



ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ

ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΚΑΙ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ

ΤΟΜΕΑΣ: ΟΡΓΑΝΩΣΗ ΚΑΙ ΔΙΟΙΚΗΣΗ

*Μεταπτυχιακή διατριβή για την απόκτηση
Μεταπτυχιακού Διπλώματος Ειδίκευσης*

Θέμα:

*«Μελέτη και χρήση προσαρμοστικών αλγόριθμων σε συστήματα
κινητών επικοινωνιών»*

υπό

Παπαδημητρίου Δημήτριο

Χανιά, 2005

Τριμελής επιτροπή

- *Ματσατσίνης Νικόλαος*
- *Μυγδαλάς Αθανάσιος*
- *Κοσματοπούλος Ηλίας*

*Υπό την καθοδήγηση του κ. Κοσματοπούλου Ηλία
Λέκτορας τμήματος Μηχανικών Παραγωγής & Διοίκησης του
Πολυτεχνείου Κρήτης*

Ευχαριστίες

Θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον κύριο Κοσματοπούλο Ηλία για την δυνατότητα που μου έδωσε να συνεργαστώ μαζί του στα πλαίσια του μεταπτυχιακής διατριβής μου καθώς επίσης και για τις επισημάνσεις του κατά την εκπόνηση αυτής.

Ευχαριστώ επίσης τον κύριο Ματσατσίνη Νικόλαο και τον κύριο Μύγδαλα Αθανάσιο γιατί αποδέχθηκαν να αποτελέσουν μέλη της εξεταστικής επιτροπής καθώς επίσης και για τον πολύτιμο χρόνο που αφιέρωσαν για την μελέτη της συγκεκριμένης εργασίας.

Φυσικά δεν θα μπορούσα να ξεχάσω την οικογένεια μου για την οικονομική αλλά προπάντων ηθική υποστήριξη όλων αυτών των χρόνων.

Ευχαριστώ επίσης την Σοφία και τους φίλους μου, Άρη και Κώστα, για την συνεχή υποστήριξη τους.

Αύρα - Αναστασία
Καλώς όρισες!!!

Περίληψη

Η διάταξη πολλών στοιχείων ακτινοβολίας που λειτουργούν ταυτόχρονα με σκοπό την παραγωγή κατευθυνόμενης ακτινοβολίας ονομάζεται στοιχειοκεραία (antenna array) και αποτελεί μία από τις βασικότερες κατηγορίες κεραιών, λόγω των πολλών εφαρμογών τους στην εξυπηρέτηση τηλεπικοινωνιακών αναγκών. Πολλά μικρά στοιχεία ακτινοβολίας χρησιμοποιούνται σε μια στοιχειοκεραία ώστε να παραχθεί ένα ικανοποιητικό επίπεδο απόδοσης. Οι στοιχειοκεραίες προσφέρουν την μοναδική δυνατότητα της ηλεκτρονικής περιστροφής του κύριου λοβού ακτινοβολίας τους. Αυτό γίνεται εφικτό με την κατάλληλη επιλογή της ρευματικής διέγερσης κάθε στοιχείου ακτινοβολίας, επιτυγχάνονται με αυτόν τον τρόπο βελτιωμένες ιδιότητες για τη στοιχειοκεραία σε σχέση με τις αντίστοιχες ιδιότητες ενός απλού στοιχείου της. Όταν μια στοιχειοκεραία λειτουργεί με αυτόν τον τρόπο ονομάζεται στοιχειοκεραία φάσης. Οι στοιχειοκεραίες αυτού του τύπου βρίσκουν εφαρμογή στα συστήματα ραντάρ.

Η ακτινοβολία μιας στοιχειοκεραίας καθορίζεται από τον παράγοντα διάταξης (array factor) που είναι άμεσα συνδεδεμένος με τις ρευματικές διεργασίες των στοιχείων. Οι διεργασίες αυτές ονομάζονται βάρη. Με τον καθορισμό αυτών των βαρών και την δυνατότητα εναλλαγής η στοιχειοκεραία έχει την δυνατότητα να περιστρέφει τον λοβό ακτινοβολίας προς κάποια συγκεκριμένη κατεύθυνση ενώ ταυτόχρονα να εξαλείφει την ακτινοβολία της προς κάποιες άλλες κατευθύνσεις για την αποφυγή παρεμβολών.

Σκοπός αυτής της εργασίας είναι να καθοριστεί ο βέλτιστος πίνακας βαρών (ρευματικές διεργασίες των στοιχείων) που θα μμεγιστοποιούν ή ελαχιστοποιούν τον παράγοντα διάταξης της στοιχειοκεραίας σε συγκεκριμένες κατευθύνσεις. Για την επίτευξη του στόχου αυτού θα αναπτυχθούν και θα μελετηθούν μια σειρά από προσαρμοστικούς αλγόριθμους, μεταξύ των οποίων και ένας νέος υβριδικός.

Περιεχόμενα

Κεφάλαιο 1: Εισαγωγή

1.1	Εισαγωγή – στόχοι εργασίας	10
-----	----------------------------	----

Κεφάλαιο 2: Εισαγωγή στα συστήματα αυτόματου και προσαρμοστικού ελέγχου

2.1	Γενικά	13
2.2	Βασικές έννοιες των συστημάτων αυτομάτου ελέγχου	14
2.3	Εισαγωγή στον προσαρμοστικό έλεγχο (adaptive control)	16
2.4	Εφαρμογές του προσαρμοστικού ελέγχου	17
2.4.1	Έξυπνες κεραίες (smart antennas)	17
2.4.2	Προσαρμοστικός Έλεγχος στην Ψηφιακή Διαμόρφωση και Κωδικοποίηση πληροφορίας (Adaptive Modulation and Coding)	18
2.4.3	Προσαρμοστική δρομολόγηση (adaptive routing)	19
2.4.4	Προσαρμοστική ακύρωση ηχούς	19

Κεφάλαιο 3: Κεραίες

3.1	Ορισμός Κεραίας	22
3.2	Τύποι Κεραιών	23
3.2.1	Καλωδιακές Κεραίες (Wire Antennas)	23
3.2.2	Κεραίες Ανοίγματος (Aperture Antennas)	24
3.2.3	Κεραίες Μικροταινιών (Microstrip Antennas)	25
3.2.4	Κεραίες Ανακλαστήρα (Reflector Antennas)	26
3.2.5	Κεραίες Φακών (Lens Antennas)	27
3.2.6	Στοιχειοκεραίες (Antenna Arrays)	28

Κεφάλαιο 4: Θεωρία Στοιχειοκεραιών

4.1	Εισαγωγή	30
4.2	Στοιχειοκεραίες Πολλών Στοιχείων	31
4.3	Γραμμικές στοιχειοκεραίες N- στοιχείων	34
4.3.1	Επιδράσεις από την μεταβολή των παραμέτρων της στοιχειοκεραίας	38
4.4	Προσαρμοστική περιστροφή λοβών	43

Κεφάλαιο 5: Απόδοση συστημάτων περιστροφής λοβών και προσαρμοστικοί αλγόριθμοι

5.1	Κριτήρια βελτιστοποίησης απόδοσης	50
5.1.1	Κριτήριο ελάχιστου μέσου τετραγωνικού σφάλματος	50
5.1.2	Κριτήριο μέγιστου λόγου σήματος προς παρεμβολή	52
5.1.3	Κριτήριο μέγιστης πιθανοφάνειας	53
5.1.4	Κριτήριο ελάχιστης διαφοράς	55
5.2	Προσαρμοστικοί αλγόριθμοι	56
5.2.1	Ιστορική αναδρομή	56
5.2.2	Αλγόριθμος Ελάχιστων μέσων τετράγωνων (Least Mean Squares – LMS)	58

5.2.3	Αλγόριθμος δειγματοληπτικής αντιστροφής πίνακα (Sample Matrix Inversion - SMI)	61
5.2.4	Αλγόριθμος κανονικοποιημένων ελαχίστων μέσων τετράγωνων (Normalized Least Mean Squares – NLMS)	63
5.2.5	Υβριδικός αλγόριθμος	65
Κεφάλαιο 6: Προσομοιώσεις και Αποτελέσματα		
6.1	Μελέτη προσαρμογής λοβών ακτινοβολίας	68
6.1.1	Μελέτη αλγόριθμου LMS σε σχέση με το μέγεθος στοιχειοκεραιας	69
6.1.2	Μελέτη αλγόριθμου LMS σε σχέση με την απόσταση των στοιχείων της κεραίας	73
6.1.3	Μελέτη της ταχύτητας σύγκλισης και της ευστάθειας του αλγορίθμου LMS	76
6.1.4	Μελέτη παράγοντα διάταξης σε σχέση με τον σηματοθορυβικό λόγο με χρήση του LMS	79
6.1.5	Μελέτη του παράγοντα διάταξης σε ένα πραγματικό κανάλι με χρήση του LMS	81
6.1.6	Μελέτη του αλγόριθμου δειγματοληπτικής αντιστροφής πίνακα	83
6.1.7	Μελέτη του αλγόριθμου κανονικοποιημένων ελαχίστων μέσων τετράγωνων	85
6.1.8	Σύγκριση μεταξύ των αλγορίθμων LMS, NLMS και Υβριδικού αλγορίθμου	88
Κεφαλαίο 7: Συμπεράσματα – Μελλοντικές επεκτάσεις		90
Βιβλιογραφία		94
Δημοσιεύσεις		96

Λίστα εικόνων

Εικόνα 2.1: Σχηματικό διάγραμμα συστήματος με είσοδο και έξοδο	14
Εικόνα 2.2: Ανοιχτό σύστημα.....	15
Εικόνα 2.3: Κλειστό σύστημα	15
Εικόνα 3.4: Η κεραία σε συσκευή εκπομπής ή λήψης ηλεκτρομαγνητικής ενέργειας	22
Εικόνα 3.5: Τύποι καλωδιακών κεραιών	23
Εικόνα 3.6: Τύποι κεραιών ανοίγματος.....	24
Εικόνα 3.7: Αντιπροσωπευτικοί σχηματισμοί μεταλλικών ταινιών	25
Εικόνα 3.8: Ορθογώνιες και κυκλικές κεραιές μικροταινιών.....	26
Εικόνα 3.9: Τύποι παραβολικού ανακλαστήρα	27
Εικόνα 3.10: Γωνιακός ανακλαστήρας.....	27
Εικόνα 3.11: Τύποι κεραιών φακών	28
Εικόνα 3.12: Τύποι στοιχειοκεραιών	29
Εικόνα 4.13: Γεωμετρία στοιχειοκεραίας.....	32
Εικόνα 4.14: Ακτινοβολία μιας μη ισότροπης κεραίας	34
Εικόνα 4.15: Γεωμετρία χωρικά ομοιόμορφης γραμμικής στοιχειοκεραίας	35
Εικόνα 4.16: Μετωπική ή ευρύπλευρη στοιχειοκεραία.....	39
Εικόνα 4.17: Αξονική ή ακμοπυροδοτική στοιχειοκεραία	40
Εικόνα 4.18: Καρτεσιανό διάγραμμα ακτινοβολίας για στοιχειοκεραία 20 στοιχείων και απόσταση $d=\lambda/2$	40
Εικόνα 4.19: Καρτεσιανό διάγραμμα ακτινοβολίας για στοιχειοκεραία 20 στοιχείων και απόσταση $d=\lambda/4$	41
Εικόνα 4.20: Καρτεσιανό διάγραμμα ακτινοβολίας για στοιχειοκεραία 20 στοιχείων και απόσταση $d=\lambda/2$	41
Εικόνα 4.21 Καρτεσιανό διάγραμμα ακτινοβολίας για στοιχειοκεραία 10 στοιχείων και απόσταση $d=\lambda/2$	42
Εικόνα 4.22: Διάταξη στοιχειοκεραίας.....	45
Εικόνα 5.23: Δομή συστήματος περιστροφής λοβών με χρήση του LMS	60
Εικόνα 5.24: Δομή συστήματος περιστροφής λοβών με χρήση του SMI	62
Εικόνα 6.25: Πολικό (α) και καρτεσιανό (β) διάγραμμα του παράγοντα διάταξης για στοιχειοκεραία 5 στοιχείων και χρήση προσαρμοστικού αλγορίθμου LMS.....	70
Εικόνα 6.26: Πολικό (α) και καρτεσιανό (β) διάγραμμα του παράγοντα διάταξης για στοιχειοκεραία 9 στοιχείων και χρήση προσαρμοστικού αλγορίθμου LMS.....	71
Εικόνα 6.27: Πολικό (α) και καρτεσιανό (β) διάγραμμα του παράγοντα διάταξης για στοιχειοκεραία 16 στοιχείων και χρήση προσαρμοστικού αλγορίθμου LMS.....	72
Εικόνα 6.28: Πολικό (α) και καρτεσιανό (β) διάγραμμα του παράγοντα διάταξης για στοιχειοκεραία 9 στοιχείων και απόσταση $d=\lambda/4$	74
Εικόνα 6.29: Πολικό (α) και καρτεσιανό (β) διάγραμμα του παράγοντα διάταξης για στοιχειοκεραία 9 στοιχείων και απόσταση $d=3\lambda/4$	75
Εικόνα 6.30: Μέσο τετραγωνικό σφάλμα του LMS αλγορίθμου για $\mu=0,01 - 0,005 - 0,001$	76
Εικόνα 6.31: διάγραμμα κανονικοποιημένου παράγοντα διάταξης του LMS αλγορίθμου για $\mu=0,01 - 0,005 - 0,001$	77
Εικόνα 6.32: Πολικό (α) και καρτεσιανό (β) διάγραμμα του παράγοντα διάταξης για στοιχειοκεραία 9 στοιχείων και χρήση προσαρμοστικού αλγορίθμου LMS με $\mu=0,001$	78

Εικόνα 6.33: Πολικό (α) και καρτεσιανό (β) διάγραμμα του παράγοντα διάταξης για στοιχειοκεραία 9 στοιχείων και χρήση προσαρμοστικού αλγορίθμου LMS με $\mu=0,005$	78
Εικόνα 6.34: Πολικό (α) και καρτεσιανό (β) διάγραμμα του παράγοντα διάταξης για στοιχειοκεραία 9 στοιχείων και χρήση προσαρμοστικού αλγορίθμου LMS με $\mu=0,01$	79
Εικόνα 6.35: Μέσο τετραγωνικό για τον αλγόριθμο LMS μεταβάλλοντας τον σηματοθορυβικό λόγο.....	80
Εικόνα 6.36: Διάγραμμα του παράγοντα διάταξης του LMS για διαφορετικό αριθμό στοιχείων και τιμές σηματοθορυβικού λόγου.....	81
Εικόνα 6.37: διάγραμμα ακτινοβολίας μιας στοιχειοκεραίας χρησιμοποιώντας τον αλγόριθμο LMS για την περίπτωση σήματος Rayleigh και σήματος Gauss	83
Εικόνα 6.38: Διάγραμμα παράγοντα διάταξης με χρήση του αλγορίθμου δειγματοληπτικής αντιστροφής πίνακα για 1136 δείγματα	84
Εικόνα 6.39: Διάγραμμα παράγοντα διάταξης με χρήση του αλγορίθμου δειγματοληπτικής αντιστροφής πίνακα για 142 δείγματα	84
Εικόνα 6.40: Διάγραμμα παράγοντα διάταξης με χρήση του αλγορίθμου δειγματοληπτικής αντιστροφής πίνακα για 71 δείγματα	85
Εικόνα 6.41: Διάγραμμα παράγοντα διάταξης με χρήση του κανονικοποιημένου LMS για $\mu_0=0,2$	86
Εικόνα 6.42: Διάγραμμα παράγοντα διάταξης με χρήση του κανονικοποιημένου LMS για $\mu_0=0,5$	86
Εικόνα 6.43: Διάγραμμα παράγοντα διάταξης με χρήση του κανονικοποιημένου LMS για $\mu_0=1$	87
Εικόνα 6.44: διάγραμμα κανονικοποιημένου παράγοντα διάταξης του κανονικοποιημένου LMS αλγορίθμου για $\mu_0=0,2 - 0,5 - 1$	87
Εικόνα 6.45: Μέσο τετραγωνικό για τους αλγορίθμους LMS, κανονικοποιημένο LMS και υβριδικό	88
Εικόνα 6.46: Κανονικοποιημένος παραγοντας διάταξης για την κατεύθυνση ενδιαφέροντος για τους αλγορίθμους LMS, κανονικοποιημένο LMS και υβριδικό	89
Εικόνα 6.47: Πολικό διάγραμμα του παραγοντας διάταξης για τον αλγόριθμο LMS	90
Εικόνα 6.48: Πολικό διάγραμμα του παραγοντας διάταξης για τον κανονικοποιημένο αλγόριθμο LMS	90
Εικόνα 6.49: Πολικό διάγραμμα του παραγοντας διάταξης για τον υβριδικό αλγόριθμο.....	91

Λίστα πινάκων

Πίνακας 6.1: Βασικά χαρακτηριστικά ακτινοβολίας μιας στοιχειοκεραιας χρησιμοποιώντας τον προσαρμοστικό αλγόριθμο LMS.....	73
Πίνακας 6.2: Τιμή παράγοντα διάταξης προς την κατεύθυνση ενδιαφέροντος για διαφορετικό αριθμό δειγμάτων	85

Κεφάλαιο 1

Εισαγωγή

1.1 Εισαγωγή – στόχοι εργασίας

Οι ασύρματες επικοινωνίες τα τελευταία χρόνια παρουσιάζουν μια εκρηκτική αύξηση χρηστών, κάτι που είναι πιο ευκρινές στην περιοχή των κινητών ασύρματων επικοινωνιών. Αυτή η αύξηση χρηστών έχει δημιουργήσει μια τεραστία ανάγκη τόσο για δυνατότητα εξυπηρέτησης τους αλλά για ποιοτική παροχή υπηρεσιών (quality of services). Για την επίτευξη αυτού του στόχου έχουν αναπτυχθεί πολλές μέθοδοι για την αποτελεσματική χρήση των τηλεπικοινωνιών πόρων. Η πιο διαδεδομένη μέθοδος για την αύξηση της χωρητικότητας ενός συστήματος είναι η διάσπαση μιας μεγάλης περιοχής κάλυψης σε πολλές μικρότερες. Μια από τις τελευταίες βελτίωσης αυτής της μεθόδου είναι η χωρική εκμετάλλευση με χρήση έξυπνων κεραιών. Αντίθετα με το παρελθόν, όπου χρησιμοποιούνταν στατικές κεραίες, η νέα προσέγγιση χρησιμοποιεί έξυπνες ή προσαρμοστικές κεραίες οι οποίες λειτουργούν δυναμικά ώστε να ικανοποιούν διαφορετικές απαιτήσεις υπηρεσιών και χρηστών. Οι έξυπνες κεραίες τοποθετούνται στις κεραίες στους σταθμούς βάσης του συστήματος και εκπέμπουν κατευθυντικούς λοβούς ακτινοβολίας προς διαφορετικούς χρήστες που βρίσκονται εν κίνηση.

Η τεχνολογία των έξυπνων κεραιών άρχισε να αναπτύσσεται στα 1960 για στρατιωτικούς σκοπούς, και είχε σαν στόχο να δημιουργηθούν κατευθυντικοί λοβοί ώστε να αντιμετωπιστούν παρεμβολές.

Η πιο απλή μορφή έξυπνης κεραίας είναι η μεταβαλλόμενη διαμόρφωση λοβών (switched beamforming). Στην περίπτωση αυτή υπάρχουν πολλοί αμετάβλητοι λοβοί ακτινοβολίας σε προκαθορισμένες κατευθύνσεις για την εξυπηρέτηση των χρηστών. Με αυτήν την μέθοδο το σύστημα εξυπηρετεί τον κινούμενο χρήστη αναθέτοντας του διαφορετικούς λοβούς ακτινοβολίας. Μια πιο προχωρημένη μέθοδος έξυπνων κεραιών είναι η προσαρμοστική διαμόρφωση λοβών (adaptive beamforming). Στην

περίπτωση αυτή χρησιμοποιούνται στοιχειοκεραίες που περιέχουν συστήματα επεξεργασίας σήματος. Τα συστήματα αυτά έχουν την δυνατότητα να μεταβάλλουν αυτόματα τους λοβούς ακτινοβολίας ανάλογα με τις αλλαγές του περιβάλλοντος λειτουργίας. Οι προσαρμοστικές κεραίες εκτός από το κατευθύνουν τον κύριο λοβό ακτινοβολίας προς κάποια επιθυμητή διεύθυνση έχουν την δυνατότητα να μηδενίζουν ταυτόχρονα και την ακτινοβολία τους προς άλλες κατευθύνσεις, που αντιστοιχούν σε παρεμβολείς. Η προσαρμογή επιτυγχάνεται με τον πολλαπλασιασμό του λαμβανόμενου σήματος με βάρη (μιγαδικές τιμές). Οι όροι που προκύπτουν στην συνέχεια προστίθενται ώστε με την κατάλληλη επεξεργασία να προκύψει η ακτινοβολία της κεραίας. Τα προαναφερθέντα βάρη υπολογίζονται χρησιμοποιώντας προσαρμοστικούς αλγόριθμους. Ο υπολογισμός των βαρών, που βασίζεται σε διαφορετικά κριτήρια, πραγματοποιείται στο σύστημα επεξεργασίας σήματος υπό την μορφή αλγορίθμων. Οι προσαρμοστικοί αλγόριθμοι είναι η καρδιά του συστήματος της προσαρμοστικής έξυπνης κεραίας. Για τον υπολογισμό των βαρών έχουν αναπτυχθεί αρκετοί αλγόριθμοι που βασίζονται σε διαφορετικά κριτήρια. Οι αλγόριθμοι αυτοί κρίνονται με βάση τα πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματα τους σε θέματα όπως η ταχύτητα σύγκλισης, η πολυπλοκότητα και η ευστάθεια.

Ο κύριος στόχος αυτής της διατριβής είναι να γίνουν κατανοητές οι διαφορετικές προσεγγίσεις έξυπνων κεραιών και κυρίως αυτές που στηρίζονται σε προσαρμοστικούς αλγόριθμους. Ο σκοπός της εργασίας είναι να παρουσιάσει και να μελετήσει διάφορους προσαρμοστικούς αλγόριθμους που χρησιμοποιούνται σε σύστημα έξυπνων κεραιών. Οι αλγόριθμοι μελετούνται ως προς την ικανότητα τους να στρέφουν τους λοβούς ακτινοβολίας στις επιθυμητές κατευθύνσεις, την ταχύτητα σύγκλισης τους, την πολυπλοκότητα τους και την ευστάθεια τους. Οι αλγόριθμοι που μελετούνται είναι

- ο αλγόριθμος ελαχίστων μέσων τετραγώνων, (least mean squares – LMS)
- ο αλγόριθμος δειγματοληπτικής αντιστροφής πίνακα (Sample matrix inversion – SMI)
- ο αλγόριθμος κανονικοποιημένων ελαχίστων μέσων τετραγώνων (normalized least mean squares – NLMS)
- ένας προτεινόμενος υβριδικός αλγόριθμος που στηρίζεται στις αρχές του LMS και του SMI.

Για την κατανόηση των σκοπών της συγκεκριμένης εργασίας έχουν αναπτυχθεί συνολικά επτά κεφάλαια. Στο δεύτερο κεφάλαιο γίνεται μια εισαγωγή στα θέματα του αυτόματου και του προσαρμοστικού έλεγχου καθώς και των εφαρμογών τους στα τηλεπικοινωνιακά συστήματα.

Στο τρίτο κεφάλαιο, γίνεται μία γενική επισκόπηση των κεραιών και των διαφόρων κατηγοριών στις οποίες διακρίνονται, ενώ το τέταρτο κεφάλαιο παρουσιάζεται το θεωρητικό υπόβαθρο των στοιχειοκεραιών, και κυρίως των γραμμικών στοιχειοκεραιών. Στο συγκεκριμένο κεφάλαιο αναλύεται η δομή και η λειτουργία των γραμμικών στοιχειοκεραιών, εξάγονται οι ακριβείς εξισώσεις που τις χαρακτηρίζουν και σχολιάζεται η συμπεριφορά τους για διάφορες τιμές των παραμέτρων τους.

Στο επόμενο κεφάλαιο παρουσιάζονται τα διαφορετικά κριτήρια λειτουργίας των προσαρμοστικών συστημάτων των έξυπνων κεραιών. Στο ίδιο κεφάλαιο γίνεται λεπτομερής περιγραφή της λειτουργίας και των χαρακτηριστικών των προσαρμοστικών αλγόριθμων που μελετώνται σε αυτήν την εργασία.

Στο κεφάλαιο έξι παρουσιάζονται τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων που εκτελέστηκαν για την μελέτη των προσαρμοστικών αλγόριθμων. Σημειώνεται ότι για την προσομοίωση τους χρησιμοποιήθηκε το λογισμικό Matlab™. Η εργασία αυτή ολοκληρώνεται με το έβδομο κεφάλαιο που περιέχει συμπεράσματα και μελλοντικές επεκτάσεις του προβλήματος.

Κεφάλαιο 2

Εισαγωγή στα συστήματα αυτόματου και προσαρμοστικού ελέγχου

2.1 Γενικά

Μια προσεκτική εξέταση των διαφόρων μηχανημάτων που κατασκευάζει σήμερα ο άνθρωπος θα μας πείσει ότι σχεδόν πάντα τα μηχανήματα αυτά λειτουργούν, εν μέρει ή εξ' ολοκλήρου, αυτόματα. Ως παραδείγματα αναφέρουμε το ψυγείο, το θερμοσίφωνο, τον υπολογιστή, το διαστημόπλοιο κ.α. Οι βιομηχανίες επίσης λειτουργούν εν μέρει ή εξ' ολοκλήρου αυτόματα. Βγαίνει λοιπόν το συμπέρασμα ότι ο αυτοματισμός είναι πολύ διαδεδομένος στον τεχνικό κόσμο.

Ο αυτοματισμός είναι μια πρακτική που συναντάται όχι μόνο στην τεχνολογία αλλά και στην οικονομία, στη διοίκηση, στις ανθρωπιστικές επιστήμες, στη βιολογία κτλ. Ειδικά όσο αφορά τη βιολογία, τόσο ο φυτικός κόσμος όσο και ο ζωικός, όχι μόνο κυριαρχούνται από τον αυτοματισμό, αλλά οφείλουν την ύπαρξη τους σε αυτόν. Ας πάρουμε για παράδειγμα τον άνθρωπο. Ο άνθρωπος είναι ένα πολύπλοκο σύστημα όπου ένας μεγάλος αριθμός διαδικασιών ρυθμίζονται αυτόματα, π.χ. η διατήρηση της θερμοκρασίας του σώματος, η κυκλοφορία του αίματος, η αναπαραγωγή κυττάρων, η αναπνοή κτλ.

Ένας από τους κύριους λόγους που χρησιμοποιούνται τα συστήματα αυτομάτου ελέγχου στη σύγχρονη τεχνολογία είναι η μείωση της συμμετοχής του ανθρώπου στη λειτουργία των μηχανημάτων. Τα ρομπότ αντικαθιστούν τον άνθρωπο σε εργασίες που είναι επικίνδυνες για την υγεία του ή ακόμα και για τη ζωή του. Έτσι, βελτιώνονται οι συνθήκες εργασίες και κατ' επέκταση οι συνθήκες διαβίωσης του ανθρώπου.

Από την άλλη πλευρά, μειώνεται ταυτόχρονα το κόστος της εργασίας με ταυτόχρονη αύξηση της παραγωγικότητας και της παραγωγής, Αυτό προφανώς επιδρά θετικά στην οικονομία.

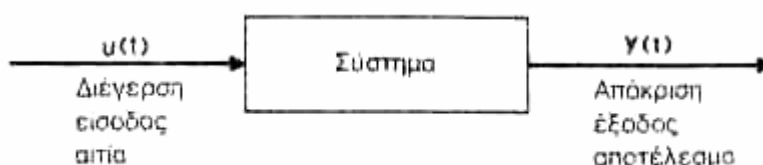
Θα πρέπει να σημειωθεί, βέβαια, ότι η χρήση του αυτομάτου ελέγχου μπορεί να επιφέρει και αρνητικά αποτελέσματα. Η χρήση των ρομπότ οδηγεί συχνά σε αύξηση της ανεργίας διότι αντικαθίσταται η ανθρώπινη εργασία με μηχανές. Επιπλέον, συστήματα αυτομάτου ελέγχου χρησιμοποιούνται συχνά στην κατασκευή οπλικών συστημάτων, κάτι που, προφανώς, δεν προάγει την ειρήνη και την πρόοδο της ανθρωπότητας.

2.2 Βασικές έννοιες των συστημάτων αυτομάτου ελέγχου

Σύστημα είναι μια διάταξη αντικειμένων συνδεδεμένων με τέτοιο τρόπο ώστε να αποτελούν ή και να δρουν ως ολοκληρωμένη μονάδα. Η σημασία της λέξης έλεγχος εκλαμβάνεται συχνά ως σταθεροποίηση, ρύθμιση ή καθοδήγηση.

Σύστημα αυτομάτου ελέγχου είναι ένα σύστημα του οποίου τα στοιχεία σχετίζονται με τέτοιο τρόπο ώστε να κατευθύνουν, να ρυθμίζουν ή να σταθεροποιούν αυτό το ίδιο σύστημα ή κάποιο άλλο σύστημα.

Για να φέρει όμως ένα σύστημα εις πέρας ένα έργο, θα πρέπει να του δοθεί η κατάλληλη διέγερση (είσοδος). Η απόκριση του συστήματος (έξοδος) καλείται επίσης συμπεριφορά του συστήματος. Το ακόλουθο σχήμα (Σχήμα 2.1) δίνει μια εποπτική εικόνα των προηγούμενων εννοιών.

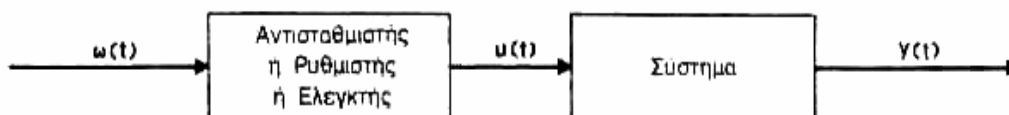


Εικόνα 2.1: Σχηματικό διάγραμμα συστήματος με είσοδο και έξοδο

Αν συμβολίσουμε το σύστημα με τον τελεστή T , τότε η έξοδος του $y(t)$ συνδέεται με την είσοδο του $u(t)$ με τη σχέση

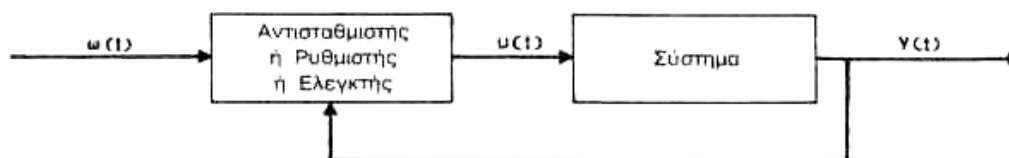
$$y(t) = Tu(t) \quad (2.1)$$

Ανοιχτό σύστημα (εικόνα 2.2) είναι ένα σύστημα που η είσοδος $u(t)$ δεν είναι συνάρτηση της εξόδου $y(t)$.



Εικόνα 2.2: Ανοιχτό σύστημα

Κλειστό σύστημα (εικόνα 2.3) είναι ένα σύστημα στο οποίο η είσοδος $u(t)$ είναι συνάρτηση της εξόδου $y(t)$. Η διαδικασία της τροφοδοσίας των πληροφοριών από την έξοδο στην είσοδο του συστήματος λέγεται ανατροφοδότηση και διαδραματίζει βασικότατο ρόλο στον αυτοματισμό.



Εικόνα 2.3: Κλειστό σύστημα

Η περιγραφή ενός συστήματος μπορεί να γίνει με χρήση διαγραμμάτων, όπως είναι :

- Διαγράμματα βαθμίδων
- Διαγράμματα ροής συστημάτων.
- Χρήση μαθηματικών μοντέλων.

Το μαθηματικό μοντέλο ενός συστήματος είναι μια μαθηματική έκφραση που συσχετίζει την είσοδο, το σύστημα και την έξοδο και είναι τέτοια ώστε να μας δίνει τη δυνατότητα υπολογισμού της εξόδου του συστήματος κάτω από οποιαδήποτε διέγερση.

Από τον παραπάνω ορισμό προκύπτει αμέσως ότι το μαθηματικό μοντέλο δεν είναι απλώς κάποια τυχαία σχέση, αλλά είναι εκείνη η σχέση που εξασφαλίζει τη δυνατότητα προσδιορισμού της συμπεριφοράς ενός συστήματος όταν αυτό διεγείρεται με οποιαδήποτε διέγερση. Εξάλλου, ο παραπάνω ορισμός αναδεικνύει και μια από τις βασικές σκοπιμότητες του προσδιορισμού του μαθηματικού μοντέλου. Η σκοπιμότητα αυτή είναι η ανάλυση του συστήματος, διότι, ως γνωστόν, για να αναλύσουμε ένα σύστημα απαιτείται η γνώση του μαθηματικού του μοντέλου. Πρέπει να τονίσουμε όμως ότι εκτός από την ανάλυση του συστήματος είναι χρήσιμο και για άλλους σκοπούς, όπως είναι π.χ. η μελέτη της δομής και των ιδιοτήτων του συστήματος, η βελτίωση της συμπεριφοράς του συστήματος και άλλοι.

Γενικά, το μαθηματικό μοντέλο δεν μπορεί παρά να μας δίνει μια προσεγγιστική περιγραφή του συστήματος.

2.3 Εισαγωγή στον προσαρμοστικό έλεγχο (adaptive control)

Αν και έχουν γίνει πολλές προσπάθειες, το σύστημα προσαρμοστικού ελέγχου δεν είναι ακόμα δυνατό να οριστεί με ακρίβεια. Στη συνέχεια, θα θεωρούμε ότι το σύστημα προσαρμοστικού ελέγχου είναι ένα σύστημα ελέγχου με ρυθμιζόμενες παραμέτρους και ένα μηχανισμό για τη ρύθμισή τους.

Μια γενική θεώρηση του προβλήματος του προσαρμοστικού ελέγχου μπορεί να δοθεί με βάση το σχήμα 3.1 ως εξής : Το υπό έλεγχο σύστημα θεωρούμε ότι είναι ένα σύστημα όπου οι παράμετροί του υπόκεινται σε μεταβολές ή ότι είναι άγνωστες. Καθορίζουμε ένα δείκτη καλής - επιθυμητής - απόδοσης (index of performance) του συστήματος. Επίσης, ορίζουμε έναν άλλο δείκτη, που ονομάζουμε μετρούμενο δείκτη απόδοσης του συστήματος. Ο δείκτης αυτός υπολογίζεται με βάση τις μετρήσεις των σημάτων εισόδου, καταστάσεων, εξόδου και γνωστών διαταραχών. Ο μετρούμενος δείκτης απόδοσης συγκρίνεται με τον επιθυμητό δείκτη απόδοσης του συστήματος. Αν το σφάλμα e ξεπερνά κάποια προκαθορισμένα όρια, τότε τίθεται σε λειτουργία ο μηχανισμός προσαρμογής. Ο μηχανισμός αυτός είναι κατάλληλα σχεδιασμένος έτσι ώστε να μεταβάλλει τις παραμέτρους του ρυθμιστή προκειμένου το σφάλμα e να περιορίζεται σε ανεκτά επίπεδα.

Κατά τον προσαρμοστικό έλεγχο εκτελούνται τρεις βασικές λειτουργίες :

- Υπολογισμός του μετρούμενου δείκτη απόδοσης με βάση τα μετρούμενα σήματα.
- Σύγκριση μεταξύ του μετρούμενου και του επιθυμητού δείκτη απόφασης και λήψη απόφασης, και
- Ενεργοποίηση του προσαρμοστικού μηχανισμού

2.4 Εφαρμογές του προσαρμοστικού ελέγχου

Στις επόμενες παραγράφους παρουσιάζουμε ενδεικτικά κάποιες εφαρμογές του προσαρμοστικού ελέγχου στον τομέα των τηλεπικοινωνιών. Έγινε επιλογή τεσσάρων βασικών κατηγοριών, οι οποίες και αποτελούν την βάση στην πλειονότητα των τηλεπικοινωνιακών εφαρμογών στις μέρες μας.

