



ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ

ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ & ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ

**ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΥ ΚΑΙ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ
ΥΠΟΣΤΗΡΙΞΗΣ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ – ΕΡΓΑ.Σ.Υ.Α.**

**Ανάπτυξη της βάσης γνώσης ενός έμπειρου συστήματος
για την επιλογή μεθόδων πολυκριτήριας ανάλυσης**

ΒΛΑΧΟΣ Ν. ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ

Επιβλέπων καθηγητής: Νικόλαος Φ. Ματσατσίνης

ΧΑΝΙΑ 2007

*Στους γονείς μου Νικόλαο και Αναστασία
και στον αδερφό μου Δημήτρη*

Πριν προχωρήσω στην παρουσίαση της διπλωματικής μου εργασίας, θα ήθελα να πω λίγα λόγια για όλους όσους με βοήθησαν στο να εκπληρώσω με επιτυχία τις σπουδές μου αλλά και έμειναν δίπλα μου όλο αυτό το χρονικό διάστημα.

Πρώτα απ' όλα θα ήθελα να εκφράσω την εκτίμηση μου και τις θερμότερες ευχαριστίες μου προς τον επιβλέποντα καθηγητή κ. Ματσατσίνη Φ. Νικόλαο, για την στήριξη και την πολύτιμη καθοδήγηση του, ο οποίος με βοήθησε στο να εκπληρώσω με τον καλύτερο δυνατό τρόπο αυτή την εργασία.

Θα ήθελα επίσης να ευχαριστήσω ιδιαίτερα, για την σπουδαία συμβουλή του τον επίκουρο καθηγητή κ. Γρηγορούδη Ευάγγελο, ο οποίος με τις πολύτιμες συμβουλές και παρατηρήσεις του, βοήθησε στην άρτια ολοκλήρωση αυτής της εργασίας.

Ευχαριστώ επίσης όλους τους φίλους μου, που μου στάθηκαν καθ' όλη την διάρκεια της φοιτητικής μου πορείας και μου συμπαραστέκονται έως και σήμερα.

Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά όλα τα μέλη της οικογένειας μου για την πολύτιμη βοήθεια τους , ηθική και υλική, που μου προσέφεραν καθ' όλη την διάρκεια των σπουδών μου.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΠΕΡΙΛΗΨΗ.....	1
ΠΡΟΛΟΓΟΣ.....	3
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1: ΠΟΛΥΚΡΙΤΗΡΙΑ ΑΝΑΛΥΣΗ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ	7
1. Η ΕΝΝΟΙΑ ΤΗΣ ΑΠΟΦΑΣΗΣ.....	7
2. ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ ΛΗΨΗΣ ΤΗΣ ΑΠΟΦΑΣΗΣ.....	8
3. ΠΟΛΥΚΡΙΤΗΡΙΑ ΑΝΑΛΥΣΗ	9
3.1. Μεθοδολογία μοντελοποίησης.....	13
3.2. Τύποι Κριτηρίων.....	18
3.3. Κυρίαρχα θεωρητικά ρεύματα στην πολυκριτήρια ανάλυση αποφάσεων	19
3.3.1. Ο πολυκριτήριος ή πολυστοχικός μαθηματικός προγραμματισμός (Multiobjective mathematical programming).....	19
3.3.2. Θεωρία πολυκριτήριας χρησιμότητας (Multiattribute Utility Theory, MAUT)	20
3.3.3. Θεωρία σχέσεων υπεροχής (outranking relations)	21
3.3.4. Αναλυτική – συνθετική προσέγγιση (Ordinal Regression).....	23
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2: ΠΟΛΥΚΡΙΤΗΡΙΕΣ ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΕΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ	27
1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....	27
2. ΜΕΘΟΔΟΙ ΠΟΥ ΒΑΣΙΖΟΝΤΑΙ ΣΤΗΝ ΘΕΩΡΙΑ ΤΩΝ ΣΧΕΣΕΩΝ ΥΠΕΡΟΧΗΣ	28
2.1. Οικογένεια των μεθόδων ELECTRE.....	28
2.1.1. ELECTRE – I.....	29
2.1.2. ELECTRE IS.....	31
2.1.3. ELECTRE II.....	33
2.1.4. ELECTRE III.....	35
2.1.5. ELECTRE IV.....	38
2.1.6. ELECTRE Tri.....	38
2.2. Η οικογένεια των μεθόδων PROMETHEE	41
2.2.1. PROMETHEE I.....	42
2.2.2. PROMETHEE II.....	51
2.2.3. PROMETHEE V: MCDA υπό περιορισμούς.....	53
2.2.4. PROMETHEE VI, το εργαλείο ευαισθησίας (ο ανθρώπινος νους).....	54
2.3. Άλλες μέθοδοι υπεροχής.....	56
2.3.1. Η μέθοδος QUALIFLEX	57
2.3.2. Η μέθοδος REGIME.....	58
2.3.3. Η μέθοδος ORESTE.....	59
2.3.4. Η μέθοδος ARGUS	60
2.3.5. Η μέθοδος EVAMIX.....	62
2.3.6. Η μέθοδος TACTIC	66
2.3.7. Η μέθοδος MELCHIOR.....	67
2.3.8. Η μέθοδος MAPPAC	69
2.3.9. Η μέθοδος PRAGMA.....	71
2.3.10. Η μέθοδος IDRA.....	72
2.3.11. Η μέθοδος PACMAN.....	73
2.3.12. Martel and Zara's Method.....	74
2.3.13. Μέθοδος N-TOMIC	79
2.3.14. Η μέθοδος PROAFTN και η διαδικασία του Perny	81
2.3.15. NDS Computation.....	82
2.3.16. Η μέθοδος TOMASO.....	84
2.3.17. TOPSIS	88
2.4. Verbal Decision Analysis.....	90
2.4.1. Οι βασικές αρχές της VDA.....	90
2.4.2. Η μέθοδος ZAPROS.....	92
2.4.3. ZAPROS III	95
2.4.4. STEP-ZAPROS.....	96
2.4.5. ORCLASS.....	97
3. ΜΕΘΟΔΟΙ ΠΟΥ ΒΑΣΙΖΟΝΤΑΙ ΣΤΟ ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΡΕΥΜΑ ΤΗΣ ΑΝΑΛΥΤΙΚΗΣ ΣΥΝΘΕΤΙΚΗΣ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗΣ.....	101

3.1.	<i>Η οικογένεια των μεθόδων UTA.</i>	101
3.1.1.	Η μέθοδος UTA	102
3.1.2.	Η μέθοδος UTASTAR.	108
3.1.3.	UTA II	110
3.1.4.	UTAMKEN	110
3.1.5.	Η μέθοδος UTADIS	112
3.1.6.	Stochastic UTA	114
3.1.7.	Quasi UTA	117
3.2.	<i>Άλλες μέθοδοι που στηρίζονται στην θεωρία της Αναλυτικής Συνθετικής Προσέγγισης.</i>	120
3.2.1.	MACBETH	120
3.2.2.	Η μέθοδος MUSA	126
3.2.3.	Η μέθοδος M.H.DIS (Multi-Group Hierarchical Discrimination)	131
4.	ΜΕΘΟΔΟΙ ΠΟΥ ΑΝΗΚΟΥΝ ΣΤΟ ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΡΕΥΜΑ ΤΗΣ ΠΟΛΥΚΡΙΤΗΡΙΑΣ ΧΡΗΣΙΜΟΤΗΤΑΣ	135
4.1.	<i>Οι μέθοδοι SMART και SMARTS</i>	135
4.2.	<i>Η μέθοδος SMARTER</i>	136
4.3.	<i>Η μέθοδος AHP</i>	137
4.4.	<i>Modified AHP</i>	142
4.5.	<i>Multiattribute Value Theory (MAVT)</i>	143
	ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: ΕΜΠΕΙΡΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ	147
1.	ΕΙΣΑΓΩΓΗ – ΟΡΙΣΜΟΣ	147
2.	ΒΑΣΙΚΑ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΕΜΠΕΙΡΩΝ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ	150
3.	ΔΙΑΦΟΡΑ ΕΜΠΕΙΡΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΚΑΙ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΥΠΟΣΤΗΡΙΞΗΣ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ	151
4.	ΔΟΜΗ ΤΩΝ ΕΜΠΕΙΡΩΝ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ	153
4.1.	<i>Η βάση γνώσης</i>	154
4.2.	<i>Μέσα Γνώσης και ο Μηχανικός Γνώσης</i>	157
4.3.	<i>Ο μηχανισμός εξαγωγής συμπερασμάτων</i>	159
4.4.	<i>Το υποσύστημα επικοινωνίας</i>	161
	ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4: ΒΑΣΗ ΓΝΩΣΗΣ	165
1.	ΕΙΣΑΓΩΓΗ	165
2.	ΚΡΙΤΗΡΙΑ ΑΠΟΦΑΣΗΣ	166
2.1.	<i>Γενικά κριτήρια ταυτοποίησης της μεθόδου</i>	167
2.2.	<i>Κριτήρια εισόδου – «Input»</i>	168
2.3.	<i>Κριτήρια εξόδου – «Output»</i>	171
2.4.	<i>Ειδικά χαρακτηριστικά μεθόδων</i>	175
2.5.	<i>Κριτήρια χαρακτηριστικών βελτίωσης</i>	177
3.	ΚΩΔΙΚΟΠΟΙΗΣΗ ΤΩΝ ΚΡΙΤΗΡΙΩΝ	184
4.	ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΤΗΣ ΒΑΣΗΣ ΓΝΩΣΗΣ	186
	ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5: ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ – ΠΡΟΟΠΤΙΚΕΣ	191
	ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ	199
	ΔΙΕΘΝΗΣ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ	200
	ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΗ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ	211
	ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Ι	I
	ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΙΙ	VII
	ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΙΙΙ	XVII

ΕΥΡΕΤΗΡΙΟ ΠΙΝΑΚΩΝ

Πίνακας 1. Εργασίες μοντελοποίησης	9
Πίνακας 2. Πολυκριτήριος Πίνακας	17
Πίνακας 3. Η κλίμακα προτίμησης της μεθόδου AHP	140
Πίνακας 4. Κωδικοποίηση κριτηρίων	185
Πίνακας 5. Κωδικοποίηση εναλλακτικών επιλογών κριτηρίων	186

Πίνακας 6. Κανόνες παραγωγής έμπειρου συστήματος	188
Πίνακας 7. Κανόνες παραγωγής έμπειρου συστήματος (συνέχεια Πίνακα. 6)	189

ΕΥΡΕΤΗΡΙΟ ΣΧΗΜΑΤΩΝ

Σχήμα 1. Κατηγορίες πολυκριτήριας ανάλυσης	12
Σχήμα 2. Διαδικασία μοντελοποίησης προβλημάτων.....	13
Σχήμα 3. Κατηγορίες προβλημάτων λήψης αποφάσεων.....	15
Σχήμα 4. Διμερείς σχέσεις προτιμήσεων.....	23
Σχήμα 5. Παραδοσιακή και αναλυτική συνθετική προσέγγιση προβλημάτων απόφασης.....	24
Σχήμα 6. Η μορφή της συνάρτησης $H(d)$	44
Σχήμα 7. Το συνήθες κριτήριο.....	44
Σχήμα 8. Το σχεδόν κριτήριο	45
Σχήμα 9. Το κριτήριο της γραμμικής προτίμησης	46
Σχήμα 10. Το κριτήριο επιπέδου	47
Σχήμα 11. Το κριτήριο γραμμικής προτίμησης και περιοχή αδιαφορίας.....	48
Σχήμα 12. Το κριτήριο Gauss	48
Σχήμα 13. Το γράφημα υπεροχής	50
Σχήμα 14. Η υπεροχή της εναλλακτικής α έναντι των υπολοίπων ενεργειών.....	50
Σχήμα 15. Η υπεροχή των υπολοίπων ενεργειών έναντι της εναλλακτικής β	51
Σχήμα 16. Human Brain (HB)	55
Σχήμα 17. Τα δύο είδη προβλημάτων.....	56
Σχήμα 18. Η καμπύλη μονότονης παλινδρόμησης	109
Σχήμα 19. Κατανομή των κλάσεων ανάλογα με την ολική χρησιμότητα.	112
Σχήμα 20. Κατανομή της αποτίμησης και η συνάρτηση οριακών τιμών.	115
Σχήμα 21. Η ιεραρχική διαδικασία ταξινόμησης της μεθόδου M.H.DIS.....	134
Σχήμα 22. Ιεραρχική δόμηση της διαδικασίας λήψης αποφάσεων μέσω της μεθόδου AHP.....	139
Σχήμα 23. Δομή Έμπειρου Συστήματος.....	153
Σχήμα 24. Ιεραρχία πλαισίων για την περιγραφή της έννοιας "Επιχείρηση".....	157
Σχήμα 25. Διάγραμμα κριτηρίων μεθόδων πολυκριτήριας ανάλυσης	183

Περίληψη

Σκοπός αυτής της διπλωματικής εργασίας είναι αρχικά η αναλυτική καταγραφή όλων των πολυκριτήριων μεθοδολογιών που χρησιμοποιούνται στην διαδικασία λήψης αποφάσεων και στην συνέχεια η ανάπτυξη της βάσης γνώσης ενός έμπειρου συστήματος το οποίο, δοθέντος ενός προβλήματος, θα προτείνει την καταλληλότερη, για την επίλυσή του, μέθοδο πολυκριτήριας ανάλυσης.

Κάθε μεθοδολογία χαρακτηρίζεται από ένα πλήθος χαρακτηριστικών, όπως: το είδος των δεδομένων εισόδου/εξόδου, το θεωρητικό ρεύμα στο οποίο ανήκει η μέθοδος, το είδος του προβλήματος που επιλύει (προβληματική), οι μεταβλητές, οι περιορισμοί, η βεβαιότητα, κλπ. Επίσης σημαντικό χαρακτηριστικό είναι και τα εργαλεία που χρησιμοποιούνται για την εξαγωγή των αποτελεσμάτων από κάθε μεθοδολογία, τα εργαλεία αυτά είναι κυρίως προγράμματα λογισμικού και υπολογιστικά μοντέλα.

Σημαντικό κομμάτι αυτής της εργασίας αποτελεί η κατασκευή της βάσης γνώσης ενός έμπειρου συστήματος. Κάνοντας χρήση ειδικών κανόνων και εντολών γίνεται η επιλογή της κατάλληλης μέθοδου πολυκριτήριας ανάλυσης για την επίλυση ενός δεδομένου προβλήματος, ανάλογα βέβαια με τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά του. Από τη μια μεριά έχουμε τις Μεθόδους Πολυκριτήριας Ανάλυσης (MCDA methods) με τα χαρακτηριστικά τους και από την άλλη το πρόβλημα. Στόχος μας είναι να βρούμε ποια μέθοδος ταιριάζει καλύτερα για την επίλυση ενός δεδομένου πολυκριτηρίου προβλήματος.

Πρόλογος

Η κοινωνία μας σήμερα έχει χαρακτηριστεί από πολλούς ερευνητές ως η «κοινωνία της πληροφορίας», ο κάθε άνθρωπος γίνεται καθημερινά αποδέκτης εκατοντάδων πληροφοριών. Μερικές από τις πληροφορίες αυτές ίσως να μας φανούν χρήσιμες για την επιβίωση μας, άλλες πάλι όχι, υπάρχουν ακόμη και κάποιες πληροφορίες οι οποίες μπορούν μας οδηγήσουν στην καταστροφή. Θα πρέπει λοιπόν ο σύγχρονος άνθρωπος όχι μόνο να μπορεί να ξεχωρίσει ποιες είναι οι χρήσιμες για αυτόν πληροφορίες αλλά να μπορεί και να τις χρησιμοποιεί λαμβάνοντας σωστές αποφάσεις.

Η συνειδητή λήψη αποφάσεων αποτελεί μέρος των ανθρώπινων ικανοτήτων από την εποχή που ο άνθρωπος άρχισε να σκέφτεται και να έχει επίγνωση των πράξεων του. Η ανάγκη για επιβίωση οδήγησε τους πρώτους ανθρώπους στην δημιουργία ομάδων και μικρών κοινωνιών, σε κάθε ομάδα υπήρχε ένας αρχηγός ο οποίος λάμβανε όλες τις κρίσιμες αποφάσεις. Στα πρώτα αυτά χρόνια, όπου η ορθολογική σκέψη και η γνώση των φυσικών διεργασιών ήταν ελλιπής η διαδικασία λήψης αποφάσεων στηρίζονταν πάνω στο υπερφυσικό και το θείο. Με το πέρασμα όμως των αιώνων ο άνθρωπος εξελίχθηκε και απέκτησε πλέον όλη την απαραίτητη γνώση ώστε να δομήσει μια λογική διαδικασία λήψης αποφάσεων. Η Αναγέννηση στην Ευρώπη έδωσε το έναυσμα για νέες ανακαλύψεις, οι οποίες αποτέλεσαν τα θεμέλια για την ανάπτυξη της μαθηματικής προσέγγισης στην λήψη των αποφάσεων, της διαχείρισης της αβεβαιότητας και του ρίσκου. Η ανάπτυξη της θεωρίας της χρησιμότητας έχει τις ρίζες της στον 17ο – 18ο αιώνα και ξαναζωντάνεψε με την έκδοση του ιστορικού βιβλίου “Game Theory” των Von Neumann and Morgenstern το 1944. Με το βιβλίο αυτό ανανεώθηκε η θεωρία της χρησιμότητας και έδειξε τον δρόμο για την χρήση επιστημονικών μεθόδων ακόμη και στην περίπτωση ύπαρξης πολλαπλών και πολλές φορές αντικρουόμενων κριτηρίων εκτίμησης, έτσι δόθηκε το πρώτο έναυσμα για την ανάπτυξη της πολυκριτήριας ανάλυσης στην λήψη αποφάσεων.

Η εξέλιξη της τεχνολογίας τα τελευταία χρόνια συνέβαλε στην αύξηση της γνώσης αλλά και του όγκου των πληροφοριών που σχετίζονται με τα σύγχρονα προβλήματα και κατέστησε την διαδικασία λήψης αποφάσεων ένα πολύπλοκο,

δυσεπίλυτο και εξαρτώμενο από πολλές παραμέτρους κρίσιμο πρόβλημα. Πολλές φορές τυγχάνει οι άνθρωποι να λαμβάνουν αποφάσεις χωρίς να έχουν τις απαραίτητες πληροφορίες για το αποτέλεσμα και έτσι οδηγούνται στην αβεβαιότητα.

Τα τελευταία χρόνια οι επιχειρήσεις τόσο σε εθνικό όσο και σε διεθνές επίπεδο έχουν διαφοροποιηθεί σε σχέση με το παρελθόν. Αρωγός σε αυτή την διαφοροποίηση είναι η ίδια η κοινωνία οπού συνεχώς μεταβάλλεται και εξελίσσεται, δημιουργώντας νέες συνθήκες ανταγωνισμού. Η επιχείρηση πλέον πρέπει να κινείται σύμφωνα με τους ρυθμούς της κοινωνίας και να λαμβάνει αποφάσεις με γρήγορο και αποτελεσματικό τρόπο. Έτσι δημιουργήθηκαν τα συστήματα αποφάσεων που στηρίζονται πάνω στις πολυκριτήριες μεθόδους και έγιναν απαραίτητο εργαλείο στα χέρια των επιχειρήσεων αλλά και των μεμονωμένων αποφασίζόντων. Οι επιρροές που δέχθηκαν οι πολυκριτήριες μέθοδοι λήψης αποφάσεων από άλλους επιστημονικούς χώρους βοήθησαν στο να εμπλουτιστούν και να βρουν εφαρμογή σε πολλούς τομείς της καθημερινότητας του ανθρώπου, επιλύοντας άλλες φορές απλά και άλλες φορές πολύ σύνθετα προβλήματα.

Από την γέννηση της πολυκριτηρίας ανάλυσης μέχρι και σήμερα έχουν αναπτυχθεί δεκάδες μέθοδοι οι οποίες χρησιμοποιούνται για την επίλυση πολυκριτηρίων προβλημάτων. Κάθε μέθοδος χαρακτηρίζεται από ένα σύνολο ιδιοτήτων που την καθιστούν ως την ιδανική για την επίλυση ενός προβλήματος. Σκοπός αυτής της διπλωματικής είναι η καταγραφή όλων των απαραίτητων χαρακτηριστικών των πολυκριτηρίων μεθόδων ανάλυσης, έτσι ώστε να δομήσουμε την βάση γνώσης ενός έμπειρου συστήματος, το οποίο θα βοηθήσει τον αποφασίζοντα στην επιλογή της καταλληλότερης μεθόδου για την επίλυση ενός δεδομένου πολυκριτηρίου προβλήματος.

Η εργασία αυτή έχει διαρθρωθεί σε πέντε κεφάλαια και τα οποία έχουν οργανωθεί ως εξής:

- Στο κεφάλαιο 1 πραγματοποιείται μια εισαγωγή στην πολυκριτήρια ανάλυση αποφάσεων. Ορίζεται η έννοια της απόφασης και της πολυκριτηρίας ανάλυσης. Αναλύεται το μεθοδολογικό πλαίσιο μοντελοποίησης των προβλημάτων και γίνεται αναφορά στα βασικά θεωρητικά ρεύματα της πολυκριτηρίας ανάλυσης.

- Στην συνέχεια στο κεφάλαιο 2 παρουσιάζονται όλες οι πολυκριτήριες μέθοδοι που έχουν καταγραφεί από την διαθέσιμη βιβλιογραφία. Γίνεται αναφορά στις διαδικασίες που χρησιμοποιούν οι μέθοδοι για την εξαγωγή αποτελεσμάτων καθώς και στο λογισμικό, εάν υπάρχει, που υποστηρίζει η κάθε μέθοδος.
- Στο Κεφάλαιο 3 γίνεται εισαγωγή στα έμπειρα συστήματα. Θα παρουσιάσουμε αναλυτικά όλα τα βασικά συστατικά ενός έμπειρου συστήματος και θα εξηγήσουμε τον ρόλο που παίζει η βάση γνώσης του έμπειρου συστήματος στην διαδικασία της επιλογής της καταλληλότερης μεθόδου. Επίσης θα προσδιορίσουμε και την σχέση που υπάρχει μεταξύ έμπειρου συστήματος και πολυκριτήριας ανάλυσης αποφάσεων.
- Στο επόμενο κεφάλαιο θα αναπτύξουμε την βάση γνώσης του έμπειρου συστήματος. Με δεδομένα τα χαρακτηριστικά που έχουμε καταγράψει για κάθε πολυκριτήρια μέθοδο θα προσδιορίσουμε τα κριτήρια τα οποία είναι απαραίτητα στην διαδικασία επιλογής μιας μεθόδου, δεδομένου των χαρακτηριστικών του πολυκριτήριου προβλήματος. Στην συνέχεια βάση αυτών των κριτηρίων θα χρησιμοποιήσουμε την τεχνική των κανόνων παραγωγής για να δομήσουμε την βάση γνώσης.
- Τέλος στο Κεφάλαιο 5 παρουσιάζονται τα συμπεράσματα καθώς προτείνονται και ορισμένες μελλοντικές κατευθύνσεις για περεταίρω έρευνα και ανάπτυξη του έμπειρου συστήματος.

Κεφάλαιο 1

Πολυκριτήρια Ανάλυση Αποφάσεων

1. Η έννοια της απόφασης

Η λήψη αποφάσεων είναι αποτέλεσμα σύνθετων διαδικασιών, που έχουν σαν αρχικό στόχο να μελετήσουν και να αναλύσουν διεξοδικά τις επιπτώσεις όλων των εναλλακτικών αποφάσεων. Στην συνέχεια προχωρούν σε μια προσπάθεια σύνθεσης και σύγκλισης των απαιτήσεων όλων των εμπλεκομένων, στην διαδικασία της απόφασης, μερών, ώστε να καταλήξουν στην εύρεση της πλέον κοινά αποδεκτής λύσης.

Σαν απόφαση θεωρούνται όλες εκείνες οι ενέργειες (σκέψεις, κρίσεις, κτλ..) που γίνονται από έναν ή περισσότερους ανθρώπους με στόχο την επιλογή ενός τρόπου δράσης μέσα από ένα σύνολο εναλλακτικών επιλογών δράσης.

Κατά τους Keen and Scott-Morton (1978) και Keen (1980) οι αποφάσεις διακρίνονται σε τρεις κατηγορίες:

- Στις δομημένες αποφάσεις για τις οποίες:
 - Η διαδικασία που ακολουθείτε για την λήψη της απόφασης είναι πάντα η ίδια
 - Το αντικείμενο της απόφασης είναι σαφώς καθορισμένο
 - Τα δεδομένα εισόδου καθώς και τα αποτελέσματα της επεξεργασίας είναι συγκεκριμένα.
- Στις αδόμητες αποφάσεις όπου:
 - Η διαδικασία που ακολουθείτε για την λήψη της απόφασης είναι κάθε φορά διαφορετική.
 - Το αντικείμενο της απόφασης, τα δεδομένα εισόδου και τα αποτελέσματα της επεξεργασίας δεν είναι καθορισμένα.
- Τέλος έχουμε την κατηγορία των ημιδομημένων αποφάσεων, όπου άλλες εργασίες είναι σαφώς καθορισμένες και άλλες ασαφείς.

2. Διαδικασία λήψης της απόφασης

Το κλασικό μοντέλο του Simon (1960) το οποίο αναφέρεται στην διαδικασία λήψης αποφάσεων από έναν αποφασίζοντα, χωρίζει την διαδικασία λήψης μιας απόφασης σε τέσσερις φάσεις, οι οποίες είναι:

- I. **Η νοητική φάση (Intelligent Phase).** Αρχικά αναζητούνται οι καταστάσεις για τις οποίες μπορούν να ληφθούν αποφάσεις. Γίνεται διερεύνηση αν το πρόβλημα είναι μεν πραγματικό και δεν αποτελεί μέρος ενός άλλου ευρύτερου προβλήματος. Στην συνέχεια καθορίζεται ο βαθμός σημαντικότητας του προβλήματος, έτσι ώστε να είναι γνωστή η προτεραιότητα που θέτει ο αποφασίζων για την επίλυση του. Το πρόβλημα ταξινομείται σε μια από τις τρεις κατηγορίες προβλημάτων (δομημένο, αδόμητο, ημιδομημένο) και στην συνέχεια διασπάται σε επιμέρους προβλήματα. Τέλος καταγράφουμε το πρόβλημα.
- II. **Σχεδιασμός (Design).** Κατά την φάση αυτή γίνεται έρευνα, ανάλυση και ανάπτυξη όλων των δυνατών εναλλακτικών τρόπων δράσης. Η φάση αυτή ξενικά με την μελέτη του προβλήματος έτσι ώστε να γίνει κατανοητό από όλους τους εμπλεκόμενους στην διαδικασία λήψης της απόφασης. Στην συνέχεια διερευνώνται όλοι οι πιθανοί τρόποι δράσεις, οι οποίοι εφόσον αναπτυχθούν θα εφαρμοστούν για να βρεθούν οι λύσεις και το κατά πόσο είναι υλοποιήσιμες. Σημαντικό κομμάτι αυτή της φάσης είναι η μοντελοποίηση του προβλήματος. Στον Πίνακα 1 που ακολουθεί φαίνονται οι εργασίες μοντελοποίησης ενός προβλήματος
- III. **Επιλογή (Choice).** Βρισκόμαστε στην φάση της διαδικασίας όπου γίνεται η επιλογή της καταλληλότερης απόφασης μέσα από το σύνολο των εναλλακτικών τρόπων δράσης.
- IV. **Φάση ολοκλήρωσης.** Στην τελική αυτή την φάση εφαρμόζουμε την προτεινόμενη λύση. Αν τα αποτελέσματα της ολοκλήρωσης είναι ικανοποιητικά τότε συμπεραίνεται ότι οι εργασίες των προηγούμενων φάσεων έγιναν σωστά. Αν τα αποτελέσματα από την άλλη μεριά δεν είναι ικανοποιητικά τότε έχουμε την δυνατότητα να επαναλάβουμε τμήματα των προηγούμενων εργασιών έως ότου καταλήξουμε σε ικανοποιητικά αποτελέσματα.

Πίνακας 1. Εργασίες μοντελοποίησης

Συστατικά του μοντέλου
Η δομή του μοντέλου
Καθορισμός των αρχών επιλογής
Δημιουργία εναλλακτικών επιλογών
Πρόβλεψη αποτελεσμάτων
Μέτρηση αποτελεσμάτων
Σενάρια

3. Πολυκριτήρια Ανάλυση

Ο Zorounidis (1999) ορίζει την πολυκριτήρια ανάλυση ως ένα σύνολο μεθόδων που επιτρέπουν την σύνθεση πολλών κριτηρίων εκτίμησης έτσι ώστε να γίνει δυνατή η επιλογή, η κατάταξη, η ταξινόμηση και η περιγραφή ενός συνόλου εναλλακτικών ενεργειών. Ο αντικειμενικός σκοπός της ανάλυσης είναι να παρέχει στον αποφασίζοντα τα εργαλεία που θα τον βοηθήσουν στην επίλυση προβλημάτων όπου ένας αριθμός πολλαπλών και μερικές φορές αντικρουόμενων κριτηρίων πρέπει να ληφθεί υπόψη. Οι Siskos and Spiridakos (1999) αναφέρουν ότι η πολυκριτήρια ή πολυκριτηριακή ανάλυση (multicriteria analysis) περιλαμβάνει ένα σύνολο μεθόδων, μοντέλων και προσεγγίσεων που έχουν ως στόχο να βοηθήσουν έναν ή περισσότερους αποφασίζοντες να χειριστούν ημιδομημένα προβλήματα απόφασης με πολλαπλά κριτήρια. Όσον αφορά την δόμηση ο Siskos (1998) σημειώνει ότι τα πολυκριτήρια προβλήματα απόφασης ανήκουν στην κατηγορία προβλημάτων χαμηλής δόμησης (ill-structured), είναι δηλαδή προβλήματα στα οποία η ορθολογική λύση δεν υπάρχει αλλά αποτελεί αντικείμενο προοδευτικής αναζήτησης, συνήθως μέσω μιας αλληλεπιδραστικής διαδικασίας.

Η πολυκριτήρια ανάλυση αποφάσεων ξεκίνησε από τον Pareto (1986), οποίος στην εργασία του εξέτασε το πρόβλημα της σύνθεσης πολλών κριτηρίων σε ένα μοναδικό κριτήριο και καθόρισε την έννοια της αποδοτικότητας (Efficiency) μεταξύ δύο εναλλακτικών ενεργειών. Από εκείνη την εποχή μέχρι τώρα στα πλαίσια της

πολυκριτήριας ανάλυσης έχουν αναπτυχθεί πολλές μέθοδοι και έχει εκδοθεί ένας πολύ μεγάλος αριθμός εργασιών με πρακτικές και θεωρητικές εφαρμογές. Σήμερα ο όρος πολυκριτήρια ανάλυση αποδίδεται διαφορετικά από τις δυο μεγάλες σχολές, την Αμερικανική σχολή η οποία αναφέρεται στην πολυκριτήρια ανάλυση ως MCDM (Multicriteria Decision Making) και την Ευρωπαϊκή η οποία την αναφέρει ως MCDA (Multicriteria Decision Aid).

Ως πολυκριτήρια ανάλυση, σύμφωνα με την Ευρωπαϊκή θεώρηση (Decision Aiding), είναι η δραστηριότητα του ατόμου η οποία βοηθάει στην απόκτηση στοιχείων μέσω των απαντήσεων που δίνονται σε ερωτήσεις οι οποίες προτείνονται από αυτούς που συμμετέχουν στην διαδικασία λήψης της απόφασης. Η συλλογή αυτών των στοιχείων γίνεται μέσω της χρήσης ρητών, αλλά όχι απαραίτητως, απολύτων τυποποιημένων μοντέλων. Τα στοιχεία αυτά δουλεύουν προς την κατεύθυνση να διευκρινίσουν την διαδικασία της απόφασης βάσει των προτιμήσεων, η της αποδοχής. Η συμπεριφορά αυτή αυξάνει την συνάφεια μεταξύ, της εξέλιξης της διαδικασίας, των στόχων των αποφασίζόντων και του συστήματος αξιών.

Κατά τον Roy (1985) υπάρχουν τρεις κατηγορίες μεθόδων πολυκριτήριας ανάλυσης:

1. Μέθοδοι σύνθεσης κριτηρίων (unique synthesis criterion approach) στις οποίες δεν λαμβάνεται υπόψη η ασυγκρισιμότητα (incomparability).
2. Μέθοδοι σύνθεσης υπεροχής (outranking synthesis approach) στις οποίες λαμβάνεται υπόψη η ασυγκρισιμότητα.
3. Αλληλεπιδραστικές μέθοδοι εκτίμησης (interactive local judgment approach) με επαναληπτικές διαδικασίες δοκιμής – σφάλματος.

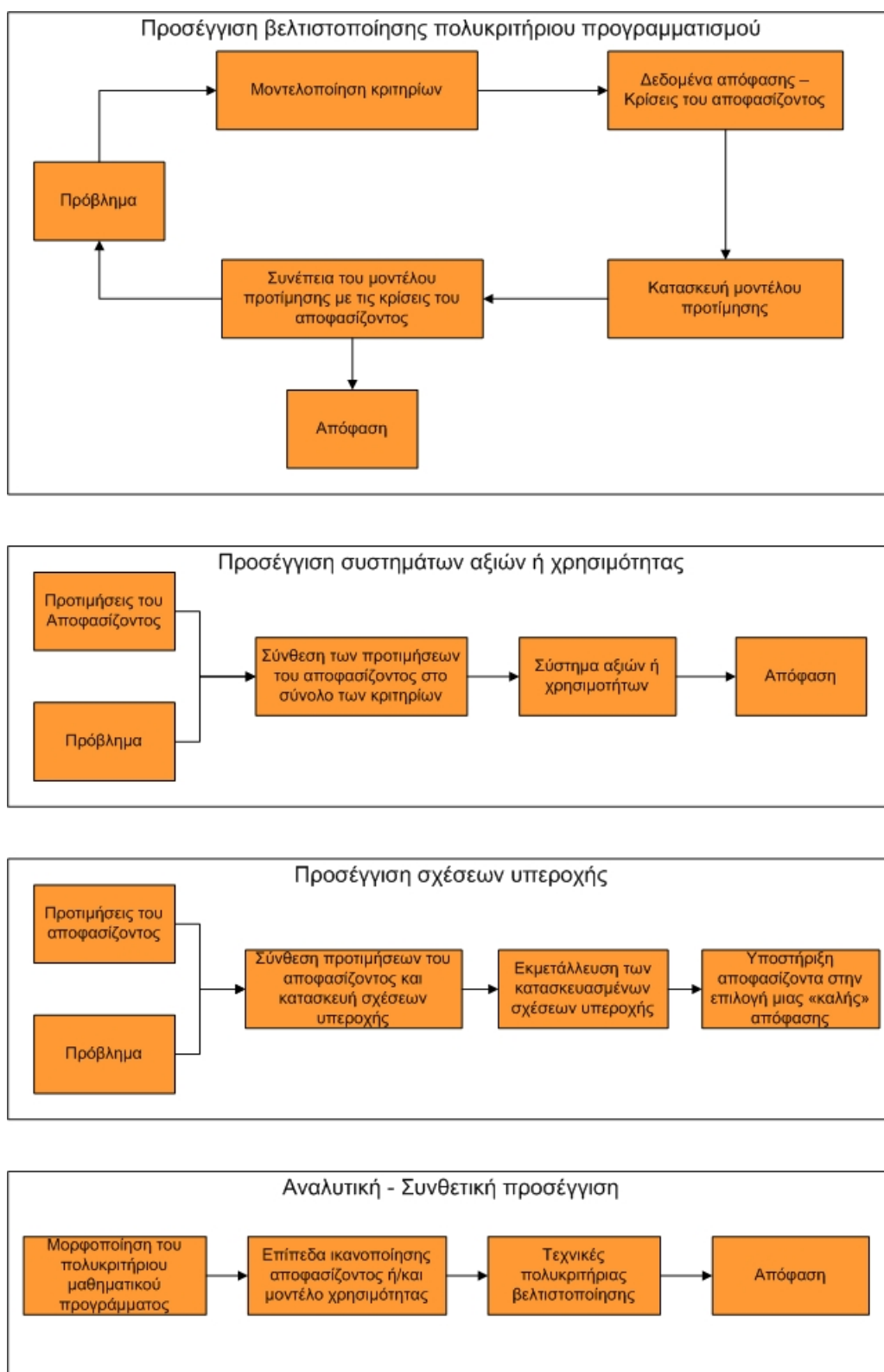
Σύμφωνα με τον Scharlig (1985), οι παραπάνω τρεις κατηγορίες αφορούν αντίστοιχα τις μεθόδους πλήρους (complete), μερικής (partial) και τοπικής (local) σύνθεσης. Ο Vincke (1992) όρισε αντίστοιχα τις κατηγορίες αυτές ως εξής : (α) πολυκριτήρια θεωρία χρησιμότητας (multiattribute utility theory), (β) μέθοδοι σχέσεων υπεροχής (outranking relation methods), (γ) αλληλεπιδραστικές μέθοδοι (interactive methods). Ο Zionts (1992) ταξινόμησε τις μεθόδους πολυκριτήριας ανάλυσης σε τέσσερις κατηγορίες, οι οποίες είναι οι εξής: (α) πολυκριτήριοι μαθηματικός προγραμματισμός (multiple criteria mathematical programming), (β) διακριτές

εναλλακτικές πολλαπλών κριτηρίων (multiple criteria discrete alternatives) (γ) θεωρία πολυκριτήριας χρησιμότητας (multiple utility theory) και (δ) θεωρία διαπραγματεύσεων (negotiation theory).

Τα κυριότερα θεωρητικά ρεύματα της πολυκριτήριας ανάλυσης, όπως προτείνονται από τον Pardalos et al (1995) είναι τα ακόλουθα:

- I. Ο πολυκριτήριος ή πολυστοχικός μαθηματικός προγραμματισμός (Multiobjective mathematical programming) ο οποίος αποτελεί μια επέκταση του μαθηματικού προγραμματισμού, με στόχο την επίλυση προβλημάτων με συνεχείς εναλλακτικές ενέργειες και περισσότερες από μια αντικειμενικές συναρτήσεις (Zeleny 1974, 1982, Evans and Steuer 1973, Zionts and Wallenius 1976, 1983, Siskos and Despotis 1989, Korhonen 1990, Jaszkiwicz and Slowinski 1995, Jacquet-Legreze et al. 1987, Wierzbicki 1992). Η τελική λύση εκτιμάται μέσω μια αλληλεπιδραστικής διαδικασίας.
- II. Η θεωρία της πολυκριτήριας χρησιμότητας (multiattribute utility theory, MAUT) η οποία έχει ως στόχο την κατασκευή ενός συστήματος αξιών, το οποίο συνθέτει τις προτιμήσεις του αποφασίζοντα στο σύνολο των κριτηρίων (Fishburn 1970, 1972, 1982, French 1993, Keeney and Raiffa 1976, Keeney 1992, Von Winterfeldt and Edwards 1993, Kirkwood 1997). Το εκτιμώμενο σύστημα αξιών προσφέρει έναν ποσοτικό τρόπο υποστήριξης της τελικής απόφασης.
- III. Η θεωρία των σχέσεων υπεροχής (outranking relation approach), η οποία έχει ως στόχο την δημιουργία σχέσεων υπεροχής μεταξύ δράσεων απόφασης, πράγμα που επιτρέπει την ασυγκρισιμότητα μεταξύ τέτοιων δράσεων (Roy 1976, 1985, 1989, 1990, Roy and Bouyssou 1993, Vincke 1992, Brans and Mareschal 1989, Vanderpooten 1989). Η συγκεκριμένη προσέγγιση υποστηρίζει τον αποφασίζοντα στην λήψη μιας «καλής» απόφασης δεδομένου ότι καταλήγει σε δομές μερικής προτίμησης δράσεων.
- IV. Η αναλυτική - συνθετική προσέγγιση (preference disaggregation approach) έχει ως στόχο την αναζήτηση και προσέγγιση της συλλογιστικής του αποφασίζοντα με τελικό αποτέλεσμα την πληρέστερη διερεύνηση του προβλήματος. (Jacquet – Lagreze 1984, 1990, Jacquet – Lagreze and Siskos 1982, Siskos 1980, Siskos and Yannacopoulos 1985, Siskos et al. 1993).

Στο Σχήμα 1 που ακολουθεί παρατηρούμε τις κατηγορίες της πολύκριτηριας ανάλυσης έτσι όπως παρουσιάστηκαν στην παραπάνω ανάλυση.



Σχήμα 1. Κατηγορίες πολυκριτήριας ανάλυσης (Πηγή: Siskos and Spyridakos, 1999)

3.1.Μεθοδολογία μοντελοποίησης

Σύμφωνα με τον Dyer (1973), το γενικό μεθοδολογικό πλαίσιο μοντελοποίησης αποτελείται από τα ακόλουθα τέσσερα στάδια:

- Αντικείμενο της απόφασης
- Συνεπής οικογένεια κριτηρίων
- Μοντέλο ολικής προτίμησης
- Υποστήριξη της απόφασης

Κατά τον Roy (1985, 1990), το γενικό πλαίσιο μοντελοποίησης των προβλημάτων στην πολυκριτήρια ανάλυση οριοθετείται από τα ακόλουθα τέσσερα διαδοχικά και αλληλεπιδρώντα στάδια, τα οποία βλέπουμε στο Σχήμα 2.



Σχήμα 2. Διαδικασία μοντελοποίησης προβλημάτων (Siskos 1981 και 1986)

Στην συνέχεια ακολουθεί η αναλυτική παρουσίαση του κάθε σταδίου της διαδικασίας λήψης της απόφασης, έτσι όπως φαίνονται στο Σχήμα 2 :

Στάδιο 1: Αντίληψη του αντικειμένου της απόφασης

Η κάθε απόφαση αναλύεται σε ένα πεπερασμένο ή συνεχές σύνολο εναλλακτικών ενεργειών, πράξεων, αποφάσεων, δράσεων (actions) $A = \{a_i, i= 1, 2, \dots, n\}$. Το σύνολο των εναλλακτικών ενεργειών μπορεί να χαρακτηριστεί:

- ✓ Σταθερό (stable): Αν δεν επιτρέπεται να γίνουν μεταβολές στη σύνθεση του κατά τη διαδικασία λήψης μιας απόφασης.
- ✓ Δυναμικό (evaluative): Αν κατά τη διαδικασία λήψης μιας απόφασης είναι δυνατές οι μεταβολές.
- ✓ Ολοκληρωμένο (globalized): Αν κάθε στοιχείο του A αποκλείει τα υπόλοιπα.
- ✓ Αποσπασματικό (fragmented): Τα αποτελέσματα της επεξεργασίας αφορούν ένα τμήμα του A .

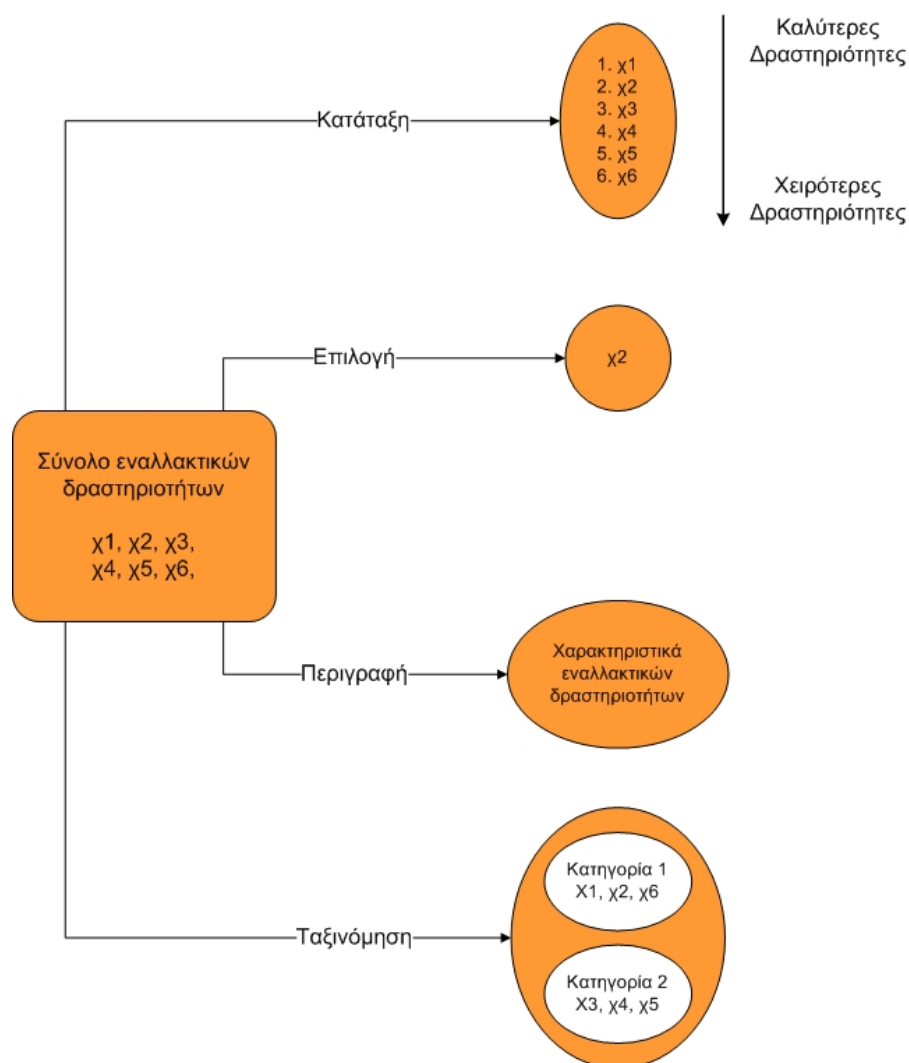
Στο σημείο αυτό ορίζεται από τον αποφασίζοντα μια προβληματική η οποία μπορεί να μεταβληθεί κατά τη διάρκεια της διαδικασίας απόφασης. Τα είδη των προβληματικών όπως ορίζονται από τον Roy (1985) είναι τα παρακάτω (Σχήμα 3):

Προβληματική α: Η επιλογή μέσα από ένα σύνολο εναλλακτικών ενεργειών A , μιας και μόνο. (choice)

Προβληματική β: Ταξινόμηση όλων των εναλλακτικών ενεργειών του συνόλου A , σε ομάδες με συγκεκριμένες ιδιότητες. (sorting discrimination or classification)

Προβληματική γ: Η κατάταξη όλων των εναλλακτικών ενεργειών του συνόλου A , από την πλέον προτιμώμενη προς την λιγότερο προτιμητέα βάσει των χαρακτηριστικών τους. (ranking)

Προβληματική δ: Η απλή περιγραφή των εναλλακτικών ενεργειών -πράξεων του συνόλου A , με στόχο τον εντοπισμό των βασικών χαρακτηριστικών και ιδιοτήτων. (description)



Σχήμα 3. Κατηγορίες προβλημάτων λήψης αποφάσεων

Στάδιο 2: Συνεπής οικογένεια κριτηρίων

Κάθε εναλλακτική ενέργεια/επιλογή του συνόλου A μπορεί να εκτιμηθεί από τους αποφασίζοντες με βάση ενός νέφους στοιχειωδών επιπτώσεων αποτελούμενα από ιδιότητες, χαρακτηριστικά, μειονεκτήματα, πλεονεκτήματα, κτλ (Roy, 1985). Η ανάλυση του νέφους των στοιχειωδών επιπτώσεων κάθε εναλλακτικής ενέργειας/επιλογής οδηγεί τους αποφασίζοντες στην επιλογή και μοντελοποίηση των κριτηρίων με βάση τα οποία θα οδηγηθούν στη τελική απόφαση. Σαν κριτήριο ορίζεται κάθε μονότονη μεταβλητή δηλωτική των προτιμήσεων του αποφασίζοντα. Τα κριτήρια μπορεί να είναι είτε ποσοτικά και να εκφράζονται από μια συνεχή κλίμακα (χρόνος, θερμοκρασία), είτε ποιοτικά για τη μοντελοποίηση των οποίων χρησιμοποιούνται κλίμακες διακριτών τιμών. Τα κριτήρια συμβολίζονται:

$g_j(a_i)$, $i = 1, 2, \dots, n$ και $j = 1, 2, \dots, m$

Ένα κριτήριο αντιπροσωπεύεται από μια πραγματική συνάρτηση (Roy, 1985 και Siskos, 1986).

$$g: A \rightarrow R \text{ και } a \rightarrow g(a)$$

όπου: $g(a)$ είναι η εκτίμηση της εναλλακτικής ενέργειας-επιλογής $a \in A$ πάνω στο κριτήριο g . Η συνάρτηση αυτή οφείλει να πληρεί την ιδιότητα μονοτονίας δηλαδή:

Η a προτιμάται από την $b \Leftrightarrow g(a) > g(b)$

Η a είναι ισοδύναμη με την $b \Leftrightarrow g(a) = g(b)$

Το σύνολο των κριτηρίων τα οποία είναι ποιοτικές ή ποσοτικές μεταβλητές, και χρησιμοποιούνται στη λήψη μιας απόφασης ονομάζεται **συνεπής οικογένεια κριτηρίων** και πρέπει να πληρούν τις ακόλουθες τρεις ιδιότητες:

- 1 **Μονοτονίας** (monotonicity): Αυτό σημαίνει ότι δοθέντων δύο εναλλακτικών ενεργειών a και b , η a προτιμάται της b όταν ισχύει:

$$g_i(a) = g_i(b) \quad \forall \quad i = j \text{ και } g_i(a) > g_i(b), \text{ τότε η εναλλακτική } a \text{ προτιμάται από την } b.$$

- 2 **Επάρκειας** (exhaustive) στα πλαίσια της διαθέσιμης πληροφορίας. Για ένα ζεύγος εναλλακτικών ενεργειών a και b , ισχύει $g_i(a) = g_i(b) \quad \forall \quad i = 1, 2, \dots, n$, τότε η εναλλακτική a είναι ισοδύναμη της b , δηλαδή δεν απουσιάζει κανένα κριτήριο απόφασης από το σύνολο των χρησιμοποιούμενων κριτηρίων.

- 3 **Μη πλεονασμός** (non redundancy). Η αφαίρεση ενός κριτηρίου από το σύνολο των κριτηρίων απόφασης είναι ικανή να αναιρέσει μια από τις προηγούμενες δύο συνθήκες για κάποιο ζευγάρι εναλλακτικών ενεργειών-επιλογών.

Μπορούμε στο σημείο αυτό να ορίσουμε τον πολυκριτήριο πίνακα: Δίνονται n εναλλακτικές αποφάσεις τις οποίες ο αποφασίζων εκτιμά $g_j(a_i)$ με τη βοήθεια των m κριτηρίων.

Πίνακας 2. Πολυκριτήριος Πίνακας

Εναλλακτικές	Κριτήρια			
	g_1	g_2	\dots	g_m
a_1	$g_1(a_1)$	$g_2(a_1)$	\dots	$g_m(a_1)$
a_2	$g_1(a_2)$	$g_2(a_2)$	\dots	$g_m(a_2)$
\dots	\dots	\dots	\dots	\dots
a_n	$g_1(a_n)$	$g_2(a_n)$	\dots	$g_m(a_n)$

Στάδιο 3: Κατασκευή του μοντέλου ολικής προτίμησης (απόφασης ή συμπεριφοράς)

Στο στάδιο αυτό γίνεται η σύνθεση των κριτηρίων με τη βοήθεια ενός μοντέλου ολικής προτίμησης. Με βάση το μοντέλο και λαμβάνοντας παράλληλα υπόψη την επιλεγείσα προβληματική, συγκρίνονται όλες οι εναλλακτικές ενέργειες - πράξεις του συνόλου A .

Στάδιο 4: Υποστήριξη απόφασης

Στο συγκεκριμένο στάδιο ο αναλυτής αναζητεί και οργανώνει τα στοιχεία απάντησης σε συγκεκριμένα ερωτήματα που θέτει το ίδιο το πρόβλημα, καθώς επίσης και ο λήπτης της απόφασης. Πρόκειται για συμπληρωματικό στάδιο του προηγούμενου. Ο λόγος ύπαρξής του είναι ότι μια λύση που δίνει ένα μοντέλο δεν είναι άμεσα κατανοητή και εκμεταλλεύσιμη στα πεδία λήψης αποφάσεων.

3.2. Τύποι Κριτηρίων.

Στην πολυκριτήρια ανάλυση χρησιμοποιούνται τέσσερεις τύποι κριτηρίων, οι οποίοι είναι:

1ο) *Το μετρήσιμο κριτήριο* (Measurable criterion), το οποίο διακρίνεται στις παρακάτω κατηγορίες (Vincke 1992):

- a. *Τα πραγματικά κριτήρια* (true criterion). Αποτελούν την απλούστερη μορφή κριτηρίων. Τα πραγματικά κριτήρια χρησιμοποιούνται σε αυτό που ονομάζεται «παραδοσιακή» δομή προτιμήσεων και όπου δεν υπάρχουν κατώφλια. Η διαφορά μεταξύ των τιμών των κριτηρίων χρησιμοποιείται για να καθορισθεί ποια επιλογή προτιμάται.
- b. *Τα ημι-κριτήρια* (semi – criterion). Χρησιμοποιούνται στα μοντέλα «κατωφλίου» ή δομής προτιμήσεων, όπου η σταθερά της «απλώς αξιοσημείωτης διαφοράς» (just noticeable difference) υπάρχει για κάποιο δεδομένο κριτήριο. Η διαφορά μεταξύ των τιμών των δύο επιλογών θα πρέπει να είναι μεγαλύτερη της τιμής αυτής της σταθεράς για να πούμε ότι η μια είναι καλύτερη της άλλης.
- c. *Τα Ψευδοκριτήρια* (pseudo – criterion). Τα ψευδοκριτήρια περιέχουν τη προσέγγιση των κατωφλίων δύο επιπέδων, προτίμησης και αδιαφορίας.
- d. *Κριτήρια διαστημάτων* (interval criteria). Αυτά χρησιμοποιούνται στο ονομαζόμενο μοντέλο μεταβλητού κατωφλίου. Στην περίπτωση αυτή τα κατώφλια μπορεί να μεταβάλλονται στη κλίμακα των εκτιμήσεων των κριτηρίων.
- e. *Φαινομενικά κριτήρια* (quasi criteria). Τα φαινομενικά κριτήρια είναι ψευδοκριτήρια στα οποία τα κατώφλια προτίμησης και αδιαφορίας συμπίπτουν σε όλα τα σημεία της κλίμακας.

2ο) *Το κριτήριο μονοτονίας* (ordinal criterion).

3ο) *Το κριτήριο αβεβαιότητας* (probabilistic criterion), το οποίο καλύπτει την περίπτωση αβεβαιότητας στην βαθμολόγηση των εναλλακτικών.

4ο) *Ασαφές κριτήριο* (Fuzzy criterion).

3.3.Κυρίαρχα θεωρητικά ρεύματα στην πολυκριτήρια ανάλυση αποφάσεων

Τα κυρίαρχα θεωρητικά ρεύματα στην πολυκριτήρια ανάλυση αποφάσεων, όπως παρουσιάστηκαν στην παράγραφο §1.3 είναι τέσσερα. Στην συνέχεια ακολουθεί μια αναλυτική περιγραφή για το καθένα, έτσι έχουμε:

3.3.1. Ο πολυκριτήριος ή πολυστοχικός μαθηματικός προγραμματισμός (Multiobjective mathematical programming).

Ο πολυκριτήριος ή πολυστοχικός μαθηματικός προγραμματισμός (multiobjective linear programming), πρόκειται για μοντέλα μαθηματικού προγραμματισμού με περισσότερες από μια αντικειμενικές συναρτήσεις.

Εδώ επικρατούν δύο προβληματικές όσον αφορά τον τρόπο που λαμβάνονται οι αποφάσεις. Σύμφωνα με τη πρώτη, την ονομαζόμενη αλληλεπιδραστική (interactive), η πορεία προς τη λήψη της τελικής απόφασης γίνεται χωρίς καμία αναφορά στη συνάρτηση χρησιμότητας από τον αποφασίζοντα, ο οποίος διαμορφώνει την υποκειμενική του αντίληψη για τη σημαντικότητα των κριτηρίων και κάνει τις επιλογές του, που αφορούν το επίπεδο προσέγγισης των στόχων του (Benayoun et al., 1971). Κατά τη δεύτερη, την ορθολογική, κατασκευάζεται το ίδιο το μοντέλο του αποφασίζοντος, που χρησιμοποιείται ακολούθως στην ανάδειξη των αποφάσεων μέγιστης χρησιμότητας (Geoffrion et al., 1972, Zionts and Wallenius, 1976, Jacquet-Largeze et al., 1987).

Ο πολυκριτήριος ή πολυστοχικός μαθηματικός προγραμματισμός αποτελεί μια γενίκευση του κλασικού γραμμικού προγραμματισμού που χαρακτηρίζεται από την ύπαρξη πολλαπλών υπό μεγιστοποίηση ή ελαχιστοποίηση αντικειμενικών συναρτήσεων. Σε αυτό το ιδιαίτερο πολυκριτήριο πρόβλημα το σύνολο των εναλλακτικών ενεργειών A ορίζεται από ένα σύνολο γραμμικών περιορισμών στον R^p χώρο, ενώ τα κριτήρια είναι γραμμικές συναρτήσεις οριζόμενες στο ίδιο διάστημα R^p . Το γενικό πρόβλημα διαμορφώνεται ως εξής (Roy and Vinke 1981):

$$[\max] g_j = c_{j1}x_1 + c_{j2}x_2 + \dots + c_{jp}x_p \quad \mu\epsilon \quad j = 1, 2, \dots, n.$$

Υπό τους περιορισμούς:

$$a_{j1}x_1 + a_{j2}x_2 + \dots + a_{jp}x_p = b_i \quad \mu\epsilon \quad i = 1, 2, \dots, m.$$

ή με τη μορφή:

$$\begin{cases} (A) \bullet (X) = B \\ \max(C) \bullet (X) \end{cases}$$

όπου: (A), (X), (B) και (C) είναι πίνακες διαστάσεων $m \times p$, $p \times 1$, $m \times 1$ και $n \times p$.

Μέσα από την προσέγγιση του πολυκριτήριου μαθηματικού προγραμματισμού μπορούμε να διακρίνουμε τρεις διαφορετικές μεθόδους:

- Προσέγγιση αποδοτικών λύσεων (efficient solution procedure)
- Προγραμματισμός στόχων (goal programming)
- Συναινετικός προγραμματισμός (compromise programming)

3.3.2. Θεωρία πολυκριτήριας χρησιμότητας (Multiattribute Utility Theory, MAUT)

Η θεωρία της πολυκριτήριας χρησιμότητας (Multiattribute Utility Theory - MAUT) έχει τις ρίζες της στους Adams and Fagot (1959), Yntena and Torgerson (1961), Miller and Starr (1969) κ.α., αναπτύχθηκε κατά την δεκαετία του '60, και βασίζεται στην υπόθεση ότι σε κάθε πρόβλημα απόφασης υπάρχει μια πραγματική συνάρτηση εκτίμησης U ορισμένη στο A την οποία ο αποφασίζων επιθυμεί να μεγιστοποιήσει. Στόχος της θεωρίας της χρησιμότητας είναι να αναπαραστήσει τις προτιμήσεις ενός αποφασίζοντα με την μορφή της συνάρτησης χρησιμότητας, συνθέτοντας ορισμένα κριτήρια εκτίμησης:

$$u(\underline{g}) = u(g_1, g_2, \dots, g_n)$$

Όπου \underline{g} είναι το διάνυσμα των κριτηρίων εκτίμησης g_1, g_2, \dots, g_n . Το πρόβλημα δηλαδή είναι η επιλογή της δράσης a^* η οποία μεγιστοποιεί την συνάρτηση χρησιμότητας του αποφασίζοντα:

$$u[\underline{g}(a^*)] = \max \{u[\underline{g}(a)]\}$$

Όπου $\underline{g}(a)$ είναι το διάνυσμα απόδοσης μιας εναλλακτικής a στο σύνολο των κριτηρίων εκτίμησης \underline{g} . Τα κριτήρια μπορεί να θεωρηθούν υπό καθεστώς βεβαιότητας (certain) ή αβεβαιότητας (probabilistic). Γενικά είναι δυνατή η αποσύνθεση της συνάρτησης πολυκριτήριας χρησιμότητας σε πραγματικές συναρτήσεις u_1, u_2, \dots, u_n λαμβάνοντας υπόψη την ανεξαρτησία των προτιμήσεων. Κατά συνέπεια είναι δυνατόν να εξαχθούν διαφορετικά μοντέλα συναρτήσεων χρησιμότητας.

Η θεωρία της πολυκριτήριας χρησιμότητας θεμελιώνεται πάνω σε δύο βασικές παραδοχές:

- Της αποδοχής ότι όλες οι εναλλακτικές ενέργειες/δράσεις είναι δυνατόν να συγκριθούν μεταξύ τους και δεν υπάρχει η περίπτωση δύο από αυτές να μη μπορούν να συγκριθούν.
- Της μεταβατικότητας των προτιμήσεων μεταξύ των εναλλακτικών ενεργειών/δράσεων.

Η πιο διαδεδομένη μορφή συναρτήσεων χρησιμότητας είναι η αθροιστική μορφή:

$$u(g_1, g_2, \dots, g_n) = u_1(g_1) + u_2(g_2) + \dots + u_n(g_n)$$

Όπου u_1, u_2, \dots, u_n είναι οι μερικές συναρτήσεις χρησιμότητας. Ο Zeleny (1982) αναφέρει τρόπους κατασκευής μιας πολυκριτήριας συνάρτησης χρησιμότητας τόσο υπό καθεστώς βεβαιότητας όσο και υπό καθεστώς αβεβαιότητας

3.3.3. Θεωρία σχέσεων υπεροχής (outranking relations)

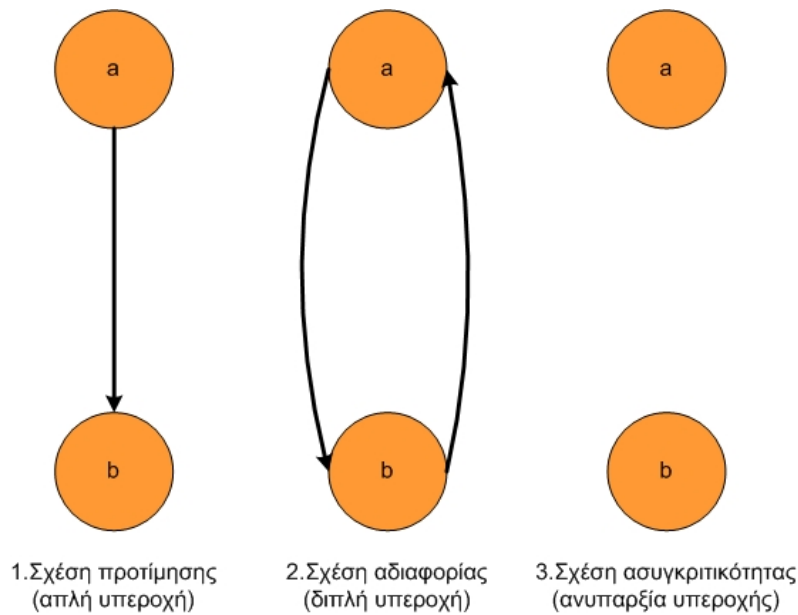
Σκοπός και βασικό πεδίο έρευνας όλων των μεθόδων που βασίζονται στη θεωρία των σχέσεων υπεροχής είναι η ακριβής μαθηματική μοντελοποίηση των προτιμήσεων του αποφασίζοντα. Η μοντελοποίηση των προτιμήσεων επιτυγχάνεται μέσω της συνεργασίας του αναλυτή των αποφάσεων, με τον ίδιο τον αποφασίζοντα, με σκοπό τον καθορισμό μιας σειράς παραμέτρων όπως τα βάρη των κριτηρίων, τα όρια προτίμησης και αδιαφορίας, κλπ. Ο καθορισμός των παραμέτρων αυτών οδηγεί στην

ανάπτυξη ενός μοντέλου απόφασης με στόχο την υλοποίηση μιας προβληματικής όπως για την επιλογή μιας εναλλακτικής ενέργειας, για την κατάταξη των εναλλακτικών από τις καλύτερες προς τις χειρότερες ή την ταξινόμηση τους σε προκαθορισμένες ομοιογενείς ομάδες. Σε αντίθεση με άλλα θεωρητικά ρεύματα και μεθόδους της πολυκριτήριας ανάλυσης όπως η πολυκριτήρια θεωρία χρησιμότητας και η αναλυτική-συνθετική προσέγγιση, το μοντέλο απόφασης που αναπτύσσεται δεν έχει τη μορφή μιας μαθηματικής συνάρτησης βάσει της οποίας υπολογίζεται ένα σκορ ή της χρησιμότητας των εναλλακτικών ενεργειών. Αντίθετα το μοντέλο που αναπτύσσεται μέσω των μεθόδων που βασίζονται στη θεωρία των σχέσεων υπεροχής αναπαρίσταται με έναν απλό και κατανοητό τρόπο, τις σχέσεις προτίμησης, αδιαφορίας και ασυγκριτότητας που υπάρχουν μεταξύ των εξεταζόμενων εναλλακτικών ενεργειών.

Εκτός της μορφής του μοντέλου απόφασης που αναπτύσσεται μέσω των μεθόδων που βασίζονται στη θεωρία των σχέσεων υπεροχής, μπορούν επίσης να εντοπιστούν δύο ακόμα βασικά χαρακτηριστικά και πλεονεκτήματα σε σχέση με τις μεθόδους που βασίζονται στα άλλα θεωρητικά ρεύματα της πολυκριτήριας ανάλυσης.

- Παρέχουν τη δυνατότητα μοντελοποίησης της σχέσης ασυγκριτότητας (incomparability) μεταξύ των εναλλακτικών ενεργειών. Συχνά κατά τη διαδικασία λήψης των αποφάσεων σε πραγματικά προβλήματα, συμβαίνει ορισμένες από τις εξεταζόμενες εναλλακτικές ενέργειες να παρουσιάζουν πολύ διαφορετικά χαρακτηριστικά σε ορισμένα βασικά κριτήρια αξιολόγησης. Το γεγονός αυτό οπωσδήποτε επηρεάζει άμεσα την αξιολόγηση τους και θα πρέπει να λαμβάνεται σοβαρά υπόψη από τον αποφασίζοντα.
- Λαμβάνουν υπόψη τη μη μεταβατικότητα (non-transitivity) των προτιμήσεων του αποφασίζοντα.

Ορίζουμε σαν σχέση υπεροχής τη διμερή σχέση S μεταξύ δύο εναλλακτικών ενεργειών a_i και a_j , αν η a_i είναι καλύτερη ή τουλάχιστον ισοδύναμη της a_j τη συμβολίζουμε $a_i S a_j$. Οι διμερείς σχέσεις προτιμήσεων δίνονται στο ακόλουθο Σχήμα 4.

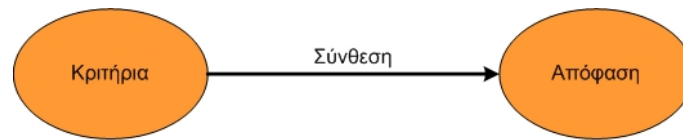


Σχήμα 4. Διμερείς σχέσεις προτιμήσεων

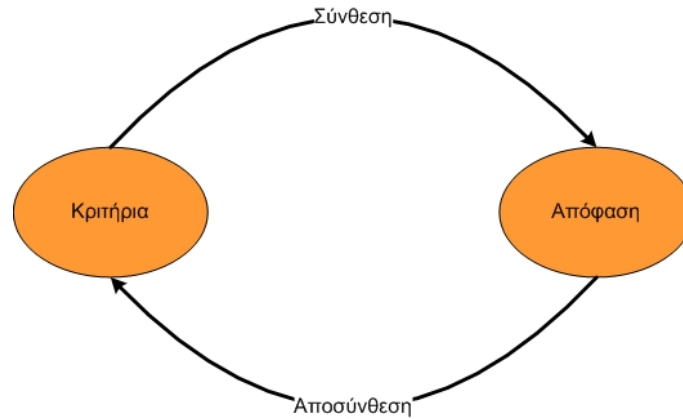
3.3.4. Αναλυτική – συνθετική προσέγγιση (Ordinal Regression)

Με την ανάλυση αυτή γίνεται χρήση μοντέλων ανάλυσης παλινδρόμησης στη προσπάθεια προσέγγισης της συλλογιστικής των αποφασιζόντων μέσα από μια διαδικασία ανάλυσης - σύνθεσης (aggregation - disaggregation approach). Με τη μεθοδολογία αυτή καθορίζεται αφενός μεν ένα σύνολο εναλλακτικών επιλογών, αφετέρου δε ένα σύνολο κριτηρίων που τις χαρακτηρίζουν, ενώ καταγράφονται και οι προτιμήσεις των αποφασιζόντων. Τελικά γίνεται η εκτίμηση ενός αναλυτικού μοντέλου χρησιμότητας, το οποίο αναπαριστά με βέλτιστο τρόπο τις προτιμήσεις των αποφασιζόντων.

Σε αντίθεση με τη λογική που διέπει τα περισσότερα μοντέλα πολυκριτήριας ανάλυσης, ότι η απόφαση καθορίζεται μέσα από τη σύνθεση των κριτηρίων, αποδεχόμαστε τη λογική που πηγάζει από τη κυβερνητική ότι η απόφαση και τα κριτήρια επιδέχονται προοδευτική επεξεργασία αλληλοδομούμενα μέσα στο χρόνο (Siskos 1981 και 1986), πράγμα το οποίο μπορούμε να το δούμε και στο παρακάτω Σχήμα 5.



(α) Παραδοσιακή προσέγγιση της απόφασης



(β) Αναλυτική - συνθετική προσέγγιση προβλημάτων απόφασης

Σχήμα 5. Παραδοσιακή και αναλυτική συνθετική προσέγγιση προβλημάτων απόφασης (Siskos, 1981)

Η νέα αυτή προσέγγιση βοηθά στη σύλληψη μιας νέας συλλογιστικής με επαναληπτικό χαρακτήρα. Μέσα από τη σύνθεση των κριτηρίων και με βάση την επιλεγείσα προβληματική λαμβάνεται μια απόφαση. Η απόφαση αυτή εφαρμόζεται. Τα αποτελέσματα της εφαρμογής παρατηρούνται και αναλύονται. Τα συμπεράσματα από την ανάλυση οδηγούν στην επανεκτίμηση των κριτηρίων και στην εκ νέου σύνθεση τους

Σε περίπτωση μη ικανοποίησης του αποφασίζοντα όσον αφορά το βαθμό συσχέτισης μπορεί να θέσει ερωτήματα και να επανεκτιμήσει:

- Τη συνέπεια της οικογένειας κριτηρίων (έλλειψη βασικών κριτηρίων, επιλογή καλύτερων δεικτών μέτρησης)
- Το τρόπο λήψης της απόφασης
- Το μοντέλο σύνθεσης των κριτηρίων

Όταν ο βαθμός συσχέτισης κριθεί ικανοποιητικός τότε το μοντέλο πολυκριτήριας ανάλυσης γίνεται αποδεκτό και επεκτείνεται στο σύνολο των υπό εκτίμηση εναλλακτικών ενεργειών - πράξεων.

Κεφάλαιο 2

Πολυκριτήριες Μεθοδολογίες Ανάλυσης

Αποφάσεων

1. Εισαγωγή

Ο κύριος στόχος της πολυκριτήριας ανάλυσης είναι να βοηθήσει τους managers να λάβουν «καλύτερες» αποφάσεις. Τι σημαίνει όμως «καλύτερες» αποφάσεις; Καλύτερες αποφάσεις σημαίνει ότι πρέπει να λαμβάνουμε πάντα υπόψη μας τους περιορισμούς, την αντικειμενικότητα των λύσεων, καθώς επίσης και τις διαδικασίες με τις οποίες λαμβάνεται και υλοποιείται μια απόφαση. Δεν μπορούμε να αποδείξουμε επιστημονικά, στα πλαίσια της πολυκριτήριας ανάλυσης τουλάχιστον, ότι η απόφαση η οποία λαμβάνεται είναι και η καλύτερη. Με άλλα λόγια είναι απίθανο να θεωρούμε ότι σε κάθε περίπτωση προβλήματος υπάρχει η σωστή επιλογή, η σωστή εργασία και η σωστή κατάταξη η οποία μπορεί να ληφθεί υπόψη και να εκτιμηθεί ανεξάρτητα της εκτελουμένης διαδικασίας. Αυτό συνεπάγεται ότι η αρχική ιδέα, τα μοντέλα και οι διαδικασίες οι οποίες θα παρουσιαστούν στην συνέχεια δεν πρέπει να υποθέσουμε ότι αποτελούν μοναδικές λύσεις για ένα πρόβλημα. Η επιλογή του κάθε μοντέλου εξαρτάται κάθε φορά από τις προτιμήσεις του αποφασίζοντα και από τα τελικά αποτελέσματα.

Συνέπεια της παραπάνω θεώρησης είναι ότι, η μεθοδολογία λήψης αποφάσεων η οποία βασίζεται σε κατάλληλες αρχικές θεωρήσεις, μοντέλα και διαδικασίες, μπορεί να παίξει σπουδαίο και ευεργετικό ρόλο στην επιλογή της τελικής απόφασης, χωρίς βέβαια αυτό να σημαίνει ότι η απόφαση που θα ληφθεί στο τέλος θα είναι και η καλύτερη δυνατή. Κατά την διαδικασία λήψης της απόφασης τα μοντέλα της πολυκριτήριας ανάλυσης μας βοηθήσουν στο να λάβουμε υπόψη μας την παρουσία της αβεβαιότητας, της ασάφειας και του μεγάλου όγκου των εναλλακτικών δράσεων, περιορίζοντας έτσι την τελική μας απόφαση πιο κοντά στο επιθυμητό αποτέλεσμα.

Στο Παράρτημα 1, έχουμε παραθέσει έναν πίνακα με όλες τις μεθόδους πολυκριτήριας ανάλυσης που μπορέσαμε συλλέξουμε από την διαθέσιμη βιβλιογραφία. Σε αυτό τον πίνακα έχουμε καταγράψει διάφορα χρήσιμα στοιχεία για την κάθε μέθοδο όπως, η ημερομηνία συγγραφής της, τα ονόματα των συγγραφέων, τα άρθρα στα οποία παρουσιάστηκαν για πρώτη φορά καθώς και άλλα χαρακτηριστικά όπως είναι το θεωρητικό ρεύμα στο οποίο ανήκουν και αν υποστηρίζουν κάποιου είδους λογισμικό. Στην συνέχεια του κεφαλαίου παραθέτουμε αναλυτικά 52 από τις 63 καταγεγραμμένες μεθόδους του Παραρτήματος 1, θα πρέπει να σημειώσουμε ότι ο λόγος για τον οποίο δεν παρουσιάζουμε αναλυτικά τις διεργασίες όλων των μεθόδων οφείλεται στο γεγονός ότι ορισμένες μέθοδοι είτε αποτελούν υπόβαθρο για την ανάπτυξη άλλων μεθόδων που περιγράφονται αναλυτικά είτε δεν εξετάζουν άμεσα προβλήματα πολυκριτήριας ανάλυσης. Η παρουσίαση των μεθόδων που ακολουθεί έχει διαρθρωθεί σύμφωνα με το θεωρητικό ρεύμα στο οποίο ανήκει η κάθε μέθοδος

2. Μέθοδοι που βασίζονται στην θεωρία των σχέσεων Υπεροχής.

2.1.Οικογένεια των μεθόδων ELECTRE

Οι ρίζες των μεθόδων ELECTRE βρίσκονται γύρω στο 1965 στην Ευρωπαϊκή εταιρία συμβούλων SEMA. Εκείνη την χρονική περίοδο μια ερευνητική ομάδα της SEMA εργαζόταν πάνω σε ένα ειδικό πολλαπλών κριτηρίων πραγματικό πρόβλημα, το οποίο αφορούσε την λήψη αποφάσεων για την ανάπτυξη νέων δραστηριοτήτων διαφόρων εταιριών. Για την επίλυση αυτού του προβλήματος δημιουργήθηκε μια γενική πολυκριτήρια μέθοδος η οποία ονομαζόταν MARSAN (*Mithode d'Analyse, de Recherche, et de Silection d'Activitis Nouvelles*). Η μέθοδος αυτή χρησιμοποιεί την μεθοδολογία άθροισης των βαρών (Weight – Sum) και όταν χρησιμοποιήθηκε για πρώτη φορά από τους τεχνικούς του εργαστηρίου της SEMA σημειώθηκαν σοβαρά μειονεκτήματα στην εφαρμογή της τεχνικής.

Ο B. Roy βασιζόμενος σε αυτή την μέθοδο προσπάθησε να βρει μια νέα μέθοδο που να υπερνικά τα μειονεκτήματα της MARSAN. Το 1965 σχεδιαστική από τον ίδιο η μέθοδος ELECTRE, η οποία θα χρησιμοποιούταν για την επιλογή της/των

καλύτερης/καλύτερων ενέργειας/ενεργειών από ένα δεδομένο ευρύτερο σύνολο ενεργειών. Αργότερα αυτή η μέθοδος ονομάστηκε ELECTRE I (electre one). Παρουσιάστηκε για πρώτη φορά στο συνέδριο “les journées d’ études sur les methods de calcul dans les sciences O’ homme” στη Ρώμη. Οι αυθεντικές ιδέες της μεθόδου Electre δημοσιεύθηκαν μερικώς το 1966 στην ερευνητική αναφορά “Note de Travail 49 de la SEMA” και το 1968 δημοσιεύθηκαν στο RIRO.

Τα ακρωνύμια ELECTRE σημαίνουν (Elimination Et Choix Traduisant la REalite, ELimination and Choice Expressing the REality) και αναφέρεται έτσι για εμπορικούς λόγους. Αυτή η μέθοδος φάνηκε επαρκής στον χρόνο και βοήθησε ώστε να προωθηθεί μια νέα μεθοδολογία. Ωστόσο κατά την διάρκεια των τριών τελευταίων δεκαετιών άρχισαν να αναπτύσσονται οι μεθοδολογίες ELECTRE, έτσι εμφανίστηκαν οι μέθοδοι ELECTRE IS, II, III, IV, Tri, οι οποίες στηρίζονται στις ίδιες θεμελιακές αρχές, αλλά έχουν διαφορές στον τρόπο λειτουργίας και στο είδος των προβλημάτων που επιλύουν. Πιο συγκεκριμένα η μέθοδος ELECTRE – I σχεδιάστηκε για να επιλύει προβλήματα επιλογής (*selection problems, προβληματική α*) όπου η ELECTRE IS αποτελεί μια γενίκευση της ELECTRE – I χρησιμοποιώντας ψευδοκριτήρια (κριτήρια με κατώφλια προτίμησης, αδιαφορίας και βέτο). Η ELECTRE Tri επιλύει προβλήματα κατηγοριοποίησης (*προβληματική β*) και οι ELECTRE II, III, και IV βοηθούν σε προβλήματα ιεράρχησης εναλλακτικών (*προβληματική γ*). Στην συνέχεια παρουσιάζονται αναλυτικότερα οι παραπάνω μέθοδοι.

2.1.1. ELECTRE – I

Η μέθοδος είναι πολύ απλή και μπορεί να εφαρμοσθεί μόνο όταν τα κριτήρια έχουν κωδικοποιηθεί με την ίδια αριθμητική κλίμακα. Μπορούμε να θεωρήσουμε ότι η ενέργεια a υπερτερεί (είναι σημαντικότερη) έναντι της ενέργειας b (αυτό σημαίνει ότι η a είναι τουλάχιστον καλύτερη από την b) και να το συμβολίσουμε ως aSb , μόνο αν οι δυο καταστάσεις a , b παραμένουν σταθερές στον χρόνο.

Η σταθερότητα των τιμών συμφωνίας των συνδυασμών αυτών θα πρέπει να είναι αρκετά ισχυρή για να υποστηρίξει τον παραπάνω ισχυρισμό. Με τον όρο δύναμη της συμφωνίας των συνδυασμών, εννοούμε το άθροισμα των βαρών που αντιστοιχούν

στα κριτήρια που παίρνουν μέρος στον συνδυασμό. Αυτό μπορεί να προσδιοριστεί ακολουθώντας τον δείκτη συμφωνίας (υποθέτουμε, χάρις απλοποίησης του τύπου ότι $\sum_{j \in J} w_j = 1$ όπου J είναι το σύνολο των δεικτών των κριτηρίων):

$$c(aSb) = \sum_{\{j: g_j(a) \geq g_j(b)\}} w_j$$

Όπου $\{j: g_j(a) \geq g_j(b)\}$ είναι το σύνολο των δεικτών για όλα τα κριτήρια που ανήκουν στον συνδυασμό συμφωνίας με την σχέση υπεροχής aSb . Με άλλα λόγια, η τιμή του δείκτη συμφωνίας πρέπει να είναι μεγαλύτερη ή ίση με το δεδομένο επίπεδο συμφωνίας s , του οποίου η τιμή συνήθως κυμαίνεται μεταξύ του εύρους τιμών $[0.5, 1 - \min_{j \in J} w_j]$ δηλ. $c(aSb) \geq s$

Από την άλλη μεριά τώρα, μπορεί να έχουμε και τον δείκτη ασυμφωνίας μεταξύ των εναλλακτικών λύσεων « η ενέργεια a είναι λιγότερο καλύτερη από την b ». Η ασυμφωνία μετριέται από το επίπεδο ασυμφωνίας το οποίο προσδιορίζεται την συνέχεια.

$$d(aSb) = \max_{\{j: g_j(a) < g_j(b)\}} \{g_j(b) - g_j(a)\}$$

Αυτό το επίπεδο σε μερικές περιπτώσεις καθορίζει την δύναμη των δεσμών ασυμφωνίας, αυτό σημαίνει ότι εάν η τιμή του περάσει πάνω από το δεδομένο επίπεδο ν η εναλλακτική λύση που έχουμε δεχθεί δεν είναι δυνατή – εφαρμόσιμη. Ο δεσμός ασυμφωνίας δεν έχει πλέον ισχύ όταν $d(aSb) \leq \nu$. Οι δείκτες συμφωνίας και ασυμφωνίας των εναλλακτικών λύσεων πρέπει να υπολογιστούν για κάθε ζευγάρι ενεργειών (a, b) του συνόλου A , όπου $a \neq b$.

Είναι εύκολο να παρατηρήσουμε ότι μια τέτοια υπολογιστική διαδικασία οδηγεί σε μια δυαδική σχέση των μερών (λαμβάνοντας υπ' όψη και όλο το σύνολο των κριτηρίων) του συνόλου A . Για τον λόγο αυτό για το κάθε ζεύγος ενεργειών (a, b) θα ισχύει μια μόνο από τις παρακάτω καταστάσεις:

- aSb και όχι bSa δηλ. aPb (η a είναι ισχυρώς προτιμητέα από την b).
- bSa και όχι aSb δηλ. bPa (η b είναι ισχυρώς προτιμητέα από την a).
- aSb και bSa δηλ. aIb (η a είναι αδιάφορη από την b).

