



**Πολυτεχνείο Κρήτης  
Τμήμα Μηχανικών Παραγωγής & Διοίκησης**



**Διπλωματική εργασία με θέμα:**

**Πρόβλεψη κατανάλωσης νερού στο Ν.Χανίων χρησιμοποιώντας το  
νεύρο-ασαφές σύστημα (ANFIS).**

**Χρυσή Μινουδάκη**

**Επιβλέπων καθηγητής: Ατσαλάκης Γιώργος**

**Τριμελής επιτροπή:**     **Ατσαλάκης Γιώργος**  
                                  **Ζοπουνίδης Κωνσταντίνος**  
                                  **Σκιαδάς Χρήστος**

**ΧΑΝΙΑ, ΜΑΡΤΙΟΣ 2007**

## Ευχαριστίες

Καταρχάς, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον καθηγητή κ. Γιώργο Ατσαλάκη με την πολύτιμη καθοδήγηση του οποίου κατάφερα να ολοκληρώσω με επιτυχία την παρούσα εργασία. Θερμά ευχαριστώ και στους καθηγητές κ. Κωνσταντίνο Ζοπουνίδη και κ. Χρήστο Σκιαδά για την πολύτιμη βοήθεια και τον χρόνο που διέθεσαν για την ανάγνωση και τη βελτίωση της εργασίας αυτής.

Με την ολοκλήρωση της παρούσας διπλωματικής εργασίας μου ολοκληρώνεται μια πολύ σημαντική περίοδος της μέχρι τώρα ζωής μου. Ένα μεγάλο ευχαριστώ στους ανθρώπους εκείνους που με στήριξαν και με ώθησαν να φτάσω ως εδώ. Ένα μεγάλο ευχαριστώ στην οικογένεια μου και τους φίλους μου για την αγάπη τους και τη συμπαράσταση τους.

