



ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ

ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΚΑΙ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ

---

Βέλτιστα Πλάνα Φωτεινής Σηματοδότησης  
Σταθερού Χρόνου

---

Διπλωματική Εργασία

Παρασκευή Απ. Σπανού

Επιβλέπων καθηγητής  
Δρ. Ηλίας Κοσματόπουλος

Οκτώβριος 2007, Χανιά

## Περιεχόμενα

1	Εισαγωγή .....	4
1.1	Στόχος της εργασίας .....	4
1.2	Η δομή της εργασίας.....	5
2	Μικροσκοπικά μοντέλα .....	6
2.1	Εισαγωγή .....	6
2.2	Απλά γραμμικά και μη γραμμικά μοντέλα .....	7
2.2.1	Απλό Γραμμικό Μικροσκοπικό Μοντέλο .....	9
2.2.2	Μη γραμμικά μοντέλα κυκλοφοριακής ροής .....	10
2.3	Άλλα μικροσκοπικά μοντέλα.....	12
2.3.1	Μοντέλο τριών οχημάτων.....	12
2.3.2	Μοντέλο του Helly .....	12
2.3.3	Μη συμμετρικά μοντέλα.....	13
2.3.4	Μοντέλο του Gipps.....	13
2.3.5	Μοντέλο των Nagel-Schreckenberg .....	14
2.4	Μοντέλα από τη θεωρία Βέλτιστου Ελέγχου .....	16
3	Περιγραφή του προβλήματος.....	18
3.1	Εισαγωγή .....	18
3.2	Βασικές έννοιες του ελέγχου κυκλοφορίας .....	19
3.3	Περιγραφή του μοντέλου προσομοίωσης.....	21
3.4	Περιγραφή του αλγορίθμου .....	24
3.4.1	Ανάλυση του αλγορίθμου .....	25
3.4.2	Περιγραφή των υποσυστημάτων .....	27
4	Τεχνικές Βελτιστοποίησης.....	30
4.1	Εισαγωγή .....	30
4.2	Θεωρία μη γραμμικού προγραμματισμού .....	30
4.2.1	Εναλλακτικές διατυπώσεις του προβλήματος μη γραμμικής βελτιστοποίησης .....	30
4.2.2	Βελτιστοποίηση χωρίς περιορισμούς.....	31
4.2.3	Βελτιστοποίηση με περιορισμούς.....	32

4.2.4	Χειρισμός περιορισμών μέσω συναρτήσεων ποινής .....	33
4.2.5	Τεχνικές αναζήτησης τοπικών ακρότατων .....	33
4.2.6	Κλασικές τεχνικές κλίσεων.....	34
4.2.7	Τεχνικές άμεσης αναζήτησης .....	35
4.2.8	Μέθοδος κατερχόμενου απλόκου (Medler and Mead, 1965).....	36
4.3	Η συνάρτηση fmincon .....	38
4.3.1	Παράδειγμα για την fmincon .....	39
4.3.2	Η fmincon στο δικό μας πρόβλημα .....	40
5	Αποτελέσματα προσομοίωσης.....	44
5.1	Εισαγωγή .....	44
5.2	Προσομοιώσεις του συστήματος .....	44
5.2.1	Ίδια ροή εισόδου σε όλους τους δρόμους με μέση τιμή $\alpha_1=\alpha_2=\alpha_3=\alpha_4=2$ .....	44
5.2.2	Ροή εισόδου με μέση τιμή για τον κάθε δρόμο $\alpha_1=2, \alpha_2=6, \alpha_3=6, \alpha_4=1$ .....	48
5.2.3	Ροή εισόδου με μέση τιμή για τον κάθε δρόμο $\alpha_1=3, \alpha_2=6, \alpha_3=1, \alpha_4=9$ .....	52
5.2.4	Ροή εισόδου με μέση τιμή για τον κάθε δρόμο $\alpha_1=5, \alpha_2=5, \alpha_3=5, \alpha_4=5$ .....	56
5.2.5	Ροή εισόδου με μέση τιμή για τον κάθε δρόμο $\alpha_1=1, \alpha_2=1, \alpha_3=1, \alpha_4=10$ .....	60
5.2.6	Ροή εισόδου με μέση τιμή για τον κάθε δρόμο .....	64
5.2.7	Ροή εισόδου με μέση τιμή για τον κάθε δρόμο $\alpha_1=1, \alpha_2=10, \alpha_3=10, \alpha_4=10$ .....	68
6	Συμπεράσματα .....	74
6.1	Σύνοψη.....	74
	Βιβλιογραφία .....	76
	ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α.....	79
	ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β.....	97

### 1 Εισαγωγή

Ο συνεχώς αυξανόμενος αριθμός των οχημάτων τα τελευταία χρόνια, καθώς και η μετακίνηση πληθυσμών από την ύπαιθρο στα μεγάλα αστικά κέντρα έχει ως αποτέλεσμα την παρουσίαση έντονων φαινομένων συμφόρησης στα αστικά οδικά δίκτυα.

Λόγω των παραπάνω καθίσταται επιτακτική η ανάγκη για συστήματα παρακολούθησης, πρόβλεψης και ελέγχου ροής της κίνησης. Σε πολλές μεγαλουπόλεις η κίνηση καταγράφεται μέσω ανιχνευτών βρόχων (loop detectors), βίντεο, ραντάρ και οχημάτων εφοδιασμένων με GPS, ενώ από το ξεκίνημα της δεκαετίας του 70 άρχισαν να εμφανίζονται στη διεθνή βιβλιογραφία μαθηματικά πρότυπα για την κυκλοφοριακή ροή με σκοπό τη βελτιστοποίηση της λήψης αποφάσεων σχετικών με οδικά δίκτυα.

#### 1.1 Στόχος της εργασίας

Η παρούσα μελέτη έχει ως σκοπό να απομονώσει από το οδικό δίκτυο έναν κόμβο και μελετήσει τις αντιδράσεις του συστήματος σε διαφορετικές τιμές εισόδου οχημάτων κάθε φορά. Αυτό επιτυγχάνεται με τη χρήση ενός αλγορίθμου, ο οποίος προσομοιώνει το πρόβλημά μας βάσει πραγματικών συνθηκών. Ο βασικός στόχος είναι η καλύτερη κατανομή του χρόνου (πράσινο – κόκκινο) στους φωτεινούς σηματοδότες της διασταύρωσης, ώστε να μην δημιουργούνται ουρές στους δρόμους και η παραμονή του κάθε οχήματος στον κόμβο να είναι η μικρότερη δυνατή. Για το σκοπό αυτό γίνεται χρήση δύο σεναρίων. Το πρώτο θεωρεί ότι η διάρκεια της περιόδου σηματοδότης είναι σταθερή, ενώ το δεύτερο προσαρμόζει τη διάρκεια της

περιόδου στα δεδομένα που λαμβάνονται κάθε φορά σε σχέση με τον αριθμό των εισερχόμενων οχημάτων στο σύστημά μας.

## **1.2 Η δομή της εργασίας**

Η δομή της παρούσας μελέτης έχει ως εξής:

Στο Κεφάλαιο 2 παρουσιάζονται τα μικροσκοπικά μοντέλα, τα οποία χρησιμοποιούνται στη μοντελοποίηση κυκλοφοριακής ροής για να περιγράψουν τη συμπεριφορά των οχημάτων σε ένα οδικό δίκτυο.

Στο Κεφάλαιο 3 γίνεται παρουσίαση του προβλήματος. Ορίζεται το σύστημα μας, ο κόμβος που θα μελετήσουμε καθώς και οι παράμετροι αυτού. Για την καλύτερη μελέτη του συστήματος μας, το πρόβλημα απλοποιείται και λαμβάνουμε υπ' όψιν κάποιες παραδοχές. Παρουσιάζονται επίσης και τα δύο σενάρια που καλούμαστε να μελετήσουμε.

Στο Κεφάλαιο 4 παρουσιάζεται η συνάρτηση βελτιστοποίησης που χρησιμοποιούμε, καθώς και πληροφορίες για την επίλυση προβλημάτων μη γραμμικού προγραμματισμού. Γίνεται ανάλυση της συνάρτησης που χρησιμοποιούμε και πως αυτή λειτουργεί στο δικό μας πρόβλημα.

Στο Κεφάλαιο 5 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων που έχουμε εκτελέσει με σκοπό να ελέγξουμε την αποδοτικότητα του αλγορίθμου που χρησιμοποιούμε και τη σύγκριση των δύο σεναρίων που έχουμε θέσει σε εφαρμογή.

Στο Κεφάλαιο 6 παρατίθεται η σύνοψη της παρούσας μελέτης και η έκθεση των συμπερασμάτων που προέκυψαν από τη διερεύνηση που πραγματοποιήσαμε. Τέλος προτείνονται κατευθύνσεις χρήσης των παρόντων αποτελεσμάτων.

## Κεφάλαιο 2

### 2 Μικροσκοπικά μοντέλα

#### 2.1 Εισαγωγή

Στο χώρο της μοντελοποίησης κυκλοφοριακής ροής, τα μικροσκοπικά μοντέλα (microscopic ή car-following models) χρησιμοποιούνται για να περιγράψουν τη συμπεριφορά μεμονωμένων οχημάτων σε ένα οδικό δίκτυο, ή πιο συγκεκριμένα τη συμπεριφορά του συστήματος οχήματος-οδηγού σε ένα ρεύμα αλληλεπιδρόντων οχημάτων. Οι κύριες εφαρμογές των μοντέλων αυτών είναι:

Η απόκτηση γνώσης και κατανόησης της συμπεριφοράς του συστήματος οδηγού-οχήματος (για παράδειγμα για την ανάπτυξη νέων συσκευών ασφαλείας)

Η παροχή του κύριου συστατικού των μικροσκοπικών προσομοιώσεων που χρησιμοποιούνται πλέον ευρέως (για παράδειγμα στον έλεγχο ή βελτιστοποίηση νέων στρατηγικών ελέγχου της κυκλοφοριακής ροής).

Ενσωμάτωση σε προσομοιώσεις οδήγησης σε virtual περιβάλλον.

Τα car-following μοντέλα αποτελούνται από ένα σύνολο διαφορικών εξισώσεων που υπολογίζουν την επιτάχυνση ενός οχήματος σε σχέση με τα προπορευόμενά του. Πολλές φορές αποτελούν προσεγγιστικά μοντέλα των οποίων οι παράμετροι δίνονται αυθαίρετα, αλλά με τη συνεισφορά της θεωρίας του αυτομάτου ελέγχου και πρόβλεψης μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να εξαχθεί μια δομή ενός μοντέλου

βέλτιστου ελέγχου που θα προσομοιώνει όσο το δυνατόν καλύτερα τη συμπεριφορά του οδηγού, με την παραδοχή ότι η συμπεριφορά του οδηγού συνίσταται στην ελαχιστοποίηση μιας τετραγωνικής συνάρτησης. Η θεωρία των car-following μοντέλων αρχικά προτάθηκε από τον Reuschel (1950) και τον Pipes (1953) και στη συνέχεια επεκτάθηκε από τους Herman et al. (1959). Ανάμεσα σε άλλους που ασχολήθηκαν εκτενώς με το θέμα ήταν και οι Gazis (1974), Gerlofgh και Huber (1975) και Bekey et al. (1977).

Τα μικροσκοπικά μοντέλα αποτελούν το βασικότερο μέρος μιας μικροσκοπικής προσομοίωσης. Σε σχέση με τα υπόλοιπα μοντέλα προσομοίωσης, χρησιμοποιούνται όταν είναι για παράδειγμα απαραίτητο να γνωρίζουμε ακριβώς τη θέση των οχημάτων σε ένα οδικό δίκτυο, να κάνουμε διαφοροποιήσεις μεταξύ διαφορετικών ειδών οχημάτων ( αυτοκίνητα, λεωφορεία, φορτηγά). Ο κύριος χώρος εφαρμογής τους είναι ο έλεγχος και ο υπολογισμός στρατηγικών ελέγχου κυκλοφοριακής ροής: προσαρμοστικές, στρατηγικές πραγματικού χρόνου για αυτοκίνητα, στρατηγικές προτεραιότητας για λεωφορεία κλπ. Επίσης χρησιμοποιούνται για την πρόβλεψη επιπέδων θορύβου και καυσαερίων σε σηματοδοτημένες διασταυρώσεις, και για τον έλεγχο της επάρκειας των συσκευών ασφαλείας που χρησιμοποιούνται για να αποτρέψουν τις συγκρούσεις που εμφανίζονται σε ρεύματα οχημάτων που κινούνται με μικρές αποστάσεις μεταξύ τους.

Στη συνέχεια θα αναφερθούμε σε βασικά μαθηματικά μοντέλα που χρησιμοποιούνται για την προσέγγιση της συμπεριφοράς μεμονωμένων οχημάτων.

## **2.2 Απλά γραμμικά και μη γραμμικά μοντέλα**

Στη γενική τους μορφή τα μικροσκοπικά μοντέλα κυκλοφοριακής ροής να αναπαρασταθούν με την έκφραση:

απόκριση( $t+\tau$ )=ευαισθησία x ερέθισμα( $t$ ),

όπου  $\tau$  είναι ο χρόνος αντίδρασης του συστήματος οχήματος-οδηγού. Αν και η ακριβής περιγραφή της σχέσης ερέθισμα-απόκριση θα μπορούσε να γίνει πολύ περίπλοκη, έχει αποδειχθεί ότι το φαινόμενο μπορεί να προσεγγιστεί αρκετά καλά με ένα σχετικά απλό σύστημα διαφορικών εξισώσεων. Για τα διάφορα μοντέλα που θα περιγράψουμε, η απόκριση θα είναι πάντα η επιτάχυνση (ή επιβράδυνση) του οχήματος που ακολουθεί, με ερέθισμα στις περισσότερες περιπτώσεις τη διαφορά των ταχυτήτων μεταξύ του οχήματος που προηγείται και του οχήματος που ακολουθεί.

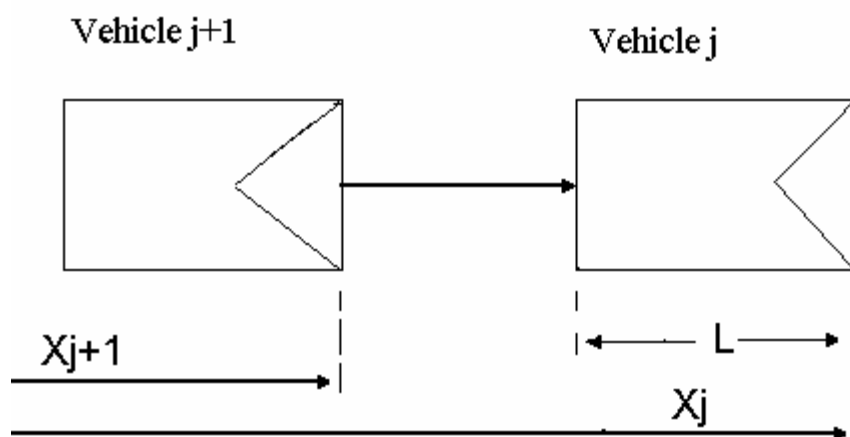
Στο μοντέλο αυτό εξετάζουμε την οδική συμπεριφορά  $N$  αυτοκινήτων. Σύμφωνα με το μοντέλο αυτό το προπορευόμενο όχημα είναι εκείνο που καθορίζει τη θέση, την ταχύτητα και την επιτάχυνση των οχημάτων που το ακολουθούν. Θέλοντας να γίνουμε πιο συγκεκριμένοι ας θεωρήσουμε δύο αυτοκίνητα το vehicle  $j$  και το vehicle  $j+1$ , όπου το vehicle  $j+1$  είναι ο ακολουθητής του vehicle  $j$ . Ορίζουμε επίσης τις παραμέτρους :

$L$ = μήκος των οχημάτων

$X_j$ = θέση του vehicle  $j$

$X_{j+1}$ = θέση του vehicle  $j+1$

$S$ = Χρονική σταθερά ασφαλείας



Σχήμα 2.1



Το μοντέλο αυτό είναι το πιο απλό μοντέλο, το οποίο δείχνει ότι η ταχύτητα του ακολουθούντος οχήματος εξαρτάται από τη διαφορά της θέσης του από το προπορευόμενο όχημα. Μάλιστα η διαφορά είναι τέτοια ώστε αν το προπορευόμενο όχημα σταματήσει, τότε το ακολουθών όχημα να το φτάσει χωρίς όμως να το προσπεράσει ή να συγκρουστεί με αυτό. Reuschel, (1950).

$$x_j - x_{j+1} = L + S \cdot \dot{x}_{j+1} \quad (2.1)$$

Διαφορίζοντας τη σχέση (2.1) προκύπτει η σχέση (2.2)

$$\ddot{x}_{j+1} = \frac{1}{S} (\dot{x}_j - \dot{x}_{j+1}) \quad (2.2)$$

που δείχνει ποια θα είναι η επιτάχυνση του ακολουθούντος οχήματος. Pipes, (1953).

### 2.2.1 Απλό Γραμμικό Μικροσκοπικό Μοντέλο

Το μοντέλο αυτό περιγράφεται μαθηματικά από τη σχέση

$$\ddot{x}_{n+1}(t + \tau) = \lambda [\dot{x}_n(t) - \dot{x}_{n+1}(t)] \quad (2.3)$$

όπου  $n$  είναι ο αριθμός του προπορευόμενου οχήματος,  $n+1$  ο αριθμός του ακολουθούντος οχήματος,  $\tau$  ο χρόνος αντίδρασης και  $\lambda$  ο συντελεστής ευαισθησίας. Στην αξιολόγηση που έγινε το 1958 από τους Chandler et al. στο General Motors Technical Center, βρέθηκε πειραματικά ότι η τιμή του  $\tau$  είναι περίπου 1.5sec και του  $\lambda$  περίπου  $0.37 \text{ sec}^{-1}$ . Αυτό το απλό μοντέλο δε θεωρείται ιδιαίτερα ικανοποιητικό κυρίως όσον αφορά τις επιπτώσεις του στη μόνιμη κατάσταση ροής (steady-state flow), αλλά η ευστάθειά του μπορεί να εξεταστεί εύκολα κάνοντας τη χρήση της θεωρίας γραμμικών συστημάτων

Η ευστάθεια κάποιου μοντέλου κυκλοφοριακής ροής πρέπει να εξεταστεί προκειμένου να επαληθευτεί ότι η αλλαγή της ταχύτητας του προπορευόμενου οχήματος μιας αλυσίδας οχημάτων δε θα επεκταθεί στα οχήματα που ακολουθούν στην αλυσίδα μέχρι να εμφανιστεί κάποια σύγκρουση. Υπάρχουν δύο τύποι ευστάθειας: η τοπική ευστάθεια (local stability) που σχετίζεται με την απόκριση ενός οχήματος στην αλλαγή της κίνησης του οχήματος που βρίσκεται ακριβώς μπροστά του και η ασυμπτωτική ευστάθεια (asymptotic ή string stability) που σχετίζεται με την προοδευτική αύξηση του πλάτους της διακύμανσης κατά μήκος της αλυσίδας των οχημάτων.

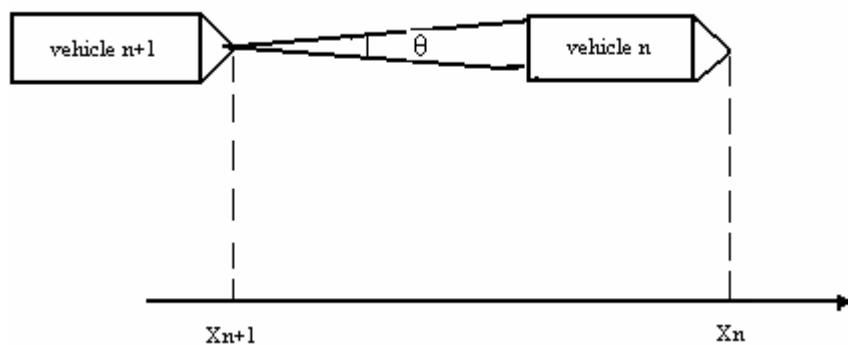
Σε ότι αφορά το γραμμικό μοντέλο μπορεί να αποδειχθεί ότι η τοπική ευστάθεια θεωρείται δεδομένη εφόσον  $\lambda\tau \leq \frac{\pi}{2}$ , τη στιγμή που μια αλυσίδα οχημάτων μπορεί να θεωρηθεί ως ασυμπτωτικά ευσταθής μόνο όταν  $\lambda\tau < 0.5$  (Herman et al. 1959).

### 2.2.2 Μη γραμμικά μοντέλα κυκλοφοριακής ροής

Στην εξίσωση (2.3) ο συντελεστής  $\lambda$  είναι μια σταθερά, γεγονός που σημαίνει ότι η απόκριση για μια συγκεκριμένη διαφορά ταχυτήτων μεταξύ δύο αυτοκινήτων είναι ανεξάρτητη από την μεταξύ τους απόσταση –το οποίο ουσιαστικά δεν μπορεί να θεωρηθεί ρεαλιστικό. Για τον λόγο αυτό οι Gazis et al. (1959) ανέπτυξαν το παρακάτω μοντέλο:

$$\ddot{x}_{n+1}(t+\tau) = \lambda_o \frac{\dot{x}_n(t) - \dot{x}_{n+1}(t)}{x_n(t) - x_{n+1}(t)} \quad (2.4)$$

η οποία δείχνει ότι η απόκριση είναι αντιστρόφως ανάλογη της απόστασης. Ο  $\lambda_o$  είναι ένας νέος συντελεστής ευαισθησίας (σε  $m^2/sec$ ).



Σχήμα 2.2: Το μοντέλο οπτικής γωνίας

Το 1953 ο Pipes εισηγήθηκε ένα μοντέλο κυκλοφοριακής ροής βασισμένο στην υπόθεση ότι η επιτάχυνση του ακολουθούντος οχήματος είναι ανάλογη της αντίληψης του οδηγού σχετικά με το βαθμό αλλαγής της γωνίας  $\theta$  (Σχήμα) και κατέληξε έτσι στην εξής γραμμική εξίσωση:

$$\ddot{x}_{n+1}(t + \tau) = \lambda_o \frac{\dot{x}_n(t) - \dot{x}_{n+1}(t)}{[x_n(t) - x_{n+1}(t)]^2} \quad (2.5)$$

περαιτέρω ανάλυση της συμπεριφοράς του οδηγού, οδηγεί στο συμπέρασμα ότι για μια συγκεκριμένη διαφορά ταχύτητας και συγκεκριμένη απόσταση, η απόκριση γίνεται τόσο πιο σημαντική όσο αυξάνει η ταχύτητα του οχήματος. Τελικά, όλες οι παράμετροι που είδαμε οδηγούν στην παρακάτω γενική μορφή των μη γραμμικών μοντέλων κυκλοφοριακής ροής:

$$\ddot{x}_{n+1}(t + \tau) = \lambda_o \dot{x}_{n+1}(t + \tau)^m \frac{\dot{x}_n(t) - \dot{x}_{n+1}(t)}{[x_n(t) - x_{n+1}(t)]^l} \quad (2.6)$$

όπου  $l$  και  $m$  είναι σταθερές.

## 2.3 Άλλα μικροσκοπικά μοντέλα

### 2.3.1 Μοντέλο τριών οχημάτων

Πολλές προσπάθειες έχουν καταβληθεί προκειμένου να αναπτυχθούν μοντέλα που περιλαμβάνουν και δεύτερο προπορευόμενο αυτοκίνητο, όπως για παράδειγμα το παρακάτω γραμμικό μοντέλο:

$$\ddot{x}_{n+2}(t+\tau) = \lambda_1 [\dot{x}_{n+1}(t) - \dot{x}_{n+2}(t)] + \lambda_2 [\dot{x}_n(t) - \dot{x}_{n+2}(t)] \quad (2.7)$$

Πειραματικά όμως αποδείχθηκε ότι το ερέθισμα εξαιτίας του δεύτερου οχήματος ( εδώ με αριθμό n) δεν ήταν πολύ σημαντικό.

### 2.3.2 Μοντέλο του Helly

Με τα μικροσκοπικά μοντέλα που μελετήσαμε ως τώρα, η απόσταση μεταξύ δύο οχημάτων που πηγαίνουν με την ίδια ταχύτητα παραμένει η ίδια. Ο Helly (1961) υπέθεσε ότι ο οδηγός θα ενδιαφερόταν και για τη διαφορά της υπαρκτής απόστασης ( $x_n - x_{n+1}$ ) και της επιθυμητής απόστασης. Μια απλοποιημένη μορφή του μοντέλου είναι η εξής:

$$\ddot{x}_{n+2}(t+\tau) = c_1 [\dot{x}(t) - \dot{x}_{n+1}(t)] + c_2 [x_n(t) - x_{n+1}(t) + D], \quad (2.8)$$

όπου  $c_1$  είναι μία παράμετρος ελέγχου της επιθυμητής απόστασης και  $D$  η επιθυμητή απόσταση. Αυτό το μοντέλο χρησιμοποιείται στο πρόγραμμα προσομοίωσης SITRA-B (Gabard et al., 1982), όπου η επιθυμητή απόσταση δίνεται από τη σχέση:

$$D = l_n + \tau_{n+1} \dot{x}_{n+1}(t), \quad (2.9)$$

όπου  $l_n$  είναι το μήκος του οχήματος  $n$  και  $\tau_{n+1}$  η χρονική απόσταση για το όχημα  $n+1$ .

### 2.3.3 Μη συμμετρικά μοντέλα

Στα προηγούμενα μοντέλα υποθέσαμε ότι ο βαθμός απόκρισης του συστήματος οχήματος-οδηγού είναι ο ίδιος, τόσο στην περίπτωση της επιτάχυνσης όσο και στην περίπτωση της επιβράδυνσης. Είναι γνωστό όμως ότι οι δυνατότητες των οχημάτων αλλά και της αντίδρασης των οδηγών είναι σαφώς μεγαλύτερες κατά την επιβράδυνση παρά την επιτάχυνση. Το ακόλουθο μοντέλο έχει προταθεί:

$$\ddot{x}_{n+1}(t+t) = \lambda_+ [\dot{x}_n(t) - \dot{x}_{n+1}(t)], \quad (2.10)$$

$$\ddot{x}_{n+1}(t+\tau) = \lambda_- [\dot{x}_n(t) - \dot{x}_{n+1}(t)], \quad (2.11)$$

για θετική και αρνητική σχετική ταχύτητα αντίστοιχα. Αυτό ουσιαστικά αποτελεί μια επέκταση του γραμμικού μοντέλου. Εισάγοντας πραγματικές μετρήσεις στο μοντέλο είναι δυνατόν να βρεθεί ότι το πηλίκο  $\lambda_-/\lambda_+$  ισούται με 1,1.

### 2.3.4 Μοντέλο του Gipps

Ο Gipps (1981) πρότεινε ένα νέο μικροσκοπικό μοντέλο για την κυκλοφοριακή ροή, βασισμένο στην υπόθεση ότι κάθε οδηγός θέτει κάποια όρια όσον αφορά τις επιθυμητές τιμές επιτάχυνσης και επιβράδυνσης. Το μοντέλο αποτελείται από δύο μέρη, ένα για την περιγραφή της επιτάχυνσης και ένα για την επιβράδυνση. Για την επιτάχυνση έχουμε:

$$\dot{x}_{n+1}^{\lambda}(t+\tau)=\dot{x}_{n+1}(t)+2.5\lambda_{n+1}\tau\left[1-\frac{\dot{x}_{n+1}(t)}{V_{n+1}}\right]\times\left[0.025+\frac{\dot{x}_{n+1}(t)}{V_{n+1}}\right]^{\frac{1}{2}}, \quad (2.12)$$

όπου  $\dot{x}_{n+1}^{\lambda}(t+\tau)$  είναι η μέγιστη ταχύτητα μέχρι την οποία μπορεί να επιταχύνει ένα όχημα κατά το χρονικό διάστημα  $(t, t+\tau)$ ,  $V_{n+1}$  είναι η επιθυμητή ταχύτητα για το n+1 όχημα και  $a_{n+1}$  είναι η μέγιστη επιτάχυνση για το n+1 όχημα. Για το φρενάρισμα (επιβράδυνση) ισχύει:

$$\dot{x}_{n+1}^b(t+\tau)=\beta_{n+1}\tau+\left([\beta_{n+1}\tau]^2-\beta_{n+1}\left\{2[x_n(t)-l_n-x_{n+1}(t)]-\dot{x}_{n+1}(t)\tau-\frac{\dot{x}_n(t)^2}{\hat{\beta}}\right\}\right)^{\frac{1}{2}}, \quad (2.13)$$

όπου  $\dot{x}_{n+1}^b(t+\tau)$  είναι η μέγιστη ασφαλής ταχύτητα για το όχημα n+1 σε σχέση με το όχημα n,  $\beta_{n+1}$  είναι το πιο απότομο φρενάρισμα που ο οδηγός του οχήματος n+1 είναι διατεθειμένος να πραγματοποιήσει ( $<0$ ),  $l_n$  είναι το μήκος του οχήματος n και  $\hat{\beta}$  είναι η εκτίμηση του  $\beta_n$  που χρησιμοποιείται από τον οδηγό του οχήματος n+1.

Τέλος, κάτω από οποιαδήποτε από τις παραπάνω συνθήκες, η ταχύτητα του οχήματος n+1 είναι το ελάχιστο των ταχυτήτων  $\dot{x}_{n+1}^{\lambda}(t+\tau)$  και  $\dot{x}_{n+1}^b(t+\tau)$ . Το μοντέλο αυτό χρησιμοποιείται στο MULTISIM (Gipps 1986) ένα πρόγραμμα προσομοίωσης κίνησης οχημάτων σε αρτηρίες με παραπάνω από μια λωρίδες, στο οποίο ιδιαίτερη προσοχή δόθηκε στη μοντελοποίηση αποφάσεων εναλλαγής λωρίδων.

### 2.3.5 Μοντέλο των Nagel-Schreckenberg

Τα μοντέλα κυκλοφοριακής ροής που χρησιμοποιούνται σε εφαρμογές πραγματικού χρόνου θα πρέπει να περιγράφουν τις σχετικές πλευρές των δυναμικών στοιχείων της ροής όσο πιο απλά γίνεται. Ακολουθώντας αυτή την παραδοχή οι Nagel και

Schreckenberg (1992) παρουσίασαν ένα κυψελοειδές μοντέλο που βασίζεται στη θεωρία αυτομάτων. Αποτελεί ένα απλό μοντέλο, από την άποψη ότι δίνει τη δυνατότητα να αναπαραχθούν βασικά χαρακτηριστικά των κυκλοφοριακών συνθηκών, αποφεύγοντας όμως παράλληλα την παγίδα της υπεραπλούστευσης. Μέχρι σήμερα, λεπτομερείς μελέτες του μοντέλου (Schadschneider 1999, Chowdhury et al. 2000) δείχνουν ότι αποτελεί μικροσκοπική προσομοίωση υψηλής ταχύτητας για οδικά δίκτυα μεγάλης κλίμακας.

