

**ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ**

**ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΚΑΙ ΜΕΛΕΤΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ  
ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΤΥΧΑΙΑΣ ΤΟΠΟΛΟΓΙΑΣ ΜΕ ΔΙΚΤΥΑ  
PETRI: ΜΙΑ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ ΙΕΡΑΡΧΙΚΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ**

Διατριβή που υπεβλήθη για τη μερική ικανοποίηση των απαιτήσεων για  
την απόκτηση Διδακτορικού Διπλώματος

ΥΠΟ

Γεωργίου Ι. Τσιναράκη

Χανιά, 2007

© Copyright υπό Γεωργίου Τσιναράκη  
Έτος: 2007

Η διατριβή του Γεωργίου Τσιναράκη εγκρίνεται:

Τσουρβελούδης Νικόλαος \_\_\_\_\_  
Αναπληρωτής Καθηγητής, Επιβλέπων

Κουϊκόγλου Βασίλειος \_\_\_\_\_  
Καθηγητής, Μέλος της τριμελούς συμβουλευτικής επιτροπής

Κοντογιάννης Θωμάς \_\_\_\_\_  
Αναπληρωτής Καθηγητής, Μέλος της τριμελούς συμβουλευτικής  
επιτροπής

Σταυρουλάκης Γεώργιος \_\_\_\_\_  
Καθηγητής

Σταυρακάκης Γεώργιος \_\_\_\_\_  
Καθηγητής

Δούνιας Γεώργιος \_\_\_\_\_  
Αναπληρωτής Καθηγητής

Κοσματόπουλος Ηλίας \_\_\_\_\_  
Επίκουρος

## **Ευχαριστίες**

Αρχικά, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον Αναπληρωτή Καθηγητή Νικόλαο Τσουρβελούδη για την επίβλεψη του στην ολοκλήρωση αυτής της διατριβής, καθώς και για την καθοδήγηση του και την εποικοδομητική συνεργασία που είχαμε καθ' όλη τη διάρκεια εκπόνησης της. Στη συνέχεια, θα ήθελα να ευχαριστήσω τα υπόλοιπα μέλη της τριμελούς συμβουλευτικής επιτροπής Καθηγητή Βασίλειο Κουϊκόγλου και Αναπληρωτή Καθηγητή Θωμά Κοντογιάννη για τις εύστοχες παρατηρήσεις και τις συμβουλές που μου προσέφεραν κατά την εκπόνηση της διατριβής. Θα ήθελα επίσης να ευχαριστήσω τους αναγνώστες της διδακτορικής μου διατριβής Καθηγητή Γεώργιο Σταυρουλάκη, Καθηγητή Γεώργιο Σταυρακάκη, Αναπληρωτή Καθηγητή Γεώργιο Δούνια και Επίκουρο Καθηγητή Ηλία Κοσματοπούλο για το χρόνο που διέθεσαν για την ανάγνωση της διδακτορικής μου διατριβής και τις παρατηρήσεις τους πάνω σε αυτήν. Οφείλω ακόμα να ευχαριστήσω τον Καθηγητή Κίμωνα Βαλαβάνη για τη συνεργασία μας κατά τα δύο πρώτα χρόνια εκπόνησης της παρούσας διατριβής.

Θα ήθελα ακόμα να ευχαριστήσω τους συναδέλφους μου Λευτέρη Δοϊτσίδη, Νίκο Βιτζηλαίο και Λευτέρη Κυραλάκη για την καλή συνεργασία που είχαμε καθ' όλη τη διάρκεια των κοινών μας σπουδών και για τη βοήθεια που μου προσέφεραν σε επιμέρους θέματα. Επίσης θα ήθελα να ευχαριστήσω το προσωπικό των εργαστηρίων Εργαλειομηχανών και Ευφύων Συστημάτων και Ρομποτικής του Πολυτεχνείου Κρήτης για τη συνεργασία και την υποστήριξη τους κατά την εκπόνηση της διατριβής.

Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω τα μέλη του φιλικού και οικογενειακού μου περιβάλλοντος για την πολύπλευρη στήριξη και συμπαράσταση που μου παρείχαν καθ' όλη τη διάρκεια σπουδών μου. Ιδιαίτερα θα ήθελα να ευχαριστήσω τη μητέρα μου και την αδερφή μου Χρύσα, η οποία επιπλέον μου παρείχε σημαντική βοήθειά σε τεχνικά θέματα σχετικά με τη διδακτορική μου διατριβή.

Η εκπόνηση της διδακτορικής διατριβής του χρηματοδοτήθηκε από το Υπουργείο Εθνικής Παιδείας και Θρησκευμάτων της Ελλάδας και το Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο στα πλαίσια του προγράμματος «Ηράκλειτος: Υποτροφίες έρευνας με προτεραιότητα στη βασική έρευνα».

Γιώργος Τσιναράκης

Χανιά, 2007

# **Αφιέρωση**

*Στη μνήμη του πατέρα μου*

## **Σύντομο Βιογραφικό**

Ο Γεώργιος Τσιναράκης γεννήθηκε στα Χανιά της Κρήτης στις 4 Μαΐου του 1977. Το 1995 έλαβε το απολυτήριο από το 5<sup>ο</sup> Γενικό Λύκειο Χανίων με βαθμό 19.5 και εισήχθη μέσω πανελληνίων εξετάσεων στο τμήμα Μηχανικών Παραγωγής και Διοίκησης του Πολυτεχνείου Κρήτης. Το 2000 ολοκλήρωσε τις προπτυχιακές σπουδές του στο τμήμα αυτό και έλαβε το δίπλωμά του με βαθμό 8.51 (Άριστα). Την ίδια χρονιά έγινε δεκτός στο Μεταπτυχιακό Πρόγραμμα Ειδίκευσης του τμήματος Μηχανικών Παραγωγής και Διοίκησης του Πολυτεχνείου Κρήτης, στην κατεύθυνση Συστημάτων Παραγωγής και τον Αύγουστο του 2002 ολοκλήρωσε τις υποχρεώσεις του λαμβάνοντας το Μεταπτυχιακό Δίπλωμα Ειδίκευσης. Κατά το ακαδημαϊκό έτος 2001-2002 ήταν υπότροφος του ιδρύματος Μποδοσάκη.

Από το Σεπτέμβριο 2002 μέχρι σήμερα είναι υποψήφιος διδάκτορας του τμήματος Μηχανικών Παραγωγής και Διοίκησης. Η εκπόνηση της διδακτορικής διατριβής του χρηματοδοτήθηκε από το Υπουργείο Εθνικής Παιδείας και Θρησκευμάτων της Ελλάδας και το Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο στα πλαίσια του προγράμματος «Ηράκλειτος: Υποτροφίες έρευνας με προτεραιότητα στη βασική έρευνα».

## Περίληψη Διατριβής

Στην παρούσα διατριβή, αναπτύσσεται μια γενική μεθοδολογία βασισμένη στη χρήση θεμελιωδών υποσυστημάτων για τη μοντελοποίηση, την ανάλυση, τη σύνθεση, την αξιολόγηση αποδοτικότητας και τον εποπτικό έλεγχο συστημάτων παραγωγής. Η προτεινόμενη μεθοδολογία είναι γενική, αφού δεν αναφέρεται σε συγκεκριμένα συστήματα, αλλά ακολουθώντας μια σειρά από αυστηρά ορισμένα βήματα μπορεί να εφαρμοστεί σε συστήματα παραγωγής οποιασδήποτε τοπολογίας και πολυπλοκότητας. Επιπλέον, η προτεινόμενη μέθοδος καλύπτει τις σημαντικότερες κατηγορίες συστημάτων παραγωγής (αφιερωμένα, πολυ-παραγωγικά, συστήματα παραγωγής σε παρτίδες και συστήματα με διαφορετικούς τύπους βιομηχανικής ευελιξίας), καθώς και συστήματα παραγωγής μέρη των οποίων ανήκουν σε περισσότερες από μια από τις παραπάνω κατηγορίες.

Στα πλαίσια υλοποίησης της μεθοδολογίας, για κάθε τύπο συστήματος παραγωγής αναγνωρίζεται ένας μικρός αριθμός υποσυστημάτων, τα οποία χρησιμοποιούνται ως δομικά στοιχεία για την περιγραφή πολύπλοκων συστημάτων. Στη συνέχεια, κατασκευάζονται τα γενικευμένα μοντέλα τους κι αναλύονται όσον αφορά τις ιδιότητες συμπεριφοράς τους και μια σειρά από ποσοτικά και ποιοτικά στοιχεία. Ακολουθώντας, ορίζεται διαδικασία σύνθεσης των θεμελιωδών υποσυστημάτων, με τρόπο που εξασφαλίζει τη διατήρηση των ιδιοτήτων τους στο συνολικό σύστημα. Οι πολυπλοκότητες των μοντέλων των συνολικών συστημάτων δίνονται από εξισώσεις που συνυπολογίζουν την τοπολογία τους και τους αριθμούς και τους τύπους των θεμελιωδών μοντέλων που έχουν χρησιμοποιηθεί κατά τη σύνθεσή τους. Τέλος, στη δομή του μοντέλου που αναπτύσσεται και περιγράφει την παραγωγική διαδικασία, εισάγεται εποπτικός έλεγχος δύο επιπέδων (σε επίπεδο συστήματος και σε επίπεδο επιμέρους υποσυστημάτων), που περιορίζει τη συμπεριφορά του συστήματος σε επιθυμητά πλαίσια.

Το βασικό εργαλείο που χρησιμοποιείται στην παρούσα διατριβή για την ανάπτυξη του πλαισίου μοντελοποίησης και μελέτης συστημάτων παραγωγής, είναι τα δίκτυα Petri κι οι επεκτάσεις τους. Τα δίκτυα Petri συνδυάζουν ένα απλό γραφικό περιβάλλον, που αυξάνει σημαντικά τη δυνατότητα κατανόησης και εποπτικής παρακολούθησης της κατάστασης του υπό μελέτη συστήματος, με ένα πλήρες μαθηματικό πλαίσιο που διευκολύνει τη χρήση των υλοποιούμενων μοντέλων για την ποιοτική και ποσοτική ανάλυση των συστημάτων που αναπαριστούν.

Τα μοντέλα που υλοποιούνται εφαρμόζοντας την παραπάνω μεθοδολογία μπορούν να χρησιμοποιηθούν, μεταξύ άλλων, στην αξιολόγηση της αποδοτικότητας των συστημάτων, στη βελτιστοποίηση της σχεδίασης νέων συστημάτων, στη μελέτη των παραγωγικών δυνατοτήτων των συστημάτων και τη σύγκριση εναλλακτικών σχεδιάσεων, στην ανάλυση συμπεριφορών για την κατανομή κοινών πόρων και την απομάκρυνση αδιεξόδων.

## Περιεχόμενα

1	Εισαγωγή.....	1
1.1	Κίνητρα.....	1
1.2	Αντικείμενο της διατριβής.....	2
1.3	Μέθοδος επίλυσης.....	3
1.4	Συνεισφορά της διατριβής.....	4
1.5	Δομή της διατριβής.....	5
2	Θεμελιώδεις Έννοιες.....	7
2.1	Κατηγορίες συστημάτων.....	7
2.1.1	Εισαγωγή.....	7
2.1.2	Ορισμοί συστημάτων.....	7
2.1.3	Συστήματα διακριτών γεγονότων και συνεχούς κατάστασης.....	8
2.2	Μοντελοποίηση συστημάτων.....	11
2.2.1	Η διαδικασία μοντελοποίησης.....	12
2.2.2	Μέθοδοι μοντελοποίησης συστημάτων.....	13
2.3	Συστήματα παραγωγής.....	15
2.3.1	Βιομηχανική ευελιξία.....	17
2.4	Εποπτικός έλεγχος.....	20
2.5	Ιεραρχική μοντελοποίηση κι έλεγχος συστημάτων.....	22
2.5.1	Σύνθεση κι αναπαράσταση με θεμελιώδη υποσυστήματα.....	23
3	Θεωρία Δικτύων Petri (Petri Nets).....	27
3.1	Εισαγωγή.....	27
3.2	Δυνατότητες κι εφαρμογές των δικτύων Petri.....	28
3.3	Συνήθη δίκτυα Petri.....	29
3.3.1	Δομικά στοιχεία δικτύων Petri.....	30
3.3.2	Μαθηματικός ορισμός συνήθων δικτύων Petri.....	31
3.3.3	Ετοιμότητα και ενεργοποίηση μεταβάσεων.....	31
3.3.4	Σημάνσεις δικτύων Petri.....	32
3.3.5	Βασικές δυναμικές καταστάσεις που μοντελοποιούνται με ΔΡ.....	33
3.3.6	Ιδιότητες δικτύων Petri.....	34
3.3.7	Τεχνικές ανάλυσης ΔΡ.....	36
3.4	Επεκτάσεις δικτύων Petri.....	40
3.4.1	Χρονικά ΔΡ.....	40
3.4.2	Επεκτάσεις τόξων ΔΡ.....	41
3.4.3	Συνεχή ΔΡ.....	42
3.4.4	Υβριδικά δίκτυα Petri.....	43
3.5	Πλεονεκτήματα χρήσης ΔΡ.....	46
4	Βιβλιογραφική Επισκόπηση.....	49
4.1	Χρήση ΔΡ σε προβλήματα συστημάτων παραγωγής.....	49
4.1.1	Υβριδικά ΔΡ και προβλήματα συστημάτων παραγωγής.....	50
4.1.2	ΔΡ και μελέτη βιομηχανικής ευελιξίας.....	54
4.2	Εποπτικός έλεγχος με ΔΡ.....	56
4.3	Συμπεράσματα.....	62
5	Μελέτη Αφιερωμένων Συστημάτων Παραγωγής.....	65
5.1	Αφιερωμένα συστήματα παραγωγής.....	66
5.2	Μέθοδος ιεραρχικής μοντελοποίησης κι ελέγχου.....	66
5.3	Θεμελιώδη Υποσυστήματα.....	68
5.3.1	Υποθέσεις.....	69
5.4	Μοντελοποίηση Θεμελιωδών Υποσυστημάτων με ΔΡ.....	70



5.4.1	Βιβλιογραφία.....	70
5.4.2	Απλά μοντέλα με ΔΡ θεμελιωδών υποσυστημάτων .....	71
5.4.3	Γενικεύσεις μοντέλων με ΔΡ θεμελιωδών υποσυστημάτων .....	84
5.4.4	Ορισμός διαδικασίας σύνθεσης.....	89
5.4.5	Γενίκευση διαδικασίας σύνθεσης.....	92
5.5	Μελέτη περίπτωσης αφιερωμένου συστήματος.....	95
5.6	Συζήτηση .....	107
6	Μελέτη πολυ-Παραγωγικών Συστημάτων Παραγωγής.....	110
6.1	Πολυ-παραγωγικά συστήματα παραγωγής .....	111
6.2	Θεμελιώδη υποσυστήματα .....	111
6.2.1	Υποθέσεις.....	113
6.3	Μοντελοποίηση θεμελιωδών υποσυστημάτων με υΔΡ.....	114
6.3.1	Σχετική βιβλιογραφία.....	114
6.3.2	Απλά μοντέλα με υβριδικά ΔΡ θεμελιωδών υποσυστημάτων .....	115
6.3.3	Γενικεύσεις μοντέλων με ΥΔΡ θεμελιωδών υποσυστημάτων .....	128
6.3.4	Διαδικασία σύνθεσης θεμελιωδών υποσυστημάτων.....	134
6.3.5	Γενίκευση διαδικασίας σύνθεσης.....	137
6.4	Μελέτη περίπτωσης πολυ-παραγωγικού συστήματος.....	140
6.5	Συζήτηση .....	150
7	Μελέτη Συστημάτων Παραγωγής Παρτίδας .....	152
7.1	Συστήματα παραγωγής σε παρτίδες .....	152
7.2	Μελέτη συστημάτων παραγωγής παρτίδας με ΔΡ .....	153
7.2.1	Θεμελιώδεις υποσύστημα .....	153
7.2.2	Υποθέσεις.....	155
7.3	Μοντελοποίηση θεμελιώδους υποσυστήματος με ΥΔΡ.....	155
7.3.1	Σχετική βιβλιογραφία.....	155
7.3.2	Απλό μοντέλο θεμελιώδους υποσυστήματος με υβριδικά ΔΡ .....	157
7.3.3	Γενίκευση μοντέλου υποσυστήματος παρτίδας με υβριδικά ΔΡ .....	161
7.3.4	Ορισμός διαδικασίας σύνδεσης.....	164
7.3.5	Γενίκευση διαδικασίας σύνθεσης.....	167
7.4	Μελέτη περίπτωσης.....	169
8	Μελέτη Βιομηχανικής Ευελιξίας.....	181
8.1	Περιγραφή του προβλήματος .....	182
8.1.1	Αφιερωμένο σύστημα παραγωγής .....	182
8.1.2	Σύστημα παραγωγής με ευελιξία δρομολόγησης.....	184
8.1.3	Σύστημα παραγωγής με λειτουργική ευελιξία .....	187
8.1.4	Σύστημα παραγωγής με λειτουργική ευελιξία και ευελιξία δρομολόγησης .....	189
8.2	Συγκριτική αξιολόγηση αποδοτικότητας συστημάτων .....	194
8.2.1	Περίπτωση 1.....	194
8.2.2	Περίπτωση 2.....	196
8.2.3	Περίπτωση 3.....	198
8.2.4	Περίπτωση 4.....	200
8.2.5	Συζήτηση.....	202
9	Ανακεφαλαίωση και συμπεράσματα .....	203
	Παράρτημα .....	208

## Πίνακας Σχημάτων

Σχήμα 1: Κύριες κατηγοριοποιήσεις των συστημάτων [1] .	9
Σχήμα 2: Μεταβολή κατάστασης συστήματος συνεχούς κατάστασης κι η αντίστοιχη μεταβολή μετά από τμηματοποίηση και προσέγγιση του ως σύστημα διακριτών γεγονότων.	11
Σχήμα 3: Το βασικό μοντέλο εποπτικού ελεγκτή των Ramadge και Wonham [73].	20
Σχήμα 4: Παράδειγμα δικτύου Petri α)πριν και β)μετά την ενεργοποίηση της μετάβασης του.	32
Σχήμα 5:Αναπαράσταση με ΔΡ α) ακολουθίας γεγονότων, β) παραλληλίας, γ) αμοιβαίου αποκλεισμού και δ) συγχρονισμού.	34
Σχήμα 6:α) Δίκτυο Petri και το δέντρο προσεγγισιμότητας του $m_0$ β) (1 0 0) και γ) (2 0 0)	38
Σχήμα 7: Στάδια μεθοδολογίας ιεραρχικής μοντελοποίησης και ελέγχου που χρησιμοποιείται.	67
Σχήμα 8: Αναπαράσταση των γενικευμένων μορφών των θεμελιωδών υποσυστημάτων.	68
Σχήμα 9: Μοντέλο αφιερωμένης μηχανής με χρονικά ΔΡ.	72
Σχήμα 10: Μοντέλο αφιερωμένης μηχανής στο οποίο έχει προστεθεί θέση παρακολούθησης για την $p_1$	73
Σχήμα 11: Μοντέλο αφιερωμένης μηχανής με θέσεις παρακολούθησης.	74
Σχήμα 12: Μοντέλο αφιερωμένης μηχανής με εποπτικό έλεγχο.	74
Σχήμα 13: Απλοποιημένο μοντέλο αφιερωμένης μηχανής.	75
Σχήμα 14: Μοντέλο συναρμολόγησης με χρονικά ΔΡ.	76
Σχήμα 15: Μοντέλο συναρμολόγησης με εποπτικό έλεγχο.	77
Σχήμα 16: Απλοποιημένο μοντέλο συναρμολόγησης.	77
Σχήμα 17: Μοντέλο αποσυναρμολόγησης με χρονικά ΔΡ.	79
Σχήμα 18: Μοντέλο αποσυναρμολόγησης με εποπτικό έλεγχο.	79
Σχήμα 19: Απλοποιημένο μοντέλο αποσυναρμολόγησης.	79
Σχήμα 20: Μοντέλο παράλληλων μηχανών με χρονικά ΔΡ.	81
Σχήμα 21: Μοντέλο παράλληλων μηχανών με εποπτικό έλεγχο.	82
Σχήμα 22: Απλοποιημένο μοντέλο παράλληλων μηχανών.	83
Σχήμα 23: Μοντέλο παράλληλων μηχανών με ορισμό προτεραιοτήτων για τις μηχανές.	84
Σχήμα 24: Γενικευμένο μοντέλο γραμμής παραγωγής.	85
Σχήμα 25: Γενικευμένο μοντέλο συναρμολόγησης.	86
Σχήμα 26: Γενικευμένο μοντέλο αποσυναρμολόγησης.	87
Σχήμα 27: Γενικευμένο μοντέλο παράλληλων μηχανών.	88
Σχήμα 28: Σύνθεση δύο μοντέλων θεμελιωδών υποσυστημάτων.	90
Σχήμα 29: Μοντέλο συστήματος μετά την προσθήκη εποπτικού ελέγχου.	91
Σχήμα 30: Προσθήκη εποπτικού ελέγχου όταν υπάρχει υποσύστημα παράλληλων μηχανών.	92
Σχήμα 31:Γενικευμένο σύστημα παραγωγής κι η αποσύνθεση του σε θεμελιώδη υποσυστήματα.	95
Σχήμα 32:Μοντέλο με ΔΡ συστήματος παραγωγής.	96
Σχήμα 33:Μοντέλο συστήματος μετά την προσθήκη θέσεων παρακολούθησης εσωτερικών αποθηκών.	97
Σχήμα 34:Μεταβολή σταθμών εσωτερικών αποθηκών κατά την αρχική προσομοίωση.	100

Σχήμα 35: Μεταβολή σταθμών εσωτερικών αποθηκών μετά τη μείωση των χωρητικοτήτων αποθηκών. ....	101
Σχήμα 36: Μεταβολή σταθμών αποθηκών μετά την αύξηση των χωρητικοτήτων των αποθηκών 3 και 7. ....	101
Σχήμα 37: Στάθμες εσωτερικών αποθηκών με άπειρες χωρητικότητες. ....	102
Σχήμα 38: Στάθμες εσωτερικών αποθηκών μετά την αλλαγή ταχύτητας της $M_2$ . ....	103
Σχήμα 39: Στάθμες εσωτερικών αποθηκών μετά τον περιορισμό εμφάνισης βλαβών της $M_5$ . ....	104
Σχήμα 40: Μεταβολή χρονικής διάρκειας προσομοιώσεων για τις διάφορες αλλαγές. ....	105
Σχήμα 41: Αναπαράσταση των γενικευμένων μορφών των θεμελιωδών υποσυστημάτων. ....	112
Σχήμα 42: Μοντέλο πολυ-παραγωγικής μηχανής με υβριδικά ΔΡ. ....	116
Σχήμα 43: Μοντέλο πολυ-παραγωγικής μηχανής με θέσεις παρακολούθησης. ....	118
Σχήμα 44: Μοντέλο πολυ-παραγωγικής μηχανής με πλήρη εποπτικό έλεγχο. ....	119
Σχήμα 45: Απλοποιημένο μοντέλο πολυ-παραγωγικής μηχανής. ....	120
Σχήμα 46: Μοντέλο πολυ-παραγωγικής μηχανής στο οποίο έχουν οριστεί προτεραιότητες. ....	122
Σχήμα 47: Μοντέλο μηχανής πολλαπλών συναρμολογήσεων με υβριδικά ΔΡ. ....	122
Σχήμα 48: Μοντέλο πολλαπλών συναρμολογήσεων με πλήρη εποπτικό έλεγχο. ....	123
Σχήμα 49: Απλοποιημένο μοντέλο πολλαπλών συναρμολογήσεων. ....	124
Σχήμα 50: Μοντέλο μηχανής πολλαπλών αποσυναρμολογήσεων με υβριδικά ΔΡ. ....	126
Σχήμα 51: Μοντέλο πολλαπλών αποσυναρμολογήσεων με πλήρη εποπτικό έλεγχο. ....	126
Σχήμα 52: Απλοποιημένο μοντέλο πολλαπλών αποσυναρμολογήσεων. ....	127
Σχήμα 53: Γενικευμένο μοντέλο πολυ-παραγωγικής μηχανής. ....	129
Σχήμα 54: Γενικευμένο μοντέλο μηχανής πολλαπλών συναρμολογήσεων. ....	130
Σχήμα 55: Γενικευμένο μοντέλο μηχανής πολλαπλών αποσυναρμολογήσεων. ....	132
Σχήμα 56: Σύνθεση δύο μοντέλων πολυ-παραγωγικής μηχανής. ....	135
Σχήμα 57: Μοντέλο συνολικού συστήματος μετά την προσθήκη 2 <sup>ου</sup> επιπέδου εποπτικού ελέγχου. ....	137
Σχήμα 58: Πολυ-παραγωγικό σύστημα παραγωγής κι η αποσύνθεση του σε θεμελιώδη υποσυστήματα. ....	141
Σχήμα 59: Μοντέλο με υβριδικά ΔΡ πολυ-παραγωγικού συστήματος παραγωγής. ....	141
Σχήμα 60: Εξέλιξη στάθμης αποθήκης 5 κατά την αρχική προσομοίωση. ....	146
Σχήμα 61: Εξέλιξη στάθμης αποθήκης 5 μετά την αύξηση της ταχύτητας της $t_{16}$ . ....	147
Σχήμα 62: Εξέλιξη στάθμης αποθήκης 5 μετά την αύξηση της ταχύτητας της $t_{66}$ . ....	148
Σχήμα 63: Εξέλιξη στάθμης αποθήκης 5 μετά τη μείωση εμφάνισης βλαβών στη $M_2$ . ....	149
Σχήμα 64: Αναπαράσταση του γενικευμένου μοντέλου του υποσυστήματος παραγωγής παρτίδας. ....	154
Σχήμα 65: Μοντέλο θεμελιώδους υποσυστήματος με υβριδικά ΔΡ. ....	157
Σχήμα 66: Μοντέλο θεμελιώδους υποσυστήματος μετά την προσθήκη του 1 <sup>ου</sup> επιπέδου εποπτικού ελέγχου. ....	159
Σχήμα 67: Απλοποιημένη μορφή θεμελιώδους υποσυστήματος με εποπτικό έλεγχο. ....	160
Σχήμα 68: Γενικευμένο μοντέλο του υποσυστήματος με εποπτικό έλεγχο υλοποιημένο με υβριδικά ΔΡ. ....	162
Σχήμα 69: Γενικευμένο μοντέλο υποσυστήματος με αναπαράσταση συνθηκών εκτέλεσης διεργασίας. ....	163

Σχήμα 70: Σύνθεση δύο μοντέλων υποσυστημάτων παραγωγής παρτίδας.....	165
Σχήμα 71: Μοντέλο συνολικού συστήματος μετά την προσθήκη του 2 <sup>ου</sup> επιπέδου εποπτικού ελέγχου. ....	167
Σχήμα 72: Σχηματική αναπαράσταση της παραγωγικής διαδικασίας πυρηνελαιουργείου. ....	169
Σχήμα 73: Μοντελοποίηση με υβριδικά ΔΡ πυρηνελαιουργείου και σαπωνοποιείου. .....	172
Σχήμα 74: Συνολική διάρκεια προσομοίωσης για τις διαφορετικές περιπτώσεις. ....	180
Σχήμα 75: Αναπαράσταση του αφιερωμένου συστήματος παραγωγής. ....	183
Σχήμα 76: Μοντέλο με χρονικά ΔΡ του αφιερωμένου συστήματος παραγωγής .....	183
Σχήμα 77: Αναπαράσταση του συστήματος παραγωγής με ευελιξία δρομολόγησης. .....	185
Σχήμα 78: Μοντέλο με συνεχή ΔΡ του συστήματος παραγωγής με ευελιξία δρομολόγησης. ....	186
Σχήμα 79: Αναπαράσταση του συστήματος παραγωγής με λειτουργική ευελιξία. ..	187
Σχήμα 80: Μοντέλο με συνεχή ΔΡ του συστήματος παραγωγής με βιομηχανική ευελιξία. ....	188
Σχήμα 81: Αναπαράσταση του συστήματος παραγωγής με λειτουργική ευελιξία κι ευελιξία δρομολόγησης.....	189
Σχήμα 82: Μοντέλο με συνεχή ΔΡ του συστήματος παραγωγής με λειτουργική ευελιξία κι ευελιξία δρομολόγησης. ....	193
Σχήμα 83: Μέσοι χρόνοι προσομοίωσης των τεσσάρων συστημάτων για τις υποπεριπτώσεις. ....	196
Σχήμα 84: Μέσοι χρόνοι προσομοίωσης των συστημάτων για διαφορετικές αξιοπιστίες μηχανών. ....	197
Σχήμα 85: Μέσοι χρόνοι προσομοίωσης του συστήματος με ευελιξία δρομολόγησης για διαφορετικές χωρητικότητες εσωτερικών αποθηκών. ....	199
Σχήμα 86: Μέσοι χρόνοι προσομοίωσης των συστημάτων για διαφορετικούς όγκους παραγωγής. ....	201

## Πίνακας Πινάκων

Πίνακας 1: Πολυπλοκότητα κόμβων γενικευμένων μοντέλων με ΔΡ θεμελιωδών υποσυστημάτων. ....	88
Πίνακας 2: Χαρακτηριστικά χρονικών μεταβάσεων του μοντέλου. ....	99
Πίνακας 3: Μέτρα απόδοσης κατά την προσομοίωση διαφορετικών περιπτώσεων του αφιερωμένου συστήματος. ....	107
Πίνακας 4: Πολυπλοκότητα κόμβων μοντέλων με υβριδικά ΔΡ θεμελιωδών υποσυστημάτων. ....	133
Πίνακας 5: Χαρακτηριστικές ποσότητες των μεταβάσεων του μοντέλου που δεν είναι άμεσες. ....	145
Πίνακας 6: Αρχικές παράμετροι των περιπτώσεων του πολυ-παραγωγικού συστήματος και μέτρα απόδοσης που υπολογίζονται για τις προσομοιώσεις των εναλλακτικών περιπτώσεων. ....	150
Πίνακας 7: Πολυπλοκότητα κόμβων μοντέλων με υβριδικά ΔΡ. ....	164
Πίνακας 8: Μέτρα απόδοσης που υπολογίζονται για τις προσομοιώσεις των εναλλακτικών περιπτώσεων. ....	179
Πίνακας 9: Πίνακας προαπαιτούμενων κατεργασιών. ....	182
Πίνακας 10: Πίνακας κατεργασιών που εκτελούνται από κάθε μηχανή. ....	184
Πίνακας 11: Πολυπλοκότητες κόμβων και αριθμοί εναλλακτικών δρομολογήσεων για τις διαφορετικές τοπολογίες συστημάτων. ....	194
Πίνακας 12: Χρονικές διάρκειες βασικών γεγονότων. ....	195
Πίνακας 13: Μέσοι χρόνοι προσομοίωσης. ....	195
Πίνακας 14: Μέσοι χρόνοι προσομοίωσης για τα διαφορετικές αξιοπιστίες των συστημάτων. ....	197
Πίνακας 15: Μέσες διάρκειες προσομοίωσης για διαφορετικές χωρητικότητες εσωτερικών αποθηκών. ....	199
Πίνακας 16: Μέσοι μοναδιαίοι χρόνοι παραγωγής για διαφορετικούς όγκους προϊόντων. ....	201
Πίνακας 17: Πίνακας χρησιμοποιούμενων συμβόλων. ....	209
Πίνακας 18: Πίνακας χρησιμοποιούμενων συμβόλων. ....	212

# 1<sup>ο</sup> Κεφάλαιο

## Εισαγωγή

### 1.1 Κίνητρα

Στο σύγχρονο επιχειρηματικό περιβάλλον με τον έντονο ανταγωνισμό και τις διαρκώς εντεινόμενες πιέσεις για περιορισμό των χρόνων και του κόστους παραγωγής, η μέγιστη δυνατή αξιοποίηση των πόρων και των παραγωγικών δυνατοτήτων, είναι από τους πλέον καθοριστικούς παράγοντες για τη βιωσιμότητα των βιομηχανιών. Η μελέτη προβλημάτων από την περιοχή των βιομηχανικών συστημάτων και των συστημάτων παραγωγής αποτελεί ιδιαίτερα δημοφιλές αντικείμενο στην επιστημονική κοινότητα, αφού ακόμα και μικρές εξελίξεις μπορεί να οδηγήσουν σε τεράστια οφέλη. Σε αυτό συνεισφέρει η μεγάλη ποικιλία προβλημάτων σχετικών με συστήματα παραγωγής καθώς και το γεγονός ότι πολλά προβλήματα δεν μπορούν να επιλυθούν αναλυτικά λόγω ιδιαίτερα αυξημένης πολυπλοκότητας.

Η εφαρμογή της κλασσικής θεωρίας ελέγχου, που μοντελοποιεί με χρήση διαφορικών εξισώσεων συστήματα από διακριτές και συνεχείς μεταβλητές, δεν είναι δυνατή σε τέτοια συστήματα όπου η τρέχουσα κατάσταση κι ο τρόπος μεταβολής της εκφράζονται με ξαφνικές αλλαγές εσωτερικών ή εξωτερικών γεγονότων σε ακανόνιστα χρονικά διαστήματα και πολλαπλές δραστηριότητες εκτελούνται παράλληλα. Το γεγονός αυτό οδήγησε στην αναζήτηση εργαλείων μοντελοποίησης και μελέτης, οι καταστάσεις των οποίων περιγράφονται από λογικές και συμβολικές παρά από αριθμητικές τιμές, που

μεταβάλλονται σε συνάρτηση με τα γεγονότα που επίσης μπορούν να περιγραφούν με μη αριθμητικούς όρους. Ξεκινώντας από αυτό το γεγονός, αναπτύχθηκε η κατηγορία των εργαλείων μοντελοποίησης διακριτών γεγονότων, που περιλαμβάνει ένα σύνολο από μεθοδολογικά εργαλεία που εξασφαλίζουν τον έλεγχο και το συντονισμό που απαιτείται για την εκτέλεση με επιθυμητή ακολουθία των γεγονότων σε συστήματα με τα παραπάνω χαρακτηριστικά. Στην κατηγορία αυτών των εργαλείων εντάσσονται και τα δίκτυα Petri, τα οποία έως σήμερα έχουν χρησιμοποιηθεί σε μεγάλο πλήθος σχετικών εφαρμογών. Τα δίκτυα Petri χρησιμοποιούνται στην εργασία αυτή όχι μόνο ως ένα απλό εργαλείο μοντελοποίησης συστημάτων αλλά για την ανάπτυξη ενός συνολικού πλαισίου μελέτης συστημάτων παραγωγής.

Βασικό στόχο της εργασίας αυτής αποτελεί η χρήση δικτύων Petri και των επεκτάσεων τους, για τη μοντελοποίηση, ανάλυση, σύνθεση, εποπτικό έλεγχο κι αξιολόγηση αποδοτικότητας διαφόρων κατηγοριών συστημάτων παραγωγής, οποιασδήποτε τοπολογίας και πολυπλοκότητας. Για την υλοποίηση των παραπάνω χρησιμοποιούνται ως δομικά στοιχεία τα μοντέλα μικρού αριθμού θεμελιωδών υποσυστημάτων που προσαρμόζονται στα συγκεκριμένα κάθε φορά χαρακτηριστικά και συντίθενται για τη δημιουργία του συνολικού μοντέλου. Μετά την κατασκευή του συνολικού μοντέλου, η ανάλυση και μελέτη του γίνεται ακολουθώντας μια σειρά από καλά καθορισμένα βήματα, που βασίζονται στη μελέτη των αντίστοιχων χαρακτηριστικών των θεμελιωδών υποσυστημάτων. Μέσω της διαδικασίας αυτής περιορίζεται σημαντικά η πολυπλοκότητα καθώς κι ο χρόνος που απαιτείται για την ανάλυση και μελέτη ενός συστήματος.

## **1.2 Αντικείμενο της διατριβής**

Στην παρούσα διατριβή, αναπτύσσεται μια μεθοδολογία για τη μοντελοποίηση, ανάλυση, σύνθεση, εποπτικό έλεγχο κι αξιολόγηση αποδοτικότητας μέσω προσομοίωσης των συστημάτων παραγωγής. Η προτεινόμενη μεθοδολογία καλύπτει τις σημαντικότερες κατηγορίες συστημάτων παραγωγής (αφιερωμένα, πολυ-παραγωγικά, σε παρτίδες και με διάφορους τύπους βιομηχανικής ευελιξίας) κι είναι γενική, αφού δεν αναφέρεται σε συστήματα συγκεκριμένης τοπολογίας, αλλά ακολουθώντας μια σειρά από καλά καθορισμένα βήματα μπορεί να εφαρμοστεί σε συστήματα παραγωγής οποιασδήποτε δομής και πολυπλοκότητας.

Για την υλοποίηση της μεθοδολογίας αναγνωρίζεται μικρός αριθμός υποσυστημάτων, τα γενικευμένα μοντέλα των οποίων κατασκευάζονται κι αναλύονται όσον αφορά τις ιδιότητες συμπεριφοράς τους και μια σειρά από ποσοτικά και ποιοτικά στοιχεία τους. Στη συνέχεια, ορίζεται αυστηρά μια συστηματική διαδικασία σύνθεσης των θεμελιωδών υποσυστημάτων, τα οποία χρησιμοποιούνται ως δομικά συστατικά για την κατασκευή κι ανάλυση των μοντέλων συστημάτων μεγάλης πολυπλοκότητας με τρόπο που να εξασφαλίζει τη διατήρηση στο συνολικό σύστημα των επιθυμητών ιδιοτήτων των

θεμελιωδών υποσυστημάτων. Επίσης, οι πολυπλοκότητες των μοντέλων των συνολικών συστημάτων υπολογίζονται από εξισώσεις που λαμβάνουν υπόψη τη δομή και την τοπολογία τους και τα θεμελιώδη μοντέλα που έχουν χρησιμοποιηθεί κατά τη σύνθεση τους. Τέλος, στη δομή του μοντέλου που περιγράφει την παραγωγική διαδικασία, εισάγεται εποπτικός έλεγχος δύο επιπέδων (επίπεδο συνολικού συστήματος κι επίπεδο επιμέρους υποσυστημάτων), που περιορίζει τη συμπεριφορά του συστήματος σε επιθυμητά πλαίσια κι απομακρύνει από τη λειτουργία του την εμφάνιση μη επιθυμητών καταστάσεων. Σημειώνεται, πως ο εποπτικός έλεγχος ενσωματώνεται στη δομή του μοντέλου, έτσι ώστε να επιτευχθεί η βέλτιστη δυνατή και πιο άμεση αλληλεπίδραση του με το μοντέλο του υπό μελέτη συστήματος κι η εξάλειψη τυχόν προβλημάτων επικοινωνίας μεταξύ μη ομοειδών εργαλείων.

Τα μοντέλα που κατασκευάζονται με χρήση της προτεινόμενης μεθοδολογίας μπορούν να χρησιμοποιηθούν, για παράδειγμα, στην αξιολόγηση αποδοτικότητας συστημάτων, στη βελτιστοποίηση σχεδίασης νέων συστημάτων, για τη μελέτη των παραγωγικών τους δυνατοτήτων και τη σύγκριση εναλλακτικών σχεδιάσεων συστημάτων, στην ανάλυση συμπεριφορών, για την κατανομή κοινών πόρων και την απομάκρυνση αδιεξόδων.

### **1.3 Μέθοδος επίλυσης**

Το βασικό εργαλείο που χρησιμοποιείται στην παρούσα διατριβή για την ανάπτυξη του πλαισίου μοντελοποίησης και μελέτης συστημάτων παραγωγής, είναι τα δίκτυα Petri (ΔΡ) κι οι επεκτάσεις τους. Τα ΔΡ συνδυάζουν ένα απλό γραφικό περιβάλλον, που αυξάνει σημαντικά τη δυνατότητα κατανόησης κι εποπτικής παρακολούθησης της κατάστασης του υπό μελέτη συστήματος, με ένα πλήρες μαθηματικό πλαίσιο που διευκολύνει την χρήση των κατασκευαζόμενων μοντέλων για την ποιοτική και ποσοτική ανάλυση των συστημάτων που αναπαριστούν. Επιπλέον, τα μοντέλα που κατασκευάζονται με ΔΡ είναι πιο συμπυκνωμένα σε σχέση με τα αντίστοιχα που προκύπτουν με χρήση άλλων εργαλείων μοντελοποίησης όπως για παράδειγμα, τα αυτόματα. Σε αυτά πρέπει να προστεθεί το γεγονός πως διαθέτουν πλήρη συλλογή από εργαλεία ανάλυσης και μπορούν να συνδυαστούν με άλλα εργαλεία για την ικανοποίηση πιο εξειδικευμένων αναγκών. Αναλυτική παρουσίαση των δυνατοτήτων των δικτύων Petri, των βασικών χαρακτηριστικών τους, των κύριων πλεονεκτημάτων τους σε σχέση με άλλα εργαλεία μοντελοποίησης και των λόγων που οδήγησαν στην επιλογή τους, παρουσιάζονται στην παράγραφο 3.3.

Για τον περιορισμό πολυπλοκότητας της διαδικασίας ανάπτυξης και ανάλυσης των μοντέλων των υπό μελέτη συστημάτων, εισάγεται μια μέθοδος μοντελοποίησης βασισμένη στη χρήση μικρού αριθμού γενικευμένων θεμελιωδών υποσυστημάτων, η οποία εντάσσεται στη γενικότερη κατηγορία των μεθόδων της από κάτω προς τα πάνω σύνθεσης. Με τον τρόπο αυτό η μοντελοποίηση, η ανάλυση ιδιοτήτων και συμπεριφοράς



κι ο εποπτικός έλεγχος του μοντέλου του συστήματος ανάγονται σε ένα σύνολο από υποπροβλήματα σημαντικά μικρότερης πολυπλοκότητας, τα οποία διατυπώνονται με τρόπο συνεπή ως προς τους περιορισμούς και τα χαρακτηριστικά του αρχικού προβλήματος. Οι λύσεις των προβλημάτων αυτών συντίθενται ακολουθώντας μια καλά ορισμένη διαδικασία, για να σχηματίσουν τη λύση του συνολικού προβλήματος. Στον περιορισμό της πολυπλοκότητας της μεθόδου συντελεί και η μοντελοποίηση συστημάτων παραγωγής με τυπικά μεγάλους αριθμούς από γεγονότα, όπως τα πολυ-παραγωγικά συστήματα με χρήση υβριδικών μοντέλων, αφού με τον τρόπο αυτό αντιμετωπίζεται ένα από τα γνωστότερα προβλήματα των ΔΡ σύμφωνα με τη βιβλιογραφία, η έκρηξη του χώρου καταστάσεων (state space explosion).

## **1.4 Συνεισφορά της διατριβής**

Στο σημείο αυτό αναφέρονται κάποιες από τις βασικές συνεισφορές της παρούσας διατριβής. Η κύρια συνεισφορά της είναι πως προτείνει ένα ολοκληρωμένο πλαίσιο για τη μοντελοποίηση και μελέτη (ανάλυση ιδιοτήτων και συμπεριφοράς, αξιολόγηση αποδοτικότητας, εποπτικό έλεγχο) συστημάτων παραγωγής. Η προτεινόμενη μέθοδος βασίζεται στην αποσύνθεση του συστήματος σε ένα σύνολο από θεμελιώδη υποσυστήματα και τη χρήση μικρού αριθμού θεμελιωδών υποσυστημάτων για την σύνθεση του συνολικού μοντέλου. Το γεγονός αυτό έχει ως αποτέλεσμα το συνολικό πρόβλημα να μεταφράζεται σε κατάλληλο αριθμό από υποπροβλήματα τα οποία επιλύονται με συνεπή ως προς το αρχικό πρόβλημα τρόπο, μειώνοντας σημαντικά την πολυπλοκότητα του. Η εφαρμογή της μεθόδου ακολουθώντας μια σειρά από αυστηρά ορισμένα βήματα, απομακρύνει κινδύνους που μπορεί να προκύψουν κατά τη μοντελοποίηση ενός συστήματος από την αρχή (π.χ. αδιέξοδα), ενώ διασφαλίζει πως τα υλοποιούμενα μοντέλα διαθέτουν ένα σύνολο από επιθυμητές ιδιότητες. Επίσης, τα υλοποιούμενα μοντέλα μπορούν να τροποποιηθούν εύκολα αν αυτό κριθεί αναγκαίο και μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την προσομοίωση και μελέτη πολύ διαφορετικών μεταξύ τους σεναρίων. Ο τρόπος κατασκευής των μοντέλων επιτρέπει τον εύκολο υπολογισμό μεγάλου πλήθους μέτρων αποδοτικότητας και την συγκριτική αξιολόγηση εναλλακτικών σχεδιάσεων και τοπολογιών.

Ένα βασικό χαρακτηριστικό της προτεινόμενης μεθοδολογίας που αυξάνει τη σημασία της είναι η γενικότητα της. Η μεθοδολογία μπορεί να εφαρμοστεί σε συστήματα παραγωγής οποιασδήποτε τοπολογίας και πολυπλοκότητας, ακολουθώντας τα ίδια κάθε φορά αυστηρά ορισμένα βήματα. Στη γενικότητα της συντελεί και το γεγονός πως καλύπτει συστήματα που εντάσσονται σε όλες τις βασικές κατηγορίες συστημάτων παραγωγής καθώς και σε συστήματα κομμάτια των οποίων ανήκουν σε διαφορετικές τέτοιες κατηγορίες. Επιπλέον, η προτεινόμενη μέθοδος καλύπτει ένα μεγάλο αριθμό από αντικείμενα, με αποτέλεσμα να μπορεί να εφαρμοστεί σε μεγάλο πλήθος από προβλήματα σχετικά με συστήματα παραγωγής.

Στη συνεισφορά της μεθόδου εντάσσεται και η πρωτοτυπία της όσον αφορά τη χρήση Υβριδικών Δικτύων Petri για τη μοντελοποίηση και μελέτη των υλοποιούμενων μοντέλων. Η μέχρι σήμερα χρήση της συγκεκριμένης παραλλαγής δικτύων Petri είναι περιορισμένη, αφού πρόκειται για ένα σχετικά νέο και όχι ακόμα διαδεδομένο εργαλείο, το οποίο αυξάνει σημαντικά τις δυνατότητες μοντελοποίησης και μελέτης συστημάτων. Επιπλέον, η εφαρμογή εποπτικού ελέγχου που συμπεριλαμβάνεται στη δομή του μοντέλου σε συστήματα μοντελοποιημένα με Υβριδικά ΔΡ, αποτελεί σημαντική πρωτοτυπία της παρούσας εργασίας, αφού κάτι τέτοιο δεν έχει παρουσιαστεί μέχρι σήμερα στη γνωστή σε εμάς βιβλιογραφία.

Στη συνεισφορά της διατριβής εντάσσεται και ο υπολογισμός των πολυπλοκοτήτων κόμβων και των πολυπλοκοτήτων αλλά και τύπων  $P$ -αναλλοίωτων των υλοποιούμενων μοντέλων με αναφορά μόνο στην τοπολογία των συστημάτων και τα πλήθη και τύπους των θεμελιωδών υποσυστημάτων που χρησιμοποιούνται. Σε επόμενο στάδιο της εκπονούμενης έρευνας, προβλέπεται η παραπέρα αξιοποίηση των πληροφοριών αυτών μέσω της ανάπτυξης αλγορίθμου αυτόματης σύνθεσης του συνολικού μοντέλου από αυτά των επιμέρους υποσυστημάτων.

## **1.5 Δομή της διατριβής**

Στο εισαγωγικό αυτό κεφάλαιο, παρουσιάστηκε το αντικείμενο που πραγματεύεται η παρούσα διατριβή, η μέθοδος επίλυσης που χρησιμοποιείται και ετέθησαν οι αντικειμενικοί στόχοι της υλοποιούμενης έρευνας.

Στο κεφάλαιο 2 γίνεται εισαγωγή στις κύριες έννοιες η διασαφήνιση των οποίων είναι αναγκαία, αφού συνδέονται με το αντικείμενο της διατριβής. Αρχικά, παρουσιάζονται έννοιες σχετικές τα βασικά χαρακτηριστικά των δυναμικών συστημάτων διακριτών γεγονότων και των συστημάτων συνεχούς κατάστασης, θέματα σχετικά με μεθόδους μοντελοποίησης τους καθώς και με την κατηγοριοποίηση τους. Αντικείμενο του κεφαλαίου αποτελεί η μοντελοποίηση με θεμελιώδη υποσυστήματα, ο εποπτικός έλεγχος συστημάτων και η ιεραρχική μοντελοποίηση και έλεγχος τους. Ιδιαίτερη αναφορά γίνεται στα συστήματα παραγωγής, τα οποία αποτελούν το βασικό αντικείμενο μελέτης αυτής της διατριβής.

Στο κεφάλαιο 3 παρουσιάζονται τα χαρακτηριστικά, οι δυνατότητες και τα εργαλεία ανάλυσης του εργαλείου μοντελοποίησης και μελέτης συστημάτων παραγωγής που χρησιμοποιείται στην παρούσα διατριβή, δηλαδή τα Δίκτυα Petri. Εκτός του βασικού μοντέλου, αναφορά γίνεται και μια σειρά από επεκτάσεις και παραλλαγές τους, ενώ αιτιολογείται η επιλογή τους για τις ανάγκες της εργασίας.

Το κεφάλαιο 4 παρουσιάζει τη βιβλιογραφία που σχετίζεται με τη χρήση ΔΡ και επεκτάσεων τους σε διάφορες κατηγορίες προβλημάτων συστημάτων παραγωγής,

καθώς και τις σημαντικότερες εργασίες που αναφέρονται στην υλοποίηση εποπτικού ελέγχου με ΔΡ.

Στο κεφάλαιο 5 εισάγεται η βασισμένη σε ΔΡ μεθοδολογία μοντελοποίησης και μελέτης αφιερωμένων συστημάτων παραγωγής με χρήση μικρού αριθμού από θεμελιώδη υποσυστήματα. Για την περιγραφή πολύπλοκων συστημάτων ορίζεται συστηματική διαδικασία σύνθεσης των θεμελιωδών υποσυστημάτων, ενώ στα πλαίσια της μεθόδου υλοποιείται με ΔΡ εποπτικός έλεγχος δύο επιπέδων. Η προτεινόμενη μεθοδολογία είναι γενική και μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τη μελέτη οποιοδήποτε συστήματος της κατηγορίας αυτής. Στο τέλος του κεφαλαίου η μέθοδος εφαρμόζεται σε χαρακτηριστικό σύστημα αυτής της κατηγορίας.

Στο κεφάλαιο 6 η προτεινόμενη μεθοδολογία προσαρμόζεται στις ανάγκες μελέτης πολυ-παραγωγικών συστημάτων, όπου οι μηχανές δεν είναι αφιερωμένες αλλά ακολουθείται κοινή δρομολόγηση των κομματιών στο σύστημα. Η χρήση Υβριδικών ΔΡ διευκολύνει κι απλοποιεί τη μελέτη συστημάτων με αυτά τα χαρακτηριστικά.

Αντικείμενο του κεφαλαίου 7 είναι η προσαρμογή της προτεινόμενης μεθόδου για τη μελέτη συστημάτων παραγωγής παρτίδας. Στα συστήματα αυτά η διαχείριση των υλικών γίνεται σε ποσότητες πεπερασμένου μεγέθους (παρτίδες) κι όχι σε μεμονωμένα κομμάτια ενώ είναι ακόμα μεγαλύτερη η συμβολή του εποπτικού ελέγχου στη λειτουργία τους κατά τον επιθυμητό τρόπο. Το υλικό του κεφαλαίου αυτού είναι πιο πρόσφατο και δεν έχει δημοσιευτεί ακόμα.

Στο κεφάλαιο 8 η προτεινόμενη μεθοδολογία χρησιμοποιείται για τη συγκριτική αξιολόγηση αποδοτικότητας συστημάτων παραγωγής με διαφορετικούς τύπους κι επίπεδα ευελιξίας. Οι εναλλακτικές τοπολογίες συστημάτων χρησιμοποιούνται για τη μελέτη μιας σειράς από περιπτώσεις και μέσω προσομοιώσεων συγκρίνεται η συμπεριφορά τους σε διαφορετικές συνθήκες παραγωγής.

Το κεφάλαιο 9 ολοκληρώνει τη διατριβή, μέσω της παρουσίασης των συμπερασμάτων που προκύπτουν από την ανάπτυξη της μεθοδολογίας και σκιαγραφώντας πιθανές μελλοντικές επεκτάσεις της.

# 2<sup>ο</sup> Κεφάλαιο

## Θεμελιώδεις Έννοιες

### 2.1 Κατηγορίες συστημάτων

#### 2.1.1 Εισαγωγή

Στην παράγραφο αυτή γίνεται μια σύντομη εισαγωγή στην έννοια και τα βασικά χαρακτηριστικά των δυναμικών συστημάτων διακριτών γεγονότων και των συστημάτων συνεχούς κατάστασης (και συνεχούς χρόνου). Τα συστήματα παραγωγής που μελετώνται στην εργασία αυτή, εντάσσονται με βάση κάποια χαρακτηριστικά τους σε κάποια από τις δύο αυτές κατηγορίες. Περισσότερες πληροφορίες πάνω στο θέμα μπορεί ο αναγνώστης να αναζητήσει στην εκτεταμένη σχετική βιβλιογραφία. Ενδεικτικά αναφέρονται οι εργασίες [1] – [7].

#### 2.1.2 Ορισμοί συστημάτων

Τις τελευταίες δεκαετίες η ραγδαία πρόοδος της τεχνολογίας και των ηλεκτρονικών υπολογιστών έχει οδηγήσει στον πολλαπλασιασμό των συστημάτων υψηλής πολυπλοκότητας. Επειδή η έννοια του συστήματος είναι θεμελιώδης, έχει αναπτυχθεί μεγάλο πλήθος ορισμών χωρίς να υπάρχει ένας κοινά αποδεκτός.

Σύμφωνα με το *Λεξικό Ηλεκτρικών και Ηλεκτρονικών Όρων* του *IEEE* [8], ως σύστημα ορίζεται σύνολο από αντικείμενα (ή γενικότερα από οντότητες) τα οποία συνδέονται μεταξύ τους με κάποια αλληλεπίδραση ή αλληλεξάρτηση, για την επίτευξη κοινών

στόχων. Εναλλακτικά, σύμφωνα με την *Encyclopedia Americana* [9], ένα σύστημα περιγράφεται ως συνδυασμός από συστατικά μέρη που ενεργούν μαζί για να εκτελέσουν μια λειτουργία που δεν είναι εφικτό να υλοποιηθεί εξολοκλήρου από κανένα από τα συστατικά μέρη. Το *Λεξικό του Webster* [10] ορίζει ως σύστημα ένα αλληλοεξαρτώμενο σύνολο αντικειμένων τα οποία συνδυάζονται από τη φύση ή τον άνθρωπο με τρόπο ώστε να σχηματίζουν ένα ενιαίο άρτιο ή πολύπλοκο σύνολο.

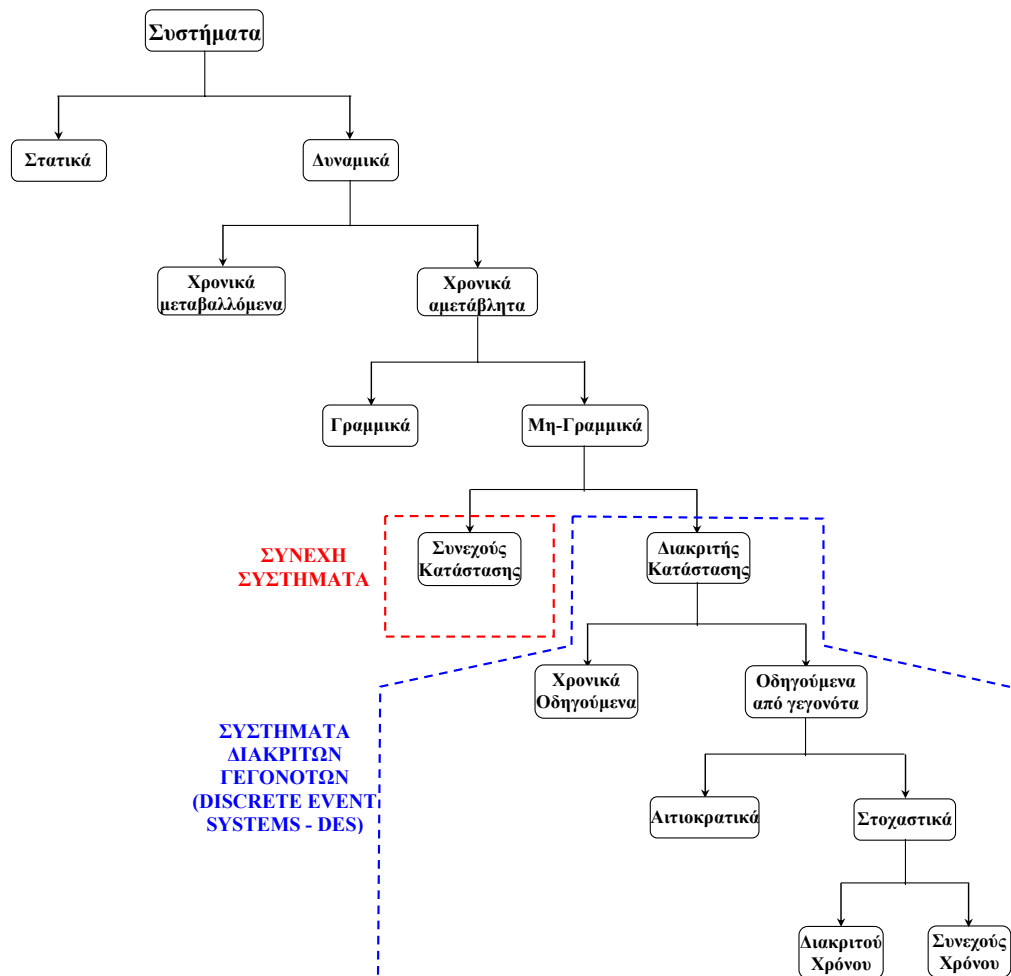
Από τους παραπάνω ορισμούς συνάγεται ότι η έννοια του συστήματος συνδέεται με δύο βασικά χαρακτηριστικά. Αποτελείται από συστατικά μέρη τα οποία έχουν μεταξύ τους δομικές αλλά και λειτουργικές συσχετίσεις και συνδέεται με μια λειτουργία την οποία προορίζεται να εκτελέσει. Αξίζει να σημειωθεί, πως τα συστατικά που λαμβάνονται υπόψη σε ένα πρόβλημα μελέτης ενός συστήματος, μπορεί να είναι υποσύνολο των μερών που στην πραγματικότητα απαρτίζουν το σύστημα, αφού οι συγκεκριμένες ανάγκες καθορίζουν τον τρόπο θεώρησης του.

### **2.1.3 Συστήματα διακριτών γεγονότων και συνεχούς κατάστασης**

Η ολοκληρωμένη μελέτη συστημάτων αποτελεί το αντικείμενο της θεωρίας συστημάτων. Τα βασικά προβλήματα που μελετάει η θεωρία συστημάτων είναι η μοντελοποίηση και ανάλυση, ο έλεγχος, η ανάλυση αποδοτικότητας και η βελτιστοποίηση παραμέτρων υπαρχόντων συστημάτων καθώς επίσης και ο σχεδιασμός και σύνθεση νέων συστημάτων [1]. Η θεωρία συστημάτων κατατάσσει σε κατηγορίες τα συστήματα με βάση μια σειρά από κριτήρια. Οι βασικές κατηγοριοποιήσεις των συστημάτων παρουσιάζονται στο Σχήμα 1.

Στην εργασία αυτή θα μελετηθούν κατά κύριο λόγο δύο κατηγορίες συστημάτων, τα συστήματα διακριτών γεγονότων (Discrete event Systems – DES) και τα δυναμικά συστήματα συνεχούς κατάστασης (Continuous Dynamic Systems), καθώς επίσης και συστήματα μέρη των οποίων εντάσσονται σε καθεμιά από τις δύο αυτές κατηγορίες (υβριδικά). Για να περιγράφουν τα παραπάνω συστήματα, πρέπει προηγουμένως να εισαχθούν δύο βοηθητικές έννοιες, η έννοια της κατάστασης συστήματος (system state) και του γεγονότος (event).

Ως κατάσταση ενός συστήματος ορίζεται ένα σύνολο από μεταβλητές που περιέχουν τις αναγκαίες πληροφορίες για την περιγραφή της συμπεριφοράς του με μετρήσιμο τρόπο κάθε χρονική στιγμή. Στην περίπτωση σύνθετων συστημάτων, η συνολική κατάσταση του συστήματος ορίζεται ως το σύνολο των καταστάσεων των επιμέρους συστατικών του μερών. Τα γεγονότα αναφέρονται στην έναρξη ή λήξη μιας δραστηριότητας (σε ένα σύστημα παραγωγής τέτοια γεγονότα περιλαμβάνουν βλάβες μηχανών, γέμισμα και άδειασμα αποθηκών, διαθεσιμότητα και μη πόρων του συστήματος), προγραμματισμένης ή τυχαίας, που οδηγεί σε αλλαγή της κατάστασης του συστήματος [2], [3].



Σχήμα 1: Κύριες κατηγοριοποιήσεις των συστημάτων [1] .

Ξεκινώντας από τα συστήματα διακριτών γεγονότων, σε αρκετές περιπτώσεις για να δοθεί έμφαση στη δυναμική φύση των συστημάτων αυτών, χρησιμοποιείται ο όρος δυναμικά συστήματα διακριτών γεγονότων (Discrete Event Dynamic Systems – DEDS). Ένα δυναμικό σύστημα διακριτών γεγονότων ορίζεται ως ένα σύστημα διακριτής κατάστασης, οδηγούμενο από γεγονότα, όπου οι μεταβάσεις κατάστασης έχουν ως σημείο έναρξης την πραγματοποίηση ασύγχρονων διακριτών γεγονότων με το πέρασμα του χρόνου [6]. Εκτός από τις παραμέτρους που καθορίζουν την εσωτερική λειτουργία ενός συστήματος, υπάρχουν κι αλλαγές που συμβαίνουν εξωτερικά, στο περιβάλλον του συστήματος, κι επηρεάζουν τη λειτουργία του (π.χ. αφίξεις πρώτων υλών και παραγγελιών) [2].

Αξίζει να σημειωθεί πως στα συστήματα διακριτών γεγονότων ο χρονικός ορίζοντας μπορεί να θεωρηθεί συνεχής ή διακριτός, αλλά σε ένα καθορισμένο χρονικό διάστημα συμβαίνει ένας πεπερασμένος αριθμός γεγονότων που προκαλεί αλλαγή της κατάστασης του συστήματος. Μεταξύ των γεγονότων η κατάσταση του συστήματος παραμένει σταθερή [11].

Τα συστήματα διακριτών γεγονότων μοντελοποιούν ένα διακριτό και (συνήθως) πεπερασμένο χώρο καταστάσεων (δηλαδή, οι μεταβλητές κατάστασης λαμβάνουν κάθε

στιγμή κάποια από τις επιτρεπτές διακριτές τιμές) και μια δομή κατάστασης – μετάβασης. Στις νεότερες προσεγγίσεις έχει προστεθεί ένα ρολόι για την καταγραφή της χρονικής εξέλιξης των γεγονότων, για να καταστεί δυνατή η ανάλυση αποδοτικότητας του συστήματος [12]. Τα συστήματα διακριτών γεγονότων χωρίζονται σε συστήματα συνεχούς και διακριτού χρόνου. Στα συστήματα συνεχούς χρόνου όλες οι τιμές μεταβλητών εισόδου και εξόδου λαμβάνουν πραγματικές τιμές στο πέρασμα του χρόνου, ενώ στα συστήματα διακριτού χρόνου οι τιμές που λαμβάνουν οι μεταβλητές αυτές ανήκουν στο σύνολο των ακέραιων [4]. Τα συστήματα διακριτών γεγονότων τυπικά επιδεικνύουν ασύγχρονη συμπεριφορά με έντονο παραλληλισμό κι αλληλεπίδραση με το περιβάλλον τους και χαρακτηρίζονται από πολύπλοκη, ιεραρχική δομή [3].

Τυπικά παραδείγματα συστημάτων που μελετώνται ως συστήματα διακριτών γεγονότων είναι τα ευέλικτα συστήματα παραγωγής (Flexible Manufacturing Systems – FMS), δίκτυα υπολογιστών, εφοδιαστικά συστήματα, συστήματα ελέγχου κυκλοφορίας, συστήματα διαχείρισης βάσεων δεδομένων, πρωτόκολλα επικοινωνίας, λειτουργικά συστήματα υπολογιστών, λογιστικά συστήματα, συστήματα εποπτικού ελέγχου διαδικασιών και συστήματα πολλαπλών επεξεργασιών [12] - [14].

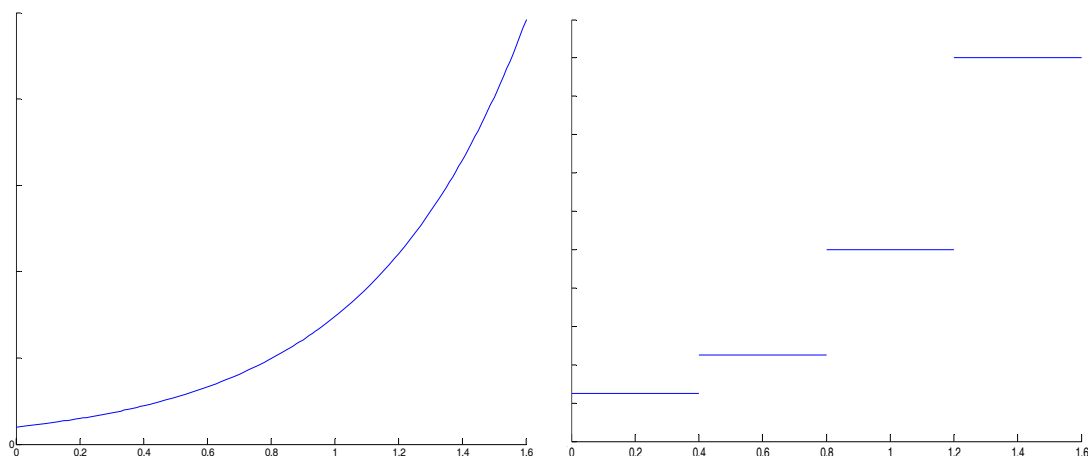
Η δεύτερη κατηγορία περιλαμβάνει τα δυναμικά συστήματα συνεχούς κατάστασης. Στα συστήματα αυτά σε ένα πεπερασμένο χρονικό διάστημα πραγματοποιείται άπειρος αριθμός αλλαγών κατάστασης [11]. Δηλαδή, κατά τη διάρκεια λειτουργίας ενός τέτοιου συστήματος, οι μεταβλητές κατάστασης του κι οι μεταβλητές εισόδου και εξόδου μεταβάλλονται συνεχώς και λαμβάνουν τιμές από το σύνολο των θετικών πραγματικών αριθμών. Η πορεία καταστάσεων ενός συνεχούς συστήματος είναι η επίλυση μιας διαφορικής εξίσωσης [15], [16]. Εξαιτίας του γεγονότος αυτού, τα συστήματα αυτά αναφέρονται στη βιβλιογραφία κι ως δυναμικά συστήματα συνεχούς χρόνου.

Τυπικά παραδείγματα επεξεργασιών που μελετώνται ως συνεχείς, είναι οι κάθε είδους χημικές διεργασίες, αφού τα υλικά που μετέχουν σε αυτές βρίσκονται κατά κύριο λόγο σε υγρή ή αέρια φάση. Επίσης, χαρακτηριστικά παραδείγματα συστημάτων συνεχούς κατάστασης αποτελούν η στάθμη μιας δεξαμενής υγρού, χημικοί αντιδραστήρες, στήλες απόσταξης, τα συστήματα μετάδοσης και περιστροφής αεροσκαφών, το τροχιακό σύστημα ενός δορυφόρου και η απόκριση ενός ρομποτικού βραχίονα στην κίνηση των ενεργοποιητών του [11], [17].

Σε αρκετά προβλήματα για λόγους ευκολίας, συστήματα συνεχούς κατάστασης τμηματοποιούνται για να προσεγγιστούν ως συστήματα διακριτών γεγονότων, ενώ σε κάποιες περιπτώσεις συμβαίνει το αντίθετο. Το Σχήμα 2 παρουσιάζει την εξέλιξη της κατάστασης ενός συστήματος συνεχούς κατάστασης και την αντίστοιχη εξέλιξη του στην περίπτωση λαμβάνει διακριτές τιμές.

Επειδή η πολυπλοκότητα των υπό μελέτη συστημάτων αυξάνει συνεχώς, όλο και πιο συχνά κάποια από τα συστατικά τους μέρη περιγράφονται ως διακριτού χρόνου και

κάποια άλλα ως συνεχούς χρόνου. Τα συστήματα αυτά ονομάζονται υβριδικά δυναμικά συστήματα και χαρακτηρίζονται από την ύπαρξη σημαντικών αλληλεπιδράσεων μεταξύ των συνεχών και διακριτών τους μερών, που αντικατοπτρίζουν δυο διαφορετικούς τύπους συμπεριφοράς, έναν που περιγράφεται ως συνεχής συνάρτηση του χρόνου κι έναν ως ακολουθιακή ή ασυνεχούς φύσης [18]. Οι δύο αυτοί τύποι συμπεριφοράς είναι συμπληρωματικοί κι αναγκαίοι για να περιγραφεί η συνολική συμπεριφορά του συστήματος [19], [20]. Ουσιαστικά, τα υβριδικά συστήματα αναλαμβάνουν να γεφυρώσουν το χάσμα που υπάρχει μεταξύ των θεωριών των διακριτών και των συνεχών συστημάτων.



Σχήμα 2: Μεταβολή κατάστασης συστήματος συνεχούς κατάστασης κι η αντίστοιχη μεταβολή μετά από τμηματοποίηση και προσέγγιση του ως σύστημα διακριτών γεγονότων.

Παραδείγματα υβριδικών δυναμικών συστημάτων αποτελούν συστήματα εναέριας, οδικής και θαλάσσιας κυκλοφορίας, ρομποτικά συστήματα, ενεργειακά συστήματα, πρωτόκολλα επικοινωνίας πραγματικού χρόνου, συστήματα παραγωγής σε αυτοκινητοβιομηχανίες, συστήματα χημικών διεργασιών, θερμοστάτες, συστήματα εποπτικού ελέγχου που αλληλεπιδρούν με τοπικούς ελεγκτές και συστήματα ευφυούς ελέγχου. Τα τελευταία χρόνια η ευρεία χρήση μηχανών ψηφιακής λειτουργίας έχει αυξήσει σημαντικά τον αριθμό των συστημάτων που μοντελοποιούνται ως υβριδικά [21], [22].

## 2.2 Μοντελοποίηση συστημάτων

Η μοντελοποίηση ενός συστήματος είναι η διαδικασία αναπαράστασης των πραγματικών δεδομένων του συστήματος αυτού που είναι διαθέσιμα, με σκοπό την αναπαραγωγή του φυσικού συστήματος. Μαθηματικά, στο εργαστήριο ή μέσω προσομοίωσης με χρήση ηλεκτρονικών υπολογιστών) [23]. Το μοντέλο ενός συστήματος είναι η απλοποιημένη αναπαράσταση του, που περιέχει λογικές ή / και μαθηματικές συσχετίσεις που περιγράφουν το σύστημα σε όρους κατάστασης, οντοτήτων (συστατικών μερών του) και των χαρακτηριστικών τους, συνόλων, γεγονότων, ενεργειών και καθυστερήσεων [2]. Εναλλακτικά ένα μοντέλο ορίζεται ως ένας αλγόριθμος ή ως ένα σύνολο από εξισώσεις το οποίο συνδυάζεται με ένα σύνολο από τιμές δεδομένων (π.χ. αρχικές συνθήκες και τιμές)



για να αναπαραστήσει τη σημαντική συμπεριφορά ενός συστήματος, μιας διαδικασίας ή ενός φαινομένου [17].

Η μοντελοποίηση ενός συστήματος αποτελεί το πρώτο βήμα για τη μελέτη της συμπεριφοράς του κάτω από διαφορετικές συνθήκες (για διαφορετικές τιμές παραμέτρων ή διαφορετικές συναρτήσεις εισόδου) [1]. Το μοντέλο ενός συστήματος μπορεί να χρησιμοποιηθεί παραπέρα για τη σχεδίαση ή επανασχεδίαση του, για την ανάπτυξη ενός ελεγκτή που διασφαλίζει πως η συμπεριφορά του ικανοποιεί δεδομένους περιορισμούς κι απαιτήσεις, για την εξερεύνηση, επαλήθευση και βελτιστοποίηση της συμπεριφοράς του σύμφωνα με συγκεκριμένες αντικειμενικές συναρτήσεις και για την ποιοτική και ποσοτική ανάλυση της συμπεριφοράς του [3].

Σημαντικό πλεονέκτημα που προσφέρει η κατασκευή ενός μοντέλου αποτελεί η δυνατότητα για μελέτη και πρόβλεψη της συμπεριφοράς κι αποδοτικότητας του συστήματος κάτω από ακραίες συνθήκες λειτουργίας που για διάφορους λόγους δεν μπορούν να εφαρμοστούν σε αυτό (λόγω της ύπαρξης κινδύνων, μεγάλου κόστους ή ακόμα και της πρόκλησης αντιδράσεων) ή σε περιπτώσεις που το φυσικό σύστημα δεν είναι άμεσα διαθέσιμο.

Όπως προκύπτει από τον ορισμό στην αρχή της παραγράφου, τα μοντέλα αποτελούν απλοποιημένες αναπαραστάσεις των αντίστοιχων συστημάτων. Αυτό συμβαίνει επειδή η αναπαράσταση του συνόλου των πλευρών, των χαρακτηριστικών, των διαδικασιών και των αλληλεπιδράσεων μεταξύ των συστατικών μερών ενός συστήματος θα οδηγούσε σε μοντέλα αντίστοιχης πολυπλοκότητας με τα πραγματικά συστήματα. Στην περίπτωση αυτή, τα μοντέλα που θα προέκυπταν δε θα μπορούσαν να αξιοποιηθούν παραπέρα για τη μελέτη και πρόβλεψη της συμπεριφοράς του συστήματος, αφού τα υπάρχοντα εργαλεία ανάλυσης θα ήταν άχρηστα, ενώ για να προκύψουν κάποια αποτελέσματα θα απαιτούνταν μεγάλος χρόνος και υπολογιστική ισχύς. Η πραγματική πρόκληση της μοντελοποίησης είναι η εύρεση του αναγκαίου αριθμού αρχών, γεγονότων και διαδικασιών που συνθέτουν την παρατηρούμενη πολυπλοκότητα ενός συστήματος, τα οποία σε συνδυασμό με μια σειρά από σωστά ορισμένες παραδοχές περιγράφουν ικανοποιητικά τη συμπεριφορά του [24]. Επιπλέον, οι ανάγκες μοντελοποίησης, ανάλυσης ή ελέγχου έχουν σημαντική επιρροή στο γεγονός αν ένα σύστημα πρέπει να θεωρηθεί υβριδικό ή όχι [25].

### **2.2.1 Η διαδικασία μοντελοποίησης**

Ο σκελετός της διαδικασίας μοντελοποίησης αναπτύχθηκε από τους Bandler και Grinder και συνοψίζεται στα ακόλουθα 5 βήματα [26]:

1. Αναγνώρισε τα συστατικά μέρη του μοντέλου.
2. Συγκέντρωσε πληροφορίες για τις μεταξύ τους σχέσεις, προτεραιότητες, τρόπους σύνδεσης και λειτουργίας, χαρακτηριστικά, χρήση κοινών πόρων.

3. Κατασκεύασε το μοντέλο.
4. Δοκίμασε το μοντέλο χρησιμοποιώντας το (αν μπορείς να γίνει κατά αντιπαράσταση με το πραγματικό σύστημα, όποτε τα αποτελέσματα μπορούν να αξιολογηθούν άμεσα).
5. Τροποποίησε το μοντέλο αν αυτό θεωρηθεί αναγκαίο κι όρισε την αρχική του κατάσταση.

Τα πέντε βήματα δεν αποτελούν γραμμική διαδικασία, αφού κάθε ένα τροφοδοτεί τα επόμενα κι ανατροφοδοτεί τα προηγούμενα, οδηγώντας σε αρκετές επαναλήψεις τον αλγόριθμο μέχρι να μοντέλο να λάβει την οριστική του μορφή. Επιπλέον, η τελική μορφή αναθεωρείται οποτεδήποτε προκύψουν νέα δεδομένα, το μοντέλο αποδειχθεί ανεπαρκές για την περιγραφή καταστάσεων, επεκταθεί ή τροποποιηθεί η χρήση του συστήματος.

Η παραπάνω διαδικασία χωρίζεται στο στάδιο κατασκευής και το στάδιο προσομοίωσης του μοντέλου. Στο πρώτο, δημιουργούνται η βασική δομή κι οι κανόνες του μοντέλου για να του δώσουν την μορφή που μπορεί να περιγράψει τις καταστάσεις που συναντώνται στο σύστημα. Στη συνέχεια το μοντέλο πρέπει να αναλυθεί με χρήση κατάλληλων εργαλείων και να προσδιοριστούν οι ιδιότητες του, ώστε να αποφευχθούν λάθη που δυσχεραίνουν τη χρήση του και μειώνουν την αποτελεσματικότητά του. Στο στάδιο του τρεξίματος, το μοντέλο διερευνάται κι εξετάζεται κατά πόσον η συμπεριφορά του αντιστοιχεί σε αυτή του πραγματικού συστήματος. Κάποια επιμέρους χαρακτηριστικά του μπορούν να τροποποιηθούν, αλλά η βασική του δομή παραμένει αναλλοίωτη.

Εκτός τις επιστήμες μηχανικών, άλλοι κλάδοι που χρησιμοποιούν μοντέλα ως εργαλεία αποκόμισης γνώσης είναι η αστρονομία, η πυρηνική φυσική, η βιολογία και η βιοτεχνολογία για τη μελέτη της εξέλιξης πληθυσμών κι η κοινωνιολογία και η ψυχολογία που αναζητούν πρότυπα συμπεριφοράς, πεποιθήσεων και δυνατοτήτων των ανθρώπων και των κοινωνιών.

### **2.2.2 Μέθοδοι μοντελοποίησης συστημάτων**

Για την μοντελοποίηση συστημάτων διακριτών γεγονότων έχει χρησιμοποιηθεί μεγάλος αριθμός εργαλείων, μεταξύ των οποίων αυτόματα (automata) ή μηχανές πεπερασμένων καταστάσεων (finite state machines) [27], [28], αναμονητικά δίκτυα (queuing networks) [29], προσομοίωση διακριτών γεγονότων (discrete event simulation) [2], δίκτυα Bayes (Bayesian Networks) [30], αλυσίδες Markov [31], άλγεβρα ελάχιστου – μέγιστου (minimax algebra) [32], τυπικές γλώσσες (formal languages) [33], διαγράμματα μετάβασης κατάστασης [34] και δίκτυα Petri που αποτελούν το εργαλείο που θα χρησιμοποιηθεί στην εργασία αυτή και θα παρουσιαστεί αναλυτικά στη συνέχεια [35].

Τα μοντέλα των συστημάτων διακριτών γεγονότων χωρίζονται σε δύο μεγάλες κατηγορίες. Η πρώτη από αυτές αφορά τα *λογικά ή μη χρονικά μοντέλα διακριτών γεγονότων*, στα οποία η κύρια παραδοχή είναι πως αγνοείται ο χρόνος στον οποίο

συμβαίνουν τα γεγονότα και λαμβάνεται υπόψη μόνο η ακολουθία με την οποία αυτά συμβαίνουν. Τα μοντέλα αυτής της κατηγορίας χρησιμοποιούνται για τη μελέτη των ιδιοτήτων γεγονότων που είναι ανεξάρτητες συγκεκριμένων χρονικών παραδοχών. Στη δεύτερη κατηγορία ανήκουν τα *χρονικά ή μοντέλα αξιολόγησης αποδοτικότητας συστημάτων διακριτών γεγονότων*, που είναι κατάλληλα για τη μελέτη ιδιοτήτων που εξαρτώνται αποκλειστικά από τη χρονολόγηση μεταξύ των γεγονότων. Τα χρονικά μοντέλα χωρίζονται ακόμα παραπέρα σε *μη στοχαστικά ή στοχαστικά*, ανάλογα αν η χρονολόγηση των γεγονότων είναι γνωστή εκ των προτέρων ή όχι [36]. Για τις περισσότερες μεθόδους διακριτής μοντελοποίησης έχουν αναπτυχθεί τόσο λογικές όσο και χρονικές παραλλαγές, όπως τα αυτόματα κατάστασης και χρονικά αυτόματα και τα συνήθη και χρονικά δίκτυα Petri.

Για την περιγραφή συστημάτων συνεχούς κατάστασης παραδοσιακά χρησιμοποιούνται συνήθεις και μερικές διαφορικές εξισώσεις. Επιπλέον, τις τελευταίες δεκαετίες έχει αναπτυχθεί ένας σημαντικός αριθμός από εργαλεία για τη μοντελοποίηση τέτοιων συστημάτων, μεταξύ των οποίων περιλαμβάνονται οι γράφοι Bond (Bond graphs) [7], [37], Νευρωνικά Δίκτυα [38], [39] και γλώσσες αντικειμενοστραφούς μοντελοποίησης (π.χ. Modelica [40] και SHIFT), καθώς επίσης και μέθοδοι που αποτελούν συνεχείς παραλλαγές ή επεκτάσεις των αντίστοιχων διακριτών μεθόδων, όπως είναι τα συνεχή δίκτυα Petri [41] κι οι συνεχείς επεκτάσεις τους (π.χ. διαφορικά δίκτυα Petri [42]), αλυσίδες Markov συνεχούς χρόνου (Continuous-time Markov chains) [43] και κυτταρικά αυτόματα (cellular automata) και αυτόματα μάθησης συνεχών ενεργειών (continuous action learning automata) [44].

Η χρήση υβριδικών μοντέλων εκτός του ότι είναι αναγκαία εξαιτίας των χαρακτηριστικών των συστημάτων που περιγράφονται σε αρκετές περιπτώσεις, μπορεί να έχει εξίσου θετικά αποτελέσματα στον περιορισμό της πολυπλοκότητας των υπό μελέτη συστημάτων. Στη βιβλιογραφία αναφέρονται παραδείγματα μοντελοποίησης υβριδικών φαινομένων, όπου για να αποφευχθεί η απευθείας ενασχόληση με ένα σύνολο μη γραμμικών εξισώσεων, υπάρχει η δυνατότητα εργασίας με σύνολα απλούστερων εξισώσεων (π.χ. γραμμικών) και εναλλαγής μεταξύ αυτών. Επιπλέον, η χρήση υβριδικών μοντέλων επιτρέπει την με μεγαλύτερη ακρίβεια αναπαράσταση συμπεριφορών βασισμένων στο χρόνο αλλά και σε γεγονότα για την ικανοποίηση απαιτήσεων σχεδίασης σε συστήματα ελέγχου, όπως περιγράφεται στην [45].

Για τη μοντελοποίηση υβριδικών συστημάτων, ακολουθούνται δύο γενικές θεωρήσεις. Η πρώτη, η οποία εφαρμόζεται μόνο στην περίπτωση που οι αλληλεπιδράσεις μεταξύ των συνεχών και διακριτών μερών του δικτύου είναι απλές, προτείνει τη χρήση διαφορετικής μεθόδου τυπικής αναπαράστασης για καθένα από τα δύο κομμάτια και τον ορισμό ενός υβριδικού συστήματος διεπαφής μεταξύ αυτών [46]. Ένα τυπικό τέτοιο παράδειγμα προβλέπει τη μοντελοποίηση των συνεχών μεταβλητών με ένα σύστημα διαφορικών

εξισώσεων και του διακριτού συστήματος από ένα σύνηθες δίκτυο Petri [47]. Η δεύτερη θεώρηση προβλέπει τον ορισμό ενός ομοιογενούς μοντέλου το οποίο περιλαμβάνει τόσο το συνεχές όσο και το διακριτό κομμάτι στην ίδια μέθοδο αναπαράστασης.

Στην παρούσα διατριβή ακολουθείται η δεύτερη προσέγγιση, αφού σε κάποια από τα προτεινόμενα μοντέλα συνυπάρχουν συνεχής και διακριτά υποσυστήματα των υπό μελέτη συστημάτων. Σύμφωνα με την προσέγγιση αυτή, στο ίδιο υβριδικό μοντέλο αναπαρίστανται ταυτόχρονα η λεπτομερής εξέλιξη των συνεχών μεταβλητών κι οι ακολουθίες των λειτουργικών φάσεων του συστήματος. Γενικά, οι διακριτές μεταβλητές ορίζονται για να περιγράψουν αλλαγή κατάστασης ή έλεγχο του συστήματος ή αλλαγή των καταστάσεων του περιβάλλοντος, ενώ οι συνεχείς μεταβλητές αναπαριστούν φυσικά ή άλλα μεγέθη όπως η θερμοκρασία, τα κομμάτια που έχει επεξεργαστεί μια μηχανή και η ροή υγρών μεταξύ δεξαμενών.

Στις μεθόδους ενιαίας περιγραφής υβριδικών συστημάτων που έχουν ως σήμερα προταθεί περιλαμβάνονται μαθηματικές και αυστηρές εκφράσεις, μεταξύ των οποίων γλώσσες μοντελοποίησης (π.χ. ACSL και Dymola), υβριδικά αυτόματα, υβριδικά δίκτυα Petri, υβριδικοί γράφοι Bond, αντικειμενοστραφή παραδείγματα, διαγράμματα ροής, το μοντέλο του Branicky, η Matlab/Simulink και σημασιολογικά δίκτυα [11],[18], [48].

Αξίζει να σημειωθεί πως σε αρκετές περιπτώσεις το αν θα μοντελοποιηθεί ένα σύστημα ως διακριτό, συνεχές ή υβριδικό δεν είναι απόλυτο κι η σχετική απόφαση λαμβάνεται με βάση τις ανάγκες, τις επιδιώξεις και τα εργαλεία ανάλυσης που διαθέτει ο αποφασίζων. Χαρακτηριστικό τέτοιο παράδειγμα αποτελεί η εργασία [49], όπου μελετάται μια μηχανή που φτιάχνει καφέ και τσάι. Για το σύστημα αυτό υλοποιούνται με κατάλληλα αυτόματα διαδοχικά ένα διακριτό, ένα συνεχές κι ένα υβριδικό μοντέλο.

## **2.3 Συστήματα παραγωγής**

Τα συστήματα παραγωγής (production systems) ή βιομηχανικά συστήματα (manufacturing systems), είναι δίκτυα σταθμών παραγωγής κι αποθηκών, συνδεδεμένων μεταξύ τους με κατάλληλη τοπολογία, ώστε να εκτελούν με προκαθορισμένη σειρά ένα συγκεκριμένο αριθμό και τύπο εργασιών και να παράγουν τελικά προϊόντα με προκαθορισμένα χαρακτηριστικά [50]. Οι πρώτες ύλες λαμβάνουν μια σειρά από κατεργασίες προστιθέμενης αξίας στις κατάλληλες μηχανές, καθεμιά από τις οποίες προκαλεί καλά καθορισμένες αλλαγές στα μορφολογικά ή/και στα χημικά χαρακτηριστικά των υλικών, έτσι ώστε να μετασχηματιστούν σε ενδιάμεσα και τελικά προϊόντα. Η παραγωγή ορίζεται ως μια ακολουθία από συσχετιζόμενες ενέργειες και κατεργασίες που αφορούν το σχεδιασμό, επιλογή υλικών, χρονοπρογραμματισμό, διασφάλιση ποιότητας, διαχείριση κι εμπορική εκμετάλλευση των προϊόντων των βιομηχανιών [51].

Τα τελικά προϊόντα ενός συστήματος παραγωγής μπορεί να αποτελούν τις πρώτες ύλες για άλλα συστήματα [52]. Οι πεπερασμένες αποθήκες μεταξύ των σταθμών παραγωγής

έχουν ως στόχο να δώσουν στις μηχανές ανεξαρτησία και να περιορίσουν τις διαταραχές (μπλοκάρισμα μηχανών κι έλλειψη κομματιών προς επεξεργασία) που προκαλούνται στη λειτουργία των συστημάτων λόγω βλαβών που συμβαίνουν σε τυχαία χρονικά διαστήματα αλλά και των διαφορετικών ταχυτήτων εκτέλεσης των κατεργασιών από τις μηχανές [53], [54].

Τα βασικά χαρακτηριστικά ενός συστήματος παραγωγής είναι ο αριθμός μηχανών του, οι κατεργασίες που κάθε μηχανή εκτελεί, οι τύποι τελικών προϊόντων του, οι δρομολογήσεις των κομματιών στο σύστημα (δηλαδή ο τρόπος διασύνδεσης των μηχανών), οι αλυσίδες προαπαιτούμενων διαδικασιών, οι χρόνοι επεξεργασίας στις μηχανές (καθώς κι η ύπαρξη εναλλακτικών μηχανών για την εκτέλεση μιας κατεργασίας), οι χρόνοι προετοιμασίας των μηχανών, η διαθεσιμότητα πρώτων υλών κι η άφιξη παραγγελιών, η διάταξη του εξοπλισμού στο εργοστάσιο, η χρήση βοηθητικού εξοπλισμού (π.χ. για μεταφορά των επεξεργαζόμενων κομματιών εντός του συστήματος), το κόστος επεξεργασίας, τα χαρακτηριστικά των αποθηκών κι οι εμφανίσεις βλαβών.

Στη βιβλιογραφία σε μεγάλο πλήθος εργασιών τα συστήματα παραγωγής περιγράφονται ως συστήματα διακριτών γεγονότων, αφού τα βασικά γεγονότα που συμβαίνουν σε αυτά (παραγωγή κομματιών από μηχανές, βλάβες, γέμισμα και άδειασμα αποθηκών) συμβαίνουν σε ευδιάκριτους (αριθμήσιμους) χρόνους και συνδέονται άμεσα με την αλλαγή κατάστασης τους. Συστήματα με ιδιαίτερα παραγωγικά και λειτουργικά χαρακτηριστικά περιγράφονται ως συνεχή ή ως υβριδικά. Κατά κανόνα, σε αυτές τις κατηγορίες συστημάτων η παραγωγή είναι μαζική ή οι χρόνοι επεξεργασίας είναι μικροί, οπότε οι παραγωγικές διαδικασίες μπορούν να θεωρηθούν συνεχείς με μικρό σφάλμα.

Ανάλογα με τα δομικά και λειτουργικά τους χαρακτηριστικά, τα συστήματα παραγωγής χωρίζονται σε κατηγορίες. Στην εργασία αυτή μελετώνται αφιερωμένα συστήματα παραγωγής (dedicated production systems), πολυ-λειτουργικά συστήματα παραγωγής (Multi-operational production systems), ευέλικτα συστήματα παραγωγής (flexible manufacturing systems – FMS) και συστήματα παραγωγής σε παρτίδες (batch production systems). Παρακάτω γίνεται σύντομη αναφορά στην έννοια της βιομηχανικής ευελιξίας.

Τα πιο συνηθισμένα προβλήματα συστημάτων παραγωγής, κατατάσσονται σε δύο κύριες κατηγορίες: **α)** προβλήματα σχεδιασμού ή επέκτασης υπάρχουσών εγκαταστάσεων, όπου καθορίζονται η δομή των συστημάτων και μεγέθη που συνδέονται με τις διαστάσεις και τις δυνατότητες τους (π.χ. χωρητικότητα, αποθήκες, αριθμοί μηχανών, τοπολογία συνδέσεων, πρωτόκολλα λειτουργίας και μέγιστη παραγωγικότητα), με βάση τα οποία γίνεται η προμήθεια του εξοπλισμού που μπορεί να ανταποκριθεί στις απαιτήσεις και τις ανάγκες που έχουν αναγνωριστεί **β)** προβλήματα που αναφέρονται στη φάση λειτουργίας του συστήματος, όπως κατανομή των πόρων του συστήματος (resource allocation), χρονοπρογραμματισμός (scheduling), έλεγχος της διαδικασίας, επίβλεψη (supervision)

της εγκατάστασης εν ώρα εργασίας και υπολογισμός μιας σειράς από ποιοτικά και ποσοτικά μέτρα απόδοσης.

Τις τελευταίες δεκαετίες η όξυνση του ανταγωνισμού μεταξύ των παραγωγικών βιομηχανιών γίνεται όλο και πιο εμφανής, με αποτέλεσμα την εμφάνιση νέων φαινομένων, όπως την παγκοσμιοποίηση της παραγωγής, δηλαδή την τάση των βιομηχανιών να κατανέμουν γεωγραφικά κομμάτια των παραγωγικών τους δραστηριοτήτων για να επωφεληθούν από διαφορές σε παράγοντες κόστους και ποιότητας παραγωγής. Τέτοια γεγονότα καθιστούν αναγκαία τη βελτιστοποίηση ενός μεγάλου αριθμού παραμέτρων της παραγωγικής διαδικασίας για να καταφέρει η βιομηχανία να παραμείνει ανταγωνιστική και να επιβιώσει. Οι βασικοί αντικειμενικοί στόχοι ενός παραγωγικού οργανισμού περιλαμβάνουν τον περιορισμό του κόστους ανάπτυξης και παραγωγής, τον περιορισμό της διάρκειας των κύκλων παραγωγής, τον περιορισμό των μη παραγωγικών κεφαλαίων (π.χ. αποθέματα ημι-κατεργασμένων κομματιών), τον περιορισμό του χρόνου παράδοσης παραγγελιών, τη μεγιστοποίηση της παραγωγικότητας, τη μέγιστη δυνατή αξιοποίηση των πόρων του συστήματος (μηχανών, εργαλείων κτλ.), την αύξηση της ποιότητας των παραγομένων προϊόντων και την αύξηση της ευελιξίας για ταχύτερη αντίδραση στις νέες ανάγκες των πελατών αλλά και στις αλλαγές που συμβαίνουν στο επιχειρηματικό περιβάλλον [56]. Το γεγονός αυτό δικαιολογεί τον μεγάλο αριθμό από επιστημονικές ομάδες που δραστηριοποιούνται σε σχετικές με συστήματα παραγωγής μελέτες, τα σημαντικά κονδύλια που κάθε χρόνο δαπανώνται σε τέτοιες μελέτες αλλά και το σημαντικό ρόλο που παίζει η τεχνολογία στη λειτουργία και σχεδιασμό συστημάτων παραγωγής.

### **2.3.1 Βιομηχανική ευελιξία**

Κατά το μεγαλύτερο διάστημα της βιομηχανικής εποχής, το κόστος θεωρούνταν ο πιο σημαντικός παράγοντας της στρατηγικής της βιομηχανίας. Το γεγονός αυτό άλλαξε κατά τις δεκαετίες του 1970 και του 1980, όπου ως αποτέλεσμα του αυξανόμενου ανταγωνισμού των Ιαπώνων, η προσοχή επικεντρώθηκε στην ανάγκη για βελτίωση της ποιότητας [57].

Τα τελευταία χρόνια τα χαρακτηριστικά κι οι απαιτήσεις της αγοράς έχουν τροποποιηθεί σε μεγάλο βαθμό. Η ζήτηση για νέα προϊόντα έχει οδηγήσει σε σημαντική μείωση της διάρκειας του κύκλου ζωής τους, η παραγωγή προϊόντων βασίζεται σε μεγάλο βαθμό στις απαιτήσεις των πελατών με κατά το δυνατόν ελαχιστοποίηση των χρόνων παράδοσης, ενώ στην αγορά επικρατούν και μια σειρά από αβεβαιότητες και κινδύνους που πρέπει να ληφθούν υπόψη. Επιπλέον, σε αντίθεση με τη μαζική παραγωγή μικρού αριθμού τύπων προϊόντων που επικρατούσε τα προηγούμενα χρόνια, σήμερα είναι επιθυμητή η παραγωγή μεσαίου μεγέθους παρτίδων προϊόντων με εν μέρει διαφοροποιημένα χαρακτηριστικά [58], [59]. Το γεγονός αυτό οδηγεί τις επιχειρήσεις στην αναζήτηση τρόπων επέκτασης της διάρκειας ζωής των παραγωγικών τους μονάδων, έτσι ώστε να

μεγιστοποιήσουν τα κέρδη που προκύπτουν από τις επενδύσεις των κεφαλαίων τους. Ως αποτέλεσμα των αναγκών της αγοράς και των εξελιγμένων τεχνολογικών εργαλείων που έχουν στη διάθεση τους (CAD, CAM, κτλ.), η προσοχή όλο και περισσότερων εμπλεκομένων στην παραγωγική διαδικασία στρέφεται σε αυτό που εν συντομία περιγράφεται ως βιομηχανική ευελιξία.

Η βιομηχανική ευελιξία (manufacturing flexibility) γενικά αναφέρεται σε δυνατότητα αλλαγής, προσαρμογής και αναδιαμόρφωσης. Συγκεκριμένα, πρόκειται για ένα χαρακτηριστικό της τεχνολογίας των συστημάτων και των ανθρώπων το οποίο τους επιτρέπει να ανταπεξέρχονται γρήγορα και με αποτελεσματικότητα στην ποικιλία των αναγκών του περιβάλλοντος τους (διακυμάνσεις ζήτησης), στις αβεβαιότητες (αλλαγές στην ποιότητα των παραγομένων προϊόντων), σε διαταραχές (αλλαγές σε προδιαγραφές των προϊόντων) και σε δυναμικά γεγονότα (βλάβες και μπλοκαρίσματα μηχανών, άδειασμα αποθηκών). Η δυνατότητα μιας επιχείρησης να ανταποκριθεί με επιτυχία στους παραπάνω παράγοντες, της επιτρέπει να γίνει πιο ανταγωνιστική [60] - [62]. Στην εργασία [63] αναλύεται το πρόβλημα της αξιολόγησης της ευελιξίας και του μακροχρόνιου σχεδιασμού χωρητικότητας ευέλικτων συστημάτων παραγωγής με έμφαση στα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά της αυτοκινητοβιομηχανίας.

Η βιομηχανική ευελιξία αναφέρεται στη βιβλιογραφία από πολλούς συγγραφείς ιδωμένη από πολύ διαφορετικές οπτικές γωνίες. Το γεγονός αυτό έχει οδηγήσει στην μη ύπαρξη γενικά αποδεκτών ορισμών και τρόπων περιγραφής της ευελιξίας. Επιπλέον, το γεγονός αυτό έχει οδηγήσει στον ορισμό μιας μεγάλης ποικιλίας από τύπους ευελιξίας, διαστάσεις και τρόπους μέτρησης της ευελιξίας, δημιουργώντας σύγχυση όσον αφορά την κατανόηση και την ποσοτικοποίηση της (χαρακτηριστικά, στη βιβλιογραφία αναφέρεται η ύπαρξη τουλάχιστον πενήντα διαφορετικών όρων για τους διαφορετικούς τύπους ευελιξίας). Μεταξύ άλλων, η ευελιξία έχει αντιμετωπιστεί ως φυσική ιδιότητα, ως στοιχείο λήψης αποφάσεων, ως στοιχείο ποσοτικοποίησης συγκεκριμένων μέτρων απόδοσης, ως οικονομικός δείκτης και ως εργαλείο στρατηγικού σχεδιασμού [64]. Επισκοπήσεις πάνω στον τεράστιο όγκο της σχετικής βιβλιογραφίας παρουσιάζονται στα [65], [66]. Στο [64] προτείνεται ένα αναλυτικό πλαίσιο για την κατάταξη των διαφορετικών πλευρών της ευελιξίας που αναφέρονται στη βιβλιογραφία, σε κατηγορίες. Οι κατηγορίες αυτές είναι i) ορισμοί ευελιξίας, ii) παράγοντες που προσδιορίζουν τις απαιτήσεις για ευελιξία, iii) κατηγοριοποίηση ευελιξίας, iv) μέτρηση ευελιξίας, v) επιλογές για ευελιξία κι vi) ερμηνεία ευελιξίας.

Στην παρούσα διατριβή χρησιμοποιείται η κατηγοριοποίηση των τύπων ευελιξίας που έχει εισαχθεί στην εργασία [67] κι η οποία ακολουθείται από μεγάλο αριθμό άλλων συγγραφέων. Σύμφωνα με την προσέγγιση αυτή, σε ένα βιομηχανικό σύστημα αναγνωρίζονται οκτώ βασικοί τύποι ευελιξίας. Από αυτούς, η ευελιξία μηχανής (machine flexibility) αναφέρεται στην ευκολία με την οποία μπορούν να γίνουν οι αναγκαίες αλλαγές

για την παραγωγή ενός δεδομένου συνόλου από τύπους αντικείμενων, η ευελιξία κατεργασίας (process flexibility) αναφέρεται στη δυνατότητα παραγωγής ενός συνόλου από προϊόντα με χρήση διαφορετικών υλικών και με διαφορετικούς τρόπους και η ευελιξία προϊόντων (product flexibility) αναφέρεται στη δυνατότητα αλλαγών για τη γρήγορη και οικονομική παραγωγή ενός καινούργιου συνόλου προϊόντων. Η ευελιξία δρομολόγησης (routing flexibility) περιγράφει τη δυνατότητα παραγωγής ενός προϊόντος χρησιμοποιώντας διαφορετικές δρομολογήσεις των πρώτων υλών στο σύστημα ή επιτρέποντας την εκτέλεση μιας κατεργασίας σε εναλλακτικές μηχανές ενώ η ευελιξία λειτουργίας (operation flexibility) αναφέρεται στην ευκολία αλλαγής της ακολουθίας με την οποία εκτελούνται οι κατεργασίες που είναι αναγκαίες για την παραγωγή ενός προϊόντος. Η ευελιξία όγκου παραγωγής (volume flexibility) περιγράφει τη δυνατότητα κερδοφόρας λειτουργίας ενός συστήματος παραγωγής κατά την παραγωγή διαφορετικών όγκων αντικειμένων και είναι στενά συνδεδεμένη με το επίπεδο αυτοματισμού στην παραγωγική εγκατάσταση ενώ η ευελιξία επέκτασης (expansion flexibility) αναφέρεται στη δυνατότητα κατασκευής και επέκτασης ενός συστήματος όταν αυτό καταστεί αναγκαίο. Η ευελιξία παραγωγής (production flexibility) αναφέρεται στο σύνολο των διαφορετικών τύπων προϊόντων που μπορούν να παραχθούν από ένα ευέλικτο σύστημα παραγωγής και πραγματώνεται αυξάνοντας το τεχνολογικό επίπεδο και την προσαρμοστικότητα των χρησιμοποιούμενων εργαλείων. Στην [60] αναφέρονται επιπλέον η ευελιξία εργασίας (labor flexibility) που περιγράφει την ευκολία με την οποία μπορεί να μετακινηθεί προσωπικό σε διαφορετικά τμήματα ενός οργανισμού και στην ευελιξία του συστήματος διαχείρισης υλικών (material handling system flexibility) που αναφέρεται στην ικανότητα του συστήματος μεταφοράς για μετακίνηση των διαφόρων τύπων κομματιών στα διαφορετικά σημεία της εγκατάστασης. Στην διατριβή αυτή ιδιαίτερη έμφαση δίνεται στη λειτουργική ευελιξία και την ευελιξία δρομολόγησης, τόσο ανεξάρτητα όσο και στο πως εμφανίζονται σε συνδυασμό σε ένα σύστημα.

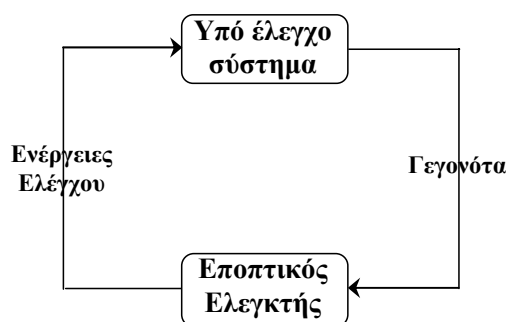
Στο σημείο αυτό πρέπει να σημειωθεί πως οι διαφορετικοί τύποι ευελιξίας που αναφέρθηκαν παραπάνω δεν είναι εντελώς ανεξάρτητοι μεταξύ τους αλλά υπάρχουν συσχετίσεις που παρουσιάζονται αναλυτικά στην [67]. Η μέτρηση της βιομηχανικής ευελιξίας αποτελεί μια σημαντική πρόκληση για τους ερευνητές και στη βιβλιογραφία καταγράφεται πλήθος από προσεγγίσεις που μπορούν να κατηγοριοποιηθούν από την οπτική γωνία της ευελιξίας που μετρούν ή από την προσέγγιση που χρησιμοποιούν για να καθορίσουν την ευελιξία. Για τη μέτρηση κάθε τύπου ευελιξίας έχουν προταθεί διάφορα εναλλακτικά μέτρα, τα οποία δεν είναι όμως γενικά αποδεκτά και είναι εντελώς ανομοιογενή μεταξύ τους (αρκετά από αυτά είναι χρονικά, άλλα εκφράζονται ως ρυθμοί, ενώ κάποια άλλα όπως οι όγκοι παραγωγής και οι αριθμοί τύπων κατεργασιών που ένα σύστημα μπορεί να εκτελέσει αναφέρονται σε αδιάστατους αριθμούς). Μια επισκόπηση των πιο βασικών μέτρων και μαθηματικών μοντέλων που είχαν προταθεί ως το 1990 για τους διαφορετικούς τύπους ευελιξίας παρουσιάζεται στην εργασία [68]. Μια διαφορετική



προσέγγιση για το θέμα μέτρησης της βιομηχανικής ευελιξίας παρουσιάζεται στις εργασίες [60], [69]. Συγκεκριμένα, στις εργασίες αυτές προτείνεται ένα βασισμένο στη γνώμη πλαίσιο προσδιορισμού της βιομηχανικής ευελιξίας που ενσωματώνει συγκεκριμένες λειτουργικές παραμέτρους, τις διακυμάνσεις τους και το αποτέλεσμα που έχουν στην τιμή της ευελιξίας. Για την αναπαράσταση της ανθρώπινης γνώσης έχουν χρησιμοποιηθεί λεκτικές μεταβλητές και για τον καθορισμό της συνολικής ευελιξίας ενός συστήματος έχει χρησιμοποιηθεί ασαφής λογική με τη υλοποιημένη με χρήση πολλαπλών κανόνων της μορφής EAN – TOTE.

## 2.4 Εποπτικός έλεγχος

Η θεωρία εποπτικού ελέγχου εισήχθη από τους Ramadge και Wonham [70] – [72] ως μια προσπάθεια για επέκταση των εννοιών της θεωρίας ελέγχου συνεχών συστημάτων σε συστήματα διακριτών γεγονότων. Οι συγγραφείς αυτοί όρισαν τον εποπτικό έλεγχο ως έλεγχο στον οποίο οι βρόχοι ελέγχου λειτουργούν ανεξάρτητα κι υπόκεινται σε διακοπτόμενες διορθωτικές ενέργειες. Δηλαδή, με το πέρασμα του χρόνου το υπό μελέτη σύστημα προκαλεί την εμφάνιση γεγονότων κι έχει μια είσοδο ελέγχου μέσω της οποίας μπορεί να αποτραπεί η πραγματοποίηση κάποιων γεγονότων που θα μπορούσαν να συμβούν και να οδηγήσουν το σύστημα σε μη επιθυμητή κατάσταση. Μια απλή γραφική αναπαράσταση του βασικού τρόπου λειτουργίας ενός εποπτικού ελεγκτή παρουσιάζεται στο Σχήμα 3 [73]. Ένας εποπτικός ελεγκτής διαφέρει από ένα κλασσικό ελεγκτή στο ότι ο κλασσικός ελεγκτής επιβάλλει τις εισόδους που εφαρμόζονται στο σύστημα, ενώ ο εποπτικός ελεγκτής απλώς οριοθετεί ένα σύνολο των εισόδων που μπορούν να εφαρμοστούν χωρίς όμως να τις καθορίζει [74].



Σχήμα 3: Το βασικό μοντέλο εποπτικού ελεγκτή των Ramadge και Wonham [73].

Ως βασικοί αντικειμενικοί στόχοι του εποπτικού ελέγχου θεωρούνται η οριοθέτηση των ενεργειών ενός συστήματος σε ένα σύνολο ασφαλών, επιτρεπτών ή επιθυμητών συμπεριφορών, η απαλοιφή μη επιθυμητών καταστάσεων από τη λειτουργία του (π.χ. αδιεξόδων – deadlocks) [75], η αύξηση της λειτουργικής αξιοπιστίας του συστήματος με χρήση μεθόδων βασισμένων στον αυτόματο έλεγχο και την αποδοτική αλληλεπίδραση ανθρώπου μηχανής [76], ο περιορισμός της συμπεριφοράς του συστήματος σε προδιαγεγραμμένα όρια, η εξασφάλιση πως δε θα καταστρατηγηθεί ένα σύνολο από λειτουργικούς ή άλλους περιορισμούς κάτω από ποικιλία λειτουργικών συνθηκών και σε

κάποιες περιπτώσεις ο περιορισμός της συμπεριφοράς για τη βελτιστοποίηση μιας συνάρτησης κόστους που έχει οριστεί, ξεκινώντας από δεδομένη αρχική κατάσταση και καταλήγοντας σε αποδεκτή τελική κατάσταση [77].

Ένας εποπτικός ελεγκτής σε ένα σύστημα παρατηρεί τα γεγονότα που συμβαίνουν σε αυτό και καθορίζει μετά από κάθε νέο γεγονός ποια στοιχεία από ένα σύνολο των δυνατών γεγονότων πρέπει να εμποδιστούν, έχοντας ως αποτέλεσμα έλεγχο ανατροφοδότησης. Ένας παράγοντας που δυσκολεύει σημαντικά την εφαρμογή του εποπτικού ελέγχου είναι η εμφάνιση στο σύστημα γεγονότων, των οποίων η πραγματοποίηση δεν μπορεί να εμποδιστεί από κάποια ενέργεια ελέγχου. Τα γεγονότα αυτά ονομάζονται μη ελεγχόμενα (uncontrollable) και τέτοια παραδείγματα αποτελούν η εμφάνιση βλαβών στους εξυπηρετητές (π.χ. μηχανές) ενός συστήματος, η εμφάνιση ιών ή μεταλλάξεων σε ένα βιολογικό σύστημα, οι αφίξεις παραγγελιών σε ένα σύστημα διαχείρισης αποθεμάτων κι η πραγματοποίηση μη αντιστρεπτών διαδικασιών σε χημικά εργοστάσια [75]. Επιπλέον, υπάρχουν περιπτώσεις όπου η πραγματοποίηση κάποιων γεγονότων είναι αδύνατο να παρατηρηθεί άμεσα, λόγω περιορισμών στα διαθέσιμα μέσα ή λόγω υψηλού κόστους που απαιτείται για το σκοπό αυτό σε συνδυασμό με σπάνια εμφάνιση ή λόγω άλλων παραγόντων όπως η αστοχία αισθητήρων. Τα γεγονότα αυτού του τύπου ονομάζονται μη παρατηρούμενα (unobservable events) και εντάσσονται στην κατηγορία των μη ελεγχόμενων γεγονότων.

Δεδομένου του μοντέλου ενός συστήματος και της καθορισμένης επιθυμητής του συμπεριφοράς, αντικειμενικό στόχο του εποπτικού ελέγχου αποτελεί η σύνθεση ενός ελεγκτή και μιας πολιτικής εποπτικού ελέγχου που θα υλοποιούν την καθορισμένη από το σχεδιαστή του συστήματος ελεγχόμενη συμπεριφορά [78]. Πρέπει να σημειωθεί πως ο βέλτιστος εποπτικός ελεγκτής που αναπτύσσεται για ένα σύστημα πρέπει να είναι ζωτικός και κατά το δυνατόν μέγιστα ανεκτικός (maximally permissive) ή ισοδύναμα ελάχιστα αποτρεπτικός (minimally restrictive), δηλαδή πρέπει να αποτρέπει την πραγματοποίηση του μικρότερου δυνατού αριθμού γεγονότων και μονάχα των εισόδων που αναπόφευκτα οδηγούν στην παραβίαση της καθορισμένης συμπεριφοράς του συστήματος [79].

Οι κύριες κατηγορίες προβλημάτων καθορισμού της συμπεριφοράς ενός συστήματος στα πλαίσια του εποπτικού ελέγχου είναι δύο: το πρόβλημα της απαγορευμένης κατάστασης (forbidden state problem) και το πρόβλημα της απαγορευμένης συμβολοσειράς (forbidden string problem) [70]. Στα προβλήματα της πρώτης κατηγορίας οι προδιαγραφές ελέγχου εκφράζονται ως ένα σύνολο από απαγορευμένες καταστάσεις. Κάθε απαγορευμένη κατάσταση αποτελεί ένα συμπαγή τρόπο αναπαράστασης ολόκληρων κατηγοριών – ομάδων από μη επιθυμητές καταστάσεις του μοντέλου (αφού η απαγόρευση συνήθως αναφέρεται σε μέρος του συστήματος, οπότε το υπόλοιπο μπορεί να βρεθεί σε περισσότερες από μια καταστάσεις), που πρέπει να αποφευχθούν. Στην περίπτωση των

συστημάτων παραγωγής το πρόβλημα αυτό μπορεί να περιγράψει ως μη επιθυμητές διαδικασίες παραγωγής για τις οποίες δε μπορούν να ικανοποιηθούν οι παραγωγικοί στόχοι του συστήματος ή ως καταστάσεις κατά τις οποίες θα καταστραφεί εξοπλισμός, δεδομένα ή προς επεξεργασία κομμάτια [80]. Στη δεύτερη κατηγορία προβλημάτων οι προδιαγραφές ελέγχου εκφράζονται ως ακολουθίες δραστηριοτήτων που πρέπει να εκτελεστούν χωρίς να επιτραπεί η πραγματοποίηση της μη επιθυμητής ακολουθίας από δραστηριότητες.

Οι αρχικές εργασίες των Ramadge και Wonham [70] – [72] βασίστηκαν στη χρήση μηχανών πεπερασμένων καταστάσεων και τυπικών γλωσσών (ή ισοδύναμα αυτόματων πεπερασμένων καταστάσεων) για να αναπαραστήσουν τόσο το προς έλεγχο σύστημα όσο και την επιθυμητή συμπεριφορά κλειστού βρόχου. Σε μια τέτοια προσέγγιση το υπό έλεγχο σύστημα αναπαρίσταται ως μια υπογλώσσα της γλώσσας του μη ελεγχόμενου συστήματος, η οποία είναι διαφορετική κάθε φορά που ο εποπτικός ελεγκτής πρέπει να ικανοποιήσει διαφορετικές προδιαγραφές [81].

Στη βιβλιογραφία υπάρχει μεγάλο πλήθος εργασιών σχετικών με εποπτικό έλεγχο, στη συντριπτική πλειοψηφία των οποίων έχουν ακολουθηθεί δύο προσεγγίσεις για την εφαρμογή του εποπτικού ελέγχου συστημάτων διακριτών γεγονότων, τα αυτόματα και τα δίκτυα Petri. Στο κεφάλαιο των δικτύων Petri γίνεται βιβλιογραφική ανασκόπηση του θέματος του εποπτικού ελέγχου με δίκτυα Petri, παρουσιάζονται τα πλεονεκτήματα των δικτύων Petri ως εργαλείου εποπτικού ελέγχου καθώς κι οι κύριοι λόγοι για τους οποίους επελέχθησαν για την υλοποίηση του εποπτικού ελέγχου στην παρούσα εργασία.

## **2.5 Ιεραρχική μοντελοποίηση κι έλεγχος συστημάτων**

Το κοινό χαρακτηριστικό σε όλους τους τύπους ιεραρχικών συστημάτων είναι ο επιμερισμός της διαδικασίας λήψης αποφάσεων. Δηλαδή, η ιεραρχική λήψη αποφάσεων αναφέρεται στη μείωση ενός συνολικού πολύπλοκου προβλήματος σε μια σειρά από προσεγγιστικά προβλήματα βολικού μεγέθους ή υποπροβλήματα, τα οποία μπορούν να επιλυθούν κι από τις λύσεις αυτές μπορεί να κατασκευαστεί η λύση του συνολικού προβλήματος. Τέτοιες διαδικασίες περιλαμβάνουν την αποσύνθεση του προβλήματος σε προβλήματα μικρότερων υποσυστημάτων τα οποία συνδέονται με κατάλληλο μηχανισμό συντονισμού [82], ή το χωρισμό του προβλήματος σε μικρότερα προβλήματα με βάση διαφορετικές αρμοδιότητες (π.χ. στο [83] η εκτέλεση μιας συνταγής σε ένα αποστακτήρα έχει μοντελοποιηθεί με μια επέκταση των Υβριδικών ΔΡ και για να αντιμετωπιστεί το πρόβλημα ελέγχου, χωρίζεται σε τρία επίπεδα αρμοδιοτήτων, το επίπεδο τοπικού ελέγχου του συστήματος, το επίπεδο εποπτικού ελέγχου και το επίπεδο λήψης αποφάσεων).

Κατά τη μοντελοποίηση συστημάτων, το παραπάνω πρόβλημα μεταφράζεται στην αποσύνθεση ενός δεδομένου συστήματος μεγάλης κλίμακας στον αναγκαίο αριθμό

υποσυστημάτων ώστε να επιτευχθεί υπολογιστική αποδοτικότητα, προσαρμοστικότητα σε αλλαγές κι απλοποίηση. Τα υποσυστήματα συντονίζονται στη συνέχεια από ένα σύστημα υψηλότερου επιπέδου, με αναφορά σε δύο βασικές ομάδες παραμέτρων, την επίτευξη των στόχων του συστήματος (ποσοτικών, ποιοτικών ή συνδυασμού αυτών) και την ικανοποίηση περιορισμών (π.χ. κατανομή κοινών πόρων, λειτουργικοί περιορισμοί, χωρητικότητες δομικών στοιχείων) [84]. Σύμφωνα με το [19], η ιεραρχική μοντελοποίηση είναι ιδιαίτερα κατάλληλη για ευέλικτα συστήματα παραγωγής, διαδικασίες ελέγχου χημικών συστημάτων, διασυνδεδεμένα συστήματα ισχύος, συστήματα διαχείρισης κυκλοφορίας, συστήματα υπολογιστών και δίκτυα επικοινωνιών. Στη συνέχεια περιγράφεται η έννοια της σύνθεσης κι ειδικότερα της από κάτω προς τα πάνω και από πάνω προς τα κάτω σύνθεσης, για την κατασκευή μοντέλων πολύπλοκων συστημάτων χωρίζοντας τα σε υποσυστήματα.

Για τον ιεραρχικό έλεγχο χρησιμοποιείται μια δημοφιλής τεχνική για ιεραρχικά δομημένα συστήματα, που προβλέπει την εφαρμογή εποπτικού ελέγχου σε πολλά επίπεδα. Τα διαφορετικά επίπεδα ιεραρχικού ελέγχου ενεργούν σε διαφορετικά μέρη του ίδιου μοντέλου συντελώντας σε μείωση πολυπλοκότητας και καλύτερη επίτευξη των στόχων που έχουν τεθεί [85]. Στην παρούσα διατριβή έχουν χρησιμοποιηθεί δύο επίπεδα ιεραρχικού εποπτικού ελέγχου. Το πρώτο επίπεδο ελέγχου εισάγεται στα υποσυστήματα και περιορίζει την συμπεριφορά κάθε υποσυστήματος για να συντονιστεί η εσωτερική του λειτουργία και να αποφευχθούν επικίνδυνες καταστάσεις (π.χ. υπέρβαση περιορισμών χωρητικότητας, αδιέξοδα). Σε δεύτερο επίπεδο, υπάρχει ο συνολικός (global) εποπτικός ελεγκτής του συστήματος που περιορίζει τη συμπεριφορά των επιμέρους επεξεργαστών, επιβλέπει συνολικά την τήρηση των περιορισμών του συστήματος (π.χ. κατανομή και λειτουργία κοινών πόρων στο σύστημα, ακολουθίες εκτέλεσης κατεργασιών, τροφοδοσίες εξυπηρετητών, ανάθεση εργασιών στα υποσυστήματα) και συντονίζει τα επιμέρους στοιχεία για να επιτευχθούν οι παραγωγικοί και λειτουργικοί στόχοι με βάση συγκεκριμένα κριτήρια βελτιστοποίησης. Η προτεινόμενη ιεραρχική μεθοδολογία εξασφαλίζει πως η εκτέλεση κάθε κατεργασίας ελέγχεται αποτελεσματικά κι όλες οι διαδικασίες συνεργάζονται για να παράγουν αποδεκτά τελικά προϊόντα [86].