Σας ευχαριστώ

# ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1: ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗ ΥΔΑΤΙΚΩΝ ΠΟΡΩΝ</b>	5
1.1 ΝΕΡΟ-ΠΗΓΗ ΖΩΗΣ	5
1.2 ΚΑΤΑΝΑΛΩΣΗ ΝΕΡΟΥ: ΔΕΙΚΤΗΣ ΕΥΗΜΕΡΙΑΣ	5
1.3 ΥΔΑΤΙΚΟΙ ΠΟΡΟΙ	6
1.4 ΤΟ ΥΔΑΤΙΚΟ ΔΥΝΑΜΙΚΟ ΤΟΥ Ν. ΧΑΝΙΩΝ	7
1.4.1 ΛΕΚΑΝΕΣ ΑΠΟΡΡΟΗΣ ΠΟΤΑΜΩΝ Ν. ΧΑΝΙΩΝ	9
1.5 ΧΡΗΣΕΙΣ ΤΟΥ ΝΕΡΟΥ	17
1.6 ΟΡΓΑΝΙΣΜΟΣ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ ΔΥΤΙΚΗΣ ΚΡΗΤΗΣ (Ο.Α.ΔΥ.Κ.)	19
1.7 ΣΚΟΠΟΣ ΤΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ	21
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2. ΜΕΛΕΤΕΣ ΠΡΟΒΛΕΨΗΣ ΚΑΤΑΝΑΛΩΣΗΣ ΝΕΡΟΥ ΠΟΥ ΕΧΟΥΝ ΔΗΜΟΣΙΕΥΤΕΙ ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΩΝΤΑΣ ΜΟΝΤΕΛΑ ΠΡΟΒΛΕΨΗΣ.</b>	23
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: ΑΣΑΦΗΣ ΛΟΓΙΚΗ</b>	28
3.1 ΘΕΩΡΙΑ ΑΣΑΦΟΥΣ ΛΟΓΙΚΗΣ (FUZZY LOGIC THEORY)	28
3.2 ΘΕΜΕΛΙΑ ΑΣΑΦΟΥΣ ΛΟΓΙΚΗΣ	29
3.2.1 ΑΣΑΦΗ ΣΥΝΟΛΑ	29
3.2.2 ΑΣΑΦΕΙΑ	29
3.2.3 ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ ΣΥΜΜΕΤΟΧΗΣ	30
3.3 ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΤΩΝ ΑΣΑΦΩΝ ΣΥΝΟΛΩΝ	35
3.4 ΛΟΓΙΚΕΣ ΠΡΑΞΕΙΣ ΣΤΑ ΑΣΑΦΗ ΣΥΝΟΛΑ	38
3.5 ΑΣΑΦΕΙΣ ΣΧΕΣΕΙΣ	42
3.6 ΑΣΑΦΗΣ ΣΥΛΛΟΓΙΣΤΙΚΗ	44
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4. ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΣΑΦΟΥΣ ΣΥΛΛΟΓΙΣΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΝΕΥΡΟ-ΑΣΑΦΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ</b>	46
4.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ	46
4.2 ΚΑΝΟΝΕΣ ΑΝ-ΤΟΤΕ (if-then rules)	46
4.3 ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΕΞΑΓΩΓΗΣ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΩΝ (fuzzy inference systems)	49
4.3.1 ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ Mamdani	50
4.3.2 ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΤΥΠΟΥ Sugeno	53
4.4 ΝΕΥΡΟ ΑΣΑΦΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ	55
4.4.1 ΑΣΑΦΕΙΣ ΝΕΥΡΩΝΕΣ	55
4.4.2 ΝΕΥΡΩΝΕΣ ΣΥΜΜΕΤΟΧΗΣ	56
4.4.3 ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΚΟΙ ΝΕΥΡΩΝΕΣ	56
4.4.4 ΣΥΝΘΕΤΙΚΟΙ ΝΕΥΡΩΝΕΣ	56
4.5 ΠΡΟΣΑΡΜΟΣΤΙΚΑ ΔΙΚΤΥΑ (Adaptive Networks)	57
4.5.1 ΠΑΡΑΓΩΓΟΙ ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΠΟΙΗΣΙΜΩΝ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΩΝ ΣΥΜΜΕΤΟΧΗΣ	58
4.5.2 ΑΡΧΙΤΕΚΤΟΝΙΚΗ ΠΡΟΣΑΡΜΟΣΤΙΚΩΝ ΔΙΚΤΥΩΝ	58
4.6 ΚΑΤΑΜΕΡΙΣΜΟΣ ΠΑΡΑΜΕΤΡΩΝ ΣΕ ΠΡΟΣΑΡΜΟΣΤΙΚΑ ΔΙΚΤΥΑ	59

4.7 ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΠΡΟΣΑΡΜΟΣΤΙΚΩΝ ΔΙΚΤΥΩΝ.....	61
4.7.1 ΠΡΟΣΑΡΜΟΣΤΙΚΟ ΔΙΚΤΥΟ ΜΕ ΕΝΑΝ ΓΡΑΜΜΙΚΟ ΚΟΜΒΟ (LINEAR NODE).....	61
4.7.2 ΔΙΚΤΥΟ PERCEPTON .....	62
4.7.3 ΕΝΑ ΠΟΛΥΕΠΙΠΕΔΟ PERCEPTON.....	63
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5. ΠΡΟΣΑΡΜΟΣΤΙΚΟ ΝΕΥΡΟ-ΑΣΑΦΕΣ ΣΥΣΤΗΜΑ ΕΞΑΓΩΓΗΣ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΟΣ( ADAPTIVE NEURO-FUZZY INFERENCE SYSTEMS-ANFIS).</b> .....	65
5.1 Η ΑΡΧΙΤΕΚΤΟΝΙΚΗ ΤΟΥ ANFIS.....	65
5.2 ΥΒΡΙΔΙΚΟΣ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ.....	69
5.2.1 ΕΚΤΙΜΗΤΗΣ ΕΛΑΧΙΣΤΩΝ ΤΕΤΡΑΓΩΝΩΝ (Least-squares estimator).....	69
5.2.2 ΟΠΙΣΘΟΔΡΟΜΗΣΗ ΓΙΑ ΠΡΩΣΟ-ΤΡΟΦΟΔΟΤΟΥΜΕΝΑ ΔΙΚΤΥΑ .....	72
5.3. ΣΥΝΔΥΑΣΜΟΣ ΒΑΘΜΩΤΗΣ ΕΛΑΧΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ ΚΑΙ ΕΚΤΙΜΗΤΗ ΕΛΑΧΙΣΤΩΝ ΤΕΤΡΑΓΩΝΩΝ .....	78
5.4 ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΙ ΤΟΥ ANFIS.....	82
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6: ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΑΠΟ ΤΗ ΧΡΗΣΗ ΤΟΥ ANFIS</b> .....	83
6.1 ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΟΣ ΠΡΟΒΛΕΨΗΣ .....	83
<b>ΕΠΙΛΟΓΟΣ</b> .....	92
<b>ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ</b> .....	93

