άξονα y και 5 σημεία ελέγχου σε κάθε επίπεδο.....	83
Σχήμα 3.5: Η αρχική αεροτομή με το αντίστοιχο παραμετρικό πλέγμα. Με μπλε χρώμα παρουσιάζονται τα σημεία ελέγχου που είναι ελεύθερα να μετακινούνται μόνο κατά τον άξονα y και με κόκκινο χρώμα τα σημεία ελέγχου που διατηρούνται σταθερά κατά τη διάρκεια της βελτιστοποίησης.....	84
Σχήμα 3.6: Η τελική αεροτομή, μετά το πέρας της διαδικασίας αντίστροφης σχεδίασης και οι νέες θέσεις των σημείων ελέγχου του παραμετρικού πλέγματος.....	84
Σχήμα 3.7: Διάγραμμα ροής για την ανάκτηση συγκεκριμένης αεροτομής χρησιμοποιώντας την τεχνική των καμπυλών NURBS και το λογισμικό βελτιστοποίηση DE.exe.....	86
Σχήμα 3.8: Η διανομή πίεσης γύρω από την αεροτομή hm50t.....	87
Σχήμα 3.9: Αποτελέσματα πειραμάτων για την ανάκτηση της αεροτομής hm50t (αεροτομή-στόχος).....	90
Σχήμα 3.10: Αποτελέσματα πειράματος με 15 σημεία ελέγχου για την	

αντίστροφη σχεδίαση της αεροτομής hm50t (αεροτομή-στόχος) με αρχική αεροτομή την hm10011m με τη μέθοδο FFD.....	92
Σχήμα 3.11: Αποτέλεσμα της διανομής πίεσης γύρω από την υπολογισμένη και την αεροτομή-στόχο.....	92
Σχήμα 3.12: Αποτελέσματα πειράματος με 18 σημεία ελέγχου για την αντίστροφη σχεδίαση της αεροτομής hm50t (αεροτομή-στόχος) με αρχική αεροτομή την hm10011m με τη μέθοδο FFD.....	93
Σχήμα 3.13: Αποτέλεσμα της διανομής πίεσης γύρω από την υπολογισμένη και την αεροτομή-στόχο.....	93
Σχήμα 3.14: Αποτελέσματα πειράματος με 21 σημεία ελέγχου για την αντίστροφη σχεδίαση της αεροτομής hm50t (αεροτομή-στόχος) με αρχική αεροτομή την hm10011m με τη μέθοδο FFD.....	94
Σχήμα 3.15: Αποτέλεσμα της διανομής πίεσης γύρω από την υπολογισμένη και την αεροτομή-στόχο.....	94
Σχήμα 3.16: Αποτελέσματα πειράματος με 27 σημεία ελέγχου για την αντίστροφη σχεδίαση της αεροτομής hm50t (αεροτομή-στόχος) με αρχική αεροτομή την hm10011m με τη μέθοδο FFD.....	95
Σχήμα 3.17: Αποτέλεσμα της διανομής πίεσης γύρω από την υπολογισμένη και την αεροτομή-στόχο.....	95
Σχήμα 3.18: Αποτελέσματα πειράματος με 36 σημεία ελέγχου για την αντίστροφη σχεδίαση της αεροτομής hm50t (αεροτομή-στόχος) με αρχική αεροτομή την hm10011m με τη μέθοδο FFD.....	96
Σχήμα 3.19: Αποτέλεσμα της διανομής πίεσης γύρω από την υπολογισμένη και την αεροτομή-στόχο.....	96
Σχήμα 3.20: Αποτελέσματα σύγκλισης του διαφορικού εξελικτικού αλγορίθμου για την τεχνική της Ελεύθερης Παραμόρφωσης και για διαφορετικά σημεία ελέγχου.....	97
Σχήμα 3.21: Αποτελέσματα πειράματος με 15 σημεία ελέγχου για την αντίστροφη σχεδίαση της αεροτομής hm50t (αεροτομή-στόχος) χρησιμοποιώντας τη μέθοδο των καμπυλών B-Spline.....	99
Σχήμα 3.22: Αποτέλεσμα της διανομής πίεσης γύρω από την υπολογισμένη και την αεροτομή-στόχο.....	99

Σχήμα 3.23: Αποτελέσματα πειράματος με 19 σημεία ελέγχου για την αντίστροφη σχεδίαση της αεροτομής hm50t (αεροτομή-στόχος) χρησιμοποιώντας τη μέθοδο των καμπυλών B-Spline.....	100
Σχήμα 3.24: Αποτέλεσμα της διανομής πίεσης γύρω από την υπολογισμένη και την αεροτομή-στόχο.....	100
Σχήμα 3.25: Αποτελέσματα πειράματος με 23 σημεία ελέγχου για την αντίστροφη σχεδίαση της αεροτομής hm50t (αεροτομή-στόχος) χρησιμοποιώντας τη μέθοδο των καμπυλών B-Spline.....	101
Σχήμα 3.26: Αποτέλεσμα της διανομής πίεσης γύρω από την υπολογισμένη και την αεροτομή-στόχο.....	101
Σχήμα 3.27: Αποτελέσματα πειράματος με 27 σημεία ελέγχου για την αντίστροφη σχεδίαση της αεροτομής hm50t (αεροτομή-στόχος) χρησιμοποιώντας τη μέθοδο των καμπυλών B-Spline.....	102
Σχήμα 3.28: Αποτελέσματα πειράματος με 36 σημεία ελέγχου για την αντίστροφη σχεδίαση της αεροτομής hm50t (αεροτομή-στόχος) χρησιμοποιώντας τη μέθοδο των καμπυλών B-Spline.....	102
Σχήμα 3.29: Αποτελέσματα σύγκλισης του διαφορικού εξελικτικού αλγορίθμου για την τεχνική των μη ομοιόμορφων ρητών καμπυλών BSplines και για διαφορετικά σημεία ελέγχου με εύρος διαστημάτων 0.1.....	103
Σχήμα 3.30: Αποτελέσματα πειραμάτων με 15 σημεία ελέγχου για την αντίστροφη σχεδίαση της αεροτομής hm10011m (αεροτομή-στόχο) χρησιμοποιώντας τη μέθοδο των μη ομοιόμορφων ρητών καμπυλών BSplines...	104
Σχήμα 3.31: Αποτέλεσμα της διανομής πίεσης γύρω από την υπολογισμένη και την αεροτομή-στόχο.....	104
Σχήμα 3.32: Αποτελέσματα πειραμάτων με 19 σημεία ελέγχου για την αντίστροφη σχεδίαση της αεροτομής hm10011m (αεροτομή-στόχο) χρησιμοποιώντας τη μέθοδο των μη ομοιόμορφων ρητών καμπυλών BSplines...	105
Σχήμα 3.33: Αποτέλεσμα της διανομής πίεσης γύρω από την υπολογισμένη και την αεροτομή-στόχο.....	105
Σχήμα 3.34: Αποτελέσματα πειραμάτων με 23 σημεία ελέγχου για την αντίστροφη σχεδίαση της αεροτομής hm10011m (αεροτομή-στόχο) χρησιμοποιώντας τη μέθοδο των μη ομοιόμορφων ρητών καμπυλών BSplines....	106

Σχήμα 3.35: Αποτέλεσμα της διανομής πίεσης γύρω από την υπολογισμένη και την αεροτομή-στόχο.....	106
Σχήμα 3.36: Αποτελέσματα πειραμάτων με 27 σημεία ελέγχου για την αντίστροφη σχεδίαση της αεροτομής hm10011m (αεροτομή-στόχο) χρησιμοποιώντας τη μέθοδο των μη ομοιόμορφων ρητών καμπυλών BSplines...	107
Σχήμα 3.37: Αποτέλεσμα της διανομής πίεσης γύρω από την υπολογισμένη και την αεροτομή-στόχο.....	107
Σχήμα 3.38: Αποτελέσματα πειραμάτων με 36 σημεία ελέγχου για την αντίστροφη σχεδίαση της αεροτομής hm10011m (αεροτομή-στόχο) χρησιμοποιώντας τη μέθοδο των μη ομοιόμορφων ρητών καμπυλών BSplines...	108
Σχήμα 3.39: Αποτέλεσμα της διανομής πίεσης γύρω από την υπολογισμένη και την αεροτομή-στόχο.....	108
Σχήμα 3.40: Αποτελέσματα σύγκλισης του διαφορικού εξελικτικού αλγορίθμου για την τεχνική των καμπυλών B-Spline και για διαφορετικά σημεία ελέγχου με εύρος διαστημάτων 0.04.....	109
Σχήμα 3.41: Αποτελέσματα πειράματος με 15 σημεία ελέγχου για την αντίστροφη σχεδίαση της αεροτομής hm50t (αεροτομή-στόχο) χρησιμοποιώντας τη μέθοδο της Ελεύθερης Παραμόρφωσης με όρια ίσα με 0.04.....	111
Σχήμα 3.42: Αποτέλεσμα της διανομής πίεσης γύρω από την υπολογισμένη και την αεροτομή-στόχο.....	111
Σχήμα 3.43: Αποτελέσματα πειράματος με 27 σημεία ελέγχου για την αντίστροφη σχεδίαση της αεροτομής hm50t (αεροτομή-στόχο) χρησιμοποιώντας τη μέθοδο της Ελεύθερης Παραμόρφωσης με όρια ίσα με 0.04.....	112
Σχήμα 3.44: Αποτέλεσμα της διανομής πίεσης γύρω από την υπολογισμένη και την αεροτομή-στόχο.....	112
Σχήμα 3.45: Αποτελέσματα σύγκλισης του διαφορικού εξελικτικού αλγορίθμου για την τεχνική των καμπυλών B-Spline και της τεχνική της Ελεύθερης Παραμόρφωσης για 15 και 27 σημεία ελέγχου με εύρος διαστημάτων 0.04.....	113
Σχήμα Π.Α.1: Οι δυνάμεις που ενεργούν στην αεροτομή.....	124



Σχήμα Π.Α.2: Γεωμετρικά χαρακτηριστικά μια αεροτομής.....	125
---	-----

## ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΠΙΝΑΚΩΝ

Πίνακας 1.1: Σύγκριση εναλλακτικών μεθόδων γεωμετρικής παραμετροποίησης.....	13
Πίνακας 2.1: Αποτελέσματα πειραμάτων για την ανάκτηση της αεροτομής NACA 4412 (αεροτομή-στόχος).....	72
Πίνακας 3.1: Αποτελέσματα πειραμάτων για την ανάκτηση της αεροτομής-στόχο με τη μέθοδο της Ελεύθερης Παραμόρφωσης.....	89
Πίνακας 3.2: Αποτελέσματα πειραμάτων για την ανάκτηση της αεροτομής-στόχο με τη μέθοδο των καμπυλών NURBS. ....	89
Πίνακας 3.3: Αποτελέσματα πειραμάτων για την ανάκτηση της αεροτομής-στόχο με τη μέθοδο της Ελεύθερης Παραμόρφωσης με όρια 0.1 και 0.04.....	110
Πίνακας 3.4: Αποτελέσματα πειραμάτων για την ανάκτηση της αεροτομής-στόχο με τις δύο μεθόδους και όρια ίσα με 0.04.....	110
Πίνακας 4.1: Αποτελέσματα πειραμάτων για την ανάκτηση της αεροτομής NACA 4412 (αεροτομή-στόχος).....	115
Πίνακας 4.2: Αποτελέσματα πειραμάτων για την ανάκτηση της αεροτομής-στόχο με τη μέθοδο της Ελεύθερης Παραμόρφωσης.....	115
Πίνακας 4.3: Αποτελέσματα πειραμάτων για την ανάκτηση της αεροτομής-στόχου με τη μέθοδο των καμπυλών B-Spline.....	116
Πίνακας 4.4.: Αποτελέσματα πειραμάτων για την ανάκτηση της αεροτομής-στόχο με τη μέθοδο της Ελεύθερης Παραμόρφωσης με όρια 0.1 και 0.04.....	116
Πίνακας 4.5: Αποτελέσματα πειραμάτων για την ανάκτηση της αεροτομής-στόχο με τις δύο μεθόδους για όρια ίσα με 0.04.....	117

## ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Στόχος της παρούσας ερευνητικής μεταπτυχιακής εργασίας είναι η συγκριτική πειραματική αξιολόγηση δύο διαφορετικών τεχνικών παραμετρικής περιγραφής και μορφοποίησης αεροτομών, σε συνδυασμό με συγκεκριμένη μέθοδο βελτιστοποίησης. Το κριτήριο της σύγκρισης είναι η ακρίβεια προσέγγισης της λύσης στο πρόβλημα της ανάκτησης μιας αεροτομής και στο πρόβλημα της αντίστροφης σχεδίασης μιας αεροτομής. Η πρώτη μέθοδος που εξετάστηκε είναι η κλασσική (πλέον) μέθοδος παραμετροποίησης καμπυλών με χρήση B-Splines ή NURBS. Η δεύτερη μέθοδος είναι η μέθοδος Ελεύθερης Παραμόρφωσης (FreeForm Deformation), μία νέα μέθοδος παραμετρικής μορφοποίησης γεωμετριών για την οποία εμφανίζεται τελευταία ιδιαίτερο επιστημονικό ενδιαφέρον στο χώρο της βελτιστοποίησης αεροδυναμικής σχεδίασης. Η μέθοδος βελτιστοποίησης, που χρησιμοποιήθηκε για την επίλυση των δοκιμαστικών προβλημάτων, είναι ένας Διαφορικός Εξελικτικός αλγόριθμος.

Το πρόβλημα της ανάκτησης μιας αεροτομής ορίζεται ως η εύρεση των γεωμετρικών μεταβλητών (παραμέτρων) σχεδίασης (για την εκάστοτε μέθοδο παραμετρικής περιγραφής που χρησιμοποιείται), ώστε να προσεγγίζεται με την καλύτερη ακρίβεια το σχήμα δεδομένης αεροτομής:

*Δεδομένης μιας αεροτομής-στόχου (σε μορφή διαδοχικών σημείων) ζητούμε τις τιμές των παραμέτρων σχεδίασης, που θα ορίζουν μια προσεγγιστική αεροτομή με την μικρότερη δυνατή απόκλιση από την αεροτομή-στόχο.*

Το πρόβλημα της αντίστροφης σχεδίασης αεροτομής ορίζεται ως ο υπολογισμός της γεωμετρίας της αεροτομής που παράγει δεδομένη διανομή πίεσης (ή εναλλακτικά ταχύτητας) πάνω στην αεροτομή, για συγκεκριμένες συνθήκες ροής (αριθμός Mach, αριθμός Reynolds, γωνία προσβολής). Το πρόβλημα αυτό τροποποιείται, για λόγους πειραματικής αξιολόγησης, ως εξής:

*Δεδομένης μιας αεροτομής-στόχου (και της διανομής πίεσης γύρω από αυτή) ζητούμε τις τιμές των παραμέτρων σχεδίασης που θα ορίζουν μια προσεγγιστική αεροτομή, που θα παράγει διανομή πίεσης με τη μικρότερη δυνατή απόκλιση από τη διανομή πίεσης αναφοράς (της αεροτομής στόχου).*

Ως κριτήριο αξιολόγησης των δύο μεθόδων χρησιμοποιήθηκε η ακρίβεια με την οποία προσεγγίζεται η αεροτομή στόχος στο πρώτο πρόβλημα και η διανομή πίεσης αναφοράς στο δεύτερο πρόβλημα. Η ακρίβεια προσέγγισης ορίζεται ως το εμβαδόν της διαφοράς μεταξύ της καμπύλης αναφοράς και της υπολογιζόμενης καμπύλης. Οι καμπύλες αυτές για το πρώτο πρόβλημα είναι οι καμπύλες που συνθέτουν τις δύο αεροτομές. Για το δεύτερο πρόβλημα οι συγκρινόμενες καμπύλες είναι οι παραγόμενες διανομές πίεσης (από την αεροτομή-στόχο και από την υπολογιζόμενη κάθε φορά αεροτομή).

Η παρούσα εργασία αναπτύσσεται σε τέσσερα κεφάλαια. Στο πρώτο κεφάλαιο παρουσιάζεται μια εκτενής βιβλιογραφική έρευνα για τις μεθόδους που βρίσκονται σε χρήση, όσον αφορά την παραμετροποίηση γεωμετριών. Στο ίδιο κεφάλαιο γίνεται αναφορά στην τεχνική της Ελεύθερης Παραμόρφωσης, στις παραλλαγές και τις εφαρμογές της. Σύμφωνα με την μέθοδο αυτή δεν τροποποιούνται τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά του ίδιου του αντικειμένου, αλλά παραμορφώνεται κατάλληλα ο χώρος μέσα στον οποίο ορίζεται το αντικείμενο. Ουσιαστικά, μοντελοποιούνται οι μεταβολές του αντικειμένου σε σχέση με μία αρχική σχεδίαση.

Η παραπάνω τεχνική δίνει την πολύ σημαντική δυνατότητα η ίδια παραμόρφωση να περνά ταυτόχρονα σε εναλλακτικά σχέδια του αντικειμένου διαφορετικής πολυπλοκότητας, τα οποία απαιτούνται σε διαφορετικά προγράμματα αξιολόγησης. Το χαρακτηριστικό αυτό επιτρέπει η διαδικασία βελτιστοποίησης και εξερεύνησης του γεωμετρικού χώρου λύσεων να είναι ταυτόχρονα συμβατή με διαφορετικές γεωμετρικές περιγραφές του ίδιου αντικειμένου. Έτσι, παραμορφώνοντας τον γεωμετρικό χώρο, παραμορφώνονται ταυτόχρονα και με τον ίδιο τρόπο όλα τα ιεραρχικά επίπεδα σχεδίασης. Με τη χρήση της τεχνικής της Ελεύθερης Παραμόρφωσης, η διαδικασία βελτιστοποίησης ξεκινά με κάποια αρχική γεωμετρία, για την οποία κατασκευάζονται τα υπολογιστικά πλέγματα για τα διαφορετικά κριτήρια αξιολόγησης (αντοχή, αεροδυναμική, κατασκευή κ.α.). Στη συνέχεια, τοποθετούνται κατάλληλα σημεία ελέγχου του χώρου που περιβάλλει το αντικείμενο, η μετακίνηση των οποίων παραμορφώνει τον χώρο και μαζί και το αντικείμενο. Με τον τρόπο αυτό παράγονται νέες υποψήφιες λύσεις, ως τροποποιήσεις της αρχικής. Με την παραμόρφωση του χώρου, αυτόματα παραμορφώνονται και τα υπολογιστικά πλέγματα, με αποτέλεσμα η διαδικασία πλεγματοποίησης να μην χρειάζεται να επαναλαμβάνεται για κάθε νέα υποψήφια λύση. Ταυτόχρονα, εάν η γεωμετρία περιγράφεται σε διαφορετικά επίπεδα πολυπλοκότητας για κάθε διαφορετικό κριτήριο, αυτόματα η γεωμετρική περιγραφή προσαρμόζεται στη νέα μορφή του αντικειμένου.

Στο δεύτερο κεφάλαιο συγκρίνεται η ακρίβεια που επιτυγχάνει η τεχνική της ελεύθερης παραμόρφωσης σε σύγκριση με την κλασσική αναπαράσταση με χρήση καμπυλών B-Splines, στη μελέτη του απλοποιημένου προβλήματος της ανάκτησης μιας αεροτομής.

Η διαδικασία της ανάκτησης μιας αεροτομής ορίζεται ως ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης (ελαχιστοποίηση του εμβαδού της διαφοράς μεταξύ της αεροτομής – στόχου και της προσέγγισής της). Το παραπάνω πρόβλημα βελτιστοποίησης επιλύεται με τη χρήση ενός Διαφορικού Εξελικτικού αλγορίθμου [Nikolos, 2004]. Με αυτόν τον τρόπο γίνεται μια αρχική εκτίμηση της αποδοτικότητας και της αποτελεσματικότητας των δυο μεθόδων στην παραμετροποίηση της γεωμετρίας της αεροτομής, έχοντας ως στόχο την εύρεση κανόνων για την ορθότερη εφαρμογή τους, όταν συνδυάζονται με τη συγκεκριμένη μέθοδο βελτιστοποίησης.

Στο τρίτο κεφάλαιο μοντελοποιείται το πιο σύνθετο πρόβλημα της αντίστροφης σχεδίασης αεροτομής. Αναλυτικότερα, πραγματοποιείται σύγκριση των δύο μεθόδων, διεξάγοντας πειράματα αντίστροφης σχεδίασης αεροτομών, με χρήση ως μεθόδου βελτιστοποίησης έναν Διαφορικό Εξελικτικό αλγόριθμο. Σε αντίθεση με το δεύτερο κεφάλαιο, όπου στοχεύουμε κατευθείαν στη γεωμετρία μιας αεροτομής, στο συγκεκριμένο κεφάλαιο στοχεύουμε στη διανομή πίεσης της αεροτομής (από την οποία προκύπτει έμμεσα η γεωμετρία της). Το κριτήριο της σύγκρισης είναι η ακρίβεια με την οποία προσεγγίζεται η διανομή πίεσης της αεροτομής-στόχου (δηλαδή το εμβαδόν της διαφοράς μεταξύ των δύο διανομών πίεσης).

Τέλος, στο κεφάλαιο 4 αναπτύσσονται τα συμπεράσματα, που προέκυψαν από την παρούσα εργασία.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

### 1.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η βελτιστοποίηση μιας αεροδυναμικής σχεδίασης απαιτεί την αξιολόγηση διαφορετικών υποψήφιας λύσεων, που περιγράφουν τη γεωμετρία που βελτιστοποιείται. Κάθε αξιολόγηση προϋποθέτει την επίλυση της ροής σε σχέση με την υποψήφια λύση. Η αξιολόγηση αυτή πραγματοποιείται με χρήση αριθμητικών μεθόδων, οι οποίες συνήθως περιλαμβάνουν να ακολουθήσουν διακριτά βήματα:

**1ο Βήμα:** Γεωμετρική παραμετροποίηση.

**2ο Βήμα:** Δημιουργία επιφανειακού πλέγματος διακριτοποίησης.

**3ο Βήμα:** Δημιουργία χωρικού πλέγματος διακριτοποίησης σε όλο τον όγκο του πεδίου ροής.

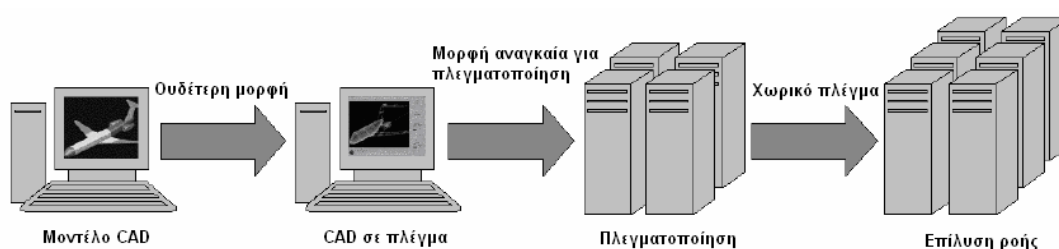
**4ο Βήμα:** Προσομοίωση της ροής με λογισμικό υπολογιστικής ρευστομηχανικής.

Η δημιουργία υπολογιστικού πλέγματος διακριτοποίησης αποτελεί ένα από τα σημαντικότερα βήματα της βέλτιστης αεροδυναμικής σχεδίασης αλλά παράλληλα αποτελεί και μια διαδικασία χρονοβόρα με υψηλό κόστος. Ουσιαστικά, η δημιουργία ενός λεπτομερούς πλέγματος βασισμένο σε ένα CAD μοντέλο μπορεί να διαρκέσει αρκετές εβδομάδες. Παρόλα αυτά, τα βήματα 2, 3 και 4 μπορούν να αυτοματοποιηθούν και να βελτιστοποιηθούν υπό ορισμένες προϋποθέσεις (για περισσότερες λεπτομέρειες [Samareh, Jan-Feb 1999]). Για την υλοποίηση της βελτιστοποίησης στόχος είναι η πλήρης αυτοματοποίηση της παραπάνω διαδικασίας.

Η βελτιστοποίηση της σχεδίασης ενός αντικειμένου απαιτεί τον επιτυχή συνδυασμό αρκετών διαφορετικών γνωστικών περιοχών, όπως η παραμετρική περιγραφή της γεωμετρίας, η ανάπτυξη κατάλληλων μεθόδων βελτιστοποίησης και η αξιολόγηση κάθε υποψήφιας λύσης με χρήση υπολογιστικών μεθόδων, ως προς διαφορετικά κριτήρια. Αναλυτικότερα, όλες οι παραπάνω γνωστικές περιοχές υλοποιούνται στη διαδικασία της βελτιστοποίησης είτε με την παρεμβολή του αποφασίζοντος μηχανικού (δοκιμή και σφάλμα), είτε αυτοματοποιημένα, σε μία διαδικασία που ο μηχανικός παρεμβαίνει μόνο στον καθορισμό των στόχων και στην τελική επιλογή των λύσεων. Η τελευταία προσέγγιση απαιτεί τη συμβατή και πλήρως αυτοματοποιημένη συνεργασία μεταξύ όλων των διαφορετικών λογισμικών που εμπλέκονται και κυρίως τον συμβατό ορισμό της γεωμετρίας του ίδιου του αντικειμένου. Συνεπώς, στη διαδικασία της δοκιμής διαφορετικών λύσεων θα πρέπει να υπάρχει ένας ενιαίος τρόπος μεταβολής της γεωμετρίας, ο οποίος να επιτρέπει την αυτόματη προσαρμογή, όλων των επιμέρους γεωμετρικών ορισμών (καθώς και των αντίστοιχων υπολογιστικών πλεγμάτων), ενώ οι παράμετροι που θα χρησιμοποιούνται θα πρέπει να είναι συμβατές με τη διαδικασία της βελτιστοποίησης. Το τελευταίο χαρακτηριστικό μεταφράζεται σε ελάχιστο αριθμό παραμέτρων σχεδίασης, οι οποίες επιπλέον να μπορούν να καθοδηγήσουν τη διαδικασία της βελτιστοποίησης, εξομαλύνοντας τον χώρο λύσεων και μειώνοντας το χρόνο σύγκλισης.

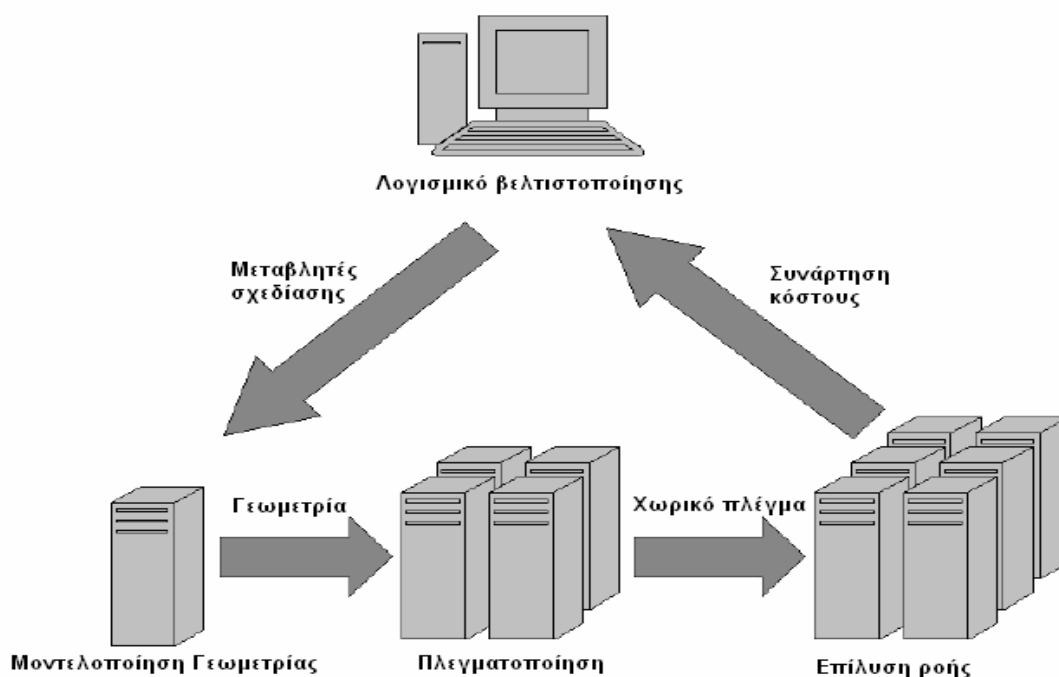
Τον τελευταίο καιρό, οι σημαντικές βελτιώσεις στις μεθόδους υπολογιστικής ρευστομηχανικής και στις μεθόδους βελτιστοποίησης, αποτέλεσαν το εναρκτήριο έναυσμα στην πρόοδο της τρισδιάστατης βελτιστοποίησης σχεδίασης αεροσκαφών, μειώνοντας σημαντικά το χρόνο ανάπτυξης, μέσω της πλήρως αυτοματοποιημένης βελτιστοποίησης σχεδίασης. Συγκεκριμένα, οι μέθοδοι υπολογιστικής ρευστομηχανικής έχουν γίνει ένα απολύτως αναγκαίο εργαλείο στη διαδικασία της

ανάλυσης και βιομηχανικής σχεδίασης των σύγχρονων αεροσκαφών. Το γεγονός αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι όλο και περισσότερα λογισμικά CAD, μετά το πέρας της δημιουργίας του αρχικού προϊόντος, πλεγματοποιούν το αντικείμενο (προϊόν) βασισμένα σε μεθόδους δημιουργίας αυτοματοποιημένου πλέγματος (CAD σε πλέγμα), εξασφαλίζοντας αξιοπιστία και προσαρμοστικότητα της ρευστομηχανικής ανάλυσης στις αλλαγές της σχεδίασης σε μικρό χρονικό διάστημα, με ικανοποιητική ακρίβεια. Με αυτόν τον τρόπο παρέχεται η δυνατότητα να πραγματοποιηθεί εκτενής ανάλυση και εκτίμηση όλων των μεταβλητών σχεδίασης της CAD γεωμετρίας μέχρι να καταλήξουμε στο επιθυμητό αεροδυναμικό σχεδιασμό του αεροσκάφους. Στο Σχήμα 1.1 δίδεται τυπικό διάγραμμα ροής της διαδικασίας ανάλυσης μιας σχεδίασης με χρήση τεχνικών υπολογιστικής ρευστομηχανικής.



**Σχήμα 1.1:** Διάγραμμα ροής της ρευστομηχανικής ανάλυσης [Ronzheimer, 2004].

Ο παραμετρικός ορισμός της γεωμετρίας σε ένα σύστημα CAD επιτρέπει την εύκολη μεταβολή της γεωμετρίας του αντικειμένου με αλλαγές των παραμέτρων (μεταβλητών σχεδίασης). Παρά όμως την εξέλιξή τους τα λογισμικά CAD, επειδή κυρίως απευθύνονται σε γενικές χρήσεις, δεν είναι βελτιστοποιημένα για πολύπλοκες επιφάνειες, όπως αυτές που συναντώνται στις εξωτερικές επιφάνειες ενός αεροσκάφους. Επίσης, στα αρχικά στάδια ανάπτυξης απαιτείται μεγάλη ευελιξία στην περιγραφή της μορφής του αντικειμένου, κάτι που κατά κανόνα δεν υποστηρίζεται από τα υπάρχοντα συστήματα CAD, ενώ δεν υπάρχει και επαρκής συμβατότητα με τα λογισμικά που χρησιμοποιούνται για την αξιολόγηση του αντικειμένου. Ακόμη και αν υποθέσουμε ότι έχουμε στην διάθεση μας ένα παραμετρικό CAD μοντέλο, το βήμα για να πάμε από το CAD μοντέλο στην πλεγματοποίηση του αντικειμένου (που περιλαμβάνει χειροκίνητη διεπιδραστική εργασία) είναι αναπόφευκτο και συνήθως δεν μπορεί να αυτοματοποιηθεί η διαδικασία. Σε αυτό το σημείο πρέπει να τονιστεί ότι η γεωμετρική μοντελοποίηση αποτελεί ένα πολύ σημαντικό βήμα στα στάδια βελτιστοποίησης του σχεδιασμού, όπως φαίνεται και στο Σχήμα 1.2.



**Σχήμα 1.2:** Στάδια βελτιστοποίησης κατά την διάρκεια της αεροδυναμικής σχεδίασης [Ronzheimer, 2004].

Απαιτούνται συνεπώς εξειδικευμένα εργαλεία, τα οποία να επιτρέπουν την λεπτομερή περιγραφή μορφών πολύπλοκης γεωμετρίας με παραμετρικό τρόπο (και με τον ελάχιστο απαιτούμενο αριθμό παραμέτρων), τα οποία θα αποτελούν τον διαμεσολαβητή μεταξύ των προγραμμάτων CAD και των προγραμμάτων αξιολόγησης. Τα εργαλεία αυτά πρέπει να είναι εξειδικευμένα, ώστε να λαμβάνουν υπόψη τις ιδιαιτερότητες του αντικειμένου (άλλες παράμετροι απαιτούνται για την περιγραφή της πτέρυγας ενός διηχητικού αεροσκάφους και άλλες για την περιγραφή των πτερυγίων ενός υδροστροβίλου). Επιπρόσθετα, η εμπειρία από τη χρήση λογισμικού ρευστομηχανικής ανάλυσης για τη βελτιστοποίηση αεροδυναμικών μορφών έχει δείξει τη μεγάλη ευαισθησία των αποτελεσμάτων στην σωστή επιλογή παραμέτρων και στην ακριβή περιγραφή της γεωμετρίας.

Συνοψίζοντας τα παραπάνω, μπορούμε να καταλήξουμε ότι προκειμένου να υιοθετηθούν επιτυχώς πιο πολύπλοκες γεωμετρίες στο σχεδιασμό των σύγχρονων αεροσκαφών, είναι απαραίτητο να διερευνηθούν εύρωστοι μέθοδοι για την γεωμετρική παραμετροποίηση των αντικειμένων, οι οποίες θα αντιμετωπίζουν επιτυχώς και το πρόβλημα της αυτοματοποίησης της διαδικασίας διακριτοποίησης (δημιουργίας πλέγματος).

## 1.2 ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΠΟΙΗΣΗ ΤΗΣ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ

Ένα από τα σημαντικότερα σημεία για το σωστό καθορισμό ενός προβλήματος βελτιστοποίησης είναι η επιλογή της μεθόδου παραμετροποίησης, όπως ήδη έχουμε προαναφέρει. Η μέθοδος που θα επιλεγεί πρέπει να είναι [Antreoli et al., 2003]:

- *Ευπροσάρμοστη (versatile)*: να έχει την δυνατότητα να περιγράφει ένα ευρύ φάσμα πιθανών τρισδιάστατων πολύπλοκων σχημάτων με γεωμετρικούς περιορισμούς.

- *Περίεκτική (concise)*: θα πρέπει να χρησιμοποιεί όσο το δυνατόν λιγότερες παραμέτρους, διότι μεγάλος αριθμός παραμέτρων σχεδίασης έχει ως αποτέλεσμα μεγάλο υπολογιστικό κόστος στη διαδικασία βελτιστοποίησης.

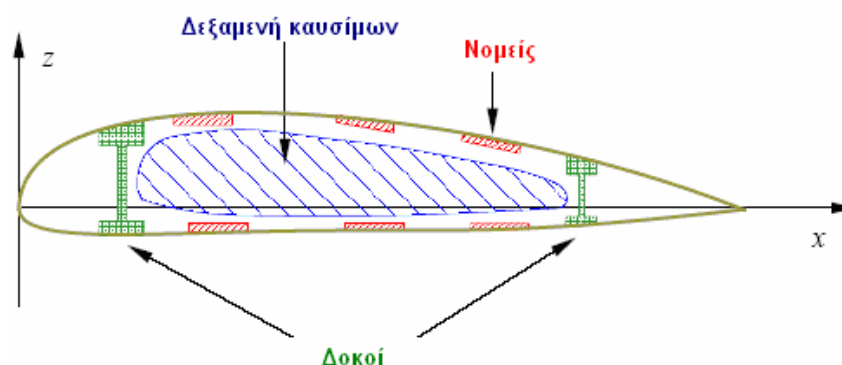
Επίσης, πέρα από αυτές τις δύο πολύ σημαντικές ιδιότητες που αναφέραμε, αναζητούμε και μεθόδους παραμετροποίησης οι οποίες να παρουσιάζουν την έννοια της:

- *παραμετροποιημένης ιεραρχίας (parameterization hierarchy)* και της
- *αυτοπροσαρμοσιμότητας (self-adaptivity)*.

### 1.2.1 Κατηγορίες Παραμετροποίησης

Σε αυτήν την ενότητα θα προσπαθήσουμε να προσεγγίσουμε τις σημαντικότερες μεθόδους γεωμετρικής παραμετροποίησης που χρησιμοποιούνται. Το ερώτημα όμως που τίθεται είναι γιατί είναι τόσο σημαντικό να επιλέξουμε μια αποδοτική μέθοδο παραμετροποίησης. Η απάντηση στο συγκεκριμένο ερώτημα θα δοθεί μέσα από ένα παράδειγμα.

Ας υποθέσουμε ότι πρέπει να κατασκευάσουμε ένα αεροσκάφος με συγκεκριμένες προδιαγραφές, δίνοντας έμφαση στη βέλτιστη αεροδυναμική σχεδίασή του. Στη βέλτιστη αεροδυναμική σχεδίαση, όπου χρησιμοποιείται ένα μεγάλο πλήθος από μεταβλητές σχεδίασης, η χρήση υψηλής ακρίβειας υπολογιστικών εργαλείων (CFD, FEM κ.α.) είναι αναπόφευκτη. Αυτά τα εργαλεία όμως, για να μπορέσουν να εφαρμοστούν απαιτούν λεπτομερή περιγραφή της γεωμετρίας, με χρήση κατάλληλων μεθόδων παραμετρικής σχεδίασης, οι οποίες θα μοντελοποιούν όχι μόνο την εξωτερική γεωμετρία του αεροσκάφους (όπως άτρακτο και επιφάνειες αεροτομών) αλλά και την εσωτερική τους δομή (όπως δεξαμενή καυσίμων και δοκούς, Σχήμα 1.3).



Σχήμα 1.3: Εσωτερική δομή πτέρυγας ενός αεροσκάφους [Samareh, June 1999].

Πρέπει να υπογραμμιστεί σε αυτό το σημείο ότι κατά την διάρκεια της βελτιστοποίησης (π.χ. μιας αεροτομής), ο χρήστης δε ξεκινάει συνήθως από ένα τυχαίο σχέδιο. Αρχικά επιλέγεται μια αεροτομή με αρκετά καλά χαρακτηριστικά (σύμφωνα με τις προδιαγραφές που έχουν τεθεί) και εφαρμόζονται τεχνικές βελτιστοποίησης. Η τελική αεροτομή, δεν θα παρουσιάζει ραγδαίες αλλαγές σε σχέση με την αρχική, όσον αφορά στη γεωμετρία, αλλά θα παρουσιάζει σαφώς καλύτερες επιδόσεις.

Μια επιτυχημένη μέθοδος παραμετροποίησης πρέπει να ικανοποιεί ορισμένες προδιαγραφές. Συγκεκριμένα, πρέπει να [Samareh, June 1999], [Samareh, May 2001]:

- είναι αυτοματοποιημένη και εύκολη στην υλοποίηση της
- εξασφαλίζει ομοιόμορφες γεωμετρικές αλλαγές βάση όλων των περιορισμών
- εξασφαλίζει σωστή ανάλυση ευαισθησίας
- προσαρμόζεται εύκολα στις συνεχείς αλλαγές κατά την διάρκεια ανάπτυξης του αντικειμένου
- έχει άμεση σύνδεση με CAD συστήματα
- παράγει λίγες και αποτελεσματικές μεταβλητές σχεδίασης, στο χώρο των εφικτών λύσεων.

Οι χρησιμοποιούμενες μέθοδοι γεωμετρικής παραμετροποίησης μπορούν να χωριστούν σε εννέα κατηγορίες. Στη συνέχεια γίνεται παρουσίαση των χρησιμοποιούμενων τεχνικών παραμετροποίησης.

#### Τεχνική Βασικού Διανύσματος (Basis Vector Approach)

Οι [Picket et al., 1973] προτείνουν την τεχνική βασικού διανύσματος, με την οποία πραγματοποιείται συνδυασμός συντελεστών σε ένα σύνολο βασικών διανυσμάτων. Η γεωμετρία του αντικείμενου αλλάζει σύμφωνα με την ακόλουθη σχέση:

$$\bar{R} = \bar{r} + \sum_n \bar{u}_n \bar{U}_n \quad (1.1)$$

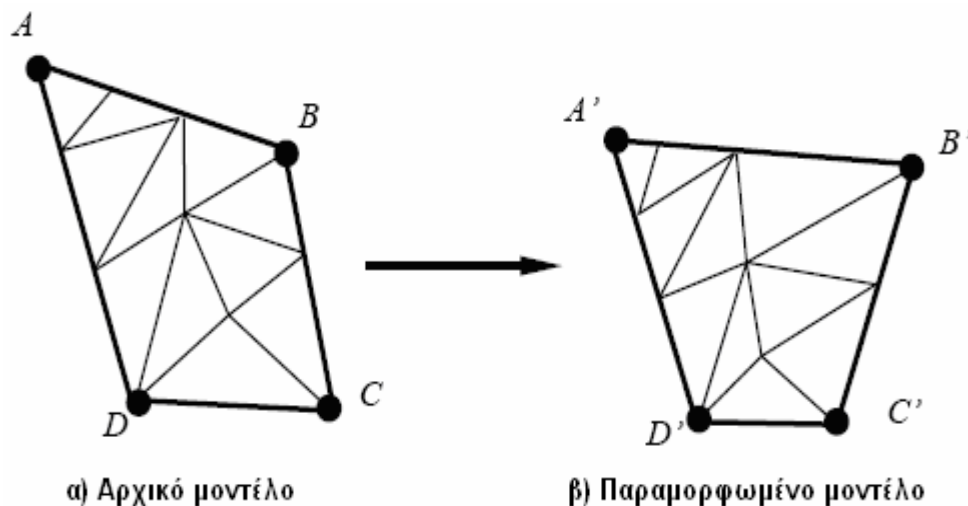
όπου  $\bar{R}$  είναι το τελικό σχήμα,  $\bar{r}$  είναι η αρχική μορφή του σχήματος και  $\bar{U}_n$  είναι βασικά διανύσματα, βασισμένα στη προτεινόμενη σχεδίαση. Η τελική και η αρχική σχεδίαση πρέπει να μοιράζονται την ίδια τοπολογία πλέγματος. Όταν οι σχεδιαστικές αλλαγές παραμετροποιούνται, η τεχνική αυτή παρέχει ένα ενιαίο σύνολο μεταβλητών σχεδίασης. Με βάση την υπόθεση ότι τα βασικά διανύσματα παραμένουν σταθερά κατά την διάρκεια της βελτιστοποίησης, η τεχνική βασικού διανύσματος είναι καλή και ενσωματώνεται στα περισσότερα εμπορικά λογισμικά ανάλυσης μηχανικής αντοχής (CSM-Computational Structural Mechanics). Επειδή το πλέγμα μπορεί να ξαναδημιουργείται αυτόματα με βάση τη σχέση 1.1, η τεχνική αποφεύγει την ανάγκη για επαναδημιουργία πλέγματος. Τέλος, για απλές γεωμετρίες, τα διανύσματα σχεδίασης μπορούν να υλοποιηθούν χειροκίνητα. Επειδή όμως στις σύνθετες γεωμετρίες συχνά χρησιμοποιούνται ανομοιόμορφα πλέγματα, η χειροκίνητη δημιουργία των βασικών διανυσμάτων για όλους τους περιορισμούς αποτελεί εξαιρετικά επίπονη διαδικασία.

#### Τεχνική υπερστοιχείου (Domain Element Approach)

Η τεχνική αυτή στηρίζεται στη διασύνδεση ενός συνόλου από σημεία, που ανήκουν στο πλέγμα, σε ένα υπερστοιχείο (*domain element*), που ελέγχει το σχήμα του μοντέλου. Στο Σχήμα 1.4.α παρουσιάζεται το υπερστοιχείο με τέσσερις κόμβους (A-B-C-D) για ένα αρχικό μοντέλο. Μετακινώντας τους τέσσερις κόμβους του υπερστοιχείου, μετακινούνται αντίστοιχα και οι κόμβοι του πλέγματος (Σχήμα 1.4.β). Η κίνηση αυτή βασίζεται στην αντίστροφη απεικόνιση ανάμεσα στα σημεία του πλέγματος και του υπερστοιχείου. Οι παραμετρικές συντεταγμένες των σημείων του



πλέγματος (ως προς το υπερστοιχείο) διατηρούνται σταθερές κατά την διάρκεια της βελτιστοποίησης [Leiva and Watson, 1998]. Η τεχνική αυτή είναι διαθέσιμη σε ορισμένα εμπορικά λογισμικά, ενώ είναι πολύ αποδοτική και αρκετά εύκολη στην υλοποίηση της.



Σχήμα 1.4: Σχηματική αναπαράσταση της τεχνικής υπερστοιχείου [Samareh, June 1999].

#### Τεχνική Μερικών Διαφορικών Εξισώσεων (Partial Differential Equation - PDE)

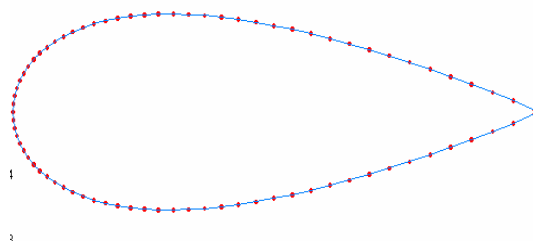
Οι [Bloor and Wilson, 1995] παρουσίασαν μια συμπαγή και αποτελεσματική τεχνική για παραμετροποίηση γεωμετρικών επιφανειών για ένα αεροσκάφος. Αυτή η τεχνική ανάγει τη δημιουργία των επιφανειών σε ένα πρόβλημα συνοριακών συνθηκών και παράγει επιφάνειες ως λύσεις μερικών διαφορικών εξισώσεων. Οι [Bloor and Wilson, 1995] έδειξαν ότι είναι εφικτό να αναπαραστήσουμε τη γεωμετρία ενός αεροσκάφους με τον τρόπο αυτό, χρησιμοποιώντας ένα μικρό σύνολο μεταβλητών σχεδίασης. Οι [Brown et al., 1998] παρουσίασαν μεθόδους όπου από προσεγγίσεις διατομών με χρήση B-Splines να παράγονται επιφάνειες βασισμένες στην τεχνική των μερικών διαφορικών εξισώσεων και να εισάγονται στη συνέχεια σε ένα CAD σύστημα.

#### Τεχνική διακριτών σημείων (Discrete Approach)

Η τεχνική αυτή χρησιμοποιεί τις συντεταγμένες των οριακών σημείων που περιγράφουν μια αεροτομή ως μεταβλητές σχεδίασης (Σχήμα 1.5). Αυτή η τεχνική είναι εύκολη στην υλοποίηση της και οι γεωμετρικές αλλαγές επηρεάζονται μόνο από τον αριθμό των μεταβλητών σχεδίασης. Επειδή η γεωμετρία τροποποιείται μετακινώντας ξεχωριστά κάθε σημείο του πλέγματος είναι δύσκολο να πετύχουμε μια ομαλή γεωμετρία και είναι πολύ πιθανό η βέλτιστη λύση που θα προκύψει να είναι πρακτικά ασύμφορη ή μη υλοποιήσιμη [Braibant and Fleury, 1984]. Για να μπορέσουμε να αποφύγουμε τέτοιου είδους προβλήματα πρέπει να λάβουμε υπόψη επιπρόσθετους περιορισμούς κατά τη διάρκεια της βελτιστοποίησης. Για παράδειγμα, μπορούμε να περιορίσουμε το εύρος των τιμών των μεταβλητών σχεδίασης με χρήση πιο στενών άνω και κάτω ορίων.

Το πιο ελκυστικό σημείο για τη συγκεκριμένη τεχνική είναι η ικανότητα της να χρησιμοποιεί ένα υπάρχον πλέγμα για επίλυση της ροής, ενώ η επαναδημιουργία του πλέγματος να μπορεί παραλειφθεί κατά τη διάρκεια της βελτιστοποίησης. Επίσης,

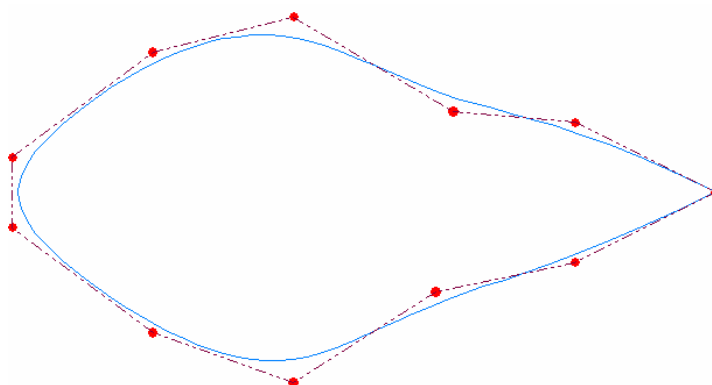
στη συγκεκριμένη τεχνική μπορούμε να πετύχουμε πολύ καλό τοπικό έλεγχο (κατά τη διάρκεια των αλλαγών).



**Σχήμα 1.5:** Αεροτομή ορισμένη από ένα σύνολο επιφανειακών σημείων.

### Τεχνική Πολυωνύμων και Spline (Polynomial and Spline Approach)

Στην τεχνική αυτή η γεωμετρία ενός αντικειμένου (για παράδειγμα μιας αεροτομής) περιγράφεται από μια πολυωνυμική καμπύλη, με μια πολύ συμπαγή μορφή, η οποία έχει ελάχιστες μεταβλητές σχεδίασης. Για παράδειγμα, μπορούμε να έχουμε μια καμπύλη B-Spline (στο Σχήμα 1.6 η καμπύλη BSpline είναι 3<sup>ου</sup> βαθμού) και τα σημεία ελέγχου της να αποτελούν τις μεταβλητές σχεδίασης (μόλις 11 σημεία ελέγχου). Εναλλακτικά θα μπορούσαμε αντί για τη καμπύλη B-Spline, να έχουμε μια καμπύλη Bezier ή μια καμπύλη μη ομοιόμορφων ρητών καμπυλών BSpline (NURBS - Non-Uniform Rational B-Spline).



**Σχήμα 1.6:** Αεροτομή σχεδιασμένη με χρήση B-Spline 3<sup>ου</sup> βαθμού.

Αναλυτικά, παρόλο που οι καμπύλες Bezier μπορούν με μεγάλη επιτυχία να αναπαραστήσουν σύνθετες καμπύλες, εντούτοις παρουσιάζουν ένα πολύ βασικό μειονέκτημα. Εάν χρειαζόμαστε 11 σημεία για να περιγράψουμε μια αεροτομή, τότε χρειαζόμαστε πολυώνυμο 10<sup>ου</sup> βαθμού! Είναι εύκολα αντιληπτό ότι ο υπολογιστικός φόρτος είναι απαγορευτικός, με αποτέλεσμα οι καμπύλες B-Spline και NURBS να αντικαθιστούν τις καμπύλες Bezier στα περισσότερα λογισμικά CAD.

Μία  $p$ -βαθμού καμπύλη B-Spline με παράμετρο  $u$  και διάνυσμα κόμβων  $U=\{u_0, u_1, \dots, u_m\}$  δίδεται [Piegl and Tiller, 1997]:

$$C(u) = \sum_{i=0}^n N_{i,p}(u) P_i, \quad a \leq u \leq b \quad (1.2)$$

όπου τα  $\{P_i\}$  είναι τα  $n+1$  σημεία ελέγχου (τα διανύσματα θέσης τους), και  $\{N_{i,p}(u), i = 0, 1, \dots, n\}$  είναι οι  $p$ -βαθμού Βασικές συναρτήσεις (τμηματικές πολυωνυμικές συναρτήσεις), που καθορίζονται από το ανοικτό ομοιόμορφο διάνυσμα κόμβων  $U = \{a, \dots, a, u_{p+1}, \dots, u_{m-p-1}, b, \dots, b\}$ . Στις καμπύλες B-Spline, ο βαθμός  $p$  είναι ανεξάρτητος από το πλήθος  $n+1$  των σημείων ελέγχου (σε αντίθεση με τις Bezier) και έχει άμεση σχέση μόνο με την τάξη  $k$  των καμπυλών.

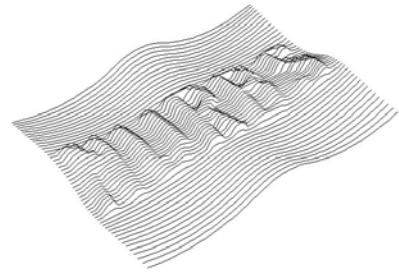
Οι καμπύλες B-Spline, παρόλο που κατασκευάζονται από πολυωνυμικές βασικές συναρτήσεις, γεγονός που τους χαρίζει ευελιξία και εξαιρετικές ιδιότητες, παρουσιάζουν ένα πολύ βασικό μειονέκτημα: δεν είναι ικανές να αναπαραστήσουν μια πολύ απλή καμπύλη όπως ο κύκλος. Για να μπορέσουμε να αντιμετωπίσουμε επιτυχώς το πρόβλημα, το οποίο παρουσιάζεται στην κατασκευή όχι μόνο ενός κύκλου ή έλλειψης αλλά και των άλλων κωνικών τομών, απαιτείται μια προέκταση των καμπυλών B-Splines.

Σε αυτή την περίπτωση, η περισσότερο δημοφιλής μορφή αναπαράστασης καμπυλών και επιφανειών από άποψη αποθήκευσης, υπολογισμού και ελέγχου, είναι οι καμπύλες NURBS (Non-Uniform Rational B-Splines - Ανομοιόμορφες Ρητές B-Spline Καμπύλες & Επιφάνειες). Με τις Ανομοιόμορφες Ρητές Καμπύλες B-Spline μπορούμε να αναπαραστήσουμε και να σχεδιάσουμε κάθε γεωμετρικό σχήμα στον H/Y (Ηλεκτρονικό Υπολογιστή). Οι καμπύλες NURBS προσφέρουν μία γενική μαθηματική μορφή σχεδίασης, είτε πρόκειται για τυπικά γεωμετρικά σχέδια (π.χ. κωνικές τομές), είτε πρόκειται για ελεύθερα σχέδια. Παρέχουν ευκαμψία για σχεδίαση μεγάλου και ποικίλου αριθμού γεωμετρικών μορφών.

Αναλυτικά, μία  $p$  βαθμού καμπύλη NURBS ορίζεται από την παρακάτω σχέση [Piegl and Tiller, 1997]:

$$C(u) = \frac{\sum_{i=0}^n N_{i,p}(u) w_i P_i}{\sum_{i=0}^n N_{i,p}(u) w_i}, \quad a \leq u \leq b \quad (1.3)$$

όπου τα  $\{P_i\}$  είναι τα διανύσματα θέσης των σημείων ελέγχου (που σχηματίζουν το πολύγωνο ελέγχου), τα  $\{w_i\}$  είναι τα αντίστοιχα βάρη και τα  $\{N_{i,p}(u)\}$  είναι οι  $p$ -βαθμού βασικές συναρτήσεις, που καθορίζονται από το μη περιοδικό διάνυσμα κόμβων:



$$U = \{a, \dots, a, u_{p+1}, \dots, u_{m-p-1}, b, \dots, b\} \quad (1.4)$$

Σε αυτή την περίπτωση μπορούμε να επιλέξουμε ως μεταβλητές σχεδίασης, εκτός από τα σημεία ελέγχου, και το βάρος κάθε σημείου ελέγχου.

### Τεχνική βασισμένη σε CAD (CAD-Based Approach)

Τα περισσότερα λογισμικά CAD για να μοντελοποιήσουν ένα στερεό χρησιμοποιούν είτε αναπαράσταση B-Rep (Boundary Representation) είτε αναπαράσταση στερεών (constructive solid geometry) [LaCourse, 1995].

Η παραμετροποίηση ενός δεδομένου μοντέλου αποτελεί μέχρι και σήμερα ένα πολύ δύσκολο αντικείμενο για τα λογισμικά CAD. Αυτό συμβαίνει διότι τα μοντέλα που δημιουργούνται τις περισσότερες φορές δεν είναι αρκετά ακριβή για να εφαρμοστούν εργαλεία αυτόματης παραγωγής του πλέγματος. Ενώ οι σχεδιαστές πιστεύουν ότι το μοντέλο τους είναι ολοκληρωμένο και ακριβές, στην πραγματικότητα υπάρχουν αρκετές ατέλειες (όπως κενά, ελεύθερες επιφάνειες, ανεπιθύμητες αστοχίες), με αποτέλεσμα συχνά να προκαλούνται σημαντικά προβλήματα στη διαδικασία της πλεγματοποίησης και αυτή να μην μπορεί να υλοποιηθεί αυτόματα.

### Αναλυτική τεχνική (Analytical Approach)

Οι [Hicks and Henne, 1978] παρουσίασαν μια τεχνική για την παραμετροποίηση τμημάτων αεροτομών, που βασίζεται στην πρόσθεση αναλυτικών εξισώσεων. Η συνεισφορά κάθε παραμέτρου καθορίζεται από την τιμή των μεταβλητών σχεδίασης σε συνεργασία με τη συνάρτηση. Στην αρχή, κάθε μεταβλητή σχεδίασης έχει την τιμή ίση με μηδέν. Με αυτόν τον τρόπο, η πρώτη επανάληψη δίνει την βασική (baseline) γεωμετρία. Η μορφή των συναρτήσεων είναι ομαλή ενώ βασίζονται σε παλαιότερες σχεδιάσεις αεροτομών. Η συγκεκριμένη μέθοδος είναι πολύ αποτελεσματική για την παραμετροποίηση πτερύγων.

### Τεχνική Ελεύθερης Παραμόρφωσης (Free Form Deformation Approach - FFD)

Πολλές ιδέες, που μέχρι πρόσφατα έβρισκαν εφαρμογή στην περιοχή του κινούμενου σχεδίου και των ψηφιακών χαρακτήρων, δοκιμάζονται τελευταία με επιτυχία στη γεωμετρική περιγραφή μηχανολογικών αντικειμένων. Μία από αυτές είναι η τεχνική της Ελεύθερης Παραμόρφωσης (FreeForm Deformation) [Sederberg and Parry, 1986]. Όπως ήδη έχουμε αναφέρει, η δημιουργία πλέγματος για τα εργαλεία ρευστομηχανικής ανάλυσης είναι μια διαδικασία χρονοβόρα με υψηλό κόστος. Για τη δημιουργία λεπτομερούς πλέγματος βασισμένο σε ένα CAD μοντέλο απαιτούνται αρκετές εβδομάδες. Συνεπώς, δεν είναι εύκολη η αυτοματοποίηση της διαδικασίας ανάλυσης στα πλαίσια μιας επαναληπτικής διαδικασίας βελτιστοποίησης, αν η δημιουργία πλέγματος δεν μπορεί να αυτοματοποιηθεί. Το παραπάνω μειονέκτημα αντιμετωπίζεται με πολύ μεγάλη επιτυχία από την τεχνική της Ελεύθερης Παραμόρφωσης.

Στη συγκεκριμένη τεχνική, η τροποποίηση μιας γεωμετρίας δεν πραγματοποιείται με αλλαγή των γεωμετρικών παραμέτρων της, αλλά με παραμόρφωση του χώρου μέσα στον οποίο βρίσκεται το αντικείμενο, μέσω της παραμόρφωσης ενός πλέγματος ελέγχου. Η μέθοδος επιτρέπει τη συμβατή παραμόρφωση όλων των διαφορετικών παραμετρικών περιγραφών που αναφέρονται στην ίδια γεωμετρία, ακόμη και των υπολογιστικών πλεγμάτων που χρησιμοποιούνται για την αξιολόγηση της κάθε υποψήφιας λύσης.

Πρόκειται για μια τεχνική η οποία περιλαμβάνει πολύ ισχυρούς αλγόριθμους για παραμόρφωση αντικειμένων, οι οποίοι πρωτοχρησιμοποιήθηκαν στη δημιουργία κινούμενων σχεδίων [Watt and Watt, 1992], στη μορφοποίηση εικόνων [Hall, 1993] και στη παραμόρφωση μοντέλων [Sederberg and Parry, 1986], [Barr, 1984]. Οι συγκεκριμένοι αλγόριθμοι παραμόρφωσης είναι πολύ επιτυχείς στην παραμόρφωση

αντικειμένων, τα οποία αναπαριστώνται είτε από ένα σύνολο από πολύγωνα είτε από παραμετρικές συναρτήσεις (καμπύλες ή επιφάνειες). Ο αλγόριθμος της Ελεύθερης Παραμόρφωσης είναι ο ιδανικός για την παραμετροποίηση αεροσκαφών. Ο αλγόριθμος αυτός δουλεύει άριστα όχι μόνο για το εξωτερικό μέρος του αεροσκάφους αλλά και για τα εσωτερικά του μέρη (Σχήμα 1.3). Ουσιαστικά, η τεχνική της Ελεύθερης Παραμόρφωσης συσχετίζει τις συντεταγμένες των σημείων που περιγράφουν το αντικείμενο με τις συντεταγμένες των σημείων του πλέγματος ελέγχου (που αποτελούν τις μεταβλητές σχεδίασης).

Συγκεκριμένα, με την τεχνική της Ελεύθερης Παραμόρφωσης αντί να διαχειριζόμαστε απευθείας το αντικείμενο, διαχειριζόμαστε τον όγκο που περιέχει το αντικείμενο και ο οποίος ορίζεται με τη βοήθεια του πλέγματος ελέγχου. Αυτό έχει κατασκευαστεί σύμφωνα με το αντικείμενο που θέλουμε να παραμορφώσουμε. Για να τροποποιήσουμε το αντικείμενο μετακινούμε τα σημεία ελέγχου του πλέγματος και ταυτόχρονα παραμορφώνεται και ο όγκος αλλά και το αντικείμενο. Το μοναδικό (αλλά συχνά σημαντικό) μειονέκτημα της τεχνικής αυτής είναι ότι οι μεταβλητές σχεδίασης (οι συντεταγμένες των σημείων του πλέγματος ελέγχου) μπορεί να μην έχουν φυσική σημασία για τους σχεδιαστές.

#### Τεχνική MASSOUD (Multidisciplinary Aero/Struc Shape Optimization Using Deformation Approach)

Ουσιαστικά πρόκειται για προέκταση της τεχνικής της Ελεύθερης Παραμόρφωσης. Η μόνη αλλαγή που παρουσιάζεται σε αυτή τη μέθοδο είναι ότι αντιμετωπίζει με επιτυχία το μειονέκτημα της Ελεύθερης Παραμόρφωσης και οι μεταβλητές σχεδίασης αποκτούν φυσική σημασία. Με άλλα λόγια, η MASSOUD μπορεί να επιλέξει με αποτελεσματικό τρόπο ένα σύνολο από αποτελεσματικές μεταβλητές σχεδίασης που αποφέρουν ένα εφικτό αποτέλεσμα [Samareh, May 1999].

Η συγκεκριμένη τεχνική υλοποιείται σε δύο κύρια βήματα. Το πρώτο βήμα βασίζεται περισσότερο στην παραμετροποίηση των διαταραχών του σχήματος, παρά σ' αυτή καθ' αυτή τη γεωμετρία. Το δεύτερο βήμα βασίζεται στους αλγόριθμους Soft Object Animation (SOA), που αφορούν στην παραμετροποίηση του σχήματος.

### **1.2.2 Σύγκριση των μεθόδων γεωμετρικής παραμετροποίησης**

Ο [Samareh, June 1999] παρουσιάζει μια συγκριτική αξιολόγηση των προηγούμενων μεθόδων, με βάση τα ακόλουθα κριτήρια:

- *Συνέπεια*: κατά πόσο η παραμετροποίηση είναι συνεπής με τους περιορισμούς.
- *Μεταβλητές σχεδίασης του αντικειμένου*: για παράδειγμα, σε ένα αεροπλάνο εάν οι μεταβλητές σχεδίασης είναι συναφείς με τις μεταβλητές σχεδίασης του αεροπλάνου (για παράδειγμα την χορδή ή το πάχος των αεροτομών).
- *Συμπαγή σύνολο μεταβλητών σχεδίασης*: κατά πόσο η παραμετροποίηση εξασφαλίζει ένα συμπαγές σύνολο μεταβλητών σχεδίασης.
- *Ομαλή γεωμετρία*: αν διατηρείται ομαλή η γεωμετρία κατά τις μεταβολές του σχήματος.
- *Τοπικός έλεγχος*: εάν διατηρείται ο τοπικός έλεγχος στις αλλαγές του σχήματος.
- *Αναλυτική ευαισθησία*: εάν μπορούμε να υπολογίσουμε αναλυτικά την ευαισθησία.
- *Παραμόρφωση πλέγματος*: εάν η παραμετροποίηση επιτρέπει την παραμόρφωση του πλέγματος διακριτοποίησης.

- *Χρόνος δημιουργίας*: εάν η παραμετροποίηση και παραμόρφωση του σχήματος μπορεί να δημιουργηθεί γρήγορα.
- *Επαναχρησιμοποίηση υπάρχοντος πλέγματος*: εάν επιτρέπει η παραμετροποίηση στο υπάρχον πλέγμα να επαναχρησιμοποιηθεί.
- *CAD*: εάν υπάρχει δυνατότητα σύνδεσης με CAD συστήματα.

Η αξιολόγηση των τεχνικών περιέχεται συγκεντρωτικά στον Πίνακα 1.1 [Samareh, June 1999].

Τεχνικές	Basis Vector	Domain Element	PDE	Discrete	Polynomial and Spline	CAD	Analytical	FFD	MASSOUD
Κριτήρια									
Συνέπεια									
Μεταβλητές σχεδίασης του αντικειμένου									
Συμπαγές σύνολο μεταβλητών σχεδίασης									
Ομαλή γεωμετρία									
Τοπικός έλεγχος									
Αναλυτική ευαισθησία									
Παραμόρφωση πλέγματος									
Χρόνος δημιουργίας									
Επαναχρησιμοποίηση υπάρχοντος πλέγματος									
CAD									
: Καλή μέθοδος       : Ουδέτερη μέθοδος       : Φτωχή μέθοδος									

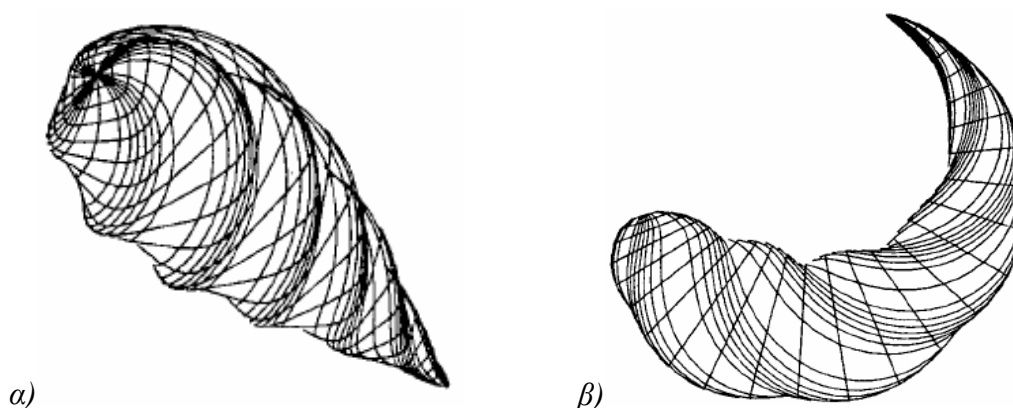
**Πίνακας 1.1:** Σύγκριση εναλλακτικών μεθόδων γεωμετρικής παραμετροποίησης.

Με βάση λοιπόν του παραπάνω πίνακα, μπορούμε εύκολα να διαπιστώσουμε ότι η τεχνική Ελεύθερης Παραμόρφωσης (FFD) και ειδικότερα η επέκτασή της (MASSOUD), υπερέχουν στα περισσότερα κριτήρια σε σχέση με τις υπόλοιπες τεχνικές.