2.4.1 Έξυπνες κεραίες (smart antennas)

Τα κινητά δίκτυα ασύρματων τηλεπικοινωνιών μεταβάλλονται και μεγαλώνουν συνεχώς στις μέρες μας. Υπάρχει η εμφανής τάση για αναζήτηση νέων καινοτομιών με σκοπό την κάλυψη της επιτακτικής ανάγκης τόσο για ολοένα μεγαλύτερες ταχύτητες στις παρεχόμενες υπηρεσίες, όσο και για νέες ανταγωνιστικές τεχνολογίες. Όλοι βιώνουμε για παράδειγμα την διαρκώς αυξανόμενη δημοτικότητα των ασύρματων τηλεφώνων, των κινητών τηλεφώνων, των τηλεειδοποιήσεων (paging) και άλλων τέτοιων νέων προϊόντων τα τελευταία χρόνια. Για να καταλάβουμε το μέγεθος αυτής της νέας δυναμικής βλέπουμε ότι από το 1990 έως το 1994 ο αριθμός των συνδρομητών κινητής τηλεφωνίας στις Ηνωμένες Πολιτείες της Αμερικής είχε την θεαματική αύξηση από 5.1 εκατομμύρια σε 23.3 εκατομμύρια συνδρομητές, ενώ μέχρι το έτος 2005 προβλέπεται ότι ο αριθμός αυτός σχεδόν θα διπλασιαστεί σε 44 εκατομμύρια συνδρομητές.

Αυτό που αναδύεται από την παγκόσμια έρευνα και ανάπτυξη στον τομέα αυτό είναι η ανάγκη οι νέες τεχνολογικές καινοτομίες να έχουν αξιοπιστία και να μπορούν να επεκτείνονται εύκολα και γρήγορα. Οι φυσικοί περιορισμοί των ασύρματων καναλιών συνιστούν σε μια βασική τεχνολογική πρόκληση για τον σχεδιασμό αξιόπιστων τηλεπικοινωνιών Το τηλεπικοινωνιακό κανάλι είναι ευπαθές σε πολλούς αρνητικούς συντελεστές. Έτσι πάντα σε ένα τηλεπικοινωνιακό σύστημα υπάρχει

θόρυβος μεταβλητού-χρόνου, διαταραχές, και εξασθενίσεις του σήματος εξαιτίας πολλαπλών διαδρομών. Επιπλέον το τηλεπικοινωνιακό φάσμα αποτελεί περιορισμένο πόρο, και παρά με την πρόσφατη αύξηση σε μέγεθος σίγουρα θα επέλθει κορεσμός εξαιτίας της ολοένα και διογκούμενης χρήσης του από τις νέες υπηρεσίες.

Ένας πρόσθετος παράγοντας που πρέπει να ληφθεί σοβαρά υπόψη είναι και ο περιορισμός στην εκπεμπόμενη ισχύ και στο μέγεθος των τηλεπικοινωνιακών συσκευών και διατάξεων. Σήμερα βλέπουμε ότι οι περισσότερες ασύρματες συσκευές γίνονται ολοένα και μικρότερες πράγμα που επιτρέπει την μεταφορά τους μέσα σε χαρτοφύλακες και στις τσέπες των ενδυμάτων μας. Αυτό δεν θα μπορούσε να γίνει πραγματικότητα εάν δεν μπορούσαν αυτές οι συσκευές να εκπέμπουν χαμηλότερη ισχύ και να καταναλώνουν λιγότερη ενέργεια.

Το κεντρικό θέμα μελέτης σε αυτήν την εργασία είναι οι έξυπνες κεραίες και θα παρουσιαστούν με περισσότερη λεπτομέρεια στα επόμενα κεφάλαια

2.4.2 Προσαρμοστικός Έλεγχος στην Ψηφιακή Διαμόρφωση και Κωδικοποίηση πληροφορίας (Adaptive Modulation and Coding)

Στις ασύρματες τηλεπικοινωνίες, το πιο πολύτιμο αγαθό είναι το τηλεπικοινωνιακό φάσμα. Αυτό σε συνδυασμό με το SNR (Signal to Noise Ratio) καθορίζουν τον ρυθμό μετάδοσης της μεταδιδόμενης πληροφορίας. Για πολλά χρόνια οι ερευνητές προσπαθούσαν να βρουν τρόπους για την αποφυγή της άσκοπης σπατάλης και την βέλτιστη χρήση του. Στις αρχές της δεκαετίας του 90, η TDMA τεχνική έδωσε βελτιωμένη φασματική απόδοση έναντι του FDMA. Αργότερα και προς τα μέσα της δεκαετίας, η CDMA έδωσε ακόμα καλύτερη απόδοση.

Στα κυψελοειδής τηλεπικοινωνιακά συστήματα, η ποιότητα του σήματος εξαρτάται από ένα μεγάλο αριθμό παραγόντων όπως για παράδειγμα την απόσταση μεταξύ των επιθυμητών και των ψευδών σταθμών βάσης, τον δείκτη απώλειας διαδρομής (path lost), το φαινόμενο της σκίασης, την εξασθένηση τύπου Rayleigh και τον δεδομένο σε κάθε υπαρκτό τηλεπικοινωνιακό σύστημα θόρυβο. Με σκοπό την βελτίωση της χωρητικότητας του συστήματος, του maximum δυνατού ρυθμού μετάδοσης, και της όσο το δυνατό πιο αξιόπιστης κάλυψης του δικτύου, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε διάφορες τεχνικές.

Μια από αυτές είναι η προσαρμοστική διαμόρφωση και κωδικοποίηση. Με την μέθοδο αυτή ουσιαστικά μεταβάλλουμε την διαμόρφωση και / ή την κωδικοποίηση που χρησιμοποιείται από τον πομπό του ηλεκτρομαγνητικού κύματος ανάλογα με τις μεταβαλλόμενες συνθήκες του τηλεπικοινωνιακού καναλιού. Στην πραγματικότητα είναι ένας τρόπος για να βελτιστοποιήσουμε την μετάδοση ανάλογα με την κατάσταση του καναλιού για μια δεδομένη πιστότητα. Για παράδειγμα όταν το κανάλι είναι σε κακή κατάσταση, χαμηλό SNR, μπορούμε να μειώσουμε το constellation size του σήματος με σκοπό την καλύτερη πιστότητα. Αντιθέτως όταν το κανάλι είναι σε καλή κατάσταση, υψηλό SNR, μπορούμε να αυξήσουμε το constellation size του σήματος με σκοπό την αύξηση του ρυθμού μετάδοσης που μπορούμε να επιτύχουμε. Το ίδιο επιχείρημα μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε για την forward error correction κωδικοποίηση. Σε περιόδους υψηλής απόσβεσης μπορούμε να χαμηλώσουμε τον ρυθμό κωδικοποίησης και να κάνουμε έτσι την μετάδοση πιο ανθεκτική στα λάθη.

2.4.3 Προσαρμοστική δρομολόγηση (adaptive routing)

Τα τηλεπικοινωνιακά δίκτυα μεταβάλλονται σε μέγεθος από μικρής κλίμακας, όπως τα τοπικά δίκτυα (LAN's) που βρίσκουν εφαρμογή σε πανεπιστήμια και γραφεία, σε μεγάλης κλίμακας (WAN's) όπως για παράδειγμα το internet (εικόνα.6.1). Η πληροφορία μεταδίδεται μέσα στο δίκτυο με την μορφή πακέτων. Αποτελεί μείζονος σημασίας η σωστή και αποδοτική δρομολόγηση (routing) των πακέτων αυτών, έτσι ώστε να αποφεύγονται προβλήματα κυκλοφοριακής συμφόρησης και μεγάλων καθυστερήσεων στην διαδικασία μετάδοσης. Είναι σημαντικό οι τρόποι (αλγόριθμοι δρομολόγησης) που επιλέγουμε να δρομολογήσουμε την πληροφορία να εξασφαλίζουν υψηλή ποιότητα υπηρεσιών και να αποτρέπουν την εμφάνιση ορισμένων πολύ αρνητικών φαινομένων.

2.4.4 Προσαρμοστική ακύρωση ηχούς

Είδαμε λοιπόν ότι η ηχώ που μπορεί να υπάρξει σε ένα τηλεπικοινωνιακό σύστημα είναι ένα σημαντικό πρόβλημα, και αποτελεί μεγάλο εμπόδιο στην προσπάθεια για βελτίωση της ποιότητας στις τηλεπικοινωνίες. Χρειαζόμαστε συνεπώς ένα τρόπο έτσι ώστε να μπορέσουμε να αντισταθμίσουμε τις συνέπειες του φαινομένου αυτού και αν

είναι δυνατό να αφαιρέσουμε τελείως την ηχώ μέσα από τις τηλεπικοινωνιακές διαδικασίες.

Τα συστήματα που έχουν σαν σκοπό την ακύρωση της ηχούς ονομάζονται ακυρωτές ήχου (echo cancellers). Οι συσκευές αυτές αφαιρούν την ηχώ από το επιθυμητό σήμα, δηλαδή περιορίζουν την αντανάκλαση από το άκρο της ζεύξης που παράγεται στο τερματικό σημείο των τοπικών συστημάτων. Στα δίκτυα μεγάλης απόστασης οι συσκευές αυτές βρίσκονται μέσα στα κεντρικά γραφεία διαμεταγωγής (CO, Central Offices), και αφαιρούν την ηλεκτρική ηχώ που είναι ανιχνεύσιμη με την καθυστέρηση στα δίκτυα αυτά. Όταν η καθυστέρηση υπερβεί τα αποδεκτά όρια ο φορέας θα δώσει 2 echo cancellers ένα για κάθε τερματικό σημείο της σύνδεσης. Ο αναστολέας της ηχούς παρακολουθεί την φωνή από το άκρο όσο αυτή μεταδίδεται μέσω του μονοπατιού υποδοχής, και χρησιμοποιεί αυτήν την πληροφορία για να εκτιμήσει την ηχώ και στην συνέχεια να αφαιρέσει αυτή την εκτίμηση από το μονοπάτι μετάδοσης. Ο αναστολέας της ηχούς προσανατολίζεται στην κατεύθυνση της πηγής της ηχούς, το υβριδικό κύκλωμα, και βρίσκεται μακριά από το τερματικό σημείο που επωφελείται την λειτουργία του.

Κεφάλαιο 3

Κεραίες

Η ιστορία των κεραιών ξεκινά αρκετά πίσω στο χρόνο από τον James Clerk Maxwell, ο οποίος ενοποίησε τη θεωρία του ηλεκτρισμού και του μαγνητισμού μέσω των ομώνυμων κλασικών εξισώσεων (εξισώσεις Maxwell), προβλέποντας με τον τρόπο αυτό την ηλεκτρομαγνητική φύση του φωτός. Η εργασία του δημοσιεύτηκε το 1873 και έδειξε επίσης ότι τόσο το φως όσο και τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα διαδίδονται με κυματικές διαταραχές της ίδιας ταχύτητας. Λίγο αργότερα, και πιο συγκεκριμένα το 1886, ο καθηγητής Heinrich Rudolph Hertz υλοποίησε στο εργαστήριό του το πρώτο ασύρματο ηλεκτρομαγνητικό σύστημα. Η πρώτη όμως ουσιαστικά ασύρματη μετάδοση έγινε από τον Guglielmo Marconi, ο οποίος κατάφερε να στείλει σήματα σε μεγάλες αποστάσεις. Ήταν το 1901 όταν υλοποίησε την πρώτη υπερατλαντική μετάδοση από την Αγγλία στις Ηνωμένες Πολιτείες Αμερικής. Ουσιαστικά επρόκειτο για αποστολή τηλεγραφικών μηνυμάτων. Αντίθετα, η ασύρματη μετάδοση μηνυμάτων φωνής σε μεγάλες αποστάσεις συνδυάστηκε με την εφεύρεση των ενισχυτικών λυχνιών και των ταλαντωτών κατά τα χρόνια μεταξύ 1905 και 1915.

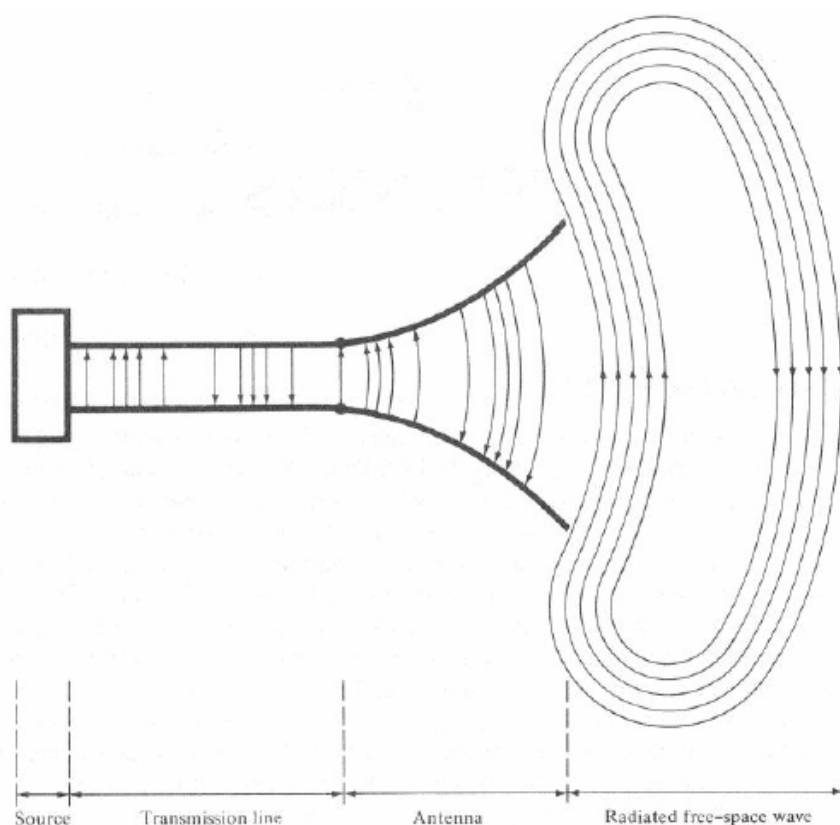
Από την εποχή του Marconi μέχρι το 1940 η τεχνολογία των κεραιών επικεντρώθηκε στην κατηγορία των κεραιών σύρματος και σε συχνότητες μέχρι UHF (Ultra High Frequencies), δηλαδή από 300 έως 3000 MHz. Από το 1940, ίσως και λόγω του 2ου Παγκοσμίου Πολέμου ξεκίνησε η χρησιμοποίηση και άλλων τύπων κεραιών όπως ανοιχτών κυματοδηγών, χοανοκεραιών, κεραιών με ανακλαστήρα κ.α. Ένας παράγοντας που συνέβαλε στη νέα αυτή εποχή για την ασύρματη μετάδοση ήταν η επινόηση των μικροκυματικών πηγών (όπως το κλείστρον και το μάγνητρον) με συχνότητες της τάξης του ενός GHz και άνω.

Τα επόμενα χρόνια και κυρίως από τις αρχές της δεκαετίας του '60, εισήχθησαν αριθμητικές μέθοδοι που επέτρεψαν την ανάλυση και τη σχεδίαση των συστημάτων κεραιών με μεγάλη ακρίβεια. Ενώ, στη συνέχεια η αλματώδης ανάπτυξη της ηλεκτρονικής και της πληροφορικής, σε συνδυασμό με την αντίστοιχη αύξηση του

όγκου της πληροφορίας που διακινείται παγκοσμίως, έχουν επιφέρει και αναμένεται να δώσουν ακόμη μεγαλύτερη ώθηση στην περιοχή των κεραιών και των ασύρματων ζεύξεων. Η ώθηση αυτή αναμένεται να είναι τόσο στην εισαγωγή νέων μεθόδων ανάλυσης σύνθετων κεραιών όσο και στην ανάπτυξη συστημάτων έξυπνων κεραιών.

3.1 Ορισμός Κεραίας

Το IEEE Standard Definitions of Terms of Antennas (IEEE Std 145 – 1983) ορίζει την κεραία ως ένα μέσο για την εκπομπή ή τη λήψη ραδιοκυμάτων. Με άλλα λόγια, η κεραία είναι η ενδιάμεση δομή ανάμεσα στον ελεύθερο χώρο και την οδηγούσα συσκευή, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



Εικόνα 3.4: Η κεραία σα συσκευή εκπομπής ή λήψης ηλεκτρομαγνητικής ενέργειας

Η οδηγούσα συσκευή ή αλλιώς η γραμμή μεταφοράς μπορεί να πάρει τη μορφή μιας ομοαξονικής γραμμής ή ενός κοίλου σωλήνα (κυματοδηγός). Χρησιμοποιείται για τη μεταφορά ηλεκτρομαγνητικής ενέργειας από την πηγή μετάδοσης στην κεραία ή αντίστροφα από την κεραία στο δέκτη. Στην πρώτη περίπτωση η κεραία καλείται

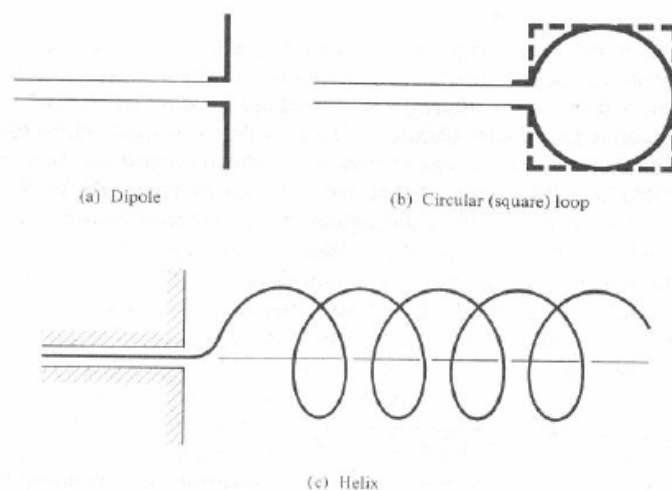
κεραία εκπομπής ενώ στη δεύτερη κεραία λήψης. Η λειτουργία της κεραίας λήψης διαφέρει από τη λειτουργία της κεραίας εκπομπής, όμως η συμπεριφορά της πρώτης μπορεί να προσδιοριστεί από τις ιδιότητες ακτινοβολίας της δεύτερης.

3.2 Τύποι Κεραιών

Στις παραγράφους που ακολουθούν περιγράφονται διάφοροι τύποι κεραιών που αποτελούν τη βάση των ασύρματων ζεύξεων στις μέρες μας, ξεκινώντας από τις καλωδιακές κεραίες και φτάνοντας στις στοιχειοκεραίες που αφορούν τη συγκεκριμένη εργασία.

3.2.1 Καλωδιακές Κεραίες (Wire Antennas)

Οι καλωδιακές κεραίες είναι γνωστές σε όλους καθώς μπορεί κανείς να τις δει οπουδήποτε: σε αυτοκίνητα, πλοία, κτίρια, αεροσκάφη, κλπ. Υπάρχουν ποικίλα εικόνεστα καλωδιακών κεραιών όπως ένα ευθύ καλώδιο (δίπολο), ο βρόγχος και το ελικοειδές, τα οποία φαίνονται παρακάτω.

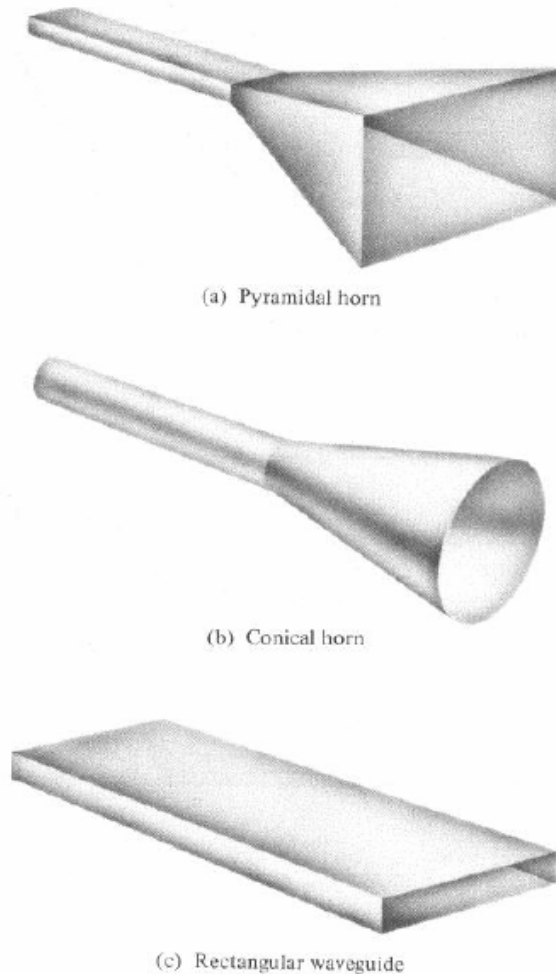


Εικόνα 3.5: Τύποι καλωδιακών κεραιών

Οι καλωδιακές κεραίες είναι γνωστές σε όλους καθώς μπορεί κανείς να τις δει οπουδήποτε: σε αυτοκίνητα, πλοία, κτίρια, αεροσκάφη, κλπ. Υπάρχουν ποικίλα εικόνεστα καλωδιακών κεραιών όπως ένα ευθύ καλώδιο (δίπολο), ο βρόγχος και το ελικοειδές, τα οποία φαίνονται παρακάτω.

3.2.2 Κεραίες Ανοίγματος (Aperture Antennas)

Οι κεραίες ανοίγματος έχουν γίνει περισσότερο γνωστές τα τελευταία χρόνια απ' ότι στο παρελθόν, λόγω της αυξημένης ζήτησης για περισσότερες σύνθετες μορφές κεραιών και τη χρήση μεγαλύτερων συχνοτήτων. Μερικές μορφές κεραιών ανοίγματος φαίνονται στα παρακάτω εικόνες.

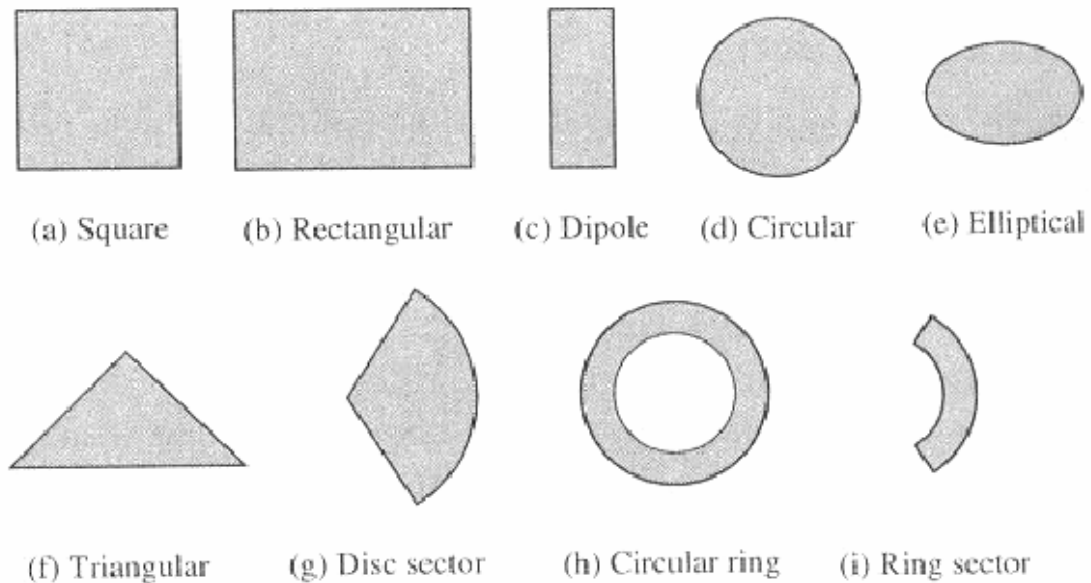


Εικόνα 3.6: Τύποι κεραιών ανοίγματος

Οι κεραίες αυτών των τύπων είναι πολύ χρήσιμες για αεροπορικές και διαστημικές εφαρμογές, καθώς μπορούν να τοποθετηθούν κατάλληλα στο κέλυφος αεροπλάνων και διαστημοπλοίων. Επιπρόσθετα, μπορούν να καλυφθούν από ένα διηλεκτρικό υλικό για να προστατευθούν από επικίνδυνες συνθήκες του περιβάλλοντος.

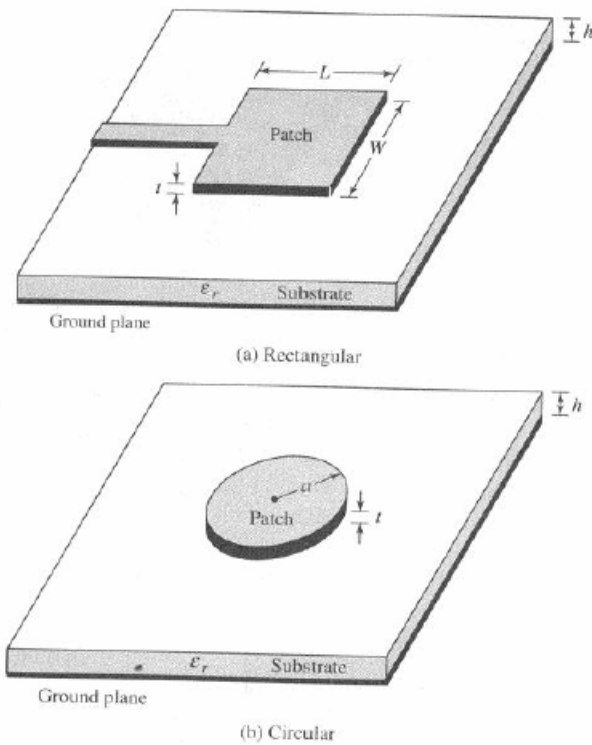
3.2.3 Κεραίες Μικροταινιών (Microstrip Antennas)

Οι κεραίες μικροταινιών έγιναν ιδιαίτερα δημοφιλής τη δεκαετία του '70 κυρίως για διαστημικές εφαρμογές. Σήμερα, χρησιμοποιούνται κυρίως για κυβερνητικές και εμπορικές εφαρμογές. Η μεταλλική ταινία μπορεί να πάρει πολλούς διαφορετικούς σχηματισμούς όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



Εικόνα 3.7: Αντιπροσωπευτικοί σχηματισμοί μεταλλικών ταινιών

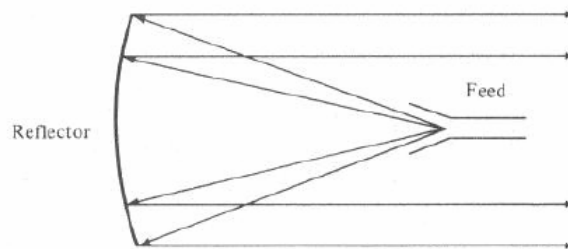
Ωστόσο, οι ορθογώνιες και κυκλικές ταινίες, όπως φαίνονται στο σχήμα 1.3.4, χρησιμοποιούνται περισσότερο λόγω της ευκολίας στην ανάλυση και την κατασκευή τους, αλλά και τα ελκυστικά χαρακτηριστικά ακτινοβολίας τους. Οι κεραίες αυτές μπορούν να τοποθετηθούν στην επιφάνεια υψηλής επίδοσης αεροσκαφών, διαστημοπλοίων, δορυφόρων, πυραύλων, αυτοκινήτων, ακόμα και κινητών τηλεφώνων.



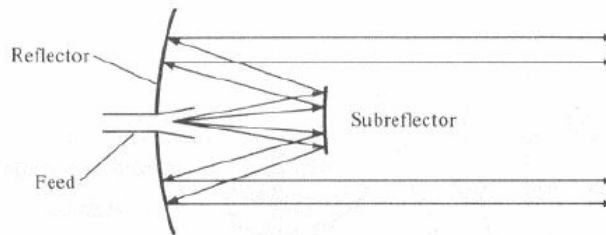
Εικόνα 3.8: Ορθογώνιες και κυκλικές κεραίες μικροταινιών

3.2.4 Κεραίες Ανακλαστήρα (Reflector Antennas)

Η ανάγκη για επικοινωνία σε μεγάλες αποστάσεις και πιο συγκεκριμένα για μετάδοση και λήψη σημάτων σε αποστάσεις εκατομμυρίων χιλιομέτρων οδήγησε σε σύνθετες μορφές κεραιών. Μια κοινή κεραία για τέτοιου είδους απαιτήσεις είναι ο παραβολικός ανακλαστήρας που φαίνεται στις παρακάτω εικόνες.



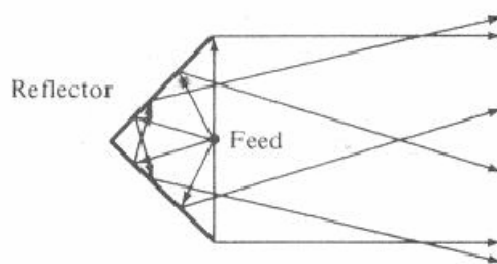
(a) Parabolic reflector with front feed



(b) Parabolic reflector with Cassegrain feed

Εικόνα 3.9: Τύποι παραβολικού ανακλαστήρα

Οι κεραίες αυτές έχουν κατασκευασθεί με διαμέτρους μέχρι και 305 μέτρα. Οι τόσο μεγάλες διαστάσεις απαιτούνται για την επίτευξη υψηλού κέρδους, απαραίτητου για τη μετάδοση και λήψη σημάτων σε αποστάσεις εκατομμυρίων χιλιομέτρων. Ένας άλλος τύπος ανακλαστήρα είναι ο γωνιακός ανακλαστήρας, ο οποίος όμως δεν χρησιμοποιείται τόσο συχνά όσο ο παραβολικός.



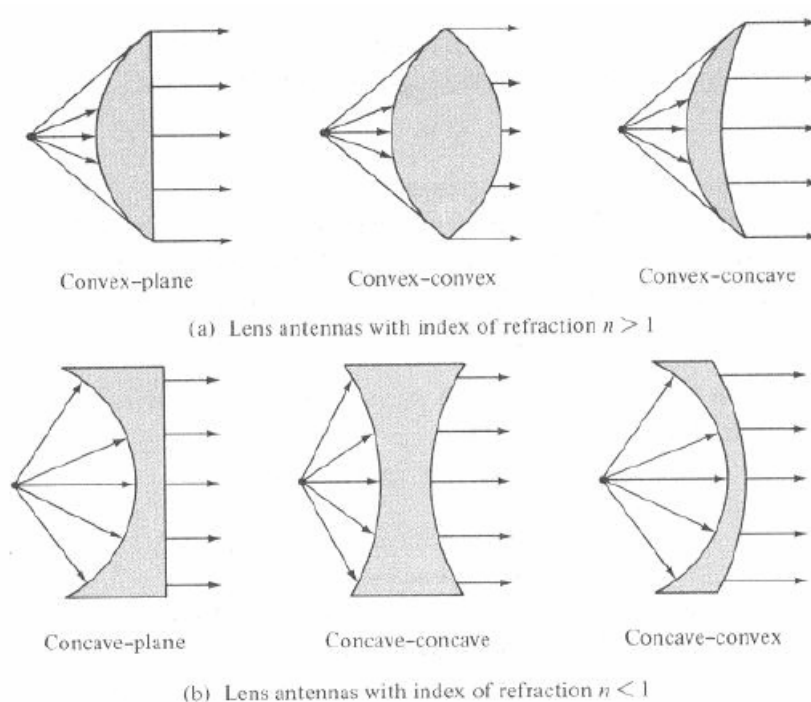
Corner reflector

Εικόνα 3.10: Γωνιακός ανακλαστήρας

3.2.5 Κεραίες Φακών (Lens Antennas)

Οι φακοί συνήθως χρησιμοποιούνταν για να ευθυγραμμιστεί η προσπίπτουσα ακτινοβολία και να εμποδιστεί η εξάπλωσή της σε ανεπιθύμητες κατευθύνσεις. Με

τον κατάλληλο γεωμετρικό σχηματισμό αλλά και το κατάλληλο υλικό, οι φακοί μπορούν να μεταμορφώσουν διάφορες μορφές προσπίπτουσας ακτινοβολίας σε επίπεδα κύματα. Μπορούν να χρησιμοποιηθούν στις περισσότερες από τις εφαρμογές που χρησιμοποιούνται και οι παραβολικοί ανακλαστήρες, κυρίως σε υψηλές συχνότητες. Οι διαστάσεις τους και το βάρος τους γίνονται εξαιρετικά μεγάλα σε χαμηλές συχνότητες. Οι κεραίες φακών κατηγοριοποιούνται ανάλογα με το υλικό με το οποίο έχουν κατασκευασθεί (όπου παίζει σημαντικό ρόλο ο δείκτης διάθλασης όπως φαίνεται και στο σχήμα 1.3.7) ή ανάλογα με τη γεωμετρική τους μορφή. Μερικές μορφές φαίνονται στις παρακάτω εικόνες.

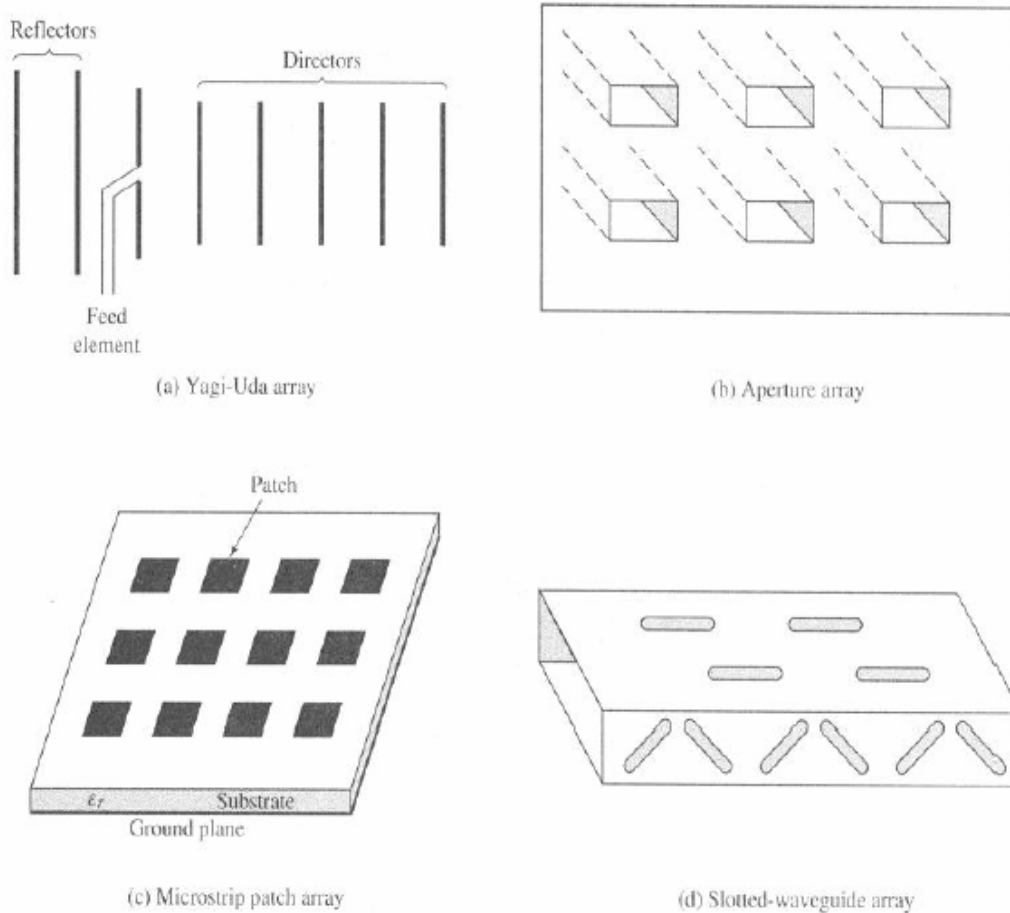


Εικόνα 3.11: Τύποι κεραιών φακών

3.2.6 Στοιχειοκεραίες (Antenna Arrays)

Μερικές εφαρμογές απαιτούν χαρακτηριστικά ακτινοβολίας τα οποία δεν μπορούν να επιτευχθούν από ένα μόνο στοιχείο. .στόσο, μπορεί μια σειρά ακτινοβολούντα στοιχεία σε ηλεκτρικό και γεωμετρικό διακανονισμό να αποδώσει τα επιθυμητά χαρακτηριστικά ακτινοβολίας. Ο διακανονισμός αυτός των στοιχείων μπορεί να είναι τέτοιος ώστε να η ακτινοβολία να μεγιστοποιείται σε μια συγκεκριμένη διεύθυνση ή

διευθύνσεις, να ελαχιστοποιείται σε άλλες, ή οτιδήποτε διαφορετικό είναι επιθυμητό. Τυπικά παραδείγματα στοιχειοκεραιών φαίνονται στα παρακάτω εικόνες.



