

ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΚΑΙ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ

**Ανάλυση της Χρηματιστηριακής Συμπεριφοράς
Μετοχών Μέσω της Θεωρίας Γραφημάτων**

Υπό
ΣΑΜΠΙΑΝΗ ΗΛΙΑ

Χανιά, 2007

Ευχαριστίες

Με την παρούσα εργασία κλείνει ο κύκλος των προπτυχιακών μου σπουδών στο τμήμα Μηχανικών Παραγωγής και Διοίκησης του Πολυτεχνείου Κρήτης. Θεωρώ υποχρέωση μου μέσα από αυτό το σύντομο κείμενο να ευχαριστήσω όλους εκείνους που συνέβαλαν άμεσα ή έμμεσα στην ολοκλήρωση του στόχου αυτού.

Θα ήθελα να ευχαριστήσω ιδιαίτερα τον επιβλέποντα καθηγητή μου, Επίκουρο Καθηγητή του τμήματος, Μιχάλη Δούμπο για το ενδιαφέρον, τη βοήθεια, την καθοδήγηση και την υποστήριξη που μου προσέφερε κατά την διάρκεια εκπόνησης της εργασίας αυτής με τις γνώσεις του και την μεθοδικότητα που τον διακρίνει.

Θα ήθελα επίσης να ευχαριστήσω την υποψήφια διδάκτωρ Αγγελική Λιαδάκη για τη βοήθεια που μου προσέφερε στο εργαστήριο Συστημάτων Χρηματοοικονομικής Διοίκησης.

Ένα μεγάλο ευχαριστώ οφείλω στους γονείς μου, για την ηθική και υλική συμπαράσταση που μου προσέφεραν καθ' όλη τη διάρκεια της φοίτησης μου στα Χανιά.

Τέλος θα ήθελα να ευχαριστήσω τους φίλους μου, παλιούς και νέους, που μου συμπαραστάθηκαν κατά την διάρκεια της παραμονής μου στα Χανιά, ο καθένας με το δικό του τρόπο.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1: ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....	7
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2: ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΘΕΩΡΙΑΣ ΓΡΑΦΗΜΑΤΩΝ ΚΑΙ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ	11
2.1 ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΘΕΩΡΙΑΣ ΓΡΑΦΗΜΑΤΩΝ.....	11
2.1.1 Θεμελιώδεις ορισμοί θεωρίας γραφημάτων	11
2.1.2 Βαθμός κορυφής.....	14
2.1.3 Κλίκες και ανεξάρτητα σύνολα	15
2.2. ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΤΗΣ ΘΕΩΡΙΑΣ ΓΡΑΦΗΜΑΤΩΝ ΣΤΗ ΛΗΨΗ ΧΡΗΜΑΤΟΟΙΚΟΝΟΜΙΚΩΝ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ	18
2.2.1 Χρηματοοικονομικά προβλήματα που χαρακτηρίζονται από την παρουσία ενός λήπτη αποφάσεων.....	18
2.2.2 Χρηματοοικονομικά προβλήματα που χαρακτηρίζονται από την παρουσία περισσοτέρων του ενός ληπτών αποφάσεων.....	19
2.3 ΑΛΛΕΣ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΤΗΣ ΘΕΩΡΙΑΣ ΓΡΑΦΗΜΑΤΩΝ	20
2.3.1 Βιολογία	20
2.3.2 Τηλεπικοινωνίες	21
2.3.3 Λοιπά παραδείγματα.....	22
2.4 ΤΟ ΜΟΝΤΕΛΟ POWER LAW	23
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΤΟΥ ΧΡΗΜΑΤΙΣΤΗΡΙΟΥ ΑΞΙΩΝ ΑΘΗΝΩΝ	25
3.1 ΣΥΝΤΟΜΟ ΙΣΤΟΡΙΚΟ ΙΔΡΥΣΗΣ ΤΟΥ ΧΡΗΜΑΤΙΣΤΗΡΙΟΥ ΑΘΗΝΩΝ	25
3.2 Ο ΡΟΛΟΣ ΤΟΥ ΧΡΗΜΑΤΙΣΤΗΡΙΟΥ ΑΘΗΝΩΝ.....	26
3.3 ΕΠΟΠΤΙΚΟΙ ΦΟΡΕΙΣ	28
3.4 ΜΕΤΟΧΕΣ	28
3.5 ΟΙ ΚΛΑΔΟΙ ΤΟΥ ΧΡΗΜΑΤΙΣΤΗΡΙΟΥ ΑΘΗΝΩΝ	29
3.6 ΧΡΗΜΑΤΙΣΤΗΡΙΑΚΟΙ ΔΕΙΚΤΕΣ	31
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4: ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ	35
4.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ	35
4.2 ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΗ ΧΡΟΝΙΚΗ ΠΕΡΙΟΔΟΣ	35
4.3 ΠΟΡΕΙΑ ΤΩΝ ΤΙΜΩΝ ΤΩΝ ΜΕΤΟΧΩΝ ΣΤΗΝ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΗ ΧΡΟΝΙΚΗ ΠΕΡΙΟΔΟ	37
4.4 ΒΑΣΙΚΟΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΙ	38
4.4.1 Περιγραφή	38
4.4.2 Περιγραφική στατιστική ανάλυση	39

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5: ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ ΚΑΙ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΟΥ ΓΡΑΦΗΜΑΤΟΣ ΤΟΥ ΧΡΗΜΑΤΙΣΤΗΡΙΟΥ ΑΞΙΩΝ ΑΘΗΝΩΝ	45
5.1 ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ ΤΟΥ ΓΡΑΦΗΜΑΤΟΣ	45
5.1.1 Κατασκευή του πρωτεύοντος γραφήματος	45
5.1.2 Κατασκευή του συμπληρωματικού γραφήματος	46
5.2 ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΗΣ ΚΑΤΑΝΟΜΗΣ ΤΩΝ ΒΑΘΜΩΝ ΤΩΝ ΚΟΡΥΦΩΝ	47
5.2.1 Ανάλυση της κατανομής των βαθμών των κορυφών στο πρωτεύον γράφημα.....	47
5.2.2 Ανάλυση της κατανομής των βαθμών των κορυφών στο συμπληρωματικό γράφημα.....	50
5.3 ΚΛΙΚΕΣ ΚΑΙ ΑΝΕΞΑΡΤΗΤΑ ΣΥΝΟΛΑ ΣΤΟ ΓΡΑΦΗΜΑ ΤΟΥ ΧΡΗΜΑΤΙΣΤΗΡΙΟΥ ΑΘΗΝΩΝ.....	52
5.3.1 Εύρεση μέγιστων κλικών στο γράφημα	52
5.3.2 Εύρεση μέγιστων ανεξαρτήτων συνόλων στο γράφημα.....	57
5.4 ΣΥΝΕΚΤΙΚΕΣ ΣΥΝΙΣΤΩΣΕΣ ΣΤΟ ΓΡΑΦΗΜΑ ΤΟΥ ΧΡΗΜΑΤΙΣΤΗΡΙΟΥ ΑΞΙΩΝ ΑΘΗΝΩΝ	63
 ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6: ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΜΕΛΛΟΝΤΙΚΕΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΕΙΣ.....	 71
 ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ	 73
 ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ	 79

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Στη σύγχρονη εποχή, που χαρακτηρίζεται από την τεράστια σε όγκο παραγωγή, συλλογή και διάδοση πληροφοριών, παρατηρείται η δημιουργία και συνεχής επέκταση πολλών συνόλων δεδομένων, πολύ μεγάλων σε όγκο που αφορούν και αποτελούν σημαντικό κομμάτι σε διαφόρων φύσης και προέλευσης εφαρμογές, όπως στη βιοτεχνολογία, στο εμπόριο, στις τηλεπικοινωνίες, στην αστροφυσική, στη χρηματοοικονομική επιστήμη και πολλές άλλες.

Η ανάλυση αυτών των συνόλων που ως κύριο χαρακτηριστικό έχουν τον υπερβολικά μεγάλο όγκο δεδομένων, είναι ενδιαφέρουσα για πολλούς λόγους. Αρχικά, λόγω ακριβώς της συγκέντρωσης μεγάλης ποσότητας πληροφοριών, πολλά από αυτά τα δεδομένα δεν μπορούν να αποθηκευτούν και να αναλυθούν σε υπολογιστή, εξαιτίας της πεπερασμένης μνήμης και αποθηκευτικού χώρου δεδομένων που διαθέτουν οι υπολογιστές. Επιπλέον, ακόμα και αν είναι δυνατή η αποθήκευση και επεξεργασία των δεδομένων, η επίδοση των αλγορίθμων που αναπτύσσονται και εφαρμόζονται για την ανάλυση των δεδομένων επηρεάζεται αρνητικά, ακόμα και σε περίπτωση χρήσης αλγορίθμων χαμηλής πολυπλοκότητας χώρου και χρόνου. Συνεπώς συχνά είναι προτιμότερη η χρήση κατάλληλων μαθηματικών μοντέλων τα οποία μπορούν να απλοποιήσουν σε σημαντικό βαθμό την επεξεργασία μεγάλων συνόλων δεδομένων και την εξαγωγή χρήσιμων συμπερασμάτων από αυτά.

Ένα τέτοιο μαθηματικό μοντέλο είναι και η δικτυακή αναπαράσταση. Σύμφωνα με αυτή τη προσέγγιση, ένα σύνολο δεδομένων αναπαράσεται σαν ένα δίκτυο ή γράφημα με συγκεκριμένα χαρακτηριστικά που σχετίζονται με τις κορυφές ή κόμβους και τα τόξα ή ακμές που το αποτελούν. Η μελέτη της δομής ενός γραφήματος που αναπαράστα ένα σύνολο δεδομένων, είναι σημαντική για την κατανόηση των εσωτερικών ιδιοτήτων της εφαρμογής που αντιπροσωπεύει, καθώς και για τη βελτίωση της οργάνωσης των αποθηκευμένων δεδομένων και για τη δυνατότητα ανάκτησης πληροφοριών από αυτό. Επιπλέον, σημαντικό γεγονός αποτελεί η δυνατότητα εξαγωγής

πληροφοριών από τα γραφήματα χρησιμοποιώντας διάφορα χαρακτηριστικά και διαδικασίες που προκύπτουν από την αντίστοιχη θεωρία που τα καλύπτει.

Αντικείμενο της εργασίας αυτής αποτελεί η κατασκευή, η παρουσίαση και η μελέτη των ιδιοτήτων του γραφήματος που αναπαριστά τις μετοχές του Χρηματιστηρίου Αθηνών και τις μεταξύ τους συσχετίσεις για ένα συγκεκριμένο χρονικό διάστημα. Το γράφημα αυτό κατασκευάζεται υπολογίζοντας το συντελεστή συσχέτισης ανά ζεύγος μετοχών, έχοντας ως βάση για τον υπολογισμό των συσχετίσεων τις λογαριθμικές αποδόσεις τους για το χρονικό διάστημα στο οποίο αναφέρεται η μελέτη. Πιο συγκεκριμένα, γίνεται ανάλυση της κατανομής των βαθμών των κορυφών (που αποδεικνύεται ότι ακολουθεί το μοντέλο power law), της συνεκτικότητας του γραφήματος και των συνεκτικών συνιστωσών του καθώς και του προβλήματος εύρεσης μεγίστων κλικών και ανεξαρτήτων συνόλων. Η ανάλυση όλων των προαναφερθέντων δίνει σημαντικές πληροφορίες και χρήσιμα συμπεράσματα για την εσωτερική δομή του γραφήματος του Χρηματιστηρίου, ενώ επίσης επιτρέπουν την ομαδοποίηση και ταξινόμηση μετοχών σε διάφορες κατηγορίες.

Η υπόλοιπη εργασία οργανώνεται ως εξής:

Στο δεύτερο κεφάλαιο παρουσιάζονται κάποια βασικά στοιχεία που αφορούν τη θεωρία γραφημάτων, καθώς και κάποιες σημαντικές εφαρμογές τους που αναφέρονται στη βιβλιογραφία, τόσο στη λήψη χρηματοοικονομικών αποφάσεων όσο και σε άλλες εφαρμογές. Τέλος, γίνεται μία σύντομη παρουσίαση του μοντέλου power law, μοντέλο το οποίο ακολουθούν συνήθως τα γραφήματα που βρίσκουν εφαρμογή σε πραγματικά προβλήματα με μεγάλο πλήθος δεδομένων.

Στο τρίτο κεφάλαιο παρουσιάζεται το Χρηματιστήριο Αξιών Αθηνών. Αναφέρεται ένα σύντομο ιστορικό ίδρυσης του, ο ρόλος του στην εγχώρια οικονομία, οι φορείς που το εποπτεύουν, οι μετοχές που περιλαμβάνει, καθώς επίσης οι κλάδοι και οι δείκτες στους οποίους κατηγοριοποιούνται.

Στο τέταρτο κεφάλαιο ορίζεται η εξεταζόμενη χρονική περίοδος, περιγράφονται τα δεδομένα που χρησιμοποιήθηκαν και γίνονται κάποιοι βασικοί υπολογισμοί που αφορούν την πορεία του Χρηματιστηρίου κατά την εξεταζόμενη χρονική περίοδο, περιλαμβάνοντας αποδόσεις και ποσοστά μετοχών με άνοδο και πτώση.

Στο πέμπτο κεφάλαιο γίνεται μία λεπτομερής περιγραφή και σχολιασμός των αποτελεσμάτων της επεξεργασίας των δεδομένων που συλλέχθηκαν. Παρουσιάζονται στοιχεία που αφορούν την πυκνότητα του γραφήματος του Χρηματιστηρίου Αθηνών,

τη κατανομή των βαθμών των κορυφών του γραφήματος, τις κλίκες και τα ανεξάρτητα σύνολα που προκύπτουν από το γράφημα και τις συνεκτικές συνιστώσες.

Το έκτο κεφάλαιο προκύπτει από τα αποτελέσματα και τις διαπιστώσεις που έγιναν στα προηγούμενα κεφάλαια και περιλαμβάνει συγκεντρωμένα τα αποτελέσματα της μελέτης.

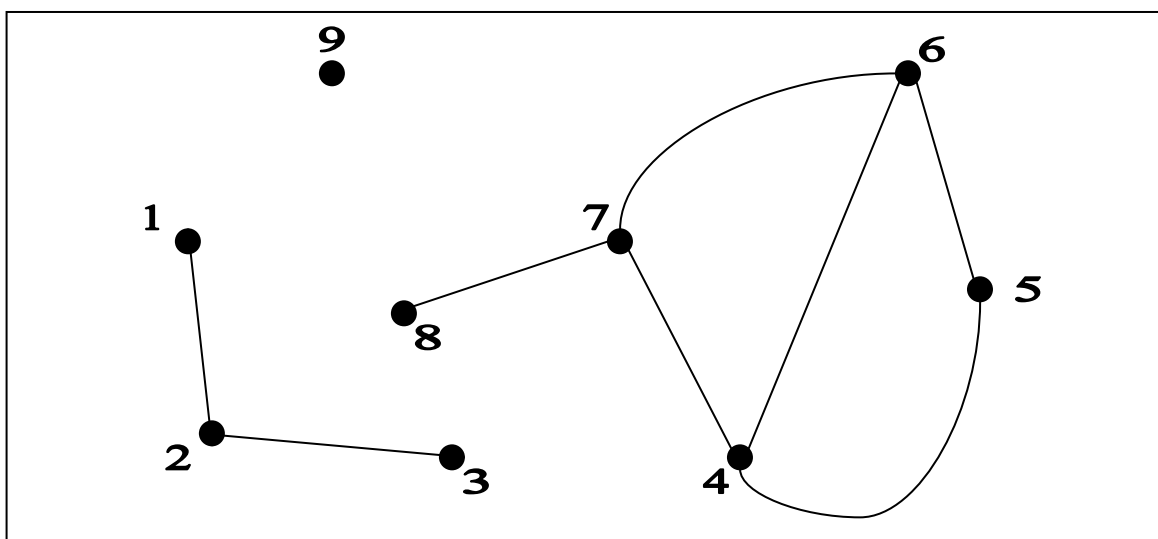
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΘΕΩΡΙΑΣ ΓΡΑΦΗΜΑΤΩΝ ΚΑΙ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

2.1 ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΘΕΩΡΙΑΣ ΓΡΑΦΗΜΑΤΩΝ

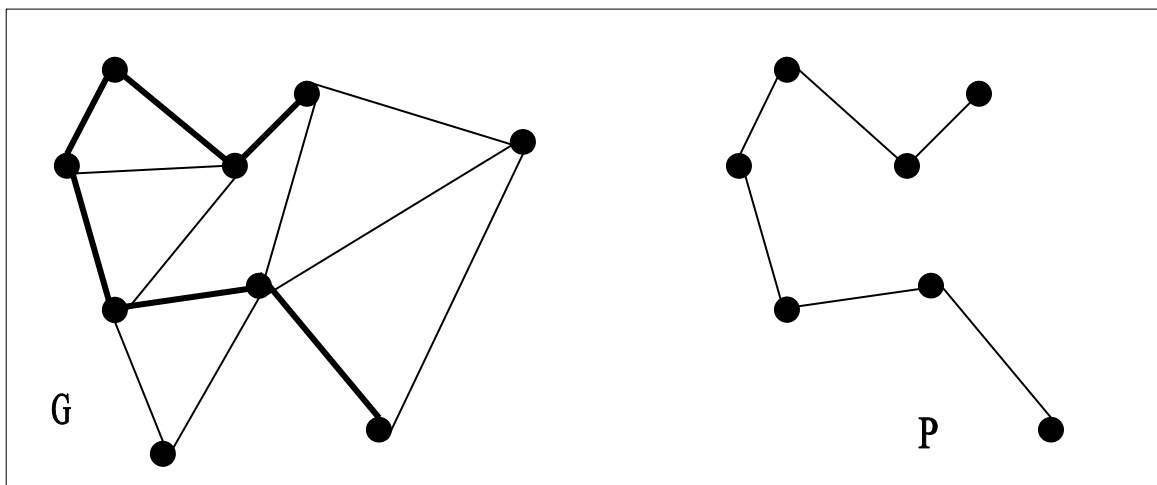
2.1.1 Θεμελιώδεις ορισμοί θεωρίας γραφημάτων

Ένα απλό μη προσανατολισμένο γράφημα G ορίζεται από δύο σύνολα, το σύνολο $V = \{n_1, n_2, \dots\}$, του οποίου τα στοιχεία είναι οι κορυφές του γραφήματος και το σύνολο $E = \{e_1, e_2, \dots\}$, που περιέχει τα τόξα του γραφήματος. Κάθε τόξο αντιστοιχεί και σε ένα ζεύγος κορυφών. Με τον συμβολισμό $e_k = (n_i, n_j)$ δηλώνεται ότι το τόξο e_k συνδέει τις κορυφές n_i και n_j . Ένα γράφημα συμβολίζεται ως $G = (V, E)$ και ο πιο συνηθισμένος τρόπος απεικόνισης του είναι σημειώνοντας τις κορυφές σαν κουκίδες και τα τόξα σαν γραμμές που ενώνουν δύο κορυφές. Ένα παράδειγμα αναπαράστασης γραφήματος φαίνεται στο σχήμα 2.1.



Σχήμα 2.1. Παράδειγμα γραφήματος με σύνολο κορυφών το $V = \{1, \dots, 9\}$ και σύνολο τόξων το $E = \{(1,2), (2,3), (3,4), (4,5), (5,6), (4,6), (4,7), (6,7), (7,8)\}$

Το σύνολο των κορυφών ενός γραφήματος G αναφέρεται ως $V(G)$ ενώ το σύνολο των τόξων του ως $E(G)$. Ο αριθμός των κορυφών του γραφήματος συμβολίζεται με $|G|$ και ο αριθμός των τόξων με $\|G\|$. Ένα κενό γράφημα, δηλαδή ένα γράφημα χωρίς κορυφές και τόξα, $G=(\emptyset,\emptyset)$, μπορεί να γραφτεί και πιο απλά ως \emptyset . Δύο κορυφές x,y που ανήκουν σε ένα γράφημα G ονομάζονται γειτονικές αν $(x,y) \in G$. Αντίστοιχα, δύο τόξα είναι γειτονικά αν ξεκινούν από ή καταλήγουν στην ίδια κορυφή. Διαδρομή ονομάζεται ένα μη κενό γράφημα $P=(V,E)$ της μορφής $V=\{n_0,n_1,\dots,n_k\}$, $E=\{(n_0,n_1),(n_1,n_2),\dots,(n_{k-1},n_k)\}$. Οι κορυφές n_0 και n_k συνδέονται από το P και ονομάζονται τα άκρα του, ενώ οι κορυφές n_1,n_2,\dots,n_{k-1} ονομάζονται εσωτερικές κορυφές του P . Ο αριθμός των κορυφών μιας διαδρομής ονομάζεται μήκος της διαδρομής, και μια διαδρομή μήκους k δηλώνεται ως P^k (βλέπε σχήμα 2.2).



Σχήμα 2.2. Διαδρομή $P = P^7$ στο γράφημα G

Ένα γράφημα είναι συνεκτικό εάν υπάρχει μία διαδρομή από μία οποιαδήποτε κορυφή του γραφήματος που καταλήγει σε οποιαδήποτε άλλη. Αν κάποιο γράφημα δεν είναι συνεκτικό, μπορεί να διασπαστεί σε συνεκτικά υπογραφήματα, τα οποία ονομάζονται συνεκτικές συνιστώσες του γραφήματος. Αλγοριθμικά, η εύρεση συνεκτικών συνιστωσών σε ένα γράφημα είναι αρκετά απλή αν χρησιμοποιηθεί ο αλγόριθμος αναζήτησης κατά βάθος σύμφωνα με τους Aruselman et al. (2005).

Ο αλγόριθμος αναζήτησης κατά βάθος (Depth-first search, DFS) περιγράφεται ως εξής: Στην αρχή κάποια κορυφή v του γραφήματος επιλέγεται αυθαίρετα και προστίθεται σε μία στοίβα. Στην συνέχεια, για κάθε κορυφή v_1 που συνδέονται με την v η οποία δεν έχει επιλεγεί, εφαρμόζεται μία επαναληπτική διαδικασία κατά την οποία προστίθεται στην στοίβα και εξετάζονται όλες οι κορυφές που συνδέονται με την v_1 . Με τον ίδιο τρόπο, αν μία συνδεόμενη στην v_1 κορυφή v_2 δεν έχει επιλεγεί, προστίθεται στην στοίβα και στην συνέχεια εξετάζονται όλες οι συνδεόμενες στην v_2 κορυφές, ξεκινώντας από μία από αυτές και συνεχίζοντας ακολουθώντας την ίδια διαδικασία. Μία κορυφή εξέρχεται από την στοίβα αφού έχουν εξεταστεί όλες οι γειτονικές της κορυφές. Μετά από την εξέταση όλων των κορυφών που μπορούν να συνδέονται με κάποιο τρόπο με την αρχική κορυφή v , επιλέγεται μία άλλη από τις εναπομείναντες κορυφές του γραφήματος, η οποία δεν έχει εξεταστεί. Ο αλγόριθμος της αναζήτησης κατά βάθος τερματίζεται όταν έχουν εξεταστεί όλες οι κορυφές του γραφήματος.

Η όλη διαδικασία μπορεί να προγραμματιστεί ως εξής:

```
{
  Για όλες τις κορυφές  $v$  του γραφήματος
    Αν η κορυφή  $v$  δεν έχει εξεταστεί ακόμα
      Τότε εφάρμοσε τον αλγόριθμο DFS για την κορυφή  $v$ 
  Επόμενο  $v$ 
}
```

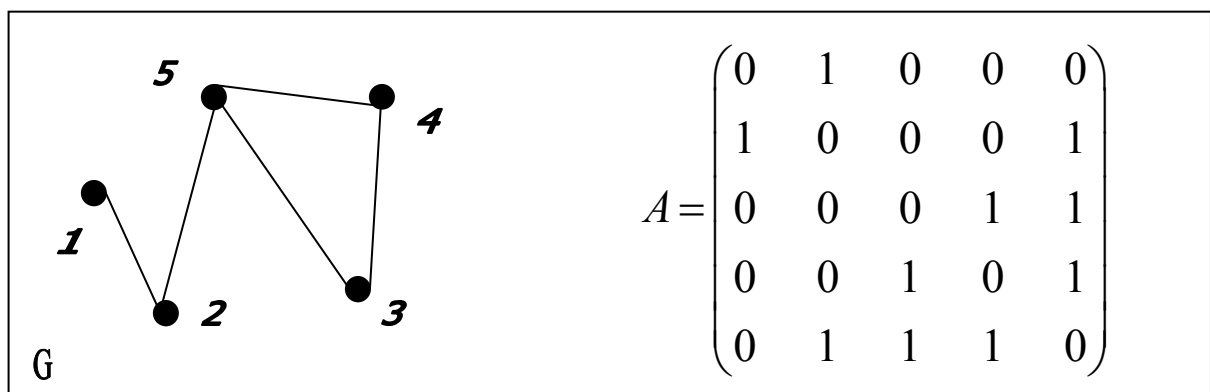
Αλγόριθμος αναζήτησης κατά βάθος (Depth-first search, DFS)

```
{
  Για όλες τις γειτονικές κορυφές  $\xi$  της κορυφής  $v$ 
    Αν η κορυφή  $\xi$  δεν έχει εξεταστεί
      Τότε εφάρμοσε τον αλγόριθμο για την κορυφή  $\xi$ 
  Επόμενο  $\xi$ 
}
```

Πλήρες ονομάζεται το γράφημα που διαθέτει όλα τα πιθανά τόξα. Ένα πλήρες γράφημα με n κορυφές συμβολίζεται ως K^n , ενώ ειδικότερα ένα K^3 καλείται τρίγωνο. Πολυγράφημα είναι ένα γράφημα όπου υπάρχουν περισσότερα του ενός τόξα που συνδέουν ένα ζεύγος κορυφών. Σαν μήτρα παρακείμενων κορυφών $A = [a_{ij}]_{|N| \times |N|}$ για ένα γράφημα $G = (N, E)$ ορίζεται ένας πίνακας διαστάσεων $|N| \times |N|$, όπου κάθε στοιχείο της a_{ij} έχει τιμή σύμφωνα με:

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{εαν υπάρχει τόξο που συνδέει τις κορυφές} \\ 0, & \text{σε διαφορετική περίπτωση} \end{cases}$$

Η μήτρα παρακείμενων κόμβων, στην ουσία είναι ένας πίνακας που έχει μία γραμμή και μία στήλη που αντιστοιχεί σε κάθε κορυφή. Αν η τιμή κάποιου στοιχείου της μήτρας είναι ίση με τη μονάδα τότε υπάρχει τόξο που συνδέει την κορυφή i με τη κορυφή j . Ένα παράδειγμα γραφήματος με τη μήτρα παρακείμενων κόμβων του παρουσιάζεται στο σχήμα 2.3.



Σχήμα 2.3. Μήτρα παρακείμενων κορυφών του γραφήματος G με σύνολο κορυφών το $V = \{1, \dots, 5\}$ και σύνολο τόξων το $E = \{\{1, 2\}, \{2, 5\}, \{3, 4\}, \{3, 5\}, \{4, 5\}\}$

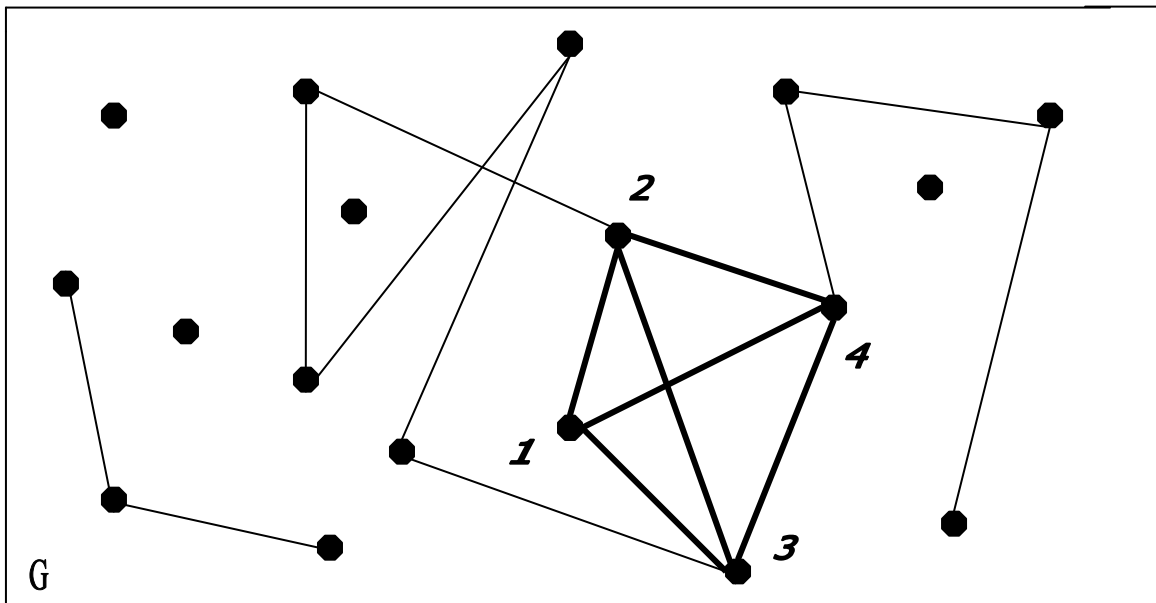
2.1.2 Βαθμός κορυφής

Ο βαθμός k μιας κορυφής ορίζεται ως ο αριθμός των τόξων των οποίων το ένα από τα δύο άκρα είναι αυτή ακριβώς η κορυφή. Για κάθε ακέραιο αριθμό k , αν υπολογιστεί ο αριθμός των κορυφών $n(k)$ με βαθμό ίσο με k , τότε η πιθανότητα

κάποια κορυφή να έχει βαθμό k είναι $P(k) = n(k)/n$, όπου n ο συνολικός αριθμός των κορυφών του γραφήματος. Η συνάρτηση $P(k)$ αναφέρεται και σαν κατανομή βαθμών του γραφήματος. Μία κορυφή μηδενικού βαθμού καλείται απομονωμένη. Ο αριθμός $\delta(G) := \min\{k(u) | u \in V\}$ είναι ο ελάχιστος βαθμός του γραφήματος G , ενώ ο αριθμός $\Delta(G) := \max\{k(u) | u \in V\}$ ο μέγιστος. Αν όλες οι κορυφές ενός γραφήματος έχουν τον ίδιο βαθμό k , τότε το γράφημα καλείται k -κανονικό ή απλά κανονικό. Ο αριθμός $d(G) := \frac{1}{|V|} \sum_{u \in V} d(u)$ είναι ο μέσος βαθμός του γραφήματος G . Στην ουσία, ο μέσος βαθμός ποσοτικοποιεί γενικά ότι υπολογίζεται τοπικά από τους βαθμούς των κορυφών, δηλαδή τον αριθμό τόξων του γραφήματος ανά κορυφή. Προφανώς ισχύει $\delta(G) \leq d(G) \leq \Delta(G)$.

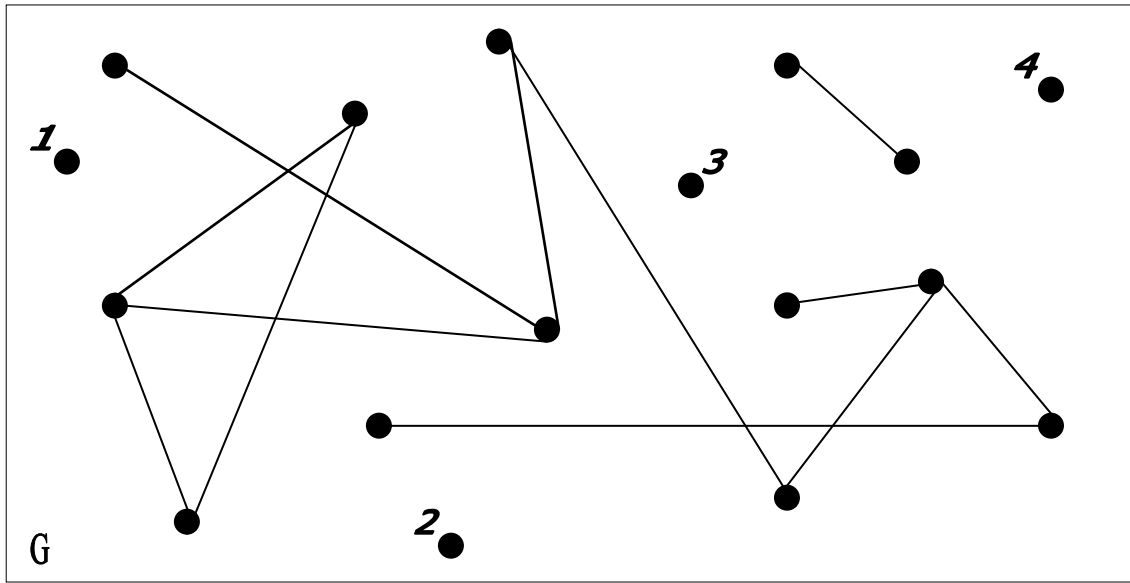
2.1.3 Κλίκες και ανεξάρτητα σύνολα

Δεδομένου ενός υποσυνόλου $S \subseteq V$, με τον όρο $G(S)$ δηλώνεται το υπογράφημα που αναφέρεται στο σύνολο κορυφών S . Ένα υποσύνολο $C \subseteq V$ ονομάζεται κλίκα, αν το $G(C)$ είναι ένα πλήρες γράφημα (βλέπε σχήμα 2.4).



Σχήμα 2.4. Κλίκα του γραφήματος G με σύνολο κορυφών το $V = \{1, 2, 3, 4\}$ και σύνολο τόξων το $E = \{\{1, 2\}, \{1, 3\}, \{1, 4\}, \{2, 3\}, \{2, 4\}, \{3, 4\}\}$

Πυκνό γράφημα ή γ -κλίκα C_γ είναι ένα υποσύνολο του V τέτοιο ώστε το $G(C_\gamma)$ έχει τουλάχιστον $\gamma q(q-1)/2$ τόξα, όπου q είναι ο αριθμός στοιχείων του C_γ και γ ο συντελεστής πυκνότητας του γραφήματος. Ένα ανεξάρτητο σύνολο είναι ένα υποσύνολο $I \subseteq V$ τέτοιο ώστε το υπογράφημα $G(I)$ δεν περιέχει τόξα. Ένα παράδειγμα γραφήματος που περιέχει ένα ανεξάρτητο σύνολο παρουσιάζεται στο σχήμα 2.5.



Σχήμα 2.5. Ανεξάρτητο σύνολο του γραφήματος G με σύνολο κορυφών το $V = \{1, 2, 3, 4\}$

Ένα ανεξάρτητο σύνολο S είναι μέγιστο αν το γράφημα G δεν έχει ανεξάρτητο σύνολο S' τέτοιο ώστε $|S'| > |S|$. Το πρόβλημα μέγιστης κλίκας και το πρόβλημα μέγιστου ανεξαρτήτου συνόλου είναι η εύρεση της μέγιστης κλίκας και αντίστοιχα του μέγιστου ανεξαρτήτου συνόλου σε κάποιο γράφημα. Το πρόβλημα του μέγιστου ανεξαρτήτου συνόλου μπορεί να τροποποιηθεί σαν το πρόβλημα της μέγιστης κλίκας στο συμπληρωματικό γράφημα $\bar{G} = (V, \bar{E})$ το οποίο ορίζεται ως εξής: Αν ένα τόξο $(i, j) \in E$, τότε $(i, j) \notin \bar{E}$ και αν $(i, j) \notin E$, τότε $(i, j) \in \bar{E}$. Προφανώς, το πρόβλημα μέγιστης κλίκας στο \bar{G} αντιστοιχεί στο πρόβλημα ανεξαρτήτου συνόλου στο G , έτσι το πρόβλημα μέγιστης κλίκας και το πρόβλημα μέγιστου ανεξαρτήτου συνόλου μπορούν πολύ εύκολα να μετατραπούν το ένα στο άλλο.

Σύμφωνα με τους Boginski et al. (2003), το πρόβλημα εύρεσης της μέγιστης κλίκας λύνεται με χρήση ακεραίου προγραμματισμού, όμως πριν γίνει κάποια προσπάθεια για την λύση του προβλήματος, θα πρέπει πρώτα να γίνει χρήση ενός άπληστου ευρετικού αλγορίθμου για την εύρεση ενός κάτω ορίου για τον αριθμό κορυφών που θα περιέχει η μέγιστη κλίκα καθώς και μίας τεχνικής που μειώνει το μέγεθος του προβλήματος, αν σκεφτούμε πως το πρόβλημα εύρεσης της μέγιστης κλίκας εφαρμόζεται κυρίως σε γραφήματα μεγάλου μεγέθους.

Για να βρεθεί μία μεγάλη κλίκα εφαρμόζεται ο παρακάτω αλγόριθμος:

$$C = \emptyset, G_0 = G;$$

do

$$G_0 = \bigcap_{i \in C} N(i) \setminus C;$$

$$C = C \cup j, \text{ όπου } j \text{ μία κορυφή μέγιστου βαθμού στο } G_0;$$

until $G_0 = \emptyset$.

Η λογική του αλγορίθμου είναι η εξής: Αν C υποδηλώνει την κλίκα, αρχίζοντας με $C = \emptyset$, τότε περιοδικά προστίθεται στην κλίκα η εκάστοτε κορυφή v_{\max} με το μέγιστο βαθμό και αφαιρούνται όλες οι μη “γειτονικές” της v_{\max} κορυφές από το γράφημα.

Αφού εφαρμοστεί ο παραπάνω αλγόριθμος, εφαρμόζεται η εξής διαδικασία (Abello et al., 1999): Αφαιρούνται από το γράφημα όλες οι κορυφές $\notin C$ και των οποίων ο βαθμός είναι μικρότερος από το $|C|$, όπου C η κλίκα που βρέθηκε. Αν $G' = (V', E')$ το γράφημα που προκύπτει από τις εναπομείναντες κορυφές, τότε το πρόβλημα εύρεσης της μέγιστης κλίκας λύνεται για το G' , λύνοντας το ακόλουθο πρόβλημα ακεραίου προγραμματισμού, σύμφωνα με τους Bomze et al. (1999):

$$\max \sum_{i=1}^{V'} x_i$$

υπό τις προϋποθέσεις

$$x_i + x_j \leq 1, (i, j) \notin E'$$

$$x_i \in \{0,1\} \quad i = 1, 2, \dots, n$$

2.2. ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΤΗΣ ΘΕΩΡΙΑΣ ΓΡΑΦΗΜΑΤΩΝ ΣΤΗ ΛΗΨΗ ΧΡΗΜΑΤΟΟΙΚΟΝΟΜΙΚΩΝ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ

2.2.1 Χρηματοοικονομικά προβλήματα που χαρακτηρίζονται από την παρουσία ενός λήπτη αποφάσεων

Η χρήση των δικτυακών μοντέλων έχουν προταθεί για ένα ευρύ φάσμα χρηματοοικονομικών προβλημάτων που χαρακτηρίζονται από μία αντικειμενική συνάρτηση προς βελτιστοποίηση, όπως ισχύει μεταξύ άλλων στη βελτιστοποίηση χαρτοφυλακίων, στη μετατροπή νομισμάτων σε συνάλλαγμα και στη διαχείριση χρηματοοικονομικών κινδύνων. Στην εργασία της Nagurney (2008) γίνεται μια σύντομη ανασκόπηση διαφόρων εφαρμογών δικτυακών μοντέλων στη λήψη χρηματοοικονομικών αποφάσεων.

Έως τα τέλη της δεκαετίας του 1960 και αρχές του 1970, δεν υπήρχαν παραδείγματα χρήσης γραφημάτων ως μαθηματικό μοντέλο για χρηματοοικονομικές εφαρμογές, πλην κάποιων λίγων εξαιρέσεων (Charnes και Miller (1957) και Charnes και Cooper (1961)). Ανάμεσα στα πρώτα χρηματοοικονομικά μοντέλα βελτιστοποίησης που εμφανίζονται στη βιβλιογραφία ήταν μια σειρά από μοντέλα μετατροπής νομισμάτων σε συνάλλαγμα. Ο Rutenberg (1970) έδειξε ότι η βέλτιστη μετατροπή διαφόρων νομισμάτων σε συνάλλαγμα μπορούσε να μοντελοποιηθεί υπό τη μορφή ενός γραφήματος. Οι κορυφές αντιπροσώπευαν ένα συγκεκριμένο νόμισμα σε μια συγκεκριμένη χρονική περίοδο και η ροή των τόξων την ποσότητα χρημάτων που μετακινούνταν από τη μία χρονική περίοδο ή/και νόμισμα σε μία άλλη/άλλο. Οι Christofides et al. (1979) και οι Shapiro και Rutenberg (1976), μεταξύ άλλων, παρουσίασαν παρόμοια χρηματοοικονομικά δικτυακά μοντέλα. Στα περισσότερα από αυτά, οι τιμές των νομισμάτων προσδιορίζονταν σύμφωνα με το μέγεθος του κεφαλαίου που μετακινούνταν από το ένα νόμισμα (κορυφή) στο άλλο.

Οι Barr (1972) και Srinivasan (1974), με τη συμβολή της εισαγωγής ενός γενικευμένου γραμμικού δικτύου για τη διαχείριση διαθεσίμων μιας πολυεθνικής εταιρίας από τον Crum (1976), χρησιμοποίησαν γραφήματα για να σχηματοποιήσουν μία σειρά από προβλήματα διαχείρισης διαθεσίμων. Τα τόξα του γραφήματος αντιπροσώπευαν πιθανές ταμειακές ροές και οι πολλαπλασιαστές ενσωμάτωναν κόστη, αμοιβές, αλλαγές στη ρευστότητα και τιμές συναλλάγματος. Μία σειρά από σχετικά

προβλήματα διαχείρισης διαθεσίμων μοντελοποιήθηκαν ως δικτυακά προβλήματα στα χρόνια που ακολούθησαν από τους Crum και Nye (1981) και Crum et al. (1983). Οι εργασίες αυτές επέκτειναν την εφαρμοσιμότητα της χρήσης γραφημάτων σε χρηματοοικονομικές εφαρμογές.

Ο Mulvey (1987) και οι Mulvey και Vladimirov (1989), (1991) μελέτησαν στοχαστικά χρηματοοικονομικά δίκτυα για την αντιμετώπιση προβλημάτων βελτιστοποίησης χαρτοφυλακίων, χρησιμοποιώντας μια σειρά από διάφορες θεωρίες και τεχνικές για την εκτίμηση των στοχαστικών στοιχείων στο δίκτυο έτσι ώστε να τα παρουσιάσουν σαν τα ανάλογα αιτιοκρατικά. Το μεγάλο μέγεθος και η υπολογιστική πολυπλοκότητα των στοχαστικών γραφημάτων περιόρισαν τη χρήση τους σε ειδικά δομημένα προβλήματα, όπου γενικές υπολογιστικές τεχνικές και αλγόριθμοι μπορούσαν να εφαρμοστούν.

Οι Boginski et al. (2003) και Arulselvan et al. (2005) μελέτησαν την εσωτερική δομή και τις ιδιότητες του χρηματιστηρίου της Νέας Υόρκης, μοντελοποιώντας τα χρεόγραφα που περιλαμβάνονται στο χρηματιστήριο και τις μεταξύ τους συσχετίσεις ως ένα γράφημα. Στο γράφημα αυτό οι κορυφές αντιπροσωπεύουν τις μετοχές και ένα τόξο συνδέει δύο συγκεκριμένες κορυφές, αν η συσχέτιση των δύο αυτών μετοχών ξεπερνά ένα προκαθορισμένο όριο.

2.2.2 Χρηματοοικονομικά προβλήματα που χαρακτηρίζονται από την παρουσία περισσοτέρων του ενός ληπτών αποφάσεων

Τα γραφήματα, πέρα από προβλήματα που χαρακτηρίζονται από την παρουσία μιας αντικειμενικής συνάρτησης προς βελτιστοποίηση, έχουν χρησιμοποιηθεί και για τη μοντελοποίηση και ανάλυση χρηματοοικονομικών συστημάτων στα οποία υπάρχουν περισσότεροι του ενός λήπτες αποφάσεων.

Ο πρώτος που χρησιμοποίησε τη θεωρία γραφημάτων για τη μοντελοποίηση και ανάλυση τέτοιων προβλημάτων ήταν ο Thore (1969), ο οποίος παρουσίασε γραφήματα για τη μελέτη συστημάτων συνδεδεμένων χαρτοφυλακίων. Ο Thore θεώρησε πιστωτικά δίκτυα με στόχο την ανάπτυξη ενός εργαλείου για τη μελέτη των κεφαλαιακών και πιστωτικών ροών, βασισμένος σε μια θεωρία που αφορά συμπεριφορά τραπεζών και άλλων χρηματοοικονομικών ιδρυμάτων. Ο Thore (1970) επέκτεινε το βασικό δικτυακό

μοντέλο για τον χειρισμό των διαθέσιμων χρηματοοικονομικών αποθεμάτων σε περιπτώσεις αβεβαιότητας.