- Όχι aSb και όχι bSa δηλ. aRb (η a είναι μη συγκρίσιμη με την b)

Στην συνέχεια της μεθοδολογίας χρησιμοποιείται η σχέση υπεροχής προκειμένου να προσδιοριστεί ένα όσο το δυνατόν μικρό υποσύνολο ενεργειών, από το οποίο θα μπορέσουν να επιλεγούν οι καλύτερες ενέργειες που ικανοποιούν τα κριτήρια. Ένα τέτοιο υποσύνολο \hat{A} μπορεί να προσδιοριστεί με την βοήθεια της αρχής του γραφήματος πυρήνα, K_G . Όταν το γράφημα περιέχει μη κατευθυνόμενους κύκλους, τότε υπάρχει πάντα ένας μοναδικός πυρήνας, αλλιώς το γράφημα περιέχει περισσότερους από έναν ή καθόλου πυρήνες.

Θεωρούμε το γράφημα G μπορεί να περιέχει κατευθυνόμενους κύκλους. Εάν ισχύει αυτή είναι η υπόθεση, τότε θα πρέπει να γίνει ένα βήμα προεπεξεργασίας έτσι ώστε οι μεγαλύτεροι κατευθυνόμενοι κύκλοι θα μειωθούν σε ξεχωριστά στοιχεία, διαμορφώνοντας έτσι ένα ξεχωριστό υποσύνολο εντός του συνόλου A . Ας δηλώσουμε αυτό το ξεχωριστό υποσύνολο του συνόλου A με \bar{A} . Κάθε ομάδα του συνόλου $\bar{A} = \{\bar{A}_1, \bar{A}_2, \dots\}$ είναι τώρα συγκροτημένη σε ένα σύνολο από ισοδύναμες ενέργειες. Αυτό που μπορεί να παρατηρηθεί τώρα είναι ότι, η νέα σχέση προτίμησης (\succ) είναι προσδιορισμένη στο A

$$\bar{A}_p \succ \bar{A}_q \Leftrightarrow \exists a \in \bar{A}_p \text{ και } \exists b \in \bar{A}_q \text{ έτσι ώστε } aSb \text{ για } \bar{A}_p \neq \bar{A}_q$$

Στην ELECTRE I όλες οι ενέργειες οι οποίες δομούνται κυκλικά είναι αδιάφορες και οι οποίες μπορεί μάλιστα να είναι κρίσιμες. Η ELECTRE IS σχεδιαστική να μετριάσει αυτό το πρόβλημα.

2.1.2. ELECTRE IS

Η κύρια καινοτομία που έρχεται να εισάγει η μέθοδος ELECTRE IS είναι η χρήση ψευδοκριτηρίων αντί των αληθινών κριτηρίων. Η μέθοδος αυτή είναι μια επέκταση της μεθόδου ELECTRE - I που αποβλέπει στο να συμπεριλάβει έναν διπλό αντικειμενικό σκοπό:

- α) Την χρήση της πιθανής μηδενικής αδιαφορίας και του κατωφλίου προτίμησης για κάποια κριτήρια που ανήκουν στο σύνολο F , κάνοντας

σημαντική την επιρροή του veto όταν η σημαντικότητα των σχέσεων συμφωνίας ελαττώνεται.

β) Η συμφωνία και η κατάσταση χωρίς veto μπορούν να αλλάξουν.

Ας παρουσιάσουμε τώρα ξεχωριστά την δομή της κάθε μιας από αυτές τις καταστάσεις.

Βαθμός συμφωνίας.

Ξεκινάμε δημιουργώντας τους δυο παρακάτω δείκτες.

➤ Δείκτης που αφορά την σχέση των κριτηρίων για τα οποία aSb

$$J^s = \{j \in J : g_j(a) + q_j(g_j(a)) \geq g_j(b)\}$$

➤ Δείκτης που αφορά την σχέση των κριτηρίων για τα οποία bQa

$$J^Q = \{j \in J : g_j(a) + q_j(g_j(a)) < g_j(a) \leq g_j(b) + p_j(g_j(b))\}$$

Ο βαθμός συμφωνίας μπορεί να είναι:

$$c(aSb) = \sum_{j \in J^s} w_j + \sum_{j \in J^Q} \phi_j w_j \geq s$$

Όπου,

$$\phi_j = \frac{g_j(a) + p_j(g_j(a)) - g_j(b)}{p_j(g_j(a)) - q_j(g_j(a))}$$

Ο συντελεστής ϕ_j μειώνεται γραμμικά από το 1 στο 0, όταν το g_j περιγράφεται από ένα εύρος τιμών $[g_j(a) + q_j(g_j(a)), g_j(a) + p_j(g_j(a))]$

Κατάσταση χωρίς Veto.

Η κατάσταση χωρίς veto μπορεί να παρασταθεί ως εξής:

$$g_j(a) + u_j(g_j(a)) \geq g_j(b) + q_j(g_j(b))n_j$$

Όπου,

$$n_j = \frac{1 - c(aSb) - w_j}{1 - s - w_j}$$

Στην διαδικασία της επεξεργασίας, οι ενέργειες που ανήκουν σε κύκλο δεν λαμβάνονται πλέον ως αδιάφορες, όπως γινόταν στις προηγούμενες εκδόσεις των μεθοδολογιών ELECTRE για την επιλογή προβληματικών. Τώρα λαμβάνουμε υπ' όψη μας τον βαθμό ισχύος της σχέσης υπεροχής μεταξύ των δυο εναλλακτικών ενεργειών. Μια ενίσχυση της επιρροής του veto μας επιτρέπει να δημιουργήσουμε αληθινές συνδεδεμένες ομάδες – κλάσεις και έτσι προσδιορίζεται ένα άκυκλο γράφημα μεταξύ αυτών των ομάδων. Υπό αυτές τις συνθήκες έχουμε πάντα έναν και μοναδικό πυρήνα.

Η μέθοδος ELECTRE – I καθώς και η ELECTRE IS χρησιμοποιούνται από τα λογισμικά ELECTRE IS και SANA.

2.1.3. ELECTRE II

Η μέθοδος ELECTRE II είναι από τις πρώτες μεθόδους οι οποίες σχεδιαστήκαν για να επιλύσουν προβλήματα κατάταξης. Είναι σημαντικό να τονίσουμε ότι η μέθοδος ELECTRE II είναι επίσης η πρώτη μέθοδος η οποία έκανε χρήση της τεχνική της κατασκευής ισχυρών σχέσεων υπεροχής στην ακολουθία των ενεργειών. Η μέθοδος βασίζεται στην χρήση πραγματικών κριτηρίων.

Υπάρχουν δυο ειδών σχέσεις υπεροχής: (a) οι σχέσεις ισχυρής υπεροχής και (b) οι σχέσεις ασθενής υπεροχής. Οι σχέσεις ισχυρής και ασθενούς υπεροχής έχουν δημιουργηθεί για να προσδιορίσουν τα δυο επίπεδα συμφωνίας $s^1 > s^2$ όπου $s^1, s^2 \in [0.5, 1 - \min_{j \in J} w_j]$. Μπορούμε να ορίσουμε τον βαθμό συμφωνίας σύμφωνα με τον ισχυρισμό «το a υπερέχει του b», έτσι έχουμε:

$$c(aSb) \geq s' \text{ και } c(aSb) \geq c(bSa), \text{ για } r = 1, 2.$$

Η διαδικασία της μεθόδου είναι ένας αλγόριθμος που αποτελείται από τέσσερα βήματα.

1. **Διαμερισμός του συνόλου A.** Πρώτα απ' όλα προσδιορίζουμε την σχέση S^1 του συνόλου A. Με τον ίδιο τρόπο όπως και στην ELECTRE I, αυτή η σχέση μπορεί να προσδιορίσει στο σύνολο A έναν ή περισσότερους κύκλους. Όταν η κάθε ομάδα \bar{A} δεν έχει ξεχωριστεί από τα άλλα στοιχεία του συνόλου, οι ενέργειες που ανήκουν σε αυτή την ομάδα μπορούν να θεωρηθούν σαν συνδεδεμένες. Για τον σκοπό της σύγκρισης μεταξύ των στοιχείων του συνόλου \bar{A} μπορεί να χρησιμοποιηθεί η σχέση προτίμησης \succ^1 . Αυτή η σχέση έχει την ίδια σημασία όπως και η σχέση \succ για την ELECTRE I.
2. **Δημιουργία ενός πλήρη προδιατεταγμένου συνόλου Z_1 μέσα στο \bar{A} .** Μετά τον προσδιορισμό του συνόλου \bar{A} , προσδιορίζουμε το υποσύνολο B^1 από τις ομάδες του συνόλου \bar{A} ακολουθώντας τον κανόνα «τίποτα άλλο δεν είναι προτιμότερο από αυτά» σύμφωνα με την σχέση \succ^1 . Στην αρχή της κατάταξης βάζουμε τις δράσεις του συνόλου A των οποίων καμία άλλη δράση δεν υπερέχει. Μετά την απομάκρυνση του συνόλου B^1 από το \bar{A} εφαρμόζουμε τον ίδιο κανόνα στα $\bar{A} \setminus B^1$ και έτσι θα προκύψει το νέο υποσύνολο B^2 . Η διαδικασία συνεχίζεται και επαναλαμβάνεται με τον ίδιο τρόπο έως ότου προσδιοριστεί η τελική διαμέριση του συνόλου \bar{A} σε υποσύνολα $\{B_1, B_2, \dots\}$. Βάσει του συνόλου S^1 θα μπορέσουμε να προσδιορίσουμε μια γενικότερη περιγραφή της ερμηνείας του πλήρους προ-διατεταγμένου συνόλου Z_1 καθώς τοποθετούμε στην αρχική θέση αυτής της προ διατεταγμένης διαδικασίας όλες τις κατηγορίες του συνόλου B^1 στην συνέχεια αυτές του B^2 κοκ. Σκοπεύοντας να προσδιορίσουμε το σύνολο Z_1 με τον πιο ακριβή τρόπο, εξετάζουμε εάν είναι πιθανό να βελτιώσουμε αυτή την προκαθορισμένη σειρά βάσει των σχέσεων του συνόλου S^2 . Η διαδικασία άντλησης των στοιχείων απαιτεί την χρήση πληροφοριών οι οποίες έχουν ως αποτέλεσμα να επιφέρουν μια λιγότερο αξιόπιστη σχέση υπεροχής.
3. **Προσδιορισμός του πλήρους προ διατεταγμένου συνόλου Z_2 από το \bar{A} .** Η διαδικασία για να πραγματοποιηθεί αυτή η προ διατεταγμένη σειρά είναι παρόμοια με αυτή που αναφέρθηκε παραπάνω αλλά είναι απαραίτητες δυο μετατροπές:

- ο Εφαρμογή του κανόνα « δεν είναι προτιμότερο από τα υπόλοιπα» αντί του «κανένα άλλο δεν προτιμάτε», συμβολίζουμε με $\{B^1, B^2, \dots\}$ τα διαμερισμένα μέρη.
- ο Προσδιορισμός της γενικότερης εκδοχής ενός προ διατεταγμένου συνόλου Z_2 τοποθετώντας το στην ουρά αυτής της προ-διατεταγμένης διάταξης, μέσα σε μια ισχυρά συνδεδεμένη κατάσταση όλων των κατηγοριών του συνόλου B^1 και εν συνεχεία του συνόλου B^2 .

Επιλέγονται δηλαδή οι δράσεις που δεν υπερέχουν καμίας άλλης δράσης του συνόλου A .

4. **Προσδιορισμός του μεροληπτικού προ διατεταγμένου συνόλου Z .** Το μεροληπτικό προ διατεταγμένο σύνολο Z είναι η τομή των συνόλων Z_1 και Z_2 , $Z = Z_1 \cap Z_2$ το οποίο προσδιορίζεται με τον παρακάτω τρόπο:

$$aZb \Leftrightarrow aZ_1b \text{ και } aZ_2b.$$

Οι δράσεις για τις οποίες δεν έχουμε επαλήθευση της σχέσης Z θεωρούνται ως **ασύγκριτες**.

Η μέθοδος ELECTRE II υποστηρίζει το λογισμικό ELECCALC

2.1.4. ELECTRE III

Η μέθοδος ELECTRE III σχεδιάστηκε ως βελτίωση της ELECTRE II κυρίως στα θέματα της ανακρίβειας, της αβεβαιότητας και του κακού προσδιορισμού των δεδομένων. Η ELECTRE III εφαρμόστηκε με επιτυχία κατά την διάρκεια των δυο τελευταίων δεκαετιών σε μια μεγάλη γκάμα από εφαρμογές της πραγματικής ζωής. Η καινοτομία που έχει αυτή η μέθοδος είναι η εισαγωγή των ψευδοκριτηρίων αντί των πραγματικών κριτηρίων.

Στην μέθοδο ELECTRE III οι σχέσεις υπεροχής μπορούν να ερμηνευτούν σαν ασαφείς σχέσεις. Η κατασκευή αυτής της σχέσης απαιτεί τον προσδιορισμό ενός δείκτη

αξιοπιστίας, ο οποίος θα χαρακτηρίζει την αξιοπιστία του ισχυρισμού «το a υπερέχει του b » aSb , ως συμβολίσουμε αυτόν τον δείκτη ως $\rho(aSb)$. Ο δείκτης αυτός μπορεί να προσδιοριστεί κάνοντας χρήση του δείκτη συμφωνίας $c(aSb)$ (ο δείκτης συμφωνίας προσδιορίζεται όπως και στην ELECTRE IS) και του δείκτη ασυμφωνίας για κάθε κριτήριο g_j του συνόλου F ο οποίος είναι $d_j(aSb)$.

Οι τιμές τις οποίες μπορεί να πάρει ο δείκτης ασυμφωνίας είναι:

$$d_j(aSb) = \begin{cases} 1 & \text{εάν } g_j(b) > g_j(a) + u_j(g_j(a)) \\ 0 & \text{εάν } g_j(b) \leq g_j(a) + p_j(g_j(a)) \\ \frac{g_j(b) - g_j(a) - p_j(g_j(a))}{v_j(g_j(a)) - p_j(g_j(a))} & \text{αλλιώς} \end{cases}$$

Όπου $v_j(g_j(a)), p_j(g_j(a))$ είναι το κατώφλι veto και προτίμησης αντίστοιχα.

Στην συνέχεια παρουσιάζεται ο δείκτης αξιοπιστίας:

$$\rho(aSb) = c(aSb) \prod_{\{j \in J: d_j(aSb) > c(aSb)\}} \frac{1 - d_j(aSb)}{1 - c(aSb)}$$

Σημειώνουμε ότι όταν $d_j(aSb) = 1$ συνεπάγεται ότι $\rho(aSb) = 1$ επειδή $c(aSb) < 1$.

Ο προσδιορισμός του $\rho(aSb)$ είναι βασισμένος στις ακόλουθες βασικές διατυπώσεις:

- I. Όταν δεν υπάρχει κανένα κριτήριο ασυμφωνίας, η αξιοπιστία της σχέση υπεροχής είναι ίση με το εύρος του δείκτη συμφωνίας.
- II. Όταν το κριτήριο ασυμφωνίας θέσει veto ο ισχυρισμός δεν είναι αξιόπιστος και οι δείκτες αυτοί έχουν μηδενική τιμή.
- III. Για τις υπόλοιπες περιπτώσεις στις οποίες το εύρος του δείκτη συμφωνίας είναι αυστηρά χαμηλότερο από τον δείκτη ασυμφωνίας στο κριτήριο ασυμφωνίας, ο δείκτης της αξιοπιστίας γίνεται χαμηλότερος από το εύρος του δείκτη συμφωνίας. Αυτό συμβαίνει λόγω της αντίθετης επιρροής που ασκείται πάνω σε αυτό το κριτήριο.

Οι διαδικασίες επεξεργασίας της μεθόδου ξεκινούν με την παραγωγή δυο πλήρως προδιατεταγμένων συνόλων από τις ασαφείς σχέσεις, έτσι όπως συμβαίνει και

στην ELECTRE II. Προκύπτει έτσι ένα τελικό μεροληπτικό προ-διατεταγμένο σύνολο Z , το οποίο είναι η διατομή των δυο πλήρη προ-διατεταγμένων συνόλων Z_1 και Z_2 , τα οποία προέκυψαν σύμφωνα με τις δυο μεταβλητές της ίδιας αρχής και οι οποίες επιδρούν ανταγωνιστικά στις διαπραγματευόμενες ενέργειες.

Το μερικώς προ-διατεταγμένο σύνολο Z_1 έχει ορισθεί σαν ένα κομμάτι του συνόλου A το οποίο είναι διατεταγμένο σε ομάδες q , $\overline{B_1}, \dots, \overline{B_h}, \dots, \overline{B_q}$ όπου $\overline{B_1}$ είναι η αρχική ομάδα του συνόλου Z_1 . Κάθε ομάδα $\overline{B_h}$ αποτελείται από συνδεδεμένα στοιχεία ανάλογα με το Z_1 .

Το πλήρως προ-διατεταγμένο σύνολο Z_2 είναι και αυτό δομημένο κατά τον ίδιο τρόπο, όπου το A είναι διαχωρισμένο σε u διατεταγμένες ομάδες, $\overline{B_1}, \dots, \overline{B_h}, \dots, \overline{B_u}$, όπου $\overline{B_u}$ είναι η αρχική ομάδα. Κάθε μια από αυτές τις ομάδες έχει ληφθεί υπ' όψη σαν το τελικό αποτέλεσμα της διαδικασίας της επεξεργασίας των δεδομένων (φιλτράρισμα).

Η διαδικασία αρχικά υπολογίζει το σύνολο Z_1 (πρώτο φιλτράρισμα) και προσδιορίζει το αρχικό σύνολο $D_0 = A$ το οποίο καθοδηγεί το πρώτο τελικό φιλτράρισμα του συνόλου $\overline{B_1}$. Στην συνέχεια λαμβάνομε το σύνολο $\overline{B_h}$ και ξεκινάει διαδικασία του φιλτραρίσματος $h + 1$ και η διαδικασία θέτει $D_0 = A \setminus (\overline{B_1} \cup \dots \cup \overline{B_h})$. Βάσει του συνόλου Z_1 οι ενέργειες της ομάδα $\overline{B_h}$ είναι πιο προτιμητέες από αυτές της ομάδας $\overline{B_{h+1}}$ και για τον λόγο αυτό η διαδικασία του φιλτραρίσματος που οδηγεί σε αυτές τις ομάδες ονομάζεται κατάδυση (από πάνω προς τα κάτω). Η διαδικασία που οδηγεί στο σύνολο Z_2 είναι σχεδόν ταυτόσημη, αλλά τώρα οι ενέργειες στο σύνολο $\overline{B_{h+1}}$ είναι πιο προτιμότερες από αυτές του συνόλου $\overline{B_h}$. Η διαδικασία αυτή καλείται ως αναρριχώμενη (από κάτω προς τα πάνω).

Το μεροληπτικό προ-διατεταγμένο σύνολο Z μπορεί να υπολογιστεί από την διατομή των συνόλων Z_1 και Z_2 . Ένα πλήρως προ-διατεταγμένο σύνολο θα πρέπει τελικά να λαμβάνει υπ' όψη του τα μεροληπτικά προ-διατεταγμένα σύνολα και επιπλέον ορισμένες θεωρήσεις. Η πιθανότητα των αδυναμιών σύγκρισης παραμένει, ενώ στα προ-διατεταγμένα σύνολα μπορεί να αντιμετωπιστεί.

Η μέθοδος ELECTRE III υποστηρίζει τα λογισμικά ELECTRE III/IV και CELECTRE

2.1.5. ELECTRE IV

Πιο πάνω αναφερθήκαμε στην δυσκολία που υπάρχει στον προσδιορισμό του σχετικού συντελεστή σημαντικότητας των κριτηρίων. Παρόλα αυτά όμως σε ορισμένες περιπτώσεις δεν είμαστε ικανοί, δεν θέλουμε ή δεν ξέρουμε πώς να προσδιορίσουμε μια τιμή σε τόσους συντελεστές. Αυτό δεν σημαίνει ότι είμαστε ικανοποιημένοι από την λήψη προ-διατεταγμένων συνόλων με την ίδια τιμή για όλους τους συντελεστές w_j , όταν εφαρμόζουμε την ELECTRE III. Μια άλλη προσέγγιση που μπορούμε να πάρουμε, είναι να προσδιορίσουμε ένα προ-διατεταγμένο σύνολο στο οποίο θα λαμβάνουμε υπ' όψη μας όλα τα υπόλοιπα προ-διατεταγμένα σύνολα που προκύπτουν από τις εφαρμογές των ξεχωριστών συνδυασμών των βαρών. Προφανώς αυτή η περίπτωση θα είναι δύσχρηστη και δύσκολη.

Η ELECTRE IV είναι επίσης μια διαδικασία βασισμένη στον σχεδιασμό μιας ομάδας από σταθερές σχέσεις υπεροχής. Εδώ υπάρχουν πέντε διαφορετικές σχέσεις S^1, \dots, S^5 . Η σχέση S^{r+1} όπου ($r = 1, 2, 3, 4$) δέχεται μια υπεροχή σε πολύ λιγότερες αξιόπιστες περιπτώσεις από ότι η σχέση S^r . Αυτό σημαίνει την εκχώρηση της μεταβλητής ρ_r του δείκτη αξιοπιστίας $\rho(aSb)$ στον ισχυρισμό aSb . Η επιλεγμένη τιμή πρέπει να είναι $\rho_r > \rho_{r+1}$. Επιπλέον, η μετακίνηση από την μια τιμή της αξιοπιστίας ρ_r σε μια άλλη ρ_{r+1} λαμβάνεται υπ' όψη ως ζημιά. Η διαδικασία για την εξαγωγή αποτελεσμάτων από την μέθοδο ELECTRE IV είναι ίδια με αυτή ELECTRE III.

Η μέθοδος ELECTRE IV υποστηρίζει το λογισμικό ELECTRE III/V.

2.1.6. ELECTRE Tri

Η μέθοδος ELECTRE TRI έχει σχεδιαστεί για τον προσδιορισμό ενός συνόλου ενεργειών, το οποίο μπορεί να αποτελείται από στόχους ή αντικείμενα σε κατηγορίες

(προβληματική β). Στην ELECTRE TRI οι κατηγορίες είναι σύνολα διατεταγμένα από το χειρότερο (C_1) στο καλύτερο (C_k). Ας ορίσουμε με $C = \{C_1, \dots, C_h, \dots, C_k\}$ τα σύνολα που αντιστοιχούν σε κάθε κατηγορία. Η κάθε κατηγορία χαρακτηρίζεται από ένα χαμηλό και ένα υψηλό επίπεδο. Ο προσδιορισμός του κριτηρίου a σε μια από τις κατηγορίες C_h είναι αποτέλεσμα, της σύγκρισης του a με τα προσδιορισμένα υψηλά και χαμηλά οριακά επίπεδα των κατηγοριών. Με b_h ορίζουμε το άνω όριο της κατηγορίας C_h και το κάτω όριο της κατηγορίας C_{h+1} , για όλα τα $h=1, \dots, k$. Για το δεδομένο όριο b_h της κατηγορίας C_h η σύγκριση βασίζεται στην αξιοπιστία των ισχυρισμών aSb_h και b_hSa . Ο δείκτης αξιοπιστίας προσδιορίζεται με τον ίδιο τρόπο όπως και στην ELECTRE III. Στην συνέχεια, θα υποθέσουμε, ότι η προτίμηση αυξάνει σύμφωνα με την τιμή του κριτηρίου.

Μετά τον προσδιορισμό του δείκτη αξιοπιστίας, εισάγουμε και το επίπεδο αποκοπής- λ των ασαφών σχέσεων με στόχο να πάρουμε μια ξεκάθαρη σχέση υπεροχής. Αυτό το επίπεδο μπορεί να προσδιοριστεί ως η μικρότερη τιμή του δείκτη αξιοπιστίας που είναι σύμφωνος με τον ισχυρισμό aSb_h . Συμβολίζουμε με \succ την προτίμηση, με I την σχέση αδιαφορίας και με R την ασυγκρισιμότητα των δυικών σχέσεων.

Η ενέργεια a και το επίπεδο b_h μπορεί να συνδέονται με μια από τις παρακάτω καταστάσεις:

- a. aIb_h εάν aSb_h και b_hSa
- b. $a \succ b_h$ εάν aSb_h και όχι b_hSa
- c. $b_h \succ a$ εάν όχι aSb_h και b_hSa
- d. aRb_h εάν όχι aSb_h και όχι b_hSa

Σκοπός της διαδικασίας είναι να αξιοποιήσουμε τις παραπάνω δυικές σχέσεις και να προτείνουμε μια ενέργεια. Η πρόταση αυτή μπορεί να βασίζεται σε δυο λογικές:

1. Την *λογική της σύζευξης*, όπου η κάθε ενέργεια μπορεί να προσδιοριστεί σε μια κατηγορία όταν η αποτίμηση σε κάθε κριτήριο είναι τουλάχιστον καλή όσο και το κατώτατο όριο της κατηγορίας στην οποία έχει προσδιοριστεί το κριτήριο. Η

ενέργεια αυτή λόγω του προηγούμενου γεγονότος προσδιορίστηκε σε υψηλότερη κατηγορία ικανοποιώντας αυτή την συνθήκη.

2. Την *λογική της διάζευξης*, στην οποία μια ενέργεια μπορεί να προσδιοριστεί σε μια κατηγορία, εάν έχει τουλάχιστον σε ένα κριτήριο μια αποτίμηση τουλάχιστον καλή όσο το κατώτατο όριο της κατηγορίας στην οποία έχει καθοριστεί το κριτήριο. Για τον λόγο αυτό η ενέργεια προσδιορίζεται στην υψηλότερη κατηγορία ικανοποιώντας αυτή την συνθήκη.

Με τον κανόνα της διάζευξης, η εκχώρηση της ενέργειας είναι γενικότερα υψηλότερη από ότι με τον κανόνα της σύζευξης. Αυτό δείχνει γιατί ο κανόνας της σύζευξης ερμηνεύεται συνήθως ως πεσιμιστικός και ο διαζευκτικός κανόνας ερμηνεύεται σαν οπτιμιστικός. Αυτή η ερμηνεία (οπτιμιστικού – πεσιμιστικού) μπορεί να αντιμετωπιστεί σύμφωνα με την εννοιολογική προσάρτηση των σχέσεων υπεροχής.

Όταν δεν υπάρχει αδυναμία σύγκρισης της ενέργειας a με τα όρια των κατηγοριών, η ενέργεια a προσδιορίζεται στην ίδια κατηγορία μαζί με τις πεσιμιστικές και οπτιμιστικές θεωρήσεις. Όταν η ενέργεια a προσδιορίζεται σε διαφορετικές κατηγορίες από τους οπτιμιστικούς και πεσιμιστικούς κανόνες είναι ασύγκριτη με όλα τα ενδιάμεσα όρια των κατηγοριών.

Η μέθοδος ELECTRE TRI είναι γενίκευση των δυο παραπάνω κανόνων που αναφερθήκαν. Έτσι έχουμε:

- Στον κανόνα της σύζευξης: αντικαθιστούμε, την κατάσταση «σε κάθε κριτήριο» με την «στην επαρκή μειονότητα των κριτηρίων με την απουσία veto».
- Στον κανόνα της διάζευξης: αντικαθιστούμε, την κατάσταση «τουλάχιστον σε ένα κριτήριο» με την «στην επαρκή μειονότητα των κριτηρίων με την απουσία veto».

Οι δυο διαδικασίες μπορούν να παρασταθούν ως ακολούθως.

1. Πεσιμιστικός κανόνας. Μια ενέργεια μπορεί να προσδιοριστεί στην υψηλότερη κατηγορία C_h καθώς aSb_{h-1} . Η διαδικασία έχει ως εξής:
 - Σύγκρινε το a διαδοχικά με το b_r , $r = k - 1, k - 2, \dots, 0$

- Το όριο b_h είναι το πρώτο επίπεδο που αντιμετωπίζεται κατ' αυτό τον τρόπο (aSb_h). Προσδιόρισε το a στην κατηγορία C_{h+1} .
2. Οπτιμιστικός κανόνας. Μια ενέργεια a μπορεί να προσδιοριστεί στην χαμηλότερη κατηγορία C_h καθώς $b_h \succ a$. Η διαδικασία έχει ως εξής:
- Σύγκρινε το a διαδοχικά με το b_r , $r = 1, 2, \dots, k-1$.
 - Το όριο b_h είναι το πρώτο επίπεδο που αντιμετωπίζεται με αυτό τον τρόπο ($b_h \succ a$). Προσδιόρισε το a στην κατηγορία C_h .

Η μέθοδος ELECTRE Tri υποστηρίζει τα λογισμικά ELECTRE TRI, MEDUSAT, IRIS και SKILLS EVALUATOR

2.2. Η οικογένεια των μεθόδων PROMETHEE

Η μέθοδος PROMETHEE (Preference Ranking Organization METHod for Enrichment Evaluation), η οποία ανήκει στη θεωρία των σχέσεων υπεροχής, προτάθηκε για πρώτη φορά από τον Brans (1982). Ακολούθησαν και άλλες δημοσιεύσεις της μεθόδου με σπουδαιότερες των Brans and Vincke (1985) και Brans et al (1986). Οι βασικές αρχές που διέπουν τη μέθοδο σε σχέση με άλλες μεθόδους της ίδιας κατηγορίας (μέθοδοι ELECTRE) είναι οι εξής: (α) επέκταση στην έννοια των κριτηρίων, (β) εκτιμώμενη σχέση υπεροχής και (γ) εκμετάλλευση της σχέσης υπεροχής. Σε ότι αφορά την αρχή της επέκτασης της έννοιας των κριτηρίων προτείνονται στον αποφασίζοντα νέες συναρτήσεις κριτηρίων, όπως κριτήριο τελείως αυστηρό (αυστηρή προτίμηση), κριτήριο αυστηρό αλλά με περιοχή αδιαφορίας, κριτήριο με γραμμική προτίμηση κ.α. Στη μέθοδο PROMETHEE η εκτιμώμενη σχέση υπεροχής είναι λιγότερο ευαίσθητη σε μικρές τροποποιήσεις και κατά συνέπεια, είναι εύκολη η ερμηνεία της. Η εκμετάλλευση της σχέσης υπεροχής πραγματοποιείται όταν οι εναλλακτικές λύσεις πρέπει να ταξινομηθούν από την καλύτερη προς τη χειρότερη. Αμέσως μετά αναλύονται οι μέθοδοι PROMETHEE I, η οποία παρέχει μια μερική ταξινόμηση των εναλλακτικών λύσεων (partial ranking) και η PROMETHEE II στην οποία πραγματοποιεί μια πλήρη ταξινόμηση των εναλλακτικών λύσεων (complete ranking).

2.2.1. PROMETHEE I

Έστω ότι έχουμε να επιλύσουμε το ακόλουθο πολυκριτήριο πρόβλημα:

$$\text{Max}\{f_1(a), \dots, f_k(a) / a \in K\}$$

όπου:

K : είναι ένα πεπερασμένο σύνολο ενεργειών

f_i όπου $i = 1, \dots, k$: είναι τα k κριτήρια εκτίμησης τα οποία πρέπει να βελτιστοποιηθούν.

Μέσω των μεθόδων PROMETHEE το παραπάνω πολυκριτήριο πρόβλημα επιλύεται στα εξής δύο στάδια:

- (1) Ανάπτυξη μιας σχέσης υπεροχής στο σύνολο K των εναλλακτικών ενεργειών.
- (2) Εκμετάλλευση της σχέσης αυτής, ώστε να επιλυθεί το εξεταζόμενο πολυκριτήριο πρόβλημα.

Στο πρώτο στάδιο ο αποφασίζων θα πρέπει να εκφράσει τις προτιμήσεις του σχετικά με τις εξεταζόμενες εναλλακτικές ενέργειες. Για το σκοπό αυτό ορίζεται μια συνάρτηση προτίμησης P , η οποία αναπαριστά τις προτιμήσεις του αποφασίζοντα.

Έστω f ένα κριτήριο απόφασης, οι τιμές του οποίου ανήκουν στο σύνολο των πραγματικών αριθμών: $f : K \rightarrow R$ και έστω ότι το κριτήριο αυτό θα πρέπει να μεγιστοποιηθεί, χωρίς αυτό να αποτελεί περιορισμό. Για κάθε εναλλακτική ενέργεια $a \in K$, ορίζεται ως $f(a)$ η εκτίμηση της ενέργειας αυτής πάνω στο συγκεκριμένο κριτήριο (η τιμή του κριτηρίου για την ενέργεια a).

Συγκρίνοντας τις δύο εναλλακτικές ενέργειες $\alpha, \beta \in K$, ορίζεται η συνάρτηση προτίμησης P ως εξής:

$$P : K \times K \rightarrow (0,1)$$

Η οποία εκφράζει το αποτέλεσμα της σύγκρισης των δύο εναλλακτικών ενεργειών, δηλαδή την ένταση της προτίμησης του αποφασίζοντα για την εναλλακτική ενέργεια α ως προς την εναλλακτική ενέργεια β , ως εξής:

- $P(\alpha, \beta) = 0 \Rightarrow$ Υπάρχει αδιαφορία μεταξύ των ενεργειών α και β
- $P(\alpha, \beta) \sim 0 \Rightarrow$ Υπάρχει ελαφρά προτίμηση της α από τη β
- $P(\alpha, \beta) \sim 1 \Rightarrow$ Υπάρχει ισχυρή προτίμηση της α από τη β
- $P(\alpha, \beta) = 1 \Rightarrow$ Υπάρχει σαφής προτίμηση της α από τη β

Στην πραγματικότητα η συνάρτηση προτίμησης είναι συχνά μια συνάρτηση της διαφοράς των εκτιμήσεων των δύο εναλλακτικών ενεργειών, δηλαδή:

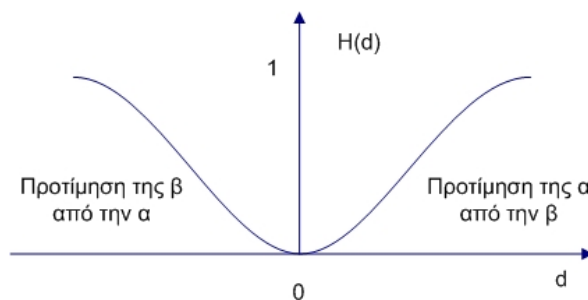
$$P(\alpha, \beta) = P[f(\alpha) - f(\beta)]$$

Η συνάρτηση προτίμησης, όπως έχει οριστεί, είναι μια αύξουσα συνάρτηση της διαφοράς $d = f(\alpha) - f(\beta)$, η οποία παίρνει την τιμή 0 για όλες τις αρνητικές τιμές του d . Αυτό είναι φυσικό, καθώς όπως έχει οριστεί η συνάρτηση προτίμησης δείχνει μόνο την ένταση της προτίμησης της ενέργειας α από την ενέργεια β , ενώ όταν η β υπερέχει της α τότε η συνάρτηση προτίμησης παίρνει την τιμή 0.

Προκειμένου η συνάρτηση προτίμησης να λαμβάνει υπόψη και την υπεροχή της εναλλακτικής ενέργειας β ως προς την εναλλακτική ενέργεια α , ορίζεται η συνάρτηση H ως εξής:

$$H(d) = \begin{cases} P(\alpha, \beta), & d \geq 0, \\ P(\beta, \alpha), & d \leq 0 \end{cases}$$

Όταν η διαφορά d παίρνει θετικές τιμές, τότε η συνάρτηση $H(d)$ δείχνει την ένταση της προτίμησης της εναλλακτικής α ως προς την εναλλακτική β . Όταν η διαφορά d είναι αρνητική, τότε η συνάρτηση $H(d)$ δείχνει την ένταση της προτίμησης της β ως προς την α , η οποία αυξάνει καθώς η τιμή του d μικραίνει, δηλαδή όταν η εκτίμηση της ενέργειας β πάνω στο συγκεκριμένο κριτήριο $f(\beta)$, γίνεται όλο και μεγαλύτερη σε σχέση με την αντίστοιχη εκτίμηση της ενέργειας α , $f(\alpha)$. Η μορφή της συνάρτησης $H(d)$ παρουσιάζεται στο Σχήμα 6.



Σχήμα 6. Η μορφή της συνάρτησης $H(d)$ (Zopounidis et. al, 1996)

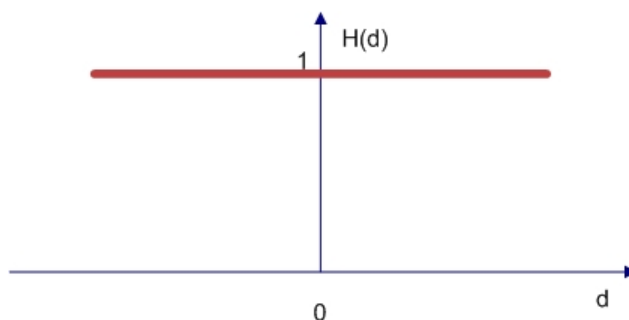
Για τον σαφή καθορισμό της μορφής της συνάρτησης προτίμησης, χρησιμοποιούνται έξι γενικευμένα κριτήρια, τα οποία καλύπτουν στις περισσότερες πρακτικές περιπτώσεις τον τρόπο με τον οποίο εκφράζει τις προτιμήσεις του ο αποφασίζων (Brans et al, 1986). Τα γενικευμένα αυτά κριτήρια είναι τα εξής:

(α) Το *σύννηθες κριτήριο* (usual criterion)

Σύμφωνα με το κριτήριο αυτό ο αποφασίζων θεωρεί ότι υπάρχει αδιαφορία μεταξύ δύο εναλλακτικών ενεργειών α και β αν και μόνο αν $f(\alpha) = f(\beta)$. Σε οποιαδήποτε άλλη περίπτωση ο αποφασίζων θεωρεί ότι υπάρχει σαφής προτίμηση για την ενέργεια με την μεγαλύτερη εκτίμηση. Η συνάρτηση $H(d)$ στην περίπτωση αυτή ορίζεται σύμφωνα με τον τύπο:

$$H(d) = \begin{cases} 0, & d = 0 \\ 1, & d \neq 0 \end{cases}$$

Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $H(d)$ φαίνεται στο Σχήμα 7.



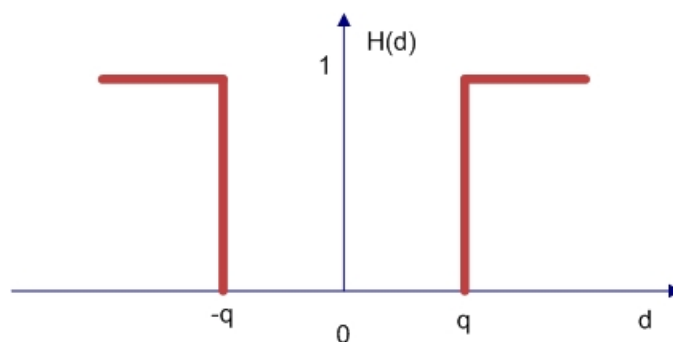
Σχήμα 7. Το *σύννηθες κριτήριο* (Zopounidis et. al, 1996)

(β) Το σχεδόν κριτήριο (quasi criterion)

Σύμφωνα με το γενικευμένο αυτό κριτήριο, ο αποφασίζων θεωρεί ότι υπάρχει αδιαφορία μεταξύ δύο εναλλακτικών ενεργειών, όταν η διαφορά των εκτιμήσεων τους δεν υπερβαίνει ένα όριο αδιαφορίας q , διαφορετικά υπάρχει σαφής προτίμηση. Για τη χρησιμοποίηση αυτού του γενικευμένου κριτηρίου, θα πρέπει να καθοριστεί το όριο αδιαφορίας, το οποίο αναπαριστά τη μέγιστη τιμή της διαφοράς των εκτιμήσεων των δύο συγκρινόμενων ενεργειών, κάτω από την οποία ο αποφασίζων θεωρεί ότι υπάρχει αδιαφορία μεταξύ των ενεργειών αυτών. Ο τύπος της συνάρτησης $H(d)$ έχει ως εξής:

$$H(d) = \begin{cases} 0, & -q \leq d \leq q \\ 1, & d < -q \vee d > q \end{cases}$$

Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $H(d)$ φαίνεται στο Σχήμα 8.



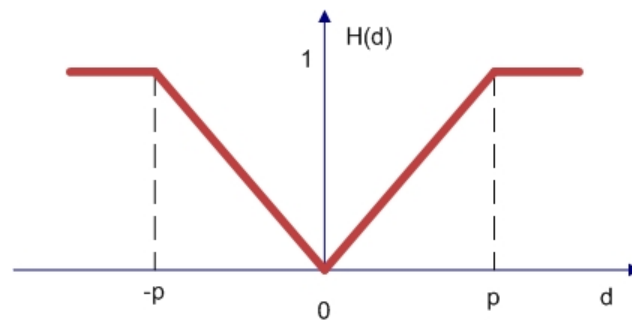
Σχήμα 8. Το σχεδόν κριτήριο (Zorounidis et. al, 1996)

(γ) Κριτήριο γραμμικής προτίμησης (criterion with linear preference)

Ο αποφασίζων χρησιμοποιώντας το κριτήριο αυτό θεωρεί ότι εφόσον η διαφορά d είναι μικρότερη από ένα όριο προτίμησης p , τότε η προτίμηση του αυξάνει γραμμικά με το d . Αν η διαφορά d γίνει μεγαλύτερη από το όριο προτίμησης p , τότε υπάρχει σαφής προτίμηση. Στην περίπτωση που χρησιμοποιείται αυτό το γενικευμένο κριτήριο θα πρέπει να καθοριστεί το όριο προτίμησης p , το οποίο αναπαριστά την ελάχιστη τιμή της διαφοράς d , πάνω από την οποία ο αποφασίζων θεωρεί ότι υπάρχει σαφής προτίμηση για μια από τις δύο συγκρινόμενες εναλλακτικές ενέργειες. Παρακάτω παρουσιάζεται ο τύπος της συνάρτησης $H(d)$.

$$H(d) = \begin{cases} \frac{d}{p}, & -p \leq d \leq p \\ 1, & d < -p \vee d > p \end{cases}$$

Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $H(d)$ φαίνεται στο Σχήμα 9.



Σχήμα 9. Το κριτήριο της γραμμικής προτίμησης (Zorounidis et. al, 1996)

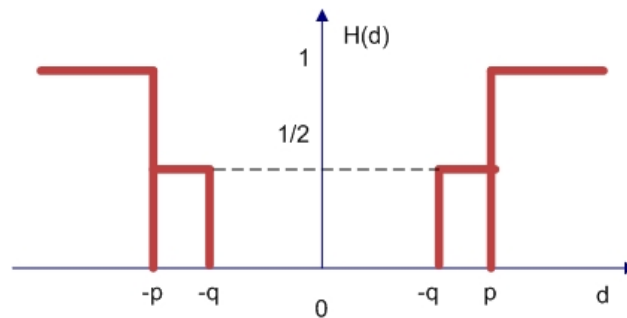
(δ) Κριτήριο επιπέδου (level criterion)

Στο γενικευμένο αυτό κριτήριο χρησιμοποιείται τόσο το όριο αδιαφορίας, όσο και το όριο προτίμησης. Εφόσον η τιμή της διαφοράς d βρίσκεται μεταξύ του ορίου αδιαφορίας q και του ορίου προτίμησης p , τότε υπάρχει ελαφρά προτίμηση ($H(d) = \frac{1}{2}$).

Στις υπόλοιπες περιπτώσεις ισχύουν οι παρατηρήσεις που έγιναν στα προηγούμενα δύο γενικευμένα κριτήρια. Δηλαδή, όταν η διαφορά d είναι μικρότερη του ορίου αδιαφορίας, τότε υπάρχει αδιαφορία μεταξύ των συγκρινόμενων εναλλακτικών ενεργειών, ενώ όταν η διαφορά d είναι μεγαλύτερη από το όριο προτίμησης, τότε υπάρχει σαφής προτίμηση

$$H(d) = \begin{cases} 0, & \alpha\nu \quad |d| \leq q \\ \frac{1}{2}, & \alpha\nu \quad q < |d| \leq p \\ 1, & \alpha\nu \quad |d| > p \end{cases}$$

Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $H(d)$ φαίνεται στο Σχήμα 10.



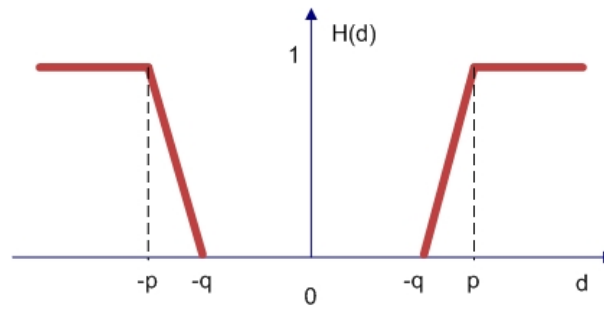
Σχήμα 10. Το κριτήριο επιπέδου (Zorounidis et. al, 1996)

(ε) *Κριτήριο γραμμικής προτίμησης και περιοχής αδιαφορίας* (criterion with linear preference and indifference area)

Ο αποφασίζων στην περίπτωση αυτή θεωρεί ότι η προτίμηση του αυξάνει γραμμικά από την αδιαφορία στην σαφή προτίμηση, όταν η διαφορά d βρίσκεται μεταξύ του ορίου αδιαφορίας και του ορίου προτίμησης.

$$H(d) = \begin{cases} 0, & \alpha\nu \quad |d| \leq q \\ \frac{|d| - q}{p - q}, & \alpha\nu \quad q < |d| \leq p \\ 1, & \alpha\nu \quad |d| > p \end{cases}$$

Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $H(d)$ φαίνεται στο Σχήμα 11.



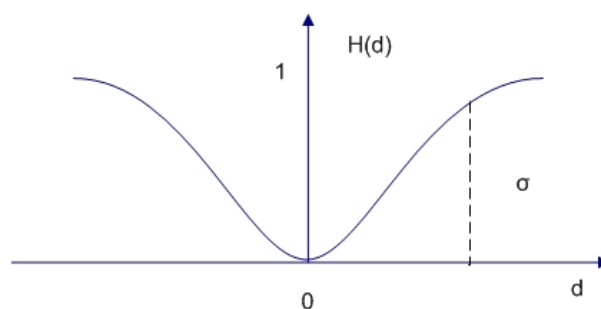
Σχήμα 11. Το κριτήριο γραμμικής προτίμησης και περιοχή αδιαφορίας (Zorounidis et. al, 1996)

(στ) Κριτήριο του Gauss (Gaussian criterion)

Σύμφωνα με το γενικευμένο αυτό κριτήριο, οι προτιμήσεις του αποφασίζοντα περιγράφονται από την παρακάτω σχέση:

$$H(d) = 1 - e^{(-d^2/2\sigma^2)}$$

Η παράμετρος σ αναπαριστά την απόσταση από τον κάθετο άξονα, στην οποία η καμπύλη προτίμησης αλλάζει κλίση και μπορεί εύκολα να καθοριστεί, χρησιμοποιώντας τους πίνακες της κανονικής κατανομής. Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $H(d)$ φαίνεται στο Σχήμα 12.



Σχήμα 12. Το κριτήριο Gauss (Zorounidis et. al, 1996)

Έχοντας ο αποφασίζων καθορίσει για κάθε κριτήριο εκτίμησης τον τρόπο με τον οποίο εκφράζει τις προτιμήσεις του, μέσω ενός από τα παραπάνω γενικευμένα κριτήρια, θα πρέπει στη συνέχεια να αναπτυχθεί ένας δείκτης προτιμήσεων,

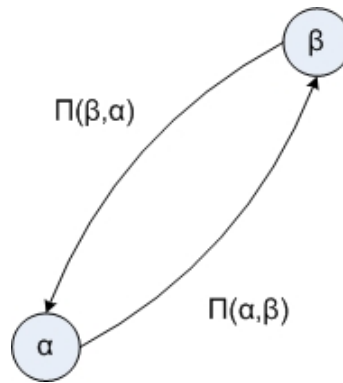
εξετάζοντας όλα τα κριτήρια εκτίμησης ταυτόχρονα. Για το λόγο αυτό θα πρέπει ο αποφασίζων να καθορίσει για κάθε κριτήριο f ένα βάρος m , το οποίο δίνει την σχετική σημασία αυτού του κριτηρίου. Στη συνέχεια αναπτύσσεται ο δείκτης προτίμησης Π , ως ο σταθμισμένος μέσος των συναρτήσεων προτίμησης P_i :

$$\Pi(\alpha, \beta) = \frac{\sum_{i=1}^K \Pi_i P_i(\alpha, \beta)}{\sum_{i=1}^K \Pi_i}$$

Ο δείκτης προτίμησης αναπαριστά την ένταση της προτίμησης του αποφασίζοντα για μια εναλλακτική ενέργεια α ως προς μια άλλη εναλλακτική ενέργεια β , όταν εξετάζονται ταυτόχρονα όλα τα κριτήρια. Ο δείκτης προτίμησης παίρνει τιμές από το διάστημα $(0,1)$, έτσι ώστε:

- $\Pi(\alpha, \beta) \approx 0 \Rightarrow$ υπάρχει ελαφρά προτίμηση της ενέργειας α ως προς την ενέργεια β , εξετάζοντας όλα τα κριτήρια.
- $\Pi(\alpha, \beta) \approx 1 \Rightarrow$ υπάρχει ισχυρή προτίμηση της ενέργειας α ως προς την ενέργεια β , εξετάζοντας όλα τα κριτήρια.

Μέσω του δείκτη προτίμησης, αναπτύσσεται μια σχέση υπεροχής πάνω στο σύνολο K των εναλλακτικών ενεργειών. Για την καλύτερη αναπαράσταση της σχέσης αυτής κατασκευάζεται ένα γράφημα υπεροχής, στο οποίο οι εναλλακτικές ενέργειες αναπαρίστανται ως κόμβοι, ενώ τα τόξα που ενώνουν τους κόμβους αναπαριστούν την υπεροχή μιας εναλλακτικής ενέργειας προς μια άλλη, μέσω του δείκτη προτίμησης (Σχήμα 13).



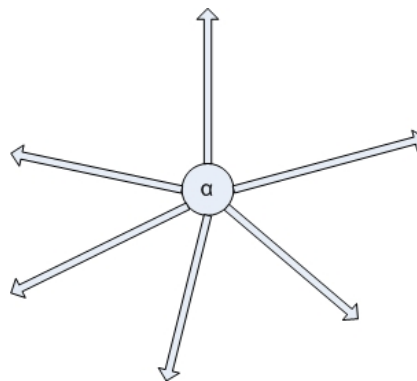
Σχήμα 13. Το γράφημα υπεροχής

Για κάθε κόμβο α του γραφήματος υπεροχής, καθορίζονται οι ροές εισόδου και εξόδου ως εξής:

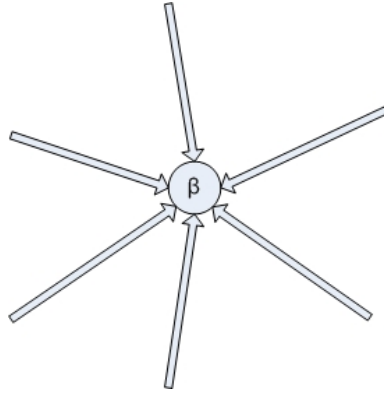
$$\text{Ροή εισόδου: } \phi^{-}(\alpha) = \sum_{\beta \in K} \Pi(\beta, \alpha)$$

$$\text{Ροή εξόδου: } \phi^{+}(\alpha) = \sum_{\beta \in K} \Pi(\alpha, \beta)$$

Η ροή εξόδου δείχνει την υπεροχή της εναλλακτικής ενέργειας α ως προς όλες τις υπόλοιπες εναλλακτικές ενέργειες (Σχήμα 14), εξετάζοντας ταυτόχρονα όλα τα κριτήρια, ενώ η ροή εισόδου αναπαριστά την υπεροχή όλων των υπόλοιπων εναλλακτικών ενεργειών ως προς την ενέργεια α (Σχήμα 15).



Σχήμα 14. Η υπεροχή της εναλλακτικής α έναντι των υπολοίπων ενεργειών



Σχήμα 15. Η υπεροχή των υπολοίπων ενεργειών έναντι της εναλλακτικής β

Κατά συνέπεια, λαμβάνεται μια μερική κατάταξη των εναλλακτικών με βάση τις τιμές της $\varphi(a)$ και $\varphi^-(a)$. Με την κατάταξη αυτή ολοκληρώνεται η μέθοδος PROMETHEE I, η οποία δείχνει τυχόν αδυναμίες σύγκρισης που υπάρχουν μεταξύ διαφορετικών ενεργειών και προέρχονται από αντικρουόμενα κριτήρια (Teno and Mareschal, 1998).

2.2.2. PROMETHEE II

Αφαιρώντας τη ροή εισόδου από τη ροή εξόδου υπολογίζεται η καθαρή ροή για ένα κόμβο, ως εξής:

$$\varphi'(a) = \varphi^+(a) - \varphi^-(a)$$

Μέσω της καθαρής ροής είναι δυνατή η πλήρη κατάταξη των εναλλακτικών ενεργειών. Η χρήση της καθαρής ροής από τη μέθοδο PROMETHEE II γίνεται για να εξαχθεί μια πλήρη κατάταξη των εναλλακτικών (Teno and Mareschal, 1998).

Μια επίσης πολύ σημαντική πληροφορία είναι να υπάρχει ένας δείκτης προτίμησης μιας ενέργειας a ως προς όλες τις υπόλοιπες εναλλακτικές ενέργειες, εξετάζοντας ένα συγκεκριμένο κριτήριο j . Η πληροφορία αυτή δίνεται από τη μονοκριτήρια ροή (unicriterion flow) $\varphi_j(a)$, η οποία υπολογίζεται ως εξής:

$$\phi_j(\alpha) = \sum_{\beta \in K} \{P_j(\alpha, \beta) - P_j(\beta, \alpha)\}$$

Όταν η ροή αυτή είναι ένας μεγάλος θετικός αριθμός τότε η ενέργεια α υπερέρχει όλων των υπολοίπων εναλλακτικών ενεργειών όταν εξετάζεται μόνο το κριτήριο j . Στην αντίθετη περίπτωση, όταν η τιμή της ροής αυτής είναι ένας μεγάλος αρνητικός αριθμός, τότε όλες οι υπόλοιπες εναλλακτικές ενέργειες υπερέρχουν της ενέργειας α , όταν εξετάζεται το κριτήριο j .

Χρησιμοποιώντας τις καθαρές ροές για κάθε κόμβο του γραφήματος υπεροχής (εναλλακτικές ενέργειες), η μέθοδος PROMETHEE II δίνει μια πλήρη κατάταξη των εναλλακτικών ενεργειών του συνόλου K , από την καλύτερη προς τη χειρότερη. Έτσι, με βάση τις υπολογισμένες καθαρές ροές όλων των εναλλακτικών ενεργειών, για δύο εναλλακτικές ενέργειες α και β υπάρχουν οι εξής δύο περιπτώσεις.

$$\alpha P_{II} \beta \text{ (η } \alpha \text{ υπερέρχει της } \beta) \Leftrightarrow \varphi(\alpha) > \varphi(\beta)$$

$$\alpha I_{II} \beta \text{ (υπάρχει αδιαφορία μεταξύ των } \alpha \text{ και } \beta) \Leftrightarrow \varphi(\alpha) = \varphi(\beta)$$

Από την αναζήτηση που πραγματοποιήθηκε, τα συστήματα που βρέθηκαν να χρησιμοποιούν την οικογένεια μεθόδων PROMETHEE είναι τα: Decision Lab 2000, BANKS, BANKADVISER, PROMCALC και SANNA.

Μερικά χρόνια αργότερα ο J.P. Brans και ο B. Mareschal ανέπτυξαν την μέθοδο PROMETHEE III (κατάταξη που βασίζεται στα διαστήματα) και την μέθοδο PROMETHEE IV (συνεχόμενη περίπτωση). Οι ίδιοι συγγραφείς το 1988 πρότειναν και το γραφικό αλληλεπιδραστικό σύστημα GAIA το οποίο παρέχει γραφικές αναπαραστάσεις υποστηρίζοντας την μέθοδο PROMETHEE. Το 1992 και 1994 οι J.P. Brans και B. Mareschal πρότειναν επιπλέον δύο νέες επεκτάσεις της μεθόδου PROMETHEE αυτές είναι: η PROMETHEE V (MCDA υπό περιορισμούς) και η PROMETHEE VI (αναπαράσταση του ανθρώπινου νου).

2.2.3. PROMETHEE V: MCDA υπό περιορισμούς.

Οι μέθοδοι PROMETHEE I και II είναι ιδανικές για την επιλογή μιας εναλλακτικής. Παρόλα αυτά σε μερικές εφαρμογές το υποσύνολο των εναλλακτικών λύσεων θα πρέπει να είναι καθορισμένο, δεδομένου ενός συνόλου περιορισμών. Η μέθοδος PROMETHEE V είναι επέκταση των μεθόδων PROMETHEE για αυτή την ειδική περίπτωση.

Ας ορίσουμε $\{a_i, i = 1, 2, \dots, n\}$ να είναι το σύνολο των πιθανών εναλλακτικών και τις συνδέουμε με την ακόλουθη δυαδική μεταβλητή:

$$x_i = \begin{cases} 1 & \text{Εάν επιλεγεί το } a_i \\ 0 & \text{εάν όχι} \end{cases}$$

Η διαδικασία της PROMETHEE V περιλαμβάνει τα ακόλουθα δυο βήματα:

Βήμα 1: Το πολυκριτήριο πρόβλημα λαμβάνεται πρώτα χωρίς τους περιορισμούς. Στην μέθοδο PROMETHEE II η κατάταξη πραγματοποιείται για κάθε δικτυακή ροή για την οποία έχει υπολογιστεί $\{\phi(a_i), i = 1, 2, \dots, n\}$.

Βήμα 2: Τότε το ακόλουθο γραμμικό πρόβλημα $\{0,1\}$ θεωρείται ότι λαμβάνει υπόψη του, τους επιπρόσθετους περιορισμούς:

$$\max \left\{ \sum_{i=1}^k \phi(a_i) x_i \right\} \quad (1)$$

$$\sum_{i=1}^n \lambda_{p,i} x_i \sim \beta_p \quad p = 1, 2, \dots, P \quad (2)$$

$$x_i \in \{0,1\} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3)$$

όπου \sim θεωρείται για $=, \geq$ ή \leq . Οι συντελεστές για την αντικειμενική συνάρτηση (1) είναι η κατάταξη των σχέσεων υπεροχής του διαγράμματος του δικτύου. Η υψηλότερη ροή του δικτύου είναι η καλύτερη εναλλακτική. Ο σκοπός του $\{0,1\}$ γραμμικού προγράμματος είναι να επιλεγούν οι εναλλακτικές που έχουν συγκεντρώσει την περισσότερη δυνατή ροή του δικτύου λαμβάνοντας υπόψη τους περιορισμούς.

Οι περιορισμοί (2) μπορούν να συμπεριλαμβάνουν τον αριθμό των στοιχείων του συνόλου, το διαθέσιμο κεφάλαιο, τις επιστροφές, τις επενδύσεις και το marketing. Οι περιορισμοί αυτοί μπορεί να σχετίζονται με όλες τις πιθανές εναλλακτικές ή την πιθανότητα ορισμένων ομάδων.

Μετά την επίλυση του $\{0,1\}$ γραμμικού προβλήματος, το υποσύνολο με τις εναλλακτικές λύσεις που προκύπτει ικανοποιεί του περιορισμούς και παρέχει την περισσότερη δυνατή ροή του δικτύου. Μπορεί επίσης να χρησιμοποιηθεί ο κλασσικός 0-1 γραμμικός προγραμματισμός.

2.2.4. PROMETHEE VI, το εργαλείο ευαισθησίας (ο ανθρώπινος νους)

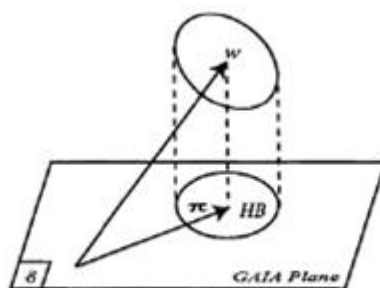
Η μέθοδος PROMETHEE VI επιτρέπει στον αποφασίζοντα να έχει στην κατοχή του επιπρόσθετες πληροφορίες τις οποίες έχει αποκτήσει μέσω τις δικής του προσωπικής άποψης για το πολυκριτήριο πρόβλημα. Του επιτρέπει επίσης να εκτιμήσει εάν το πρόβλημα είναι δύσκολο ή εύκολο, πάντα κατά την προσωπική του άποψη.

Είναι προφανές ότι η κατανομή των βαρών παίζει σημαντικό ρόλο σε όλα τα προβλήματα πολλαπλών κριτηρίων. Μόλις τα βάρη καθοριστούν, πραγματοποιείται μια τελική ταξινόμηση με την μέθοδο PROMETHEE II. Στις περισσότερες των περιπτώσεων ο αποφασίζων διστάζει να προσδιορίσει άμεσα τις ακριβείς τιμές των βαρών. Ο δισταγμός αυτός οφείλεται σε διάφορους παράγοντες, όπως η ασάφεια, η ανακρίβεια, η αβεβαιότητα και η έλλειψη του ελέγχου για τις καταστάσεις που συμβαίνουν στην πραγματικότητα. Εντούτοις ο αποφασίζων έχει συνήθως στο μυαλό κάποια σειρά σύμφωνα με το μέγεθος των βαρών, ώστε παρά την αναποφασιστικότητα του, να είναι σε θέση να δώσει μερικά διαστήματα. Ας υποθέσουμε ότι τα διαστήματα αυτά είναι:

$$w_j^- \leq w_j \leq w_j^+, j = 1, \dots, k.$$

Στην συνέχεια εξετάζουμε όλο το σύνολο των ακραίων σημείων των μοναδιαίων διανυσμάτων συνδέοντας τα με όλα τα επιτρεπόμενα βάρη. Το σύνολο

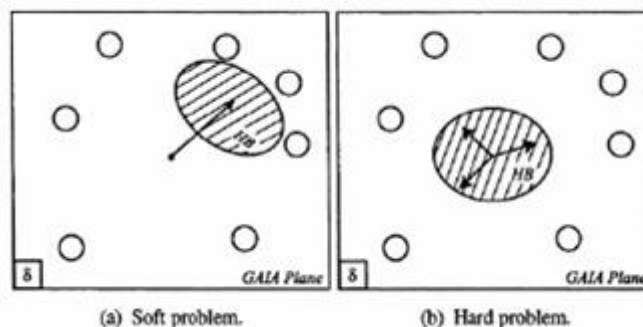
ορίζει μια περιοχή στο μοναδικό υπερδιάστημα \mathcal{R}^k . Θα προβάλουμε τώρα αυτή την περιοχή πάνω στο επίπεδο της GAIA και ας ονομάσουμε αυτή της προβολή ως HB (Human Brain). Προφανώς η περιοχή HB περιλαμβάνει όλα τα ακραία σημεία του άξονα απόφασης (π) της PROMETHEE για όλα τα επιτρεπτά βάρη. (Σχήμα. 16)



Σχήμα 16. Human Brain (HB)

Εδώ υπάρχουν δυο ειδικές περιπτώσεις (Σχήμα. 17):

- **S1:** Η περιοχή HB δεν περιλαμβάνει την αρχή του επιπέδου της GAIA.
Σε αυτή την περίπτωση τα βάρη τροποποιούνται, ο άξονας της απόφασης της PROMETHEE (π) παραμένει προσανατολισμένος στην ίδια κατεύθυνση, με όλες τις εναλλακτικές που είναι τοποθετημένες σε αυτή την κατεύθυνση να θεωρούνται ότι είναι καλές. Το πολυκριτήριο πρόβλημα είναι σχετικά εύκολο να επιλυθεί και είναι ένα εύκολο πρόβλημα.
- **S2:** αντιθέτως εάν το HB περιλαμβάνει την αρχή του επιπέδου GAIA, ο άξονας της απόφασης (π) της PROMETHEE μπορεί να πάρει οποιαδήποτε κατεύθυνση. Σε αυτή την περίπτωση κάνουμε συμβιβασμούς – παραχωρήσεις μεταξύ των λύσεων έτσι ώστε να μπορέσουμε να τις τοποθετήσουμε σε όλες τις κατευθύνσεις. Σε αυτή την περίπτωση είναι ιδιαίτερος δύσκολο στο να πάρουμε μια τελική απόφαση. Σύμφωνα με τις προτιμήσεις και την αναποφασιστικότητα του αποφασίζοντα αυτό το πρόβλημα χαρακτηρίζεται ως δύσκολο.



Σχήμα 17. Τα δύο είδη προβλημάτων

Τα περισσότερα προβλήματα πολλαπλών κριτηρίων προσφέρουν ταυτόχρονα καλούς συμβιβασμούς και κακές λύσεις! Η μέθοδος PROMETHEE μας επιτρέπει κάθε φορά να επιλέγουμε το καλύτερο δυνατό.

2.3. Άλλες μέθοδοι υπεροχής

Σε αυτή την παράγραφο θα παραθέσουμε μια σύντομη περιγραφή μερικών μεθόδων οι οποίες ανήκουν και αυτές στο θεωρητικό ρεύμα των σχέσεων υπεροχής. Οι μέθοδοι που θα παρουσιάσουμε σε αυτή την παράγραφο διαχειρίζονται διαφορετικούς τύπους δεδομένων και μερικές από αυτές είναι οι εξής: QUALIFLEX, REGIME, ORESTE, ARGUS, EVAMIX, TACTIC και MELCHIOR. Ορισμένες μέθοδοι έχουν βασιστεί πάνω στην ανάλυση συμφωνίας και ασυμφωνίας μεταξύ της κατάταξης των εναλλακτικών, σύμφωνα πάντα με τα δεδομένα κριτήρια, άλλες πάλι στηρίζονται στην άμεση σύγκριση κάθε ζεύγους εναλλακτικών, λιγότερο ή περισσότερο κοντά στην ανάλυση συμφωνίας – ασυμφωνίας που παρουσιάστηκε στις μεθόδους ELECTRE. Συνεχίζοντας την ανάλυση μας θα μιλήσουμε για μεθόδους οι οποίες έχουν αναπτυχθεί στα πλαίσια της προσέγγισης συγκρίσεων ανά ζεύγη κριτηρίων [Pairwise Criterion Comparison Approach (PCCA)] τέτοιες μέθοδοι είναι οι MAPPAC, PRAGMA, IDRA και PACMAN. Το ιδιαίτερο χαρακτηριστικό αυτών των μεθόδων είναι ο διαχωρισμός κάθε φορά των δυικών σχέσεων μεταξύ δύο κριτηρίων και υπό των προϋποθέσεων του κάθε προβλήματος δημιουργούνται οι δείκτες μερικής προτίμησης. Στο δεύτερο βήμα των μεθόδων αυτών, όλοι οι δείκτες μερικής προτίμησης συναθροίζονται έτσι ώστε να δημιουργηθεί ο δείκτης ολικής προτίμησης και οι δυικές σχέσεις. Στην συνέχεια θα παρουσιάσουμε και μια μέθοδο υπεροχής η οποία χρησιμοποιεί στοχαστικά δεδομένα,

αυτή είναι Martel and Zara's method. Κύριο χαρακτηριστικό αυτής της μεθόδου είναι ότι η ανάλυση συμφωνίας – ασυμφωνίας βασίζεται πάνω στις στοχαστικές σχέσεις κυριαρχίας στο σύνολο των εφικτών εναλλακτικών, συγκρίνοντας την διανομή των αθροιστικών συναρτήσεων υπό του κάθε κριτηρίου. Τέλος παραθέτουμε και άλλες μεθόδους υπεροχής οι οποίες έχουν να κάνουν κυρίως με την αξιολόγηση οικονομικών πόρων.

2.3.1. Η μέθοδος QUALIFLEX

Η QUALIFLEX προτάθηκε από τον Paelinck (1976). Για κάθε κριτήριο k_i προσδιορίζουμε μια μεταβλητή ταξινόμησης λ_{ij} για κάθε εναλλακτική a_j , η οποία προσδιορίζει την απόλυτη τιμή της εναλλακτικής υπό του κριτηρίου k_i . Για κάθε κριτήριο παράγεται ένα σύνολο από $m!$ πιθανές κατατάξεις εναλλακτικών, με το μ_{jk} να είναι ίσο με την θέση της εναλλακτικής a_j στην k -οστή θέση της κατάταξης. Για κάθε κατάταξη, πραγματοποιούνται συγκρίσεις ανά ζεύγη όλων των εναλλακτικών. Ορίζουμε με $C_{ik}(a_e, a_f)$ τον δείκτη συμφωνίας που προκύπτει από τις συγκρίσεις των εναλλακτικών a_e και a_f υπό του κριτηρίου k_i και της k -οστής θέσης, έτσι έχουμε τις παρακάτω περιπτώσεις:

$$C_{ik}(a_e, a_f) = \begin{cases} 1 & \text{εαν } (\lambda_{ie} > \lambda_{if} \wedge \mu_{ek} > \mu_{fk}) \vee (\lambda_{ie} < \lambda_{if} \wedge \mu_{ek} < \mu_{fk}) \\ 0 & \text{εαν } \lambda_{ie} = \lambda_{if} \wedge \mu_{ek} = \mu_{fk} \\ -1 & \text{Αλλιώς} \end{cases}$$

Ο δείκτης $C_{ik}(a_e, a_f)$ υπολογίζεται για κάθε ζεύγος εναλλακτικών σύμφωνα με τα $n \times m!$ πιθανά ζευγάρια κατατάξεων και κριτηρίων. Ορίζουμε επίσης με C_{ik} τον ολικό δείκτη συμφωνίας υπό του κριτηρίου k_i και της k -οστής θέσης κατάταξης ως εξής:

$$C_{ik} = \sum_{a_e, a_f \in A} C_{ik}(a_e, a_f)$$

Ο δείκτης C_{ik} υπολογίζεται για κάθε ζεύγος πιθανών κατατάξεων και κριτηρίων. Το κριτήριο k_i είναι καταταγμένο σε σειρά με βάση την σημαντικότητα του. Ο ορίζουμε επίσης με C_k τον ολικό δείκτη συμφωνίας για την k -οστή πιθανή κατάταξη ως εξής:

$$C_k = \sum_i w_i C_{ik}(a_e, a_f)$$

Όπου το w_i είναι ίσο με το βάρος του κριτηρίου k_i και έχει επιλεγεί έτσι ώστε να ελαχιστοποιεί την τιμή του C_k . Η εναλλακτική a_j τότε ταξινομείται χρησιμοποιώντας την σειρά κατάταξης k , σύμφωνα με την καλύτερη τιμή του δείκτη C_k , με την τιμή κατάταξης της a_j να είναι ίση με την τιμή κατάταξης του k .

Με βάση την μέθοδο QUALIFLEX έχει κατασκευαστεί το λογισμικό MICROQUALIFLEX με το οποίο μπορούν να επιλυθούν και τετραγωνικά προβλήματα.

2.3.2. Η μέθοδος REGIME

Στην μέθοδο REGIME Hinloopen et.al (1986), για κάθε κριτήριο k_i προσδιορίζουμε μια τιμή η οποία αναπαριστά την θέση κατάταξης του κριτηρίου k_i σε σύγκριση με τα άλλα κριτήρια του συνόλου K . Οι συγκρίσεις ανά ζεύγη μπορούν να πραγματοποιηθούν σε σχέση με το κάθε κριτήριο καταλήγοντας στην δημιουργία μιας δυαδικής μεταβλητής v_{ijk} για κάθε ζεύγος εναλλακτικών και για κάθε κριτήριο, όπου:

$v_{ijk} = -1$ εάν η εκτίμηση της εναλλακτικής a_k υπερτερεί της a_j υπό του κριτηρίου k_i .

$v_{ijk} = 0$ εάν η εκτίμηση της εναλλακτικής a_k είναι ίση με την a_j υπό του κριτηρίου k_i

$v_{ijk} = 1$ εάν η εκτίμηση της εναλλακτικής a_j υπερτερεί έναντι της a_k υπό του κριτηρίου k_i .

Το σύστημα προσδιορίζεται από ένα σύνολο τιμών v_{ijk} που προκύπτει από την σύγκριση των εναλλακτικών a_j και a_k για κάθε ένα κριτήριο. Με βάση το κάθε σύστημα, οι σχέσεις υπεροχής \prec προσδιορίζονται όπως στην συνέχεια.

Για κάθε ζεύγος εναλλακτικών a_j και a_k ορίζουμε με K^+ το ισοδύναμο σύνολο των κριτηρίων του K υπό του οποίου $v_{ijk} = 1$ και ορίζουμε επίσης με K^- το ισοδύναμο σύνολο των κριτηρίων του K υπό του οποίου $v_{ijk} = -1$. Τότε το $a_j \succ a_k$, εάν και μόνο εάν υπάρχει μια εμβαλλόμενη χαρτογράφηση από το K^- στο K^+ υπό την οποία κάθε κριτήριο του συνόλου K^- είναι χαρτογραφημένο σαν το πιο σημαντικό κριτήριο εντός

του K^+ και το $K^+ = \emptyset$. Το σύνολο των βέλτιστων – καταλληλότερων εναλλακτικών είναι τότε το: $\{a_j : (\forall k) \longrightarrow (a_k \succ' a_j)\}$.

Ο δείκτης συμφωνίας της εναλλακτικής a_j υπό του κριτηρίου k_i είναι:

$$C_{jk} = \sum_i \pi_i \kappa_{ij,k}$$

Όπου π_i είναι το βάρος του κριτηρίου.

Η μέθοδος REGIME εφαρμόζεται από το Σύστημα Υποστήριξης αποφάσεων DEFINITE για τον προσδιορισμό του συνόλου των εναλλακτικών.

2.3.3. Η μέθοδος ORESTE

Η ORESTE προτάθηκε από τον Roubens (1980). Για κάθε εναλλακτική a_j προσδιορίζεται μια ποιοτική τιμή για την μεταβλητή v_{ij} σε σχέση με το κάθε κριτήριο k_i . Η τιμή αυτή αντιπροσωπεύει την απόλυτη τιμή της απόδοσης της εναλλακτικής σε σχέση με το κριτήριο k_i . Μια ποιοτική επίσης τιμή w_i προσδιορίζεται για κάθε κριτήριο k_i αντιπροσωπεύοντας την απόλυτη τιμή της σημαντικότητας του κριτηρίου σε σχέση με ένα άλλο κριτήριο k_i . Με βάση αυτές τις τιμές η απόσταση $\delta(0, v_{ij})$ μεταξύ μιας αυθαίρετης αρχής 0 και του v_{ij} προσδιορίζεται έτσι ώστε, για οποιεσδήποτε δυο εναλλακτικές a_e και a_f και για κάθε κριτήριο k_i να ισχύει $\delta(0, v_{ie}) < \delta(0, v_{if})$ εάν και μόνο εάν $v_{ie} > v_{if}$.

Οι αποστάσεις έχουν προσδιοριστεί για κάθε εναλλακτική σε σχέση με το κάθε κριτήριο λαμβάνοντας υπόψη ποια είναι η θέση κατάταξης $\rho(v_{ij})$, η οποία προσδιορίζεται για κάθε ένα από τα $m \times n$ v_{ij} με $1 \leq \rho(v_{ij}) \leq mn$. Για οποιεσδήποτε δυο εναλλακτικές a_e και a_f και για κάθε δυο κριτήρια k_e και k_f έχουμε ότι:

$$\rho(v_{ee}) \leq \rho(v_{ff}) \text{ εάν και μόνο εάν } \delta(0, v_{ee}) \leq \delta(0, v_{ff})$$

Ο δείκτης προτίμησης $C(a_e, a_f)$ προσδιορίζεται για κάθε ζεύγος εναλλακτικών a_e και a_f έτσι ώστε

$$C(a_e, a_f) = \sum_{i: \delta(0, v_{ie}) > \delta(0, v_{if})} v_{if} - v_{ie}$$

Η σειρά κατάταξης $\rho(a_j)$ μιας εναλλακτικής a_j προσδιορίζεται από τον παρακάτω τύπο:

$$\rho(a_j) = \sum_{i=1}^n v_{ij}$$

Στην συνέχεια προσδιορίζονται οι ποσοτικές τιμές γ και β . Όπου η τιμή γ αναπαριστά το μέγιστο επίπεδο της αδιαφορίας και η β αναπαριστά το μικρότερο επίπεδο της ασυγκρισιμότητας μεταξύ δυο εναλλακτικών. Η σχέση προτίμησης \prec προσδιορίζεται έτσι ώστε, δεδομένου οποιονδήποτε δυο εναλλακτικών a_e και a_f η $a_e \prec a_f$ εάν και μόνο εάν:

$$\left(\frac{R(a_f) - R(a_e)}{n^2(m-1)} \leq \beta \right) \wedge \frac{C(a_f, a_e)}{R(a_f) - R(a_e)} \leq \gamma_{ef}$$

2.3.4. Η μέθοδος ARGUS

Η μέθοδος ARGUS προτάθηκε από τον De Keyser et.al (1994). Σε αυτή την μέθοδο οι συγκρίσεις ανά ζεύγη πραγματοποιούνται μεταξύ οποιονδήποτε εναλλακτικών με βάση το κάθε κριτήριο και σύμφωνα με την διαφορά $\delta_i(a_e, a_f)$ στην προτίμηση μεταξύ της εναλλακτικής a_e , a_f , η οποία μπορεί να πάρει τις παρακάτω τιμές:

- 1: εάν υπάρχει μικρή προτίμηση για την εναλλακτική a_e έναντι της a_f ,
- 2: ένα υπάρχει μέτρια προτίμηση μεταξύ των a_e και a_f ,
- 3: εάν υπάρχει μεγάλη προτίμηση της a_e έναντι της a_f ,
- 4: εάν υπάρχει αρκετά μεγάλη προτίμηση της a_e από την a_f ,
- 5: όταν δεν υπάρχει καμία προτίμηση μεταξύ των a_e και a_f ,
- 6: όταν υπάρχει μικρή προτίμηση της a_f έναντι της a_e ,
- 7: όταν υπάρχει μέτρια προτίμηση της a_f έναντι της a_e ,
- 8: εάν υπάρχει ισχυρή προτίμηση της a_f έναντι της a_e και τέλος
- 9: ένα υπάρχει αρκετά ισχυρή προτίμηση της a_f έναντι της a_e .

Η σημαντικότητα για κάθε κριτήριο προσδιορίζεται από την ποιοτική μεταβλητή λ_i και παίρνει τις παρακάτω τιμές:

- 0: εάν το κριτήριο δεν είναι σημαντικό,
- 1: εάν το κριτήριο έχει μικρή σημαντικότητα,
- 2: εάν το κριτήριο είναι μέτριας σημαντικότητας,
- 3: εάν το κριτήριο είναι πολύ σημαντικό και
- 4 εάν το κριτήριο είναι πάρα πολύ σημαντικό.

Για κάθε ζεύγος εναλλακτικών a_e, a_f ορίζουμε την $\nu_{ef}(g, h)$ η οποία είναι ίση με τον αριθμό των κριτηρίων για τα οποία η διαφορά είναι ίση με $\delta_i(a_e, a_f) = g$ και $\lambda_i = h$.

Εάν ισχύει μια από τις πιθανές περιπτώσεις υπεροχής, η εναλλακτική a_e υπερέχει της a_f ($a_e \succ a_f$) ή η εναλλακτική a_f υπερέχει της a_e ($a_f \succ a_e$), προσδιορίζονται οκτώ διαφορετικές κατατάξεις σε σειρά με την μεταβλητή $\nu_k(a_e, a_f)$ να είναι ίση με την k -οστή θέση καθώς ισχύει $a_e \succ a_f$ και $\nu_k(a_e, a_f) \succ \nu_{k+1}(a_e, a_f)$. Οι τιμές της μεταβλητής $\nu_k(a_e, a_f)$ καθορίζονται από το άθροισμα της $\nu_{ef}(g, h)$ έτσι όπως είχε καθοριστεί προηγουμένως από τον αποφασίζοντα. Τότε έχουμε ότι:

➤ $a_e \succ a_f$ αν και μόνο αν:

$$\sum_{k=1}^h \nu_k(a_e, a_f) > \sum_{k=1}^h \nu_k(a_f, a_e) \text{ για } h=1, 2, 3, \dots, 8,$$

➤ $a_e \sim a_f$ αν και μόνο αν:

$$\sum_{k=1}^h \nu_k(a_e, a_f) = \sum_{k=1}^h \nu_k(a_f, a_e) \text{ για } h=1, 2, 3, \dots, 8,$$

Διαφορετικά οι εναλλακτικές a_e και a_f είναι ασύγκριτες. Σε αυτή την περίπτωση παράγεται μια ασθενής γραμμική κατάταξη του συνόλου A .

2.3.5. Η μέθοδος EVAMIX

Η μέθοδος Evamix, η οποία προτάθηκε από τον Voogd (1982), είναι μια γενίκευση της ανάλυσης συμφωνίας στην περίπτωση όπου έχουμε ανακατεμένες τις πληροφορίες που αφορούν την αποτίμηση των εναλλακτικών και τα κριτήρια. Σε αυτή την περίπτωση πραγματοποιούνται συγκρίσεις ανά ζεύγη για όλα τα ζευγάρια εναλλακτικών έτσι ώστε να προσδιορίσουμε τους δείκτες συμφωνίας και ασυμφωνίας. Η διαφορά με την κοινή ανάλυση συμφωνίας είναι ότι εδώ κατασκευάζονται διαφορετικοί δείκτες για τα ποσοτικά και τα ποιοτικά κριτήρια. Η τελική κατάταξη των εναλλακτικών είναι αποτέλεσμα του συνδυασμού των δεικτών συμφωνίας και ασυμφωνίας για τα ποσοτικά και ποιοτικά κριτήρια.