Τα βασικά χαρακτηριστικά του μοντέλου είναι τα εξής: ο δρόμος χωρίζεται σε κυψέλες με μήκος  $\Delta x = \rho_{jam}^{-1} = 7.5m/veh$  με  $\rho_{jam} \approx 133veh/km$ , την πυκνότητα των αυτοκινήτων που βρίσκονται σε κυκλοφοριακή συμφόρηση. Κάθε κυψέλη είναι είτε άδεια είτε γεμάτη με ένα μόνο όχημα, με μια ταχύτητα με ακέραιη τιμή ---- που ανήκει στο διάστημα  $\{0, \dots, v_{max}\}$  με  $v_{max}$  την μέγιστη ταχύτητα. Η κίνηση των οχημάτων περιγράφεται από τους ακόλουθους κανόνες (parallel dynamics):

**R1** Επιτάχυνση:  $v_i \leftarrow \min(v_i + 1, v_{max})$ ,

**R2** Επιβράδυνση: για την αποφυγή ατυχήματος:  $v_i' \leftarrow \min(v_i, gap)$ ,

**R3** Τυχαιοποίηση: με συγκεκριμένη πιθανότητα  $p$  εκτέλεσε την  $v_i'' \leftarrow \max(v_i' - 1, 0)$ ,

**R4** Κίνηση:  $x_i \leftarrow x_i + v_i''$

Οι δύο πρώτοι κανόνες (**R1,R2**) περιγράφουν μια βέλτιστη στρατηγική οδήγησης, με τον οδηγό να επιταχύνει αν το όχημα δεν έχει φτάσει στην μέγιστη ταχύτητα  $v_{max}$  και να επιβραδύνει για να αποφύγει τη δημιουργία ατυχήματος, γεγονός που ρητά αποκλείεται. Ένα τέτοιο κυψελοειδές αυτόματο είναι ντετερμινιστικό και η στάσιμη κατάσταση εξαρτάται μόνο από τις αρχικές συνθήκες. Οι οδηγοί όμως δεν αντιδρούν με αυτόν τον βέλτιστο τρόπο: μεταβάλλουν τη συμπεριφορά τους χωρίς εμφανείς λόγους, κάτι που αντανακλάται στη μεταβλητή θορύβου της επιβράδυνσης  $p$  (**R3**).

Με αυτόν τον τρόπο προσομοιώνονται οι αλληλεπιδράσεις μεταξύ των οχημάτων, και αυτή η μεταβλητή είναι υπεύθυνη για την ξαφνική δημιουργία συμφορήσεων.

Για να περιγραφούν περισσότερα σύνθετες καταστάσεις, όπως για παράδειγμα κίνηση σε πολλές λωρίδες ή περιοχές συνένωσης διαφορετικών ροών, το βασικό σύνολο κανόνων πρέπει να επεκταθεί. Για παράδειγμα, μια αλλαγή λωρίδας θα γίνει με αναφορά σε κάποιες παραμέτρους ασφαλείας και νομιμότητας, οι οποίες αλλάζουν από χώρα σε χώρα.. Πρώτα το όχημα ελέγχει αν εμποδίζεται από το όχημα που προηγείται στη λωρίδα του. Αυτό ισχύει αν  $gap < v$ . Στη συνέχεια πρέπει να λάβει υπ' όψιν, στη λωρίδα που επιθυμεί να μπει, το κενό σε σχέση με αυτόν που ακολουθεί  $gap_s$  και αυτόν που προηγείται  $gap_p$ . Αν τα κενά επιτρέπουν μια ασφαλή αλλαγή λωρίδας, το όχημα μετακινείται στην άλλη λωρίδα.

Το μοντέλο αυτό είναι από εκείνα που έχουν τη δυνατότητα να μεταφραστούν πολύ εύκολα ως ένα σύστημα πολλών πρακτόρων με αντιδρώντες (reactive) πράκτορες. Η οντότητα οδηγού-οχήματος (πράκτορας) αντιδρά στην αντίληψη που έχει για την ταχύτητά του και το κενό μπροστά του. Αυτή η συμπεριφορά είναι σχετικά απλή και δεν απαιτεί γνωστική μοντελοποίηση, επιτρέποντας έτσι αποτελεσματικές και γρήγορες προσομοιώσεις μεγάλης κλίμακας. Αν όμως επιθυμούμε να συμπεριλάβουμε περισσότερα σύνθετες διαδικασίες λήψης αποφάσεων θα χρειαστεί να εισαγάγουμε επιπρόσθετα επίπεδα υπολογισμών.

## 2.4 Μοντέλα από τη θεωρία Βέλτιστου Ελέγχου

Στην προσέγγιση της εξαγωγής ενός μοντέλου από τη θεωρία του βέλτιστου ελέγχου (Bekeley et al. 1977), η δυναμική ενός οχήματος που ακολουθεί κάποιο άλλο εκφράζεται από τη σχέση:

$$x_{n+1}(t + \Delta t) = A_{n+1}x_{n+1}(t) + Bv(t), \quad (2.14)$$



όπου  $x_{n+1}(t)$  είναι το δισδιάστατο διάνυσμα κατάστασης του οχήματος που ακολουθεί (θέση  $x_{n+1}(t)$  και ταχύτητα  $\dot{x}_{n+1}(t)$ ),  $A_{n+1}$  είναι ένας  $2 \times 2$  πίνακας συντελεστών,  $B$  είναι ένας  $2 \times 1$  πίνακας και  $v(t)$  είναι ο έλεγχος που ασκείται από τον οδηγό ( επιτάχυνση ή επιβράδυνση) μια παρόμοια αναπαράσταση χρησιμοποιείται για τη δυναμική του οχήματος που προηγείται (χωρίς όμως τον όρο ελέγχου  $Bv(t)$ ), και η έκφραση του κριτηρίου της τετραγωνικής σύγκλισης που πρέπει να ελαχιστοποιηθεί από το όχημα που ακολουθεί είναι:

$$j = \frac{1}{2} \sum_{i=0}^{\infty} \{ [x_n(t_i) - x_{n+1}(t_i) - a\dot{x}_{n+1}(t_i)]^2 q_1 + [\dot{x}_n(t_i) - \dot{x}_{n+1}(t_i)]^2 q_2 + r v^2(t_i) \}, \quad (2.15)$$

όπου  $q_1, q_2$  και  $r$  είναι παράγοντες βάρους και  $a$  είναι μια σταθερά. Ο πρώτος όρος αναπαριστά την απόκλιση της απόστασης των οχημάτων από μια επιθυμητή απόσταση ( η οποία είναι ανάλογη με την ταχύτητα του οχήματος που ακολουθεί), ο δεύτερος όρος αναπαριστά το σχετικό σφάλμα ταχύτητας και ο τρίτος όρος το κόστος ελέγχου.

Υποθέτοντας επιπλέον ότι οι δυναμικές του οχήματος που προηγείται είναι ίδιες με αυτού που ακολουθεί, μπορεί να αποδειχθεί ότι η λύση αυτού του προβλήματος βελτιστοποίησης οδηγεί σε αυτήν τη γενική δομή ελέγχου  $v(t)$ :

$$v(t) = c_1 [\dot{x}_n(t) - \dot{x}_{n+1}(t)] + c_2 [x_n(t) - x_{n+1}(t) - c_3 \dot{x}_{n+1}(t)], \quad (2.16)$$

έχει ενδιαφέρον να παρατηρήσουμε εδώ ότι αυτή η δομή είναι πολύ κοντά σε αυτή που χρησιμοποιήθηκε από τον Helly (1961).

Η προσέγγιση αυτή οδηγεί σε ντετερμινιστικά μοντέλα. Μπορούμε επίσης να προσεγγίσουμε το θέμα στοχαστικά εισάγοντας μεταβλητές θορύβου παρατήρησης

και κατάστασης στη διαδικασία. Στην περίπτωση αυτή εφαρμόζεται φίλτρο Kalman για να εξαχθεί η λύση αυτού του προβλήματος στοχαστικού ελέγχου.

## **Κεφάλαιο 3**

### **3 Περιγραφή του προβλήματος**

#### **3.1 Εισαγωγή**

Η μεγάλη αύξηση των οχημάτων στα αστικά δίκτυα είναι ένα πρόβλημα που παρουσιάζεται ολοένα και εντονότερα στην καθημερινή μας ζωή. Πολλές μέθοδοι για την επίλυσή αυτού του προβλήματος έχουν προταθεί, κάθε μία από τις οποίες εστιάζει σε διαφορετικές παραμέτρους, καθώς η ποικιλία και η πολυπλοκότητα του συγκεκριμένου προβλήματος είναι μεγάλη.

Η παρούσα μελέτη έχει ως σκοπό να απομονώσει από το οδικό δίκτυο έναν κόμβο και μελετήσει τις αντιδράσεις του συστήματος σε διαφορετικές τιμές εισόδου οχημάτων κάθε φορά. Αυτό επιτυγχάνεται με τη χρήση ενός αλγορίθμου, ο οποίος προσομοιώνει το πρόβλημά μας βάσει πραγματικών συνθηκών. Ο βασικός στόχος είναι η καλύτερη κατανομή του χρόνου (πράσινο – κόκκινο) στους φωτεινούς σηματοδότες της διασταύρωσης, ώστε να μην δημιουργούνται ουρές στους δρόμους και η παραμονή του κάθε οχήματος στον κόμβο να είναι η μικρότερη δυνατή. Ως σύστημα εννοούνται όλες οι οδικές οδοί που περιλαμβάνονται στο μοντέλο προσομοίωσης. Θέλουμε το κάθε όχημα που θα διασχίσει τον υπό μελέτη κόμβο να χρειαστεί το λιγότερο χρόνο από τη στιγμή που θα εισέλθει στο σύστημα μέχρι να εξέλθει από το σύστημα.

Η επικέντρωση της προσοχής σε έναν μεμονωμένο κόμβο έχει ως αποτέλεσμα την καλύτερη μελέτη των προβλημάτων που παρουσιάζονται σε αυτόν. Η ομαλή λειτουργία του κάθε κόμβου ξεχωριστά θα οδηγήσει στη σύνθεση ενός σύνθετου

δικτύου το οποίο θα λειτουργεί κανονικά και χωρίς προβλήματα. Για να γίνει πιο κατανοητό το πρόβλημα του μελετάμε, στη συνέχεια δίνονται μερικοί ορισμοί και βασικές έννοιες του ελέγχου κυκλοφορίας.

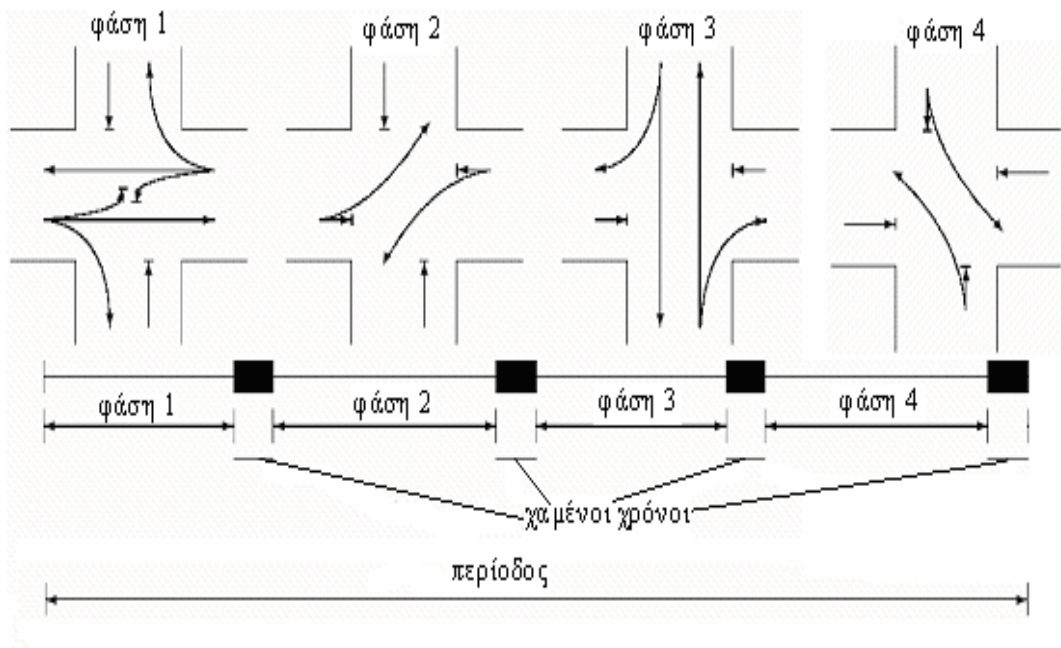
### 3.2 Βασικές έννοιες του ελέγχου κυκλοφορίας

Ένας αστικός κόμβος αποτελείται από ένα σύνολο προσεγγίσεων και μια κοινή διασταύρωση. Μια προσέγγιση είναι μέρος ενός δρόμου που αποτελείται από μια ή παραπάνω λωρίδες. Η κυκλοφορία σε ένα κόμβο διαιρείται σε ρεύματα όπου κάθε προσέγγιση χρησιμοποιείται από ένα αντίστοιχο ρεύμα και κάθε ρεύμα έχει ιδιαίτερη σηματοδότηση. Δύο ή παραπάνω ρεύματα καλούνται *συμβατά* (compatible) όταν μπορούν να διασχίσουν τον κόμβο ταυτόχρονα με ασφάλεια, αλλιώς καλούνται *ασύμβατα ή ανταγωνιστικά* (antagonistic). Το κάθε ρεύμα έχει προτεραιότητα (πράσινο) για να διασχίσει τη διασταύρωση για συγκεκριμένο χρονικό διάστημα. Μόλις τελειώσει ο χρόνος προτεραιότητας ενός ρεύματος ακολουθεί το επόμενο, μέχρι να πάρουν όλα τα ρεύματα διαδοχικά την ένδειξη που τους επιτρέπει να διασχίσουν τον κόμβο. Η επανάληψη της σειράς με την οποία τα ρεύματα έχουν διαδοχικά προτεραιότητα καλείται *περίοδος*. Τα ρεύματα μπορούν να έχουν ξεχωριστά το καθένα προτεραιότητα είτε να συνδυάζονται μεταξύ, εφόσον δεν υπάρχει πρόβλημα σύγκρουσης. Ο χρόνος που διαρκεί μία περίοδος καλείται *διάρκεια περιόδου ή κύκλος* (cycle). Μια *φάση* (phase) είναι ένα μέρος της περιόδου κατά το οποίο έχει προτεραιότητα ένα σύνολο ρευμάτων (Σχήμα 2.1). Οι φάσεις διαδέχονται η μια την άλλη κατά προκαθορισμένη *κυκλική σειρά* (sequence of phases) και όλες οι φάσεις μαζί αποτελούν την περίοδο.

Προκειμένου να αποφευχθεί η σύγκρουση οχημάτων μεταξύ ανταγωνιστικών ρευμάτων σε διαδοχικές φάσεις, προβλέπονται σταθεροί *χαμένοι χρόνοι* (lost times) λίγων δευτερολέπτων ανάμεσα στις φάσεις (Σχήμα 2.1). Οι *χαμένοι χρόνοι* είναι

ουσιαστικά το χρονικό διάστημα κατά το οποίο κανένα ρεύμα δεν έχει δικαίωμα να διασχίσει τη διασταύρωση. Σε πραγματικά προβλήματα οι χαμένοι χρόνοι διαρκούν ελάχιστα καθώς τότε οι φωτεινοί σηματοδότες εκτός από πράσινο και κόκκινο έχουν και την ένδειξη του πορτοκαλί κατά την οποία ο οδηγός γνωρίζει ότι μετά ακολουθεί κόκκινο και προετοιμάζεται να σταματήσει και ελαττώνει την ταχύτητά του. Ο χρόνος που προκύπτει αν αφαιρεθεί από την περίοδο ο χαμένος χρόνος ονομάζεται *αποτελεσματικός χρόνος* (effective time). Είναι ο χρόνος που χρησιμοποιείται για την κίνηση των οχημάτων και υποδιαιρείται στις διάφορες φάσεις για την εξυπηρέτηση των αντίστοιχων κινήσεων. Σε κόμβους με μεγάλη κίνηση πεζών, είναι δυνατή η δημιουργία μιας ιδιαίτερης φάσης για την αποτελεσματική εξυπηρέτηση των πεζών που μπορούν έτσι να κινηθούν ταυτόχρονα σε όλες τις κατευθύνσεις, ακόμα και διαγώνια. Κατά την διάρκεια αυτής της φάσης, όλοι οι σηματοδότες οχημάτων παρουσιάζουν κόκκινη ένδειξη που ονομάζεται *καθολική κόκκινη ένδειξη* (all red period).

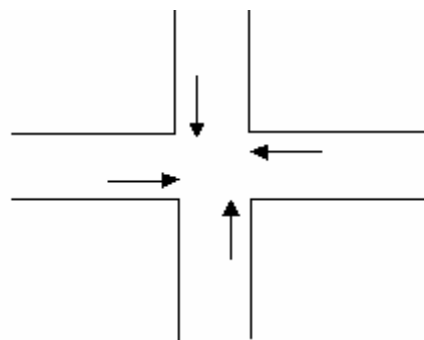
Όπως παρατηρείται παρακάτω (σχήμα 2.1) κατά την έναρξη μιας περιόδου γίνεται και η έναρξη μιας φάσης. Η *φάση 1* επιτρέπει σε δύο ρεύματα να κινηθούν, είτε ευθεία είτε δεξιά. Στο τέλος της φάσης 1, υπάρχει ένα διάστημα χαμένου χρόνου το οποίο διασφαλίζει στα οχήματα που ξεκίνησαν να διασχίσουν το κόμβο ακριβώς τη στιγμή που τελειώσει η φάση 1 ότι δεν θα συγκρουστούν με τα οχήματα του επόμενου ρεύματος που θα έχει προτεραιότητα. Στη *φάση 2* τα ίδια ρεύματα έχουν προτεραιότητα και μπορούν να κινηθούν αριστερά. Στη *φάση 3* έχουν προτεραιότητα τα δύο άλλα ρεύματα με επιλογή ευθεία ή δεξιά και στην *φάση 4* τα ίδια ρεύματα μπορούν να κινηθούν αριστερά. Η περίοδος αποτελείται από τις τέσσερις φάσεις και τα διαστήματα των χαμένων χρόνων. Η διάρκειά της, δηλαδή ο κύκλος της περιόδου, ισούται με το άθροισμα των χρόνων όλων των φάσεων και των χαμένων χρόνων, ενώ ο αποτελεσματικός χρόνος είναι το άθροισμα της χρονικής διάρκειας της κάθε φάσης.



Σχήμα 3.1: Δομή σηματοδότησης κόμβου.

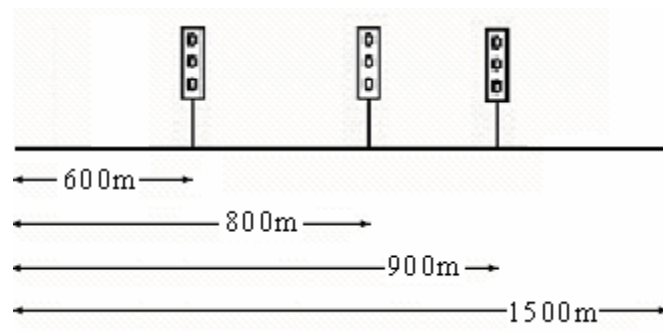
### 3.3 Περιγραφή του μοντέλου προσομοίωσης

Το πρόβλημα που καλείται να επιλυθεί αποτελείται από έναν κόμβο, ο οποίος περιλαμβάνει τέσσερις προσεγγίσεις κάθετες μεταξύ τους. Η κάθε προσέγγιση περιλαμβάνει μία λωρίδα κυκλοφορίας, η οποία εισέρχεται στον κόμβο (σχήμα 2.2). Οι τέσσερις δρόμοι είναι κατασκευασμένοι με τις ίδιες προδιαγραφές, ίδιο μήκος, ίδιο αριθμό φωτεινών σηματοδοτών και στα ίδια σημεία.



Σχήμα 2.2: Η διασταύρωση

Οι δύο δρόμοι που τέμνονται κάθετα και δημιουργούν τη διασταύρωση έχουν το ίδιο μήκος, 1500 μέτρα. Τα τέσσερα ρεύματα που εισέρχονται στον κόμβο έχουν από μία λωρίδα κυκλοφορίας για κάθε ρεύμα. Το κάθε όχημα, που εισέρχεται στο σύστημα για να διασχίσει το συγκεκριμένο κόμβο, πρέπει να περάσει τρεις φωτεινούς σηματοδότες όπως φαίνεται στο σχήμα 2.3. Ο πρώτος φωτεινός σηματοδότης βρίσκεται 600 μέτρα από την αρχή του δρόμου, ο δεύτερος βρίσκεται στα 800 μέτρα και ο τρίτος βρίσκεται στα 900 μέτρα.



Σχήμα 2.3: Αναπαράσταση του δρόμου

Πριν από κάθε φανάρι έχει τοποθετηθεί ένας αισθητήρας ώστε να γίνεται μέτρηση των οχημάτων που διασχίζουν το κάθε ρεύμα κυκλοφορίας. Η παρουσία των αισθητήρων είναι χρήσιμη, καθώς εκτός από την καταγραφή του αριθμού των οχημάτων, μας δίνουν στοιχεία για τη θέση του κάθε οχήματος, την απόσταση των οχημάτων μεταξύ τους και την ταχύτητά τους. Οι αισθητήρες μπορούν να δώσουν στοιχεία και για το μήκος του οχήματος, αλλά εδώ θεωρούμε ότι όλα τα οχήματα έχουν ίδιο μήκος. Οι αισθητήρες λαμβάνουν όλες εκείνες τις πληροφορίες που χρειάζονται για να μελετηθεί το πρόβλημα. Η θέση του πρώτου αισθητήρα είναι 300 μέτρα πριν τον πρώτο φωτεινό σηματοδότη, του δεύτερου 100 μέτρα πριν το δεύτερο φωτεινού σηματοδότη και ο τρίτος βρίσκεται 50 μέτρα πριν τον τρίτο φωτεινό σηματοδότη.

Οι τέσσερις δρόμοι διασταυρώνονται στο δεύτερο φανάρι του κάθε δρόμου, όπως φαίνεται στο σχήμα 2.4. Το πρώτο και τρίτο φανάρι διατηρούν σταθερούς τους χρόνους του πράσινου και του κόκκινου, ενώ οι αντίστοιχοι χρόνοι του δεύτερου

φωτεινού σηματοδότη επαναπροσδιορίζονται σε κάθε βήμα του αλγορίθμου ανάλογα με τον αριθμό των οχημάτων που χρησιμοποιούν την κάθε λωρίδα κυκλοφορίας.



Σχήμα 2.4 Σχηματική αναπαράσταση του μοντέλου

Το μοντέλο αντιπροσωπεύει μία πραγματική κατάσταση τέτοιου είδους προβλημάτων και είναι αρκετά ρεαλιστικό. Η συμπεριφορά των οχημάτων είναι όμοια όπως ενός οδηγού σε πραγματικές καταστάσεις. Δηλαδή το όχημα θα κρατήσει αποστάσεις ασφαλείας από το προπορευόμενο όχημα για να αποφευχθεί η σύγκρουση ύστερα από απότομο φρενάρισμα του πρώτου οδηγού, θα ελαττώσει ή θα αυξήσει την ταχύτητα ανάλογα με τις παρούσες συνθήκες και θα επιλέξει να διασχίσει την διασταύρωση όταν το φανάρι γίνει κόκκινο ανάλογα με την απόσταση που απέχει από αυτό.

Το μοντέλο είναι έτσι κατασκευασμένο ώστε να ανταποκρίνεται σε πραγματικές ανάλογες περιπτώσεις. Οι τιμές της ταχύτητας και της επιτάχυνσης έχουν μία μέγιστη και ελάχιστη τιμή βασισμένες σε μελέτες που έχουν γίνει σε δρόμους με υψηλή κυκλοφορία. Οι τιμές αυτές δεν επιτρέπεται να ξεπεραστούν και για αυτό υπάρχουν οι ανάλογοι περιορισμοί εντός του αλγορίθμου.

Σκοπός της μελέτης είναι να γίνει η καλύτερη δυνατή διανομή πρασίνου στους φωτεινούς σηματοδότες που βρίσκονται ακριβώς πριν τη διασταύρωση ώστε να μην

υπάρχει αυξημένη κίνηση σε κάποιον από τους τέσσερις δρόμους και να ελαχιστοποιείται η παραμονή του κάθε οχήματος εντός του συστήματος.

### 3.4 Περιγραφή του αλγορίθμου

Ο αλγόριθμος που θα χρησιμοποιήσουμε για να προσομοιώσουμε το σύστημα μας, θα εφαρμοστεί για διαφορετικές τιμές της ροής εισόδου σε κάθε προσομοίωση. Δηλαδή τα τέσσερα ρεύματα μπορεί να έχουν την ίδια είσοδο, την ίδια ανά δύο αλλά και διαφορετική είσοδο το καθένα από αυτά. Επίσης στον αλγόριθμο θα εφαρμοστούν δύο διαφορετικά σενάρια για κάθε συνδυασμό της εισόδου στα τέσσερα ρεύματα. Τα δύο σενάρια είναι

Η διάρκεια του κύκλου σηματοδότησης δεν είναι σταθερή και κατανέμεται στους τέσσερις φωτεινούς σηματοδότες ανάλογα με την ροή εισόδου στον κάθε δρόμο.

Η διάρκεια του κύκλου σηματοδότησης είναι σταθερή και ίση με 120''. Οι τρεις φωτεινοί σηματοδότες λαμβάνουν όσο χρόνο χρειάζονται για την εξυπηρέτηση των οχημάτων και το υπόλοιπο της περιόδου δίνεται για χρήση στον τέταρτο φωτεινό σηματοδότη.

Για να μπορέσουμε να μελετήσουμε το πρόβλημα καλύτερα, αρχικά απομονώσαμε έναν κόμβο από το υπόλοιπο οδικό δίκτυο. Για την περαιτέρω απλοποίηση του προβλήματος λαμβάνονται υπ' όψιν οι εξής παραδοχές για το δικό μας μοντέλο:

Τα ρεύματα θεωρούνται ασύμβατα, συνεπώς το κάθε ρεύμα διασχίζει τον κόμβο ξεχωριστά από τα υπόλοιπα

Κάθε ρεύμα έχει μία ροή κυκλοφορίας

Δεν υπάρχουν πεζοί, άρα δεν υπάρχει καθολική κόκκινη ένδειξη

Τα οχήματα που εισέρχονται στο σύστημα έχουν το ίδιο μήκος

Ο φωτεινός σηματοδότης παίρνει πράσινο ή κόκκινο

Το μήκος των οδικών οδών είναι ίδιο για όλα τα ρεύματα και σταθερό



Οι χρόνοι του πράσινου για το πρώτο και τρίτο σηματοδότη των δρόμων είναι σταθεροί.

Για την επίλυση του προβλήματος θα γίνει χρήση ενός επαναληπτικού αλγορίθμου, ο οποίος για διάφορες τιμές της ροής εισόδου του κάθε δρόμου στο σύστημα, θα προσπαθήσει να κατανείμει τον αποτελεσματικό χρόνο της περιόδου σηματοδότησης, ώστε να μην παρουσιάζεται το πρόβλημα της κυκλοφοριακής συμφόρησης.

### 3.4.1 Ανάλυση του αλγορίθμου

Στον μοντέλο προσομοίωσης που χρησιμοποιείται αρχικά γίνεται η δήλωση των μεταβλητών και των σταθερών παραμέτρων.

Οι σταθερές παράμετροι του μοντέλου είναι

Συμβολισμός	Παράμετροι	Τιμή
N	Χρόνος Προσομοίωσης	2000
Tsim	Βήμα προσομοίωσης	0.25
g	Παράμετρος του μικροσκοπικού μοντέλου	2
a_max	Μέγιστη επιτρεπόμενη επιτάχυνση	1.5m/sec <sup>2</sup>
a_min	Μέγιστη επιτρεπόμενη επιβράδυνση	-6m/sec <sup>2</sup>
L	Παράμετρος του μικροσκοπικού μοντέλου	0.7
D	Παράμετρος του μικροσκοπικού μοντέλου	1
length_vehicle	Μήκος οχήματος	5m

Πίνακας 3.1

Στη συνέχεια γίνεται αρχικοποίηση των θέσεων, των ταχυτήτων και των επιταχύνσεων των οχημάτων. Η θέση και η επιτάχυνση ορίζεται μηδενική ενώ θεωρείται ότι το κάθε όχημα θα εισέλθει στο σύστημα με μία τυχαία ταχύτητα. Η

επιθυμητή ταχύτητα του κάθε οχήματος ορίζεται ίση με 16.5 και δεν επιτρέπεται να ξεπεραστεί. Η θέση του κάθε φωτεινού σηματοδότη, οριζόμενη από την αρχή του δρόμου και οι θέσεις των αισθητήρων σε σχέση με τη θέση του κάθε φωτεινού σηματοδότη είναι συγκεντρωτικά

Συμβολισμός	Παράμετροι	Τιμή
X_tf_1	Η θέση του πρώτου φαναριού	600m
X_tf_2	Η θέση του δεύτερου φαναριού	800m
X_tf_3	Η θέση του τρίτου φαναριού	900m
det_loc(1,1)	Η θέση του πρώτου αισθητήρα	X_tf_1-300 m
det_loc(2,1)	Η θέση του δεύτερου αισθητήρα	X_tf_2-100 m
det_loc(3,1)	Η θέση του τρίτου αισθητήρα	X_tf_3-50 m

Πίνακας 3.2

Σε κάθε βήμα του αλγορίθμου ορίζονται οι χρόνοι του πράσινου και του κόκκινου για το σηματοδότη του πρώτου και τρίτου φαναριού του κάθε δρόμου. Οι χρόνοι αυτοί είναι σταθεροί για κάθε βήμα του αλγορίθμου. Οι αντίστοιχοι χρόνοι για το δεύτερο φωτεινό σηματοδότη αλλάζουν σε κάθε βήμα του αλγόριθμού. Ουσιαστικά αυτό που αναζητούμε είναι ο χρόνος που θα έχει πράσινο το μεσαίο φανάρι του κάθε ρεύματος ώστε το κάθε όχημα που εισέρχεται στο σύστημα να παραμένει σε αυτό το λιγότερο δυνατό. Κάθε στιγμή που ένα όχημα παραμένει στο σύστημα, είτε λόγω κίνησης είτε επειδή ο σηματοδότης έχει την ένδειξη κόκκινο, αυτό το χρονικό διάστημα ορίζεται ως καθυστέρηση (delay). Έτσι αυτό που προσπαθούμε να ελαχιστοποιήσουμε είναι η καθυστέρηση των οχημάτων, όλων των ρευμάτων εντός του συστήματος. Επίσης ορίζεται και ο χρονικός κύκλος (CYCLE\_TIME), για το μεσαίο φανάρι του κάθε δρόμου, ο οποίος ισούται με το χρόνο λήξης του πράσινου σήματος, από το φανάρι που θα πάρει τελευταίο πράσινο.