Οι Storoy et al. (1975) ανέπτυξαν μία δικτυακή αναπαράσταση για την αλληλοσύνδεση κεφαλαιαγορών και έδειξαν πως η θεωρία διάσπασης του μαθηματικού προγραμματισμού μπορούσε να χρησιμοποιηθεί για τον υπολογισμό της ισορροπίας. Ο Thore (1980) ερεύνησε περαιτέρω δικτυακά μοντέλα συνδεδεμένων χαρτοφυλακίων, χρηματοοικονομικής μεσολάβησης και θεωρίας διάσπασης, ωστόσο οι υπολογιστικές τεχνικές εκείνη την εποχή δεν ήταν επαρκώς ανεπτυγμένες για την αντιμετώπιση τέτοιου είδους προβλημάτων στην πράξη.

Ο Thore (1984) πρότεινε ένα διεθνές χρηματοοικονομικό δίκτυο για την αγορά συναλλάγματος και το θεώρησε σαν ένα λογιστικό σύστημα, εκμεταλλευόμενος τις ιδέες των Samuelson (1952) και των Takayama και Judge (1971). Στην εργασία αυτή, όπως και στις προηγούμενες εργασίες του για χρηματοοικονομικά δίκτυα, ένα σύνολο αποτελούμενο από την τράπεζα, καταθέσεις και δάνεια, και επιλογές χαρτοφυλακίων, περιγράφεται από ένα πλαίσιο βελτιστοποίησης, με τα χαρτοφυλάκια να συνδέονται σε ένα γράφημα, με ένα ξεχωριστό χαρτοφυλάκιο να θεωρείται σαν ένας κόμβος και το ενεργητικό και παθητικό σαν κατευθυνόμενα συνδετικά στοιχεία.

Οι Nagurney et al. (1992) αναγνώρισαν ότι στη δικτυακή δομή υπήρχαν τα υποπροβλήματα τα οποία αντιμετωπίστηκαν στο προτεινόμενο από αυτούς αποσυνθετικό σχέδιο. Οι Hughes και Nagurney (1992) πρότειναν την διατύπωση και λύση της εκτίμησης της χρηματοοικονομικής ροής των διαθεσίμων λογαριασμών σαν δικτυακά προβλήματα βελτιστοποίησης.

2.3 ΑΛΛΕΣ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΤΗΣ ΘΕΩΡΙΑΣ ΓΡΑΦΗΜΑΤΩΝ

2.3.1 Βιολογία

Μία σημαντική εφαρμογή της θεωρίας γραφημάτων αφορά στη μελέτη του ανθρωπίνου εγκεφάλου. Ο τεράστιος αριθμός νευρώνων και ο τρόπος που συνδέονται κάνει την ανάλυση του γραφήματος αυτού πολύ ενδιαφέρουσα. Αναλύοντας την συνδεσιμότητα των νευρώνων με χρήση θεωρίας γραφημάτων, μπορούν να εξαχθούν

σημαντικά συμπεράσματα τα οποία μπορούν να χρησιμεύσουν για την ανάπτυξη θεραπειών για διαφόρων ειδών εγκεφαλικές δυσλειτουργίες.

Η μοντελοποίηση του ανθρώπινου εγκεφάλου σαν ένα γράφημα, γίνεται μέσω της απεικόνισης των νευρώνων σαν κορυφές και των συνδέσμων μεταξύ των νευρώνων ως τόξα. Λόγω του πολύ μεγάλου αριθμού νευρώνων και συνδέσμων (αριθμοί που κινούνται γύρω στα 8.3×10^9 για τους νευρώνες και 6.6×10^{13} για τους συνδέσμους), το γιγαντιαίο αυτό γράφημα μοντελοποιείται σε ένα μικρότερο, αν θεωρηθούν σύνολα συνδεδεμένων νευρώνων με συγκεκριμένα χαρακτηριστικά ως κορυφές, και ερευνώντας τις συνδέσεις μεταξύ των συνόλων αυτών.

Οι Eguiluz et al. (2003) μελέτησαν ένα σχετικά μεγάλο γράφημα αποτελούμενο από 147.456 σύνολα νευρώνων. Τα σήματα που αντιπροσωπεύουν τη δραστηριότητα κάθε συνόλου νευρώνων καταγράφηκαν σε μια συγκεκριμένη χρονική περίοδο, και οι χρονικές αυτές σειρές χρησιμοποιήθηκαν για την κατασκευή των τόξων του γραφήματος. Οι συγγραφείς υπολόγισαν τη συσχέτιση μεταξύ κάθε ζεύγους νευρώνων χρησιμοποιώντας τις χρονικές σειρές που αντιπροσωπεύουν τα σήματα που παράγονται από τα σύνολα αυτά. Οι κορυφές του γραφήματος συνδέονται με ένα τόξο, αν ο συντελεστής συσχέτισης υπερέβαινε κάποιο συγκεκριμένο όριο. Η κατανομή των βαθμών των γραφημάτων που δημιουργήθηκαν για διάφορες τιμές του ορίου συσχέτισης αποδείχθηκε πως είχε τη δομή του μοντέλου power law, με τιμή του συντελεστή πυκνότητας $\gamma \approx 2$.

2.3.2 Τηλεπικοινωνίες

Αντιπροσωπευτικό παράδειγμα εφαρμογής θεωρίας γραφημάτων σε πρακτικά προβλήματα, είναι και το γράφημα τηλεφωνικών κλήσεων. Η εφαρμογή αυτή μελετήθηκε από τους Abello et al. (1999) και Aiello et al. (2001). Στο γράφημα αυτό, οι τηλεφωνικοί αριθμοί απεικονίζονταν από τις κορυφές του γραφήματος, και δύο κορυφές ενώνονταν με ένα τόξο αν είχε πραγματοποιηθεί κλήση από τον έναν αριθμό στον άλλο.

Το συγκεκριμένο ημερήσιο δίκτυο, το οποίο αναπαριστούσε τα δεδομένα των αρχείων λογαριασμών της εταιρίας AT&T, είχε 53.767.087 κορυφές και πάνω από 170.000.000 τόξα. Στο γράφημα παρατηρήθηκαν 3.667.448 συνεκτικές συνιστώσες από

τις οποίες οι περισσότερες ήταν πολύ μικρές και μόνο 302.468 (αριθμός που αντιπροσώπευε μόλις το 8% των συνεκτικών συνιστωσών) είχαν περισσότερες από 3 κορυφές. Παρολαυτά, είχε παρατηρηθεί η ύπαρξη μίας πολύ μεγάλης συνεκτικής συνιστώσας με 44.989.297 κορυφές.

Στο γράφημα αυτό οι συγγραφείς αντιμετώπισαν το πρόβλημα μέγιστης κλίκας και το πρόβλημα εύρεσης μεγάλων πυκνών κλικών. Για τη λύση των προβλημάτων αυτών χρησιμοποιήθηκε μία άπληστη τυχαία προσαρμοστική διαδικασία αναζήτησης. Ο αλγόριθμος αυτός είναι μία επαναληπτική μέθοδος όπου σε κάθε επανάληψη κατασκευάζει, χρησιμοποιώντας μία άπληστη συνάρτηση, μία τυχαία λύση και στη συνέχεια βρίσκει μία τοπικά βέλτιστη λύση ερευνώντας τις κοντινές στην κατασκευασμένη λύσεις. Αυτή η ευρετική προσέγγιση δεν δίνει ποιοτικές λύσεις, αλλά είναι αποδοτική στην πράξη για πολλά προβλήματα συνδυαστικής βελτιστοποίησης.

Οι Abello et al. (1999) πραγματοποίησαν 100.000 επαναλήψεις της μεθόδου χρησιμοποιώντας 10 παράλληλους επεξεργαστές σε χρονική περίοδο 36 ωρών. Από τις 100.000 κλίκες που δημιουργήθηκαν, 14.141 ήταν ευκρινείς, παρόλο που πολλές από αυτές είχαν πολλές κοινές κορυφές. Οι συγγραφείς οδηγήθηκαν στο συμπέρασμα ότι δεν εμφανίστηκαν κλίκες με μέγεθος μεγαλύτερου του 32. Επίσης υπολογίστηκαν μεγάλες πυκνές κλίκες, με συντελεστές πυκνότητας $\gamma = 0,9, 0,8, 0,7$ και $0,5$ και τα μεγέθη των πυκνών κλικών ήταν 44, 57, 65 και 98 αντίστοιχα. Ένα σημαντικό συμπέρασμα που βγήκε είναι ότι η κατανομή των βαθμών των κορυφών, όπως και η κατανομή του μεγέθους των συνεκτικών συνιστωσών, προσεγγίζουν το μοντέλο power law.

2.3.3 Λοιπά παραδείγματα

Χαρακτηριστικό παράδειγμα χρήσης θεωρίας γραφημάτων για την απεικόνιση και ανάλυση πρακτικών προβλημάτων αποτελεί και το δυαδικτυακό γράφημα. Στην συγκεκριμένη εφαρμογή, οι διευθύνσεις των σελίδων αντιπροσωπεύονται στο γράφημα από τις κορυφές και οι συνδέσεις μεταξύ των ιστοσελίδων είναι τα τόξα.

Ένα άλλο παράδειγμα αποτελεί και το κοινωνικό γράφημα. Στο γράφημα αυτό οι άνθρωποι απεικονίζονται από τις κορυφές και οι σχέσεις που τους συνδέουν στην καθημερινή τους ζωή, όπως συγγένεια, φιλία, επαγγελματικές σχέσεις, συνεργασία,

ιδέες και απόψεις και άλλα, αντιπροσωπεύονται από τα τόξα. Ανάλογα με το είδος της σχέσης μεταξύ των ανθρώπων, προσδιορίζεται και ένα διαφορετικό καθε φορά γράφημα.

Κοινό χαρακτηριστικό των παραπάνω εφαρμογών, είναι ότι τα γραφήματα αυτά ακολουθούν το μοντέλο power law.

2.4 TO MONTELO POWER LAW

Η βασική ιδέα του μοντέλου power law $P(\alpha, \beta)$ είναι η εξής: Αν y είναι ο αριθμός των κορυφών του γραφήματος με βαθμό x , τότε σύμφωνα με το μοντέλο ισχύει η σχέση

$$y = e^a / x^\beta$$

η οποία μπορεί να μετασχηματιστεί στη μορφή

$$\ln y = a - \beta \ln x$$

Η αναπαράσταση αυτή είναι καταλληλότερη λόγω του ότι η σχέση μεταξύ των μεταβλητών x και y μπορεί να αποτυπωθεί γραφικά ως μία ευθεία γραμμή, έτσι ώστε η παράμετρος $-\beta$ να είναι η κλίση της ευθείας και a ο σταθερός όρος. Μια ενδιαφέρουσα παρατήρηση αποτελεί το γεγονός ότι τα προαναφερθέντα γραφήματα τείνουν να ομαδοποιούνται σε ομοειδή σύνολα (π.χ. δύο κορυφές σε ένα γράφημα είναι πιο πιθανό να ενωθούν αν έχουν κοινό «γείτονα»), κι έτσι ο συντελεστής ομαδοποίησης, ο οποίος ορίζεται ως η πιθανότητα οι δύο «γείτονες» μιας κορυφής να συνδέονται με ένα τόξο, είναι πολύ μεγάλος σε αυτά τα γραφήματα. Αυτά τα δίκτυα συσχετίζονται επίσης με μια ευρέως γνωστή “small-world” υπόθεση, η οποία αξιώνει ότι παρά το μεγάλο αριθμό κορυφών, η απόσταση μεταξύ δύο οποιονδήποτε κορυφών είναι μικρή.

Ένα ακόμη χαρακτηριστικό της power-law κατανομής, που πρέπει να αναφερθεί σε αυτό το σημείο είναι ότι δεν επηρεάζεται από την κλίμακα μέτρησης. Συγκεκριμένα, μια power-law εξάρτηση του τύπου $F(x) \propto x^{-\gamma}$ είναι ανεξάρτητη της κλίμακας μέτρησης, υπό την έννοια ότι παραμένει η ίδια αν το x πολλαπλασιαστεί με κάποια σταθερά. Αυτή η ιδιότητα υποδηλώνει ότι η δομή power-law ενός συγκεκριμένου δικτύου δεν πρέπει να εξαρτάται από το μέγεθος του δικτύου. Προφανώς, τα θεωρούμενα δίκτυα σε πραγματικά προβλήματα αναπτύσσονται δυναμικά με το χρόνο, κατά συνέπεια η διαδικασία ανάπτυξης αυτών των δικτύων πρέπει να διέπεται από

κάποιους κανόνες έτσι ώστε να ικανοποιεί την παραπάνω ιδιότητα. Μία ακόμα ιδιότητα αποτελεί το προφανές γεγονός ότι το μέγεθος αυτών των δικτύων αυξάνει διαρκώς (π.χ. νέες κορυφές προστίθενται σε ένα δίκτυο, που σημαίνει ότι προστίθενται νέα στοιχεία στο αντιστοιχο σύνολο δεδομένων), ενώ επίσης οι νέες κορυφές είναι πιο πιθανό να συνδέονται με παλιές κορυφές με υψηλούς βαθμούς.

Ένα πολύ σημαντικό χαρακτηριστικό που αφορά το μοντέλο power law είναι η σχέση μεταξύ της παραμέτρου β και του μεγέθους της μεγαλύτερης συνεκτικής συστάδας. Πιο συγκεκριμένα ισχύουν τα εξής:

- Αν ισχύει $0 < \beta < 1$, τότε ένα γράφημα που ακολουθεί το μοντέλο power law είναι συνδεδεμένο (υπάρχει μία μόνο συνεκτική συστάδα μεγέθους n).
- Αν $1 \leq \beta < 2$, τότε ένα γράφημα που ακολουθεί το μοντέλο power law έχει μία πολύ μεγάλη συνεκτική συστάδα μεγέθους $\Theta(n)$, και το μέγεθος της δεύτερης μεγαλύτερης συνεκτικής συστάδας είναι έχει μέγεθος $\Theta(1)$.
- Αν $2 < \beta < \beta_0 = 3,47875$, τότε υπάρχει μία πολύ μεγάλη συνεκτική συστάδα και το μέγεθος της δεύτερης μεγαλύτερης συνεκτικής συστάδας είναι $\Theta(\log n)$.
- Αν $\beta = 2$, υπάρχει μία μεγάλη συνεκτική συστάδα και το μέγεθος της δεύτερης μεγαλύτερης συνεκτικής συστάδας είναι $\Theta(\log n / \log \log n)$.
- Αν $\beta > \beta_0 = 3,47875$, τότε δεν υπάρχει κάποια πολύ μεγάλη συνεκτική συστάδα στο γράφημα.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΤΟΥ ΧΡΗΜΑΤΙΣΤΗΡΙΟΥ ΑΞΙΩΝ ΑΘΗΝΩΝ

3.1 ΣΥΝΤΟΜΟ ΙΣΤΟΡΙΚΟ ΙΔΡΥΣΗΣ ΤΟΥ ΧΡΗΜΑΤΙΣΤΗΡΙΟΥ ΑΘΗΝΩΝ

Η πρώτη χρηματιστηριακή αγορά στην Ελλάδα άρχισε να λειτουργεί ανεπίσημα το δεύτερο μισό του 19ου αιώνα. Έμποροι και ναυτικοί της εποχής εκείνης ήταν οι πρώτοι που άρχισαν να διαπραγματεύονται συνάλλαγμα και κινητές αξίες στις ανεπίσημες αγορές της Ερμούπολης (Σύρος) και της Αθήνας. Το Χρηματιστήριο Αξιών Αθηνών (Χ.Α.Α) ιδρύθηκε το 1876 ως αυτόνομος κανονιστικά, δημόσιος φορέας, με απόφαση του Υπουργικού Συμβουλίου και είχε ως πρώτα αντικείμενα διαπραγμάτευσης τις ομολογίες των Εθνικών Δανείων και τις μετοχές της Εθνικής Τράπεζας της Ελλάδος. Τέσσερα χρόνια αργότερα, τον Μάιο του 1880, εκλέχτηκε η πρώτη Διοικούσα Επιτροπή του Χρηματιστηρίου και το Χρηματιστήριο Αξιών Αθηνών άρχισε να λειτουργεί επίσημα. Το Βασιλικό Διάταγμα της 12/16 Ιουνίου 1909 όρισε το Χρηματιστήριο ως τον πρώτο οργανωμένο χώρο για την εκτέλεση συμβάσεων και συναλλαγών σε τίτλους του Δημοσίου και σε τίτλους Τραπεζών και Ανωνύμων Εταιρειών. Το 1918 το Χρηματιστήριο μετατράπηκε σε Νομικό Πρόσωπο Δημοσίου Δικαίου εποπτευόμενο από το κράτος.

Τα παρακάτω γεγονότα αποτελούν σημεία αναφοράς για την εξέλιξη της δομής και της λειτουργίας του Χρηματιστηρίου Αξιών Αθηνών με το πέρασμα των χρόνων:

- Ο πρώτος νόμος που όρισε σαφώς τις υποχρεώσεις και τα δικαιώματα των συναλλασσόμενων μερών (χρηματιστών και επενδυτών) ήταν ο Ν.3632/28.
- Το 1985 με το Π.Δ.350 προσδιορίστηκαν τα δικαιολογητικά εισαγωγής μετοχών στο Χρηματιστήριο Αξιών Αθηνών.
- Το 1988 ο Ν.1806 εκσυγχρόνισε το Χρηματιστήριο Αξιών Αθηνών, εισάγοντας το θεσμό της Ανώνυμης Χρηματιστηριακής Εταιρείας, το θεσμό του Κεντρικού Αποθετηρίου Αξιών και ιδρύοντας την Παράλληλη Αγορά

- Το 1991 με το Ν.1969 ιδρύθηκε η Επιτροπή Κεφαλαιαγοράς και το 1992 με το Π.Δ.50, το οποίο συμπλήρωσε το Π.Δ. 348/85, προσδιορίστηκε το είδος της πληροφόρησης που πρέπει να περιέχεται στο Ενημερωτικό Δελτίο, για την εισαγωγή μιας εταιρείας στο Χρηματιστήριο Αξιών Αθηνών ή την αύξηση μετοχικού κεφαλαίου μιας ήδη εισηγμένης εταιρείας.
- Το 1995 με το Ν.2324 το Χρηματιστήριο μετατράπηκε σε Ανώνυμη Εταιρεία, με μοναδικό μέτοχο το Ελληνικό Δημόσιο.
- Το 1996 ψηφίστηκε ο Ν.2396 για την παροχή Επενδυτικών Υπηρεσιών στον τομέα των κινητών αξιών.
- Το 1997 με το Ν.2533 τίθεται το πλαίσιο ιδιωτικοποίησης του Χρηματιστηρίου.
- Το 2000 αποφασίζεται η εισαγωγή των μετοχών του Χρηματιστηρίου στην Κύρια Αγορά. Για το λόγο αυτόν το 2000 ιδρύθηκε η εταιρεία συμμετοχών με την επωνυμία ΕΛΛΗΝΙΚΑ ΧΡΗΜΑΤΙΣΤΗΡΙΑ Α.Ε. ΣΥΜΜΕΤΟΧΩΝ (Ε.Χ.Α.Ε.), η οποία εισήχθη προς διαπραγμάτευση στο Χρηματιστήριο τον Αύγουστο του 2000.
- Το 2002 η εταιρεία ΧΡΗΜΑΤΙΣΤΗΡΙΟ ΠΑΡΑΓΩΓΩΝ ΑΘΗΝΩΝ Α.Ε. συγχωνεύθηκε με απορρόφηση από την εταιρεία ΧΡΗΜΑΤΙΣΤΗΡΙΟ ΑΞΙΩΝ ΑΘΗΝΩΝ Α.Ε (Χ.Α). Η νέα εταιρεία ονομάστηκε ΧΡΗΜΑΤΙΣΤΗΡΙΟ ΑΘΗΝΩΝ Α.Ε. Σκοπός της εταιρείας είναι η οργάνωση, υποστήριξη και παρακολούθηση των συναλλαγών επί κινητών αξιών, παραγωγών προϊόντων και λοιπών χρηματοοικονομικών προϊόντων καθώς και η διασφάλιση της εύρυθμης λειτουργίας της αγοράς, η προστασία του επενδυτικού κοινού καθώς και κάθε άλλη συναφής δραστηριότητα.

3.2 Ο ΡΟΛΟΣ ΤΟΥ ΧΡΗΜΑΤΙΣΤΗΡΙΟΥ ΑΘΗΝΩΝ

Η Αγορά Αξιών του Χρηματιστηρίου Αθηνών είναι μια επίσημη, οργανωμένη και ελεγχόμενη αγορά κινητών αξιών, οι τιμές των οποίων προσδιορίζονται από τις δυνάμεις της προσφοράς και της ζήτησης, στην οποία διενεργούνται με βάση ορισμένους κανόνες οι αγοραπωλησίες χρεογράφων. Τα χρεόγραφα τα οποία διαπραγματεύονται στην Αγορά Αξιών του Χρηματιστηρίου Αθηνών είναι οι μετοχές, τα ομόλογα (τραπεζικά και Ελληνικού Δημοσίου), οι ομολογίες των ανωνύμων εταιρειών (κοινές, ανταλλάξιμες και μετατρέψιμες) καθώς και τα δικαιώματα

προτίμησης. Ο μεγαλύτερος όγκος συναλλαγών, καθημερινά, αφορά τις συναλλαγές των μετοχών.

Το χρηματιστήριο είναι ο χώρος όπου συναντώνται οι αντίθετες προσδοκίες των επενδυτών για τη διαμόρφωση των τιμών των μετοχών μια συγκεκριμένη χρονική στιγμή. Στην αγορά του χρηματιστηρίου πάντοτε υπάρχουν κάποιοι επενδυτές που πιστεύουν ότι η τιμή μιας μετοχής πρόκειται να υποχωρήσει και κάποιοι άλλοι που για διαφορετικούς λόγους πιστεύουν ότι η τιμή της ίδιας μετοχής πρόκειται να ανέλθει. Οι πρώτοι, προσπαθώντας να πουλήσουν τις μετοχές που κατέχουν, πιέζουν την τιμή της μετοχής πτωτικά, ενώ οι δεύτεροι προσπαθώντας να αγοράσουν, πιέζουν την τιμή της μετοχής ανοδικά και με αυτόν τον τρόπο διαμορφώνεται μια τιμή όπου η προσφορά και η ζήτηση ισορροπούν τη δεδομένη χρονική στιγμή. Ο επενδυτής βλέπει το χρηματιστήριο ως μια εναλλακτική μορφή τοποθέτησης των χρημάτων που αποταμιεύει, με σκοπό την επιδίωξη ικανοποιητικής απόδοσης, απόδοσης συνήθως υψηλότερης από αυτήν που προσφέρουν επενδύσεις όπως οι τραπεζικές καταθέσεις και τα κρατικά ομόλογα.

Το Χρηματιστήριο Αθηνών αποτελεί επίσης μέρος του συνολικού χρηματοδοτικού συστήματος και όπως και οι τράπεζες παρέχει τα μέσα και τις υπηρεσίες για τη μεταβίβαση χρηματικών πόρων από τις αποταμιεύσεις των επενδυτών στις επιχειρήσεις, οι οποίες με αυτά τα κεφάλαια υλοποιούν τα επενδυτικά τους προγράμματα. Το ευρύ επενδυτικό κοινό, μέσω του Χρηματιστηρίου Αθηνών, διοχετεύει αποταμιευτικά κεφάλαια στις επιχειρήσεις και προσδοκά θετικές αποδόσεις, που επιτυγχάνονται μέσα από την αναπτυξιακή πορεία της επιχείρησης που οδηγεί σε ανοδική πορεία τη τιμή της μετοχής (κεφαλαιακά κέρδη) καθώς και σε μερισματικές αποδόσεις. Οι επιχειρήσεις μπορούν να αντλήσουν κεφάλαια από το ευρύ επενδυτικό κοινό, τόσο κατά την εισαγωγή τους στο Χρηματιστήριο, εφόσον εισάγονται μετά από αύξηση μετοχικού κεφαλαίου με δημόσια εγγραφή, όσο και αργότερα μέσω νέων αυξήσεων μετοχικού κεφαλαίου.

3.3 ΕΠΟΠΤΙΚΟΙ ΦΟΡΕΙΣ

Το Χρηματιστήριο εποπτεύεται από την Επιτροπή Κεφαλαιαγοράς και το Υπουργείο Οικονομίας & Οικονομικών μέσω του Κυβερνητικού Επόπτη.

Η Επιτροπή Κεφαλαιαγοράς είναι Νομικό Πρόσωπο Δημοσίου Δικαίου και εποπτεύεται από το Υπουργείο Οικονομίας & Οικονομικών. Στην Επιτροπή Κεφαλαιαγοράς έχει ανατεθεί κατά κύριο λόγο ο έλεγχος της εφαρμογής των διατάξεων της νομοθεσίας περί κεφαλαιαγοράς. Γενικότερα, μπορεί να λαμβάνει κανονιστικές αποφάσεις με ισχύ ανάλογη αυτής των νόμων και επίσης να εποπτεύει όλο το χώρο της κεφαλαιαγοράς, περιλαμβανομένων του Χρηματιστηρίου Αξιών Αθηνών, του Κεντρικού Αποθετηρίου Αξιών, της Εταιρίας Εκκαθάρισης Συναλλαγών Επί Παραγώγων, του Χρηματιστηριακού Κέντρου Θεσσαλονίκης, των Αωνόμων Χρηματιστηριακών

Εταιρειών, των Εταιρειών Παροχής Επενδυτικών Υπηρεσιών, των Αωνόμων Εταιρειών

Επενδύσεων Χαρτοφυλακίου και των Αωνόμων Εταιρειών Διαχείρισης Αμοιβαίων Κεφαλαίων.

Ο Κυβερνητικός Επόπτης ορίζεται από το Υπουργείο Οικονομίας & Οικονομικών. Εποπτεύει τη συμμόρφωση όλων των διαπραγματευόμενων μερών με τους ισχύοντες νόμους και κανονισμούς.

3.4 ΜΕΤΟΧΕΣ

Μετοχή είναι ένα μερίδιο στο κεφάλαιο μιας ανώνυμης εταιρείας. Προκειμένου να ιδρυθεί μια ανώνυμη εταιρεία συγκεντρώνεται ένα κεφάλαιο το οποίο διαιρείται σε μικρότερα ίσα μερίδια (μετοχές). Ο επενδυτής μπορεί να αγοράσει ένα μικρό ή ένα μεγαλύτερο μέρος μετοχών, ισάξιο του ποσού των χρημάτων που θέλει να επενδύσει. Από τη στιγμή που γίνεται μέτοχος μιας εταιρείας, γίνεται εν μέρει και ιδιοκτήτης της και μπορεί να συμβάλλει στη λήψη αποφάσεων που αφορούν τη διαχείρισή της. Υπάρχουν τα ακόλουθα δύο είδη μετοχών:

Α) Η κοινή μετοχή είναι ο πιο συνηθισμένος τύπος μετοχής και περιλαμβάνει όλα τα βασικά δικαιώματα ενός μετόχου, όπως δικαίωμα συμμετοχής στα κέρδη, στην

έκδοση νέων μετοχών, στο προϊόν της εκκαθάρισης, καθώς και δικαίωμα ψήφου στη Γενική Συνέλευση της εταιρείας και συμμετοχής στη διαχείρισή της.

Β) Η προνομιούχος μετοχή προσφέρει απλά ένα “προβάδισμα” έναντι των κατόχων κοινών μετοχών, στη λήψη μερίσματος και στη λήψη του προϊόντος της εκκαθάρισης σε περίπτωση διάλυσης της επιχείρησης, αλλά συνήθως στερείται του δικαιώματος ψήφου και συμμετοχής στη διαχείριση της επιχείρησης.

Όσον αφορά την αξία των μετοχών, παρατηρείται η παρακάτω διάκριση:

Α) Η ονομαστική τιμή της μετοχής προκύπτει κατά την πρώτη έκδοση των μετοχών, διαιρώντας την αξία του μετοχικού κεφαλαίου της ανώνυμης εταιρείας με τον αριθμό μετοχών, που εξέδωσε αρχικά. Αργότερα η ονομαστική τιμή μπορεί να μεταβληθεί με απόφαση της Γενικής Συνέλευσης της εταιρείας.

Β) Η λογιστική τιμή της μετοχής απεικονίζει την πραγματική αξία της και προκύπτει διαιρώντας τα ίδια κεφάλαια της ανώνυμης εταιρείας με τον αριθμό μετοχών της εταιρείας σε κυκλοφορία.

Γ) Η χρηματιστηριακή τιμή της μετοχής, διαμορφώνεται καθημερινά στη συνεδρίαση της Αγοράς Αξιών του Χρηματιστηρίου Αθηνών μέσω της προσφοράς και της ζήτησης.

3.5 ΟΙ ΚΛΑΔΟΙ ΤΟΥ ΧΡΗΜΑΤΙΣΤΗΡΙΟΥ ΑΘΗΝΩΝ

Οι εταιρίες που είναι εισηγμένες στο Χρηματιστήριο Αξιών Αθηνών, ομαδοποιούνται σε κλάδους, σύμφωνα με την κύρια επιχειρηματική δραστηριότητα της εταιρίας, σύμφωνα δηλαδή με τα χαρακτηριστικά των προϊόντων που παράγουν και πωλούν ή των υπηρεσιών που προσφέρουν. Έτσι, σήμερα έχουν δημιουργηθεί 17 κλάδοι στο Χρηματιστήριο, σε καθένα από τους οποίους συμμετέχει διαφορετικός αριθμός μετοχών εταιριών. Επίσης, κάθε κλάδος υποδιαιρείται σε υποκλάδους, στους οποίους οι μετοχές του ομαδοποιούνται με βάση κάποια περισσότερο κοινώς εξειδικευμένα χαρακτηριστικά. Αυτοί είναι οι εξής:

- *Πετρέλαιο και αέριο.* Υποκλάδοι: διυλιστηρίων, καθετοποιημένων εταιριών πετρελαίου και φυσικού αερίου.
- *Χημικά.* Υποκλάδοι: βασικών χημικών , εξειδικευμένων χημικών.

- *Πρώτες ύλες.* Υποδιαιρείται σε 4 υποκλάδους. Υποκλάδοι: αλουμινίου, μη σιδηρούχων μετάλλων, χάλυβα, ορυχείων.
- *Κατασκευές και υλικά κατασκευών.* Υποκλάδοι: οικοδομικών υλικών και εξαρτημάτων, κατασκευών.
- *Βιομηχανικά προϊόντα και υπηρεσίες.* Υποκλάδοι: υλικών συσκευασίας, διαφοροποιημένων βιομηχανιών, ηλεκτρικών μερών και εξοπλισμών, εμπορικών οχημάτων και φορτηγών, μηχανημάτων βιομηχανικού εξοπλισμού, υπηρεσιών μεταφορών, υποστηρικτικών υπηρεσιών προς επιχειρήσεις, προμηθευτών βιομηχανίας.
- *Τρόφιμα και ποτά.* Υποκλάδοι: απόσταξης και οινοπαραγωγής, αναψυκτικών, γεωργίας και αλιείας, τροφίμων.
- *Προσωπικά και οικιακά αγαθά.* Υποκλάδοι: διαρκών καταναλωτικών αγαθών, επίπλων, κατασκευών κατοικιών, παιχνιδιών, ρουχισμού αξεσουάρ, υποδημάτων, ειδών προσωπικής φροντίδας, καπνού.
- *Υγεία.* Υποκλάδοι: ιατρικών υπηρεσιών, ιατρικών εξοπλισμών, φαρμακευτικών προϊόντων.
- *Εμπόριο.* Υποκλάδοι: χονδρικού και λιανικού εμπορίου, εμπορίου ενδυμάτων, γενικού εμπορίου, οικιακού εξοπλισμού, εξειδικευμένου λιανικού εμπορίου.
- *Μέσα ενημέρωσης.* Υποκλάδοι: τηλεόρασης και της ψυχαγωγίας, διαφήμισης, εκδόσεων.
- *Ταξίδια και αναψυχή.* Υποκλάδοι: τυχερών παιχνιδιών, ξενοδοχείων, υπηρεσιών αναψυχής, εστίασης, ταξιδιών και τουρισμού.
- *Τηλεπικοινωνίες.* Υποκλάδοι: σταθερής τηλεφωνίας, κινητής τηλεφωνίας.
- *Υπηρεσίες κοινής ωφέλειας.* Υποκλάδοι: ηλεκτρισμού, ύδρευσης.
- *Τράπεζες.* Ο κλάδος αυτός δεν διασπάται σε υποκλάδους.
- *Ασφάλειες.* Υποκλάδοι: γενικών ασφαλειών, μεσιτών ασφαλίσεων, των ασφαλίσεων ιδιοκτησίας και ζημιών.
- *Χρηματοοικονομικές υπηρεσίες.* Υποκλάδοι: διαχείρισης ακίνητης περιουσίας, επενδύσεων ακίνητης περιουσίας, χρηματοδότησης μισθώσεων και διαφοροποιημένων συμμετοχών, επενδυτικών υπηρεσιών, εταιριών επενδύσεων.
- *Τεχνολογία.* Υποκλάδοι: Υπηρεσιών ηλεκτρονικών υπολογιστών, διαδικτύου, λογισμικού, υλικού υπολογιστών, ηλεκτρονικού εξοπλισμού γραφείων, εξοπλισμού τηλεπικοινωνιών.

Στον πίνακα 3.1 παρουσιάζονται συνολικά για κάθε κλάδο ο αριθμός υποκλάδων και μετοχών που περιέχει:

ΚΛΑΔΟΣ	ΑΡΙΘΜΟΣ ΥΠΟΚΛΑΔΩΝ	ΑΡΙΘΜΟΣ ΜΕΤΟΧΩΝ
Πετρέλαιο & αέριο	2	3
Χημικά	2	10
Πρώτες ύλες	4	18
Κατασκευές και υλικά κατασκευών	2	34
Βιομηχανικά προϊόντα & υπηρεσίες	8	28
Τρόφιμα & ποτά	4	33
Προσωπικά & οικιακά αγαθά	8	48
Υγεία	3	8
Εμπόριο	5	16
Μέσα ενημέρωσης	3	15
Τηλεπικοινωνίες	2	3
Υπηρεσίες κοινής ωφέλειας	2	4
Τράπεζες	0	16
Ασφάλειες	3	5
Χρηματοοικονομικές υπηρεσίες	5	23
Τεχνολογία	6	28
Ταξίδια & αναψυχή	6	18

Πίνακας 3.1 Κλάδοι, αριθμός υποκλάδων σε κάθε κλάδο και αριθμός μετοχών σε κάθε υποκλάδο

3.6 ΧΡΗΜΑΤΙΣΤΗΡΙΑΚΟΙ ΔΕΙΚΤΕΣ

Οι δείκτες του Χρηματιστηρίου Αξιών Αθηνών είναι στην ουσία σύνολα μετοχών, που ομαδοποιούνται με βάση κάποια κοινά χαρακτηριστικά, όπως για παράδειγμα ως προς το ύψος της κεφαλαιοποίησης και η τιμή του κάθε δείκτη διαμορφώνεται από τις τιμές των μετοχών που περιλαμβάνονται σε αυτόν με κάποια κατάλληλη στάθμιση. Η χρησιμότητα των δεικτών είναι ότι απεικονίζουν την πορεία των τιμών των μετοχών

του Χρηματιστηρίου. Οι δείκτες που περιλαμβάνει το Χρηματιστήριο Αξιών Αθηνών είναι οι εξής:

- Ο Δείκτης FTSE/X.A. 20. Υψηλής κεφαλαιοποίησης δείκτης που περιλαμβάνει τις 20 μεγαλύτερες εισηγμένες εταιρίες στο Χρηματιστήριο Αθηνών. Στα κριτήρια συμμετοχής στο δείκτη συμπεριλαμβάνονται η κεφαλαιοποίηση, η εμπορευσιμότητα και η διασπορά μετοχών.
- Ο Δείκτης FTSE/X.A. Mid 40. Περιλαμβάνει 40 μετοχές εταιρειών μεσαίας κεφαλαιοποίησης εισηγμένων στο Χρηματιστήριο Αθηνών.
- Ο Δείκτης FTSE/X.A. SmallCap 80. Περιλαμβάνει 80 μετοχές εταιρειών μικρής κεφαλαιοποίησης εισηγμένων στο Χρηματιστήριο Αθηνών.
- Ο Δείκτης FTSE/X.A. 140. Απεικονίζει την τάση των μετοχών εισηγμένων εταιρειών που συμμετέχουν στους υπάρχοντες δείκτες FTSE/X.A. 20, FTSE/X.A. Mid 40 και FTSE/X.A. Smallcap 80 καθώς περιλαμβάνει όλες τις μετοχές της ομάδας των δεικτών FTSE/X.A 20-40-80.
- Ο Δείκτης FTSE/X.A. International. Αποτελεί τον αντιπροσωπευτικό δείκτη όλων των αποδεκτών αξιών, Ελληνικών και μη Ελληνικών, οι οποίες διαπραγματεύονται στην κοινή πλατφόρμα διαπραγμάτευσης του Χρηματιστηρίου Αθηνών και είναι αποδεκτές για συμμετοχής τους στην κατηγορία μεγάλης κεφαλαιοποίησης («Big Cap») του Χρηματιστηρίου Αθηνών.
- Γενικός Δείκτης Τιμών του Χρηματιστηρίου Αθηνών. Απεικονίζει την τάση των μετοχών των εισηγμένων εταιρειών που διαπραγματεύονται στην κατηγορία μεγάλης κεφαλαιοποίησης του Χρηματιστηρίου Αθηνών.
- Δείκτης Συνολικής Απόδοσης Γενικού Δείκτη Τιμών. Απεικονίζει την συνολική απόδοση του γενικού δείκτη τιμών στο Χρηματιστήριο Αθηνών, λαμβάνοντας υπ' όψιν την επανεπένδυση των μερισμάτων των μετοχών που συμμετέχουν σε αυτόν.
- Δείκτης Υψηλής Κυκλοφοριακής Ταχύτητας. Απεικονίζει την τάση των μετοχών εισηγμένων εταιρειών που διαπραγματεύονται στην αγορά μετοχών του Χρηματιστηρίου Αθηνών και παρουσιάζουν υψηλή ημερήσια κυκλοφοριακή ταχύτητα.
- Δείκτης Όλων των Μετοχών. Αποδεκτές αξίες για συμμετοχή στο δείκτη όλων των μετοχών είναι όλα τα είδη μετοχών (κοινές, προνομιούχες κ.λ.π. εκτός από τις μετατρέψιμες Ομολογίες) που διαπραγματεύονται στην αγορά μετοχών του Χ.Α στις

κατηγορίες μεγάλης κεφαλαιοποίησης, μεσαίας και μικρής κεφαλαιοποίησης ανεξάρτητα από τη μέθοδο διαπραγμάτευσης τους.

- Κλαδικοί Δείκτες. Είναι δείκτες που απεικονίζουν την τάση των μετοχών κάθε κλάδου του Χρηματιστηρίου. Έτσι, υπάρχει ο δείκτης FTSE/X.A. τράπεζες, ο δείκτης FTSE/X.A. ασφάλειες, ο δείκτης FTSE/X.A. εμπόριο κτλ.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ

4.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Για την πραγματοποίηση της εργασίας χρησιμοποιήθηκαν ως βασικά δεδομένα οι τιμές κλεισίματος των μετοχών του Χρηματιστηρίου Αξιών Αθηνών που αντιστοιχούσαν στη χρονική περίοδο από 3/1/2000 έως 2/3/2007. Η επιλογή της περιόδου έγινε με γνώμονα αφενός να υπάρχουν αρκετά επεξεργάσιμα στοιχεία που να μπορούν να παράγουν δεδομένα για την ανάλυση και εξαγωγή συμπερασμάτων και αφετέρου τα στοιχεία αυτά να μπορούν να δώσουν μία ρεαλιστική εικόνα της κατάστασης του Χρηματιστηρίου Αξιών.

Πηγή από την οποία έγινε δυνατή η συλλογή των τιμών των μετοχών αποτέλεσε η ιστοσελίδα www.datatext.gr. Χρησιμοποιώντας το λογισμικό που προσφέρει η ιστοσελίδα αυτή, έγινε δυνατή η συλλογή των τιμών κλεισίματος όλων των επιλεγμένων μετοχών. Οι τιμές που συλλέχθηκαν αφορούν μόνο κοινές και όχι προνομιούχες μετοχές. Επίσης από την ανάλυση αποκλείστηκαν συνολικά 15 μετοχές, οι οποίες για διαφορετικές χρονικές περιόδους η καθεμία δεν διαπραγματεύονταν για διάφορους λόγους στο Χρηματιστήριο.

4.2 ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΗ ΧΡΟΝΙΚΗ ΠΕΡΙΟΔΟΣ

Όπως είναι φυσικό, κατά την διάρκεια όλων αυτών των ετών, κάποιες από τις μετοχές που μετείχαν στο Χρηματιστήριο εξήλθαν για κάποιους λόγους από αυτό και βέβαια κάποιες νέες μπήκαν σε αυτό. Για το λόγο αυτό, και για την ορθότερη επεξεργασία των δεδομένων, η χρονική αυτή περίοδος μοντελοποιήθηκε ως εξής:

Σαν πρώτη χρονική περίοδος ορίστηκε η περίοδος 2000 – 2007, η οποία περιέχει τις τιμές που αφορούν μετοχές που υπήρχαν στο Χρηματιστήριο από την αρχή της εξεταζόμενης χρονικής περιόδου έως και το τέλος της. Όσες μετοχές υπήρχαν από την αρχή της περιόδου και κάποια στιγμή πριν την 2^η Μαρτίου του 2007 βγήκαν από το

Χρηματιστήριο, αφαιρέθηκαν από τα συλλεχθέντα στοιχεία. Σαν δεύτερη περίοδος ορίστηκε εκείνη από την αρχή του έτους 2001 έως και την 2^α Μαρτίου 2007 και περιλαμβάνει τις τιμές των μετοχών που μετείχαν στο Χρηματιστήριο από την αρχή του 2001 έως και το τέλος της περιόδου. Με τον ίδιο τρόπο ορίστηκαν και οι υπόλοιπες περίοδοι και εν τέλει, δημιουργήθηκε η παρακάτω ομαδοποίηση:

- Περίοδος 2000 – 2007. Περιέχει τις τιμές που αφορούν μετοχές που υπήρχαν στο Χρηματιστήριο από την αρχή του έτους 2000 έως και την 2^α Μαρτίου 2007. Στην περίοδο αυτή περιλαμβάνονται οι τιμές 190 μετοχών για συνολικά 1789 ημέρες.
- Περίοδος 2001 – 2007. Περιέχει τις τιμές που αφορούν μετοχές που υπήρχαν στο Χρηματιστήριο από την αρχή του έτους 2001 έως και την 2^α Μαρτίου 2007. Στην περίοδο αυτή περιλαμβάνονται οι τιμές 238 μετοχών για συνολικά 1537 ημέρες.
- Περίοδος 2002 – 2007. Περιέχει τις τιμές που αφορούν μετοχές που υπήρχαν στο Χρηματιστήριο από την αρχή του έτους 2002 έως και την 2^α Μαρτίου 2007. Στην περίοδο αυτή περιλαμβάνονται οι τιμές 254 μετοχών για συνολικά 1287 ημέρες.
- Περίοδος 2003 – 2007. Περιέχει τις τιμές που αφορούν μετοχές που υπήρχαν στο Χρηματιστήριο από την αρχή του έτους 2003 έως και την 2^α Μαρτίου 2007. Στην περίοδο αυτή περιλαμβάνονται οι τιμές 269 μετοχών για συνολικά 1042 ημέρες.
- Περίοδος 2004 – 2007. Περιέχει τις τιμές που αφορούν μετοχές που υπήρχαν στο Χρηματιστήριο από την αρχή του έτους 2000 έως και την 2^α Μαρτίου 2007. Στην περίοδο αυτή περιλαμβάνονται οι τιμές 281 μετοχών για συνολικά 795 ημέρες.
- Περίοδος 2005 – 2007. Περιέχει τις τιμές που αφορούν μετοχές που υπήρχαν στο Χρηματιστήριο από την αρχή του έτους 2005 έως και την 2^α Μαρτίου 2007. Στην περίοδο αυτή περιλαμβάνονται οι τιμές 291 μετοχών για συνολικά 542 ημέρες.
- Περίοδος 2006 – 2007. Περιέχει τις τιμές που αφορούν μετοχές που υπήρχαν στο Χρηματιστήριο από την αρχή του έτους 2000 έως και την 2^α Μαρτίου 2007. Στην περίοδο αυτή περιλαμβάνονται οι τιμές 297 μετοχών για συνολικά 292 ημέρες.
- Περίοδος 2007 – 2007. Περιέχει τις τιμές που αφορούν μετοχές που υπήρχαν στο Χρηματιστήριο από την αρχή του έτους 2000 έως και την 2^α Μαρτίου 2007. Στην περίοδο αυτή περιλαμβάνονται οι τιμές 299 μετοχών για συνολικά 43 ημέρες.