Το σύνολο των κριτηρίων στον πολυκριτήριο πίνακα αποτιμήσεων είναι διαχωρισμένο σε ένα σύνολο από ποιοτικά κριτήρια (ordinal) O και σε ένα σύνολο από ποσοτικά κριτήρια (cardinal) C . Έχει υποτεθεί ότι οι διαφορές μεταξύ των εναλλακτικών μπορούν να εκφραστούν μέσω δύο δεικτών κυριαρχίας: Ο δείκτης κυριαρχίας $\alpha_{ii'}$ για τα ποσοτικά κριτήρια και αντίστοιχα ο δείκτης κυριαρχίας $a_{ii'}$ για τα ποιοτικά κριτήρια. Αυτά τα δύο σκορ αναπαριστούν τον βαθμό στον οποίο η εναλλακτική a_i υπερέχει (κυριαρχεί) της εναλλακτικής $a_{i'}$. Οι δυο αυτοί δείκτες για κάθε μια από τις περιπτώσεις που περιγράψαμε έχουν την παρακάτω μορφή:

$$\alpha_{ii'} = f(e_{ij}, e_{i'j}, \pi_j) \quad \text{για όλα τα } j \in O$$

$$a_{ii'} = g(e_{ij}, e_{i'j}, \pi_j) \quad \text{για όλα τα } j \in C$$

Όπου e_{hj} αναπαριστά την αποτίμηση της εναλλακτικής a_h υπό του κριτηρίου g_j επίσης με π_j δηλώνουμε το βάρος του κριτηρίου. Οι δύο αυτοί δείκτες μπορούν να προσδιοριστούν όπως φαίνεται παρακάτω:

$$\alpha_{ii'} = \left[\sum_{j \in O} \{ \pi_j \operatorname{sgn}(e_{ij} - e_{i'j}) \}^c \right]^{\frac{i}{c}}$$

Όπου

$$\text{sgn}(e_{ij} - e_{i'j}) = \begin{cases} +1 & \text{εάν } e_{ij} > e_{i'j} \\ 0 & \text{εάν } e_{ij} = e_{i'j} \\ -1 & \text{εάν } e_{ij} < e_{i'j} \end{cases}$$

Το σύμβολο c αναπαριστά μια αυθαίρετη παράμετρο κλίμακας για την οποία μπορεί να επιλεγεί μια τυχαία τιμή $c = 1, 3, 5, \dots$. Κατά τον ίδιο τρόπο μπορεί να προσδιοριστεί και ο ποσοτικός δείκτης κυριαρχίας:

$$a_{ii'} = \left[\sum_{j \in C} \{ \pi_j (e_{ij} - e_{i'j}) \}^c \right]^{\frac{1}{c}}$$

Με σκοπό να είμαστε συνεπείς θα πρέπει να χρησιμοποιηθεί ή ίδια τιμή για τη παράμετρο κλίμακας c όπως και στην περίπτωση του παραπάνω δείκτη $\alpha_{ii'}$. Έχει υποτεθεί επίσης ότι η εφαρμοζόμενη ποσοτική αποτίμηση e_{ij} έχει τοποθετηθεί εντός του διαστήματος $(0 \leq e_{ij} \leq 1)$. Προφανώς όλα τα αποτελέσματα θα πρέπει να έχουν την ίδια κατεύθυνση. Πχ. Το υψηλότερο σκορ σημαίνει και μεγαλύτερη προτίμηση.

Θα πρέπει επίσης να σημειωθεί ότι οι κατατάξεις των $e_{ij} (j \in O)$ των ποιοτικών κριτηρίων θα πρέπει να αναπαρασταθούν με την έννοια του «όσο υψηλότερα, τόσο καλύτερα». Καθώς τα α_{ij} και a_{ij} θα έχουν διαφορετικές μονάδες μέτρησης, κρίνεται απαραίτητη η αναγωγή τους σε μια κοινή μονάδα μέτρησης. Ο δείκτης μετατροπής μπορεί να γραφτεί ως εξής:

$$\delta_{ii'} = h(\alpha_{ii'}) \quad \text{και} \quad d_{ii'} = h(a_{ii'})$$

Όπου το h αναπαριστά την συνάρτηση της μετατροπής.

Ας υποθέσουμε τώρα ότι τα βάρη π_j έχουν ποσοτικές ιδιότητες. Ο συνολικός δείκτης κυριαρχίας $D_{ii'}$ για κάθε ζεύγος εναλλακτικών $(a_i, a_{i'})$ είναι:

$$D_{ii'} = \pi_o \delta_{ii'} + \pi_c d_{ii'}$$

Όπου $\pi_o = \sum_{j \in O} \pi_j$ και $\pi_c = \sum_{j \in C} \pi_j$. Η τιμή του ολικού δείκτη κυριαρχίας αντανakλά τον βαθμό στον οποίο η εναλλακτική a_i υπερέχει (κυριαρχεί) επί της εναλλακτικής $a_{i'}$ για το δεδομένο σύνολο κριτηρίων και βαρών. Το τελευταίο βήμα

είναι να προσδιορίσουμε μία τιμή s_i για κάθε εναλλακτική. Γενικότερα ο δείκτης μέτρησης $D_{ii'}$ μπορεί να θεωρηθεί σαν μια συνάρτηση k , των εκλεγμένων τιμών s_i , αλλιώς:

$$D_{ii'} = k(s_i, s_{i'})$$

Αυτή η έκφραση αναπαριστά ένα γνωστό πρόβλημα συγκρίσεων ανά ζεύγη. Ανάλογα με τον τρόπο με τον οποίο έχει κατασκευαστεί η συνάρτηση K , θα πρέπει να προσδιοριστούν και οι τιμές s_i . Η πιο σημαντική υπόθεση πίσω από την μέθοδο Evamix αφορά τον προσδιορισμό των διαφόρων συναρτήσεων. Ο πιο ακριβής τρόπος τυποποίησης μπορεί να είναι πιθανώς η τεχνική άθροισης των διαστημάτων.

Ο συνολικός δείκτης κυριαρχίας είναι:

$$D_{ii'} = \frac{s_i}{s_i + s_{i'}}$$

Όπου συνεπάγεται ότι $D_{ii'} + D_{i'i} = 1$. Για να καταλήξουμε σε έναν συνολικό δείκτη κυριαρχίας με αυτά τα επιπρόσθετα χαρακτηριστικά, χρησιμοποιείται η παρακάτω τυποποίηση:

$$\delta_{ii'} = \frac{(\alpha_{ii'} - \alpha^-)}{(\alpha^+ - \alpha^-)}$$

και

$$d_{ii'} = \frac{(a_{ii'} - a^-)}{(a^+ - a^-)}$$

Όπου α^- (α^+) είναι το ελάχιστο (μέγιστο) ποιοτικό σκορ κυριαρχίας για κάθε ζεύγος εναλλακτικών $(\alpha_i, \alpha_{i'})$ και αντίστοιχα με a^- (a^+) συμβολίζουμε το ελάχιστο (μέγιστο) ποσοτικό σκορ για κάθε ζεύγος εναλλακτικών $(a_i, a_{i'})$. Το τελικό σκορ αποτιμάται ως εξής:

$$s_i = \left[\sum_{i'} \frac{D_{i'i}}{D_{ii'}} \right]^{-1}$$

Αυτή η έκφραση μας δείχνει ότι το άθροισμα των τιμών του παραπάνω δείκτη είναι ίσο με την μονάδα $\sum_i s_i = 1$.

Στην παραπάνω επεξεργασία τα ποσοτικά βάρη $\pi_j, j=1, 2, 3, \dots, n$ είχαν υποτεθεί. Σε μερικές όμως περιπτώσεις μπορεί να δίνονται μόνο οι ποιοτικές προτάσεις προτεραιοτήτων. Εάν δίνονται μόνο μερικές πληροφορίες σχετικά με την σειρά, για τουλάχιστον δυο προσεγγίσεις τότε μπορούμε να ακολουθήσουμε την παρακάτω θεώρηση: προσεγγίζουμε μια αναμενόμενη τιμή ή ένα τυχαίο βάρος. Η προσέγγιση τυχαίων βαρών έχει ως αποτέλεσμα τα ποσοτικά βάρη να παράγονται μέσω τυχαίας επιλογής από μια περιοχή η οποία προσδιορίζεται από τα σύνολα των ακραίων βαρών. Αυτά τα τυχαία βάρη $\gamma_j, j = 1, \dots, n$, θα πρέπει να πληρούν τις παρακάτω προϋποθέσεις:

1. για κάθε $\gamma_j, \gamma_{j'}, w_j \leq w_{j'} \Rightarrow \gamma_j \geq \gamma_{j'}$
2. $\sum_j \gamma_j = 1$

Όπου το w_j δηλώνει τον αριθμό κατάταξης εκφράζοντας ένα ποσοτικό βάρος όπου το «χαμηλότερο» είναι και το «καλύτερο». Για κάθε σύνολο από τα μερικά βάρη $\gamma_j, j = 1, \dots, n$, τα οποία παράγονται κατά την διάρκεια ενός γύρου παραγωγής τυχαίων αριθμών, μπορεί να προσδιοριστεί επίσης και ένα σύνολο από δείκτες s_i .

Επαναλαμβάνοντας αυτή την διαδικασία πολλές φορές μπορεί να κατασκευαστεί ένας πίνακας συχνοτήτων. Τα στοιχεία του πίνακα f_{ri} θα αναπαριστούν τον αριθμό των φορών όπου η εναλλακτική a_i έχει τοποθετηθεί στην r -οστή θέση της τελικής κατάταξης. Μπορεί επίσης να παρασκευαστεί και ένας πίνακας πιθανοτήτων με στοιχεία τα p_{ri} όπου:

$$p_{ri} = \frac{f_{ri}}{\sum_i f_{ri}}$$

Έτσι το p_{ri} αναπαριστά την πιθανότητα για την οποία η a_i θα λάβει την r -οστή θέση.

Μπορούμε στην συνέχεια να προχωρήσουμε σε μια κατάταξη των εναλλακτικών κατά τον παρακάτω τρόπο:

$a_i = 1$, εάν το p_{1i} είναι το μέγιστο,

$a_{i'} = 2$, εάν το $p_{1i} + p_{2i'}$ είναι το μέγιστο και $i' \neq i$

$a_{i''} = 3$, εάν το άθροισμα $p_{1i} + p_{2i'} + p_{3i''}$ είναι το μέγιστο και $i'' \neq i' \neq i$ κοκ.....

Η μέθοδος EVAMIX έχει βασιστεί πάνω σε σημαντικές υποθέσεις.

1. Στον προσδιορισμό διαφορών συναρτήσεων f , g , h και k .
2. Στον προσδιορισμό των βαρών για τα σύνολα O και C .
3. Την προσθετική σχέση του συνολικού δείκτη κυριαρχίας.

2.3.6. Η μέθοδος TACTIC

Στην μέθοδο TACTIC, η οποία προτάθηκε από τον Vansnick (1986), η συνεπής οικογένεια των κριτηρίων μπορεί να αποτελείται από πραγματικά κριτήρια ή από quasi – criteria κ_i , $i = 1, 2, \dots, n$. Οι δομές προτίμησης που παρουσιάζονται είναι οι εξής (P, I) ή (P, I, R) όπου R είναι η σχέση ασυγκρισιμότητας. Είναι επίσης θεμιτό να μην έχουμε κανένα κατώφλι Veto ή να έχουμε τουλάχιστον ένα.

Για κάθε κριτήριο κ_i ορίζουμε μια μεταβλητή v_{ij} για κάθε εναλλακτική τιμή a_j , η οποία αναπαριστά την εκτίμηση της εναλλακτικής a_j υπό του κριτηρίου κ_i . Ένα αριθμητικό βάρος w_i προσδιορίζεται για κάθε κριτήριο κ_i και αναπαριστά την σημαντικότητα του, έχουμε λοιπόν ότι:

$$\sum_{i=1}^n w_i = 1.$$

Για κάθε κριτήριο και κάθε ζεύγος εναλλακτικών a_e και a_f υπολογίζεται η διαφορά μεταξύ των τιμών v_{ie} και v_{if} και η ελάχιστη τιμή της τίθεται ίση με το δ_{ef} . Για κάθε ζεύγος εναλλακτικών a_e και a_f προσδιορίζεται το σύνολο B με τον εξής τρόπο:

$$B_{ef} = \{ \kappa_i : v_{ie} > v_{if} + \delta_{ef} \}$$

Κάνοντας χρήση αυτού του συνόλου για την σχέση υπεροχής έχουμε:

$a_e \succ a_f$ εάν και μόνο εάν

$$\sum_{\kappa_i \in B_{ef}} w_i > \rho \sum_{\kappa_i \in B_{fe}} w_i$$

Όπου το ρ αναπαριστά το κατώφλι συμφωνίας που έχει επιλεγεί από τον αποφασίζοντα με $1 \leq \rho$. Έτσι κατασκευάζεται το τελικό σύνολο B το οποίο περιέχει πλέον όλες τις εναλλακτικές ενέργειες ταξινομημένες από την καλύτερη στην χειρότερη.

2.3.7. Η μέθοδος MELCHIOR

Η μέθοδος MELCHIOR προτάθηκε από τον Leclercq (1984). Σε αυτή την μέθοδο η βασική πληροφορία προέρχεται από την χρήση ψευδοκριτηρίων, κριτήρια με κατώφλια αδιαφορίας και προτίμησης. Για κάθε κριτήριο k_i ορίζουμε μια μεταβλητή v_{ij} για κάθε εναλλακτική a_j και η οποία αντιπροσωπεύει την απόδοση της a_j . Για κάθε εναλλακτική a_j , τα κατώφλια προτίμησης και αδιαφορίας Φ_{ij} και I_{ij} , προσδιορίζονται για κάθε κριτήριο k_i με $0 \leq I_{ij} \leq \Phi_{ij}$. Επίσης σε αυτή την μέθοδο έχουμε την εφαρμογή κατωφλίων veto.

Οι συγκρίσεις γίνονται μεταξύ κάθε ζεύγους εναλλακτικών a_e και a_f , έχοντας ως βάση το κριτήριο k_i , έτσι έχουμε τις παρακάτω περιπτώσεις:

1. Η εναλλακτική a_e είναι αυστηρά προτιμώμενη από την a_f στο κριτήριο k_i $\left(a_e \succ_i^s a_f\right)$ εάν και μόνο εάν $v_{ie} > v_{if} + \Phi_{if}$
2. Η a_e είναι ασθενώς προτιμώμενη από την a_f για το κριτήριο k_i $\left(a_e \succ_i^w a_f\right)$ εάν και μόνο εάν $v_{if} + \Phi_{if} \geq v_{ie} > v_{if} + I_{ij}$
3. Αλλιώς οι a_e και a_f είναι αδιάφορες μεταξύ τους στο κριτήριο k_i ($a_e \sim a_f$).

Σε αυτή την μέθοδο δεν ορίζουμε βάρη σημαντικότητας για τα κριτήρια. Αντίθετα σε κάθε κριτήριο k_i προσδιορίζεται μια δυαδική μεταβλητή ρ_i , η οποία αντιπροσωπεύει την σημαντικότητα του κριτηρίου συγκρινόμενη με τα υπόλοιπα κριτήρια του συνόλου των κριτηρίων K .

Οι συγκρίσεις γίνονται μεταξύ του κάθε ζεύγους εναλλακτικών a_e και a_f για κάθε κριτήριο k_i η τιμή v_{ief} προσδιορίζεται έτσι ώστε:

$$v_{ief} = 1 \text{ εάν και μόνο εάν ισχύει } a_e \succ_i^s a_f, a_e \succ_i^w a_f \text{ ή } v_{ie} > v_{if}.$$

$$v_{ief} = -1 \text{ εάν και μόνο εάν ισχύει } a_f \succ_i^s a_e, a_f \succ_i^w a_e \text{ ή } v_{if} > v_{ie}.$$

Μια ισχυρή σχέση προτίμησης \succ^s προσδιορίζεται μεταξύ κάθε ζεύγους εναλλακτικών a_e και a_f , έτσι ώστε $a_e \succ^s a_f$ εάν και μόνο εάν για κάθε κριτήριο k_i για το οποίο ισχύει $v_{ief} = -1$ υπάρχει ένα μοναδικό κριτήριο k_h με $h \neq i$ για το οποίο $v_{hef} = 1$ και $\rho_h < \rho_i$.

Μια ασθενής σχέση προτίμησης \succ^w προσδιορίζεται μεταξύ κάθε ζεύγους εναλλακτικών a_e και a_f , έτσι ώστε $a_e \succ^w a_f$ εάν και μόνο εάν για κάθε κριτήριο k_i για το οποίο $v_{ief} = -1$ υπάρχει ένα μοναδικό κριτήριο k_h με $h \neq i$ για το οποίο $v_{hef} = 1$ και $\rho_h < \rho_i$. Με σκοπό να δημιουργηθεί μια αποδοτική σχέση υπεροχής, ο συγγραφέας προτείνει να ομαδοποιηθούν με κάποιο τρόπο τα κριτήρια που είναι προτιμότερα και στην συνέχεια τα κριτήρια τα οποία είναι μικρότερης προτίμησης, έτσι ώστε να διαπιστωθεί εάν υπάρχουν καταστάσεις μη ασυμφωνίας. Παραδείγματος χάριν το κριτήριο g_j του συνόλου των κριτηρίων υπάρχει έτσι ώστε $g_j(b) > g_j(a) + u_j$ όπου u_j είναι το κατώφλι veto για το κριτήριο g_j .

Στην συνέχεια χρησιμοποιούνται αυτές οι σχέσεις για να παραχθεί μια ασθενής γραμμική κατάταξη των εναλλακτικών του συνόλου A υπό την επιρροή των δυο διαφορετικών ασθενών γραμμικών κατατάξεων των εναλλακτικών, για τις οποίες η μία έχει κατασκευαστεί με την λογική της «καθόδου» από την καλύτερη δηλαδή στην χειρότερη εναλλακτική, και η άλλη έχει κατασκευαστεί με την λογική της «ανόδου» από την χειρότερη στην καλύτερη εναλλακτική. Οι σχέσεις υπεροχής που περιγράφονται στην συνέχεια ξεκινούν με τον προσδιορισμό του συνόλου A'_1 από τα στοιχεία του A , για τα οποία καμία άλλη εναλλακτική δεν είναι ισχυρά προτιμώμενη. Το σύνολο A'_1 στην συνέχεια διαχωρίζεται σε ένα ακόμη σύνολο A''_1 το οποίο περιλαμβάνει όλα εκείνα τα στοιχεία του A'_1 για τα οποία καμία άλλη εναλλακτική

εντός του συνόλου A_1' είναι ασθενής προτίμησης. Τα στοιχεία του A_1'' έχουν προσδιοριστεί κατά ένα μέρος έτσι ώστε να αποτελέσουν το κατάλληλο σύνολο εναλλακτικών και διαδικασιών οι οποίες επαναλαμβάνονται. Στην συνέχεια από το σύνολο $A \setminus A_1''$ παράγονται το A_2' και το A_2'' . Τα στοιχεία του συνόλου A_2'' αποτελούν τις δεύτερες καλύτερες εναλλακτικές. Αυτή η διαδικασία επαναλαμβάνεται έως ότου να κατηγοριοποιηθούν όλα τα στοιχεία του συνόλου A .

Η δεύτερη διαδικασία κατάταξης, η οποία αυτή την φορά δουλεύει από την χειρότερη εναλλακτική στην καλύτερη πραγματοποιείται με παρόμοιο τρόπο. Προσδιορίζεται ξανά το σύνολο A_1' ως υποσύνολο του συνόλου A , όπου το A_1' αυτή την φορά περιλαμβάνει αυτές τις εναλλακτικές οι οποίες δεν είναι ισχυρά προτιμώμενες από καμία άλλη εναλλακτική του συνόλου A . Στην συνέχεια το σύνολο A_1'' περιλαμβάνει εκείνα τα στοιχεία του A_1' τα οποία δεν είναι ασθενής προτίμησης για κανένα στοιχείο του A_1' . Όπως και παραπάνω, τα στοιχεία του A_1'' είναι ορισμένα αυτή την φορά για να προσδιορίσουν το σύνολο των χειρότερων εναλλακτικών. Αυτή η διαδικασία επαναλαμβάνεται μέχρι κάθε στοιχείο του συνόλου A να ταξινομηθεί στις κατηγορίες αυτές. Οι αναρριχόμενες και οι κατερχόμενες ταξινομήσεις σε σειρά συνδυάζονται για να προκύψει μια ασθενής γραμμική κατάταξη του συνόλου A .

2.3.8. Η μέθοδος MAPPAC

Η MAPPAC προτάθηκε από τον Matarazzo (1990). Για κάθε κριτήριο k_i προσδιορίζεται για την μεταβλητή v_{ij} μια τιμή για κάθε εναλλακτική a_j αντιπροσωπεύοντας την εκτίμηση της εναλλακτικής a_j . Ένα αριθμητικό βάρος w_i προσδιορίζεται για κάθε κριτήριο k_i αντιπροσωπεύοντας την σημαντικότητα του, έτσι έχουμε ότι $\sum_{i=1}^n w_i = 1$. Για κάθε κριτήριο k_i παράγεται μια συνάρτηση αξιών και χρησιμοποιείται για τον προσδιορισμό της τιμής $v(v_{ij})$ για κάθε v_{ij} με το $v(v_{ij})$ να παίρνει τιμές εντός του διαστήματος $[0, 1]$.

Οι βασικοί δείκτες προτιμήσεων συμβολίζονται με $\pi_{gh}(a_e, a_f)$ και υπολογίζονται για κάθε ζεύγος εναλλακτικών a_e, a_f και για κάθε ζεύγος κριτηρίων k_g, k_h με:

$$\begin{aligned}\pi_{gh}(a_e, a_f) &= 1 & \text{εάν } v(v_{ge}) > v(v_{gf}) \wedge v(v_{he}) > v(v_{hf}) \\ \pi_{gh}(a_e, a_f) &= 0 & \text{εάν } v(v_{ge}) < v(v_{gf}) \wedge v(v_{he}) < v(v_{hf}) \\ \pi_{gh}(a_e, a_f) &= 1/2 & \text{εάν } v(v_{ge}) = v(v_{gf}) \wedge v(v_{he}) = v(v_{hf})\end{aligned}$$

$$\pi_{gh}(a_e, a_f) = \frac{w_g(v(v_{ge}) - v(v_{gf}))}{w_g(v(v_{ge}) - v(v_{gf})) + w_h(v(v_{hf}) - v(v_{he}))} \text{ εάν ισχύει ότι } (v(v_{ge}) > v(v_{gf}) \wedge v(v_{he}) \leq v(v_{hf})) \vee (v(v_{ge}) = v(v_{gf}) \wedge v(v_{he}) < v(v_{hf}))$$

Επίσης έχουμε και την περίπτωση όπου

$$\pi_{gh}(a_e, a_f) = \frac{w_h(v(v_{ge}) - v(v_{gf}))}{w_g(v(v_{gf}) - v(v_{ge})) + w_h(v(v_{he}) - v(v_{hf}))} \text{ εάν ισχύει ότι } (v(v_{ge}) \leq v(v_{gf}) \wedge v(v_{he}) > v(v_{hf})) \vee (v(v_{ge}) < v(v_{gf}) \wedge v(v_{he}) \geq v(v_{hf}))$$

Ορίζουμε την μεταβλητή

$$\pi_{ef} = \sum_{i < j} \pi_{ij}(a_e, a_f) \frac{w_i + w_j}{m - 1}$$

Η ολική τιμή π_e προσδιορίζεται για κάθε εναλλακτική a_e ίση με

$$\pi_e = \sum_{a_f \in A \setminus a_e} \pi_{ef}$$

Η εναλλακτική a_e με την καλύτερη τιμή π_e επιλέγεται και τίθεται ως η βέλτιστη εναλλακτική λύση. Οι υπόλοιπες τιμές π_e υπολογίζονται εξαιρώντας την βέλτιστη εναλλακτική του συνόλου A που προσδιορίστηκε προηγουμένως και επιλέγεται η επόμενη εναλλακτική a_e με την καλύτερη τιμή του π_e ως η καλύτερη δεύτερη εναλλακτική. Αυτή η διαδικασία επαναλαμβάνεται μέχρι να ταξινομηθούν σε σειρά όλες οι εναλλακτικές. Στην συνέχεια εφαρμόζεται μια παρόμοια διαδικασία η οποία ξεκινάει με την επιλογή της λιγότερο καλύτερης εναλλακτικής του συνόλου A . Τότε

αυτή η εναλλακτική αφαιρείται από το σύνολο A και ξανά υπολογίζονται τα π_e και οι εναλλακτικές που απέμειναν με το μικρότερο π_e επιλέγονται ως οι δεύτερες χειρότερες. Αυτή η διαδικασία συνεχίζεται μέχρις ότου κάθε εναλλακτική να ταξινομηθεί σε σειρά. Αυτές οι ανερχόμενες και κατερχόμενες διαδικασίες ταξινόμησης συνδυάζονται για να φτιαχτεί μια ασθενής γραμμική κατάταξη του συνόλου A .

2.3.9. Η μέθοδος PRAGMA

Η μέθοδος PRAGMA του Matarazzo (1998) προσδιορίζει για κάθε κριτήριο k_i μια μεταβλητή v_{ij} σε κάθε εναλλακτική a_j και αντιπροσωπεύει την εκτίμηση της εναλλακτικής a_j υπό του κριτηρίου k_i . Ένα αριθμητικό βάρος w_i προσδιορίζεται για κάθε κριτήριο k_i και αντιπροσωπεύει την σημαντικότητα του κριτηρίου k_i , όπου

$$\sum_{i=1}^n w_i = 1.$$

Για κάθε κριτήριο k_i , παράγεται μια συνάρτηση αξιών και χρησιμοποιείτε για τον προσδιορισμό της τιμής $v(v_{ij})$, για κάθε v_{ij} με $0 \leq v(v_{ij}) \leq 1$. Για κάθε ζεύγος κριτηρίων k_g και k_h παράγεται μια μερική κατανομή των κριτηρίων η οποία αναπαριστά τα κριτήρια k_g και k_h σαν δυο παράλληλα τμήματα μήκους 1 και στα οποία έχει τοποθετηθεί μια μονάδα στο καθένα. Σε αυτή την κατανομή η τιμή $v(v_{ij})$ κάθε εναλλακτικής έχει σχεδιαστεί κατά μήκος της γραμμής που αντιπροσωπεύουν τα κριτήρια k_g και k_h . Τα σημεία αυτά συνδέονται μεταξύ τους και οι διασταυρώσεις χρησιμοποιούνται για να κατασκευαστεί ο πίνακας M_{gh} διατάσεων $m \times m$ για κάθε ζεύγος κριτηρίων. Στον πίνακα αυτό οι m τιμές προσδιορίζονται για κάθε m εναλλακτικές με βάση τα κριτήρια k_g και k_h , στην συνέχεια οι τιμές αυτές συναθροίζονται για να παραχθεί ο πίνακας. Τέλος ο πίνακας που προκύπτει χρησιμοποιείται για να παραχθεί μια ασθενής γραμμική κατάταξη των εναλλακτικών

2.3.10. Η μέθοδος IDRA

Η μέθοδος IDRA προτάθηκε από τον Greco (1997) και ακολουθεί την παρακάτω διαδικασία επίλυσης. Για κάθε κριτήριο k_i προσδιορίζουμε μια τιμή για την μεταβλητή v_{ij} που αντιστοιχεί σε κάθε εναλλακτική a_j , αντιπροσωπεύοντας την εκτίμηση της εναλλακτικής a_j υπό του κριτηρίου k_i . Για κάθε κριτήριο k_i παράγεται μια συνάρτηση αξιών την οποία χρησιμοποιούμε για τον προσδιορισμό της τιμής $v(v_{ij})$ για κάθε v_{ij} με:

$$v(v_{ij}) = \frac{v_{ij} - \min[v_{ij}]}{\max[v_{ij}] - \min[v_{ij}]}$$

Όπου $\min[v_{ij}]$ και $\max[v_{ij}]$ είναι η ελάχιστες και οι μέγιστες πιθανές τιμές του v_{ij} σχετικά με το κριτήριο k_i .

Μια ποσοτική μεταβλητή δ_{gh} προσδιορίζεται για κάθε ζεύγος κριτηρίων k_g και k_h , αντιπροσωπεύοντας τις μονάδες του κριτηρίου k_g που χρειάζονται να προστεθούν σε μια εναλλακτική για να αντισταθμίσει την απώλεια μια μονάδας από το κριτήριο k_h , με την διαφορά δ_{gh} να είναι κανονικοποιημένη στο διάστημα $0 \leq \delta_{gh} \leq 1$.

Μια δεύτερη ποσοτική μεταβλητή λ_{gh} προσδιορίζεται για κάθε ζεύγος κριτηρίων k_g και k_h , αντιπροσωπεύοντας τον βαθμό στον οποίο το κριτήριο k_g είναι περισσότερο σημαντικό από ότι το κριτήριο k_h , με $w_{gh} + w_{hg} = 1$. Με w_{gh} και w_{hg} ορίζουμε τα σχετικά βάρη των κριτηρίων.

Ορίζουμε με $\pi_{gh}(a_e, a_f)$ την πιθανότητα για την οποία σε μια μεικτή συνάρτηση αξιών (δείκτης προτίμησης), με τα βάρη να είναι τυχαία επιλεγμένα, η εναλλακτική a_e να είναι καλύτερη από την a_f . Για κάθε ζεύγος εναλλακτικών a_e και a_f , ορίζουμε:

$$\pi(a_e, a_f) = \sum_{g \neq h} (\delta_{gh} + \lambda_{gh}) \pi_{gh}(a_e, a_f)$$

Τότε οι σχέσεις προτίμησης προσδιορίζονται ως εξής:

$$a_e \succ a_f \text{ εάν και μόνο εάν } 0 \leq \pi(a_f, a_e) < 0.5 < \pi(a_e, a_f) \leq 1$$

Καθώς και

$$\alpha_e \sim \alpha_f \text{ εάν και μόνο εάν } \pi(a_e, a_f) = 0.5 = \pi(a_f, a_e)$$

Ο ολικός δείκτης συμφωνίας της IDRA διαφέρει από αυτόν την μεθόδου MAPPAC στο εξής σημείο. Στην μέθοδο MAPPAC όλοι οι βασικοί δείκτες συμφωνίας είναι το ολικό άθροισμα των επιμέρους δεικτών συμφωνίας των εναλλακτικών για κάθε κριτήριο, στην IDRA αντίθετα μόνο οι στοιχειώδεις δείκτες αναφέρονται στα ζεύγη των κριτηρίων για τα οποία ο αποφασίζων έχει ορίσει κανόνες και είναι το άθροισμα των επιμέρους δεικτών .

2.3.11. Η μέθοδος PACMAN

Η μέθοδος PACMAN Giarlotta (1998) ακολουθεί την παρακάτω διαδικασία επίλυσης. Για κάθε κριτήριο k_i ορίζουμε μια μεταβλητή v_{ij} για κάθε εναλλακτική a_j , η οποία αντιπροσωπεύει την εκτίμηση της a_j υπό του κριτηρίου k_i . Για κάθε κριτήριο k_i και για κάθε ζεύγος εναλλακτικών a_e και a_f , η διαφορά $\delta_i(a_e, a_f)$ για το κριτήριο k_i υπολογίζεται ως εξής:

$$\delta_i(a_e, a_f) = \frac{v_{ie} - v_{if}}{\max[v_{ij}] - \min[v_{ij}]}$$

Όπου $\min[v_{ij}]$ και $\max[v_{ij}]$ είναι οι ελάχιστες και μέγιστες πιθανές τιμές του v_{ij} υπό του κριτηρίου k_i . Η διαφορά σε αυτή την περίπτωση παίρνει τιμές $-1 \leq \delta_i(a_e, a_f) \leq 1$.

Κάθε ζεύγος κριτηρίων k_g και k_h για το οποίο έχει πραγματοποιηθεί η σύγκριση, με το κριτήριο k_g να αντισταθμίζει την αρνητική διαφορά σε σχέση με το κριτήριο k_h . Η διαφορά μεταξύ των κριτηρίων ποσοτικοποιείται στο διάστημα $[0, 1]$ με την τιμή 1 να αντιπροσωπεύει την αδυναμία σύγκρισης μεταξύ των κριτηρίων k_h και k_g και η τιμή 0 να αντιπροσωπεύει το ακριβώς αντίθετο. Οι τιμές αυτές χρησιμοποιούνται για να κατασκευάσουμε μια αντισταθμιστική συνάρτηση $CF_{>gh}$ η οποία προσδιορίζεται για κάθε ζεύγος κριτηρίων k_g και k_h του συνόλου K . Η συνάρτηση αυτή είναι ασθενώς

μονότονη και συνεχής. Η συνάρτηση αυτή εκχωρεί τις τιμές των δεικτών $\Pi^+(a_e, a_f)$ και $\Pi^-(a_e, a_f)$ για κάθε ζεύγος εναλλακτικών a_e και a_f . Ο δείκτης $\Pi^+(a_e, a_f)$ αναπαριστά τον βαθμό στον οποίο η εναλλακτική a_e αντισταθμίζει την a_f και με $\Pi^-(a_e, a_f)$ αναπαρίσταται ο βαθμός για τον οποίο η εναλλακτική a_f αντιστέκεται στην αντιστάθμιση.

Η αντισταθμιζόμενη προτίμηση της εναλλακτικής a_e πάνω στην a_f μπορεί να θεωρηθεί αποδέκτη και συμβολίζεται ως $\Gamma^+(a_e, a_f)$ εάν και μόνο εάν $\Pi^+(a_e, a_f) > \Pi^-(a_e, a_f)$ όταν αυτό είναι αμφίβολο έχουμε $\Gamma^=(a_e, a_f)$ εάν και μόνο εάν $\Pi^+(a_e, a_f) = \Pi^-(a_e, a_f)$ και τέλος απορρίπτεται όταν $\Gamma^-(a_e, a_f)$ εάν και μόνο εάν $\Pi^+(a_e, a_f) < \Pi^-(a_e, a_f)$. Τότε οι σχέσεις προτίμησης προσδιορίζονται ως εξής

➤ $a_e \succ a_f$ εάν και μόνο εάν

$$(\Gamma^+(a_e, a_f) \wedge \Gamma^-(a_f, a_e)) \vee (\Gamma^+(a_e, a_f) \wedge \Gamma^=(a_f, a_e)) \vee (\Gamma^=(a_e, a_f) \wedge \Gamma^-(a_f, a_e))$$

Καθώς επίσης έχουμε και

➤ $a_e \sim a_f$ εάν και μόνο εάν

$$(\Gamma^=(a_e, a_f) \wedge \Gamma^=(a_f, a_e)) \vee (\Gamma^+(a_e, a_f) \wedge \Gamma^+(a_f, a_e))$$

2.3.12. Martel and Zara's Method.

Θεωρούμε ένα πολυκριτήριο πρόβλημα το οποίο μπορεί να αναπαρασταθεί μέσω του μοντέλου A.A.E (Alternatives, Attributes/Criteria, Evaluators, Εναλλακτικές, Χαρακτηριστικά/Κριτήρια, Αποτιμήσεις). Τα στοιχεία αυτού του μοντέλου παρουσιάζονται στην συνέχεια.

- Το σύνολο $A = \{a_1, a_2, \dots, a_m\}$ είναι το σύνολο όλων των δυνατών εναλλακτικών.
- Το σύνολο $F = \{X_1, X_2, \dots, X_n\}$ είναι το σύνολο των χαρακτηριστικών/κριτηρίων. Ένα κριτήριο X_j προσδιορίζεται εντός του διαστήματος $[x_j^0, x_j^1]$ όπου x_j^0 είναι η χειρότερη τιμή που αντιστοιχεί στο

χαρακτηριστικό X_j και αντίστοιχα x_j^1 είναι η καλύτερη τιμή. Το σύνολο $E = \{f_1, f_2, \dots, f_n\}$ είναι το σύνολο των εκτιμήσεων. Μια εκτίμηση $f_j(x_{ij})$ είναι μια συνάρτηση πιθανότητας σε σχέση με την εναλλακτική a_i και ενός μη κενού συνόλου στοιχείων x_{ij} (τυχαία μεταβλητή) αναπαριστώντας την εκτίμηση της εναλλακτικής a_i σε σχέση με το κριτήριο X_j .

Σε αυτή την μέθοδο, υποτίθεται ότι είναι γνωστές οι εκτιμήσεις των εναλλακτικών σύμφωνα με το κάθε κριτήριο, επίσης θεωρείται γνωστό και το βάρος των κριτηρίων.

Τα κριτήρια προσδιορίζονται έτσι ώστε η μεγαλύτερη τιμή να είναι προτιμότερη από την μικρότερη και οι συναρτήσεις πιθανότητας να είναι γνωστές. Επίσης υποθέτουμε ότι το σύνολο των κριτηρίων F συμφωνεί με την κατάσταση της προσθετικής ανεξαρτησίας. Οι Huang, Kira και Vertinsky (1969) έδειξαν ότι στην περίπτωση της υποθετικής ανεξαρτησίας για πολυκριτήριες συναρτήσεις χρησιμότητας ισχύει ότι, στις καταστάσεις των πολυκριτηρίων στοχαστικών υπεροχών είναι απαραίτητο να επαληθεύεται η στοχαστική υπεροχή σε κάθε επίπεδο για κάθε κριτήριο. Η πολυκριτήρια στοχαστική σχέση υπεροχής έχει φτωχά και άχρηστα αποτελέσματα για τον αποφασίζοντα.

Για τον λόγο αυτό η Martel and Zaras' method χρησιμοποιεί την στοχαστική υπεροχή για να συγκρίνει τις εναλλακτικές ανά ζεύγη για κάθε κριτήριο. Στην συνέχεια η μέθοδος υπεροχής χρησιμοποιείται για την κατασκευή των σχέσεων υπεροχής οι οποίες βασίζονται στους δείκτες συμφωνίας και ασυμφωνίας. Οι σχέσεις υπεροχής χρησιμοποιούνται με σκοπό να κατασκευαστούν οι κανόνες και οι εντολές σύμφωνα με τις καταστάσεις του καθορισμένου προβλήματος.

Όταν έχουμε το αποτέλεσμα ότι η εναλλακτική a_i είναι προτιμότερη ή είναι τουλάχιστον καλύτερη από την $a_{ii'}$ υπό του κριτηρίου X_j , είναι απαραίτητο να ορίσουμε σε όλο το σύνολο με σαφήνεια όλες τις μερικές προτιμήσεις του αποφασίζοντα. Εάν η (μερική) προτίμηση του αποφασίζοντος για κάθε κριτήριο X_j μπορεί να συσχετιστεί με την συνάρτηση χρησιμότητας $U_j \in \text{DARA}$, τότε η προτίμηση του αποφασίζοντος

σύμφωνα με την κατανομή $F_j(x_{ij})$ για την εναλλακτική a_i και για κάθε κριτήριο X_j θα έχουμε:

$$g_j(F_j(x_{ij})) = \int_{x_j^0}^{x_j^1} U_j(x_{ij}) dF_j(x_{ij})$$

Οι Hadar και Russel (1969) διατύπωσαν το εξής θεώρημα: εάν $F_j(x_{ij}) \text{ FSD } F_j(x_{i'j})$ ή $F_j(x_{ij}) \text{ SSD } F_j(x_{i'j})$ ή $F_j(x_{ij}) \text{ TSD } F_j(x_{i'j})$ και $F_j(x_{ij}) \geq F_j(x_{i'j})$ τότε $g_j(F_j(x_{ij})) \leq g_j(F_j(x_{i'j}))$ για όλα τα $U_j \in DARA$, όπου $F_j(x_{ij})$ και $F_j(x_{i'j})$ αναπαριστούν τις αθροιστικές συναρτήσεις κατανομής σε σχέση με την εναλλακτική a_i και $a_{i'}$ αντιστοίχως. (τα FSD, SSD and TSD είναι στοχαστικές σχέσεις).

Στο μοντέλο MZ υπάρχουν δυο καταστάσεις:

- **Η ξεκάθαρη κατάσταση** όπου οι συνθήκες που εισάγονται από το θεώρημα μπορούν να επαληθευτούν ($SD = FSD \cup SSD \cup TSD$ συνθήκες), και
- **Η μη ξεκάθαρη κατάσταση** όπου καμία από τις τρεις στοχαστικές υπεροχές δεν μπορεί να επαληθευτεί.

Η εκτίμηση για τον δείκτη συμφωνίας μπορεί να διαχωριστεί σε δυο μέρη:

Explicable δείκτης συμφωνίας: όπου αναπαριστά τις δυο καταστάσεις για τις οποίες η έκφραση των προτιμήσεων του αποφασίζοντα είναι συνήθεις ή ξεκάθαρη.

$$C_E(a_i, a_{i'}) = \sum_{j=1}^n \pi_j \delta_j^E(ai, ai')$$

Όπου

$$\delta_j^E(ai, ai') = \begin{cases} 1 & \text{Εάν } F_j(x_{ij}) \text{ SD } F_j(x_{i'j}) \\ 0 & \text{αλλιώς} \end{cases}$$

Το π_j είναι το βάρος του κριτηρίου X_j με $\pi_j \geq 0$ και $\sum_{j=1}^n \pi_j = 1$.

Non- Explicable δείκτης συμφωνίας: Ο οποίος αναπαριστά την ενδεχόμενη τιμή των καταστάσεων στις οποίες η έκφραση για τις προτιμήσεις του αποφασίζοντα δεν είναι ξεκάθαρη:

$$C_{NE}(a_i, a_{i'}) = \sum_{j=1}^n \pi_j \delta_j^{NE}(a_i, a_{i'})$$

Όπου

$$\delta_j^{NE}(a_i, a_{i'}) = \begin{cases} 1 & \text{Εάν δεν ισχύει } F_j(x_{ij}) \quad SD \quad F_j(x_{i'j}) \text{ όπως επίσης} \\ & \text{και } F_j(x_{i'j}) \quad SD \quad F_j(x_{ij}) \\ 0 & \text{αλλιώς} \end{cases}$$

Το δεύτερο μέρος του δείκτη συμφωνίας είναι μόνο μια ενδεχόμενη τιμή, καθώς δεν είναι βέβαιο εάν οι αποδόσεις $F_j(x_{ij})$ και $F_j(x_{i'j})$ είναι η μία πιο προτιμητέα από την άλλη.

Σε αυτές τις περιπτώσεις, μπορεί να φανεί χρήσιμο να εκφράσουμε μια κατάσταση η οποία προσπαθεί να κατασκευάσει ρητές συναρτήσεις αξιών $U_j(x_{ij})$ σύμφωνα με τον αποφασίζοντα. Εάν πληρείται η κατάσταση:

$$0 \leq p - C_E(a_i, a_{i'}) \leq C_{NE}(a_i, a_{i'})$$

(Όπου $p \in [0.5, 1]$ είναι το κατώφλι συμφωνίας)

τότε η θεώρηση για τις μη ξεκάθαρες περιπτώσεις οδηγεί σε μια τιμή του δείκτη συμφωνίας έτσι ώστε να ικανοποιείται ο έλεγχος συμφωνίας για την πρόταση «η εναλλακτική a_i υπερέρχει συνολικά της $a_{i'}$ ». Το αντικείμενο αυτής της διαδικασίας είναι να μειώσουμε όσο γίνεται πιο πολύ τον αριθμό των φορών όπου η συνάρτηση $U_j(x_{ij})$ είναι ρητή, χωρίς παράλληλα να αυξήσουμε τον κίνδυνο για εσφαλμένα συμπεράσματα.

Ο δείκτης ασυμφωνίας $D_j(a_i, a_{i'})$ για κάθε κριτήριο X_j είναι τελικά προσδιορισμένος σαν την αναλογία μεταξύ της διαφοράς των μέσων τιμών των αποτιμήσεων των εναλλακτικών a_i και $a_{i'}$ σε όλη την έκταση της κλίμακας (εάν είναι προσδιορισμένη σε ένα επίπεδο κλίμακας της κατανομής των αποτιμήσεων).

$$D_j(a_i, a_{i'}) = \begin{cases} \frac{\mu(F_j(x_{ij})) - \mu(F_j(x_{ij'}))}{(x_i^1 - x_i^0)} & \text{Εάν } F_j(x_{ij}) \text{ FSD}_j F_j(x_{ij'}) \\ 0 & \text{Εάν } F_j(x_{ij}) \text{ όχι FSD}_j F_j(x_{ij'}) \end{cases}$$

Η διαφορά μεταξύ των μέσων τιμών των δυο κατανομών μας δίνει μια καλή ένδειξη της διαφοράς στην απόδοση των δυο συγκρινόμενων εναλλακτικών. Εάν αυτή η διαφορά είναι αρκετά μεγάλη σε σχέση με το εύρος της κλίμακας, και το FSD ικανοποιείται για το κριτήριο X_j , τότε τα ρίσκα είναι μεγάλα για το a_i να είναι κυριαρχούμενο από το $a_{i'}$. Σε αυτή την περίπτωση, η μέθοδος MZ υποθέτει ένα ελάχιστο επίπεδο v_j , το οποίο είναι ένα κατώφλι veto, για τον δείκτη ασυμφωνίας D_j . Ο έλεγχος ασυμφωνίας είναι σχετικός με το κατώφλι veto για κάθε κριτήριο. Οι σχέσεις συμφωνίας και ασυμφωνίας των ενδεχόμενων εναλλακτικών του συνόλου A είναι δομημένες κατά τον κλασικό τρόπο:

Για όλα $(a_i, a_{i'}) \in A \times A, (a_i, a_{i'}) \in C_p \leftrightarrow C(a_i, a_{i'}) \geq p$

Για όλα $(a_i, a_{i'}) \in A \times A, (a_i, a_{i'}) \in D_v \leftrightarrow \exists j / D_j(a_i, a_{i'}) \geq v_j$

Οι σχέσεις υπεροχής είναι αποτέλεσμα της τομής μεταξύ των συνόλων συμφωνίας και ασυμφωνίας

$$S(p, v_j) = C_p \cap D_v = C_p \setminus D_v$$

Με βάση το επίπεδο της υπέρθεσης των συγκρινόμενων διανομών, οι Martel et al. (1997) ανέπτυξαν δείκτες προτίμησης με βάση τους τρεις τύπους της στοχαστικής υπεροχής και κατασκεύασαν μια εκτίμηση των σχέσεων υπεροχής.

Σε σχέση με την περίπτωση του προβλήματος που έχουμε να αντιμετωπίσουμε κάθε φορά, πρόβλημα επιλογής ή κατάταξης, και στις δυο αυτές περιπτώσεις ο πυρήνας του γραφήματος των σχέσεων υπεροχής είναι προσδιορισμένος και οι σχέσεις υπεροχής χρησιμοποιούνται όπως και στην μέθοδο ELECTRE II.

2.3.13. Μέθοδος N-TOMIC

Η μέθοδος N-TOMIC, η οποία παρουσιάστηκε από τους Massaglia και Ostanello (1991), ταξινομεί τις εξεταζόμενες εναλλακτικές δραστηριότητες σε εννέα διατεταγμένες κατηγορίες, ως εξής: C_1 : δραστηριότητες ιδιαίτερα υψηλών επιδόσεων, C_2 : δραστηριότητες υψηλών επιδόσεων, C_3 : δραστηριότητες σχετικά υψηλών επιδόσεων, C_4 : δραστηριότητες επαρκών επιδόσεων, C_5 : δραστηριότητες αβέβαιων επιδόσεων, C_6 : δραστηριότητες ανεπαρκών επιδόσεων, C_7 : δραστηριότητες σχετικά χαμηλών επιδόσεων, C_8 : δραστηριότητες χαμηλών επιδόσεων, και C_9 : δραστηριότητες ιδιαίτερα χαμηλών επιδόσεων. Οι εννέα αυτές κατηγορίες, όπως είναι εμφανές, ουσιαστικά καθορίζουν μια τριχοτομική ταξινόμηση των εναλλακτικών δραστηριοτήτων, ως δραστηριότητες υψηλών επιδόσεων (καλές), αβέβαιων επιδόσεων, και χαμηλών επιδόσεων (κακές).

Η ταξινόμηση των εναλλακτικών δραστηριοτήτων σε μια εκ των κατηγοριών αυτών βασίζεται στον καθορισμό δύο προτύπων r_1 και r_2 (κατά αναλογία με τη μέθοδο ELECTRE TRI), τα οποία οριοθετούν αντίστοιχα τις έννοιες της «καλής» και της «κακής» εναλλακτικής δραστηριότητας. Κάθε εναλλακτική δραστηριότητα x_j τέτοια ώστε $g_{ji} > r_{i1}$ να θεωρείται με βεβαιότητα καλή, ενώ αντίθετα η περίπτωση $g_{ji} < r_{i2}$ υποδεικνύει ότι η εναλλακτική δραστηριότητα x_j είναι με βεβαιότητα κακή. Η εκτίμηση του βαθμού ισχύος των δύο αυτών δυνατών καταστάσεων βασίζεται στη διερεύνηση της αξιοπιστίας των δύο αντίστοιχων προτάσεων:

1. «Η εναλλακτική δραστηριότητα x_j είναι με βεβαιότητα καλή» (πρόταση 1)
2. «Η εναλλακτική δραστηριότητα x_j είναι με βεβαιότητα κακή» (πρόταση 2)

Οι δείκτες συμφωνίας και ασυμφωνίας υπολογίζονται και για τις δύο αυτές προτάσεις, σε αντίθεση με τη μέθοδο ELECTRE TRI η οποία ουσιαστικά ελέγχει το βαθμό ισχύος μόνο της πρώτης πρότασης. Η διαδικασία υπολογισμού των δεικτών αυτών είναι παρόμοια με αυτή της μεθόδου ELECTRE και βασίζεται στις ίδιες πληροφορίες (βάρη των κριτηρίων, κατώφλια προτίμησης, αδιαφορίας και βέτο), οι οποίες καθορίζονται από τον αποφασίζοντα. Θα πρέπει βέβαια να σημειωθεί, ότι στη μέθοδο N-TOMIC υπολογίζεται και ένας ολικός δείκτης ασυμφωνίας, ως ο σταθμισμένος μέσος των επιμέρους δεικτών ασυμφωνίας των κριτηρίων αξιολόγησης (στη μέθοδο ELECTRE TRI δεν υπολογίζεται

ολικός δείκτης ασυμφωνίας). Αυτός ο δείκτης ασυμφωνίας εκφράζει την αντίθεση στην ισχύ της πρώτης πρότασης, αλλά στην περίπτωση της δεύτερης πρότασης ουσιαστικά εκφράζει το βαθμό συμφωνίας στη διαπίστωση «η εναλλακτική δραστηριότητα x_j είναι με βεβαιότητα κακή» (οι ρόλοι των δεικτών συμφωνίας και ασυμφωνίας αντιστρέφονται στην περίπτωση αυτή).

Με βάση όλες τις παραπάνω πληροφορίες, η διαδικασία ταξινόμησης των εναλλακτικών δραστηριοτήτων λειτουργεί σε τρία επίπεδα:

1^ο Επίπεδο: Στο πρώτο επίπεδο διερευνάται η πιθανή ένταξη μιας εναλλακτικής δραστηριότητας στις κατηγορίες οι οποίες δεν εμπεριέχουν καμία ασάφεια ως προς τη θεώρηση μιας εναλλακτικής δραστηριότητας ως υψηλών, αβέβαιων, ή χαμηλών επιδόσεων. Οι κατηγορίες αυτές είναι οι C_1 , C_2 , C_5 , C_8 και C_9 . Έστω ότι οι βαθμοί αξιοπιστίας των προτάσεων 1 και 2 για μια εναλλακτική δραστηριότητα x_j συμβολίζονται αντίστοιχα ως $\sigma_1(x_j)$ και $\sigma_2(x_j)$. Τότε η ταξινόμηση μιας δραστηριότητας x_j στο πρώτο αυτό επίπεδο της διαδικασίας πραγματοποιείται ως εξής (Ως β και γ συμβολίζονται δύο κατώφλια μεταξύ 0,5 και 1, τα οποία ορίζονται από τον αναλυτή):

- Εάν $\sigma_1(x_j)=0 \wedge \sigma_2(x_j)=0$ τότε $x_j \in C_5$ (κατηγορία αβέβαιων επιδόσεων)
- Εάν $\sigma_1(x_j)=0 \wedge \sigma_2(x_j)>\beta$ τότε $x_j \in C_9$ (κατηγορία ιδιαίτερα χαμηλών επιδόσεων)
- Εάν $\sigma_1(x_j)=0 \wedge \sigma_2(x_j) \in (0, \beta]$ τότε $x_j \in C_8$ (κατηγορία χαμηλών επιδόσεων)
- Εάν $\sigma_1(x_j)>\gamma \wedge \sigma_2(x_j)=0$ τότε $x_j \in C_1$ (κατηγορία ιδιαίτερα υψηλών επιδόσεων)
- Εάν $\sigma_1(x_j) \in (0, \gamma] \wedge \sigma_2(x_j)=0$ τότε $x_j \in C_8$ (κατηγορία υψηλών επιδόσεων)

2^ο Επίπεδο: Στο δεύτερο επίπεδο διερευνάται η πιθανή ένταξη μιας εναλλακτικής δραστηριότητας στα ακόλουθα τρία ασαφή σύνολα κατηγοριών:

1. {Καλές κατηγορίες} = $\{C_3, C_4, C_5\}$
2. {Αβέβαιες κατηγορίες} = $\{C_4, C_5, C_6\}$
3. {Κακές κατηγορίες} = $\{C_5, C_6, C_7\}$

Η ταξινόμηση πραγματοποιείται ως εξής (Ως σ συμβολίζεται ένα νέο κατώφλι μεταξύ 0,5 και 1).

- Εάν $\sigma_1(x_j) - \sigma_2(x_j) > \gamma$ τότε $x_j \in \{\text{Καλές κατηγορίες}\}$
- Εάν $0 \leq \sigma_1(x_j) - \sigma_2(x_j) \leq a$ τότε $x_j \in \{\text{Αβέβαιες κατηγορίες}\}$
- Εάν $\sigma_2(x_j) - \sigma_1(x_j) > \gamma$ τότε $x_j \in \{\text{Κακές κατηγορίες}\}$

3^ο Επίπεδο: Στα προηγούμενα δύο επίπεδα ο υπολογισμός των δεικτών αξιοπιστίας των προτάσεων 1 και 2 πραγματοποιείται χωρίς να τίθεται βέτο από κανένα κριτήριο αξιολόγησης. Στο τρίτο επίπεδο της διαδικασίας, η ισχύς των αποτελεσμάτων που εξήχθησαν στο επίπεδο 2, διερευνάται περαιτέρω επιτρέποντας στα κριτήρια αξιολόγησης να θέσουν βέτο. Η σαφής ταξινόμηση των εναλλακτικών δραστηριοτήτων καθορίζεται μέσω ενός δέντρου αποφάσεων το οποίο αναπτύσσεται για κάθε ένα από τα σύνολα $\{\text{Καλές κατηγορίες}\}$, $\{\text{Αβέβαιες κατηγορίες}\}$ και $\{\text{Κακές κατηγορίες}\}$, βάσει των τιμών των δεικτών αξιοπιστίας των προτάσεων 1 και 2, λαμβάνοντας παράλληλα υπ' όψη τα βέτο που θέτουν τα κριτήρια αξιολόγησης Massaglia και Ostanello (1991).

2.3.14. Η μέθοδος PROAFTN και η διαδικασία του Perny

Τόσο η μέθοδος ELECTRE TRI, όσο και η μέθοδος N-TOMIC αντιμετωπίζουν προβλήματα ταξινόμησης όπου οι κατηγορίες είναι διατεταγμένες. Το ιδιαίτερο ενδιαφέρον της μεθόδου PROAFTN που προτάθηκε από τον Belacel (2000) αλλά και της διαδικασίας που παρουσιάστηκε από τον Perny (1998) επικεντρώνεται στη συμβολή τους κατά την αντιμετώπιση προβλημάτων ταξινόμησης όπου οι κατηγορίες ορίζονται ονομαστικά (nominal). Και οι δύο αυτές διαδικασίες βασίζονται στο συνδυασμό των βασικών εννοιών και αρχών της θεωρίας των σχέσεων υπεροχής με τα εργαλεία που παρέχει η θεωρία των ασαφών συνόλων.

Στην περίπτωση προβλημάτων ταξινόμησης όπου οι κατηγορίες ορίζονται ονομαστικά, η ταξινόμηση των εναλλακτικών δραστηριοτήτων δεν μπορεί να βασιστεί στη σχέση υπεροχής, όπως τουλάχιστον αυτή χρησιμοποιείται στις προαναφερθείσες διαδικασίες ταξινόμησης (η εναλλακτική δραστηριότητα x_j είναι τουλάχιστον εξίσου καλή όσο και το πρότυπο r_k). Το στοιχείο αυτό υποδεικνύει ότι ο καθορισμός των προτύπων ως κάτω όρια των κατηγοριών θα πρέπει να τροποποιηθεί κατάλληλα, ώστε να

ανταποκρίνεται στη διαφορετική έννοια των κατηγοριών οι οποίες ορίζονται ονομαστικά. Στην περίπτωση αυτή, τα πρότυπα πρέπει να οριστούν ως χαρακτηριστικά παραδείγματα της κάθε κατηγορίας. Χρησιμοποιώντας την προσέγγιση αυτή, τόσο η μέθοδος PROAFTN όσο και η διαδικασία που προτάθηκε από τον Perny (1998) βασίζονται στην ανάπτυξη μιας ασαφούς σχέσης αδιαφορίας (fuzzy indifference relation) η οποία επιτρέπει την αξιολόγηση της ισχύος της πρότασης: «η εναλλακτική δραστηριότητα x_j δεν διαφέρει από το πρότυπο r_k ».

Η ανάπτυξη της ασαφούς σχέσης αδιαφορίας βασίζεται στην ίδια φιλοσοφία που διέπει όλες τις διαδικασίες που προέρχονται από το χώρο της θεωρίας των σχέσεων υπεροχής. Αρχικά διερευνάται το σύνολο των ενδείξεων υπέρ της ισχύος της παραπάνω πρότασης (έλεγχος συμφωνίας) και στη συνέχεια διερευνάται το πλήθος των ενδείξεων κατά της ισχύος της πρότασης (έλεγχος ασυμφωνίας). Βάσει των δύο αυτών ελέγχων αναπτύσσεται η ασαφής σχέση αδιαφορίας και πραγματοποιείται η εκτίμηση του συνολικού δείκτη αξιοπιστίας $\sigma(x_j, r_k)$ της προαναφερθείσας πρότασης. Τελικά, μια εναλλακτική δραστηριότητα x_j θα ενταχθεί στην κατηγορία για την οποία παρουσιάζεται η μεγαλύτερη ομοιότητα (μεγαλύτερος συνολικός δείκτης αξιοπιστίας) μεταξύ της περιγραφής της δραστηριότητας βάσει των εξεταζόμενων κριτηρίων και του αντίστοιχου προτύπου:

$$x_j \in C_k \Leftrightarrow \sigma(x_j, r_k) = \max\{\sigma(x_j, r_1), \sigma(x_j, r_2), \dots, \sigma(x_j, r_q)\}$$

Λεπτομερής περιγραφή των επιμέρους θεμάτων που σχετίζονται με τη διαδικασία υλοποίησης του γενικού αυτού πλαισίου στην αντιμετώπιση προβλημάτων ταξινόμησης με ονομαστικά οριζόμενες κατηγορίες, στα πλαίσια της θεωρίας των σχέσεων υπεροχής δίνεται στις εργασίες των Perny (1998) και Belacel (2000).

2.3.15. NDS Computation

Σύμφωνα με τις διεργασίες που διενεργούνται στον NDS Computation, που αναπτύχθηκε από τους Arrow, K. & Raynaud, H (1986), για κάθε κριτήριο k_i προσδιορίζεται για κάθε εναλλακτική μια τιμή μ_{ij} η οποία αναπαριστά την κατάταξη

της εναλλακτικής a_j υπό του κριτηρίου k_i . Με βάση αυτές τις κατατάξεις προσδιορίζονται οι σχέσεις κυριαρχίας \succ για κάθε ζεύγος εναλλακτικών a_e και a_f . Όπου $e \neq f$, $a_e \succ a_f$ εάν και μόνο εάν

$$(\exists i)(\mu_{ie} < \mu_{if}) \wedge (\forall k)(\mu_{ke} \leq \mu_{kf})$$

Ακόμη έχουμε ότι για όλες τις εναλλακτικές a_e και a_f με $e \neq f$, η a_e δεν κυριαρχεί επί της a_f εάν και μόνο εάν

$$(\forall i)(\mu_{ie} \geq \mu_{if}) \wedge (\exists k)(\mu_{ke} > \mu_{kf})$$

Μια εναλλακτική a_e δεν κυριαρχείται εάν και μόνο εάν $(\forall i) \longrightarrow (a_i \succ a_e)$.

Έτσι με αυτόν τον προσδιορισμό, για τις μη κυριαρχούμενες εναλλακτικές έχει ξεκαθαριστεί ότι είναι οι καλύτερες δυνατές μέσω των σχέσεων υπεροχής. Συνεπώς το σύνολο των καταλληλότερων εναλλακτικών είναι ίσο με το σύνολο των μη κυριαρχούμενων εναλλακτικών $\{a_j : (\forall i) \longrightarrow (a_i \succ a_j)\}$.

Τα πλεονεκτήματα της μεθόδου είναι τα εξής:

- ☐ Η μέθοδος υποθέτει ότι μόνο αυτές οι εναλλακτικές μπορούν να ταξινομηθούν από τα κριτήρια.
- ☐ Αυτή η μέθοδος δεν απαιτεί ούτε τον ποσοτικό αλλά ούτε και τον ποιοτικό προσδιορισμό των κριτηρίων.
- ☐ Σε αντίθεση με τις άλλες μεθόδους δεν υποθέτει ότι οι αποδόσεις των εναλλακτικών σε σχέση με τα διαφορετικά κριτήρια μπορούν να προσδιοριστούν βάση μιας κοινής κλίμακας.
- ☐ Επίσης σε αντίθεση με άλλες μεθόδους δεν υποθέτει ότι τα κριτήρια είναι αμοιβαία διαφορετικά και ανεξάρτητα.
- ☐ Αυτή η μέθοδος μπορεί να εφαρμοσθεί σε όλα τα σενάρια απόφασης και τα αποτελέσματα της είναι συμβατά με αυτά από όλες τις άλλες διαδικασίες αξιολόγησης αποφάσεων.

Αντίθετα το μειονέκτημα αυτής της μεθόδου έχει να κάνει με το γεγονός ότι ο αποφασίζων δεν μπορεί να προσδιορίσει τον αριθμό των στοιχείων του συνόλου των εναλλακτικών που δεν κυριαρχούνται. Παρόλα αυτά ο αριθμός των στοιχείων αυτού του συνόλου γενικώς αυξάνετε σύμφωνα με το μέγεθος των συνόλων A και K . Αυτό έχει ως αποτέλεσμα τα σενάρια της απόφασης να περιπλέκονται από έναν μεγάλο

αριθμό εναλλακτικών που αποτιμάται από την βάση των μερικών κριτηρίων, είναι επίσης απίθανο το γεγονός ότι το σύνολο των μην κυριαρχούμενων εναλλακτικών να είναι αρκετά μικρό. Σε τέτοιου είδους σενάρια, απαιτούνται περισσότερες πληροφορίες έτσι ώστε να βελτιωθεί το μέγεθος του συνόλου και να γίνει διαχειρήσιμο.

2.3.16. Η μέθοδος TOMASO.

Ορίζουμε ως A το σύνολο των q δυνατών μεταβλητών, οι οποίες θα πρέπει να κατανεμηθούν σε ξεχωριστές κατηγορίες, επίσης ορίζουμε και το σύνολο $N=\{1, \dots, n\}$ το οποίο αποτελείται από τις διαφορετικές πλευρές θεώρησης της ικανοποίησης. Για κάθε σημείο $i \in N$ οι εναλλακτικές αποτιμώνται σύμφωνα με ένα σημείο s_i στην βαθμονομημένη κλίμακα απόδοσης, έτσι προκύπτει ένα ολοκληρωτικά ταξινομημένο σύνολο

$$X_i = \{g_1^i \prec_i g_2^i \prec_i \dots \prec_i g_{si}^i\}$$

Υποθέτουμε ότι κάθε εναλλακτική $x \in A$ μπορεί να αναγνωρισθεί σύμφωνα με το σχετικό της προφίλ.

$$(x_1, \dots, x_n) \in \times_{i=1}^n X_i = X$$

Όπου για κάθε $i \in N$, το x_i αντιπροσωπεύει την μερική αποτίμηση του x σχετικά με το σημείο θεώρησης i .

Λαμβάνουμε τώρα υπόψη μας μια διαμέριση του συνόλου X σε m μη κοινές ομάδες $\{Cl_t\}_{t=1}^m$ οι οποίες είναι ταξινομημένες κατά αύξουσα σειρά. Έτσι για κάθε $r, s \in \{1, \dots, m\}$ και με $r > s$, τα στοιχεία του συνόλου Cl_r έχουν καλύτερη αποτίμηση από ότι τα στοιχεία του συνόλου Cl_s .

Επίσης θέτουμε:

$$Cl_r^{\geq} = \bigcup_{t \geq r} Cl_t \quad (r=1, \dots, m)$$

Η διαδικασία της μεθόδου TOMASO στηρίζεται στον διαχωρισμό του συνόλου A σε μικρότερα σύνολα $\{Cl_t\}_{t=1}^m$, η διαδικασία είναι κυρίως βασισμένη στα παρακάτω αποτελέσματα (προσαρμοσμένα στα παρακάτω θεωρήματα) τα οποία ακολουθούν την εξής αρχή:

Υπό των απλών καταστάσεων της μονοτονίας, είναι πιθανό να βρεθεί μια συνάρτηση διαχωρισμού όπου θα ξεχωρίζει αυστηρά τις ομάδες Cl_1, \dots, Cl_m ταξινομώντας τις σε αριθμητικά επίπεδα δράσης.

Για κάθε $x_i \in X_i$ και για οποιοδήποτε $y_{-i} \in X_{-i} = \times_{j \in N \setminus \{i\}} X_j$ ορίζουμε

$$x_i y_{-i} = (y_1, \dots, y_{i-1}, x_i, y_{i+1}, \dots, y_n) \in X.$$

Οι ακόλουθες δύο εκφράσεις είναι ίσης σημασίας

(1) Για όλα τα $i \in N$, $t \in \{1, \dots, m\}$, $x_i, x'_i \in X_i, y_{-i} \in X_{-i}$ έχουμε ότι $x'_i \geq_i x_i$ και

$$x_i y_{-i} \in Cl_t \Rightarrow x'_i y_{-i} \in Cl_t^{\geq}.$$

(2) Υπάρχει/ υπάρχουν

a. Συναρτήσεις $g_i : X_i \longrightarrow \mathbb{R} (i \in N)$ οι οποίες είναι αυστηρώς αύξουσες και καλούνται κριτήρια.

b. Μια συνάρτηση $f : \mathbb{R}^n \longrightarrow \mathbb{R}$, η οποία είναι αύξουσα για κάθε όρισμα, ονομάζεται συνάρτηση διαχωρισμού.

c. $m-1$ ταξινομημένα σε σειρά κατώφλια ικανοποίησης $\{z_t\}_{t=2}^m$
 $z_2 \leq z_3 \leq \dots \leq z_m$.

Έτσι λοιπόν για κάθε $x \in X$ και για κάθε $t \in \{2, \dots, m\}$ έχουμε:

$$f[g_1(x_1), g_2(x_2), \dots, g_n(x_n)] \geq z_t \Leftrightarrow x \in Cl_t^{\geq}$$

Για πρακτικούς λόγους χρήσης αυτού του αποτελέσματος και με σκοπό να παράγουμε ένα σημαντικό αποτέλεσμα, ο Roubens et.al (2004) περιόρισε την οικογένεια των πιθανών συναρτήσεων διαχωρισμού σε ομάδες με n μεταβλητά όρια

του Choquet και την κανονικοποίηση του βαθμού των συναρτήσεων των κριτηρίων. Αυτοί οι βαθμοί, των οποίων ο προσδιορισμός θα πρέπει να είναι διαφορετικός από την μια εφαρμογή στην άλλη, θα πρέπει να έχουν ακριβή σημασία για τον αποφασίζοντα.

Μπορούν λοιπόν να ληφθούν υπόψη δυο κανονικές προσεγγίσεις: Ο βαθμός της κάθε εναλλακτικής έχει κατασκευαστεί με βάση όλες τις εναλλακτικές του συνόλου A και δεύτερον, ο βαθμός αυτός έχει κατασκευαστεί σε ελεύθερο περιβάλλον δράσης, ανεξάρτητα δηλαδή από τις άλλες εναλλακτικές. Ο αποφασίζων πρέπει να λαμβάνει υπόψη του ότι τα τελικά αποτελέσματα μπορεί να διαφοροποιούνται σημαντικά σε σχέση με την θεωρημένη αρχική προσέγγιση. Συνεπώς είναι απαραίτητη μια προκαταρκτική ανάλυση του προβλήματος για την επιλογή των καταλλήλων βαθμών των εναλλακτικών.

Στην πρώτη προσέγγιση, ένας πιθανός τρόπος για να υπολογίσουμε τις βαθμολογίες των εναλλακτικών είναι να μελετήσουμε τις συγκρίσεις των εναλλακτικών για κάθε ένα από τα σημεία θεώρησης. Θεωρούμε ότι $S_i(x)$ είναι ο i -στος μερικός τελικός βαθμός της εναλλακτικής $x \in A$. Αναλυτικότερα, είναι ο αριθμός των φορών όπου η εναλλακτική x είναι προτιμότερη από οποιαδήποτε άλλη εναλλακτική του συνόλου A μείον τον αριθμό των φορών όπου οποιαδήποτε άλλη εναλλακτική του συνόλου A είναι προτιμότερη της x για τον δεδομένο βαθμό θεώρησης i . Στην συνέχεια κανονικοποιούμε του βαθμούς των εναλλακτικών έτσι ώστε το εύρος τους να έχει μήκος 1.

$$S_i^N(x) = \frac{S_i(x) + (q-1)}{2(q-1)} \in [0,1] \quad (i \in N)$$

Όπου $q = |A|$. Η κανονικοποιημένη αυτή βαθμολογία δεν είναι η χρησιμότητα της εναλλακτικής και δεν πρέπει να λαμβάνεται έτσι υπόψη.

Λαμβάνουμε τώρα υπόψη την δεύτερη προσέγγιση, όπου ο βαθμός της κάθε εναλλακτικής δεν εξαρτάται από τις άλλες εναλλακτικές του συνόλου A . Σε αυτή την περίπτωση προτείνουμε στον αποφασίζοντα να ορίσει τις συναρτήσεις βαθμονόμησης

σαν συναρτήσεις χρησιμότητας. Εναλλακτικά μπορούμε να προσεγγίσουμε τις συναρτήσεις χρησιμότητας με την ακόλουθη γραμμική δομή:

$$S_i^N(x) = \frac{ord_i(x) - 1}{s_i - 1} \in [0,1] \quad (i \in N)$$

Όπου $ord_i : A \longrightarrow \{1, \dots, s_i\}$ και είναι μια αποτύπωση μέσω του $ord_i(x) = r$ εάν και μόνο εάν $x_i = g_r^i$. Σε αυτή την τελική περίπτωση το S_i^N δεν αναπαριστά απαραίτητα την αληθινή χρησιμότητα και πιθανώς να μην ανταποκρίνεται στην χρησιμότητα την οποία αποδίδει ο αποφασίζων στο μυαλό του. Παρόλα αυτά θα συνεχίσουμε να αποκαλούμε αυτό τον αριθμό ως βαθμό.

Ο κανονικοποιημένος βαθμός της κάθε εναλλακτικής x είναι τότε το παρακάτω ολικό άθροισμα :

$$C_u(S^N(x)) = \sum_{i=1}^n S_{(i)}^N(x) [u(A_{(i)}) - u(A_{(i+1)})]$$

Όπου το $S^N(x)$ θεωρείται ως $(S_1^N(x), \dots, S_n^N(x))$ και το u αναπαριστά το ασαφές όριο του N . Το u είναι ένα σύνολο από μονότονες συναρτήσεις $u : 2^N \longrightarrow [0,1]$ θεωρώντας $u(\emptyset)=0$ και $u(N)=1$. Το ασαφές αυτό όριο εκφράζει μερικώς την σημαντικότητα κάθε υποσυνόλου σημείων θεωρήσεως. Επίσης οι παρενθέσεις για τους δείκτες αναπαριστούν μια αντιμετάθεση του συνόλου N έτσι ώστε:

$$S_{(1)}^N(x) \leq \dots \leq S_{(n)}^N(x)$$

Και για κάθε $i \in N$, $A_{(i)}$ αναπαριστά ένα υποσύνολο $\{(i), \dots, (n)\}$.

Τώρα θα εξηγήσουμε πως το ασαφές όριο μπορεί να καθοριστεί μέσα σε αυτή την διαδικασία:

Υποθέτουμε ότι όλες οι εναλλακτικές του $A \subseteq X$ είναι ήδη καταταγμένες σε ομάδες Cl_1, \dots, Cl_m . Σε μερικές ειδικές περιπτώσεις υπάρχει ένα ασαφές όριο u στο N και $m-1$ ταξινομημένα σε σειρά όρια $\{z_t\}_{t=2}^m$ ικανοποιώντας την παραδοχή $z_2 \leq z_3 \leq \dots \leq z_m$

Έτσι λοιπόν για κάθε $x \in A$ και για κάθε $t \in \{2, \dots, m\}$ έχουμε

$$C_u(S^N(x)) \geq z_t \Leftrightarrow x \in Cl_t^{\geq}.$$

Φυσικά εάν δεν υπάρχει ασαφές όριο τότε τα όρια των κατηγοριών μπορούν να προσδιοριστούν ως εξής:

$$z_t = \min_{x \in Cl_t^{\geq}} C_u(S^N(x)) \quad (t = 2, \dots, m)$$

Σε πραγματικές καταστάσεις όμως, δεν είναι γνωστές όλες οι εναλλακτικές και πρέπει να προσδιοριστούν. Παρόλα αυτά ο προσδιορισμός του ασαφές ορίου u μπορεί να γίνει γνωστό μέσω του υποσυνόλου των αναφορών, το οποίο έχει φτιαχτεί από τα πρωτότυπα που έχουν ταξινομηθεί σε σειρά εκ των προτέρων από τον αποφασίζοντα.

2.3.17. TOPSIS

Η μέθοδος TOPSIS προτάθηκε για πρώτη φορά από τον Nijkamp et.al (1990). Για κάθε εναλλακτική a_j προσδιορίζουμε μια ποσοτική μεταβλητή v_{ij} η οποία αντιπροσωπεύει την απόδοση της εναλλακτικής υπό του κριτηρίου k_i . Κάθε v_{ij} κανονικοποιείται με τον εξής τρόπο:

$$v'_{ij} = \frac{v_{ij}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n v_{ij}^2}}$$

Σε κάθε κριτήριο k_i προσδιορίζεται ένα βάρος w_i το οποίο αναπαριστά την σημαντικότητα με $\sum_{i=1}^n w_i = 1$. Ορίζουμε $a^+ = (v_1^+, v_2^+, \dots, v_n^+)$ όπου με v_i^+ δηλώνεται η καλύτερη τιμή για οποιαδήποτε εναλλακτική a_j υπό του κριτηρίου k_i . Ορίζουμε επίσης

με $a^- = (v_1^-, v_2^-, \dots, v_n^-)$ όπου v_i^- δηλώνεται η τουλάχιστον καλύτερη απόδοση οποιασδήποτε εναλλακτικής a_j υπό του κριτηρίου k_i . Η a^+ είναι θετική ιδανική λύση και η a^- είναι η αρνητική ιδανική λύση. Ο σταθμικός παράγοντας $v(v_{ij})$ κάθε εναλλακτικής a_j υπό του κριτηρίου k_i υπολογίζεται ως εξής:

$$v(v_{ij}) = w_i v'_{ij}$$

Η Ευκλείδεια απόσταση δ_j^+ μεταξύ οποιασδήποτε εναλλακτικής a_j και του a^+ σε ένα διάστημα n -διαστάσεων υπολογίζεται χρησιμοποιώντας τον παρακάτω τύπο:

$$\delta_j^+ = \sqrt{\sum_{i=1}^n (v(v_{ij}) - v_i^+)^2}$$

Όπου v_i^+ είναι ίσο με το $v(v_{ij})$ της a_j η οποία υπερέρχει από όλες τις άλλες υπό του κριτηρίου k_i .

Η απόσταση δ_j^- μεταξύ κάθε εναλλακτικής a_j και του a^- υπολογίζεται κατά τον ίδιο τρόπο:

$$\delta_j^- = \sqrt{\sum_{i=1}^n (v(v_{ij}) - v_i^-)^2}$$

Όπου και εδώ το v_i^- είναι ίσο με το $v(v_{ij})$ της εναλλακτικής a_j η οποία έχει την ελάχιστη υπεροχή υπό του κριτηρίου k_i .

Η ολική τιμή $v(a_j)$ υπολογίζεται κάνοντας χρήση του παρακάτω τύπου:

$$v(a_j) = \frac{\delta_j^+}{(\delta_j^+ - \delta_j^-)}$$

Τότε οι εναλλακτικές ταξινομούνται βάσει του $v(a_j)$, έτσι για οποιεσδήποτε δυο εναλλακτικές a_e και a_f έχουμε $a_e \succ a_f$ εάν και μόνο εάν $v(a_e) > v(a_f)$ με την διαφορά των τιμών μεταξύ του a_e και του a_f να είναι ίση με $v(a_e) - v(a_f)$.

Η μέθοδος παράγει ασθενής γραμμική κατάταξη των εναλλακτικών και επιτρέπει στις διάφορες μεταβλητές οποιονδήποτε δύο εναλλακτικών να ποσοτικοποιηθούν. Κατά την διάρκεια της εφαρμογής της μεθόδου απαιτείται η υπόθεση ενός ποσοτικού βάρους για κάθε κριτήριο. Εξαιτίας της χρήσης της υποθετικής βελτιστοποίησης που χρησιμοποιείται για τον προσδιορισμό αυτών των εναλλακτικών οι μεταβλητές αυτές δεν είναι εφικτές, παρόλα αυτά οι αποστάσεις αυτές μπορεί να είναι ασήμαντες.

2.4. Verbal Decision Analysis

2.4.1. Οι βασικές αρχές της VDA.

Ο ρόλος των μεθόδων λήψης αποφάσεων και η εφαρμογή τους στα αδόμητα προβλήματα θα μπορούσε να βοηθήσει τους αποφασίζοντες να δομήσουν το πρόβλημα (να κατασκευάσουν δηλαδή μια ομάδα από εναλλακτικές και κριτήρια) και να δουλέψουν πάνω σε μια συνεκτική πολιτική για την αξιολόγηση/σύγκριση των εναλλακτικών λύσεων και των πολλαπλών κριτηρίων. Δεδομένου ότι η ανθρώπινη κρίση είναι η κεντρική πηγή πληροφοριών στα μη δομημένα προβλήματα, οι προτεινόμενες μέθοδοι πρέπει να εξετάσουν τους περιορισμούς του ανθρώπινου συστήματος επεξεργασίας πληροφοριών καθώς επίσης και την ψυχολογική αξιοπιστία των δεδομένων εισόδου στην ανάλυση της απόφασης.

Αυτό απαιτεί από τις μεθόδους να έχουν την δυνατότητα:

- 1) Να κάνουν χρήση της φυσικής γλώσσας για την περιγραφή του προβλήματος στον αποφασίζοντα.
- 2) Να εφαρμόσουν την μέτρηση της ψυχολογικής αξιοπιστίας των κριτηρίων και των ψυχολογικά έγκυρων διαδικασιών απόκτησης της προτίμησης.

3) Την ενσωμάτωση των μέσων για τον έλεγχο της συνέπειας των πληροφοριών του αποφασίζοντα.

4) Να είναι "ξεκάθαρες" στον αποφασίζοντα ώστε να του παρέχονται όλες οι απαραίτητες εξηγήσεις για το αποτέλεσμα.

Η VDA είναι προσανατολισμένη στην κατασκευή ενός συνόλου μεθόδων για διαφορετικούς τύπους αποφάσεων εντός ενός δεδομένου πλαισίου.

Τα προβλήματα κατάταξης των εναλλακτικών λύσεων είναι ευρέως διαδιδόμενα στην πραγματική ζωή. Οι εναλλακτικές λύσεις αξιολογούνται βάσει ενός συνόλου κριτηρίων το οποίο αποτελείται από *λεκτικές* διατυπώσεις, περιλαμβάνοντας ποιοτικούς βαθμούς κατά μήκος των κλιμάκων που χρησιμοποιεί, δεδομένου βέβαια ότι ο αριθμός των εναλλακτικών λύσεων είναι αρκετά μεγάλος. Η κεντρική έννοια εδώ είναι να κατασκευαστεί ένας κανόνας απόφασης στο διάστημα των κριτηρίων και στην συνέχεια να τον χρησιμοποιήσουμε σε κάθε μια ομάδα από πραγματικές εναλλακτικές λύσεις.

Η VDA παράγει σχέσεις υπεροχής μεταξύ των εναλλακτικών λύσεων και όχι μεταξύ των κριτηρίων. Η VDA σχεδιαστική να αποσπάσει μια ισχυρή σχέση προτίμησης η οποία μπορεί να εφαρμοστεί σε μελλοντικές περιπτώσεις, καθώς οι μέθοδοι υπεροχής προορίζονται να συγκρίνουν ένα δεδομένο σύνολο εναλλακτικών λύσεων και είναι περισσότερο προτιμώμενη σε προβλήματα όπου ο αριθμός των εναλλακτικών λύσεων είναι μεγαλύτερος από ότι ο αριθμός των κριτηρίων. Οι μέθοδοι υπεροχής έχουν να κάνουν περισσότερο με αντιστρεπτές καταστάσεις. Η VDA βασίζεται στην υπεροχή των αξιωματικών σχέσεων, έτσι ώστε να περιλάβει την άμεση αξιολόγηση, την κυριαρχία, την μεταβατικότητα και την ανεξαρτησία. Οι μέθοδοι υπεροχής χρησιμοποιούν τα βάρη καθώς επίσης και άλλες παραμέτρους, οι οποίες εξυπηρετούν έναν λειτουργικό σκοπό αλλά επίσης εισάγουν τις ιεραρχίες και τις πιθανές μεταβάσεις των προτιμήσεων. Η VDA είναι βασισμένη στις ίδιες αρχές με την πολυκριτήρια θεωρία χρησιμότητας (MAUT), αλλά είναι προσανατολισμένη στην χρήση της λεκτικής μορφής της απόκτησης της προτίμησης και στην αξιολόγηση των εναλλακτικών αποφάσεων χωρίς την βοήθεια των αριθμών. Γι 'αυτό εξετάζουμε ότι είναι προσανατολισμένο στους ίδιους στόχους με την MAUT έτσι ώστε να συγκριθεί λεπτομερώς με αυτή την προσέγγιση για την λήψη της απόφασης με πολλαπλά κριτήρια.

2.4.2. Η μέθοδος ZAPROS

Η μέθοδος ZAPROS προτάθηκε για να εξετάσει αυτού του τύπου το πρόβλημα και βασίστηκε στις αρχές της VDA. Οι ιδέες της μεθόδου ZAPROS άρχισαν να αναπτύσσονται στη δεκαετία του '80 από μια ομάδα Ρώσων επιστημόνων υπό την καθοδήγηση του Larichev (1995). Η πρώτη δημοσίευση της μεθόδου παρουσιάστηκε στα αγγλικά και ήταν η πλήρως αναπτυγμένη έκδοση των προηγούμενων ιδεών που είχαν εμφανιστεί το 1995 σε μια έκδοση του περιοδικού European Journal of Operational Research. Η μέθοδος είναι βασισμένη στην εφαρμογή των λεκτικών κλιμάκων ταξινόμησης (ordinal verbal scales) και των ταξινομημένων παραχωρήσεων βασισμένες πάνω στις κλίμακες των ζευγαριών των κριτηρίων που βρίσκονται κοντά σε δύο καταστάσεις αναφοράς. Στόχος μας εδώ είναι η κατασκευή μιας κοινής κλίμακας ταξινόμησης για όλα τα κριτήρια. Το όνομα ZAPROS είναι η σύντμηση των Ρώσικων λέξεων: Closed Procedures near Reference Situations (Ολοκληρωμένες Διαδικασίες Κοντά στις Καταστάσεις Αναφοράς).