## **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1: ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗ ΥΔΑΤΙΚΩΝ ΠΟΡΩΝ**

### **1.1 ΝΕΡΟ-ΠΗΓΗ ΖΩΗΣ**

Το νερό μπορεί να θεωρηθεί ως φυσικός πόρος, ως οικονομικό αγαθό και ως περιβαλλοντικό στοιχείο, ανάλογα με το κριτήριο και το είδος της διαχείρισης. Σε σχέση με άλλους φυσικούς πόρους και με άλλα οικονομικά αγαθά έχει μια ιδιαιτερότητα: είναι μοναδικό και αναντικατάστατο. Το νερό αποτελεί προϋπόθεση της ανθρώπινης ύπαρξης και ζωής στον πλανήτη και δεν έχει υποκατάστατο στην ανάπτυξη. Η βιώσιμη (αειφόρος) διαχείριση των υδατικών πόρων είναι η βασική παράμετρος της βιώσιμης ανάπτυξης. Οι υδατικοί πόροι δεν είναι απεριόριστοι. Μάλιστα σε πολλές περιοχές του κόσμου δεν είναι επαρκείς και η ανεπάρκεια τους συνιστά μεγάλο εμπόδιο στην ανάπτυξη.

### **1.2 ΚΑΤΑΝΑΛΩΣΗ ΝΕΡΟΥ: ΔΕΙΚΤΗΣ ΕΥΗΜΕΡΙΑΣ**

Η αλήθεια είναι ότι η παγκόσμια κατανάλωση νερού διπλασιάζεται κάθε 20 χρόνια, αναπτυσσόμενη με διπλάσιους ρυθμούς από ότι η αύξηση του πληθυσμού. Το γεγονός αυτό πρέπει να αποδοθεί σε δύο παράγοντες. Ο ένας είναι η ίδια η αύξηση του πληθυσμού και ο δεύτερος, η βελτίωση των συνθηκών διαβίωσης, που προϋποθέτει αύξηση της υδατικής κατανάλωσης, καθώς η τελευταία αποτελεί έναν από τους βασικούς δείκτες του επιπέδου αναπτύξεως.

Σε παγκόσμιο επίπεδο η κατανάλωση νερού για διάφορες χρήσεις (οικιακή-αστική-βιοτεχνική, βιομηχανική, αρδευτική-αγροτική) αυξάνεται με ραγδαίους ρυθμούς. Η προσφορά της όμως είναι δεδομένη, είναι ορισμένη έχει δηλαδή κάποια ανώτερα όρια. Στην Ελλάδα και σε πολλές άλλες χώρες του κόσμου, σε ενδοετήσιο κύκλο, η ζήτηση του νερού είναι μέγιστη τους καλοκαιρινούς μήνες όταν η προσφορά του δηλ. η διαθεσιμότητά του στη φύση είναι ελάχιστη. Ο ενδοετήσιος κύκλος του νερού είναι ακριβώς αντίστροφος με αυτόν της φυσικής προσφοράς (διαθεσιμότητας). Με άλλα λόγια η χρονική κατανομή της προσφοράς και ζήτησης είναι αντίστροφες. Επίσης, παρατηρείται πολύ συχνά σε περιοχές με μικρή προσφορά (διαθεσιμότητα) νερού δηλ. με φτωχό ή μέτριο υδάτινο δυναμικό υπάρχει μεγάλη ζήτηση νερού δηλ. μεγάλη πληθυσμιακή πυκνότητα και έντονη οικονομική δραστηριότητα, ενώ αντίθετα, σε περιοχές με πλούσιο υδατικό δυναμικό δηλ. με μεγάλη προσφορά (διαθεσιμότητα) νερού, υπάρχει μικρή ζήτηση.