### 1.3 ΠΑΡΑΛΛΑΓΕΣ ΤΕΧΝΙΚΗΣ ΕΛΕΥΘΕΡΗΣ ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΗΣ.

Σε αυτή την ενότητα περιέχεται μια σύντομη επισκόπηση στις κυριότερες παραλλαγές της τεχνικής Ελεύθερης Παραμόρφωσης (*FreeForm Deformation - FFD*).

Μια τεχνική παραμόρφωσης μοντέλων αναπτύχθηκε αρχικά από τον [Barr, 1984] χρησιμοποιώντας ένα σύνολο ιεραρχικών μετασχηματισμών για την παραμόρφωση ενός αντικειμένου. Αυτό περιελάμβανε τη σταδιακή συρρίκνωση, τη στρέβλωση, την κάμψη και την περιστροφή ενός αντικειμένου (Σχήμα 1.7). Αυτή η τεχνική χρησιμοποιεί το *κάθετο διάνυσμα* της μη-παραμορφωμένης επιφάνειας και μια *μήτρας μετασχηματισμού* για να υπολογίσει το *κάθετο διάνυσμα* μιας αυθαίρετα παραμορφωμένης ομαλής επιφάνειας. Τα σύνθετα αντικείμενα μπορούν να δημιουργηθούν από απλούστερα, δεδομένου ότι οι παραμορφώσεις συνδυάζονται εύκολα σε μια ιεραρχική δομή. Το διάνυσμα θέσης και το κάθετο διάνυσμα στα πιο σύνθετα αντικείμενα υπολογίζονται από το διάνυσμα θέσης και το κάθετο διάνυσμα απλούστερων αντικειμένων. Τέλος, κάθε επίπεδο στην ιεραρχία παραμόρφωσης προϋποθέτει τον πολλαπλασιασμό της πρόσθετης μήτρας για τον υπολογισμό του κάθετου διανύσματος.



Σχήμα 1.7: α) Αντικείμενο που έχει υποστεί σταδιακή συρρίκνωση και περιστροφή. β) Τελικό αντικείμενο που έχει υποστεί στρέβλωση και κάμψη [Barr, 1984].

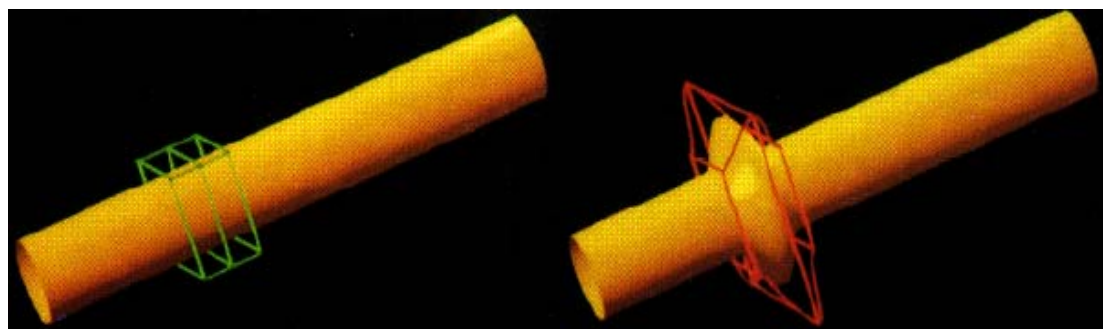
Εν συνεχεία, οι [Sederberg and Parry, 1986] παρουσίασαν μια πιο γενική τεχνική με βάση τα πολυώνυμα Bernstein. Το συγκεκριμένο άρθρο αποτέλεσε και συνεχίζει να αποτελεί το έναυσμα για πολλούς ερευνητές στην τεχνική της Ελεύθερης Παραμόρφωσης. (στην παράγραφο 1.4.1 πραγματοποιείται εκτενής ανάλυση του άρθρου)

Οι [Griessmaier and Purgathofer, 1989] παρουσίασαν παραπλήσια τεχνική με τους [Sederberg and Parry, 1986], βασισμένη στα πολυώνυμα B-Splines. Να αναφέρουμε ότι ο αλγόριθμος υλοποιήθηκε σε γλώσσα προγραμματισμού Pascal, κάνοντας χρήση τριγωνικής πλεγματοποίησης. Επίσης, η συγκεκριμένη μέθοδος απαιτεί ότι ο όγκος που θα προκαλέσει την παραμόρφωση, να είναι ομοιόμορφα κατανομημένος στο αντικείμενο ή να είναι ένα κανονικό παραλληλεπίπεδο. Αυτή η απαίτηση όμως προκαλεί δυσκολίες όταν θέλουμε να προσεγγίσουμε αντικείμενα με αυθαίρετο σχήμα.

Ένα χρόνο αργότερα, ο [Coquillart, 1990] παρουσίασε μια πιο εύρωστη τεχνική της Ελεύθερης Παραμόρφωσης, την *Extended Free-Form Deformation (EFFD)*. Η συγκεκριμένη μέθοδος βασίστηκε στους [Sederberg and Parry, 1986] και

είχε ως στόχο την παραμόρφωση ενός αντικειμένου είτε εφαρμόζοντας κάμψη σε μια αυθαίρετη επιφάνεια του αντικειμένου είτε προσθέτοντας αυθαίρετες απότομες προεξοχές επιφάνειας σε αυτό. Να επισημάνουμε ότι δεν γινόταν τοποθέτηση του αντικειμένου σε παραλληλεπίπεδο όγκο αλλά σε αυθαίρετο (στην παράγραφο 1.4.2 πραγματοποιείται εκτενής ανάλυση του άρθρου).

Στη συνέχεια, οι [Coquillart and Jancéne, 1991] παρουσίασαν μια διεπιδραστική τεχνική για κινούμενα σχέδια. Συγκεκριμένα, κατάφεραν, χρησιμοποιώντας την τεχνική της Ελεύθερης Παραμόρφωσης, να παραμορφώνουν αντικείμενα και να τους δίνουν την απαραίτητη κίνηση, παρουσιάζοντας διαδοχικά τα παραμορφωμένα αντικείμενα. Τα πλεονεκτήματα της τεχνικής που ανέπτυξαν οι [Coquillart and Jancéne, 1991] είναι ότι έχοντας ως δεδομένο ότι η παραμόρφωση είναι ανεξάρτητη του αντικειμένου που εφαρμόζεται, μπορεί να επαναχρησιμοποιηθεί για να παραμορφώσει άλλα αντικείμενα. Τέλος, η μέθοδος των [Coquillart and Jancéne, 1991] μπορεί να χρησιμοποιηθεί και σε συγκεκριμένο μέρος του αντικειμένου σε σχέση με άλλες μεθόδους που αδυνατούν, παρέχοντας ταχύτερα και ευκολότερα το τελικό αντικείμενο που επιθυμούμε (Σχήμα 1.8). Αυτό συμβαίνει διότι το γεωμετρικό μοντέλο δεν χρειάζεται να αντιγραφτεί σε κάθε θέση κλειδί, ώστε να αναπαράχθαι το κινούμενο σχέδιο.

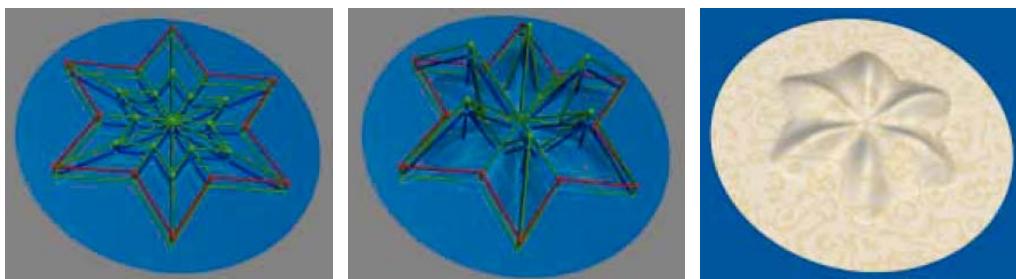


*Σχήμα 1.8: Σωλήνας στον οποίο εφαρμόζεται τοπικά πλέγμα (αριστερά) και εν συνεχεία παρουσιάζεται το αποτέλεσμα της παραμόρφωσης (δεξιά) [Coquillart and Jancéne, 1991].*

Το 1996 οι [MacCracken and Kenneth, 1996] παρουσίασαν παρόμοια εργασία με αυτή του [Coquillart, 1990]. Αναλυτικότερα, χρησιμοποίησαν τεχνικές παραμόρφωσης χρησιμοποιώντας όγκους αυθαίρετης τοπολογίας. Με τον όρο «όγκο» εννοούμε το δισδιάστατο ή τρισδιάστατο πλέγμα, που θα εφαρμοστεί πάνω σε συγκεκριμένη επιφάνεια ενός αντικειμένου, το οποίο επιθυμούμε να παραμορφώσουμε (είτε τοπικά είτε ολικά). Το τροποποιημένο αντικείμενο ή το μέρος του τροποποιημένου αντικειμένου ορίζεται από ανάλογο όγκο (lattice), με βάση τις υποδιαιρεμένες επιφάνειες του αντικειμένου. Οι μέθοδοι που υποδιαιρούν (με επαναληπτική διαδικασία) το αντικείμενο δημιουργούν μια ακολουθία από όγκους, που συγκλίνουν σε μια συγκεκριμένη περιοχή στον τρισδιάστατο χώρο. Δηλαδή σε κάθε βήμα της επανάληψης, ο επιλεγμένος όγκος υποδιαιρείται σε οχτώ υποόγκους. Αυτή η επαναληπτική διαδικασία χρησιμοποιείται για να ορίσουμε μια εικονική παραμετροποίηση (ψευδοπαραμετροποίηση) ενός σημείου που εμπεριέχεται στον όγκο. Με αυτόν τον τρόπο, όταν τα σημεία του όγκου μετακινούνται, αντίστοιχα και η συγκεκριμένη επιφάνεια του αντικειμένου παραμορφώνεται. Φυσικά τα σημεία που προσδιορίζουν το αντικείμενο, αποκτούν νέες συντεταγμένες μέσα στα όρια που ορίζει ο όγκος. Η μέθοδος αυτή είναι αρκετά διαισθητική για τον σχεδιαστή και μπορεί να εφαρμοστεί σε κάθε αντικείμενο. Παρόλα αυτά, πρέπει να σημειωθεί ότι



λόγω της αυθαίρετης τοπολογίας του όγκου, τα προβλήματα συνέχειας στους διπλανούς όγκους μπορεί εικονικά να εκλείπουν αλλά κάθε επανάληψη κοστίζει σε υπολογιστικό χρόνο και χώρο.

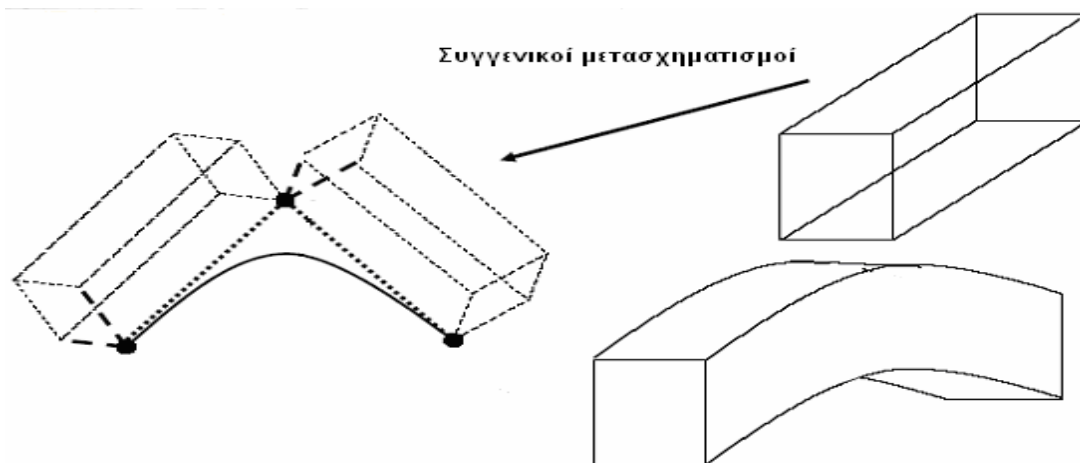


**Σχήμα 1.9:** Δίσκος πάνω στον οποίο εφαρμόζεται όγκος σε σχήμα αστεριού (αριστερό σχήμα), παραμόρφωση του όγκου (μεσαίο σχήμα) και το τελικό προϊόν (δεξιό σχήμα) [MacCracken and Kenneth, 1996].

Κατόπιν, οι [Davis and Burton, 1991] χρησιμοποίησαν την τεχνική της Ελεύθερης Παραμόρφωσης ως ένα διεπιδραστικό εργαλείο για την παραμόρφωση αντικειμένων, χρησιμοποιώντας ρητά πολώνυμα Bernstein. Στην υλοποίησή τους παρουσίασαν πολύπλοκες γεωμετρικές παραμορφώσεις, όπως στρέβλωση, συρρίκνωση και κάμψη αντικειμένων, αποδεικνύοντας ουσιαστικά την ευελιξία της μεθόδου. Η συγκεκριμένη μέθοδος απαιτεί από τον όγκο που θα προκαλέσει την παραμόρφωση να είναι ομοιόμορφα κατανομημένος στο αντικείμενο ή να είναι ένας κανονικός παραλληλεπίπεδος όγκος. Αυτή η απαίτηση όμως προκαλεί δυσκολίες όταν θέλουμε να προσεγγίσουμε αντικείμενα με αυθαίρετο σχήμα.

Στη συνέχεια, οι [Hsu et al., 1992] παρουσίασαν μια διαφορετική έκδοση της τεχνικής της Ελεύθερης Παραμόρφωσης, που επιτρέπει στον χρήστη να χειρίζεται απευθείας τα σημεία μιας επιφάνειας του αντικείμενου και μετά να υπολογίζει τις απαιτούμενες αλλαγές του τρισδιάστατου πλέγματος για να παράγει τα επιθυμητά αποτελέσματα. Με αυτόν τον τρόπο επιτυγχάνεται καλύτερος έλεγχος του αντικείμενου. Η μέθοδος επίσης χρησιμοποιεί έναν κανονικό παραλληλεπίπεδο όγκο, προκαλώντας ορισμένες δυσκολίες όταν θέλουμε να προσεγγίσουμε αντικείμενα με αυθαίρετο σχήμα.

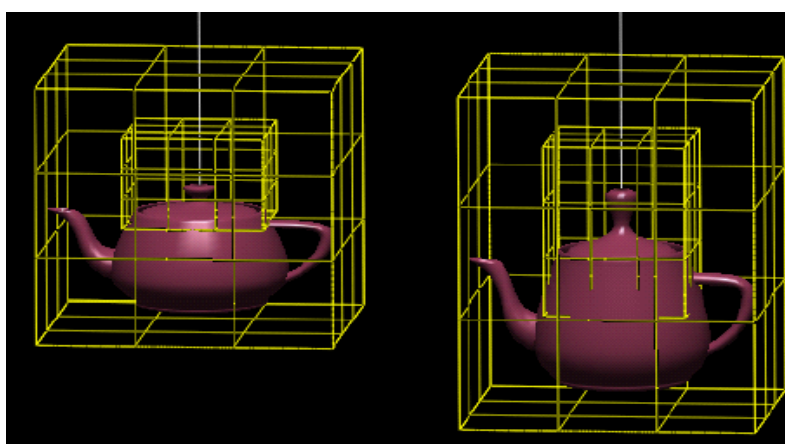
Οι [Chang and Rockwood, 1994] παρουσίασαν μια γενικότερη τεχνική, βασισμένη στο άρθρο του [Barr, 1984], αλλά από διαφορετική σκοπιά. Πρότειναν μια νέα τεχνική που παραμορφώνει ένα αντικείμενο, γενικεύοντας τον αλγόριθμο de Casteljau και χρησιμοποιώντας τις καμπύλες Bezier. Συγκεκριμένα, η τεχνική αυτή επιτρέπει στον χρήστη να ορίσει ένα άξονα, σαν μια καμπύλη Bezier με δύο ορισμένους από τον χρήστη άξονες σε κάθε σημείο ελέγχου της καμπύλης. Κατόπιν, πραγματοποιούνται επαναλαμβανόμενοι *συγγενικοί μετασχηματισμοί* (Σχήμα 1.10) χρησιμοποιώντας ένα γενικότερο αλγόριθμο de Casteljau, για να ορίσουν τον παραμορφωμένο χώρο. Η μέθοδος αυτή είναι πολύ αποτελεσματική, διαισθητική και αποδοτική αλλά περιορίζει τους τρόπους με τους οποίους ο χώρος μπορεί να αλλάζει γύρω από την καμπύλη.



**Σχήμα 1.10:** Συγγενικοί μετασχηματισμοί [Chang and Rockwood, 1994].

Μετάπειτα, η τεχνική *NURBS FreeForm Deformation (NFFD)* πρωτοπαρουσιάστηκε από τους [Lamoussin and Waggenspack, 1994], οι οποίοι χρησιμοποίησαν τα πολυώνυμα NURBS (Non-Uniform Rational BSplines). Τα συγκεκριμένα πολυώνυμα μπορούν να αναπαραστήσουν πολύπλοκες γεωμετρίες με λίγα σημεία (στην παράγραφο 1.4.3 πραγματοποιείται εκτενή ανάλυση του άρθρου).

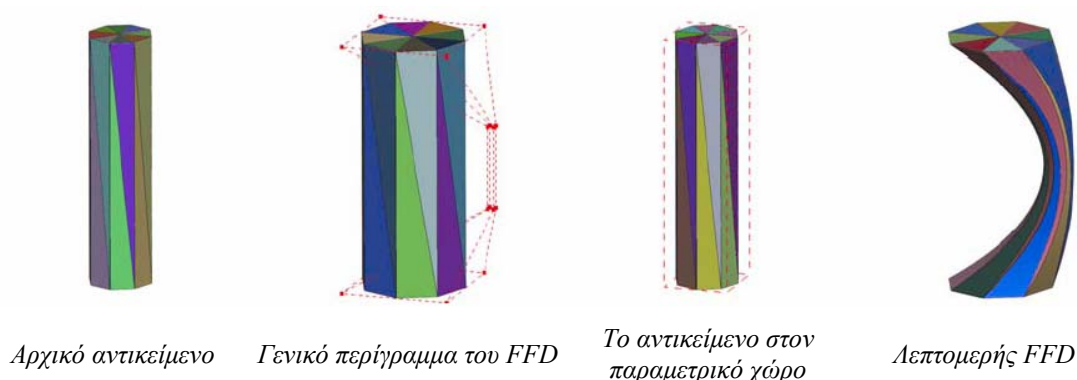
Οι [Faloutsos et al., 1997] πρότειναν μια προέκταση της τεχνικής της Ελεύθερης Παραμόρφωσης, την *δυναμική FFD (Dynamic FFD)*. Η συγκεκριμένη τεχνική εφαρμόστηκε στη σύνθεση κινούμενων σχεδίων, έχοντας ως στόχο να ενεργοποιήσει τα άψυχα αντικείμενα, όπως για παράδειγμα μια τσαγιέρα, δίνοντας τους φυσική κίνηση στον κόσμο των κινούμενων σχεδίων. Έτσι λοιπόν, διατύπωσαν μια δυναμική γεωμετρική FFD, με βάση την οποία πραγματοποιούνται όλα τα είδη των παραμορφώσεων, όπως περιστροφή και μεταφορά (Σχήμα 1.11).



**Σχήμα 1.11:** Τοπική και ολική παραμόρφωση χρησιμοποιώντας την δυναμική FFD. [Faloutsos et al., 1997]

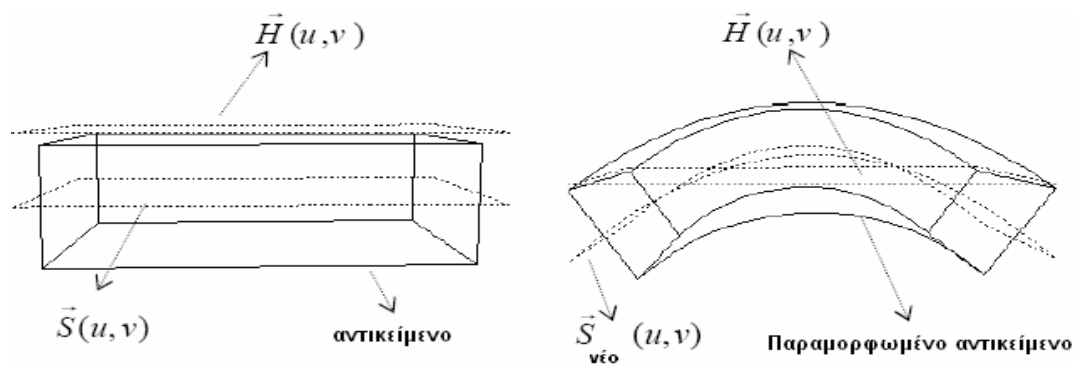
Οι [Feng et al., 1997] πρότειναν μια παραλλαγή, την *λεπτομερή τεχνική* της Πλεύθερης Παραμόρφωσης (Accurate FFD) με βάση την οποία όταν ένα αντικείμενο απεικονίζεται με πολύ λίγα σημεία, τα οποία δεν είναι ικανά να προκαλέσουν σημαντικές αλλαγές στο αντικείμενο (δηλαδή η παραμόρφωση που θα υποστεί θα είναι αμελητέα), μπορούν να προσθέτουν κατάλληλα σημεία ώστε να πετύχουν το

επιθυμητό αποτέλεσμα. Αυτό υλοποιείται βρίσκοντας το μεσαίο (κεντρικό) σημείο κάθε τριγωνικού πλέγματος που απαρτίζει το αντικείμενο και ελέγχοντας το σφάλμα ανάμεσα στην πραγματική παραμόρφωση, χρησιμοποιώντας τεχνικές γραμμικής παρεμβολής. Με βάση λοιπόν αυτόν τον έλεγχο, συνεχίζεται ή όχι η υποδιαίρεση του τριγωνικού πλέγματος του αντικειμένου. Να τονίσουμε ότι η νέα υποδιαίρεση υλοποιείται με βάση το κεντρικό σημείο του προηγούμενου τριγωνικού πλέγματος. Παρόλα αυτά όμως αυτή η λύση δεν είναι πάντα αποτελεσματική. Το πρόβλημα αυτό το αντιμετωπίζουν (για αντικείμενα που απεικονίζονται με τριγωνικό πλέγμα) μέσω σύνθεσης συναρτήσεων και με τελεστές που αλλάζουν την κατεύθυνση (shifting operators), όπου το εργαλείο παραμόρφωσης είναι ένας όγκος B-Spline. Ο όγκος αυτός αρχικά μετατρέπεται (με βάση τα διανύσματα κόμβων) σε ένα τμηματικά συνεχή όγκο Bezier, του οποίου ο παραμετρικός χώρος του αντικειμένου υποδιαιρείται και ξαναδημιουργείται η κατάλληλη τριγωνοποίηση. Να υπογραμμίσουμε ότι κάθε τρίγωνο που απαρτίζει το πλέγμα του αντικειμένου εμπεριέχεται σε έναν όγκο Bezier. Τέλος, διεξάγουμε τη σύνθεση των συναρτήσεων, βάση των τελεστών που αλλάζουν την κατεύθυνση για κάθε όγκο Bezier. Το αποτέλεσμα της παραμόρφωσης είναι ένα σύνολο από τριγωνικά μπαλώματα Bezier, των οποίων ο βαθμός είναι το άθροισμα των τριών κατευθύνσεων (x, y, z) του όγκου B-Spline, συμπίπτοντας ακριβώς με το θεωρητικό αποτέλεσμα του B-Spline FFD. Συνοψίζοντας, το αντικείμενο πρώτα υποδιαιρείται και τριγωνοποιείται με τέτοιο τρόπο ώστε κάθε τρίγωνο που αποτελεί το πλέγμα να βρίσκεται μέσα στον όγκο Bezier. Έτσι λοιπόν, το αποτέλεσμα της παραμόρφωσης είναι συγκεκριμένο.



**Σχήμα 1.12:** Ο βαθμός του όγκου B-Spline είναι  $1 \times 2 \times 1$ , με  $2 \times 4 \times 2$  σημεία ελέγχου [Feng et al., 1997].

Στη συνέχεια, οι [Feng et al., 1999] παρουσίασαν μια νέα μέθοδο παραμόρφωσης, η οποία υιοθετεί δύο παραμετρικές επιφάνειες σαν εργαλείο παραμόρφωσης, που ονομάζονται *shape surface* ( $\vec{S}$ ) και *height surface* ( $\vec{H}$ ). Οι δυο αυτές επιφάνειες μαζί ορίζουν τον τρισδιάστατο παραμετρικό χώρο. Στη συνέχεια, δημιουργείται η σύνδεση μεταξύ του αντικειμένου και του παραμετρικού χώρου, μέσα στον οποίο θα τοποθετηθεί το αντικείμενο, το οποίο θα παραμορφωθεί με βάσεις τις δύο παραμετρικές επιφάνειες. Συγκεκριμένα, καθώς τροποποιούνται οι δύο παραμετρικές επιφάνειες, παραμορφώνεται αυτόματα και το αντικείμενο, παίρνοντας την επιθυμητή μορφή (Σχήμα 1.13). Η παραμόρφωση που πετυχαίνουν είναι αρκετά όμοια με την τεχνική της Ελεύθερης Παραμόρφωσης, περιλαμβάνοντας όλα τα πλεονεκτήματά της.

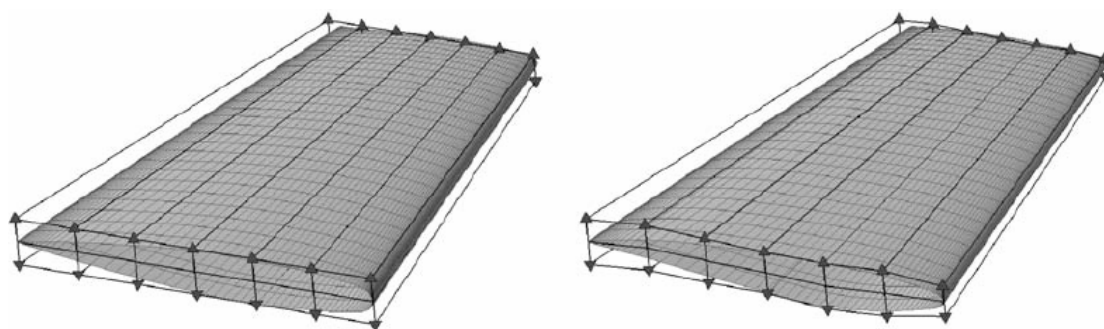


**Σχήμα 1.13:** Το αρχικό αντικείμενο με τις δύο επιφάνειες (αριστερό σχήμα), παραμορφώνεται τροποποιώντας τις δυο επιφάνειες (δεξιό σχήμα) [Feng et al., 1999].

Οι [Gain and Dodgson, 1999] πρότειναν έναν προσαρμοστικό αλγόριθμο, ο οποίος έχει τη δυνατότητα να βελτιώσει την απόδοση της Ελεύθερης Παραμόρφωσης. Συγκεκριμένα, η παραμόρφωση (distortion) που προκαλείται από την μέθοδο της Ελεύθερης Παραμόρφωσης αλλοιώνει την ποιότητα στη διαδικασία προσέγγισης του αντικειμένου. Αυτό το μειονέκτημα αντιμετωπίζεται από τον αλγόριθμο των [Gain and Dodgson, 1999], ο οποίος ενεργεί επαναληπτικά και διεπιδραστικά, με βάση την τεχνική της Ελεύθερης Παραμόρφωσης. Η τεχνική αυτή λοιπόν έχει την ικανότητα να βελτιώνει το σχήμα που επιθυμεί ο χρήστης. Βέβαια αυτό είναι υποκειμενικό, διότι η τεχνική της Ελεύθερης Παραμόρφωσης αν επαναληφθεί (τοποθετώντας ενδεχομένως και περισσότερα σημεία ελέγχου) μπορεί να παράγει το τελικό προϊόν.

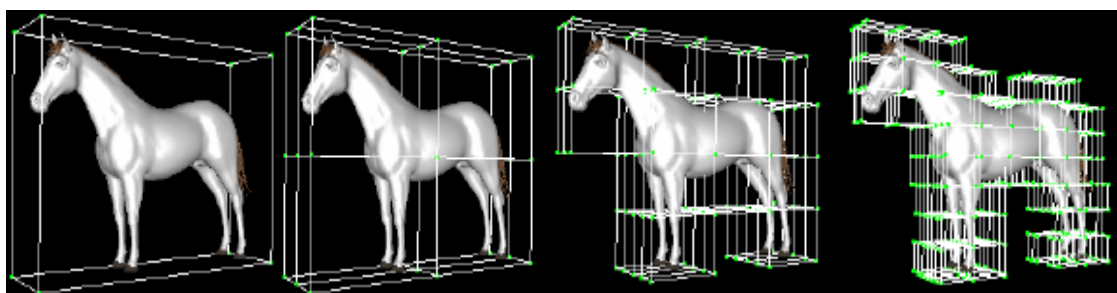
Οι [Yoshizawa et al., 2002] παρουσίασαν ένα σύνολο διαφορετικών τεχνικών παραμόρφωσης. Αναλυτικότερα, δεδομένου ότι υπάρχει ένα αντικείμενο που απαρτίζεται από ένα σύννεφο σημείων και εφαρμόζονται σε αυτό απευθείας οι τεχνικές παραμόρφωσης, δεν χρησιμοποιείται καμιά άλλη πληροφορία σχετικά με τη σύνδεση του πλέγματος. Έτσι λοιπόν, οι [Yoshizawa et al., 2002] παρουσιάζουν μια σειρά από διαφορετικές μορφές παραμόρφωσης, χρησιμοποιώντας κάθε φορά με διαφορετικό τρόπο τα σημεία ελέγχου, ώστε να πετύχουν την κατάλληλη παραμόρφωση, προσεγγίζοντας το επιθυμητό αποτέλεσμα.

Επίσης, ο [Ronzheimer, 2002] χρησιμοποίησε την τεχνική της Ελεύθερης Παραμόρφωσης ως εργαλείο παραμετρικής μορφοποίησης ενός αντικειμένου σχεδιασμένου με τεχνικές παραμετροποίησης CAD. Η τεχνική αυτή χρησιμοποιεί πολυώνυμα NURBS και η υλοποίηση της πραγματοποιείται στο υπάρχον λογισμικό «MegaCads», το οποίο δημιουργεί και ελέγχει το FFD πλέγμα. Η συγκεκριμένη τεχνική εφαρμόστηκε σε μια απλή άρθρωση (αγκώνας), σε ένα τμήμα μιας δισδιάστατης αεροτομής και στη δημιουργία διαφόρων γεωμετρικών τύπων πτερύγων (Σχήμα 1.14).



**Σχήμα 1.14:** Η αρχική πτέρυγα με το αρχικό επιφανειακό πλέγμα και τον όγκο ελέγχου (αριστερό σχήμα), βελτιστοποιείται τροποποιώντας τον όγκο ελέγχου (δεξιό σχήμα) [Ronzheimer, 2002].

Οι [Yutaka et al., 2002] χρησιμοποίησαν την τεχνική της Ελεύθερης Παραμόρφωσης ως ένα εργαλείο που επιτρέπει στον χρήστη να παραμορφώνει ένα αντικείμενο (είτε τοπικά είτε ολικά). Η τεχνική της Ελεύθερης Παραμόρφωσης είναι αποτελεσματική και αποδοτική όταν ο χρήστης έχει σχεδιάσει κατάλληλα τον όγκο. Όμως, δεν είναι εύκολο να κατασκευαστούν κατάλληλοι όγκοι, ώστε να πετύχουμε το επιθυμητό αποτέλεσμα, διότι η κλασσική τεχνική της Ελεύθερης Παραμόρφωσης επιτρέπει μόνο παραλληλεπίπεδους όγκους. Οι [Yutaka et al., 2002] λοιπόν πρότειναν μια τεχνική που επιτρέπει στον χρήστη να δημιουργήσει όγκους αυτόματα, ενώ παράλληλα θα του παρέχονται όλα τα πλεονεκτήματα της Ελεύθερης Παραμόρφωσης. Αρχικά τοποθετείται το αντικείμενο μέσα σε έναν όγκο. Μετά, ο όγκος αυτός υποδιαιρείται ιεραρχικά σε ένα σύνολο από όγκους μεγαλύτερης ακρίβειας (multiresolution lattices). Με αυτόν τον τρόπο ο χρήστης μπορεί να επιλέξει τον όγκο που θέλει να τροποποιήσει. Ουσιαστικά, η τεχνική των [Yutaka et al., 2002] αναπτύσσει όλο και περισσότερους όγκους, οι οποίοι προσαρμόζονται αποκλειστικά επάνω στο αντικείμενο, αφήνοντας εκτός τα σημεία εκείνα που είναι περιττά. (Σχήμα 1.15) Να επισημάνουμε ότι η μέθοδος που χρησιμοποιείται στην υποδιαίρεση του όγκου είναι η μέθοδος Octree.

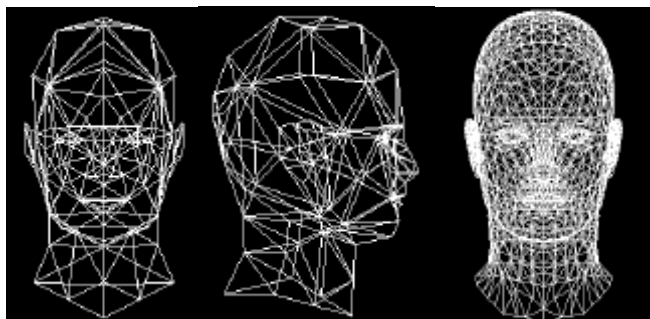


**Σχήμα 1.15:** Ο όγκος που εμπεριέχεται το αντικείμενο υποδιαιρείται ιεραρχικά σε ένα σύνολο από όγκους μεγαλύτερης ακρίβειας [Yutaka et al., 2002].

Την ίδια χρονική περίοδο, οι [Ilic and Fua, 2002] χρησιμοποίησαν τη μέθοδο *Dirichlet FFD (DFFD)*, η οποία παρέχει τη δυνατότητα να τοποθετούνται σημεία ελέγχου σε αυθαίρετες θέσεις. Σε αυτή την περίπτωση, το αντικείμενο που περιέχεται είναι τριγωνικά πλεγματοποιημένο στον όγκο και κάθε παραμόρφωση του εξωτερικού πλέγματος το επηρεάζει. Στη μέθοδο DFFD δεν απαιτείται τα σημεία ελέγχου να βρίσκονται επάνω σε δομημένο πλέγμα. Το γεγονός αυτό μας προσφέρει τη δυνατότητα να τοποθετούμε αυθαίρετα σημεία ελέγχου (πάνω, μέσα ή έξω από το

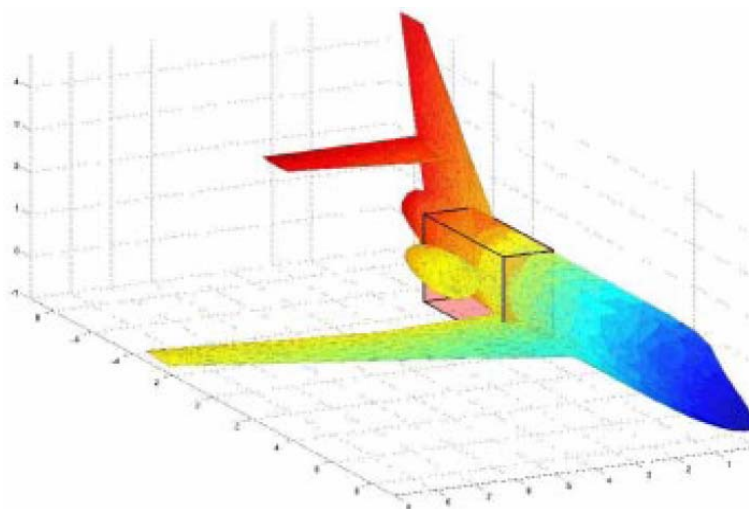


αντικείμενο). Αυτό μας επιτρέπει να ελέγχουμε καλύτερα το αντικείμενο. Η DFFD εφαρμόστηκε στη μοντελοποίηση ενός ανθρώπινου κεφαλιού όπου και πραγματοποιήθηκε εκτίμηση των δυνατοτήτων της. Να αναφέρουμε ότι στο συγκεκριμένο άρθρο ως εργαλείο βελτιστοποίησης χρησιμοποιείται η μέθοδος ελαχίστων τετραγώνων.



**Σχήμα 1.16:** Πλήρη τριγωνοποίηση του ανθρώπινου κεφαλιού [Ilic and Fua, 2002].

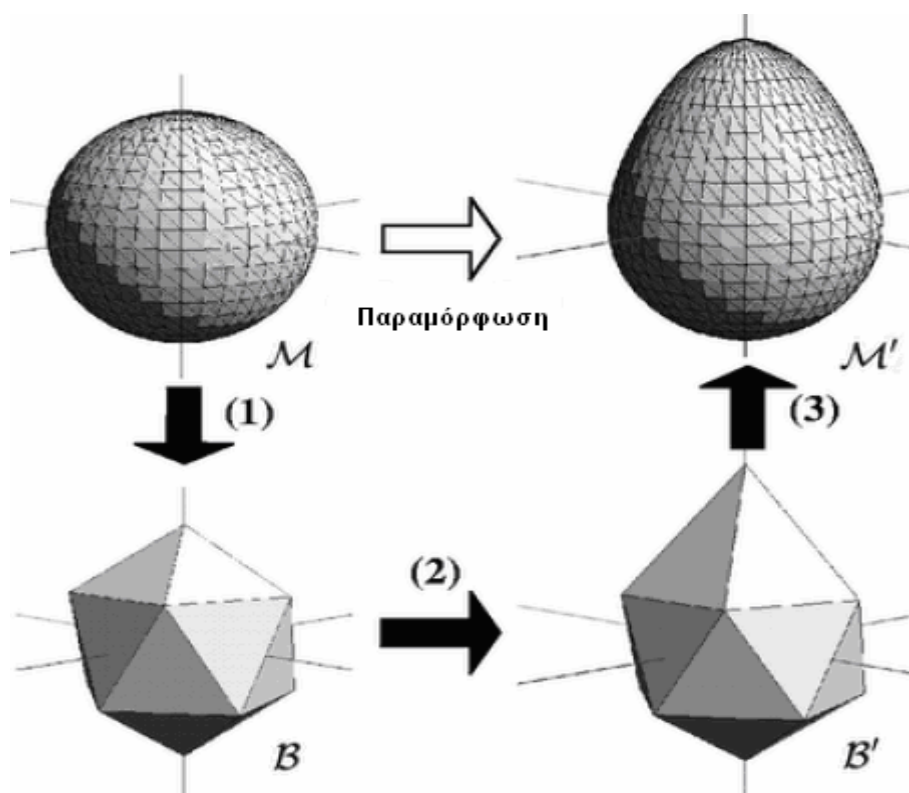
Λίγο μετά, οι [Antreoli et al., 2003] χρησιμοποίησαν και αυτοί την τεχνική της Ελεύθερης Παραμόρφωσης ως εργαλείο παραμετροποίησης στη βελτιστοποίηση αντικειμένων και συγκεκριμένα σε τμήματα αεροτομών, πτέρυγες και ολόκληρα αεροσκάφη. Οι μεθοδολογία τους βασίστηκε στις καμπύλες Bezier, σε συνεργασία με γενετικούς αλγορίθμους και τη μέθοδο Simplex.



**Σχήμα 1.17:** Η τεχνική της Ελεύθερης Παραμόρφωσης για τη βελτιστοποίηση του γραμμοσκιασμένου τμήματος αεροσκάφους [Antreoli et al., 2003].

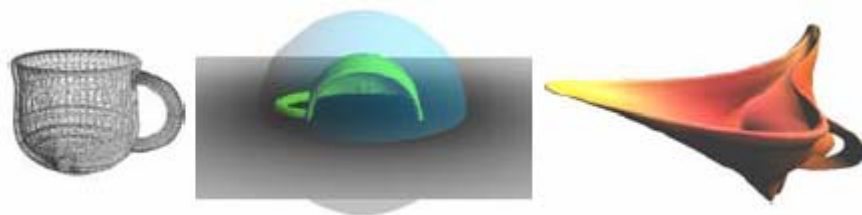
Στη συνέχεια, οι [Kazuya and Katsutoshi, 2003] πρότειναν μια νέα παραλλαγή της τεχνικής της Ελεύθερης Παραμόρφωσης, την *t*-FFD. Στη συγκεκριμένη μέθοδο πραγματοποιείται η υλοποίηση της Ελεύθερης Παραμόρφωσης χρησιμοποιώντας ένα μοντέλο τριγωνικού πλέγματος. Τα βήματα της *t*-FFD απεικονίζονται στο Σχήμα 1.18, όπου μια σφαίρα ( $M$ ) παραμορφώνεται σε ένα αυγό ( $M'$ ). Στο πρώτο βήμα δημιουργείται μια σχέση ανάμεσα στο αρχικό σχήμα ( $M$ ) του αντικείμενου και του τριγωνικού πλέγματος ( $B$ ) αυθαίρετης τοπολογίας. Εάν το τριγωνικό πλέγμα ( $B$ ) καλύπτει ολόκληρη την οντότητα ( $M$ ), τότε έχουμε ολική παραμόρφωση. Στην

αντίθετη περίπτωση έχουμε τοπική παραμόρφωση. Στο δεύτερο βήμα ο χρήστης τροποποιεί το πλέγμα ( $B$ ) στο ( $B'$ ), επιφέροντας την κατάλληλη παραμόρφωση. Στο τρίτο βήμα παράγεται η παραμορφωμένη οντότητα ( $M'$ ) από το ( $B'$ ) και το ( $M$ ). (Σχήμα 1.18) Να τονίσουμε ότι μόλις τελειώσει το πρώτο βήμα (το οποίο υλοποιείται μόνο μια φορά), ο χρήστης τροποποιεί το δεύτερο και τρίτο βήμα επαναληπτικά, μέχρι να παράγει το επιθυμητό αποτέλεσμα.



Σχήμα 1.18: Τα βήματα της τεχνικής  $t$ -FFD [Kazuya and Katsutoshi, 2003].

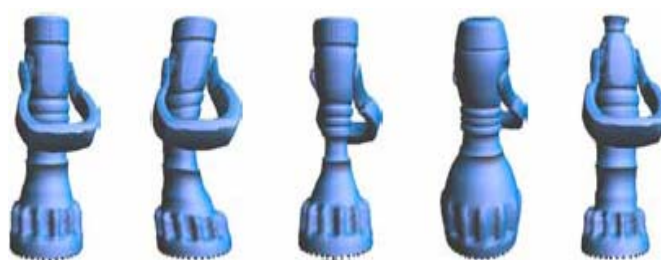
Οι [Hua and Qin, 2003] παρουσίασαν μια άλλη παραλλαγή της Ελεύθερης Παραμόρφωσης, την *Scalar-Field FFD (SFFD)*. Σε αντίθεση με την παραδοσιακή τεχνική υλοποίησης της Ελεύθερης Παραμόρφωσης, η οποία χρησιμοποιεί έναν όγκο με βάση την παραμετρική γεωμετρία και τη θεωρία των παραμετρικών καμπυλών, η SFFD χρησιμοποιεί ένα πεδίο (scalar field) ως χώρο, στον οποίο θα ενσωματωθεί το αντικείμενο. Αναλυτικότερα, βασίζεται σε πεπλεγμένες συναρτήσεις και σε συγκεκριμένες μεταβλητές (συντεταγμένες κορυφών). Όλα μαζί σχηματίζουν ένα πεδίο (scalar field) σαν ένα χώρο που θα ενσωματωθεί το αντικείμενο. Στην τεχνική SFFD, οι κορυφές μετακινούνται ανάλογα και προκαλούν ελεύθερη παραμόρφωση του εσώκλειστου αντικειμένου. Η κατασκευή και διαχείριση του πεδίου (scalar field) γίνεται διαισθητικά και φυσικά. Η συγκεκριμένη τεχνική μπορεί να διαχειριστεί με επιτυχία ένα μεγάλο εύρος διαφορετικών παραμορφώσεων. Στα Σχήματα 1.19-1.22 παρατίθενται ορισμένα κατατοπιστικά παραδείγματα της λειτουργίας της μεθόδου.



**Σχήμα 1.19:** Το αντικείμενο (αριστερό σχήμα) τοποθετείται εντός πεδίου (μεσαίο σχήμα) και παραμορφώνεται μεταβάλλοντας τη μορφή του πεδίου (δεξιό σχήμα) [Hua and Qin, 2003].



**Σχήμα 1.20:** Η τσαγιέρα (αριστερό σχήμα) τοποθετείται εντός πεδίου, που ορίζεται από δυναμικές spline - πεπλεγμένες συναρτήσεις (μεσαίο σχήμα) και παραμορφώνεται με την μετακίνηση των σημείων ελέγχου του πεδίου (κορυφές) (δεξιό σχήμα) [Hua and Qin, 2003].



**Σχήμα 1.21:** Είδη παραμόρφωσης. Αρχικά, έχουμε το φυσικό μοντέλο (το πρώτο από αριστερά σχήμα), το οποίο υπόκειται σε κάμψη, σε σταδιακή λέπτυνση στη μέση, σε διόγκωση του πάνω και κάτω μέρους του και τέλος σε σταδιακή λέπτυνση του πάνω και κάτω μέρους του [Hua and Qin, 2003].



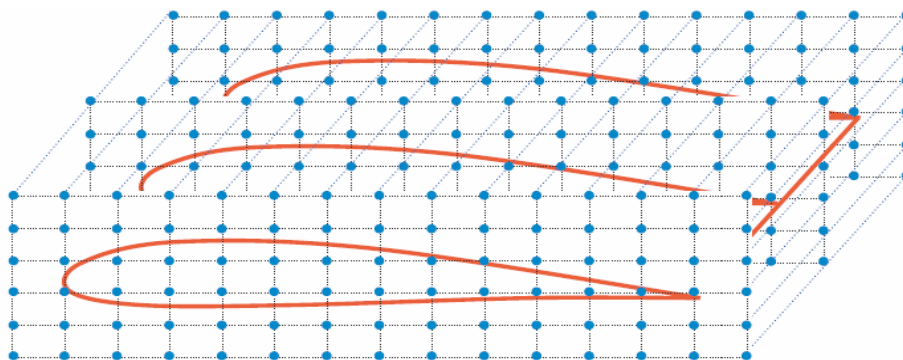
**Σχήμα 1.22:** Λέπτυνση στην πλώρη του σκάφους [Hua and Qin, 2003].

Ο [Ronzheimer, 2004] παρουσίασε την τεχνική FFD σαν ένα πολύπλευρο εργαλείο στην διαδικασία της παραμετροποίησης. Αναλυτικότερα, σε συνεργασία με ρευστομηχανική ανάλυση (CFD), κατάφερε να χρησιμοποιήσει την τεχνική Ελεύθερης Παραμόρφωσης ως εργαλείο αεροδυναμικής βελτιστοποίησης. Η διαδικασία αυτή υλοποιήθηκε σε μια αεροτομή, έτσι ώστε να πετύχει καλύτερη αεροδυναμική σχεδίαση. Για να επιβεβαιώσει την αποτελεσματικότητα της

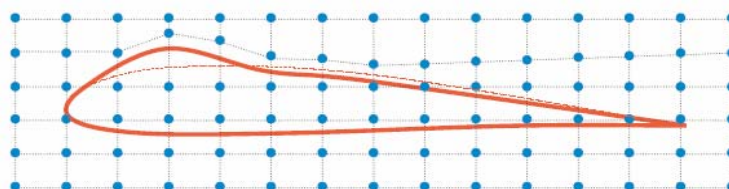


Ελεύθερης Παραμόρφωσης διεξήγαγε δοκιμές αντίστροφης σχεδίασης (ανάκτησης) μιας αεροτομής.

Ο [Samareh, 2004] εκμεταλλεύτηκε τις ιδιότητες των καμπυλών NURBS με βάση την τεχνική Ελεύθερης Παραμόρφωσης (η οποία ουσιαστικά είναι ανεξάρτητη από την τοπολογία του πλέγματος) και την ρευστομηχανική ανάλυση (CFD), με τέτοιο τρόπο ώστε να παραμορφώσει και να βελτιστοποιήσει τη σχεδίαση ενός αεροσκάφους, ως προς το άνωση (lift) και οπισθέλκουσα (drag). Να υπογραμμίσουμε ότι το πλέγμα δεν ξαναδημιουργείται αλλά οι αλλαγές υλοποιούνται στο ήδη υπάρχον πλεγματοποιημένο αντικείμενο. Με αυτόν τον τρόπο διατηρείται η ευελιξία του τρισδιάστατου όγκου πάνω στον οποίο θα εφαρμοστεί η βελτιστοποίηση με βάση την ανάλυση ρευστομηχανικής (CFD), χρησιμοποιώντας όμως μια δισδιάστατη επιφάνεια. Με αυτήν την τεχνική μειώνεται ο αριθμός των μεταβλητών σχεδίασης κατά μια τάξη μεγέθους, προσφέροντας πολύ καλύτερο έλεγχο στις αλλαγές της επιφάνειας (Σχήματα 1.23 και 1.24). Η συγκεκριμένη τεχνική είναι απλή και αποτελεσματική.



**Σχήμα 1.23:** Ο όγκος μέσα στον οποίο περιέχεται η αεροτομή [Samareh, 2004].



**Σχήμα 1.24:** Η παραμόρφωση της αεροτομής βάσει μιας δισδιάστατης επιφάνειας [Samareh, 2004].

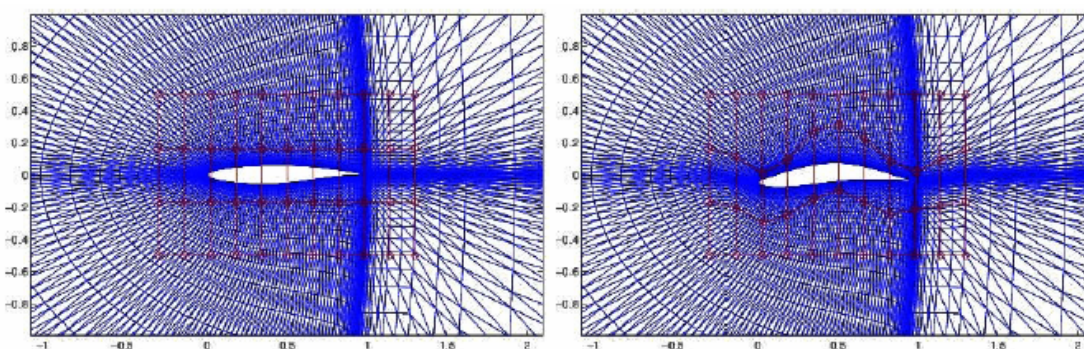
Οι [Schein and Elber, 2004] παρουσίασαν την *ασυνεχή ή διακοπτόμενη τεχνική FFD (Discontinuous FFD - DFFD)*. Η συγκεκριμένη τεχνική έχει τη δυνατότητα να πραγματοποιεί τις απαραίτητες ασυνέχειες πάνω σε ένα αντικείμενο και να το παραμορφώνει κατάλληλα σε συγκεκριμένα σημεία, που επιθυμεί ο χρήστης. Να τονίσουμε ότι η μέθοδος αυτή χρησιμοποιεί τριγωνική πλεγματοποίηση, σε αντίθεση με την παραδοσιακή μέθοδο των [Sederberg and Parry, 1986], που χρησιμοποιούσαν τετραγωνική. Οι ασυνέχειες της μεθόδου είναι πρώτου βαθμού και οι παραμορφώσεις υλοποιούνται με τη βοήθεια ενός αλγορίθμου, ο οποίος διαιρεί κατάλληλα το αντικείμενο ώστε να επιτευχθεί η επιθυμητή παραμόρφωση. Να κλείσουμε αναφέροντας ότι στο συγκεκριμένο άρθρο των [Schein and Elber, 2004] παρουσιάζεται και εφαρμογή της τεχνικής τους, δίνοντας έμφαση στα δυνατά σημεία της DFFD. Χαρακτηριστικό είναι το παράδειγμα του προσώπου (Σχήμα 1.25), στο

οποίο υλοποιούνται τοπικά ισοπαραμετρικά κοψίματα στο μάγουλο και τη μύτη (με τον όρο «ισοπαραμετρικά» εννοούμε ίδιου πάχους και βάθους, χωρίς να υπάρχει η δυνατότητα διαφορετικού είδους κοψίματος, αποτελώντας σοβαρό μειονέκτημα της μεθόδου).



**Σχήμα 1.25:** Η παραμόρφωση της αεροτομής βάση μιας δισδιάστατης επιφάνειας.  
[Schein and Elber, 2004]

Οι [Desideri and Janka, 2004] παρουσίασαν μια μέθοδο βελτιστοποίησης για την αεροδυναμική σχεδίαση υπερηχητικού αεροσκάφους. Στη συγκεκριμένη μέθοδο χρησιμοποιήθηκε ένα τρισδιάστατο μη-δομημένο πλέγμα για την επίλυση της συμπιεστής ροής με τη μέθοδο των πεπερασμένων όγκων. Η τεχνική Ελεύθερης Παραμόρφωσης χρησιμοποιήθηκε για την παραμόρφωση όχι μόνο του αντικειμένου αλλά και του πλέγματος, βασισμένη στα πολυώνυμα Bezier. Για την βελτιστοποίηση χρησιμοποιήθηκε γενετικός αλγόριθμος και / ή μέθοδος Simplex (Σχήμα 1.26).



**Σχήμα 1.26:** Με κόκκινο χρώμα απεικονίζεται το αρχικό πλέγμα της FFD, μέσα στο οποίο τοποθετείται μια αεροτομή (αριστερό σχήμα), η οποία στη συνέχεια τροποποιείται με την παραμόρφωση του FFD πλέγματος (δεξί σχήμα) [Desideri and Janka, 2004].

Οι [Song and Yang, 2005] πρότειναν μια παραλλαγή της FFD, την *weighted T-spline FFD* (*w-TFFD*). Στη συγκεκριμένη μέθοδο, η παραμόρφωση του αρχικού αντικειμένου επιτυγχάνεται χρησιμοποιώντας *weighted T-spline* όγκους. Να προσθέσουμε ότι η *w-TFFD* προσφέρει καλύτερη ικανότητα παραμόρφωσης των

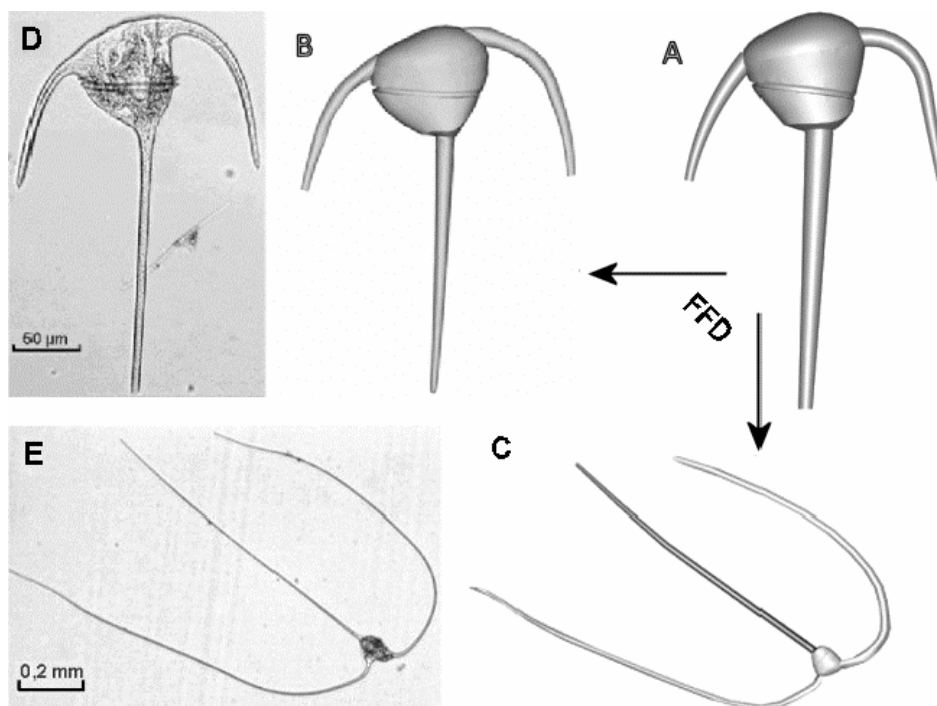
αντικειμένων σε σύγκριση με άλλες μεθόδους της Ελεύθερης Παραμόρφωσης (στην παράγραφο 1.4.4 πραγματοποιείται εκτενής ανάλυση του άρθρου).

Αξίζει να γίνει αναφορά στην εργασία των [Chua and Neumann, 2000], οι οποίοι παρουσίασαν έναν τρόπο με τον οποίο μπορεί να επιταχυνθεί η τεχνική FFD σε συνδυασμό με την OpenGL. Επιπλέον, προτείνουν συγκεκριμένες αρχιτεκτονικές *hardware*, οι οποίες προσαρμόζονται αρμονικά με την τεχνική της Ελεύθερης Παραμόρφωσης, παρέχοντας μεγαλύτερη ταχύτητα. Με την συγκεκριμένη τεχνική οι χρήστες θα έχουν πρόσβαση σε ένα γραφικό περιβάλλον, που υλοποιεί παραμορφώσεις, ενώ θα υπάρχει και ένα σύστημα *hardware* που θα επιταχύνει την διαδικασία της παραμόρφωσης. Να υπογραμμίσουμε ότι η παραπάνω τεχνική εφαρμόστηκε με επιτυχία στην τεχνική που πρότειναν οι [Sederberg and Parry, 1986].

Οι [Draper and Egberg, 2003] παρουσίασαν ένα κατάλληλο γραφικό περιβάλλον για την τεχνική της Ελεύθερης Παραμόρφωσης. Συγκεκριμένα, σε αντίθεση με τα περισσότερα γραφικά περιβάλλοντα, τα οποία χρειάζονται να διαχειριστούν ξεχωριστά κάθε σημείο ελέγχου του όγκου (διαδικασία χρονοβόρα με προδιάθεση λαθών), οι [Draper and Egberg, 2003] παρέχουν τη δυνατότητα στο χρήστη να εκτελεί οποιαδήποτε παραμόρφωση επιθυμεί απευθείας στο αντικείμενο. Έτσι λοιπόν, με τον συγκεκριμένο τρόπο ο χρήστης δεν δίνει βάρος στις μαθηματικές εξισώσεις της Ελεύθερης Παραμόρφωσης αλλά υλοποιεί απευθείας το στόχο του, κάνοντας χρήση ενός φιλικού γραφικού περιβάλλοντος.

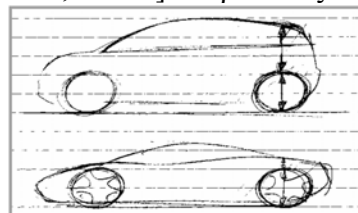
Στη συνέχεια θα γίνει αναφορά σε κάποιες εφαρμογές, που δεν αφορούν το χώρο της αεροναυπηγικής ή το χώρο των κινούμενων σχεδίων (τομείς στους οποίους αναπτύχθηκε η τεχνική της Ελεύθερης Παραμόρφωσης). Συγκεκριμένα, οι [Chadwich et al., 1989] χρησιμοποίησαν την τεχνική FFD για να ελέγξουν την παραμόρφωση των μυών. Αργότερα, οι [Kalra et al., 1992] παρουσίασαν την τεχνική *rational FFD*, η οποία προσομοιώνει την κίνηση των μυών του προσώπου. Μετέπειτα, οι [Moccozet and Thalmann, 1997] προσπάθησαν να προσομοιώσουν το ανθρώπινο χέρι με κάθε λεπτομέρεια χρησιμοποιώντας την τεχνική της Ελεύθερης Παραμόρφωσης ως εργαλείο παραμόρφωσης. Επίσης, ο [Lyakh, 2002] εφάρμοσε την τεχνική Ελεύθερης Παραμόρφωσης στον τομέα της βιολογίας, ώστε να μπορέσει να κατασκευάσει και εν συνεχεία να απεικονίσει διαφορετικά είδη φυτοπλαγκτόν. Αναλυτικότερα, κατάφερε να αντιγράψει τη μορφολογία τους και να την ψηφιοποιήσει. Το γεγονός αυτό του χάρισε τη δυνατότητα να μελετήσει τη συμπεριφορά τους και συγκεκριμένα τις μορφολογικές αλλαγές των μικροοργανισμών, περιγράφοντας το σχήμα τους με σημεία ελέγχου και χρησιμοποιώντας την τεχνική Ελεύθερης Παραμόρφωσης. Αξίζει να σημειώσουμε ότι οι διαστάσεις των φυτοπλαγκτόν είναι μικρότερη του ενός χιλιοστού. Παρόλα αυτά, η μέθοδος της Ελεύθερης Παραμόρφωσης λειτούργησε με μεγάλη επιτυχία (Σχήμα 1.27).

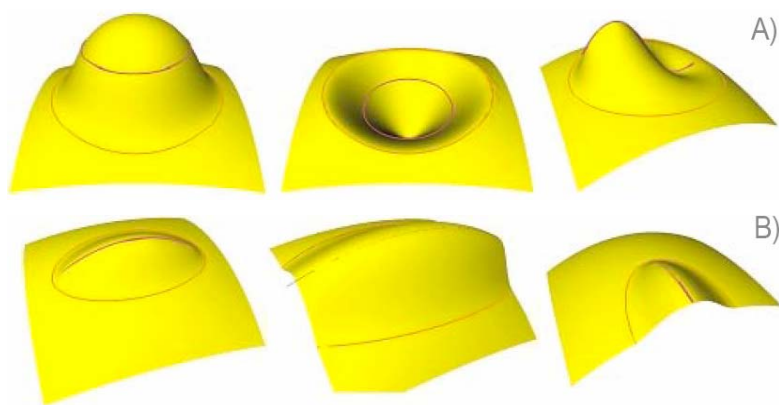
Οι [Rueckert et al., 1999] χρησιμοποίησαν την τεχνική Ελεύθερης Παραμόρφωσης (με βάση καμπύλες B-Splines), για να μπορέσουν να καταχωρήσουν την κίνηση του μαστού, αναπτύσσοντας κατάλληλο αλγόριθμο.



**Σχήμα 1.27:** Α) το βασικό μοντέλο το οποίο χρησιμοποιήθηκε ως βάση για την παραμόρφωση με FFD  
 Β, C) τρισδιάστατα παραμορφωμένα μοντέλα, που έχουν παραχθεί με την τεχνική FFD. D, E)  
 μικροφωτογραφίες φυτοπλαγκτόν [Lyakh, 2002].

Κλείνοντας, οι [Cheutet et al., 2004] πρότειναν μια προέκταση της τεχνικής Ελεύθερης Παραμόρφωσης, την οποία ονόμασαν *Fully Free Form Deformation Features* ( $\delta-F^4$ ). Η συγκεκριμένη μέθοδος βρίσκει εφαρμογή στο χώρο της αυτοκινητοβιομηχανίας. Συγκεκριμένα, οι [Cheutet et al., 2004] παρουσιάζουν αναλυτικά τον τρόπο με το οποίο γεννιέται η ιδέα για την κατασκευή ενός αυτοκινήτου (από το αρχικό σκαρίφημα) μέχρι την τελική του υλοποίηση. Ουσιαστικά, η  $\delta-F^4$  λαμβάνει υπόψη τις αρχικές καμπύλες, στο σκαρίφημα του αυτοκινήτου. Η τεχνική αυτή περιλαμβάνει τη μέθοδο της Ελεύθερης Παραμόρφωσης, με την τελευταία να αποτελεί και το κύριο εργαλείο για την μορφοποίηση του αντικειμένου. Στο Σχήμα 1.28 παρουσιάζονται εφαρμογές της τεχνικής  $\delta-F^4$  σε μορφολογικά (Α) και τοπολογικά (Β) χαρακτηριστικά μιας επιφάνειας.





**Σχήμα 1.28:** Χαρακτηριστικά της τεχνικής  $\delta$ - $F^4$  εφαρμοσμένη σε μορφολογικά (A) και τοπολογικά (B) χαρακτηριστικά [Cheutet et al., 2004].

Πρέπει να τονιστεί ότι, παρά το γεγονός ότι υπάρχει μια πληθώρα από διαφορετικές μορφές της Ελεύθερης Παραμόρφωσης (Free-Form Deformation - FFD), η βασική ιδέα υλοποίησης παραμένει η ίδια. Συγκεκριμένα, το αντικείμενο το οποίο πρόκειται να παραμορφωθεί απεικονίζεται ως στερεό. Οι παραμορφώσεις, που θα πραγματοποιηθούν στην εξωτερική επιφάνεια του στερεού, μεταδίδονται και στο εσωτερικό του. Ο χρήστης πρέπει να επιλέξει ένα κατάλληλο σύνολο σημείων, που θα περιγράφουν τη μορφή του πλέγματος και του αντικειμένου, ώστε να γίνει λεπτομερής και ακριβής περιγραφή του αντικειμένου. Τέλος, η τεχνική της Ελεύθερης Παραμόρφωσης είναι ανεξάρτητη από την μέθοδο που χρησιμοποιείται για να ορίσουμε συνολικά το αντικείμενο.

Στις επόμενες παραγράφους θα γίνει εκτενή ανάλυση των σημαντικότερων μεθόδων, που χρησιμοποιούν την τεχνική της Ελεύθερης Παραμόρφωσης.

### **1.3.1 Υλοποίηση της τεχνικής της Ελεύθερης Παραμόρφωσης (FFD).**

Υπάρχουν τέσσερα κύρια βήματα για την υλοποίηση της τεχνικής της Ελεύθερης Παραμόρφωσης [Lamoussin and Waggenspack, 1994], κοινά σε όλες τις παραλλαγές της. Τα βήματα αυτά είναι τα ακόλουθα:

#### **1<sup>ο</sup> Βήμα: Κατασκευή παραμετρικού στερεού (πλέγματος ελέγχου).**

Το αντικείμενο, το οποίο θα μορφοποιηθεί, τοποθετείται σε έναν όγκο, ο οποίος ορίζεται από ένα τρισδιάστατο πλέγμα. Το πλέγμα αυτό αποτελείται από σημεία και αντίστοιχα από ένα σύνολο παραμετρικών βασικών συναρτήσεων. Στο επόμενο βήμα, κάθε σημείο μέσα στο στερεό ( $x, y, z$ : Καρτεσιανές συντεταγμένες) απεικονίζεται από ένα σύνολο παραμετρικών συντεταγμένων ( $u, v, w$ : παραμετρικές συντεταγμένες), ως προς τον όγκο αναφοράς, που περιβάλλει το στερεό.

#### **2<sup>ο</sup> Βήμα: Τοποθέτηση του αντικειμένου μέσα στο στερεό.**

Το προς μορφοποίηση αντικείμενο «ενσωματώνεται» στο στερεό, που δημιουργήθηκε στο 1<sup>ο</sup> βήμα. Σε αυτό το βήμα πραγματοποιείται η αντίστροφη διαδικασία εύρεσης των παραμετρικών συντεταγμένων ( $u, v, w$ ) για κάθε σημείο ( $x, y, z$ ) του ενσωματωμένου στον όγκο αντικειμένου. Καθώς δεν υπάρχουν ακριβείς μέθοδοι εύρεσης των παραμετρικών συντεταγμένων ( $u, v, w$ ) με δεδομένο τις



συντεταγμένες του σημείου (x, y, z), χρησιμοποιούνται μέθοδοι προσέγγισης αυτών, όπως ο αλγόριθμος Octree (στην παράγραφο 1.4.5 γίνεται εκτενή ανάλυση του αλγορίθμου).

### **3<sup>ο</sup> Βήμα: Παραμόρφωση του στερεού.**

Η διαδικασία αυτή πραγματοποιείται μετακινώντας τα σημεία ελέγχου του τρισδιάστατου πλέγματος. Να προστεθεί ότι, με βάση την παραλλαγή της τεχνικής της Ελεύθερης Παραμόρφωσης που χρησιμοποιείται, οι τρόποι παραμόρφωσης ποικίλουν. Για παράδειγμα, αν χρησιμοποιηθεί η τεχνική της Ελεύθερης Παραμόρφωσης βασισμένη στις ανομοιόμορφες ρητές καμπύλες B-Splines (NURBS - Non-Uniform Rational B-Splines), τότε η παραμόρφωση του στερεού πραγματοποιείται είτε μετακινώντας τα σημεία ελέγχου του τρισδιάστατου πλέγματος είτε αλλάζοντας τις τιμές των βαρών για κάθε σημείο ελέγχου.