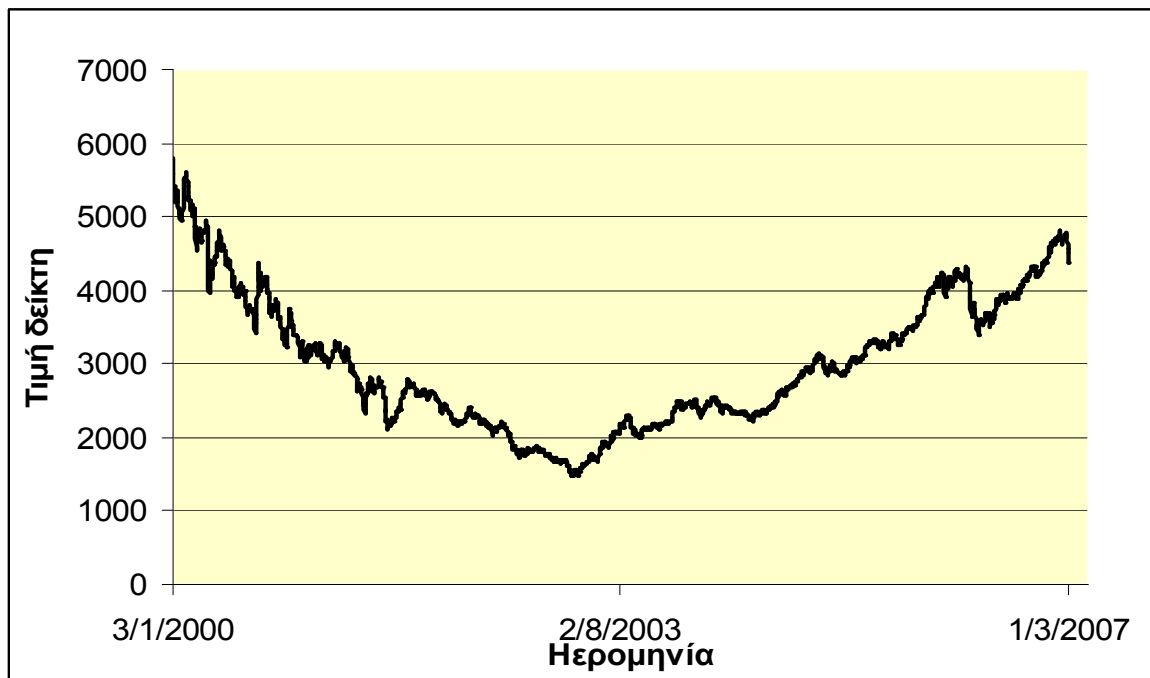
Με αυτόν τον τρόπο διαχωρισμού, λαμβάνονται υπόψη όλες οι ανακατατάξεις στο Χρηματιστήριο καθόλη τη διάρκεια της εξεταζόμενης επταετίας και διευκολύνεται η επεξεργασία των δεδομένων. Επίσης η παραπάνω μοντελοποίηση λαμβάνει υπόψη και το κατά πόσο επηρεάζει το βάθος χρόνου τα αποτελέσματα, αφού σκοπός της ανάλυσης είναι να δούμε γενικά τις αλληλεπιδράσεις των μετοχών και την συμπεριφορά της Χρηματαγοράς ως δίκτυο, και όχι το πώς συμπεριφέρεται αυτή για κάποιες επιμέρους χρονικές περιόδους.

4.3 ΠΟΡΕΙΑ ΤΩΝ ΤΙΜΩΝ ΤΩΝ ΜΕΤΟΧΩΝ ΣΤΗΝ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΗ ΧΡΟΝΙΚΗ ΠΕΡΙΟΔΟ

Η πορεία του Χρηματιστηρίου Αθηνών την τελευταία δεκαετία σημαδεύτηκε από τα γεγονότα του 1999 (ή κραχ τού 1999) στα οποία ενεπλάκη μεγάλο μέρος των Ελλήνων. Έχει εκτιμηθεί ότι περίπου εκατό δισεκατομμύρια ευρώ άλλαξαν χέρια, μεγάλο μέρος από τα οποία έχασαν οι λεγόμενοι μικροεπενδυτές. Η απότομη πτώση του Χρηματιστηρίου ακολούθησε την άνοδο των προηγούμενων ετών που κορυφώθηκε το 1999 και συνδέθηκε με την ένταξη της Ελλάδας στην ΟΝΕ και την προοπτική ανάληψης των Ολυμπιακών Αγώνων της Αθήνας του 2004. Ανάλογη πορεία ακολουθούσαν και τα χρηματιστήρια διεθνώς, λόγω της αισιοδοξίας περί νέας οικονομίας, δηλαδή μόνιμη και σημαντική άνοδος της παραγωγικότητας χάριν στην επανάσταση της πληροφορικής. Προάγγελος της κρίσης θεωρείται η οικονομική κρίση στην Ασία που προκάλεσε το μίνι κραχ του 1997. Η πτώση που ξεκίνησε στις 23 Σεπτεμβρίου του 1999 συνεχίστηκε για αρκετό καιρό εξανεμίζοντας την αξία των μετοχών. Πολλές από τις μετοχές που είχαν εισαχθεί στο Χρηματιστήριο αποδείχτηκαν "φούσκες", δηλαδή άνευ αντικρύσματος μετοχές με εταιρίες χωρίς έργο αλλά μόνο σκοπό την ελκυστική εικόνα στο χρηματιστήριο.

Το χρηματιστηριακό κραχ του 1999, όπως είναι φυσικό, φαίνεται να επηρεάζει τις τιμές των μετοχών που συλλέχθηκαν. Αν παρατηρήσουμε την πορεία του γενικού δείκτη τιμών των μετοχών του Χρηματιστηρίου Αξιών Αθηνών (σχήμα 4.1), βλέπουμε ότι παρουσιάζει μία πτωτική τάση στις αρχές της δεκαετίας του 2000, επηρεαζόμενος από τα γεγονότα του 1999, που συνεχίζεται μέχρι και τα μέσα του 2003, ενώ από το

σημείο εκείνο και μετά ακολουθεί μία σταθερά ανοδική πορεία, με την διακύμανση της τιμής του δείκτη να περιορίζεται γενικά, ανάμεσα σε κάποια συγκεκριμένα όρια.



Σχήμα 4.1. Πορεία του γενικού δείκτη τιμών του Χρηματιστηρίου από τις αρχές του 2000 έως και τις 2 Μαρτίου 2007

4.4 ΒΑΣΙΚΟΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΙ

4.4.1 Περιγραφή

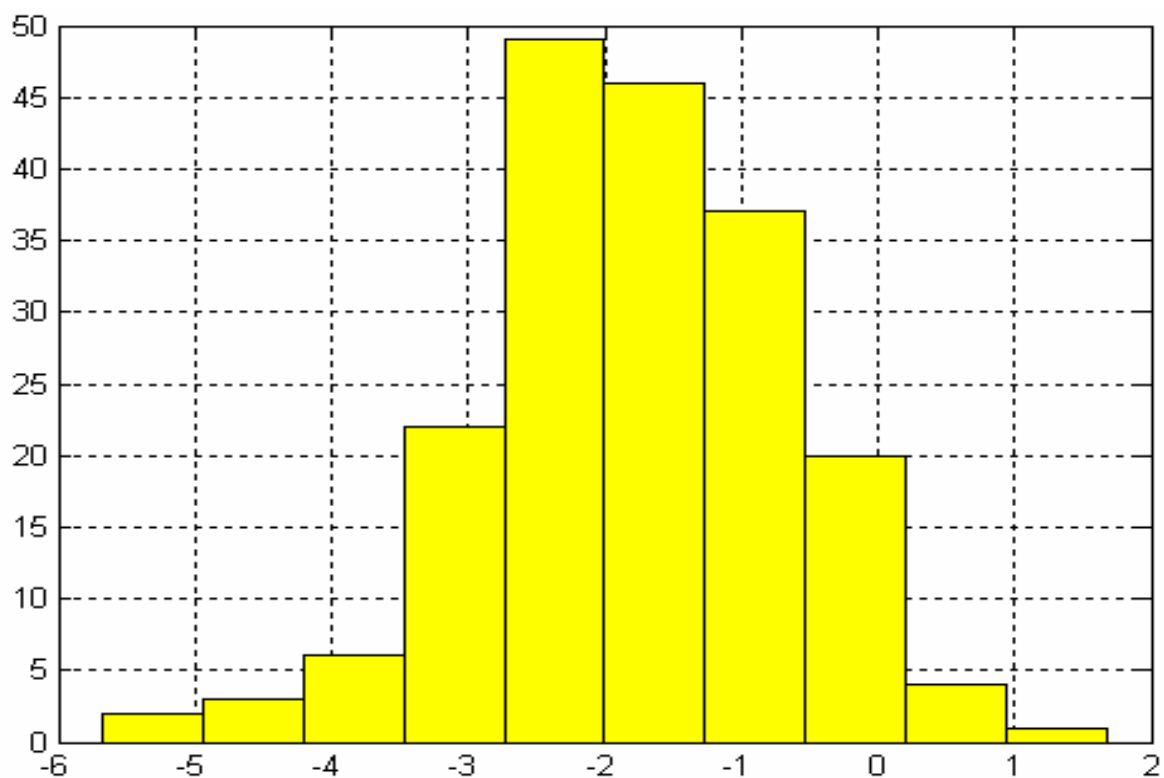
Οι τιμές των μετοχών που συλλέχθηκαν κατανεμήθηκαν σε πίνακες σε περιβάλλον MATLAB, σύμφωνα με τις χρονικές περιόδους που ορίστηκαν. Οι πίνακες αυτοί περιείχαν τις τιμές των μετοχών για κάθε ημέρα της εξεταζόμενης χρονικής περιόδου. Από τα στοιχεία των πινάκων αυτών προέκυψαν οι πίνακες των λογαριθμικών αποδόσεων των μετοχών για κάθε χρονική περίοδο. Η λογαριθμική απόδοση υπολογίζεται από τον μαθηματικό τύπο $r_t^G = \ln(P_t/P_{t-1})$, όπου P_t είναι η τιμή της μετοχής την χρονική στιγμή t και P_{t-1} η τιμή της μετοχής την χρονική στιγμή $t-1$. Στην συνέχεια από τους πίνακες των αποδόσεων υπολογίστηκαν οι πίνακες συσχετίσεων των μετοχών για κάθε εξεταζόμενη χρονική περίοδο. Ο πίνακας

συσχέτισης είναι ένας συμμετρικός πίνακας διαστάσεων $m \times m$ και τα στοιχεία που τον αποτελούν είναι οι συντελεστές συσχέτισης ανάμεσα σε δύο μετοχές. Ο συντελεστής συσχέτισης υπολογίζεται από τον μαθηματικό τύπο $\rho_{ij} = COV_{(r_i, r_j)} / (\sigma_i \times \sigma_j)$, όπου $COV_{(r_i, r_j)}$ είναι η συνδιακύμανση των αποδόσεων των μετοχών i, j , ένα στατιστικό μέγεθος το οποίο προσδιορίζει τον βαθμό στον οποίο παρουσιάζονται ομοιότητες στις μεταβολές των δύο μετοχών, και σ_i και σ_j οι τυπικές αποκλίσεις των αποδόσεων των μετοχών i και j αντίστοιχα. Όπως είναι φυσικό, τα στοιχεία της διαγωνίου ενός τέτοιου πίνακα είναι ίσα με τη μονάδα, αφού ο συντελεστής συσχέτισης ανάμεσα σε δύο ίδια στοιχεία είναι 1. Οι πίνακες συσχετίσεων των μετοχών που δημιουργήθηκαν αποτέλεσαν τη βάση για όλους τους περαιτέρω υπολογισμούς.

Στο σημείο αυτό θα παρουσιαστούν κάποια περιγραφικά στατιστικά στοιχεία, μέσα από τα οποία θα φανεί πως μεταβάλλονται οι αποδόσεις των μετοχών κατά τη διάρκεια της εξεταζόμενης χρονικής περιόδου.

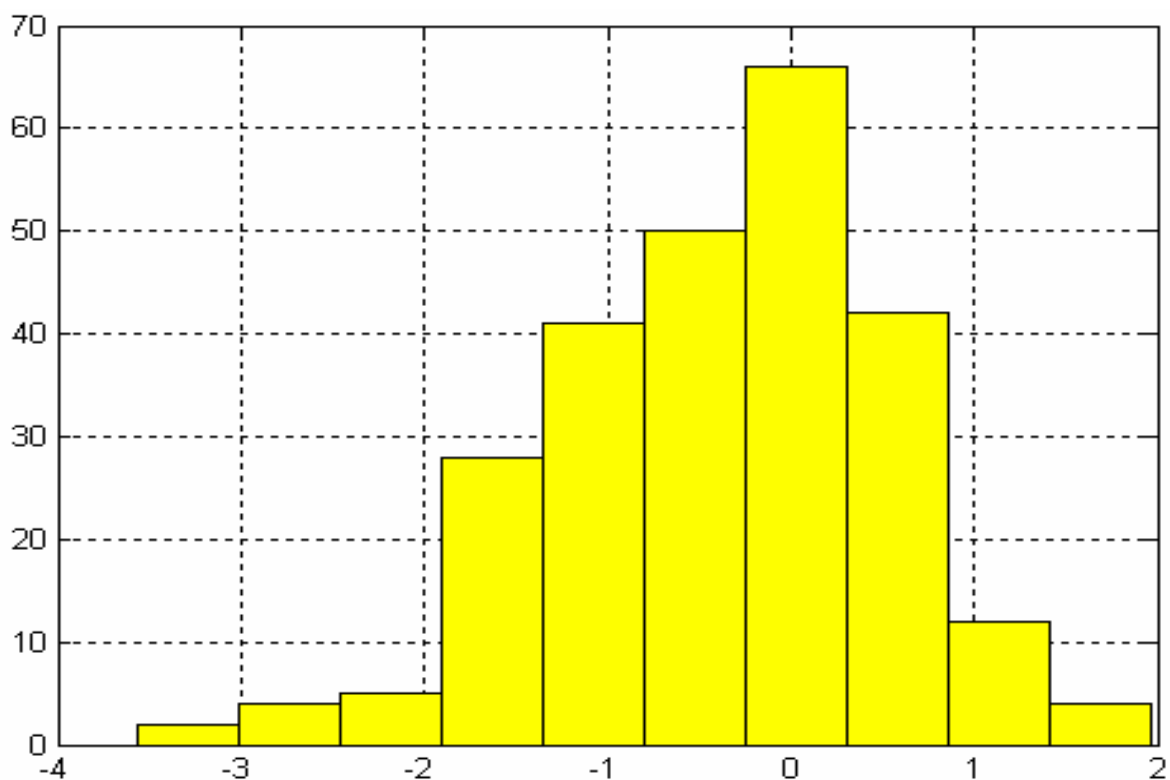
4.4.2 Περιγραφική στατιστική ανάλυση

Υπολογίζοντας τις συνολικές (λογαριθμικές) αποδόσεις για κάθε χρονική περίοδο, προκύπτουν τα παρακάτω διαγράμματα, για τις χρονικές περιόδους 2000-2007, 2002-2007, 2004-2007 και 2006-2007 (σχήματα 4.2, 4.3, 4.4 και 4.5):



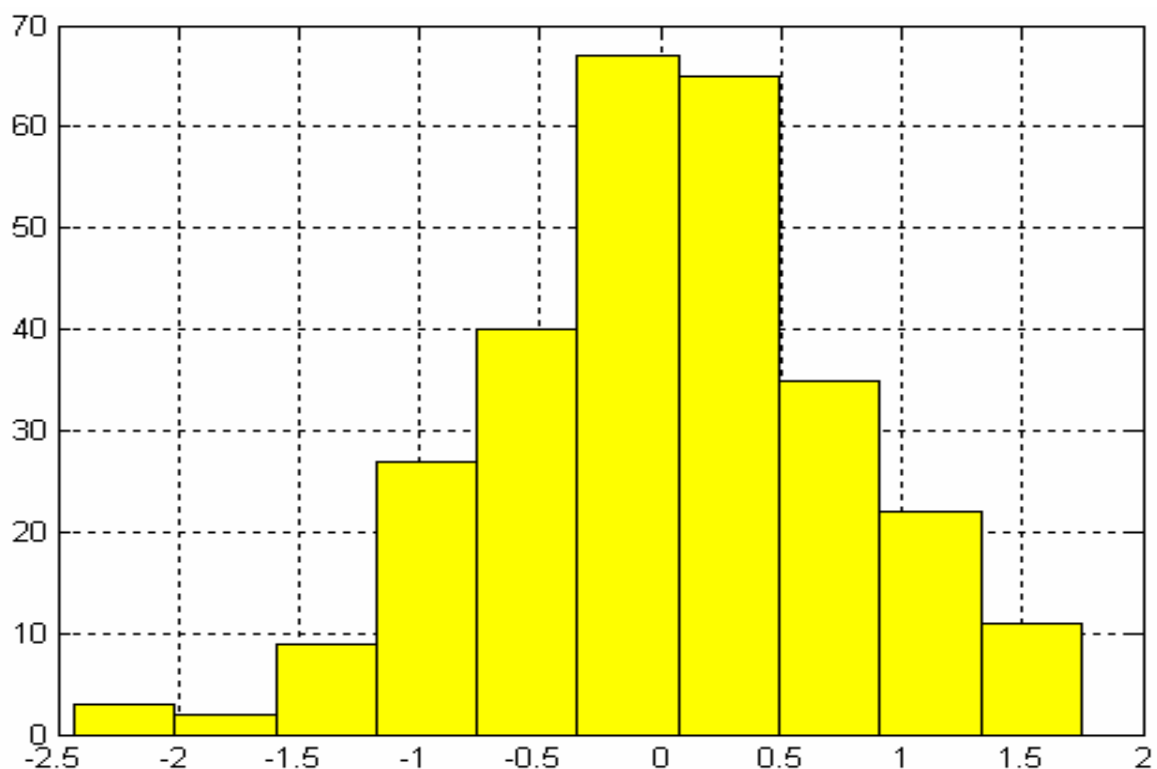
Σχήμα 4.2 Κατανομή συνολικών (λογαριθμικών) αποδόσεων των μετοχών για τη χρονική περίοδο 2000-2007

Στο Σχήμα 4.2 φαίνεται ότι οι συνολικές αποδόσεις των μετοχών για την πρώτη χρονική περίοδο φαίνεται να προσεγγίζουν την κανονική κατανομή, με τη μέση τιμή απόδοσης να κυμαίνεται κοντά στη τιμή -2.



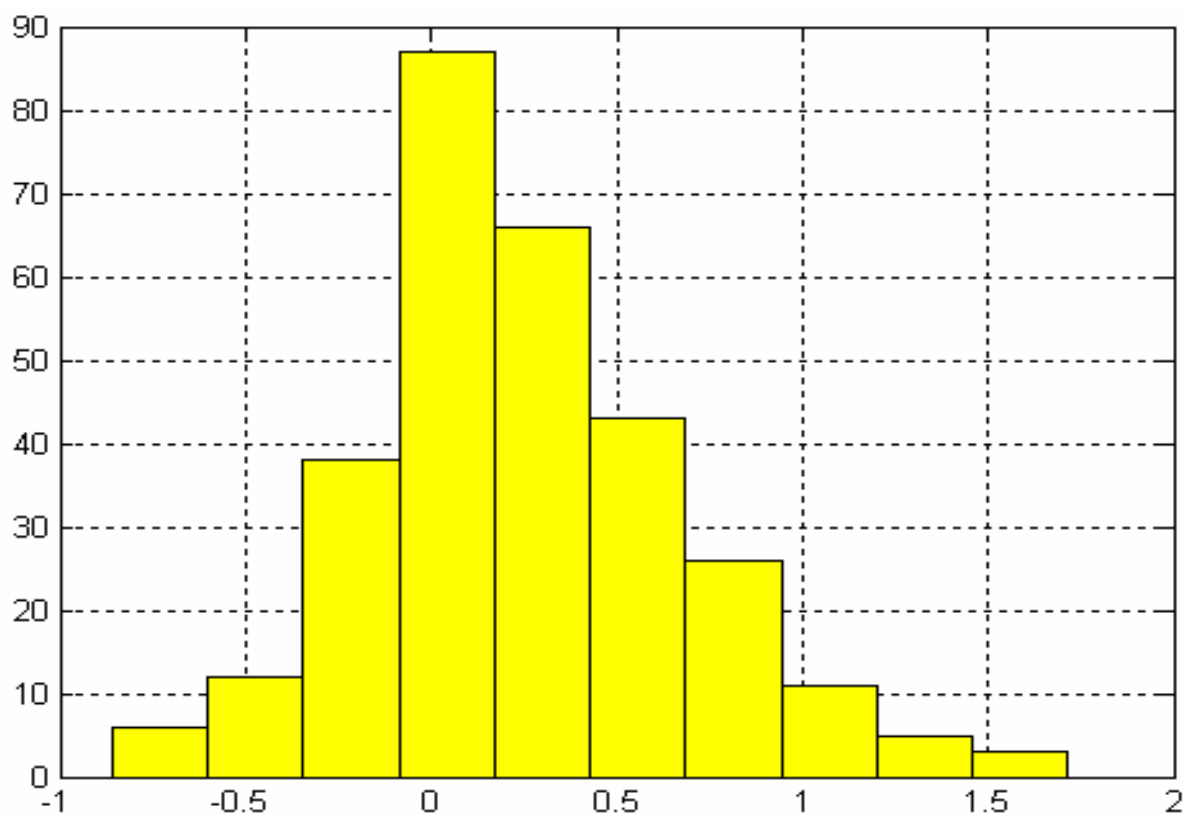
Σχήμα 4.3 Κατανομή συνολικών (λογαριθμικών) αποδόσεων των μετοχών για τη χρονική περίοδο 2002-2007

Από το Σχήμα 4.3 που αντιστοιχεί στις συνολικές τιμές αποδόσεων για την χρονική περίοδο 2002-2007, είναι φανερό ότι υπάρχει αύξηση στις αποδόσεις σε σχέση με το προηγούμενο γράφημα, με τις περισσότερες μετοχές να παρουσιάζουν συνολική απόδοση κοντά στο μηδέν.



Σχήμα 4.4 Κατανομή συνολικών (λογαριθμικών) αποδόσεων των μετοχών για τη χρονική περίοδο 2004-2007

Για την χρονική περίοδο 2004-2007, αν εξαιρέσουμε δύο μετοχές που παρουσιάζουν συνολική απόδοση ανάμεσα σε -2,5 και -2, η κατανομή των συνολικών αποδόσεων των υπολοίπων μετοχών φαίνεται να ακολουθεί την κανονική κατανομή, με μέση τιμή κοντά στο μηδέν.



Σχήμα 4.5 Κατανομή συνολικών (λογαριθμικών) αποδόσεων των μετοχών για τη χρονική περίοδο 2006-2007

Στο σχήμα 4.5 παρατηρούμε μία αύξηση στις συνολικές αποδόσεις των μετοχών. Από τις συνολικά 297 μετοχές που περιλαμβάνονται στη χρονική περίοδο 2006-2007, μόνο μία μικρή μειοψηφία παρουσιάζει συνολική τιμή απόδοσης κάτω από το μηδέν, ενώ οι περισσότερες μετοχές εμφανίζουν θετική συνολική απόδοση.

Μία γενική εικόνα που προκύπτει από τα γραφήματα συνολικών αποδόσεων που παρουσιάστηκαν παραπάνω, είναι ότι σε κάποιες από τις χρονικές περιόδους η κατανομή των συνολικών αποδόσεων μοιάζει πολύ με την κανονική κατανομή, και το γεγονός ότι με το πέρασμα του χρόνου αυξάνονται κατά κανόνα οι συνολικές αποδόσεις των μετοχών.

Στον πίνακα που ακολουθεί, παρουσιάζονται για κάθε χρονική περίοδο οι συνολικές αλλά και οι μέσες αποδόσεις, το ποσοστό των μετοχών με άνοδο και πτώση καθώς και τις μετοχές με την μεγαλύτερη άνοδο ή πτώση.

Χρονική περίοδος	Μέσες αποδόσεις	Συνολικές αποδόσεις	Ποσοστό μετοχών με άνοδο	Ποσοστό μετοχών με πτώση
2000-2007	-0.001	-1.79	3.68%	96.32%
2001-2007	-0.00041	-0.6305	26.47%	73.53%
2002-2007	-0.00029	-0.3698	37.80%	62.21%
2003-2007	0.00017	0.173	58.74%	41.26%
2004-2007	0.00002	0.0147	50.53%	49.47%
2005-2007	0.00074	0.3986	76.29%	23.71%
2006-2007	0.00085	0.2471	73.40%	26.60%
2007-2007	-0.00086	-0.0362	29.77%	70.23%

Πίνακας 4.1 Συνολικές και μέσες αποδόσεις, ποσοστά των μετοχών με άνοδο και πτώση για κάθε χρονική περίοδο

Αυτό που γίνεται αμέσως αντιληπτό από τον πίνακα 4.1, είναι το γεγονός ότι αρχικά παρατηρούνται αρνητικές αποδόσεις και πτωτική τάση στις τιμές των μετοχών, κάτι που είναι λογικό, αφού το Χρηματιστήριο είναι επηρεασμένο από τα γεγονότα του 1999. Καθώς περνάνε τα χρόνια όμως, παρατηρείται αύξηση τόσο στις αποδόσεις όσο και στο ποσοστό των μετοχών που παρουσιάζουν αύξηση.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ ΚΑΙ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΟΥ ΓΡΑΦΗΜΑΤΟΣ ΤΟΥ ΧΡΗΜΑΤΙΣΤΗΡΙΟΥ ΑΞΙΩΝ ΑΘΗΝΩΝ

5.1 ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ ΤΟΥ ΓΡΑΦΗΜΑΤΟΣ

5.1.1 Κατασκευή του πρωτεύοντος γραφήματος

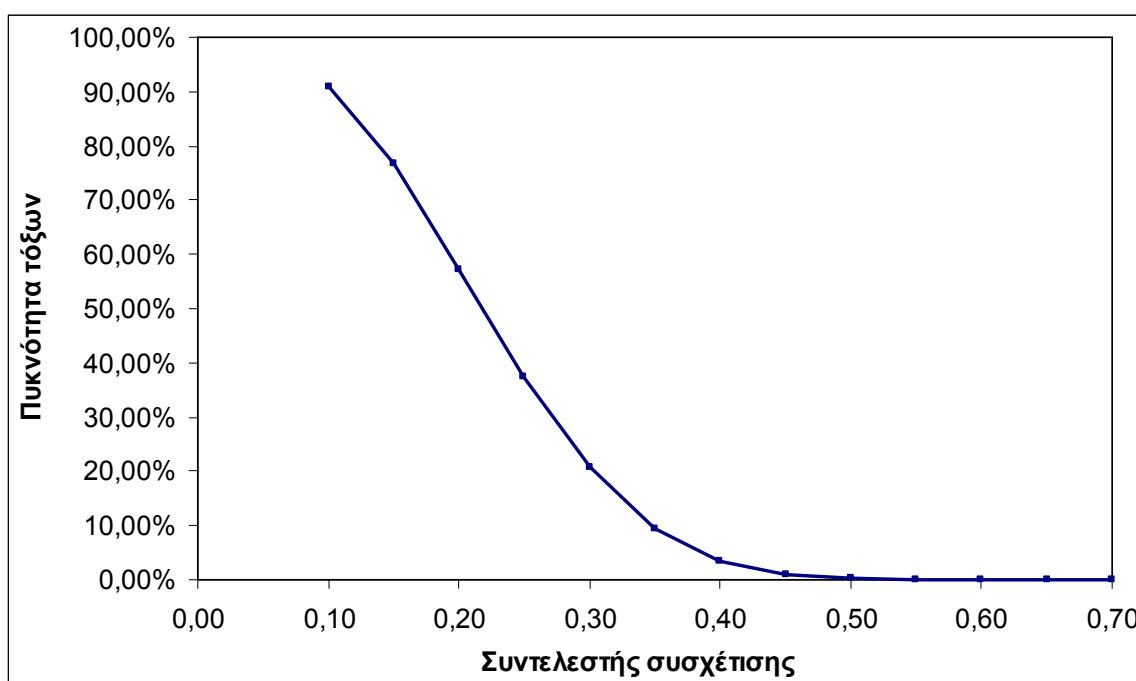
Το γράφημα του Χρηματιστηρίου Αξιών Αθηνών (για κάθε εξεταζόμενη χρονική περίοδο) κατασκευάζεται ως εξής: Κάθε μετοχή που διαπραγματεύεται στο χρηματιστήριο κατά την εξεταζόμενη χρονική περίοδο μοντελοποιείται ως κορυφή στο γράφημα, και δύο κορυφές i και j συνδέονται με ένα μη προσανατολισμένο τόξο, αν ο συντελεστής συσχέτισής τους C_{ij} , που υπολογίζεται βάσει των λογαριθμικών αποδόσεων των μετοχών i και j , είναι μεγαλύτερος ή ίσος από ένα προκαθορισμένο όριο ϑ ($\vartheta \in [-1,1]$). Ο συντελεστής συσχέτισης των αποδόσεων δύο μετοχών υπολογίζεται σύμφωνα με τον ακόλουθο τύπο:

$$C_{ij} = \frac{\langle R_i \cdot R_j \rangle - \langle R_i \rangle \cdot \langle R_j \rangle}{\sqrt{\langle R_i^2 - \langle R_i \rangle^2 \rangle \cdot \langle R_j^2 - \langle R_j \rangle^2 \rangle}}$$

όπου $R_i(t) = \ln(P_i(t)/P_i(t-1))$ είναι η λογαριθμική απόδοση της μετοχής i την ημέρα t , και $P_i(t)$ η τιμή της μετοχής i την ημέρα t . Ο συντελεστής συσχέτισης παίρνει τιμές από -1 έως 1. Αν ο συντελεστής συσχέτισης δύο μετοχών είναι -1, τότε οι δύο αυτές μετοχές είναι γραμμικά συσχετισμένες, αλλά μεταβάλλονται προς αντίθετες κατευθύνσεις, δηλαδή αν η αξία της πρώτης μετοχής αυξηθεί κατά κάποιο ποσοστό %, η αξία της δεύτερης μετοχής θα μειωθεί κατά ανάλογο ποσοστό. Αν ο συντελεστής συσχέτισης δύο μετοχών είναι μηδέν τότε οι δύο μετοχές είναι ασυσχέτιστες, δηλαδή η συμπεριφορά της μίας δεν επηρεάζει την άλλη. Αν ο συντελεστής είναι 1, τότε οι δύο

αυτές μετοχές είναι γραμμικά συσχετισμένες και μεταβάλλονται προς την ίδια κατεύθυνση.

Προφανώς, για διαφορετικές τιμές του ορίου ϑ προκύπτουν διαφορετικά γραφήματα, με ίδιο αριθμό κορυφών αλλά διαφορετικό αριθμό τόξων. Γίνεται εύκολα αντιληπτό ότι ο αριθμός των τόξων στο γράφημα μειώνεται καθώς αυξάνεται (κατά απόλυτη τιμή) το όριο ϑ , και μάλιστα, όπως φαίνεται και στο σχήμα 5.1, η πυκνότητα των τόξων στο γράφημα μειώνεται εκθετικά συναρτήσει του ϑ . Το γράφημα που προκύπτει από την διαδικασία αυτή ονομάζεται πρωτεύον γράφημα.



Σχήμα 5.1 Πυκνότητα τόξων του γραφήματος του Χρηματιστηρίου Αθηνών για διάφορες τιμές του συντελεστή συσχέτισης για την χρονική περίοδο 2002-2007

5.1.2 Κατασκευή του συμπληρωματικού γραφήματος

Η διαδικασία κατασκευής του συμπληρωματικού γραφήματος έχει την ίδια λογική με αυτή του πρωτεύοντος. Η διαφορά στην διαδικασία έχει να κάνει μόνο με τη σχέση του συντελεστή συσχέτισης δύο μετοχών με το όριο ϑ . Αναλυτικότερα, για την κατασκευή του συμπληρωματικού γραφήματος ακολουθείται η εξής διαδικασία: Οι μετοχές που περιλαμβάνονται κάθε χρονική περίοδο στο Χρηματιστήριο μοντελοποιούνται ως κορυφές στο γράφημα, και δύο κορυφές i και j συνδέονται με ένα τόξο, αν ο συντελεστής συσχέτισής τους C_{ij} είναι μικρότερος ή ίσος από ένα

προκαθορισμένο όριο ϑ ($\vartheta \in [-1,1]$), σε αντίθεση με το πρωτεύον γράφημα. Και για το συμπληρωματικό γράφημα ισχύει ότι, για διαφορετικές τιμές του ορίου ϑ προκύπτουν διαφορετικά γραφήματα, με ίδιο αριθμό κορυφών αλλά διαφορετικό αριθμό τόξων.

Από την διαδικασία κατασκευής του πρωτεύοντος και συμπληρωματικού γραφήματος του Χρηματιστηρίου, γίνεται αντιληπτό ότι οι έννοιες πρωτεύον και συμπληρωματικό γράφημα, είναι κατά κάποιο τρόπο συμπληρωματικές, και η μελέτη του ενός μπορεί να δώσει επιπλέον πληροφορίες για το άλλο. Εφόσον αναφέρονται στην ίδια χρονική περίοδο, τα δύο γραφήματα περιέχουν τον ίδιο αριθμό κορυφών, δηλαδή το σύνολο των μετοχών που διαπραγματεύονται την συγκεκριμένη χρονική περίοδο στο Χρηματιστήριο, αλλά διαφορετικό αριθμό τόξων. Για ένα κοινό όριο ϑ , το συμπληρωματικό γράφημα δεν περιέχει κανένα από τα τόξα του πρωτεύοντος, αλλά διαθέτει όλα τα υπόλοιπα τόξα που θα μπορούσαν να σχεδιαστούν, αλλά δεν υπάρχουν στο πρωτεύον, λόγω ακριβώς του περιορισμού που θέτει η σχέση του συντελεστή συσχέτισης των μετοχών με το όριο ϑ .

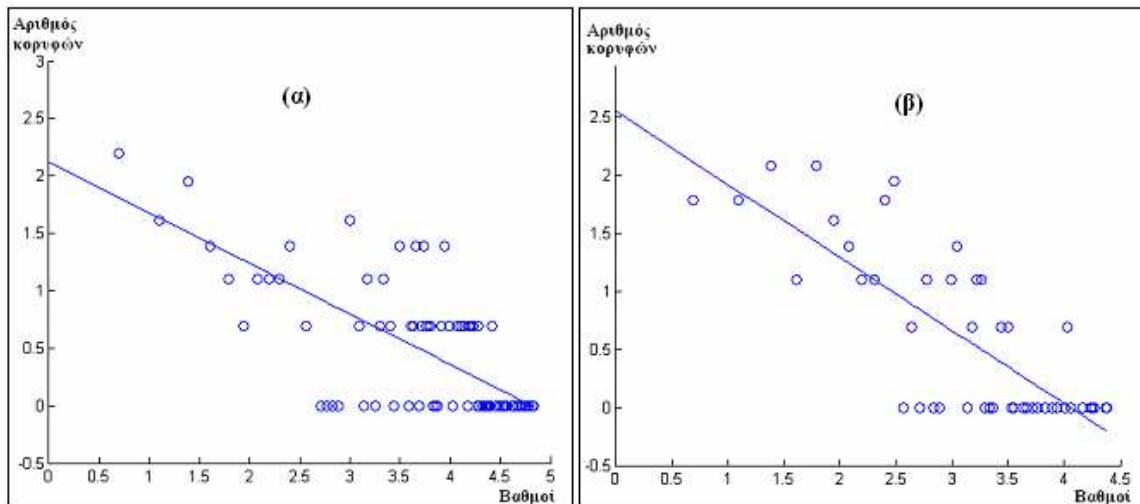
5.2 ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΗΣ ΚΑΤΑΝΟΜΗΣ ΤΩΝ ΒΑΘΜΩΝ ΤΩΝ ΚΟΡΥΦΩΝ

5.2.1 Ανάλυση της κατανομής των βαθμών των κορυφών στο πρωτεύον γράφημα

Όπως αναφέρθηκε στο Κεφάλαιο 2, πολλά από τα γραφήματα που μοντελοποιούν προβλήματα πολύ μεγάλου πλήθους δεδομένων, ακολουθούν το μοντέλο power law. Στο σημείο αυτό θα φανεί ότι και το γράφημα του Χρηματιστηρίου Αθηνών ακολουθεί το μοντέλο αυτό.

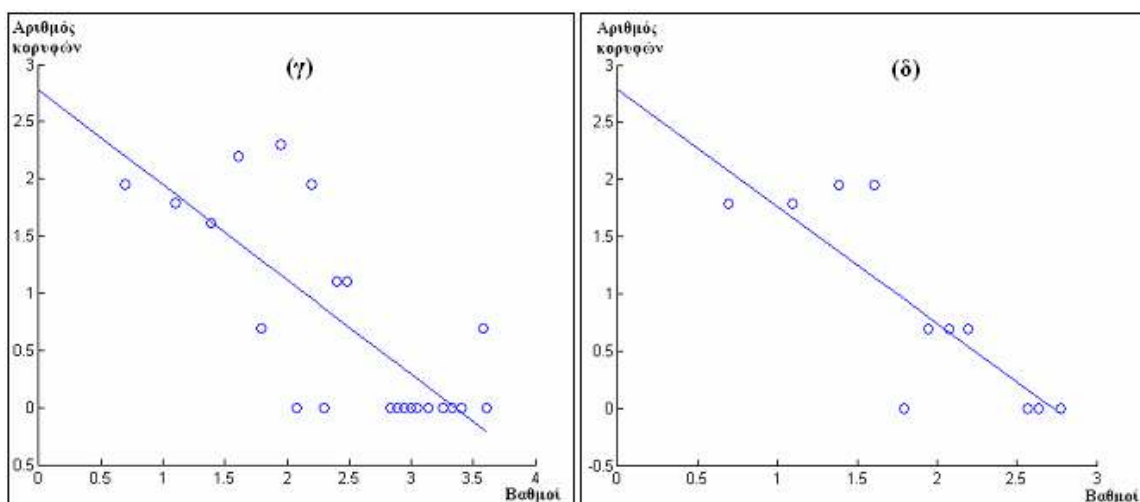
Κατασκευάζοντας το γράφημα του Χρηματιστηρίου για διαφορετικές τιμές του οριακού ορίου ϑ , παρατηρείται το εξής φαινόμενο: Για μικρές τιμές του ορίου (έως και 0,4), η κατανομή των βαθμών δεν φαίνεται να παρουσιάζει κάποια συγκεκριμένη δομή, γεγονός απόλυτα λογικό, αφού για μικρές τιμές του ορίου ϑ συνεπάγεται ότι το γράφημα θα έχει ένα πολύ υψηλό αριθμό τόξων. Αντίθετα, αν το γράφημα κατασκευαστεί με όριο ϑ μεγαλύτερο του 0,4, άρα και με χαμηλότερο αριθμό τόξων σε αυτό, τότε παρατηρείται ότι προσεγγίζει το μοντέλο power law. Πιο συγκεκριμένα, αν

παραστήσουμε την κατανομή των βαθμών των κορυφών του γραφήματος σε ένα διάγραμμα με λογαριθμική κλίμακα, τότε η κατανομή προσεγγίζει μία ευθεία γραμμή με αρνητική κλίση, δηλαδή ακριβώς τη μορφή του μοντέλου power law. Οι παρατηρήσεις αυτές φαίνονται γραφικά στα σχήματα 5.2, 5.3 και 5.4:



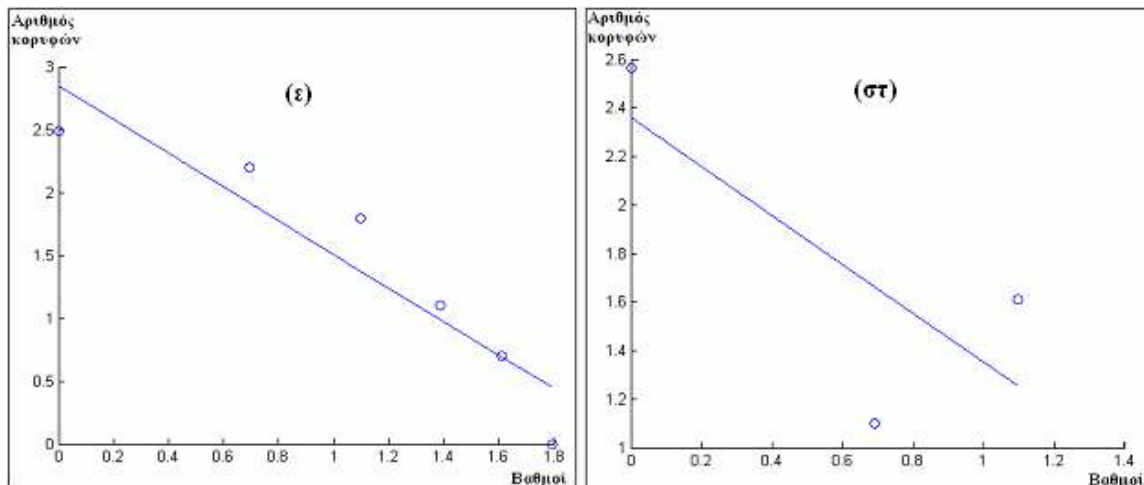
Σχήμα 5.2 Κατανομή βαθμών του γραφήματος την περίοδο 2002-2007 για (α) $\theta = 0,35$ και (β) $\theta = 0,40$

Στο σχήμα 5.2 παρατηρείται η ύπαρξη μεγάλου πλήθους κορυφών του γραφήματος του Χρηματιστηρίου με υψηλό βαθμό, και η κλίση της ευθείας που προσεγγίζει την κατανομή είναι σχετικά μικρή.



Σχήμα 5.3 Κατανομή βαθμών του γραφήματος για την περίοδο 2002-2007 για (γ) $\theta = 0,45$ και (δ) $\theta = 0,50$

Στο σχήμα 5.3 παρατηρείται η ύπαρξη μικρότερου σχετικά με αυτό του σχήματος 5.2 πλήθους κορυφών του γραφήματος με υψηλό βαθμό, και η κλίση της ευθείας που προσεγγίζει την κατανομή παραμένει μικρή, ελαφρώς αυξανόμενη σε σχέση με το προηγούμενο γράφημα.



Σχήμα 5.4 Κατανομή βαθμών του γραφήματος για την περίοδο 2002-2007 για (ε) $\mathcal{G} = 0,55$ και (στ) $\mathcal{G} = 0,60$

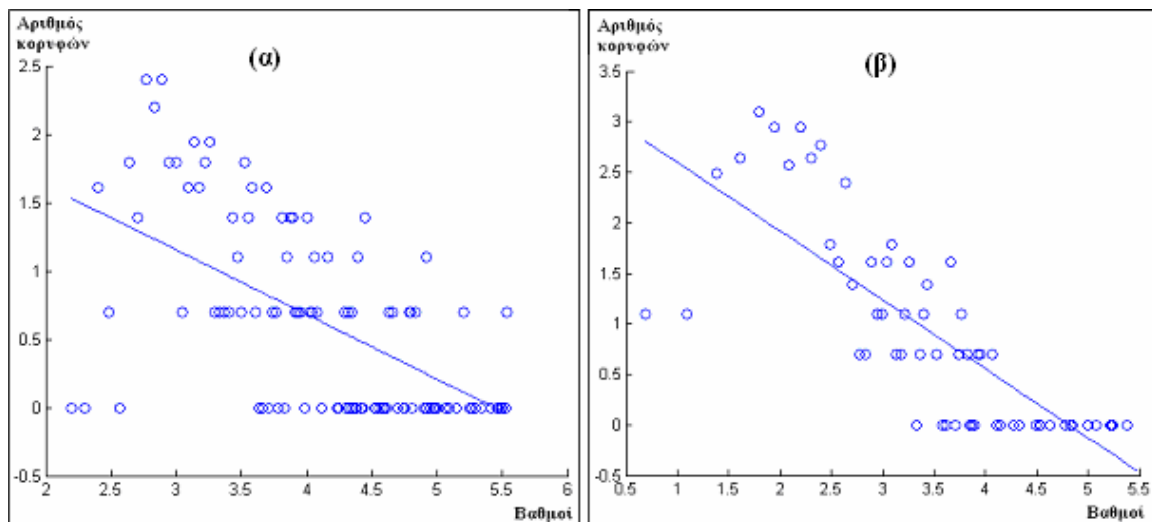
Στο σχήμα 5.4 παρατηρείται η ύπαρξη μικρού πλήθους κορυφών με υψηλό βαθμό, και η κλίση της ευθείας που προσεγγίζει την κατανομή είναι μεγαλύτερη σε σχέση με τα σχήματα 5.2 και 5.3.