Εικόνα 3.12: Τύποι στοιχειοκεραιών

Συνήθως ο όρος στοιχειοκεραία αναφέρεται σε κεραίες των σχημάτων a, b και c. Ωστόσο και η τοποθέτηση ακτινοβολητών σε μια συνεχόμενη δομή του σχήματος d θεωρείται στοιχειοκεραία. Λεπτομερέστερη περιγραφή των στοιχειοκεραιών, που αφορούν και τη συγκεκριμένη εργασία, στο επόμενο κεφάλαιο.

Κεφάλαιο 4

Θεωρία Στοιχειοκεραιών

4.1 Εισαγωγή

Στο κεφαλαίο αυτό θα παρουσιάσουμε κάποιες βασικές παραμέτρους της ακτινοβολίας κεραιών ώστε να γίνει κατανοητή η χρήση των προσαρμοστικών αλγορίθμων που θα παρουσιαστούν σε επόμενο κεφαλαίο.

Όταν μια κεραία αποτελείται από ένα στοιχείο η ακτινοβολία της κεραίας είναι ευρεία και επομένως έχει μικρή κατευθυντικότητα, η οποία απαιτείται σε τηλεπικοινωνίες μεγάλων αποστάσεων. Για αυτόν τον λόγο χρησιμοποιούμε κεραίες που αποτελούνται από συστοιχίες στοιχείων ακτινοβολίας. Αυτές οι κεραίες ονομάζονται στοιχειοκεραίες και αποτελούνται από ένα σχηματισμό ξεχωριστών στοιχείων που διευθετούνται στο χώρο, εκπέμποντας με αυτόν τον τρόπο κατευθυντικούς λοβούς ακτινοβολίας. Στοιχειοκεραίες είναι διατάξεις που αποτελούνται από πολλούς όμοιους ακτινοβολητές που έχουν τον ίδιο προσανατολισμό και ακτινοβολούν ή λαμβάνουν ενέργεια συγχρόνως. Με κατάλληλη επιλογή της ρευματικής διέγερσης επιτυγχάνονται βελτιωμένες ιδιότητες για τη στοιχειοκεραία σε σχέση με τις αντίστοιχες ενός απλού στοιχείου της. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι τα επιμέρους πεδία των στοιχείων ακτινοβολίας συμβάλλουν στις επιθυμητές διευθύνσεις του χώρου, ενώ αλληλοαναιρούνται σε άλλες. Οι στοιχειοκεραίες μπορούν να έχουν διάφορες διατάξεις όπως είναι η κυκλική, η τετραγωνική και η γραμμική διάταξη. Στην εργασία αυτή θα ασχοληθούμε με την πιο συνηθισμένη διάταξη που είναι η γραμμική.

Το συνολικό μακρινό πεδίο μιας στοιχειοκεραίας προσδιορίζεται με διανυσματική άθροιση των επιμέρους πεδίων των ακτινοβολητών που την αποτελούν. Η διαδικασία αυτή προϋποθέτει ότι δεν υπάρχει σύζευξη μεταξύ των στοιχείων ακτινοβολίας, δηλαδή η ρευματική διέγερση κάθε στοιχείου δεν επηρεάζεται από την παρουσία των υπόλοιπων στοιχείων. Η ισχύς της παραδοχής αυτής εξαρτάται από την απόσταση μεταξύ των στοιχείων. Το διάγραμμα ακτινοβολίας μιας στοιχειοκεραίας δύναται να

προσδιορίζεται από το γινόμενο του παράγοντα διάταξης (array factor) της θεωρούμενης στοιχειοκεραίας επί τον παράγοντα του ακτινοβολούντος στοιχείου από τα οποία αποτελείται η στοιχειοκεραία, όπως θα φανεί και στη συνέχεια. Βάσει της αρχής αυτής λύνεται και το πρόβλημα της σύνθεσης στοιχειοκεραίας επιζητούμενου διαγράμματος ακτινοβολίας.

4.2 Στοιχειοκεραίες Πολλών Στοιχείων

Όπως προαναφέρθηκε στοιχειοκεραία εννοείται μια διάταξη όμοιων ακτινοβολητών που έχουν τον ίδιο προσανατολισμό και ακτινοβολούν ή λαμβάνουν ταυτοχρόνως. Τα ρεύματα των στοιχείων ακτινοβολίας είναι δυνατό να διαφέρουν κατά τη φάση ή και το μέτρο. Οι στοιχειοκεραίες διακρίνονται σε δύο ευρύτερες κατηγορίες: τις χωρικά ομοιόμορφες και τις χωρικά ανομοιόμορφες στοιχειοκεραίες. Στις περισσότερες πρακτικές εφαρμογές χρησιμοποιούνται χωρικά ομοιόμορφες στοιχειοκεραίες, για τις οποίες άλλωστε υπάρχει πλήθος μεθόδων ανάλυσης και σύνθεσης. Οι χωρικά ανομοιόμορφες στοιχειοκεραίες παρέχουν στο σχεδιαστή περισσότερους βαθμούς ελευθερίας, αλλά είναι σαφώς δυσκολότερη η θεωρητική ανάλυσή τους.

Αν I_0 είναι ο φασιθέτης του ρεύματος διέγερσης του στοιχείου της στοιχειοκεραίας που θεωρείται ως στοιχείο αναφοράς, το ρεύμα διέγερσης κάποιου στοιχείου μπορεί να εκφρασθεί υπό τη μορφή

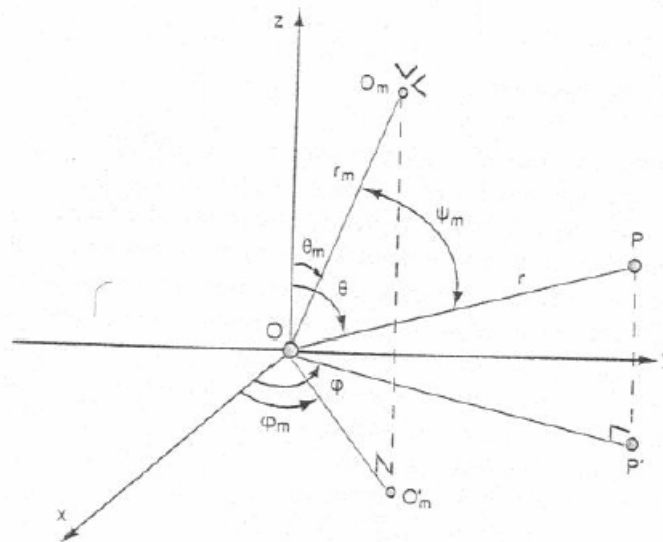
$$I_m = c_m I_0, \quad m = 1, 2, \dots, M-1 \quad (4.1)$$

όπου M το πλήθος των στοιχείων της στοιχειοκεραίας. Ο μιγαδικός αριθμός c_m , που αποτελεί τον κατάλληλο συντελεστή αναλογίας, ονομάζεται ρευματικός συντελεστής του στοιχείου m .

Η ένταση ακτινοβολίας μιας στοιχειοκεραίας $U(\theta, \phi)$ γράφεται:

$$U(\theta, \phi) = U_0(\theta, \phi) |S(\theta, \phi)|^2 \quad (4.2)$$

όπου $U_o(\theta, \phi)$ είναι η ένταση ακτινοβολίας των όμοιων στοιχείων ακτινοβολίας και $S(\theta, \phi)$ παράγοντας διάταξης της στοιχειοκεραίας. Με τη βοήθεια της εικόνας 4.1 ο παράγοντας διάταξης προσδιορίζεται συναρτήσει των συντεταγμένων θέσης των στοιχείων ακτινοβολίας.



Εικόνα 4.13: Γεωμετρία στοιχειοκεραίας

Είναι πιο συγκεκριμένα:

$$S(\theta, \phi) = \sum_{m=0}^{M-1} c_m \exp(jkr_m \cos \psi_m) \quad (4.3)$$

όπου

$$\cos \psi_m = \cos \theta_m \cos \theta + \sin \theta_m \sin \theta \cos(\phi - \phi_m) \quad (4.4)$$

και $k = 2\pi / \lambda$ ο κυματικός αριθμός του μέσου διάδοσης και $\lambda = c / f$.

Από τη σχέση 4.3 φαίνεται ότι ο παράγοντας διάταξης, και επομένως η ένταση ακτινοβολίας μιας στοιχειοκεραίας, εξαρτώνται από τη συχνότητα λειτουργίας, τη γεωμετρική διάταξη, το πλήθος και τη σχετική διέγερση των στοιχείων. Ο παράγοντας διάταξης μιας στοιχειοκεραίας δεν εξαρτάται από το είδος των ακτινοβολητών που την αποτελούν και συνήθως προσδιορίζεται αντικαθιστώντας τα

στοιχεία ακτινοβολίας με ισοτροπικούς ακτινοβολητές τοποθετημένους στα κέντρα διέγερσής τους.

Σε πολλές εφαρμογές, το στοιχείο ακτινοβολίας μιας στοιχειοκεραίας με

παράγοντα διάταξης $S_2(\theta, \phi)$ αποτελεί και το ίδιο μια άλλη στοιχειοκεραία με παραγοντα διάταξης $S_1(\theta, \phi)$. Στην περίπτωση αυτή ο παράγοντας διάταξης προσδιορίζεται με βάση την αρχή του πολλαπλασιασμού των παραγόντων διάταξης.

Δηλαδή, ο παράγοντας $S(\theta, \phi)$ θα δίνεται από την σχέση:

$$S(\theta, \phi) = S_1(\theta, \phi)S_2(\theta, \phi) \quad (4.5)$$

Πρέπει να σημειωθεί ότι το μέτρο του παράγοντα διάταξης μιας στοιχειοκεραίας που πάντα αφορά τη μακρινή περιοχή, δεν μεταβάλλεται όταν υπάρξει πεπερασμένη μετατόπιση του κέντρου των συντεταγμένων. Επομένως, στοιχειοκεραία με συγκεκριμένο πλήθος, γεωμετρική διάταξη και σχετική διέγερση των στοιχείων της, έχει μοναδικό κατά μέτρο παράγοντα διάταξης ως συνάρτηση της συχνότητας, ανεξάρτητα από την επιλογή του κέντρου των συντεταγμένων. Η επιλογή του κέντρου των συντεταγμένων είναι ελεύθερη με κριτήριο την ευκολία προσδιορισμού του παράγοντα διάταξης και την απλότητα της μαθηματικής έκφρασής του. Συνήθως, επιλέγεται το γεωμετρικό κέντρο της στοιχειοκεραίας ή κάποιο χαρακτηριστικό σημείο της γεωμετρίας της.

Το κατευθυντικό κέρδος μιας στοιχειοκεραίας δίνεται από τη σχέση

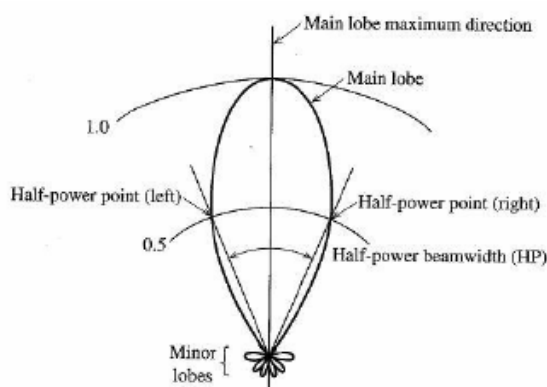
$$D_g(\theta, \phi) = 4\pi \frac{U_o(\theta, \phi)|S(\theta, \phi)|^2}{\iint U_o(\theta, \phi)|S(\theta, \phi)|^2 d\Omega} \quad (4.6)$$

Προκειμένου περί στοιχειοκεραιών ορίζεται το γεωμετρικό κατευθυντικό κέρδος

$$D_g(\theta, \phi) = 4\pi \frac{|S(\theta, \phi)|^2}{\iint |S(\theta, \phi)|^2 d\Omega} \quad (4.7)$$

Η παραπάνω συνάρτηση που εκφράζει το γεωμετρικό κατευθυντικό κέρδος εξαρτάται μόνο από τη διάταξη και τη σχετική διέγερση των στοιχείων και εκφράζει το πόσο επηρεάζει την κατευθυντικότητα ο παράγοντας διάταξης.

Ο τρόπος ακτινοβολίας μιας κεραίας μπορεί να καθοριστεί σαν την διακύμανση της έντασης του πεδίου σε συνάρτηση με την απόσταση ή την γωνία κατεύθυνσης. Για την καλύτερη κατανόηση θα θεωρήσουμε την ακτινοβολία μιας μη ισότροπης κεραίας. Η κεραία ακτινοβολεί έχοντας πολλούς λοβούς, όπως φαίνεται στην εικόνα 4.2. Ο λοβός που έχει την ισχυρότερη ένταση ακτινοβολίας σε σχέση με τους υπόλοιπους λέγεται κύριος λοβός. Όλοι οι άλλοι λέγονται δευτερεύοντες λοβοί. Το πλάτος ακτινοβολίας του κυρίου λοβού ονομάζεται εύρος ακτινοβολίας μισής ισχύος (half power beam width –HOB).



Εικόνα 4.14: Ακτινοβολία μιας μη ισότροπης κεραίας

4.3 Γραμμικές στοιχειοκεραίες N- στοιχείων

Στην παράγραφο αυτή θα αναλύσουμε μια στοιχειοκεραία με N στοιχεία, τα οποία ισαπέχουν χωρικά μεταξύ τους και τροφοδοτούνται με ρεύμα ίσης ισχύος. Το ρεύμα παρουσιάζει χρονική καθυστέρηση κατά την διάδοση του σε όλα τα στοιχεία της κεραίας. Η ανάλυση αυτή θα γίνει ώστε να γίνει αντιληπτό πως επηρεάζεται η ακτινοβολία μιας στοιχειοκεραίας από τον παραγοντα διαταξης. Η ευθεία στην οποία βρίσκονται τα σημεία αναφοράς των στοιχείων ονομάζεται άξονας της στοιχειοκεραίας. Η εύρεση του παραγοντα διαταξης γίνεται με βάση την εικόνα 4.3, θεωρώντας σαν κέντρο της στοιχειοκεραίας το σημείο O_0 .

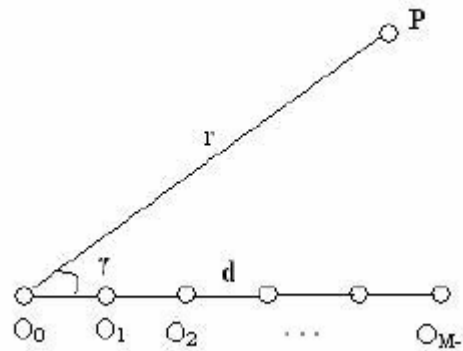
Το σημείο παρατήρησης χαρακτηρίζεται από τις συντεταγμένες $P(r, \theta, \phi)$ σε σφαιρικό σύστημα συντεταγμένων με κέντρο το κέντρο της στοιχειοκεραιας O_0 . Αν γ είναι η γωνία που σχηματίζουν στον χώρο η ευθεία OP με τον άξονα της στοιχειοκεραιας τότε ισχύει:

$$r_m = md \quad (4.8\alpha)$$

και

$$\psi_m = \gamma \quad (4.8\beta)$$

όπου $m=1, \dots, M-1$ και d η απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών στοιχείων που ονομάζεται και βήμα της γραμμικής στοιχειοκεραιας.



Εικόνα 4.15: Γεωμετρία χωρικά ομοιόμορφης γραμμικής στοιχειοκεραίας

Για την σχέση υπολογισμού του παραγοντα διαταξης στην περίπτωση της γραμμικής στοιχειοκεραιας γράφεται:

$$\begin{aligned} S(\gamma) &= c_0 + c_1 e^{j(kd \cos \gamma + \beta)} + c_2 e^{j2(kd \cos \gamma + \beta)} + \dots + c_{M-1} e^{j(N-1)(kd \cos \gamma + \beta)} = \\ &= \sum_{m=0}^{M-1} c_m e^{jm(kd \cos \gamma + \beta)} \end{aligned} \quad (4.9)$$

όπου c_m , $m=0,1,\dots,M-1$ είναι οι ρευματικοί συντελεστές των στοιχείων της στοιχειοκεραιας. Το β αποτελεί την διαφορά φάσης μεταξύ των ρευμάτων τροφοδότησης δύο διαδοχικών στοιχείων ακτινοβολίας και θεωρούμε ότι είναι σταθερή.

Η εξάρτηση του παράγοντα διάταξης από τις συντεταγμένες διεύθυνσης θ και ϕ του σημείου παρατήρησης υποκρύπτεται στην εξάρτησή του από τη γωνία κλίσης γ . Όταν ο άξονας της στοιχειοκεραίας είναι ο άξονας x ή ο άξονας y του συστήματος συντεταγμένων, εύκολα προκύπτει ότι

$$\cos \gamma = \sin \theta \cos \phi, \quad \text{για τον άξονα } x \quad (4.10\alpha)$$

$$\cos \gamma = \sin \theta \sin \phi, \quad \text{για τον άξονα } y \quad (4.10\beta)$$

Αντίθετα, όταν ο άξονας της στοιχειοκεραίας ταυτίζεται με τον άξονα z προκύπτει ότι:

$$\cos \gamma = \cos \theta \quad (4.10\gamma)$$

διότι προφανώς ταυτίζεται η γωνία κλίσης γ από τον άξονα της στοιχειοκεραίας με τη γωνία θ .

Αν θεωρήσουμε τη βοηθητική μεταβλητή ψ όπου

$$\psi = kd \cos \gamma + \beta \quad (4.11)$$

η σχέση 4.9 παίρνει την μορφή

$$S(\psi) = \sum_{m=1}^M c_m e^{j(m-1)\psi} \quad (4.12)$$

Από ότι φαίνεται από τη σχέση 4.12 ο παράγοντας διάταξης μιας γραμμικής στοιχειοκεραίας είναι περιοδική συνάρτηση ως προς τη μεταβλητή ψ με περίοδο 2π . Το διάγραμμα του παράγοντα διάταξης προσδιορίζεται, λόγω συμμετρίας του περί τον άξονα της στοιχειοκεραίας, στην καλουμένη ορατή περιοχή της μεταβλητής ψ , η οποία αντιστοιχεί στις τιμές της γωνίας γ μεταξύ 0 και π , δηλαδή στην περιοχή για την οποία

$$\beta - kd \leq \psi \leq \beta + kd \quad (4.13)$$

Θεωρώντας την περίπτωση που τα στοιχεία της κεραίας είναι τοποθετημένα κατά μήκος του άξονα z και έχουν ομοιόμορφη διέγερση ίση με την μονάδα ($c_m=1$) και

χρησιμοποιώντας τις σχέσεις 4.11-4.12 ο παράγοντας διάταξης μετατρέπεται στην παρακάτω μορφή:

$$\begin{aligned}
 S(\psi)e^{j\psi} &= \sum_{n=1}^N e^{jn\psi} \Rightarrow \\
 \Rightarrow S(\psi)(e^{j\psi} - 1) &= e^{j\psi} - 1 \Rightarrow \\
 \Rightarrow S(\psi) &= \frac{e^{jN\psi} - 1}{e^{j\psi} - 1} = \frac{e^{j\frac{N}{2}\psi} \left(e^{j\frac{N}{2}\psi} - e^{-j\frac{N}{2}\psi} \right)}{e^{j\frac{\psi}{2}} \left(e^{j\frac{\psi}{2}} - e^{-j\frac{\psi}{2}} \right)} \\
 \Rightarrow S(\psi) &= e^{j\frac{N-1}{2}\psi} \frac{\sin\left[\frac{N}{2}\psi\right]}{\sin\left[\frac{\psi}{2}\right]} \quad (4.14)
 \end{aligned}$$

Στην παραπάνω ανάλυση ο παράγοντας φάσης $e^{j\frac{N-1}{2}\psi}$ δεν είναι απαραίτητος, εκτός και αν η έξοδος της στοιχειοκεραίας συνδυαστεί με την έξοδο άλλης κεραίας. Στην πραγματικότητα, εάν το σημείο αναφοράς της στοιχειοκεραίας ορίστηκε στην αρχή των αξόνων, ο παράγοντας φάσης δεν θα ήταν παρών δεδομένου ότι αντιπροσωπεύει τη διάφορα φάσης που παρουσιάζουν τα στοιχεία της κεραίας σε σχέση με το σημείο αναφοράς. Παραλείποντας επομένως τον παράγοντα φάσης, ο παράγοντας διάταξης προκύπτει από την σχέση:

$$S(\psi) = \frac{\sin\left[\frac{N}{2}\psi\right]}{\sin\left[\frac{\psi}{2}\right]} \quad (4.15)$$

ή για μικρές τιμές του ψ μπορεί να ξαναδιατυπωθεί σε:

$$S(\psi) = \frac{\sin\left[\frac{N}{2}\psi\right]}{\left[\frac{\psi}{2}\right]} \quad (4.16)$$

Η προηγούμενη έκφραση μεγιστοποιείται για $\psi = 0$ and has maximum value $S(\psi = 0) = N$. Η κανονικοποιημένη μορφή του παράγοντα διάταξης είναι επομένως:

$$S(\psi) = \frac{1}{N} \frac{\sin\left[\frac{N}{2}\psi\right]}{\sin\left[\frac{\psi}{2}\right]} \quad (4.17)$$

ή για μικρές τιμές του ψ μετατρέπεται σε:

$$S(\psi) = \frac{1}{N} \frac{\sin\left[\frac{N}{2}\psi\right]}{\left[\frac{\psi}{2}\right]} \quad (4.18)$$

4.3.1 Επιδράσεις από την μεταβολή των παραμέτρων της στοιχειοκεραίες

Όπως έχει γίνει ήδη κατανοητό οι παράμετροι που επηρεάζουν τον παράγοντα διάταξης και επομένως το διάγραμμα ακτινοβολίας μιας στοιχειοκεραίες είναι:

- γεωμετρία της στοιχειοκεραίες (γραμμική, επίπεδη, κυκλική, ...)
- συχνότητα λειτουργίας
- απόσταση μεταξύ των στοιχείων ακτινοβολίας
- σχετική ρευματική διέγερση των στοιχείων ακτινοβολίας
- πλήθος στοιχείων ακτινοβολίας

Πιο συγκεκριμένα στις επόμενες παραγράφους θα μελετήσουμε την επίδραση του kd (απόστασης των στοιχείων) και του β (διάφορα φάσης του ρεύματος) στο διάγραμμα του παράγοντα διάταξης.

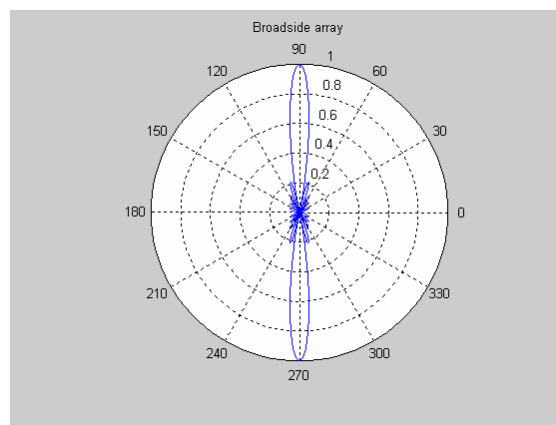
Μετωπική ή ευρυπλευρη ακτινοβολία

Σε πολλές εφαρμογές είναι επιθυμητή η μεγιστοποίηση της εκπομπής ή λήψης ακτινοβολίας μιας στοιχειοκεραίες κατά διεύθυνση κάθετη προς τον άξονά της, δηλαδή υπό γωνία κλίσης $\gamma = 90^\circ$. Η ακτινοβολία αυτή ονομάζεται μετωπική και η

στοιχειοκεραία μετωπική ή ευρύπλευρη. Για να επιτευχθεί θα πρέπει, εκτός από την ένταση του στοιχείου ακτινοβολίας, να μεγιστοποιείται και ο παράγοντας διάταξης κατά τη διεύθυνση $\gamma = 90^\circ$. Η δεύτερη αυτή απαίτηση μπορεί να ικανοποιηθεί με κατάλληλη επιλογή της παραμέτρου β . Συγκεκριμένα για

$$\beta = 0 \quad (4.19)$$

εξασφαλίζεται η μεγιστοποίηση του παράγοντα διάταξης για $\gamma = 90^\circ$. Η σχέση 4.19 αποτελεί συνθήκη μετωπικής ακτινοβολίας όχι μόνο ομοιόμορφων γραμμικών στοιχειοκεραιών αλλά και σε οποιαδήποτε άλλη περίπτωση γραμμικής στοιχειοκεραίες.



Εικόνα 4.16: Μετωπική ή ευρύπλευρη στοιχείοκεραία

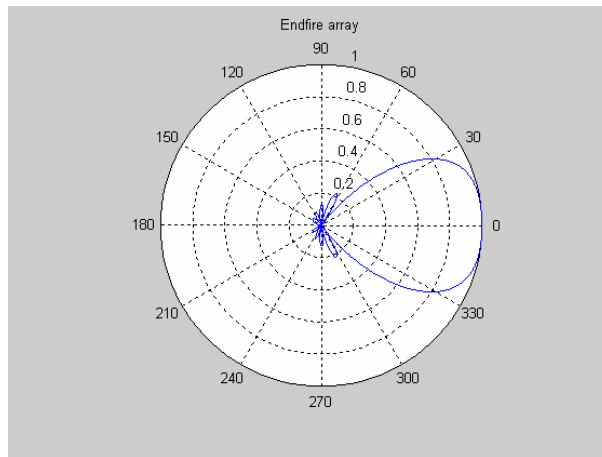
Από την εικόνα 4.4, όπου παρουσιάζεται το πολικό διάγραμμα ακτινοβολίας, παρατηρούμε ότι οι μετωπικές κεραίες εμφανίζουν κύριο λοβό ακτινοβολίας για $\theta=90^\circ$ όσο και για $\theta=270^\circ$.

Αξονική ή ακμοπυροδοτική Ακτινοβολία

Μια άλλη κατηγορία ομοιόμορφων γραμμικών στοιχειοκεραιών, που παρουσιάζει ιδιαίτερα πρακτικό ενδιαφέρον, είναι οι αξονικές ή ακμοπυροδοτικές στοιχειοκεραίες, των οποίων ο παράγοντας διάταξης μεγιστοποιείται κατά τον άξονά τους, δηλαδή είτε κατά τη διεύθυνση $\gamma = 0^\circ$ είτε κατά τη διεύθυνση $\gamma = 180^\circ$. Η αξονική ακτινοβολία επιτυγχάνεται όταν ικανοποιείται μια από τις συνθήκες

$$\theta = 0 \Rightarrow \psi = kd \cos \theta + \beta = 0 \Rightarrow \beta = -kd \quad (4.20\alpha)$$

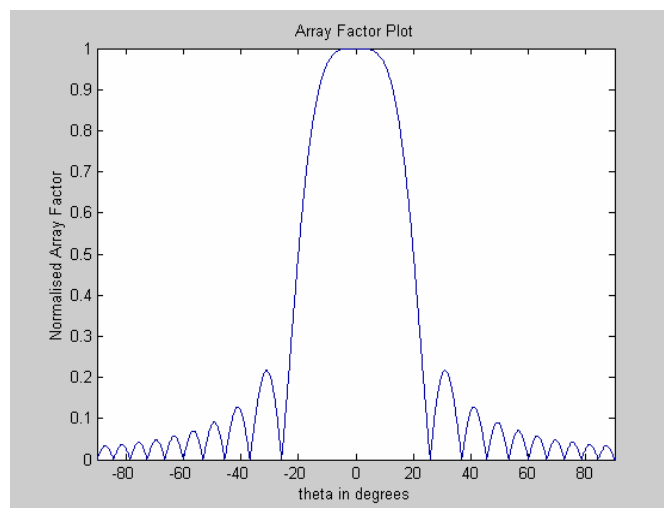
$$\theta = 90 \Rightarrow \psi = kd \cos \theta + \beta = 0 \Rightarrow \beta = kd \quad (4.20\beta)$$



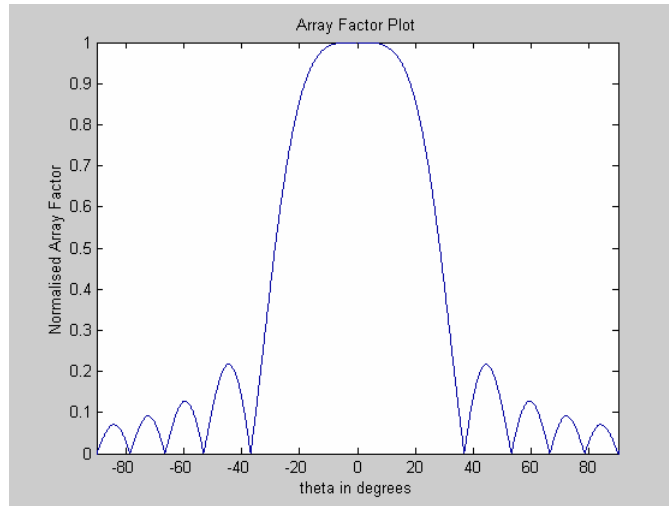
Εικόνα 4.17: Αξονική ή ακμοπυροδοτική στοιχειοκεραία

Στο σημείο αυτό θα επεξηγήσουμε την εξάρτηση της ομοιόμορφης γραμμικής στοιχειοκεραίας σε σχέση με το πλήθος των στοιχείων και την απόσταση των στοιχείων.

Τα διαγράμματα του παράγοντα διάταξης που φαίνονται στις εικόνες 4.6-4.7 υποδεικνύουν ότι το εύρος δέσμης του λοβού είναι αντιστρόφως ανάλογο προς το διάστημα μεταξύ των στοιχείων για τον ίδιο αριθμό στοιχείων. Από τις εικόνες 4.6-4.7 φαίνεται ότι το εύρος του κύριου λοβού είναι μικρότερο στην περίπτωση που $d = \lambda / 2$ από ότι στην περίπτωση με $d = \lambda / 4$

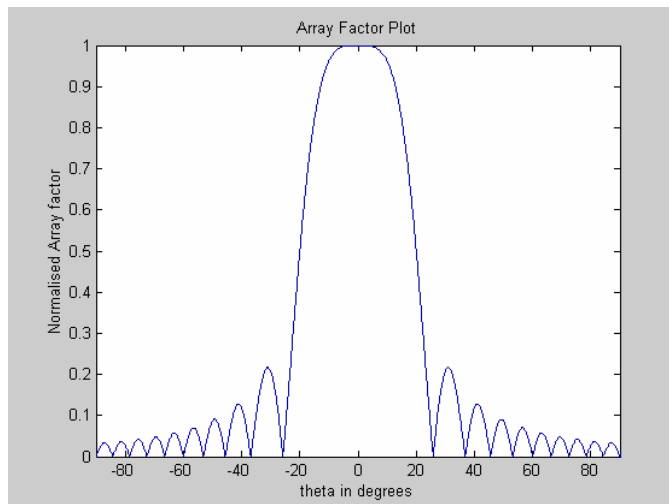


Εικόνα 4.18: Καρτεσιανό διάγραμμα ακτινοβολίας για στοιχειοκεραία 20 στοιχείων και απόσταση $d=\lambda/2$

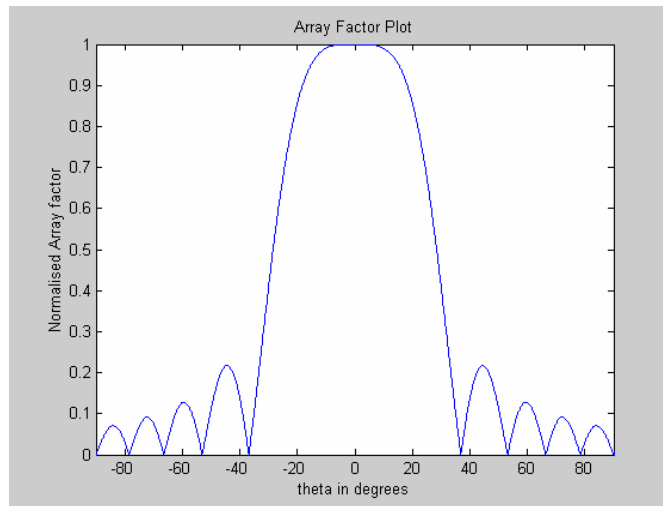


Εικόνα 4.19: Καρτεσιανό διάγραμμα ακτινοβολίας για στοιχειοκεραία 20 στοιχείων και απόσταση $d=\lambda/4$

Στις εικόνες 4.8-4.9 φαίνεται ότι το εύρος του κύριου λοβού ακτινοβολίας της στοιχειοκεραίας εξαρτάται εκτός από την απόσταση των στοιχείων και από το πλήθος των στοιχείων. Είναι εμφανές από τα γραφήματα ότι το εύρος του κύριου λοβού μειώνεται καθώς τα στοιχεία της κεραίας αυξάνονται. Τα διαγράμματα έχουν γίνει διατηρώντας σταθερή την απόσταση των στοιχείων.



Εικόνα 4.20: Καρτεσιανό διάγραμμα ακτινοβολίας για στοιχειοκεραία 20 στοιχείων και απόσταση $d=\lambda/2$



Εικόνα 4.21 Καρτεσιανό διάγραμμα ακτινοβολίας για στοιχειοκεραία 10 στοιχείων και απόσταση $d=\lambda/2$

Στοιχειοκεραίες με Ηλεκτρονικά Στρεφόμενο διάγραμμα

Όπως έχει γίνει φανερό από τα προηγούμενα, με κατάλληλη ρύθμιση των παραμέτρων kd και β , είναι δυνατός ο προσανατολισμός της μέγιστης ακτινοβολίας μιας γραμμικής στοιχειοκεραίας προς οποιαδήποτε διεύθυνση του χώρου (π.χ γωνία γ_o) σε σχέση με τον άξονα της. Στο συμπέρασμα αυτό καταλήγει και η μέθοδος της ανίχνευσης φάσης (phase scanning), κατά την οποία η κατεύθυνση της κύριας δέσμης στοιχειοκεραίας μπορεί να μεταβάλλεται με βάση τη μεταβολή της διαφοράς φάσεως β . Οι παράμετροι kd , β και γ_o συνδέονται με τη σχέση

$$kd \cos \gamma_o + \beta = 0 \quad (4.21)$$

Συνεπώς, αν με οποιοδήποτε τρόπο (π.χ με phase shifter) καθίσταται δυνατή η χρονική μεταβολή των διαφόρων φάσεων μεταξύ των ρευμάτων των στοιχείων, η κατεύθυνση της κύριας δέσμης παρακολουθεί αυτή τη μεταβολή και ανιχνεύει τον ουρανό (ή και τη θάλασσα) γύρω από τη στοιχειοκεραία, αποφεύγοντας με τον τρόπο αυτό τη μηχανική περιστροφή. Η αρχή αυτή χρησιμοποιείται κυρίως σε διατάξεις radar επιτήρησης αεροδρομίων, όπου η ανίχνευση του ουρανού επιβάλλεται να είναι αδιάκοπη και ταχύτατη.