Στην συνέχεια παρουσιάζουμε το πρόβλημα το οποίο θα επιλύσουμε με την μέθοδο ZAPROS. Η διατύπωση του προβλήματος που θα εξετάσουμε είναι η ακόλουθη:

Δίνονται:

1. Υπάρχει ένα σύνολο από n κριτήρια για την αποτίμηση των εναλλακτικών λύσεων.
2. X_i είναι ένα πεπερασμένο σύνολο από πιθανές λεκτικές μεταβλητές στην κλίμακα του κριτηρίου $i=1, \dots, n$ όπου $|X_i| = n_i$
3. $X = \prod_{i=1}^n X_i$ είναι ένα σύνολο από όλα τα πιθανά διανύσματα στο διάστημα των n κριτηρίων.
4. $A = \{a_1, \dots, a_i, \dots, a_m\} \subseteq X$ είναι ένα υποσύνολο διανύσματος από το X που περιγράφει τις πραγματικές εναλλακτικές λύσεις.

Απαιτήσεις: Να μπουν σε σειρά όλες οι εναλλακτικές του συνόλου A με βάσει τις προτιμήσεις του αποφασίζοντα.

Θα χρησιμοποιήσουμε τα παρακάτω σχόλια σχετικά με τις σχέσεις μεταξύ των εναλλακτικών:

- \succeq_i είναι η σχέση ασθενής προτίμησης όσον αφορά το κριτήριο i : για $a, b \in A, a \succeq_i b$ αυτό σημαίνει ότι το a είναι τουλάχιστον καλό όσο και το b για το κριτήριο i .
- \succ_i είναι η αυστηρή σχέση προτίμησης όσον αφορά το κριτήριο i $a, b \in A, a \succ_i b$ εάν $a \succeq_i b$ και όχι $b \succeq_i a$.
- \sim_i είναι η σχέση αδιαφορίας όσον αφορά το κριτήριο i : $a, b \in A, a \sim_i b$ εάν $a \succeq_i b$ και $b \succeq_i a$.
- \succeq είναι η ασθενής σχέση προτίμησης: για $a, b \in A, a \succeq b$ σημαίνει ότι το a είναι τουλάχιστον καλό όσο και το b .
- \succ είναι η αυστηρή σχέση υπεροχής $a, b \in A, a \succ b$ εάν $a \succeq b$ και όχι $b \succeq a$.
- \sim είναι η σχέση αδιαφορίας για το κριτήριο i : $a, b \in A, a \sim b$ εάν $a \succeq b$ και $b \succeq a$.

Σε αυτό το σημείο θα πρέπει να επισημάνουμε ότι, θα κάνουμε χρήση μόνο της ταξινόμησης των κρίσεων για την σύγκριση των εναλλακτικών λύσεων. Το πρώτο βήμα για αυτήν την κατεύθυνση είναι να διαμορφωθούν οι κλίμακες ταξινόμησης για όλα τα χαρακτηριστικά των κριτηρίων. Τυπικά, η κατάταξη των τιμών του κριτηρίου κατά μήκος της κλίμακας των κριτηρίων απαιτεί από τον αποφασίζοντα να επιλέξει την προτιμυμένη εναλλακτική λύση μέσω δύο υποθετικών διανύσματος, με το X να διαφέρει στις τιμές που αφορούν ένα κριτήριο (όλες οι άλλες τιμές βρίσκονται στο ίδιο επίπεδο) Η πληροφορία αυτή επιτρέπει την διαμόρφωση μιας αυστηρής σχέσης προτίμησης \succ_i για κάθε κριτήριο $i = 1, 2, \dots, n$.

Το επόμενο επίπεδο απόσπασης της προτίμησης είναι βασισμένο στην σύγκριση, η οποία πραγματοποιείται εντός μιας ταξινομημένης δομής από συνδυασμούς τιμών που αφορούν δυο κριτήρια Ο αποφασίζων μπορεί να ερωτηθεί για να κάνει τις παραχωρήσεις ταξινόμησης για κάθε ζεύγος κριτηρίων και για κάθε ζευγάρι πιθανών τιμών στις κλίμακες τους. Η ίδια πληροφορία μπορεί να αποκτηθεί και

με πολύ λιγότερες ερωτήσεις, αυτό μπορεί να γίνει με την σύγκριση δυο υποθετικών διανυσμάτων από το X διαφέροντας στις τιμές που αφορούν τα δυο αυτά κριτήρια (με όλες τις άλλες τιμές να βρίσκονται στο ίδιο επίπεδο). Ακόμη ο αριθμός των συγκρίσεων για όλους τους πιθανούς συνδυασμούς των τιμών των κριτηρίων μπορεί να είναι σχετικά μεγάλος

Η μέθοδος ZAPROS κάνει χρήση ενός μόνο κομματιού από αυτή την πληροφορία για την κατασκευή της κοινής κλίμακας ταξινόμησης. Ζητείται λοιπόν από τον αποφασίζων να συγκρίνει τα ζεύγη των υποθετικών διανυσμάτων που προέρχονται από $Y \subset X$ για κάθε διάνυσμα που δεν είναι μεγαλύτερο από

$$|Y| = \sum_{i=1}^n (n_i - 1) + 1.$$

Σκοπός μας εδώ είναι να κατασκευάσουμε μια ολοκληρωμένη σειρά ταξινόμησης για όλα τα διανύσματα του Y , χρησιμοποιώντας ως βάση τις προτιμήσεις του αποφασίζοντα.

Εάν οι συγκρίσεις δεν παραβιάζουν τη μεταβατικότητα των προτιμήσεων, είμαστε σε θέση να κατασκευάσουμε μια ολοκληρωμένη ταξινομημένη διάταξη αποτελούμενη από τα διανύσματα που προέρχονται από το Y βάσει αυτών των πληροφοριών, διαμορφώνοντας την κοινή κλίμακα ταξινόμησης. Η κατασκευή της κοινής κλίμακας ταξινόμησης μας παρέχει έναν απλό κανόνα για τη σύγκριση των αποδιδόμενων εναλλακτικών λύσεων.

Στην συνέχεια, αντιστοιχούμε την κάθε τιμή του κριτηρίου για κάθε εναλλακτική λύση στην Κοινή Κλίμακα Ταξινόμησης ($JOS(a)$) Στην συνέχεια ανατοποθετούμε τα κριτήρια εκ νέου σε αύξουσα σειρά (από την προτιμότερη στην πιο ελάχιστα προτιμώμενη), έτσι ώστε

$$JOS_1(a) \leq JOS_2(a) \leq \dots \leq JOS_n(a)$$

Η εναλλακτική a δεν είναι λιγότερο προτιμητέα από την εναλλακτική b για κάθε $i = 1, \dots, n$ $JOS_i(a) \leq JOS_i(b)$.

2.4.3. ZAPROS III

Ο Larichev (2001) πρότεινε μια νέα μέθοδο και την ονόμασε ZAPROS III. Η μέθοδος απαιτούσε την σύγκριση όλων των τιμών των κριτηρίων για όλα τα ζεύγη κριτηρίων και η οποία κάνει χρήση της πληροφορίας που προέκυψε από την σύγκριση των πραγματικών εναλλακτικών λύσεων. Καθώς ο αριθμός των συγκρίσεων μπορεί να είναι αρκετά μεγάλος, είναι λογικό να χρησιμοποιήσουμε αυτήν την προσέγγιση και για τα σχετικά μικρά προβλήματα (μικρός αριθμός κριτηρίων και μικρός αριθμός πιθανών τιμών του κριτηρίου με σχετικά όμως μεγάλο αριθμό πραγματικών εναλλακτικών λύσεων).

Η μέθοδος ZAPROS III εισάγει την έννοια της Ποιοτικής Απόκλισης (Quality Variation - QV) η οποία είναι το αποτέλεσμα της αλλαγής μιας μεταβλητής στην κλίμακα του κριτηρίου. Οι αποφασίζοντες χρησιμοποιούνται για να κάνουν την σύγκριση όλων των πιθανών Ποιοτικών Αποκλίσεων για κάθε ζεύγος κριτηρίων υποθέτοντας ότι όλα τα υπόλοιπα κριτήρια βρίσκονται στο ίδιο επίπεδο. Ο αριθμός των Ποιοτικών Αποκλίσεων για κάθε κλίμακα είναι $n_i(n_i - 1)/2$, όπου n_i είναι ο αριθμός των τιμών στην κλίμακα του κριτηρίου. Επιπροσθέτως οι αποφασίζοντες πρόκειται να συγκρίνουν και τις μερικές Ποιοτικές Αποκλίσεις της ίδιας κλίμακας. Μόλις πραγματοποιηθούν όλες οι συγκρίσεις και για τα δύο κριτήρια οι Ποιοτικές Αποκλίσεις που προκύπτουν από αυτά ταξινομούνται και διαμορφώνουν την Κοινή Κλίμακα Ποιοτικής Απόκλισης (Joint Scale for Quality Variation - JSQV).

Όπως και στην μέθοδο ZAPROS, προτείνεται να πραγματοποιηθούν οι συγκρίσεις σε δύο καταστάσεις αναφοράς: με όλες τις καλύτερες και όλες τις χειρότερες τιμές που αφορούν τα άλλα κριτήρια. Εάν οι συγκρίσεις δώσουν το ίδιο JSQV, αυτά τα κριτήρια θα θεωρούνται κατά προτίμηση ανεξάρτητα.

Αυτές οι ταξινομήσεις πραγματοποιούνται για όλα τα ζεύγη των κριτηρίων και μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την κατασκευή μιας Κοινής Κλίμακας Απόκλισης των Κριτηρίων (Joint Scale of Criteria Variations – JSCV). Εάν σε αυτήν την διαδικασία βρεθούν παραβιάσεις της μεταβατικότητας των προτιμήσεων, τότε καλείται ο αποφασίζων να τις επιλύσει.

Στην ZAPROS III έχει προταθεί να παρουσιάζεται κάθε πραγματική εναλλακτική λύση σαν συνδυασμός στην σειράς του JSCV. Στην μέθοδο προτείνεται η επιλογή σε σειρά των μη κυριαρχούντων πυρήνων. Στις εναλλακτικές του πρώτου πυρήνα προσδιορίζεται η θέση 1. Κάθε εναλλακτική έχει μια θέση r , εάν είναι κυριαρχούμενη από μία άλλη εναλλακτική τότε έχει θέση $r-1$ και αν κυριαρχεί πάνω σε μια άλλη εναλλακτική τότε έχει θέση $r+1$. Αυτή η κατάσταση έχει σαν αποτέλεσμα οι εναλλακτικές να έχουν ασαφείς θέσεις.

2.4.4. STEP-ZAPROS

Αργότερα προτάθηκε από τους Moshkovich et.all (2002) μια προσέγγιση που εκτιμά την γενική εφαρμογή των ταξινομημένων σε σειρά προτιμήσεων για τη σύγκριση των πραγματικών εναλλακτικών λύσεων σε μια διαδικασία με τρία στάδια. Στηριζόμενη στην χρήση του κανόνα της κυριαρχίας βάση της ταξινομημένης κλίμακας και στην σύγκριση των πραγματικών εναλλακτικών λύσεων. Εάν είναι απαραίτητη η ακρίβεια στην λαμβανόμενη απόφαση τότε σταματάμε εδώ, αλλιώς συνεχίζουμε στα επόμενα βήματα:

1. Κατασκευή και χρήση της κοινής κλίμακας ταξινόμησης στην σύγκριση των πραγματικών εναλλακτικών λύσεων. Εάν είναι απαραίτητη ακρίβεια στην λαμβανόμενη απόφαση, σταματάμε εδώ, αλλιώς προχώρησε στο βήμα 2.
2. Χρήση επιπρόσθετων παραχωρήσεων σε σειρά για την σύγκριση των πραγματικών εναλλακτικών λύσεων όπου είναι απαραίτητο. Χρήση αναδιαρθρωτικών διαδικασιών όπου δεν επιτυγχάνεται η απαιτούμενη ακρίβεια.

Πρόσθετες συγκρίσεις πραγματοποιούνται μόνο όταν είναι απαραίτητο και πραγματοποιούνται μόνο οι απαραίτητες συγκρίσεις. Κατά συνέπεια, η διαδικασία είναι προσανατολισμένη στην αποδοτική απόκτηση των απαραίτητων πληροφοριών.

Όταν συγκρίνουμε πραγματικές εναλλακτικές λύσεις κάνοντας χρήση της κοινής κλίμακας ταξινόμησης, η θέση των πραγματικών δεδομένων μέσω της JOS είναι: $JOS(a)$ και $JOS(b)$. Εάν οι εναλλακτικές a και b έχουν παραμείνει ασύγκριτες

αυτό σημαίνει ότι έχουμε τουλάχιστον δυο θέσεις όπου $JOS_i(a) < JOS_i(b)$ καθώς και $JOS_j(a) > JOS_j(b)$. Αυτές οι θέσεις αντιπροσωπεύουν μερικές τιμές του κριτηρίου στην JOS. Η ιδέα είναι να σχηματίσουμε δυο διανύσματα από το X με διαφορετικές τιμές που αναφέρονται μόνο στα δυο κριτήρια (με όλες τις καλές τιμές που αφορούν στα υπόλοιπα κριτήρια). Διαφορετικές τιμές κριτηρίων αντιπροσωπεύουν την «αντιφατική» θέση στην $JOS(a)$ και στην $JOS(b)$.

Δεδομένου ότι η σύγκριση τέτοιων ειδικά διαμορφωμένων διανυσμάτων απεικονίζει τη σύγκριση μεταξύ των ζευγαριών των θέσεων στην κοινή κλίμακα ταξινόμησης, αυτό μπορεί να αναφερθεί και ως Ταξινομημένη Κατά Ζεύγος Κοινή Κλίμακα Ταξινόμησης (Paired Joint Ordinal Scale - PJOS) και επιτρέπει τον ακόλουθο κανόνα για τη σύγκριση των πραγματικών εναλλακτικών λύσεων. Η εναλλακτική a δεν είναι λιγότερο προτιμητέα από την εναλλακτική b εάν για κάθε ζεύγος τιμών του κριτηρίου υπάρχει ένα ζεύγος τιμών (a_i, a_j) από την εναλλακτική a και ένα ζεύγος τιμών της εναλλακτικής b (b_k, b_l) όπου $PJOS(a_i, a_j) \leq PJOS(b_k, b_l)$.

Η ανεξαρτησία των κριτηρίων ελέγχεται καθώς κατασκευάζουμε την κοινή κλίμακα ταξινόμησης. Στο τρίτο βήμα όπου έχουμε την διαδικασία των συγκρίσεων ελέγχεται μερικώς η μεταβατικότητα των προτιμήσεων. Είναι τεχνικά δυνατό επίσης να πραγματοποιηθούν και βοηθητικές συγκρίσεις για να εξασφαλιστεί η τελική μετάβαση. Αυτό βέβαια μπορεί να εφαρμοστεί ανάλογα με τις ανάγκες και την κρίση του συμβούλου της απόφασης. Συνολικά τα στοιχεία μας δείχνουν ότι η μέθοδος ZAPROS είναι αποδοτικότερη για εργασίες όπου ο αριθμός των κριτηρίων είναι σχετικά μικρός και ο αριθμός εναλλακτικών λύσεων για σύγκριση είναι σχετικά μεγάλος.

2.4.5. ORCLASS

Εκτός από τα προβλήματα επιλογής και κατάταξης οι άνθρωποι μπορεί να αντιμετωπίσουν και πολυκριτήρια προβλήματα κατηγοριοποίησης. Ένας μεγάλος αριθμός εργασιών ταξινόμησης στις επιχειρησιακές εφαρμογές μπορεί να αντιμετωπισθεί ως εργασίες με κατηγορίες οι οποίες αντικατοπτρίζουν επίπεδα της

ίδιας ιδιότητας. Η αξιολόγηση της δανειοληπτικής ικανότητας των πελατών μια τράπεζας συχνά μετρίεται με τα παρακάτω επίπεδα «άριστος», «καλός», «αποδεκτός», ή «φτωχός». Πολυκριτήρια προβλήματα με κλίμακες ταξινόμησης κριτηρίων και ταξινομημένες ομάδες αποφάσεων ονομάστηκαν προβλήματα ταξινόμησης σε σειρά (ordinal classification - ORCLASS). Όπως και στην μέθοδο ZAPROS οι ιδέες για την μέθοδο ORCLASS αναπτύχθηκαν την δεκαετία του '80 από μια ομάδα Ρώσων επιστημόνων υπό την καθοδήγηση του Larichev (1994). Οι εκδόσεις στα επιστημονικά περιοδικά έγιναν στα μέσα την δεκαετίας του '90.

Η επίσημη διατύπωση του προβλήματος έγινε υπό την θεώρηση ότι κάνουμε χρήση κλιμάκων κριτηρίων με μια πεπερασμένη ομάδα από λεκτικές μεταβλητές και ανάλυση του διαστήματος των κριτηρίων. Οι απαιτήσεις σε προβλήματα διατυπώνονται στην συνέχεια:

1. Υπάρχει ένα σύνολο n κριτηρίων για την αποτίμηση των εναλλακτικών.
2. Όπου X_i είναι ένα πεπερασμένο σύνολο από πιθανές λεκτικές μεταβλητές στην κλίμακα του κριτηρίου $i=1, \dots, n$, όπου $|X_i| = n_i$
3. $X = \prod_{i=1}^n X_i$ είναι ένα σύνολο από όλα τα πιθανά διανύσματα στο διάστημα των κριτηρίων.
4. $A = \{a_1, \dots, a_i, \dots, a_m\} \subseteq X$ είναι ένα υποσύνολο από διανύσματα του X που περιγράφουν τις πραγματικές εναλλακτικές λύσεις.
5. $C = \{C_1, \dots, C_i, \dots, C_k\}$ είναι ένα σύνολο από ομάδες απόφασης.

Απαιτήσεις: Διανομή των εναλλακτικών από το A μεταξύ των ομάδων του C βάσει των προτιμήσεων του αποφασίζοντα.

Για παράδειγμα το πρόβλημα των αιτήσεων για εργασία, οι οποίες θα πρέπει να χωριστούν σε τρεις ομάδες: 1) Αποδεκτοί για συνέντευξη, 2) αναμονή για περεταίρω μελέτη και 3) αυτές που απορρίπτονται. Θα χρησιμοποιήσουμε τον ίδιο συμβολισμό για τις προτιμήσεις με αυτόν που χρησιμοποιήσαμε στην περιγραφή της παραπάνω μεθόδου. Ακόμη ο συμβολισμός $C(a)$ μας δείχνει την τάξη της εναλλακτικής a , π.χ

$C(a)=C_2$ αυτό σημαίνει πως η εναλλακτική a είναι δευτέρας τάξης (ανήκει στην δεύτερη τάξη).

Σε πρώτη φάση παρουσιάζονται στον αποφασίζοντα όλα τα διανύσματα του X και του γίνεται άμεσα η ερώτηση ώστε να καθορίσει την κατάλληλη τάξη της απόφασης. Η αξιοπιστία αυτής της μορφής της γνώσης, για την απόκτηση της προτίμησης ερευνήθηκε λεπτομερώς και τελικά έγινε αποδεκτή. Είναι επίσης δυνατό να παρουσιαστούν στον αποφασίζοντα και όλα τα πιθανά διανύσματα του X , έτσι ώστε να κατασκευάσει έναν καθολικό κανόνα ταξινόμησης στο διάστημα του κριτηρίου. Παρόλα αυτά όμως δεν είναι ακόμη πρακτικό για τα σχετικά μικρού μεγέθους προβλήματα. Η τοποθέτηση σε σειρά, που είναι η φυσική κατάσταση των κλιμάκων του κριτηρίου και των τάξεων της απόφασης, επιτρέπει την διατύπωση μιας αυστηρής σχέσης προτίμησης: έτσι εάν το διάνυσμα x τοποθετηθεί σε μια καλύτερη τάξη από το διάνυσμα y , τότε το διάνυσμα x είναι προτιμότερο από το διάνυσμα y . Για κάθε διάνυσμα $x, y \in X$ όπου $C(x) = C_i$ και $C(y) = C_j$ εάν $i < j$ τότε $x \succ y$

Εάν το διάνυσμα $x \in X$ είναι τοποθετημένο στην τάξη C_i από τον αποφασίζοντα τότε για όλα τα $y \in X$ για τα οποία $x \succ y$ οι πιθανές τάξεις είναι C_j όπου $j \geq i$. Για όλα τα $y \in X$ όπου $y \succ x$ οι πιθανές τάξεις είναι C_j όπου $j \leq i$.

Κάθε κατηγοριοποίηση σε τάξη, ενός διανύσματος του X από τον αποφασίζοντα περιορίζει τις πιθανές τάξεις για όλες τις κυριαρχίες των διανυσμάτων του X . Όταν ο αριθμός των αποδεκτών τάξεων για τα διανύσματα γίνει ίσος με την μονάδα, τότε έχουμε μια μοναδική τάξη για την τοποθέτηση του διανύσματος. Χρησιμοποιώντας την επέκταση μέσω της κυριαρχίας μπορούμε να πετύχουμε την ταξινόμηση για μερικά διανύσματα του X τα οποία δεν παρουσιάζονται στον αποφασίζοντα.

Για να ανακαλυφθούν τα πιθανά λάθη στην ταξινόμηση που έκανε ο αποφασίζων υπάρχει ένας απλός τρόπος: εάν μια ορισμένη τάξη είναι εκτός του ορισμένου εύρους, τότε υπάρχει αντίφαση στην τακτική της ταξινόμησης. Οι αντιφατικές ταξινομήσεις μπορούν δοθούν στον αποφασίζοντα για επανεξέταση.

Η τακτική της ταξινόμησης δεν επιτρέπει μόνο την επιλογή της κατάλληλης μεθόδου απόσπασης της προτίμησης, αλλά μας δίνει και έναν αποτελεσματικό τρόπο για την τελική παρουσιαστή της ταξινομήσεως του συνόλου X . Ας υποθέσουμε ότι έχουμε ταξινομήσει το σύνολο X σε ομάδες C . Θα δούμε το C_i σαν ένα υποσύνολο από διανύσματα του X , το οποίο είναι τοποθετημένο στην i -στη τάξη.

Δύο ειδικές ομάδες από διανύσματα μπορούν να διακριθούν μεταξύ τους βάσει των παρακάτω ορίων. Το χαμηλότερο όριο της τάξης LB_i και το ανώτερο όριο UB_i . Το ανώτερο όριο περιλαμβάνει όλα τα διανύσματα της τάξης που δεν κυριαρχούσαν (παρελθόν) και το κατώτερο όριο περιλαμβάνει όλα τα διανύσματα που δεν κυριαρχούν (παρόν) σε αυτή την τάξη.

Τα σύνορα συνοψίζουν τους κανόνες της ταξινόμησης σε τάξεις. Εάν γνωρίζουμε μόνο την ταξινόμηση των διανυσμάτων στα όρια των τάξεων αυτό είναι αρκετό για να ταξινομηθεί οποιοδήποτε διάνυσμα από το σύνολο X . Για τον λόγο αυτό οι ευρεστικές μέθοδοι είναι προσανατολισμένες στην εύρεση πιθανών "ορίων των διανυσμάτων" και την παρουσίαση τους στον αποφασίζοντα.

Η πρώτη προσέγγιση βασίστηκε στη μέγιστη "πληροφόρηση" για τα αταξινομήτα διανύσματα. Κάθε κατηγορία παρουσιάζεται από "το κέντρο της" (την μέση τιμή του διανύσματος του κριτηρίου για την ήδη υπάρχον κατηγορία). Για κάθε αταξινομήτο διάνυσμα x και για κάθε παραδεκτή τάξη υπολογίζεται το μέτρο $p_i(x)$. Επίσης για κάθε παραδεκτή τάξη ο αριθμός των έμμεσα ταξινομημένων διανυσμάτων $g_i(x)$ έχει αποτιμηθεί εάν το x είναι τοποθετημένο στην τάξη C_i .

Η «πληροφορία» $F(x)$ για το διάνυσμα x υπολογίζεται ως εξής:

$$F(x) = \sum p_i(x)g_i(x)$$

για όλες τις παραδεκτές ομάδες. Το διάνυσμα με την μεγαλύτερη τιμή της «πληροφορίας» επιλέγεται για ταξινόμηση. Μετά από αυτό η επέκταση βάση της κυριαρχίας έχει επιτευχθεί και η «πληροφορία» για τα διανύσματα έχει υπολογιστεί ξανά. Οι προσομοιώσεις έδειξαν ότι παρουσιάζεται υψηλή αποτελεσματικότητα της διαδικασίας σε μόνο 5% με 15% του πλήθους των διανυσμάτων του X που είναι

απαραίτητο να ταξινομηθεί από τον αποφασίζοντα. Το μειονέκτημα της προσέγγισης αυτής είναι η υψηλή υπολογιστική πολυπλοκότητά.

Στην συνέχεια διατυπώνεται μια άλλη προσέγγιση η οποία βασίζεται στις μέγιστες παραδοχές: Για κάθε αταξινόμητο διάνυσμα καθορίζεται ο ελάχιστος αριθμός των έμμεσα ταξινομημένων διανυσμάτων, για την περίπτωση των αποδεκτών τάξεων και το διάνυσμα με το μέγιστο αριθμό επιλέγεται ώστε να ταξινομηθεί από τον αποφασίζοντα. Η υπολογιστική πολυπλοκότητα της προσέγγισης αυτής είναι λίγο χαμηλότερη απ' ότι στην προηγούμενη περίπτωση.

3. Μέθοδοι που βασίζονται στο θεωρητικό ρεύμα της Αναλυτικής Συνθετικής Προσέγγισης.

3.1. Η οικογένεια των μεθόδων UTA.

Η οικογένεια μεθόδων UTA (Utilites Additives) προέρχεται από την αναλυτική-συνθετική προσέγγιση (preference disaggregation analysis) Jacquet-Lagrange and Siskos (1982) και Zorounidis (1998). Η αναλυτική-συνθετική προσέγγιση αναφέρεται στην ανάλυση των ολικών προτιμήσεων του αποφασίζοντα ώστε να καθοριστεί το μοντέλο σύνθεσης των κριτηρίων βάσει του οποίου θα ληφθούν οι αποφάσεις. Το μοντέλο σύνθεσης των κριτηρίων που αναπτύσσεται είναι μια συνάρτηση χρησιμότητας, η οποία συνήθως είναι προσθετικής μορφής. Η ανάπτυξη αυτής της συνάρτησης γίνεται χρησιμοποιώντας τεχνικές μονότονης παλινδρόμησης και γραμμικού προγραμματισμού. Πιο συγκεκριμένα, χρησιμοποιείται ένα σύνολο αναφοράς (reference set) αποτελούμενο από εναλλακτικές ενέργειες, οι οποίες αξιολογούνται από τον αποφασίζοντα ανάλογα με τις προτιμήσεις του, τις εμπειρίες του και την πολιτική που ακολουθεί. Οι εναλλακτικές ενέργειες που περιλαμβάνονται στο σύνολο αναφοράς μπορούν να είναι είτε ένα υποσύνολο των εναλλακτικών ενεργειών που εξετάζονται, είτε εναλλακτικές ενέργειες που ήδη έχουν αξιολογηθεί από τον αποφασίζοντα. Στη συνέχεια, έχοντας ως δεδομένη την αξιολόγηση των εναλλακτικών ενεργειών του συνόλου αναφοράς από τον αποφασίζοντα, χρησιμοποιούνται τεχνικές γραμμικού προγραμματισμού για να γίνει η ανάπτυξη της προσθετικής συνάρτησης χρησιμότητας

έτσι ώστε να ελαχιστοποιηθούν οι διαφορές μεταξύ των προτιμήσεων του αποφασίζοντα και της αξιολόγησης που επιτυγχάνεται βάσει της προσθετικής συνάρτησης χρησιμότητας.

Βελτιωμένες παραλλαγές- επεκτάσεις της μεθόδου UTA αποτελούν οι μέθοδοι UTASTAR των Siskos και Yannacopoulos (1985) και UTADIS των Jacquet-Lagrange, (1995), Siskos and Jacquet-Lagrange, (1982). Ειδικά για τη μέθοδο UTADIS έχουν αναπτυχθεί οι παραλλαγές UTADIS I, II και III, οι οποίες αποτελούν διαφορετικές προσεγγίσεις στη διαχείριση του σφάλματος ταξινόμησης. Τέλος, οι Beuthe and Scannella (1996, 2001) έχουν ορίσει τις μεθόδους UTAMP1, UTAMP2, UTAMIME και UTAMKEN, οι οποίες είναι μέθοδοι UTA που επικεντρώνονται σε διαφορετικές πλευρές της ανάλυσης μεταβελτιστοποίησης.

3.1.1. Η μέθοδος UTA.

Η μέθοδος UTA αναπτύχθηκε από τους Jacquet-Lagrange and Siskos (1982) με σκοπό να εξάγει μια προσθετική συνάρτηση χρησιμότητας η οποία να είναι όσο το δυνατό πιο συμβιβαστή (consistent) με τις προτιμήσεις του αποφασίζοντα.

Έστω A το σύνολο των εναλλακτικών λύσεων ενός πολυκριτήριου προβλήματος και $g = (g_1, g_2, \dots, g_n)$ η συνεπής οικογένεια κριτηρίων εκτίμησης των εναλλακτικών λύσεων. Για την ανάπτυξη ενός μοντέλου το οποίο εκφράζει τις προτιμήσεις του αποφασίζοντα, γίνεται η σύνθεση των κριτηρίων σε ένα μοναδικό κριτήριο, το οποίο ονομάζεται συνάρτηση χρησιμότητας:

$$U(g) = U(g_1, g_2, \dots, g_n)$$

Η συνάρτηση χρησιμότητας είναι προσθετική εάν:

$$U(g) = \sum_{i=1}^n u_i(g_i)$$

όπου οι συναρτήσεις χρησιμότητας $u_i(g_i)$ ονομάζονται μερικές συναρτήσεις χρησιμότητας και αναπαριστούν τη σημασία του κάθε κριτηρίου.

Υποθέτοντας ότι η χρησιμότητα είναι μονότονη συνάρτηση των τιμών των κριτηρίων (αυξάνεται ή μειώνεται ανάλογα με τις τιμές των κριτηρίων) και θεωρώντας g_i^* και g_{i*} , ως την καλύτερη και τη χειρότερη αντίστοιχα τιμή του κάθε κριτηρίου i , τότε χρησιμοποιούνται οι παρακάτω περιορισμοί κανονικοποίησης, ώστε η προσθετική συνάρτηση χρησιμότητας να παίρνει τιμές από το διάστημα $[0,1]$:

$$\left. \begin{array}{l} \sum_{i=1}^n u_i(g_i^*) = 1 \\ u_i(g_{i*}) = 0 \end{array} \right\} \forall i \quad (1)$$

Αν $g(a) = [g_1(a), g_2(a), \dots, g_n(a)]$ είναι η πολυκριτήρια εκτίμηση μιας λύσης a , τότε η ισχυρή προτίμηση και η αδιαφορία μεταξύ δύο εναλλακτικών λύσεων a και β , μπορούν να εκφραστούν βάσει της συνάρτησης χρησιμότητας ως εξής:

$$U[g(a)] > U[g(\beta)] \Leftrightarrow aP\beta \quad (2)$$

$$U[g(a)] = U[g(\beta)] \Leftrightarrow aI\beta \quad (3)$$

όπου P είναι η σχέση προτίμησης και I η σχέση αδιαφορίας. Η σχέση $R = P \cup I$ είναι μια ασθενής διάταξη (weak order).

Προκειμένου να αναπτυχθεί η προσθετική συνάρτηση χρησιμότητας, αρκεί να υπολογισθούν οι μερικές χρησιμότητες του κάθε κριτηρίου. Έστω ότι $G_i = [g_{i*}, g_i^*]$ είναι τα διαστήματα τιμών του κάθε κριτηρίου. Αν οι τιμές του κάθε κριτηρίου είναι συνεχείς ή το κριτήριο παίρνει πολλές διακριτές τιμές, οι αντίστοιχες μερικές συναρτήσεις χρησιμότητας υπολογίζονται προσεγγιστικά μέσω γραμμικής παρεμβολής. Το κάθε διάστημα $[g_{i*}, g_i^*]$, χωρίζεται σε $(a_i - 1)$ ίσα διαστήματα $[g_i^j, g_i^{j+1}]$ όπου ο αριθμός a_i των υποδιαστημάτων δίνεται από τον αποφασίζοντα ο οποίος καθορίζει έτσι τον αριθμό των σημείων για τα οποία θα εκτιμηθεί η κάθε μερική συνάρτηση χρησιμότητας. Το κάθε σημείο g_i υπολογίζεται από την παρακάτω σχέση:

$$g_i^j = g_{i^*} + \frac{j-1}{a_i-1} (g_i^* - g_{i^*})$$

Καθώς η βασική υπόθεση της μεθόδου, όπως παρουσιάστηκε μέχρι τώρα είναι η μονοτονία των προτιμήσεων, οι μερικές χρησιμότητες θα πρέπει να ικανοποιούν τον παρακάτω περιορισμό:

$$u_i(g_i^{j+1}) - u_i(g_i^j) \geq s_i \quad (4)$$

όπου $s_i \geq 0$ είναι ένα όριο αδιαφορίας που καθορίζεται για το κάθε κριτήριο g . Αν και ο καθορισμός των ορίων αυτών δεν είναι απαραίτητος (μπορεί $s_i = 0$), μπορούν όμως να χρησιμοποιηθούν για την αντιμετώπιση φαινομένων όπως:

$$u_i(g_i^{j+1}) = u_i(g_i^j) \text{ όταν } g_i^{j+1} P g_i^j$$

Η μερική χρησιμότητα μιας εναλλακτικής λύσης α προσεγγίζεται με γραμμική παρεμβολή ως εξής:

$$u_i[g_i(a)] = u_i(g_i^j) + \frac{g_i(a) - g_i^j}{g_i^{j+1} - g_i^j} [u_i(g_i^{j+1}) - u_i(g_i^j)] \quad (5)$$

Λαμβάνοντας υπόψη το σφάλμα προσέγγισης $\sigma(a)$, η προσθετική συνάρτηση χρησιμότητας παίρνει τη μορφή:

$$U'[g(a)] = \sum_{i=1}^n u_i[g_i(a)] + \sigma(a) \text{ για κάθε εναλλακτική λύση } \alpha.$$

Επομένως, οι σχέσεις (2) και (3) μπορούν να γραφτούν ως εξής:

$$U'[g(a)] - U'[g(\beta)] \geq \delta \Leftrightarrow \alpha P \beta \quad (6)$$

$$U'[g(a)] - U'[g(\beta)] = 0 \Leftrightarrow \alpha I \beta \quad (7)$$

όπου το δ είναι ένας μικρός πραγματικός θετικός αριθμός, η τιμή του οποίου εξαρτάται από το πλήθος των εναλλακτικών λύσεων, τον αριθμό των κλάσεων ισοδυναμίας και από τις τιμές των ορίων αδιαφορίας S_i .

Οι παραπάνω περιορισμοί, βάσει του ορισμού της αθροιστικής συνάρτησης χρησιμότητας, λαμβάνοντας υπόψη και το σφάλμα προσέγγισης, γράφονται:

$$\sum_{i=1}^v \{u_i[g_i(a)] - u_i[g_i(\beta)]\} + \sigma(a) - \sigma(\beta) \geq \delta \Leftrightarrow aP\beta \quad (8)$$

$$\sum_{i=1}^v \{u_i[g_i(a)] - u_i[g_i(\beta)]\} + \sigma(a) - \sigma(\beta) = 0 \Leftrightarrow aI\beta \quad (9)$$

Η επίλυση του προβλήματος που περιγράφηκε παραπάνω, γίνεται μέσω γραμμικού προγραμματισμού, έχοντας ως αντικειμενική συνάρτηση την ελαχιστοποίηση του συνολικού σφάλματος υπό τους περιορισμούς (1), (4), (8), και (9).

Στη συνέχεια εξετάζεται η ευαισθησία της παραπάνω λύσης που επιτεύχθηκε, χρησιμοποιώντας τεχνικές μεταβελτιστοποίησης (post-optimality analysis), έτσι ώστε να εξεταστεί η περίπτωση ύπαρξης και άλλων βέλτιστων ή σχεδόν βέλτιστων λύσεων, οι οποίες ικανοποιούν τον περιορισμό: $F \leq F^* + k(F^*)$, όπου $k(F^*)$ είναι ένα μικρό τμήμα της αρχικής λύσης που επιτεύχθηκε. Όπου F είναι το άθροισμα των σφαλμάτων $\sigma(\alpha)$ των εναλλακτικών δραστηριοτήτων που ανήκουν στο σύνολο αναφοράς A .

$$F = \sum_{\alpha \in A} \sigma(\alpha) \quad (10)$$

Λαμβάνοντας υπόψη το νέο αυτό περιορισμό επιλύονται δύο νέα γραμμικά προβλήματα έχοντας ως αντικειμενικές συναρτήσεις τη μεγιστοποίηση και ελαχιστοποίηση των βαρών του κάθε κριτηρίου: $\max u_i(g_i^*)$ και $\min u_i(g_i^*)$ για κάθε κριτήριο i .

Όταν σε ένα πρόβλημα δεν υπάρχει μια και μοναδική λύση οι Siskos and Jacquet-Lagrange (1978) διαπίστωσαν ότι μπορεί να εφαρμοστεί μια απλή συνάρτηση η οποία θα είναι η μέση τιμή των οριακών βέλτιστων συναρτήσεων οι οποίες προέκυψαν από την ανάλυση ευαισθησίας και η οποία εφαρμόστηκε στα όρια κάθε κριτηρίου. Η ανάλυση ευαισθησίας πραγματοποιείται προσθέτοντας τον παρακάτω περιορισμό στο μοντέλο απόφασης:

$$\sum_{\alpha \in A'} \sigma(\alpha) \leq F^* + \theta$$

Όπου θ είναι ένας μικρός θετικός αριθμός.

Στο βασικό μοντέλο της UTA που παραθέσαμε πιο πάνω είχαμε επισημάνει ότι οι τιμές που δίνονται στις μεταβλητές δ και s είναι κατά κάποιο βαθμό αυθαίρετες. Προφανώς όμως τα επίπεδα των τιμών αυτών επηρεάζουν τα αποτελέσματα, καθώς επίσης και την ποιότητα της πρόβλεψης του μοντέλου. Για τον λόγο αυτό οι Srinivasan and Shocker (1973) πρότειναν ότι είναι προτιμότερο να ψάχνουμε τις βέλτιστες τιμές των παραγόντων δ και s . Πρώτα από όλα θα πρέπει να στοχεύσουμε στην ένταση της διαφοράς μεταξύ των χρησιμοτήτων, αυτό μπορεί να γίνει με την μεγιστοποίηση του παράγοντα δ , η ελάχιστη διαφορά μεταξύ της χρησιμότητας δυο διαφορετικών δράσεων. Το μοντέλο που επιλύει αυτού του τύπου την διαδικασία το ονομάζουμε **UTAMPI** και με σκοπό να το επισημάνουμε αυτό ακόμη περισσότερο, μπορούμε να πούμε ότι με βάση το μοντέλο της UTA μεγιστοποιούμε τον παράγοντα δ έτσι ώστε να προσδιορίσουμε καλύτερα τις σχέσεις προτίμησης μεταξύ των εναλλακτικών δράσεων. Το αντικείμενο του δεύτερου βήματος αυτής της διαδικασίας είναι να μεγιστοποιήσουμε το δ υπό των περιορισμών (1), (4), (8), (9), (10) για την περίπτωση που έχουμε $F^* = 0$, η ανάλυση μετα-βελτιστοποίησης περιλαμβάνεται στο λογισμικό των Jacquet-Lagrange (1984). Αυτή η περίπτωση έχει συζητηθεί και δοκιμαστεί από τους Beuthe and Scannella (1996) με σκοπό την μείωση του συνόλου των προτεινόμενων λύσεων. Στην πραγματικότητα διαλέγοντας την / τις λύση/εις που μεγιστοποιούν το δ μεταξύ όλων των βέλτιστων λύσεων, το σύνολο των βέλτιστων λύσεων μπορεί να ελαττωθεί. Μια παρενέργεια αυτής της διαδικασίας είναι να περιοριστεί η κυρτότητα ή η καμπυλότητα των συναρτήσεων χρησιμότητας.

Οι Beuthe and Scannella (1996) έχουν επίσης προτείνει και την μεγιστοποίηση του αθροίσματος των παραγόντων δ και s ($\delta + s$) με σκοπό να δώσουν έμφαση όχι μόνο στις διαφορές των χρησιμοτήτων μεταξύ των εναλλακτικών ενεργειών αλλά επίσης και στις διαφορές μεταξύ των χρησιμοτήτων στα διαδοχικά όρια τους. Αξίζει να σημειώσουμε ότι η απλή πρόσθεση αυτών των δύο παραγόντων είναι αποδεκτή μόνο

όταν και οι δυο είναι προσδιορισμένες με τις ίδιες μονάδες χρησιμότητας. Παρόλα αυτά μπορούμε να το θεωρήσουμε σαν ένα σταθμισμένο άθροισμα. Αυτή η διαδικασία ονομάζεται **UTAMP2** και οι περιορισμοί παραμένουν οι ίδιοι όπως και στην διαδικασία UTAMP1, η μεγιστοποίηση του αθροίσματος $(\delta + s)$ μειώνει το σύνολο των βέλτιστων λύσεων.

Όταν το $F^* = 0$ αυτές οι δυο διαδικασίες μετά-βελτιστοποίησης δικαιολογούνται από την διπλή σχέση μεταξύ των αντικειμενικών συναρτήσεων του αρχικού προγράμματος UTA. Κατά την βελτιστοποίηση έχουμε ότι

$$F^* = \sum_{\alpha} \sigma^*(\alpha) = \delta \sum_j y_j^* + s \sum_k x_k^* + z^* = 0$$

Όπου τα y_i είναι οι διπλές μεταβλητές οι οποίες προσδιορίζονται από τους αυστηρούς περιορισμούς προτίμησης, τα x_k είναι οι διπλές μεταβλητές των καταστάσεων και το z τέλος αντιστοιχεί στην κανονική κατάσταση.

Δεδομένου ότι οι τιμές των δ και s είναι αυστηρά θετικές όλες οι διπλές μεταβλητές θα πρέπει να είναι ίσες με το μηδέν. Κατ' αυτόν τον τρόπο σε αυτή την περίπτωση οι ελάχιστες αποκλίσεις από τις τιμές δ και s δεν θα έχουν επιρροή πάνω στην αύξηση του F^* . Παρόλα αυτά σε περιπτώσεις όπου $F^* > 0$, μερικές από τις διπλές μεταβλητές θα είναι θετικές και η μεταβολή του δ ή του s μπορεί να αυξήσει το F^* , πράγμα το οποίο μπορεί οδηγήσει σε μια κατάταξη υποδεέστερης ποιότητας. Στην πραγματικότητα όταν υπάρχουν θετικά σφάλματα, τουλάχιστον ένας περιορισμός προτίμησης μπορεί να είναι κορεσμένος και τουλάχιστον μια διπλή μεταβλητή y_i να είναι θετική. Συνεπώς η απόκλιση του δ αυτομάτως θα επηρεάσει το επίπεδο του F^* .

Οι Despotis et al. (1990) πρότειναν για την περίπτωση όπου $F > 0$, να ελαχιστοποιήσουν την διαφορά μεταξύ των σφαλμάτων υπέρ και υπό εκτίμησης των πρώτων εκτιμήσεων. Αυτό μπορεί να επιτευχθεί μέσω της ελαχιστοποίησης του μέγιστου ατομικού σφάλματος z , $z \geq \sigma(\alpha)$ για όλα τα α που ανήκουν στο σύνολο A' . Το γραμμικό αυτό μοντέλο στηρίζεται πάνω στις παραδοχές της UTA και ονομάζεται **UTAMIME** (MIME: MInimising the Maximum individual Error).

3.1.2. Η μέθοδος UTASTAR.

Οι Siskos and Yannacopoulos (1985) έκαναν ορισμένες βελτιώσεις στη μέθοδο UTA και η νέα μέθοδος που προέκυψε ονομάστηκε UTASTAR. Πιο συγκεκριμένα, χρησιμοποίησαν τους ακόλουθους μετασχηματισμούς για να απλουστεύσουν τους περιορισμούς μονοτονίας (4), μετατρέποντας τους σε περιορισμούς μη αρνητικότητας:

$$\left. \begin{aligned} w_{ij} = u_i(g_i^{j+1}) - u_i(g_i^j) &\geq 0 \quad \forall i, j \\ u_i(g_i^*) &= 0 \\ u_i(g_i^j) &= \sum_{k=1}^{j-1} w_{ik} \end{aligned} \right\}$$

Σύμφωνα με τους ανωτέρω μετασχηματισμούς τα βάρη των κριτηρίων μπορούν να υπολογιστούν ως εξής:

$$u_i(g_i^*) = \sum_{k=1}^{a_i-1} w_{ik}$$

Συνεπώς, η σχέση (5) μπορεί να γραφτεί ως εξής:

$$u_i[g_i(a)] = \sum_{k=1}^{j-1} w_{ik} + \frac{g_i(a) - g_i^j}{g_i^{j+1} - g_i^j} \left[\sum_{k=1}^j w_{ik} - \sum_{k=1}^{j-1} w_{ik} \right]$$

Έχοντας καθορίσει ο αποφασίζων μια προδιάταξη των εναλλακτικών ενεργειών από τις καλύτερες προς τις χειρότερες, σύμφωνα με τις προτιμήσεις του, σκοπός της μεθόδου UTASTAR είναι η ανάπτυξη ενός μοντέλου προσθετικής χρησιμότητας το οποίο να αναπαριστά όσο το δυνατό πιο πιστά την πολιτική και τις προτιμήσεις του αποφασίζοντα. Οι πιθανές ασυμφωνίες μεταξύ του μοντέλου και του αποφασίζοντα είναι δύο ειδών:

- (α) το σφάλμα υπερεκτίμησης $\sigma^+(a)$ και
- (β) το σφάλμα υποεκτίμησης $\sigma^-(a)$.

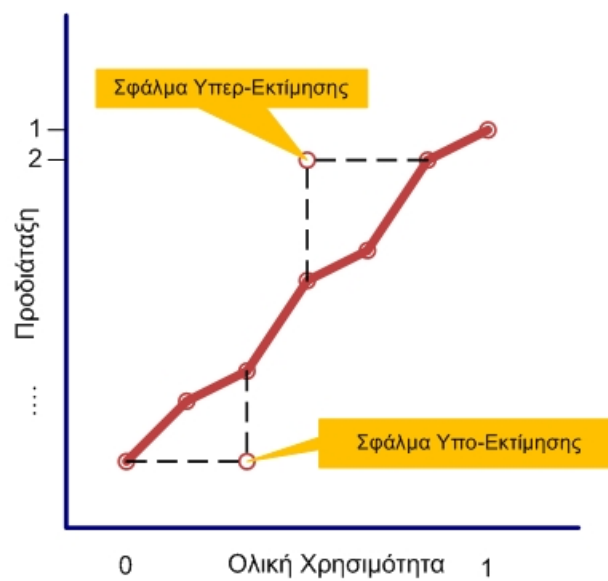
Το σφάλμα υπερεκτίμησης αφορά περιπτώσεις όπου ο αποφασίζων έχει κατατάξει μια εναλλακτική ενέργεια σε υψηλότερη θέση στην προδιάταξη σε σχέση με τη θέση που κατατάσσεται η εναλλακτική με βάση την ολική της χρησιμότητα. Όμοια,

το σφάλμα υποεκτίμησης αφορά περιπτώσεις όπου ο αποφασίζων έχει κατατάξει μια εναλλακτική ενέργεια σε χαμηλότερη θέση στην προδιάταξη σε σχέση με τη θέση που κατατάσσεται η εναλλακτική με βάση την ολική της χρησιμότητα (Σχήμα 18).

Οι περιορισμοί (6) και (7) λαμβάνοντας υπόψη και τα σφάλματα γράφονται ως εξής:

$$u[g(a)] - u[g(\beta)] + \sigma^+(a) - \sigma^-(a) - \sigma^+(\beta) + \sigma^-(\beta) \geq \delta \quad \text{αν } \alpha \text{ P } \beta$$

$$u[g(a)] - u[g(\beta)] + \sigma^+(a) - \sigma^-(a) - \sigma^+(\beta) + \sigma^-(\beta) = 0 \quad \text{αν } \alpha \text{ I } \beta$$



Σχήμα 18. Η καμπύλη μονότονης παλινδρόμησης (Πηγή: Ζοπουνίδης και άλλοι, 1996)

Η επίλυση του προβλήματος που περιγράφηκε παραπάνω γίνεται μέσω του ακόλουθου προβλήματος γραμμικού προγραμματισμού:

$$\text{Min} F = \sum_{a \in A} \{ \sigma^+(a) + \sigma^-(a) \}$$

υπό τους περιορισμούς:

$$u[g(a)] - u[g(\beta)] + \sigma^+(a) - \sigma^-(a) - \sigma^+(\beta) + \sigma^-(\beta) \geq \delta \quad \text{αν } \alpha \text{ P } \beta$$

$$u[g(a)] - u[g(\beta)] + \sigma^+(a) - \sigma^-(a) - \sigma^+(\beta) + \sigma^-(\beta) = 0 \quad \text{αν } \alpha \text{ I } \beta$$

$$\sum_i \sum_j w_{ij} = 1$$

$$w_{ij} \geq 0, \quad \sigma^+(a) \geq 0, \quad \sigma^-(\beta) \geq 0, \quad u_i(g_i^*) = \sum_{k=1}^{a_i-1} w_{ik} \quad \forall a \in A, \forall i, j$$

3.1.3. UTA II

Μια ακόμη πιο προχωρημένη παραλλαγή της μεθόδου UTA η οποία προτείνεται από τους Jacquet- Lagreze and Siskos (1982) όπου γίνεται η εισαγωγή του κατάλληλου συντελεστή λάθους $\sigma(ab)$ για κάθε περιορισμό, συγκρίνοντας δυο χρησιμότητες του ίδιου προβλήματος. Αυτός ο προσδιορισμός είναι απαραίτητος όταν οι φαινομενικές προτιμήσεις που προκύπτουν από την σύγκριση κατά ζεύγη των κρίσεων του αποφασίζοντα δεν είναι μεταβατικές. Αυτό το μοντέλο ονομάζεται UTA II. Η αντικειμενική συνάρτηση υπό ελαχιστοποίηση είναι το άθροισμα όλων των σφαλμάτων.

Είναι ακόμη απαραίτητο να εισάγουμε έναν περιορισμό για κάθε σύγκριση μεταξύ δυο ζευγών εναλλακτικών λύσεων, οπότε έχουμε $\lceil (m^*(m-1))/2 \rceil$. Τέτοιου είδους περιορισμοί είναι απαραίτητοι εάν έχουμε m εναλλακτικές ενάργκειες για σύγκριση και υπάρχουν μόνο $(m-1)$ περιορισμοί βάση του μοντέλου UTA. Ένας τυπικός περιορισμός της UTA μεταβάλλεται και παίρνει την παρακάτω μορφή:

$$\sum_{i=1}^N \{u_i(g_i(a)) - u_i(g_i(b))\} + \sigma(ab) \geq \delta \Leftrightarrow aPb$$

Με $\sigma(ab) \geq 0 \forall (ab) \in A'$

3.1.4. UTAMKEN

Στο ίδιο πνεύμα οι Jacquet-Lagreze and Siskos (1982) πρότειναν ένα άλλο μοντέλο το οποίο ελαχιστοποιεί τον αριθμό των μη εφικτών ζευγαριών του R κατά την ασθενή κατάταξη του R μέσω των χρησιμοτήτων $U(g)$. Στην πραγματικότητα αυτή η ενέργεια είναι ισοδύναμη με την μεγιστοποίηση του «τ» του Kendall. Η λύση δίνεται

μέσω ενός μεικτού γραμμικού προγράμματος όπου οι μεταβλητές $\gamma(ab)$ της αντικειμενικής συνάρτησης είναι διακριτές και παίρνουν την τιμή 1 όταν η σχέση προτίμησης δεν είναι εφικτή και την τιμή 0 όταν η σχέση προτίμησης ικανοποιείται. Το άθροισμα όλων αυτών των σφαλμάτων ελαχιστοποιείται υπό των παρακάτω περιορισμών:

$$\sum_{i=1}^N \{u_i(g_i(a)) - u_i(g_i(b))\} + M \times \gamma(ab) \geq \delta \Leftrightarrow aPb \quad (2)$$

$$\left. \begin{aligned} \sum_{i=1}^N \{u_i(g_i(a)) - u_i(g_i(b))\} + M \times \gamma(ab) &= 0 \\ \sum_{i=1}^N \{u_i(g_i(b)) - u_i(g_i(a))\} + M \times \gamma(ba) &= 0 \end{aligned} \right\} \Leftrightarrow aIb \quad (3)$$

Με τον συντελεστή $\gamma(ab) = 0$ ή $1 \quad \forall (ab) \in \mathfrak{R}$ όπου M είναι ένας μεγάλος αριθμός.

Εδώ ξανά τα δύο πρώτα σύνολα των περιορισμών θα πρέπει να εφαρμοστούν σε όλα τα ζεύγη των εναλλακτικών. Εάν για κάθε ζεύγος $(a, b) \in \mathfrak{R}$ η διαφορά $U[g(a)] - U[g(b)]$ είναι μεγαλύτερη του δ , τότε $\gamma(ab) = 0$ και η κρίση γίνεται αποδεκτή, αλλιώς $\gamma(ab) = 1$ που σημαίνει ότι ο συνδυασμός δεν είναι εφικτός. Αυτό το μοντέλο ονομάστηκε UTAMKEN.

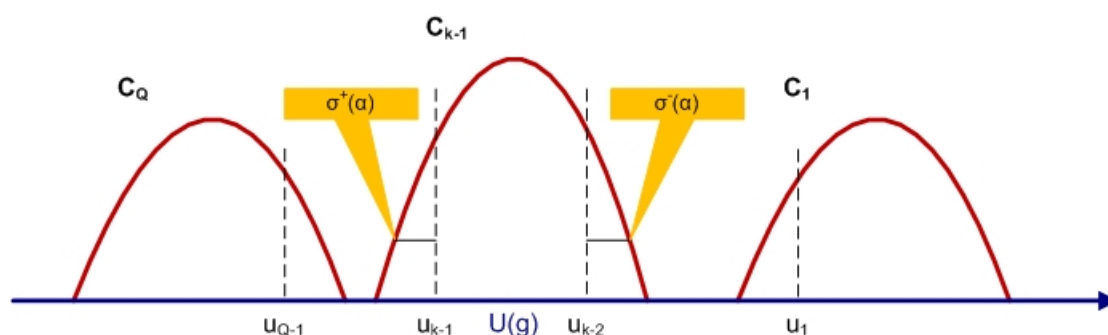
Δυστυχώς όμως ακόμη και στην καλύτερη περίπτωση, η διαδικασία για την εύρεση λύσης μπορεί περιέχει έναν μεγάλο αριθμό από επαναλήψεις. Αυτό συμβαίνει λόγω του μεγάλου αριθμού των διακριτών μεταβλητών στο μοντέλο. Οι παραπάνω περιορισμοί (3) περιλαμβάνουν και την πιθανότητα της αδιαφορίας, για αυτό τον λόγο τα σφάλματα στου περιορισμούς της αδιαφορίας λαμβάνονται και αυτά υπόψη κατά την διαδικασία της ελαχιστοποίησης του αθροίσματος των σφαλμάτων.

3.1.5. Η μέθοδος UTADIS

Η μέθοδος UTADIS (Utilites Additives DIScriminantes), Devaud et al. (1980), Jacquet-Lagrange (1995), Siskos and Jacquet-Lagrange, (1982) έχει σκοπό να αναπτύξει μια προσθετική συνάρτηση χρησιμότητας η οποία θα ταξινομεί ένα σύνολο εναλλακτικών ενεργειών σε ομοιογενείς προκαθορισμένες ομάδες με το ελάχιστο σφάλμα ταξινόμησης. Άρα, η μέθοδος UTADIS αναφέρεται σε προβλήματα κατηγοριοποίησης, όπου οι n εναλλακτικές λύσεις a_1, a_2, \dots, a_n θα πρέπει να κατηγοριοποιηθούν σε Q κλάσεις αδιαφορίας C_1, C_2, \dots, C_Q , βάσει των m κριτηρίων (g_1, g_2, \dots, g_m) . Οι κλάσεις αυτές ορίζονται *a priori* κατά τον ακόλουθο τρόπο:

$$C_1 P C_2 \dots C_{Q-1} P C_Q$$

όπου P υποδηλώνει τη σχέση σαφούς προτίμησης μεταξύ των κλάσεων (για παράδειγμα, η C_1 προτιμάται από τη C_2 , η C_2 προτιμάται από τη C_3 κ.ο.κ.). Η κατανομή των κλάσεων ανάλογα με την υπολογιζόμενη ολική χρησιμότητα παρουσιάζεται στο Σχήμα 19.



Σχήμα 19. Κατανομή των κλάσεων ανάλογα με την ολική χρησιμότητα (Πηγή: Zorounidis et.al, 1996).

Στην περίπτωση αυτή οι εναλλακτικές λύσεις κατηγοριοποιούνται συγκρίνοντας τις χρησιμότητες τους με τα πρότυπα χρησιμότητων u_i ($u_1 > u_2 > \dots > u_{Q-1}$) τα οποία διαχωρίζουν τις κλάσεις μεταξύ τους ως εξής:

$$U(a) \geq u_1 \Rightarrow a \in C_1$$

$$u_1 > U(a) \geq u_2 \Rightarrow a \in C_2$$

.....

$$u_{k-1} > U(a) \geq u_k \Rightarrow a \in C_k$$

.....

$$U(a) < u_{Q-1} \Rightarrow a \in C_Q$$

Οι μερικές χρησιμότητες αλλά και τα πρότυπα χρησιμοτήτων μπορούν να υπολογισθούν επιλύοντας το ακόλουθο γραμμικό πρόβλημα:

$$MinF = \sum_{a \in C_1} \sigma^+(a) + \dots + \sum_{a \in C_j} [\sigma^+(a) + \sigma^-(a)] + \dots + \sum_{a \in C_k} \sigma^-(a)$$

υπό τους περιορισμούς:

$$\sum_{i=1}^m u_i [g_i(a)] - u_1 + \sigma^+(a) \geq 0 \quad \forall a \in C_1$$

$$\left. \begin{aligned} \sum_{i=1}^m u_i [g_i(a)] - u_{k-1} - \sigma^-(a) &\leq -\delta \\ \sum_{i=1}^m u_i [g_i(a)] - u_k - \sigma^+(a) &\geq 0 \end{aligned} \right\} \quad \forall a \in C_k$$

$$\sum_{i=1}^m u_i [g_i(a)] - u_{Q-1} - \sigma^-(a) \leq -\delta \quad \forall a \in C_Q$$

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{a_i-1} w_{ij} = 1$$

$$u_{k-1} - u_k \geq s \quad k = 2, 3, \dots, Q-1$$

$$w_{ij} \geq 0, \quad \sigma^+(a) \geq 0, \quad \sigma^-(a) \geq 0$$

όπου δ είναι ένας μικρός θετικός αριθμός ο οποίος υποδηλώνει την προτίμηση των ορίων χρησιμοτήτων από τις εναλλακτικές λύσεις (για παράδειγμα, για να ανήκει μια εναλλακτική λύση a στην κλάση k θα πρέπει $u(a) < u_{k-1}$). Το s είναι ένας μικρός θετικός αριθμός ο οποίος δηλώνει την προτίμηση μεταξύ των ορίων που διαχωρίζουν τις κλάσεις (για παράδειγμα το όριο χρησιμότητας u_1 προτιμάται του ορίου χρησιμότητας u_2 , το όριο χρησιμότητας u_2 προτιμάται του ορίου χρησιμότητας u_3 κοκ).

Παρόμοια είναι και η λειτουργία των μεθόδων UTADIS I, UTADIS II και UTADIS III. Οι διαφορές των μεθόδων εντοπίζονται στον τρόπο με τον οποίο μετράται το σφάλμα ταξινόμησης. Πιο συγκεκριμένα, στη μέθοδο UTADIS I παράλληλα με την ελαχιστοποίηση του μεγέθους των εσφαλμένων ταξινομήσεων γίνεται και η μεγιστοποίηση των αποστάσεων των σωστά ταξινομημένων εναλλακτικών ενεργειών από τα όρια χρησιμότητων. Με τον τρόπο αυτό επιχειρείται ουσιαστικά η απομάκρυνση των εναλλακτικών ενεργειών διαφορετικών ομάδων, κάτι που αναμένεται να οδηγήσει στην ανάπτυξη περισσότερο αξιόπιστων μοντέλων με μεγαλύτερη ικανότητα πρόβλεψης. Τόσο στη μέθοδο UTADIS όσο και στη μέθοδο UTADIS I, η ανάπτυξη του μοντέλου προσθετικής χρησιμότητας για την όσο το δυνατόν πιο ακριβή ταξινόμηση των εναλλακτικών ενεργειών, γίνεται έμμεσα ελαχιστοποιώντας το βαθμό στον οποίο οι εναλλακτικές ενέργειες παραβιάζουν τα όρια χρησιμότητων. Στη μέθοδο UTADIS II χρησιμοποιούνται τεχνικές αθέτου προγραμματισμού προκειμένου η ανάπτυξη του μοντέλου ταξινόμησης (προσθετική συνάρτηση χρησιμότητας) να γίνει έτσι ώστε να επιτευχθεί η άμεση ελαχιστοποίηση του συνολικού πλήθους των εσφαλμένων ταξινομήσεων. Βέβαια κατά την προσέγγιση αυτή δεν λαμβάνεται υπόψη ο βαθμός στον οποίο οι εσφαλμένες ταξινομήσεις παραβιάζουν τα όρια χρησιμότητων. Τέλος, η μέθοδος UTADIS III είναι το αποτέλεσμα του συνδυασμού των μεθόδων UTADIS I και UTADIS II, δηλαδή επιχειρείται η ελαχιστοποίηση του πλήθους των εσφαλμένων ταξινομήσεων και παράλληλα η μεγιστοποίηση των αποστάσεων των σωστά ταξινομημένων εναλλακτικών από τα όρια χρησιμότητων που διαχωρίζουν τις ομάδες. Αναλυτικές περιγραφές των τριών μεθόδων γίνονται στις εργασίες των Doumpos and Zorounidis (1998) και Zorounidis and Doumpos (1997α, 1997β).

3.1.6. Stochastic UTA.

Εντός του πλαισίου των πολυκριτήριων προβλημάτων απόφασης κάτω από καθεστώς αβεβαιότητας ο Siskos (1983) ανέπτυξε μια ειδική έκδοση της UTA την Stochastic UTA, στην μέθοδο αυτή το μοντέλο προτίμησης συμπεραίνεται από την κατάταξη αναφοράς η οποία είναι μια αθροιστική συνάρτηση και έχει την παρακάτω μορφή:

$$\sum_{j=1}^{a_i} d_i^a(g_i^j) = 1$$

Η αθροιστική συνάρτηση χρησιμότητας, που περιγράψαμε παραπάνω συνεχίζει να έχει τις ίδιες ιδιότητες όπως και η συνάρτηση αξιών:

$$\begin{cases} u(d^a) > u(d^b) \Leftrightarrow a \succ b \text{ (Προτίμηση)} \\ u(d^a) = u(d^b) \Leftrightarrow a \sim b \text{ (Αδιαφορία)} \end{cases}$$

Όπως και στις περιπτώσεις των μεθόδων UTA και UTASTAR που περιγράψαμε παραπάνω, η μέθοδος Stochastic UTA κάνει και αυτή κατάταξη όλων των διαθέσιμων εναλλακτικών ενεργειών. Η αλγοριθμική διαδικασία που ακολουθείται για να παραχθεί αυτή η κατάταξη των ενεργειών περιγράφεται στην συνέχεια.

Βήμα1.

Εκφράζουμε τις ολικές αναμενόμενες χρησιμότητες των εναλλακτικών ενεργειών $u(d^{a_k})$, $k = 1, 2, \dots, m$ σε όρους μεταβλητών:

$$w_{ij} = u_i(g_i^{j+1}) - u_i(g_i^j) \geq 0 \quad (1)$$

Βήμα 2.

Εισάγουμε δύο συναρτήσεις σφαλμάτων σ^+ και σ^- γράφοντας παράλληλα τις εκφράσεις τους για κάθε ζεύγος διαδοχικών ενεργειών που είναι διατεταγμένες σε σειρά:

$$\Delta(a_k, a_{k+1}) = u(d^{a_k}) - \sigma^+(a_k) + \sigma^-(a_k) - u(d^{a_{k+1}}) + \sigma^+(a_{k+1}) - \sigma^-(a_{k+1}) \quad (2)$$

Βήμα 3.

Λύνουμε το γραμμικό πρόβλημα, χρησιμοποιώντας τους παραπάνω περιορισμούς (1) και (2).

Βήμα 4.

Εξετάζουμε εάν η λύση που έχουμε βρει είναι κοντά στην βέλτιστη λύση και Τέλος.

Αυτή είναι η διαδικασία που ακολουθείται από την μέθοδο Stochastic UTA για να καταλήξει στην τελική κατάταξη σε σειρά όλων των διαθεσίμων εναλλακτικών ενεργειών

3.1.7. Quasi UTA.

Παραπάνω παρουσιάστηκε το πλήρες κομμάτι της μεθόδου UTA, αλλά όπως και στις άλλες ολοκληρωμένες τεχνικές πολυκριτήριας ανάλυσης, συνεπάγεται ότι υπάρχει ένας παράγοντας που δυσκολεύει την διαδικασία απόσπασης των προτιμήσεων μεταξύ των κριτηρίων και των εκτιμήσεων του αποφασίζοντα. Μια εναλλακτική πιο πρακτική προσέγγιση, θα ήταν αν αφήναμε τον αποφασίζοντα να διαλέξει άμεσα την μερική συνάρτηση χρησιμότητας σχετικά με το κάθε κριτήριο μέσα από ένα σύνολο συναρτήσεων. Τέτοιου είδους μεθοδολογία χρησιμοποιείται από το σύστημα αποφάσεων MIIDAS που αναπτύχθηκε από τον Siskos et al (1999), όπου παρουσιάζονται γραφικά στον αποφασίζοντα διαφορετικοί τύποι καμπυλών. Παρόλα αυτά η μαθηματική τους διατύπωση απαιτεί να υπάρχουν τρεις παράμετροι, συν τα βάρη τα οποία υπολογίζονται μέσω της μεθόδου UTA.

Εδώ θα προτείνουμε πιο κατάλληλες μαθηματικές προδιαγραφές, μια σειρά από περιοδικά επαναλαμβανόμενες εκθετικές συναρτήσεις οι οποίες απαιτούν μόνο δυο παραμέτρους για να προσδιοριστούν τα σχετικά βάρη σε σχέση με τα υπόλοιπα και της καμπυλότητας τους. Η δομή τους είναι αρκετά περίπλοκη για να αναπαραστήσουν αρκετά διαφορετικές θέσεις έναντι του ρίσκου. Φυσικά η επιλογή των παραμέτρων μπορεί να παρουσιαστεί γραφικά με τυπικές τιμές οι οποίες έχουν σχέση με την σημασία των λεκτικών ισχυρισμών.

Ας ορίσουμε το κριτήριο X_i το οποίο είναι προσδιορισμένο μεταξύ του διαστήματος $X_i(1)$ και $X_i(n)$ και είναι διαμερισμένο σε $(n-1)$ ίσα μικρότερα διαστήματα που ορίζονται από το n . Η μερική συνάρτηση χρησιμότητας $u(X_i(k))$ προσδιορίζεται

στο κ-στο όριο της κλίμακας. Το u προσδιορίζεται για κάθε όριο από την ακόλουθη πεπερασμένη γεωμετρική σειρά:

$$\begin{aligned}
 u(X_i(1)) &= 0 \\
 u(X_i(2)) &= u(X_i(1)) + \gamma^1 = \gamma \\
 u(X_i(3)) &= u(X_i(2)) + \gamma^2 = \gamma + \gamma^2 = \gamma(1 + \gamma) \\
 &\dots \\
 u(X_i(n)) &= u(X_i(n-1)) + \gamma^{n-1} = \gamma + \gamma^2 + \gamma^3 + \dots + \gamma^{n-1} = \gamma(1 + \gamma + \gamma^2 + \dots + \gamma^{n-2})
 \end{aligned}$$

Η οποία αντιστοιχεί σε έναν πεπερασμένο γενικό προσδιορισμό:

$$\begin{cases} u(X_i(k)) = 0 & \text{Για } k=1 \\ u(X_i(k)) = u(X_i(k-1)) + \gamma^{k-1} = \sum_{j=1}^{k-1} \gamma^j = \gamma \sum_{j=0}^{k-2} \gamma^j & \text{Για } 1 < k \leq n \end{cases}$$

Για $1 < k \leq n$ τότε η πεπερασμένη γεωμετρική ακολουθία δίνεται από :

$$u(X_i(k)) = \gamma \left(\frac{1 - \gamma^{k-1}}{1 - \gamma} \right) = \frac{\gamma - \gamma^k}{1 - \gamma} \quad \forall k, \gamma$$

Αλλά εάν $\gamma = 1$ (γραμμική περίπτωση) τότε $u(X_i(k)) = \frac{0}{0}$ έτσι μπορούμε να προσδιορίσουμε μια συνάρτηση τύπου UTA $u_i(X_i(k))$ με $u_i(X_i(1)) = 0$ και $\sum_{i=1}^N u_i(X_i(n)) = 1$ όπου N είναι ο αριθμός των κριτηρίων, οπότε έχουμε:

$$\begin{aligned}
 u_i(X_i(k)) &= \frac{\frac{\gamma - \gamma^k}{1 - \gamma}}{\frac{\gamma - \gamma^n}{1 - \gamma}} u_i^* = \frac{\gamma - \gamma^k}{\gamma - \gamma^n} u_i^* & 1 < k \leq n \text{ και } \forall \gamma \neq 1 \\
 u_i(X_i(k)) &= \frac{k-1}{n-1} & 1 < k \leq n \text{ και } \gamma = 1
 \end{aligned}$$

Όπου u_i^* είναι η σταθερά κλίμακας της UTA η οποία είναι ίση με την χρησιμότητα του τελευταίου ορίου του X_i και επομένως ίσο με το σχετικό βάρος του X_i πολλαπλασιασμένο με το $[X_i(n) - X_i(1)]$.

Εντούτοις εάν κάποιος χρειαστεί να μεταβάλει τους αριθμούς των ορίων διαιρώντας το διάστημα διαφοροποίησης του δεδομένου κριτηρίου X_i , η δομή της μεθόδου θα πρέπει να ρυθμιστεί έτσι ώστε να διατηρήσει την ίδια καμπυλότητα με το δεδομένο γ γύρω από το ίδιο διάστημα, όπως και προηγουμένως. Αυτό συμβαίνει διότι ο αριθμός των ορίων χρησιμοποιείται σαν μεταβλητή στην συνάρτηση για τον προσδιορισμό της θέσης του X_i .

Έτσι, για δυο διαφορετικούς αριθμούς ορίων n και m , εντός ενός δεδομένου διαστήματος του X_i , $[X_{i*}, X_i^*]$ οι σχέσεις μεταξύ των δεικτών των ορίων k και p πρέπει να είναι $k=p=1$, για X_{i*} και $k = n, p = m$ για X_i^* . Συνεπάγεται έτσι η παρακάτω σχέση μεταξύ των k και p :

$$k = \frac{n-1}{m-1}p + \frac{m-n}{m-1}$$

ή

$$p = \frac{m-1}{n-1}k + \frac{n-m}{n-1}$$

Στην πραγματικότητα, αλλάζοντας από την κλίμακα με n όρια στην κλίμακα με m όρια, το $u_i(X_i(p))$ πρέπει να επαναπροσδιοριστεί ως εξής:

$$\begin{cases} u_i(X_i(p)) = \frac{\gamma - \gamma^{\frac{n-1}{m-1}p + \frac{m-n}{m-1}}}{\gamma - \gamma^n} u_i^* & 1 \leq p \leq m \text{ και } \forall \gamma \neq 1 \\ u_i(X_i(p)) = \frac{\left(\frac{n-1}{m-1}p + \frac{m-n}{m-1} \right) - 1}{n-1} & 1 \leq p \leq m \text{ και } \gamma = 1. \end{cases}$$

3.2. Άλλες μέθοδοι που στηρίζονται στην θεωρία της Αναλυτικής Συνθετικής Προσέγγισης.

3.2.1. MACBETH

Η μέθοδος MACBETH (Measuring Attractiveness by a Categorical Based Evaluation Technique), που προτάθηκε από τους Bana e Costa and Vansnick (1994), είναι μια αλληλεπιδραστική προσέγγιση, η οποία βοηθά τον αποφασίζοντα να εκτιμήσει τη συνολική ελκυστικότητα (global attractivity) των διαφορετικών δράσεων (actions) λαμβάνοντας υπόψη πολλαπλά κριτήρια.

Έστω $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ είναι το σύνολο των πιθανών δράσεων τις οποίες θα πρέπει να συγκρίνει ο αποφασίζων D λαμβάνοντας υπόψη k θεμελιώδη κριτήρια (ως θεμελιώδη ορίζονται τα κριτήρια πάνω στα οποία θα ερωτηθεί ο αποφασίζων D).

Με βάση τις εκτιμήσεις του αποφασίζοντα D σχετικά με την ελκυστικότητα των εναλλακτικών δράσεων του συνόλου A, η μέθοδος MACBETH οδηγεί στην κατασκευή μιας κλίμακας διαστημάτων (interval scale) στην οποία οι διαφορές στην ελκυστικότητα των δράσεων έχουν συγκεκριμένο νόημα. Με άλλα λόγια, η μέθοδος οδηγεί στην κατασκευή μιας αριθμητικής κλίμακας $\nu: A \rightarrow R: a \rightarrow \nu(a)$ η οποία ικανοποιεί τις κάτωθι συνθήκες:

(α) Συνθήκη μονοτονίας (ordinal condition):

$\forall a, b \in A, \nu(a) > \nu(b)$ αν και μόνο αν ο αποφασίζων D εκτιμά ότι η a είναι πιο ελκυστική από τη b.

(β) Συνθήκη σχετικών αποστάσεων (cardinal ή semantic condition):

Αν η a είναι πιο ελκυστική από τη b και η c πιο ελκυστική από τη d, τότε ο λόγος

$$\frac{\nu(a) - \nu(b)}{\nu(c) - \nu(d)}$$

εκφράζει για τον αποφασίζοντα D την σχετική δύναμη της διαφοράς ελκυστικότητας μεταξύ των a και b λαμβάνοντας ως μονάδα αναφοράς τη διαφορά ελκυστικότητας μεταξύ των c και d .

Η πληροφορία για την σχετική απόσταση των δράσεων (cardinal information), η οποία αφορά το βαθμό στον οποίο τα στοιχεία του συνόλου A κατέχουν στα μάτια του αποφασίζοντα D ιδιότητα Q (υποκειμενική ή αντικειμενική), είναι διαθέσιμη όταν ο αποφασίζων D τοποθετήσει τα στοιχεία του συνόλου A σε ένα κατακόρυφο άξονα με τέτοιο τρόπο ώστε:

(1) $\forall a, b \in A$ το στοιχείο a τοποθετείται κάτω από το στοιχείο b αν και μόνο αν ο αποφασίζων D θεωρεί ότι το a κατέχει περισσότερη ιδιότητα Q από ότι το b .

(2) οι σχετικές αποστάσεις μεταξύ των σημείων που αντιπροσωπεύουν τα στοιχεία του συνόλου A αντιστοιχούν στη θεώρηση του αποφασίζοντα D για τις σχετικές αποστάσεις μεταξύ των στοιχείων με βάση την ιδιότητα Q .

Η βασική ιδέα της μεθόδου MACBETH για την εξαγωγή μιας κλίμακας που να ικανοποιεί τις ανωτέρω συνθήκες είναι:

(α) Σε πρώτη φάση χρησιμοποιείται ένα απλό ερωτηματολόγιο στο οποίο η κάθε ερώτηση αφορά μόνο δύο δράσεις και σε κάθε στοιχείο a του συνόλου A αντιστοιχίζεται ένας πραγματικός αριθμός $\mu(a)$ που να βασίζεται σε απλούς κανόνες ποσοτικοποίησης των πληροφοριών προτίμησης του αποφασίζοντα D .

(β) Στην δεύτερη φάση γίνεται αλληλεπίδραση με τον αποφασίζοντα D σχετικά με την κλίμακα “ μ ” των σχετικών αποστάσεων που κατασκευάστηκε στην πρώτη φάση, με σκοπό να καθοριστεί κατά πόσο η κλίμακα ικανοποιεί την συνθήκη σχετικών αποστάσεων.

Στην πρώτη φάση της μεθόδου MACBETH (διαδικασία ερωτηματολογίου) ζητείται από τον αποφασίζοντα D να κάνει σημασιολογικές (semantic) εκτιμήσεις σχετικά με τη διαφορά ελκυστικότητας των δράσεων του συνόλου A , δηλαδή

$\forall a, b \in A \times A$ με $a \neq b$, ο αποφασίζων ερωτάται αν η a είναι πιο ελκυστική από τη b και αν η απάντηση είναι “ναι”, τότε ερωτάται αν η διαφορά της ελκυστικότητας μεταξύ a και b θεωρείται πολύ μικρή (very weak), μικρή (weak), μέτρια (moderate), ισχυρή (strong), πολύ ισχυρή (very strong) ή απόλυτη (extreme).

Με βάση τις απαντήσεις του αποφασίζοντα D , υιοθετείται η ακόλουθη ορολογία:

- $a P b$ όταν ο αποφασίζων D εκτιμά ότι η a είναι πιο ελκυστική από τη b (P είναι μια δυαδική σχέση στο A)
- Όταν $a P b$, τότε θεωρείται:
 - (a, b) ανήκει στην κατηγορία C_1 όταν ο αποφασίζων D εκτιμά ότι η διαφορά ελκυστικότητας μεταξύ a και b είναι πολύ μικρή (very weak), δηλαδή $(a, b) \in C_1$
 - (a, b) ανήκει στην κατηγορία C_2 όταν ο αποφασίζων D εκτιμά ότι η διαφορά ελκυστικότητας μεταξύ a και b είναι μικρή (weak), δηλαδή $(a, b) \in C_2$
 - (a, b) ανήκει στην κατηγορία C_3 όταν ο αποφασίζων D εκτιμά ότι η διαφορά ελκυστικότητας μεταξύ a και b είναι μέτρια (moderate), δηλαδή $(a, b) \in C_3$
 - (a, b) ανήκει στην κατηγορία C_4 όταν ο αποφασίζων D εκτιμά ότι η διαφορά ελκυστικότητας μεταξύ a και b είναι ισχυρή (strong), δηλαδή $(a, b) \in C_4$
 - (a, b) ανήκει στην κατηγορία C_5 όταν ο αποφασίζων D εκτιμά ότι η διαφορά ελκυστικότητας μεταξύ a και b είναι πολύ ισχυρή (very strong), δηλαδή $(a, b) \in C_5$

- (α, b) ανήκει την κατηγορία C_6 όταν ο αποφασίζων D εκτιμά ότι η διαφορά ελκυστικότητας μεταξύ α και b είναι απόλυτη (extreme), δηλαδή $(α, b) \in C_6$

Οι κατηγορίες C_1, C_2, C_3, C_4, C_5 και C_6 μπορούν να θεωρηθούν ως έξι δυαδικές σχέσεις στο A, οπότε:

$$P = C_1 \cup C_2 \cup C_3 \cup C_4 \cup C_5 \cup C_6$$

Οι δυαδικές σχέσεις $P, C_1, C_2, C_3, C_4, C_5$ και C_6 θεωρούνται ασύμμετρες (asymmetric) και $\forall i, j \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ με $i \neq j$ ισχύει $C_i \cup C_j = \emptyset$. Οι συνθήκες αυτές υποτίθεται ότι επαληθεύονται κατά της διάρκεια της αλληλεπίδρασης με τον αποφασίζοντα D.

Οι αρχικές απαντήσεις του D μπορούν να παρασταθούν με ένα πίνακα εκτιμήσεων

$$M = [m_{ab} / (a, b) \in A \times A] \quad \mu\epsilon \begin{cases} m_{ab} = 0 & \text{αν και μόνο αν (not } aPb) \\ m_{ab} = k & \text{αν και μόνο αν } (a, b) \in C_k \end{cases}$$

όπου k είναι μια σημασιολογική σχέση που εκφράζει την κατηγορία C_k .

Στην δεύτερη φάση της μεθόδου και προκειμένου να αναπαρασταθούν αριθμητικά οι ποιοτικές πληροφορίες που δίνονται από τον αποφασίζοντα D στην προηγούμενη φάση, είναι απαραίτητο να υπάρχουν ορισμένοι κανόνες μέτρησης. Η μέθοδος MACBETH χρησιμοποιεί δύο βασικούς κανόνες για την αντιστοιχία ενός πραγματικού αριθμού $\mu(a)$ σε κάθε στοιχείο a του συνόλου A:

- Κανόνας I: $\forall a, b \in A : aPb \Leftrightarrow \mu(a) > \mu(b)$

Δηλαδή η τιμή που αντιστοιχείται στη δράση a είναι αυστηρώς μεγαλύτερη από την τιμή που αντιστοιχείται στη δράση b αν και μόνο αν για τον αποφασίζοντα D η a είναι πιο ελκυστική από την b.

- $\forall k, k' \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \quad \mu\epsilon \quad k \neq k' \quad \kappa\alpha\iota$
- Κανόνας II: $\forall a, b, c, d \in A \quad \mu\epsilon \quad (a, b) \in C_k \quad \kappa\alpha\iota \quad (c, d) \in C_{k'} :$
 $k > k' \Leftrightarrow \mu(a) - \mu(b) > \mu(c) - \mu(d)$

Δηλαδή όταν τα ζεύγη των εναλλακτικών (a, b) και (c, d) δεν ανήκουν στην ίδια κατηγορία, η διαφορά μεταξύ των τιμών που αντιστοιχούνται στο a και b είναι αυστηρώς μεγαλύτερη της διαφοράς των τιμών που αντιστοιχούνται στο c και d αν και μόνο αν η διαφορά ελκυστικότητας μεταξύ a και b εκτιμάται ότι είναι μεγαλύτερη της διαφοράς ελκυστικότητας μεταξύ c και d (η πληροφορία αυτή προκύπτει έμμεσα από τον πίνακα Μ των εκτιμήσεων).