### **2.5.1 Σύνθεση κι αναπαράσταση με θεμελιώδη υποσυστήματα**

Η μοντελοποίηση και ανάλυση συστημάτων μεγάλης κλίμακας έχουν αποδειχθεί στην πράξη ιδιαίτερα δύσκολες διαδικασίες. Οι κύριοι παράγοντες που συντελούν σε αυτό είναι οι αλληλεπιδράσεις μεταξύ των συστατικών μερών των συστημάτων, ο μεγάλος αριθμός γεγονότων που συμβαίνουν κι οι ροές πληροφοριών μεταξύ των συστατικών μερών τους. Τα παραπάνω καθιστούν τις συμβατικές μεθόδους αναπαράστασης κι ανάλυσης μη αποδοτικές λόγω της αυξημένης πολυπλοκότητας που συνεπάγονται, ενώ απαιτούν και σημαντικό υπολογιστικό φόρτο. Για την υπέρβαση του προβλήματος αυτού, έχουν προταθεί δύο κατηγορίες προσεγγίσεων. Η πρώτη προτείνει την απλοποίηση των

μοντέλων των υπό μελέτη συστημάτων με περιορισμό της λεπτομέρειας και την παράλληλη χρήση κανόνων απλοποίησης του μοντέλου (π.χ. μείωση ΔΡ και αυτομάτων), κι η δεύτερη τη χρήση τεχνικών σύνθεσης για την κατασκευή κι ανάλυση του συνολικού μοντέλου από θεμελιώδη υποσυστήματα. Η πρώτη κατηγορία μεθόδων παρουσιάζει σημαντικές δυσκολίες στην υλοποίηση της, αφού δεν υπάρχει συστηματική διαδικασία με την οποία να λαμβάνονται οι κανόνες απλοποίησης (κυρίως υπάρχουν ευρετικοί κανόνες ανάλογα με την εφαρμογή), ενώ η απλοποίηση οδηγεί σε απώλεια πληροφορίας που έχει αντίκτυπο στα αποτελέσματα που προκύπτουν από την ανάλυση (ειδικά από την ανάλυση αποδοτικότητας) και μπορούν να οδηγήσουν σε λανθασμένα συμπεράσματα.

Στην διατριβή αυτή χρησιμοποιούνται τεχνικές που εντάσσονται στη δεύτερη κατηγορία για την αναπαράσταση των υπό μελέτη συστημάτων. Οι μεθοδολογίες σύνθεσης εντάσσονται σε δύο κύριες υποκατηγορίες, την από πάνω-προς τα κάτω σύνθεσης (Top-down synthesis) και την από κάτω προς τα πάνω σύνθεση (Bottom-up synthesis) [26].

Η από πάνω-προς τα κάτω σύνθεση, ξεκινάει από ένα απλό συνολικό μοντέλο του συστήματος, το οποίο βελτιώνεται προοδευτικά, προσθέτοντας σε κάθε επανάληψη επιπλέον πληροφορίες μέχρι να επιτευχθεί το επιθυμητό επίπεδο λεπτομέρειας. Αυτό γίνεται αντικαθιστώντας απλά μέρη του μοντέλου με πλήρεις περιγραφές των κομματιών αυτών του συστήματος. Αυτή η μέθοδος είναι κατάλληλη κατά κύριο λόγο για την αναπαράσταση συστημάτων που αποτελούνται από υποσυστήματα με μικρές αλληλεπιδράσεις [55].

Η βασική ιδέα της από κάτω προς τα πάνω σύνθεσης, μπορεί να συμπυκνωθεί σε δύο λέξεις: αποσύνθεση και σύνθεση. Η αποσύνθεση αναφέρεται στο χωρισμό του υπό μελέτη συστήματος στον αναγκαίο αριθμό υποσυστημάτων, των οποίων τα μοντέλα υλοποιούνται κι αναλύονται. Η σύνθεση αφορά την ολοκλήρωση των υποσυστημάτων σε ένα συνολικό σύστημα, με κατάλληλη συνένωση τους μέσω κοινών τους στοιχείων (π.χ. συνένωση θέσεων ή μεταβάσεων). Γενικά, η διαδικασία αυτή δεν εγγυάται την διατήρηση των χαρακτηριστικών των επιμέρους μοντέλων στο συνολικό. Από όσα έχουν ήδη αναφερθεί, είναι φανερό πως η από κάτω προς τα πάνω σύνθεση είναι ιδιαίτερα κατάλληλη για την ιεραρχική αναπαράσταση συστημάτων.

Στη διατριβή χρησιμοποιείται μια προσέγγιση με θεμελιώδη κύτταρα, που εντάσσεται στις προσεγγίσεις της από κάτω προς τα πάνω σύνθεσης. Σύμφωνα με αυτή, είναι δυνατόν να αναγνωριστεί ένας μικρός αριθμός από ανεξάρτητες υπομονάδες ή υποσυστήματα (fundamental modules), τα οποία από εδώ και πέρα αποκαλούνται κύτταρα επεξεργασίας και αποτελούν τα δομικά στοιχεία κατασκευής κάθε μοντέλου. Τα υποσυστήματα συνδέονται με βάση την τοπολογία του υπό μελέτη συστήματος, ώστε να σχηματιστεί η συνολική του εικόνα. Η χρήση της τεχνικής δεν περιορίζεται από την πολυπλοκότητα του θεωρούμενου συστήματος. Τα τελευταία χρόνια η χρήση τέτοιων τεχνικών για μελέτη

συστημάτων μεγάλης κλίμακας είναι διαδεδομένη. Επισκόπηση των σχετικών με συστήματα παραγωγής (σε επίπεδα σχεδιασμού, κατασκευής και προϊόντων) εφαρμογών με θεμελιώδη υποσυστήματα παρουσιάζεται στο [87].

Σε μια προσέγγιση με θεμελιώδη κύτταρα, εκτός τον ορισμό και τη μοντελοποίηση των υποσυστημάτων πρέπει να μοντελοποιηθούν και τα ακόλουθα γεγονότα:

- 1) Η άφιξη πελατών προς εξυπηρέτηση στο κάθε κύτταρο από τα υπόλοιπα υποσυστήματα (εσωτερικά του δικτύου) καθώς και από το εξωτερικό περιβάλλον.
- 2) Η έξοδος των προϊόντων από το υποσύστημα κι η δρομολόγηση τους προς τα υπόλοιπα κύτταρα.
- 3) Ο ορισμός συστηματικής διαδικασίας διασύνδεσης των κυττάρων με τρόπο σύμφωνο με την τοπολογία του συστήματος που να ικανοποιεί τους δομικούς και λειτουργικούς περιορισμούς που ισχύουν σε αυτό. Επίσης, θα πρέπει να οριστούν καθυστερήσεις που αντιστοιχούν σε χρόνους μεταφοράς, προτεραιότητες κι εναλλακτικές δρομολογήσεις όπου αυτό είναι αναγκαίο.

Η προσέγγιση με θεμελιώδη κύτταρα που επιλέγεται στην παρούσα διατριβή απλοποιεί την περιγραφή και την ποιοτική (ανάλυση ιδιοτήτων του μοντέλου) και ποσοτική (υπολογισμός μέτρων απόδοσης) ανάλυση συστημάτων, περιορίζοντας τη συνολική πολυπλοκότητα. Αυτό επιτυγχάνεται μέσω της χρήσης απλών οντοτήτων που αλληλεπιδρούν κι οι οποίες μπορούν να θεωρηθούν και να αναλυθούν ξεχωριστά, ενώ μπορούν να χρησιμοποιηθούν τεχνικές ανάλυσης όπως η κατανεμημένη προσομοίωση [88]. Η χρήση θεμελιωδών κυττάρων συντελεί σε αύξηση της ευελιξίας μοντελοποίησης που αποτελεί βασικό ζητούμενο στη μελέτη συστημάτων, αφού η πραγματοποίηση αλλαγών σε κομμάτι του μοντέλου μπορεί να γίνει χωρίς να επηρεαστεί το σύνολο [89]. Επιπλέον, επιτρέπει την αντικατάσταση μερών του συστήματος για συγκριτική αξιολόγηση εναλλακτικών και την εύκολη διόρθωση κι ενημέρωση των μοντέλων των συστατικών μερών του [90]. Ο σχεδιασμός και μοντελοποίηση μιας οντότητας γίνεται μια φορά αλλά η χρήση της στο μοντέλο μπορεί να επαναληφθεί όσες φορές είναι αναγκαίο [91].

Μια προσέγγιση με θεμελιώδη κύτταρα διευκολύνει την επαναχρησιμοποίηση μοντέλων, αφού τα υλοποιημένα μοντέλα παραμένουν διαθέσιμα για μελλοντική χρήση μέσω του συνδυασμού τυποποιημένων συστατικών. Επίσης, τα μοντέλα που υλοποιούνται μπορούν να χρησιμοποιηθούν σε εφαρμογές προερχόμενες από άλλους επιστημονικούς κλάδους, προσαρμόζοντας κάποια από τα χαρακτηριστικά τους (για να γίνει αυτό πρέπει να αναγνωριστεί μια γενική αντιστοιχία μεταξύ των γεγονότων που συμβαίνουν στα συστήματα καθώς και του τρόπου λειτουργίας τους).

Στην περίπτωση των συστημάτων παραγωγής, η χρήση μεθοδολογιών θεμελιωδών κυττάρων βοηθάει στην αντιμετώπιση της απαρχαίωσης του υφιστάμενου εξοπλισμού, ο

οποίος λαμβάνεται ως σύνολο αλληλεπιδρώντων αντικειμένων κι όχι ως μία οντότητα. Το γεγονός αυτό επιτρέπει την ανεξάρτητη χρήση κάποιων μερών του εξοπλισμού όταν ο υπόλοιπος δε μπορεί να ανταποκριθεί στις παραγωγικές ανάγκες. Επιπλέον, οι μεθοδολογίες θεμελιωδών κυττάρων βοηθούν στον περιορισμό του κόστους, επιτρέπουν την αναδιάρθρωση της παραγωγής για την επίτευξη βραχυπρόθεσμων και μακροπρόθεσμων στόχων, διευκολύνουν κι επιταχύνουν τη διόρθωση κι ανανέωση της δομής του μοντέλου όπου κι όποτε είναι αναγκαίο, καθώς και την προσαρμογή του μοντέλου ώστε να μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την παραγωγή νέων τύπων προϊόντων [92]. Σε τομείς που η χρήση τέτοιων τεχνικών είναι συνήθης, όπως στην κατασκευή ηλεκτρονικών εξαρτημάτων αποτελούμενων από δεδομένα συστατικά μέρη, η διαδικασία σχεδιασμού υποβοηθείται από εξελιγμένα εργαλεία σχεδιασμού και τεκμηρίωσης [87].

# 3<sup>ο</sup> Κεφάλαιο

## Θεωρία Δικτύων Petri (Petri Nets)

### 3.1 Εισαγωγή

Τα Δίκτυα Petri (ΔΡ) επινοήθηκαν το 1962 από τον Carl Adam Petri στη διδακτορική του διατριβή με τίτλο «*Επικοινωνία με Αυτόματα*» [93]. Στην εργασία αυτή, τα ΔΡ χρησιμοποιήθηκαν ως μαθηματικό εργαλείο με σκοπό να αποτελέσουν τη βάση μιας θεωρίας επικοινωνίας (συσχετίσεων και γεγονότων) μεταξύ των συστατικών μερών ενός υπολογιστικού συστήματος. Η βασική ιδέα που παρουσιάστηκε στην εργασία του Petri ήταν πως ο καλύτερος τρόπος για την τυποποιημένη ανάλυση ενός συνόλου από επικοινωνούντα αυτόματα, ήταν να δηλωθούν με τον ίδιο τρόπο οι αλλαγές κατάστασης στα αυτόματα κι η μεταξύ τους επικοινωνία [94]. Τα δίκτυα Petri χρησιμοποιήθηκαν για την περιγραφή διασυνδεδεμένων συστημάτων, χωρίς τη λεπτομερή θεώρηση χρόνου. Η διατριβή αυτή οδήγησε στη θεωρητική ανάπτυξη των βασικών αρχών λειτουργίας των δικτύων Petri.

Η πρώτη αναπαράσταση των δικτύων Petri αναπτύχθηκε στο εργαστήριο Επιστήμης Υπολογιστών του MIT από μια ομάδα με επικεφαλής τους A. Holt, F. Commoner και M. Hack μεταξύ των ετών 1968 και 1976. Μετά από το σημείο αυτό παρατηρείται αυξημένο ενδιαφέρον για τα ΔΡ, με αποτέλεσμα η αρχική θεωρία να συμπληρωθεί και να εξελιχθεί σημαντικά. Από τον αρχικό ορισμό των ΔΡ μέχρι σήμερα που αποτελούν ένα από τα πλέον δημοφιλή εργαλεία μαθηματικής και γραφικής μοντελοποίησης, μεσολάβησε η



παρουσίαση εκατοντάδων ορισμών, διευκρινίσεων, εργαλείων ανάλυσης κι επεκτάσεων του αρχικού μοντέλου, που πολλαπλασίασαν τις δυνατότητες αναπαράστασης και μελέτης συστημάτων.

### **3.2 Δυνατότητες κι εφαρμογές των δικτύων Petri**

Τα ΔΡ είναι ένα θεωρητικό μοντέλο ροής πληροφορίας. Οι έννοιες, ιδιότητες, χαρακτηριστικά, εργαλεία ανάλυσης και τεχνικές που σχετίζονται με αυτά αναπτύχθηκαν στην προσπάθεια για εύρεση απλών, φυσικών κι αποτελεσματικών μεθόδων για περιγραφή κι ανάλυση της ροής πληροφορίας και του ελέγχου συστημάτων [95].

Τα δίκτυα Petri συνδυάζουν γραφικά και μαθηματικά εργαλεία για τη μοντελοποίηση συστημάτων που χαρακτηρίζονται ως παράλληλα, κατανεμημένα, ασύγχρονα, μη αιτιοκρατικά ή στοχαστικά. Οι δυνατότητες γραφικής αναπαράστασης τους αποκτούν επιπλέον αξία από το γεγονός ότι τα μοντέλα που κατασκευάζονται συντίθενται από μικρό αριθμό τύπων στοιχείων, με αποτέλεσμα να αποτελούν μια γλώσσα μοντελοποίησης, η χρήση της οποίας μπορεί εύκολα να γίνει κατανοητή [96]. Ως γραφικό εργαλείο τα ΔΡ μπορούν να χρησιμοποιηθούν ως μέσο απεικόνισης κι επικοινωνίας παρόμοιο με τα διαγράμματα ροής, τα λογικά δέντρα και τα δομικά διαγράμματα. Σε σχέση με άλλες τεχνικές γραφικής αναπαράστασης είναι κατάλληλα για αναπαράσταση με φυσικό τρόπο λογικών αλληλεπιδράσεων μεταξύ των συστατικών μερών ή των δραστηριοτήτων σε ένα σύστημα. Τα ΔΡ συνδυάζοντας την έννοια της κατανεμημένης κατάστασης με ένα κανόνα αλλαγής κατάστασης, υλοποιούν τα στατικά και τα δυναμικά χαρακτηριστικά πραγματικών συστημάτων. Το γεγονός αυτό σε συνδυασμό με την ύπαρξη υπολογιστικών εργαλείων που επιτρέπουν την προσομοίωση τους, τα καθιστούν ένα πολύ αποτελεσματικό εργαλείο ανάπτυξης πολύπλοκων συστημάτων. Ως μαθηματικό εργαλείο χρησιμοποιούνται για την κατάστρωση εξισώσεων κατάστασης, αλγεβρικών εξισώσεων κι άλλων μαθηματικών μοντέλων που καθορίζουν τη συμπεριφορά των συστημάτων [97]. Επειδή μπορούν να χρησιμοποιηθούν από θεωρητικούς αλλά και από εφαρμοσμένους επιστήμονες, αποτελούν ισχυρό μέσο επικοινωνίας και συνεννόησης μεταξύ μελών των δύο αυτών ομάδων [98].

Κάποιες από τις πλέον κοινές καταστάσεις συστημάτων διακριτών γεγονότων για την αναπαράσταση των οποίων χρησιμοποιούνται δίκτυα Petri περιλαμβάνουν αμοιβαία αποκλειόμενα γεγονότα, κατανομή κοινών πόρων σε ένα σύστημα, περιορισμούς προαπαιτούμενων κι ακολουθίες γεγονότων. Τα βασικότερα αντικείμενα για τα οποία χρησιμοποιούνται τα ΔΡ είναι η μοντελοποίηση, ανάλυση συμπεριφοράς, αξιολόγηση αποδοτικότητας, επιβεβαίωση δομικών ιδιοτήτων, προσομοίωση, παρακολούθηση, χρονοπρογραμματισμός, εποπτικός έλεγχος κι έλεγχος σε πραγματικό χρόνο συστημάτων [98]. Τα ΔΡ μπορούν να εντοπίσουν παράγοντες που δρουν περιοριστικά στην απόδοση ενός συστήματος, προτείνοντας παράλληλα αλλαγές και βελτιώσεις που

θα βοηθήσουν στη βελτιστοποίηση της συμπεριφοράς του [99]. Επιπλέον, μπορούν να προσομοιώσουν τις δυναμικά εξελισσόμενες και παράλληλες δραστηριότητες των συστημάτων, επιτρέπουν την ιεραρχική μοντελοποίηση και τη μοντελοποίηση συστημάτων με διαφορετικά επίπεδα λεπτομέρειας.

Οι επιστημονικοί τομείς στους οποίους έχουν μέχρι σήμερα χρησιμοποιηθεί τα δίκτυα Petri προέρχονται από χώρους με εντελώς διαφορετικά χαρακτηριστικά. Ένας από τους τομείς στον οποίο παρατηρείται μεγάλος αριθμός και ποικιλία εφαρμογών των ΔΡ είναι οι ηλεκτρονικοί υπολογιστές και τα συστήματα επεξεργασίας πληροφορίας. Προβλήματα σχετικά με ηλεκτρονικούς υπολογιστές στα οποία χρησιμοποιούνται ΔΡ αναφέρονται σε πρωτοκόλλα επικοινωνίας και καταναμημένα συστήματα, συστήματα πολυμέσων, επεξεργασία δεδομένων, μεταγλωττιστές, τοπικά δίκτυα, ψηφιακά κυκλώματα, υπολογιστικά συστήματα ροής δεδομένων, πληροφοριακά συστήματα γραφείου, ηλεκτρονικές υπηρεσίες και καταναμημένες ηλεκτρονικές επιχειρήσεις, μοντελοποίηση υλικού (hardware), ψηφιακά φίλτρα, συστήματα μνήμης πολλαπλών επεξεργαστών, αναζήτηση κι επαλήθευση γνώσης, συστήματα πολλαπλών πρακτόρων, τηλεπικοινωνιακά δίκτυα και κέντρα, VLSI, αλγοριθμικά συστατικά, παράλληλα προγράμματα και βάσεις δεδομένων.

Τα ΔΡ έχουν χρησιμοποιηθεί σε πολλούς ακόμα τομείς, συμπεριλαμβανομένης της μοντελοποίησης κι αξιολόγησης αποδοτικότητας συστημάτων πολλών εξυπηρετητών - πολλαπλών ουρών, μοντελοποίησης και μελέτης συστημάτων παραγωγής, εφοδιαστικών αλυσίδων, χημικών εργοστασίων, ενεργειακών συστημάτων, αυτοματοποίησης εργοστασίων, συστημάτων ελέγχου κυκλοφορίας (εναέριας ή επίγειας), προβλήματα χρονοπρογραμματισμού κι ελέγχου σιδηροδρομικών δικτύων, συστήματα στρατιωτικών εντολών κι ελέγχου, επιλογή συμπεριφοράς πλοήγησης, εφαρμογές ρομποτικού ελέγχου, προσομοίωση πολλαπλών μη επανδρωμένων αεροσκαφών και διαχείριση έργων.

Τα τελευταία χρόνια παρατηρείται επέκταση στη χρήση των δικτύων Petri σε εφαρμογές που απέχουν σημαντικά από τις παραδοσιακές εφαρμογές μηχανικών. Τέτοια παραδείγματα περιλαμβάνουν τη μελέτη συμπεριφοράς κι αντίδρασης ομάδων ή ατόμων κάτω από δεδομένες συνθήκες, μοντέλα αποφάσεων, διαδικασιών εξέλιξης και νευρωνικών δικτύων, εφαρμογές προερχόμενες από την εργονομία (π.χ. διάγνωση σφαλμάτων [100]), εφαρμογές στην ιατρική και τη βιοτεχνολογία [101], μοντελοποίηση βιολογικών διαδικασιών (μεταβολικών διαδικασιών) και βιοχημεία, μοντελοποίηση οικολογικών διαδικασιών και περιβαλλοντικών θεμάτων [102].

### **3.3 Συνήθη δίκτυα Petri**

Τα συνήθη δίκτυα Petri (Ordinary Petri Nets - OPNs) αποτέλεσαν το βασικό μοντέλο για όλες τις παραλλαγές και επεκτάσεις που προέκυψαν στη συνέχεια. Το αρχικό μοντέλο δεν περιλαμβάνει σύνδεση με την έννοια του χρόνου, αλλά αναπαριστά ακολουθίες

εκτέλεσης διακριτών γεγονότων καθώς και τις λογικές συνδέσεις και αλληλεπιδράσεις μεταξύ των συστατικών μερών του υπό μελέτη συστήματος. Η ακολουθία εκτέλεσης των γεγονότων σε ένα σύστημα μοντελοποιημένο με ΔΡ είναι μια από τις επιτρεπόμενες από τη δομή του δικτύου, γεγονός που οδηγεί σε μη αιτιοκρατία στην εκτέλεση του.

Για τους ορισμούς και τα θεμελιώδη ζητήματα σχετικά με ΔΡ που παρουσιάζονται στο κομμάτι αυτό της διατριβής χρησιμοποιήθηκαν κάποια από τα πλέον δημοφιλή βιβλία [26], [103] - [106] και δημοσιευμένες εργασίες [94], [96], [98], [107] - [109] πάνω στο θέμα. Σε αυτά μπορεί να ανατρέξει ο αναγνώστης για επιπλέον λεπτομέρειες και πιο αναλυτική παρουσίαση σχετικών με τα ΔΡ εννοιών.

### **3.3.1 Δομικά στοιχεία δικτύων Petri**

Ένα ΔΡ είναι ένα προσανατολισμένο γράφημα που αποτελείται από δύο τύπους κόμβων τις θέσεις και τις μεταβάσεις, στο οποίο ένα σύνολο από αφηρημένες οντότητες που από εδώ και πέρα θα ονομάζονται τελείες (tokens) μετακινούνται, δημιουργούνται ή εξαφανίζονται. Γραφικά οι τελείες συμβολίζονται ως μαύρες τελείες (•) και δεν εμφανίζονται αυτόνομα στο δίκτυο, αλλά αλληλεπιδρούν με τους δύο τύπους κόμβων που το συνθέτουν.

Οι θέσεις περιγράφουν τις καταστάσεις (κάθε θέση μια μερική κατάσταση) και τους πόρους του συστήματος κι αντιπροσωπεύονται γραφικά από κύκλους (○). Οι θέσεις είναι τα παθητικά στοιχεία του δικτύου, που αναφέρονται και ως δίαυλοι κι είναι ικανά να αποθηκεύσουν υλικά (π.χ. κομμάτια σε μηχανές και αποθήκες) και μη (π.χ. πληροφορίες) συστατικά ενός συστήματος. Ο σκοπός των θέσεων είναι να αναπαραστήσουν την αποκεντρωμένη φύση του συστήματος και την κατανεμημένη κατάσταση της πληροφορίας σε ένα σύνθετο σύστημα [110].

Οι μεταβάσεις έχουν την έννοια των γεγονότων που συμβαίνουν στο σύστημα κι η πραγματοποίησή τους μεταβάλλει την κατάσταση του. Γραφικά αντιπροσωπεύονται από τετράγωνα ή μπάρες (□ ή ▮) κι αποτελούν τα ενεργά στοιχεία του συστήματος. Μια μετάβαση μπορεί να αντιπροσωπεύει μια ενέργεια, μια διαδικασία, μια επεξεργασία, μια δραστηριότητα, το υπολογιστικό βήμα ενός αλγορίθμου, μια λογική πρόταση ή ένα επεξεργαστή σήματος [111]. Οι μεταβάσεις αναφέρονται και ως υπηρεσίες κι είναι ικανές να παράγουν, να μεταφέρουν ή να μετατρέπουν τελείες. Οι θέσεις μαζί με τις μεταβάσεις αναπαριστούν τη στατική δομή ενός δικτύου Petri ενώ οι τελείες καθορίζουν τη δυναμική του κατάστασης.

Τα στοιχεία των δύο συνόλων κόμβων συνδέονται με χρήση προσανατολισμένων τόξων (τα τόξα συνδέουν θέσεις με μεταβάσεις ή το αντίστροφο, αλλά ένα τόξο δεν επιτρέπεται να συνδέσει στοιχεία του ίδιου συνόλου). Τα τόξα αναπαριστούν φυσική σύνδεση, δικαιώματα πρόσβασης, λογικές συνδέσεις μεταξύ θέσεων και μεταβάσεων, απαίτηση σε πόρους, την εξαγωγή συμπερασμάτων, ενώ καθορίζουν την προτεραιότητα στην

εκτέλεση ανταγωνιζόμενων εργασιών ή τη σειρά με την οποία κάποιες εργασίες θα εκτελεστούν. Γενικά, κάθε τόξο συνοδεύεται από ένα θετικό ακέραιο που αντιπροσωπεύει το βάρος πολλαπλότητας του. Σε περίπτωση που για κάποιο τόξο δεν εμφανίζεται ο αριθμός αυτός, το βάρος του θεωρείται μοναδιαίο. Στα συνήθη ΔΡ, τα βάρη όλων των τόξων είναι ίσα με τη μονάδα.

Οι τελείες αποθηκεύονται μέσα στις θέσεις του δικτύου, ενώ ταξιδεύουν μέσω των τόξων κι η ροή τους στο δίκτυο ρυθμίζεται από τις μεταβάσεις που τίθενται σε ετοιμότητα από την παρουσία τους στις κατάλληλες θέσεις. Όταν μια θέση περιέχει μεγάλο αριθμό τελειών αναγράφεται μέσα σε αυτή ο αντίστοιχος αριθμός. Οι τελείες σε μια θέση αναπαριστούν τη διαθεσιμότητα ενός πόρου, την κατάσταση του πόρου (π.χ. αν μια μηχανή είναι διαθέσιμη ή όχι), υποθέσεις ή σήματα εισόδου κι εξόδου. Το βάρος πολλαπλότητας ενός τόξου αντιστοιχεί στον αριθμό από τελείες που προστίθενται ή αφαιρούνται στη θέση εισόδου (ή στις θέσεις εισόδου) ή εξόδου αντίστοιχα της μετάβασης που λειτουργεί.

### 3.3.2 Μαθηματικός ορισμός συνήθων δικτύων Petri

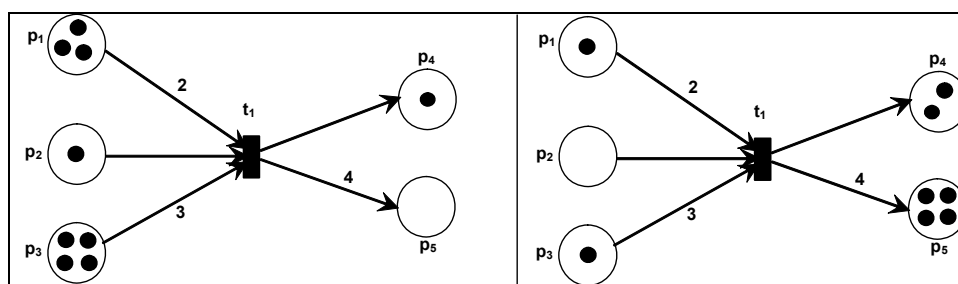
Ένα σύννηθες δίκτυο Petri είναι ένα προσανατολισμένο γράφημα που ορίζεται από την πεντάδα στοιχείων:  $\Delta P = \{P, T, I, O, m_0\}$ , όπου  $P = \{p_1, p_2 \dots p_{np}\}$  είναι ένα πεπερασμένο και μη κενό σύνολο από θέσεις και  $T = \{t_1, t_2 \dots t_{nt}\}$  ένα πεπερασμένο και μη κενό σύνολο από μεταβάσεις. Η τομή των συνόλων των θέσεων και των μεταβάσεων είναι το κενό σύνολο ( $P \cap T = \emptyset$ ), ενώ η ένωση τους ορίζει το σύνολο  $V$  των κόμβων του δικτύου  $P \cup T = V$ . Το  $I: (P \times T) \rightarrow \mathbb{N}$  είναι ο πίνακας συμβάντων εισόδου, που αντιστοιχεί στο σύνολο των τόξων με κατεύθυνση από θέσεις προς μεταβάσεις και το  $O: (P \times T) \rightarrow \mathbb{N}$  είναι ο πίνακας συμβάντων εξόδου, που αντιστοιχεί στο σύνολο των κατευθυνόμενων τόξων από μεταβάσεις προς θέσεις αντίστοιχα. Το σύνολο των τόξων ενός δικτύου Petri  $A$ , είναι  $A = I \cup O$ . Το  $\mathbb{N}$  αναπαριστά το σύνολο των μη αρνητικών ακεραίων αριθμών. Ως  $m_0$  συμβολίζεται η αρχική σήμανση του ΔΡ, δηλαδή η αρχική κατανομή των τελειών στις θέσεις του (οι αριθμοί τελειών που βρίσκονται σε κάθε θέση).

### 3.3.3 Ετοιμότητα και ενεργοποίηση μεταβάσεων

Για να ενεργοποιηθεί μια μετάβαση, πρέπει να είναι πρώτα σε ετοιμότητα. Στα συνήθη ΔΡ μια μετάβαση είναι σε ετοιμότητα (enabled) όταν όλες οι θέσεις εισόδου της περιέχουν τουλάχιστον μια τελεία. Δηλαδή, η  $t_i \in T$  είναι σε ετοιμότητα αν  $m(p_j) > 0$  για κάθε  $p_j \in P$  για το οποίο ισχύει  $I(p_j, t_i) = 1$ . Οι θέσεις εισόδου μιας μετάβασης έχουν δηλαδή την έννοια των προϋποθέσεων για την ενεργοποίηση της. Γενικά, μια μετάβαση τίθεται σε ετοιμότητα όταν όλες οι θέσεις εισόδου περιέχουν αριθμό από τελείες μεγαλύτερο ή ίσο των βαρών των αντίστοιχων τόξων σύνδεσης της μετάβασης με τις θέσεις εισόδου. Μία μετάβαση ενεργοποιείται (fires) μέσω της απομάκρυνσης τελειών από τις θέσεις εισόδου της και της προσθήκης τελειών στις θέσεις εξόδου της, σύμφωνα με τα βάρη των

αντιστοίχων τόξων. Ο αριθμός των τελειών που αφαιρούνται από τις θέσεις εισόδου δεν είναι πάντα ίδιος με τον αριθμό τελειών που προστίθενται στις θέσεις εξόδου. Ο παραπάνω μηχανισμός ενεργοποίησης μεταβάσεων είναι γνωστός κι ως “token game”.

Υπάρχουν περιπτώσεις που μια μετάβαση σε ετοιμότητα δεν ενεργοποιείται, όπως για παράδειγμα όταν περισσότερες από μια μεταβάσεις έχουν μια κοινή θέση εισόδου η οποία περιέχει μια μόνο τελεία. Στην πράξη, το φαινόμενο αυτό είναι σύνθηρες σε προβλήματα κατανομής κοινών πόρων σε ένα σύστημα και σε προβλήματα αμοιβαία αποκλειόμενων γεγονότων. Στο Σχήμα 4 παρουσιάζεται η μεταβολή της κατανομής τελειών σε ένα απλό ΔΡ που προκαλείται από την ενεργοποίηση της μετάβασης του.



Σχήμα 4: Παράδειγμα δικτύου Petri α)πριν και β)μετά την ενεργοποίηση της μετάβασης του.

Μια μετάβαση χωρίς καμία θέση εισόδου ονομάζεται μετάβαση πηγής (source transition) και τροφοδοτεί με τελείες το σύστημα χωρίς να καταναλώνει κάποιες από τις υπάρχουσες. Το φαινόμενο αυτό αντιστοιχεί στην εμφάνιση για παράδειγμα μη ελεγχόμενων γεγονότων, όπως οι βλάβες κι οι αφίξεις παραγγελιών σε ένα σύστημα. Μια μετάβαση χωρίς καμία θέση εξόδου ονομάζεται μετάβαση βύθισης (sink transition) και καταναλώνει τελείες χωρίς να παράγει νέες. Το φαινόμενο αυτό εμφανίζεται για παράδειγμα σε ένα σύστημα όταν τα έτοιμα προϊόντα απομακρύνονται για να παραδοθούν στους πελάτες.

### 3.3.4 Σημάνσεις δικτύων Petri

Η κατάσταση ενός ΔΡ περιγράφεται κάθε στιγμή από τη σήμανσή του, η οποία προκύπτει από την αντιστοίχιση σε κάθε θέση ενός μη αρνητικού ακέραιου αριθμού που αναπαριστά τον αριθμό από τελείες που βρίσκονται σε αυτή την τρέχουσα στιγμή. Η σήμανση ενός ΔΡ συμβολίζεται με το γράμμα  $m$  κι είναι ένα διάνυσμα μεγέθους ίσου με τον αριθμό θέσεων του. Η αρχική σήμανση ενός ΔΡ είναι υπεύθυνη για όλες τις σημάνσεις που εμφανίζονται κατά την εκτέλεση των διαδοχικών ενεργοποιήσεων. Οι σημάνσεις αυτές συμβολίζονται ως  $m_i$ , όπου ο δείκτης  $i$  είναι θετικός ακέραιος αριθμός που δείχνει τον αύξοντα αριθμό της τρέχουσας ενεργοποίησης.

Όταν σε ένα ΔΡ η κατάσταση του οποίου περιγράφεται αρχικά από τη σήμανση  $m_i$ , ενεργοποιηθεί μια μετάβαση  $t_j$  σε ετοιμότητα, προκύπτει η νέα του σήμανση  $m_{i+1}$  που περιγράφεται από την εξίσωση:

$$m_{i+1}(p_j) = m_i(p_j) + O(p_j, t_i) - I(p_j, t_i), \text{ για } j = 1, 2, \dots, n \quad (3.1)$$

όπου  $n$  ο αριθμός των θέσεων που συνθέτουν το δίκτυο. Η σήμανση  $m_{i+1}$  λέγεται προσεγγίσιμη από την αρχική σήμανση  $m_i$ . Η αλλαγή κατάστασης του ΔΡ από  $m_i$  σε  $m_{i+1}$  λόγω της ενεργοποίησης της  $t_j$  συμβολίζεται ως:

$$m_i \xrightarrow{t_j} m_{i+1} \quad (3.2)$$

### 3.3.5 Βασικές δυναμικές καταστάσεις που μοντελοποιούνται με ΔΡ

Οι πιο βασικές καταστάσεις που εμφανίζονται κατά τη μελέτη συστημάτων διακριτών γεγονότων είναι η ακολουθία γεγονότων, η παραλληλία, ο αμοιβαίος αποκλεισμός κι ο συγχρονισμός. Στο σημείο αυτό παρουσιάζεται ο τρόπος με τον οποίο τα ΔΡ ανταποκρίνονται στις ανάγκες μοντελοποίησης τους. Δύο επιπλέον καταστάσεις συνήθεις για τα συστήματα διακριτών γεγονότων είναι το αδιέξοδο και η σύγκρουση.

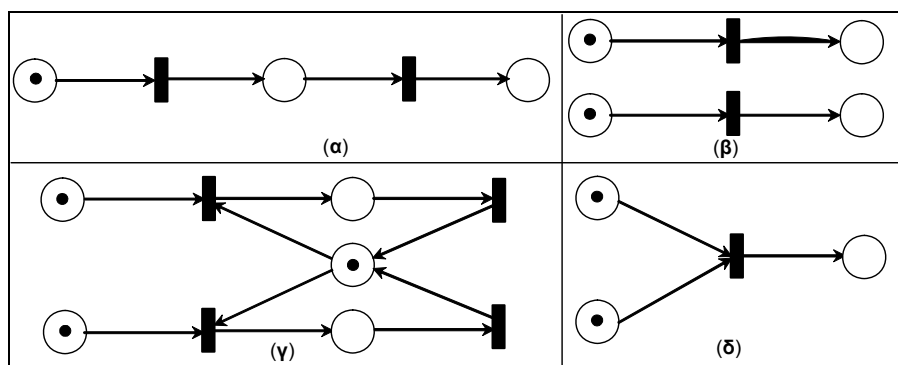
Η ακολουθία ή ακολουθιακή συμπεριφορά αναφέρεται σε ένα δίκτυο αποτελούμενο από δύο μεταβάσεις, όπου η θέση εξόδου της πρώτης αποτελεί τη θέση εισόδου της δεύτερης. Στην περίπτωση αυτή η δεύτερη μετάβαση δε μπορεί να ενεργοποιηθεί αν δεν προηγηθεί ενεργοποίηση της πρώτης. Η παραλληλία ή ταυτοχρονισμός συμβαίνει όταν δύο μεταβάσεις είναι σε ετοιμότητα και δεν αλληλεπιδρούν μεταξύ τους (δεν έχουν κοινές εισόδους, ή οι θέσεις εξόδου της μιας δεν αποτελούν εισόδους στην άλλη), οπότε μπορούν να πραγματοποιηθούν ταυτόχρονα.

Ο αμοιβαίος αποκλεισμός συνδέεται με την ύπαρξη κοινών πόρων σε ένα σύστημα. Σε αυτόν, δύο μεταβάσεις είναι παράλληλα σε ετοιμότητα σε κάποια σήμανση, όμως δεν μπορούν να ενεργοποιηθούν κι οι δύο εξαιτίας της ύπαρξης κοινής θέσης εισόδου η οποία περιέχει μια μόνο τελεία. Η ενεργοποίηση της μιας μετάβασης αφαιρεί την ετοιμότητα της άλλης, η οποία έχει μια τουλάχιστον κενή θέση εισόδου. Ο αμοιβαίος αποκλεισμός αποτελεί περίπτωση σύγκρουσης. Σε περιπτώσεις συγκρούσεων, η επιλογή της μετάβασης που θα ενεργοποιηθεί, μπορεί να γίνει με διαφορετικά κριτήρια, όπως την ύπαρξη προτεραιοτήτων, τη συνολική κατάσταση του συστήματος, την απόδοση πιθανοτήτων, την ετοιμότητα των μεταβάσεων σε διαφορετικό χρόνο κτλ.

Ο συγχρονισμός παρατηρείται όταν μια μετάβαση έχει περισσότερες από μια θέσεις εισόδου. Στην περίπτωση αυτή, η μετάβαση δεν μπορεί να τεθεί σε ετοιμότητα μέχρι να βρεθούν τελείες σε όλες της τις θέσεις εισόδου. Χαρακτηριστική περίπτωση κατεργασίας που είναι αναγκαίος ο συγχρονισμός αποτελούν οι συναρμολογήσεις στα συστήματα παραγωγής. Η αναπαράσταση με δίκτυα Petri των παραπάνω γεγονότων παρουσιάζεται στο Σχήμα 5.

Αδιέξοδο εμφανίζεται σε ένα ΔΡ όταν φτάσει σε μια κατάσταση όπου καμία μετάβαση δεν μπορεί να τεθεί σε ετοιμότητα και να ενεργοποιηθεί και συνεπώς η εκτέλεση του δικτύου διακόπτεται. Με λίγες εξαιρέσεις (π.χ. όταν μελετάται η εξυπηρέτηση συγκεκριμένου αριθμού πελατών σε ένα σύστημα), πρόκειται για ανεπιθύμητη κατάσταση

που οφείλεται σε λάθος σχεδιασμού, κι απαιτεί τον επανασχεδιασμό μέρους του συστήματος ή του μοντέλου του [112].



Σχήμα 5: Αναπαράσταση με ΔΡ α) ακολουθίας γεγονότων, β) παραλληλίας, γ) αμοιβαίου αποκλεισμού και δ) συγχρονισμού.

### 3.3.6 Ιδιότητες δικτύων Petri

Ως μαθηματικό εργαλείο, τα δίκτυα Petri έχουν μια σειρά από ιδιότητες. Οι ποιοτικές αυτές ιδιότητες, επιτρέπουν την αναγνώριση της παρουσίας ή μη μιας σειράς από λειτουργικά χαρακτηριστικά στα υπό εξέταση συστήματα. Με τον τρόπο αυτό, γίνεται δυνατή η κατηγοριοποίηση τους κι η εξαγωγή συμπερασμάτων για τη συμπεριφορά των μοντέλων που υλοποιούνται. Οι ιδιότητες των ΔΡ χωρίζονται σε δύο κατηγορίες, τις ιδιότητες συμπεριφοράς και τις δομικές ιδιότητες. Η πρώτη κατηγορία αναφέρεται σε ιδιότητες που εξαρτώνται από την αρχική σήμανση ή αρχική κατάσταση του ΔΡ ενώ η δεύτερη κατηγορία περιγράφει ιδιότητες που εξαρτώνται μόνο από τη δομή ή την τοπολογία του ΔΡ ανεξαρτήτως της αρχικής του κατάστασης. Παραλλαγές κάποιων από τις ιδιότητες μπορούν να ανήκουν και στις δύο κατηγορίες. Ιδιαίτερη προσοχή θα δοθεί στο σημείο αυτό στις ιδιότητες συμπεριφοράς.

#### 3.3.6.1 Ιδιότητες συμπεριφοράς

Οι βασικότερες ιδιότητες συμπεριφοράς είναι η προσεγγισιμότητα (reachability), η k-περιοριστικότητα (k-boundedness) κι η ασφάλεια (safety), η ζωτικότητα (liveness), η αντιστρεπτικότητα (reversibility) κι η επιμονή (persistence).

Η έννοια της προσεγγισιμότητας έχει ήδη εισαχθεί. Γενικά, μια σήμανση  $m_r$  λέγεται προσεγγίσιμη από την αρχική σήμανση  $m_0$ , αν ξεκινώντας από τη  $m_0$  υπάρχει μια ακολουθία μεταβάσεων  $\sigma$ , η ενεργοποίηση των οποίων οδηγεί στη  $m_r$ . Συμβολικά αυτό γράφεται:

$$m_0 \xrightarrow{\sigma} m_r \quad (3.3)$$

Αν η  $m_r$  προσεγγίζεται από τη  $m_0$  με την ενεργοποίηση μιας μόνο μετάβασης ονομάζεται άμεσα προσεγγίσιμη. Το σύνολο των προσεγγίσιμων από την αρχική σήμανση ονομάζεται σύνολο προσεγγισιμότητας του ΔΡ, συμβολίζεται ως  $R(m_0)$  και παίζει σημαντικό ρόλο κατά την ανάλυση και τον έλεγχο του.

Η  $k$ -περιοριστικότητα έχει έννοια τόσο για συγκεκριμένες θέσεις όσο και για ολόκληρα ΔΡ. Μια θέση  $p_i$  είναι  $k$ -περιορισμένη με αναφορά στην  $m_0$ , αν ο αριθμός τελειών της θέσης αυτής είναι το πολύ ίσος με τον πεπερασμένο αριθμό  $k$  για όλες τις σημάνσεις που ανήκουν στο  $R(m_0)$ . Δηλαδή, η  $p_i$  είναι περιορισμένη αν:

$$m_j(p_i) \leq k, \forall m_j \in R(m_0) \quad (3.4)$$

Ομοίως, το ΔΡ είναι περιορισμένο αν όλες του οι θέσεις είναι  $k$ -περιορισμένες. Μια σημαντική συνέπεια της περιοριστικότητας είναι πως συνεπάγεται πεπερασμένο αριθμό καταστάσεων. Για ένα ΔΡ που αποτελείται από  $N$  θέσεις κι είναι  $k$ -περιορισμένο, ο αριθμός καταστάσεων του δεν υπερβαίνει τις  $(k+1)^N$ . Η ασφάλεια είναι η ειδική περίπτωση της  $k$ -περιοριστικότητας, όπου το  $k$  είναι ίσο με τη μονάδα. Η επιβεβαίωση της  $k$ -περιοριστικότητας σε ένα μοντέλο συστήματος παραγωγής εγγυάται εξάλειψη της περίπτωσης υπέρβασης της χωρητικότητας των πεπερασμένων αποθηκευτικών χώρων του. Η ασφάλεια έχει την επιπλέον έννοια διαθεσιμότητας ενός πόρου κάθε χρονική στιγμή, ειδικά για την περίπτωση κοινών πόρων. Στα συστήματα παραγωγής η έννοια της περιοριστικότητας συσχετίζεται στην πράξη με την έννοια της ευστάθειας, ειδικά αν το σύστημα μοντελοποιείται ως αναμονητικό δίκτυο.

Η έννοια της ζωτικότητας συνδέεται με την μη εμφάνιση αδιεξόδων σε ένα ΔΡ. Ένα μοντέλο είναι ζωτικό αν κάθε μετάβαση του είναι ζωτική. Μια μετάβαση  $t$  είναι ζωτική αν υπάρχει η δυνατότητα ενεργοποίησής της μετά από την ενεργοποίηση μιας ακολουθίας μεταβάσεων. Δηλαδή:

$$\text{Για } \forall m_i \in R(m_0), \exists m_j \in R(m_i) \text{ έτσι ώστε η } t \text{ να τίθεται σε ετοιμότητα στη } m_i \quad (3.5)$$

Ουσιαστικά, η μετάβαση αυτή δεν αποτελεί αδιέξοδο. Όταν σε ένα δίκτυο Petri έστω και μια μετάβαση είναι ζωτική, αυτό δε μπορεί να οδηγηθεί σε αδιέξοδο. Μια μετάβαση που δεν είναι ζωτική αναφέρεται ως νεκρή. Ένα ΔΡ του οποίου μόνο κάποιες από τις μεταβάσεις είναι ζωτικές, ονομάζεται μερικά ζωτικό.

Ένα ΔΡ ονομάζεται αντιστρεπτό αν για κάθε σήμανση  $m_i \in R(m_0)$  ισχύει και  $m_0 \in R(m_i)$ . Επομένως, για να είναι ένα ΔΡ αντιστρεπτό, πρέπει η αρχική του σήμανση να μπορεί να προσεγγιστεί από όλες τις προσεγγίσιμες σημάνσεις. Η αντιστρεπτικότητα συνεπάγεται κυκλική συμπεριφορά του συστήματος. Επίσης, συνεπάγεται ότι το μοντέλο μπορεί από μόνο του να κάνει τις αναγκαίες ρυθμίσεις για την επανεκκίνηση του συστήματος, ιδιότητα σημαντική για την ανάκαμψη από σφάλματα (π.χ. βλάβες μηχανών) σε πεπερασμένο αριθμό βημάτων.

Η επιμονή εμφανίζεται σε ένα ΔΡ, όταν για οποιαδήποτε σήμανση του  $m_j \in R(m_0)$ , μια μετάβαση σε ετοιμότητα μπορεί να πάψει να βρίσκεται σε ετοιμότητα μόνο από δική της ενεργοποίηση. Αυτό κάνει φανερό πως η ύπαρξη σύγκρουσης ή αμοιβαίου αποκλεισμού σε ένα μοντέλο, σημαίνει αυτόματα πως αυτό δεν εμφανίζει επιμονή.



### 3.3.6.2 Δομικές ιδιότητες

Στις δομικές ιδιότητες των ΔΡ περιλαμβάνονται η δομική ζωτικότητα και η δομική περιοριστικότητα, οι οποίες αποτελούν επεκτάσεις των αντίστοιχων ιδιοτήτων συμπεριφοράς και ισχύουν για οποιαδήποτε πεπερασμένη σήμανση  $m_j$ . Επιπλέον, στην κατηγορία αυτή ιδιοτήτων εντάσσονται η συντηρητικότητα (conservativeness), η επαναληπτικότητα (repetitiveness) και η συνέπεια (consistency).

Ένα ΔΡ ονομάζεται αυστηρά συντηρητικό, όταν ο αριθμός τελειών σε οποιαδήποτε σήμανση προσεγγίσιμη από την  $m_0$  ισούται με τον αντίστοιχο αριθμό τελειών της  $m_0$ . Δηλαδή,

$$\sum_{p_i \in P} m_j(p_i) = \sum_{p_i \in P} m_0(p_i) = c, \quad c = \text{σταθερό} \quad (3.6)$$

Στη γενική περίπτωση που τα βάρη των τόξων περιγράφονται από διάνυσμα  $w > 0$ , το ΔΡ λέγεται συντηρητικό αν:

$$\sum_{p_i \in P} w(p_i) m_0(p_i) = \sum_{p_i \in P} w(p_i) m_j(p_i) = c \quad (3.7)$$

Αν στην εξίσωση 3.7 ισχύσει  $w \geq 0$ , το ΔΡ ονομάζεται μερικώς συντηρητικό.

Συνεπές ονομάζεται ένα ΔΡ αν υπάρχει μια σήμανση  $m_j$ , μια ακολουθία ενεργοποίησης  $\sigma_c$  που ονομάζεται κυκλική ακολουθία ενεργοποίησης κι ένα συνδεδεμένο διάνυσμα  $v_\sigma$  που αναφέρεται στο πλήθος ενεργοποιήσεων κάθε μετάβασης, ώστε ξεκινώντας από την  $m_j$ , η ενεργοποίηση της  $\sigma_c$  να φέρνει το δίκτυο πίσω στην  $m_j$ .

$$m_j \xrightarrow{\sigma_c} m_j \quad (3.8)$$

Το  $v_\sigma$  δεν πρέπει να περιέχει μηδενικά στοιχεία, δηλαδή στη  $\sigma_c$  πρέπει να ενεργοποιείται κάθε μετάβαση τουλάχιστον μια φορά. Στην περίπτωση που το  $v_\sigma$  έχει και μηδενικά στοιχεία, δηλαδή δεν ενεργοποιούνται όλες οι μεταβάσεις στην ακολουθία  $\sigma_c$ , το δίκτυο ονομάζεται μερικά συνεπές. Επαναληπτικό ονομάζεται ένα ΔΡ αν υπάρχει πεπερασμένη  $m_0$  και ακολουθία ενεργοποίησης  $\sigma_c$  ώστε τα στοιχεία του συνδεδεμένου διανύσματος  $v_\sigma$  να είναι άπειρα. Δηλαδή, η ακολουθία ενεργοποίησης μεταβάσεων που επαναφέρει το δίκτυο στην αρχική κατάσταση μπορεί να επαναληφθεί άπειρες φορές. Αν το  $v_\sigma$  περιέχει κάποιες από τις μεταβάσεις το δίκτυο είναι μερικά επαναληπτικό. Στην περίπτωση των συστημάτων παραγωγής η έννοια της επαναληπτικότητας σχετίζεται με την επανάληψη της ίδιας κατεργασίας όσες φορές είναι αναγκαίο. Η επαναληπτικότητα αποτελεί αναγκαία συνθήκη και για τη ζωτικότητα, ενώ ένα ζωτικό και αντιστρεπτό ΔΡ είναι και συνεπές.

### 3.3.7 Τεχνικές ανάλυσης ΔΡ

Οι τεχνικές ανάλυσης ΔΡ χωρίζονται σε τεχνικές απαρίθμησης, μετασχηματισμού και δομικής ανάλυσης. Ένα επιπλέον εργαλείο που χρησιμοποιείται για την ανάλυση

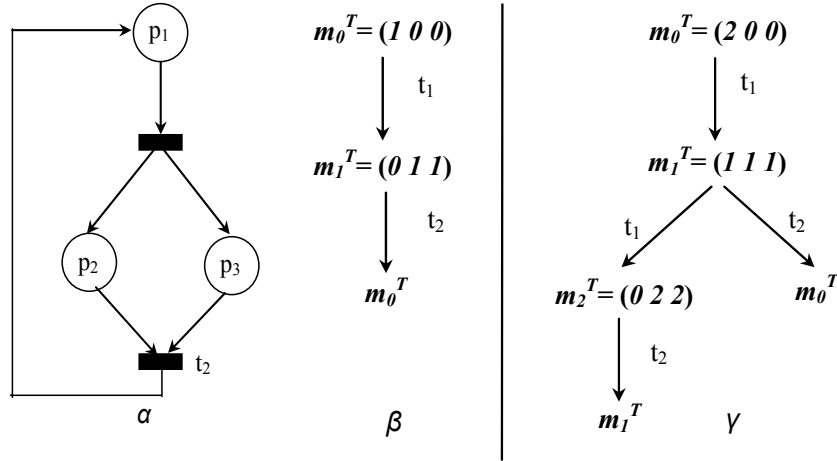
συστημάτων μοντελοποιημένων με ΔΡ είναι η προσομοίωση, η οποία δε χρησιμοποιείται τόσο για την απόδειξη ιδιοτήτων όσο για την καλύτερη κατανόηση και το διαισθητικό έλεγχο των ιδιοτήτων. Οι τεχνικές απαρίθμησης χρησιμοποιούνται για επιβεβαίωση ιδιοτήτων μέσω απαρίθμησης των καταστάσεων του ΔΡ. Οι βασικότερες τέτοιες τεχνικές είναι τα δέντρα κι οι γράφοι προσεγγισιμότητας και καλυψιμότητας. Στις τεχνικές μετασχηματισμού ο στόχος είναι ο μετασχηματισμός του ΔΡ σε μια απλούστερη μορφή με βάση μια σειρά κανόνων που εξασφαλίζουν τη διατήρηση των αρχικών ιδιοτήτων. Η μορφή αυτή μπορεί ευκολότερα να επιβεβαιώσει την ισχύ ή μη ιδιοτήτων του αρχικού μοντέλου. Η βασικότερη τεχνική μετασχηματισμού είναι η μείωση, που οδηγεί στην απλοποίηση του αρχικού μοντέλου [113]. Οι τεχνικές δομικής ανάλυσης ΔΡ ερευνούν τη συσχέτιση ανάμεσα στη συμπεριφορά του δικτύου και της δομής του. Στις τεχνικές αυτές, η  $m_0$  παίζει το ρόλο μιας παραμέτρου. Στην κατηγορία αυτή ανήκουν τεχνικές γραμμικής άλγεβρας που βασίζονται στην εξίσωση κατάστασης δικτύου και τεχνικές βασισμένες σε γράφους που είναι αποδοτικές για ανάλυση συγκεκριμένων μορφών ΔΡ.

Αναλυτική παρουσίαση όλων των τεχνικών των παραπάνω κατηγοριών γίνεται στην [114]. Στη συνέχεια παρουσιάζονται σύντομα οι τεχνικές ανάλυσης που χρησιμοποιούνται στην παρούσα εργασία, δηλαδή το δέντρο προσεγγισιμότητας κι ο γράφος και το δέντρο καλυψιμότητας, ο πίνακας συμβάντων και τα P- και T- αναλλοίωτα.

### **3.3.7.1 Γράφοι και δέντρα προσεγγισιμότητας και καλυψιμότητας**

Θεωρώντας ένα ΔΡ, ο στόχος του δέντρου προσεγγισιμότητας, είναι η εύρεση κι απαρίθμηση των σημάνσεων που προκύπτουν σε αυτό ξεκινώντας από την  $m_0$  και σημειώνοντας τις μεταξύ τους συσχετίσεις. Αρχικά ενεργοποιούνται οι μεταβάσεις σε ετοιμότητα και προκύπτουν νέες σημάνσεις σε καθεμία από τις οποίες είναι ενεργό ένα σύνολο από μεταβάσεις. Λαμβάνοντας κάθε σήμανση ως ρίζα, η παραπάνω διαδικασία επαναλαμβάνεται μέχρι να βρεθούν όλες οι προσεγγίσιμες σημάνσεις. Εάν σε μια σήμανση δεν υπάρχει μετάβαση σε ετοιμότητα, αυτή ονομάζεται αδιέξοδη κι η διαδικασία για το κλαδί αυτό τερματίζεται. Αν μια σήμανση έχει ξαναεμφανιστεί, ο κόμβος ονομάζεται παλιός κι η ανάλυση στο κλαδί σταματάει. Στο δέντρο προσεγγισιμότητας οι κόμβοι αντιπροσωπεύουν σημάνσεις που παρήχθησαν και τα τόξα την ενεργοποίηση μεταβάσεων που οδηγούν σε αλλαγή κατάστασης.

Το δέντρο κι ο γράφος καλυψιμότητας προκύπτουν από το αντίστοιχο δέντρο προσεγγισιμότητας, στην περίπτωση που το μέγεθος του γίνεται άπειρο. Αυτό συμβαίνει όταν ο αριθμός γεγονότων και συνεπώς προσεγγίσιμων σημάνσεων σε ένα ΔΡ είναι άπειρος, δηλαδή το δίκτυο δεν είναι k-περιορισμένο. Για την κατασκευή του δέντρου και του γράφου καλυψιμότητας, αξιοποιείται η ιδιότητα της κάλυψης σήμανσης. Μια σήμανση  $m_j$  καλύπτει μια σήμανση  $m_i$  αν  $m_j \geq m_i$ . Τότε εισάγεται στο γράφο το ψευδό-άπειρο  $w$  και ο κόμβος του γράφου καλυψιμότητας δεν αναπαριστά μια σήμανση αλλά ένα σύνολο από πιθανές σημάνσεις.



Σχήμα 6:α) Δίκτυο Petri και το δέντρο προσεγγισιμότητας του  $m_0$  β)  $(1\ 0\ 0)$  και γ)  $(2\ 0\ 0)$

Οι γράφοι προσεγγισιμότητας και καλυψιμότητας χρησιμοποιούνται για τον εντοπισμό μεταβάσεων που δεν τίθενται σε ετοιμότητα ποτέ ή δεν τίθενται σε ετοιμότητα μετά την εμφάνιση κάποιας σήμανσης και μπορούν να δημιουργήσουν προβλήματα ζωτικότητας, καθώς και για τη μελέτη περιοριστικότητας κάποιων θέσεων ή δικτύων. Ακόμα, οι ιδιότητες της συνέπειας, της επαναληπτικότητας και της αντιστρεπτότητας ορίζονται εναλλακτικά με χρήση του δέντρου καλυψιμότητας. Ένα ΔΡ είναι συνεπές με βάση την αρχική του σήμανση  $m_0$ , αν το δέντρο καλυψιμότητας του έχει ένα κατευθυνόμενο μονοπάτι από ένα κόμβο πίσω στον εαυτό του (το μονοπάτι λέγεται προσανατολισμένος κύκλος), που περιέχει όλες τις μεταβάσεις τουλάχιστον από μια φορά. Αν περιέχει κάποιες μόνο από τις μεταβάσεις, τότε το δίκτυο είναι μερικά συνεπές. Το ΔΡ είναι επαναληπτικό με βάση την  $m_0$ , αν το δέντρο καλυψιμότητας του έχει ένα προσανατολισμένο κύκλο που περιέχει όλες τις μεταβάσεις απείρως συχνά. Εάν ο κύκλος περιέχει κάποιες μόνο από τις μεταβάσεις, τότε είναι μερικά επαναληπτικό. Αντιστρεπτό είναι ένα ΔΡ με βάση τη  $m_0$ , αν κάθε κόμβος του δέντρου καλυψιμότητας του περιέχεται σε ένα προσανατολισμένο κύκλο που περιέχει τη  $m_0$ .

Το κύριο μειονέκτημα των γράφων προσεγγισιμότητας και καλυψιμότητας είναι η δυσκολία εφαρμογής τους ακόμα και σε σχετικά απλά δίκτυα, αφού απαιτείται η εξαντλητική απαρίθμηση όλων των καταστάσεων του συστήματος, γεγονός που συνεπάγεται αυξημένη πολυπλοκότητα και κίνδυνο λαθών.

### 3.3.7.2 Πίνακας συμβάντων

Θεωρώντας ένα σύννηθες δίκτυο Petri  $n$  θέσεων και  $m$  μεταβάσεων, ο πίνακας συμβάντων του  $W$  είναι ένας  $n \times m$  πίνακας ακεραίων αριθμών, που ορίζεται από την σχέση:  $W = [w_{ij}]$ , όπου  $w_{ij} = w_{ij}^+ - w_{ij}^-$ . Το  $w_{ij}^+$  δηλώνει το βάρος του τόξου που ενώνει την  $t_j$  με τη θέση εξόδου της  $p_i$ , ενώ το  $w_{ij}^-$  το βάρος του τόξου που φτάνει στην  $t_j$  από τη θέση εισόδου  $p_i$ . Ο αριθμός  $w_{ij}$  στον πίνακα συμβάντων αντιπροσωπεύει τη θετική ή αρνητική μεταβολή του αριθμού τελειών στο  $p_i$  εξαιτίας της ενεργοποίησης της  $t_j$ . Στον πίνακα συμβάντων κάθε γραμμή συνδέεται με μια θέση και κάθε στήλη με μια μετάβαση. Η στήλη

$j$  αντιστοιχεί στην αλλαγή κατάστασης που προκαλεί η ενεργοποίηση της  $t_j$ . Ο πίνακας συμβάντων είναι ανεξάρτητος της σήμανσης, αφού η αλλαγή κατάστασης που αντιπροσωπεύει αναφέρεται σε δομικές σχέσεις των θέσεων.

Έστω δίκτυο Petri η τρέχουσα σήμανση του οποίου είναι  $m_k$ . Η επόμενη σήμανση του που προκύπτει από την ενεργοποίηση της μετάβασης  $t_j$  δίνεται από την εξίσωση:

$$m_{k+1} = m_k + W^T u_k \quad (3.9)$$

Το  $u_k$  είναι  $(m \times 1)$  διάνυσμα που αποτελείται από  $m-1$  μηδενικά και μια μοναδιαία είσοδο στη θέση  $j$  που αντιστοιχεί στην  $t_j$ . Στην περίπτωση που το ΔΡ ξεκινώντας από τη  $m_0$  μετά από την ενεργοποίηση διαφόρων μεταβάσεων προσεγγίζει μια τελική σήμανση  $m_f$ , η αντίστοιχη εξίσωση που περιγράφει αυτή την αλλαγή κατάστασης είναι η:

$$m_f = m_0 + W^T u \quad (3.10)$$

Σε αυτή το  $u$  ονομάζεται διάνυσμα μέτρησης ενεργοποίησης κι αποτελεί την άθροιση των επιμέρους  $u_i$  για  $i = 0, 1, \dots, f-1$ . Δηλαδή, το  $i$ -οστό στοιχείο του  $u$  είναι ένας μη αρνητικός ακέραιος που δηλώνει τον αριθμό φορών που πρέπει να ενεργοποιηθεί η μετάβαση  $t_i$  για να αλλάξει η κατάσταση του δικτύου από  $m_0$  σε  $m_f$ . Στην εξίσωση αυτή σημασία έχει ο αριθμός των φορών που μια μετάβαση ενεργοποιείται κι όχι η σειρά ενεργοποίησης των μεταβάσεων.

Το βασικό πρόβλημα του πίνακα συμβάντων είναι η αδυναμία του να αναπαραστήσει κύκλους (self-loops). Οι κύκλοι αναφέρονται στο φαινόμενο κατά το οποίο μια θέση είναι ταυτόχρονα θέση εισόδου και θέση εξόδου σε μια μετάβαση. Στην περίπτωση αυτή, το στοιχείο του πίνακα συμβάντων που αντιστοιχεί σε αυτό το ζεύγος κόμβων είναι ίσο με 0. Αυτό το πρόβλημα μοντελοποίησης μπορεί να ξεπεραστεί με προσθήκη ενός πλασματικού ζεύγους θέσης μετάβασης, η διάρκεια της οποίας είναι μηδενική.

Οι παραπάνω εξισώσεις διέπουν την δυναμική συμπεριφορά συστημάτων μοντελοποιημένων με ΔΡ. Η επίλυση της εξίσωσης κατάστασης για προσέγγιση της  $m_f$  από τη  $m_0$  μπορεί να δώσει ως αποτέλεσμα διάνυσμα  $u$  που να αποτελείται από μη αρνητικούς ακραίους αλλά να μην είναι δυνατή η πραγματοποίηση του στο ΔΡ. Αυτό συμβαίνει γιατί δεν υπάρχει δυνατή ακολουθία ενεργοποίησης μεταβάσεων που αντιστοιχεί στο  $u$ . Δηλαδή, η λύση της εξίσωσης είναι ικανή αλλά όχι αναγκαία συνθήκη για να εξετασθεί αν μπορεί να προσεγγιστεί μια επιθυμητή σήμανση.

### 3.3.7.3 P- και T- αναλλοίωτα

Δεδομένου ενός ΔΡ, ορίζεται ένα σύνολο από αναλλοίωτα θέσης ή P-αναλλοίωτα (P-invariants) κι ένα σύνολο από αναλλοίωτα μετάβασης ή T-αναλλοίωτα. P-αναλλοίωτο είναι ένα  $(n \times 1)$  μη αρνητικό ακέραιο διάνυσμα  $X$  που προκύπτει ως λύση της εξίσωσης

$$X^T W = 0 \quad (3.11)$$

το οποίο επιπλέον ικανοποιεί τη σχέση (λόγω της 3.9)

$$X^T m_j = X^T m_0, m_j \in R(m_0) \quad (3.12)$$

Η (3.12) εκφράζει διατήρηση του συνολικού αριθμού τελειών σε ένα σύνολο θέσεων για οποιαδήποτε προσεγγίσιμη σήμανση, χωρίς να είναι αναγκαία η απαρίθμηση του  $R(m_0)$ . Ο αριθμός αυτός καθορίζεται από την  $m_0$ .

Ένα T-αναλλοίωτο είναι ένα  $(m \times 1)$  μη αρνητικό ακέραιο διάνυσμα  $Y$  που προκύπτει από την επίλυση της:

$$WY = 0 \quad (3.13)$$

Συνδυάζοντας την εξίσωση αυτή με τη σχέση που δίνει μια προσεγγίσιμη σήμανση  $m_j$  συναρτήσει της  $m_0$ , προκύπτει  $m_j = m_0$  με  $Y = u$ . Δηλαδή, αν το διάνυσμα ενεργοποίησης μεταβάσεων συμπίπτει με ένα T-αναλλοίωτο, η σήμανση είναι ίδια με την αρχική. Το T-αναλλοίωτο αντιπροσωπεύει μια ακολουθία από μεταβάσεις η ενεργοποίηση των οποίων επαναφέρει το δίκτυο στην αρχική του σήμανση, δηλαδή μια κυκλική επαναληπτική ακολουθία αλλαγών σήμανσης.

Τα P- και T- αναλλοίωτα αποτελούν μια γραμμική αλγεβρική τεχνική ανάλυσης ΔP, που χρησιμοποιούνται για τον εντοπισμό μιας σειράς δομικών ιδιοτήτων του. Συγκεκριμένα, τα P-αναλλοίωτα μπορούν να χρησιμοποιηθούν για έλεγχο της δομικής k-περιοριστικότητας και ασφάλειας και της συντηρητικότητας ενός ΔP, ενώ τα T-αναλλοίωτα για έλεγχο της ανιστρεπτότητας της επαναληπτικότητας και της συνέπειας του δικτύου. Επιπλέον, τα αναλλοίωτα έχουν χρησιμοποιηθεί σε μεγάλο βαθμό για τον εποπτικό έλεγχο συστημάτων διακριτών γεγονότων [14], [80].

### 3.4 Επεκτάσεις δικτύων Petri

Στην παράγραφο αυτή παρουσιάζονται οι επεκτάσεις ΔP που χρησιμοποιούνται στην παρούσα διατριβή για τη μοντελοποίηση και μελέτη συστημάτων παραγωγής διαφόρων κατηγοριών. Συγκεκριμένα, ορίζονται και παρουσιάζονται οι ιδιότητες και τα χαρακτηριστικά των χρονικών, συνεχών κι υβριδικών ΔP καθώς κι οι επεκτάσεις τόξων που μπορούν να χρησιμοποιηθούν σε συνδυασμό με το αρχικό μοντέλο ή τις επεκτάσεις του. Υπάρχουν κι άλλοι τύποι επεκτάσεων που δεν παρουσιάζονται αφού δεν εντάσσονται στους σκοπούς της διατριβής αυτής. Μια επισκόπηση των διαφορετικών τύπων κι επεκτάσεων ΔP, των χαρακτηριστικών τους, των ιδιοτήτων τους και των εφαρμογών τους κυρίως σε προβλήματα μοντελοποίησης παρουσιάζεται στο [109].

#### 3.4.1 Χρονικά ΔP

Τα χρονικά ΔP χρησιμοποιούνται για την ποσοτική ανάλυση αποδοτικότητας και τον έλεγχο αξιοπιστίας συστημάτων στο πέρασμα του χρόνου. Παρουσίαση των κύριων εννοιών σχετικών με χρονικά ΔP γίνεται στις εργασίες [115], [116]. Στην [117] γίνεται

ανασκόπηση των διαφορετικών θεωρήσεων εισαγωγής χρόνου σε ΔΡ, δίνοντας έμφαση στον τρόπο που οι μεταβάσεις τίθενται σε ετοιμότητα και ενεργοποιούνται σε κάθε περίπτωση.

Στα χρονικά ΔΡ εισάγεται στη λειτουργία του δικτύου η έννοια του χρόνου, την οποία είχε εσκεμμένα παραλείψει ο Petri [93], αφού θεωρούσε ανεπιθύμητες κάποιες συνέπειες της. Η εισαγωγή της έννοιας του χρόνου γίνεται συνδέοντας χρονικές καθυστερήσεις με τους κόμβους του δικτύου. Οι χρονικές καθυστερήσεις μπορούν να συνδέονται και με τους δύο τύπους κόμβων, όμως για λόγους ευκολίας ανάλυσης προτιμάται όλες οι καθυστερήσεις να συνδέονται είτε με θέσεις είτε με μεταβάσεις [118]. Στην παρούσα διατριβή χρησιμοποιούνται ΔΡ στα οποία οι χρόνοι έχουν συνδεθεί με τις μεταβάσεις, τα οποία ονομάζονται *t*-χρονικά δίκτυα Petri. Σε αυτά η χρονική καθυστέρηση μεσολαβεί από τη στιγμή που η μετάβαση τίθεται σε ετοιμότητα μέχρι να ενεργοποιηθεί.

Ένα χρονικό δίκτυο Petri ορίζεται αυστηρά από την εξάδα από στοιχεία:  $TPN = \{P, T, I, O, m_0, D\}$ . Τα πέντε πρώτα στοιχεία είναι αυτά που περιγράφηκαν στον αντίστοιχο ορισμό των συνήθων δικτύων Petri και το  $D$  είναι ένα διάνυσμα  $m$  στοιχείων που αναπαριστά τις χρονικές καθυστερήσεις των μεταβάσεων κι είναι συνάρτηση από το σύνολο των μη-αρνητικών πραγματικών αριθμών  $[0, \infty)$ . Οι χρονικές καθυστερήσεις μπορεί να είναι σταθερές (αιτιοκρατικά ΔΡ), να είναι τυχαίες μεταβλητές (π.χ. να ακολουθούν εκθετικές, ομοιόμορφες κτλ. κατανομές οπότε πρόκειται για στοχαστικά ΔΡ) ή ακόμα και να είναι συναρτήσεις των σημάνσεων θέσεων του δικτύου.

Η δραστηριότητα που περιγράφει μια μετάβαση, ολοκληρώνεται με δύο διαδοχικά στοιχειώδη γεγονότα. Ο χρόνος μεταξύ των δύο γεγονότων μπορεί να είναι μηδενικός, οπότε πρόκειται για άμεση μετάβαση ή όχι οπότε η μετάβαση ενεργοποιείται με καθυστέρηση και ονομάζεται χρονική. Για λόγους καλύτερης διάκρισης των όσων ισχύουν, με μαύρο χρώμα (■) συμβολίζονται οι άμεσες μεταβάσεις και με λευκό (□) οι χρονικές μεταβάσεις. Οι τελείες αφαιρούνται από τις θέσεις εισόδου κατά την πραγματοποίηση του πρώτου στοιχειώδους γεγονότος και τοποθετούνται στις θέσεις εξόδου με την πραγματοποίηση του δεύτερου [119], [120]. Για παράδειγμα, η επιδιόρθωση μιας μηχανής ξεκινάει με το γεγονός «έναρξη επιδιόρθωσης» και τελειώνει με την «ολοκλήρωση επιδιόρθωσης».

Οι ιδιότητες και τα εργαλεία ανάλυσης των χρονικών δικτύων Petri είναι τα ίδια με αυτά που παρουσιάστηκαν για τα συνήθη δίκτυα Petri. Παρόλα αυτά, αν επιχειρηθεί η ανάλυση ενός χρονικού ΔΡ μέσω του αντίστοιχου συνήθους, θα οδηγήσει σε λανθασμένα συμπεράσματα εξαιτίας του μη συνυπολογισμού του χρόνου.

### 3.4.2 Επεκτάσεις τόξων ΔΡ

Συχνά, το σύνολο τόξων  $A$  ενός ΔΡ, χωρίζεται σε δύο υποσύνολα, το υποσύνολο των συνήθων τόξων και το υποσύνολο των άλλων τύπων τόξων (επεκτάσεων). Στην

παρούσα εργασία χρησιμοποιούνται οι δύο πλέον δημοφιλείς τύποι επεκτάσεων τόξων, τα τόξα ενεργοποίησης (activator arcs) και τα τόξα παρεμπόδισης (inhibitor arcs) [103], [121] - [123]. Τα κύρια χαρακτηριστικά αυτών των κατηγοριών τόξων είναι πως έχουν κατεύθυνση μόνο από θέσεις προς μεταβάσεις κι όχι αντίστροφα, καθώς επίσης και το ότι δε συμβαίνει ροή τελειών μέσω αυτών, αλλά χρησιμοποιούνται για να θέσουν σε ετοιμότητα ή να εμποδίσουν την ενεργοποίηση μεταβάσεων με βάση την παρουσία τελειών σε συγκεκριμένες θέσεις.

Ένα τόξο ενεργοποίησης βάρους  $w$  με κατεύθυνση από μια θέση  $p_i$  προς μια μετάβαση  $t_j$ , επιτρέπει στην  $t_j$  να τεθεί σε ετοιμότητα και να ενεργοποιηθεί μόνο αν ισχύει:

$$m(p_i) \geq w \quad (3.14)$$

Ένα τόξο παρεμπόδισης βάρους  $w$  με κατεύθυνση από θέση  $p_i$  προς μετάβαση  $t_j$ , επιτρέπει στην  $t_j$  να τεθεί σε ετοιμότητα και να ενεργοποιηθεί, μόνο αν  $m(p_i) < w$ . Για λόγους διάκρισης, τα συνήθη τόξα αναπαρίστανται με απλά βέλη ( $\longrightarrow$ ), τα τόξα ενεργοποίησης έχουν διακεκομμένη γραμμή ( $\cdots\longrightarrow$ ) και τα τόξα παρεμπόδισης αναπαρίστανται ως βέλη με ένα μικρό κύκλο στο τέλος τους ( $\longrightarrow\bigcirc$ ).

Πρέπει να σημειωθεί πως στην περίπτωση που ένα ΔΡ είναι  $k$ -περιορισμένο, τα τόξα ενεργοποίησης και παρεμπόδισης μπορούν να αντικατασταθούν από ισοδύναμες δομές συνήθων ΔΡ [124]. Το κύριο χαρακτηριστικό στην περίπτωση αυτή είναι η αυξημένη πολυπλοκότητα, αφού για την αντικατάσταση ενός τόξου απαιτείται ολόκληρη δομή συνήθους δικτύου Petri. Οι επεκτάσεις τόξων βοηθούν σημαντικά την απόδοση προτεραιοτήτων και την επίλυση συγκρούσεων μεταξύ μεταβάσεων.

### 3.4.3 Συνεχή ΔΡ

Τα συνεχή ΔΡ, τα βασικά σημεία των οποίων παρουσιάζονται στα [41], [125], [126], προκύπτουν από τα αντίστοιχα χρονικά ΔΡ μετατρέποντας τις σημάνσεις τους από ακέραιους σε πραγματικούς αριθμούς. Όταν σε ένα σύστημα πρέπει να μοντελοποιηθούν ροές, είτε πρόκειται για συνεχείς (π.χ. ροές υγρών σε χημικά εργοστάσια) είτε πρόκειται για διακριτές ροές μεγάλης ταχύτητας (π.χ. μηχανές σε συστήματα μαζικής παραγωγής), εμφανίζεται στο μοντέλο με ΔΡ μεγάλος αριθμός τελειών. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα ο αριθμός προσεγγίσιμων σημάνσεων να εκρήγνυται και η ανάλυση, ο καθορισμός των ιδιοτήτων και η προσομοίωση του μοντέλου να είναι δυσχερής. Η κατάσταση επιδεινώνεται, αν ο αριθμός τέτοιων θέσεων στο μοντέλο μεγαλώσει. Η δυσκολία στη διαχείριση ΔΡ με τέτοια χαρακτηριστικά οδήγησε στην περιγραφή συστημάτων διακριτών γεγονότων κατά προσέγγιση με πραγματικούς αριθμούς. Μια από τις τεχνικές που αναπτύχθηκαν στα πλαίσια της προσπάθειας αυτής είναι και τα συνεχή δίκτυα Petri.

Με τον όρο συνεχή δίκτυα Petri εμφανίζονται στη βιβλιογραφία δύο προσεγγίσεις, τα συνεχή ΔΡ σταθερής ταχύτητας (Continuous Constant Speed Petri Nets - CCSPN) και τα

συνεχή ΔΡ μεταβλητής ταχύτητας (Continuous Variable Speed Petri Nets - CVSPN), με διαφορές μόνο στην ταχύτητα ενεργοποίησης των μεταβάσεων κάτω από συγκεκριμένες συνθήκες. Η πρώτη προσέγγιση έχει ουσιαστικά ταυτιστεί με τον όρο συνεχή ΔΡ και χρησιμοποιείται στην παρούσα διατριβή.

Για την περιγραφή ενός συνεχούς ΔΡ χρησιμοποιείται η πεντάδα  $CCSPN = \{P, T, I, O, V\}$ . Τα  $P$  και  $T$ , είναι τα πεπερασμένα σύνολα θέσεων και μεταβάσεων, τα μέλη των οποίων είναι πλέον συνεχή κι όχι διακριτά, ενώ τα  $I, O$  ορίζονται ως  $I: (P \times T) \rightarrow \mathbb{R}^+$  και  $O: (P \times T) \rightarrow \mathbb{R}^+$ , κι είναι οι πίνακες συμβάντων εισόδου και εξόδου. Το  $V$  είναι το διάνυσμα που ορίζει τις μέγιστες ταχύτητες ενεργοποίησης των μεταβάσεων. Η μέγιστη ταχύτητα ενεργοποίησης μιας μετάβασης διαφέρει από τη στιγμιαία ταχύτητα ενεργοποίησης, αφού δεν είναι συνεχώς δυνατή η επίτευξη της μέγιστης ταχύτητας λόγω αλληλεπιδράσεων μεταξύ των τμημάτων του δικτύου. Η στιγμιαία ταχύτητα ενεργοποίησης εξαρτάται από τις τελείες στις θέσεις εισόδου και τις αντίστοιχες ταχύτητες των άλλων μεταβάσεων από τις οποίες δέχεται ή στις οποίες η μετάβαση στέλνει τελείες.

Η πιο βασική διαφορά μεταξύ συνεχών και συνήθων ΔΡ είναι η ερμηνεία της τιμής των τελειών. Στα συνεχή ΔΡ μια τελεία δεν είναι πλέον μια αυτόνομη οντότητα, αλλά μια πραγματική ποσότητα τεμαχίων τελείας. Οι τελείες που προστίθενται ή αφαιρούνται σε μια θέση εισόδου η εξόδου μιας μετάβασης σε χρονικό διάστημα  $dt$  είναι  $v_j w_j dt$ , όπου  $v_j$  είναι η ταχύτητα ενεργοποίησης της μετάβασης  $j$  για αυτό το χρονικό διάστημα και  $w_j$  είναι το βάρος του τόξου που κατευθύνεται από τη θέση στη μετάβαση ή αντίστροφα.

Οι συνεχείς θέσεις αντιπροσωπεύονται γραφικά από διπλούς κύκλους ( $\odot$ ) κι οι μεταβάσεις από διπλές μπάρες ( $\parallel$ ). Ακόμα, οι σημάνσεις των θέσεων στα συνεχή ΔΡ είναι πραγματικοί αριθμοί.

Λόγω της χρήσης πραγματικών αριθμών για την περιγραφή των σημάνσεων ενός συνεχούς ΔΡ, δε μπορεί να κατασκευαστεί ο γράφος προσεγγισιμότητας του, αφού προσεγγίζονται άπειρες καταστάσεις. Για την περιγραφή της συμπεριφοράς ενός συνεχούς ΔΡ δημιουργείται ο γράφος εξέλιξης (evolutions graph), ο οποίος έχει μορφή παρόμοια με ένα ΔΡ, όπου κάθε θέση αντιστοιχεί σε σταθερή κατάσταση ταχυτήτων, ενώ με κάθε μετάβαση συνδέεται μια σήμανση, η πραγματοποίηση της οποίας είναι υπεύθυνη για την αλλαγή της κατάστασης ταχυτήτων. Η τελική θέση του γράφου αντιπροσωπεύει τη μόνιμη κατάσταση ταχυτήτων. Ο γράφος εξέλιξης χρησιμοποιείται για τη μελέτη δομικών ιδιοτήτων του συνεχούς ΔΡ και για τον καθορισμό των P- και T- αναλλοίωτων του.

#### 3.4.4 Υβριδικά δίκτυα Petri

Τα υβριδικά δίκτυα Petri (ΥΔΡ) χρησιμοποιούνται για να περιγράψουν αλληλεπίδραση συνεχών και διακριτών μεταβλητών σε ένα σύστημα, όπως το κλείσιμο μιας βαλβίδας ρύθμισης της ροής στις σωληνώσεις ενός εργοστασίου ή τη βλάβη ενός χημικού αντιδραστήρα συνεχούς εισόδου-συνεχούς εξόδου. Τα υβριδικά ΔΡ, τα οποία



προκύπτουν ως ένας συνδυασμός συνήθων και συνεχών ΔΡ, κληρονομούν όλα τα βασικά χαρακτηριστικά του αρχικού μοντέλου, όπως την ικανότητα να αναπαραστήσουν συμπεριφορές που περιλαμβάνουν παραλληλία, συγχρονισμό, συγκρούσεις και προαπαιτούμενα. Ακόμα, δεν απαιτούν εξαντλητική απαρίθμηση των προσεγγίσιμων καταστάσεων, μπορούν να περιγράψουν με πεπερασμένο τρόπο συστήματα με άπειρους χώρους καταστάσεων κι επιτρέπουν τη μοντελοποίηση με χρήση θεμελιωδών κυττάρων, μειώνοντας την πολυπλοκότητα του συνολικού μοντέλου [20], [127]. Αναλυτικά, οι θεμελιώδεις έννοιες των ΥΔΡ παρουσιάζονται στις [124], [128], [129].

Ένα υβριδικό χρονικό δίκτυο Petri περιγράφεται από την επτάδα  $HTPN = \{P, T, I, O, h, \tau, m_0\}$ . Το σύνολο θέσεων  $P$  χωρίζεται στα υποσύνολα των συνεχών θέσεων  $P_c$  και των διακριτών θέσεων  $P_d$ , για τα οποία ισχύει  $P_c \cup P_d = P$  και  $P_c \cap P_d = \emptyset$ . Το σύνολο των μεταβάσεων  $T$  χωρίζεται στα υποσύνολα των συνεχών  $T_c$  και διακριτών μεταβάσεων  $T_d$ , για τα οποία ισχύει  $T_c \cup T_d = T$  και  $T_c \cap T_d = \emptyset$ . Για τους πίνακες συμβάντων εισόδου κι

εξόδου  $I$  και  $O$ , ισχύουν οι σχέσεις  $I : \begin{cases} P_d \times T \rightarrow N \\ P_c \times T \rightarrow R_0^+ \end{cases}$  και  $O : \begin{cases} P_d \times T \rightarrow N \\ P_c \times T \rightarrow R_0^+ \end{cases}$ . Στην

περίπτωση που μια διακριτή θέση  $p_i$  ενώνεται με συνεχή μετάβαση  $t_j$  με σύνηθες τόξο, απαιτείται η ύπαρξη δεύτερου τόξου μεταξύ των δύο στοιχείων με αντίστροφη φορά σε σχέση με το πρώτο για να εξασφαλιστεί πως ο αριθμός τελειών στη διακριτή θέση παραμένει ακέραιος. Δηλαδή, για  $t_j \in T_c$  και  $p_i \in P_d$ , πρέπει να ισχύει:

$$I(p_i, t_j) = O(p_i, t_j) \quad (3.15)$$

Γενικά οι θέσεις εξόδου και εισόδου μιας διακριτής μετάβασης μπορούν να είναι συνεχείς ή διακριτές χωρίς περιορισμό. Το  $h$  συμβολίζει μια υβριδική συνάρτηση που δηλώνει για κάθε κόμβο του δικτύου είναι συνεχής ή διακριτός,  $h : P \cup T \rightarrow \{D, C\}$ . Το  $\tau : T \rightarrow R^+$  αποδίδει σε κάθε μετάβαση ένα θετικό πραγματικό αριθμό. Στις διακριτές μεταβάσεις ο αριθμός αυτός αντιστοιχεί στη χρονική καθυστέρηση  $d_j$ , ενώ στις συνεχείς εκφράζει τη μέγιστη ταχύτητα ενεργοποίησης της μετάβασης  $V_j = 1/d_j$ . Το  $m_0$  αναφέρεται στην αρχική σήμανση των θέσεων του δικτύου, η οποία είναι θετικός αριθμός ή το 0 για τις διακριτές θέσεις και μη αρνητικός πραγματικός αριθμός για τις συνεχείς θέσεις. Η σήμανση σε συνδυασμό με το διάνυσμα ταχυτήτων ενεργοποίησης μεταβάσεων περιγράφουν πλήρως την δυναμική κατάσταση του δικτύου.

Η ετοιμότητα και ενεργοποίηση διακριτών μεταβάσεων ακολουθεί τον ορισμό των συνήθων ΔΡ, δηλαδή απαιτείται για καθεμιά από τις θέσεις εισόδου της μετάβασης να ισχύει:

$$m(p_i) \geq I(p_i, t_j) \quad (3.16)$$

Για να τεθεί σε ετοιμότητα μια συνεχής μετάβαση  $t_j$ , πρέπει να ισχύουν οι ακόλουθες συνθήκες: αν η θέση εισόδου  $p_i$  είναι διακριτή, πρέπει να ισχύει η (3.16), ενώ αν η  $p_i$  είναι

συνεχής, πρέπει είτε  $m(p_i) \geq 0$ , είτε η  $p_i$  να τροφοδοτείται με τελείες, δηλαδή η σήμανση της να είναι στιγμιαία μηδενική αλλά να τροφοδοτείται με τη διαφορά της ροής εισόδου και ροής εξόδου. Μια συνεχής μετάβαση σε ετοιμότητα είναι ισχυρά ενεργοποιημένη στην περίπτωση που η σήμανση κάθε συνεχούς θέσης εισόδου της  $p_i$  είναι θετική, ενώ σε διαφορετική περίπτωση ονομάζεται ασθενώς ενεργοποιημένη.

Μεταξύ συνεχών και διακριτών μεταβάσεων ορίζονται προτεραιότητες για την επίλυση συγκρούσεων. Αν η σύγκρουση είναι μεταξύ μιας συνεχούς και μιας διακριτής μετάβασης, η διακριτή έχει υψηλότερη προτεραιότητα. Στην περίπτωση σύγκρουσης μεταξύ πολλαπλών συνεχών μεταβάσεων με μια κενή κοινή θέση εισόδου  $p_i$ , οποιαδήποτε λύση κατά την οποία το άθροισμα των στιγμιαίων ταχυτήτων ενεργοποίησης των μεταβάσεων τροφοδοσίας της κοινής θέσης μείον το άθροισμα των στιγμιαίων ταχυτήτων ενεργοποίησης των μεταβάσεων από τις οποίες τροφοδοτείται η θέση αυτή είναι ίσο με 0, είναι αποδεκτή. Αν η κοινή θέση εισόδου είναι διακριτή και περιέχει μια τελεία, κάθε λύση

έτσι ώστε να ισχύει  $\sum_{j=1}^a \frac{V_j}{V_j} \leq 1$  είναι αποδεκτή, όπου με  $v_j$  αναπαρίστανται οι στιγμιαίες

ταχύτητες ενεργοποίησης των συνεχών μεταβάσεων που τροφοδοτούνται από τη διακριτή θέση και με  $V_j$  αναπαρίστανται οι μέγιστες ταχύτητες ενεργοποίησης των μεταβάσεων αυτών.

Η εξίσωση αλλαγής κατάστασης ενός υβριδικού χρονικού ΔΡ είναι:

$$m(t) = m_0 + W(n(t) + \int_{u=0}^t v(u) du) \quad (3.17)$$

όπου  $W$  είναι ο πίνακας συμβάντων, το  $n(t)$  αναπαριστά το πλήθος ενεργοποίησης των διακριτών μεταβάσεων από τον αρχικό χρόνο ως τη χρονική στιγμή  $t$  και το  $v(t)$  αναπαριστά τη στιγμιαία ταχύτητα ενεργοποίησης των συνεχών μεταβάσεων τη χρονική στιγμή  $t$ . Στην παραπάνω εξίσωση είναι εμφανής ο διαχωρισμός στην εξέλιξη της κατάστασης των συνεχών από τα διακριτά στοιχεία του δικτύου.

Οι περισσότερες ιδιότητες των υβριδικών χρονικών ΔΡ είναι οι ίδιες με τις αντίστοιχες των συνήθων ΔΡ. Παρόλα αυτά σε κάποιες περιπτώσεις η παρουσία συνεχών μεταβλητών απαιτεί προσαρμογή για να υιοθετηθούν στη λειτουργία του μοντέλου αυτά τα χαρακτηριστικά. Πρέπει να σημειωθεί πως κάποιοι συγγραφείς έχουν προτείνει τις δικές τους εκδόχες ΔΡ που περιέχουν συνεχείς τελείες (όπως τα ρευστά ή ροϊκά στοχαστικά ΔΡ [130], τα υβριδικά στοχαστικά ΔΡ [47], τα διαφορικά ΔΡ [42], τα υβριδικά δυναμικά δίκτυα [121], τα εκτεταμένα υβριδικά ΔΡ [131], τα υβριδικά ΔΡ με προαπαιτούμενα [83], τα υβριδικά δίκτυα ροής [132], τα υβριδικά ΔΡ υψηλού επιπέδου [133] και τα ιεραρχικά εκτεταμένα υβριδικά ΔΡ [134]) κι οι οποίες διαφοροποιούνται ή επεκτείνουν το βασικό μοντέλο των Alla και David, καθώς και μοντέλα που προκύπτουν συνδυάζοντας κατηγορίες ΔΡ (π.χ. υβριδικά έγχρωμα ΔΡ). Η πιο δημοφιλής κατηγορία ΔΡ με αυτά τα

χαρακτηριστικά είναι τα ρευστά στοχαστικά ΔΡ (Fluid Stochastic PNs), τα οποία δεν παρουσιάζονται αναλυτικά στη διατριβή αφού δε χρησιμοποιούνται για την υλοποίηση μοντέλων συστημάτων. Σύγκριση των δυνατοτήτων μοντελοποίησης και των κύριων χαρακτηριστικών των ρευστών στοχαστικών ΔΡ με τα υβριδικά ΔΡ των Alla και David γίνεται στο [135]. Επιπλέον σε κάποιες εργασίες τα υβριδικά ΔΡ συνδυάζονται με άλλες κατηγορίες ΔΡ και προκύπτουν νέες κατηγορίες ΔΡ με πιο εξελιγμένα χαρακτηριστικά. Ένα τέτοιο παράδειγμα αποτελεί η εργασία [136], όπου τα υβριδικά ΔΡ συνδυάζονται με διερμηνευτικά ΔΡ (Interpreted Petri nets) και προκύπτουν τα υβριδικά διερμηνευτικά ΔΡ (Hybrid Interpreted Petri nets) που λαμβάνουν καλύτερα υπόψη εξωτερικά γεγονότα, είτε αυτά προέρχονται από το περιβάλλον είτε από ενέργειες του συστήματος ελέγχου.

### **3.5 Πλεονεκτήματα χρήσης ΔΡ**

Στην παράγραφο αυτή παρουσιάζονται τα πιο βασικά χαρακτηριστικά των ΔΡ και τα πλεονεκτήματά τους σε σχέση με άλλες μεθόδους μοντελοποίησης και μελέτης συστημάτων, όπως αναφέρονται στη σχετική βιβλιογραφία [110], [114], [137], [138]. Τα στοιχεία αυτά οδήγησαν στην επιλογή του συγκεκριμένου εργαλείου ως εργαλείο υλοποίησης στην παρούσα διατριβή.

Τα ΔΡ αποτελούν ένα καλά ορισμένο γραφικό και μαθηματικό φορμαλισμό μοντελοποίησης, σε αντίθεση με άλλες αντίστοιχες τεχνικές, όπου η μια από τις δύο αυτές ιδιότητες είναι καλά ανεπτυγμένη ενώ η άλλη έχει προστεθεί με λιγότερο συστηματικό τρόπο. Να σημειωθεί πως και τα δύο αυτά χαρακτηριστικά των ΔΡ είναι υψηλής σημασίας, αφού η διαδικασία ανάπτυξης απαιτεί τη χρήση γραφικών αλλά και αλγοριθμικών εργαλείων. Το γραφικό περιβάλλον βοηθάει στην καλύτερη κατανόηση και το μαθηματικό υπόβαθρο στην κατάστρωση εξισώσεων και προσομοίωση των μοντέλων που προκύπτουν. Η προσομοίωση αποτελεί το βασικότερο εργαλείο ανάλυσης αποδοτικότητας των ΔΡ.

Στη μεγάλη απήχηση των ΔΡ στην επιστημονική κοινότητα συντελεί το γεγονός πως μπορούν να αναπαραστήσουν αποτελεσματικά όλα τα βασικά χαρακτηριστικά συστημάτων διακριτών γεγονότων με αλληλεπιδρώντα συστατικά μέρη, δηλαδή την ακολουθία γεγονότων, την παραλληλία, το συγχρονισμό, τον αμοιβαίο αποκλεισμό, την κατανομή κοινών πόρων, την ύπαρξη αλληλεξαρτήσεων διεργασιών, την τυχαιότητα, την εμφάνιση αδιεξόδων και τις συγκρούσεις. Ουσιαστικά, τα δομικά στοιχεία (θέσεις, μεταβάσεις και τρόποι σύνδεσης τους) των ΔΡ περιγράφουν τη στατική δομή ενός συστήματος, ενώ οι τελείες αναπαριστούν κάθε στιγμή τη δυναμική του κατάσταση.

Έχει οριστεί μεγάλος αριθμός επεκτάσεων του αρχικού μοντέλου που βελτιώνουν σε μεγάλο βαθμό τις δυνατότητες αναπαράστασης του. Οι επεκτάσεις αυτές επιτρέπουν μεταξύ άλλων την πληρέστερη ποσοτική ανάλυση συστημάτων (χρονικά ΔΡ), την αναπαράσταση συνεχών ή υβριδικών συστημάτων (συνεχή και υβριδικά ΔΡ), την πιο

συμπυκνωμένη αναπαράσταση συστημάτων μέσω της σύνδεσης θέσεων με διαφορετικούς τύπους τελειών, όπου κάθε τύπος τελείας συνδέεται με διαφορετικές δομές δεδομένων (υψηλού επιπέδου ΔΡ όπως για παράδειγμα τα έγχρωμα ΔΡ), την αναπαράσταση μη βεβαίας γνώσης για την κατάσταση ενός συστήματος (ασαφή ΔΡ), τη δυνατότητα εξωτερικοί ελεγκτές να επηρεάσουν την εξέλιξη της κατάστασης των τελειών στο δίκτυο (ελεγχόμενα ΔΡ), την αναπαράσταση υποθετικού λόγου (ΔΡ με επεκτάσεις τόξων) και ΔΡ στα οποία ένα δίκτυο μπορεί να αποτελέσει τελεία ενός άλλου δικτύου (αντικειμενοστραφή ΔΡ). Επίσης τα ΔΡ είναι ιδιαίτερα κατάλληλα για την ιεραρχική μοντελοποίηση συστημάτων, αφού μια θέση ή μια μετάβαση μπορεί να αντικατασταθεί από ένα υποδίκτυο για να παρέχει πιο λεπτομερή περιγραφή κάποιων συστατικών μερών (για τις ανάγκες αυτές έχει αναπτυχθεί κατηγορία ιεραρχικών επεκτάσεων ΔΡ).

Η μεταβολή της κατάστασης σε ένα ΔΡ ορίζεται από τη ροή των τελειών μέσα σε αυτό. Αυτό σημαίνει πως μια περιορισμένη σε μέγεθος δομή ΔΡ μπορεί να αναπαραστήσει μεγάλο πλήθος διαφορετικών καταστάσεων καθώς κι αλλαγές των αρχικών χαρακτηριστικών του μοντέλου ( $m_0$ ), κάτι που δεν ισχύει για άλλες μεθόδους μοντελοποίησης όπως οι μηχανές πεπερασμένων καταστάσεων και τα αυτόματα που αναπαριστούν ένα σταθερό σύνολο καταστάσεων (κάθε κατάσταση αναπαρίσταται από ένα κόμβο) και πρέπει να τροποποιηθούν συνολικά όταν μεταβάλλονται οι πληροφορίες των αρχικών καταστάσεων. Ακόμα, τα αυτόματα έχουν αποδειχθεί στην πράξη ανεπαρκή για την περιγραφή παράλληλων δραστηριοτήτων, ενώ οι τελείες στα ΔΡ μπορούν σαφώς να αναπαραστήσουν ταυτόχρονα την κατάσταση πολλαπλών συστατικών μερών του συστήματος. Αυτό προκύπτει από το ότι τα αυτόματα αναπαριστούν την κατάσταση του συνολικού συστήματος σε μια χρονική στιγμή, ενώ τα ΔΡ περιγράφουν τις καταστάσεις των συστατικών του μερών ανεξάρτητα. Τα ΔΡ είναι το πιο κατάλληλο εργαλείο μοντελοποίησης για την αναπαράσταση συστημάτων με επαναλαμβανόμενες δομές και ροές και μεγάλους χώρους προσεγγίσιμων καταστάσεων. Η χρήση λεκτικών περιγραφών ή μαθηματικών παραστάσεων στις μηχανές πεπερασμένων καταστάσεων δυσκολεύει την κατανόηση των μοντέλων από μη ειδικούς σε σχέση με την απλή γραφική αναπαράσταση των ΔΡ η οποία κάνει δυνατή την οπτικοποίηση της ροής καταστάσεων σε ένα σύστημα και τον εντοπισμό των εξαρτήσεων μεταξύ των μερών του. Επίσης, η ποσοτική και ποιοτική ανάλυση συστημάτων που μπορεί να γίνει σε συστήματα μοντελοποιημένα με ΔΡ είναι πιο ολοκληρωμένη και μπορεί αν δώσει πιο σημαντικά αποτελέσματα, ενώ η χρήση τους μπορεί να συνδυαστεί με πλήθος άλλων εργαλείων στα πλαίσια μεγάλης ποικιλίας εφαρμογών.

Τα ΔΡ εμφανίζουν σημαντικά πλεονεκτήματα κι έναντι των αλυσίδων Markov. Στα ΔΡ ο αριθμός θέσεων και μεταβάσεων του μοντέλου αυξάνει γραμμικά με την αύξηση της πολυπλοκότητας του υπό μελέτη συστήματος, ενώ στην ίδια περίπτωση ο αριθμός καταστάσεων της αντίστοιχης αλυσίδας Markov αυξάνει εκθετικά. Επίσης, η δυνατότητα χρήσης θεμελιωδών υποσυστημάτων κατά τη σχεδίαση ενός ΔΡ επιτρέπει την εύκολη

τροποποίηση του κι επέκταση του όταν αυτό είναι αναγκαίο προσθέτοντας τις αναγκαίες θέσεις μεταβάσεις και τελείες. Στην περίπτωση των αλυσίδων Markov η παραμικρή τροποποίηση του συστήματος απαιτεί τον εκ νέου ορισμό όλων των καταστάσεων του μοντέλου. Να σημειωθεί πως η αλυσίδα Markov ενός ΔΡ μπορεί να δημιουργηθεί αυτόματα μέσω του γράφου προσεγγισιμότητας του και να χρησιμοποιηθεί για παραπέρα ανάλυση αποδοτικότητας του συστήματος. Στην [139] παρουσιάζεται μια μεθοδολογία για το σκοπό αυτό και δίνεται ένα παράδειγμα ΔΡ αποτελούμενου από 21 θέσεις και 23 μεταβάσεις, η αντίστοιχη αλυσίδα Markov του οποίου αποτελείται από 1820 καταστάσεις.

Επιπλέον πλεονέκτημα των ΔΡ αποτελεί το γεγονός πως έχουν αναπτυχθεί πλήρεις τεχνικές για την ανάλυση ιδιοτήτων (γράφοι προσεγγισιμότητας και καλυψιμότητας, πίνακας συμβάντων και αναλλοίωτα) των μοντέλων που υλοποιούνται. Ακόμα έχει αναπτυχθεί μεγάλη ποικιλία προγραμμάτων σχεδιασμού, προσομοίωσης κι ανάλυσης μοντέλων υλοποιηθέντων με διάφορες κατηγορίες ΔΡ, αρκετά από τα οποία είναι ελεύθερα διαθέσιμα από το διαδίκτυο. Η χρήση ΔΡ σε συνδυασμό με προσεγγίσεις θεμελιωδών υποσυστημάτων, επιτρέπουν την εύκολη τροποποίηση, ανανέωση κι επέκταση κομματιών των μοντέλων που έχουν υλοποιηθεί, χωρίς να απαιτείται αλλαγή ολόκληρου του μοντέλου.

Τα δίκτυα Petri επιτρέπουν ακόμα την υλοποίηση στρατηγικών εποπτικού ελέγχου για την εξάλειψη επικινδύνων καταστάσεων από τη λειτουργία ενός συστήματος. Στη βιβλιογραφία προτείνονται δύο κύριες προσεγγίσεις εποπτικού ελέγχου βασισμένου σε δίκτυα Petri, ο εποπτικός έλεγχος χαρτογράφησης (mapping supervisor), όπου η πολιτική ελέγχου υπολογίζεται από ένα ελεγκτή πραγματικού χρόνου ως συνάρτηση ανατροφοδότησης της σήμανσης του ΔΡ κι ο εποπτικός έλεγχος ενσωματωμένου ελεγκτή (compiled supervisor), όπου η πολιτική ελέγχου αναπαρίσταται στη δομή του δικτύου [140]. Στη διατριβή αυτή ακολουθείται η δεύτερη προσέγγιση, που εμφανίζει σημαντικά πλεονεκτήματα. Στην προσέγγιση αυτή ο υπολογισμός των ενεργειών ελέγχου είναι ταχύτερος αφού δεν απαιτεί ξεχωριστούς υπολογισμούς σε πραγματικό χρόνο κι επιπλέον μπορούν να χρησιμοποιηθούν οι ίδιοι αλγόριθμοι εκτέλεσης τόσο για το μοντέλο του συστήματος όσο και για τον εποπτικό ελεγκτή, γεγονός που οδηγεί σε πιο αξιόπιστα αποτελέσματα. Στην περίπτωση αυτή το ελεγχόμενο μοντέλο ενός συστήματος μπορεί να χτιστεί χρησιμοποιώντας μοντέλα υποσυστημάτων με προκαθορισμένα χαρακτηριστικά.

# 4<sup>ο</sup> Κεφάλαιο

## Βιβλιογραφική Επισκόπηση

Αρχικά, γίνεται ανασκόπηση της χρήσης δικτύων Petri για τη μοντελοποίηση και μελέτη συστημάτων παραγωγής διαφόρων τύπων. Στη συνέχεια, παρουσιάζεται η βιβλιογραφία που σχετίζεται με χρήση συνεχών και υβριδικών ΔΡ σε προβλήματα συστημάτων παραγωγής. Ακολούθως παρουσιάζονται κι οι εργασίες που αναφέρονται στη χρήση ΔΡ για μελέτη της βιομηχανικής ευελιξίας. Τέλος, παρουσιάζεται η βιβλιογραφία που αναφέρεται στη χρήση ΔΡ για την υλοποίηση εποπτικού ελέγχου συστημάτων.

### 4.1 Χρήση ΔΡ σε προβλήματα συστημάτων παραγωγής

Τα Δίκτυα Petri αποτελούν ένα από τα πλέον δημοφιλή εργαλεία μοντελοποίησης και κατ' επέκταση ανάλυσης συμπεριφοράς κι αποδοτικότητας συστημάτων παραγωγής. Στην παράγραφο αυτή παρουσιάζονται τα βασικά θέματα που σχετίζονται με χρήση ΔΡ σε προβλήματα συστημάτων παραγωγής, και γίνεται αναφορά και παραπομπή για πιο αναλυτική παρουσίαση σε μέρος της αντίστοιχης βιβλιογραφία.

Σημαντικός αριθμός αναφορών σχετικών με τη χρήση ΔΡ σε εφαρμογές συστημάτων παραγωγής παρουσιάζεται στην [141]. Συγκεκριμένα, γίνεται γενική επισκόπηση των εφαρμογών των ΔΡ σε βιομηχανικές εφαρμογές γενικότερα (πρωτόκολλα επικοινωνιών, συστήματα παραγωγής, ανάπτυξη λογισμικού, χημικές διεργασίες κτλ.). Από αυτές, ένα σημαντικό κομμάτι αφορά εφαρμογές σε προβλήματα σχετικά με συστήματα παραγωγής.

Στην [104] ο στόχος των συγγραφέων είναι η εισαγωγή του πλαισίου για τη χρήση ΔΡ για τον προκαταρκτικό σχεδιασμό και τη διαχείριση συστημάτων παραγωγής. Στα πλαίσια αυτά προτείνονται μοντέλα με συνήθη ΔΡ κάποιων συνήθων υποσυστημάτων (μηχανές, συστήματα μεταφοράς, χώροι αποθήκευσης, εργαλεία) και γίνεται αναφορά στην ανάλυση και βελτιστοποίηση κυκλικών και μη συστημάτων παραγωγής. Στην [110] δίνεται έμφαση στη χρήση ΔΡ κι επεκτάσεων τους (χρονικά, εκτεταμένα, στοχαστικά, έγχρωμα) για μοντελοποίηση, ανάλυση ιδιοτήτων, αξιολόγηση αποδοτικότητας κι έλεγχο σε πραγματικό χρόνο διαφόρων τύπων συστημάτων παραγωγής (γραμμές παραγωγής, καταστήματα εργασιών, ευέλικτα συστήματα παραγωγής). Επίσης, γίνεται αναφορά σε κάποια πρακτικά προβλήματα για την εφαρμογή ΔΡ σε προβλήματα συστημάτων παραγωγής καθώς και τρόποι υπέρβασης των δυσκολιών αυτών.

Τα πιο δημοφιλή προβλήματα που έχουν σχέση με συστήματα παραγωγής και στα οποία έχουν χρησιμοποιηθεί ΔΡ κι επεκτάσεις / παραλλαγές τους είναι η μοντελοποίηση [142] - [147], η ανάλυση συμπεριφοράς κι ιδιοτήτων [148] - [153], η αξιολόγηση αποδοτικότητας [154] - [157], ο χρονοπρογραμματισμός [158] - [163] κι η προσομοίωση [164] - [167]. Οι εργασίες που αναφέρονται σε χρήση ΔΡ για τον εποπτικό έλεγχο συστημάτων παραγωγής παρουσιάζονται πιο αναλυτικά στη σχετική υποπαράγραφο. Επιπλέον, πρέπει να αναφερθεί πως σε κάποιες εφαρμογές η χρήση ΔΡ έχει συνδυαστεί με άλλα εργαλεία όπως η ασαφής λογική [168], τα νευρωνικά δίκτυα [169], οι γενετικοί αλγόριθμοι [170], εργαλεία γραμμικού προγραμματισμού [171] κι αυτόματα [20].

#### **4.1.1 Υβριδικά ΔΡ και προβλήματα συστημάτων παραγωγής**

Οι σχετικές με συστήματα παραγωγής εφαρμογές Συνεχών και Υβριδικών ΔΡ είναι ακόμα περιορισμένες σε αριθμό. Οι σημαντικότερες από αυτές παρουσιάζονται στη συνέχεια.

Στην [157] γίνεται ανασκόπηση των υβριδικών συστημάτων με έμφαση στον υβριδικό έλεγχο με ΔΡ. Αρχικά αναφέρονται προσεγγίσεις για τη μελέτη υβριδικών συστημάτων, ενώ στη συνέχεια γίνεται αναφορά σε χρήση επεκτάσεων των ΔΡ καθώς και στο συνδυασμό ΔΡ με διαφορικές εξισώσεις σε προβλήματα μοντελοποίησης ανάλυσης και σύνθεσης υβριδικών συστημάτων.

Στην [172] παρουσιάζονται τα Υβριδικά ΔΡ πρώτης τάξης (First Order Hybrid Petri Nets – FOHPNs), μια παραλλαγή των Χρονικών Υβριδικών ΔΡ για τη μελέτη της συμπεριφοράς πρώτης τάξης υβριδικών συστημάτων, στα οποία οι συνεχείς ροές έχουν σταθερούς ρυθμούς και το ρευστό περιεχόμενο των συνεχών θέσεων μεταβάλλεται γραμμικά με το χρόνο. Τα FOHPNs χρησιμοποιούνται για τη μοντελοποίηση υβριδικών συστημάτων, δείχνοντας πως ο έλεγχος του συστήματος μπορεί να ιδωθεί ως πολιτική επίλυσης συγκρούσεων που έχει ως σκοπό τη βελτιστοποίηση δεδομένης αντικειμενικής συνάρτησης (π.χ. ρυθμό παραγωγής, χρήση μηχανών). Αυτό επιτυγχάνεται επιλύοντας ένα πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού κι υπολογίζοντας ένα αποδεκτό διάνυσμα

στιγμιαίων ταχυτήτων ενεργοποίησης των μεταβάσεων του μοντέλου. Τεχνικές ανάλυσης ευαισθησίας χρησιμοποιούνται για τη μελέτη της μεταβολής των βέλτιστων λύσεων του γραμμικού προβλήματος. Η προτεινόμενη μέθοδος εφαρμόζεται σε ευέλικτο σύστημα παραγωγής μοντελοποιημένο με FOHPNs, στο οποίο οι μηχανές αναπαρίστανται ως συνεχείς μεταβάσεις, οι αποθήκες ως συνεχείς θέσεις κι η κατάσταση κάθε μηχανής από ένα ζευγάρι διακριτών θέσεων (μηχανή λειτουργική / σε βλάβη). Στο παράδειγμα αυτό θεωρούνται και πολυ-παραγωγικές μηχανές, χρησιμοποιώντας μια συνεχή μετάβαση για την αναπαράσταση κάθε τύπου εκτελούμενης κατεργασίας.

Στην [173] γίνεται εφαρμογή των FOHPNs για μοντελοποίηση συστημάτων παραγωγής όπου οι αφίξεις και οι αναχωρήσεις κομματιών περιγράφονται από ρευστές προσεγγίσεις. Στην εργασία αυτή παρέχεται της αλγόριθμος προσομοίωσης για τα FOHPNs, ο οποίος ορίζει το διάνυσμα κατάστασης στην αρχή κάθε μακρο-περιόδου της λειτουργίας του δικτύου, δεδομένης της αρχικής του κατάστασης. Χρησιμοποιώντας τα βασικά μοντέλα υποσυστημάτων της [172] (πολυ-παραγωγική μηχανή, μηχανή υποκείμενη σε βλάβη κι αποθήκες) κι ακολουθώντας μια από κάτω της τα πάνω προσέγγιση, κατασκευάζεται το μοντέλο της καταστήματος εργασιών που αποτελείται από τέσσερις μηχανές, ένα σταθμό συναρμολόγησης κι επτά αποθήκες και παράγει δύο τύπους τελικών προϊόντων. Η βέλτιστη πολιτική ελέγχου του συστήματος, η οποία καθορίζει τα διανύσματα στιγμιαίας ταχύτητας ενεργοποίησης μεταβάσεων περιλαμβάνει τη μεγιστοποίηση της συνολικής παραγωγικότητας με ελαχιστοποίηση του αριθμού κομματιών που εισέρχονται σε αυτό. Ο προτεινόμενος αλγόριθμος προσομοίωσης εφαρμόζεται στο σύστημα για μια περίοδο για διάρκεια τεσσάρων μακρο-περιόδων.

Στην εργασία [174] αντικείμενο μελέτης αποτελούν συστήματα παραγωγής με απόθεμα. Τα αποθέματα αποτελούν μια από τις κύριες επενδύσεις για μια βιομηχανική εταιρεία, αφού το 20% περίπου της παραγωγής διατηρείται ως απόθεμα, ενώ έχει ετήσιο κόστος περίπου το 25% της τιμής. Τα FOHPNs χρησιμοποιούνται για τη μοντελοποίηση συστημάτων αναπαραγγελίας σταθερής ποσότητας (fixed order quantity systems) και για συστήματα περιοδικής αναθεώρησης (periodic review) σταθερής ζήτησης. Αντικείμενο της εργασίας αποτελεί ο τρόπος που τα κόστη που σχετίζονται με τις διαφορετικές πολιτικές διαχείρισης (επιτρεπόμενα αρνητικά αποθέματα ή όχι, πεπερασμένοι ρυθμοί αναπλήρωσης) μπορούν να αξιολογηθούν χρησιμοποιώντας FOHPNs. Για το σκοπό αυτό μελετάται πολύπλοκο σύστημα που αποτελεί σύνθεση από υποσυστήματα περισσοτέρων του ενός τύπων, από αυτά που αναφέρθηκαν παραπάνω.

Στην [175] χρησιμοποιούνται υβριδικά ΔΡ για μοντελοποίηση και προσομοίωση βιομηχανικών συστημάτων ημιαγωγών μεγάλης κλίμακας. Αντικείμενο μελέτης αποτελεί ένα σύστημα συναρμολόγησης ηλεκτρονικών εξαρτημάτων της Motorola, που χαρακτηρίζεται από μοναδική δρομολόγηση κομματιών και υψηλό ρυθμό παραγωγής. Η συμπεριφορά των περισσοτέρων μηχανών περιγράφεται από αντίστοιχα γεγονότα, όποτε



για την αναπαράσταση της χρησιμοποιείται ένα κοινό γενικευμένο μοντέλο, τα λειτουργικά στοιχεία του οποίου προσαρμόζονται στα χαρακτηριστικά κάθε μηχανής. Εξαιρείται ο φούρνος και το βαφείο, τα μοντέλα των οποίων έχουν σημαντικά διαφορετικά χαρακτηριστικά. Οι μηχανές θεωρούνται πάντα αξιόπιστες και μπορούν να βρεθούν σε δύο καταστάσεις, επιφορτισμένες με εργασία ή μη. Το σύστημα μοντελοποιείται με ΥΔΡ και προσομοιώνεται χρησιμοποιώντας το λογισμικό SIRPHYCO. Από την προσομοίωση υπολογίζονται οι μέσες στάθμες αποθηκών κι οι μέσοι ρυθμοί παραγωγής των μηχανών για δεδομένες αρχικές τιμές, σε σημαντικά μικρότερο χρόνο από την προσομοίωση του αντίστοιχου μοντέλου θεωρώντας το σύστημα διακριτό, της αναφέρουν οι συγγραφείς.

Στην [20] η χρήση ΥΔΡ συνδυάζεται με υβριδικά αυτόματα. Αφού κατασκευαστεί το μοντέλο του συστήματος, κατασκευάζεται το υβριδικό αυτόματο που περιγράφει τη συμπεριφορά του χρησιμοποιώντας ένα αλγόριθμο που εισάγεται. Το υβριδικό αυτόματο χρησιμοποιείται για την ποσοτική ανάλυση της συστήματος, ως εναλλακτική του γράφου εξέλιξης, ενώ η κατασκευή του είναι αντίστοιχης πολυπλοκότητας. Η προτεινόμενη μεθοδολογία μπορεί να εφαρμοστεί μόνο σε συστήματα τα μοντέλα των οποίων χαρακτηρίζονται από περιοδική λειτουργία, δηλαδή από κυκλικές ακολουθίες γεγονότων. Η μέθοδος εφαρμόζεται για την αξιολόγηση αποδοτικότητας (υπολογισμοί μέσω σταθμών αποθηκών, διαθεσιμοτήτων μηχανών και μέσοι αριθμοί βλαβών ανά κύκλο παραγωγής) μιας απλοποιημένης εκδοχής του συστήματος παραγωγής που χρησιμοποιήθηκε στην [174] κι η ορθότητα της επιβεβαιώνεται με προσομοιώσεις.

Στην εργασία [176] μελετώνται γεωγραφικά κατανεμημένα συστήματα παραγωγής σε δίκτυο που συνεργάζονται για την κατασκευή της τελικού προϊόντος χρησιμοποιώντας υβριδικά ΔΡ. Εξαιτίας της γεωγραφικά αποκεντρωμένης φύσης των συστημάτων, κάποια από τα γεγονότα που συμβαίνουν, όπως οι παραγγελίες και παραδόσεις κομματιών από ένα επιμέρους σύστημα σε ένα άλλο είναι ιδιαίτερα πολύπλοκα. Με βάση το μοντέλο, κατασκευάζεται η αρχιτεκτονική του συστήματος ελέγχου που στηρίζεται σε κινητούς πράκτορες (mobile agents), η οποία έχει ως αντικείμενα την κατασκευή και το συντονισμό των συστημάτων για την εκτέλεση του πλάνου παραγωγής, την επίλυση συγκρούσεων μεταξύ των επιμέρους συστημάτων και την αναδιαμόρφωση του συνολικού συστήματος παραγωγής σε βίαιες διακυμάνσεις και ξαφνικές αλλαγές.

Στην [177] χρησιμοποιούνται υβριδικά ΔΡ για τη μοντελοποίηση και προσομοίωση αυτοματοποιημένων συστημάτων παραγωγής. Συγκεκριμένα, θεωρείται μια ανοικτή γραμμή παραγωγής στην οποία εκτελούνται τρεις τύποι εργασιών στα της επεξεργασία κομμάτια κι οι μηχανές παθαίνουν βλάβες. Υλοποιείται το μοντέλο της με υβριδικά ΔΡ, στο οποίο η κατάσταση των μηχανών θεωρείται διακριτή και η παραγωγική διαδικασία συνεχής. Για το σύστημα αυτό αναπτύσσεται το δέντρο προσεγγισιμότητας για δεδομένη  $m_0$  και το μοντέλο προσομοιώνεται για τον υπολογισμό ποσοτήτων και τον έλεγχο ζωτικότητας του.

Στην [121] προτείνεται μια τροποποίηση των υβριδικών ΔΡ, τα υβριδικά δυναμικά δίκτυα (Hybrid Dynamic Nets) στα οποία οι ταχύτητες ενεργοποίησης μεταβάσεων μπορούν να είναι συναρτήσεις των σημάνσεων των συνεχών θέσεων του δικτύου. Αυτά συνδυάζονται με μια αντικειμενοστραφή θεώρηση και χρησιμοποιούνται για τη μοντελοποίηση ενός συστήματος παραγωγής που αποτελείται από τρία βασικά υποσυστήματα, ένα ρομπότ, ένα μεταφορέα και μια συσκευή σύγκρισης θέσης του κομματιού και του ρομπότ. Στη συνέχεια υλοποιούνται τα μοντέλα τριών επιπέδων των υποσυστημάτων και συνδυάζονται για σχηματίσουν το συνολικό μοντέλο του συστήματος, το οποίο στη συνέχεια προσομοιώνεται.

Στις εργασίες [178], [179] χρησιμοποιούνται συνεχή ΔΡ με μεταβαλλόμενες ταχύτητες ενεργοποίησης μεταβάσεων για τη μελέτη κλειστών γραμμών παραγωγής (σταθμών παραγωγής σε σειρά με σταθερό αριθμό κομματιών στο σύστημα). Η μοντελοποίηση των συστημάτων είναι η απλούστερη δυνατή, αφού οι αποθήκες αναπαρίστανται ως θέσεις κι οι μηχανές ως μεταβάσεις με συγκεκριμένη ταχύτητα ενεργοποίησης, ενώ θεωρείται πως δε συμβαίνουν βλάβες στο σύστημα. Στην [178] η ισχύς των συνεχών ΔΡ επιβεβαιώνεται με σύγκριση τους με το μοντέλο αναφοράς, δηλαδή τα χρονικά ΔΡ. Στη συνέχεια, μελετώνται διάφορα χαρακτηριστικά της δυναμικής συμπεριφοράς των υλοποιηθέντων μοντέλων που συνδέονται με το σταθμό εργασίας με τη μικρότερη ταχύτητα. Στην [179] τα μοντέλα αυτά χρησιμοποιούνται για μελέτη της μεταβατικής συμπεριφοράς γραμμών παραγωγής. Με βάση τα δεδομένα μεγέθη, υπολογίζονται οι ταχύτητες ενεργοποίησης μεταβάσεων κι οι ρυθμοί μεταβολής των σημάνσεων, χωρίζοντας την εκτέλεση του δικτύου σε μεταβατικές φάσεις κατά τις οποίες οι παραπάνω ποσότητες παραμένουν σταθερές.

Στην [125] χρησιμοποιούνται κάποια μοντέλα απλών συστημάτων παραγωγής (π.χ. παραγωγική μηχανή, γραμμή παραγωγής) υλοποιημένα με συνεχή κι υβριδικά ΔΡ ως παραδείγματα για να εισαχθούν θεμελιώδεις έννοιες και ιδιότητες των δύο αυτών κατηγοριών ΔΡ. Σκοπός της εργασίας της είναι η παρουσίαση της σχετικής θεωρίας κι όχι η σε βάθος μελέτη συστημάτων παραγωγής με ΔΡ.