Ωστόσο, μπορεί να θεωρηθεί ότι η διαφορά φάσης μεταξύ διαδοχικών ρευμάτων στις ομοιόμορφες γραμμικές στοιχειοκεραίες δεν αντιμετωπίζεται πλέον ως σταθερή

ποσότητα, με τα πολλαπλάσιά της να δίνουν τη φάση κάθε στοιχείου, αλλά κάθε στοιχείο έχει πλέον ξεχωριστή φάση σύμφωνα με την παρακάτω σχέση

$$c_m = a_m \exp(j\beta_m) \quad m = 0, 1, \dots, M-1 \quad (4.22)$$

όπου για την περίπτωση γραμμικών στοιχειοκεραιών με ομοιόμορφη διέγερση έχει υποτεθεί προηγουμένως ότι $a_m = a_0 = 1$ ($m=0, 1, \dots, M-1$). Η σχέση 4.12 του παράγοντα διάταξης πλέον παίρνει τη μορφή

$$S(\gamma) = \sum_{m=0}^{M-1} c_m e^{jm(kd \cos \gamma + \beta_m)} \quad (4.23)$$

Το συμπέρασμα που εξάγεται από την προηγούμενη ανάλυση είναι ότι οι ρευματικοί συντελεστές των στοιχείων αντιμετωπίζονται με μια πιο γενική θεώρηση. Το γεγονός αυτό, αναδεικνύει την ιδιαιτερότητα κάθε στοιχείου της στοιχειοκεραίας και έτσι μπορεί να μελετηθεί και να αναλυθεί καλύτερα η συμβολή του στην κλίση του κύριου λοβού, μπορεί να μελετηθεί και να αναλυθεί καλύτερα η συμβολή του στην κλίση σε συγκεκριμένες διευθύνσεις περισσότερων του ενός επιθυμητών κύριων λοβών ή την πλήρη εξάλειψή τους για την αποφυγή παρεμβολών.

4.4 Προσαρμοστική περιστροφή λοβών

Η προσαρμοστική περιστροφή λοβών είναι μια τεχνική στην οποία χρησιμοποιείται μια στοιχειοκεραία για να επιτύχει τη μέγιστη ακτινοβολία σε μια συγκεκριμένη κατεύθυνση, με τον υπολογισμό της γωνίας άφιξης των σημάτων από μια επιθυμητή κατεύθυνση (παρουσία του θορύβου) ενώ τα σήματα της ίδιας συχνότητας από διαφορετικές κατευθύνσεις απορρίπτονται. Αυτό επιτυγχάνεται με την διαφοροποίηση των βαρών κάθε ένας από τους αισθητήρες (στοιχειοκεραίες) που χρησιμοποιούνται στη κεραία. Η βασική ιδέα του συστήματος είναι ότι αν και τα σήματα προέρχονται από διαφορετικές συσκευές εκπομπής σημάτων που χρησιμοποιούν την ίδια συχνότητα-κανάλι, τα σήματα φθάνουν στην στοιχειοκεραία από διαφορετικές κατευθύνσεις. Αυτός ο χωρικός χωρισμός αξιοποιείται για να χωρίσει το επιθυμητό σήμα από τα σήματα παρεμβολών. Στην προσαρμοστική διαμόρφωση των λοβών τα βέλτιστα βάρη της στοιχειοκεραίας υπολογίζονται επαναληπτικά χρησιμοποιώντας σύνθετους αλγόριθμους που βασίζονται στα

διαφορετικά κριτήρια. Όταν λέμε βάρη μιας στοιχειοκεραίας ουσιαστικά εννοούμε τον καθορισμό των παραμέτρων a_m και β_m έτσι όπως ορίζονται από την σχέση

$$c_m = a_m \exp(j\beta_m) \quad m = 0, 1, \dots, M-1 \quad (4.24)$$

Η προσαρμοστική περιστροφή λοβού ολοκληρώνεται με τον καθορισμό της φάσης κάθε στοιχείου της κεραίας ώστε τα σήματα που λαμβάνονται ή εκπέμπονται από όλα τα στοιχεία της κεραίας να έχουν την κατάλληλη φάση ώστε να στρέφονται προς μια συγκεκριμένη κατεύθυνση. Θεωρώντας την στοιχειοκεραία επί του άξονα z ο παράγοντας διάταξης είναι (θα χρησιμοποιούμε τον συμβολισμό AF για τον παράγοντα διάταξης):

$$AF = \sum_{m=0}^{M-1} a_m e^{jm(\frac{2\pi}{\lambda}d \cos \gamma + \beta_m)} \quad (4.25)$$

με a_m η μεταβλητή διέγερση εύρους.

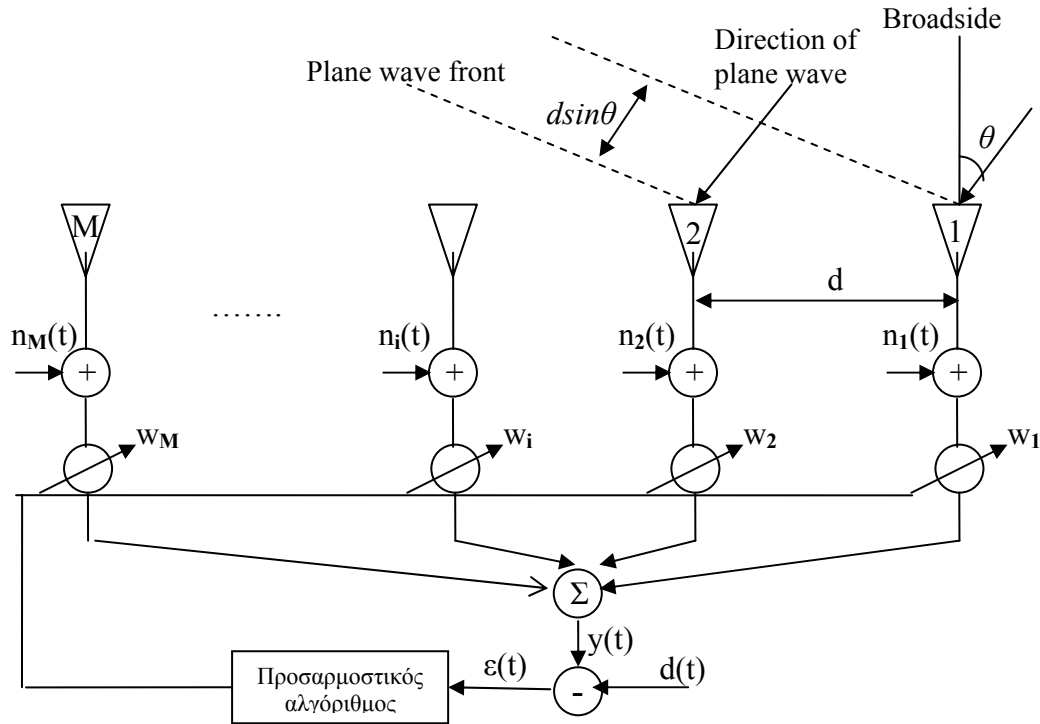
Η διάφορα φάσης μεταξύ των στοιχείων δίνεται από την σχέση:

$$\beta_m = -\frac{2\pi d}{\lambda} \cos \phi_o \quad (4.26)$$

με ϕ_o να είναι η επιθυμητή κατεύθυνση.

Για την δυνατότητα της περιστροφής των λοβών της κεραίας θα πρέπει να χρησιμοποιηθεί η έξοδος της προσαρμοστικής στοιχειοκεραίας σε σχέση με ένα σήμα αναφοράς. Γι αυτό το λόγο θα παρουσιάσουμε τον τρόπο που προκύπτει η έξοδος μιας στοιχειοκεραίας που χρησιμοποιεί προσαρμοστικός αλγόριθμο.

Θεωρώντας την διάταξη του σήματος 4.10 όπου τα στοιχεία της κεραίας είναι σε απόσταση d , επί τον άξονα x . Θεωρούμε θ την γωνία με την οποία φτάνουν τα σήματα στην κεραία. Η γωνία αυτή ονομάζεται γωνία άφιξης του σήματος ενδιαφέροντος και μετριέται σύμφωνα με την φορά των δεικτών του ρολογιού από τον άξονα z .



Εικόνα 4.22: Διάταξη στοιχειοκεραίας

Το λαμβανόμενο σήμα στο πρώτο στοιχείο της κεραίας δίνεται από την σχέση:

$$x_1(t) = u(t) \exp \{j(\gamma(t) + ph)\} \quad (4.27)$$

όπου $\gamma(t)$ είναι η μεταδιδόμενη πληροφορία, $u(t)$ το πλάτος του σήματος, and ph είναι η τυχαία φάση του σήματος μετάδοσης.

Θεωρώ ότι το στοιχείο αυτό είναι το σημείο αναφοράς και ότι τα σήματα που μεταδίδονται από μακρινή απόσταση «ταξιδεύουν» σε ένα μέσο που εισάγει μόνο τις καθυστερήσεις διάδοσης. Αυτές οι θεωρήσεις οδηγούν στο συμπέρασμα ότι το σήμα προσπίπτει σε όλα τα υπόλοιπα στοιχεία της κεραίας είτε με χρονική καθυστέρηση είτε με χρονικό προβάδισμα. Από την εικόνα 4.10 παρατηρούμε ότι το σήμα διανύει επιπλέον $d \sin(\theta)$ απόσταση για να φτάσει στο δεύτερο στοιχείο της κεραίας.. Επομένως το σήμα που λαμβάνεται από το δεύτερο στοιχείο της κεραίας και θεωρώντας ότι είναι χρονικά καθυστερημένο σε σχέση με το σημείο αναφοράς είναι:

$$x_2(t) = u(t) \exp \{j(-2\pi f_c r + \gamma(t) + \beta)\} = x_1(t) \exp \{-j(2\pi f_c r)\} \quad (4.28)$$

όπου f_c είναι η συχνότητα λειτουργίας του συστήματος μας (ισχύει ότι $f_c = \frac{c}{\lambda}$ και

λ : μήκος κύματος του συστήματος) και $r = \frac{d \sin(\theta)}{c}$ είναι η χρονική καθυστέρηση

του σήματος. Επιπλέον c είναι η ταχύτητα διάδοσης του σήματος. Δεδομένου ότι η χρονική καθυστέρηση του σήματος δηλώνεται με χρήση του παράγοντα $\exp\{-j(2\pi f_c r)\}$.

Επομένως για το δεύτερο στοιχείο προκύπτει ότι το λαμβανόμενο σήμα είναι της μορφής:

$$x_2(t) = x_1(t) \exp\left\{-j\left(\frac{2\pi}{\lambda} d \sin \theta\right)\right\} \quad (4.29)$$

ομοίως προκύπτει ότι για το i -οστό στοιχείο της κεραίας το λαμβανόμενο σήμα μπορεί να εκφραστεί ως:

$$x_i(t) = x_1(t) \exp\left\{-j\left(\frac{2\pi}{\lambda} (i-1)d \sin \theta\right)\right\} \quad (4.30)$$

Θεωρώντας

$$\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \dots \\ \dots \\ x_M(t) \end{bmatrix} \quad (4.31)$$

και

$$\mathbf{a}(\theta) = \begin{bmatrix} 1 \\ e^{-j\frac{2\pi}{\lambda} d \sin(\theta)} \\ \dots \\ \dots \\ e^{-j\frac{2\pi}{\lambda} (M-1)d \sin(\theta)} \end{bmatrix} \quad (4.32)$$

η σχέση 4.30 μπορεί να εκφραστεί με την μορφή πινάκων ως

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{a}(\theta)x_1(t) \quad (4.33)$$

Το διάνυσμα $\mathbf{x}(t)$ αναφέρεται συχνά ως διάνυσμα δεδομένων εισόδου και το $\mathbf{a}(\theta)$ καλείται διάνυσμα περιστροφής. Το διάνυσμα περιστροφής καλείται και διάνυσμα κατεύθυνσης (DOA- direction of arrival vector). Το διάνυσμα περιστροφής είναι μια συνάρτηση των γωνιών πρόσπτωσης των σημάτων που φτάνουν στην στοιχειοκεραία.

Επιθυμούμε να επεκτείνουμε την προηγούμενη απλή περίπτωση σε μια πιο γενική μορφή. Ας υποθέσουμε ότι υπάρχουν q σήματα $s_1(t), \dots, s_q(t)$ τα οποία προσπίπτουν επί της στοιχειοκεραιάς με κατεύθυνση θ_i , $i = 1, 2, \dots, q$. Αυτά τα σήματα υποθέτουμε ότι είναι εκπομπές διαφορετικών χρηστών και επιπλέον επηρεάζονται από το θορυβώδες περιβάλλον. Το λαμβανόμενο σήμα στη στοιχειοκεραία είναι μια αλληλουχία όλων των προσκρούομενων στην κεραία σημάτων και του θορύβου. Επομένως το διάνυσμα δεδομένων εισόδου εκφράζεται ως:

$$\mathbf{x}(t) = \sum_{i=1}^q \mathbf{a}(\theta_i)s_i(t) + \mathbf{n}(t) \quad (4.34)$$

όπου

$$\mathbf{a}(\theta_i) = \begin{bmatrix} 1 \\ e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}d \sin(\theta_i)} \\ \dots\dots\dots \\ e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}(M-1)d \sin(\theta_i)} \end{bmatrix} \quad (4.35)$$

και $\mathbf{n}(t)$ δηλώνει τον $M \times 1$ πίνακα θορύβου στα στοιχεία της κεραίας.

Η σχέση 4.34 χρησιμοποιώντας διανυσματική αναπαράσταση μετατρέπεται σε:

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{A}(\boldsymbol{\Theta})\mathbf{s}(t) + \mathbf{n}(t) \quad (4.36)$$

όπου $\mathbf{A}(\boldsymbol{\Theta})$ είναι ο $M \times q$ πίνακας των διανυσμάτων περιστροφής:

$$\mathbf{A}(\boldsymbol{\Theta}) = [\mathbf{a}(\theta_1), \dots, \mathbf{a}(\theta_q)] \quad (4.37)$$

και

$$\mathbf{s}(t) = \begin{bmatrix} s_1(t) \\ \dots \\ s_q(t) \end{bmatrix} \quad (4.38)$$

Για την καλύτερη κατανόηση του προβλήματος μπορούμε να επανα-διατυπώσουμε την σχέση 4.36 διαχωρίζοντας το σήμα ενδιαφέροντος από τους παρεμβολείς. Πιο συγκεκριμένα με $s(t)$ δηλώνουμε το σήμα ενδιαφέροντος που προσπίπτει στην στοιχειοκεραία με γωνία θ_o , ενώ με $u_i(t)$ δηλώνουμε τα N_u σήματα παρεμβολών τα οποία προσπίπτουν στην στοιχειοκεραία με γωνία θ_i . Σημειώνεται σε αυτό το σημείο ότι αυτές οι γωνίες είναι γνωστές εκ των προτέρων χρησιμοποιώντας αλγόριθμους καθορισμού της γωνίας άφιξης σημάτων.

Η έξοδος της στοιχειοκεραίας $x(t)$ μπορεί να επανα-διατυπωθεί ως:

$$x(t) = s(t)a(\theta_o) + \sum_{i=1}^{N_u} u_i(t)a(\theta_i) + n(t) \quad (4.39)$$

όπου

$a(\theta_o)$ είναι το διάνυσμα περιστροφής για το σήμα ενδιαφέροντος και

$u_i(\theta_i)$ είναι το διάνυσμα περιστροφής για τα σήματα παρεμβολών.

Η έξοδος του συστήματος περιστροφής λοβών δίνεται από την σχέση:

$$y(k) = \sum_{i=1}^M w_i^* x_i(k), \quad i=1,2,\dots,M \quad (4.40)$$

όπου $*$ συμβολίζει τους συζυγείς αριθμούς. Το w_i είναι τα βάρη του κάθε στοιχείου της κεραίας. Η παραπάνω σχέση με την μορφή πινάκων μπορεί να εκφραστεί ως:

$$y(k) = \mathbf{w}^H \mathbf{x}(k) \quad (4.41)$$

όπου $\mathbf{w} = [w_1 \ w_2 \ \dots \ w_M]^T$ και H παριστάνει τον συζυγή αντίστροφο πίνακα.

Όπως γίνεται αντιληπτό για τον καθορισμό των βαρών που ουσιαστικά ορίζουν και την δυνατότητα της στοιχειοκεραίας να στρέφεται απαιτείται ο καθορισμός του σήματος $s(t)$ από το συνολικό σήμα $x(t)$, ελαχιστοποιώντας το σφάλμα μεταξύ του εκτιμώμενου σήματος $\hat{s}(t)$ και του πραγματικού $s(t)$. Για την ελαχιστοποίηση αυτού του σφάλματος χρησιμοποιούνται οι προσαρμοστικοί αλγόριθμοι που θα αναπτυχθούν στο επόμενο κεφάλαιο. Οι προσαρμοστικοί αλγόριθμοι έχουν επίσης μεγάλη σημασία καθώς από τα αποτελέσματα τους προκύπτει και η απόκριση του συστήματος περιστροφής λοβών

Η απόκριση του συστήματος δίνεται από την σχέση

$$g(\theta) = \mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta) \quad (4.42)$$

όπου $\mathbf{w} = [w_1 \ w_2 \ \dots \ w_M]^T$ και $\mathbf{a}(\theta)$ δίνεται από την σχέση 4.32. Το $g(\theta)$ παριστάνει την απόκριση της στοιχειοκεραίας για ένα σήμα με γωνία πρόσπτωσης θ . στην περίπτωση που τα προσπίπτοντα σήματα είναι περισσότερα από ένα το διάνυσμα \mathbf{w} θα έχει τέτοιες τιμές ώστε να στρέφεται ο λοβός ακτινοβολίας μόνο προς την κατεύθυνση ενδιαφέροντος και ταυτόχρονα να μηδενίζεται η ακτινοβολία προς τις κατευθύνσεις των παρεμβολών. Για το διάγραμμα ακτινοβολίας καθορίζεται το μέτρο του $g(\theta)$, δηλαδή $G(\theta) = |g(\theta)|$.

Χρησιμοποιώντας το $G(\theta)$ καθορίζουμε την κανονικοποιημένη μορφή της απόκρισης του συστήματος

$$g_n(\theta) = \frac{g(\theta)}{\max\{G(\theta)\}} \quad (4.43)$$

με $g_n(\theta)$ να ονομάζεται κανονικοποιημένη μορφή ακτινοβολίας ή κανονικοποιημένος παραγοντας διάταξης.

Κεφάλαιο 5

Απόδοση συστημάτων περιστροφής λοβών και προσαρμοστικοί αλγόριθμοι

5.1 Κριτήρια βελτιστοποίησης απόδοσης

Η έξυπνες κεραίες για να μπορέσουν να στρέψουν το κύριο λοβό ακτινοβολίας προς μια συγκεκριμένη διεύθυνση θα πρέπει να καθορίσουν σωστά τον πίνακα βαρών των στοιχείων της κεραίας. Για να γίνει αυτό χρησιμοποιείται ένα προσαρμοστικός μηχανισμός που στηρίζεται σε κάποια κριτήρια που θα αναπτυχθούν στο κεφάλαιο αυτό. Προκειμένου να παραχθεί το σωστό διάνυσμα βαρών $\mathbf{w}_{opt} = [w_{1_{opt}} \quad w_{2_{opt}} \quad \dots \quad w_{M_{opt}}]^T$ χρησιμοποιούνται συνήθως τα τέσσερα παρακάτω κριτήρια:

- Κριτήριο ελάχιστου μέσου τετραγωνικού σφάλματος (Minimum Mean Square Error - MMSE)
- Κριτήριο του μέγιστου λόγου σήματος προς παρεμβολή (Maximum Signal to Interference plus Noise ratio - MSINR)
- Κριτήριο μέγιστης πιθανοφάνειας (Maximum Likelihood - ML)
- Κριτήριο της ελάχιστης διαφοράς (Minimum Variance - MV)

5.1.1 Κριτήριο ελάχιστου μέσου τετραγωνικού σφάλματος

Το Κριτήριο του ελάχιστου μέσου τετραγωνικού σφάλματος (EMTS) πρωτο-μελετήθηκε από τον Widrow και AL. Το Κριτήριο επιδιώκει να ελαχιστοποιήσει το λάθος μεταξύ του σήματος εξόδου της στοιχειοκεραίας $y(t)$ και ενός επιθυμητού σήματος $s(t)$, που θεωρούμε ότι είναι το αρχικά εκπεμπόμενο. Στην πραγματικότητα το επιθυμητό σήμα $s(t)$ δεν είναι βέβαια γνωστό. Εντούτοις, χρησιμοποιώντας κάποιες τεχνικές όπως είναι η μέθοδος εκπαίδευσης ή εκτίμησης μπορεί να παραχθεί

ένα σήμα αναφορά $r(t)$, το οποίο προσεγγίζει πολύ το επιθυμητό σήμα $s(t)$. Όπως έχει αναφερθεί στο προηγούμενο κεφάλαιο το διάνυσμα δεδομένων εισόδου δίνεται από την σχέση:

$$\mathbf{x}(t) = s(t)\mathbf{a}(\theta) + \mathbf{u}(t) = \mathbf{s}(t) + \mathbf{u}(t) \quad (5.1)$$

όπου $\mathbf{a}(\theta)$ διάνυσμα περιστροφής και $\mathbf{u}(t)$ είναι ο πίνακας που περιέχει θόρυβο με μηδενική μέση τιμή και τα σήματα παρεμβολών. Από το προηγούμενο κεφάλαιο η έξοδος τους προσαρμοστικού συστήματος είναι

$$y(t) = \mathbf{w}^H \mathbf{x}(t) \quad (5.2)$$

Η διάφορα μεταξύ του σήματος αναφοράς και του σήματος εξόδου του συστήματος είναι:

$$\varepsilon(t) = r(t) - y(t) = r(t) - \mathbf{w}^H \mathbf{x}(t) \quad (5.3)$$

ενώ τα βάρη επιλέγονται ώστε να ελαχιστοποιηθεί το μέσο τετραγωνικό σφάλμα (ΜΣΤ):

$$E\{|\varepsilon(t)|^2\} = E\{|r(t) - \mathbf{w}^H \mathbf{x}(t)|^2\} \quad (5.4)$$

όπου $E\{\cdot\}$ παριστάνει την μέση τιμή. Η προηγούμενη σχέση γίνεται:

$$\begin{aligned} E\{|\varepsilon(t)|^2\} &= E\{|r(t)|^2\} - \mathbf{w}^T E\{\mathbf{x}^*(t)r(t)\} - \mathbf{w}^H E\{\mathbf{x}(t)r^*(t)\} + \mathbf{w}^H E\{\mathbf{x}(t)\mathbf{x}^H(t)\}\mathbf{w} \\ &= E\{|r(t)|^2\} - \mathbf{w}^T \mathbf{r}_{xr}^* - \mathbf{w}^H \mathbf{r}_{xr} + \mathbf{w}^H \mathbf{R}_{xx} \mathbf{w} \end{aligned} \quad (5.5)$$

όπου $\mathbf{r}_{xr} = E\{\mathbf{x}(t)r^*(t)\}$ και $\mathbf{R}_{xx} = E\{\mathbf{x}(t)\mathbf{x}^H(t)\}$ λέγονται πίνακες συσχέτισης και συνδιακύμανσης αντίστοιχα. Το $(\cdot)^*$ συμβολίζει τον συζυγή μιγαδικό αριθμό. Ο βέλτιστος πίνακας βαρών μπορεί να υπολογιστεί θέτοντας την παραγωγό της σχέσης (5.5) ως προς το \mathbf{w} ίση με το μηδέν:

$$\nabla_{\mathbf{w}} E\{|\varepsilon(t)|^2\} = -2\mathbf{r}_{xr} + 2\mathbf{R}_{xx} \mathbf{w} = 0 \quad (5.6)$$

με αποτέλεσμα μα προκύψει η λύση

$$\mathbf{w}_{MMSE} = \mathbf{w}_{opt} = \mathbf{R}_{xx}^{-1} \mathbf{r}_{xr} \quad (5.7)$$

η παραπάνω ισότητα είναι γνωστή σαν Wiener-Hopf ή βέλτιστη λύση του Wiener. Αντικαθιστώντας στην σχέση (5.7) την (5.5) έχουμε την βέλτιστη τιμή του ελάχιστου μέσου τετραγωνικού σφάλματος

$$MMSE = E\{|\varepsilon(t)|^2\} = E\{|r(t)|^2\} - \mathbf{r}_{xr}^H \mathbf{R}_{xx}^{-1} \mathbf{r}_{xr} \quad (5.8)$$

5.1.2 Κριτήριο μέγιστου λόγου σήματος προς παρεμβολή

Το Κριτήριο που ικανοποιεί αυτή η μέθοδος είναι η μεγιστοποίηση του λόγου σήματος προς παρεμβολή (SINR). Χρησιμοποιώντας την εξίσωση (5.1) η έξοδος της στοιχειοκεραιας μπορεί να εκφραστεί ως:

$$\begin{aligned} y(t) &= \mathbf{w}^H \mathbf{x}(t) = \mathbf{w}^H \mathbf{s}(t) + \mathbf{w}^H \mathbf{u}(t) = \\ &= y_s(t) + y_u(t) \end{aligned} \quad (5.9)$$

η μέση τιμή του λόγου σήματος προς παρεμβολή δίνεται από την σχέση:

$$\text{SINR} = E\left\{\frac{|y_s(t)|^2}{|y_u(t)|^2}\right\} = E\left\{\frac{\mathbf{w}^H \mathbf{s}(t) \mathbf{s}^H(t) \mathbf{w}}{\mathbf{w}^H \mathbf{u}(t) \mathbf{u}^H(t) \mathbf{w}}\right\} = \frac{\mathbf{w}^H \mathbf{R}_{ss} \mathbf{w}}{\mathbf{w}^H \mathbf{R}_{uu} \mathbf{w}} \quad (5.10)$$

όπου είναι $\mathbf{R}_{ss} = E\{\mathbf{s}(t) \mathbf{s}^H(t)\}$ και $\mathbf{R}_{uu} = E\{\mathbf{u}(t) \mathbf{u}^H(t)\}$. Παραγωγίζοντας την σχέση (5.10) ως προς \mathbf{w} προκύπτει:

$$\begin{aligned} \nabla_{\mathbf{w}} \text{SINR} &= \frac{\nabla_{\mathbf{w}} (\mathbf{w}^H \mathbf{R}_{ss} \mathbf{w}) (\mathbf{w}^H \mathbf{R}_{uu} \mathbf{w}) - (\mathbf{w}^H \mathbf{R}_{ss} \mathbf{w}) \nabla_{\mathbf{w}} (\mathbf{w}^H \mathbf{R}_{uu} \mathbf{w})}{(\mathbf{w}^H \mathbf{R}_{uu} \mathbf{w})^2} \\ &= \frac{2\mathbf{R}_{ss} \mathbf{w} (\mathbf{w}^H \mathbf{R}_{uu} \mathbf{w}) - 2\mathbf{R}_{uu} \mathbf{w} (\mathbf{w}^H \mathbf{R}_{ss} \mathbf{w})}{(\mathbf{w}^H \mathbf{R}_{uu} \mathbf{w})^2} \end{aligned} \quad (5.11)$$

η βέλτιστη τιμή του πίνακα βαρών \mathbf{w}_{opt} μπορεί να προκύψει θέτοντας $\nabla_{\mathbf{w}} \text{SINR} = 0$, με αποτέλεσμα

$$\mathbf{R}_{ss} \mathbf{w} = \frac{\mathbf{w}^H \mathbf{R}_{ss} \mathbf{w}}{\mathbf{w}^H \mathbf{R}_{uu} \mathbf{w}} \mathbf{R}_{uu} \mathbf{w} = \text{SINR} \mathbf{R}_{uu} \mathbf{w} \quad (5.12)$$

Εάν ο πίνακας \mathbf{R}_{uu} η εξίσωση (5.12) μπορεί να ξαναδιατυπωθεί σε:

$$\mathbf{R}_{uu}^{-1} \mathbf{R}_{ss} \mathbf{w} = \text{SINR} \mathbf{w} \quad (5.13)$$

το οποίο αποτελεί ένα συνηθισμένο πρόβλημα ιδιοτιμών. Αξίζει να επισημανθεί σε αυτό το σημείο ότι το δεξί μέρος της εξίσωσης (5.11) είναι μεταξύ της μέγιστης και της ελάχιστης ιδιοτιμής του $\mathbf{R}_{uu}^{-1} \mathbf{R}_{ss}$. Η μέγιστη ιδιοτιμή λ_{\max} ικανοποιεί την συνθήκη

$$\mathbf{R}_{uu}^{-1} \mathbf{R}_{ss} \mathbf{w} = \lambda_{\max} \mathbf{w} \quad (5.14)$$

από την τελευταία σχέση είναι ξεκάθαρο ότι η λ_{\max} είναι η βέλτιστη τιμή για τον SINR. αποτέλεσμα αυτού είναι ότι μόνο ένα ιδιοδιάνυσμα \mathbf{w}_{opt} για την τιμή λ_{\max} :

$$\mathbf{w}_{opt} = \frac{\mathbf{R}_{uu}^{-1} \mathbf{R}_{ss} \mathbf{w}_{opt}}{\text{SINR}} = \frac{\mathbf{R}_{uu}^{-1} E\{s(t) \mathbf{a}(\theta) s(t) \mathbf{a}^H(\theta)\} \mathbf{w}_{opt}}{\text{SINR}} = \frac{\mathbf{R}_{uu}^{-1} \mathbf{a}(\theta) \mathbf{a}^H(\theta) \mathbf{w}_{opt} E\{|s(t)|^2\}}{\text{SINR}} \quad (5.15)$$

θεωρώντας την μεταβλητή β

$$\beta = \frac{\mathbf{a}^H(\theta) \mathbf{w}_{opt} E\{|s(t)|^2\}}{\text{SINR}} \quad (5.16)$$

το βέλτιστο διάνυσμα βαρών μπορεί να εκφραστεί σε παρόμοια μορφή με την λύση Wiener-Hopf σαν

$$\mathbf{w}_{\text{SINR}} = \mathbf{w}_{opt} = \beta \mathbf{R}_{uu}^{-1} \mathbf{a}(\theta) \quad (5.17)$$

5.1.3 Κριτήριο μέγιστης πιθανοφάνειας

Ανακαλώντας το διάνυσμα δεδομένων εισόδου καθορίζουμε την συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας για το $\mathbf{s}(t)$ δεδομένου του $\mathbf{x}(t)$ ως $p_{\mathbf{x}(t)|\mathbf{s}(t)}\{\mathbf{x}(t)\}$. Σκοπός αυτής της μεθόδου είναι να μεγιστοποιήσει την $p_{\mathbf{x}(t)|\mathbf{s}(t)}\{\mathbf{s}(t)\}$ δεδομένου του $\mathbf{x}(t)$.

Δοθέντος ότι ο φυσικός αλγόριθμος είναι μονότονη συνάρτηση, αυξάνοντας την ποσότητα $p_{x(t)|s(t)}\{\mathbf{x}(t)\}$ είναι ισοδύναμο με την αύξηση της ποσότητας $\ln[p_{x(t)|s(t)}\{\mathbf{x}(t)\}]$. Η συνάρτηση πιθανοφάνειας του πίνακα $\mathbf{x}(t)$ μπορεί να καθοριστεί ως

$$L[\mathbf{x}(t)] = -\ln[p_{x(t)|s(t)}\{\mathbf{x}(t)\}] \quad (5.18)$$

υποθέτουμε ότι ο πίνακας $\mathbf{u}(t)$ είναι σταθερός γκαουσιανός πίνακας με μηδενική μέση τιμή και πίνακα συνδιακύμανσης \mathbf{R}_{uu} . θεωρούμε επίσης ότι ο $\mathbf{x}(t)$ είναι γκαουσιανός τυχαίος πίνακας με μέση τιμή $s(t)\mathbf{a}(\theta)$. Χρησιμοποιώντας αυτές τις παραδοχές η συνάρτηση πιθανοφάνειας εκφράζεται ως:

$$\mathbf{x}(t) = c[\mathbf{x}(t) - \mathbf{a}(\theta)s(t)]^H \mathbf{R}_{uu}^{-1}[\mathbf{x}(t) - \mathbf{a}(\theta)s(t)] \quad (5.19)$$

όπου c αποτελεί μια σταθερά ανεξάρτητη των $\mathbf{x}(t)$ και $s(t)$.

Σκοπός της μεθόδου είναι να παράγει μια εκτίμηση $\hat{s}(t)$ του $s(t)$ η οποία θα ελαχιστοποιεί την σχέση (5.19). Θέτοντας την μερική παραγωγό του $L[x(t)]$ ως προς $s(t)$ ίση με το μηδέν προκύπτει:

$$\frac{\partial L[\mathbf{x}(t)]}{\partial s(t)} = -2\mathbf{a}^H(\theta)\mathbf{R}_{uu}^{-1}\mathbf{x}(t) + 2\hat{s}(t)\mathbf{a}^H(\theta)\mathbf{R}_{uu}^{-1}\mathbf{a}(\theta) = 0 \quad (5.20)$$

Επισημαίνοντας ότι ο όρος $\mathbf{a}^H(\theta)\mathbf{R}_{uu}^{-1}\mathbf{a}(\theta)$ είναι βαθμωτός, προκύπτει ότι

$$\hat{s}(t) = \frac{\mathbf{a}^H(\theta)\mathbf{R}_{uu}^{-1}\mathbf{x}(t)}{\mathbf{a}^H(\theta)\mathbf{R}_{uu}^{-1}\mathbf{a}(\theta)} \quad (5.21)$$

Συγκρίνοντας τις εξισώσεις (5.21) και (5.2) είναι εύκολα αντιληπτό ότι ο βέλτιστος πίνακας βαρών \mathbf{w}_{opt} χρησιμοποιώντας την μέθοδο ελάχιστης διαφοράς είναι:

$$\mathbf{w}_{ML} = \mathbf{w}_{opt} = \frac{\mathbf{R}_{uu}^{-1}\mathbf{a}(\theta)}{\mathbf{a}^H(\theta)\mathbf{R}_{uu}^{-1}\mathbf{a}(\theta)} \quad (5.22)$$

Καθορίζοντας επίσης τον όρο

$$\beta = \frac{1}{\mathbf{a}^H(\theta)\mathbf{R}_{uu}^{-1}\mathbf{a}(\theta)} \quad (5.23)$$

η βέλτιστη τιμή του πίνακα βαρών χρησιμοποιώντας το Κριτήριο ελάχιστης διαφοράς μπορεί να εκφραστεί σε παρόμοια μορφή με την ισότητα Wiener-Hopf ως εξής:

$$\mathbf{w}_{ML} = \beta \mathbf{R}_{uu}^{-1} \mathbf{a}(\theta) \quad (5.24)$$

5.1.4 Κριτήριο ελάχιστης διαφοράς

Το Κριτήριο αυτό χρησιμοποιείται όταν τόσο το επιθυμητό σήμα όσο και η κατεύθυνση πρόσπτωσης του είναι γνωστές. Ανακαλώντας την έξοδο τους συστήματος περιστροφής λοβών έχουμε:

$$\begin{aligned} y(t) &= \mathbf{w}^H \mathbf{x}(t) = \mathbf{w}^H \mathbf{s}(t) + \mathbf{w}^H \mathbf{u}(t) \\ &= \mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta) s(t) + \mathbf{w}^H \mathbf{u}(t) \end{aligned} \quad (5.25)$$

Προκειμένου να εξασφαλίσουμε το επιθυμητό σήμα με συγκεκριμένο κέρδος προς μια συγκεκριμένη κατεύθυνση χρησιμοποιούμε τον περιορισμό

$$\mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta) = g \quad (5.26)$$

Αντικαθιστώντας την εξίσωση (5.26) στην (5.25) η έξοδος της στοιχειοκεραιας δίνεται από την εξίσωση

$$y(t) = gs(t) + \mathbf{w}^H \mathbf{u}(t) \quad (5.27)$$

Δεδομένου ότι το $\mathbf{u}(t)$ είναι μια γκαουσιανη μεταβλητή με μηδενική μέση τιμή ισχύει ότι $E\{y(t)\} = gs(t)$. Η στατιστική διακύμανση της εξόδου του συστήματος δίνεται από :

$$\begin{aligned} \text{var}\{y(t)\} &= E\{[y(t) - gs(t)][y(t) - gs(t)]^*\} \\ &= E\{\mathbf{w}^H \mathbf{u}(t) [\mathbf{w}^H \mathbf{u}(t)]^H\} \\ &= \mathbf{w}^H \mathbf{R}_{uu} \mathbf{w} \end{aligned} \quad (5.28)$$

χρησιμοποιώντας την μέθοδο Lagrange προκύπτει

$$\nabla_{\mathbf{w}} \{ \mathbf{w}^H \mathbf{R}_{uu} \mathbf{w} - \beta [g - \mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta)] \} = 0 \quad (5.29)$$

ή ισοδύναμα

$$\mathbf{R}_{uu} \mathbf{w} - \beta \mathbf{a}(\theta) = 0 \quad (5.30)$$

Εάν ο πίνακας \mathbf{R}_{uu}^{-1} είναι αντιστρέψιμος το βέλτιστος πίνακας βαρών με χρήση του κριτηρίου ελάχιστης διαφοράς προκύπτει από την σχέση:

$$\mathbf{w}_{MV} = \beta \mathbf{R}_{uu}^{-1} \mathbf{a}(\theta) \quad (5.31)$$

όπου

$$\beta = \frac{g}{\mathbf{a}^H \mathbf{R}_{uu}^{-1} \mathbf{a}(\theta)} \quad (5.32)$$

5.2 Προσαρμοστικοί αλγόριθμοι

Στην προηγούμενη παράγραφο, παρουσιάστηκαν τα βέλτιστα κριτήρια κάθε μέθοδο τα οποία είναι αρκετά σχετικά μεταξύ τους. Γι αυτό το λόγο η επιλογή του κριτηρίου δεν είναι σημαντική, όσον αφορά την απόδοση του συστήματος. Από την άλλη όμως η επιλογή του προσαρμοστικού αλγόριθμου για τον καθορισμό του διανύσματος βαρών της στοιχειοκεραίης είναι πολύ σημαντική καθώς προσδιορίζει την ταχύτητα σύγκλισης και την πολυπλοκότητα κατασκευής του συστήματος. Σε αυτήν την παράγραφο θα παρουσιάσουμε κάποιους από τους χρησιμοποιημένους προσαρμοστικούς αλγόριθμους αφού πρώτα κάνουμε μια ιστορική ανάδρομη.