Όταν οι εκτιμήσεις του αποφασίζοντα είναι συνεπείς (consistent) με την κατασκευή της κλίμακας σχετικών αποστάσεων (cardinal scale), τότε λέμε ότι ο πίνακας των εκτιμήσεων είναι συνεπής (consistent).

Η ύπαρξη του περιορισμού $k \neq k'$ στον Κανόνα II δικαιολογείται από το γεγονός ότι όταν τα ζεύγη (a, b) και (c, d) ανήκουν στην ίδια κατηγορία, δεν υπάρχει καμία πληροφορία σχετικά με την σχέση μεταξύ των αριθμητικών διαφορών $\mu(a) - \mu(b)$ και $\mu(c) - \mu(d)$. Πιο συγκεκριμένα, δεν υπάρχει κανένας λόγος να υποθέσουμε ότι $\mu(a) - \mu(b) = \mu(c) - \mu(d)$ καθώς στην περίπτωση αυτή θα ήταν δυνατό να αντιστοιχιστεί ένας μοναδικός πραγματικός αριθμός σε κάθε κατηγορία. Επίσης, πρέπει να σημειωθεί ότι στη μέθοδο MACBETH κάθε κατηγορία αντιπροσωπεύεται αριθμητικά από ένα διάστημα θετικών πραγματικών αριθμών [Bana e Costa and Vasnsick (1994)] όπως άλλωστε προκύπτει από την αόριστη φύση [Von Winterfeldt and Edwards (1986)] των φραστικών διατυπώσεων, όπως "μικρή", "μέτρια", "ισχυρή" κτλ., για τη σχέση των εναλλακτικών δράσεων. Οι Bana e Costa and Vasnsick (1997) αναλύουν διεξοδικά τις ικανές και αναγκαίες συνθήκες για την ύπαρξη μιας κλίμακας $\mu: A \rightarrow K$ που να ικανοποιεί του Κανόνες I και II και επιπλέον, το κατά πόσο ικανοποιούνται οι συνθήκες αυτές.

Η μέθοδος MACBETH είναι σε θέση να διαχειριστεί και καταστάσεις ανακολουθίας (incompatibility). Η ανακολουθία εμφανίζεται όταν οι εκτιμήσεις του αποφασίζοντα είναι ασυμβίβαστες με την κατασκευή της κλίμακας σχετικών αποστάσεων. Η μέθοδος διακρίνει τρεις κύριες κατηγορίες ανακολουθίας:

(α) Πρώτη κατηγορία

Δεν είναι δυνατή η αντιστοιχία μιας τιμής σε κάθε στοιχείο του συνόλου A με τρόπο που να ικανοποιείται η συνθήκη μονοτονίας. Τέτοιες μορφές παρουσιάζονται όταν, για παράδειγμα, δηλωθεί ότι δεν υπάρχει διαφορά μεταξύ x και y , δεν υπάρχει διαφορά μεταξύ y και z και το x είναι πιο ελκυστικό από το z .

(β) Δεύτερη κατηγορία

Οι εκτιμήσεις του αποφασίζοντα είναι τέτοιες που είναι δυνατή η αντιστοιχία μιας τιμής σε κάθε στοιχείο του συνόλου A με τρόπο που να ικανοποιείται η συνθήκη μονοτονίας, αλλά υπάρχει μια τουλάχιστον ασυμφωνία (conflict) μεταξύ συγκριτικών και σημασιολογικών εκτιμήσεων, η οποία δεν επιτρέπει την ικανοποίηση της συνθήκης μονοτονίας και της συνθήκης σχετικών αποστάσεων ταυτόχρονα. Για παράδειγμα, δεν υπάρχει διαφορά μεταξύ x και y , τα x και y κατέχουν περισσότερη ιδιότητα από το z και η διαφορά μεταξύ z και x δεν είναι ίδια με τη διαφορά μεταξύ z και y . Η περίπτωση αυτή αναφέρεται και ως "ασυναρτησία" (incoherent).

(γ) Τρίτη κατηγορία

Οι εκτιμήσεις του αποφασίζοντα είναι τέτοιες ώστε:

- είναι δυνατή η αντιστοίχιση μιας τιμής σε κάθε στοιχείο του συνόλου A με τρόπο που να ικανοποιείται η συνθήκη μονοτονίας,
- δεν υπάρχει ασυμφωνία μεταξύ συγκριτικών και σημασιολογικών εκτιμήσεων, αλλά υπάρχει ασυμφωνία (μια ή περισσότερες) μεταξύ των σημασιολογικών εκτιμήσεων, οι οποίες καθιστούν αδύνατη την ικανοποίηση της συνθήκης σχετικών αποστάσεων. Η περίπτωση αυτή αναφέρεται και ως σημασιολογική ασυνέπεια (semantic inconsistency).

Εφόσον οι εκτιμήσεις του αποφασίζοντα είναι ασυμβίβαστες με την κατασκευή μιας κλίμακας σχετικών αποστάσεων, είναι αδύνατο να συσχετιστεί μια τιμή για κάθε στοιχείο του συνόλου A . Στην περίπτωση αυτή προτείνεται αλλαγή των αρχικών εκτιμήσεων.

Σε πολλά πρακτικά προβλήματα δεν είναι απαραίτητη η κατασκευή της αριθμητικής κλίμακας, καθώς οι πληροφορίες μονοτονίας επαρκούν για να καθορίσουν αν μια εναλλακτική είναι πιο ελκυστική από μια άλλη.

Η μέθοδος MACBETH μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε επιστημονικό επίπεδο για τον αναλυτή που συλλέγει πληροφορίες για την σχετική απόσταση εναλλακτικών δράσεων, αλλά και σε προσωπικό επίπεδο για να οδηγήσει τον αποφασίζοντα στην καλύτερη κατανόηση των σχέσεων ενός προβλήματος απόφασης. Τέλος, πάνω στη μέθοδο αυτή έχει βασιστεί η δημιουργία του συστήματος M-MACBETH.

3.2.2. Η μέθοδος MUSA

Η μέθοδος MUSA (MUlticriteria Satisfaction Analysis) [Γρηγορούδης, Β και Σίσκος, Ι (2000)] αποτελεί μία πολυκριτήρια αναλυτική-συνθετική προσέγγιση για το πρόβλημα της μέτρησης και της ανάλυσης της ικανοποίησης. Η συγκεκριμένη μεθοδολογία εκτιμά την ικανοποίηση ενός συνόλου ατόμων (πελατών, εργαζομένων, κ.λ.π) με βάση το σύστημα αξιών και προτιμήσεων του συνόλου αυτού το οποίο θεωρείται ως ενιαίο. Χρησιμοποιώντας δεδομένα από συγκεκριμένου τύπου έρευνες ικανοποίησης, συνθέτει τις διαφορετικές προτιμήσεις των πελατών σε μοναδικές συναρτήσεις ικανοποίησης. Η μέθοδος στηρίζεται στη σύνθεση των προτιμήσεων ενός συνόλου πελατών σε μία ποσοτική, μαθηματική συνάρτηση αξιών. Η μέθοδος υποθέτει ότι η συνολική ικανοποίηση που αποκομίζει ένας πελάτης εξαρτάται από ένα σύνολο μεταβλητών, οι οποίες αντιπροσωπεύουν τα χαρακτηριστικά της υπηρεσίας που χρησιμοποιήθηκε.

Υποθέτουμε ότι η συνολική ικανοποίηση του πελάτη εξαρτάται από ένα σύνολο κριτηρίων:

$$\mathbf{X}=(X_1,X_2,...,X_n)$$

Η εκτίμηση της ικανοποίησης ενός συνόλου πελατών μπορεί να θεωρηθεί σαν ένα πρόβλημα στο επιστημονικό πεδίο της Πολυκριτήριας Ανάλυσης.

Η μέθοδος MUSA ακολουθεί τις γενικές αρχές της ποιοτικής ανάλυσης παλινδρόμησης υπό περιορισμούς, χρησιμοποιώντας τεχνικές γραμμικού

προγραμματισμού για την επίλυση της [Jacquet-Lagrange and Siskos (1982), Siskos and Yannacopoulos (1985), Siskos (1985)]. Η βασική εξίσωση της γραμμικής ανάλυσης παλινδρόμησης έχει ως εξής:

$$\begin{cases} Y^* = \sum_{i=1}^n b_i X_i^* \\ \sum_{i=1}^n b_i = 1 \end{cases}$$

όπου οι συναρτήσεις Y^* και X_i^* είναι κανονικοποιημένες στο διάστημα $[0, 100]$ ενώ b_i είναι ο συντελεστής βάρους του κριτηρίου i .

Οι περιορισμοί κανονικοποίησης είναι οι εξής :

$$y^{*l} = 0, \quad y^{*a} = 100$$

$$x_i^{*l} = 0, \quad x_i^{*a} = 100 \quad \text{για } i=1, 2, \dots, n$$

Οι σχέσεις «προτίμησης» που μοντελοποιούν τους περιορισμούς μονοτονίας είναι οι εξής :

$$\begin{cases} y^{*m} \leq y^{*(m+1)} \Leftrightarrow y^m \leq y^{m+1} & \text{για } m = 1, 2, \dots, \alpha - 1 \\ x_i^{*k} \leq x_i^{*(k+1)} \Leftrightarrow x_i^k \leq x_i^{k+1} & \text{για } k = 1, 2, \dots, \alpha_i - 1 \end{cases}$$

όπου \geq προτίμηση ή ισοδυναμία,
 \leq μη προτίμηση.

Η συνάρτηση Y^* είναι η προσθετική συνάρτηση χρησιμότητας του πελάτη, ενώ οι συναρτήσεις X_i^* είναι οι μερικές συναρτήσεις χρησιμότητας του πελάτη. Η μέθοδος MUSA προσπαθεί να εκτιμήσει μία συλλογική συνάρτηση αξιών Y^* και ένα σύνολο μερικών συναρτήσεων ικανοποίησης X_i^* με βάση τις γνώμες των πελατών, έχοντας σαν αντικειμενικό σκοπό την επίτευξη της μεγαλύτερης δυνατής συμφωνίας ανάμεσα στη συνάρτηση Y^* και στις γνώμες των πελατών Y .

Με την εισαγωγή μίας διπλής μεταβλητής σφάλματος, η βασική εξίσωση της ποιοτικής ανάλυσης παλινδρόμησης έχει την ακόλουθη μορφή:

$$\tilde{Y}^* = \sum_{i=1}^n b_i X_i^* - \sigma^+ + \sigma^-$$

όπου \tilde{Y}^* είναι η εκτίμηση της συλλογικής συνάρτησης αξιών Y^* , σ^+ και σ^- είναι το σφάλμα υπερεκτίμησης και υποεκτίμησης αντίστοιχα.

Με τους ορισμούς και τις υποθέσεις που έχουν αναφερθεί, το πρόβλημα της εκτίμησης της ικανοποίησης πελατών μπορεί να μορφοποιηθεί σε ένα πρόβλημα μαθηματικού προγραμματισμού με στόχο την ελαχιστοποίηση του αθροίσματος των μεταβλητών σφάλματος υπό τους περιορισμούς:

- Βασική εξίσωση παλινδρόμησης για κάθε πελάτη,
- Περιορισμοί κανονικοποίησης των Y^* και X_i^* στο διάστημα $[0, 100]$,
- Περιορισμοί μονοτονίας των Y^* και X_i^* .

Το μέγεθος του προηγούμενου μαθηματικού προγράμματος μπορεί να ελαττωθεί, με στόχο τη μείωση της υπολογιστικής δυσκολίας εύρεσης της βέλτιστης λύσης, εξαλείφοντας το σύνολο των περιορισμών μονοτονίας. Αυτό μπορεί να επιτευχθεί με τη χρήση νέων μεταβλητών, οι οποίες εκφράζουν τα διαδοχικά βήματα αύξησης των συναρτήσεων Y^* και X_i^* . Με την εισαγωγή των μεταβλητών αυτών το μοντέλο γίνεται γραμμικό από μη γραμμικό που ήταν λόγω της βασικής εξίσωσης ποιοτικής ανάλυσης παλινδρόμησης:

$$\begin{cases} z_m = y^{*m+1} - y^{*m} & \text{για } m = 1, 2, \dots, \alpha - 1 \\ w_{ik} = b_i x_i^{*k+1} - b_i x_i^{*k} & \text{για } k = 1, 2, \dots, \alpha_i - 1 \text{ και } i = 1, 2, \dots, n \end{cases}$$

Χρησιμοποιώντας τις παραπάνω εξισώσεις οι αρχικές μεταβλητές απόφασης του γραμμικού προγράμματος γίνονται:

$$\begin{cases} y^{*m} = \sum_{t=1}^{m-1} z_t & \text{για } m = 2, 3, \dots, \alpha \\ b_i x_i^{*k} = \sum_{t=1}^{k-1} w_{it} & \text{για } k = 2, 3, \dots, \alpha_i \text{ και } i = 1, 2, \dots, n \end{cases}$$

Εισάγοντας τις νέες μεταβλητές z_m και w_{ik} και κάνοντας χρήση των παραπάνω εξισώσεων, η εξίσωση παλινδρόμησης γίνεται:

$$\sum_m z_m = \sum_i \sum_k w_{ik} - \sigma^+ + \sigma^-$$

Έστω ότι ο πελάτης j έχει εκφράσει την ικανοποίηση του με βάση τις καθορισμένες ποιοτικές κλίμακες Y και X_i :

$$\begin{cases} \text{ολική ικανοποίηση } \bar{y}^j = y^{tj} \text{ και } \bar{y}^j \in Y = \{y^1, y^2, \dots, y^{tj}, \dots, y^a\} \\ \text{μερική ικανοποίηση } \bar{\chi}^j = \chi^{tj} \text{ και } \bar{\chi}_i^j \in X_i = \{\chi_i^1, \chi_i^2, \dots, \chi_i^{tj}, \dots, \chi_i^{a_i}\} \text{ για } i = 1, 2, \dots, n \end{cases}$$

Η παραπάνω εξίσωση παίρνει την μορφή:

$$\sum_{m=1}^{t_j-1} z'_m = \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^{t_{ij}-1} w'_{ik} - \sigma_j^+ + \sigma_j^- \quad \forall j$$

Οπότε η τελική μορφή του γραμμικού προγράμματος θα είναι η εξής:

$$\begin{cases} [\min] F = \sum_{j=1}^M \sigma_j^+ + \sigma_j^- \\ \text{υπό τους περιορισμούς} \\ \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^{t_{ij}-1} w_{ik} - \sum_{m=1}^{t_j-1} z_m - \sigma_j^+ + \sigma_j^- = 0 \quad \text{για } j = 1, 2, \dots, M \\ \sum_{m=1}^{\alpha-1} z'_m = 100 \\ \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^{\alpha_i-1} w_{ik} = 100 \\ z_m \geq 0, w_{ik} \geq 0 \quad \forall m, i, k \\ \sigma_j^+ \geq 0, \sigma_j^- \geq 0 \quad \text{για } j = 1, 2, \dots, M \end{cases}$$

Όπου M είναι ο συνολικός αριθμός των πελατών.

Οι αρχικές μεταβλητές του προβλήματος υπολογίζονται με βάση την βέλτιστη λύση του προηγούμενου γραμμικού προγράμματος, αφού μπορούμε να αποδείξουμε ότι:

$$\left\{ \begin{array}{l} y^{*m} = \sum_{t=1}^{m-1} z_t \quad \text{για } m = 2, 3, \dots, \alpha \\ b_i = \frac{\sum_{t=1}^{\alpha_i-1} w_{it}}{100} \quad \text{για } i = 1, 2, \dots, n \\ x_i^{*k} = 100 \frac{\sum_{t=1}^{k-1} w_{it}}{\sum_{t=1}^{\alpha_i-1} w_{it}} \quad \text{για } i = 1, 2, \dots, n \text{ και } k = 2, 3, \dots, \alpha_i \end{array} \right.$$

Τα οριακά σημεία των συναρτήσεων ικανοποίησης y^{*l} , x_i^{*l} υπολογίζονται με βάση τους περιορισμούς κανονικοποίησης.

Η ανάλυση ευστάθειας της μεθοδολογίας MUSA αντιμετωπίζεται ως ένα πρόβλημα μεταβελτιστοποίησης (post optimality analysis), αφού το μοντέλο βασίζεται στον γραμμικό προγραμματισμό. Στη συγκεκριμένη φάση μορφοποιούνται και επιλύονται n γραμμικά προβλήματα, όσα δηλαδή και τα κριτήρια ικανοποίησης. Τα γραμμικά αυτά προβλήματα μεγιστοποιούν το βάρος b_i κάθε κριτηρίου και έχουν την μορφή :

$$\left\{ \begin{array}{l} [\max] F' = \sum_{k=1}^{\alpha_i-1} w'_{ik} \quad \text{για } i = 1, 2, \dots, n \\ \text{υπό τους περιορισμούς} \\ F \leq F^* + \varepsilon \\ \text{όλοι οι περιορισμοί του } \gamma\pi\pi \end{array} \right.$$

όπου ε είναι ένας μικρός θετικός αριθμός και F^* είναι η βέλτιστη τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης του γραμμικού προβλήματος .

Από τη μέση τιμή των βέλτιστων λύσεων που δίνουν τα γραμμικά προβλήματα υπολογίζεται μια αντιπροσωπευτική λύση για τις μεταβλητές της μεθόδου MUSA. Η συγκεκριμένη ανάλυση μεταβελτιστοποίησης επιτρέπει επιπλέον την ανάλυση ευστάθειας της βέλτιστης λύσης. Όταν το εύρος των τιμών που παίρνουν οι μεταβλητές στις διάφορες ημιβέλτιστες λύσεις είναι μικρό, τότε η βέλτιστη λύση είναι ευσταθής, στην αντίθετη περίπτωση η λύση είναι ασταθής.

3.2.3. Η μέθοδος M.H.DIS (Multi-Group Hierarchical Discrimination)

Τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά γνωρίσματα της μεθόδου M.H.DIS [Zorounidis and Doumpos (2000γ)] σε σχέση με άλλες πολυκριτήριες τεχνικές ταξινόμησης MCDA μπορούν να συνοψιστούν στις παρακάτω δύο προτάσεις:

1. Η μέθοδος M.H.DIS διακρίνει τις ομάδες σταδιακά, αρχίζοντας με τον διαχωρισμό της πρώτης ομάδας, η οποία περιέχει τις καλύτερες εναλλακτικές λύσεις σε σχέση με τις υπόλοιπες ομάδες, και συνεχίζει με τον καταμερισμό των υπολοίπων εναλλακτικών λύσεων στις άλλες ομάδες.
2. Η μέθοδος M.H.DIS υιοθετεί τρία διαφορετικά μέτρα για την διάκριση της αποκτηθείσας ποιότητας. Αρχικά πραγματοποιείται ελαχιστοποίηση του σφάλματος ταξινόμησης, σε όρους απόστασης (κανόνας L_1). Στην συνέχεια η μέθοδος ελαχιστοποιεί τον αριθμό των λανθασμένων ταξινομήσεων που εμφανίζονται μετά από το πρώτο βήμα (κανόνας L_0). Τέλος, πραγματοποιείται μεγιστοποίηση της σαφήνειας της διάκρισης που λαμβάνεται έπειτα από τα δύο προηγούμενα βήματα (κανόνας L_∞).

Ορίζουμε ως $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ το σύνολο των n εναλλακτικών λύσεων οι οποίες θα ταξινομηθούν σε q διαταγμένες ομάδες $C_1 \succ C_2 \succ \dots \succ C_q$ (η ομάδα C_1 είναι προτιμότερη από την C_2 , η C_2 είναι προτιμότερη από την C_3 , κ.λπ.). Κάθε εναλλακτική λύση περιγράφεται (αξιολογείται) σύμφωνα με ένα καθορισμένο σύνολο $G = \{g_1, g_2, \dots, g_m\}$ το οποίο αποτελείται από m κριτήρια αξιολόγησης. Η αξιολόγηση κάθε εναλλακτικής a υπό του κριτηρίου g_i συμβολίζεται ως g_{ia} .

Σύμφωνα με το σύνολο A των εναλλακτικών λύσεων, για κάθε κριτήριο αξιολόγησης καθορίζεται το σύνολο $V_i = \{g_i^1, g_i^2, \dots, g_i^{p_i}\}$, το οποίο αποτελείται από p_i διαφορετικές τιμές του κριτηρίου g_i . Οι τιμές p_i είναι διατεταγμένες σε σειρά από τη μικρότερη τιμή g_i^1 στη μεγαλύτερη τιμή $g_i^{p_i}$.

Η μέθοδος προχωρά σταδιακά στην ταξινόμηση των εναλλακτικών λύσεων στις προκαθορισμένες κατηγορίες, αρχίζοντας από την κατηγορία C_1 (καλύτερες εναλλακτικές λύσεις). Οι εναλλακτικές λύσεις που βρέθηκαν να ανήκουν στην

κατηγορία C_1 (σωστά ή λανθασμένα) αποκλείονται, προς το παρόν, από την υπόλοιπη διαδικασία. Σε δεύτερο στάδιο, στόχος είναι να προσδιοριστούν οι εναλλακτικές λύσεις που ανήκουν στην κατηγορία C_2 και εδώ όλες οι εναλλακτικές λύσεις που βρίσκονται να ανήκουν σε αυτήν την κατηγορία (σωστά ή λανθασμένα) αποκλείονται προς το παρόν, από την υπόλοιπη διαδικασία. Η ίδια διαδικασία συνεχίζεται έως ότου ταξινομηθούν όλες οι εναλλακτικές λύσεις στις προκαθορισμένες κατηγορίες. Ο αριθμός των σταδίων σε αυτήν την ιεραρχική διαδικασία διαχωρισμού είναι $q-1$ στάδια.

Κατά την διάρκεια όλης της ιεραρχικής διαδικασία διαχωρισμού, οι προτιμήσεις του αποφασίζοντα υποτίθεται ότι είναι μονότονες συναρτήσεις στην κλίμακα των κριτηρίων. Έτσι λοιπόν, καθώς η αξιολόγηση μιας εναλλακτικής λύσης σε ένα κριτήριο αυξάνεται, η απόφαση σχετικά με την ταξινόμηση της εναλλακτικής λύσης σε μια υψηλότερη (καλύτερη) κατηγορία είναι ευνοϊκότερη σχετικά με την ταξινόμηση της εναλλακτικής λύσης σε μια χαμηλότερη (χειρότερη) κατηγορία. Η απόφαση ταξινόμησης είναι βασισμένη στον ακόλουθο κανόνα:

Η ταξινόμηση μιας εναλλακτικής a σε μια από τις προκαθορισμένες κατηγορίες $C_1 > C_2 > \dots > C_q$ θα πρέπει να καθοριστεί βάσει των χρησιμοτήτων των αντίστοιχων εναλλακτικών λύσεων σχετικά με την ταξινόμηση της εναλλακτικής a . Δηλαδή στη σύγκριση της χρησιμότητας της ταξινόμησης της εναλλακτικής a στην κατηγορία C_1 σε αντιδιαστολή με τη χρησιμότητα της ταξινόμησης της εναλλακτικής a στην κατηγορία C_2 , κ.λπ.... τέλος επιλέγεται η απόφαση με την μέγιστη χρησιμότητα.

Οι χρησιμότητες που χρησιμοποιούνται στη μέθοδο M.H.DIS υπολογίζονται μέσω μιας προσθετικής συνάρτησης χρησιμότητας η οποία έχει την ακόλουθη μορφή:

$$U_k(\underline{g}) = \sum_{i=1}^m u_{ki}(g_i) \in [0,1]$$

Η συνάρτηση $U_k(\underline{g})$ συμβολίζει την χρησιμότητα της ταξινόμησης οποιασδήποτε εναλλακτικής λύσης στην κατηγορία C_k βάσει των αξιολογήσεων της εναλλακτικής λύσης σχετικά με το σύνολο κριτηρίων \underline{g} , ενώ η μεταβλητή $u_{ki}(g_i)$ δείχνει την

αντίστοιχη μερική χρησιμότητα σχετικά με την ταξινόμηση οποιασδήποτε εναλλακτικής λύσης στην κατηγορία C_k σύμφωνα με ένα ειδικό κριτήριο g_i . Η προαναφερθείσα υπόθεση σχετικά με την μονοτονία των προτιμήσεων του αποφασίζοντος στην κλίμακα των κριτηρίων συνεπάγεται ότι η συνάρτηση $u_{ki}(g_i)$ θα είναι μια αύξουσα συνάρτηση στην κλίμακα του κριτηρίου, καθώς από την άλλη μεριά η οριακή χρησιμότητα της απόφασης λαμβάνεται σύμφωνα με την ταξινόμηση της εναλλακτικής λύσης, σύμφωνα με το κριτήριο g_i , σε μια ομάδα χαμηλότερη από την C_k , το οποίο το συμβολίζουμε ως $u_{\sim ki}(g_i)$ και θα είναι μια φθίνουσα συνάρτηση στην κλίμακα του κριτηρίου.

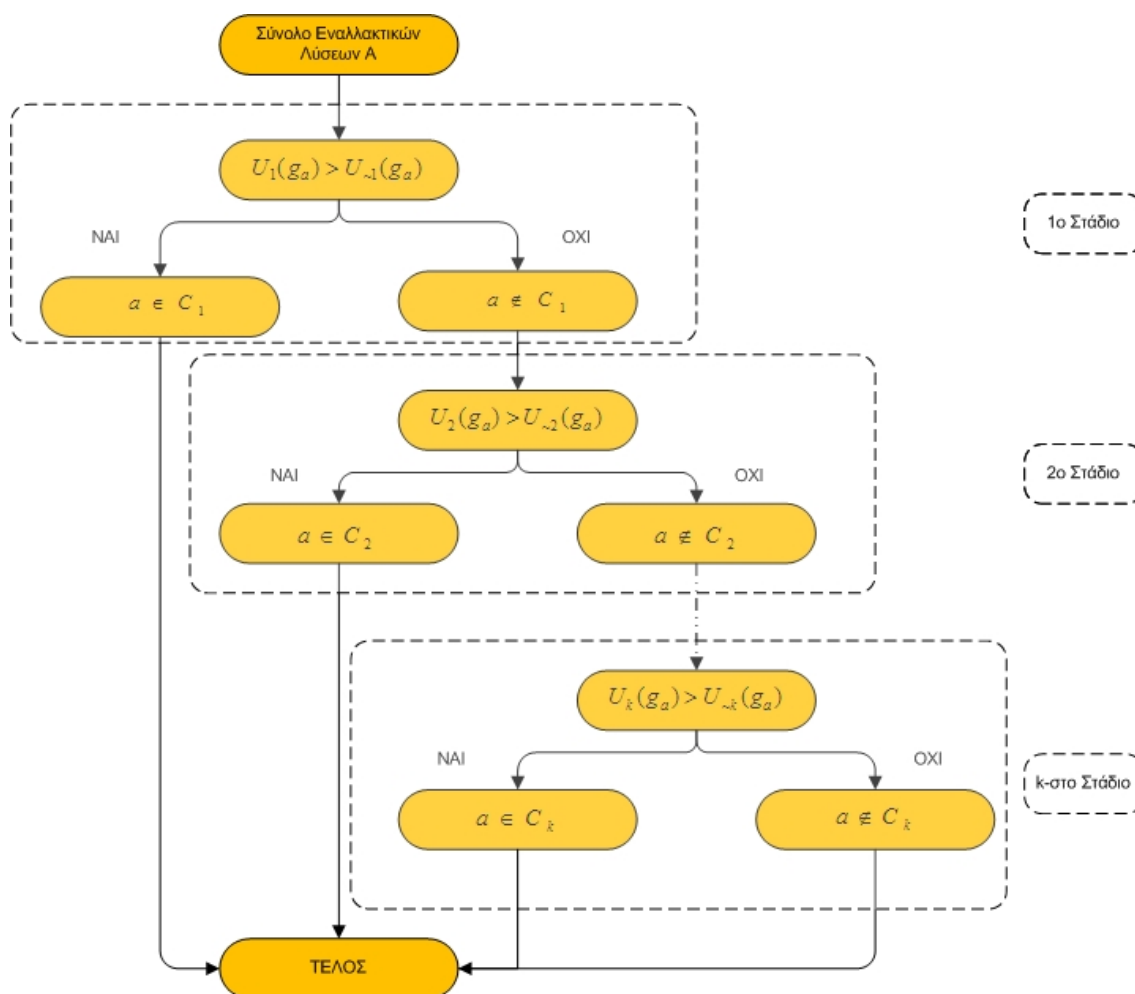
Σε κάθε στάδιο K της διαδικασίας ιεράρχησης ($k = 1 \dots q-1$), κατασκευάζονται δύο συναρτήσεις χρησιμότητας. Η πρώτη αντιστοιχεί στην χρησιμότητα της απόφασης ώστε να ταξινομηθεί μια εναλλακτική λύση στην κατηγορία C_k και συμβολίζεται ως $U_k(\underline{g})$, ενώ η δεύτερη συνάρτηση αντιστοιχεί στην χρησιμότητα της απόφασης ώστε να μην ταξινομηθεί μια εναλλακτική λύση στην κατηγορία C_k , και συμβολίζεται ως $U_{\sim k}(\underline{g})$. Και οι δύο συναρτήσεις χρησιμότητας που κατασκευάζονται ισχύουν για όλες τις υπό εξέταση εναλλακτικές λύσεις. Βασιζόμενοι πάνω σε αυτές τις δυο συναρτήσεις χρησιμότητας η κατηγοριοποίηση μιας εναλλακτικής a σύμφωνα με την αποτίμηση \underline{g}_a σχετικά με τα κριτήρια γίνεται ως εξής:

$$\left. \begin{array}{l} \text{εάν } U_k(\underline{g}_a) > U_{\sim k}(\underline{g}_a) \text{ τότε } a \in C_k \\ \text{εάν } U_k(\underline{g}_a) < U_{\sim k}(\underline{g}_a) \text{ τότε } a \notin C_k \end{array} \right\}.$$

Αν κατά τη διάρκεια της ανάπτυξης του μοντέλου βρεθούμε στην περίπτωση όπου $U_k(\underline{g}_a) = U_{\sim k}(\underline{g}_a)$ θεωρούμε ότι υπάρχει σφάλμα στην ταξινόμηση. Η χρήση της συνάρτησης χρησιμότητας για τον σκοπό εξαγωγής συμπερασμάτων σε μια τέτοια περίπτωση μας δείχνει ότι η ταξινόμηση των εναλλακτικών λύσεων δεν είναι σαφής και απαιτείται πρόσθετη ανάλυση. Αυτή η ανάλυση μπορεί να βασιστεί στην εξέταση των οριακών χρησιμοτήτων $u_{ki}(g_{ia})$ και $u_{\sim ki}(g_{ia})$ έτσι ώστε να καθορίσουμε πώς η

απόδοση των εναλλακτικών λύσεων σε κάθε ένα από τα κριτήρια αξιολόγησης έχει επιπτώσεις στην ταξινόμησή τους.

Μετά από τον κανόνα ταξινόμησης, ακολουθεί η γενική διαδικασία ιεράρχησης, η οποία παρουσιάζεται στο Σχήμα 21



Σχήμα 21. Η ιεραρχική διαδικασία ταξινόμησης της μεθόδου M.H.DIS (Πηγή: Zorounidis and Doumpos, 2000)

Σύμφωνα με την ιεραρχική διαδικασία που περιγράφεται παραπάνω, η διαδικασία της ταξινόμησης των εναλλακτικών λύσεων στις κατηγορίες q απαιτεί την ανάπτυξη $2(q-1)$ συναρτήσεων χρησιμότητας. Η εκτίμηση των συναρτήσεων χρησιμότητας της M.H.DIS ολοκληρώνεται μέσω του μαθηματικού προγραμματισμού. Σε κάθε στάδιο της διαδικασίας παράγονται δύο γραμμικά προγράμματα και ένα πρόγραμμα μικτού ακέραιου προγραμματισμού τα οποία επιλύονται ώστε να επιτύχουμε την μέγιστη τιμή των συναρτήσεων χρησιμότητας.

4. Μέθοδοι που ανήκουν στο θεωρητικό ρεύμα της Πολυκριτήριας Χρησιμότητας

4.1.Οι μέθοδοι SMART και SMARTS

Η μέθοδος SMART (Simple MultiAttribute Rating Technique), η οποία έχει περιγραφεί αναλυτικά από τους Edwards (1977), Von Winterfeldt and Edwards (1986) και Edwards and Barron (1994), αποτελεί την απλούστερη μέθοδο της θεωρίας της πολυκριτήριας χρησιμότητας (MAUT). Το γραμμικό μοντέλο της συνάρτησης χρησιμότητας που χρησιμοποιείται στη μέθοδο SMART έχει ως εξής:

$$\text{Max} \sum_{j=1}^k w_j u_{ij} \quad \forall i = 1, \dots, n$$

όπου w_j είναι το βάρος του j κριτηρίου και u_{ij} η χρησιμότητα της εναλλακτικής i στο κριτήριο j . Η τεχνική που ακολουθείται στη μέθοδο SMART αποτελείται από τα ακόλουθα στάδια:

- (α) Καθορισμός του αποφασίζοντα ή των αποφασιζόντων.
- (β) Καθορισμός των εναλλακτικών δράσεων.
- (γ) Καθορισμός των ιδιοτήτων (κριτήρια) που σχετίζονται με τη διαδικασία λήψης απόφασης. Αυτό μπορεί να γίνει με χρήση των δέντρων χρησιμότητας (Value Trees).
- (δ) Για κάθε ιδιότητα, γίνεται καθορισμός της χρησιμότητας που μετρά την απόδοση των εναλλακτικών με βάση την ιδιότητα αυτή. Ο καθορισμός αυτός μπορεί να γίνει με απευθείας βαθμολόγηση (Direct rating) ή με χρήση συναρτήσεων χρησιμότητας (Value functions). Η απευθείας βαθμολόγηση είναι προφανής για ορισμένες ιδιότητες (π.χ. κόστος), ενώ για άλλες απαιτείται εκτίμηση με βάση την ακόλουθη διαδικασία:
- (δ1) Στην καλύτερη εναλλακτική αντιστοιχίζεται η τιμή 100 και στη χειρότερη η τιμή 0.

(δ2) Για τις υπόλοιπες εναλλακτικές χρησιμοποιείται μια κλίμακα διαστημάτων (interval scale) με βάση την οποία γίνονται συγκρίσεις για τις διαφορές μεταξύ των εναλλακτικών (π.χ. η αλλαγή από την εναλλακτική Γ στην Α είναι δύο φορές καλύτερη από τη αλλαγή της Β στην Α).

(ε) Καθορισμός του βάρους κάθε ιδιότητας, χρησιμοποιώντας την τεχνική "swing weights" εφόσον χρειάζεται. Τα βάρη αυτά αντανakλούν την σπουδαιότητα κάθε ιδιότητας για τον αποφασίζοντα. Η τεχνική SWING αφορά την σύγκριση της αλλαγής από τη χειρότερη στην καλύτερη τιμή μιας εναλλακτικής σε σχέση με την αλλαγή από τη χειρότερη στην καλύτερη τιμή μιας άλλης εναλλακτικής. Η μέθοδος SMARTS προκύπτει από τη SMART με χρήση της τεχνικής SWING.

(στ) Σε κάθε εναλλακτική αντιστοιχίζεται μια σταθμισμένη μέση αξία. Η αξία αυτή αποτελεί ένα μέτρο της απόδοσης κάθε εναλλακτικής στο σύνολο των ιδιοτήτων.

(ζ) Λήψη αρχικής απόφασης με βάση τα αποτελέσματα.

(η) Χρήση ανάλυσης ευαισθησίας για καθορισμό της ευρωστίας (robustness) του αποτελέσματος. Σκοπός είναι να καθοριστεί η ευαισθησία του αποτελέσματος σε μικρές αλλαγές των δεδομένων εισόδου.

4.2.Η μέθοδος SMARTER

Η μέθοδος SMARTER προτάθηκε από τους Edwards and Barron (1994) ως βελτίωση της μεθόδου SMART. Οι βασικές σκέψεις για τη δημιουργία της μεθόδου αυτής ήταν ότι οι απλές τεχνικές που είναι ευκολότερες στη χρήση, είναι χρήσιμες για περισσότερους αποφασίζοντες και είναι περισσότερο πιθανό να εξάγουν αξιόπιστα αποτελέσματα. Οι διαφορές της μεθόδου SMARTER από τη μέθοδο SMART εντοπίζονται στα ακόλουθα σημεία:

- Οι συναρτήσεις χρησιμότητας έχουν προσεγγιστεί από απλές γραμμικές συναρτήσεις.
- Η τεχνική "swing weights" έχει προσεγγιστεί από τη μέθοδο Rank Order

Centroid (ROC) weights. Τα βάρη των k ιδιοτήτων ($w_1 \geq w_2 \geq \dots \geq w_k$) υπολογίζονται ως εξής:

$$w_1 = \frac{1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{k}}{k}$$

$$w_2 = \frac{0 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{k}}{k}$$

$$w_3 = \frac{0 + 0 + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{k}}{k}$$

$$w_4 = \frac{0 + 0 + 0 + \dots + \frac{1}{k}}{k}$$

Για παράδειγμα, για δύο μεταβλητές έχουμε:

$$w_1 = \frac{1 + \frac{1}{2}}{2} = 0.75$$

$$w_2 = \frac{0 + \frac{1}{2}}{2} = 0.25$$

Γενικά, αν ο αριθμός των ιδιοτήτων είναι K , τότε το βάρος της ιδιότητας k είναι:

$$\left(\frac{1}{k}\right) \sum_{i=k}^K \left(\frac{1}{i}\right)$$

4.3.Η μέθοδος AHP

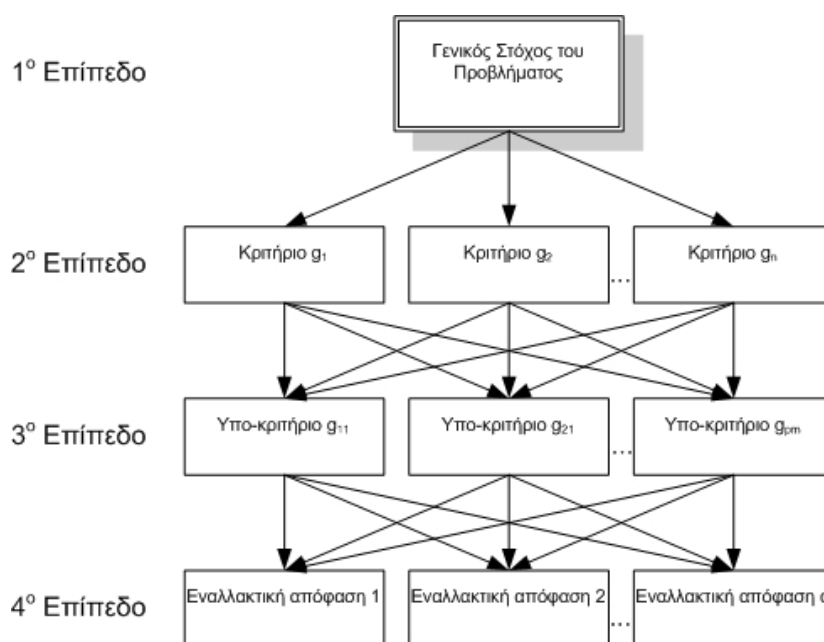
Η μέθοδος AHP (Analytic Hierarchy Process) αναπτύχθηκε από τον Saaty (1980) για την αντιμετώπιση πολύπλοκων προβλημάτων λήψης αποφάσεων υπό καθεστώς πολλαπλών κριτηρίων και ιδιαίτερα προβλημάτων η αντιμετώπιση των οποίων απαιτεί την εξέταση σύνθετων κριτηρίων (κριτήρια τα οποία αναλύονται σε

επιμέρους υποκριτήρια). Η μέθοδος, κυρίως λόγω της απλότητας της, έχει γνωρίσει τις τελευταίες δύο δεκαετίες σημαντική διάδοση, ιδίως στις ΗΠΑ, μεταξύ των ερευνητών του χώρου της πολυκριτήριας ανάλυσης αποφάσεων, αλλά και ευρύτερα μεταξύ των ερευνητών της επιστήμης των αποφάσεων. Ταυτόχρονα όμως με τη σημαντική αυτή διάδοση, η μέθοδος έχει δεχθεί και έντονη κριτική. Τα κύρια σημεία της μεθόδου παρουσιάζονται στην συνέχεια.

Η μέθοδος AHP αντιμετωπίζει ένα πολυκριτήριο πρόβλημα μέσω μιας διαδικασίας τεσσάρων σταδίων:

1. Ιεραρχική δόμηση του προβλήματος.
2. Εισαγωγή των δεδομένων.
3. Εκτίμηση των σχετικών βαρών των κριτηρίων απόφασης.
4. Συνδυασμός των σχετικών βαρών των κριτηρίων, ώστε να πραγματοποιηθεί η αξιολόγηση των εναλλακτικών δραστηριοτήτων.

Στο πρώτο στάδιο ο αποφασίζων πρέπει να δομήσει ιεραρχικά το πρόβλημα (Σχήμα 22). Στην κορυφή της ιεραρχίας τοποθετείται ο γενικός στόχος του προβλήματος. Στο δεύτερο επίπεδο τοποθετούνται τα κριτήρια απόφασης, καθένα από τα οποία αναλύεται, στα κατώτερα επίπεδα της ιεραρχίας στα επιμέρους υποκριτήρια που το συνθέτουν (μεταξύ των επιπέδων 3 και 4 της ενδεικτικής ιεραρχίας του Σχήματος 22 δύνανται να υπάρχουν και επιπλέον επίπεδα). Στο τελευταίο επίπεδο τοποθετούνται οι διάφορες εναλλακτικές λύσεις του εξεταζόμενου προβλήματος απόφασης. Οι λύσεις αυτές συνήθως αναφέρονται σε ένα περιορισμένο σύνολο εναλλακτικών δραστηριοτήτων. Σε τέτοιες περιπτώσεις η μέθοδος ουσιαστικά οδηγεί στην κατάταξη των εναλλακτικών δραστηριοτήτων από τις καλύτερες προς τις χειρότερες. Παράλληλα όμως, οι εναλλακτικές λύσεις του τελευταίου επιπέδου της ιεραρχίας δύνανται να αναφέρονται και στις επιμέρους επιλογές που διαθέτει ο αποφασίζων όταν καλείται να λάβει μια απόφαση σχετική με την ταξινόμηση των εναλλακτικών δραστηριοτήτων σε προκαθορισμένες κατηγορίες. Έτσι εάν η ταξινόμηση αφορά δύο κατηγορίες, τότε το τελευταίο στάδιο της ιεραρχίας θα περιλαμβάνει δύο στοιχεία καθένα από τα οποία θα αντιστοιχεί στην απόφαση ταξινόμησης μιας εναλλακτικής δραστηριότητας σε μια εκ των δύο κατηγοριών.



Σχήμα 22. Ιεραρχική δόμηση της διαδικασίας λήψης αποφάσεων μέσω της μεθόδου ΑΗΡ

Μετά την παραπάνω ιεραρχική δόμηση του προβλήματος, στο δεύτερο στάδιο της μεθόδου ΑΗΡ, ο αποφασίζων πρέπει να εισάγει τα δεδομένα του προβλήματος, εκφράζοντας τις προτιμήσεις του μέσω διμερών συγκρίσεων όλων των στοιχείων κάθε επιπέδου της ιεραρχίας που καθορίστηκε στο πρώτο βήμα. Συγκεκριμένα, ο αποφασίζων συγκρίνει ανά δύο όλα τα στοιχεία ενός επιπέδου μεταξύ τους υπό το πρίσμα κάθε φορά ενός στοιχείου του προηγούμενου επιπέδου της ιεραρχίας. Έτσι παρατηρώντας το Σχήμα 22, ο αποφασίζων στο πρώτο επίπεδο δεν χρειάζεται να πραγματοποιήσει καμία σύγκριση, καθώς το επίπεδο αυτό περιέχει μόνο ένα στοιχείο. Στο δεύτερο επίπεδο της ιεραρχίας θα πρέπει να συγκρίνει, ανά δύο, όλα τα στοιχεία (κριτήρια απόφασης) του επιπέδου αυτού σε σχέση με το γενικότερο στόχο του πρώτου επιπέδου. Στη συνέχεια, στο τρίτο επίπεδο ο αποφασίζων συγκρίνει όλα τα στοιχεία του επιπέδου αυτού ανά δύο, κάνοντας όμως τις συγκρίσεις αυτές υπό το πρίσμα καθενός από τα επιμέρους κριτήρια απόφασης του δεύτερου επιπέδου της ιεραρχίας. Η διαδικασία αυτή τερματίζεται με τις συγκρίσεις όλων των εναλλακτικών αποφάσεων του τελευταίου επιπέδου της ιεραρχίας, σε σχέση με τα στοιχεία του αμέσως προηγούμενου επιπέδου.

Για την έκφραση των προτιμήσεων του αποφασίζοντος κατά τη διεξαγωγή των συγκρίσεων, χρησιμοποιείται μια αριθμητική κλίμακα από το 1 έως το 9 η οποία παρουσιάζεται στον Πίνακα 3.

Πίνακας 3. Η κλίμακα προτίμησης της μεθόδου AHP

Αριθμητική τιμή	Επεξήγηση
1	Τα συγκρινόμενα στοιχεία είναι ίσης σημασίας
3	Το ένα στοιχείο είναι ελαφρά πιο σημαντικό από το άλλο
5	Το ένα στοιχείο είναι πολύ πιο σημαντικό από το άλλο
7	Το ένα στοιχείο είναι πάρα πολύ πιο σημαντικό από το άλλο
9	Το ένα στοιχείο είναι απολύτως πιο σημαντικό από το άλλο
2, 4, 6, 8	Ενδιάμεσες τιμές

Τα αποτελέσματα των συγκρίσεων που πραγματοποιεί ο αποφασίζων σε κάθε επίπεδο της ιεραρχίας διαμορφώνουν έναν πίνακα Φ διαστάσεων $n \times n$, όπου ως n συμβολίζεται το πλήθος των στοιχείων του επιπέδου της ιεραρχίας στο οποίο αναφέρεται ο πίνακας Φ .

$$\Phi = \begin{bmatrix} w_1 / w_1 & w_1 / w_2 & \dots & w_1 / w_n \\ w_2 / w_1 & w_2 / w_2 & \dots & w_2 / w_n \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ w_n / w_1 & w_n / w_2 & \dots & w_n / w_n \end{bmatrix}$$

Ως $w = (w_1, w_2, \dots, w_n)$ συμβολίζεται το διάνυσμα των πραγματικών σχετικών βαρών που αποδίδει ο αποφασίζων σε κάθε στοιχείο ενός συγκεκριμένου επιπέδου της ιεραρχίας.

Με την ολοκλήρωση των συγκρίσεων όλων των στοιχείων της ιεραρχίας, στο τρίτο στάδιο, η μέθοδος υπολογίζει τα σχετικά βάρη των στοιχείων ενός επιπέδου, σε σχέση με τα στοιχεία του αμέσως προηγούμενου επιπέδου, βάσει των οποίων έγιναν οι συγκρίσεις. Στην περίπτωση όπου όλες οι συγκρίσεις που πραγματοποίησε ο αποφασίζων είναι συνεπείς μεταξύ τους, τότε τα βάρη των στοιχείων ενός επιπέδου σε σχέση με τα στοιχεία του αμέσως προηγούμενου επιπέδου, μπορούν να υπολογισθούν μέσω της επίλυσης του ακόλουθου συστήματος γραμμικών εξισώσεων:

$$\Phi \cdot w = n \cdot w$$

Στην πλειοψηφία όμως των περιπτώσεων, και ιδιαίτερα σε πολύπλοκα προβλήματα, λήψης αποφάσεων όπου η ιεραρχική δόμηση του προβλήματος είναι μεγάλων διαστάσεων, οι συγκρίσεις που πραγματοποιεί ο αποφασίζων δεν είναι απολύτως συνεπείς μεταξύ τους, με αποτέλεσμα ο πίνακας Φ να περιέχει ασυνέπειες (inconsistencies). Επομένως, θα πρέπει να γίνει μια εκτίμηση των πραγματικών σχετικών βαρών, βάση της σχέσης:

$$\bar{\Phi} \cdot \bar{w} = \lambda_{\max} \cdot \bar{w}$$

όπου $\bar{\Phi}$ είναι ο πίνακας των συγκρίσεων που έγιναν από τον αποφασίζοντα, λ_{\max} είναι η μέγιστη ιδιοτιμή του πίνακα $\bar{\Phi}$ ($\lambda_{\max} \geq n$) και είναι \bar{w} η εκτίμηση του διανύσματος w των πραγματικών σχετικών βαρών.

Στο τέταρτο και τελευταίο στάδιο της μεθόδου AHP, γίνεται ο συνδυασμός των σχετικών βαρών των στοιχείων όλων των επιπέδων ώστε να αξιολογηθούν οι εναλλακτικές αποφάσεις του τελευταίου επιπέδου (επίπεδο k) της ιεραρχίας σε σχέση με το πρώτο επίπεδο που περιλαμβάνει το στόχο του προβλήματος. Η αξιολόγηση αυτή πραγματοποιείται πολλαπλασιάζοντας όλους τους πίνακες των εκτιμώμενων σχετικών βαρών των στοιχείων όλων των επιπέδων:

$$C[1, k] = \prod_{j=2}^k B_j$$

όπου, $C[1, k]$ είναι ο πίνακας των βαρών των στοιχείων του k επιπέδου (αξιολόγηση των εναλλακτικών αποφάσεων), σε σχέση με το γενικό στόχο του προβλήματος (το πρώτο επίπεδο της ιεραρχίας), και B_j είναι ο πίνακας των εκτιμώμενων σχετικών βαρών των στοιχείων του επιπέδου j της ιεραρχίας σε σχέση με όλα τα στοιχεία του επιπέδου $j-1$. Η αξιολόγηση των εναλλακτικών αποφάσεων του τελευταίου επιπέδου της ιεραρχίας, μέσω της παραπάνω διαδικασίας, αποδίδει ένα σκορ στην κάθε εναλλακτική απόφαση. Έτσι, στην περίπτωση όπου το εξεταζόμενο πρόβλημα αφορά την λήψη μιας

απόφασης σχετικής με την ταξινόμηση μιας εναλλακτικής δραστηριότητας σε κάποια από τις προκαθορισμένες κατηγορίες, τότε λαμβάνεται η απόφαση για την οποία το αντίστοιχο στοιχείο του τελευταίου επιπέδου λαμβάνει το υψηλότερο σκορ βάσει της προαναφερθείσας διαδικασίας των τεσσάρων σταδίων.

4.4.Modified AHP

Ως επέκταση της μεθόδου AHP δημιουργήθηκε η Modified AHP [Belton, V. And Gear, T. (1983), Dyer, J. (1990)] η οποία έχει ως σκοπό της να εξαλείψει ορισμένα αδύναμα σημεία της AHP. Χαρακτηριστικά πλεονεκτήματα της Modified AHP είναι τα εξής:

- ☐ Η μέθοδος παράγει ασθενή γραμμική κατάταξη των εναλλακτικών.
- ☐ Η μέθοδος επιτρέπει στις διάφορες τιμές οποιονδήποτε ζεύγους εναλλακτικών να ποσοτικοποιηθούν.
- ☐ Η μεθοδολογία την οποία χρησιμοποιεί η μέθοδος για να προσδιορίσει τα βάρη στα κριτήρια είναι σχετικά απλή και προφανής. Αυτή η μέθοδος είναι αρκετά εύκολη από τους αποφασίζοντες στο να την κατανοήσουν.
- ☐ Σε αντίθεση με την MAVT η μέθοδος δεν υποθέτει την ολοκληρωτική μεταβατικότητα στις προτιμήσεις των αποφασιζόντων. Είναι επιθυμητός ένας ιδιαίτερος βαθμός ασυνέπειας, ο οποίος σε πολλά σενάρια απόφασης είναι πραγματικός.
- ☐ Εξαιτίας της μεθόδου αυτής χρησιμοποιούμε την συνάρτηση αξιών για τον υπολογισμό του $v(v_{ij})$ και τα αποτελέσματα της είναι ανεξάρτητα από τον αριθμό των εναλλακτικών του συνόλου A. Αντίθετα με την μέθοδο AHP αυτή εδώ δεν είναι ευπαθής στην μεταστροφή της κατάταξης.

Η διατύπωση της μεθόδου έχει ως ακολούθως. Για κάθε κριτήριο k_i και κάθε εναλλακτική a_j ορίζουμε μια μεταβλητή v_{ij} η οποία αναπαριστά την απόδοση της a_j υπό του κριτηρίου k_i . Οι αποδόσεις υπολογίζονται χρησιμοποιώντας τον παρακάτω τύπο:

$$v(v_{ij}) = \frac{v_{ij} - \min[v_{ij}]}{\max[v_{ij}] - \min[v_{ij}]}$$

Όπου $\min[v_{ij}]$ και $\max[v_{ij}]$ είναι η μικρότερη και η μεγαλύτερη αντίστοιχα πιθανή τιμή της μεταβλητής v_{ij} υπό του κριτηρίου k_i . Πριν τον υπολογισμό της $v(v_{ij})$ υπολογίζουμε το βάρος w_i για κάθε κριτήριο k_i σύμφωνα με την μεθοδολογία της AHP. Στην συνέχεια κατασκευάζεται ένας πίνακας P διαστάσεων $(m \times m)$ ο οποίος περιλαμβάνει όλες τις συγκρίσεις ανά ζεύγη, με την τιμή του ρ_{ij} να είναι ίση με την σημαντικότητα του κριτηρίου k_i σε σχέση με το κριτήριο k_j και με αυτές τις συγκρίσεις να ποσοτικοποιούνται σε μια κλίμακα από το 1/9 έως το 9.

Το χαρακτηριστικό άνυσμα $\bar{\rho}$ αντιστοιχεί στο καλύτερο άνυσμα του πίνακα P , υπολογίζεται και κανονικοποιείται παράγοντας το $\bar{\rho}'$ όπου

$$\bar{\rho}'_i = \frac{\bar{\rho}_i}{\sum_{i=1}^n \bar{\rho}_i}$$

Με $\sum_{i=1}^n \bar{\rho}'_i = 1$. Κάθε βάρος w_i τότε θέτεται ίσο με το $\bar{\rho}'_i$ και η ολική τιμή του $v(\alpha_j)$ προσδιορίζεται για κάθε εναλλακτική α_j , όπου

$$v(\alpha_j) = \sum_{i=1}^n w_i v(v_{ij})$$

Οι εναλλακτικές είναι ταξινομημένες σε σειρά με βάση τις προσδιορισμένες προτεραιότητες τους έτσι ώστε για κάθε δύο εναλλακτικές α_e και α_f το $\alpha_e \succ \alpha_f$ εάν και μόνο εάν $v(\alpha_e) > v(\alpha_f)$ με την διαφορά μεταξύ τους να είναι ίση με $v(\alpha_e) - v(\alpha_f)$.

4.5. Multiattribute Value Theory (MAVT)

Η Multiattribute Value Theory έχει απασχολήσει τους παρακάτω ερευνητές Keeney, R. L. and Raiffa, H. (1993), Dyer, J. and Sarin, R. (1979), Dyer, J. (2005). Για

κάθε κριτήριο k_i προσδιορίζεται μια τιμή στην μεταβλητή v_{ij} για κάθε εναλλακτική a_j αναπαριστώντας την απόδοση της εναλλακτικής. Για κάθε κριτήριο k_i προσδιορίζουμε μια συνάρτηση μοναδικού κριτηρίου, η οποία παίρνει το v_{ij} σαν είσοδο της και σαν έξοδο έχει την χρησιμότητα $u(v_{ij})$ η οποία παίρνει τιμές από $0 \leq u(v_{ij}) \leq 1$. Για ένα δεδομένο κριτήριο k_i αυτή η συνάρτηση ορίζεται ως εξής, θέτουμε στην χρησιμότητα την τιμή 1 στο κριτήριο a_j με το μεγαλύτερο v_{ij} και την τιμή 0 στο κριτήριο a_j με το μικρότερο v_{ij} .

Το v_{ij} στο οποίο οι διαφορές μεταξύ της μέγιστης και της ελάχιστης τιμής του είναι ίσες η χρησιμότητα παίρνει την τιμή 0,5. Αυτή η διαδικασία επαναλαμβάνεται έτσι ώστε να προσδιοριστούν για όλα τα v_{ij} οι τιμές τις χρησιμότητας. Οι τιμές που μπορεί να πάρει η χρησιμότητα σε συνάρτηση βέβαια με το v_{ij} είναι 0.25, 0.75, συνεχίζοντας με τον ίδιο τρόπο μπορούμε έτσι να ορίσουμε όλες τις τιμές της $u(v_{ij})$.

Ύστερα από έναν επαρκή αριθμό τέτοιων υπολογισμών προσδιορίζεται η συνάρτηση αξιών για το κριτήριο k_i με την προσαρμογή των σημείων που προήλθαν από τους παραπάνω υπολογισμούς, η ακρίβεια της συνάρτησης αξιών αυξάνεται καθώς αυξάνεται και ο αριθμός των υπολογισμών. Το βάρος w_i για κάθε κριτήριο k_i προσδιορίζεται κατά τον ίδιο τρόπο.

Για δυο ίσης προτίμησης εναλλακτικές a_e και a_f έχουμε ότι: $u(v_{1e}) \neq u(v_{1f})$, $u(v_{2e}) \neq u(v_{2f})$ και $u(v_{ie}) = u(v_{if})$ για $i = 3, 4, \dots, n$ (εάν το σύνολο A δεν περιλαμβάνει δυο εναλλακτικές οι οποίες να ικανοποιούν τις παραπάνω απαιτήσεις, τότε υποθέτουμε δύο εναλλακτικές a_e και a_f οι οποίες διαφέρουν από τις παραπάνω τιμές, έως ότου ικανοποιηθούν οι παραπάνω απαιτήσεις).

Για κάθε a_j ορίζουμε το $u(a_j)$ ίσο με την ολική τιμή, σύμφωνα με τον παρακάτω τύπο:

$$u(a_j) = \sum_{i=1}^n w_i u(v_{ij})$$

Επειδή όμως οι εναλλακτικές a_e και a_f έχουν την ίδια προτίμηση, συνεπάγεται ότι $v(a_e) = v(a_f)$. Μέσω της παραπάνω συνάρτησης έχουμε ότι:

$$w_1 v(v_{1e}) + w_2 v(v_{2e}) + \dots + w_n v(v_{ne}) = w_1 v(v_{1f}) + w_2 v(v_{2f}) + \dots + w_n v(v_{nf})$$

Δεδομένου επίσης ότι $v_{ie} = v_{if}$ για $i=3, 4, \dots, n$

$$w_1 v(v_{1e}) + w_2 v(v_{2e}) = w_1 v(v_{1f}) + w_2 v(v_{2f})$$

Τότε

$$\frac{w_1}{w_2} = \frac{v(v_{2e}) - v(v_{2f})}{v(v_{1f}) - v(v_{1e})}$$

Επαναλαμβάνοντας την παραπάνω διαδικασία για $n-2$ φορές υπολογίζουμε τα w_2, w_3, \dots, w_n σε σχέση με το w_1 . Οι τιμές κανονικοποιούνται έτσι ώστε $\sum_{i=1}^n w_i = 1$.

Οι εναλλακτικές ταξινομούνται σε σειρά με βάση τις τιμές που προκύπτουν από τον υπολογισμό του $v(a_j)$. Έτσι για οποιεσδήποτε δυο εναλλακτικές a_e και a_f , λέμε ότι η a_e υπερέχει της a_f $a_e \succ a_f$ εάν και μόνο εάν $v(a_e) > v(a_f)$ με την διαφορά μεταξύ των τιμών των εναλλακτικών a_e και a_f είναι ίση με $v(a_e) - v(a_f)$.

Μερικά από τα πλεονεκτήματα της μεθόδου είναι ότι:

- Η μέθοδος παράγει ασθενής γραμμική κατάταξη των εναλλακτικών.
- Η μέθοδος επιτρέπει τις διάφορες τιμές μεταξύ οποιονδήποτε ζεύγους εναλλακτικών να ποσοτικοποιηθούν.
- Η μέθοδος δεν κάνει καμία υπόθεση που να αφορά τον τύπο του μοναδικού κριτηρίου που χρησιμοποιείτε στην συνάρτηση αξιών για τον υπολογισμό του $v(v_{ij})$. Ο υπολογισμός της ποσότητας αυτής από την μέθοδο MAVT την καθιστά περισσότερο ικανή να αντανakλά τις ακριβείς προτιμήσεις των αποφασιζόντων.
- Η μεθοδολογία της MAVT είναι παρόμοια με αυτή που χρησιμοποιείται από την κοινή λογική των αποφασιζόντων. Συνεπώς η μέθοδος αυτή είναι πολύ εύκολη από τους αποφασίζοντες στο να την κατανοήσουν.

- Η MAVT χρησιμοποιεί συναρτήσεις αξιών για να υπολογίσει την ποσότητα $u(v_{ij})$, τα αποτελέσματα της είναι ανεξάρτητα από τον αριθμό των εναλλακτικών του συνόλου A . Σε αντίθεση με την AHP η μέθοδος δεν είναι ευπαθής στην αντιστροφή της κατάταξης.

Αντίθετα τα παρακάτω χαρακτηριστικά της μεθόδου θεωρούνται μερικά από τα μειονεκτήματά της:

- Καθώς η μέθοδος βρίσκεται στην κατηγορία των μεθόδων που συναθροίζουν της συνάρτηση αξιών, η χρήση αυτής της μεθόδου απαιτεί την υπόθεση ότι η απόδοση των εναλλακτικών σε σχέση με τα κριτήρια μπορεί να αποτιμηθεί με βάση μια κοινή κλίμακα. Αυτό είναι μια ισχυρή υπόθεση και σε πολλά σενάρια απόφασης έχει αποδειχθεί ως αβάσιμη.
- Ο αποφασίζων θα πρέπει να είναι ικανός να αποδίδει μια κλιμακωτή σταθερά σε κάθε κριτήριο. Αυτή η απαίτηση μπορεί να είναι δύσκολη να πραγματοποιηθεί βοηθάει όμως επίσης στη αύξηση της υποκειμενικότητας της μεθόδου.
- Η απαίτηση ότι μια αριθμητική τιμή v_{ij} θα πρέπει να προσδιοριστεί σε κάθε εναλλακτική a_j με βάση το κριτήριο k_i περιορίζει την αποτελεσματικότητα αυτής της μεθόδου μόνο για τα σενάρια απόφασης στα οποία η απόδοση των εναλλακτικών μπορεί εύκολα να ποσοτικοποιηθεί.
- Η κατασκευή της αθροιστικής συνάρτησης αξιών χρησιμοποιώντας την MAVT μπορεί εύκολα να γίνει σύνθετη.

Κεφάλαιο 3

Έμπειρα Συστήματα

1. Εισαγωγή – Ορισμός

Τα έμπειρα συστήματα αποτελούν το γνωστότερο πεδίο εφαρμογής της τεχνητής νοημοσύνης. Είναι προγράμματα, που συνδυάζουν τη γνώση των ειδικών και προσπαθούν να επιλύσουν ειδικά προβλήματα, μιμούμενα τη διαδικασία της λογικής των ανθρώπων.

Η ανάπτυξη τους άρχισε από τα τέλη της δεκαετίας του 1960. Την περίοδο αυτή οι προσπάθειες ήταν στραμμένες προς την επίλυση προβλημάτων γενικού σκοπού (general-purpose problem solver) η οποία είχε αναπτυχθεί από τους Newell και Simon (1972) στη προσπάθεια τους για δημιουργία ενός «νοήμονος υπολογιστή». Σε ένα πρωτοπόρο άρθρο τους, οι Newell and Simon (1958), ανέπτυξαν την ιδέα ότι ένα σύστημα, που θα χρησιμοποιεί κανόνες παραγωγής (production rules), θα μπορεί να μοντελοποιήσει μερικές μορφές ανθρώπινης διαδικασίας επίλυσης προβλημάτων. Το πέρασμα όμως από τα προγράμματα γενικού σκοπού στα προγράμματα ειδικού σκοπού έγινε στα μέσα της δεκαετίας του 1960 με την ανάπτυξη του DENDRAL από τον Feigenbaum στο Πανεπιστήμιο του Stanford. Η παρατήρηση, ότι η γνώση, που απαιτείται για την διεξαγωγή ειδικών εργασιών, ήταν υψηλότερου επιπέδου από την γνώση της κοινής λογικής που χρησιμοποιείτο μέχρι τότε στην ανάπτυξη συστημάτων Τεχνητής Νοημοσύνης.(T.N), οδήγησε στη ραγδαία ανάπτυξη των Έμπειρων Συστημάτων (ΕΣ). [Goodman et al., (1991)]. Από τα μέσα της δεκαετίας του '70 άρχισε η συνεχής ανάπτυξη τέτοιων συστημάτων, τα οποία απαιτούσαν την επεξεργασία μεγάλης μάζας εξειδικευμένης γνώσης. Η ισχύς ενός ΕΣ εξαρτάται κυρίως από τη γνώση που διαθέτει και όχι από τους χρησιμοποιούμενους φορμαλισμούς αναπαράστασης της γνώσης ή τους μηχανισμούς εξαγωγής συμπερασμάτων.

Από τις αρχές του '80 οι τεχνολογίες ανάπτυξης ΕΣ, που περιορίζονταν σε πανεπιστημιακούς μόνο χώρους, άρχισαν να εφαρμόζονται για την ανάπτυξη

εμπορικών εφαρμογών (R-I, XCON, XSEL, CATS-1 κ.α.). Ταυτόχρονα άρχισαν οι προσπάθειες ανάπτυξης ειδικών εργαλείων, που θα συνέβαλαν στην ταχύτερη ανάπτυξη ΕΣ (EMYCIN, AGE, KAS, EURISKO, M.I, EXSYS κ.α.) και τα οποία άρχισαν να εμφανίζονται στην αγορά από το 1983. Στην ραγδαία ανάπτυξη των ΕΣ. οδήγησε η από μέρους τους κάλυψη υπαρχόντων αναγκών της αγοράς. Η όλο και αυξανόμενη ανάγκη για όσο το δυνατόν πιο εξειδικευμένες συμβουλές, σε όλα τα επίπεδα αφενός και αφετέρου η έλλειψη και το υψηλό κόστος εξειδικευμένου προσωπικού ώθησε τις επιχειρήσεις να επενδύσουν τεράστια ποσά για την ανάπτυξη έμπειρων συστημάτων.

Για το τι είναι όμως τελικά είναι τα ΕΣ έχουν διατυπωθεί διάφοροι ορισμοί και οι οποίοι εξαρτώνται από την γωνία που ο κάθε ένας προσεγγίζει τα ΕΣ. (Turban, 1992; 1993). Γενικά οι ορισμοί μπορούν να χωρισθούν σε αυτούς που στηρίζονται στο τι κάνει ένα ΕΣ. και σε αυτούς, που ασχολούνται με το πώς το κάνει. Στη συνέχεια παρατίθενται μερικοί από τους ορισμούς που έχουν δοθεί κατά καιρούς.

Ο Feigenbaum (1982) θεωρεί ότι ένα έμπειρο σύστημα είναι ένα έξυπνο πρόγραμμα το οποίο για να λύσει κάποιο πρόβλημα, που είναι αρκετά δύσκολο ώστε να απαιτεί σημαντική εμπειρία για την επίλυση του, χρησιμοποιεί ειδική γνώση και διαδικασίες εξαγωγής συμπερασμάτων. Η γνώση που είναι απαραίτητη για τη λειτουργία σε αυτό το επίπεδο, μαζί με τις διαδικασίες εξαγωγής συμπερασμάτων, μπορεί να θεωρηθούν σαν ένα μοντέλο εμπειρίας των καλύτερων ειδικών του χώρου.

Ο Hayes-Roth (1984), αναφέρει ότι τα βασιζόμενα στη γνώση έμπειρα συστήματα ή όπως για συντομία τα αποκαλεί, τα συστήματα γνώσης χρησιμοποιούν ανθρώπινη γνώση για να επιλύσουν προβλήματα, που για να επιλυθούν κανονικά χρειάζονται ανθρώπινη νοημοσύνη.

Έμπειρο σύστημα είναι εκείνο που αφενός μεν χειρίζεται πραγματικά σύνθετα προβλήματα, που απαιτούν την παρουσία ειδικού, αφετέρου δε επιλύει τέτοια προβλήματα χρησιμοποιώντας ένα υπολογιστικό μοντέλο λογικής ειδικού,

καταλήγοντας στα ίδια συμπεράσματα που ένας ειδικός θα έφτανε αν αντιμετώπιζε ένα ανάλογο πρόβλημα. Ένα ΕΣ. προσπαθεί να συλλάβει αρκετή από τη γνώση ενός ειδικού έτσι, ώστε να επιλύει με έμπειρο τρόπο τα προβλήματα [Weiss and Kulikowski, (1984)].

Τον επόμενο χρόνο ο Sell δίνει τον ορισμό ότι ένα ΕΣ. είναι ένα σύστημα βασισόμενο στη γνώση που προσομοιάζει τη σκέψη του ειδικού προκειμένου να επιλύσει σημαντικά προβλήματα σε ένα ξεχωριστό πεδίο.

Ο Hart (1986) εκτιμά ότι τα ΕΣ. είναι προγράμματα, τα οποία εκτελούν εργασίες τις οποίες συνήθως κάνουν οι ειδικοί. Αυτά ενσωματώνουν τη γνώση ειδικών και την ικανότητα τους να χρησιμοποιούν αυτή τη γνώση για να επιλύουν προβλήματα. Τα προγράμματα αυτά περιορίζονται από τον τύπο των εργασιών που μπορούν να εκτελέσουν, αλλά παρουσιάζουν την εξειδίκευση τους κατά την προσέγγιση κατάλληλων προβλημάτων. Σε τέτοια προγράμματα η γνώση κωδικοποιείται δημιουργώντας έτσι ισχυρά εργαλεία.

Ο Kumara (1986) θεωρεί ότι ένα ΕΣ. είναι ένα εργαλείο που έχει την ικανότητα να κατανοεί την ιδιαίτερη γνώση ενός προβλήματος και χρησιμοποιώντας ευφυώς τη γνώση, του πεδίου αυτού, να προτείνει εναλλακτικές ενέργειες.

Οι Curry and Moutinho, (1991) θεωρούν ότι Έμπειρα Συστήματα είναι προγράμματα με τα οποία γίνεται προσπάθεια να αναπαρασταθεί η συμπεριφορά ενός ειδικού κάποιου τομέα. Τα συστήματα αυτά διαθέτουν γνώση και εμπειρία και είναι ικανά με τη χρήση λογικής να παρέχουν συμβουλές ή να παίρνουν αποφάσεις έχοντας την ικανότητα να αιτιολογούν το πώς οδηγούνται σε αυτές.

Οι Doukidis (1988), Doukidis and Paul, (1992) και Δουκίδης και Αγγελίδης (1992), συνδυάζοντας το τι και το πώς κάνει ένα έμπειρο σύστημα ορίζουν ότι έμπειρο σύστημα είναι ένα πρόγραμμα που βοηθά το χρήστη, παρέχοντας πληροφορίες σε κάποιο ιδιαίτερο πεδίο. Αυτό το κάνει χειριζόμενο πληροφορίες, σχετικές με ένα χώρο,

που παρέχονται από μια σειρά από «ειδικούς» του χώρου αυτού. Ένα άλλο σημαντικό χαρακτηριστικό ενός έμπειρου συστήματος είναι ότι έχει την δυνατότητα να εξηγεί/αιτιολογεί τις χρησιμοποιηθείσες μεθόδους για τη παροχή πληροφοριών.

2. Βασικά Χαρακτηριστικά Έμπειρων συστημάτων

Τα βασικά χαρακτηριστικά για την ανάπτυξη ενός ΕΣ είναι τα εξής:

- I. Η ανάπτυξη ενός ΕΣ βασίζεται στην περιγραφή της αντιμετώπισης ενός προβλήματος από τον άνθρωπο.
- II. Το επίκεντρο της ανάπτυξης ενός ΕΣ είναι η αναπαράσταση της εμπειρίας, δηλαδή της γνώσης που αντλείται από τους ανθρώπους μέσω της πρακτικής και των παραδειγμάτων.

Όπως είναι φανερό από τα παραπάνω, τα έμπειρα συστήματα αφορούν μόνο έναν αυστηρά καθορισμένο χώρο προβλήματος. Ο περιορισμός του χώρου του προβλήματος που αντιμετωπίζει το ΕΣ αποφέρει την υψηλή απόδοση του συστήματος στην αντιμετώπιση του συγκεκριμένου προβλήματος για το οποίο αναπτύχθηκε. Παράλληλα όμως ο περιορισμός αυτός στερεί από το ΕΣ τη δυνατότητα εφαρμογής του στο χώρο οποιουδήποτε άλλου προβλήματος. Αντιθέτως, η γνώση που σχετίζεται με τη διαδικασία μέσω της οποίας θα αξιοποιηθεί η γνώση που αφορά το εξεταζόμενο πρόβλημα, είναι ανεξάρτητη από το χώρο του προβλήματος και διαχωρίζεται από τη γνώση που το αφορά.

Προκειμένου να γίνει δυνατή η αντιμετώπιση ενός συγκεκριμένου προβλήματος από το κατάλληλο ΕΣ, θα πρέπει ο χώρος του προβλήματος να πληρεί τις παρακάτω προϋποθέσεις [Klein and Methlie, (1995)]:

- a. Θα πρέπει οι αποφάσεις να βασίζονται σε ένα αυστηρά καθορισμένο σύνολο κριτηρίων.
- b. Οι τιμές των κριτηρίων θα πρέπει να είναι γνωστές
- c. Θα πρέπει να είναι γνωστός ο ακριβής τρόπος με τον οποίο οι

αποφάσεις εξάγονται βάσει ορισμένων κριτηρίων απόφασης.

Όπως αναφέρθηκε παραπάνω, σκοπός των έμπειρων συστημάτων είναι να κωδικοποιήσουν σε ένα πληροφοριακό σύστημα, την ακολουθούμενη τεχνική επίλυσης του συγκεκριμένου προβλήματος από τον/τους ειδικό(ούς). Έτσι η γνώση αυτή μπορεί να γίνει προσιτή σε άτομα τα οποία δεν διαθέτουν τις γνώσεις, την εμπειρία και το απαραίτητο θεωρητικό υπόβαθρο για την διεκπεραίωση ορισμένων ενεργειών και τα οποία χρησιμοποιώντας το ΕΣ μπορούν να επιλύσουν προβλήματα, σε διαφορετική περίπτωση θα έπρεπε να αντιμετωπιστούν από τους ειδικούς. Έτσι, αφού οι ειδικοί είναι σπάνιοι ενώ η εμπειρία και οι γνώσεις τους είναι περιζήτητες, τα έμπειρα συστήματα έρχονται να υποστηρίξουν τους αποφασίζοντες σε εξειδικευμένα θέματα.

3. Διαφορά Έμπειρου Συστήματος και Συστήματος Υποστήριξης Αποφάσεων

Ένα ΕΣ μπορεί να:

- a) Καταλήγει σε συμπεράσματα,
- b) Επεξηγεί τα συμπεράσματα αυτά.

Το συμπέρασμα μπορεί να περιλαμβάνει μια διάγνωση ή μια συμβουλή. Θα πρέπει βέβαια να τονιστεί ότι το σύνολο των δυνατών συμπερασμάτων θα πρέπει να έχει εκ του προτέρου καθοριστεί [Klein and Methlie, (1995)]. Αυτό που θα κάνει το ΕΣ είναι να επιλέξει από το σύνολο των δυνατών συμπερασμάτων, εκείνο που προκύπτει σύμφωνα με τα δεδομένα του εξεταζόμενου προβλήματος.

Προκειμένου το ΕΣ να καταλήξει σε ένα συμπέρασμα, επικοινωνεί μέσω ενός δομημένου διαλόγου με το χρήστη, ώστε να αποκτήσει τις αναγκαίες πληροφορίες που θα το οδηγήσουν σε κάποιο συμπέρασμα. Παρ' όλη την αλληλεπιδραστική φύση της επικοινωνίας του χρήστη με το ΕΣ, το δεύτερο έχει

πάντα τον έλεγχο, θέτοντας τις ερωτήσεις, στις οποίες θα πρέπει ο χρήστης να απαντήσει.

Σε αντίθεση με τα ΣΥΑ όπου ο χρήστης έχει πάντα τον έλεγχο και μπορεί να ζητήσει από το σύστημα δεδομένα ή υπολογισμούς, στα ΕΣ δεν μπορεί άμεσα να επηρεάσει τη διαδικασία εξαγωγής συμπερασμάτων. Έμμεσα μπορεί να την επηρεάσει μέσα από τις απαντήσεις που δίνει στις ερωτήσεις που τίθενται από το ΕΣ.

Η εξαγωγή μιας απόφασης δεν αποτελεί και το τελικό στάδιο της διαδικασίας λήψης της απόφασης. Ο αποφασίζων θα πρέπει να υποστηρίξει την απόφαση στην οποία κατέληξε, αιτιολογώντας την απόφαση του και επεξηγώντας τα στοιχεία (δεδομένα) που τον οδήγησαν σε αυτή. Επομένως η παροχή επεξηγήσεων είναι μια λειτουργία βασικής σημασίας την οποία διαθέτουν τα ΕΣ και μέσα από την οποία παρέχουν επεξηγήσεις σχετικά με τη διαδικασία που ακολουθήθηκε για την εξαγωγή ενός συμπεράσματος. Η πιο κοινή μορφή επεξηγήσεων είναι αυτή η οποία ονομάζεται αναδρομική επεξήγηση, και η οποία αφορά στο ΠΩΣ εξάχθηκε ένα συγκεκριμένο συμπέρασμα. Το ΕΣ στην περίπτωση αυτή θα παρουσιάσει τα επιμέρους συμπεράσματα και δεδομένα τα οποία το οδήγησαν στο συμπέρασμα αυτό.

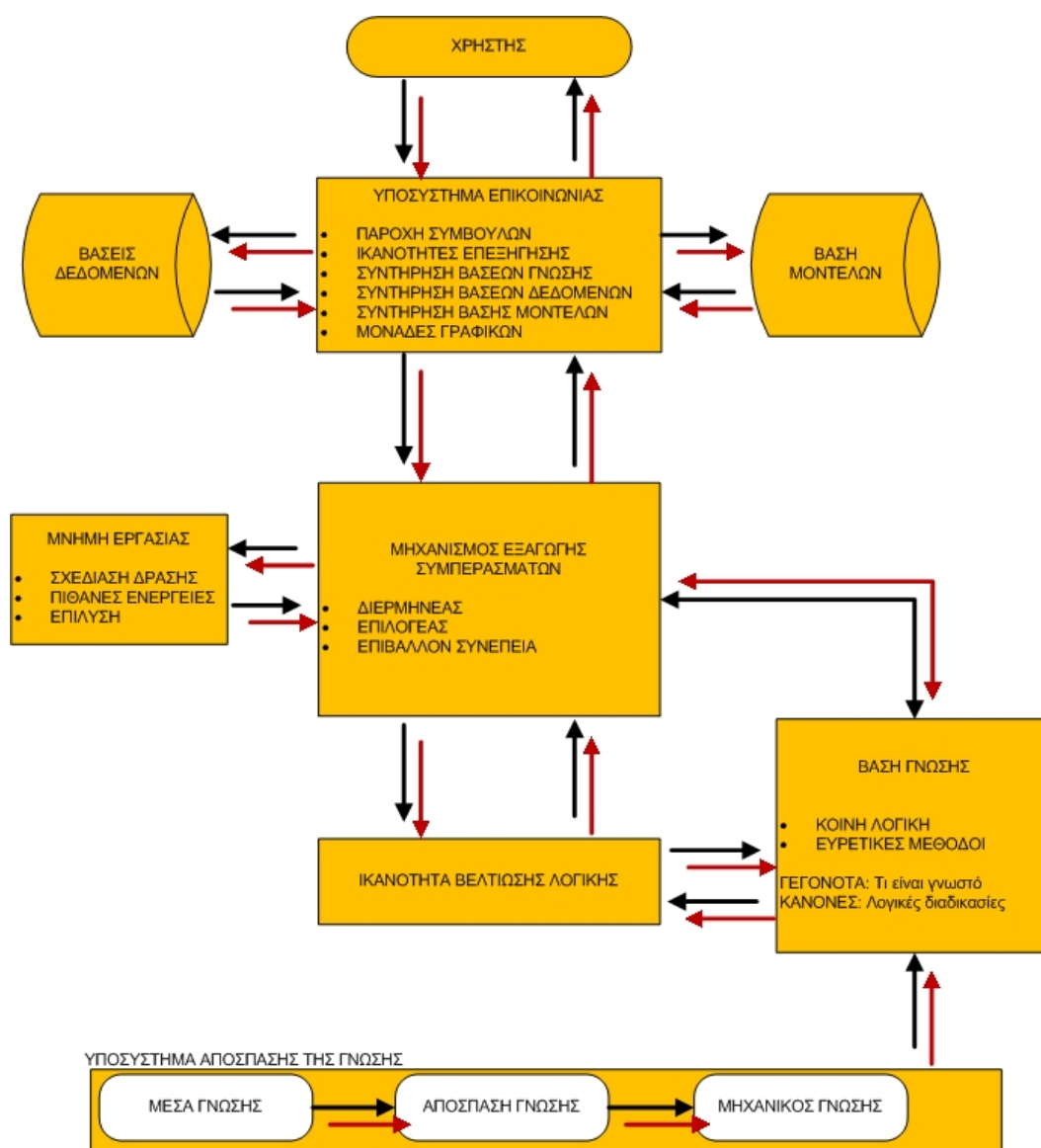
Η δεύτερη πιο κοινή μορφή επεξηγήσεων αφορά το ΓΙΑΤΙ το ΕΣ θέτει στο χρήστη μια συγκεκριμένη ερώτηση. Ορισμένες φορές εκτός από τις παραπάνω δυο μορφές επεξηγήσεων, είναι απαραίτητη και η συνολική περιγραφή της διαδικασίας εξαγωγής του συμπεράσματος. Τότε παρουσιάζονται όλοι οι κανόνες οι οποίοι εμπλέκονται στη διαδικασία, ακόμα και αυτοί που δεν εκτελούνται. Αυτή η μορφή επεξήγησης είναι πολύ χρήσιμη κυρίως στο μηχανικό γνώσης κατά τη διάρκεια ανάπτυξης του ΕΣ, αλλά μπορεί και ο χρήστης να επωφεληθεί από αυτή

4. Δομή των έμπειρων συστημάτων.

Σύμφωνα με τον Turban (1993), τέσσερα είναι τα κύρια τμήματα ενός ΕΣ:

- I. Η βάση γνώσης
- II. Ο μηχανισμός εξαγωγής συμπερασμάτων
- III. Το υποσύστημα επικοινωνίας
- IV. Τα μέσα απόκτησης γνώσης και ο μηχανισμός γνώσης.

Στο Σχήμα 23 παρουσιάζονται τα παραπάνω βασικά δομικά μέρη ενός ΕΣ, καθώς και ο τρόπος με τον οποίο συνδέονται μεταξύ τους ώστε να επιτευχθεί η σωστή λειτουργία του συστήματος.