Στην [180] χρησιμοποιείται μια επέκταση των συνεχών ΔΡ, τα ελεγχόμενα ΔΡ, για τον έλεγχο ανοικτών γραμμών παραγωγής. Προτείνεται ένας αλγόριθμος που υπολογίζει τις μέγιστες ταχύτητες ενεργοποίησης των μεταβάσεων που θα επιτρέψουν στη σταθερή κατάσταση του συστήματος οι στάθμες των διαφόρων αποθεμάτων να λάβουν επιθυμητές τιμές.

Στην [181] χρησιμοποιούνται συνεχή ΔΡ με μεταβλητές ταχύτητες για τη μοντελοποίηση μεγάλων σειριακών συστημάτων συναρμολόγησης στα οποία η τελευταία μηχανή έχει μια είσοδο και μια έξοδο. Οι μέσες συχνότητες παραγωγής των μηχανών ρυθμίζονται με βάση το περιεχόμενο των αποθηκών που προηγούνται κι έπονται, ώστε να επιτευχθούν οι επιθυμητοί αριθμοί κομματιών της αποθήκης εξόδου. Για το σκοπό αυτό προτείνονται

τρεις εναλλακτικές πολιτικές ελέγχου της ταχύτητας ενεργοποίησης μεταβάσεων, μια άμεση (bang-bang), μια αναλογική (proportional) και μια συνδυαστική. Οι πολιτικές ελέγχου εφαρμόζονται σε ένα σύστημα αποτελούμενο από τρεις μηχανές και τέσσερις αποθήκες. Για καθεμιά από αυτές, παρουσιάζεται η μεταβολή των σημάτων και των ταχυτήτων των αντίστοιχων στοιχείων του συστήματος. Στην [182] χρησιμοποιούνται συνεχή ΔΡ για τη μοντελοποίηση συστημάτων παραγωγής οι συχνότητες παραγωγής των οποίων εκτιμώνται μέσα από τη μέτρηση του περιεχομένου των αποθηκών για μια περίοδο δειγματοληψίας και τις εξισώσεις εξέλιξης. Αυτό είναι αναγκαίο σε περιπτώσεις που οι συχνότητες αυτές δεν είναι άμεσα μετρήσιμες. Η μέθοδος εφαρμόζεται στο μοντέλο του εργοστάσιου αυτοκινήτων χρησιμοποιώντας τα μοντέλα με συνεχή ΔΡ της [183]. Τα αποτελέσματα εξαρτώνται από λάθη μετρήσεων, τη δομή του ΔΡ και τη διάρκεια της περιόδου δειγματοληψίας.

#### **4.1.2 ΔΡ και μελέτη βιομηχανικής ευελιξίας**

Η χρήση των ΔΡ και των επεκτάσεων τους σε εφαρμογές σχετικές με την βιομηχανική ευελιξία είναι ακόμα σχετικά περιορισμένες σε αριθμό. Μια ανασκόπηση εφαρμογών ΔΡ σε προβλήματα μελέτης ευέλικτων συστημάτων παραγωγής μέχρι τη δεκαετία του 1980 παρουσιάζεται στην [183]. Οι εφαρμογές έχουν χωριστεί σε κατηγορίες με βάση το υπό μελέτη πρόβλημα κάθε φορά. Βασικό αντικείμενο συζήτησης αποτελούν δύο περιοχές, ο σχεδιασμός προσομοιωτών για ευέλικτα συστήματα παραγωγής κι η επαλήθευση της λογικής ελέγχου μέσω της έρευνας για αδιέξοδα στη λειτουργία των μοντέλων.

Στην εργασία [184] παρουσιάζονται οι έννοιες των ευέλικτων συστημάτων παραγωγής και της βιομηχανικής ευελιξίας κι ορίζονται οι τύποι και κάποια μέτρα ευελιξίας. Αντικείμενο της εργασίας είναι η χρήση μιας μεθοδολογίας βασισμένης σε ΔΡ για τη μοντελοποίηση ευελιξίας και το πώς διάφορες διαταραχές επηρεάζουν την απόδοση του συστήματος. Για την κατασκευή του μοντέλου χρησιμοποιούνται δύο βασικά υποσυστήματα, της μηχανής και του εξοπλισμού διαχείρισης υλικών, ενώ ιδιαίτερη αναφορά γίνεται στη σημασία της λειτουργικής ευελιξίας (operational flexibility).

Στην [185] χρονικά ΔΡ χρησιμοποιούνται για τη μοντελοποίηση ευέλικτων συστημάτων παραγωγής, στα οποία οι μηχανές είναι μη αφιερωμένες, κι εναλλακτικές μηχανές μπορούν να χρησιμοποιηθούν για εκτέλεση εργασιών. Μετά τη δημιουργία του μοντέλου, χρησιμοποιείται ευρετικός αλγόριθμος που με βάση τη θεωρούμενη αντικειμενική συνάρτηση και της  $m_o$ ,  $m_f$  κάνει μερική αναζήτηση στο γράφο προσεγγισιμότητας για να βρει τη βέλτιστη ή σχεδόν βέλτιστη λύση που επιτρέπει το χρονοπρογραμματισμό του συστήματος σε λογικό χρόνο. Το πρόγραμμα που παράγεται είναι απαλλαγμένο από αδιέξοδα, ενώ η μέθοδος μπορεί να χειριστεί χαρακτηριστικά της ευελιξία δρομολόγησης, κοινούς πόρους, μεγέθη παρτίδων, προαπαιτούμενα και συγχρονισμό.

Στην [186] χρησιμοποιούνται χρονικά ΔΡ για την αναπαράσταση ευέλικτων συστημάτων παραγωγής με ευελιξία δρομολόγησης. Για τα συστήματα αυτά αναπτύσσεται μια μέθοδος αποφάσεων σε πραγματικό χρόνο για την επίλυση των συγκρούσεων κατά το χρονοπρογραμματισμό του συστήματος. Η προτεινόμενη μέθοδος χρησιμοποιεί μερική ανάπτυξη δέντρου αποφάσεων για την αναζήτηση λύσεων. Για την αξιολόγηση της εφαρμόστηκε σε ένα σύστημα αποτελούμενο από τρεις μηχανές που κατασκευάζει τέσσερις τύπους προϊόντων και από τις προσομοιώσεις προέκυψαν θετικά αποτελέσματα συγκρινόμενα με κανόνες απλής προτεραιότητας (π.χ. FIFO, LIFO).

Στην [187] προτείνεται μια μεθοδολογία βασισμένη σε υποσυστήματα για την κατασκευή των μοντέλων με ΔΡ ευέλικτων συστημάτων παραγωγής. Οι αλληλεπιδράσεις μεταξύ των υποσυστημάτων μοντελοποιούνται ως κοινές μεταβάσεις ή ως κοινά υποδίκτυα μεταβάσεων. Για την κατασκευή των μοντέλων πολύπλοκων συστημάτων ορίζεται αλγόριθμος σύνθεσης των υποσυστημάτων, που εξασφαλίζει τη συντηρητικότητα και την κ-περιοριστικότητα του συνολικού μοντέλου, κι ένας αλγόριθμος ελέγχου ζωτικότητας. Η μέθοδος εφαρμόζεται σε ευέλικτο σύστημα παραγωγής μεσαίου μεγέθους, που αποτελείται από δύο αποθήκες εισόδου, δύο αποθήκες εξόδου, τρεις μη αφιερωμένες μηχανές, πέντε τύπους εργαλείων και μια γενική αποθήκη και κατασκευάζει δύο τύπους τελικών προϊόντων. Η δομή του συνολικού ΔΡ απλοποιείται με μείωση και στη συνέχεια υπολογίζεται ένα σύνολο από σημάνσεις που εξασφαλίζουν τη ζωτικότητα του.

Στην [188] χρησιμοποιούνται ΔΡ και κατευθυνόμενοι γράφοι για την αναπαράσταση ευέλικτων συστημάτων παραγωγής. Σκοπός της εργασίας είναι η ανάδειξη της αντιστοιχίας μεταξύ ΔΡ και κατευθυνόμενων γράφων στην εμφάνιση αδιεξόδων. Η χρήση των δύο μεθόδων σε συνδυασμό είναι επωφελής, αφού τα ΔΡ είναι πιο συστηματικό κι ολοκληρωμένο μοντέλο για μοντελοποίηση, ανάλυση προσομοίωση κι έλεγχο ευέλικτων συστημάτων παραγωγής, ενώ οι κατευθυνόμενοι γράφοι είναι πιο συνοπτική μέθοδος που αναδεικνύει της αλληλεπιδράσεις μεταξύ μερών του συστήματος. Επιπλέον σκοπός της εργασίας είναι ναδειχθεί πως πολιτικές αποφυγής αδιεξόδων που λαμβάνονται από κατευθυνόμενους γράφους μπορούν να υλοποιηθούν με ελεγχόμενα ΔΡ.

Αντικείμενο μελέτης της [189] αποτελούν ευέλικτα συστήματα παραγωγής, όπου οι μηχανές επεξεργάζονται διαφορετικούς τύπους κομματιών των οποίων οι δρομολογήσεις επίσης διαφέρουν. Για την κατηγορία αυτή συστημάτων οι συγγραφείς αποδεικνύουν πως η ύπαρξη κυκλικής αναμονής (κατάσταση κατά την οποία υπάρχει κυκλική αλυσίδα εργασιών που καθεμία χρησιμοποιεί κάποιο πόρο που απαιτείται από την επόμενη εργασία της αλυσίδας για να αλλάξει κατάσταση) είναι ικανή κι αναγκαία συνθήκη για την εμφάνιση αδιεξόδου. Ο λόγος για τον οποίο αυτό συμβαίνει είναι οι αλληλεπιδράσεις των διαδικασιών εξαιτίας των κοινών πόρων στο σύστημα. Στην εργασία αυτή χρησιμοποιείται μια παραλλαγή των συνήθων ΔΡ (γραμμικό απλό ακολουθιακό σύστημα επεξεργασίας με πόρους) για να μελετηθεί αν υπάρχει σήμανση κι ακολουθία ενεργοποίησης

μεταβάσεων για την οποία το σύστημα οδηγείται σε αδιέξοδο. Αναζητούνται δηλαδή σιφώνια στο ΔΡ, τα οποία για τις συγκεκριμένες σημάνσεις οδηγούν σε αδιέξοδα.

Στην [190] περιγράφεται μια γενική προσέγγιση για τη μοντελοποίηση και μελέτη ευέλικτων συστημάτων παραγωγής, που στηρίζεται σε θεμελιώδη υποσυστήματα. Αρχικά γίνεται αποσύνθεση του συστήματος σε συστατικά μέρη και με χρήση μιας βιβλιοθήκης που περιέχει τα μοντέλα με ΔΡ των διαφόρων τύπων υποσυστημάτων (μηχανή, χώρος αποθήκευσης, συστήματα μεταφοράς), λαμβάνονται τα κατάλληλα με τους περιορισμούς που τα συνοδεύουν. Αυτά ολοκληρώνονται για να δώσουν τα μοντέλα πολύπλοκων συστημάτων, όπως το μοντέλο του ευέλικτου συστήματος παραγωγής που αποτελείται από τρεις μηχανές, τέσσερα ρομπότ, δύο αποθήκες, δύο παροχές κομματιών προς επεξεργασία και δύο AGV και κατασκευάζει δύο τύπους τελικών προϊόντων. Τα P-αναλλοίωτα του μοντέλου χρησιμοποιούνται για την κατασκευή ενός απλοποιημένου μοντέλου του συστήματος που είναι κατάλληλο για τη μελέτη της διαθεσιμότητας των κοινών πόρων του συστήματος.

Στην εργασία [191] παρουσιάζεται μια υβριδική μεθοδολογία που συνδυάζει από κάτω προς τα πάνω ανάπτυξη και από πάνω προς τα κάτω σύνθεση για το σχεδιασμό και την υλοποίηση του μοντέλου με ΔΡ ενός ευέλικτου συστήματος παραγωγής. Το μοντέλο που προκύπτει έχει μια σειρά από επιθυμητές ιδιότητες (ζωτικότητα, περιοριστικότητα και αντιστρεπτικότητα) ενώ δίνεται ιδιαίτερη προσοχή σε θέματα μοντελοποίησης κοινών πόρων στο σύστημα. Για τον έλεγχο του συστήματος χρησιμοποιείται μια υπολογιστική δομή αποτελούμενη από ένα Η/Υ σε ανώτατο επίπεδο που συντονίζει τις δραστηριότητες άλλων Η/Υ που κατανέμονται σε κατώτερα επίπεδα και των υπολοίπων πόρων του συστήματος ενώ καθορίζει και την έναρξη δραστηριοτήτων στο σύστημα. Για την υλοποίηση της μεθόδου χρησιμοποιείται μια περιγραφική γλώσσα ΔΡ για την μετατροπή της γραφικής του αναπαράστασης σε περιγραφή κειμένου .

## **4.2 Εποπτικός έλεγχος με ΔΡ**

Το πρώτο πρόβλημα που τέθηκε στην προσπάθεια εποπτικού ελέγχου συστημάτων είναι η διατύπωση αναγκαίων και ικανών συνθηκών ύπαρξης εποπτικού ελεγκτή που επιβάλλει ζωτικότητα σε ένα ΔΡ. Οι συνθήκες ύπαρξης πολιτικής εποπτικού ελέγχου αναφέρονται στη δομή του μοντέλου με ΔΡ του συστήματος, στην αρχική του σήμανση και στο σύνολο των μεταβάσεων του που είναι μη ελεγχόμενες. Στην [192] παρουσιάζεται μια ικανή κι αναγκαία συνθήκη ύπαρξης εποπτικού ελέγχου σε συστήματα μοντελοποιημένα με ελεγχόμενα ΔΡ. Ακολούθως αποδεικνύεται πως όταν ικανοποιείται η συνθήκη, μπορεί να αναζητηθεί ο ελάχιστος αποτρεπτικός εποπτικός ελεγκτής.

Στην [193] γίνεται επισκόπηση της έρευνας πάνω στη χρήση ΔΡ για ανάλυση και σχεδιασμό ελεγκτών συστημάτων διακριτών γεγονότων, με έμφαση σε μη χρονικά μοντέλα. Η προσοχή των συγγραφέων επικεντρώνεται σε δύο βασικές προσεγγίσεις, τον

έλεγχο ανατροφοδότησης κατάστασης που μελετάται με χρήση ελεγχόμενων ΔΡ και τον έλεγχο ανατροφοδότησης γεγονότων που μελετάται με χρήση ΔΡ με ετικέτες παρουσιάζοντας τα βασικά τους στοιχεία και συγκρίνοντας τις δύο προσεγγίσεις. Στην πρώτη περίπτωση, στόχος του ελέγχου είναι να περιορίσει τη συμπεριφορά του συστήματος ώστε να προσεγγίζει επιτρεπτές μόνο σημάνσεις, ενώ στη δεύτερη περίπτωση πρόκειται για εποπτικό έλεγχο με στόχο τον περιορισμό της συμπεριφοράς του συστήματος σε επιτρεπτά πλαίσια. Στη συνέχεια γίνεται αναφορά σε δύο τεχνικές για τον υπολογισμό της πολιτικής ελέγχου. Η πρώτη τεχνική χρησιμοποιεί γραμμικό ακέραιο προγραμματισμό, αξιοποιώντας τη γραμμική δομή της εξίσωσης μετάβασης κατάστασης ενός ΔΡ. Η δεύτερη τεχνική είναι αυτή των βασισμένων σε μονοπάτι αλγόριθμων (path-based algorithms) στην οποία αξιοποιείται η γραφική δομή ενός ΔΡ. Η τεχνική αυτή χρησιμοποιείται για το πρόβλημα ελέγχου απαγορευμένης κατάστασης, καθορίζοντας πως οι ροές τελειών σε ένα μοντέλο ΔΡ μπορούν να οδηγήσουν στην εμφάνιση απαγορευμένων σημάνσεων. Στην τεχνική αυτή, σύνολα απαγορευμένων καταστάσεων εκφράζονται ως απαγορευμένες συνθήκες, που προσδιορίζουν σύνολα απαγορευμένων σημάνσεων βασιζόμενες σε γραμμικές ανισότητες των διανυσμάτων σήμανσης.

Στην [194] παρουσιάζεται μια γενική επισκόπηση των μεθόδων εποπτικού ελέγχου που προτείνονται στη βιβλιογραφία και στις οποίες ο εποπτικός ελεγκτής μοντελοποιείται με ΔΡ. Η προσοχή των συγγραφέων επικεντρώνεται σε προσεγγίσεις βασισμένες στην προσθήκη θέσεων παρακολούθησης (monitor places) στο μοντέλο του συστήματος για την ικανοποίηση γενικευμένων περιορισμών αμοιβαίου αποκλεισμού που έχουν τεθεί.

Όπως έχει αναφερθεί σε προηγούμενο κεφάλαιο, τα προβλήματα εποπτικού ελέγχου κατατάσσονται σε δύο κύριες κατηγορίες, σε προβλήματα απαγορευμένης κατάστασης (forbidden state problem) και σε προβλήματα απαγορευμένης συμβολοσειράς (forbidden string problem). Για μελέτη της πρώτης κατηγορίας προβλημάτων το πλέον δημοφιλές και κατάλληλο εργαλείο είναι τα ΔΡ ενώ για το δεύτερη κατηγορία προβλημάτων προτιμώνται τα αυτόματα. Για το λόγο αυτό, όπως γίνεται φανερό η σχετική βιβλιογραφία δεν είναι ομοιόμορφα κατανομημένη και για τα προβλήματα της δεύτερης κατηγορίας είναι ιδιαίτερα περιορισμένη.

Η χρήση ΔΡ για το πρόβλημα της απαγορευμένης κατάστασης είναι εκτεταμένη. Στην κατηγορία απαγορευμένων καταστάσεων εντάσσονται προβλήματα συγκρούσεων λόγω κατανομής κοινών πόρων, αδιεξόδων, προσδιορισμών ακολουθιών γεγονότων (π.χ. προτεραιοτήτων πρόσβασης), περιορισμών χωρητικότητας και κανόνων λειτουργίας [195]. Οι βασικές προσεγγίσεις για το πρόβλημα αυτό που αναφέρονται στη βιβλιογραφία είναι οι βασισμένες σε μονοπάτι μέθοδοι, οι βασισμένες σε θέσεις παρακολούθησης μέθοδοι όπως στην περίπτωση εποπτικού ελέγχου που βασίζεται σε P-αναλλοίωτα κι η επέκταση του εποπτικού ελέγχου των Ramadge και Wonham [70] - [72] σε ΔΡ που προτάθηκε από τους Li και Wonham [210], [211]. Η τελευταία μέθοδος στηρίζεται στη

χρήση συστημάτων διακριτών γεγονότων διανυσμάτων, που είναι ισοδύναμα με ΔΡ και δουλειά που έχει γίνει πάνω σε επιβολή γλωσσών σε ΔΡ με ετικέτες.

Στην [196] γίνεται επισκόπηση του θέματος του εποπτικού ελέγχου βασισμένου σε P-αναλλοιώτα. Η μέθοδος αυτή απαιτεί οι περιορισμοί να είναι εκφρασμένοι ως γραμμικές ανισότητες του διανύσματος σημάνσεων του ΔΡ. Αρχικά, οι συγγραφείς αναφέρονται στην απλούστερη περίπτωση συστημάτων που δεν εμφανίζουν παραλληλία, είναι πλήρως ελεγχόμενα και τα γεγονότα που συμβαίνουν είναι πλήρως παρατηρήσιμα. Για τον έλεγχο αυτών των συστημάτων εισάγονται νέες θέσεις (παρακολούθησης) στο δίκτυο κατάλληλα συνδεδεμένες στην αρχική του δομή. Ακολούθως, παρουσιάζονται εργασίες που το πρόβλημα ελέγχου είναι πιο δύσκολο, αφού τα υπό μελέτη συστήματα είναι μερικά μη ελεγχόμενα και μη παρατηρούμενα, όπως στην [197] που αναπτύσσεται μια τεχνική σύνθεσης εποπτικού ελεγκτή που επιβάλει το συνδυασμό ενός συνόλου γραμμικών ανισοτήτων στις προσεγγίσιμες σημάνσεις του μοντελοποιημένου με ΔΡ συστήματος, κάποιες μεταβάσεις του οποίου είναι μη ελεγχόμενες και μη παρατηρήσιμες. Στην [198] αναπτύσσεται μια τεχνική σχεδιασμού εποπτικών ελεγκτών αποτελούμενων από θέσεις παρακολούθησης σε μοντέλα μεταβάσεις των οποίων είναι μη ελεγχόμενες και στην ενεργοποίηση των οποίων έχουν προστεθεί αιτιοκρατικές χρονικές καθυστερήσεις. Οι συγγραφείς προτείνουν μια μέθοδο γραμμικού προγραμματισμού για τη σύνθεση βέλτιστων ελεγκτών παρακολούθησης με βάση την ελαχιστοποίηση του χρόνου κύκλου του συστήματος σε συνδυασμό με ένα κόστος ελέγχου που υπολογίζεται.

Στη συνέχεια παρουσιάζονται μια σειρά από άλλες κατηγορίες προβλημάτων που μπορούν υπό προϋποθέσεις (π.χ. μετασχηματισμούς δομής ΔΡ, μετασχηματισμούς προδιαγραφών ή μετασχηματισμούς περιορισμών) να αντιμετωπιστούν με τη μέθοδο των αναλλοίωτων θέσεων) [199], [200]. Στην εργασία [199] οι συγγραφείς αναπτύσσουν μια μέθοδο εποπτικού ελέγχου με χρήση θέσεων παρακολούθησης και για περιπτώσεις περιορισμών που αν και δεν αποτελούν γραμμικές ανισότητες των σημάνσεων των θέσεων, μπορούν να μετασχηματιστούν σε τέτοιες. Συγκεκριμένα, παρουσιάζονται μετασχηματισμοί λογικών περιορισμών (Boolean εκφράσεων) και περιορισμών των τύπων *μικρότερο ή ίσο με*, *μεγαλύτερο ή ίσο με* και *ίσο με* που αναφέρονται σε συνδυασμούς των διανυσμάτων σήμανσης και ενεργοποίησης μεταβάσεων. Επίσης, προτείνονται γραφικοί μετασχηματισμοί ΔΡ (κατάλληλη προσθήκη δομικών στοιχείων) για τη μετατροπή περιορισμών που περιέχουν στοιχεία του διανύσματος ενεργοποίησης μεταβάσεων. Στην εργασία [200] θεωρείται το πρόβλημα απαγορευμένης κατάστασης, όπου οι απαγορευμένες καταστάσεις δε μπορούν να εκφραστούν ως γραμμικές ανισότητες περιορισμών με βάση τις γνωστές μεθόδους. Για την περίπτωση αυτή ορίζεται μια μέθοδος μετασχηματισμού περιορισμών που διευκολύνει την παρακολούθηση της κατάστασης του συστήματος και του καθορισμού της πολιτικής ελέγχου. Η μέθοδος αυτή επιτρέπει τη σύνθεση του μέγιστα ανεκτικού εποπτικού ελεγκτή.

Στην [201] μελετάται το πρόβλημα της επιβολής γενικευμένων περιορισμών αμοιβαίου αποκλεισμού με την κατασκευή κατάλληλου εποπτικού ελεγκτή βασισμένου σε ΔΡ. Στην εργασία αυτή αναπτύσσονται δύο μεθοδολογίες, μια βασισμένη στην προσθήκη θέσεων παρακολούθησης και μια σε ένα υλοποιημένο ελεγκτή που παρατηρεί την εκτέλεση του μη ελεγχόμενου συστήματος και κάθε χρονική στιγμή καθορίζει ποιες από τις ελεγχόμενες μεταβάσεις επιτρέπεται να ενεργοποιηθούν. Ο εποπτικός ελεγκτής με προσθήκη θέσεων παρακολούθησης αποτελεί την πιο απλή λύση για την επιβολή των περιορισμών, αλλά ο αριθμός θέσεων παρακολούθησης σε ορισμένες περιπτώσεις αυξάνει εκθετικά με τον αριθμό περιορισμών. Η δεύτερη μέθοδος έχει το πλεονέκτημα πως σε όλες τις περιπτώσεις ο εποπτικός ελεγκτής έχει συμπυκνωμένη δομή που αυξάνει γραμμικά με τον αριθμό περιορισμών. Το κύριο μειονέκτημα της μεθόδου αυτής είναι πως πιο δύσκολο να αναλυθεί.

Στην [202] προτείνεται μια από κάτω προς τα πάνω τεχνική σχεδιασμού ενσωματωμένου εποπτικού ελεγκτή βασισμένη σε κανόνες. Χρησιμοποιούνται ΔΡ αυτοματισμού όπου τα σήματα των αισθητήρων έχουν προσαρμοστεί στις μεταβάσεις κι οι ενέργειες στις θέσεις. Το ελεγχόμενο μοντέλο του συστήματος κατασκευάζεται με χρήση ενός συνόλου κανόνων μετάβασης τελειών της μορφής *εάν η σήμανση του ΔΡ είναι  $m_i$  τότε θέσε σε ετοιμότητα την ελεγχόμενη μετάβαση  $t_j$* , που προκύπτουν από τις προδιαγραφές των απαγορευμένων καταστάσεων. Η ετοιμότητα μιας μετάβασης  $t_j$  μπορεί να αντιστοιχεί σε ένα σύνολο σημάνσεων. Στη συνέχεια οι κανόνες μεταφράζονται στη δομή του ΔΡ ως ένα σύνολο τόξων ενεργοποίησης και παρεμπόδισης (activator and inhibitor arcs) από θέσεις προς τις ελεγχόμενες μεταβάσεις. Ο εποπτικός ελεγκτής μεταφράζεται σε βιομηχανικό περιβάλλον χρησιμοποιώντας λογικά διαγράμματα σκάλας (ladder logic diagrams) κι η προτεινόμενη τεχνική εφαρμόζεται σε ένα σύστημα αποτελούμενο από δύο μηχανές και μια ενδιάμεση αποθήκη. Στην [140] παρουσιάζεται μια παραλλαγή της μεθόδου που παρουσιάστηκε στην εργασία [202], που στηρίζεται πλέον μόνο στη χρήση τόξων παρεμπόδισης. Εφαρμογή της μεθόδου γίνεται σε ένα βιομηχανικό σύστημα ταξινόμησης εξαρτημάτων και συναρμολόγησης.

Στην εργασία [203] μελετάται η καταλληλότητα της χρήσης γλωσσών ΔΡ σε προβλήματα εποπτικού ελέγχου. Σύμφωνα με την προσέγγιση αυτή, ένα μοντέλο συστήματος διακριτών γεγονότων μπορεί να θεωρηθεί ως γεννήτρια τυπικής γλώσσας κι οι ιδιότητες του μπορούν να περιγραφούν με αναφορά στις αντίστοιχες ιδιότητες της γλώσσας. Η γλώσσα ΔΡ είναι αντίστοιχη με τις κανονικές γλώσσες (regular languages) και ισχύει γι' αυτή το σύνολο της θεωρίας των κανονικών γλωσσών. Τα βασικά προβλήματα που μελετώνται στη συγκεκριμένη εργασία είναι οι αναγκαίες μεταβολές στη δομή ενός ΔΡ ώστε να αποφευχθούν μπλοκαρίσματα κι η αναζήτηση των ικανών κι αναγκαίων συνθηκών ύπαρξης εποπτικού ελεγκτή που περιορίζει τη συμπεριφορά του ΔΡ στην επιθυμητή, με δεδομένη την υπόθεση πως η πραγματική κι η επιτρεπτή συμπεριφορά του συστήματος είναι κι οι δύο γλώσσες ΔΡ. Η [204] αναφέρεται στη χρήση αδύναμων



(weak) γλωσσών για την επέκταση των προβλημάτων εποπτικού ελέγχου που μελετώνται. Οι αδύναμες γλώσσες σε αντίθεση με τις σημασμένες γλώσσες (marked), αποτελούνται από το σύνολο των ακολουθιών ενεργοποίησης μεταβάσεων που προσεγγίζουν σημάνσεις μεγαλύτερες ή ίσες τελικής σήμανσης  $m_f$ .

Μια διαφορετική οικογένεια προβλημάτων εποπτικού ελέγχου είναι η αποφυγή εμφάνισης μπλοκαρισμένων και αποστερημένων μηχανών (δηλαδή όλες οι μεταβάσεις του ΔΡ να μπορούν να ενεργοποιηθούν απείρως συχνά) σε συστήματα παραγωγής, φαινόμενων που συντελούν στη μείωση της παραγωγικότητας αφού μειώνεται ο ωφέλιμος χρόνος εργασίας των μηχανών. Στην [205] χρησιμοποιούνται χρονικά και συνεχή ΔΡ στα οποία αποδίδονται συναρτήσεις δρομολόγησης για την αποφυγή εμφάνισης αποστερημένων μεταβάσεων. Στην εργασία [206] αρχικά αναπτύσσονται τα μοντέλα με έγχρωμα ΔΡ αυτοματοποιημένων βιομηχανικών συστημάτων, προσανατολισμένα στους πόρους του συστήματος. Ο κύριος στόχος της πολιτικής ελέγχου είναι η εξασφάλιση της ζωτικότητας κι η εξάλειψη αδιεξόδων από τη λειτουργία των συστημάτων, αρχικά σε επίπεδο υποδικτύων και στη συνέχεια σε επίπεδο συνολικού μοντέλου. Επιπλέον στόχος είναι ο περιορισμός εμφάνισης φαινόμενων μπλοκαρίσματος και πεινασμένων μηχανών, διοχετεύοντας στο σύστημα τον κατάλληλο αριθμό κομματιών.

Μια άλλη κατηγορία προβλημάτων αφορά τον υπολογισμό σε πεπερασμένο χρόνο της αρχικής κατάστασης ενός συστήματος όταν αυτή δεν είναι γνωστή, με αναφορά στη δομή, τις εισόδους και τις εξόδους του χρησιμοποιώντας παρατηρητές (observers). Στην εργασία [207] μελετάται το πρόβλημα εκτίμησης της σήμανσης ενός ΔΡ γνωστής δομής. Για το λόγο αυτό χρησιμοποιείται ένας παρατηρητής που υπολογίζει ένα κάτω όριο της πραγματικής σήμανσης του δικτύου παρατηρώντας τις ενεργοποιήσεις των μεταβάσεων. Ο παρατηρητής που υλοποιείται χρησιμοποιείται και για τον έλεγχο της συμπεριφοράς του δικτύου, αφαιρώντας την ετοιμότητα από μεταβάσεις που οδηγούν σε απαγορευμένες σημάνσεις. Αυτό επιτυγχάνεται λαμβάνοντας υπόψη την εκτίμηση της σήμανσης που έχει κάνει και χρησιμοποιώντας το γράφο προσεγγισιμότητας του ελεγχόμενου συστήματος. Στην [208] χρησιμοποιούνται ερμηνευτικά ΔΡ, μια επέκταση που επιτρέπει την αναπαράσταση σημάτων εξόδου που προκύπτουν όταν προσεγγιστεί μια σήμανση και σημάτων εξόδου που συνδέονται με ελεγχόμενες μεταβάσεις, για το χαρακτηρισμό της δυνατότητας παρατήρησης για συστήματα των οποίων οι καταστάσεις δε μπορούν να μετρηθούν. Με βάση αυτά, προτείνεται μια μεθοδολογία για το βασισμένο σε γεγονότα και σημάνσεις σχεδιασμό ασυμπτωτικών παρατηρητών για συστήματα διακριτών γεγονότων.

Μια εργασία που αναφέρεται συγκεκριμένα στο πρόβλημα εποπτικού ελέγχου με ΔΡ σε συστήματα παραγωγής είναι η [195]. Θεωρούνται προβλήματα εποπτικού ελέγχου σε συστήματα παραγωγής που ο αντικειμενικός στόχος ορίζεται σε όρους απαγορευμένων καταστάσεων. Στα συστήματα παραγωγής προβλήματα απαγορευμένων καταστάσεων κι η ανάγκη εποπτικού ελέγχου εμφανίζονται σε όλα τα επίπεδα της ιεραρχίας ελέγχου, από

την αλληλεπίδραση μεταξύ ελεγκτών εξοπλισμού και συσκευών, μέχρι το συντονισμό των σταθμών εργασίας και το συνολικό συντονισμό σε επίπεδο εργοστασίου. Για την αναπαράσταση και τον έλεγχο των συστημάτων χρησιμοποιούνται ελεγχόμενα ΔΡ όπου στη συνήθη δομή έχουν προστεθεί εξωτερικές δυαδικές είσοδοι ελέγχου ως επιπλέον συνθήκες ετοιμότητας μεταβάσεων. Από τις θέσεις αυτές δε συμβαίνει ροή τελειών με την ενεργοποίηση των μεταβάσεων, ενώ η ύπαρξη ή μη τελειών σε αυτές καθορίζεται από τον αλγόριθμο σύνθεσης ελεγκτή. Αρχικά το πρόβλημα απαγορευμένων καταστάσεων αναπαρίσταται ως σύνολο διατεταγμένων ζευγών για να περιοριστεί η πολυπλοκότητα του, ενώ στη συνέχεια παρουσιάζεται ένας μέγιστος ανεκτικός κι υπολογιστικά αποδοτικός αλγόριθμός αξιολόγησης των αποδεκτών ελέγχων. Η μεθοδολογία αυτή εφαρμόζεται σε ένα αυτοματοποιημένο σύστημα παραγωγής.

Στην κατηγορία προβλημάτων απαγορευμένης συμβολοσειράς εντάσσεται η εργασία [209]. Σε αυτή, διατυπώνονται ικανές κι αναγκαίες συνθήκες για την ύπαρξη πολιτικών εποπτικού ελέγχου που επιβάλλουν την εμφάνιση δύο συγκεκριμένων τύπων αμεροληψίας κατά την εκτέλεση ενός ελεγχόμενου ΔΡ, που ορίζονται σε όρους επιτρεπτών ακολουθιών ενεργοποίησης μεταβάσεων και του συνόλου προσεγγίσιμων σημάνσεων. Συγκεκριμένα, μελετάται η έννοια της *συσχέτισης περιορισμένης αμεροληψίας* (bounded fair relation) που θέτει όριο στον αριθμό φορών που μια μετάβαση  $t_i$  μπορεί να ενεργοποιηθεί, χωρίς μια άλλη μετάβαση  $t_j$  να ενεργοποιηθεί έστω μια φορά κι η έννοια της *συνολικής αμεροληψίας* (global fairness) μιας ακολουθίας ενεργοποίησης μεταβάσεων που θέτει ως προϋπόθεση την απείρως συχνή εμφάνιση της ενεργοποίησης κάθε μετάβασης στην ακολουθία.

Η επέκταση του εποπτικού ελέγχου με χρήση συστημάτων διακριτών γεγονότων διανυσμάτων παρουσιάζεται στις εργασίες [210], [211]. Σε αυτές χρησιμοποιούνται ΔΡ με διακριτές ετικέτες μεταβάσεων που δεν έχουν κύκλους, για την αναπαράσταση συστημάτων διακριτών γεγονότων διανυσμάτων (VDES). Οι μεταβλητές κατάστασης αναπαρίστανται από θέσεις και τα γεγονότα από μεταβάσεις, ενώ οι καταστάσεις των VDES αναπαρίστανται από σημάνσεις. Τα ΔΡ χρησιμοποιούνται από τους συγγραφείς αποκλειστικά ως μέσα αναπαράστασης και δεν χρησιμοποιείται η υπόλοιπη θεωρία τους για ανάλυση ή άλλους σκοπούς. Στις εργασίες αυτές, επεκτείνεται η λογική ανάδρασης κατάστασης, για να εμπεριέχει τις έννοιες της δυνατότητας ελέγχου, της δυνατότητας παρατήρησης και του δυναμικού ελέγχου κι ο εποπτικός ελεγκτής προκύπτει επιλύοντας σε πραγματικό χρόνο ένα πρόβλημα ακέραιου γραμμικού προγραμματισμού. Η προτεινόμενη μέθοδος χρησιμοποιείται για το μετασχηματισμό σε μια μορφή που εξαλείφει την πιθανότητα της ενεργοποίησης μη ελεγχόμενων μεταβάσεων που θα οδηγούσε σε παραβίαση των περιορισμών που έχουν τεθεί. Οι Li και Wonham [210], [211] περιγράφουν τον ελεγκτή τους ως δυαδική συνάρτηση που ορίζει με βάση την τρέχουσα κάθε στιγμή σήμανση για κάθε ελεγχόμενη μετάβαση αν επιτρέπεται να ενεργοποιηθεί ή όχι. Η ανάγκη αριθμητικής επίλυσης του γραμμικού προγράμματος σε

κάθε επανάληψη της εκτέλεσης του VDES, συνεπάγεται μεγάλο υπολογιστικό κόστος ειδικά στην περίπτωση μεγάλων προβλημάτων.

Κάποιοι συγγραφείς έχουν προτείνει τεχνικές για την απλοποίηση του προβλήματος εποπτικού ελέγχου συστημάτων διακριτών γεγονότων. Στην εργασία [212], οι συγγραφείς εφαρμόζουν κάποιες από τις κλασσικές για ΔΡ τεχνικές μείωσης στο πρόβλημα του εποπτικού ελέγχου. Το αποτέλεσμα της προσέγγισης αυτής είναι πως για το σκοπό αυτό είναι αναγκαία η θεώρηση ενός υποδικτύου μόνο του συνολικού μοντέλου.

Επέκταση της εφαρμογής του εποπτικού ελέγχου με ΔΡ σε υβριδικά συστήματα παρουσιάζεται στην εργασία [213], όπου για τη μοντελοποίηση, τον έλεγχο ευστάθειας και εποπτικό έλεγχο υβριδικών συστημάτων χρησιμοποιείται μια παραλλαγή των χρονικών ΔΡ, τα προγραμματιζόμενα χρονικά ΔΡ. Σε αυτά, έχουν προστεθεί τοπικά ρολόγια για την ενεργοποίηση μεταβάσεων όταν ικανοποιούνται καθορισμένες συνθήκες προγραμματισμένες από το σχεδιαστή του συστήματος. Αρχικά γίνεται μια σύντομη ανασκόπηση στη χρήση ΔΡ για τη μοντελοποίηση υβριδικών συστημάτων και στη συνέχεια παρουσιάζονται επαρκείς συνθήκες για την εξασφάλιση περιοριστικότητας των υβριδικών συστημάτων και αλγόριθμοι για τον εποπτικό τους έλεγχο βασισμένοι σε αναλλοίωτα θέσεων.

Στην εργασία [214] προτείνεται η χρήση έγχρωμων ΔΡ με πεπερασμένο σύνολο χρωμάτων, για τη σύνθεση εποπτικού ελεγκτή για το πρόβλημα της απαγορευμένης κατάστασης. Συγκεκριμένα, θεωρούνται πλήρως ελεγχόμενα, k-περιορισμένα συστήματα διακριτών γεγονότων, που αποτελούνται από μεγάλο αριθμό αλληλεπιδρώντων δομημένων διαδικασιών με παρόμοιες συμπεριφορές. Για το σκοπό αυτό αξιοποιείται το βασικό πλεονέκτημα της χρήσης έγχρωμων ΔΡ για την αναπαράσταση κι έλεγχο συστημάτων, δηλαδή πως τα μοντέλα που προκύπτουν είναι πιο συμπαγή, μειωμένης συνολικής πολυπλοκότητας και συνεπώς είναι σημαντικά πιο εύκολη η ανάλυση τους. Στη συγκεκριμένη εργασία η μοντελοποίηση του συστήματος γίνεται με έγχρωμα ΔΡ κι ο ελεγκτής συντίθεται χρησιμοποιώντας αυτόματα.

### **4.3 Συμπεράσματα**

Από την εκτενή επισκόπηση της βιβλιογραφίας που προηγήθηκε, προέκυψαν τα ακόλουθα συμπεράσματα:

- Τα δίκτυα Petri αποτελούν ένα από τα πιο αποτελεσματικά εργαλεία μοντελοποίησης συστημάτων όπως αποδεικνύεται από την εκτεταμένη χρήση τους για το σκοπό αυτό. Η ικανότητα τους να αναπαριστούν συνήθεις για τα συστήματα καταστάσεις (παραλληλία, συγχρονισμό, ακολουθία γεγονότων κ.α.) συνδυάζεται με τη μεγάλη ποικιλία εργαλείων ανάλυσης που διαθέτουν. Επιπλέον, οι επεκτάσεις του αρχικού μοντέλου (χρονικά, υβριδικά, έγχρωμα,

επεκτάσεις τόξων κτλ.) αυξάνουν σημαντικά τις δυνατότητες μοντελοποίησης του αρχικού μοντέλου, καθώς και το εύρος εφαρμογών στο οποίο μπορεί να χρησιμοποιηθεί, αφού για κάθε περίπτωση μπορεί να επιλεγεί η επέκταση που ανταποκρίνεται στις συγκεκριμένες ανάγκες. Ακόμα, τα ΔΡ έχουν τη δυνατότητα να χρησιμοποιούνται σε συνδυασμό με άλλα μεθοδολογικά εργαλεία (γραμμικός προγραμματισμός, αυτόματα, διαφορικές εξισώσεις κ.α.) στα πλαίσια μελέτης συγκεκριμένων προβλημάτων. Όλα τα παραπάνω καθιστούν τα ΔΡ το ιδανικό εργαλείο μοντελοποίησης για τις ανάγκες της παρούσας διατριβής. Το μεγάλο πλήθος προβλημάτων σχετικών με συστήματα παραγωγής για τις ανάγκες των οποίων έχουν χρησιμοποιηθεί ΔΡ και επεκτάσεις τους, ενισχύουν την ορθότητα αυτής της επιλογής.

- Η χρήση θεμελιωδών υποσυστημάτων για την κατασκευή μοντέλων με ΔΡ για συστήματα παραγωγής που προτείνεται στην εργασία αυτή, μειώνει το χρόνο μοντελοποίησης, ενημέρωσης κι επιδιόρθωσης σε πολύπλοκα συστήματα, απλοποιεί την ανάλυση τους και επιταχύνει τις προσομοιώσεις τους. Επιπλέον, περιορίζει εν μέρει το βασικό πρόβλημα που παρουσιάζεται στα ΔΡ πολύπλοκων συστημάτων, που είναι γνωστό ως έκρηξη του χώρου καταστάσεων (state space explosion), αφού η μελέτη χαρακτηριστικών του συνολικού μοντέλου γίνεται με αναφορά στα αντίστοιχα χαρακτηριστικά των χρησιμοποιούμενων υποσυστημάτων.
- Η χρήση εποπτικού ελέγχου είναι αναγκαία για την ασφαλή κι αποδοτική λειτουργία των υπό μελέτη συστημάτων, μέσω της απομάκρυνσης μη επιθυμητών καταστάσεων. Η ενσωμάτωση του ελεγκτή στη δομή του ΔΡ του συστήματος κρίνεται ως η καλύτερη δυνατή επιλογή, αφού διασφαλίζει τον ταχύτερο υπολογισμό των ενεργειών ελέγχου κι επιτρέπει τη χρήση των ίδιων αλγορίθμων εκτέλεσης τόσο για το μοντέλο του συστήματος όσο και για τον εποπτικό ελεγκτή.
- Η προτεινόμενη μεθοδολογία διαφοροποιείται σημαντικά από άλλες προσεγγίσεις που έχουν παρουσιαστεί ως σήμερα στη βιβλιογραφία. Συγκεκριμένα, πρόκειται για μια γενική και πλήρη μέθοδο που καλύπτει τα αντικείμενα της αποσύνθεσης του συστήματος, σύνθεσης του μοντέλου του με ΔΡ χρησιμοποιώντας θεμελιώδη υποσυστήματα, ικανοποίησης περιορισμών, ανάλυσης πολυπλοκότητας και ιδιοτήτων, αξιολόγησης αποδοτικότητας με ελάχιστες αρχικές θεωρήσεις κι εποπτικού ελέγχου του συστήματος. Η προτεινόμενη μέθοδος είναι γενική, δηλαδή μπορεί να εφαρμοστεί σε συστήματα παραγωγής διαφορετικών τύπων ανεξάρτητα της δομής και της πολυπλοκότητας τους, ακολουθώντας μια σειρά από καλά ορισμένα βήματα. Το πλήθος των αντικειμένων που καλύπτει η μέθοδος επιτρέπουν τη χρήση της για ένα σύνολο από πολύ διαφορετικά μεταξύ

τους προβλήματα (π.χ. βελτιστοποίηση παραμέτρων μέσω προσομοιώσεων εναλλακτικών περιπτώσεων, βέλτιστο σχεδιασμό νέων συστημάτων, ανάλυση συμπεριφορών, κατανομή κοινών πόρων, αξιολόγηση αποδοτικότητας, απομάκρυνση αδιεξόδων).

- Η μεθοδολογία που προτείνεται στην παρούσα διατριβή είναι κατάλληλη για τη μελέτη συστημάτων παραγωγής διαφορετικών τύπων και κατηγοριών (αφιερωμένα, πολυ-παραγωγικά, με βιομηχανική ευελιξία). Ακόμα παραπέρα, η μέθοδος αυτή μπορεί να εφαρμοστεί σε συστήματα προερχόμενα κι από άλλα επιστημονικά πεδία, με την προϋπόθεση πως αυτά μπορούν να προσεγγιστούν ως συστήματα διακριτών γεγονότων και μπορούν να εφαρμοστούν σε αυτά τα βήματα που συνθέτουν τη μέθοδο.

# 5<sup>ο</sup> Κεφάλαιο

## Μελέτη Αφιερωμένων Συστημάτων Παραγωγής<sup>1</sup>

Τα αφιερωμένα (dedicated) συστήματα παραγωγής αποτελούν την απλούστερη δυνατή περίπτωση από αυτές που μελετώνται στην παρούσα διατριβή. Παρουσιάζεται μια μέθοδος ολοκληρωμένης μελέτης (μοντελοποίηση, ανάλυση ιδιοτήτων, ανάλυση πολυπλοκότητας αξιολόγηση αποδοτικότητας κι εποπτικός έλεγχος), για αφιερωμένα συστήματα παραγωγής οποιασδήποτε τοπολογίας και πολυπλοκότητας, βασισμένη στη χρήση μικρού αριθμού θεμελιωδών υποσυστημάτων μοντελοποιημένων με κατάλληλα δίκτυα Petri. Στα επόμενα κεφάλαια η προτεινόμενη μέθοδος επεκτείνεται και προσαρμόζεται στα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά κι ανάγκες πολυ-παραγωγικών συστημάτων παραγωγής, συστημάτων παραγωγής με διάφορους τύπους βιομηχανικής ευελιξίας και συστημάτων παραγωγής σε παρτίδες.

---

<sup>1</sup> Τμήματα του κεφαλαίου αυτού έχουν δημοσιευθεί στις:

[215] Tsinarakis G., Valavanis K. and Tsourveloudis N., “Modular Petri Net Based Modeling, Analysis, Synthesis and Performance Evaluation of Random Topology Dedicated Production Systems”, *Journal of Intelligent Manufacturing*, vol. 16, pp. 79 – 92, 2005.

[216] Tsinarakis G. J., Valavanis K. P. and Tsourveloudis N. C., “Modular Petri Net Based Modeling, Analysis and Synthesis of Dedicated Production Systems”, in Proc. *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 3559 – 3564, Taipei, Taiwan, 2003.

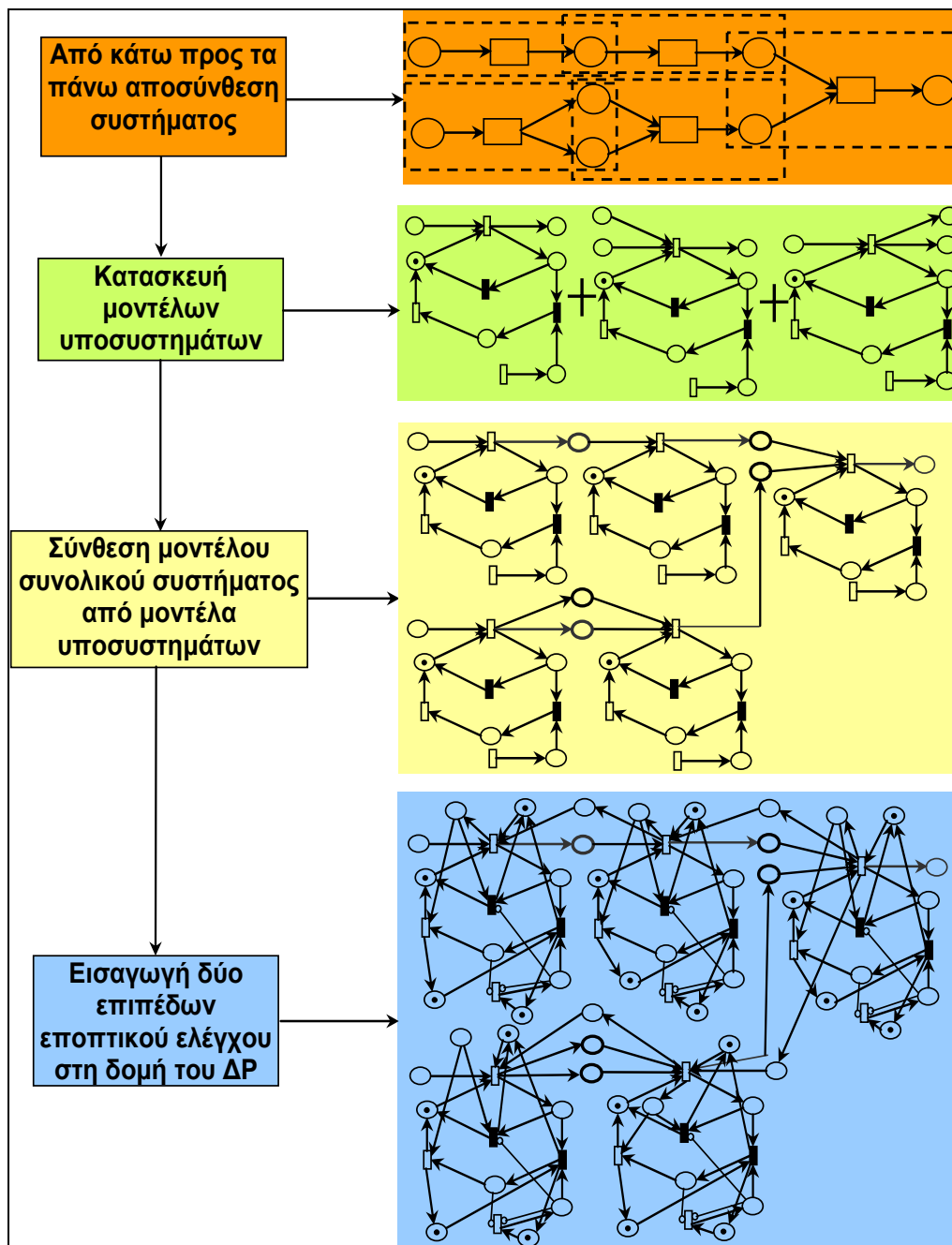
## 5.1 Αφιερωμένα συστήματα παραγωγής

Τα αφιερωμένα συστήματα παραγωγής αποτελούνται από μηχανές που έχουν επιφορτιστεί αποκλειστικά με την εκτέλεση μιας κατεργασίας για το σύνολο του χρόνου λειτουργίας τους. Οι κατεργασίες αυτές συνήθως χαρακτηρίζονται από υψηλό ρυθμό ζήτησης και μικρούς χρόνους εκτέλεσης, πρόκειται δηλαδή για μηχανές μαζικής παραγωγής [104]. Στα συστήματα παραγωγής που αποτελούνται από αφιερωμένες μηχανές, όλα τα υπό επεξεργασία κομμάτια ενός τύπου ακολουθούν την ίδια διαδρομή στο σύστημα, δέχονται δηλαδή τις ίδιες κατεργασίες, με την ίδια ακολουθία και με αντίστοιχους χρόνους επεξεργασίας στις ίδιες ή αντίστοιχες μηχανές.

## 5.2 Μέθοδος ιεραρχικής μοντελοποίησης κι ελέγχου

Η μέθοδος ιεραρχικής μοντελοποίησης κι ελέγχου συστημάτων που παρουσιάζεται στη διατριβή αυτή προκύπτει ως παραλλαγή της μεθόδου που εισάγεται στην [137] και χρησιμοποιείται στην [217]. Η προτεινόμενη μέθοδος ιεραρχικής μοντελοποίησης που χρησιμοποιείται αποτελείται από τέσσερα βασικά στάδια. Τα στάδια αυτά, που σχηματικά παρουσιάζονται στο Σχήμα 7, είναι τα ακόλουθα:

1. Από κάτω προς τα πάνω αποσύνθεση του συνολικού συστήματος. Στο στάδιο αυτό αναγνωρίζονται τα σημαντικά υποσυστήματα από τα οποία αποτελείται το συνολικό σύστημα. Αυτό επιτυγχάνεται μέσω της λειτουργικής διαίρεσης του συστήματος, που οδηγεί σε ένα σύνολο από καλά ορισμένες κατεργασίες που περιγράφουν τη συνολική παραγωγική διαδικασία. Στο στάδιο αυτό οι κατεργασίες καθορίζονται ως ξεχωριστά στάδια της παραγωγικής διαδικασίας, που εκτελούνται ανεξάρτητα από αυτόνομα υποσυστήματα. Ακολούθως, εκτελείται λειτουργική ανάλυση κάθε υποσυστήματος κατά την οποία αναγνωρίζονται και καθορίζονται με λεπτομέρεια οι λειτουργίες και τα γεγονότα που συμβαίνουν σε αυτό.
2. Κατασκευή των μοντέλων των επιμέρους υποσυστημάτων. Επειδή η προσέγγιση που ακολουθείται στην εργασία αυτή στηρίζεται στη χρήση θεμελιωδών υποσυστημάτων, αφού αναγνωριστούν τα υποσυστήματα που χρησιμοποιούνται ως δομικά στοιχεία για την κατασκευή μοντέλων πολύπλοκων συστημάτων, κατασκευάζονται οι γενικότερες δυνατές εκδοχές τους με κατάλληλη κατηγορία ΔΡ. Στη συνέχεια τα μοντέλα αναλύονται με χρήση καταλλήλων εργαλείων (P, T αναλλοίωτα, πίνακας συμβάντων, γράφοι προσεγγισιμότητας και καλυψιμότητας) κι όπου θεωρηθεί αναγκαίο τροποποιούνται ώστε να έχουν συγκεκριμένες ιδιότητες και χαρακτηριστικά. Με βάση τα αποτελέσματα του πρώτου σταδίου της μεθόδου, ορίζονται οι αναγκαίοι αριθμοί από υποσυστήματα του κάθε τύπου και κατασκευάζονται τα μοντέλα τους, προσαρμόζοντας τα γενικά μοντέλα στα συγκεκριμένα τους χαρακτηριστικά (χωρητικότητες, ρυθμούς παραγωγής κτλ.).



Σχήμα 7: Στάδια μεθοδολογίας ιεραρχικής μοντελοποίησης και ελέγχου που χρησιμοποιείται.

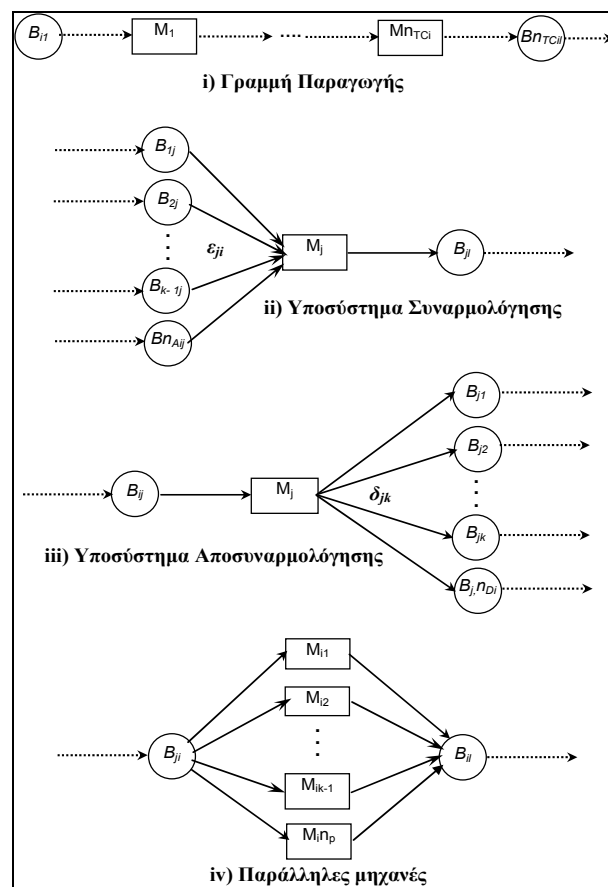
3. Το τρίτο στάδιο αναφέρεται στον ορισμό της συστηματικής διαδικασίας σύνθεσης του συνολικού μοντέλου του συστήματος από τα μοντέλα των υποσυστημάτων, με αναφορά στην τοπολογία και τα συγκεκριμένα χαρακτηριστικά του υπό μελέτη κάθε φορά συστήματος. Η διαδικασία αυτή πρέπει να γίνει με τρόπο που εξασφαλίζει τη διατήρηση κατά το δυνατόν των ιδιοτήτων των επιμέρους υποσυστημάτων που επιβεβαιώθηκαν στο δεύτερο στάδιο. Η όλη διαδικασία στηρίζεται στον ορισμό κοινών μονοπατιών σύνδεσης των μοντέλων των υποσυστημάτων, βασισμένων στις μεταξύ τους αλληλεπιδράσεις.
4. Το τελευταίο στάδιο αφορά την εισαγωγή εποπτικού ελέγχου σε επίπεδο υποσυστημάτων και συνολικού μοντέλου όπως ήδη αναφέρθηκε στο σχετικό



κεφάλαιο. Ο εποπτικός έλεγχος εξασφαλίζει τον περιορισμό της συμπεριφοράς του συστήματος σε επιθυμητά πλαίσια, μέσω της τήρησης των λειτουργικών περιορισμών και της μη εμφάνισης μη επιθυμητών και βλαβερών για τη λειτουργία του δικτύου φαινομένων (π.χ. αδιέξοδων)

### 5.3 Θεμελιώδη Υποσυστήματα

Για τη μοντελοποίηση αφιερωμένων συστημάτων παραγωγής επεκτείνεται η προσέγγιση που εισήχθη στις εργασίες [50], [218] - [220] για έλεγχο, χρονοπρογραμματισμό και βελτιστοποίηση της λειτουργίας συστημάτων παραγωγής με χρήση ασαφούς λογικής. Σε αυτές, ορίστηκαν τρία ασαφή υποσυστήματα ελέγχου, της γραμμής παραγωγής (transfer line), της συναρμολόγησης (assembly) και της αποσυναρμολόγησης (disassembly) τα οποία συνδυάζονται και χρησιμοποιούνται για τη μελέτη πολύπλοκων συστημάτων παραγωγής διαφορετικών τοπολογιών. Στην παρούσα διατριβή, στα τρία θεμελιώδη υποσυστήματα που ήδη αναφέρθηκαν, προστίθεται ένα τέταρτο, αυτό των παραλλήλων μηχανών (parallel machines). Οι γενικότερες μορφές των θεμελιωδών υποσυστημάτων, που από εδώ και πέρα θα ονομάζονται γενικευμένες, παρουσιάζονται στο Σχήμα 8, στο οποίο οι κύκλοι αντιπροσωπεύουν αποθήκες και τα τετράγωνα μηχανές.



Σχήμα 8: Αναπαράσταση των γενικευμένων μορφών των θεμελιωδών υποσυστημάτων.

Η γραμμή παραγωγής αναφέρεται στη δημιουργία μιας αλυσίδας στην οποία εναλλάσσονται μηχανές κι αποθήκες πεπερασμένης χωρητικότητας. Στη γενική μορφή η

γραμμή αυτή αποτελείται από  $n_{TCi}$  μηχανές και  $n_{TCi}+1$  αποθήκες, αφού τα προς επεξεργασία κομμάτια ξεκινούν από μια αρχική αποθήκη και καταλήγουν σε μια τελική αποθήκη ως τελικά προϊόντα. Ενδιάμεσα, επισκέπτονται μια φορά καθεμιά από μια σειρά από μηχανές, στις οποίες λαμβάνουν κατεργασίες προστιθέμενης αξίας. Κατά κανόνα, οι γραμμές παραγωγής αναφέρονται σε παραγωγή υψηλού ρυθμού και χαμηλής ποικιλίας προϊόντων. Αν και πρόκειται για την απλούστερη δυνατή τοπολογία συστήματος, αξίζει να σημειωθεί πως με μια σειρά από μετασχηματισμούς, (ορισμός ισοδύναμων μηχανών, συγχωνεύσεις, αντικαταστάσεις κτλ.), οποιαδήποτε τοπολογία αφιερωμένου συστήματος μπορεί να αναχθεί σε γραμμή παραγωγής.

Στη συναρμολόγηση μια μηχανή λαμβάνει κομμάτια από  $n_{Ai}$  αποθήκες εισόδου και τα συνενώνει σε ένα τελικό προϊόν που οδηγείται στην αντίστοιχη τελική αποθήκη. Στη βιβλιογραφία, η συναρμολόγηση ορίζεται ως ένα σύνολο διαδικασιών με τις οποίες κομμάτια κι εξαρτήματα ενώνονται με κατάλληλες διαδικασίες για να σχηματίσουν ένα ολοκληρωμένο, γεωμετρικά σχεδιασμένο προϊόν σε μια ατομική, κατά παρτίδες ή συνεχή διαδικασία [221].

Στην αποσυναρμολόγηση μια μηχανή λαμβάνει ένα κομμάτι από μια αποθήκη εισόδου και το χωρίζει σε  $n_{Di}$  κομμάτια τα οποία στέλνει στις αντίστοιχες αποθήκες  $B_{i1}$  έως  $B_{inDi}$ . Σημαντικές εφαρμογές της αποσυναρμολόγησης εμφανίζονται κατά την ανακύκλωση και ανάκτηση υλικών, τη διαχείριση αποβλήτων και την κοπή ρούχων και μετάλλων [222]. Σε ορισμένες περιπτώσεις, κάποια από τα προϊόντα της αποσυναρμολόγησης δε χρησιμοποιούνται στη συνέχεια αφού πρόκειται για απόβλητα (π.χ. κατά την ανάκτηση υλικών από ηλεκτρικές συσκευές ή αυτοκίνητα που έχουν αποσυρθεί).

Στο υποσύστημα παραλλήλων μηχανών,  $n_{Pi}$  μηχανές που λειτουργούν ανεξάρτητα επεξεργάζονται διαφορετικά κομμάτια του ίδιου τύπου. Όλες οι μηχανές εφοδιάζονται από μια κοινή αποθήκη και στέλνουν τα επεξεργασμένα προϊόντα στην ίδια τελική αποθήκη. Τα τελικά κομμάτια έχουν τα ίδια μεταξύ τους χαρακτηριστικά, ακόμα κι αν οι διάρκειες επεξεργασίας κι άλλα παραγωγικά χαρακτηριστικά των μηχανών είναι διαφορετικά.

### 5.3.1 Υποθέσεις

Οι κυριότερες υποθέσεις και παραδοχές που ισχύουν για τα θεμελιώδη υποσυστήματα κι αναφέρονται στα στοιχεία που τα αποτελούν, είναι:

α) οι μηχανές εκτελούν κατεργασίες με συγκεκριμένες ταχύτητες που περιοδικά μεταβάλλονται εξαιτίας των γεγονότων που συμβαίνουν στο σύστημα, όπως το γέμισμα και άδειασμα αποθηκών και την εμφάνιση βλαβών β) οι σταθμοί επεξεργασίας κομματιών υπόκεινται σε βλάβες που εμφανίζονται με τυχαία συχνότητα (ακολουθούν μια κατανομή). Οι βλάβες μπορούν να εμφανιστούν με την ολοκλήρωση της παραγωγής ενός κομματιού σε μια μηχανή, γ) κάθε χρονική στιγμή υπάρχει επάρκεια στα διαθέσιμα μέσα μεταφοράς κομματιών από τις αποθήκες προς τις μηχανές κι αντίστροφα και δεν υπάρχει ο κίνδυνος

να μη μπορεί να διεκπεραιωθεί άμεσα ένα τέτοιο καθήκον (ο σχετικός εξοπλισμός δε μοντελοποιείται αναλυτικά, αλλά η χρήση του αναπαρίσταται ως μια αιτιοκρατική χρονική καθυστέρηση μεταφοράς των κομματιών). Σε περίπτωση κοινής χρήσης περιορισμένου τέτοιου εξοπλισμού σε συστήματα παραγωγής, πρέπει να δοθεί προσοχή στην κατανομή του στα σημεία που είναι αναγκαίος, μέσω της εφαρμογής εποπτικού ελέγχου, αφού το γεγονός αυτό αποτελεί βασικό λόγο εμφάνισης αδιεξόδων, δ) οι εσωτερικές αποθήκες (αποθήκες ενδιάμεσων προϊόντων) των αφιερωμένων συστημάτων είναι πεπερασμένης χωρητικότητας, ενώ οι αρχικές και τελικές αποθήκες θεωρούνται στην πράξη άπειρης χωρητικότητας, αφού αντιστοιχούν στην άφιξη παραγγελιών και στην παράδοση τελικών προϊόντων στους πελάτες και ε) θεωρούνται αμελητέοι οι χρόνοι προετοιμασίας και ρύθμισης μηχανών (setup times), αφού οι μηχανές στο σύνολο του χρόνου εργασίας τους εκτελούν τον ίδιο τύπο κατεργασίας.

## **5.4 Μοντελοποίηση Θεμελιωδών Υποσυστημάτων με ΔΡ**

### **5.4.1 Βιβλιογραφία**

Στην παράγραφο αυτή παρουσιάζονται τα μοντέλα των θεμελιωδών υποσυστημάτων υλοποιημένα με χρονικά δίκτυα Petri. Τα τελευταία χρόνια, τα ΔΡ χρησιμοποιούνται ευρύτατα ως εργαλείο μοντελοποίησης θεμελιωδών υποσυστημάτων τα οποία στη συνέχεια χρησιμοποιούνται για την αναπαράσταση πιο πολύπλοκων συστημάτων.

Η εργασία [55] αναφέρεται στο πρόβλημα της ολοκλήρωσης των υλοποιημένων με ΔΡ μοντέλων επιμέρους υποσυστημάτων με κατάλληλα δομικά χαρακτηριστικά, για την κατασκευή του μοντέλου σύνθετων συστημάτων παραγωγής. Για το σκοπό αυτό ορίζεται μια γενική, συστηματική διαδικασία συνένωσης των μοντέλων των επιμέρους υποσυστημάτων που στηρίζεται σε ένα σύνολο από θέσεις που ονομάζονται θέσεις διεπαφής, με βασικό ζητούμενο τη διατήρηση των ιδιοτήτων των υποσυστημάτων στο συνολικό μοντέλο. Στην [223] παρουσιάζεται μια μεθοδολογία για αναπαράσταση αυτοματοποιημένων συστημάτων παραγωγής που αναγνωρίζει δύο βασικά υποσυστήματα, αυτά μιας εργαλειομηχανής αριθμητικού ελέγχου (CNC) κι ενός αυτόματου οδηγούμενου οχήματος (AGV), ενώ υλοποιούνται δύο επιπλέον τύποι μοντέλων με ΔΡ, για το δρομολόγιο που ακολουθεί κάθε όχημα και για τη δυνατότητα εκτέλεσης κατεργασιών σε εναλλακτικές μηχανές. Τα επιμέρους μοντέλα συνενώνονται θεωρώντας κοινές θέσεις και μεταβάσεις για να προκύψουν μοντέλα σύνθετων συστημάτων παραγωγής. Στην [88] παρουσιάζεται μια προσέγγιση στηριγμένη στη χρήση μοντέλων υποσυστημάτων που αλληλεπιδρούν μέσω κοινών θέσεων και μεταβάσεων, για να δειχθεί πως μοντέλα με ΔΡ πολύπλοκων συστημάτων που κατασκευάζονται από αυτά μπορούν να αναλυθούν (για τον εντοπισμό διαφόρων ιδιοτήτων τους) με χρήση P-αναλλοίωτων και γράφων προσεγγισιμότητας. Με το πρόβλημα της ανάλυσης και της διατήρησής ιδιοτήτων σε ΔΡ που κατασκευάζονται από υποσυστήματα με συνένωση

κοινών θέσεων και μεταβάσεων ασχολούνται οι συγγραφείς στην εργασία [224]. Συγκεκριμένα, χρησιμοποιούνται δίκτυα ελέγχου πόρων (Resource Control Nets) για τη μοντελοποίηση κάθε πόρου και στη συνέχεια παρέχονται συνθήκες με αναφορά στην ύπαρξη ή μη σιφωνιών (siphons) στη δομή του δικτύου, για τον εντοπισμό των ιδιοτήτων της ζωτικότητας και της αντιστρεπτότητας.

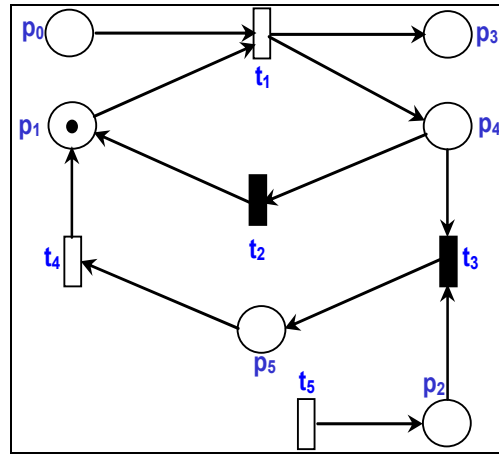
#### **5.4.2 Απλά μοντέλα με ΔΡ θεμελιωδών υποσυστημάτων**

Αρχικά παρουσιάζονται οι απλούστερες δυνατές μορφές τους που αντιστοιχούν στην αφιερωμένη μηχανή (γραμμή παραγωγής αποτελούμενη από μια αποθήκη πρώτων υλών, μια μηχανή και μια αποθήκη τελικών κομματιών), στη συναρμολόγηση τελικού προϊόντος από δύο κομμάτια, στην αποσυναρμολόγηση κομματιού σε δύο προϊόντα και στο υποσύστημα δύο παράλληλων μηχανών. Τα μοντέλα αυτά γενικεύονται στη συνέχεια για να αναπαραστήσουν τις περιπτώσεις με τη μεγαλύτερη δυνατή πολυπλοκότητα.

Για τη δημιουργία των μοντέλων των θεμελιωδών υποσυστημάτων για αφιερωμένα συστήματα παραγωγής έχουν χρησιμοποιηθεί χρονικά δίκτυα Petri με επεκτάσεις τόξων (τόξα ενεργοποίησης και παρεμπόδισης). Στα μοντέλα περιγράφονται τα βασικά διακριτά γεγονότα που συμβαίνουν, τα οποία είναι σε πολύ μεγάλο βαθμό κοινά και για τα τέσσερα. Οι διαφορές που παρατηρούνται μεταξύ τους, έχουν να κάνουν με διαφορές σε δομικά και λειτουργικά χαρακτηριστικά των περιγραφόμενων υποσυστημάτων. Στα μοντέλα που ακολουθούν, οι χρονικές μεταβάσεις αναπαρίστανται ως λευκές μπάρες και οι άμεσες ως μαύρες μπάρες, ενώ όλα τα βάρη πολλαπλότητας των συνήθων τόξων είναι μοναδιαία.

##### **5.4.2.1 Μοντέλο αφιερωμένης μηχανής**

Στο Σχήμα 9 παρουσιάζεται το μοντέλο του συστήματος της αφιερωμένης μηχανής με χρονικά ΔΡ. Τα βασικά γεγονότα που αναγνωρίζονται σε ένα σύστημα αφιερωμένης μηχανής κι αναπαρίστανται στο μοντέλο είναι η επεξεργασία κομματιών στη μηχανή (μετάβαση  $t_1$ ), η ολοκλήρωση μιας κατεργασίας χωρίς την εμφάνιση βλάβης ( $t_2$ ), η εμφάνιση βλάβης ( $t_5$ ), το να τεθεί η μηχανή εκτός λειτουργίας ( $t_3$ ) κι η επιδιόρθωση της μηχανής ( $t_4$ ). Οι θέσεις  $p_0$  και  $p_3$  αναπαριστούν τις αποθήκες πρώτων υλών και τελικών προϊόντων, η  $p_1$  αναπαριστά λειτουργική μηχανή και διαθέσιμη για την επεξεργασία κομματιών, η  $p_4$  μοντελοποιεί την ολοκλήρωση της επεξεργασίας ενός κομματιού, ενώ οι θέσεις  $p_2$  και  $p_5$  αναπαριστούν τη βλάβη μηχανής και τη μηχανή εκτός λειτουργίας. Είναι φανερό πως οι θέσεις του ΔΡ μπορούν να χωριστούν σε δύο ομάδες, αυτές που αναπαριστούν καταστάσεις πόρων του συστήματος (π.χ. καταστάσεις μηχανής) κι αυτές που αναπαριστούν το πλήθος κομματιών που βρίσκονται στα μέρη του συστήματος (π.χ. οι τελείες στις αποθήκες δείχνουν το περιεχόμενο τους κάθε στιγμή) και χρησιμοποιούνται κατά κύριο λόγο για την αξιολόγηση αποδοτικότητας του. Σε περίπτωση που το μοντέλο θεωρηθεί μόνο του, η παραγωγή κομματιών (throughput) της μηχανής ισούται με τα κομμάτια που φτάνουν στην θέση  $p_1$ .



Σχήμα 9: Μοντέλο αφιερωμένης μηχανής με χρονικά ΔΡ.

Η λειτουργία του μοντέλου έχει ως εξής: για μια μηχανή λειτουργική και κομμάτια διαθέσιμα στην αρχική αποθήκη (τελείες στις  $p_0$  και  $p_1$ ) μετά την αντίστοιχη χρονική καθυστέρηση, η  $t_1$  ενεργοποιείται κι αφαιρεί μια τελεία από καθεμία από αυτές τις θέσεις προσθέτοντας μια στις  $p_3$  και  $p_4$  (τελική αποθήκη κι ολοκλήρωση επεξεργασίας κομματιού). Στο σημείο αυτό εμφανίζεται σε κάποιες περιπτώσεις σύγκρουση, αφού μπορούν να τεθούν σε ετοιμότητα οι άμεσες μεταβάσεις  $t_2$  και  $t_3$  (μόνο αν υπάρχει τελεία στη θέση εισόδου της  $p_2$ ). Η ενεργοποίηση της  $t_2$  αντιστοιχεί στην άμεση ολοκλήρωση του κύκλου εργασίας της μηχανής, ενώ η ενεργοποίηση της  $t_3$  στην ολοκλήρωση με τη μεσολάβηση και την επιδιόρθωση βλάβης ( $p_5 - t_4$ ). Η επίλυση της συγκεκριμένης σύγκρουσης κατά τη λειτουργία του δικτύου πρέπει να γίνει με τρόπο που θα εξασφαλίζει πάντα την ενεργοποίηση της  $t_3$ , κάτι που μπορεί να καταστεί δυνατό μέσω του εποπτικού ελέγχου όπως γίνεται κατανοητό παρακάτω ή εναλλακτικά μέσω της απόδοσης προτεραιοτήτων στις δύο μεταβάσεις.

Μετά τον καθορισμό της δομής του μοντέλου, αυτό πρέπει να γίνει λειτουργικό ώστε να μπορεί να αναλυθεί και να χρησιμοποιηθεί για αξιολόγηση αποδοτικότητας συστημάτων. Το γεγονός αυτό επιτυγχάνεται μέσω της προσθήκης του αντίστοιχου αριθμού τελειών στις θέσεις του. Οι αριθμοί κομματιών στις αρχικές αποθήκες σε συνδυασμό με τις χρονικές καθυστερήσεις των χρονικών μεταβάσεων του μοντέλου (ανάλογα με την περίπτωση είναι αιτιοκρατικές ή ακολουθούν συγκεκριμένες κατανομές) και τις βλάβες που εμφανίζονται κατά τη λειτουργία της μηχανής, καθορίζουν τη διάρκεια των προσομοιώσεων σε κάθε περίπτωση. Στην αρχική σήμανση  $m_0$  πάντα στη θέση  $p_1$  πρέπει να περιέχεται μια τελεία για να διασφαλίζει την δυνατότητα της μηχανής να επεξεργαστεί κομμάτια κατά την έναρξη λειτουργίας του συστήματος, ενώ οι  $p_4$  και  $p_5$  είναι κενές, αφού η μηχανή βρίσκεται σε μια μόνο από αυτές τις καταστάσεις κάθε στιγμή. Η μετάβαση  $t_5$  είναι μια γεννήτρια τελειών που αντιστοιχούν στις βλάβες που παθαίνει η μηχανή κατά τη λειτουργία της.

Ένα βασικό αντικείμενο του εποπτικού ελέγχου στο θεμελιώδες υποσύστημα αποτελεί η διασφάλιση της ισχύος των περιορισμών χωρητικότητας των θέσεων του ΔΡ. Έστω η

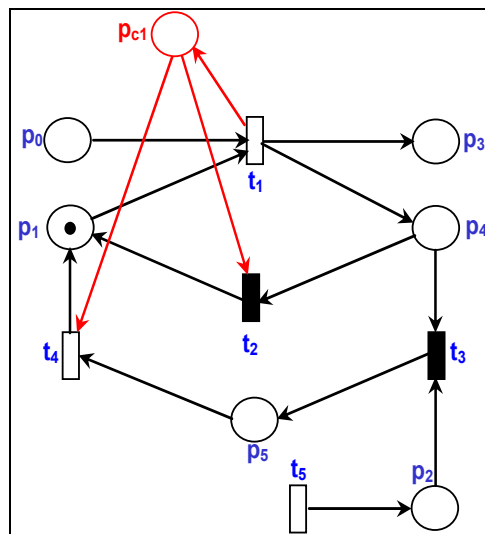
θέση  $p_1$  που αναφέρεται στη μηχανή να λειτουργεί και να είναι διαθέσιμη για την επεξεργασία κομματιών. Η χωρητικότητα της  $p_1$  ισούται με τη μονάδα, δηλαδή πρέπει να ισχύει  $m_{ip_1} \leq 1, i = 0, 1, \dots, f$  όπου  $m_f$  είναι η τελευταία σήμανση του ΔΡ κατά τη λειτουργία του. Ο περιορισμός αυτός είναι κλασσικός γενικευμένος περιορισμός αμοιβαίου αποκλεισμού (Generalized Mutual Exclusion Constraint - GMEC) της μορφής

$$I^T m_p \leq b \quad (5.1)$$

Στην (5.1) το  $I$  είναι ένα διάνυσμα σταθερών αριθμών και ο  $b$  ένας θετικός ακέραιος. Με βάση τη μέθοδο που παρουσιάζεται στην [75], για να ισχύει ο περιορισμός, είναι αναγκαίο να προστεθεί μια θέση παρακολούθησης, συνδεδεμένη με τις μεταβάσεις εισόδου κι εξόδου της  $p_1$ . Για το λόγο αυτό αρχικά υπολογίζεται ο πίνακας συμβάντων του ΔΡ:

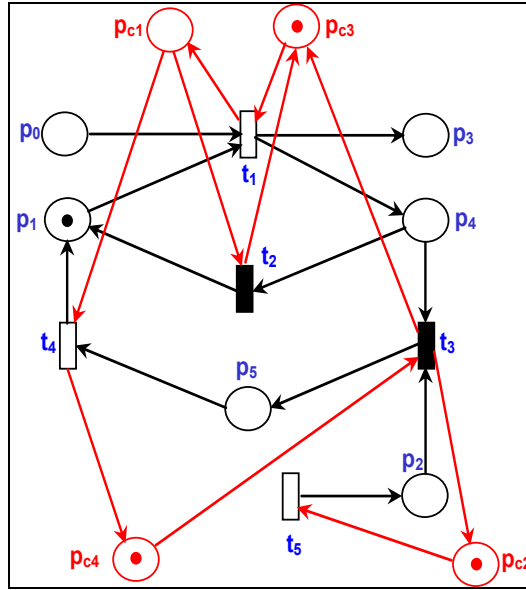
$$W = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

Από αυτό τον περιορισμό έχουμε  $I^T = [0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$  και  $b = 1$ , οπότε ο πίνακας συμβάντων του δικτύου του ελεγκτή είναι  $W_c = -I^T W = [1 \ -1 \ 0 \ -1 \ 0]$  κι η αρχική σήμανση της θέσης είναι  $m_{c0} = 1 - I^T * m_0 = 1 - 1 = 0$ . Με βάση τους υπολογισμούς αυτούς, η μορφή του ΔΡ με την προσθήκη της θέσης παρακολούθησης για την  $p_1$  είναι αυτή που παρουσιάζεται στο Σχήμα 10. Για να είναι εμφανής η διάκριση, η θέση  $p_{c1}$  και τα τόξα του ελεγκτή αναπαρίστανται με κόκκινο χρώμα.



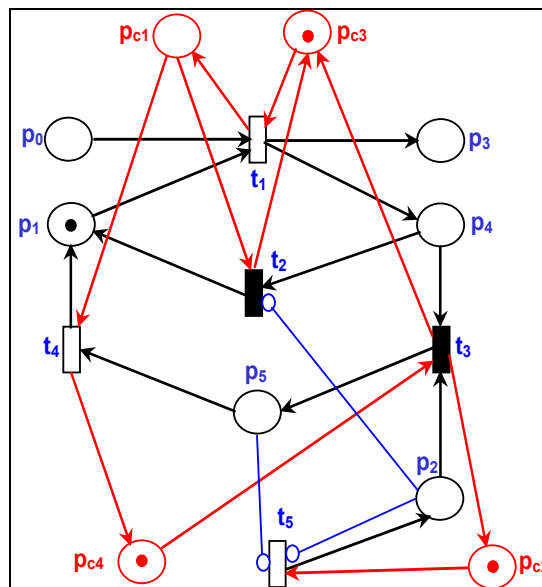
Σχήμα 10: Μοντέλο αφιερωμένης μηχανής στο οποίο έχει προστεθεί θέση παρακολούθησης για την  $p_1$ .

Με αντίστοιχο τρόπο, για να διασφαλιστούν οι μοναδιαίες χωρητικότητες των θέσεων  $p_2$ ,  $p_4$  και  $p_5$  προκύπτει το τελικό ΔΡ που παρουσιάζεται στο Σχήμα 11.



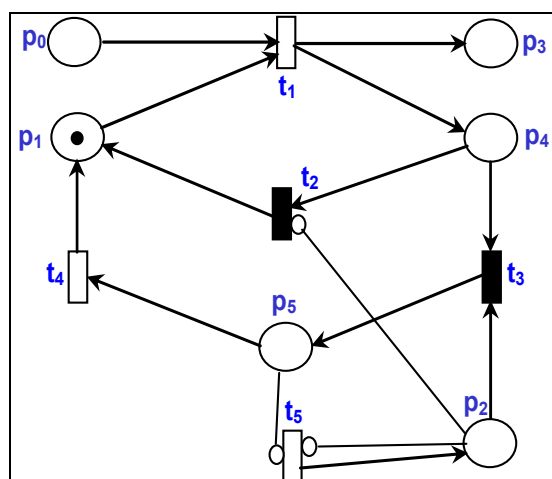
Σχήμα 11: Μοντέλο αφιερωμένης μηχανής με θέσεις παρακολούθησης.

Για να ολοκληρωθεί η προσθήκη του πρώτου επιπέδου εποπτικού ελέγχου στη δομή του υποσυστήματος αφιερωμένης μηχανής, χρησιμοποιώντας τη θεωρία που παρουσιάζεται στις εργασίες [225], [226] θα προστεθεί ο αναγκαίος αριθμός από τόξα ενεργοποίησης και παρεμπόδισης κατάλληλου βάρους πολλαπλότητας. Τα τόξα αυτά βοηθούν στην επιβολή μιας σειράς από γραμμικούς περιορισμούς που μπορεί να εμπλέκουν ακόμα και μη ελεγχόμενες μεταβάσεις. Στην περίπτωση αυτή, είναι αναγκαία η προσθήκη τόξων παρεμπόδισης από τις  $p_2$  και  $p_5$  στην  $t_5$ , για να διασφαλιστεί πως όσο μια μηχανή είναι εκτός λειτουργίας δε μπορεί η αντίστοιχη μετάβαση να δημιουργήσει νέα τελεία στο σημείο αυτό του δικτύου. Επίσης, προστίθεται ένα τόξο παρεμπόδισης από την  $p_2$  προς τη μετάβαση  $t_2$ , για να εξασφαλίζει την επίλυση της σύγκρουσης με ενεργοποίηση της  $t_3$  όταν εμφανίζεται βλάβη στο σύστημα. Το δίκτυο μετά τις προσθήκες των αναγκαίων τόξων παρεμπόδισης, που έχουν γίνει με μπλε χρώμα, παρουσιάζεται στο Σχήμα 12.



Σχήμα 12: Μοντέλο αφιερωμένης μηχανής με εποπτικό έλεγχο.

Κατά τη σύνδεση θεμελιωδών μοντέλων για την αναπαράσταση πιο πολύπλοκων υποσυστημάτων, πρέπει να προστεθούν θέσεις παρακολούθησης για την διασφάλιση της μη υπέρβασης της χωρητικότητας των εσωτερικών αποθηκών του συστήματος (εποπτικός έλεγχος σε επίπεδο συνολικού συστήματος), αφού οι εξωτερικές αποθήκες στην πράξη θεωρούνται άπειρης χωρητικότητας. Για λόγους απλότητας, κατά την κατασκευή και προσομοίωση πολύπλοκων μοντέλων οι θέσεις παρακολούθησης δεν αναπαρίστανται, αφού τα λογισμικά προσομοίωσης που χρησιμοποιούνται δίνουν τη δυνατότητα ορισμού μέγιστης χωρητικότητας θέσεων. Το μοντέλο που χρησιμοποιείται κατά την αναπαράσταση σύνθετων συστημάτων εικονίζεται στο Σχήμα 13.



Σχήμα 13: Απλοποιημένο μοντέλο αφιερωμένης μηχανής.

Χρησιμοποιώντας τα εργαλεία ανάλυσης ΔΡ κατ' αντίστοιχο τρόπο με αυτό που παρουσιάζεται αναλυτικά στην [227], προκύπτουν οι ιδιότητες του μοντέλου αφιερωμένης μηχανής, οι κυριότερες από τις οποίες είναι: α) το μοντέλο δεν είναι γενικά ζωτικό, αλλά παραμένει ζωτικό για όσο υπάρχουν διαθέσιμα προς επεξεργασία κομμάτια. Ο αριθμός κομματιών καθορίζει τον αριθμό κύκλων παραγωγής της μηχανής. Στην [227] αναλύοντας την κλειστή εκδοχή του μοντέλου, αποδεικνύεται θεωρητικά και με προσομοιώσεις πως είναι ζωτικό, β) με την ολοκλήρωση ενός κύκλου παραγωγής η μηχανή επιστρέφει σε κατάσταση έναρξης ενός νέου κύκλου είτε άμεσα είτε με τη μεσολάβηση κι επιδιόρθωση βλάβης, γ) το δίκτυο του συστήματος παραμένει *k-περιορισμένο* για οποιαδήποτε πεπερασμένη αρχική σήμανση, αφού δεν υπάρχει στη δομή του κάποιος κύκλος που να παράγει συνεχώς τελείες κατά την ενεργοποίησή του. Αν εξαιρεθούν οι θέσεις που αναπαριστούν αποθήκες, το υπόλοιπο δίκτυο είναι ασφαλές ( $k=1$ ). Για τις θέσεις που αντιστοιχούν σε αποθήκες μπορεί να υπολογιστεί άνω όριο του αριθμού τελειών των θέσεων. Ο αριθμός αυτός είναι δίνεται από την εξίσωση (5.2)

$$\min \{ \max \{ C_0, C_3 \}, (m_0(p_0) + m_0(p_3)) \} \quad (5.2)$$

Σε αυτή, το  $C_i$  είναι η μέγιστη χωρητικότητα της θέσης  $i$ . Ο μέγιστος αριθμός τελειών σε μια θέση είναι το ελάχιστο δύο ποσοτήτων, της μέγιστης χωρητικότητας των δύο αποθηκών και του αθροίσματος των τελειών στις θέσεις αυτές στην αρχική σήμανση. δ)



το μοντέλο είναι μη συντηρητικό, αφού υπάρχουν μεταβάσεις που καταναλώνουν διαφορετικό αριθμό τελείων από αυτές που παράγουν κατά την ενεργοποίησή τους (π.χ. η  $t_3$  παράγει δύο τελείες ενώ καταναλώνει μια), ε) το ΔΡ δεν εμφανίζει επιμονή, αφού υπάρχουν συγκρούσεις (οι  $t_2$  και  $t_3$  έχουν κοινή είσοδο την  $p_4$  η οποία έχει το πολύ 1 τελεία, με αποτέλεσμα η ενεργοποίηση της μιας μετάβασης να αφαιρεί την ετοιμότητα από την άλλη) και στ) το μοντέλο δεν είναι αντιστρεπτό κι είναι μη συνεπές, αφού κατά την ενεργοποίηση του δεν υπάρχει περιοδική ενεργοποίηση συγκεκριμένης ακολουθίας μεταβάσεων που να το επαναφέρει στην αρχική σήμανση  $m_0$ . Η έλλειψη αντιστρεπτότητας συνεπάγεται απουσία *T-αναλλοιώτων*.

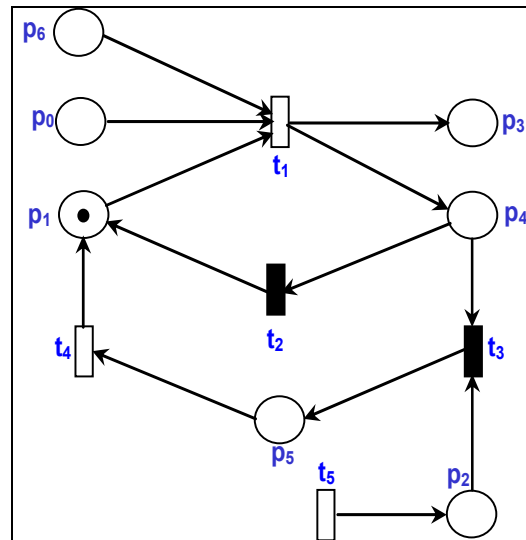
Χρησιμοποιώντας τον αλγόριθμο των Martinez και Silva [228], υπολογίζεται το σύνολο από ελάχιστα *P-αναλλοιώτα* ενός μοντέλου με ΔΡ. Οποιοδήποτε άλλο *P-αναλλοίωτο* προκύπτει ως γραμμικός συνδυασμός των ελάχιστων. Για το μοντέλο αφιερωμένης μηχανής βρίσκονται τα ακόλουθα δύο *P-αναλλοιώτα*:

$\{1\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\}$ , που αντιστοιχεί στη δομή του ΔΡ σε  $m(p_0)+m(p_3)=k_1$ , με  $k_1=m_0(p_0)+m_0(p_3)$

$\{0\ 1\ 0\ 0\ 1\ 1\}$  που αντιστοιχεί στη δομή του ΔΡ σε  $m(p_1)+m(p_4)+m(p_5)=1$

Το πρώτο *P-αναλλοίωτο* περιγράφει τη διατήρηση κομματιών στις αποθήκες του ΔΡ (το άθροισμα κομματιών σε αρχική και τελική αποθήκη είναι σταθερό κι ίσο με το αρχικό άθροισμα σε αυτές) και το δεύτερο αναφέρεται στις αμοιβαία αποκλειόμενες καταστάσεις της μηχανής.

#### 5.4.2.2 Μοντέλο συναρμολόγησης

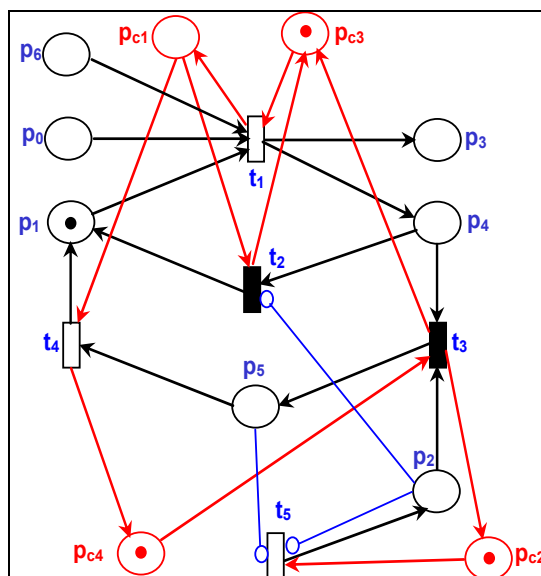


Σχήμα 14: Μοντέλο συναρμολόγησης με χρονικά ΔΡ.

Το μοντέλο συναρμολόγησης προκύπτει από το μοντέλο αφιερωμένης μηχανής με την προσθήκη μιας ακόμα αποθήκης αρχικών κομματιών. Η βασική του δομή παρουσιάζεται στο Σχήμα 14. Οι θέσεις κι οι μεταβάσεις του έχουν την ίδια σημασία με το μοντέλο αφιερωμένης μηχανής, ενώ η νέα θέση  $p_6$  αντιστοιχεί στην αποθήκη που περιέχει το δεύτερο τύπο κομματιών που συμμετέχουν στη συναρμολόγηση. Η κύρια διαφορά στη

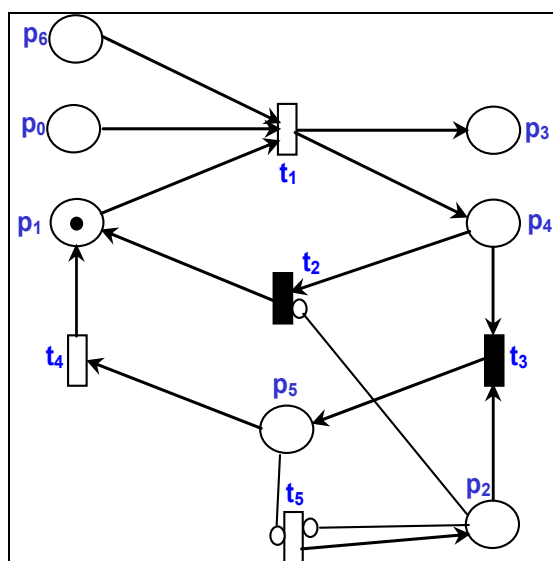
Λειτουργία του μοντέλου έγκειται στο γεγονός πως για να ενεργοποιηθεί η  $t_1$  και να εκτελεστεί η συναρμολόγηση, πρέπει να διατίθενται αρχικά κομμάτια και των δύο τύπων. Για το απλό αυτό μοντέλο συναρμολόγησης έχει υποθεθεί πως χρησιμοποιείται ένα κομμάτι κάθε τύπου για την εκτέλεση της κατεργασίας, άρα όλα τα βάρη πολλαπλότητας είναι μοναδιαία.

Επαναλαμβάνοντας τη διαδικασία που έχει περιγραφεί παραπάνω για την εφαρμογή εποπτικού ελέγχου με προσθήκη θέσεων παρακολούθησης και τόξων απαγόρευσης και ενεργοποίησης προκύπτει το τελικό μοντέλο που παρουσιάζεται στο Σχήμα 15.



Σχήμα 15: Μοντέλο συναρμολόγησης με εποπτικό έλεγχο.

Στο Σχήμα 16 παρουσιάζεται το απλοποιημένο μοντέλο που χρησιμοποιείται για τις προσομοιώσεις και για την αναπαράσταση με ΔΡ πολύπλοκων συστημάτων.



Σχήμα 16: Απλοποιημένο μοντέλο συναρμολόγησης.

Οι βασικές ιδιότητες του μοντέλου συναρμολόγησης είναι αντίστοιχες με αυτές του μοντέλου αφιερωμένης μηχανής. Δηλαδή: α) το μοντέλο δεν είναι γενικά ζωτικό, αλλά

παραμένει ζωτικό για όσο υπάρχουν διαθέσιμα προς επεξεργασία κομμάτια, β) με την ολοκλήρωση μιας συναρμολόγησης η μηχανή επιστρέφει σε κατάσταση έναρξης ενός νέου κύκλου είτε άμεσα είτε με τη μεσολάβηση κι επιδιόρθωση βλάβης, γ) το δίκτυο παραμένει *k-περιορισμένο* για οποιαδήποτε πεπερασμένη αρχική σήμανση. Το άνω όριο του αριθμού τελειών στις θέσεις του ΔΡ που δεν αντιστοιχούν σε αποθήκες ισούται με ένα. Για τις υπόλοιπες, ο αριθμός αυτός δίνεται από τη σχέση:

$$\min \{ \max \{ C_0, C_3, C_6 \}, (m_0(p_3) + \max \{ m_0(p_0), m_0(p_6) \}) \} \quad (5.3)$$

Στην (5.3) το  $C_i$  είναι η μέγιστη χωρητικότητα της θέσης  $i$ . Δηλαδή, ο μέγιστος αριθμός τελειών σε μια θέση είναι το ελάχιστο δύο ποσοτήτων, της μέγιστης χωρητικότητας των αποθηκών και του μέγιστου αθροίσματος τελειών σε μια αρχική και στην τελική αποθήκη στην αρχική σήμανση, δ) το μοντέλο είναι μη συντηρητικό, αφού υπάρχουν μεταβάσεις που «καταναλώνουν» διαφορετικό αριθμό τελειών από αυτές που παράγουν κατά την ενεργοποίησή τους (π.χ. η  $t_3$  παράγει δύο τελείες ενώ καταναλώνει μια ενώ η  $t_1$  καταναλώνει δύο και παράγει μια τελεία), ε) το ΔΡ δεν εμφανίζει επιμονή και στ) το μοντέλο είναι μη-αντιστρεπτό και μη συνεπές και δεν έχει *T-αναλλοίωτα*.

Το μοντέλο συναρμολόγησης έχει τα ακόλουθα τρία *T-αναλλοίωτα*:

$\{1\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 0\}$ , που αντιστοιχεί στη δομή του ΔΡ σε  $m(p_0)+m(p_3)=k_1$ , με  $k_1=m_0(p_0)+m_0(p_3)$

$\{0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 1\}$ , που αντιστοιχεί στη δομή του ΔΡ σε  $m(p_6)+m(p_3)=k_2$ , με  $k_2=m_0(p_6)+m_0(p_3)$

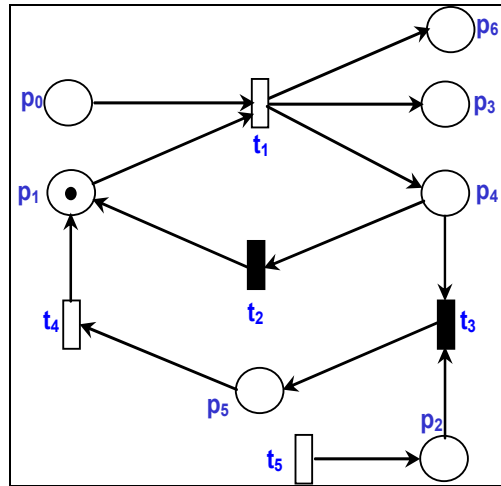
$\{0\ 1\ 0\ 0\ 1\ 1\ 0\}$ , που αντιστοιχεί στη δομή του ΔΡ σε  $m(p_1)+m(p_4)+m(p_5)=1$

Το πρώτο και το τρίτο *P-αναλλοίωτο* είναι ίδια με αυτά του μοντέλου αφιερωμένης μηχανής. Το δεύτερο, προκύπτει εξαιτίας της ύπαρξης δεύτερης αποθήκης αρχικών κομματιών στο μοντέλο συναρμολόγησης. Τα δύο πρώτα *P-αναλλοίωτα* περιγράφουν τη διατήρηση κομματιών στις αποθήκες του (μια αρχική + την τελική στο καθένα) ενώ το τρίτο αναφέρεται στις αμοιβαία αποκλειόμενες καταστάσεις της μηχανής.

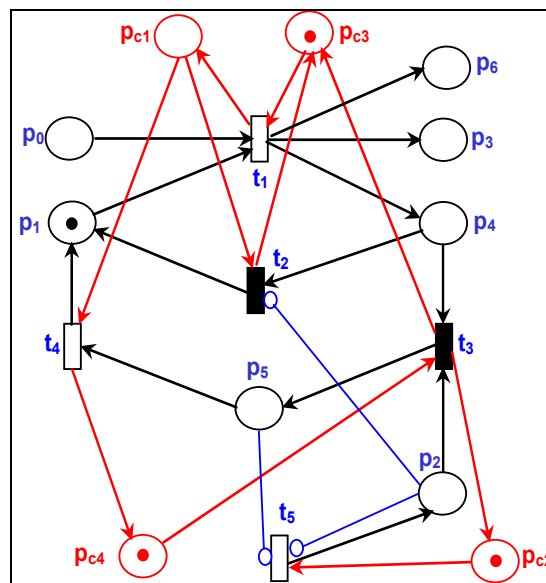
### 5.4.2.3 Μοντέλο αποσυναρμολόγησης

Το μοντέλο αποσυναρμολόγησης προκύπτει από το μοντέλο αφιερωμένης μηχανής με την προσθήκη μιας ακόμα αποθήκης τελικών προϊόντων. Σε κάθε αποθήκη οδηγούνται τελικά προϊόντα διαφορετικού τύπου. Η βασική δομή του μοντέλου παρουσιάζεται στο Σχήμα 17. Οι θέσεις κι οι μεταβάσεις του έχουν την ίδια σημασία με το μοντέλο αφιερωμένης μηχανής, ενώ η νέα θέση  $p_6$  αντιστοιχεί στην αποθήκη που περιέχει το δεύτερο τύπο προϊόντων της κατεργασίας. Στο μοντέλο αυτό έχει υποτεθεί πως παράγεται ένα κομμάτι κάθε τύπου κατά την εκτέλεση της κατεργασίας άρα όλα τα βάρη των τόξων είναι μοναδιαία.

Στο Σχήμα 18 παρουσιάζεται το μοντέλο συναρμολόγησης που προκύπτει εφαρμόζοντας εποπτικό έλεγχο με προσθήκη θέσεων παρακολούθησης και τόξων απαγόρευσης κι ενεργοποίησης.

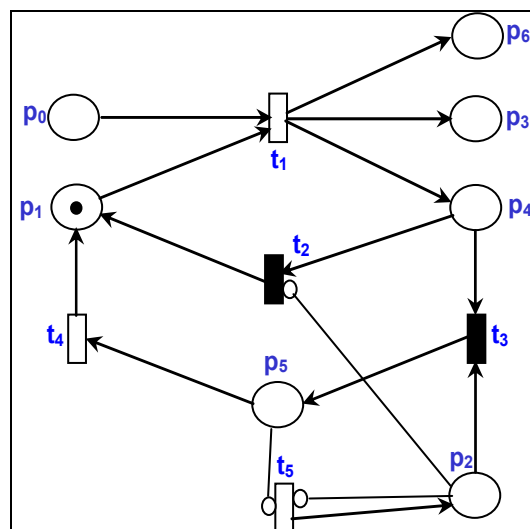


Σχήμα 17: Μοντέλο αποσυναρμολόγησης με χρονικά ΔΡ.



Σχήμα 18: Μοντέλο αποσυναρμολόγησης με εποπτικό έλεγχο.

Στο Σχήμα 19 παρουσιάζεται το απλοποιημένο μοντέλο με ΔΡ που χρησιμοποιείται στις προσομοιώσεις και για αναπαράσταση πολύπλοκων συστημάτων.



Σχήμα 19: Απλοποιημένο μοντέλο αποσυναρμολόγησης.

Οι βασικές ιδιότητες του μοντέλου αποσυναρμολόγησης είναι: α) παραμένει ζωτικό για όσο υπάρχουν διαθέσιμα προς επεξεργασία κομμάτια, β) με την ολοκλήρωση μιας κατεργασίας αποσυναρμολόγησης η μηχανή επιστρέφει σε κατάσταση έναρξης ενός νέου κύκλου, είτε άμεσα είτε με τη μεσολάβηση κι επιδιόρθωση βλάβης, γ) το δίκτυο παραμένει *k-περιορισμένο* για οποιαδήποτε πεπερασμένη αρχική σήμανση. Το άνω όριο του αριθμού τελειών στις θέσεις του ΔΡ που δεν αντιστοιχούν σε αποθήκες ισούται με ένα. Για τις υπόλοιπες, ο αριθμός αυτός υπολογίζεται από τη σχέση:

$$\min \{ \max \{ C_0, C_3, C_6 \}, (m_0(p_0) + \max \{ m_0(p_3), m_0(p_6) \}) \} \quad (5.4)$$

Στην (5.4)  $C_i$  είναι η μέγιστη χωρητικότητα της θέσης  $i$ . Δηλαδή, ο μέγιστος αριθμός τελειών σε μια θέση είναι το ελάχιστο δύο ποσοτήτων, της μέγιστης χωρητικότητας των αποθηκών και του μέγιστου αθροίσματος τελειών στην αρχική και σε μια τελική αποθήκη στην  $m_0$ , δ) το μοντέλο είναι μη συντηρητικό, αφού κάποιες μεταβάσεις καταναλώνουν διαφορετικό αριθμό τελειών από αυτό που παράγουν κατά την ενεργοποίησή τους (η  $t_3$  και η  $t_1$  παράγουν δύο τελείες ενώ καταναλώνουν μια), ε) το ΔΡ δεν εμφανίζει επιμονή και στ) το μοντέλο είναι μη-αντιστρεπτό, μη συνεπές και δεν έχει *T-αναλλοίωτα*.

Το μοντέλο αποσυναρμολόγησης έχει τα ακόλουθα τρία *T-αναλλοίωτα*:

$\{1\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 0\}$ , που αντιστοιχεί στη δομή του ΔΡ σε  $m(p_0)+m(p_3)=k_1$ , με  $k_1=m_0(p_0)+m_0(p_3)$

$\{1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1\}$ , που αντιστοιχεί στη δομή του ΔΡ σε  $m(p_0)+m(p_6)=k_2$ , με  $k_2=m_0(p_0)+m_0(p_6)$

$\{0\ 1\ 0\ 0\ 1\ 1\ 0\}$ , που αντιστοιχεί στη δομή του ΔΡ σε  $m(p_1)+m(p_4)+m(p_5)=1$

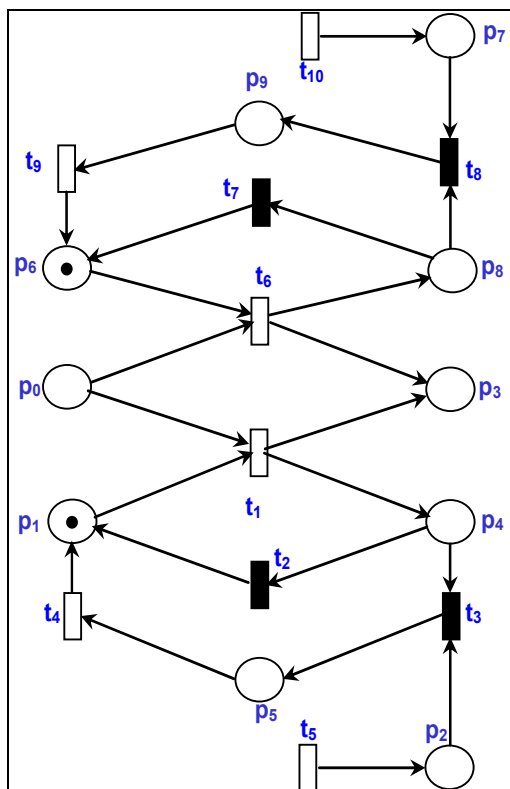
Το πρώτο και το τρίτο *P-αναλλοίωτο* είναι ίδια με αυτά του μοντέλου αφιερωμένης μηχανής, ενώ το δεύτερο, προκύπτει εξαιτίας της ύπαρξης δεύτερης αποθήκης τελικών προϊόντων στο μοντέλο. Τα δύο πρώτα *P-αναλλοίωτα* περιγράφουν τη διατήρηση κομματιών στις αποθήκες του (αρχική + μια τελική στο καθένα) ενώ το τρίτο αναφέρεται στις αμοιβαία αποκλειόμενες καταστάσεις της μηχανής.

#### 5.4.2.4 Μοντέλο παράλληλων μηχανών

Στο μοντέλο παράλληλων μηχανών, δύο μηχανές ( $M_1$  και  $M_2$ ) εκτελούν παράλληλα σε διαφορετικά κομμάτια την ίδια κατεργασία. Πρόκειται για μια κλασσική περίπτωση ύπαρξης δύο εξυπηρετητών σε ένα σύστημα. Το μοντέλο με ΔΡ προκύπτει θεωρώντας δύο μοντέλα αφιερωμένης μηχανής που τροφοδοτούνται από την ίδια αρχική αποθήκη ( $p_0$ ) και στέλνουν τα προϊόντα τους στην ίδια τελική αποθήκη ( $p_6$ ) και παρουσιάζεται στο Σχήμα 20. Η σημασία των θέσεων  $p_0 - p_5$  και των μεταβάσεων  $t_1 - t_5$  (που αντιστοιχούν στη  $M_1$ ) είναι η ίδια με των αντιστοίχων στοιχείων του μοντέλου αφιερωμένης μηχανής, ενώ οι σημασίες των υπολοίπων κόμβων (της  $M_2$ ) προκύπτουν κατ' αντιστοιχία.

Στο μοντέλο παράλληλων μηχανών, δύο μηχανές ( $M_1$  και  $M_2$ ) εκτελούν παράλληλα σε διαφορετικά κομμάτια την ίδια κατεργασία. Μιλώντας γενικότερα, πρόκειται για μια κλασσική περίπτωση ύπαρξης δύο εξυπηρετητών σε ένα σύστημα. Η δομή του μοντέλου

προκύπτει αν θεωρηθούν δύο μοντέλα αφιερωμένης μηχανής που τροφοδοτούνται από την ίδια αρχική αποθήκη ( $p_0$ ) και στέλνουν τα προϊόντα τους στην ίδια τελική αποθήκη ( $p_6$ ). Το σχετικό μοντέλο με ΔΡ παρουσιάζεται στο Σχήμα 20. Η σημασία των θέσεων  $p_0 - p_5$  και των μεταβάσεων  $t_1 - t_5$  (που αντιστοιχούν στη  $M_1$ ) είναι η ίδια με των αντιστοίχων στοιχείων του μοντέλου αφιερωμένης μηχανής, ενώ οι σημασίες των υπολοίπων κόμβων (που αντιστοιχούν στη  $M_2$ ) προκύπτουν κατ' αντιστοιχία.



Σχήμα 20: Μοντέλο παράλληλων μηχανών με χρονικά ΔΡ.

Μετά την εφαρμογή της θεωρίας εποπτικού ελέγχου στο υποσύστημα παράλληλων μηχανών, προκύπτει το μοντέλο που παρουσιάζεται στο Σχήμα 21 και στο οποίο έχουν προστεθεί οι αναγκαίες θέσεις παρακολούθησης και τόξα παρεμπόδισης.

Στο Σχήμα 22 παρουσιάζεται το μοντέλο με τη μορφή που χρησιμοποιείται για την προσομοίωση και την αναπαράσταση πολύπλοκων συστημάτων.

Οι βασικές ιδιότητες του μοντέλου παράλληλων μηχανών είναι: α) παραμένει ζωντικό για όσο υπάρχουν διαθέσιμα προς επεξεργασία κομμάτια, β) με την ολοκλήρωση μιας κατεργασίας καθεμία από τις μηχανές επιστρέφει σε κατάσταση έναρξης ενός νέου κύκλου, είτε άμεσα είτε με τη μεσολάβηση κι επιδιόρθωση βλάβης, γ) το δίκτυο παραμένει *k-περιορισμένο* για οποιαδήποτε πεπερασμένη αρχική σήμανση. Το άνω όριο αριθμού τελειών στις θέσεις του ΔΡ που δεν αντιστοιχούν σε αποθήκες ισούται με ένα. Για τις υπόλοιπες, ο αριθμός αυτός υπολογίζεται από την ίδια σχέση με την περίπτωση της αφιερωμένης μηχανής, δηλαδή:

$$\min \{ \max \{ C_0, C_3 \}, (m_0(p_0) + m_0(p_3)) \} \quad (5.5)$$

Ο μέγιστος αριθμός τελειών δηλαδή σε μια αποθήκη είναι το ελάχιστο δύο ποσοτήτων, της μέγιστης χωρητικότητας των αποθηκών και του αθροίσματος τελειών στην αρχική και την τελική αποθήκη στην  $m_0$ , δ) το μοντέλο είναι μη συντηρητικό, αφού κάποιες μεταβάσεις ( $t_1$  και  $t_6$ ) καταναλώνουν διαφορετικό αριθμό τελειών από αυτές που παράγουν κατά την ενεργοποίησή τους, ε) το ΔΡ δεν εμφανίζει επιμονή και στ) το μοντέλο είναι μη-αντιστρεπτό, μη συνεπές και δεν έχει  $T$ -αναλλοίωτα.

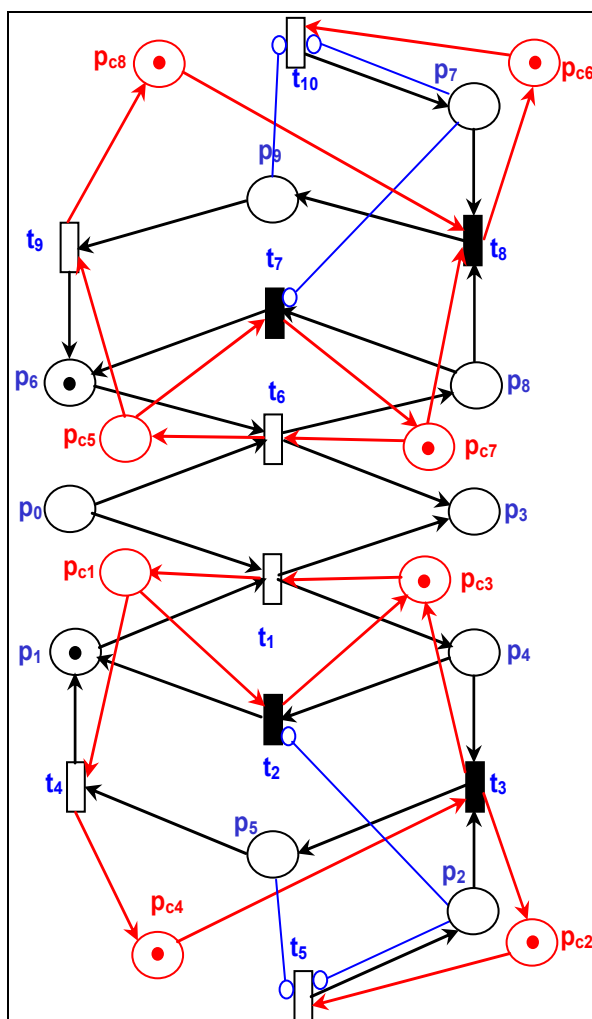
Το μοντέλο παράλληλων μηχανών έχει τα ακόλουθα τρία  $T$ -αναλλοίωτα:

$\{1\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\}$ , που αντιστοιχεί σε  $m(p_0)+m(p_3)=k_1$ , με  $k_1=m_0(p_0)+m_0(p_3)$

$\{0\ 1\ 0\ 0\ 1\ 1\ 0\ 0\ 0\}$ , που αντιστοιχεί στη δομή του ΔΡ σε  $m(p_1)+m(p_4)+m(p_5)=1$

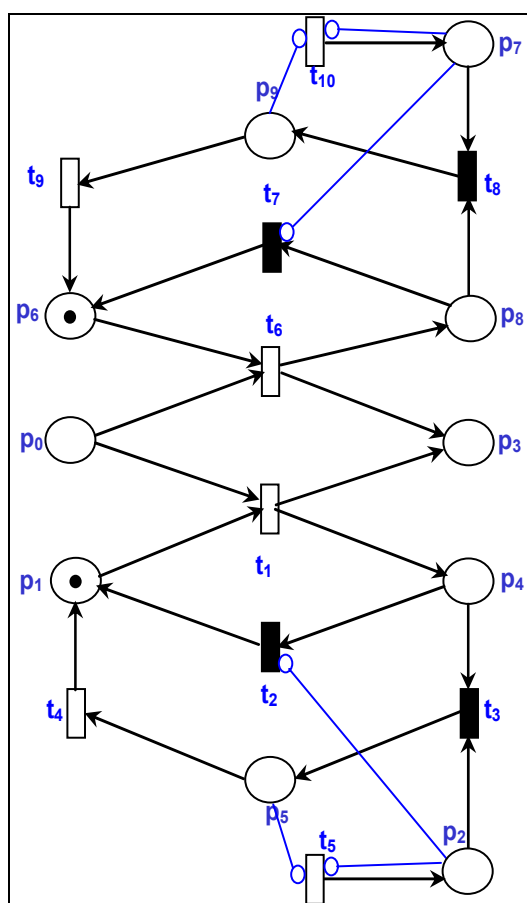
$\{0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 1\ 1\}$ , που αντιστοιχεί στη δομή του ΔΡ σε  $m(p_6)+m(p_8)+m(p_9)=1$

Το πρώτο και το δεύτερο  $P$ -αναλλοίωτο είναι ίδια με αυτά του μοντέλου αφιερωμένης μηχανής, ενώ το δεύτερο, προκύπτει από την ύπαρξη δεύτερης μηχανής στο μοντέλο. Το πρώτο  $P$ -αναλλοίωτο περιγράφει τη διατήρηση κομματιών στις αποθήκες του συστήματος ενώ τα άλλα δύο αναφέρονται στις αμοιβαία αποκλειόμενες καταστάσεις καθεμίας από τις μηχανές.



Σχήμα 21: Μοντέλο παράλληλων μηχανών με εποπτικό έλεγχο.

Στο μοντέλο παράλληλων μηχανών υπάρχει η περίπτωση, η μια από τις δύο μηχανές να εκτελεί την κατεργασία με μεγαλύτερη ταχύτητα από την άλλη (π.χ. λόγω νεότητας). Στην περίπτωση αυτή θα πρέπει να προβλεφθεί ένας τρόπος απόδοσης υψηλότερης προτεραιότητας στη γρήγορη μηχανή όταν υπάρχει διαθέσιμο προς επεξεργασία ένα μόνο κομμάτι κι οι δυο μηχανές λειτουργούν και δεν επεξεργάζονται κάποιο κομμάτι (είναι κενές), έτσι ώστε να εξασφαλιστεί η κατά το δυνατόν ταχύτερη εκτέλεση της κατεργασίας. Αυτό πρέπει να γίνει με τρόπο που να μην εμποδίζει τη λειτουργία της αργής μηχανής όταν υπάρχουν κομμάτια προς επεξεργασία κι από τις δύο μηχανές, ενώ και στην περίπτωση ύπαρξης ενός προς επεξεργασία κομματιού και βλάβης της γρήγορης μηχανής θα πρέπει η κατεργασία να εκτελείται από τη διαθέσιμη αργή μηχανή. Η περίπτωση που περιγράφεται είναι μια περίπτωση σύγκρουσης, για την επίλυση της οποίας πρέπει ουσιαστικά να αναπτυχθεί ένας κατάλληλος κανόνας ελέγχου με τις αναγκαίες προσθήκες. Έστω η περίπτωση κατά την οποία πρέπει να αποδοθεί υψηλότερη προτεραιότητα στη  $M_2$  είτε λόγω ταχύτητας είτε λόγω κατασκευαστικών χαρακτηριστικών. Το μοντέλο παράλληλων μηχανών που επιτυγχάνει το παραπάνω, παρουσιάζεται στο Σχήμα 23. Η δομή που προστέθηκε για την απόδοση της προτεραιότητας κατά τη λειτουργία του ΔΡ αναπαρίσταται με κόκκινο χρώμα.

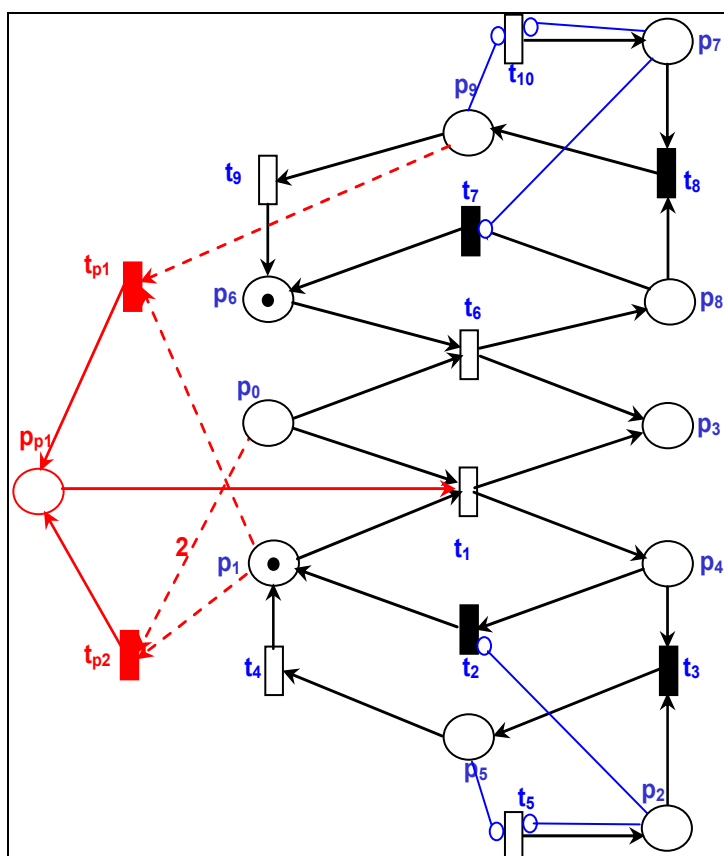


Σχήμα 22: Απλοποιημένο μοντέλο παράλληλων μηχανών.