Όπως φαίνεται συνολικά από τα παραπάνω σχήματα, υπάρχει μία σαφής προσέγγιση της μορφής της κατανομής των βαθμών των κορυφών με αυτή του μοντέλου power law, με την κατανομή να προσεγγίζει μία ευθεία γραμμή με αρνητική κλίση σε διαγράμματα με λογαριθμική κλίμακα (σύμφωνα με το μοντέλο power law, αν y ο αριθμός των κορυφών με βαθμό x τότε ισχύει $\ln y = a - \beta \cdot \ln x$). Επίσης, παρατηρείται ότι η κλίση της ευθείας που προσεγγίζει την κατανομή των βαθμών των κορυφών έχει σχετικά χαμηλές τιμές, μικρότερες της μονάδας, που υποδεικνύει ότι υπάρχουν πολλές κορυφές υψηλού βαθμού. Επιπλέον, παρατηρείται ότι με την αύξηση του ορίου \mathcal{G} , αυξάνεται σταδιακά η κλίση της ευθείας, δηλαδή της παραμέτρου β . Με άλλα λόγια, ολοένα και λιγότερες κορυφές έχουν υψηλό βαθμό, και ο λόγος είναι ότι ελαττώνεται ο αριθμός των τόξων στο γράφημα, αφού αυξάνεται το όριο του συντελεστή συσχέτισης που επιτρέπει την συνδεσιμότητα των κορυφών (όριο \mathcal{G}). Έτσι στο γράφημα, για υψηλές τιμές του \mathcal{G} , παραμένουν συνδεδεμένες μόνο οι κορυφές

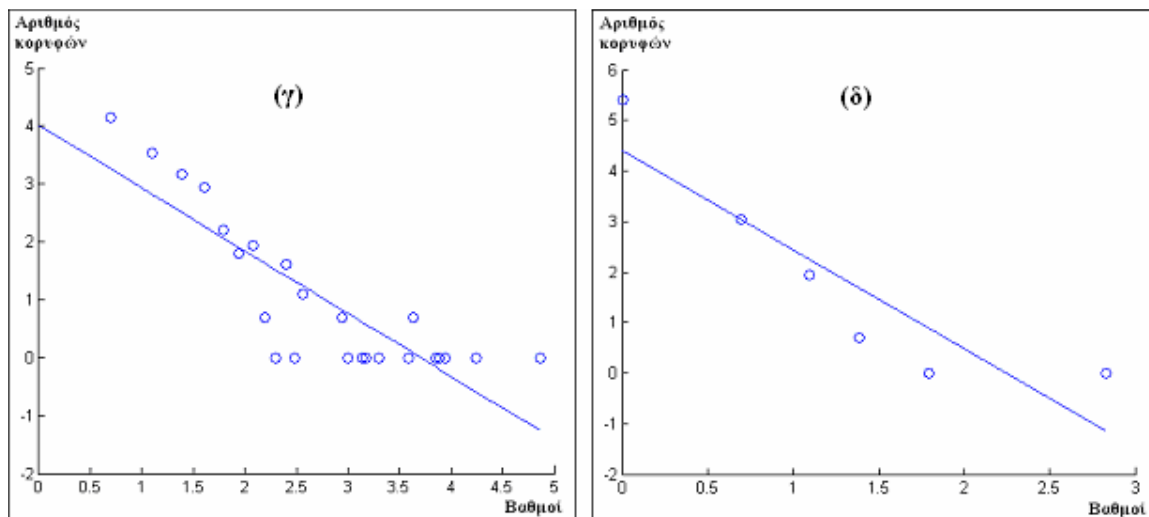
(μετοχές) που παρουσιάζουν υψηλό συντελεστή συσχέτισης μεταξύ τους. Οι ίδιες παρατηρήσεις μπορούν να γίνουν μελετώντας και τα σχήματα που αναφέρονται στις υπόλοιπες χρονικές περιόδους, τα οποία υπάρχουν στο παράρτημα.

5.2.2 Ανάλυση της κατανομής των βαθμών των κορυφών στο συμπληρωματικό γράφημα

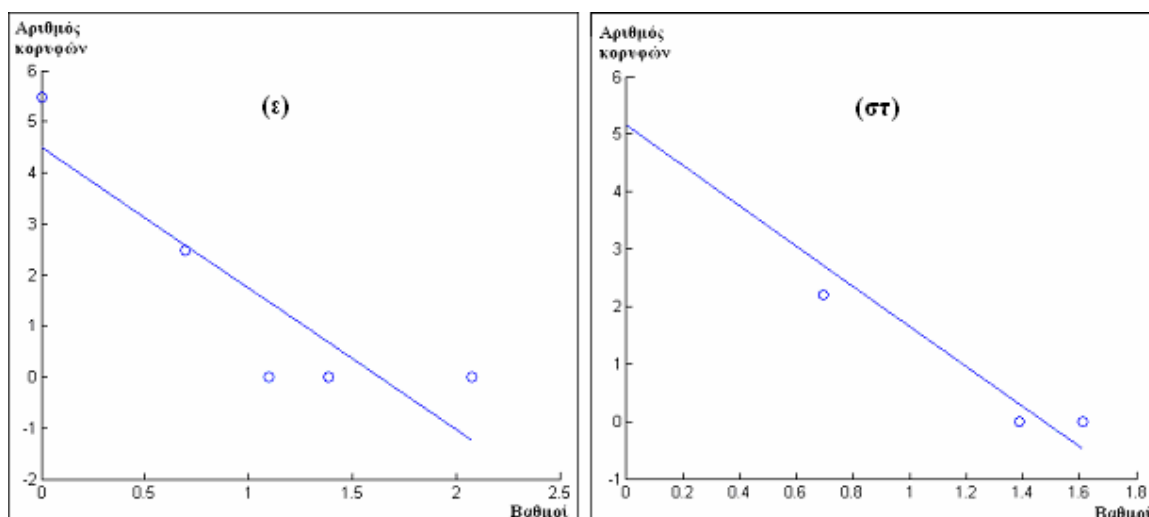
Κατασκευάζοντας το συμπληρωματικό γράφημα του Χρηματιστηρίου παρατηρείται ότι αν τεθούν υψηλές τιμές για το όριο ϑ , η γραφική παράσταση δεν προσεγγίζει κάποια καθορισμένη δομή. Καθώς όμως ο συντελεστής μειώνεται, η κατανομή των βαθμών των κορυφών του γραφήματος προσεγγίζει τη μορφή του μοντέλου power law. Το γεγονός αυτό γίνεται αντιληπτό αν κάποιος παρατηρήσει τα σχήματα 5.5, 5.6 και 5.7. Στα σχήματα αυτά απεικονίζεται γραφικά η κατανομή των βαθμών των κορυφών του συμπληρωματικού γραφήματος για τη χρονική περίοδο 2002-2007 για διαφορετικές τιμές του ορίου ϑ .



Σχήμα 5.5 Κατανομή βαθμών του συμπληρωματικού γραφήματος για την περίοδο 2002-2007 για (α) $\vartheta = 0,15$ και (β) $\vartheta = 0,10$



Σχήμα 5.6 Κατανομή βαθμών του συμπληρωματικού γραφήματος για την περίοδο 2002-2007 για (α) $G = 0,05$ και (β) $G = 0$



Σχήμα 5.7 Κατανομή βαθμών του συμπληρωματικού γραφήματος για την περίοδο 2002-2007 για (ε) $G = -0.01$ και (στ) $G = -0.02$

Αυτό που γίνεται αμέσως αντιληπτό παρατηρώντας τα σχήματα που προκύπτουν από το συμπληρωματικό γράφημα του Χρηματιστηρίου κατά τη χρονική περίοδο 2002-2007 (τα σχήματα των υπόλοιπων χρονικών περιόδων περιλαμβάνονται στο παράρτημα), για τιμές του ορίου G από 0,15 έως και -0,02, είναι ότι η κλίση της ευθείας στη λογαριθμική κλίμακα (συντελεστής β) είναι μεγαλύτερη στο συμπληρωματικό γράφημα σε σχέση με την κλίση των ευθειών που παρατηρούνται σε αντίστοιχα σχήματα του πρωτεύοντος. Η ερμηνεία που μπορεί να δοθεί είναι ότι δεν υπάρχουν πολλές κορυφές με υψηλό βαθμό στο συμπληρωματικό γράφημα, συμπέρασμα που απορρέει από το γεγονός ότι το πλήθος των μετοχών με χαμηλές τιμές θετικής συσχέτισης ή με αρνητική συσχέτιση στο Χρηματιστήριο δεν είναι πολύ

μεγάλο. Το γεγονός αυτό γίνεται καλύτερα κατανοητό παρατηρώντας (όπως γίνεται με αντίστοιχο τρόπο και στο πρωτεύον γράφημα) ότι καθώς ελαττώνεται το όριο θ , η κλίση των ευθειών στα σχήματα 5.5 – 5.7 συνεχώς αυξάνεται, δηλαδή ολοένα και λιγότερες κορυφές του συμπληρωματικού γραφήματος έχουν υψηλό βαθμό.

5.3 ΚΛΙΚΕΣ ΚΑΙ ΑΝΕΞΑΡΤΗΤΑ ΣΥΝΟΛΑ ΣΤΟ ΓΡΑΦΗΜΑ ΤΟΥ ΧΡΗΜΑΤΙΣΤΗΡΙΟΥ ΑΘΗΝΩΝ

5.3.1 Εύρεση μέγιστων κλικών στο γράφημα

Για να λυθεί το πρόβλημα εύρεσης της μέγιστης κλίκας, χρησιμοποιείται ο αλγόριθμος που παρουσιάστηκε στη παράγραφο 2.1.3. Τα αποτελέσματα που αφορούν το μέγεθος της μέγιστης κλίκας κάθε χρονικής περιόδου, για διάφορες τιμές του ορίου θ , που υπολογίζονται με χρήση του αλγορίθμου συνοψίζονται στους πίνακες που ακολουθούν (5.1-5.8):

Όριο θ	Πυκνότητα τόξων	Μέγεθος μέγιστης κλίκας
0,4	0,334503	59
0,45	0,165358	38
0,5	0,060485	23
0,55	0,018491	10
0,6	0,004177	6
0,65	0,001114	4

Πίνακας 5.1 Μέγεθος μέγιστης κλίκας του γραφήματος συναρτήσει του ορίου θ για τη χρονική περίοδο 2000-2007

Για την χρονική περίοδο 2000-2007 παρατηρείται ότι το μέγεθος της μέγιστης κλίκας του γραφήματος, είναι αρκετά μεγάλο, ακόμα και για υψηλές τιμές του ορίου θ (γύρω από τη τιμή 0,5), λαμβάνοντας υπόψη πως το σύνολο των μετοχών που συμπεριλαμβάνονται στο γράφημα την συγκεκριμένη χρονική περίοδο είναι 190. Σύμφωνα με την χρηματοοικονομική ερμηνεία της κλίκας, μία κλίκα αποτελείται από μετοχές των οποίων οι διακυμάνσεις τιμών παρουσιάζουν παρόμοια συμπεριφορά.

Έτσι, γίνεται αντιληπτό ότι για την περίοδο 2000-2007 υπάρχει ένα μεγάλο σύνολο μετοχών που είναι υψηλά συσχετισμένες μεταξύ τους.

Όριο θ	Πυκνότητα τόξων	Μέγεθος μέγιστης κλίκας
0,4	0,108641	35
0,45	0,03957	20
0,5	0,011134	9
0,55	0,002659	5
0,6	0,000993	4
0,65	0,000355	3

Πίνακας 5.2 Μέγεθος μέγιστης κλίκας του γραφήματος συναρτήσεως του ορίου θ για τη χρονική περίοδο 2001-2007

Μεγάλα μεγέθη κλικών παρατηρούνται και κατά τη χρονική περίοδο 2001-2007, σύμφωνα με το πίνακα 5.2, με μικρότερο όμως μέγεθος κλικών σε σχέση με τη περίοδο 2000-2007. Και στη περίπτωση αυτή όμως, υπάρχει ένα μεγάλο σύνολο μετοχών (ακόμα και για υψηλές τιμές του ορίου θ) που παρουσιάζουν παρόμοια συμπεριφορά, αν ληφθεί υπόψη και το σύνολο των μετοχών που περιλαμβάνονται στο γράφημα του Χρηματιστηρίου την συγκεκριμένη χρονική περίοδο (238).

Όριο θ	Πυκνότητα τόξων	Μέγεθος μέγιστης κλίκας
0,4	0,03371	17
0,45	0,01024	10
0,5	0,00317	6
0,55	0,00118	4
0,6	0,00053	4
0,65	0,00019	2

Πίνακας 5.3 Μέγεθος μέγιστης κλίκας του γραφήματος συναρτήσεως του ορίου θ για τη χρονική περίοδο 2002-2007

Για την χρονική περίοδο 2002-2007, όπως φαίνεται από τον πίνακα 5.3, παρατηρείται μια σημαντική μείωση στο μέγεθος της μέγιστης κλίκας, όπως επίσης και στη πυκνότητα τόξων του γραφήματος. Όμως, λαμβάνοντας υπόψη και την αύξηση του μεγέθους του γραφήματος του Χρηματιστηρίου (περιλαμβάνει 254 μετοχές για την

περίοδο 2002-2007) και συγκρίνοντας τα μεγέθη μέγιστης κλίκας και συνολικού γραφήματος, οδηγούμαστε στο συμπέρασμα ότι και για τη συγκεκριμένη χρονική περίοδο υπάρχουν αρκετά μεγάλες ομάδες υψηλά συσχετισμένων μετοχών, που περιορίζονται όμως σε χαμηλότερες τιμές του ορίου ϑ . Οι ίδιες παρατηρήσεις προκύπτουν και για τις χρονικές περιόδους 2003-2007, 2004-2007 και 2005-2007, όπου όμως, όπως φαίνεται από τους πίνακες 5.4, 5.5 και 5.6 που ακολουθούν, φαίνεται ότι υπάρχει μία συνεχής μείωση τόσο στη πυκνότητα των τόξων του γραφήματος, όσο και στο μέγεθος της μέγιστης κλίκας.

Όριο ϑ	Πυκνότητα τόξων	Μέγεθος μέγιστης κλίκας
0,4	0,026022	15
0,45	0,007768	10
0,5	0,002219	5
0,55	0,000832	4
0,6	0,000416	3
0,65	0,000194	2

Πίνακας 5.4 Μέγεθος μέγιστης κλίκας του γραφήματος συναρτήσει του ορίου ϑ για τη χρονική περίοδο 2003-2007

Όριο ϑ	Πυκνότητα τόξων	Μέγεθος μέγιστης κλίκας
0,4	0,011083	9
0,45	0,003228	6
0,5	0,001398	5
0,55	0,000712	4
0,6	0,000356	3
0,65	0,000127	2

Πίνακας 5.5 Μέγεθος μέγιστης κλίκας του γραφήματος συναρτήσει του ορίου ϑ για τη χρονική περίοδο 2004-2007

Όριο θ	Πυκνότητα τόξων	Μέγεθος μέγιστης κλίκας
0,4	0,016684	12
0,45	0,005356	6
0,5	0,001777	6
0,55	0,000735	5
0,6	0,000521	5
0,65	0,000213	3

Πίνακας 5.6 Μέγεθος μέγιστης κλίκας του γραφήματος συναρτήσει του ορίου θ για τη χρονική περίοδο 2005-2007

Για τις χρονικές περιόδους 2006-2007 και 2007-2007 (πίνακες 5.7 και 5.8), παρατηρείται μία σημαντική αύξηση στο μέγεθος τη μέγιστης κλίκας του γραφήματος του Χρηματιστηρίου. Επίσης παρατηρείται αύξηση και στη πυκνότητα τόξων του γραφήματος, αν και το μέγεθος του είναι αυξημένο σε σχέση με τις προηγούμενες χρονικές περιόδους (297 και 299 μετοχές αντίστοιχα). Προκύπτει λοιπόν ότι για τις χρονικές περιόδους 2006-2007 και 2007-2007 υπάρχουν μεγάλες ομάδες μετοχών των οποίων οι διακυμάνσεις των τιμών παρουσιάζουν παρόμοια συμπεριφορά.

Όριο θ	Πυκνότητα τόξων	Μέγεθος μέγιστης κλίκας
0,4	0,084539	40
0,45	0,041655	24
0,5	0,018155	15
0,55	0,00612	8
0,6	0,002025	6
0,65	0,000796	6

Πίνακας 5.7 Μέγεθος μέγιστης κλίκας του γραφήματος συναρτήσει του ορίου θ για τη χρονική περίοδο 2006-2007

Όριο θ	Πυκνότητα τόξων	Μέγεθος μέγιστης κλίκας
0,4	0,152701	32
0,45	0,095015	20
0,5	0,052524	15
0,55	0,025566	10
0,6	0,011111	7
0,65	0,003704	6

Πίνακας 5.8 Μέγεθος μέγιστης κλίκας του γραφήματος συναρτήσει του ορίου θ για τη χρονική περίοδο 2007-2007

Στο σημείο αυτό αξίζει να αναφερθεί μία πολύ σημαντική παρατήρηση. Θεωρητικά θα περίμενε κανείς ότι η πλειοψηφία των μετοχών που αποτελούν μία κλίκα σε κάποια χρονική περίοδο και για μία δεδομένη τιμή του ορίου θ , να συμμετέχουν και στην αντίστοιχη κλίκα (για το ίδιο όριο θ) της επόμενης χρονικής περιόδου. Η υπόθεση αυτή επιβεβαιώνεται αν εξετάσει κανείς τις μετοχές που συμμετέχουν στις κλίκες. Στους πίνακες 5.9 και 5.10 που ακολουθούν παρουσιάζονται κάποιες συγκρίσεις κλικών που αναφέρονται σε διαδοχικές χρονικές περιόδους αλλά έχουν προκύψει από μία κοινή τιμή του ορίου θ (0,5).

2002-2007	2003-2007	ΚΛΑΔΟΣ
ΑΕΓΕΚ	ΑΕΓΕΚ	Κατασκευές & υλικά κατασκευών
ΑΤΤΙΚ	ΑΤΤΙΚ	Κατασκευές & υλικά κατασκευών
ΑΘΗΝΑ		Κατασκευές & υλικά κατασκευών
ΙΝΚΑΤ		Κατασκευές & υλικά κατασκευών
ΚΟΥΜ	ΚΟΥΜ	Χρηματοοικονομικές υπηρεσίες
ΣΑΝΥΟ	ΣΑΝΥΟ	Προσωπικά & οικιακά αγαθά
	ΑΛΤΕΚ	Τεχνολογία

Πίνακας 5.9 Μετοχές που περιλαμβάνονται στις κλίκες των χρονικών περιόδων 2002-2007 και 2003-2007 και κλάδοι στους οποίους ανήκουν για $\theta = 0,5$

2004-2007	2005-2007	ΚΛΑΔΟΣ
BIOXK	ΕΛΚΑ	Βιομηχανικά προϊόντα & υπηρεσίες
ΕΛΒΑ	BIOXK	Βιομηχανικά προϊόντα & υπηρεσίες
ΕΤΕΜ	ΕΛΒΑ	Πρώτες ύλες
ΣΙΔΕ	ΕΤΕΜ	Πρώτες ύλες
ΧΑΚΟΡ	ΣΙΔΕ	Πρώτες ύλες
	ΧΑΚΟΡ	Πρώτες ύλες

Πίνακας 5.10 Μετοχές που περιλαμβάνονται στις κλίκες των χρονικών περιόδων 2004-2007 και 2005-2007 και κλάδοι στους οποίους ανήκουν $\vartheta = 0,5$

Όπως φαίνεται από τους παραπάνω πίνακες, για όριο $\vartheta = 0,5$, δύο κλίκες διαδοχικών χρονικών περιόδων είτε περιέχουν κατά μεγάλο ποσοστό τις ίδιες μετοχές (πίνακας 5.9, χρονικές περίοδοι 2002-2007 και 2003-2007) είτε περιέχουν ακριβώς τις ίδιες μετοχές (πίνακας 5.10, χρονικές περίοδοι 2004-2007 και 2005-2007). Διακρίνεται λοιπόν ότι η σύνθεση διαδοχικών (χρονικά) κλικών διατηρεί κατά έναν υψηλό βαθμό την σύσταση της, δηλαδή κλίκες διαδοχικών χρονικών περιόδων περιέχουν ένα αριθμό κοινών μετοχών.

Σημαντική επίσης παρατήρηση αποτελεί το γεγονός ότι οι περιλαμβανόμενες στις κλίκες μετοχές ανήκουν γενικά στους ίδιους κλάδους, κάτι που δικαιολογείται αν σκεφτεί κανείς ότι η κλίκα αντιπροσωπεύει σύνολα μετοχών με υψηλή συσχέτιση μεταξύ τους. Άρα το γεγονός της ομαδοποίησης των μετοχών των κλικών σε ίδιους κλάδους είναι αναμενόμενο.

5.3.2 Εύρεση μέγιστων ανεξαρτήτων συνόλων στο γράφημα

Όπως έχει αναφερθεί στη παράγραφο 2.1.3, το πρόβλημα εύρεσης του μέγιστου ανεξαρτήτου συνόλου στο πρωτεύον γράφημα του Χρηματιστηρίου, μπορεί να μετατραπεί στο πρόβλημα εύρεσης της μέγιστης κλίκας στο συμπληρωματικό γράφημα. Έτσι, για την εύρεση του μέγιστου ανεξαρτήτου συνόλου, χρησιμοποιούμε τον αλγόριθμο που αναφέρεται στη παράγραφο 2.1.3, με τη διαφορά ότι εφαρμόζεται για τα δεδομένα του συμπληρωματικού γραφήματος. Τα αποτελέσματα που αφορούν το μέγεθος του μέγιστου ανεξαρτήτου συνόλου κάθε χρονικής περιόδου, για διάφορες τιμές του ορίου ϑ , που υπολογίζονται με χρήση του αλγορίθμου συνοψίζονται στους πίνακες που ακολουθούν (5.11-5.18):

Όριο θ	Πυκνότητα τόξων	Μέγεθος μέγιστου ανεξαρτήτου συνόλου
0,25	0.099527	18
0,2	0.026845	9
0,15	0.00362	3
0,10	0.000111	2
0,05	0	1
0,0	0	1

Πίνακας 5.11 Μέγεθος μέγιστου ανεξαρτήτου συνόλου του γραφήματος συναρτήσει του ορίου θ για τη χρονική περίοδο 2000-2007

Στην περίοδο 2000-2007 (πίνακας 5.11), παρατηρούνται πολύ μικρά μεγέθη μέγιστων ανεξαρτήτων συνόλων. Μόνο για μεγαλύτερες τιμές του ορίου θ υπάρχει σχετικά μεγάλο ανεξάρτητο σύνολο στο γράφημα. Το γεγονός αυτό οφείλεται στο ότι υπάρχουν υψηλές συσχετίσεις μεταξύ των μετοχών στη συγκεκριμένη χρονική περίοδο, και έτσι στο συμπληρωματικό γράφημα δεν υπάρχουν πολλά τόξα να συνδέουν μετοχές, όπως φαίνεται άλλωστε και από την πυκνότητα των τόξων. Οι παρατηρήσεις αυτές ενισχύονται από τις παρατηρήσεις της παραγράφου 5.2.2, όπου έγινε αναφορά στην υψηλή συσχέτιση των μετοχών, που άλλωστε αποτυπώνεται και στα σχήματα της κατανομής των βαθμών των κορυφών του συμπληρωματικού γραφήματος, όπου παρατηρείται ότι οι τιμές του συντελεστή β του μοντέλου power law (κλίση της ευθείας σε αυτά τα σχήματα) είναι υψηλότερες σε σχέση με αυτές που αντιστοιχούν στο πρωτεύον γράφημα. Οι ίδιες παρατηρήσεις μπορούν να γίνουν και για τις υπόλοιπες χρονικές περιόδους (πίνακες 5.12-5.18), με τις διαφορές μεταξύ τους να περιορίζονται σε μία μικρή διακύμανση στη πυκνότητα τόξων του γραφήματος και στο μέγεθος του μέγιστου ανεξαρτήτου συνόλου. Μόνο για τις τρεις τελευταίες χρονικές περιόδους (2005-2007, 2006-2007 και 2007-2007) παρατηρούνται ότι σχηματίζονται ανεξάρτητα σύνολα για αρνητικές τιμές του ορίου θ .

Όριο ϑ	Πυκνότητα τόξων	Μέγεθος μέγιστου ανεξαρτήτου συνόλου
0,25	0.371485	56
0,2	0.188774	35
0,15	0.067191	15
0,10	0.013509	7
0,05	0.000886	3
0,0	0	1

Πίνακας 5.12 Μέγεθος μέγιστου ανεξαρτήτου συνόλου του γραφήματος συναρτήσκει του ορίου ϑ για τη χρονική περίοδο 2001-2007

Όριο ϑ	Πυκνότητα τόξων	Μέγεθος μέγιστου ανεξαρτήτου συνόλου
0,2	0.42710	66
0,15	0.23417	36
0,10	0.09103	18
0,05	0.01727	7
0,0	0.00096	2
-0,05	0	1

Πίνακας 5.13 Μέγεθος μέγιστου ανεξαρτήτου συνόλου του γραφήματος συναρτήσκει του ορίου ϑ για τη χρονική περίοδο 2002-2007

Όριο ϑ	Πυκνότητα τόξων	Μέγεθος μέγιστου ανεξαρτήτου συνόλου
0,15	0.290545	45
0,10	0.128253	22
0,05	0.032098	8
0,0	0.003024	3
-0,05	0.000083	2
-0,10	0	1

Πίνακας 5.14 Μέγεθος μέγιστου ανεξαρτήτου συνόλου του γραφήματος συναρτήσκει του ορίου ϑ για τη χρονική περίοδο 2003-2007

Όριο \mathcal{G}	Πυκνότητα τόξων	Μέγεθος μέγιστου ανεξαρτήτου συνόλου
0,15	0.438434	61
0,10	0.234418	29
0,05	0.083554	10
0,0	0.015735	5
-0,05	0.001093	2
-0,10	0	1

Πίνακας 5.15 Μέγεθος μέγιστου ανεξαρτήτου συνόλου του γραφήματος συναρτήσει του ορίου \mathcal{G} για τη χρονική περίοδο 2004-2007

Όριο \mathcal{G}	Πυκνότητα τόξων	Μέγεθος μέγιστου ανεξαρτήτου συνόλου
0,15	0.466382	56
0,10	0.276289	28
0,05	0.119208	12
0,0	0.029719	5
-0,5	0.003128	3
-0,10	0.00005	2

Πίνακας 5.16 Μέγεθος μέγιστου ανεξαρτήτου συνόλου του γραφήματος συναρτήσει του ορίου \mathcal{G} για τη χρονική περίοδο 2005-2007

Όριο \mathcal{G}	Πυκνότητα τόξων	Μέγεθος μέγιστου ανεξαρτήτου συνόλου
0,15	0.335586	38
0,10	0.209004	19
0,05	0.105014	10
0,0	0.039267	6
-0,5	0.009623	4
-0,10	0.001547	3

Πίνακας 5.17 Μέγεθος μέγιστου ανεξαρτήτου συνόλου του γραφήματος συναρτήσει του ορίου \mathcal{G} για τη χρονική περίοδο 2006-2007

Όριο θ	Πυκνότητα τόξων	Μέγεθος μέγιστου ανεξαρτήτου συνόλου
0,15	0.400373	20
0,10	0.308321	13
0,05	0.227223	10
0,0	0.157909	7
-0,5	0.104083	6
-0,10	0.065543	5

Πίνακας 5.18 Μέγεθος μέγιστου ανεξαρτήτου συνόλου του γραφήματος συναρτήσεως του ορίου θ για τη χρονική περίοδο 2007-2007

Τα αποτελέσματα οδηγούν στο συμπέρασμα ότι στο Χρηματιστήριο υπάρχει ένας μικρός αριθμός αρνητικά συσχετισμένων μετοχών, έτσι η δημιουργία ενός χαρτοφυλακίου, αποκλειστικά αποτελούμενου από αρνητικά συσχετισμένες μετοχές είναι γενικά πολύ δύσκολο να επιτευχθεί.

Επίσης, στην μελέτη των ανεξαρτήτων συνόλων γίνεται μία ανάλογη παρατήρηση (όπως και στη παράγραφο 5.3.1) σχετικά με τις περιλαμβανόμενες μετοχές σε διαδοχικών περιόδων ανεξάρτητα σύνολα (για σταθερό όριο θ) και με τους κλάδους στους οποίους ανήκουν. Στους πίνακες 5.19 και 5.20 που ακολουθούν παρουσιάζονται ανεξάρτητα σύνολα για διαδοχικές χρονικές περιόδους για σταθερό όριο συσχέτισης θ .

2002-2007	2003-2007	ΚΛΑΔΟΣ
ΑΑΑΚ	ΑΑΑΚ	Ρουχισμός & αξεσουάρ
ΕΛΙΧΘ		Τρόφιμα & ποτά
ΙΠΠΚ	ΙΠΠΚ	Τρόφιμα & ποτά
ΚΑΤΣΚ		Τρόφιμα & ποτά
ΚΑΡΕΛ		Προσωπικά & οικιακά αγαθά
ΠΡΕΖΤ		Ταξίδια & αναψυχή
	ΟΠΑΠ	Ταξίδια & αναψυχή
ΤΣΟΥΚ	ΤΣΟΥΚ	Βιομηχανικά προϊόντα & υπηρεσίες
	ΒΙΣΚ	Βιομηχανικά προϊόντα & υπηρεσίες
	ΕΛΑΣΚ	Βιομηχανικά προϊόντα & υπηρεσίες
	ΕΛΑΙΝ	Χρηματοοικονομικές υπηρεσίες

Πίνακας 5.19 Μετοχές που περιλαμβάνονται στα ανεξάρτητα σύνολα των χρονικών περιόδων 2002-2007 και 2003-2007 και κλάδοι στους οποίους ανήκουν $\theta = 0,05$

2004-2007	2005-2007	ΚΛΑΔΟΣ
ΑΑΑΚ	ΑΑΑΚ	Ρουχισμός & αξεσουάρ
ΙΠΠΚ	ΙΠΠΚ	Τρόφιμα & ποτά
ΕΛΜΠΙ	ΕΛΜΠΙ	Τρόφιμα & ποτά
ΔΑΙΟΣ		Χημικά
	NEOXH	Χημικά
ΑΤΕΚ	ΑΤΕΚ	Μέσα ενημέρωσης
	ΛΙΒΑΝ	Μέσα ενημέρωσης
	ΔΡΟΜΕ	Προσωπικά & οικιακά αγαθά
ΛΑΝΑΚ		Προσωπικά & οικιακά αγαθά
ΙΟΝΑ		Ταξίδια & αναψυχή
ΤΣΟΥΚ	ΤΣΟΥΚ	Βιομηχανικά προϊόντα & υπηρεσίες
	ΕΥΛΚ	Πρώτες ύλες
	ΜΕΝΤΙ	Υγεία
	ΚΕΡΑΛ	Κατασκευές & υλικά κατασκευών
ΕΛΑΙΝ		Χρηματοοικονομικές υπηρεσίες

Πίνακας 5.20 Μετοχές που περιλαμβάνονται στα ανεξάρτητα σύνολα των χρονικών περιόδων 2004-2007 και 2005-2007 και κλάδοι στους οποίους ανήκουν $\mathcal{S} = 0,05$

Από τους παραπάνω πίνακες γίνεται αντιληπτό ότι στα ανεξάρτητα σύνολα διαδοχικών χρονικών περιόδων υπάρχουν λίγες κοινές μετοχές. Δεν υπάρχει δηλαδή μεγάλος βαθμός συνέχειας όσον αφορά στη σύσταση των ανεξαρτήτων συνόλων, άρα οδηγούμαστε στο συμπέρασμα ότι μετοχές με πολύ χαμηλό βαθμό συσχέτισης σε μία χρονική περίοδο μπορεί να παρουσιάσουν αυξημένη συσχέτιση στο μέλλον. Επίσης παρατηρείται ότι οι μετοχές που συμμετέχουν στα ανεξάρτητα σύνολα αντιπροσωπεύουν έναν ευρύ αριθμό κλάδων. Το αποτέλεσμα αυτό είναι λογικό αφού μετοχές διαφορετικών κλάδων δεν παρουσιάζουν γενικά υψηλές συσχετίσεις. Στην περίπτωση των κλικών (παράγραφος 5.3.1) πολλές από τις μετοχές ανήκαν στον ίδιο κλάδο, λόγω του υψηλού βαθμού συσχέτισης. Όσον αφορά στα ανεξάρτητα σύνολα, κάτι τέτοιο θα ερχόταν σε αντίθεση με το γεγονός της εξ'ορισμού χαμηλής συσχέτισης των στοιχείων του συνόλου (γύρω από τη τιμή μηδέν).

Τα αποτελέσματα αυτά ενισχύουν την διαπίστωση πως είναι γενικά πολύ δύσκολη η κατασκευή χαρτοφυλακίου αποτελούμενου από αρνητικά συσχετισμένες μετοχές, δίνοντας έμφαση στο βάθος χρόνου. Αν φανταστεί κάποιος μία υποθετική επένδυση χαρτοφυλακίου μετοχών που στηρίζεται στη λογική της χαμηλής συσχέτισης μεταξύ των μετοχών, γίνεται αντιληπτό ότι η υπόθεση της “επένδυσης στη βάση της χαμηλής

συσχέτισης” δεν ευσταθεί αν ο επενδυτής αναμένει να επιβεβαιωθεί η υπόθεσή του σε βάθος χρόνου.

5.4 ΣΥΝΕΚΤΙΚΕΣ ΣΥΝΙΣΤΩΣΕΣ ΣΤΟ ΓΡΑΦΗΜΑ ΤΟΥ ΧΡΗΜΑΤΙΣΤΗΡΙΟΥ ΑΕΙΩΝ ΑΘΗΝΩΝ

Για να λυθεί το πρόβλημα εύρεσης συνεκτικών συνιστωσών, χρησιμοποιήθηκε ο αλγόριθμος αναζήτησης κατά βάθους (Depth-first search, DFS), όπως παρουσιάστηκε στη παράγραφο 2.1.1, για διαφορετικές τιμές του ορίου ϑ . Κατά την εφαρμογή του αλγορίθμου, για κάθε μία από τις χρονικές περιόδους, χρησιμοποιήθηκαν τιμές από το 0,2 έως και το 0,7 για το όριο ϑ . Τα αποτελέσματα που λαμβάνει κάποιος είναι καθολικά για κάθε χρονική περίοδο.

Ξεκινώντας τους υπολογισμούς για την εύρεση συνεκτικών συνιστωσών, για μια χαμηλή τιμή του ορίου ϑ (0,2) παρατηρείται η ύπαρξη μίας γιγαντιαίας συνεκτικής συνιστώσας, που περιλαμβάνει σχεδόν το σύνολο των μετοχών που υπάρχουν στο γράφημα του Χρηματιστηρίου κατά την εξεταζόμενη κάθε φορά χρονική περίοδο. Αν το όριο αυξηθεί και φτάσει στο 0,25, παρατηρείται η μείωση του μεγέθους της γιγαντιαίας συνιστώσας που βρέθηκε για $\vartheta=0,2$ και ταυτόχρονα η εμφάνιση και άλλων συνεκτικών συνιστωσών, που στην ουσία είναι μεμονωμένες μετοχές που απλά δεν περιλαμβάνονται πλέον στην γιγαντιαία συνεκτική συνιστώσα που βρέθηκε για $\vartheta=0,2$. Καθώς αυξάνεται κι άλλο το όριο με βήμα 0,05, οι νέοι κάθε φορά υπολογισμοί δείχνουν ότι το μέγεθος της αρχικής πολύ μεγάλης συνεκτικής συνιστώσας μειώνεται συνεχώς, ενώ επίσης δημιουργείται ολοένα και μεγαλύτερος αριθμός συνεκτικών συνιστωσών (μεμονωμένων μετοχών). Με την αύξηση δηλαδή του ορίου ϑ , η αρχικά γιγαντιαία συνεκτική συνιστώσα διασπάται προοδευτικά σε περισσότερες μικρότερου μεγέθους. Όταν φτάσει το όριο ϑ σε κάποια τιμή που αντιστοιχεί σε κλίση της ευθείας στο σχήμα κατανομής βαθμών των κορυφών του γραφήματος μεγαλύτερης της τιμής 1 (αυτή η τιμή του ορίου διαφέρει για κάθε εξεταζόμενη χρονική περίοδο), παρατηρούνται πλέον όχι μόνο μεμονωμένες μετοχές, αλλά και συνεκτικές συνιστώσες που περιλαμβάνουν περισσότερες της μίας μετοχές. Τα αποτελέσματα αυτά έρχονται σε πλήρη συμφωνία με τη θεωρία του μοντέλου power law όσον αφορά στον αριθμό και στα μεγέθη των συνεκτικών συστατικών, ανάλογα με την τιμή του συντελεστή β (κλίση

της ευθείας στο σχήμα κατανομής βαθμών των κορυφών του γραφήματος), όπως αυτή παρουσιάστηκε στη παράγραφο 2.4.

Στους πίνακες που ακολουθούν είναι φανερά και με αριθμούς αυτά τα αποτελέσματα. Στους πίνακες 5.21 και 5.22 παρουσιάζονται τα μεγέθη των μέγιστων συνεκτικών συνιστώσων για κάθε μία από τις εξεταζόμενες χρονικές περιόδους:

Όριο ϑ	Μέγεθος μέγιστης συνεκτικής συνιστώσας στο γράφημα			
	Περίοδος 2000-2007	Περίοδος 2001-2007	Περίοδος 2002-2007	Περίοδος 2003-2007
0,20	190	235	243	254
0,25	190	232	225	232
0,30	189	216	201	209
0,35	183	197	167	160
0,40	170	161	124	121
0,45	147	124	80	72
0,50	111	84	36	27
0,55	80	33	12	4
0,60	33	7	4	3

Πίνακας 5.21 Μέγεθος μέγιστης συνεκτικής συνιστώσας συναρτήσει του ορίου ϑ για τις χρονικές περιόδους 2000-2007, 2001-2007, 2002-2007 και 2003-2007

Όριο ϑ	Μέγεθος μέγιστης συνεκτικής συνιστώσας στο γράφημα			
	Περίοδος 2004-2007	Περίοδος 2005-2007	Περίοδος 2006-2007	Περίοδος 2007-2007
0,20	252	262	288	299
0,25	231	240	268	299
0,30	192	205	249	297
0,35	141	158	222	294
0,40	94	108	184	287
0,45	54	69	140	270
0,50	22	37	101	239
0,55	10	4	67	213
0,60	8	4	36	148

Πίνακας 5.22 Μέγεθος μέγιστης συνεκτικής συνιστώσας συναρτήσει του ορίου ϑ για τις χρονικές περιόδους 2004-2007, 2005-2007, 2006-2007 και 2007-2007

Από τους δύο παραπάνω πίνακες είναι φανερό ότι το μέγεθος της μέγιστης συνεκτικής συνιστώσας του γραφήματος για κάθε χρονική περίοδο είναι φθίνουσα συνάρτηση της τιμής του ορίου ϑ .

Η τιμή του ορίου ϑ που είναι οριακή για την εμφάνιση και άλλων συνεκτικών συνιστωσών, εκτός της αρχικής γιγαντιαίας, με περιλαμβανόμενο πλήθος μετοχών δύο ή μεγαλύτερο, με άλλα λόγια η τιμή του ϑ πάνω από την οποία η απόλυτη τιμή της κλίσης της ευθείας στο σχήμα της κατανομής των βαθμών των κορυφών του γραφήματος είναι μεγαλύτερη της μονάδας, διαφέρει για κάθε χρονική περίοδο. Σε κάθε περίπτωση όμως, κυμαίνεται μεταξύ των τιμών 0,4 και 0,6.

Στο σημείο αυτό θα υπολογιστούν ο αριθμός των συνεκτικών συνιστωσών για την χρονική περίοδο 2002-2007 και για $\vartheta=0,55$, καθώς επίσης θα παρουσιαστούν και οι μετοχές που περιλαμβάνονται στις συνιστώσες αυτές, έτσι ώστε να φανεί ποιες μετοχές περιλαμβάνονται σε αυτές τις ομάδες και τι υποδεικνύει η προκύπτουσα κατανομή τους σε κάθε μία από τις συνιστώσες.

Σύμφωνα με το πίνακα 5.23, κατά τη χρονική περίοδο 2002-2007 και για $\vartheta=0,55$ υπάρχουν επτά συνεκτικές συνιστώσες που περιέχουν πάνω από μία μετοχές. Όλες οι υπόλοιπες συνιστώσες του γραφήματος αποτελούνται από μία μόνο μετοχή και δεν συμπεριλαμβάνονται στο πίνακα. Κάθε μία από αυτές αποτελείται από μετοχές του ίδιου κλάδου ή το πολύ από μετοχές δύο κλάδων, με την πρώτη να αποτελεί την μοναδική εξαίρεση αφού περιλαμβάνει μετοχές από επτά διαφορετικούς κλάδους. Χαρακτηριστικότερα είναι τα παραδείγματα των συνιστωσών 2, 4 και 5, όπου οι συνεκτικές συνιστώσες αποτελούνται αποκλειστικά από μετοχές του ίδιου κλάδου. Το αποτέλεσμα αυτό, η εμφάνιση δηλαδή μέρους κάποιων κλάδων του Χρηματιστηρίου σαν συνεκτικές συνιστώσες στο γράφημα, επιβεβαιώνει με τον καλύτερο τρόπο τη θεωρία που λέει ότι οι συνεκτικές συνιστώσες αποτελούνται από στοιχεία που παρουσιάζουν κάποια συσχέτιση. Το αναμενόμενο θα ήταν όλες οι συνεκτικές συνιστώσες να αντιπροσωπεύονται από μετοχές του ίδιου κλάδου, όμως ανασταλτικό παράγοντα στο αποτέλεσμα αυτό αποτελεί το γεγονός ότι το Ελληνικό Χρηματιστήριο περιλαμβάνει ένα περιορισμένο αριθμό μετοχών, με άμεση συνέπεια όλες να παρουσιάζουν κάποια συσχέτιση μεταξύ τους. Παρολαυτά, τα παραπάνω αποτελέσματα μπορούν να θεωρηθούν ικανοποιητικά, καθώς δίνουν μία γενική εικόνα του θέματος.

<i>ΣΥΝΕΚΤΙΚΕΣ ΣΥΝΙΣΤΩΣΕΣ</i>	<i>ΑΝΤΙΠΡΟΣΩΠΕΥΟΜΕΝΟΙ ΚΛΑΔΟΙ</i>	<i>ΣΥΜΜΕΤΕΧΟΥΣΕΣ ΜΕΤΟΧΕΣ</i>
<i>1</i>	Κατασκευές & υλικά κατασκευών Προσωπικά & οικιακά αγαθά Μέσα ενημέρωσης Τηλεπικοινωνίες Χρηματοοικονομικές υπηρεσίες Τεχνολογία Βιομηχανικά προϊόντα & υπηρεσίες	ΑΤΤΙΚ, ΑΕΓΕΚ, ΑΘΗΝΑ ΕΝΚΛΩ, ΚΛΩΝΚ, ΣΑΝΥΟ ΔΟΛ, ΤΕΓΟ ΛΑΝΕΤ ΚΟΥΜ ΑΛΤΕΚ ΔΙΟΝ
<i>2</i>	Ταξίδια & αναψυχή	ΒΣΤΑΡ, ΑΤΤΙΚΑ, ΜΙΝΟΑ
<i>3</i>	Πρώτες ύλες Βιομηχανικά προϊόντα & υπηρεσίες	ΣΙΔΕ, ΕΛΒΑ, ΕΤΕΜ, ΧΑΚΟΡ ΒΙΟΧΚ
<i>4</i>	Τράπεζες	ΑΛΦΑ, ΕΥΡΩΒ, ΠΕΙΡ, ΕΜΠ, ΕΤΕ
<i>5</i>	Τρόφιμα & ποτά	ΝΗΡ, ΣΕΛΟ
<i>6</i>	Κατασκευές & υλικά κατασκευών Χρηματοοικονομικές υπηρεσίες	ΤΕΡΝΑ ΓΕΚ
<i>7</i>	Βιομηχανικά προϊόντα & υπηρεσίες Πρώτες ύλες	ΜΕΤΚ ΜΥΤΙΛ

Πίνακας 5.23 Συνεκτικές συνιστώσες, κλάδοι που αντιπροσωπεύονται σε αυτές και μετοχές που συμμετέχουν κατά τη χρονική περίοδο 2002-2007 για $\theta = 0,55$

Στην συνέχεια υπολογίζονται οι συνεκτικές συνιστώσες για την ίδια χρονική περίοδο, αυτή τη φορά όμως για μικρότερη τιμή του ορίου θ , για $\theta = 0,50$. Τα αποτελέσματα φαίνονται στον πίνακα 5.24.