### **4<sup>ο</sup> Βήμα: Εκτίμηση της επίδρασης της παραμόρφωσης πάνω στο αντικείμενο.**

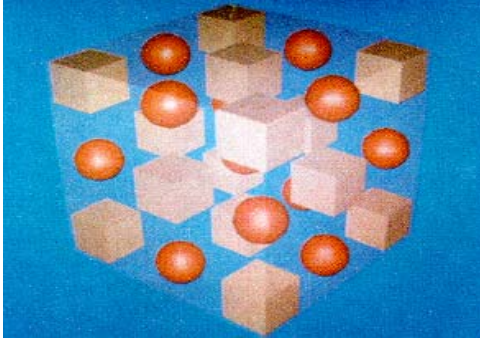
Οι παραμετρικές συντεταγμένες των σημείων (2<sup>ο</sup> Βήμα) χρησιμοποιούνται μαζί με τον παραμορφωμένο όγκο (3<sup>ο</sup> Βήμα) για να εκτιμηθούν οι νέες θέσεις των σημείων του ενσωματωμένου στον όγκο αντικειμένου. Τέλος, η τοπολογία του αρχικού μοντέλου χρησιμοποιείται για να ανακατασκευαστεί το παραμορφωμένο αντικείμενο.

## **1.4 ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΤΩΝ ΚΥΡΙΟΤΕΡΩΝ ΤΕΧΝΙΚΩΝ ΤΗΣ ΕΛΕΥΘΕΡΗΣ ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΗΣ (FFD).**

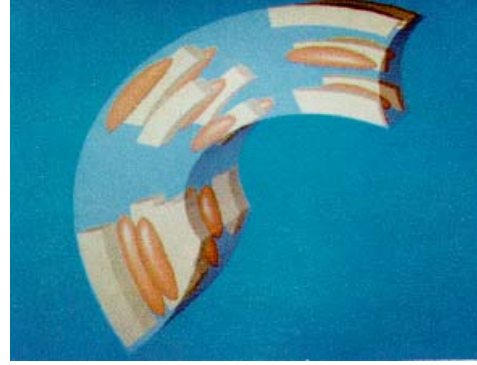
Η τεχνική της Ελεύθερης Παραμόρφωσης πρωτοπαρουσιάστηκε από τους [Sederberg and Parry, 1986] με βάση τα πολυώνυμα Bernstein. Από εκείνη τη στιγμή και μετά, η συγκεκριμένη τεχνική χρησιμοποιήθηκε από πολλούς ερευνητές, προτείνοντας ο καθένας από αυτούς διαφορετικές παραλλαγές. Στις επόμενες παραγράφους, αφού αναλύσουμε τι ακριβώς υλοποίησαν οι [Sederberg and Parry, 1986], θα πραγματοποιήσουμε μια αναλυτική παρουσίαση των σημαντικότερων παραλλαγών της τεχνικής Ελεύθερης Παραμόρφωσης.

### **1.4.1 Η βασική παραλλαγή των [Sederberg and Parry, 1986].**

Η τεχνική, που παρουσιάστηκε από τους [Sederberg and Parry, 1986], βασίστηκε στα πολυώνυμα Bernstein. Αρχικά, στο Σχήμα 1.29 απεικονίζεται ο αρχικός όγκος αναφοράς, ο οποίο περιέχει ορισμένους κύβους και σφαίρες. Στη συνέχεια τροποποιείται ο αρχικός όγκος αναφοράς και παραμορφώνονται τα αντικείμενα που βρίσκονται εσωτερικά, όπως παρουσιάζεται στο Σχήμα 1.30.



**Σχήμα 1.29:** Αρχικός όγκος αναφοράς  
[Sederberg and Parry, 1986].



**Σχήμα 1.30:** Παραμορφωμένος όγκος αναφοράς  
[Sederberg and Parry, 1986].

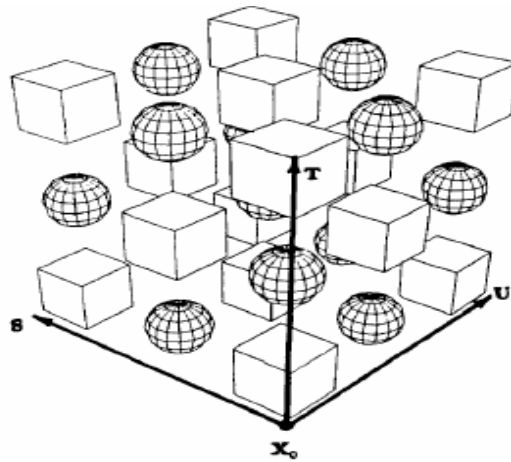
Μαθηματικά, η τεχνική της Ελεύθερης Παραμόρφωσης ορίζεται με τη χρήση ενός τανυστικού γινομένου με πολυώνυμο Bernstein τριών μεταβλητών. Αρχικά δημιουργείται τοπικό σύστημα συντεταγμένων, όπως παρουσιάζεται στο Σχήμα 1.31. Κάθε σημείο  $X$  έχει  $(s, t, u)$  συντεταγμένες, τέτοιες ώστε:

$$X = X_0 + sS + tT + uU \quad (1.5)$$

Οι  $(s, t, u)$  τοπικές συντεταγμένες του σημείου  $X$  μπορούν εύκολα να βρεθούν χρησιμοποιώντας γραμμική άλγεβρα. Ένα διάλυμα λύσης είναι το:

$$s = \frac{T \times U(X - X_0)}{T \times U \cdot S}, \quad t = \frac{S \times U(X - X_0)}{S \times U \cdot T}, \quad u = \frac{S \times T(X - X_0)}{S \times T \cdot U} \quad (1.6)$$

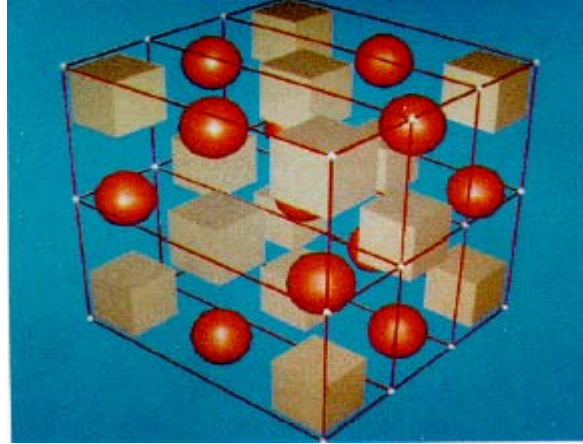
$$\text{με } 0 < s < 1, 0 < t < 1, 0 < u < 1$$



**Σχήμα 1.31:** Σύστημα τοπικών συντεταγμένων  $(s, t, u)$  [Sederberg and Parry, 1986].

Στη συνέχεια, δημιουργείται πλέγμα, το οποίο αποτελείται από τα σημεία ελέγχου  $P_{ijk}$ . Δημιουργούνται  $l+1$  επίπεδα στην  $S$  διεύθυνση,  $m+1$  επίπεδα στην  $T$

διεύθυνση και  $n+1$  επίπεδα στην  $U$  διεύθυνση. Ένα παράδειγμα απεικονίζεται στο Σχήμα 1.32 όπου έχουμε  $l=1$ ,  $m=2$  και  $n=3$ .



Σχήμα 1.32:  $l=1$ ,  $m=2$  και  $n=3$  [Sederberg and Parry, 1986].

Τα σημεία ελέγχου αναπαρίστανται από τα μικρά άσπρα σημεία στο Σχήμα 1.32. Η θέση αυτών των σημείων δίδεται:

$$P_{ijk} = X_0 + \frac{i}{l}S + \frac{j}{m}T + \frac{k}{n}U \quad (1.7)$$

Η παραμόρφωση πραγματοποιείται μετακινώντας τα  $P_{ijk}$ . Η συνάρτηση παραμόρφωσης ορίζεται από ένα τανυστικό γινόμενο πολυωνύμων Bernstein τριών μεταβλητών. Η νέα θέση (μετά την παραμόρφωση)  $X_{ffd}$  ενός αυθαίρετου σημείου  $X$  βρίσκεται αρχικά υπολογίζοντας τις  $(s, t, u)$  συντεταγμένες με τη σχέση (1.6) και στη συνέχεια υπολογίζεται το τανυστικό γινόμενο πολυωνύμων Bernstein τριών μεταβλητών:

$$X_{ffd} = \sum_{i=0}^l \binom{l}{i} (1-s)^{l-i} s^i \left[ \sum_{j=0}^m \binom{m}{j} (1-t)^{m-j} t^j \left[ \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} (1-u)^{n-k} u^k P_{ijk} \right] \right] \quad (1.8)$$

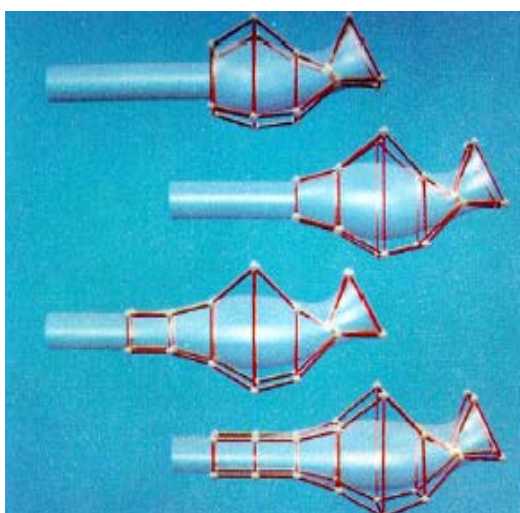
όπου  $X_{ffd}$  είναι το διάνυσμα των καρτεσιανών συντεταγμένων του παραμορφωμένου αντικειμένου και  $P_{ijk}$  είναι το διάνυσμα που περιλαμβάνει τις καρτεσιανές συντεταγμένες των σημείων ελέγχου. Στη πραγματικότητα, τα σημεία ελέγχου  $P_{ijk}$  είναι οι συντελεστές του πολυωνύμου Bernstein. Στο Σχήμα 1.33 απεικονίζεται η παραμόρφωση του προηγούμενου αντικειμένου και οι νέες θέσεις των σημείων ελέγχου.



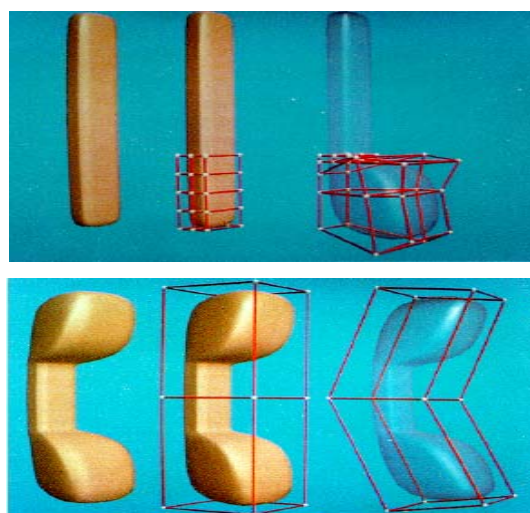


**Σχήμα 1.33:** Οι νέες θέσεις των σημείων ελέγχου του παραμορφωμένου αντικειμένου [Sederberg and Parry, 1986].

Εφαρμογές της μεθόδου των [Sederberg and Parry, 1986] δίδονται στα Σχήματα 1.34 και 1.35.



**Σχήμα 1.34:** Τοπικός έλεγχος παραμόρφωσης με βάση τα σημεία ελέγχου [Sederberg and Parry, 1986].



**Σχήμα 1.35:** Μετατόπιση των σημείων ελέγχου & παραμόρφωση αντικειμένου [Sederberg and Parry, 1986].

#### **1.4.2 Αναλυτική παρουσίαση των βημάτων της τεχνικής της Ελεύθερης Παραμόρφωσης βασισμένη σε αυθαίρετο όγκο αναφοράς [Coquillart, 1990].**

Ο [Coquillart, 1990] παρουσίασε μια πιο εύρωστη παραλλαγή της Ελεύθερης Παραμόρφωσης, την Extended Free-Form Deformation (EFFD). Η συγκεκριμένη μέθοδος βασίστηκε στους [Sederberg and Parry, 1986], η οποία αναλύθηκε στην παράγραφο 1.4.1, με την μόνη διαφορά ότι δεν γίνεται τοποθέτηση του αντικειμένου σε παραλληλεπίπεδο όγκο αλλά σε αυθαίρετο. Τα πλεονεκτήματα της μεθόδου της Ελεύθερης Παραμόρφωσης όχι μόνο διατηρούνται αλλά διευρύνονται με την EFFD.

Στην υλοποίηση της EFFD, ο τρισδιάστατος όγκος αναφοράς αναπαρίσταται από με τη βοήθεια τανυστικού γινομένου ενός όγκου Bezier. Ο όγκος αυτός ορίζεται από τον πίνακα  $(3l+1) \times (3m+1) \times (3n+1)$  με σημεία ελέγχου  $P_{ijk}$ . Κάθε υποδιαίρεση που πραγματοποιείται ορίζεται από τη σχέση:

$$L(u, v, w) = \sum_{i,j,k=0}^3 B_i(u) \cdot B_j(v) \cdot B_k(w) \cdot P_{ijk} \quad (1.9)$$

Με τα  $u, v, w$  να ανήκουν στο διάστημα  $[0, 1]$ , ενώ τα  $B_i(u)$  είναι τα πολώνυμα Bernstein τρίτου βαθμού. Στην περίπτωση που εξετάζουμε, η παραμόρφωση ορίζεται από την μετακίνηση των  $(l+1) \times (m+1) \times (n+1)$  σημείων ελέγχου, τα οποία αποτελούν τα γωνιακά σημεία ελέγχου (όπως αναπαρίστανται στα Σχήματα 1.36 και 1.38), ενώ τα υπόλοιπα αναπαράγονται αυτόματα (δηλαδή βρίσκουν τη νέα τους θέση αυτόματα).

Δύο τρόποι υπάρχουν για να διαχειριστούμε τα γωνιακά σημεία ελέγχου, με σταθερή εφαπτομένη στο σημείο ελέγχου (constant tangent mode) και με μεταβλητή εφαπτομένη (non-constant tangent mode). Στον πρώτο τρόπο, η εφαπτομένη του σημείου παραμένει σταθερή όταν το σημείο μετακινείται, ενώ στον δεύτερο τρόπο η εφαπτομένη του σημείου ενημερώνεται σε σχέση με την τοποθεσία των γειτονικών σημείων, προσομοιώνοντας μια C-Spline αλληλεπίδραση [Clark, 1981]. Οι δύο παραπάνω τρόποι μπορούν να επιλεγούν ανεξαρτήτως για κάθε διεύθυνση.

Η τεχνική EFFD μπορεί να υλοποιηθεί σε τέσσερα βήματα:

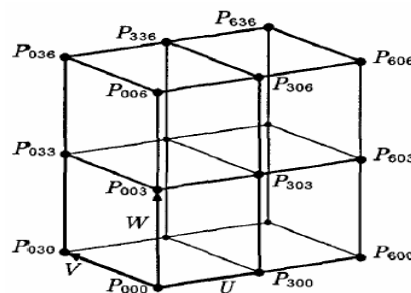
**1ο Βήμα:** Δημιουργία του EFFD πλέγματος.

**2ο Βήμα:** Ενσωμάτωση του EFFD πλέγματος με τις επιφάνειες του αντικειμένου.

**3ο Βήμα:** Παραμόρφωση του EFFD πλέγματος.

**4ο Βήμα:** Παραμόρφωση των επιφανειών με βάση το νέο EFFD πλέγμα.

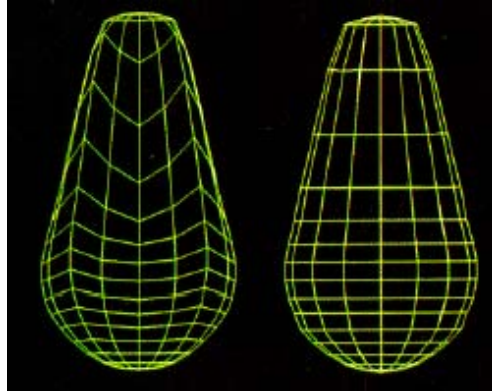
Να υπογραμμίσουμε σε αυτό το σημείο ότι το EFFD πλέγμα ορίζεται ανεξάρτητα από την επιφάνεια του αντικειμένου. Το EFFD πλέγμα αποτελεί ένα εργαλείο παραμόρφωσης το οποίο σχεδιάζεται από το χρήστη και αποθηκεύεται σε μια βιβλιοθήκη μέχρι να χρησιμοποιηθεί.



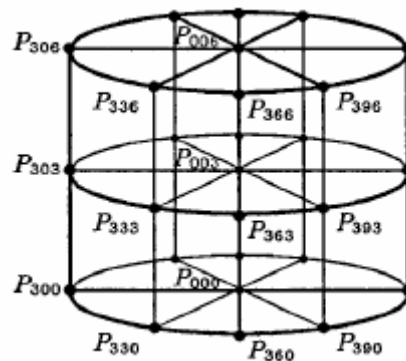
Σχήμα 1.36.: Παράλληλεπίπεδο πλέγμα [Sederberg and Parry, 1986].

Μπορούν να χρησιμοποιηθούν δύο είδη πρισματικών πλεγμάτων, τα στοιχειώδη πρισματικά πλέγματα (elementary prismatic lattices) και τα σύνθετα πρισματικά πλέγματα (composite prismatic lattices). Δεν υπάρχουν περιορισμοί στο σχήμα των στοιχειωδών πλεγμάτων. Όλα τα πρισματικά πλέγματα δημιουργούνται κουνώντας οποιοδήποτε σημείο του πλέγματος που επιτρέπεται. Το κυλινδρικό

πλέγμα, που απεικονίζεται στο Σχήμα 1.38, αποτελεί ένα πολύ χρήσιμο πλέγμα που δημιουργείται από ρητές καμπύλες.

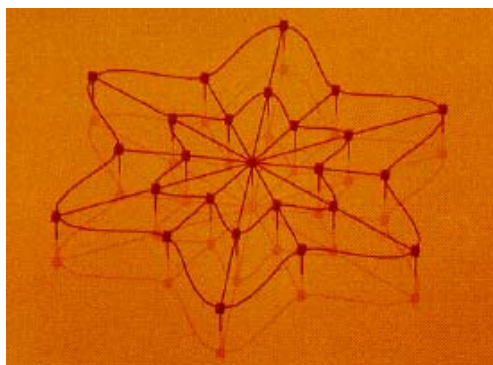


**Σχήμα 1.37:** Σφαίρα που παραμορφώθηκε με τη χρήση παραλληλεπίπεδου πλέγματος (αριστερά) και κυλινδρικού (δεξιά) [Sederberg and Parry, 1986].

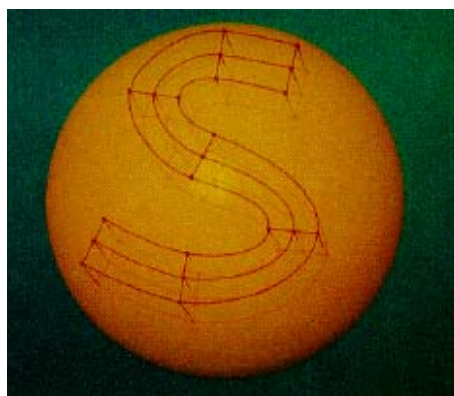


**Σχήμα 1.38:** Κυλινδρικό πλέγμα [Coquillart, 1990].

Το σύνθετο πρισματικό πλέγμα δεν είναι αρκετά γενικό για πολύπλοκες επιφάνειες. Το *μη πρισματικό πλέγμα* (non-prismatic lattice) μπορεί να χρησιμοποιηθεί για δημιουργία παραμορφώσεων αντικειμένων με πολύ ελκυστικές ιδιότητες. Ένα EFFD πλέγμα μπορεί να δημιουργηθεί είτε από ένα ήδη ορισμένο τρισδιάστατο πλέγμα, είτε από ένα δισδιάστατο πλέγμα. Το ήδη ορισμένο τρισδιάστατο πλέγμα μπορεί να είναι συνδυασμός ενός παραλληλεπίπεδου με ένα κυλινδρικό πλέγμα. Χαρακτηριστικό είναι το παράδειγμα του Σχήματος 1.39, στο οποίο χρησιμοποιείται ένα κυλινδρικό πλέγμα με 2, 12, και 1 υποδιαίρεσεις σε κάθε διεύθυνση. Με κατάλληλους χειρισμούς έχουμε καταλήξει στο συγκεκριμένο πλέγμα. Επίσης, όπως προαναφέραμε, ένα EFFD πλέγμα μπορεί να δημιουργηθεί από ένα δισδιάστατο πλέγμα. Χαρακτηριστικό είναι το παράδειγμα του Σχήματος 1.40, του οποίου το πλέγμα έχει δημιουργηθεί από ένα δισδιάστατο πλέγμα.



**Σχήμα 1.39:** Συνδυασμός ενός παραλληλεπίπεδου με ένα κυλινδρικό πλέγμα [Coquillart, 1990].

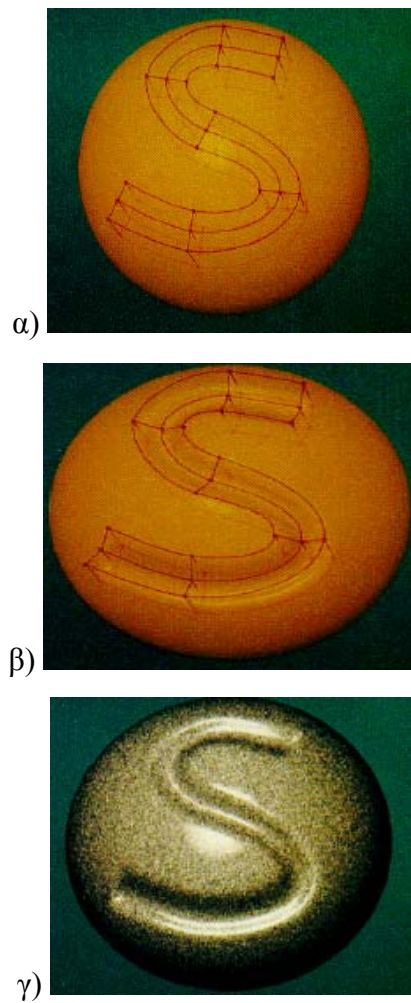


**Σχήμα 1.40:** Το πλέγμα έχει δημιουργηθεί από ένα δισδιάστατο πλέγμα [Coquillart, 1990].

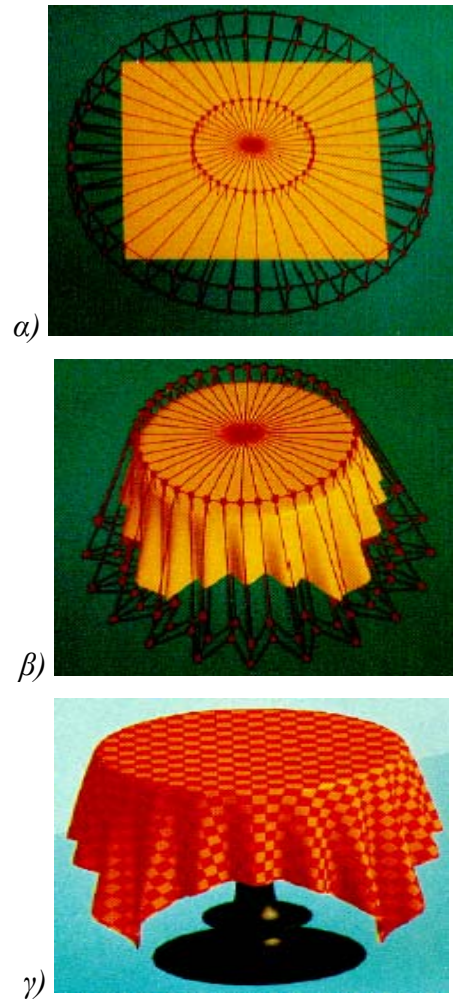
Για να γίνει δυνατός ο υπολογισμός των παραμετρικών συντεταγμένων ( $u$ ,  $v$ ,  $w$ ) του αντικειμένου στο πλέγμα αναφοράς, χρησιμοποιούνται οι ιδιότητες των καμπυλών Bezier σε συνδυασμό με τη μέθοδο Newton. Με βάση τον [Coquillart, 1990], η μέθοδος Newton αντιμετωπίζει σημαντικά προβλήματα. Το πρώτο πρόβλημα που αναδύεται είναι ότι αρχικά πρέπει να οριστούν κάποιες τυχαίες αρχικές τιμές, οι οποίες μπορεί να δημιουργήσουν πρόβλημα. Σύμφωνα με τον [Coquillart, 1990], καλές αρχικές τιμές είναι  $u = 0.5$ ,  $v = 0.5$  και  $w = 0.5$ . Ένα άλλο πρόβλημα που αντιμετωπίζει η μέθοδος Newton είναι ότι πρέπει να βρίσκει σε κάθε επανάληψη αντίστροφο πίνακα, ο οποίο μπορεί να μην είναι εφικτός.

Η ικανότητα να εργαζόμαστε πάνω σε μια επιφάνεια με διαφορετικά πλέγματα, επιλέγοντας κάθε φορά εκείνο που επιθυμεί ο χρήστης, προσδίδει στον ίδιο το χρήστη μεγάλη ευελιξία, επιτυγχάνοντας διαφορετικές παραμορφώσεις.

Στα Σχήματα 1.41 έως 1.44 παρουσιάζονται εφαρμογές της Extended Free-Form Deformation.

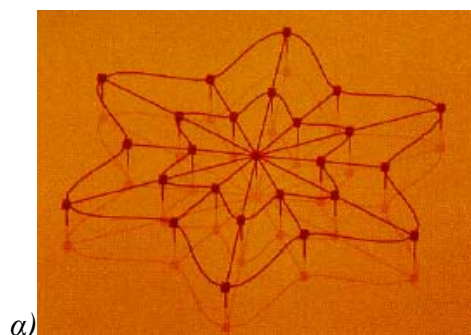


**Σχήμα 1.41:** α) Πλέγμα σε σχήμα “S” τοποθετημένο πάνω σε μια σφαίρα β) Το παραμορφωμένο πλέγμα και η παραμορφωμένη επιφάνεια. γ) Το τελικό σχέδιο [Coquillart, 1990].

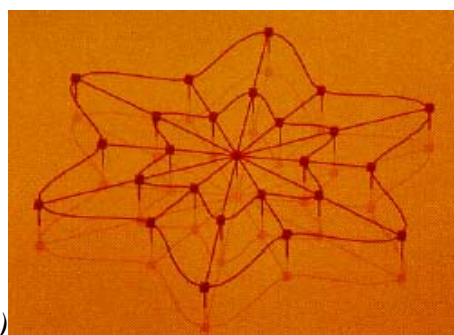


**Σχήμα 1.42:** α) Ένα κυλινδρικό πλέγμα τοποθετημένο πάνω σε μια επίπεδη επιφάνεια β) Το παραμορφωμένο πλέγμα και η παραμορφωμένη επιφάνεια. γ) Το τελικό σχέδιο [Coquillart, 1990].

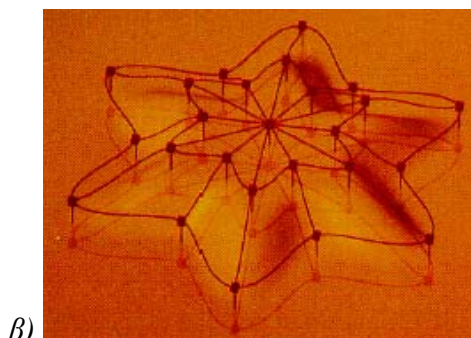




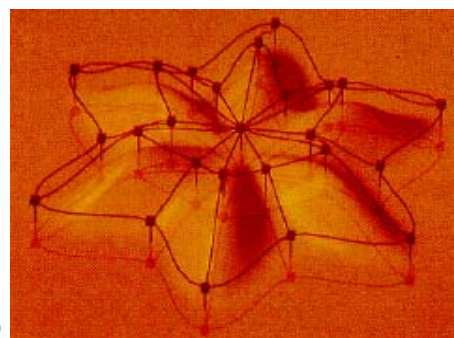
α)



α)



β)



β)



γ)



γ)

**Σχήμα 1.43:** α) Ένα πλέγμα τοποθετημένο πάνω σε μια επίπεδη επιφάνεια β) Το παραμορφωμένο πλέγμα και η παραμορφωμένη επιφάνεια. γ) Το τελικό σχέδιο [Coquillart, 1990].

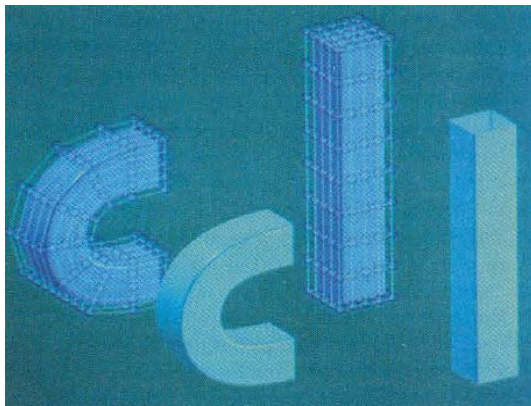
**Σχήμα 1.44:** α) Ένα πλέγμα τοποθετημένο πάνω σε μια επίπεδη επιφάνεια β) Μια άλλη μορφή παραμορφωμένου πλέγματος και η παραμορφωμένη επιφάνεια. γ) Το τελικό σχέδιο [Coquillart, 1990].

### 1.4.3 Η παραλλαγή της Ελεύθερης Παραμόρφωσης βασισμένη σε ανομοιομορφες ρητές καμπύλες BSplines (NFFD) [Lamoussin and Waggenspack, 1994].

Η τεχνική της Ελεύθερης Παραμόρφωσης βασισμένη στις ανομοιομορφες ρητές καμπύλες BSplines (NFFD) πρωτοπαρουσιάστηκε από τους [Lamoussin and Waggenspack, 1994], οι οποίοι χρησιμοποίησαν τα πολυώνυμα NURBS (Non-Uniform Rational BSplines). Τα συγκεκριμένα πολυώνυμα μπορούν να αναπαραστήσουν πολύπλοκες γεωμετρίες με λίγα σημεία. Στη συνέχεια, παρουσιάζονται αναλυτικά τα βασικά στοιχεία της τεχνικής NFFD.

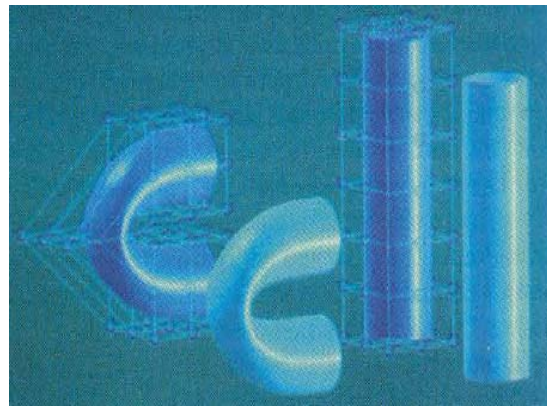
Στα Σχήματα 1.45 έως 1.48, παρουσιάζονται τρισδιάστατα πλέγματα των αντικειμένων με βάση την τεχνική NFFD. Σε κάθε περίπτωση το πλέγμα του στερεού μπορεί να διαιρεθεί σε ένα αριθμό διατομών σε κάθε άξονα του

τρισδιάστατου χώρου. Σε αντίθεση με τους άλλες μεθόδους της Ελεύθερης Παραμόρφωσης, στη μέθοδο NFFD η κατανομή των διατομών δεν χρειάζεται να είναι ομοιόμορφη σε κάθε άξονα. Αυτό σημαίνει ότι μπορεί να υπάρχουν πυκνώσεις των διατομών αυτών σε σημεία του αντικειμένου που χρειάζεται μεγαλύτερο έλεγχο κατά την παραμόρφωση. Τα παραμορφωμένα αντικείμενα που παρουσιάζονται στις εικόνες 1.45 έως 1.48, έχουν δημιουργηθεί με παραμόρφωση του όγκου αναφοράς, δηλαδή με την αλλαγή των συντεταγμένων και των βαρών των σημείων ελέγχου που τα περιγράφουν. Επιλέγοντας τα κατάλληλα σημεία ελέγχου μπορούμε να παραμορφώσουμε το αντικείμενο είτε τοπικά είτε ολικά. Αυτή την δυνατότητα μας την προσφέρουν τα πολυώνυμα NURBS, με τα οποία μπορούμε να έχουμε όχι μόνο συνολικό έλεγχο του αντικειμένου αλλά και άριστο τοπικό έλεγχο.



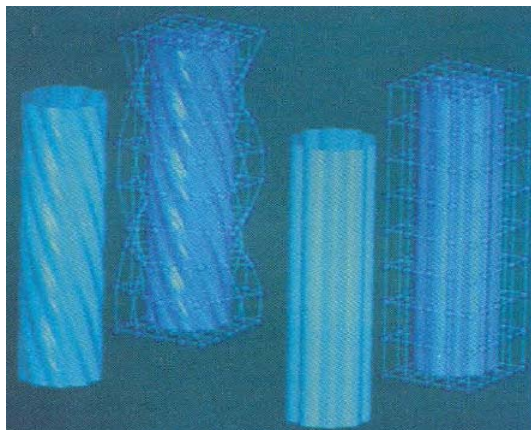
**Σχήμα 1.45:** Δημιουργία ημικυκλίου με  $p=3$ ,  $m=4$ ,  $n=3$ ,  $a=4$ ,  $b=8$ ,  $c=4$

[Lamoussin and Waggenspack, 1994].



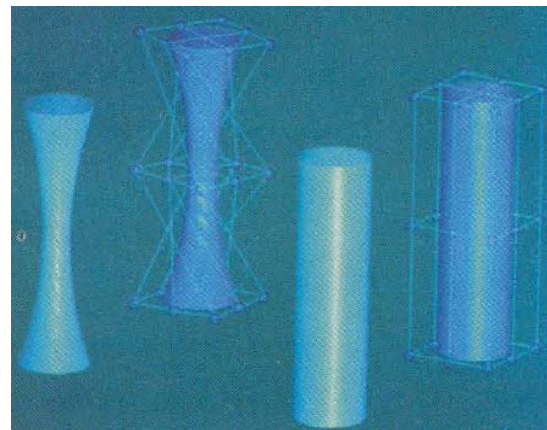
**Σχήμα 1.46:** Δημιουργία λαιμού με  $p=3$ ,  $m=5$ ,  $n=3$ ,  $a=2$ ,  $b=6$ ,  $c=2$

[Lamoussin and Waggenspack, 1994].



**Σχήμα 1.47:** Δημιουργία στρέβλωσης με  $p=3$ ,  $m=4$ ,  $n=3$ ,  $a=4$ ,  $b=8$ ,  $c=4$

[Lamoussin and Waggenspack, 1994].



**Σχήμα 1.48:** Δημιουργία λαιμού με  $p=3$ ,  $m=3$ ,  $n=3$ ,  $a=2$ ,  $b=2$ ,  $c=2$

[Lamoussin and Waggenspack, 1994].

Αναλυτικότερα, ο όγκος αποτελείται από ένα διατεταγμένο πλέγμα, που σχηματίζεται από συγκεκριμένο πλήθος σημείων ελέγχου, τα οποία συμβολίζονται ως εξής:

$$v_{i,j,k} = (x_{i,j,k}, y_{i,j,k}, z_{i,j,k}) \quad (1.10)$$

$$\begin{array}{ll} \text{Διάνυσμα:} & v_{i,j,k} \\ \text{Βάρος:} & w_{i,j,k} \end{array} \quad \begin{cases} 0 \leq i \leq a \\ 0 \leq j \leq b \\ 0 \leq k \leq c \end{cases}$$

Όπου τα  $a$ ,  $b$  και  $c$  να αντιπροσωπεύουν τον αριθμό των υποδιαιρέσεων στη διεύθυνση των παραμετρικών συντεταγμένων ( $u$ ,  $v$ ,  $w$ ) αντίστοιχα. Τα βάρη αρχικά ορίζονται ίσα με τη μονάδα.

Στην συνέχεια, αφού κατασκευαστεί το πλέγμα, ο χρήστης εισάγει τον βαθμό του πολυωνύμου των NURBS. Να υπογραμμίσουμε ότι ο βαθμός σε κάθε διάσταση μπορεί να είναι διαφορετικός. Για παράδειγμα, στο Σχήμα 1.45 για την  $x$  διάσταση έχουμε τρίτου βαθμού πολυώνυμο, για την  $y$  διάσταση έχουμε τετάρτου βαθμού πολυώνυμο και για την  $z$  διάσταση έχουμε τρίτου βαθμού πολυώνυμο. Οι βαθμοί  $p$ ,  $m$  και  $n$ , που καθορίζουν τις βασικές συναρτήσεις στον παραμετρικό χώρο ( $u$ ,  $v$ ,  $w$ ) ακολουθούν τους παρακάτω κανόνες:

$$2 \leq p \leq (a+1) \quad (1.11)$$

$$2 \leq m \leq (b+1) \quad (1.12)$$

$$2 \leq n \leq (c+1) \quad (1.13)$$

Τα αντίστοιχα διανύσματα κόμβων (Knot Vectors) για τα πολυώνυμα NURBS δίνονται από τις εξής σχέσεις:

$$U = (u_0, u_1, \dots, u_q), \quad q = a + 2 \cdot (p-1) \quad (1.14)$$

$$V = (v_0, v_1, \dots, v_r), \quad r = b + 2 \cdot (m-1) \quad (1.15)$$

$$W = (w_0, w_1, \dots, w_s), \quad s = c + 2 \cdot (n-1) \quad (1.16)$$

Η εφαρμογή αυτή κατασκευάζει ένα μη ομοιόμορφο διάνυσμα κόμβων για κάθε παράμετρο, με πολλαπλότητα ίση με τον βαθμό των βασικών συναρτήσεων. Έτσι διασφαλίζεται η απαραίτητη παρεμβολή στις γωνίες του τρισδιάστατου πλέγματος. Για παράδειγμα, για το διάνυσμα κόμβων της  $U$  διεύθυνσης θα έχουμε (αντίστοιχα ισχύουν και για τις  $V$  και  $W$ ):

$$u_i = \begin{cases} 0 & , 0 \leq i \leq p \\ i - (p-1) & , p \leq i \leq (q-p) \\ a & , (q-p) \leq i \leq q \end{cases} \quad (1.17)$$

Οι βασικές συναρτήσεις υπολογίζονται με τη χρήση της αναδρομικής σχέσης:

$$N_{i,p(u)} = \frac{u - u_i}{u_{i+p} - u_i} \cdot N_{i,p-1}(u) + \frac{u_{i+p+1} - u}{u_{i+p+1} - u_{i+1}} \cdot N_{i+1,p-1}(u) \quad (1.18)$$

με



$$N_{i,0(u)} = \begin{cases} 1 & \alpha \nu \quad u_i \leq u < u_{i+1} \\ 0 & \alpha \lambda \lambda \iota \omega \varsigma \end{cases} \quad (1.19)$$

όπου  $i \in \{0, 1, \dots, q\}$ ,  $q$  είναι ο αριθμός των κόμβων,  $N$  η βασική συνάρτηση τύπου B-Spline και η διαίρεση με μηδέν θεωρείται αυτομάτως ίση με μηδέν. Οι παραπάνω σχέσεις συνήθως αναφέρονται ως αναδρομικές σχέσεις Cox-de Boor. Πρόκειται για την πιο διαδεδομένη μέθοδο που βασίζεται στην επαναληπτική σχέση, που οφείλεται στους DeBoor [DeBoor, 1972] και Cox [Cox, 1972].

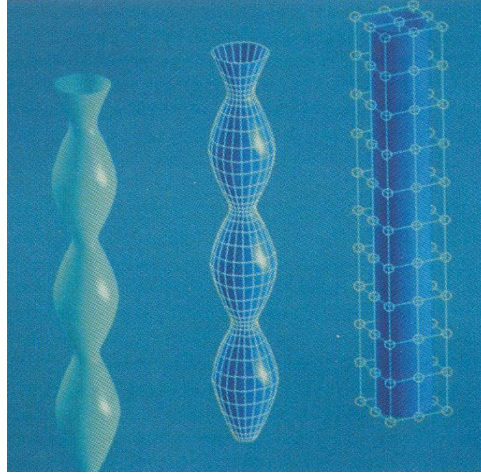
Τα σημεία μέσα στο στερεό υπολογίζονται με τη χρήση μιας απλής παραλλαγής της σχέσης υπολογισμού των καμπυλών B-Spline. Η σχέση υπολογισμού ενός στερεού B-Spline δίδεται [Yu and Soni, 1999]:

$$V(u, v, w) = \frac{\sum_{i=0}^q \sum_{j=0}^r \sum_{k=0}^s w_{ijk} \cdot P_{ijk} \cdot N_{i,m} \cdot N_{j,n} \cdot N_{k,l}}{\sum_{i=0}^m \sum_{j=0}^n \sum_{k=0}^l w_{ijk} \cdot N_{i,p} \cdot N_{j,q} \cdot N_{k,r}} \quad (1.20)$$

όπου  $P$  είναι οι  $(x, y, z)$  Καρτεσιανές συντεταγμένες ενός σημείου του αντικειμένου προς παραμόρφωση.

Η ενσωμάτωση του αντικειμένου στον όγκο αναφοράς συνιστά την εύρεση των παραμετρικών συντεταγμένων  $(u, v, w)$  που αντιστοιχούν στις Καρτεσιανές συντεταγμένες των σημείων, τα οποία περιγράφουν το προς παραμόρφωση αντικείμενο. Το μη ομοιόμορφο NFFD πλέγμα αποκλείει τη χρήση ευθέων μεθόδων εύρεσης αυτών των συντεταγμένων. Παρόλα αυτά όμως, το γεγονός ότι το πλέγμα είναι ορθογώνιο μας επιτρέπει να χωρίσουμε το πρόβλημα σε τρία μέρη, ένα για κάθε παραμετρική διάσταση  $(u, v, w)$ . Για την εύρεση των παραμετρικών συντεταγμένων χρησιμοποιείται η μέθοδος της δυαδικής αναζήτησης τροποποιημένη σε τρεις διαστάσεις (μέθοδος Octree), η οποία παρουσιάζεται αναλυτικά στην παράγραφο 1.4.5.

Το στερεό, στο οποίο βρίσκεται το αντικείμενο προς παραμόρφωση, μπορεί να τροποποιηθεί με τη μετακίνηση των σημείων ελέγχου του πλέγματος, καθώς και με την αλλαγή των βαρών τους. Η χρήση βαρών επιτρέπει τον περαιτέρω έλεγχο του αντικειμένου, καθώς η αύξηση ή η μείωση των βαρών κάποιων σημείων ελέγχου, «έλκει» ή «απωθεί» το αντικείμενο προς αυτά. Χαρακτηριστικό παράδειγμα αποτελεί το Σχήμα 1.49, στο οποίο απεικονίζεται αρχικά ένα κύλινδρος με συγκεκριμένο πλέγμα. Στη συνέχεια παραμορφώνεται, αλλάζοντας τα βάρη των σημείων ελέγχου. Συγκεκριμένα, αυξάνοντας το βάρος των σημείων ελέγχου κάθε τρίτο επίπεδο, προκύπτει το αντικείμενο που απεικονίζεται στο αριστερό τμήμα του Σχήματος 1.49.



**Σχήμα 1.49:** Παραμόρφωση κυλίνδρου αλλάζοντας μόνο τα βάρη των σημείων ελέγχου [Lamoussin and Waggenspack, 1994].

Η υλοποίηση της παραμόρφωσης συνίσταται στην εύρεση των νέων Καρτεσιανών συντεταγμένων του σχήματος, με τη χρήση των παραμετρικών συντεταγμένων του αντικειμένου και των νέων σημείων ελέγχου του όγκου που παραμορφώθηκε. Ο υπολογισμός των συντεταγμένων γίνεται με τη χρήση των αναδρομικών τύπων που αναφέρθηκαν πιο πάνω.

#### 1.4.4 Η παραλλαγή των [Song and Yang, 2005].

Οι [Song and Yang, 2005] πρότειναν μια παραλλαγή της τεχνικής Ελεύθερης Παραμόρφωσης, την «*weighted T-Spline FFD*» (*w-TFFD*). Στη συγκεκριμένη παραλλαγή, η παραμόρφωση του αρχικού αντικειμένου επιτυγχάνεται χρησιμοποιώντας *weighted T-Spline* όγκους, προσφέροντας στον χρήστη άριστο έλεγχο του όγκου και κατ' επέκταση πιο ευέλικτους τρόπους παραμόρφωσης.

Στη συνέχεια, θα γίνει παρουσίαση των *T-Spline* [Sederberg et al., 2003]. Συγκεκριμένα, μια *T-Spline* είναι μια *BP-Spline*, που ορίζεται ως εξής:

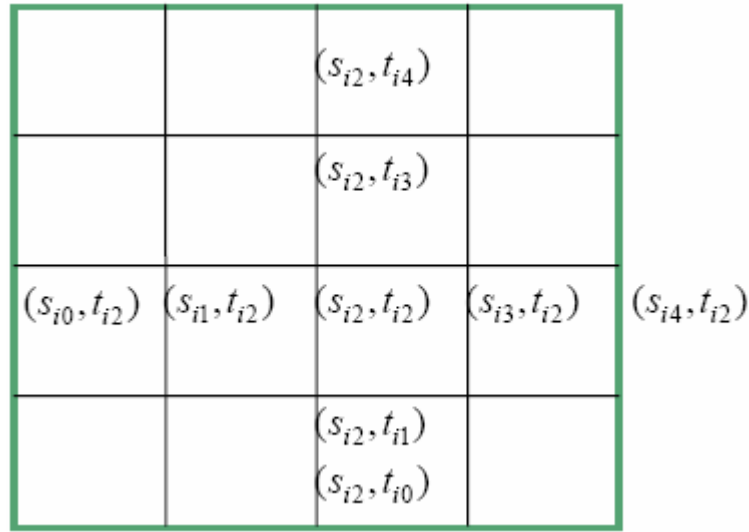
$$P(s, t) = \frac{\sum_{i=1}^n P_i \cdot B_i(s, t)}{\sum_{i=1}^n B_i(s, t)}, (s, t) \in D \quad (1.21)$$

όπου  $P_i$  τα σημεία ελέγχου και  $B_i(s, t)$  βασικές συναρτήσεις, που δίνονται από τη σχέση:

$$B_i(s, t) = N_{i0}^3(s) \cdot N_{i0}^3(t) \quad (1.22)$$

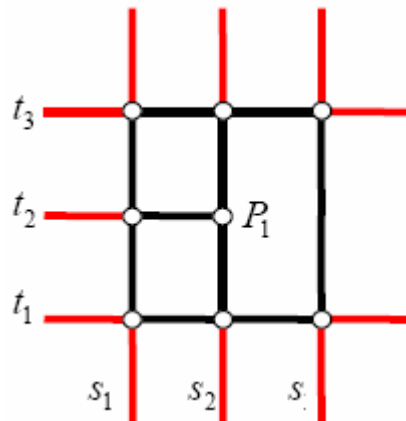
όπου  $N_i^3(s)$  και  $N_i^3(t)$  είναι τρίτου βαθμού *B-Spline* βασικές συναρτήσεις με διανύσματα κόμβων  $s_i$  και  $t_i$  που δίδονται (Σχήμα 1.50):

$$s_i = [s_{i0}, s_{i1}, s_{i2}, s_{i3}, s_{i4}] \text{ και } t_i = [t_{i0}, t_{i1}, t_{i2}, t_{i3}, t_{i4}]$$



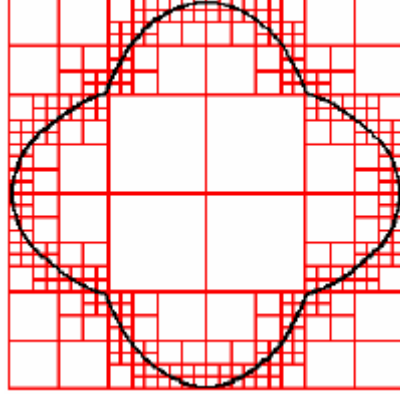
Σχήμα 1.50: Διανύσματα κόμβων  $s_i$  και  $t_i$  [Song and Yang, 2005].

Τα διανύσματα κόμβων  $s_i$  και  $t_i$  για κάθε βασική συνάρτηση απαρτίζουν το  $T$ -πλέγμα. Το  $T$ -πλέγμα είναι ένα πλέγμα με  $T$ -σημεία ένωσης, που ορίζονται από δύο κανόνες. Ο πρώτος κανόνας είναι ότι κάθε ακμή σε ένα  $T$ -πλέγμα (Σχήμα 1.51) είναι ένα ευθύγραμμο πλέγμα σταθερού  $s$  (που ονομάζεται  $s$ -edge ή  $s$ -ακμή) ή σταθερού  $t$  (που ονομάζεται  $t$ -edge ή  $t$ -ακμή). Τα  $T$ -σημεία ένωσης είναι κορυφές από μια  $s$ -ακμή και δύο  $t$ -ακμές ή από δύο  $s$ -ακμές και μια  $t$ -ακμή. Για παράδειγμα, στο Σχήμα 1.51 το  $P_1$  είναι ένα  $T$ -σημείο ένωσης [Sederberg et al., 2003].



Σχήμα 1.51: Το  $P_1$  είναι ένα  $T$ -σημείο ένωσης [Song and Yang, 2005].

Επίσης, ο δεύτερος κανόνας είναι ότι οι  $T$ -Spline επιτρέπουν  $T$ -σημεία ένωσης. Είναι πολύ χρήσιμο να κατασκευαστεί κατάλληλο πλέγμα, το οποίο να είναι πυκνό στα όρια του αντικειμένου (Σχήμα 1.52). Το συγκεκριμένο πλέγμα ικανοποιεί τους δύο κανόνες και αποτελεί και  $T$ -πλέγμα.



**Σχήμα 1.52:** Το περίγραμμα και το  $T$ -πλέγμα ελέγχου για επίπεδο αντικείμενο [Song and Yang, 2005].

Η συγκεκριμένη τεχνική χρησιμοποιεί *weighted T-Spline*, που αποτελούν γενίκευση των *T-Spline*. Ένας *weighted T-Spline* όγκος ορίζεται ως ένας *weighted 3D PB-Spline* όγκος ως:

$$P(u, v, w) = \frac{\sum_{i=1}^n \omega_i \cdot P_i \cdot B_i(u, v, w)}{\sum_{i=1}^n \omega_i \cdot B_i(u, v, w)}, (u, v, w) \in D \quad (1.23)$$

όπου  $P_i$  σημεία ελέγχου,  $D$  ο χώρος μέσα στον οποίο ορίζονται οι *weighted 3D PB-Spline*,  $\omega_i$  θετικά βάρη και  $B_i(u, v, w)$  βασικές συναρτήσεις που δίνονται από τη σχέση:

$$B_i(u, v, w) = N_{i0}^3(u) \cdot N_{i0}^3(v) \cdot N_{i0}^3(w) \quad (1.24)$$

όπου  $N_i^3(u)$ ,  $N_i^3(v)$  και  $N_{i0}^3(w)$  είναι τρίτου βαθμού *B-Spline* βασικές συναρτήσεις, με διανύσματα κόμβων  $u_i$ ,  $v_i$  και  $w_i$  τα εξής:

$$u_i = [u_{i0}, u_{i1}, u_{i2}, u_{i3}, u_{i4}], v_i = [v_{i0}, v_{i1}, v_{i2}, v_{i3}, v_{i4}] \text{ και } w_i = [w_{i0}, w_{i1}, w_{i2}, w_{i3}, w_{i4}]$$

Ο χώρος στον οποίον επιδρούν οι  $B_i(u, v, w)$  είναι ο  $D_i = (u_{i0}, u_{i4}) \times (v_{i0}, v_{i4}) \times (w_{i0}, w_{i4})$ . Αν  $w_i = 1$  τότε οι *weighted 3D PB-Spline* εκφυλίζονται στις *3D PB-Spline*. Ο περιορισμός για το χώρο  $D$  είναι ότι  $\sum_{i=1}^n B_i(u, v, w) > 0$  για όλα τα  $(u, v, w) \in D$ .

Στη συνέχεια, ορίζεται ο  $T$ -όγκος (*T-lattice*). Συγκεκριμένα, ένας  $T$ -όγκος είναι ένα παραλληλεπίπεδο που επιτρέπει  $T$ -σημεία ένωσης. Δύο είναι οι λόγοι που πρέπει να κατασκευάσουμε ένα  $T$ -όγκο. Αυτοί είναι οι εξής:

- προσφέρει στο χρήστη ένα πιο φιλικό γραφικό περιβάλλον σε σχέση με τα σημεία ελέγχου.

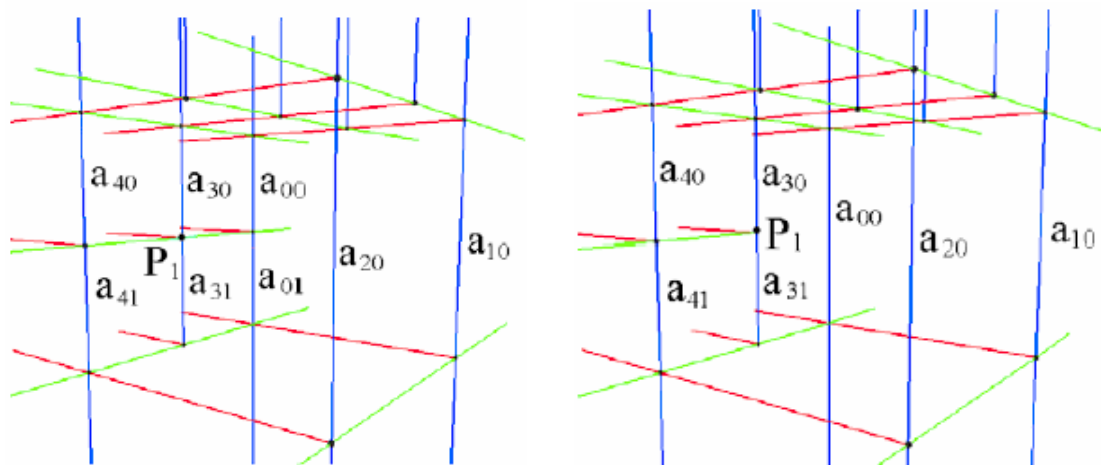
- τα διανύσματα κόμβων  $u_i$ ,  $v_i$  και  $w_i$  για κάθε βασική συνάρτηση προέρχονται από τον  $T$ -όγκο.

Να υπογραμμίσουμε ότι εάν ένας  $T$ -όγκος είναι απλά ένα τετράγωνο παραλληλεπίπεδο με κανένα  $T$ -σημείο ένωσης, τότε ο *weighted 3D PB-Spline* όγκος εκφυλίζεται σε όγκο NURBS. Επιπλέον, αν όλα τα  $w_i=1$ , τότε ξανά ο *weighted 3D PB-Spline* όγκος εκφυλίζεται σε όγκο *B-Spline*. Για παράδειγμα, στο Σχήμα 1.53 απεικονίζεται ένα ελάχιστο κελί του  $T$ -όγκου στον παραμετρικό  $(u, v, w)$  χώρο και κάθε χρώμα ορίζει ένα άξονα. Έχουμε τρία ευθύγραμμα τμήματα, ένα για κάθε κατεύθυνση (u-ακμή, v-ακμή, w-ακμή). Ένα  $T$ -σημείο ένωσης είναι μια κορυφή, δηλαδή το σημείο τομής από μια ακμή στη μια διεύθυνση και δύο ακμές από τις υπόλοιπες διευθύνσεις. Για παράδειγμα, στο Σχήμα 1.53, η κορυφή  $P_1$  είναι  $T$ -σημείο ένωσης (και στις δύο εικόνες). Ακόμη, κάθε ακμή σε ένα ελάχιστο κελί ενός  $T$ -όγκου δηλώνει ένα εσωτερικό κόμβο περιοριζόμενο από τους εξής τρεις κανόνες:

1<sup>ος</sup> Κανόνας: Σε κάθε ελάχιστο κελί, το άθροισμα των εσωτερικών κόμβων της ίδιας κατεύθυνσης πρέπει να είναι ίδιο. Έτσι για παράδειγμα στο Σχήμα 1.53 κατά την κάθετη διεύθυνση έχουμε ότι:

για το Σχήμα 1.53 α):  $a_{00} + a_{01} = a_{10} = a_{20} = a_{30} + a_{31} = a_{40} + a_{41}$

για το Σχήμα 1.53 β):  $a_{00} = a_{10} = a_{20} = a_{30} + a_{31} = a_{40} + a_{41}$

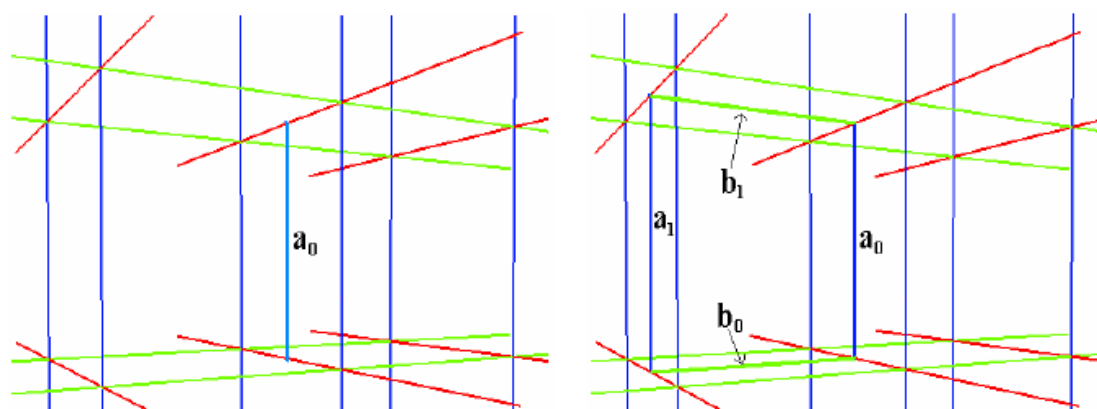


α) Το  $T$ -σημείο ένωσης  $P_1$  είναι μια κορυφή από μια ακμή στη μια διεύθυνση και δύο ακμές στις υπόλοιπες δυο κατευθύνσεις.

β) Το  $T$ -σημείο ένωσης  $P_1$  είναι μια κορυφή από μια ακμή στις δυο κατευθύνσεις και δύο ακμές στη άλλη διεύθυνση.

**Σχήμα 1.53:** Ένα ελάχιστο κελί του  $T$ -όγκου [Song and Yang, 2005].

2<sup>ος</sup> Κανόνας: Κάθε ακμή πρέπει να είναι ακμή κελιού. Στο Σχήμα 1.54 α) το  $a_0$  είναι μια μη επιτρεπόμενη ακμή διότι το  $a_0$  δεν είναι ακμή κελιού. Στο Σχήμα 1.54 β) το  $a_0$  είναι μια επιτρεπόμενη ακμή διότι το  $a_0$  είναι ακμή κελιού.

α) Ακμή  $a_0$  που δεν είναι ακμή κελιού.β) Ακμή  $a_0$  που είναι ακμή κελιού.**Σχήμα 1.54:** Μια ακμή μέσα σε ένα  $T$ -όγκου [Song and Yang, 2005].

3<sup>ος</sup> Κανόνας: Στη συγκεκριμένη δεν υπάρχουν μη μηδενικές ακμές στον  $T$ -όγκο.

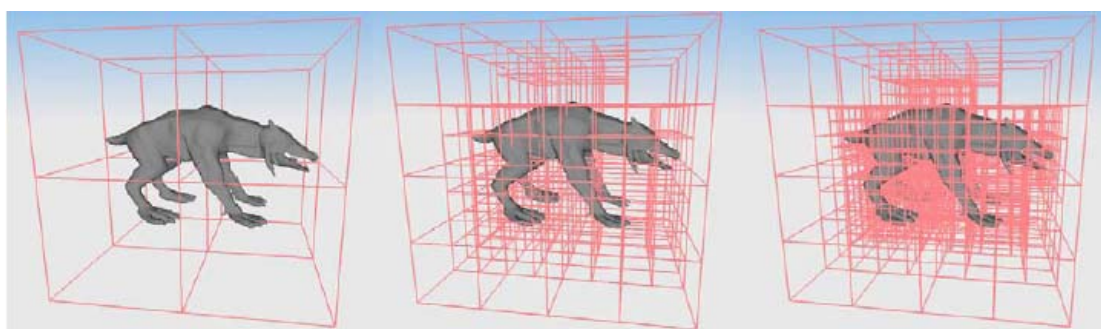
Αφού έχει οριστεί η αρχική περιοχή του μοντέλου, που θα υποστεί παραμόρφωση (είτε σε ολόκληρο το μοντέλο, είτε σε ένα τμήμα του), δημιουργείται ο  $T$ -όγκος, προσεγγίζοντας το σχήμα του αντικειμένου με τη βοήθεια της μεθόδου Octree (να σημειωθεί ότι ο όγκος ελέγχου δημιουργείται αυτόματα). Τα βήματα για τη δημιουργία του  $T$ -όγκου, χρησιμοποιώντας τη μέθοδο Octree είναι τα ακόλουθα:

**1<sup>ο</sup> Βήμα:** ορίζουμε τον αρχικό όγκο που θα παραμορφωθεί.

**2<sup>ο</sup> Βήμα:** αν το κελί περιλαμβάνει κάποια κορυφή του μοντέλου, το υποδιαιρούμε εφαρμόζοντας την μέθοδο Octree.

**3<sup>ο</sup> Βήμα:** επαναλαμβάνουμε το δεύτερο και τρίτο βήμα μέχρι να ικανοποιηθεί μια τιμή-κατώφλι, που έχει ορίσει ο χρήστης.

Στο Σχήμα 1.55 απεικονίζεται  $T$ -όγκος, ο οποίος προσεγγίζει το μοντέλο ιεραρχικά χρησιμοποιώντας την τεχνική octree.

α) Ο αρχικός  $T$ -όγκος.β) Μια ενδιάμεση κατάσταση του  $T$ -όγκου.γ) Τελικός  $T$ -όγκος.**Σχήμα 1.55:** Δημιουργία  $T$ -όγκου, χρησιμοποιώντας την τεχνική Octree [Song and Yang, 2005].

Στη συνέχεια, υπολογίζονται οι παραμετρικές συντεταγμένες για το σύνολο των σημείων, που αναπαριστούν το μοντέλο που θα παραμορφωθεί. Ο υπολογισμός των παραμετρικών συντεταγμένων πρέπει να γίνει για κάθε σημείο πριν από την παραμόρφωση του αντικειμένου.

Έχοντας κατασκευάσει τον *weighted T-spline* όγκο, μπορούμε να τροποποιήσουμε κάθε αντικείμενο που εμπεριέχεται μέσα σε αυτόν, κουνώντας τα σημεία έλεγχου ή τα βάρη του. Ο αλγόριθμος *w-TFFD* υλοποιείται σε τέσσερα βήματα, τα οποία είναι τα εξής:

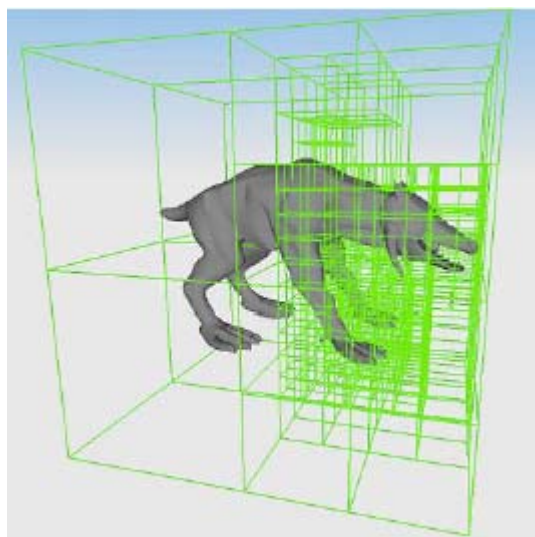
**1<sup>ο</sup> Βήμα:** ορίζουμε το αντικείμενο που θα παραμορφωθεί.

**2<sup>ο</sup> Βήμα:** δημιουργούμε τον όγκο αναφοράς, εφαρμόζοντας την μέθοδο Octree (μόνο στα κελιά που θα επιλέξει ο χρήστης) και θέτουμε τα αρχικά βάρη για τον *T-Spline* όγκο.

**3<sup>ο</sup> Βήμα:** υπολογίζουμε τις παραμετρικές συντεταγμένες  $(u, v, w)$  για κάθε σημείο του αντικειμένου.

**4<sup>ο</sup> Βήμα:** τροποποιούμε τα σημεία ελέγχου ή τα βάρη και κάνουμε υπολογισμό των νέων συντεταγμένων.

Στο Σχήμα 1.56 απεικονίζεται ο όγκος ελέγχου, με ένα τμήμα του να έχει παραμορφωθεί. Φυσικά τα αποτελέσματα του όγκου ελέγχου εξακολουθούν να ικανοποιούν τους τρεις κανόνες, που είχαμε παραθέσει παραπάνω, και να αποτελούν έναν *T-όγκο*.



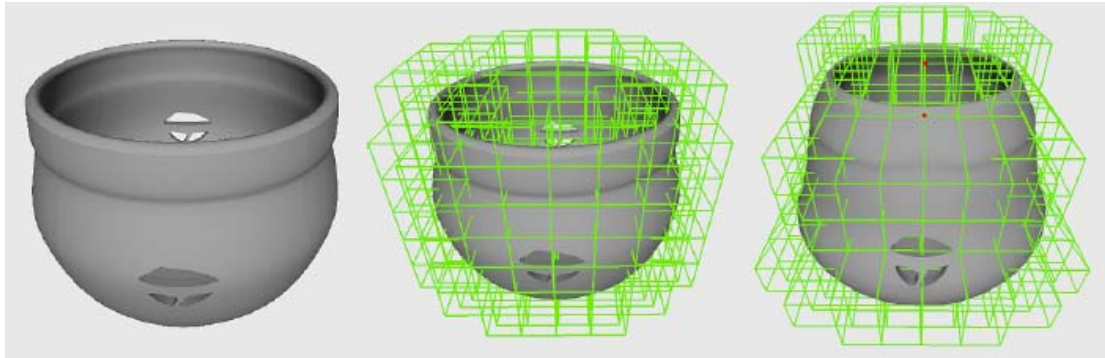
**Σχήμα 1.56:** Ένα τμήμα του όγκου ελέγχου έχει παραμορφωθεί [Song and Yang, 2005].

Στο Σχήμα 1.57 παρουσιάζεται η παραμόρφωση ενός δοχείου. Ολόκληρο το δοχείο μπορεί να τροποποιηθεί κουνώντας τα σημεία ελέγχου. Επίσης, τα σημεία ελέγχου, που απεικονίζονται με κόκκινο χρώμα, δημιουργούν το ράμφος του δοχείου, τροποποιώντας τις συντεταγμένες τους και τα βάρη.

Το δεύτερο παράδειγμα αφορά την παραμόρφωση ενός δέντρου (Σχήμα 1.58), το οποίο αποτελεί αντικείμενο πολύπλοκης γεωμετρίας. Συγκεκριμένα, πραγματοποιείται υποδιαίρεση του αρχικού όγκου, χρησιμοποιώντας την τεχνική Octree, και όλα τα κλαδιά του δέντρου τροποποιούνται με βάση την τεχνική *w-TFFD*.

Το τρίτο και τελευταίο παράδειγμα αφορά στην παραμόρφωση ενός ρινόκερου (Σχήμα 1.59). Στο συγκεκριμένο παράδειγμα απαιτούνται τοπικές παραμορφώσεις. Έτσι, μόνο το κεφάλι του ρινόκερου έχει υποδιαιρεθεί σε μικρότερους όγκους. Αυτό πραγματοποιείται για να επιτευχθεί καλύτερος έλεγχος του συγκεκριμένου τμήματος.