Σχήμα 23. Δομή Έμπειρου Συστήματος

Στη συνέχεια παρουσιάζονται και αναλύονται λεπτομερώς τα βασικά δομικά μέρη ενός ΕΣ καθώς και ο τρόπος με τον οποίο αυτά συνδέονται μεταξύ τους, ώστε να επιτευχθεί η σωστή λειτουργία του.

4.1. Η βάση γνώσης.

Η βάση γνώσης αφορά τον χώρο ενός συγκεκριμένου προβλήματος και περιλαμβάνει όλη την γνώση που χρησιμοποιείται από έναν ειδικό αυτού του προβλήματος. Η γνώση αυτή μπορεί να περιλαμβάνει, την περιγραφή των αντικειμένων, την περιγραφή της συμπεριφοράς του ειδικού κατά την αντιμετώπιση του προβλήματος, τους διάφορους περιορισμούς του προβλήματος, κλπ. Επίσης γίνονται οι περιγραφές των αντικειμένων και των μεταξύ τους σχέσεων. Στην ορολογία των έμπειρων συστημάτων οι περιγραφές αυτές ονομάζονται γεγονότα (facts). Τα γεγονότα μπορούν να εισαχθούν στο έμπειρο σύστημα από το χρήστη, μέσω μιας βάσης δεδομένων ή να εξαχθούν μέσα από μια συλλογιστική διαδικασία από το ίδιο το έμπειρο σύστημα. Τα γεγονότα δηλώνονται στη βάση γνώσης, δίνοντας για παράδειγμα το όνομα και το πεδίο τιμών τους. Κάθε γεγονός μπορεί να συνοδεύεται και από ένα κείμενο το οποίο θα εμφανίζεται όταν θα ζητηθεί η τιμή του από το χρήστη.

Οι κύριοι τρόποι αναπαράστασης της γνώσης των ειδικών στη βάση γνώσης ενός ΕΣ είναι οι ακόλουθοι τρεις:

- Κανόνες παραγωγής.

Η κύρια μέθοδος που χρησιμοποιείται για την αναπαράσταση της συμπεριφοράς του ειδικού κατά την επίλυση ενός προβλήματος στη βάση γνώσης του ΕΣ στηρίζεται στη χρήση των κανόνων παραγωγής (production rules). Ένας κανόνας παραγωγής έχει τη γενική μορφή:

EAN συνθήκες

TOTE συμπέρασμα

Το πρώτο μέρος ενός κανόνα παραγωγής περιλαμβάνει τις συνθήκες, μπορεί επίσης να περιέχει και μια απλή συνθήκη ή έναν αριθμό απλών συνθηκών ο συνδυασμός των οποίων επιτυγχάνεται με τη χρησιμοποίηση των λογικών τελεστών AND, OR και NOT. Το δεύτερο μέρος ενός κανόνα παραγωγής περιλαμβάνει το συμπέρασμα του κανόνα, το οποίο μπορεί να είναι μια ενέργεια ή μια τιμή. Όταν όλες οι συνθήκες επαληθευθούν τότε ισχύει το συμπέρασμα του κανόνα.

Το συμπέρασμα ενός κανόνα παραγωγής μπορεί να μην περιλαμβάνει απλά ορισμένα εξαγόμενα νέα γεγονότα, αλλά μπορεί να περιλαμβάνει διάφορες ενέργειες οι οποίες θα πρέπει να εκτελεστούν εφόσον οι συνθήκες του κανόνα επαληθευτούν. Τέτοιες ενέργειες μπορούν να είναι το σημείο της βάσης γνώσης προς το οποίο θα πρέπει να στραφεί η έρευνα, η εκτέλεση ενός μοντέλου, μιας διαδικασίας, η παρουσίαση μιας αναφοράς ή ενός μηνύματος. Κάθε κανόνας παραγωγής αναπαριστά ένα κομμάτι γνώσης και είναι ανεξάρτητος από τους υπόλοιπους. Είναι επομένως εύκολη η επέκταση του πεδίου δράσης και των δυνατοτήτων του ΕΣ, προσθέτοντας επιπλέον κανόνες στην βάση γνώσης του.

Σε μεγάλες βάσεις γνώσης και προκειμένου να επιταχυνθεί η διαδικασία μέσα από την οποία το ΕΣ καταλήγει σε κάποιο συμπέρασμα, οι κανόνες χωρίζονται σε υποσύνολα κανόνων, καθένα από τα οποία αντιστοιχεί σε ένα τμήμα του εξεταζόμενου προβλήματος. Σε αυτές τις περιπτώσεις ιδιαίτερο ρόλο παίζουν οι μετα-κανόνες. Ένας μετα-κανόνας [Pinson, (1989), (1992), Turban (1993)] είναι ένας κανόνας, ο οποίος περιγράφει το πως θα πρέπει να χρησιμοποιηθούν ή να μεταβληθούν άλλοι κανόνες, ενώ παράλληλα ελέγχει και καθοδηγεί τη διαδικασία εξαγωγής συμπερασμάτων. Με τη χρήση των μετα-κανόνων μπορεί να μεταβληθεί η φυσική ροή του ελέγχου των κανόνων από το ΕΣ, καθώς επίσης μπορούν να μεταβληθούν και οι ίδιοι οι κανόνες.

- Εννοιολογικά Δίκτυα.

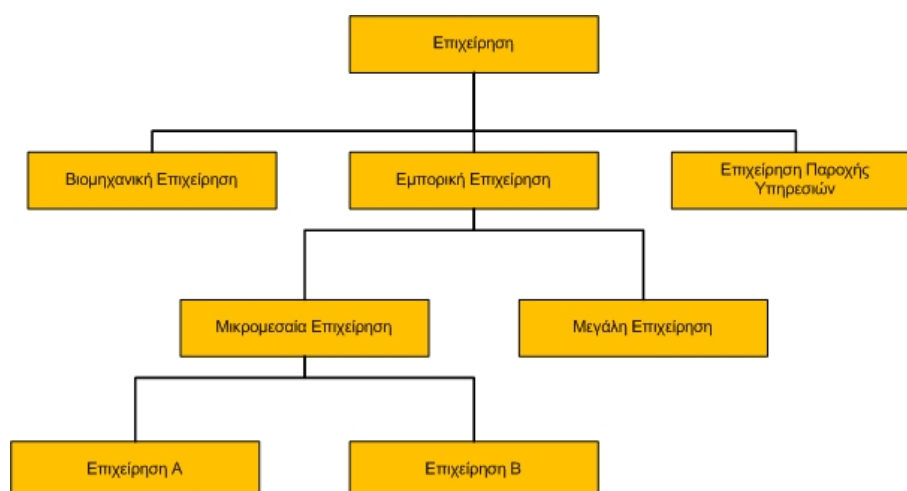
Εκτός από τους κανόνες παραγωγής ένας άλλος τρόπος αναπαράστασης είναι τα εννοιολογικά δίκτυα [Turban, (1993); Duchessi and Belardo, S. 1987; Mui and McCarthy, (1987)]. Τα εννοιολογικά δίκτυα αποτελούνται από κόμβους οι οποίοι

συνδέονται μεταξύ τους μέσω συνδέσμων. Οι κόμβοι αναπαριστούν διάφορα γεγονότα, όπως φυσικά αντικείμενα, έννοιες ή καταστάσεις, ενώ οι σύνδεσμοι καθορίζουν τις σχέσεις μεταξύ των γεγονότων αυτών. Με τον τρόπο αυτό επιτυγχάνεται η ιεραρχική δόμηση των εννοιών και των γεγονότων του προβλήματος, με συνέπεια ο κάθε κόμβος να «κληρονομεί» τα χαρακτηριστικά όλων των υπόλοιπων κόμβων με τους οποίους σχετίζεται. Το γεγονός αυτό αποτελεί ένα βασικό πλεονέκτημα της χρησιμοποίησης των εννοιολογικών δικτύων για την αναπαράσταση της γνώσης. Παρόλα αυτά η ανεύρεση ενός συγκεκριμένου αντικειμένου μέσα σε ένα εννοιολογικό δίκτυο είναι συνήθως μια ιδιαίτερα πολύπλοκη διαδικασία. Για το λόγο αυτό, τα εννοιολογικά δίκτυα έχουν βρει περισσότερες εφαρμογές στο χώρο της τεχνητής νοημοσύνης παρά στα έμπειρα συστήματα.

- Πλαίσια.

Ένας ακόμα δημοφιλής τρόπος αναπαράστασης της γνώσης είναι τα πλαίσια [Heuer et al., (1988)]. Ένα πλαίσιο είναι μια δομή δεδομένων, η οποία περιλαμβάνει όλη τη γνώση σχετικά με ένα αντικείμενο. Τα πλαίσια ουσιαστικά αποτελούν μια εφαρμογή των τεχνικών του αντικειμενοστραφούς προγραμματισμού (object-oriented programming) στους χώρους της τεχνητής νοημοσύνης και των έμπειρων συστημάτων.

Όπως και στην περίπτωση των εννοιολογικών δικτύων, έτσι και στην περίπτωση των πλαισίων, ιδιαίτερη σημασία έχει η ιεραρχική δόμηση των εννοιών. Πιο συγκεκριμένα τα πλαίσια δομούνται ιεραρχικά με τα ανώτερα επίπεδα της ιεραρχίας να περιγράφουν τις πιο αφηρημένες έννοιες, ενώ τα κατώτερα επίπεδα περιγράφουν τις πιο ειδικές έννοιες



Σχήμα 24. Ιεραρχία πλαισίων για την περιγραφή της έννοιας "Επιχείρηση"
(Πηγή: Turban, 1993)

Στο Σχήμα 24 παρουσιάζεται μια ιεραρχία πλαισίων που περιγράφουν την έννοια "επιχείρηση". Όπως φαίνεται η κορυφή του δέντρου (η ρίζα του) αφορά την πιο αφηρημένη έννοια, ενώ το κατώτερο επίπεδο του δέντρου αφορά παραδείγματα της έννοιας αυτής.

Ένα πλαίσιο περιλαμβάνει δύο βασικά στοιχεία: τις εγκοπές (slots) και τις όψεις (facets). Η εγκοπή είναι ένα σύνολο χαρακτηριστικών που περιγράφουν το αντικείμενο που περιγράφεται από ένα πλαίσιο. Στο παράδειγμα των επιχειρήσεων, η εγκοπή του πλαισίου «εμπορική επιχείρηση» μπορεί να περιλαμβάνει το χαρακτηριστικό «μέγεθος». Η κάθε εγκοπή περιλαμβάνει διάφορες όψεις, στις οποίες αποθηκεύεται γνώση ή/και διαδικασίες σχετικά με το χαρακτηριστικό της εγκοπής (πχ. τη τιμή του χαρακτηριστικού, το διάστημα των τιμών του, ενέργειες οι οποίες θα πρέπει να πραγματοποιηθούν όταν ζητηθεί η τιμή του χαρακτηριστικού, κλπ.).

4.2. Μέσα Γνώσης και ο Μηχανικός Γνώσης

Το κύριο πρόβλημα στην ανάπτυξη ενός έμπειρου συστήματος είναι η μοντελοποίηση του προβλήματος, η απόσπαση της γνώσης από τους ειδικούς

(knowledge acquisition) και η αναπαράσταση της στη βάση γνώσης του ΕΣ [Barr and Feigenbaum, (1982)].

Ο ειδικός πάνω σε ένα συγκεκριμένο τομέα, είναι ένα άτομο το οποίο διαθέτει την ειδική γνώση που αφορά τον τομέα αυτό, την εμπειρία και τη γνώση των μεθόδων που χρησιμοποιούνται και μπορεί να εφαρμόσει τις γνώσεις του για την παροχή συμβουλών και την επίλυση προβλημάτων πάνω στον τομέα του. Ο ειδικός είναι αυτός που παρέχει τη γνώση σχετικά με τον τρόπο με τον οποίο ενεργεί στις εργασίες τις οποίες θα πρέπει να διεξάγει το ΕΣ.

Η απόσπαση της γνώσης από τους ειδικούς επιτυγχάνεται μέσα από τη συνεργασία τους με το μηχανικό γνώσης. Ο μηχανικός γνώσης είναι εκείνος που θα αποσπάσει τη γνώση από τον ειδικό, θα την κωδικοποιήσει και θα την αναπαραστήσει μέσα στη βάση γνώσης του ΕΣ. Η διαδικασία μέσα από την οποία αποσπάται η γνώση που αφορά το χώρο ενός συγκεκριμένου προβλήματος, προκειμένου να αντιμετωπιστεί από ένα ΕΣ περιλαμβάνει τα εξής πέντε στάδια [Hayes-Roth et al., (1983)]:

- 1 Καθορισμός του χώρου του προβλήματος και των χαρακτηριστικών του:** Αρχικά καθορίζεται το πρόβλημα και τα κύρια χαρακτηριστικά του. Το πρόβλημα μπορεί να διασπαστεί σε διάφορα μικρότερα επιμέρους προβλήματα, ενώ παράλληλα καθορίζονται και οι πηγές από τις οποίες θα μπορούσαν να αντληθούν οι απαραίτητες πληροφορίες.
- 2 Καθορισμός των εννοιών:** Καθορίζονται οι έννοιες που χρησιμοποιούνται για την περιγραφή των αντικειμένων, καθώς και των μεταξύ τους σχέσεων μέσα στο χώρο του προβλήματος.
- 3 Δόμηση της γνώσης:** Στο στάδιο αυτό αποσπάται όλη η απαραίτητη γνώση και αναπαρίσταται στη βάση γνώσης, με τη χρησιμοποίηση του καταλληλότερου τρόπου αναπαράστασης (π.χ κανόνες, πλαίσια).
- 4 Εφαρμογή:** Ακολουθεί η εισαγωγή και ο προγραμματισμός της γνώσης στον ηλεκτρονικό υπολογιστή. Μπορούν επίσης στο ίδιο στάδιο να γίνουν και

διάφορες βελτιώσεις και αλλαγές στη γνώση που έχει αντληθεί.

- 5 Έλεγχος της ορθότητας της γνώσης:** Το τελευταίο αυτό στάδιο αφορά τον έλεγχο (από το μηχανικό γνώσης σε συνεργασία με τους ειδικούς) της γνώσης και της λογικής μέσω της οποίας οδηγείται το ΕΣ σε κάποιο συμπέρασμα, με την εφαρμογή της σε διάφορα παραδείγματα. Ανάλογα με τη γνώμη των ειδικών για τα αποτελέσματα της εφαρμογής των παραδειγμάτων, μπορούν να γίνουν αλλαγές των κανόνων της βάσης γνώσης

Μια εναλλακτική προσέγγιση η οποία έχει προταθεί προκειμένου να ξεπεραστεί το πρόβλημα της απόσπασης της γνώσης από τους ειδικούς, βασίζεται στην επαγωγική μάθηση [Holland et al., (1986) ; Michalski, (1983)].

Επαγωγική μάθηση είναι η διαδικασία κατά την οποία έχοντας ως δεδομένα συγκεκριμένες παρατηρήσεις σχετικά με ένα αντικείμενο, διατυπώνεται με επαγωγικό τρόπο ένας ισχυρισμός ο οποίος ανταποκρίνεται στις παρατηρήσεις αυτές [Michalski, (1983)].

Με άλλα λόγια, οι επαγωγικές τεχνικές προσπαθούν να αναπτύξουν κανόνες απόφασης αναλύοντας μια σειρά παραδειγμάτων που σχετίζονται με το εξεταζόμενο πρόβλημα απόφασης. Ορισμένες από τις πιο γνωστές μεθόδους επαγωγικής μάθησης είναι η μέθοδος CLA (Concept Learning Algorithm), [Messier and Hansen, (1988), Michalopoulos and Zopounidis, 1990, Quinlan, (1979); (1983)], ο αναδρομικός αλγόριθμος διαφοροποίησης (RPA-Recursive Partitioning Algorithm), [Cronan et al., (1991)] , καθώς και οι γενετικοί αλγόριθμοι (Genetic algorithms) [Goldberg, (1989)].

4.3.Ο μηχανισμός εξαγωγής συμπερασμάτων.

Για να αξιοποιήσει το ΕΣ τη γνώση που είναι αποθηκευμένη στη βάση γνώσης του, πρέπει να ακολουθήσει μια συλλογιστική διαδικασία, στην οποία θα χρησιμοποιηθούν οι πληροφορίες που περιέχονται στη βάση γνώσης, ώστε να εξαχθεί ένα συμπέρασμα. Οι τεχνικές, που αφορούν τον τρόπο με τον οποίο θα χειριστεί το ΕΣ

τις πληροφορίες που έχουν αποθηκευτεί στη βάση γνώσης, εμπεριέχονται στο μηχανισμό εξαγωγής συμπερασμάτων, που ουσιαστικά αποτελεί το «μυαλό» του ΕΣ.

Ο μηχανισμός εξαγωγής συμπερασμάτων αποτελεί το μηχανισμό ελέγχου του ΕΣ. Χρησιμοποιεί τη γνώση που περιέχεται στη βάση γνώσης ώστε να εξαχθούν τα αποτελέσματα. Ο μηχανισμός εξαγωγής συμπερασμάτων αποφασίζει σχετικά με τους κανόνες που θα πρέπει να εκτελεστούν, καθώς και τη σειρά με την οποία θα εκτελεστούν. Προκειμένου ο μηχανισμός εξαγωγής συμπερασμάτων να μπορέσει να καταλήξει σε κάποια συμπεράσματα από τους κανόνες παραγωγής, χρησιμοποιεί απλή λογική. Δηλαδή έχοντας ως δεδομένο το γεγονός Α και τον κανόνα ΕΑΝ Α ΤΟΤΕ Β, ο μηχανισμός εξαγωγής συμπερασμάτων συμπεραίνει το ότι ισχύει το γεγονός Β.

Ένα ΕΣ φθάνει στο τελικό συμπέρασμα μέσα από μια σειρά στοιχειωδών επιμέρους συμπερασμάτων. Όταν ένα γεγονός συμπεραίνεται, τότε αυτόματα δημιουργείται ένα νέο σύνολο δεδομένων, βάσει των οποίων εξετάζονται οι κανόνες. Έτσι εξάγονται συνεχώς νέα συμπεράσματα και πληροφορίες βάσει των οποίων το ΕΣ καταλήγει στο τελικό συμπέρασμα.

Δύο είναι κυρίως οι μεθοδολογίες που χρησιμοποιούνται από το μηχανισμό εξαγωγής συμπερασμάτων (Turban, 1993):

1. Η μέθοδος της ορθής συλλογιστικής (forward chaining),
2. Η μέθοδος της ανάστροφης συλλογιστικής (backward chaining).

Η μέθοδος της ορθής συλλογιστικής είναι καθοδηγούμενη από τα δεδομένα (data driven), δηλαδή τα δεδομένα είναι αυτά που καθοδηγούν τον έλεγχο της βάσης γνώσης από το μηχανισμό εξαγωγής συμπερασμάτων. Η μέθοδος της ορθής συλλογιστικής ξεκινά έχοντας ορισμένα αρχικά δεδομένα. Βάσει των δεδομένων αυτών, ο μηχανισμός εξαγωγής θα ελέγξει τη βάση γνώσης με σκοπό να ανακαλύψει κανόνες οι οποίοι επαληθεύονται από τα υπάρχοντα δεδομένα. Όταν ανακαλυφθεί ένας τέτοιος κανόνας, τότε το συμπέρασμα του προστίθεται στα υπάρχοντα δεδομένα και

έτσι δημιουργείται ένα νέο σύνολο δεδομένων. Η ίδια διαδικασία επαναλαμβάνεται ώστε τελικά οι πληροφορίες που έχουν συλλεχθεί να οδηγήσουν στην εξαγωγή ενός συμπεράσματος από το ΕΣ. Με τη μέθοδο της ορθής συλλογιστικής, η έρευνα μέσα στη βάση γνώσης μπορεί να κατευθυνθεί σε συγκεκριμένα σύνολα κανόνων, αυξάνοντας έτσι την ικανότητα του ΕΣ να καταλήγει σε συμπεράσματα.

Η μέθοδος της ανάστροφης συλλογιστικής, σε αντίθεση με τη μέθοδο της ορθής συλλογιστικής είναι καθοδηγούμενη από το στόχο (goal driven), δηλαδή ανάλογα με το στόχο που προσπαθεί να ελέγξει το ΕΣ, καθορίζεται και η πορεία ελέγχου της βάσης γνώσης από το μηχανισμό εξαγωγής συμπερασμάτων. Σύμφωνα με τη μέθοδο της ανάστροφης συλλογιστικής, ο μηχανισμός εξαγωγής συμπερασμάτων ξεκινά έχοντας ως δεδομένο το στόχο που πρέπει να ελεγχθεί. Στη συνέχεια ο μηχανισμός εξαγωγής συμπερασμάτων ελέγχει τη βάση γνώσης ώστε να ανακαλύψει έναν κανόνα το συμπέρασμα του οποίου περιέχει τον ελεγχόμενο στόχο. Οι συνθήκες του κανόνα αυτού γίνονται στη συνέχεια οι νέοι στόχοι της έρευνας και οι οποίοι θα πρέπει να ελεγχθούν. Η παραπάνω διαδικασία συνεχίζεται έτσι ώστε τελικά να γίνει δυνατή η εξαγωγή ενός συμπεράσματος σχετικά με τον αρχικό στόχο της έρευνας. Με τη μέθοδο της ανάστροφης συλλογιστικής, η πορεία του αλληλεπιδραστικού διαλόγου συστήματος - χρήστη, μπορεί να μεταβάλλεται ανάλογα με τα συμπεράσματα και τις πληροφορίες που προκύπτουν από την έρευνα των κανόνων της βάσης γνώσης.

4.4. Το υποσύστημα επικοινωνίας.

Κλειδί για την επιτυχημένη ανάπτυξη ενός ΕΣ είναι το υποσύστημα επικοινωνίας (user interface). Όσο πιο εύκολη είναι η χρήση του συστήματος τόσο πιο πολύ θα μπορέσει να βοηθήσει τον χρήστη, ο οποίος πολλές φορές συμβαίνει να είναι ένα άτομο χωρίς ιδιαίτερη εμπειρία και εξοικείωση με τη χρήση των υπολογιστών. Έτσι οι ανάγκες του χρήστη που απαιτούν την παροχή όσο το δυνατόν περισσότερων δυνατοτήτων από το σύστημα, χωρίς όμως αυτό να γίνεται πολύπλοκο, καθιστούν αναγκαία τη σχεδίαση ενός φιλικού υποσυστήματος επικοινωνίας του χρήστη με το σύστημα.

Μέσω του υποσυστήματος επικοινωνίας ο χρήστης μπορεί να έλθει σε επαφή με το ΕΣ εισάγοντας τα δεδομένα σε αυτό. Μπορεί να ελέγξει και να διαχειρισθεί τη βάση γνώσης, να δει τα συμπεράσματα στα οποία κατέληξε το ΕΣ και να πάρει τις επεξηγήσεις του σχετικά με αυτά. Παράλληλα μέσω του υποσυστήματος επικοινωνίας το ΕΣ αποκτά τη δυνατότητα επικοινωνίας και χρησιμοποίησης των δυνατοτήτων άλλων συστημάτων. Με τον τρόπο αυτό γίνεται δυνατή η ενοποίηση των ΕΣ με άλλα συστήματα υποστήριξης αποφάσεων, με σκοπό την ολοκλήρωση και τη βελτίωση των συμβουλών που παρέχονται στο χρήστη.

Η ποιότητα του υποσυστήματος επικοινωνίας εξαρτάται από το τι βλέπει ο χρήστης, από το τι πρέπει να ξέρει για να χρησιμοποιήσει το σύστημα αλλά και από τις ενέργειες που πρέπει να κάνει ώστε να πάρει τα επιθυμητά αποτελέσματα. Οι κυριότεροι τρόποι που χρησιμοποιούνται ώστε να γίνει δυνατή η σωστή και φιλική επικοινωνία μεταξύ του ΕΣ και του χρήστη είναι οι εξής:

1. **Μενού επιλογών:** Ο χρήστης έχει μια λίστα δυνατών επιλογών, από την οποία διαλέγει εκείνη την οποία θέλει να πραγματοποιήσει. Η επιλογή γίνεται με τη χρησιμοποίηση κάποιας συσκευής επικοινωνίας, όπως το πληκτρολόγιο του υπολογιστή ή το ποντίκι (mouse). Τα μενού εμφανίζονται με μια λογική ιεραρχική σειρά, ξεκινώντας από τα βασικά μενού και καταλήγοντας στα διάφορα επιμέρους μενού
2. **Γλώσσα εντολών:** Ο χρήστης στην περίπτωση αυτή επικοινωνεί με το ΕΣ δίνοντας κάποιες εντολές, τις οποίες θα πρέπει να πληκτρολογήσει.
3. **Ερωτήσεις και απαντήσεις:** Το ΕΣ θέτει ερωτήσεις στο χρήστη, στις οποίες αυτός πρέπει να απαντήσει με μια φράση ή μια πρόταση. Αντίστοιχα ο χρήστης μπορεί και αυτός να κάνει ερωτήσεις προς το σύστημα στις οποίες αυτό απαντά.
4. **Φυσική γλώσσα:** Με τον τρόπο αυτό διεξάγεται ένας διάλογος συστήματος χρήστη, όμοιος με αυτό που θα γινόταν μεταξύ δυο ανθρώπων. Αυτή τη στιγμή ο διάλογος συστήματος χρήστη με τη χρησιμοποίηση φυσικής γλώσσας γίνεται μέσω του πληκτρολογίου. Πάνω στον τομέα αυτό γίνονται έρευνες, από την πλευρά των ερευνητών στο χώρο της τεχνητής νοημοσύνης,

σχετικά με τη δυνατότητα επικοινωνίας συστήματος χρήστη με τη χρησιμοποίηση ομιλίας.

5. **Χρησιμοποίηση αντικειμένων:** Με τον τρόπο αυτό διάφορα αντικείμενα όπως εικόνες ή σύμβολα αντιστοιχίζονται σε συγκεκριμένες λειτουργίες του ΕΣ. Ο χρήστης μπορεί να τα χρησιμοποιήσει εύκολα και γρήγορα για να εκτελέσει τις λειτουργίες στις οποίες αντιστοιχούν.

Κεφάλαιο 4

Βάση Γνώσης

1. Εισαγωγή

Στο κεφάλαιο αυτό θα ασχοληθούμε με την ανάπτυξη της βάσης γνώσης του έμπειρου συστήματος. Όπως αναφέραμε και παραπάνω η βάση γνώσης αφορά τον χώρο ενός συγκεκριμένου προβλήματος ο οποίος αναπαρίσταται μέσα από αυτήν. Ο μηχανικός γνώσης συντάσσει κανόνες και να τους εισάγει στην βάση έτσι ώστε να οδηγείται κάθε φορά σε ένα θεμιτό συμπέρασμα. Οι τρόποι αναπαράστασης της γνώσης στην βάση όπως έχουμε αναφέρει είναι τρεις, αυτοί είναι:

- Οι κανόνες παραγωγής
- Τα εννοιολογικά δίκτυα
- Τα Πλαίσια

Εμείς στην ανάπτυξη της βάσης θα χρησιμοποιήσουμε κυρίως τους κανόνες παραγωγής.

Σε πρώτο στάδιο και πριν ακόμη ξεκινήσουμε να δομούμε την βάση γνώσης, θα πρέπει να ορίσουμε τα κριτήρια απόφασης που θα χρησιμοποιήσουμε. Τα κριτήρια αυτά έχουν προκύψει από την διεξοδική μελέτη όλων των πολυκριτήριων τεχνικών ανάλυσης που παρουσιάστηκαν στο Κεφάλαιο 2. Στην συνέχεια έχοντας ως δεδομένα τα κριτήρια απόφασης αρχίζουμε να κατασκευάζουμε την βάση γνώσης χρησιμοποιώντας τους κανόνες παραγωγής. Η μορφή των κανόνων παραγωγής που θα χρησιμοποιήσουμε είναι η εξής:

EAN συνθήκες – κριτήρια απόφασης

TOTE προτεινόμενες μέθοδοι

Θα πρέπει βέβαια να σημειώσουμε εδώ ότι το έμπειρο σύστημα θα έχει ως σκοπό να παρουσιάσει στον αποφασίζοντα ποια ή ποιες είναι οι καταλληλότερες μέθοδοι

επίλυσης για το πολυκριτήριο πρόβλημα που θέτει κάθε φορά και όχι να του υποδείξει ποια μέθοδο να χρησιμοποιήσει, την τελική απόφαση την παίρνει ο ίδιος ο αποφασίζων από μόνος του.

2. Κριτήρια απόφασης

Στο Κεφάλαιο 2 παρουσιάσαμε όλες τις πολυκριτήριες μεθόδους ανάλυσης που μπορέσαμε να συλλέξουμε μέσα από την διαθέσιμη βιβλιογραφία. Εδώ τώρα θα προσδιορίσουμε τα απαραίτητα κριτήρια απόφασης που προκύπτουν από την ανάλυση των μεθόδων και τα οποία θα χρησιμοποιήσουμε για να δομήσουμε την βάση γνώσης. Βέβαια δεν είναι δυνατόν να συμπεριλάβουμε στην ανάλυση μας όλες τις πολυκριτήριες μεθόδους που παρουσιάσαμε, μιας και η πολυπλοκότητα και η ποικιλομορφία των μεθόδων καθιστούν απαγορευτική την λεπτομερή τους ανάλυση σε κριτήρια και την περεταίρω κατηγοριοποίηση αυτών. Επιλέξαμε λοιπόν μερικές από τις πιο αντιπροσωπευτικές μεθόδους, για τις οποίες μάλιστα έχουν παρουσιαστεί και εφαρμογές. Βέβαια έχουμε προσπαθήσει να συμπεριλάβουμε όσο το δυνατόν περισσότερες μεθόδους έτσι ώστε η έρευνα που κάνουμε να αντιπροσωπεύει το σύνολο των μεθόδων αλλά και των προβλημάτων. Οι μέθοδοι που θα χρησιμοποιήσουμε στην ανάλυση μας είναι οι εξής:

- A. Όλοι οι μέθοδοι της οικογένειας ELECTRE
- B. Οι μέθοδοι της οικογένειας PROMETHEE (πλην των μεθόδων PROMETHEE III και IV λόγω έλλειψης στοιχείων)
- C. Όλοι οι μέθοδοι της οικογένειας UTA
- D. Και οι μέθοδοι: TACTIC, MAPPAC, PRAGMA, TOMASO, TOPSIS, MACBETH, SMART, SMARTS, SMARTER, AHP, Modified AHP και MAVT

Στην συνέχεια του κεφαλαίου παρουσιάζουμε αναλυτικά τα κριτήρια απόφασης τα οποία έχουμε επιλέξει να χρησιμοποιήσουμε στην διαδικασία αναπαράστασης των κανόνων της βάσης γνώσης. Στο Παράρτημα II παρατίθεται το αναλυτικό σχεδιάγραμμα της κάθε μεθοδολογίας που μας δείχνει ποια είναι τα ιδιαίτερα της χαρακτηριστικά όπου σύμφωνα με αυτά δημιουργήσαμε τα παρακάτω κριτήρια.

2.1.Γενικά κριτήρια ταυτοποίησης της μεθόδου

I. Κριτήριο G₁: Προβληματική

Η προβληματική έχει να κάνει με τον τύπο του προβλήματος που έχουμε να επιλύσουμε. Ο αποφασίζων επιλέγει κάθε φορά τον τύπο της προβληματικής που θα χρησιμοποιήσει ανάλογα με το είδος του προβλήματος που έχει να επιλύσει. Όπως αναφέραμε και στο Κεφάλαιο 1 ο τύπος της προβληματικής χωρίζεται σε τέσσερις κατηγορίες, ανάλογα με τις απαιτήσεις του προβλήματος που έχουμε προς επίλυση. Δεδομένου ότι, κάθε πολυκριτήρια μέθοδος χρησιμοποιεί έναν ή και περισσότερους τύπους προβληματικής στην διαδικασία επίλυσης ενός προβλήματος, δημιουργήσαμε το κριτήριο «Προβληματική». Τα υποκριτήρια του κριτηρίου «Προβληματική» περιλαμβάνουν όλες τις μορφές προβληματικής. Τα υποκριτήρια του κριτηρίου «Προβληματική» προφανώς θα είναι τα εξής:

- 1) Προβληματική α (επιλογή)
- 2) Προβληματική β (κατηγοριοποίηση)
- 3) Προβληματική γ (κατάταξη)
- 4) Προβληματική δ (περιγραφή)

II. Κριτήριο G₂: Τύπος δεδομένων εισόδου

Κάθε πολυκριτήρια μέθοδος ανάλυσης δέχεται σαν είσοδο της ένα σύνολο από δεδομένα, τα δεδομένα εισόδου όπως θα τα αποκαλούμε από εδώ και κάτω. Τα δεδομένα εισόδου προέρχονται κυρίως από το περιβάλλον του προβλήματος και από τον ίδιο τον αποφασίζοντα. Χωρίζονται σε διαφορές ομάδες ανάλογα με τον τύπο των δεδομένων που περιλαμβάνουν. Οι κατηγορίες διαχωρισμού των δεδομένων εισόδου είναι τρεις και έχουν να κάνουν με το τύπο των δεδομένων εισόδου που δέχεται αλλά και μπορεί να διαχειριστεί κάθε φορά η πολυκριτήρια μέθοδος μας. Οι τύποι των δεδομένων εισόδου που έχουν ληφθεί ως υποκριτήρια είναι οι εξής:

- 1) Ποσοτικά δεδομένα εισόδου
- 2) Ποιοτικά δεδομένα εισόδου

3) Ασαφή σύνολα (fuzzy sets)

III. Κριτήριο G₃: Είδος κριτηρίου

Με αυτό το κριτήριο απόφασης θα εξετάζουμε το είδος των κριτηρίων τα οποία είναι απαραίτητα για την επίλυση του προβλήματος και κατ' επέκταση να μπορεί να τα διαχειριστεί η πολυκριτήρια μέθοδος που θα επιλεγθεί. Στο Κεφάλαιο 1 (Πάρ §3.2) αναφέραμε τα διαφορετικά είδη των κριτηρίων που υπάρχουν και έχουν καταγραφεί στην πολυκριτήρια ανάλυση. Από το σύνολο των διαφορετικών τύπων κριτηρίων που περιγράφονται στο Κεφάλαιο 1 έχουμε ξεχωρίσει και καταγράψει μόνο τους σημαντικότερους τύπους κριτηρίων που συναντούμε συνήθως στο σύνολο των πολυκριτήριων μεθόδων. Σαν υποκριτήρια λοιπόν του κριτηρίου «Είδος κριτηρίου» έχουμε τους εξής τύπους κριτηρίων:

- 1) Πραγματικά κριτήρια
- 2) Ψευδοκριτήρια
- 3) Ασαφή κριτήρια (Fuzzy Criteria)
- 4) Ημι- κριτήρια (Quasi Criteria)

Στην συνέχεια θα αναφερθούμε σε μια γενικότερη ομάδα κριτηρίων η οποία περιλαμβάνει τα κριτήρια εισόδου των πολυκριτήριων μεθόδων ανάλυσης. Τα κριτήρια εισόδου περιέχουν κυρίως δεδομένα που εισάγονται από τον ίδιο τον αποφασίζοντα και είναι απαραίτητα για την λειτουργία της μεθόδου.

2.2.Κριτήρια εισόδου – «Input»IV. Κριτήριο I₁: Βάρος κριτηρίου.

Πολλές πολυκριτήριες μέθοδοι δέχονται ως είσοδο τους μια τιμή η οποία αντιστοιχεί στο βάρος η στην σημαντικότητα των κριτηρίων, άλλες πάλι μας δίνουν την τιμή του βάρους ως αποτέλεσμα των διεργασιών τους. Εμείς εδώ θα εξετάσουμε

την περίπτωση όπου το βάρος κριτηρίου αποτελεί δεδομένο εισόδου σε μια μέθοδο. Η τιμή αυτή σκοπό έχει να μας δείξει το πόσο σημαντικό είναι το εν' λόγω κριτήριο για την λήψη της τελικής απόφασης. Τα βάρη των κριτηρίων πολλές φορές δίνονται και από τον ίδιο τον αποφασίζοντα, βάσει των προτεραιοτήτων που έχει θέσει για το πρόβλημα. Βασικός κανόνας για τα βάρη όλων των κριτηρίων είναι ότι, το άθροισμα τους θα πρέπει να είναι ίσο με την μονάδα

$$\sum_{i=1}^n w_i = 1$$

Το κριτήριο «Βάρος κριτηρίου» έχει τις παρακάτω εναλλακτικές επιλογές:

0) OXI

1) NAI

Σε ορισμένες περιπτώσεις πολυκριτήριων μεθόδων, η τιμή του βάρους ή της σημαντικότητας των κριτηρίων δεν θεωρείται ως απαραίτητο δεδομένο εισόδου για την διενέργεια των διαδικασιών απόφασης. Εδώ επίσης θα πρέπει να επισημάνουμε ότι τα βάρη των κριτηρίων μπορεί να είναι είτε ποσοτικά είτε ποιοτικά. Στην ανάλυση όμως που κάναμε δεν συναντήσαμε καμία μέθοδο με ποιοτικά βάρη κριτηρίων και έτσι δεν συμπεριλάβαμε αυτή την εναλλακτική επιλογή, οπότε σε αυτή την φάση αναφερόμαστε μόνο σε ποσοτικά βάρη.

V. Κριτήριο I₂: Προδιατάξεις.

Ορισμένες πολυκριτήριες μέθοδοι απαιτούν ως δεδομένο εισόδου κάποια προδιατεταγμένα σύνολα (preorders). Τα προδιατεταγμένα σύνολα δίνουν στην μέθοδο μια πρώτη εκτίμηση των προτιμήσεων του αποφασίζοντα. Στην περίπτωση μας με αυτό το κριτήριο εξετάζουμε την πιθανότητα ύπαρξης προδιατεταγμένων συνόλων σαν είσοδο. Οι εναλλακτικές επιλογές σε αυτή την περίπτωση είναι οι εξής:

0) OXI

1) NAI

VI. Κριτήριο I₃: Είδη κατωφλίων.

Τα κατώφλια είναι ένα είδος ορίων τα οποία θέτει ο ίδιος ο αποφασίζων. Χρησιμοποιούνται κυρίως κατά την διαδικασία διαχωρισμού εναλλακτικών λύσεων σε αυτές που γίνονται αποδεκτές και σε αυτές που απορρίπτονται. Τα κατώφλια μπορεί να προσδιορίζουν ένα κατώτατο ή ένα ανώτερο όριο στις προτιμήσεις του αποφασίζοντα. Ορισμένες πολυκριτήριες μέθοδοι μπορεί να χρησιμοποιούν παραπάνω από ένα είδος κατωφλίων. Για το κριτήριο «Κατώφλια» σύμφωνα με τις μεθόδους που έχουμε συμπεριλάβει, έχουμε καταγράψει τις παρακάτω εναλλακτικές επιλογές, έτσι έχουμε:

- 1) Κατώφλι Συμφωνίας
- 2) Κατώφλι Ασυμφωνίας (Διαφωνίας)
- 3) Κατώφλι Ασυγκρισιμότητας
- 4) Κατώφλι Προτίμησης
- 5) Κατώφλι Αδιαφορίας
- 6) Κατώφλι Veto.
- 7) Δεν υπάρχει

VII. Κριτήριο I₄: Διάστημα απόφασης.

Με το κριτήριο «Διάστημα απόφασης» εξετάζουμε την ύπαρξη διαστημάτων απόφασης στην πολυκριτήρια μέθοδο. Η ύπαρξη των διαστημάτων απόφασης γίνεται αντιληπτή από την εισαγωγή διάφορων δεδομένων που χρησιμοποιούνται για τον προσδιορισμό τους. Οι εναλλακτικές επιλογές για το κριτήριο «Διάστημα απόφασης» είναι οι εξής:

- 1) Όρια κατηγοριών απόφασης
- 2) Αριθμός υποδιαστημάτων απόφασης
- 3) Εύρος διαστημάτων απόφασης
- 4) Δεν υπάρχει

VIII. Κριτήριο I₅: Ειδική Έκφραση της προτίμησης.

Το κριτήριο «Ειδική Έκφραση της προτίμησης» εξετάζει τους τρόπους με τους οποίους εκφράζονται οι προτιμήσεις του αποφασίζοντα σχετικά με τις διαθέσιμες εναλλακτικές λύσεις. Η έκφραση της προτίμησης διαφέρει από μέθοδο σε μέθοδο, εξαρτάται κυρίως από τα ειδικά χαρακτηριστικά του προβλήματος και από τις απαιτήσεις της μεθόδου. Οι εναλλακτικές επιλογές του κριτηρίου αυτού, έτσι όπως έχουν προκύψει από την μελέτη των πολυκριτηρίων μεθόδων απόφασης, είναι οι εξής:

- 1) Γενικευμένα κριτήρια
- 2) Διμερείς συγκρίσεις
- 3) Δεν υπάρχει

Όπως αναφέραμε παραπάνω τα κριτήρια εισόδου περιλαμβάνουν δεδομένα τα οποία τις περισσότερες φορές είναι αναγκαίο να εισαχθούν από τον ίδιο τον αποφασίζοντα με σκοπό να λειτουργήσει η πολυκριτήρια μέθοδος. Τα αποτελέσματα της επεξεργασίας για κάθε μέθοδο είναι συνάρτηση των δεδομένων εισόδου, στην συνέχεια παραθέτουμε τα κριτήρια που αντιστοιχούν στα αποτελέσματα που έχει η κάθε μέθοδος και θα ονομάσουμε το ευρύτερο κριτήριο που θα περιλαμβάνει όλα αυτά τα στοιχεία ως “Output” ή κριτήρια εξόδου.

2.3.Κριτήρια εξόδου – «Output»IX. Κριτήριο O₁: Δείκτης συμφωνίας

Ένα από τα χαρακτηριστικά εξόδου ορισμένων πολυκριτηρίων μεθόδων είναι ο δείκτης συμφωνίας. Ο δείκτης συμφωνίας εκφράζει την ένταση της συμφωνίας μεταξύ των εναλλακτικών ενεργειών. Ο δείκτης συμφωνίας μπορεί να εκφραστεί με δυο τρόπους, είτε ως ολικός δείκτης συμφωνίας είτε ως μερικός δείκτης συμφωνίας. Ο ολικός δείκτης συμφωνίας αναφέρεται στο σύνολο των κριτηρίων στα οποία μια εναλλακτική ενέργεια a υπερέχει από μια εναλλακτική ενέργεια b (aSb), ενώ αντίθετα

ο μερικός δείκτης συμφωνίας αναφέρεται στην σύγκριση μεταξύ των τιμών δυο εναλλακτικών ενεργειών a και b υπό ενός μόνο κριτηρίου. Οι εναλλακτικές επιλογές του κριτηρίου «Δείκτης συμφωνίας» είναι οι εξής:

- 1) Δείκτης ολικής συμφωνίας
- 2) Δείκτης μερικής συμφωνίας
- 3) Δεν υπάρχει

X. Κριτήριο O_2 : Δείκτης ασυμφωνίας.

Όπως το κριτήριο του «Δείκτη συμφωνίας» που αναφέραμε παραπάνω, εξετάζει την δυνατότητα ύπαρξης του δείκτη συμφωνίας ως αποτέλεσμα μια πολυκριτήριας μεθόδου, έτσι και το κριτήριο «Δείκτης ασυμφωνίας» εξετάζει την δυνατότητα ύπαρξης του δείκτη ασυμφωνίας ως αποτέλεσμα μιας πολυκριτήριας μεθόδου. Ο δείκτης ασυμφωνίας εξετάζει την ένταση της ασυμφωνίας μεταξύ των εναλλακτικών επιλογών. Ο δείκτης ασυμφωνίας μπορεί να είναι ολικός, να αναφέρεται δηλαδή στο σύνολο των εξεταζόμενων κριτηρίων στα οποία η εναλλακτική b υπερέχει της εναλλακτικής a έχοντας ως δεδομένο κανόνα απόφασης ότι aSb . Επίσης μπορεί ο δείκτης ασυμφωνίας να είναι μερικός, να αναφέρεται δηλαδή στην σύγκριση των τιμών δύο εναλλακτικών ενεργειών υπό ενός μόνο κριτηρίου. Οι εναλλακτικές επιλογές του κριτηρίου «Δείκτης ασυμφωνίας» είναι οι εξής:

- 1) Ολικός δείκτης ασυμφωνίας
- 2) Μερικός δείκτης ασυμφωνίας
- 3) Δεν υπάρχει

XI. Κριτήριο O_3 : Ειδικές Σχέσεις προτίμησης

Κατά την διάρκεια των διεργασιών μιας μεθόδου προκύπτουν και οι σχέσεις προτίμησης των εναλλακτικών λύσεων. Το κριτήριο «Ειδικές Σχέσεις προτίμησης» εξετάζει τις διαδικασίες που ακολουθούνται έτσι ώστε να εκφραστεί η προτίμηση μέσω

της μεθόδου. Το κριτήριο «Ειδικές Σχέσεις προτίμησης» έχει τις παρακάτω εναλλακτικές επιλογές:

- 1) Σχέσεις Υπεροχής
- 2) Διμερείς σχέσεις προτίμησης
- 3) Ασαφείς σχέσεις προτίμησης
- 4) Δεν υπάρχει

XII. Κριτήριο O₄: Έκφραση της προτίμησης.

Το επόμενο βήμα της ανάλυσης μας, μετά την εξέταση των σχέσεων προτίμησης, είναι να εξετάσουμε και τον τρόπο με το οποίο εκφράζεται η προτίμηση μέσω των πολυκριτήριων μεθοδολογιών. Η έκφραση της προτίμησης γίνεται με διάφορους τρόπους και έχει ως σκοπό να δώσει στον αποφασίζοντα με όσο τον δυνατόν πιο ξεκάθαρο τρόπο, τις εναλλακτικές λύσεις που είναι προτιμώμενες για το εκάστοτε πολυκριτήριο πρόβλημα. Οι εναλλακτικές επιλογές του κριτηρίου «Έκφραση της προτίμησης» είναι οι παρακάτω:

- 1) Δείκτης προτίμησης
- 2) Μονοκριτήρια προτίμηση
- 3) Μεταβλητές επιλογής
- 4) Συνάρτηση αξιών
- 5) Διάνυσματα αποφάσεων
- 6) Καθαρή ροή (διαφορά ροών)
- 7) Δείκτης σημαντικότητας
- 8) Δεν υπάρχει

Σε αυτό το κριτήριο είναι πιθανόν ορισμένες μέθοδοι να περιέχουν παραπάνω από μια εναλλακτικές επιλογές.

XIII. Κριτήριο O₅: Εγκυρότητα της απόφασης.

Με αυτό το κριτήριο ερευνούμε την ύπαρξη μεταβλητών οι οποίες υποστηρίζουν την εγκυρότητα της λαμβανόμενης απόφασης. Αυτές οι μεταβλητές είναι συνήθως δείκτες σφαλμάτων και διαφορών. Η εγκυρότητα μιας απόφασης στηρίζεται στις τιμές αυτών των δεικτών. Μέσα από την βιβλιογραφική έρευνα που κάναμε σε όλες τις επιλεχθείσες πολυκριτήριες μεθοδολογίες καταλήξαμε στις παρακάτω εναλλακτικές επιλογές που αφορούν το κριτήριο «Εγκυρότητα της απόφασης»:

- 1) Βαθμός ισχύος
- 2) Δείκτης αξιοπιστίας
- 3) Σφάλμα χρησιμότητας
- 4) Δείκτης ασυνέπειας
- 5) Επίπεδο αποκοπής ασαφών σχέσεων
- 6) Συχνότητα κατάταξης
- 7) Ευκλείδεια απόσταση
- 8) Διαφορά ελκυστικότητας
- 9) Δεν υπάρχει

XIV. Κριτήριο O₆: Βάρος κριτηρίου.

Παραπάνω αναφερθήκαμε στο κριτήριο «Βάρος κριτηρίου» ως δεδομένο εισόδου, τώρα εδώ θα εξετάσουμε το κριτήριο αυτό ως αποτέλεσμα. Ορισμένες πολυκριτήριες μέθοδοι υπολογίζουν μέσω των διεργασιών τους το βάρος των κριτηρίων. Ο υπολογισμός αυτός γίνεται λαμβάνοντας υπόψη κάποιες παραμέτρους του προβλήματος καθώς, ο βασικός κανόνας για τον προσδιορισμό των βαρών των κριτηρίων παραμένει ίδιος όπως και στα δεδομένα εισόδου. Οι εναλλακτικές επιλογές για το κριτήριο «Βάρος κριτηρίου», ως αποτέλεσμα αυτή την φορά, είναι:

- 1) Ποσοτικό βάρος κριτηρίου
- 2) Βάρος SWING
- 3) Δεν υπάρχει

Στην συνέχεια θα παρουσιάσουμε τα γενικότερα κριτήρια που εξετάζουν κάποια ιδιαίτερα χαρακτηριστικά των μεθόδων. Τα χαρακτηριστικά αυτά έχουν να κάνουν περισσότερο με κάποιες εσωτερικές διεργασίες που γίνονται κατά την διάρκεια επεξεργασίας του προβλήματος από μια πολυκριτήρια μέθοδο. Τα κριτήρια που έχουν διαμορφωθεί για αυτά τα χαρακτηριστικά, θα εξετάζουν μόνο την πιθανότητα ύπαρξης αυτών μέσα σε μια μέθοδο, οι εναλλακτικές για αυτά τα κριτήρια είναι της μορφής ΝΑΙ, ΟΧΙ (Υπάρχει, Δεν υπάρχει).

2.4.Ειδικά χαρακτηριστικά μεθόδων.

XV. Κριτήριο SC₁: Δυνατότητα μη συγκρισιμότητας

Το κριτήριο αυτό εξετάζει εάν από την μέθοδο μπορούν να προκύψουν καταστάσεις μη συγκρισιμότητας. Για παράδειγμα δυο εναλλακτικές δεν είναι δυνατόν να συγκριθούν διότι μπορεί να έχουν μεγάλη διαφορά στην διακύμανση των τιμών μεταξύ μιας ομάδας κριτηρίων έτσι ώστε η μια λύση να θέτει veto στην άλλη σε διαφορετικά κριτήρια. Τέτοια φαινόμενα συναντούμε σε μεθόδους όπως οι ELECTRE όπου πραγματοποιούνται διμερείς συγκρίσεις κριτηρίων. Αντίθετα σε μεθόδους όπως οι UTA όπου έχουμε την κατασκευή μιας συνάρτησης χρησιμότητας και ενός σκορ δεν συναντούμε καταστάσεις ασυγκρισιμότητας. Οι δυνατές επιλογές του κριτηρίου αυτού είναι:

0) ΟΧΙ

1) ΝΑΙ

XVI. Κριτήριο SC₂: Δυνατότητα μη Αντισταθμιστικότητας.

Η δυνατότητα της αντισταθμιστικότητας έχει να κάνει με το αν η μέθοδος προβλέπει τον υπολογισμό του σταθμισμένου μέσου των προτιμήσεων του

αποφασίζοντα. Όπως στην παραπάνω περίπτωση έτσι και εδώ το κριτήριο «Δυνατότητα μη Αντισταθμιστικότητας» έχει δυο δυνατές επιλογές οι οποίες είναι:

0) OXI

1) NAI

Η εναλλακτική επιλογή «OXI» είναι αληθής όταν η μέθοδος μας διαθέτει μηχανισμούς αντισταθμιστικότητας, υπολογίζει δηλαδή κάποιον σταθμισμένο μέσο. Αντίθετα η εναλλακτική επιλογή «NAI» είναι αληθής όταν η μέθοδος μας δεν προβλέπει τέτοιου είδους διαδικασία.

XVII. Κριτήριο SC₃: Δυνατότητα μη Μεταβατικότητας

Με αυτό το κριτήριο ελέγχουμε εάν κατά την διάρκεια των διαδικασιών της μεθόδου μπορούν να προκύψουν φαινόμενα μη μεταβατικότητας των προτιμήσεων του αποφασίζοντα. Η μη μεταβατικότητα των προτιμήσεων συνήθως εκφράζεται με την δημιουργία πυρήνων μεταξύ των εναλλακτικών λύσεων. Οι πυρήνες είναι κυκλικά γραφήματα υπεροχής των εναλλακτικών λύσεων, οι εναλλακτικές λύσεις που βρίσκονται εντός ενός τέτοιου γραφήματος συγχωνεύονται σε μια πιο ευρύτερη εναλλακτική λύση την οποία αποκαλούμε πυρήνα της απόφασης. Οι δυνατές επιλογές αυτού του κριτηρίου είναι και εδώ ίδιες όπως και στα παραπάνω κριτήρια:

0) OXI

1) NAI

XVIII. Κριτήριο SC₄: Δυνατότητα διαχείρισης αβεβαιότητας

Τέλος εξετάζουμε την δυνατότητα της μεθόδου να διαχειρίζεται την αβεβαιότητα, έτσι λοιπόν δημιουργήσαμε το κριτήριο «Δυνατότητα διαχείρισης αβεβαιότητας». Η αβεβαιότητα μπορεί να λάβει χώρα σε μια μέθοδο με πολλούς τρόπους, ένας από αυτούς είναι να γίνει εισαγωγή ασαφών δεδομένων στην μέθοδο(π.χ Στοχαστική ζήτηση προϊόντος), πράγμα που το εξετάσαμε παραπάνω με άλλο

κριτήριο. Ένας άλλος τρόπος είναι να προκύπτει η αβεβαιότητα κατά την διάρκεια των διεργασιών της μεθόδου (π.χ ασαφείς σχέσεις υπεροχής), όπου το εξετάζουμε με αυτό το κριτήριο. Όπως και στα προηγούμενα κριτήρια αυτής της κατηγορίας οι εναλλακτικές επιλογές για αυτό το κριτήριο είναι δυο, έτσι έχουμε:

0) ΟΧΙ

1) ΝΑΙ

2.5.Κριτήρια χαρακτηριστικών βελτίωσης.

Κατά την ανάλυση των πολυκριτήριων μεθόδων διαπιστώσαμε ότι μερικές μέθοδοι αποτελούν επέκταση ή προτείνουν κάποιες βελτιώσεις ορισμένων ήδη γνωστών και καταγεγραμμένων μεθόδων. Ιδιαίτερα σημαντικό αποτελεί το γεγονός ότι οι εναλλακτικές αυτές μεθοδολογίες δεν παρουσιάζουν καμία διαφοροποίηση όσον αφορά τα γενικά τους κριτήρια, τα δεδομένα εισόδου, τα αποτελέσματα και τα ειδικά τους χαρακτηριστικά, σε σχέση με τις αρχικές μεθόδους. Στο σημείο αυτό θα πρέπει να σημειώσουμε ότι οι εναλλακτικές μεθοδολογίες που θα εξετάσουμε αφορούν μόνο τις μεθόδους ανήκουν στην οικογένεια των μεθοδολογιών UTA μιας και εκεί συναντήσαμε τις περισσότερες εναλλακτικές μεθόδους που προτείνουν διάφορες βελτιώσεις πάνω στο αρχικό μοντέλο της UTA και της UTADIS. Αναλυτικά οι μεθοδολογίες που θα χρησιμοποιήσουμε σε αυτό το κομμάτι της εργασίας είναι οι εξής:

- UTA II
- UTAMP1
- UTAMP2
- UTAMIME
- UTASTARMIME
- UTAMKEN
- UTADIS I
- UTADIS II
- UTADIS III

Ο σκοπός της ύπαρξης αυτών των μεθοδολογιών αυτών είναι να προτείνουν κάποιες βελτιώσεις όσον αφορά την μείωση του σφάλματος και την ακρίβεια των αποτελεσμάτων. Άλλες πάλι μέθοδοι έχουν να προτείνουν μια διαφορετική μεθοδολογία επεξεργασίας των δεδομένων εισόδου, ή ακόμη και έναν διαφορετικό τρόπο προσέγγισης του προβλήματος, χωρίς βέβαια να μεταβάλουν ή να αλλοιώνουν τα βασικά χαρακτηριστικά της μεθόδου. Θα πρέπει επίσης να επισημάνουμε ότι η δυνατότητα εφαρμογής αυτών των μεθόδων είναι ίδια με αυτή των αρχικών, σε πολλές μάλιστα περιπτώσεις οι διαδικασίες που ακολουθούνται για την επίλυση ενός προβλήματος είναι ίδιες με αυτές τις αρχικής μεθόδου. Αυτές οι μέθοδοι στην ουσία αποτελούν τις τελικές εναλλακτικές επιλογές που δίνει το έμπειρο σύστημα στον αποφασίζοντα, έτσι ώστε αυτός με την σειρά του να επιλέξει την καταλληλότερη.

Για να μειώσουμε το πλήθος των προτεινόμενων εναλλακτικών μεθοδολογιών που δίνει σαν αποτέλεσμα το έμπειρο σύστημα στον αποφασίζοντα και να έχουμε μια πιο σαφή λύση, κατασκευάσαμε το συμπληρωματικό αυτό σύνολο κανόνων απόφασης με το οποίο ελέγχουμε τα πρόσθετα χαρακτηριστικά που έχουν αυτές οι μεθοδολογίες. Αυτοί οι κανόνες δεν αποτελούν ξεχωριστό κομμάτι της βάσης γνώσης αλλά έρχονται να συμπληρώσουν αυτά που έχουμε ήδη αναφέρει έτσι ώστε να βοηθήσουν στο να έχουμε όσο το δυνατόν γίνεται πιο σαφή συμπεράσματα. Τα κριτήρια που θα λάβουμε υπόψη μας σε αυτή την φάση επικεντρώνονται μόνο στην εξέταση του ειδικού χαρακτηριστικού που κάνει την κάθε μέθοδο να ξεχωρίζει από τις υπόλοιπες. Η μορφή των κριτηρίων που θα χρησιμοποιήσουμε θα είναι δυαδική, θα εξετάζουμε δηλαδή κάθε φορά την πιθανότητα ύπαρξης ή μη του κάθε χαρακτηριστικού σε κάθε μέθοδο. Για αυτή την διαδικασία διαχωρισμού θα χρησιμοποιήσουμε εννέα κριτήρια απόφασης, τα οποία παρουσιάζονται στην συνέχεια.

XIX. Κριτήριο ΑΙ₁: Εισαγωγή συναρτήσεων χρησιμότητας.

Ορισμένες από τις μεθόδους που έχουμε συμπεριλάβει για αυτό το σημείο της ανάλυσης, διαθέτουν την ιδιότητα να δέχονται τις συναρτήσεις χρησιμότητας κατευθείαν από τον ίδιο τον αποφασίζοντα. Ο λόγος που επιλέξαμε να συμπεριλάβουμε αυτό το κριτήριο σε αυτήν την κατηγορία είναι ότι αποτελεί μια και

μόνο ειδική περίπτωση των μεθόδων που εξετάζουμε. Οι εναλλακτικές επιλογές για αυτό το κριτήριο είναι οι εξής:

0) OXI

1) NAI

XX. Κριτήριο AI_2 : Βελτιστοποίηση Σχέσεων προτίμησης.

Η διαδικασία βελτιστοποίησης των σχέσεων προτίμησης χρησιμοποιείτε για να μας δώσει ένα όσο το δυνατόν μικρότερο σύνολο από βέλτιστες εναλλακτικές λύσεις. Για να επιτευχθεί αυτό στην μέθοδο UTA κάνουμε ελαχιστοποίηση του παράγοντα «δ», ο οποίος εξαρτάται από το πλήθος των εναλλακτικών λύσεων, τον αριθμό των κλάσεων ισοδυναμίας και από την τιμή του ορίου αδιαφορίας. Οι δυνατές εναλλακτικές επιλογές για αυτό το κριτήριο είναι οι εξής:

0) OXI

1) NAI

XXI. Κριτήριο AI_3 : Βελτιστοποίηση του ορίου αδιαφορίας.

Όπως και στην διαδικασία βελτιστοποίησης των σχέσεων προτίμησης έτσι και εδώ προσπαθούμε να μειώσουμε το σύνολο των δυνατών βέλτιστων ενεργειών που προτείνονται από την μέθοδο. Στην μέθοδο UTA δίνεται από τον αποφασίζοντα μια τιμή s η οποία προσδιορίζει το όριο αδιαφορίας των σχέσεων προτίμησης, με την βελτιστοποίηση του αυτού του παράγοντα επιτυγχάνουμε και την μείωση του συνόλου των βέλτιστων εναλλακτικών. Οι εναλλακτικές επιλογές για αυτό το κριτήριο είναι οι εξής:

0) OXI

1) NAI

XXII. Κριτήριο AI₄: Μείωση συνόλου βέλτιστων εναλλακτικών.

Τα παραπάνω δυο κριτήρια είχαν ως σκοπό να καταγράψουν τις παραμέτρους της μεθόδου UTA οι οποίες ελαχιστοποιούν το σύνολο των βέλτιστων εναλλακτικών λύσεων. Με αυτό το κριτήριο θα εξετάσουμε την πιθανότητα αυτή, να μπορεί δηλαδή η ίδια η μέθοδος να προτείνει ένα πιο μικρό σύνολο από βέλτιστες εναλλακτικές λύσεις. Οι εναλλακτικές λύσεις και για αυτό το κριτήριο είναι οι εξής:

0) OXI

1) NAI

XXIII. Κριτήριο AI₅: Ελαχιστοποίηση σφάλματος.

Οι πολυκριτήριες μεθοδολογίες UTA περιλαμβάνουν στις διαδικασίες τους και τον υπολογισμό των σφαλμάτων. Η μορφή των σφαλμάτων μπορεί να αποτυπώνεται είτε μέσω του μέσου σφάλματος χρησιμότητας είτε μέσω των σφαλμάτων υπέρ/υπό εκτίμησης. Ορισμένες από τις εναλλακτικές πολυκριτήριες μεθοδολογίες έχουν ως σκοπό να συμπεριλάβουν εντός των διαδικασιών τους και μηχανισμούς οι οποίοι ελαχιστοποιούν τα σφάλματα αυτά. Με αυτό το κριτήριο λοιπόν θα εξετάσουμε ποιες από τις επιλεγμένες μεθόδους διαθέτουν τέτοιου είδους μηχανισμούς. Οι εναλλακτικές επιλογές αυτού του κριτηρίου είναι οι εξής:

0) OXI

1) NAI

XXIV. Κριτήριο AI₆: Μεγιστοποίηση "τ" του Kendall.

Η δυνατότητα για την ελαχιστοποίηση του αριθμού των μη εφικτών ζευγαριών του συνόλου των εναλλακτικών λύσεων κατά την ασθενή τους κατάταξη μέσω χρησιμότητων επιτυγχάνεται με την μεγιστοποίηση του «τ» του Kendall. Έτσι λοιπόν με αυτό το κριτήριο εξετάζουμε την πιθανότητα των μεθόδων να μεγιστοποιούν τον παράγοντα "τ" του Kendall.

0) OXI

1) NAI

XXV. Κριτήριο AI₇: Ελαχιστοποίηση του μεγέθους των εσφαλμένων ταξινομήσεων.

Το συγκεκριμένο κριτήριο, όπως και αυτά που θα παρουσιαστούν στην συνέχεια έχουν να κάνουν με τις μεθόδους κατηγοριοποίησης των εναλλακτικών ενεργειών. Το κριτήριο αυτό εξετάζει την δυνατότητα μείωση του σφάλματος των εσφαλμένων ταξινομήσεων των εναλλακτικών, έτσι ώστε να έχουμε μια ορθή κατηγοριοποίηση και επομένως να μην οδηγούμαστε σε εσφαλμένα συμπεράσματα. Οι εναλλακτικές επιλογές αυτού του κριτηρίου είναι οι εξής:

0) OXI

1) NAI

XXVI. Κριτήριο AI₈: Μεγιστοποίηση των αποστάσεων των σωστά ταξινομημένων εναλλακτικών.

Παράλληλα με την ελαχιστοποίηση των εσφαλμένων ταξινομήσεων σε ορισμένες μεθόδους γίνεται και μεγιστοποίηση των αποστάσεων των σωστά ταξινομημένων εναλλακτικών ενεργειών από τα όρια χρησιμότητων. Η ενέργεια αυτή βοηθάει στον καλύτερο προσδιορισμό των εναλλακτικών ενεργειών στις κατηγορίες απόφασης. Όπως και τα παραπάνω κριτήρια έτσι και αυτό έχει δυο εναλλακτικές επιλογές οι οποίες είναι οι εξής:

0) OXI

1) NAI

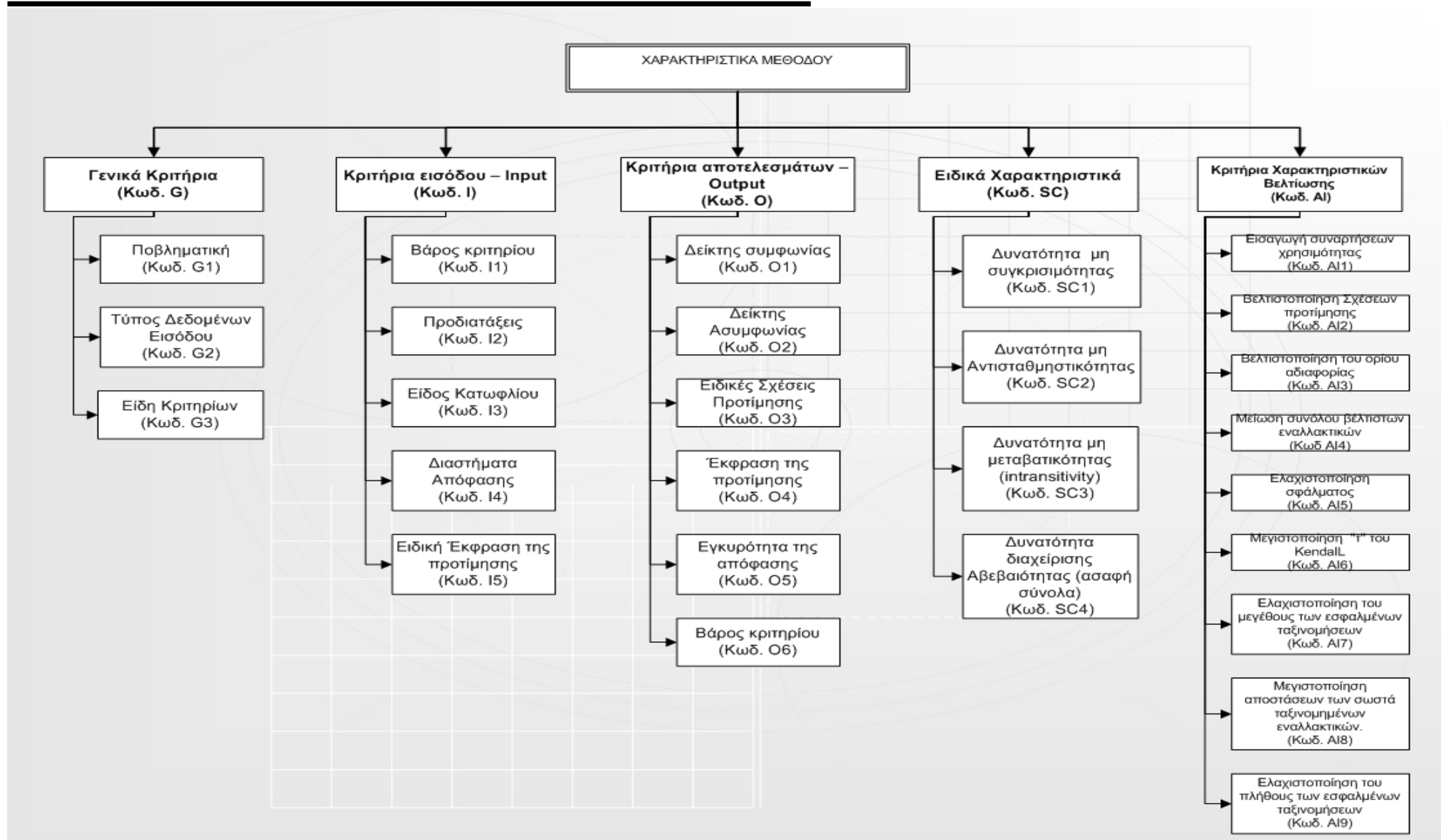
XXVII. Κριτήριο AI₉: Ελαχιστοποίηση του πλήθους των εσφαλμένων ταξινομήσεων.

Όπως είναι προφανές με αυτό το κριτήριο εξετάζουμε εάν η μέθοδος μπορεί να κάνει ελαχιστοποίηση του πλήθους των εσφαλμένων ταξινομήσεων. Με την ελαχιστοποίηση του πλήθους των εσφαλμένων ταξινομήσεων επιδιώκουμε την ακριβέστερη ταξινόμηση των εναλλακτικών ενεργειών και επομένως έχουμε και καλύτερα αποτελέσματα. Οι εναλλακτικές επιλογές αυτού του κριτηρίου είναι οι εξής:

0) OXI

1) NAI

Συνοψίζοντας λοιπόν βλέπουμε ότι έχουμε δημιουργήσει πέντε ευρύτερες ομάδες κριτηρίων οι οποίες περιλαμβάνουν τα κριτήρια εξέτασης των μεθόδων. Στην συνέχεια μπορούμε να κατασκευάσουμε ένα διάγραμμα το οποίο να περιέχει όλες τις ευρύτερες ομάδες των κριτηρίων καθώς και τα κριτήρια που έχουμε επιλέξει να χρησιμοποιήσουμε για τον διαχωρισμό των μεθόδων. Στο Διάγραμμα. 1 που ακολουθεί μπορούμε να δούμε αυτή την διαδικασία διαχωρισμού των κριτηρίων καθώς και την κατανομή τους σε κάθε μια από τις ευρύτερες ομάδες κριτηρίων.



Σχήμα 25. Διάγραμμα κριτηρίων μεθόδων πολυκριτήριας ανάλυσης

3. Κωδικοποίηση των κριτηρίων.

Σε αυτή την παράγραφο θα παρουσιάσουμε την κωδικοποίηση των κριτηρίων. Η κωδικοποίηση έχει να κάνει με την αναπαράσταση των αποτελεσμάτων της έρευνας με μορφή που να μπορεί να εισαχθεί στην βάση γνώσης του έμπειρου συστήματος. Θα συμβολίσουμε το κάθε κριτήριο με έναν κωδικό αριθμό και θα δώσουμε στην συνέχεια μια κλίμακα αριθμών για την κάθε εναλλακτική επιλογή.

Σε κάθε κριτήριο δίνουμε έναν κωδικό αριθμό σύμφωνα με την κατηγορία στην οποία ανήκει. Σαν κατηγορία εννοούμε την ευρύτερη ομάδα κριτηρίων, έχουμε λοιπόν τις εξής κατηγορίες:

- a) Γενικά κριτήρια: $G(n)$
- b) Κριτήρια δεδομένων εισόδου – Input: $I(n)$
- c) Κριτήρια αποτελεσμάτων – Output: $O(n)$
- d) Ειδικά χαρακτηριστικά μεθόδων: $SC(n)$
- e) Κριτήρια χαρακτηριστικών βελτίωσης : $AI(n)$ (εφαρμόζονται μόνο στις ειδικές περιπτώσεις των μεθόδων που αναφέραμε πιο πάνω.)

Όπου n είναι ένας πραγματικός αριθμός με $n = 1, 2, 3, 4$ που συμβολίζει τον αριθμό των κριτηρίων της κάθε ευρύτερης ομάδας κριτηρίων. Στον Πίνακα. 4 που ακολουθεί παρουσιάζεται η κωδικοποίηση των κριτηρίων.

Συνεχίζοντας την μοντελοποίηση δώσαμε σε κάθε εναλλακτική επιλογή του κάθε κριτηρίου έναν αριθμό από 1 έως το m , όπου m είναι το πλήθος των εναλλακτικών επιλογών που περιέχει το κάθε κριτήριο. Για να προκύψει το αποτέλεσμα της διαδικασίας θα πρέπει τα χαρακτηριστικά του προβλήματος που έχουμε υπό εξέταση να μπορούν να απαντήσουν σε όλα τα κριτήρια της απόφασης. Για να αποφύγουμε συγχύσεις και σφάλματα έχουμε συμπεριλάβει και την εναλλακτική επιλογή που δηλώνει την ανυπαρξία κάποιου κριτηρίου σε μια μέθοδο, σε αυτή την περίπτωση θα δίνουμε τον αριθμό 99 ως τιμή για αυτό το κριτήριο. Σε ορισμένα κριτήρια οι εναλλακτικές επιλογές που έχουμε στην διάθεση μας είναι της μορφής ΝΑΙ ή ΟΧΙ (δυικές μεταβλητές), εδώ δίνουμε την τιμή 0 όταν αναφερόμαστε στο ΟΧΙ και

την τιμή 1 όταν αναφερόμαστε στο ΝΑΙ. Η παραπάνω κωδικοποίηση περιγράφεται στον Πίνακα 5.

Πίνακας 4. Κωδικοποίηση κριτηρίων

ΚΩΔΙΚΟΣ	ΚΡΙΤΗΡΙΑ
G(n)	ΓΕΝΙΚΑ ΚΡΙΤΗΡΙΑ
G1	Προβληματική
G2	Τύπος δεδομένων εισόδου
G3	Είδος Κριτηρίου
I(n)	ΔΕΔΟΜΕΝΑ ΕΙΣΟΔΟΥ - INPUT
I1	Βάρος κριτηρίου
I2	Προδιατάξεις
I3	Είδος Κατωφλίου
I4	Διαστήματα Απόφασης
I5	Έκφραση της προτίμησης
O(n)	ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ - OUTPUT
O1	Δείκτης συμφωνίας
O2	Δείκτης Ασυμφωνίας
O3	Σχέσεις Προτίμησης
O4	Έκφραση της προτίμησης
O5	Εγκυρότητα της απόφασης
O6	Βάρος κριτηρίου
SC(n)	ΕΙΔΙΚΑ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ
SC1	Δυνατότητα Μη συγκρισιμότητας
SC2	Δυνατότητα μη Αντισταθμιστικότητας
SC3	Δυνατότητα μη μεταβατικότητας (intransitivity)
SC4	Δυνατότητα διαχείριση Αβεβαιότητας (ασαφή σύνολα)
AI(n)	ΚΡΙΤΗΡΙΑ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΩΝ ΒΕΛΤΙΩΣΗΣ
AI1	Εισαγωγή συναρτήσεων χρησιμότητας
AI2	Βελτιστοποίηση Σχέσεων προτίμησης
AI3	Βελτιστοποίηση ορίου αδιαφορίας
AI4	Μείωση συνόλου βέλτιστων εναλλακτικών
AI5	Ελαχιστοποίηση σφάλματος
AI6	Μεγιστοποίηση "τ" του Kendal
AI7	Ελαχιστοποίηση του μεγέθους των εσφαλμένων ταξινομήσεων
AI8	Μεγιστοποίηση των αποστάσεων των σωστά ταξινομημένων εναλλακτικών
AI9	Ελαχιστοποίηση του πλήθους των εσφαλμένων ταξινομήσεων

Πίνακας 5. Κωδικοποίηση εναλλακτικών επιλογών κριτηρίων

ΚΡΙΤΗΡΙΑ		ΚΩΔΙΚΟΠΟΙΗΣΗ
Δυικά κριτήρια	ΌΧΙ	0
	ΝΑΙ	1
Κριτήρια με m εναλλακτικές επιλογές	m εναλλακτικές επιλογές	1...(m) (Όπου m ο αριθμός των εναλλακτικών επιλογών του κάθε κριτηρίου που αναφερόμαστε)
	Δεν Υπάρχει	99

Σε αυτή την ανάλυση των κριτηρίων δεν δίνουμε τιμές διακύμανσης και όρια για τις εναλλακτικές επιλογές των κριτηρίων διότι εξετάζουμε απλά την ύπαρξη τους στις μεθόδους, κάνουμε δηλαδή μια απλή ποιοτική εκτίμηση. Η θέσπιση ορίων και τιμών για τις εναλλακτικές επιλογές ίσως αποτελέσει σκέψη για περαιτέρω έρευνα και ανάπτυξη του εν λόγω έμπειρου συστήματος στο μέλλον.

4. Ανάπτυξη της βάσης γνώσης

Η ανάπτυξη της βάσης γνώσης θα στηριχθεί πάνω στους κανόνες παραγωγής. Για κάθε μέθοδο θα εξετάσουμε την λογική διαδικασία:

EAN συνθήκη (τιμή κριτηρίου απόφασης)

TOTE όνομα της μεθόδου

Για την δημιουργία των κανόνων παραγωγής της βάσης γνώσης, χρησιμοποιούμε ως δεδομένα τα χαρακτηριστικά των πολυκριτηρίων μεθόδων και του προβλήματος. Εξετάζουμε αυτά τα χαρακτηριστικά σύμφωνα με το κάθε κριτήριο και των εναλλακτικών επιλογών που έχουμε στην διάθεση μας έτσι ώστε να δημιουργούμε τους κανόνες παραγωγής. Η δημιουργία των κανόνων παραγωγής στηρίζεται στην κωδικοποίηση των κριτηρίων απόφασης. Έτσι αν για παράδειγμα οι απαιτήσεις του προβλήματος μας είναι να κάνουμε κατηγοριοποίηση των εναλλακτικών επιλογών, στο κριτήριο «Προβληματική» (κωδ. G1) θέτουμε την τιμή 2 (προβληματική β), συνεχίζουμε την διαδικασία ανάλυσης του προβλήματος βάσει των κριτηρίων απόφασης και επιλέγουμε κάθε φορά την κατάλληλη τιμή για κάθε κριτήριο.

Εκτός από τους παραπάνω κανόνες παραγωγής θα χρησιμοποιήσουμε και τον λογικό τελεστή AND (σύζευξη) για να αποτυπώσουμε το σύνολο των διαδικασιών των μεθόδων. Με τον λογικό τελεστή AND συνθέτουμε τις τιμές των κριτηρίων σε έναν τελικό κανόνα παραγωγής για να καταλήξουμε σε μια μέθοδο. Η διαδικασία επαναλαμβάνεται μέχρι να καλύψουμε όλες τις πιθανές περιπτώσεις. Ένας διαφορετικός τρόπος καταγραφής της παραπάνω διαδικασίας μπορεί να γίνει με την χρήση του λογικού τελεστή OR (διάζευξη). Ο λογικός τελεστής OR μπορεί να χρησιμοποιηθεί όταν επιχειρήσουμε να κάνουμε σύμπτυξη των κανόνων παραγωγής. Στην παρούσα φάση όμως δεν θα προχωρήσουμε σε μια τέτοια ενέργεια και το αφήνουμε ως έναυσμα για περεταίρω μελέτη και έρευνα για την ανάπτυξη του έμπειρου συστήματος.

Με βάση λοιπόν τα παραπάνω δεδομένα μπορούμε να προχωρήσουμε στην δόμηση των κανόνων παραγωγής. Αναλύουμε τα χαρακτηριστικά της κάθε μεθόδου και επιλέγουμε κάθε φορά την τιμή της εναλλακτικής που αντιστοιχεί στο κάθε κριτήριο απόφασης και τα κωδικοποιούμε σύμφωνα με τους κανόνες που έχουμε παρουσιάσει. Από την άλλη μεριά έχουμε ως δεδομένα και τα χαρακτηριστικά του προβλήματος για το οποίο ψάχνουμε να βρούμε την κατάλληλη πολυκριτήρια μέθοδο. Ο αποφασίζων θα πρέπει να έχει στην διάθεση τα χαρακτηριστικά του προβλήματος που είναι απαραίτητα για την επιλογή της κατάλληλης μεθόδου. Τα χαρακτηριστικά θα πρέπει να είναι όσο το δυνατόν γίνεται συμβατά με τα κριτήρια που έχουμε επιλέξει, έτσι ώστε να μπορέσουμε να έχουμε μια πιο καθαρή εικόνα όσον αφορά την προτεινόμενη μέθοδο. Στην περίπτωση τώρα που ο αποφασίζων δεν έχει στην διάθεση του ή δεν γνωρίζει κάποια από τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά του προβλήματος, τότε το έμπειρο σύστημα δεν λαμβάνει υπόψη του τα κριτήρια στα οποία έχουμε ελλειπή ενημέρωση, έτσι λοιπόν τα κριτήρια αυτά δεν παίρνουν μέρος στον κανόνα παραγωγής.

Κάθε κανόνας παραγωγής αφορά μια και μόνο μέθοδο, τα χαρακτηριστικά της οποίας έχουν κωδικοποιηθεί σύμφωνα με την προτεινόμενη κωδικοποίηση. Η σύνθεση των χαρακτηριστικών των μεθόδων έχει πραγματοποιηθεί με τον λογικό τελεστή AND, ο οποίος σε μερικές περιπτώσεις έχει χρησιμοποιηθεί και για την καταγραφή των πολλαπλών χαρακτηριστικών που εμφανίζει μια μέθοδος σε ορισμένα κριτήρια.

Απαραίτητη προϋπόθεση να οδηγηθούμε σε κάποιο λογικό συμπέρασμα είναι, οι τιμές των κριτηρίων να είναι αληθείς (να είναι πραγματικές) σύμφωνα με τα χαρακτηριστικά των μεθόδων. Στον Πίνακα 6 που ακολουθεί δίνονται έξι χαρακτηριστικά παραδείγματα των κανόνων παραγωγής, αναλυτικά όλοι οι κανόνες παραγωγής παρουσιάζονται στο Παράρτημα ΙΙΙ.