<i>ΣΥΝΕΚΤΙΚΕΣ ΣΥΝΙΣΤΩΣΕΣ</i>	<i>ΑΝΤΙΠΡΟΣΩΠΕΥΟΜΕΝΟΙ ΚΛΑΔΟΙ</i>	<i>ΣΥΜΜΕΤΕΧΟΥΣΕΣ ΜΕΤΟΧΕΣ</i>
<i>1</i>	Κατασκευές & υλικά κατασκευών Προσωπικά & οικιακά αγαθά Μέσα ενημέρωσης Τηλεπικοινωνίες Χρηματοοικονομικές υπηρεσίες Τεχνολογία Βιομηχανικά προϊόντα & υπηρεσίες Πρώτες ύλες Τράπεζες Τρόφιμα & ποτά Υγεία	ΑΤΤΙΚ, ΑΕΓΕΚ, ΠΡΔ, ΑΘΗΝΑ, ΔΙΕΚΑ, ΠΤΕΧ, ΙΝΚΑΤ, ΜΕΣΟΧ, ΜΗΧΚ, ΤΕΡΝΑ ΕΝΚΛΩ, ΚΛΩΝΚ, ΣΑΝΥΟ ΔΟΛ, ΤΕΓΟ, ΙΜΑΚΟ ΛΑΝΕΤ ΚΟΥΜ, ΓΕΚ ΑΛΤΕΚ, ΙΝΤΚΑ, ΛΟΔΙΣ ΔΙΟΝ, ΜΕΤΚ, ΓΕΤΚΑ ΜΥΤΙΛ, ΑΛΚΟ ΑΛΦΑ, ΠΕΙΡ, ΕΥΡΩΒ, ΕΜΠ ΕΤΕ ΝΗΡ, ΣΕΛΟ, ΚΡΕΚΑ ΙΑΤΡ
<i>2</i>	Βιομηχανικά προϊόντα & υπηρεσίες Πρώτες ύλες	ΒΙΟΧΚ, ΕΛΚΑ, ΣΙΔΕ, ΕΤΕΜ, ΕΛΒΑ, ΧΑΚΟΡ
<i>3</i>	Ταξίδια & τουρισμός	ΒΣΤΑΡ, ΑΤΤΙΚΑ, ΜΙΝΟΑ, ΑΝΕΚ
<i>4</i>	Υγεία	ΑΧΟΝ, ΕΥΡΟΜ

Πίνακας 5.24 Συνεκτικές συνιστώσες, κλάδοι που αντιπροσωπεύονται σε αυτές και μετοχές που συμμετέχουν κατά τη χρονική περίοδο 2002-2007 για $\theta=0,50$

Από τα δεδομένα του πίνακα 5.24, μπορεί να παρατηρήσει κανείς ότι υπάρχουν μόνο τέσσερις συνεκτικές συνιστώσες, σε αντίθεση με τον πίνακα 5.19 που περιείχε επτά συνιστώσες, αντιπροσωπεύοντας αποτελέσματα για $\theta=0,55$. Όλες οι υπόλοιπες συνιστώσες του γραφήματος αποτελούνται από μία μόνο μετοχή και δεν συμπεριλαμβάνονται στο πίνακα. Με μία πιο προσεκτική ματιά στους δύο πίνακες, είναι φανερό ότι καθώς μειώθηκε το όριο θ , είτε κάποιες από τις αρχικές συνιστώσες συγχωνεύτηκαν, δημιουργώντας μία καινούρια που περιλαμβάνει τις μετοχές των αρχικών συνιστωσών με κάποιες άλλες επιπλέον είτε κάποιες από τις ήδη υπάρχουσες

απέκτησαν καινούρια “μέλη”, δηλαδή παρέμειναν οι ίδιες με την συμμετοχή κάποιων επιπλέον μετοχών. Φαίνεται δηλαδή ότι το γράφημα “έλαβε υπόψη” συσχετίσεις λιγότερο ισχυρές ($\theta=0,50$). Το γεγονός αυτό επιβεβαιώνει με τον καλύτερο τρόπο όλα όσα είχαν ειπωθεί στην αρχή της παραγράφου, το γεγονός δηλαδή της ύπαρξης μίας γιγαντιαίας συνεκτικής συνιστώσας για μικρές τιμές του ορίου θ η οποία κατακερματίζεται καθώς αυξάνεται το όριο συσχέτισης σε άλλες, ολοένα και περισσότερες συνιστώσες με ολοένα και χαμηλότερο αριθμό μετοχών σε κάθε μία από αυτές.

Στο σημείο αυτό θα γίνει μία σύγκριση που αφορά συνεκτικές συνιστώσες δύο διαφορετικών διαδοχικών προϊόντων, με σταθερό όριο θ . Θεωρητικά θα περίμενε κανείς ότι η πλειοψηφία των μετοχών που αποτελούν μία συνεκτική συνιστώσα σε κάποια χρονική περίοδο και για μία δεδομένη τιμή του ορίου θ , συμμετέχουν και στην αντίστοιχη συνιστώσα (για το ίδιο όριο θ) της επόμενης χρονικής περιόδου. Τα αποτελέσματα, που επιβεβαιώνουν την παραπάνω υπόθεση, συνοψίζονται στο πίνακα 5.25. Από αυτό το πίνακα μπορεί κανείς να δει ότι αν εξαιρεθούν κάποιες λίγες επιπλέον μετοχές που περιλαμβάνονται στη συνεκτική συνιστώσα 2003-2007 (γεγονός που ευνοείται γενικά από την αύξηση του μεγέθους του γραφήματος με το χρόνο) η σύσταση των συνεκτικών συνιστωσών είναι ακριβώς η ίδια, με εξαίρεση την πρώτη συνεκτική συνιστώσα της χρονικής περιόδου 2002-2007 που διασπάται σε τρεις συνιστώσες την επόμενη περίοδο. Βγαίνει λοιπόν το συμπέρασμα πως οι μετοχές μίας συνεκτικής συνιστώσας συμμετέχουν και στις αντίστοιχες συνιστώσες των επόμενων χρονικών περιόδων.

Χρονική περίοδος 2002-2007		Χρονική περίοδος 2003-2007	
ΣΑΝΥΟ	Προσωπικά & οικιακά αγαθά	ΣΑΝΥΟ	Προσωπικά & οικιακά αγαθά
ΚΛΩΝΚ	Προσωπικά & οικιακά αγαθά	ΚΛΩΝΚ	Προσωπικά & οικιακά αγαθά
ΕΝΚΛΩ	Προσωπικά & οικιακά αγαθά	ΕΝΚΛΩ	Προσωπικά & οικιακά αγαθά
ΚΟΥΜ	Χρηματοοικ.υπηρεσίες	ΚΟΥΜ	Χρηματοοικ.υπηρεσίες
ΛΑΝΕΤ	Τηλεπικοινωνίες	ΛΑΝΕΤ	Τηλεπικοινωνίες
	Βιομηχ. προϊόντα & υπηρεσίες		
ΔΙΟΝ	Μέσα ενημέρωσης	ΔΟΛ	Μέσα ενημέρωσης
ΔΟΛ	Μέσα ενημέρωσης	ΤΕΓΟ	Μέσα ενημέρωσης
ΤΕΓΟ	Μέσα ενημέρωσης		
ΑΛΤΕΚ	Τεχνολογία		
ΑΕΓΕΚ	Κατασκευές & υλικά κατασκ.	ΑΕΓΕΚ	Κατασκευές & υλικά κατασκ.
ΑΤΤΙΚ	Κατασκευές & υλικά κατασκ.	ΑΤΤΙΚ	Κατασκευές & υλικά κατασκ.
ΑΘΗΝΑ	Κατασκευές & υλικά κατασκ.	ΑΘΗΝΑ	Κατασκευές & υλικά κατασκ.
ΜΙΝΟΑ	Ταξίδια & αναψυχή		
ΒΣΤΑΡ	Ταξίδια & αναψυχή	ΒΣΤΑΡ	Ταξίδια & αναψυχή
ΑΤΤΙΚΑ	Ταξίδια & αναψυχή	ΑΤΤΙΚΑ	Ταξίδια & αναψυχή
ΕΛΒΑ	Πρώτες ύλες	ΕΛΒΑ	Πρώτες ύλες
ΕΤΕΜ	Πρώτες ύλες	ΕΤΕΜ	Πρώτες ύλες
ΣΙΔΕ	Πρώτες ύλες	ΣΙΔΕ	Πρώτες ύλες
ΧΑΚΟΡ	Πρώτες ύλες	ΧΑΚΟΡ	Πρώτες ύλες
	Βιομηχ. προϊόντα & υπηρεσίες		Βιομηχ. προϊόντα & υπηρεσίες
ΒΙΟΧΚ	Βιομηχ. προϊόντα & υπηρεσίες	ΒΙΟΧΚ	Βιομηχ. προϊόντα & υπηρεσίες
		ΕΛΚΑ	Βιομηχ. προϊόντα & υπηρεσίες
ΑΛΦΑ	Τράπεζες		
ΕΤΕ	Τράπεζες	ΕΤΕ	Τράπεζες
ΠΕΙΡ	Τράπεζες	ΠΕΙΡ	Τράπεζες
ΕΥΡΩΒ	Τράπεζες	ΕΥΡΩΒ	Τράπεζες
ΕΜΠ	Τράπεζες		
NHP	Τρόφιμα & ποτά	NHP	Τρόφιμα & ποτά
ΣΕΛΟ	Τρόφιμα & ποτά	ΣΕΛΟ	Τρόφιμα & ποτά
ΓΕΚ	Χρηματοοικ.υπηρεσίες	ΓΕΚ	Χρηματοοικ.υπηρεσίες
ΤΕΡΝΑ	Κατασκευές & υλικά κατασκ.	ΤΕΡΝΑ	Κατασκευές & υλικά κατασκ.
	Βιομηχ. προϊόντα & υπηρεσίες		Βιομηχ. προϊόντα & υπηρεσίες
METK	Βιομηχ. προϊόντα & υπηρεσίες	METK	Βιομηχ. προϊόντα & υπηρεσίες
ΜΥΤΙΑ	Πρώτες ύλες	ΜΥΤΙΑ	Πρώτες ύλες

Πίνακας 5.25 Συνεκτικές συνιστώσες των περιόδων 2002-2007 και 2003-2007 για όριο $\theta=0,55$.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΜΕΛΛΟΝΤΙΚΕΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΕΙΣ

Συνοψίζοντας, τα αποτελέσματα της μελέτης εστιάζουν κυρίως σε δύο γεγονότα. Πρώτον, στην επιβεβαίωση του γεγονότος πως το γράφημα του Χρηματιστηρίου Αξιών Αθηνών ακολουθεί το μοντέλο power law και παρουσιάζει χαρακτηριστικά του μοντέλου αυτού και δεύτερον στο πως κάποιος επενδυτής θα μπορούσε να εκμεταλλευτεί τα αποτελέσματα αυτά κατά τη διαμόρφωση ενός επενδυτικού χαρτοφυλακίου μετοχών.

Κατά τη στατιστική ανάλυση της κατανομής των βαθμών των κορυφών του γραφήματος του Χρηματιστηρίου Αξιών Αθηνών αποδείχθηκε ότι και αυτό το γράφημα ακολουθεί τις ιδιότητες του μοντέλου power law, όπως και τόσα άλλα σύγχρονα γραφήματα που αντιπροσωπεύουν πραγματικά προβλήματα με πολύ μεγάλο όγκο επεξεργάσιμων δεδομένων. Προκύπτει λοιπόν ότι και χρηματοοικονομικής φύσεως προβλήματα μπορούν να προσεγγιστούν πρακτικά με χρήση αυτής της θεωρίας.

Κατά την ανάλυση των κλικών και των ανεξαρτήτων συνόλων μελετήθηκε κατά ένα μεγάλο ποσοστό η δομή του γραφήματος, και παρουσιάστηκε ένας διαφορετικός τρόπος προσέγγισης στο πρόβλημα της επιλογής επενδυτικών χαρτοφυλακίων. Μελετώντας κάποιος υποψήφιος επενδυτής τη συμπεριφορά χρεογράφων που αποτελούν μία κλίκα, ένα ανεξάρτητο σύνολο ή μία συνεκτική συνιστώσα σε κάποιο βάθος χρόνου, μπορεί να βγάλει κάποια πολύ χρήσιμα συμπεράσματα και ανάλογα με τις προτιμήσεις του και τις προσδοκίες του σε σχέση με τον κίνδυνο και την απόδοση της επένδυσής του, μπορεί να προχωρήσει στην επιλογή του χαρτοφυλακίου επένδυσης. Πιο συγκεκριμένα, διαπιστώθηκε ότι πάντα υπάρχουν στο γράφημα κλίκες που περιλαμβάνουν κάποιον αριθμό μετοχών, ανάλογα με τη αυστηρότητα που ορίζει κάποιος στη συσχέτισή τους, δηλαδή υπάρχουν πάντα ομάδες μετοχών με παρόμοια συμπεριφορά. Το σημαντικότερο όμως είναι ότι οι ομάδες αυτές παρουσιάζουν έως ένα βαθμό μία συνέχεια σε βάθος χρόνου και δεν παρουσιάζουν πολλές διακυμάνσεις. Το αντίστοιχο δεν ισχύει όμως για τα ανεξάρτητα σύνολα, των οποίων η σύσταση αλλάζει

σε πολύ μεγαλύτερο βαθμό με το πέρασμα του χρόνου, γεγονός που καθιστά δύσκολη την αποτελεσματική εφαρμογή στρατηγικών διαφοροποίησης του χαρτοφυλακίου.

Κατά την παρουσίαση και ανάλυση των υπογραφημάτων του γραφήματος, δηλαδή των συνεκτικών συνιστωσών, διαπιστώθηκε και πρακτικά η θεωρία του μοντέλου power law, ότι δηλαδή για υψηλά όρια συσχέτισης επιβεβαιώθηκε η υπόθεση ότι υπάρχουν μικρές συνεκτικές συνιστώσες στο γράφημα που περιλαμβάνουν μετοχές με παρόμοια συμπεριφορά. Επιπλέον, αν το όριο συσχέτισης μειωθεί, οι συνεκτικές συνιστώσες όχι μόνο παραμένουν συνδεδεμένες, αλλά κάποιες από αυτές συνδέονται μεταξύ τους και δημιουργούν (με τη μείωση του ορίου συσχέτισης) μία ολοένα και μεγαλύτερη συνεκτική συνιστώσα. Επίσης, παρατηρήθηκε ότι οι μετοχές που αποτελούν τα υποσύνολα αυτά ανήκουν γενικά στους ίδιους κλάδους, επιβεβαιώνεται δηλαδή πως μετοχές του ίδιου κλάδου ακολουθούν γενικά την ίδια συμπεριφορά. Σημαντικό στοιχείο αποτελεί και το γεγονός ότι η σύσταση των συνεκτικών συνιστωσών παραμένει σχεδόν ίδια με το πέρασμα των χρόνων, άρα μία πιθανή επένδυση σε κάποιες μετοχές θα μπορούσε να βασιστεί στη παρατήρηση αυτή που αφορά τις συνεκτικές συνιστώσες.

Η μελέτη αυτή θα μπορούσε να έχει και επιπλέον προεκτάσεις στο μέλλον, όσον αφορά στη διαμόρφωση χαρτοφυλακίων επενδύσεων. Το μεθοδολογικό πλαίσιο της δικτυακής αναπαράστασης θα μπορούσε να εφαρμοστεί σε συνδυασμό με άλλες μεθόδους ομαδοποίησης από το χώρο της στατιστικής και της επιχειρησιακής έρευνας, όπως επίσης και να επεκταθεί σε άλλες μορφές “δημοφιλών” επενδύσεων εκτός των χαρτοφυλακίων μετοχών, όπως στις επενδύσεις σε ομόλογα ή αμοιβαία κεφάλαια. Μία ακόμα προοπτική θα ήταν ο συνδυασμός των αποτελεσμάτων αυτής της μελέτης με τα οικονομικά στοιχεία των εταιριών και τη διαχρονική τους εξέλιξη. Τέλος η μεθοδολογία που παρουσιάστηκε θα μπορούσε να εφαρμοστεί σε διεθνείς δείκτες, θα μπορούσε δηλαδή να δημιουργηθεί και να μελετηθεί το αντίστοιχο γράφημα, με τις κορυφές του γραφήματος να αντιπροσωπεύουν δείκτες διεθνών χρηματιστηρίων αντί για μετοχές.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

ΞΕΝΗ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Abello, J., Pardalos, P.M., Resende, M.G.C., (1999). On Maximum Clique Problems in very Large Graphs. DIMACS Series, Vol. 50. American Mathematical Society, Providence, RI, 119–130.

Aiello, W., Chung, F., Lu, L., (2001). “A random graph model for power law graphs”. *Experimental Mathematics* **10**, 53–66.

Arulselvan A., Boginski V., Kammerdiner A., Pardalos P.M. (2005), “Analysis of Stock Market Structure by Identifying Connected Components in the Market Graph”, *Journal of Financial Decision Making*, **1**, 27-37.

Barr, R. S. (1972), “The Multinational Cash Management Problem: A Generalized Network Approach,” Working Paper, University of Texas, Austin, Texas.

Boginski, V., Butenko, S., and Pardalos, P. M. (2003), “On Structural Properties of the Market Graph”, In: Nagurney, A., Editor, *Innovations in Financial and Economic Networks*, Edward Elgar Publishing, Cheltenham, England, 29-45

Boginski, V., Butenko, S. and Pardalos, P.M. (2005), “Statistical analysis of financial networks”, *Computational Statistics and Data Analysis*, **48**, 431–443.

Boginski, V., Butenko, S. and Pardalos P.M. (2006), “Mining market data: A network approach”, *Computers and Operations Research*, **33**, 3171-3184

Bomze, I.M., Budinich, M., Pardalos, P.M., Pelillo, M., (1999). “The maximum clique problem”. In: Du, D.-Z., Pardalos, P.M. (Eds.), *Handbook of Combinatorial Optimization*. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1–74.

Bondy J. A. and Murty U. S. R. (1976), “*Graph theory with applications*“, American Elsevier Publishing Company, Inc., New York

Charnes, A., and Cooper, W. W. (1961), “Management Models and Industrial Applications of Linear Programming”, *Management Science*, **4**, 38-91

Charnes A., and Miller, M. (1957), “Programming and Financial Budgeting,” Symposium on Techniques of Industrial Operations Research, Chicago, Illinois.

Christofides, N., Hewins, R. D., and, Salkin, G. R. (1979), “Graph Theoretic Approaches to Foreign Exchange Operations,” *Journal of Financial and Quantitative Analysis* **14**, 481-500.

Crum, R. L. (1976), “Cash Management in the Multinational Firm: A Constrained Generalized Network Approach”, Working Paper, University of Florida, Gainesville, Florida.

Crum, R. L., Klingman, D. D., and Tavis, L. A. (1983), “An Operational Approach to Integrated Working Capital Planning,” *Journal of Economics and Business* **35**, 343-378.

Crum, R. L., and Nye, D. J. (1981), “A Network Model of Insurance Company Cash Flow Management,” *Mathematical Programming Study* **15**, 86-101.

Eguiluz V. M., Cecchi G., Chialvo D. R., Baliki M., Apkarian A. V. (2003). Scale-free structure of brain functional networks. <http://arxiv.org/abs/cond-mat/0309092>

ILOG CPLEX 7.0 Reference Manual, 2000.

Kumar R., Raghavan P., Rajagopalan S., Sivakumar D., Tomkins A., Upfal E. (2000), “The Web as a graph” ,Proc. 19th ACM SIGACT-SIGMOD-AIGART Symp. Principles of Database Systems, PODS

Mulvey, J. M., and Vladimirou, H. (1991), "Solving Multistage Stochastic Networks: An Application of Scenario Aggregation," *Networks* **21**, 619-643.

Mulvey, J. M., and Vladimirou, H. (1989), "Stochastic Network Optimization Models for Investment Planning," *Annals of Operations Research* **20**, 187-217.

Mulvey, J. M. (1987), "Nonlinear Networks in Finance," *Advances in Mathematical Programming and Financial Planning* **1**, 253-271.

Nagurney, A. (2008), "Financial networks", In: Zopounidis, C., Doumpos M., and Pardalos P. M., Editors, *Handbook of Financial Engineering*, Springer, New York, 345-384

Nagurney, A., and Hughes, M. (1992), "Financial Flow of Funds Networks," *Networks* **22**, 145-161.

Nagurney, A., Dong, J., and Hughes, M. (1992), "Formulation and Computation of General Financial Equilibrium," *Optimization* **26**, 339-354.

Reinhard Diestel (1997), *Graph theory*, Springer-Verlag Heidenberg, New York 1997, 2000,2005

Rutenberg, D. P. (1970), "Maneuvering Liquid Assets in a Multi-National Company: Formulation and Deterministic Solution Procedures," *Management Science* **16**, 671-684.

Samuelson, P. A. (1952), "Spatial Price Equilibrium and Linear Programming," *American Economic Review* **42**, 283-303.

Shapiro, A. C., and Rutenberg, D. P. (1976), "Managing Exchange Risks in a Floating World," *Financial Management* **16**, 48-58.

Srinivasan, V. (1974), “A Transshipment Model for Cash Management Decisions,” *Management Science* **20**, 1350-1363.

Storoy, S., Thore, S., and Boyer, M. (1975), “Equilibrium in Linear Capital Market Networks,” *The Journal of Finance* **30**, 1197-1211.

Takayama, T., and Judge, G. G. (1971), *Spatial and Temporal Price and Allocation Models*, North-Holland, Inc., Amsterdam, The Netherlands.

Thore, S. (1969), “Credit Networks,” *Economica* **36**, 42-57.

Thore, S. (1970), “Programming a Credit Network under Uncertainty,” *Journal of Money, Banking, and Finance* **2**, 219-246.

Thore, S. (1980), *Programming the Network of Financial Intermediation*, Universitetsforlaget, Oslo, Norway.

Thore, S. (1984), “Spatial Models of the Eurodollar Market,” *Journal of Banking and Finance* **8**, 51-65.

ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Δούμπος, Μ. (2006), Σημειώσεις μαθήματος “Μαθηματικός Χρηματοοικονομικός Λογισμός”, Τμήμα Μηχανικών Παραγωγής και Διοίκησης, Πολυτεχνείο Κρήτης, Χανιά

Μυγδαλάς Α., (2005), Σημειώσεις μαθήματος “Συνδυαστική Βελτιστοποίηση”, Τμήμα Μηχανικών Παραγωγής και Διοίκησης, Πολυτεχνείο Κρήτης, Χανιά

Ζοπουνίδης Κ. (2003), *Βασικές αρχές και σύγχρονα θέματα του χρηματοοικονομικού μάνατζμεντ*, Εκδόσεις Κλειδάριθμος, Αθήνα

ΙΣΤΟΣΕΛΙΔΕΣ

<http://www.datatext.gr>

<http://el.wikipedia.org/wiki/>

<http://www.iraj.gr/>

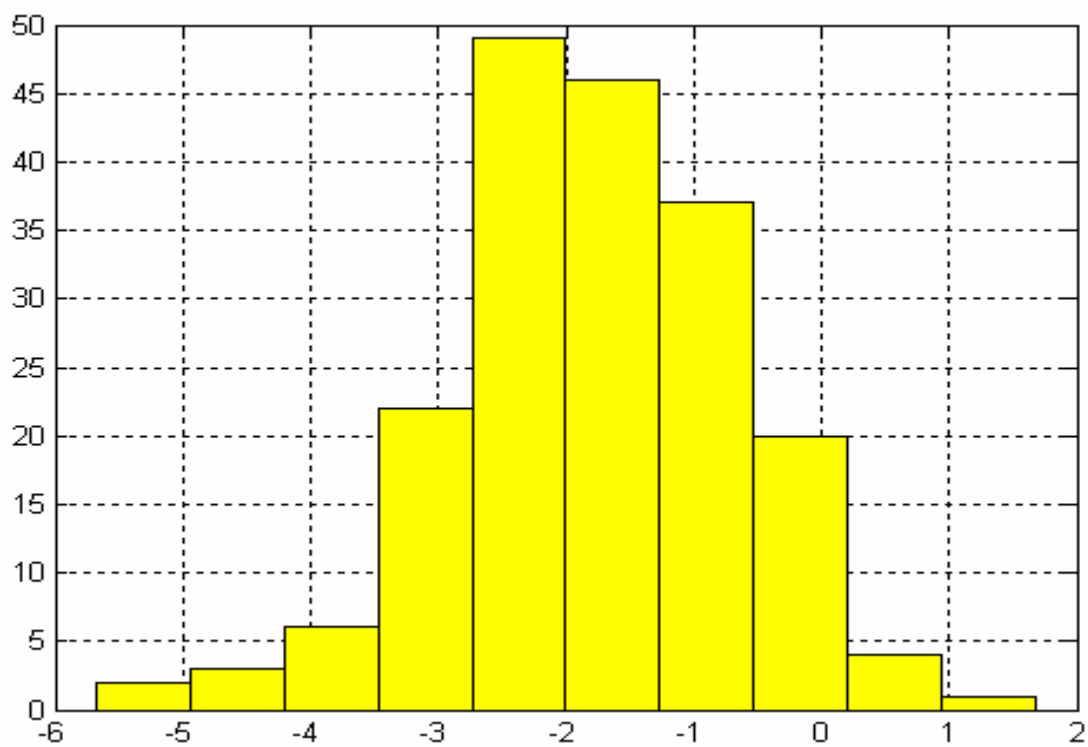
http://www.cysec.gov.cy/default_gr.aspx

<http://www.ase.gr/>

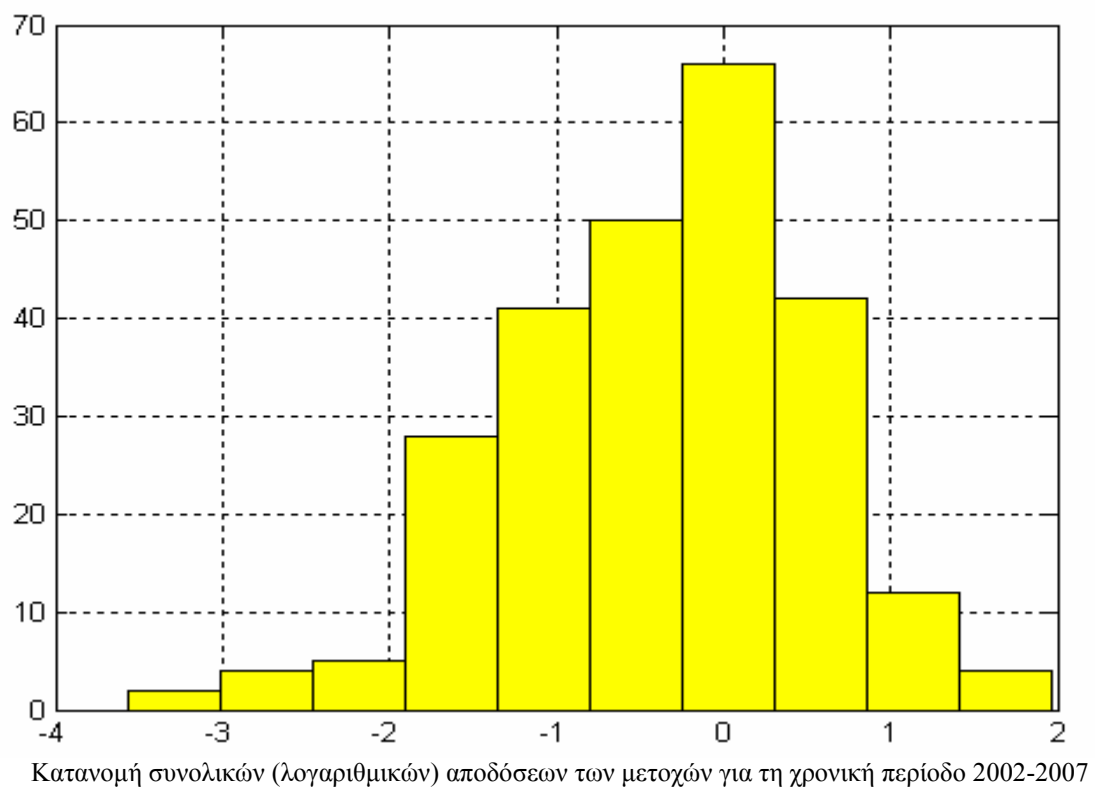
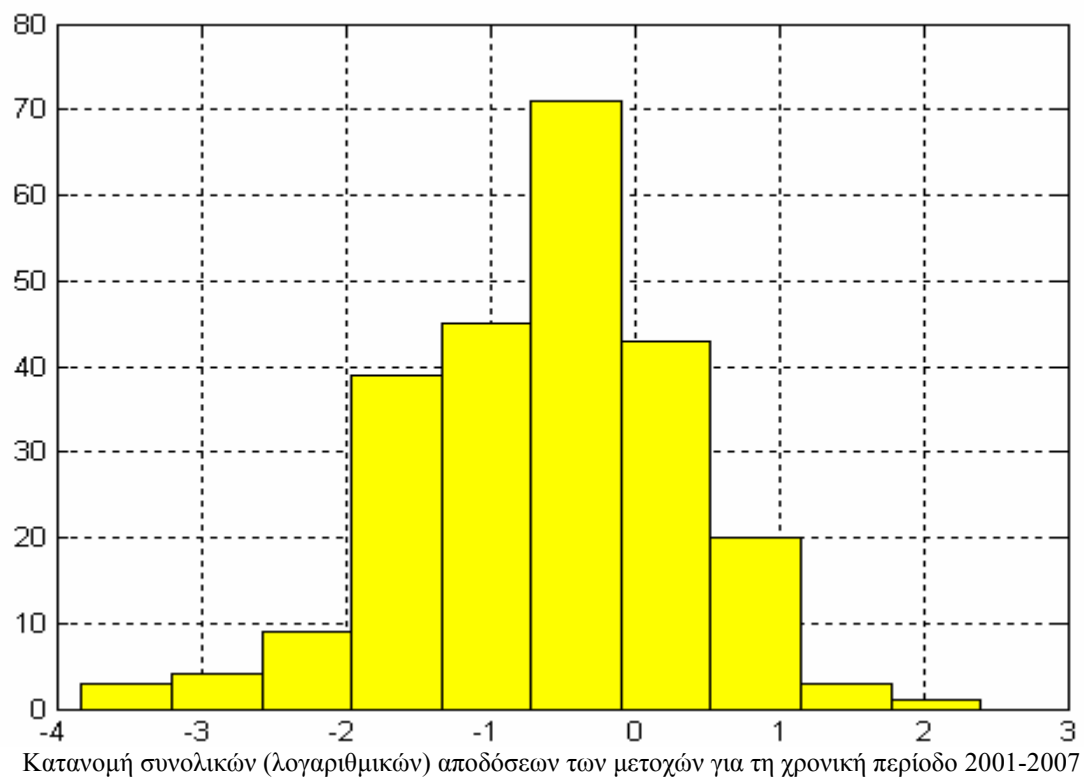
<http://www.naftemporiki.gr/>

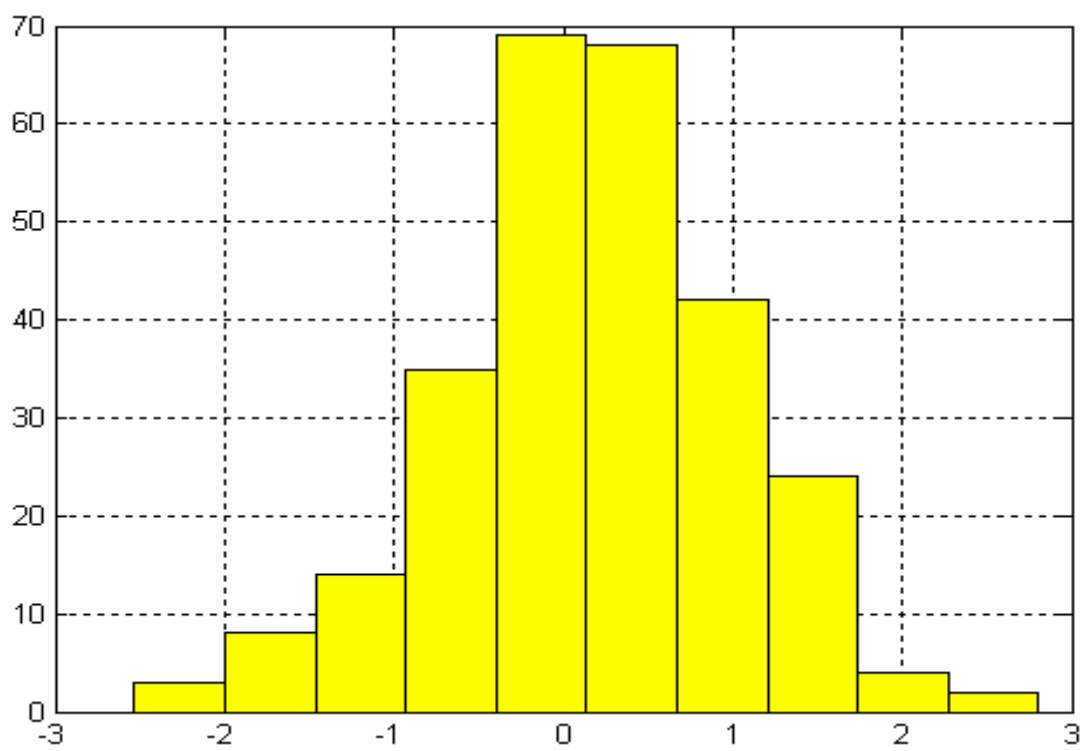
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

ΣΥΝΟΛΙΚΕΣ ΑΠΟΔΟΣΕΙΣ ΓΙΑ ΚΑΘΕ ΧΡΟΝΙΚΗ ΠΕΡΙΟΔΟ

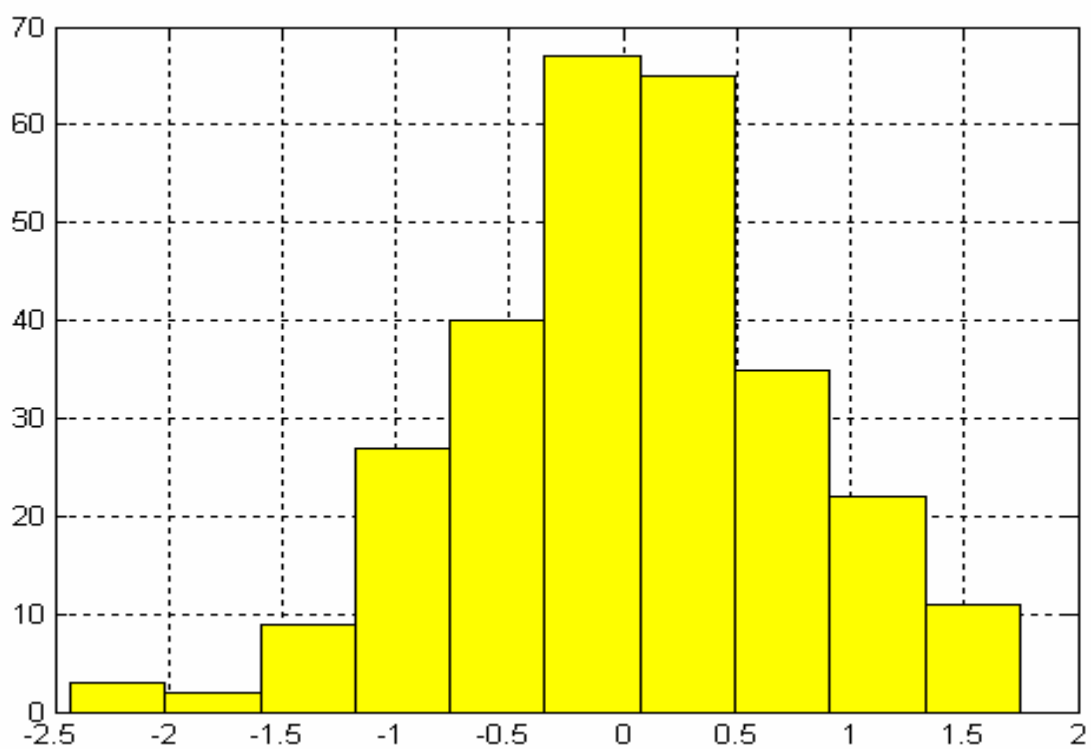


Κατανομή συνολικών (λογαριθμικών) αποδόσεων των μετοχών για τη χρονική περίοδο 2000-2007

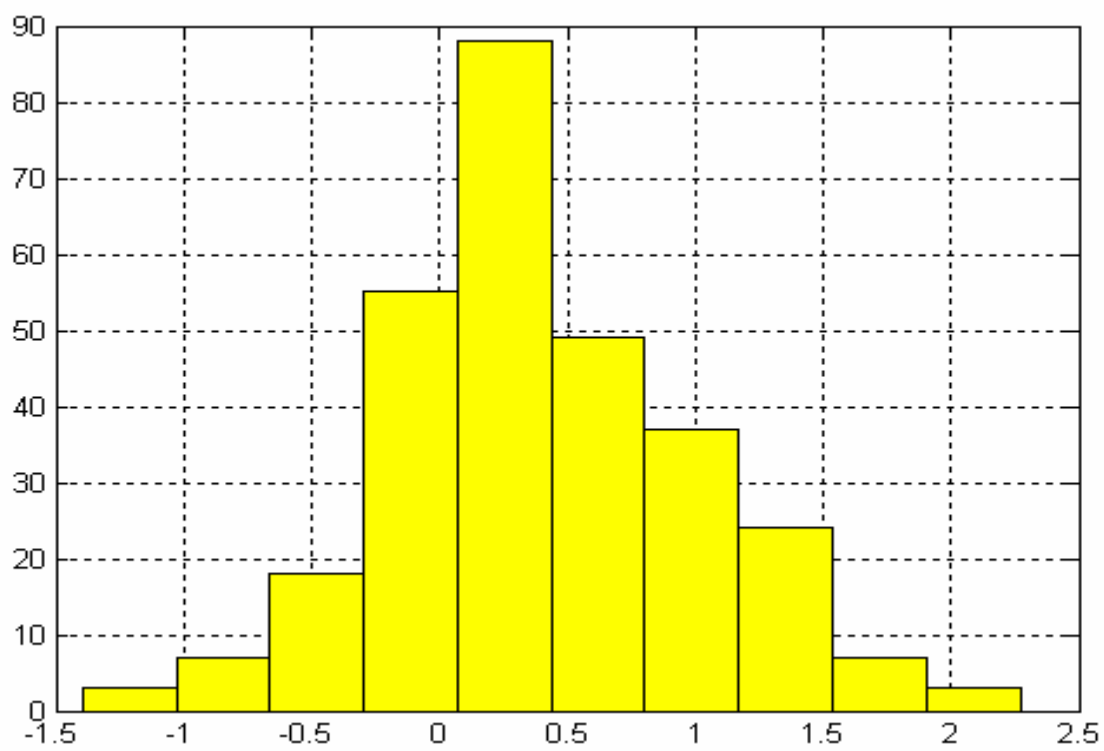




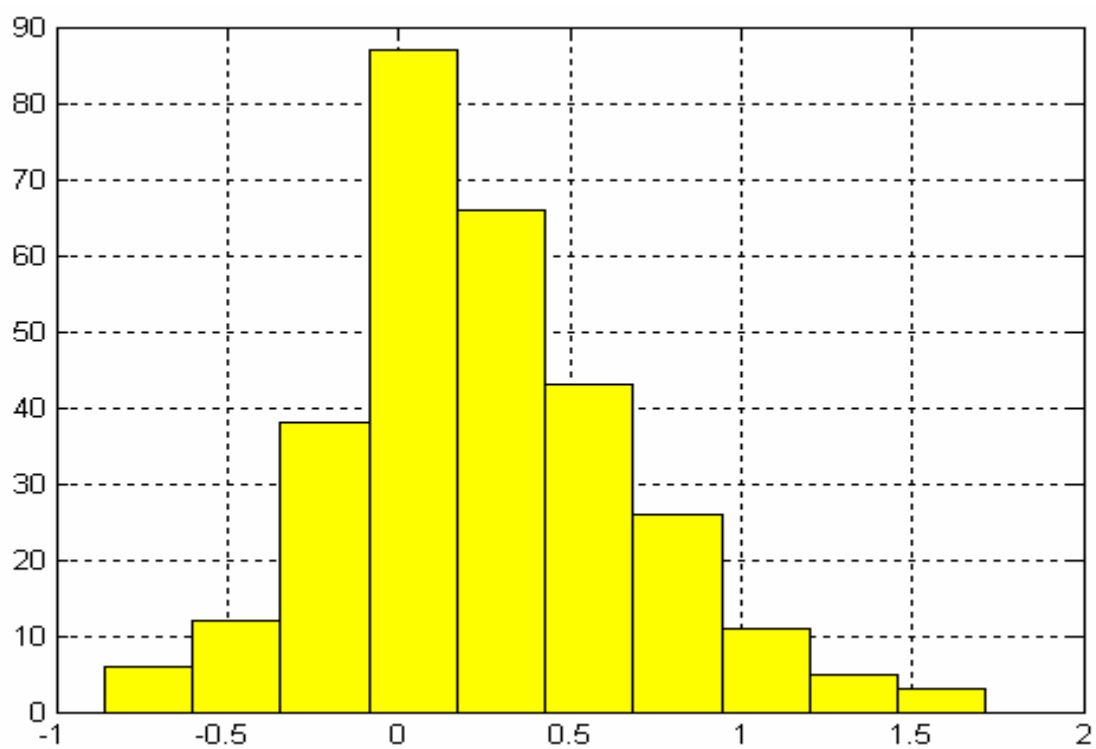
Κατανομή συνολικών (λογαριθμικών) αποδόσεων των μετοχών για τη χρονική περίοδο 2003-2007



Κατανομή συνολικών (λογαριθμικών) αποδόσεων των μετοχών για τη χρονική περίοδο 2004-2007

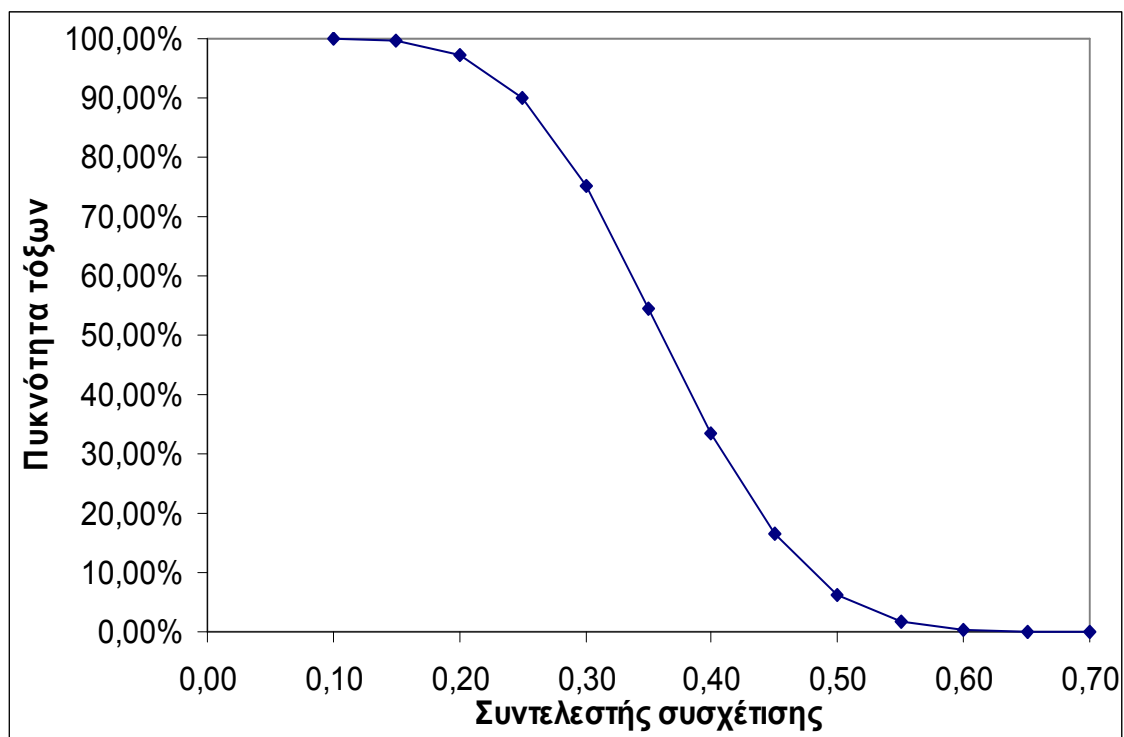


Κατανομή συνολικών (λογαριθμικών) αποδόσεων των μετοχών για τη χρονική περίοδο 2005-2007