Με άλλα λόγια η χωρική κατανομή της προσφοράς και της ζήτησης είναι αντίστροφες. Αυτό θέτει το πρόβλημα της διαχείρισης των υδάτινων πόρων και κατ' επέκταση της πρόβλεψης της κατανάλωσης νερού.

Το νερό γενικά είναι βασικό στοιχείο για τη διατήρηση και ανάπτυξη της ζωής στον πλανήτη μας. Δυστυχώς όμως, ενώ αυξάνονται σταθερά οι ανάγκες εκμετάλλευσης των υδατικών πόρων, μειώνονται όλο και περισσότερο τα εκμεταλλεύσιμα αποθέματά τους. Παράλληλα, απειλείται η ποιότητά τους και δημιουργούνται προβλήματα λόγω και της εντατικής εκμετάλλευσης του εδάφους με τις γεωργικές καλλιέργειες. Έτσι, τα υπόγεια νερά, αποτελούν αποθεματικό φυσικό πόρο στρατηγικής σημασίας που πολύ δύσκολα ανανεώνονται.

Στο παρελθόν, σε πολλές περιοχές στην Ελλάδα το υπόγειο νερό ήταν ιδιαίτερα κατάλληλο για πόση. Σήμερα, οι πιθανότητες ρύπανσης των υπόγειων νερών είναι πολλαπλές και συνδέονται με τις ανεξέλεγκτες απορρίψεις των απορριμμάτων, την υπέρ-χρήση των γεωργικών λιπασμάτων και φαρμάκων, τις απορρίψεις βιομηχανικών αποβλήτων, την απουσία αποχέτευσης, την αποθήκευση και μεταφορά επικίνδυνων χημικών ουσιών, τις εξορυκτικές δραστηριότητες, την υπέρ-άντληση για αρδευτικούς κυρίως σκοπούς, την υπέρ-βόσκηση, την ανεξέλεγκτη υλοτομία κ.ά.. Επίσης, για τη χώρα μας είναι αρκετά επίκαιρο τα τελευταία έτη, η επείγουσα λήψη πρακτικών μέτρων, για το πρόβλημα που έχει αρχίσει να εμφανίζεται από την εισχώρηση-εισβολή του θαλασσινού νερού (υφαλμύρυνση) προς τους υπόγειους υδροφόρους ορίζοντες, ιδιαίτερα στις παράκτιες πεδιάδες και στα νησιά. Εξάλλου, και οι εκτεταμένες πυρκαγιές διαφοροποιούν πλέον, περισσότερο ή λιγότερο το κλιματικό και υδατικό καθεστώς των περιοχών με συνέπεια να αναμένεται η εμφάνιση ακραίων φαινομένων, όπως πλημμύρες, ξηρασία, ερημοποίηση κλπ.

### 1.3 ΥΔΑΤΙΚΟΙ ΠΟΡΟΙ

**Ορισμός:** Όπως είναι γνωστό, κάθε υδάτινος χώρος δεν είναι κατ'ανάγκη διαθέσιμος και δεν μπορεί να διατεθεί για χρήση. Για να είναι κάποιος υδάτινος χώρος, **πόρος**, πρέπει ο υδάτινος όγκος του να είναι διαθέσιμος ή και να μπορεί να διατεθεί για χρήση σε επαρκή ποσότητα, κατάλληλη ποιότητα, ενώ θα πρέπει να προσδιορίζεται και η χρονική περίοδος μέσα στην οποία μπορεί να ικανοποιήσει τη συγκεκριμένη ζήτηση. Ένας **υδατικός πόρος**, είναι δυνατό ήδη να χρησιμοποιείται ή να αποτελεί αποθηκευτικό δυναμικό στρατηγικής για το μέλλον. Αυτό όμως που καθορίζει αυτόν τον πόρο είναι η τρέχουσα και η μελλοντική του αξιοπιστία, ενώ είναι δυνατό μεταβολές στο φυσικό περιβάλλον και στις ανθρωπογενείς δραστηριότητες μιας περιοχής, να επηρεάσουν το μέγεθος, την αξιοπιστία ή και να ακυρώσουν τη χρήση του.