Στο πρώτο σενάριο ο χρονικός κύκλος συνεχώς μεταβάλλεται ενώ στο δεύτερο σενάριο παραμένει σταθερός. Ανάμεσα σε δύο φανάρια που θα πάρουν διαδοχικά

πράσινο υπάρχει και ένας χρόνος καθυστέρησης , ο χαμένος χρόνος, για λόγους ασφάλειας. Έτσι αποτρέπονται τα ατυχήματα μεταξύ των οχημάτων σε περίπτωση που το ένα όχημα περάσει το φωτεινό σηματοδότη ενώ έχει μόλις ανάψει η ένδειξη του κόκκινου και το δεύτερο διασχίσει τη διασταύρωση πριν ανάψει το πράσινο στο δικό του φωτεινό σηματοδότη.

Η είσοδος του αριθμού των οχημάτων εξαρτάται από τη μεταβλητή  $\alpha$ . Πιο συγκεκριμένα ο χρόνος που παρεμβάλλεται μεταξύ δύο οχημάτων που εισέρχονται στο σύστημα είναι μια ομοιόμορφη τυχαία μεταβλητή. Η μεταβλητή  $\alpha$  παίρνει τιμές από 1 έως 10.

Σε κάθε προσομοίωση του μοντέλου μεταβάλλουμε το ρυθμό εισόδου των οχημάτων για να δούμε πως μεταβάλλεται ο συνολικός χρόνος καθυστέρησης και πως κατανέμεται το πράσινο στους φωτεινούς σηματοδότες.

Ο ρυθμός εισόδου μπορεί να είναι διαφορετικός για κάθε δρόμο, αλλά ο κάθε συνδυασμός των ρυθμών αυτών εφαρμόζεται και στα δύο σενάρια ώστε να γίνει σύγκριση των μοντέλων με τις ίδιες τιμές των παραμέτρων που μεταβάλλονται.

### **3.4.2 Περιγραφή των υποσυστημάτων**

Στην αρχή κάθε βήματος της προσομοίωσης ορίζεται ο χρονικός κύκλος για τους φωτεινούς σηματοδότες που βρίσκονται στην διασταύρωση. Αρχικά όλα τα φανάρια έχουν στη διάθεσή τους τον ίδιο χρόνο πράσινου. Ορίζεται ότι το κάθε φανάρι θα πάρει την ένδειξη του πράσινου, αφού έχει τελειώσει ο χρόνος του πράσινου που δικαιούται το προηγούμενο φανάρι συν ένα χρόνο καθυστέρησης για λόγους ασφαλείας. Δηλαδή το πρώτο φανάρι θα έχει πράσινο τη χρονική στιγμή  $t$ , η λήξη του πράσινου θα είναι τη στιγμή  $t+X$ , όπου  $X$  η διάρκεια του πράσινου, και το επόμενο φανάρι θα έχει την ένδειξη του πράσινου τη στιγμή  $t+X+1$ . Ως χρονικός

κύκλος λοιπόν ορίζεται ο χρόνος από τη στιγμή που θα πάρει πράσινο το πρώτο φανάρι μέχρι τη στιγμή που θα τελειώσει τα πράσινο του τέταρτου φαναριού.

```
end_gr(1,1)=end_green2;  
end_gr(1,2)=end_green2B;  
end_gr(1,3)=end_green2C;  
end_gr(1,4)=end_green2D;  
  
CYCLE_TIME=max(end_gr);
```

Σε αυτό το κομμάτι του κώδικα ορίζονται οι καταστάσεις των φαναριών του κάθε δρόμου. Έτσι έχουμε τρεις περιπτώσεις, για το κάθε φανάρι ξεχωριστά. Οι χρόνοι του πράσινου για το πρώτο και τρίτου φανάρι είναι σταθεροί σε κάθε επανάληψη της προσομοίωσης και εξαρτώνται μόνο από το χρόνο εκείνης της στιγμής. Αντίθετα οι χρόνοι του πράσινου για το μεσαίο φανάρι εξαρτώνται από το χρονικό κύκλο και μεταβάλλονται συνεχώς, αφού σε κάθε επανάληψη της προσομοίωσης έχουμε επαναπροσδιορισμό του χρονικού κύκλου.

```
if rem(t,g1+r1)<=g1
    status1(t)=1;
else
    status1(t)=0;
end
if rem(t,CYCLE_TIME)>=start_green2 & rem(t,CYCLE_TIME) <=end_green2
    status2(t)=1;
else
    status2(t)=0;
end
if rem(t,g3+r3)<=g3
    status3(t)=1;
else
    status3(t)=0;
end
```

Σε αυτό το σημείο ορίζονται οι θέσεις των οχημάτων σε σχέση με το κάθε φανάρι και το προπορευόμενο όχημα.

Αν το όχημα που εισέρχεται στο σύστημα είναι το πρώτο ( $k=1$ ), τότε η απόσταση του οχήματος από το φανάρι, αφού είναι το πρώτο, είναι σταθερή και ορίζεται ίση με 10. Αν το όχημα απέχει από φανάρι το πολύ 50 μέτρα, τότε η απόστασή του από το προπορευόμενο όχημα είναι τουλάχιστον 5 μέτρα. Ενώ για τα υπόλοιπα οχήματα που βρίσκονται εντός του συστήματος, η απόσταση δύο οχημάτων ορίζεται ίση με τη θέση του πρώτου οχήματος μείον τη θέση του πίσω οχήματος μείον το μήκος του οχήματος.

### 4 Τεχνικές Βελτιστοποίησης

#### 4.1 Εισαγωγή

Στο πρόβλημα που αντιμετωπίζουμε γίνεται χρήση ενός μοντέλου βελτιστοποίησης μη γραμμικού προγραμματισμού. Μια συνάρτηση βελτιστοποίησης λαμβάνει τα δεδομένα του αλγορίθμου και μέσα από την κατάλληλη επεξεργασία δίνει τη βέλτιστη λύση. Ο αλγόριθμος που χρησιμοποιούμε λαμβάνει τη βέλτιστη τιμή που βγάζει η συνάρτηση βελτιστοποίησης σε κάθε βήμα του και στο επόμενο βήμα προσπαθεί να βρει μία καλύτερη τιμή κοντά στην προηγούμενη λύση.

#### 4.2 Θεωρία μη γραμμικού προγραμματισμού

##### 4.2.1 Εναλλακτικές διατυπώσεις του προβλήματος μη γραμμικής βελτιστοποίησης

Γενική διατύπωση:

$$\min/\max f(x) = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

$$g_j(x_1, x_2, \dots, x_n) \geq, \leq, = 0, \text{ για } j = 1, \dots, k \quad \text{Εφικτός χώρος}$$

$$x_i^{\min} \leq x_i \leq x_i^{\max}, \text{ για } i = 1, \dots, n \quad \text{(πεδίο ορισμού)}$$

Μορφές στοχικής συνάρτησης:

- Μονοδιάστατη ή πολυδιάστατη
- Με συνεχείς ή όχι μεταβλητές ελέγχου

- Κυρτή (μοναδικό ακρότατο) ή μη κυρτή (πολλαπλά ακρότατα)
- Με αναλυτική ή μη αναλυτική ιδία έκφραση και των παραγώγων της
- Με αμελητέο ή σημαντικό φόρτο υπολογισμού (στοχικές συναρτήσεις σε
- πραγματικές εφαρμογές που αποτιμώνται μέσω προσομοίωσης)

Μορφές περιορισμών:

- Ενσωματωμένοι στη στοχική συνάρτηση
- Πεδίο ορισμού = όρια μεταβλητών ελέγχου

#### 4.2.2 Βελτιστοποίηση χωρίς περιορισμούς

Έστω συνάρτηση  $f(\mathbf{x})$  ορισμένη στο  $R^n$  που είναι συνεχής σε όλο το πεδίο ορισμού της και έχει συνεχείς μερικές παραγώγους δευτέρας τάξεως. Κάθε σημείο μηδενισμού του διανύσματος κλίσης της συνάρτησης, δηλαδή κάθε σημείο  $\mathbf{x}^*$  για το οποίο:

$$\nabla f(\mathbf{x}^*) = \text{grad } f(\mathbf{x}^*) = \mathbf{0}$$

ονομάζεται **στάσιμο** (stationary). Αν  $H_i(\mathbf{x})$  είναι η  $i$  υπο-ορίζουσα του εσσιανού μητρώου που προκύπτει με αφαίρεση των  $n - i$  τελευταίων γραμμών και στηλών, τότε:

- αν  $H_i(\mathbf{x}^*) > 0$  για κάθε  $i$  (θετικά ορισμένο μητρώο), τότε το  $\mathbf{x}^*$  είναι **τοπικό ελάχιστο**
- αν  $H_i(\mathbf{x}^*) \neq 0$  για κάθε  $i$  και  $\text{sign}(H_i) = \text{sign}(-1)_i$ , τότε το  $\mathbf{x}^*$  είναι **τοπικό μέγιστο**
- αν  $H_n(\mathbf{x}^*) \neq 0$  και δεν ισχύει καμία από τις παραπάνω περιπτώσεις, τότε το  $\mathbf{x}^*$  είναι **σημείο σέλας**
- αν  $H_n(\mathbf{x}^*) = 0$ , δεν μπορεί να υπάρξει συμπέρασμα.

Στην περίπτωση που η συνάρτηση είναι **κυρτή**, η  $f$  έχει μοναδικό στάσιμο σημείο που αντιστοιχεί στο **ολικό ακρότατο** αυτής (ελάχιστο ή μέγιστο). Κατά συνέπεια, αν μια συνάρτηση ικανοποιεί την **αναγκαία συνθήκη**  $\nabla f(\mathbf{x}^*) = \mathbf{0}$  και την **ικανή συνθήκη** κυρτότητας, τότε παρουσιάζει μοναδικό (ολικό) ακρότατο στο σημείο  $\mathbf{x}^*$ . Αν η συνάρτηση είναι μη κυρτή, τότε έχει περισσότερα του ενός στάσιμα σημεία, καθένα

από τα οποία μπορεί να είναι τοπικό ελάχιστο ή τοπικό μέγιστο ή σημείο σέλας. Μια τέτοια συνάρτηση ονομάζεται **πολυσχηματική** (multimodal).

### 4.2.3 Βελτιστοποίηση με περιορισμούς

Έστω συνάρτηση  $f(x)$ , με  $k$  περιορισμούς της μορφής  $g(x) := [g_1(x), \dots, g_k(x)]^T \leq 0$ . Το σημείο  $x^*$  είναι η ολικά ελάχιστη λύση της  $f$  εφόσον ικανοποιεί τους περιορισμούς και επιπλέον υπάρχει διάνυσμα μη αρνητικών συντελεστών  $\lambda = (\lambda_1, \dots, \lambda_k)^T$  τέτοιο ώστε:

$$\lambda_i g_i(x^*) = 0 \text{ για κάθε } i = 1, \dots, k$$

$$\frac{df(x^*)}{dx} + \lambda^T \frac{dg(x^*)}{dx} = 0^T$$

Οι παραπάνω εκφράσεις, που είναι αναγκαίες προϋποθέσεις ύπαρξης ακροτάτου ενός προβλήματος με περιορισμούς, είναι γνωστές ως **συνθήκες Kuhn-Tucker**.

Κάθε πρόβλημα βελτιστοποίησης με περιορισμούς μπορεί να αναχθεί σε πρόβλημα χωρίς περιορισμούς, με θεώρηση της βοηθητικής συνάρτησης:

$$\varphi(x, \lambda) = f(x) + \lambda^T g(x), x \in R^n$$

Δεδομένου ότι  $\lambda_i g_i(x^*) = 0$  για κάθε  $i$ , το ολικό ακρότατο της  $\varphi(x, \lambda)$  ταυτίζεται με το ολικό ακρότατο της  $f(x)$ , δηλαδή  $\varphi(x^*, \lambda^*) = f(x^*)$ . Η επίλυση του μετασχηματισμένου προβλήματος γίνεται θεωρώντας ως μεταβλητές ελέγχου τις αρχικές παραμέτρους  $x$  καθώς και τους συντελεστές  $\lambda$  (**πολλαπλασιαστές Lagrange**).

Οι συνθήκες Kuhn-Tucker είναι **ικανές** και **αναγκαίες** για την ύπαρξη ολικού ελαχίστου



της  $f$ , εφόσον τόσο η συνάρτηση όσο και οι περιορισμοί είναι **κυρτές** συναρτήσεις.

#### 4.2.4 Χειρισμός περιορισμών μέσω συναρτήσεων ποινής

Η ύπαρξη περιορισμών σε ένα μη γραμμικό πρόβλημα βελτιστοποίησης δυσχεραίνει εξαιρετικά την διαδικασία βελτιστοποίησης, καθώς προϋποθέτει:

την αναλυτική έκφραση των παραγώγων της στοχικής συνάρτησης και των περιορισμών (ώστε να μπορούν να διατυπωθούν οι συνθήκες Kuhn-Tucker)·

την εύρεση των στάσιμων σημείων της βοηθητικής συνάρτησης, δηλαδή των διανυσμάτων  $\mathbf{X}^*$  και  $\mathbf{\Lambda}^*$  (αναγκαία συνθήκη στασιμότητας)·

την ισχύ της ικανής συνθήκης κυρτότητας.

Εναλλακτικά, οι περιορισμοί ενσωματώνονται στη στοχική συνάρτηση ως **συναρτήσεις ποινής** (penalty functions). Στην περίπτωση αυτή, ορίζεται ένα μετασχηματισμένο πρόβλημα βελτιστοποίησης χωρίς περιορισμούς, της μορφής:

$$\min \varphi(\mathbf{x}) = f(\mathbf{x}) + \sum_{i=1}^k p_i(\mathbf{x})$$

όπου  $p_i(\mathbf{x}) \geq 0$  κατάλληλα ορισμένη συνάρτηση, τέτοια ώστε  $p_i(\mathbf{x}) = 0$  αν  $g_i(\mathbf{x}) \leq 0$ , και

$p_i(\mathbf{x}) > 0$  αν  $g_i(\mathbf{x}) > 0$ . Μειονέκτημα της παραπάνω προσέγγισης είναι:

ο αυθαίρετος ορισμός των συναρτήσεων  $p_i(\mathbf{x})$ ·

η ύπαρξη ασυνέχειας στο όριο του εφικτού χώρου (συνήθως δεχόμαστε  $p_i(\mathbf{x}) \approx 0$  αν δεν παραβιάζεται ο περιορισμός ή παραβιάζεται οριακά, και  $p_i(\mathbf{x}) \gg 0$  αλλιώς)

#### 4.2.5 Τεχνικές αναζήτησης τοπικών ακρότατων

Πρόκειται για **επαναληπτικές αριθμητικές μεθόδους** που, ξεκινώντας από μια αρχική τιμή  $\mathbf{x}_{[0]}$ , βελτιώνουν σταδιακά την τιμή της στοχικής συνάρτησης  $f$ , μεταβαίνοντας στο επόμενο σημείο με εφαρμογή του γενικού κανόνα:

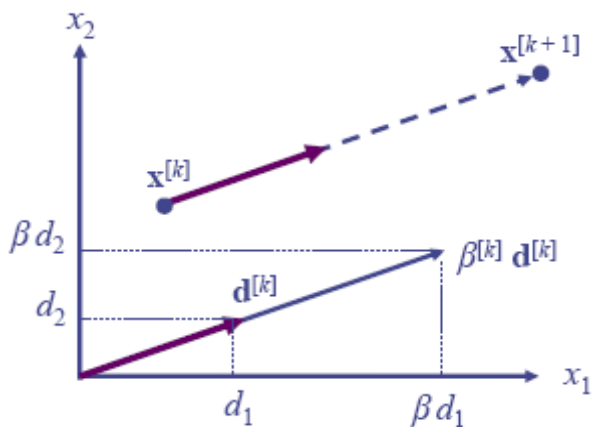
$$\mathbf{x}[k+1] = \mathbf{x}[k] + \beta[k] \mathbf{d}[k]$$

όπου  $\beta$  βαθμωτή **παράμετρος κλίμακας** και  $\mathbf{d}$  μια **διεύθυνση** στο  $R_n$ , τέτοιες ώστε:  
 $f(\mathbf{x}[k+1]) < f(\mathbf{x}[k])$ , για κάθε μετατόπιση  $k$

Η παραπάνω **προσδιοριστική** διαδικασία εγγυάται σύγκλιση στο τοπικό ελάχιστο που βρίσκεται εγγύτερα στο σημείο εκκίνησης  $\mathbf{x}[0]$ . Οι επιμέρους τεχνικές διαφοροποιούνται ανάλογα με τον τρόπο ορισμού των  $\beta$  και  $\mathbf{d}$ . Οι μέθοδοι αναζήτησης τοπικών ακρότατων χωρίζονται σε δύο κατηγορίες, ανάλογα με τον αν χρησιμοποιούν ή όχι τις παραγώγους της συνάρτησης:

μέθοδοι **κλίσης** (gradient methods)·

μέθοδοι **άμεσης αναζήτησης** (direct search methods).



#### 4.2.6 Κλασικές τεχνικές κλίσεων

Η απλούστερη τεχνική κλίσης είναι η μέθοδος της **πλέον απότομης κατάβασης** (steepest descent), όπου η διεύθυνση  $\mathbf{d}[k]$  είναι αντίθετη στην κλίση  $\nabla f(\mathbf{x}[k])$  της συνάρτησης (κανόνας κίνησης του νερού). Η διαδικασία αναζήτησης γράφεται:

$$\mathbf{x}[k+1] = \mathbf{x}[k] - \beta[k] \nabla f(\mathbf{x}[k])$$

Κάθε νέο σημείο  $\mathbf{x}[k+1]$  είναι η θέση ελαχίστου της  $f$  κατά μήκος της διεύθυνσης που ορίζει η κλίση της. Συνεπώς, το  $\beta[k]$  προσδιορίζεται με τρόπο ώστε να

ελαχιστοποιείται η έκφραση  $g(\beta_{[k]}) = f(\mathbf{x}_{[k]} - \beta_{[k]} \nabla f(\mathbf{x}_{[k]}))$ . Με τον τρόπο αυτό, προκύπτει ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης μιας μεταβλητής, που επιλύεται με τυπικές αριθμητικές μεθόδους (π.χ. χρυσή τομή, παραβολική παρεμβολή).

Η πορεία σύγκλισης της μεθόδου είναι αργή (μικρά βήματα), ενώ η μετακίνηση είναι πάντα κάθετη στη διεύθυνση του προηγούμενου βήματος.

Στη μέθοδο **συζυγών κλίσεων** (conjugate gradient) των Fletcher-Reeves (1964), η πορεία επιταχύνεται, αφού η νέα διεύθυνση προκύπτει ως γραμμικός συνδυασμός των κλίσεων στο τρέχον και το προηγούμενο σημείο, με βάση τη σχέση:

$$\mathbf{x}[k+1] = \mathbf{x}[k] - \beta[k] [\nabla f(\mathbf{x}[k]) + \gamma[k] \nabla f(\mathbf{x}[k-1])]$$

όπου:  $\gamma[k] = \|\nabla f(\mathbf{x}[k])\|_2 / \|\nabla f(\mathbf{x}[k-1])\|_2$  και  $\beta[k]$  παράμετρος που προσδιορίζεται με τρόπο ώστε να ελαχιστοποιείται η έκφραση  $g(\beta[k]) = f(\mathbf{x}[k+1])$ .

#### 4.2.7 Τεχνικές άμεσης αναζήτησης

Στις περισσότερες εφαρμογές της πράξης, η εφαρμογή των μεθόδων κλίσης καθίσταται υπολογιστικά ασύμφορη, εφόσον:

δεν είναι γνωστή η αναλυτική έκφραση των παραγώγων, οπότε απαιτείται αριθμητική προσέγγιση αυτών (ειδικά σε πολυδιάστατους χώρους, τραχείας γεωμετρίας, όπου υιοθετούνται μικρά βήματα  $\Delta x$ ).

η αριθμητική επίλυση του προβλήματος μονοδιάστατης βελτιστοποίησης είναι χρονοβόρα (η συνάρτηση που σχηματίζεται δεν έχει παραβολική μορφή).

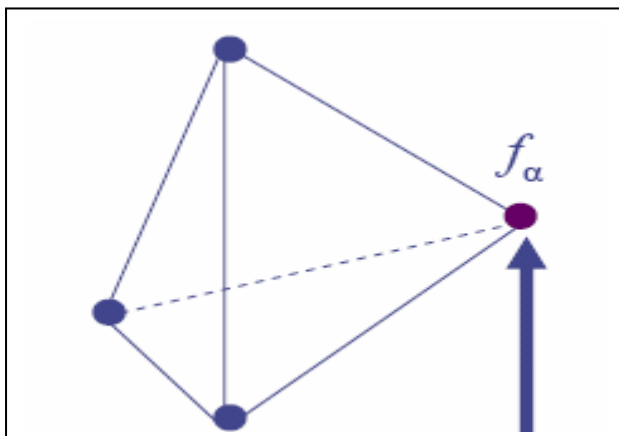
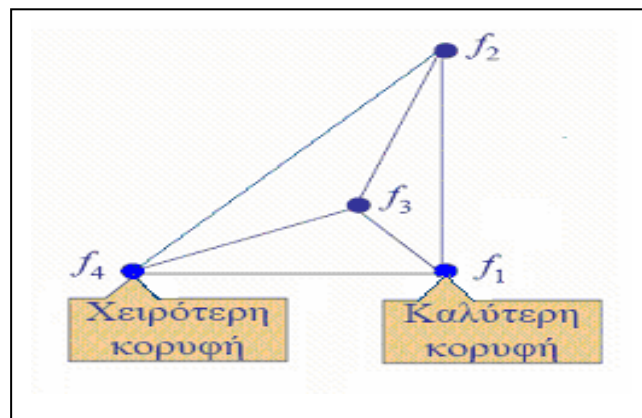
Οι τεχνικές άμεσης αναζήτησης είναι επαναληπτικές διαδικασίες, που δεν χρησιμοποιούν παραγώγους, ούτε αριθμητικές προσεγγίσεις αυτών. Αντίθετα, εφαρμόζουν ένα **γεωμετρικό ανάλογο της κλίσης**, εξερευνώντας τον ευκλείδειο χώρο σε  $n$  γραμμικά ανεξάρτητες διευθύνσεις.

Οι παράμετροι  $\beta[k]$  και  $\mathbf{d}_{[k]}$  της διαδικασίας μετάβασης επιλέγονται με βάση την σχετική διάταξη των τιμών της συνάρτησης πάνω στα σημεία που ορίζουν το εκάστοτε γεωμετρικό ανάλογο, και όχι με βάση τις ίδιες τις τιμές της συνάρτησης

Αν είναι γνωστές οι τιμές της συνάρτησης σε  $n + 1$  σημεία του  $n$ -διάστατου εφικτού χώρου, τότε μπορεί να προσδιοριστεί μια διεύθυνση μείωσης της τιμής της  $f$  (τόσα σημεία θα απαιτούνταν και για την αριθμητική προσέγγιση της κλίσης  $\nabla f$ ).

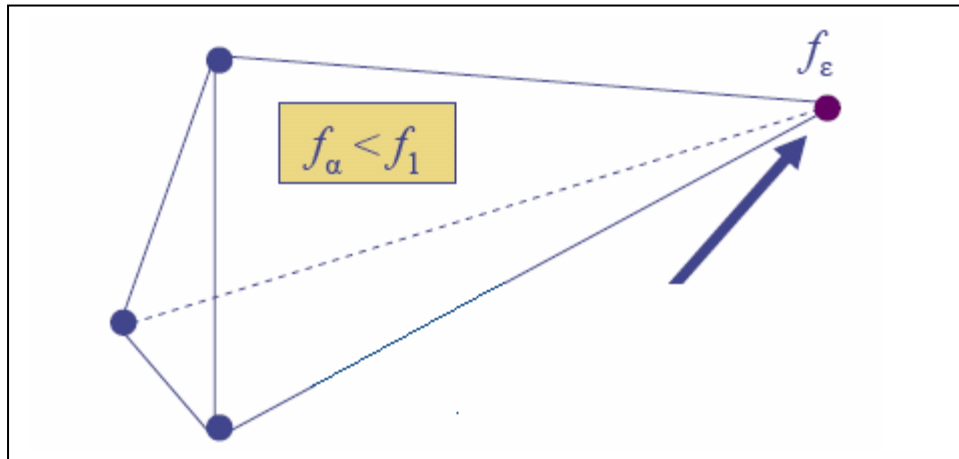
#### 4.2.8 Μέθοδος κατερχόμενου απλόκου (Medler and Mead, 1965)

Εντοπισμός της καλύτερης  
και χειρότερης κορυφής

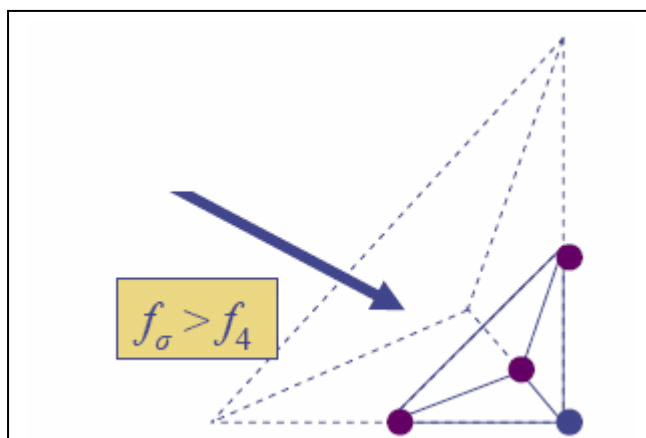
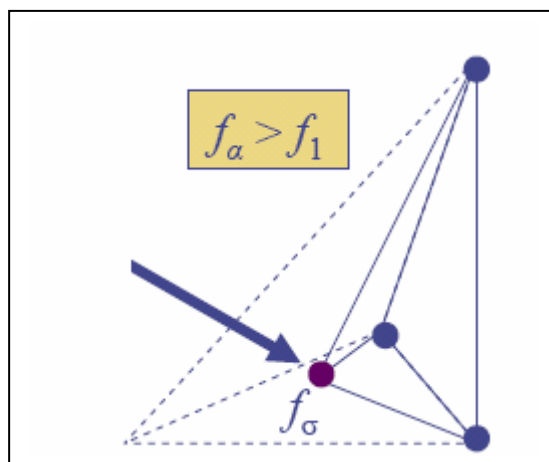


Ανάκλαση περί την  
χειρότερη κορυφή

Αρνητική κλίση: **Επέκταση** κατά μήκος της ανάκλασης, που γίνεται αποδεκτή μόνο εφόσον  $f_\epsilon < f_a$



Το άπλοκο περικυκλώνει το ακρότατο: **Συμπίεση** αντίθετα στην διεύθυνση της ανάκλασης, που γίνεται αποδεκτή μόνο εφόσον  $f_\sigma < f_4$



**Συρρίκνωση** περί την καλύτερη κορυφή

### 4.3 Η συνάρτηση fmincon

Η συνάρτηση που χρησιμοποιείται για τη βελτιστοποίηση του μοντέλου που έχουμε κατασκευάσει είναι η fmincon. Η fmincon είναι μία συνάρτηση που ανήκει στην βιβλιοθήκη της Matlab και βρίσκει το ελάχιστο ενός προβλήματος μη γραμμικού προβληματισμού, δεδομένων των περιορισμών που δίνονται. Η σύνταξη ενός προβλήματος μη γραμμικού προγραμματισμού είναι:

Ελαχιστοποίησε τη συνάρτηση

$$\min f(x)$$

υπό των περιορισμών

$$c(x) \leq 0$$

$$ceq(x) = 0$$

$$A*x \leq b$$

$$Aeq*x = beq$$

$$Lb \leq x \leq ub$$

όπου  $x$ ,  $b$ ,  $beq$ ,  $lb$ , and  $ub$  είναι διανύσματα, τα  $A$  και  $Aeq$  πίνακες,  $c(x)$  και  $ceq(x)$  είναι συναρτήσεις που επιστρέφουν διάνυσμα.

Η `fmincon` στην πιο απλή της μορφή συντάσσεται ως εξής:  $x = \text{fmincon}(\text{fun}, x0, A, b)$ , όπου  $A$  και  $b$ , ο πίνακας και το διάνυσμα του περιορισμού της ανισότητας και  $x0$  η αρχική ενδεικτική τιμή. Εισάγοντας ακόμη έναν περιορισμό η συνάρτηση γίνεται  $x = \text{fmincon}(\text{fun}, x0, A, b, Aeq, beq)$ , όπου  $Aeq$  και  $beq$  ο πίνακας και το διάνυσμα αντίστοιχα του επιπλέον περιορισμού ισότητας. Ενώ αν υπάρχει και περιορισμός ανώτατης και κατώτατης τιμής που επιθυμούμε για τη λύση του προβλήματος η εξίσωση γίνεται  $x = \text{fmincon}(\text{fun}, x0, A, b, Aeq, beq, lb, ub)$ . Όπου  $lb$  και  $ub$  το κάτω και άνω όριο αντίστοιχα. Η  $x = \text{fmincon}(\text{fun}, x0, A, b, Aeq, beq, lb, ub)$  προσδιορίζει ένα σετ από άνω και κάτω όριο των δοθέντων μεταβλητών ώστε η λύση να βρίσκεται πάντα στο διάστημα,  $lb \leq x \leq ub$ . Ο πίνακας και το διάνυσμα ορίζονται ως  $Aeq=[]$  and  $beq=[]$  αν ο περιορισμός της ισότητας δεν υφίσταται

#### 4.3.1 Παράδειγμα για την `fmincon`

Ένα απλό παράδειγμα μη γραμμικού προγραμματισμού είναι η ελαχιστοποίηση μιας συνάρτησης. Θέλουμε να ελαχιστοποιήσουμε την  $f(x) = -x_1 x_2 x_3$ , υπό τον περιορισμό  $0 \leq x_1 + 2x_2 + 2x_3 \leq 72$ . Αναζητούμε δηλαδή τις τιμές των  $x_1, x_2, x_3$  που ελαχιστοποιούν την  $f(x)$ , ξεκινώντας από τις τιμές  $x_1=10, x_2=10$  και  $x_3=10$ .