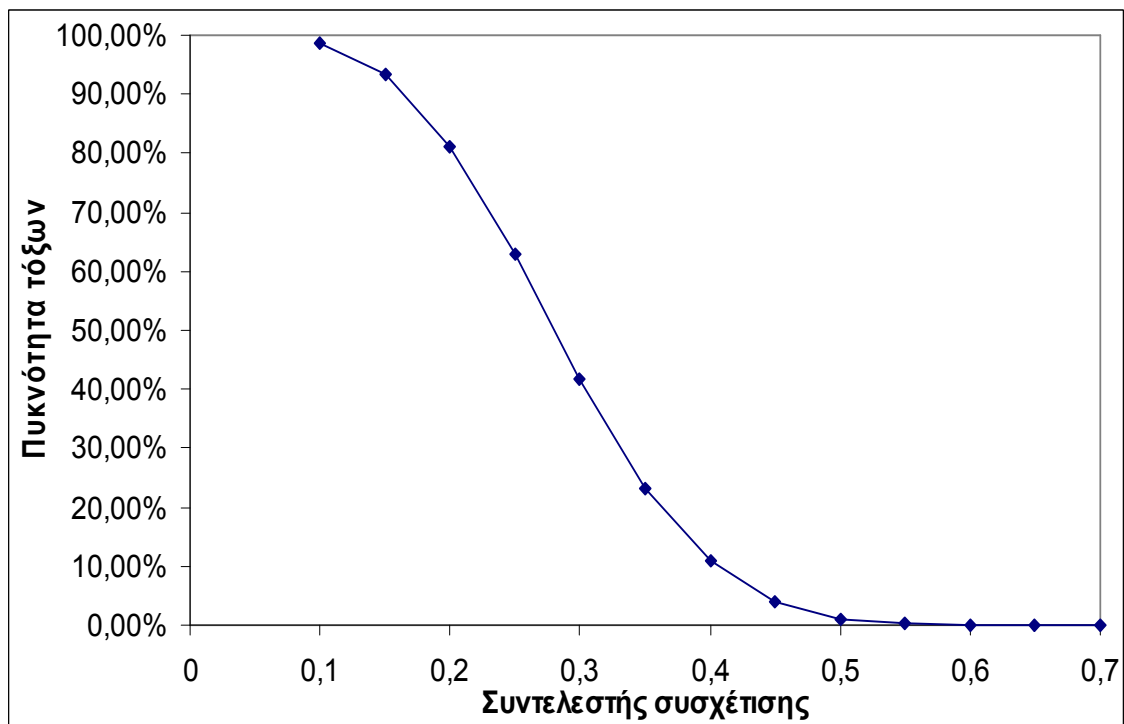


Κατανομή συνολικών (λογαριθμικών) αποδόσεων των μετοχών για τη χρονική περίοδο 2002-2007

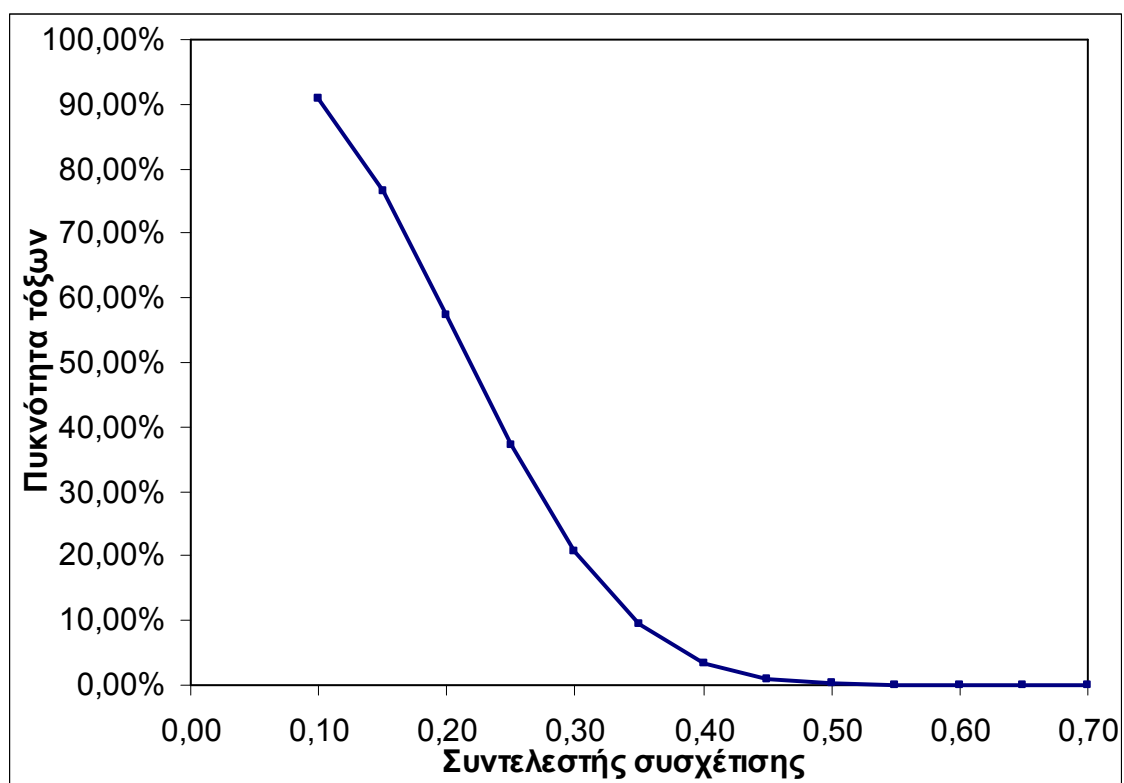
ΠΥΚΝΟΤΗΤΑ ΤΟΞΩΝ ΤΟΥ ΓΡΑΦΗΜΑΤΟΣ ΓΙΑ ΟΛΕΣ ΤΙΣ ΧΡΟΝΙΚΕΣ ΠΕΡΙΟΔΟΥΣ



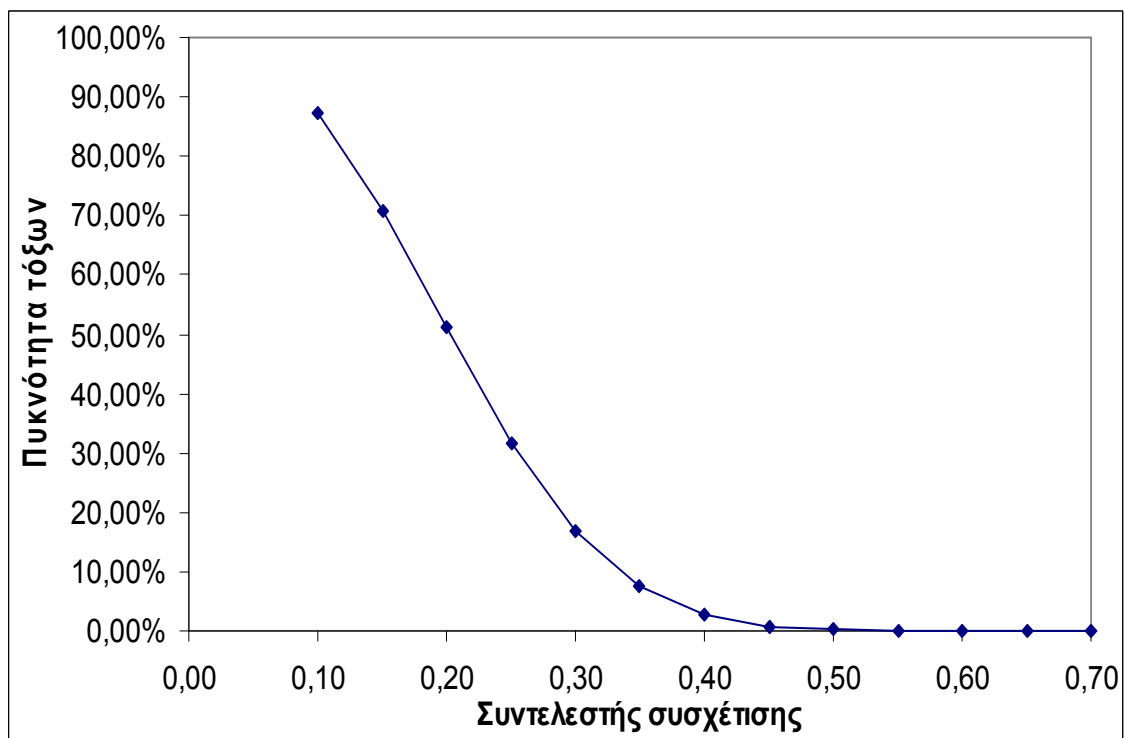
Πυκνότητα τόξων του γραφήματος του Χρηματιστηρίου Αθηνών για διάφορες τιμές του συντελεστή συσχέτισης για την χρονική περίοδο 2000-2007



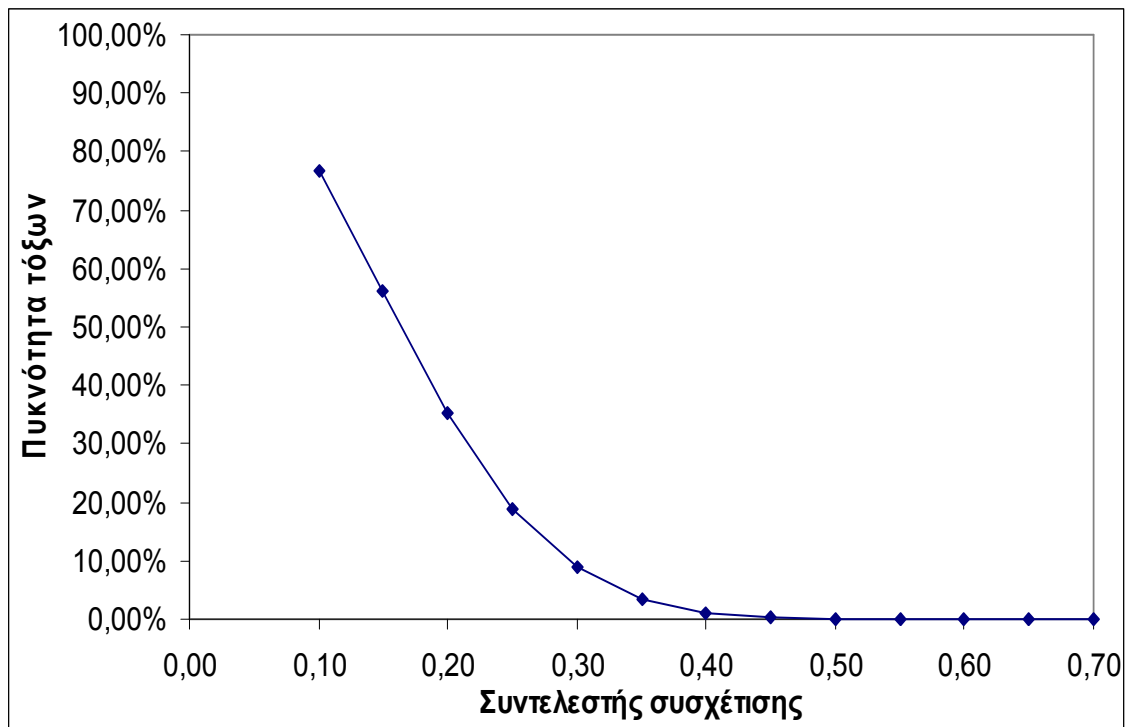
Πυκνότητα τόξων του γραφήματος του Χρηματιστηρίου Αθηνών για διάφορες τιμές του συντελεστή συσχέτισης για την χρονική περίοδο 2001-2007



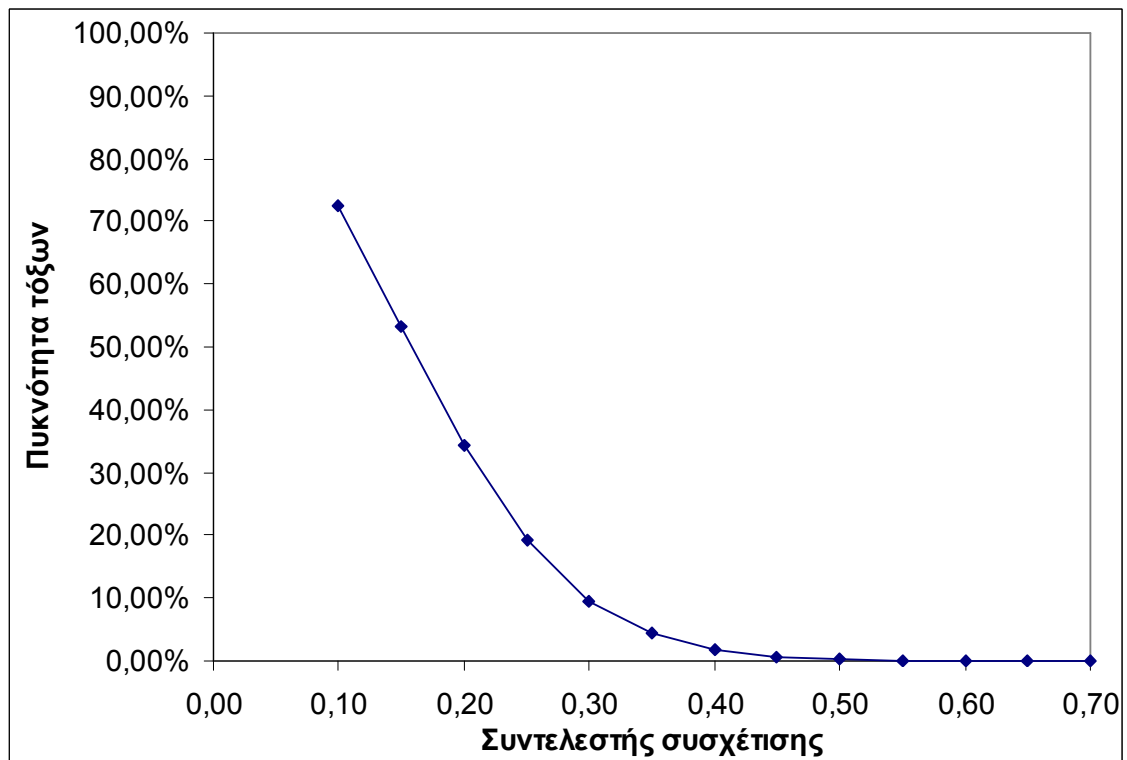
Πυκνότητα τόξων του γραφήματος του Χρηματιστηρίου Αθηνών για διάφορες τιμές του συντελεστή συσχέτισης για την χρονική περίοδο 2002-2007



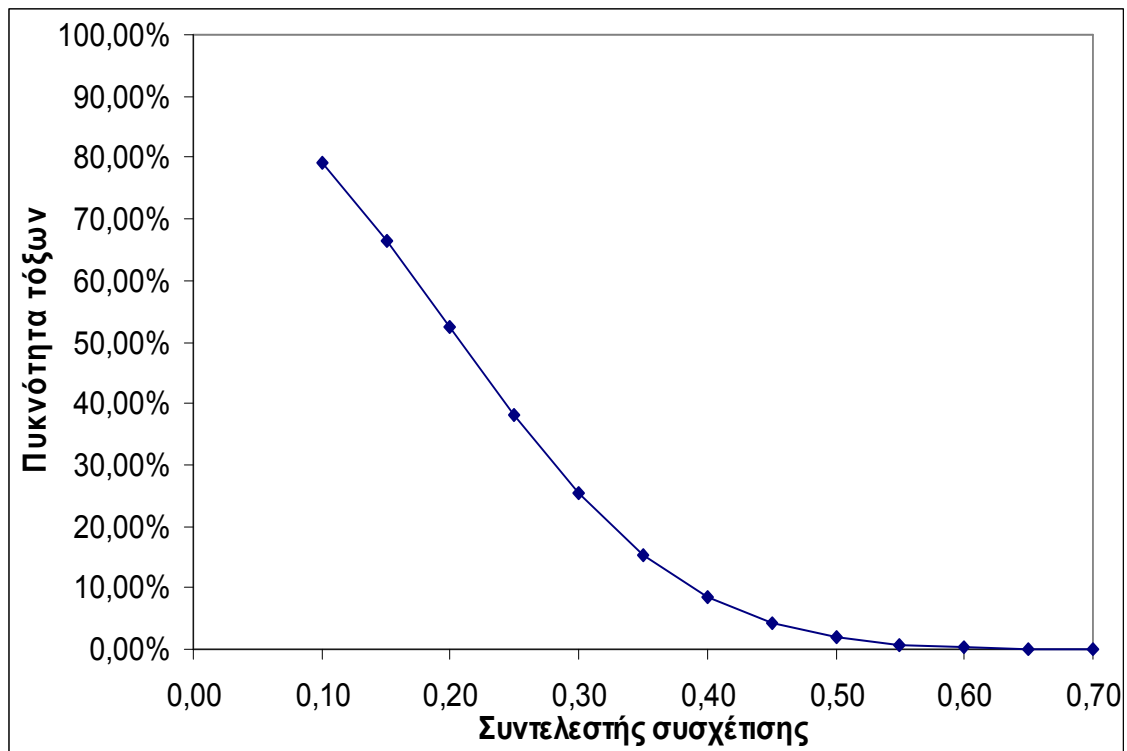
Πυκνότητα τόξων του γραφήματος του Χρηματιστηρίου Αθηνών για διάφορες τιμές του συντελεστή συσχέτισης για την χρονική περίοδο 2003-2007



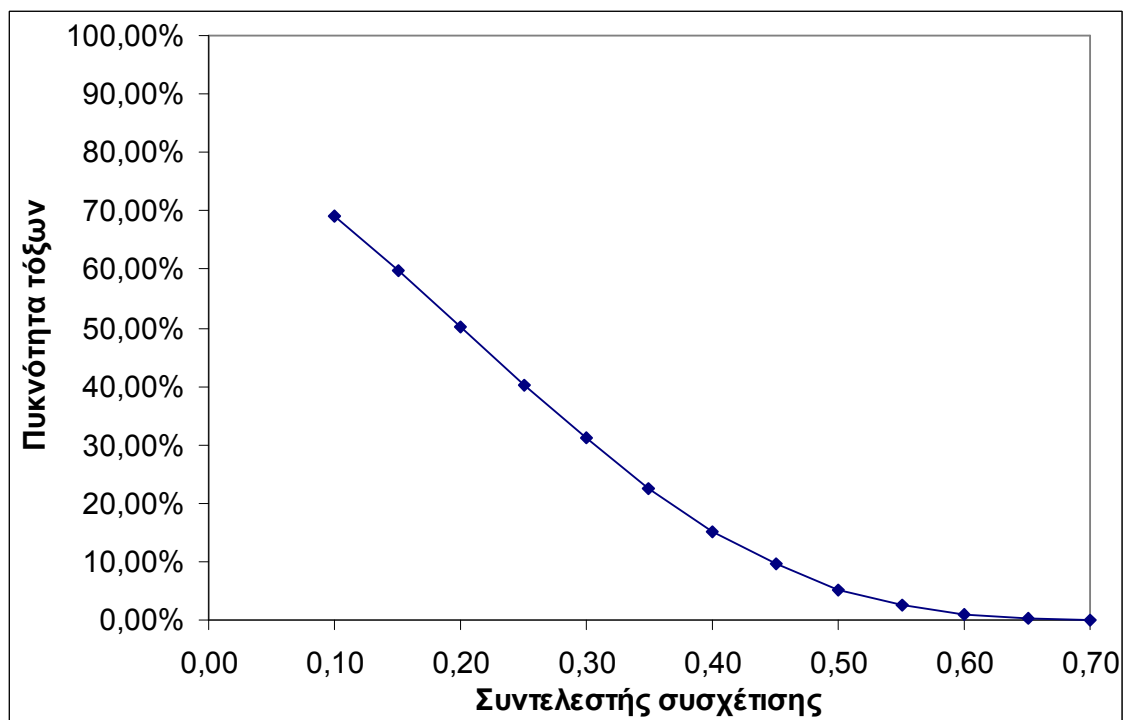
Πυκνότητα τόξων του γραφήματος του Χρηματιστηρίου Αθηνών για διάφορες τιμές του συντελεστή συσχέτισης για την χρονική περίοδο 2004-2007



Πυκνότητα τόξων του γραφήματος του Χρηματιστηρίου Αθηνών για διάφορες τιμές του συντελεστή συσχέτισης για την χρονική περίοδο 2005-2007

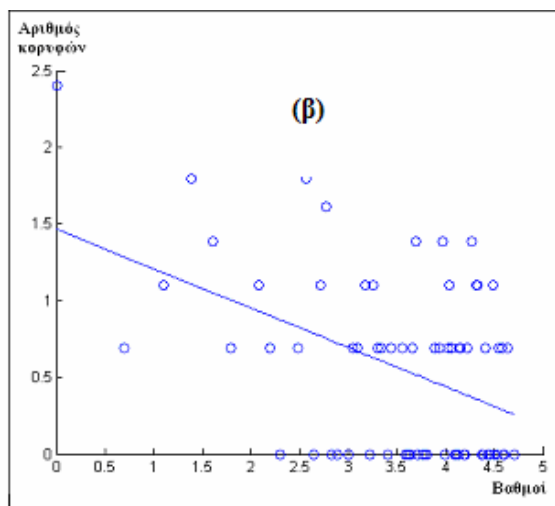
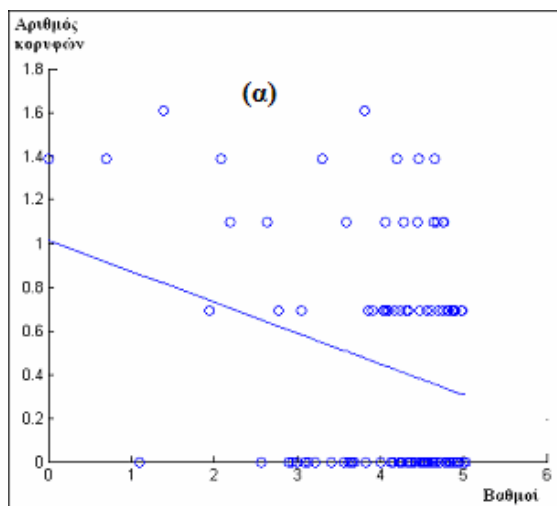


Πυκνότητα τόξων του γραφήματος του Χρηματιστηρίου Αθηνών για διάφορες τιμές του συντελεστή συσχέτισης για την χρονική περίοδο 2006-2007

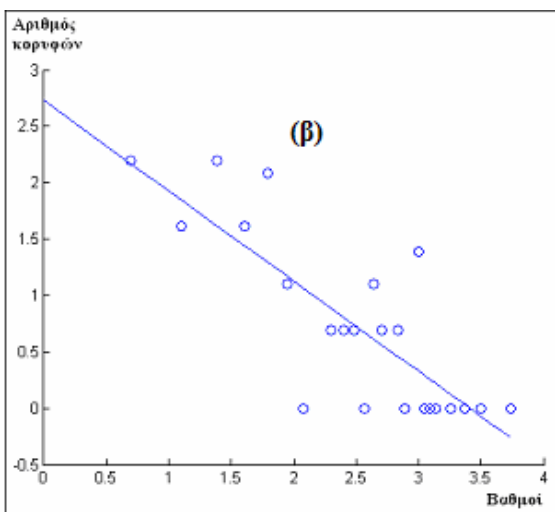
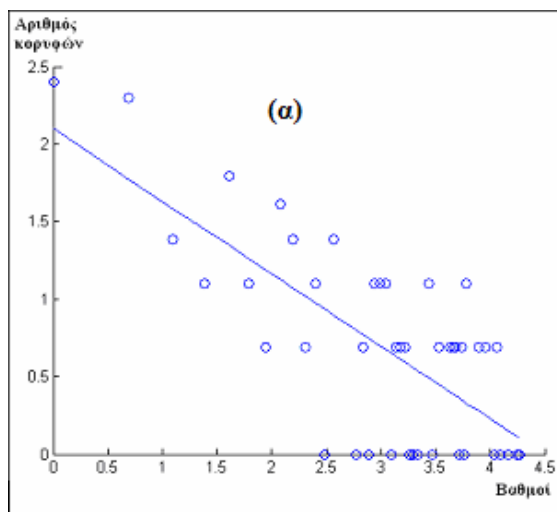


Πυκνότητα τόξων του γραφήματος του Χρηματιστηρίου Αθηνών για διάφορες τιμές του συντελεστή συσχέτισης για την χρονική περίοδο 2002-2007

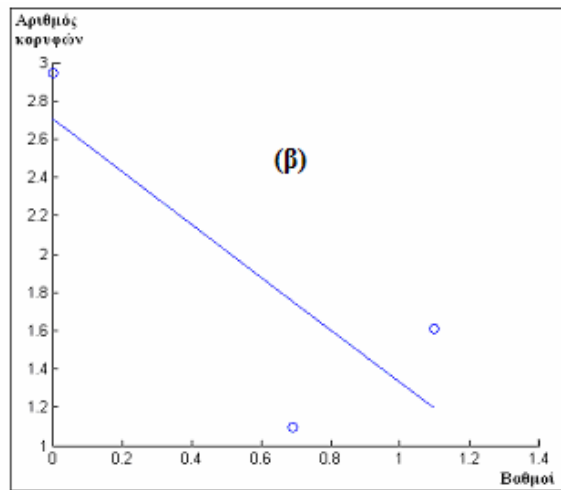
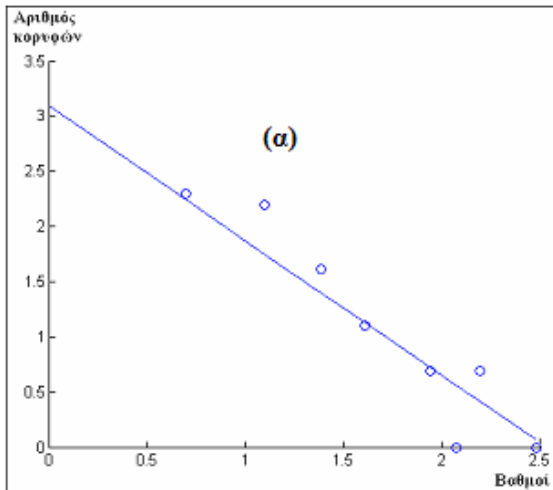
ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΒΑΘΜΩΝ ΤΩΝ ΚΟΡΥΦΩΝ ΤΟΥ ΓΡΑΦΗΜΑΤΟΣ ΓΙΑ ΟΛΕΣ ΤΙΣ ΧΡΟΝΙΚΕΣ ΠΕΡΙΟΔΟΥΣ



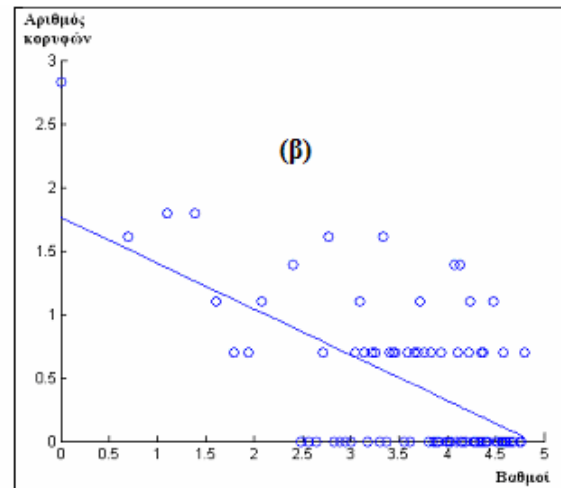
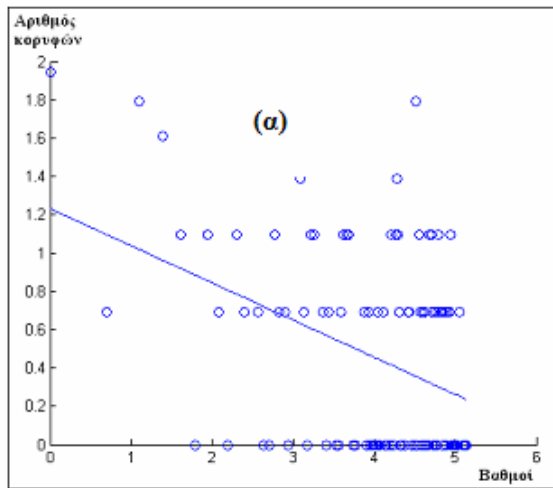
Κατανομή βαθμών του γραφήματος την περίοδο 2000-2007 για (α) $\mathcal{I} = 0,40$ και (β) $\mathcal{I} = 0,45$



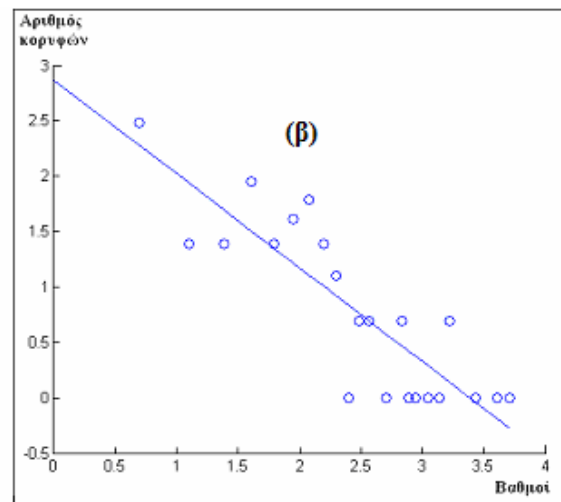
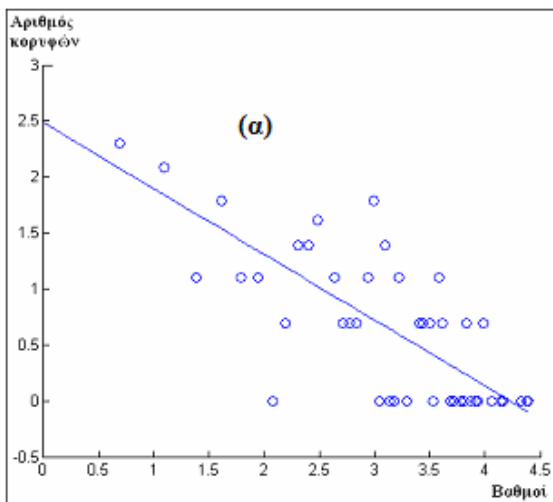
Κατανομή βαθμών του γραφήματος την περίοδο 2000-2007 για (α) $\mathcal{I} = 0,50$ και (β) $\mathcal{I} = 0,55$



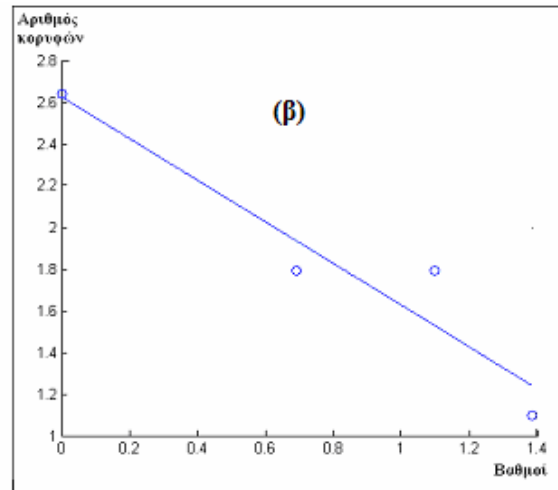
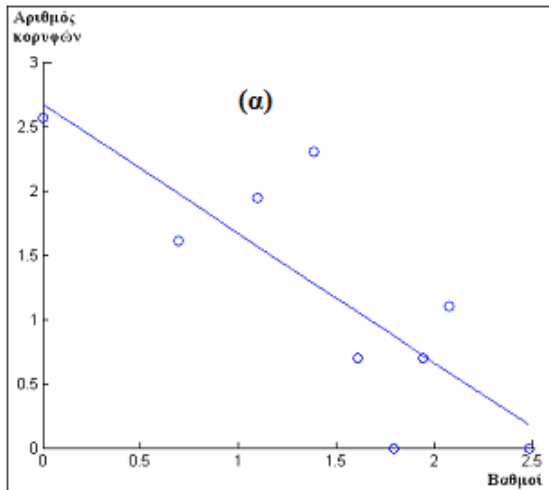
Κατανομή βαθμών του γραφήματος την περίοδο 2000-2007 για (α) $\vartheta = 0,60$ και (β) $\vartheta = 0,65$



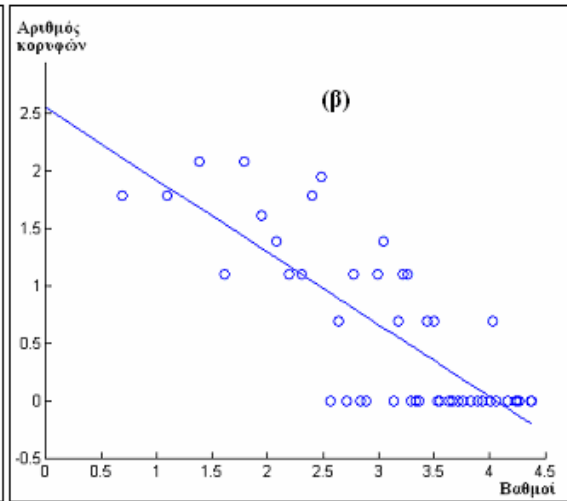
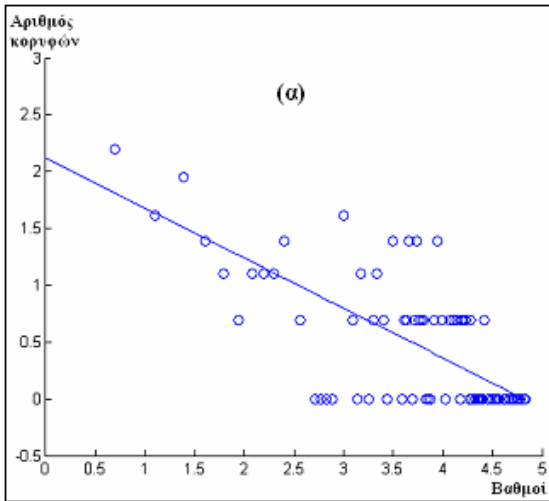
Κατανομή βαθμών του γραφήματος την περίοδο 2001-2007 για (α) $\vartheta = 0,35$ και (β) $\vartheta = 0,40$



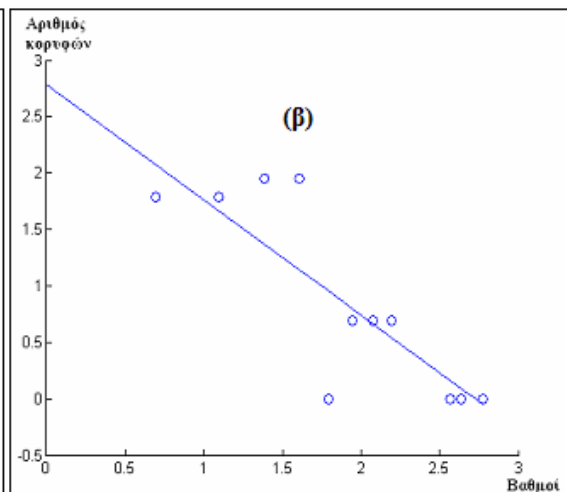
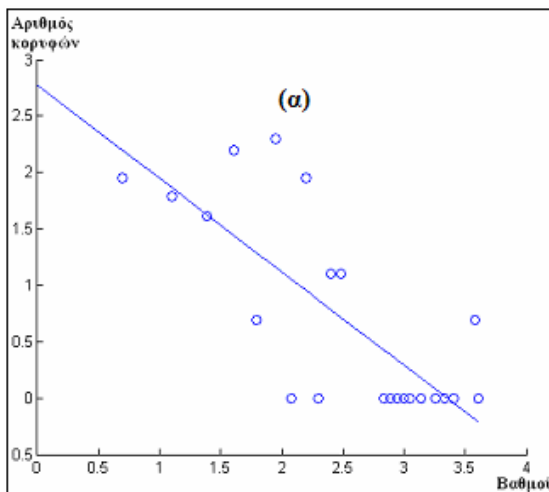
Κατανομή βαθμών του γραφήματος την περίοδο 2001-2007 για (α) $\vartheta = 0,45$ και (β) $\vartheta = 0,50$



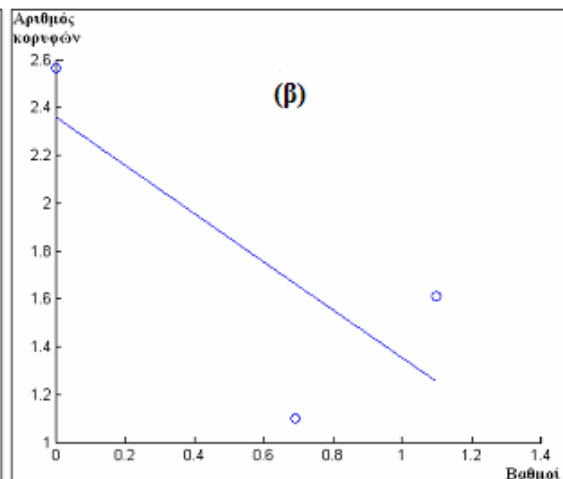
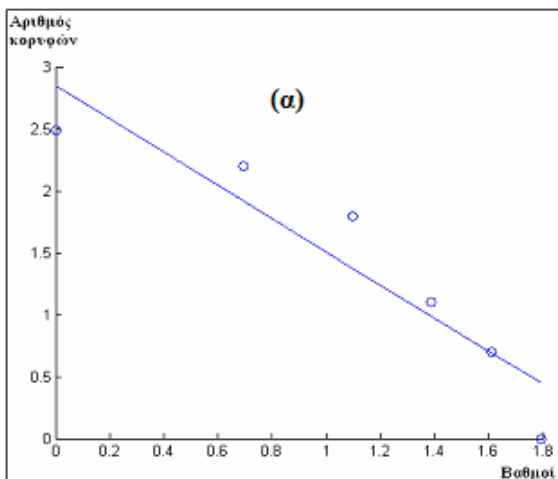
Κατανομή βαθμών του γραφήματος την περίοδο 2001-2007 για (α) $\mathcal{G} = 0,55$ και (β) $\mathcal{G} = 0,60$



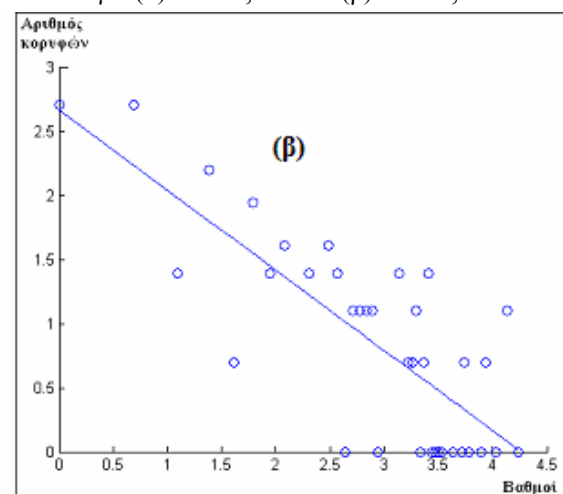
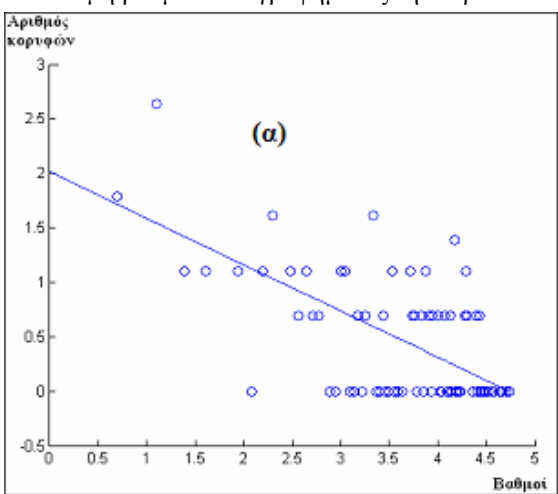
Κατανομή βαθμών του γραφήματος την περίοδο 2002-2007 για (α) $\mathcal{G} = 0,35$ και (β) $\mathcal{G} = 0,40$



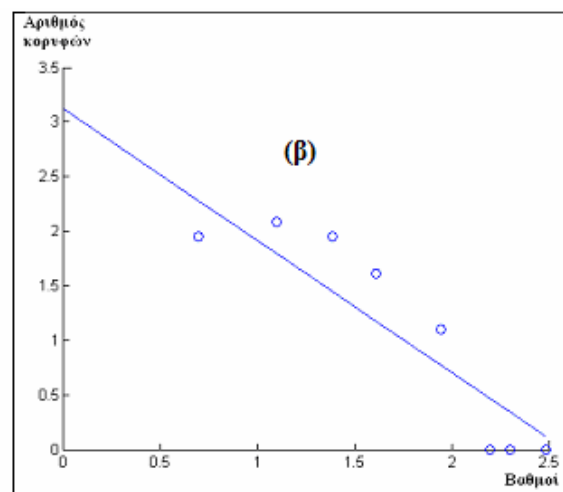
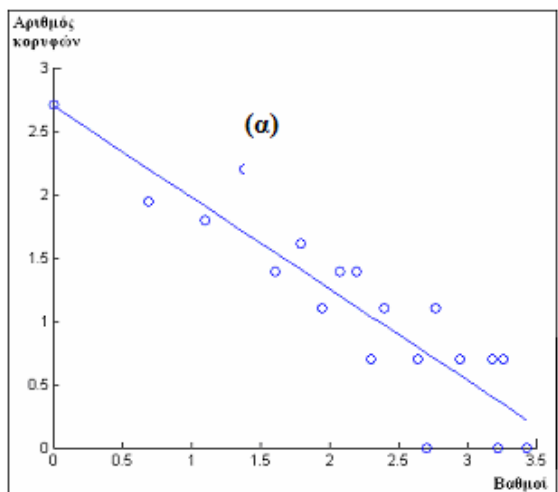
Κατανομή βαθμών του γραφήματος την περίοδο 2002-2007 για (α) $\mathcal{G} = 0,45$ και (β) $\mathcal{G} = 0,50$



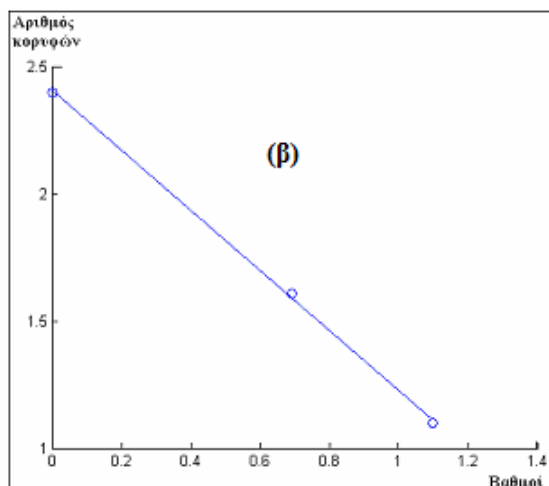
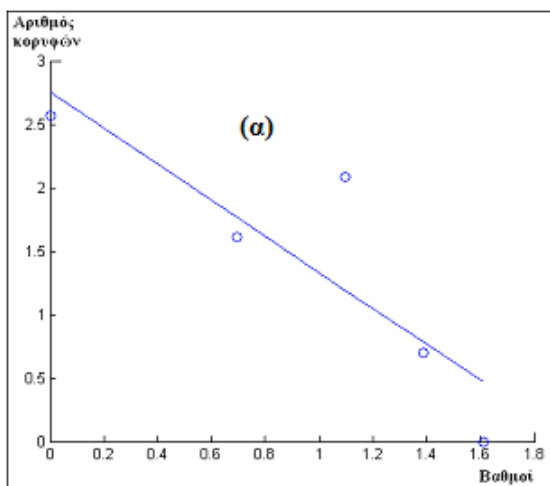
Κατανομή βαθμών του γραφήματος την περίοδο 2002-2007 για (α) $\rho = 0,55$ και (β) $\rho = 0,60$



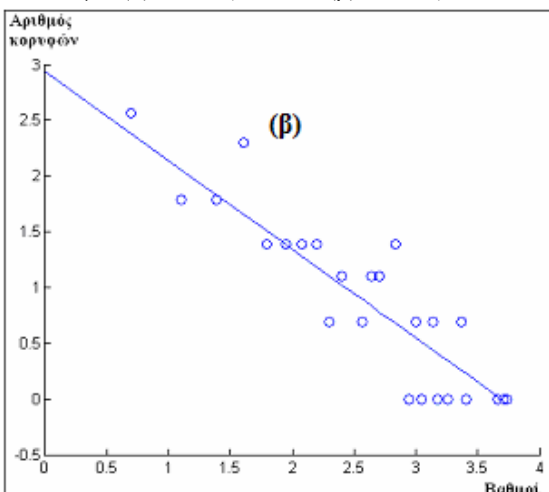
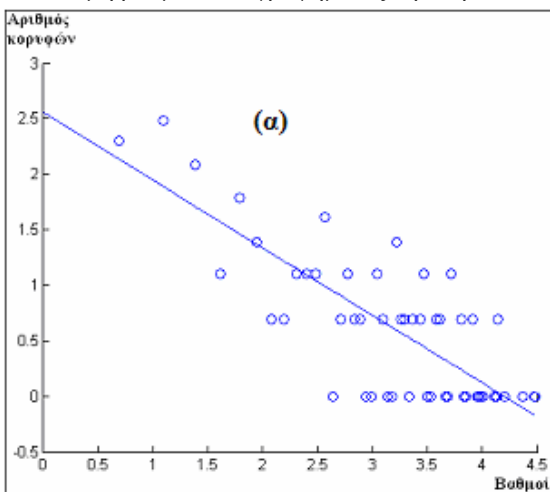
Κατανομή βαθμών του γραφήματος την περίοδο 2003-2007 για (α) $\rho = 0,35$ και (β) $\rho = 0,40$