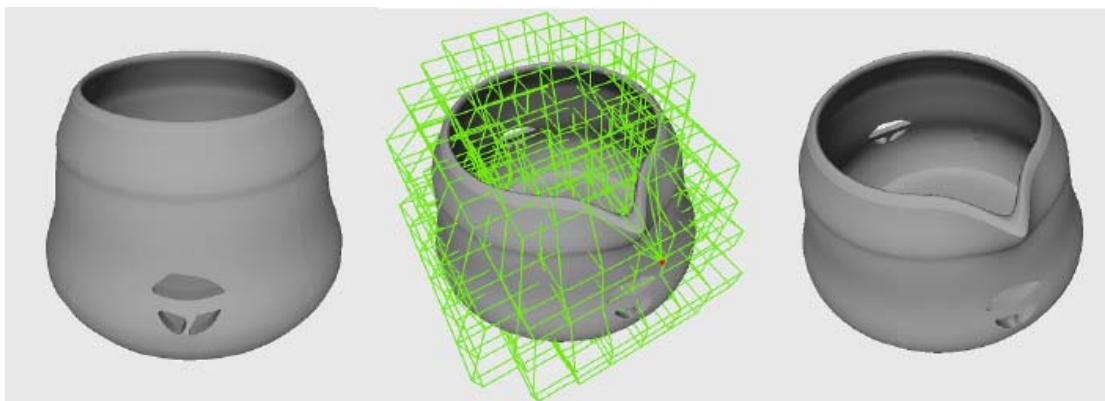




α) Το αρχικό αντικείμενο.

β) Ο όγκος ελέγχου.

γ) Παραμόρφωση, αλλάζοντας τον όγκο ελέγχου.

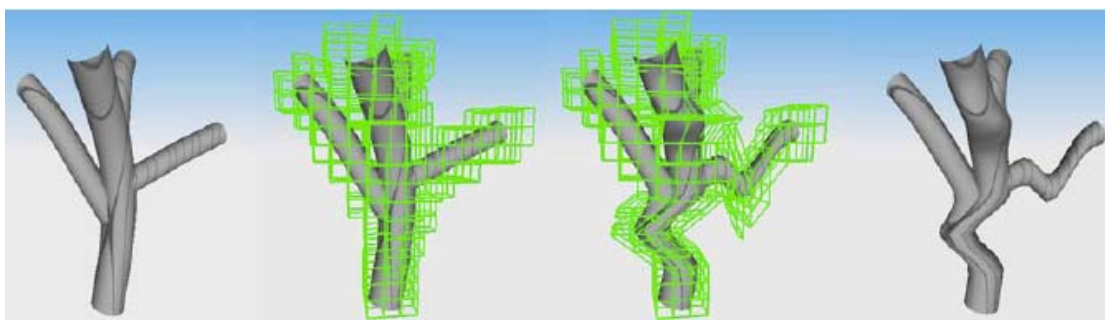


δ) Το αποτέλεσμα του γ)

ε) Νέα παραμόρφωση.

ζ) Το αποτέλεσμα του ε).

**Σχήμα 1.57:** Τροποποίηση ενός δοχείου χρησιμοποιώντας την τεχνική  $w$ -TFFD για ολική και τοπική παραμόρφωση [Song and Yang, 2005].



α) Τα αρχικό σχήμα.

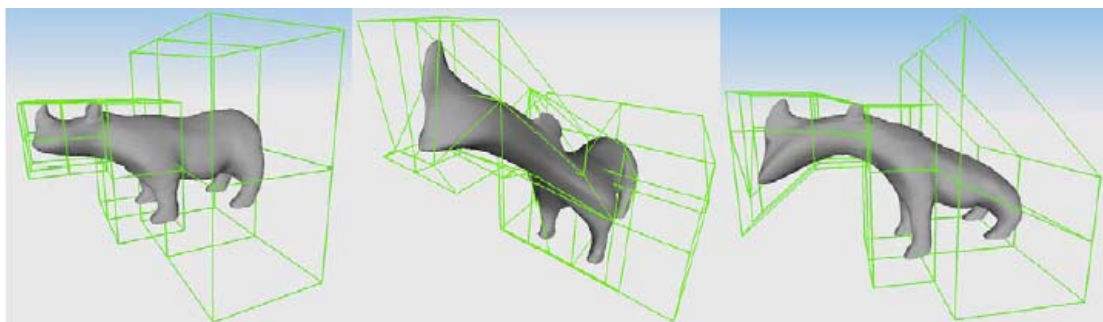
β) Ο όγκος ελέγχου.

γ) παραμόρφωση του όγκου.

δ) το αποτέλεσμα του γ).

**Σχήμα 1.58:** Παράδειγμα παραμόρφωσης ενός δέντρου πολύπλοκης τοπολογίας [Song and Yang, 2005].





α) Τα αρχικό αντικείμενο

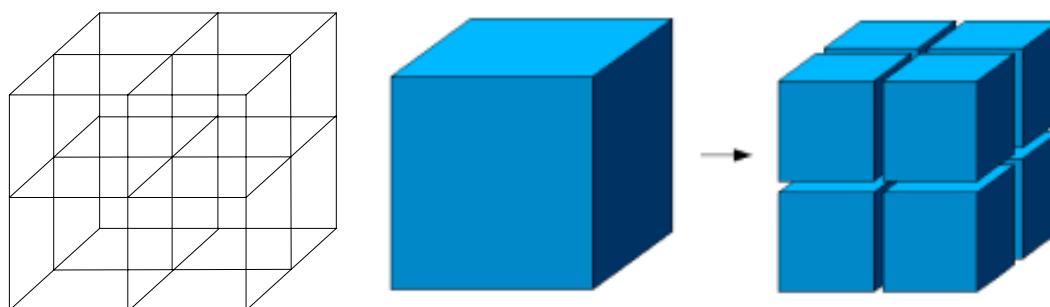
β) και γ) τα αποτελέσματα της παραμόρφωσης.

**Σχήμα 1.59:** Παράδειγμα παραμόρφωσης ενός ρινόκερου [Song and Yang, 2005].

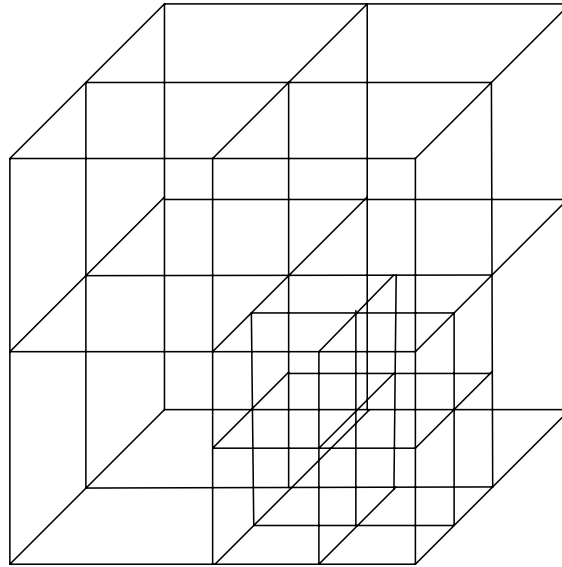
### 1.4.5 Η χρήση του αλγορίθμου Octree.

Οι περισσότερες τεχνικές που παρουσιάσαμε χρησιμοποιούν για την εύρεση των παραμετρικών συντεταγμένων των σημείων του αντικειμένου προς παραμόρφωση τον αλγόριθμο Octree. Ο συγκεκριμένος αλγόριθμος χρησιμοποιήθηκε και στο λογισμικό που έχουμε δημιουργήσει, το οποίο θα αναλυθεί στο επόμενο κεφάλαιο.

Ο αλγόριθμος Octree είναι μια μέθοδος αναζήτησης στο χώρο [Patricialakis and Maekawa, 2002]. Πρόκειται για μια γενίκευση του αλγορίθμου δυαδικής αναζήτησης στις τρεις διαστάσεις. Ο κύβος αναφοράς χωρίζεται σε οκτώ κομμάτια (Σχήμα 1.60). Με τον απλό έλεγχο ανισοτήτων βρίσκεται σε ποιον από τους 8 υποκύβους βρίσκεται το σημείο που αναζητούμε.

**Σχήμα 1.60:** Η αρχική διαίρεση του όγκου αναφοράς.

Στη συνέχεια διαιρούμε τον υποκύβο που βρήκαμε σε ακόμη 8 νέους υποκύβους κ.ο.κ (Σχήμα 1.61). Ακολουθούμε την ίδια τακτική μέχρις ότου ο χώρος αναζήτησης γίνει τόσο μικρός ώστε να ικανοποιεί την επιθυμητή ακρίβεια.



**Σχήμα 1.61:** Η δεύτερη διαίρεση του όγκου αναφοράς.

Σε κάθε βήμα του αλγορίθμου, οι παραμετρικές συντεταγμένες του κέντρου του υποκύβου που μελετούμε μετατρέπονται σε καρτεσιανές συντεταγμένες, για να γίνει δυνατή η σύγκρισή τους με τις καρτεσιανές συντεταγμένες του σημείου που αναζητούμε. Όταν οι καρτεσιανές συντεταγμένες του κέντρου του παραμετρικού υποκύβου που μελετάμε προσεγγίσουν με δεδομένη ακρίβεια τις συντεταγμένες του σημείου που αναζητούμε, τότε αναθέτουμε στο σημείο αυτό τις παραμετρικές συντεταγμένες του κέντρου. Με αυτόν τον τρόπο, η αναζήτηση θεωρείται επιτυχής και συνεχίζουμε με το επόμενο σημείο του αντικειμένου.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

### 2.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Ένα από τα σημαντικότερα σημεία για το σωστό καθορισμό ενός προβλήματος βελτιστοποίησης σχεδίασης είναι η επιλογή της μεθόδου γεωμετρικής παραμετροποίησης.

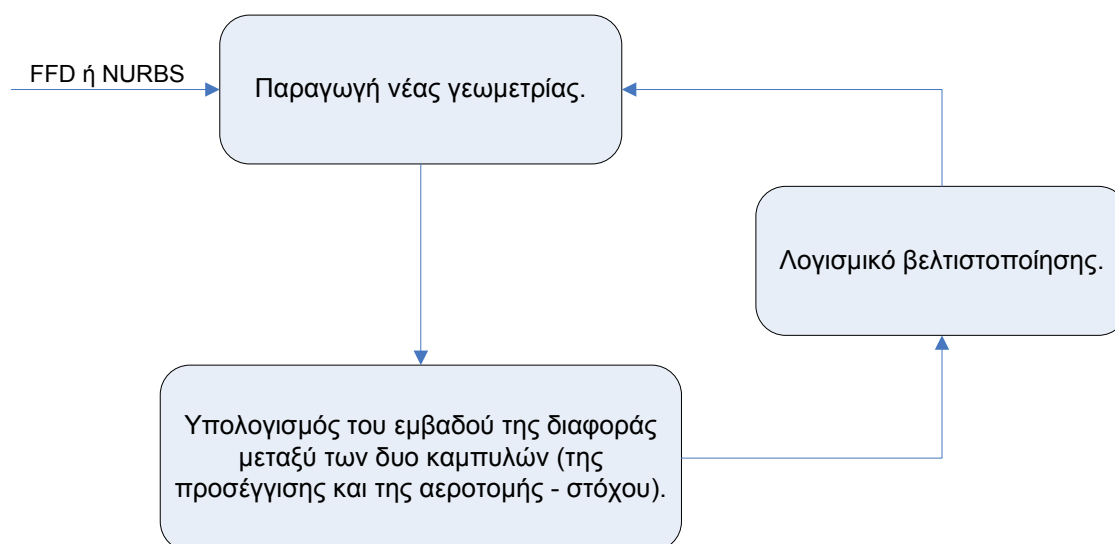
Στο κεφάλαιο 2 συγκρίνεται πειραματικά η τεχνική Ελεύθερης Παραμόρφωσης με την κλασσική αναπαράσταση με καμπύλες B-Spline, όσον αφορά τη μορφοποίηση αεροτομών. Η σύγκριση πραγματοποιείται με τη διεξαγωγή πειραμάτων ανάκτησης δισδιάστατων αεροτομών. Το πρόβλημα που αντιμετωπίζεται ορίζεται ως εξής:

*Δοθείσης μιας αεροτομής-στόχου, σε μορφή διαδοχικών σημείων, προσπαθούμε να την προσεγγίσουμε, έτσι ώστε να ελαχιστοποιηθεί το εμβαδόν της διαφοράς μεταξύ της προσέγγισης και της αεροτομής-στόχου.*

Το κριτήριο της σύγκρισης είναι η ακρίβεια με την οποία επιτυγχάνεται η ανάκτηση της αεροτομής-στόχου και ορίζεται ως το εμβαδόν της διαφοράς μεταξύ της αεροτομής στόχου και της προσέγγισης. Το πρόβλημα ελαχιστοποίησης του εμβαδού της διαφοράς των δύο αεροτομών επιλύεται με τη χρήση ενός Διαφορικού Εξελικτικού αλγορίθμου [Nikolos, 2004]. Η διαδικασία επίλυσης απεικονίζεται στο σχήμα 2.1

Σκοπός των πειραμάτων είναι να δώσουν γενικές κατευθύνσεις όσον αφορά τη συνδυασμένη χρήση κάθε μιας τεχνικής με ένα Διαφορικό Εξελικτικό αλγόριθμο και την αποδοτικότητα των δύο τεχνικών, με κριτήριο την ακρίβεια προσέγγισης μιας αεροτομής.

Για να υλοποιηθεί η παραπάνω διαδικασία είναι απαραίτητη η ανάπτυξη ορισμένων εργαλείων. Αρχικά, πρέπει να γίνει παραμετροποίηση του περιγράμματος της αεροτομής με βάση είτε τα πολώνυμα B-Spline (ή NURBS) είτε με την τεχνική της Ελεύθερης Παραμόρφωσης. Για τις δύο περιπτώσεις έχουν αναπτυχθεί κατάλληλα λογισμικά, χρησιμοποιώντας τη γλώσσα προγραμματισμού Visual basic 6.0. Κατόπιν, είναι απαραίτητη η χρήση μιας μεθόδου βελτιστοποίησης, η οποία ελαχιστοποιεί τη διαφορά των εμβαδών των δυο αεροτομών (προσέγγιση και στόχος). Το συγκεκριμένο εργαλείο βελτιστοποίησης είναι ένας διαφορικός εξελικτικός αλγόριθμος (Differential Evolution algorithm) [Nikolos, 2004].



**Σχήμα 2.1:** Επαναληπτική διαδικασία για την ανάκτηση αεροτομής .

## 2.2 ΥΛΟΠΟΙΗΣΗ ΤΗΣ ΤΕΧΝΙΚΗΣ ΕΛΕΥΘΕΡΗΣ ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΗΣ (FFD)

Αρχικά θα γίνει συνοπτική περιγραφή της τεχνικής Ελεύθερης Παραμόρφωσης που χρησιμοποιήθηκε στην παρούσα εργασία. Αρχικά, κατασκευάζεται ένα πλέγμα ελέγχου (παραμετρικό πλέγμα) γύρω από το αντικείμενο που θέλουμε να παραμορφώσουμε, το οποίο ορίζει τον παραμετρικό χώρο. Στην περίπτωση μας το αντικείμενο είναι μια δισδιάστατη αεροτομή, συνεπώς το πλέγμα ελέγχου είναι δισδιάστατο (όπως και ο παραμετρικός χώρος). Το πλέγμα ελέγχου ορίζεται από σημεία ελέγχου, τα οποία διατάσσονται σε μορφή δομημένου πλέγματος. Για τον ορισμό των ιδιοτήτων του παραμετρικού χώρου χρησιμοποιούνται εξισώσεις B-Spline ή NURBS. Η διαδικασία έχει ως εξής:

### **1<sup>ο</sup> Βήμα: Κατασκευή του παραμετρικού πλέγματος και ορισμός του παραμετρικού χώρου.**

Αρχικά ορίζεται το παραμετρικό πλέγμα, το οποίο περιβάλλει μέρος ή το σύνολο του αντικειμένου που πρόκειται να παραμορφωθεί. Στην περίπτωση μας το παραμετρικό πλέγμα δημιουργείται αυτόματα, έτσι ώστε να περιβάλλει πλήρως την προς παραμόρφωση αεροτομή. Ο χρήστης ορίζει τον αριθμό των σημείων του πλέγματος στις δύο διευθύνσεις, τον βαθμό της καμπύλης (B-Spline ή NURBS) σε κάθε διεύθυνση, ενώ τα βάρη – εάν χρησιμοποιούνται σχέσεις NURBS – ορίζονται αρχικά ίσα με τη μονάδα για όλα τα σημεία ελέγχου του παραμετρικού πλέγματος.

Ο χώρος, που ορίστηκε με τη βοήθεια του παραμετρικού πλέγματος, χρησιμοποιείται για να εκτελέσει την απεικόνιση ενός σημείου του παραμετρικού χώρου ( $u, v$ ) σε ένα σημείο του Καρτεσιανού χώρου ( $x, y$ ). Η παρουσίαση της μεθοδολογίας θα γίνει για την περίπτωση που χρησιμοποιούνται καμπύλες NURBS, ενώ η ειδική περίπτωση των B-Spline προκύπτει για βάρη ίσα με τη μονάδα.

Σε κάθε διεύθυνση του παραμετρικού πλέγματος εφαρμόζεται ένα συγκεκριμένο πολυώνυμο NURBS με συγκεκριμένο βαθμό, βάση των παρακάτω περιορισμών:

$$1 \leq p \leq a, \quad 1 \leq m \leq b \quad (2.1)$$

όπου  $p, m$  είναι οι αντίστοιχοι βαθμοί των βασικών συναρτήσεων στις διευθύνσεις  $u, v$  αντίστοιχα, ενώ  $a, b$  είναι το πλήθος των σημείων ελέγχου σε κάθε διεύθυνση (δηλαδή στις  $u, v$ ), ξεκινώντας την αρίθμησή τους από 0. Τα αντίστοιχα διανύσματα κόμβων δίδονται για τις δύο διευθύνσεις:

$$U = (u_0, u_1, \dots, u_q), \quad q = a + p + 1 \quad (2.2)$$

$$V = (v_0, v_1, \dots, v_r), \quad r = b + m + 1 \quad (2.3)$$

Το διάνυσμα κόμβου  $U$  στην  $u$  παραμετρική διεύθυνση υπολογίζεται με βάση την ακόλουθη σχέση (αντίστοιχα υπολογίζεται και για τη  $v$  παραμετρική διεύθυνση):

$$u_i = \begin{cases} 0 & , 0 \leq i \leq p \\ i - p & , p < i \leq (q - p - 1) \\ q - 2p & , (q - p - 1) < i \leq q \end{cases} \quad (2.4)$$

Οι βασικές συναρτήσεις των NURBS για κάθε παραμετρική διεύθυνση προκύπτουν χρησιμοποιώντας τις επαναληπτικές σχέσεις των [Cox, 1972] και [DeBoor, 1972]:

$$N_{i,p}(u) = \frac{u - u_i}{u_{i+p} - u_i} \cdot N_{i,p-1}(u) + \frac{u_{i+1} - u}{u_{i+1} - u_{i+1}} \cdot N_{i+1,p-1}(u) \quad (2.5)$$

$$N_{i,0}(u) = \begin{cases} 1 & \text{if } u_i \leq u < u_{i+1} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (2.6)$$

Τέλος, οι Καρτεσιανές συντεταγμένες  $R$  ενός σημείου του παραμετρικού χώρου  $(u, v)$  δίδονται [Yu and Soni, 1999]:

$$R(u, v) = \frac{\sum_{i=0}^a \sum_{j=0}^b w_{ijk} \cdot P_{ijk} \cdot N_{i,p} \cdot N_{j,q}}{\sum_{i=0}^a \sum_{j=0}^b w_{ijk} \cdot N_{i,p} \cdot N_{j,q}} \quad (2.7)$$

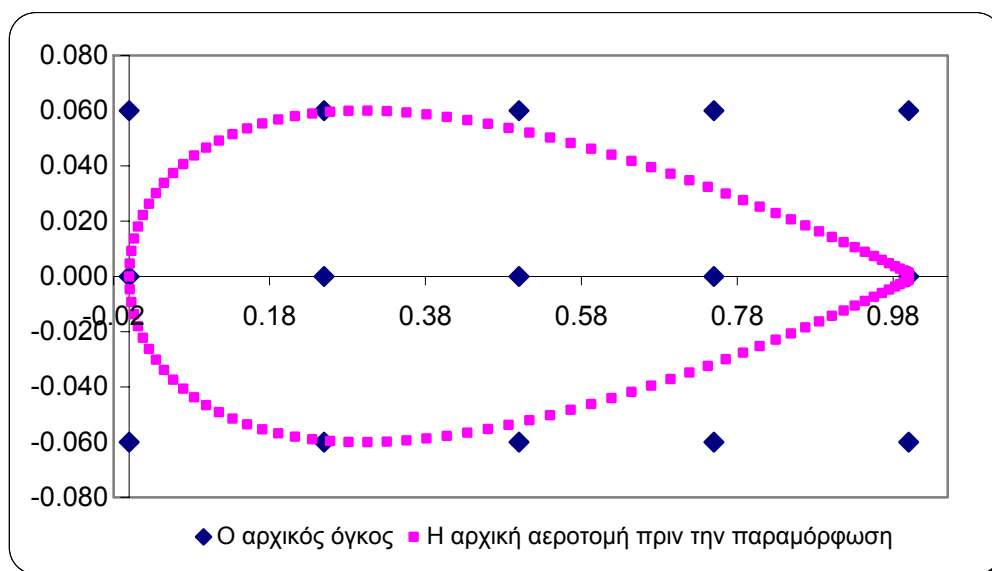
## 2<sup>ο</sup> Βήμα: Μετασχηματισμός του αντικειμένου στον παραμετρικό χώρο.

Το προς παραμόρφωση αντικείμενο συνήθως αναπαριστάται ως ένα σύνολο σημείων με γνωστές Καρτεσιανές συντεταγμένες. Για να μπορέσει να παραμορφωθεί πρέπει πρώτα οι Καρτεσιανές του συντεταγμένες να μετασχηματισθούν στις παραμετρικές συντεταγμένες  $(u, v)$ . Πρέπει ουσιαστικά να υλοποιηθεί ο αντίστροφος μετασχηματισμός της (2.7).

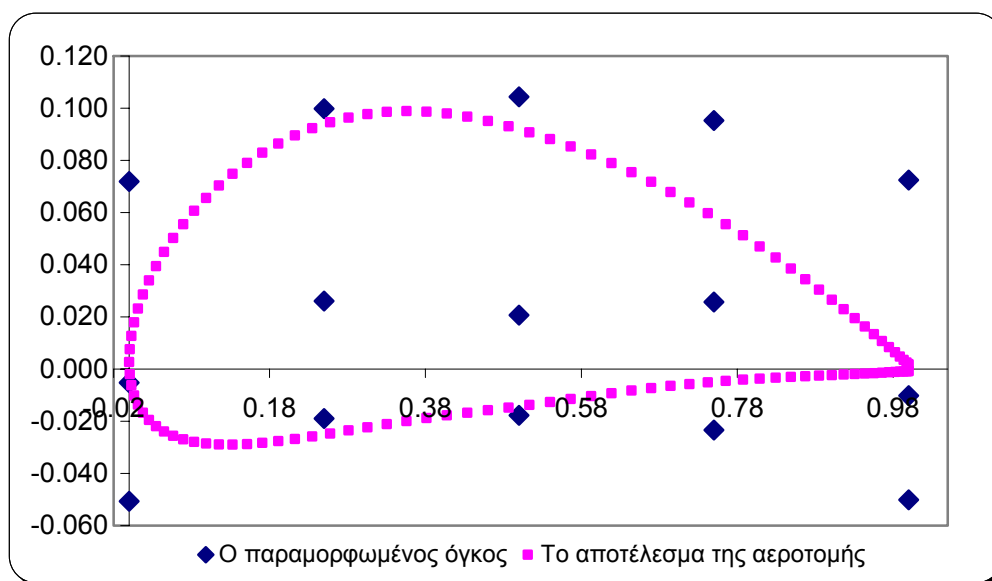
Επειδή δεν υπάρχει αναλυτική σχέση που να υλοποιεί τον αντίστροφο μετασχηματισμό, χρησιμοποιείται επαναληπτική αριθμητική προσεγγιστική διαδικασία με τη χρήση της μεθόδου Quadtree (ή Octree στις τρεις διαστάσεις) [Patricialakis and Maekawa, 2002]. Για κάθε σημείο (στον φυσικό χώρο) του αντικείμενου που θα παραμορφωθεί, ο αλγόριθμος Octree υποδιαιρεί διαδοχικά τον παραμετρικό χώρο, υπολογίζει τις Καρτεσιανές συντεταγμένες των σημείων υποδιαίρεσης και τις συγκρίνει με αυτές του ζητούμενου σημείου. Μετά από διαδοχικές υποδιαίρεσεις, όταν επιτευχθεί η απαιτούμενη ακρίβεια έχουν βρεθεί οι παραμετρικές συντεταγμένες του ζητούμενου σημείου. Στην ουσία, οι παραμετρικές συντεταγμένες  $(u, v)$  του σημείου που αναζητούμε είναι οι παραμετρικές συντεταγμένες του κέντρου του υποκύβου που προκύπτει από την τελευταία υποδιαίρεση του παραμετρικού χώρου.

### 3<sup>ο</sup> Βήμα: Παραμόρφωση του παραμετρικού πλέγματος.

Η διαδικασία αυτή πραγματοποιείται μετακινώντας τα σημεία ελέγχου του πλέγματος (ή και των βαρών τους στην περίπτωση που χρησιμοποιούνται εξισώσεις NURBS).



*Σχήμα 2.2: Ο αρχικός όγκος και το αντικείμενο πριν την παραμόρφωση.*



Σχήμα 2.3: Ο παραμορφωμένος όγκος και το αποτέλεσμα της παραμόρφωσης.

#### 4<sup>ο</sup> Βήμα: Εκτίμηση της επίδρασης της παραμόρφωσης πάνω στο αντικείμενο.

Με τις νέες συντεταγμένες των σημείων ελέγχου εφαρμόζεται η σχέση (2.7) για κάθε σημείο  $(u, v)$  του προς παραμόρφωση αντικείμενου, οπότε προκύπτουν οι νέες Καρτεσιανές συντεταγμένες του.

Στο Σχήμα 2.2 απεικονίζεται το αρχικό παραμετρικό πλέγμα που περιβάλλει την αρχική αεροτομή (απαραμόρφωτο αντικείμενο). Συγκεκριμένα έχουμε μια τετραπήφια συμμετρική αεροτομή NACA 0012. Στη συνέχεια, παραμορφώνουμε το παραμετρικό πλέγμα, έτσι ώστε να προσπαθήσουμε να προσεγγίσουμε μια μη συμμετρική αεροτομή και συγκεκριμένα την NACA 4412. Στο Σχήμα 2.3 απεικονίζεται η μορφή που πρέπει να πάρει το παραμετρικό πλέγμα, ώστε να προσεγγισθεί η επιθυμητή αεροτομή. Τα σημεία που απαρτίζουν την τετραπήφια συμμετρική αεροτομή NACA 0012, καθώς και οποιασδήποτε αεροτομή που χρησιμοποιήθηκε στην παρούσα εργασία, έχουν προέλθει με τη χρήση του λογισμικού Daedalus [Αμοιραλής, 2004].

Πρέπει να επισημανθεί ότι κατά τη διάρκεια της παραμόρφωσης, οι παραμετρικές συντεταγμένες  $(u, v)$  κάθε σημείου του αντικείμενου δεν αλλάζουν, σε αντίθεση με τις Καρτεσιανές συντεταγμένες του, που τροποποιούνται εξαιτίας των παραμορφώσεων του πλέγματος ελέγχου.

##### 2.2.1 Εφαρμογή της Ελεύθερης Παραμόρφωσης (FFD) με στόχο την ανάκτηση συγκεκριμένης αεροτομής.

Βάση λοιπόν των παραπάνω βημάτων, έχει δημιουργηθεί κατάλληλος αλγόριθμος, που εφαρμόζει την τεχνική της Ελεύθερης Παραμόρφωσης σε αεροτομές. Συγκεκριμένα, έχουν αναπτυχθεί δύο προγράμματα. Το πρώτο υλοποιεί τα πρώτα τρία βήματα της τεχνικής της Ελεύθερης Παραμόρφωσης και το δεύτερο υλοποιεί το τέταρτο βήμα της τεχνικής. Η γλώσσα προγραμματισμού που χρησιμοποιήθηκε ήταν η Visual Basic 6.0.

Αναλυτικότερα, το πρώτο πρόγραμμα που έχει αναπτυχθεί (με όνομα steps1\_3.exe) εκτελεί τις ακόλουθες λειτουργίες:

1. Διαβάζει τις συντεταγμένες των σημείων στην επιφάνεια μιας αεροτομής.
2. Δημιουργεί αυτόματα ένα παραμετρικό πλέγμα γύρω από την αεροτομή, με βάση συγκεκριμένες παραμέτρους που δίνει ο χρήστης (αριθμός κόμβων στις δύο διευθύνσεις, βαθμοί Βασικών συναρτήσεων κ.α.)
3. Υπολογίζει τις παραμετρικές συντεταγμένες της αρχικής αεροτομής με τη χρήση της μεθόδου QuadTree και της αποθηκεύει σε ένα αρχείο κειμένου με όνομα un\_coords.txt (η ακρίβεια που χρησιμοποιείται σε όλες τις δοκιμές είναι  $10^{-11}$ ).

Το συγκεκριμένο πρόγραμμα εκτελείται μια μόνο φορά. Στο Σχήμα 2.4 περιέχεται το διάγραμμα ροής για το λογισμικό steps1\_3.exe.

Το δεύτερο πρόγραμμα που αναπτύχθηκε (με όνομα steps4.exe) βρίσκει τη διαφορά ανάμεσα στην τρέχουσα αεροτομή και την αεροτομή-στόχο. Συγκεκριμένα:

1. Διαβάζει τις νέες συντεταγμένες των σημείων ελέγχου του πλέγματος.
2. Υπολογίζει τις νέες Καρτεσιανές συντεταγμένες των σημείων της αεροτομής.
3. Υπολογίζει το εμβαδόν της διαφοράς μεταξύ της παραμορφωμένης αεροτομής και της αεροτομής – στόχου.

Το λογισμικό steps4.exe χρειάζεται τα εξής δεδομένα εισόδου:

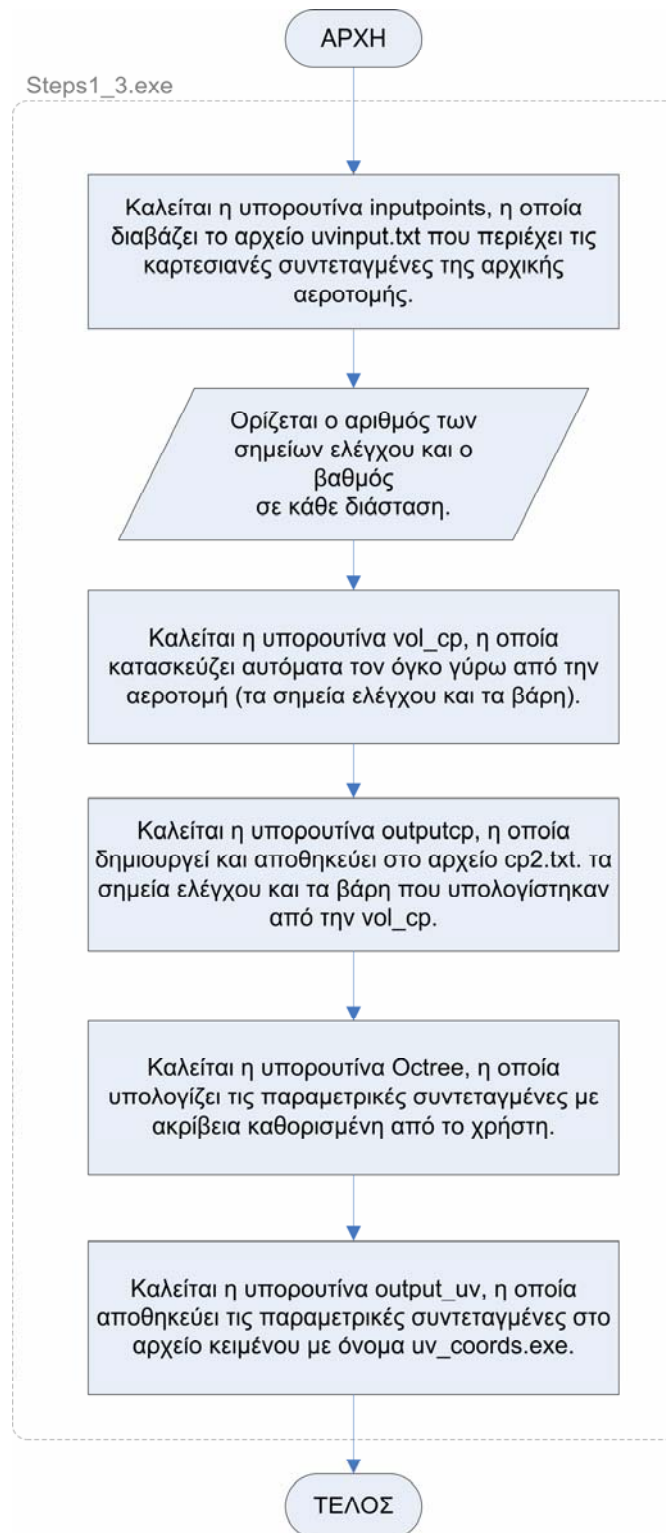
1. Το αρχείο κειμένου un\_coords.txt με τις παραμετρικές συντεταγμένες της αρχικής αεροτομής.
2. Το αρχείο cp2.txt, που περιέχει τις αρχικές συντεταγμένες των νέων σημείων ελέγχου του παραμετρικού πλέγματος.
3. Το αρχείο chromosome.txt που περιέχει τις νέες y-συντεταγμένες των σημείων ελέγχου.

Τα δύο πρώτα αρχεία έχουν προέλθει από το λογισμικό steps1\_3.exe.

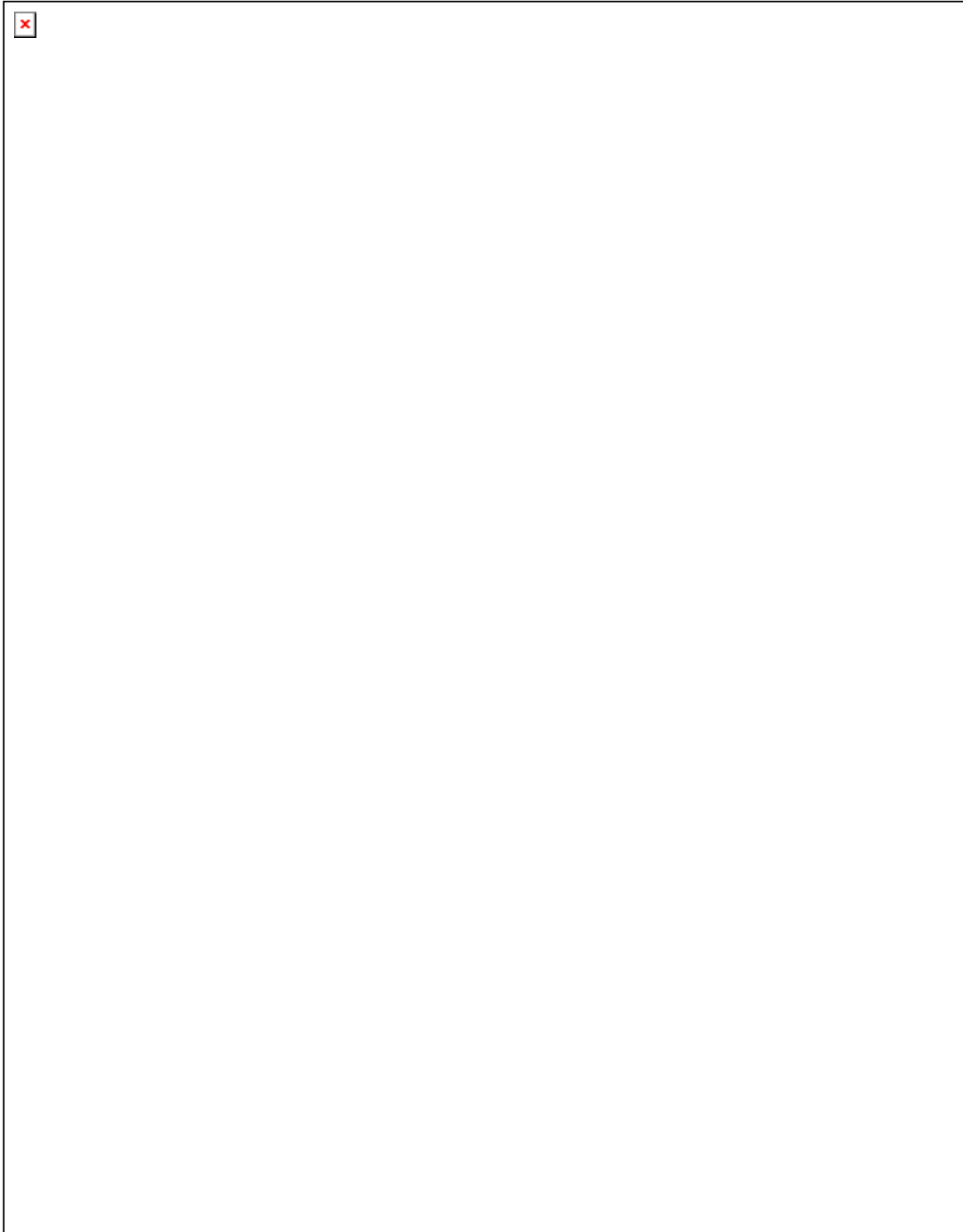
Στην παρούσα εφαρμογή το παραμετρικό πλέγμα παραμορφώνεται μόνο κατά την y-διεύθυνση.

Το λογισμικό steps4.exe καλείται διαδοχικά από τον Διαφορικό Εξελικτικό αλγόριθμο (DE.exe) για να αξιολογήσει κάθε υποψήφια λύση που παράγεται. Στο Σχήμα 2.5 δίδεται το διάγραμμα ροής, για να γίνει κατανοητός ο τρόπος συνεργασίας ανάμεσα στα λογισμικά steps4.exe και DE.exe.





Σχήμα 2.4: Διάγραμμα ροής του λογισμικού `steps1_3.exe`



**Σχήμα 2.5:** Διάγραμμα ροής της διαδικασίας ανάκτησης της αεροτομής – στόχου με χρήση του *DE.exe* και του λογισμικού *steps4.exe*.

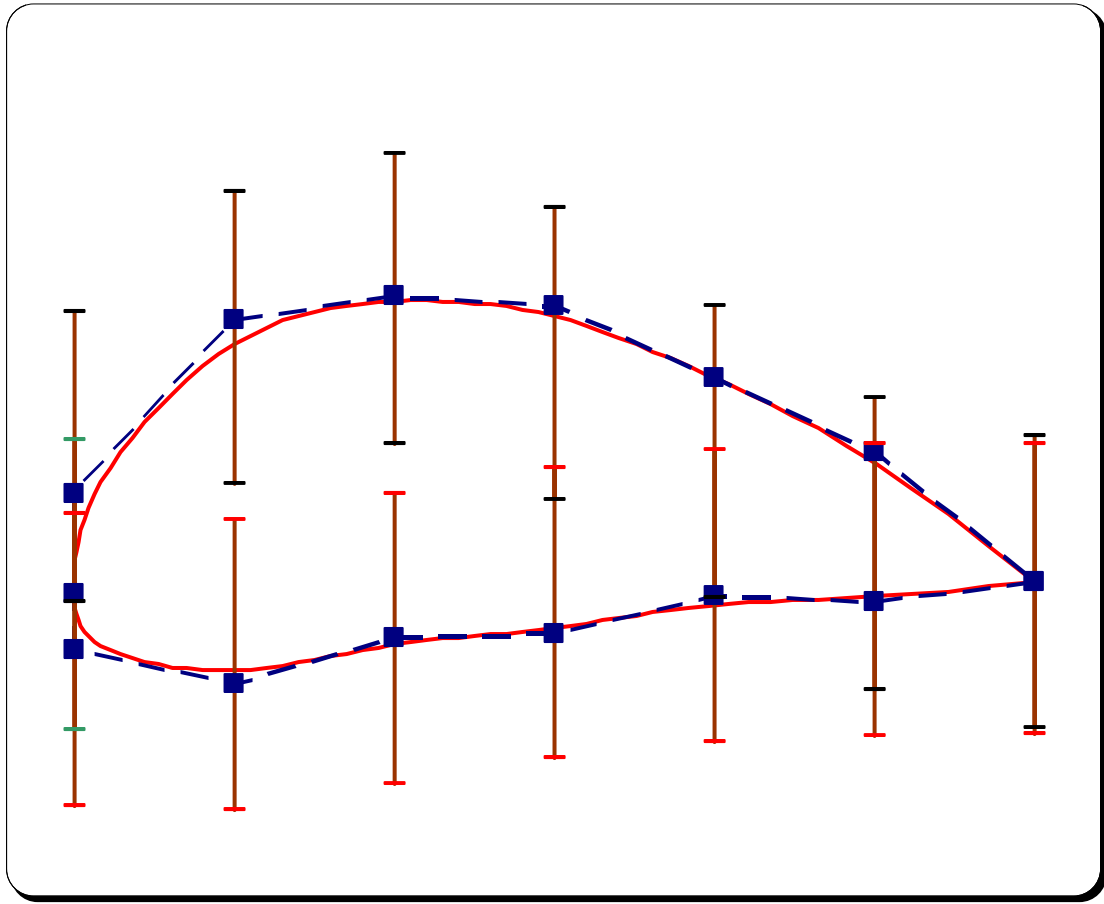
### 2.3 ΥΛΟΠΟΙΗΣΗ ΤΗΣ ΚΛΑΣΣΙΚΗΣ ΤΕΧΝΙΚΗΣ ΤΩΝ B-Spline (ή αντίστοιχα των NURBS).

Σε αυτήν την παράγραφο θα παρουσιαστεί η κλασσική τεχνική παραμετρικής περιγραφής με χρήση των καμπυλών B-Spline (ή αντίστοιχα των NURBS). Σύμφωνα με την τεχνική αυτή, η αεροτομή περιγράφεται από μία ανοικτή καμπύλη B-Spline. Η καμπύλη μπορεί να είναι NURBS, με τη μόνη διαφορά ότι στην τελευταία περίπτωση μεταβάλλονται και τα βάρη των σημείων ελέγχου της.

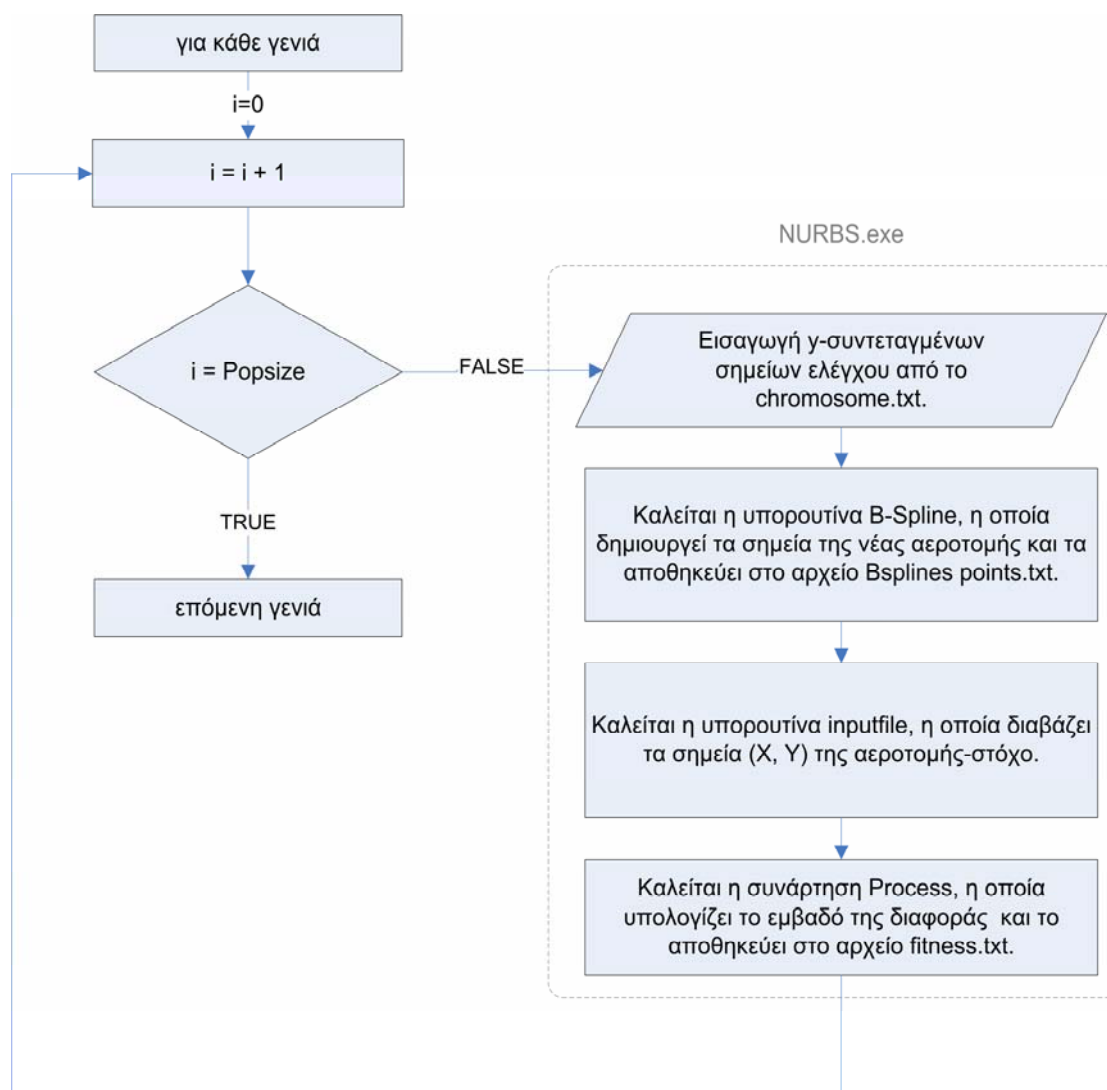
Η παραμετροποίηση μιας αεροτομής βασίζεται σε μια καμπύλη NURBS τρίτου βαθμού με  $2N+1$  σημεία ελέγχου (όπου  $N$  είναι ο αριθμός των σημείων ελέγχου σε κάθε πλευρά της αεροτομής). Το αρχικό και τελικό σημείο ελέγχου τοποθετείται στο χείλος εκφυγής (trailing edge) της αεροτομής και συγκεκριμένα στο  $x = 1$ . Όλα τα σημεία ελέγχου έχουν σταθερές x-συντεταγμένες και είναι ομοιόμορφα διατεταγμένα στον x-άξονα. Οι y-συντεταγμένες τους είναι οι μεταβλητές σχεδίασης της αεροτομής.

Τρία σημεία ελέγχου έχουν την x-συντεταγμένη ίση με 0. Με αυτόν τον τρόπο, η αεροτομή που θα προκύψει είναι αναγκασμένη να έχει χείλος προσβολής πάνω στον άξονα y. Έτσι υπάρχουν  $2N+1$  μεταβλητές σχεδίασης εάν τροποποιούνται μόνο οι y-συντεταγμένες και  $2(2N+1)$  μεταβλητές σχεδίασης εάν τροποποιούνται και τα βάρη των σημείων ελέγχου (για την περίπτωση των NURBS). Τα σημεία ελέγχου μετακινούνται κατά την κάθετη διεύθυνση μέσα σε συγκεκριμένα όρια, που προκαθορίζονται από τον χρήστη. Στο Σχήμα 2.6 απεικονίζεται όλη η διαδικασία που περιγράψαμε παραπάνω (για  $N = 7$ , δηλαδή 15 σημεία ελέγχου, με το πρώτο και το τελευταίο σημείο ελέγχου στο χείλος εκφυγής). Με κόκκινο χρώμα παρουσιάζεται η αεροτομή που έχει προκύψει από τα σημεία ελέγχου (μπλε χρώμα), τα οποία κάθε ένα από αυτά ξεχωριστά έχει τη δυνατότητα να μετακινείται μόνο κατά μήκος της καφέ κάθετης γραμμής. Τέλος, να αναφέρουμε ότι με την μπλε διακεκομμένη γραμμή παρουσιάζεται το πολύγωνο ελέγχου, το οποίο συνδέει τα σημεία ελέγχου που περιγράφουν την αεροτομή.

Η διαδικασία μορφοποίησης της αεροτομής υλοποιείται από το λογισμικό NURBS.exe. Το διάγραμμα ροής του δίδεται στο Σχήμα 2.7. Το λογισμικό διαβάζει τις y-συντεταγμένες των σημείων ελέγχου από το αρχείο chromosome.txt (μαζί με τα αντίστοιχα βάρη που είναι ίσα με 1 για την περίπτωση των B-Spline). Στη συνέχεια υπολογίζει τα σημεία της αεροτομής. Διαβάζει τα σημεία της αεροτομής-στόχου και υπολογίζει το εμβαδόν της διαφοράς μεταξύ των δύο αεροτομών, το οποίο εξάγει στο αρχείο fitness.txt.



Σχήμα 2.6: Μορφοποίηση μιας αεροτομής χρησιμοποιώντας την τεχνική των καμπύλων B-Spline (ή NURBS).



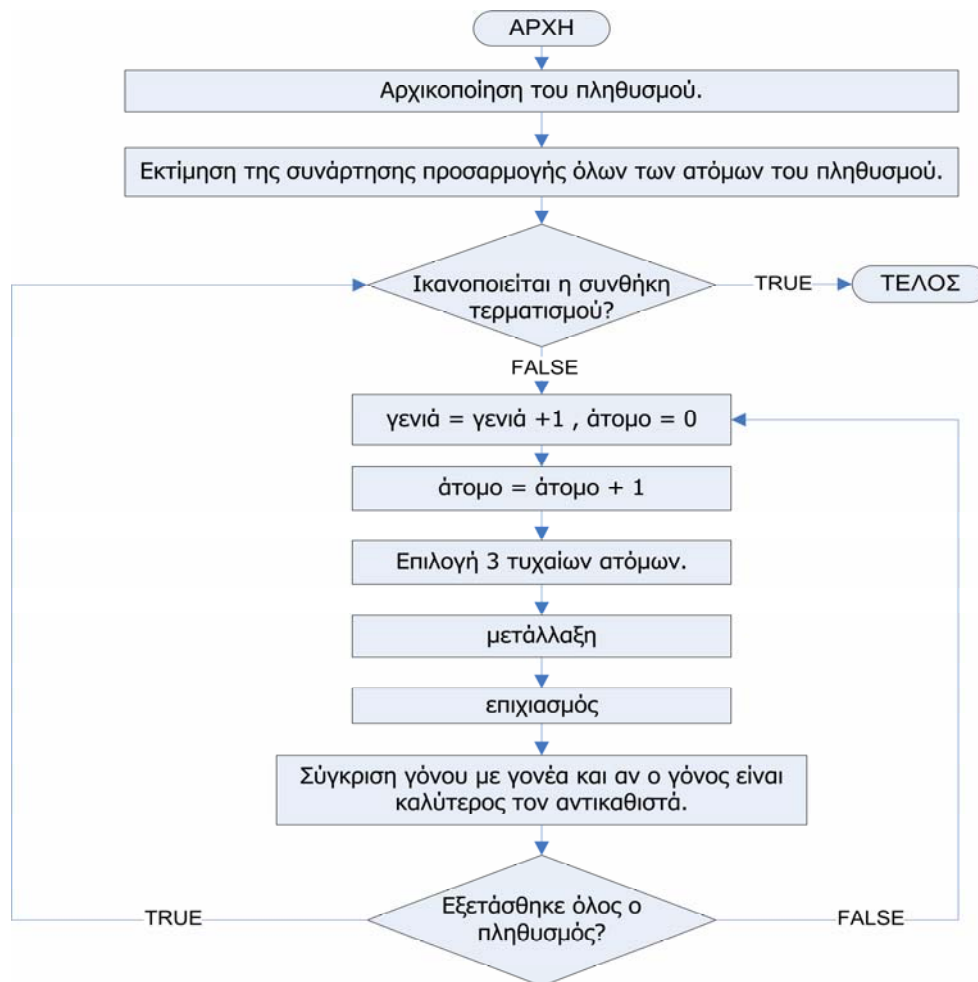
**Σχήμα 2.7:** Διάγραμμα ροής για την ανάκτηση αεροτομής, χρησιμοποιώντας την τεχνική των καμπύλων B-Spline (ή NURBS) και το λογισμικό βελτιστοποίηση DE.exe.

## 2.4 Ο ΔΙΑΦΟΡΙΚΟΣ ΕΞΕΛΙΚΤΙΚΟΣ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ (Δ.Ε).

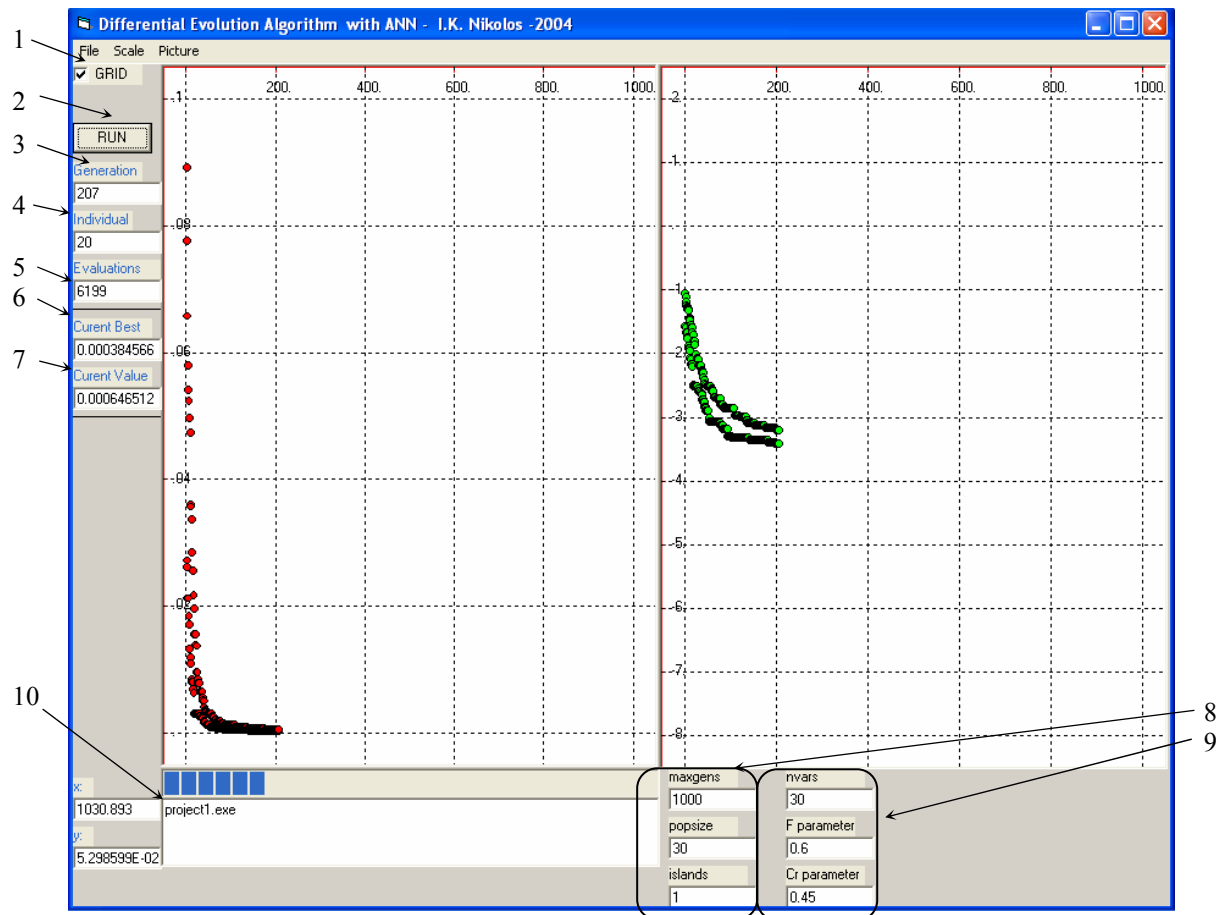
Οι Διαφορικοί Εξελικτικοί Αλγόριθμοι (Differential Evolution - DE) ανήκουν στην ευρύτερη ομάδα των Εξελικτικών Αλγορίθμων. Απαιτούν λίγες μεταβλητές ελέγχου, είναι εύρωστοι, ισχυροί και εύκολοι στη χρήση. Η ευρωστία αναφέρεται στη δυνατότητά τους να αποφέρουν σχεδόν ίδιας ποιότητας λύσεις όσες φορές κι αν κληθούν να επιλύσουν το ίδιο πρόβλημα (με διαφορετικές κάθε φορά τιμές σπόρων για τις γεννήτριες τυχαίων αριθμών). Η κύρια διαφορά τους από τους υπόλοιπους Εξελικτικούς Αλγορίθμους είναι στη μορφή των τελεστών μετάλλαξης και επιχιασμού και στο γεγονός ότι η επιλογή της νέας γενιάς βασίζεται σε έναν προς ένα σύγκριση μεταξύ κάθε γονέα και του αντίστοιχου γόνου.

Η λειτουργία του Δ.Ε. είναι η εξής [Πετρακοπούλου, 2005]: σε ένα πληθυσμό πιθανών λύσεων μέσα στο χώρο λύσεων, ένας σταθερός αριθμός διανυσμάτων (τα επονομαζόμενα χρωμοσώματα – chromosomes) αρχικοποιείται τυχαία. Κατόπιν εξελίσσεται κατά τη διάρκεια του χρόνου και διερευνεί το χώρο λύσεων με τελικό στόχο την εύρεση του ελαχίστου της αντικειμενικής συνάρτησης. Σε κάθε

επανάληψη, που αποκαλείται γενιά, τα νέα διανύσματα παράγονται από το συνδυασμό διανυσμάτων που επιλέγονται τυχαία από τον τρέχοντα πληθυσμό. Η διαδικασία αυτή ονομάζεται μετάλλαξη (mutation). Στο στάδιο της μετάλλαξης για κάθε άτομο του πληθυσμού (γονέα) επιλέγονται τρία διανύσματα, διαφορετικά μεταξύ τους και διαφορετικά από τον γονέα. Το ένα από αυτά ονομάζεται δότης (donor). Η διαφορά των δύο διανυσμάτων προστίθεται σταθμισμένη στον δότη και δημιουργεί ένα νέο άτομο. Αυτό διασταυρώνεται με τον γονέα, δημιουργώντας έναν γόνο. Τέλος, το δοκιμαστικό διάνυσμα (γόνο) αντικαθιστά τον γονέα στον πληθυσμό της επόμενης γενιάς εάν και μόνο εάν είναι καλύτερο από τον γονέα ως προς την αντικειμενική συνάρτηση. Στο Σχήμα 2.8 παρουσιάζεται το διάγραμμα ροής του Διαφορικού Εξελικτικού αλγορίθμου. Στο Σχήμα 2.9 παρουσιάζεται το γραφικό περιβάλλον του Διαφορικού Εξελικτικού αλγορίθμου που χρησιμοποιήθηκε. Στο Σχήμα 2.10 δίδεται παράδειγμα ολοκληρωμένης εκτέλεσης του συγκεκριμένου λογισμικού, για μία περίπτωση που εξετάστηκε.



**Σχήμα 2.8:** Διάγραμμα ροής ενός Διαφορικού Εξελικτικού αλγορίθμου.



Σχήμα 2.9: Γραφικό περιβάλλον του Διαφορικού Εξελικτικού αλγορίθμου (DE.exe).

1. ☒ GRID Όταν είναι ενεργοποιημένο απεικονίζει το πλέγμα στο χώρο σχεδίασης.
2.  Εκτελεί αλληλουχία εντολών για τη βελτιστοποίηση της αεροτομής.
3.  Η γενιά που εξετάζεται την τρέχουσα στιγμή.
4.  Το τρέχον άτομο του πληθυσμού που εξετάζεται.
5.  Το πλήθος των εκτιμήσεων μέχρι τη συγκεκριμένη στιγμή.
6.  Η τρέχουσα καλύτερη τιμή.
7.  Η τρέχουσα τιμή.

8. 

maxgens
1000
popsize
30
islands
1

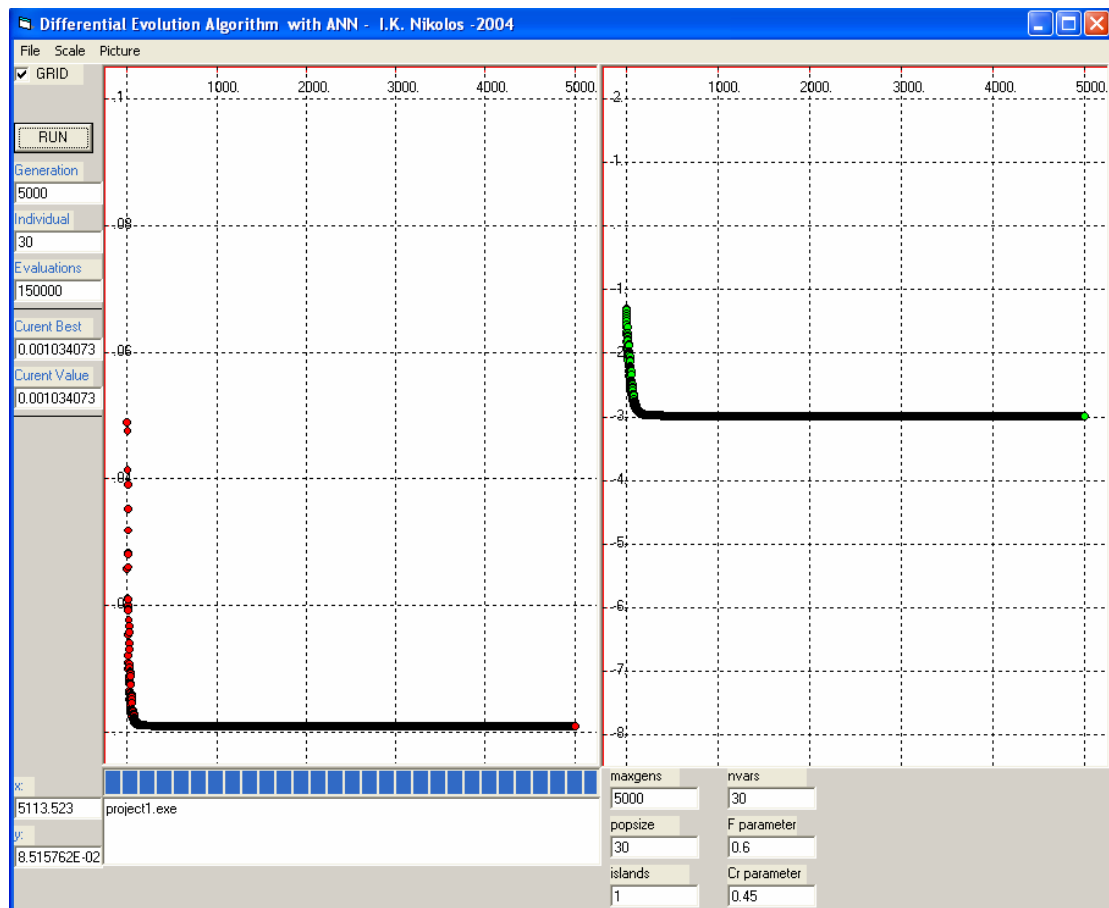
 Το μέγιστο πλήθος γενεών που είναι δυνατό να επιλέξει ο χρήστης.
9. 

nvars
30
F parameter
0.6
Cr parameter
0.45

 Το μέγεθος του πληθυσμού που χρησιμοποιείται.  
Το πλήθος των υποπροβλημάτων.  
Το πλήθος των παραμέτρων (μεταβλητών σχεδίασης).  
Τιμή του συντελεστή F για την Μετάλλαξη.  
Τιμή της πιθανότητας Επιχιασμού.
10. 

project1.exe
--------------

 Χρησιμοποιούμενη Συνάρτηση προς βελτιστοποίηση.



**Σχήμα 2.10:** Παράδειγμα εκτέλεσης ολοκληρωμένου υπολογισμού με χρήση του DE.exe.



## **2.5 Η ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ ΑΝΑΚΤΗΣΗΣ ΣΥΓΚΕΚΡΙΜΕΝΗΣ ΑΕΡΟΤΟΜΗΣ**

Για να μπορέσουμε να συγκρίνουμε την τεχνική Ελεύθερης Παραμόρφωσης με την τεχνική με βάση τις καμπύλες B-Spline (ή NURBS) ακολουθήθηκε η παρακάτω διαδικασία:

1. Και για τις δύο τεχνικές χρησιμοποιείται ο ίδιος ή σχεδόν ο ίδιος αριθμός μεταβλητών σχεδίασης.
2. Και για τις δύο τεχνικές το διάστημα που παίρνουν τιμές οι μεταβλητές σχεδίασης είναι το ίδιο (ώστε να προκύψει το ίδιο μέγεθος του χώρου λύσεων) και ίσο με 0.1.
3. Τα βάρη των σημείων ελέγχου και στις δύο τεχνικές είναι ίσα με 1.
4. Μεταβάλλονται μόνο οι  $y$ -συντεταγμένες των σημείων ελέγχου.
5. Οι δύο τεχνικές συγκρίνονται με βάση την ίδια αεροτομή-στόχο.
6. Η FFD δοκιμάζεται με διαφορετικές αρχικές αεροτομές (για τον ίδιο στόχο), ώστε να αξιολογηθεί η επίδραση της αρχικής αεροτομής στην ακρίβεια υπολογισμού της αεροτομής-στόχου.
7. Η τεχνική B-Spline δεν απαιτεί αρχική αεροτομή.
8. Οι αεροτομές που χρησιμοποιήθηκαν στα πειράματα ήταν τετραπήφειες και πενταπήφειες αεροτομές NACA.

## **2.6 ΤΑ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΤΗΣ ΣΥΓΚΡΙΣΗΣ ΤΩΝ ΔΥΟ ΜΕΘΟΔΩΝ.**

Στο Σχήμα 2.12 απεικονίζονται τα συγκεντρωτικά αποτελέσματα των αριθμητικών δοκιμών που διεξήχθησαν, χρησιμοποιώντας την τεχνική Ελεύθερης Παραμόρφωσης και την τεχνική με χρήση καμπυλών B-Spline. Η τεχνική Ελεύθερης Παραμόρφωσης εφαρμόστηκε με μια σειρά από διαφορετικές αρχικές αεροτομές (Σχήμα 2.11) και διαφορετικές διαστάσεις του παραμετρικού πλέγματος, για την ανάκτηση της τετραπήφιας αεροτομής NACA 4412. Η αντικειμενική συνάρτηση που ελαχιστοποιείται από τον Δ.Ε. αλγόριθμο είναι η τιμή του εμβαδού της διαφοράς ανάμεσα στην τρέχουσα αεροτομή και την αεροτομή-στόχο. Η τελική τιμή της παραπάνω αντικειμενικής συνάρτησης (μετά το πέρας της διαδικασίας βελτιστοποίησης) εκφράζει το μέτρο της ακρίβειας προσέγγισης. Ο αριθμός των γενιών στον Διαφορικό Εξελικτικό αλγόριθμο ήταν τουλάχιστον ίσος με 5000.

Όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.12, για την τεχνική Ελεύθερης Παραμόρφωσης και για την ίδια τοπολογία του παραμετρικού πλέγματος (που αποτελείται από τα σημεία ελέγχου) καθώς επίσης και ίδιο αριθμό σημείων ελέγχου η ακρίβεια που επιτυγχάνεται εξαρτάται άμεσα από τον τύπο της αρχικής αεροτομής. Επιπροσθέτως, όσο αυξάνει ο αριθμός των σημείων ελέγχου τόσο μεγαλύτερη ακρίβεια επιτυγχάνεται. Για παράδειγμα, όταν χρησιμοποιούνται ως αρχικές αεροτομές οι NACA 23015, NACA 24012, NACA 2412 και NACA 0012 (με τα 2x7, 2x13, 2x25) παρατηρούμε ότι όσο αυξάνεται ο αριθμός των σημείων ελέγχου τόσο αυξάνεται και η ακρίβεια (η ακρίβεια ποικίλει ανάλογα με την αρχική αεροτομή αλλά και οι τέσσερις αεροτομές βελτιώνονται). Στα Σχήματα 2.13, 2.14 και 2.15 παρουσιάζεται η ακρίβεια ανάμεσα στις δύο αεροτομές (με μπλε χρώμα είναι η αεροτομή στόχος, δηλαδή η NACA 4412, και με ροζ χρώμα είναι η τελική αεροτομή που υπολογίστηκε με τον Διαφορικό Εξελικτικό αλγόριθμο). Δεν συμβαίνει το ίδιο στην περίπτωση της NACA 0012 (με τα 3x5, 3x9, 5x10), στην οποία όταν έχουμε 27 σημεία ελέγχου επιτυγχάνεται καλύτερη ακρίβεια από την περίπτωση των 50 σημείων ελέγχου

(Σχήμα 2.16). Στον Πίνακα 2.1 παρουσιάζονται αναλυτικά οι τιμές της ακρίβειας που επιτεύχθηκε, ανάλογα με την αρχική αεροτομή και τον αριθμό των σημείων ελέγχου.

Επίσης, μπορούμε να προσθέσουμε ότι ανάμεσα στα πλέγματα ελέγχου, που αποτελούνται από 3x9 και 5x10 σημεία ελέγχου, η βελτίωση της ακρίβειας είναι μικρή για όλες τις δοκιμές, σε σχέση με τη βελτίωση που πετυχαίνουμε από 3x5 στα 3x9 σημεία ελέγχου. Το συμπέρασμα αυτό φαίνεται όχι μόνο από το Σχήμα 2.12 αλλά και από τον Πίνακα 2.1. Αυτό συμβαίνει διότι είναι μικρή η αύξηση των σημείων ελέγχου στο παραμετρικό πλέγμα κατά τη διεύθυνση της χορδής της αεροτομής (από 9 σε 10 σημεία ελέγχου).

Συνεχίζοντας και συγκρίνοντας τα αποτελέσματα της Ελεύθερης Παραμόρφωσης με την τεχνική των καμπυλών B-Spline (NURBS με σταθερά βάρη), μπορούμε να παρατηρήσουμε ότι για μικρό αριθμό σημείων ελέγχου η τεχνική της Ελεύθερης Παραμόρφωσης υπερτερεί των καμπυλών B-Spline. Το ίδιο δεν ισχύει όταν αυξάνεται ο αριθμός τους. Για παράδειγμα, όταν έχουμε 51 σημεία ελέγχου, με τη χρήση καμπυλών B-Spline επιτυγχάνεται καλύτερη ακρίβεια σε σχέση με την τεχνική Ελεύθερης Παραμόρφωσης. Αυτό οφείλεται στον αυξημένο αριθμό των σημείων ελέγχου κατά μήκος της χορδής της αεροτομής (Σχήμα 2.17).

Επίσης, εάν συγκρίνουμε τα αποτελέσματα των καμπυλών B-Spline με τα 51 σημεία ελέγχου με τα αποτελέσματα της τεχνικής της Ελεύθερης Παραμόρφωσης με αρχική αεροτομή την NACA 0012 (με τα 2x25 σημεία ελέγχου) παρατηρούμε ότι οι δύο μέθοδοι πετυχαίνουν σχεδόν την ίδια ακρίβεια. Αυτό συμβαίνει γιατί υπάρχει σχεδόν ο ίδιος αριθμός σημείων ελέγχου στη διεύθυνση της χορδής. Να τονίσουμε ακόμη ότι ο όγκος που αποτελείται από 2x25 σημεία ελέγχου παρέχει καλύτερη ακρίβεια σε σύγκριση με τον όγκο που δημιουργείται από τα 5x10 σημεία ελέγχου για όλες τις υπόλοιπες αεροτομές.

Στη συνέχεια, πραγματοποιήθηκαν πειράματα για να διαπιστωθεί τι ακρίβεια θα προκύψει αν ξεκινήσουμε από την ίδια τετραπήφια αρχική αεροτομή (την NACA 0012) για να προσεγγίσουμε την αεροτομή-στόχο (την NACA 4412) με σχεδόν ίδια σημεία ελέγχου αλλά με διαφορετική τοπολογία παραμετρικού πλέγματος. Στο Σχήμα 2.18 παρουσιάζεται η αντίστοιχη γραφική παράσταση. Παρατηρούμε ότι πέρα από τον κανόνα ότι χρειαζόμαστε έναν ικανοποιητικό αριθμό σημείων ελέγχου κατά μήκος της χορδής, διαπιστώνουμε ότι η αύξηση των σημείων ελέγχου κάθετα στη διεύθυνση της χορδής έχει ως αποτέλεσμα καλύτερη ακρίβεια. Όμως το παραμετρικό πλέγμα με τα 5x10 σημεία ελέγχου δεν εμφανίζει ικανοποιητική ακρίβεια διότι δεν επαρκούν τα σημεία ελέγχου κατά της διεύθυνση της χορδής. Αντιθέτως, συγκρίνοντας τα δύο παραμετρικά πλέγματα των 2x25 και 3x17 σημείων ελέγχου, διαπιστώνουμε ότι αυτό με τα 3x17 σημεία ελέγχου πετυχαίνει καλύτερη ακρίβεια.

Συνοψίζοντας την μέχρι στιγμής ανάλυση, μπορούμε, με βάση τις δοκιμές που πραγματοποιήθηκαν, να εξάγουμε τον εξής εμπειρικό κανόνα. Για να μπορέσουμε να παραμορφώσουμε μια αρχική αεροτομή και να προσεγγίσουμε την αεροτομή-στόχο χρειαζόμαστε λιγότερα από 15 σημεία ελέγχου κατά τη διεύθυνση της χορδής και 3 σημεία ελέγχου κατά την κάθετη διεύθυνση της χορδής. Η ακρίβεια που θα επιτευχθεί επηρεάζεται σημαντικά από την επιλογή της αρχικής αεροτομής.

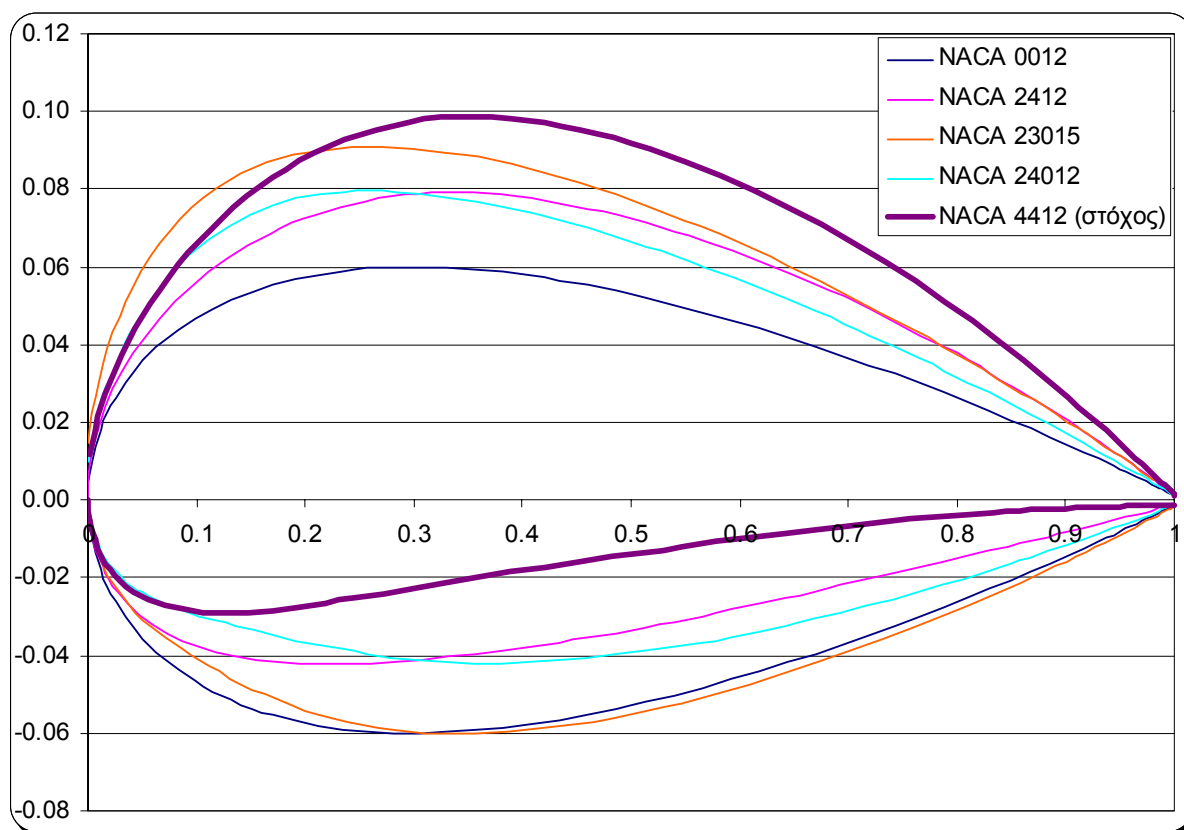
Στα Σχήματα 2.19, 2.20 και 2.21 απεικονίζεται το ιστορικό σύγκλισης του Διαφορικού Εξελικτικού αλγορίθμου, ανάλογα με τον τύπο της αρχικής αεροτομής. Για να υπάρχει κοινή βάση σύγκρισης, το ιστορικό σύγκλισης του αλγορίθμου απεικονίζεται για αεροτομές οι οποίες περιγράφονται από τον ίδιο αριθμό σημείων ελέγχου.

Από το Σχήμα 2.19 παρατηρούμε ότι στις 1000 πρώτες επαναλήψεις όλες οι αεροτομές έχουν ολοκληρώσει τη διαδικασία σύγκλισης, με εξαίρεση την

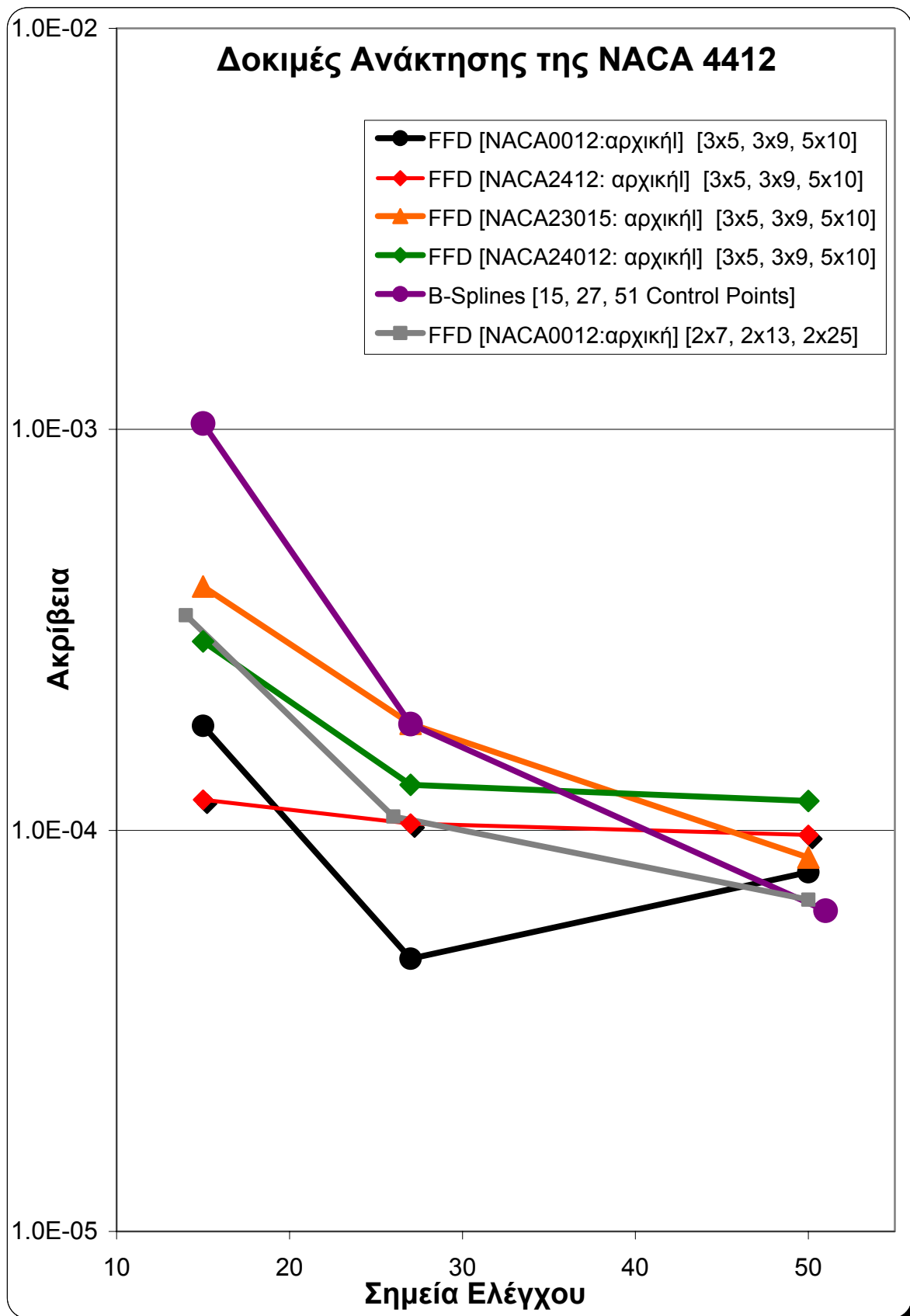
τετραπήφια αεροτομή NACA 0012 με τα 3x5 σημεία ελέγχου. Ακόμη, η περίπτωση της αρχικής αεροτομής NACA 2412 σημειώνει την καλύτερη τιμή προσέγγισης. Χαρακτηριστικό είναι σε αυτή την περίπτωση το πόσο σημαντικό ρόλο έχει η επιλογή της αρχικής αεροτομής, με την NACA 2412 να σημειώνει πολύ ικανοποιητικές αποδόσεις είτε σε ταχύτητα είτε σε ακρίβεια με τα 3x5 σημεία ελέγχου.

Στο Σχήμα 2.20, παρατηρούμε ότι ουσιαστικά μόνο η τετραπήφια αεροτομή NACA 0012 με τα 3x9 σημεία ελέγχου παρουσιάζει πλήρη σύγκλιση, η οποία σημειώνει και την καλύτερη ακρίβεια, ενώ οι υπόλοιπες δοκιμές του διαγράμματος δεν έχουν συγκλίνει.

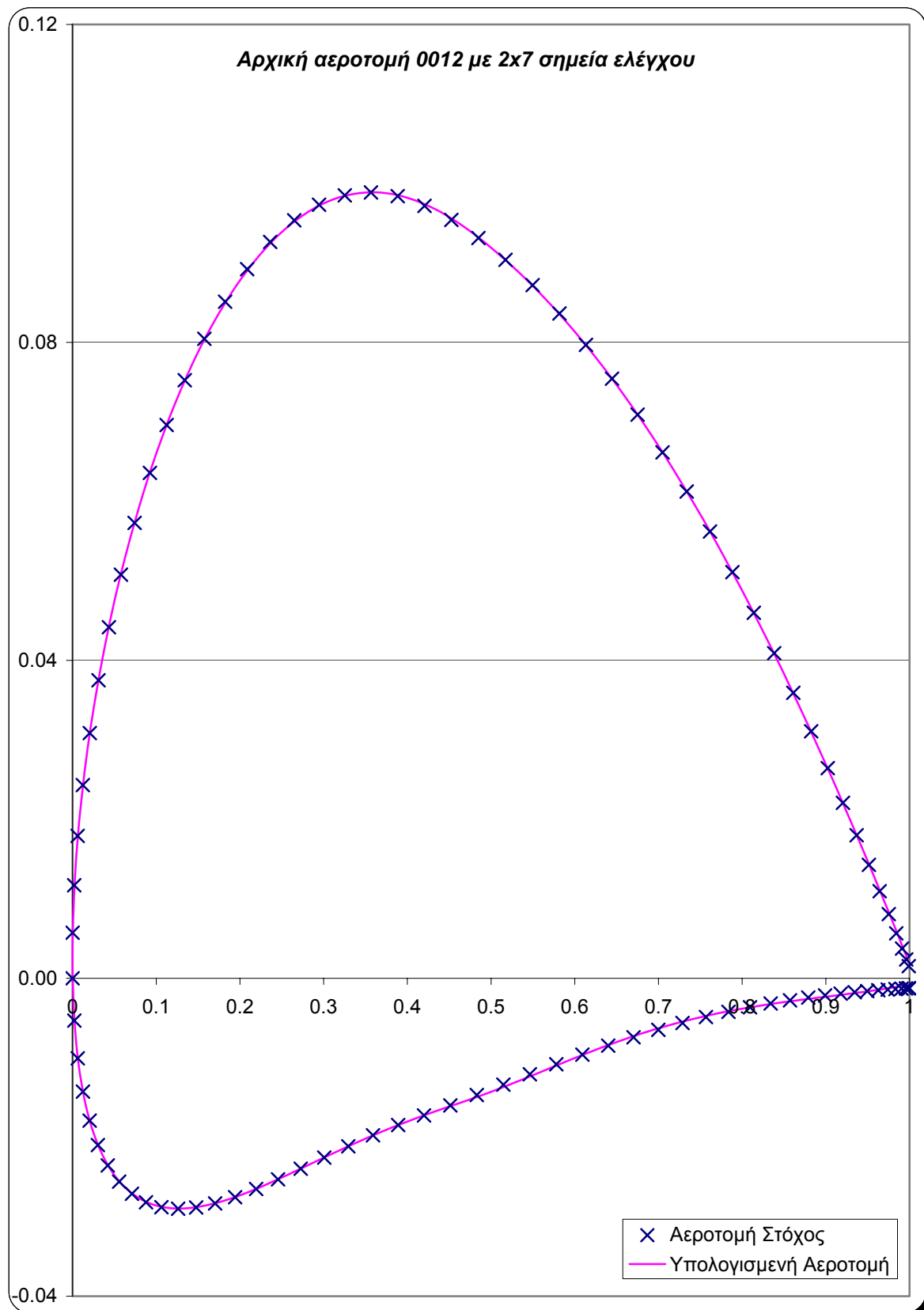
Τέλος, στο Σχήμα 2.21 παρατηρούμε ότι στις 1000 πρώτες επαναλήψεις καμία από τις αεροτομές δεν έχει ολοκληρώσει τη διαδικασία σύγκλισης. Μια πιο ξεκάθαρη εικόνα μπορούμε να έχουμε μετά τις 2000 επαναλήψεις, όπου σε γενικές γραμμές καταλήγουμε σε ικανοποιητικά αποτελέσματα. Να σημειώσουμε ακόμη ότι η τετραπήφια αεροτομή NACA 0012 με τα 2x25 σημεία ελέγχου μαζί με την τεχνική των NURBS (B-Splines) έχουν πετύχει την καλύτερη τιμή, με την πρώτη να συγκλίνει πιο γρήγορα στη βέλτιστη λύση αλλά με τη δεύτερη να επιτυγχάνεται ελαφρώς καλύτερη ακρίβεια.



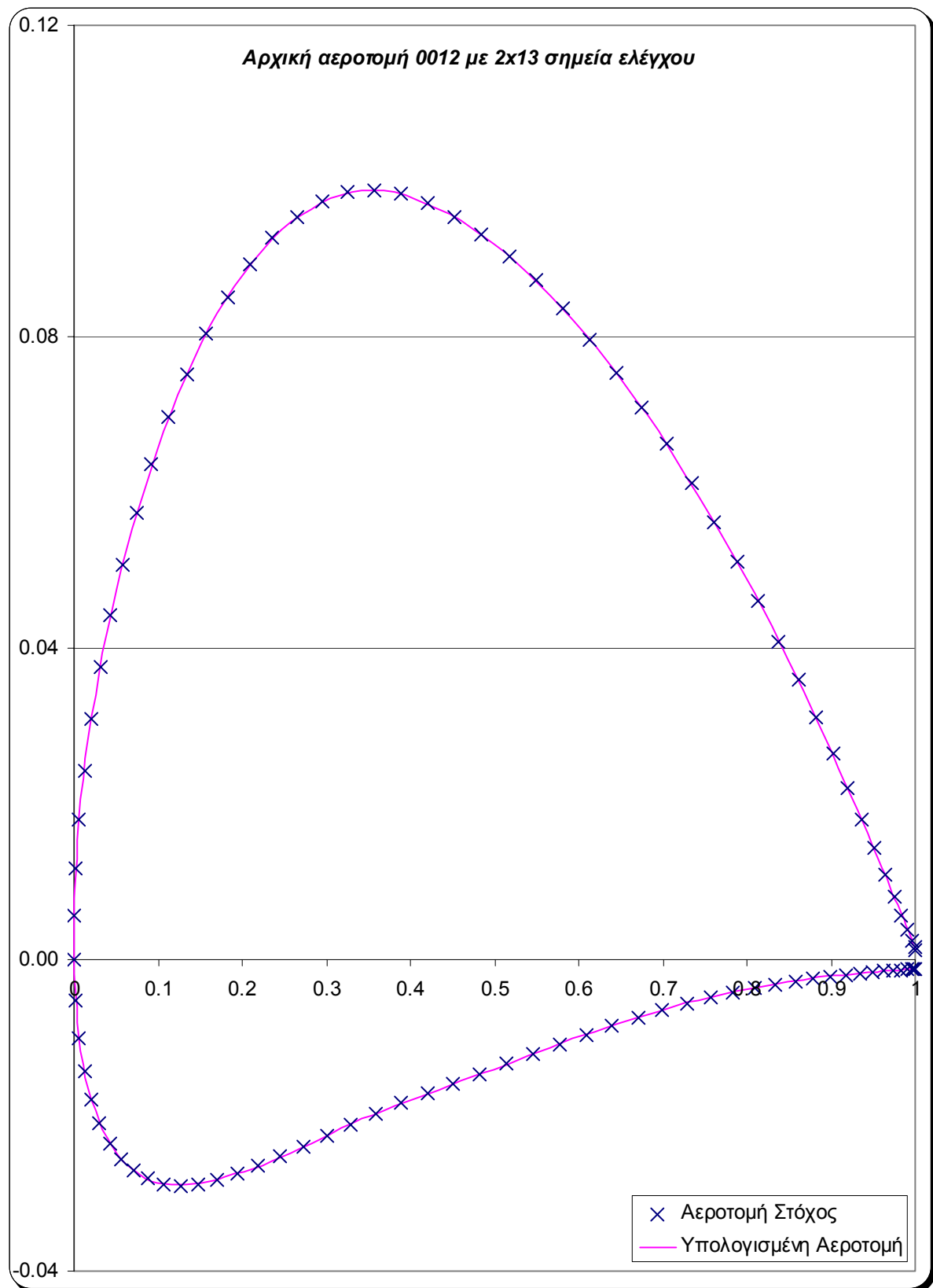
Σχήμα 2.11: Απεικόνιση των διαφορετικών αρχικών αεροτομών και της αεροτομής-στόχου.



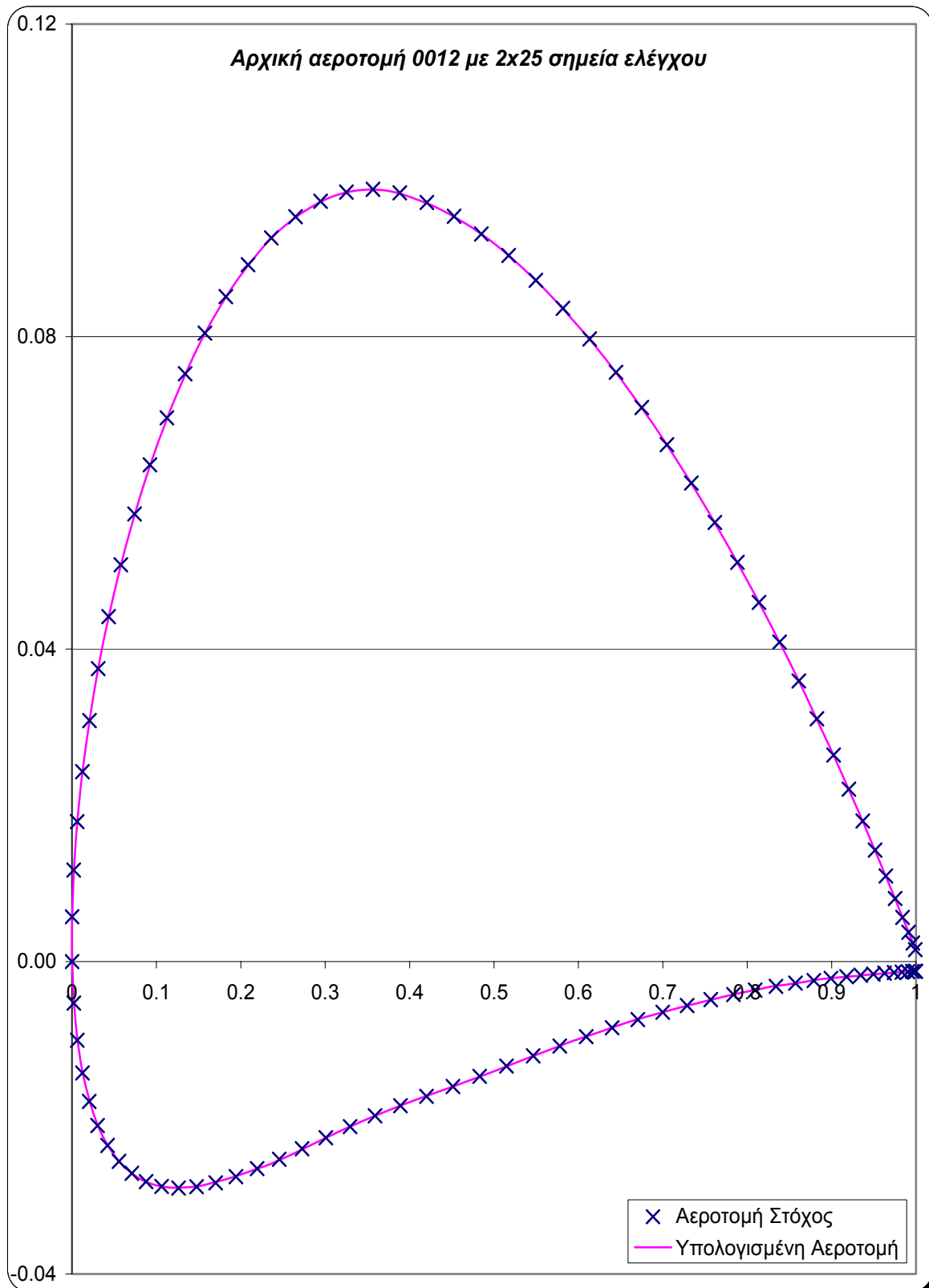
Σχήμα 2.12: Αποτελέσματα πειραμάτων για την ανάκτηση της αεροτομής NACA 4412 (αεροτομή-στόχος).



**Σχήμα 2.13:** Αποτελέσματα πειράματος για την ανάκτηση της αεροτομής NACA 4412 (αεροτομή-στόχος) με αρχική αεροτομή την NACA 0012 με 2x7 σημεία ελέγχου (FFD).

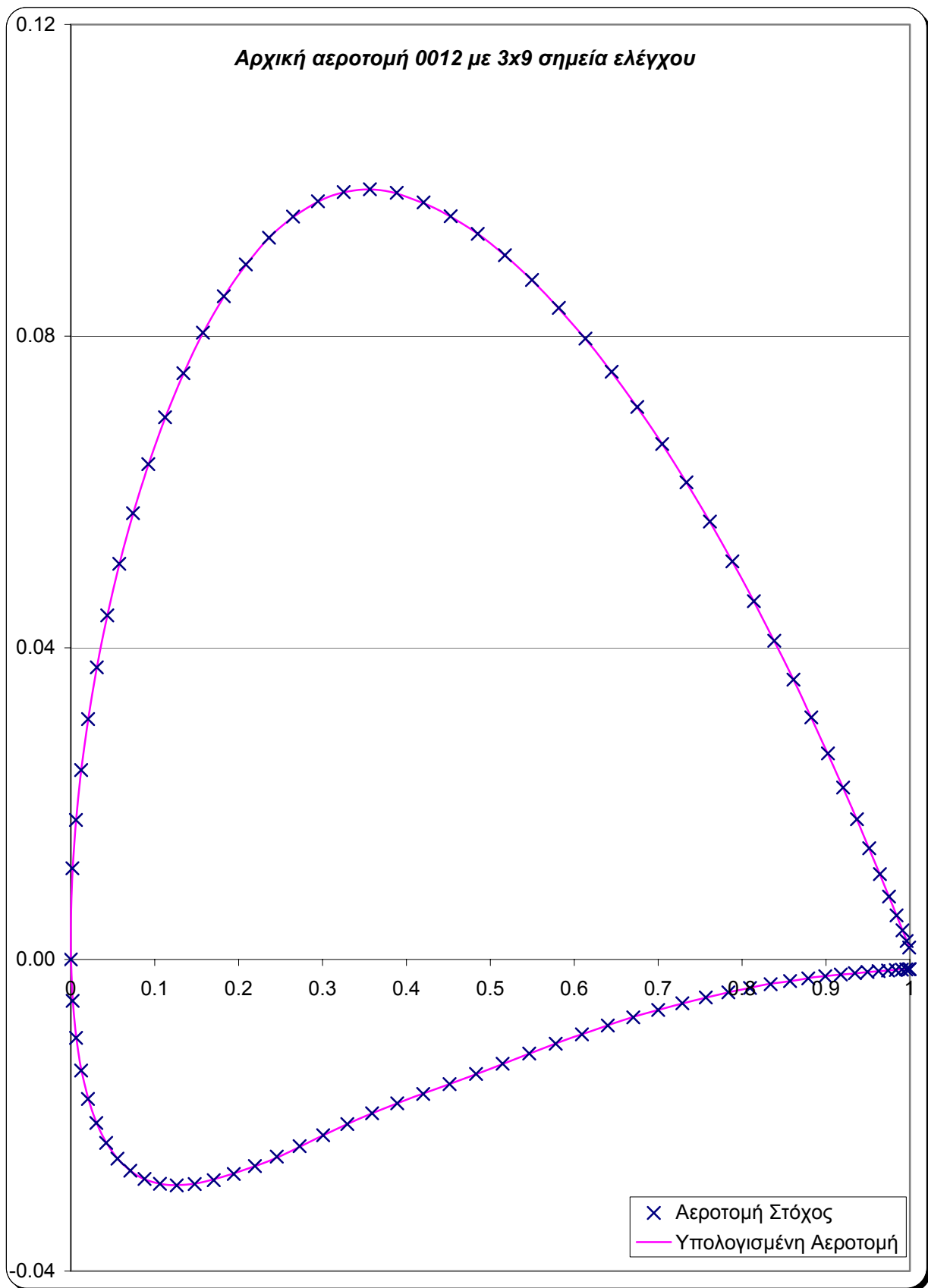


**Σχήμα 2.14:** Αποτελέσματα πειραμάτων για την ανάκτηση της αεροτομής NACA 4412 (αεροτομή-στόχος) με αρχική αεροτομή την NACA 0012 με 2x13 σημεία ελέγχου (FFD).



**Σχήμα 2.15:** Αποτελέσματα πειραμάτων για την ανάκτηση της αεροτομής NACA 4412 (αεροτομή-στόχος) με αρχική αεροτομή την NACA 0012 με 2x25 σημεία ελέγχου (FFD).

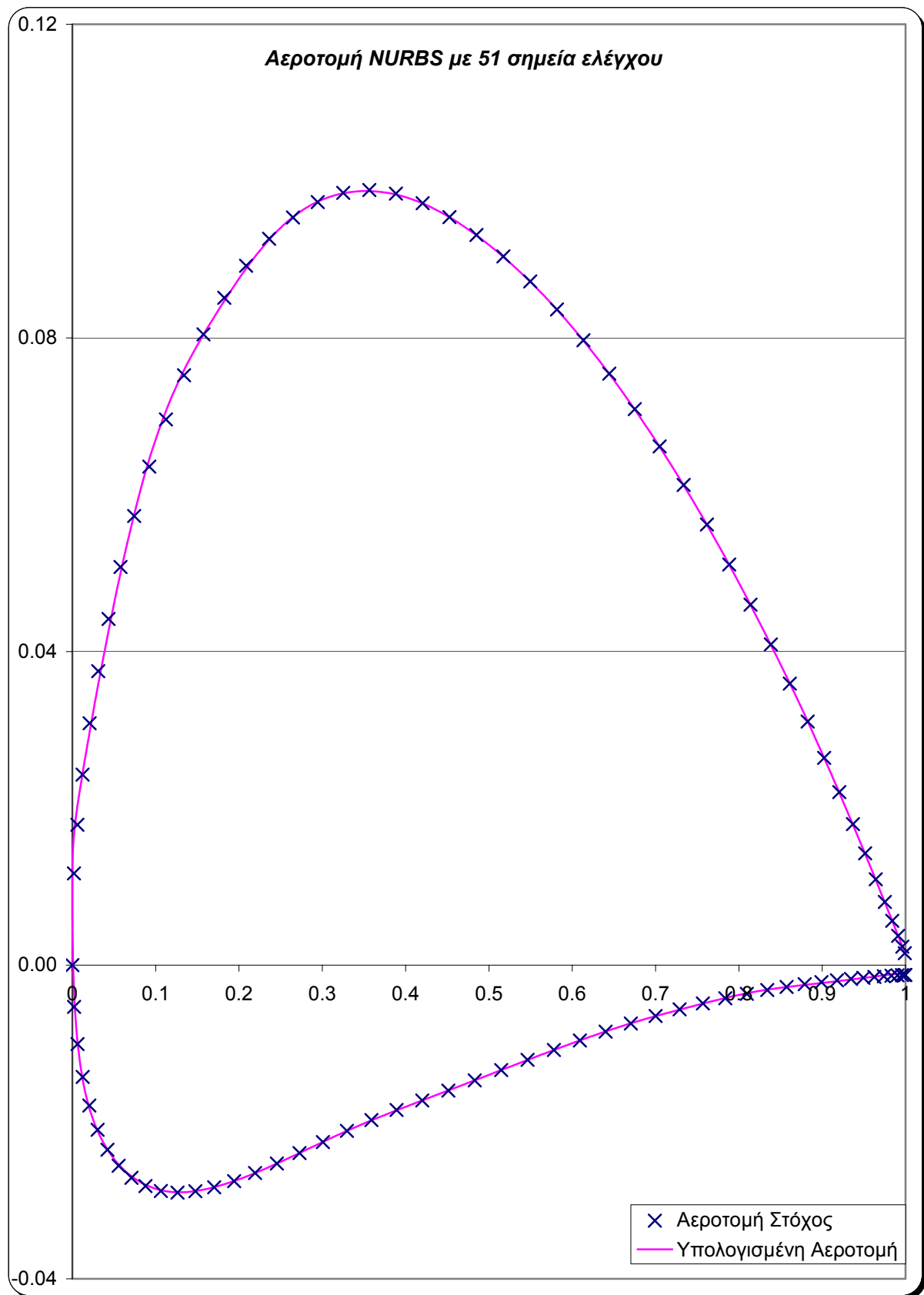




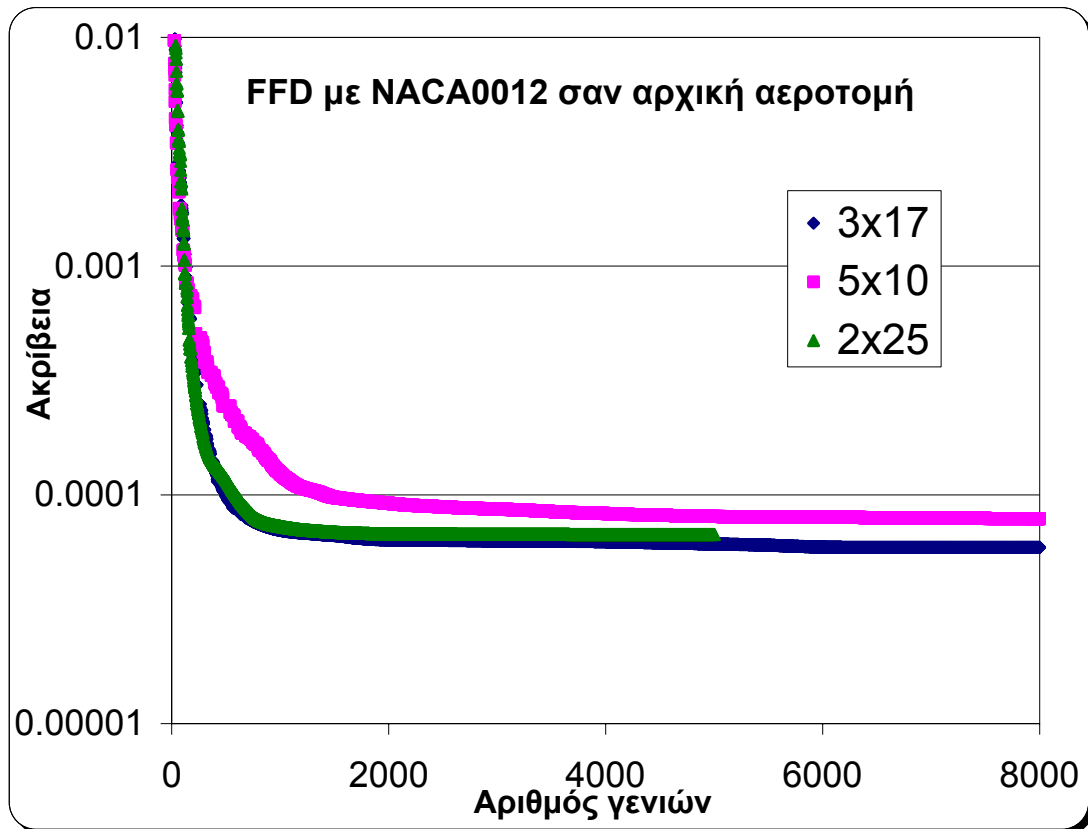
**Σχήμα 2.16:** Αποτελέσματα πειράματος για την ανάκτηση της αεροτομής NACA 4412 (αεροτομή-στόχος) με αρχική αεροτομή την NACA 0012 με 3x9 σημεία ελέγχου (FFD).

<b>Αρχική Αεροτομή</b>	<b>Ακρίβεια με 15 σημεία ελέγχου</b>	<b>Ακρίβεια με 27 σημεία ελέγχου</b>	<b>Ακρίβεια με 50 σημεία ελέγχου</b>
<b>NACA 0012</b>	1.823227E-04	4.787837E-05	7.864553E-05
<b>NACA 2412</b>	1.192780E-04	1.039909E-04	9.743493E-05
<b>NACA 23015</b>	4.056015E-04	1.843591E-04	8.555028E-05
<b>NACA 24012</b>	2.959962E-04	1.299265E-04	1.183824E-04
<b>NURBS</b>	1.034074E-03	1.841050E-04	6.306329E-05
<b>FFD 0012_2x</b>	3.439722E-04	1.082693E-04	6.718047E-05

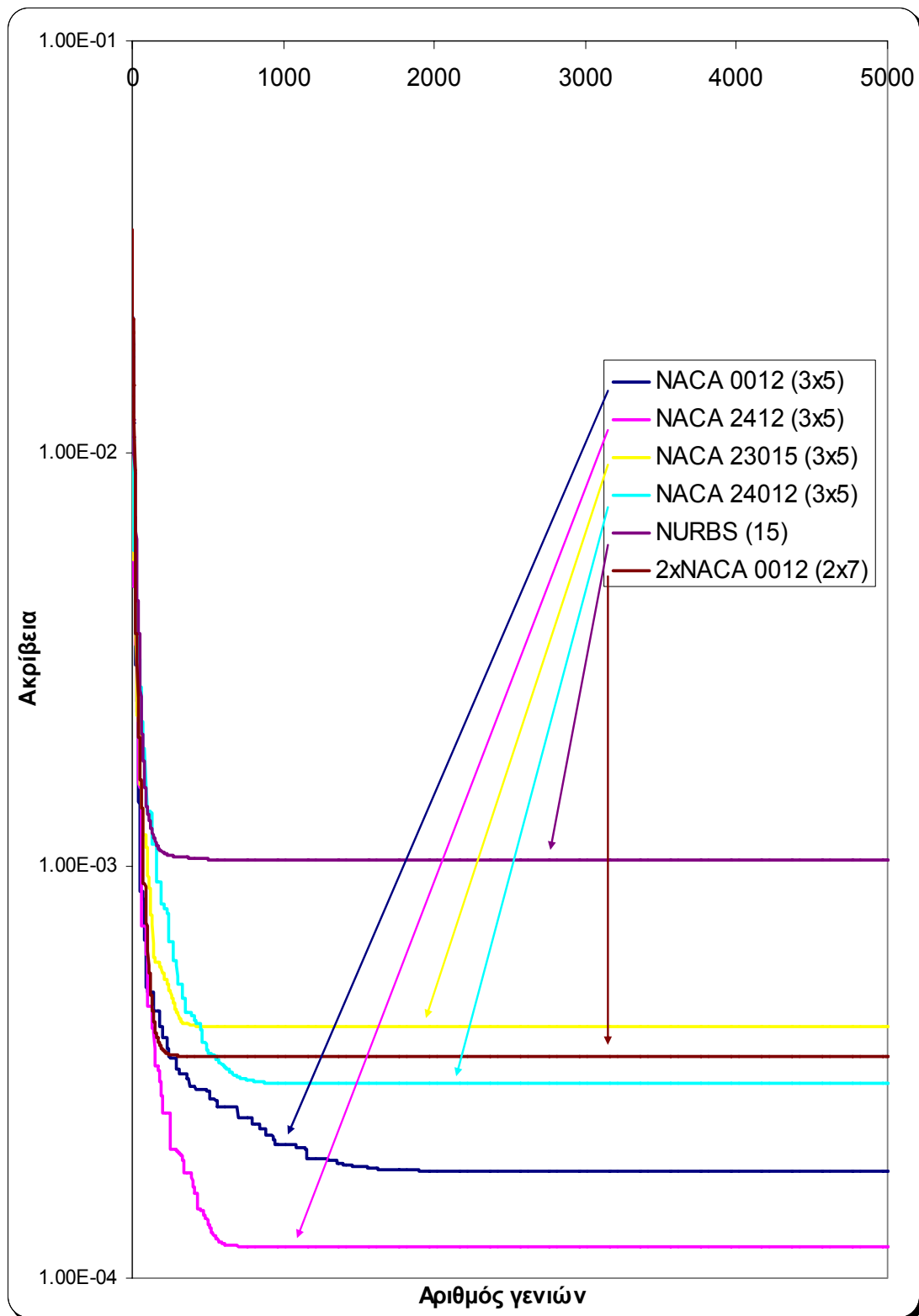
***Πίνακας 2.1:** Αποτελέσματα πειραμάτων για την ανάκτηση της αεροτομής NACA 4412 (αεροτομή-στόχος).*



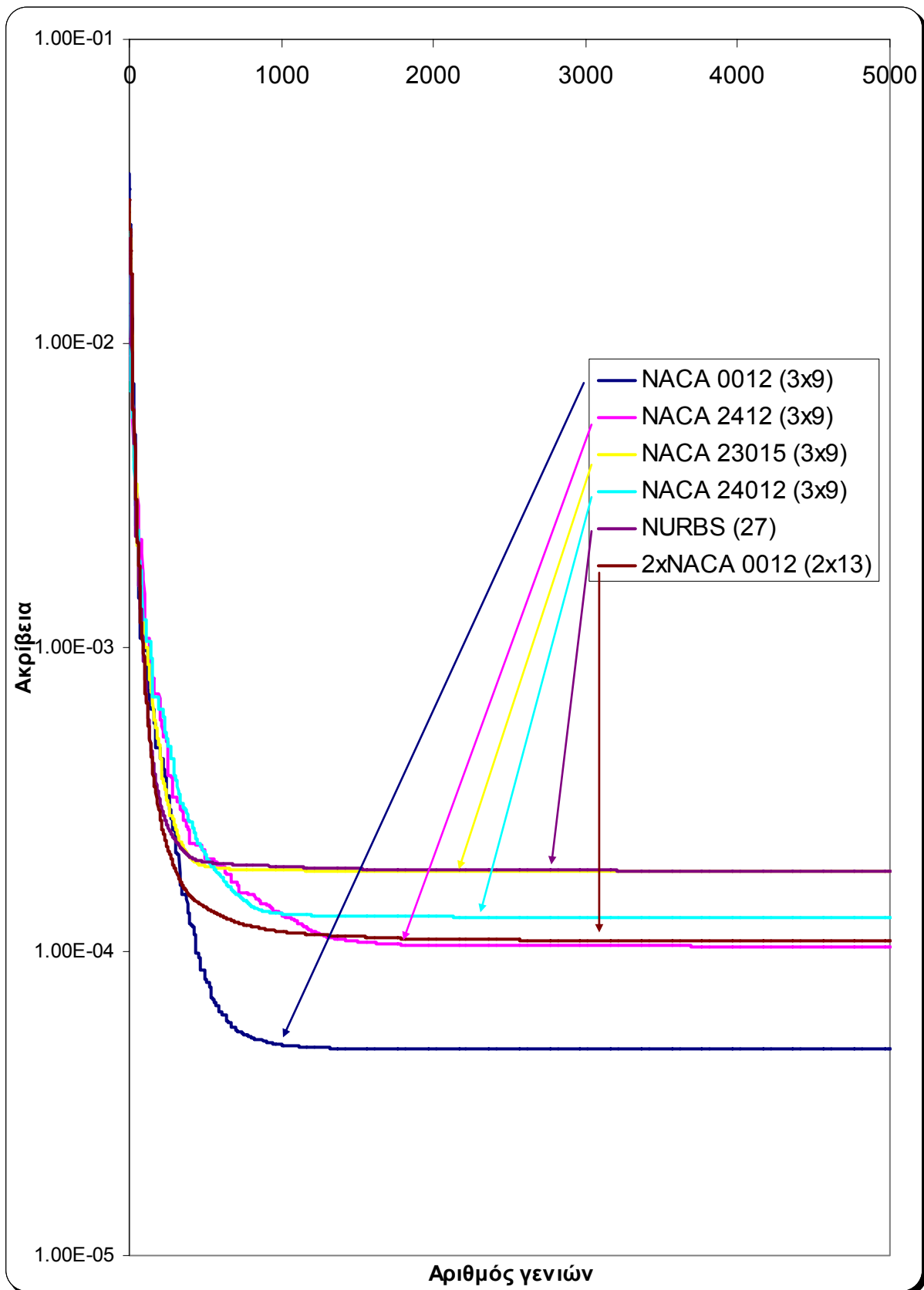
**Σχήμα 2.17:** Ανάκτηση της αεροτομής NACA 4412 (αεροτομή-στόχος) με την τεχνική B-Spline, έχοντας 51 σημεία ελέγχου.



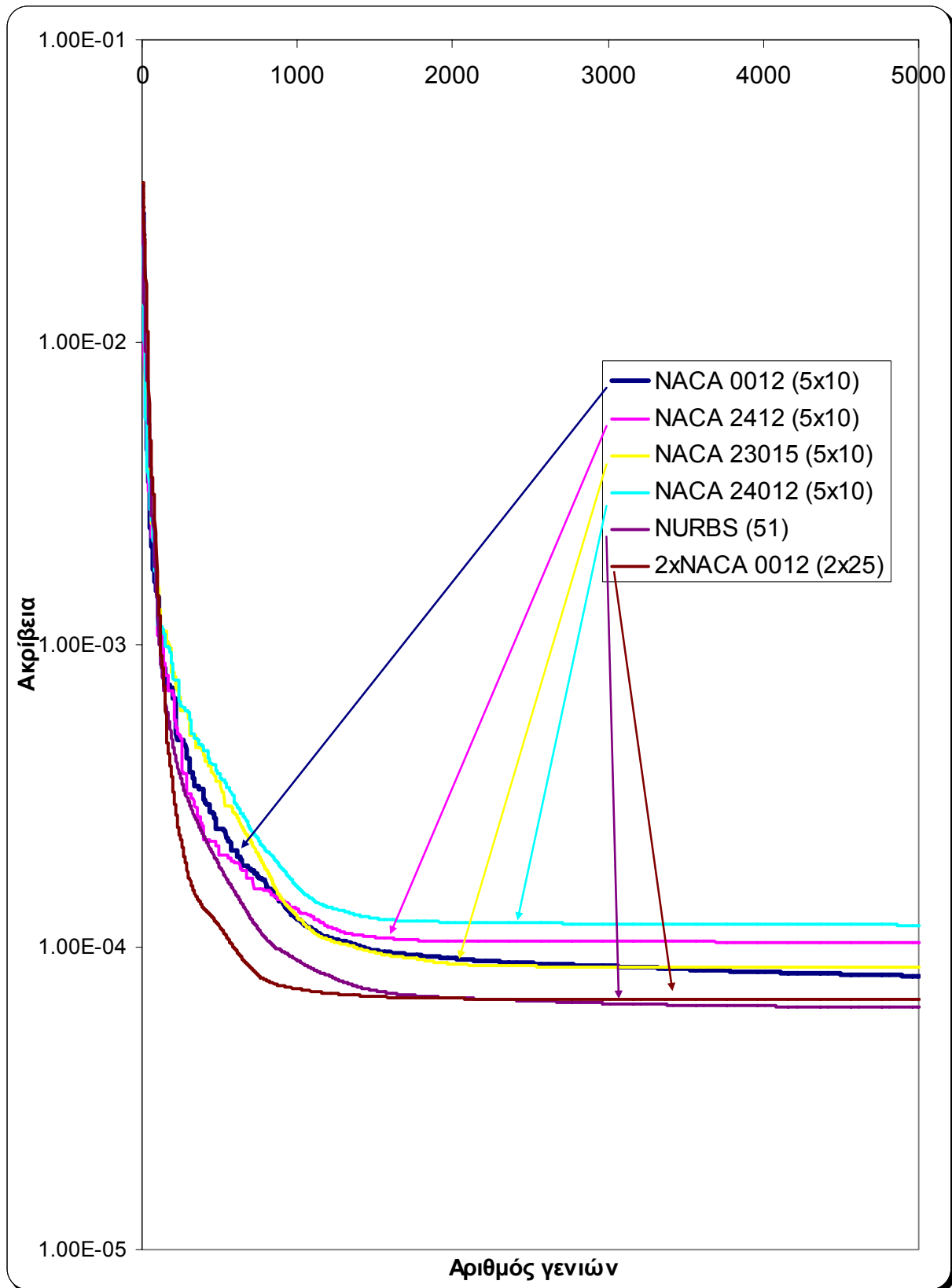
**Σχήμα 2.18:** Αποτελέσματα σύγκλισης του αλγορίθμου για την ανάκτηση της αεροτομής NACA 4412 (αεροτομή-στόχος) με αρχική αεροτομή την NACA 0012 και διαφορετικές τοπολογίες πλεγμάτων.



Σχήμα 2.19: Αποτελέσματα σύγκλισης του διαφορικού εξελικτικού αλγορίθμου για 15 σημεία ελέγχου.



Σχήμα 2.20: Αποτελέσματα σύγκλισης του διαφορικού εξελικτικού αλγορίθμου για 27 σημεία ελέγχου.



Σχήμα 2.21: Αποτελέσματα σύγκλισης του διαφορικού εξελικτικού αλγορίθμου για 50 σημεία ελέγχου.



## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

### 3.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Στο συγκεκριμένο κεφάλαιο πραγματοποιείται πειραματική σύγκριση της τεχνικής της Ελεύθερης Παραμόρφωσης και της κλασσικής αναπαράστασης με καμπύλες B-Splines στο πρόβλημα της αντίστροφης σχεδίασης μιας αεροτομής, όσον αφορά στην ακρίβεια προσέγγισης της διανομής πίεσης της αεροτομής-στόχου και με αλγόριθμο βελτιστοποίησης έναν Διαφορικό Εξελικτικό αλγόριθμο.

Το πρόβλημα της αντίστροφης σχεδίασης μιας αεροτομής ορίζεται ως ο υπολογισμός της γεωμετρίας της αεροτομής ώστε να παράγεται δεδομένη διανομή πίεσης (ή εναλλακτικά ταχύτητας) πάνω στην αεροτομή, για συγκεκριμένες συνθήκες ροής (αριθμός Mach, αριθμός Reynolds, γωνία προσβολής).

Σκοπός μας είναι να σχεδιάσουμε μια αεροτομή που να ικανοποιεί συγκεκριμένες απαιτήσεις από την πλευρά της αεροδυναμικής συμπεριφοράς. Ενώ στο κεφάλαιο 2 στόχος ήταν να προσεγγιστεί απλώς η γεωμετρία δεδομένης αεροτομής, εδώ ο στόχος είναι να προσεγγιστεί δεδομένη διανομή πίεσης, μέσω της δοκιμής διαφορετικών αεροτομών. Το αντικείμενο της εργασίας, που περιγράφεται στο παρόν κεφάλαιο, είναι η συγκριτική δοκιμή των δύο μεθόδων (FFD και κλασσική παραμετροποίηση με καμπύλη B-Spline), όσον αφορά την απόδοσή τους στο πρόβλημα της αντίστροφης σχεδίασης αεροτομής. Η απόδοση μετράται σε σχέση με την ακρίβεια προσέγγισης της διανομής πίεσης της αεροτομής-στόχου. Μέτρο της ακρίβειας είναι το εμβαδόν της διαφοράς μεταξύ της επιθυμητής διανομής πίεσης και της τρέχουσας. Και εδώ χρησιμοποιείται ο ίδιος Διαφορικός Εξελικτικός αλγόριθμος για την επίλυση του προβλήματος ελαχιστοποίησης.

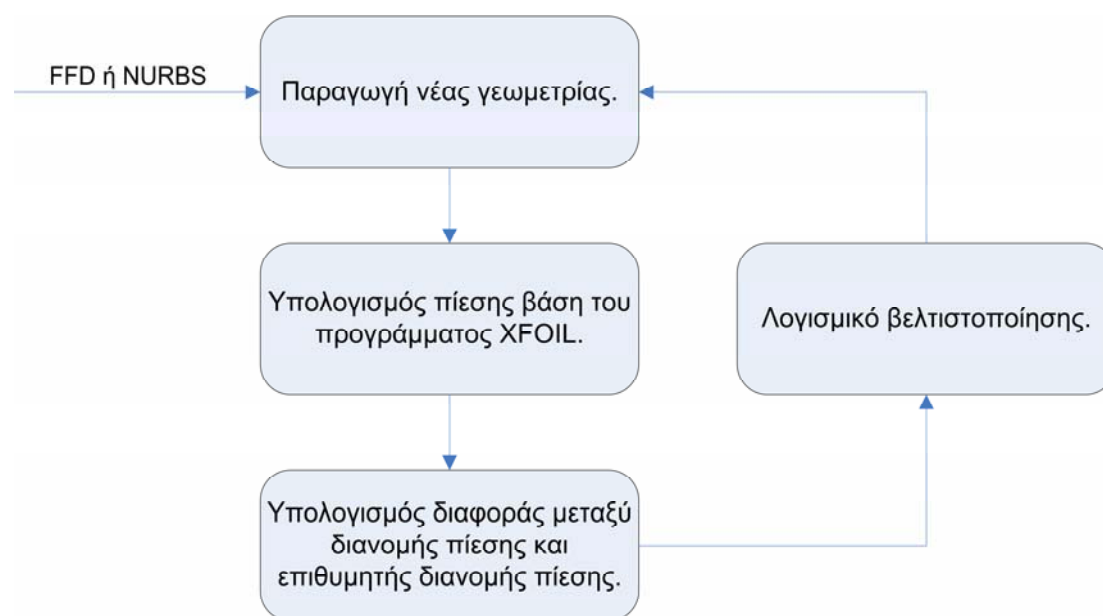
Για τη γεωμετρική μοντελοποίηση των αεροτομών χρησιμοποιήθηκαν τα λογισμικά που αναλύθηκαν στο κεφάλαιο 2. Ο υπολογισμός της διανομής πίεσης γύρω από την αεροτομή πραγματοποιείται με τη χρήση του λογισμικού XFOIL [Drela, 1989]. Στο Σχήμα 3.1 απεικονίζεται η επαναληπτική διαδικασία για τη αντίστροφη σχεδίαση μιας αεροτομής.

Το πρόβλημα της αντίστροφης σχεδίασης αεροτομής επιλύεται με διάφορες μεθόδους. Η συγκεκριμένη, που ακολουθείται στην παρούσα εργασία, είναι επαναληπτική και στηρίζεται ουσιαστικά στις διαδοχικές δοκιμές διαφορετικών υποψήφιων αεροτομών. Οι δοκιμές αυτές κατευθύνονται από το λογισμικό βελτιστοποίησης (στην περίπτωσή μας τον Διαφορικό Εξελικτικό αλγόριθμο).

Κάθε υποψήφια λύση κωδικοποιείται στη μορφή χρωμοσώματος, όπως αναλύθηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο. Για την μέθοδο FFD, το χρωμόσωμα περιλαμβάνει τις  $y$ -συντεταγμένες των σημείων ελέγχου του παραμετρικού πλέγματος. Για την μέθοδο της καμπύλης B-Spline το χρωμόσωμα περιλαμβάνει τις  $y$ -συντεταγμένες των σημείων ελέγχου της καμπύλης.

Η διαδικασία αξιολόγησης μίας υποψήφιας λύσης ξεκινάει με την μετατροπή του χρωμοσώματος σε συντεταγμένες της αεροτομής. Στη συνέχεια (με τη χρήση του λογισμικού XFOIL, υπολογίζεται η διανομή πίεσης γύρω από την αεροτομή (για τις συγκεκριμένες συνθήκες ροής του προβλήματος). Αυτή η διανομή πίεσης συγκρίνεται με την διανομή πίεσης της αεροτομής-στόχου και υπολογίζεται το εμβαδόν της διαφοράς των δύο καμπυλών. Όσο μειώνεται η διαφορά αυτή τόσο θα πρέπει να προσεγγίζει η τρέχουσα αεροτομή την αεροτομή-στόχο (από την οποία προήλθε η διανομή πίεσης αναφοράς). Κατά τη διάρκεια της συνολικής διαδικασίας

δεν είναι γνωστή η αεροτομή – στόχος, αλλά μόνο η διανομή πίεσης που αυτή προκαλεί. Η διανομή πίεσης είναι αυτή που χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό της αντικειμενικής συνάρτησης. Μόνο μετά το πέρας της διαδικασίας αξιολογείται η απόδοση της μεθόδου τόσο με σύγκριση των αντίστοιχων διανομών πιέσεων (πρωτίστως), αλλά και με σύγκριση των αντίστοιχων αεροτομών (που τις προκαλούν).



Σχήμα 3.1: Η επαναληπτική διαδικασία αντίστροφης σχεδίασης αεροτομής.

### 3.2 ΥΛΟΠΟΙΗΣΗ ΤΗΣ ΤΕΧΝΙΚΗΣ ΕΛΕΥΘΕΡΗΣ ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΗΣ (FFD)

Η διαδικασία που ακολουθείται είναι παρόμοια με αυτή του 2<sup>ου</sup> κεφαλαίου, με τη διαφορά ότι επιπλέον επιλύεται η ροή και συγκρίνονται οι διαφορές στη διανομή πίεσης και όχι οι διαφορές των αεροτομών για τον υπολογισμό της αντικειμενικής συνάρτησης.

Αναλυτικότερα η διαδικασία ξεκινάει με την επιλογή μιας αεροτομής (αεροτομή-στόχος) της οποίας η διανομή πίεσης θα χρησιμοποιηθεί ως πίεση αναφοράς. Για την αεροτομή αυτή υπολογίζεται η διανομή πίεσης για δεδομένες συνθήκες ροής (αριθμός Mach, γωνία πρόσπτωσης, αριθμός Reynolds). Η διανομή αυτή τίθεται ως στόχος στη διαδικασία της αντίστροφης σχεδίασης.

Στη συνέχεια επιλέγεται μία τυχαία αεροτομή, η οποία θα χρησιμοποιηθεί ως αρχική για την προσέγγιση του στόχου. Όσο πιο κοντά βρίσκεται στην αεροτομή – στόχο, τόσο πιο εύκολη θα είναι η διαδικασία αντίστροφης σχεδίασης.

Χρησιμοποιείται το λογισμικό steps1\_3.exe, που αναλύθηκε στο κεφάλαιο 2 και εκτελούνται οι ακόλουθες λειτουργίες:

1. Διαβάζονται οι συντεταγμένες των σημείων στην επιφάνεια της αρχικής αεροτομής.
2. Δημιουργείται αυτόματα ένα παραμετρικό πλέγμα γύρω από την αεροτομή, με βάση συγκεκριμένες παραμέτρους που δίνει ο χρήστης (αριθμός κόμβων στις δύο διευθύνσεις, βαθμοί βασικών συναρτήσεων κ.α.)

3. Υπολογίζονται οι παραμετρικές συντεταγμένες της αρχικής αεροτομής με τη χρήση της μεθόδου QuadTree και αποθηκεύονται σε ένα αρχείο κειμένου με όνομα `uv_coords.txt` (η ακρίβεια που χρησιμοποιείται σε όλες τις δοκιμές είναι  $10^{-11}$ ).

Το συγκεκριμένο πρόγραμμα εκτελείται μια μόνο φορά. Στο Σχήμα 3.2 παρουσιάζεται το διάγραμμα ροής για το λογισμικό `steps1_3.exe`.

Στη συνέχεια καθορίζονται τα όρια μέσα στα οποία θα παίρνουν τιμές οι μεταβλητές σχεδίασης (ίδια για όλες τις μεταβλητές σχεδίασης). Υπενθυμίζεται ότι ως μεταβλητές σχεδίασης στην τεχνική της ελεύθερης σχεδίασης χρησιμοποιούνται οι  $y$ -συντεταγμένες των σημείων ελέγχου του παραμετρικού πλέγματος.

Εκκινεί ο Διαφορικός Εξελικτικός αλγόριθμος, ο οποίος παράγει σε κάθε γενιά υποψήφιες λύσεις (χρωμοσώματα). Κάθε υποψήφια λύση μεταφράζεται σε αεροτομή, χρησιμοποιώντας το λογισμικό `prexfoil.exe`, που είναι παρόμοιο σε δομή με το λογισμικό `steps4.exe`, που αναλύθηκε στο 2<sup>ο</sup> κεφάλαιο. Το λογισμικό εκτελεί τις ακόλουθες λειτουργίες:

1. Διαβάζει τις νέες συντεταγμένες των σημείων ελέγχου του πλέγματος παραμετροποίησης (από το αρχείο `chromosome.txt` του DE).
2. Υπολογίζει τις νέες Καρτεσιανές συντεταγμένες των σημείων της αεροτομής.
3. Τις εξάγει σε συγκεκριμένη μορφή κατάλληλη για το λογισμικό XFOIL.

Το λογισμικό `prexfoil.exe` χρειάζεται τα εξής δεδομένα εισόδου:

1. Το αρχείο κειμένου `uv_coords.txt` με τις παραμετρικές συντεταγμένες της αρχικής αεροτομής.
2. Το αρχείο `cp2.txt`, που περιέχει τις αρχικές συντεταγμένες των νέων σημείων ελέγχου του παραμετρικού πλέγματος.
3. Το αρχείο `chromosome.txt` που περιέχει τις νέες  $y$ -συντεταγμένες των σημείων ελέγχου.

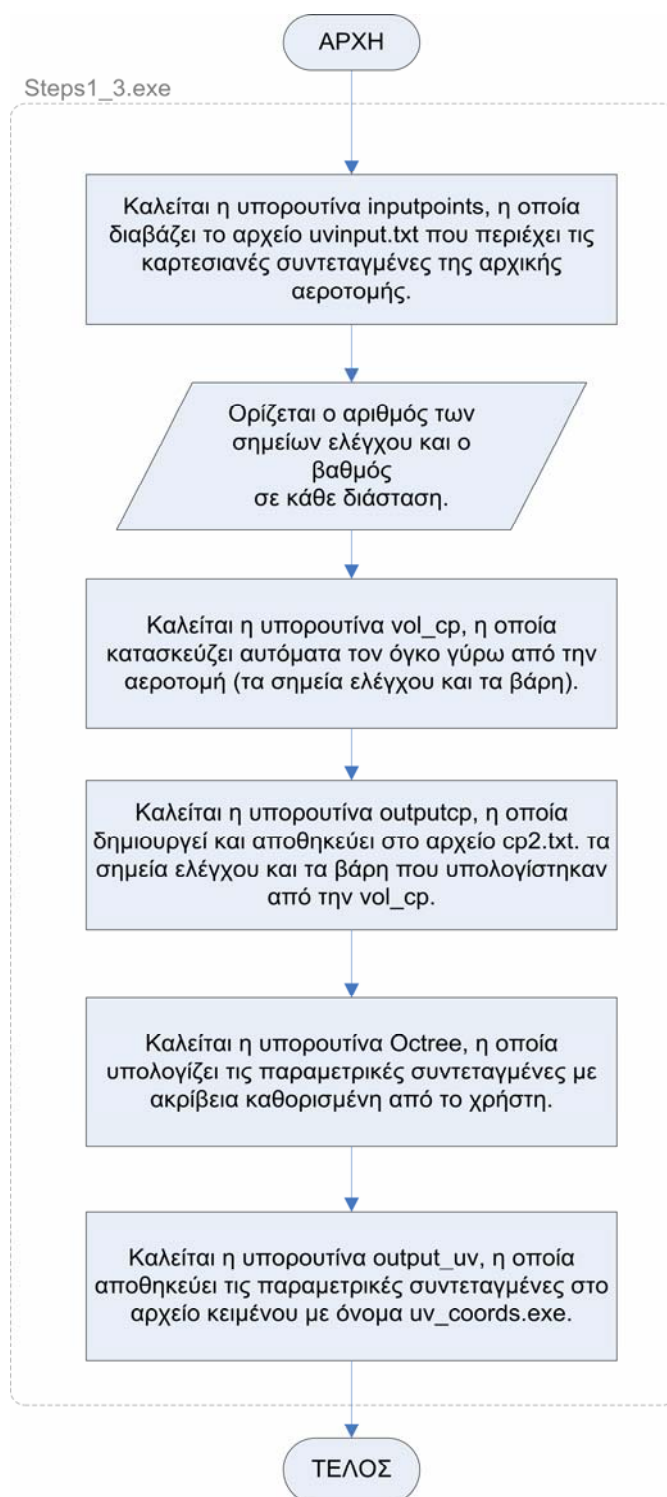
Τα δύο πρώτα αρχεία έχουν προέλθει από το λογισμικό `steps1_3.exe`. Στην παρούσα εφαρμογή το παραμετρικό πλέγμα παραμορφώνεται μόνο κατά την  $y$ -διεύθυνση.

Κατόπιν καλείται το λογισμικό XFOIL [Drela, 1989], το οποίο υπολογίζει τη διανομή πίεσης μιας αεροτομής από ένα αρχείο κειμένου με όνομα `airfoil.txt` (το οποίο έχει προέλθει από το `prexfoil.exe`). Πρόκειται για ένα πρόγραμμα που χρησιμοποιεί το διζωνικό μοντέλο δυναμικής ροής (potential flow) με χρήση της μεθόδου των ιδιόμορφων σημείων (Panel method) σε συνδυασμό με τον υπολογισμό μονοδιάστατου οριακού στρώματος. Το συγκεκριμένο λογισμικό έχει κατασκευασθεί στη γλώσσα προγραμματισμού Fortran 77 από τον καθηγητή Mark Drela [Drela, 1989], ενώ η χρήση του είναι αρκετά διαδεδομένη διεθνώς.