Η μοντελοποίηση του προβλήματος για να χρησιμοποιηθεί η `fmincon` είναι:

$$-x_1 - 2x_2 - 2x_3 \leq 0$$

$$x_1 + 2x_2 + 2x_3 \leq 72$$

Μεταφέρουμε τους περιορισμούς σε ένα αρχείο M-file, για παράδειγμα `fun`, ως εξής:

```
A=[-1 -2 -2; 1 2 2]
```

```
b=[ 0 ; 72]
```

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -2 & -2 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 0 \\ 72 \end{pmatrix}$$

Στη συνέχεια ορίζουμε τις αρχικές τιμές των  $x_1, x_2, x_3$  και καλούμε την `fmincon` στη `matlab`

```
x0=[10; 10; 10]
```

```
x= fmincon(fun, x0, A, b)
```

και λαμβάνουμε τα εξής αποτελέσματα ύστερα από 66 επαναλήψεις

```
x = 24.0000 12.0000 12.0000
```

Η `fmincon` βρίσκει το ελάχιστο μίας συνάρτησης με ποικίλους περιορισμούς, ξεκινώντας με μία δεδομένη αρχική τιμή για να καταλήξει στη βέλτιστη λύση της συνάρτησης.

#### 4.3.2 Η `fmincon` στο δικό μας πρόβλημα

Η `fmincon` είναι η συνάρτηση βελτιστοποίησης που χρησιμοποιείται στον αλγόριθμο για τη επίλυση του μοντέλου μας. Σκοπός της συνάρτησης είναι να καταναείμει τον αποτελεσματικό χρόνο των φωτεινών σηματοδοτών, δηλαδή το πράσινο, στους τέσσερις σηματοδότες της διασταύρωσης, ελαχιστοποιώντας το χρόνο παραμονής του κάθε οχήματος εντός του συστήματος.

Για την επίλυση του προβλήματος δύο σενάρια τίθενται σε εφαρμογή. Στο πρώτο σενάριο ο κύκλος της περιόδου δεν είναι σταθερός και η συνάρτηση βελτιστοποίησης



δίνει σε κάθε φωτεινό σηματοδότη όσο πράσινο χρειάζεται για να μην υπάρχει αυξημένη κίνηση στους δρόμους του συστήματος. Έτσι αρχικά και στους τέσσερις σηματοδότες δίνεται ο ίδιος χρόνος πράσινου,  $X=[30\ 30\ 30\ 30]'$ , ορίζονται οι πίνακες και τα διανύσματα των περιορισμών, το άνω και κάτω όριο. Αυτά τα στοιχεία δίνονται στο αρχείο `optim`. Έπειτα καλείται η `fmincon`, η οποία κάνει χρήση του αρχείου `total_delay`. Στο αρχείο αυτό βρίσκεται ο αλγόριθμός που περιέχει όλα τα στοιχεία για τα οχήματα που εισέρχονται στο σύστημα όπως ταχύτητα, επιτάχυνση, θέση και απόσταση μεταξύ των οχημάτων.

```
X=[30 30 30 30]';
param0=[30 30 30 30]';
AA=zeros(length(param0), length(param0) );
AB=zeros(length(param0),1);
Aeq=AA;
Beq=AB;
LB=[10 10 10 10 ];
UB=[70 70 70 70 ]';
params=fmincon('total_delay', param0, AA, AB, Aeq, Beq, LB, UB)
```

Στο αρχείο `total_delay` δίνονται οι αρχικοί χρόνοι του πράσινου στους φωτεινούς σηματοδότες, όπως έχουν οριστεί στο διάνυσμα  $X[]$ , του αρχείου

```
X1=X(1,1);
X2=X(2,1);
X3=X(3,1);
X4=X(4,1);
```

Η παράμετρος για την οποία η `fmincon` ψάχνει τη βέλτιστη τιμή είναι η `param0`. Η `param0` είναι ένα διάνυσμα 1x4, όπου η κάθε θέση του διανύσματος αντιπροσωπεύει ένα φωτεινό σηματοδότη και το χρόνο του πράσινου που θα έχει ο αντίστοιχος σηματοδότης. Δηλαδή η `fmincon` προσπαθεί να παραχωρήσει σε κάθε σηματοδότη όσο πράσινο χρειάζεται για να μην υπάρχει συμφόρηση στους δρόμους και να εξυπηρετούνται όλα τα οχήματα που εισέρχονται στο σύστημα. Στην `param0` δίνεται μία αρχική τιμή, την οποία η `fmincon` προσπαθεί να βελτιστοποιήσει. Οι ίδιες τιμές δίνονται και στο διάνυσμα `X`, ώστε όταν κληθεί το αρχείο `total_delay` να υπάρχουν αρχικές τιμές για τους φωτεινούς σηματοδότες και να τρέξει ο αλγόριθμος. Ο πίνακας `AA[]` και το διάνυσμα `AB[]` αποτελούν τον περιορισμό της ανισότητας του μη γραμμικού προβλήματος ενώ ο πίνακας `Aeq` το διάνυσμα `Beq` αποτελούν τον περιορισμό της ισότητας. Οι περιορισμοί αυτοί είναι μηδενικοί πίνακες, καθώς δεν υφίστανται ως περιορισμοί του συγκεκριμένου προβλήματος.

$$AA \cdot x \leq AB.$$

$$Aeq \cdot x = Beq.$$

Τα διανύσματα `LB[]` και `UB[]`, αποτελούν το άνω και κάτω όριο αντίστοιχα. Δηλαδή κατά τη βελτιστοποίηση του προβλήματος, η `fmincon` δεν επιτρέπεται να δώσει λιγότερο από 10 δευτερόλεπτα πράσινο σε κάποιον φωτεινό σηματοδότη, καθώς ούτε και περισσότερο από 70 δευτερόλεπτα.

Στο δεύτερο σενάριο ο κύκλος της περιόδου είναι σταθερός και ίσος με 120''. Η συνάρτηση `fmincon` προσπαθεί να βελτιστοποιήσει τους χρόνους των τριών φωτεινών σηματοδοτών και να παραχωρήσει το υπόλοιπο του κύκλου στον τέταρτο σηματοδότη. Οι αλλαγές που γίνονται στο αρχείο `optim` είναι:

```
X=[30 30 30]';
param0=[30 30 30]';
```

Και στο αρχείο total\_delay

```
X1=X(1,1);  
X2=X(2,1);  
X3=X(3,1);  
X4=120-X1-X2-X3;
```

Σε αυτήν την περίπτωση το param0 είναι ένα διάνυσμα 1\*3 όπως και το διάνυσμα X. Δηλαδή, αρχικά δίνονται χρόνοι για τους τρεις σηματοδότες, ίσοι με 30'', όσο ήταν και στο προηγούμενο σενάριο, και αφού ο κύκλος έχει διάρκεια 120'' ο τέταρτος σηματοδότης θα έχει και αυτός διάρκεια πράσινου ίση με 30''. Οι τιμές αυτές των φωτεινών σηματοδοτών ισχύουν για την πρώτη επανάληψη, καθώς σε κάθε βήμα του αλγορίθμου οι τιμές μεταβάλλονται. Οι υπόλοιπες εντολές του αλγορίθμου είναι όμοιες και στα δύο σενάρια καθώς και οι περιορισμοί.

Και στα δύο σενάρια ο αλγόριθμος ξεκινάει δίνοντας ουσιαστικά και στις δύο περιπτώσεις τους ίδιους χρόνους πράσινου σε κάθε φωτεινό σηματοδότη, 30''. Η μόνη διαφορά είναι ότι στο δεύτερο σενάριο υπάρχει ο περιορισμός του κύκλου της περιόδου που δίνεται ίση με 120''.

Σκοπός τώρα είναι να προσομοιώσουμε το σύστημα μας βασιζόμενο στα δύο αυτά σενάρια. Θέλουμε να δούμε για διάφορες τιμές της ροής εισόδου πως μεταβάλλονται οι χρόνοι του πράσινου στους φωτεινούς σηματοδότες για σταθερό κύκλο της περιόδου και μη σταθερό.

## Κεφάλαιο 5

## 5 Αποτελέσματα προσομοίωσης

### 5.1 Εισαγωγή

Για τα δύο σενάρια που έχουμε αναφέρει θα προσομοιώσουμε το σύστημα μας έχοντας στη μία περίπτωση σταθερό κύκλο περιόδου και στην δεύτερη περίπτωση δίνοντας στον κάθε φωτεινό σηματοδότη τον απαιτούμενο χρόνο πράσινου. Οι μεταβλητές  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ ,  $\alpha_3$  και  $\alpha_4$  είναι η μέση τιμή της ροής εισόδου στον κάθε δρόμο. Από την κάθε προσομοίωση προκύπτουν δύο διαγράμματα, το πρώτο μας δίνει γραφικά την παραμονή των οχημάτων εντός του συστήματος σε κάθε βήμα του αλγορίθμου και το δεύτερο μας δίνει το χρόνο του πράσινου του κάθε φωτεινού σηματοδότη σε κάθε βήμα του αλγορίθμου. Στο πρώτο σενάριο δεν έχουμε σταθερό κύκλο και οι αρχικές τιμές του πράσινου στους φωτεινούς σηματοδότες είναι  $G1=G2=G3=G4=30''$  και στο δεύτερο σενάριο η διάρκεια του πράσινου είναι  $G1=G2=G3=30''$  για τα τρία φανάρια, ενώ για τον τέταρτο σηματοδότη προκύπτει  $G4=120-G1-G2-G3= 30''$ , αφού ο κύκλος είναι σταθερός και ίσος με  $120''$ . Έτσι παρατηρούμε ότι και στις δύο περιπτώσεις κατά την έναρξη της προσομοίωσης, η διάρκεια του πράσινου είναι ίδια για όλους τους φωτεινούς σηματοδότες και στις δύο περιπτώσεις.

### 5.2 Προσομοιώσεις του συστήματος

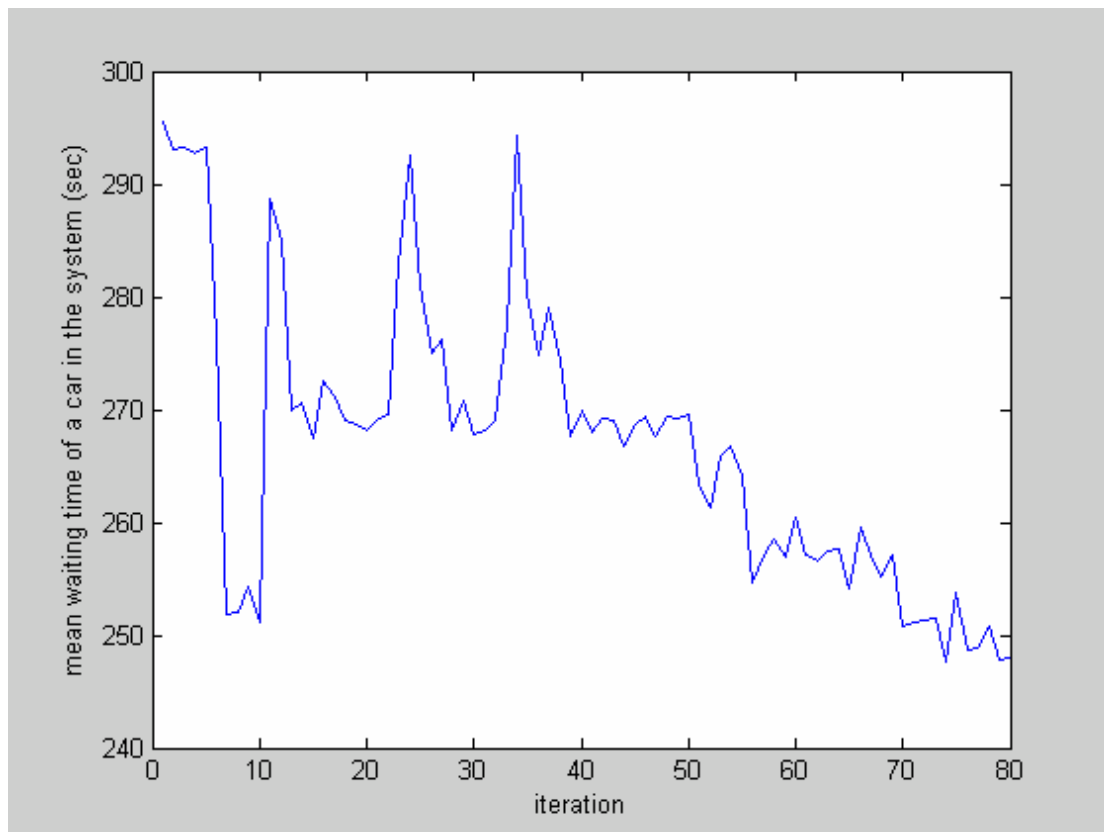
#### 5.2.1 Ίδια ροή εισόδου σε όλους τους δρόμους με μέση τιμή

$$\alpha_1=\alpha_2=\alpha_3=\alpha_4=2$$

Στην πρώτη προσομοίωση του μοντέλου μας η μέση τιμή της ροής εισόδου είναι ίση με 2, δηλαδή στο σύστημα εισέρχεται ένα όχημα ανά δύο δευτερόλεπτα. Από τα αποτελέσματα του διαγράμματος 5.1 παρατηρείται ότι με τις αρχικές τιμές στους

σηματοδότες η παραμονή των οχημάτων εντός του συστήματος είναι μεγάλη. Υπάρχουν κάποιες αυξομειώσεις στην συνολική παραμονή των οχημάτων στις πρώτες επαναλήψεις του αλγορίθμου, ενώ στη συνέχεια παρατηρούμε μία σταδιακή μείωση και ο χρόνος παραμονής κυμαίνεται στα 250''.

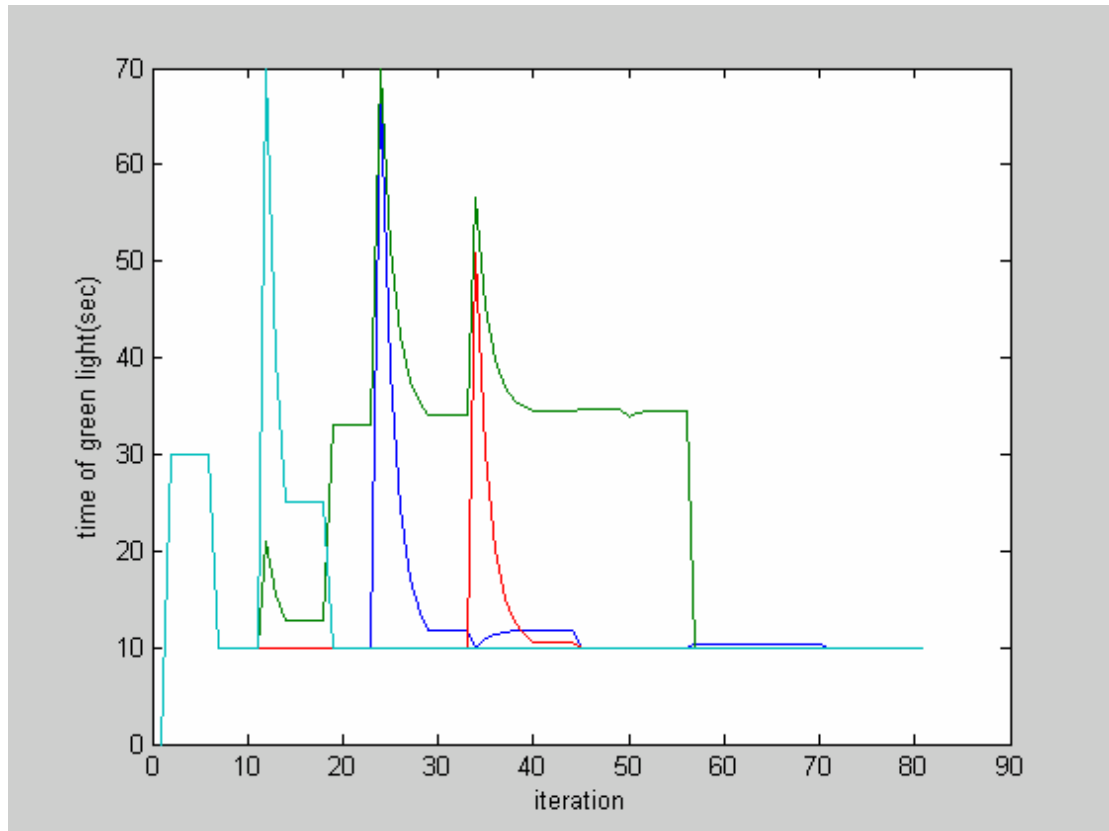
Σε σύγκριση με το διάγραμμα 5.2, παρατηρούμε ότι αυτές οι αυξομειώσεις υπάρχουν όταν το πράσινο σε κάθε φανάρι διαρκεί 30'', ενώ όταν η διάρκεια του πράσινου αρχίσει να παίρνει τιμές κοντά στα 10'', παρατηρείται μείωση στη συνολική καθυστέρηση εντός του συστήματος. Τελικά ο αλγόριθμος σταματάει δίνοντας βέλτιστη λύση  $G1=10''$ ,  $G2=10''$ ,  $G3=10''$  και  $G4=10''$ . Έτσι παρατηρούμε ότι για αυξημένη κίνηση είναι προτιμότερο ο κύκλος της περιόδου να είναι μικρός και κάθε σηματοδότης να έχει την ένδειξη του πράσινου για μικρή χρονική διάρκεια αλλά συχνότερα, ώστε τα οχήματα να ανανεώνονται συνεχώς και να μην παραμένουν μεγάλο διάστημα στο σύστημα.



Διάγραμμα 5.1: Συνολικός χρόνος παραμονής των οχημάτων στο σύστημα

Ίδια ροή εισόδου για όλους τους δρόμους με μέση τιμή 2

Διάρκεια περιόδου μη σταθερή



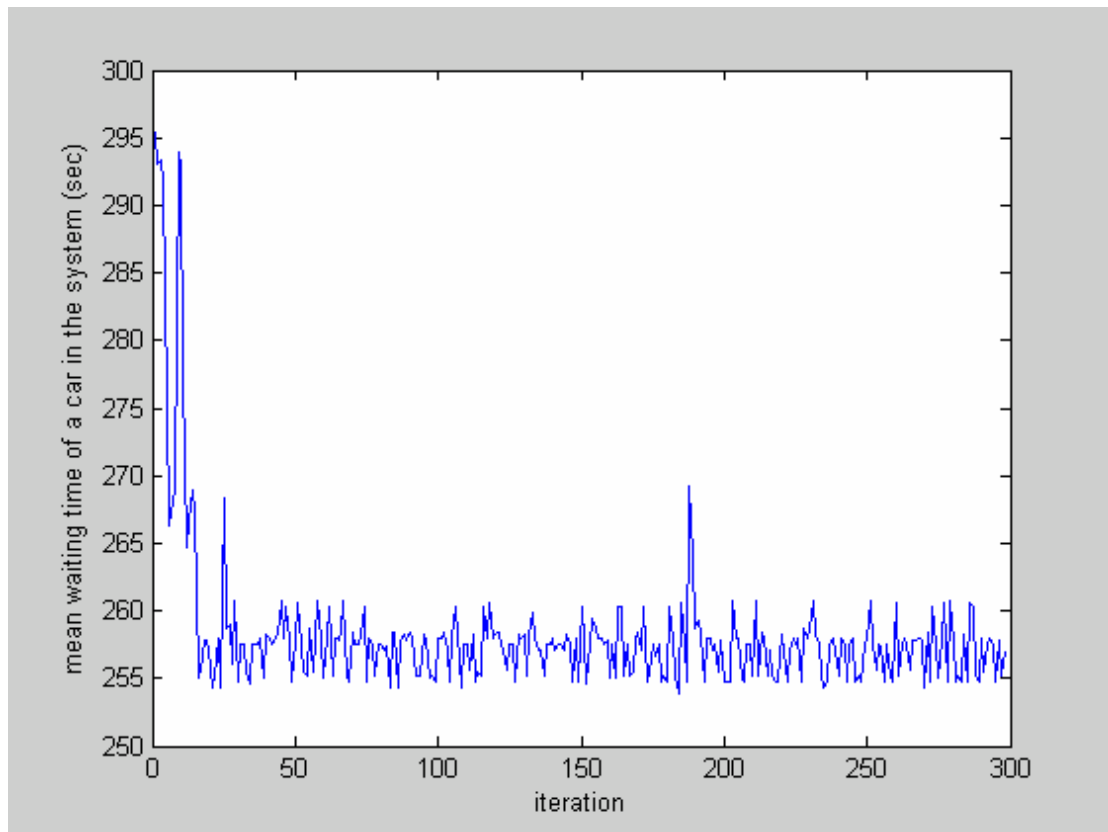
Διάγραμμα 5.2: Διάρκεια του πράσινου για κάθε σηματοδότη

Ίδια ροή εισόδου για όλους τους δρόμους με μέση τιμή 2

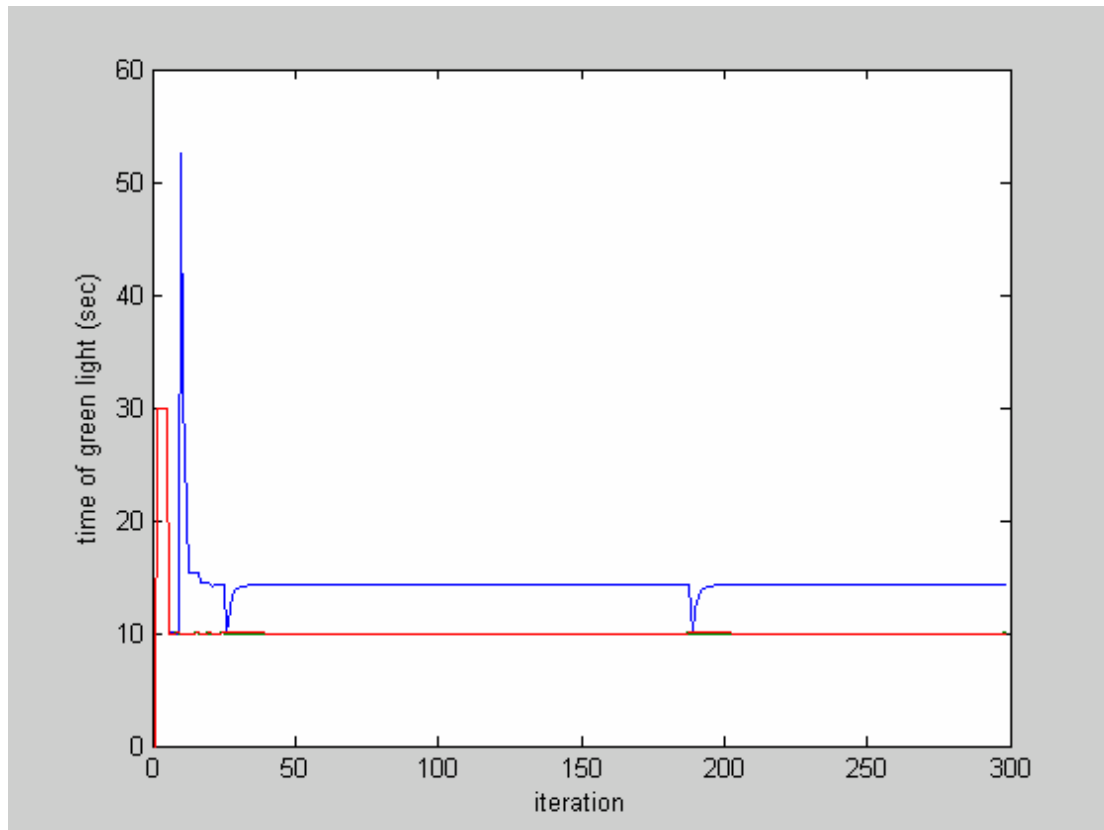
Διάρκεια περιόδου μη σταθερή

Στο δεύτερο σενάριο παρατηρούμε ότι αρχικά ο χρόνος παραμονής των οχημάτων στο σύστημα είναι ίδιος με εκείνον του πρώτου σεναρίου, 295''. Αυτό είναι λογικό αφού η προσομοίωση και των δύο σεναρίων ξεκινάει με ίδια διάρκεια πράσινου για όλα τα φανάρια. Ο χρόνος καθυστέρησης και εδώ μειώνεται και κυμαίνεται ανάμεσα στις τιμές 255''-260''. Η διάρκεια του πράσινου για τα τρία φανάρια τελικά προκύπτει  $G1=14.2337''$ ,  $G2=10''$ ,  $G3=10''$  και του τέταρτου φαναριού είναι  $G4=120-G1-G2-G3$  δηλαδή  $G4=85,7663''$ . Η παραμονή των οχημάτων στο σύστημα φαίνεται να αυξάνεται όταν τα τρία φανάρια έχουν πράσινο για 10'' και το τέταρτο για 90''. Ο αυξημένος χρόνος του πράσινου σε αυτήν την περίπτωση δεν βοηθάει,

γιατί συσσωρεύονται τα οχήματα στους άλλους τρεις δρόμους. Ουσιαστικά τα δύο σενάρια μας οδηγούν στο ίδιο αποτέλεσμα, ότι η ανάγκη για πράσινο στον κάθε σηματοδότη κυμαίνεται στα 10'' αλλά επειδή στη δεύτερη περίπτωση ο κύκλος είναι προκαθορισμένος το ένα φανάρι αναγκάζεται να έχει ένδειξη του πράσινου για τουλάχιστον 80'', ενώ δεν τα χρειάζεται.



Διάγραμμα 5.3: Συνολικός χρόνος παραμονής των οχημάτων στο σύστημα  
Ίδια ροή εισόδου για όλους τους δρόμους με μέση τιμή 2  
Διάρκεια περιόδου σταθερή



Διάγραμμα 5.4: Διάρκεια του πράσινου για τους τρεις σηματοδότες  
 Ίδια ροή εισόδου για όλους τους δρόμους με μέση τιμή 2  
 Διάρκεια περιόδου σταθερή

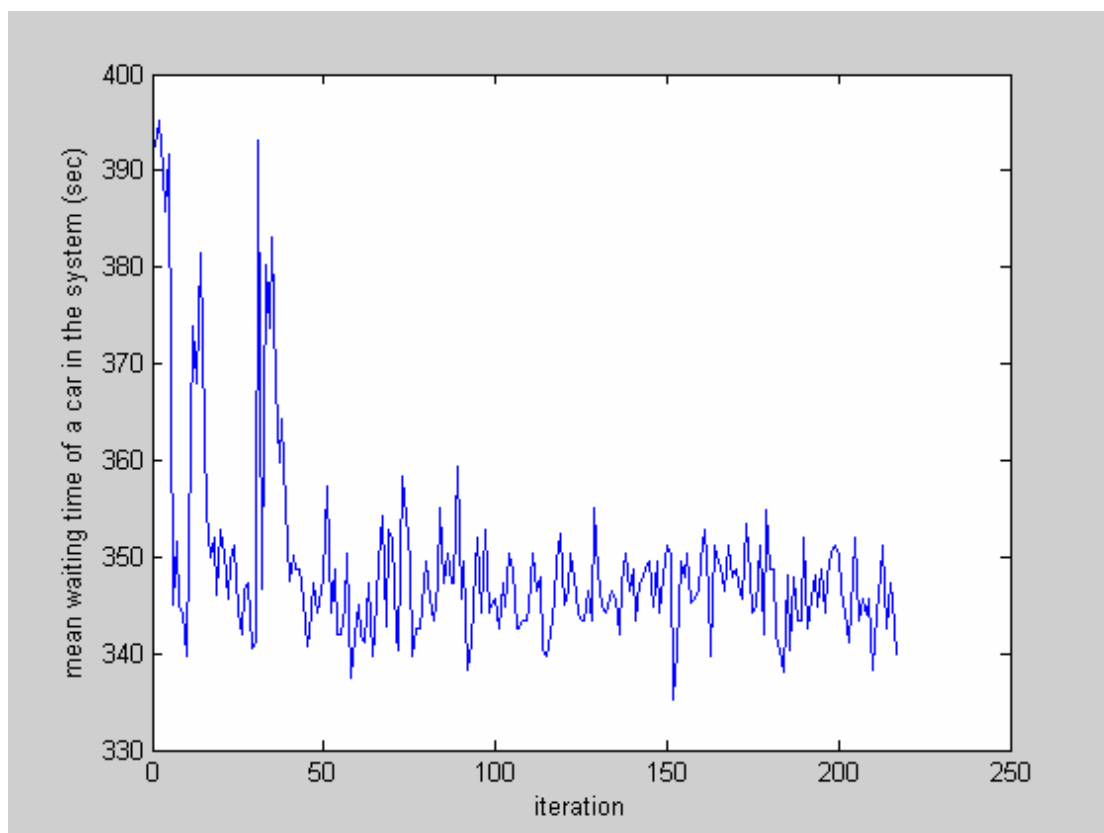
### 5.2.2 Ροή εισόδου με μέση τιμή για τον κάθε δρόμο $\alpha_1=2, \alpha_2=6, \alpha_3=6, \alpha_4=1$

Σε αυτήν την προσομοίωση του μοντέλου μας η μέση τιμή της ροής εισόδου στους τέσσερις δρόμους έχει τιμές:  $\alpha_1=2$ ,  $\alpha_2=6$ ,  $\alpha_3=6$ ,  $\alpha_4=1$ . Στον πρώτο δρόμο εισέρχεται ένα όχημα ανά δύο δευτερόλεπτα, στον δεύτερο και τρίτο δρόμο ένα όχημα ανά 6 δευτερόλεπτα και στον τέταρτο δρόμο ένα όχημα ανά ένα δευτερόλεπτο. Από τα αποτελέσματα του διαγράμματος 5.5 παρατηρείται ότι με τις αρχικές τιμές στους σηματοδότες η παραμονή των οχημάτων εντός του συστήματος είναι μεγάλη. Υπάρχουν κάποιες αυξομειώσεις στην συνολική παραμονή των οχημάτων στις πρώτες επαναλήψεις του αλγορίθμου, ενώ στη συνέχεια παρατηρούμε μία πτώση και



σταθεροποίηση του χρόνου παραμονής των οχημάτων στο σύστημα γύρω από τις τιμές 340''-360''.