5.2.1 Ιστορική αναδρομή

Θεωρία

Η αρχική μελέτη της θεωρίας εκτίμησης που προσπαθεί να ελαχιστοποιήσει διαφορετικές συναρτήσεις λάθους αποδίδεται στον Galileo Galillei στα 1632. Η

πρώτη μελέτη του ελάχιστου μέσου τετραγωνικού σφάλματος σε στοχαστικές διαδικασίες έγινε από τους Kolmogorov, Krein και Wiener στα τέλη του 1930 και 1940. Η εργασία του Kolmogorov και Krein ήταν ανεξάρτητη από του Wiener, και πέρα από το γεγονός ότι είχαν κοινά στοιχεία η σκοπός τους ήταν διαφορετικός. Ο Kolmogorov ανέπτυξε μια πολυδιάστατη χρήση των προβλημάτων γραμμικής εκτίμησης για διακριτές στοχαστικές διαδικασίες. Ο Krein χρησιμοποίησε τα αποτελέσματα του Kolmogorov σε διαδικασίες συνεχούς χρόνου. Ο Wiener, ανεξάρτητα, διατύπωσε ένα πρόβλημα εκτίμησης συνεχούς χρόνου και παρήγαγε έναν σαφή τύπο για τον βέλτιστο εκτιμητή. Είναι η πρώτη φορά που στην εκτίμηση μιας διαδικασίας συμπεριληφθεί και η ύπαρξη διαδικασίας που προσομοιώνει τον προσθετικό θόρυβο. Ο ρητός τύπος για τη βέλτιστη εκτίμηση απαίτησε τη λύση μιας ολοκληρωτικής εξίσωσης γνωστής ως Wiener-Hopf εξίσωση (1931). Το 1947 ο Levinson διατύπωσε το πρόβλημα του Wiener για την περίπτωση διακριτών σημάτων, και η εξίσωση Wiener-Hopf αποτυπώνεται με την μορφή πινάκων σαν $\mathbf{R}\mathbf{w}_o = \mathbf{p}$, όπου \mathbf{w}_o είναι το διάνυσμα των βέλτιστων βαρών, \mathbf{R} ο πίνακας συσχέτισης των δεδομένων εισόδου και \mathbf{P} ο πίνακας συνδιακύμανσης μεταξύ των δεδομένων εισόδου και της επιθυμητής απόκρισης. Ο Levinson εξήγαγε μια κομψή επαναληπτική διαδικασία για την επίλυση της εξίσωσης του Wiener-Hopf (1947). Στην συνέχεια προέκυψε η δυσκολία της επίλυσης του προβλήματος καθώς μεγάλωνε το διάστημα παρατηρήσεων-δειγμάτων. Για τον λόγο αυτόν έγινε δύσκολη η τροποποίηση των διανυσμάτων που χρησιμοποιούνταν. Την λύση την έδωσε ο Kalman το 1961 παρουσιάζοντας κάποιες ενεές μορφές επαναληπτικών αλγορίθμων. Τέλος το 1973 ο Kailath επανα-διατύπωσε την λύση του γραμμικού προβλήματος χρησιμοποιώντας μια νέα προσέγγιση.

Προσαρμοστικοί αλγόριθμοι

Στα τέλη της δεκαετίας του 1950 εμφανίστηκε ο αλγόριθμος ελαχίστων μέσων τετραγώνων (Least-mean squares-LMS) ως ένας απλός αλγόριθμος. Ο LMS επινοήθηκε και τελειοποιήθηκε από τους Widrow και Hoff στα 1970. Ο LMS είναι ένας στοχαστικός βαθμωτά μεταβαλλόμενος αλγόριθμος κατά τον οποίο υπολογίζεται κάθε βάρος επαναληπτικά με μεταβολή που καθορίζεται από την κατεύθυνση που προκύπτει από την ολοκλήρωση ενός σήματος λάθους. ένας άλλος αλγόριθμος που είναι όμοιος με τον LMS είναι ο gradient adaptive lattice (GAL).

Το 1974 ο Godard χρησιμοποιώντας την θεωρία του Kalman πρότεινε έναν νέο προσαρμοστικό αλγόριθμο, ο οποίος είχε πιο γρήγορη σύγκλιση βαρών. Η προσέγγιση του Godard έγινε ευρέως αποδεκτή και ονομάστηκε Kalman ή Godard αλγόριθμος. Ο αλγόριθμος αυτός έχει ομοιότητες με τον αλγόριθμο των επαναληπτικών ελαχίστων τετραγώνων (recursive least squares RLS) ο οποίος αποδόθηκε στον Plackett στα 1950. Ο RLS έχει γρηγορότερο ρυθμό σύγκλισης από τον LMS αλλά έχει μεγαλύτερη υπολογιστική πολυπλοκότητα. Για να αντιμετωπιστεί η αύξηση της πολυπλοκότητας αναπτύχθηκαν διάφορες μορφές αλγορίθμων οι οποίες διαχωρίζονται σε τρεις κατηγορίες. Η μία κατηγορία περιλαμβάνει την χρήση συνεχόμενων φίλτρων (Carayannis-1983, Kailath 1984), η δεύτερη χρησιμοποιεί κατανεμημένους εκτιμητές που στηρίζονται στην ανατροφοδότηση λάθους (Lee-1982, Proakis-1984, Ling-1986) και η Τρίτη στηρίζεται στην χρήση διπλού επαναληπτικού βρόχου (Gentleam-1981, Ling-1986, Cioffi-1990).

Προσαρμοστικά συστήματα περιστροφής λοβών

Η πρώτη προσπάθεια περιστροφής λοβών έγινε το 1965 από τον Howells, ο οποίος ανέπτυξε μια στοιχειοκεραία δυο στοιχείων με έναν βαθμό ελευθερίας. Η στοιχειοκεραία αυτή κατάφερνε να μηδενίζει την ακτινοβολία της προς την κατεύθυνση ενός παρεμβολέα με μια ελάχιστη μεταβολή του κύριου λοβού ακτινοβολίας. Η δεύτερη προσπάθεια έγινε από τον Applebaum το 1966 ο οποίος στηρίχθηκε στην μεγιστοποίηση του λόγου σήματος προς θόρυβο (SNR) στην έξοδο της στοιχειοκεραίας. Το 1967 ο Windrow χρησιμοποίησε τον LMS αλγόριθμο. Μια διαφορετική μέθοδος αναπτύχθηκε από τον Capon το 1969. Ο Capon είχε σαν στόχο να ελαχιστοποιήσει την διακύμανση στην έξοδο του προσαρμοστικού συστήματος. Τέλος στα 1989 ο McWhirter πρότεινε την χρήση συστέλωντων στοιχειοκεραιών.

5.2.2 Αλγόριθμος Ελάχιστων μέσων τετράγωνων (Least Mean Squares – LMS)

Ο αλγόριθμος ελαχίστων τετραγώνων είναι ένας αλγόριθμος που στηρίζεται στην μερική παραγωγήιση (gradient based method of steepest descent). Ο αλγόριθμος όπως έχουμε αναφέρει χρησιμοποιεί τις εκτιμήσεις του πίνακα παραγωγίσης λάθους από τα διαθέσιμα δεδομένα. Ο αλγόριθμος επιλέγει το διάνυσμα βαρών της στοιχειοκεραίας με τέτοιον τρόπο ώστε να ελαχιστοποιείται ο συνολικός μέσος όρος των τετραγωνικών σφαλμάτων προς την τιμή του μέσου τετραγωνικού σφάλματος. Η

εικόνα 5.1 δείχνει την δομή του συστήματος περιστροφής λοβών που χρησιμοποιεί τον LMS.

Πιο συγκεκριμένα το διάνυσμα βαρών δίνεται από την σχέση:

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) - \frac{1}{2} \mu \left[-\nabla(E\{\varepsilon^2(n)\}) \right] \quad (5.33)$$

όπου $\varepsilon(k) = r^*(k) - y(k)$ και μ ονομάζεται μέγεθος βήματος, το οποίο ελέγχει την σύγκλιση του πίνακα βαρών $\mathbf{w}(n)$.

Από την εξίσωση προκύπτει πως

$$\nabla E\{\varepsilon^2(n)\} = -2\mathbf{r}_{xr} + 2\mathbf{R}_{xx}\mathbf{w}(n) \quad (5.34)$$

αντικαθιστώντας στην εξίσωση (5.33) την εξίσωση (5.34) προκύπτει:

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) + \mu[\mathbf{r}_{xr} - \mathbf{R}_{xx}\mathbf{w}(n)] \quad (5.35)$$

προκειμένω να παραχθεί το βέλτιστο διάνυσμα βαρών χρησιμοποιώντας την τελευταία σχέση, είναι απαραίτητο να γνωρίζουμε τόσο τον πίνακα συνδιακύμανσης, \mathbf{R}_{xx} , όσο και το πίνακα συσχέτισης, \mathbf{r}_{xr} .

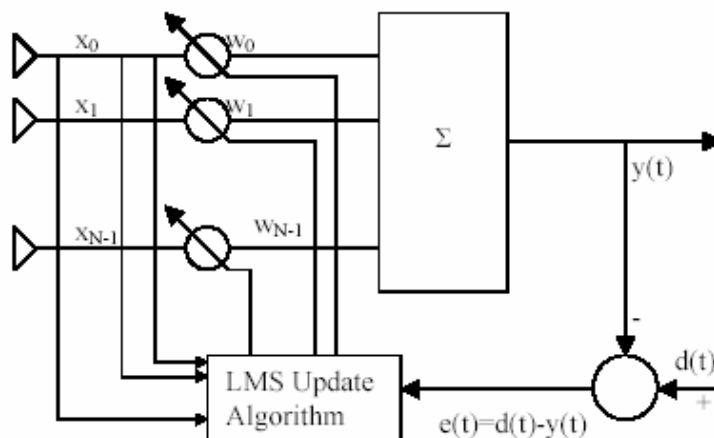
$$\mathbf{R}_{xx}(n) = \mathbf{x}(n)\mathbf{x}^H(n) \quad (5.36)$$

$$\mathbf{r}_{xr}(n) = \mathbf{x}(n)r^*(n) \quad (5.37)$$

Γνωρίζοντας τις τιμές αυτών των πινάκων η εξίσωση (5.35) μετατρέπεται στην ακόλουθη:

$$\begin{aligned} \mathbf{w}(n+1) &= \mathbf{w}(n) + \mu\mathbf{x}(n)[r^*(n) - \mathbf{x}^H(n)\mathbf{w}(n)] \\ &= \mathbf{w}(n) + \mu\mathbf{x}(n)[r^*(n) - y^*(n)] \\ &= \mathbf{w}(n) + \mu\mathbf{x}(n)[\varepsilon^*(n)] \end{aligned} \quad (5.38)$$

Σημειώνουμε σε αυτό το σημείο ότι ο ρυθμός σύγκλισης του αλγόριθμου ελαχίστων τετραγώνων εξαρτάται από την τιμή του βήματος μ και κατ' επέκταση στην διασπορά των ιδιοτιμών του πίνακα συνδιακύμανσης \mathbf{R}_{xx} .



Εικόνα 5.23: Δομή συστήματος περιστροφής λοβών με χρήση του LMS

Στον αλγόριθμο ελαχίστων τετραγώνων το διάνυσμα των βαρών αρχικοποιείται σε κάποια αυθαίρετη τιμή, συνήθως με τον μηδενικό πίνακα, και για εμφανίζεται σύγκλιση και σταθερότητα πρέπει να ισχύει:

$$0 < \mu < \frac{1}{\lambda_{\max}} \quad (5.39)$$

όπου λ_{\max} είναι η μέγιστη ιδιοτιμή του πίνακα συνδιακύμανσης \mathbf{R}_{xx} . Ο ρυθμός σύγκλισης του αλγορίθμου είναι αντιστρόφως ανάλογος με την διασπορά των ιδιοτιμών του πίνακα συνδιακύμανσης \mathbf{R}_{xx} . Πιο συγκεκριμένα όταν οι ιδιοτιμές του πίνακα συνδιακύμανσης έχουν μεγάλο εύρος διασποράς η ταχύτητα σύγκλισης είναι μικρή. Η διασπορά των ιδιοτιμών του πίνακα \mathbf{R}_{xx} εκτιμάται με τον υπολογισμό του λόγου της μεγαλύτερης προς την μικρότερη ιδιοτιμή. Εάν η τιμή του μ επιλεγεί πολύ μικρή τότε ο αλγόριθμος συγκλίνει πολύ αργά. Αντιθέτως αν η τιμή του μ επιλεγεί πολύ μεγάλη ο αλγόριθμος παρουσιάζει γρηγορότερη σύγκλιση αλλά εμφανίζει ταυτόχρονα και μικρότερη σταθερότητα γύρω από την τελική τιμή του ελάχιστου τετραγωνικού σφάλματος.

Ο αλγόριθμος ελαχίστων μέσων τετράγωνων συνοπτικά παρουσιάζεται στις ακόλουθες εξισώσεις:

$$\text{Έξοδος συστήματος:} \quad y(t) = \mathbf{w}^H \mathbf{x}(t)$$

$$\text{Εκτίμηση λάθους:} \quad \varepsilon(k) = r^*(k) - y(k)$$

$$\text{Αναπροσαρμογή διανύσματος βαρών:} \quad \mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) + \mu \mathbf{x}(n) [\varepsilon^*(n)]$$

5.2.3 Αλγόριθμος δειγματοληπτικής αντιστροφής πίνακα (Sample Matrix Inversion - SMI)

Εάν το επιθυμητό σήμα και το σήμα αναφοράς είναι και τα δύο γνωστά εκ των προτέρων τότε το διάνυσμα των βέλτιστων βαρών μπορεί να υπολογιστεί χρησιμοποιώντας την άμεση αντιστροφή του πίνακα συνδιακύμανσης. Από την στιγμή όμως που το επιθυμητό σήμα και το σήμα αναφοράς δεν είναι γνωστά στην πράξη είναι δυνατόν να χρησιμοποιηθούν οι εκτιμήσεις τους από το πίνακα δεδομένων εισόδου:

$$\mathbf{R}_{xx}(n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mathbf{x}(i) \mathbf{x}^H(i) \quad (5.40)$$

$$r_{xx}(n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mathbf{x}(i) r^*(i) \quad (5.41)$$

Χρησιμοποιώντας την εξίσωση (5.7), προκύπτει ότι το εκτιμώμενο διάνυσμα των βαρών της στοιχειοκεραίας χρησιμοποιώντας τον αλγόριθμο δειγματοληπτικής αντιστροφής πίνακα δίνεται από την σχέση:

$$\mathbf{w}(n) = \mathbf{R}_{xx}^{-1}(n) \mathbf{r}_{xr}(n) \quad (5.42)$$

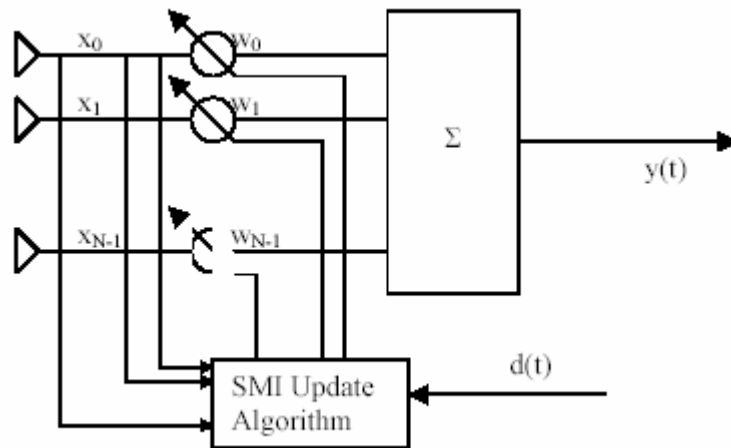
Ο συγκεκριμένος αλγόριθμος στηρίζεται σε χρήση δειγμάτων που αποτελούν μια ομάδα δειγμάτων και επεξεργάζονται ταυτόχρονα. Όπως θα φανεί και από τις προσομοιώσεις είναι ο πιο ταχύς αλγόριθμος υπολογισμού του βέλτιστου διανύσματος βαρών της στοιχειοκεραίας.

Ο αλγόριθμος παρουσιάζει πάντα κάποιο λάθος καθώς βασίζεται σε εκτίμηση. Αυτό το λάθος είναι σχεδόν πάντα μεγαλύτερο από το λάθος που προκύπτει από τον

αλγόριθμο των ελαχίστων τετραγώνων. Το λάθος αυτό υπολογίζεται με βάση την εξίσωση:

$$e = \mathbf{R}_{xx} \mathbf{w}_{opt} - \mathbf{r}_{xr} \quad (5.43)$$

Ένα από τα μειονεκτήματα του συγκεκριμένου αλγορίθμου είναι ότι η σταθερότητα του εξαρτάται από την δυνατότητα να αντιστραφεί ο πίνακας συνδιακύμανσης, όταν αυτός είναι μεγάλου μεγέθους. Ένα επιπλέον μειονέκτημα που πρέπει να αντιμετωπιστεί είναι ότι η αντιστροφή μεγάλων πινάκων οδηγεί σε υπολογιστικές δυσκολίες που είναι δύσκολο να αντιμετωπιστούν.



Εικόνα 5.24: Δομή συστήματος περιστροφής λοβών με χρήση του SMI

Ο αλγόριθμος δειγματοληπτικής αντιστροφής πίνακα συνοπτικά παρουσιάζεται στις ακόλουθες εξισώσεις:

Έξοδος συστήματος: $y(t) = \mathbf{w}^H \mathbf{x}(t)$

Εκτίμηση λάθους: $e = \mathbf{R}_{xx} \mathbf{w}_{opt} - \mathbf{r}_{xr}$

Τεχνικές αναπροσαρμογής διανύσματος βάρους

Η προσαρμογή βάρους στον αλγόριθμο SMI μπορεί να επιτευχθεί με τους διαφορετικούς τρόπους:

- Προσαρμογή δειγμάτων (block adaptation)

Η μέθοδος αυτή είναι που έχει περιγραφεί ήδη. Η προσαρμογή πραγματοποιείται μεταξύ ανεξάρτητων διαστημάτων χρόνου, και αποτελεί την πιο απλή και δημοφιλή μορφή. Χρησιμοποιείται σε τηλεπικοινωνιακά συστήματα καθώς παρατηρείται αλλαγή των συνθηκών του περιβάλλοντος.

- Επικαλυπτόμενη προσαρμογή δειγμάτων (overlapping block adaptation)

Η συγκεκριμένη μέθοδος χρησιμοποιείται όταν τα επεξεργαζόμενα δείγματα ανήκουν σε επικαλυπτόμενα χρονικά διαστήματα. Η απόδοση τους συστήματος είναι βελτιώνεται αν και αυξάνεται το πλήθος των αντιστροφών πινάκων σε σχέση με την προηγούμενη περίπτωση

- Προσαρμογή δείγματος με χρήση μνήμης (block adaptation with memory)

Στην περίπτωση αυτή αξιοποιούνται οι εκτιμήσεις που πραγματοποιήθηκαν σε προηγούμενα δείγματα. Αυτή η μέθοδος παρέχει ταχύτερη σύγκλιση στην περίπτωση «χωρικών» καναλιών που παρουσιάζουν υψηλή χρόνο-συσχέτιση. Η περίπτωση αυτή αποδίδει καλύτερα όταν το περιβάλλον είναι στάσιμο.

5.2.4 Αλγόριθμος κανονικοποιημένων ελαχίστων μέσων τετράγωνων (Normalized Least Mean Squares – NLMS)

Στον αλγόριθμο ελαχίστων τετραγώνων η διόρθωση $\mu\mathbf{x}(n)[\varepsilon^*(n)]$ που γίνεται επί του διανύσματος βαρών $\mathbf{w}(n)$ την χρονική στιγμή $n+1$ είναι ανάλογη του πίνακα δεδομένων εισόδου $\mathbf{x}(n)$. Επομένως όταν ο πίνακας $\mathbf{x}(n)$ είναι μεγάλος, ο αλγόριθμος των ελαχίστων τετραγώνων αντιμετωπίζει ένα πρόβλημα που είναι γνωστό σαν ενίσχυση θορύβου. Για να αντιμετωπιστεί αυτή η δυσκολία χρησιμοποιούμε τον αλγόριθμο των κανονικοποιημένων ελαχίστων τετραγώνων. Με την χρήση αυτού του αλγορίθμου αυτού η διόρθωση που γίνεται επί του πίνακα βαρών $\mathbf{w}(n)$ την χρονική στιγμή $n+1$ κανονικοποιείται χρησιμοποιώντας την τετραγωνική ευκλείδεια νόρμα του πίνακα $\mathbf{x}(n)$ την χρονική στιγμή n . Αυτό ελαχιστοποιεί την επίδραση της ισχύος του σήματος στην αλλαγή των παραμέτρων.

Η κανονικοποιημένη μορφή των ελαχίστων τετραγώνων μπορεί να θεωρηθεί μια φυσιολογική τροποποίηση του συνηθισμένου αλγόριθμου ελαχίστων τετραγώνων. Προκειμένου να ελεγχθεί η μεταβολή του διανύσματος βαρών από την επανάληψη στην επόμενη χωρίς να αλλάζει η κατεύθυνση της μεταβολής, εισάγουμε ένα θετικό βαθμωτό παράγοντα που ονομάζεται μέγεθος βήματος και συμβολίζεται με μ_0 . Η κανονικοποιημένη μορφή του αλγορίθμου για την αλλαγή του διανύσματος των βαρών της στοιχειοκερμίας δίνεται από την σχέση:

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) + \frac{\mu_0}{|\mathbf{x}(n)|^2} \mathbf{x}(n)[\varepsilon^*(n)] \quad (5.44)$$

με την μ_0 να είναι σταθερή. Για να παραμένει το σύστημα σταθερό θα πρέπει να ικανοποιείται και ο περιορισμός

$$0 < \mu_0 < 2 \quad (5.45)$$

Η κανονικοποιημένη μορφή των ελαχίστων τετραγώνων ικανοποιεί την επιθυμία να μην επηρεάζονται ελάχιστα οι παράμετροι του προσαρμοστικού συστήματος ακόμη και όταν εισέρχονται νέα πακέτα δεδομένων.

Ένα από τα προβλήματα που εμφανίζει ο συγκεκριμένος αλγόριθμος είναι ότι όταν ο πίνακας δεδομένων εισόδου $\mathbf{x}(n)$ έχει μικρές τιμές, μπορεί να προκύψουν αριθμητικές δυσκολίες επειδή ο παράμετρος μ_0 διαιρείται με μια μικρή τιμή συγκρινόμενη με την νόρμα $|\mathbf{x}(n)|^2$. Προκειμένου να αντιμετωπισθεί αυτό το πρόβλημα, τροποποιείται ακόμη περισσότερο ο αλγόριθμος εισάγοντας μια νέα σταθερά α η οποία είναι αυστηρά θετική. Επομένως η τελική μορφή του αλγορίθμου γίνεται:

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) + \frac{\mu_0}{\alpha + |\mathbf{x}(n)|^2} \mathbf{x}(n)[\varepsilon^*(n)] \quad (5.46)$$

Ο NMLS στοχεύει στην εύρεση του κατάλληλου βήματος που ελαχιστοποιεί την στιγμιαία έξοδο του λάθους. Επομένως ο NMLS όταν δέχεται νέα δεδομένα στην είσοδο το εκτιμώμενο διάνυσμα βαρών ενημερώνεται μόνο με τις ελάχιστες βέλτιστες διορθώσεις και συνεπώς οι συνεχείς τιμές των βαρών δεν ταλαντώνονται ισχυρά.

Αυτό συνεπάγεται με την βελτιστοποίηση της προσαρμογής, με βελτιστοποίηση του ρυθμού σύγκλισης.

Για σήματα υψηλής συσχέτισης και μεταβλητότητας, ο NMLS προσφέρει σημαντική βελτίωση στην ταχύτητα σύγκλισης έναντι του LMS, εξαιτίας την κανονικοποίησης η οποία ελαχιστοποιεί την ισχύ του σήματος εισόδου. Για σήματα χαμηλής συσχέτισης και μεταβλητότητας, όπως ο λευκός θόρυβος, ο NMLS εξακολουθεί να προσφέρει βελτιωμένη απόδοση με τον ρυθμό σύγκλισης να είναι σταθερός και μέγιστος.

Ο αλγόριθμος κανονικοποιημένων ελάχιστων μέσων τετράγωνων συνοπτικά παρουσιάζεται στις ακόλουθες εξισώσεις:

$$\text{Έξοδος συστήματος:} \quad y(t) = \mathbf{w}^H \mathbf{x}(t)$$

$$\text{Εκτίμηση λάθους:} \quad \varepsilon(k) = r^*(k) - y(k)$$

Αναπροσαρμογή διανύσματος βαρών:

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) + \frac{\mu_0}{\alpha + \|\mathbf{x}(n)\|^2} \mathbf{x}(n) [\varepsilon^*(n)]$$

5.2.5 Υβριδικός αλγόριθμος

Στις προηγούμενες παραγράφους παρουσιάζοντας τον αλγόριθμο των ελαχίστων μέσων τετραγώνων και τον αλγόριθμο δειγματοληπτικής αντιστροφής πίνακα αναδείχθηκαν τα πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματά τους. Σε αυτήν την παράγραφο προτείνεται ένας νέος αλγόριθμος ο οποίος συνδυάζει τα πλεονεκτήματα των δύο προαναφερόμενων αλγόριθμων.

Ο αλγόριθμος των ελαχίστων μέσων τετραγώνων είναι ένας απλά υλοποιήσιμος αλγόριθμος και είναι εφαρμόσιμος σε συστήματα συνεχούς μετάδοσης, αφού είναι ένας συνεχής προσαρμοζόμενος αλγόριθμος. Επιπλέον είναι γνωστό ότι η ταχύτητα σύγκλισης του είναι σχετικά μικρή. Αντιθέτως, ο αλγόριθμος δειγματοληπτικής αντιστροφής πίνακα έχει πολύ γρηγορότερη ταχύτητα σύγκλισης. Η ταχύτητα σύγκλισης, όπως αναφέρθηκε, οφείλεται στην αντιστροφή του πίνακα

συνδιακύμανσης. Η αντίστροφη του πίνακα, όμως, έχει μεγάλες υπολογιστικές αιτήσεις από το σύστημα. Ειδικά για την περίπτωση των τηλεπικοινωνιακών συστημάτων ο αλγόριθμος δειγματοληπτικής αντιστροφής πίνακα απαιτεί να μην υπάρχουν σημαντικές αλλαγές στο περιβάλλον του σήματος, κατά την διαδικασία ανάκτησης των προς επεξεργασία δειγμάτων. Για τους λόγους αυτούς απαιτείται ένας νέος αλγόριθμος ο οποίος είναι απλός στην υλοποίηση του, έχει γρήγορη ταχύτητα σύγκλισης και δεν έχει μεγάλες υπολογιστικές αιτήσεις. Ο προτεινόμενος αλγόριθμος αυτής της παραγράφου αποτελεί έναν αλγόριθμο που ικανοποιεί αυτές τις απαιτήσεις και θα τον ονομάσουμε υβριδικό SMI/LMS αλγόριθμο.

Ο προτεινόμενος αλγόριθμος χρησιμοποιεί τα προτερήματα των δύο αλγόριθμων από τους οποίους αποτελείται. προκρίμένο να επιταχυνθεί η σύγκλιση το αρχικό διάνυσμα των βαρών της στοιχειοκερραίας υπολογίζονται χρησιμοποιώντας τον αλγόριθμο δειγματοληπτικής αντιστροφής πίνακα. Ο υπολογισμός των βαρών γίνεται όπως έχουμε προαναφέρει με την αντίστροφη του πίνακα συνδιακύμανσης, όπως φαίνεται από την εξίσωση:

$$\mathbf{w}_{opt} = \mathbf{R}_{xx}^{-1} \mathbf{r}_{xr} \quad (5.47)$$

όπου οι $\mathbf{R}_{xx} = E[x(n)x^H(n)]$ και $\mathbf{r}_{xr} = E[x(n)r^*(n)]$ λέγονται πίνακες συνδιακύμανσης και συσχέτισης αντίστοιχα.

Για τον υπολογισμό του διανύσματος βαρών από τον αλγόριθμο δειγματοληπτικής αντιστροφής πίνακα χρησιμοποιείται ένας μικρός αριθμός δειγμάτων ή μια μικρή ομάδα δεδομένων εισόδου. Γι αυτό το λόγο η εξίσωση της αρχικής τιμής του διανύσματος βαρών μπορεί να επαναπροσδιοριστεί ως:

$$\mathbf{w}_{ini} = \mathbf{R}_b^{-1} \mathbf{r}_b \quad (5.48)$$

όπου οι πίνακες συνδιακύμανσης και συσχέτισης δίνονται από τις σχέσεις:

$$\mathbf{R}_b = \frac{1}{b} \sum_{i=1}^b \mathbf{x}(i)\mathbf{x}^H(i) \text{ και } r_b = \frac{1}{b} \sum_{i=1}^b \mathbf{x}(i)r^*(i)$$

με το b να προσδιορίζει το μέγεθος των χρησιμοποιούμενων δειγμάτων. Το μέγεθος του b πρέπει να θεωρείται αρκετά μικρό ώστε η απόδοση του αλγορίθμου να μην επηρεασθεί από τυχόν αλλαγές του περιβάλλοντος του σήματος. Επιπλέον μεγάλο πλήθος δειγμάτων θα έχει σαν αποτέλεσμα να αυξηθούν οι υπολογιστικές απαιτήσεις του αλγόριθμου, αφού το μέγεθος του πίνακα συνδιακυμανσης θα αυξηθεί.

Στην απλή περίπτωση του αλγόριθμου των ελαχίστων τετραγώνων, όπως περιγράφηκε στην παράγραφο 5.2.3, το αρχικό διάνυσμα βαρών είχε αρχικοποιηθεί αυθαίρετα ίσο με μηδέν και έπειτα ανανεώνεται χρησιμοποιώντας την εξίσωση (5.38). Από την στιγμή που η αρχικοποίηση του διανύσματος βαρών ήταν αυθαίρετη μπορεί να απαιτείται περισσότερος χρόνος ώστε ο αλγόριθμος των ελαχίστων τετραγώνων να συγκλίνει.

Στον υβριδικό αλγόριθμο η αρχικοποίηση του διανύσματος βαρών δεν είναι τυχαία, αλλά καθορίζεται από το διάνυσμα \mathbf{w}_{ini} που παράγεται από τον αλγόριθμο δειγματοληπτικής αντιστροφής πίνακα. Επομένως η αρχικοποίηση των βαρών δεν είναι αυθαίρετη αλλά Αντιθέτως μια εκτίμηση της βέλτιστης τιμής τους, υπολογιζόμενη από τον αλγόριθμο δειγματοληπτικής αντιστροφής πίνακα. Επομένως όταν ο αλγόριθμος των ελαχίστων τετραγώνων αρχίσει να εκτελείται ο κύριος λοβός της κεραίας έχει αρχίσει ήδη να στρέφεται προς την επιθυμητή κατεύθυνση. Επομένως ο αλγόριθμος των ελαχίστων τετραγώνων απαιτεί πολύ λιγότερο χρόνο για να συγκλίνει. Επιπλέον ο συγκεκριμένος αλγόριθμος έχει την δυνατότητα να ανανεώνει τις τιμές των βαρών καθώς νέα δεδομένα εισέρχονται στο σύστημα, χωρίς να υπάρχει πρόβλημα στην αλλαγή των συνθηκών του περιβάλλοντος. Επίσης από την στιγμή που η αρχική σύγκλιση είναι γρηγορότερη για τον υβριδικό αλγόριθμο, από ότι στον αλγόριθμο των ελαχίστων τετραγώνων, απαιτείται λιγότερος χρόνος για να προσαρμοστεί στις αλλαγές του περιβάλλοντος. Γίνεται κατανοητό ότι ο υβριδικός αλγόριθμος είναι αποδεκτός για συστήματα συνεχούς μετάδοσης.

Κεφάλαιο 6

Προσομοιώσεις και Αποτελέσματα

6.1 Μελέτη προσαρμογής λοβών ακτινοβολίας

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζονται τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων που πραγματοποιήθηκαν. Ο σκοπός αυτού του κεφαλαίου είναι μια λεπτομερής μελέτη των προσαρμοστικών αλγορίθμων που χρησιμοποιούνται στα συστήματα έξυπνων κεραιών. Στις προσομοιώσεις μελετήθηκε ο τρόπος με τον οποίο μεταβάλλεται η ακτινοβολία μιας κεραίας υπό διαφορετικές υποθέσεις και κριτήρια. Μελετήθηκε επίσης η ταχύτητα σύγκλισης και η ευστάθεια των προσαρμοστικών αλγορίθμων που παρουσιάστηκαν στο προηγούμενο κεφάλαιο.