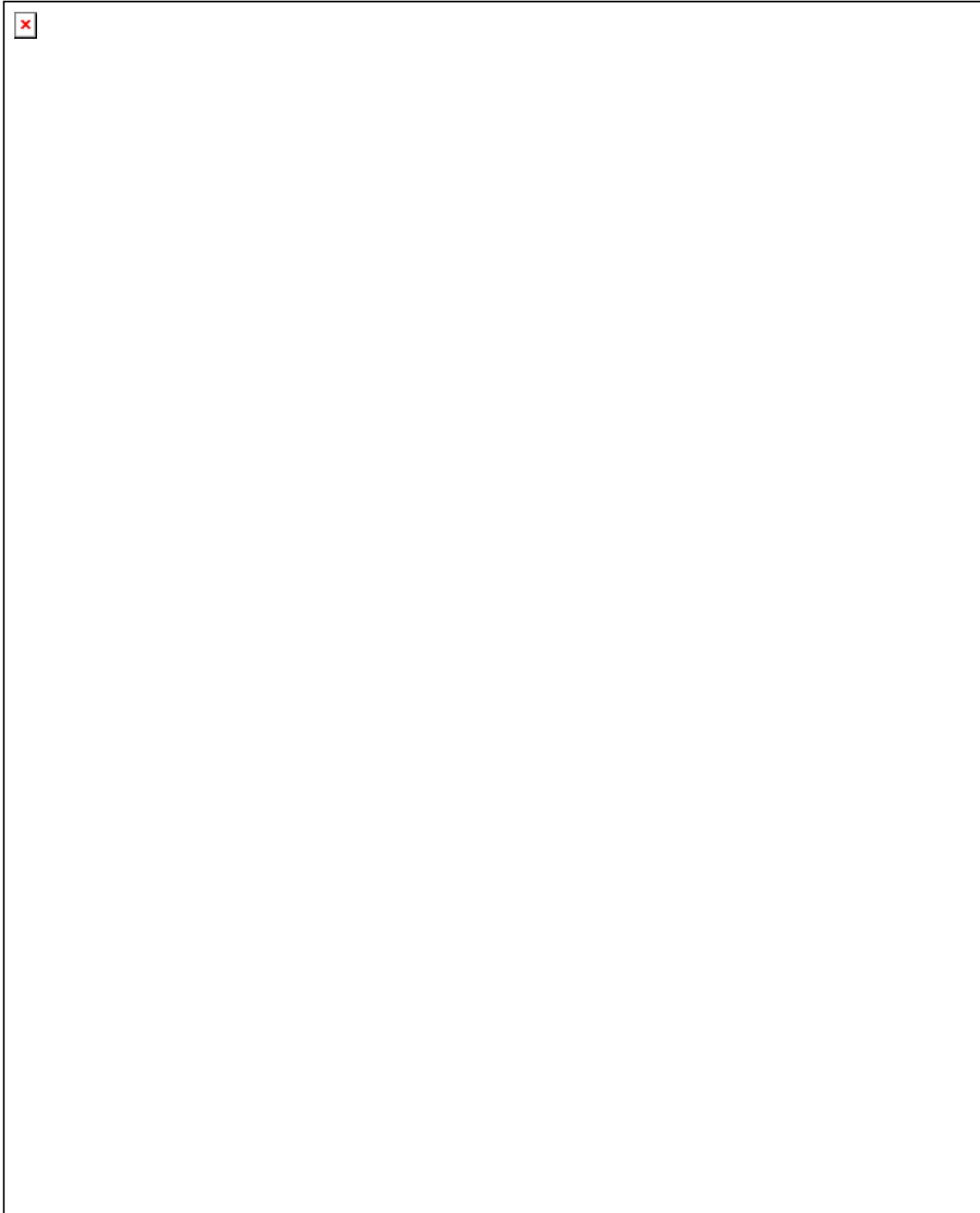
Εν συνεχεία, καλείται το λογισμικό `genfit.exe`, που αναπτύχθηκε στα πλαίσια της εργασίας και υπολογίζει τη διαφορά ανάμεσα στο διάγραμμα πίεσης της τρέχουσας αεροτομής και του διαγράμματος πίεσης της αεροτομής-στόχου. Συγκεκριμένα, υπολογίζει το εμβαδόν ανάμεσα στα δύο διαγράμματα πίεσης και την τιμή την αποθηκεύει στο αρχείο κειμένου με όνομα `fitness.txt`. Αρχικά το λογισμικό ελέγχθηκε για την περίπτωση δύο ταυτόσημων διανομών, όπου και έδωσε ως αποτέλεσμα 0 (όπως θα έπρεπε). Η ακρίβεια υπολογισμού εξαρτάται από τον αριθμό των σημείων που περιγράφουν κάθε διανομή πίεσης (αφού η διαφορά των καμπυλών υπολογίζεται χρησιμοποιώντας γραμμικές παρεμβολές, ενώ το αντίστοιχο εμβαδόν υπολογίζεται με τον κανόνα του τραπεζίου). Το σφάλμα κρατήθηκε στα ίδια επίπεδα για όλους τους υπολογισμούς με χρησιμοποίηση συγκεκριμένου αριθμού σημείων

πάνω στην αεροτομή για τον υπολογισμό της διανομής πίεσης (για όλες τις περιπτώσεις που εξετάστηκαν).

Στο Σχήμα 3.1 απεικονίζεται η επαναληπτική διαδικασία για τη αντίστροφη σχεδίαση μιας αεροτομής. Στο Σχήμα 3.3 παρουσιάζεται το διάγραμμα ροής των παραπάνω λογισμικών.



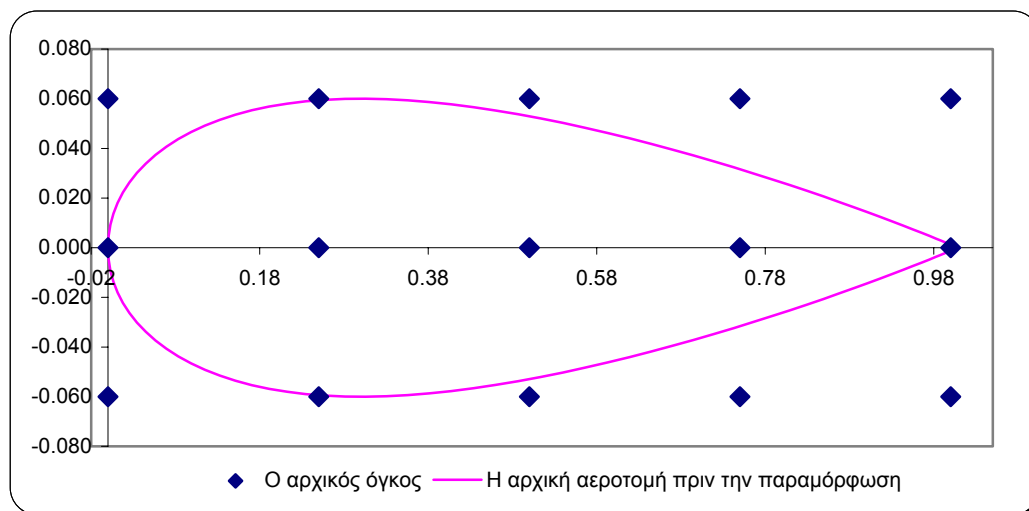
Σχήμα 3.2: Διάγραμμα ροής του λογισμικού steps1\_3.exe.



*Σχήμα 3.3.: Διάγραμμα ροής για την ανάκτηση αεροτομής με την τεχνική της Ελεύθερης Παραμόρφωσης.*

Η μοντελοποίηση της αεροτομής έγινε με βάση τα συμπεράσματα του 2<sup>ου</sup> κεφαλαίου. Αναλυτικότερα, εξετάσαμε τα προβλήματα αντίστροφης σχεδίασης με παραμετρικό πλέγμα διαστάσεων 3x5, 3x6, 3x7, 3x9 και 3x12. Η πρώτη διάσταση αναφέρεται στο πλήθος των σημείων ελέγχου στη διεύθυνση κάθετα της χορδής. Με βάση τα αποτελέσματα των πειραμάτων του 2<sup>ου</sup> κεφαλαίου φάνηκε ότι για την επίτευξη καλύτερης ακρίβειας προσέγγισης με την μέθοδο της Ελεύθερης Παραμόρφωσης, τα τρία επίπεδα στον άξονα  $y$  αποτελούν τη καλύτερη διάταξη για

το παραμετρικό πλέγμα (Σχήμα 3.4). Γενικεύοντας την παραπάνω παρατήρηση για το πρόβλημα της αντίστροφης σχεδίασης αεροτομής, αποφασίστηκε να χρησιμοποιηθεί η συγκεκριμένη τοπολογία πλέγματος με 3 σημεία στην κάθετη διεύθυνση και διαφορετικό κάθε φορά αριθμό σημείων στην διεύθυνση της χορδής της αεροτομής.



**Σχήμα 3.4:** Η αρχική αεροτομή με τρία επίπεδα από σημεία ελέγχου στον άξονα  $y$  και 5 σημεία ελέγχου σε κάθε επίπεδο.

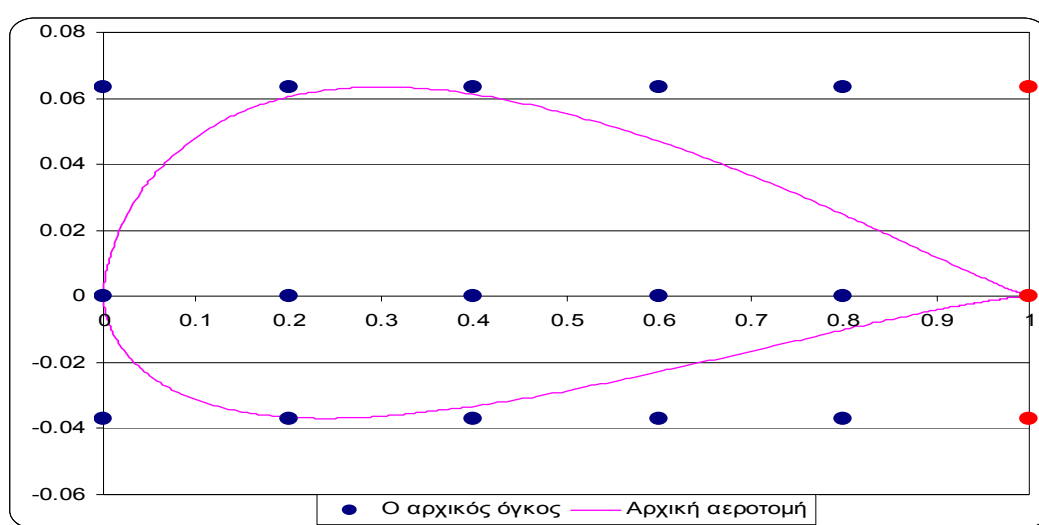
Στη συνέχεια, προσπαθήσαμε να ανακτήσουμε την αεροτομή-στόχο με τα 15 σημεία ελέγχου να είναι ελεύθερα να μετακινούνται κατά τον άξονα  $y$  και σταθερά κατά τον άξονα  $x$ . Κατά τη διάρκεια των πειραμάτων διαπιστώθηκε ότι ο αλγόριθμος συνέκλινε σε αεροτομή διαφορετική από την αεροτομή στόχο, παρά το γεγονός ότι η υπολογιζόμενη διανομή πίεσης ήταν ίδια με την πίεση αναφοράς. Αιτία του προβλήματος είναι η ελευθερία στη μεταβολή της γωνίας πρόσπτωσης της αεροτομής. Η ίδια διανομή πίεσης μπορεί να επιτευχθεί από άπειρες διαφορετικές αεροτομές, οι οποίες έχουν διαφορετική γωνία πρόσπτωσης. Έτσι, στη συγκεκριμένη περίπτωση, επιτρέποντας σε όλα τα σημεία ελέγχου να κινούνται, αλλάζει ελεύθερα η γωνία πρόσπτωσης της αεροτομής και μπορεί να επιτευχθεί η επιθυμητή διανομή πίεσης χωρίς να ταυτίζονται οι δύο αεροτομές. Αυτό όμως δεν είναι σωστό γιατί οι συνθήκες ροής στις δύο περιπτώσεις δεν ταυτίζονται (αφού άλλαξε η γωνία πρόσπτωσης της αεροτομής), οπότε οι αεροτομές παύουν να είναι συγκρίσιμες.

Για να αντιμετωπιστεί το πρόβλημα αποφασίστηκε τα 3 δεξιότερα σημεία ελέγχου του παραμετρικού πλέγματος να σταθεροποιηθούν, ώστε να μην λαμβάνουν μέρος στη διαδικασία βελτιστοποίησης. Επιπρόσθετα, η μεσαία σειρά των σημείων ελέγχου τοποθετείται υποχρεωτικά κατά μήκος της χορδής της αρχικής αεροτομής, ώστε η ακμή εκφυγής της αεροτομής να ταυτίζεται με ένα σημείο ελέγχου του παραμετρικού πλέγματος. Με τα μέτρα αυτά, η ακμή φυγής της αεροτομής (για τις κλειστές αεροτομές που εξετάστηκαν) ταυτίζεται με ακίνητο σημείο ελέγχου, οπότε δεν αλλάζει θέση και αποφεύγεται το προηγούμενο πρόβλημα.

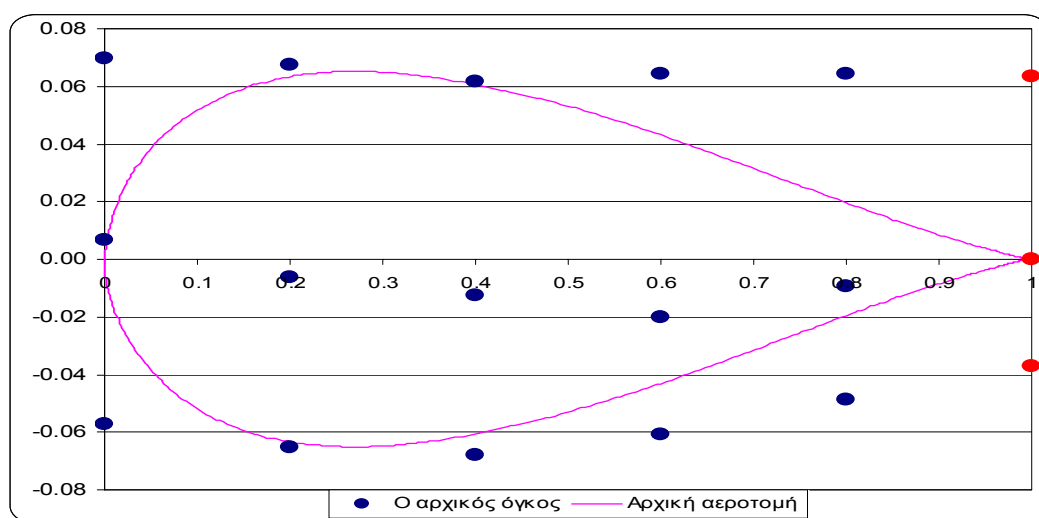
Για να υπάρχει όμοιο μέτρο σύγκρισης, για την περίπτωση της μεθόδου με χρήση καμπυλών B-Spline, τα σημεία ελέγχου στην ακμή εκφυγής της αεροτομής κρατήθηκαν σταθερά.

Στο Σχήμα 3.5 παρουσιάζονται με κόκκινο χρώμα τα σημεία ελέγχου που πρέπει να είναι σταθερά κατά τη διάρκεια της βελτιστοποίησης και με μπλε τα σημεία

ελέγχου που είναι ελεύθερα να μετακινούνται μόνο κατά τον άξονα  $y$ . Στο Σχήμα 3.6 παρουσιάζεται η τελική αεροτομή (μετά το πέρας της διαδικασίας αντίστροφης σχεδίασης), μαζί με τις νέες θέσεις των σημείων ελέγχου του παραμετρικού πλέγματος. Να προσθέσουμε ότι ελέγχθηκε και η τακτική να παγώσουμε όχι μόνο το επίπεδο με τα σημεία ελέγχου που διέρχεται από την τομή της χορδής με το χείλος εκφυγής αλλά και το επίπεδο με τα σημεία ελέγχου που διέρχεται από την τομή της χορδής με το χείλος προσφυγής. Σε αυτήν την περίπτωση ο αλγόριθμος δε είχε καλή σύγκλιση και η ιδέα αυτή απορρίφθηκε. Το γεγονός της λήψης της συγκεκριμένης απόφασης με βάση το λογισμικό βελτιστοποίησης (ποιότητα σύγκλισης) βασίζεται στο ότι το συγκεκριμένο λογισμικό λήφθηκε ως κοινό μέτρο σύγκρισης των δύο μεθόδων, ενώ τα συνολικά συμπεράσματα, αναφορικά με τις δύο μεθόδους γεωμετρικής παραμετροποίησης, αναφέρονται στο συγκεκριμένο λογισμικό βελτιστοποίησης.



**Σχήμα 3.5:** Η αρχική αεροτομή με το αντίστοιχο παραμετρικό πλέγμα. Με μπλε χρώμα παρουσιάζονται τα σημεία ελέγχου που είναι ελεύθερα να μετακινούνται μόνο κατά τον άξονα  $y$  και με κόκκινο χρώμα τα σημεία ελέγχου που διατηρούνται σταθερά κατά τη διάρκεια της βελτιστοποίησης.



**Σχήμα 3.6:** Η τελική αεροτομή, μετά το πέρας της διαδικασίας αντίστροφης σχεδίασης και οι νέες θέσεις των σημείων ελέγχου του παραμετρικού πλέγματος.



### 3.3 ΥΛΟΠΟΙΗΣΗ ΤΗΣ ΚΛΑΣΣΙΚΗΣ ΤΕΧΝΙΚΗΣ ΤΩΝ ΚΑΜΠΥΛΩΝ *B-Spline* (ή αντίστοιχα των *NURBS*).

Σε αυτήν την παράγραφο θα παρουσιαστεί η κλασσική τεχνική παραμετρικής περιγραφής με χρήση των καμπυλών *B-Spline* (ή αντίστοιχα των *NURBS*). Σύμφωνα με την τεχνική αυτή, η αεροτομή περιγράφεται από μία ανοικτή καμπύλη *B-Spline*. Η καμπύλη μπορεί να είναι *NURBS*, με τη μόνη διαφορά ότι στην τελευταία περίπτωση μεταβάλλονται και τα βάρη των σημείων ελέγχου της. Η διαδικασία είναι αντίστοιχη με αυτή που ακολουθήθηκε στο κεφάλαιο 2.

Η παραμετροποίηση μιας αεροτομής βασίζεται σε μια καμπύλη *NURBS* τρίτου βαθμού με  $2N+1$  σημεία ελέγχου (όπου  $N$  είναι ο αριθμός των σημείων ελέγχου σε κάθε πλευρά της αεροτομής). Το αρχικό και τελικό σημείο ελέγχου τοποθετείται στο χείλος εκφυγής (trailing edge) της αεροτομής και συγκεκριμένα στο  $x = 1$ . Όλα τα σημεία ελέγχου έχουν σταθερές  $x$ -συντεταγμένες και είναι ομοιόμορφα διατεταγμένα στον  $x$ -άξονα. Οι  $y$ -συντεταγμένες τους είναι οι μεταβλητές σχεδίασης της αεροτομής. Σε αντίθεση με το κεφάλαιο 2, όπου τα σημεία ελέγχου στην ακμή εκφυγής μπορούσαν να κινούνται, εδώ τα σημεία αυτά είναι ακίνητα στη θέση (1,0) και δεν λαμβάνουν μέρος στη διαδικασία βελτιστοποίησης. Ο λόγος για την παραπάνω απόφαση είναι ότι με ελεύθερη τη μετακίνηση της ακμής εκφυγής παράγονται αεροτομές με άλλη γωνία προσβολής από την προκαθορισμένη, οι οποίες μπορούν να ικανοποιούν την διανομή πίεσης αναφοράς, χωρίς όμως να ταυτίζονται με την αεροτομή-στόχο. Η σύγκρισή τους όμως δεν είναι ορθή, αφού αναφέρονται σε διαφορετικές συνθήκες ροής (διαφορετική γωνία προσβολής).

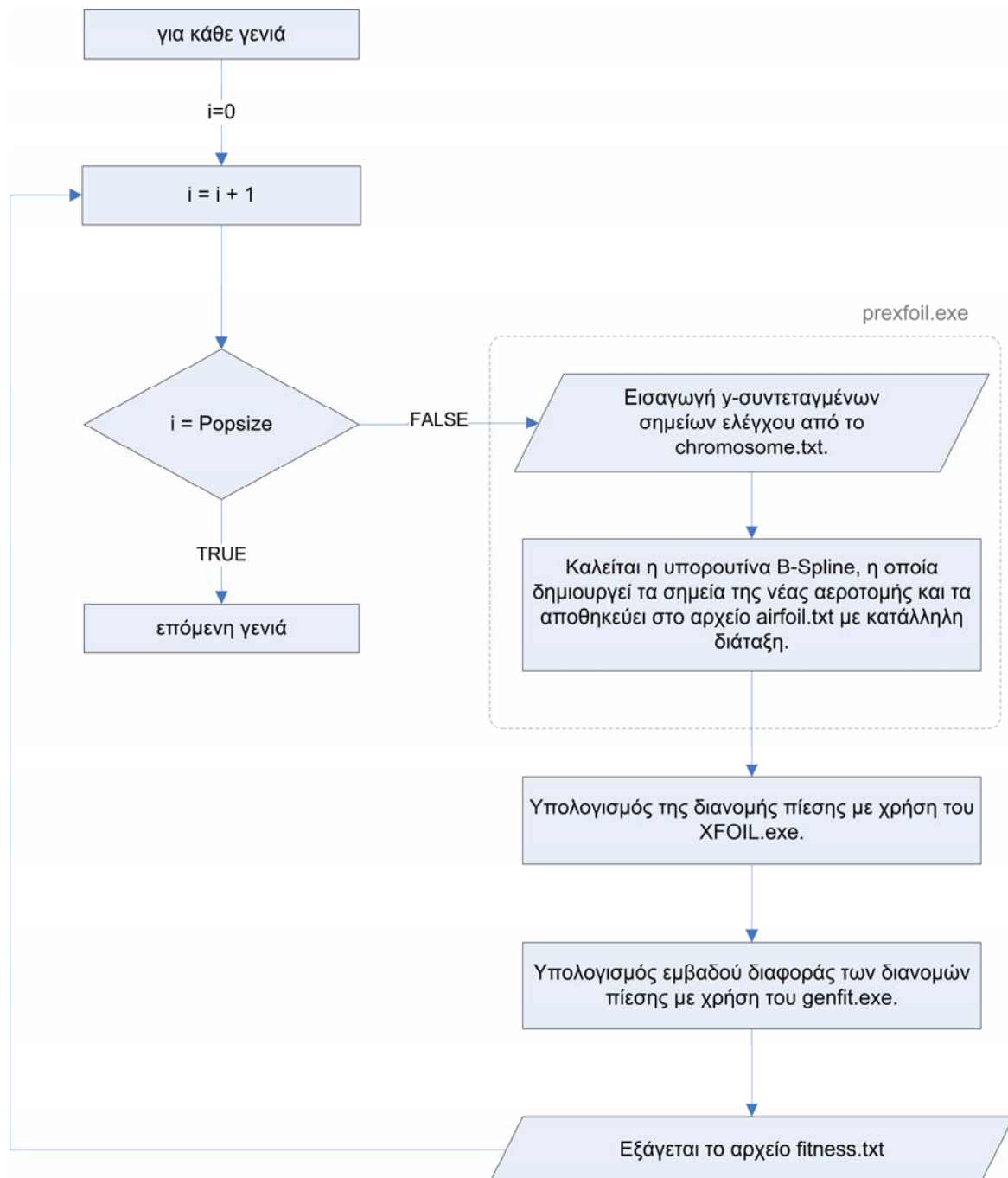
Τρία σημεία ελέγχου έχουν την  $x$ -συντεταγμένη ίση με 0. Με αυτόν τον τρόπο, η αεροτομή που θα προκύψει είναι αναγκασμένη να έχει χείλος προσβολής πάνω στον άξονα  $y$ , δηλαδή η χορδή να ξεκινάει από το σημείο  $x=0$  και να καταλήγει στο σημείο  $x=1$ , όπως είναι το ορθό. Σε περίπτωση που δεν γινόταν η εισαγωγή του ενδιάμεσου (τρίτου) σημείου με συντεταγμένη  $x=0$  οι αεροτομές που θα προέκυπταν δεν θα είχαν την ίδια αρχή στη χορδή τους και δεν θα ήταν συγκρίσιμες μεταξύ τους.

Έτσι υπάρχουν  $2N-1$  μεταβλητές σχεδίασης εάν τροποποιούνται μόνο οι  $y$ -συντεταγμένες και  $2(2N-1)$  μεταβλητές σχεδίασης εάν τροποποιούνται και τα βάρη των σημείων ελέγχου (για την περίπτωση των *NURBS*). Τα σημεία ελέγχου μετακινούνται κατά την κάθετη διεύθυνση μέσα σε συγκεκριμένα όρια, που προκαθορίζονται από τον χρήστη.

Η διαδικασία μορφοποίησης της αεροτομής υλοποιείται από το λογισμικό *prexfoil.exe*. Το λογισμικό διαβάζει τις  $y$ -συντεταγμένες των σημείων ελέγχου από το αρχείο *chromosome.txt* (μαζί με τα αντίστοιχα βάρη που είναι ίσα με 1 για την περίπτωση των *B-Spline*). Στη συνέχεια υπολογίζει τις συντεταγμένες της αεροτομής και τις αποθηκεύει στο αρχείο κειμένου *airfoil.txt*.

Κατόπιν, καλείται το λογισμικό *XFOIL* [Drela, 1989], το οποίο υπολογίζει τη διανομή πίεσης με βάση το αρχείο κειμένου *airfoil.txt*.

Εν συνεχεία, καλείται το λογισμικό *genfit.exe*, που υπολογίζει τη διαφορά ανάμεσα στο διάγραμμα πίεσης της τρέχουσας αεροτομής και του διαγράμματος πίεσης της αεροτομής-στόχου.

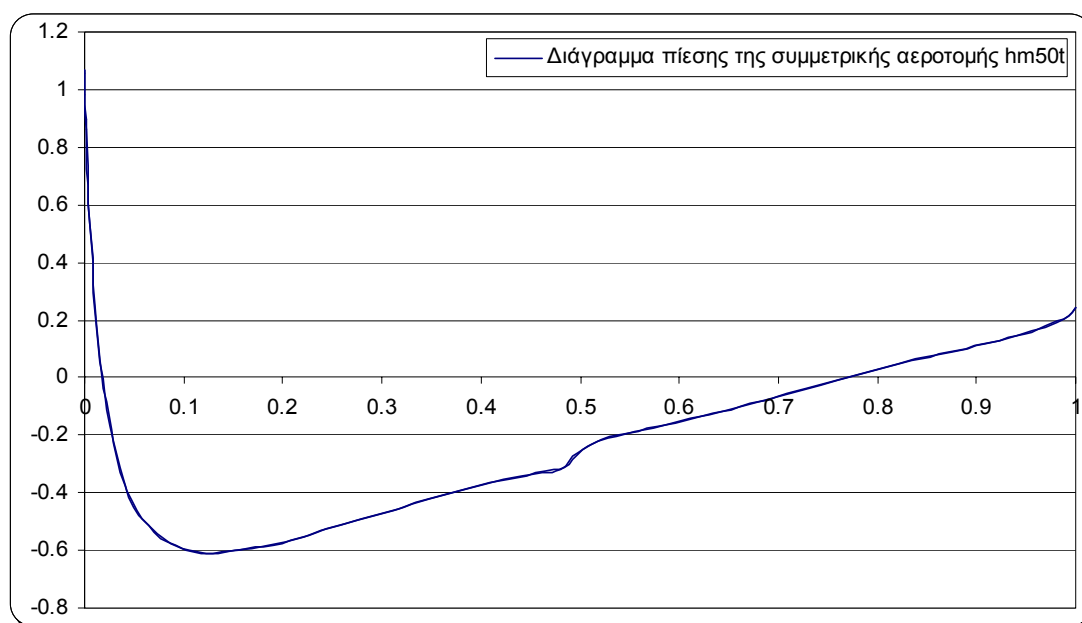


**Σχήμα 3.7:** Διάγραμμα ροής για την ανάκτηση συγκεκριμένης αεροτομής χρησιμοποιώντας την τεχνική των καμπυλών NURBS και το λογισμικό βελτιστοποίηση DE.exe.

### 3.4 ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΗΣ ΔΙΑΝΟΜΗΣ ΠΙΕΣΗΣ ΤΗΣ ΑΕΡΟΤΟΜΗΣ ( $C_p$ ).

Όταν ένα ρεύμα περιρρέει μια αεροτομή υπάρχουν τοπικές μεταβολές στην ταχύτητα γύρω από αυτήν και κατά συνέπεια μεταβολές της στατικής πίεσης. Η διανομή της πίεσης καθορίζει την άνωση, την αντίσταση και την ροπή προνεύσεως καθώς και τη θέση του κέντρου πίεσης. Η κατανομή αυτή της πίεσης εκφράζεται με τον συντελεστή πίεσης  $C_p$ , ο οποίος εκφράζει την αδιάστατη πίεση (δηλαδή την πίεση διαιρεμένη με συντελεστή αδιαστατοποίησης, ο οποίος ισούται με την κινητική ενέργεια του αδιατάρακτου ρεύματος αέρα αρκετά μακριά από την αεροτομή). Τον συντελεστή πίεσης της αεροτομής-στόχο και της τρέχουσας αεροτομής υπολογίζει το πρόγραμμα XFOIL ([Drela, 1989]) και στη συνέχεια ο διαφορικός εξελικτικός αλγόριθμος ελαχιστοποιεί τη διαφορά των δύο εμβαδών. Το συγκεκριμένο λογισμικό έχει κατασκευασθεί στη γλώσσα προγραμματισμού Fortran 77 από τον καθηγητή Mark Drela.

Στο Σχήμα 3.8 απεικονίζεται το διάγραμμα πίεσης της συμμετρικής αεροτομής hm50t. Στο συγκεκριμένο παράδειγμα η διανομή πίεσης στο πάνω μέρος της αεροτομής και στο κάτω μέρος της αεροτομής ταυτίζονται διότι η αεροτομή είναι συμμετρική.



Σχήμα 3.8: Η διανομή πίεσης γύρω από την αεροτομή hm50t.

### 3.5 ΚΑΘΟΡΙΣΜΟΣ ΤΩΝ ΠΑΡΑΜΕΤΡΩΝ.

Για να μπορέσουμε να συγκρίνουμε την τεχνική Ελεύθερης Παραμόρφωσης με την τεχνική με βάση τις καμπύλες B-Spline διεξάγουμε πειράματα αντίστροφης σχεδίασης μιας αεροτομής. Όπως ήδη έχει αναφερθεί, ο σχεδιασμός μιας πραγματικής αεροτομής αρχίζει με τον καθορισμό των επιθυμητών ή απαραίτητων χαρακτηριστικών, όπως είναι η γωνία πρόσπτωσης, ο αριθμός Reynolds και ο αριθμός Mach. Όλες οι δοκιμές που έχουν υλοποιηθεί έχουν τα ίδια αριθμητικά δεδομένα ροής. Συγκεκριμένα, έχει ορισθεί η γωνία πρόσπτωσης ίση με μηδέν, ο αριθμός Reynolds ίσος με  $10^6$  και ο αριθμός Mach ίσος με 0.5. Οι τιμές αυτές

εισάγονται στο λογισμικό XFOIL που υπολογίζει τη διανομή πίεσης γύρω από μια αεροτομή μέσω κατάλληλου αρχείου εισόδου.

Για να μπορέσουμε να έχουμε τον ίδιο χώρο έρευνας για τις δύο μεθόδους, οι αποστάσεις μεταξύ των πάνω και κάτω ορίων για όλες τις μεταβλητές σχεδίασης διατηρούνται ίδιες και για τις δύο μεθόδους. Ακόμη, να επισημάνουμε ότι για τις δοκιμές που διεξήχθησαν, τα βάρη των σημείων ελέγχου είχαν σταθερή τιμή και ίση με ένα ( $w = 1$ ) και μόνο οι συντεταγμένες  $y$  των σημείων ελέγχου είχαν την δυνατότητα να μετακινούνται σε προκαθορισμένα όρια. Φυσικά, οι συγκρίσεις που έγιναν ανάμεσα στις δύο μεθόδους υλοποιήθηκαν με τον ίδιο (ή σχεδόν ίδιο) αριθμό μεταβλητών σχεδίασης.

Τέλος, οι αεροτομές που χρησιμοποιήθηκαν στα πειράματα ήταν οι hm10011m (HM10011 F-Leistungsprofil erstellt 01.2001), hm50t (HM50T dieser Strak eignet sich besonders für Hortenmodelle) και η hm50 (HM50 dieser Strak eignet sich besonders für Hortenmodelle). Η τελευταία χρησιμοποιήθηκε ως αεροτομή στόχος, ενώ οι άλλες ως αρχικές αεροτομές για τη μέθοδο FFD. Να αναφέρουμε ότι οι συγκεκριμένες αεροτομές προήλθαν από τη βάση δεδομένων του λογισμικού DeaDalus [Αμοιραλής, 2004].

### **3.6 ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΤΗΣ ΣΥΓΚΡΙΣΗΣ ΤΩΝ ΔΥΟ ΜΕΘΟΔΩΝ.**

Στο Σχήμα 3.9 απεικονίζονται τα συγκεντρωτικά αποτελέσματα των αριθμητικών δοκιμών που διεξήχθησαν χρησιμοποιώντας την τεχνική Ελεύθερης Παραμόρφωσης και την τεχνική των καμπυλών B-Spline. Στόχος και στις δύο μεθόδους είναι να κατασκευασθεί η αεροτομή-στόχος που είναι η hm50t. Να αναφέρουμε ότι για την τεχνική της Ελεύθερης Παραμόρφωσης η αρχική αεροτομή που ξεκινούσε η βελτιστοποίηση σε όλα τα πειράματα ήταν η hm10011m, ώστε να υπάρχει κοινό μέτρο σύγκρισης (η οποία αεροτομή επιλέχτηκε τυχαία). Επίσης, να επισημάνουμε ότι οι τοπολογίες των πλεγμάτων με τα σημεία ελέγχου και στις δύο μεθόδους δημιουργήθηκαν με βάση τα συμπεράσματα των δοκιμών του δεύτερου κεφαλαίου. Στους πίνακες 3.1 και 3.2 παρουσιάζονται αναλυτικά οι αντίστοιχες τιμές, ανάλογα με τον αριθμό των σημείων ελέγχου και για τις δύο μεθόδους.

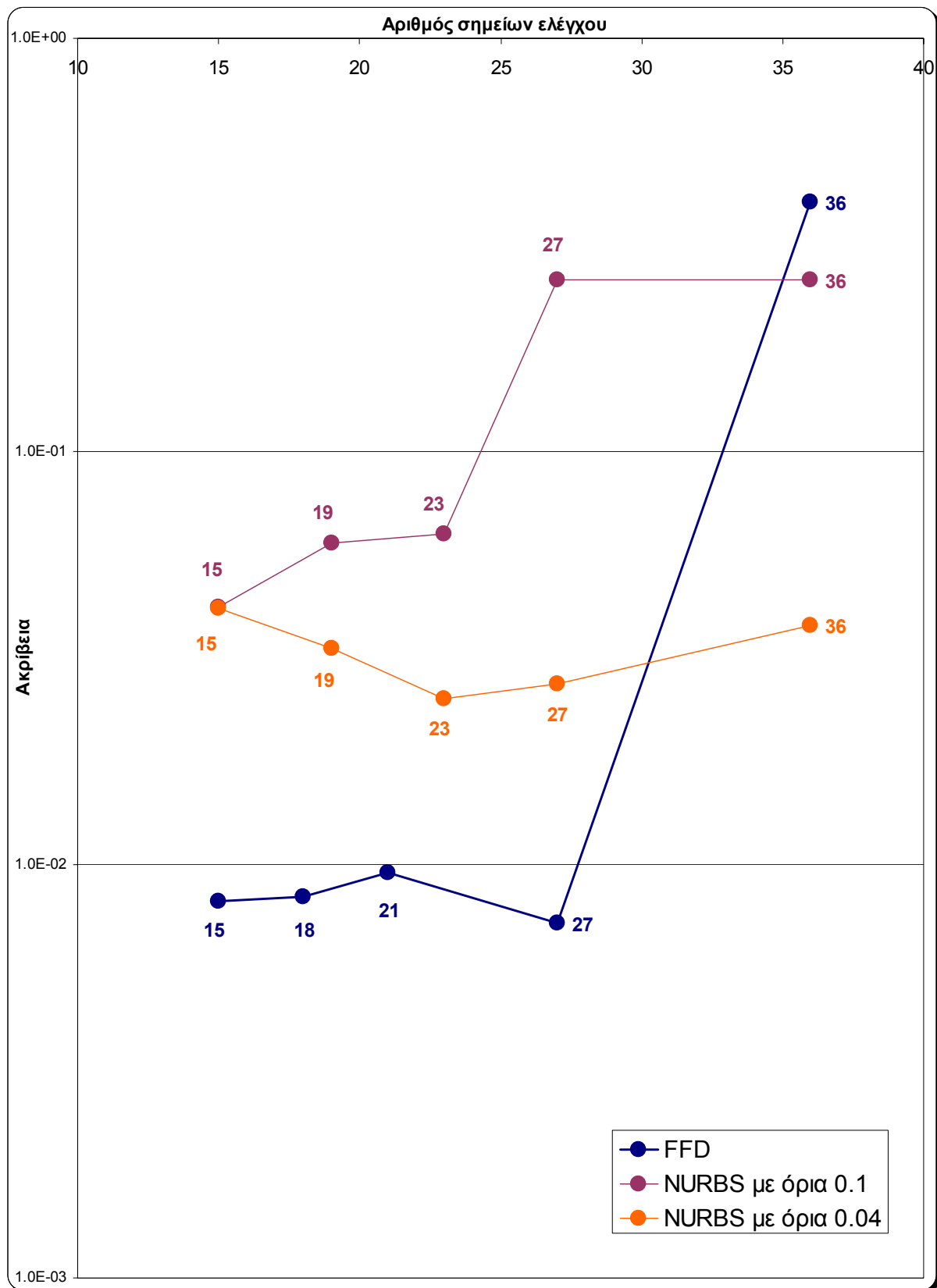
Η τεχνική της Ελεύθερης Παραμόρφωσης υλοποιήθηκε με τα σημεία ελέγχου να κυμαίνονται σε ένα εύρος διαστήματος ίσο με 0.1. Η ίδια τακτική ακολουθήθηκε και για την τεχνική των καμπυλών B-Spline. Σύμφωνα όμως με τις δοκιμές, το εύρος διαστήματος με τιμή 0.1 αποδείχθηκε υπερβολικό για την τεχνική των καμπυλών B-Spline. Από το Σχήμα 3.9 φαίνεται ότι όσο αυξάνει ο αριθμός των σημείων ελέγχου για την καμπύλη B-Spline τόσο μικρότερη ακρίβεια επιτυγχάνεται, ενώ θα έπρεπε να συμβαίνει ακριβώς το αντίθετο. Αιτία είναι ο μεγάλος χώρος έρευνας. Γι' αυτό το λόγο, σε δεύτερη σειρά πειραμάτων μειώσαμε το εύρος των διαστημάτων των σημείων ελέγχου από την τιμή του 0.1 σε 0.04, επαναλαμβάνοντας τις δοκιμές (αντίστοιχη μείωση πραγματοποιήθηκε και για τη μέθοδο της Ελεύθερης παραμόρφωσης, ώστε να υπάρχει αντιστοιχία στη σύγκριση των αποτελεσμάτων). Τα αποτελέσματα της σύγκρισης για την μέθοδο με καμπύλες B-Spline και τις δύο διαφορετικές τιμές του εύρους των σημείων ελέγχου δίδονται στο Σχήμα 3.9 και στον Πίνακα 3.2.

<b>FFD</b>	<b>Ακρίβεια με όρια 0.1</b>
<b>15 σημεία ελέγχου</b>	8.1688649066018E-03
<b>18 σημεία ελέγχου</b>	8.3528613742668E-03
<b>21 σημεία ελέγχου</b>	9.5363900418121E-03
<b>27 σημεία ελέγχου</b>	7.2284077686352E-03
<b>36 σημεία ελέγχου</b>	4.0183449602222E-01

**Πίνακας 3.1:** Αποτελέσματα πειραμάτων για την ανάκτηση της αεροτομής-στόχο με τη μέθοδο της Ελεύθερης Παραμόρφωσης.

<b>B-Spline</b>	<b>Ακρίβεια με όρια 0.1</b>	<b>Ακρίβεια με όρια 0.04</b>
<b>15 σημεία ελέγχου</b>	4.1919581657330E-02	4.1777325257741E-02
<b>19 σημεία ελέγχου</b>	5.9948811385742E-02	3.3451171647588E-02
<b>23 σημεία ελέγχου</b>	6.3373783211824E-02	2.5251904863208E-02
<b>27 σημεία ελέγχου</b>	2.6050447978324E-01	2.7349352010981E-02
<b>36 σημεία ελέγχου</b>	2.6093834922062E-01	3.7909568199346E-02

**Πίνακας 3.2:** Αποτελέσματα πειραμάτων για την ανάκτηση της αεροτομής-στόχο με τη μέθοδο των καμπυλών B-Spline.



Σχήμα 3.9: Αποτελέσματα πειραμάτων για την ανάκτηση της αεροτομής  $hm50t$  (αεροτομή-στόχος).

Στο Σχήμα 3.9 παρατηρούμε ότι η τεχνική της Ελεύθερης Παραμόρφωσης (FFD) πετυχαίνει αρκετά καλύτερη ακρίβεια σε σύγκριση με την τεχνική των B-Spline για οποιοδήποτε αριθμό σημείων (με εξαίρεση τα 36 σημεία ελέγχου). Το παραπάνω αποτέλεσμα ίσως οφείλεται στο γεγονός ότι στη μέθοδο της Ελεύθερης Παραμόρφωσης τα σημεία της αεροτομής (όντας στο εσωτερικό του παραμετρικού πλέγματος) μετακινούνται πολύ λιγότερο από ότι τα σημεία του πλέγματος (σαρώνοντας έτσι μικρότερο χώρο από ότι οι μεταβλητές σχεδίασης). Αντίθετα, στην περίπτωση της παραμετρικής περιγραφής με χρήση B-Spline, τα σημεία της αεροτομής είναι πολύ κοντά στα σημεία ελέγχου, οπότε σαρώνονται μεγάλες περιοχές. Συνεπώς, στην πρώτη περίπτωση (FFD) μεγάλες μεταβολές στις τιμές των παραμέτρων σχεδίασης προκαλούν μικρότερες μεταβολές της γεωμετρίας από ότι στη δεύτερη περίπτωση (B-Spline).

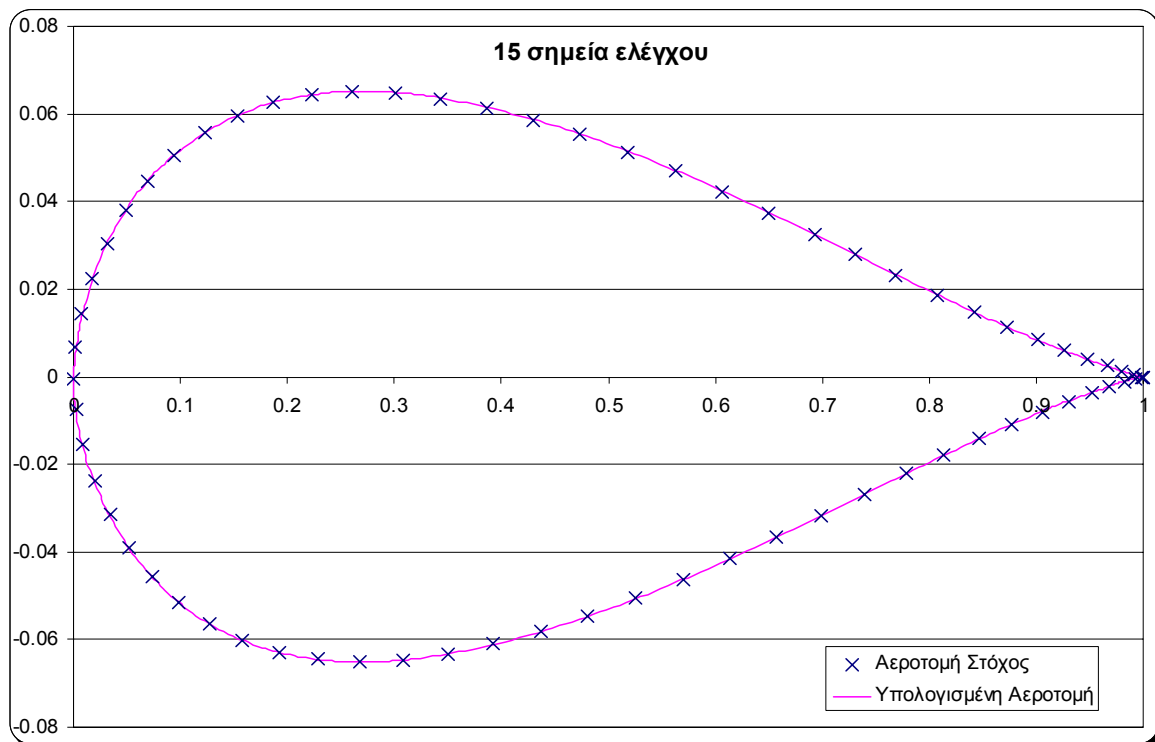
Έτσι, ενώ στις δύο μεθόδους ο χώρος των μεταβλητών σχεδίασης έχει το ίδιο μέγεθος, οι τιμές που παίρνει η αντικειμενική συνάρτηση εμφανίζουν διαφορετικό εύρος (αφού στην περίπτωση της FFD έχουμε μικρότερες μεταβολές της γεωμετρίας από ότι στην περίπτωση των B-Spline). Έτσι, ο χώρος των λύσεων στη δεύτερη περίπτωση είναι πιο πολύπλοκος και πιο ανομοιόμορφος, με αποτέλεσμα να εμφανίζεται δυσκολία στη σύγκλιση.

Παρατηρούμε λοιπόν ότι όταν το εύρος των σημείων ελέγχου κυμαίνεται στην τιμή του 0.1, όσο αυξάνουμε τον αριθμό των σημείων ελέγχου τόσο μικρότερη ακρίβεια πετυχαίνουμε.

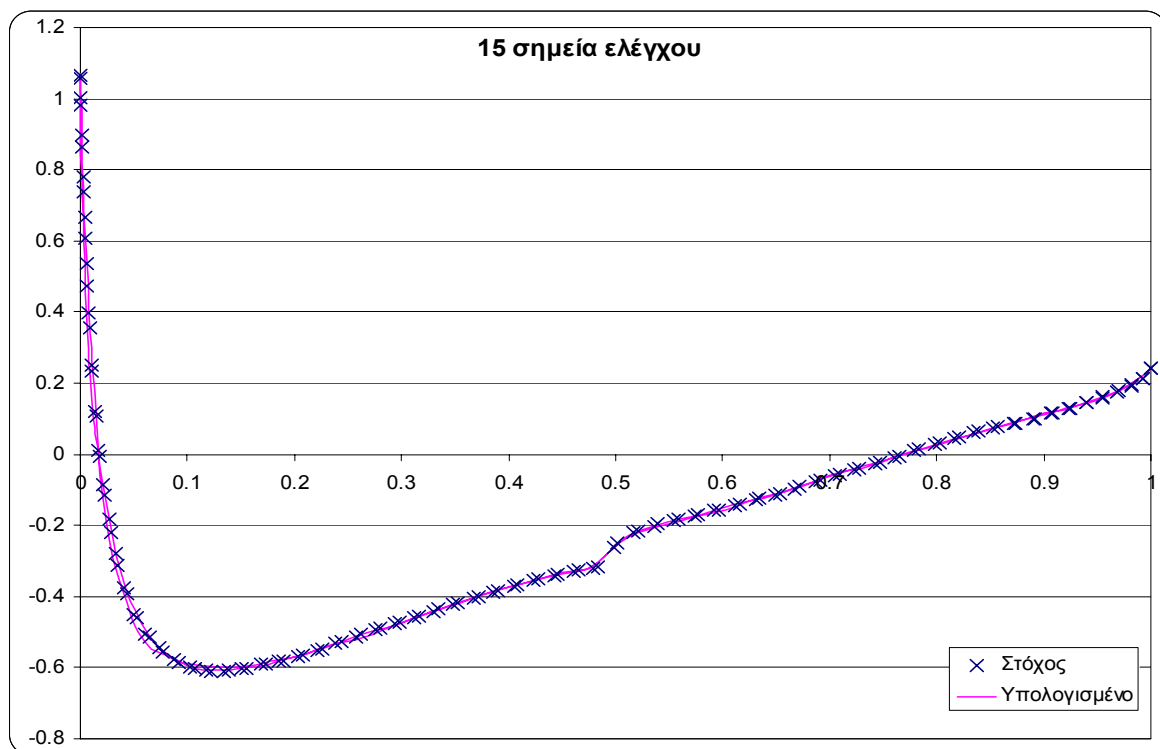
Με βάση τη συγκεκριμένη παρατήρηση, μειώσαμε το εύρος των διαστημάτων των σημείων ελέγχου από την τιμή του 0.1 στο 0.04. Σε αυτήν την περίπτωση και με βάση το Σχήμα 3.9, η βελτίωση της ακρίβειας της τεχνικής των καμπυλών B-Spline ήταν σημαντική. Παρατηρούμε με πορτοκαλί χρώμα στο Σχήμα 3.9 ότι όσο αυξάνεται ο αριθμός των σημείων ελέγχου τόσο καλύτερη ακρίβεια επιτυγχάνεται, με εξαίρεση την περίπτωση με τα 27 και 36 σημεία ελέγχου. Αυτό συμβαίνει διότι ο χώρος των εφικτών λύσεων έχει μειωθεί σημαντικά σε σχέση με τη περίπτωση που τα σημεία ελέγχου κυμαινόντουσαν στο εύρος του διαστήματος 0.1. Να υπογραμμίσουμε όμως ότι η τεχνική των καμπυλών B-Spline ενδεχομένως μετά το πέρας ορισμένων χιλιάδων επαναλήψεων (για παράδειγμα 10000 επαναλήψεις) να είχε σύγκλιση (ή καλύτερη σύγκλιση στις περιπτώσεις που είχε ήδη σύγκλιση) στην αεροτομή-στόχο. Κάτι τέτοιο όμως δεν έχει πρακτική σημασία, ως χρονοβόρο και υπολογιστικά ασύμφορο.

Στη συνέχεια, παρουσιάζονται αναλυτικά τα αποτελέσματα όλων των δοκιμών. Αναλυτικότερα, παρουσιάζονται για κάθε αριθμό σημείων ελέγχου οι γραφικές παραστάσεις της αεροτομής-στόχου (με μπλε X) μαζί με την υπολογισμένη αεροτομή μετά τη βελτιστοποίηση (με ροζ ευθεία γραμμή (—)). Επίσης, παρουσιάζονται για κάθε πείραμα οι γραφικές παραστάσεις της διανομής πίεσης της αεροτομής-στόχου (με μπλε X), σε σύγκριση με την υπολογισμένη διανομή πίεσης της αεροτομής μετά τη βελτιστοποίηση (με ροζ ευθεία γραμμή (—)).

Η παρουσίαση των αποτελεσμάτων ξεκινάει με την τεχνική της Ελεύθερης Παραμόρφωσης, απεικονίζοντας στα Σχήματα 3.10, 3.12, 3.14, 3.16 και 3.18 την αεροτομή-στόχο με την αεροτομή που προέκυψε μετά την βελτιστοποίηση για 15, 18, 21, 27 και 36 σημεία ελέγχου αντίστοιχα. Ανάλογα, στα Σχήματα 3.11, 3.13, 3.15, 3.17 και 3.19 απεικονίζονται τα διαγράμματα διανομής της πίεσης για κάθε περίπτωση. Να υπενθυμίσουμε ότι το εύρος των διαστημάτων που κυμαίνονται τα σημεία ελέγχου είναι το 0.1.

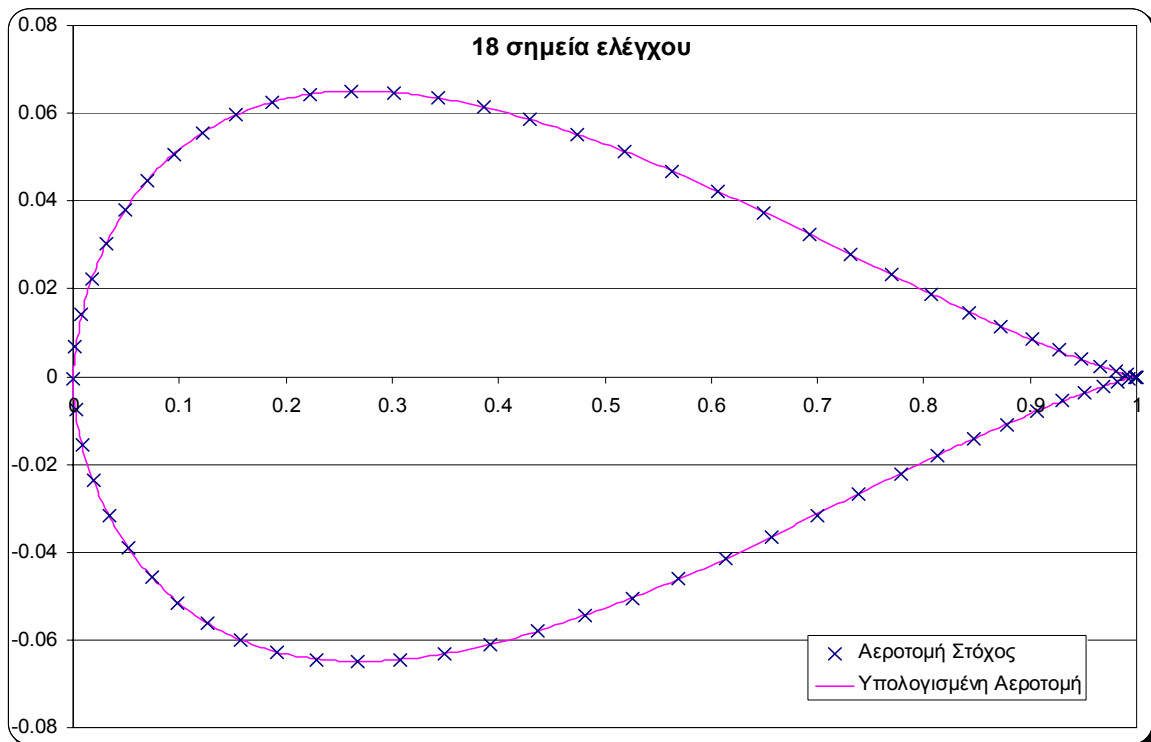


**Σχήμα 3.10:** Αποτελέσματα πειράματος με 15 σημεία ελέγχου για την αντίστροφη σχεδίαση της αεροτομής  $hm50t$  (αεροτομή-στόχος) με αρχική αεροτομή την  $hm10011m$  με τη μέθοδο FFD.

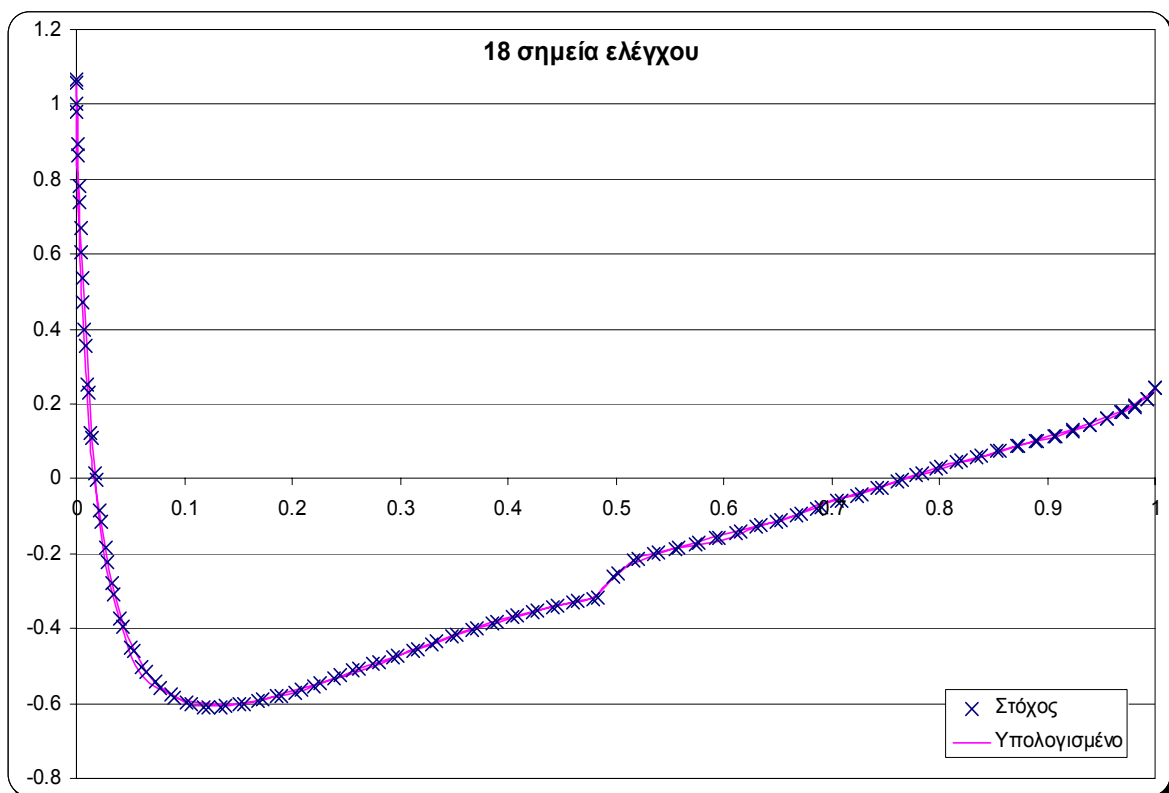


**Σχήμα 3.11** Αποτέλεσμα της διανομής πίεσης γύρω από την υπολογισμένη και την αεροτομή-στόχο.

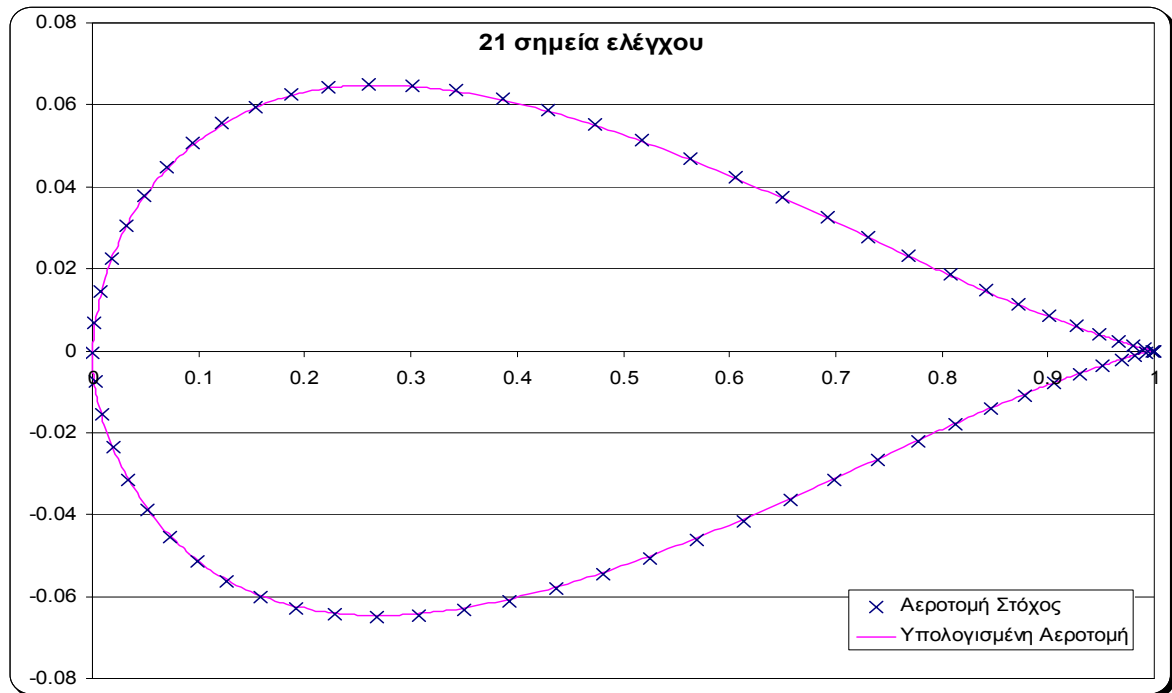




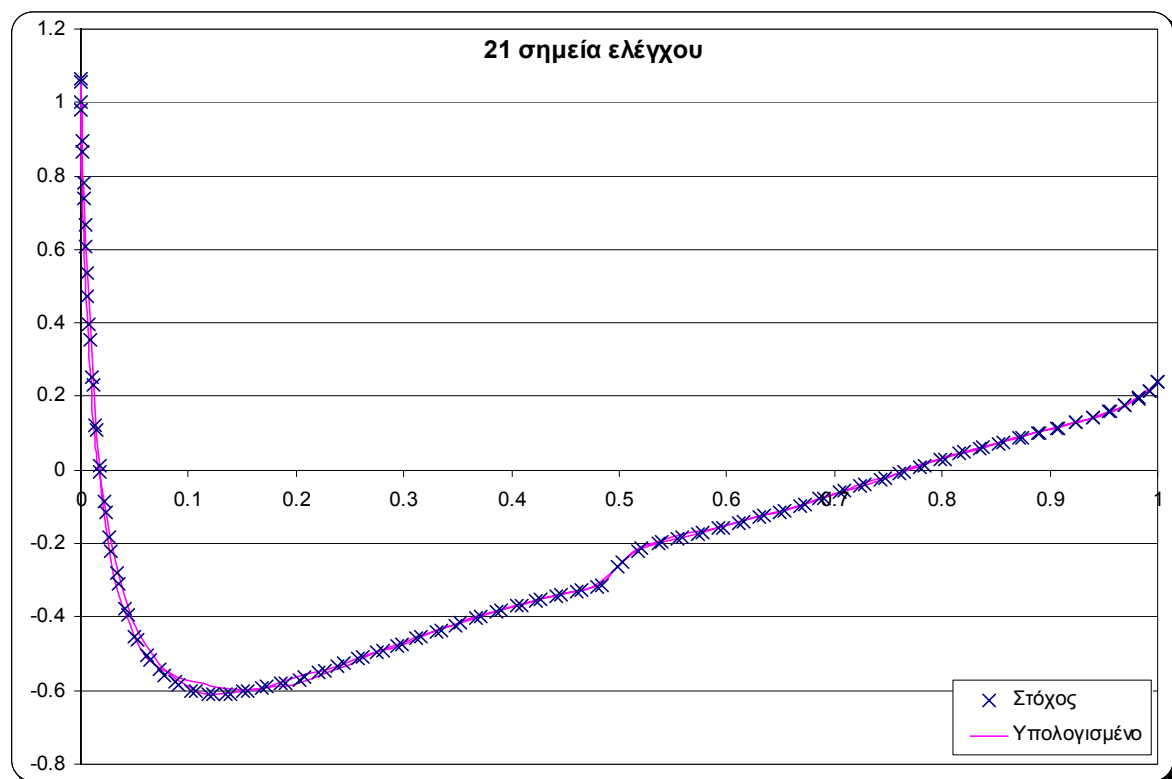
**Σχήμα 3.12:** Αποτελέσματα πειράματος με 18 σημεία ελέγχου για την αντίστροφη σχεδίαση της αεροτομής  $hm50t$  (αεροτομή-στόχος) με αρχική αεροτομή την  $hm10011m$  με τη μέθοδο FFD.



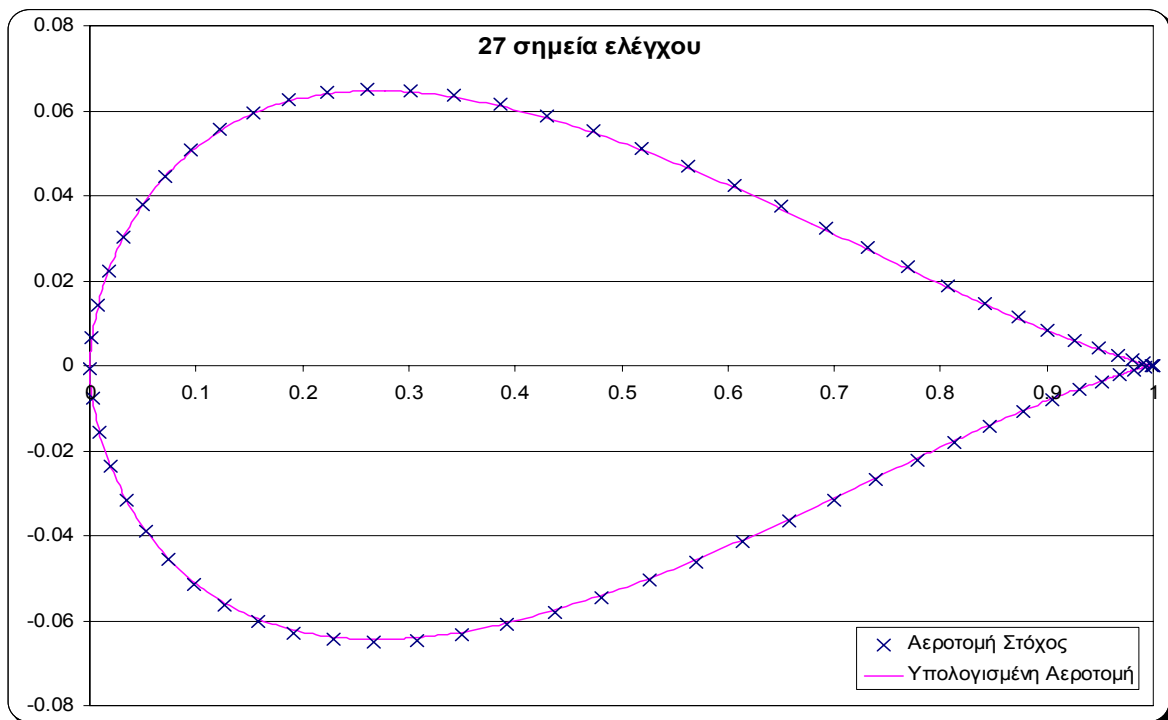
**Σχήμα 3.13:** Αποτέλεσμα της διανομής πίεσης γύρω από την υπολογισμένη και την αεροτομή-στόχο.



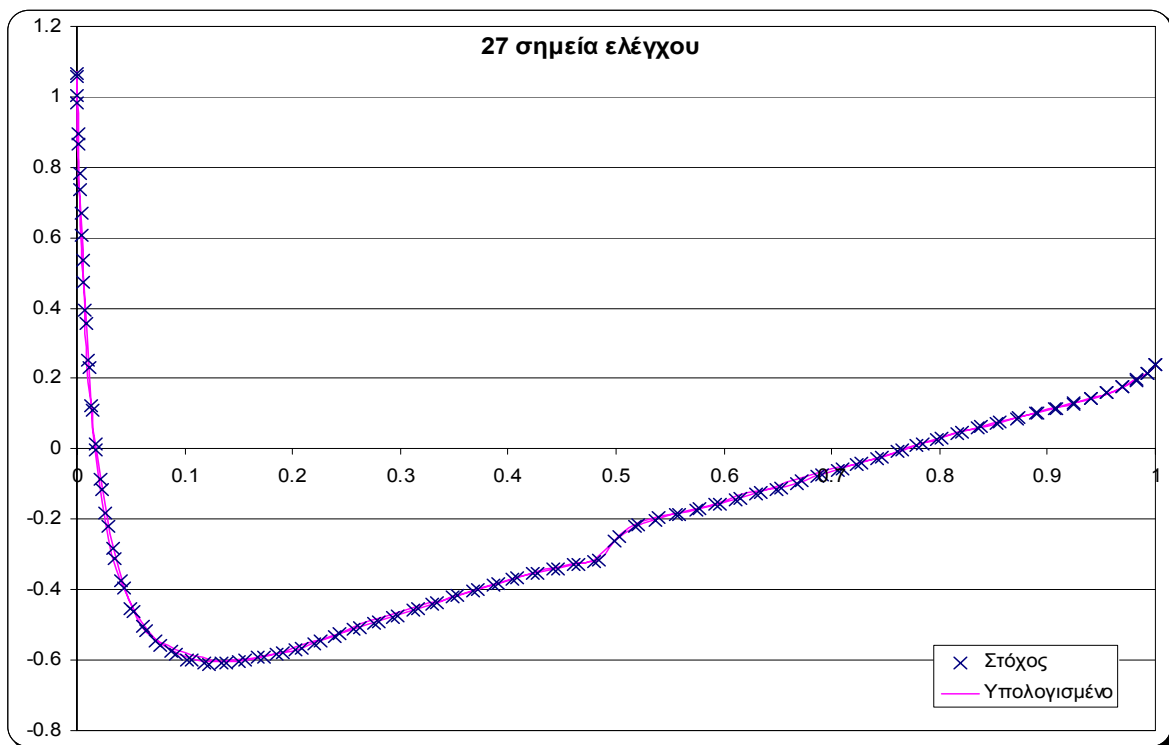
**Σχήμα 3.14:** Αποτελέσματα πειράματος με 21 σημεία ελέγχου για την αντίστροφη σχεδίαση της αεροτομής  $hm50t$  (αεροτομή-στόχος) με αρχική αεροτομή την  $hm10011m$  με τη μέθοδο FFD.