Η δομή ελέγχου αποτελείται από μια θέση, δύο άμεσες μεταβάσεις κι ένα σύνολο από τόξα ενεργοποίησης. Η θέση ελέγχου ( $p_{p1}$ ) είναι είσοδος στην  $t_1$  που αναπαριστά



εκτέλεση εργασίας από τη  $M_1$ . Αρχικά η θέση αυτή είναι κενή, ενώ η μέγιστη χωρητικότητα της είναι ένα. Υπάρχουν δύο τρόποι με βάση τους οποίους η  $p_{p1}$  μπορεί να τροφοδοτηθεί με τελεία και να επιτρέψει την ενεργοποίηση της  $t_1$ . Αυτοί αναπαρίστανται από τις άμεσες μεταβάσεις  $t_{p1}$  και  $t_{p2}$ . Για να ενεργοποιηθεί η  $t_{p1}$  πρέπει η  $M_2$  να έχει βλάβη κι η  $M_1$  να λειτουργεί και να μην έχει κομμάτι προς επεξεργασία. Η ύπαρξη τελειών στις  $p_1$  και  $p_9$  που αναπαριστούν αυτές τις καταστάσεις, μέσω των τόξων ενεργοποίησης επιτρέπει την ενεργοποίηση της  $t_{p1}$ . Αντίστοιχα, για να ενεργοποιηθεί η  $t_{p2}$  πρέπει η  $M_1$  να λειτουργεί ( $p_1$ ) και στην αρχική αποθήκη ( $p_0$ ) να υπάρχουν δύο ή περισσότερα κομμάτια (γι' αυτό το τόξο ενεργοποίησης από την  $p_0$  έχει βάρος πολλαπλότητας δύο).



Σχήμα 23: Μοντέλο παραλλήλων μηχανών με ορισμό προτεραιοτήτων για τις μηχανές.

Σε επίπεδο προσομοιώσεων το πρόβλημα αυτό λύνεται στην πράξη από τα λογισμικά πακέτα που χρησιμοποιούνται για το σκοπό αυτό, αφού επιτρέπουν τον ορισμό διαφορετικών προτεραιοτήτων μεταξύ μεταβάσεων σε ετοιμότητα. Η μετάβαση με την υψηλότερη προτεραιότητα ενεργοποιείται πρώτη κατά την εκτέλεση του δικτύου.

### 5.4.3 Γενικεύσεις μοντέλων με ΔΡ θεμελιωδών υποσυστημάτων

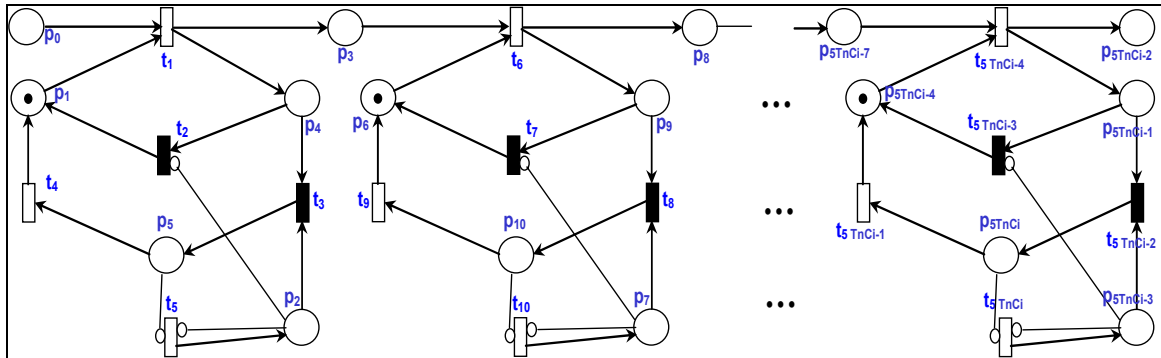
Στην παράγραφο αυτή παρουσιάζονται οι γενικότερες περιπτώσεις των μοντέλων με ΔΡ που παρουσιάστηκαν παραπάνω, τα οποία από εδώ και στο εξής θα ονομάζονται γενικευμένα μοντέλα θεμελιωδών υποσυστημάτων. Για την αναπαράσταση πολύπλοκων συστημάτων παραγωγής τα γενικευμένα αυτά μοντέλα, προσαρμόζονται κάθε φορά στα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά του υπό μελέτη συστήματος και συνδέονται με βάση την

τοπολογία του. Για τα γενικευμένα μοντέλα ισχύουν οι ίδιες γενικές παραδοχές και θεωρήσεις που αναφέρθηκαν. Μετά την παρουσίαση τους ακολουθεί ανάλυση ιδιοτήτων, παρουσίαση των αναλλοίωτων τους καθώς κι ανάλυση πολυπλοκότητας τους σε σχέση με το πλήθος από τους κόμβους κάθε τύπου που συνθέτουν το μοντέλο.

Η γραμμή παραγωγής αποτελεί γενίκευση της αφιερωμένης μηχανής. Το μοντέλο αυτό περιγράφει  $n_{TCi}$  μηχανές σε σειρά, μεταξύ των οποίων μεσολαβούν αποθήκες πεπερασμένης χωρητικότητας. Οι αποθήκες εξασφαλίζουν αυτονομία στις επιμέρους μηχανές, αφού αυτές δεν είναι αναγκαίο (και δυνατό σε πολλές περιπτώσεις) να είναι αυτές απόλυτα συντονισμένες κατά τη λειτουργία τους ενώ μειώνουν και τις επιπτώσεις γεγονότων όπως βλάβες στη συνολική λειτουργία του συστήματος. Η επιλογή των ιδανικών χωρητικότητας των εσωτερικών αποθηκών αποτελεί πολύ σημαντικό θέμα κατά το σχεδιασμό ενός συστήματος. Το μοντέλο γραμμής παραγωγής με χρονικά  $\Delta P$  παρουσιάζεται στο Σχήμα 24.

Το μοντέλο γραμμής παραγωγής δεν έχει  $T$ -αναλλοίωτα, ενώ έχει  $(n_{TCi}+1)$   $P$ -αναλλοίωτα, από τα οποία ένα αναφέρεται σε διατήρηση κομματιών στο σύστημα και τα υπόλοιπα στις αμοιβαία αποκλειόμενες καταστάσεις των μηχανών (ένα  $P$ -αναλλοίωτο για κάθε μηχανή).

Τα  $P$ -αναλλοίωτα του μοντέλου είναι τα ακόλουθα:



Σχήμα 24: Γενικευμένο μοντέλο γραμμής παραγωγής.

$$m(p_0) + m(p_3) + m(p_8) + \dots + m(p_{5nTCi-7}) + m(p_{5nTCi-2}) = k_1$$

$$m(p_1) + m(p_4) + m(p_5) = 1$$

$$m(p_6) + m(p_9) + m(p_{10}) = 1$$

...

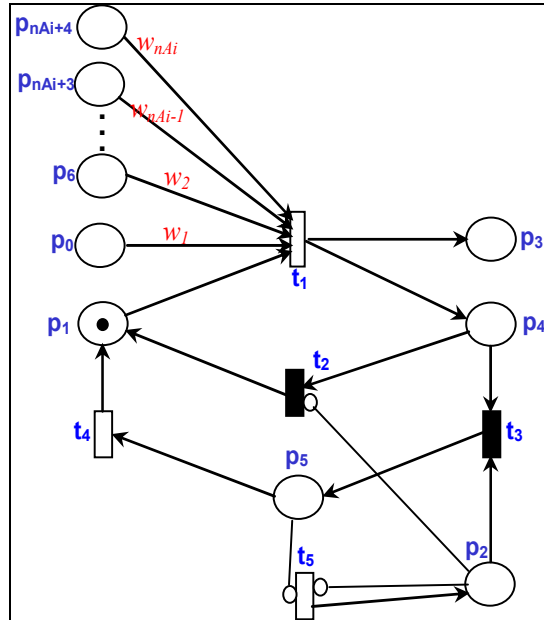
$$m(p_{5nTCi-4}) + m(p_{5nTCi-1}) + m(p_{5nTCi}) = 1$$

Η γενικευμένη συναρμολόγηση αναφέρεται σε μια μηχανή που συναρμολογεί  $n_{Ai}$  τύπους κομματιών σε ένα τελικό προϊόν. προϊόντων. Στην απλούστερη περίπτωση ένα κομμάτι κάθε τύπου συμμετέχει στη συναρμολόγηση. Υπάρχει όμως η δυνατότητα κάποιοι τύποι κομματιών να συμμετέχουν σε μεγαλύτερο αριθμό. Το μοντέλο με  $\Delta P$  της γενικότερης περίπτωσης παρουσιάζεται στο Σχήμα 25 κι έχει  $n_{Ai}+1$   $P$ -αναλλοίωτα.

Στο μοντέλο έχουν χρησιμοποιηθεί βάρη πολυπλοκότητας  $w_{nAi}$  στις θέσεις εισόδου της συναρμολόγησης για να αναπαραστήσουν τον αριθμό κομματιών κάθε τύπου που

μετέχουν στην κατεργασία. Το πρώτο *P-αναλλοίωτο* αναφέρεται σε αμοιβαία αποκλειόμενες καταστάσεις της μηχανής και τα υπόλοιπα στη διατήρηση κομματιών στο σύστημα (ένα για κάθε αρχική αποθήκη). Θεωρώντας ίσο με  $k_j$ ,  $j=1, \dots, n_{Ai}$  το άθροισμα κομματιών σε μια αρχική αποθήκη κάθε φορά και στο γινόμενο του βάρους πολλαπλότητας που αντιστοιχεί στην αποθήκη αυτή και του περιεχομένου της τελικής αποθήκης, έχουμε:

$$\begin{aligned}
 m(p_1) + m(p_4) + m(p_5) &= 1 \\
 m(p_0) + w_1 m(p_3) &= k_1, \quad k_1 = m_0(p_0) + w_1 m_0(p_3) \\
 m(p_6) + w_2 m(p_3) &= k_2, \quad k_2 = m_0(p_6) + w_2 m_0(p_3) \\
 &\dots \\
 m(p_{n_{Ai}+3}) + w_{n_{Ai}-1} m(p_3) &= k_{n_{Ai}-1}, \quad k_{n_{Ai}-1} = m_0(p_{n_{Ai}+3}) + w_{n_{Ai}-1} m_0(p_3) \\
 m(p_{n_{Ai}+4}) + w_{n_{Ai}} m(p_3) &= k_{n_{Ai}}, \quad k_{n_{Ai}} = m_0(p_{n_{Ai}+4}) + w_{n_{Ai}} m_0(p_3)
 \end{aligned}$$



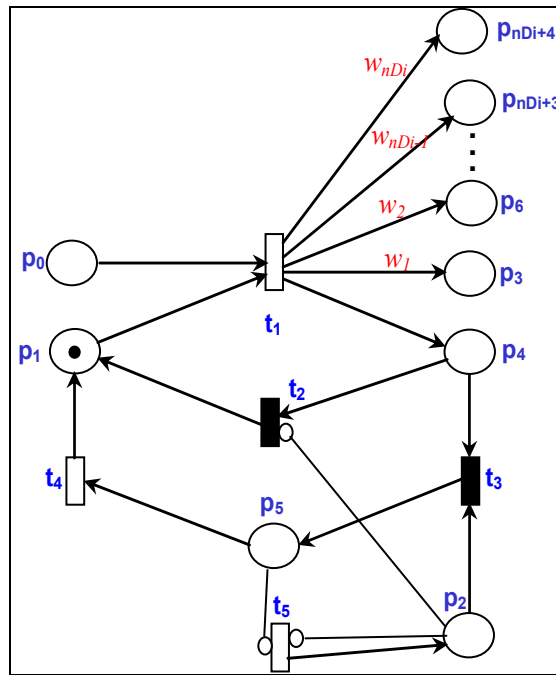
Σχήμα 25: Γενικευμένο μοντέλο συναρμολόγησης.

Η γενικευμένη αποσυναρμολόγηση αναφέρεται σε μια μηχανή που από ένα αρχικό προϊόν, παράγει  $n_{Di}$  τύπους τελικών προϊόντων. Στην απλούστερη περίπτωση παράγει ένα προϊόν κάθε τύπου. Σε ορισμένες περιπτώσεις, κάποιοι τύποι προϊόντων παράγονται σε μεγαλύτερο αριθμό. Το μοντέλο της γενικότερης αυτής περίπτωσης παρουσιάζεται στο Σχήμα 26. Σε αυτό έχουν χρησιμοποιηθεί βάρη πολλαπλότητας  $w_{nD}$  για τις θέσεις εξόδου της αποσυναρμολόγησης για να αναπαραστήσουν τον αριθμό προϊόντων κάθε τύπου που παράγονται από την κατεργασία. Αν στην αποσυναρμολόγηση παράγεται ένα κομμάτι κάθε τύπου, τα βάρη  $w_{nD}$  είναι μοναδιαία.

Το γενικευμένο μοντέλο αποσυναρμολόγησης έχει  $n_{Di}+1$  *P-αναλλοίωτα* και κανένα *T-αναλλοίωτο*. Το πρώτο *P-αναλλοίωτο* αναφέρεται στις τρεις αμοιβαία αποκλειόμενες καταστάσεις της μηχανής και τα υπόλοιπα στη διατήρηση κομματιών στο σύστημα (ένα για κάθε τελική αποθήκη). Θεωρώντας σταθερό κι ίσο με  $k_j$ ,  $j=1, \dots, n_{Di}$  το άθροισμα

κομματιών σε μια τελική αποθήκη και το γινόμενο του βάρους πολλαπλότητας που αντιστοιχεί σε αυτή την τελική αποθήκη, κάθε φορά, και του αριθμού κομματιών που βρίσκονται στην αρχική, έχουμε:

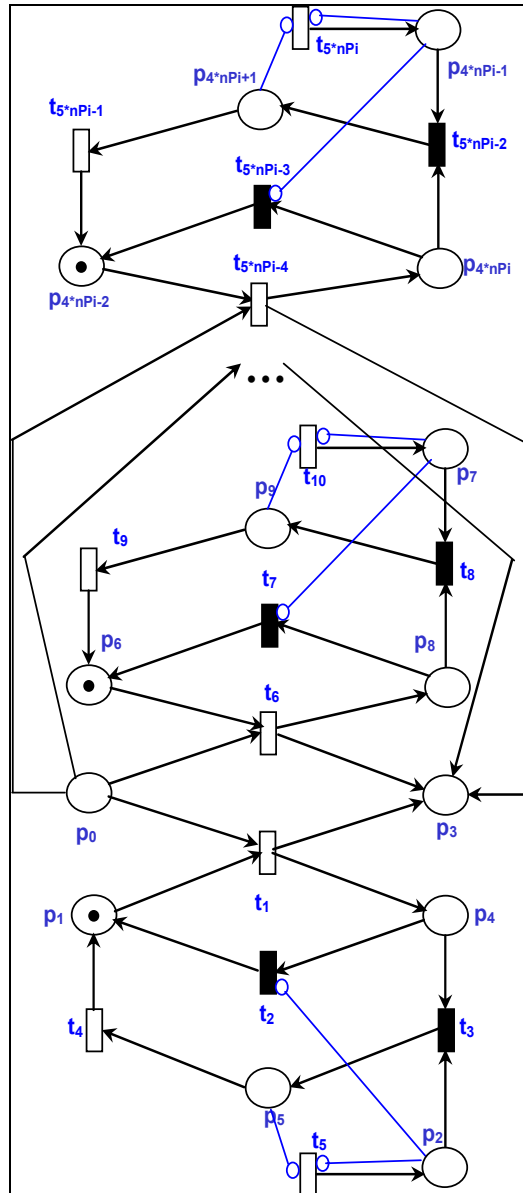
$$\begin{aligned}
 m(p_1) + m(p_4) + m(p_5) &= 1 \\
 w_1 m(p_0) + m(p_3) &= k_1, k_1 = w_1 m_0(p_0) + m_0(p_3) \\
 w_2 m(p_0) + m(p_6) &= k_2, k_2 = w_2 m_0(p_0) + m_0(p_6) \\
 &\dots \\
 w_{nDi-1} m(p_0) + m(p_{nDi+3}) &= k_{nDi-1}, k_{nDi-1} = w_{nDi-1} m_0(p_0) + m_0(p_{nDi+3}) \\
 w_{nDi} m(p_0) + m(p_{nDi+4}) &= k_{nDi}, k_{nDi} = w_{nDi} m_0(p_0) + m_0(p_{nDi+4})
 \end{aligned}$$



Σχήμα 26: Γενικευμένο μοντέλο αποσυναρμολόγησης.

Το γενικευμένο σύστημα παραλλήλων μηχανών, αναφέρεται στην ύπαρξη  $n_{Pi}$  μηχανών που εκτελούν μια κατεργασία ανεξάρτητα και σε διαφορετικά κομμάτια του ίδιου τύπου. Το μοντέλο του με ΔΡ παρουσιάζεται στο Σχήμα 27. Για το μοντέλο αυτό μπορεί με τρόπο αντίστοιχο με αυτόν που παρουσιάστηκε στο Σχήμα 23 να κατασκευαστεί δομικός τρόπος απόδοσης σχετικών προτεραιοτήτων στις μηχανές για την ύπαρξη λιγότερων κομματιών προς επεξεργασία από ότι λειτουργούσες μηχανές. Το μοντέλο με ΔΡ έχει  $n_{Pi}+1$  *P-αναλλοίωτα* και κανένα *T-αναλλοίωτο*. Το πρώτο *P-αναλλοίωτο* αναφέρεται σε διατήρηση κομματιών στο σύστημα και τα υπόλοιπα σε αμοιβαία αποκλειόμενες καταστάσεις των μηχανών (ένα για κάθε μηχανή). Τα *P-αναλλοίωτα* είναι:

$$\begin{aligned}
 m(p_0) + m(p_3) &= k_1, k_1 = m_0(p_0) + m_0(p_3) \\
 m(p_1) + m(p_4) + m(p_5) &= 1 \text{ (αμοιβαία αποκλειόμενες καταστάσεις } M_1) \\
 m(p_6) + m(p_8) + m(p_9) &= 1 \text{ (αμοιβαία αποκλειόμενες καταστάσεις } M_2) \\
 &\dots \\
 m(p_{4nPi-2}) + m(p_{4nPi}) + m(p_{4nPi+1}) &= 1 \text{ (αμοιβαία αποκλειόμενες καταστάσεις } M_{nPi})
 \end{aligned}$$



Σχήμα 27: Γενικευμένο μοντέλο παράλληλων μηχανών.

Στον Πίνακα 1 συνοψίζεται η πολυπλοκότητα κόμβων των γενικευμένων μοντέλων των θεμελιωδών υποσυστημάτων για τους δύο τύπους κόμβων που συνθέτουν τα ΔΡ τους.

Μοντέλο	Τύπος κόμβων	Πλήθος κόμβων
Γραμμή παραγωγής	Θέσεις	$5n_{TCi} + 1$
	Μεταβάσεις	$5n_{TCi}$
Συναρμολόγηση	Θέσεις	$n_{Ai} + 5$
	Μεταβάσεις	5
Αποσυναρμολόγηση	Θέσεις	$n_{Di} + 5$
	Μεταβάσεις	5
Παράλληλες μηχανές	Θέσεις	$4n_{Pi} + 2$
	Μεταβάσεις	$5n_{Pi}$

Πίνακας 1: Πολυπλοκότητα κόμβων γενικευμένων μοντέλων με ΔΡ θεμελιωδών υποσυστημάτων.

Οι ιδιότητες των γενικευμένων μοντέλων είναι αντίστοιχες με τις ιδιότητες που μελετηθήκαν παραπάνω για τα απλά μοντέλα. Δηλαδή τα γενικευμένα μοντέλα: α) δεν είναι γενικά ζωτικά, αλλά παραμένουν ζωτικά για το διάστημα που διαθέτουν προς επεξεργασία κομμάτια (οι δομές τους είναι απαλλαγμένες από αδιέξοδα κατά τη λειτουργία των μοντέλων, όσο υπάρχουν κομμάτια σε αποθήκες πρώτων υλών), β) με την ολοκλήρωση μιας κατεργασίας κάθε μηχανή επιστρέφει σε κατάσταση έναρξης ενός νέου κύκλου, είτε άμεσα είτε με τη μεσολάβηση κι επιδιόρθωση βλάβης, γ) τα δίκτυα των μοντέλων παραμένουν *k-περιορισμένα* για οποιαδήποτε πεπερασμένη αρχική σήμανση. Οι θέσεις που δεν αντιστοιχούν σε αποθήκες είναι ασφαλείς. Στη γενική περίπτωση, τα άνω όρια των τελειών που βρίσκονται στις θέσεις των δικτύων μπορούν να υπολογιστούν με αναφορά στις αρχικές σημάνσεις και τις μέγιστες χωρητικότητες τους, δ) τα μοντέλα είναι μη συντηρητικά αφού υπάρχουν στη δομή τους μεταβάσεις που καταναλώνουν διαφορετικό αριθμό τελειών από αυτές που παράγουν κατά την ενεργοποίηση τους, ε) τα ΔΡ των υποσυστημάτων δεν εμφανίζουν επιμονή, στ) τα μοντέλα είναι μη-αντιστρεπτά και μη συνεπή και δεν έχουν *T-αναλλοίωτα*.

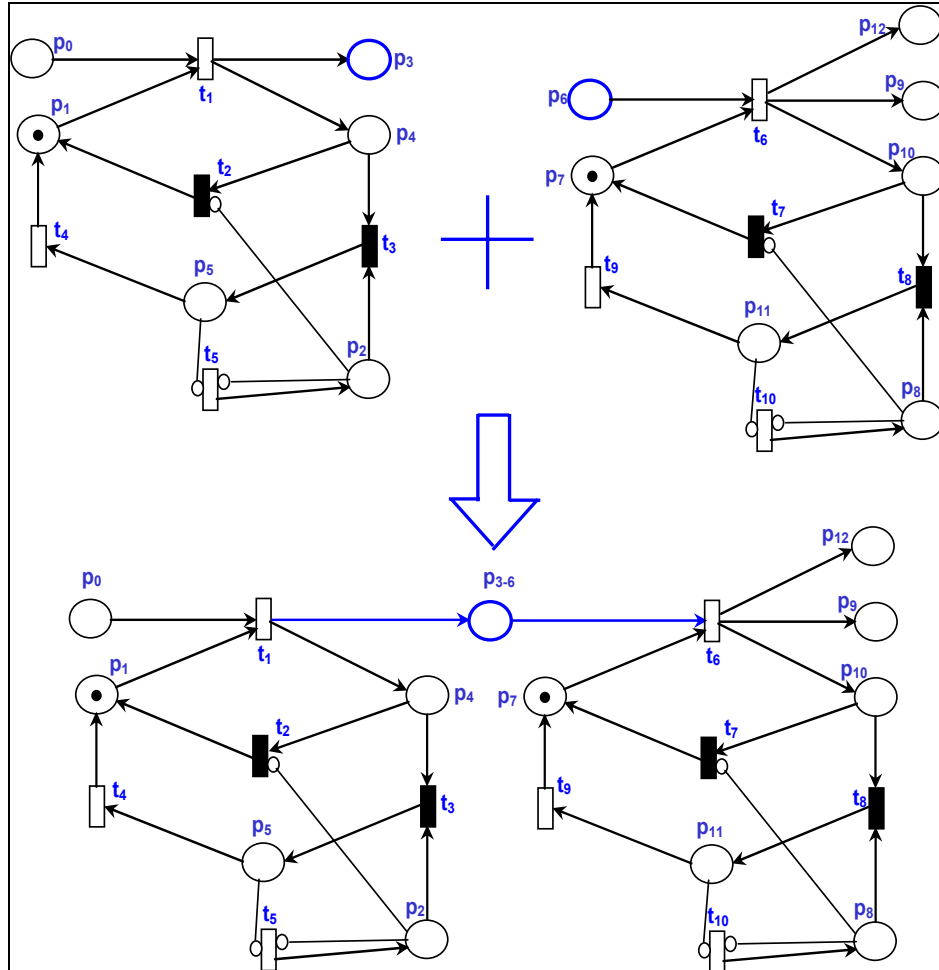
#### **5.4.4 Ορισμός διαδικασίας σύνθεσης**

Στην παράγραφο αυτή ορίζεται η διαδικασία σύνθεσης των θεμελιωδών μοντέλων με ΔΡ. Στόχο της διαδικασίας που περιγράφεται αποτελεί η κατασκευή των μοντέλων με ΔΡ συστημάτων παραγωγής ανεξαρτήτως της πολυπλοκότητας και της δομής τους, χρησιμοποιώντας τα αντίστοιχα μοντέλα των θεμελιωδών υποσυστημάτων. Η διαδικασία υλοποιείται ακολουθώντας μια σειρά από καλά καθορισμένα βήματα, ενώ σημαντικό ζητούμενο αποτελεί η διατήρηση των ιδιοτήτων των επιμέρους μοντέλων σε αυτό του συνολικού συστήματος. Επίσης, αναπτύσσεται ένας τρόπος υπολογισμού των αναλλοίωτων του συνολικού συστήματος από τα αντίστοιχα των επιμέρους μοντέλων ενώ και η πολυπλοκότητα κόμβων του συνολικού μοντέλου προκύπτει με αναφορά στη δομή του συστήματος και στους αριθμούς κόμβων των υποσυστημάτων. Μετά τη σύνθεση του συνολικού μοντέλου με ΔΡ από αυτά των υποσυστημάτων, εξετάζονται κάποια θέματα εποπτικού ελέγχου που έχουν να κάνουν με το συνολικό σύστημα.

Αρχικά θεωρείται μια απλή περίπτωση σύνθεσης, ενός μοντέλου αφιερωμένης μηχανής και μιας αποσυναρμολόγησης δύο κομματιών, όπου η δεύτερη μηχανή έχει ως πρώτες ύλες τα τελικά προϊόντα της πρώτης. Το μοντέλο του συστήματος αυτού παρουσιάζεται στο Σχήμα 28.

Δομικά στο δίκτυο, η σύνθεση των δύο μοντέλων γίνεται με συγχώνευση των θέσεων που αναπαριστούν την αποθήκη τελικών προϊόντων του πρώτου μοντέλου ( $p_3$ ) και της αποθήκης αρχικών κομματιών του δεύτερου μοντέλου ( $p_6$ ) σε μια θέση ( $p_{3-6}$ ) που αντιστοιχεί στην κοινή αποθήκη στο σημείο αυτό του συστήματος. Τα τόξα σύνδεσης της νέας θέσης προκύπτουν από τα αντίστοιχα τόξα των θέσεων από τις οποίες προήλθε. Εκτός αυτού απαιτείται η ρύθμιση μιας σειράς παραμέτρων του συστήματος, όπως η

μέγιστη χωρητικότητα και η αρχική σήμανση της νέας θέσης. Η μέγιστη χωρητικότητα της αποθήκης μπορεί να οριστεί ως συνάρτηση των αντίστοιχων χωρητικοτήτων των αποθηκών από τις οποίες προήλθε, όπως για παράδειγμα,  $C_{3-6} = \min \{C_3, C_6\}$  ή  $C_{3-6} = \max \{C_3, C_6\}$ , ή οποιοσδήποτε αριθμός μεταξύ των δύο χωρητικοτήτων. Για την αρχική σήμανση της αποθήκης, επιλέγεται να ισχύσει  $m_0(p_{3-6}) = m_0(p_3) + m_0(p_6)$ .



Σχήμα 28: Σύνθεση δύο μοντέλων θεμελιωδών υποσυστημάτων.

Οι ιδιότητες του συνολικού μοντέλου είναι οι ίδιες με αυτές που αναφέρονται παραπάνω για τα γενικευμένα μοντέλα με ΔΡ. Επιπλέον, το συνολικό μοντέλο του συστήματος έχει τέσσερα *P-αναλλοίωτα*, δύο που αναφέρονται στις αμοιβαία αποκλειόμενες καταστάσεις των μηχανών (μία για κάθε μηχανή) και δύο που αναφέρονται σε διατήρηση κομματιών μέσα στο σύστημα. Τα *P-αναλλοίωτα* είναι τα ακόλουθα:

$$m(p_1) + m(p_4) + m(p_5) = 1 (\text{αμοιβαία αποκλειόμενες καταστάσεις } M_1)$$

$$m(p_7) + m(p_{10}) + m(p_{11}) = 1 (\text{αμοιβαία αποκλειόμενες καταστάσεις } M_2)$$

$$m(p_0) + m(p_{3-6}) + m(p_9) = k_1, k_1 = m_0(p_0) + m_0(p_{3-6}) + m_0(p_9)$$

$$m(p_0) + m(p_{3-6}) + m(p_{12}) = k_2, k_2 = m_0(p_0) + m_0(p_{3-6}) + m_0(p_{12})$$

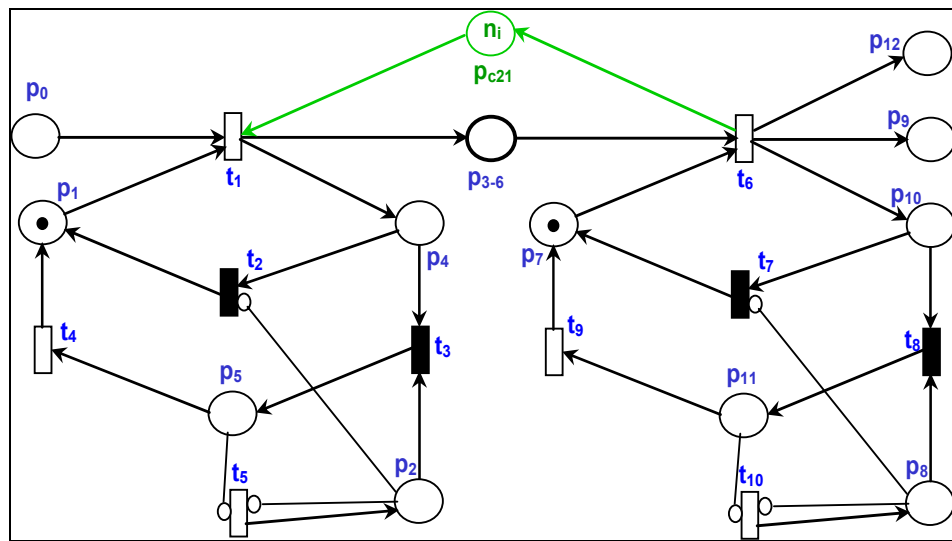
Τα δύο *P-αναλλοίωτα* που αναφέρονται σε διατήρηση κομματιών στο σύστημα προκύπτουν από τα αντίστοιχα αναλλοίωτα των υποσυστημάτων με σύνθεση. Έστω το  $m(p_0) + m(p_{3-6}) + m(p_9) = k_1$ . Για τα μοντέλα των θεμελιωδών υποσυστημάτων ισχύει

$m(p_0) + m(p_3) = k_{11}$  και  $m(p_6) + m(p_9) = k_{12}$ . Αθροίζοντας τις σχέσεις αυτές κατά μέρη έχουμε:  $m(p_0) + m(p_3) + m(p_6) + m(p_9) = k_{11} + k_{12} = k_1$ . Κατά τη σύνθεση οι θέσεις  $p_3$  και  $p_6$  συγχωνεύονται στην  $p_{3-6}$ , οπότε κάνοντας την αντικατάσταση αυτή προκύπτει η τελική μορφή του  $P$ -αναλλοίωτου. Με αντίστοιχο τρόπο προκύπτει και το δεύτερο  $P$ -αναλλοίωτο.

Ο αριθμός μεταβάσεων του συνολικού συστήματος ισούται με το άθροισμα των αριθμών μεταβάσεων των δύο υποσυστημάτων ( $5 + 5 = 10$ ), αφού δεν υπάρχει προσθήκη ή διαγραφή κάποιων από τις μεταβάσεις. Αντίθετα, ο αριθμός θέσεων του συνολικού μοντέλου ισούται με το άθροισμα των θέσεων των υποσυστημάτων μειωμένο κατά μια, εξαιτίας της συγχώνευσης που πραγματοποιείται στο σημείο σύνδεσης ( $6 + 7 - 1 = 12$ ).

#### 5.4.4.1 Εποπτικός έλεγχος συνολικού συστήματος

Στο σημείο αυτό υλοποιείται το δεύτερο επίπεδο εποπτικού ελέγχου για το σύστημα. Σε αυτό, πρέπει να διασφαλιστεί πως οι εσωτερικές αποθήκες του συστήματος δεν υπερβαίνουν τη μέγιστη χωρητικότητά τους. Αυτό δεν είναι αναγκαίο για τις αρχικές και τελικές αποθήκες, αφού οι χωρητικότητες τους λαμβάνονται πρακτικά άπειρες. Όπως και σε επίπεδο υποσυστήματος, ο εποπτικός έλεγχος του συστήματος υλοποιείται με την προσθήκη θέσεων παρατήρησης κατάλληλα συνδεδεμένων στην δομή του δικτύου.



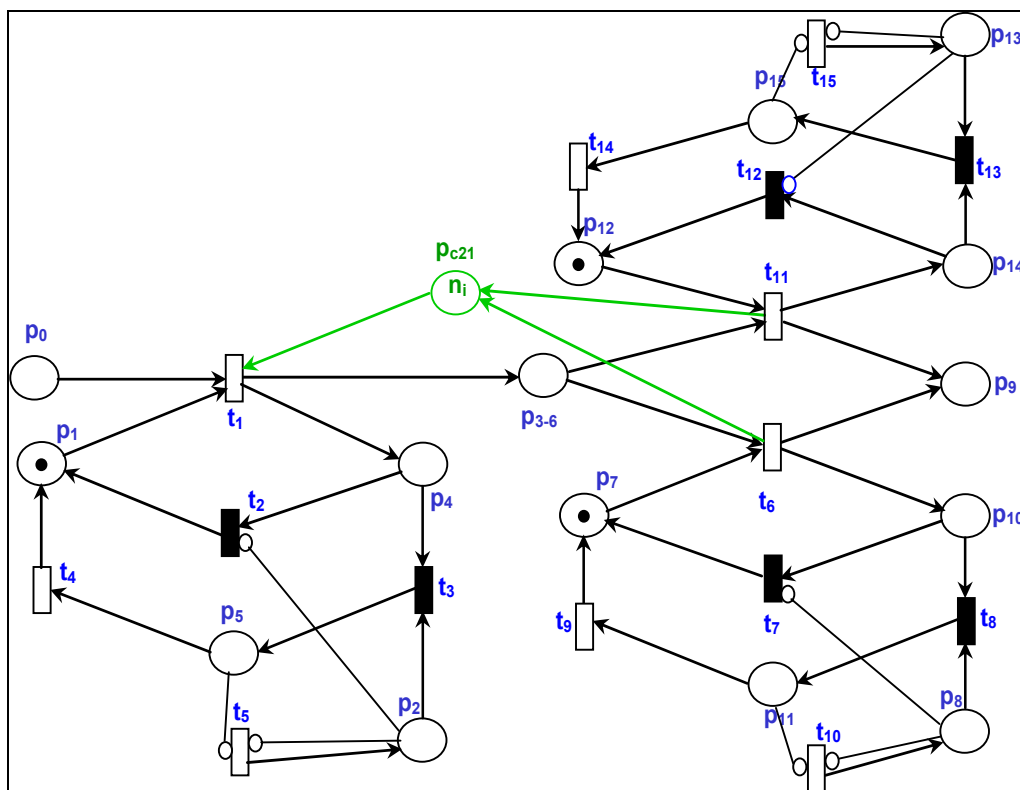
Σχήμα 29: Μοντέλο συστήματος μετά την προσθήκη εποπτικού ελέγχου.

Έστω το σύστημα του σχήματος 28, για το οποίο πρέπει να ισχύει  $m(p_{3-6}) \leq n_i$ ,  $n_i \geq 1$  και  $n_i \in \mathbb{N}$ . Θεωρώντας πως η  $p_{3-6}$  είναι αρχικά κενή, το δίκτυο του συστήματος μετά την προσθήκη εποπτικού ελέγχου παρουσιάζεται στο Σχήμα 29. Σε αυτό, έχει προστεθεί μια θέση παρατήρησης ( $p_{c21}$ ) που περιέχει αριθμό τελειών ίσο με τη μέγιστη χωρητικότητα της αποθήκης ( $n_i$ ), συνδεδεμένη με μοναδιαία τόξα με τις μεταβάσεις εισόδου και εξόδου της  $p_{3-6}$ . Αν η  $p_{3-6}$  δεν είναι αρχικά κενή, η  $p_{c21}$  στην αρχική της σήμανση θα περιέχει  $n_i - m_0(p_{c21})$  τελείες.

Στην ειδική περίπτωση που κατά τη σύνθεση κάποιο από τα μοντέλα αναπαριστά σύστημα παραλλήλων μηχανών, η θέση που αναπαριστά την ενδιάμεση αποθήκη έχει



δύο εισόδους ή εξόδους αντίστοιχα, οπότε πρέπει να τροποποιηθεί η σύνθεση της θέσης παρακολούθησης με το αρχικό ΔΡ. Η περίπτωση που το δεύτερο υποσύστημα είναι υποσύστημα παράλληλων μηχανών παρουσιάζεται στο Σχήμα 30.



Σχήμα 30: Προσθήκη εποπτικού ελέγχου όταν υπάρχει υποσύστημα παράλληλων μηχανών.

#### 5.4.5 Γενίκευση διαδικασίας σύνθεσης

Στην παράγραφο αυτή υπολογίζονται με θεωρητικό τρόπο οι πολυπλοκότητες κόμβων αφιερωμένων συστημάτων παραγωγής τυχαίας τοπολογίας από τα μοντέλα με ΔΡ των υποσυστημάτων που τα συνθέτουν κι από τον αριθμό εξωτερικών κομματιών που εισέρχονται στο σύστημα. Επίσης, υπολογίζεται ο ακριβής αριθμός των *P-αναλλοίωτων* αφιερωμένων συστημάτων παραγωγής τυχαίας τοπολογίας. Για το συνολικό σύστημα ισχύει η Πρόταση 5.1 που αποδεικνύεται στο Παράρτημα.

**Πρόταση 5.1:** Τα ΔΡ μοντέλα των αφιερωμένων συστημάτων παραγωγής διατηρούν τις ιδιότητες της *k*-περιοριστικότητας, μη γενικής ζωτικότητας, μη επιμονής, μη συντηρητικότητας, μη συνέπειας και μη αντιστρεπτότητας των μοντέλων των θεμελιωδών υποσυστημάτων, από τα οποία προκύπτουν μέσω σύνθεσης.

Θεωρείται πολύπλοκο σύστημα παραγωγής, το μοντέλο του οποίου λαμβάνεται χρησιμοποιώντας τα αντίστοιχα μοντέλα με ΔΡ των γενικευμένων υποσυστημάτων. Έστω ότι για τη σύνθεση του χρησιμοποιούνται  $n_1$  υποσυστήματα γραμμής παραγωγής,  $n_2$  υποσυστήματα συναρμολόγησης,  $n_3$  υποσυστήματα αποσυναρμολόγησης και  $n_4$  υποσυστήματα παράλληλων μηχανών. Επιπλέον, έστω  $n_E$  ο αριθμός αρχικών αποθηκών (θέσεων εισόδου) στο σύστημα και  $n_F$  ο αριθμός τελικών αποθηκών (θέσεων εξόδου) σε

αυτό. Τέλος, έστω  $n_{TCi}$  ο αριθμός μηχανών σε μια γενικευμένη γραμμή παραγωγής  $i$  και  $n_{Pj}$  ο αριθμός μηχανών που εκτελούν την ίδια διαδικασία σε ένα υποσύστημα παραλλήλων μηχανών  $j$ . Ο αριθμός των μεταβάσεων του συνολικού μοντέλου ισούται με το άθροισμα των αριθμών μεταβάσεων των υποσυστημάτων, δηλαδή:

$$\text{Πλήθος μεταβάσεων} = 5(n_2 + n_3) + \sum_{i=1}^{n_1} 5n_{TCi} + \sum_{j=1}^{n_4} 5n_{Pj} \quad (5.6)$$

Το άθροισμα των θέσεων των επιμέρους μοντέλων των υποσυστημάτων είναι:

$$\sum_{i_1=1}^{n_1} (5n_{TCi_1} + 1) + \sum_{i_2=1}^{n_2} (n_{Ai_2} + 5) + \sum_{i_3=1}^{n_3} (n_{Di_3} + 5) + \sum_{i_4=1}^{n_4} (4n_{Pi_4} + 2) \quad (5.7)$$

Εξαιτίας της συγχώνευσης θέσεων που αντιστοιχούν σε αποθήκες στα σημεία σύνδεσης των υποσυστημάτων, ο παραπάνω αριθμός μειώνεται. Ο συνολικός αριθμός αποθηκών των υποσυστημάτων είναι:

$$2n_1 + (n_2 + \sum_{i_2=1}^{n_2} n_{Ai_2}) + (n_3 + \sum_{i_3=1}^{n_3} n_{Di_3}) + 2n_4 \quad (5.8)$$

Από αυτές, δεν είναι εσωτερικές οι αρχικές κι οι τελικές αποθήκες, δηλαδή,  $n_E + n_F$ . Αυτές δηλαδή οι αποθήκες δεν συγχωνεύονται κατά την κατασκευή του μοντέλου του συνολικού συστήματος. Από τις υπόλοιπες, παραμένουν οι μισές αφού στα σημεία σύνδεσης δύο θέσεις συγχωνεύονται σε μια στο τελικό μοντέλο. Έτσι, ο συνολικός αριθμός θέσεων που πρέπει να αφαιρεθούν λόγω συγχωνεύσεων, είναι:

$$\frac{1}{2} \left( 2n_1 + (n_2 + \sum_{i_2=1}^{n_2} n_{Ai_2}) + (n_3 + \sum_{i_3=1}^{n_3} n_{Di_3}) + 2n_4 - n_E - n_F \right) \quad (5.9)$$

Για να μειωθεί ο αριθμός των άγνωστων μεταβλητών, υπολογίζεται ο αριθμός τελικών αποθηκών ως συνάρτηση του αριθμού αρχικών αποθηκών. Συγκεκριμένα, παρατηρείται πως στις συναρμολογήσεις οι αριθμοί αποθηκών μειώνονται κατά  $n_A - 1$  ενώ στις αποσυναρμολογήσεις αυξάνονται κατά  $n_D - 1$ . Άρα για το συνολικό σύστημα ισχύει:

$$\begin{aligned} n_F &= n_E - \sum_{i_2=1}^{n_2} (n_{Ai_2} - 1) + \sum_{i_3=1}^{n_3} (n_{Di_3} - 1) = n_E + n_2 - n_3 - \sum_{i_2=1}^{n_2} n_{Ai_2} + \sum_{i_3=1}^{n_3} n_{Di_3} = \\ &= n_1 + n_3 + n_4 - n_E + \sum_{i_2=1}^{n_2} n_{Ai_2} \end{aligned} \quad (5.10)$$

Άρα, ο τελικός αριθμός θέσεων του συνολικού συστήματος υπολογίζεται αντικαθιστώντας την (5.10) στην (5.9), και αφαιρώντας την (5.9) στην (5.7), οπότε προκύπτει:

$$\text{Πλήθος θέσεων} = \sum_{i_1=1}^{n_1} 5n_{TCi_1} + \sum_{i_3=1}^{n_3} n_{Di_3} + \sum_{i_4=1}^{n_4} 4n_{Pi_4} + 5n_2 + 4n_3 + n_4 + n_E \quad (5.11)$$

Για το ίδιο μοντέλο του συνολικού συστήματος με ΔΡ υπολογίζεται αρχικά το πλήθος των  $P$ -αναλλοίωτων του. Τα  $P$ -αναλλοίωτα είναι δύο τύπων, αυτά που αναφέρονται στις αμοιβαία αποκλειόμενες καταστάσεις των μηχανών κι αυτά που αναφέρονται σε διατήρηση αριθμού κομματιών στο σύστημα. Υπάρχουν  $d_1$   $P$ -αναλλοίωτα από τον πρώτο

τύπο, όπου το  $d_1$  ισούται με το πλήθος των μηχανών στο σύστημα και υπολογίζεται με αναφορά στον αριθμό των υποσυστημάτων που συνθέτουν το σύστημα και στις μηχανές κάθε υποσυστήματος. Τα *P-αναλλοίωτα* πρώτου τύπου είναι στη μορφή που έχουν τα αντίστοιχα αναλλοίωτα στα θεμελιώδη υποσυστήματα, αφού δεν υπάρχει αλληλεπίδραση των αμοιβαία αποκλειόμενων καταστάσεων των μηχανών. Έτσι, το  $d_1$  ισούται με:

$$d_1 = \sum_{i=1}^{n_1} n_{TC_i} + n_2 + n_3 + \sum_{j=1}^{n_4} n_{P_j} \quad (5.12)$$

Από το δεύτερο τύπο *P-αναλλοίωτων* υπάρχουν  $d_2$ . Για τον υπολογισμό του  $d_2$  θεωρούνται δύο ξεχωριστές περιπτώσεις, που ανάλογα με την τοπολογία και την πολυπλοκότητα του δικτύου παράγουν διαφορετικές εξισώσεις. Στην πρώτη περίπτωση, δεν συμπεριλαμβάνονται στη δομή του συστήματος παραγωγής που εξετάζεται οι συναρμολογήσεις και αποσυναρμολογήσεις (δηλαδή  $n_2 n_3 = 0$ ). Τότε το  $d_2$  ισούται με:

$$d_2 = n_E + \sum_{j=1}^{n_3} (n_{D_j} - 1) \quad (5.13)$$

Δηλαδή, το  $d_2$  ισούται με τον αριθμό των αρχικών αποθηκών του συστήματος, αυξημένο κατά το συνολικό αριθμό αποθηκών που δημιουργούνται από τις αποσυναρμολογήσεις (κάθε αποσυναρμολόγηση παράγει  $n_{D_i} - 1$  νέες αποθήκες).

Στη γενικότερη περίπτωση που στο σύστημα συνυπάρχουν και συναρμολογήσεις και αποσυναρμολογήσεις, η προηγούμενη εξίσωση δε μπορεί να περιγράψει τα γεγονότα που συμβαίνουν. Συγκεκριμένα, όταν υπάρχουν διαδοχικά συναρμολογήσεις κι αποσυναρμολογήσεις κάποια *P-αναλλοίωτα* δεν υπολογίζονται από την παραπάνω εξίσωση. Για την περίπτωση αυτή, πρέπει να θεωρηθεί για κάθε αρχικό κομμάτι η ακολουθία των κατεργασιών που δέχεται στο σύστημα, από την είσοδο του (αποθήκη πρώτων υλών) μέχρι και την έξοδο του (αποθήκη τελικών κομματιών). Τότε, το  $d_2$  είναι:

$$d_2 = \sum_{i=1}^{n_E} \left[ n_{D_{i,1}} - \sum_{i_1=1}^{c_{i_1}} n_{A_{i,i_1}} + n_{A_{i,1}} \left[ n_{D_{i,2,1}} - \sum_{i_{21}=1}^{c_{21}} n_{A_{2,i_{21}}} + n_{A_{2,1}} [n_{D_{i,3,1}} - \dots] \right] + \right. \\ \left. + \dots + n_{A_{i,c_1}} \left[ n_{D_{i,2,c_1}} - \sum_{i_{2c_1}=1}^{c_{2c_1}} n_{A_{2,i_{2c_1}}} + n_{A_{2,c_1}} [n_{D_{i,3,c_1}} - \dots] \right] \right] \quad (5.14)$$

Σύμφωνα με την εξίσωση αυτή, για καθένα από τους  $n_E$  αρχικούς τύπους κομματιών, υπολογίζεται ο αριθμός των *P-αναλλοίωτων* τους και αθροίζονται. Αρχικά θεωρείται ο αριθμός προϊόντων της πρώτης αποσυναρμολόγησης ( $n_{D_{i,1}}$ ) στην οποία συμμετέχει ένα αρχικό κομμάτι. Από τον αριθμό αυτό, αφαιρείται ο αριθμός των προϊόντων της αποσυναρμολόγησης που συμμετέχουν σε συναρμολογήσεις σε δεύτερο επίπεδο, το οποίο ξεκινάει μετά την αρχική αποσυναρμολόγηση και τελειώνει μόλις πριν τη δεύτερη αποσυναρμολόγηση. Ένα επίπεδο ορίζεται από δύο αποσυναρμολογήσεις, όπου η πρώτη ορίζει την αρχή του κι η δεύτερη το τέλος του (μεταξύ αυτών μπορεί να μεσολαβεί κάποιος αριθμός κατεργασιών άλλων τύπων). Τα προϊόντα της αποσυναρμολόγησης που συμμετέχουν σε συναρμολογήσεις σε δεύτερο επίπεδο αναπαρίστανται από το

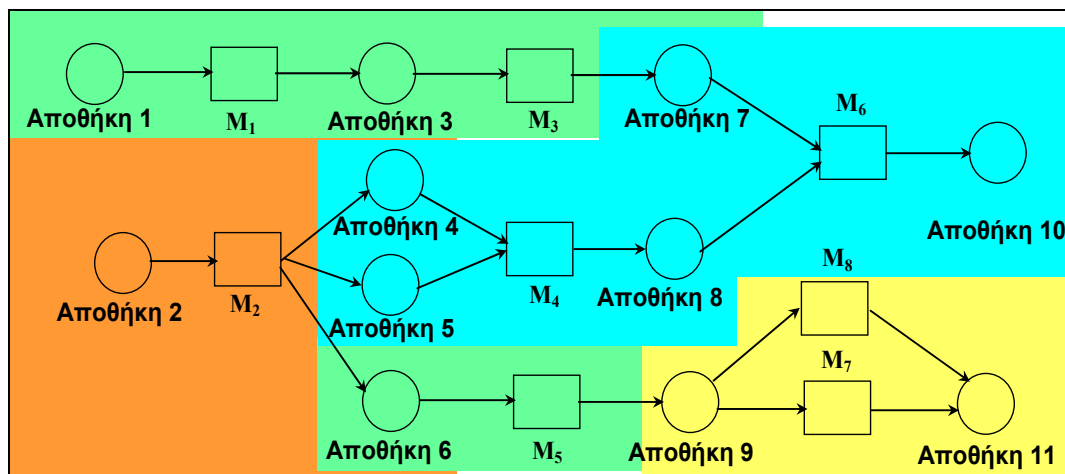
$\sum_{i_j=1}^{c_i} n_{A_i, i_j}$ , όπου το  $c_i$  αναφέρεται στις συναρμολογήσεις που συμμετέχουν τα προϊόντα της

αρχικής αποσυναρμολόγησης. Στη συνέχεια προστίθεται για κάθε συναρμολόγηση δεύτερου επιπέδου ένας όρος, που αποτελείται από το γινόμενο του αριθμού των κομματιών που συμμετέχουν στη συναρμολόγηση και του κομματιού της εξίσωσης που έχει ήδη περιγραφεί, προσαρμοσμένου στα χαρακτηριστικά και τις ποσότητες του τρίτου επιπέδου (αριθμός προϊόντων αποσυναρμολόγησης δεύτερου επιπέδου μείον το άθροισμα των κομματιών που συμμετέχουν σε συναρμολογήσεις του τρίτου επιπέδου, συν το γινόμενο του αριθμού των κομματιών που συμμετέχουν σε συναρμολογήσεις του τρίτου επιπέδου επί το κομμάτι της εξίσωσης που έχει περιγραφεί προσαρμοσμένο στα χαρακτηριστικά του τετάρτου επιπέδου). Η επαναληπτική διαδικασία επαναλαμβάνεται για όσα επίπεδα ορίζονται στη δομή του δικτύου. Αν ένα αρχικό κομμάτι δε συμμετέχει σε καμία αποσυναρμολόγηση, ο αντίστοιχος συντελεστής στην εξίσωση τίθεται ίσος με ένα.

Τα *P-αναλλοίωτα* του δεύτερου τύπου, όπως ήδη παρουσιάστηκε προκύπτουν από τα αντίστοιχα αναλλοίωτα διατήρησης κομματιών των επιμέρους υποσυστημάτων, με αντικατάσταση των θέσεων που αναπαριστούν εσωτερικές αποθήκες στα σημεία σύνδεσής τους. Η τοπολογία του δικτύου καθορίζει την ακριβή μορφή και μέγεθος καθενός από τα  $d_2$  *P-αναλλοίωτα*.

## 5.5 Μελέτη περίπτωσης αφιερωμένου συστήματος

Για να γίνει κατανοητή η πρακτική σημασία της μεθόδου καθώς κι ο τρόπος εφαρμογής της, θεωρείται το αφιερωμένο σύστημα του σχήματος 31.

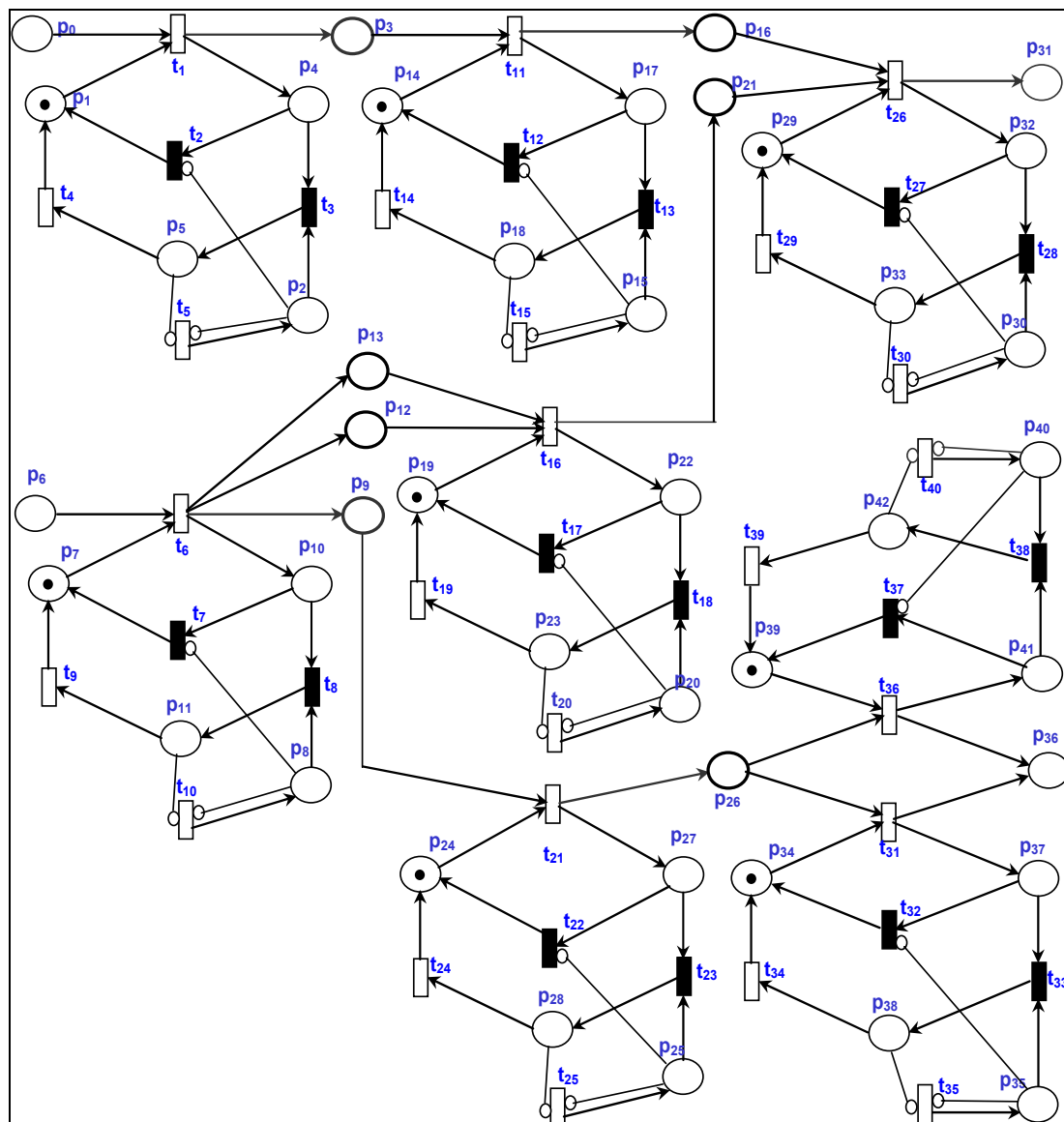


Σχήμα 31: Γενικευμένο σύστημα παραγωγής και η αποσύνθεσή του σε θεμελιώδη υποσυστήματα.

Το σύστημα παραγωγής που μελετάται αποτελείται από έξι υποσυστήματα, δύο γραμμές παραγωγής (μία αποτελούμενη από δύο μηχανές σε σειρά κι η άλλη από μια), ένα υποσύστημα δύο παραλλήλων μηχανών, δύο υποσυστήματα συναρμολόγησης των δύο κομματιών και μια αποσυναρμολόγηση από την οποία παράγονται τρεις τύποι προϊόντων. Το συνολικό σύστημα αποτελείται από οκτώ μηχανές κι έντεκα αποθήκες,

από τις οποίες οι επτά είναι εσωτερικές, δύο αρχικές και δύο τελικές. Για να γίνει φανερή η διάκριση των υποσυστημάτων, έχουν χρησιμοποιηθεί διαφορετικά χρώματα στο Σχήμα 30. Για τις γραμμές παραγωγής έχει χρησιμοποιηθεί πράσινο, για τις συναρμολογήσεις γαλάζιο, για τις αποσυναρμολογήσεις πορτοκαλί και για τις παράλληλες μηχανές κίτρινο.

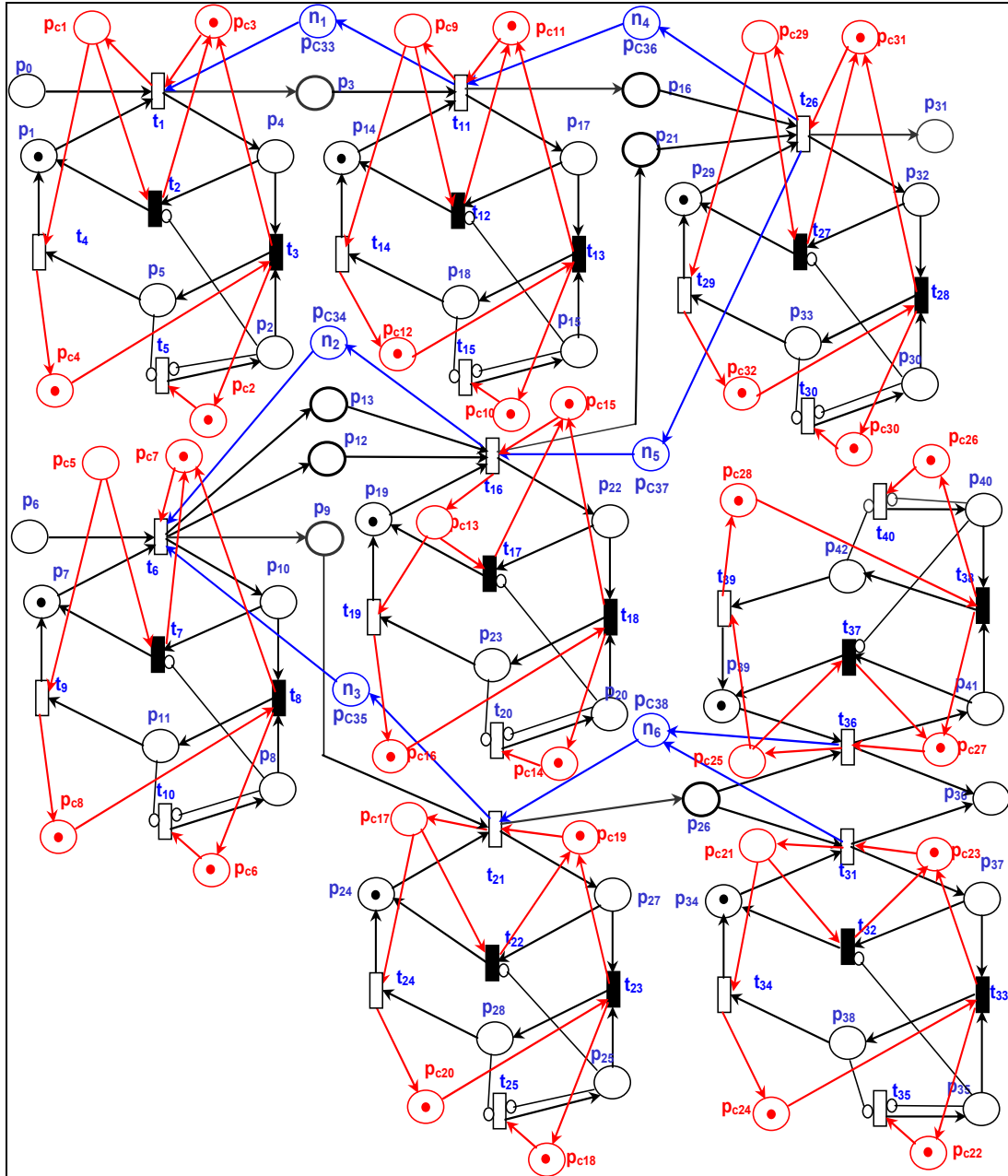
Το μοντέλο του συστήματος με ΔΡ που κατασκευάζεται χρησιμοποιώντας τα γενικευμένα μοντέλα, παρουσιάζεται στο Σχήμα 32 κι αποτελείται από 43 θέσεις και 40 μεταβάσεις.



Σχήμα 32: Μοντέλο με ΔΡ συστήματος παραγωγής.

Στο συνολικό μοντέλο με ΔΡ υπάρχουν επτά σημεία σύνδεσης των υποσυστημάτων, όπου βρίσκονται οι εσωτερικές αποθήκες του συστήματος που προκύπτουν από συγχωνεύσεις θέσεων (θέσεις  $p_3$ ,  $p_9$ ,  $p_{12}$ ,  $p_{13}$ ,  $p_{16}$ ,  $p_{21}$  και  $p_{26}$ ). Εκτός των εσωτερικών αποθηκών, στο σύστημα υπάρχουν δύο αποθήκες πρώτων υλών, οι  $p_0$  και  $p_6$  και δύο αποθήκες τελικών προϊόντων, οι  $p_{31}$  και  $p_{36}$ . Συνολικά, δεκαέξι μεταβάσεις του ΔΡ είναι άμεσες κι εντάσσονται σε δύο κατηγορίες, αυτές που αντιστοιχούν στην ολοκλήρωση μιας κατεργασίας χωρίς την εμφάνιση κι επιδιόρθωση βλάβης και σ' αυτές που περιγράφουν

την περίπτωση να τεθεί μια μηχανή εκτός λειτουργίας. Μετά την προσθήκη εποπτικού ελέγχου δύο επιπέδων στο σύστημα προκύπτει το μοντέλο που παρουσιάζεται στο Σχήμα 33, στο οποίο έχει χρησιμοποιηθεί κόκκινο χρώμα για τους κόμβους του ΔΡ του ελεγκτή σε επίπεδο υποσυστήματος (θέσεις  $p_{c1} - p_{c32}$ ) και μπλε χρώμα για τους κόμβους του ΔΡ του ελεγκτή του συνολικού συστήματος ( $p_{c33} - p_{c37}$ ).



Σχήμα 33: Μοντέλο συστήματος μετά την προσθήκη θέσεων παρακολούθησης εσωτερικών αποθηκών.

Το μοντέλο με ΔΡ του συνολικού συστήματος έχει δώδεκα *P*-αναλλοίωτα, από τα οποία οκτώ αναφέρονται σε αμοιβαία αποκλειόμενες καταστάσεις των μηχανών (δηλαδή  $d_1 = 8$ ) και τα υπόλοιπα στη διατήρηση κομματιών στο σύστημα ( $d_2 = 4$ , που προκύπτει αν εφαρμοστεί η εξίσωση υπολογισμού που παρουσιάστηκε παραπάνω, αφού  $d_2 = 1 + (3 - 3 + 2 + 1) = 1 + 3 = 4$ ). Τα *P*-αναλλοίωτα του συστήματος είναι:

$$m(p_1) + m(p_4) + m(p_5) = 1 \text{ (αμοιβαία αποκλειόμενες καταστάσεις } M_1\text{)}$$

$$m(p_7) + m(p_{10}) + m(p_{11}) = 1 \text{ (αμοιβαία αποκλειόμενες καταστάσεις } M_2)$$

$$m(p_{14}) + m(p_{17}) + m(p_{18}) = 1 \text{ (αμοιβαία αποκλειόμενες καταστάσεις } M_3)$$

$$m(p_{19}) + m(p_{22}) + m(p_{23}) = 1 \text{ (αμοιβαία αποκλειόμενες καταστάσεις } M_4)$$

$$m(p_{24}) + m(p_{27}) + m(p_{28}) = 1 \text{ (αμοιβαία αποκλειόμενες καταστάσεις } M_5)$$

$$m(p_{29}) + m(p_{32}) + m(p_{33}) = 1 \text{ (αμοιβαία αποκλειόμενες καταστάσεις } M_6)$$

$$m(p_{34}) + m(p_{37}) + m(p_{38}) = 1 \text{ (αμοιβαία αποκλειόμενες καταστάσεις } M_7)$$

$$m(p_{39}) + m(p_{41}) + m(p_{42}) = 1 \text{ (αμοιβαία αποκλειόμενες καταστάσεις } M_8)$$

$$m(p_0) + m(p_3) + m(p_{16}) + m(p_{31}) = k_1, k_1 = m_0(p_0) + m_0(p_3) + m_0(p_{16}) + m_0(p_{31})$$

$$m(p_6) + m(p_{13}) + m(p_{21}) + m(p_{31}) = k_2, k_2 = m_0(p_6) + m_0(p_{13}) + m_0(p_{21}) + m_0(p_{31})$$

$$m(p_6) + m(p_{12}) + m(p_{21}) + m(p_{31}) = k_3, k_3 = m_0(p_6) + m_0(p_{12}) + m_0(p_{21}) + m_0(p_{31})$$

$$m(p_6) + m(p_9) + m(p_{26}) + m(p_{36}) = k_4, k_4 = m_0(p_6) + m_0(p_9) + m_0(p_{26}) + m_0(p_{36})$$

Οι ιδιότητες του μοντέλου του συνολικού συστήματος είναι αντίστοιχες με αυτές που έχουν τα θεμελιώδη υποσυστήματα από τα οποία κατασκευάζεται. Δηλαδή, το ΔΡ του συστήματος δεν είναι γενικά ζωτικό, αλλά παραμένει για όσο διαθέτει προς επεξεργασία κομμάτια και με την ολοκλήρωση μιας κατεργασίας κάθε μηχανή επιστρέφει σε κατάσταση έναρξης νέου κύκλου, είτε άμεσα είτε με τη μεσολάβηση βλάβης. Το ΔΡ παραμένει *k-περιορισμένο* για οποιαδήποτε πεπερασμένη αρχική σήμανση, όπου οι θέσεις που δεν αντιστοιχούν σε αποθήκες είναι ασφαλείς ενώ τα άνω όρια των τελειών στις θέσεις που αντιστοιχούν σε αποθήκες υπολογίζονται με αναφορά στις αρχικές σημάνσεις και τις μέγιστες χωρητικότητες τους. Τέλος, το μοντέλο είναι μη συντηρητικό, δεν εμφανίζει επιμονή, είναι μη-αντιστρεπτό, μη συνεπές και δεν έχει *T-αναλλοίωτα*.

Θεωρείται η αρχική κατάσταση κατά την οποία υπάρχουν σαράντα κομμάτια σε καθεμιά από τις αρχικές αποθήκες του συστήματος, οι εσωτερικές του αποθήκες είναι κενές εκτός την αποθήκη 4 που περιέχει δύο κομμάτια και τις αποθήκες 5 κι 7 που περιέχουν από ένα κομμάτι, όλες οι μηχανές του είναι λειτουργικές και δεν έχουν κάποιο κομμάτι προς επεξεργασία κι οι καθυστερήσεις των μεταβάσεων είναι αυτές που παρουσιάζονται στον Πίνακα 2. Όλες οι διάρκειες επεξεργασίας των κομματιών στις μηχανές έχουν θεωρηθεί αιτιοκρατικές, οι διάρκειες επιδιόρθωσης των βλαβών στις μηχανές ακολουθούν ομοιόμορφες κατανομές κι οι εμφανίσεις βλαβών εκθετικές κατανομές. Οι μέγιστες χωρητικότητες των αποθηκών πρώτων υλών και τελικών προϊόντων θεωρούνται πρακτικά άπειρες, ενώ όλες οι χωρητικότητες των εσωτερικών αποθηκών τίθενται ίσες με έξι. Για τις προσομοιώσεις χρησιμοποιείται το λογισμικό πακέτο HPSIM [229].

Όλες οι περιπτώσεις που θα περιγραφούν στη συνέχεια καταλήγουν στην ίδια τελική κατάσταση. Σε αυτή, κατά την ολοκλήρωση της προσομοίωσης, βρίσκονται στην τελική αποθήκη 10 σαράντα ένα (41) κομμάτια και στην αποθήκη 11 σαράντα (40). Ακόμα, ένα

κομμάτι βρίσκεται στην εσωτερική αποθήκη 4, αφού δεν υπάρχουν κομμάτια των υπολοίπων τύπων για να ολοκληρωθεί η συναρμολόγησης στην οποία αυτό συμμετέχει κι οι υπόλοιπες εσωτερικές αποθήκες είναι κενές.

Μετάβαση	Ακολουθούμενη κατανομή	Χρονική καθυστέρηση
$t_1$	αυτοκρατική	4
$t_4$	ομοιόμορφη	διάστημα (1,3)
$t_5$	εκθετική	μέση τιμή 5
$t_6$	αυτοκρατική	6
$t_9$	ομοιόμορφη	διάστημα (2,5)
$t_{10}$	εκθετική	μέση τιμή 7
$t_{11}$	αυτοκρατική	5
$t_{14}$	ομοιόμορφη	διάστημα (1,5)
$t_{15}$	εκθετική	μέση τιμή 3
$t_{16}$	αυτοκρατική	3
$t_{19}$	ομοιόμορφη	διάστημα (3,5)
$t_{20}$	εκθετική	μέση τιμή 5
$t_{21}$	αυτοκρατική	4
$t_{24}$	ομοιόμορφη	διάστημα (1,7)
$t_{25}$	εκθετική	μέση τιμή 2
$t_{26}$	αυτοκρατική	5
$t_{29}$	ομοιόμορφη	διάστημα (1,3)
$t_{30}$	εκθετική	μέση τιμή 4
$t_{31}$	αυτοκρατική	5
$t_{34}$	ομοιόμορφη	διάστημα (1,5)
$t_{35}$	εκθετική	μέση τιμή 8
$t_{36}$	αυτοκρατική	3
$t_{39}$	ομοιόμορφη	διάστημα (2,3)
$t_{40}$	εκθετική	μέση τιμή 4

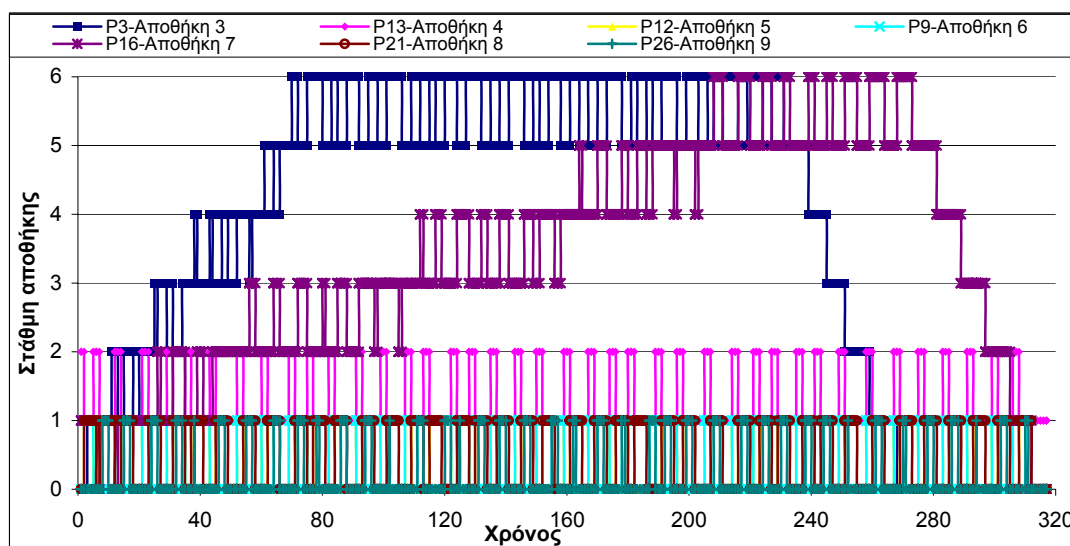
Πίνακας 2: Χαρακτηριστικά χρονικών μεταβάσεων του μοντέλου.

Με βάση τις χρονικές παραμέτρους, τις χωρητικότητες και την αρχική σήμανση του ΔΡ που περιγράφηκε παραπάνω, η προσομοίωση ολοκληρώνεται μετά από 836 βήματα κι έχει διάρκεια 317 χρονικές μονάδες (π.χ. ώρες). Ο μέσος χρόνος παραγωγής ενός κομματιού αναφέρεται στο χρονικό διάστημα από την αρχή της πρώτης κατεργασίας που λαμβάνει το κομμάτι μέχρι και την ολοκλήρωση της τελευταίας κατεργασίας, ενώ εναλλακτικά ονομάζεται χρόνος κύκλου παραγωγής. Ο περιορισμός του μέσου χρόνου παραγωγής συνεπάγεται σημαντικά οφέλη, όπως χαμηλότερα αποθέματα, μειωμένα κόστη, γρηγορότερη απόκριση στις ανάγκες της αγοράς και αυξημένη ευελιξία. Τα περιεχόμενα των αρχικών αποθηκών ενός συστήματος ονομάζονται πρώτες ύλες ενώ τα περιεχόμενα των τελικών αποθηκών τελικά προϊόντα.

Ο μέσος χρόνος παραγωγής ενός κομματιού τύπου 1 είναι 7,732 χρονικές μονάδες κι ο αντίστοιχος χρόνος για τα κομμάτια τύπου 2 είναι 7,925 χρονικές μονάδες. Στο Σχήμα 34 παρουσιάζεται η μεταβολή των σταθμών των εσωτερικών αποθηκών κατά τη λειτουργία του συστήματος. Από αυτό προκύπτουν χρήσιμα συμπεράσματα που μπορούν να



χρησιμοποιηθούν για τη βελτιστοποίηση των χωρητικότητων των αποθηκών, όπως η μέση στάθμη, ο μέγιστος αριθμός κομματιών που βρίσκονται στιγμιαία κατά τη λειτουργία του συστήματος και το ποσοστό του χρόνου κατά το οποίο παραμένουν γεμάτες και κενές (τα δύο αυτά στοιχεία είναι σημαντικά για τον συντονισμό των μηχανών μέσω του εντοπισμού μπλοκαρισμένων και αποστερημένων μηχανών και του περιορισμού της διάδοσης των γεγονότων που επιδρούν αρνητικά στην αξιοποίηση των πόρων και την αποδοτικότητα του συστήματος).



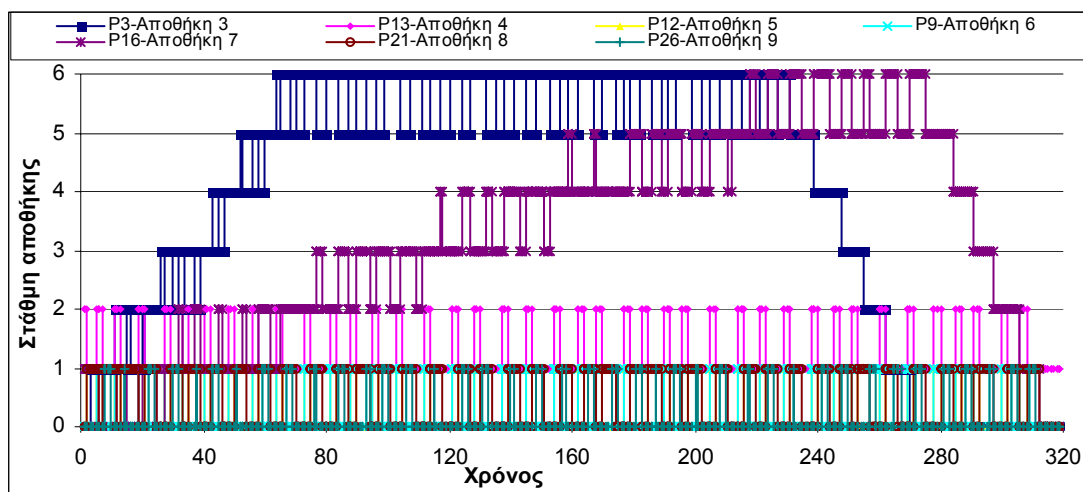
Σχήμα 34: Μεταβολή σταθμών εσωτερικών αποθηκών κατά την αρχική προσομοίωση.

Από το Σχήμα 34 είναι φανερό πως κατά τη διάρκεια της προσομοίωσης οι στάθμες δύο μόνο εσωτερικών αποθηκών, της 3 και της 7, προσεγγίζουν τις μέγιστες χωρητικότητες τους. Από αυτές, η αποθήκη 3 εμφανίζεται γεμάτη για σημαντικά μεγαλύτερο διάστημα. Οι υπόλοιπες πέντε αποθήκες δεν περιέχουν ταυτόχρονα σε καμία χρονική στιγμή πάνω από δύο κομμάτια.

Ενδιαφέροντα συμπεράσματα για την επίδραση των βλαβών στη λειτουργία και την αποδοτικότητα του συστήματος προκύπτουν επαναλαμβάνοντας την προσομοίωση με τα ίδια ποσοτικά χαρακτηριστικά και μόνη διαφορά τη θεώρηση πως οι μηχανές δεν παθαίνουν βλάβες (είναι πλήρως αξιόπιστες). Στην περίπτωση αυτή η προσομοίωση ολοκληρώνεται σε 501 βήματα κι η συνολική της διάρκεια είναι 246 χρονικές μονάδες, δηλαδή υπάρχει μείωση περίπου 28% σε σχέση με πριν. Ο μέσος χρόνος παραγωγής για τα κομμάτια τύπου 1 είναι 6 χρονικές μονάδες κι ο αντίστοιχος χρόνος για τα κομμάτια τύπου 2 είναι 6,15 χρονικές μονάδες. Οι χρόνοι που υπολογίζονται στην περίπτωση αυτή δε μπορούν στην πραγματικότητα να επιτευχθούν κατά τη λειτουργία του συστήματος, αλλά δίνουν κάτω όρια που κατά το δυνατόν είναι επιθυμητό να προσεγγιστούν.

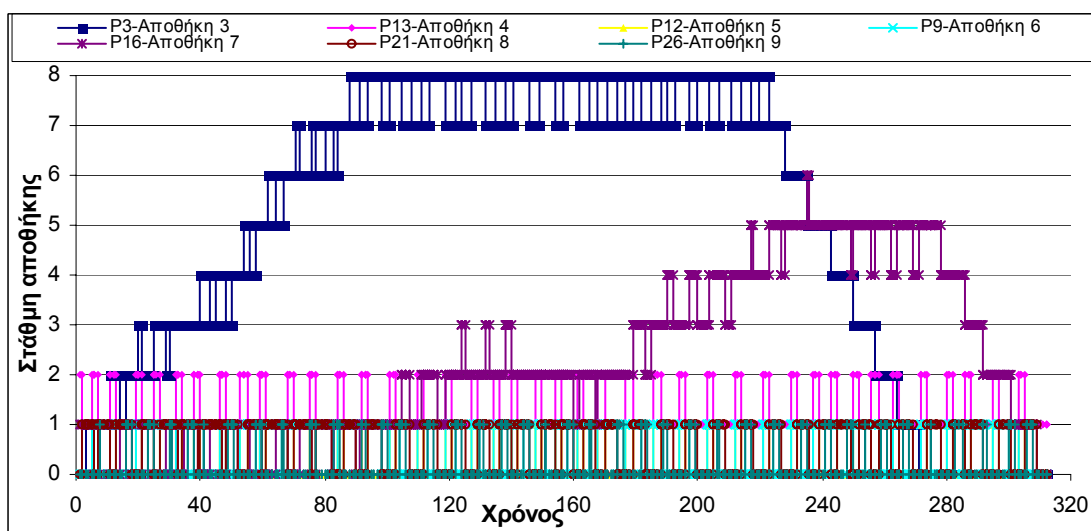
Η επόμενη περίπτωση που εξετάζεται, αφορά την επίδραση της μείωσης των χωρητικότητων των εσωτερικών αποθηκών οι οποίες κατά την πρώτη προσομοίωση δεν προσέγγισαν τις τιμές που τεθήκαν αρχικά. Οι αλλαγές αυτές δεν αναμένεται να

επηρεάσουν σημαντικά τη διάρκεια της νέας προσομοίωσης, αφού κι οι νέες τιμές είναι μεγαλύτερες από τις στιγμιαίες μέγιστες στάθμες κατά την αρχική προσομοίωση. Έτσι, οι νέες μέγιστες χωρητικότητες των αποθηκών 4 - 6 και 8 - 9 τίθενται ίσες με 3. Οι μεταβολές των σταθμών των εσωτερικών αποθηκών κατά τη νέα προσομοίωση παρουσιάζονται στο Σχήμα 35.



Σχήμα 35: Μεταβολή σταθμών εσωτερικών αποθηκών μετά τη μείωση των χωρητικοτήτων αποθηκών.

Τα Σχήματα 34 και 35 είναι σχεδόν ταυτόσημα, κάτι αναμενόμενο μια και οι χωρητικότητες που μειώθηκαν δεν επηρέαζαν σοβαρά την εκτέλεση του ΔΡ. Στην περίπτωση αυτή η προσομοίωση ολοκληρώνεται μετά από 843 βήματα κι έχει διάρκεια 319 χρονικές μονάδες, αμελητέα μεγαλύτερη από την πρώτη περίπτωση (αύξηση περίπου 0,63%). Οι μέσοι χρόνοι παραγωγής των δύο τύπων κομματιών είναι 7,78 και 7,975 χρονικές μονάδες αντίστοιχα.

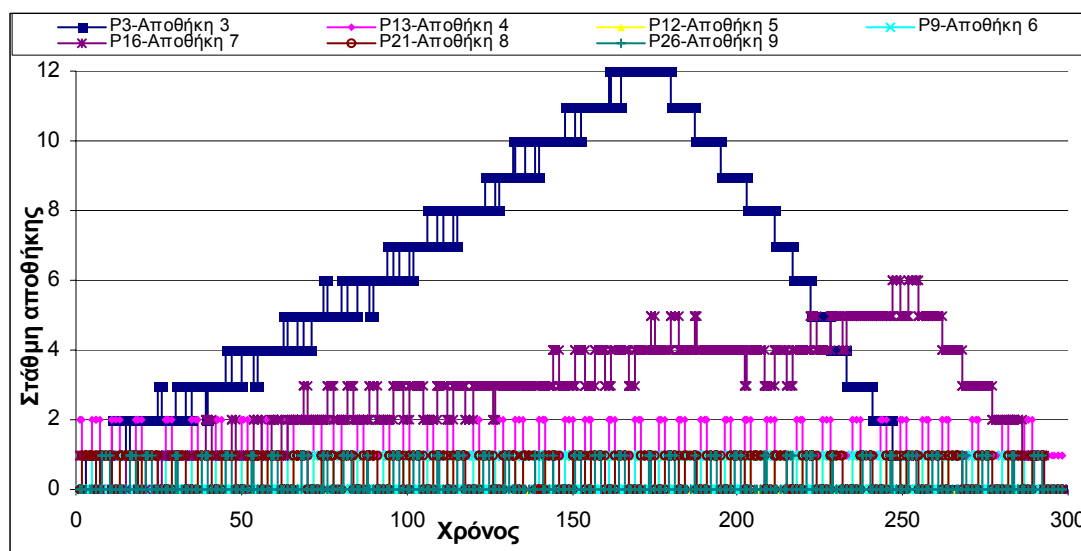


Σχήμα 36: Μεταβολή σταθμών αποθηκών μετά την αύξηση των χωρητικοτήτων των αποθηκών 3 και 7.

Το επόμενο βήμα αφορά τη μελέτη της επίδρασης της αύξησης των μέγιστων χωρητικοτήτων των αποθηκών 3 και 7 που προσέγγισαν τις τιμές που είχαν αρχικά τεθεί κατά τη λειτουργία του συστήματος. Για τη νέα προσομοίωση οι τιμές των χωρητικοτήτων

αυτών αυξάνονται και τίθεται  $C_3 = 8$  (αποθήκη 3) και  $C_{16} = 7$  (αποθήκη 7). Με αυτές τις παραμέτρους, η προσομοίωση ολοκληρώνεται μετά από 817 βήματα κι έχει χρονική διάρκεια 312 χρονικές μονάδες, εμφανίζει δηλαδή μικρή μείωση κατά πέντε χρονικές μονάδες (περίπου ποσοστιαία αύξηση 2%) σε σχέση με την αρχική περίπτωση. Οι μέσοι χρόνοι παραγωγής είναι 7,61 και 7,8 χρονικές μονάδες για τα προϊόντα τύπου 1 και τύπου 2. Οι στάθμες των αποθηκών κατά την νέα προσομοίωση παρουσιάζονται στο Σχήμα 36, απ' όπου είναι φανερό πως μόνο η αποθήκη 3 φτάνει τη μέγιστη χωρητικότητα της, για μικρότερο χρονικό διάστημα σε σχέση με πριν, όποτε παραπέρα αύξηση ίσως κριθεί αναγκαία για την παραπέρα βελτίωση της αποδοτικότητας του συστήματος.

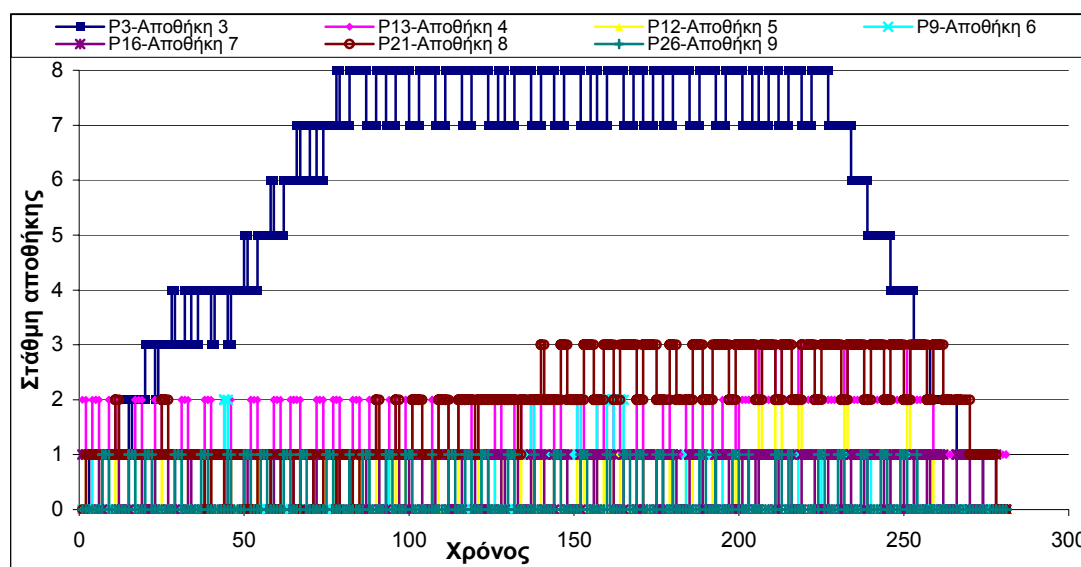
Η επόμενη περίπτωση που εξετάζεται, αφορά τη λειτουργία του συστήματος θεωρώντας όλες τις εσωτερικές αποθήκες άπειρης χωρητικότητας κι όλες τις άλλες παραμέτρους του συστήματος ίδιες όπως παραπάνω. Αυτή η περίπτωση επιτρέπει να υπολογιστεί ο μέγιστος αριθμός κομματιών που βρίσκονται στιγμιαία σε κάθε εσωτερική αποθήκη. Οι μεταβολές σταθμών των εσωτερικών αποθηκών θεωρώντας άπειρες τις χωρητικότητες τους, παρουσιάζονται στο Σχήμα 37.



Σχήμα 37: Στάθμες εσωτερικών αποθηκών με άπειρες χωρητικότητες.

Η προσομοίωση στην περίπτωση αυτή ολοκληρώνεται μετά από 775 βήματα και έχει διάρκεια 298 χρονικών μονάδων. Οι μέσοι χρόνοι παραγωγής των προϊόντων τύπου 1 και 2 που προκύπτουν είναι 7,26 και 7,45 χρονικές μονάδες. Το γεγονός αυτό μας ωθεί στο συμπέρασμα πως οι προηγούμενες χωρητικότητες των αποθηκών προσεγγίζουν τις βέλτιστες τιμές τους και πρέπει να αναζητηθούν άλλοι τρόποι για την παραπέρα βελτίωση της αποδοτικότητας του συστήματος, μια και οι διαφορές σε σχέση με την προηγούμενη προσομοίωση είναι της τάξης του 5%. Ακόμα, για άπειρες χωρητικότητες των εσωτερικών αποθηκών προκύπτει πως οι μέγιστες στιγμιαίες στάθμες τους είναι δώδεκα κομμάτια για την αποθήκη 3, δύο για την αποθήκη 4, ένα για τις αποθήκες 5 και 6, έξι για την αποθήκη 7 και ένα για τις αποθήκες 8 και 9.

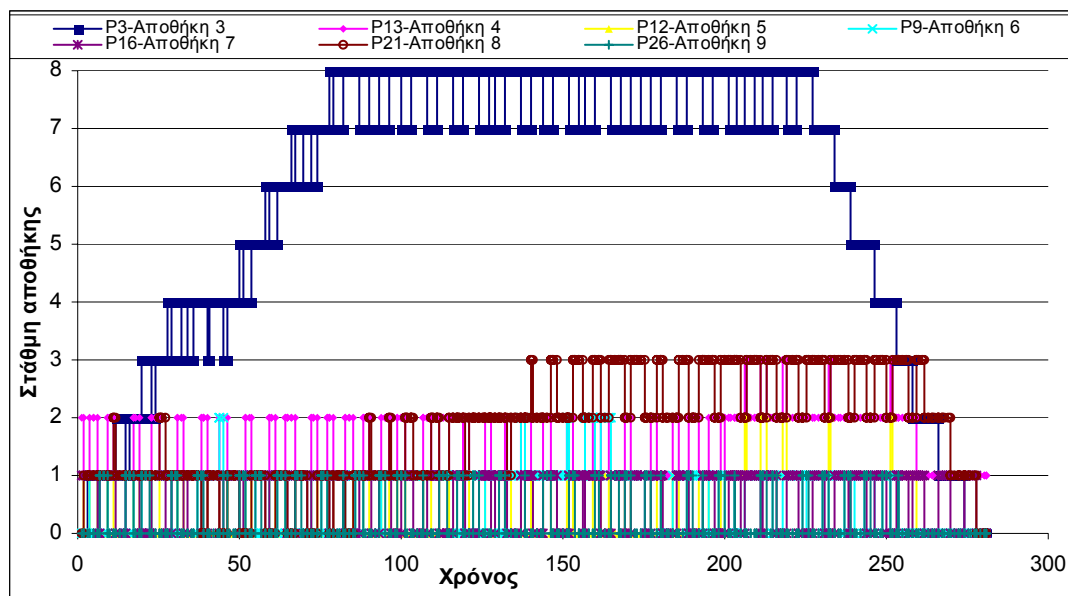
Κατά τη διάρκεια των προσομοιώσεων γίνεται φανερό πως η μηχανή  $M_2$  παίζει ιδιαίτερα σημαντικό ρόλο για την καθυστέρηση ολόκληρου του συστήματος. Αυτό συμβαίνει επειδή η  $M_2$  είναι πολύ πιο αργή από την  $M_1$ , γεγονός που επιδρά αρνητικά στην τελική συναρμολόγηση που εκτελείται στη  $M_6$  κι η οποία χρησιμοποιεί τα προϊόντα των δύο προηγούμενων μηχανών. Το γεγονός αυτό μπορεί να έχει συμβολή και στην υψηλή στάθμη της αποθήκης 3 που εξετάστηκε παραπάνω. Για να αναδειχθεί η επίδραση του γεγονότος αυτού, θεωρείται μια περίπτωση κατά την οποία ο χρόνος κατεργασίας της  $M_2$  έχει μειωθεί από τις έξι στις πέντε χρονικές μονάδες. Μια τέτοια αλλαγή μπορεί να προκύψει με εκσυγχρονισμό της μηχανής, με αλλαγή της ταχύτητας κατεργασίας της και των εργαλείων που χρησιμοποιεί ή ακόμα και με αντικατάσταση της σε περιπτώσεις που αυτό κρίνεται συμφέρον. Κάνοντας την αλλαγή αυτή και για τις πεπερασμένες χωρητικότητες των αποθηκών που χρησιμοποιήθηκαν στις προηγούμενες περιπτώσεις, επαναλαμβάνεται η προσομοίωση. Οι μεταβολές στις στάθμες των εσωτερικών αποθηκών παρουσιάζονται στο Σχήμα 38.



Σχήμα 38: Στάθμες εσωτερικών αποθηκών μετά την αλλαγή ταχύτητας της  $M_2$ .

Μετά από αυτή την αλλαγή η προσομοίωση ολοκληρώνεται σε 725 βήματα και η συνολική της διάρκεια είναι 281 χρονικές μονάδες. Οι νέοι μέσοι χρόνοι παραγωγής είναι 6,85 και 7 χρονικές μονάδες για τους δύο τύπους τελικών προϊόντων που παράγει το σύστημα. Η αλλαγή αυτή έχει ως αποτέλεσμα βελτίωση της απόδοσης του συστήματος κατά περίπου 11,5%, αφού οι μέσοι χρόνοι παραγωγής μειώνονται κατά περίπου 0,8 χρονικές μονάδες. Όπως αναμενόταν η αλλαγή στη διάρκεια επεξεργασίας της  $M_2$  προκαλεί σημαντικές αλλαγές και στις στάθμες των εσωτερικών αποθηκών. Πλέον οι αποθήκες 3 και 8 εμφανίζονται γεμάτες για σημαντικά χρονικά διαστήματα, ενώ η αποθήκη 7, η στάθμη της οποίας έφτανε έως κι έξι κομμάτια πλέον δεν υπερβαίνει τα δύο. Οι στάθμες από τις υπόλοιπες αποθήκες δεν περιέχουν καμία χρονική στιγμή πάνω από δύο κομμάτια.

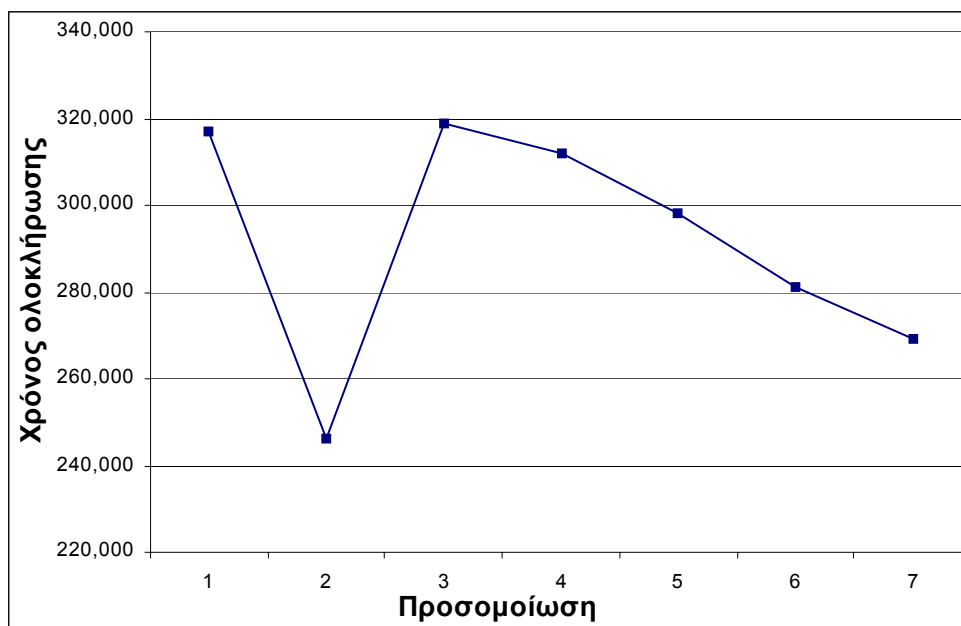
Ένας επιπλέον παράγοντας, η επίδραση του οποίου στη συνολική αποδοτικότητα του συστήματος εξετάζεται, είναι η επίδραση των βλαβών στις μηχανές. Συγκεκριμένα, για τις μηχανές που εμφανίζουν υψηλή συχνότητα βλαβών, γίνεται προσπάθεια για μείωση της επίδρασης της αρνητικής συμπεριφοράς αυτής (π.χ. μέσω προληπτικών συντηρήσεων των μηχανών σε νεκρούς χρόνους για το εργοστάσιο). Πρέπει να σημειωθεί πως δεν έχουν όλες οι αλλαγές του τύπου αυτού τα ίδια αποτελέσματα, αλλά με δοκιμές βρίσκονται οι μηχανές που επηρεάζουν συνολικά το σύστημα. Επίσης, οι δοκιμαζόμενες αλλαγές πρέπει να είναι εφαρμόσιμες στην πράξη, κάτι που δεν είναι πάντα εφικτό. Στο σημείο αυτό επαναλαμβάνεται η προσομοίωση, αλλάζοντας τη μέση τιμή της μετάβασης  $t_{25}$  που ακολουθεί εκθετική κατανομή (εμφάνιση βλάβης στη  $M_5$ ) από δύο σε τέσσερα. Οι στάθμες των αποθηκών που προκύπτουν για αυτές τις παραμέτρους του συστήματος, παρουσιάζονται στο Σχήμα 39.



Σχήμα 39: Στάθμες εσωτερικών αποθηκών μετά τον περιορισμό εμφάνισης βλαβών της  $M_5$ .

Στην περίπτωση αυτή η προσομοίωση ολοκληρώνεται σε 719 βήματα ενώ η συνολική της διάρκεια είναι 269 χρονικές μονάδες. Οι μέσοι χρόνοι παραγωγής είναι 6,56 χρονικές μονάδες για τα προϊόντα τύπου 1 και 6,725 χρονικές μονάδες για τα προϊόντα τύπου 2. Δηλαδή υπάρχει μια εκ νέου μείωση των μέσων χρόνων παραγωγής περίπου 4 – 4,5 % σε σύγκριση με την προηγούμενη περίπτωση. Από το Σχήμα 39 φαίνεται ότι μόνο οι αποθήκες 3 και 6 προσεγγίζουν τις τιμές των μέγιστων χωρητικότητων τους.

Η προσομοίωση εναλλακτικών περιπτώσεων, μπορεί να συνεχιστεί μέχρι να περιοριστούν σε μεγάλο βαθμό τα μη επιθυμητά γεγονότα στο σύστημα (πεινασμένες και μπλοκαρισμένες μηχανές) και αξιοποιηθούν βέλτιστα οι πόροι του συστήματος. Το Σχήμα 40 παρουσιάζει συνοπτικά τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων κι ο Πίνακας 3 την εξέλιξη συγκεκριμένων μέτρων απόδοσης (χρόνοι λειτουργίας μηχανών, χρόνοι διαθεσιμότητας μηχανών, μέσες στάθμες αποθηκών, μέγιστες στάθμες αποθηκών κτλ.).



Σχήμα 40: Μεταβολή χρονικής διάρκειας προσομοιώσεων για τις διάφορες αλλαγές.

Στον Πίνακα 3 φαίνεται πως οι αλλαγές που έγιναν στις παραμέτρους του συστήματος δεν οδήγησαν μόνο σε μείωση των μέσων χρόνων παραγωγής, αλλά είχαν θετική επίδραση και σε άλλα μέτρα απόδοσης όπως για παράδειγμα στους χρόνους που οι μηχανές εκτελούν κατεργασίες, αφού σε κάποιες περιπτώσεις, η παρατηρούμενη αύξηση φτάνει το 20% ανάμεσα στην πρώτη και την τελευταία προσομοίωση. Σε αντίθεση με αυτό, ο χρόνος που οι μηχανές είναι λειτουργικές είναι σχεδόν σταθερός κι αλλάζει μόνο στην περίπτωση που τροποποιείται η συχνότητα εμφάνισης βλαβών. Επίσης, αν και με τις αλλαγές μειώνεται η συνολική διάρκεια των προσομοιώσεων, σε καμία περίπτωση δε μπορεί να προσεγγιστεί το κάτω όριο που λαμβάνεται για το σύστημα αν θεωρηθούν εντελώς αξιόπιστες οι μηχανές του (2<sup>η</sup> προσομοίωση). Επιπλέον, σε όλες τις περιπτώσεις η αποθήκη 3 έχει την υψηλότερη μέση στάθμη, γεγονός που σημαίνει πως το κομμάτι αυτό του συστήματος είναι ιδιαίτερα κρίσιμο για την αποδοτικότητα του συνολικού συστήματος.

ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΚΑΤΑ ΤΗΝ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΤΗΣ								
ΠΕΡΙΠΤΩΣΗΣ i, i=1,7								
Περίπτωση	1	2	3	4	5	6	7	
ΧΩΡΗΤΙΚΟΤΗΤΑ ΕΣΩΤΕΡΙΚΗΣ ΑΠΟΘΗΚΗΣ i								
Αποθήκη 3 (p <sub>3</sub> )	6			8	45	8		
Αποθήκη 4 (p <sub>13</sub> )	6			3		3		
Αποθήκη 5 (p <sub>12</sub> )						3		
Αποθήκη 6 (p <sub>9</sub> )						3		
Αποθήκη 7 (p <sub>16</sub> )				6		7	7	
Αποθήκη 8 (p <sub>21</sub> )				3		3		
Αποθήκη 9 (p <sub>26</sub> )	3							
ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΕΚΤΕΛΕΣΗΣ ΚΑΤΕΡΓΑΣΙΑΣ ΑΠΟ ΜΗΧΑΝΗ j σε χρονικές μονάδες, j=1,7								
Μηχανή 1 (t <sub>1</sub> )	4							
Μηχανή 2 (t <sub>6</sub> )	6					5		
Μηχανή 3 (t <sub>11</sub> )	5							

Μηχανή 4 (t <sub>16</sub> )	3						
Μηχανή 5 (t <sub>21</sub> )	4						
Μηχανή 6 (t <sub>26</sub> )	5						
Μηχανή 7 (t <sub>31</sub> )	5						
Μηχανή 8 (t <sub>36</sub> )	3						
ΜΕΣΟΣ ΟΡΟΣ ΕΚΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΤΑΝΟΜΗΣ ΕΜΦΑΝΙΣΗΣ ΒΛΑΒΩΝ ΣΤΗ ΜΗΧΑΝΗ j, j=1,7							
Μηχανή 1 (t <sub>5</sub> )	5						
Μηχανή 2 (t <sub>10</sub> )	7						
Μηχανή 3 (t <sub>15</sub> )	3						
Μηχανή 4 (t <sub>20</sub> )	5						
Μηχανή 5 (t <sub>25</sub> )	2					4	
Μηχανή 6 (t <sub>30</sub> )	4						
Μηχανή 7 (t <sub>35</sub> )	8						
Μηχανή 8 (t <sub>40</sub> )	4						
ΑΡΙΘΜΟΣ ΑΡΧΙΚΩΝ ΚΟΜΜΑΤΙΩΝ ΣΤΗΝ ΑΠΟΘΗΚΗ k, k=1,7							
Αποθήκη 1 (p <sub>0</sub> )	40						
Αποθήκη 2 (p <sub>6</sub> )	40						
Αποθήκη 3 (p <sub>3</sub> )	-						
Αποθήκη 4 (p <sub>13</sub> )	2						
Αποθήκη 5 (p <sub>12</sub> )	1						
Αποθήκη 6 (p <sub>9</sub> )	-						
Αποθήκη 7 (p <sub>16</sub> )	1						
ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ ΑΠΟΔΟΤΙΚΟΤΗΤΑΣ ΚΑΤΑ ΤΗΝ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ i							
ΑΡΙΘΜΟΣ ΠΑΡΑΓΟΜΕΝΩΝ ΠΡΟΪΟΝΤΩΝ							
Προϊόντα τύπου 1	41						
Προϊόντα τύπου 2	40						
ΔΙΑΡΚΕΙΑ							
Αριθμός βημάτων	836	501	843	817	775	725	719
Σε χρονικές μονάδες	317	246	319	312	298	281	269
ΜΕΣΟΣ ΧΡΟΝΟΣ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ							
Προϊόντα τύπου 1	7,732	6	7,78	7,61	7,26	6,85	6,56
Προϊόντα τύπου 2	7,925	6,15	7,975	7,8	7,45	7	6,725
% ΧΡΟΝΟΥ ΠΟΥ Η ΜΗΧΑΝΗ j ΕΚΤΕΛΕΙ ΚΑΤΕΡΓΑΣΙΑ							
Μηχανή M <sub>1</sub>	38,8	50	38,56	39,43	41,28	43,78	45,73
Μηχανή M <sub>2</sub>	63,1	81,3	62,7	64,11	67,12	71,18	74,36
Μηχανή M <sub>3</sub>	51,7	66,67	51,38	52,53	55	58,33	60,93
Μηχανή M <sub>4</sub>	25,24	32,52	25,08	25,64	26,84	28,46	29,73
Μηχανή M <sub>5</sub>	37,85	48,78	37,61	38,45	40,26	42,7	44,6
Μηχανή M <sub>6</sub>	51,7	66,67	51,38	52,53	55	58,33	60,93
Μηχανή M <sub>7</sub>	20,2	29,27	17,55	21,79	22,82	25,62	26,76
Μηχανή M <sub>8</sub>	15,2	17,89	16,3	14,74	15,44	15,66	16,54
ΜΕΓΙΣΤΗ ΣΤΙΓΜΙΑΙΑ ΣΤΑΘΜΗ ΕΣΩΤΕΡΙΚΗΣ ΑΠΟΘΗΚΗΣ i							
Αποθήκη 3 (p <sub>3</sub> )	6			8	12	8	
Αποθήκη 4 (p <sub>13</sub> )	2					3	2
Αποθήκη 5 (p <sub>12</sub> )	1					2	1
Αποθήκη 6 (p <sub>9</sub> )	1					2	3
Αποθήκη 7 (p <sub>16</sub> )	6					1	2
Αποθήκη 8 (p <sub>21</sub> )	1					3	2
Αποθήκη 9 (p <sub>26</sub> )	1						
% ΧΡΟΝΟΥ ΠΟΥ Η ΜΗΧΑΝΗ j ΛΕΙΤΟΥΡΓΕΙ (ΔΕΝ ΕΧΕΙ ΒΛΑΒΗ)							
Μηχανή M <sub>1</sub>	84,85	100	84,85	83,65	84,56	84	81,41
Μηχανή M <sub>2</sub>	68,87	100	68,87	68,91	75,17	71,17	69,52
Μηχανή M <sub>3</sub>	64,04	100	64,04	64,1	72,48	59,07	62,83

Μηχανή M <sub>4</sub>	57,41	100	57,41	58,33	52,68	57,65	55,39
Μηχανή M <sub>5</sub>	57,09	100	57,09	53,53	54,02	58,36	52,79
Μηχανή M <sub>6</sub>	82,02	100	82,02	81,09	76,85	78,65	76,21
Μηχανή M <sub>7</sub>	86,12	100	87,46	87,18	85,57	85,05	88,1
Μηχανή M <sub>8</sub>	85,49	100	85,58	84,62	84,56	81,49	82,16
<b>ΜΕΣΗ ΣΤΑΘΜΗ ΑΠΟΘΗΚΗΣ i</b>							
Αποθήκη 3 (p <sub>3</sub> )	3,8	3,5	3,88	5,02	5,4	5,85	5,4
Αποθήκη 4 (p <sub>13</sub> )	1,25	1,32	1,25	0,25	1,25	1,49	1,32
Αποθήκη 5 (p <sub>12</sub> )	0,25	0,32	0,25	0,25	0,25	0,49	0,32
Αποθήκη 6 (p <sub>9</sub> )	0,42	0,48	0,25	0,52	0,45	0,7	1,16
Αποθήκη 7 (p <sub>16</sub> )	3,4	3,59	3,25	0,25	2,83	0,63	0,74
Αποθήκη 8 (p <sub>21</sub> )	0,54	0,67	3,25	0,57	0,58	1,77	0,88
Αποθήκη 9 (p <sub>26</sub> )	0,22	0,25	0,2	0,21	0,58	0,25	0,25

Πίνακας 3: Μέτρα απόδοσης κατά την προσομοίωση διαφορετικών περιπτώσεων του αφιερωμένου συστήματος.

## 5.6 Συζήτηση

Στο κεφάλαιο αυτό εισήχθη μια γενικευμένη μεθοδολογία για τη μοντελοποίηση με ΔΡ, ανάλυση, σύνθεση, ανάλυση πολυπλοκότητας και ιδιοτήτων, αξιολόγηση αποδοτικότητας κι εποπτικό έλεγχο αφιερωμένων συστημάτων παραγωγής οποιασδήποτε τοπολογίας και πεπερασμένης αρχικής κατάστασης. Τα συστήματα υπό μελέτη αντιμετωπίστηκαν σα συστήματα διακριτών γεγονότων και το βασικό εργαλείο που χρησιμοποιήθηκε για τους παραπάνω σκοπούς είναι τα Δίκτυα Petri. Τα χαρακτηριστικά, οι δυνατότητες μοντελοποίησης και ανάλυσης των ΔΡ τα πλεονεκτήματα τους έναντι άλλων αντιστοίχων εργαλείων και το μεγάλο εύρος δυνατοτήτων και εφαρμογών που έχουν όπως αυτά αναλύθηκαν σε προηγούμενες παραγράφους δικαιολογούν την επιλογή χρήσης τους στα πλαίσια της παρούσας διατριβής.

Η προτεινόμενη μεθοδολογία βασίζεται στην αποσύνθεση του συστήματος σε θεμελιώδη υποσυστήματα και τη χρήση των μοντέλων τους με ΔΡ για το χτίσιμο του συνολικού μοντέλου του συστήματος. Εκτός την περίπτωση που θεωρήθηκε στα μοντέλα που υλοποιήθηκαν στα παραδείγματα, η προτεινόμενη μεθοδολογία μπορεί να εφαρμοστεί και στην περίπτωση που το σύνολο των αρχικών κομματιών δεν είναι εξαρχής διαθέσιμο αλλά οι αφίξεις πρώτων υλών ακολουθούν μια δεδομένη κατανομή. Η ελαχιστοποίηση του αποθέματος ημικατεργασμένων κομματιών (WIP) και του χρόνου κύκλου είναι οι κύριοι αντικειμενικοί σκοποί της διαδικασίας αυτής και υλοποιούνται με τη χρήση κατάλληλων ελεγκτών που ακολουθούν προκαθορισμένες στρατηγικές ελέγχου [50].

Με κατάλληλες προσαρμογές και επεκτάσεις η προτεινόμενη μεθοδολογία μπορεί να χρησιμοποιηθεί στη συνέχεια και για άλλες κατηγορίες συστημάτων παραγωγής. Η μέθοδος μπορεί να προσαρμοστεί και να χρησιμοποιηθεί για τη μελέτη οποιουδήποτε συστήματος προσεγγίζεται ως σύστημα διακριτών γεγονότων και για το οποίο μπορεί να αναγνωρισθεί μικρός αριθμός θεμελιωδών υποσυστημάτων (π.χ. εφοδιαστική κι η μελέτη ομάδων αυτονόμων ρομπότ).



Ένα από τα αντικείμενα του κεφαλαίου είναι ο υπολογισμός του πλήθους κόμβων και *P*-αναλλοίωτων πολύπλοκων συστημάτων με αναφορά στα αντίστοιχα χαρακτηριστικά μεγέθη των υποσυστημάτων που χρησιμοποιούνται για την αναπαράσταση του συνολικού συστήματος και της τοπολογίας του. Οι υπολογισμοί αυτοί δεν αποτελούν κάτι το τετριμμένο, αφού παρόλο που αναζητήθηκε σχετική βιβλιογραφία, δεν βρέθηκαν δημοσιευμένες εργασίες που αναφέρονται στο θέμα. Ο υπολογισμός των αριθμών των κόμβων και των *P*-αναλλοίωτων είναι αναγκαίος για την ανάλυση πολυπλοκότητας των μοντέλων συστημάτων που συντίθενται από θεμελιώδη υποσυστήματα. Επιπλέον, οι παραπάνω υπολογισμοί θα αξιοποιηθούν και θα ενσωματωθούν και σε κάποια από τα επόμενα βήματα της έρευνας μας, όπως την υλοποίηση αλγορίθμων για την αυτόματη κατασκευή των μοντέλων με ΔΡ σύνθετων συστημάτων παραγωγής από τα θεμελιώδη υποσυστήματα. Στους αλγορίθμους αυτούς ο θεωρητικός υπολογισμός των αριθμών κόμβων είναι αναγκαίος για την ονομασία τους και για μια σειρά ελέγχων σωστής λειτουργίας τους.

Ένα άλλο αντικείμενο του κεφαλαίου αυτού ήταν ο υπολογισμός των *P*-αναλλοίωτων πολύπλοκων συστημάτων από τα *P*-αναλλοίωτα των θεμελιωδών υποσυστημάτων που τα συνθέτουν, με αναφορά στη δομή και τον τρόπο σύνδεσης τους. Στη βιβλιογραφία παρουσιάζονται κι άλλες αντίστοιχες προσπάθειες, όπως στην εργασία [230] όπου προτείνεται μια μεθοδολογία για τον υπολογισμό των *P*-αναλλοίωτων ενός συστήματος με αναφορά στα κομμάτια που το συνθέτουν. Τα *P*-αναλλοίωτα εκφράζουν κανόνες διατήρησης τελειών σε σύνολα από θέσεις, ανεξάρτητα από τη λειτουργία οποιασδήποτε μετάβασης, χωρίς να είναι αναγκαία η απαρίθμηση του συνόλου προσεγγίσιμων σημάνσεων του ΔΡ  $R(m_0)$  που σε αρκετές περιπτώσεις είναι πολύ μεγάλο. Ο υπολογισμός των *P*-αναλλοίωτων μπορεί να αξιοποιηθεί ποικιλοτρόπως, ανάλογα με τις ανάγκες και τα χαρακτηριστικά του υπό μελέτη προβλήματος.

Γενικά, τα *P*-αναλλοίωτα μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την επικύρωση των βασικών ιδιοτήτων των ΔΡ (ζωτικότητα, περιοριστικότητα, συντηρητικότητα κτλ.) καθώς και για την επιβεβαίωση της εμφάνισης συγκεκριμένων συμπεριφορών κατά τη διάρκεια λειτουργίας του μοντέλου (όπως αμοιβαίοι αποκλεισμοί, προαπαιτούμενες διαδικασίες κτλ.). Σημειώνεται πως για τον υπολογισμό των ιδιοτήτων των μοντέλων τα *P*-αναλλοίωτα δεν είναι η μοναδική μέθοδος αλλά είναι από τις πλέον δημοφιλείς. Ο εντοπισμός τέτοιων συμπεριφορών είναι ιδιαίτερα σημαντικός κατά τη μελέτη ενός συστήματος παραγωγής αφού μπορεί να χρησιμοποιηθεί για βελτιστοποίηση παραμέτρων του συστήματος όπως η βέλτιστη κατανομή κοινών πόρων και η αποφυγή αδιεξόδων που δημιουργούνται λόγω συγκρούσεων. Η ύπαρξη ενός θετικού *P*-αναλλοίωτου με μια τελεία σε ένα μοντέλο, αναπαριστά μια ακολουθία από διαδικασίες και μπορεί να αναφέρεται σε διαφορετικές καταστάσεις ενός εξοπλισμού. Η αποσύνθεση ενός δικτύου σε ένα σύνολο από θετικά *P*-αναλλοίωτα έχει ως αποτέλεσμα τη θεώρηση του μοντελοποιημένου συστήματος σαν ένα σύνολο από ακολουθιακές διαδικασίες μεταξύ των οποίων υπάρχει επικοινωνία.

Προγράμματα παραγωγής μπορούν να προκύψουν συστηματικά, να αναπαρασταθούν με δομές ΔΡ και να αξιολογηθούν με χρήση των *P*-αναλλοίωτων. Επιπλέον, τα *P*-αναλλοίωτα παρέχουν ένα μηχανισμό αναγνώρισης συντηρητικών άνω ορίων του πλήθους προσεγγίσιμων σημάνσεων και συνεπώς του συνόλου προσεγγισιμότητας του μοντελοποιημένου συστήματος.

Τα *P*-αναλλοίωτα μπορούν να χρησιμοποιηθούν για τον εποπτικό έλεγχο (πρόβλημα απαγορευμένης κατάστασης) και τον έλεγχο ανάδρασης συστημάτων. Η παραβίαση ενός *P*-αναλλοίωτου συνεπάγεται πως το σύστημα βρίσκεται σε μη φυσιολογική κατάσταση, ενώ ο εποπτικού έλεγχος που υπολογίζεται με *P*-αναλλοίωτα μπορεί να εφαρμοστεί και στην περίπτωση ύπαρξης μη ελεγχόμενων θέσεων στο δίκτυο. Ουσιαστικά, η προσθήκη θέσεων παρακολούθησης σε ένα μοντέλο αντιστοιχεί στη δημιουργία νέων *P*-αναλλοίωτων σε αυτό. Σημειώνεται πως στη βιβλιογραφία έχει αναπτυχθεί μια σειρά από τεχνικές διαφορετικές από την βασισμένη σε θέσεις παρακολούθησης μέθοδο που χρησιμοποιήθηκε στην παρούσα διατριβή, που χρησιμοποιούν *P*-αναλλοίωτα για τον εποπτικό έλεγχο συστημάτων [196]. Επιπλέον, υπάρχει η δυνατότητα συσχέτισης *P*-αναλλοίωτων με την ταυτόχρονη δυνατότητα ελέγχου και *k*-περιοριστικότητας ενός μοντέλου με ΔΡ, όπως παρουσιάζεται στην [231].

Στην παρούσα εργασία ο υπολογισμός των *P*-αναλλοίωτων γίνεται και θεωρητικά όσον αφορά το πλήθος, τους τύπους τους (καταστάσεις μηχανής και διατήρηση κομματιών σε σύνολα από θέσεις του συστήματος) αλλά και τον τρόπο με τον οποίο προκύπτουν από τα *P*-αναλλοίωτα των επιμέρους υποσυστημάτων. Τα *P*-αναλλοίωτα χρησιμοποιήθηκαν για την ανάλυση ιδιοτήτων των συστημάτων παραγωγής και για την επιβεβαίωση διατήρησης τους κατά τη συνένωση θεμελιωδών υποσυστημάτων με συγχώνευση θέσεων. Επιπλέον, τα *P*-αναλλοίωτα χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό των συνδέσεων που πρέπει να έχουν οι θέσεις παρακολούθησης που προστίθενται για τον περιορισμό της συμπεριφοράς των συστημάτων στην επιθυμητή. Σε επόμενα στάδια της υλοποιούμενης έρευνας, τα *P*-αναλλοίωτα αναμένεται να αξιοποιηθούν και για άλλους σκοπούς, ανάλογα με τις εφαρμογές που θα προκύψουν και πιθανές επεκτάσεις της προτεινόμενης μεθοδολογίας.

# 6<sup>ο</sup> Κεφάλαιο

## Μελέτη Πολυ-Παραγωγικών Συστημάτων Παραγωγής<sup>2</sup>

Στο κεφάλαιο αυτό η μέθοδος μοντελοποίησης και μελέτης αφιερωμένων συστημάτων παραγωγής προσαρμόζεται στις ανάγκες πολυ-παραγωγικών συστημάτων παραγωγής. Η κατηγορία αυτή συστημάτων παραγωγής παρουσιάζει σημαντικές διαφορές κι αυξημένη πολυπλοκότητα σε σχέση με τα αφιερωμένα συστήματα παραγωγής, γεγονός που κάνει αναγκαία τη χρήση υβριδικών ΔΡ για την καλύτερη ανταπόκριση στα ιδιαίτερα τους χαρακτηριστικά. Η προτεινόμενη μέθοδος καλύπτει όλα τα βασικά σημεία που περιγράφηκαν στο προηγούμενο κεφάλαιο (μοντελοποίηση, ανάλυση ιδιοτήτων, ανάλυση πολυπλοκότητας, αξιολόγηση αποδοτικότητας κι εποπτικός έλεγχος).