Στους επιφανειακούς υδατικούς πόρους ανήκουν τα ποτάμια, οι χείμαρροι, οι λίμνες, τα έλη, οι βάλτοι, οι λιμνοθάλασσες, οι λιμνοδεξαμενές και οι ταμιευτήρες, ενώ στους υπόγειους υδατικούς πόρους περιλαμβάνονται τα νερά των γεωτρήσεων, των πηγαδιών, των πηγών και των υπόγειων υδροφόρων στρωμάτων.

Όταν μιλάμε για **συστήματα υδατικών πόρων** εννοούμε μία σειρά από φυσικές μορφολογικές και υδρολογικές ενότητες που συναντώνται στα επιφανειακά και υπόγεια νερά. Αυτές οι φυσικές ενότητες με την παρέμβαση του ανθρώπου αξιοποιούνται μέσα από ειδικές κατασκευές τις οποίες χρησιμοποιεί προς όφελός του, ενώ συγχρόνως δημιουργούνται στο περιβάλλον του και μηχανισμοί ανάδρασης. Οι ταμιευτήρες, οι λιμνοδεξαμενές, τα φράγματα, οι διώρυγες μεταφοράς αποτελούν μερικά συστήματα αξιοποίησης των υδατικών πόρων.

#### 1.4 ΤΟ ΥΔΑΤΙΚΟ ΔΥΝΑΜΙΚΟ ΤΟΥ Ν. ΧΑΝΙΩΝ

Η Κρήτη είναι ένα από τα 14 υδατικά διαμερίσματα της χώρας μας. Ο νομός Χανίων είναι ο πλουσιότερος σε υδάτινο δυναμικό νομός του νησιού μας. Ετησίως, πέφτουν  $2,5 \cdot 10^9$  m<sup>3</sup> νερού, με μέσο ύψος βροχής 1100 mm/έτος (Υδρολογικά στοιχεία νήσου Κρήτης). Από αυτά, το 55% επιστρέφει στην ατμόσφαιρα μέσω της εξατμισο-διαπνοής, δηλαδή τα  $1,4 \cdot 10^9$  m<sup>3</sup>/έτος. Το 15% απορρέει επιφανειακά, δηλαδή  $0,35 \cdot 10^9$  m<sup>3</sup> νερού/ έτος. Το 30% απορρέει υπόγεια, δηλαδή  $0,75 \cdot 10^9$  m<sup>3</sup> έτος, με μεγάλη χρονική υστέρηση στην απορροή του (Δίαιτα υπόγειας απορροής). Η τελευταία ιδιότητα έχει πρακτικό ενδιαφέρον, δεδομένης της άνισης χρονικής κατανομής της βροχοπτώσης στο νομό, 95% το χειμώνα και 5% το θέρος.

- Οι μόνιμοι κάτοικοι του νομού είναι 150.289 (απογραφή 2001).
- Η ύδρευση του νομού απαιτεί περίπου  $11 \cdot 10^6$  m<sup>3</sup>/έτος νερού με βάση το Άρθρο Δ Π/Φ 16/8500 (ΦΕΚ 174/Β/25/3/1991 (καθορισμός κατώτατων και ανώτατων ορίων των αναγκαίων ποσοτήτων για την ορθολογική χρήση του νερού στην ύδρευση).
- Οι τουριστικές κλίνες στο νομό είναι 42.706 (ΕΟΤ 2003)
- Η κάλυψη των αναγκών σε νερό για την τουριστική χρήση είναι περίπου  $4,5 \cdot 10^6$  m<sup>3</sup>/έτος.