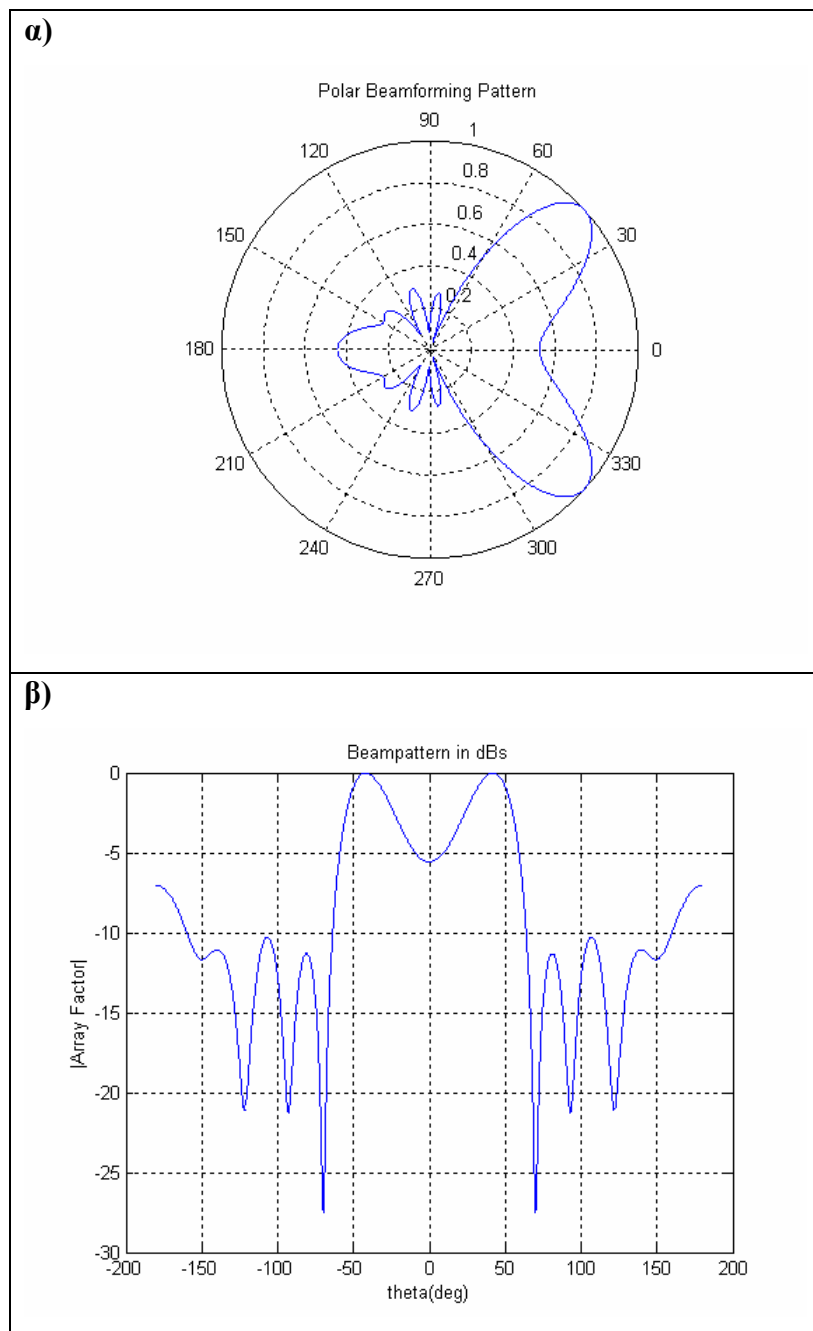
Για την μελέτη χρησιμοποιήθηκε μια στοιχειοκεραία από M στοιχεία, που είναι τοποθετημένη επί τον άξονα x . Τα στοιχεία απέχουν μεταξύ τους απόσταση d , η οποία εκφράζεται σαν υπό-πολλαπλάσιο του μήκους κύματος λ . Για την μελέτη της ακτινοβολίας της στοιχειοκεραίας θεωρούμε ένα σήμα ενδιαφέροντος, το οποίο προσπίπτει επί της στοιχειοκεραίας με γωνία ανύψωσης $\theta=100^\circ$ και γωνία χώρου $\varphi=40^\circ$. Αυτό το ζευγάρι γωνιών θα ονομάζεται σαν διεύθυνση ενδιαφέροντος. Θεωρούμε επίσης ότι για την μελέτη του συστήματος υπάρχουν τρεις παρεμβολείς, οι οποίοι προσπίπτουν στην στοιχειοκεραία με γωνία ανύψωσης και γωνία χώρου ίση με $(97^\circ, -10^\circ)$, $(97^\circ, 110^\circ)$, $(97^\circ, -220^\circ)$ αντίστοιχα. Όλα τα μελετούμενα σήματα προσομοιώνονται με τυχαία γεννούμενα bits (± 1), τα οποία διαμορφώνονται χρησιμοποιώντας την διαμόρφωση μεταλλαγής ελάχιστης μετατόπισης (MSK- Minimum Shift keying), καθώς είναι παρόμοια με την διαμόρφωση που χρησιμοποιείται στις σημερινές κινητές επικοινωνίες. Τα γεννούμενα bits είναι συνολικά 142 τα οποία αντιπροσωπεύουν μια έκρηξη (burst) μετάδοσης πληροφορίας. Τα bits στην συνεχεία δειγματοληπτούνται με συντελεστή 8, όποτε ο προσαρμοστικός αλγόριθμος χρησιμοποιεί συνολικά 1136 δείγματα-επαναλήψεις. Θεωρούμε επίσης ότι το σήμα μας επηρεάζεται και από θόρυβο που ακολουθεί γκαουσιανή κατανομή με μηδενική μέση τιμή και διασπορά που εξαρτάται από

σηματοθορυβικό λόγο SNR. Η ισχύς των σημάτων των παρεμβολών εξαρτάται από τον λόγο SIR. Για τους σκοπούς της προσομοίωσης θεωρούμε ότι SNR=10 dB και SIR= -5dB για όλους τους παρεμβολείς, εκτός και αν κάτι άλλο επισημαίνεται.

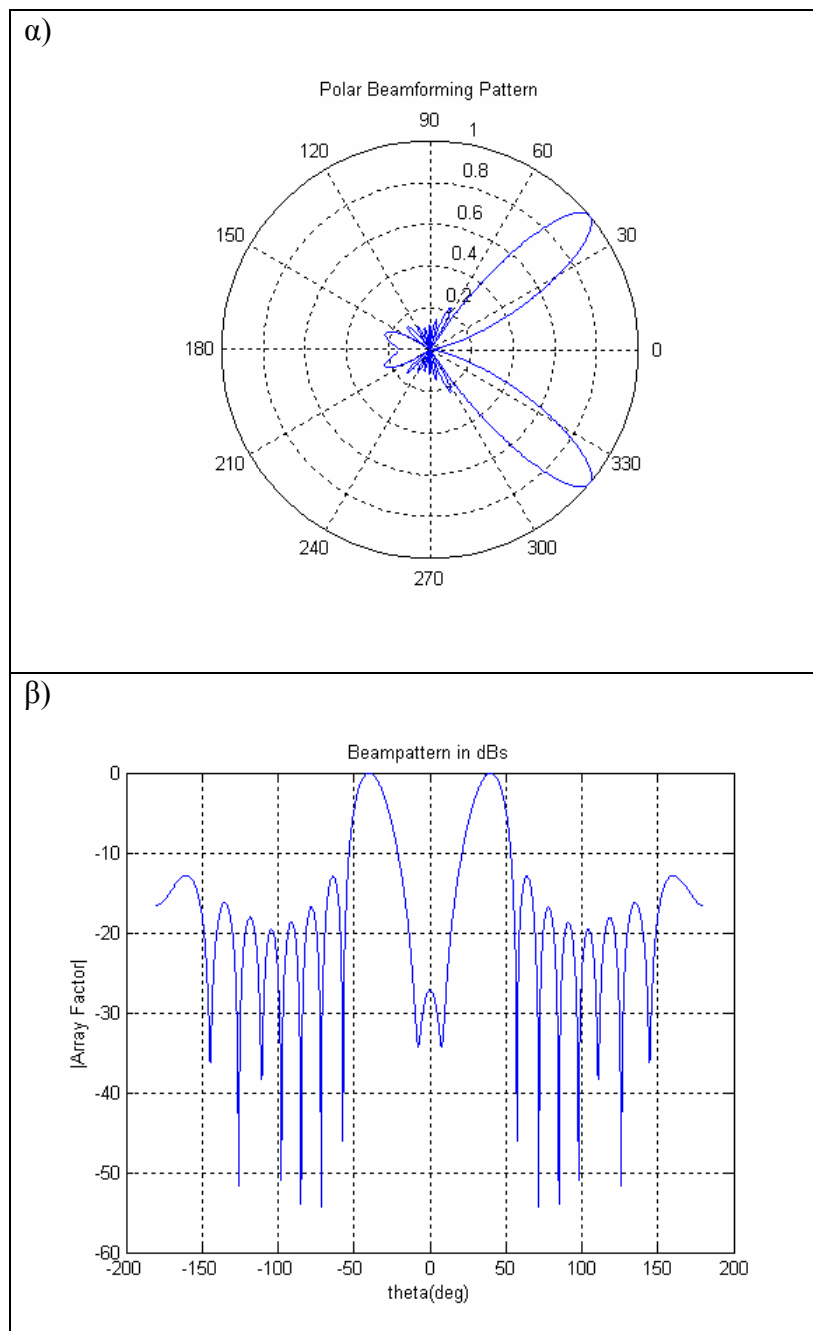
Χρησιμοποιώντας τον αλγόριθμο των ελάχιστων μέσων τετράγωνων διερευνάται η συμπεριφορά της στοιχειοκεραιας για διάφορες υποθέσεις. Για τα σενάρια αυτά δεν παρουσιάζονται δεν παρουσιάζονται τα αποτελέσματα για τους υπόλοιπους αλγορίθμους καθώς είναι όμοια με αυτά του LMS αλγορίθμου. Έπειτα διερευνάται η συμπεριφορά του αλγορίθμου κανονικοποιημένων ελαχίστων μέσων τετράγωνων, του αλγορίθμου δειγματοληπτικής αντιστροφής πίνακα και του προτεινόμενου υβριδικού αλγορίθμου. Τέλος πραγματοποιείται μια σύγκριση όλων των προσαρμοστικών αλγορίθμων ώστε να επιλεγεί ο καταλληλότερος.

6.1.1 Μελέτη αλγόριθμου LMS σε σχέση με το μέγεθος στοιχειοκεραιας

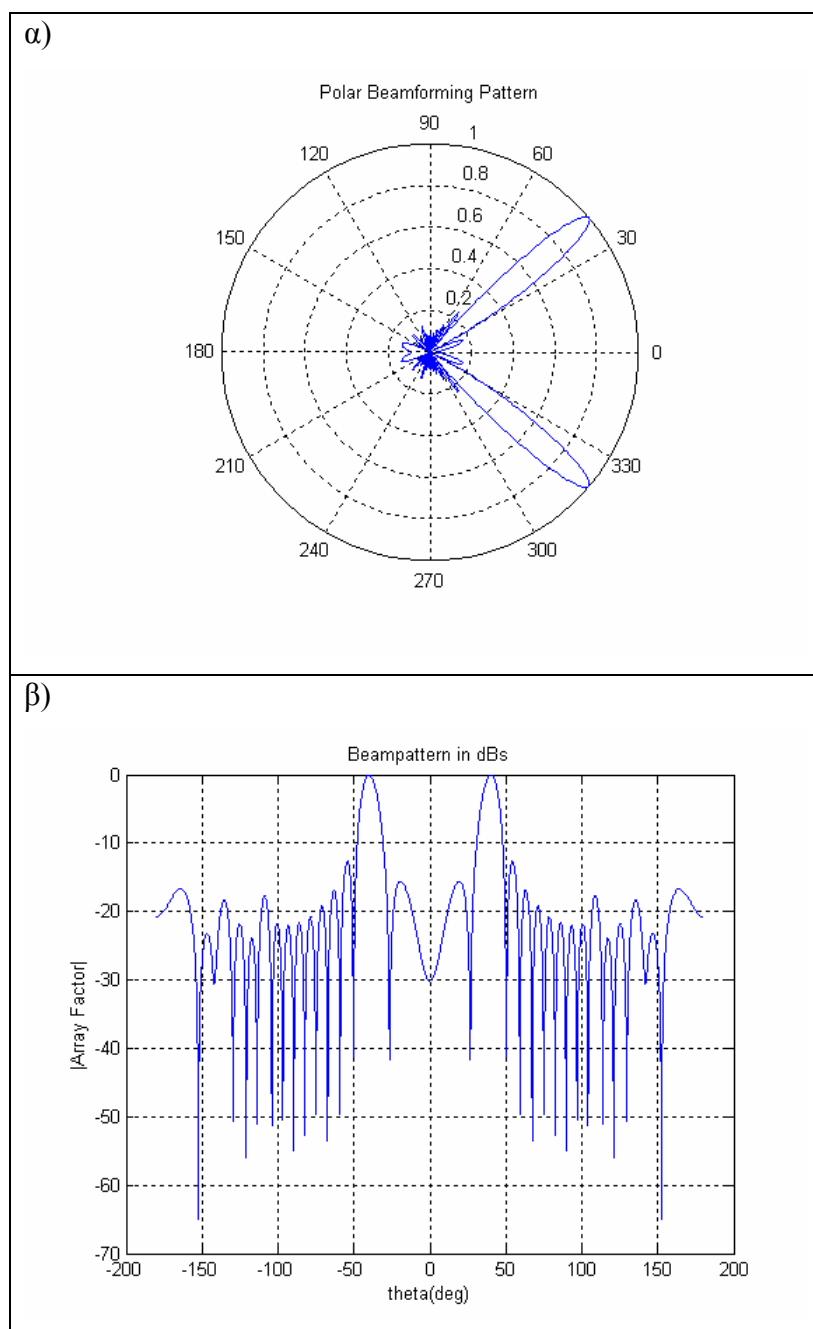
Στην παράγραφο αυτή μελετάται ο τρόπος με τον οποίο επηρεάζεται η ακτινοβολία της στοιχειοκεραιας μας σε σχέση με το πλήθος των στοιχείων που απαρτίζουν την στοιχειοκεραία. Όπως φαίνεται από τις εικόνες 6.25-6.27 όσο αυξάνεται το πλήθος των στοιχείων μιας στοιχειοκεραιας ο κύριος λοβός ακτινοβολίας γίνεται πιο στενός, πιο κατευθυντικός και έχει καλύτερη εστίαση προς την διεύθυνση του σήματος ενδιαφέροντος. Σε αυτό το σημείο να επισημανθεί ότι τα διαγράμματα ακτινοβολίας δείχνουν τις διευθύνσεις που αφορούν τις γωνίες του χώρου φ και όχι τις γωνίες ανυψώσεως θ . Επίσης παρατηρούμε ότι προς τις γωνίες προέλευσης των παρεμβολών $(97^\circ, 110^\circ)$ και $(97^\circ, 220^\circ)$ η στοιχειοκεραία καταφέρνει να ελαχιστοποιεί την ακτινοβολία της ανεξάρτητα από το πλήθος των στοιχείων της κεραίας. Για την περίπτωση του τρίτου παρεμβολέα που η γωνία πρόσπτωσης της είναι πλησίον της γωνίας του σήματος ενδιαφέροντος η κεραία δεν παρουσιάζει την αντίστοιχη ελαχιστοποίηση στην ακτινοβολία της, ακόμη και όταν αυξηθούν τα στοιχεία της κεραίας. Αυτό συμβαίνει από το γεγονός ότι μια στοιχειοκεραία είναι αδύνατον να «μηδενίσει» την ακτινοβολία της προς μια κατεύθυνση που είναι πολύ κοντά με την κατεύθυνση του σήματος ενδιαφέροντος. Στις εικόνες 6.25β - 6.27β το καρτεσιανό διάγραμμα ακτινοβολίας είναι εκφρασμένο σε decibels (dBs) και όσο πιο μικρή είναι η τιμή τους τόσο πιο μικρή είναι η ακτινοβολία προς την συγκεκριμένη κατεύθυνση.



Εικόνα 6.25: Πολικό (α) και καρτεσιανό (β) διάγραμμα του παράγοντα διάταξης για στοιχειοκεραία 5 στοιχείων και χρήση προσαρμοστικού αλγορίθμου LMS



Εικόνα 6.26: Πολικό (α) και καρτεσιανό (β) διάγραμμα του παράγοντα διάταξης για στοιχειοκεραία 9 στοιχείων και χρήση προσαρμοστικού αλγορίθμου LMS



Εικόνα 6.27: Πολικό (α) και καρτεσιανό (β) διάγραμμα του παράγοντα διάταξης για στοιχειοκεραία 16 στοιχείων και χρήση προσαρμοστικού αλγορίθμου LMS

Για τα συστήματα στοιχειοκεραιων ο αρχικός στόχος είναι να ακυρώσουν την ακτινοβολία προς την κατεύθυνση παρεμβολών και έπειτα να κατευθύνουν τον κύριο λοβό ακτινοβολίας προς την κατεύθυνση του σήματος ενδιαφέροντος. Από τις εικόνες 6.25-6.27 παρατηρούμε ότι όσο αυξάνονται τα στοιχεία της κεραίας τόσο περισσότεροι πλευρικοί λοβοί ακτινοβολίας προκύπτουν. Παρόλ' αυτά τα επίπεδα ακτινοβολίας των πλευρικών λοβών είναι μικρότερα όσο αυξάνονται τα στοιχεία της

κεραίας, άρα είναι και πιο επιθυμητά. Στον πίνακα 6.1 παρουσιάζονται τα βασικά χαρακτηριστικά ακτινοβολίας της στοιχειοκεραιας μας για τις τρεις περιπτώσεις:

Χαρακτηριστικά↓ \ Πλήθος στοιχείων→	5 elements	9 elements	16 elements
Τιμή παράγοντα διάταξης προς την κατεύθυνση ενδιαφέροντος	0.8256	0.8675	0.892
Πλάτος κύριου λοβού ακτινοβολία	60°	25°	14°
Τιμή παράγοντα διάταξης για τον πρώτο μεγαλύτερο πλευρικό λοβό	0.4220	0.2345	0.2212
Τιμή παράγοντα διάταξης προς την κατεύθυνση παρεμβολέα με κατεύθυνση (97°, -10°)	0.0250	0.0180	0.0170
Τιμή παράγοντα διάταξης προς την κατεύθυνση παρεμβολέα με κατεύθυνση (97°, 110°)	0.0203	0.0102	0.009
Τιμή παράγοντα διάταξης προς την κατεύθυνση παρεμβολέα με κατεύθυνση (97°, -220°)	0.019	0.013	0.008

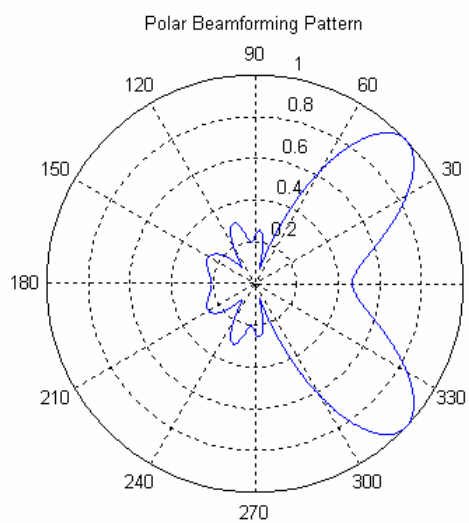
Πίνακας 6.1: Βασικά χαρακτηριστικά ακτινοβολίας μιας στοιχειοκεραιας χρησιμοποιώντας τον προσαρμοστικό αλγόριθμο LMS

Από τον πίνακα προκύπτει όντως ότι η τιμή του παράγοντα διάταξης αυξάνεται όσο αυξάνονται τα στοιχεία της κεραίας, ενώ και ο κύριος λοβός γίνεται πιο στενός και εστιάζει καλύτερα στην κατεύθυνση ενδιαφέροντος.

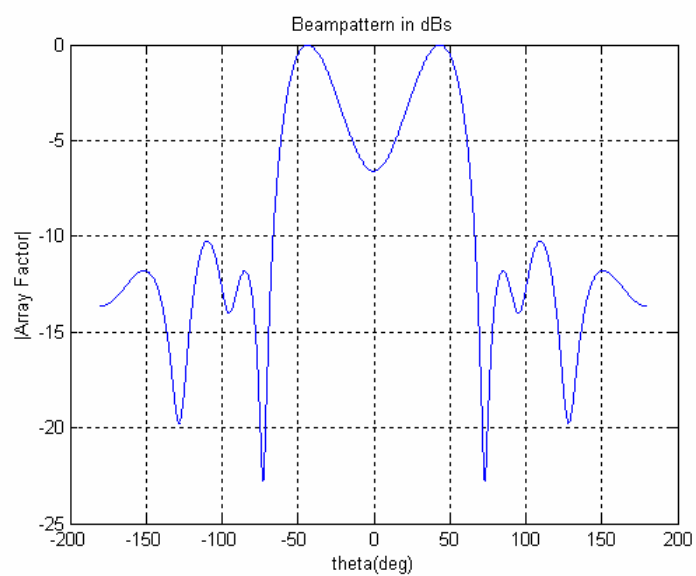
6.1.2 Μελέτη αλγόριθμου LMS σε σχέση με την απόσταση των στοιχείων της κεραίας

Για την ανάλυση της επίδρασης της ακτινοβολίας μιας στοιχειοκεραιας θα μελετηθούν τρεις περιπτώσεις: : i) $d = \frac{\lambda}{4}$, ii) $d = \frac{\lambda}{2}$ και iii) $d = \frac{3\lambda}{4}$. Για την περίπτωση ii) θα χρησιμοποιηθούν οι εικόνες 6.26 που παρουσιάστηκαν στην προηγούμενη παράγραφο. Στην συγκεκριμένη μελέτη θεωρούμε ότι η στοιχειοκεραία αποτελείται από 9 στοιχεία. Από την εικόνα 6.28 παρατήσουμε ότι για $d = \frac{\lambda}{4}$ ο κύριος λοβός ακτινοβολίας είναι αρκετά στενός προς την κατεύθυνση ενδιαφέροντος, ενώ και οι πλευρικοί-δευτερεύοντες λοβοί δεν είναι αρκετά μικροί. Από την άλλη εάν καθορίσουμε $d = \frac{3\lambda}{4}$ παρατηρούμε ότι εμφανίζονται δευτερεύοντες λοβοί ίδιας ισχύς με τον κύριο λοβό ακτινοβολίας.

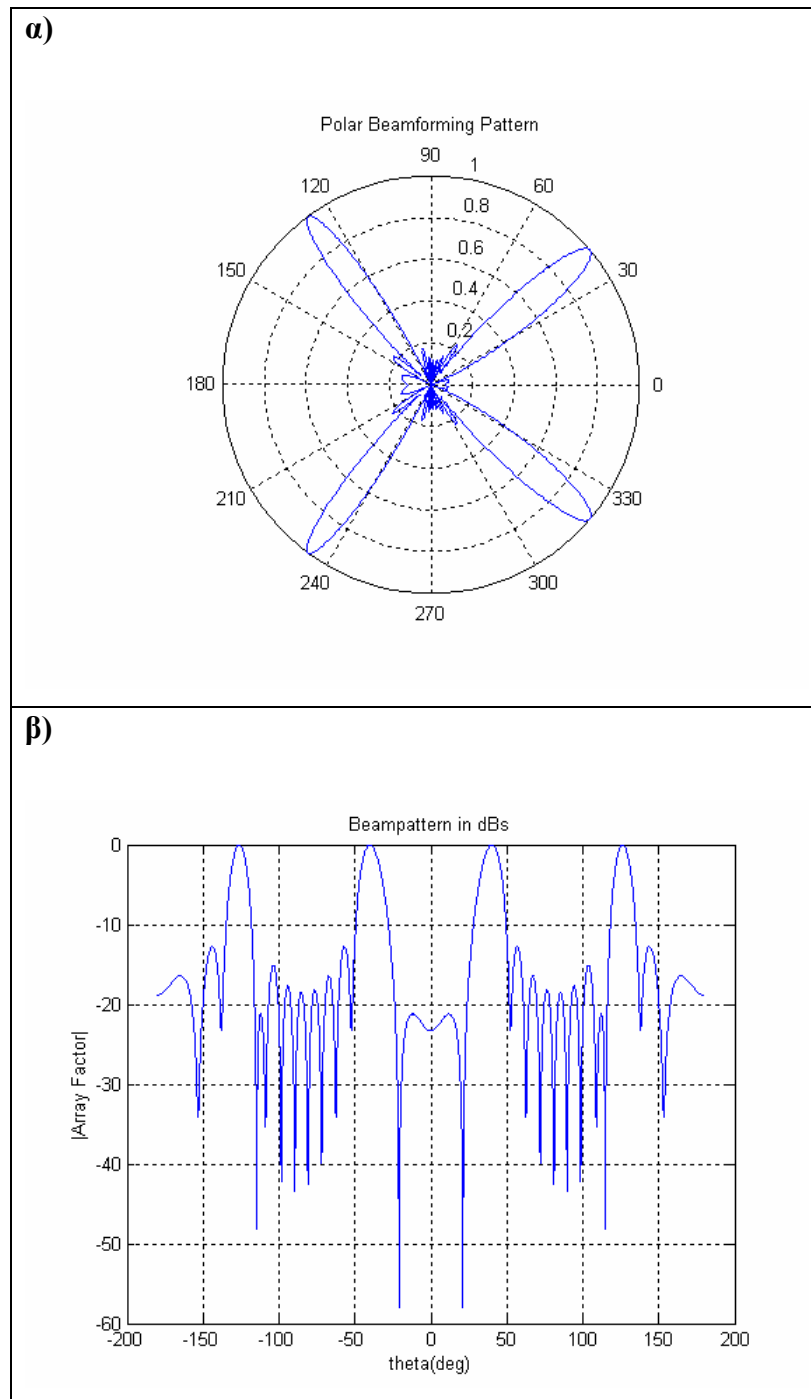
α)



β)



Εικόνα 6.28: Πολικό (α) και καρτεσιανό (β) διάγραμμα του παράγοντα διάταξης για στοιχειοκεραία 9 στοιχείων και απόσταση $d=\lambda/4$



Εικόνα 6.29: Πολικό (α) και καρτεσιανό (β) διάγραμμα του παράγοντα διάταξης για στοιχειοκεραία 9 στοιχείων και απόσταση $d=3\lambda/4$

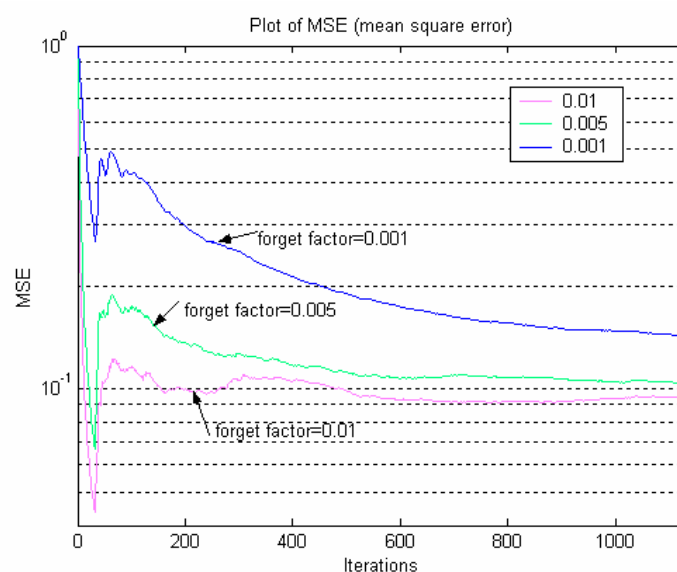
Από την παραπάνω σύγκριση προκύπτει ότι η απόσταση μεταξύ των στοιχείων της κεραίας πρέπει να είναι μικρότερη ή το πολύ ίση με το μισό μήκος κύματος έτσι ώστε η αμοιβαία επίδραση μεταξύ των στοιχείων να αποφεύγεται.

6.1.3 Μελέτη της ταχύτητας σύγκλισης και της ευστάθειας του αλγορίθμου LMS

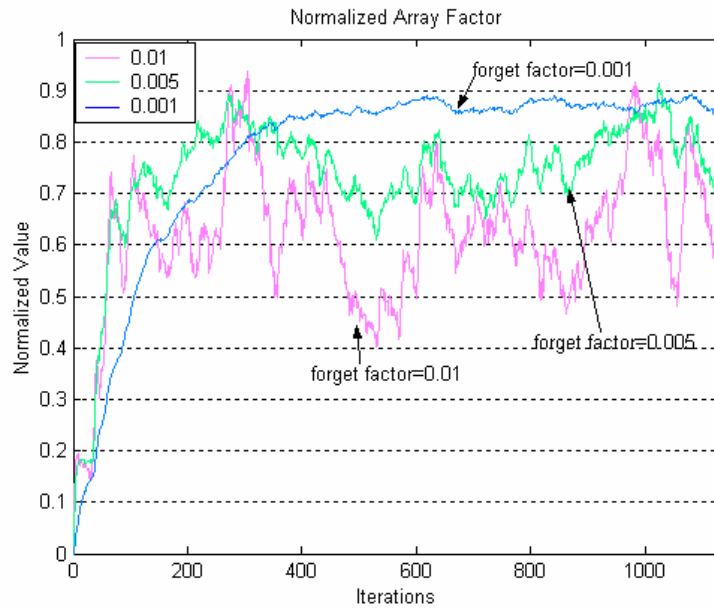
Όπως αναφέρθηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο η ταχύτητα σύγκλισης και η ευστάθεια του αλγορίθμου ελάχιστων μέσων τετράγωνων εξαρτάται από την τιμή του παράγοντα μ . η ταχύτητα σύγκλισης μελετάται χρησιμοποιώντας το μέσο τετραγωνικό σφάλμα και τον κανονικοποιημένο παράγοντα διάταξης. Το μέσο τετραγωνικό σφάλμα (mean square error) καθορίζεται από την σχέση:

$$MSE = \frac{1}{M} \sum_{k=1}^M |d(k) - y(k)|^2$$

όπου M είναι το πλήθος των δειγμάτων-επαναλήψεων, ενώ $d(k)$ είναι το επιθυμητό σήμα αναφοράς και $y(k)$ το σήμα εξόδου του προσαρμοστικού συστήματος.

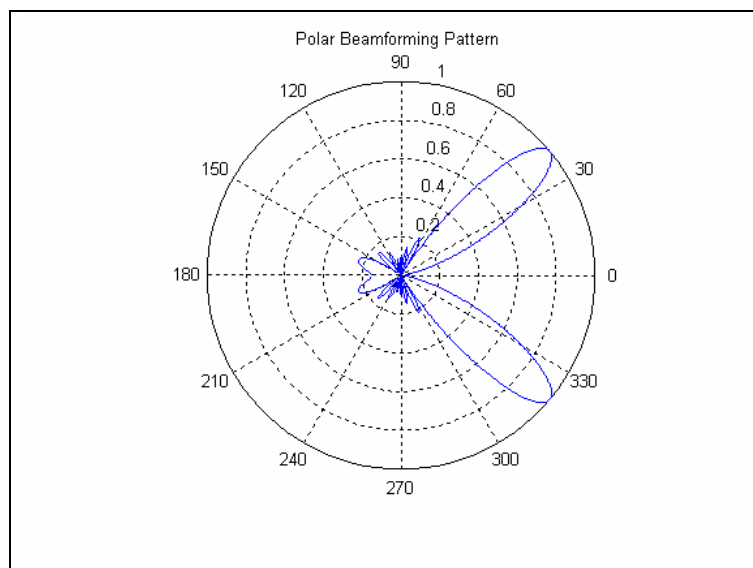


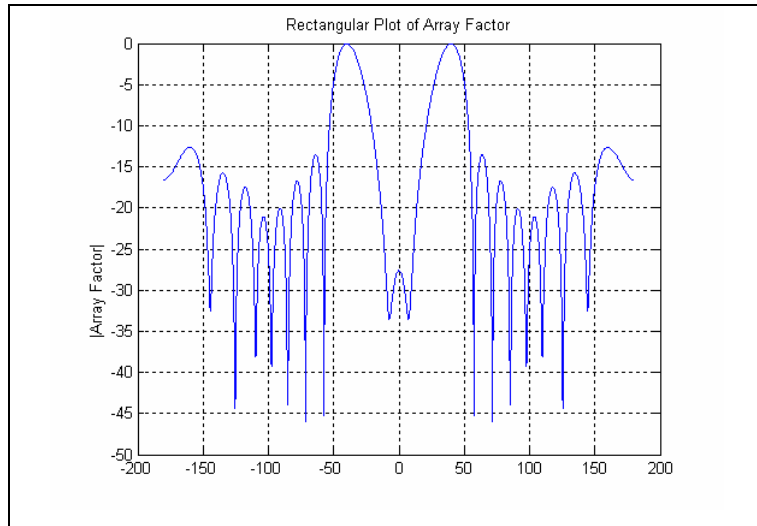
Εικόνα 6.30: Μέσο τετραγωνικό σφάλμα του LMS αλγορίθμου για $\mu=0,01 - 0,005 - 0,001$



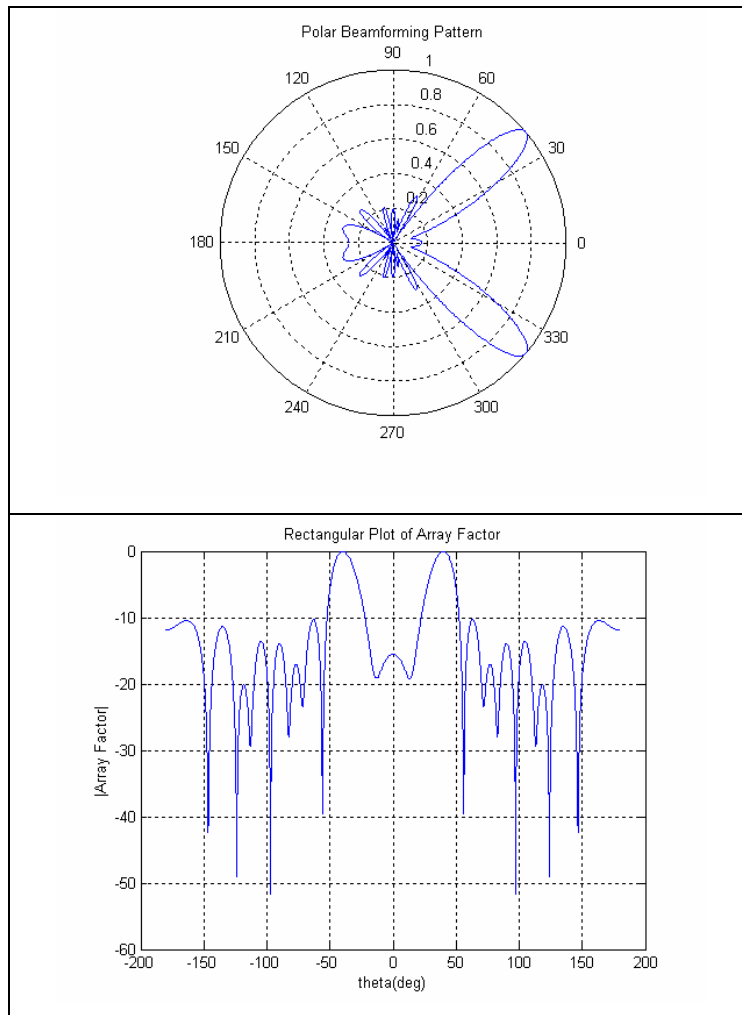
Εικόνα 6.31: διάγραμμα κανονικοποιημένου παράγοντα διάταξης του LMS αλγορίθμου για $\mu=0,01 - 0,005 - 0,001$

Παρατηρώντας την εικόνα 6.30 διαπιστώνουμε ότι για μεγάλες τιμές της παραμέτρου μ (για παράδειγμα 0,01) ο αλγόριθμος συγκλίνει ταχύτερα. Παρουσιάζει όμως μεγάλη αστάθεια καθώς από την εικόνα 6.31 διαπιστώνουμε ότι η τιμή του παράγοντα διάταξης για την κατεύθυνση ενδιαφέροντος έχει μεγάλο εύρος τιμών. Αντίθετα για μικρές τιμές της παραμέτρου μ (για παράδειγμα 0,001) ο αλγόριθμος συγκλίνει με μικρότερο ρυθμό, παρουσιάζει όμως ευστάθεια καθώς η τιμή του παράγοντα διάταξης για την κατεύθυνση ενδιαφέροντος είναι περιορισμένη σε μικρό εύρος τιμών (εικόνα 6.31). Στις εικόνες 6.32 -6.34 παρουσιάζεται και η επίδραση του μ στην ακτινοβολία ης κεραίας.