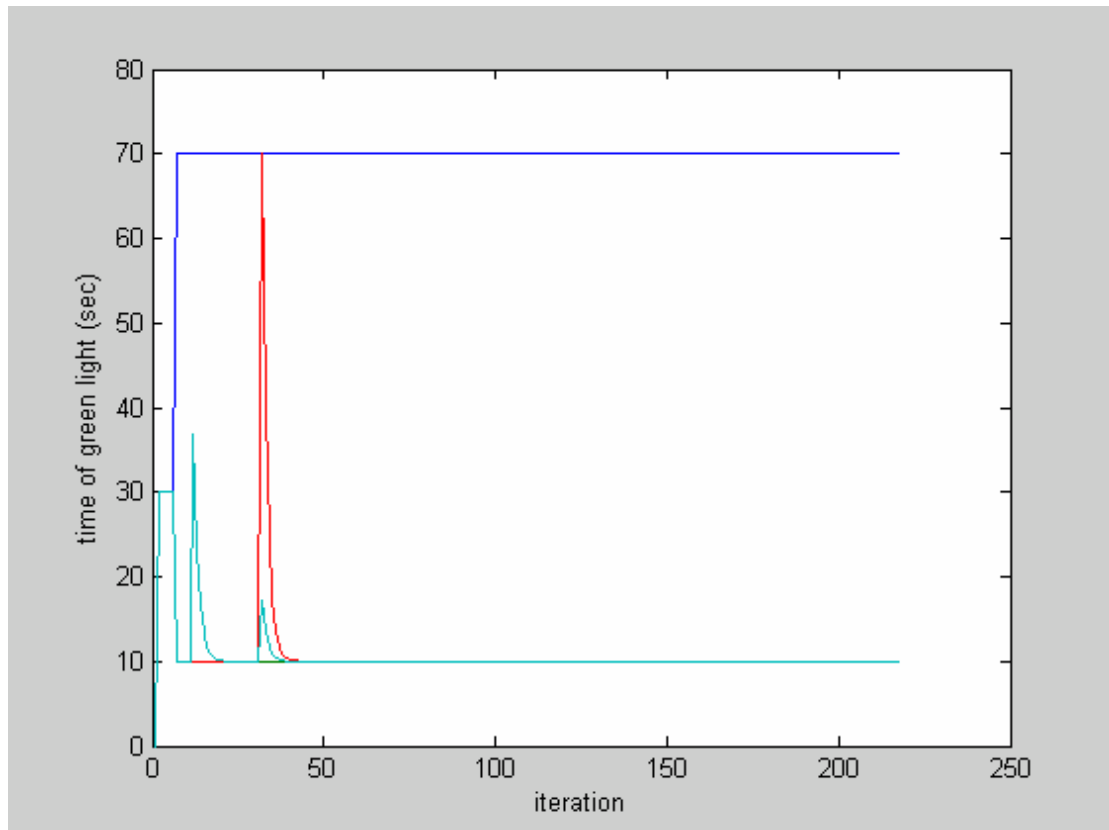
Σε σύγκριση με το διάγραμμα 5.6, παρατηρούμε ότι αυτές οι αυξομειώσεις υπάρχουν όταν το πράσινο σε κάθε φανάρι διαρκεί 30'' και μέχρι να σταθεροποιηθούν οι χρόνοι του πράσινου. Τελικά ο αλγόριθμος δίνει βέλτιστη λύση  $G1=70''$ ,  $G2=10''$ ,  $G3=10''$  και  $G4=10''$ . Σε αυτό το μοντέλο θα μπορούσαμε να πούμε ότι ο αλγόριθμος δεν έχει και ιδιαίτερα αποτελέσματα αφού στον έναν από τους δύο δρόμους με την αυξημένη κίνηση δίνει πράσινο για 70'' και στον άλλο μόλις για 10'', όσο δίνει και στους άλλους δύο με την μέτρια κίνηση.



Διάγραμμα 5.5: Συνολικός χρόνος παραμονής των οχημάτων στο σύστημα

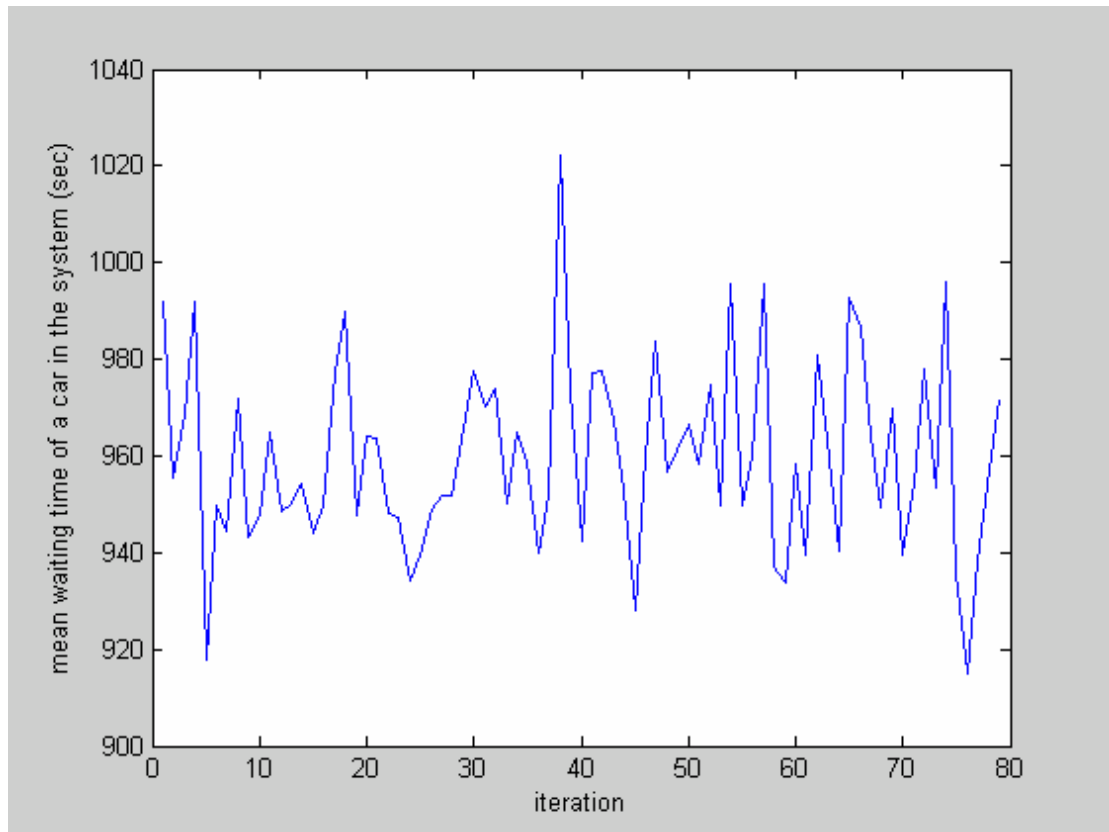
Ροή εισόδου με μέση τιμή για τον κάθε δρόμο  $\alpha_1=2$ ,  $\alpha_2=6$ ,  $\alpha_3=6$ ,  $\alpha_4=1$

Διάρκεια περιόδου μη σταθερή

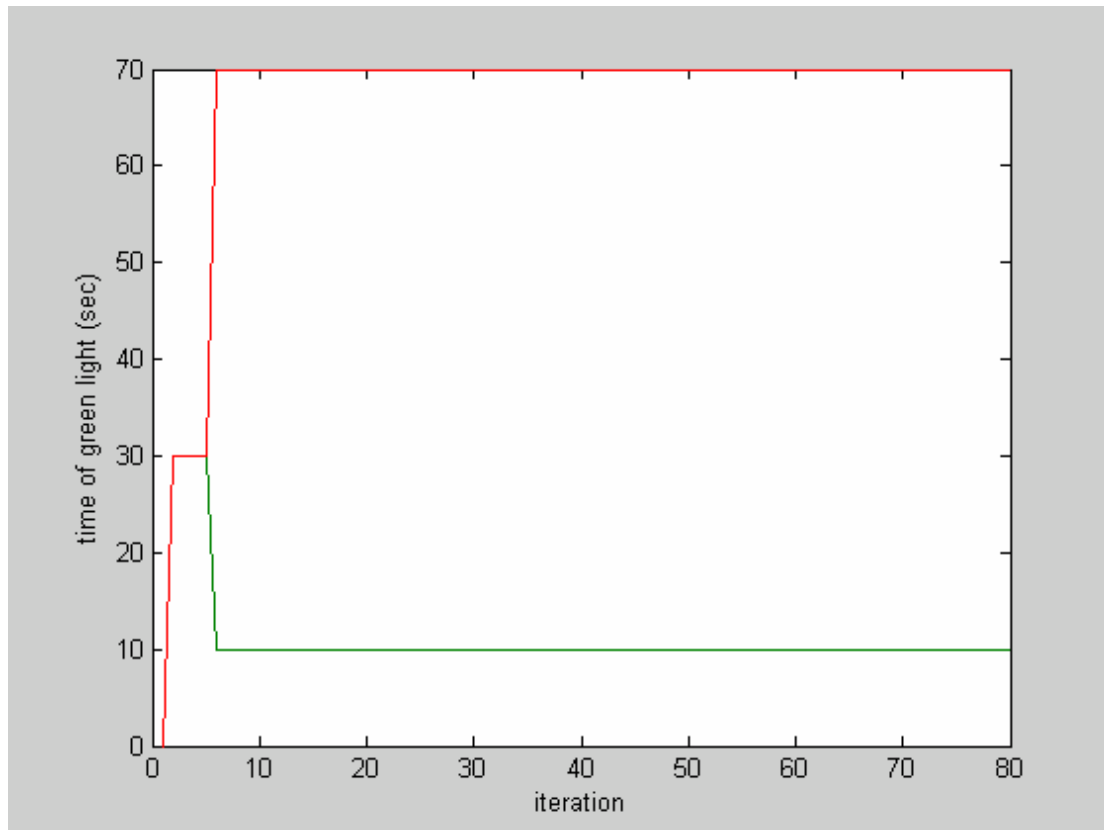


Διάγραμμα 5.6: Διάρκεια του πράσινου για τους τρεις σηματοδότες  
Ροή εισόδου με μέση τιμή για τον κάθε δρόμο  $\alpha_1=2$ ,  $\alpha_2=6$ ,  $\alpha_3=6$ ,  $\alpha_4=1$   
Διάρκεια περιόδου μη σταθερή

Στο δεύτερο σενάριο παρατηρούμε ότι ο χρόνος παραμονής των οχημάτων στο σύστημα παίρνει μεγαλύτερες τιμές από ότι στο πρώτο. Ακόμα φαίνεται ότι υπάρχει μία σταθερότητα του χρόνου των καθυστερήσεων χωρίς να υπάρχει καμία βελτίωση. Ο χρόνος καθυστέρησης κυμαίνεται ανάμεσα στις τιμές 920''-1000''. Η διάρκεια του πράσινου για τα τρία φανάρια τελικά προκύπτει  $G1=10.0000$ ,  $G2=10''$ ,  $G3=70''$  και του τέταρτου φαναριού είναι  $G4=120-G1-G2-G3$  δηλαδή  $G4=30''$ . Ο αλγόριθμός σε αυτήν την περίπτωση δίνει πολύ γρήγορα τη βέλτιστη λύση, μοιράζοντας τον αποτελεσματικό χρόνο στους τέσσερις δρόμους, χωρίς όμως να υπάρχει μείωση του χρόνου παραμονής των οχημάτων στο σύστημα.



Διάγραμμα 5.7: Συνολικός χρόνος παραμονής των οχημάτων στο σύστημα  
Ροή εισόδου με μέση τιμή για τον κάθε δρόμο  $\alpha_1=2$ ,  $\alpha_2=6$ ,  $\alpha_3=6$ ,  $\alpha_4=1$   
Διάρκεια περιόδου σταθερή



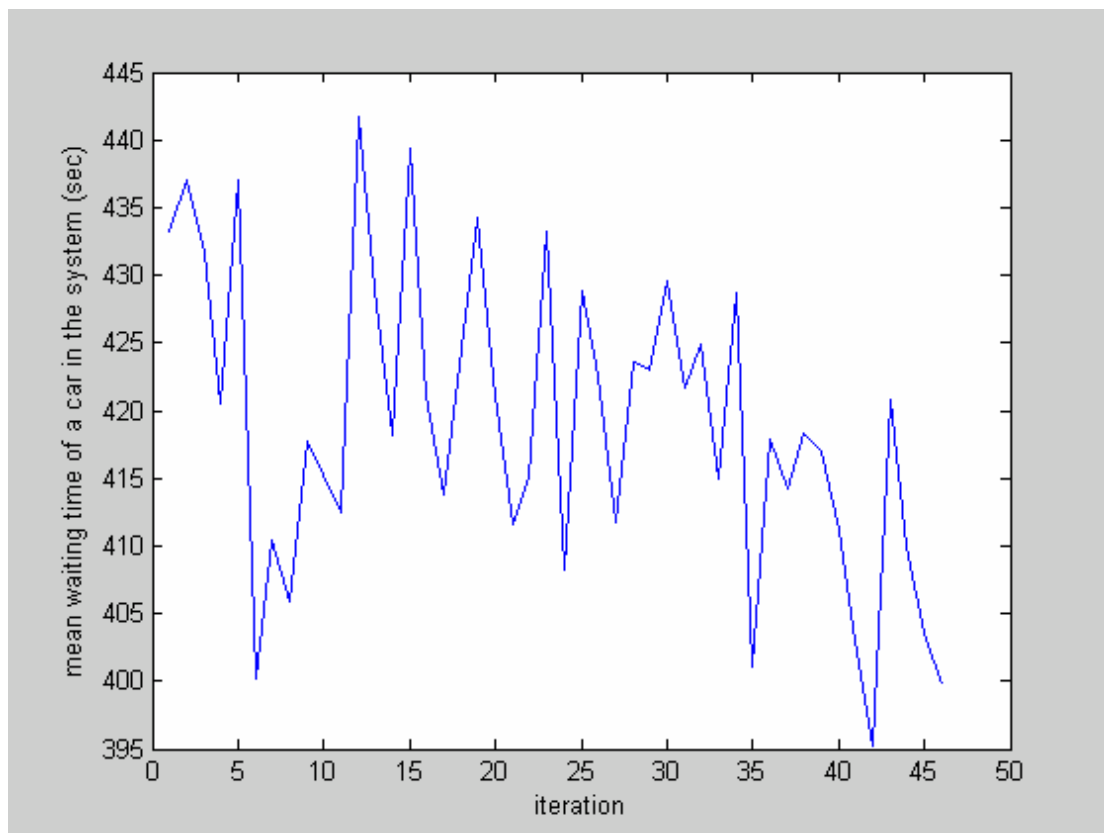
Διάγραμμα 5.8: Διάρκεια του πράσινου για τους τρεις σηματοδότες  
Ροή εισόδου με μέση τιμή για τον κάθε δρόμο  $\alpha_1=2$ ,  $\alpha_2=6$ ,  $\alpha_3=6$ ,  $\alpha_4=1$   
Διάρκεια περιόδου σταθερή

### 5.2.3 Ροή εισόδου με μέση τιμή για τον κάθε δρόμο $\alpha_1=3, \alpha_2=6, \alpha_3=1, \alpha_4=9$

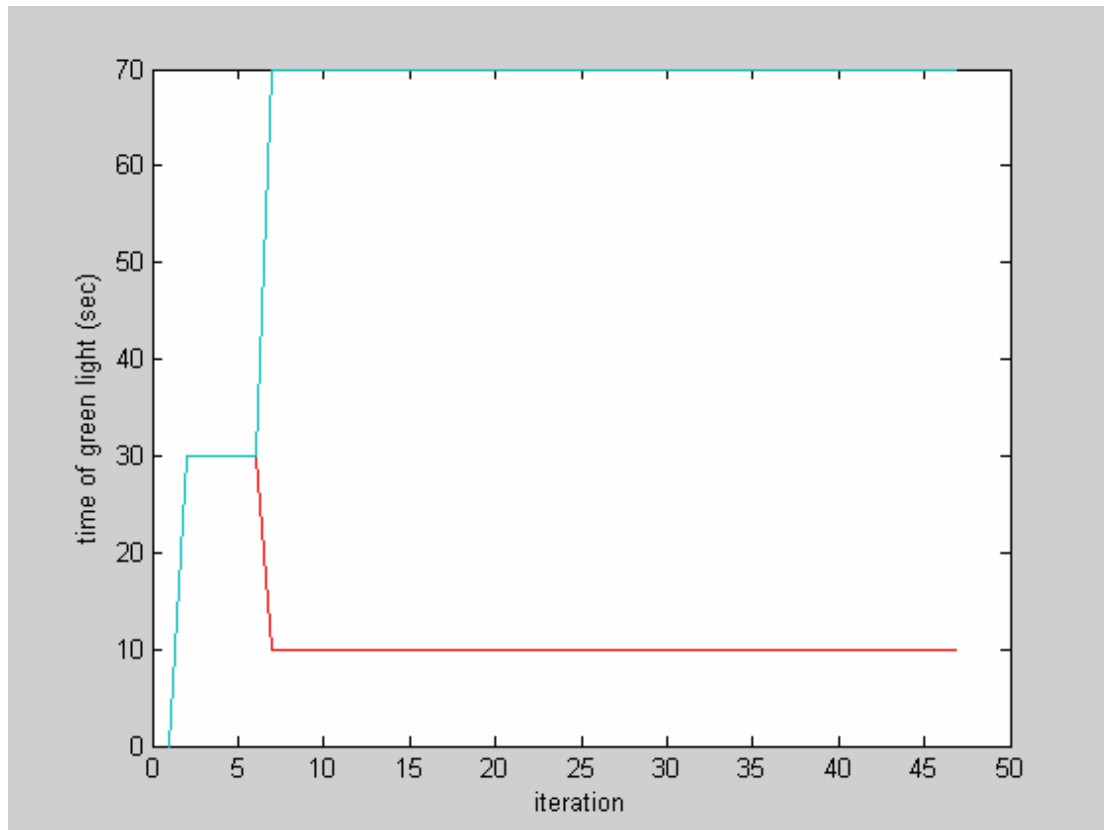
Σε αυτήν την προσομοίωση του μοντέλου μας η μέση τιμή της ροής εισόδου στους τέσσερις δρόμους έχει τιμές:  $\alpha_1=3$ ,  $\alpha_2=6$ ,  $\alpha_3=1$ ,  $\alpha_4=9$ . Στον πρώτο δρόμο εισέρχονται τρία οχήματα ανά δύο δευτερόλεπτα, στον δεύτερο ένα όχημα ανά έξι δευτερόλεπτα, στον τρίτο δρόμο ένα όχημα ανά δευτερόλεπτο και στον τέταρτο δρόμο ένα όχημα ανά εννιά δευτερόλεπτο. Από τα αποτελέσματα της προσομοίωσης (διάγραμμα 5.5) παρατηρείται ότι με τις αρχικές τιμές στους σηματοδότες η παραμονή των οχημάτων εντός του συστήματος είναι μεγάλη. Υπάρχει μία απότομη μείωση του χρόνου από

435'' στα 400'' , στη συνέχεια ο χρόνο παραμονής αυξάνεται πάλι ενώ μετά από διαδοχικές αυξομειώσεις αρχίζει να μειώνεται για να καταλήξει στην τιμή των 400''.

Σε σύγκριση με το διάγραμμα 5.6, παρατηρούμε ότι οι αυξομειώσεις που θα οδηγήσουν σε αυτήν την μείωση παρουσιάζονται όταν τα φανάρια θα πάρουν τη βέλτιστη τιμή διάρκειας που θα υποδείξει ο αλγόριθμος με  $G1=70''$ ,  $G2=10''$ ,  $G3=10''$  και  $G4=70''$ . Οι χρόνοι του πράσινου φαίνεται πως σταθεροποιούνται από την έκτη μόλις επανάληψη του αλγορίθμου (διάγραμμα 5.10).

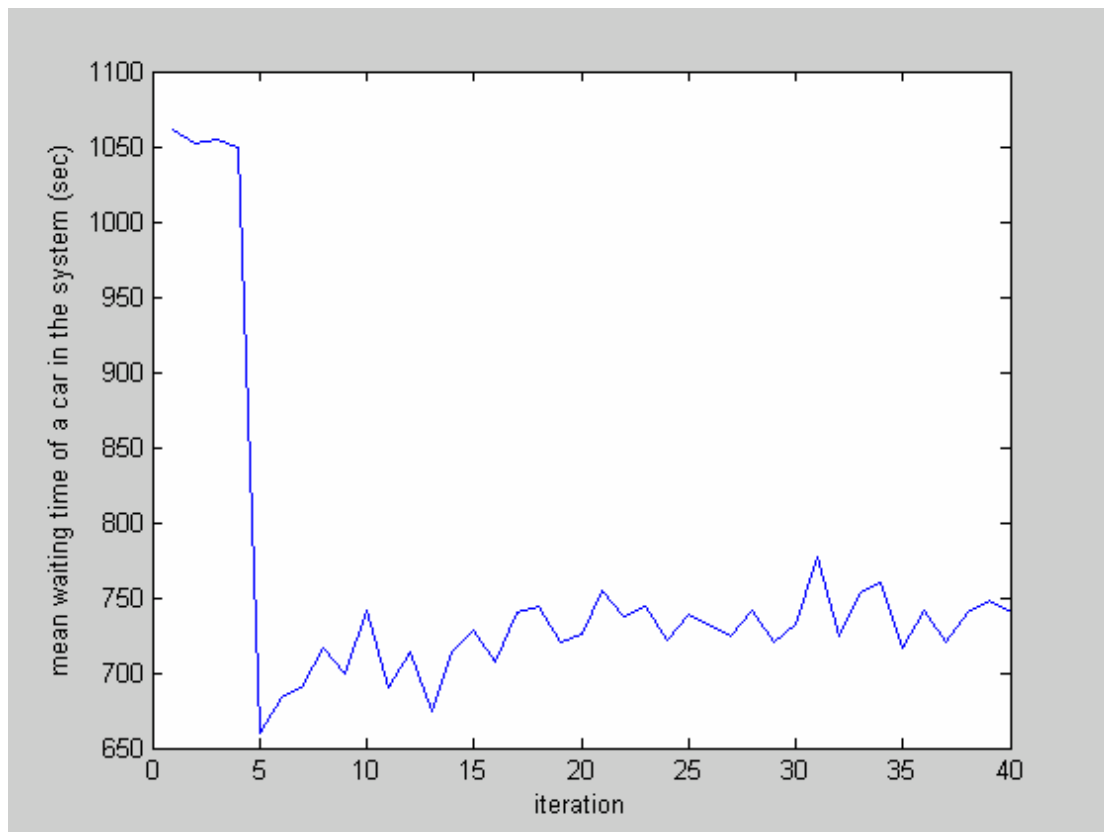


Διάγραμμα 5.9: Συνολικός χρόνος παραμονής των οχημάτων στο σύστημα  
Ροή εισόδου με μέση τιμή για τον κάθε δρόμο  $\alpha_1=3$ ,  $\alpha_2=6$ ,  $\alpha_3=1$ ,  $\alpha_4=9$   
Διάρκεια περιόδου μη σταθερή



Διάγραμμα 5.10: Διάρκεια του πράσινου για τους τρεις σηματοδότες  
Ροή εισόδου με μέση τιμή για τον κάθε δρόμο  $\alpha_1=3$ ,  $\alpha_2=6$ ,  $\alpha_3=6$ ,  $\alpha_4=9$   
Διάρκεια περιόδου μη σταθερή

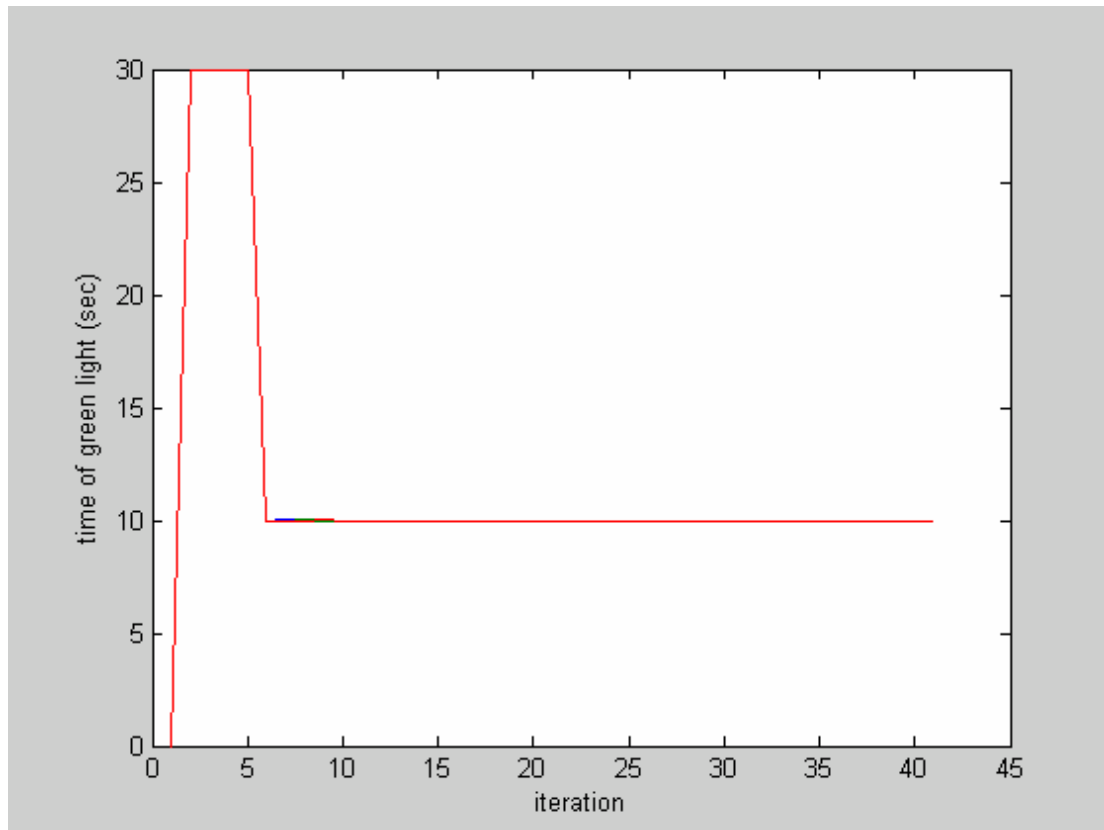
Στο δεύτερο σενάριο παρατηρούμε ότι ο χρόνος παραμονής των οχημάτων στο σύστημα παίρνει μεγαλύτερες τιμές, 1050'', από ότι στο πρώτο, 435''. Όμως σε αυτήν την περίπτωση υπάρχει μεγαλύτερη βελτίωση στο χρόνο παραμονής των οχημάτων καθώς ο χρόνος μειώνεται στην πέμπτη μόλις επανάληψη στα 650''. Από αυτό το σημείο οι χρόνοι του πράσινου στους σηματοδότες σταθεροποιείται ως εξής,  $G1=10''$ ,  $G2=10''$ ,  $G3=10''$  και  $G4=90''$ . Από την έκτη επανάληψη και έπειτα παρατηρείται μία μικρή αύξηση στο χρόνο παραμονής των οχημάτων στο σύστημα, η οποία όμως δεν ξεπερνάει τα 750''.