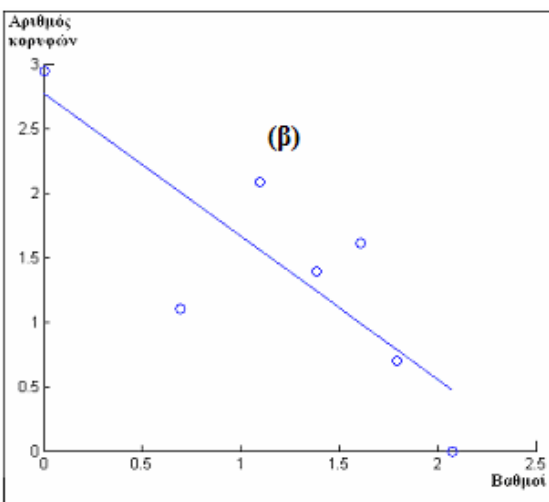
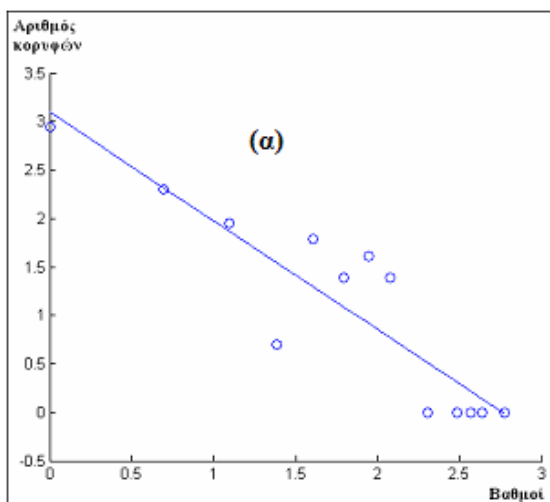
Κατανομή βαθμών του γραφήματος την περίοδο 2003-2007 για (α) $\rho = 0,45$ και (β) $\rho = 0,50$



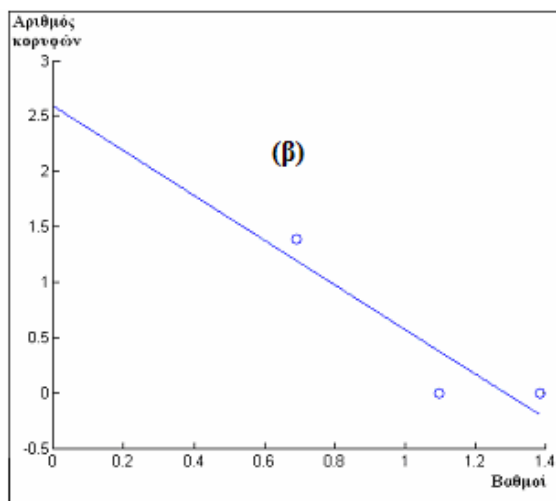
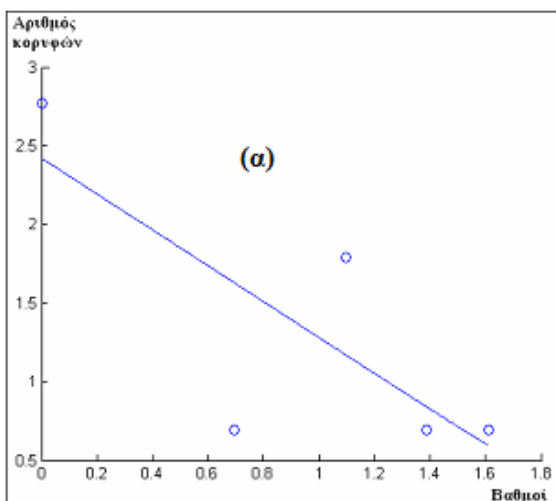
Κατανομή βαθμών του γραφήματος την περίοδο 2003-2007 για (α) $\mathcal{G} = 0,55$ και (β) $\mathcal{G} = 0,60$



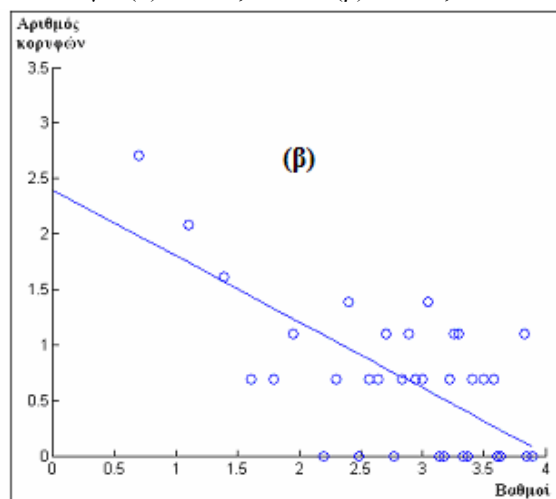
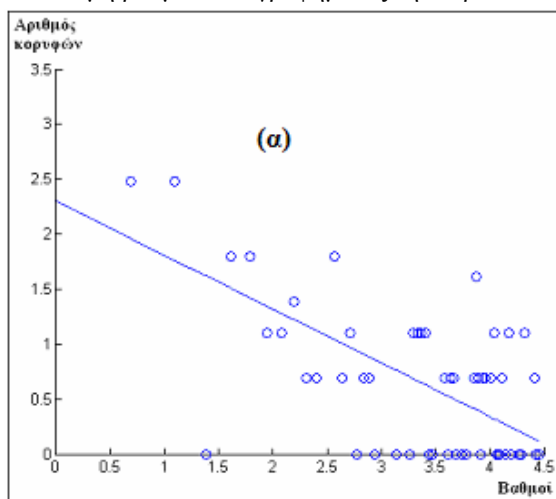
Κατανομή βαθμών του γραφήματος την περίοδο 2004-2007 για (α) $\mathcal{G} = 0,35$ και (β) $\mathcal{G} = 0,40$



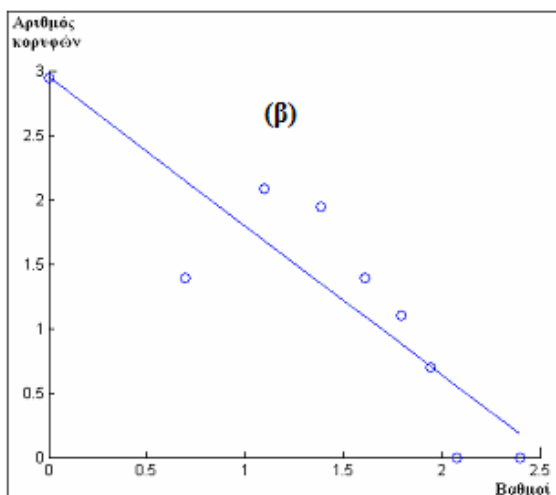
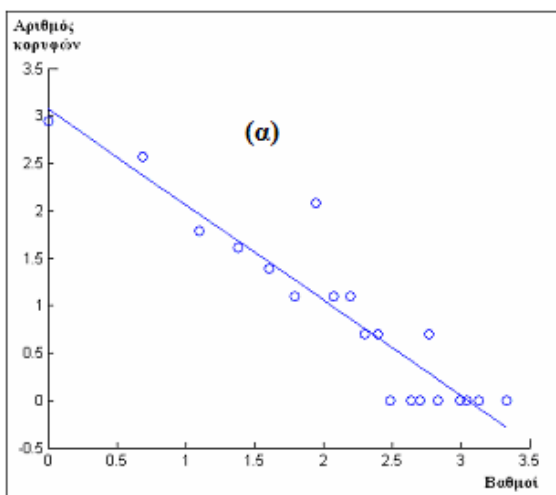
Κατανομή βαθμών του γραφήματος την περίοδο 2004-2007 για (α) $\mathcal{G} = 0,45$ και (β) $\mathcal{G} = 0,50$



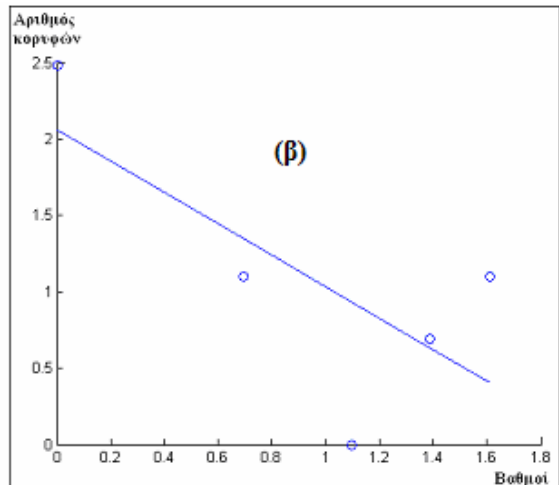
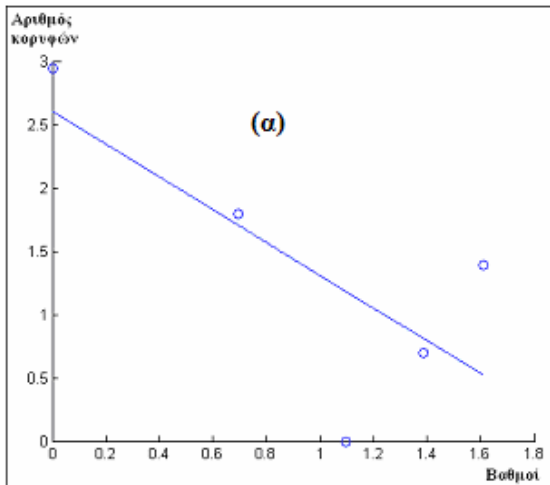
Κατανομή βαθμών του γραφήματος την περίοδο 2004-2007 για (α) $\rho = 0,55$ και (β) $\rho = 0,60$



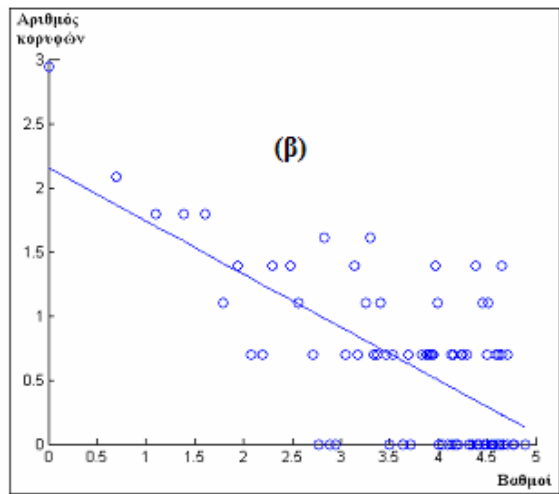
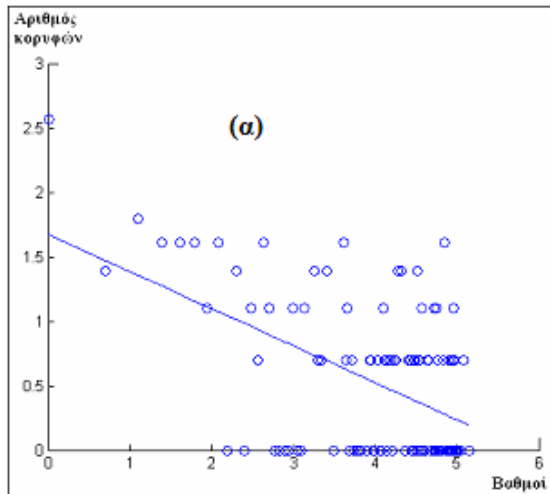
Κατανομή βαθμών του γραφήματος την περίοδο 2005-2007 για (α) $\rho = 0,35$ και (β) $\rho = 0,40$



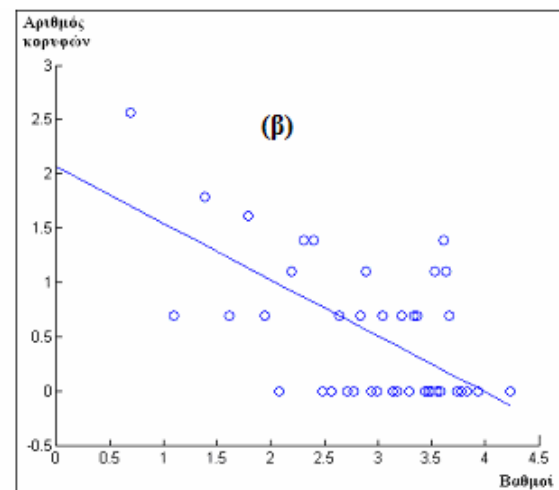
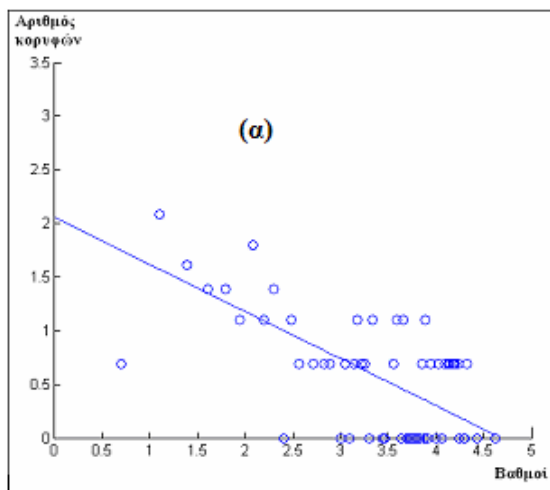
Κατανομή βαθμών του γραφήματος την περίοδο 2005-2007 για (α) $\rho = 0,45$ και (β) $\rho = 0,50$



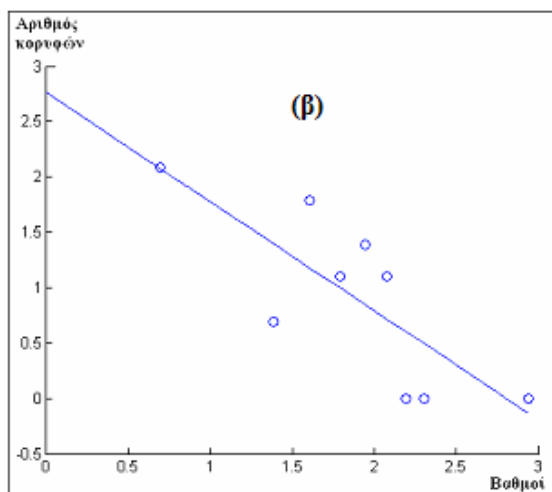
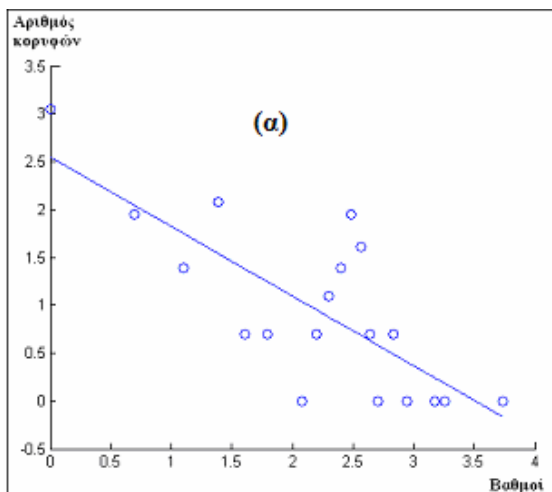
Κατανομή βαθμών του γραφήματος την περίοδο 2005-2007 για (α) $\rho = 0,55$ και (β) $\rho = 0,60$



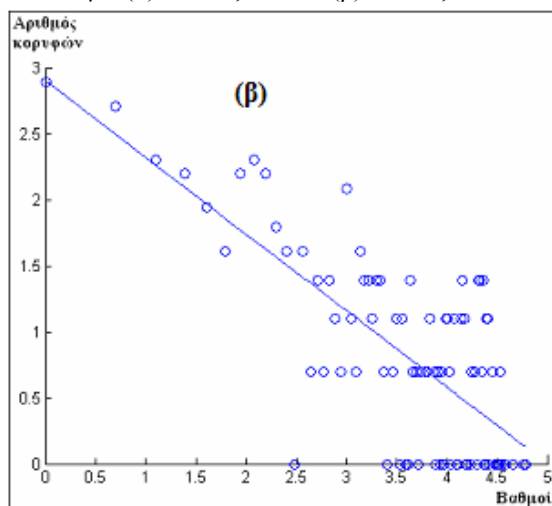
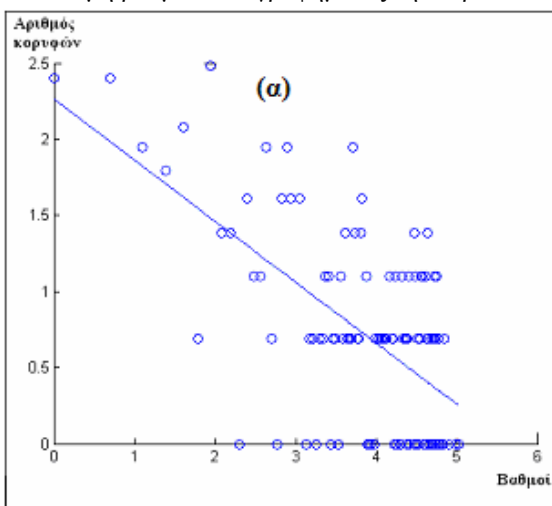
Κατανομή βαθμών του γραφήματος την περίοδο 2006-2007 για (α) $\rho = 0,35$ και (β) $\rho = 0,40$



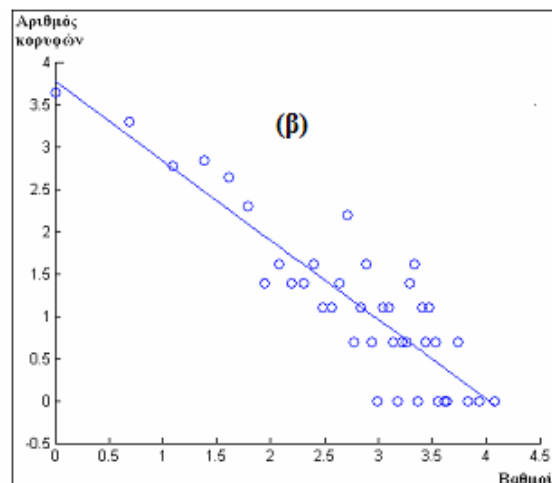
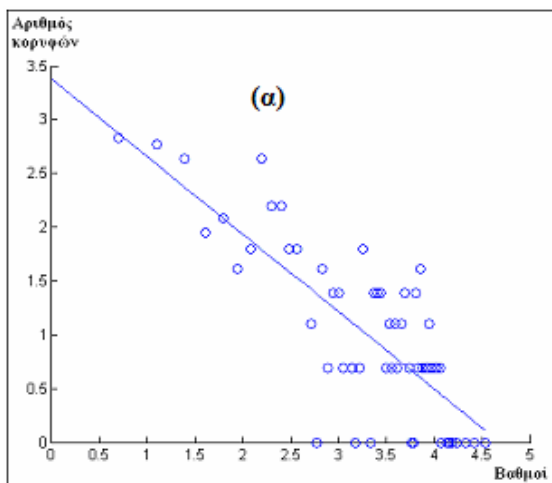
Κατανομή βαθμών του γραφήματος την περίοδο 2006-2007 για (α) $\rho = 0,45$ και (β) $\rho = 0,50$



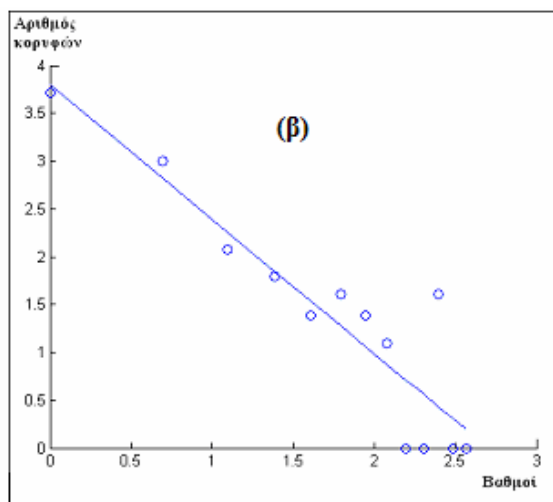
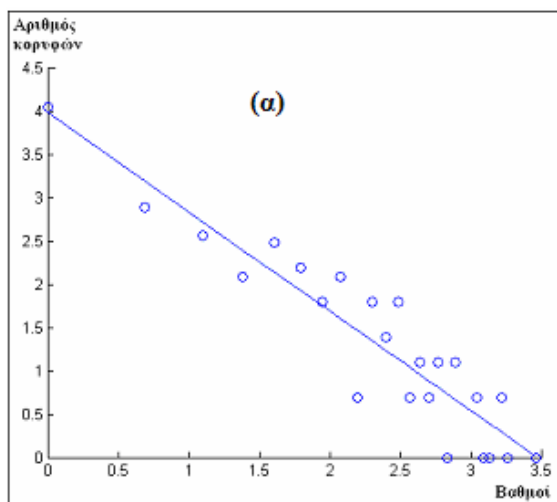
Κατανομή βαθμών του γραφήματος την περίοδο 2006-2007 για (α) $\mathcal{G} = 0,55$ και (β) $\mathcal{G} = 0,60$



Κατανομή βαθμών του γραφήματος την περίοδο 2007-2007 για (α) $\mathcal{G} = 0,40$ και (β) $\mathcal{G} = 0,45$

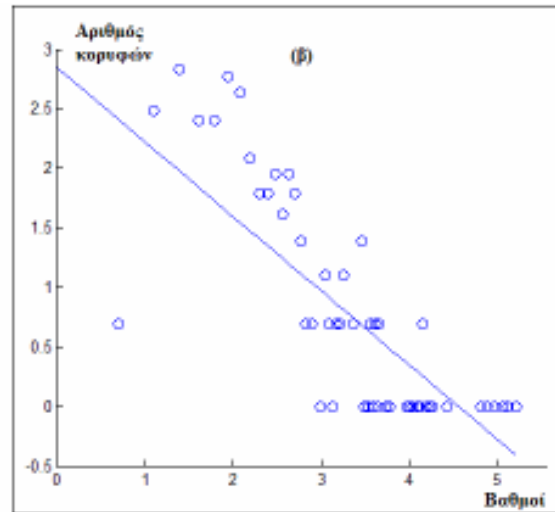
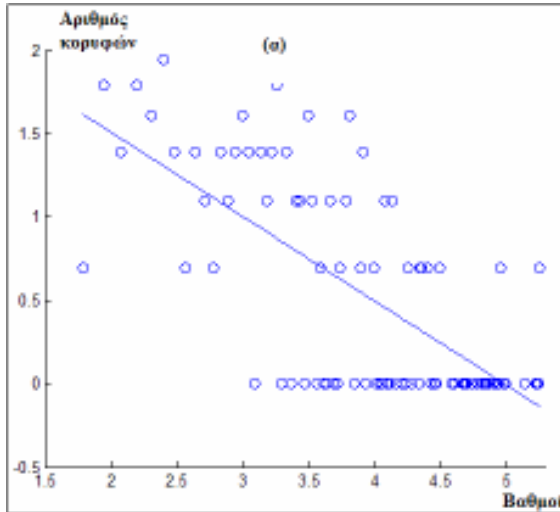


Κατανομή βαθμών του γραφήματος την περίοδο 2007-2007 για (α) $\mathcal{G} = 0,50$ και (β) $\mathcal{G} = 0,55$

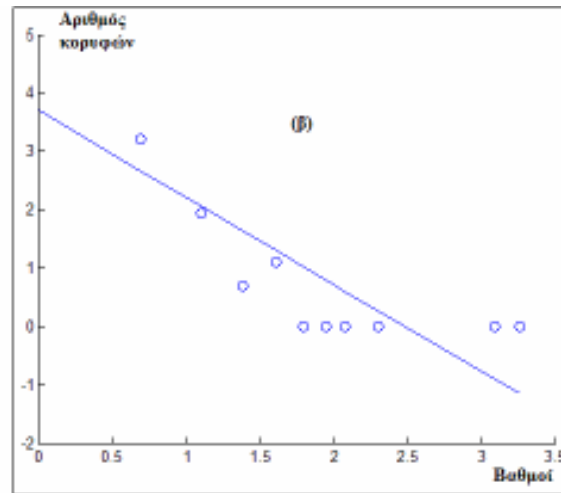
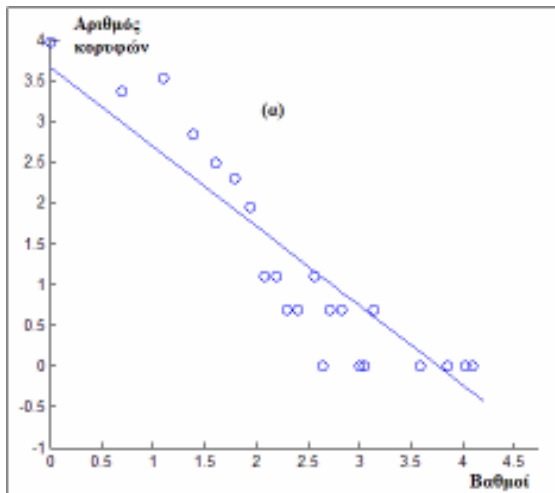


Κατανομή βαθμών του γραφήματος την περίοδο 2007-2007 για (α) $\mathcal{I} = 0,60$ και (β) $\mathcal{I} = 0,65$

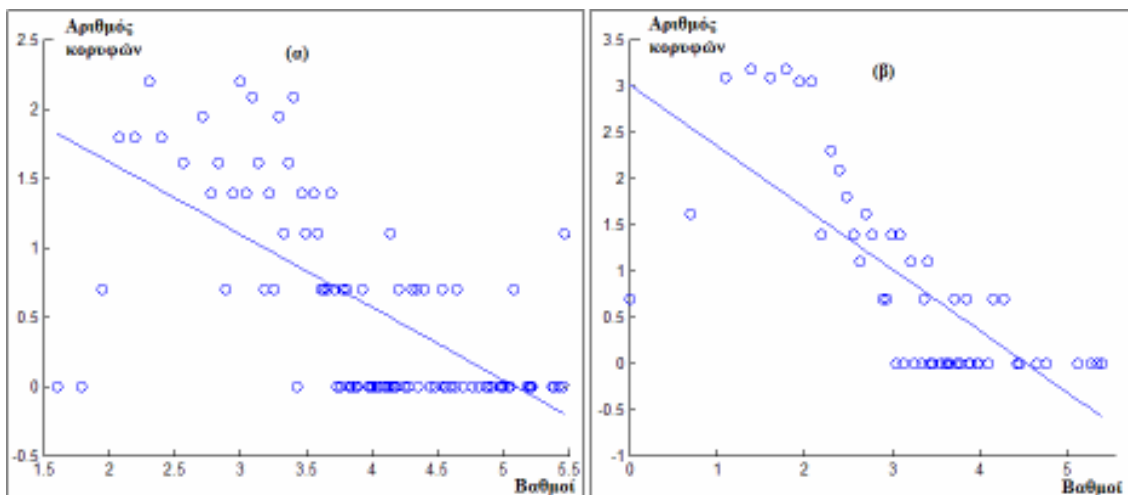
ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΒΑΘΜΩΝ ΤΩΝ ΚΟΡΥΦΩΝ ΤΟΥ ΣΥΜΠΛΗΡΩΜΑΤΙΚΟΥ ΓΡΑΦΗΜΑΤΟΣ ΓΙΑ ΟΛΕΣ ΤΙΣ ΧΡΟΝΙΚΕΣ ΠΕΡΙΟΔΟΥΣ



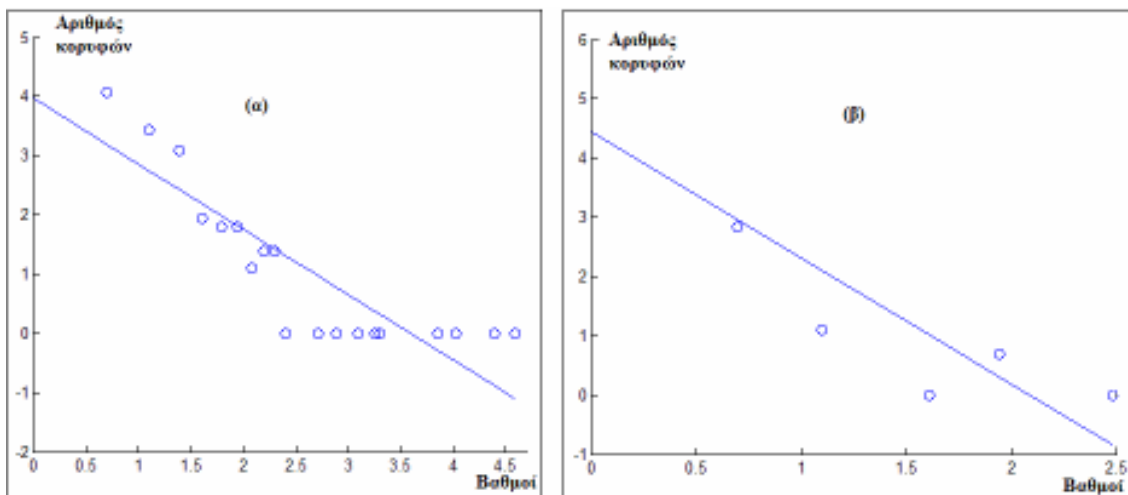
Κατανομή βαθμών του συμπληρωματικού γραφήματος για την περίοδο 2000-2007 για (α) $\mathcal{G} = 0,30$ και (β) $\mathcal{G} = 0,25$



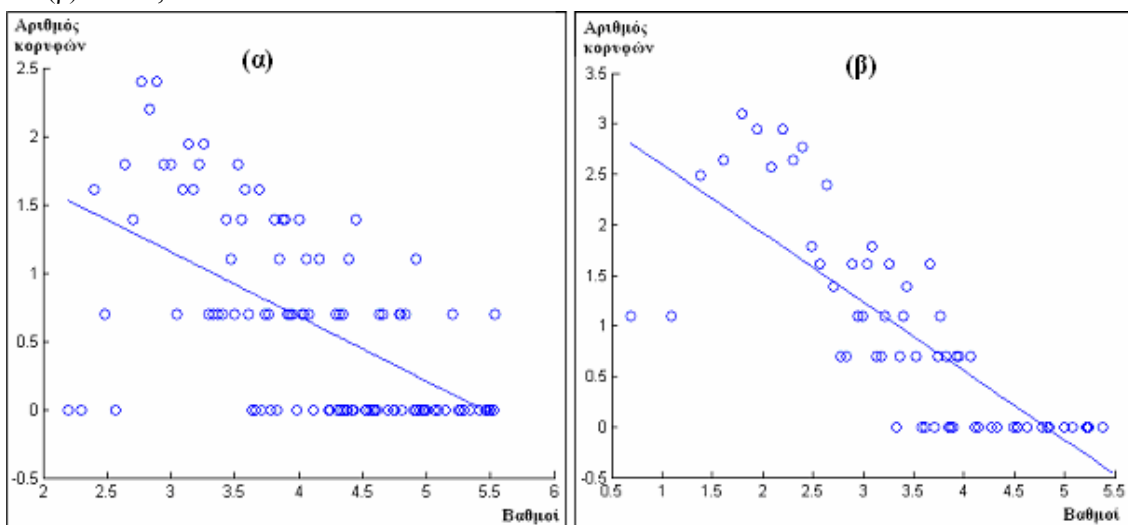
Κατανομή βαθμών του συμπληρωματικού γραφήματος για την περίοδο 2000-2007 για (α) $\mathcal{G} = 0,20$ και (β) $\mathcal{G} = 0,15$



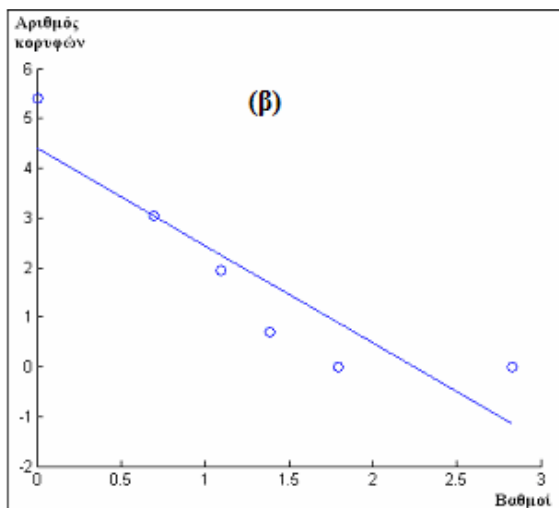
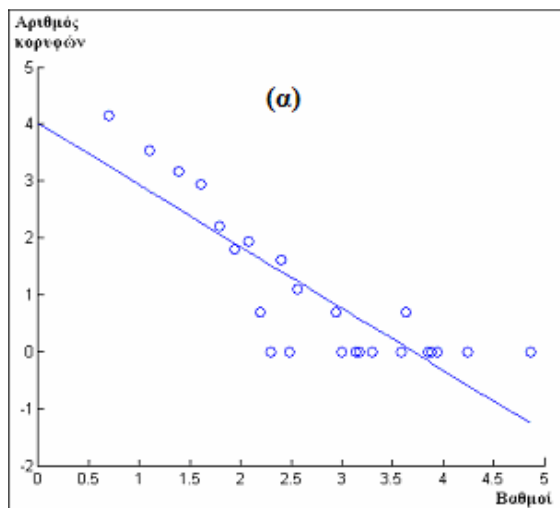
Κατανομή βαθμών του συμπληρωματικού γραφήματος για την περίοδο 2001-2007 για (α) $\theta = 0,20$ και (β) $\theta = 0,15$



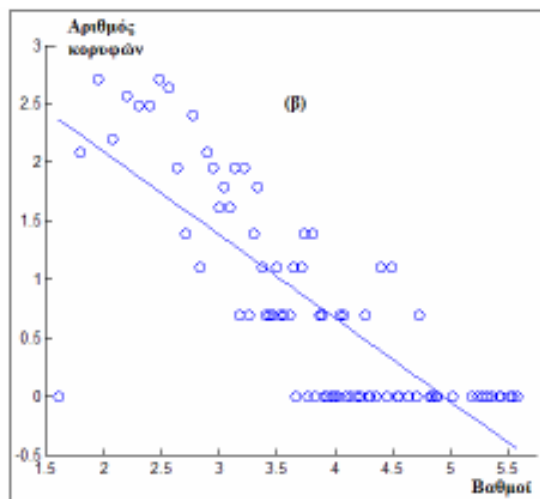
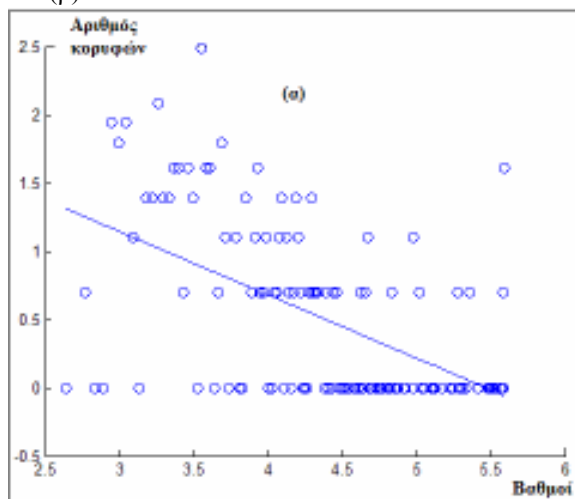
Κατανομή βαθμών του συμπληρωματικού γραφήματος για την περίοδο 2001-2007 για (α) $\theta = 0,10$ και (β) $\theta = 0,05$



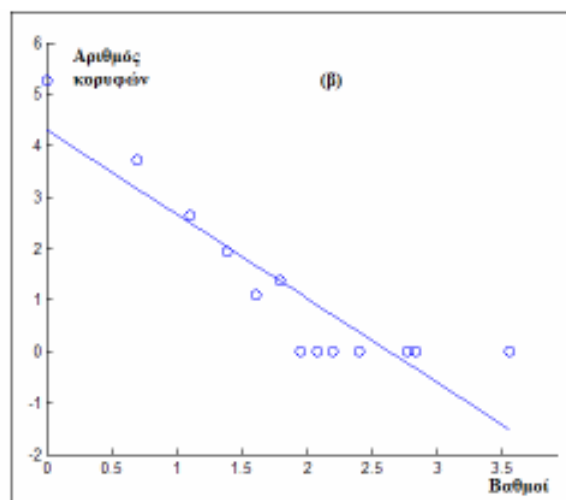
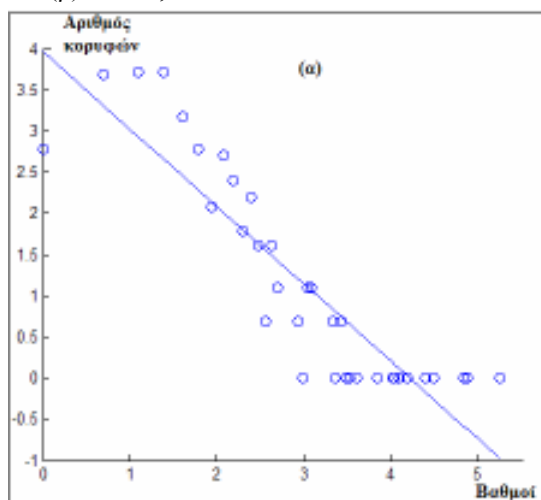
Κατανομή βαθμών του συμπληρωματικού γραφήματος για την περίοδο 2002-2007 για (α) $\theta = 0,15$ και (β) $\theta = 0,10$



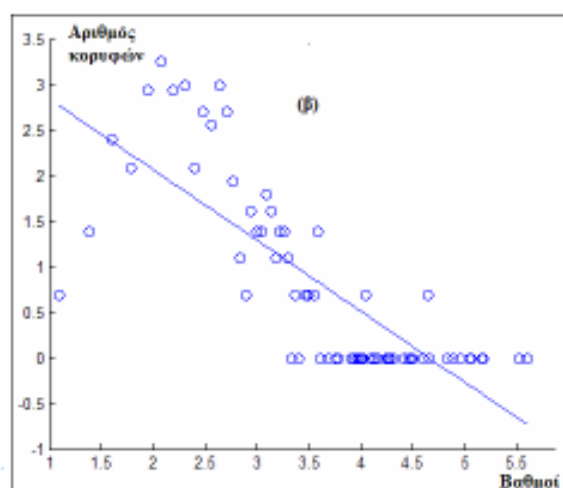
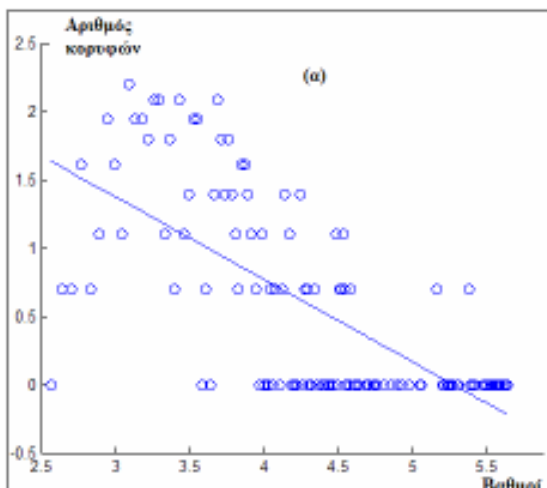
Κατανομή βαθμών του συμπληρωματικού γραφήματος για την περίοδο 2002-2007 για (α) $\mathcal{G} = 0,05$ και (β) $\mathcal{G} = 0$



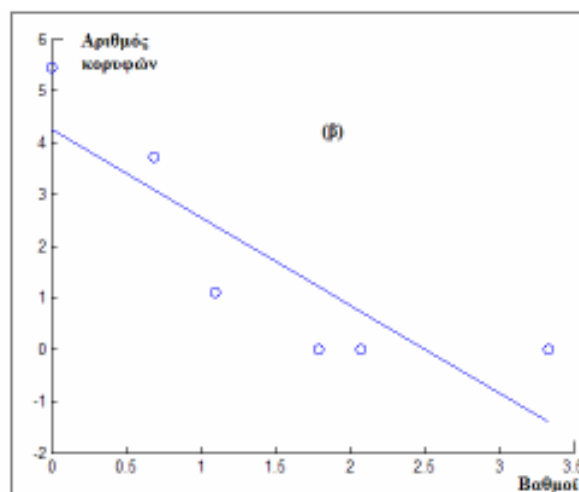
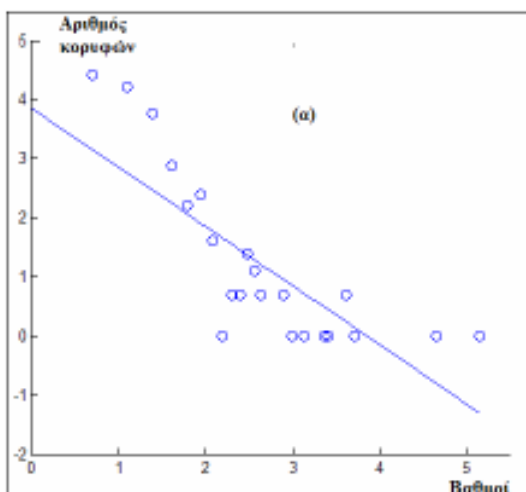
Κατανομή βαθμών του συμπληρωματικού γραφήματος για την περίοδο 2003-2007 για (α) $\mathcal{G} = 0,15$ και (β) $\mathcal{G} = 0,10$



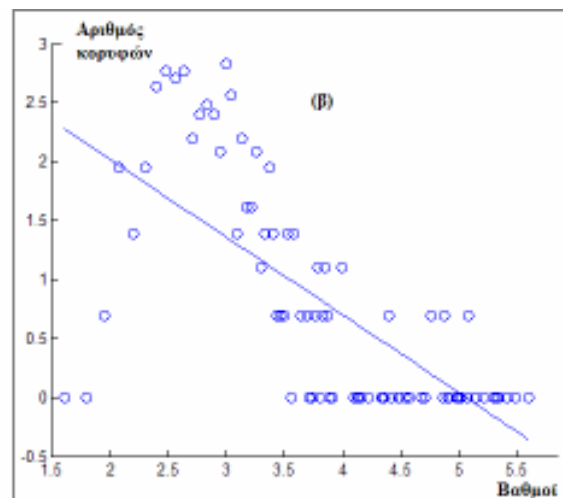
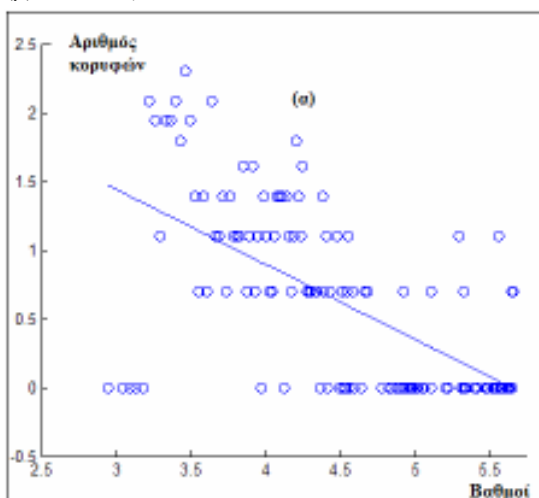
Κατανομή βαθμών του συμπληρωματικού γραφήματος για την περίοδο 2003-2007 για (α) $\mathcal{G} = 0,05$ και (β) $\mathcal{G} = 0$



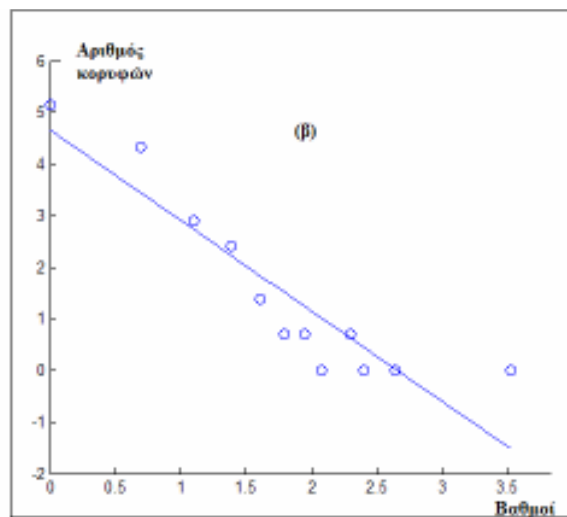
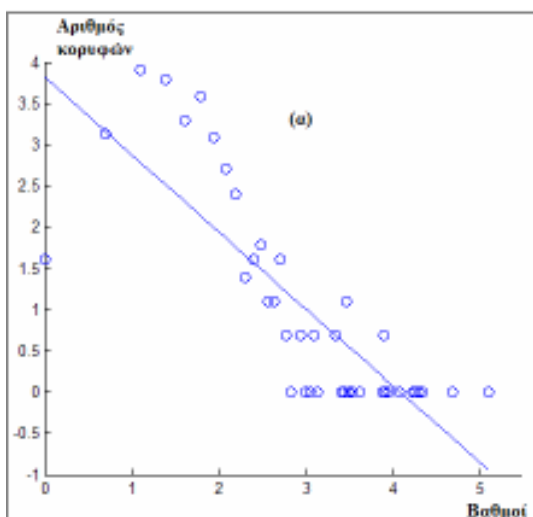
Κατανομή βαθμών του συμπληρωματικού γραφήματος για την περίοδο 2004-2007 για (α) $\rho = 0,10$ και (β) $\rho = 0,05$