---

<sup>2</sup> Τμήματα του κεφαλαίου αυτού έχουν δημοσιευθεί στις:

[232] Tsinarakis G., Tsourveloudis N. and Valavanis K., “Modeling, Analysis, Synthesis and Performance Evaluation of Multi-Operational Production Systems with Hybrid Timed Petri Nets”, *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, vol. 3, pp. 29 – 46, 2006.

[233] Tsinarakis G., Valavanis K. and Tsourveloudis N., “Studying Multi-operational Production Systems with Modular Hybrid Petri Nets”, in Proc. *IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pp. 3028 -3034, Las Vegas, USA, 2003..

[234] Tsinarakis G. and Valavanis K., “Modular Hybrid Petri Nets for Studying Multi-operational Production Systems Where Parts Follow Multiple Alternative Processes”, in Proc. *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 547 – 553, New Orleans, USA, 2004.

[235] Tsinarakis G., Tsourveloudis N. and Valavanis K., “Studying Multi-assembly Machine Production Systems with Hybrid Timed Petri Nets”, in Proc. *1st IEEE Conference on Automation Science and Engineering*, pp. 327 – 332, Edmonton, Canada, 2005.

## 6.1 Πολυ-παραγωγικά συστήματα παραγωγής

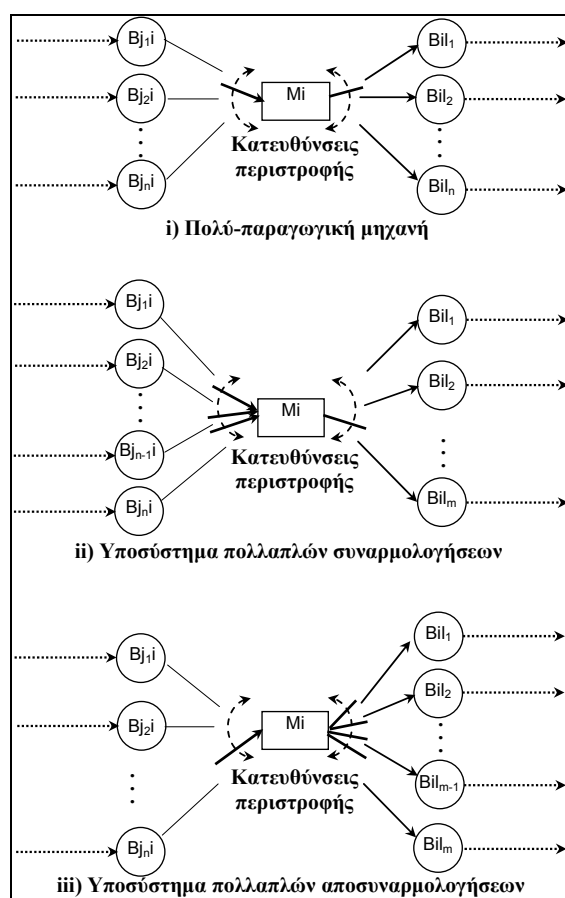
Τα μη αφιερωμένα, πολυ-παραγωγικά συστήματα παραγωγής αποτελούνται από μηχανές που κατανέμουν τον παραγωγικό τους χρόνο για την παραγωγή πολλαπλών, διαφορετικών μεταξύ τους, τύπων προϊόντων ικανοποιώντας σε κάθε περίπτωση τους λειτουργικούς περιορισμούς του συστήματος. Οι πολυ-παραγωγικές μηχανές λειτουργούν με γνωστούς ρυθμούς παραγωγής και ζήτησης για κάθε τύπο κομματιού που επεξεργάζονται. Η πολυπλοκότητα των πολυ-παραγωγικών συστημάτων είναι αυξημένη, εξαιτίας του μεγάλου πλήθους παραμέτρων που πρέπει να καθοριστούν. Οι πιο σημαντικοί τέτοιοι παράγοντες είναι η αλληλεπίδραση μεταξύ των συστατικών μερών του συστήματος, η ακολουθία εκτέλεσης των διαφόρων τύπων κατεργασιών, ο τύπος κατεργασίας που εκτελείται κάθε χρονική στιγμή σε καθεμία από τις μηχανές, όπως επίσης ο έλεγχος των κατεργασιών κι η ροή παραγγελιών σε ένα σύστημα με γνωστή δομή [173], [236].

Τα πολυ-παραγωγικά συστήματα παραγωγής αναφέρονται στη βιβλιογραφία με διάφορα ονόματα. Στην [173] αναφέρονται ως συστήματα πολλαπλών κατηγοριών (multi-class systems) και μοντελοποιούνται με χρήση FOHPNs. Στην [237] οι πολυ-παραγωγικές μηχανές αναφέρονται ως μηχανές πολλαπλών προϊόντων (multi-product machines) και μοντελοποιούνται κι αναλύονται χρησιμοποιώντας ημί-Μαρκοβιανά μοντέλα (semi-Markov models) ενώ ο έλεγχος τους βελτιστοποιείται με χρήση Μαρκοβιανού - επαναληπτικού προγραμματισμού (Markov-renewal programming). Στην εργασία [238] χρησιμοποιούνται έγχρωμα χρονικά ΔΡ για τον σχεδιασμό πολιτικής ελέγχου κυκλικού χρονοπρογραμματισμού συστήματος παραγωγής πολλαπλών προϊόντων. Στην [239] θεωρείται το πρόβλημα υπολογισμού ενός κάτω ορίου απόδοσης για την αξιολόγηση ευρετικών μεθόδων χρονοπρογραμματισμού ενός συστήματος πολλαπλών προϊόντων μιας μηχανής που απαιτεί προετοιμασία όποτε αλλάζει τύπο κατεργασίας που εκτελεί. Αντιπροσωπευτικές κλάδος εφαρμογής των πολυ-παραγωγικών συστημάτων είναι η αυτοκινητοβιομηχανία, σε κατεργασίες μορφοποίησης και αποτύπωσης μετάλλων [238].

## 6.2 Θεμελιώδη υποσυστήματα

Για τη μοντελοποίηση πολυ-παραγωγικών συστημάτων παραγωγής προσαρμόζεται η προσέγγιση που παρουσιάστηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο θεωρώντας τρία θεμελιώδη υποσυστήματα, το υποσύστημα πολυ-παραγωγικής μηχανής, το υποσύστημα πολλαπλών συναρμολογήσεων και το υποσύστημα πολλαπλών αποσυναρμολογήσεων. Οι γενικευμένες μορφές των θεμελιωδών υποσυστημάτων παρουσιάζονται στο Σχήμα 41, όπου οι κύκλοι αντιπροσωπεύουν αποθήκες και τα τετράγωνα μηχανές. Τα διακεκομμένα τόξα πριν τις αποθήκες αρχικών κομματιών και μετά τις αποθήκες επεξεργασμένων προϊόντων αποτελούν τα σημεία σύνδεσης ενός υποσυστήματος με τα υπόλοιπα συστατικά μέρη του συνολικού συστήματος. Στα σημεία αυτά καθορίζονται οι

αλληλεπιδράσεις μεταξύ των υποσυστημάτων, καθώς κι ένα σύνολο από διακριτές και συνεχείς σχέσεις που καθορίζουν την εσωτερική υβριδική κατάσταση του συστήματος. Τα έντονα τόξα που υπάρχουν στα υποσυστήματα του σχήματος 41 περιστρέφονται για να συνδεθούν στον κατάλληλο κάθε στιγμή συνδυασμό αποθηκών εισόδου – εξόδου. Οι συνδυασμοί αποθηκών εισόδου – εξόδου είναι προκαθορισμένοι και ο αριθμός τους προκύπτει από τη δομή του συστήματος που μελετάται και τους τύπους κατεργασιών που εκτελεί κάθε μηχανή. Τα περιστρεφόμενα τόξα αναδεικνύουν πως οι μηχανές δεν είναι αφιερωμένες, αλλά σε διαφορετικές χρονικές περιόδους παράγουν διαφορετικούς τύπους προϊόντων. Η γενική αρχή λειτουργίας των υποσυστημάτων, είναι πως μια μηχανή  $M_i$  κάθε χρονική στιγμή παίρνει κομμάτια από μια ή περισσότερες αποθήκες  $B_{ji}$  κι αφού τα επεξεργαστεί στέλνει τα προϊόντα σε μια ή περισσότερες αποθήκες  $B_{il}$ .



Σχήμα 41: Αναπαράσταση των γενικευμένων μορφών των θεμελιωδών υποσυστημάτων.

Στο υποσύστημα πολυ-παραγωγικής μηχανής του σχήματος 41 υπάρχει ένα περιστρεφόμενο τόξο εισόδου και ένα τόξο εξόδου. Σε κάθε χρονική περίοδο η μηχανή  $M_i$  λαμβάνει κομμάτια από μια από τις  $n_{pi}$  αποθήκες εισόδου και στέλνει τα επεξεργασμένα κομμάτια στην αντίστοιχη από τις  $n_{pi}$  αποθήκες εξόδου. Αντίστοιχα, στο υποσύστημα πολλαπλών συναρμολογήσεων σε κάθε χρονική περίοδο η  $M_i$  παίρνει  $s_i$  τύπους πρώτων υλών από τις αντίστοιχες από τις  $n_{Ai1}$  αποθήκες εισόδου και στέλνει το προϊόν στην αντίστοιχη από τις  $n_{Ai2}$  αποθήκες εξόδου ( $s_{Ai}$  τόξα εισόδου – 1 τόξο εξόδου). Πρέπει να σημειωθεί πως ο αριθμός  $s_{Ai}$  μπορεί να μεταβάλλεται αλλάζοντας τύπο εκτελούμενης

κατεργασίας, ενώ όλοι οι συνδυασμοί πρώτων υλών δε θεωρούνται δυνατοί αφού δεν οδηγούν στην παραγωγή έγκυρων προϊόντων. Στο υποσύστημα πολλαπλών αποσυναρμολογήσεων, η  $M_i$  παίρνει πρώτες ύλες από μια από τις  $n_{Di1}$  αποθήκες εισόδου και στέλνει τα προϊόντα στον αντίστοιχο αριθμό από τις  $n_{Di1}$  αποθήκες εξόδου (1 τόξο εισόδου –  $s_{Di}$  τόξα εξόδου, όπου το  $s_{Di}$  μεταβάλλεται ανάλογα με την κατεργασία που εκτελείται, ενώ η μηχανή υλοποιεί  $n_{Di1}$  τύπους αποσυναρμολογήσεων).

### 6.2.1 Υποθέσεις

Στο σημείο αυτό παρουσιάζονται ένα σύνολο από κοινές υποθέσεις και παραδοχές που ισχύουν για τα τρία θεμελιώδη υποσυστήματα πολυ-παραγωγικών συστημάτων παραγωγής και για τα στοιχεία που τα αποτελούν.

Οι μηχανές δεν είναι εντελώς αξιόπιστες και παθαίνουν βλάβες σε τυχαίες χρονικές στιγμές, διακόπτοντας την κατεργασία που εκτελείται τη στιγμή της βλάβης. Η επιδιόρθωση των μηχανών δεν έχει σταθερή χρονική διάρκεια αλλά εξαρτάται από τη βλάβη. Οι μηχανές μπορούν να εκτελέσουν σε μη επικαλυπτόμενα χρονικά διαστήματα διαφορετικούς τύπους κατεργασιών. Οι τύποι κατεργασιών που μια μηχανή μπορεί να εκτελέσει είναι γνωστοί. Κάθε μηχανή αλλάζει τον τύπο κατεργασίας που εκτελεί σε δεδομένες χρονικές στιγμές με βάση προκαθορισμένα κριτήρια (περιορισμός μη παραγωγικού χρόνου, εμφάνιση βλαβών, γέμισμα και άδειασμα αποθηκών εισόδου κι εξόδου) που αναφέρονται στα συστατικά μέρη του συστήματος.

Σε μια μηχανή ορίζεται μια μέγιστη ταχύτητα εκτέλεσης για κάθε τύπο κατεργασίας που μπορεί να εκτελέσει. Η μέγιστη ταχύτητα λειτουργίας μιας μηχανής διαφέρει από τη στιγμιαία ταχύτητα λειτουργίας της, η οποία επανακαθορίζεται συνεχώς (αφού όπως παρουσιάζεται στη συνέχεια, τα πολυ-παραγωγικά συστήματα παραγωγής δε μοντελοποιούνται ως συστήματα διακριτών γεγονότων αλλά χρησιμοποιώντας Υβριδικά ΔΡ ως συστήματα συνεχούς χρόνου και κατάστασης) εξαιτίας των γεγονότων που συμβαίνουν στο σύστημα και των αλληλεπιδράσεων με τα υπόλοιπα συστατικά μέρη του. Τέτοια γεγονότα αφορούν βλάβες της μηχανής ή άλλων μηχανών που επηρεάζουν τη λειτουργία της (π.χ. μειωμένη τροφοδοσία εξαιτίας χαμηλότερης ταχύτητας λειτουργίας προηγούμενης μηχανής ή μειωμένη δυνατότητα διοχέτευσης επεξεργασμένων κομματιών σε γεμάτες αποθήκες εξόδου), ακραίες μεταβολές στις στάθμες των αποθηκών εισόδου κι εξόδου (π.χ. γέμισμα αποθηκών εξόδου ή άδειασμα αποθηκών πρώτων υλών) κι ενέργειες του εποπτικού ελεγκτή για να αποφευχθεί η προσέγγιση μη επιθυμητών ή απαγορευμένων καταστάσεων.

Οι αποθήκες του συστήματος έχουν πεπερασμένες χωρητικότητες κι είναι αφιερωμένες (κάθε τύπος προϊόντος διοχετεύεται αποκλειστικά σε μια αποθήκη). Τα κομμάτια που βρίσκονται σε μια αποθήκη μπορούν να οδηγήσουν στην παραγωγή διαφορετικών προϊόντων, ακολουθώντας διαφορετικές δρομολογήσεις σε ένα σύστημα (μηχανές που

επισκέπτονται και τύπους κατεργασιών που δέχονται). Η μεταφορά κομματιών από τις αποθήκες στις μηχανές κι αντίστροφα γίνεται με συγκεκριμένη ταχύτητα, ενώ κάθε χρονική στιγμή υπάρχει επάρκεια σε μέσα μεταφοράς των κομματιών μεταξύ μηχανών κι αποθηκών. Η αλλαγή του τύπου κατεργασίας που εκτελείται σε μια μηχανή συνοδεύεται από ένα σταθερό χρόνο προετοιμασίας της.

## **6.3 Μοντελοποίηση θεμελιωδών υποσυστημάτων με υΔΡ**

### **6.3.1 Σχετική βιβλιογραφία**

Η βιβλιογραφία που αναφέρεται στη χρήση υβριδικών ΔΡ ως εργαλείο μοντελοποίησης θεμελιωδών υποσυστημάτων που χρησιμοποιούνται ως δομικά στοιχεία για την αναπαράσταση πολύπλοκων συστημάτων είναι μέχρι σήμερα ιδιαίτερα περιορισμένη. Το γεγονός αυτό οφείλεται εν μέρει στο γεγονός πως τα υβριδικά ΔΡ είναι ένα σχετικά νέο εργαλείο, αφού αναπτύχθηκαν κατά τη δεκαετία του 1990, με αποτέλεσμα να μην έχουν τύχει ακόμα ευρείας εφαρμογής συγκρινόμενα με τις κλασσικές κατηγορίες ΔΡ. Επιπλέον, η συνύπαρξη στο ίδιο εργαλείο διακριτών και συνεχών κομματιών και μεταβλητών, με τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά της κάθε κατηγορίας, αυξάνει τη συνολική πολυπλοκότητα ανάλυσης, αφού συχνά απαιτείται ο συνδυασμός εργαλείων προερχομένων από τις δύο κατηγορίες κι η δημιουργία πλαισίου διεπαφής κι ανταλλαγής πληροφοριών μεταξύ τους. Το γεγονός αυτό, συντελεί σε πολλές περιπτώσεις να μη χρησιμοποιούνται υβριδικά εργαλεία και να προτιμώνται διακριτές ή συνεχείς προσεγγίσεις τους, παρά την απώλεια πληροφορίας που αυτό μπορεί να συνεπάγεται. Πάντως, τα τελευταία χρόνια παρουσιάζεται μεγάλο ενδιαφέρον για υβριδικά εργαλεία και μεθόδους μοντελοποίησης, όπως φανερώνει η διεξαγωγή συνεδρίων σε σχετικά θέματα.

Στην εργασία [239] χρησιμοποιούνται υβριδικά ΔΡ πρώτης τάξης (First Order Hybrid Petri Nets - FOHPNs) για τη μοντελοποίηση λειτουργικά κατανομημένων συστημάτων παραγωγής. Τα κατανομημένα συστήματα αποτελούνται από ένα σύνολο αυτόνομων εταιρειών με συμπληρωματικές δυνατότητες και τομείς ειδίκευσης που συνεργάζονται για την παραγωγή ενός τελικού προϊόντος. Για την ολοκλήρωση των επιμέρους εταιρειών χρησιμοποιούνται συστήματα μεταφοράς και αποθήκευσης ενδιάμεσων και τελικών προϊόντων. Για τη μοντελοποίηση των κατανομημένων συστημάτων χρησιμοποιούνται τα υποσυστήματα προμηθευτή, κατασκευαστή, εφοδιαστικής και μεταφορών και το υποσύστημα πελατών. Σε αυτά η ροή και επεξεργασία προϊόντων αναπαρίστανται ως συνεχείς κατεργασίες ενώ στο σύστημα συμβαίνουν σε τυχαίες χρονικές στιγμές διακριτά γεγονότα (π.χ. αδυναμία παράδοσης πρώτων υλών, αλλαγές ρυθμών επεξεργασίας, αδυναμία μεταφοράς προϊόντων και αφίξεις παραγγελιών). Τα τέσσερα θεμελιώδη υποσυστήματα χρησιμοποιούνται για την κατασκευή των μοντέλων πολύπλοκων συστημάτων, τα οποία προσομοιώνονται για να υπολογιστούν συγκεκριμένα μέτρα αποδοτικότητας.

Στην [240] χρησιμοποιούνται υΔΡ για την αναπαράσταση δικτύων αστικής κυκλοφορίας αποτελούμενων από πολλαπλές διασταυρώσεις με φανάρια. Οι ροές κυκλοφορίας αναπαρίστανται ως συνεχείς διαδικασίες, ενώ τα φανάρια βρίσκονται σε διακριτές καταστάσεις που επηρεάζουν τις ροές. Για την αναπαράσταση συστημάτων αστικής κυκλοφορίας χρησιμοποιούνται τρία θεμελιώδη υποσυστήματα, το υποσύστημα φαναριού και τα υποσυστήματα των οχημάτων που προσεγγίζουν και απομακρύνονται από μια διασταύρωση. Κάθε διασταύρωση έχει πολλαπλές κατευθύνσεις από τις οποίες φτάνουν και πολλαπλές κατευθύνσεις στις οποίες διοχετεύονται τα οχήματα. Ο αντικειμενικός στόχος είναι η βελτιστοποίηση αποδοτικότητας ειδικών κατηγοριών οχημάτων, όπως τα μέσα μεταφοράς και οχήματα άμεσης ανάγκης. Αυτό επιτυγχάνεται μέσω του ορισμού προτεραιοτήτων που τροποποιούν το πρόγραμμα λειτουργίας των φαναριών. Η προτεινόμενη μέθοδος βασισμένη σε πραγματικά δεδομένα, υλοποιείται για τη βελτιστοποίηση αποδοτικότητας ειδικών κατηγοριών οχημάτων στην πόλη του Τορίνο.

### **6.3.2 Απλά μοντέλα με υβριδικά ΔΡ θεμελιωδών υποσυστημάτων**

Στην παράγραφο αυτή αρχικά παρουσιάζονται οι απλούστερες δυνατές μορφές των θεμελιωδών υποσυστημάτων, οι οποίες αναλύονται, υπολογίζονται οι ιδιότητες, τα αναλλοίωτα κι η πολυπλοκότητα τους και στη συνέχεια γενικεύονται για να περιγράψουν τις περιπτώσεις με μεγαλύτερη πολυπλοκότητα. Οι απλές μορφές αντιστοιχούν στην πολυ-παραγωγική μηχανή που εκτελεί δύο τύπους κατεργασιών, στη μηχανή πολλαπλών συναρμολογήσεων που διαθέτει τρεις τύπους πρώτων υλών και στη μηχανή που μπορεί να εκτελέσει δύο τύπους αποσυναρμολογήσεων.

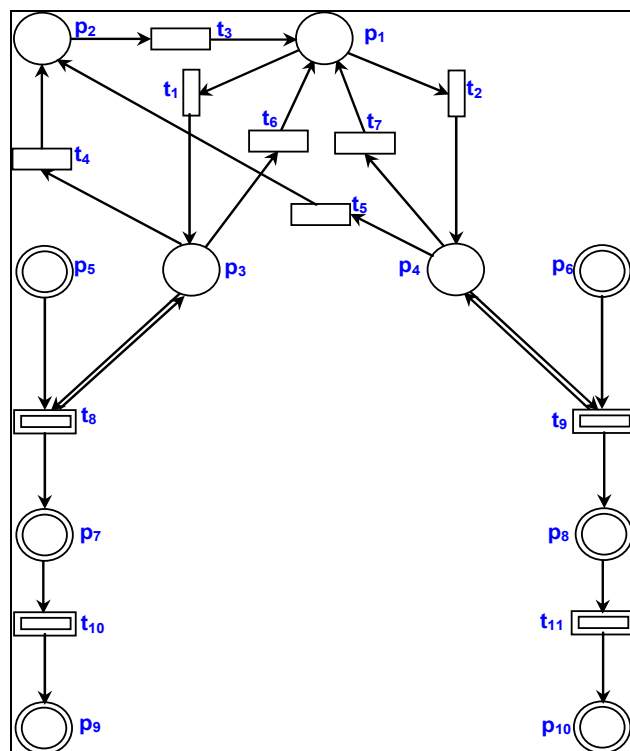
Τα μοντέλα των θεμελιωδών υποσυστημάτων υλοποιούνται με υβριδικά ΔΡ. Στην επιλογή αυτού του εργαλείου μοντελοποίησης, σε μεγάλο βαθμό συντέλεσαν τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά των πολυ-παραγωγικών συστημάτων παραγωγής. Τα συστήματα αυτά παράγουν μεγάλους όγκους διαφορετικών τύπων κομματιών κι οι χρόνοι παραγωγής τους είναι κατά κανόνα σύντομοι. Τα συνήθη χρονικά ΔΡ είναι μη αποδοτικά ως εργαλεία ανάλυσης και σύνθεσης συστημάτων με παρόμοια χαρακτηριστικά. Αυτό συμβαίνει επειδή τα κύρια εργαλεία ανάλυσης τους, οι γράφοι και τα δέντρα προσεγγισιμότητας, δε μπορούν στην πράξη να χρησιμοποιηθούν σε συστήματα ρεαλιστικού μεγέθους, γιατί το πλήθος προσεγγίσιμων καταστάσεων αυξάνεται εκθετικά κι οι αριθμοί γεγονότων που πρέπει να ληφθούν υπόψη κατά τις προσομοιώσεις είναι ιδιαίτερα μεγάλοι με αποτέλεσμα να εμφανίζεται πολύ υψηλή υπολογιστική πολυπλοκότητα [175].

#### **6.3.2.1 Μοντέλο πολυ-παραγωγικής μηχανής**

Στο Σχήμα 42 παρουσιάζεται η απλούστερη μορφή του μοντέλου πολυ-παραγωγικής μηχανής, υλοποιημένη με υβριδικά ΔΡ. Στο μοντέλο αυτό, έχει θεωρηθεί συνεχής η διαδικασία επεξεργασίας κομματιών από τη μηχανή, ενώ η κατάσταση της μηχανής λαμβάνεται ως διακριτή.



Το διακριτό κομμάτι του μοντέλου αποτελείται από τη θέση  $p_1$  που αντιστοιχεί σε μηχανή που λειτουργεί και περιμένει την επιλογή του τύπου κατεργασίας που θα εκτελέσει, την  $p_2$  που περιγράφει μηχανή που έχει υποστεί βλάβη, την  $p_3$  που αντιστοιχεί στην κατάσταση που η μηχανή έχει ρυθμιστεί ώστε να εκτελεί την κατεργασία τύπου Α και τη θέση  $p_4$  που αναπαριστά την κατάσταση όπου η μηχανή έχει ρυθμιστεί ώστε να εκτελεί την κατεργασία τύπου Β. Οι διακριτές θέσεις ενώνονται μεταξύ τους με τη μεσολάβηση διακριτών μεταβάσεων που αντιστοιχούν στην επιλογή τύπου κατεργασίας που εκτελείται (μεταβάσεις  $t_1$  και  $t_2$  για τύπους Α και Β αντίστοιχα), στην επιδιόρθωση βλάβης και τη δυνατότητα επιλογής του τύπου της κατεργασίας που η μηχανή εκτελεί στη συνέχεια ( $t_3$ ), στην εμφάνιση βλάβης ενώ εκτελείται κατεργασία τύπου Α ή Β ( $t_4$  και  $t_5$ ) και στην αλλαγή τύπου κατεργασίας που εκτελεί η μηχανή λόγω εξάντλησης των πρώτων υλών του τύπου που χρησιμοποιούνταν στη συγκεκριμένη κατεργασία ( $t_6$  και  $t_7$ ). Να σημειωθεί, πως μετά την διόρθωση μιας βλάβης, δεν εκτελείται πάντα ο ίδιος τύπος κατεργασίας που διακόπηκε με την εμφάνιση της. Στο σημείο αυτό του μοντέλου εμφανίζεται δομική σύγκρουση, αφού θεωρητικά μπορούν να εκτελεστούν κι οι δύο τύποι κατεργασιών ενώ στην πράξη κάθε φορά επιλέγεται μόνο ένας. Η επιλογή του τύπου κατεργασίας που εκτελείται γίνεται με χρήση προκαθορισμένων κριτηρίων (προτεραιότητες, στάθμες αποθηκών πρώτων υλών και χωρητικότητες τους ή ακόμα και τυχαία). Στο διακριτό κομμάτι του μοντέλου πρέπει να εξασφαλιστεί πως θα υπάρχει συνολικά μια τελεία, αφού η μηχανή μπορεί να βρίσκεται σε μια κατάσταση κάθε χρονική στιγμή.



Σχήμα 42: Μοντέλο πολυ-παραγωγικής μηχανής με υβριδικά ΔΡ.

Το συνεχές κομμάτι του μοντέλου αποτελείται από ένα κλάδο για καθένα από τους δύο τύπους κατεργασίας. Οι θέσεις  $p_5$ ,  $p_6$  αναπαριστούν τις αποθήκες πρώτων υλών για τους

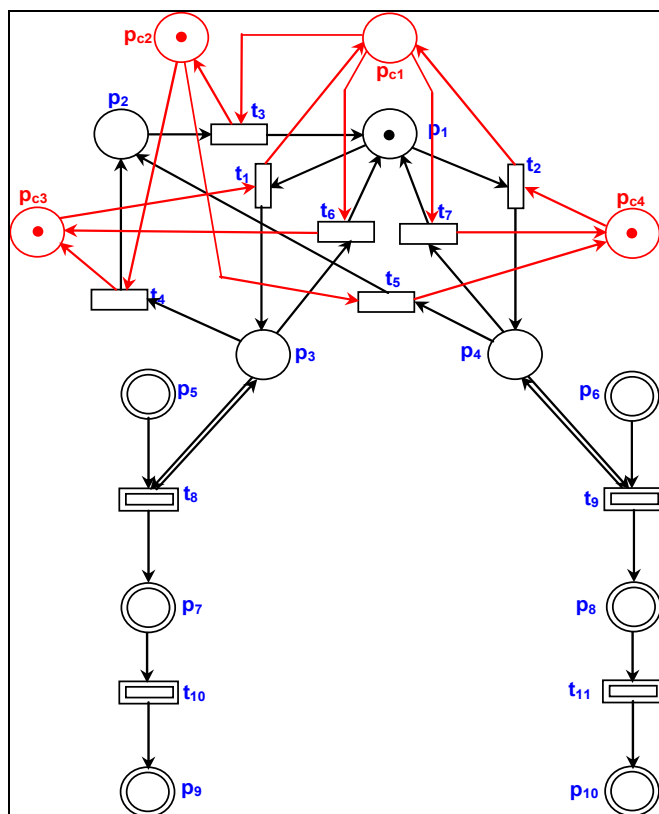
δύο τύπους κομματιών, οι  $p_7, p_8$  περιγράφουν τα κομμάτια τύπου A και B αντίστοιχα μόλις έχουν δεχθεί επεξεργασία από τη μηχανή κι αναμένουν τη μεταφορά τους στις αντίστοιχες αποθήκες και οι  $p_9, p_{10}$  αντιστοιχούν στις αποθήκες επεξεργασμένων κομματιών των δύο τύπων. Οι θέσεις κάθε κλάδου συνδέονται μεταξύ τους με συνεχείς μεταβάσεις προκαθορισμένης μέγιστης ταχύτητας ενεργοποίησης. Οι συνεχείς μεταβάσεις  $t_8$  και  $t_9$  αναφέρονται στην εκτέλεση των κατεργασιών τύπου A και B στη μηχανή και οι  $t_{10}$  και  $t_{11}$  στην μεταφορά των επεξεργασμένων κομματιών από τη μηχανή στις αντίστοιχες τελικές αποθήκες. Οι  $t_8$  και  $t_9$  έχουν εισόδους τόσο συνεχείς ( $p_5$  και  $p_6$  αντίστοιχα) όσο και διακριτές θέσεις ( $p_3$  και  $p_4$ ), αφού για να εκτελείται ένας τύπος κατεργασίας πρέπει η μηχανή να λειτουργεί, να είναι ρυθμισμένη να εκτελεί αυτό τον τύπο κατεργασίας και να υπάρχει διαθέσιμος ο κατάλληλος τύπος πρώτων υλών. Με βάση τη θεωρία των υβριδικών ΔΡ για την αλληλεπίδραση διακριτών και συνεχών συστατικών του μοντέλου, οι συνεχείς μεταβάσεις που έχουν ως εισόδους διακριτές θέσεις είναι αναγκαίο να έχουν κι ως εξόδους τις ίδιες θέσεις, για να διατηρείται σταθερός ο ακέραιος αριθμός τελειών στις θέσεις αυτές, αφού με τον τρόπο αυτό δεν καταναλώνονται τελείες. Στο μοντέλο του σχήματος 42 όλα τα βάρη των τόξων είναι μοναδιαία.

Λειτουργικά εξετάζοντας το μοντέλο, το διακριτό του κομμάτι ελέγχει τη λειτουργία της μηχανής κι επιλέγει τον τύπο κατεργασίας που εκτελείται κάθε χρονική στιγμή με προκαθορισμένα κριτήρια (στάθμες και χωρητικότητες αποθηκών, ελαχιστοποίηση WIP κτλ.), ενώ το συνεχές κομμάτι αναπαριστά την διαδικασία μετατροπής των πρώτων υλών σε τελικά προϊόντα.

Μετά τον καθορισμό της δομής του μοντέλου, πριν αυτό χρησιμοποιηθεί πρέπει να οριστούν οι σημάνσεις των θέσεων του. Οι σημάνσεις των διακριτών θέσεων είναι μη αρνητικοί ακέραιοι αριθμοί ενώ οι σημάνσεις των συνεχών θέσεων είναι μη αρνητικοί πραγματικοί αριθμοί. Οι αριθμοί τελειών στις θέσεις του δικτύου σε συνδυασμό με τις χρονικές καθυστερήσεις των χρονικών μεταβάσεων, τις ταχύτητες ενεργοποίησης των συνεχών μεταβάσεων του μοντέλου και τις βλάβες που εμφανίζονται κατά τη λειτουργία της μηχανής, καθορίζουν τη διάρκεια των προσομοιώσεων διαφόρων περιπτώσεων. Στην αρχική σήμανση η μηχανή θεωρείται λειτουργική, οπότε υπάρχει μια τελεία στη θέση  $p_1$  και οι  $p_2, p_3$  και  $p_4$  είναι κενές.

Το επόμενο βήμα αφορά την εφαρμογή εποπτικού ελέγχου σε επίπεδο υποσυστήματος για την αποφυγή προσέγγισης μη επιθυμητών καταστάσεων. Για τις διακριτές θέσεις του μοντέλου ακολουθείται η διαδικασία προσθήκης θέσεων παρακολούθησης που περιγράφηκε αναλυτικά στο προηγούμενο κεφάλαιο. Για την εφαρμογή του εποπτικού ελέγχου στο διακριτό κομμάτι του δικτύου, θεωρείται αυτό απομονωμένο από το συνεχές, αφού οι αλληλεπιδράσεις του διακριτού με το συνεχές κομμάτι δεν οδηγούν σε κατανάλωση διακριτών τελειών ούτε επηρεάζουν τη ροή τους. Μέσω της εφαρμογής του εποπτικού ελέγχου πρέπει να εξασφαλιστεί πως οι διακριτές θέσεις είναι ασφαλείς

( $m_i(p_j) \leq 1, \forall i$  και για  $j = 1, 2, 3, 4$ ), καθώς και ότι το άθροισμα τελειών σε αυτές είναι μοναδιαίο για κάθε προσεγγίσιμη κατάσταση του συστήματος ( $m_i(p_1) + m_i(p_2) + m_i(p_3) + m_i(p_4) = 1, \forall i \in R(m_o)$ ). Το μοντέλο που προκύπτει μετά την προσθήκη των αναγκαίων θέσεων παρατήρησης, παρουσιάζεται στο Σχήμα 43. Στο μοντέλο αυτό, έχουν προστεθεί τέσσερις θέσεις παρακολούθησης κατάλληλα συνδεδεμένες στο διακριτό κομμάτι του ΔΡ (με κόκκινο χρώμα). Η  $p_{c1}$  εξασφαλίζει ότι η διακριτή θέση  $p_1$  του αρχικού μοντέλου παραμένει ασφαλής κατά τη λειτουργία του συστήματος. Κατ' αντιστοιχία το ίδιο ισχύει για τα ζευγάρια θέσεων  $p_2 - p_{c2}$ ,  $p_3 - p_{c3}$  και  $p_4 - p_{c4}$ . Ο περιορισμός που αναφέρεται στο σταθερό άθροισμα τελειών στο διακριτό κομμάτι του μοντέλου αποδεικνύεται πλεονάζων, αφού η ισχύς του εξασφαλίζεται από τους υπόλοιπους τέσσερις περιορισμούς σε συνδυασμό με τη δομή του ΔΡ και την αρχική σήμανση χωρίς να είναι αναγκαία η προσθήκη θέσεων παρακολούθησης.



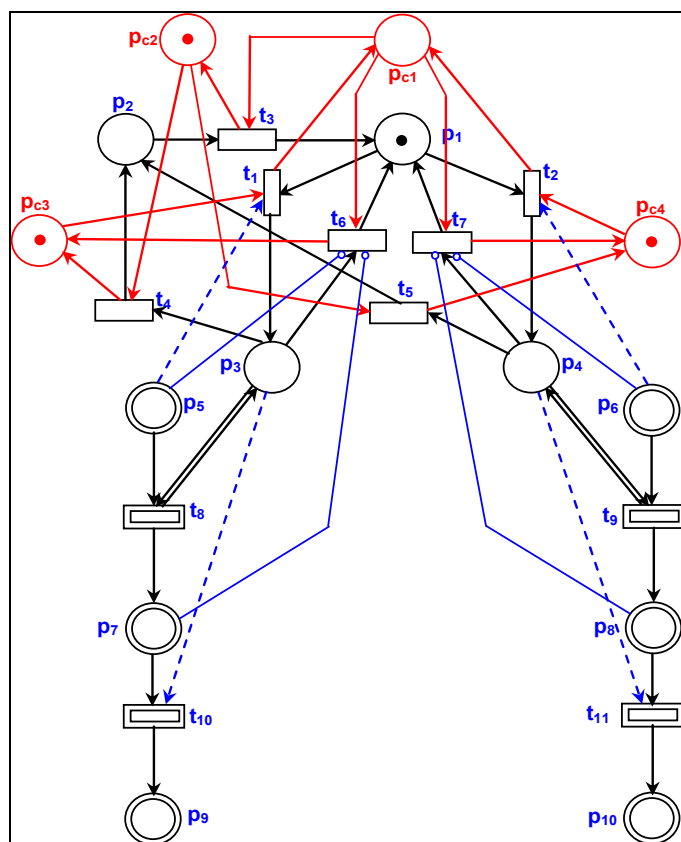
Σχήμα 43: Μοντέλο πολυ-παραγωγικής μηχανής με θέσεις παρακολούθησης

Για τα συστήματα συνεχούς κατάστασης δεν έχει αναπτυχθεί μέχρι σήμερα θεωρία εποπτικού ελέγχου αντίστοιχη με αυτή που υπάρχει και εφαρμόστηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο για τα διακριτά συστήματα. Στη βιβλιογραφία, η πιο συνηθισμένη τακτική που χρησιμοποιείται για την αντιμετώπιση του προβλήματος αυτού είναι η προσέγγιση των συνεχών συστημάτων ως συστημάτων διακριτών γεγονότων κι ο εποπτικός τους έλεγχος με εφαρμογή της γνωστής θεωρίας [213], [242], [243].

Στην περίπτωση του θεμελιώδους υποσυστήματος που εξετάζεται εδώ, για την αποφυγή προσέγγισης μη επιθυμητών σημάνσεων προστίθενται στο μοντέλο τόξα ενεργοποίησης

και παρεμπόδισης για την επιβολή των περιορισμών που αφορούν το συνεχές κομμάτι του ΔΡ. Τα τόξα αυτά εμφανίζονται στο Σχήμα 44 με μπλε χρώμα. Στο συνεχές κομμάτι του μοντέλου δεν υπάρχουν περιορισμοί μέγιστης χωρητικότητας σε επίπεδο υποσυστήματος. Οι περιορισμοί αυτής της κατηγορίας εμφανίζονται σε επίπεδο συστήματος για τις εσωτερικές αποθήκες που έχουν πεπερασμένες χωρητικότητες κι η ισχύς τους θα διασφαλιστεί με χρήση τόξων ενεργοποίησης και παρεμπόδισης.

Στο μοντέλο του σχήματος 44 έχουν προστεθεί δύο τόξα παρεμπόδισης και δύο τόξα ενεργοποίησης για κάθε κλάδο. Τα τόξα παρεμπόδισης κατευθύνονται από τις θέσεις  $p_5$  και  $p_7$  προς την μετάβαση  $t_6$  και διασφαλίζουν πως με την ολοκλήρωση της κατεργασίας όλων των κομματιών τύπου A, θα γίνει αλλαγή τύπου κατεργασίας που εκτελεί η μηχανή, ώστε να μην υπάρχουν νεκρά διαστήματα στη λειτουργία της (αντίστοιχα από τις  $p_6$  και  $p_8$  τόξα παρεμπόδισης κατευθύνονται στην  $t_7$  για την κατεργασία τύπου B). Το πρώτο τόξο ενεργοποίησης κατευθύνεται από την  $p_3$  στην  $t_{10}$  για να διασφαλίσει πως η  $t_{10}$  μπορεί να ενεργοποιηθεί μόνο όταν η μηχανή είναι ρυθμισμένη να εκτελεί κατεργασία τύπου A (αντίστοιχα  $p_4 - t_{11}$  για κατεργασίες τύπου B). Τέλος, το τόξο ενεργοποίησης από την  $p_5$  στην  $t_1$ , θέτει ως απαραίτητη προϋπόθεση για την επιλογή εκτέλεσης της κατεργασίας τύπου A την ύπαρξη πρώτων υλών του τύπου αυτού στην αρχική αποθήκη (αντίστοιχα για το ζευγάρι κόμβων  $p_6$  και  $t_2$ ).



Σχήμα 44: Μοντέλο πολυ-παραγωγικής μηχανής με πλήρη εποπτικό έλεγχο.

Κατά την κατασκευή και προσομοίωση πολύπλοκων μοντέλων, για λόγους απλότητας, οι θέσεις παρακολούθησης δεν αναπαρίστανται αφού το λογισμικό πακέτο Visual Object



εκτέλεση του ΔΡ με βάση την τρέχουσα κατάσταση του συστήματος και σε κάποιες περιπτώσεις μέσω απόδοσης διαφορετικών προτεραιοτήτων στα ανταγωνιζόμενα γεγονότα που ισχύουν για όλη τη διάρκεια εκτέλεσης του ΔΡ.

5. η διατήρηση των αριθμών τελειών στο διακριτό και το συνεχές κομμάτι του μοντέλου περιγράφονται από τα αντίστοιχα σύνολα  $P$ -αναλλοίωτων που παρουσιάζονται στη συνέχεια.
6. το μοντέλο πολυ-παραγωγικής μηχανής είναι μη αντιστρεπτό και μη συνεπές, αφού δεν υπάρχει ακολουθία μεταβάσεων η εκτέλεση των οποίων θα έχει ως αποτέλεσμα την περιοδική του επαναφορά στην αρχική σήμανση. Το γεγονός αυτό έχει ως αποτέλεσμα τη μη ύπαρξη  $T$ -αναλλοίωτων στο μοντέλο.

Το άνω όριο τελειών στο συνεχές κομμάτι του μοντέλου είναι το μέγιστο δύο ποσοτήτων:

$$\max \{F_{1P}, F_{2P}\} \quad (6.1)$$

Καθεμία από τις ποσότητες  $F_{1P}$  και  $F_{2P}$  αναφέρεται στον κλάδο του δικτύου που αντιστοιχεί σε μια κατεργασία που εκτελεί η μηχανή κινείται με το ελάχιστο δύο ποσοτήτων, του αρχικού αθροίσματος τελειών στις τρεις συνεχείς θέσεις του κλάδου και της μέγιστης από τις χωρητικότητες των τριών συνεχών θέσεων του κλάδου. Δηλαδή:

$$F_{1P} = \min \{ \max \{C_5, C_7, C_9\}, m_0(p_5) + m_0(p_7) + m_0(p_9) \} \quad (6.2)$$

$$F_{2P} = \min \{ \max \{C_6, C_8, C_{10}\}, m_0(p_6) + m_0(p_8) + m_0(p_{10}) \} \quad (6.3)$$

Χρησιμοποιώντας ξανά τον αλγόριθμο των Martinez και Silva [228] υπολογίζεται το σύνολο από ελάχιστα  $P$ -αναλλοίωτα του μοντέλου πολυ-παραγωγικής μηχανής. Το συγκεκριμένο μοντέλο έχει τα ακόλουθα τρία  $P$ -αναλλοίωτα:

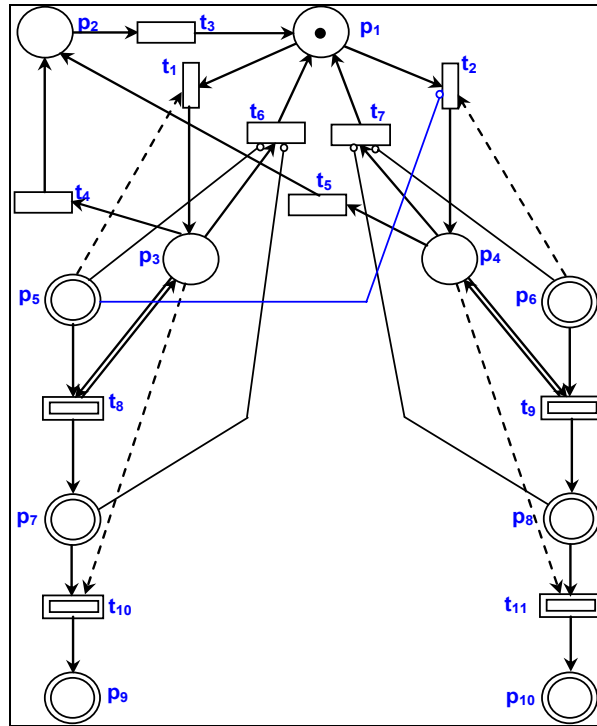
$$m(p_1) + m(p_2) + m(p_3) + m(p_4) = 1$$

$$m(p_5) + m(p_7) + m(p_9) = k_1, k_1 = m_0(p_5) + m_0(p_7) + m_0(p_9)$$

$$m(p_6) + m(p_8) + m(p_{10}) = k_2, k_2 = m_0(p_6) + m_0(p_8) + m_0(p_{10})$$

Από τα τρία  $P$ -αναλλοίωτα, το πρώτο αναφέρεται στο διακριτό κομμάτι του δικτύου και τα υπόλοιπα δύο στο συνεχές. Το πρώτο  $P$ -αναλλοίωτο περιγράφει τις αμοιβαία αποκλειόμενες καταστάσεις της πολυ-παραγωγικής μηχανής, ενώ καθένα από τα υπόλοιπα δύο αναφέρεται στη διατήρηση κομματιών στις θέσεις που αντιστοιχούν σε ένα τύπο κατεργασίας που εκτελεί η μηχανή.

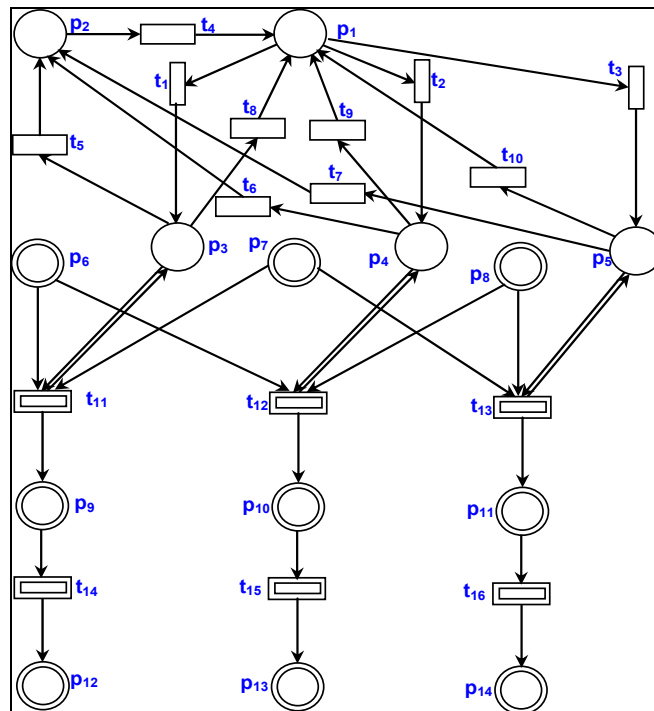
Έστω πως είναι επιθυμητό να δοθεί υψηλότερη προτεραιότητα στην εκτέλεση από τη μηχανή ενός τύπου κατεργασίας σε σχέση με τον άλλο (π.χ. η κατεργασία Α) για όλη τη διάρκεια λειτουργίας της. Αυτό επιτυγχάνεται με την προσθήκη τόξου παρεμπόδισης από την  $p_6$  στην  $t_2$ , που εμποδίζει την υλοποίηση της κατεργασίας τύπου Β (ενεργοποίηση  $t_2$ ) όποτε υπάρχουν κομμάτια στην  $p_6$ . Το σχετικό μοντέλο παρουσιάζεται στο Σχήμα 46.



Σχήμα 46: Μοντέλο πολυ-παραγωγικής μηχανής στο οποίο έχουν οριστεί προτεραιότητες.

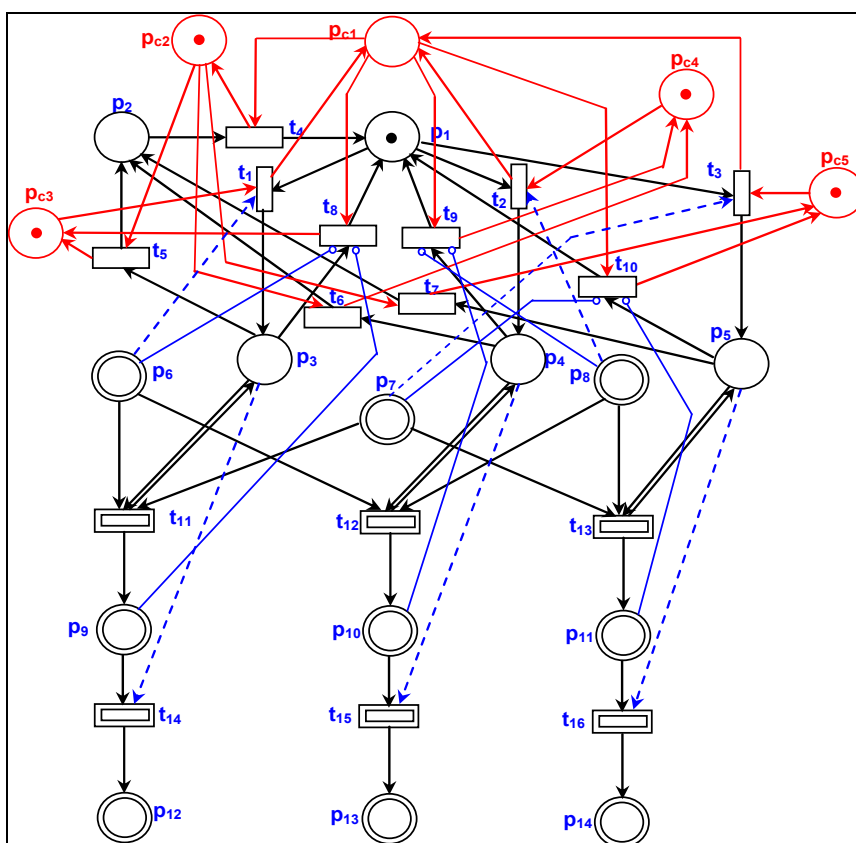
### 6.3.2.2 Μοντέλο πολλαπλών συναρμολογήσεων

Η απλούστερη μορφή του μοντέλου πολλαπλών συναρμολογήσεων αναφέρεται στην περίπτωση μιας μηχανής που χρησιμοποιώντας τρεις τύπους πρώτων υλών, εκτελεί σε διαφορετικά χρονικά διαστήματα συναρμολογήσεις αποτελούμενες από δύο κομμάτια, όπου και οι τρεις δυνατοί συνδυασμοί πρώτων υλών οδηγούν στην παραγωγή έγκυρων προϊόντων. Το σχετικό μοντέλο παρουσιάζεται στο Σχήμα 47.



Σχήμα 47: Μοντέλο μηχανής πολλαπλών συναρμολογήσεων με υβριδικά ΔΡ.

Οι καταστάσεις των συστατικών μερών του συστήματος που αναπαρίστανται από τις θέσεις του μοντέλου πολλαπλών συναρμολογήσεων, καθώς κι οι ενέργειες που αντιστοιχούν στις μεταβάσεις του, προκύπτουν κατ' αντιστοιχία από τους αντίστοιχους κόμβους του μοντέλου πολυ-παραγωγικής μηχανής. Η κύρια διαφορά έγκειται στο γεγονός πως για να ενεργοποιηθεί μια από τις συνεχείς μεταβάσεις  $t_{11}$ ,  $t_{12}$  και  $t_{13}$  και να εκτελεστεί μια συναρμολόγηση, πρέπει να διατίθενται αρχικά κομμάτια και των δύο τύπων πρώτων υλών που μετέχουν στη συναρμολόγηση. Για το μοντέλο του σχήματος 47 έχει υποτεθεί πως χρησιμοποιείται ένα κομμάτι κάθε τύπου για την εκτέλεση μιας συναρμολόγησης, επομένως όλα τα βάρη πολλαπλότητας είναι μοναδιαία.



Σχήμα 48: Μοντέλο πολλαπλών συναρμολογήσεων με πλήρη εποπτικό έλεγχο.

Επαναλαμβάνοντας τη διαδικασία εφαρμογής εποπτικού ελέγχου που περιγράφηκε και συνοψίζεται στην προσθήκη πέντε θέσεων παρακολούθησης στο διακριτό κομμάτι του μοντέλου (μια θέση παρακολούθησης είναι αναγκαία για καθεμία από τις πέντε διακριτές θέσεις του αρχικού μοντέλου) και στην προσθήκη τόξων απαγόρευσης κι ενεργοποίησης από τις θέσεις του ΔΡ προς τις μεταβάσεις του, προκύπτει το μοντέλο του σχήματος 48. Για τον υπολογισμό των σημάνσεων των θέσεων παρακολούθησης έχει υποτεθεί πως αρχικά η τελεία του διακριτού κομματιού του ΔΡ βρίσκεται στην  $p_1$  κι οι υπόλοιπες διακριτές θέσεις είναι κενές.

Στο Σχήμα 49 παρουσιάζεται το απλοποιημένο μοντέλο που χρησιμοποιείται για την αναπαράσταση με ΔΡ πολύπλοκων συστημάτων μέσω της σύνθεσης των μοντέλων των θεμελιωδών υποσυστημάτων και για τις προσομοιώσεις που ακολουθούν. Σε αυτό έχουν





Στο σημείο αυτό υπολογίζεται το άνω όριο τελειών στο συνεχές κομμάτι του μοντέλου πολλαπλών συναρμολογήσεων. Κατ' αντιστοιχία με τη διαδικασία που παρουσιάστηκε παραπάνω, το άνω όριο δίνεται από την ακόλουθη σχέση:

$$\max \{F_{1A}, F_{2A}, F_{3A}\} \quad (6.4)$$

Η (6.4) έχει αυτή τη μορφή εξαιτίας του ότι υπάρχουν τρεις αποθήκες πρώτων υλών. Οι όροι της (6.4), υπολογίζονται από τις ακόλουθες εξισώσεις:

$$F_{1A} = \min \{ \max \{C_6, C_9, C_{12}, C_{13}\}, \max \{F_{11A}, F_{12A}\} \} \quad (6.5)$$

$$F_{11A} = m_0(p_6) + m_0(p_9) + m_0(p_{12}) \quad (6.6)$$

$$F_{12A} = m_0(p_6) + m_0(p_9) + m_0(p_{13}) \quad (6.7)$$

$$F_{2A} = \min \{ \max \{C_7, C_{11}, C_{12}, C_{14}\}, \max \{F_{21A}, F_{22A}\} \} \quad (6.8)$$

$$F_{21A} = m_0(p_7) + m_0(p_{11}) + m_0(p_{12}) \quad (6.9)$$

$$F_{22A} = m_0(p_7) + m_0(p_{11}) + m_0(p_{14}) \quad (6.10)$$

$$F_{3A} = \min \{ \max \{C_8, C_{10}, C_{13}, C_{14}\}, \max \{F_{31A}, F_{32A}\} \} \quad (6.11)$$

$$F_{31A} = m_0(p_8) + m_0(p_{10}) + m_0(p_{13}) \quad (6.12)$$

$$F_{32A} = m_0(p_8) + m_0(p_{10}) + m_0(p_{14}) \quad (6.13)$$

Το μοντέλο της μηχανής πολλαπλών συναρμολογήσεων έχει τα ακόλουθα τέσσερα  $P$ -αναλλοίωτα:

$$m(p_1) + m(p_2) + m(p_3) + m(p_4) + m(p_5) = 1$$

$$m(p_6) + m(p_9) + m(p_{10}) + m(p_{12}) + m(p_{13}) = k_1, \quad k_1 = m_0(p_6) + m_0(p_9) + m_0(p_{10}) + m_0(p_{12}) + m_0(p_{13})$$

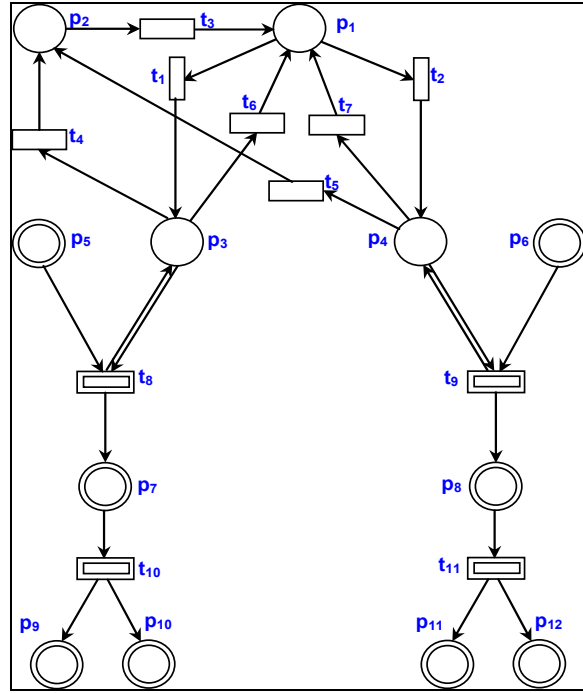
$$m(p_7) + m(p_9) + m(p_{11}) + m(p_{12}) + m(p_{14}) = k_2, \quad k_2 = m_0(p_7) + m_0(p_9) + m_0(p_{11}) + m_0(p_{12}) + m_0(p_{14})$$

$$m(p_8) + m(p_{10}) + m(p_{11}) + m(p_{13}) + m(p_{14}) = k_3, \quad k_3 = m_0(p_8) + m_0(p_{10}) + m_0(p_{11}) + m_0(p_{13}) + m_0(p_{14})$$

Από τα τέσσερα  $P$ -αναλλοίωτα, το πρώτο αναφέρεται στο διακριτό κομμάτι του δικτύου και συγκεκριμένα περιγράφει τις αμοιβαία αποκλειόμενες καταστάσεις της μηχανής πολλαπλών συναρμολογήσεων. Τα υπόλοιπα  $P$ -αναλλοίωτα αναφέρονται στο συνεχές κομμάτι, καθένα από τα οποία περιγράφει τη διατήρηση κομματιών στο σύνολο θέσεων τις οποίες μπορεί να επισκεφθεί ένας τύπος πρώτων υλών.

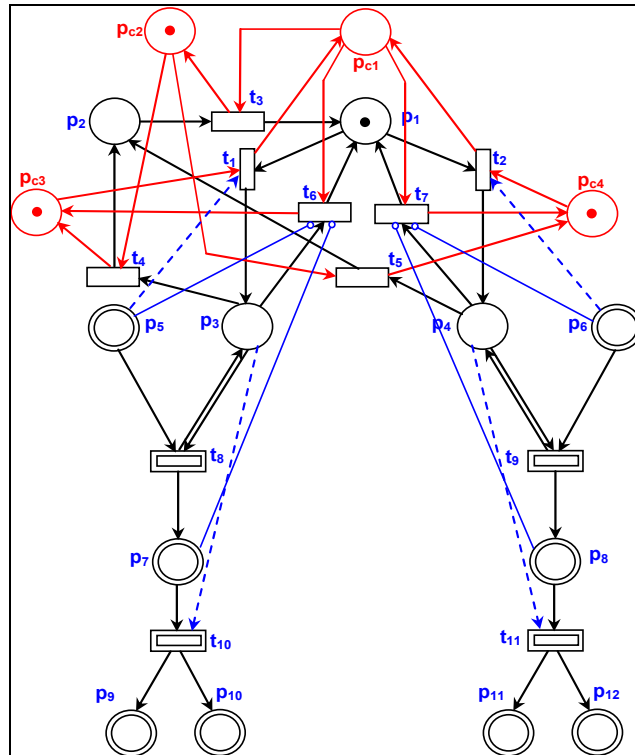
### 6.3.2.3 Μοντέλο πολλαπλών αποσυναρμολογήσεων

Η απλούστερη μορφή του μοντέλου πολλαπλών αποσυναρμολογήσεων αναφέρεται σε μια μηχανή που εκτελεί σε διαφορετικά χρονικά διαστήματα διαφορετικές κατεργασίες αποσυναρμολόγησης, που οδηγούν στην παραγωγή δύο διαφορετικών τύπων τελικών προϊόντων καθεμιά. Το σχετικό μοντέλο παρουσιάζεται στο Σχήμα 50.



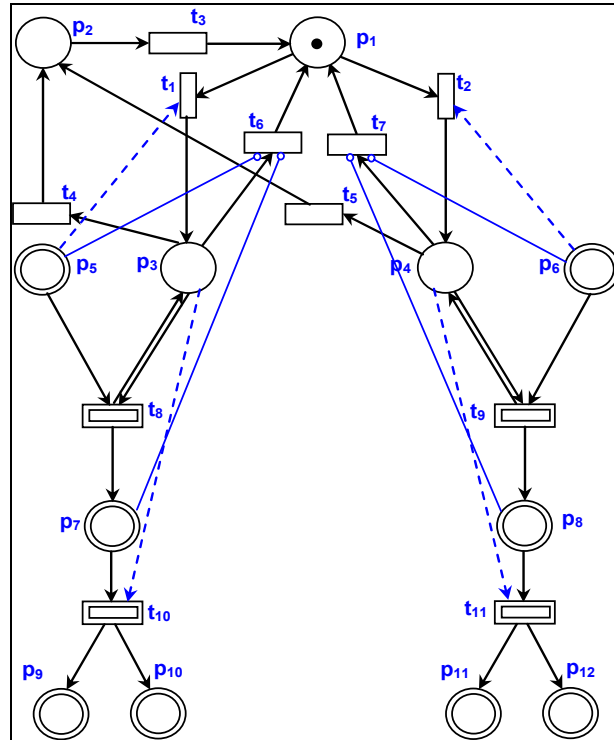
Σχήμα 50: Μοντέλο μηχανής πολλαπλών αποσυναρμολογήσεων με υβριδικά ΔΡ.

Οι θέσεις κι οι μεταβάσεις του μοντέλου πολλαπλών συναρμολογήσεων είναι οι ίδιες με αυτές του μοντέλου πολυ-παραγωγικής μηχανής και αναπαριστούν τα ίδια γεγονότα και ενέργειες. Μοναδική νέα προσθήκη αποτελούν οι θέσεις  $p_{10}$  και  $p_{11}$  που αναπαριστούν τις τελικές αποθήκες για το δεύτερο τύπο προϊόντων κάθε κατεργασίας. Στη συνέχεια, εφαρμόζεται η θεωρία εποπτικού ελέγχου, μέσω της οποίας προκύπτει το μοντέλο που παρουσιάζεται στο Σχήμα 51.



Σχήμα 51: Μοντέλο πολλαπλών αποσυναρμολογήσεων με πλήρη εποπτικό έλεγχο.

Το απλοποιημένο μοντέλο μηχανής πολλαπλών αποσυναρμολογήσεων από το οποίο απαλείφονται οι θέσεις παρακολούθησης και το οποίο μέσω σύνθεσης χρησιμοποιείται για την αναπαράσταση με ΔΡ πολύπλοκων συστημάτων, παρουσιάζεται στο Σχήμα 52.



Σχήμα 52: Απλοποιημένο μοντέλο πολλαπλών αποσυναρμολογήσεων.

Οι ιδιότητες του μοντέλου πολλαπλών αποσυναρμολογήσεων είναι: α) το μοντέλο δεν είναι γενικά ζωτικό, αλλά δεν παρουσιάζεται αδιέξοδος όσο υπάρχουν προς επεξεργασία κομμάτια στις αρχικές αποθήκες, β) το ΔΡ του συστήματος παραμένει *k*-περιορισμένο για οποιαδήποτε πεπερασμένη αρχική σήμανση, αφού δεν υπάρχουν στη δομή του κύκλοι και τα βάρη τόξων είναι μοναδιαία. Οι διακριτές θέσεις είναι ασφαλείς, ενώ για τις συνεχείς υπολογίζονται άνω όρια των αριθμών τελειών ως συνάρτηση των χωρητικοτήτων των θέσεων και των αρχικών τους σημάνσεων, γ) το μοντέλο δεν είναι συντηρητικό, αφού οι μεταβάσεις που αναπαριστούν τις συναρμολογήσεις έχουν μια είσοδο και πολλαπλές εξόδους, δ) το ΔΡ δεν εμφανίζει επιμονή, αφού στο διακριτό κομμάτι του υπάρχουν συγκρούσεις, όπου η ενεργοποίηση μιας μετάβασης αφαιρεί την ετοιμότητα από την άλλη, ε) η διατήρηση των αριθμών τελειών στο μοντέλο περιγράφονται από τα *P*-αναλλοιώτα, στ) το μοντέλο πολλαπλών αποσυναρμολογήσεων είναι μη αντιστρεπτό και μη συνεπές, αφού δεν υπάρχει ακολουθία μεταβάσεων η εκτέλεση της οποίας να οδηγεί στην επαναφορά του μοντέλου στην αρχική του σήμανση. Το γεγονός αυτό έχει ως αποτέλεσμα τη μη ύπαρξη *T*-αναλλοιώτων.

Κατ' αντιστοιχία με τη διαδικασία που παρουσιάστηκε, το άνω όριο τελειών στο συνεχές κομμάτι του μοντέλου μηχανής πολλαπλών αποσυναρμολογήσεων είναι:

$$\max \{F_{1D}, F_{2D}\} \quad (6.14)$$

Καθεμία από τις ποσότητες  $F_{1D}$  και  $F_{2D}$  αναφέρεται στον κλάδο του δικτύου που αντιστοιχεί σε ένα τύπο αποσυναρμολόγησης. Οι ποσότητες αυτές με τη σειρά τους υπολογίζονται από τις ακόλουθες εξισώσεις, που είναι προσαρμοσμένες εξαιτίας της ύπαρξης δύο αποθηκών τελικών προϊόντων για κάθε τύπου κατεργασίας:

$$F_{1D} = \max \left\{ \min \left\{ \max \{C_5, C_7, C_9, C_{10}\}, \max \{F_{11D}, F_{12D}\} \right\} \right\} \quad (6.15)$$

$$F_{11D} = m_0(p_5) + m_0(p_7) + m_0(p_9) \quad (6.16)$$

$$F_{11D} = m_0(p_5) + m_0(p_7) + m_0(p_{10}) \quad (6.17)$$

$$F_{2D} = \max \left\{ \min \left\{ \max \{C_6, C_8, C_{11}, C_{12}\}, \max \{F_{21D}, F_{22D}\} \right\} \right\} \quad (6.18)$$

$$F_{21D} = m_0(p_6) + m_0(p_8) + m_0(p_{11}) \quad (6.19)$$

$$F_{22D} = m_0(p_6) + m_0(p_8) + m_0(p_{12}) \quad (6.20)$$

Το σύνολο ελαχίστων  $P$ -αναλλοίωτων του μοντέλου πολλαπλών αποσυναρμολογήσεων αποτελείται από τα ακόλουθα πέντε  $P$ -αναλλοίωτα:

$$m(p_1) + m(p_2) + m(p_3) + m(p_4) = 1$$

$$m(p_5) + m(p_7) + m(p_9) = k_1, k_1 = m_0(p_5) + m_0(p_7) + m_0(p_9)$$

$$m(p_5) + m(p_7) + m(p_{10}) = k_2, k_2 = m_0(p_5) + m_0(p_7) + m_0(p_{10})$$

$$m(p_6) + m(p_8) + m(p_{11}) = k_3, k_3 = m_0(p_6) + m_0(p_8) + m_0(p_{11})$$

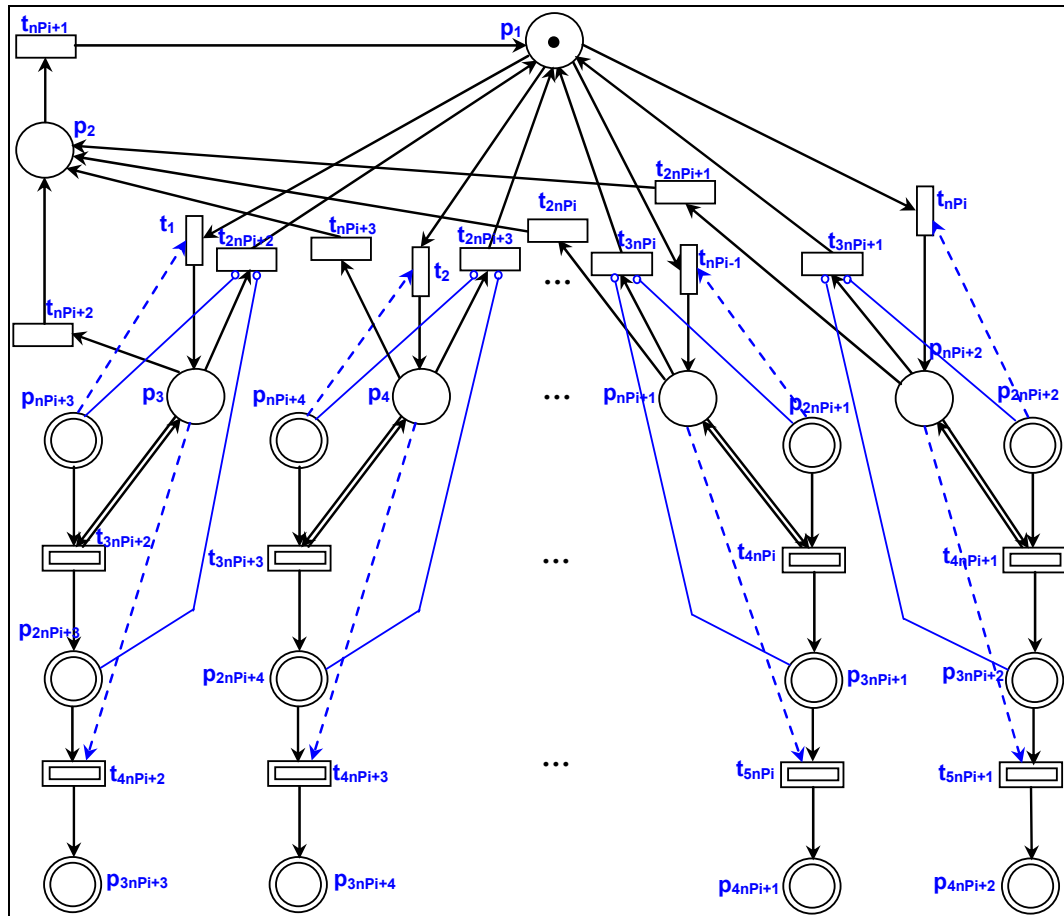
$$m(p_6) + m(p_8) + m(p_{12}) = k_4, k_4 = m_0(p_6) + m_0(p_8) + m_0(p_{12})$$

Από τα πέντε  $P$ -αναλλοίωτα, το πρώτο αναφέρεται στο διακριτό κομμάτι του δικτύου και περιγράφει τις αμοιβαία αποκλειόμενες καταστάσεις της μηχανής πολλαπλών αποσυναρμολογήσεων. Τα υπόλοιπα  $P$ -αναλλοίωτα αναφέρονται στο συνεχές κομμάτι του μοντέλου και συγκεκριμένα στη διατήρηση κομματιών στις θέσεις που αντιστοιχούν σε ένα τύπο κατεργασίας που εκτελεί η μηχανή. Τα δύο πρώτα από τα τέσσερα  $P$ -αναλλοίωτα του συνεχούς κομματιού αναφέρονται στην ίδια αρχική αποθήκη και μηχανή κι αλλάζει μόνο η τελική αποθήκη. Αντίστοιχα ισχύει για τα δύο επόμενα που αναφέρονται στο δεύτερο τύπο αποσυναρμολόγησης που εκτελείται.

### 6.3.3 Γενικεύσεις μοντέλων με ΥΔΡ θεμελιωδών υποσυστημάτων

Στο σημείο αυτό παρουσιάζονται οι γενικότερες περιπτώσεις των μοντέλων που παρουσιάστηκαν παραπάνω, υλοποιημένες με υβριδικά ΔΡ. Τα μοντέλα αυτά από εδώ και πέρα ονομάζονται γενικευμένα μοντέλα θεμελιωδών υποσυστημάτων. Για την αναπαράσταση πολύπλοκων πολυ-παραγωγικών συστημάτων παραγωγής τα γενικευμένα μοντέλα, προσαρμόζονται στα συγκεκριμένα χαρακτηριστικά των συστημάτων που μελετώνται και συνδέονται κατάλληλα για να δημιουργήσουν το μοντέλο

του συνολικού συστήματος. Για τα γενικευμένα υποσυστήματα ισχύουν οι παραδοχές και θεωρήσεις που αναφέρθηκαν για τις απλές εκδοχές των μοντέλων των θεμελιωδών υποσυστημάτων.



Σχήμα 53: Γενικευμένο μοντέλο πολυ-παραγωγικής μηχανής.

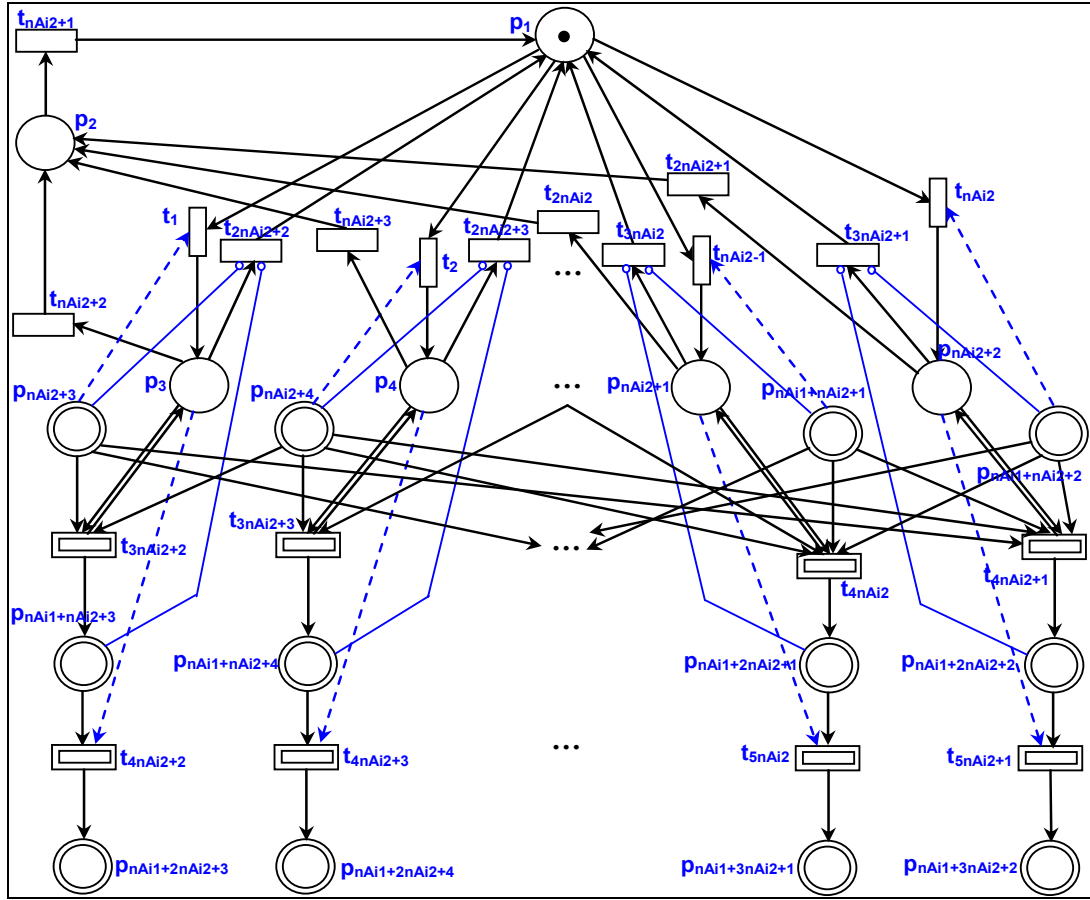
Η γενικευμένη πολυ-παραγωγική μηχανή αναφέρεται σε μια μηχανή που εκτελεί  $n_{Pi}$  τύπους κατεργασιών, για καθεμία από τις οποίες χρησιμοποιεί διαφορετικό τύπο πρώτων υλών. Το γενικευμένο μοντέλο πολυ-παραγωγικής μηχανής υλοποιημένο με υβριδικά ΔΡ παρουσιάζεται στο Σχήμα 53. Οι καταστάσεις και τα γεγονότα που αναπαρίστανται από τις θέσεις και τις μεταβάσεις προκύπτουν κατ' αναλογία από τα αντίστοιχα δομικά στοιχεία του απλού μοντέλου πολυ-παραγωγικής μηχανής.

Το μοντέλο πολυ-παραγωγικής μηχανής δεν έχει  $T$ -αναλλοίωτα, ενώ έχει τα ακόλουθα  $(n_{Pi}+1)$   $P$ -αναλλοίωτα, από τα οποία ένα αναφέρεται στις αμοιβαία αποκλειόμενες καταστάσεις της μηχανής (διακριτό κομμάτι του δικτύου) και τα υπόλοιπα σε διατήρηση κομματιών σε σύνολα θέσεων του συστήματος (συνεχές κομμάτι).

$$\begin{aligned}
 m(p_1) + m(p_2) + \dots + m(p_{nPi+1}) + m(p_{nPi+2}) &= 1 \\
 m(p_{nPi+3}) + m(p_{2nPi+3}) + m(p_{3nPi+3}) &= k_1 \\
 m(p_{nPi+4}) + m(p_{2nPi+4}) + m(p_{3nPi+4}) &= k_2 \\
 &\vdots
 \end{aligned}$$

$$m(p_{2nP_i+1}) + m(p_{3nP_i+1}) + m(p_{4nP_i+1}) = k_{nP_i-1}$$

$$m(p_{2nP_i+2}) + m(p_{3nP_i+2}) + m(p_{4nP_i+2}) = k_{nP_i}$$



Σχήμα 54: Γενικευμένο μοντέλο μηχανής πολλαπλών συναρμομογήσεων.

Το μοντέλο πολλαπλών συναρμομογήσεων αναφέρεται σε μια μηχανή που διαθέτει  $n_{Ai1}$  τύπους πρώτων υλών και τους χρησιμοποιεί για την υλοποίηση διαφορετικών τύπων συναρμομογήσεων. Στις συναρμομογήσεις που εκτελούνται μετέχουν δύο ή περισσότεροι τύποι πρώτων υλών, με μέγιστο τους  $n_{Ai1}$  διαφορετικούς τύπους πρώτων υλών. Για τις ανάγκες κατασκευής του μοντέλου, θεωρείται πως η πολλαπλότητα των κομματιών ενός τύπου που μετέχουν σε μια συναρμομογήση δε μπορεί να είναι μεγαλύτερη του ενός. Πρέπει ακόμα να σημειωθεί πως δεν έχουν πρακτική σημασία όλοι οι θεωρητικά δυνατοί συνδυασμοί αρχικών κομματιών. Οι συνδυασμοί πρώτων υλών που δεν οδηγούν στην κατασκευή έγκυρου τελικού προϊόντος, δεν παρέχεται από το μοντέλο η δυνατότητα να οδηγούνται ταυτόχρονα στη μηχανή. Με βάση τα παραπάνω, ο αριθμός διαφορετικών συναρμομογήσεων που έχει τη δυνατότητα να εκτελεί σε διαφορετικά χρονικά διαστήματα η μηχανή πολλαπλών συναρμομογήσεων είναι:

$$n_{Ai2} = \sum_{s_i=2}^{n_{Ai1}} \frac{n_{Ai1}!}{s_i! (n_{Ai1} - s_i)!} - q_i \quad (6.21)$$

Το  $q_i \geq 0$  είναι το πλήθος μη έγκυρων συναρμομογήσεων. Για το λόγο αυτό, με  $n_{Ai2}$  ισούται και ο αριθμός τελικών αποθηκών του συστήματος. Ο μέγιστος αριθμός

διαφορετικών τύπων συναρμολογήσεων στις οποίες συμμετέχει κάθε τύπος αρχικού κομματιού είναι:

$$c_1 = \sum_{s_i=2}^{n_{Ai1}} \frac{(n_{Ai1} - 1)!}{(s_i - 1)! (n_{Ai1} - s_i)!} \quad (6.22)$$

Το γενικευμένο μοντέλο μηχανής πολλαπλών συναρμολογήσεων με υβριδικά ΔΡ παρουσιάζεται στο Σχήμα 54. Οι καταστάσεις και τα γεγονότα που περιγράφονται από τις θέσεις και τις μεταβάσεις του μοντέλου προκύπτουν κατ' αναλογία από το απλό μοντέλο πολλαπλών συναρμολογήσεων.

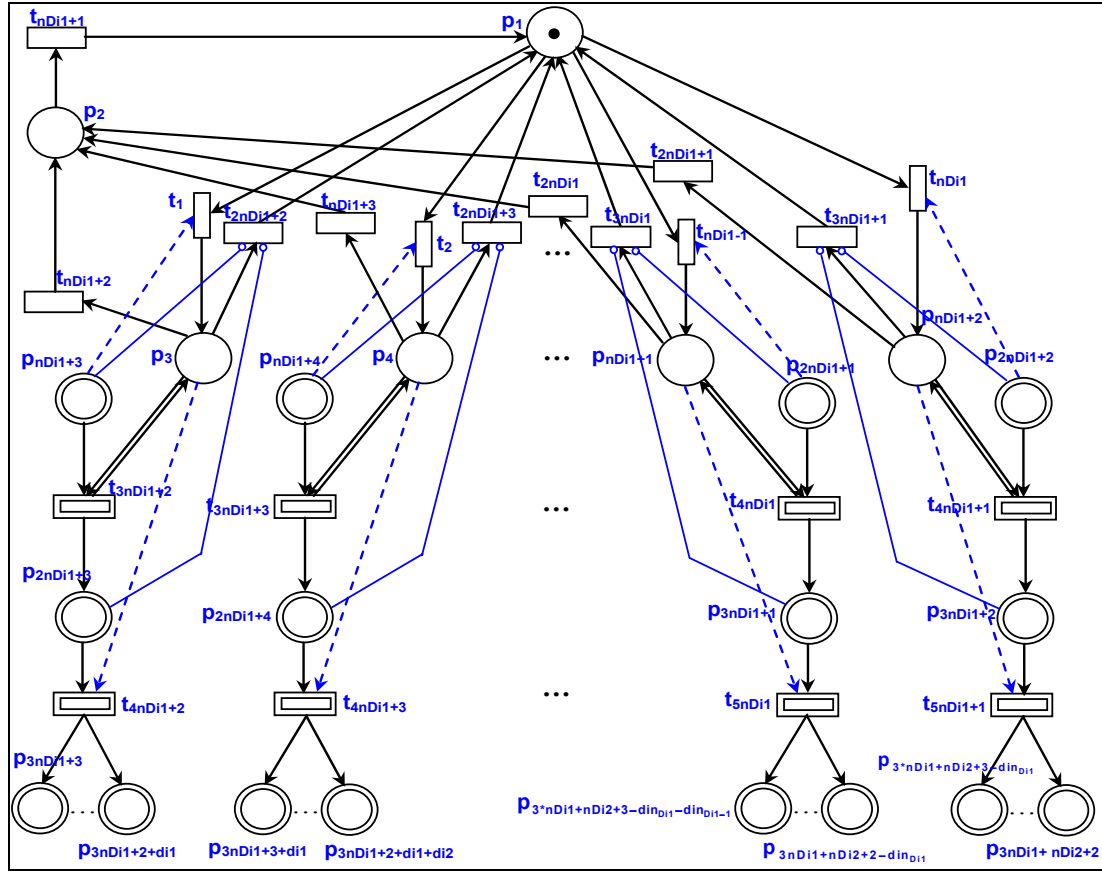
Το μοντέλο πολλαπλών συναρμολογήσεων δεν έχει *T-αναλλοίωτα*, ενώ έχει  $(n_{Ai}+1)$  *P-αναλλοίωτα*, από τα οποία ένα αναφέρεται στις  $n_{Ai2}+1$  αμοιβαία αποκλειόμενες καταστάσεις της μηχανής (διακριτό κομμάτι του δικτύου) και τα υπόλοιπα σε διατήρηση κομματιών σε σύνολα θέσεων του συστήματος (συνεχές κομμάτι). Σε αυτά, το  $k_i, i=1, \dots, n_{Ai1}$  ισούται με το άθροισμα τελειών στο σύνολο θέσεων που περιγράφεται στο *P-αναλλοίωτο*, για την αρχική σήμανση  $m_0$  του δικτύου. Σε καθένα από τα *P-αναλλοίωτα* του συνεχούς κομματιού του δικτύου εμφανίζεται μια αρχική αποθήκη,  $c_{2i}$  θέσεις που αντιστοιχούν σε τύπους κατεργασιών που έχουν ολοκληρωθεί και  $c_{2i}$  θέσεις που αντιστοιχούν σε τελικές αποθήκες. Το  $c_{2i}, i=1, \dots, n_{Ai1}$  αντιπροσωπεύει το πλήθος των τύπων συναρμολογήσεων στις οποίες συμμετέχει ένας τύπος πρώτης ύλης και ισχύει  $c_2 \leq c_1$ . Η ισότητα  $c_2 = c_1$  ισχύει όταν όλοι οι θεωρητικά δυνατοί τύποι συναρμολογήσεων είναι έγκυροι.

Τα *P-αναλλοίωτα* του γενικευμένου μοντέλου μηχανής πολλαπλών συναρμολογήσεων, είναι τα ακόλουθα:

$$\begin{aligned} m(p_1) + m(p_2) + \dots + m(p_{n_{Ai2}+1}) + m(p_{n_{Ai2}+2}) &= 1 \\ m(p_{n_{Ai2}+3}) + m(p_{n_{Ai1}+n_{Ai2}+3}) + \dots + m(p_{n_{Ai1}+2n_{Ai2}+2}) + m(p_{n_{Ai1}+2n_{Ai2}+3}) + \dots + m(p_{n_{Ai1}+3n_{Ai2}+2}) &= k_1 \\ m(p_{n_{Ai2}+4}) + m(p_{n_{Ai1}+n_{Ai2}+4}) + \dots + m(p_{n_{Ai1}+2n_{Ai2}+2}) + m(p_{n_{Ai1}+2n_{Ai2}+3}) + \dots + m(p_{n_{Ai1}+3n_{Ai2}+2}) &= k_2 \\ &\vdots \\ m(p_{n_{Ai1}+n_{Ai2}+2}) + m(p_{n_{Ai1}+n_{Ai2}+4}) + \dots + m(p_{n_{Ai1}+2n_{Ai2}+2}) + m(p_{n_{Ai1}+2n_{Ai2}+4}) + \dots + m(p_{n_{Ai1}+3n_{Ai2}+2}) &= k_{n_{Ai1}} \end{aligned}$$

Το μοντέλο μηχανής πολλαπλών αποσυναρμολογήσεων παρουσιάζει πολλές ομοιότητες με το μοντέλο πολυ-παραγωγικής μηχανής. Η κύρια διαφορά είναι πως κάθε τύπος πρώτης ύλης που χρησιμοποιείται, με την εκτέλεση της κατεργασίας αποσυναρμολογείται σε  $d_{ij}$  τελικά προϊόντα, όπου  $d_{ij} \geq 2$ . Κάθε τύπος τελικών προϊόντων οδηγείται σε κάποια διαφορετική τελική αποθήκη. Συνολικά υπάρχουν στο μοντέλο  $n_{Di2}$  τελικές αποθήκες, με  $n_{Di2} = \sum_{j=1}^{n_{Di1}} d_{ij}$ . Το γενικευμένο μοντέλο μηχανής πολλαπλών αποσυναρμολογήσεων υλοποιημένο με υβριδικά ΔΡ παρουσιάζεται στο Σχήμα 55.





Σχήμα 55: Γενικευμένο μοντέλο μηχανής πολλαπλών αποσυναρμολογήσεων.

Το μοντέλο πολλαπλών αποσυναρμολογήσεων δεν έχει  $T$ -αναλλοίωτα, ενώ έχει  $(n_{Di2}+1)$   $P$ -αναλλοίωτα, από τα οποία ένα αναφέρεται στις αμοιβαία αποκλειόμενες καταστάσεις της μηχανής (διακριτό κομμάτι του δικτύου) και τα υπόλοιπα σε διατήρηση κομματιών σε σύνολα θέσεων του συστήματος (συνεχές κομμάτι). Τα  $P$ -αναλλοίωτα του μοντέλου είναι τα ακόλουθα:

$$m(p_1) + m(p_2) + \dots + m(p_{nDi1+1}) + m(p_{nDi1+2}) = 1$$

$$m(p_{nDi1+3}) + m(p_{2nDi1+3}) + m(p_{3nDi1+3}) = k_1$$

$$m(p_{nDi1+3}) + m(p_{2nDi1+3}) + m(p_{3nDi1+4}) = k_2$$

⋮

$$m(p_{nDi1+3}) + m(p_{2nDi1+3}) + m(p_{3nDi1+2+di1}) = k_{di1}$$

$$m(p_{nDi1+4}) + m(p_{2nDi1+4}) + m(p_{3nDi1+3+di1}) = k_{di1+1}$$

$$m(p_{nDi1+4}) + m(p_{2nDi1+4}) + m(p_{3nDi1+4+di1}) = k_{di1+2}$$

⋮

$$m(p_{nDi1+4}) + m(p_{2nDi1+4}) + m(p_{3nDi1+4+di1}) = k_{di1+di2}$$

⋮

$$m(p_{2nDi1+2}) + m(p_{3nDi1+2}) + m(p_{3nDi1+nDi2}) = k_{nDi2-dinDi1+1}$$

⋮

$$m(p_{2nDi1+2}) + m(p_{3nDi1+2}) + m(p_{3nDi1+nDi2+2}) = k_{nDi2}$$

Από τα  $P$ -αναλλοίωτα το πρώτο αναφέρεται στις αμοιβαία αποκλειόμενες καταστάσεις της μηχανής, ενώ τα υπόλοιπα  $n_{Di2}$  σε διατήρηση κομματιών σε συγκεκριμένα σύνολα θέσεων του συστήματος. Σε αυτές, το  $k_i$ ,  $i = 1, \dots, n_{Di2}$  συμβολίζει το άθροισμα τελειών στο αντίστοιχο σύνολο θέσεων στην αρχική σήμανση  $m_0$ . Τα πρώτα  $d_{i1}$   $P$ -αναλλοίωτα αναφέρονται στην πρώτη αρχική αποθήκη και στην εκτέλεση του αντίστοιχου τύπου κατεργασίας κι αυτό που αλλάζει είναι η τελική αποθήκη. Κατ' αντιστοιχία, κάθε  $d_{ij}$   $P$ -αναλλοίωτα αναφέρονται σε μια αρχική αποθήκη και το σύνολο των τελικών αποθηκών στις οποίες οδηγούνται τα προϊόντα της αντίστοιχης αποσυναρμολόγησης.

Στον Πίνακα 4 παρουσιάζεται η πολυπλοκότητα των μοντέλων με υβριδικά ΔΡ των θεμελιωδών υποσυστημάτων για τους τέσσερις τύπους κόμβων που τα συνθέτουν.

<i>Μοντέλο</i>	<i>Τύπος κόμβων</i>	<i>Πλήθος κόμβων</i>
<b>Πολυ-παραγωγική Μηχανή</b>	Διακριτές Θέσεις	$n_{Pi}+2$
	Συνεχείς Θέσεις	$3n_{Pi}$
	Διακριτές Μεταβάσεις	$3n_{Pi}+1$
	Συνεχείς Μεταβάσεις	$2n_{Pi}$
<b>Μηχανή πολλαπλών συναρμολογήσεων</b>	Διακριτές Θέσεις	$n_{Ai2}+2$
	Συνεχείς Θέσεις	$2n_{Ai2}+n_{Ai1}$
	Διακριτές Μεταβάσεις	$3n_{Ai2}+1$
	Συνεχείς Μεταβάσεις	$2n_{Ai2}$
<b>Μηχανή πολλαπλών αποσυναρμολογήσεων</b>	Διακριτές Θέσεις	$n_{Di1}+2$
	Συνεχείς Θέσεις	$2n_{Di1}+n_{Di2}$
	Διακριτές Μεταβάσεις	$3n_{Di1}+1$
	Συνεχείς Μεταβάσεις	$2n_{Di1}$

Πίνακας 4: Πολυπλοκότητα κόμβων μοντέλων με υβριδικά ΔΡ θεμελιωδών υποσυστημάτων.

Οι κύριες ιδιότητες των γενικευμένων μοντέλων προκύπτουν από τις αντίστοιχες των απλούστερων μορφών τους. Έτσι ισχύει: α) τα γενικευμένα μοντέλα παραμένουν ζωτικά μόνο για το διάστημα που διαθέτουν προς επεξεργασία κομμάτια (οι δομές τους είναι απαλλαγμένες από αδιέξοδα κατά τη λειτουργία των μοντέλων, όσο υπάρχουν κομμάτια σε κάποιες από τις αποθήκες πρώτων υλών), β) τα δίκτυα των μοντέλων παραμένουν  $k$ -περιορισμένα για οποιαδήποτε πεπερασμένη αρχική σήμανση. Η απουσία κύκλων σε συνδυασμό με το γεγονός πως η δομή τους καλύπτεται από  $P$ -αναλλοίωτα εγγυώνται την ισχύ αυτής της ιδιότητας, γ) μόνο το μοντέλο πολυ-παραγωγικής μηχανής είναι συντηρητικό, αφού το μοντέλο της μηχανής πολλαπλών συναρμολογήσεων χρησιμοποιεί πολλαπλά κομμάτια για την παραγωγή ενός και το μοντέλο της μηχανής πολλαπλών αποσυναρμολογήσεων παράγει πολλά κομμάτια από ένα αρχικό, δ) τα ΔΡ των υποσυστημάτων δεν εμφανίζουν επιμονή εξαιτίας της ύπαρξης σύγκρουσης στα διακριτά

τους κομμάτια. Επιπλέον, το μοντέλο συναρμολόγησης εμφανίζεται σύγκρουση και στο συνεχές κομμάτι εξαιτίας του ότι οι διάφοροι τύποι πρώτων υλών συμμετέχουν σε εναλλακτικούς τύπους κατεργασιών, ε) τα μοντέλα είναι μη-αντιστρεπτά, μη συνεπή και συνεπώς δεν έχουν *T-αναλλοίωτα* και στ) το άνω όριο του πλήθους τελειών στις συνεχείς θέσεις των μοντέλων υπολογίζεται με αναφορά στις αρχικές τους σημάνσεις και τις μέγιστες χωρητικότητες τους. Τα διακριτά κομμάτια των μοντέλων είναι ασφαλή.

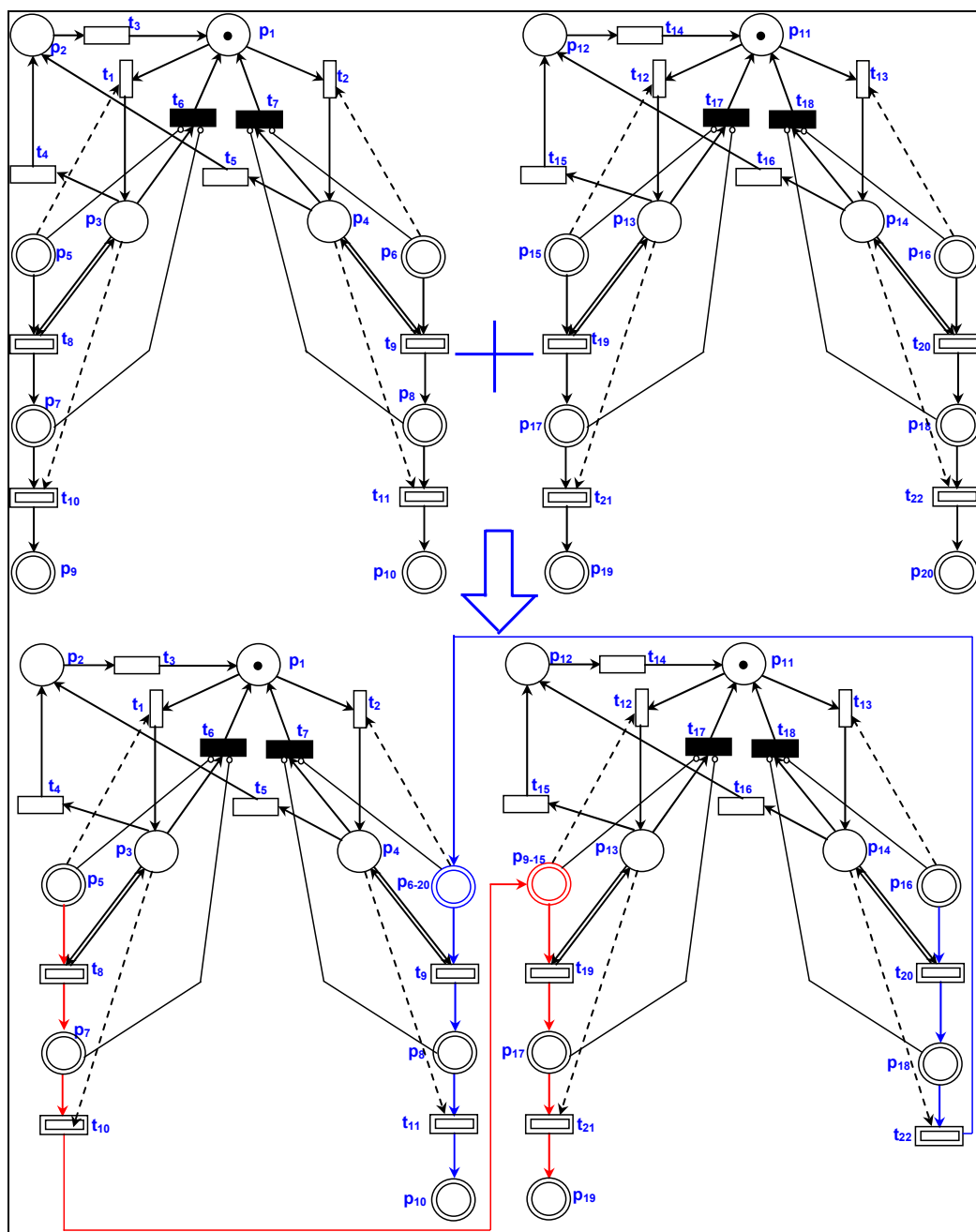
#### **6.3.4 Διαδικασία σύνθεσης θεμελιωδών υποσυστημάτων**

Στο σημείο αυτό ορίζεται η συστηματική διαδικασία σύνθεσης των μοντέλων με υβριδικά ΔΡ των θεμελιωδών υποσυστημάτων, που χρησιμοποιούνται ως δομικά στοιχεία για την κατασκευή των μοντέλων με υβριδικά ΔΡ πολυ-παραγωγικών συστημάτων παραγωγής ανεξαρτήτως της πολυπλοκότητας και της δομής τους. Η διαδικασία που περιγράφεται, υλοποιείται ακολουθώντας μια σειρά από καλά καθορισμένα βήματα, ενώ βασικό ζητούμενο αποτελεί η διατήρηση των ιδιοτήτων των επιμέρους μοντέλων στο μοντέλο του συνολικού συστήματος. Στα πλαίσια της προτεινόμενης μεθόδου, αναπτύσσεται ένας τρόπος υπολογισμού των *P-αναλλοίωτων* του συνολικού συστήματος από τα *P-αναλλοίωτα* των επιμέρους μοντέλων με αναφορά στην τοπολογία του συστήματος. Επίσης, η πολυπλοκότητα κόμβων του συνολικού μοντέλου προκύπτει με αναφορά στους αριθμούς κόμβων των υποσυστημάτων και στον τρόπο σύνδεσής τους. Μετά τη σύνθεση μοντέλου με υβριδικά ΔΡ του συνολικού συστήματος, εισάγεται το δεύτερο επίπεδο εποπτικού ελέγχου που αναφέρεται στο συνολικό σύστημα.

Για τις ανάγκες ορισμού της διαδικασίας σύνθεσης, αρχικά μελετάται η απλή περίπτωση ενός συστήματος που αποτελείται από δύο πολυ-παραγωγικές μηχανές, καθεμία από τις οποίες εκτελεί σε διαφορετικά χρονικά διαστήματα δύο τύπους κατεργασιών. Το σχετικό μοντέλο υλοποιημένο με υβριδικά ΔΡ παρουσιάζεται στο Σχήμα 56. Σε αυτό υπάρχουν δύο τύποι τελικών προϊόντων, καθένα από τα οποία κατασκευάζεται από διαφορετικές πρώτες ύλες δεχόμενο δύο τύπους κατεργασιών, ένα σε κάθε μηχανή. Τα προϊόντα τύπου 1 προκύπτουν από τις αντίστοιχες πρώτες ύλες δεχόμενα την πρώτη κατεργασία στη μηχανή  $M_1$  και τη δεύτερη στη  $M_2$ , ενώ προϊόντα τύπου 2 ακολουθούν την αντίθετη δρομολόγηση δεχόμενα την πρώτη κατεργασία στη  $M_2$  και τη δεύτερη στη  $M_1$ .

Στα σημεία σύνδεσης των μοντέλων των θεμελιωδών υποσυστημάτων πραγματοποιείται συγχώνευση συνεχών θέσεων που αντιστοιχούν στις εσωτερικές αποθήκες του συστήματος. Συγκεκριμένα, από τη συγχώνευση των θέσεων  $p_9$  και  $p_{15}$  προκύπτει η  $p_{9-15}$ , ενώ αντίστοιχα οι  $p_6$  και  $p_{20}$  αντικαθίστανται από τη νέα θέση  $p_{6-20}$ . Το γεγονός αυτό έχει ως αποτέλεσμα τη μείωση κατά δύο του πλήθους των συνεχών θέσεων του μοντέλου του συνολικού συστήματος σε σχέση με τα μοντέλα των επιμέρους υποσυστημάτων. Τα πλήθη κόμβων των υπολοίπων τύπων (διακριτές θέσεις, συνεχείς και διακριτές μεταβάσεις) ισούνται με τα αντίστοιχα αθροίσματα κόμβων των μοντέλων των υποσυστημάτων από τα οποία προήλθαν. Οι μέγιστες χωρητικότητες των θέσεων που

προκύπτουν από συγχώνευση ορίζονται με αναφορά στις αντίστοιχες ποσότητες των θέσεων από τις οποίες προήλθαν. Έτσι ανάλογα με την περίπτωση επιλέγεται κάποια από τις παρακάτω δυνατότητες  $C_{ij} = \min\{C_i, C_j\}$  ή  $C_{ij} = \max\{C_i, C_j\}$  ή  $C_{ij} = aC_i + (1-a)C_j$ ,  $0 < a < 1$ ). Η αρχική σήμανση των θέσεων που προκύπτουν από συγχώνευση ισούται με το άθροισμα τελειών στις αρχικές σημάνσεις των θέσεων από τις οποίες προήλθαν, δηλαδή  $m_o(p_{ij}) = m_o(p_i) + m_o(p_j)$ .



Σχήμα 56: Σύνθεση δύο μοντέλων πολυ-παραγωγικής μηχανής.

Οι ιδιότητες του συνολικού μοντέλου είναι όμοιες με αυτές των γενικευμένων μοντέλων με υβριδικά ΔΡ, όπως παρουσιάζει η πρόταση 6.1, που αποδεικνύεται στο Παράρτημα 2.

**Πρόταση 6.1:** Τα υΔΡ μοντέλα των πολυ-παραγωγικών συστημάτων παραγωγής διατηρούν τις ιδιότητες της k-περιοριστικότητας, μη γενικής ζωτικότητας, μη επιμονής, μη

συντηρητικότητας, μη συνέπειας και μη αντιστρεπτότητας των μοντέλων των θεμελιωδών υποσυστημάτων, από τα οποία προκύπτουν μέσω σύνθεσης.

Το μοντέλο του συστήματος έχει τέσσερα *P-αναλλοίωτα*, δύο από τα οποία αναφέρονται στις αμοιβαία αποκλειόμενες καταστάσεις των μηχανών κι είναι όμοια με τα *P-αναλλοίωτα* των υποσυστημάτων και τα υπόλοιπα δύο αναφέρονται στη διατήρηση κομματιών σε σύνολα θέσεων του μοντέλου και προκύπτουν με σύνθεση από τα *P-αναλλοίωτα* των υποσυστημάτων. Τα *P-αναλλοίωτα* είναι τα ακόλουθα:

$$\begin{aligned}m(p_1) + m(p_2) + m(p_3) + m(p_4) &= 1 \\m(p_{11}) + m(p_{12}) + m(p_{13}) + m(p_{14}) &= 1 \\m(p_5) + m(p_7) + m(p_{9-15}) + m(p_{17}) + m(p_{19}) &= n_1 \\m(p_{16}) + m(p_{18}) + m(p_{6-20}) + m(p_8) + m(p_{10}) &= n_2\end{aligned}$$

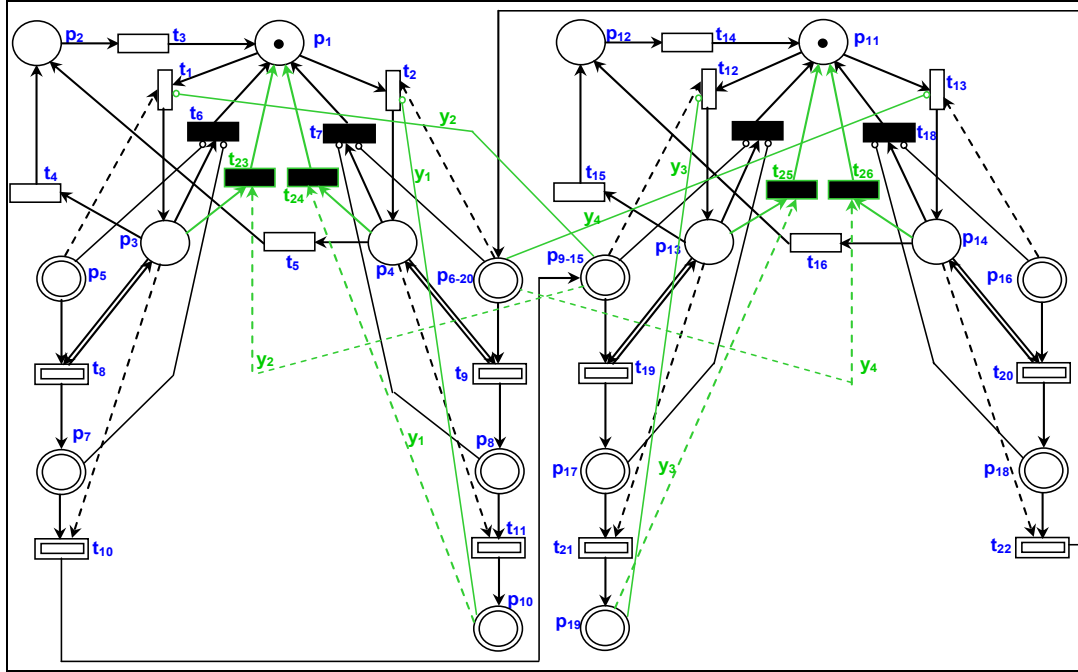
Οι μεταβλητές  $n_1$  και  $n_2$  αναπαριστούν το άθροισμα τελειών στα αντίστοιχα σύνολα θέσεων κατά την αρχική σήμανση  $m_0$ .

#### 6.3.4.1 Εποπτικός έλεγχος συνολικού συστήματος

Το δεύτερο επίπεδο εποπτικού ελέγχου αναφέρεται στο συνολικό σύστημα και κατά κύριο λόγο στην προσπάθεια να διασφαλιστεί πως όταν μια εσωτερική ή τελική αποθήκη προσεγγίσει τη μέγιστη χωρητικότητα της η μηχανή που προηγείται θα σταματήσει να την τροφοδοτεί με προϊόντα αυτού του τύπου. Αυτό επιτυγχάνεται αλλάζοντας τον τύπο κατεργασίας που εκτελείται στη μηχανή. Για να υλοποιηθεί αυτό, προστίθενται μια σειρά από μεταβάσεις και τόξα ενεργοποίησης και παρεμπόδισης στο μοντέλο (με πράσινο χρώμα). Το μοντέλο μετά από αυτές τις προσθήκες παρουσιάζεται στο Σχήμα 57.

Για το σύστημα του σχήματος 56 είναι επιθυμητό να ισχύει για κάθε εσωτερική ή τελική αποθήκη η συνθήκη  $m(p_i) \leq y_i$ ,  $y_i \geq 1$  και  $n_i \in \mathbb{N}$ . Για να διασφαλιστεί αυτό, στο μοντέλο του σχήματος 57, σε κάθε εσωτερική ή τελική αποθήκη του συστήματος έχει προστεθεί μια μετάβαση, ένα τόξο ενεργοποίησης κι ένα τόξο παρεμπόδισης. Η μετάβαση έχει ως είσοδο τη διακριτή θέση που περιγράφει την κατάσταση όπου μια μηχανή έχει ρυθμιστεί να εκτελεί ένα τύπο κατεργασίας και ως έξοδο τη θέση που περιγράφει τη μηχανή να λειτουργεί και να βρίσκεται σε διαδικασία επιλογής του τύπου κατεργασίας που θα εκτελέσει. Όταν μια αποθήκη προσεγγίσει τη μέγιστη χωρητικότητα της, η νέα αυτή μετάβαση διασφαλίζει πως η μηχανή θα επιλέξει ένα νέο τύπο κατεργασίας που θα εκτελέσει για το επόμενο διάστημα ώστε να μην παραμένει ανενεργή. Δηλαδή, νέα μετάβαση που προστίθεται περιγράφει το γεγονός αλλαγή τύπου εκτελούμενης κατεργασίας εξαιτίας γεμίσματος της αποθήκης τελικών προϊόντων. Το τόξο ενεργοποίησης έχει βάρος πολλαπλότητας ίσο με τη μέγιστη χωρητικότητα της αντίστοιχης αποθήκης και ξεκινάει από την εσωτερική ή τελική αποθήκη και κατευθύνεται προς τη νέα μετάβαση που προστέθηκε. Το τόξο αυτό διασφαλίζει την ενεργοποίηση της μετάβασης μόλις η αποθήκη γεμίσει. Τέλος, το τόξο παρεμπόδισης, η πολλαπλότητα του

οποίου επίσης ισούται με τη μέγιστη χωρητικότητα της αποθήκης, ξεκινάει από την αποθήκη και κατευθύνεται στη μετάβαση που περιγράφει την επιλογή τύπου κατεργασίας που θα εκτελεστεί. Σκοπός του τόξου αυτού είναι να παρεμποδίσει την επιλογή εκτέλεσης μιας κατεργασίας η αποθήκη επεξεργασμένων προϊόντων της οποίας είναι γεμάτη.



Σχήμα 57: Μοντέλο συνολικού συστήματος μετά την προσθήκη 2<sup>ov</sup> επιπέδου εποπτικού ελέγχου.

### 6.3.5 Γενίκευση διαδικασίας σύνθεσης

Θεωρείται πολυ-παραγωγικό σύστημα παραγωγής, το μοντέλο του οποίου υλοποιείται χρησιμοποιώντας τα μοντέλα με υβριδικά ΔΡ των γενικευμένων υποσυστημάτων. Έστω ότι για το συνολικό μοντέλο χρησιμοποιούνται  $n_1$  υποσυστήματα πολυ-παραγωγικής μηχανής,  $n_2$  υποσυστήματα μηχανής πολλαπλών συναρμολογήσεων και  $n_3$  υποσυστήματα μηχανής πολλαπλών αποσυναρμολογήσεων. Επιπλέον, έστω  $n_E$  ο αριθμός αρχικών αποθηκών (θέσεων εισόδου) στο σύστημα και  $n_F$  ο αριθμός τελικών αποθηκών (θέσεων εξόδου) σε αυτό.

Αρχικά υπολογίζονται οι πολυπλοκότητες των διαφόρων τύπων κόμβων του μοντέλου. Στο πλήθος των διακριτών μεταβάσεων θα συμπεριληφθούν και αυτές που προστίθενται στα πλαίσια του εποπτικού ελέγχου του συστήματος. Ο αριθμός μεταβάσεων του μοντέλου ισούται με το άθροισμα των αριθμών μεταβάσεων των υποσυστημάτων, δηλαδή:

$$\text{Πλήθος μεταβάσεων} = \sum_{i=1}^{n_1} (6n_{P_i} + 1) + \sum_{j=1}^{n_2} (6n_{A_{j2}} + 1) + \sum_{k=1}^{n_3} (6n_{D_{k1}} + 1) \quad (6.23)$$

Στην εξίσωση αυτή το  $n_{P_i}$  περιγράφει το πλήθος των τύπων κατεργασιών που εκτελεί η πολυ-παραγωγική μηχανή  $i$ , το  $n_{A_{j2}}$  ισούται με το πλήθος των διαφορετικών τύπων συναρμολόγησης που εκτελεί η μηχανή πολλαπλών συναρμολογήσεων  $j$  και το  $n_{D_{k1}}$

ισούνται με το πλήθος των τύπων κατεργασιών που εκτελεί η μηχανή πολλαπλών αποσυναρμολογήσεων  $k$ . Από τις μεταβάσεις του συνολικού μοντέλου, οι  $\sum_{i=1}^{n_1} (4n_{P_i} + 1) + \sum_{j=1}^{n_2} (4n_{A_{j2}} + 1) + \sum_{k=1}^{n_3} (4n_{D_{k1}} + 1)$  είναι διακριτές και οι υπόλοιπες  $2\sum_{i=1}^{n_1} n_{P_i} + 2\sum_{j=1}^{n_2} n_{A_{j2}} + 2\sum_{k=1}^{n_3} n_{D_{k1}}$  είναι συνεχείς. Ο αριθμός θέσεων των επιμέρους μοντέλων είναι:

$$\sum_{i=1}^{n_1} (4n_{P_i} + 2) + \sum_{j=1}^{n_2} (n_{A_{j1}} + 3n_{A_{j2}} + 2) + \sum_{k=1}^{n_3} (3n_{D_{k1}} + n_{D_{k2}} + 2) \quad (6.24)$$

Εξαιτίας των συγχωνεύσεων θέσεων στα σημεία σύνδεσης των υποσυστημάτων, από τον παραπάνω αριθμό πρέπει να αφαιρεθεί το μισό του πλήθους θέσεων που αντιστοιχούν σε εσωτερικές αποθήκες του συστήματος. Ο αριθμός αυτός είναι:

$$\frac{1}{2} \left[ 2\sum_{i=1}^{n_1} n_{P_i} + \sum_{j=1}^{n_2} (n_{A_{j1}} + n_{A_{j2}}) + \sum_{k=1}^{n_3} (n_{D_{k1}} + n_{D_{k2}}) - n_E - n_F \right] \quad (6.25)$$

Ο αριθμός θέσεων του συνολικού ΔΡ είναι:

$$\sum_{i=1}^{n_1} (3n_{P_i} + 2) + \sum_{j=1}^{n_2} \left[ \frac{n_{A_{j1}}}{2} + \frac{5n_{A_{j2}}}{2} + 2 \right] + \sum_{k=1}^{n_3} \left[ \frac{5n_{D_{k1}}}{2} + \frac{n_{D_{k2}}}{2} + 2 \right] + \frac{n_E + n_F}{2} \quad (6.26)$$

Λαμβάνοντας υπόψη το γεγονός πως στις συναρμολογήσεις από  $n_{Ai1}$  αρχικές αποθήκες (θέσεις εισόδου του μοντέλου) προκύπτουν  $n_{Ai2}$  τελικές αποθήκες (θέσεις εξόδου) και στις αποσυναρμολογήσεις από  $n_{Di1}$  αρχικές αποθήκες προκύπτουν  $n_{Di2}$  τελικές αποθήκες, είναι δυνατόν να υπολογιστεί το  $n_F$  συναρτήσει του  $n_E$  και των αριθμών αποθηκών εισόδου και εξόδου των μοντέλων των υποσυστημάτων. Συγκεκριμένα, το  $n_F$  ισούται με :

$$n_F = n_E + \sum_{j=1}^{n_2} (n_{A_{j2}} - n_{A_{j1}}) + \sum_{k=1}^{n_3} (n_{D_{k2}} - n_{D_{k1}}) \quad (6.27)$$

Αντικαθιστώντας την (6.27) στην (6.26), το πλήθος θέσεων υπολογίζεται εκ νέου:

$$\sum_{i=1}^{n_1} [3n_{P_i} + 2] + \sum_{j=1}^{n_2} [3n_{A_{j2}} + 2] + \sum_{k=1}^{n_3} [2n_{D_{k1}} + n_{D_{k2}} + 2] + n_E \quad (6.28)$$

Από τις θέσεις αυτές,  $\sum_{i=1}^{n_1} (n_{P_i} + 2) + \sum_{j=1}^{n_2} (n_{A_{j2}} + 2) + \sum_{k=1}^{n_3} (n_{D_{k1}} + 2)$  είναι διακριτές κι οι υπόλοιπες  $2\sum_{i=1}^{n_1} n_{P_i} + 2\sum_{j=1}^{n_2} n_{A_{j2}} + \sum_{k=1}^{n_3} [n_{D_{k1}} + n_{D_{k2}}] + n_E$  είναι συνεχείς.

Στη συνέχεια για το μοντέλο του συνολικού συστήματος με Υβριδικά ΔΡ υπολογίζεται το πλήθος των  $P$ -αναλλοίωτων του. Τα  $P$ -αναλλοίωτα χωρίζονται σε δύο κατηγορίες, αυτά που αναφέρονται στις αμοιβαία αποκλειόμενες καταστάσεις των μηχανών ( $d_1$ ) κι αυτά που αναφέρονται σε διατήρηση αριθμού κομματιών στο σύστημα ( $d_2$ ).

Το πλήθος  $P$ -αναλλοίωτων της πρώτης κατηγορίας είναι το ίδιο με τον αριθμό των θεμελιωδών υποσυστημάτων που έχουν χρησιμοποιηθεί για την κατασκευή του συνολικού μοντέλου, αφού σε κάθε υποσύστημα υπάρχει μια μηχανή. Συνεπώς,  $d_1 = n_1 + n_2 + n_3$ . Τα αναλλοίωτα αυτά προκύπτουν εξολοκλήρου από τα μοντέλα των επιμέρους υποσυστημάτων, αφού δεν υπάρχει αλληλεπίδραση των αμοιβαία αποκλειόμενων καταστάσεων των μηχανών.