Πίνακας 6. Κανόνες παραγωγής έμπειρου συστήματος

<p>Rule a</p> <p><i>If</i> $G_1=1$ <i>And</i> $G_2=1$ <i>And</i> $G_3=1$ <i>And</i> $I_1=1$ <i>And</i> $I_2=0$ <i>And</i> $I_3=1$ <i>And</i> $I_5=2$ <i>And</i> $O_1=1$ <i>And</i> $O_2=1$ <i>And</i> $O_3=1$ <i>And</i> $Sc_1=1$ <i>And</i> $Sc_2=1$ <i>And</i> $Sc_3=1$ Then Πολυκριτήρια Μέθοδος := ELECTRE I</p>	<p>Rule b</p> <p><i>If</i> $G_1=2$ <i>And</i> $G_2=1$ <i>And</i> $G_3=2$ <i>And</i> $I_1=1$ <i>And</i> $I_2=1$ <i>And</i> $I_3=4$ <i>And</i> $I_4=1$ <i>And</i> $I_5=2$ <i>And</i> $O_1=1$ <i>And</i> $O_2=1$ <i>And</i> $O_3=3$ <i>And</i> $O_4=1$ <i>And</i> $O_5=2$ <i>And</i> $Sc_1=1$ <i>And</i> $Sc_2=1$ <i>And</i> $Sc_4=1$ Then Πολυκριτήρια Μέθοδος := ELECTRE Tri</p>
<p>Rule c</p> <p><i>If</i> $G_1=3$ <i>And</i> $G_2=1$ <i>And</i> $G_3=1$ <i>And</i> $I_5=2$ <i>And</i> $O_3=2$ <i>And</i> $O_4=4$ <i>And</i> $O_5=4$ <i>And</i> $O_6=1$ <i>And</i> $Sc_3=1$ Then Πολυκριτήρια Μέθοδος := AHP</p>	<p>Rule d</p> <p><i>If</i> $G_1=3$ <i>And</i> $G_2=1$ <i>And</i> $G_3=1$ <i>And</i> $I_2=1$ <i>And</i> $I_3=5$ <i>And</i> $I_4=2$ <i>And</i> $O_3=3$ <i>And</i> $O_4=4$ <i>And</i> $O_5=3$ <i>And</i> $O_6=1$ <i>And</i> $Sc_4=1$ Then Πολυκριτήρια Μέθοδος := UTASTAR</p>

Πίνακας 7. Κανόνες παραγωγής έμπειρου συστήματος (συνέχεια Πίνακα. 6)

Rule e	Rule b
<i>If</i> $G_1=3$	<i>If</i> $G_1=2$
<i>And</i> $G_2=1$	<i>And</i> $G_2=1$
<i>And</i> $G_3=1$	<i>And</i> $G_3=1$
<i>And</i> $I_2=1$	<i>And</i> $I_2=1$
<i>And</i> $I_3=5$	<i>And</i> $I_3=4$
<i>And</i> $I_4=2$	<i>And</i> $I_4=3$
<i>And</i> $O_3=3$	<i>And</i> $O_3=3$
<i>And</i> $O_4=4$	<i>And</i> $O_4=4$
<i>And</i> $O_5=3$	<i>And</i> $O_5=3$
<i>And</i> $O_6=1$	<i>And</i> $Sc_4=1$
<i>And</i> $Sc_4=1$	<i>And</i> $AI_7=1$
<i>And</i> $AI_5=1$	<i>And</i> $AI_8=1$
Then Πολυκριτήρια Μέθοδος := UTASTARMIME	Then Πολυκριτήρια Μέθοδος := UTADIS I

Οι κανόνες παραγωγής προέρχονται από τις μεθόδους που έχουμε καταγράψει και επιλέξει να συμπεριλάβουμε τα χαρακτηριστικά τους στην βάση γνώσης του έμπειρου συστήματος, τα χαρακτηριστικά του προβλήματος που έχουμε προς επίλυση θα πρέπει να συμφωνούν με τα χαρακτηριστικά των μεθόδων. Με τον τρόπο αυτό οδηγούμαστε σε μια σύγκλιση μεταξύ των χαρακτηριστικών του προβλήματος και των μεθόδων και καταλήγουμε στην επιλογή της κατάλληλης πολυκριτήριας μεθοδολογίας. Η διαδικασία που ακολουθείται στην συνέχεια είναι να εξετάσουμε τα χαρακτηριστικά του προβλήματος και να διαπιστώσουμε πια πολυκριτήρια μεθοδολογία μπορεί να τα περιέχει στην διαδικασία επίλυσης.

Η καταγραφή των κανόνων παραγωγής της βάσης γνώσης έγινε με την βοήθεια του λογισμικού Microsoft Excel. Η αναπαράσταση των κανόνων παραγωγής έγινε σύμφωνα με την προτεινόμενη κωδικοποίηση που παρουσιάστηκε παραπάνω. Κάθε μια γραμμή αναπαριστά τον κανόνα παραγωγής για κάθε μεθοδολογία. Αν κάποια μεθοδολογία αληθεύει σε περισσότερα από ένα χαρακτηριστικά που εξετάζονται από τα κριτήρια τότε ο κανόνας παραγωγής επαναλαμβάνεται στην ακριβώς από κάτω γραμμή με την κατάλληλη τιμή κριτηρίου που εξετάζει αυτά τα χαρακτηριστικά. Η διαδικασία ολοκληρώνεται με την στήλη που περιλαμβάνει παρατηρήσεις σχετικά με

την μεθοδολογία, οι παρατηρήσεις αυτές έχουν την δυνατότητα να παρουσιάζονται και στον αποφασίζοντα έτσι ώστε να τον βοηθούν στην τελική του επιλογή.

Μετά την διαδικασία των συγκρίσεων των χαρακτηριστικών του προβλήματος με αυτά των μεθόδων που έχουν καταγραφεί στην βάση γνώσης, το έμπειρο σύστημα καταλήγει σε ένα τελικό αποτέλεσμα. Το αποτέλεσμα αυτό είναι η πολυκριτήρια μέθοδος που μπορούμε να ακολουθήσουμε για την επίλυση του πολυκριτήριου προβλήματος. Αυτό που πρέπει να τονίσουμε για ακόμη μια φορά είναι ότι το έμπειρο σύστημα σκοπό έχει να προτείνει την καταλληλότερη πολυκριτήρια μέθοδο για το εν λόγω πρόβλημα και όχι να υποδείξει ποια μέθοδος πρέπει να ακολουθηθεί αναγκαστικά, η τελική απόφαση αφήνεται στην κρίση του αποφασίζοντα.

Κεφάλαιο 5

Συμπεράσματα – Προοπτικές

Βασικός στόχος αυτής της διπλωματικής εργασίας ήταν η καταγραφή των χαρακτηριστικών των μεθόδων που χρησιμοποιούνται στην πολυκριτήρια ανάλυση, έτσι ώστε να κατασκευάσουμε μια βάση γνώσης, η οποία να παρέχει την απαραίτητη πληροφόρηση στο έμπειρο σύστημα για την επιλογή της καταλληλότερης πολυκριτήριας μεθοδολογίας για ένα δεδομένο πρόβλημα. Σκοπός μας ήταν να συλλέξουμε τα απαραίτητα χαρακτηριστικά των μεθοδολογιών, έτσι ώστε να μπορούμε να τα αντιπαραθέσουμε με τα χαρακτηριστικά ενός πολυκριτήριου προβλήματος, ώστε να καταλήξουμε στην επιλογή μιας ή και περισσότερων κατάλληλων πολυκριτήριων μεθόδων, οι οποίες θα μπορούσαν να επιλύσουν καλύτερα το πρόβλημα. Βέβαια αυτό που πρέπει να τονίσουμε είναι ότι, τα χαρακτηριστικά των μεθοδολογιών της πολυκριτήριας ανάλυσης, όσο και τα χαρακτηριστικά των προβλημάτων είναι ποικίλα και διαφορετικά μεταξύ τους. Η προσπάθεια μας επικεντρώθηκε περισσότερο στο να καταγράψουμε τα βασικότερα, αλλά και πιο κοινά χαρακτηριστικά των μεθοδολογιών, τα οποία μπορεί άμεσα να προσδιορίσει και να αναγνωρίσει ο αποφασίζων μέσα σε ένα πολυκριτήριο πρόβλημα.

Από την έρευνα που κάναμε σε όλη την διαθέσιμη βιβλιογραφία καταφέραμε να καταγράψουμε 63 μεθόδους οι οποίες χρησιμοποιούνται για την επίλυση πολυκριτήριων προβλημάτων. Μετά από προσεκτική μελέτη και έρευνα επιλέξαμε να παρουσιάσουμε αναλυτικά τις 52 από αυτές. Ο λόγος για τον οποίο δεν προχωρήσαμε στην αναλυτική περιγραφή του συνόλου των καταγεγραμμένων μεθόδων είναι ότι, μερικές από αυτές είτε αποτελούσαν υπόβαθρο για την ανάπτυξη άλλων μεθόδων, είτε εξετάζαν προβλήματα που δεν ανήκουν άμεσα στην πολυκριτήρια ανάλυση αποφάσεων.

Στην συνέχεια προσπαθήσαμε να εντοπίσουμε τα κυριότερα χαρακτηριστικά των καταγεγραμμένων μεθόδων τα οποία θα αποτελούσαν και τα κριτήρια απόφασης για την επιλογή της κατάλληλης μεθοδολογίας. Δυστυχώς όμως αυτό δεν κατέστη δυνατό να γίνει για όλες τις μεθόδους. Ο λόγος για τον οποίο υπήρξε αυτή η αδυναμία

οφείλεται στο γεγονός ότι η πολυμορφία των μεθόδων και ορισμένες ιδιαιτερότητες τους, δυσκόλευαν την διαδικασία κατηγοριοποίησης των χαρακτηριστικών αυτών σε ένα κριτήριο. Με τον τρόπο αυτό θα οδηγούμασταν σε ένα μεγάλο πλήθος κριτηρίων τα οποία πολλές φορές θα αποτελούσαν χαρακτηριστικά μόνο για μια μεθοδολογία ενώ για τις υπόλοιπες θα ήταν αδιάφορα. Έτσι λοιπόν καταλήξαμε στην επιλογή εκείνων των μεθόδων που θεωρούμε ότι καλύπτουν ένα μεγάλο ποσοστό πολυκριτηρίων προβλημάτων. Ο αριθμός των μεθόδων που επιλέξαμε, ώστε να χρησιμοποιήσουμε τα χαρακτηριστικά τους ως κριτήρια για την δημιουργία των κανόνων απόφασης της βάση γνώσης είναι 36. Συνοπτικά οι μέθοδοι που πήραν μέρος σε αυτό το κομμάτι της εργασίας είναι οι εξής:

- A. Όλοι οι μέθοδοι της οικογένειας ELECTRE
- B. Οι μέθοδοι της οικογένειας PROMETHEE (πλήν των μεθόδων PROMETHEE III και IV λόγω έλλειψης στοιχείων)
- C. Όλοι οι μέθοδοι της οικογένειας UTA
- D. Και οι μέθοδοι: TACTIC, MAPPAC, PRAGMA, TOMASO, TOPSIS, MACBETH, SMART, SMARTS, SMARTER, AHP, Modified AHP και MAVT

Θα πρέπει να σημειώσουμε εδώ ότι, οι μέθοδοι που επιλέξαμε να συμπεριλάβουμε στην διαμόρφωση των κριτηρίων, έχουν ως βασικό στοιχείο εισόδου τον πολυκριτήριο πίνακα εκτιμήσεων. Ο πολυκριτήριος πίνακας εκτιμήσεων περιέχει τις εκτιμήσεις των εναλλακτικών ενεργειών πάνω στα κριτήρια, έτσι όπως τις έχει ορίσει ο ίδιος ο αποφασίζων, σύμφωνα με τις προτιμήσεις του. Βέβαια η μορφή του πολυκριτηρίου πίνακα δεν είναι πάντα η ίδια, κάποιες μέθοδοι χρησιμοποιούνε ορισμένα επιπρόσθετα χαρακτηριστικά τα οποία περιγράφονται μέσω του πίνακα. Τέτοια είδους χαρακτηριστικά είναι τα βάρη των κριτηρίων και η προδιάταξη των εναλλακτικών.

Μετά την ανάλυση των χαρακτηριστικών των πολυκριτηρίων μεθοδολογιών, προχωρήσαμε στην ομαδοποίηση τους, με σκοπό να καταλήξουμε σε κριτήρια τα οποία θα έχουν την δυνατότητα να καταγράφουν κάθε φορά την ύπαρξη αυτών των χαρακτηριστικών. Το σύνολο των χαρακτηριστικών που καταφέραμε να αποσπάσουμε από τις επιλεχθείσες μεθοδολογίες ήταν 61, τα οποία στην συνέχεια ομαδοποιήθηκαν

στα κριτήρια απόφασης. Ο αριθμός των κριτηρίων που προέκυψε μετά από αυτή την διαδικασία ήταν 27. Τα κριτήρια επίσης χωριστήκαν σε ομάδες κριτηρίων ανάλογα με τα χαρακτηριστικά που εξετάζουν. Έτσι δημιουργήσαμε 5 ομάδες κριτηρίων οι οποίες είναι οι εξής:

- A. Γενικά κριτήρια
- B. Κριτήρια που αφορούν τα δεδομένα εισόδου (Inputs)
- C. Κριτήρια που αφορούν τα αποτελέσματα (Outputs)
- D. Κριτήρια που εξετάζουν ειδικά χαρακτηριστικά των μεθοδολογιών
- E. Κριτήρια χαρακτηριστικών βελτίωσης (*Αφορούν μόνο τις βελτιώσεις των μεθόδων UTA και UTADIS*)

Θα πρέπει να επισημάνουμε εδώ ότι, η τελευταία κατηγορία κριτηρίων που αναφέρεται στα χαρακτηριστικά βελτίωσης αφορά μόνο τις μεθόδους UTA και UTADIS. Ο λόγος για τον οποίο συμβαίνει αυτό είναι ότι οι μεθοδολογίες αυτές παρουσιάζουν ένα μεγάλο πλήθος από συναφείς μεθόδους οι οποίες έχουν ως σκοπό να βελτιώσουν τα αποτελέσματα των αρχικών μεθόδων. Αυτή η βελτίωση των αποτελεσμάτων μπορεί να επιτυγχάνεται είτε με την μείωση του σφάλματος, είτε με τον περιορισμό του συνόλου των βέλτιστων εναλλακτικών λύσεων, είτε τέλος με την μείωση των εσφαλμένων ταξινομήσεων.

Στην συνέχεια, με βάση τα κριτήρια που έχουμε στην διάθεση μας, προχωρήσαμε στην κατασκευή της βάσης γνώσης. Η εισαγωγή των πληροφοριών στην βάση γνώσης έγινε με την βοήθεια των κανόνων παραγωγής. Ο λόγος για τον επιλέχτηκε αυτού του τύπου η αναπαράσταση της πληροφορίας είναι ότι, οι κανόνες παραγωγής μας οδηγούν μέσω μιας λογικής διαδικασίας στο κατάλληλο αποτέλεσμα. Ο κάθε κανόνας απόφασης εξετάζει όλα τα χαρακτηριστικά της κάθε μεθοδολογίας, τα οποία τα συνθέτει με την βοήθεια του λογικού τελεστή AND (σύζευξη). Σε αυτό το σημείο θα πρέπει να πούμε ότι, θα μπορούσαμε αντί για τον λογικό τελεστή AND σε ορισμένες περιπτώσεις να χρησιμοποιούσαμε και τον λογικό τελεστή OR, αυτό θα μπορούσε να συμβεί στην περίπτωση όπου θα θέλαμε να συμπτύξουμε ορισμένα χαρακτηριστικά των μεθόδων. Η διαδικασία υλοποίησης του κανόνα της απόφασης μέσω του λογικού τελεστή OR αφήνεται κίνητρο για μελλοντική ενασχόληση στην ανάπτυξη της εν' λόγω βάσης γνώσης.

Απαραίτητη προϋπόθεση για να μας οδηγήσει ο κανόνας παραγωγής σε μια μεθοδολογία είναι, το πρόβλημα που έχουμε προς εξέταση να μπορεί να μας δώσει απαντήσεις στα κριτήρια που εξετάζουμε. Περιπτώσεις όπου το πρόβλημα δεν μπορεί να δώσει απαντήσεις σε ένα κριτήριο, τότε αυτό το κριτήριο δεν λαμβάνεται υπ' όψη και η διαδικασία συνεχίζεται. Μετά το πέρας του ελέγχου των χαρακτηριστικών του προβλήματος το έμπειρο σύστημα θα συγκρίνει τα χαρακτηριστικά αυτά με αυτά των μεθόδων που έχει στην διάθεση του μέσω της βάσης γνώσης και θα μας δώσει το αποτέλεσμα της διαδικασίας. Για την κατασκευή της βάσης γνώσης παρήγαμε 121 κανόνες παραγωγής. Η αναπαράσταση των κανόνων παραγωγής έγινε με την βοήθεια του λογισμικού Microsoft Excel.

Η αναπαράσταση των κανόνων παραγωγής έγινε σύμφωνα με την προτεινόμενη κωδικοποίηση των κριτηρίων. Έτσι λοιπόν για τα κριτήρια πολλαπλών επιλογών έχουμε έναν πραγματικό αριθμό ο οποίος κάθε φορά αντιπροσωπεύει το εκάστοτε χαρακτηριστικό, οι αριθμοί αυτοί κυμαίνονται από το 1 έως τον επιθυμητό αριθμό εναλλακτικών επιλογών που έχει το κριτήριο. Για τα κριτήρια που έχουν την μορφή ΝΑΙ/ΟΧΙ, ο αριθμός 0 (μηδέν) αντιστοιχεί στην επιλογή ΟΧΙ και ο αριθμός (1) στην επιλογή ΝΑΙ.

Οι κανόνες παραγωγής καταγράφονται σε ένα φύλλο Excel, κάθε γραμμή αντιπροσωπεύει και έναν κανόνα παραγωγής που αντιστοιχεί σε μια μέθοδο, ενώ οι στήλες αντιστοιχούν στα κριτήρια της απόφασης. Επίσης στο τέλος της καταγραφής των κριτηρίων υπάρχει και μια επιπρόσθετη στήλη στην οποία καταγράφουμε τις παρατηρήσεις σχετικά με τις μεθόδους, τέτοιες παρατηρήσεις μπορεί να είναι το λογισμικό που χρησιμοποιεί μια μέθοδος ή κάποια ειδοποιός διαφορά της μεθόδου σε σχέση με τις άλλες, η οποία δεν μπορούσε να περιγράψει μέσω των κριτηρίων. Οι παρατηρήσεις αυτές μπορούν επίσης να διοχετευθούν μέσω του έμπειρου συστήματος στον αποφασίζοντα. Ορισμένες από τις μεθόδους που έχουμε προς ανάλυση τυχάνει να σε ορισμένα κριτήρια να αληθεύουν σε περισσότερες εκ των μιας εναλλακτικές επιλογές, για την καταγραφή λοιπόν αυτών των περιπτώσεων ξαναγράφουμε τον κανόνα παραγωγής βάζοντας διαδοχικά και τις υπόλοιπες τιμές που αντιστοιχούν στις εναλλακτικές του κάθε κριτηρίου, στην συνέχεια οι διαδοχικοί κανόνες παραγωγής συνδέονται με τον λογικό τελεστή AND για να καταλήξουν στην τελική απόφαση.

Τέλος θεωρείται απαραίτητο να παραθέσουμε ορισμένες προτάσεις για βελτίωση και μελλοντική επέκταση της βάσης γνώσης. Άμεσος σκοπός μας είναι να αναπτυχθεί μια βάση γνώσης η οποία να είναι όσο γίνεται περισσότερο ευέλικτη και αποτελεσματική, για τον λόγο αυτό έχουμε να κάνουμε τις παρακάτω επισημάνσεις:

- Ως μελλοντική δυνατότητα της βάσης γνώσης, είναι να μπορέσουμε να συμπεριλάβουμε πλέον όλο το σύνολο των καταγεγραμμένων μεθόδων πολυκριτήριας ανάλυσης. Το εγχείρημα αυτό περιπλέκεται όσο αυξάνεται και ο αριθμός των μεθόδων που εξετάζονται.
- Ένα άλλο σημείο στο οποίο μπορούμε να σταθούμε και έχει να κάνει με την ευελιξία των κανόνων απόφασης είναι, αυτό που έχουμε αναφέρει αρκετές φορές κατά την ανάλυση των κανόνων, είναι να συνθέσουμε ορισμένους κανόνες μέσω του λογικού τελεστή OR.
- Τέλος, σκοπός μας είναι να προχωρήσουμε στην υλοποίηση πλέον του έμπειρου συστήματος. Με την βοήθεια κάποιας γλώσσας προγραμματισμού να κατασκευάσουμε ένα λογισμικό το οποίο να έχει την δυνατότητα βάσει των χαρακτηριστικών που έχουμε καταγράψει να προτείνει στον αποφασίζοντα την κατάλληλη μεθοδολογία επίλυσης σύμφωνα με τα χαρακτηριστικά του προβλήματος που θέτει κάθε φορά. Η ιδέα της κατασκευής ενός τέτοιου συστήματος θα δώσει λύση σε περιπτώσεις όπου ο αποφασίζων αδυνατεί να προσδιορίσει μόνος του την κατάλληλη πολυκριτήρια μέθοδο.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Γιαννακόπουλος, Δ. και Σίσκος, Ι. (1985), Συστήματα υποστήριξης πολυκριτήριων αποφάσεων: Το σύστημα MINORA, Ανακοίνωση στο 7^ο Εθνικό Συνέδριο Επιχειρησιακής Έρευνας, Αθήνα.

Γρηγορούδης, Β. και Σίσκος, Ι. (2000), Ποιότητα υπηρεσιών και μέτρηση της ικανοποίησης του πελάτη, Εκδόσεις Νέων Τεχνολογιών, Αθήνα.

Δούμπος, Μ. και Ζοπουνίδης, Κ. (2001), Πολυκριτήριες Τεχνικές Ταξινόμησης: Θεωρία και Εφαρμογές, Εκδόσεις Κλειδάριθμος, Αθήνα.

Δουκίδης, Γ.Ι. και Αγγελίδης, Μ.Κ. (1992), Έμπειρα συστήματα-Τεχνητή νοημοσύνη και Lisp, Εκδόσεις Ι. Σιδεράς, Αθήνα.

Καραπέτσας, Κ. (2002), Πολυκριτήρια Συστήματα Υποστήριξης Αποφάσεων: Καταγραφή και παρουσίαση των κυριότερων συστημάτων και αξιολόγηση τους με βάση πολυκριτήριες μεθόδους υποστήριξης αποφάσεων, Διατριβή που υποβλήθηκε για την απόκτηση Διδακτορικού Διπλώματος, Πολυτεχνείο Κρήτης, Χανιά.

Ματσατσίνης, Ν. (2006), Συστήματα Υποστήριξης Αποφάσεων, Σημειώσεις προπτυχιακού μαθήματος, Πολυτεχνείο Κρήτης, Χανιά.

Σαμαράς, Γ. (2005) Ανάπτυξη ενός Ευφυούς Συστήματος Υποστήριξης Αποφάσεων για την σύνθεση και διαχείριση χαρτοφυλακίου. Διατριβή που υποβλήθηκε για την απόκτηση Διδακτορικού Διπλώματος, Πολυτεχνείο Κρήτης, Χανιά.

Ζοπουνίδης, Κ., Δούμπος, Μ., Ματσατσίνης, Ν. (1996) Πολυκριτήρια Ευφυή συστήματα υποστήριξης αποφάσεων για την αξιολόγηση των επιδόσεων και της βιοσημότητας των επιχειρήσεων, Εκδόσεις «ΕΛΛΗΝ», Αθήνα.

Ζοπουνίδης, Κ. (2001) Ανάλυση χρηματοοικονομικών αποφάσεων με πολλαπλά κριτήρια, Εκδόσεις «ΑΝΙΚΟΥΛΑ», Θεσσαλονίκη.

Κρικέτος, Β., Πάστρας, Κ. (1989). Εγχειρίδιο εισαγωγής στα έμπειρα συστήματα : εισαγωγή στις έννοιες και μεθόδους της τεχνητής νοημοσύνης, δομή έμπειρων συστημάτων, μέθοδοι και εργαλεία ανάπτυξης, Εκδόσεις «Εταιρεία Ανάπτυξης της Ναυτικής Τεχνολογίας», Πειραιάς.

ΔΙΕΘΝΗΣ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Arrow, K. & Raynaud, H. (1986) Social choice and multicriterion decision-making. The MIT Press, Cambridge.

Bana e Costa C.A. and Vansnick J-C. (1994), Macbeth - An interactive path towards the construction of cardinal value functions. International Transactions in Operational Research, vol. 1, no. 4, 489-500.

Bana e Costa C.A., Stewart T.J. and Vansnick J.-C. (1997), Applications of the macbeth approach in the framework of an additive aggregation model, Journal of Multi-Criteria Decision Analysis, vol. 6, Issue 2, pp. 107-114.

Bana e Costa C.A, Ensslin L., Correa EC, Vansnick J.-C. (1999), Decision Support Systems in action: Integrated application in a multicriteria decision aid process Bana, European Journal of Operational Research, vol. 113, no. 2, pp. 315-335.

Barr, A. and Feigenbaum, E.A. (1982), The Handbook of Artificial Intelligence (Vol II), Pittman Books, Ltd., London.

Beccali M., Cellura, M., and Ardente, D. (1998) Decision making in energy planning: The ELECTRE multicriteria analysis approach compared to a fuzzy-sets methodology. Energy Conversion and Management, 39 (16-18):1869-1881.

Belacel, N. (2000) Multicriteria assignment method PROAFTN: methodology and medical application. European Journal of Operational Research, 125(1):175-183.

Belton, V. & Gear, T. (1983) On a short-coming of Saaty's method of the Analytic Hierarchies. Omega, **11**, 228 -230.

Benayoun, R., Roy, B., and Sussman, B. (1966) ELECTRE: Une methode pour guider le choix en presence de points de vue multiples. Note de travail 49, SEMA-METRA International, Direction Scientifique.

Benayoun, R., De Montgolfier, J., Tergny, J. and Larichev, O. (1971), "Linear programming with multiple objective function: Stem method (STEM)", Mathematical Programming, 1/3, 366-375.

Beuthe, M. and Scannella, G. (1996), Applications compares des methods d'analyse multicritere UTA, RAIRO Operations Research 94, 293-315.

Beuthe, M., Scannella, G. (1998), Comparative analysis of UTA multicriteria methods European Journal of Operational Research ,130 (2001) 246±262

Beuthe, M., Eeckhoudt, L., Scannella, G. (2000) A practical multicriteria methodology for assessing risky public investments, Socio-Economic Planning Sciences 34 121±139

Brans, J.P.(1982) L'ingénierie de la décision; Elaboration d'instruments d'aide à la décision. La méthode PROMETHEE. In R. Nadeau and M. Landry, editors, L'aide à la décision: Nature, Instruments et Perspectives d'Avenir, pages 183–213, Québec, Canada. Presses de l'Université Laval.

Brans, J.P., Mareschal, B. and Vincke, Ph. (1984), PROMETHEE: A new family of outranking methods in multicriteria analysis, in Brans, J.P. (ed.), Operational Research 84, North-Holland, Amsterdam, 408-421.

Brans, J.P. and Vincke, Ph. (1985), A preference ranking organization method: The PROMETHEE method for multiple criteria decision making, Management Science, 31,6,647-656.

Brans, J.P., Mareschal, B., and Vincke, Ph.(1986) How to select and how to rank projects: The PROMETHEE method. European Journal of Operational Research, 24(2):228–238.

Brans, J.P. and Mareschal, B.(1992) Promethee-V – MCDM problems with segmentation constraints. INFOR, 30(2):85–96.

Brans, J.P. and Mareschal,(1995) B.. The PROMETHEE VI procedure. How to differentiate hard from soft multicriteria problems. Journal of Decision Systems, 4:213–223.

Brans, J.P.(1996) The space of freedom of the decision maker modelling the human brain. European Journal of Operational Research, 92(3):593–602.

Brans, J.P. and Mareschal, B.(2002) PROMETHEE-GAIA. Une Methodologie d'Aide a la Decision en Presence de Criteres Multiples. Ellipses, Paris, France.

Cronan, T.P., Glorfeld, L.W. and Perry, L.G. (1991), "Production system development for expert systems using a recursive partitioning induction approach: An application to mortgage, commercial and consumer lending", Decision Sciences 22, 812-845.

De Keyser, W.S.M. and Peeters, P.H.M.(1994) ARGUS – A new multiple criteria method based on the general idea of outranking. In M. Paruccini, editor, Applying Multiple Criteria Aid for Decision to Environmental Management, pages 263–278. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht.

Devaud, J.M., Groussaud, G and Jacquet-Lagrange, E. (1980), UTADIS: Une méthode de construction de fonctions d'utilité additives rendant compte de jugements globaux, European Working Group on Multicriteria Decision Aid, Bochum.

Dias, L. and Climaco, J. (1999) On computing ELECTRE's credibility indices under partial information. Journal of Multi-Criteria Decision Analysis, 8(2):74–92.

Dias L. and Climaco J.(2000) ELECTRE TRI for groups with imprecise information on parameter values. Group Decision and Negotiation, 9(5):355–377.

Dias, L., Mousseau, V., Figueira, J. and Climaco, J.(2002) An aggregation/disaggregation approach to obtain robust conclusions with ELECTRE TRI. *European Journal of Operational Research*, 138:332–348.

Dias, L. and Mousseau, V. (2004) Inferring ELECTRE's veto-related parameters from outranking examples. *European Journal of Operational Research*, to appear.

Duckstein, L. and Gershon, M.(1983) Multicriterion analysis of a vegetation management problem using ELECTRE II. *Applied Mathematical Modelling*, 7 (4):254–261.

Duchessi, P. and Belardo, S. (1987), "Lending analysis support system (LASS): An application of a knowledge-based system to support commercial loan analysis", *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics* 17, 4, 608-616.

Dyer, J. & Sarin, R. (1979) Measurable multiattribute value functions. *Operations Research*, 27, 810 -822.

Dyer, J. (1990) Remarks on the Analytic Hierarchy Process. *Management Science*, 36, 249 -258.

Dyer, J. (2005) MAUT – multiattribute utility theory. *Multiple criteria decision analysis: state of the art surveys* (ed. by Figueira, J., Greco, S., & Ehrgott, M.), pp. 265 -294. Springer, Berlin.

Dyer, IS., Fishburn, R.E., Steuer, J., Wallenius, J. and Zionts, S. (1992), *Multiple criteria decision making, multiattribute utility theory: The next ten years*, *Management Science*, 38, 5, 645-654.

Edwards, W. (1977), How to use multiattribute utility measurement for social decision making, *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics* SMC 7 (5), 326-340.

Edwards, W. and Barron, F.H. (1994), SMARTS and SMARTER: Improved simple methods for multiattribute utility measurement, *Organizational Behavior and Human Decision Processes* 60, 306-325.

Evans, J.P. and Steuer, RE. (1973), A revised simplex method for linear multiple objective programs, *Mathematical Programming*, Vol. 1, 5 , pp. 54-72.

Fishburn, P.C. (1970), *Utility theory for decision making*, Wiley, New York.

Fishburn, PC. (1972), *Mathematics of decision theory*, UNESCO.

Fishburn, P.C. (1982), *The foundation of expected utility*, Reidel, Dordrecht, Holland.

French, S. (1993), *Decision theory: An introduction to the mathematics of rationality*, Ellis Horwood, West Sussex.

Figueira, J. and Roy, B.(2002) Determining the weights of criteria in the ELECTRE type methods with a revised Simos' procedure. *European Journal of Operational Research*,139:317–326.

Figueira, J, Greco, S. Ehrgott, M. (2005), *MULTIPLE CRITERIA DECISION ANALYSIS: STATE OF THE ART SURVEYS*, Springer Science + Business Media, Inc. Boston

Giarlotta, A.(1998) Passive and active compensability multicriteria analysis (PACMAN). *Journal of Multi-Criteria Decision Analysis*, 7(4):204–216.

Giarlotta A.(2001) Multicriteria compensability analysis. *European Journal of Operational Research*, 133(1):190–209.

Goldberg, D.E. (1989), *Genetic algorithms in search, optimization, and machine learning*, Addison-Wesley, Reading, MA.

Greco, S.(1997) A new PCCA method: IDRA. *European Journal of Operational Research*, 98(3):587–601.

Heuer, S., Koch, U. and Cryer, C. (1988), "INVEST: An expert system for financial investments", *IEEE Expert*, 60-68, Summer.

Hayes-Roth, F. (1984), "Knowledge-based expert systems", *Computer* 17, 10, 263-273.

Hayes-Roth, F., Waterman, D.A. and Lenat, D. (1983), *Building expert systems*, Addison-Wesley, Reading MA.

Henderson, J.C. (1987), "Finding synergy between decision support systems and expert systems research", *Decision Sciences* 18, 333-349.

Hinloopen, E., Nijkamp, P., and Rietveld, P.(1983) Qualitative discrete multiple criteria choice models in regional planning. *Regional Science and Urban Economics*, 13:77–102

Hinloopen E. and Nijkamp P.(1986). Regime-methods voor ordinal multicriteria-analyses. *Kwantitatieve Methoden*, 7(22):61–78.

Holland, J.H., Holyoak, K.J., Nisbett, R.E. and Thagard, R.R. (1986), *Induction: Processes of Inference, Learning and Discovery*, The MIT Press, Cambridge, MA.

Huang, C.C., Kira, D., and Vertinsky, I.(1969) Stochastic dominance rules for multiattribute utility functions. *Review of Economic Studies*, 41:611–616, 1969.

Jacquet-Lagrange, E. and Siskos, Y. (1982), Assessing a set of additive utility functions for multicriteria decision making: The UTA method, *European Journal of Operational Research* 10, 151-164.

Jacquet-Lagrez, E. (1984), PREFCALC: Evaluation et décision multicritère, *Revue de l'Utilisateur de IBM PC*, 3, pp. 38-55.

Jacquet-Lagrez, E., Meziani, R. and Slowinski, R. (1987), MOLP with an interactive assessment of a piecewise- linear utility function, *European Journal of Operational Research* 31, pp. 350-357.

Jacquet-Lagrez, E. (1995), An application of the UTA discriminant model for the evaluation of R&D projects, in P.M. Pardalos, Y. Siskos and C. Zopounidis (eds), *Advances in Multicriteria Decision Aid*, Kluwer Academic publishers, Dordrecht, 203-211.

Jaszkiewicz, A. and Slowinski, R. (1995), The Light Beam Search: Outranking based interactive procedure for multiple-objective mathematical programming, in Pardalos, P.M., Siskos, Y. and Zopounidis, C, *Advances in multicriteria analysis*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, pp. 129-146.

Keeney, R. and Raiffa, H. (1976), *Decisions with multiple objectives: Preferences and value trade-offs*, Wiley, New York.

Keeney, R. L. & Raiffa, H. (1993) *Decisions with multiple objectives: preferences and value tradeoffs*. Cambridge University Press, Cambridge.

Klein, M. and Methlie, L.B. (1995), *Expert systems: A decision support approach with applications in management and finance*, Addison-Wesley, Wokingham.

Kirkwood, C.W. (1997), *Strategic decision making. Multiobjective decision analysis with spreadsheets*, Duxbury Press, Belmont.

Korhonen, P. (1990), A multiple objective linear programming decision support system, *Decision Support Systems*, Vol. 6, pp. 243-252.

Korhonen, P., Lewandowski, A., and Wallenius, J.(1991) Editors, *Multiple Criteria Decision Support*, pages 167--174. Springer Verlag, LNEMS 356, Berlin. N-tomic: a support system for multicriteria segmentation problems. In

Larichev O.I. and Moshkovich H.M.(1994) An approach to ordinal classification problems. *International Transactions of Operational Research*, 1(3):375–385..

Larichev, O.I. and Moshkovich, H.M.(1995) ZAPROS-LM– A method and system for ordering multiattribute alternatives. *European Journal of Operational Research*, 82:503–521.

Larichev O.I.(2001) Ranking multicriteria alternatives: The method ZAPROS III. *European Journal of Operational Research*, 131:550–558.

Leclercq, J.P.(1984) Propositions d'extensions de la notion de dominance en présence de relations d'ordre sur le pseudo-critères: MELCHIOR. *Revue Belge de Recherche Operationnelle, de Statistique et d' Informatique*, 24(1):32–46.

Mareschal, B. and Brans, J.P.(1991) BANK ADVISER. An industrial evaluation system. *European Journal of Operational Research*, 54:318–324, 1991.

Mareschal, B. and Mertens, D.(1992) BANKS: A multicriteria decision support system for financial evaluation in the international banking sector. *Journal of Decision Systems*,1(2-3):175–189.

Marichal, J.L. Meyer, P., Roubens, M. (2004), Sorting multiattribute alternatives: The TOMASO method, Preprint submitted to Elsevier Science

Martel, J.M. and Zaras, K.(1997) Modeling preferences using stochastic and probabilistic dominances. In *International Conference on Methods and Applications of Multicriteria Decision Making*, pages 256–260. Facultés Universitaires Catholiques de Mons, Belgium.

Martel, J. and Roy, B.(2002) Analyse de la signifiante de diverses procedures d'agregation multicritere. *Annales du LAMSADE 1*, Universiti Paris-Dauphine.

Massaglia, M. and Ostanello, A. (1991), "N-TOMIC: A decision support for multicriteria segmentation problems", in: P. Korhonen (éd.), *International Workshop on Multicriteria Decision Support, Lecture Notes in Economics and Mathematics Systems* 356, Springer-Verlag, Berlin, 167-174.

Matarazzo, B.(1988) Preference global frequencies in multicriterion analysis (PRAGMA). *European Journal of Operational Research*, 36(1):36–49.

Matarazzo, B.(1990). A pairwise criterion comparison approach: The MAPPAC and PRAGMA methods. In C. Bana e Costa, editor, *Readings in Multiple Criteria Decision Aid*, pages 253–273. Springer Verlag, Berlin,.

Michalopoulos, M. and Zopounidis, C. (1993), "An expert system for the assessment of bankruptcy risk", in: B. Papathanassiou and K. Paparrizos (eds.), *Proceedings of 2nd Balkan Conference on Operational Research*, 151-163.

Michalski, R.S. (1983), "A theory and methodology of inductive learning", in: R.S. Michalski, J.G. Carbonell and T.M. Mitchell (eds.), *Machine Learning: An Artificial Intelligence Approach*, Tioga Publishing Company, Palo Alto, CA.

Moshkovich, H.M., Mechitov, A., and Olson, D.L.(2002) Ordinal judgments for comparison of multiattribute alternatives. *European Journal of Operational Research*, 137:625–641.

Mousseau, V. and Dias, L.(2004) Valued outranking relations in ELECTRE providing manageable disaggregation procedures. *European Journal of Operational Research*, in press.

Mousseau, V., Figueira, J., and Naux, J.(2001). Unsing assignment examples to infer weights for ELECTRE TRI method: Some experimental results. *European Journal of Operational Research*, 130(2):263–275.

- Mui, G. and McCarthy, W.E. (1987), "FSA: Applying AI techniques to the familiarization phase of financial decision making", *IEEE Expert*, 33-41.
- Nijkamp, P., Rietveld, P., and Voogd, H.(1990) *Multicriteria Evaluation in Physical Planning*. North Holland, Amsterdam.
- Pardalos, P.M., Siskos, Y. and Zopounidis, C. (1995), *Advances in multicriteria analysis*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, Netherlands.
- Paelinck, J.H.P.(1976) Qualitative multiple criteria analysis, environmental protection and multiregional development. *Papers of the Regional Science Association*, 36:59–74.
- Paelinck, J.H.P.(1977) Qualitative multiple criteria analysis: An airport location. *Environment and Planning*, 9:883–895.
- Pavic, I. and Babic, Z.(1991) The use of the PROMETHEE method in the location choice of a production system. *International Journal of Production Economics*, 23(1-3):165–174
- Perny, P. (1998), "Multicriteria filtering methods based on concordance and non-discordance principles", *Annals of Operations Research*, 80,137-165.
- Roubens, M.(1980) Analyse et agrégation des préférences: Modélisation, ajustement et résumé de données relationnelles. *Revue Beige de Recherche Operationnelle, de Statistique et d'Informatique*, 20(2):36–67.
- Roubens, M.(1982) Preference relations on actions and criteria in multicriteria decision making. *European Journal of Operational Research*, 10:51–55, 1982.
- Roubens, M., Marichal, Jean-Luc., Meyer, P. (2004) *Sorting multiattribute alternatives: The TOMASO method*
- Roy, B.(1968) Classement et choix en presence de points de vue multiples (la methode ELECTRE). *RIRO*, 8:57–75.
- Roy, B. and Bertier, P.(1971) La méthode ELECTRE II. Note de travail 142, SEMA-METRA Metra International.
- Roy, B. (1976), From optimization to multicriteria decision aid: Three main operational attributes, in Thiriez, H. and Zionts, S. (eds), *Multiple criteria decision making*, 130, Springer, Berlin, pp. 1-32.
- Roy, B.(1978) ELECTRE III: Un algorithme de classements fondé sur une représentation floue des préférences en présence de critères multiples. *Cahiers du CERO*, 20(1):3–24.
- Roy, B. and Hugonnard, J.(1982) Classement des prolongements de lignes de métro en banlieue parisienne (présentation d'une méthode multicritère originale). *Cahiers du CERO*, 24(2-3-4):153–171.

Roy, B. and Skalka, J.(1984) ELECTRE IS : Aspects methodologiques et guide d'utilisation. Document du LAMSADE 30, Universiti Paris Dauphine.

Roy, B. (1985), Méthodologie multicritère d'aide à la décision, Economica, Paris.

Roy, B. (1989), The outranking approach and the foundations of Electre methods, in Bana e Costa, C. (éd.), Readings on multiple criteria decision aid, Springer, Berlin, pp. 155-183.

Roy, B. (1990) The outranking approach and the foundations of ELECTRE methods. In C.A. Bana e Costa, editor, Readings in Multiple Criteria Decision Aid, pages 155–183. Springer-Verlag, Berlin.

Roy, B. (1990), Decision aid and decision making, European Journal of Operational Research, 43, pp. 324-331.

Roy, B.(1991) The outranking approach and the foundations of ELECTRE methods. Theory and Decision, 31:49–73.

Roy, B. and Bouyssou, D. (1993), Aide multicritère à la décision: Méthodes et cas, Ed. Economica, Paris.

Saaty,. T.L. (1980), The analytic hierarchy process, McGraw-Hill, New York.

Scharlig, A. (1985), Décider sur plusieurs critères, Collection Diriger l'Entreprise, Presses Polytechniques Romandes.

Siskos, Y. (1980), Comment modéliser les préférences au moyen de fonctions d'utilité additives, RAIRO Recherche Opérationnelle, 14, pp. 53-82.

Siskos, Y. (1983), Analyse de systèmes de décision multicritère en univers aléatoire, Foundations of Control Engineering 8, 193-212.

Siskos, J. and Yannacopoulos, D. (1985), UTASTAR: An ordinal regression method for building additive value functions, Investigacao Operacional 5, 1, 39-53.

Siskos, J. (1986), Evaluating a system of furniture retail outlets using an interactive ordinal regression method, European Journal of Operational Research, 23, 179-193.

Siskos, Y. and Despotis, D. (1989), A DSS oriented method for multiobjective linear programming problems, Decision Support Systems, Vol. 5, pp. 47-55.

Siskos, Y., Spyridakos, A. and Yannacopoulos, D. (1993), MINORA: A multicriteria decision aiding system for discrete alternatives, Journal of Information Science and Technology, 2, pp. 136-149.

Siskos, Y. and Spyridakos, A. (1999), Intelligent multicriteria decision support: Overview and perspectives, European Journal of Operational Research 113, 2, pp. 236-246.

Siskos, Y., Spyridakos, A. and Yannacopoulos, D. (1999), Using artificial intelligence and visual techniques into the procedures of preference disaggregation: the MIIDAS system, *European Journal of Operational Research*, 113, 281-299.

Triantaphyllou, E., Shu, B., Nieto Sanchez, S., and Ray, T. (1998), *Multi-Criteria Decision Making: An Operations Research Approach*, *Encyclopedia of Electrical and Electronics Engineering*, (J.G. Webster, Ed.), John Wiley & Sons, New York, NY, Vol. 15, pp. 175-186

Turban, E. (1993), *Decision support and expert systems: Management support systems*, 3rd éd., Macmillan, New York.

Yu, W.(1992) ELECTRE TRI: Aspects methodologiques et manuel d'utilisation. Document du LAMSADE 74, Universiti Paris-Dauphine.

Vanderpooten, D. (1989), The construction of prescription in outranking methods, in Bana e Costa, C. (éd.), *Readings on multiple criteria decision aid*. Springer, Berlin, pp. 184-215.

Vanhuylenbroeck, G.(1995) The conflict-analysis method – Bridging the gap between ELECTRE, PROMETHEE and ORESTE. *European Journal of Operational Research*, 82(3):490–502

Vansnick, J.C.(1986) On the problem of weighs in multiple criteria decision making (the noncompensatory approach). *European Journal of Operational Research*, 24:288–294.

Vincke, Ph. (1992), *Multicriteria decision- aid*, Wiley, New York.

Von Winterfeldt, D. and Edwards, W. (1986), *Decision analysis and behavioral research*, Cambridge University Press, New York.

Von Winterfeldt, D. and Edwards, W. (1993), *Decision analysis and behavioral research*, Cambridge University Press, Cambridge.

Voogd, H.(1982) Multicriteria evaluation with mixed qualitative and quantitative data. *Environment and Planning B*, 9:221–236.

Voogd, H.(1983) *Multicriteria Evaluation for Urban and Regional Planning*. Pion Ltd., London.

Wierzbicki, A.P. (1992), *Multi-objective modeling and simulation for decision support*, Working Paper of the International Institute for Applied Systems Analysis, WP92-80, Laxemburg, Austria.

Zeleny, M. (1974), *Linear multiobjective programming*. Springer, New York.

Zeleny, M. (1982), *Multiple Criteria Decision Making*, Springer-Verlag, New York.

Zionts, S. and Wallenius, J. (1976), An interactive programming method for solving the multiple criteria problem, *Management Science*, Vol. 22, pp. 652-663.

Zionts, S. and Wallenius, J. (1983), An interactive multiple objective linear programming method for a class of underlying non-linear utility functions, *Management Science*, Vol. 29, pp. 512-529.

Zionts, S. (1992), The state of multicriteria decision making: Past, present and future, in Goicoechea, A, Duckstein, L. Zionts, S. (eds), *Multiple Criteria Decision Making*, Springer-Verlag, New York.

Zopounidis, C. (1987), A multicriteria decision-making methodology for the evaluation of the risk of failure and an application, *Foundations of Control Engineering*, 12, 45-64.

Zopounidis, C. (1995) *Evaluation du Risque de Defaillance de l'Entreprise : Methodes et Cas d'Application*. Economica, Paris.

Zopounidis, C, Matsatsinis, N.F. and Doumpos, M. (1996), Developing a multicriteria knowledge- based decision support system for the assessment of corporate performance and viability: The FINE VA system, *Fuzzy Economic Review*, 1/2, 35-53.

Zopounidis, C. (1997), Multicriteria decision aid in financial management, in J. Barcelo (éd.), *Plenaries and Tutorials of EURO XV- INFORMS XXXIV Joint International Meeting*, 7-31.

Zopounidis, C. and Doumpos, M. (1997α), Preference disaggregation methodology in segmentation problems: The case of financial distress, in C. Zopounidis (ed), *New Operational Approaches for Financial Modeling*, Physica- Verlag, Berlin-Heidelberg, 417-439.

Zopounidis, C. and Doumpos, M. (1997β), A multicriteria decision aid methodology for the assessment of country risk, in C. Zopounidis and J.M. Garcia Vasquez (eds), *Managing in uncertainty*, *Proceedings of VI International Conference AEDEM*, AEDEM Editions, Vigo, 223-236.

Zopounidis, C. and Doumpos, M. (1998), Developing a multicriteria decision support system for financial classification problems: The FINCLAS system, *Optimization Methods and Software*, 8, 277-304.

Zopounidis, C. (1998) *Operational Tools in the Management of Financial Risks*. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht.

Zopounidis, C. and Doumpos, M. (1998α), A multicriteria decision aid methodology for the assessment of country risk, in C. Zopounidis and P.M. Pardalos, *Managing in Uncertainty: Theory and Practice*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 5-22.

Zopounidis, C. and Doumpos, M. (1998β), A multicriteria sorting methodology for financial classification problems, in: C. Zopounidis and I. Papadimitriou (eds), *Abstracts and Papers of the 47th Meeting of the EURO Working Group "Multicriteria*

Aid for Decisions", Vol. II, Editions of the Technical University of Crete, Chania, 41-68.

Zopounidis, C. and Dimitras, A. (1998) Multicriteria Decision Aid Methods for the Prediction of Business Failure. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht.

Zopounidis, C. (1999), Multicriteria decision aid in financial management, European Journal of Operational Research 119, pp. 404-415.

Zopounidis, C and Doumpos, M (2000γ). Building additive utilities for multi-group hierarchical discrimination: The M.H.DIS method, Optimization Methods and Software, 14/3, 219-240.

Ηλεκτρονική Βιβλιογραφία

<http://www.dpem.tuc.gr/fel>

<http://www.ergasya.tuc.gr>

<http://www.lamsade.dauphine.fr/>

<http://www.sciencedirect.com/>

http://en.wikipedia.org/wiki/Multi-criteria_decision_analysis

<http://www.terry.uga.edu/mcdm/>

http://monet.fe.uc.pt/mc_sc2/index.html

<http://home.ubalt.edu/ntsbarsh/Business-stat/Refop.htm>

<http://www.inescc.pt/~ewgmcdm/Books.html>

<http://www.lamsade.dauphine.fr/mcda/biblio/Category/articles.html>

<http://www.springerlink.com/home/main.mpx>

<http://www3.interscience.wiley.com/>

http://www.elsevier.com/wps/find/journaldescription.cws_home/505543/description#description

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑΤΑ

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Ι

ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΟΛΥΚΡΙΤΗΡΙΩΝ ΜΕΘΟΔΩΝ ΠΟΥ ΕΧΟΥΝ ΚΑΤΑΓΡΑΦΕΙ ΑΠΟ ΤΗΝ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

ΜΕΘΟΔΟΣ	ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ				
	ΘΕΩΡΗΤΙΚΑ ΡΕΥΜΑΤΑ	ΧΡΟΝΟΛΟΓΙΑ ΣΥΓΓΡΑΦΗΣ	ΣΥΓΓΡΑΦΕΑΣ/ΣΥΓΓΡΑΦΕΙΣ	ΑΝΑΦΟΡΑ ΣΕ ΑΡΘΡΟ	Σύστημα που χρησιμοποιεί την μέθοδο
ELECTRE - ELECTRE I	Σχέση Υπεροχής	1966	R. Benayoun, B. Roy, and B. Sussman	R. Benayoun, B. Roy, and B. Sussman. ELECTRE: Une méthode pour guider le choix en présence de points de vue multiples. Note de travail 49, SEMA-METRA International, Direction Scientifique, 1966.	ELECTRE IS, SANNA
ELECTRE Is	Σχέση Υπεροχής	1984	Roy and Shalka	B. Roy and J. Shalka. ELECTRE IS : Aspects méthodologiques et guide d'utilisation. Document du LAMSADE 30, Université Paris Dauphine, 1984.	ELECTRE IS
ELECTRE II	Σχέση Υπεροχής	1971	Roy and Bertier	B. Roy and P. Bertier. La méthode ELECTRE II. Note de travail 142, SEMA-METRA Metra International, 1971.	ELECCALC
ELECTRE III	Σχέση Υπεροχής	1978	Roy	B. Roy. ELECTRE III: Un algorithme de classements fondé sur une représentation floue des préférences en présence de critères multiples. Cahiers du CERO, 20(1):3–24, 1978.	ELECTRE III/IV, CELECTRE
ELECTRE IV	Σχέση Υπεροχής	1982	Roy and Hugonnard	B. Roy and J. Hugonnard. Classement des prolongements de lignes de métro en banlieue parisienne (présentation d'une méthode multicritère originale). Cahiers du CERO, 24(2-3-4):153–171, 1982.	ELECTRE III/V
ELECTRE TRI	Σχέση Υπεροχής	1992	Yu	W. Yu. ELECTRE TRI: Aspects méthodologiques et manuel d'utilisation. Document du LAMSADE 74, Université Paris-Dauphine, 1992.	ELECTRE TRI, MEDUSAT, IRIS, SKILLS EVALUATOR
PROMETHEE I	Σχέση Υπεροχής	1982	J.B. Brans and Vincke	J.P. Brans. L'ingénierie de la décision; Elaboration d'instruments d'aide à la décision. La méthode PROMETHEE. In R. Nadeau and M. Landry, editors, L'aide à la décision: Nature, Instruments et Perspectives d'Avenir, pages 183–213, Québec, Canada, 1982. Presses de l'Université Laval.	Decision Lab 2000, BANKS, BANKADVISER, PROMCALC
PROMETHEE II	Σχέση Υπεροχής	1982	J.B. Brans and Vincke		Decision Lab 2000, SANNA
PROMETHEE III	Σχέση Υπεροχής	1984	J.P. Brans and B. Mareschal	J.P. Brans, B. Mareschal, and Ph. Vincke. PROMETHEE: A new family of outranking methods in multicriteria analysis. In J.P. Brans, editor, Operational Research '84, pages 477-490. North-Holland, Amsterdam, 1984.	
PROMETHEE IV	Σχέση Υπεροχής	1984	J.P. Brans and B. Mareschal		

PROMETHEE V	Σχέση Υπεροχής	1992	J.P. Brans and B. Mareschal	J.P. Brans and B. Mareschal. Promethee-V – MCDM problems with segmentation constraints. INFOR, 30(2):85–96, 1992.	
PROMETHEE VI	Σχέση Υπεροχής	1994	J.P. Brans and B. Mareschal	J.P. Brans and B. Mareschal. The PROMETHEE VI procedure. How to differentiate hard from soft multicriteria problems. Journal of Decision Systems, 4:213–223, 1995.	
QUALIFLEX	Σχέση Υπεροχής	1976	Pealinck	J.H.P. Paelinck. Qualitative multiple criteria analysis, environmental protection and multiregional development. Papers of the Regional Science Association, 36:59–74, 1976.	MICRO-QUALIFLEX
ORESTE	Σχέση Υπεροχής	1980	Roubens	M. Roubens. Analyse et agrégation des préférences: Modélisation, ajustement et résumé de données relationnelles. Revue Beige de Recherche Operationnelle, de Statistique et d' Informatique, 20(2):36–67, 1980.	
MELCHIOR	Σχέση Υπεροχής	1984	J.P. Leclercq	J.P. Leclercq. Propositions d'extensions de la notion de dominance en présence de relations d'ordre sur le pseudo-critères: MELCHIOR. Revue Belge de Recherche Operationnelle, de Statistique et d' Informatique, 24(1):32–46, 1984.	
REGIME	Σχέση Υπεροχής	1986	E. Hinloopen and P. Nijkamp	E. Hinloopen and P. Nijkamp. Regime-methods voor ordinal multicriteria-analyses. Kwantitatieve Methoden, 7(22):61–78, 1986.	
ARGUS	Σχέση Υπεροχής	1994	W.S.M. De Keyser and P.H.M. Peeters	W.S.M. De Keyser and P.H.M. Peeters. ARGUS – A new multiple criteria method based on the general idea of outranking. In M. Paruccini, editor, Applying Multiple Criteria Aid for Decision to Environmental Management, pages 263–278. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1994.	-
EVAMIX	Σχέση Υπεροχής	1982	H. Voogd	H. Voogd. Multicriteria evaluation with mixed qualitative and quantitative data. Environment and Planning B, 9:221–236, 1982.	
TACTIC	Σχέση Υπεροχής	1986	J.C. Vansnick	J.C. Vansnick. On the problem of weighs in multiple criteria decision making (the noncompensatory approach). European Journal of Operational Research, 24:288–294, 1986.	
MAPPAC	Σχέση Υπεροχής	1990	B.Matarazzo	B. Matarazzo. A pairwise criterion comparison approach: The MAPPAC and PRAGMA methods. In C. Bana e Costa, editor, Readings in Multiple Criteria Decision Aid, pages 253–273. Springer Verlag, Berlin, 1990.	SANNA, M&P (MAPPAC AND PRAGMA)
PRAGMA	Σχέση Υπεροχής	1988	B.Matarazzo	B. Matarazzo. Preference global frequencies in multicriterion analysis (PRAGMA). European Journal of Operational Research, 36(1):36–49, 1988.	M&P (MAPPAC AND PRAGMA)

IDRA	Σχέση Υπεροχής	1997	S. Greco	S. Greco. A new PCCA method: IDRA. European Journal of Operational Research, 98(3):587–601, 1997.	-
PACMAN	Σχέση Υπεροχής	1998	A. Giarlotta	A. Giarlotta. Passive and active compensability multicriteria analysis (PACMAN). Journal of Multi-Criteria Decision Analysis, 7(4):204–216, 1998.	
Martel and Zara's Method	Σχέση Υπεροχής	1997	J.M. Martel and K. Zaras	J.M. Martel and K. Zaras. Modeling preferences using stochastic and probabilistic dominances. In International Conference on Methods and Applications of Multicriteria Decision Making, pages 256–260. Facultés Universitaires Catholiques de Mons, Belgium, 1997.	
N-TOMIC	Σχέση Υπεροχής	1991	Massaglia and Ostanello	N-tomic: a support system for multicriteria segmentation problems. In P. Korhonen, A. Lewandowski, and J. Wallenius, editors, Multiple Criteria Decision Support, pages 167–174. Springer Verlag, LNEMS 356, Berlin, 1991.	
PROAFTN	Σχέση Υπεροχής	2000	Belacel	Multicriteria assignment method PROAFTN: methodology and medical application. European Journal of Operational Research, 125(1):175-183, 2000.	
NDS Computation	Σχέση Υπεροχής	1986	Arrow, K. & Raynaud, H	Arrow, K. & Raynaud, H. (1986) Social choice and multicriterion decision-making. The MIT Press, Cambridge.	MultCSync.
TOMASO	Σχέση Υπεροχής	2004	Jean-Luc Marichal, Patrick Meyer, Marc Roubens	Sorting multiattribute alternatives: The TOMASO method	TOMASO SOFTWARE
TOPSIS	Σχέση Υπεροχής	1990	Nijkamp, P., Rietveld, P., & Voogd, H	Nijkamp, P., Rietveld, P., & Voogd, H. (1990) Multicriteria evaluation in physical planning. North-Holland, Amsterdam.	SANNA, Triptych.
ZAPROS	Σχέση Υπεροχής	1995	O.I Larichev and H.M Moshkovich	O.I. Larichev and H.M. Moshkovich. ZAPROS-LM– A method and system for ordering multiattribute alternatives. European Journal of Operational Research, 82:503–521, 1995.	
ZAPROS III	Σχέση Υπεροχής	2001	O.I. Larichev	O.I. Larichev. Ranking multicriteria alternatives: The method ZAPROS III. European Journal of Operational Research, 131:550–558, 2001	
STEP-ZAPROS	Σχέση Υπεροχής	2002	H.M. Moshkovich, A. Mechitov, and D.L. Olson	H.M. Moshkovich, A. Mechitov, and D.L. Olson. Ordinal judgments for comparison of multiattribute alternatives. European Journal of Operational Research, 137:625–641, 2002	

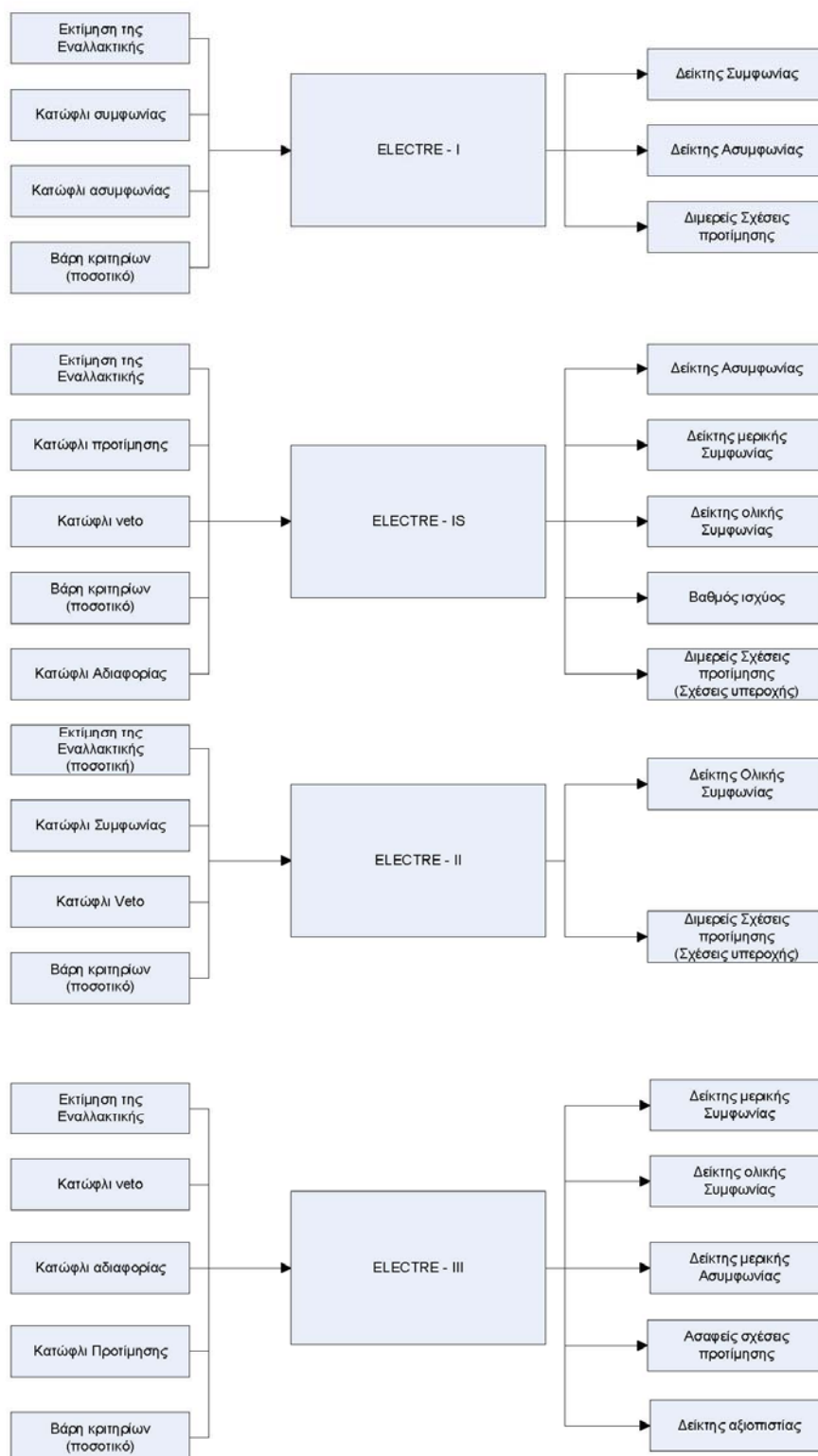
ORCLASS	Σχέση Υπεροχής	1994	Larichev O.I. and Moshkovich H.M.	Larichev O.I. and Moshkovich H.M. An approach to ordinal classification problems. International Transactions of Operational Research, 1(3):375–385, 1994.	ADELAIS, UTA+, PREFCALC, MUSTARD, POLICY, MEDIATOR
UTA	Ανάλυση Παλινδρόμησης	1982	Jacquet-Lagrange, Siskos	E. Jacquet-Lagrange and Y. Siskos. Assessing a set of additive utility functions for multicriteria decision making: The UTA method. European Journal of Operational Research, 10(2): 151–164, 1982.	
UTASTAR	Ανάλυση Παλινδρόμησης	1985	Siskos, Yannakopoulos	Y. Siskos and D. Yannakopoulos. UTASTAR: An ordinal regression method for building additive value functions. Investigaçao Operacional, 5(1):39–53, 1985.	UTASTAR, MINORA, FINEVA, MUSTARD, MARKEK, DIMITRA,
UTA II	Ανάλυση Παλινδρόμησης	1980	Siskos	Y. Siskos. Comment modéliser les préférences au moyen de fonctions d'utilité additives. RAIRO Recherche Opérationnelle, 14:53–82, 1980.	MIIDAS, AgentAllocator
STOCHASTIC UTA	Ανάλυση Παλινδρόμησης	1983	Siskos	Y. Siskos. Analyse de systèmes de décision multicritère en univers aléatoire. Foundations of Control Engineering, 10(3–4): 193–212, 1983.	
UTADIS	Ανάλυση Παλινδρόμησης	1980	J.M. Devaud, G. Groussaud, and E. Jacquet-Lagrange	J.M. Devaud, G. Groussaud, and E. Jacquet-Lagrange. UTADIS: Une méthode de construction de fonctions d'utilité additives rendant compte de jugements globaux. European Working Group on Multicriteria Decision Aid, Bochum, 1980.	FINCLAS, PREFDIS, INVESTOR
UTADIS I	Ανάλυση Παλινδρόμησης	1997	Doumpos and Zopounidis, Zopounidis and Doumpos	C. Zopounidis and M. Doumpos. A multicriteria decision aid methodology for the assessment of country risk. European Research on Management and Business Economics, 3(3): 13–33, 1997.	FINCLAS, PREFDIS, INVESTOR
UTADIS II	Ανάλυση Παλινδρόμησης	2001	Doumpos and Zopounidis, Zopounidis and Doumpos	C. Zopounidis and M. Doumpos. A preference disaggregation decision support system for financial classification problems. European Journal of Operation Research, 130(2):402–413, 2001.	FINCLAS, PREFDIS, INVESTOR
UTADIS III	Ανάλυση Παλινδρόμησης	2002	Doumpos and Zopounidis, Zopounidis and Doumpos	M. Doumpos and C. Zopounidis. Multicriteria Decision Aid Classification Methods. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 2002.	FINCLAS, PREFDIS, INVESTOR
UTAMP 1	Ανάλυση Παλινδρόμησης	1996	Beuthe and Scannella	M. Beuthe and G. Scannella. Applications comparées des méthodes d'analyse multicritère UTA. RAIRO Recherche Opérationnelle, 30(3):293–315, 1996.	

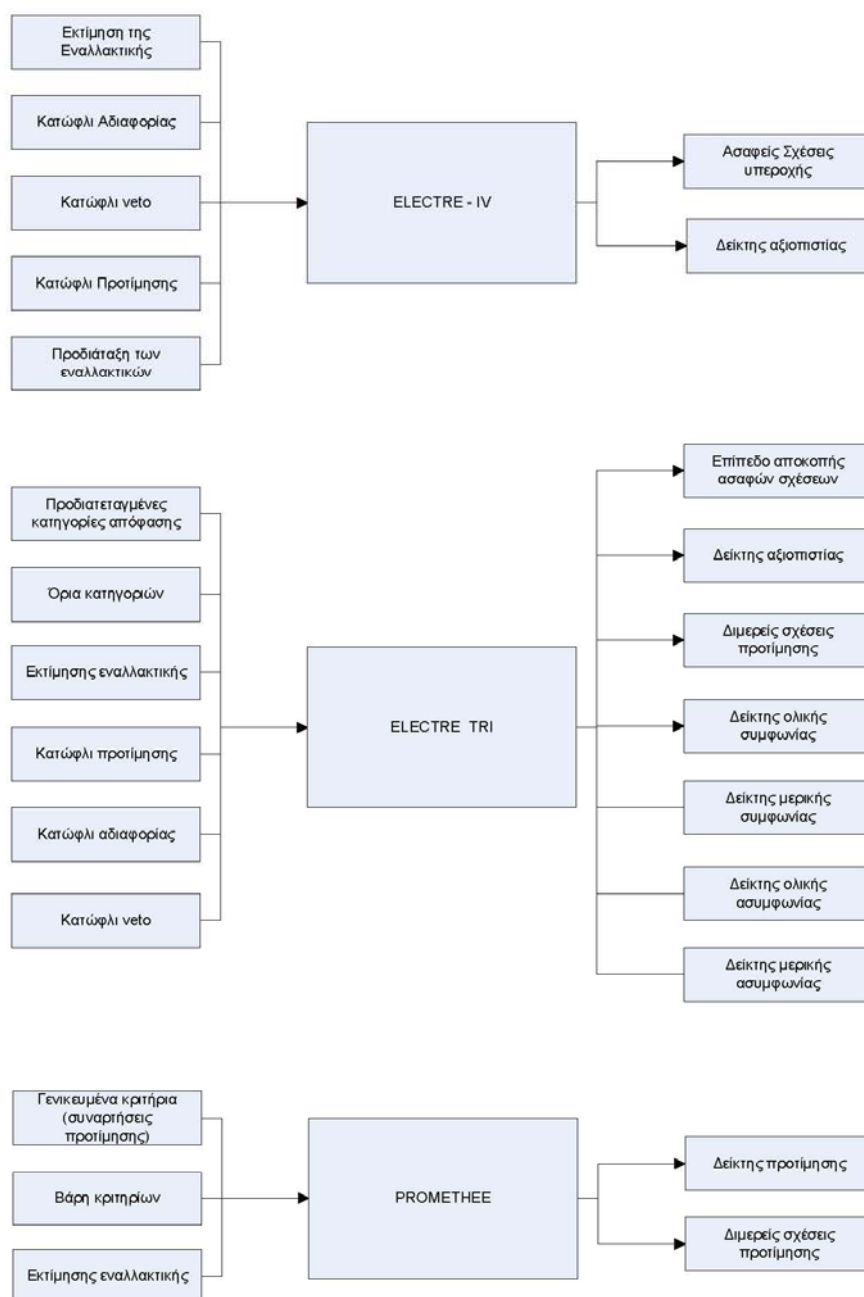
UTAMP 2	Ανάλυση Παλινδρόμησης	1996-2001	Beuthe and Scannella	M. Beuthe and G. Scannella. Comparative analysis of UTA multicriteria methods. European Journal of Operational Research, 130(2):246–262, 2001.	
UTAMIME	Ανάλυση Παλινδρόμησης	1990	Despotis, D.K., Yannacopoulos, D., Zopounidis, C.	Despotis, D.K., Yannacopoulos, D., Zopounidis, C., 1990. A review of the UTA multicriteria method and some improvements. Foundations of Computing and Decision Sciences15, 63±76.	
UTASTARMIME	Ανάλυση Παλινδρόμησης	1996,2001	Beuthe and Scannella		
UTAMKEN	Ανάλυση Παλινδρόμησης	1982	Jacquet-Lagr eze, E., Siskos, J.,	Assessing a set of additive utility functions for multicriteria decision-making the UTA method. European Journal of Operational Research 10,151±164.	MUSTARD
Quasi-UTA	Ανάλυση Παλινδρόμησης	2000	M. Beuthe, L. Eeckhoudt, and G. Scannella	M. Beuthe, L. Eeckhoudt, and G. Scannella. A practical multicriteria methodology for assessing risky public investments. Socio-Economic Planning Sciences, 34(2):121–139,2000.	MUSTARD
MACBETH	Ανάλυση Παλινδρόμησης - Ανάλυση δυο φάσεων	1994	Bana e costa,	C.A. Bana e Costa and J.C. Vansnick. MACBETH: An interactive path towards the construction of cardinal value functions. International Transactions in Operations Research,1(4):489–500, 1994.	M-MACBETH, HIVIEW
DEA	Ανάλυση Παλινδρόμησης ?	1978	Charnes, Cooper and Rhodes	Charnes, A., Cooper, W.W., Rhodes, E., 1978. Measuring the efficiency of decision making unites. European Journal of Operation Research, 2(6), 429–444.	Frontier Analyst Professional, Warwick-DEA, IDEA, PIONEER, SAS/DEA, EMS, Ideas
DEA CCR	Ανάλυση Παλινδρόμησης	1978	Charnes, Cooper and Rhodes		
DEA BCC	Ανάλυση Παλινδρόμησης	1984	Banker, Charnes and Cooper	R. D. Banker. A. Charnes and W. W. Cooper. Some models for estimating technical and scale efficiencies in data envelopment analysis. Mgmt Sci. 30, 1078-1092 (1984).	
MUSA	Ανάλυση Παλινδρόμησης	2002	Siskos and Grigoroudis	E. Grigoroudis and Y. Siskos. MUSA: A decision support system for evaluating and analysing customer satisfaction. In K. Margaritis and I. Pitas, editors, Proceedings of the 9th Panhellenic Conference in Informatics, Thessaloniki, Greece, pages 113–127,2003.	MUSA
MHDIS	Ανάλυση Παλινδρόμησης	2000	Zopounidis and Doumpou	C. Zopounidis and M. Doumpou. Building additive utilities for multi-group hierarchical discrimination: The MHDIS method. Optimization Methods and Software, 14(3):219–240, 2000.	INVESTOR

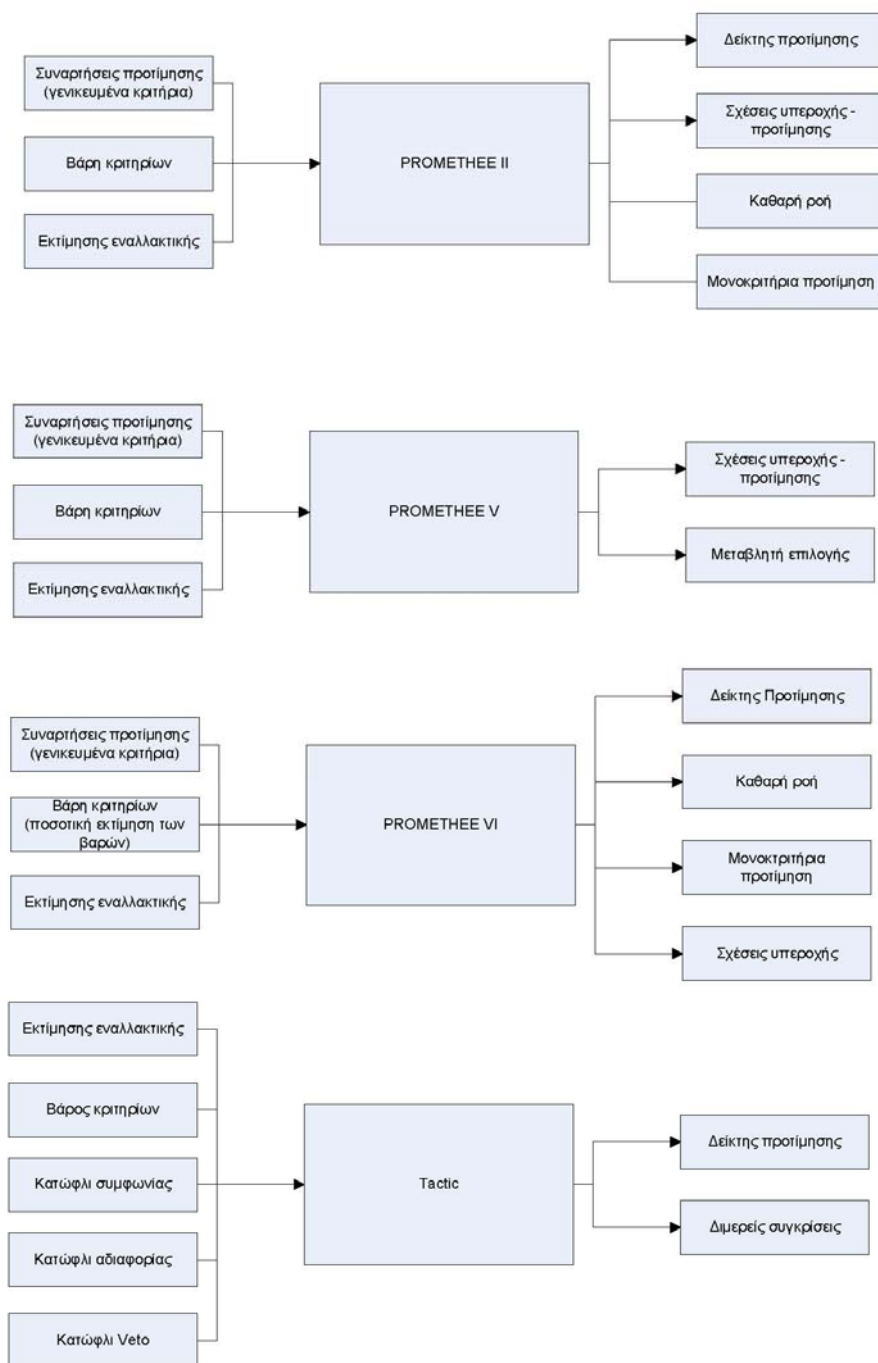
ΣΤΑΘΕΡΟ ΣΗΜΕΙΟ	Πολυκριτήρια Χρησιμότητα	1976	Keeney and Raifa	Keeney, R. and Raifa, H. (1976). Decisions with Multiple Objectives: Preferences and Value Tradeoffs, John Wiley and Sons, New York.	
ΣΗΜΕΙΟ ΜΕΣΗΣ ΑΞΙΑΣ	Πολυκριτήρια Χρησιμότητα	1976	Keeney and Raifa	Keeney, R. and Raifa, H. (1976). Decisions with Multiple Objectives: Preferences and Value Tradeoffs, John Wiley and Sons, New York.	
SMART	Πολυκριτήρια Χρησιμότητα	1986	Von Winterfeldt and Edwards	D. von Winterfeldt and W. Edwards. Decision Analysis and Behavioral Research. Cambridge University Press, Cambridge, 1986.	Hipre 3+, Web-Hipre, Criterium Decision Plus
SMARTS	Πολυκριτήρια Χρησιμότητα	1994	Edwards and Barron	W. Edwards and F. Hutton Barron. SMART and SMARTER: Improved simple methods for multiattribute utility measurement. Organizational Behavior and Human Decision Processes, 60:306-325, 1994	Web-Hipre, Hipre 3+
SMARTER	Πολυκριτήρια Χρησιμότητα	1994	Edwards and Barron		Web-Hipre, Hipre 3+
AHP	Πολυκριτήρια Χρησιμότητα	1980	Saaty	T.L. Saaty. The Analytic Hierarchy Process. McGraw-Hill, New York, 1980.	Expert Choice 2000, Hipre 3+, Web-Hipre, Criterium Decision Plus, Logical Decisions, MultCSync.
The Modified AHP	Πολυκριτήρια Χρησιμότητα	1983	Belton, V. & Gear, T.	Belton, V. & Gear, T. (1983) On a short-coming of Saaty's method of the Analytic Hierarchies. Omega, 11, 228 -230.	Expert Choice, Logical Decisions, MultCSync, Web-HIPRE.
Multiattribute Value Theory (MAVT)	Πολυκριτήρια Χρησιμότητα	1979	Dyer, J. & Sarin, R	Dyer, J. & Sarin, R. (1979) Measurable multiattribute value functions. Operations Research, 27, 810 -822.	Criterium Decision Plus, DataScope, DEFINITE, Expert Choice, High Priority, HIVIEW, Logical Decisions, V.I.S.A., Web-HIPRE.
Goal Programming	Πολυκριτήρια Χρησιμότητα	1955	Charnes, Cooper and Ferguson	A. Charnes, W.W. Cooper, and R.O. Ferguson. Optimal estimation of executive compensation by linear programming. Management Science, 1(2): 138–151, 1955.	
MMD	Πολυκριτήριος Μαθηματικός Πρ.	1981a	Freed and Glover	N. Freed and F. Glover. Simple but powerful goal programming models for discriminant problems. European Journal of Operational Research, 7:44-60, 1981	
OSD	Πολυκριτήριος Μαθηματικός Πρ.	1981b	Freed and Glover		

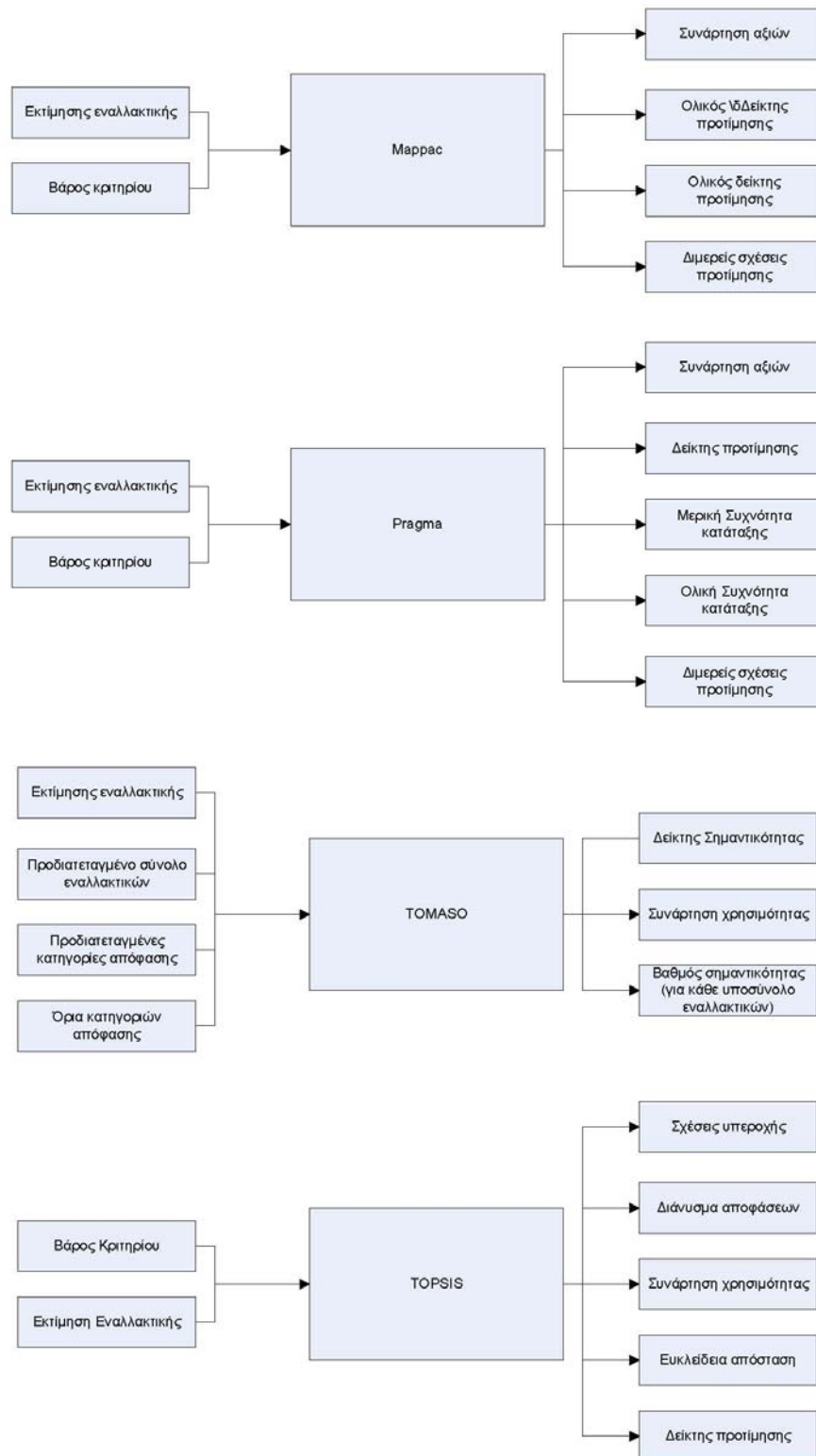
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ II