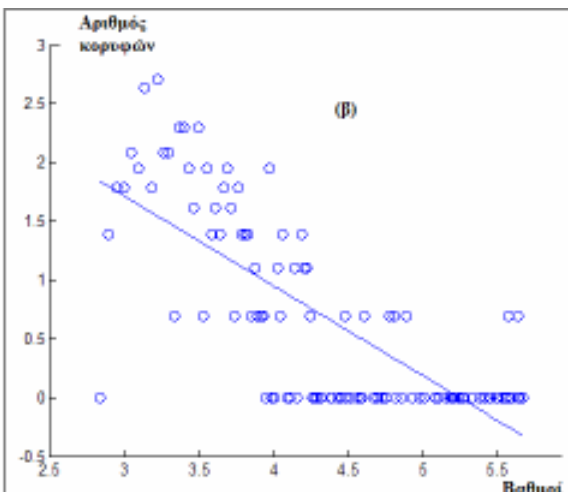
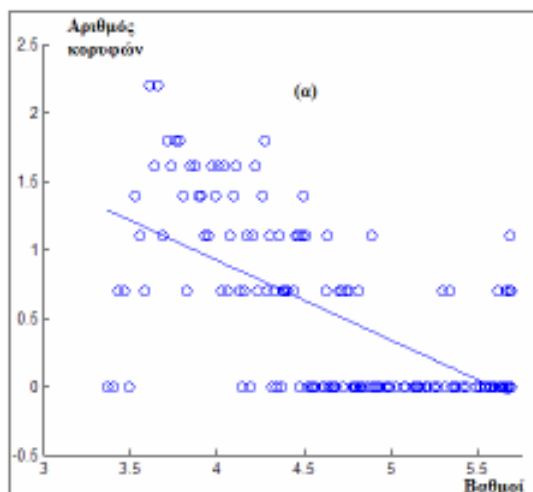
Κατανομή βαθμών του συμπληρωματικού γραφήματος για την περίοδο 2004-2007 για (α) $\rho = 0$ και (β) $\rho = -0,05$



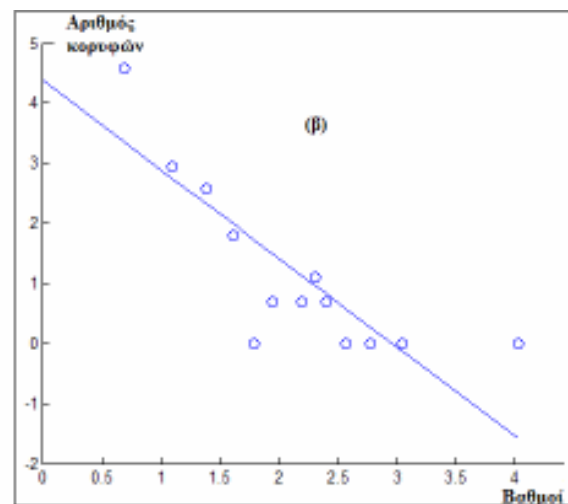
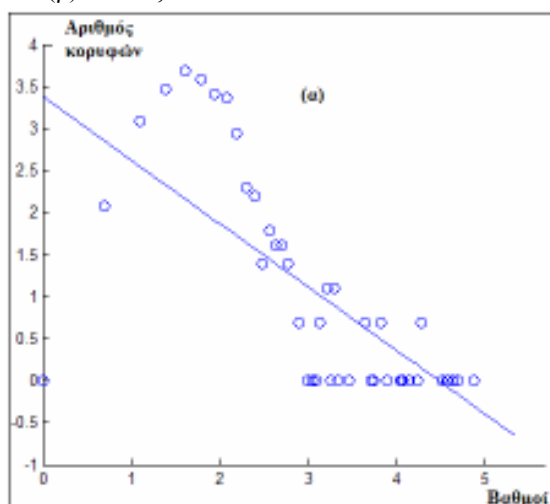
Κατανομή βαθμών του συμπληρωματικού γραφήματος για την περίοδο 2005-2007 για (α) $\rho = 0,10$ και (β) $\rho = 0,05$



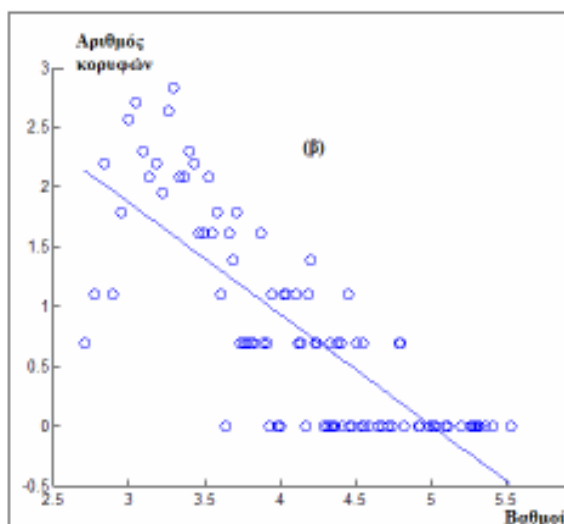
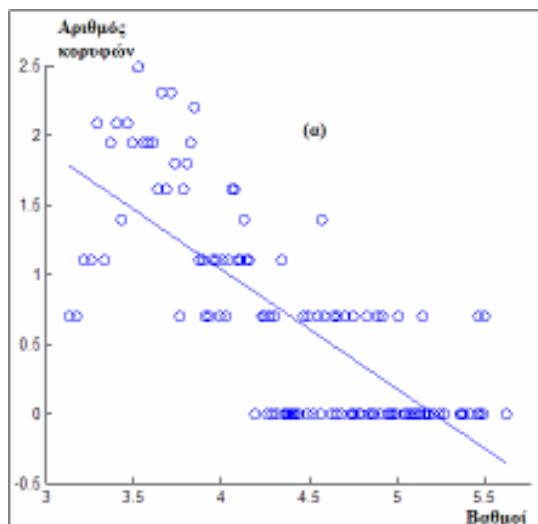
Κατανομή βαθμών του συμπληρωματικού γραφήματος για την περίοδο 2005-2007 για (α) $\vartheta = 0$ και (β) $\vartheta = -0,05$



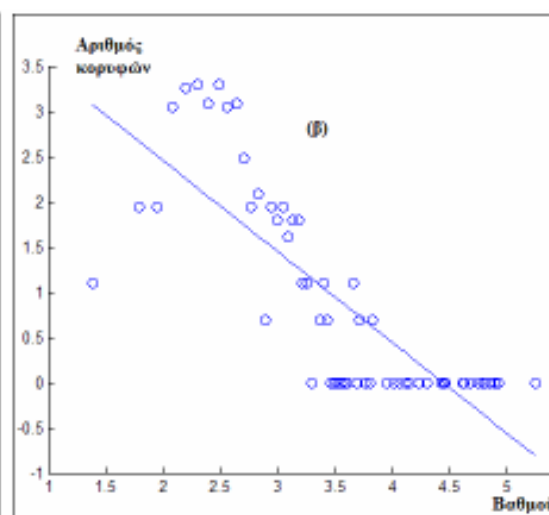
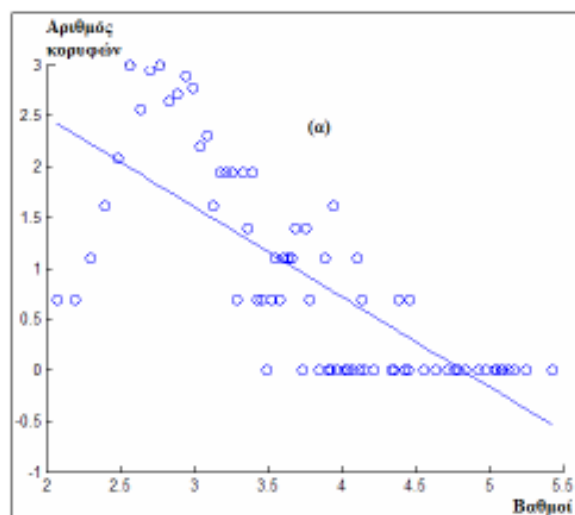
Κατανομή βαθμών του συμπληρωματικού γραφήματος για την περίοδο 2006-2007 για (α) $\vartheta = 0,10$ και (β) $\vartheta = 0,05$



Κατανομή βαθμών του συμπληρωματικού γραφήματος για την περίοδο 2006-2007 για (α) $\vartheta = 0$ και (β) $\vartheta = -0,05$



Κατανομή βαθμών του συμπληρωματικού γραφήματος για την περίοδο 2007-2007 για (α) $\mathcal{G} = 0,05$ και (β) $\mathcal{G} = 0$



Κατανομή βαθμών του συμπληρωματικού γραφήματος για την περίοδο 2007-2007 για (α) $\mathcal{G} = -0,05$ και (β) $\mathcal{G} = -0,10$

ΚΩΔΙΚΑΣ ΓΙΑ ΤΗΝ ΕΥΡΕΣΗ ΤΗΣ ΚΑΤΑΝΟΜΗΣ ΤΩΝ ΒΑΘΜΩΝ ΤΩΝ ΚΟΡΥΦΩΝ ΣΤΟ ΓΡΑΦΗΜΑ (MATLAB)

```
function [degree,b] = degree_distribution(C,theta,comple)
```

```
C=C-100*eye(size(C,1));  
C_temp=C;  
  
if comple==0  
    C_temp(C>=theta)=1;  
    C_temp(C<theta)=0;  
else  
    C_temp(C<theta)=1;  
    C_temp(C>=theta)=0;  
end  
  
s=sum(C_temp,2);  
  
for i=1:size(C,1)  
    degree(i,1)=i;  
    degree(i,2)=length(find(s==i));  
end  
  
X=degree(find(degree(:,2)~=0),:);  
plot(log(X(:,1)),log(X(:,2)),'o')  
b = regress(log(X(:,2)),[ones(size(X,1),1) log(X(:,1))]);  
X(:,3)=[ones(size(X,1),1) log(X(:,1))]*b;  
hold on  
plot(log(X(:,1)),X(:,3))  
hold off
```

ΚΩΔΙΚΑΣ ΓΙΑ ΤΗΝ ΕΥΡΕΣΗ ΚΛΙΚΩΝ ΚΑΙ ΑΝΕΞΑΡΤΗΤΩΝ ΣΥΝΟΛΩΝ ΣΤΟ ΓΡΑΦΗΜΑ (MATLAB)

```
function [x,f_k,Inform] = clique(C,theta,comple)
```

```
n=size(C,1);  
C=C-100*eye(size(C,1));  
C_temp=C;  
if comple==0  
    C_temp(C>=theta)=1;  
    C_temp(C<theta)=0;  
else  
    C_temp(C<theta)=1;  
end
```

```

    C_temp(C>=theta)=0;
end
m=0;
for i=1:n
    f=find(C_temp(i,i+1:n)==0);
    for k=1:length(f)
        %if f(k)~=i
            m=m+1;
            A(m,i)=spones(1);
            A(m,f(k)+i)=spones(1);
        %end
    end
end
A=sparse(A);
b(1:m,1)=1;
bl(1:m,1)=0;
c(1,1:n)=-1;
lb(1:n,1)=0;
ub(1:n,1)=1;
[x, slack, v, rc, f_k, ninf, sinf, Inform, basis, lpiter,
glnodes]=cplex(c,A,lb,ub,bl,b,[],[],[],[],n);

```

ΚΩΔΙΚΑΣ ΓΙΑ ΤΗΝ ΕΥΡΕΣΗ ΣΥΝΕΚΤΙΚΩΝ ΣΥΝΙΣΤΩΣΩΝ ΣΤΟ ΓΡΑΦΗΜΑ (MATLAB)

```

function [component] = connected_components(C,theta)

n=size(C,1);
C=C-100*eye(size(C,1));
C_temp=C;
if theta>=0
    C_temp(C>=theta)=1;
    C_temp(C<theta)=0;
else
    C_temp(C<theta)=1;
    C_temp(C>=theta)=0;
end

component(1:n,1)=0;
cn=0;
for i=1:n
    if component(i,1)==0
        cn=cn+1;
        component = dfs(i,cn,C_temp,n,component);
    end
end
end

```

```
function [component] = dfs(v,cn,C_temp,n,component)
    component(v,1)=cn;
    for j=1:n
        if C_temp(v,j)==1 && component(j,1)==0
            component=dfs(j,cn,C_temp,n,component);
        end
    end
end
```


ΜΕΤΟΧΕΣ ΠΟΥ ΣΥΜΜΕΤΕΧΟΥΝ ΣΤΟ ΓΡΑΦΗΜΑ ΤΟΥ Χ.Α.Α ΣΕ ΚΑΘΕ ΧΡΟΝΙΚΗ ΠΕΡΙΟΔΟ

2000- 2007	2001- 2007	2002- 2007	2003- 2007	2004- 2007	2005- 2007	2006- 2007	2007- 2007
ΑΑΑΚ	ΑΑΑΚ	ΑΑΑΚ	ΑΑΑΚ	ΑΑΑΚ	ΑΑΑΚ	ΑΑΑΚ	ΑΑΑΚ
ΑΒΑΞ	ΑΒΑΞ	ΑΒΑΞ	ΑΒΑΞ	ΑΒΑΞ	ΑΒΑΞ	ΑΒΑΞ	ΑΒΑΞ
						ΑΒΕ	ΑΒΕ
ΑΒΚ	ΑΒΚ	ΑΒΚ	ΑΒΚ	ΑΒΚ	ΑΒΚ	ΑΒΚ	ΑΒΚ
ΑΕΓΕΚ	ΑΕΓΕΚ	ΑΕΓΕΚ	ΑΕΓΕΚ	ΑΕΓΕΚ	ΑΕΓΕΚ	ΑΕΓΕΚ	ΑΕΓΕΚ
					ΑΓΚΡΙ	ΑΓΚΡΙ	ΑΓΚΡΙ
ΑΓΡΑΣ	ΑΓΡΑΣ	ΑΓΡΑΣ	ΑΓΡΑΣ	ΑΓΡΑΣ	ΑΓΡΑΣ	ΑΓΡΑΣ	ΑΓΡΑΣ
ΑΙΟΛΚ	ΑΙΟΛΚ	ΑΙΟΛΚ	ΑΙΟΛΚ	ΑΙΟΛΚ	ΑΙΟΛΚ	ΑΙΟΛΚ	ΑΙΟΛΚ
	ΑΚΡΙΤ	ΑΚΡΙΤ	ΑΚΡΙΤ	ΑΚΡΙΤ	ΑΚΡΙΤ	ΑΚΡΙΤ	ΑΚΡΙΤ
ΑΛΕΚ	ΑΛΕΚ	ΑΛΕΚ	ΑΛΕΚ	ΑΛΕΚ	ΑΛΕΚ	ΑΛΕΚ	ΑΛΕΚ
ΑΛΦΑ	ΑΛΦΑ	ΑΛΦΑ	ΑΛΦΑ	ΑΛΦΑ	ΑΛΦΑ	ΑΛΦΑ	ΑΛΦΑ
ΑΛΚΑΤ	ΑΛΚΑΤ	ΑΛΚΑΤ	ΑΛΚΑΤ	ΑΛΚΑΤ	ΑΛΚΑΤ	ΑΛΚΑΤ	ΑΛΚΑΤ
ΑΛΚΟ	ΑΛΚΟ	ΑΛΚΟ	ΑΛΚΟ	ΑΛΚΟ	ΑΛΚΟ	ΑΛΚΟ	ΑΛΚΟ
ΑΛΛΚ	ΑΛΛΚ	ΑΛΛΚ	ΑΛΛΚ	ΑΛΛΚ	ΑΛΛΚ	ΑΛΛΚ	ΑΛΛΚ
ΑΛΜΥ	ΑΛΜΥ	ΑΛΜΥ	ΑΛΜΥ	ΑΛΜΥ	ΑΛΜΥ	ΑΛΜΥ	ΑΛΜΥ
			ΑΛΣΙΝ	ΑΛΣΙΝ	ΑΛΣΙΝ	ΑΛΣΙΝ	ΑΛΣΙΝ
ΑΛΤΕΚ	ΑΛΤΕΚ	ΑΛΤΕΚ	ΑΛΤΕΚ	ΑΛΤΕΚ	ΑΛΤΕΚ	ΑΛΤΕΚ	ΑΛΤΕΚ
	ΑΛΤΕΡ	ΑΛΤΕΡ	ΑΛΤΕΡ	ΑΛΤΕΡ	ΑΛΤΕΡ	ΑΛΤΕΡ	ΑΛΤΕΡ
			ΑΛΤΙ	ΑΛΤΙ	ΑΛΤΙ	ΑΛΤΙ	ΑΛΤΙ
		ΑΝΔΡΟ	ΑΝΔΡΟ	ΑΝΔΡΟ	ΑΝΔΡΟ	ΑΝΔΡΟ	ΑΝΔΡΟ
ΑΝΕΚ	ΑΝΕΚ	ΑΝΕΚ	ΑΝΕΚ	ΑΝΕΚ	ΑΝΕΚ	ΑΝΕΚ	ΑΝΕΚ
ΑΡΒΑ	ΑΡΒΑ	ΑΡΒΑ	ΑΡΒΑ	ΑΡΒΑ	ΑΡΒΑ	ΑΡΒΑ	ΑΡΒΑ
ΑΣΑΣΚ	ΑΣΑΣΚ	ΑΣΑΣΚ	ΑΣΑΣΚ	ΑΣΑΣΚ	ΑΣΑΣΚ	ΑΣΑΣΚ	ΑΣΑΣΚ
	ΑΣΚΟ	ΑΣΚΟ	ΑΣΚΟ	ΑΣΚΟ	ΑΣΚΟ	ΑΣΚΟ	ΑΣΚΟ
ΑΣΠΤ	ΑΣΠΤ	ΑΣΠΤ	ΑΣΠΤ	ΑΣΠΤ	ΑΣΠΤ	ΑΣΠΤ	ΑΣΠΤ
ΑΣΤΑΚ	ΑΣΤΑΚ	ΑΣΤΑΚ	ΑΣΤΑΚ	ΑΣΤΑΚ	ΑΣΤΑΚ	ΑΣΤΑΚ	ΑΣΤΑΚ
	ΑΣΤΗΡ	ΑΣΤΗΡ	ΑΣΤΗΡ	ΑΣΤΗΡ	ΑΣΤΗΡ	ΑΣΤΗΡ	ΑΣΤΗΡ
				ΑΣΤΡΑ	ΑΣΤΡΑ	ΑΣΤΡΑ	ΑΣΤΡΑ
		ΑΤΕ	ΑΤΕ	ΑΤΕ	ΑΤΕ	ΑΤΕ	ΑΤΕ
ΑΤΕΚ	ΑΤΕΚ	ΑΤΕΚ	ΑΤΕΚ	ΑΤΕΚ	ΑΤΕΚ	ΑΤΕΚ	ΑΤΕΚ
ΑΤΕΡΜ	ΑΤΕΡΜ	ΑΤΕΡΜ	ΑΤΕΡΜ	ΑΤΕΡΜ	ΑΤΕΡΜ	ΑΤΕΡΜ	ΑΤΕΡΜ
		ΑΤΛΑ	ΑΤΛΑ	ΑΤΛΑ	ΑΤΛΑ	ΑΤΛΑ	ΑΤΛΑ
ΑΤΤ	ΑΤΤ	ΑΤΤ	ΑΤΤ	ΑΤΤ	ΑΤΤ	ΑΤΤ	ΑΤΤ
ΑΤΤΙΚ	ΑΤΤΙΚ	ΑΤΤΙΚ	ΑΤΤΙΚ	ΑΤΤΙΚ	ΑΤΤΙΚ	ΑΤΤΙΚ	ΑΤΤΙΚ
ΑΤΤΙΚΑ	ΑΤΤΙΚΑ	ΑΤΤΙΚΑ	ΑΤΤΙΚΑ	ΑΤΤΙΚΑ	ΑΤΤΙΚΑ	ΑΤΤΙΚΑ	ΑΤΤΙΚΑ
ΑΘΗΝΑ	ΑΘΗΝΑ	ΑΘΗΝΑ	ΑΘΗΝΑ	ΑΘΗΝΑ	ΑΘΗΝΑ	ΑΘΗΝΑ	ΑΘΗΝΑ
ΑΧΟΝ	ΑΧΟΝ	ΑΧΟΝ	ΑΧΟΝ	ΑΧΟΝ	ΑΧΟΝ	ΑΧΟΝ	ΑΧΟΝ
	ΒΑΛΚ	ΒΑΛΚ	ΒΑΛΚ	ΒΑΛΚ	ΒΑΛΚ	ΒΑΛΚ	ΒΑΛΚ
		ΒΑΡΔΑ	ΒΑΡΔΑ	ΒΑΡΔΑ	ΒΑΡΔΑ	ΒΑΡΔΑ	ΒΑΡΔΑ
ΒΑΡΓ	ΒΑΡΓ	ΒΑΡΓ	ΒΑΡΓ	ΒΑΡΓ	ΒΑΡΓ	ΒΑΡΓ	ΒΑΡΓ
ΒΑΡΝΗ	ΒΑΡΝΗ	ΒΑΡΝΗ	ΒΑΡΝΗ	ΒΑΡΝΗ	ΒΑΡΝΗ	ΒΑΡΝΗ	ΒΑΡΝΗ
		BETAN	BETAN	BETAN	BETAN	BETAN	BETAN
BETEP	BETEP	BETEP	BETEP	BETEP	BETEP	BETEP	BETEP
BIBART	BIBART	BIBART	BIBART	BIBART	BIBART	BIBART	BIBART
BIBEP	BIBEP	BIBEP	BIBEP	BIBEP	BIBEP	BIBEP	BIBEP
BIOKA	BIOKA	BIOKA	BIOKA	BIOKA	BIOKA	BIOKA	BIOKA
BIOΣK	BIOΣK	BIOΣK	BIOΣK	BIOΣK	BIOΣK	BIOΣK	BIOΣK

BIOT	BIOT	BIOT	BIOT	BIOT	BIOT	BIOT	BIOT
BIOXK	BIOXK	BIOXK	BIOXK	BIOXK	BIOXK	BIOXK	BIOXK
BISK	BISK	BISK	BISK	BISK	BISK	BISK	BISK
	BOΣYΣ	BOΣYΣ	BOΣYΣ	BOΣYΣ	BOΣYΣ	BOΣYΣ	BOΣYΣ
		BRAIN	BRAIN	BOX	BOX	BOX	BOX
BΣTAP	BΣTAP	BΣTAP	BΣTAP	BRAIN	BRAIN	BRAIN	BRAIN
		BΩBOΣ	BΩBOΣ	BΣTAP	BΣTAP	BΣTAP	BΣTAP
	BYTE	BYTE	BYTE	BΩBOΣ	BΩBOΣ	BΩBOΣ	BΩBOΣ
	ΔAIOΣ	ΔAIOΣ	ΔAIOΣ	BYTE	BYTE	BYTE	BYTE
		ΔEH	ΔEH	ΔAIOΣ	ΔAIOΣ	ΔAIOΣ	ΔAIOΣ
				ΔEH	ΔEH	ΔEH	ΔEH
				ΔEΠPO	ΔEΠPO	ΔEΠPO	ΔEΠPO
ΔIAC	ΔIAC	ΔIAC	ΔIAC	ΔIAC	ΔIAC	ΔIAC	ΔIAC
ΔIEKA	ΔIEKA	ΔIEKA	ΔIEKA	ΔIEKA	ΔIEKA	ΔIEKA	ΔIEKA
ΔION	ΔION	ΔION	ΔION	ΔION	ΔION	ΔION	ΔION
			ΔIXΘ	ΔIXΘ	ΔIXΘ	ΔIXΘ	ΔIXΘ
ΔOΛ	ΔOΛ	ΔOΛ	ΔOΛ	ΔOΛ	ΔOΛ	ΔOΛ	ΔOΛ
	ΔOMIK	ΔOMIK	ΔOMIK	ΔOMIK	ΔOMIK	ΔOMIK	ΔOMIK
	ΔOYPO	ΔOYPO	ΔOYPO	ΔOYPO	ΔOYPO	ΔOYPO	ΔOYPO
	ΔPOME	ΔPOME	ΔPOME	ΔPOME	ΔPOME	ΔPOME	ΔPOME
ΔPOYK	ΔPOYK	ΔPOYK	ΔPOYK	ΔPOYK	ΔPOYK	ΔPOYK	ΔPOYK
EBEP	EBEP	EBEP	EBEP	EBEP	EBEP	EBEP	EBEP
	EBPOΦ	EBPOΦ	EBPOΦ	EBEP	EBEP	EBIK	EBIK
EBZ	EBZ	EBZ	EBZ	EBPOΦ	EBPOΦ	EBPOΦ	EBPOΦ
ΕΔPA	ΕΔPA	ΕΔPA	ΕΔPA	EBZ	EBZ	EBZ	EBZ
	ΕΔΡΙΠ	ΕΔΡΙΠ	ΕΔΡΙΠ	ΕΔPA	ΕΔPA	ΕΔPA	ΕΔPA
EEEK	EEEK	EEEK	EEEK	ΕΔΡΙΠ	ΕΔΡΙΠ	ΕΔΡΙΠ	ΕΔΡΙΠ
EEΓA	EEΓA	EEΓA	EEΓA	EEEK	EEEK	EEEK	EEEK
ΕΦTZI	ΕΦTZI	ΕΦTZI	ΕΦTZI	EEΓA	EEΓA	EEΓA	EEΓA
ΕΓNAK	ΕΓNAK	ΕΓNAK	ΕΓNAK	ΕΦTZI	ΕΦTZI	ΕΦTZI	ΕΦTZI
EKTEP	EKTEP	EKTEP	EKTEP	ΕΓNAK	ΕΓNAK	ΕΓNAK	ΕΓNAK
			ΕΛAIN	EKTEP	EKTEP	EKTEP	EKTEP
ΕΛAIΣ	ΕΛAIΣ	ΕΛAIΣ	ΕΛAIΣ	ΕΛAIN	ΕΛAIN	ΕΛAIN	ΕΛAIN
ΕΛAΣK	ΕΛAΣK	ΕΛAΣK	ΕΛAΣK	ΕΛAIΣ	ΕΛAIΣ	ΕΛAIΣ	ΕΛAIΣ
ΕΛBA	ΕΛBA	ΕΛBA	ΕΛBA	ΕΛAΣK	ΕΛAΣK	ΕΛAΣK	ΕΛAΣK
ΕΛBE	ΕΛBE	ΕΛBE	ΕΛBE	ΕΛBA	ΕΛBA	ΕΛBA	ΕΛBA
				ΕΛBE	ΕΛBE	ΕΛBE	ΕΛBE
ΕΛΦK	ΕΛΦK	ΕΛΦK	ΕΛΦK	ΕΛBIO	ΕΛBIO	ΕΛBIO	ΕΛBIO
ΕΛΓEK	ΕΛΓEK	ΕΛΓEK	ΕΛΓEK	ΕΛΦK	ΕΛΦK	ΕΛΦK	ΕΛΦK
				ΕΛΓEK	ΕΛΓEK	ΕΛΓEK	ΕΛΓEK
	ΕΛIXΘ	ΕΛIXΘ	ΕΛIXΘ	ΕΛIN	ΕΛIN	ΕΛIN	ΕΛIN
ΕΛKA	ΕΛKA	ΕΛKA	ΕΛKA	ΕΛIXΘ	ΕΛIXΘ	ΕΛIXΘ	ΕΛIXΘ
ΕΛΛ	ΕΛΛ	ΕΛΛ	ΕΛΛ	ΕΛKA	ΕΛKA	ΕΛKA	ΕΛKA
ΕΛMEK	ΕΛMEK	ΕΛMEK	ΕΛMEK	ΕΛΛ	ΕΛΛ	ΕΛΛ	ΕΛΛ
ΕΛMΠI	ΕΛMΠI	ΕΛMΠI	ΕΛMΠI	ΕΛMEK	ΕΛMEK	ΕΛMEK	ΕΛMEK
ΕΛΠE	ΕΛΠE	ΕΛΠE	ΕΛΠE	ΕΛMΠI	ΕΛMΠI	ΕΛMΠI	ΕΛMΠI
ΕΛTEX	ΕΛTEX	ΕΛTEX	ΕΛTEX	ΕΛΠE	ΕΛΠE	ΕΛΠE	ΕΛΠE
ΕΛTK	ΕΛTK	ΕΛTK	ΕΛTK	ΕΛTEX	ΕΛTEX	ΕΛTEX	ΕΛTEX
	ΕΛTON	ΕΛTON	ΕΛTON	ΕΛTK	ΕΛTK	ΕΛTK	ΕΛTK
ΕΛYΦ	ΕΛYΦ	ΕΛYΦ	ΕΛYΦ	ΕΛTON	ΕΛTON	ΕΛTON	ΕΛTON
ΕΜΔKO	ΕΜΔKO	ΕΜΔKO	ΕΜΔKO	ΕΛYΦ	ΕΛYΦ	ΕΛYΦ	ΕΛYΦ
ΕΜΠ	ΕΜΠ	ΕΜΠ	ΕΜΠ	ΕΜΔKO	ΕΜΔKO	ΕΜΔKO	ΕΜΔKO
				ΕΜΠ	ΕΜΠ	ΕΜΠ	ΕΜΠ

[illegible]

[illegible]

MIN	MIN	MIN	MIN	MIN	MIN	MIN	MIN
MINOΑ	MINOΑ	MINOΑ	MINOΑ	MINOΑ	MINOΑ	MINOΑ	MINOΑ
ΜΛΑΝΤ	ΜΛΑΝΤ	ΜΛΑΝΤ	ΜΛΑΝΤ	ΜΛΑΝΤ	ΜΛΑΝΤ	ΜΛΑΝΤ	ΜΛΑΝΤ
	MONTA	ΜΑΣ	ΜΑΣ	ΜΑΣ	ΜΑΣ	ΜΑΣ	ΜΑΣ
		ΜΟΗ	ΜΟΗ	ΜΟΗ	ΜΟΗ	ΜΟΗ	ΜΟΗ
		MONTA	MONTA	MONTA	MONTA	MONTA	MONTA
						MOTO	MOTO
ΜΟΧΛ	ΜΟΧΛ	ΜΟΧΛ	ΜΟΧΛ	ΜΟΧΛ	ΜΟΧΛ	ΜΟΧΛ	ΜΟΧΛ
ΜΟΥΛΤ	ΜΟΥΛΤ	ΜΟΥΛΤ	ΜΟΥΛΤ	ΜΟΥΛΤ	ΜΟΥΛΤ	ΜΟΥΛΤ	ΜΟΥΛΤ
ΜΟΥΖΚ	ΜΟΥΖΚ	ΜΟΥΖΚ	ΜΟΥΖΚ	ΜΟΥΖΚ	ΜΟΥΖΚ	ΜΟΥΖΚ	ΜΟΥΖΚ
ΜΠΕΛΛ	ΜΠΕΛΛ	ΜΠΕΛΛ	ΜΠΕΛΛ	ΜΠΕΛΛ	ΜΠΕΛΛ	ΜΠΕΛΛ	ΜΠΕΛΛ
ΜΠΕΝΚ	ΜΠΕΝΚ	ΜΠΕΝΚ	ΜΠΕΝΚ	ΜΠΕΝΚ	ΜΠΕΝΚ	ΜΠΕΝΚ	ΜΠΕΝΚ
ΜΠΟΚΑ	ΜΠΟΚΑ	ΜΠΟΚΑ	ΜΠΟΚΑ	ΜΠΟΚΑ	ΜΠΟΚΑ	ΜΠΟΚΑ	ΜΠΟΚΑ
ΜΠΤΚ	ΜΠΤΚ	ΜΠΤΚ	ΜΠΤΚ	ΜΠΤΚ	ΜΠΤΚ	ΜΠΤΚ	ΜΠΤΚ
ΜΡΦΚΟ	ΜΡΦΚΟ	ΜΡΦΚΟ	ΜΡΦΚΟ	ΜΡΦΚΟ	ΜΡΦΚΟ	ΜΡΦΚΟ	ΜΡΦΚΟ
ΜΥΤΙΑ	ΜΥΤΙΑ	ΜΥΤΙΑ	ΜΥΤΙΑ	ΜΥΤΙΑ	ΜΥΤΙΑ	ΜΥΤΙΑ	ΜΥΤΙΑ
	ΝΑΚΑΣ	ΝΑΚΑΣ	ΝΑΚΑΣ	ΝΑΚΑΣ	ΝΑΚΑΣ	ΝΑΚΑΣ	ΝΑΚΑΣ
NAYΠ	NAYΠ	NAYΠ	NAYΠ	NAYΠ	NAYΠ	NAYΠ	NAYΠ
	NAYT	NAYT	NAYT	NAYT	NAYT	NAYT	NAYT
NEΛ	NEΛ	NEΛ	NEΛ	NEΛ	NEΛ	NEΛ	NEΛ
				NEOXH	NEOXH	NEOXH	NEOXH
NEΩPΣ	NEΩPΣ	NEΩPΣ	NEΩPΣ	NEΩPΣ	NEΩPΣ	NEΩPΣ	NEΩPΣ
NHP	NHP	NHP	NHP	NHP	NHP	NHP	NHP
NIKAΣ	NIKAΣ	NIKAΣ	NIKAΣ	NIKAΣ	NIKAΣ	NIKAΣ	NIKAΣ
				NIOYΣ	NIOYΣ	NIOYΣ	NIOYΣ
NOTOΣ	NOTOΣ	NOTOΣ	NOTOΣ	NOTOΣ	NOTOΣ	NOTOΣ	NOTOΣ
OLKAT	OLKAT	OLKAT	OLKAT	OLKAT	OLKAT	OLKAT	OLKAT
				OLΠ	OLΠ	OLΠ	OLΠ
		OLΘ	OLΘ	OLΘ	OLΘ	OLΘ	OLΘ
OLYMΠ	OLYMΠ	OLYMΠ	OLYMΠ	OLYMΠ	OLYMΠ	OLYMΠ	OLYMΠ
		OΠAΠ	OΠAΠ	OΠAΠ	OΠAΠ	OΠAΠ	OΠAΠ
OTE	OTE	OTE	OTE	OTE	OTE	OTE	OTE
OTOEΛ	OTOEΛ	OTOEΛ	OTOEΛ	OTOEΛ	OTOEΛ	OTOEΛ	OTOEΛ
ΠAIP	ΠAIP	ΠAIP	ΠAIP	ΠAIP	ΠAIP	ΠAIP	ΠAIP
ΠΑPN	ΠΑPN	ΠΑPN	ΠΑPN	ΠΑPN	ΠΑPN	ΠΑPN	ΠΑPN
						ΠEΑ	ΠEΑ
ΠEIAH	ΠEIAH	ΠEIAH	ΠEIAH	ΠEIAH	ΠEIAH	ΠEIAH	ΠEIAH
ΠEIP	ΠEIP	ΠEIP	ΠEIP	ΠEIP	ΠEIP	ΠEIP	ΠEIP
			ΠEPΣ	ΠEPΣ	ΠEPΣ	ΠEPΣ	ΠEPΣ
ΠETPO	ΠETPO	ΠETPO	ΠETPO	ΠETPO	ΠETPO	ΠETPO	ΠETPO
ΠETZK	ΠETZK	ΠETZK	ΠETZK	ΠETZK	ΠETZK	ΠETZK	ΠETZK
	ΠHΓAC	ΠHΓAC	ΠHΓAC	ΠHΓAC	ΠHΓAC	ΠHΓAC	ΠHΓAC
ΠΛAIC	ΠΛAIC	ΠΛAIC	ΠΛAIC	ΠΛAIC	ΠΛAIC	ΠΛAIC	ΠΛAIC
ΠΛAKP	ΠΛAKP	ΠΛAKP	ΠΛAKP	ΠΛAKP	ΠΛAKP	ΠΛAKP	ΠΛAKP
ΠΛAC	ΠΛAC	ΠΛAC	ΠΛAC	ΠΛAC	ΠΛAC	ΠΛAC	ΠΛAC
ΠΛAΘ	ΠΛAΘ	ΠΛAΘ	ΠΛAΘ	ΠΛAΘ	ΠΛAΘ	ΠΛAΘ	ΠΛAΘ
ΠPAΔ	ΠPAΔ	ΠPAΔ	ΠPAΔ	ΠPAΔ	ΠPAΔ	ΠPAΔ	ΠPAΔ
	ΠPEZT	ΠPEZT	ΠPEZT	ΠPEZT	ΠPEZT	ΠPEZT	ΠPEZT
				ΠPOΦ	ΠPOΦ	ΠPOΦ	ΠPOΦ
ΠTEX	ΠTEX	ΠTEX	ΠTEX	ΠTEX	ΠTEX	ΠTEX	ΠTEX
				ΠEB	ΠEB	ΠEB	ΠEB
		ΠEIN	ΠEIN	ΠEIN	ΠEIN	ΠEIN	ΠEIN

ΡΙΑΚΕ	ΡΙΑΚΕ	ΡΙΑΚΕ	ΡΙΑΚΕ	ΡΙΑΚΕ	ΡΙΑΚΕ	ΡΙΑΚΕ	ΡΙΑΚΕ
PINTE	PINTE	PINTE	PINTE	PINTE	PINTE	PINTE	PINTE
ΡΟΚΚΑ	ΡΟΚΚΑ	ΡΟΚΚΑ	ΡΟΚΚΑ	ΡΟΚΚΑ	ΡΟΚΚΑ	ΡΟΚΚΑ	ΡΟΚΚΑ
ΣΑΙΚΛ	ΣΑΙΚΛ	ΣΑΙΚΛ	ΣΑΙΚΛ	ΣΑΙΚΛ	ΣΑΙΚΛ	ΣΑΙΚΛ	ΣΑΙΚΛ
ΣΑΝΥΟ	ΣΑΝΥΟ	ΣΑΝΥΟ	ΣΑΝΥΟ	ΣΑΝΥΟ	ΣΑΝΥΟ	ΣΑΝΥΟ	ΣΑΝΥΟ
ΣΑΡ	ΣΑΡ	ΣΑΡ	ΣΑΡ	ΣΑΡ	ΣΑΡ	ΣΑΡ	ΣΑΡ
ΣΑΡΑΝ	ΣΑΡΑΝ	ΣΑΡΑΝ	ΣΑΡΑΝ	ΣΑΡΑΝ	ΣΑΡΑΝ	ΣΑΡΑΝ	ΣΑΡΑΝ
ΣΑΤΟΚ	ΣΑΤΟΚ	ΣΑΤΟΚ	ΣΑΤΟΚ	ΣΑΤΟΚ	ΣΑΤΟΚ	ΣΑΤΟΚ	ΣΑΤΟΚ
ΣΕΛΜΚ	ΣΕΛΜΚ	ΣΕΛΜΚ	ΣΕΛΜΚ	ΣΕΛΜΚ	ΣΕΛΜΚ	ΣΕΛΜΚ	ΣΕΛΜΚ
ΣΕΛΟ	ΣΕΛΟ	ΣΕΛΟ	ΣΕΛΟ	ΣΕΛΟ	ΣΕΛΟ	ΣΕΛΟ	ΣΕΛΟ
			ΣΕΝΤΡ	ΣΕΝΤΡ	ΣΕΝΤΡ	ΣΕΝΤΡ	ΣΕΝΤΡ
ΣΦΑ	ΣΦΑ	ΣΦΑ	ΣΦΑ	ΣΦΑ	ΣΦΑ	ΣΦΑ	ΣΦΑ
ΣΙΔΕ	ΣΙΔΕ	ΣΙΔΕ	ΣΙΔΕ	ΣΙΔΕ	ΣΙΔΕ	ΣΙΔΕ	ΣΙΔΕ
						ΣΙΔΑΜΑ	ΣΙΔΑΜΑ
ΣΙΕΝΣ	ΣΙΕΝΣ	ΣΙΕΝΣ	ΣΙΕΝΣ	ΣΙΕΝΣ	ΣΙΕΝΣ	ΣΙΕΝΣ	ΣΙΕΝΣ
	ΣΠΕΙΣ	ΣΠΕΙΣ	ΣΠΕΙΣ	ΣΠΕΙΣ	ΣΠΕΙΣ	ΣΠΕΙΣ	ΣΠΕΙΣ
	ΣΠΙ	ΣΠΙ	ΣΠΙ	ΣΠΙ	ΣΠΙ	ΣΠΙ	ΣΠΙ
ΣΠΙΝΤ	ΣΠΙΝΤ	ΣΠΙΝΤ	ΣΠΙΝΤ	ΣΠΙΝΤ	ΣΠΙΝΤ	ΣΠΙΝΤ	ΣΠΙΝΤ
					ΣΠΡΙ	ΣΠΡΙ	ΣΠΡΙ
ΣΠΥΡ	ΣΠΥΡ	ΣΠΥΡ	ΣΠΥΡ	ΣΠΥΡ	ΣΠΥΡ	ΣΠΥΡ	ΣΠΥΡ
ΣΩΛΚ	ΣΩΛΚ	ΣΩΛΚ	ΣΩΛΚ	ΣΩΛΚ	ΣΩΛΚ	ΣΩΛΚ	ΣΩΛΚ
ΤΑΣΟ	ΤΑΣΟ	ΤΑΣΟ	ΤΑΣΟ	ΤΑΣΟ	ΤΑΣΟ	ΤΑΣΟ	ΤΑΣΟ
ΤΕΓΟ	ΤΕΓΟ	ΤΕΓΟ	ΤΕΓΟ	ΤΕΓΟ	ΤΕΓΟ	ΤΕΓΟ	ΤΕΓΟ
ΤΕΞΤ	ΤΕΞΤ	ΤΕΞΤ	ΤΕΞΤ	ΤΕΞΤ	ΤΕΞΤ	ΤΕΞΤ	ΤΕΞΤ
		ΤΕΚΔΟ	ΤΕΚΔΟ	ΤΕΚΔΟ	ΤΕΚΔΟ	ΤΕΚΔΟ	ΤΕΚΔΟ
ΤΕΡΝΑ	ΤΕΡΝΑ	ΤΕΡΝΑ	ΤΕΡΝΑ	ΤΕΡΝΑ	ΤΕΡΝΑ	ΤΕΡΝΑ	ΤΕΡΝΑ
ΤΗΛΕΤ	ΤΗΛΕΤ	ΤΗΛΕΤ	ΤΗΛΕΤ	ΤΗΛΕΤ	ΤΗΛΕΤ	ΤΗΛΕΤ	ΤΗΛΕΤ
ΤΙΤΚ	ΤΙΤΚ	ΤΙΤΚ	ΤΙΤΚ	ΤΙΤΚ	ΤΙΤΚ	ΤΙΤΚ	ΤΙΤΚ
	ΤΣΟΥΚ	ΤΣΟΥΚ	ΤΣΟΥΚ	ΤΣΟΥΚ	ΤΣΟΥΚ	ΤΣΟΥΚ	ΤΣΟΥΚ
							ΤΤ
ΤΖΚΑ	ΤΖΚΑ	ΤΖΚΑ	ΤΖΚΑ	ΤΖΚΑ	ΤΖΚΑ	ΤΖΚΑ	ΤΖΚΑ
	ΧΑΙΔΕ	ΧΑΙΔΕ	ΧΑΙΔΕ	ΧΑΙΔΕ	ΧΑΙΔΕ	ΧΑΙΔΕ	ΧΑΙΔΕ
ΧΑΚΟΡ	ΧΑΚΟΡ	ΧΑΚΟΡ	ΧΑΚΟΡ	ΧΑΚΟΡ	ΧΑΚΟΡ	ΧΑΚΟΡ	ΧΑΚΟΡ
ΧΑΛΥΒ	ΧΑΛΥΒ	ΧΑΛΥΒ	ΧΑΛΥΒ	ΧΑΛΥΒ	ΧΑΛΥΒ	ΧΑΛΥΒ	ΧΑΛΥΒ
ΧΑΤΖΚ	ΧΑΤΖΚ	ΧΑΤΖΚ	ΧΑΤΖΚ	ΧΑΤΖΚ	ΧΑΤΖΚ	ΧΑΤΖΚ	ΧΑΤΖΚ
ΧΚΡΑΝ	ΧΚΡΑΝ	ΧΚΡΑΝ	ΧΚΡΑΝ	ΧΚΡΑΝ	ΧΚΡΑΝ	ΧΚΡΑΝ	ΧΚΡΑΝ
ΥΑΛΚΟ	ΥΑΛΚΟ	ΥΑΛΚΟ	ΥΑΛΚΟ	ΥΑΛΚΟ	ΥΑΛΚΟ	ΥΑΛΚΟ	ΥΑΛΚΟ
			ΥΓΕΙΑ	ΥΓΕΙΑ	ΥΓΕΙΑ	ΥΓΕΙΑ	ΥΓΕΙΑ
ZAMΠA	ZAMΠA	ZAMΠA	ZAMΠA	ZAMΠA	ZAMΠA	ZAMΠA	ZAMΠA
			ZHNΩN	ZHNΩN	ZHNΩN	ZHNΩN	ZHNΩN