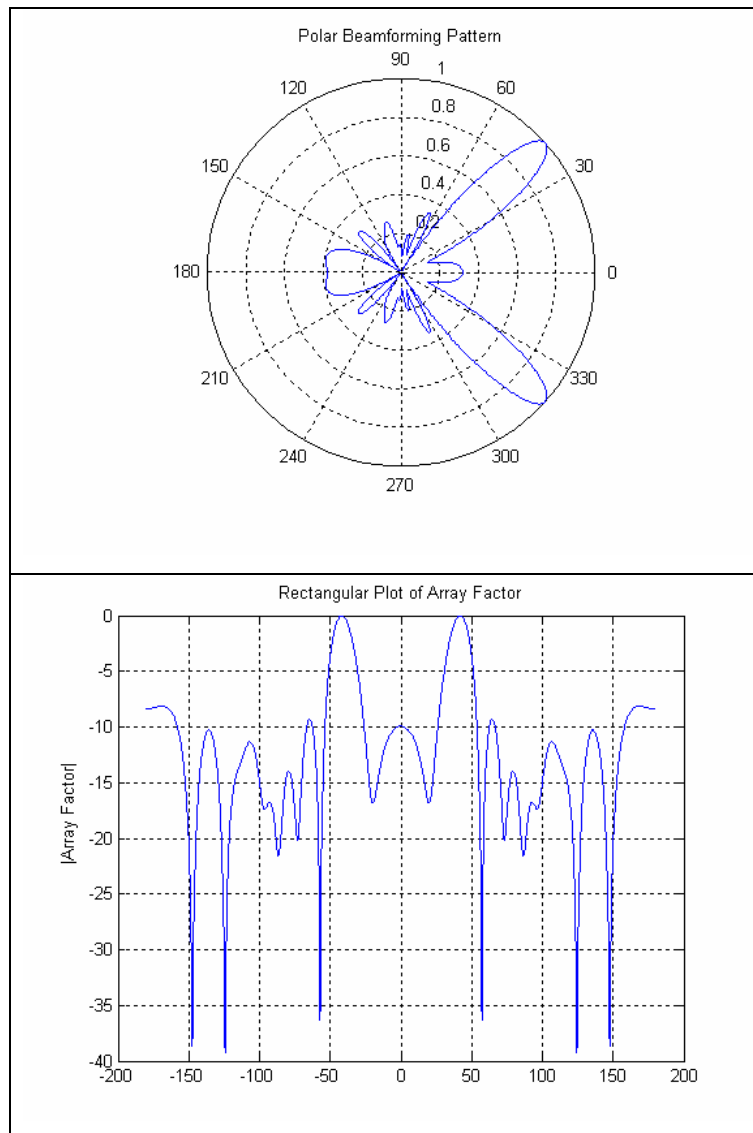




Εικόνα 6.32: Πολικό (α) και καρτεσιανό (β) διάγραμμα του παράγοντα διάταξης για στοιχειοκεραία 9 στοιχείων και χρήση προσαρμοστικού αλγορίθμου LMS με $\mu=0,001$



Εικόνα 6.33: Πολικό (α) και καρτεσιανό (β) διάγραμμα του παράγοντα διάταξης για στοιχειοκεραία 9 στοιχείων και χρήση προσαρμοστικού αλγορίθμου LMS με $\mu=0,005$

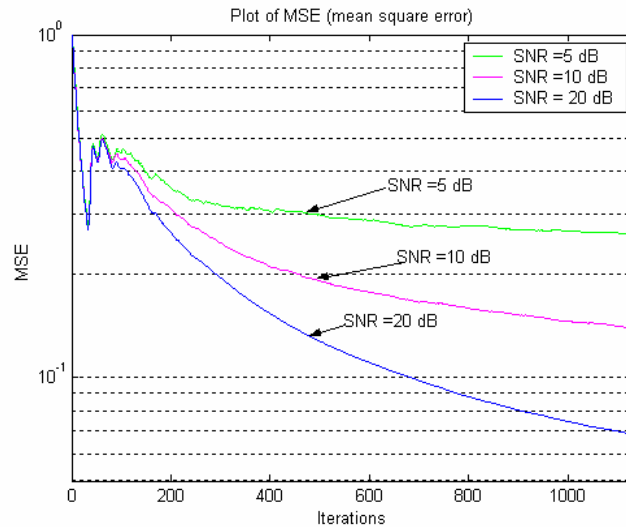


Εικόνα 6.34: Πολικό (α) και καρτεσιανό (β) διάγραμμα του παράγοντα διάταξης για στοιχειοκεραία 9 στοιχείων και χρήση προσαρμοστικού αλγορίθμου LMS με $\mu=0,01$

6.1.4 Μελέτη παράγοντα διάταξης σε σχέση με τον σηματοθορυβικό λόγο με χρήση του LMS

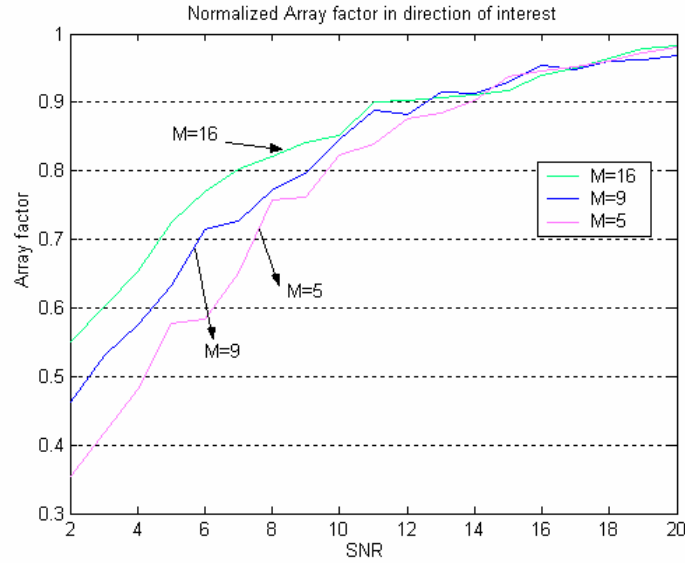
Στην παράγραφο αυτή μελετάμε την επίδραση της μεταβολής του σηματοθορυβικού λόγου και τον τρόπο με τον οποίο επηρεάζεται η απόδοση του αλγορίθμου των ελάχιστων τετραγώνων. Να σημειωθεί ότι η αύξηση του σηματοθορυβικού λόγου σημαίνει μείωση του προσθετικού γκαουσιανού θορύβου. Από την εικόνα 6.35 μπορούμε να διαπιστώσουμε ότι όσο ο σηματοθορυβικός λόγος αυξάνεται, τότε το μέσο τετραγωνικό σφάλμα του αλγορίθμου καταλήγει σε μικρότερες τιμές αλλά η ταχύτητα σύγκλισης του είναι μικρότερη, που σημαίνει ότι ο αλγόριθμος συνεχώς βελτιώνει την απόδοση του. Αντιθέτως όταν ο σηματοθορυβικός λόγος είναι

μεγαλύτερος συγκλίνει γρηγορότερα σε μια τιμή μέσου σφάλματος η οποία όμως είναι μεγαλύτερη από αυτήν που παράγεται με μεγαλύτερους σηματοθορυβικούς λόγους.



Εικόνα 6.35: Μέσο τετραγωνικό για τον αλγόριθμο LMS μεταβάλλοντας τον σηματοθορυβικό λόγο

Στην εικόνα 6.36 μελετάμε για διαφορετικό αριθμό στοιχείων την τιμή που έχει ο παραγοντας διάταξης όταν μεταβάλλεται ο σηματοθορυβικός λόγος. Όπως μπορούμε να παρατηρήσουμε όσο αυξάνεται ο σηματοθορυβικός λόγος τόσο βελτιώνεται και η τιμή που έχει ο παραγοντας διάταξης προς την κατεύθυνση του σήματος ενδιαφέροντος. Για μεγάλες τιμές σηματοθορυβικού λόγου δεν υπάρχει διαφορά στο πλήθος των στοιχείων που χρησιμοποιούνται. Από τα παραπάνω αντιλαμβανόμαστε ότι ο αλγόριθμος ελαχίστων τετράγωνων δεν μπορεί να μας εξασφαλίσει καλύτερη λειτουργία όταν ο σηματοθορυβικός λόγος είναι μικρός, άρα όταν το περιβάλλον είναι πολύ θορυβώδες.



Εικόνα 6.36: Διάγραμμα του παράγοντα διάταξης του LMS για διαφορετικό αριθμό στοιχείων και τιμές σηματοθορυβικού λόγου

6.1.5 Μελέτη του παράγοντα διάταξης σε ένα πραγματικό κανάλι με χρήση του LMS

Το τηλεπικοινωνιακό κανάλι σαν μέσο μετάδοσης έχει σημαντικό ρόλο στην αξιόπιστη και γρήγορη μετάδοση της πληροφορίας. Όταν ένα σήμα μεταδίδεται μέσα από ένα τέτοιο ασύρματο κανάλι, το κύμα ταξιδεύει μέσα από το φυσικό μέσο και αλληλεπιδρά με φυσικά αντικείμενα και δομές (κτήρια, δέντρα, βουνά). Η συλλογή αυτή των φυσικών εμποδίων σε μια δεδομένη γεωγραφική περιοχή περιγράφει την έννοια του περιβάλλοντος διάδοσης. Η μετάδοση του ραδιοφωνικού σήματος μέσα από ένα τέτοιο περιβάλλον είναι μια πολύπλοκη διαδικασία η οποία ενσωματώνει φαινόμενα διάθλασης και πολλαπλών αντανakλάσεων των κυμάτων αυτών. Για την ανάλυση της απόδοσης των τηλεπικοινωνιακών καναλιών είναι απαραίτητο να αναπτυχθούν στατιστικά μοντέλα τα οποία προσομοιώνουν επαρκώς το περιβάλλον διάδοσης. Εμείς χρησιμοποιούμε αυτό που περιγράφεται από την σχέση:

$$y(t) = AR(t)\cos(2\pi f_c t + \theta(t)) \quad (6.1)$$

όπου $y(t)$ είναι το τελικό σήμα που μεταδίδεται και το οποίο πολλαπλασιάζεται με τον παράγοντα R που προκύπτει από την σχέση:

$$R = \sqrt{(X_1)^2 + (X_2)^2} \quad (6.2)$$

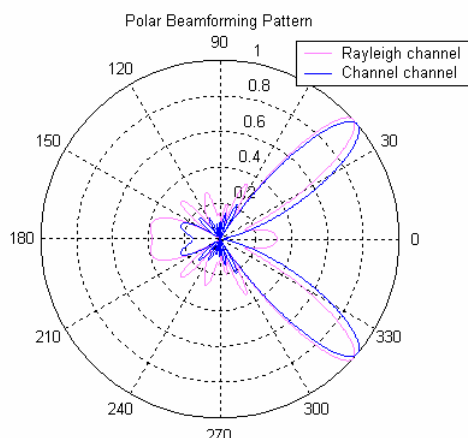
με X_1 και X_2 να είναι δύο ανεξάρτητες διαδικασίες που ακολουθούν γκαουσιανή κατανομή. Η R ονομάζεται κατανομή κατά Rayleigh και προσομοιώνει το πραγματικό κανάλι μετάδοσης.

Μπορούμε να πούμε σε γενικές γραμμές ότι ένα τέτοιο περιβάλλον διάδοσης μπορεί να χαρακτηριστεί από τρία εν μέρη ξεχωριστά φαινόμενα :

- Απώλεια διαδρομής (Path loss)
- Απόσβεση πολλαπλών διαδρομών (Multipath fading)
- Σκίαση (Shadowing)

Η απώλεια διαδρομής (Path loss) είναι μία συνάρτηση της απόστασης ανάμεσα στην κινητή συσκευή και στον σταθμό βάσης. Αντίστοιχα οι πολλαπλές αντανάκλασεις του σήματος στα διάφορα φυσικά εμπόδια έχουν σαν αποτέλεσμα σήματα με διαφορετικές φάσεις να καταφθάνουν ταυτόχρονα στον σταθμό βάσης. Αυτό έχει τόσο προσθετικά όσο και διαφορικά αποτελέσματα στο πλάτος του ληφθέντος σήματος. Οι παραγόμενες διακυμάνσεις αυτές στο πλάτος του σήματος στοιχειοθετούν την έννοια της Απόσβεσης πολλαπλών διαδρομών (Multipath fading), οι οποίες διαφοροποιούνται ανάλογα την απόσταση. Επιπρόσθετα με την έννοια της απόσβεσης πολλαπλών διαδρομών, η οπτική επαφή και οι ανακλώμενες διαδρομές μπορεί να εξασθενήσουν από εμπόδια μεγάλου μεγέθους, όπως μεγάλα κτήρια και βουνά, τα οποία είναι ανάμεσα στην κινητή συσκευή και στον σταθμό βάσης. Αυτού του είδους η εξασθένιση ονομάζεται Σκίαση (Shadowing) η οποία εξαρτάται από αποστάσεις που είναι ανάλογες του μεγέθους των εμποδίων

Από το σχήμα φαίνεται ότι για την περίπτωση του καναλιού Rayleigh η χρήση του LMS αλγορίθμου προκαλεί μεγάλους δευτερεύοντες λοβούς σε σχέση με την περίπτωση του της ύπαρξης γκαουσιανού θορύβου.

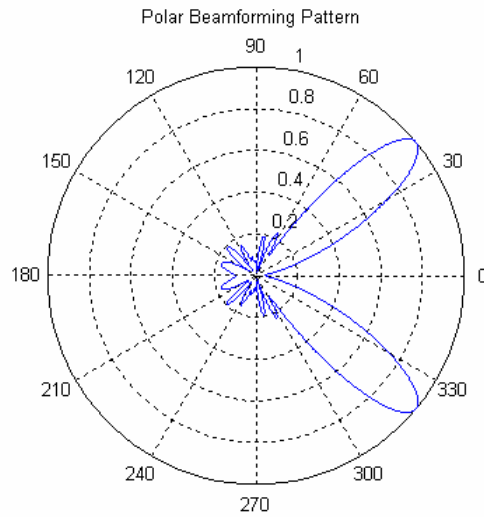


Εικόνα 6.37: διάγραμμα ακτινοβολίας μιας στοιχειοκεραιας χρησιμοποιώντας τον αλγόριθμο LMS για την περίπτωση σήματος Rayleigh και σήματος Gauss

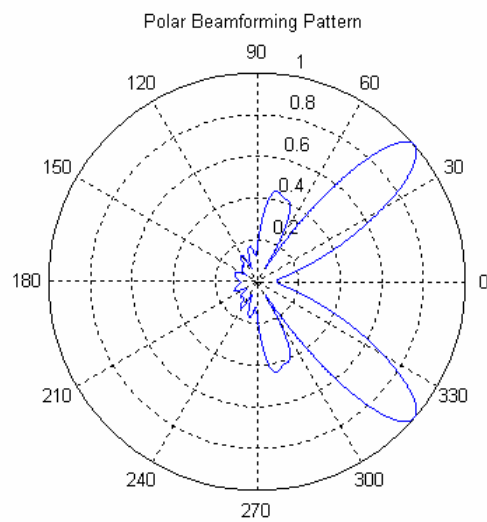
Όπως και στην προηγούμενη περίπτωση ο αλγόριθμος των ελάχιστων τετράγωνων αδυνατεί να στρέψει την κεραία προς την σωστή κατεύθυνση και ταυτόχρονα να ελαχιστοποιήσει την ακτινοβολία του προς άλλες κατευθύνσεις (εικόνα 6.37).

6.1.6 Μελέτη του αλγόριθμου δειγματοληπτικής αντιστροφής πίνακα

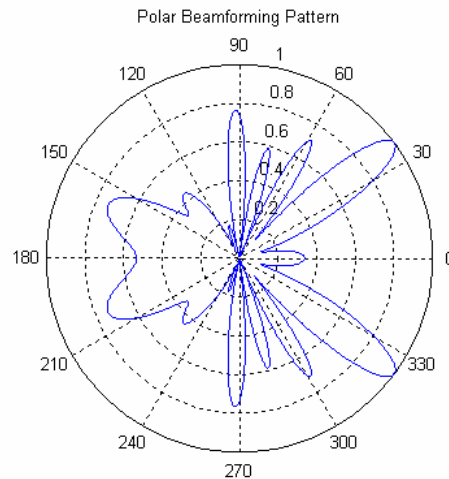
Σε αυτήν την παράγραφο θα μελετήσουμε την συμπεριφορά του αλγόριθμου δειγματοληπτικής αντιστροφής πίνακα. Όπως έχει αναφερθεί ο πίνακας αυτός έχει γρήγορη σύγκλιση επειδή χρησιμοποιεί αντιστροφή πινάκων, αν και πρόκειται για μια μέθοδο υπολογιστικών απαιτήσεων. Επιπλέον αναφέραμε ότι κατά την επεξεργασία των δειγμάτων θα πρέπει το περιβάλλον να μην εμφανίζει σημαντικές διαταραχές. Στην αρχή αυτού του κεφαλαίου αναφέρθηκε ότι τα συνολικά δείγματα για την μελέτη των προσαρμοστικών αλγορίθμων είναι 1136. Στις εικόνες 6.38 – 6.40 παρουσιάζεται ο τρόπος με τον οποίο επηρεάζεται ο παραγοντας διάταξης και επομένως η ακτινοβολία της κεραίας μεταβάλλοντας το πλήθος των χρησιμοποιούμενων δειγμάτων. Παρατηρώντας τις εικόνες προκύπτει ότι όσο το πλήθος των δειγμάτων αυξάνεται η ακτινοβολία της κεραίας γίνεται πιο κατευθυντική και με μικρότερους πλευρικούς λοβούς. Επιπλέον για μικρό αριθμό δειγμάτων παράγονται πολλοί πλευρικοί λοβοί, οι οποίοι μάλιστα έχουν και αρκετά μεγάλη ισχύ.



Εικόνα 6.38: Διάγραμμα παράγοντα διάταξης με χρήση του αλγόριθμου δειγματοληπτικής αντιστροφής πίνακα για 1136 δείγματα



Εικόνα 6.39: Διάγραμμα παράγοντα διάταξης με χρήση του αλγόριθμου δειγματοληπτικής αντιστροφής πίνακα για 142 δείγματα



Εικόνα 6.40: Διάγραμμα παράγοντα διάταξης με χρήση του αλγόριθμου δειγματοληπτικής αντιστροφής πίνακα για 71 δείγματα

Στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζονται οι τιμές που έχει ο παράγοντας διάταξης προς την κατεύθυνση του σήματος ενδιαφέροντος ώστε να φανεί η ισχύς της ακτινοβολίας προς την συγκεκριμένη κατεύθυνση.

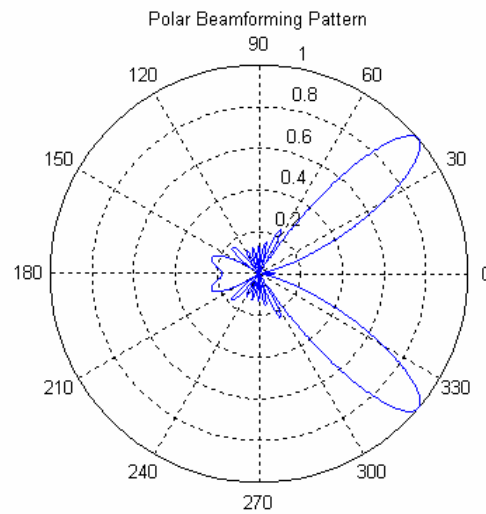
Πλήθος δειγμάτων ➔	1136 δείγματα	142 δείγματα	71 δείγματα
<i>Τιμή παράγοντα διάταξης προς την κατεύθυνση ενδιαφέροντος</i>	<i>0,8992</i>	<i>0,8402</i>	<i>0,8250</i>

Πίνακας 6.2: Τιμή παράγοντα διάταξης προς την κατεύθυνση ενδιαφέροντος για διαφορετικό αριθμό δειγμάτων

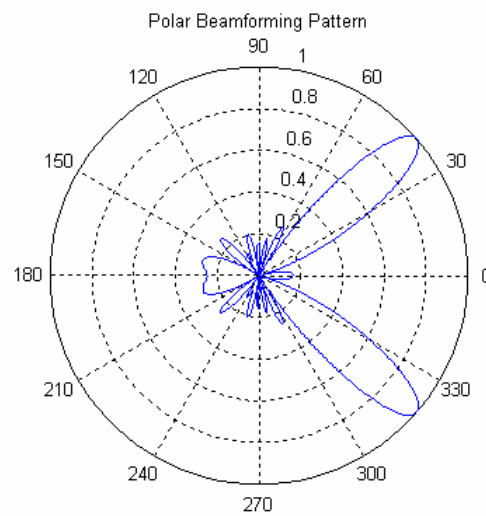
6.1.7 Μελέτη του αλγόριθμου κανονικοποιημένων ελαχίστων μέσων τετράγωνων

Στην παράγραφο αυτή θα μελετήσουμε την ταχύτητα σύγκλισης και την ευστάθεια του αλγορίθμου κανονικοποιημένων ελαχίστων μέσων τετράγωνων μεταβάλλοντας τον παράγοντα μ_0 . Η τιμή μ_0 μεταβάλλεται μεταξύ του μηδέν και του δύο. Από τις εικόνες 6.41-6.43 παρατηρούμε ότι όσο μεγαλύτερη είναι η τιμή του παράγοντα μ_0 τόσοι περισσότερους πλευρικούς λοβούς παρουσιάζει ο αλγόριθμος, οι οποίοι είναι και μεγάλης ισχύς. Αντιθέτως για μικρότερες τιμές του μ_0 ο κύριος λοβός

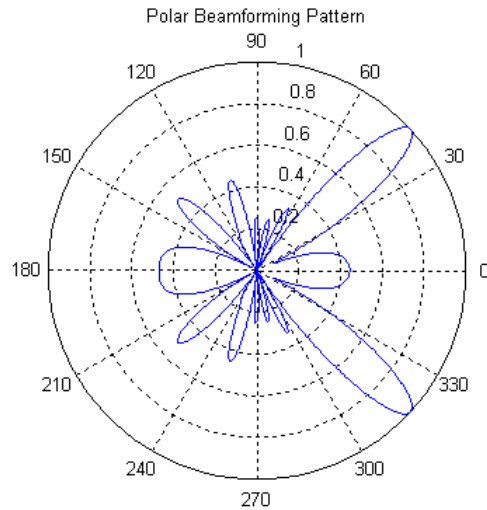
ακτινοβολίας είναι πιο στενός και κατευθυντικός, ενώ και οι πλευρικοί λοβοί είναι μικρότερης ισχύος και δεν είναι παρά πολλοί.



Εικόνα 6.41: Διάγραμμα παράγοντα διάταξης με χρήση του κανονικοποιημένου LMS για $\mu_0=0,2$

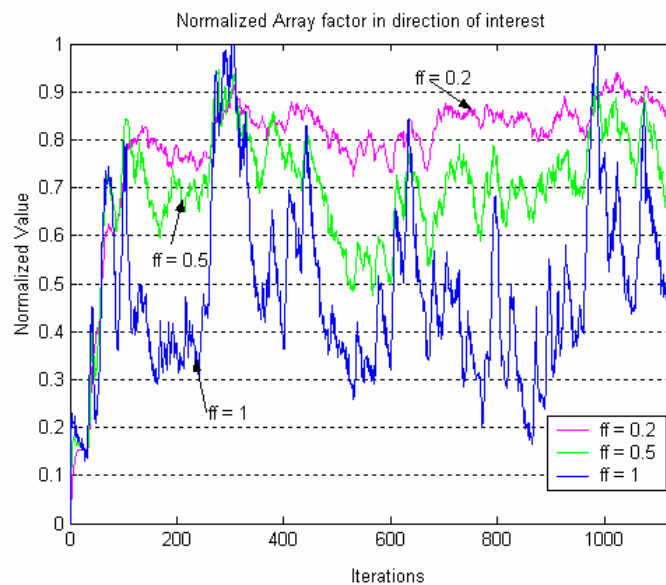


Εικόνα 6.42: Διάγραμμα παράγοντα διάταξης με χρήση του κανονικοποιημένου LMS για $\mu_0=0,5$



Εικόνα 6.43: Διάγραμμα παράγοντα διάταξης με χρήση του κανονικοποιημένου LMS για $\mu_o=1$

Επίσης από την εικόνα 6.44 μελετάμε την ευστάθεια του αλγορίθμου. Για την μελέτη χρησιμοποιούμε τον ρυθμό μεταβολής του παράγοντα διάταξης, προς την κατεύθυνση ενδιαφέροντος, σε σχέση με τον αριθμό των δειγμάτων που έχουν επεξεργαστεί.



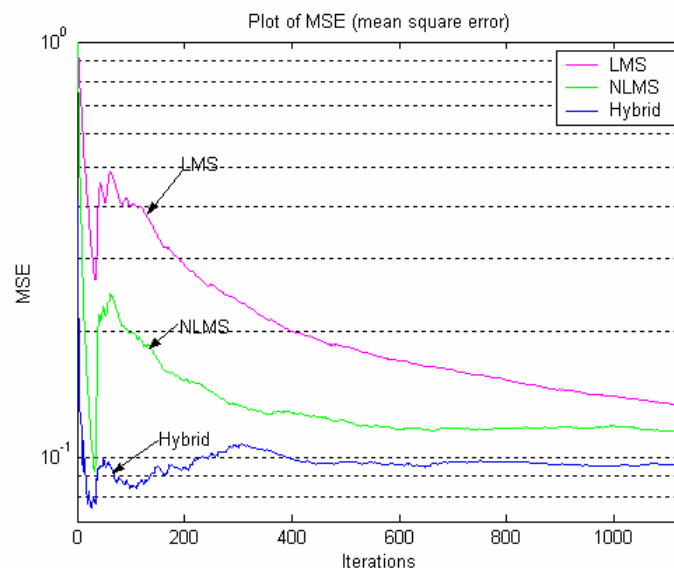
Εικόνα 6.44: διάγραμμα κανονικοποιημένου παράγοντα διάταξης του κανονικοποιημένου LMS αλγορίθμου για $\mu_o=0,2 - 0,5 - 1$

Όπως γίνεται φανερό όσο μεγαλώνει η τιμή του παράγοντα μ_o τόσο μεγαλύτερη αστάθεια παρουσιάζει ο αλγόριθμος. Αντιθέτως για μικρές τιμές είναι ευσταθής.

Παρατηρούμε επίσης ότι η ταχύτητα σύγκλισης του αλγορίθμου είναι ανεξάρτητη της τιμής του παράγοντα μ_o .

6.1.8 Σύγκριση μεταξύ των αλγορίθμων LMS, NLMS και Υβριδικού αλγορίθμου

Στην παράγραφο αυτή θα πραγματοποιηθεί μια σύγκριση των χρησιμοποιούμενων προσαρμοστικών αλγορίθμων. Για την σύγκριση τους θα χρησιμοποιηθούν οι βέλτιστες παράμετροι κάθε αλγορίθμου έτσι όπως προέκυψαν από τις προηγούμενες παραγράφους. Για τον αλγόριθμο ελαχίστων τετράγωνων θα χρησιμοποιήσουμε για τον παράγοντα μ την τιμή 0,001 ενώ για τον αλγόριθμο κανονικοποιημένων ελαχίστων τετράγωνων θεωρούμε $\mu_o = 0,2$. Για τον υβριδικό αλγόριθμο χρησιμοποιούμε ένα μπλοκ δεδομένων από 208 δείγματα προκειμένου να υπολογίσουμε το αρχικό διάνυσμα βαρών της στοιχειοκεραιας, που θα χρησιμοποιηθεί σαν αρχικό διάνυσμα στον αλγόριθμο ελαχίστων τετράγωνων. Για τον αλγόριθμο των ελαχίστων τετράγωνων θα χρησιμοποιηθούν τα υπόλοιπα δείγματα.

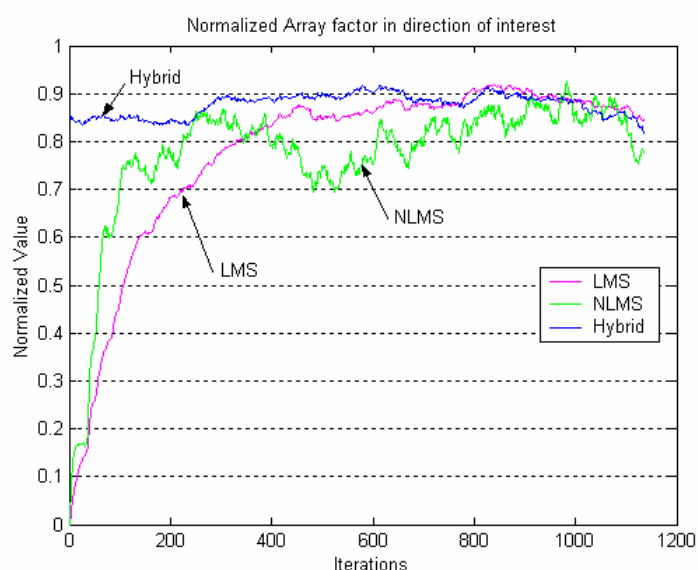


Εικόνα 6.45: Μέσο τετραγωνικό για τους αλγορίθμους LMS, κανονικοποιημένο LMS και υβριδικό

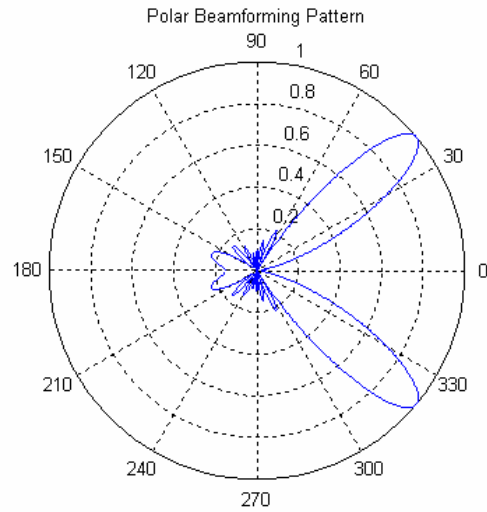
Στην εικόνα 6.45 παρουσιάζεται η μεταβολή του μέσου τετραγωνικού σφάλματος. Όπως παρατηρούμε ο αλγόριθμος κανονικοποιημένων ελαχίστων τετράγωνων έχει γρηγορότερη σύγκλιση σε μικρότερη τελική τιμή από τον αλγόριθμο ελαχίστων τετράγωνων κάτι που είναι αναμενόμενο αφού ο NLMS αντιδρά καλύτερα σε ένα

θορυβώδες σήμα. Από την άλλη βέβαια ο υβριδικός αλγόριθμος παρουσιάζει την πιο γρήγορη σύγκλιση σε σχέση με τους υπολοίπους κάτι που επίσης ήταν αναμενόμενο

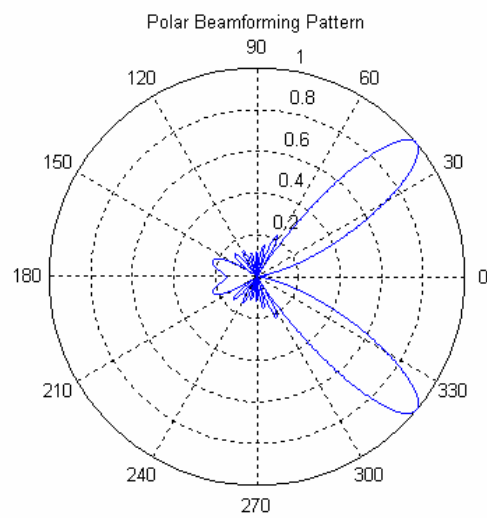
Στην εικόνα 6.46 παρουσιάζεται ο ρυθμός σύγκλισης του παράγοντα διάταξης προς την κατεύθυνση ενδιαφέροντος. Με βάση τις επιλεγμένες παραμέτρους ο υβριδικός συγκλίνει αμέσως στην πιο υψηλή τιμή, ενώ ο αλγόριθμος κανονικοποιημένων ελάχιστων τετράγωνων έχει την αμέσως γρηγορότερη σύγκλιση αλλά σε χαμηλότερη τιμή από αυτήν του αλγορίθμου ελαχίστων τετραγώνων. Συμπεραίνουμε επίσης ότι αν δεν έχουμε πολλά δείγματα είναι προτιμότερο να χρησιμοποιούμε τον υβριδικό ή τον κανονικοποιημένο αλγόριθμο. Εάν μας ενδιαφέρει όχι η ανακατασκευή του σήματος αλλά η παραγωγή του διανύσματος βαρών τότε επιλέγουμε τον υβριδικό αλγόριθμο. Όπως παρατηρούμε από τις εικόνες 6.47-6.49 η ακτινοβολία της στοιχειοκεραιας είναι ικανοποιητική για όλους τους αλγορίθμους αν και όπως είπαμε ο υβριδικός δίνει την πιο υψηλή τιμή προς την κατεύθυνση ενδιαφέροντος.



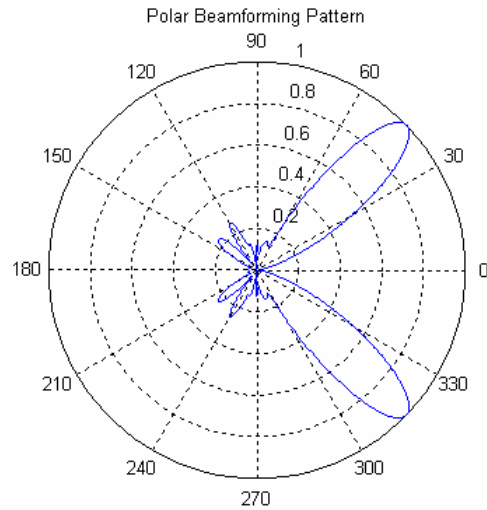
Εικόνα 6.46: Κανονικοποιημένος παραγοντας διάταξης για την κατεύθυνση ενδιαφέροντος για τους αλγορίθμους LMS, κανονικοποιημένο LMS και υβριδικό



Εικόνα 6.47: Πολικό διάγραμμα του παραγοντας διάταξης για τον αλγόριθμο LMS



Εικόνα 6.48: Πολικό διάγραμμα του παραγοντας διάταξης για τον κανονικοποιημένο αλγόριθμο LMS



Εικόνα 6.49: Πολικό διάγραμμα του παραγοντας διάταξης για τον υβριδικό αλγόριθμο

Στο κεφάλαιο αυτό μελετήσαμε τα χαρακτηριστικά των προσαρμοστικών αλγορίθμων και τον τρόπο που αυτά επηρεάζουν την ακτινοβολία της στοιχειοκεραιας. Τα τελικά συμπεράσματα των προσομοιώσεων παρουσιάζονται στο επόμενο κεφάλαιο.