Διάγραμμα 5.11: Συνολικός χρόνος παραμονής των οχημάτων στο σύστημα

Ροή εισόδου με μέση τιμή για τον κάθε δρόμο  $\alpha_1=3$ ,  $\alpha_2=6$ ,  $\alpha_3=1$ ,  $\alpha_4=9$

Διάρκεια περιόδου σταθερή



Διάγραμμα 5.12: Διάρκεια του πράσινου για τους τρεις σηματοδότες  
Ροή εισόδου με μέση τιμή για τον κάθε δρόμο  $\alpha_1=3$ ,  $\alpha_2=6$ ,  $\alpha_3=6$ ,  $\alpha_4=9$   
Διάρκεια περιόδου σταθερή

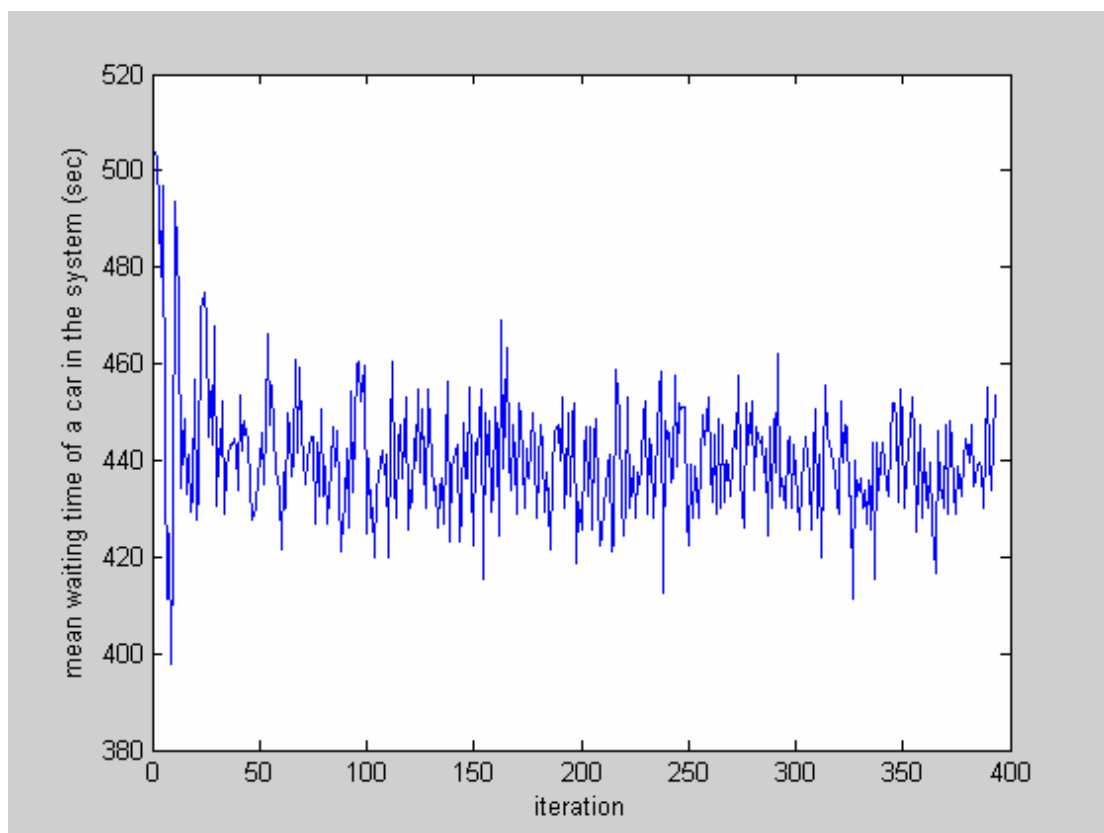
#### 5.2.4 Ροή εισόδου με μέση τιμή για τον κάθε δρόμο

$$\alpha_1=5, \alpha_2=5, \alpha_3=5, \alpha_4=5$$

Σε αυτήν την προσομοίωση του μοντέλου μας η μέση τιμή της ροής εισόδου έχει τιμή  $\alpha_1=5$ ,  $\alpha_2=5$ ,  $\alpha_3=5$ ,  $\alpha_4=5$ . Σε όλους τους δρόμους κάθε όχημα εισέρχεται ανά πέντε δευτερόλεπτα. Από τα αποτελέσματα του διαγράμματος 4.13 παρατηρείται ότι με τις αρχικές τιμές στους σηματοδότες  $G1=G2=G3=G4=30''$ , η παραμονή των οχημάτων εντός του συστήματος είναι κοντά στα 500'' για τις πέντε πρώτες επαναλήψεις του αλγορίθμου. Στις επόμενες πέντε επαναλήψεις όπου οι χρόνοι του πράσινου γίνονται  $G1=G2=G3=G4=10''$  (διάγραμμα 5.14) η παραμονή των οχημάτων στο σύστημα



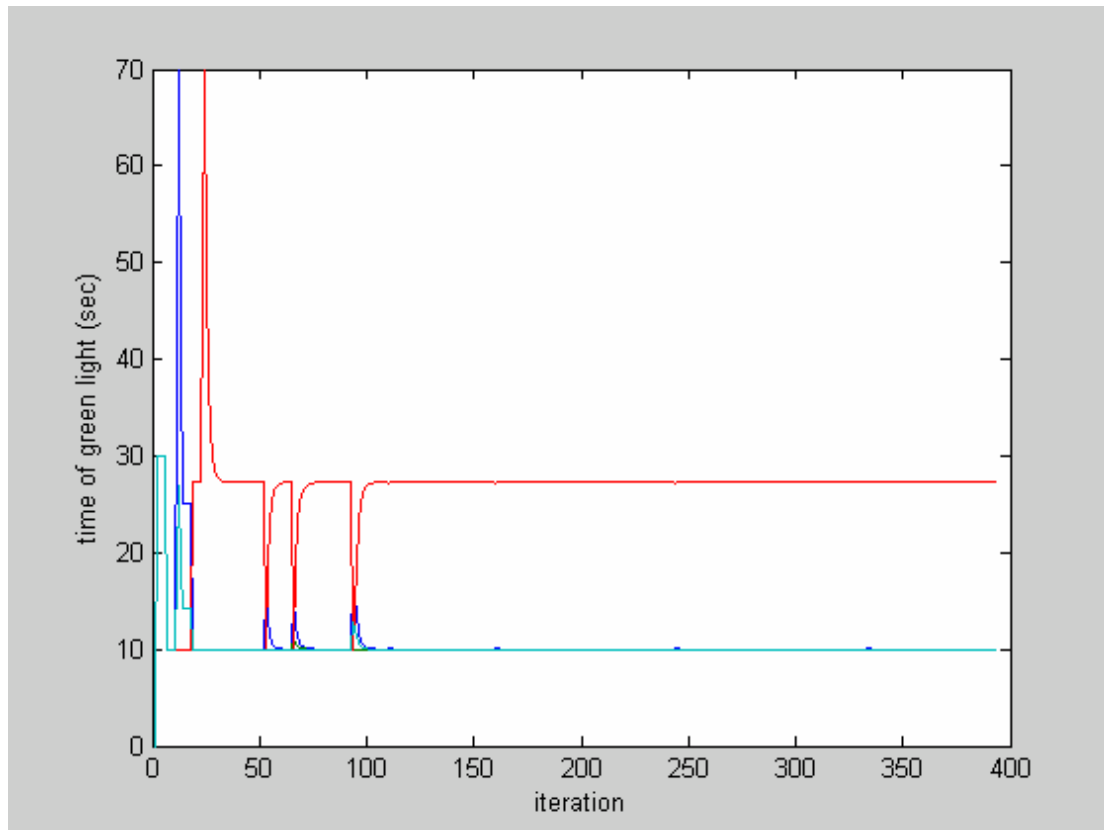
μειώνεται στα 400''. Στη συνέχεια οι χρόνοι του πράσινου του δεύτερου και τρίτου σηματοδότη σταθεροποιούνται στα 10'' ενώ για τους άλλους δύο υπάρχουν αυξομειώσεις. Τελικά οι χρόνοι σταθεροποιούνται στις τιμές  $G1=10.0272''$ ,  $G2=10''$ ,  $G3=27.2449''$ ,  $G4=10.0014''$ , με το χρόνο καθυστέρησης να κυμαίνεται ανάμεσα στα 420'' και 460''. Παρατηρούμε λοιπόν ότι η διάρκεια του πράσινου στους τρεις δρόμους έχει την ίδια διάρκεια και στον τέταρτο δίνεται μεγαλύτερη διάρκεια. Γενικά ο κύκλος της περιόδου είναι μικρός, αλλά με αυτήν την κατανομή του πράσινου κάθε δρόμος έχει συχνότερα προτεραιότητα.



Διάγραμμα 5.13: Συνολικός χρόνος παραμονής των οχημάτων στο σύστημα

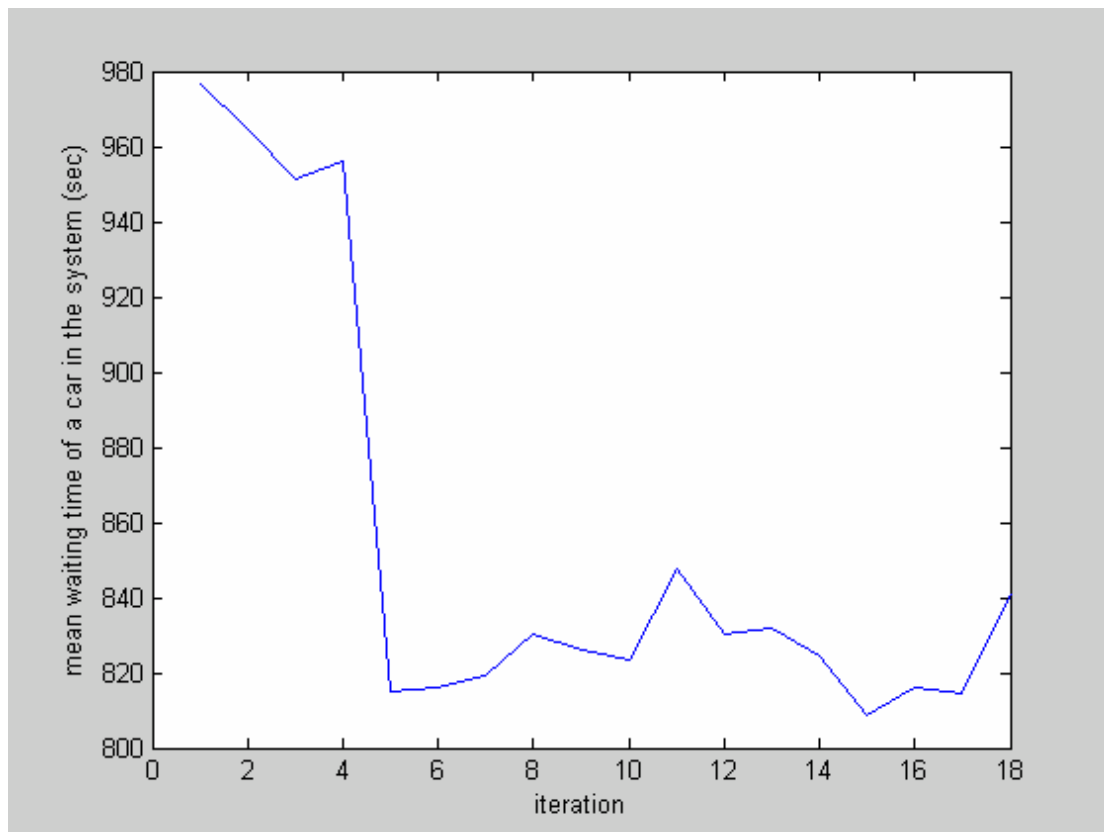
Ροή εισόδου με μέση τιμή για τον κάθε δρόμο  $\alpha_1=5$ ,  $\alpha_2=5$ ,  $\alpha_3=5$ ,  $\alpha_4=5$

Διάρκεια περιόδου μη σταθερή

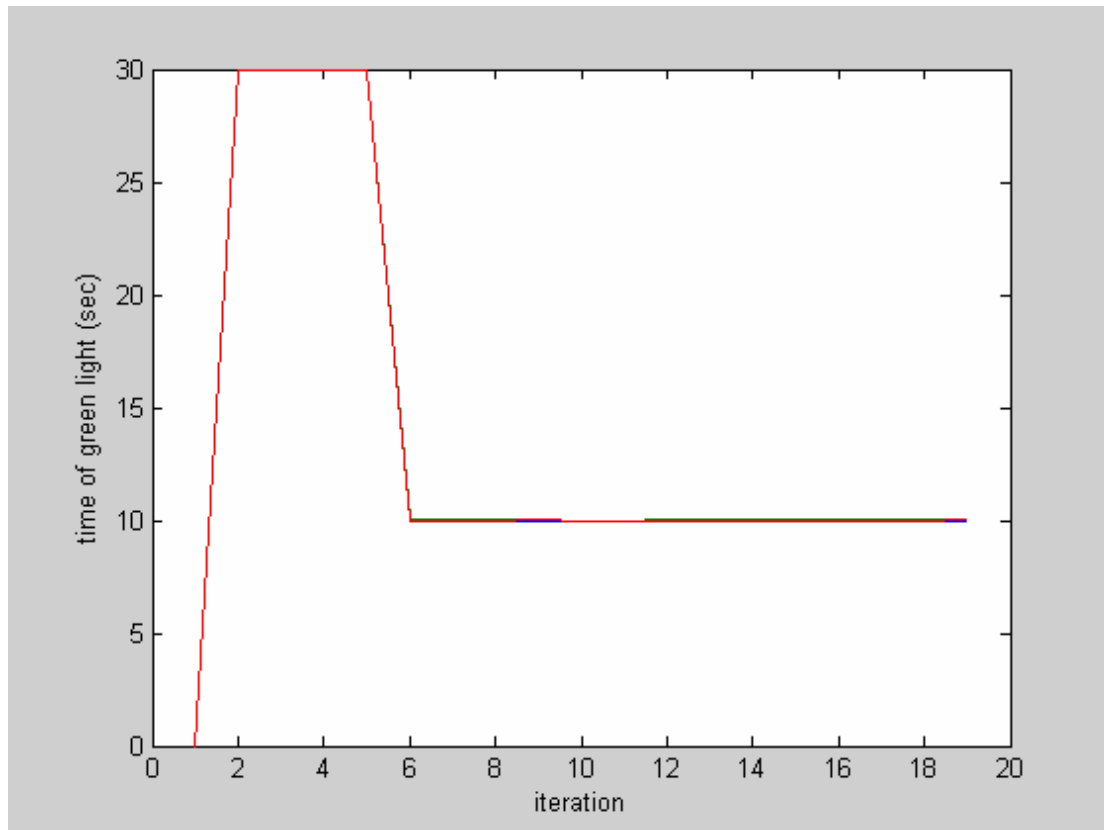


Διάγραμμα 5.14: Διάρκεια του πράσινου για τους τρεις σηματοδότες  
Ροή εισόδου με μέση τιμή για τον κάθε δρόμο  $\alpha_1=5$ ,  $\alpha_2=5$ ,  $\alpha_3=5$ ,  $\alpha_4=5$   
Διάρκεια περιόδου μη σταθερή

Στο δεύτερο σενάριο παρατηρούμε ότι αρχικά ο χρόνος παραμονής των οχημάτων στο σύστημα αρκετά υψηλός για τις τέσσερις πρώτες επαναλήψεις όταν  $G1=G2=G3=G4=30''$  και στην συνέχεια υπάρχει μία απότομη ελάττωση όταν  $G1=G2=G3=10$ . Ο χρόνος καθυστέρησης αρχικά είναι  $980''$  και έπειτα παίρνει τιμές κοντά στα  $820''$ . Η διάρκεια του πράσινου για τα τρία φανάρια τελικά προκύπτει  $G1=10''$ ,  $G2=10''$ ,  $G3=10''$  και του τέταρτου φαναριού είναι  $G4=120-G1-G2-G3$  δηλαδή  $G4=90''$ . Ουσιαστικά τα δύο σενάρια μας οδηγούν στο ίδιο αποτέλεσμα, ότι η ανάγκη για πράσινο στον κάθε σηματοδότη κυμαίνεται στα  $10''$ , αλλά επειδή στη δεύτερη περίπτωση ο κύκλος είναι προκαθορισμένος το ένα φανάρι αναγκάζεται να έχει ένδειξη του πράσινου για τα  $90''$ , ενώ δεν τα χρειάζεται.



Διάγραμμα 5.15: Συνολικός χρόνος παραμονής των οχημάτων στο σύστημα  
Ροή εισόδου με μέση τιμή για τον κάθε δρόμο  $\alpha_1=5$ ,  $\alpha_2=5$ ,  $\alpha_3=5$ ,  $\alpha_4=5$   
Διάρκεια περιόδου σταθερή

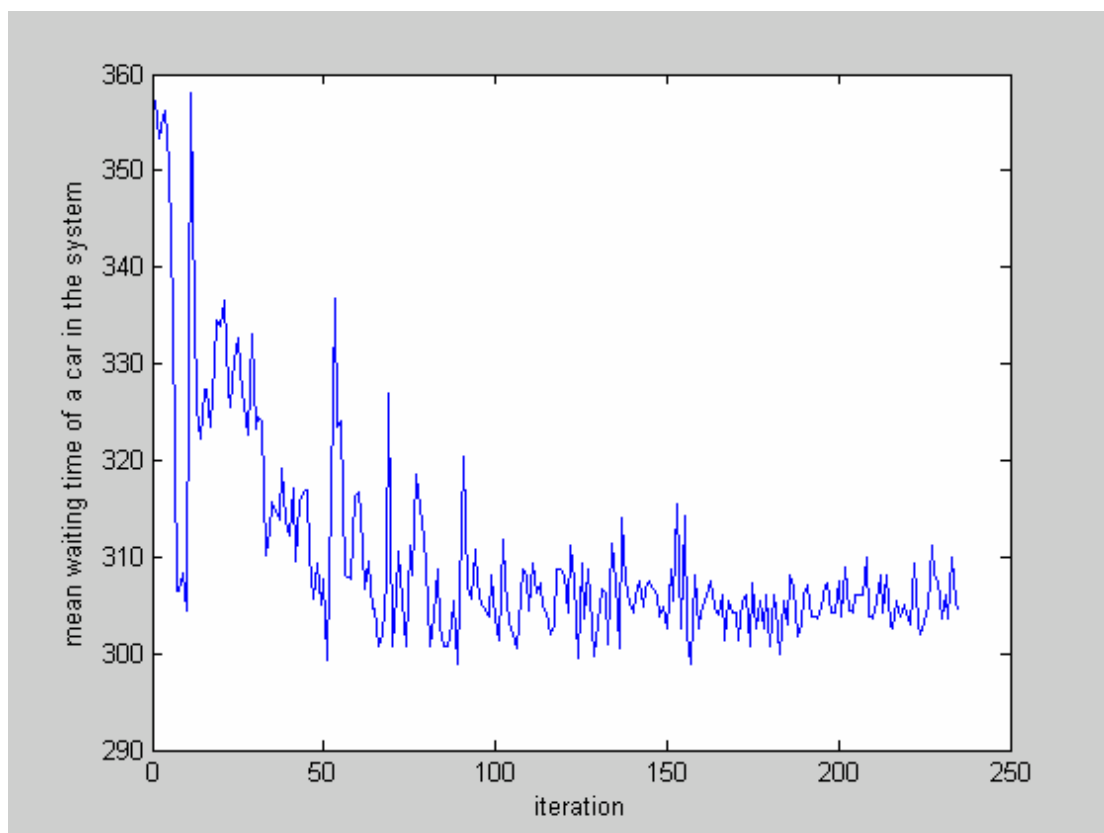


Διάγραμμα 5.16: Διάρκεια του πράσινου για τους τρεις σηματοδότες  
Ροή εισόδου με μέση τιμή για τον κάθε δρόμο  $\alpha_1=5$ ,  $\alpha_2=5$ ,  $\alpha_3=5$ ,  $\alpha_4=5$   
Διάρκεια περιόδου σταθερή

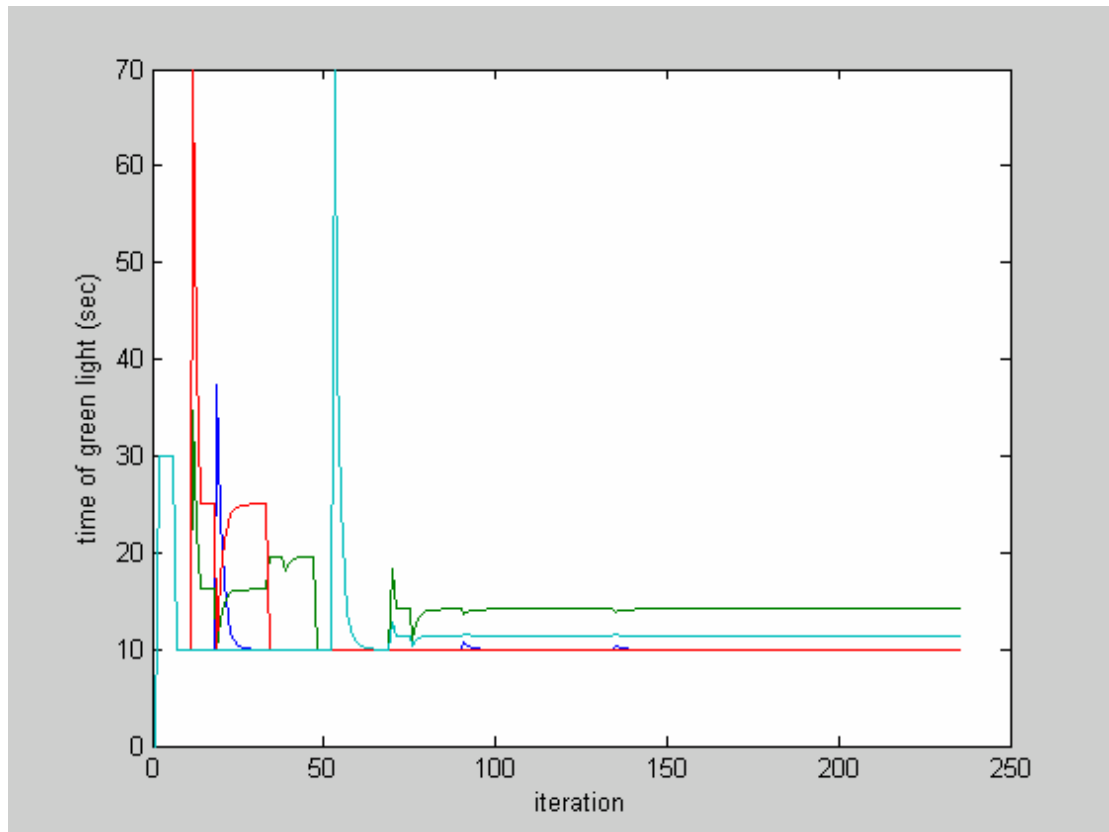
### 5.2.5 Ροή εισόδου με μέση τιμή για τον κάθε δρόμο $\alpha_1=1, \alpha_2=1, \alpha_3=1, \alpha_4=10$

Σε αυτήν την προσομοίωση του μοντέλου μας η μέση τιμή της ροής εισόδου έχει τιμή  $\alpha_1=1$ ,  $\alpha_2=1$ ,  $\alpha_3=1$ ,  $\alpha_4=10$ . Στους τρεις δρόμους κάθε όχημα εισέρχεται ανά ένα δευτερόλεπτο και στον τέταρτο ανά δέκα δευτερόλεπτα.. Από τα αποτελέσματα του διαγράμματος 4.17 παρατηρείται ότι με τις αρχικές τιμές στους σηματοδότες , $G1=G2=G3=G4=30''$ , η παραμονή των οχημάτων εντός του συστήματος είναι κοντά στα 355'' για τις πέντε πρώτες επαναλήψεις του αλγορίθμου. Στις επόμενες επαναλήψεις όπου οι χρόνοι του πράσινου γίνονται  $G1=G2=G3=G4=10''$  (διάγραμμα 5.18) η παραμονή των οχημάτων στο σύστημα

μειώνεται απότομα στα 305'' για να αυξηθεί ξανά απότομα στην επανάληψη που αυξάνονται και οι χρόνοι του πράσινο. Τελικά προκύπτει η βέλτιστη τιμή  $G1=10''$ ,  $G2=14.1284''$ ,  $G3=10''$ ,  $G4=11.4373''$ . Παρατηρούμε ότι σε όλους τους δρόμους οι χρόνοι του πράσινου κυμαίνονται ανάμεσα στα 10'' και 14'', ενώ όταν κάποιος σηματοδότης πάρει πράσινο για περισσότερο χρόνο, όπως 70'' (διάγραμμα 4.18) υπάρχει μία απότομη αύξηση στο χρόνο καθυστέρησης. Ο κύκλος της περιόδου είναι μικρός, αλλά με αυτήν την κατανομή του πράσινου κάθε δρόμος έχει συχνότερα προτεραιότητα, γεγονός που βοηθάει τη μείωση της κυκλοφοριακής συμφόρησης όταν η είσοδος των οχημάτων στο σύστημα είναι μεγάλη.

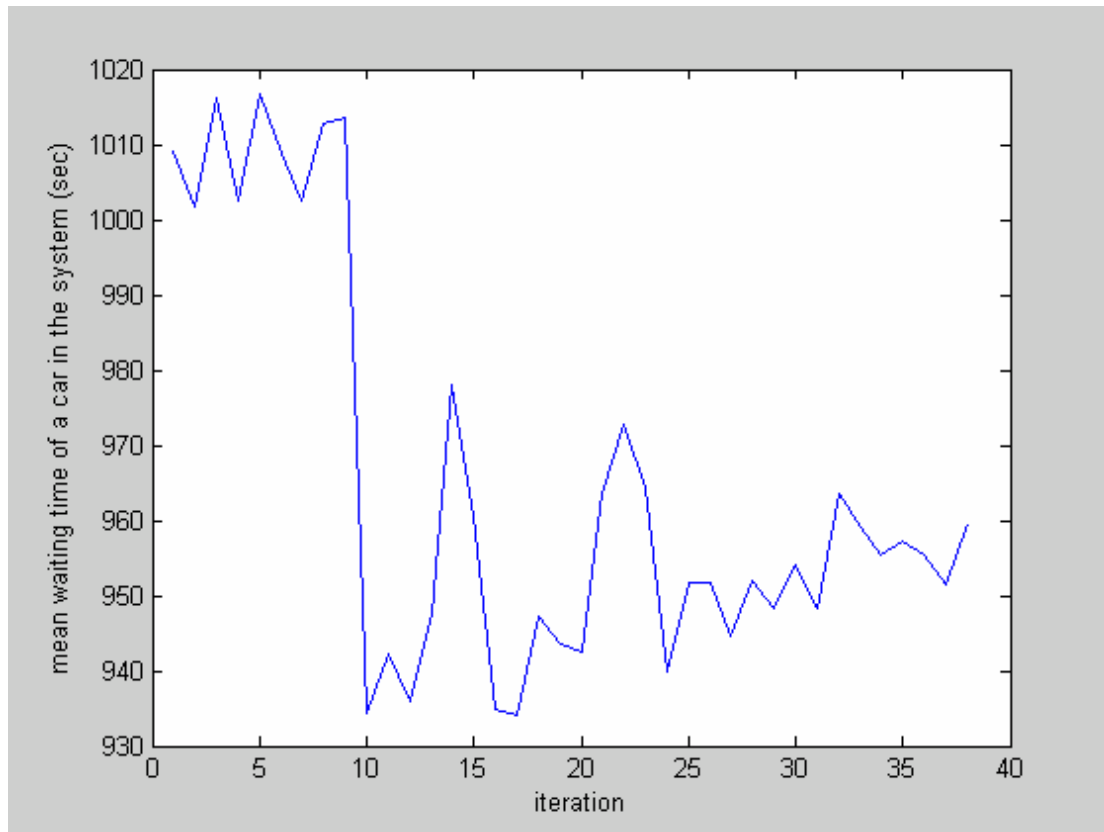


Διάγραμμα 5.17: Συνολικός χρόνος παραμονής των οχημάτων στο σύστημα  
Ροή εισόδου με μέση τιμή για τον κάθε δρόμο  $\alpha_1=1$ ,  $\alpha_2=1$ ,  $\alpha_3=1$ ,  $\alpha_4=10$   
Διάρκεια περιόδου μη σταθερή

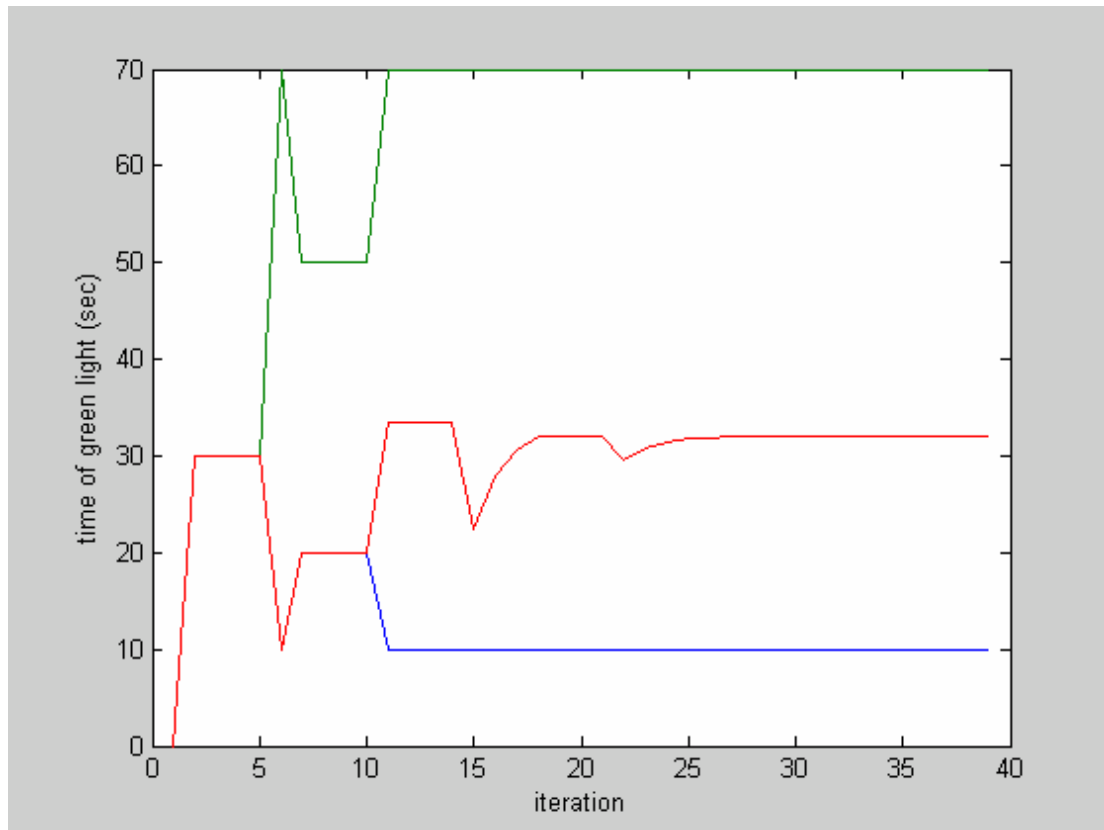


Διάγραμμα 5.18: Διάρκεια του πράσινου για τους τρεις σηματοδότες  
Ροή εισόδου με μέση τιμή για τον κάθε δρόμο  $\alpha_1=1$ ,  $\alpha_2=1$ ,  $\alpha_3=1$ ,  $\alpha_4=10$   
Διάρκεια περιόδου μη σταθερή

Στο δεύτερο σενάριο παρατηρούμε ο χρόνος παραμονής των οχημάτων στο σύστημα ξεκινάει από αρκετά μεγαλύτερες τιμές από ότι στο πρώτο σενάριο. Για τις εννιά πρώτες επαναλήψεις ο χρόνος αυτός κυμαίνεται ανάμεσα στα 1000'' και 1015'', ενώ στην δέκατη επανάληψη πέφτει απότομα στα 935''. Η αλλαγή αυτή συμβαίνει όταν οι χρόνοι του πράσινου μεταβληθούν από  $G1=30''$ ,  $G2=30''$ ,  $G3=30''$ ,  $G4=30''$  σε  $G1=20''$ ,  $G2=50''$ ,  $G3=20''$ , και  $G4=120''-G1-G2-G3=30''$ . Στη συνέχεια ο χρόνος καθυστέρησης παρουσιάζει αυξομειώσεις οι οποίες κυμαίνονται ανάμεσα στις τιμές 940''-960''. Η διάρκεια του πράσινου για τα τρία φανάρια τελικά προκύπτει  $G1=10''$ ,  $G2=70''$ ,  $G3=32.0656''$  και του τέταρτου φαναριού είναι  $G4=120''-G1-G2-G3$  δηλαδή  $G4=7.9344''$ .