Τα  $P$ -αναλλοίωτα της δεύτερης κατηγορίας προκύπτουν από τα αντίστοιχα αναλλοίωτα διατήρησης κομματιών των επιμέρους υποσυστημάτων, με αντικατάσταση των θέσεων που αναπαριστούν εσωτερικές αποθήκες στα σημεία σύνδεσής τους, έτσι ώστε να περιγράφουν μια διαδρομή από μια αποθήκη πρώτων υλών του συστήματος σε μια αποθήκη τελικών προϊόντων, με τη μεσολάβηση συγκεκριμένων αποθηκών ενδιάμεσων προϊόντων που επισκέπτονται τα κομμάτια που έχουν υποστεί κάποιες κατεργασίες. Η τοπολογία του δικτύου καθορίζει την ακριβή μορφή και μέγεθος καθενός από τα  $d_2$   $P$ -αναλλοίωτα. Πρέπει να σημειωθεί πως με εξαίρεση τα κομμάτια που βρίσκονται στις αρχικές αποθήκες των μηχανών πολλαπλών συναρμολογήσεων, όλα τα κομμάτια ενός τύπου ακολουθούν την ίδια δρομολόγηση στο σύστημα. Για τον υπολογισμό του  $d_2$ , η χρήση μιας μηχανής για διαφορετικούς τύπους κατεργασίας δεν επηρεάζει τη διατήρηση τελειών, αφού σε κάθε χρονική περίοδο κάθε μηχανή εκτελεί ένα τύπο κατεργασίας. Για τη δημιουργία σε ένα σημείο του δικτύου πολλαπλών  $P$ -αναλλοίωτων είναι υπεύθυνες οι συναρμολογήσεις και οι αποσυναρμολογήσεις. Με βάση τα παραπάνω, το  $d_2$  υπολογίζεται από την:

$$d_2 = \sum_{i=1}^{n_E} \left[ n_{D_{i,1}} - \sum_{i_1=1}^{o_1} n_{A_{i,i_1}} + n_{A_{i,1}} E_{1,1} + n_{A_{i,2}} E_{1,2} + \dots + n_{A_{i,o_1}} E_{1,o_1} \right] \quad (6.29)$$

$$E_{1,1} = \left[ n_{D_{1,2,1}} - \sum_{i_{2,1}=1}^{o_{2,1}} n_{A_{2,i_{2,1}}} + n_{A_{2,1,1}} E_{2,1} + \dots + n_{A_{2,o_{2,1}}} E_{2,o_{2,1}} \right] \quad (6.30)$$

⋮

$$E_{1,o_1} = \left[ n_{D_{1,2,o_1}} - \sum_{i_{2,o_1}=1}^{o_{2,o_1}} n_{A_{2,i_{2,o_1}}} + n_{A_{2,o_1,1}} E_{2,o_1} + \dots + n_{A_{2,o_2,o_1,1}} E_{2,o_2,o_1} \right] \quad (6.31)$$

Από τις εξισώσεις που προηγήθηκαν είναι φανερό πως για τον υπολογισμό του  $d_2$  λαμβάνονται υπόψη οι αντίστοιχοι αριθμοί  $P$ -αναλλοίωτων των θεμελιωδών μοντέλων ( $n_{P_i}$ ,  $n_{D_{i,2}}$ ,  $n_{A_{i,1}}$ ). Για καθένα από τους  $n_E$  τύπους πρώτων υλών, θεωρούνται με τη σειρά με την οποία εκτελούνται οι κατεργασίες που λαμβάνει στο σύστημα για να μετατραπεί σε τελικό προϊόν. Αρχικά θεωρείται ο αριθμός κομματιών ( $n_{D_{i,1}}$ ) που προκύπτουν από την πρώτη κατά σειρά αποσυναρμολόγηση. Δύο διαδοχικές αποσυναρμολογήσεις ορίζουν ένα επίπεδο για κάθε τύπο κομματιών, εντός του οποίου μπορεί να μεσολαβούν κατεργασίες άλλων τύπων. Η πρώτη από τις δύο αποσυναρμολογήσεις ορίζει την αρχή του επιπέδου και η δεύτερη το τέλος του το οποίο αποτελεί παράλληλα την αρχή του



επομένου επιπέδου. Από το  $n_{Di,1}$  αφαιρείται ο αριθμός προϊόντων της αποσυναρμολόγησης του πρώτου επιπέδου που συμμετέχουν σε συναρμολογήσεις του ίδιου επιπέδου ( $\sum_{i_1=1}^{o_1} n_{A_1,i_1}$ , όπου  $o_1$  είναι το πλήθος των συναρμολογήσεων στο πρώτο

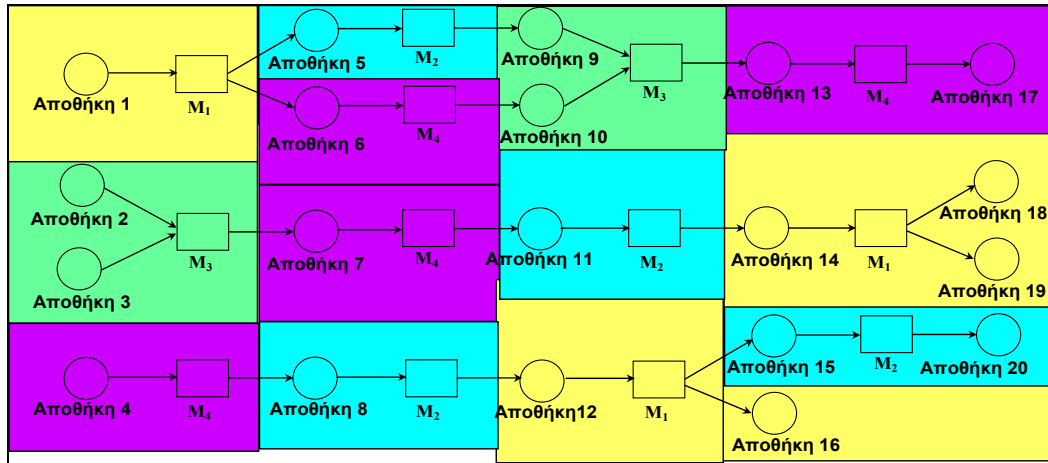
επίπεδο. Στην περίπτωση που σε ένα επίπεδο καμία από τις υλοποιούμενες κατεργασίες δεν είναι συναρμολόγηση (δηλαδή όταν μεταξύ δύο διαδοχικών αποσυναρμολογήσεων δε μεσολαβεί καμία συναρμολόγηση), για τις ανάγκες των υπολογισμών οι πολυ-παραγωγικές μηχανές λαμβάνονται ως συναρμολογήσεις ενός κομματιού (δηλαδή, τίθεται στην αντίστοιχη εξίσωση  $\sum_{i_k=1}^{o_k} n_{A_1,i_k} = 1$  για το συγκεκριμένο επίπεδο). Για κάθε

συναρμολόγηση του πρώτου επιπέδου, το γινόμενο του αριθμού κομματιών που συμμετέχουν στη συναρμολόγηση ( $n_{A1,k}$ ) και του αντίστοιχου παράγοντα  $E_{1,k}$ ,  $k=1,\dots,o_1$  προστίθεται στην ήδη υπολογισμένη ποσότητα. Ο παράγοντας  $E_{1,k}$  αναφέρεται στο κομμάτι της εξίσωσης που έχει ήδη περιγραφεί, προσαρμοσμένο στις ποσότητες του δεύτερου επιπέδου (αριθμός προϊόντων δεύτερης αποσυναρμολόγησης – τον αριθμό κομματιών της δεύτερης αποσυναρμολόγησης που συμμετέχουν σε συναρμολογήσεις του ίδιου επιπέδου + το γινόμενο του αριθμού κομματιών που συμμετέχουν στη συναρμολόγηση δευτέρου επιπέδου και του αντίστοιχου παράγοντα  $E_{2,j}$ . Το  $E_{2,j}$  προκύπτει με παρόμοιο τρόπο για τις ποσότητες του τρίτου επιπέδου. Η διαδικασία αυτή συνεχίζεται για όσα επίπεδα ορίζονται από τις αποσυναρμολογήσεις της ακολουθίας κατεργασιών κάθε τύπου αρχικού κομματιού). Με παρόμοιο τρόπο υπολογίζονται οι αντίστοιχοι παράγοντες  $E_{3,1}, E_{3,2}, \dots, E_{n,1}, \dots, E_{n,l}$  όπου το  $l$  συμβολίζει την τελευταία αποσυναρμολόγηση ενός επιπέδου). Αν καμία από τις κατεργασίες που δέχεται ένα αρχικό κομμάτι για να μετατραπεί σε τελικό προϊόν δεν είναι αποσυναρμολόγηση, το  $n_{Di,1}$  τίθεται ίσο με τη μονάδα.

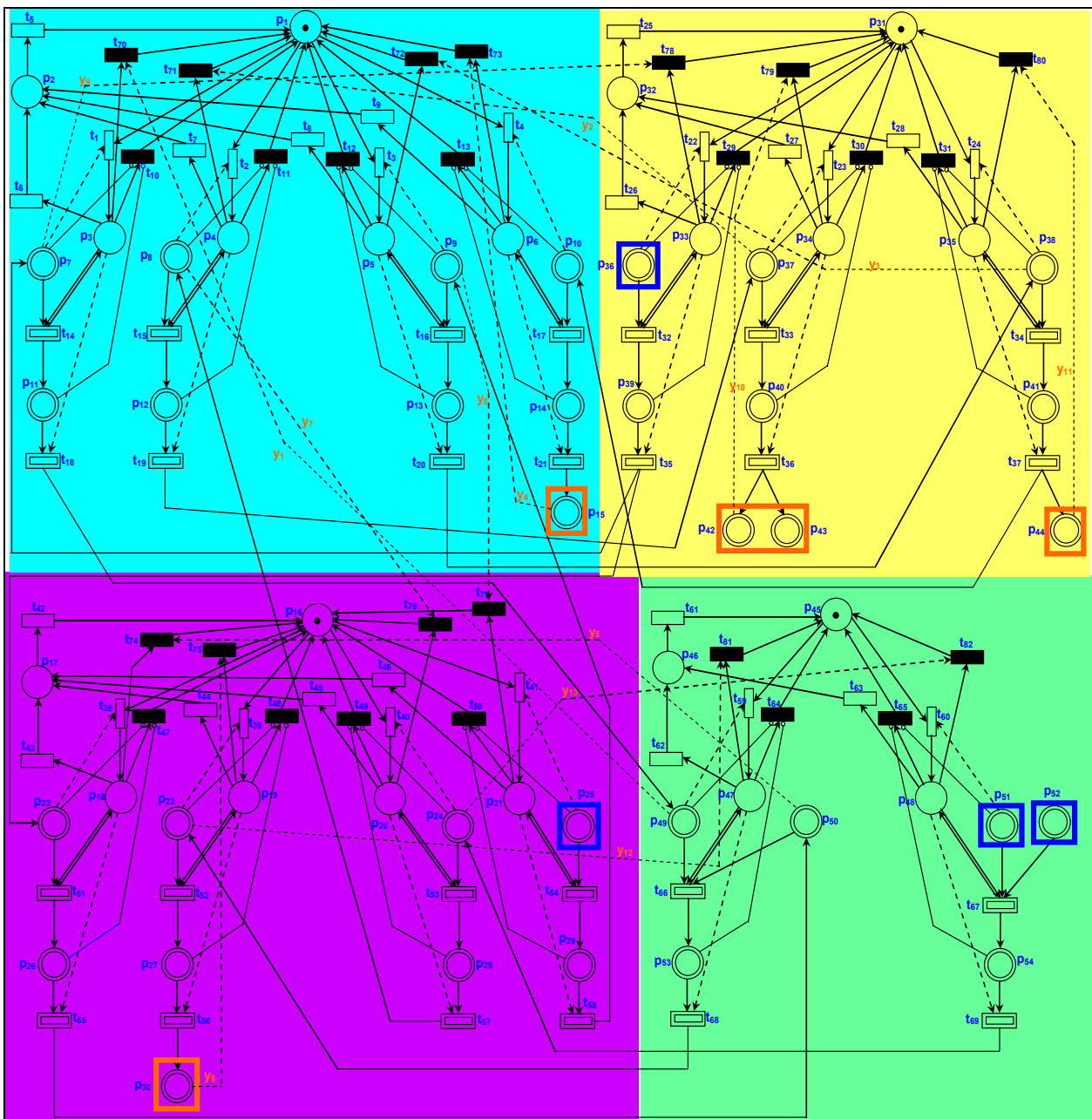
## 6.4 Μελέτη περίπτωσης πολυ-παραγωγικού συστήματος

Στο σημείο αυτό γίνεται χρήση της προτεινόμενης μεθοδολογίας σε ένα παράδειγμα πολυ-παραγωγικού συστήματος παραγωγής για να καταδειχθεί η πρακτική αξία και οι δυνατότητες εφαρμογής που παρέχει.

Το πολυ-παραγωγικό σύστημα παραγωγής που θα μελετηθεί παρουσιάζεται στο Σχήμα 58 κι αποτελείται από τέσσερα θεμελιώδη υποσυστήματα που εκτελούν δεκατρείς τύπους κατεργασιών. Συγκεκριμένα, αποτελείται από δύο πολυ-παραγωγικές μηχανές, από ένα υποσύστημα μηχανής πολλαπλών συναρμολογήσεων και ένα υποσύστημα μηχανής πολλαπλών αποσυναρμολογήσεων. Τα δύο υποσυστήματα πολυ-παραγωγικής μηχανής εκτελούν από τέσσερις τύπους κατεργασιών καθένα, η μηχανή πολλαπλών συναρμολογήσεων εκτελεί δύο τύπους συναρμολόγησης κι η μηχανή πολλαπλών αποσυναρμολογήσεων τρεις διαφορετικούς τύπους αποσυναρμολόγησης.



Σχήμα 58: Πολυ-παραγωγικό σύστημα παραγωγής κι η αποσύνθεση του σε θεμελιώδη υποσυστήματα.



Σχήμα 59: Μοντέλο με υβριδικά ΔΡ πολυ-παραγωγικού συστήματος παραγωγής.

Η δομή του συστήματος αποτελείται από τέσσερις μηχανές και είκοσι αποθήκες, τέσσερις από τις οποίες είναι αρχικές (αποθήκες 1 – 4), πέντε τελικές (αποθήκες 16 – 20) κι οι υπόλοιπες ένδεκα περιέχουν κομμάτια που έχουν δεχτεί κάποιες από τις κατεργασίες που απαιτούνται για να μετασχηματιστούν σε τελικά προϊόντα. Για να καταστεί ευκολότερη η διάκριση των υποσυστημάτων, στο Σχήμα 58 έχουν χρησιμοποιηθεί διαφορετικά χρώματα για να αναπαραστήσουν τις κατεργασίες που εκτελούνται σε κάθε μηχανή. Συγκεκριμένα, με μωβ και γαλάζιο χρώμα έχουν αναπαρασταθεί οι πολυ-παραγωγικές μηχανές, με κίτρινο η μηχανή πολλαπλών συναρμολογήσεων και με πράσινο η μηχανή πολλαπλών αποσυναρμολογήσεων.

Το μοντέλο του συστήματος υλοποιημένο με υβριδικά ΔΡ παρουσιάζεται στο Σχήμα 59 κι αποτελείται από 54 θέσεις και 82 μεταβάσεις. Σε αυτό έχουν χρησιμοποιηθεί τα ίδια χρώματα με το Σχήμα 58 για τη διάκριση των θεμελιωδών υποσυστημάτων που συνθέτουν το συνολικό σύστημα. Επίσης οι θέσεις που συμβολίζουν αρχικές αποθήκες του συστήματος έχουν τοποθετηθεί μέσα σε μπλε τετράγωνα πλαίσια και σε κόκκινα τετράγωνα πλαίσια έχουν τοποθετηθεί οι αντίστοιχες θέσεις που συμβολίζουν τελικές αποθήκες του συστήματος. Οι υπόλοιπες αποθήκες περιέχουν κομμάτια που έχουν δεχτεί κάποιες κατεργασίες αλλά δεν έχουν μετατραπεί ακόμα σε τελικά προϊόντα (ημικατεργασμένα προϊόντα).

Το μοντέλο του σχήματος 59 έχει δώδεκα P-αναλλοίωτα, τέσσερα από τα οποία αναφέρονται στις αμοιβαία αποκλειόμενες καταστάσεις των μηχανών ( $d_1 = \text{αριθμός μηχανών συστήματος} = 4$ ) και τα υπόλοιπα σε διατήρηση κομματιών σε σύνολα από θέσεις ( $d_2 = 8$ ). Το σύνολο P-αναλλοίωτων του συστήματος είναι:

$$m(p_1) + m(p_2) + m(p_3) + m(p_4) + m(p_5) + m(p_6) = 1$$

$$m(p_{16}) + m(p_{17}) + m(p_{18}) + m(p_{19}) + m(p_{20}) + m(p_{21}) = 1$$

$$m(p_{31}) + m(p_{32}) + m(p_{33}) + m(p_{34}) + m(p_{35}) = 1$$

$$m(p_{45}) + m(p_{46}) + m(p_{47}) + m(p_{48}) = 1$$

$$m(p_{25}) + m(p_{29}) + m(p_9) + m(p_{13}) + m(p_{38}) + m(p_{41}) + m(p_{44}) = k_1$$

$$m(p_{25}) + m(p_{29}) + m(p_9) + m(p_{13}) + m(p_{38}) + m(p_{41}) + m(p_{10}) + m(p_{14}) + m(p_{15}) = k_2$$

$$m(p_{36}) + m(p_{39}) + m(p_7) + m(p_{11}) + m(p_{49}) + m(p_{53}) + m(p_{23}) + m(p_{27}) + m(p_{30}) = k_3$$

$$m(p_{36}) + m(p_{39}) + m(p_{22}) + m(p_{26}) + m(p_{50}) + m(p_{53}) + m(p_{23}) + m(p_{27}) + m(p_{30}) = k_4$$

$$m(p_{51}) + m(p_{54}) + m(p_{24}) + m(p_{28}) + m(p_8) + m(p_{12}) + m(p_{37}) + m(p_{40}) + m(p_{42}) = k_5$$

$$m(p_{51}) + m(p_{54}) + m(p_{24}) + m(p_{28}) + m(p_8) + m(p_{12}) + m(p_{37}) + m(p_{40}) + m(p_{43}) = k_6$$

$$m(p_{52}) + m(p_{54}) + m(p_{24}) + m(p_{28}) + m(p_8) + m(p_{12}) + m(p_{37}) + m(p_{40}) + m(p_{42}) = k_7$$

$$m(p_{52}) + m(p_{54}) + m(p_{24}) + m(p_{28}) + m(p_8) + m(p_{12}) + m(p_{37}) + m(p_{40}) + m(p_{43}) = k_8$$

Οι σταθερές  $k_i$ ,  $i=1,\dots,8$  αναφέρονται στο άθροισμα τελειών στα αντίστοιχα σύνολα θέσεων για την αρχική σήμανση  $m_0$ .

Για οποιαδήποτε αρχική σήμανση  $m_0$ , οι ιδιότητες του μοντέλου του συνολικού συστήματος είναι αντίστοιχες με αυτές των θεμελιωδών υποσυστημάτων από τα οποία συντίθεται. Έτσι, το μοντέλο με υβριδικά ΔΡ του συστήματος δεν είναι γενικά ζωτικό, αλλά παραμένει για όσο διαθέτει προς επεξεργασία κομμάτια, είναι *k-περιορισμένο* για οποιαδήποτε πεπερασμένη αρχική σήμανση, όπου οι διακριτές του θέσεις είναι ασφαλείς, ενώ τα άνω όρια των τελειών στις θέσεις που αντιστοιχούν σε αποθήκες υπολογίζονται με αναφορά στις αρχικές σημάνσεις και τις μέγιστες χωρητικότητες τους. Τέλος, το μοντέλο είναι μη συντηρητικό, δεν εμφανίζει επιμονή, είναι μη-αντιστρεπτό, μη συνεπές και δεν έχει *T-αναλλοίωτα*.

Τα πολυ-παραγωγικά συστήματα παραγωγής τυπικά είναι συστήματα υψηλού όγκου παραγωγής όπου κάθε μηχανή εκτελεί ένα σύνολο από κατεργασίες σε διαφορετικά χρονικά διαστήματα, με σύντομους χρόνους επεξεργασίας και χρόνους απομάκρυνσης των κομματιών από τις μηχανές. Η περίπτωση που θεωρείται στη συνέχεια και για την οποία θα προσομοιωθούν διάφορες περιπτώσεις, περιγράφει την παραγωγή εκατό τεμαχίων από καθένα από τους πέντε τύπους τελικών προϊόντων. Αυτό σημαίνει, πως καθεμία από τις μηχανές του συστήματος επεξεργάζεται στο σύνολο του χρόνου λειτουργίας της από διακόσια (η μηχανή πολλαπλών συναρμολογήσεων) ως τετρακόσια κομμάτια (οι πολυ-παραγωγικές μηχανές).

Θεωρείται η αρχική κατάσταση του συστήματος, κατά την οποία βρίσκονται εκατό κομμάτια σε καθεμία από τις αρχικές αποθήκες (θέσεις  $p_{25}$ ,  $p_{36}$ ,  $p_{51}$  και  $p_{52}$ ). Επιπλέον, οι μηχανές θεωρούνται λειτουργικές κι αναμένουν τον καθορισμό της κατεργασίας που θα εκτελέσουν για το επόμενο χρονικό διάστημα (δηλαδή, υπάρχει από μια τελεία στις θέσεις  $p_1$ ,  $p_{16}$ ,  $p_{31}$  και  $p_{45}$ ). Σε όλες τις περιπτώσεις που εξετάζονται στη συνέχεια, στην τελική κατάσταση του συστήματος, υπάρχουν εκατό κομμάτια σε καθεμία από τις τελικές του αποθήκες (θέσεις  $p_{15}$ ,  $p_{30}$ ,  $p_{42}$ ,  $p_{43}$  και  $p_{44}$ ), οι μηχανές είναι στην κατάσταση επιλογής τύπου κατεργασίας, αλλά παραμένουν ανενεργές αφού δεν υπάρχουν προς επεξεργασία κομμάτια, ενώ οι υπόλοιπες διακριτές και συνεχείς θέσεις του συστήματος είναι κενές από τελείες. Για την προσομοίωση των εναλλακτικών περιπτώσεων που παρουσιάζονται στη συνέχεια, χρησιμοποιείται το λογισμικό μοντελοποίησης και προσομοίωσης υβριδικών Δικτύων Petri, Visual Object Net [244].

Κάποιοι από τους στόχους των προσομοιώσεων εναλλακτικών περιπτώσεων λειτουργίας του συστήματος αφορούν την βελτίωση της αποδοτικότητας του μέσω της καλύτερης αξιοποίησης των πόρων του (ιδιαίτερα στην περίπτωση ύπαρξης κοινών πόρων), την τροποποίηση του τρόπου λειτουργίας ή ακόμα και αντικατάσταση μη αποδοτικών συστατικών του μερών και τον περιορισμό των μη-παραγωγικών διαστημάτων των

μηχανών. Τα γεγονότα αυτά συντελούν στην αύξηση της παραγωγικότητας του και στον περιορισμό του συνολικού χρόνου παραγωγής.

Εκτός την αρχική σήμανση των θέσεων του ΔΡ, πριν την προσομοίωση των εναλλακτικών περιπτώσεων πρέπει να οριστούν οι ταχύτητες ενεργοποίησης των συνεχών μεταβάσεων του δικτύου, οι χρονικές καθυστερήσεις που αντιστοιχούν στις διακριτές του μεταβάσεις κι οι μέγιστες χωρητικότητες των εσωτερικών του αποθηκών. Οι παράμετροι που αφορούν τις μεταβάσεις του συστήματος παρουσιάζονται στον Πίνακα 5.

Τύπος μεταβάσης	Μετάβαση	Περιγραφή Παραμέτρου	Χρονική Παράμετρος
Διακριτή	t <sub>1</sub>	Χρονική Καθυστέρηση Μετάβασης (ώρες)	0.5
	t <sub>2</sub>		0.5
	t <sub>3</sub>		0.5
	t <sub>4</sub>		0.5
	t <sub>5</sub>		∈ [0, 7]
	t <sub>6</sub>		∈ [0, 18]
	t <sub>7</sub>		∈ [0, 18]
	t <sub>8</sub>		∈ [0, 18]
	t <sub>9</sub>		∈ [0, 18]
	t <sub>22</sub>		0.5
	t <sub>23</sub>		0.5
	t <sub>24</sub>		0.5
	t <sub>25</sub>		∈ [0, 5]
	t <sub>26</sub>		∈ [0, 20]
	t <sub>27</sub>		∈ [0, 20]
	t <sub>28</sub>		∈ [0, 20]
	t <sub>38</sub>		0.5
	t <sub>39</sub>		0.5
	t <sub>40</sub>		0.5
	t <sub>41</sub>		0.5
	t <sub>42</sub>		∈ [0, 5]
	t <sub>43</sub>		∈ [0, 20]
	t <sub>44</sub>		∈ [0, 20]
	t <sub>45</sub>		∈ [0, 20]
	t <sub>46</sub>		∈ [0, 20]
Συνεχής	t <sub>59</sub>	Ταχύτητα Ενεργοποίησης Μετάβασης (κομμάτια / ώρα)	0.5
	t <sub>60</sub>		0.5
	t <sub>61</sub>		∈ [0, 6]
	t <sub>62</sub>		∈ [0, 22]
	t <sub>63</sub>		∈ [0, 22]
	t <sub>14</sub>		0.8
	t <sub>15</sub>		1.5
	t <sub>16</sub>		1.3
	t <sub>17</sub>		2
	t <sub>18</sub>		1.5
	t <sub>19</sub>		1.5
	t <sub>20</sub>		1.5
	t <sub>21</sub>		1.5
	t <sub>32</sub>		1.5
	t <sub>33</sub>		1.3
	t <sub>34</sub>		1.2

$t_{35}$	2
$t_{36}$	2
$t_{37}$	2.5
$t_{51}$	1.9
$t_{52}$	1.1
$t_{53}$	2
$t_{54}$	1.5
$t_{55}$	2
$t_{56}$	2
$t_{57}$	2
$t_{58}$	2
$t_{66}$	1
$t_{67}$	1.3
$t_{68}$	2.5
$t_{69}$	2.5

Πίνακας 5: Χαρακτηριστικές ποσότητες των μεταβάσεων του μοντέλου που δεν είναι άμεσες.

Όπως φαίνεται από τον Πίνακα 5, οι ταχύτητες ενεργοποίησης όλων των συνεχών μεταβάσεων έχουν θεωρηθεί σταθερές. Το ίδιο ισχύει και για τις διακριτές μεταβάσεις, με εξαίρεση τις μεταβάσεις που αναπαριστούν την εμφάνιση και την επιδιόρθωση βλαβών. Οι τιμές που λαμβάνουν οι μεταβάσεις αυτές είναι τυχαίες, κανονικά κατανοημένες σε δεδομένα διαστήματα. Όλες οι διακριτές μεταβάσεις που δεν περιέχονται στον Πίνακα 5, είναι άμεσες μεταβάσεις και για το λόγο αυτό στο μοντέλο του σχήματος 59 αναπαρίστανται με μαύρο χρώμα. Οι μεταβάσεις αυτές, ενεργοποιούνται άμεσα εφόσον ικανοποιούνται όλες οι προϋποθέσεις που τις αφορούν κι έχουν συμπεριληφθεί στη δομή του ΔΡ με τη μορφή τόξων ενεργοποίησης και παρεμπόδισης.

Αρχικά, οι μέγιστες χωρητικότητες όλων των εσωτερικών αποθηκών του συστήματος (δηλαδή των θέσεων  $p_7, p_8, p_9, p_{10}, p_{22}, p_{23}, p_{24}, p_{37}, p_{38}, p_{49}$  και  $p_{50}$ ) τίθενται ίσες με δέκα κομμάτια. Οι τιμές των μέγιστων χωρητικοτήτων των εσωτερικών αποθηκών καθορίζουν τα αντίστοιχα βάρη πολλαπλότητας των τόξων ενεργοποίησης που ξεκινούν από τις εσωτερικές αποθήκες και κατευθύνονται στις μεταβάσεις αλλαγής του τύπου κατεργασίας που εκτελείται στις μηχανές οι οποίες τροφοδοτούν με ημικατεργασμένα κομμάτια τις εσωτερικές αποθήκες. Οι μέγιστες χωρητικότητες των αρχικών και τελικών αποθηκών θεωρούνται ως άπειρες.

Με βάση τις παραμέτρους των μεταβάσεων, τις μέγιστες χωρητικότητες και την αρχική σήμανση του υβριδικού ΔΡ που περιγράφηκαν, η προσομοίωση της αρχικής περίπτωσης ολοκληρώνεται σε 465.4 χρονικές μονάδες (ώρες). Η μηχανή  $M_1$  ολοκληρώνει την επεξεργασία όλων των κομματιών της μετά από 465.4 χρονικές μονάδες, η  $M_2$  μετά από 464 χρονικές μονάδες, η  $M_3$  μετά από 462 κι η  $M_4$  μετά από 462.7 χρονικές μονάδες. Η παραγωγή των προϊόντων τύπου 1 ολοκληρώνεται μετά από 442.3 χρονικές μονάδες, η παραγωγή των προϊόντων τύπου 2 και 3 μετά από 465.4 χρονικές μονάδες, των προϊόντων τύπου 4 μετά από 310 χρονικές μονάδες και των προϊόντων τύπου 5 μετά από 280 χρονικές μονάδες. Κατά τη λειτουργία του συστήματος όλες οι εσωτερικές

αποθήκες προσεγγίζουν τις μέγιστες χωρητικότητες τους στιγμιαία ή για μεγαλύτερα χρονικά διαστήματα.

Το λογισμικό προσομοίωσης Visual Object Net παρέχει τη δυνατότητα παρακολούθησης και απεικόνισης της στιγμιαίας στάθμης των αποθηκών. Εξαιτίας του μεγάλου αριθμού αποθηκών (20) στο υπό μελέτη σύστημα και λόγω περιορισμών χώρου, δεν είναι δυνατή στα πλαίσια της παρούσας διατριβής η παρουσίαση της εξέλιξης της στιγμιαίας στάθμης όλων των αποθηκών για τις περιπτώσεις που προσομοιώνονται. Για το λόγο αυτό, ενδεικτικά για κάθε περίπτωση παρουσιάζεται η εξέλιξη της στάθμης της αποθήκης 5 (θέση  $p_7$ ), ενώ τα βασικότερα χαρακτηριστικά των υπολοίπων αποθηκών (μέγιστες στιγμιαίες στάθμες, ποσοστό του συνολικού χρόνου που παραμένουν γεμάτες) συνοψίζονται στον Πίνακα 6. Για την αρχική περίπτωση, η εξέλιξη της στιγμιαίας στάθμης της αποθήκης 5 παρουσιάζεται στο Σχήμα 60. Η διάρκεια για την οποία μια εσωτερική αποθήκη είναι γεμάτη σε σχέση και με το συνολικό χρόνο λειτουργίας του συστήματος, βοηθούν στην εξαγωγή χρήσιμων συμπερασμάτων για τη συνολική λειτουργία του και για αλλαγές σε παραμέτρους του η πραγματοποίηση των οποίων θα βοηθούσε στη βελτίωση της αποδοτικότητας του.



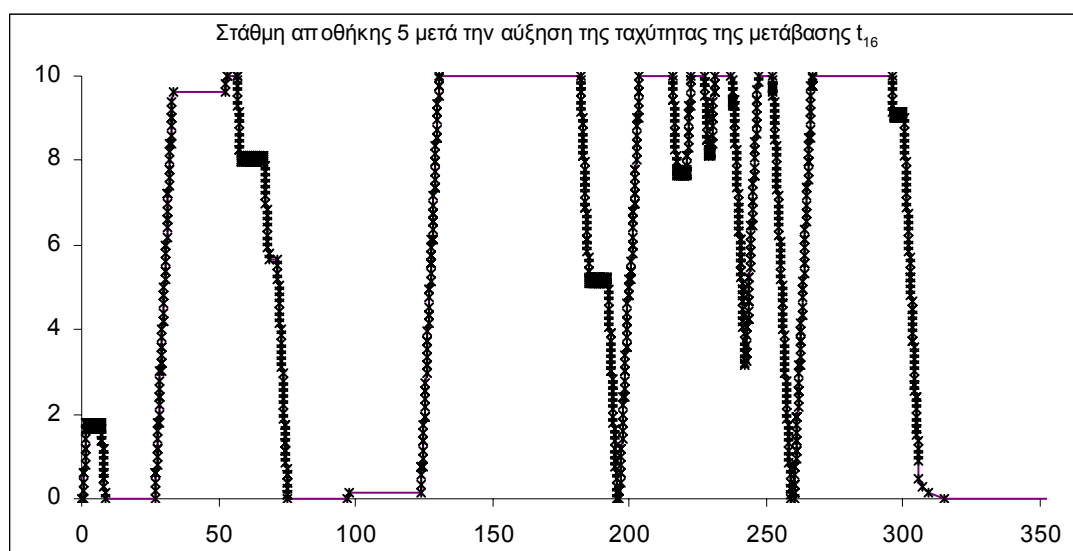
Σχήμα 60: Εξέλιξη στάθμης αποθήκης 5 κατά την αρχική προσομοίωση.

Στο Σχήμα 60, εμφανίζεται σε κάποιες χρονικές στιγμές η στάθμη της αποθήκης 5 να λαμβάνει μη ακέραιες πραγματικές τιμές. Αυτό στην πραγματικότητα δεν είναι δυνατόν, αφού οι αριθμοί των κομματιών στο σύστημα είναι διακριτοί, αλλά οφείλεται στη χρήση συνεχών ΔΡ για την αναπαράσταση της παραγωγικής διαδικασίας του συστήματος. Το φαινόμενο αυτό δεν εμφανίζεται μόνο στη συγκεκριμένη περίπτωση, αλλά αποτελεί ένα σύννηθες μειονέκτημα των συνεχών και υβριδικών προσεγγίσεων συστημάτων διακριτών γεγονότων. Αυτό αφενός δεν επηρεάζει σημαντικά τα αποτελέσματα των παραμέτρων αξιολόγησης που υπολογίζονται με ικανοποιητική ακρίβεια, αφετέρου τα οφέλη που προκύπτουν από τη χρήση συνεχών μεταβλητών όσον αφορά τον περιορισμό της πολυπλοκότητας μοντελοποίησης κι ανάλυσης των μοντέλων είναι πολύ σημαντικά

συγκρινόμενα με αυτό. Σε περιπτώσεις που κατά τον υπολογισμό παραμέτρων του συστήματος, απαιτείται η τιμή που προκύπτει να είναι ακέραια, το πρόβλημα λύνεται με στρογγυλοποίηση προς τον πιο κοντινό μεγαλύτερο ή μικρότερο ακέραιο αριθμό.

Στο Σχήμα 61 παρουσιάζεται η στάθμη της αποθήκης 5 μετά από αύξηση της ταχύτητας της συνεχούς μετάβασης  $t_{16}$  που αναπαριστά μια κατεργασία που εκτελείται στη μηχανή  $M_2$ . Συγκεκριμένα, η ταχύτητα της μετάβασης αυτής αυξάνεται από 0.8 σε 1.5 κομμάτια ανά χρονική μονάδα.

Στην περίπτωση αυτή το σύστημα φτάνει στην τελική του κατάσταση μετά από 419.9 χρονικές μονάδες. Προκύπτει, δηλαδή, μείωση του συνολικού χρόνου μετατροπής των πρώτων υλών σε τελικά προϊόντα κατά 11%. Αντίστοιχα μειωμένοι είναι οι χρόνοι ολοκλήρωσης των κατεργασιών από τις μηχανές καθώς και οι χρόνοι παραγωγής των διαφόρων τύπων κομματιών. Η  $M_1$  ολοκληρώνει την επεξεργασία των κομματιών της μετά από 418.9 χρονικές μονάδες, η  $M_2$  μετά από 419.8, η  $M_3$  μετά από 380.5 κι η  $M_4$  μετά από 419.8 χρονικές μονάδες. Η παραγωγή των προϊόντων τύπου 1 ολοκληρώνεται μετά από 348.8 χρονικές μονάδες, των προϊόντων τύπων 2 και 3 μετά από 397.2 χρονικές μονάδες, των προϊόντων τύπου 4 μετά από 419.8 και των προϊόντων τύπου 5 μετά από 418.9 χρονικές μονάδες. Κατά την προσομοίωση αυτής της περίπτωσης, όλες οι εσωτερικές αποθήκες είναι γεμάτες για μεγαλύτερα ή μικρότερα χρονικά διαστήματα.



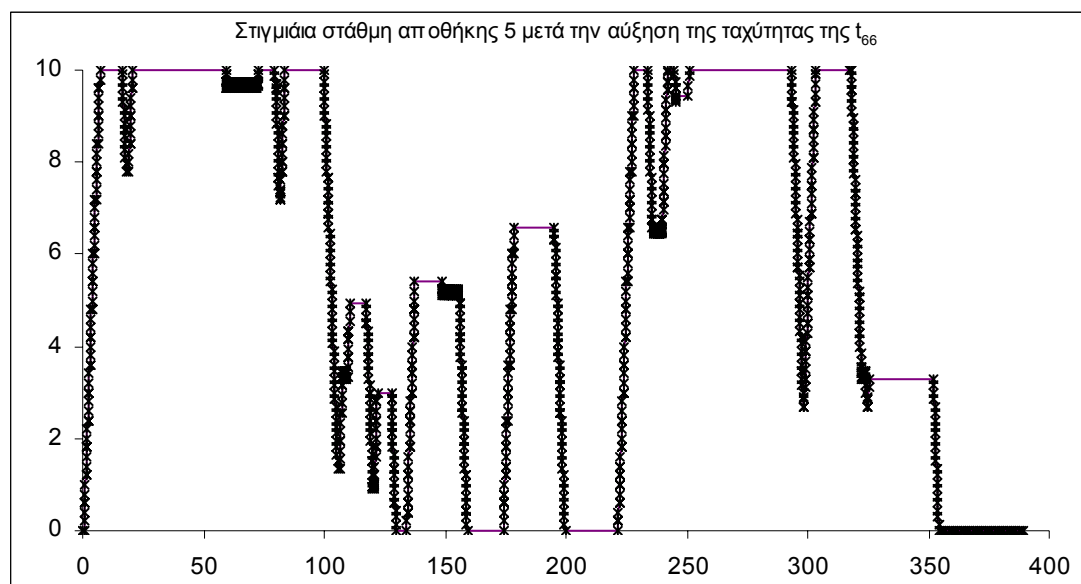
Σχήμα 61: Εξέλιξη στάθμης αποθήκης 5 μετά την αύξηση της ταχύτητας της  $t_{16}$ .

Η επόμενη περίπτωση που προσομοιώνεται αφορά το διπλασιασμό της ταχύτητας της συνεχούς μετάβασης  $t_{66}$  που αναπαριστά την εκτέλεση του ενός τύπου κατεργασίας συναρμολόγησης στη  $M_3$  από 1 σε 2 κομμάτια ανά χρονική μονάδα. Η στιγμιαία μεταβολή της στάθμης της αποθήκης 5 μετά από αυτή την αλλαγή παρουσιάζεται στο Σχήμα 62.

Με την αλλαγή αυτή η προσομοίωση ολοκληρώνεται μετά από 389.9 χρονικές μονάδες, εμφανίζεται δηλαδή επιπλέον μείωση του χρόνου προσομοίωσης κατά 7.1% σε σχέση με την προηγούμενη. Η  $M_1$  ολοκληρώνει την επεξεργασία των κομματιών της μετά από



382.8 χρονικές μονάδες, η  $M_2$  μετά από 381.7, η  $M_3$  μετά από 380.7 κι η  $M_4$  μετά από 361.7 χρονικές μονάδες. Η παραγωγή των προϊόντων τύπου 1 ολοκληρώνεται μετά από 361.8 χρονικές μονάδες, των προϊόντων τύπων 2 και 3 μετά από 382.8 χρονικές μονάδες, των προϊόντων τύπου 4 μετά από 379.7 χρονικές μονάδες και των προϊόντων τύπου 5 μετά από 374.1 χρονικές μονάδες.

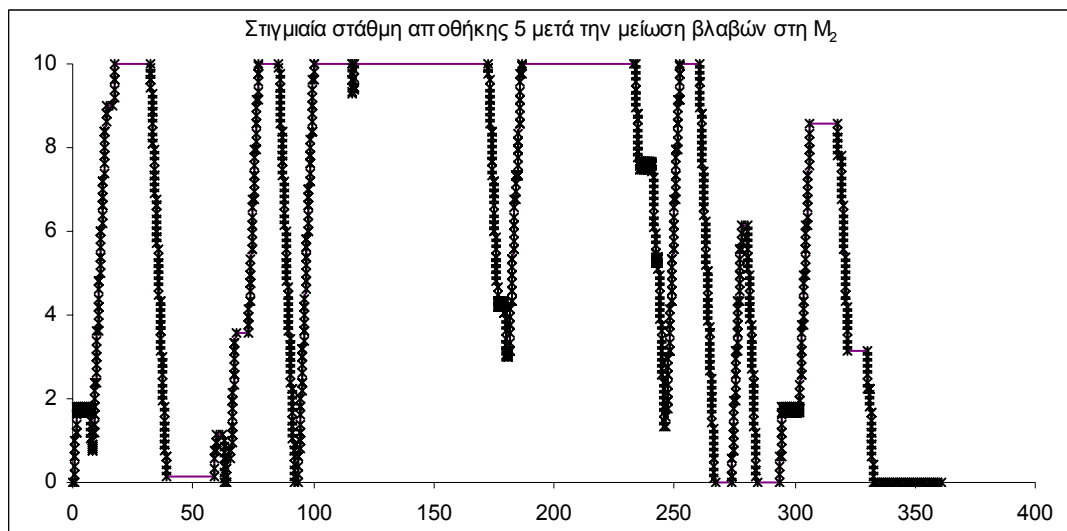


Σχήμα 62: Εξέλιξη στάθμης αποθήκης 5 μετά την αύξηση της ταχύτητας της  $t_{66}$ .

Η επόμενη περίπτωση αφορά τη μελέτη της συμπεριφοράς του συστήματος αλλάζοντας τη συχνότητα εμφάνισης βλαβών στη  $M_2$ . Συγκεκριμένα, θεωρείται η περίπτωση όπου οι εμφανίσεις βλαβών είναι πιο σπάνιες και είναι κανονικά κατανομημένες στο διάστημα  $[0,30]$  αντί του  $[0,18]$  που ήταν έως τώρα. Αυτό μπορεί να επιτευχθεί με πιο συστηματική συντήρηση των μηχανών σε νεκρά διαστήματα. Μετά την αλλαγή αυτή η μετατροπή των πρώτων υλών σε τελικά προϊόντα ολοκληρώνεται σε 360.6 χρονικές μονάδες. Ο συνολικός χρόνος παραγωγής μειώνεται κατά 7.51% σε σχέση με την προηγούμενη περίπτωση, ενώ με όλες τις πραγματοποιηθείσες αλλαγές υπάρχει μείωση του συνολικού χρόνου παραγωγής κατά 22.5% σε σχέση με την αρχική περίπτωση. Η  $M_1$  ολοκληρώνει την επεξεργασία των κομματιών της μετά από 335.2 χρονικές μονάδες, η  $M_2$  μετά από 332.7, η  $M_3$  μετά από 354.6 κι η  $M_4$  μετά από 358.6 χρονικές μονάδες. Η παραγωγή των προϊόντων τύπου 1 ολοκληρώνεται μετά από 358.7 χρονικές μονάδες, των προϊόντων τύπων 2 και 3 μετά από 335.2 χρονικές μονάδες, των προϊόντων τύπου 4 μετά από 273.7 χρονικές μονάδες και των προϊόντων τύπου 5 μετά από 266 χρονικές μονάδες. Η στιγμιαία μεταβολή της στάθμης της αποθήκης 5 παρουσιάζεται στο Σχήμα 63.

Αξίζει να σημειωθεί πως η προσομοίωση εναλλακτικών περιπτώσεων, μπορεί να συνεχιστεί μέχρι να περιοριστούν κατά το δυνατόν τα μη επιθυμητά γεγονότα στο σύστημα (π.χ. πεινασμένες και μπλοκαρισμένες μηχανές), να βελτιωθεί η αποδοτικότητα του και να αξιοποιηθούν βέλτιστα οι πόροι του. Εκτός από περιπτώσεις παρόμοιες με αυτές που εξετάστηκαν, μπορεί να μελετηθεί η επίδραση κι άλλων παραγόντων στη

συμπεριφορά του συστήματος. Τέτοιες περιπτώσεις περιλαμβάνουν την αύξηση της μέγιστης χωρητικότητας κρίσιμων εσωτερικών αποθηκών που παραμένουν γεμάτες για σημαντικά κομμάτια του χρόνου λειτουργίας κι η συμπεριφορά του συστήματος ορίζοντας προτεραιότητες στην εκτέλεση διαφορετικών τύπων κατεργασιών από τις μηχανές.



Σχήμα 63: Εξέλιξη στάθμης αποθήκης 5 μετά τη μείωση εμφάνισης βλαβών στη  $M_2$ .

Στον Πίνακα 6 συνοψίζεται η εξέλιξη μιας σειράς μέτρων απόδοσης που υπολογίζονται από την προσομοίωση των τεσσάρων περιπτώσεων που παρουσιάστηκαν.

ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΚΑΤΑ ΤΗΝ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΤΗΣ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗΣ i				
Περίπτωση	1	2	3	4
ΧΩΡΗΤΙΚΟΤΗΤΑ ΕΣΩΤΕΡΙΚΗΣ ΑΠΟΘΗΚΗΣ j, j=5,...,15 (σε κομμάτια)				
Αποθήκη j	10			
ΤΑΧΥΤΗΤΑ ΕΝΕΡΓΟΠΟΙΗΣΗΣ ΣΥΝΕΧΟΥΣ ΜΕΤΑΒΑΣΗΣ t <sub>k</sub> , k=16 ή k=66				
t <sub>16</sub>	0.8	1.6		
t <sub>66</sub>	1		2	
ΕΜΦΑΝΙΣΗ ΒΛΑΒΩΝ ΣΤΗ ΜΗΧΑΝΗ j, j=1,...,4 (μεταβλητή x <sub>i</sub> ομοιόμορφα κατανεμημένη)				
Μηχανή 1	x <sub>1</sub> ∈ [0, 20]			
Μηχανή 2	x <sub>2</sub> ∈ [0, 18]			x <sub>2</sub> ∈ [0, 30]
Μηχανή 3	x <sub>3</sub> ∈ [0, 22]			
Μηχανή 4	x <sub>4</sub> ∈ [0, 20]			
ΑΡΙΘΜΟΣ ΚΟΜΜΑΤΙΩΝ ΣΤΗΝ ΑΡΧΙΚΗ ΑΠΟΘΗΚΗ k, k=1,...,4				
Αποθήκη k	100			
ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ ΑΠΟΔΟΤΙΚΟΤΗΤΑΣ ΚΑΤΑ ΤΗΝ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ i				
ΑΡΙΘΜΟΣ ΠΑΡΑΓΟΜΕΝΩΝ ΠΡΟΪΟΝΤΩΝ ΤΥΠΟΥ m, m=1,...,5				
Προϊόντα τύπου m	100			
ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ				
Σε χρονικές μονάδες	465.4	419.8	389.9	360.6
ΜΕΣΟΣ ΧΡΟΝΟΣ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ				
Προϊόντα τύπου 1	4.423	3.488	3.618	3.587
Προϊόντα τύπου 2	4.654	3.972	3.828	3.352

Προϊόντα τύπου 3	4.654	3.972	3.828	3.352
Προϊόντα τύπου 4	3.1	4.198	3.797	2.737
Προϊόντα τύπου 5	2.8	4.189	3.741	2.66
ΜΕΓΙΣΤΗ ΣΤΙΓΜΙΑΙΑ ΣΤΑΘΜΗ ΕΣΩΤΕΡΙΚΗΣ ΑΠΟΘΗΚΗΣ n, n=5,...,15				
Αποθήκη n (p <sub>7</sub> )	10			
% ΤΟΥ ΧΡΟΝΟΥ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ ΠΟΥ Η ΑΠΟΘΗΚΗ Ι ΕΙΝΑΙ ΓΕΜΑΤΗ				
Αποθήκη 5 (p <sub>7</sub> )	59.1	26.6	35.28	41.65
Αποθήκη 6 (p <sub>22</sub> )	6.27	22.75	22.51	33.43
Αποθήκη 7 (p <sub>24</sub> )	34.33	50.69	41.68	52.05
Αποθήκη 8 (p <sub>9</sub> )	44.97	51.11	35.75	15.86
Αποθήκη 9 (p <sub>49</sub> )	3.1	12.34	9.01	22.14
Αποθήκη 10 (p <sub>50</sub> )	45.94	13.84	16.95	21.27
Αποθήκη 11 (p <sub>8</sub> )	43.88	40.64	5.51	19.24
Αποθήκη 12 (p <sub>38</sub> )	4.34	15.97	0.08	6.97
Αποθήκη 13 (p <sub>23</sub> )	1.12	3.76	15.8	20.23
Αποθήκη 14 (p <sub>37</sub> )	0.13	9.72	2.27	1
Αποθήκη 15 (p <sub>10</sub> )	15.94	25.87	11.12	13.02
% ΧΡΟΝΟΥ ΠΟΥ Η ΜΗΧΑΝΗ j ΛΕΙΤΟΥΡΓΕΙ ΑΛΛΑ ΠΑΡΑΜΕΝΕΙ ΑΔΡΑΝΗΣ				
Μηχανή 1	38.46	28.7	26.45	18.86
Μηχανή 2	1.10	9.1	25.46	11.81
Μηχανή 3	6.88	26.63	26.23	28.56
Μηχανή 4	33.82	20.91	11.96	9.43

Πίνακας 6: Αρχικές παράμετροι των περιπτώσεων του πολυ-παραγωγικού συστήματος και μέτρα απόδοσης που υπολογίζονται για τις προσομοιώσεις των εναλλακτικών περιπτώσεων.

## 6.5 Συζήτηση

Στο κεφάλαιο αυτό η μεθοδολογία μοντελοποίησης και μελέτης συστημάτων παραγωγής γενικεύεται για τις ανάγκες μελέτης πολυ-παραγωγικών συστημάτων παραγωγής τυχαίας τοπολογίας και πολυπλοκότητας. Τα πολυ-παραγωγικά συστήματα παραγωγής χαρακτηρίζονται από την εμφάνιση κατά τη λειτουργία τους μεγάλου αριθμού γεγονότων και συνεπώς καταστάσεων, ακόμα και για μικρούς αριθμούς αρχικών κομματιών προς επεξεργασία. Το γεγονός αυτό συνεπάγεται αδυναμία των εργαλείων ανάλυσης των συνήθων ΔΡ (γράφοι προσεγγισιμότητας και καλυψιμότητας) να ανταποκριθούν αποτελεσματικά στις ανάγκες ανάλυσης ακόμα και απλών περιπτώσεων συστημάτων (εμφανίζεται το κλασσικό πρόβλημα των συνήθων ΔΡ γνωστό ως έκρηξη του χώρου καταστάσεων – state space explosion).

Τα παραπάνω δικαιολογούν την επιλογή θεώρησης των υπό μελέτη συστημάτων ως υβριδικά συστήματα τα οποία χαρακτηρίζονται από την ύπαρξη αλληλεπιδράσεων μεταξύ των συνεχών και των διακριτών τους μερών. Για τη μοντελοποίηση και μελέτη των συστημάτων αυτών χρησιμοποιούνται υβριδικά ΔΡ με βάση τα χαρακτηριστικά τους όπως αυτά παρουσιάστηκαν στην αντίστοιχη παράγραφο. Τα υβριδικά ΔΡ που χρησιμοποιούνται προκύπτουν συνδυάζοντας ένα σύνηθες χρονικό ΔΡ κι ένα συνεχές ΔΡ σταθερής ταχύτητας.

Βασική συνεισφορά της προτεινόμενης μεθοδολογίας αποτελεί η πρωτοτυπία της, αφού αποτελεί την πρώτη συστηματική προσπάθεια να χρησιμοποιηθούν υβριδικά ΔΡ για τη δημιουργία ενός καλά ορισμένου πλαισίου για τη λεπτομερή μελέτη γενικευμένων συστημάτων παραγωγής ανεξαρτήτως της τοπολογίας και της πολυπλοκότητας τους. Η μεθοδολογία είναι πλήρης και γενική καλύπτοντας τα αντικείμενα της αποσύνθεσης / σύνθεσης των μοντέλων συστημάτων, ικανοποίησης περιορισμών, εποπτικού ελέγχου, ανάλυσης ιδιοτήτων και συμπεριφοράς κι αξιολόγησης αποδοτικότητας, θεωρητικού υπολογισμού πολυπλοκότητας κόμβων και *P*-αναλλοίωτων, με ελάχιστες αρχικές παραδοχές για το υπό μελέτη σύστημα. Μοναδικό μειονέκτημα της προτεινόμενης μεθόδου αποτελεί η έμφυτη πολυπλοκότητα των μοντέλων με υβριδικά ΔΡ εξαιτίας της αλληλεπίδρασης συστατικών μερών ευρισκομένων σε δύο διαφορετικές καταστάσεις. Το γεγονός αυτό μπορεί να αντιμετωπιστεί με χρήση τεχνικών μείωσης που όμως οδηγούν σε απώλεια σημαντικών πληροφοριών και πιστότητας των αποτελεσμάτων. Μια ακόμα εναλλακτική για τη μείωση της πολυπλοκότητας των υλοποιούμενων μοντέλων αποτελεί η χρήση έγχρωμων ΔΡ, από τα οποία μπορούν να απαλειφθούν επαναλαμβανόμενες δομές στα υλοποιούμενα μοντέλα.

Η μεθοδολογία που παρουσιάζεται στη διατριβή αυτή είναι σημαντικά διαφορετική από άλλες εφαρμογές στις οποίες έχουν χρησιμοποιηθεί υβριδικά ΔΡ σε προβλήματα σχετικά με συστήματα παραγωγής. Συγκεκριμένα, σε αυτή προτείνεται ένα γενικό πλαίσιο για τη μοντελοποίηση και τη μελέτη (ανάλυση ιδιοτήτων και συμπεριφοράς, αξιολόγηση αποδοτικότητας μέσω προσομοίωσης κι εποπτικό έλεγχο) πολυ-παραγωγικών συστημάτων παραγωγής οποιασδήποτε τοπολογίας και πολυπλοκότητας, βασισμένο στη χρήση μικρού αριθμού θεμελιωδών υποσυστημάτων ως δομικών στοιχείων. Με τον τρόπο αυτό, μειώνεται η συνολική πολυπλοκότητα των υλοποιούμενων μοντέλων, ενώ η διαδικασία ανάπτυξης κι ανάλυσης τους επιταχύνεται σημαντικά αφού γίνεται ακολουθώντας μια σειρά από καλά ορισμένα βήματα. Επιπλέον, τα μοντέλα που υλοποιούνται με χρήση αυτής της μεθοδολογίας έχουν ένα σύνολο από επιθυμητά χαρακτηριστικά κι η λειτουργία τους είναι απαλλαγμένη από προβληματικές καταστάσεις (π.χ. αδιέξοδα). Η προτεινόμενη μεθοδολογία είναι γενική και δεν αναφέρεται σε κάποιο συγκεκριμένο σύστημα παραγωγής όπως συμβαίνει στην πλειοψηφία των μεθόδων της βιβλιογραφίας. Οι σημαντικότερες από τις εργασίες στις οποίες έχουν χρησιμοποιηθεί υβριδικά ΔΡ σε προβλήματα σχετικά με συστήματα παραγωγής παρουσιάζονται στην υποπαράγραφο 6.3.1.

# 7<sup>ο</sup> Κεφάλαιο

## Μελέτη Συστημάτων Παραγωγής Παρτίδας

Σε αυτό το κεφάλαιο η χρήση της μεθόδου μοντελοποίησης και μελέτης συστημάτων παραγωγής επεκτείνεται και προσαρμόζεται για να καλύψει τις ανάγκες και τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά μιας ακόμα κατηγορίας συστημάτων, στην οποία η επεξεργασία των πρώτων υλών και των ενδιάμεσων κομματιών καθώς και η παραγωγή των προϊόντων γίνεται σε παρτίδες. Η προτεινόμενη μεθοδολογία καλύπτει και στην περίπτωση αυτή τα βασικά αντικείμενα που περιγράφηκαν στα προηγούμενα κεφάλαια (μοντελοποίηση, ανάλυση ιδιοτήτων, ανάλυση πολυπλοκότητας, αξιολόγηση αποδοτικότητας κι εποπτικός έλεγχος).

### 7.1 Συστήματα παραγωγής σε παρτίδες

Γενικά, η παραγωγή προϊόντων σε βιομηχανικές χημικές διεργασίες χαρακτηρίζεται ως ροϊκή και χωρίζεται σε δύο κύριες κατηγορίες, την παραγωγή συνεχούς διεργασίας και την παραγωγή τύπου παρτίδας που αποτελεί το αντικείμενο αυτού του κεφαλαίου. Σε συστήματα της δεύτερης κατηγορίας, η διαχείριση των υλικών γίνεται σε ποσότητες πεπερασμένου μεγέθους (παρτίδες) κι όχι σε μεμονωμένα κομμάτια. Όσον αφορά την επεξεργασία τους, οι παρτίδες μπορούν να αντιμετωπιστούν με τρόπο παρόμοιο με τα διακριτά προϊόντα στα συνήθη συστήματα παραγωγής, αφού η επεξεργασία του συνόλου των ποσοτήτων που ανήκουν σε μια παρτίδα ξεκινάει κι ολοκληρώνεται ταυτόχρονα μέσω της εκτέλεσης των αντίστοιχων διακριτών γεγονότων. Έτσι, κάθε χρονική στιγμή, σε

διαφορετικά σημεία ενός εργοστασίου διαφορετικές παρτίδες προϊόντων συμμετέχουν στις αντίστοιχες διεργασίες. Η μεταφορά όμως των υλικών, μεταξύ πόρων του συστήματος (π.χ. μέσω των σωληνώσεων σε ένα χημικό εργοστάσιο) γίνεται με δεδομένη ταχύτητα, ενώ συχνά είναι αναγκαίος ο ορισμός της ποιότητας της παρτίδας σε όρους μίξης συγκεκριμένων συστατικών στοιχείων, με αποτέλεσμα η διακριτή φύση του συστήματος που περιγράφηκε να εξαφανίζεται και να γίνεται επιτακτική η χρήση και συνεχών μεταβλητών [245], [246].

Μια διεργασία παρτίδας αναφέρεται σε μια ακολουθία από λειτουργίες ή καθήκοντα που εκτελούνται από ένα μέρος του εξοπλισμού (επεξεργαστής) σε μια διακριτή (και πεπερασμένη) ποσότητα πρώτων υλών μετασχηματίζοντας την. Συνήθως, το μέγεθος μιας παρτίδας περιγράφεται από πραγματικούς αριθμούς και αναφέρεται σε ποσότητα μάζας ή όγκου. Κατά τη διάρκεια των μετασχηματισμών οι ποσότητες και οι ιδιότητες των υλικών ποικίλουν επειδή προϊόντα προστίθενται, χωρίζονται ή απομονώνονται. Ο τρόπος εκτέλεσης των μετασχηματισμών περιγράφεται από το ελάχιστο αναγκαίο σύνολο πληροφοριών που προδιαγραφεί τη σύνθεση, την ακολουθία καθηκόντων που θα εκτελεστούν και τους τρόπους χρήσης του εξοπλισμού, για την παραγωγή του προϊόντος με τις επιθυμητές ιδιότητες [246] - [248].

Οι επεξεργαστές είναι τα μέρη του συστήματος παραγωγής που εκτελούν φυσικές ή λογικές αλλαγές στις ιδιότητες των προϊόντων μέσω της εκτέλεσης των αναγκαίων διεργασιών. Τυπικά παραδείγματα επεξεργαστών είναι οι αντιδραστήρες και οι δεξαμενές σε χημικές βιομηχανικές διαδικασίες, άλλοι τύποι δοχείων εφοδιασμένοι με κατάλληλα συστήματα ελέγχου και συσκευές που απαιτούνται για το χειρισμό των παρτίδων και υπολογιστές που εκτελούν ένα σύνολο από μη αλληλεπιδρούσες εργασίες επεξεργασίας δεδομένων [247] - [249].

Στη βιβλιογραφία αναγνωρίζονται δύο τύποι συστημάτων παραγωγής παρτίδας, τα συστήματα παρτίδας πολλαπλών προϊόντων (multiproduct batch plans) στα οποία όλες οι πρώτες ύλες για να μετατραπούν σε προϊόντα ακολουθούν μια κοινή πορεία στο σύστημα και τα συστήματα παρτίδας πολλαπλών χρήσεων (multipurpose batch plans), στα οποία η δρομολόγηση αλλάζει ανάλογα με τον τύπο των πρώτων υλών των προς επεξεργασία προϊόντων [250].

## **7.2 Μελέτη συστημάτων παραγωγής παρτίδας με ΔΡ**

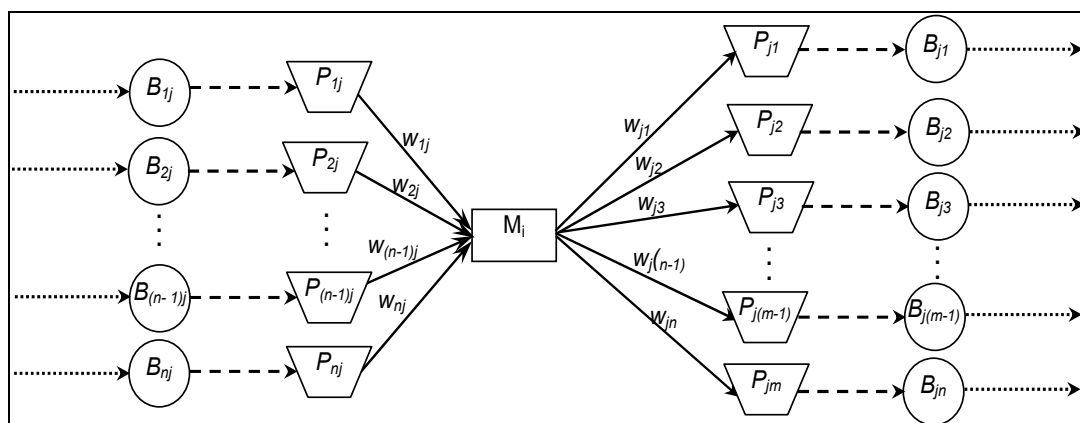
### **7.2.1 Θεμελιώδες υποσύστημα**

Στο κεφάλαιο αυτό μελετώνται συστήματα παραγωγής παρτίδας πολλαπλών προϊόντων, όπου όλα τα υλικά ακολουθούν την ίδια δρομολόγηση στο σύστημα. Για τη μελέτη συστημάτων παραγωγής παρτίδας αναγνωρίζεται ένα γενικευμένο υποσύστημα, παρόμοιο με τα θεμελιώδη υποσυστήματα των αφιερωμένων συστημάτων παραγωγής. Το υποσύστημα αυτό αναπαριστά την εκτέλεση μιας διεργασίας κατά την οποία

παράγονται  $m$  τύποι προϊόντων από  $n$  τύπους πρώτων υλών. Σε κάποιες περιπτώσεις, οι πρώτες ύλες και τα προϊόντα μιας διεργασίας συμμετέχουν και παράγονται αντίστοιχα σε αυτή με διαφορετικές αναλογίες.

Η κύρια διαφορά του υποσυστήματος που θα παρουσιαστεί στη συνέχεια με τα αντίστοιχα που εισήχθησαν σε προηγούμενα κεφάλαια έγκειται στο ότι οι διαδικασίες που αναπαριστά, είναι συγκεκριμένης διάρκειας και ξεκινούν μετά την πλήρωση του αντίστοιχου επεξεργαστή. Η πλήρωση του επεξεργαστή γίνεται με γνωστές και πεπερασμένες ταχύτητες. Για να ξεκινήσει η εκτέλεση μιας διεργασίας σε ένα κομμάτι του συστήματος, απαιτείται να επιτευχθούν κατάλληλες συνθήκες (πίεσης, θερμοκρασίας και πιθανώς η ικανοποίηση άλλων παραγόντων όπως η παρουσία κατάλληλων καταλυτών). Μετά το γέμισμα ενός χώρου επεξεργασίας, τα υλικά που περιέχονται σε αυτόν συμπεριφέρονται ως ένα κομμάτι, αφού με την ολοκλήρωση της διεργασίας, έχουμε ταυτόχρονη μετατροπή τους σε τελικά προϊόντα. Τα τελικά προϊόντα κάθε τύπου είναι διαθέσιμα στο σύνολο τους με την ολοκλήρωση της διεργασίας, όμως η μεταφορά τους στις δεξαμενές προϊόντων γίνεται με συγκεκριμένες πεπερασμένες ταχύτητες.

Η γενικευμένη μορφή του θεμελιώδους υποσυστήματος παρτίδας παρουσιάζεται στο Σχήμα 64. Σε αυτό, οι κύκλοι αντιπροσωπεύουν αποθήκες, τα τραπέζια περιέχουν τις ποσότητες των υλικών που οδηγούνται στον επεξεργαστή κι απαιτούνται για την εκτέλεση μιας διεργασίας ή παράγονται από αυτή και το τετράγωνο αναπαριστά τον επεξεργαστή που αντιστοιχεί στη μηχανή εκτέλεσης της διεργασίας σε ένα σύνθετο σύστημα παραγωγής. Τα απλά τόξα περιγράφουν τη συμμετοχή των πρώτων υλών και την παραγωγή των προϊόντων, τα διακεκομμένα τόξα αναφέρονται σε μεταφορά με πεπερασμένη ταχύτητα μεταξύ των δομικών μερών του συστήματος και τα τόξα που αποτελούνται από τελείες δείχνουν τα σημεία στα οποία είναι δυνατή η σύνδεση του υποσυστήματος με άλλα υποσυστήματα για την αναπαράσταση συστημάτων αυξημένης πολυπλοκότητας. Η ανάμιξη των πρώτων υλών κι η παραγωγή προϊόντων γίνεται με διαφορετικές αναλογίες, γι' αυτό τα τόξα από και προς τη μηχανή έχουν βάρη πολλαπλότητας πραγματικούς αριθμούς.



Σχήμα 64: Αναπαράσταση του γενικευμένου μοντέλου του υποσυστήματος παραγωγής παρτίδας.

### **7.2.2 Υποθέσεις**

Για να ξεκινήσει η εκτέλεση μιας διεργασίας πρέπει να βρίσκονται στον επεξεργαστή οι απαραίτητες ποσότητες όλων των πρώτων υλών και να επιτευχθούν οι αναγκαίες συνθήκες πίεσης και θερμοκρασίας (η επίτευξη των κατάλληλων συνθηκών αντιστοιχεί στα συστήματα παραγωγής στο χρόνο προετοιμασίας μιας μηχανής για την εκτέλεση μιας κατεργασίας). Σε ένα επεξεργαστή, μετά την έναρξη εκτέλεσης μιας διεργασίας, δεν οδηγούνται πρώτες ύλες μέχρι την ολοκλήρωση απομάκρυνσης των προϊόντων. Η μεταφορά κομματιών από τις αποθήκες στους επεξεργαστές κι αντίστροφα γίνεται με πεπερασμένες ταχύτητες, ενώ κάθε χρονική στιγμή υπάρχει επάρκεια σε μέσα μεταφοράς των πρώτων υλών μεταξύ επεξεργαστών κι αποθηκών.

Οι επεξεργαστές δεν είναι αξιόπιστοι και παθαίνουν βλάβες σε τυχαία χρονικά διαστήματα. Με την εμφάνιση μιας βλάβης διακόπτεται η διεργασία που εκτελείται. Η αποκατάσταση των βλαβών δεν έχει σταθερή χρονική διάρκεια αλλά εξαρτάται από τον τύπο της βλάβης και την ευκολία εντοπισμού της. Μετά την επιδιόρθωση μιας βλάβης ο αντιδραστήρας εκτελεί από την αρχή τη διεργασία που διακόπηκε, αφού πρώτα επιτευχθούν ξανά οι αναγκαίες συνθήκες πίεσης και θερμοκρασίας. Γενικά, οι επεξεργαστές μπορούν να εκτελέσουν σε μη επικαλυπτόμενα χρονικά διαστήματα διαφορετικούς τύπους διεργασιών. Αν ένας επεξεργαστής ξεκινήσει να τροφοδοτείται με πρώτες ύλες που απαιτούνται για την εκτέλεση μιας διεργασίας, δε μπορεί να οδηγηθεί πρώτη ύλη απαραίτητη για την εκτέλεση άλλου τύπου διεργασίας αν δεν εκτελεστεί η πρώτη. Η διάρκεια ολοκλήρωσης μιας διεργασίας είναι σταθερή και γνωστή εκ των προτέρων για κάθε τύπο διεργασίας.

Οι εσωτερικές αποθήκες του συστήματος έχουν πεπερασμένες χωρητικότητες κι είναι αφιερωμένες (κάθε τύπος πρώτης ύλης ή προϊόντος διοχετεύεται αποκλειστικά σε μια αποθήκη). Σε ένα σύστημα παραγωγής παρτίδας, κομμάτια που βρίσκονται σε μια αποθήκη μπορούν να οδηγήσουν στην παραγωγή διαφορετικών τελικών προϊόντων, σε περίπτωση που αναμειχθούν με διαφορετικές αναλογίες σε συνδυασμό με διαφορετικές συνθήκες εκτέλεσης των διεργασιών.

## **7.3 Μοντελοποίηση θεμελιώδους υποσυστήματος με ΥΔΡ**

### **7.3.1 Σχετική βιβλιογραφία**

Στην εργασία [245] παρουσιάζεται βιβλιογραφική επισκόπηση των κυριότερων εφαρμογών των Δικτύων Petri και των επεκτάσεων τους ως το 2000 σε προβλήματα μοντελοποίησης, ποιοτικής και ποσοτικής ανάλυσης, εποπτικού και συντονιστικού ελέγχου, χρονοπρογραμματισμού εγκαταστάσεων διεργασιών παρτίδας και σχεδιασμού υβριδικών συστημάτων.



Στην [246] γίνεται βιβλιογραφική ανασκόπηση των πιο σημαντικών προσεγγίσεων για την κατασκευή υβριδικών μοντέλων βιομηχανικών διεργασιών παρτίδας με χρήση παραλλαγών ΔΡ, καθώς επίσης και ΔΡ σε συνδυασμό με άλλα εργαλεία μοντελοποίησης όπως οι διαφορικές εξισώσεις. Οι συγγραφείς συγκρίνουν τις προαναφερθείσες εναλλακτικές και ως προς της καταλληλότητας τους σε διαφορετικές εφαρμογές. Στην [251] οι ίδιοι συγγραφείς ασχολούνται με τις δυνατότητες μοντελοποίησης, την προσομοίωση και την ανάλυση ιδιοτήτων των εναλλακτικών εργαλείων που εξετάζονται.

Στην [247] χρησιμοποιούνται ΔΡ για τη μοντελοποίηση πόρων και αλληλουχιών παραγωγής (στη βιβλιογραφία αναφέρονται ως συνταγές – recipes) σε συστήματα παρτίδας, χρησιμοποιώντας γενικευμένα μοντέλα υποσυστημάτων για την κατασκευή των συνολικών μοντέλων. Σε αυτά εφαρμόζεται ιεραρχικός εποπτικός έλεγχος πολλαπλών επιπέδων τόσο για το σύστημα μεταφοράς όσο και για τους επεξεργαστές των βιομηχανικών διεργασιών. Βασικά ζητούμενα του εποπτικού ελέγχου αποτελούν ο περιορισμός των δεσμεύσεων των αντιδραστήρων και των γραμμών μεταφοράς για την αποφυγή αδιεξόδων κι ο συντονισμός των υπαρχουσών αλληλουχιών παραγωγής, ελέγχοντας τους πόρους των συστημάτων μεταφοράς και παραγωγής ώστε να ολοκληρώνεται με επιτυχία η εκτέλεση όλων των ακολουθιών διεργασιών.

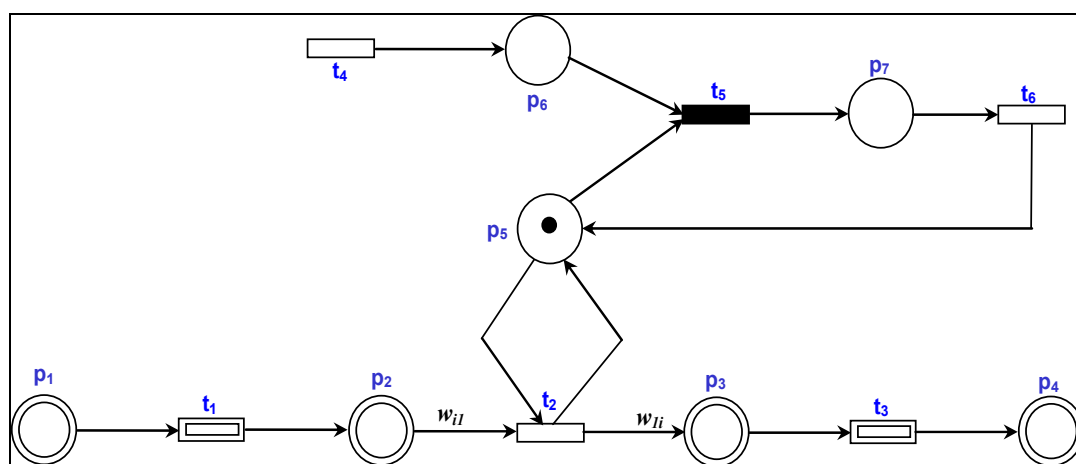
Στην εργασία [250] γίνεται συγκριτική μελέτη των δικτύων Petri με δύο άλλες μεθοδολογίες μοντελοποίησης συστημάτων διακριτών γεγονότων, τη χρονολογική λογική και την άλγεβρα ελάχιστου-μέγιστου. Οι τρεις μεθοδολογίες συγκρίνονται όσον αφορά τις δυνατότητες μοντελοποίησης και ανάλυσης που προσφέρουν σε τυπικές εφαρμογές μελέτης διεργασιών παρτίδας. Στα πλαίσια αυτά αναπτύσσεται ένας αλγόριθμος ανάλυσης και προσομοίωσης ενός συστήματος παραγωγής παρτίδας πολλαπλών χρήσεων που υλοποιείται με χρονικά δίκτυα Petri.

Στις εργασίες [252], [253], [150] προτείνονται τα *δίκτυα Petri παρτίδας* (batches Petri nets), μια επέκταση των υβριδικών ΔΡ κατάλληλη για τη μοντελοποίηση και ανάλυση αποδοτικότητας συστημάτων παραγωγής υψηλού όγκου. Στα ΔΡ παρτίδας έχει προστεθεί ένα νέο ζευγάρι κόμβων, η θέση και η μετάβαση παρτίδας που συνδυάζουν σε μια δομή χαρακτηριστικά διακριτών γεγονότων και συνεχούς δυναμικής συμπεριφοράς. Οι κόμβοι αυτοί χρησιμοποιούνται για να περιγράψουν τη μεταφορά παρτίδων δεδομένου μεγέθους σε ένα σύστημα.

Στην εργασία [254] εισάγεται μια ακόμα παραλλαγή ΔΡ, τα αιτιοκρατικά και στοχαστικά ΔΡ παρτίδας, ως εργαλείο μελέτης αλυσίδων διανομής. Στην παραλλαγή αυτή των ΔΡ χρησιμοποιούνται οι τελείες παρτίδας (batch tokens), οι οποίες έχουν διαφορετικά μεγέθη και βρίσκονται μόνο εντός των θέσεων παρτίδας. Τα αιτιοκρατικά και στοχαστικά ΔΡ παρτίδας χρησιμοποιούνται για τη μοντελοποίηση και την αξιολόγηση αποδοτικότητας συστημάτων αποθεμάτων αναλυτικά και μέσω προσομοίωσης κάτω από διαφορετικές πολιτικές.

### 7.3.2 Απλό μοντέλο θεμελιώδους υποσυστήματος με υβριδικά ΔΡ

Στο Σχήμα 65 παρουσιάζεται η πιο απλή μορφή του μοντέλου του θεμελιώδους υποσυστήματος παραγωγής παρτίδας υλοποιημένη με Υβριδικά ΔΡ. Σε αυτή, μέσα από κατάλληλη επεξεργασία ενός τύπου πρώτης ύλης (π.χ. θερμική κατεργασία ή απομάκρυνση βλαβερών παραπροϊόντων) παράγεται ένα τελικό προϊόν. Η πρώτη ύλη και το προϊόν της διεργασίας συμμετέχουν με διαφορετικές αναλογίες, γι' αυτό και χρησιμοποιούνται κατάλληλα βάρη πολλαπλότητας στα τόξα του δικτύου που αναπαριστούν την εκτέλεση της διεργασίας.



Σχήμα 65: Μοντέλο θεμελιώδους υποσυστήματος με υβριδικά ΔΡ.

157

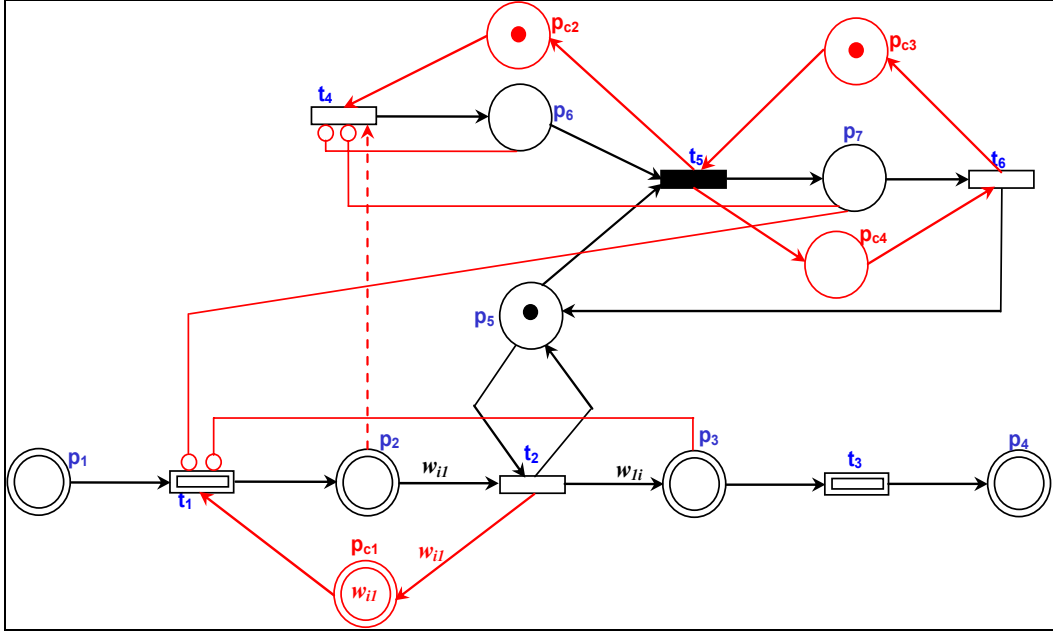
ενώνονται μόνο μέσω της σύνδεσης με ζεύγη τόξων αντίθετων κατευθύνσεων διακριτών θέσεων με συνεχείς μεταβάσεις. Στο θεμελιώδες μοντέλο του σχήματος 65 στο κομμάτι που αναπαριστά την εκτέλεση της διεργασίας από τον επεξεργαστή, διακριτά και συνεχή δομικά στοιχεία εναλλάσσονται ( $p_2 - t_3 - p_3$ ).

Στο Σχήμα 65, η θέση  $p_1$  αναπαριστά τη δεξαμενή πρώτων υλών που μέσω της ενεργοποίησης της συνεχούς μετάβασης  $t_1$  τροφοδοτεί τον επεξεργαστή με πρώτες ύλες. Η  $p_2$  συμβολίζει την ποσότητα πρώτης ύλης που βρίσκεται στον επεξεργαστή. Μόλις οδηγηθεί στον επεξεργαστή η προδιαγεγραμμένη ποσότητα πρώτης ύλης ( $w_{i1}$ ) κι εφόσον αυτός λειτουργεί (υπάρχει τελεία στη θέση  $p_5$ ), γίνεται δυνατή η ενεργοποίηση της μετάβασης  $t_2$  που αναπαριστά την εκτέλεση της διεργασίας. Με την ολοκλήρωση της διεργασίας βρίσκεται στον επεξεργαστή ποσότητα  $w_{i1}$  τελικού προϊόντος (θέση  $p_3$ ), όπου τα βάρη  $w_{i1}, w_{i1} \in \mathbb{R}$ . Το προϊόν απομακρύνεται από τον επεξεργαστή μέσω της ενεργοποίησης της συνεχούς μετάβασης  $t_3$  και οδηγείται σε κατάλληλη δεξαμενή που αναπαρίσταται από την  $p_4$ . Η μετάβαση  $t_4$  αναπαριστά την εμφάνιση βλαβών στον επεξεργαστή και η ενεργοποίηση της τοποθετεί τελείες στην  $p_6$  που αντιστοιχεί στη βλάβη. Η ύπαρξη τελείας στην  $p_6$  οδηγεί στην άμεση διακοπή λειτουργίας του επεξεργαστή που αναπαρίσταται από την  $t_5$  και τον ορισμό της κατάστασης του ως εκτός λειτουργίας ( $p_7$ ). Η  $t_6$  συμβολίζει επιδιόρθωση της βλάβης του επεξεργαστή και οδηγεί σε νέα λειτουργία του μέσω της τοποθέτησης μιας τελείας στην  $p_5$ . Οι συνεχείς μεταβάσεις του μοντέλου έχουν πεπερασμένες ταχύτητες λειτουργίας κι οι χρονικές μεταβάσεις εκτός την  $t_5$  που είναι άμεση συνδέονται με πεπερασμένες χρονικές καθυστερήσεις.

Για την περιγραφή της κατάστασης στην οποία βρίσκεται ο επεξεργαστής έχουν χρησιμοποιηθεί συνήθη χρονικά ΔΡ ενώ για την αναπαράσταση της διεργασίας κατά κύριο λόγο συνεχή ΔΡ με εξαίρεση τη μετάβαση που αναπαριστά την εκτέλεση της διεργασίας για την οποία έχει χρησιμοποιηθεί μια διακριτή μετάβαση. Οι σημάνσεις των διακριτών θέσεων του μοντέλου είναι μη αρνητικοί ακέραιοι αριθμοί ενώ οι σημάνσεις των συνεχών θέσεων είναι μη αρνητικοί πραγματικοί αριθμοί. Η αρχική σήμανση του δικτύου σε συνδυασμό με τις χρονικές καθυστερήσεις των χρονικών μεταβάσεων, τις ταχύτητες ενεργοποίησης των συνεχών μεταβάσεων και τις βλάβες που εμφανίζονται κατά τη λειτουργία του επεξεργαστή, καθορίζουν τη διάρκεια προσομοίωσης διαφόρων περιπτώσεων. Αρχικά, ο επεξεργαστής θεωρείται πως είναι λειτουργικός (δεν έχει υποστεί βλάβη), γι' αυτό στο Σχήμα 65 υπάρχει μια τελεία στη θέση  $p_5$  και η  $p_6$  είναι κενή.

Στο παραπάνω μοντέλο πρέπει να εφαρμοστεί εποπτικός έλεγχος για την απομάκρυνση μη επιθυμητών ή και επικίνδυνων καταστάσεων από τη λειτουργία του καθώς επίσης και για τη βελτίωση της αποδοτικότητας του σε ορισμένες περιπτώσεις. Ο εποπτικός έλεγχος που υλοποιείται είναι (και πάλι) δύο επιπέδων, σε επίπεδο υποσυστήματος και επίπεδο συνολικού συστήματος όπου λαμβάνεται υπόψη και η σύνδεση των υποσυστημάτων. Στο Σχήμα 66 παρουσιάζεται το μοντέλο του σχήματος 65 μετά την προσθήκη του

πρώτου επιπέδου εποπτικού ελέγχου υλοποιημένου επίσης με ΔΡ. Με κόκκινο χρώμα παρουσιάζονται τα δομικά στοιχεία που προστέθηκαν για τις ανάγκες εποπτικού ελέγχου του μοντέλου.

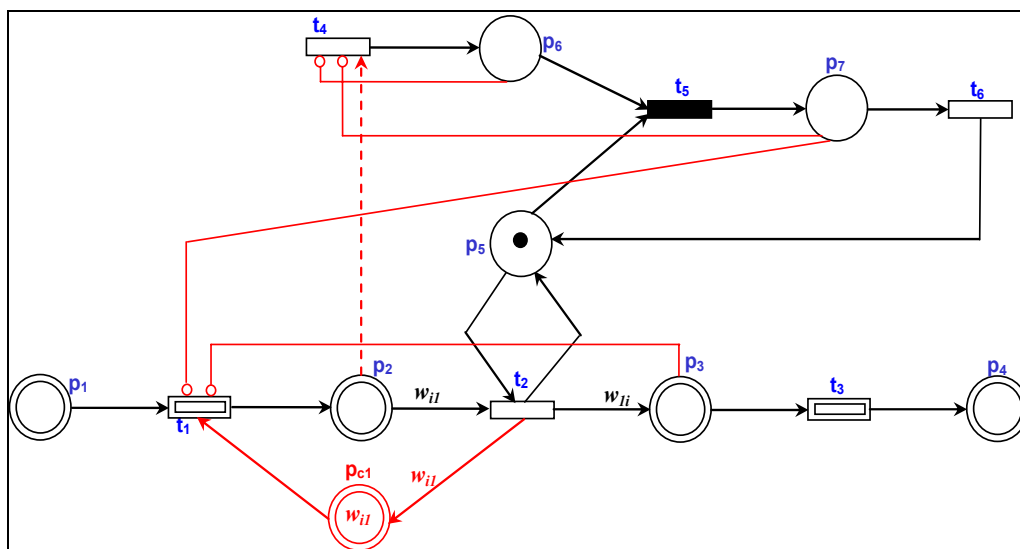


Σχήμα 66: Μοντέλο θεμελιώδους υποσυστήματος μετά την προσθήκη του  $I^{ov}$  επιπέδου εποπτικού ελέγχου.

Αρχικά στο μοντέλο προστίθεται μια συνεχής θέση (η  $p_{c1}$ ) η οποία εξασφαλίζει ότι στον επεξεργαστή οδηγείται η σωστή ποσότητα πρώτης ύλης ( $w_{i1}$ ) για την εκτέλεση της διεργασίας. Η θέση αυτή συνδέεται με τις ίδιες μεταβάσεις με τις οποίες συνδέεται η  $p_2$ , με τη διαφορά πως έχει αντίστροφα τις εισόδους και τις εξόδους της. Για το λόγο αυτό, αρχικά η  $p_{c1}$  περιέχει  $w_{i1}$  τελείες, ενώ και το τόξο εισόδου της  $p_{c1}$  από την ενεργοποίηση της  $t_2$ , έχει το ίδιο βάρος πολλαπλότητας. Οι διακριτές θέσεις του μοντέλου παραμένουν ασφαλείς ( $m(p_i) \leq 1$ , για  $\forall p_i \in P_d$ ), γεγονός που διασφαλίζεται από την προσθήκη των αντίστοιχων θέσεων παρακολούθησης ( $p_{c2} - p_{c4}$ ). Επειδή από τις διακριτές θέσεις μόνο η  $p_5$  έχει αρχικά τελείες, οι θέσεις παρακολούθησης  $p_{c2}$  και  $p_{c3}$  περιέχουν αρχικά μια τελεία ενώ η  $p_{c4}$  είναι κενή.

Μια ακόμα ομάδα περιορισμών αφορά το διακριτό κομμάτι του μοντέλου, το οποίο πρέπει κάθε στιγμή να βρίσκεται σε μια από τις αμοιβαία αποκλειόμενες καταστάσεις του. Αυτό στην πράξη συνεπάγεται τη μη εμφάνιση αριθμού τελειών μεγαλύτερου από το επιτρεπτό σε συγκεκριμένα υποσύνολα διακριτών θέσεων. Συγκεκριμένα, για το μοντέλο του σχήματος 65 πρέπει κατά τη διάρκεια λειτουργίας του κάθε στιγμή να ισχύει  $m(p_6) + m(p_7) \leq 1$  και  $m(p_5) + m(p_7) = 1$ . Για τις ανάγκες του πρώτου περιορισμού έχουν προστεθεί δύο τόξα παρεμπόδισης από τις  $p_6$  και  $p_7$  προς την  $t_4$ . Τα τόξα αυτά εξασφαλίζουν πως όταν η μετάβαση  $t_4$  ενεργοποιηθεί, δε μπορεί να ενεργοποιηθεί ξανά μέχρι να ενεργοποιηθούν διαδοχικά οι μεταβάσεις  $t_5$  και  $t_6$  (δηλαδή δε μπορεί να εμφανιστεί νέα βλάβη μέχρι την επιδιόρθωση της προηγούμενης). Δύο ακόμα τόξα

Για λόγους απλότητας και ευκολίας, στις προσομοιώσεις που θα ακολουθήσουν θα χρησιμοποιηθεί μια απλοποιημένη μορφή του μοντέλου του υποσυστήματος που παρουσιάζεται στο Σχήμα 67. Στο μοντέλο αυτό έχουν οριστεί μέγιστες χωρητικότητες για τις διακριτές θέσεις και απουσιάζουν οι θέσεις παρακολούθησης που τους αντιστοιχούν ( $p_{c2} - p_{c4}$ ).



Οι ιδιότητες του θεμελιώδους υποσυστήματος προκύπτουν με τρόπο ανάλογο με αυτόν που ακολουθήθηκε στα δύο προηγούμενα κεφάλαια. Οι βασικότερες ιδιότητες του θεμελιώδους μοντέλου είναι: α) δεν είναι γενικά ζωτικό, αλλά δεν παρουσιάζεται αδιέξοδος όσο υπάρχουν προς επεξεργασία κομμάτια στις αρχικές αποθήκες, β) το δίκτυο του συστήματος παραμένει *k-περιορισμένο* για οποιαδήποτε πεπερασμένη αρχική σήμανση, αφού δεν υπάρχει στη δομή του κύκλος που να παράγει συνεχώς τελείες κατά τη λειτουργία του. Οι διακριτές θέσεις του μοντέλου είναι ασφαλείς, κάτι που έχει εξασφαλιστεί με την προσθήκη εποπτικού ελέγχου σε συνδυασμό με την αρχική σήμανση του διακριτού του κομματιού. Για τις συνεχείς θέσεις, μπορούν να υπολογιστούν άνω όρια των αριθμών τελειών ως συνάρτηση των μέγιστων χωρητικοτήτων των θέσεων αυτών και των αρχικών τους σημάτων, γ) το μοντέλο δεν είναι συντηρητικό, αφού υπάρχουν μεταβάσεις που δεν έχουν τον ίδιο αριθμό εισόδων και εξόδων ( $t_5$ ), δ) το μοντέλο με ΔΡ δεν εμφανίζει επιμονή, αφού στο διακριτό κομμάτι του υπάρχουν συγκρούσεις (ζεύγη  $t_2$  και  $t_5$  από την  $p_5$ ) όπου η ενεργοποίηση της μιας μετάβασης αφαιρεί την ετοιμότητα από

την άλλη. Η επίλυση των συγκρούσεων γίνεται κατά την εκτέλεση του ΔΡ με βάση την τρέχουσα κατάσταση του συστήματος και σε κάποιες περιπτώσεις μέσω απόδοσης προτεραιοτήτων στα ανταγωνιζόμενα γεγονότα, ε) η διατήρηση των αριθμών τελειών στο διακριτό και το συνεχές κομμάτι του μοντέλου περιγράφονται από τα σύνολα  $P$ -αναλλοίωτων που παρουσιάζονται στη συνέχεια, στ) το μοντέλο του θεμελιώδους υποσυστήματος είναι μη αντιστρεπτό και μη συνεπές, αφού δεν υπάρχει ακολουθία μεταβάσεων η ενεργοποίηση των οποίων να έχει ως αποτέλεσμα την επαναφορά της αρχικής σήμανσης του. Το γεγονός αυτό έχει ως αποτέλεσμα τη μη ύπαρξη  $T$ -αναλλοίωτων στο μοντέλο.

Το άνω όριο τελειών στο συνεχές κομμάτι του μοντέλου ισούται με το ελάχιστο δύο ποσοτήτων, του αρχικού αθροίσματος τελειών στις συνεχείς θέσεις του κλάδου με κατάλληλα τόξα πολλαπλότητας και της μέγιστης από τις χωρητικότητες των τεσσάρων συνεχών θέσεων του. Δηλαδή:

$$\min \left\{ \max \{C_1, C_2, C_3, C_4\}, m_0(p_1) + m_0(p_2) + \frac{w_{i1}}{w_{1i}} [m_0(p_3) + m_0(p_4)] \right\} \quad (7.1)$$

Για τον υπολογισμό των  $P$ -αναλλοίωτων του θεμελιώδους υποσυστήματος παρτίδας, χρησιμοποιείται ο αλγόριθμος των Martinez και Silva [228]. Με τον τρόπο αυτό προκύπτουν τα ακόλουθα δύο  $P$ -αναλλοίωτα:

$$m(p_5) + m(p_7) = 1$$

$$w_{1i} [m(p_1) + m(p_2)] + w_{i1} [m(p_3) + m(p_4)] = k_1$$

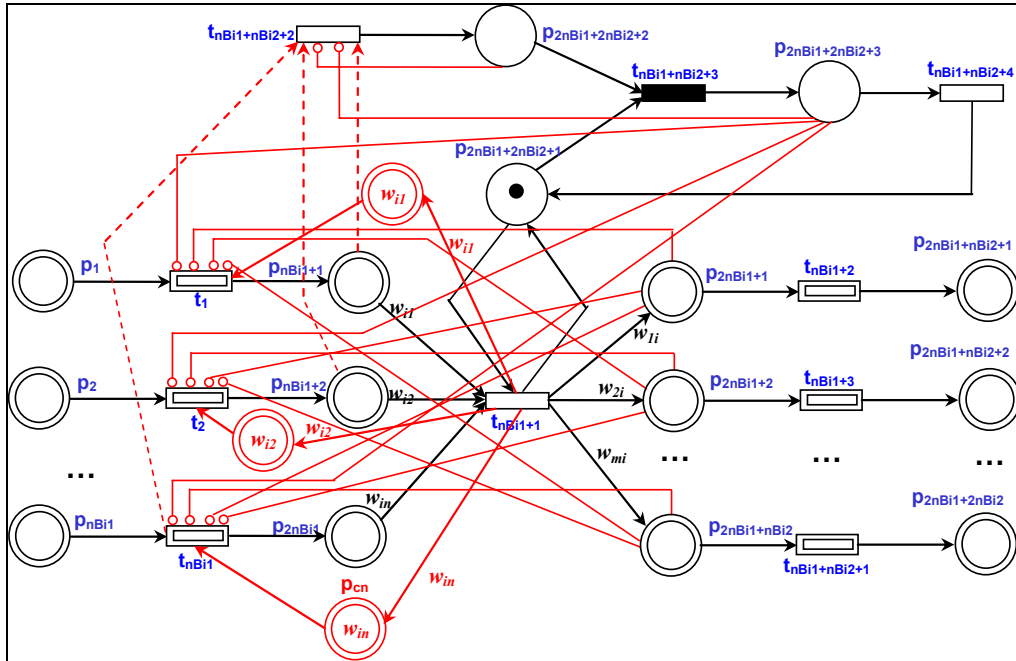
Από τα δύο  $P$ -αναλλοίωτα, το πρώτο αναφέρεται στο διακριτό κομμάτι του δικτύου και το δεύτερο στο συνεχές. Το πρώτο  $P$ -αναλλοίωτο περιγράφει τις αμοιβαία αποκλειόμενες καταστάσεις του επεξεργαστή, ενώ το δεύτερο  $P$ -αναλλοίωτο αναφέρεται στη διατήρηση κομματιών κατά την εκτέλεση της διεργασίας.

### 7.3.3 Γενίκευση μοντέλου υποσυστήματος παρτίδας με υβριδικά ΔΡ

Η γενικευμένη μορφή του μοντέλου του θεμελιώδους υποσυστήματος παραγωγής παρτίδας, αναφέρεται σε ένα επεξεργαστή που εκτελεί μια διεργασία στην οποία παίρνουν μέρος  $n_{Bi1}$  τύποι πρώτων υλών και παράγονται  $n_{Bi2}$  τύποι προϊόντων. Οι πρώτες ύλες και τα προϊόντα συμμετέχουν στη διεργασία με διαφορετικές αναλογίες, γι' αυτό και πρέπει να οριστούν τα αντίστοιχα βάρη πολλαπλότητας σε συγκεκριμένα σημεία του ΔΡ. Το γενικευμένο μοντέλο του θεμελιώδους υποσυστήματος, υλοποιημένο με υβριδικά ΔΡ παρουσιάζεται στο Σχήμα 68. Οι σημασίες των θέσεων, των μεταβάσεων καθώς και ο τρόπος λειτουργίας του μοντέλου αυτού προκύπτουν κατ' αναλογία με το απλό μοντέλο που παρουσιάστηκε αναλυτικά στην προηγούμενη παράγραφο.

Για να ξεκινήσει η τροφοδοσία του επεξεργαστή με πρώτες ύλες, πρέπει πρώτα να απομακρυνθεί το σύνολο από τα προϊόντα του προηγούμενου τύπου διεργασίας. Γι' αυτό

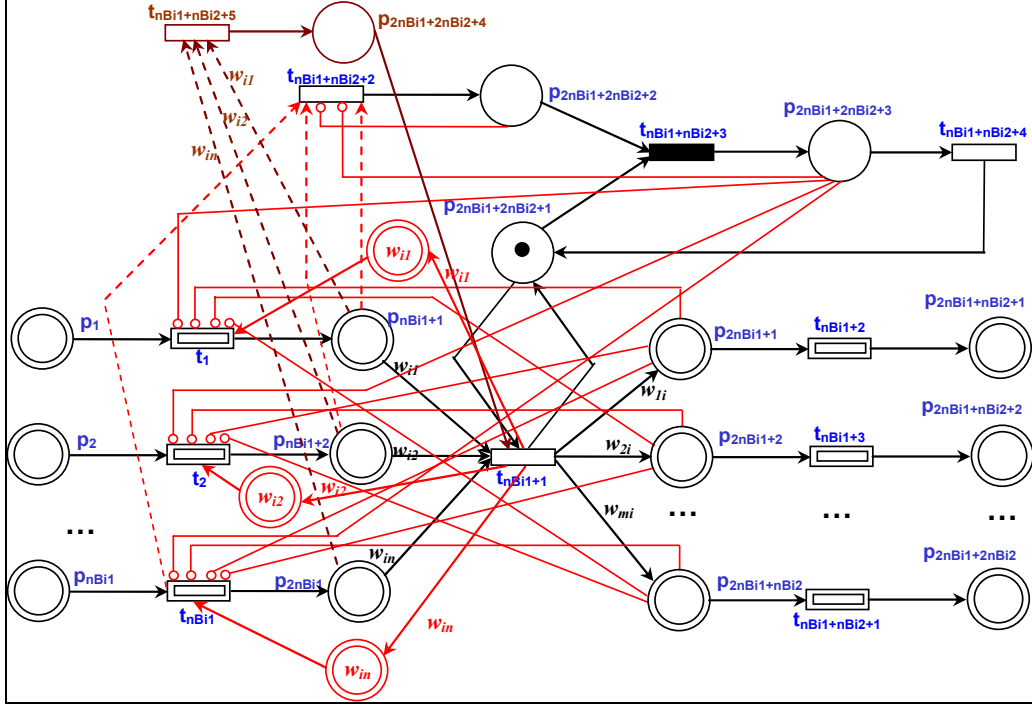
το λόγο υπάρχουν τόξα παρεμπόδισης από όλες τις θέσεις που αναπαριστούν τις ποσότητες προϊόντων στον επεξεργαστή μετά την ολοκλήρωση της διεργασίας ( $p_{2nBi1+1} - p_{2nBi1+nBi2}$ ) προς τις μεταβάσεις  $t_1 - t_{nBi1}$  που συμβολίζουν τη μεταφορά των διαφόρων τύπων πρώτων υλών στον επεξεργαστή. Επίσης, η εμφάνιση βλάβης αφαιρεί την ετοιμότητα από όλες τις μεταβάσεις που αναπαριστούν μεταφορά κομματιών πρώτων υλών στον επεξεργαστή γι' αυτό κι υπάρχουν τόξα παρεμπόδισης από τη θέση  $p_{2nBi1+2nBi2+3}$  προς τις μεταβάσεις  $t_1 - t_{nBi1}$ .



Σχήμα 68: Γενικευμένο μοντέλο του υποσυστήματος με εποπτικό έλεγχο υλοποιημένο με υβριδικά ΔΡ.

Μια ακόμα παράμετρος που πρέπει να αναπαρασταθεί αφορά την ικανοποίηση των συνθηκών εκτέλεσης της διεργασίας (π.χ. κατάλληλων συνθηκών πίεσης και θερμοκρασίας). Πρέπει δηλαδή, στο παραπάνω μοντέλο να προστεθεί η δυνατότητα αναπαράστασης αυτών των συνθηκών. Έστω ένας τέτοιος παράγοντας που αφορά την εκτέλεση της διαδικασίας που περιγράφεται από το γενικευμένο μοντέλο. Σε αυτό πρέπει να προστεθεί κατάλληλη δομή που να εξασφαλίζει πως μετά την μεταφορά στον επεξεργαστή των αναγκαίων ποσοτήτων πρώτων υλών κάθε τύπου, η διεργασία ξεκινάει αφού έχουν επιτευχθεί οι κατάλληλες συνθήκες. Το μοντέλο που προκύπτει μετά τις αναγκαίες προσθήκες παρουσιάζεται στο Σχήμα 69. Σε αυτό, η δομή που προστέθηκε παρουσιάζεται με καφέ χρώμα. Συγκεκριμένα, έχει προστεθεί η χρονική μετάβαση  $t_{nBi1+nBi2+5}$ , που αναπαριστά το χρόνο που απαιτείται για να επιτευχθεί η αναγκαία τιμή του συγκεκριμένου παράγοντα. Η  $t_{nBi1+nBi2+5}$  έχει ως εισόδους τόξα ενεργοποίησης από τις θέσεις  $p_{nBi1+1} - p_{2nBi1}$  με βάρη πολλαπλότητας που ισούνται με τους αριθμούς τελειών που πρέπει οι θέσεις αυτές να περιέχουν για να εκτελεστεί η διεργασία. Η έννοια των τόξων αυτών είναι πως για να ξεκινήσει η διαδικασία επίτευξης των αναγκαίων συνθηκών στον επεξεργαστή, πρέπει να έχουν μεταφερθεί σε αυτόν οι κατάλληλες ποσότητες πρώτων υλών. Με αντίστοιχο τρόπο μπορεί να γίνει η αναπαράσταση περισσότερων του ενός

παραγόντων που είναι αναγκαίοι για την εκτέλεση μιας διεργασίας. Όταν οι θέσεις  $p_{nB_{i1}+1} - p_{2nB_{i1}}$  περιέχουν τους κατάλληλους για το καθένα αριθμούς τελειών, η μετάβαση τίθεται σε ετοιμότητα και στη συνέχεια ενεργοποιείται, με αποτέλεσμα την προσθήκη μιας τελείας στη θέση  $p_{2nB_{i1}+2nB_{i2}+4}$  (μοναδιαίας μέγιστης χωρητικότητας) που αποτελεί είσοδο (προϋπόθεση) στην  $t_{nB_{i1}+1}$  που αναπαριστά την εκτέλεση της διεργασίας.



Σχήμα 69: Γενικευμένο μοντέλο υποσυστήματος με αναπαράσταση συνθηκών εκτέλεσης διεργασίας.

Οι ιδιότητες του γενικευμένου μοντέλου του θεμελιώδους υποσυστήματος παρτίδας είναι οι ίδιες με τις αντίστοιχες ιδιότητες του απλού μοντέλου, αφού καλύπτεται από την Πρόταση 6.1.

Επίσης το γενικευμένο μοντέλο δεν έχει  $T$ -αναλλοίωτα, ενώ έχει  $(n_{B_{i1}}n_{B_{i2}}+1)$   $P$ -αναλλοίωτα, ένα από τα οποία αναφέρεται στις αμοιβαία αποκλειόμενες καταστάσεις του διακριτού του κομματιού και τα υπόλοιπα σε διατήρηση τελειών σε υποσύνολα συνεχών θέσεων του μοντέλου. Τα  $P$ -αναλλοίωτα είναι τα ακόλουθα:

$$\begin{aligned}
 m(p_{2nB_{i1}+2nB_{i2}+1}) + m(p_{2nB_{i1}+2nB_{i2}+3}) &= 1 \\
 w_{1i}[m(p_1) + m(p_{nB_{i1}+1})] + w_{i1}[m(p_{2nB_{i1}+1}) + m(p_{2nB_{i1}+nB_{i2}+1})] &= k_1 \\
 w_{2i}[m(p_1) + m(p_{nB_{i1}+1})] + w_{i1}[m(p_{2nB_{i1}+2}) + m(p_{2nB_{i1}+nB_{i2}+2})] &= k_2 \\
 &\vdots \\
 w_{mi}[m(p_1) + m(p_{nB_{i1}+1})] + w_{i1}[m(p_{2nB_{i1}+nB_{i2}}) + m(p_{2nB_{i1}+2nB_{i2}})] &= k_{nB_{i2}} \\
 w_{2i}[m(p_2) + m(p_{nB_{i1}+2})] + w_{i1}[m(p_{2nB_{i1}+1}) + m(p_{2nB_{i1}+nB_{i2}+1})] &= k_{nB_{i2}+1} \\
 &\vdots \\
 w_{mi}[m(p_{nB_{i1}}) + m(p_{2nB_{i1}})] + w_{in}[m(p_{2nB_{i1}+nB_{i2}}) + m(p_{2nB_{i1}+2nB_{i2}})] &= k_{nB_{i1}nB_{i2}}
 \end{aligned}$$



Οι πολυπλοκότητες των διαφόρων τύπων κόμβων του γενικευμένου μοντέλου με υβριδικά ΔΡ του συστήματος παραγωγής παρτίδας και της επίτευξης των αναγκαίων συνθηκών εκτέλεσης εργασίας, παρουσιάζονται στον Πίνακα 7.

<i>Μοντέλο</i>	<i>Τύπος κόμβων</i>	<i>Πλήθος κόμβων</i>
<b>Σύστημα Παραγωγής Παρτίδας</b>	Διακριτές Θέσεις	3
	Συνεχείς Θέσεις	$2n_{B1}+2n_{B2}$
	Διακριτές Μεταβάσεις	4
	Συνεχείς Μεταβάσεις	$n_{B1}+n_{B2}$
<b>Επίτευξη Αναγκαίων Συνθηκών Εκτέλεσης Διεργασίας</b>	Διακριτές Θέσεις	1
	Συνεχείς Θέσεις	-
	Διακριτές Μεταβάσεις	1
	Συνεχείς Μεταβάσεις	-

Πίνακας 7: Πολυπλοκότητα κόμβων μοντέλων με υβριδικά ΔΡ.

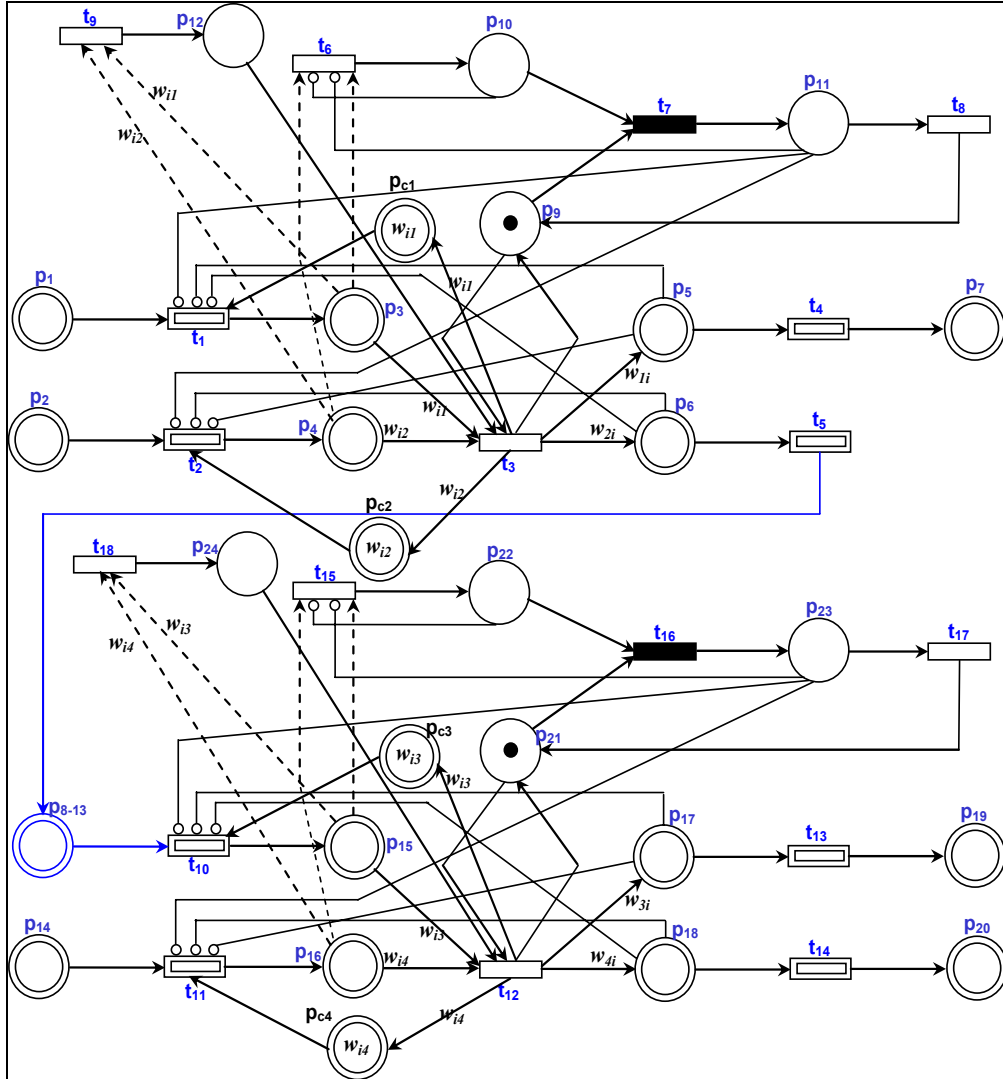
#### 7.3.4 Ορισμός διαδικασίας σύνδεσης

Κατ' αντιστοιχία με τα προηγούμενα κεφάλαια, στην παράγραφο αυτή ορίζεται η συστηματική διαδικασία σύνδεσης των μοντέλων με υβριδικά ΔΡ θεμελιωδών υποσυστημάτων παρτίδας για την αναπαράσταση πολύπλοκων συστημάτων του τύπου αυτού. Η διαδικασία σύνδεσης ορίζεται με τέτοιο τρόπο ώστε να διατηρούνται στο συνολικό μοντέλο οι ιδιότητες των μοντέλων των επιμέρους υποσυστημάτων.

Ως παράδειγμα αναφοράς μελετάται ένα σύστημα παραγωγής παρτίδας αποτελούμενο από δύο επεξεργαστές σε σειρά, καθένας εκ των οποίων εκτελεί μια διεργασία στην οποία συμμετέχουν δύο τύποι πρώτων υλών και παράγονται δύο τύποι προϊόντων. Μέρος του ενός εκ των προϊόντων της πρώτης διεργασίας χρησιμοποιείται ως πρώτη ύλη στον δεύτερο επεξεργαστή. Για κάθε διεργασία αναπαρίσταται δομικά στο μοντέλο η επίτευξη των συνθηκών εκτέλεσης της. Η αναπαράσταση του συστήματος αυτού με υβριδικά ΔΡ παρουσιάζεται στο Σχήμα 70.

Στο σημείο σύνδεσης των μοντέλων των θεμελιωδών υποσυστημάτων πραγματοποιείται συγχώνευση συνεχών θέσεων. Συγκεκριμένα, η θέση που αναπαριστά τη δεξαμενή τελικών προϊόντων του πρώτου επεξεργαστή με τη θέση που αναπαριστά τη δεξαμενή πρώτων υλών του δεύτερου επεξεργαστή συγχωνεύονται και προκύπτει η κοινή τους δεξαμενή που αναπαρίσταται από τη θέση  $p_{8-13}$  που συμβολίζει τη δεξαμενή σε αυτό το σημείο του συστήματος που περιέχει ενδιάμεσα προϊόντα. Το γεγονός αυτό οδηγεί σε μείωση (κατά ένα) του πλήθους των συνεχών θέσεων του συστήματος σε σχέση με τα μοντέλα των επιμέρους υποσυστημάτων. Τα πλήθη όλων των άλλων τύπων κόμβων του συνολικού δικτύου προκύπτουν από τα αντίστοιχα αθροίσματα των μοντέλων των θεμελιωδών υποσυστημάτων που χρησιμοποιούνται.

Οι ιδιότητες του μοντέλου του συστήματος που προκύπτει από τη σύνθεση των δύο υποσυστημάτων είναι ίδιες με αυτές που αναφέρθηκαν για το υποσύστημα παρτίδας. Το συνολικό μοντέλο έχει δέκα  $P$ -αναλλοίωτα, δύο από τα οποία αναφέρονται στις αμοιβαία αποκλειόμενες καταστάσεις των επεξεργαστών και τα υπόλοιπα σε διατήρηση τελειών σε υποσύνολα θέσεων του δικτύου. Από τα  $P$ -αναλλοίωτα της δεύτερης κατηγορίας, τα δύο που αναφέρονται στους δύο επεξεργαστές σε σειρά προκύπτουν μέσω σύνθεσης των αντιστοίχων  $P$ -αναλλοίωτων των θεμελιωδών υποσυστημάτων. Για το 1<sup>ο</sup> επίπεδο εποπτικού ελέγχου απαιτούνται τέσσερις θέσεις παρακολούθησης.



Σχήμα 70: Σύνθεση δύο μοντέλων υποσυστημάτων παραγωγής παρτίδας.

Τα  $P$ -αναλλοίωτα του συνολικού συστήματος είναι:

$$m(p_9) + m(p_{11}) = 1$$

$$m(p_{21}) + m(p_{23}) = 1$$

$$w_{1i}[m(p_1) + m(p_3)] + w_{i1}[m(p_5) + m(p_7)] = k_1$$

$$w_{1i}[m(p_2) + m(p_4)] + w_{i2}[m(p_5) + m(p_7)] = k_2$$

$$w_{4i}[m(p_{14}) + m(p_{16})] + w_{i4}[m(p_{18}) + m(p_{20})] = k_3$$

$$\begin{aligned}
w_{3i}[m(p_{14}) + m(p_{16})] + w_{i4}m(p_{17}) + m(p_{19})] &= k_4 \\
w_{3i}[w_{2i}[m(p_2) + m(p_4)] + w_{i2}[m(p_6) + m(p_{8-13})] + m(p_{15})] + w_{i3}[m(p_{17}) + m(p_{19})] &= k_5 \\
w_{4i}[w_{2i}[m(p_2) + m(p_4)] + w_{i2}[m(p_6) + m(p_{8-13})] + m(p_{15})] + w_{i3}[m(p_{18}) + m(p_{20})] &= k_6 \\
w_{3i}[w_{2i}[m(p_1) + m(p_3)] + w_{i1}[m(p_6) + m(p_{8-13})] + m(p_{15})] + w_{i3}[m(p_{17}) + m(p_{19})] &= k_7 \\
w_{4i}[w_{2i}[m(p_1) + m(p_3)] + w_{i2}[m(p_6) + m(p_{8-13})] + m(p_{15})] + w_{i3}[m(p_{18}) + m(p_{20})] &= k_8
\end{aligned}$$

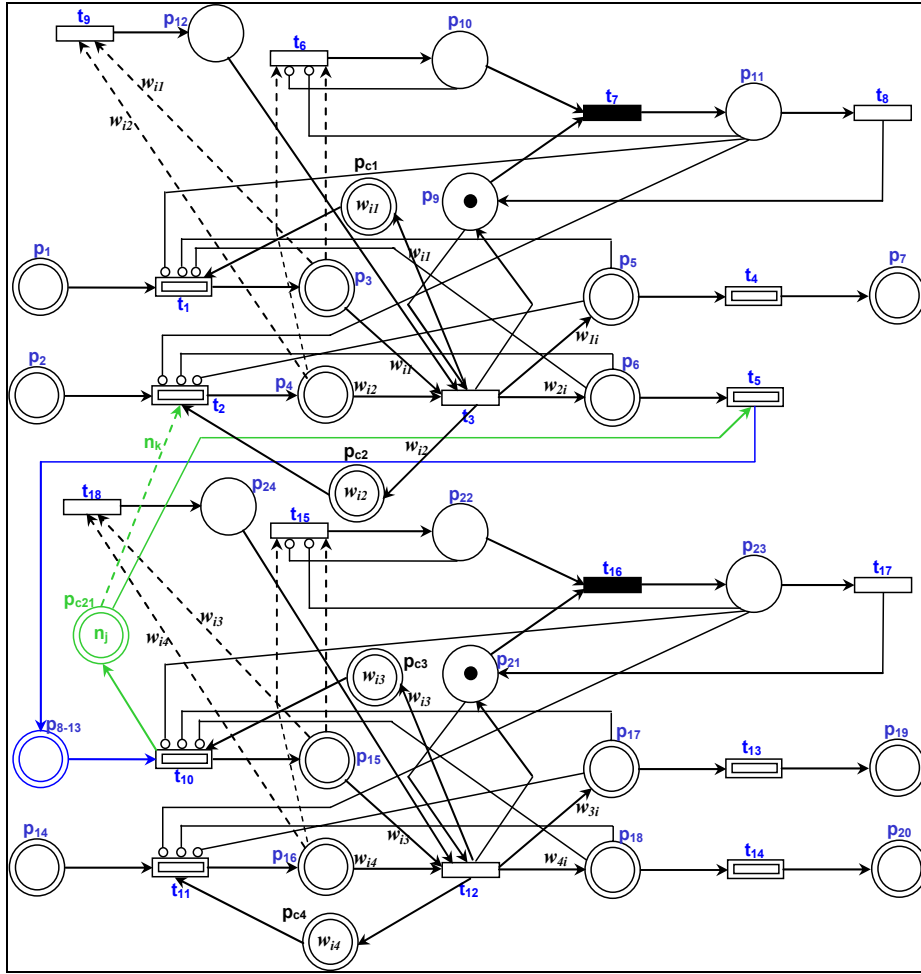
Οι μεταβλητές  $k_i$ ,  $i=1, \dots, 8$  αναπαριστούν το άθροισμα τελειών στα αντίστοιχα σύνολα θέσεων κατά την αρχική σήμανση του δικτύου.

#### 7.3.4.1 Εποπτικός έλεγχος συνολικού συστήματος

Στα πλαίσια της προτεινόμενης μεθοδολογίας, προβλέπεται δεύτερο επίπεδο εποπτικού ελέγχου το οποίο αναφέρεται στο συνολικό σύστημα. Το κυρίως ζητούμενο από το δεύτερο επίπεδο εποπτικού ελέγχου είναι να διασφαλίζει τη μη υπέρβαση των μέγιστων χωρητικότητων των εσωτερικών χώρων αποθήκευσης του συστήματος, αφού οι αρχικές κι οι τελικές αποθήκες θεωρούνται ως έχουσες άπειρη χωρητικότητα. Επιπλέον, πρέπει να διασφαλιστεί πως μια διεργασία εκτελείται μόνο αν το σύνολο των προϊόντων της μπορεί να απομακρυνθεί από τον επεξεργαστή και να μεταφερθεί στις αντίστοιχες δεξαμενές αποθήκευσης.

Στην περίπτωση του συστήματος παρτίδας του σχήματος 70, το βασικό που πρέπει να διασφαλιστεί είναι ότι  $m(p_{8-13}) \leq n_j = C_{8-13}$ . Επιπλέον, έστω  $n_k$  η ποσότητα του προϊόντος που αποθηκεύεται στη δεξαμενή  $p_{8-13}$  και η οποία παράγεται κατά την εκτέλεση ενός κύκλου της διεργασίας στον επεξεργαστή 1 (η ποσότητα αυτή αναπαρίσταται από τις τελείες που παράγονται από την ενεργοποίηση της μετάβασης  $t_3$  κι οδηγούνται στην  $p_{8-13}$  μέσω των κόμβων  $p_6$  και  $t_5$  διαδοχικά). Με βάση όσα αναφέρθηκαν παραπάνω, για να επιτραπεί η εκτέλεση της διεργασίας από τον επεξεργαστή 1 κι ακόμα νωρίτερα η μεταφορά πρώτων υλών στον επεξεργαστή, πρέπει η  $p_{8-13}$  να μπορεί να δεχθεί  $n_k$  τελείες. Το μοντέλο του συστήματος μετά την προσθήκη του δεύτερου επιπέδου εποπτικού ελέγχου παρουσιάζεται στο Σχήμα 71.

Στο μοντέλο του συνολικού συστήματος έχει προστεθεί μια συνεχής θέση συνδεδεμένη παράλληλα με την  $p_{8-13}$  αλλά με αντίθετη φορά (οι είσοδοι της είναι έξοδοι της  $p_{8-13}$  και αντίστροφα), η οποία παίζει παρόμοιο ρόλο με τις θέσεις παρακολούθησης στα διακριτά ΔΡ. Η συνεχής αυτή θέση περιέχει αρχικά αριθμό τελειών ίσο με την μέγιστη χωρητικότητα της  $p_{8-13}$  ( $n_j$ ) και δεν επιτρέπει στιγμιαία να βρεθούν στην  $p_{8-13}$  περισσότερες από  $n_j$  τελείες. Επιπλέον, η θέση αυτή συνδέεται με την  $t_2$  με ένα τόξο ενεργοποίησης με βάρος πολλαπλότητας  $n_k$  αφού η έναρξη ενός κύκλου της διεργασίας επιτρέπεται μόνο αν υπάρχει χώρος για τα προϊόντα στις τελικές δεξαμενές. Για την καλύτερη διάκριση της δομής που προστέθηκε στο μοντέλο στα πλαίσια του δεύτερου επιπέδου εποπτικού ελέγχου, έχει χρησιμοποιηθεί πράσινο χρώμα.



Σχήμα 71: Μοντέλο συνολικού συστήματος μετά την προσθήκη του 2<sup>ου</sup> επιπέδου εποπτικού ελέγχου.

### 7.3.5 Γενίκευση διαδικασίας σύνθεσης

Σε μια γενική περίπτωση, ένα σύστημα παραγωγής παρτίδας αποτελείται από  $n$  επεξεργαστές κι από  $m$  δεξαμενές πρώτων υλών, ενδιάμεσων και τελικών προϊόντων. Ο τρόπος με τον οποίο συνδέονται τα δομικά συστατικά του συστήματος καθορίζει τις ροές υλικών και τα προϊόντα που τελικά παράγονται. Για την κατασκευή του μοντέλου με Υβριδικά ΔΡ ενός συστήματος της κατηγορίας αυτής χρησιμοποιείται το γενικευμένο μοντέλο παρτίδας το οποίο προσαρμόζεται στα συγκεκριμένα χαρακτηριστικά των επιμέρους υποσυστημάτων, τα μοντέλα των οποίων στη συνέχεια συνδέονται με βάση την τοπολογία του συστήματος. Έστω πως το συνολικό σύστημα αποσυντίθεται σε  $n_1$  υποσυστήματα (υπάρχουν  $n_1$  επεξεργαστές) στα οποία απαιτείται η επίτευξη αναγκαίων συνθηκών για την εκτέλεση των διεργασιών κι έστω  $n_E$  ο αριθμός δεξαμενών πρώτων υλών και  $n_F$  ο αριθμός δεξαμενών τελικών προϊόντων του συστήματος.

Το πρώτο βήμα της γενικευμένης διαδικασίας σύνθεσης αφορά τον υπολογισμό των πολυπλοκοτήτων κόμβων του συνολικού μοντέλου. Ο αριθμός μεταβάσεων του συνολικού μοντέλου ισούται με το άθροισμα των αριθμών μεταβάσεων των υποσυστημάτων αφού δεν μειώνονται κατά τη συνένωση των υποσυστημάτων. Ο συνολικός αριθμός μεταβάσεων περιγράφεται επομένως από τη σχέση:

$$\text{Πλήθος μεταβάσεων} = \sum_{i=1}^{n_1} (n_{Bi1} + n_{Bi2} + 5) = 5n_1 + \sum_{i=1}^{n_1} (n_{Bi1} + n_{Bi2}) \quad (7.2)$$

Από τις μεταβάσεις του συνολικού μοντέλου οι  $\sum_{i=1}^{n_1} (n_{Bi1} + n_{Bi2})$  είναι συνεχείς κι οι υπόλοιπες  $4n_1$  είναι διακριτές.