Κεφάλαιο 7

Συμπεράσματα – Μελλοντικές επεκτάσεις

Σε αυτήν την εργασία μελετήθηκαν οι προσαρμοστικοί αλγόριθμοι \mathcal{P} που χρησιμοποιούνται στα συστήματα έξυπνων κεραιών και πιο συγκεκριμένα σε στοιχειοκεραιες. Η λειτουργία των προσαρμοστικών στοιχειοκεραιών προσομοιώθηκε χρησιμοποιώντας τους αλγόριθμους των ελάχιστων μέσων τετραγώνων (LMS), των κανονικοποιημένων ελάχιστων μέσων τετραγώνων (NLMS) της δειγματοληπτικής αντιστροφής πινάκων (SMI). Μελετήσαμε επίσης και έναν προτεινόμενο υβριδικό αλγόριθμο που στηρίζεται στις αρχές του LMS και SMI αλγόριθμου. Αυτοί οι αλγόριθμοι μελετήθηκαν για να γίνουν κατανοητές τις πτυχές τους, όπως η ταχύτητα σύγκλισης και η ευστάθεια τους. Αυτά τα χαρακτηριστικά χρησιμοποιήθηκαν με σκοπό να μελετηθεί ο τρόπος ακτινοβολίας μιας στοιχειοκεραιας, καθώς επίσης και το μέσο τετραγωνικό σφάλμα της εξόδου της κεραίας ως προς ενός σήματος αναφοράς.

Τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων απόδειξαν ότι ο SMI συγκλίνει γρηγορότερα αλλά η σταθερότητά του εξαρτάται από τη υπολογιστική δυνατότητα της αντίστροφης ενός πίνακα. Ο αλγόριθμος LMS έχει πιο αργή σύγκλιση από τον NLMS, αν και είναι πιο ευσταθής. Αυτό, πιθανώς, συμβαίνει επειδή η μέθοδος προσαρμογής του NLMS στηρίζεται περισσότερο στο ληφθέν σήμα, το οποίο περιέχει πρόσθετο θόρυβο. Τέλος ο υβριδικός αλγόριθμος έχει την καλύτερη σύγκλιση δεδομένου ότι το διάνυσμα βάρους της κεραίας παράγεται γρηγορότερα από τους άλλους αλγορίθμους. Ο υβριδικός αλγόριθμος παρουσιάζει επίσης και το μικρότερο μέσο τετραγωνικό σφάλμα. Επιπλέον με τον υβριδικό αλγόριθμο αντιμετωπίζεται το μειονέκτημα του SMI, ο οποίος απαιτεί ότι το περιβάλλον του σήματος δεν υποβάλλεται στις σημαντικές αλλαγές. Τελικά συμπεράναμε ότι όλοι οι αλγόριθμοι κατορθώνουν να οδηγήσουν τον κύριο λοβό στην κατεύθυνση

ενδιαφέροντος εκτός και αν η κατεύθυνση των παρεμβολών είναι κοντά στο σήμα ενδιαφέροντος.

Σαν μελλοντική εργασία επί του θέματος προτείνονται τα ακόλουθα:

- Θα μπορούσαν να χρησιμοποιηθούν και να μελετηθούν και άλλοι προσαρμοστικοί αλγόριθμοι, όπως ο αλγόριθμος επαναληπτικών μέσων τετραγώνων (recursive least squares-RLS)
- Θα μπορούσαν να μελετηθούν, εκτός από το κριτήριο μέσου τετραγωνικού σφάλματος, κάποια από τα υπόλοιπα κριτήρια σύγκλισης που αναπτύχθηκαν στο έκτο κεφαλαίο
- Επίσης θα μπορούσαν να μελετηθούν και άλλοι τύποι στοιχειοκεραιών, όπως είναι η τετραγωνική
- Τέλος θα μπορούσαν οι προσαρμοστικοί αλγόριθμοι που παρουσιάστηκαν να χρησιμοποιηθούν και σε άλλα θέματα, όπως για παράδειγμα στην εκτίμηση του δείκτη μιας χρηματιστηριακής αγοράς.

Βιβλιογραφία

- J.D. Kraus, “Κεραίες”, Εκδ. Τζιόλα, Θεσσαλονίκη 1988
- X. Καυγάλης και Π. Κωπτής, “Κεραίες – Ασύρματες Ζεύξεις”, Εκδ. Τζιόλα, Θεσσαλονίκη 2003
- S. Sampei: “*Applications of Digital Wireless Technologies to Global Wireless Communications*,” Prentice Hall, Upper Saddle River, New Jersey, 1997.
- Simon Haykin, “*Adaptive Filter theory*”, Prentice hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1991
- L.C. Godara, “Applications of Antenna Arrays to Mobile Communication, Part I:
Performance, Improvement, Feasibility and Systems Considerations”
Proceedings of the IEEE, Vol. 85, No. 7, Jul. 1997, pp. 1029-1060.
- S.U. Pillai, “*Array signal processing*”, Springer - Verlag, New York, 1989
- Warren L. Stutzman, Gary A. Thiele “*Antenna Theory and Design*”, John Wiley & Sons Inc. New York, 1981.
- John Litva and Titus Kwok-Yeung Lo. “*Digital Beamforming in Wireless Communications*”, Artech House, Boston, 1996.
- Okamoto, Garret T. “*Smart Antenna Systems and Wireless Lans*”, New York Kluwer Academic Publishers, 2002.
- Jack H. Winters. “*Smart Antennas for Wireless Systems*”, IEEE Personal Communications, February 1998
- Allan V. Oppenheim, Ronald W. Schaffer, “*Discrete-time signal processing*” Prentice Hall, Englewood cliffs, New Jersey, 1988
- B. Widrow, P. E. Mantey, L. J. Griffiths, and B. B. Goode, “Adaptive antenna systems”, *Proceedings of IEEE*, vol. 55, pp. 2143-2159, December 1967.

- R. A. Monzingo and T. W. Miller, “*Introduction to Adaptive Arrays*”, John Wiley & Sons, 1980.
- B. Widrow and S. D. Stearns, “*Adaptive Signal Processing*”, Prentice Hall, 1985.
- J. E. Hudson, “*Adaptive Array Principle*”, Peter Peregrinus Ltd., 1981.
- Ν. Τζιουμάκης, “*Εφαρμογή Γενετικών Αλγορίθμων στη Σύνθεση Στοιχειοκεραιών*”, Χανιά 2005
- D. Papadimitriou, I.O. Vardiambasis “Hybrid Algorithms for Adaptive Array Systems”, proceeding of the 4th WSEAS Int. Conf. on TELECOMUNICATIONS & INFORMATICS, Prague, CZ, pp.176-181, March 13-15, 2005

Hybrid Algorithms for Adaptive Array Systems

D. PAPADIMITRIOU and I.O. VARDIAMBASIS

Microwave Communications & Electromagnetic Applications Laboratory,
Telecommunications Division, Department of Electronics,
Technological Educational Institute (T.E.I.) of Crete - Chania Branch,
Romanou 3, Chalepa, 73133 Chania, Crete.
GREECE
ivardia@chania.teicrete.gr

Abstract: - In recent years, mobile communications have caused an explosive growth to the number of wireless users. This growth has triggered an enormous demand not only for capacity but also for better coverage and quality of services with priority on interference cancellation. This need lead scientists in using adaptive array antennas. The aim of this paper is to study the adaptive beamforming approaches as part of smart antenna technology. This work's focus is on the investigation of various adaptive algorithms and their ability to automatically respond to an unknown interference environment by steering nulls and reducing side lobe levels in the direction of interference, while keeping desired signal beam characteristics. The investigation covers three well known algorithms [Sample Matrix Inversion (SMI), Least Mean Squares (LMS), Normalized Least Mean Squares (N-LMS)], along with the combination of SMI and LMS and the combination of SMI and N-LMS, which are proposed here.

Keywords: - Smart antennas, Beamforming, Adaptive arrays, Sample Matrix Inversion algorithm, Least Mean Squares algorithm, Mobile communications.

1 Introduction

Rapid growth of the capacity needed by mobile communication systems, leads to increased density of radio sources. Consequently, undesired noise appears in the signal environment, which tends to reduce communication systems' performance. In order to overcome this problem, adaptive arrays are used, because they can discriminate the interference sources in the wireless channel suppressing them automatically. Thus, system's performance is improved, without any knowledge about the location of interference-sources.

Fig. 1a shows an adaptive array system in the form of an adaptive linear combiner, which is the basic building block of almost all adaptive filters, thus having a wide variety of practical applications [1]-[5]. The necessary learning system is generally characterized as signal operator with adjustable parameters by an adaptive algorithm, which adjusts automatically all system's parameters in order to optimise its performance. The adjustable parameters of Fig. 1 are weights (indicated by arrowed circles), while the input signals are stochastic. The adaptive (adjusting weights) algorithm is using information obtained from inputs. Its efficiency depends on minimizing the input information usage and maximizing solution's quality (achieving parameter

adjustments close to optimum). However, input information minimization corresponds to slow adaptive convergence, fact which is the learning systems' trade off.

Adaptive array systems adjust their directional parameters, so as to maximize the signal to noise ratio (SNR), because the desired signal is received by the array along with many interference signals. Then using an adaptive algorithm, the variable system's weights automatically adjust, and the system manages to have a main lobe in the direction of the desired signal and at the same time to reject any interference incident from other directions.

In the following paragraphs, three known adaptive algorithms (SMI, LMS, N-LMS) and two new hybrid algorithms are used in an adaptive array system in order to demonstrate their convergence speed and stability, with respect to noise cancellation. In Section 2 the configuration of an adaptive array system is given and the used adaptive algorithms are introduced. Finally in Section 3, the simulation parameters and results are described along with relative conclusions.

2 Adaptive Beamforming

2.1 Beamforming principles

Consider the adaptive beamforming configuration shown in Fig. 1a, which is a uniform linear array (ULA) with M isotropic elements, placed along x -axis of Fig. 1b. The output $y(t)$ of this array system is the weighted sum of the received signals $s_\ell(t)$ ($\ell=1,2,\dots,q$) and the noise $n(t)$. The weights w_m ($m=1,2,\dots,M$) are computed iteratively based on the array output $y(t)$ and the reference signal $d(t)$, which is approximately the desired transmitted signal. The reference signal is known to the receiver by using training block data, while its format varies and depends upon the implemented system. Also, the correlation between the reference and the desired signals influences the accuracy and the convergence of the selected algorithm.

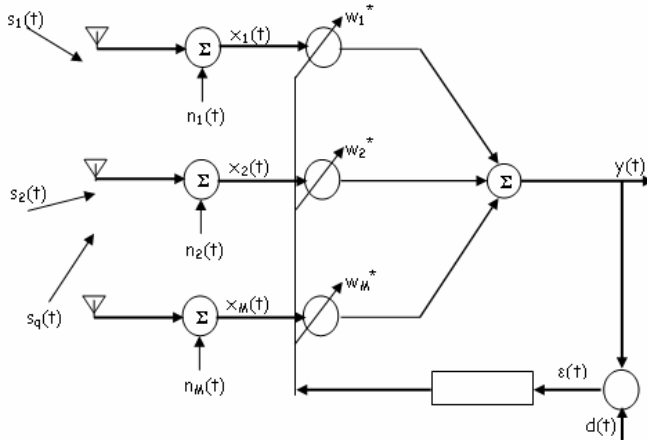


Figure 1 (a): An adaptive array system.

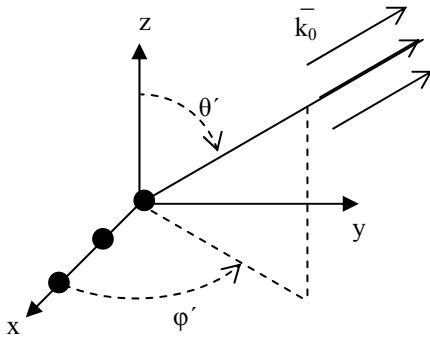


Figure 1 (b): The wave incident upon the structure.

Assuming that $x_M(t)$ is the input data to the M -th antenna element at time t , and w_M is the weight of the M -th element, the array's input data and weight factors can be written in vector form:

$$\bar{x}(t) = [x_1(t) \ x_2(t) \ \dots \ x_M(t)]^T, \quad (1a)$$

$$\bar{w} = [w_1 \ w_2 \ \dots \ w_M]^T, \quad (1b)$$

where superscript T denotes the transpose operation. Using this notation, the array output $y(t)$ is:

$$y(t) = \bar{w}^H \cdot \bar{x}(t), \quad (1c)$$

where superscript H denotes the Hermitian

(complex conjugate) transpose. So, in order to compute the optimum weight vector \bar{w}_{opt} , the input data vector $\bar{x}(t)$ has to be determined.

Considering as $s(t)$ either the desired or the interfering input signal, which is obliquely incident upon the antenna structure with elevation angle $\pi/2 - \theta'$ and azimuth angle ϕ' (as in Fig. 1(b)), the input data vector $\bar{x}(t)$ can be expressed as:

$$\bar{x}(t) = \begin{bmatrix} e^{-j2\pi f_c \cdot \tau_1(\theta', \phi')} \\ e^{-j2\pi f_c \cdot \tau_2(\theta', \phi')} \\ \dots \\ e^{-j2\pi f_c \cdot \tau_M(\theta', \phi')} \end{bmatrix} \cdot s(t) = \bar{a}(\theta', \phi') \cdot s(t), \quad (2)$$

where $\bar{a}(\theta', \phi')$ is termed the array propagation vector or the steering vector for the particular values of (θ', ϕ') , f_c represents the carrier frequency, $\tau_m(\theta', \phi') = d \cdot \sin(\theta') \cdot \cos(\phi') / c$ stands for the time delay due to the distance d between array elements, and c is the velocity of light in free space.

Since there are q narrowband signals $s_\ell(t)$ impinging upon the array with different arrival directions (θ_ℓ, ϕ_ℓ) , the input data vector may be expressed as:

$$\bar{x}(t) = \sum_{\ell=1}^q \bar{a}_\ell(\theta_\ell, \phi_\ell) \cdot s_\ell(t) + \bar{n}(t), \quad (3)$$

where $\bar{n}(t)$ denotes the $M \times 1$ vector of noise at the M array elements. Using matrix notation:

$$\bar{x}(t) = \bar{A}(\theta', \phi') \cdot \bar{S}(t) + \bar{n}(t), \quad (4)$$

where $\bar{A}(\theta', \phi') = [\bar{a}_1(\theta_1, \phi_1) \ \bar{a}_2(\theta_2, \phi_2) \ \dots \ \bar{a}_q(\theta_q, \phi_q)]$ is the $M \times q$ matrix of steering vectors and $\bar{S}(t) = [s_1(t) \ s_2(t) \ \dots \ s_q(t)]^T$ is the $q \times 1$ vector of impinging signals.

If $s_d(t)$ denotes the desired signal arriving from the direction (θ_d, ϕ_d) upon the array and $s_j(t)$ ($j=1, \dots, N_u$) denotes any one of the $N_u (= q-1)$ undesired interfering signals arriving from (θ_j, ϕ_j) , (3) may be rewritten as follows:

$$\bar{x}(t) = \bar{a}(\theta_d, \phi_d) \cdot s_d(t) + \sum_{j=1}^{N_u} \bar{a}(\theta_j, \phi_j) \cdot s_j(t) + \bar{n}(t) \quad (5)$$

where it should be noted that the directions of arrival are known a priori using a direction of arrival (DOA) algorithm.

Therefore, (5) requires an adaptive algorithm in order to estimate $s_d(t)$ from $\bar{x}(t)$ while minimizing the error between the array output $y(t)$ and the reference signal $d(t)$ approximating the desired

signal $s_d(t)$. The signal $d^*(t)$ may be constructed at the receiver during the training period (the complex conjugate expression of the reference signal stands only for mathematical convenience).

If $y(k)$ and $d^*(k)$ denote the sample signals of $y(t)$ and $d^*(t)$ at time instant t_k , the array system's error is given by $\varepsilon(k) = d^*(k) - y(k)$ and the mean square error (MSE) $E[\varepsilon^2(k)]$ is given by:

$$E[\varepsilon^2(k)] = E[(d^*(k) - y(k))^2] = E[(d^*(k) - \bar{w}^H \cdot \bar{x}(k))^2] \Rightarrow \\ \Rightarrow E[\varepsilon^2(k)] = E[d^2(k)] - 2 \cdot \bar{w}^H \cdot \bar{r} + \bar{w}^H \cdot \bar{R} \cdot \bar{w} \quad (6)$$

where $\bar{r} = E[d^*(k) \cdot \bar{x}(k)]$ is the $M \times 1$ cross-correlation matrix between the desired signal and the input data vector and $\bar{R} = E[\bar{x}(k) \cdot \bar{x}^H(k)]$ is the $M \times M$ covariance matrix of the input data vector. The minimum mean square error can be obtained by setting the gradient vector of (6), with respect to w , equal to zero, i.e.

$$\nabla_w (E[\varepsilon^2(k)]) = 0 \Rightarrow -2 \cdot \bar{r} + 2 \cdot \bar{R} \cdot \bar{w} = 0. \quad (7)$$

Therefore the optimum solution for the weights is given by:

$$\bar{w}_{opt} = \bar{R}^{-1} \cdot \bar{r}, \quad (8)$$

which is referred to as the optimum Weiner solution.

2.2 Adaptive algorithms

2.2.1 Least Mean Squares (LMS) algorithm

A common adaptive algorithm that is well known [4] is the least mean squares (LMS) algorithm. It is based on the steepest-descent method, which is an optimization method [6] working recursively to compute and update the weights vector. The optimum value of weights vector means that the system's success to minimize the MSE. The successive corrections of the weights vector are in the direction of the negative of the gradient vector. Using steepest-descent method, the weight vector equation, at time instant t_k , is given [2] by:

$$\bar{w}(k+1) = \bar{w}(k) + \frac{1}{2} \mu \cdot \left[-\nabla (E\{\varepsilon^2(k)\}) \right], \quad (9)$$

where gain constant μ (step size) controls the convergence characteristics of the algorithm. Using (7), follows that:

$$\bar{w}(k+1) = \bar{w}(k) + \mu \cdot [\bar{r} - \bar{R} \cdot \bar{w}(k)]. \quad (10)$$

Using the instantaneous estimates (at t_k) of covariance matrices \bar{R} and \bar{r} , instead of their actual values, the weights can then be updated as:

$$\bar{w}(k+1) = \bar{w}(k) + \mu \cdot \bar{x}(k) \cdot [d^*(k) - \bar{x}^H(k) \cdot \bar{w}(k)] \Rightarrow \\ \Rightarrow \bar{w}(k+1) = \bar{w}(k) + \mu \cdot \bar{x}(k) \cdot \varepsilon^*(t). \quad (11)$$

Note that this is a continuously adaptive approach, where the weights are updated as the data are sampled, so that the resulting weight vector sequence converges to the optimum solution. The LMS algorithm is initiated with the arbitrary value $\bar{w}(0) = 0$. In order the weight vector to have stable convergence, μ must take values in the interval:

$$0 < \mu < \lambda_{max}^{-1}, \quad (12)$$

where λ_{max} is the largest eigenvalue of the covariance matrix \bar{R} . The convergence of the algorithm is inversely proportional to the eigenvalue spread of the correlation matrix. If μ is chosen to be large, then the algorithm's convergence is faster, but may be less stable around the minimum value. On the contrary a small value of μ leads to slow convergence.

2.2.2 Sample Matrix Inversion (SMI) algorithm

One way to succeed a faster convergence rate is to use the sample matrix inversion algorithm, since it employs direct inversion of the covariance matrix \bar{R} [7]. If a priori the desired and the interfering signal are known, then the optimum weights can be calculated directly using SMI. Supposing that the signals are known and the signal environment undergoes frequent changes, the adaptive system must update the weights vector continually, in order to meet the new requirements. Here it is considered that these changes do not happen during the processing of the block data, although the covariance matrices \bar{R} and \bar{r} arise in a finite observation interval:

$$\hat{\bar{R}} = \sum_{i=N_1}^{N_2} \bar{x}(i) \cdot \bar{x}^H(i), \quad (13a)$$

$$\hat{\bar{r}} = \sum_{i=N_1}^{N_2} d^*(i) \cdot \bar{x}(i), \quad (13b)$$

where N_1 and N_2 are the lower and upper limits of the observation interval, respectively. The weights vector can now be estimated by the equation:

$$\hat{\bar{w}} = \hat{\bar{R}}^{-1} \cdot \hat{\bar{r}}. \quad (14)$$

There is always a residual error in the SMI algorithm (since it is based on estimation):

$$\bar{\varepsilon} = \hat{\bar{R}} \cdot \bar{w}_{opt} - \hat{\bar{r}}. \quad (15)$$

This error is usually greater when compared to LMS error. One of disadvantages of this algorithm is that its stability depends on the ability to invert the large

covariance matrix. In order to avoid a covariance matrix's singularity, the zero mean noise is added to the array response vector. Another disadvantage that has to be encountered is that even though the algorithm has faster convergence, huge matrix inversions lead to computational complexities that cannot be easily overcome.

2.2.3 Normalized Least Mean Squares (N-LMS) algorithm

Though other algorithms, such as the RLS one, may be more complex, less stable and more difficult to implement, they often converge much faster than the LMS. Improving the convergence speed, but keeping the simplicity of the LMS, has been the major consideration of much algorithmic research, resulting in the normalized least mean squares (N-LMS) algorithm. This algorithm, which has been studied widely and has various applications to mobile communications [8], is a variation of the constant-step-size LMS algorithm, using data-dependent step size at each iteration. For example, at the n -th iteration the step size is given by:

$$\mu(t) = \frac{\mu_0}{\bar{\mathbf{x}}^H(t) \cdot \bar{\mathbf{x}}(t) + a}, \quad (16)$$

where μ_0 is a constant (usually $1/2$) and a is a very small number introduced to prevent division by zero, if the product $\bar{\mathbf{x}}^H(t) \cdot \bar{\mathbf{x}}(t)$ is very small. This algorithm does not need an estimation of the correlation matrix's eigenvalues or trace, in order to select the maximum permissible step size. The N-LMS algorithm normally has better convergence performance and less signal sensitivity compared to the normal LMS algorithm.

2.2.4 Hybrid algorithm

In this work two hybrid algorithms combining the LMS or the N-LMS algorithm with the SMI one are proposed. Because both algorithms are characterized by similar concepts, only the hybrid LMS is introduced here. As mentioned before, LMS is a simple algorithm with possible slow convergence. LMS is a continuous algorithm, so it is well suited for continuous transmission systems. On the other hand, SMI has a very faster convergence speed, as it uses inversion of the correlation matrix, but is requiring a signal environment changing slightly during the process of a data block. Therefore, there is need for an algorithm that: a) is simple to implement, b) has fast convergence and c) is not computational intensive.

In the LMS algorithm, as discussed previously, weights are initialized arbitrarily with $\bar{\mathbf{w}}(0) = 0$ and

then are updated using (11). Due to arbitrary weights initialization, the LMS takes longer to converge. In order to speed up convergence, an initial weights vector, that has been come through the SMI algorithm, is used. So, using only a small block of incoming data derives the weights vector. Therefore the initial weights vector is:

$$\bar{\mathbf{w}}_{in} = \hat{\mathbf{R}}_p^{-1} \cdot \hat{\mathbf{r}}_p, \quad (17)$$

where the covariance and correlation matrices are:

$$\hat{\mathbf{R}}_p = \sum_{i=1}^p \bar{\mathbf{x}}(i) \cdot \bar{\mathbf{x}}^H(i), \quad (18a)$$

$$\hat{\mathbf{r}}_p = \sum_{i=1}^p d^*(i) \cdot \bar{\mathbf{x}}(i), \quad (18b)$$

where p is the block size, taken to be small in order to encounter the probability of changes in the signal environment. Besides, large block will need large matrix's inversion, resulting in a computationally complex method. After the initial weights vector derivation, the LMS algorithm is implemented. At time instant t_k , the weights vector update is:

$$\bar{\mathbf{w}}(k+1) = \bar{\mathbf{w}}(k) + \mu \bar{\mathbf{x}}(k) \left[d^*(k) - \bar{\mathbf{x}}^H(k) \cdot \bar{\mathbf{w}}(k) \right] \quad (19)$$

with initial weights vector $\bar{\mathbf{w}}(0) = \bar{\mathbf{w}}_{in}$.

When the LMS algorithm begin adaptation, the antenna beam has already steered close to the approximate direction of the desired signal. Therefore LMS algorithm takes less time to converge. After that, even if the signal environment changes, the hybrid algorithm is able to encounter these changes.

3 Simulation and Results

In this section, the performance of the algorithms described in the previous section, is shown and compared. For simulation purposes, a 9-element linear array antenna is used, with its individual elements placed along the x -axis with a half-wave length distance between them. The full wavelength distance $\lambda = c/f_c$ is computed with $f_c = 900\text{MHz}$ as the working frequency of the communication system. Fig. 2 shows that increasing the elements of the antenna array, the system manages to steer its main lobe in the direction of the interesting signal and to reject the incident interferences from other propagation directions. So, for the sake of simplicity and cost we use a 9-element linear array antenna.

The desired signal is a simple sinusoidal signal with frequency f_1 . All interfering signals are also sinusoidal signals with frequency f_2 close to f_1 .

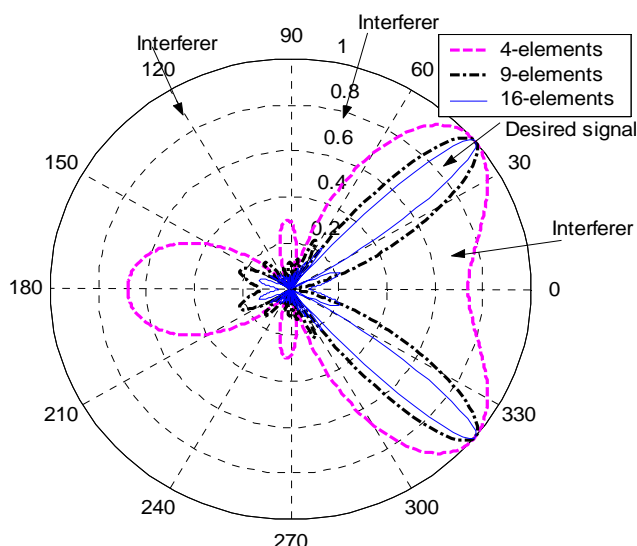


Figure 2. Beam patterns for various antenna elements.

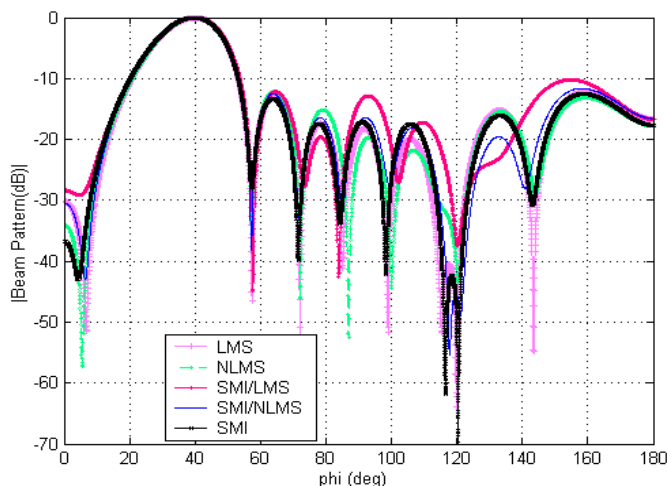


Figure 3. Beam patterns vs. azimuth angle ϕ for the presented algorithms, when $\theta = \pi/2$.

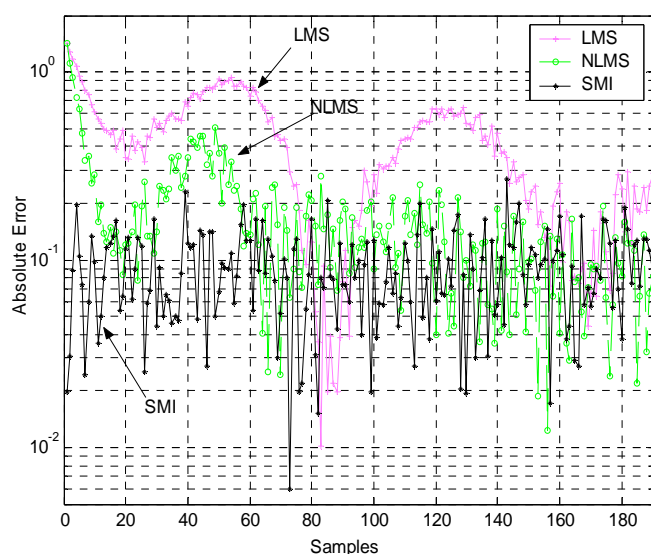


Figure 4. Absolute error of SMI, LMS and N-LMS algorithms vs. the number of samples used.

The SNR is taken to be 10 dB, while the signal to

interference ratio (SIR) is taken to be -5 dB for all interferers. The signal of interest is considered to be impinging to the antenna array from the direction (θ_0, ϕ_0) , while interference signals are impinging from different directions (θ_i, ϕ_i) , where elevation (or azimuth) incidence angles θ (or ϕ) take values in the interval $\pi/2 < \theta < \pi$ (or $0 < \phi < 2\pi$). In the present simulations we consider 3 interferers and white gaussian noise with zero mean and variance $\sigma^2 = 0.1$. Finally for testing we use a block of 3,000 samples.

Fig. 3 shows the ϕ -plane of beam patterns in case of the presented algorithms. It is assumed that signal of interest impinges to the antenna array from direction $(100^\circ, 40^\circ)$, while the three interference signals from coming from directions $(97^\circ, 10^\circ)$, $(92^\circ, 80^\circ)$, and $(97^\circ, 120^\circ)$ (all used in radians). As can be seen, all algorithms manage to steer the main lobe in the direction of interest and force nulls to the directions of all interferers.

Fig. 4, which presents the absolute error of the adaptive algorithms, shows that the SMI algorithm converges immediately, even though it remains unstable. The rest four algorithms are more stable than the SMI, while the faster convergent algorithm appears to be the normalized LMS (N-LMS).

The convergence speed is shown in Fig. 5, where the mean square error is plotted. The normalized-LMS converges faster than LMS. At the same time, the hybrid NLMS excels over the hybrid LMS. At the end the mean square error of NLMS and hybrid NLMS value less than that of LMS and hybrid LMS, respectively.

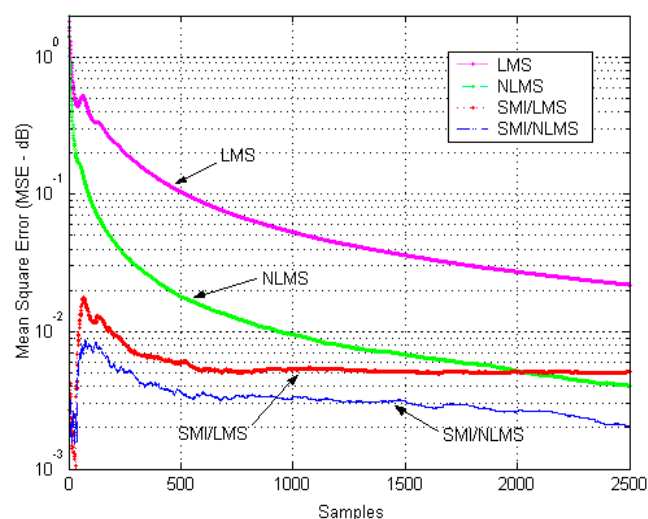


Figure 5. MSE vs. the number of samples, for the proposed algorithms (1st scenario).

In Fig. 6, the mean square error is plotted for the case that the white gaussian noise is added to the

signal, before this impinges to the antenna array (second scenario). The NLMS has faster convergence than LMS, and the same also happens with hybrid NLMS and hybrid LMS. But the mean square error results in higher values than the values of the previous scenario. This, however, was expected because the system cannot significantly determine the transmitted signal, and this is why communication systems use training symbols. As a consequence in Fig. 7 the weight estimation is characterized by instability, especially for the NLMS algorithms, since the weights updating are more dependent on the incoming signal than for the rest algorithms.

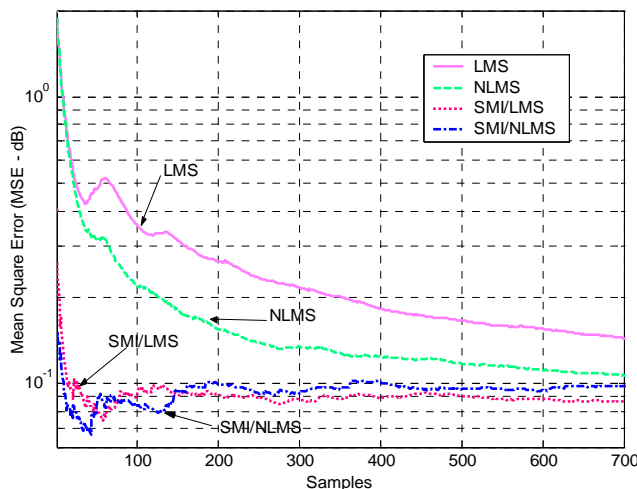


Figure 6: MSE vs. the number of samples, for the proposed algorithms (2nd scenario).

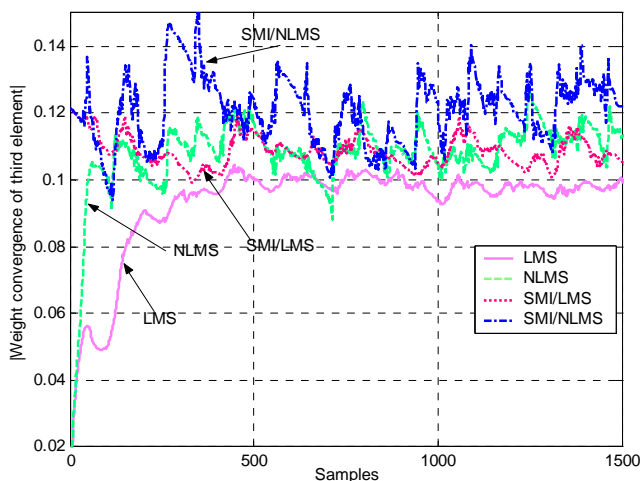


Figure 7. A weight convergence vs. the number of samples, for the proposed algorithms (2nd scenario).

4 Conclusions

In this work, the SMI, LMS, N-LMS, hybrid LMS and hybrid N-LMS adaptive algorithms were investigated. Their ability to respond automatically to an unknown interference environment by steering nulls in the direction of interferences and main lobe

in the direction of interest, was presented. Simulation results were also provided in order to understand various aspects, such as convergence and stability, of these algorithms.

Two scenarios were developed. In the first, where noise was added after the signal impingement to the antenna, SMI was found to have the faster convergence with higher complexity. Between the N-LMS and LMS, it was found that the former has faster convergence, but lower MSE value. Based on SMI, N-LMS and LMS, two hybrid algorithms with the simplicity of LMS-family and the convergence speed of SMI were proposed. In the second scenario, where the white gaussian noise was added on the signal before impingement to the antenna array, even if all algorithms manage to converge, their mean square errors result in higher values than the values of the previous scenario.

Acknowledgments

This work was supported by the Greek Ministry of National Education and Religious Affairs and the European Union under the EPEAEK II projects: "Archimedes – Support of Research Groups in TEI of Crete – Smart antenna study & design using techniques of computational electromagnetics and pilot development & operation of a digital audio broadcasting station at Chania (SMART-DAB)" and "Reformation of the Electronics Dept's syllabus".

References

- [1] B. Widrow and S.D. Stearns, *Adaptive Signal Processing*, Prentice Hall, 1985.
- [2] S. Haykin, *Introduction to Adaptive Filters*, Macmillan Publishing Company, 1985.
- [3] R.T Compton, *Adaptive Antennas: Concepts and Applications*, Prentice Hall, 1988.
- [4] S. Haykin, *Adaptive Filter Theory*, Prentice Hall, 1991.
- [5] B. Widrow and E. Walach, *Adaptive Inverse Control*, Prentice Hall, 1996.
- [6] W. Murray, *Numerical Methods for Unconstrained Optimization*, Academic Press, 1972.
- [7] I.S. Reed, J.D. Mallett and L.E. Brennan, "Rapid convergence rate in adaptive arrays", *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, vol. AES-10, pp.853-863, Nov. 1974.
- [8] D.T.M. Slock, "On the convergence behavior of the LMS and the normalized LMS algorithms", *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 41, pp. 2811-2825, 1993.