Διάγραμμα 5.19: Συνολικός χρόνος παραμονής των οχημάτων στο σύστημα  
Ροή εισόδου με μέση τιμή για τον κάθε δρόμο  $\alpha_1=1$ ,  $\alpha_2=1$ ,  $\alpha_3=1$ ,  $\alpha_4=10$   
Διάρκεια περιόδου σταθερή



Διάγραμμα 5.20: Διάρκεια του πράσινου για τους τρεις σηματοδότες  
Ροή εισόδου με μέση τιμή για τον κάθε δρόμο  $\alpha_1=1$ ,  $\alpha_2=1$ ,  $\alpha_3=1$ ,  $\alpha_4=10$   
Διάρκεια περιόδου σταθερή

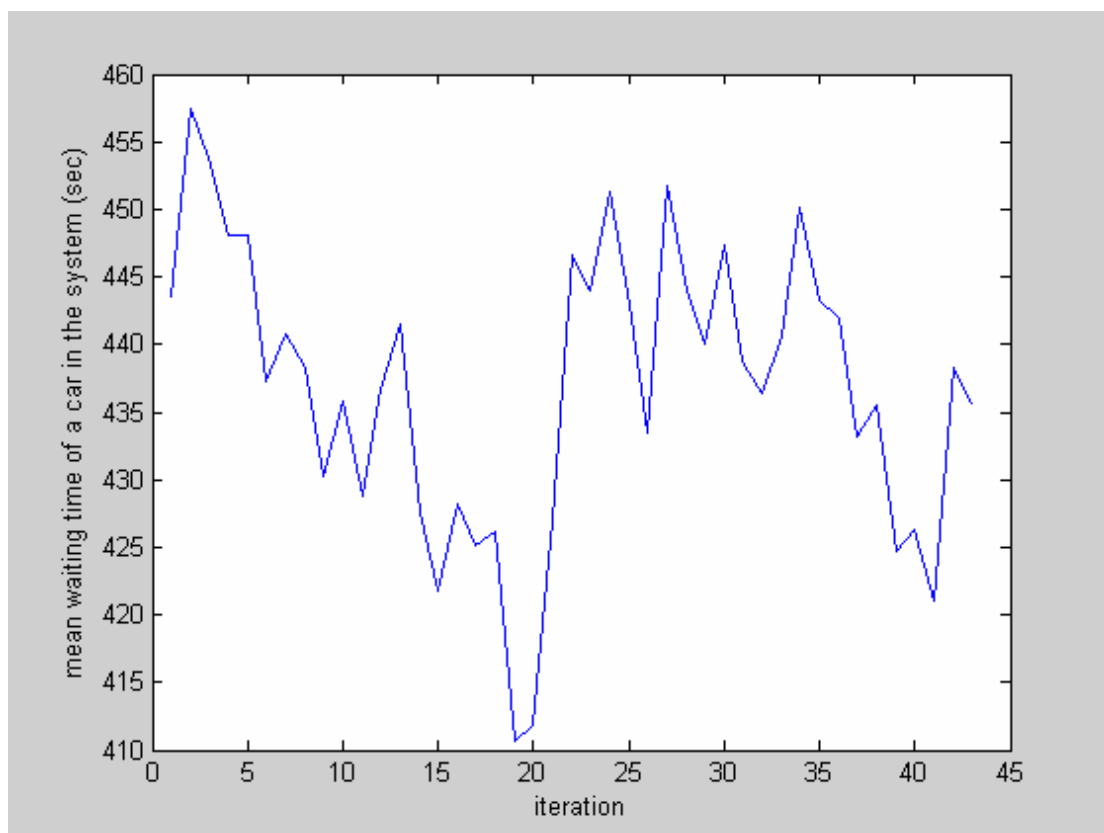
### 5.2.6 Ροή εισόδου με μέση τιμή για τον κάθε δρόμο

$$\alpha_1=1, \alpha_2=1, \alpha_3=10, \alpha_4=10$$

Σε αυτήν την προσομοίωση του μοντέλου μας η μέση τιμή της ροής εισόδου έχει τιμή  $\alpha_1=1$ ,  $\alpha_2=1$ ,  $\alpha_3=10$ ,  $\alpha_4=10$ . Στους δύο δρόμους κάθε όχημα εισέρχεται ανά ένα δευτερόλεπτο και στον τρίτο και τέταρτο ανά δέκα δευτερόλεπτα.. Από τα αποτελέσματα του διαγράμματος 4.21 παρατηρείται ότι με τις αρχικές τιμές στους σηματοδότες  $G1=G2=G3=G4=30''$ , η παραμονή των οχημάτων εντός του συστήματος είναι κοντά στα  $445''$ , γίνεται μια αύξηση μέχρι τα  $457''$  και ξαναπέφτει στα  $445''$ . Στην έκτη επανάληψη του αλγορίθμου οι χρόνοι του πράσινου του



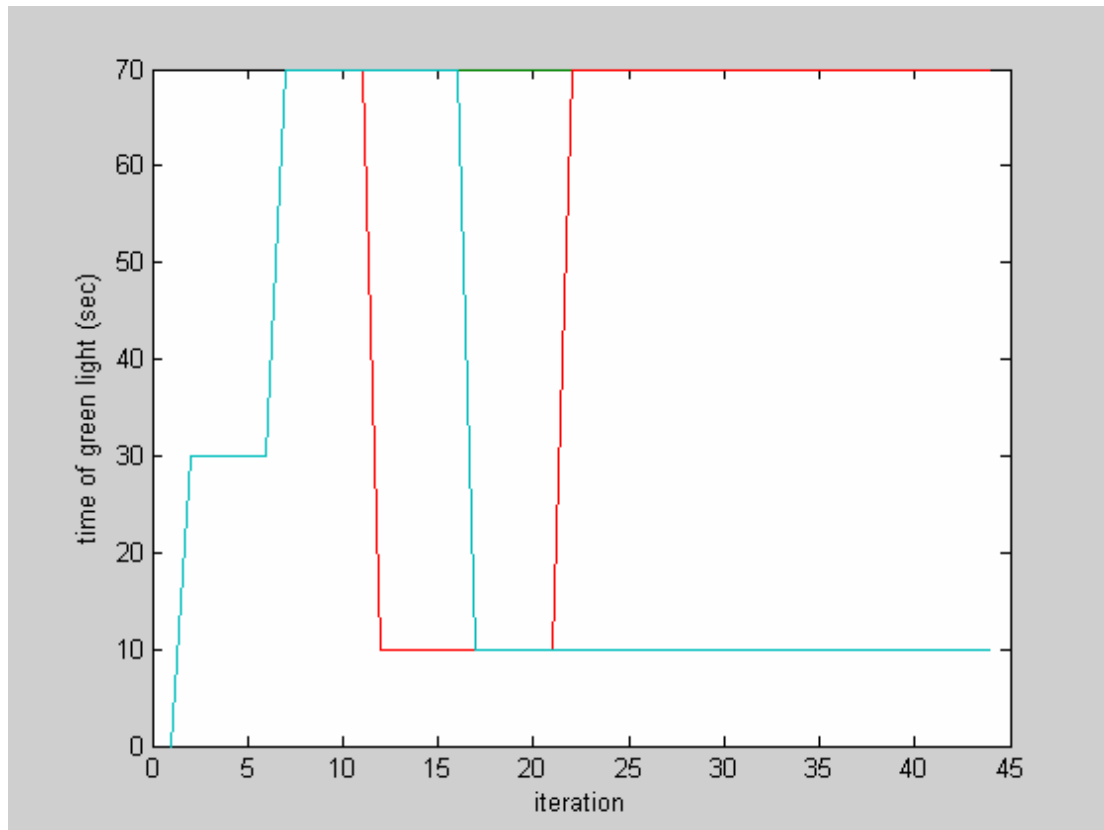
γίνονται  $G1=G2=G3=G4=70''$  και οι παρατηρείται μείωση του χρόνου παραμονής των οχημάτων στο σύστημα μέχρι και τα  $410''$ . Στην δωδέκατη επανάληψη το  $G3$  γίνεται  $10''$  ενώ στην δέκατη έβδομη επανάληψη και το  $G4$  γίνεται  $10''$ . Τέλος στην εικοστή δεύτερη επανάληψη το  $G3$  ξαναπαίρνει πράσινο για  $70''$  για να οριστούν ως βέλτιστες τιμές οι χρόνοι  $G1=G2=G3=70''$  και  $G4=10''$  (διάγραμμα 5.22). Κατά την τελευταία αλλαγή στους χρόνους του πράσινου για τον κάθε σηματοδότη παρατηρείται μία αύξηση στο χρόνο παραμονής των οχημάτων στο σύστημα η οποία κυμαίνεται ανάμεσα στις τιμές  $435''$  και  $450''$  μέχρι να σταθεροποιηθεί στα  $420''$  με  $430''$ .



Διάγραμμα 5.21: Συνολικός χρόνος παραμονής των οχημάτων στο σύστημα

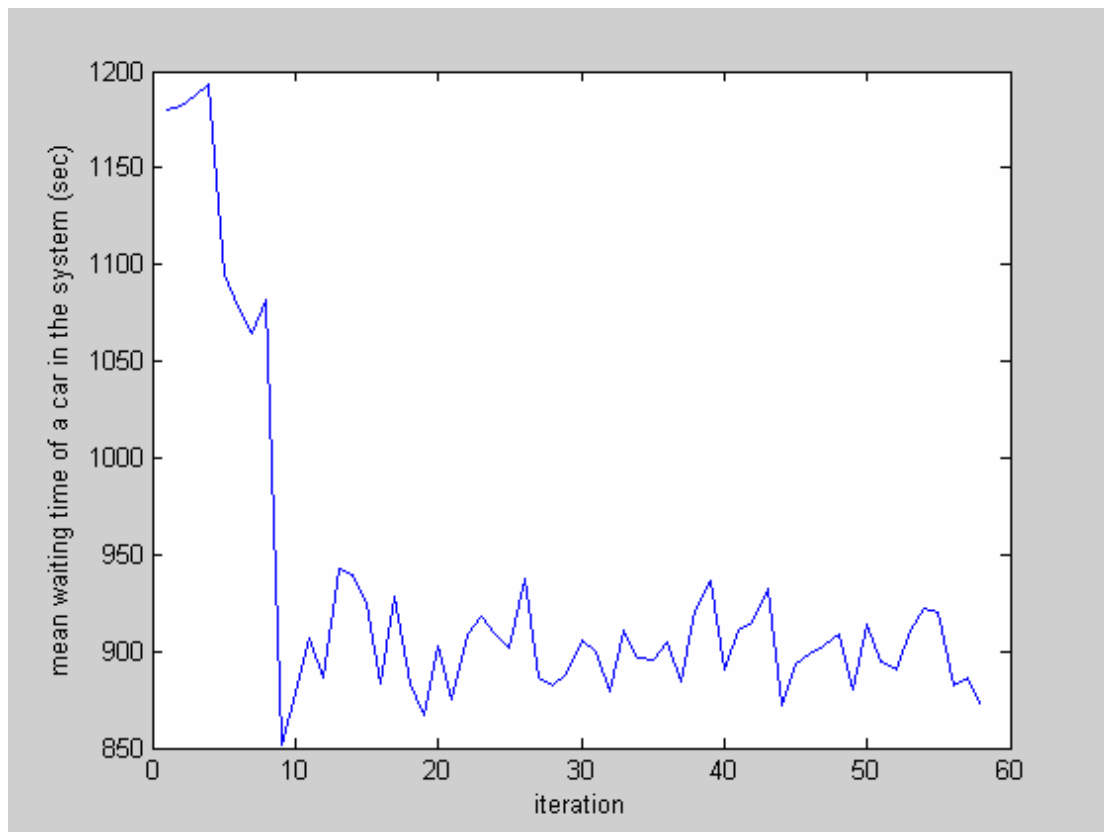
Ροή εισόδου με μέση τιμή για τον κάθε δρόμο  $\alpha_1=1$ ,  $\alpha_2=1$ ,  $\alpha_3=10$ ,  $\alpha_4=10$

Διάρκεια περιόδου μη σταθερή

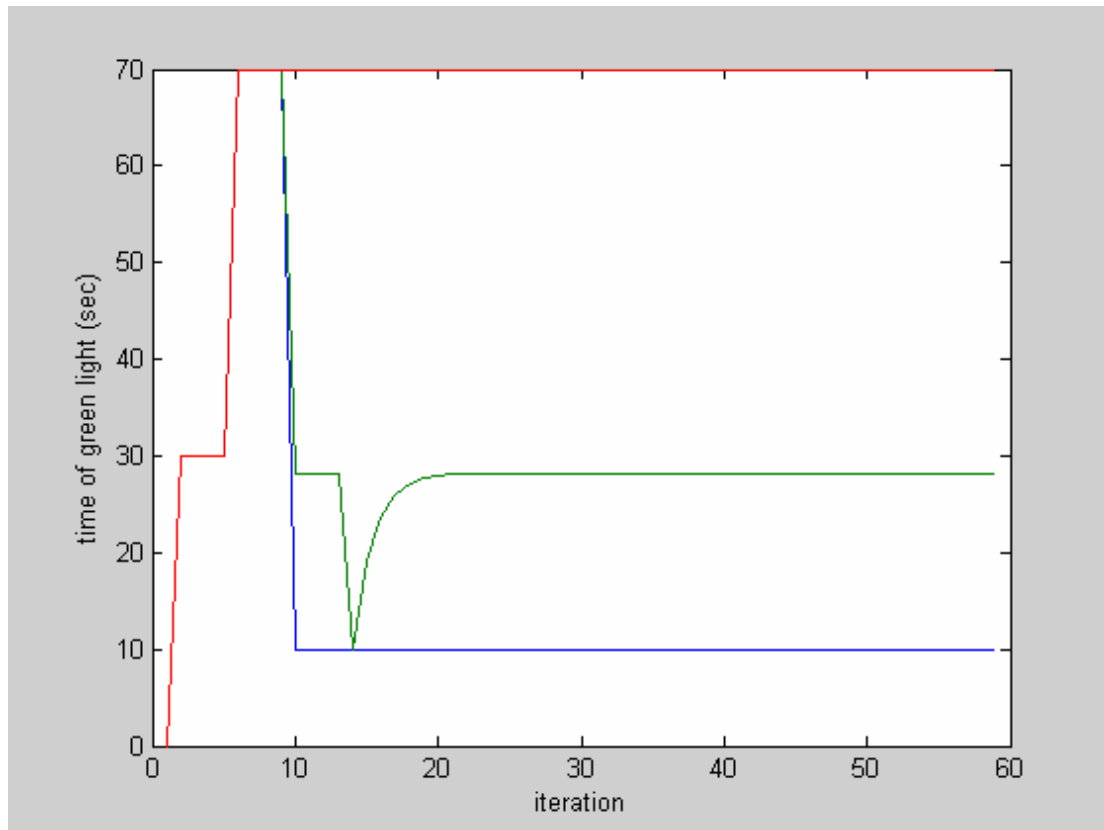


Διάγραμμα 5.22: Διάρκεια του πράσινου για τους τρεις σηματοδότες  
 Ροή εισόδου με μέση τιμή για τον κάθε δρόμο  $\alpha_1=1$ ,  $\alpha_2=1$ ,  $\alpha_3=10$ ,  $\alpha_4=10$   
 Διάρκεια περιόδου μη σταθερή

Στο δεύτερο σενάριο η κατάσταση είναι πιο ξεκάθαρη. Από την ένατη επανάληψη και έπειτα όπου οι χρόνοι του πράσινου παίρνουν τις τελικές τιμές  $G1=10''$ ,  $G2=28.2355''$ ,  $G3=70''$ , και  $G4=120''-G1-G2-G3=11.7645''$  παρατηρούμε ο χρόνος παραμονής των οχημάτων στο σύστημα παρουσιάζει μία απότομη πτώση από τα  $1180''$  στα  $850''$  για να σταθεροποιηθεί ανάμεσα στα  $860''$  με  $940''$ . Σε αυτήν την περίπτωση ο αλγόριθμος αποφέρει σημαντικά αποτελέσματα καθώς μειώνει το χρόνο παραμονής των οχημάτων στο σύστημα κατά  $400''$  και τον διατηρεί σταθερό ανάμεσα στα  $860''$  μ3  $940''$ .



Διάγραμμα 5.23: Συνολικός χρόνος παραμονής των οχημάτων στο σύστημα  
Ροή εισόδου με μέση τιμή για τον κάθε δρόμο  $\alpha_1=1$ ,  $\alpha_2=1$ ,  $\alpha_3=10$ ,  $\alpha_4=10$   
Διάρκεια περιόδου σταθερή



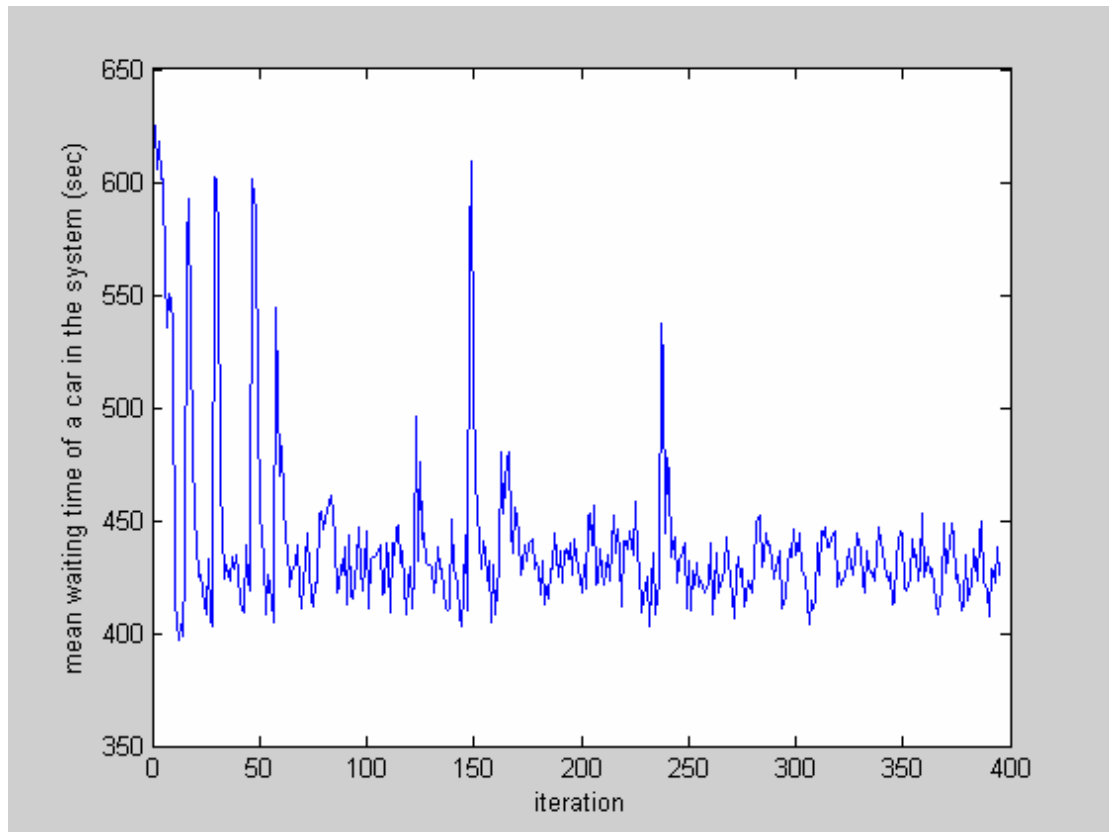
Διάγραμμα 5.24: Διάρκεια του πράσινου για τους τρεις σηματοδότες  
Ροή εισόδου με μέση τιμή για τον κάθε δρόμο  $\alpha_1=1, \alpha_2=1, \alpha_3=10, \alpha_4=10$   
Διάρκεια περιόδου σταθερή

### 5.2.7 Ροή εισόδου με μέση τιμή για τον κάθε δρόμο

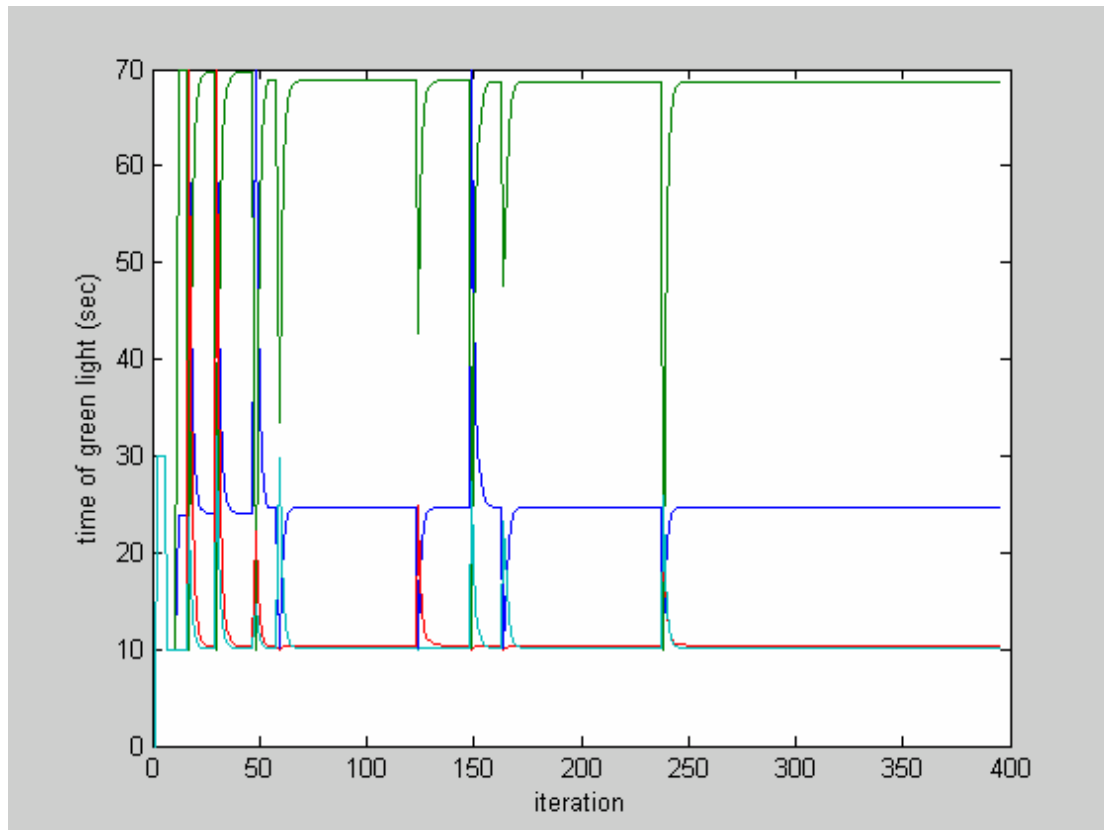
$$\alpha_1=1, \alpha_2=10, \alpha_3=10, \alpha_4=10$$

Σε αυτήν την προσομοίωση του μοντέλου μας η μέση τιμή της ροής εισόδου έχει τιμή  $\alpha_1=1, \alpha_2=1, \alpha_3=10, \alpha_4=10$ . Στον πρώτο δρόμο κάθε όχημα εισέρχεται ανά ένα δευτερόλεπτο και στους άλλους τρεις ανά δέκα δευτερόλεπτα.. Τα αποτελέσματα αυτής της προσομοίωσης παρουσιάζουν ιδιαίτερο ενδιαφέρον καθώς η χρονική διάρκεια του πράσινου του κάθε σηματοδότη εναλλάσσονται συνεχώς. Από τα αποτελέσματα του διαγράμματος 5.25 παρατηρείται ότι με τις αρχικές τιμές στους σηματοδότες  $G1=G2=G3=G4=30''$ , η παραμονή των οχημάτων εντός του

συστήματος είναι κοντά στα 625'', έπειτα ο χρόνος μειώνεται στα 400'' για να κάνει συνεχώς αυξομειώσεις από αυτό το σημείο και μέχρι τα 600'' για τις πρώτες εξήντα επαναλήψεις. Στην συνέχεια σταθεροποιείται ανάμεσα στα 400'' και 450'' κάνοντας δύο απότομες αυξήσεις. Στην πρώτη ο χρόνος παραμονής στο σύστημα φτάνει τα 600'' και στη δεύτερη τα 540''. Στην εξηκοστή πρώτη προσομοίωση η διάρκεια του πράσινου σταθεροποιείται στις τιμές  $G1=69.7656''$ ,  $G2=23.9915''$ ,  $G3=10.2344''$ ,  $G4=10.0534''$ , με μόνη αλλαγή στις επαναλήψεις που γίνονται οι απότομες αυξήσεις στον χρόνο παραμονής εντός του συστήματος. Στην πρώτη απότομη αύξηση οι χρόνοι του πράσινου γίνονται  $G1=10''$ ,  $G2=70.0000$ ,  $G3=10.0000''$ ,  $G4=27.3730''$  και στη δεύτερη γίνονται  $G1=24.7601''$ ,  $G2=68.7672''$ ,  $G3=10.4278''$ ,  $G4=10.1432''$ . Τα αποτελέσματα της προσομοίωσης είναι πολύ ικανοποιητικά καθώς παρατηρείται ότι όσο ο σηματοδότης του δρόμου με την αυξημένη κυκλοφορία έχει πράσινο για 69.7656'', αρκετά μεγαλύτερη διάρκεια σε σχέση με τους άλλους σηματοδότες, η παραμονή των οχημάτων στο σύστημα διατηρείται σταθερή. Αντίθετα μόλις αντιστραφούν οι χρόνοι του πράσινου, του δρόμου με την αυξημένη κυκλοφορία με κάποιον από τους άλλους τρεις, παρατηρούμε ότι ξαφνικά η αναμονή στο σύστημα αυξάνεται απότομα καθώς ο δρόμος με την αυξημένη κίνηση δεν διαθέτει επαρκή χρόνο πράσινου για να απελευθερώσει οχήματα από το σύστημα.

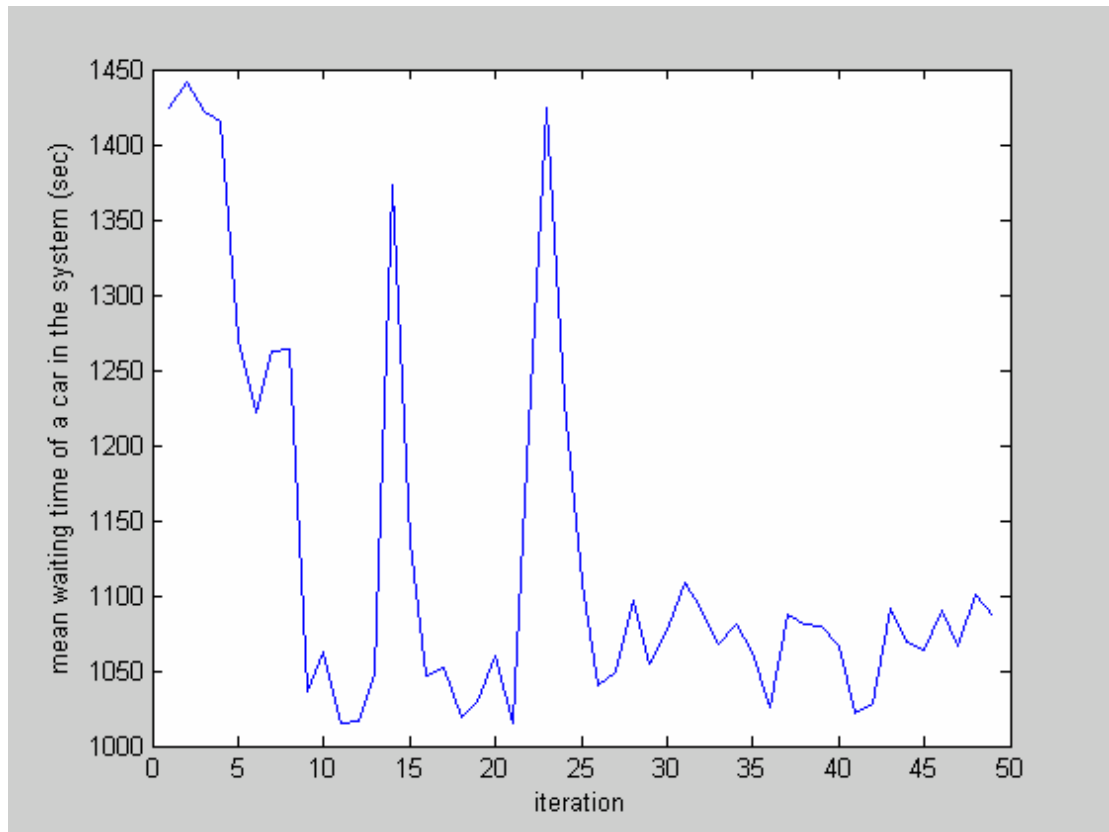


Διάγραμμα 5.25: Συνολικός χρόνος παραμονής των οχημάτων στο σύστημα  
Ροή εισόδου με μέση τιμή για τον κάθε δρόμο  $\alpha_1=1$ ,  $\alpha_2=10$ ,  $\alpha_3=10$ ,  $\alpha_4=10$   
Διάρκεια περιόδου μη σταθερή



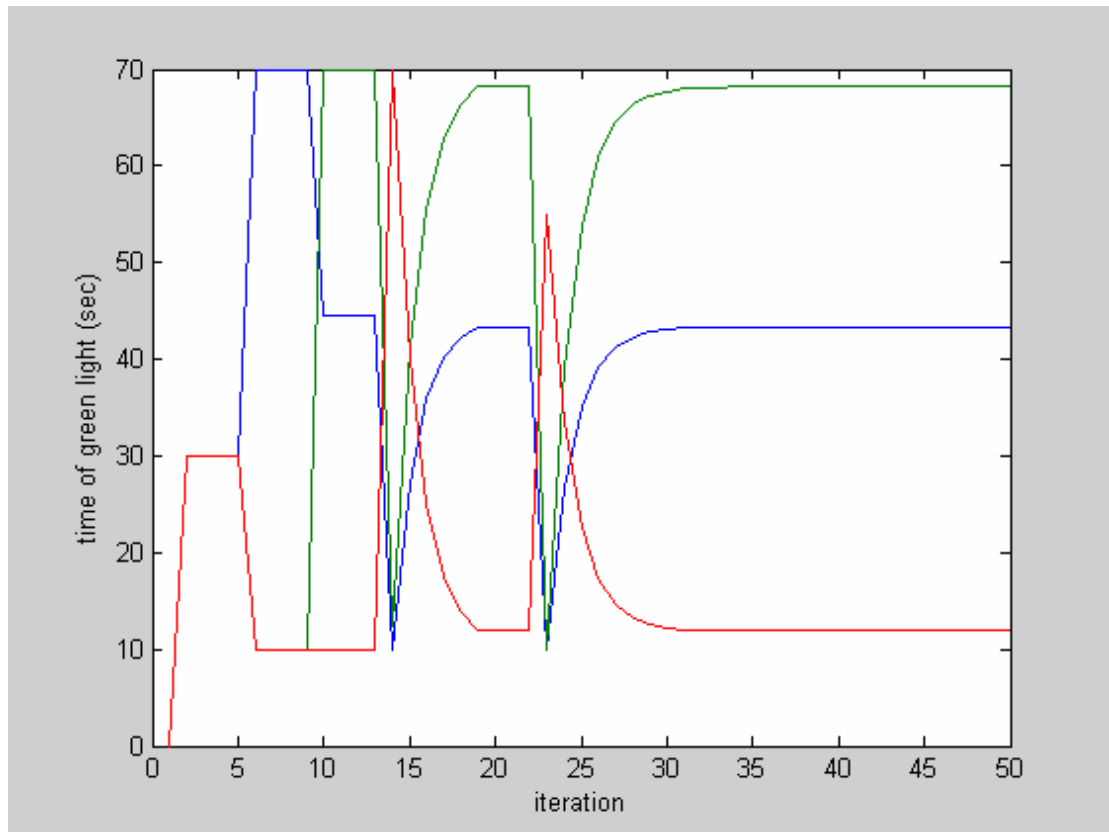
Διάγραμμα 5.26: Διάρκεια του πράσινου για τους τρεις σηματοδότες  
Ροή εισόδου με μέση τιμή για τον κάθε δρόμο  $\alpha_1=1$ ,  $\alpha_2=10$ ,  $\alpha_3=10$ ,  $\alpha_4=10$   
Διάρκεια περιόδου μη σταθερή

Στο δεύτερο σενάριο παρόλο που φαίνεται (διάγραμμα 5.27) ότι υπάρχει ελάττωση του χρόνου παραμονής των οχημάτων στο σύστημα και σταθεροποίηση του κάποια στιγμή κοντά στα 1050'', αυτό στην πραγματικότητα δεν συμβαίνει. Σε αυτήν την περίπτωση ο αλγόριθμος αποτυγχάνει τελείως καθώς στην ενδέκατη επανάληψη οι χρόνοι του πράσινου στα φανάρια προκύπτουν  $G1=44.4260''$ ,  $G2=70.0000''$ ,  $G3=10''$  (διάγραμμα 4.28). Αυτό δεν γίνεται να υφίσταται καθώς ο χρονικός κύκλος είναι ορισμένος στα 120'' και το άθροισμα των  $G1, G2$  και  $G3$  είναι 124.4260''. Ο αλγόριθμος σε αυτήν την περίπτωση δεν λαμβάνει υπ' όψη τον συγκεκριμένο περιορισμό.