Ο αριθμός θέσεων των υποσυστημάτων που χρησιμοποιούνται για την κατασκευή του μοντέλου του συνολικού συστήματος ισούται με:

$$\sum_{i=1}^{n_1} (2n_{Bi1} + 2n_{Bi2} + 4) = 4n_1 + \sum_{i=1}^{n_1} (2n_{Bi1} + 2n_{Bi2}) \quad (7.3)$$

Από αυτές οι  $4n_1$  είναι διακριτές κι οι  $\sum_{i=1}^{n_1} (2n_{Bi1} + 2n_{Bi2})$  είναι συνεχείς. Ο αριθμός συνεχών

θέσεων του μοντέλου του συνολικού συστήματος μειώνεται σε σχέση με το άθροισμα που υπολογίστηκε παραπάνω, εξαιτίας των συγχωνεύσεων θέσεων που πραγματοποιούνται στα σημεία σύνδεσης των υποσυστημάτων. Σε κάθε σημείο σύνδεσης γίνεται μια συγχώνευση θέσης για κάθε θέση που δεν αποτελεί αρχική πρώτη ύλη του συστήματος αλλά προϊόν προηγούμενης διεργασίας. Άρα ο αριθμός των θέσεων που συγχωνεύονται σε ένα σύστημα παρτίδας είναι:

$$\sum_{i=1}^{n_1} n_{Bi1} - n_E \quad (7.4)$$

Επομένως, ο αριθμός συνεχών θέσεων του μοντέλου του συνολικού συστήματος είναι:

$$\sum_{i=1}^{n_1} (n_{Bi1} + 2n_{Bi2}) + n_E \quad (7.5)$$

Στη συνέχεια υπολογίζεται το πλήθος των  $P$ -αναλλοίωτων του συνολικού συστήματος. Τα  $P$ -αναλλοίωτα του συνολικού συστήματος μπορούν να χωριστούν σε δύο κατηγορίες, αυτά που αναφέρονται στις αμοιβαία αποκλειόμενες καταστάσεις των επεξεργαστών ( $d_1$ ) κι αυτά που αναφέρονται σε διατήρηση τελειών σε υποσύνολα θέσεων του συστήματος ( $d_2$ ) που ουσιαστικά αναφέρονται στην πορεία που ακολουθούν οι πρώτες ύλες κάθε τύπου στο σύστημα. Από την πρώτη κατηγορία, υπάρχει αριθμός  $P$ -αναλλοίωτων ίσος με το πλήθος των υποσυστημάτων που έχουν χρησιμοποιηθεί για τη σύνθεση του συνολικού μοντέλου, δηλαδή  $n_1$ . Τα αναλλοίωτα αυτά προκύπτουν εξολοκλήρου από τα μοντέλα των επιμέρους υποσυστημάτων, αφού δεν υπάρχει αλληλεπίδραση των αμοιβαία αποκλειόμενων καταστάσεων των επεξεργαστών.

Τα  $P$ -αναλλοίωτα της δεύτερης κατηγορίας προκύπτουν από τα αντίστοιχα αναλλοίωτα διατήρησης τελειών σε υποσύνολα θέσεων των υποσυστημάτων, με αντικατάσταση των θέσεων που αντιστοιχούν στις αρχικές και τελικές δεξαμενές των υποσυστημάτων από τις

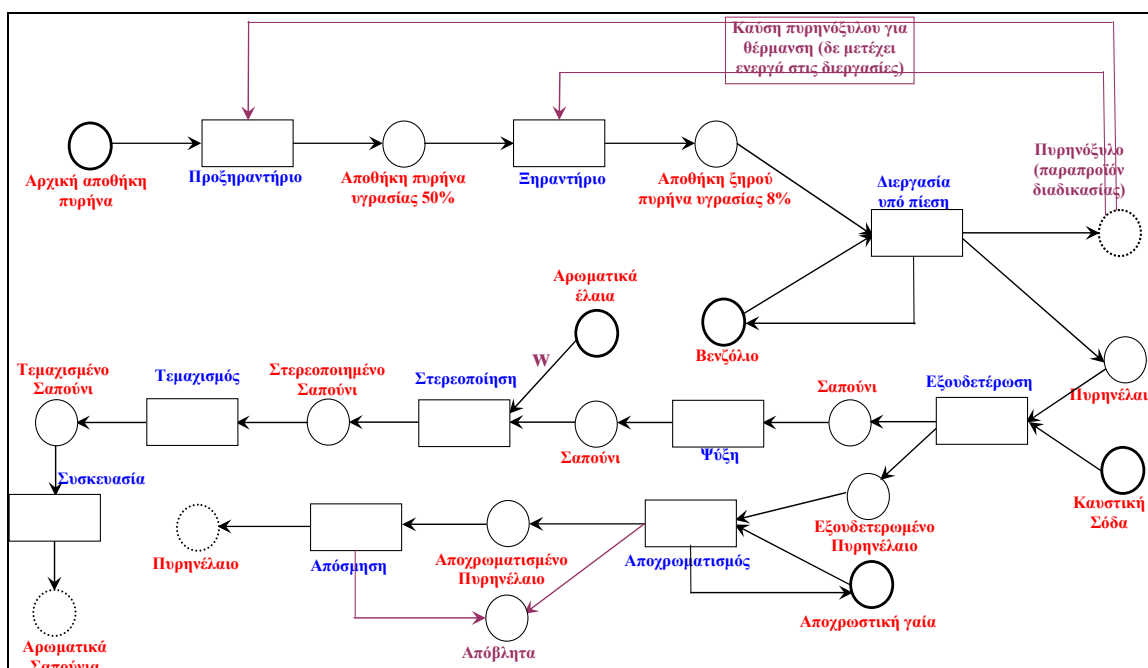
κοινές τους δεξαμενές στα σημεία σύνδεσης. Τα  $P$ -αναλλοιώτα του τύπου αυτού περιγράφουν διαδρομές από δεξαμενές πρώτων υλών του συστήματος προς τις δεξαμενές τελικών προϊόντων, με τη μεσολάβηση συγκεκριμένων δεξαμενών ενδιάμεσων προϊόντων. Η ακριβής μορφή και μέγεθος καθενός από τα  $d_2$   $P$ -αναλλοιώτα καθορίζεται από την τοπολογία του συστήματος. Το  $d_2$  υπολογίζεται από τη σχέση:

$$d_2 = \sum_{i=1}^{n_{B_{i1}}} \prod_{j=1}^k n_{B_{j2}} \quad (7.6)$$

Δηλαδή, το  $d_2$  υπολογίζεται από το άθροισμα των  $P$ -αναλλοιώτων για καθεμία από τις  $n_{B_{i1}}$  πρώτες ύλες του συστήματος. Ο αριθμός  $P$ -αναλλοιώτων για ένα τύπο πρώτης ύλης ισούται με το γινόμενο των αριθμών των προϊόντων των  $k$  διεργασιών τις οποίες δέχεται η συγκεκριμένη πρώτη ύλη μέχρι να μετατραπεί σε τελικό προϊόν.

## 7.4 Μελέτη περίπτωσης

Στην παράγραφο αυτή η προτεινόμενη μεθοδολογία εφαρμόζεται για τη μοντελοποίηση και μελέτη ενός πραγματικού συστήματος παραγωγής. Για τις ανάγκες υλοποίησης του μοντέλου του συνολικού συστήματος χρησιμοποιούνται τα μοντέλα των θεμελιωδών υποσυστημάτων που αναπτύχθηκαν σε αυτό και τα προηγούμενα κεφάλαια για να αναπαραστήσουν τις διεργασίες από τις οποίες αποτελείται η διαδικασία διαχωρισμού του πυρηνέλαιου και του πυρηνόξυλου και της παρασκευής σαπουνιών. Για λόγους οικονομίας χώρου η περιγραφή της διαδικασίας είναι συνοπτική, αλλά ο αναγνώστης μπορεί να αναζητήσει περισσότερες λεπτομέρειες στις εργασίες [256], [257]. Διαγραμματική αναπαράσταση των κύριων φάσεων της υπό εξέταση διαδικασίας παρουσιάζεται στο Σχήμα 72.



Σχήμα 72: Σχηματική αναπαράσταση της παραγωγικής διαδικασίας πυρηνελαιουργείου.

Η κύρια πρώτη ύλη που χρησιμοποιείται στο σύστημα αυτό είναι ακατέργαστος ελαιοπυρήνας, η υγρασία του οποίου φτάνει το 80%. Ο ελαιοπυρήνας είναι παραπροϊόν της επεξεργασίας ελιάς που προκύπτει μετά την αφαίρεση του ελαιόλαδου από τον καρπό της ελιάς. Μέσα από δύο διαδοχικά στάδια ξήρανσης, που εκτελούνται στους περιστρεφόμενους κυλίνδρους του προξηραντηρίου (μήκους περίπου 10 μέτρων) και του ξηραντηρίου, (μήκους 22 μέτρων). Μετά την ξήρανση, λαμβάνεται ο προς επεξεργασία ελαιοπυρήνας, η υγρασία του οποίου είναι της τάξης του 8%. Η είσοδος και έξοδος πρώτων υλών και προϊόντων αντίστοιχα στο προξηραντήριο και το ξηραντήριο είναι συνεχείς. Μείωση της υγρασίας πέρα από το ποσοστό του 8% δεν επιχειρείται καθώς υπάρχει ο κίνδυνος εκδήλωσης πυρκαγιάς στην εγκατάσταση. Η διακύμανση της υγρασίας του ελαιοπυρήνα συναρτήσει του χρόνου ξήρανσης δίνεται από καμπύλες που έχουν αναπτυχθεί για το σκοπό αυτό [256]. Στο ξηραντήριο ο ελαιοπυρήνας παραμένει περίπου 10 – 15 λεπτά για να φτάσει στα επιθυμητά επίπεδα υγρασίας. Η σημασία της διαδικασίας ξήρανσης είναι μεγάλη για την παραπέρα διεργασία, αφού η ποιότητα και η ποσότητα του ελαιόλαδου που λαμβάνεται στο τέλος, εξαρτάται από τον κατά πόσον έχει ξηρανθεί μέχρι το επιθυμητό σημείο. Το ξηραντήριο και το προξηραντήριο χρησιμοποιούν θερμό αέρα (θερμοκρασίας 400 και 500 βαθμών Κελσίου αντίστοιχα) για να απομακρύνουν το μεγαλύτερο μέρος της υγρασίας στο περιβάλλον.

Στη συνέχεια ακολουθεί η διαδικασία διαχωρισμού του πυρηνελαίου από το πυρηνόξυλο κι η διαδικασία παραγωγής σαπουνιού από τον ξηραμένο ελαιοπυρήνα με προσθήκη των κατάλληλων χημικών ουσιών. Η επεξεργασία του ξηραμένου ελαιοπυρήνα πρέπει να γίνει άμεσα γιατί αποθηκεύεται σε εξωτερικό χώρο και μεγάλη καθυστέρηση στην παραπέρα επεξεργασία του θα συντελέσει στην εκ νέου πρόσληψη υγρασίας από αυτόν, κάνοντας αναγκαία την επανάληψη της όλης διαδικασίας.

Ο ξηραμένος ελαιοπυρήνας οδηγείται σε μια δεξαμενή για την επεξεργασία του με βενζόλιο υπό πίεση για την εξαγωγή του πυρηνελαίου. Η διεργασία αυτή ονομάζεται εκχύλιση κι είναι διεργασία τύπου παρτίδας που ξεκινάει αφού γεμίσει η δεξαμενή με βενζόλιο κι ελαιοπυρήνα. Στο τέλος της διεργασίας αυτής λαμβάνονται τα τελικά προϊόντα, δηλαδή το πυρηνόξυλο και το πυρηνέλαιο. Στην έξοδο της δεξαμενής λαμβάνεται και η ποσότητα βενζολίου που συμμετείχε στη διεργασία, αφού ο ρόλος του είναι ρόλος καταλύτη κι η απομάκρυνση του από το πυρηνέλαιο είναι αναγκαία για να μπορεί αυτό να καταναλωθεί χωρίς κίνδυνο. Το πυρηνόξυλο χρησιμοποιείται ως καύσιμο για να καλύψει μερικώς τις θερμαντικές ανάγκες της εγκατάστασης (συγκεκριμένα χρησιμοποιείται για τη θέρμανση του αέρα που οδηγείται στο προξηραντήριο και το ξηραντήριο, που πρέπει να έχουν θερμοκρασία άνω των 400°C).

Το πυρηνέλαιο πρέπει να υποστεί παραπέρα χημική επεξεργασία για να μπορεί να χρησιμοποιηθεί. Η επόμενη διεργασία που συμβαίνει στο σύστημα είναι η εξουδετέρωση του πυρηνελαίου με χρήση καυστικής σόδας. Κατά τη διαδικασία αυτή απομακρύνονται

από το πυρηνέλαιο διάφορες ουσίες όπως φωσφολιπίδια, πρωτεΐνες και άλλες ουσίες που είναι διαλυτές στο λάδι στην άλυτη μορφή τους αλλά αδιάλυτες στην ένυδρη τους. Στο τέλος της εξουδετέρωσης λαμβάνεται εξουδετερωμένο πυρηνέλαιο και σαπούνι, τα οποία δε βρίσκονται σε τελική μορφή αλλά πρέπει να υποστούν παραπέρα χημική επεξεργασία πριν οδηγηθούν για συσκευασία και στη συνέχεια προς διάθεση.

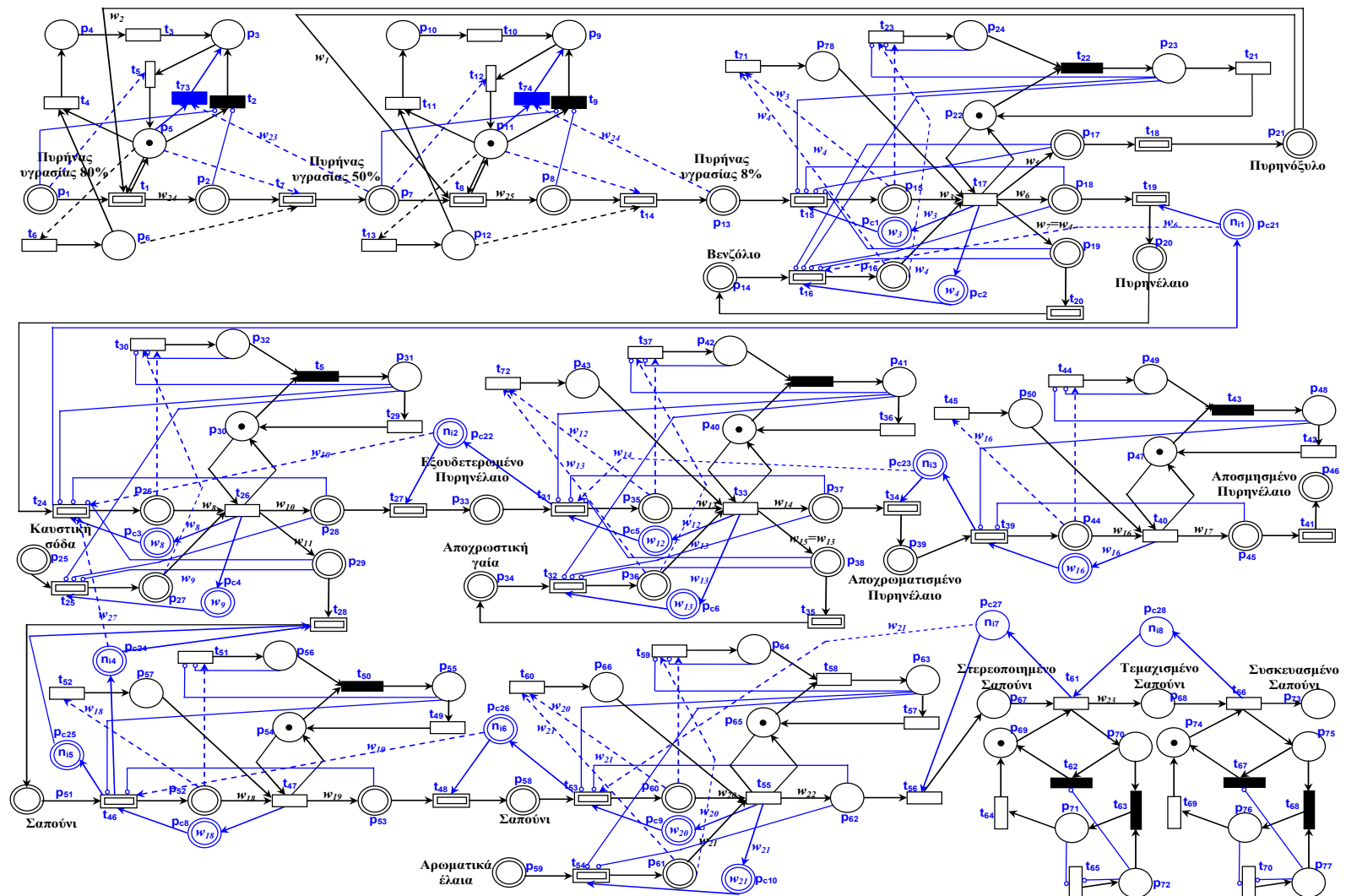
Στη συνέχεια το εξουδετερωμένο πυρηνέλαιο πρέπει να αποχρωματιστεί. Κατά τη διεργασία αυτή γίνεται προσθήκη αποχρωστικής γαίας στο πυρηνέλαιο και το μίγμα θερμαίνεται χρησιμοποιώντας υπέρθερμο ατμό σε θερμοκρασία περίπου 120°C σε συνθήκες κενού. Για διάστημα 20 περίπου λεπτών, οι ουσίες που βρίσκονται στη δεξαμενή αποχρωματισμού αναδεύονται. Στο τέλος της διεργασίας απομακρύνονται κάποια ακόμα απόβλητα (φωσφολιπίδια, μέταλλα και οξειδωτικά προϊόντα) και λαμβάνεται η αποχρωστική γαία που χρησιμοποιήθηκε διοχετεύοντας το πυρηνέλαιο μέσα από κατάλληλα φίλτρα. Η αποχρωστική γαία, η οποία δρα ως καταλυτής μπορεί να χρησιμοποιηθεί ξανά σε επόμενο κύκλο παραγωγής.

Το κύριο προϊόν της παραπάνω διεργασίας, το αποχρωματισμένο πυρηνέλαιο οδηγείται στη δεξαμενή απόσμισης για την απομάκρυνση των οσμών του. Στη διεργασία αυτή το αποχρωματισμένο πυρηνέλαιο θερμαίνεται στους 200°C κι αναδεύεται σε υποπίεση διοχετεύοντας υπέρθερμο ατμό από τον πυθμένα του δοχείου. Με τον τρόπο αυτό απομακρύνονται εκ νέου πτητικά απόβλητα (λιπαρά οξέα κι άλλες ανεπιθύμητες ουσίες), δίνοντας πυρηνέλαιο έτοιμο για συσκευασία. Το λάδι παραμένει στα δοχεία υπό συνθήκες κενού για περίπου οκτώ ώρες. Τα πτητικά απόβλητα των δύο τελευταίων διεργασιών οδηγούνται σε ειδική δεξαμενή, όπου υγροποιούνται.

Το σαπούνι που παράγεται από την εξουδετέρωση, για να φτάσει στην κατανάλωση ψύχεται σε θερμοκρασία περιβάλλοντος και στη συνέχεια καλουπώνεται και τεμαχίζεται, πριν οδηγηθεί για συσκευασία. Αν προστεθούν αρωματικά έλαια, το σαπούνι που παράγεται είναι αρωματικό σαπούνι, διαφορετικά παράγεται πράσινο σαπούνι.

Για κάθε τύπο διεργασίας χρησιμοποιείται το πλέον κατάλληλο από τα μοντέλα που έχουν παρουσιαστεί στην παρούσα διατριβή. Οι διεργασίες στο προξηραντήριο και το ξηραντήριο είναι διεργασίες συνεχούς εισόδου πρώτων υλών – συνεχούς εξόδου προϊόντων κι οι υπόλοιπες διεργασίες (τεμαχισμού και συσκευασίας του σαπουνιού) είναι τυπικές διακριτές διεργασίες που εκτελούνται σε αφιερωμένες μηχανές. Για τις διεργασίες συνεχούς εισόδου - συνεχούς εξόδου χρησιμοποιούνται τα μοντέλα πολυ-παραγωγικών μηχανών, τα οποία προσαρμόζονται να εκτελούν ένα τύπο διεργασίας. Για την αναπαραστάση των διεργασιών παρτίδας (διαχωρισμός του πυρηνόξυλου από το πυρηνέλαιο, εξουδετέρωση, αποχρωματισμός, απόσμιση του πυρηνελαίου, λιώσιμο και καλούπωμα του σαπουνιού) χρησιμοποιείται το μοντέλο που αναπτύχθηκε σε αυτό το κεφάλαιο, ενώ για τις διακριτές διεργασίες χρησιμοποιούνται τα μοντέλα που παρουσιάστηκαν στο κεφάλαιο των αφιερωμένων συστημάτων παραγωγής.





Σχήμα 73: Μοντελοποίηση με υβριδικά ΔΡ πυρηνελαιουργείου και σαπωνοποιείου.

Στις περιπτώσεις που απαιτείται από τις συνθήκες εκτέλεσης μιας διεργασίας, συνδυάζεται με το μοντέλο που αναπαριστά την εκτέλεση της, η δομή του ΔΡ που αναπαριστά την επίτευξη καταλλήλων συνθηκών εκτέλεσης της διεργασίας. Το συνολικό μοντέλο του συστήματος παραγωγής υλοποιημένο με υβριδικά ΔΡ και με προσαρμοσμένα δύο επίπεδα εποπτικού ελέγχου για την απομάκρυνση ανεπιθύμητων κι επικίνδυνων καταστάσεων (επίπεδο υποσυστήματος και επίπεδο συνολικού συστήματος όπως αυτά αναλύθηκαν παραπάνω), παρουσιάζεται στο Σχήμα 74. Το αρχικό μοντέλο αποτελείται από 78 θέσεις και 72 μεταβάσεις, στις οποίες εξαιτίας του εποπτικού ελέγχου δύο επιπέδων προστίθενται 17 θέσεις παρακολούθησης (συμβολίζονται στο μοντέλο ως  $p_{ci}$ ) και δύο μεταβάσεις. Συνολικά, το παραπάνω μοντέλο αποτελείται από 95 θέσεις από τις οποίες οι 52 είναι συνεχείς κι οι υπόλοιπες 43 διακριτές και από 74 μεταβάσεις όπου οι 23 είναι συνεχείς κι οι υπόλοιπες 51 είναι διακριτές.

Για την αναπαράσταση της επίτευξης των αναγκαίων συνθηκών εκτέλεσης των διεργασιών συνεχούς εισόδου – συνεχούς εξόδου, η δομή του ΔΡ διαφοροποιείται σε σχέση με την αντίστοιχη δομή για τα συστήματα παρτίδας. Ο κύριος λόγος γι' αυτό είναι ότι η εκτέλεση των διεργασιών αυτού του τύπου αναπαρίσταται με συνεχείς μεταβάσεις. Η κύρια διαφορά, είναι πως η διακριτή θέση που συμβολίζει την ικανοποίηση των συνθηκών εκτέλεσης της διεργασίας συνδέεται με τη μετάβαση που αντιπροσωπεύει την εμφάνιση βλάβης, αφού μετά την επιδιόρθωση της πρέπει και πάλι να επιτευχθούν οι συνθήκες εκτέλεσης της διεργασίας. Επιπλέον, η παραπάνω θέση συνδέεται με τόξο ενεργοποίησης με τη συνεχή μετάβαση εκτέλεσης της διεργασίας.

Στις διεργασίες εξουδετέρωσης και αποχρωματισμού το βενζόλιο κι η αποχρωστική γαία αποτελούν τόσο εισόδους όσο και εξόδους του συστήματος αφού οι ουσίες αυτές δρουν καταλυτικά στην εκτέλεση των διεργασιών. Για το λόγο αυτό τα βάρη πολλαπλότητας των τόξων που αναπαριστούν τις ποσότητες αυτών των πρώτων υλών που διοχετεύονται στον επεξεργαστή ισούνται με τα αντίστοιχα βάρη πολλαπλότητας των τόξων εξόδου που αναπαριστούν τις ποσότητες των ουσιών αυτών που παράγονται από την εκτέλεση των διεργασιών. Το πυρηνόξυλο που παράγεται μετά την απομάκρυνση του πυρηνελαίου οδηγείται στο ξηραντήριο και το προξηραντήριο, όπου καίγεται για να καλύψει μερικά τις θερμικές ανάγκες αυτών των διεργασιών. Στο μοντέλο του σχήματος 74 η αποθήκη που περιέχει το πυρηνόξυλο αποτελεί είσοδο των μεταβάσεων που αναπαριστούν την εκτέλεση των διεργασιών στο ξηραντήριο και το προξηραντήριο.

Μια ακόμα διαφοροποίηση από τα συνήθη παρουσιάζει το υποσύστημα που αναπαριστά την παραγωγή του σαπουνιού μετά το αρχικό λιώσιμο και την προσθήκη αρωματικών ελαίων. Στην περίπτωση αυτή, η θέση εξόδου της μετάβασης που αντιστοιχεί στην εκτέλεση της διεργασίας είναι διακριτή, αφού το στερεοποιημένο σαπούνι επιμερίζεται σε διακριτές ποσότητες και όχι σε παρτίδα. Το βάρος πολλαπλότητας  $w_{21}$  των αρωματικών ελαίων που χρησιμοποιούνται καθορίζει τον τύπο του σαπουνιού που παράγεται, αφού

στην περίπτωση του πράσινου σαπουνιού αυτό γίνεται μηδέν, ενώ σε κάθε άλλη περίπτωση η τιμή που λαμβάνει είναι ένας θετικός πραγματικός αριθμός.

Για οποιαδήποτε πεπερασμένη αρχική σήμανση  $m_0$ , οι ιδιότητες του μοντέλου του συνολικού συστήματος προκύπτουν από τις αντίστοιχες ιδιότητες των θεμελιωδών υποσυστημάτων που χρησιμοποιήθηκαν ως δομικά στοιχεία. Έτσι, το μοντέλο με υβριδικά ΔΡ του συστήματος δεν είναι γενικά ζωτικό, αλλά παραμένει ζωτικό για όσο διαθέτει προς επεξεργασία κομμάτια, είναι *k-περιορισμένο* για οποιαδήποτε πεπερασμένη αρχική του σήμανση και οι διακριτές του θέσεις είναι ασφαλείς. Επιπλέον, τα άνω όρια των τελειών στις θέσεις που αντιστοιχούν σε αποθήκες μπορούν να υπολογιστούν με αναφορά στις αρχικές σημάνσεις και τις μέγιστες χωρητικότητες τους. Τέλος, το μοντέλο είναι μη συντηρητικό, δεν εμφανίζει επιμονή, είναι μη-αντιστρεπτό, μη συνεπές και δεν έχει *T-αναλλοίωτα*.

Το μοντέλο του σχήματος 74 έχει δεκαεπτά P-αναλλοίωτα, δέκα από τα οποία αναφέρονται στις αμοιβαία αποκλειόμενες καταστάσεις των επεξεργασιών του ( $d_1 = \text{αριθμός επεξεργασιών συστήματος} = 10$ ) και τα υπόλοιπα επτά σε διατήρηση του συνολικού αριθμού κομματιών που βρίσκονται σε συγκεκριμένα σύνολα από θέσεις ( $d_2 = 7$ ). Τα P-αναλλοίωτα του συνολικού συστήματος είναι:

$$m(p_3) + m(p_4) + m(p_5) = 1$$

$$m(p_9) + m(p_{10}) + m(p_{11}) = 1$$

$$m(p_{22}) + m(p_{23}) = 1$$

$$m(p_{30}) + m(p_{31}) = 1$$

$$m(p_{41}) + m(p_{42}) = 1$$

$$m(p_{47}) + m(p_{48}) = 1$$

$$m(p_{55}) + m(p_{56}) = 1$$

$$m(p_{63}) + m(p_{64}) = 1$$

$$m(p_{69}) + m(p_{70}) + m(p_{71}) = 1$$

$$m(p_{74}) + m(p_{75}) + m(p_{76}) = 1$$

$$w_{17}[w_{14}[w_{10}[w_6[w_{25}[w_{24}m(p_1) + m(p_7)] + m(p_{13}) + m(p_{15})] + \\ + w_3[m(p_{18}) + m(p_{20}) + m(p_{26})]] + w_8[m(p_{28}) + m(p_{33}) + m(p_{35})]] + \\ + w_{12}[m(p_{37}) + m(p_{39}) + m(p_{44})]] + w_{16}[m(p_{45}) + m(p_{46})] = k_1$$

$$w_{17}[w_{14}[w_{10}[m(p_{25}) + m(p_{27})] + w_9[m(p_{28}) + m(p_{33}) + m(p_{35})]] + \\ + w_{12}[m(p_{37}) + m(p_{39}) + m(p_{44})]] + w_{16}[m(p_{45}) + m(p_{46})] = k_2$$

$$w_{23}[w_{22}[w_{19}[w_{11}[w_6[w_{25}[w_{24}m(p_1) + m(p_7)] + m(p_{13}) + m(p_{15})] + \\ + w_3[m(p_{18}) + m(p_{20}) + m(p_{26})]] + w_8[m(p_{29}) + m(p_{51}) + m(p_{52})]] + \\ + w_{18}[m(p_{53}) + m(p_{58}) + m(p_{60})]] + w_{20}[m(p_{62}) + m(p_{67})]] + m(p_{68}) + m(p_{73}) = k_3$$

$$w_{23}[w_{22}[m(p_{59}) + m(p_{61})] + w_{21}[m(p_{62}) + m(p_{67})]] + m(p_{68}) + m(p_{73}) = k_4$$

$$w_{23}[w_{22}[w_{19}[w_{11}[m(p_{25}) + m(p_{27})] + w_9[m(p_{29}) + m(p_{51}) + m(p_{52})]] + w_{18}[m(p_{53}) + m(p_{58}) + m(p_{60})]] + w_{20}[m(p_{62}) + m(p_{67})]] + m(p_{68}) + m(p_{73}) = k_5$$

$$m(p_{14}) + m(p_{16}) + m(p_{19}) = k_6$$

$$m(p_{34}) + m(p_{36}) + m(p_{38}) = k_7$$

Οι σταθερές  $k_i$ ,  $i=1, \dots, 7$  των  $P$ -αναλλοίωτων αναφέρονται στο άθροισμα τελειών στα αντίστοιχα σύνολα θέσεων για την αρχική σήμανση  $m_0$ .

Για να γίνει λειτουργικό το μοντέλο με υβριδικά ΔΡ του συνολικού συστήματος και να μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την σε βάθος μελέτη του, πρέπει να προστεθούν σε αυτό μια σειρά από ποσοτικές παραμέτρους (χωρητικότητες δεξαμενών, ποσότητες πρώτων υλών και προϊόντων σε ένα κύκλο παραγωγής, ταχύτητες εκτέλεσης συνεχών διεργασιών, χρονικές διάρκειες διεργασιών παρτίδας και βάρη πολλαπλότητας με τις οποίες συμμετέχουν στις διεργασίες οι πρώτες ύλες και τα προϊόντα). Η αρχική αποθήκη που περιέχει τον ανεπεξέργαστο ελαιοπυρήνα θεωρείται στην πράξη άπειρης χωρητικότητας. Η τροφοδοσία του προξηραντηρίου με ελαιοπυρήνα γίνεται με ρυθμό  $V_{t1} = 8 \text{ tn/h}$ . Στην έξοδο του προξηραντηρίου, εξαιτίας του περιορισμού της υγρασίας από 80% στο 50% λόγω της εξάτμισης μέρους της στο περιβάλλον, λαμβάνεται ελαιοπυρήνας με ρυθμό  $6 \text{ tn/h}$ . Με βάση τα στοιχεία αυτά, το βάρος πολλαπλότητας  $w_{24} = 0.75$ . Η χωρητικότητα της θέσης  $p_7$  που αντιπροσωπεύει την αποθήκευση του ελαιοπυρήνα μετά την έξοδο του από το προξηραντήριο είναι  $C_7 = 600 \text{ tn}$ .

Στο ξηραντήριο ο ελαιοπυρήνας εισέρχεται με ρυθμό  $V_{t8} = 12 \text{ tn/h}$  ενώ στην έξοδο του ο ελαιοπυρήνας υγρασίας 8% λαμβάνεται με ρυθμό  $6.5 \text{ tn/h}$ , όποτε προκύπτει πως το βάρος πολλαπλότητας είναι  $w_{25} = 0.55$ . Η χωρητικότητα της θέσης  $p_{13}$  που μοντελοποιεί το χώρο αποθήκευσης του ελαιοπυρήνα μετά την έξοδο του από το ξηραντήριο είναι  $C_{13} = 20 \text{ tn}$ . Η μικρή χωρητικότητα του χώρου αυτού (σε σύγκριση και με την αντίστοιχη αποθήκη του προξηραντηρίου που είναι 30 φορές μεγαλύτερη) δικαιολογείται από την ανάγκη για όσο το δυνατόν συντομότερη παραμονή του ξηραμένου ελαιοπυρήνα στο χώρο αποθήκευσης, αφού διαφορετικά υπάρχει ο κίνδυνος ο ελαιοπυρήνας να προσλάβει εκ νέου υγρασία, γεγονός που θα απαιτούσε την επαναξήρανση του πριν την παραπέρα κατεργασία του.

Στη συνέχεια γίνεται η επεξεργασία του ξηραμένου ελαιοπυρήνα με βενζόλιο για το διαχωρισμό του πυρηνελαίου από το πυρηνόζυλο. Στο παραπάνω μοντέλο η διεργασία αυτή εκτελείται σε μια δεξαμενή (αναπαρίσταται από τις θέσεις  $p_{15}$  και  $p_{16}$ ), η χωρητικότητα της οποίας ισούται με  $375 \text{ tn}$  κι είναι ισοδύναμη με τη συνολική χωρητικότητα των οκτώ δεξαμενών που υπάρχουν στο πραγματικό σύστημα και χρησιμοποιούνται για την εκτέλεση της διεργασίας. Στη δεξαμενή αυτή σε κάθε κύκλο

παραγωγής εισέρχονται 215 *tn* ελαιοπυρήνα και 160 *tn* βενζολίου. Η διάρκεια της διεργασίας διαχωρισμού είναι 0.75 ώρες και κατά την ολοκλήρωση της λαμβάνονται 107.5 *tn* πυρηνόξυλου και 8.6 *tn* πυρηνελαίου. Η χωρητικότητα της θέσης  $p_{21}$  που αναπαριστά το χώρο αποθήκευσης του πυρηνόξυλου ισούται με 1500 *tn* και της  $p_{20}$  που αναπαριστά το χώρο που οδηγείται το πυρηνέλαιο ισούται με 45 *tn*. Εξαιτίας της αναλογίας ανάμιξης των πρώτων υλών, τα βάρη πολλαπλότητας λαμβάνουν τις ακόλουθες τιμές  $w_3 = 215$  και  $w_4 = 160$ . Τα βάρη πολλαπλότητας των προϊόντων είναι  $w_5 = 107.5$  και  $w_6 = 8.6$ .

Οι επόμενες διεργασίες αφορούν την επεξεργασία του πυρηνελαίου για να μπορεί να χρησιμοποιηθεί χωρίς κινδύνους. Αρχικά, γίνεται εξουδετέρωση του πυρηνελαίου αναμιγνύοντας το με καυστική σόδα. Σε κάθε κύκλο παραγωγής αναμιγνύονται 25 *tn* πυρηνελαίου με 800 *Kgr* καυστικής σόδας (οι ποσότητες αυτές οδηγούνται στις θέσεις  $p_{26}$  και  $p_{27}$  του δικτύου για την εκτέλεση της διεργασίας) και η διάρκεια της διεργασίας είναι 10 ημέρες. Κατά την ολοκλήρωση της, λαμβάνονται 6 *tn* εξουδετερωμένου πυρηνελαίου και 10 *tn* σαπουνιού. Τα βάρη πολλαπλότητας στο κομμάτι του μοντέλου που αναφέρεται στην εξουδετέρωση είναι  $w_8 = 25$ ,  $w_9 = 0.8$ ,  $w_{10} = 6$  και  $w_{11} = 10$ . Η χωρητικότητα της θέσης  $p_{33}$  που μοντελοποιεί το χώρο αποθήκευσης του εξουδετερωμένου πυρηνελαίου, είναι  $C_{33} = 30$  *tn* και η χωρητικότητα της αποθήκης του σαπουνιού είναι  $C_{51} = 50$  *tn*.

Το εξουδετερωμένο πυρηνέλαιο αναμιγνύεται με αποχρωστική γαία για την απομάκρυνση των οσμών. Στη σχετική δεξαμενή σε κάθε κύκλο διοχετεύονται 3 *tn* εξουδετερωμένου πυρηνελαίου με 200 *Kgr* αποχρωστικής γαίας (στις θέσεις  $p_{33}$  και  $p_{34}$ ). Η συγκεκριμένη διεργασία που αναπαρίσταται από την  $t_{33}$  διαρκεί 2 ώρες και στο τέλος της λαμβάνεται ολόκληρη η ποσότητα του πυρηνελαίου (3 *tn*). Τα βάρη πολλαπλότητας σε αυτό το κομμάτι του μοντέλου είναι  $w_{12} = 3$ ,  $w_{13} = 0.2$  και  $w_{14} = 3$ . Η χωρητικότητα της θέσης  $p_{39}$  που μοντελοποιεί το χώρο αποθήκευσης του εξουδετερωμένου πυρηνελαίου, είναι  $C_{39} = 15$  *tn*.

Το αποχρωματισμένο πυρηνέλαιο οδηγείται στη συνέχεια στη δεξαμενή απόσμησης. Σε κάθε κύκλο παραγωγής, οδηγούνται στη δεξαμενή αυτή 4 *tn* πυρηνελαίου και η θερμική τους επεξεργασία σε υποπίεση διαρκεί 8 ώρες. Στο τέλος της λαμβάνεται ολόκληρη η αρχική ποσότητα του πυρηνελαίου (4 *tn*) και για το λόγο αυτό τα βάρη πολλαπλότητας  $w_{16}$  και  $w_{17}$  είναι ίσα με 4. Η  $p_{46}$  αναπαριστά την τελική αποθήκη στην οποία οδηγείται το πυρηνέλαιο και στην πράξη η χωρητικότητά της θεωρείται άπειρη.

Το πρώτο στάδιο επεξεργασίας του σαπουνιού απαιτεί την ψύξη του σε θερμοκρασία περιβάλλοντος, η οποία γίνεται σε μικρό χρόνο και χωρίς μεταβολή στην ποσότητα του, επομένως  $w_{18} = w_{19} = 1$ . Στη θέση  $p_{53}$  οδηγείται όλη η ποσότητα σαπουνιού που παράγεται από ένα κύκλο παραγωγής, δηλαδή 10 *tn*. Ανάλογα με τον τύπο σαπουνιού που πρέπει να παραχθεί, το προϊόν της προηγούμενης διεργασίας αναμιγνύεται με κατάλληλους τύπους και ποσότητες αρωματικών ελαίων κι αφού στερεοποιηθεί και λάβει

το επιθυμητό σχήμα, οδηγείται για τεμαχισμό και συσκευασία. Με βάση τις ποσότητες των αρωματικών ελαίων που χρησιμοποιούνται, ορίζεται η τιμή του βάρους πολλαπλότητας  $w_{21}$ . Η συνολική δυναμικότητα του συστήματος στην παραγωγή σαπουνιού είναι  $2 \text{ tn} / \text{ημέρα}$ , απ' όπου μετά τον τεμαχισμό προκύπτουν  $15.000 \text{ τεμάχια} / \text{ημέρα}$ . Στη θέση  $p_{60}$  οδηγείται  $1 \text{ tn σαπουνιού} / \text{κύκλο}$ , ενώ η διάρκεια της διεργασίας που αναπαρίσταται από τη μετάβαση  $t_{55}$  τίθεται ίση με 12 ώρες και τα βάρη πολλαπλότητας είναι  $w_{20} = 1$  και  $w_{22} = 1$ . Τέλος, το βάρος πολλαπλότητας  $w_{23}$  που αναφέρεται στα προϊόντα του τεμαχισμού του σαπουνιού ισούται με 7.500, η καθυστέρηση που συνδέεται με τη χρονική μετάβαση  $t_{61}$  είναι 3h και η καθυστέρηση που συνδέεται με τη χρονική μετάβαση  $t_{66}$  είναι 0.0016 ώρες. Η χωρητικότητα της θέσης  $p_{67}$  είναι  $C_{67} = 3 \text{ tn}$  και η χωρητικότητας της αποθήκης του τεμαχισμένου σαπουνιού  $C_{68} = 40.000$  κομμάτια.

Πριν την έναρξη των προσομοιώσεων, πρέπει να οριστούν και οι χρόνοι μεταξύ της εμφάνισης βλαβών στις μηχανές του συστήματος καθώς και οι χρόνοι επιδιόρθωσης των βλαβών. Οι χρόνοι που ανήκουν στην πρώτη κατηγορία μπορούν να λάβουν τιμές που ανήκουν σε διαστήματα όπου τα άκρα παρουσιάζουν την ελάχιστη και τη μέγιστη επιτρεπτή τιμή, ενώ οι χρόνοι επιδιόρθωσης θεωρούνται αιτιοκρατικοί. Για το προξηραντήριο οι βλάβες είναι κατανομημένες στο διάστημα (20,50) και η επιδιόρθωση διαρκεί 8h, ενώ για το ξηραντήριο οι αντίστοιχοι χρόνοι είναι στο διάστημα (15, 50) και 6h αντίστοιχα. Στη διεργασία διαχωρισμού του πυρηνόξυλου από το πυρηνέλαιο οι βλάβες κατανέμονται στο (0, 30) κι η διόρθωση τους διαρκεί 6 h, ενώ στη διεργασία εξουδετέρωσης οι βλάβες κατανέμονται στο (250, 500) και η διόρθωση τους διαρκεί 15h. Στον αποχρωματισμό του πυρηνελαίου οι βλάβες κατανέμονται στο διάστημα (5, 45) κι η επιδιόρθωση μιας βλάβης διαρκεί 5h ενώ στην απόσμηση οι βλάβες κατανέμονται στο διάστημα (15, 30) και η επιδιόρθωση τους διαρκεί 6h. Στην πρώτη διεργασία που δέχεται το σαπούνι για να πέσει η θερμοκρασία του οι βλάβες είναι σπάνιες κι εμφανίζονται κάθε 200 h κι η επιδιόρθωση τους διαρκεί 3h. Στην ανάμιξη του σαπουνιού με αρωματικά έλαια και τη στερεοποίηση του η εμφάνιση βλαβών ανήκει στο διάστημα (10, 35) και η διόρθωση της διαρκεί 7 h, ενώ στον τεμαχισμό βλάβες κατανέμονται στο (0, 20) και η διόρθωση τους διαρκεί 5 h. Τέλος, κατά τη συσκευασία οι βλάβες κατανέμονται στο διάστημα (5, 40) κι η επιδιόρθωση τους διαρκεί 3h.

Η χρονική καθυστέρηση που απαιτείται για να βρεθεί το προξηραντήριο στην κατάλληλη για την εκτέλεση της διεργασίας θερμοκρασία (αναπαρίσταται από τη μετάβαση  $t_6$ ) είναι 2h, ενώ ο αντίστοιχος χρόνος για το ξηραντήριο ( $t_{13}$ ), είναι 4h (λόγω της σημαντικά υψηλότερης θερμοκρασίας στην οποία πρέπει να βρεθεί). Για την επίτευξη της αναγκαίας για την εκχύλιση πίεσης ( $t_{71}$ ) απαιτείται 1,5h ενώ η δημιουργία των αναγκών για την εξουδετέρωση συνθηκών είναι άμεση ( $t_{72}$ ). Κατά τον αποχρωματισμό, η επίτευξη των αναγκών συνθηκών διαρκεί 1,5h και για την απόσμηση ( $t_{45}$ ) 2h. Για την πρώτη διεργασία που δέχεται το σαπούνι η σχετική μετάβαση ( $t_{52}$ ) είναι άμεση ενώ κατά τη στερεοποίηση ( $t_{60}$ ) η σχετική καθυστέρηση είναι 1h.

Θεωρείται η αρχική κατάσταση κατά την οποία στην αρχική αποθήκη ( $p_1$ ) βρίσκονται 3.700 tn ελαιοπυρήνα, στη θέση  $p_{20}$  17 tn μη εξουδετερωμένου πυρηνελαίου, στη θέση  $p_{39}$  2 tn αποχρωματισμένου πυρηνελαίου, οι υπόλοιπες αποθήκες του συστήματος είναι κενές και όλες του οι μηχανές είναι λειτουργικές. Με βάση τις τιμές των παραμέτρων που έχουν αναφερθεί, η προσομοίωση τερματίζεται σε 1353,3h, στη θέση  $p_{46}$  βρίσκονται 20 tn πυρηνελαίου και στην  $p_{73}$  225.000 τεμάχια σαπουνιού. Η παραγωγή του πυρηνελαίου ολοκληρώνεται σε 1115h, ενώ αυτή του σαπουνιού σε 1353,3h, κατά κύριο λόγο εξαιτίας της διεργασίας εξουδετέρωσης που έχει διάρκεια 240h. Κατά τη διάρκεια λειτουργίας του συστήματος καμία από τις εσωτερικές αποθήκες δε φτάνει τη μέγιστη χωρητικότητα της.

Η προσομοίωση επαναλαμβάνεται με ίδιες όλες τις παραμέτρους, θεωρώντας πως οι μηχανές του συστήματος δεν παθαίνουν βλάβες (ιδανική περίπτωση που δίνει ένα κάτω όριο των χρόνων παραγωγής που μπορούν θεωρητικά μόνο να επιτευχθούν). Στην περίπτωση αυτή η διάρκεια της είναι σημαντικά μικρότερη αφού ολοκληρώνεται σε 1037,7h. Η παραγωγή του πυρηνελαίου ολοκληρώνεται σε 900,2h ενώ αυτή του σαπουνιού σε 1037,7h. Όπως και πριν και σε αυτή την περίπτωση κατά τη διάρκεια λειτουργίας του συστήματος καμία από τις εσωτερικές αποθήκες δε φτάνει τη μέγιστη χωρητικότητα της.

Οι επόμενες περιπτώσεις που εξετάζονται αφορούν την επίδραση που έχει στη λειτουργία του συστήματος η αύξηση του μέγιστου ρυθμού παραγωγής κάποιων κρίσιμων για τη συνολική λειτουργία του μηχανών (στην περίπτωση αυτή οι μηχανές παθαίνουν βλάβες). Αρχικά, μελετάται η περίπτωση κατά την οποία η συνολική διάρκεια της διεργασίας εξουδετέρωσης μειώνεται από 240 σε 200h. Μετά την αλλαγή αυτή η προσομοίωση ολοκληρώνεται μετά από 1256,6h, δηλαδή παρατηρείται μείωση του συνολικού χρόνου κατά 96.7h ή 7% περίπου, ενώ η παραγωγή του πυρηνελαίου ολοκληρώνεται σε 1005,8h.

Μια επιπλέον αλλαγή που επιχειρείται αφορά την αύξηση της δυναμικότητας του προξηραντηρίου από 8 σε 10 tn/h. Η απόφαση για την αλλαγή αυτή βασίστηκε στο γεγονός πως ο μέγιστος ρυθμός επεξεργασίας της επόμενης διεργασίας (ξηραντήριο) είναι σημαντικά μεγαλύτερος (12 tn/h), με αποτέλεσμα η συγκεκριμένη διεργασία λόγω περιορισμένης τροφοδοσίας σε μεγάλα χρονικά διαστήματα να εκτελείται στην πραγματικότητα με μικρότερο ρυθμό παραγωγής από αυτόν που έχει οριστεί κι η ενδιάμεση αποθήκη στο μεγαλύτερο χρονικό διάστημα να είναι άδεια. Μετά από αυτές τις αλλαγές παρατηρείται σημαντική μείωση της διάρκειας της προσομοίωσης (κατά 13%), που ολοκληρώνεται σε 1092h. Η μεταβολή της διάρκειας των προσομοιώσεων σε σχέση με τις επιχειρούμενες αλλαγές παρουσιάζεται στο Σχήμα 74.

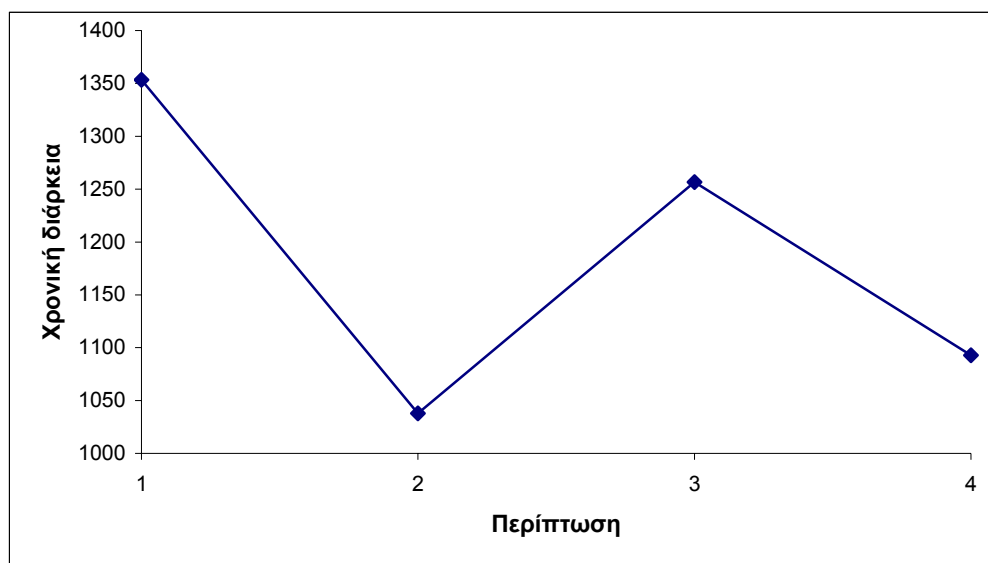
Οι διάρκειες παραγωγής των διαφόρων προϊόντων, οι μέγιστες στάθμες των αποθηκών, οι ποσοστιαίες διάρκειες για τις οποίες οι μηχανές παραμένουν λειτουργικές και τα ποσοστά του χρόνου για τον οποίο οι μηχανές εκτελούν διεργασίες, παρουσιάζονται στον

Πίνακα 8. Ειδικά για τη μηχανή του ξηραντηρίου, το ποσοστό του συνολικού χρόνου που υπολογίζεται να εκτελεί κατεργασία είναι πλασματικό, αφού αυτή και η προηγούμενη διεργασία είναι συνεχούς εισόδου συνεχούς εξόδου κι η τροφοδοσία της από την προηγούμενη μηχανή είναι τέτοια που στο μεγαλύτερο μέρος του συνολικού χρόνου λειτουργεί με ρυθμό σημαντικά χαμηλότερο του ονομαστικού της ρυθμού παραγωγής.

ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ ΑΠΟΔΟΤΙΚΟΤΗΤΑΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΚΑΤΑ ΤΗΝ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ				
ΤΗΣ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗΣ i, i=1,4				
Περίπτωση	1	2	3	4
ΠΟΣΟΤΗΤΕΣ ΠΑΡΑΓΟΜΕΝΩΝ ΠΡΟΪΟΝΤΩΝ				
Πυρηνέλαιο	20 tn			
Σαπούνι	225.000 τεμμάχια			
ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ				
Σε h	1353,3	1037,7	1256,6	1092,8
ΧΡΟΝΟΣ ΓΙΑ ΤΗΝ ΠΑΡΑΓΩΓΗ ΤΗΣ ΣΥΝΟΛΙΚΗΣ ΠΟΣΟΤΗΤΑΣ ΤΟΥ ΠΡΟΪΟΝΤΟΣ (ΣΕ h)				
Πυρηνέλαιο	1115	900,2	1005,8	843,8
Σαπούνι	1353,3	1037,7	1256,6	1092,8
ΜΕΓΙΣΤΗ ΣΤΙΓΜΙΑΙΑ ΣΤΑΘΜΗ ΕΣΩΤΕΡΙΚΗΣ ΑΠΟΘΗΚΗΣ ΠΟΥ ΑΝΑΠΑΡΙΣΤΑΤΑΙ ΑΠΟ ΤΗ ΘΕΣΗ i				
p <sub>7</sub>	68,4	36	63	87,6
p <sub>13</sub>	48,5	20,5	20,7	20,5
p <sub>20</sub>	27	27	27	27
p <sub>31</sub>	6	3	3	5,7
p <sub>39</sub>	4	4	4	4
p <sub>51</sub>	0,5	0,5	0,5	3
p <sub>58</sub>	9	9	9	9
p <sub>67</sub>	1	1	1	1
p <sub>68</sub>	7.500	7.500	7.500	8.125
% ΧΡΟΝΟΥ ΠΟΥ ΜΙΑ ΜΗΧΑΝΗ ΔΕΝ ΕΧΕΙ ΒΛΑΒΗ (αναφέρεται στο χρόνο που η μηχανή έχει ξεκινήσει να εκτελεί διεργασίες κι έχει προς επεξεργασία πρώτες ύλες)				
Προξηραντήριο	85,5	100	80,2	81,2
Ξηραντήριο	86,5		80,5	82,2
Εκχύλιση	95,3		92,9	95,7
Εξουδετέρωση	94,3		95	93,6
Αποχρωματισμός	90,8		83,33	81,4
Απόσπηση	89,3		90,8	88,5
Ψύξη	97,1		98	97,9
Στερεοποίηση	76,6		72,6	71,7
Τεμαχισμός	97		95,5	97
Συσκευασία	97,2		97	95,4
% ΣΥΝΟΛΙΚΟΥ ΧΡΟΝΟΥ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ ΠΟΥ Η ΜΗΧΑΝΗ j ΕΚΤΕΛΕΙ ΚΑΤΕΡΓΑΣΙΑ				
Προξηραντήριο	34,17	44,56	36,8	42,32
Ξηραντήριο	17,09	22,28	18,4	21,16
Εκχύλιση	1,16	1,52	1,25	1,44
Εξουδετέρωση	53,2	69,38	47,75	54,9
Αποχρωματισμός	1,33	1,73	1,43	1,65
Απόσπηση	3,7	4,81	3,98	4,57
Ψύξη	0,66	0,87	0,07	0,82
Στερεοποίηση	28,82	37,58	31,04	35,68
Τεμαχισμός	6,65	8,67	7,16	8,23
Συσκευασία	26,6	34,69	28,64	32,94

Πίνακας 8: Μέτρα απόδοσης που υπολογίζονται για τις προσομοιώσεις των εναλλακτικών περιπτώσεων .





Σχήμα 74: Συνολική διάρκεια προσομοίωσης για τις διαφορετικές περιπτώσεις.

## 8<sup>ο</sup> Κεφάλαιο

### Μελέτη Βιομηχανικής Ευελιξίας<sup>3</sup>

Στο κεφάλαιο αυτό η προτεινόμενη μεθοδολογία μοντελοποίησης και μελέτης συστημάτων παραγωγής χρησιμοποιείται για τη συγκριτική μελέτη συστημάτων με διαφορετικούς τύπους και επίπεδα ευελιξίας. Η αξιολόγηση των παραγωγικών δυνατοτήτων συστημάτων με διαφορετικά όσον αφορά την ευελιξία χαρακτηριστικά, συνυπολογιζόμενη με τα οικονομικά χαρακτηριστικά των εναλλακτικών λύσεων (κόστος αγοράς, τρόπος αποπληρωμής, λειτουργικά κόστη, κόστη αποθεματοποίησης κτλ.) και πιθανώς άλλους παράγοντες (αναγκαίος χρόνος για την προμήθεια και εγκατάσταση της παραγωγικής μονάδας, επιθυμητή διάρκεια ζωής κτλ.) μπορούν από σχεδιαστικής άποψης να χρησιμοποιηθούν για επιλογή υλοποίησης της καλύτερης δυνατής λύσης.

Στη μελέτη περίπτωσης που παρουσιάζεται στη συνέχεια, γίνεται συγκριτική αξιολόγηση συστημάτων με διαφορετικά επίπεδα ευελιξίας δρομολόγησης και λειτουργικής ευελιξίας μοντελοποιημένων με Δίκτυα Petri και επεκτάσεων τους, για μια σειρά από περιπτώσεις με συγκεκριμένα χαρακτηριστικά. Τα μοντέλα των υπό μελέτη συστημάτων καλούνται να εκτελέσουν μια σειρά από κατεργασίες στο ίδιο σύνολο πρώτων υλών έτσι ώστε αυτές να μετατραπούν στα ίδια σε όλες τις περιπτώσεις τελικά προϊόντα, για διαφορετικούς όγκους

---

<sup>3</sup> Τμήμα του κεφαλαίου αυτού έχουν δημοσιευθεί στην:

[258] Tsinarakis G., Tsourveloudis N. and Valavanis K., “Petri Net Modeling of Routing and Operation Flexibility in Production Systems, in Proc. 13th IEEE Mediterranean Conference on Control and Automation – MED 2005, pp. 352 – 357, Limassol, Cyprus, 2005.

παραγωγής και μεταβαλλόντας συγκεκριμένα λειτουργικά (π.χ. αξιοπιστία μηχανών και χρόνοι κατεργασίας) και δομικά χαρακτηριστικά (χωρητικότητες εσωτερικών αποθηκών) των συστατικών μερών των συστημάτων. Οι μέσοι χρόνοι μετατροπής των πρώτων υλών σε τελικά προϊόντα χρησιμοποιούνται για την εξαγωγή χρήσιμων συμπερασμάτων.

## 8.1 Περιγραφή του προβλήματος

Το πρόβλημα που θα μελετηθεί σε αυτό το κεφάλαιο αποτελεί παραλλαγή του παραδείγματος που παρουσιάστηκε στην εργασία [61]. Σε αυτή, το συγκεκριμένο παράδειγμα χρησιμοποιήθηκε για την παρουσίαση μιας μεθοδολογίας υπολογισμού της συνολικής ευελιξίας ενός συστήματος παραγωγής. Η προτεινόμενη μεθοδολογία στηρίζεται στην κατασκευή του γράφου προσεγγισιμότητας ενός ΔΡ για τον υπολογισμό των επιμέρους μέτρων ευελιξίας.

Στο παρόν κεφάλαιο, παρουσιάζονται τέσσερα συστήματα διαφορετικής τοπολογίας με διαφορετικά επίπεδα και τύπους ευελιξίας, τα οποία εκτελούν μια σειρά από πέντε κατεργασίες για τη μετατροπή των πρώτων υλών στα ίδια τελικά προϊόντα. Σε όλες τις περιπτώσεις τα συστήματα αποτελούνται από πέντε μηχανές, διαφέρει όμως ο τρόπος λειτουργίας τους και κάποια ακόμα χαρακτηριστικά τους (π.χ. αποτελούνται από αφιερωμένες μηχανές ή μη). Για την εκτέλεση κάποιων κατεργασιών απαιτείται να έχει προηγηθεί η ολοκλήρωση άλλων κατεργασιών που αναφέροντα ως προαπαιτούμενες και οι οποίες καθορίζουν τη δρομολόγηση των κομματιών μέσα στα συστήματα. Οι σχέσεις προαπαιτουμένων είναι κοινές και για τις τέσσερις περιπτώσεις συστημάτων και συνοψίζονται στον Πίνακα 9.

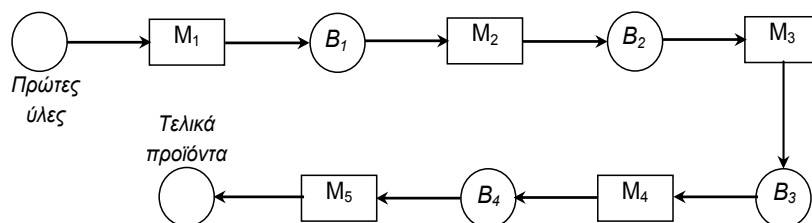
Αριθμός Κατεργασίας	Προαπαιτούμενες Κατεργασίες
1	-
2	-
3	1, 2
4	1, 3
5	3, 2

Πίνακας 9: Πίνακας προαπαιτουμένων κατεργασιών.

### 8.1.1 Αφιερωμένο σύστημα παραγωγής

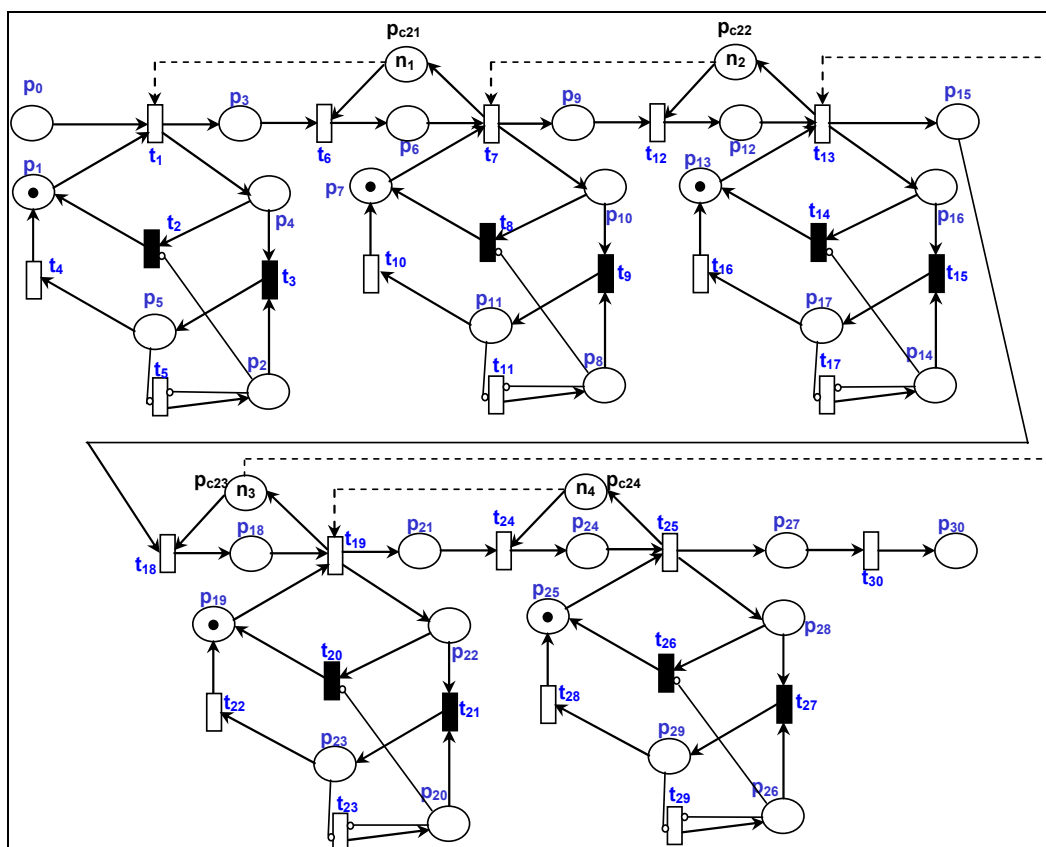
Η πρώτη τοπολογία συστήματος παραγωγής που μελετάται είναι αυτή ενός αφιερωμένου συστήματος (γραμμή παραγωγής) αποτελούμενου από πέντε αφιερωμένες μηχανές σε σειρά και παρουσιάζεται στο Σχήμα 75. Σε αυτή, κάθε κομμάτι δέχεται με την ίδια ακολουθία ( $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 5$ ) μια κατεργασία σε κάθε μηχανή για να μετατραπεί σε τελικό προϊόν. Το συγκεκριμένο σύστημα δεν παρουσιάζει καμία βιομηχανική ευελιξία ή ευελιξία δρομολόγησης κι η εμφάνιση διαταραχών σε συστατικά του μέρη προκαλεί προβλήματα στη λειτουργία του (μειωμένη παραγωγικότητα, αδράνεια μηχανών κτλ.) τα οποία διαδίδονται με γρήγορο ρυθμό σε ολόκληρο το σύστημα. Επιπλέον, σε αυτή την

τοπολογία συστήματος εξαιτίας των διαφορετικών ταχυτήτων εκτέλεσης των κατεργασιών κάποιες μηχανές υπερφορτώνονται ενώ άλλες υποχρησιμοποιούνται με αποτέλεσμα να παρουσιάζουν μεγάλα νεκρά διαστήματα και μειωμένη παραγωγικότητα. Το γεγονός αυτό δεν επιτρέπει την εξισορρόπηση του φόρτου εργασίας που ανατίθεται στις μηχανές που συνθέτουν ένα σύστημα [259].



Σχήμα 75: Αναπαράσταση του αφιερωμένου συστήματος παραγωγής.

Το μοντέλο του συστήματος που περιγράφηκε υλοποιημένο με χρονικά ΔΡ και με δύο επίπεδα εποπτικού ελέγχου παρουσιάζεται στο Σχήμα 76. Το μοντέλο αυτό έχει σχετικά περιορισμένη πολυπλοκότητα, αφού αποτελείται από 35 θέσεις (31 αρχικές + 4 θέσεις παρατήρησης) και 30 μεταβάσεις. Η θέση  $p_0$  αναπαριστά την αποθήκη πρώτων υλών ενώ τα τελικά προϊόντα συγκεντρώνονται στην  $p_{30}$ . Το μοντέλο με ΔΡ δεν είναι γενικά ζωτικό, αλλά παραμένει ζωτικό για όσο διαθέτει προς επεξεργασία κομμάτια, είναι  $k$ -περιορισμένο για οποιαδήποτε πεπερασμένη αρχική σήμανση, όπου οι θέσεις που δεν αντιστοιχούν σε αποθήκες είναι ασφαλείς. Τέλος, το μοντέλο είναι μη συντηρητικό, δεν εμφανίζει επιμονή, είναι μη-αντιστρεπτό, μη συνεπές και δεν έχει  $T$ -αναλλοίωτα.



Σχήμα 76: Μοντέλο με χρονικά ΔΡ του αφιερωμένου συστήματος παραγωγής.

Το μοντέλο του σχήματος 76 παρουσιάζει μια σημαντική διαφοροποίηση σε σχέση με το θεμελιώδες υποσύστημα αφιερωμένης μηχανής. Σ' αυτό, οι χρόνοι που απαιτούνται για τη μεταφορά των κομματιών η επεξεργασία των οποίων ολοκληρώθηκε, από τις μηχανές στις αποθήκες δεν θεωρείται αμελητέος. Για την αναπαράσταση της σχετικής καθυστέρησης χρησιμοποιούνται ένα ζευγάρι θέσης – χρονικής μετάβασης σε κάθε μηχανή ( $p_3 - t_6$ ,  $p_9 - t_{12}$  για τις  $M_1$ ,  $M_2$  κι αντίστοιχα για τις υπόλοιπες). Επιπλέον, από καθεμία από τις θέσεις παρακολούθησης, προστίθεται ένα τόξο ενεργοποίησης προς την αντίστοιχη μετάβαση που αναπαριστά εκτέλεση της κατεργασίας από τη μηχανή στα πλαίσια κάλυψης των αναγκών εποπτικού ελέγχου του μοντέλου.

Το παραπάνω μοντέλο της γραμμής παραγωγής έχει έξι P-αναλλοίωτα, από τα οποία τα πέντε πρώτα αναφέρονται στις αμοιβαία αποκλειόμενες καταστάσεις των μηχανών και το τελευταίο σε διατήρηση κομματιών σε θέσεις του συστήματος.

$$m(p_1) + m(p_4) + m(p_5) = 1 \text{ (αμοιβαία αποκλειόμενες καταστάσεις της } M_1)$$

$$m(p_7) + m(p_{10}) + m(p_{11}) = 1 \text{ (αμοιβαία αποκλειόμενες καταστάσεις της } M_2)$$

$$m(p_{13}) + m(p_{16}) + m(p_{17}) = 1 \text{ (αμοιβαία αποκλειόμενες καταστάσεις της } M_3)$$

$$m(p_{19}) + m(p_{22}) + m(p_{23}) = 1 \text{ (αμοιβαία αποκλειόμενες καταστάσεις της } M_4)$$

$$m(p_{25}) + m(p_{28}) + m(p_{29}) = 1 \text{ (αμοιβαία αποκλειόμενες καταστάσεις της } M_5)$$

$$m(p_0) + m(p_3) + m(p_6) + m(p_9) + m(p_{12}) + m(p_{15}) + m(p_{18}) + m(p_{21}) + m(p_{24}) + m(p_{27}) + m(p_{30}) = k_1$$

### 8.1.2 Σύστημα παραγωγής με ευελιξία δρομολόγησης

Η δεύτερη τοπολογία που μελετάται αναφέρεται σε ένα σύστημα παραγωγής με ευελιξία δρομολόγησης. Σύμφωνα με τον ορισμό του τύπου αυτού ευελιξίας, οι μηχανές δεν είναι αφιερωμένες, αλλά εκτελούν διαφορετικούς τύπους κατεργασιών σε διαφορετικά χρονικά διαστήματα (όχι παράλληλα). Επιπλέον, πολλές μηχανές μπορούν ταυτόχρονα ή σε διαφορετικά χρονικά διαστήματα να εκτελούν σε διαφορετικά κομμάτια τον ίδιο τύπο κατεργασίας με τα ίδια ή διαφορετικά παραγωγικά χαρακτηριστικά (διάρκεια κατεργασίας, χρησιμοποιούμενα εργαλεία κτλ.). Στον Πίνακα 10 παρουσιάζονται οι κατεργασίες που εκτελούνται από κάθε μηχανή.

Αριθμός Κατεργασίας	Μηχανή
1	1, 5
2	2, 4
3	3
4	4, 2
5	5, 1

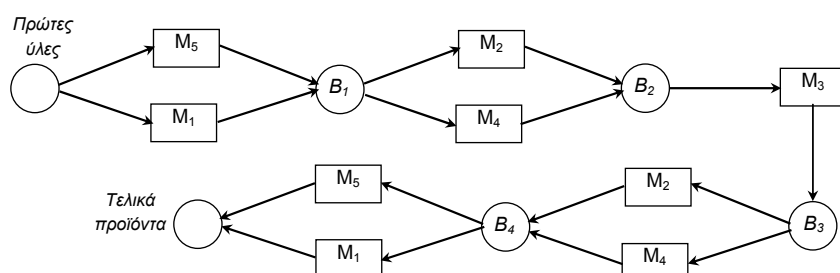
Πίνακας 10: Πίνακας κατεργασιών που εκτελούνται από κάθε μηχανή.

Η μηχανή 3 είναι η μοναδική αφιερωμένη μηχανή του συστήματος, ενώ τα ζεύγη μηχανών 2, 4 και 3, 5 εκτελούν τα ίδια υποσύνολα κατεργασιών τα οποία είναι αμοιβαία

αποκλειόμενα μεταξύ τους. Επιπλέον, στο σύστημα είναι δυνατές δεκαέξι διαφορετικές δρομολογήσεις κομματιών στο συγκεκριμένο σύστημα. Οι δυνατές δρομολογήσεις του συστήματος περιγράφονται από τα ακόλουθα ζευγάρια κατεργασιών - μηχανών που τις εκτελούν.

- 1) (1,1) → (2,2) → (3,3) → (4,4) → (5,5) , 2) (1,1) → (2,2) → (3,3) → (4,4) → (5,1)
- 3) (1,1) → (2,2) → (3,3) → (4,2) → (5,5) , 4) (1,1) → (2,4) → (3,3) → (4,4) → (5,5)
- 5) (1,5) → (2,2) → (3,3) → (4,4) → (5,5) , 6) (1,1) → (2,2) → (3,3) → (4,2) → (5,1)
- 7) (1,1) → (2,4) → (3,3) → (4,4) → (5,1) , 8) (1,5) → (2,2) → (3,3) → (4,4) → (5,1)
- 9) (1,1) → (2,4) → (3,3) → (4,2) → (5,5) , 10) (1,5) → (2,2) → (3,3) → (4,2) → (5,5)
- 11) (1,5) → (2,4) → (3,3) → (4,4) → (5,5) , 12) (1,1) → (2,4) → (3,3) → (4,2) → (5,1)
- 13) (1,5) → (2,2) → (3,3) → (4,2) → (5,1) , 14) (1,5) → (2,4) → (3,3) → (4,2) → (5,5)
- 15) (1,5) → (2,4) → (3,3) → (4,4) → (5,1) , 16) (1,5) → (2,4) → (3,3) → (4,2) → (5,1)

Η απεικόνιση του συστήματος παρουσιάζεται στο Σχήμα 77. Στις εσωτερικές αποθήκες  $B_i$ ,  $i = 1, 2, 3, 4$  περιέχονται τα κομμάτια που έχουν δεχτεί τις  $i$  πρώτες κατεργασίες. Όταν μια κατεργασία μπορεί να εκτελεστεί από περισσότερες από μια μηχανές, όλες οι εναλλακτικές μηχανές τροφοδοτούνται από την ίδια αποθήκη και τα προϊόντα τους καταλήγουν στην ίδια αποθήκη κατεργασμένων κομματιών.

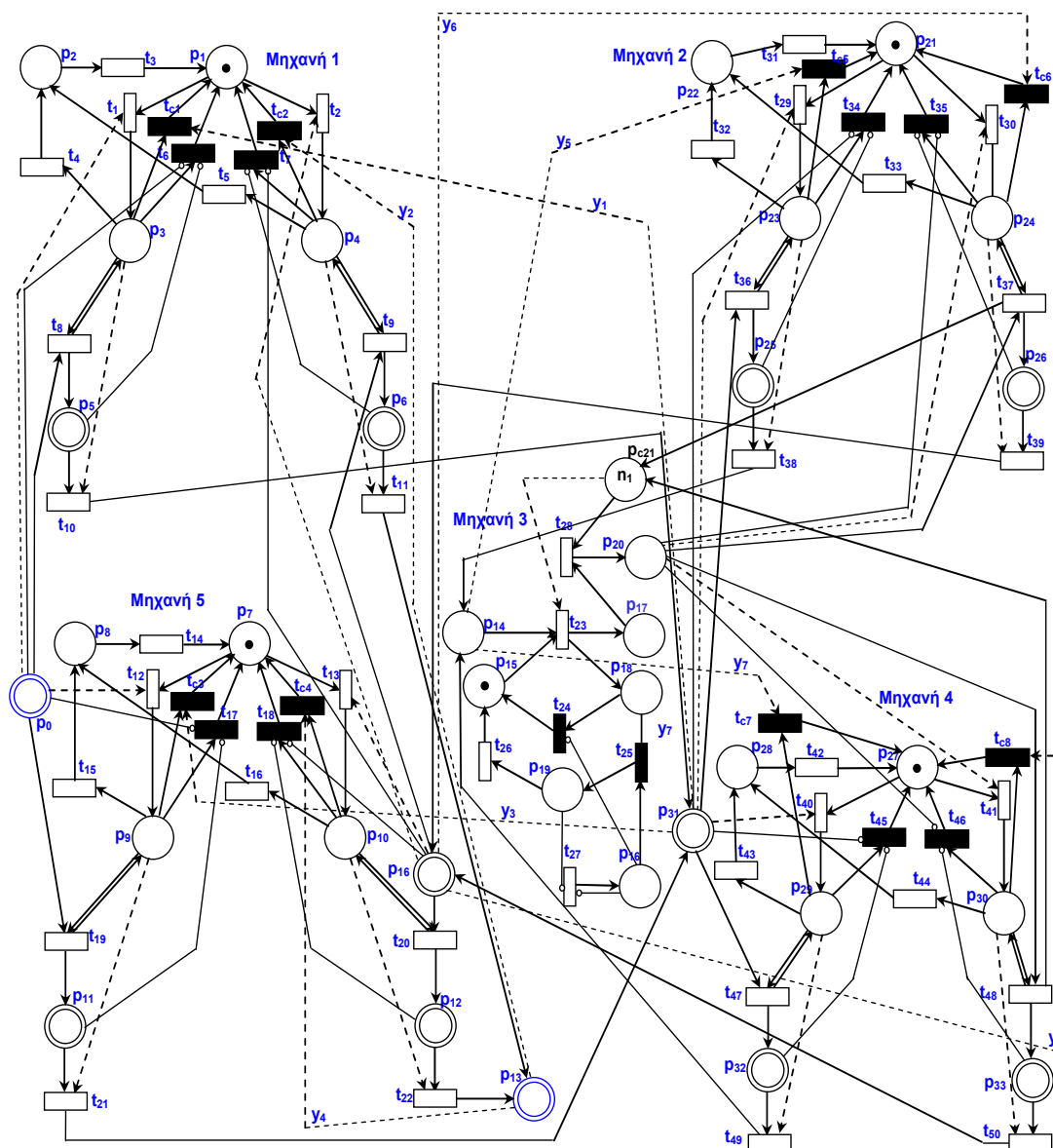


Σχήμα 77: Αναπαράσταση του συστήματος παραγωγής με ευελιξία δρομολόγησης.

Το μοντέλο του συστήματος παραγωγής με ευελιξία δρομολόγησης, υλοποιημένο με συνεχή ΔΡ και με προσαρμοσμένα δύο επίπεδα εποπτικού ελέγχου παρουσιάζεται στο Σχήμα 78. Επειδή οι μηχανές του συστήματος αυτού εκτός της  $M_3$  δεν είναι αφιερωμένες, για την αναπαράσταση τους χρησιμοποιούνται τα θεμελιώδη υποσυστήματα των πολυ-παραγωγικών συστημάτων παραγωγής. Για λόγους μεγαλύτερης ακρίβειας στους υπολογισμούς των μέτρων απόδοσης που χρησιμοποιούνται για τη συγκριτική αξιολόγηση των διαφορετικών τύπων παραγωγικών συστημάτων μέσω προσομοίωσης εναλλακτικών παραγωγικών περιπτώσεων, οι συνεχείς μεταβάσεις που αναπαριστούν τις παραγωγικές κατεργασίες έχουν αντικατασταθεί από διακριτές.

Η πολυπλοκότητα θέσεων του μοντέλου του συστήματος με βιομηχανική ευελιξία είναι παρόμοια με την αντίστοιχη πολυπλοκότητα θέσεων της γραμμής παραγωγής κι αποτελείται από 35 θέσεις (34 αρχικές + 1 θέση παρατήρησης), ενώ η πολυπλοκότητα μεταβάσεων είναι σημαντικά υψηλότερη κι αποτελείται από 59 μεταβάσεις (51 του

αρχικού μοντέλου + 8 στα πλαίσια υλοποίησης του εποπτικού ελέγχου δύο επιπέδων των μη αφιερωμένων μηχανών). Η θέση  $p_0$  αναπαριστά την αποθήκη πρώτων υλών ενώ τα τελικά προϊόντα συγκεντρώνονται στην  $p_{13}$ . Το μοντέλο του συστήματος δεν είναι γενικά ζωτικό, αλλά παραμένει ζωτικό για όσο διαθέτει προς επεξεργασία κομμάτια ενώ είναι  $k$ -περιορισμένο για οποιαδήποτε πεπερασμένη αρχική σήμανση. Οι θέσεις του που δεν αντιστοιχούν σε αποθήκες είναι ασφαλείς. Τέλος, το μοντέλο είναι μη συντηρητικό, δεν εμφανίζει επιμονή, είναι μη-αντιστρεπτό, μη συνεπές και δεν έχει  $T$ -αναλλοίωτα.



Σχήμα 78: Μοντέλο με συνεχή ΔΡ του συστήματος παραγωγής με ευελιξία δρομολόγησης.

Το μοντέλο με συνεχή ΔΡ του συστήματος παραγωγής με ευελιξία δρομολόγησης έχει έξι Ρ-αναλλοίωτα. Από αυτά, τα πέντε πρώτα αναφέρονται στις αμοιβαία αποκλειόμενες καταστάσεις των μηχανών και το τελευταίο σε διατήρηση κομματιών στο υποσύνολο των θέσεων του συστήματος που αναπαριστούν τις παραγωγικές κατεργασίες (υπάρχει ένα αναλλοίωτο της δεύτερης κατηγορίας αφού στο σύστημα χρησιμοποιείται ένα τύπος πρώτων υλών και παράγεται ένας τύπος τελικού προϊόντος).

$$m(p_1) + m(p_2) + m(p_3) + m(p_4) = 1 \text{ (αμοιβαία αποκλειόμενες καταστάσεις της } M_1\text{)}$$

$$m(p_{21}) + m(p_{22}) + m(p_{23}) + m(p_{24}) = 1 \text{ (αμοιβαία αποκλειόμενες καταστάσεις της } M_2\text{)}$$

$$m(p_{15}) + m(p_{18}) + m(p_{19}) = 1 \text{ (αμοιβαία αποκλειόμενες καταστάσεις της } M_3\text{)}$$

$$m(p_{27}) + m(p_{28}) + m(p_{29}) + m(p_{30}) = 1 \text{ (αμοιβαία αποκλειόμενες καταστάσεις της } M_4\text{)}$$

$$m(p_7) + m(p_8) + m(p_9) + m(p_{10}) = 1 \text{ (αμοιβαία αποκλειόμενες καταστάσεις της } M_5\text{)}$$

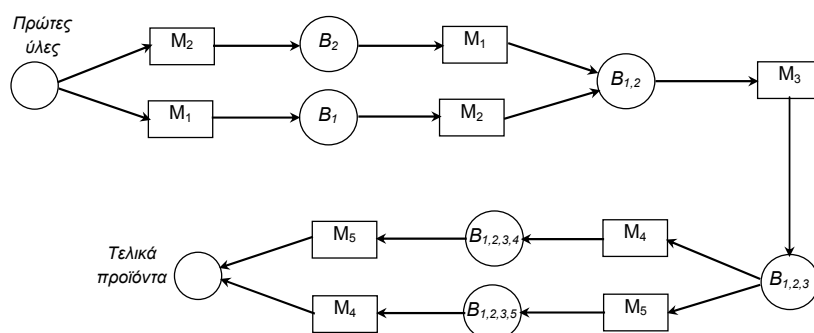
$$m(p_0) + m(p_5) + m(p_{11}) + m(p_{31}) + m(p_{25}) + m(p_{32}) + m(p_{14}) + m(p_{17}) + m(p_{20}) + m(p_{26}) + m(p_{33}) + m(p_{16}) + m(p_6) + m(p_{12}) + m(p_{13}) = k_1$$

### 8.1.3 Σύστημα παραγωγής με λειτουργική ευελιξία

Η τρίτη τοπολογία που εξετάζεται, αναφέρεται σε ένα σύστημα παραγωγής με λειτουργική ευελιξία. Σε αυτό, οι μηχανές είναι αφιερωμένες (κάθε μηχανή εκτελεί μια κατεργασία, αυτή με την οποία έχει τον ίδιο αριθμό), η ακολουθία όμως με την οποία μπορούν να εκτελεστούν κάποιες από τις κατεργασίες δεν είναι μοναδική. Στη συγκεκριμένη περίπτωση, λαμβάνοντας υπόψη και τους περιορισμούς που παρουσιάστηκαν στον Πίνακα 9, οι κατεργασίες 1 και 2 μπορούν να εκτελεστούν και με αντίθετη σειρά, ενώ το ίδιο ισχύει και για το ζευγάρι κατεργασιών 4 και 5. Επομένως, συνολικά στο σύστημα επιτρέπονται τέσσερις εναλλακτικές ακολουθίες εκτέλεσης των κατεργασιών για τη μετατροπή των πρώτων υλών σε προϊόντα. Οι δυνατές ακολουθίες είναι οι ακόλουθες, όπου οι αριθμοί αναφέρονται στους πέντε τύπους κατεργασιών:

- 1)  $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 5$
- 2)  $2 \rightarrow 1 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 5$
- 3)  $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 5 \rightarrow 4$
- 4)  $2 \rightarrow 1 \rightarrow 3 \rightarrow 5 \rightarrow 4$

Η απεικόνιση του συστήματος παραγωγής με λειτουργική ευελιξία παρουσιάζεται στο Σχήμα 79. Σε αυτή οι εσωτερικές αποθήκες  $B_{i,j,...,k}$  περιέχουν τα κομμάτια που έχουν δεχθεί τις κατεργασίες  $i, j, ..., k$ .



Σχήμα 79: Αναπαράσταση του συστήματος παραγωγής με λειτουργική ευελιξία.

Στο Σχήμα 80 παρουσιάζεται το μοντέλο του συστήματος παραγωγής με λειτουργική ευελιξία και δύο επίπεδα εποπτικού ελέγχου, υλοποιημένο με συνεχή ΔΡ. Σε αυτό, οι



Οι πολυπλοκότητες κόμβων του μοντέλου με ΔΡ του συστήματος με λειτουργική ευελιξία είναι παρόμοιες με τις αντίστοιχες πολυπλοκότητες κόμβων του μοντέλου με ευελιξία δρομολόγησης. Συγκεκριμένα, το μοντέλο με ΔΡ του σχήματος 80 αποτελείται από 38 θέσεις (37 αρχικές + 1 θέση παρατήρησης) και 58 μεταβάσεις (50 του αρχικού μοντέλου + 8 στα πλαίσια υλοποίησης του εποπτικού ελέγχου δύο επιπέδων των μη αφιερωμένων μηχανών). Η αποθήκη πρώτων υλών αναπαρίσταται από τη θέση  $p_0$  ενώ η  $p_{29}$  αναπαριστά την αποθήκη τελικών προϊόντων. Το μοντέλο του συστήματος δεν είναι γενικά ζωτικό, αλλά παραμένει ζωτικό για όσο διαθέτει προς επεξεργασία κομμάτια και είναι *k-περιορισμένο* για οποιαδήποτε πεπερασμένη αρχική σήμανση, ενώ οι θέσεις που δεν αναπαριστούν αποθήκες του συστήματος είναι ασφαλείς ( $k=1$ ). Τέλος, το μοντέλο

είναι μη συντηρητικό, δεν εμφανίζει επιμονή, είναι μη-αντιστρεπτό, μη συνεπές και δεν έχει  $T$ -αναλλοίωτα.

Το μοντέλο του συστήματος με ευελιξία δρομολόγησης έχει έξι  $P$ -αναλλοίωτα. Από αυτά, τα πέντε πρώτα αναφέρονται στις αμοιβαία αποκλειόμενες καταστάσεις των μηχανών και το τελευταίο σε διατήρηση κομματιών στο υποσύνολο των θέσεων που αναπαριστούν τις παραγωγικές κατεργασίες (υπάρχει ένα αναλλοίωτο της κατηγορίας αυτής αφού στο σύστημα χρησιμοποιείται ένα τύπος πρώτων υλών και παράγεται ένας τύπος προϊόντος).

$$m(p_1) + m(p_2) + m(p_3) + m(p_4) = 1 \text{ (αμοιβαία αποκλειόμενες καταστάσεις της } M_1\text{)}$$

$$m(p_8) + m(p_9) + m(p_{10}) + m(p_{11}) = 1 \text{ (αμοιβαία αποκλειόμενες καταστάσεις της } M_2\text{)}$$

$$m(p_{16}) + m(p_{19}) + m(p_{20}) = 1 \text{ (αμοιβαία αποκλειόμενες καταστάσεις της } M_3\text{)}$$

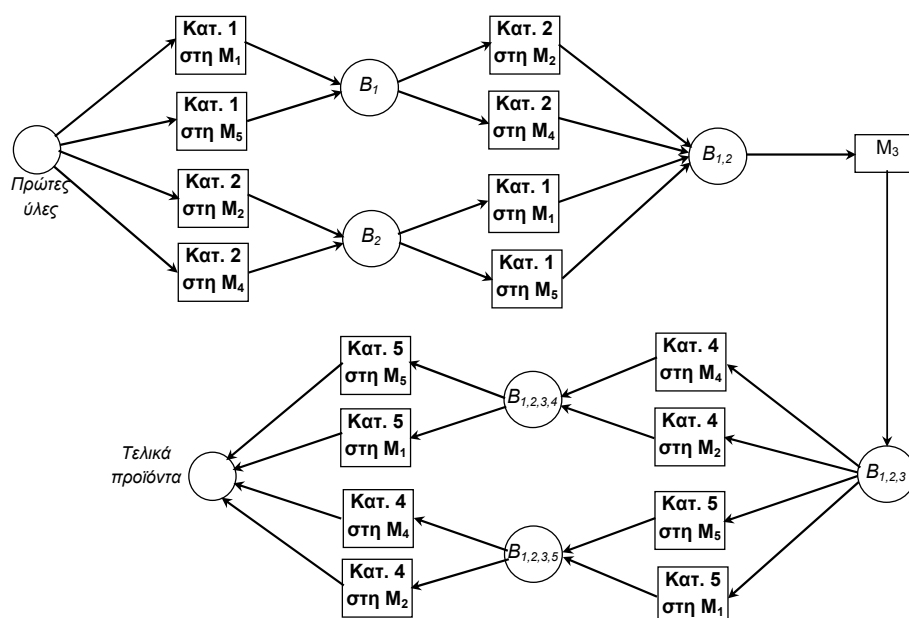
$$m(p_{22}) + m(p_{23}) + m(p_{24}) + m(p_{25}) = 1 \text{ (αμοιβαία αποκλειόμενες καταστάσεις της } M_4\text{)}$$

$$m(p_{30}) + m(p_{31}) + m(p_{32}) + m(p_{33}) = 1 \text{ (αμοιβαία αποκλειόμενες καταστάσεις της } M_5\text{)}$$

$$m(p_0) + m(p_6) + m(p_{12}) + m(p_{14}) + m(p_{13}) + m(p_5) + m(p_7) + m(p_{15}) + m(p_{18}) + m(p_{21}) + m(p_{27}) + m(p_{34}) + m(p_{36}) + m(p_{35}) + m(p_{26}) + m(p_{28}) + m(p_{29}) = k_1$$

#### 8.1.4 Σύστημα παραγωγής με λειτουργική ευελιξία και ευελιξία δρομολόγησης

Στην παράγραφο αυτή παρουσιάζεται σύστημα παραγωγής που συνδυάζει στην ίδια δομή περισσότερους του ενός τύπους ευελιξίας και συγκεκριμένα λειτουργική ευελιξία κι ευελιξία δρομολόγησης.



Σχήμα 81: Αναπαράσταση του συστήματος παραγωγής με λειτουργική ευελιξία κι ευελιξία δρομολόγησης.

Στο σύστημα αυτό, κάποιες από τις μηχανές δεν είναι αφιερωμένες (εκτελούν σε διαφορετικά χρονικά διαστήματα περισσότερους του ενός τύπους κατεργασιών), υπάρχουν εναλλακτικές ακολουθίες εκτέλεσης των κατεργασιών κι ισχύουν οι περιορισμοί

προαπαιτούμενων του Πίνακα 9. Η λειτουργία του συστήματος προκύπτει συνδυάζοντας τα κύρια χαρακτηριστικά των συστημάτων με ευελιξία δρομολόγησης και λειτουργική ευελιξία που παρουσιάστηκαν στις προηγούμενες παραγράφους. Έτσι και στο σύστημα αυτό οι κατεργασίες που μπορεί να εκτελέσει κάθε μηχανή συνοψίζονται στον Πίνακα 10, ενώ το ζευγάρι κατεργασιών 1, 2 μπορεί να εκτελεστεί με αντίθετη σειρά. Αντίστοιχα ισχύουν και για το ζευγάρι κατεργασιών 4, 5. Το σύστημα που προκύπτει με βάση αυτές τις παραδοχές απεικονίζεται στο Σχήμα 81. Σε αυτό, οι κύκλοι αντιπροσωπεύουν αποθήκες και τα τετράγωνα την εκτέλεση συγκεκριμένου τύπου κατεργασίας από δεδομένη μηχανή. Συνολικά, υπάρχουν 64 ( $= 16 \cdot 4 =$  γινόμενο των δυνατοτήτων δρομολόγησης των δύο προηγούμενων μοντέλων) εναλλακτικές δυνατότητες δρομολόγησης των κομματιών στο σύστημα.

Για την παρουσίαση των εναλλακτικών δρομολογήσεων χρησιμοποιούνται μεταβλητές αποτελούμενες από τρεις τιμές, που έχουν τη γενική μορφή (πλήθος κατεργασιών που έχει δεχθεί το κομμάτι συμπεριλαμβανομένης της παρούσας, τύπος κατεργασίας, μηχανή που εκτελεί την κατεργασία αυτή). Οι εναλλακτικές δρομολογήσεις είναι οι ακόλουθες:

- 1)  $(1,1,1) \rightarrow (2,2,2) \rightarrow (3,3,3) \rightarrow (4,4,4) \rightarrow (5,5,5)$  ,
- 2)  $(1,1,1) \rightarrow (2,2,2) \rightarrow (3,3,3) \rightarrow (4,4,4) \rightarrow (5,5,1)$  ,
- 3)  $(1,1,1) \rightarrow (2,2,2) \rightarrow (3,3,3) \rightarrow (4,4,2) \rightarrow (5,5,5)$  ,
- 4)  $(1,1,1) \rightarrow (2,2,2) \rightarrow (3,3,3) \rightarrow (4,4,2) \rightarrow (5,5,1)$  ,
- 5)  $(1,1,1) \rightarrow (2,2,2) \rightarrow (3,3,3) \rightarrow (4,5,5) \rightarrow (5,4,4)$  ,
- 6)  $(1,1,1) \rightarrow (2,2,2) \rightarrow (3,3,3) \rightarrow (4,5,5) \rightarrow (5,4,2)$  ,
- 7)  $(1,1,1) \rightarrow (2,2,2) \rightarrow (3,3,3) \rightarrow (4,5,1) \rightarrow (5,4,4)$  ,
- 8)  $(1,1,1) \rightarrow (2,2,2) \rightarrow (3,3,3) \rightarrow (4,5,1) \rightarrow (5,4,2)$  ,
- 9)  $(1,1,1) \rightarrow (2,2,4) \rightarrow (3,3,3) \rightarrow (4,4,4) \rightarrow (5,5,5)$  ,
- 10)  $(1,1,1) \rightarrow (2,2,4) \rightarrow (3,3,3) \rightarrow (4,4,4) \rightarrow (5,5,1)$  ,
- 11)  $(1,1,1) \rightarrow (2,2,4) \rightarrow (3,3,3) \rightarrow (4,4,2) \rightarrow (5,5,5)$  ,
- 12)  $(1,1,1) \rightarrow (2,2,4) \rightarrow (3,3,3) \rightarrow (4,4,2) \rightarrow (5,5,1)$  ,
- 13)  $(1,1,1) \rightarrow (2,2,4) \rightarrow (3,3,3) \rightarrow (4,5,5) \rightarrow (5,4,4)$  ,
- 14)  $(1,1,1) \rightarrow (2,2,4) \rightarrow (3,3,3) \rightarrow (4,5,5) \rightarrow (5,4,2)$  ,
- 15)  $(1,1,1) \rightarrow (2,2,4) \rightarrow (3,3,3) \rightarrow (4,5,1) \rightarrow (5,4,4)$  ,
- 16)  $(1,1,1) \rightarrow (2,2,4) \rightarrow (3,3,3) \rightarrow (4,5,1) \rightarrow (5,4,2)$  ,
- 17)  $(1,1,5) \rightarrow (2,2,2) \rightarrow (3,3,3) \rightarrow (4,4,4) \rightarrow (5,5,5)$  ,
- 18)  $(1,1,5) \rightarrow (2,2,2) \rightarrow (3,3,3) \rightarrow (4,4,4) \rightarrow (5,5,1)$  ,
- 19)  $(1,1,5) \rightarrow (2,2,2) \rightarrow (3,3,3) \rightarrow (4,4,2) \rightarrow (5,5,5)$  ,
- 20)  $(1,1,5) \rightarrow (2,2,2) \rightarrow (3,3,3) \rightarrow (4,4,2) \rightarrow (5,5,1)$  ,



- 55)  $(1, 2, 4) \rightarrow (2, 1, 1) \rightarrow (3, 3, 3) \rightarrow (4, 5, 1) \rightarrow (5, 4, 4)$  ,  
 56)  $(1, 2, 4) \rightarrow (2, 1, 1) \rightarrow (3, 3, 3) \rightarrow (4, 5, 1) \rightarrow (5, 4, 2)$  ,  
 57)  $(1, 2, 4) \rightarrow (2, 1, 5) \rightarrow (3, 3, 3) \rightarrow (4, 4, 4) \rightarrow (5, 5, 5)$  ,  
 58)  $(1, 2, 4) \rightarrow (2, 1, 5) \rightarrow (3, 3, 3) \rightarrow (4, 4, 4) \rightarrow (5, 5, 1)$  ,  
 59)  $(1, 2, 4) \rightarrow (2, 1, 5) \rightarrow (3, 3, 3) \rightarrow (4, 4, 2) \rightarrow (5, 5, 5)$  ,  
 60)  $(1, 2, 4) \rightarrow (2, 1, 5) \rightarrow (3, 3, 3) \rightarrow (4, 4, 2) \rightarrow (5, 5, 1)$  ,  
 61)  $(1, 2, 4) \rightarrow (2, 1, 5) \rightarrow (3, 3, 3) \rightarrow (4, 5, 5) \rightarrow (5, 4, 4)$  ,  
 62)  $(1, 2, 4) \rightarrow (2, 1, 5) \rightarrow (3, 3, 3) \rightarrow (4, 5, 5) \rightarrow (5, 4, 2)$  ,  
 63)  $(1, 2, 4) \rightarrow (2, 1, 5) \rightarrow (3, 3, 3) \rightarrow (4, 5, 1) \rightarrow (5, 4, 4)$  ,  
 64)  $(1, 2, 4) \rightarrow (2, 1, 5) \rightarrow (3, 3, 3) \rightarrow (4, 5, 1) \rightarrow (5, 4, 2)$  ,

Οι πολυπλοκότητες κόμβων του μοντέλου με συνεχή ΔΡ του συστήματος με λειτουργική ευελιξία κι ευελιξία δρομολόγησης του σχήματος 82 είναι ιδιαίτερα αυξημένες σε σχέση με τις αντίστοιχες πολυπλοκότητες όλων των εναλλακτικών τοπολογιών συστημάτων που παρουσιάστηκαν ως τώρα. Το μοντέλο του συστήματος αποτελείται από 54 θέσεις (53 αρχικές + 1 θέση παρατήρησης) και 102 μεταβάσεις (90 του αρχικού μοντέλου + 12 στα πλαίσια υλοποίησης του εποπτικού ελέγχου δύο επιπέδων των μη αφιερωμένων μηχανών). Η θέση  $p_0$  αναπαριστά την αποθήκη πρώτων υλών ενώ τα τελικά προϊόντα συγκεντρώνονται στην  $p_{52}$ . Το μοντέλο δεν είναι γενικά ζωτικό, αλλά παραμένει ζωτικό για όσο διαθέτει προς επεξεργασία κομμάτια ενώ είναι *k-περιορισμένο* για οποιαδήποτε πεπερασμένη αρχική σήμανση. Οι θέσεις του που δεν αντιστοιχούν σε αποθήκες είναι ασφαλείς. Τέλος, το μοντέλο είναι μη συντηρητικό, δεν εμφανίζει επιμονή, είναι μη-αντιστρεπτό, μη συνεπές και δεν έχει *T-αναλλοίωτα*.

Το μοντέλο του συστήματος με ευελιξία δρομολόγησης και λειτουργική ευελιξία έχει έξι *P-αναλλοίωτα*. Τα πέντε πρώτα από αυτά αναφέρονται στις αμοιβαία αποκλειόμενες καταστάσεις των μηχανών και το τελευταίο σε διατήρηση κομματιών στο υποσύνολο των θέσεων που αναπαριστούν τις παραγωγικές κατεργασίες (και στην περίπτωση αυτή υπάρχει ένα αναλλοίωτο που αναφέρεται σε διατήρηση κομματιών, αφού στο σύστημα χρησιμοποιείται ένα τύπος πρώτων υλών και παράγεται ένας τύπος προϊόντος).

$$m(p_1)+m(p_2)+m(p_3)+m(p_4)+m(p_5)+m(p_6) = 1 \text{ (αμοιβαία αποκλειόμενες καταστάσεις της } M_1)$$

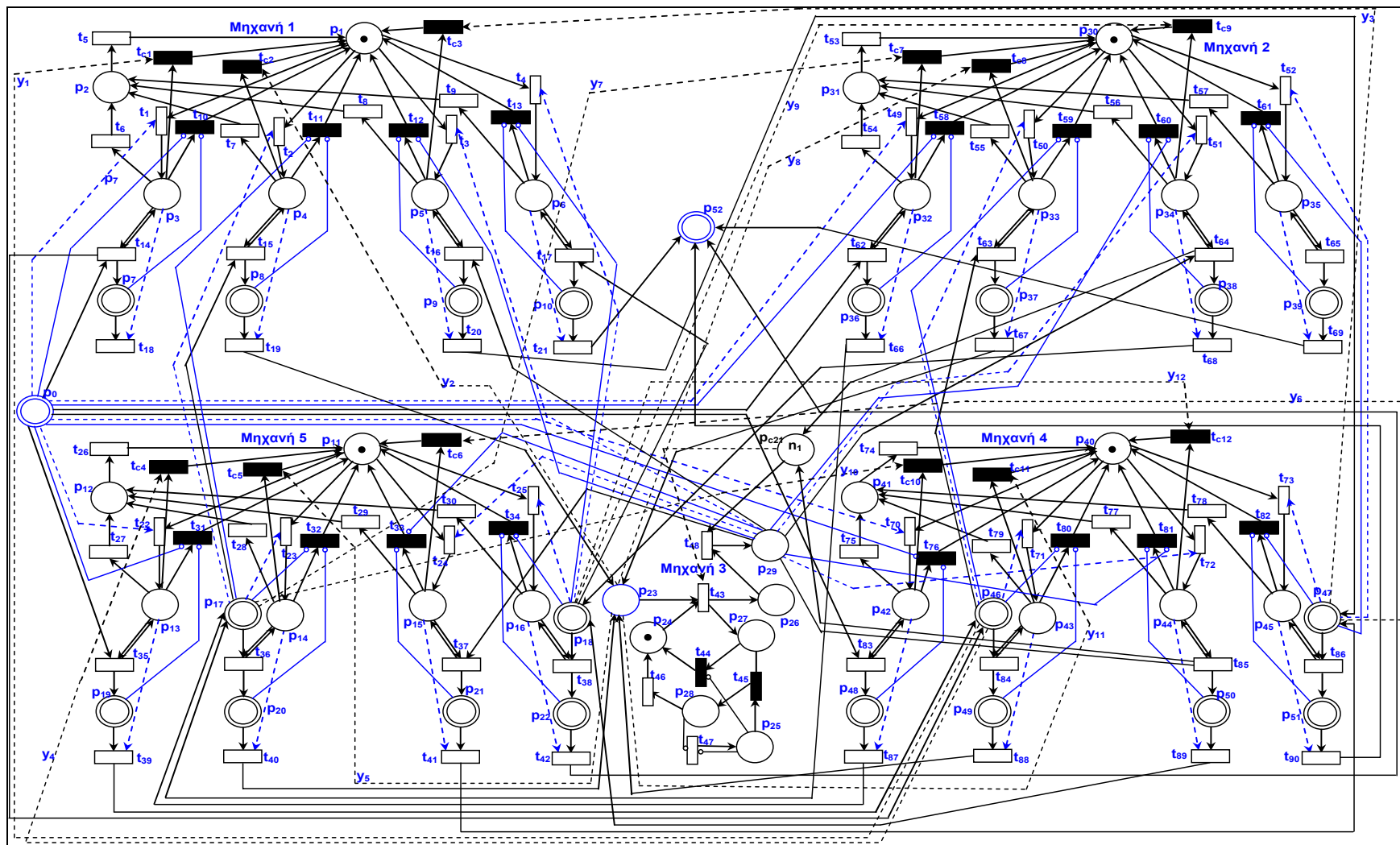
$$m(p_{30})+m(p_{31})+m(p_{32})+m(p_{33})+m(p_{34})+m(p_{35}) = 1 \text{ (αμοιβαία αποκλειόμενες καταστάσεις } M_2)$$

$$m(p_{24}) + m(p_{27}) + m(p_{28}) = 1 \text{ (αμοιβαία αποκλειόμενες καταστάσεις της } M_3)$$

$$m(p_{40})+m(p_{41})+m(p_{42})+m(p_{43})+m(p_{44})+m(p_{45})=1 \text{ (αμοιβαία αποκλειόμενες καταστάσεις } M_4)$$

$$m(p_{11})+m(p_{12})+m(p_{13})+m(p_{14})+m(p_{15})+m(p_{16})=1 \text{ (αμοιβαία αποκλειόμενες καταστάσεις } M_5)$$

$$m(p_0)+m(p_7)+m(p_{19})+m(p_{46})+m(p_{49})+m(p_{37})+m(p_{36})+m(p_{17})+m(p_{20})+m(p_{48})+m(p_8)+m(p_{23})+ \\ +m(p_{26})+m(p_{29})+m(p_{21})+m(p_{47})+m(p_{51})+m(p_{50})+m(p_{18})+m(p_{22})+m(p_9)+m(p_{21})+m(p_{52})=k_1$$



Σχήμα 82: Μοντέλο με συνεχή ΔΡ του συστήματος παραγωγής με λειτουργική ευελιξία κι ευελιξία δρομολόγησης.

## 8.2 Συγκριτική αξιολόγηση αποδοτικότητας συστημάτων

Ο Πίνακας 11 συνοψίζει τις πολυπλοκότητες θέσεων και μεταβάσεων των μοντέλων με ΔΡ των τεσσάρων εναλλακτικών τοπολογιών συστημάτων που παρουσιάστηκαν στο κεφάλαιο αυτό. Από αυτόν είναι φανερό πως η εισαγωγή ευελιξίας σε ένα σύστημα παραγωγής αυξάνει την πολυπλοκότητα του μοντέλου του με ΔΡ. Η αύξηση αυτή είναι ιδιαίτερα σημαντική στην περίπτωση που στο ίδιο μοντέλο συνδυαστούν περισσότεροι του ενός τύποι ευελιξίας.

Τοπολογία συστήματος	Θέσεις	Μεταβάσεις	Δρομολογήσεις
Γραμμή παραγωγής	35	30	1
Σύστημα με ευελιξία δρομολόγησης	35	59	16
Σύστημα με λειτουργική ευελιξία	38	58	4
Σύστημα με λειτουργική ευελιξία και ευελιξία δρομολόγησης	54	102	64

Πίνακας 11: Πολυπλοκότητες κόμβων και αριθμοί εναλλακτικών δρομολογήσεων για τις διαφορετικές τοπολογίες συστημάτων.

Αξίζει να σημειωθεί πως τα μοντέλα των τεσσάρων συστημάτων έχουν τις ίδιες ιδιότητες (όχι γενικά ζωτικά, αλλά ζωτικά για όσο διαθέτουν προς επεξεργασία κομμάτια, είναι *k*-περιορισμένα για πεπερασμένες αρχικές σημάνσεις, μη συντηρητικά, δεν εμφανίζουν επιμονή, είναι μη-αντιστρεπτά, μη συνεπή και δεν έχουν *T*-αναλλοίωτα) ενώ έχουν και τον ίδιο αριθμό από *P*-αναλλοίωτα.

Στη συνέχεια, τα τέσσερα μοντέλα με ΔΡ που παρουσιάστηκαν χρησιμοποιούνται για τη συγκριτική αξιολόγηση αποδοτικότητας των συστημάτων που αναπαριστούν μέσω προσομοίωσης, σε μια σειρά από περιπτώσεις. Επιπλέον, μελετάται ο τρόπος μεταβολής παραμέτρων απόδοσης των συστημάτων σε σχέση με τη μεταβολή συγκεκριμένων δομικών και λειτουργικών παραμέτρων των συστημάτων. Οι αντίστοιχες ποσοτικές παράμετροι των μοντέλων των τεσσάρων συστημάτων (καθυστερήσεις χρονικών μεταβάσεων, χρόνοι προετοιμασίας μηχανών και χωρητικότητες εσωτερικών αποθηκών) είναι οι ίδιες για όλες, έτσι ώστε τα αποτελέσματα που προκύπτουν να έχουν πρακτική αξία. Για την εκτέλεση των προσομοιώσεων χρησιμοποιείται το λογισμικό πακέτο Visual Object Net.

### 8.2.1 Περίπτωση 1

Η πρώτη περίπτωση που εξετάζεται αφορά την παραγωγή 30 προϊόντων που αρχικά βρίσκονται στην αποθήκη πρώτων υλών  $p_0$ , στον ελάχιστο δυνατό χρόνο από τα τέσσερα συστήματα. Η διάρκεια των βασικών γεγονότων που συμβαίνουν στα συστήματα παρουσιάζεται στον Πίνακα 12. Οι χρονικές μεταβάσεις που αναπαριστούν αντίστοιχα γεγονότα στα συστήματα (π.χ. όλες οι μεταβάσεις που αναφέρονται στην εκτέλεση κατεργασιών από τις πέντε μηχανές) έχουν την ίδια χρονική διάρκεια.

Τύπος γεγονότος	Χρονική καθυστέρηση (ώρες)
Κατεργασία	4
Προετοιμασία μηχανής (μετά από βλάβη ή αλλαγή τύπου κατεργασίας που εκτελείται)	0.5
Επιδιόρθωση βλάβης	3.5
Μεταφορά επεξεργασμένων κομματιών σε τελική αποθήκη	1

Πίνακας 12: Χρονικές διάρκειες βασικών γεγονότων.

Σημειώνεται πως για την περίπτωση των μοντέλων υποσυστημάτων αφιερωμένων μηχανών, οι μεταβάσεις που αναπαριστούν την επιδιόρθωση των βλαβών έχουν διάρκεια ίση με το άθροισμα του χρόνου διόρθωσης που αναφέρεται στον παραπάνω πίνακα και του χρόνου προετοιμασίας της μηχανής, δηλαδή 4 ώρες. Αυτό γίνεται για να εξασφαλιστεί πλήρης πιστότητα των αποτελεσμάτων αφού για τις αφιερωμένες μηχανές δεν έχουν προβλεφθεί ξεχωριστές τέτοιες μεταβάσεις.

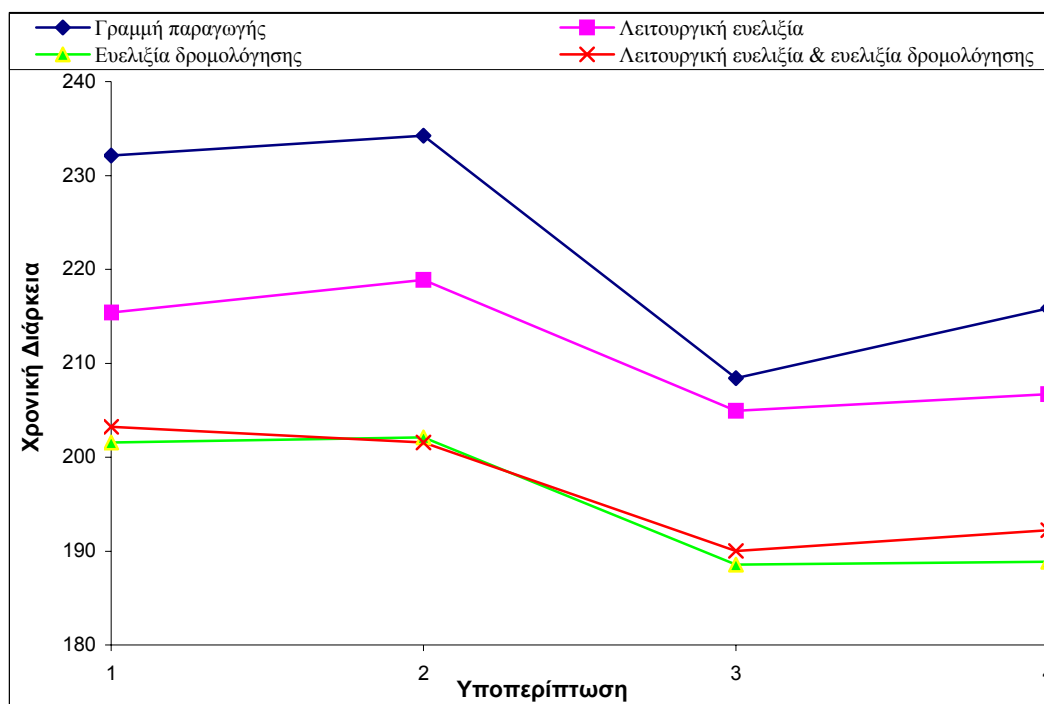
Για την καλύτερη μελέτη της συμπεριφοράς των εναλλακτικών τοπολογιών συστημάτων, προσομοιώνονται τέσσερις παραλλαγές αυτής της περίπτωσης. Στην πρώτη όλες οι μέγιστες χωρητικότητες (MX) των εσωτερικών αποθηκών των τεσσάρων συστημάτων ισούνται με τρία κομμάτια ενώ στη δεύτερη υποπερίπτωση οι χωρητικότητες αυτές αυξάνονται και λαμβάνονται ίσες με τέσσερα κομμάτια. Στις δύο αυτές περιπτώσεις, η εμφάνιση βλαβών (EB) στις μηχανές περιγράφεται από τυχαία κατανομημένους αριθμούς στο διάστημα (0,20). Η τρίτη υποπερίπτωση αναφέρεται σε σύστημα με χωρητικότητες εσωτερικών αποθηκών ίσες με τρία κομμάτια και πιο αξιόπιστες μηχανές αφού η εμφάνιση βλαβών προκύπτει από γεννήτρια τυχαίων αριθμών στο διάστημα (0,25). Τέλος, θεωρείται η περίπτωση όπου οι χωρητικότητες των εσωτερικών αποθηκών ισούνται με τέσσερα κι η εμφάνιση βλαβών είναι τυχαία κατανομημένοι αριθμοί στο (0,25).

Από τις προσομοιώσεις προκύπτουν ενδιαφέροντα συμπεράσματα για την επίδραση των δύο παραγόντων (χωρητικότητες αποθηκών, αξιοπιστία μηχανών) στους χρόνους που απαιτούνται για τη μετατροπή των πρώτων υλών σε προϊόντα. Για κάθε υποπερίπτωση, εκτελούνται δέκα επαναλήψεις της προσομοίωσης, έτσι ώστε τα αποτελέσματα που προκύπτουν να είναι πιο αντιπροσωπευτικά, αφού οι εμφανίσεις βλαβών λαμβάνουν τυχαίες τιμές. Τα αποτελέσματα που προκύπτουν συνοψίζονται στον Πίνακα 13 και αναπαρίστανται γραφικά στο Σχήμα 83.

Σύστημα / Υποπερίπτωση	1 (MX=3, EB $\in$ (0,20))	2 (MX=4, EB $\in$ (0,20))	3 (MX=3, EB $\in$ (0,25))	4 (MX=4, EB $\in$ (0,25))
Γραμμή παραγωγής	232.13	234.24	208.43	215.86
Σύστημα με ευελιξία δρομολόγησης	201.56	202.11	188.56	188.85
Σύστημα με λειτουργική ευελιξία	215.39	218.88	204.95	206.72
Σύστημα με λειτουργική ευελιξία και ευελιξία δρομολόγησης	203.24	201.58	190.01	192.23

Πίνακας 13: Μέσοι χρόνοι προσομοίωσης.





Σχήμα 83: Μέσοι χρόνοι προσομοίωσης των τεσσάρων συστημάτων για τις υποπεριπτώσεις.

Από τον Πίνακα 13 φαίνεται για τις δεδομένες τοπολογίες συστημάτων, το σύστημα παραγωγής με λειτουργική ευελιξία και ευελιξία δρομολόγησης και το σύστημα με ευελιξία δρομολόγησης παρουσιάζουν σε όλες τις περιπτώσεις τους μικρότερους χρόνους μετατροπής των πρώτων υλών σε τελικά προϊόντα (οι συνολικοί χρόνοι των δύο αυτών συστημάτων είναι σε όλες τις περιπτώσεις πολύ κοντινοί). Το σύστημα με λειτουργική ευελιξία έπεται, ενώ όπως αναμενόταν η γραμμή παραγωγής (που δε διαθέτει ευελιξία οποιουδήποτε τύπου) έχει σε όλες τις υποπεριπτώσεις σημαντικά υψηλότερους χρόνους ολοκλήρωσης των κατεργασιών (η διαφορά της σε σχέση με τα γρηγορότερα συστήματα είναι της τάξης του 15%).

Ένα ακόμα συμπέρασμα που προκύπτει είναι πως τόσο η αύξηση της χωρητικότητας των εσωτερικών αποθηκών όσο κι η αύξηση της αξιοπιστίας των μηχανών συντελούν σε μικρότερη ή μεγαλύτερη μείωση του συνολικού χρόνου παραγωγής. Συγκρίνοντας τις διάρκειες των προσομοιώσεων στις δύο τελευταίες υποπεριπτώσεις που είναι σχεδόν ταυτόσημοι για όλες τις τοπολογίες συστημάτων, βγαίνει το συμπέρασμα πως η δράση των δύο αυτών παραγόντων δεν είναι προσθετική. Με βάση τα αποτελέσματα του Πίνακα 13, προκύπτει πως η αύξηση της αξιοπιστίας των μηχανών έχει μεγαλύτερη επίδραση στη μείωση του συνολικού χρόνου παραγωγής. Η συνδυασμένη εφαρμογή των δύο αλλαγών στη λειτουργία των παραπάνω συστημάτων παραγωγής, οδηγεί σε μείωση της συνολικής διάρκειας της προσομοίωσης κατά περίπου 10%.

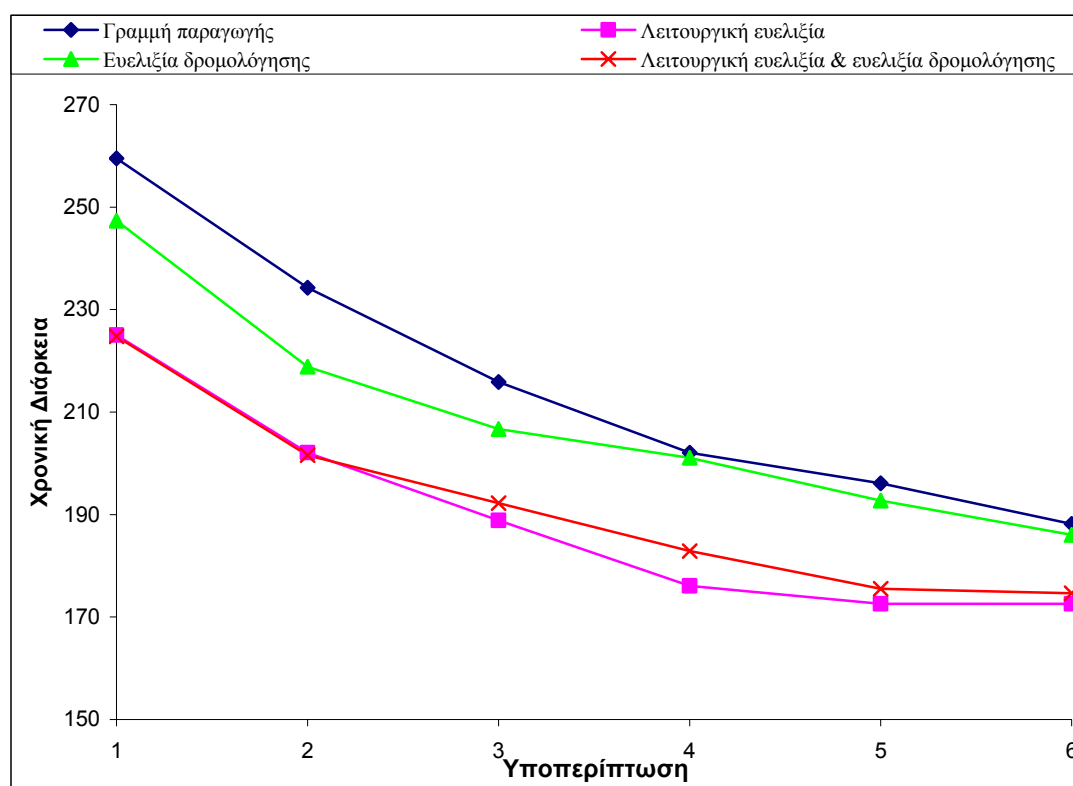
### 8.2.2 Περίπτωση 2

Στην παράγραφο αυτή αντικείμενο μελέτης μέσω προσομοίωσης αποτελεί η επίδραση της αξιοπιστίας στην αποδοτικότητα των τεσσάρων συστημάτων. Για το λόγο αυτό,

εκτελούνται προσομοιώσεις για την παραγωγή τριάντα κομματιών κάθε φορά, με σταθερές μέγιστες χωρητικότητες εσωτερικών αποθηκών ίσες με τέσσερα και για τιμές των υπολοίπων ποσοτικών παραμέτρων αυτές που ορίστηκαν παραπάνω. Η χωρητικότητα των εσωτερικών αποθηκών καθορίζεται έτσι ώστε να μην είναι ούτε πολύ μεγάλη ούτε πολύ μικρή συγκρινόμενη με τον αριθμό κομματιών που παράγονται (είναι περίπου 15%). Εκτελούνται προσομοιώσεις της λειτουργίας των συστημάτων για μια σειρά από διαφορετικές αξιοπιστίες των μηχανών (από συχνή εμφάνιση βλαβών στην πρώτη υποπερίπτωση μέχρι σπάνια εμφάνιση βλαβών στην τελευταία). Τα αποτελέσματα συνοψίζονται στον Πίνακα 14 και παρουσιάζονται γραφικά στο Σχήμα 84.