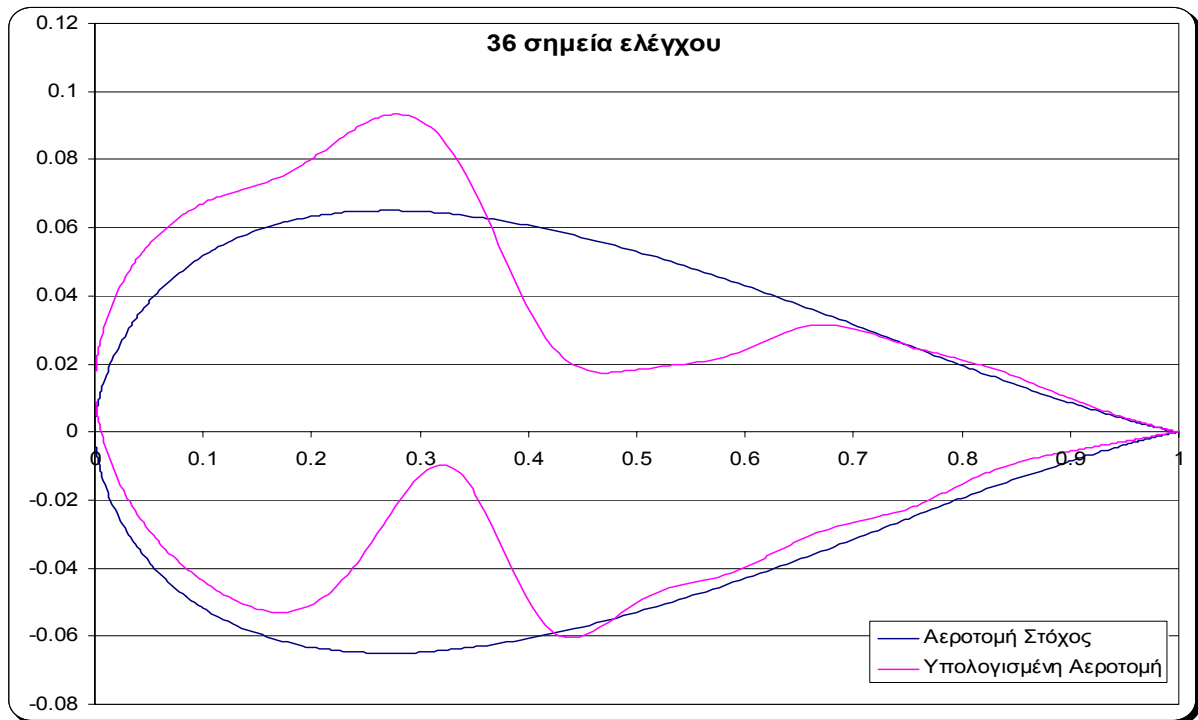
**Σχήμα 3.15:** Αποτέλεσμα της διανομής πίεσης γύρω από την υπολογισμένη και την αεροτομή-στόχο.



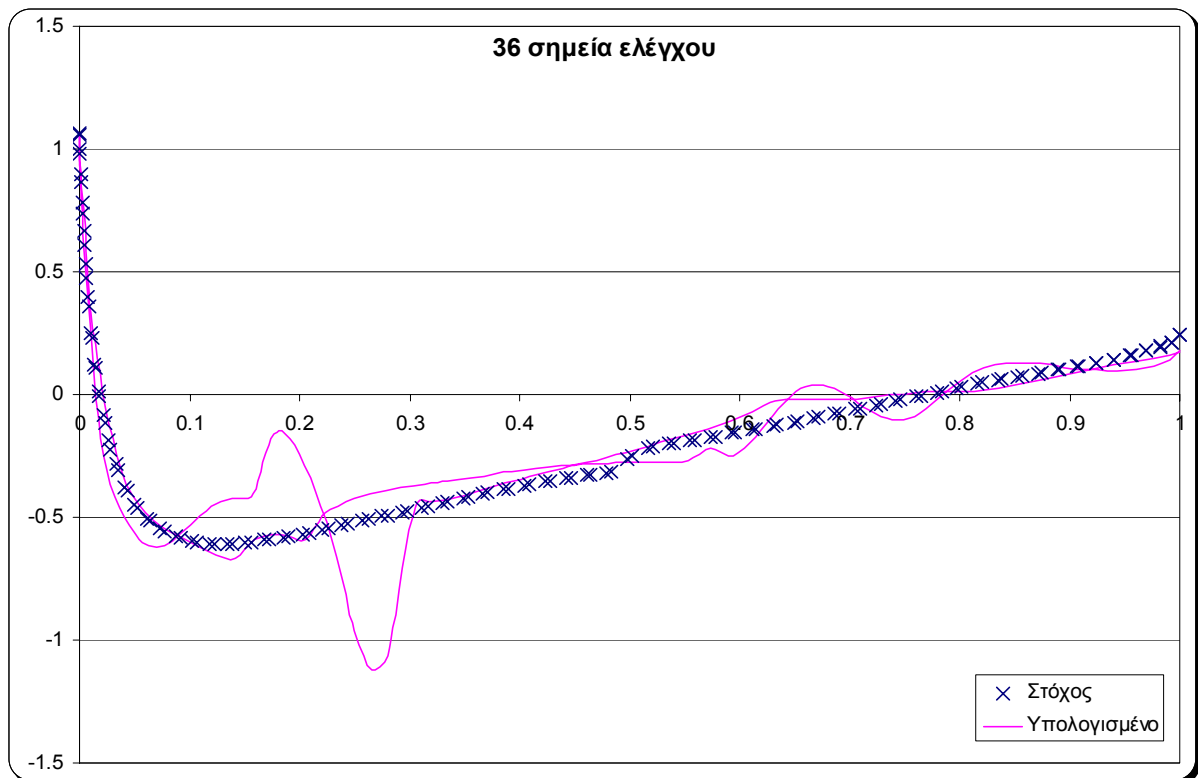
**Σχήμα 3.16:** Αποτελέσματα πειράματος με 27 σημεία ελέγχου για την αντίστροφη σχεδίαση της αεροτομής *hm50t* (αεροτομή-στόχος) με αρχική αεροτομή την *hm1001m* με τη μέθοδο FFD.



**Σχήμα 3.17:** Αποτέλεσμα της διανομής πίεσης γύρω από την υπολογισμένη και την αεροτομή-στόχο.



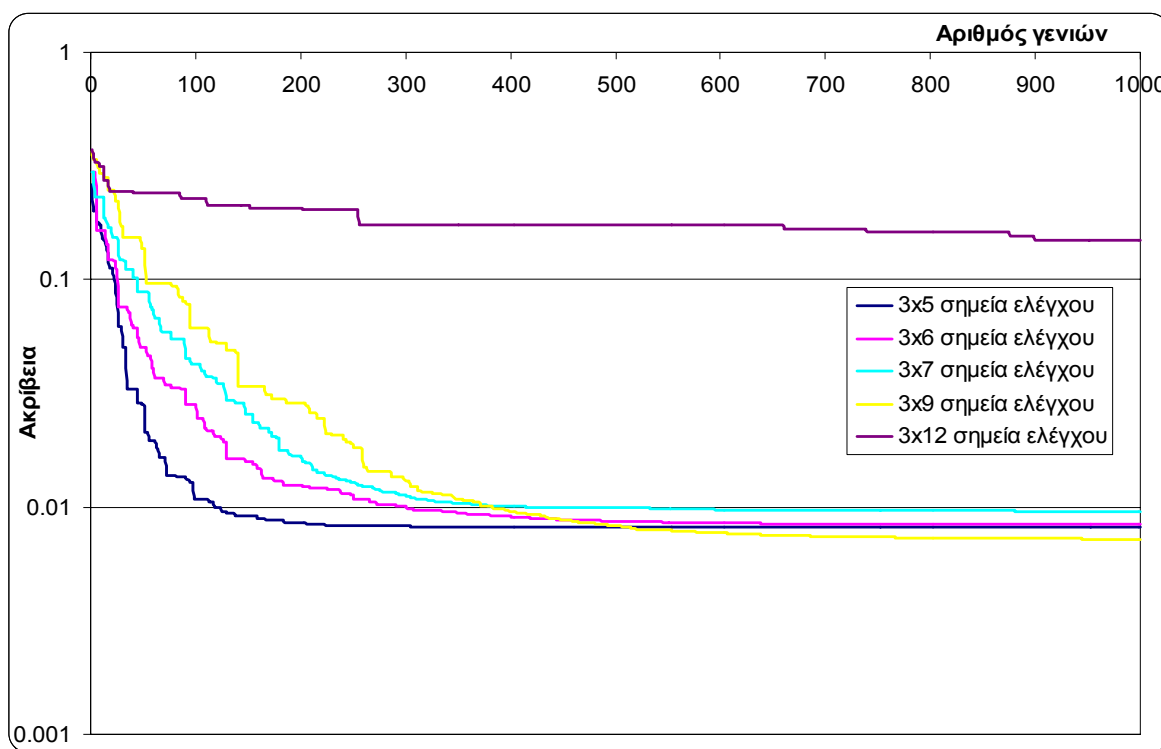
**Σχήμα 3.18:** Αποτελέσματα πειράματος με 36 σημεία ελέγχου για την αντίστροφη σχεδίαση της αεροτομής *hm50t* (αεροτομή-στόχος) με αρχική αεροτομή την *hm10011m* με τη μέθοδο FFD.



**Σχήμα 3.19:** Αποτέλεσμα της διανομής πίεσης γύρω από την υπολογισμένη και την αεροτομή-στόχο.

Με βάση τα Σχήματα 3.6.10, 3.12, 3.14 και 3.16 (με 15, 18, 21 και 27 σημεία ελέγχου αντίστοιχα) παρατηρούμε, ότι η τεχνική της Ελεύθερης Παραμόρφωσης παρουσιάζει μια σταθερή συμπεριφορά με εξαιρετική απόδοση. Διαπιστώνουμε ότι προσεγγίζει την αεροτομή στόχο με πολύ καλή ακρίβεια και ελάχιστα σφάλματα. Το συμπέρασμα αυτό ενισχύεται και από τα Σχήματα 3.11, 3.13, 3.15 και 3.17, που απεικονίζουν τη διανομή πίεσης, όπου το επιθυμητό και το υπολογισμένο σχεδόν ταυτίζονται. Εξαίρεση αποτελεί η περίπτωση με 36 σημεία ελέγχου (Σχήματα 3.18 και 3.19)). Αυτό συμβαίνει επειδή πλέον τα σημεία ελέγχου είναι πολύ κοντά το ένα στο άλλο, με αποτέλεσμα να είναι πολύ ισχυρός ο τοπικός έλεγχος, ενώ το εύρος μεταβολών είναι σχετικά πολύ μεγάλο και ο χώρος λύσεων τεράστιος.

Στο Σχήμα 3.20 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα σύγκλισης του διαφορικού εξελικτικού αλγορίθμου ανάλογα με τον αριθμό των σημείων ελέγχου. Παρατηρούμε ότι η ταχύτητα με την οποία συγκλίνει ο αλγόριθμός είναι μεγαλύτερη στη περίπτωση που έχουμε 15 σημεία ελέγχου και ελαττώνεται από τα 18 μέχρι και τα 36 σημεία ελέγχου. Το αποτέλεσμα αυτό είναι λογικό διότι όσο αυξάνονται τα σημεία ελέγχου τόσο αυξάνεται ο χώρος λύσεων και κατ' επέκταση και η πολυπλοκότητα του προβλήματος. Αξίζει να σημειώσουμε ότι εάν κάνουμε την παραδοχή και θεωρήσουμε περίπου ισοδύναμης ακρίβειας τις περιπτώσεις με τα 15, 18, 21 και 27 σημεία ελέγχου, η περίπτωση με τα 15 σημεία ελέγχου συγκλίνει μόλις στις περίπου 220 επαναλήψεις, προσεγγίζοντας πολύ ικανοποιητικά την αεροτομή-στόχο.



**Σχήμα 3.20:** Αποτελέσματα σύγκλισης του διαφορικού εξελικτικού αλγορίθμου για την τεχνική της Ελεύθερης Παραμόρφωσης και για διαφορετικά σημεία ελέγχου.

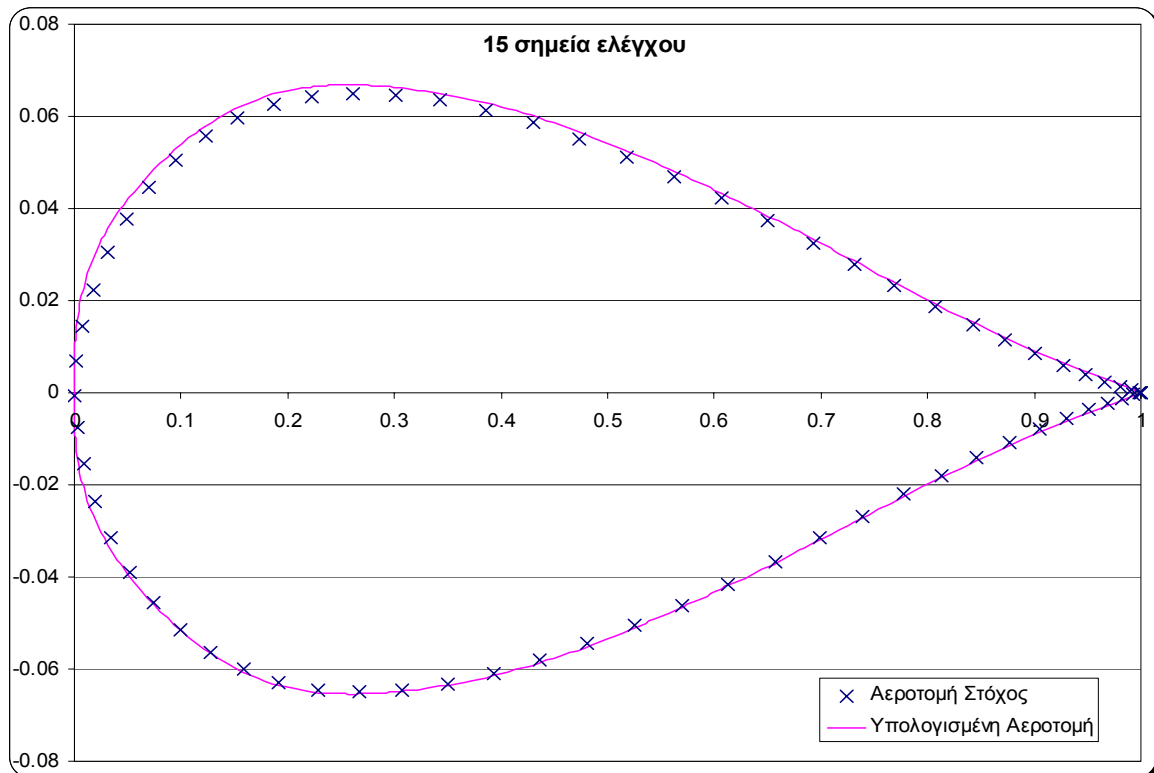
Στη συνέχεια εξετάζεται η τεχνική των καμπυλών B-Spline. Αρχικά, εξετάζεται η μεθοδολογία της συγκεκριμένης τεχνικής βάση των ίδιων παραμέτρων, δηλαδή με παρόμοιο αριθμό σημεία ελέγχου και ίδιο εύρος τιμών (0.1).

Στα Σχήματα 3.21, 3.23, 3.25, 3.27 και 3.28 απεικονίζεται η αεροτομή-στόχος με την αεροτομή που προέκυψε μετά την βελτιστοποίηση για 15, 19, 23, 27 και 36 σημεία ελέγχου αντίστοιχα. Ανάλογα, στα Σχήματα 3.22, 3.24 και 3.26 απεικονίζονται τα διαγράμματα διανομής της πίεσης για 15, 19 και 23 σημεία ελέγχου αντίστοιχα.

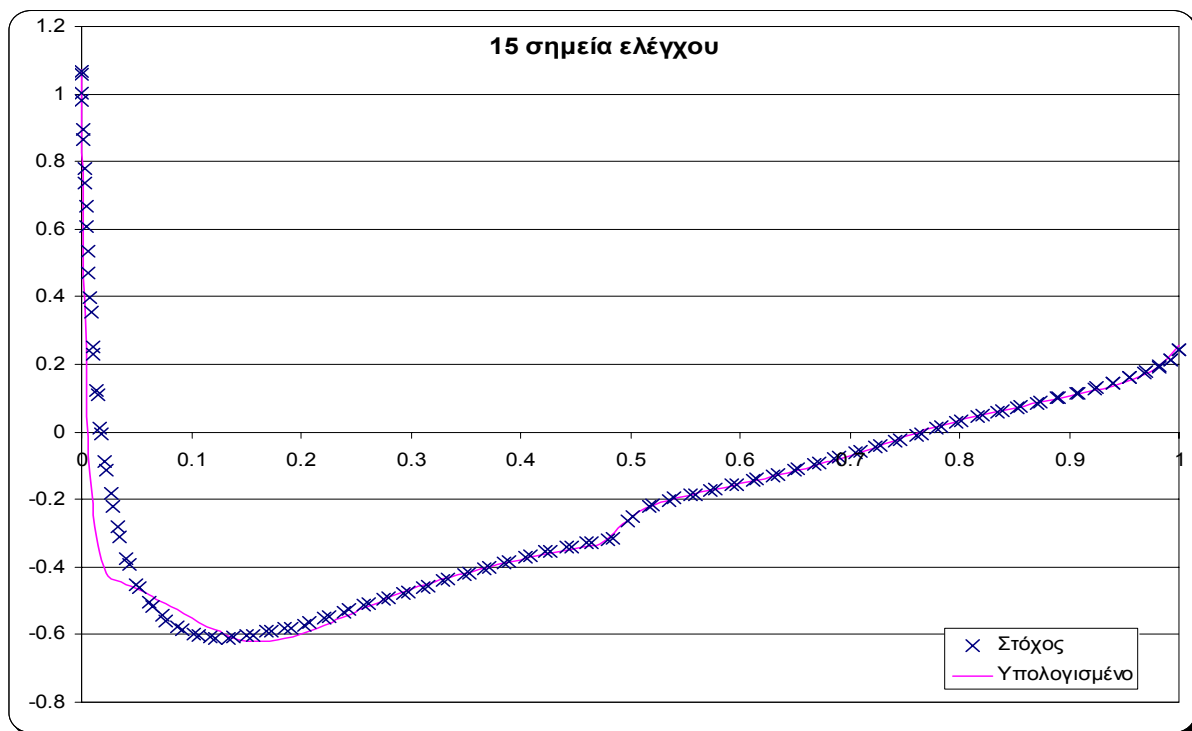
Παρατηρούμε λοιπόν ότι η λύση που μας δίνει ο αλγόριθμος στην περίπτωση με τα 15 σημεία ελέγχου είναι απλά αποδεκτή, με αρκετά προβλήματα κυρίως στη πάνω πλευρά της αεροτομής (κοντά στο χείλος προσβολής) και λιγότερα στη κάτω πλευρά (Σχήμα 3.21). Το αποτέλεσμα αυτό φαίνεται και στο διάγραμμα πίεσης (Σχήμα 3.22) Όσον αφορά στις υπόλοιπες τέσσερις περιπτώσεις (19, 23, 27 και 36) διαπιστώνουμε ότι όσο αυξάνονται τα σημεία ελέγχου τόσο απομακρυνόμαστε από την επιθυμητή λύση, ενώ φυσιολογικά αναμέναμε το αντίθετο. Το γεγονός αυτό οφείλεται στα μεγάλα όρια που έχουμε θέσει για τα σημεία ελέγχου. Θέτοντας λοιπόν το εύρος του διαστήματος στην τιμή 0.1, τα σημεία ελέγχου έχουν πολύ μεγάλο χώρο λύσεων και ο αλγόριθμος αδυνατεί να βρεί ικανοποιητική λύση.

Να επαναλάβουμε ότι η τεχνική των καμπυλών B-Spline ενδεχομένως μετά το πέρας ορισμένων χιλιάδων επαναλήψεων (για παράδειγμα 10000 επαναλήψεις) να είχε σύγκλιση (ή καλύτερη σύγκλιση στις περιπτώσεις που είχε ήδη σύγκλιση). Κάτι τέτοιο όμως δεν έχει πρακτική σημασία ως ιδιαίτερα χρονοβόρο και υπολογιστικά ασύμφορο. Στο Σχήμα 3.29 παρατηρούμε ότι για τις περιπτώσεις με τα 23, 27 και 36 σημεία ελέγχου ο αλγόριθμος δε συγκλίνει, ενώ στην περίπτωση που έχουμε 19 σημεία ελέγχου τα αποτελέσματα είναι καλύτερα αλλά ξανά χωρίς να παίρνουμε την επιθυμητή αεροτομή. Εξαίρεση στα παραπάνω αποτελεί η περίπτωση που έχουμε 15 σημεία ελέγχου, όπου η λύση είναι ικανοποιητική.

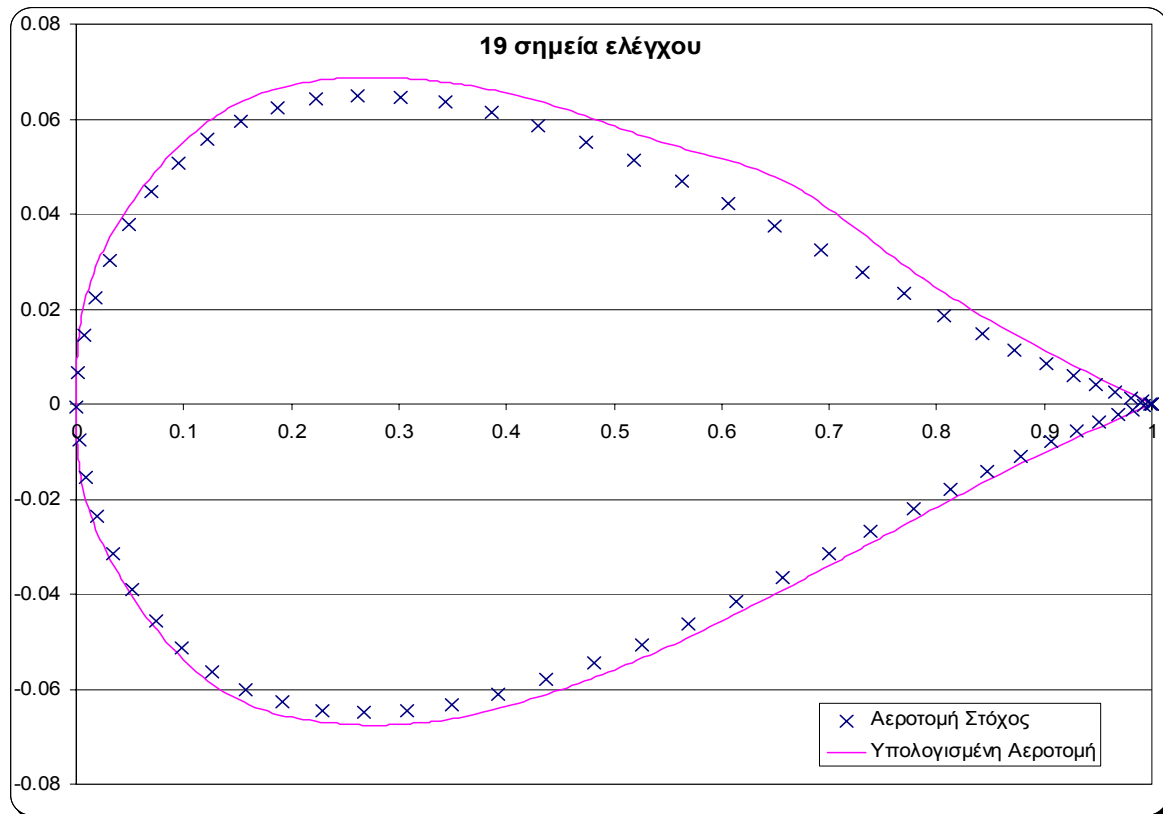
Σύμφωνα με τα παραπάνω αποτελέσματα κρίθηκε σκόπιμο να ελαττώσουμε το εύρος που κυμαίνονται τα σημεία ελέγχου σε τιμή ίση με 0.04. Σε αυτήν την περίπτωση τα αποτελέσματα ήταν αρκετά καλύτερα, χωρίς όμως να ξεπερνούν την ακρίβεια της τεχνικής της Ελεύθερης Παραμόρφωσης. Στα Σχήματα 3.30, 3.32, 3.34, 3.36 και 3.38 παρουσιάζονται συγκρίσεις ανάμεσα στην αεροτομή-στόχο και την υπολογισμένη αεροτομή, ενώ στα Σχήματα 3.31, 3.33, 3.35, 3.37 και 3.39 απεικονίζονται τα αντίστοιχα διαγράμματα διανομής της πίεσης για 15, 19, 23, 27 και 36 σημεία ελέγχου.



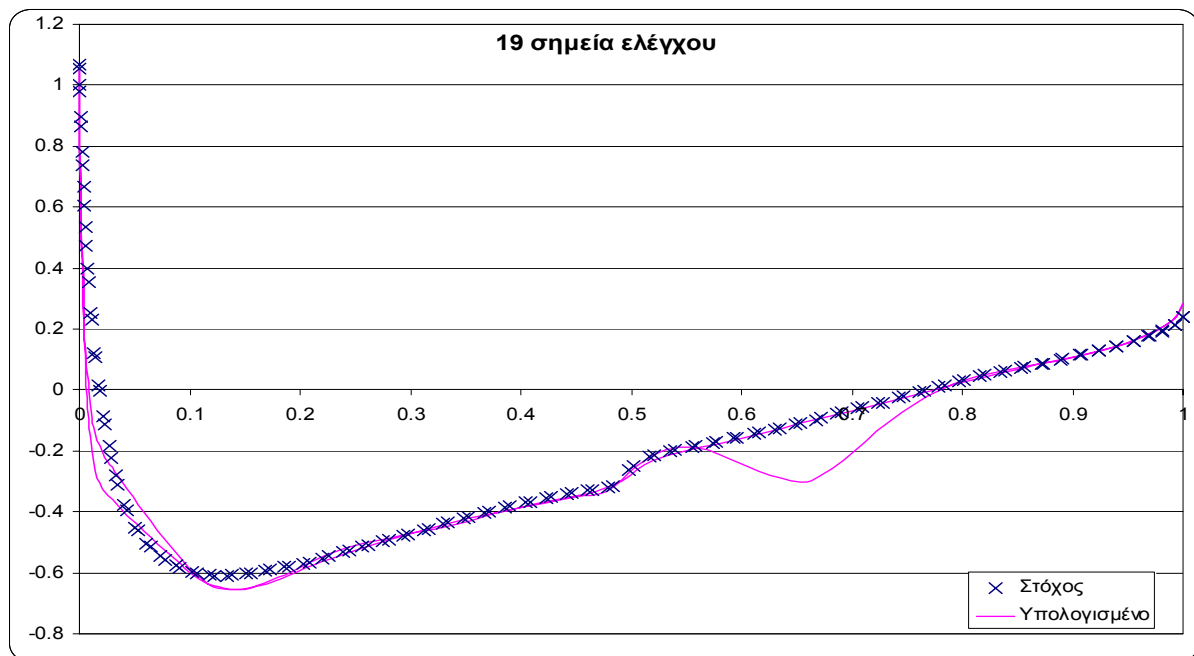
**Σχήμα 3.21:** Αποτελέσματα πειράματος με 15 σημεία ελέγχου για την αντίστροφη σχεδίαση της αεροτομής *hm50t* (αεροτομή-στόχος) χρησιμοποιώντας τη μέθοδο των καμπυλών *B-Spline*.



**Σχήμα 3.22:** Αποτέλεσμα της διανομής πίεσης γύρω από την υπολογισμένη και την αεροτομή-στόχο.

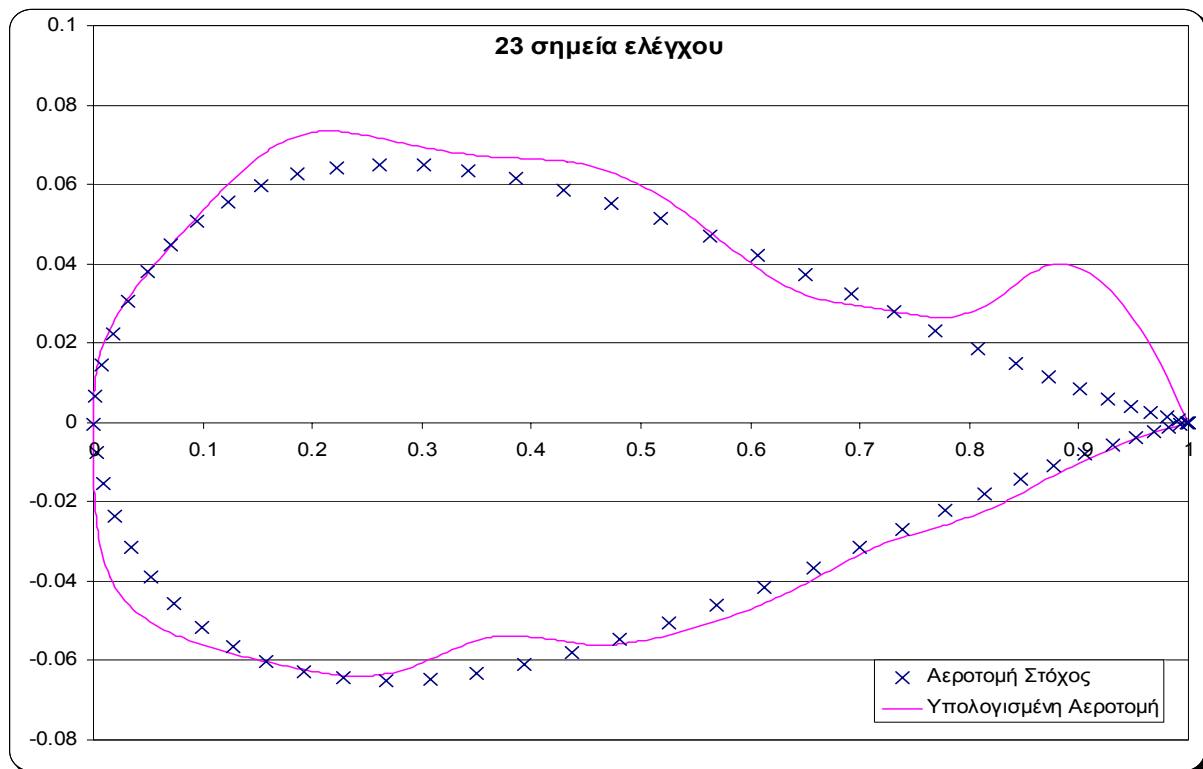


**Σχήμα 3.23:** Αποτελέσματα πειράματος με 19 σημεία ελέγχου για την αντίστροφη σχεδίαση της αεροτομής *hm50t* (αεροτομή-στόχος) χρησιμοποιώντας τη μέθοδο των καμπυλών B-Spline.

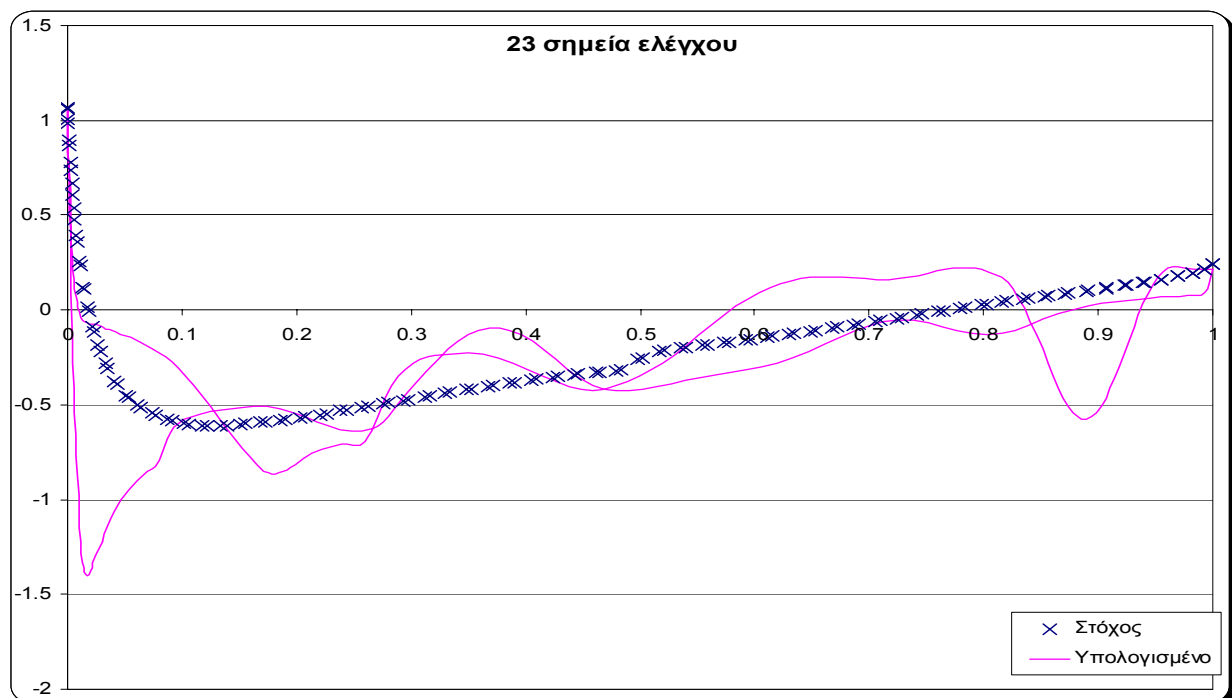


**Σχήμα 3.24:** Αποτέλεσμα της διανομής πίεσης γύρω από την υπολογισμένη και την αεροτομή-στόχο.

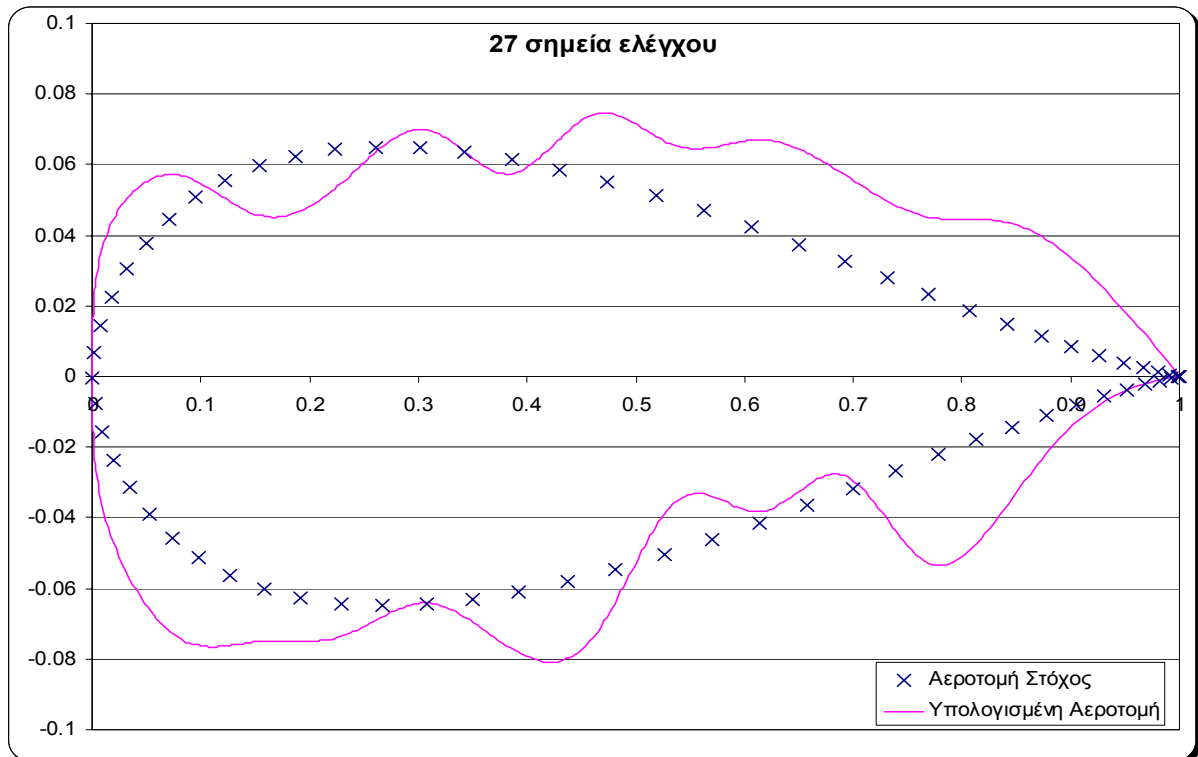




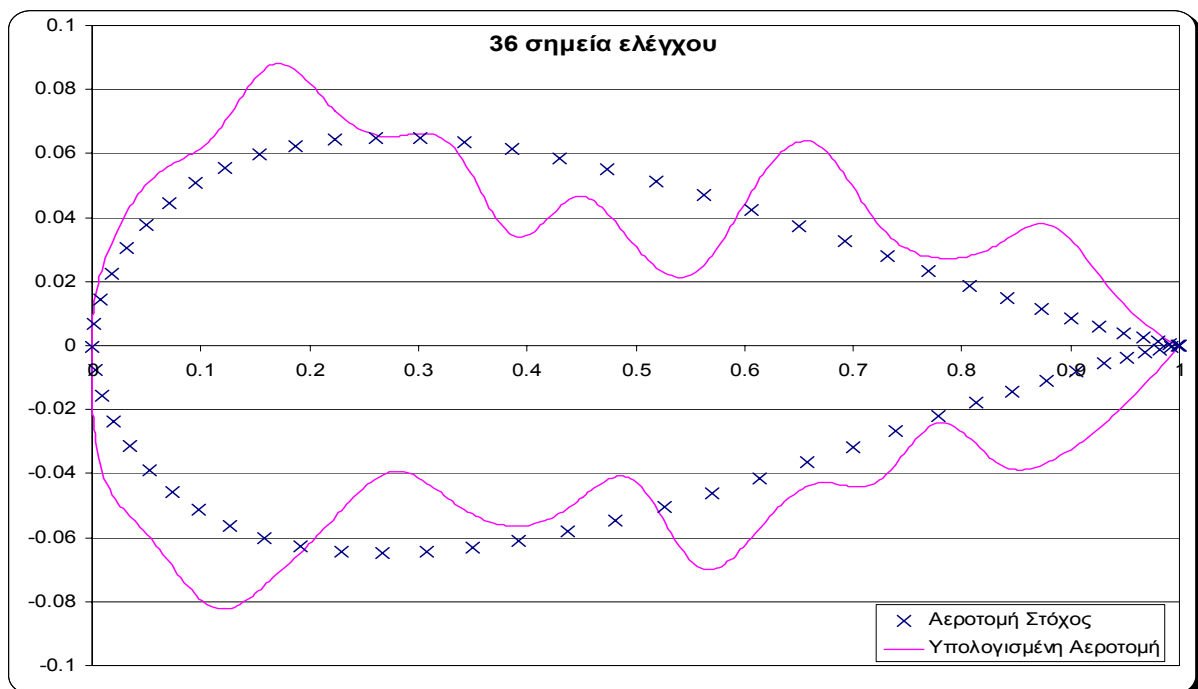
**Σχήμα 3.25:** Αποτελέσματα πειράματος με 23 σημεία ελέγχου για την αντίστροφη σχεδίαση της αεροτομής *hm50t* (αεροτομή-στόχος) χρησιμοποιώντας τη μέθοδο των καμπυλών *B-Spline*..



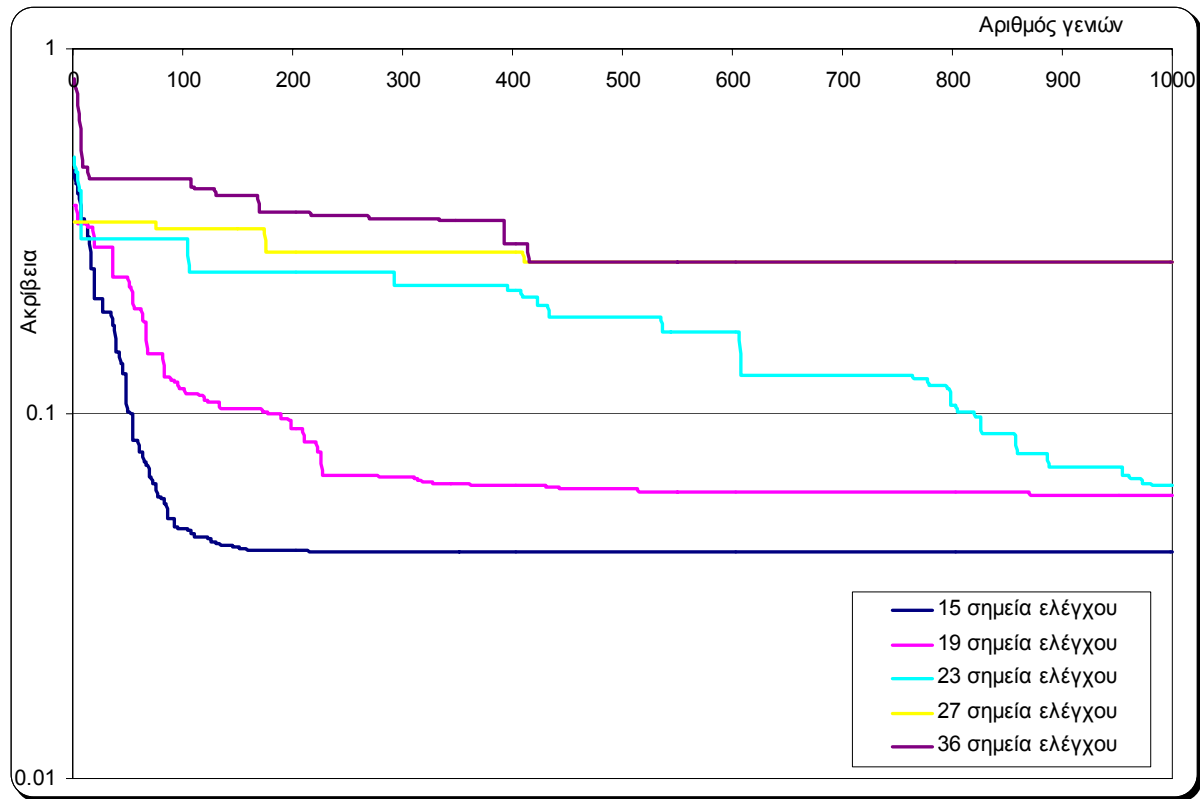
**Σχήμα 3.26:** Αποτέλεσμα της διανομής πίεσης γύρω από την υπολογισμένη και την αεροτομή-στόχο.



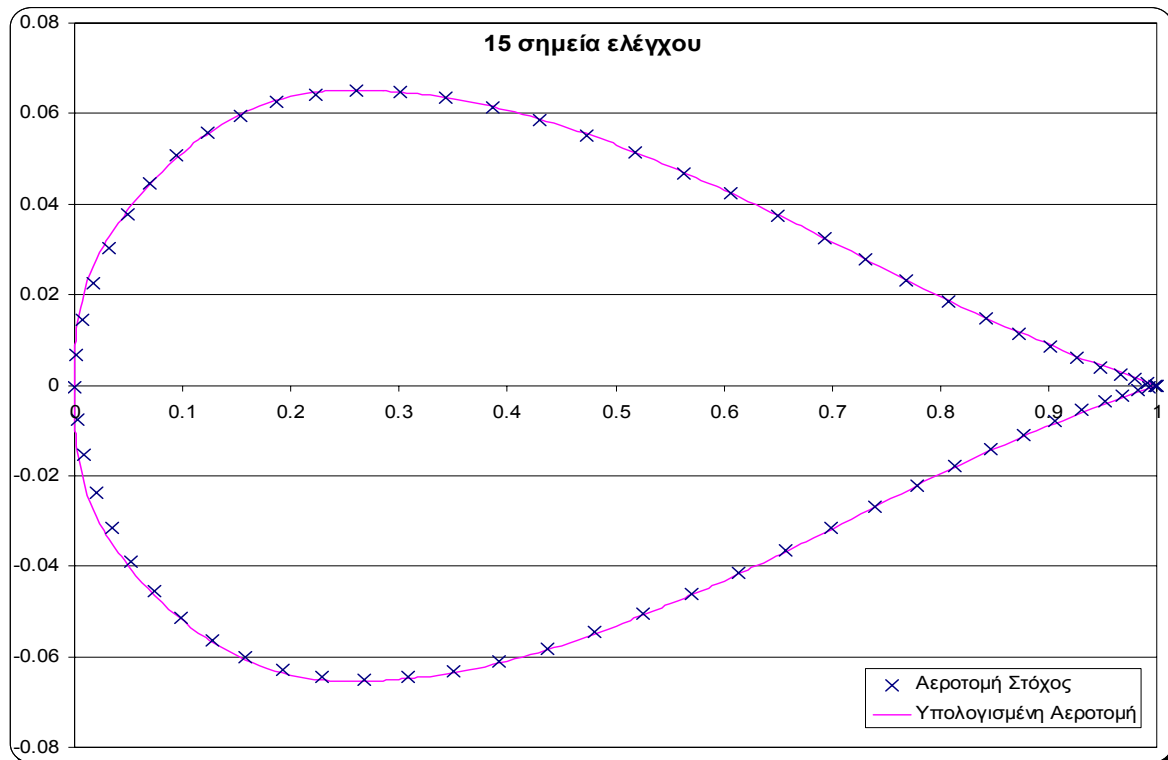
**Σχήμα 3.27:** Αποτελέσματα πειράματος με 27 σημεία ελέγχου για την αντίστροφη σχεδίαση της αεροτομής hm50t (αεροτομή-στόχος) χρησιμοποιώντας τη μέθοδο των καμπυλών B-Spline.



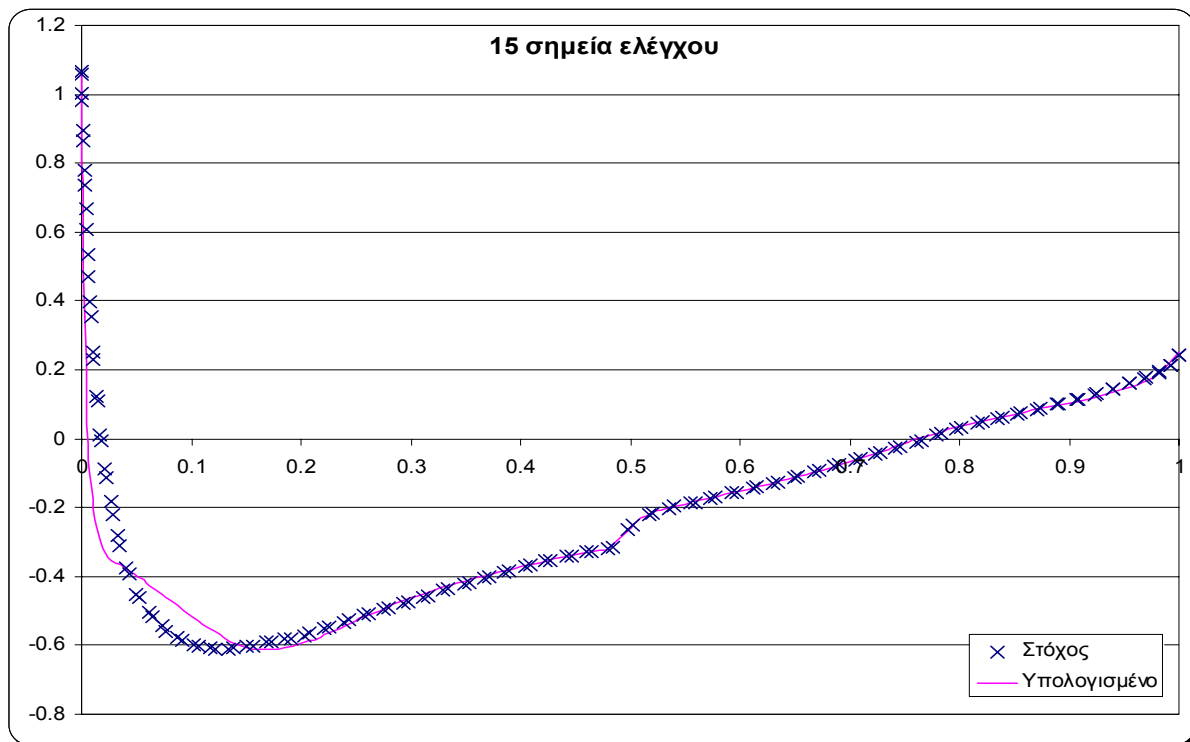
**Σχήμα 3.28:** Αποτελέσματα πειράματος με 36 σημεία ελέγχου για την αντίστροφη σχεδίαση της αεροτομής hm50t (αεροτομή-στόχος) χρησιμοποιώντας τη μέθοδο των καμπυλών B-Spline.



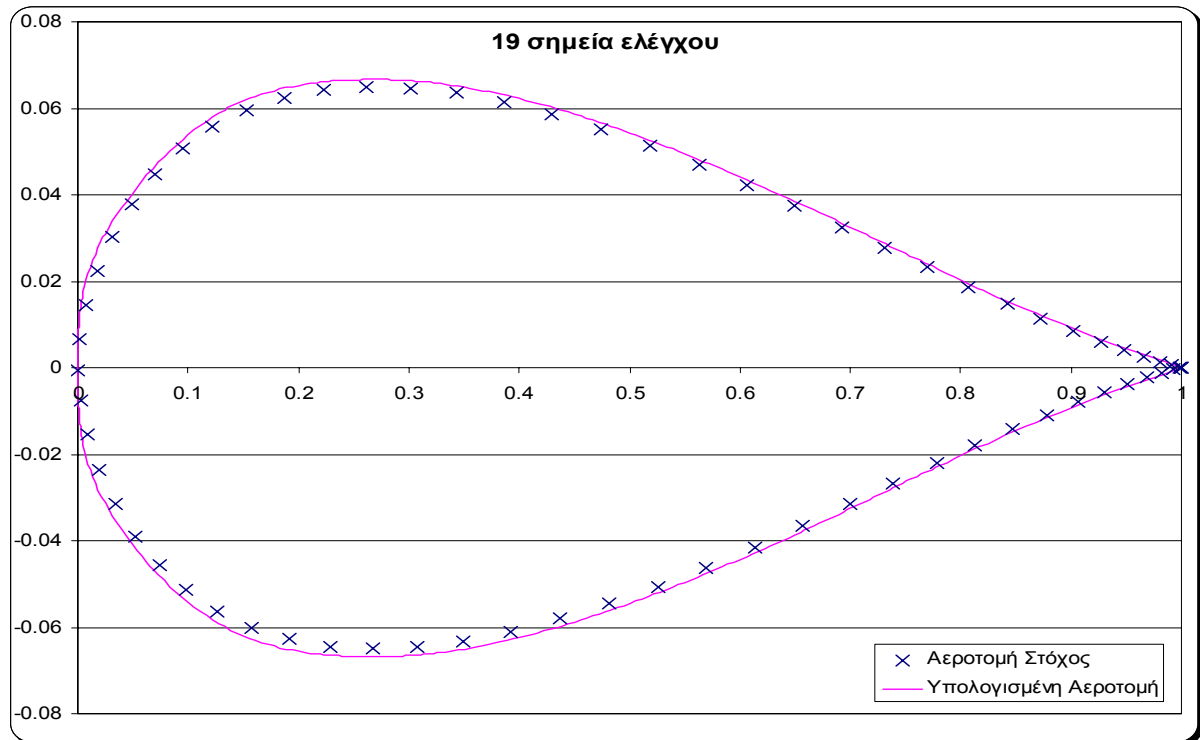
**Σχήμα 3.29:** Αποτελέσματα σύγκλισης του διαφορικού εξελικτικού αλγορίθμου για την τεχνική των μη ομοιόμορφων ρητών καμπυλών *BSplines* και για διαφορετικά σημεία ελέγχου με εύρος διαστημάτων 0.1.



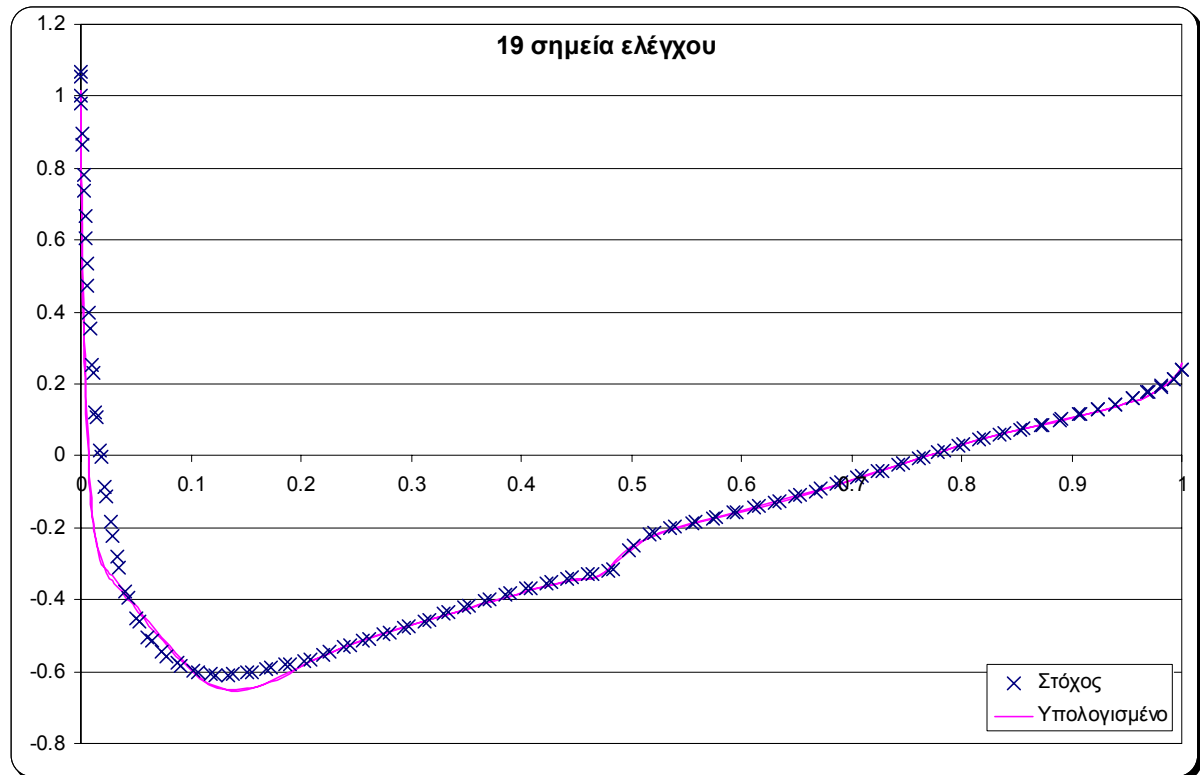
**Σχήμα 3.30:** Αποτελέσματα πειραμάτων με 15 σημεία ελέγχου για την αντίστροφη σχεδίαση της αεροτομής *hm10011m* (αεροτομή-στόχο) χρησιμοποιώντας τη μέθοδο των μη ομοιόμορφων ρητών καμπυλών *BSplines*.



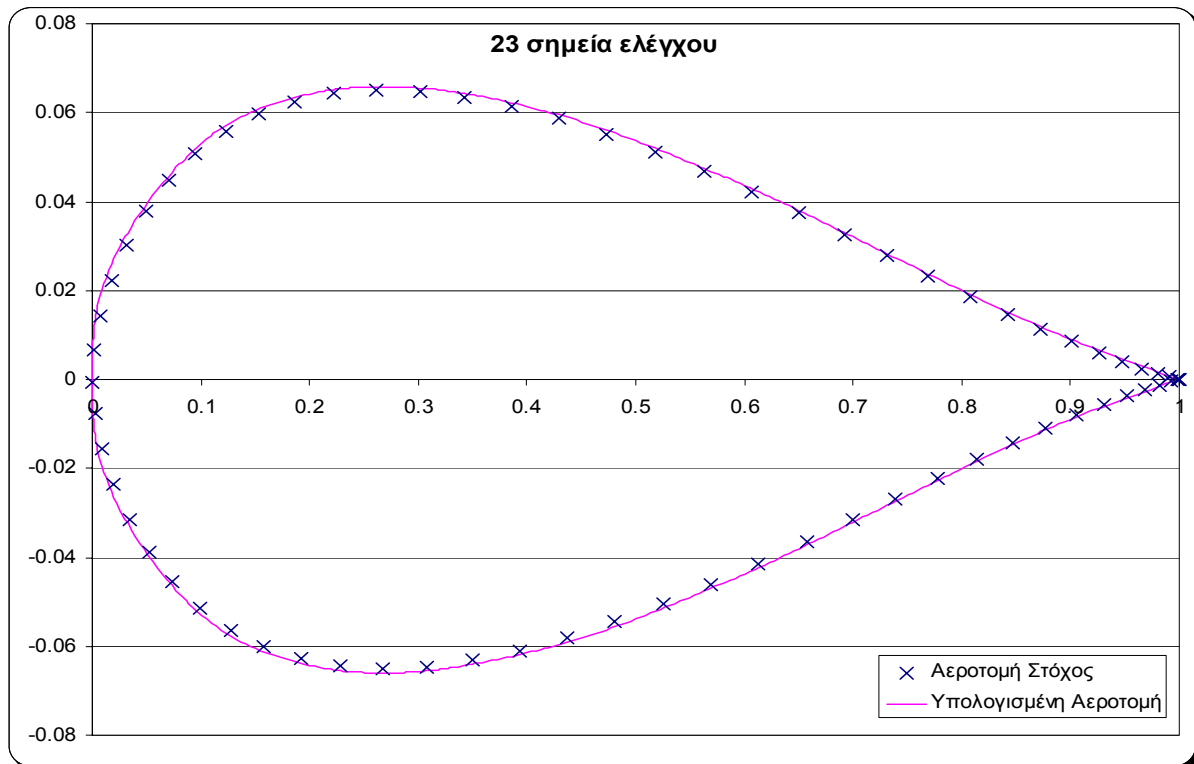
**Σχήμα 3.31:** Αποτέλεσμα της διανομής πίεσης γύρω από την υπολογισμένη και την αεροτομή-στόχο.



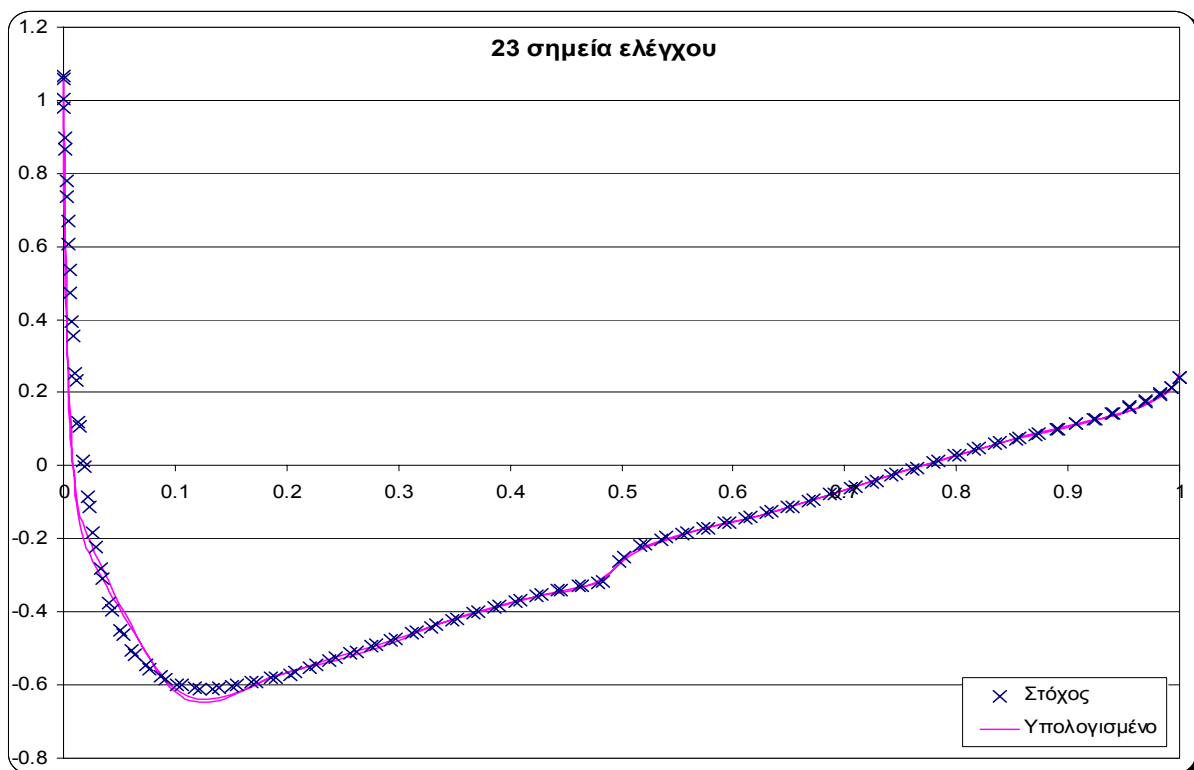
**Σχήμα 3.32:** Αποτελέσματα πειραμάτων με 19 σημεία ελέγχου για την αντίστροφη σχεδίαση της αεροτομής *hm10011m* (αεροτομή-στόχο) χρησιμοποιώντας τη μέθοδο των μη ομοιόμορφων ρητών καμπυλών *BSplines*.



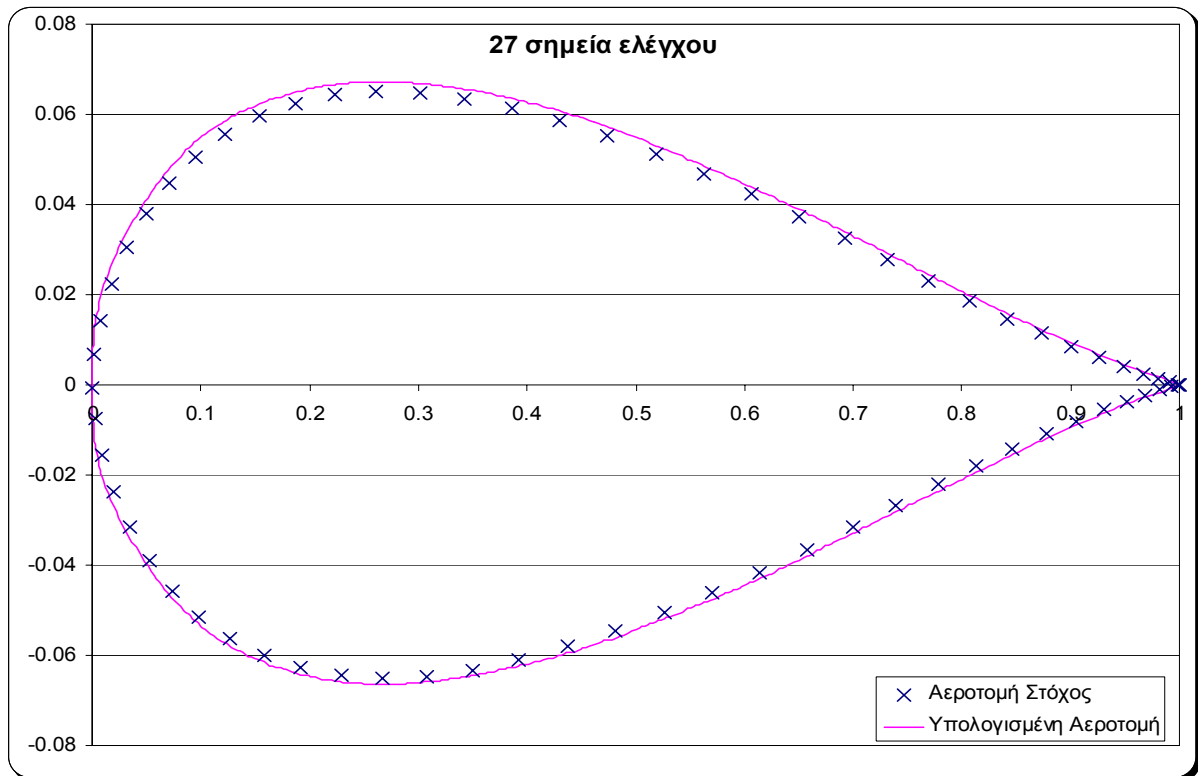
**Σχήμα 3.33:** Αποτέλεσμα της διανομής πίεσης γύρω από την υπολογισμένη και την αεροτομή-στόχο.



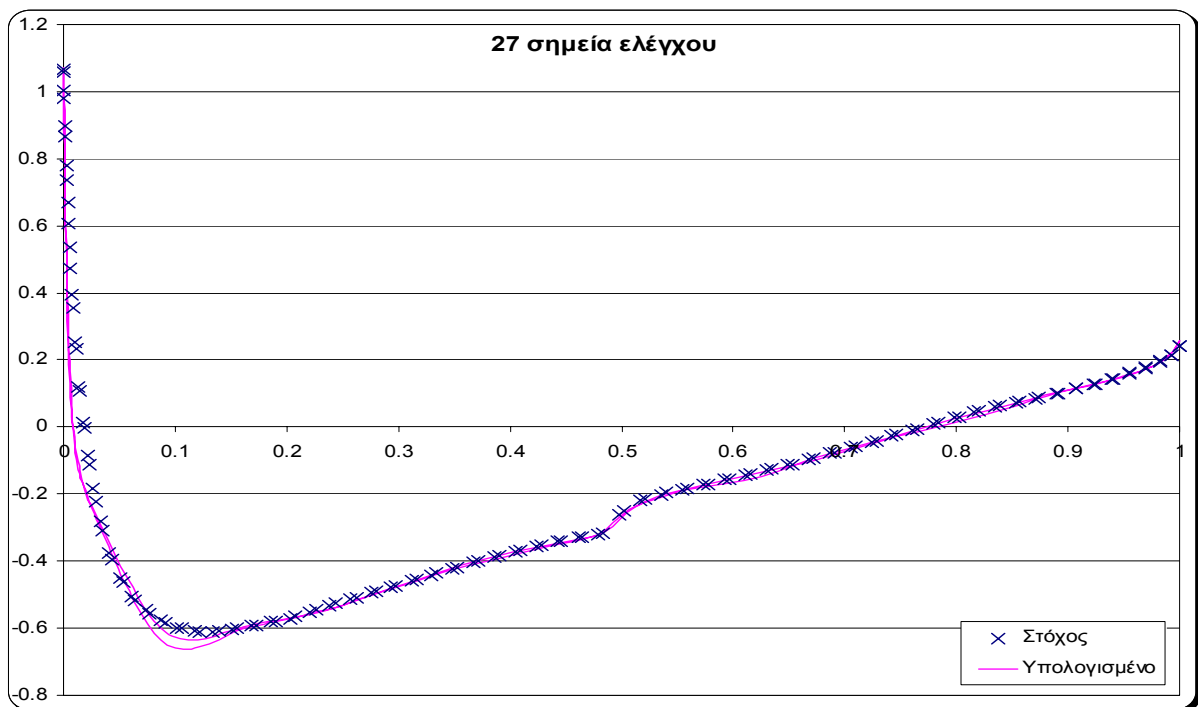
**Σχήμα 3.34:** Αποτελέσματα πειραμάτων με 23 σημεία ελέγχου για την αντίστροφη σχεδίαση της αεροτομής *hm10011m* (αεροτομή-στόχο) χρησιμοποιώντας τη μέθοδο των μη ομοιόμορφων ρητών καμπυλών *BSplines*.