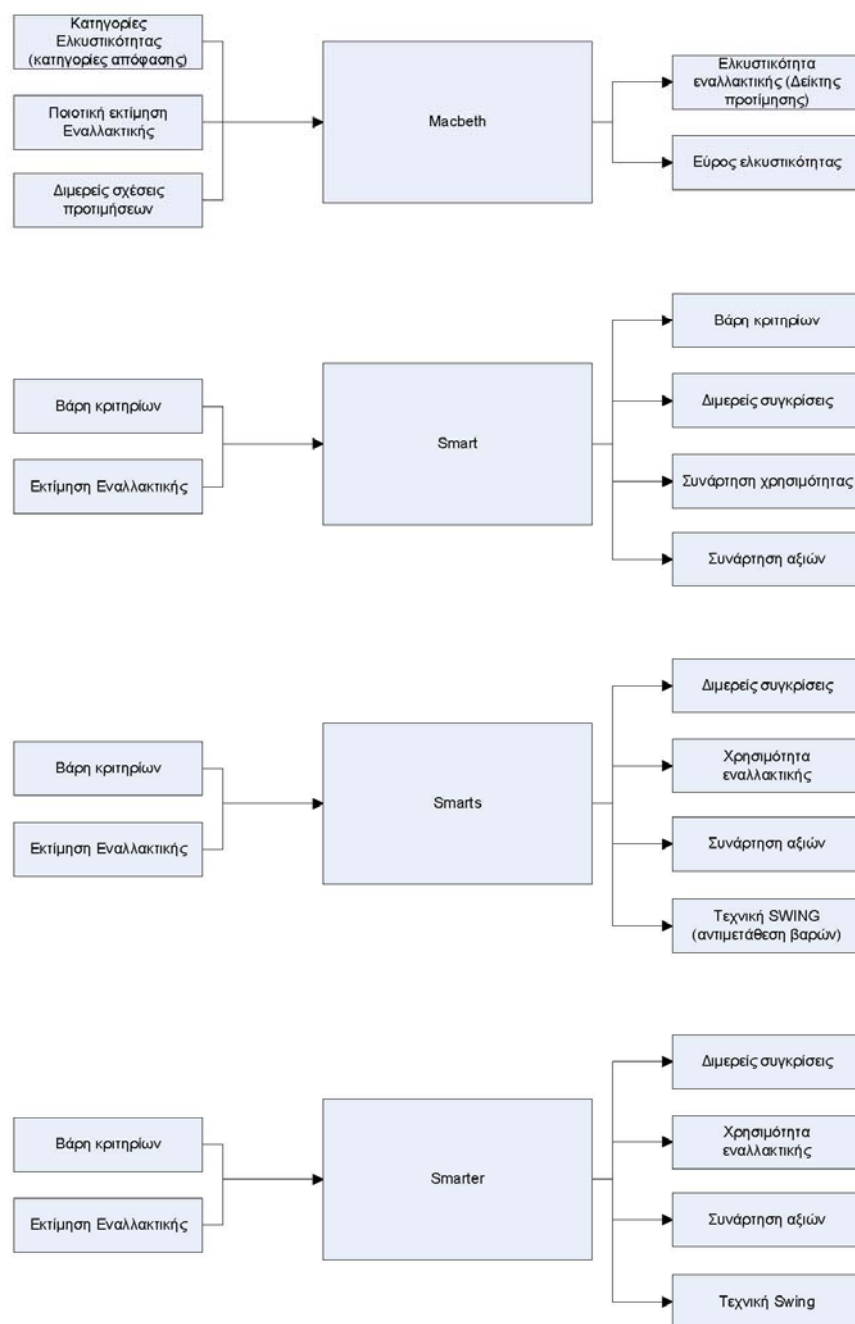
Χαρακτηριστικά μεθόδων



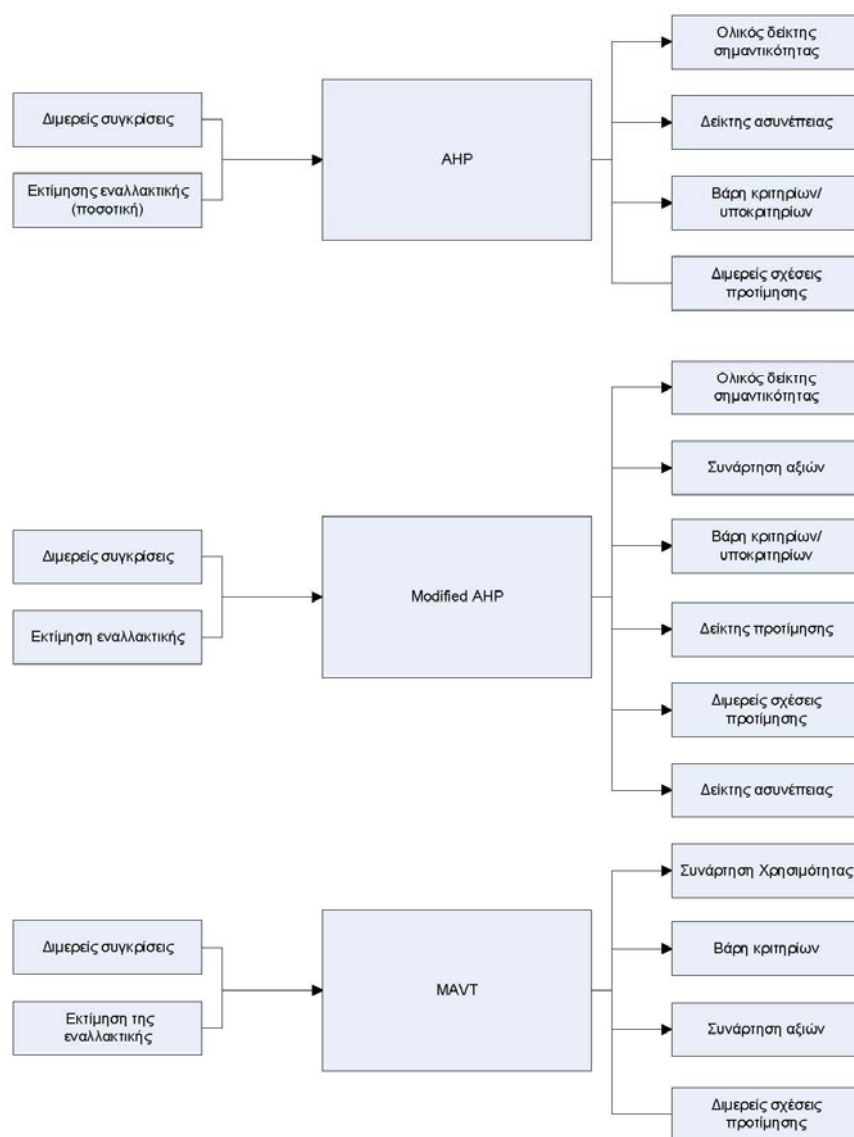


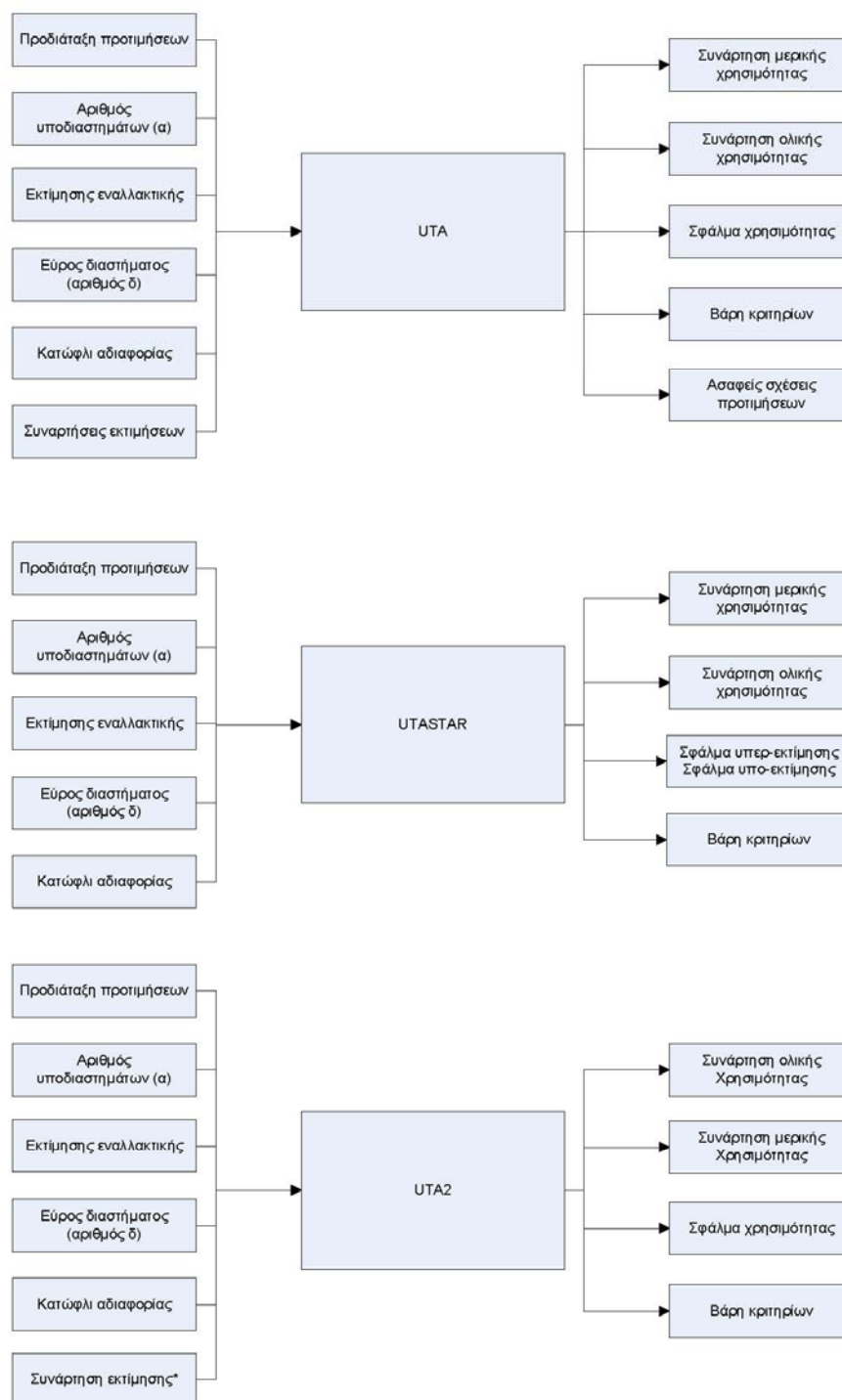




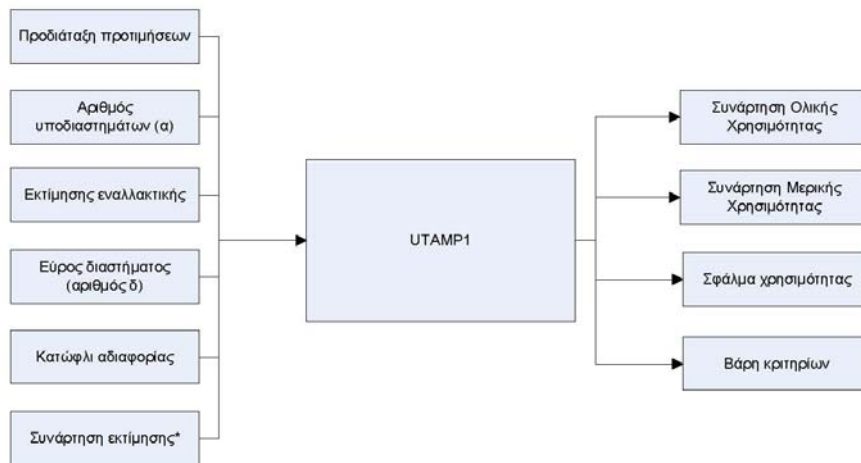


Σημ. Οι συναρτήσεις χρησιμότητας στην Smarter προσεγγίζονται γραμμικά, η τεχνική "swing weights" έχει προσεγγιστεί από τη μέθοδο Rank Order Centroid (ROC) weights

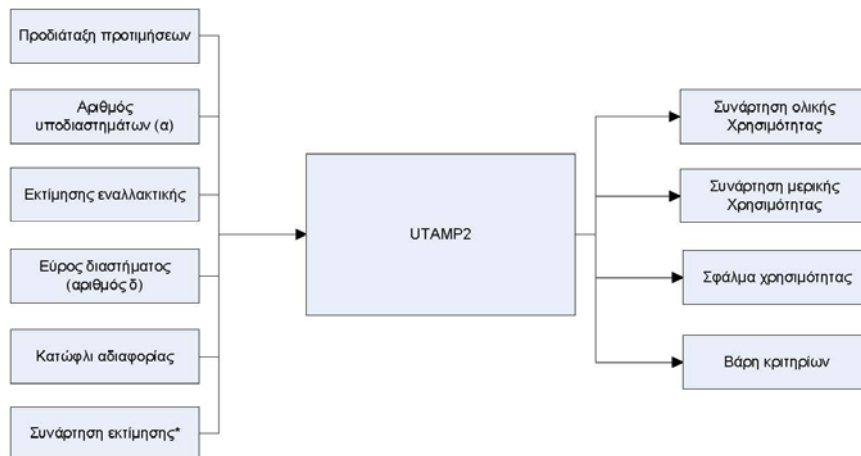




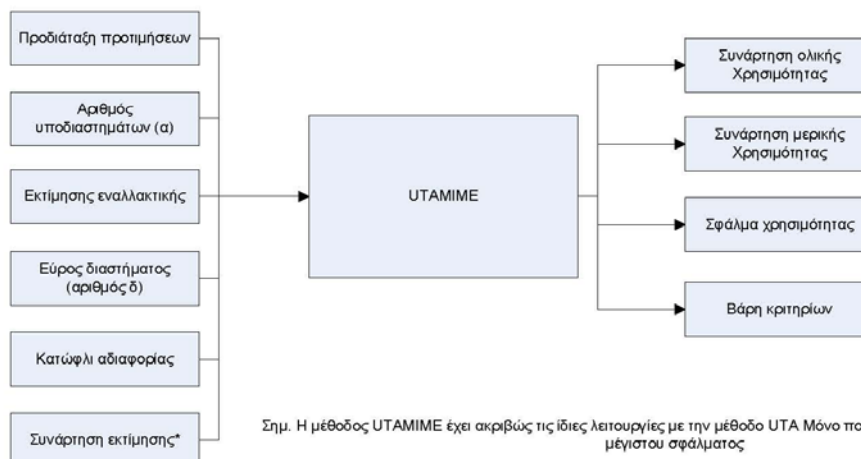
Σημ. Η μέθοδος εφαρμόζεται όταν οι προτιμήσεις μας δεν είναι μεταβατικές. τα υπόλοιπα χαρακτηριστικά της είναι ίδια με αυτά της UTA.



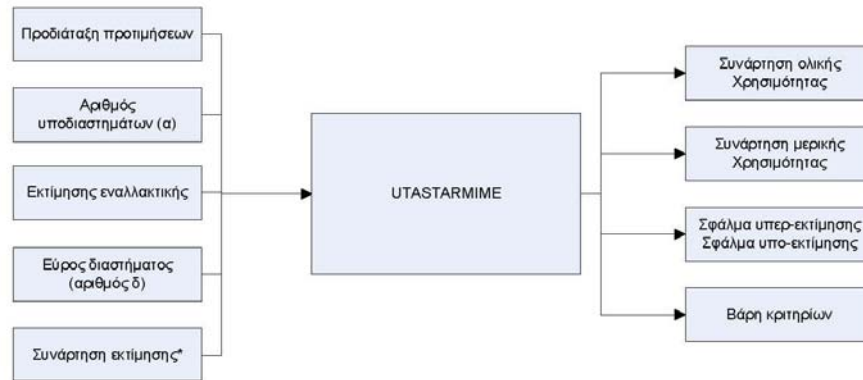
Σημ. Στην μέθοδο UTAMP1 έχω τα ίδια χαρακτηριστικά με την UTA αλλά εδώ γίνεται βελτιστοποίηση των παραμέτρων δ και s .



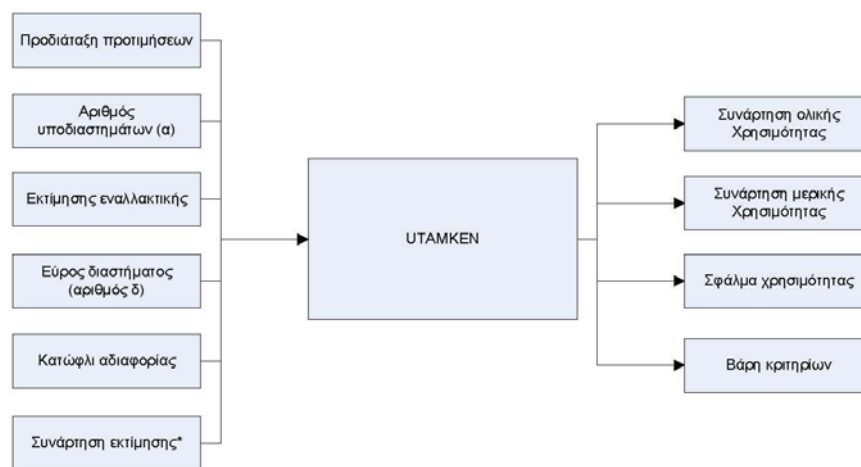
Σημ. Ισχύουν τα ίδια με την UTAMP1 αλλά έχω μεγιστοποίηση του αθροίσματος $\delta+s$.



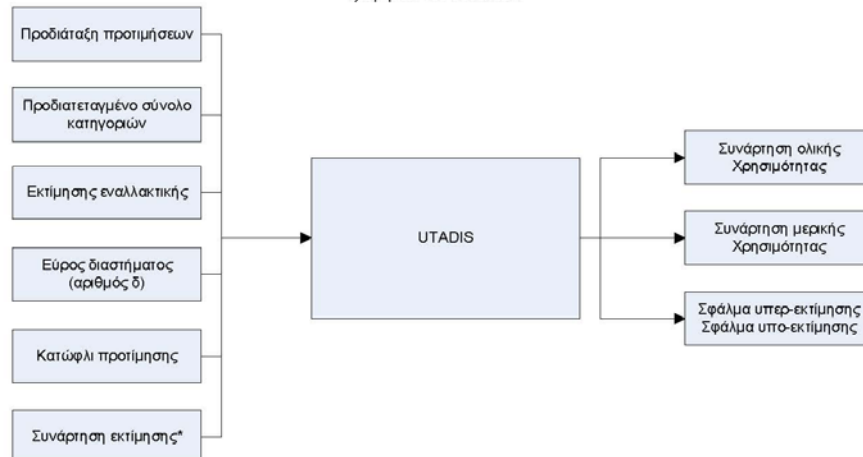
Σημ. Η μέθοδος UTAMIME έχει ακριβώς τις ίδιες λειτουργίες με την μέθοδο UTA. Μόνο που εδώ γίνεται ελαχιστοποίηση του μέγιστου σφάλματος.



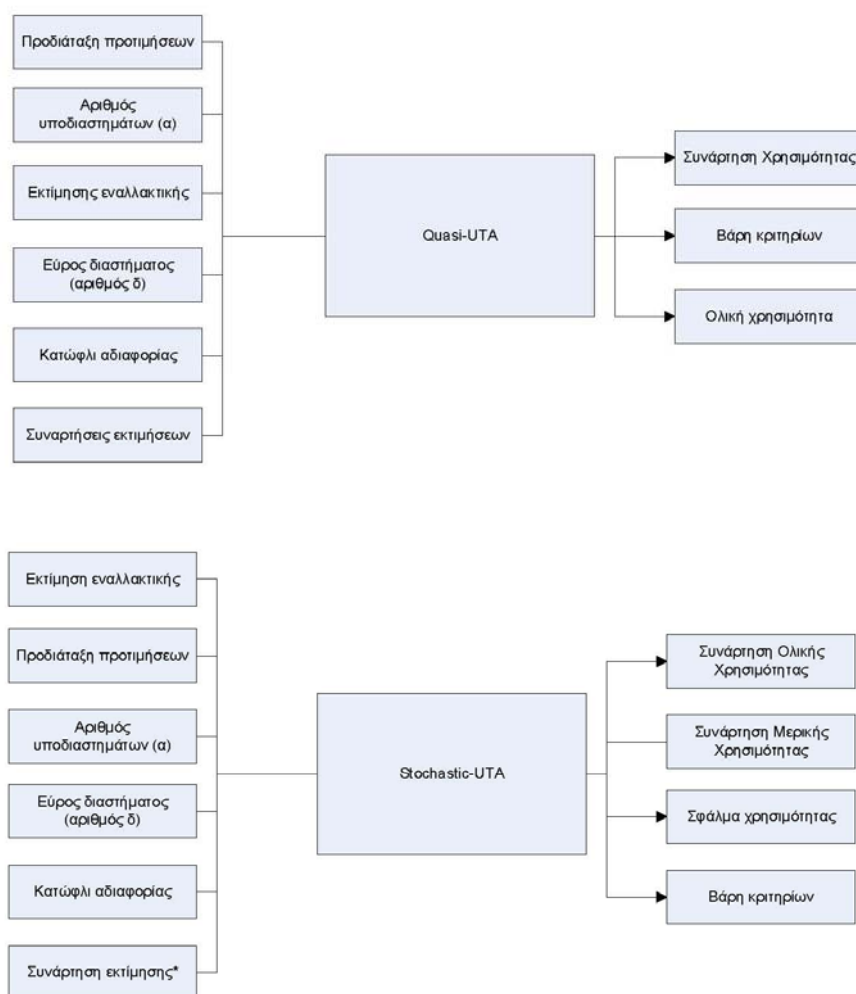
Σημ. γίνεται ελαχιστοποίηση της διαφοράς των σφαλμάτων υπέρ/υπό εκτίμησης



Σημ. Σε αυτή την μέθοδο γίνεται μεγιστοποίηση του "τ" του Kendal και παράλληλα ελαχιστοποίηση των συγκρινόμενων ζευγαριών του συνόλου R



Σημ. Οι μέθοδοι UTADIS I, II, III Δεν θα παρασταθούν γραφικά, θα καταγραφούν όμως τα απαραίτητα χαρακτηριστικά τους, τα οποία είναι ίδια με αυτά της UTADIS. Οι διαφοροποιήσεις της μεθόδου σκοπεύουν στην βελτιστοποίηση διαφόρων χαρακτηριστικών



*Με αυτό τον τρόπο γίνονται οι εκτιμήσεις στην μέθοδο, το ίδιο ισχύει και για όλες τις Uta-based μεθόδους

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΙΙΙ

Κανόνες Παραγωγής Έμπειρου Συστήματος

Rule 1 <i>If</i> $G_1=1$ <i>And</i> $G_2=1$ <i>And</i> $G_3=1$ <i>And</i> $I_1=1$ <i>And</i> $I_3=1$ <i>And</i> $I_5=2$ <i>And</i> $O_1=1$ <i>And</i> $O_2=1$ <i>And</i> $O_3=1$ <i>And</i> $Sc_1=1$ <i>And</i> $Sc_2=1$ <i>And</i> $Sc_3=1$ Then Πολ. Μέθοδος := ELECTRE I	Rule 2 <i>If</i> $G_1=1$ <i>And</i> $G_2=1$ <i>And</i> $G_3=1$ <i>And</i> $I_1=1$ <i>And</i> $I_3=6$ <i>And</i> $I_5=2$ <i>And</i> $O_1=1$ <i>And</i> $O_2=1$ <i>And</i> $O_3=1$ <i>And</i> $Sc_1=1$ <i>And</i> $Sc_2=1$ <i>And</i> $Sc_3=1$ Then Πολ. Μέθοδος := ELECTRE I	Rule 3 <i>If</i> $G_1=2$ <i>And</i> $G_2=3$ <i>And</i> $G_3=2$ <i>And</i> $I_1=1$ <i>And</i> $I_3=4$ <i>And</i> $I_5=2$ <i>And</i> $O_1=1$ <i>And</i> $O_2=1$ <i>And</i> $O_3=1$ <i>And</i> $O_5=1$ <i>And</i> $Sc_1=1$ <i>And</i> $Sc_2=1$ <i>And</i> $Sc_3=1$ Then Πολ. Μέθοδος := ELECTRE Is
Rule 4 <i>If</i> $G_1=2$ <i>And</i> $G_2=3$ <i>And</i> $G_3=2$ <i>And</i> $I_1=1$ <i>And</i> $I_3=5$ <i>And</i> $I_5=2$ <i>And</i> $O_1=1$ <i>And</i> $O_2=1$ <i>And</i> $O_3=1$ <i>And</i> $O_5=1$ <i>And</i> $Sc_1=1$ <i>And</i> $Sc_2=1$ <i>And</i> $Sc_3=1$ Then Πολ. Μέθοδος := ELECTRE Is	Rule 5 <i>If</i> $G_1=2$ <i>And</i> $G_2=3$ <i>And</i> $G_3=2$ <i>And</i> $I_1=1$ <i>And</i> $I_3=6$ <i>And</i> $I_5=2$ <i>And</i> $O_1=1$ <i>And</i> $O_2=1$ <i>And</i> $O_3=1$ <i>And</i> $O_5=1$ <i>And</i> $Sc_1=1$ <i>And</i> $Sc_2=1$ <i>And</i> $Sc_3=1$ Then Πολ. Μέθοδος := ELECTRE Is	Rule 6 <i>If</i> $G_1=2$ <i>And</i> $G_2=3$ <i>And</i> $G_3=2$ <i>And</i> $I_1=1$ <i>And</i> $I_3=4$ <i>And</i> $I_5=2$ <i>And</i> $O_1=2$ <i>And</i> $O_2=1$ <i>And</i> $O_3=1$ <i>And</i> $O_5=1$ <i>And</i> $Sc_1=1$ <i>And</i> $Sc_2=1$ <i>And</i> $Sc_3=1$ Then Πολ. Μέθοδος := ELECTRE Is

Rule 7 <i>If</i> $G_1=2$ <i>And</i> $G_2=3$ <i>And</i> $G_3=2$ <i>And</i> $I_1=1$ <i>And</i> $I_3=5$ <i>And</i> $I_5=2$ <i>And</i> $O_1=2$ <i>And</i> $O_2=1$ <i>And</i> $O_3=1$ <i>And</i> $O_5=1$ <i>And</i> $Sc_1=1$ <i>And</i> $Sc_2=1$ <i>And</i> $Sc_3=1$ Then Πολ. Μέθοδος := ELECTRE Is	Rule 8 <i>If</i> $G_1=2$ <i>And</i> $G_2=3$ <i>And</i> $G_3=2$ <i>And</i> $I_1=1$ <i>And</i> $I_3=6$ <i>And</i> $I_5=2$ <i>And</i> $O_1=2$ <i>And</i> $O_2=1$ <i>And</i> $O_3=1$ <i>And</i> $O_5=1$ <i>And</i> $Sc_1=1$ <i>And</i> $Sc_2=1$ <i>And</i> $Sc_3=1$ Then Πολ. Μέθοδος := ELECTRE Is	Rule 9 <i>If</i> $G_1=3$ <i>And</i> $G_2=1$ <i>And</i> $G_3=1$ <i>And</i> $I_1=1$ <i>And</i> $I_3=1$ <i>And</i> $I_5=2$ <i>And</i> $O_1=1$ <i>And</i> $O_3=1$ <i>And</i> $Sc_1=1$ <i>And</i> $Sc_2=1$ Then Πολ. Μέθοδος := ELECTRE II
---	---	--

Rule 10 <i>If</i> $G_1=3$ <i>And</i> $G_2=1$ <i>And</i> $G_3=1$ <i>And</i> $I_1=1$ <i>And</i> $I_3=6$ <i>And</i> $I_5=2$ <i>And</i> $O_1=1$ <i>And</i> $O_3=1$ <i>And</i> $Sc_1=1$ <i>And</i> $Sc_2=1$ Then Πολ. Μέθοδος := ELECTRE II	Rule 11 <i>If</i> $G_1=3$ <i>And</i> $G_2=1$ <i>And</i> $G_3=2$ <i>And</i> $I_1=1$ <i>And</i> $I_3=4$ <i>And</i> $I_5=2$ <i>And</i> $O_1=1$ <i>And</i> $O_2=2$ <i>And</i> $O_3=3$ <i>And</i> $O_5=2$ <i>And</i> $Sc_1=1$ <i>And</i> $Sc_2=1$ <i>And</i> $Sc_4=1$ Then Πολ. Μέθοδος := ELECTRE III	Rule 12 <i>If</i> $G_1=3$ <i>And</i> $G_2=1$ <i>And</i> $G_3=2$ <i>And</i> $I_1=1$ <i>And</i> $I_3=5$ <i>And</i> $I_5=2$ <i>And</i> $O_1=1$ <i>And</i> $O_2=2$ <i>And</i> $O_3=3$ <i>And</i> $O_5=2$ <i>And</i> $Sc_1=1$ <i>And</i> $Sc_2=1$ <i>And</i> $Sc_4=1$ Then Πολ. Μέθοδος := ELECTRE III
Rule 13 <i>If</i> $G_1=3$ <i>And</i> $G_2=1$ <i>And</i> $G_3=2$ <i>And</i> $I_1=1$ <i>And</i> $I_3=6$ <i>And</i> $I_5=2$ <i>And</i> $O_1=1$ <i>And</i> $O_2=2$ <i>And</i> $O_3=3$ <i>And</i> $O_5=2$ <i>And</i> $Sc_1=1$ <i>And</i> $Sc_2=1$ <i>And</i> $Sc_4=1$ Then Πολ. Μέθοδος := ELECTRE III	Rule 14 <i>If</i> $G_1=3$ <i>And</i> $G_2=1$ <i>And</i> $G_3=2$ <i>And</i> $I_1=1$ <i>And</i> $I_3=4$ <i>And</i> $I_5=2$ <i>And</i> $O_1=2$ <i>And</i> $O_2=2$ <i>And</i> $O_3=3$ <i>And</i> $O_5=2$ <i>And</i> $Sc_1=1$ <i>And</i> $Sc_2=1$ <i>And</i> $Sc_4=1$ Then Πολ. Μέθοδος := ELECTRE III	Rule 15 <i>If</i> $G_1=3$ <i>And</i> $G_2=1$ <i>And</i> $G_3=2$ <i>And</i> $I_1=1$ <i>And</i> $I_3=5$ <i>And</i> $I_5=2$ <i>And</i> $O_1=2$ <i>And</i> $O_2=2$ <i>And</i> $O_3=3$ <i>And</i> $O_5=2$ <i>And</i> $Sc_1=1$ <i>And</i> $Sc_2=1$ <i>And</i> $Sc_4=1$ Then Πολ. Μέθοδος := ELECTRE III

Rule 16 <i>If</i> $G_1=3$ <i>And</i> $G_2=1$ <i>And</i> $G_3=2$ <i>And</i> $I_1=1$ <i>And</i> $I_3=6$ <i>And</i> $I_5=2$ <i>And</i> $O_1=2$ <i>And</i> $O_2=2$ <i>And</i> $O_3=3$ <i>And</i> $O_5=2$ <i>And</i> $Sc_1=1$ <i>And</i> $Sc_2=1$ <i>And</i> $Sc_4=1$ Then Πολ. Μέθοδος := ELECTRE III	Rule 17 <i>If</i> $G_1=3$ <i>And</i> $G_2=1$ <i>And</i> $G_3=3$ <i>And</i> $I_1=1$ <i>And</i> $I_2=1$ <i>And</i> $I_3=4$ <i>And</i> $I_5=2$ <i>And</i> $O_3=3$ <i>And</i> $O_5=2$ <i>And</i> $Sc_1=1$ <i>And</i> $Sc_2=1$ Then Πολ. Μέθοδος := ELECTRE IV	Rule 18 <i>If</i> $G_1=3$ <i>And</i> $G_2=1$ <i>And</i> $G_3=3$ <i>And</i> $I_1=1$ <i>And</i> $I_2=1$ <i>And</i> $I_3=5$ <i>And</i> $I_5=2$ <i>And</i> $O_3=3$ <i>And</i> $O_5=2$ <i>And</i> $Sc_1=1$ <i>And</i> $Sc_2=1$ Then Πολ. Μέθοδος := ELECTRE IV
Rule 19 <i>If</i> $G_1=3$ <i>And</i> $G_2=1$ <i>And</i> $G_3=3$ <i>And</i> $I_1=1$ <i>And</i> $I_2=1$ <i>And</i> $I_3=6$ <i>And</i> $I_5=2$ <i>And</i> $O_3=3$ <i>And</i> $O_5=2$ <i>And</i> $Sc_1=1$ <i>And</i> $Sc_2=1$ Then Πολ. Μέθοδος := ELECTRE IV	Rule 20 <i>If</i> $G_1=2$ <i>And</i> $G_2=1$ <i>And</i> $G_3=2$ <i>And</i> $I_1=1$ <i>And</i> $I_2=1$ <i>And</i> $I_3=4$ <i>And</i> $I_4=1$ <i>And</i> $I_5=2$ <i>And</i> $O_1=1$ <i>And</i> $O_2=1$ <i>And</i> $O_3=3$ <i>And</i> $O_4=1$ <i>And</i> $O_5=2$ <i>And</i> $Sc_1=1$ <i>And</i> $Sc_2=1$ <i>And</i> $Sc_4=1$ Then Πολ. Μέθοδος := ELECTRE Tri	Rule 21 <i>If</i> $G_1=2$ <i>And</i> $G_2=1$ <i>And</i> $G_3=2$ <i>And</i> $I_1=1$ <i>And</i> $I_2=1$ <i>And</i> $I_3=5$ <i>And</i> $I_4=1$ <i>And</i> $I_5=2$ <i>And</i> $O_1=1$ <i>And</i> $O_2=1$ <i>And</i> $O_3=3$ <i>And</i> $O_4=1$ <i>And</i> $O_5=2$ <i>And</i> $Sc_1=1$ <i>And</i> $Sc_2=1$ <i>And</i> $Sc_4=1$ Then Πολ. Μέθοδος := ELECTRE Tri
Rule 22 <i>If</i> $G_1=2$ <i>And</i> $G_2=1$ <i>And</i> $G_3=2$ <i>And</i> $I_1=1$ <i>And</i> $I_2=1$ <i>And</i> $I_3=6$ <i>And</i> $I_4=1$ <i>And</i> $I_5=2$ <i>And</i> $O_1=1$ <i>And</i> $O_2=1$ <i>And</i> $O_3=3$ <i>And</i> $O_4=1$ <i>And</i> $O_5=2$ <i>And</i> $Sc_1=1$ <i>And</i> $Sc_2=1$	Rule 23 <i>If</i> $G_1=2$ <i>And</i> $G_2=1$ <i>And</i> $G_3=2$ <i>And</i> $I_1=1$ <i>And</i> $I_2=1$ <i>And</i> $I_3=4$ <i>And</i> $I_4=1$ <i>And</i> $I_5=2$ <i>And</i> $O_1=2$ <i>And</i> $O_2=1$ <i>And</i> $O_3=3$ <i>And</i> $O_4=1$ <i>And</i> $O_5=2$ <i>And</i> $Sc_1=1$ <i>And</i> $Sc_2=1$	Rule 24 <i>If</i> $G_1=2$ <i>And</i> $G_2=1$ <i>And</i> $G_3=2$ <i>And</i> $I_1=1$ <i>And</i> $I_2=1$ <i>And</i> $I_3=5$ <i>And</i> $I_4=1$ <i>And</i> $I_5=2$ <i>And</i> $O_1=2$ <i>And</i> $O_2=1$ <i>And</i> $O_3=3$ <i>And</i> $O_4=1$ <i>And</i> $O_5=2$ <i>And</i> $Sc_1=1$ <i>And</i> $Sc_2=1$

<i>And</i> Sc ₄ =1 Then Πολ. Μέθοδος := ELECTRE Tri	<i>And</i> Sc ₄ =1 Then Πολ. Μέθοδος := ELECTRE Tri	<i>And</i> Sc ₄ =1 Then Πολ. Μέθοδος := ELECTRE Tri
Rule 25 If G ₁ =2 <i>And</i> G ₂ =1 <i>And</i> G ₃ =2 <i>And</i> I ₁ =1 <i>And</i> I ₂ =1 <i>And</i> I ₃ =6 <i>And</i> I ₄ =1 <i>And</i> I ₅ =2 <i>And</i> O ₁ =2 <i>And</i> O ₂ =1 <i>And</i> O ₃ =3 <i>And</i> O ₄ =1 <i>And</i> O ₅ =2 <i>And</i> Sc ₁ =1 <i>And</i> Sc ₂ =1 <i>And</i> Sc ₄ =1 Then Πολ. Μέθοδος := ELECTRE Tri	Rule 26 If G ₁ =2 <i>And</i> G ₂ =1 <i>And</i> G ₃ =2 <i>And</i> I ₁ =1 <i>And</i> I ₂ =1 <i>And</i> I ₃ =4 <i>And</i> I ₄ =1 <i>And</i> I ₅ =2 <i>And</i> O ₁ =1 <i>And</i> O ₂ =2 <i>And</i> O ₃ =3 <i>And</i> O ₄ =1 <i>And</i> O ₅ =2 <i>And</i> Sc ₁ =1 <i>And</i> Sc ₂ =1 <i>And</i> Sc ₄ =1 Then Πολ. Μέθοδος := ELECTRE Tri	Rule 27 If G ₁ =2 <i>And</i> G ₂ =1 <i>And</i> G ₃ =2 <i>And</i> I ₁ =1 <i>And</i> I ₂ =1 <i>And</i> I ₃ =5 <i>And</i> I ₄ =1 <i>And</i> I ₅ =2 <i>And</i> O ₁ =1 <i>And</i> O ₂ =2 <i>And</i> O ₃ =3 <i>And</i> O ₄ =1 <i>And</i> O ₅ =2 <i>And</i> Sc ₁ =1 <i>And</i> Sc ₂ =1 <i>And</i> Sc ₄ =1 Then Πολ. Μέθοδος := ELECTRE Tri
Rule 28 If G ₁ =2 <i>And</i> G ₂ =1 <i>And</i> G ₃ =2 <i>And</i> I ₁ =1 <i>And</i> I ₂ =1 <i>And</i> I ₃ =6 <i>And</i> I ₄ =1 <i>And</i> I ₅ =2 <i>And</i> O ₁ =1 <i>And</i> O ₂ =2 <i>And</i> O ₃ =3 <i>And</i> O ₄ =1 <i>And</i> O ₅ =2 <i>And</i> Sc ₁ =1 <i>And</i> Sc ₂ =1 <i>And</i> Sc ₄ =1 Then Πολυκριτήρια Μέθοδος := ELECTRE Tri	Rule 29 If G ₁ =2 <i>And</i> G ₂ =1 <i>And</i> G ₃ =2 <i>And</i> I ₁ =1 <i>And</i> I ₂ =1 <i>And</i> I ₃ =4 <i>And</i> I ₄ =1 <i>And</i> I ₅ =2 <i>And</i> O ₁ =2 <i>And</i> O ₂ =2 <i>And</i> O ₃ =3 <i>And</i> O ₄ =1 <i>And</i> O ₅ =2 <i>And</i> Sc ₁ =1 <i>And</i> Sc ₂ =1 <i>And</i> Sc ₄ =1 Then Πολ. Μέθοδος := ELECTRE Tri	Rule 30 If G ₁ =2 <i>And</i> G ₂ =1 <i>And</i> G ₃ =2 <i>And</i> I ₁ =1 <i>And</i> I ₂ =1 <i>And</i> I ₃ =5 <i>And</i> I ₄ =1 <i>And</i> I ₅ =2 <i>And</i> O ₁ =2 <i>And</i> O ₂ =2 <i>And</i> O ₃ =3 <i>And</i> O ₄ =1 <i>And</i> O ₅ =2 <i>And</i> O ₅ =5 <i>And</i> Sc ₁ =1 <i>And</i> Sc ₂ =1 <i>And</i> Sc ₄ =1 Then Πολυκριτήρια Μέθοδος := ELECTRE Tri
Rule 31 If G ₁ =2 <i>And</i> G ₂ =1 <i>And</i> G ₃ =2 <i>And</i> I ₁ =1 <i>And</i> I ₂ =1 <i>And</i> I ₃ =6 <i>And</i> I ₄ =1 <i>And</i> I ₅ =2 <i>And</i> O ₁ =2	Rule 32 If G ₁ =2 <i>And</i> G ₂ =1 <i>And</i> G ₃ =2 <i>And</i> I ₁ =1 <i>And</i> I ₂ =1 <i>And</i> I ₃ =4 <i>And</i> I ₄ =1 <i>And</i> I ₅ =2 <i>And</i> O ₁ =1	Rule 33 If G ₁ =2 <i>And</i> G ₂ =1 <i>And</i> G ₃ =2 <i>And</i> I ₁ =1 <i>And</i> I ₂ =1 <i>And</i> I ₃ =5 <i>And</i> I ₄ =1 <i>And</i> I ₅ =2 <i>And</i> O ₁ =1

<i>And</i> O ₂ =2 <i>And</i> O ₃ =3 <i>And</i> O ₄ =1 <i>And</i> O ₅ =2 <i>And</i> Sc ₁ =1 <i>And</i> Sc ₂ =1 <i>And</i> Sc ₄ =1 Then Πολ. Μέθοδος := ELECTRE Tri	<i>And</i> O ₂ =1 <i>And</i> O ₃ =3 <i>And</i> O ₄ =1 <i>And</i> O ₅ =5 <i>And</i> Sc ₁ =1 <i>And</i> Sc ₂ =1 <i>And</i> Sc ₄ =1 Then Πολ. Μέθοδος := ELECTRE Tri	<i>And</i> O ₂ =1 <i>And</i> O ₃ =3 <i>And</i> O ₄ =1 <i>And</i> O ₅ =5 <i>And</i> Sc ₁ =1 <i>And</i> Sc ₂ =1 <i>And</i> Sc ₄ =1 Then Πολ. Μέθοδος := ELECTRE Tri
---	---	---

Rule 34 If G ₁ =2 <i>And</i> G ₂ =1 <i>And</i> G ₃ =2 <i>And</i> I ₁ =1 <i>And</i> I ₂ =1 <i>And</i> I ₃ =6 <i>And</i> I ₄ =1 <i>And</i> I ₅ =2 <i>And</i> O ₁ =1 <i>And</i> O ₂ =1 <i>And</i> O ₃ =3 <i>And</i> O ₄ =1 <i>And</i> O ₅ =5 <i>And</i> Sc ₁ =1 <i>And</i> Sc ₂ =1 <i>And</i> Sc ₄ =1 Then Πολ. Μέθοδος := ELECTRE Tri	Rule 35 If G ₁ =2 <i>And</i> G ₂ =1 <i>And</i> G ₃ =2 <i>And</i> I ₁ =1 <i>And</i> I ₂ =1 <i>And</i> I ₃ =4 <i>And</i> I ₄ =1 <i>And</i> I ₅ =2 <i>And</i> O ₁ =2 <i>And</i> O ₂ =1 <i>And</i> O ₃ =3 <i>And</i> O ₄ =1 <i>And</i> O ₅ =5 <i>And</i> Sc ₁ =1 <i>And</i> Sc ₂ =1 <i>And</i> Sc ₄ =1 Then Πολ. Μέθοδος := ELECTRE Tri	Rule 36 If G ₁ =2 <i>And</i> G ₂ =1 <i>And</i> G ₃ =2 <i>And</i> I ₁ =1 <i>And</i> I ₂ =1 <i>And</i> I ₃ =5 <i>And</i> I ₄ =1 <i>And</i> I ₅ =2 <i>And</i> O ₁ =2 <i>And</i> O ₂ =1 <i>And</i> O ₃ =3 <i>And</i> O ₄ =1 <i>And</i> O ₅ =5 <i>And</i> Sc ₁ =1 <i>And</i> Sc ₂ =1 <i>And</i> Sc ₄ =1 Then Πολ. Μέθοδος := ELECTRE Tri
Rule 37 If G ₁ =2 <i>And</i> G ₂ =1 <i>And</i> G ₃ =2 <i>And</i> I ₁ =1 <i>And</i> I ₂ =1 <i>And</i> I ₃ =6 <i>And</i> I ₄ =1 <i>And</i> I ₅ =2 <i>And</i> O ₁ =2 <i>And</i> O ₂ =1 <i>And</i> O ₃ =3 <i>And</i> O ₄ =1 <i>And</i> O ₅ =5 <i>And</i> Sc ₁ =1 <i>And</i> Sc ₂ =1 <i>And</i> Sc ₄ =1 Then Πολ. Μέθοδος := ELECTRE Tri	Rule 38 If G ₁ =2 <i>And</i> G ₂ =1 <i>And</i> G ₃ =2 <i>And</i> I ₁ =1 <i>And</i> I ₂ =1 <i>And</i> I ₃ =4 <i>And</i> I ₄ =1 <i>And</i> I ₅ =2 <i>And</i> O ₁ =2 <i>And</i> O ₂ =2 <i>And</i> O ₃ =3 <i>And</i> O ₄ =1 <i>And</i> O ₅ =5 <i>And</i> Sc ₁ =1 <i>And</i> Sc ₂ =1 <i>And</i> Sc ₄ =1 Then Πολ. Μέθοδος := ELECTRE Tri	Rule 39 If G ₁ =2 <i>And</i> G ₂ =1 <i>And</i> G ₃ =2 <i>And</i> I ₁ =1 <i>And</i> I ₂ =1 <i>And</i> I ₃ =5 <i>And</i> I ₄ =1 <i>And</i> I ₅ =2 <i>And</i> O ₁ =2 <i>And</i> O ₂ =2 <i>And</i> O ₃ =3 <i>And</i> O ₄ =1 <i>And</i> O ₅ =5 <i>And</i> Sc ₁ =1 <i>And</i> Sc ₂ =1 <i>And</i> Sc ₄ =1 Then Πολ. Μέθοδος := ELECTRE Tri
Rule 40 If G ₁ =2 <i>And</i> G ₂ =1	Rule 41 If G ₁ =2 <i>And</i> G ₂ =1	Rule 42 If G ₁ =2 <i>And</i> G ₂ =1

<i>And</i> $G_3=2$ <i>And</i> $I_1=1$ <i>And</i> $I_2=1$ <i>And</i> $I_3=6$ <i>And</i> $I_4=1$ <i>And</i> $I_5=2$ <i>And</i> $O_1=2$ <i>And</i> $O_2=2$ <i>And</i> $O_3=3$ <i>And</i> $O_4=1$ <i>And</i> $O_5=5$ <i>And</i> $Sc_1=1$ <i>And</i> $Sc_2=1$ <i>And</i> $Sc_4=1$ Then Πολ. Μέθοδος := ELECTRE Tri	<i>And</i> $G_3=2$ <i>And</i> $I_1=1$ <i>And</i> $I_2=1$ <i>And</i> $I_3=4$ <i>And</i> $I_4=1$ <i>And</i> $I_5=2$ <i>And</i> $O_1=1$ <i>And</i> $O_2=2$ <i>And</i> $O_3=3$ <i>And</i> $O_4=1$ <i>And</i> $O_5=5$ <i>And</i> $Sc_1=1$ <i>And</i> $Sc_2=1$ <i>And</i> $Sc_4=1$ Then Πολ. Μέθοδος := ELECTRE Tri	<i>And</i> $G_3=2$ <i>And</i> $I_1=1$ <i>And</i> $I_2=1$ <i>And</i> $I_3=5$ <i>And</i> $I_4=1$ <i>And</i> $I_5=2$ <i>And</i> $O_1=1$ <i>And</i> $O_2=2$ <i>And</i> $O_3=3$ <i>And</i> $O_4=1$ <i>And</i> $O_5=5$ <i>And</i> $Sc_1=1$ <i>And</i> $Sc_2=1$ <i>And</i> $Sc_4=1$ Then Πολ. Μέθοδος := ELECTRE Tri
Rule 43 If $G_1=2$ <i>And</i> $G_2=1$ <i>And</i> $G_3=2$ <i>And</i> $I_1=1$ <i>And</i> $I_2=1$ <i>And</i> $I_3=6$ <i>And</i> $I_4=1$ <i>And</i> $I_5=2$ <i>And</i> $O_1=1$ <i>And</i> $O_2=2$ <i>And</i> $O_3=3$ <i>And</i> $O_4=1$ <i>And</i> $O_5=5$ <i>And</i> $Sc_1=1$ <i>And</i> $Sc_2=1$ <i>And</i> $Sc_4=1$ Then Πολ. Μέθοδος := ELECTRE Tri	Rule 44 If $G_1=3$ <i>And</i> $G_2=1$ <i>And</i> $G_3=1$ <i>And</i> $I_1=1$ <i>And</i> $I_5=1$ <i>And</i> $O_3=1$ <i>And</i> $O_4=1$ <i>And</i> $Sc_1=1$ <i>And</i> $Sc_2=1$ <i>And</i> $Sc_3=1$ Then Πολ. Μέθοδος := Promethee I	Rule 45 If $G_1=3$ <i>And</i> $G_2=1$ <i>And</i> $G_3=1$ <i>And</i> $I_1=1$ <i>And</i> $I_5=1$ <i>And</i> $O_3=1$ <i>And</i> $O_4=1$ <i>And</i> $Sc_1=1$ <i>And</i> $Sc_2=1$ <i>And</i> $Sc_3=1$ Then Πολ. Μέθοδος := Promethee II
Rule 46 If $G_1=3$ <i>And</i> $G_2=1$ <i>And</i> $G_3=1$ <i>And</i> $I_1=1$ <i>And</i> $I_5=1$ <i>And</i> $O_3=1$ <i>And</i> $O_4=2$ <i>And</i> $Sc_1=1$ <i>And</i> $Sc_2=1$ <i>And</i> $Sc_3=1$ Then Πολ. Μέθοδος := Promethee II	Rule 47 If $G_1=3$ <i>And</i> $G_2=1$ <i>And</i> $G_3=1$ <i>And</i> $I_1=1$ <i>And</i> $I_5=1$ <i>And</i> $O_3=1$ <i>And</i> $O_4=6$ <i>And</i> $Sc_1=1$ <i>And</i> $Sc_2=1$ <i>And</i> $Sc_3=1$ Then Πολ. Μέθοδος := Promethee II	Rule 48 If $G_1=3$ <i>And</i> $G_2=1$ <i>And</i> $G_3=1$ <i>And</i> $I_1=1$ <i>And</i> $I_5=1$ <i>And</i> $O_3=1$ <i>And</i> $O_4=3$ <i>And</i> $Sc_1=1$ <i>And</i> $Sc_2=1$ <i>And</i> $Sc_3=1$ Then Πολ. Μέθοδος := Promethee V
Rule 49 If $G_1=3$ <i>And</i> $G_2=1$ <i>And</i> $G_3=1$	Rule 50 If $G_1=3$ <i>And</i> $G_2=1$ <i>And</i> $G_3=1$	Rule 51 If $G_1=3$ <i>And</i> $G_2=1$ <i>And</i> $G_3=1$

<i>And</i> I ₁ =1 <i>And</i> I ₅ =1 <i>And</i> O ₃ =1 <i>And</i> O ₄ =1 <i>And</i> Sc ₁ =1 <i>And</i> Sc ₂ =1 <i>And</i> Sc ₃ =1 Then Πολ. Μέθοδος := Promethee VI	<i>And</i> I ₁ =1 <i>And</i> I ₅ =1 <i>And</i> O ₃ =1 <i>And</i> O ₄ =2 <i>And</i> Sc ₁ =1 <i>And</i> Sc ₂ =1 <i>And</i> Sc ₃ =1 Then Πολ. Μέθοδος := Promethee VI	<i>And</i> I ₁ =1 <i>And</i> I ₅ =1 <i>And</i> O ₃ =1 <i>And</i> O ₄ =6 <i>And</i> Sc ₁ =1 <i>And</i> Sc ₂ =1 <i>And</i> Sc ₃ =1 Then Πολ. Μέθοδος := Promethee VI
---	---	---

Rule 52 If G ₁ =3 <i>And</i> G ₂ =1 <i>And</i> G ₃ =1 <i>And</i> I ₁ =1 <i>And</i> I ₃ =1 <i>And</i> I ₅ =2 <i>And</i> O ₃ =2 <i>And</i> O ₄ =1 <i>And</i> Sc ₁ =1 <i>And</i> Sc ₂ =1 <i>And</i> Sc ₄ =1 Then Πολ. Μέθοδος := Tactic	Rule 53 If G ₁ =3 <i>And</i> G ₂ =1 <i>And</i> G ₃ =1 <i>And</i> I ₁ =1 <i>And</i> I ₃ =5 <i>And</i> I ₅ =2 <i>And</i> O ₃ =2 <i>And</i> O ₄ =1 <i>And</i> Sc ₁ =1 <i>And</i> Sc ₂ =1 <i>And</i> Sc ₄ =1 Then Πολ. Μέθοδος := Tactic	Rule 54 If G ₁ =3 <i>And</i> G ₂ =1 <i>And</i> G ₃ =1 <i>And</i> I ₁ =1 <i>And</i> I ₃ =6 <i>And</i> I ₅ =2 <i>And</i> O ₃ =2 <i>And</i> O ₄ =1 <i>And</i> Sc ₁ =1 <i>And</i> Sc ₂ =1 <i>And</i> Sc ₄ =1 Then Πολ. Μέθοδος := Tactic
Rule 55 If G ₁ =3 <i>And</i> G ₂ =1 <i>And</i> G ₃ =4 <i>And</i> I ₁ =1 <i>And</i> I ₃ =1 <i>And</i> I ₅ =2 <i>And</i> O ₃ =2 <i>And</i> O ₄ =1 <i>And</i> Sc ₁ =1 <i>And</i> Sc ₂ =1 <i>And</i> Sc ₄ =1 Then Πολ. Μέθοδος := Tactic	Rule 56 If G ₁ =3 <i>And</i> G ₂ =1 <i>And</i> G ₃ =4 <i>And</i> I ₁ =1 <i>And</i> I ₃ =5 <i>And</i> I ₅ =2 <i>And</i> O ₃ =2 <i>And</i> O ₄ =1 <i>And</i> Sc ₁ =1 <i>And</i> Sc ₂ =1 <i>And</i> Sc ₄ =1 Then Πολ. Μέθοδος := Tactic	Rule 57 If G ₁ =3 <i>And</i> G ₂ =1 <i>And</i> G ₃ =4 <i>And</i> I ₁ =1 <i>And</i> I ₃ =6 <i>And</i> I ₅ =2 <i>And</i> O ₃ =2 <i>And</i> O ₄ =1 <i>And</i> Sc ₁ =1 <i>And</i> Sc ₂ =1 <i>And</i> Sc ₄ =1 Then Πολ. Μέθοδος := Tactic
Rule 58 If G ₁ =3 <i>And</i> G ₂ =1 <i>And</i> G ₃ =1 <i>And</i> I ₁ =1 <i>And</i> I ₅ =2 <i>And</i> O ₃ =2 <i>And</i> O ₄ =1 <i>And</i> Sc ₁ =1 <i>And</i> Sc ₂ =1 Then Πολ. Μέθοδος := MAPPAC	Rule 59 If G ₁ =3 <i>And</i> G ₂ =1 <i>And</i> G ₃ =1 <i>And</i> I ₁ =1 <i>And</i> I ₅ =2 <i>And</i> O ₃ =2 <i>And</i> O ₄ =4 <i>And</i> Sc ₁ =1 <i>And</i> Sc ₂ =1 Then Πολ. Μέθοδος := MAPPAC	Rule 60 If G ₁ =3 <i>And</i> G ₂ =1 <i>And</i> G ₃ =1 <i>And</i> I ₁ =1 <i>And</i> I ₅ =2 <i>And</i> O ₃ =2 <i>And</i> O ₄ =1 <i>And</i> O ₅ =6 <i>And</i> Sc ₁ =1 <i>And</i> Sc ₂ =1 Then Πολ. Μέθοδος := PRAGMA

Rule 61 <i>If</i> $G_1=3$ <i>And</i> $G_2=1$ <i>And</i> $G_3=1$ <i>And</i> $I_1=1$ <i>And</i> $I_5=2$ <i>And</i> $O_3=2$ <i>And</i> $O_4=4$ <i>And</i> $O_5=6$ <i>And</i> $Sc_1=1$ <i>And</i> $Sc_2=1$ Then Πολ. Μέθοδος := PRAGMA	Rule 62 <i>If</i> $G_1=2$ <i>And</i> $G_2=1$ <i>And</i> $G_3=1$ <i>And</i> $I_2=1$ <i>And</i> $I_4=1$ <i>And</i> $O_4=4$ <i>And</i> $Sc_4=1$ Then Πολ. Μέθοδος := TOMASO	Rule 63 <i>If</i> $G_1=2$ <i>And</i> $G_2=1$ <i>And</i> $G_3=1$ <i>And</i> $I_2=1$ <i>And</i> $I_4=1$ <i>And</i> $O_4=7$ <i>And</i> $Sc_4=1$ Then Πολ. Μέθοδος := TOMASO
Rule 64 <i>If</i> $G_1=3$ <i>And</i> $G_2=1$ <i>And</i> $G_3=1$ <i>And</i> $I_1=1$ <i>And</i> $O_3=1$ <i>And</i> $O_4=1$ <i>And</i> $O_5=7$ Then Πολ. Μέθοδος := TOPSIS	Rule 65 <i>If</i> $G_1=3$ <i>And</i> $G_2=1$ <i>And</i> $G_3=1$ <i>And</i> $I_1=1$ <i>And</i> $O_3=1$ <i>And</i> $O_4=4$ <i>And</i> $O_5=7$ Then Πολ. Μέθοδος := TOPSIS	Rule 66 <i>If</i> $G_1=3$ <i>And</i> $G_2=1$ <i>And</i> $G_3=1$ <i>And</i> $I_1=1$ <i>And</i> $O_3=1$ <i>And</i> $O_4=5$ <i>And</i> $O_5=7$ Then Πολ. Μέθοδος := TOPSIS
Rule 67 <i>If</i> $G_1=2$ <i>And</i> $G_2=1$ <i>And</i> $G_3=1$ <i>And</i> $I_4=1$ <i>And</i> $I_5=2$ <i>And</i> $O_3=2$ <i>And</i> $O_4=1$ <i>And</i> $O_5=8$ <i>And</i> $Sc_4=1$ Then Πολ. Μέθοδος := MACBETH	Rule 68 <i>If</i> $G_1=2$ <i>And</i> $G_2=2$ <i>And</i> $G_3=1$ <i>And</i> $I_4=1$ <i>And</i> $I_5=2$ <i>And</i> $O_3=2$ <i>And</i> $O_4=1$ <i>And</i> $O_5=8$ <i>And</i> $Sc_4=1$ Then Πολ. Μέθοδος := MACBETH	Rule 69 <i>If</i> $G_1=3$ <i>And</i> $G_2=1$ <i>And</i> $G_3=1$ <i>And</i> $I_1=1$ <i>And</i> $O_3=2$ <i>And</i> $O_4=4$ <i>And</i> $O_6=1$ <i>And</i> $Sc_4=1$ Then Πολ. Μέθοδος := SMART
Rule 70 <i>If</i> $G_1=3$ <i>And</i> $G_2=1$ <i>And</i> $G_3=1$ <i>And</i> $I_1=1$ <i>And</i> $O_3=2$ <i>And</i> $O_4=4$ <i>And</i> $O_6=2$ <i>And</i> $Sc_4=1$ Then Πολ. Μέθοδος := SMARTS	Rule 71 <i>If</i> $G_1=3$ <i>And</i> $G_2=1$ <i>And</i> $G_3=1$ <i>And</i> $I_1=1$ <i>And</i> $O_3=2$ <i>And</i> $O_4=4$ <i>And</i> $O_6=2$ <i>And</i> $Sc_4=1$ Then Πολ. Μέθοδος := SMARTER	Rule 72 <i>If</i> $G_1=3$ <i>And</i> $G_2=1$ <i>And</i> $G_3=1$ <i>And</i> $I_5=2$ <i>And</i> $O_3=2$ <i>And</i> $O_4=4$ <i>And</i> $O_5=4$ <i>And</i> $O_6=1$ <i>And</i> $Sc_3=1$ Then Πολ. Μέθοδος := AHP

Rule 73 <i>If</i> $G_1=3$ <i>And</i> $G_2=1$ <i>And</i> $G_3=1$ <i>And</i> $I_5=2$ <i>And</i> $O_3=2$ <i>And</i> $O_4=7$ <i>And</i> $O_5=4$ <i>And</i> $O_6=1$ <i>And</i> $Sc_3=1$ Then Πολ. Μέθοδος := AHP	Rule 74 <i>If</i> $G_1=3$ <i>And</i> $G_2=1$ <i>And</i> $G_3=1$ <i>And</i> $I_5=2$ <i>And</i> $O_3=2$ <i>And</i> $O_4=1$ <i>And</i> $O_5=4$ <i>And</i> $O_6=1$ <i>And</i> $Sc_3=1$ Then Πολ. Μέθοδος := Modified AHP	Rule 75 <i>If</i> $G_1=3$ <i>And</i> $G_2=1$ <i>And</i> $G_3=1$ <i>And</i> $I_5=2$ <i>And</i> $O_3=2$ <i>And</i> $O_4=4$ <i>And</i> $O_5=4$ <i>And</i> $O_6=1$ <i>And</i> $Sc_3=1$ Then Πολ. Μέθοδος := Modified AHP
Rule 76 <i>If</i> $G_1=3$ <i>And</i> $G_2=1$ <i>And</i> $G_3=1$ <i>And</i> $I_5=2$ <i>And</i> $O_3=2$ <i>And</i> $O_4=7$ <i>And</i> $O_5=4$ <i>And</i> $O_6=1$ <i>And</i> $Sc_3=1$ Then Πολ. Μέθοδος := Modified AHP	Rule 77 <i>If</i> $G_1=3$ <i>And</i> $G_2=1$ <i>And</i> $G_3=1$ <i>And</i> $I_5=2$ <i>And</i> $O_3=3$ <i>And</i> $O_4=4$ <i>And</i> $O_6=1$ <i>And</i> $Sc_4=1$ Then Πολ. Μέθοδος := MAVT	Rule 78 <i>If</i> $G_1=3$ <i>And</i> $G_2=1$ <i>And</i> $G_3=1$ <i>And</i> $I_2=1$ <i>And</i> $I_3=5$ <i>And</i> $I_4=2$ <i>And</i> $O_3=3$ <i>And</i> $O_4=4$ <i>And</i> $O_5=3$ <i>And</i> $O_6=1$ <i>And</i> $Sc_4=1$ Then Πολ. Μέθοδος := UTA
Rule 79 <i>If</i> $G_1=3$ <i>And</i> $G_2=1$ <i>And</i> $G_3=1$ <i>And</i> $I_2=1$ <i>And</i> $I_3=5$ <i>And</i> $I_4=3$ <i>And</i> $O_3=3$ <i>And</i> $O_4=4$ <i>And</i> $O_5=3$ <i>And</i> $O_6=1$ <i>And</i> $Sc_4=1$ Then Πολ. Μέθοδος := UTA	Rule 80 <i>If</i> $G_1=3$ <i>And</i> $G_2=2$ <i>And</i> $G_3=1$ <i>And</i> $I_2=1$ <i>And</i> $I_3=5$ <i>And</i> $I_4=2$ <i>And</i> $O_3=3$ <i>And</i> $O_4=4$ <i>And</i> $O_5=3$ <i>And</i> $O_6=1$ <i>And</i> $Sc_4=1$ Then Πολ. Μέθοδος := UTA	Rule 81 <i>If</i> $G_1=3$ <i>And</i> $G_2=2$ <i>And</i> $G_3=1$ <i>And</i> $I_2=1$ <i>And</i> $I_3=5$ <i>And</i> $I_4=3$ <i>And</i> $O_3=3$ <i>And</i> $O_4=4$ <i>And</i> $O_5=3$ <i>And</i> $O_6=1$ <i>And</i> $Sc_4=1$ Then Πολ. Μέθοδος := UTA

Rule 82 <i>If</i> $G_1=3$ <i>And</i> $G_2=1$ <i>And</i> $G_3=1$ <i>And</i> $I_2=1$ <i>And</i> $I_3=5$ <i>And</i> $I_4=2$ <i>And</i> $O_3=3$ <i>And</i> $O_4=4$ <i>And</i> $O_5=3$ <i>And</i> $O_6=1$ <i>And</i> $Sc_4=1$ Then Πολ. Μέθοδος := UTASTAR	Rule 83 <i>If</i> $G_1=3$ <i>And</i> $G_2=1$ <i>And</i> $G_3=1$ <i>And</i> $I_2=1$ <i>And</i> $I_3=5$ <i>And</i> $I_4=3$ <i>And</i> $O_3=3$ <i>And</i> $O_4=4$ <i>And</i> $O_5=3$ <i>And</i> $O_6=1$ <i>And</i> $Sc_4=1$ Then Πολ. Μέθοδος := UTASTAR	Rule 84 <i>If</i> $G_1=3$ <i>And</i> $G_2=2$ <i>And</i> $G_3=1$ <i>And</i> $I_2=1$ <i>And</i> $I_3=5$ <i>And</i> $I_4=2$ <i>And</i> $O_3=3$ <i>And</i> $O_4=4$ <i>And</i> $O_5=3$ <i>And</i> $O_6=1$ <i>And</i> $Sc_4=1$ Then Πολ. Μέθοδος := UTASTAR
Rule 85 <i>If</i> $G_1=3$ <i>And</i> $G_2=2$ <i>And</i> $G_3=1$ <i>And</i> $I_2=1$ <i>And</i> $I_3=5$ <i>And</i> $I_4=3$ <i>And</i> $O_3=3$ <i>And</i> $O_4=4$ <i>And</i> $O_5=3$ <i>And</i> $O_6=1$ <i>And</i> $Sc_4=1$ Then Πολ. Μέθοδος := UTASTAR	Rule 86 <i>If</i> $G_1=3$ <i>And</i> $G_2=1$ <i>And</i> $G_3=1$ <i>And</i> $I_2=1$ <i>And</i> $I_3=5$ <i>And</i> $I_4=2$ <i>And</i> $O_3=3$ <i>And</i> $O_4=4$ <i>And</i> $O_5=3$ <i>And</i> $O_6=1$ <i>And</i> $Sc_4=1$ <i>And</i> $AI_1=1$ Then Πολ. Μέθοδος := UTA II	Rule 87 <i>If</i> $G_1=3$ <i>And</i> $G_2=1$ <i>And</i> $G_3=1$ <i>And</i> $I_2=1$ <i>And</i> $I_3=5$ <i>And</i> $I_4=3$ <i>And</i> $O_3=3$ <i>And</i> $O_4=4$ <i>And</i> $O_5=3$ <i>And</i> $O_6=1$ <i>And</i> $Sc_4=1$ <i>And</i> $AI_1=1$ Then Πολ. Μέθοδος := UTA II
Rule 88 <i>If</i> $G_1=3$ <i>And</i> $G_2=2$ <i>And</i> $G_3=1$ <i>And</i> $I_2=1$ <i>And</i> $I_3=5$ <i>And</i> $I_4=2$ <i>And</i> $O_3=3$ <i>And</i> $O_4=4$ <i>And</i> $O_5=3$ <i>And</i> $O_6=1$ <i>And</i> $Sc_4=1$ <i>And</i> $AI_1=1$ Then Πολ. Μέθοδος := UTA II	Rule 89 <i>If</i> $G_1=3$ <i>And</i> $G_2=2$ <i>And</i> $G_3=1$ <i>And</i> $I_2=1$ <i>And</i> $I_3=5$ <i>And</i> $I_4=3$ <i>And</i> $O_3=3$ <i>And</i> $O_4=4$ <i>And</i> $O_5=3$ <i>And</i> $O_6=1$ <i>And</i> $Sc_4=1$ <i>And</i> $AI_1=1$ Then Πολ. Μέθοδος := UTA II	Rule 90 <i>If</i> $G_1=3$ <i>And</i> $G_2=1$ <i>And</i> $G_3=1$ <i>And</i> $I_2=1$ <i>And</i> $I_3=5$ <i>And</i> $I_4=2$ <i>And</i> $O_3=3$ <i>And</i> $O_4=4$ <i>And</i> $O_5=3$ <i>And</i> $O_6=1$ <i>And</i> $Sc_4=1$ <i>And</i> $AI_2=1$ <i>And</i> $AI_4=1$ Then Πολ. Μέθοδος := UTAMP1
Rule 91 <i>If</i> $G_1=3$ <i>And</i> $G_2=1$ <i>And</i> $G_3=1$ <i>And</i> $I_2=1$ <i>And</i> $I_3=5$ <i>And</i> $I_4=3$	Rule 92 <i>If</i> $G_1=3$ <i>And</i> $G_2=2$ <i>And</i> $G_3=1$ <i>And</i> $I_2=1$ <i>And</i> $I_3=5$ <i>And</i> $I_4=2$	Rule 93 <i>If</i> $G_1=3$ <i>And</i> $G_2=2$ <i>And</i> $G_3=1$ <i>And</i> $I_2=1$ <i>And</i> $I_3=5$ <i>And</i> $I_4=3$

<i>And</i> O ₃ =3 <i>And</i> O ₄ =4 <i>And</i> O ₅ =3 <i>And</i> O ₆ =1 <i>And</i> Sc ₄ =1 <i>And</i> AI ₂ =1 <i>And</i> AI ₄ =1 Then Πολ. Μέθοδος := UTAMP1	<i>And</i> O ₃ =3 <i>And</i> O ₄ =4 <i>And</i> O ₅ =3 <i>And</i> O ₆ =1 <i>And</i> Sc ₄ =1 <i>And</i> AI ₂ =1 <i>And</i> AI ₄ =1 Then Πολ. Μέθοδος := UTAMP1	<i>And</i> O ₃ =3 <i>And</i> O ₄ =4 <i>And</i> O ₅ =3 <i>And</i> O ₆ =1 <i>And</i> Sc ₄ =1 <i>And</i> AI ₂ =1 <i>And</i> AI ₄ =1 Then Πολ. Μέθοδος := UTAMP1
Rule 94 If G ₁ =3 <i>And</i> G ₂ =1 <i>And</i> G ₃ =1 <i>And</i> I ₂ =1 <i>And</i> I ₃ =5 <i>And</i> I ₄ =2 <i>And</i> O ₃ =3 <i>And</i> O ₄ =4 <i>And</i> O ₅ =3 <i>And</i> O ₆ =1 <i>And</i> Sc ₄ =1 <i>And</i> AI ₂ =1 <i>And</i> AI ₃ =1 <i>And</i> AI ₄ =1 Then Πολ. Μέθοδος := UTAMP2	Rule 95 If G ₁ =3 <i>And</i> G ₂ =1 <i>And</i> G ₃ =1 <i>And</i> I ₂ =1 <i>And</i> I ₃ =5 <i>And</i> I ₄ =3 <i>And</i> O ₃ =3 <i>And</i> O ₄ =4 <i>And</i> O ₅ =3 <i>And</i> O ₆ =1 <i>And</i> Sc ₄ =1 <i>And</i> AI ₂ =1 <i>And</i> AI ₃ =1 <i>And</i> AI ₄ =1 Then Πολ. Μέθοδος := UTAMP2	Rule 96 If G ₁ =3 <i>And</i> G ₂ =2 <i>And</i> G ₃ =1 <i>And</i> I ₂ =1 <i>And</i> I ₃ =5 <i>And</i> I ₄ =2 <i>And</i> O ₃ =3 <i>And</i> O ₄ =4 <i>And</i> O ₅ =3 <i>And</i> O ₆ =1 <i>And</i> Sc ₄ =1 <i>And</i> AI ₂ =1 <i>And</i> AI ₃ =1 <i>And</i> AI ₄ =1 Then Πολ. Μέθοδος := UTAMP2
Rule 97 If G ₁ =3 <i>And</i> G ₂ =2 <i>And</i> G ₃ =1 <i>And</i> I ₂ =1 <i>And</i> I ₃ =5 <i>And</i> I ₄ =3 <i>And</i> O ₃ =3 <i>And</i> O ₄ =4 <i>And</i> O ₅ =3 <i>And</i> O ₆ =1 <i>And</i> Sc ₄ =1 <i>And</i> AI ₂ =1 <i>And</i> AI ₃ =1 <i>And</i> AI ₄ =1 Then Πολ. Μέθοδος := UTAMP2	Rule 98 If G ₁ =3 <i>And</i> G ₂ =1 <i>And</i> G ₃ =1 <i>And</i> I ₂ =1 <i>And</i> I ₃ =5 <i>And</i> I ₄ =2 <i>And</i> O ₃ =3 <i>And</i> O ₄ =4 <i>And</i> O ₅ =3 <i>And</i> O ₆ =1 <i>And</i> Sc ₄ =1 <i>And</i> AI ₅ =1 Then Πολ. Μέθοδος := UTAMIME	Rule 99 If G ₁ =3 <i>And</i> G ₂ =1 <i>And</i> G ₃ =1 <i>And</i> I ₂ =1 <i>And</i> I ₃ =5 <i>And</i> I ₄ =3 <i>And</i> O ₃ =3 <i>And</i> O ₄ =4 <i>And</i> O ₅ =3 <i>And</i> O ₆ =1 <i>And</i> Sc ₄ =1 <i>And</i> AI ₃ =1 Then Πολ. Μέθοδος := UTAMIME
Rule 100 If G ₁ =3 <i>And</i> G ₂ =2 <i>And</i> G ₃ =1 <i>And</i> I ₂ =1 <i>And</i> I ₃ =5 <i>And</i> I ₄ =2 <i>And</i> O ₃ =3 <i>And</i> O ₄ =4	Rule 101 If G ₁ =3 <i>And</i> G ₂ =2 <i>And</i> G ₃ =1 <i>And</i> I ₂ =1 <i>And</i> I ₃ =5 <i>And</i> I ₄ =3 <i>And</i> O ₃ =3 <i>And</i> O ₄ =4	Rule 102 If G ₁ =3 <i>And</i> G ₂ =1 <i>And</i> G ₃ =1 <i>And</i> I ₂ =1 <i>And</i> I ₃ =5 <i>And</i> I ₄ =2 <i>And</i> O ₃ =3 <i>And</i> O ₄ =4

<i>And</i> O ₅ =3 <i>And</i> O ₆ =1 <i>And</i> Sc ₄ =1 <i>And</i> Al ₅ =1 Then Πολ. Μέθοδος := UTAMIME	<i>And</i> O ₅ =3 <i>And</i> O ₆ =1 <i>And</i> Sc ₄ =1 <i>And</i> Al ₅ =1 Then Πολ. Μέθοδος := UTAMIME	<i>And</i> O ₅ =3 <i>And</i> O ₆ =1 <i>And</i> Sc ₄ =1 <i>And</i> Al ₅ =1 Then Πολ. Μέθοδος := UTASTARMIME
Rule 103 If G ₁ =3 <i>And</i> G ₂ =1 <i>And</i> G ₃ =1 <i>And</i> I ₂ =1 <i>And</i> I ₃ =5 <i>And</i> I ₄ =3 <i>And</i> O ₃ =3 <i>And</i> O ₄ =4 <i>And</i> O ₅ =3 <i>And</i> O ₆ =1 <i>And</i> Sc ₄ =1 <i>And</i> Al ₅ =1 Then Πολ. Μέθοδος := UTASTARMIME	Rule 104 If G ₁ =3 <i>And</i> G ₂ =2 <i>And</i> G ₃ =1 <i>And</i> I ₂ =1 <i>And</i> I ₃ =5 <i>And</i> I ₄ =2 <i>And</i> O ₃ =3 <i>And</i> O ₄ =4 <i>And</i> O ₅ =3 <i>And</i> O ₆ =1 <i>And</i> Sc ₄ =1 <i>And</i> Al ₅ =1 Then Πολ. Μέθοδος := UTASTARMIME	Rule 105 If G ₁ =3 <i>And</i> G ₂ =2 <i>And</i> G ₃ =1 <i>And</i> I ₂ =1 <i>And</i> I ₃ =5 <i>And</i> I ₄ =3 <i>And</i> O ₃ =3 <i>And</i> O ₄ =4 <i>And</i> O ₅ =3 <i>And</i> O ₆ =1 <i>And</i> Sc ₄ =1 <i>And</i> Al ₅ =1 Then Πολ. Μέθοδος := UTASTARMIME
Rule 106 If G ₁ =3 <i>And</i> G ₂ =1 <i>And</i> G ₃ =1 <i>And</i> I ₂ =1 <i>And</i> I ₃ =5 <i>And</i> I ₄ =2 <i>And</i> O ₃ =3 <i>And</i> O ₄ =4 <i>And</i> O ₅ =3 <i>And</i> O ₆ =1 <i>And</i> Sc ₄ =1 <i>And</i> Al ₆ =1 Then Πολυκριτήρια Μέθοδος := UTAMKEN	Rule 107 If G ₁ =3 <i>And</i> G ₂ =1 <i>And</i> G ₃ =1 <i>And</i> I ₂ =1 <i>And</i> I ₃ =5 <i>And</i> I ₄ =3 <i>And</i> O ₃ =3 <i>And</i> O ₄ =4 <i>And</i> O ₅ =3 <i>And</i> O ₆ =1 <i>And</i> Sc ₄ =1 <i>And</i> Al ₆ =1 Then Πολυκριτήρια Μέθοδος := UTAMKEN	Rule 108 If G ₁ =3 <i>And</i> G ₂ =2 <i>And</i> G ₃ =1 <i>And</i> I ₂ =1 <i>And</i> I ₃ =5 <i>And</i> I ₄ =2 <i>And</i> O ₃ =3 <i>And</i> O ₄ =4 <i>And</i> O ₅ =3 <i>And</i> O ₆ =1 <i>And</i> Sc ₄ =1 <i>And</i> Al ₆ =1 Then Πολυκριτήρια Μέθοδος := UTAMKEN

Rule 109 If G ₁ =3 <i>And</i> G ₂ =2 <i>And</i> G ₃ =1 <i>And</i> I ₂ =1 <i>And</i> I ₃ =5 <i>And</i> I ₄ =3 <i>And</i> O ₃ =3 <i>And</i> O ₄ =4 <i>And</i> O ₅ =3 <i>And</i> O ₆ =1 <i>And</i> Sc ₄ =1 <i>And</i> Al ₆ =1 Then Πολυκριτήρια Μέθοδος := UTAMKEN	Rule 110 If G ₁ =2 <i>And</i> G ₂ =1 <i>And</i> G ₃ =1 <i>And</i> I ₂ =1 <i>And</i> I ₃ =4 <i>And</i> I ₄ =3 <i>And</i> O ₃ =3 <i>And</i> O ₄ =4 <i>And</i> O ₅ =3 <i>And</i> Sc ₄ =1 Then Πολ. Μέθοδος := UTADIS	Rule 111 If G ₁ =2 <i>And</i> G ₂ =2 <i>And</i> G ₃ =1 <i>And</i> I ₂ =1 <i>And</i> I ₃ =4 <i>And</i> I ₄ =3 <i>And</i> O ₃ =3 <i>And</i> O ₄ =4 <i>And</i> O ₅ =3 <i>And</i> Sc ₄ =1 Then Πολ. Μέθοδος := UTADIS
--	--	--

Rule 112 <i>If</i> $G_1=2$ <i>And</i> $G_2=1$ <i>And</i> $G_3=1$ <i>And</i> $I_2=1$ <i>And</i> $I_3=4$ <i>And</i> $I_4=3$ <i>And</i> $O_3=3$ <i>And</i> $O_4=4$ <i>And</i> $O_5=3$ <i>And</i> $Sc_4=1$ <i>And</i> $AI_7=1$ <i>And</i> $AI_8=1$ Then Πολ. Μέθοδος := UTADIS I	Rule 113 <i>If</i> $G_1=2$ <i>And</i> $G_2=2$ <i>And</i> $G_3=1$ <i>And</i> $I_2=1$ <i>And</i> $I_3=4$ <i>And</i> $I_4=3$ <i>And</i> $O_3=3$ <i>And</i> $O_4=4$ <i>And</i> $O_5=3$ <i>And</i> $Sc_4=1$ <i>And</i> $AI_7=1$ <i>And</i> $AI_8=1$ Then Πολ. Μέθοδος := UTADIS I	Rule 114 <i>If</i> $G_1=2$ <i>And</i> $G_2=1 \setminus$ <i>And</i> $G_3=1$ <i>And</i> $I_2=1$ <i>And</i> $I_3=4$ <i>And</i> $I_4=3$ <i>And</i> $O_3=3$ <i>And</i> $O_4=4$ <i>And</i> $O_5=3$ <i>And</i> $Sc_4=1$ <i>And</i> $AI_9=1$ Then Πολ. Μέθοδος := UTADIS II
Rule 115 <i>If</i> $G_1=2$ <i>And</i> $G_2=2$ <i>And</i> $G_3=1$ <i>And</i> $I_2=1$ <i>And</i> $I_3=4$ <i>And</i> $I_4=3$ <i>And</i> $O_3=3$ <i>And</i> $O_4=4$ <i>And</i> $O_5=3$ <i>And</i> $Sc_4=1$ <i>And</i> $AI_9=1$ Then Πολ. Μέθοδος := UTADIS II	Rule 116 <i>If</i> $G_1=2$ <i>And</i> $G_2=1$ <i>And</i> $G_3=1$ <i>And</i> $I_2=1$ <i>And</i> $I_3=4$ <i>And</i> $I_4=3$ <i>And</i> $O_3=3$ <i>And</i> $O_4=4$ <i>And</i> $O_5=3$ <i>And</i> $Sc_4=1$ <i>And</i> $AI_7=1$ <i>And</i> $AI_8=1$ <i>And</i> $AI_9=1$ Then Πολ. Μέθοδος := UTADIS III	Rule 117 <i>If</i> $G_1=2$ <i>And</i> $G_2=2$ <i>And</i> $G_3=1$ <i>And</i> $I_2=1$ <i>And</i> $I_3=4$ <i>And</i> $I_4=3$ <i>And</i> $O_3=3$ <i>And</i> $O_4=4$ <i>And</i> $O_5=3$ <i>And</i> $Sc_4=1$ <i>And</i> $AI_7=1$ <i>And</i> $AI_8=1$ <i>And</i> $AI_9=1$ Then Πολ. Μέθοδος := UTADIS III

Rule 118 <i>If</i> $G_1=3$ <i>And</i> $G_2=3$ <i>And</i> $G_3=4$ <i>And</i> $I_2=1$ <i>And</i> $I_3=5$ <i>And</i> $I_4=2$ <i>And</i> $O_3=3$ <i>And</i> $O_4=4$ <i>And</i> $O_5=3$ <i>And</i> $O_6=1$ <i>And</i> $Sc_4=1$ Then Πολ. Μέθοδος := Quasi-UTA	Rule 119 <i>If</i> $G_1=3$ <i>And</i> $G_2=3$ <i>And</i> $G_3=4$ <i>And</i> $I_2=1$ <i>And</i> $I_3=5$ <i>And</i> $I_4=3$ <i>And</i> $O_3=3$ <i>And</i> $O_4=4$ <i>And</i> $O_5=3$ <i>And</i> $O_6=1$ <i>And</i> $Sc_4=1$ Then Πολ. Μέθοδος := Quasi-UTA	Rule 120 <i>If</i> $G_1=3$ <i>And</i> $G_2=3$ <i>And</i> $G_3=3$ <i>And</i> $I_2=1$ <i>And</i> $I_3=5$ <i>And</i> $I_4=2$ <i>And</i> $O_3=3$ <i>And</i> $O_4=4$ <i>And</i> $O_5=3$ <i>And</i> $O_6=1$ <i>And</i> $Sc_4=1$ Then Πολ. Μέθοδος := Stochastic-UTA
--	--	---

Rule 121 If $G_1=3$ <i>And</i> $G_2=3$ <i>And</i> $G_3=3$ <i>And</i> $I_2=1$ <i>And</i> $I_3=5$ <i>And</i> $I_4=3$ <i>And</i> $O_3=3$ <i>And</i> $O_4=4$ <i>And</i> $O_5=3$ <i>And</i> $O_6=1$ <i>And</i> $Sc_4=1$ Then Πολ. Μέθοδος := Stochastic-UTA	
---	--