Σύστημα/ Υποπερίπτωση	1 ( $EB \in (0,15)$ )	2 ( $EB \in (0,20)$ )	3 ( $EB \in (0,25)$ )	4 ( $EB \in (0,30)$ )	5 ( $EB \in (0,35)$ )	6 ( $EB \in (0,40)$ )
Γραμμή παραγωγής	259.52	234.24	215.86	202.08	196.12	188.2
Σύστημα με ευελιξία δρομολόγησης	225.06	202.11	188.85	176.08	172.6	172.58
Σύστημα με λειτουργική ευελιξία	247.38	218.88	206.72	201.1	192.74	186.05
Σύστημα με λειτουργική ευελιξία κι ευελιξία δρομολόγησης	224.78	201.58	192.23	182.84	175.52	174.64

Πίνακας 14: Μέσοι χρόνοι προσομοίωσης για τα διαφορετικές αξιοπιστίες των συστημάτων.



Σχήμα 84: Μέσοι χρόνοι προσομοίωσης των συστημάτων για διαφορετικές αξιοπιστίες μηχανών.

Από τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων επιβεβαιώνεται η αίσθηση πως η αύξηση της αξιοπιστίας των μηχανών (μέσω προληπτικών συντηρήσεων σε νεκρά για τη

λειτουργία των μηχανών διαστήματα για παράδειγμα) οδηγεί σε μείωση του συνολικού χρόνου εκτέλεσης των κατεργασιών. Όπως όμως προκύπτει, η συμβολή του παράγοντα αυτού στο συνολικό χρόνο μετατροπής των πρώτων υλών σε τελικά προϊόντα, μειώνεται πέρα από κάποιο σημείο που η εμφάνιση βλαβών είναι μάλλον σπάνια κι οι συνολικοί χρόνοι παραγωγής τείνουν να σταθεροποιηθούν, ειδικά για τα συστήματα που εμφανίζουν ευελιξία δρομολόγησης.

Από τις προσομοιώσεις επιβεβαιώνονται τα συμπεράσματα της προηγούμενης παραγράφου, ότι δηλαδή γενικά η αύξηση της αξιοπιστίας οδηγεί σε μείωση του συνολικού χρόνου παραγωγής και ότι τα συστήματα με ευελιξία δρομολόγησης (είτε μόνης είτε σε συνδυασμό με λειτουργική ευελιξία) παρουσιάζουν τους συντομότερους χρόνους μετατροπής των πρώτων υλών σε τελικά προϊόντα, ενώ η γραμμή παραγωγής εμφανίζει τους υψηλότερους χρόνους ολοκλήρωσης των κατεργασιών. Τα συστήματα που έχουν ευελιξία δρομολόγησης (είτε μόνη είτε σε συνδυασμό με λειτουργική ευελιξία) σε όλες τις περιπτώσεις εμφανίζουν παραπλήσιους συνολικούς χρόνους παραγωγής. Επιπλέον, στις τελευταίες προσομοιώσεις παρατηρείται σύγκλιση των συνολικών χρόνων εκτέλεσης των κατεργασιών μεταξύ της γραμμής παραγωγής και του συστήματος με λειτουργική ευελιξία.

Αξίζει να σημειωθεί, πως το σύστημα με ευελιξία δρομολόγησης και λειτουργική ευελιξία, δεν καταφέρνει να σημειώσει σημαντικά καλύτερες επιδόσεις από το σύστημα με ευελιξία δρομολόγησης. Σε μεγάλο βαθμό αυτό οφείλεται στη μηχανή 3, η οποία είναι αφιερωμένη κι είναι η μοναδική που εκτελεί την 3<sup>η</sup> κατεργασία. Το γεγονός αυτό έχει ως αποτέλεσμα η αποθήκη εισόδου της μηχανής 3 να είναι γεμάτη για σημαντικό ποσοστό του συνολικού χρόνου προσομοίωσης, αφού δε μπορεί να ανταποκριθεί στο ρυθμό με τον οποίο τροφοδοτείται. Στο συγκεκριμένο σημείο του συστήματος δημιουργείται μπλοκάρισμα, τα αποτελέσματα του οποίου διαδίδονται και στα υπόλοιπα συστατικά μέρη του συστήματος και συντελούν στον περιορισμό της αποδοτικότητας του (οι προηγούμενες μηχανές δε μπορούν να κατεργαστούν κομμάτια κι οι επόμενες δεν έχουν κομμάτια προς κατεργασία). Κατά τη σχεδίαση του συστήματος πρέπει να προβλεφθεί μια τοπολογία που να περιορίζει τα αποτελέσματα αυτού του γεγονότος και να επιτρέπει τη βέλτιστη αξιοποίηση των πόρων του συστήματος και του περιορισμού των μη παραγωγικών του περιόδων.

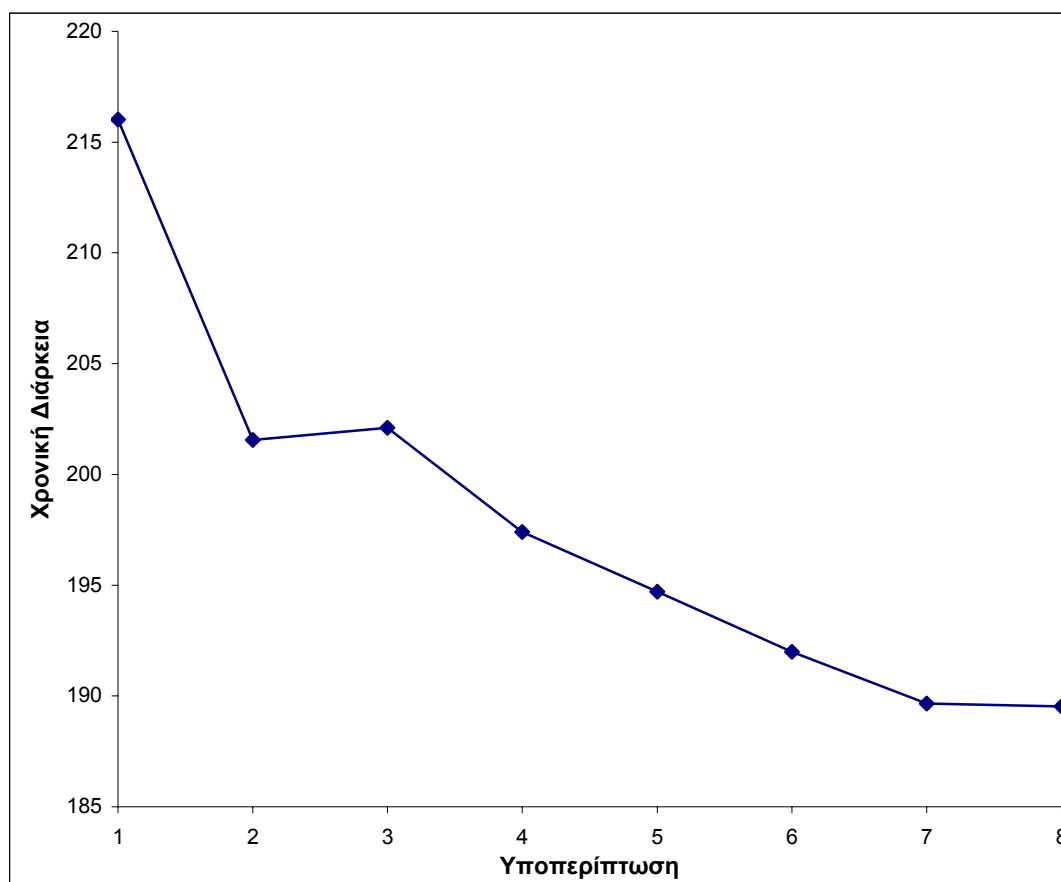
### **8.2.3 Περίπτωση 3**

Η επόμενη περίπτωση που εξετάζεται αφορά τη συμπεριφορά ενός συστήματος για διαφορετικές χωρητικότητες εσωτερικών αποθηκών. Επειδή η συμπεριφορά όλων των συστημάτων στις προηγούμενες περιπτώσεις είναι σε μεγάλο βαθμό παρόμοια, για τη μελέτη του παράγοντα αυτού χρησιμοποιείται το σύστημα με ευελιξία δρομολόγησης και τα συμπεράσματα που προκύπτουν από τις προσομοιώσεις περιπτώσεων σε μεγάλο βαθμό περιγράφουν την επίδραση του παράγοντα αυτού στην αποδοτικότητα και των

υπολοίπων τριών τοπολογιών συστημάτων παραγωγής που εξετάζονται εδώ. Για το σκοπό αυτό εκτελούνται προσομοιώσεις της λειτουργίας του συστήματος για την παραγωγή τριάντα κομματιών, για χωρητικότητες αποθηκών από δύο κομμάτια (πολύ μικρή χωρητικότητα σε σχέση με τον όγκο των προϊόντων του συστήματος) έως δεκαπέντε (πολύ μεγάλη σε σχέση με τον αριθμό κομματιών) και σταθερή αξιοπιστία μηχανών ( $EB \in (0,20)$ ). Τα αποτελέσματα συνοψίζονται στον Πίνακα 15 και παρουσιάζονται γραφικά στο Σχήμα 85. Σημειώνεται πως η αύξηση της χωρητικότητας των εσωτερικών αποθηκών δεν είναι μια εύκολη απόφαση αφού συνεπάγεται αύξηση των κεφαλαίων που πρέπει να επενδυθούν κατά την κατασκευή του συστήματος καθώς και αύξηση του κόστους αποθεματοποίησης προϊόντων.

Σύστημα/ Υποπερίπτωση	1 (MX=2)	2 (MX=3)	3 (MX=4)	4 (MX=5)	5 (MX=6)	6 (MX=7)	7 (MX=10)	8 (MX=15)
Σύστημα με ευελιξία δρομολόγησης	216.02	201.56	202.11	197.4	194.7	192	189.66	189.53

Πίνακας 15: Μέσες διάρκειες προσομοίωσης για διαφορετικές χωρητικότητες εσωτερικών αποθηκών.



Σχήμα 85: Μέσοι χρόνοι προσομοίωσης του συστήματος με ευελιξία δρομολόγησης για διαφορετικές χωρητικότητες εσωτερικών αποθηκών.

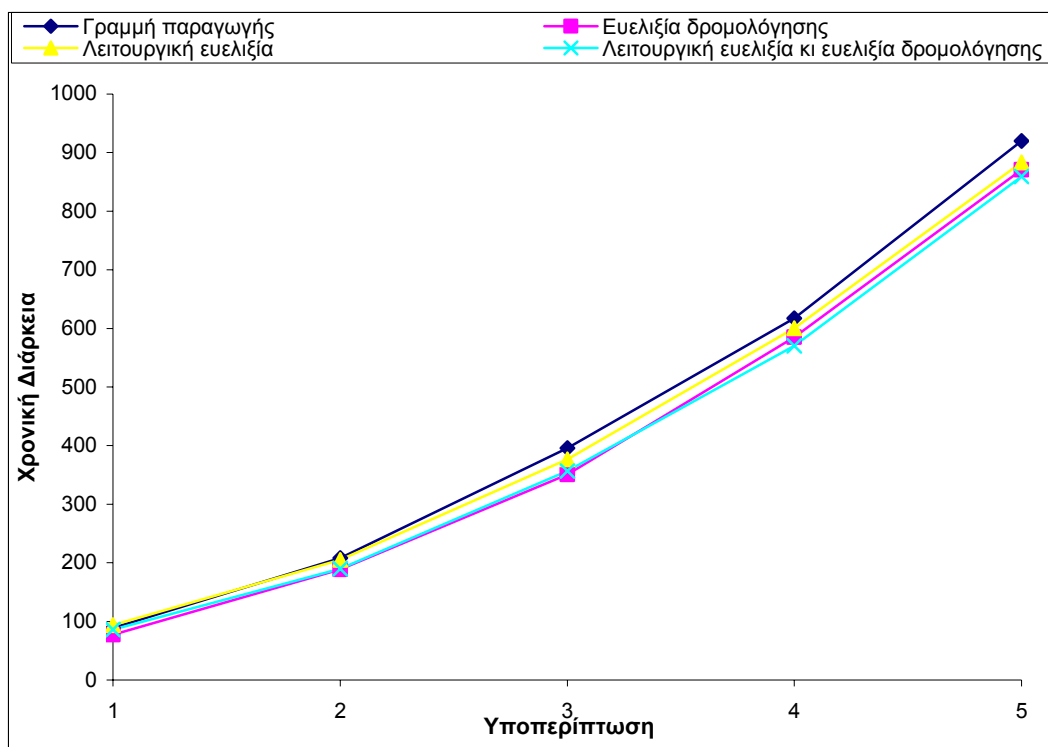
Από το Σχήμα 85 και τον Πίνακα 15 προκύπτει πως η αύξηση της χωρητικότητας των εσωτερικών αποθηκών του συστήματος με ευελιξία δρομολόγησης προκαλεί μείωση της συνολικής διάρκειας των προσομοιώσεων. Η μείωση είναι πολύ σημαντική κατά την

αύξηση των χωρητικότητων των αποθηκών από δύο σε τρία κομμάτια, οπότε και προσεγγίζει το 10% της συνολικής διάρκειας της προσομοίωσης. Κατά την αύξηση των χωρητικότητων των αποθηκών από τρία σε τέσσερα κομμάτια ο συνολικός χρόνος είναι πρακτικά σταθερός (εμφανίζεται αύξηση κατά περίπου 0,25%). Αυτό συμβαίνει επειδή η αύξηση στις χωρητικότητες των αποθηκών στην περίπτωση αυτή είναι πολύ μικρή σε σχέση με τις ανάγκες του συστήματος, ενώ και στις δύο περιπτώσεις οι χωρητικότητες είναι μικρές σε σχέση με τον αριθμό κομματιών στο σύστημα (10 και 13,3% αντίστοιχα). Οι παραπάνω δύο παράγοντες συντελούν στη σταθεροποίηση της απόδοσης του συστήματος όπως αυτή εκφράζεται από τη συνολική διάρκεια της προσομοίωσης, παρά την αλλαγή που πραγματοποιείται. Στις υπόλοιπες περιπτώσεις, η μείωση της συνολικής διάρκειας που προκαλεί η μοναδιαία αύξηση των χωρητικότητων των αποθηκών είναι σημαντικά μικρότερη και για τις υποπεριπτώσεις 4 – 7 αποκτά σχεδόν σταθερό ρυθμό. Για χωρητικότητες αποθηκών μεγαλύτερες ή ίσες των δέκα κομματιών παρατηρείται σταθεροποίηση του συνολικού χρόνου προσομοίωσης. Αυτό συμβαίνει γιατί όπως παρατηρείται κατά την εκτέλεση των προσομοιώσεων, εκτός της αποθήκη εισόδου της μηχανής 3, σχεδόν ποτέ δε βρίσκονται ταυτόχρονα σε άλλες εσωτερικές αποθήκες του συστήματος πάνω από επτά κομμάτια, οπότε η παραπέρα αύξηση των χωρητικότητων δεν έχει πρακτικά αποτελέσματα.

#### **8.2.4 Περίπτωση 4**

Η τέταρτη περίπτωση που παρουσιάζεται στα πλαίσια συγκριτικής αξιολόγησης των τεσσάρων τοπολογιών συστημάτων, αναφέρεται στη μελέτη της συμπεριφοράς τους για διαφορετικούς όγκους προϊόντων, για σταθερές χωρητικότητες εσωτερικών αποθηκών και αξιοπιστίες μηχανών. Εκτελούνται πέντε κατηγορίες προσομοιώσεων και υπολογίζονται οι συνολικοί χρόνοι που χρειάζονται τα συστήματα για την παραγωγή 10, 30, 60, 100 και 150 κομματιών αντίστοιχα. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στο Σχήμα 86, ενώ στον Πίνακα 16 υπολογίζονται οι μέσοι χρόνοι παραγωγής για ένα κομμάτι που προκύπτουν διαιρώντας τις συνολικές διάρκειες ολοκλήρωσης των κατεργασιών με τον αντίστοιχο αριθμό προϊόντων που παράγονται κάθε φορά.

Από το Σχήμα 86 προκύπτει πως όσο αυξάνει ο αριθμός των προς επεξεργασία κομματιών, τόσο μεγαλώνουν οι διαφορές στους συνολικούς χρόνους μετατροπής των πρώτων υλών σε τελικά προϊόντα. Η γραμμή παραγωγής παραμένει το αργότερα σύστημα, ενώ όσο αυξάνουν οι αριθμοί των προς επεξεργασία κομματιών, τόσο αυξάνει η διαφορά του από το σύστημα με λειτουργική ευελιξία που είναι το επόμενο πιο αργό. Επίσης, η αύξηση του πλήθους των προς επεξεργασία κομματιών προκαλεί αύξηση και στη διαφορά μεταξύ του συστήματος με ευελιξία δρομολόγησης και του συστήματος με ευελιξία δρομολόγησης και λειτουργική ευελιξία. Στις τελευταίες δύο προσομοιώσεις (100 και 150 κομμάτια), το σύστημα με ευελιξία δρομολόγησης και λειτουργική ευελιξία είναι σημαντικά πιο γρήγορο από το σύστημα με ευελιξία δρομολόγησης.



Σχήμα 86: Μέσοι χρόνοι προσομοίωσης των συστημάτων για διαφορετικούς όγκους παραγωγής.

Σύστημα/ Υποπερίπτωση	1 (10 κομμάτια)	2 (30 κομμάτια)	3 (60 κομμάτια)	4 (100 κομμάτια)	5 (150 κομμάτια)
Γραμμή παραγωγής	8.91	6.95	6.6	6.17	6.13
Σύστημα με ευελιξία δρομολόγησης	7.75	6.29	5.85	5.85	5.8
Σύστημα με λειτουργική ευελιξία	9.35	6.83	6.28	6	5.89
Σύστημα με λειτουργική ευελιξία κι ευελιξία δρομολόγησης	8.6	6.33	5.95	5.71	5.73

Πίνακας 16: Μέσοι μοναδιαίοι χρόνοι παραγωγής για διαφορετικούς όγκους προϊόντων.

Ένα ακόμα συμπέρασμα που προκύπτει είναι πως όσο αυξάνει ο αριθμός των προς επεξεργασία κομματιών, τόσο μειώνεται ο μέσος χρόνος παραγωγής που υπολογίζεται στον Πίνακα 16. Για μικρούς όγκους παραγωγής, οι μέσοι χρόνοι που υπολογίζονται δεν είναι ενδεικτικοί, αφού οι διαταραχές στη λειτουργία συστατικών μερών του συστήματος (π.χ. βλάβες μηχανών και γέμισμα ή άδεια αποθηκών) έχουν σημαντική επίδραση στις συνολικές διάρκειες των προσομοιώσεων. Χαρακτηριστικά, παρατηρείται από τον Πίνακα 16 πως η διαφορά του μέσου χρόνου παραγωγής από την πρώτη παραγωγή 10 κομματιών στην τελευταία προσομοίωση (παραγωγή 150 κομματιών) κυμαίνεται από 35 – 50 % για όλα τα συστήματα. Πέρα από κάποιο όγκο προϊόντων (με βάση τις προσομοιώσεις που εκτελέστηκαν για την παραγωγή 100 ή περισσότερων κομματιών), οι μέσοι χρόνοι παραγωγής τείνουν να σταθεροποιηθούν, αφού η λειτουργία των συστημάτων προσεγγίζει σταθερή κατάσταση.

### 8.2.5 Συζήτηση

Στο κεφάλαιο αυτό έγινε εφαρμογή της μεθοδολογίας που προτείνεται στην παρούσα διατριβή για τη μοντελοποίηση συστημάτων παραγωγής διαφορετικής τοπολογίας και με διαφορετικούς τύπους ευελιξίας. Στη συνέχεια, τα μοντέλα με ΔΡ των συστημάτων παραγωγής που προέκυψαν χρησιμοποιήθηκαν για τη συγκριτική αξιολόγηση αποδοτικότητας τους. Για το σκοπό αυτό, όλα τα συστήματα κλήθηκαν να εκτελέσουν μια σειρά από παραγωγικές περιπτώσεις. Στις περιπτώσεις αυτές μελετήθηκε η επίδραση παραγόντων, όπως της χωρητικότητας των εσωτερικών αποθηκών, της αξιοπιστίας των μηχανών, του όγκου παραγωγής καθώς και συνδυασμοί αυτών των παραγόντων στην αποδοτικότητα των εναλλακτικών τοπολογιών συστημάτων. Σε επόμενα βήματα της έρευνας μας, σχεδιάζεται η μελέτη της επίδρασης κι άλλων παραγόντων στην αποδοτικότητα των συστημάτων που μελετήθηκαν, όπως η απόδοση διαφορετικών προτεραιοτήτων στην εκτέλεση από τις μηχανές διαφορετικών κατεργασιών, η δυνατότητα υλοποίησης διαφορετικών στρατηγικών ελέγχου, οι σχέσεις προαπαιτούμενων μεταξύ των κατεργασιών και η επίδραση των χρόνων και των μέσων μεταφοράς κομματιών μεταξύ των μηχανών. Επιπλέον, σχεδιάζεται η μελέτη της επίδρασης κι άλλων τύπων ευελιξίας από αυτούς που μελετήθηκαν εδώ καθώς και οι συνδυασμοί τύπων ευελιξίας, στην αποδοτικότητα συστημάτων παραγωγής.

Μέσα από τη διαδικασία που περιγράφηκε, κατέστη φανερή η επίδραση των διαφόρων τύπων βιομηχανικής ευελιξίας στην αύξηση της παραγωγικότητας των παραγωγικών συστημάτων. Παρόλα αυτά, η αύξηση της ευελιξίας ενός συστήματος παραγωγής συνεπάγεται αυξημένα κόστη επένδυσης, αφού εκτός από τα συνήθη κόστη σε ένα εύελκτο σύστημα παραγωγής υπάρχουν αυξημένα κόστη για τη μεταφορά κομματιών, για εφεδρικές μηχανές, για κόστη εργαλείων και αυξημένες αποθηκευτικές ανάγκες. Επομένως, κατά το σχεδιασμό ενός νέου συστήματος θα πρέπει να λαμβάνεται υπόψη αυτό το αντιστάθμισμα μεταξύ ευελιξίας και κόστους, έτσι ώστε να υλοποιείται η βέλτιστη δυνατή εναλλακτική.

# 9<sup>ο</sup> Κεφάλαιο

## Ανακεφαλαίωση και συμπεράσματα

Στην παρούσα διατριβή χρησιμοποιούνται χρονικά κι υβριδικά Δίκτυα Petri με επεκτάσεις τόξων για τη δημιουργία ενός γενικού πλαισίου για τη μοντελοποίηση και συνολική μελέτη (ανάλυση ιδιοτήτων συμπεριφοράς, αξιολόγηση αποδοτικότητας μέσω προσομοίωσης και εποπτικό έλεγχο) συστημάτων παραγωγής διαφόρων τύπων (αφιερωμένων συστημάτων παραγωγής, πολυπαραγωγικών συστημάτων παραγωγής, συστημάτων παραγωγής παρτίδας, συστημάτων που συνδυάζουν συστατικά στοιχεία περισσοτέρων του ενός από τους προαναφερθέντες τύπους και συστημάτων παραγωγής με διαφορετικούς τύπους βιομηχανικής ευελιξίας).

Η χρήση δικτύων Petri επιτρέπει την αναπαράσταση της στατικής δομής αλλά και της στιγμιαίας κατάστασης των υπό μελέτη συστημάτων, καθώς και των μεταβολών της κατάστασης τους με το πέρασμα του χρόνου. Για μεγάλους χώρους καταστάσεων, τα μοντέλα που κατασκευάζονται με ΔΡ είναι πιο συμπυκνωμένα σε σχέση με τα αντίστοιχα μοντέλα που προκύπτουν από άλλα εργαλεία μοντελοποίησης (π.χ. αυτόματα) και μπορούν να αναπαραστήσουν με ευκολία συμπεριφορές αυξημένης πολυπλοκότητας (όπως την παράλληλη εκτέλεση πολλαπλών γεγονότων σε διαφορετικά σημεία του συστήματος, ακολουθίες γεγονότων, συγχρονισμό πόρων ενός συστήματος για την εκτέλεση μιας ενέργειας και αμοιβαία αποκλειόμενες καταστάσεις). Ένας ακόμα λόγος που συντέλεσε την επιλογή των ΔΡ, είναι πως δεν απαιτείται τροποποίηση στη δομή ενός υλοποιημένου μοντέλου, σε περίπτωση που αλλάξει η αρχική κατάσταση του



συστήματος, όπως συμβαίνει με άλλα εργαλεία μοντελοποίησης. Τα μοντέλα που υλοποιούνται με ΔΡ μπορούν εύκολα να χρησιμοποιηθούν για την προσομοίωση παραγωγικών περιπτώσεων με πολύ διαφορετικά μεταξύ τους χαρακτηριστικά. Οι προσομοιώσεις εκτελούνται με χρήση λογισμικών πακέτων που έχουν αναπτυχθεί για όλες τις κατηγορίες ΔΡ. Για τη μελέτη διαφορετικών περιπτώσεων ενός μοντέλου, δεν απαιτείται κάποια μεταβολή στη δομή του, αλλά αλλαγή των ποσοτικών του παραμέτρων που περιγράφουν τη νέα περίπτωση.

Η προτεινόμενη μεθοδολογία, η οποία εντάσσεται στη γενικότερη κατηγορία των μεθόδων της από κάτω προς τα πάνω σύνθεσης, στηρίζεται στην αναγνώριση μικρού αριθμού θεμελιωδών υποσυστημάτων, οι γενικότερες εκδοχές των οποίων μοντελοποιούνται κι αναλύονται όσον αφορά τις ιδιότητες και τις πολυπλοκότητες (κόμβων και *P*-αναλλοίωτων) τους. Τα θεμελιώδη υποσυστήματα χρησιμοποιούνται στη συνέχεια ως δομικά στοιχεία για τη μοντελοποίηση και μελέτη συστημάτων παραγωγής οποιασδήποτε τοπολογίας και πολυπλοκότητας. Κάθε σύστημα, ανάλογα με τη δομή του, αποσυντίθεται σε ένα αριθμό από θεμελιώδη υποσυστήματα. Τα γενικευμένα μοντέλα των υποσυστημάτων αρχικά αναπτύσσονται απομονωμένα και η δομή τους προσαρμόζεται στα ποιοτικά χαρακτηριστικά (π.χ. αριθμό κατεργασιών που εκτελούν και αριθμό μηχανών από τις οποίες αποτελούνται) και ποσοτικά χαρακτηριστικά (π.χ. μέγιστες χωρητικότητες αποθηκών, ταχύτητες εκτέλεσης κατεργασιών, χρόνους μεταφοράς από μηχανές προς αποθήκες και αντίστροφα) του μέρους του συνολικού συστήματος που αναπαριστούν. Ακολουθώντας, μέσα από μια καλά ορισμένη διαδικασία σύνθεσης που στηρίζεται στην συγχώνευση θέσεων, ενώνονται για να αναπαραστήσουν το συνολικό σύστημα.

Η διαδικασία σύνθεσης γίνεται με τρόπο σύμφωνο με τους περιορισμούς που έχουν τεθεί αρχικά, ενώ εξασφαλίζεται η διατήρηση στο μοντέλο του συνολικού συστήματος των βασικών ιδιοτήτων συμπεριφοράς των υποσυστημάτων. Οι πολυπλοκότητες κόμβων και *P*-αναλλοίωτων του συνολικού συστήματος υπολογίζονται από εξισώσεις που λαμβάνουν υπόψη τις αντίστοιχες ποσότητες των θεμελιωδών υποσυστημάτων και τις μεταξύ τους συνδέσεις. Τα *P*-αναλλοίωτα του συνολικού συστήματος προκύπτουν από τα αντίστοιχα *P*-αναλλοίωτα των επιμέρους υποσυστημάτων με κατάλληλες τροποποιήσεις (τα *P*-αναλλοίωτα που περιγράφουν αμοιβαία αποκλειόμενες καταστάσεις μηχανών είναι τα ίδια με αυτά των υποσυστημάτων. Τα *P*-αναλλοίωτα που αναφέρονται σε διατήρηση κομματιών προκύπτουν σχηματίζοντας ακολουθίες θέσεων από τις αποθήκες πρώτων υλών προς τις αποθήκες τελικών προϊόντων, εντάσσοντας τα αντίστοιχα αναλλοίωτα των υποσυστημάτων κατάλληλα τροποποιημένα με βάση τις συγχωνεύσεις θέσεων που συμβαίνουν στα σημεία σύνδεσης των υποσυστημάτων). Σημειώνεται ακόμα πως το μοντέλο του συνολικού συστήματος προκύπτει από τα επιμέρους απλά με συγχώνευση θέσεων και χωρίς την εφαρμογή τεχνικών μείωσης που οδηγούν σε περιορισμό της συνολικής πολυπλοκότητας, αλλά ταυτόχρονα και σε απώλεια χρήσιμης πληροφορίας

που έχει αντίκτυπο στα αποτελέσματα που λαμβάνονται από τις προσομοιώσεις εναλλακτικών περιπτώσεων.

Στο συνολικό μοντέλο του συστήματος εφαρμόζεται εποπτικός έλεγχος δύο επιπέδων (επίπεδα υποσυστήματος και συνολικού συστήματος), που περιορίζει τη συμπεριφορά του σε ασφαλή πλαίσια, απομακρύνοντας από τη λειτουργία του επικίνδυνες καταστάσεις και διασφαλίζοντας την ικανοποίηση των περιορισμών λειτουργίας που έχουν αρχικά τεθεί. Η εφαρμογή του εποπτικού ελέγχου δεν ανήκει στις απλούστερες περιπτώσεις, αφού αρκετά από τα μοντέλα υλοποιούνται με υβριδικά δίκτυα Petri. Η θεωρία εποπτικού ελέγχου έχει αναπτυχθεί πλήρως και έχει χρησιμοποιηθεί σε μεγάλο πλήθος εργασιών και εφαρμογών όσον αφορά το κομμάτι των διακριτών δικτύων Petri, αλλά είναι σχεδόν ανύπαρκτη όσον αφορά συστήματα που μοντελοποιούνται με συνεχή ΔΡ.

Με την προτεινόμενη μεθοδολογία, η διαδικασία μοντελοποίησης και μελέτης συστημάτων παραγωγής των κατηγοριών που προαναφέρθηκαν, απλοποιείται σε μεγάλο βαθμό και συστηματοποιείται. Πρώτα απ' όλα, για τη μελέτη ενός νέου συστήματος οι παραπάνω διαδικασίες δε χρειάζεται να ξεκινήσουν από το μηδέν, αλλά υλοποιούνται ακολουθώντας μια σειρά από καλά ορισμένα βήματα. Επιπλέον, με τον τρόπο αυτό διασφαλίζεται η απομάκρυνση από τη λειτουργία των υλοποιούμενων μοντέλων προβληματικών καταστάσεων (π.χ. αδιεξόδων) κι η αναπαράσταση του συνόλου των βασικών γεγονότων που συμβαίνουν στο σύστημα. Η ανάλυση γίνεται με αναφορά στις ιδιότητες των θεμελιωδών υποσυστημάτων, με αποτέλεσμα οι μελετούμενοι χώροι καταστάσεων να είναι σημαντικά μικρότεροι από τους αντίστοιχους χώρους καταστάσεων του συνολικού μοντέλου. Το γεγονός αυτό επιτρέπει τη χρησιμοποίηση για την ανάλυση τους των συνήθων για αυτή την περίπτωση εργαλείων (πίνακες συμβάντων, γράφους προσεγγισιμότητας και καλυψιμότητας και  $P$ -αναλλοίωτα), χωρίς τους κινδύνους που συνεπάγεται η αυξημένη πολυπλοκότητα (π.χ. έκρηξη του χώρου καταστάσεων).

Μετά την κατασκευή του μοντέλου ενός συστήματος, αυτό μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την προσομοίωση περιπτώσεων με πολύ διαφορετικά μεταξύ τους χαρακτηριστικά, καθώς και για τον υπολογισμό πλήθους από μέτρα αξιολόγησης αποδοτικότητας (μέσους χρόνους παραγωγής, μέσες και μέγιστες στάθμες αποθηκών, ποσοστά του χρόνου που οι μηχανές λειτουργούν, μη παραγωγικά χρονικά διαστήματα μηχανών κτλ.). Στις περιπτώσεις που μπορούν να μελετηθούν περιλαμβάνονται και ακραίες περιπτώσεις, που δεν υλοποιούνται σε ένα πραγματικό σύστημα εξαιτίας των κινδύνων που συνεπάγονται για τη λειτουργία του εξοπλισμού και για το προσωπικό. Η χρήση θεμελιωδών υποσυστημάτων διευκολύνει την τροποποίηση μέρους του υπό μελέτη συστήματος ή την επέκτασή του σε μελλοντικό χρόνο που αυτό κρίνεται αναγκαίο, χωρίς να απαιτείται η εκ νέου κατασκευή του, καθώς και την ανανέωση ποσοτικών ή δομικών χαρακτηριστικών του. Επιπλέον, η προτεινόμενη μεθοδολογία διευκολύνει τη συγκριτική

μελέτη εναλλακτικών λύσεων κατά το σχεδιασμό ενός νέου συστήματος και την επιλογή για υλοποίηση της βέλτιστης από αυτές.

Σε σχέση με άλλες προσεγγίσεις που έχουν παρουσιαστεί μέχρι σήμερα, η προτεινόμενη μεθοδολογία παρουσιάζει σημαντικές διαφοροποιήσεις και πλεονεκτήματα. Πρόκειται για μια γενική και πλήρη μέθοδο που καλύπτει τα αντικείμενα της αποσύνθεσης συστημάτων παραγωγής σε θεμελιώδη υποσυστήματα, σύνθεσης των επιμέρους μοντέλων για τη δημιουργία του συνολικού, ικανοποίησης λειτουργικών περιορισμών, ανάλυσης συμπεριφοράς, υπολογισμού πολυπλοκότητων κόμβων και αναλλοίωτων, εποπτικού ελέγχου και αξιολόγησης αποδοτικότητας μέσω προσομοιώσεων με ελάχιστες αρχικές παραδοχές κι ανεξάρτητα της τοπολογίας και της πολυπλοκότητας τους. Σε αντίθεση με αυτό, οι περισσότερες προσεγγίσεις που έχουν έως σήμερα παρουσιαστεί μελετούν αποσπασματικά κάποια από τα παραπάνω αντικείμενα συγκεκριμένων κάθε φορά συστημάτων παραγωγής με συγκεκριμένους αντικειμενικούς σκοπούς.

Η μεθοδολογία που παρουσιάζεται στην παρούσα διατριβή καλύπτει τους βασικότερους τύπους συστημάτων παραγωγής κι εφαρμόζεται εύκολα ακολουθώντας μια σειρά από καλά καθορισμένα βήματα. Επιπλέον, τα μοντέλα που κατασκευάζονται μέσω της διαδικασίας αυτής μπορούν εύκολα να τροποποιηθούν εν μέρει η συνολικά, ενώ η χρήση ΔΡ σε συνδυασμό με άλλα εργαλεία (αυτόματα, παράλληλο προγραμματισμό, ασαφή λογική, διαγράμματα UML κτλ.) αυξάνει σημαντικά τα πεδία εφαρμογών τους και τις δυνατότητες παραπέρα αξιοποίησης των υλοποιημένων με αυτά μοντέλων. Σημειώνεται, πως μια ακόμα καινοτομία της παρούσας διατριβής είναι η υλοποίηση πολυεπίπεδου εποπτικού ελέγχου σε προβλήματα που ως εργαλείο μοντελοποίησης έχουν χρησιμοποιηθεί υβριδικά δίκτυα Petri. Κάτι τέτοιο είναι ιδιαίτερα περιορισμένο στη βιβλιογραφία, όπως κάνει φανερό η σχεδόν παντελής απουσία σχετικών αναφορών από το κεφάλαιο βιβλιογραφικής ανασκόπησης του θέματος. Η κλασσική αντιμετώπιση του προβλήματος αυτού είναι η διακριτοποίηση των συνεχών συστατικών των συστημάτων και η εφαρμογή στα μοντέλα που προκύπτουν της κλασσικής θεωρίας εποπτικού ελέγχου. Στην παρούσα εργασία, στα διακριτά κομμάτια των μοντέλων εφαρμόζεται η κλασσική θεωρία εποπτικού ελέγχου με ΔΡ, ενώ για τα συνεχή κατά κύριο λόγο αξιοποιούνται οι αυξημένες δυνατότητες ελέγχου που προσφέρουν τα τόξα ενεργοποίησης και παρεμπόδισης.

Σε επόμενο στάδιο της υλοποιούμενης έρευνας, σχεδιάζεται η μελέτη της δυνατότητας χρήσης έγχρωμων δικτύων Petri [260] ως εργαλείο μοντελοποίησης. Τα έγχρωμα δίκτυα Petri δίνουν τη δυνατότητα για ακόμα πιο συμπυκνωμένη αναπαράσταση πολύπλοκων συστημάτων, αφού συνδυάζουν τη δύναμη μοντελοποίησης των συνήθων και των χρονικών ΔΡ, με τις δυνατότητες ορισμού δεδομένων και χειρισμού των τιμών τους που παρέχει μια γλώσσα προγραμματισμού υψηλού επιπέδου. Τα έγχρωμα Δίκτυα Petri επιτρέπουν την αναπαράσταση πολλαπλών συστατικών στοιχείων ενός συστήματος με

παρόμοια χαρακτηριστικά (π.χ. των διαφορετικών μηχανών ενός αφιερωμένου συστήματος παραγωγής), χρησιμοποιώντας την ίδια δομή ΔΡ αλλά με τελείες διαφορετικών χρωμάτων (η ενεργοποίηση μιας μετάβασης με βάση τελείες διαφορετικών χρωμάτων αντιπροσωπεύει διαφορετικά γεγονότα, έχει διαφορετικά χρονικά χαρακτηριστικά και βάρη πολλαπλότητας στα εμπλεκόμενα τόξα και οδηγεί σε διαφορετικές εξόδους). Το γεγονός αυτό οδηγεί σε σημαντική μείωση της συνολικής πολυπλοκότητας της αναπαράστασης, αφού δομές που θα επαναλαμβάνονταν μπορούν πλέον να απαλειφθούν.

Στο μέλλον σχεδιάζεται η μελέτη της δυνατότητας επέκτασης της χρήσης της μεθόδου που παρουσιάστηκε στην παρούσα διατριβή, σε κατηγορίες συστημάτων με παρόμοια με τα συστήματα παραγωγής χαρακτηριστικά. Για να καταστεί αυτό δυνατό, είναι αναγκαίο να μπορεί να αναγνωριστεί μικρός αριθμός υποσυστημάτων που θα χρησιμοποιούνται ως δομικά στοιχεία για την κατασκευή των μοντέλων πολύπλοκων συστημάτων και να υπάρχει η δυνατότητα αναγνώρισης πεπερασμένου αριθμού γεγονότων που συμβαίνουν στα συστήματα. Κάποιες από τις περιοχές στις οποίες θα μελετηθεί η δυνατότητα εφαρμογής της μεθόδου περιλαμβάνουν εφοδιαστικές αλυσίδες, συστήματα ελέγχου κυκλοφορίας οχημάτων, δίκτυα ηλεκτρονικών υπολογιστών και συνεργαζόμενες ομάδες ρομποτικών οχημάτων.

# Παράρτημα

**Πρόταση 5.1:** Τα ΔΡ μοντέλα των αφιερωμένων συστημάτων παραγωγής διατηρούν τις ιδιότητες της k-περιοριστικότητας, μη γενικής ζωτικότητας, μη επιμονής, μη συντηρητικότητας, μη συνέπειας και μη αντιστρεπτότητας των μοντέλων των θεμελιωδών υποσυστημάτων, από τα οποία προκύπτουν μέσω σύνθεσης.

## Απόδειξη

Σύμβολο	Επεξήγηση
$\Delta P_{TOT}$	Μοντέλο με ΔΡ συνολικού αφιερωμένου συστήματος
$T_{TOT}$	Σύνολο μεταβάσεων $\Delta P_{TOT}$
$\Delta P_i$	Μοντέλο με ΔΡ θεμελιώδους υποσυστήματος i
$T_i$	Σύνολο μεταβάσεων $\Delta P_i$
$P_i$	Σύνολο θέσεων $\Delta P_i$
$n_1$	Πλήθος υποσυστημάτων γραμμής παραγωγής που χρησιμοποιούνται για τη σύνθεση του συνολικού συστήματος
$n_2$	Πλήθος υποσυστημάτων συναρμολόγησης που χρησιμοποιούνται για τη σύνθεση του συνολικού συστήματος
$n_3$	Πλήθος υποσυστημάτων πολλαπλών αποσυναρμολόγησης που χρησιμοποιούνται για τη σύνθεση του συνολικού συστήματος
$n_4$	Πλήθος υποσυστημάτων παραλλήλων μηχανών που χρησιμοποιούνται για τη σύνθεση του συνολικού συστήματος
$N$	Συνολικό πλήθος υποσυστημάτων που χρησιμοποιούνται για τη σύνθεση του συνολικού συστήματος
$P_F$	Σύνολο θέσεων που αναπαριστούν αποθήκες στα σημεία σύνδεσης των υποσυστημάτων
$m_0$	Αρχική σήμανση ενός μοντέλου
$m_j$	Σήμανση j
$R(m_0)$	Σύνολο προσεγγίσιμων σημάνσεων από την αρχική σήμανση $m_0$
$\bullet p_k$	Σύνολο των μεταβάσεων εισόδου της θέσης k

$p_k \bullet$	Σύνολο των μεταβάσεων εξόδου της θέσης $k$
$\bullet t_i$	Σύνολο των θέσεων εισόδου της μετάβασης $j$
$t_i \bullet$	Σύνολο των θέσεων εξόδου της μετάβασης $j$
$s$	Ακολουθία μεταβάσεων
$w(p_i, t_k)$	Βάρος του τόξου σύνδεσης της θέσης $p_i$ με τη μετάβαση $t_k$
$P_{in}$	Σύνολο των αρχικών αποθηκών του $\Delta P_{TOT}$
$P_{out}$	Σύνολο των τελικών αποθηκών του $\Delta P_{TOT}$

Πίνακας 17: Πίνακας χρησιμοποιούμενων συμβόλων.

Έστω το μοντέλο αφιερωμένου συστήματος ( $\Delta P_{TOT}$ ), που συντίθεται από θεμελιώδη υποσυστήματα ( $\Delta P_i, i=1, \dots, N$ ). Γι' αυτό ισχύει:

$$n_1 + n_1 + n_3 + n_4 = N.$$

Οι κόμβοι του μοντέλου του συνολικού συστήματος  $\Delta P_{TOT}$  είναι:

$$T_{TOT} = \bigcup_{i=1}^N T_i$$

$$P_{TOT} = [\bigcup_{i=1}^N (P_i - P_{B_i})] \cup P_F$$

1) Η πρώτη ιδιότητα που μελετάται είναι η *k-περιοριστικότητα* του μοντέλου του συνολικού συστήματος, δεδομένου του γεγονότος πως τα μοντέλα των θεμελιωδών υποσυστημάτων είναι *k-περιορισμένα*. Ένα μοντέλο είναι *k-περιοριστικό*, αν  $\exists k : (\text{για } \forall p_i \in P_{TOT} : m(p_i) \leq k)$

Οι θέσεις του  $\Delta P_{TOT}$  χωρίζονται σε δύο υποσύνολα, τις θέσεις στα σημεία σύνδεσης που αναπαριστούν αποθήκες και όλες τις υπόλοιπες θέσεις. Για τις θέσεις εκτός των σημείων σύνδεσης ισχύει:

$$\left. \begin{array}{l} \text{για } \forall p_i \in [P_{TOT} - P_F], \text{ για } \forall m_j \in R(m_0) \\ \bullet p_{i_{TOT}} = \bullet p_{i_j} \\ p_{i_{TOT}} \bullet = p_{i_j} \bullet \\ \sum_{\forall p_m \in P_m} m_j(p_m) = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow m_j(p_i) \leq 1$$

Για τις θέσεις που προκύπτουν στα σημεία σύνδεσης μέσω συγχώνευσης προκύπτει:

$$\left. \begin{array}{l} \bullet p_{i_{TOT}} = \bullet p_{i1} \\ p_{i_{TOT}} \bullet = p_{i2} \bullet \\ \bullet p_{i_{TOT}} \neq p_{i_{TOT}} \bullet \\ m_j(p_{i1}) \leq k_i \\ m_j(p_{i2}) \leq k_i \\ m_0(p_{i_{TOT}}) \leq k_i \end{array} \right\} \Rightarrow m_j(p_i) \leq k_i$$

Στα σημεία σύνδεσης, η θέση  $p_i$  του συνολικού μοντέλου προκύπτει από τη συγχώνευση δύο θέσεων  $p_{i1}$  και  $p_{i2}$ , όπου η  $p_{i1}$  αντιστοιχεί σε τελική αποθήκη ενός υποσυστήματος κι η  $p_{i2}$  σε αρχική αποθήκη άλλου υποσυστήματος.

2) Στη συνέχεια αποδεικνύεται πως το συνολικό μοντέλο δεν είναι γενικά ζωτικό, δοθέντος πως τα επιμέρους μοντέλα δεν είναι γενικά ζωτικά. Η ζωτικότητα αναφέρεται στην κατάσταση όπου για κάθε προσεγγίσιμη σήμανση από την αρχική, υπάρχει μια  $s$  ακολουθία μεταβάσεων που περιέχει κάθε μετάβαση  $t_j$ . Δηλαδή, Για  $\forall m_i \in R(m_0)$ ,  $\exists s$ ,  $m_i \xrightarrow{s} m_n$ , για  $\forall t_j \in T_{TOT}$ ,  $t_j \in s$ .

Στο συνολικό μοντέλο ισχύει:

Για  $\forall p_i \in P_{in}$ ,  $\bullet p_{i_{TOT}} = \emptyset \Rightarrow m_j(p_i) \rightarrow 0 \Rightarrow$  για  $\forall t_k \in p_i \bullet$ ,  $m_j(p_i) < w(p_i, t_k) \Rightarrow t_k$  δεν είναι ζωτική  $\Rightarrow PN_{TOT}$  δεν είναι γενικά ζωτικό

Στην παραπάνω απόδειξη, αν οι  $p_{i_{TOT}} \bullet$  δε λειτουργήσουν να απομακρύνουν τελείες ώστε  $m_j(p_i) \rightarrow 0$ , υπάρχει εξαρχής αδιέξοδος. Γενικά, η ύπαρξη θέσεων πηγής σε ένα μοντέλο ( $\bullet p_{i_{TOT}} = \emptyset$ ) συνεπάγεται μη ζωτικές μεταβάσεις [98].

3) Το συνολικό μοντέλο δεν εμφανίζει επιμονή. Τα επιμέρους υποσυστήματα δεν εμφανίζουν επιμονή γιατί υπάρχουν συγκρούσεις σε αυτά (μετά την ολοκλήρωση ενός κύκλου παραγωγής, μεταξύ των  $t_2$ ,  $t_3$ ).

Για το μοντέλο του συνολικού συστήματος ισχύει:

$$\left. \begin{array}{l} \text{για κάθε } \Delta P_i, \exists \text{ συγκρούσεις στο } P_i \\ \text{για } \forall p_i \in P_{TOT}, \left. \begin{array}{l} \bullet p_{i_{TOT}} = \bullet p_{i_j} \\ p_{i_{TOT}} \bullet = p_{i_j} \bullet \\ \sum_{\forall p_i \in P_{D_i}} m_j(p_i) = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow \exists \text{ συγκρούσεις στο } P_{TOT} \quad (1) \end{array} \right\}$$

Ακόμα,  $\bullet t_{i_{TOT}} \neq t_{i_{TOT}} \bullet \quad (2)$

(1), (2)  $\Rightarrow \Delta P_{TOT}$  δεν εμφανίζει επιμονή

Η ύπαρξη συγκρούσεων στο  $\Delta P_{TOT}$  (1) σε συνδυασμό με την έλλειψη κύκλων (2) σύμφωνα με την [124] συνεπάγεται τη μη συνέπεια.

4) Η επόμενη ιδιότητα είναι η μη συντηρητικότητα του συνολικού μοντέλου. Ένα μοντέλο είναι συντηρητικό αν ο συνολικός αριθμός τελειών της  $m_0$  διατηρείται [141].

Δηλαδή το μοντέλο είναι συντηρητικό αν για  $\forall m_i \in R(m_0)$ ,  $\sum_{\text{για } \forall p_j \in \Delta P_{TOT}} m_i(p_j) = c$

Δομικά, για να είναι συντηρητικό ένα μοντέλο, θα πρέπει για  $\forall t_k \in T_{TOT}$ ,  $\bullet t_k = t_k \bullet$ .

Αν  $n_2 \neq 0$ ,  $\exists t_k \in T_C$ , με  $\bullet t_k > t_k \bullet$ .

Οι μεταβάσεις  $t_k$  αναφέρονται στην εκτέλεση κατεργασιών συναρμολόγησης.

Αν  $n_3 \neq 0$ ,  $\exists t_k \in T_C$ , με  $t_k \bullet > \bullet t_k$ .

Οι μεταβάσεις  $t_k$  αναφέρονται στην εκτέλεση κατεργασιών αποσυναρμολόγησης.

Άρα αν  $n_2 * n_3 \neq 0$ , το συνολικό μοντέλο είναι μη συντηρητικό.

5) Το  $\Delta P_{TOT}$  δεν είναι αντιστρεπτό. Ένα μοντέλο είναι αντιστρεπτό, αν ξεκινώντας από οποιαδήποτε σήμανση  $m_j$  προσεγγίσιμη από την αρχική, υπάρχει ακολουθία μεταβάσεων  $s_j$  που το επαναφέρει στην αρχική του σήμανση  $m_0$  ( $\forall m_j \in R(m_0), \in s_j$  ώστε  $m_j \xrightarrow{s_j} m_0$  ή  $m_0 \in R(m_j)$ , για  $\forall m_j \in R(m_0)$ ). Για το μοντέλο ισχύει:

$$\left. \begin{array}{l} \bullet p_{i_{TOT}} = \emptyset \\ \text{για } \forall p_i \in P_{in}, \quad m_n(p_i) \rightarrow 0 \\ m_0(p_i) = k_i \end{array} \right\} \Rightarrow m_n(p_i) \neq m_0(p_i) \quad (1)$$

$$\left. \begin{array}{l} p_{j_{TOT}} \bullet = \emptyset \\ \text{για } \forall p_j \in P_{out}, \quad m_n(p_j) \rightarrow k_j \\ m_0(p_j) = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow m_n(p_j) \neq m_0(p_j) \quad (2)$$

(1), (2)  $\Rightarrow$  το  $\Delta P_{TOT}$  δεν είναι αντιστρεπτό

Οι (1), (2) δείχνουν πως κατά την εκτέλεση του μοντέλου, οι θέσεις που αντιστοιχούν σε αρχικές και τελικές αποθήκες αποκτούν σήμανση διαφορετική από την αρχική τους και λόγω της δομής του δικτύου (θέσεις πηγής και βύθισης) δε μπορούν να επιστρέψουν σε αυτή, άρα το συνολικό μοντέλο δεν είναι αντιστρεπτό.

6) Στη συνέχεια αποδεικνύεται πως το συνολικό μοντέλο δεν είναι συνεπές. Αυτό σημαίνει πως δεν υπάρχει ακολουθία μεταβάσεων  $s$ , που να περιέχει όλες τις μεταβάσεις και να επαναφέρει το μοντέλο στην αρχική του κατάσταση.

$$m_0 \xrightarrow{s} m_0 \text{ Όπου για } \forall t_j \in T_{TOT}, \text{ το } t_j \in s$$

Για το  $\Delta P_{TOT}$  ισχύει:

$$\left. \begin{array}{l} \bullet p_{i_{TOT}} = \emptyset \quad (1) \\ \text{για } \forall p_i \in P_{in}, \quad p_{i_{TOT}} \bullet \neq \emptyset \quad (2) \end{array} \right\} \Rightarrow \text{για } m_k \in R(m_0) \text{ ισχύει } m_k(p_i) \leq m_0(p_i) \quad (3)$$

$$(1), (3) \Rightarrow m_k(p_i) \xrightarrow{\exists s_i} m_0(p_i)$$

$$\left. \begin{array}{l} \bullet p_{j_{TOT}} \neq \emptyset \quad (4) \\ \text{για } \forall p_j \in P_{out}, \quad p_{j_{TOT}} \bullet = \emptyset \quad (5) \end{array} \right\} \Rightarrow \text{για } m_k \in R(m_0) \text{ ισχύει } m_k(p_j) \geq m_0(p_j) \quad (6)$$

$$(5), (6) \Rightarrow m_k(p_j) \xrightarrow{\exists s_j} m_0(p_j)$$

Άρα το συνολικό μοντέλο δεν είναι συνεπές.

**Πρόταση 6.1:** Τα υΔΡ μοντέλα των πολυ-παραγωγικών συστημάτων παραγωγής διατηρούν τις ιδιότητες της k-περιοριστικότητας, μη γενικής ζωτικότητας, μη επιμονής, μη συντηρητικότητας, μη συνέπειας και μη αντιστρεπτότητας των μοντέλων των θεμελιωδών υποσυστημάτων, από τα οποία προκύπτουν μέσω σύνθεσης.



## Απόδειξη

Σύμβολο	Επεξήγηση
$\Delta P_{TOT}$	Μοντέλο με $\Delta P$ συνολικού πολυπαραγωγικού συστήματος
$T_{TOT}$	Σύνολο μεταβάσεων $\Delta P_{TOT}$
$P_{D_{TOT}}$	Σύνολο διακριτών θέσεων $\Delta P_{TOT}$
$P_{C_{TOT}}$	Σύνολο συνεχών θέσεων $\Delta P_{TOT}$
$\Delta P_i$	Μοντέλο με $\Delta P$ θεμελιώδους υποσυστήματος
$T_i$	Σύνολο μεταβάσεων $\Delta P_i$
$P_{D_i}$	Σύνολο διακριτών θέσεων $\Delta P_i$
$P_{C_i}$	Σύνολο συνεχών θέσεων $\Delta P_i$
$n_1$	Πλήθος υποσυστημάτων πολυ-παραγωγικής μηχανής που χρησιμοποιούνται για τη σύνθεση του συνολικού συστήματος
$n_2$	Πλήθος υποσυστημάτων πολλαπλών συναρμολογήσεων που χρησιμοποιούνται για τη σύνθεση του συνολικού συστήματος
$n_3$	Πλήθος υποσυστημάτων πολλαπλών αποσυναρμολογήσεων που χρησιμοποιούνται για τη σύνθεση του συνολικού συστήματος
$N$	Συνολικό πλήθος υποσυστημάτων που χρησιμοποιούνται για τη σύνθεση του
$P_{B_i}$	Σύνολο θέσεων του $\Delta P_i$ που αντιστοιχούν σε εσωτερικές αποθήκες
$P_F$	Σύνολο θέσεων που αναπαριστούν αποθήκες στα σημεία σύνδεσης των
$m_0$	Αρχική σήμανση ενός μοντέλου
$m_j$	Σήμανση j
$R(m_0)$	Σύνολο προσεγγίσιμων σημάνσεων από την αρχική σήμανση $m_0$
$\bullet p_k$	Σύνολο των μεταβάσεων εισόδου της θέσης k
$p_k \bullet$	Σύνολο των μεταβάσεων εξόδου της θέσης k
$\bullet t_j$	Σύνολο των θέσεων εισόδου της μετάβασης j
$t_j \bullet$	Σύνολο των θέσεων εξόδου της μετάβασης j
$s$	Ακολουθία μεταβάσεων
$w(p_i, t_k)$	Βάρος του τόξου σύνδεσης της θέσης $p_i$ με τη μετάβαση $t_k$
$P_{in}$	Σύνολο των αρχικών αποθηκών του $\Delta P_{TOT}$
$P_{out}$	Σύνολο των τελικών αποθηκών του $\Delta P_{TOT}$

Πίνακας 18: Πίνακας χρησιμοποιούμενων συμβόλων.

Έστω το μοντέλο πολυ-παραγωγικού συστήματος ( $\Delta P_{TOT}$ ), που συντίθεται από θεμελιώδη υποσυστήματα ( $\Delta P_i, i=1, \dots, N$ ). Γι' αυτό ισχύει:  $n_1 + n_2 + n_3 = N$ .

Οι κόμβοι του μοντέλου του συνολικού συστήματος  $\Delta P_{TOT}$  είναι:

$$T_{TOT} = \bigcup_{i=1}^N T_i$$

$$P_{D_{TOT}} = \bigcup_{i=1}^N P_{D_i}$$

$$P_{C_{TOT}} = [\bigcup_{i=1}^N (P_{C_i} - P_{B_i})] \cup P_F$$

**1)** Η πρώτη ιδιότητα που μελετάται είναι η *k-περιοριστικότητα* του μοντέλου του συνολικού συστήματος, δεδομένου του γεγονότος πως τα μοντέλα των θεμελιωδών υποσυστημάτων είναι *k-περιορισμένα*. Ένα μοντέλο είναι *k-περιοριστικό*, αν  $\exists k : (\text{για } \forall p_i \in P_{TOT} \text{ ώστε } m(p_i) \leq k)$

Για τις διακριτές θέσεις του  $\Delta P_{TOT}$  ισχύει:

$$\left. \begin{array}{l} \bullet p_{i_{TOT}} = \bullet p_{i_j} \\ p_{i_{TOT}} \bullet = p_{i_j} \bullet \\ \sum_{\forall p_m \in P_{Dm}} m_j(p_m) = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow m_j(p_i) \leq 1$$

για  $\forall p_i \in P_{D_{TOT}}$ , για  $\forall m_j \in R(m_0)$

Εναλλακτικά και σύμφωνα με τον ορισμό των μηχανών κατάστασης:

Για  $\forall t_j \in T_D$ ,  $\bullet t_{j_{TOT}} = t_{j_{TOT}} \bullet = 1$ , οπότε το διακριτό κομμάτι του ΔΡ είναι μηχανή κατάστασης,

άρα  $m_j(p_i) \leq 1$ , για  $\forall p_i \in P_{D_{TOT}}$ .

Οι συνεχείς θέσεις του  $\Delta P_{TOT}$  χωρίζονται σε δύο υποσύνολα, τις θέσεις στα σημεία σύνδεσης κι όλες τις υπόλοιπες. Για τις θέσεις εκτός των σημείων σύνδεσης ισχύει:

$$\left. \begin{array}{l} \bullet p_{i_{TOT}} = \bullet p_{i_j} \\ p_{i_{TOT}} \bullet = p_{i_j} \bullet \\ \bullet p_{i_{TOT}} \neq p_{i_{TOT}} \bullet \\ m_0(p_{i_{TOT}}) \leq k_i \end{array} \right\} \Rightarrow m_j(p_{i_{TOT}}) \leq k_i$$

για  $\forall p_i \in P_{C_{TOT}}$  και για  $\forall m_j \in R(m_0)$

Για τις θέσεις που προκύπτουν στα σημεία σύνδεσης μέσω συγχώνευσης προκύπτει:

$$\left. \begin{array}{l} \bullet p_{i_{TOT}} = \bullet p_{i1} \\ p_{i_{TOT}} \bullet = p_{i2} \bullet \\ \bullet p_{i_{TOT}} \neq p_{i_{TOT}} \bullet \\ m_j(p_{i1}) \leq k_i \\ m_j(p_{i2}) \leq k_i \\ m_0(p_{i_{TOT}}) \leq k_i \end{array} \right\} \Rightarrow m_j(p_i) \leq k_i$$

για  $\forall p_i \in P_F$  και για  $\forall m_j \in R(m_0)$

Στα σημεία σύνδεσης, η θέση  $p_i$  του συνολικού μοντέλου προκύπτει από τη συγχώνευση δύο θέσεων  $p_{i1}$  και  $p_{i2}$ , όπου η  $p_{i1}$  αντιστοιχεί σε τελική αποθήκη ενός υποσυστήματος κι η  $p_{i2}$  σε αρχική αποθήκη άλλου υποσυστήματος.

**2)** Η επόμενη ιδιότητα έχει να κάνει με το ότι το συνολικό μοντέλο δεν είναι γενικά ζωτικό, δοθέντος πως τα επιμέρους μοντέλα δεν είναι γενικά ζωτικά. Η ζωτικότητα αναφέρεται στην κατάσταση όπου για κάθε προσεγγίσιμη σήμανση από την αρχική, υπάρχει μια ακολουθία μεταβάσεων που περιέχει κάθε μετάβαση  $t_j$ . Δηλαδή, Για  $\forall m_j \in R(m_0)$ ,  $\exists s$ , όπου  $m_j \xrightarrow{s} m_n$ , για  $\forall t_j \in T_{TOT}$  με  $t_j \in s$ .

Στο συνολικό μοντέλο ισχύει:

$$\begin{aligned} &\text{για } \forall p_i \in P_{in}, \bullet p_{i_{TOT}} = \emptyset \Rightarrow m_j(p_i) \rightarrow 0 \Rightarrow \text{για } \forall t_k \in p_i \bullet, m_j(p_i) < w(p_i, t_k) \Rightarrow t_k \text{ δεν είναι ζωτική} \Rightarrow \\ &\Rightarrow PN_{TOT} \text{ δεν είναι γενικά ζωτικό} \end{aligned}$$

Στην παραπάνω απόδειξη, αν οι  $p_{i_{TOT}} \bullet$  δεν ενεργοποιηθούν να απομακρύνουν τελείως ώστε  $m_j(p_i) \rightarrow 0$ , υπάρχει εξαρχής αδιέξοδο. Η ύπαρξη θέσεων πηγής ( $\bullet p_{i_{TOT}} = \emptyset$ ) συνεπάγεται μη ζωτικές μεταβάσεις [98].

3) Θαδειχθεί ότι το συνολικό μοντέλο δεν εμφανίζει επιμονή. Τα υποσυστήματα δεν εμφανίζουν επιμονή γιατί υπάρχουν συγκρούσεις στα διακριτά τους κομμάτια (οι μεταβάσεις που αναπαριστούν επιλογή κατεργασίας, αναιρούν την ετοιμότητα η μία της άλλης).

Για το μοντέλο του συνολικού συστήματος ισχύει:

$$\left. \begin{array}{l} \exists \text{συγκρούσεις στο } P_{D_i} \\ \bullet p_{i_{TOT}} = \bullet p_{i_j} \\ \text{για } \forall p_i \in P_{D_{TOT}}, \quad p_{i_{TOT}} \bullet = p_{i_j} \bullet \\ \sum_{\forall p_i \in P_{D_i}} m_j(p_i) = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow \exists \text{συγκρούσεις στο } P_{D_{TOT}} \quad (1)$$

$$\text{Ακόμα, } \bullet t_{i_{TOT}} \neq t_{i_{TOT}} \bullet \quad (2)$$

(1), (2)  $\Rightarrow \Delta P_{TOT}$  δεν εμφανίζει επιμονή

Η ύπαρξη συγκρούσεων στο διακριτό κομμάτι του  $\Delta P_{TOT}$  (1) σε συνδυασμό με την έλλειψη κύκλων (2) σύμφωνα με την [124] συνεπάγεται τη μη συνέπεια.

4) Η επόμενη ιδιότητα είναι η μη συντηρητικότητα του συνολικού μοντέλου. Ένα μοντέλο είναι συντηρητικό αν ο συνολικός αριθμός τελειών της  $m_0$  διατηρείται [141]. Δηλαδή το μοντέλο είναι συντηρητικό αν για  $\forall m_i \in R(m_0)$ ,  $\sum_{\text{για } \forall p_j \in \Delta P_{TOT}} m_i(p_j) = c$

Δομικά, για να είναι συντηρητικό ένα μοντέλο, θα πρέπει για  $\forall t_k \in T_{TOT}$ ,  $\bullet t_k = t_k \bullet$ .

Αν  $n_2 \neq 0$ ,  $\exists t_k \in T_C$ , με  $\bullet t_k > t_k \bullet$ .

Οι μεταβάσεις  $t_k$  αναφέρονται στην εκτέλεση των συναρμολογήσεων.

Αν  $n_3 \neq 0$ ,  $\exists t_k \in T_C$ , με  $t_k \bullet > \bullet t_k$ .

Οι μεταβάσεις  $t_k$  αναφέρονται στην εκτέλεση των αποσυναρμολογήσεων.

Άρα αν  $n_2 * n_3 \neq 0$ , το συνολικό μοντέλο είναι μη συντηρητικό.

5) Το  $\Delta P_{TOT}$  δεν είναι αντιστρεπτό. Ένα μοντέλο ονομάζεται αντιστρεπτό, αν ξεκινώντας από μια σήμανση  $m_j$  προσεγγίσιμη από την αρχική, υπάρχει ακολουθία μεταβάσεων  $s_j$  που το επαναφέρουν στην αρχική σήμανση  $m_0$  ( $\forall m_j \in R(m_0)$ ,  $\in s_j$  ώστε  $m_j \xrightarrow{s_j} m_0$  ή εναλλακτικά  $m_0 \in R(m_j)$  για  $\forall m_j \in R(m_0)$ ). Για το μοντέλο ισχύει:

$$\left. \begin{array}{l} \bullet p_{i_{TOT}} = \emptyset \\ \text{Για } \forall p_i \in P_{in}, \quad m_n(p_i) \rightarrow 0 \\ m_o(p_i) = k_i \end{array} \right\} \Rightarrow m_n(p_i) \neq m_o(p_i) \quad (1)$$

$$\left. \begin{array}{l} p_{j_{TOT}} \bullet = \emptyset \\ \text{Για } \forall p_j \in P_{out}, \quad m_n(p_j) \rightarrow k_j \\ m_o(p_j) = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow m_n(p_j) \neq m_o(p_j) \quad (2)$$

(1), (2)  $\Rightarrow$  το  $\Delta P_{TOT}$  δεν είναι αντιστρεπτό

Οι (1), (2) δείχνουν πως οι θέσεις που αντιστοιχούν σε αρχικές και τελικές αποθήκες, αποκτούν σήμανση διαφορετική από την αρχική τους και λόγω της δομής του δικτύου (θέσεις πηγής και βύθισης) δε μπορούν να επιστρέψουν σε αυτή, άρα το συνολικό μοντέλο δεν είναι αντιστρεπτό.

**6)** Στη συνέχεια αποδεικνύεται πως το συνολικό μοντέλο δεν είναι συνεπές. Αυτό σημαίνει πως δεν υπάρχει ακολουθία μεταβάσεων  $s$ , που να περιέχει όλες τις μεταβάσεις και να επαναφέρει το μοντέλο στην αρχική του κατάσταση.

$$m_0 \xrightarrow{s} m_0 \text{ / για } \forall t_j \in T_{TOT} \text{ το } t_j \in s$$

Για το  $\Delta P_{TOT}$  ισχύει:

$$\text{Για } \forall p_i \in P_{in}, \left. \begin{array}{l} \bullet p_{i_{TOT}} = \emptyset \text{ (1)} \\ p_{i_{TOT}} \bullet \neq \emptyset \text{ (2)} \end{array} \right\} \Rightarrow \text{για } m_k \in R(m_0), m_k(p_i) \leq m_0(p_i) \text{ (3)}$$

$$(1), (3) \Rightarrow m_k(p_i) \xrightarrow{\exists s_i} m_0(p_i)$$

$$\text{Για } \forall p_j \in P_{out}, \left. \begin{array}{l} \bullet p_{j_{TOT}} \neq \emptyset \text{ (4)} \\ p_{j_{TOT}} \bullet = \emptyset \text{ (5)} \end{array} \right\} \Rightarrow \text{για } m_k \in R(m_0), m_k(p_j) \geq m_0(p_j) \text{ (6)}$$

$$(5), (6) \Rightarrow m_k(p_j) \xrightarrow{\exists s_j} m_0(p_j)$$

Άρα το συνολικό μοντέλο δεν είναι συνεπές.

## Βιβλιογραφία

- [1] Cassandras C., *Discrete Event Systems – Modeling and Performance Analysis*, Irwin, 1993.
- [2] Banks J. and Carson J. *Discrete-Event Simulation*, Prentice Hall, 1984.
- [3] Ben-Naoum L., Boel R., Bongartes L., De Schutter B., Peng Y., Vaalckenaers P., Vandewalle J. and Wertz V., “Methodologies for discrete event dynamic systems: a survey”, *Journal of the American Society for Horticultural Science*, vol. 36, no 4, pp. 3 – 14, Dec. 1995.
- [4] Thiele L., *Discrete Event Systems – Introduction*, Υλικό Διδασκαλίας, 2003.
- [5] Tornambe A., *Discrete-Event System Theory: An Introduction*, World Scientific Publishing Company, 1996.
- [6] Cassandras C. and Lafortune S., *Introduction to Discrete Event Systems*, Kluwer Academic Publishers, 1999.
- [7] Cellier F., *Continuous System Modeling*, Springer-Verlag, 1991.
- [8] Radatz J., *The IEEE Standard Dictionary of Electrical and Electronics Terms*, 6<sup>th</sup> edition, IEEE Standards Office, 1997.
- [9] Webster's Dictionary, Merriam – Webster Inc., διαθέσιμο στη διεύθυνση [www.m-w.com](http://www.m-w.com)
- [10] Encyclopedia Americana, Grolier Publishing, διαθέσιμη στη διεύθυνση [go.grolier.com](http://go.grolier.com)
- [11] Van Beek D., Rooda J. and Van den Muyzenberg M., “Specification of combined Continuous Time / Discrete – Event Models, In Proc. *European Simulation Multiconference*, pp. 219 -224, Budapest 1996.
- [12] Wonham W., *Notes on Control of Discrete-Event Systems*, Σημειώσεις Διδασκαλίας, University of Toronto, 2003.
- [13] De Sarrazin G. and Rondon J., “Some Chains o Discrete Event Systems”, *Nonlinear Analysis*, vol. 47, pp. 1571-1580, 2001.
- [14] Moody J. and Antsaklis P., *Supervisory Control of Discrete Event Systems using Petri Nets*, Kluwer Academic Publishers, 1998.
- [15] Komenda J., Zerhouni N. and El Moudni A., “Analysis of Hybrid Petri Nets based on the Hybrid State Equation”, in Proc. *IEEE Int. Conf. on Systems, Man, and Cybernetics*, San Diego, CA, USA, pp. 832-838, 1998.
- [16] D'Abreu M. and Wainer G., “M/CD++: modeling continuous systems using Modelica and DEVS”, in Proc. *13<sup>th</sup> IEEE International Symposium on Modeling, Analysis, and Simulation of Computer and Telecommunication Systems (MASCOTS'05)*, pp. 229 -238, 2005.
- [17] Ledin J., *Simulation Engineering: Build Better Embedded Systems Faster*, CMP Books, 2001.
- [18] Antsaklis P., Koutsoukos X. and Zaytoon J., “On Hybrid control of complex systems: a survey”, in Proc. *3<sup>rd</sup> International Conference ADPM'98, Automation of Mixed Processes: Dynamic Hybrid Systems*, pp. 1-8, Reims, 1998.
- [19] Antsaklis P., “Scanning the Issue / Technology”, in *Proceedings of the IEEE*, Special Issue on Hybrid Systems: Theory and Applications, A brief introduction to the Theory and Applications of Hybrid Systems, vol. 88, no. 7, pp. 879-887, July 2000.
- [20] Sava A. T. and Alla H., “Combining Hybrid Petri Nets and Hybrid Automata”, *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, vol. 17, no. 5, pp. 670 – 678, October 2001.
- [21] Propes N., *Supervisory Control of Hybrid Dynamical Systems using Petri Nets*, Qualifying

- Examination Report, Georgia Institute of Technology, 1999.
- [22] Antsaklis P. and Lemmon M., "Introduction to the Special Issue on Hybrid Systems", *Discrete Event Dynamic Systems*, vol. 8, no 2, pp. 101-103, June 1998.
  - [23] Dodig – Crnkovic G., "System Modeling and Information Semantics", in Proc. *Fifth Conference for the Promotion of Research in IT*, Bubenko J., Eriksson O., Fernlund H. and Lind M. Eds, Borlänge, Sweden.
  - [24] Hannon B. and Ruth M., *Modeling Dynamic Biological Systems*, Springer, 1997.
  - [25] Lunze J. "What is a Hybrid System", in *Modelling, Analysis and Design of Hybrid Systems, Lecture notes in control and information sciences*, vol. 279, pp. 3 -14, Engell S., Frehse G. and Schnieder E. Eds, Springer – Verlag, 2002.
  - [26] Zhou M.C. and DiCesare F., *Petri Net Synthesis for Discrete Event Control of Manufacturing Systems*, Kluwer Academic Publishers, 1993.
  - [27] Shranker Rao G., *Discrete Mathematical Structures*, New Age Publishers, 2002.
  - [28] Lee D. and Yannakakis M., "Principles and Methods of Testing Finite State Machines – A Survey", In *Proc. IEEE*, vol. 84, no. 8, pp. 1090 – 1123, Berlin, IEEE Computer Society Press, August 1996.
  - [29] Walrand J., *An Introduction to Queueing Networks*, Prentice Hall, 1988.
  - [30] Jensen F., *Bayesian Networks and Decision Graphs*, Springer, 2002.
  - [31] Bremaud P., *Markov Chains*, Springer, 1999.
  - [32] Diderich C. and Gengler M. "A survey on Minimax Trees and Associated Algorithms", in Proc. *Minimax and Applications*, Ding-Zhu D. and Pardalos P. Eds., Springer, 1995.
  - [33] Marcus S., "Formal Languages: Foundations, Prehistory, Sources and Applications", in Proc. *Formal Languages and Applications*, Martfn-Vide C., Mitrana V. and Paun G. Eds., Springer, 2004.
  - [34] Howe A. and Somlo G., "Modelling Discrete Event Sequences as State Transition Diagrams", in Proc. *Advances in Intelligent Data Analysis*, Liu X., Cohen P. and Berthold M. Eds., Springer-Verlag, 1997.
  - [35] Doustmohammadi A., *Modeling and Analysis of Production Systems*, Ph.D. Thesis, Georgia Institute of Technology, November 1995.
  - [36] Giua A., *Petri Nets as Discrete Event Models for Supervisory Control*, Ph.D. Thesis, Rensselaer Polytechnic Institute, Troy, New York, July 1992.
  - [37] Borutzky W., "The Bond Graph methodology and environments for continuous systems Modeling and Simulation", in Proc. *European Simulation Multiconference*, pp. 15 -21, York, UK, 1992.
  - [38] Poznyak A., Sanchez E. and Yu W., *Differential Neural Networks for Robust Nonlinear Control*, World Scientific, 2001.
  - [39] Meijer P.B.L., "Neural Networks for Device and Circuit Modelling", in Proc. *Scientific Computing in Electrical Engineering*, pp. 251 – 258, van Rienen U., Günther M. and Hecht D. Eds., Springer – Verlag, 2001.
  - [40] Modelica Language Specification, version 2.2, διαθέσιμο στη διεύθυνση [www.modelica.org](http://www.modelica.org), March 2005.
  - [41] Alla. H. and David R., "A modelling and analysis tool for discrete events systems: continuous Petri net", *Performance Evaluation*, vol. 33, pp. 175-199, 1998.

- [42] Demongodin I. and Koussoulas N., "Differential Petri Nets: Representing Continuous Systems in a Discrete-Event World", *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 43, no. 4, pp. 573 – 579, 1998.
- [43] Zhang Q. and Yin G., *Continuous-Time Markov Chains and Applications: A Singular Perturbation Approach*, Springer, 1997.
- [44] Sastry P. and Thathachar M., *Networks of Learning Automata: Techniques for Online Stochastic Optimization*, Springer, 2003.
- [45] Antsaklis P. and Koutsoukos X., "Hybrid Systems: Review and Recent Progress", in Proc. *Software-Enabled Control: Information Technologies for Dynamical Systems*, Samad T. and Balas G., Eds., IEEE Press, 2003.
- [46] Komenda J., El Moudni A., and Zehouni N., "The use of Conventional and Minplus Algebra for the modeling of Hybrid Petri Nets", *Cybernetics and Systems*, vol. 29, pp. 869 -884, 1998.
- [47] Horton G. and Kowarschik M., "Discrete-continuous modeling using hybrid stochastic Petri Nets", in Proc. *European Simulation Symposium*, 1999.
- [48] Thevenon L. and Flaus J. M., "Modular Representation of Complex Hybrid Systems: Application to the Simulation of Batch Processes", *Simulation Practice and Theory*, vol. 8, Issue 5, pp. 283 - 306, 2000.
- [49] Larsen K., Steffen B. and Weise C., "Continuous modeling of real-time and hybrid systems: from concepts to tools", *International Journal on Software Tools for Technology Transfer*, vol. 1, no. 1-2, pp. 64 -85, December 1997.
- [50] Tsourveloudis N., Dretoulakis E. and Ioannidis S. "Fuzzy work-in-process inventory control of unreliable manufacturing systems", *Information Sciences*, vol. 127, no 1-2, pp. 69 – 83, 2000.
- [51] Hitomi K., *Manufacturing Systems Engineering*, Taylor and Francis, 1996.
- [52] Wu B., *Manufacturing Systems Design and Analysis*, Springer, 1994.
- [53] Conway R., Maxwell W., McClain J. and Joseph T., "The Role of Work-in-Process Inventory in Serial Production Lines", *Operations Research*, vol. 36, no 2, March – April 1988.
- [54] Vidalis M. and Papadopoulos C., "A Heuristic Algorithm for the buffer allocation in short unreliable production lines", *Third Aegean International Conference on "Design and Analysis of Manufacturing Systems*, Tinos, Greece, 19 – 22 May 2001.
- [55] Wang L. and Xie X., "Modular Modeling Using Petri Nets", *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, vol. 12, no. 5, pp. 800 – 809.
- [56] Viale D., *Basics of Manufacturing*, Thomson Crisp Learning, 1995.
- [57] Chandra P. and Tombak M. M., "Models for the evaluation of routing and machine flexibility", *European Journal of Operational Research*, vol. 60, pp. 156 – 165, 1992.
- [58] Gerwin D., "An agenda for research on the flexibility of manufacturing processes", *International Journal of Operation and Production Management*, vol. 7, no. 1, pp. 38 – 49, 1987.
- [59] Mandelbaum M. and Buzzacott J. A., "Flexibility and decision making", *European Journal of Operations Research*, vol. 18, pp. 75 – 93, 1990.
- [60] Tsourveloudis N. and Phillis Y., "Manufacturing flexibility measurement: A fuzzy logic framework", *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, vol. 14, no. 4, pp. 513 – 524, 1998.
- [61] Kochikar V. and Narendran T., "A framework for assessing the flexibility of manufacturing systems", *International Journal of Production Research*, vol. 30, no. 12, pp. 2873 – 2895,

1992.

- [62] Barad M. and Even Sapir D., "Flexibility in logistic systems-modeling and performance evaluation", *International Journal of Production Economics*, vol. 85, pp. 155 – 170, 2003.
- [63] Chandra C., Everson M. and Grabis J., "Evaluation of enterprise-level benefits of manufacturing flexibility", *Omega International Journal of Management Science*, vol. 33, pp. 17 – 31, 2005.
- [64] Shewchuk J. and Moodie C., "Definition and classification of manufacturing flexibility types and measures", *The International Journal of Flexible Manufacturing Systems*, vol. 10, pp. 325-349, 1998.
- [65] De Toni A. and Tonchia S., "Manufacturing flexibility: a literature review", *International Journal of Production Research*, vol. 36, no. 6, pp. 1587-1617, 1998.
- [66] Sethi A. K. and Sethi S. P., "Flexibility in manufacturing: a survey" *International Journal of Flexible Manufacturing Systems*, pp. 289-328, 1990.
- [67] Browne J., Dubois D., Rathmill K., Sethi S. P. and Stecke K. E., "Classification of flexible manufacturing systems", *F.M.S. Magazine*, vol. 2, no. 2, pp. 114-117, 1984.
- [68] Zahran I. M., Elmafraby A. S. and Shalaby M. A., "Evaluation of Flexibility in Manufacturing Systems", in Proc. *IEEE Conference on Systems, Man and Cybernetics*, pp. 49 – 52, 1990.
- [69] Tsourveloudis N. and Phillis Y., "A fuzzy assessment of Machine Flexibility", *IEEE Transactions on Engineering Management*, vol. 45, no. 1, pp. 78 – 87, 1998.
- [70] Ramadge P. and Wonham W., "Supervisory control of a class of discrete event systems", *SIAM Journal of Control and Optimization*, vol. 25, no. 3, pp. 206 – 230, 1987.
- [71] Ramadge P. and Wonham W., "On the Supremal Controllable Language of a Given Language", *SIAM Journal of Control and Optimization*, vol. 25, pp. 637 – 659, 1987.
- [72] Ramadge P. and Wonham W., "The Control of Discrete Event Systems", in Proc. *IEEE*, vol. 77, no. 1, pp. 81 – 98, January 1989.
- [73] Ziller R. and Schneider K., "Combining Supervisor Synthesis and Model Checking", *ACM Transactions on Embedded Computing Systems*, vol. 42, no. 2, pp. 331-362, 2005.
- [74] Iordache M., *Methods for the Supervisory Control of Concurrent Systems based on Petri net Abstractions*, Ph.D. Thesis, Notre Dame, Indiana, USA, December 2003.
- [75] Moody J., *Petri net Supervisors for Discrete Event Systems*, Ph.D. Thesis, Department of Electrical Engineering, Notre Dame, Indiana, USA, April 1998.
- [76] Yazdi H., *Control and Supervision of Event-Driven Systems*, Ph.D. Thesis, Technical University of Denmark, 1997.
- [77] Kumar R. and Garg V., "Optimal Control of discrete event dynamical systems using network flow techniques", In Proc. *Annual Allerton Conference*, pp. 705 – 714, Urbana, USA, October 1991.
- [78] Uzam M., *Petri net based supervisory control of Discrete event systems and their ladder logic diagram implementations*, Ph.D. Thesis, University of Salford, England, 1998.
- [79] Krogh B., "Controlled Petri nets and maximally permissive feedback logic", In Proc. *25th Annual Allerton Conference*, pp. 317 - 326, University of Illinois, Urbana, 1987.
- [80] Holloway L. and Krogh B., "Synthesis of feedback control logic for a class of controlled Petri nets", *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 35, no. 5, pp. 514 - 523, 1990.
- [81] Ray A. and Lagoa C., "Optimal supervisory control of finite state automata", *International Journal of Control*, vol. 77, no. 12, pp. 1083-1100, 2004.



- [82] Sethi S. and Zhang Q., *Hierarchical Decision Making in Stochastic Manufacturing Systems*, Birkhauser, 1994.
- [83] Gao C., He X., Wang H. and Li P., "Modeling, safety verification and optimization of operating procedures in process systems using hybrid Petri nets", in Proc. *IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics*, pp. 854 – 859, 1999.
- [84] Okuda K., "Hierarchical structure in manufacturing systems - a literature survey", *International Journal of Manufacturing Technology and Management*, vol. 3, no. 3, pp. 210 -224, 2001.
- [85] Tittus M. and Lennartson B., "Hierarchical Supervisory Control for Batch Processes", *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 7, no. 5, pp. 542 – 554, 1999.
- [86] De la Mare W., "Marine ecosystem-based management as a hierarchical control system", *Marine Policy*, vol. 29, pp. 57 - 68, 2005.
- [87] Huang C. C., "Overview of Modular Product Development", in Proc. *National Science Council, Republic of China, Part A: Physical Science and Engineering*, vol. 24, no. 3, pp. 149 -165, 2000.
- [88] Christensen S. and Petrucci L., "Modular Analysis of Petri Nets", *The Computer Journal*, vol. 43, no. 3, pp. 224 – 242, 2000.
- [89] Nketsa A. and Valette R., "Rapid and modular prototyping-based Petri nets and distributed simulation for manufacturing systems", *Applied Mathematics and Computation*, vol. 120, no. 1, pp. 265 – 278, 2001.
- [90] Jones J., Keating B. and Porter C., "Approaches to modular model development", *Agricultural Systems*, vol. 70, pp. 421 - 443, 2001.
- [91] Petrucci L., "Modularity and Petri nets", In Proc. *7<sup>th</sup> Symposium on Programming and Systems*, pp. 7-8, Algeria, 2005.
- [92] Rogers G. and Bottaci L., "Modular production systems: a new manufacturing paradigm", *Journal of Intelligent Manufacturing*, vol. 8, pp. 147 -156, 1997.
- [93] Petri C. A., *Kommunikationen mit Automaten*, Ph.D. Thesis, Institut für Instrumentelle Mathematik, Bonn, 1962. Also English Translation, *Communication with Automata*, Griffiss Air Force Base, New York, Tech. Rep. RADC-TR-65-377, vol. 1, Suppl. 1, 1966.
- [94] Valette R., Chezalviel – Pradin B. and Girault F., "An Introduction to Petri net theory, Fuzziness in Petri Nets", *Studies in Fuzziness and Soft Computing*, Cardoso J., and Carmago H. Eds., Physica Verlag, vol. 22, pp. 3 – 24, 1999.
- [95] Peterson J. "Petri nets", *Computing Surveys*, vol. 9, no. 3, pp. 223-252, September 1977
- [96] Desel J. and Juhas G., "What is a Petri Net? Informal Answers for the Informed Reader", *Unifying Petri Nets*, Ehrig H., Juhas G., Padberg J. and Rozenberg G., Eds., Springer, pp. 1- 27, 2001.
- [97] Zimmermann A., διαθέσιμο στη διεύθυνση <http://pdv.cs.tu-berlin.de/~azi/petri.html>.
- [98] Murata T., "Petri Nets: Properties, Analysis and Applications", in Proc. *IEEE*, vol. 77, no. 4, pp. 541 – 580, April 1989.
- [99] Jehng W. K., "Petri net models applied to analyze automatic sequential pressing systems", *Journal of Materials Processing Technology*, vol. 120, pp. 115 – 125, 2002.
- [100] Georgilakis, P.S., Katsigiannis, J.A., Valavanis, K.P. and Souflaris, A.T., "A systematic stochastic petri net based methodology for transformer fault diagnosis and repair actions", *Journal of Intelligent and Robotic Systems: Theory and Applications*, vol. 45, no.2, pp. 181 – 201, 2006.
- [101] Hofestadt R., "A petri net application to model metabolic processes", *Systems Analysis*

*Modelling Simulation*, vol. 2, pp. 113 – 122, 1994.

- [102] Will J. and Heiner M., *Petri nets in Biology, Chemistry and Medicine –Bibliography-*, Τεχνική Έκθεση, Brandenburg University of Technology at Cottbus, 2002.
- [103] Peterson J., *Petri Net Theory And The Modeling of Systems*, Prentice Hall Inc., 1981.
- [104] Proth J. M. and Xie X, *Petri Nets, A Tool for Design and Management of Manufacturing Systems*, John Wiley & Sons, 1996.
- [105] Reisig W., *A Primer in Petri Net Design*, Springer–Verlag, Germany, 1992.
- [106] Zhou M. C., *Modeling, Simulation, and Control of Flexible Manufacturing Systems*, World Scientific, 1998.
- [107] Manson P., *Petri net theory: a survey*, Τεχνική Έκθεση, no.139, University of Cambridge, 1998.
- [108] Bobio A., “System modelling with Petri nets”, G. Colombo and A. Saiz de Bustamante Eds., *System Reliability Assessment*, pp. 102 -143, Kluwer, 1990.
- [109] David R. and Alla H., “Petri nets for modeling of dynamic systems – a survey”, *Automatica*, vol. 32, pp. 175 - 202, 1994.
- [110] Desrochers A. and Al – Jaar R., *Applications of Petri Nets in Manufacturing Systems – Modeling, Control and Performance Analysis*, IEEE Press, 1995.
- [111] Levis A., *Discrete Event Systems*, Διαφάνειες, 2000.
- [112] Marsan A. M., Balbo G., Conte G., Donatelli S. and Franceschinis G., *Modeling with Generalized Stochastic Petri Nets*, Wiley, Series in Parallel Computing, 1995.
- [113] Lee-Kwang H., Favrel J. and Baptiste P., “Generalized Petri Net Reduction Method”, *IEEE Transactions on systems Man and Cybernetics*, vol. 17, pp. 297 – 303, 1987.
- [114] Girault C. and Valk R., *Petri Nets for System Engineering*, Springer, 2002.
- [115] Wang J. W., *Timed Petri Nets: Theory and Application*, Springer, 1998.
- [116] Zuberek W., “Timed Petri nets – definitions, properties and applications”, *Microelectronics and Reliability*, (Special Issue on Petri Nets and Related Graph Models), vol. 31, no. 4, pp.627 – 644, 1991.
- [117] Bowden F. D., “A Brief Survey and Synthesis of the Roles of Time in Petri Nets”, *Mathematical and Computer Modelling*, vol. 31, pp. 55 – 68, 2000.
- [118] Mellado E. L. “Analysis of discrete event systems by simulation of timed Petri net models”, *Mathematics and Computers in Simulation*, vol. 61, pp. 53-59, 2002.
- [119] Venkatesh K. and Ilyas M. “Real-time Petri nets for modelling, controlling and simulation of Local Area Networks in Flexible Manufacturing Systems”, *Computers in Engineering*, vol. 28, no. 2, pp. 147-162, 1995.
- [120] Zuberek W. “Timed Petri Nets in Modeling and Analysis of Cluster Tools”, *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, vol. 17, no. 5, October 2001.
- [121] Drath R., Engmann U. and Schwuchow, “Hybrid Aspects of Modeling Manufacturing Systems using Modified Petri nets”, in *Proc. 5th Workshop on Intelligent Manufacturing Systems*, Granado, Brazil, 1999.
- [122] Busi N., “Analysis issues in Petri nets with inhibitor arcs”, *Theoretical Computer Science*, vol. 275, no. 1, pp. 127 – 177, 2002.
- [123] Ramaswamy S. and Valavanis K., “Hierarchical Time – Extended Petri Nets (HEPN's) Based Error Identification and Recovery for Multilevel Systems”, *IEEE Transactions on Systems, Man*

and Cybernetics – Part B: Cybernetics, vol. 26, no. 1, pp. 164 – 175, February 1996.

- [124] David R. and Alla H., *Discrete, Continuous and Hybrid Petri Nets*, Springer - Verlag, 2005.
- [125] Alla. H. and David R., “Continuous and Hybrid Petri Nets”, *Journal of Circuits, Systems, and Computers*, vol. 8, no. 1, pp. 159 -188, 1998.
- [126] Droste M. and Shortt R. M., “Continuous Petri Nets and Transition Systems”, In: H. Ehrig, G. Juhás, J. Padberg, G. Rozenberg (Eds.): *LNCS 2128: Unifying Petri Nets - Advances in Petri Nets*, pp. 457 – 484, Springer Verlag, December 2001.
- [127] Di Febbraro A., Giua A. and Menga G., “Guest Editorial for the Special Issue on Hybrid Petri Nets”, *Discrete Event Dynamic Systems*, vol. 11, no. 1&2, 2001.
- [128] David R. and Alla H., “On Hybrid Petri Nets”, *Discrete Event Dynamic Systems: Theory and Applications*, vol. 11, pp. 9 – 40, 2001.
- [129] Le Bail J., Alla H. and David R., “Hybrid Petri Nets”, pp. 1472-1477, in Proc. *European Control Conference*, Grenoble, France, July 1991.
- [130] Trivedi K. and Kulkarni V., “FSPNs: Fluid Stochastic Petri Nets”, in Proc. *International Conference on Application and Theory of Petri nets*, pp. 24 -31, Chicago, USA, 1993.
- [131] David R. and Caramihai S., “Modeling of Delays on continuous flows Thanks to Extended Hybrid Petri nets”, in Proc. *4<sup>th</sup> International Conference on Automation of Mixed Processes: Hybrid Dynamic Systems*, pp. 343 - 350, 2000.
- [132] Flaus J. M., “Hybrid flow nets for batch modeling and simulation”, in Proc. *2<sup>nd</sup> IMACS MATHMOD Conference*, pp. 211 – 216, Vienna, 1997.
- [133] Giua A. and Usai E., “High-level hybrid Petri nets: A definition”, in Proc. *35<sup>th</sup> Conference on Decision and Control*, Kobe, Japan, 1996.
- [134] Wu Y. L., Liu D. and Zeng J. C., “Hybrid Petri Nets of Scheduling and Supervisory Control Integrated System in Process Industry”, in Proc. *Third International Conference on Machine Learning and Cybernetics*, pp. 1008 – 1013, Shanghai, 2004.
- [135] Becker M. and Bessey T., “Comparison of the Modeling Power of Fluid Stochastic Petri Nets (FSPN) and Hybrid Petri Nets (HPN)”, in Proc. *IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics*, pp. 354 – 358, Tunisia, 2002.
- [136] Antoniadis, I.A., “Modelling and simulation of a power plant lignite bunker filling process using hybrid interpreted Petri nets”, *Proceedings of the I MECH E Part E Journal of Process Mechanical Engineering*, vol. 9, no. E4, pp. 375-383, November 2005.
- [137] Valavanis K., “On the hierarchical Modeling, Analysis and Simulation of Flexible Manufacturing Systems with Extended Petri Nets”, *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, vol. 20, no. 1, pp. 94 – 110, 1990.
- [138] Jeng M. D. and DiCesare F., “A review of synthesis techniques for Petri nets with applications to Automated Manufacturing Systems”, *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, vol. 23, no. 1, pp. 301-312, 1993.
- [139] Molloy M., “Performance Analysis Using Stochastic Petri Nets”, *IEEE Transactions on Computers*, vol. C-31, no. 9, pp. 913 – 917, 1982.
- [140] Uzam M., Jones A. and Yucel I., “Using a Petri – Net – Based Approach for the Real-time Control of an Experimental Manufacturing System”, *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, vol. 16, pp. 498 – 515, 2000.
- [141] Zurawski R. and Zhou M. C., “Petri Nets and Industrial Applications: A Tutorial”, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 41, no. 6, pp. 567 – 583, 1994.

- [142] Zhou M. C. and Dicesare F., "Petri net modelling of buffers in automated manufacturing systems", *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics – Part B: Cybernetics*, vol. 26, pp. 157 -164, 1996.
- [143] López - Mellado E., Villanueva - Paredes N. and Almeyda - Canepa H., "Modelling of batch production systems using Petri nets with dynamic tokens", *Mathematics and Computers in Simulation*, vol. 67, pp. 541 – 558, 2005.
- [144] Wang L. – C. and Wu S. – Y., "Modeling with colored timed object-oriented Petri nets for automated manufacturing systems", *Computers and Industrial Engineering*, vol. 34, pp. 463 – 480, 1998.
- [145] Rudas I. and Horvath L., "Modeling of manufacturing processes using a Petri-net representation", *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, vol. 10, pp. 243 -255, 1997.
- [146] Lefranc G., "Modeling of a manufacturing system using Petri nets", in Proc. 24<sup>th</sup> Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society, pp. 137 -142, Aachen – Germany, 1998.
- [147] Audry N., Demogodin I. and Prunet F., "Modelling of high throughput production lines by using generic models described in batches Petri Nets", in Proc IEEE International Conference on Robotics and Automation, pp. 807 – 812 , San Diego, USA, 1994.
- [148] Jeng M. D. and Xie X., "Modeling and analysis of semiconductor manufacturing systems with degraded behavior using Petri nets and siphons", *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, vol. 17, no. 5, pp. 576 – 588, 2001.
- [149] Jeng M. D., Xie X. and Peng M. Y., "Process nets with resources for manufacturing modeling and their analysis", *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, vol. 18, no. 6, pp. 875 – 889, 2002.
- [150] Demongodin I., Caradec, M. and Prunet, F., "Fundamental concepts of analysis in batches Petri nets", in Proc. IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics, pp. 845 -850, San Diego, USA, 1998.
- [151] Proth J. M., Wang L. and Xie X., "A class of Petri nets for manufacturing system integration", *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, vol. 13, no. 3, pp. 317 -326, 1997.
- [152] Huang H. J., Jiao L. and Cheung T. Y., "Property-preserving subnet reductions for designing manufacturing systems with shared resources", *Theoretical Computer Science*, vol. 332, pp. 461 – 485, 2005.
- [153] Van der Aalst W. M., "Modeling and Analysis of Production Systems using a Petri Net based Approach", in Proc. Conference on Computer Integrated Manufacturing in the Process Industries, Boucher T.O., Jafari M.A., and Elsayed E.A. Eds., East Brunswick, pp. 179 – 193, USA, 1994.
- [154] Al – Jaar R. Y. and Desrochers A. A., "Performance Evaluation of Automated Manufacturing Systems Using Generalized Stochastic Petri Nets", *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, vol. 6, no. 6, pp. 621 – 639, 1990.
- [155] Jeng M. D., Xie X. and Huang W. Y., "Markovian timed Petri nets for performance analysis of semiconductor manufacturing systems", *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics - Part B: Cybernetics*, vol. 30, no. 5, pp. 757-771, 2000.
- [156] Zimmermann A., Dalkowski K. and Hommel G., "A Case Study In Modeling And Performance Evaluation Of Manufacturing Systems Using Colored Petri Nets", in Proc. 8th European Simulation Symposium (ESS'96), pp. 282 – 286, Genoa, 1996.
- [157] Silva M., Silva W. and Maciel P., "Modelling and analysis in production system: an approach

- based on Petri net”, in Proc. *IEEE International Conference on Systems Man and Cybernetics*, pp. 4354 – 4359, Hague, 2004.
- [158] Hatono I., Yamagata K. and Tamura H., “Modeling and online scheduling of flexible manufacturing systems using stochastic Petri nets”, *IEEE Transactions on Software Engineering*, vol. 17, no. 2, pp. 126 – 132, 1991.
  - [159] Ghaeli M., Bahri P., Lee P. and Gu T., “Petri-net based formulation and algorithm for short-term scheduling of batch plants”, *Computers and Chemical Engineering*, vol. 29, pp. 249 – 259, 2005.
  - [160] Proth J. M. and Sauer N., “Scheduling of piecewise constant product flows: A Petri net approach”, *European Journal of Operational Research*, vol. 106, pp. 45 – 56, 1998.
  - [161] Zhang Z., Han Z. J. and Wu Q. F., “The modeling and performance analysis of the general production scheduling problem”, in Proc. *IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics*, pp. 876 – 880, 1996.
  - [162] Qiao F., Li L., Wang Z. and Wu. Q., “Hierarchical Petri net model and its application for scheduling of semiconductor production line”, in Proc. *World Automation Congress*, pp. 347 – 352, 2004.
  - [163] Tuncel G. and Bayhan G. M., “Applications of Petri nets in production scheduling: a review”, *International Journal on Advanced Manufacturing Technology*, Accepted for Publication.
  - [164] Jalilvand A., Khanmohammadi S. and Shabaninia F., “Petri net-based modeling and simulation of a hybrid manufacturing system”, in Proc. *IEEE Symposium on Emerging Technologies*, pp. 382 -387, 2005.
  - [165] Ramaswamy S. and Valavanis K., “Modeling, analysis and simulation of failures in a materials handling system with extended Petri nets”, *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, vol. 24, no. 9, pp. 1358 – 1378, 1994.
  - [166] Kuo C. H. and Huang H. P., “Integrated manufacturing system modeling and simulation using distributed colored timed Petri net”, in Proc. *IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics*, pp. 781 – 786, Tokyo, Japan, 1999.
  - [167] Kounev S. and Buchmann A., “SimQPN—A tool and methodology for analyzing queueing Petri net models by means of simulation”, *Performance Evaluation*, vol. 63, pp. 364 – 394, 2006.
  - [168] Horvath L. and Rudas I., “Fuzzy Supported Object Oriented Petri Nets at Various Levels of Manufacturing Process Planning”, in Proc. *IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics*, pp. 1428-1433, San Antonio, 1994.
  - [169] Arslan, M. A. and Fidan, I., “Modeling and performance analysis of an SMD assembly station using stochastic Petri nets and artificial neural networks”, in Proc. *IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics*, pp. 1768 – 1773, New York, 1995.
  - [170] Chen J. H., Fu L. C., Lin M. H. and Huang A. C., “Petri - Net and GA - Based Approach to Modeling, Scheduling, and Performance Evaluation for Wafer Fabrication”, *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, vol. 17, no. 5, pp. 619 – 636, 2001.
  - [171] Liu Z., “Performance analysis of stochastic timed Petri nets using linear programming approach”, *IEEE Transactions on Software Engineering*, vol. 24, no.11, pp. 1014 – 1030, 1998
  - [172] Balduzzi F., Giua A. and Menga G., “First – Order Hybrid Petri Nets: A model for Optimization and Control”, *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, vol. 16, no. 4, pp. 382 – 399, August 2000.
  - [173] Balduzzi F., Giua A. and Seatzu C., “Modeling and Simulation of Manufacturing Systems with First – Order Hybrid Petri Nets”, *International Journal of Production Research*, Special Issue on

- Modeling, Specification and Analysis of Manufacturing Systems, vol. 39, no. 2, pp. 255 – 282, 2001.
- [174] Furcas R., Giua A., Piccaluga A. and Seatzu C., “Hybrid Petri net modeling of inventory management systems”, *European Journal of Automation APII - JESA*, Special Issue on Hybrid Dynamical Systems, 2001.
  - [175] Allam M. and Alla H., “Modeling and Simulation of an electronic component manufacturing system using Hybrid Petri nets”, *IEEE Transactions on Semiconductor Manufacturing*, vol. 11, no. 3, pp. 374-383, 1998.
  - [176] Wang Z., Zhang J. and Chan F., “A hybrid Petri nets model of networked manufacturing systems and its control system architecture”, *Journal of Manufacturing Technology Management*, vol. 16, no. 1, pp. 36 -52, 2005.
  - [177] Hu H., Huang D., Huand H. and Suna G., “Combining Modeling and Fault Detection in Automated Manufacturing Systems Based on Hybrid Petri Net”, in Proc. *IEEE International Conference on Intelligent Mechatronics and Automation*, pp. 728 – 732, Chengdu, China, 2004.
  - [178] Zerhouni N. and Alla H., “Dynamic analysis of Manufacturing Systems using Continuous Petri Nets”, in Proc. *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 1070 – 1075, Cincinnati, USA, 1990.
  - [179] Zerhouni N., Ferney M. and El Moudni A., “Transient analysis of manufacturing systems using continuous Petri nets”, *Mathematics and Computers in Simulation*, vol. 39, pp. 635-639, 1995.
  - [180] Amrah A., Zerhouni N., and El Moudni A., “Control of Discrete Event Systems Modelled by Continuous Petri Nets - Case of Opened Manufacturing Lines”, in Proc. *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 2133 – 2138, Albuquerque, New Mexico, 1997.
  - [181] Lefebvre D., “Feedback control designs for manufacturing systems modelled by continuous Petri nets”, *International Journal of Systems Science*, vol. 30, no. 6, pp. 591 – 600, 1999.
  - [182] Lefebvre D., “Estimation of the firing frequencies in discrete and continuous Petri nets models”, *International Journal of Systems Science*, vol. 32, no. 11, pp. 1321 – 1332, 2001.
  - [183] Kamath M. and Vinwanadham N., “Applications of Petri Net based models in the modeling and analysis of flexible Manufacturing Systems”, in Proc *IEEE International conference on Robotics and Automation*, pp. 312 – 317, 1986.
  - [184] Barad M. and Sipper D., “Flexibility in manufacturing systems: definitions and Petri net modeling”, *International Journal of Production Research*, vol. 26, no. 2, pp. 237 – 248, 1988.
  - [185] Lee D. Y. and DiCesare F., “Scheduling Flexible Manufacturing Systems Using Petri Nets and Heuristic Search”, *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, vol. 10, no. 2, April 1994.
  - [186] Shih H. M. and Sekiguchi T., “A timed Petri net and Beam Search based on-line FMS scheduling system with routing flexibility”, *IEEE International Conference On Robotics and Automation*, pp. 2548-2553, Sacramento, USA, 1991.
  - [187] Jeng M. D., “A Petri Net Synthesis Theory for Modeling Flexible Manufacturing Systems”, *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics – Part B: Cybernetics*, vol. 27, no. 2, pp. 169 – 183, 1997.
  - [188] Fanti M. P., Maione B. and Turchiano B., “Comparing Digraph and Petri Net Approaches to Deadlock Avoidance in FMS”, *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics – Part B: Cybernetics*, vol. 30, no. 5, pp. 783 – 798, 2000.
  - [189] Ezpeleta J., Garcia – Valles F. and Colom J. M., “A Class of Well Structured Petri Nets for Flexible Manufacturing Systems”, in Proc. *19th International Conference on Application and*

*Theory of Petri Nets*, pp. 64 – 83, Lisbon, Portugal, 1998.

- [190] Basile F., Chiacchio P., Vittorini V. and Mazzocca N., "Specification and Modeling of Flexible Manufacturing Systems Using Behaviours and Petri Net Building Blocks", in Proc. *International Symposium on Software Engineering for Parallel and Distributed Systems*, 1999.
- [191] Zhou M. C., DiCesare F. and Rudolph D., "Design and Implementation of a Petri Net Based Supervisor for a Flexible Manufacturing System", *Automatica*, vol. 28, no. 6, pp. 1199 – 1208, 1992.
- [192] Sreenivas R., "On the Existence of Supervisory Policies that enforce Liveness in Discrete Event Dynamic Systems Modeled by Controlled Petri Nets", *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 42, no. 7, pp. 928 – 945, 1997.
- [193] Holloway L. E., Krogh B. H. and Giua A., "A Survey of Petri Net Methods for Controlled Discrete Event Systems", *Discrete Event Dynamic Systems: Theory and Applications*, vol. 7, no. 2, pp. 151 – 190, 1997.
- [194] Iordache M. and Antsaklis P., "A Survey on the Supervision of Petri Nets", in Proc. *Workshop on Control of Hybrid and Discrete Event Systems, Satellite event of the 26th International Conference On Application and Theory of Petri Nets and Other Models of Concurrency*, Miami, Florida, 2005.
- [195] Krogh B. and Holloway L., "Synthesis of Feedback Control Logic for Discrete Manufacturing Systems", *Automatica*, vol. 27, no. 4, pp. 641 – 651, 1991.
- [196] Iordache M. and Antsaklis P., "Supervision Based on Place Invariants: A Survey", *ISIS Technical Report ISIS-2004-003*, July 2004.
- [197] Moody J. and Antsaklis P., "Petri Net Supervisors for DES with Uncontrollable and Unobservable Transitions", *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 45, no. 3, pp. 462 – 476, 2000.
- [198] Basile F., Chiacchio P. and Giua A., "Optimal Petri Net Monitor Design", in Proc. *Synthesis and Control of Discrete Event Systems*, pp. 141 – 154, Caillaud B., Xie X., Darondeau Ph. and Lavagno L., Eds., Kluwer, 2001.
- [199] Yamalidou E., Moody J., Lemmon M. and Antsaklis P., "Feedback Control of Petri Nets Based on Place Invariants", *Automatica*, vol. 32, no. 1, pp. 15 – 28, 1996.
- [200] Ru Y., Wu W., Su H. and Chu J., "Supervisor Synthesis for Bounded Petri Nets Based on a Transformation Function", in Proc. *American Control Conference*, pp. 4493 – 4498, 2004.
- [201] Giua A., DiCesare F. and Silva M., "Petri Net Supervisors for Generalized Mutual Exclusion Constraints", in Proc. *12<sup>th</sup> IFAC World Congress*, pp. 267 – 270, Sidney, 1993.
- [202] Uzam M., Jones A. H. and Yucel I., "A rule-based methodology for supervisory control of discrete event systems modelled as automation Petri nets", *International Journal of Intelligent Control and Systems, Special Issue on Modeling Control of FMS Using Petri Nets*, vol. 3, no. 3, pp. 297 – 326, 1999.
- [203] Giua A. and DiCesare F., "Blocking and Controllability of Petri Nets in Supervisory Control", *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 39, no. 4, pp. 818 – 823, 1994.
- [204] Giua A. and DiCesare F., "Decidability and closure Properties of Weak Petri Net Languages in Supervisory Control", *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 40, no. 5, pp. 906-910, 1995.
- [205] Alpan G. and Gaujal B., "Supervisory Control of Petri Nets Using Routing Functions: Starvation avoidance Issues", *IEEE Transactions on systems, Man and Cybernetics – Part B: Cybernetics*, vol. 30, no. 5, pp. 684 – 695, 2000.
- [206] Wu N. Q. and Zhou M. C., "Avoiding Deadlock and Reducing Starvation and Blocking in

- Automated Manufacturing Systems”, *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, vol. 17, no. 5, pp. 658 – 669, 2001.
- [207] Giua A. and Seatzu C., “Design of observers/controllers for discrete event systems using Petri nets”, in *Synthesis and Control of Discrete Event Systems*, Caillaud B., Xie X., Darondeau Ph. and Lavagno L., Eds., pp. 167 – 182, Kluwer, 2001.
- [208] Ramirez – Trevino A., Rivera – Rangel I. and Lopez – Mellado E., “Observability of Discrete Event systems Modeled by Interpreted Petri Nets”, *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, vol. 19, no. 4, pp. 557 – 565, 2003.
- [209] Sreenivas R., “On Supervisory Policies that enforce Global Fairness and Bounded Fairness in Partially Controlled Petri Nets”, *Discrete Event Dynamic Systems: Theory and Applications*, vol. 7, no. 2, pp. 191 – 208, 1997.
- [210] Li Y. and Wonham R., “Control of Vector Discrete event Systems I – The Base Model”, *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 38, no. 8, pp. 1214 – 1227, 1993.
- [211] Li Y. and Wonham R., “Control of Vector Discrete event Systems II – Controller Synthesis”, *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 39, no. 3, pp. 512 – 531, 1994.
- [212] Stremersch G. and Boel R. K., “Reduction of the Supervisory Control Problem for Petri Nets”, *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 45, no. 12, pp. 2358 – 2363, 2000.
- [213] Koutsoukos X., He K., Lemmon M. and Antsaklis P., “Timed Petri Nets in Hybrid Systems: Stability and Supervisory Control”, *Discrete Event Dynamic Systems: Theory and Applications*, vol. 8, no. 2, pp. 137 – 173, 1998.
- [214] Makungu M., Barbeau M. and St – Denis R., “Synthesis of Controllers of Processes Modeled as Colored Petri Nets”, *Discrete Event Dynamic Systems: Theory and Applications*, vol. 9, pp. 147 – 169, 1999.
- [215] Tsinarakis G., Valavanis K. and Tsourveloudis N., “Modular Petri Net Based Modeling, Analysis, Synthesis and Performance Evaluation of Random Topology Dedicated Production Systems”, *Journal of Intelligent Manufacturing*, vol. 16, pp. 79 – 92, 2005.
- [216] Tsinarakis G. J., Valavanis K. P. and Tsourveloudis N. C., “Modular Petri Net Based Modeling, Analysis and Synthesis of Dedicated Production Systems”, in *Proc. IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 3559 – 3564, Taipei, Taiwan, 2003.
- [217] Ramaswamy S., Valavanis K. and Barber S., “Petri Net Extensions for the development of MIMO Net Models of Automated Manufacturing Systems”, *Journal of Manufacturing Systems*, vol. 16, no. 3, pp. 175 – 191, 1997.
- [218] Dretoulakis E., Ioannidis S. and Tsourveloudis N., “Distributed Intelligent Control of Unreliable Manufacturing Systems”, *Computational Intelligence and Applications*, World Scientific and Engineering Society Press, pp. 267 – 271, 1999.
- [219] Ioannidis S., Tsourveloudis N. and Valavanis K. “Supervisory control of multiple-part-type production networks”, in *Proc. 10th IEEE Mediterranean Conference on Control and Automation*, Lisbon, July 2002.
- [220] Ioannidis S., Tsourveloudis N. and Valavanis K., “Fuzzy supervisory control of manufacturing systems”, *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, vol. 29, no. 3, pp. 379 – 389, 2004.
- [221] Smith J., “Serial Productions Systems – Part I”, Παρουσίαση, διαθέσιμη στη διεύθυνση [www.eng.auburn.edu/departments/ie/courses/insys6230/serial\\_systems1.pdf](http://www.eng.auburn.edu/departments/ie/courses/insys6230/serial_systems1.pdf), INSY 6230 – Manufacturing systems design, 2002.
- [222] Kouikoglou V., “An Efficient Discrete Event Model of Assembly / Disassembly Production Networks”, In *Proc. 9<sup>th</sup> Mediterranean Conference on Control and Automation*, Dubrovnik,



Croatia, 2001,

- [223] Morandin Jr. O., Kato E. R., Politano P., Camargo H., Porto A. G. and Inamasu R., "A Modular Modeling Approach for Automated Manufacturing Systems Based on Shared Resources and Process Planning Using Petri Nets", in Proc. *IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics*, pp. 3057 – 3062, Nashville, 2000.
- [224] Jeng M. D. and Xie X., "Analysis of Modularly Composed Nets by Siphons", *IEEE Transactions on systems, Man and Cybernetics – Part A: Systems and Humans*, vol. 29, no. 4, pp. 399 – 406, 1999.
- [225] Wu W., Su H. and Chu J., "Supervisory Control of Discrete Event Systems using Enabling Arc Petri Nets", in Proc. *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 1913 – 1918, Washington, 2002.
- [226] Wu W., Dong L., Su H. and Chu J., "On the Enforcement of a Class of Constraint in Petri Nets", in Proc. *IEEE International Conference on systems Man and Cybernetics*, pp. 598 – 603, Washington, 2003.
- [227] Τσιναράκης Γ., *Μοντελοποίηση, Σύνθεση κι Ανάλυση Συστημάτων Παραγωγής με χρήση Δικτύων Petri*, Μεταπτυχιακή Διατριβή, Τμήμα Μηχανικών Παραγωγής και Διοίκησης, Πολυτεχνείο Κρήτης, 2002.
- [228] Martinez J. and Silva M., "A Simple and fast algorithm to obtain all invariants of generalized Petri net," *Application and Theory of Petri Nets*, vol. 52, pp. 301 – 311, 1982.
- [229] Anschuetz H., HPSIM Petri Net Simulation Software, διαθέσιμο στη διεύθυνση [http://home.t-online.de/home/henryk.a.petrinet/e/hpsim\\_e.htm](http://home.t-online.de/home/henryk.a.petrinet/e/hpsim_e.htm), 2001.
- [230] Dong M. and Chen F., "Process modeling and analysis of manufacturing supply chain networks using object-oriented Petri nets", *Robotics and Computer Integrated Manufacturing*, vol. 17, pp. 121 – 129, 2001.
- [231] Ramachadran P. and Kamath M., "On Place Invariant Sets and the Rank of the Incidence Matrix of Petri nets", in Proc. *IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics*, pp. 160 – 165, San Diego, USA, 1998.
- [232] Tsinarakis G., Tsourveloudis N. and Valavanis K., "Modeling, Analysis, Synthesis and Performance Evaluation of Multi-Operational Production Systems with Hybrid Timed Petri Nets", *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, vol. 3, pp. 29 – 46, 2006.
- [233] Tsinarakis G., Valavanis K. and Tsourveloudis N., "Studying Multi-operational Production Systems with Modular Hybrid Petri Nets", in Proc. *IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pp. 3028 -3034, Las Vegas, USA, 2003.
- [234] Tsinarakis G. and Valavanis K., "Modular Hybrid Petri Nets for Studying Multi-operational Production Systems Where Parts Follow Multiple Alternative Processes", in Proc. *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 547 – 553, New Orleans, USA, 2004.
- [235] Tsinarakis G., Tsourveloudis N. and Valavanis K., "Studying Multi-assembly Machine Production Systems with Hybrid Timed Petri Nets", in Proc. *1st IEEE Conference on Automation Science and Engineering*, pp. 327 – 332, Edmonton, Canada, 2005.
- [236] Buzacott J., "The Structure of Manufacturing Systems: Insights on the Impact of Variability", *International Journal of Flexible Manufacturing Systems*, vol. 11, pp. 127 –146, 1999.
- [237] Hodgson T., Ge G., King R. and Said H., "Dynamic lot size/sequencing policies in a multi-product single-machine system", *IIE Transactions*, vol. 29, pp. 127 – 137, 1997.
- [238] Bonhomme P., Aygalinc P. and Calvez S., "Firing Instant Approach to Control Time Critical

- Systems in Multi-Product Processing”, in Proc. *Sixth International Workshop on Discrete Event Systems*, 2002.
- [239] Lan W. M. and Olsen T. L., “Multiproduct Systems with Both Setup Times and Costs: Fluid Bounds and Schedules”, *Operations Research*, vol. 54, no. 3, pp. 505 – 522, 2006.
- [240] Dotoli M., Fanti M. P. and Mangini A. M., “Modelling Distributed Manufacturing Systems via First Order Hybrid Petri Nets”, in Proc. *2nd IFAC Conference on Analysis and Design of Hybrid Systems*, Alghero, Italy, 2006.
- [241] Di Febbraro A., Giglio D. and Sacco N., “Urban Traffic Control Structure Based on Hybrid Petri Nets”, *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, vol. 5, no. 4, pp. 224 – 237, 2004.
- [242] Koutsoukos X. and Antsaklis P., “Hybrid Control Systems Using Timed Petri Nets: Supervisory Control Design Based on Invariant Properties”, in *Hybrid Systems V*, Antsaklis P., Lemmon M., Nerode A., and Shastry S. Eds., pp.142 -162, Lecture Notes in Computer Science, Springer, 1999.
- [243] Cury J., Krogh B. and Niinomi T., “Synthesis of supervisory controllers for hybrid systems based on approximating automata”, *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 43, no. 4, pp. 564 – 568, 1998.
- [244] Drath R., Visual Object Net software package, v.2.07 a, διαθέσιμο στη διεύθυνση <http://www.ParamSoft.de/>, 2002.
- [245] Gu T. and Bahri P., “A survey of Petri net application in batch processes”, *Computers in Industry*, vol. 47, no. 1, pp. 99 – 111, 2002.
- [246] Champagnat R., Esteban, P., Pingaud H. and Valette R., “Petri net based modeling of hybrid systems”, *Computers in Industry*, vol. 36, pp. 139 – 146, 1998.
- [247] Tittus M. and Lennartson B., “Hierarchical Supervisory Control for Batch Processes”, *IEEE Transactions on Control, Systems Technology*, vol. 7, no. 5, pp. 542 – 554, 1999.
- [248] Lopez – Mellado E., Villanueva – Paredes N. and Almeyda – Canepa H., “Modelling of batch production systems using Petri nets with dynamic tokens”, *Mathematics and Computers in Simulation*, vol. 67, pp. 541 – 558, 2005.
- [249] Webopedia, *What is batch processing*, διαθέσιμο στη διεύθυνση [www.webopedia.com](http://www.webopedia.com).
- [250] Yamalidou E., Patsidou E. and Kantor J., “Modeling Discrete-Event Dynamical Systems for Chemical Process Control – A survey of Several New Techniques”, *Computers in Chemical Engineering*, vol. 14, no. 3, pp. 281 – 299, 1990.
- [251] Champagnat R., Valette R., Hochon J. C. and Pingaud H., “Modeling, Simulation and Analysis of Batch Production Systems”, *Discrete Event Dynamic Systems: Theory and Applications*, vol. 11, pp. 119 -136, 2001.
- [252] Demongodin I. Audry N. and Prunet, F., “Batches Petri nets”, in Proc. *IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics*, pp. 607 – 617, Le Touquet, France, 1993.
- [253] Demongodin I., “Extended structures of Batches Petri nets”, in Proc. *IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics*, pp. 182 – 187, Tokyo, Japan, 1999.
- [254] Chen H., Amodeo L., Chu F. and Labadi K., “Modeling and Performance Evaluation of Supply Chains Using Batch Deterministic and Stochastic Petri Nets”, *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, vol. 2, no. 2, pp. 132 – 144, 2005.
- [255] Wang Y. F., Wu J. W. and Chang C. T., “Automatic hazard analysis of batch operations with Petri nets”, *Reliability Engineering and System Safety*, vol. 76, pp. 91 – 104, 2005.

- [256] Κυραλάκης Λ., *Βελτιστοποίηση Συστήματος Ευφυούς Ελέγχου Παραγωγικής Διαδικασίας με Εφαρμογή στην Ξήρανση Ελαιοπυρήνα*, μεταπτυχιακή διατριβή, Τμήμα Μηχανικών Παραγωγής και Διοίκησης, Πολυτεχνείο Κρήτης, 2006.
- [257] Tsourveloudis N. C. and Kiralakis L., "Rotary Drying of Olive Stones: Fuzzy Modeling and Control", *WSEAS Transactions on Systems*, Issue 12, vol. 4, pp.2361 – 2368, 2005.
- [258] Tsinarakis G., Tsourveloudis N. and Valavanis K., "Petri Net Modeling of Routing and Operation Flexibility in Production Systems, in Proc. *13th IEEE Mediterranean Conference on Control and Automation – MED 2005*, pp. 352 – 357, Limassol, Cyprus, 2005.
- [259] Byrne M.D. and Chutima P., "Real-time operational control of an FMS with full routing flexibility", *International Journal of Production Economics*, vol. 51, pp.109 – 113, 1997.
- [260] Jensen K., *Coloured Petri Nets. Basic Concepts, Analysis Methods and Practical Use, Volume 1, Basic Concepts. Monographs in Theoretical Computer Science*, Springer-Verlag, 1997.