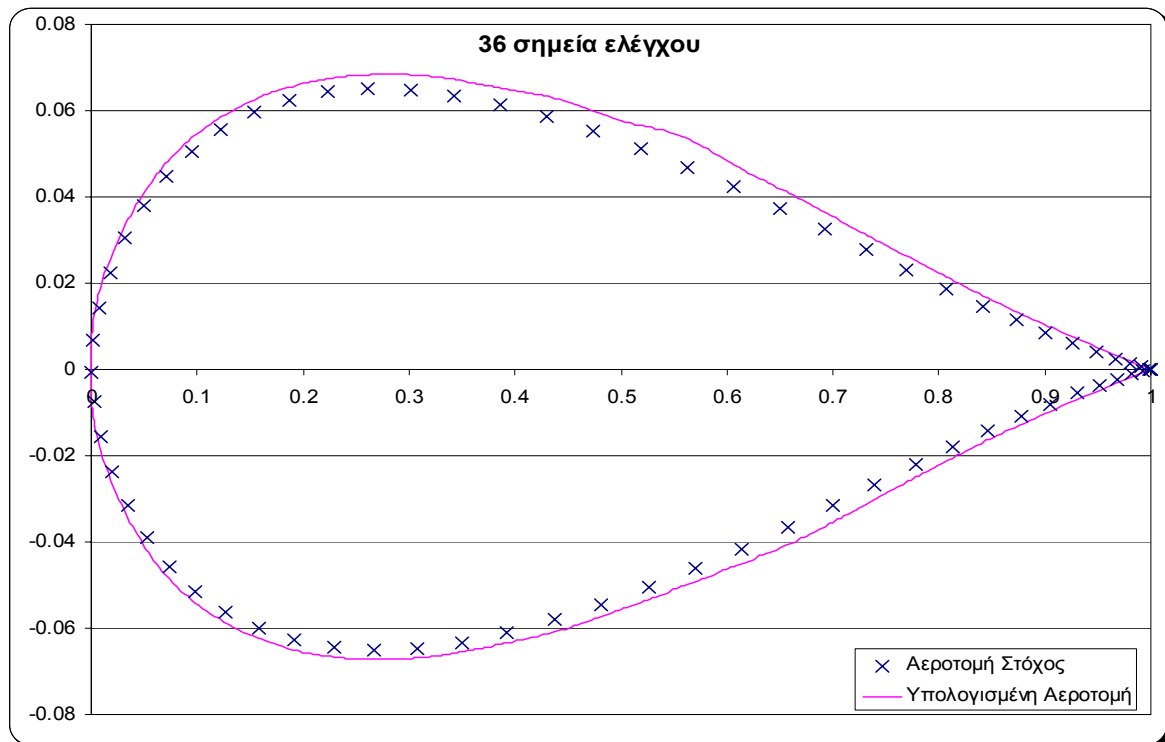
**Σχήμα 3.35:** Αποτέλεσμα της διανομής πίεσης γύρω από την υπολογισμένη και την αεροτομή-στόχο.



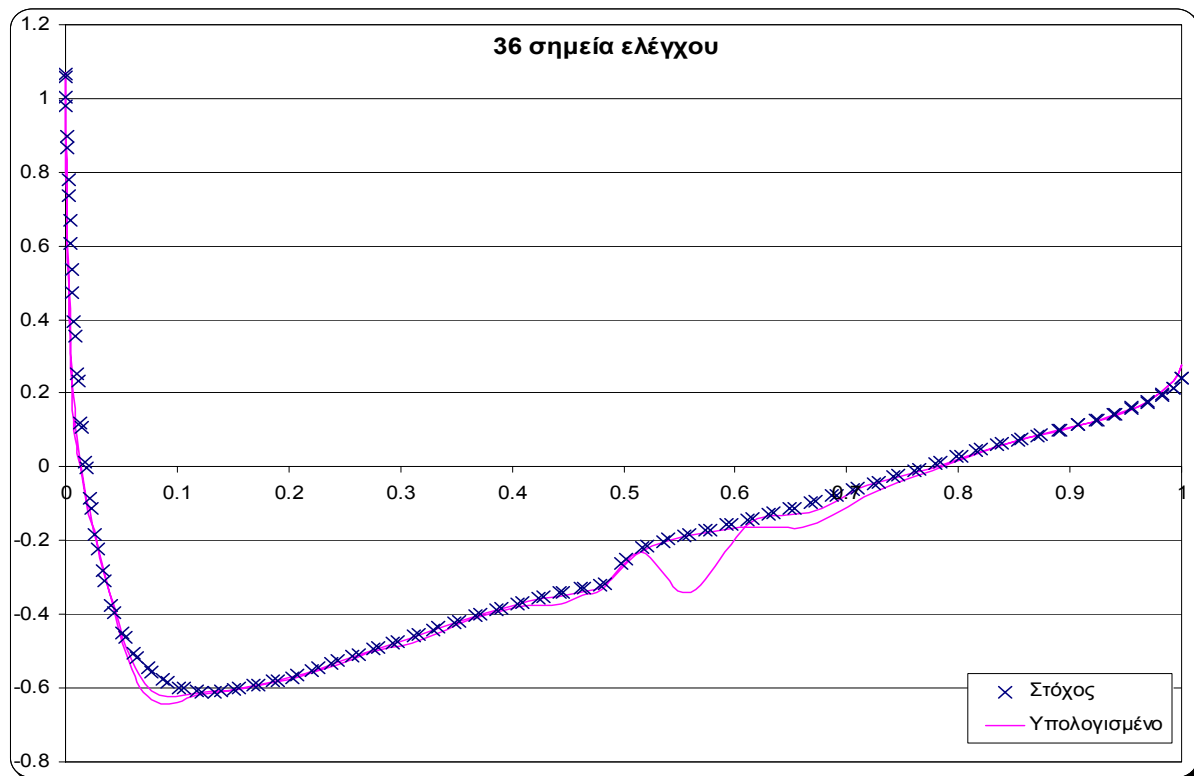
**Σχήμα 3.36:** Αποτελέσματα πειραμάτων με 27 σημεία ελέγχου για την αντίστροφη σχεδίαση της αεροτομής *hm10011m* (αεροτομή-στόχο) χρησιμοποιώντας τη μέθοδο των μη ομοιόμορφων ρητών καμπυλών *BSplines*.



**Σχήμα 3.37:** Αποτέλεσμα της διανομής πίεσης γύρω από την υπολογισμένη και την αεροτομή-στόχο.



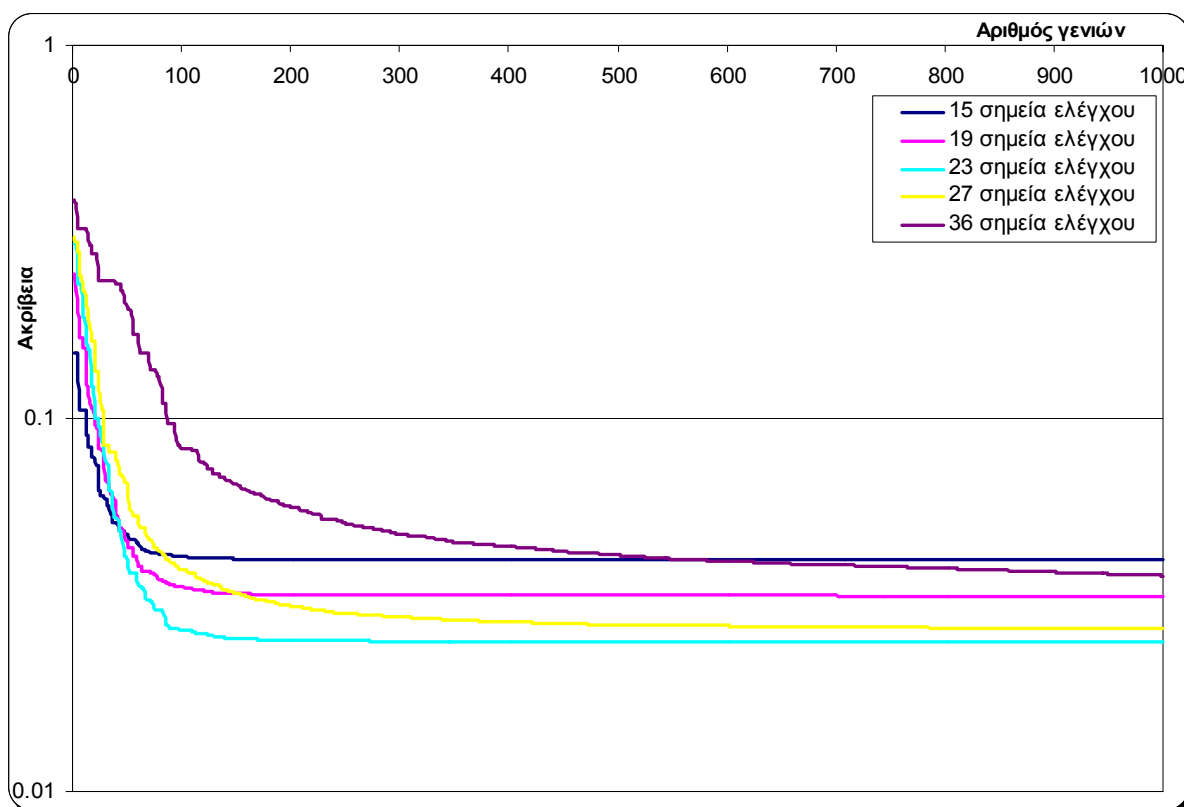
**Σχήμα 3.38:** Αποτελέσματα πειραμάτων με 36 σημεία ελέγχου για την αντίστροφη σχεδίαση της αεροτομής *hm10011m* (αεροτομή-στόχο) χρησιμοποιώντας τη μέθοδο των μη ομοιόμορφων ρητών καμπυλών *BSplines*.



**Σχήμα 3.39:** Αποτέλεσμα της διανομής πίεσης γύρω από την υπολογισμένη και την αεροτομή-στόχο.



Παρατηρούμε (βάση των σχημάτων 3.30, 3.32, 3.34, 3.36 και 3.38 με τα 15, 19, 23, 27 και 36 σημεία ελέγχου αντίστοιχα) ότι η τεχνική των καμπυλών B-Spline, παρουσιάζει μια εμφανή βελτίωση, καθώς αυξάνουν τα σημεία ελέγχου, όπως άλλωστε είναι και λογικό. Βάση και των σχημάτων 3.30, 3.32, 3.34, 3.36 και 3.38 παρατηρούμε ότι παρουσιάζονται κυρίως προβλήματα στο χείλος προσβολής. Το πρόβλημα αυτό γίνεται πιο αισθητό όσο μειώνουμε τα σημεία ελέγχου. Με άλλα λόγια, διαπιστώνουμε ότι όσο αυξάνεται ο αριθμός των σημείων ελέγχου τόσο καλύτερη αεροτομή λαμβάνουμε. Βέβαια, υπάρχει και πάλι ένα όριο μέχρι το οποίο μπορούμε να αυξήσουμε τα σημεία ελέγχου. Μετά από αυτό το όριο (διαπίστωση που είχε πραγματοποιηθεί αρχικά στο κεφάλαιο 2) τα αποτελέσματα χειροτερεύουν. Αυτό συμβαίνει διότι αυξάνεται υπέρμετρα ο χώρος λύσεων. Με βάση το Σχήμα 3.40 διαπιστώνουμε ότι πετυχαίνουμε το καλύτερο δυνατό αποτέλεσμα γύρω στις 100 με 150 επαναλήψεις τη στιγμή που η τεχνική της Ελεύθερης Παραμόρφωσης συγκλίνει στις 650 επαναλήψεις περίπου.



**Σχήμα 3.40:** Αποτελέσματα σύγκλισης του διαφορικού εξελικτικού αλγορίθμου για την τεχνική των καμπυλών B-Spline και για διαφορετικά σημεία ελέγχου με εύρος διαστημάτων 0.04.

Ολοκληρώνοντας την παρουσίαση των αποτελεσμάτων και λαμβάνοντας υπόψη τη μείωση του εύρους των ορίων στην τεχνική των καμπυλών B-Spline από την τιμή του 0.1 στο 0.04, εξετάσαμε ενδεικτικά τι αποτέλεσμα θα είχαμε αν μειώναμε επίσης τα όρια από το 0.1 στο 0.04 για 15 και 27 σημεία ελέγχου στην τεχνική της Ελεύθερης Παραμόρφωσης. Στα Σχήματα 3.41 και 3.43 παρουσιάζεται η αεροτομή που προέκυψε μετά τη βελτιστοποίηση και στα Σχήματα 3.42 και 3.44 το διάγραμμα πίεσης σε σύγκριση με το διάγραμμα - στόχο για 15 και 27 σημεία ελέγχου αντίστοιχα.

<b>FFD</b>	<b>Ακρίβεια με όρια 0.1</b>	<b>Ακρίβεια με όρια 0.04</b>
<b>15 σημεία ελέγχου</b>	8.1688649066018E-03	8.3302367266751E-03
<b>27 σημεία ελέγχου</b>	7.2284077686352E-03	8.27968533965061E-03

**Πίνακας 3.3:** Αποτελέσματα πειραμάτων για την ανάκτηση της αεροτομής-στόχο με τη μέθοδο της Ελεύθερης Παραμόρφωσης με όρια 0.1 και 0.04.

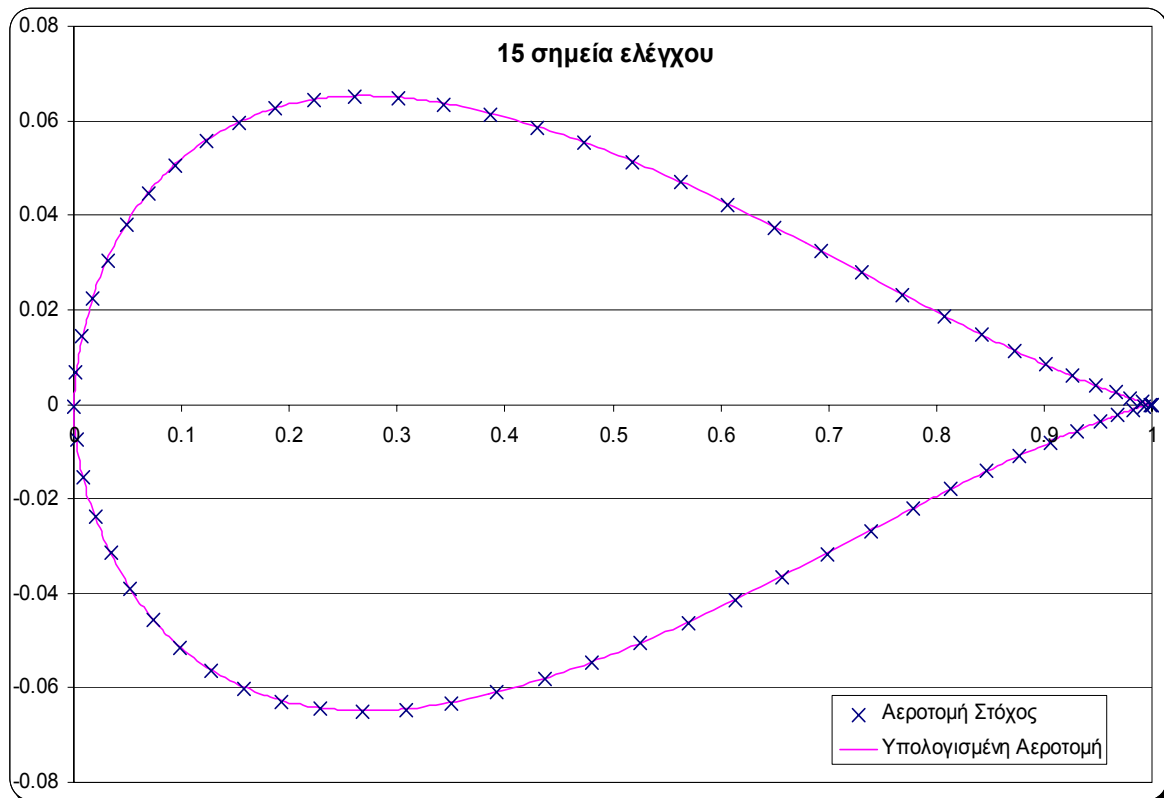
Παρατηρούμε ότι παρά το γεγονός ότι ελαττώσαμε τα όρια από την τιμή του 0.1 σε 0.04, δηλαδή ελαττώθηκαν κατά 60%, η ακρίβεια μειώθηκε ελαφρά (Πίνακας 3.3). Η συμπεριφορά δηλαδή είναι αντίθετη από αυτή της τεχνικής B-Spline. Η αιτία ίσως βρίσκεται στο γεγονός ότι η παραμόρφωση του σχήματος της αεροτομής είναι μικρότερη από αυτή των ορίων του παραμετρικού πλέγματος. Έτσι, όταν μειώνεται η περιοχή που κινείται το παραμετρικό πλέγμα μειώνεται πολύ περισσότερο η περιοχή στην οποία κινείται η ίδια η αεροτομή. Έτσι, για μικρά όρια των παραμέτρων, δεν έχει αρκετή ελευθερία η αεροτομή που παραμορφώνεται για να προσεγγίσει την αεροτομή στόχο (ειδικά στην περίπτωση που η αρχική αεροτομή διαφέρει αρκετά από την αεροτομή στόχο).

Συγκρίνοντας στη συνέχεια την τεχνική της Ελεύθερης Παραμόρφωσης με την τεχνική των καμπυλών B-Spline με ίδια όρια και ίδια σημεία ελέγχου (Πίνακας 3.4) παρατηρούμε τα εξής: η τεχνική της Ελεύθερης Παραμόρφωσης πέτυχε πολύ καλύτερη ακρίβεια σε σύγκριση με τη τεχνική των καμπυλών B-Spline στα 15 και 27 σημεία ελέγχου αντίστοιχα.

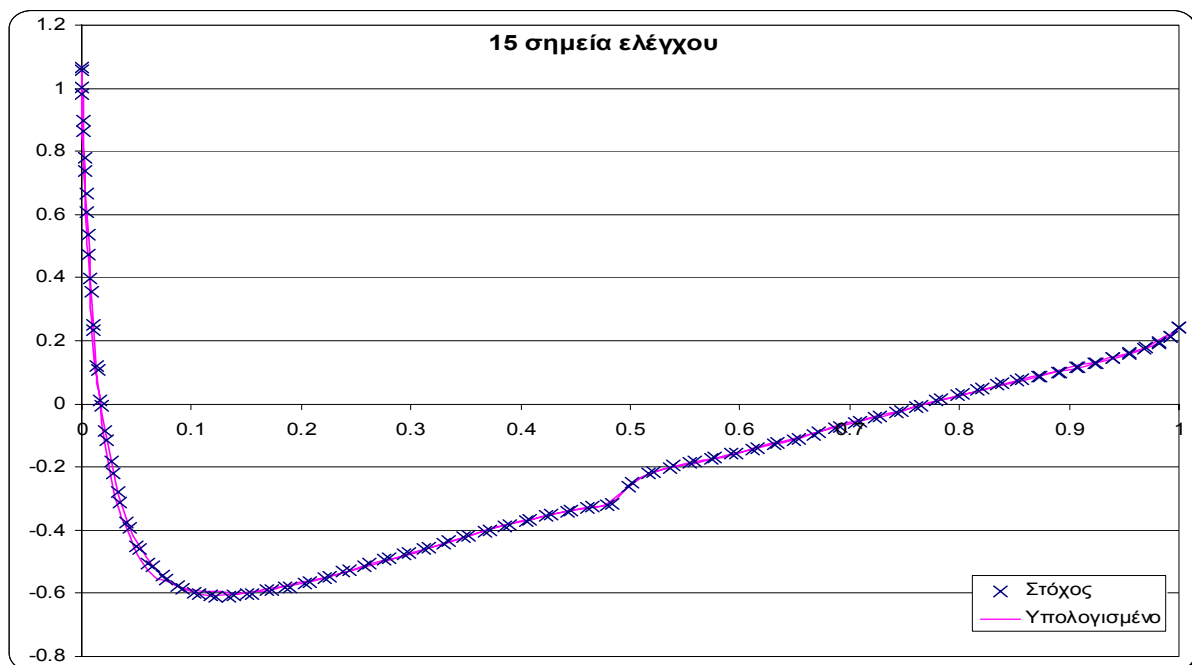
Τέλος, στο Σχήμα 3.45 παρουσιάζεται για τα 15 και 27 σημεία ελέγχου η σύγκλιση των δύο μεθόδων, με εύρος ορίων των μεταβλητών σχεδίασης ίσο με 0.04. Παρατηρούμε ότι με την τεχνική της Ελεύθερης Παραμόρφωσης επιτυγχάνεται πολύ καλύτερη ακρίβεια και στις δύο περιπτώσεις σε σύγκριση με την τεχνική των καμπυλών B-Spline. Επίσης, με μικρότερο αριθμό μεταβλητών σχεδίασης η ταχύτητα σύγκλισης είναι υψηλότερη, ως αποτέλεσμα του μικρότερου χώρου λύσεων.

<b>Ακρίβεια με όρια 0.04</b>	<b>FFD</b>	<b>B-Spline</b>
<b>15 σημεία ελέγχου</b>	8.3302367266751E-03	4.1777325257741E-02
<b>27 σημεία ελέγχου</b>	8.27968533965061E-03	2.7349352010981E-02

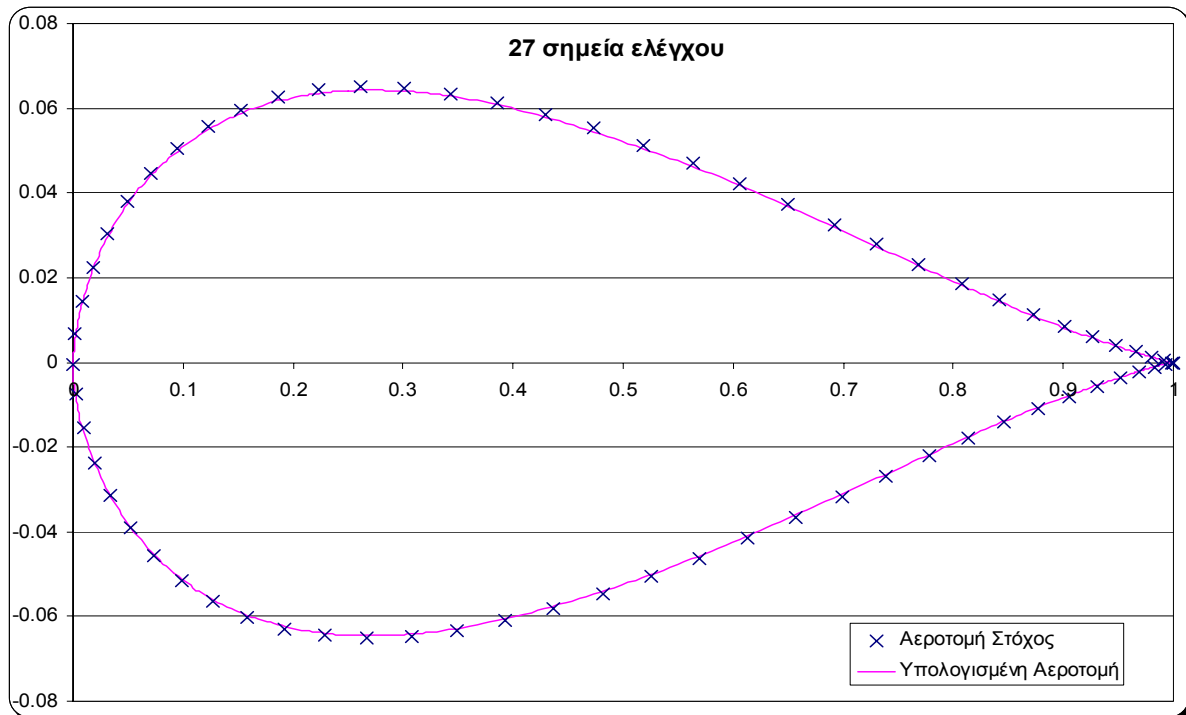
**Πίνακας 3.4:** Αποτελέσματα πειραμάτων για την ανάκτηση της αεροτομής-στόχο με τις δύο μεθόδους και όρια ίσα με 0.04.



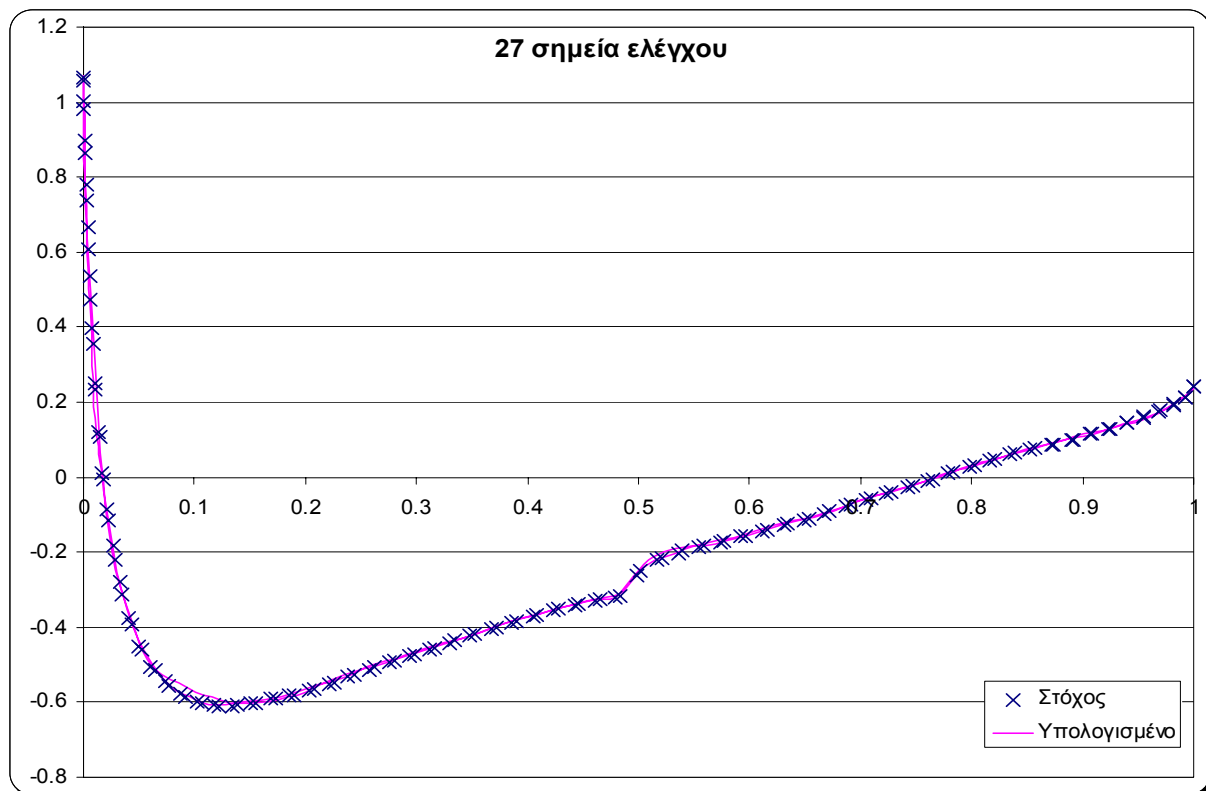
**Σχήμα 3.41:** Αποτελέσματα πειράματος με 15 σημεία ελέγχου για την αντίστροφη σχεδίαση της αεροτομής hnt50t (αεροτομή-στόχο) χρησιμοποιώντας τη μέθοδο της Ελεύθερης Παραμόρφωσης με όρια ίσα με 0.04.



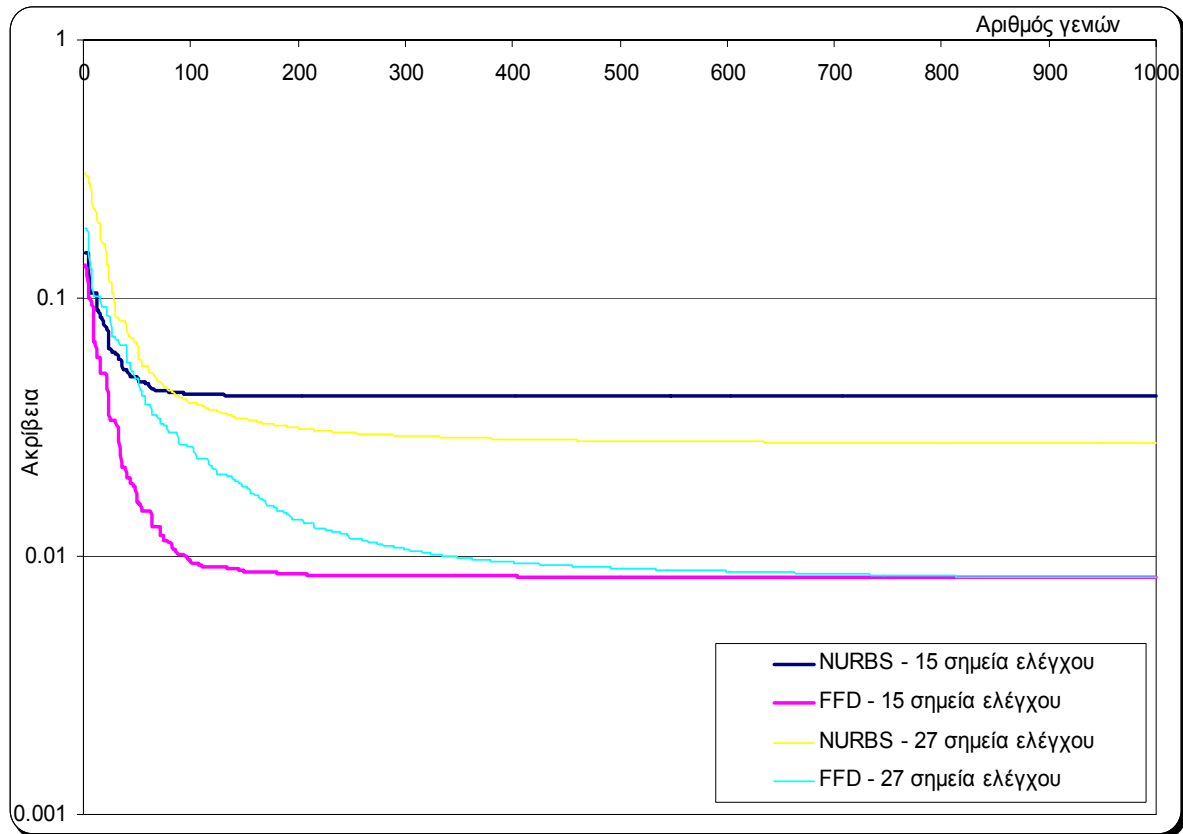
**Σχήμα 3.42:** Αποτέλεσμα της διανομής πίεσης γύρω από την υπολογισμένη και την αεροτομή-στόχο.



**Σχήμα 3.43:** Αποτελέσματα πειράματος με 27 σημεία ελέγχου για την αντίστροφη σχεδίαση της αεροτομής hms50t (αεροτομή-στόχο) χρησιμοποιώντας τη μέθοδο της Ελεύθερης Παραμόρφωσης με όρια ίσα με 0.04.



**Σχήμα 3.44:** Αποτέλεσμα της διανομής πίεσης γύρω από την υπολογισμένη και την αεροτομή-στόχο.



**Σχήμα 3.45:** Αποτελέσματα σύγκλισης του διαφορικού εξελικτικού αλγορίθμου για την τεχνική των καμπυλών B-Spline και της τεχνική της Ελεύθερης Παραμόρφωσης για 15 και 27 σημεία ελέγχου με εύρος διαστημάτων 0.04.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

### 4.1 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Στη παρούσα εργασία πραγματοποιήθηκαν πειραματικές συγκριτικές μελέτες μεταξύ της τεχνικής της Ελεύθερης Παραμόρφωσης (FFD) και της κλασσικής τεχνική παραμετροποίησης αεροτομών με χρήση καμπύλης B-Spline. Οι τεχνικές αυτές δοκιμάστηκαν σε δύο προβλήματα. Το πρώτο ήταν το απλοποιημένο πρόβλημα ανάκτησης αεροτομής, ενώ το δεύτερο ήταν το πρόβλημα αντίστροφης σχεδίασης αεροτομής με χρήση της διανομής πίεσης της αεροτομής-στόχου. Τα προβλήματα μοντελοποιήθηκαν ως προβλήματα βελτιστοποίησης και επιλύθηκαν με τη χρήση Διαφορικού Εξελικτικού αλγορίθμου. Τα κριτήρια της σύγκρισης των δύο μεθόδων ήταν η ακρίβεια της προσέγγισης που επιτυγχάνουν. Τα συμπεράσματα που παρατίθενται στη συνέχεια αναφέρονται στη χρήση των παραπάνω μεθόδων σε συνδυασμό με τη συγκεκριμένη μέθοδο βελτιστοποίησης. Γενίκευση των συμπερασμάτων απαιτεί την εκτέλεση αντίστοιχων πειραμάτων και με άλλες μεθόδους βελτιστοποίησης.

Στο πρώτο πρόβλημα η προς ελαχιστοποίηση συνάρτηση ήταν το εμβαδόν της διαφοράς μεταξύ της αεροτομής στόχου και της εκάστοτε αεροτομής. Στο δεύτερο πρόβλημα η προς ελαχιστοποίηση συνάρτηση ήταν το εμβαδόν της διαφοράς μεταξύ της διανομής πίεσης αναφοράς και της διανομής πίεσης της εκάστοτε αεροτομής. Για το δεύτερο πρόβλημα οι συνθήκες ροής ήταν: αριθμός Mach = 0.5, αριθμός Reynolds =  $10^6$ , γωνία προσβολής =  $0^\circ$ .

Στο πρώτο πρόβλημα για τη μέθοδο της Ελεύθερης Παραμόρφωσης εξετάσαμε την ανάκτηση της τετραπήφιας αεροτομής NACA 4412, έχοντας ως αρχικές αεροτομές τις NACA 23015, NACA 24012, NACA 2412 και NACA 0012 (με τα 3x5, 3x9, 5x10 σημεία ελέγχου) και τη NACA 0012 (με τα 2x7, 2x13, 2x25 σημεία ελέγχου). Από τα αποτελέσματα επιβεβαιώθηκε ο εμπειρικός κανόνας ότι αυξάνοντας τα σημεία ελέγχου πετυχαίνουμε μεγαλύτερη ακρίβεια. Η ακρίβεια όμως που επιτυγχάνεται εξαρτάται από την αρχική αεροτομή. Η ακρίβεια αυτή συνδέεται με την αύξηση των σημείων κατά τη διεύθυνση της χορδής και όχι κατά την άλλη διεύθυνση. Σε μεγάλο αριθμό μεταβλητών σχεδίασης (50) βελτιώνεται η συμπεριφορά της μεθόδου των καμπυλών B-Spline, όμως εν γένει η τεχνική της Ελεύθερης Παραμόρφωσης υπερέχει σημαντικά. Πρέπει να σημειωθεί ότι η απόδοση της Ελεύθερης Παραμόρφωσης εξαρτάται σημαντικά από την αρχική αεροτομή.

Στον Πίνακα 4.1 περιέχονται συγκεντρωτικά τα αποτελέσματα των πειραμάτων.

Αρχική Αεροτομή	Ακρίβεια με 15 σημεία ελέγχου	Ακρίβεια με 27 σημεία ελέγχου	Ακρίβεια με 50 σημεία ελέγχου
NACA 0012	1.823227E-04	4.787837E-05	7.864553E-05
NACA 2412	1.192780E-04	1.039909E-04	9.743493E-05
NACA 23015	4.056015E-04	1.843591E-04	8.555028E-05
NACA 24012	2.959962E-04	1.299265E-04	1.183824E-04
B-Spline	1.034074E-03	1.841050E-04	6.306329E-05
FFD 0012_2x	3.439722E-04	1.082693E-04	6.718047E-05

**Πίνακας 4.1:** Αποτελέσματα πειραμάτων για την ανάκτηση της αεροτομής NACA 4412 (αεροτομή-στόχο).

Περνώντας στο δεύτερο πρόβλημα της αντίστροφης σχεδίασης της αεροτομής, το πρώτο συμπέρασμα που προέκυψε αναφέρεται στον τρόπο με τον οποία πρέπει να εφαρμόζεται η τεχνική της Ελεύθερης Παραμόρφωσης. Για να μην προκύπτουν αεροτομές με διαφορετική γωνία προσβολής θα πρέπει τα σημεία ελέγχου του παραμετρικού πλέγματος στην ακμή εκφυγής να είναι παγωμένα και η ακμή εκφυγής να ταυτίζεται με σημείο ελέγχου. Αντίστοιχα, στη μέθοδο των καμπυλών B-Spline θα πρέπει τα σημεία ελέγχου στην ακμή φυγής να μην μετακινούνται κατά τη διαδικασία της βελτιστοποίησης.

Στους πίνακες 4.2 και 4.3 απεικονίζονται τα συγκεντρωτικά αποτελέσματα των αριθμητικών δοκιμών που διεξήχθησαν χρησιμοποιώντας την τεχνική Ελεύθερης Παραμόρφωσης και την τεχνική των καμπυλών B-Spline. Με πράσινο χρώμα σημειώνεται η καλύτερη τιμή και με κόκκινο η χειρότερη.

FFD	Ακρίβεια με όρια 0.1
15 σημεία ελέγχου	8.1688649066018E-03
18 σημεία ελέγχου	8.3528613742668E-03
21 σημεία ελέγχου	9.5363900418121E-03
27 σημεία ελέγχου	7.2284077686352E-03
36 σημεία ελέγχου	4.0183449602222E-01

**Πίνακας 4.2:** Αποτελέσματα πειραμάτων για την ανάκτηση της αεροτομής-στόχο με τη μέθοδο της Ελεύθερης Παραμόρφωσης.

<b>NURBS</b>	<b>Ακρίβεια με όρια 0.1</b>	<b>Ακρίβεια με όρια 0.04</b>
<b>15 σημεία ελέγχου</b>	4.1919581657330E-02	4.1777325257741E-02
<b>19 σημεία ελέγχου</b>	5.9948811385742E-02	3.3451171647588E-02
<b>23 σημεία ελέγχου</b>	6.3373783211824E-02	2.5251904863208E-02
<b>27 σημεία ελέγχου</b>	2.6050447978324E-01	2.7349352010981E-02
<b>36 σημεία ελέγχου</b>	2.6093834922062E-01	3.7909568199346E-02

**Πίνακας 4.3:** Αποτελέσματα πειραμάτων για την ανάκτηση της αεροτομής-στόχου με τη μέθοδο των καμπυλών B-Spline.

Η τεχνική της Ελεύθερης Παραμόρφωσης υλοποιήθηκε αρχικά με τα σημεία ελέγχου να κυμαίνονται σε ένα εύρος διαστήματος της τάξης του 0.1. Η ίδια τακτική ακολουθήθηκε και για την τεχνική των καμπυλών B-Spline. Σύμφωνα όμως με τις δοκιμές, το εύρος διαστήματος με τιμή 0.1 αποδείχθηκε υπερβολικό για την τεχνική των καμπυλών B-Spline, αφού αντί να βελτιώνεται η ακρίβεια καθώς αυξάνουμε τον αριθμό των σημείων ελέγχου (βάση και των συμπερασμάτων του 2<sup>ου</sup> κεφαλαίου) η ακρίβεια χειροτέρευσε. Για αυτό το λόγο μειώσαμε το εύρος των διαστημάτων των σημείων ελέγχου από τιμή ίση με 0.1 σε 0.04, επαναλαμβάνοντας τις δοκιμές.

Τα αποτελέσματα των δοκιμών έδειξαν ότι η τεχνική της Ελεύθερης Παραμόρφωσης (FFD) πετυχαίνει καλύτερη ακρίβεια σε σύγκριση με την τεχνική των καμπυλών B-Spline.

Στην περίπτωση που μειώθηκε το εύρος των διαστημάτων για τη μοντελοποίηση με καμπύλη B-Spline, η βελτίωση ήταν σημαντική. Για την περίπτωση αυτή, φάνηκε (όπως ήταν αναμενόμενο) ότι αύξηση των σημείων ελέγχου αυξάνει την ακρίβεια. Αυτό συμβαίνει διότι ο χώρος των εφικτών λύσεων έχει μειωθεί σημαντικά σε σχέση με τη περίπτωση που τα σημεία ελέγχου κυμαίνονταν σε εύρος ίσο με 0.1.

Η ταχύτητα σύγκλισης της τεχνικής της Ελεύθερης Παραμόρφωσης αυξάνεται όσο μειώνεται ο αριθμός των σημείων ελέγχου, ενώ σε μεγάλο αριθμό σημείων ελέγχου δεν επιτυγχάνεται σύγκλιση, λόγω του πολύ μεγάλου χώρου λύσεων.

Ολοκληρώνοντας την παρουσίαση των αποτελεσμάτων και λαμβάνοντας υπόψη τη μείωση του εύρους των ορίων στην τεχνική των καμπυλών B-Spline από την τιμή του 0.1 στο 0.04, εξετάσαμε ενδεικτικά τι αποτέλεσμα θα είχαμε αν μειώναμε επίσης τα όρια από το 0.1 στο 0.04 για 15 και 27 σημεία ελέγχου στην τεχνική της Ελεύθερης Παραμόρφωσης. Και στις δύο περιπτώσεις η τεχνική της Ελεύθερης Παραμόρφωσης λειτούργησε με λίγο χειρότερη ακρίβεια (Πίνακας 4.4).

<b>FFD</b>	<b>Ακρίβεια με όρια 0.1</b>	<b>Ακρίβεια με όρια 0.04</b>
<b>15 σημεία ελέγχου</b>	8.1688649066018E-03	8.3302367266751E-03
<b>27 σημεία ελέγχου</b>	7.2284077686352E-03	8.27968533965061E-03

**Πίνακας 4.4:** Αποτελέσματα πειραμάτων για την ανάκτηση της αεροτομής-στόχου με τη μέθοδο της Ελεύθερης Παραμόρφωσης με όρια 0.1 και 0.04.

Συγκρίνοντας την τεχνική της Ελεύθερης Παραμόρφωσης με την τεχνική των καμπυλών B-Spline με ίδια όρια και ίδιο αριθμό σημείων ελέγχου (Πίνακας 4.5)



παρατηρούμε τα εξής: η τεχνική της Ελεύθερης Παραμόρφωσης πέτυχε πολύ καλύτερη ακρίβεια σε σύγκριση με τη τεχνική των καμπυλών B-Spline στα 15 και 27 σημεία ελέγχου αντίστοιχα.

<b>Ακρίβεια με όρια 0.04</b>	<b>FFD</b>	<b>NURBS</b>
<b>15 σημεία ελέγχου</b>	8.3302367266751E-03	4.1777325257741E-02
<b>27 σημεία ελέγχου</b>	8.27968533965061E-03	2.7349352010981E-02

**Πίνακας 4.5:** Αποτελέσματα πειραμάτων για την ανάκτηση της αεροτομής-στόχο με τις δύο μεθόδους για όρια ίσα με 0.04.

Από τα αποτελέσματα των πειραμάτων φαίνεται μια υπεροχή της μεθόδου της Ελεύθερης Παραμόρφωσης σε σχέση με την κλασσική μέθοδο των καμπυλών B-Spline, όσον αφορά την ακρίβεια που επιτυγχάνεται, όταν αυτές χρησιμοποιούνται σε συνδυασμό με Διαφορικό Εξελικτικό αλγόριθμο.

Η υπεροχή της μεθόδου Ελεύθερης Παραμόρφωσης ίσως οφείλεται στο γεγονός ότι η γεωμετρία της αεροτομής μεταβάλλεται πολύ λιγότερο για δεδομένες μεταβολές των σημείων του παραμετρικού πλέγματος, από ότι συμβαίνει στην περίπτωση της χρησιμοποίησης καμπυλών B-Spline. Έτσι, ο χώρος των λύσεων παρουσιάζει πολύ λιγότερες διακυμάνσεις και είναι πιο εύκολο το πρόβλημα της βελτιστοποίησης.

Η μελέτη που έγινε δεν είναι εξαντλητική, ούτε μπορεί να εξάγει οριστικά συμπεράσματα. Δίνει όμως κάποιες ενδείξεις για την υπεροχή της μεθόδου FFD στο πρόβλημα της αντίστροφης σχεδίασης αεροτομής. Σε συνδυασμό με τα υπόλοιπα προτερήματα της μεθόδου, όπως αυτά αναλύθηκαν στο κεφάλαιο 1, φαίνεται ότι η μέθοδος είναι πολύ υποσχόμενη για εφαρμογές αεροδυναμικής σχεδίασης και βελτιστοποίησης.

## Ελληνική Βιβλιογραφία

[Αμοιραλής, 2004], Ελευθέριος Ι. Αμοιραλής, *Ανάπτυξη λογισμικού για διεπιδραστική σχεδίαση και μελέτη αεροτομών*, Διπλωματική Εργασία, Χανιά, Πολυτεχνείο Κρήτης, 2004.

[Πετρακοπούλου, 2005], Πετρακοπούλου Φωτεινή Κωνσταντίνα, *Μελέτη των δυνατοτήτων επιτάχυνσης των Διαφορικών Εξελικτικών αλγορίθμων*, Διπλωματική Εργασία, Χανιά, Πολυτεχνείο Κρήτης, 2005.

## Διεθνής Βιβλιογραφία

[Abbott and Doenhoff, 1959], Ira H. Abbott and Albert E Von Doenhoff, *Theory of Wing Sections*, Dover, 1959.

[Antreoli et al., 2003], Michele Antreoli, Ales Janka, Jean-Antoine Désidéri, *Free-Form-deformation parameterization for multilevel 3D shape optimization in aerodynamics*, INRIA SOPHIA ANTIPOLIS, Research Report, No. 5019, 2003.

[Barr, 1984], A. H. Barr, “Global and Local Deformation of Solid Primitives”, *Computer Graphics*, vol. 18, No.3, pp. 21-30, 1984.

[Bloor and Wilson, 1995], M. I. Bloor, M. J. Wilson, “Efficient Parameterization of Generic Aircraft Geometry”, *Journal of Aircraft*, vol. 32, No. 6, pp. 1269-1275, 1995.

[Braibant and Fleury, 1984], V. Braibant, C. Fleury, “Shape Optimal Design Using B-Splines”, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 44, No.3, pp. 247-267, 1984.

[Brown et al., 1998], J. M. Brown, M. I. G. Bloor, M. S. Bloor, M. J. Wilson, “The Accuracy of B-Spline Finite Element Approximations to PDE Surfaces”, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol.158, No.3, pp. 221-234, 1998.

[Chadwich et al., 1989], J.E. Chadwich, D.R. Haumann, R.E. Parent, “Layered Construction for Deformable Animated Characters”, *ACM Computer Graphics, Siggraph '89*, vol. 23, No. 3, pp. 243-252, 1989.

[Chang and Rockwood, 1994], Yu-Kuang Chang, Alyn P. Rockwood, “A generalized de Casteljau approach to 3D free-Form deformation”, *Computer Graphics Proceedings*, Annual Conference Series, pp. 257-260, 1994.

[Cheutet et al., 2004], Vincent Cheutet, Chiara E. Catalano, Jean-Philippe Pernot, Bianca Falcidieno, Franca Giannini, Jean-Claude Léon, “3D Sketching with Fully Free Form Deformation Features ( $\delta$ -F<sup>4</sup>) for Aesthetic Design”, in *Proceedings of the EUROGRAPHICS Workshop on Sketch-Based Interfaces and Modeling*, 2004.

---

[Chua and Neumann, 2000], C. Chua, U. Neumann, "Hardware-Accelerated Free-Form Deformation", in *Proceedings of the ACM SIGGRAPH/EUROGRAPHICS Workshop on Graphics Hardware*, HWWS '00, ACM Press, Switzerland, 2000.

[Clark, 1981], J. H. Clark, *Parametric curves, Surfaces and Volumes in Computer Graphics and Computer Aided Geometric Design*, Technical Report 221, Stanford University, 1981.

[Coquillart, 1990], S. Coquillart, "Extended Free-Form Deformation: A Sculpturing Tool for 3D Geometric Modeling", *Computer Graphics*, vol. 24, No. 4, pp. 187-193, 1990.

[Coquillart and Jancéne, 1991], S. Coquillart, P. Jancéne, "Animated Free-Form Deformation: An Interactive Animation Technique", SIGGRAPH '91 Conference, *Computer Graphics*, vol. 25, No. 4, pp. 23-26, 1991.

[Cox, 1972], M. G. Cox, "The numerical evaluation of B-Splines", *Journal of the Institution of Mathematical Applications*, vol. 10, pp. 134-149, 1972.

[Davis and Burton, 1991], O. R. Davis, R. P. Burton, "Free-Form Deformation as an Interactive Modeling Tool", *Journal of Imaging Technology*, vol. 17, No. 4, pp. 181-187, 1991.

[DeBoor, 1972], C. DeBoor, "On calculating with B-Splines", *Journal of Approximation Theory*, vol. 6, pp. 50-62, 1972.

[Desideri and Janka, 2004], J.A. Desideri, A. Janka, "Multilevel Shape Parameterization for Aerodynamic Optimization: Application to Drag and Noise Reduction of Transonic/Supersonic Business Jet", in *Proceedings of the European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering*, ECCOMAS 2004, Jyväskylä, 2004.

[Draper and Egberg, 2003], G. Draper, P. Egberg, "A Gestural Interface to Free-Form Deformation", *Graphics Interface*, pp. 113-120, 2003.

[Drela, 1989], Drela, M., "XFOIL: An Analysis and Design System for Low Reynolds Number Airfoils", in *Proceedings of the Conference on Low Reynolds Number Airfoil Aerodynamics*, University of Notre Dame, June 1989.

[Faloutsos et al., 1997], P. Faloutsos, M. van de Panne, D. Terzopoulos, "Dynamic Free-Form Deformations for Animation Synthesis", *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics* 3, vol. 3, No. 3, pp. 201-214, 1997.

[Feng et al., 1997], J. Feng, , P. Heng, , T. Wong, "Accurate B-spline Free-Form Deformation of Polygonal Objects", *Journal of Graphics Tools*, vol. 3, No. 3, pp. 11-27, 1997.

[Feng et al., 1999], Jieqing Feng, Lizhuang Ma, Qunsheng Peng, "A New Free-form Deformation through the Control of Parametric Surfaces", *Computers & Graphics*, vol. 20, No. 4, pp. 531-539, 1999.

---

- [Gain and Dodgson, 1999], J. E. Gain, N. A. Dodgson, "Adaptive Refinement and Decimation under Free-Form Deformation", in *Proceedings of the EUROGRAPHICS UK '99*, Fitzwilliam College, Cambridge, ISBN 0-9521097-8-6, 1999.
- [Griessmaier and Purgathofer, 1989], J. Griessmaier, W. Purgathofer, "Deformation of Solids with Trivariate B-Splines", in *Proceedings of the EUROGRAPHICS 89*, Elsevier Science Publishers, North Holland, pp. 137-148, 1989.
- [Hall, 1993], V. Hall, "Morphing in 2-D and 3-D", *Dr. Dobbs's*, vol. 18, No. 7, pp. 18-26, 1993.
- [Hicks and Henne, 1978], R. M. Hicks, P. A. Henne, "Wing Design by Numerical Optimization", *Journal of Aircraft*, vol. 15, No. 7, pp. 407-412, 1978.
- [Hsu et al., 1992], W. M. Hsu, J. F. Hughes, H. Kaufman, "Direct Manipulation of Free-Form Deformations", *Computer Graphics*, vol. 26, No. 2, pp. 177-184, 1992.
- [Hua and Qin, 2003], J. Hua, H. Qin "Free-Form Deformations via Sketching and Manipulating Scalar Fields", in *Proceedings of the 8th ACM Symposium on Solid Modeling and Applications*, ACM Press, ISBN: 1-58113-706-0, pp. 328-333, Seattle, Washington, USA, 2003.
- [Ilic and Fua, 2002], S. Ilic, P. Fua, "Using Dirichlet Free Form Deformation to Fit Deformable Models to Noisy 3-D Data", in *Proceedings of the European Conference on Computer Vision*, Copenhagen, Denmark, 2002.
- [Kalra et al., 1992], P. Kalra, A. Mangili, N. Thalmann, D. Thalmann, "Simulation of facial muscle actions based on rational free-form deformation", *EUROGRAPHICS '92, Comp. Graph. Forum*, vol. 2, No. 3, 1992.
- [Kazuya and Katsutoshi, 2003], Kazuya G. Kobayashi, Katsutoshi Ootsubo, "t-FFD: Free-Form Deformation by using Triangular Mesh", in *Proceedings of the 8th ACM symposium on Solid Modeling and applications*, ACM Press, ISBN: 1-58113-706-0, pp. 226-234, 2003.
- [LaCourse, 1995], D. E. LaCourse, *Handbook of Solid Modeling*, McGraw-Hill, New York, 1995.
- [Lamoussin and Waggenspack, 1994], H. J. Lamoussin, W. N. Waggenspack, "NURBS- Based Free-Form Deformations", *IEEE Computer Graphics and Applications*, vol. 14, No. 6, pp. 59-65, 1994.
- [Leiva and Watson, 1998], J. P. Leiva, B. C. Watson, "Automatic Generation of Basis Vectors for Shape Optimization in the GENESIS Program", *7<sup>th</sup> AIAA/USAF/NASA/ISSMO Symposium on Multidisciplinary Analysis and Optimization Conference Proceedings*, AIAA, Reston, VA, 1998.
-

[Lyakh, 2002], A.M.Lyakh, "An Application of Free Form Deformation to Phytoplankton Cells Modeling", in *Proceedings of the EWCG 18th European Workshop on Computational Geometry*, Warszawa, Poland, 2002.

[MacCracken and Kenneth, 1996], R. MacCracken, J. Kenneth, "Free-Form Deformations with Lattices of Arbitrary Topology", in *Proceedings of the 23rd annual conference on Computer graphics and interactive techniques*, ISBN: 0-89791-746-4, pp. 181-188, 1996.

[Moccozet and Thalmann, 1997], L. Moccozet, N. M. Thalmann, "Multilevel Deformation Model Applied to Hand Simulation for Virtual Actors", in *Proceedings of the 1997 international Conference on Virtual Systems and Multimedia*, VSMM, IEEE Computer Society, Washington, USA, 1997.

[Nikolos, 2004], I. K. Nikolos, "Inverse Design of Aerodynamics Shape Using Differential Evolution Coupled with Artificial Neural Network", in *Proceedings of the ERCOFTAC Conference in Design Optimization: Methods and Applications*, Athens, Greece, 2004.

[Patricialakis and Maekawa, 2002], N. M. Patricialakis, T. Maekawa, *Shape interrogation for Computer Aided Design and Manufacturing*, Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York, ISBN 3-540-42454-7, 2002.

[Picket et al., 1973], R. M. Picket, M. F. Rubinstein, R. B. Nelson, "Automated Structural Synthesis Using a Reduced Number of Design Coordinates", *AIAA Journal*, vol. 11, No. 4, pp. 498-494, 1973.

[Piegl and Tiller, 1997], Les Piegl, Wayne Tiller, *The NURBS Book*, Springer, 2<sup>nd</sup> Edition, 1997.

[Ronzheimer, 2002], A. Ronzheimer, "Post-Parameterization of Complex CAD-Based Aircraft-Shapes Using Freeform Deformation", in *Proceedings of the 8th International Conference on Numerical Grid Generation in Computational Field Simulations*, Honolulu (USA), 2002.

[Ronzheimer, 2004], A. Ronzheimer, "Shape Parameterization Based on Freeform Deformation in Aerodynamic Design Optimization", in *Proceedings of the ERCOFTAC Conference in Design Optimization: Methods & Applications*, Athens, Greece, March 31- April 2, 2004.

[Rueckert et al., 1999], D. Rueckert, L. I. Sonoda, C. Hayes, D. L. G. Hill, M. O. Leach, D. J. Hawkes, "Nonrigid Registration Using Free-Form Deformations: Application to Breast MR Images", *IEEE Transactions on Medical Imaging*, vol. 18, No. 8, pp. 712-721, 1999.

[Samareh, Jan-Feb 1999], J. A. Samareh, "Status and Future of Geometry Modeling and Grid Generation for Design Optimization", *Journal of Aircraft*, vol. 36, No. 1, pp. 712-721, Jan-Feb 1999.

---

[Samareh, May 1999], J. A. Samareh, *A Novel Shape Parameterization Approach*, Technical Report. NASA-TM-1999-209116, 1999.

[Samareh, June 1999], J. A. Samareh, "A Survey of Shape Parameterization Techniques", CEAS/AIAA/ICASE/NASA Langley International Forum on Aeroelasticity and Structural Dynamics, June 22-25, 1999.

[Samareh, 2000], J. A. Samareh, "Multidisciplinary Aerodynamic-Structural Shape Optimization Using Deformation (MASSOUD)", AIAA paper 2000-4911, 2000.

[Samareh, May 2001], J. A. Samareh, "Survey of Shape Parameterization Techniques for High-Fidelity Multidisciplinary Shape Optimization", *AIAA Journal*, vol. 39, No. 5, pp. 877-884, 2001.

[Samareh, 2004], J. A. Samareh, "Aerodynamic Shape Optimization Based on Freeform Deformation", 10th AIAA/ISSMO Multidisciplinary Analysis and Optimization Conference, AIAA paper 2004-4630, New York, 2004.

[Sarakinis, Amoiralis and Nikolos, 2005], S. Sarakinis, E. Amoiralis, I. Nikolos, "Exploring Freeform Deformation Capabilities in Aerodynamic Shape Parameterization", in *Proceedings of the IEEE EUROCON 2005*, Serbia & Montenegro, Belgrade, November 22-24, 2005.

[Schein and Elber, 2004], Sagi Schein, Gershon Elber, "Discontinuous Free Form Deformations", Computer Graphics and Applications, in *Proceedings of the 12th Pacific Conference on Graphics*, Seoul, Korea, pp. 227-236, 2004.

[Sederberg and Parry, 1986], T. W. Sederberg, S. R. Parry, "Free-Form Deformation of Solid Geometric Models", *Computer Graphics*, vol. 20, No. 4, pp. 151-160, 1986.

[Sederberg et al., 2003], T. W. Sederberg, J. Zheng, A., Bakenov, A. Nasri, "T-Splines and T-NURCCs", *ACM Transactions on Graphics*, vol. 22, No. 3, pp. 477-484, 2003.

[Smith et al., 1995], R. E. Smith, M. I. G. Bloor, M. J. Wilson, A. T. Thomas, "Rapid airplane Parametric Input Design", in *Proceedings of the AIAA 12<sup>th</sup> Computational Fluid Dynamics Conference*, AIAA, Washington, DC, pp. 452-462, 1995.

[Song and Yang, 2005], W. Song, X. Yang, "Free-form deformation with weighted T-spline", *The Visual Computer: International Journal of Computer Graphics*, vol. 21, No. 3, pp. 139-151, 2005.

[Watt and Watt, 1992], A. Watt, M. Watt, *Advanced Animation and Rendering Techniques*, Addison-Wesley, New York, 1992.

[Yoshizawa et al., 2002], S. Yoshizawa, A. G. Belyaev, H. Seidel, "A Simple Approach to Interactive Free-Form Shape Deformations", in *Proceedings of the 10th Pacific Conference on Computer Graphics and Applications*, IEEE Computer Society, Washington, USA, 2002.

---

[Yu and Soni, 1999], Tzu-Yi Yu, Bharat K.Soni, *NURBS in structured Grid Generation*, In Thompson, J. F., Soni, B. K. and Weatherill, N. P., editors, *Handbook of Grid Generation*, CRC Press, 1999.

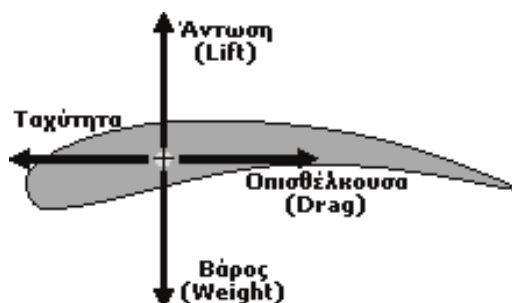
[Yutaka et al., 2002], Yutaka Ono, Bing-Yu Chen, Tomoyuki Nishita, Jieqing Feng, “Free-Form Deformation with Automatically Generated Multiresolution Lattices”, in *IEEE Cyberworlds 2002 Conference Proceedings*, pp. 472-479, 2002.

## ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α

Στο Παράρτημα Α παρουσιάζεται μια σύντομη ανάλυση στα κύρια χαρακτηριστικά μιας αεροτομής. Για περισσότερες πληροφορίες σχετικά με την κατασκευή των σημαντικότερων τυποποιημένων αεροτομών NACA αλλά και των μη τυποποιημένων αεροτομών με χρήση των καμπυλών NURBS, ο αναγνώστης παραπέμπεται στην ακόλουθη αναφορά [Αμοιραλής, 2004].

### Π.Α.1 ΣΥΝΤΟΜΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΚΑΙ ΚΥΡΙΑ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΤΩΝ ΑΕΡΟΤΟΜΩΝ

Οι κύριες δυνάμεις που εφαρμόζονται στην πτέρυγα ενός αεροσκάφους παρουσιάζονται στο σχήμα Π.Α.1:



Σχήμα Π.Α.1: Οι δυνάμεις που ενεργούν στην αεροτομή.

Η πτέρυγα του αεροσκάφους αποτελεί τον φορέα εφαρμογής της άνωσης, ενώ το σημείο εφαρμογής της άνωσης βρίσκεται στο κέντρο πιέσεων της πτέρυγας. Ανάλογα με τα χαρακτηριστικά του αεροσκάφους η πτέρυγα παίρνει διάφορες μορφές, τόσο ως προς την κάτοψη όσο και ως προς την τομή.

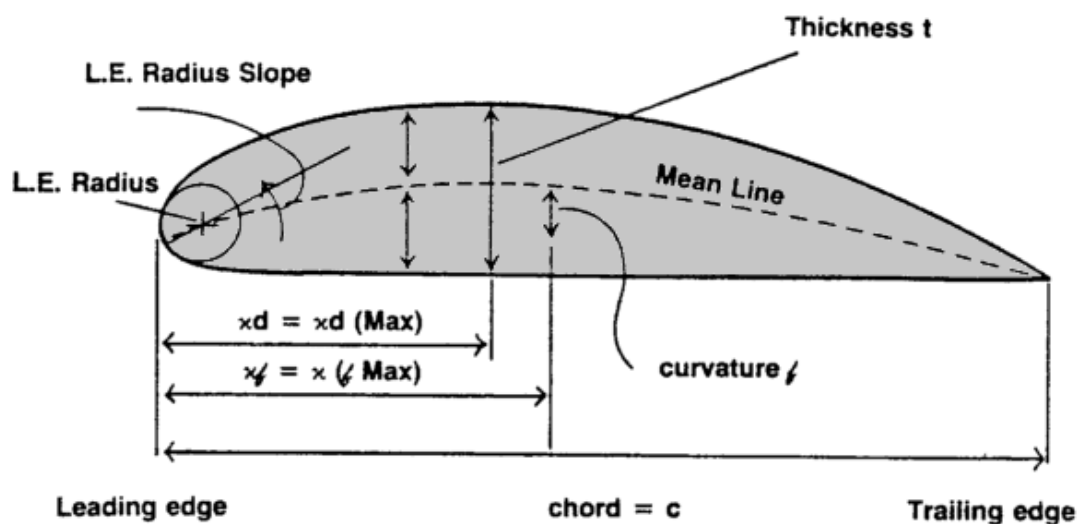
Η αντίσταση του αεροσκάφους έχει φορέα τη διεύθυνση της ταχύτητας και το σημείο εφαρμογής της εξαρτάται από τη μορφή του αεροσκάφους. Την αεροδυναμική αυτή αντίσταση (οπισθέλκουσα) υπερνικά (για οριζόντια ομαλή πτήση) η προωστική δύναμη του προωθητικού συστήματος του αεροσκάφους. Το προωθητικό σύστημα του αεροσκάφους μπορεί να είναι ένας έλικας, που κινείται από εμβολοφόρο μηχανή εσωτερικής καύσης ή από στροβιλοκινητήρα, ή στροβιλοαντιδραστήρα ή στροβιλοφυσητήρα. Η προωστική δύναμη αυτή γίνεται δεκτό ότι έχει φορέα εφαρμογής τον διαμήκη άξονα του αεροσκάφους. Πολλές φορές, για απλούστευση των σχετικών υπολογισμών επίδοσης του αεροσκάφους, γίνεται η απλοποίηση ότι ο διαμήκης άξονας συμπίπτει με τη διεύθυνση πτήσης του αεροσκάφους.

Στη συνέχεια θα αναλυθούν τα κύρια χαρακτηριστικά μιας αεροτομής. Αναλυτικότερα, μια αεροτομή συντίθεται από την άνω επιφάνεια (πλευρά υποπίεσης) και την κάτω επιφάνεια (πλευρά υπερπίεσης). Μια οικογένεια αεροτομών βασίζεται σε ένα μικρό αριθμό παραμέτρων, με την μεταβολή των οποίων υπολογίζονται οι συντεταγμένες των δύο επιφανειών της αεροτομής. Μερικές από τις κύριες παραμέτρους, που χρησιμοποιούνται για την κατασκευή διαφόρων οικογενειών αεροτομών, είναι οι εξής [Abbott and Doenhoff, 1959]:



- ✓ μέγιστο πάχος,
- ✓ μέγιστη καμπυλότητα σε σχέση με τη χορδή,
- ✓ θέση του μέγιστου πάχους σε σχέση με τη χορδή,
- ✓ θέση της μέγιστης καμπυλότητας σε σχέση με τη χορδή και
- ✓ ακτίνα καμπυλότητας του χείλους προσβολής.

Χρησιμοποιώντας πολυώνυμα συγκεκριμένου βαθμού και τις παραπάνω παραμέτρους μπορούν να παραχθούν διαφορετικές μορφές αεροτομών. Αυτό έγινε από τον Eastman Jacobs στις αρχές της δεκαετίας του 1930 για να δημιουργήσει μια οικογένεια αεροτομών, γνωστές ως αεροτομές NACA. Τα βασικά χαρακτηριστικά μια αεροτομής παρουσιάζονται στο σχήμα Π.Α.2. Οι αεροτομές NACA κατασκευάζονται με βάση μία διανομή μέσης γραμμής και μία διανομή πάχους. Η μέση γραμμή δημιουργεί την κύρτωση της αεροτομής. Η τελική αεροτομή προκύπτει εάν στη μέση γραμμή τοποθετηθούν κύκλοι με ακτίνα τη διανομή πάχους στο συγκεκριμένο σημείο.



Σχήμα Π.Α.2: Γεωμετρικά χαρακτηριστικά μια αεροτομής.

Αναλυτικά, τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά της αεροτομής είναι:

- ✓ Χείλος προσβολής (Leading Edge): είναι το σημείο της αεροτομής από το οποίο ξεκινά η μέση γραμμή της.
- ✓ Χείλος εκφυγής (Trailing Edge): είναι το σημείο της αεροτομής στο οποίο καταλήγει η μέση γραμμή της.
- ✓ Χορδή (Chord): είναι το ευθύγραμμο τμήμα, που συνδέει τα άκρα της μέσης γραμμής, δηλαδή το χείλος προσβολής και το χείλος εκφυγής της αεροτομής.
- ✓ Μέση γραμμή κύρτωσης (Mean camber line): Είναι ο γεωμετρικός τόπος των σημείων, που απέχουν ίση απόσταση από την άνω και κάτω επιφάνεια της αεροτομής.
- ✓ Διανομή πάχους (Thickness distribution): είναι η συνάρτηση που καθορίζει τη διανομή πάχους σε όλο το μήκος της μέσης γραμμής της αεροτομής.