Διάγραμμα 4.27: Συνολικός χρόνος παραμονής των οχημάτων στο σύστημα  
Ροή εισόδου με μέση τιμή για τον κάθε δρόμο  $\alpha_1=1$ ,  $\alpha_2=10$ ,  $\alpha_3=10$ ,  $\alpha_5=10$   
Διάρκεια περιόδου σταθερή





Διάγραμμα 4.28: Διάρκεια του πράσινου για τους τρεις σηματοδότες  
Ροή εισόδου με μέση τιμή για τον κάθε δρόμο  $\alpha_1=1$ ,  $\alpha_2=10$ ,  $\alpha_3=10$ ,  $\alpha_4=10$   
Διάρκεια περιόδου σταθερή

### 6 Συμπεράσματα

#### 6.1 Σύνοψη

Τα συστήματα ελέγχου αστικής κυκλοφορίας είναι μια περιοχή έρευνας με μακρόχρονη και πλούσια δραστηριότητα. Πολλές προσεγγίσεις έχουν προταθεί, αλλά μέχρι σήμερα δεν έχει βρεθεί μια στρατηγική που να ικανοποιεί όλες τις ανάγκες που κατά καιρούς έχουν εκφραστεί σχετικά με το συντονισμένο έλεγχο μεγάλων αστικών δικτύων σε πραγματικό χρόνο.

Οι σύγχρονες στρατηγικές ελέγχου αστικής κυκλοφορίας, για να εφαρμοστούν σε κάποιο οδικό δίκτυο με επιτυχία, πρέπει να ρυθμίσουν κατάλληλα τις τιμές των παραμέτρων τους. Στις περισσότερες των περιπτώσεων, η διαδικασία βελτιστοποίησης των παραμέτρων αυτών διαρκεί ακόμα και χρόνια και πραγματοποιείται από εξειδικευμένο προσωπικό. Μέχρι σήμερα, δεν έχει αναπτυχθεί κάποια συστηματική προσέγγιση για την αυτόματη βελτιστοποίηση των παραμέτρων ελέγχου των συστημάτων ελέγχου φωτεινής σηματοδότησης.

Στην παρούσα μελέτη παρουσιάστηκε και αναλύθηκε μία τέτοια συστηματική προσέγγιση η οποία μπορεί να εφαρμοστεί σε οποιαδήποτε στρατηγική ελέγχου φωτεινής σηματοδότησης. Η αποδοτικότητα του αλγορίθμου είναι εμφανής, αν και σε ορισμένες περιπτώσεις δεν απέφερε σημαντικές βελτιώσεις στο μοντέλο που προσομοιώσαμε. Παρουσιάστηκαν δύο διαφορετικά σενάρια σε πραγματικό χρόνο. Όπως προέκυψε από τις προσομοιώσεις του συστήματός μας, ο προσαρμοζόμενος χρόνος της διάρκειας της περιόδου στα νέα δεδομένα κάθε φορά αποφέρει καλύτερα αποτελέσματα στη συμπεριφορά των οχημάτων. Με το μικρό

κύκλο της περιόδου, όπως προκύπτει, δεν παρουσιάζεται το φαινόμενο της κυκλοφοριακής συμφόρηση καθώς τα οχήματα δεν παραμένουν εντός του συστήματος για μεγάλο διάστημα.

Τα αποτελέσματα της παρούσης μελέτης είναι ενθαρρυντικά για την επίλυση του προβλήματος της κυκλοφοριακής συμφόρησης που συνεχώς εντείνεται. Όπως παρατηρήθηκε η μεταβαλλόμενη διάρκεια του κύκλου της περιόδου αποφέρει καλύτερα αποτελέσματα από τον σταθερό κύκλο της περιόδου. Αυτό το σενάριο όμως δεν είναι εύκολο να εφαρμοστεί σε πραγματικά προβλήματα καθώς η εύρεση του βέλτιστου χρόνου πράσινου για τον κάθε σηματοδότη σε μία ανάλογη διασταύρωση είναι χρονοβόρα. Ο παρών αλγόριθμος θα μπορούσε να εφαρμοστεί με μεγάλη επιτυχία ύστερα από μελέτη της ροής εισόδου σε ένα ανάλογο σύστημα, για διαφορετικές χρονικές στιγμές. Έτσι, γνωρίζοντας την είσοδο των οχημάτων, μπορούμε να εφαρμόσουμε το συγκεκριμένο μοντέλο σε πραγματικές καταστάσεις, προσαρμόζοντάς τον στις διαφορετικές τιμές εισόδου που έχουμε κάθε φορά.

## **Βιβλιογραφία**

- [1] Belegundu, A. D, and T. R. Chandrupatla, Optimization Concepts and Applications in Engineering, Prentice-Hall Inc., 1999.
- [2] Beven, K. J., and A. M. Binley, The future of distributed models: model calibration and uncertainty prediction, Hydrological Processes, 6, 279-298, 1992.
- [3] Boyle, D. P., Gupta, H. V., and S. Sorooshian, Toward improved calibration of hydrologic models: Combining the strengths of manual and automatic methods, Water Resources Research, 36(12), 3663-3674, 2000.
- [4] Duan, Q., S. Sorooshian, and V. K. Gupta, Effective and efficient global optimization for conceptual rainfallrunoff models, Water Resources Research, 28(4), 1015-1031, 1992.
- [5] Franchini, M., G. Galeati, and S. Berra, Global optimization techniques for the calibration of conceptual rainfall–runoff models, Hydrological Sciences Journal, 43(3), 443–458, 1998.
- [6] Freer, J., K. J. Beven, and B. Ambroise, Bayesian estimation of uncertainty in runoff prediction and the value of data: An application of the GLUE approach, Water Resources Research, 32(7), 2161-2173, 1996.

- [7] Gan, T. Y., E. M. Dlamini, and G. F. Biftu, Effects of model complexity and structure, data quality, and objective functions on hydrologic modelling, *Journal of Hydrology*, 192, 81-103, 1997.
- [8] Goldberg, D. E., *Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning*, Addison-Wesley Publishing Company, 1989.
- [9] Gupta, H. V., S. Sorooshian, and P. O. Yapo, Toward improved calibration of hydrologic models: Multiple and non-commensurable measures of information, *Water Resources Research*, 34(4), 751-763, 1998.
- [10] Kirkpatrick, S., C. D. Gelatti, and M. P. Vecchi, Optimization by simulated annealing, *Science*, 220, 671-680, 1983.
- [11] Madsen, H., Automatic calibration of a conceptual rainfall-runoff model using multiple objectives, *Journal of Hydrology*, 235(4), 276-288, 2000.
- [12] Marlow, W. H., *Mathematics for Operations Research*, Dover Publications, New York, 1993.
- [13] Michalewicz, Z., *Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Programs*, Springer-Verlag, New York, 1996.
- [14] Nelder, J. A., and R. Mead, A simplex method for function minimization, *Computer Journal*, 7(4), 308-313, 1965.
- [15] Pierre, D. A., *Optimization Theory with Applications*, Dover Publications, New York, 1986.
- [16] Press, W. H., S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, and B. P. Flannery, *Numerical Recipes in C*, 2nd edition, Cambridge University Press, Cambridge, U.K., 1992.

- [17] Refsgaard, J. C.: Parameterisation, calibration and validation of distributed hydrological models, *Journal of Hydrology*, 198, 69-97, 1997.
- [18] Rozos, E., A. Efstratiadis, I. Nalbantis, and D. Koutsoyiannis, Calibration of a semi-distributed model for conjunctive simulation of surface and groundwater flows, *Hydrological Sciences Journal*, 49(5), 819-842, 2004.
- [19] Rubinstein, R. Y., Monte Carlo Optimization, Simulation and Sensitivity of Queuing Networks, John Willey, 1986.
- [20] Schwefel, H.-P., Evolution and Optimum Seeking, John Willey, 1994.
- [21] Van Laarhoven, P. J. M., and E. H. L. Aarts, Simulated Annealing: Theory and Applications, D. Reidel Publishing Company, Dordrecht, Holland, 1987.
- [22] Wagener, T., D. P. Boyle, M. Lees, H. S. Wheater, H. V. Gupta, and S. Sorooshian, A framework for development and application of hydrological models, *Hydrology and Earth System Sciences*, 5(1), 13-26, 200

```

function tot_delay=total_delay(X);
global delay x xB xC xD iteration TOT XX alpha alphaB alphaC alphaD

alpha=1;
alphaB=10;
alphaC=10;
alphaD=10;

X1=X(1,1);
X2=X(2,1);
X3=X(3,1);
X4=X(4,1);

N=2000;
Tsim=0.25;
i=0;
g=2;
a_max=1.5;
a_min=-6;
L=0.7;
D=1;
length_vehicle=5;

x=zeros(1000,N);
v=5*rand(1000,N);
a=zeros(1000,N);
delta_min=zeros(1000,N);
ydi=16.5*ones(1000,N);
t_last_entrance=0;
t_entrance=2;
i=0;

```





```

xB=zeros(1000,N);
yB=5*rand(1000,N);
aB=zeros(1000,N);
delta_minB=zeros(1000,N);
ydiB=16.5*ones(1000,N);
t_last_entranceB=0;
t_entranceB=2;
iB=0;

```

```

xC=zeros(1000,N);
yC=5*rand(1000,N);
aC=zeros(1000,N);
delta_minC=zeros(1000,N);
ydiC=16.5*ones(1000,N);
t_last_entranceC=0;
t_entranceC=2;
iC=0;

```

```

xD=zeros(1000,N);
yD=5*rand(1000,N);
aD=zeros(1000,N);
delta_minD=zeros(1000,N);
ydiD=16.5*ones(1000,N);
t_last_entranceD=0;
t_entranceD=2;
iD=0;
X_tf_1=600;
g1=60*4;
r1=30*4;
det_loc(1,1)=X_tf_1-300;
X_tf_2=800;
det_loc(2,1)=X_tf_2-100;

```

```

X_tf_3=900;
g3=60*4;
r3=30*4;
det_loc(3,1)=X_tf_3-50;
X_tf_1B=600;
g1B=60*4;
r1B=30*4;
X_tf_2B=800;
det_locB(2,1)=X_tf_2B-100;
det_loc_gapB=X_tf_2B-20;
X_tf_3B=900;
g3B=60*4;
r3B=30*4;
det_locB(3,1)=X_tf_3B-50;

X_tf_1C=600;
g1C=60*4;
r1C=30*4;
det_locC(1,1)=X_tf_1C-300;
X_tf_2C=800;
det_locC(2,1)=X_tf_2C-100;
X_tf_3C=900;
g3C=60*4;
r3C=30*4;
det_locC(3,1)=X_tf_3C-50;

X_tf_1D=600;
g1D=60*4;
r1D=30*4;
det_locD(1,1)=X_tf_1D-300;
X_tf_2D=800;
det_locD(2,1)=X_tf_2D-100;

```

```

X_tf_3D=900;
g3D=60*4;
r3D=30*4;
det_locD(3,1)=X_tf_3D-50;
for t=2:1:N
if mod(t,500)==0
    t;
end
if t>0.8*N
    alpha=1000;
    alphaB=1000;
    alphaC=1000;
    alphaD=1000;
end

start_green2=1;
end_green2=start_green2+X1;
start_green2B=end_green2+1;
end_green2B=start_green2B+X2;
start_green2C=end_green2B+1;
end_green2C=start_green2C+X3;
start_green2D=end_green2C+1;
end_green2D=start_green2D+X4;

start_green2=4*start_green2;
end_green2=4*end_green2;
start_green2B=4*start_green2B;
end_green2B=4*end_green2B;
start_green2C=4*start_green2C;
end_green2C=4*end_green2C;
start_green2D=4*start_green2D;
end_green2D=4*end_green2D;

```



```

end_gr(1,1)=end_green2;
end_gr(1,2)=end_green2B;
end_gr(1,3)=end_green2C;
end_gr(1,4)=end_green2D;
CYCLE_TIME=max(end_gr);
    if rem(t,g1+r1)<=g1
        status1(t)=1;
    else
        status1(t)=0;
    end
    if rem(t,CYCLE_TIME)>=start_green2&rem(t,CYCLE_TIME)<=end_green2
        status2(t)=1;
    else
        status2(t)=0;
    end
    if rem(t,g3+r3)<=g3
        status3(t)=1;
    else
        status3(t)=0;
    end
    if i==0
        t_last_entrance=t;
        t_entrance=alpha*(round(5*rand(1,1))+1);
        i=i+1;
    end
    if (i>0) & ((t_last_entrance+t_entrance<=t)& (x(i,t-1)>length_vehicle+2*D))
        t_last_entrance=t;
        t_entrance=alpha*(round(5*rand(1,1))+1);
        i=i+1;
    end
    for k=1:i

```

```

if (x(k,t-1) >X_tf_1-50 ) & (x(k,t-1) <X_tf_1) & (status1(t-1)==0)
delta(k,t)=min(X_tf_1-x(k,t-1)-D,5);
    elseif (x(k,t-1) >X_tf_2-50 ) & (x(k,t-1) <X_tf_2) & (status2(t-1)==0)
delta(k,t)=min(X_tf_2-x(k,t-1)-D,5);
    elseif (x(k,t-1) >X_tf_3-50 ) & (x(k,t-1) <X_tf_3) & (status3(t-1)==0)
delta(k,t)=min(X_tf_3-x(k,t-1)-D,5);
    else
        if (k==1)
            delta(k,t)=10;
        else
            delta(k,t)=x(k-1,t-1)-x(k,t-1)-length_vehicle;
    end
end
    if ((x(k,t-1) >X_tf_1-5 ) & (x(k,t-1) <X_tf_1) & (status1(t-1)==0))
delta(k,t)=1010101;
    end
    if ((x(k,t-1) >X_tf_2-5 ) & (x(k,t-1) <X_tf_2) & (status2(t-1)==0))
delta(k,t)=1010101;
    end
    if ((x(k,t-1) >X_tf_3-5 ) & (x(k,t-1) <X_tf_3) & (status3(t-1)==0))
delta(k,t)=1010101;
    end
    if k>1 & ( y(k-1,t)<0.1 & x(k-1,t-1)-x(k,t-1)-length_vehicle<1
delta(k,t)=1010101;
    end
    if delta(k,t)<length_vehicle-D ...
        delta(k,t)=length_vehicle-D;
    end
    ydi(k,t-1)=L*(delta(k,t)-D);
    if ydi(k,t-1)>16.5
        ydi(k,t-1)=16.5;
    end
end

```

```

        yd=ydi(k,t-1);
        a(k,t-1)=g*(ydi(k,t-1)-y(k,t-1));
        if a(k,t-1)>=a_max
            a(k,t-1)=a_max;
        elseif a(k,t-1)<=a_min
            a(k,t-1)=a_min;
        end
        yy=y(k,t-1)+a(k,t-1)*Tsim;
        xx=x(k,t-1)+Tsim*y(k,t-1)+0.5*Tsim^2*a(k,t-1);
        if delta(k,t)==1010101;
            yy=0;
            xx=x(k,t-1);
        end
        y(k,t)=yy; %vale ta yy ston pinaka ton y
        x(k,t)=xx;
        if x(k,t)>1000
            x(k,t)=1500;
            y(k,t)=30;
            a(k,t)=3;
        end
    end
end
if rem(t,g1B+r1B)<=g1B
    status1B(t)=1; %prasino
else
    status1B(t)=0; %kokkino
end
if
    rem(t,CYCLE_TIME)>=start_green2B&rem(t,CYCLE_TIME)<=end_green
    2B
        status2B(t)=1;
    else
        status2B(t)=0;
    end
end

```

```

    if rem(t,g3B+r3B)<=g3B
        status3B(t)=1;
    else
status3B(t)=0;
        end
        if iB==0
            t_last_entranceB=t;
            t_entranceB=alphaB*(round(5*rand(1,1))+1);
            iB=iB+1;
        end
        if (iB>0)&((t_last_entranceB+t_entranceB<=t)&(xB(iB,t-)>length_vehicle+2*D))
            t_last_entranceB=t;
            t_entranceB=alphaB*(round(5*rand(1,1))+1);
            iB=iB+1;
        end
        for k=1:iB
            if (xB(k,t-1) >X_tf_1B-50 ) & (xB(k,t-1) <X_tf_1B) & (status1B(t-1)==0)
deltaB(k,t)=min(X_tf_1B-xB(k,t-1)-D,5);
            elseif (xB(k,t-1) >X_tf_2B-50 ) & (xB(k,t-1) <X_tf_2B) & (status2B(t-1)==0)
                deltaB(k,t)=min(X_tf_2B-xB(k,t-1)-D,5);
            elseif (xB(k,t-1) >X_tf_3B-50 ) & (xB(k,t-1) <X_tf_3B) & (status3B(t-1)==0)
                deltaB(k,t)=min(X_tf_3B-xB(k,t-1)-D,5);    else
                if (k==1)
                    deltaB(k,t)=10;
                else
                    deltaB(k,t)=xB(k-1,t-1)-xB(k,t-1)-length_vehicle;
                end
            end
        end

        if ((xB(k,t-1) >X_tf_1B-5 ) & (xB(k,t-1) <X_tf_1B) & (status1B(t-1)==0))
deltaB(k,t)=1010101;
        end

```



```

if ((xB(k,t-1) >X_tf_2B-5 ) & (xB(k,t-1) <X_tf_2B) & (status2B(t-1)==0))
deltaB(k,t)=1010101;
    end
if ((xB(k,t-1) >X_tf_3B-5 ) & (xB(k,t-1) <X_tf_3B) & (status3B(t-1)==0))
deltaB(k,t)=1010101;
    end
if k>1 & ( yB(k-1,t)<0.1 & xB(k-1,t-1)-xB(k,t-1)-length_vehicle<1)
    deltaB(k,t)=1010101;
    end
    if deltaB(k,t)<length_vehicle-D
        deltaB(k,t)=length_vehicle-D;
    end
    ydiB(k,t-1)=L*(deltaB(k,t)-D);
    if ydiB(k,t-1)>16.5
        ydiB(k,t-1)=16.5;
    end
    ydB=ydiB(k,t-1);
    aB(k,t-1)=g*(ydiB(k,t-1)-yB(k,t-1));
    if aB(k,t-1)>=a_max
        aB(k,t-1)=a_max;
    elseif aB(k,t-1)<=a_min
        aB(k,t-1)=a_min;
    end
    yyB=yB(k,t-1)+aB(k,t-1)*Tsim;
    xxB=xB(k,t-1)+Tsim*yB(k,t-1)+0.5*Tsim^2*aB(k,t-1);
    if deltaB(k,t)==1010101
        yyB=0;
        xxB=xB(k,t-1);
    end
    yB(k,t)=yyB;
    xB(k,t)=xxB;
    if xB(k,t)>1000
        B(k,t)=1500;
    end
end

```

```

        yB(k,t)=30;
        aB(k,t)=3;
    end
end

if rem(t,g1C+r1C)<=g1C
    status1C(t)=1; %prasino
else
    status1C(t)=0; %kokkino
end
if
    rem(t,CYCLE_TIME)>=start_green2C
&rem(t,CYCLE_TIME)<=end_green2C
    status2C(t)=1; %prasino
else
    status2C(t)=0; %kokkino
end
if rem(t,g3C+r3C)<=g3C
    status3C(t)=1; %prasino
else
    status3C(t)=0; %kokkino
end
if iC==0
    t_last_entranceC=t;
    t_entranceC=alphaC*(round(5*rand(1,1))+1);
    iC=iC+1;
end
if (iC>0)& ((t_last_entranceC+t_entranceC<=t)&(xC(iC,t-
1)>length_vehicle+2*D))
    t_last_entranceC=t;
    t_entranceC=alphaC*(round(5*rand(1,1))+1);
    iC=iC+1;
end

```

```

for k=1:iC
    if (xC(k,t-1) > X_tf_1C-50 ) & (xC(k,t-1) < X_tf_1C) & (status1C(t-1)==0)
        deltaC(k,t)=μiv(X_τφ_1Ψ-χΨ(κ,τ-1)-Δ,5);
    elseif (xC(k,t-1) |X_tf_2C-50 ) & (xC(k,t-1) \X_tf_2C) & (status2C(t-1)==0)
        deltaC(k,t)=min(X_tf_2C-xC(k,t-1)-D,5);
    elseif (xC(k,t-1) > X_tf_3C-50 ) & (xC(k,t-1) < X_tf_3C) & (status3C(t-1)==0)
        deltaC(k,t)=min(X_tf_3C-xC(k,t-1)-D,5);
    else
        if (k==1)
            deltaC(k,t)=10;
        else
            deltaC(k,t)=xC(k-1,t-1)-xC(k,t-1)-length_vehicle;
        end
    end
    if ((xC(k,t-1) > X_tf_1C-5 ) & (xC(k,t-1) < X_tf_1C) & (status1C(t-1)==0))
        deltaC(k,t)=1010101;
    end
    if ((xC(k,t-1) > X_tf_2C-5 ) & (xC(k,t-1) < X_tf_2C) & (status2C(t-1)==0))
        deltaC(k,t)=1010101;
    end
    if ((xC(k,t-1) > X_tf_3C-5 ) & (xC(k,t-1) < X_tf_3C) & (status3C(t-1)==0))
        deltaC(k,t)=1010101;
    end
    if k>1 & ( yC(k-1,t)<0.1 & xC(k-1,t-1)-xC(k,t-1)-length_vehicle<1)
        deltaC(k,t)=1010101;
    end

    if deltaC(k,t)<length_vehicle-D
        deltaC(k,t)=length_vehicle-D;
    end
    ydiC(k,t-1)=L*(deltaC(k,t)-D);

```

```

if ydiC(k,t-1)>16.5
    ydiC(k,t-1)=16.5;
end
ydC=ydiC(k,t-1);
aC(k,t-1)=g*(ydiC(k,t-1)-yC(k,t-1));
if aC(k,t-1)>=a_max
    aC(k,t-1)=a_max;
elseif aC(k,t-1)<=a_min
    aC(k,t-1)=a_min;
end
yyC=yC(k,t-1)+aC(k,t-1)*Tsim;
xxC=xC(k,t-1)+Tsim*yC(k,t-1)+0.5*Tsim^2*aC(k,t-1);
if deltaC(k,t)==1010101
    yyC=0;
    xxC=xC(k,t-1);
end
yC(k,t)=yyC;
xC(k,t)=xxC;
if xC(k,t)>1000
    xC(k,t)=1500;
    %out_of_road(k,:)=k;
    %out_of_road(:,t)=t
    yC(k,t)=30;
    aC(k,t)=3;
end
end

if rem(t,g1D+r1D)<=g1D
    status1D(t)=1; %prasino
else
    status1D(t)=0; %kokkino
end
end

```

```

if rem(t,CYCLE_TIME)>=start_green2D&rem(t,CYCLE_TIME)
<=end_green2D
    status2D(t)=1; %prasino
else
    status2D(t)=0; %kokkino
end
if rem(t,g3D+r3D)<=g3D
    status3D(t)=1; %prasino
else
    status3D(t)=0; %kokkino
end
if iD==0
    t_last_entranceD=t;
    t_entranceD=alphaD*(round(5*rand(1,1))+1);
    iD=iD+1;
end
if (iD>0)&((t_last_entranceD+t_entranceD<=t)&(xD(iD,t-
1)>length_vehicle+2*D))
    t_last_entranceD=t;
    t_entranceD=alphaD*(round(5*rand(1,1))+1);
    iD=iD+1;
end
for k=1:iD
    if (xD(k,t-1) >X_tf_1D-50 ) & (xD(k,t-1) <X_tf_1D) & (status1D(t-1)==0)
        deltaD(k,t)=min(X_tf_1D-xD(k,t-1)-D,5);
    elseif (xD(k,t-1) >X_tf_2D-50 ) & (xD(k,t-1) <X_tf_2D) & (status2D(t-
1)==0)
        deltaD(k,t)=min(X_tf_2D-xD(k,t-1)-D,5);
    elseif (xD(k,t-1) >X_tf_3D-50 ) & (xD(k,t-1) <X_tf_3D) & (status3D(t-
1)==0)
        deltaD(k,t)=min(X_tf_3D-xD(k,t-1)-D,5);
    else

```

```

        if (k==1)
            deltaD(k,t)=10;
        else
            deltaD(k,t)=xD(k-1,t-1)-xD(k,t-1)-length_vehicle;
        end
    end
    if ((xD(k,t-1) > X_tf_1D-5 ) & (xD(k,t-1) < X_tf_1D) & (status1D(t-1)==0))
        deltaD(k,t)=1010101;
    end
    if ((xD(k,t-1) > X_tf_2D-5 ) & (xD(k,t-1) < X_tf_2D) & (status2D(t-1)==0))
        deltaD(k,t)=1010101;
    end
    if ((xD(k,t-1) > X_tf_3D-5 ) & (xD(k,t-1) < X_tf_3D) & (status3D(t-1)==0))
        deltaD(k,t)=1010101;
    end
    if k>1 & ( yD(k-1,t)<0.1 & xD(k-1,t-1)-xD(k,t-1)-length_vehicle<1)
        deltaD(k,t)=1010101;
    end
    if deltaD(k,t)<length_vehicle-D
        deltaD(k,t)=length_vehicle-D;
    end
    ydiD(k,t-1)=L*(deltaD(k,t)-D);
    if ydiD(k,t-1)>16.5
        ydiD(k,t-1)=16.5;
    end
    ydD=ydiD(k,t-1);
    aD(k,t-1)=g*(ydiD(k,t-1)-ydD(k,t-1));
    if aD(k,t-1)>=a_max
        aD(k,t-1)=a_max;
    elseif aD(k,t-1)<=a_min
        aD(k,t-1)=a_min;
    end
end

```

```

        yyD=yD(k,t-1)+aD(k,t-1)*Tsim;
        xxD=xD(k,t-1)+Tsim*yD(k,t-1)+0.5*Tsim^2*aD(k,t-1);
        if deltaD(k,t)==1010101
            yyD=0;
            xxD=xD(k,t-1);
        end
        yD(k,t)=yyD;
        xD(k,t)=xxD;
        if xD(k,t)>1000
            xD(k,t)=1500;
            yD(k,t)=30;
            aD(k,t)=3;
        end
    end
end
Time(t,1)=Tsim*t;
end
for jj=1:i
    if max(x(jj,:))>1499
        delay(jj,1)=min(find(x(jj,:)>1499))
    else
        delay(jj,1)=0;
    end
end
for jj=1:iB
    if max(xB(jj,:))>1499
        delay(jj,2)=min(find(xB(jj,:)>1499));
    else
        delay(jj,2)=0;
    end
end
for jj=1:iC
    if max(xC(jj,:))>1499

```

```

delay(jj,3)=min(find(xC(jj,:)>1499));
    else
        delay(jj,3)=0;
    end
end

for jj=1:iD
    if max(xD(jj,:))>1499
        delay(jj,4)=min(find(xD(jj,:)>1499));
    else
        delay(jj,4)=0;
    end
end

tot_delay=sum(sum(delay))/(i+iB+iC+iD)
TOT(iteration,1)=tot_delay
iteration=iteration+1
XX(iteration,:)=X'
X'

```



## ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β

```
global delay x xB xC xD iteration TOT XX alpha alphaB alphaC alphaD

iteration=1;
X=[30 30 30 30]';

param0=[30 30 30 30]';

AA=zeros(length(param0), length(param0) );
AB=zeros(length(param0),1);
Aeq=AA;
Beq=AB;
LB=[10 10 10 10 ];
UB=[70 70 70 70 ]';
params=fmincon('total_delay', param0, AA, AB, Aeq, Beq, LB, UB);

figure
plot(TOT)
figure
plot(XX)
```