Σύμφωνα με την Ελληνική νομοθεσία ν. 3199/9/12/2003 και την Οδηγία 2000/60 ΕΚ. Το όλο πλέγμα των δραστηριοτήτων διαχείρισης των υδατικών πόρων διακρίνεται στην στρατηγική διαχείριση και στην λειτουργική διαχείριση. Η έννοια της στρατηγικής διαχείρισης περιλαμβάνει τη γενική φιλοσοφία, τις αρχές και το γενικό σχεδιασμό που διέπουν τη διαχείριση των υδάτινων πόρων. Η έννοια της λειτουργικής διαχείρισης περιλαμβάνει το σύνολο των μέτρων και

δράσεων, με τα οποία εφαρμόζεται η διαχείριση των υδάτινων πόρων μέχρι του τελικού χρήστη/ καταναλωτή, στο στάδιο της αδειοδότησης, της κατασκευής, της λειτουργίας και της συντήρησης των υδροληπτικών έργων, καθώς και των παρεχομένων υπηρεσιών σε κάθε ένα από τα προαναφερόμενα στάδια.

Οι υδρολογικές συνθήκες καθορίζονται στο νομό από μερικούς βασικούς παράγοντες, π.χ. ύψος βροχής, κλίσεις εδάφους, θερμοκρασία κ.α. Σημαντικός όμως παράγων είναι η γεωλογία του, και η τεκτονική του δομή.

Στην Κρήτη όπως και στα υπόλοιπα νησιά όπου το σύνολο σχεδόν των υδάτινων πόρων που χρησιμοποιούνται και που διατίθενται, προέρχεται από το υπόγειο υδατικό δυναμικό (υδροφορείς και πηγές), και μόνο το 3,5% προέρχεται από επιφανειακά νερά και όπου δεν υπάρχουν σημαντικές λεκάνες απορροής ποταμών. Έτσι υπάρχουν μεγάλοι ανθρακικοί υδροφορείς που σχηματίζουν οι ορεινοί της όγκοι, των Λευκών Ορέων, του Ψηλορείτη, της Δίκτης και της Σητείας.

Ο Νομός Χανίων διαθέτει ένα σημαντικό υδατικό δυναμικό που οφείλεται τόσο στο μεγάλο ετήσιο ύψος βροχής του, όσο και κυρίως στην ύπαρξη του σημαντικού ορεινού συγκροτήματος των λευκών Ορέων που δομούνται κατά κύριο λόγο από ανθρακικούς υδροπερατούς σχηματισμούς.

Συγκεκριμένα στο νομό υπάρχουν τρεις κύριες υδρολιθικές ομάδες πετρωμάτων:

- Ασβεστολιθικό καρστικό σύστημα των Λευκών Ορέων
- Οι σχιστόλιθοι (Φυλλίτες / Χαλαζίτες)
- Οι νεογενείς, και τεταρτογενείς αποθέσεις (προσχώσεις)

Η σημαντικότερη υδρολιθική ομάδα πετρωμάτων είναι το καρστικό ασβεστολιθικό σύστημα των Λ. Ορέων. Βρίσκεται στο κεντρικό τμήμα του νομού, με απορροές προς βορρά και νότο. Οι ετήσιες εκροές στο βόρειο χερσαίο τμήμα είναι περί τα  $500 \cdot 10^6 \text{ m}^3$ . Καταλαμβάνει έκταση  $850 \text{ Km}^2$ , με ένα μέσο ύψος βροχόπτωσης περί τα  $1700 \text{ mm/έτος}$  (Ι.Γ.Μ.Ε.) Χαρακτηρίζεται από υψηλό συντελεστή κατείσδυσης (50%), έτσι ώστε, μεγάλες ποσότητες νερού (περισσότερο από  $700 \cdot 10^6 \text{ m}^3/\text{έτος}$ , ΙΓΜΕ  $720 \cdot 10^6 \text{ m}^3/\text{έτος}$ ) να διακινούνται ετησίως υπόγεια μέσου αυτού.

Η δεύτερη υδρολιθική ομάδα είναι εκείνη των σχιστόλιθων. Βρίσκεται στο δυτικό τμήμα του νομού (Κίσσαμο και Σέλινο). Καταλαμβάνει περίπου  $500 \text{ Km}^2$ , με ένα μέσο ύψος βροχής  $700 \text{ mm/έτος}$ . Ο μεγάλος συντελεστής επιφανειακής απορροής (95%), που τον χαρακτηρίζει, έχει σαν αποτέλεσμα την δημιουργία ενός πλούσιου επιφανειακού υδρογραφικού δικτύου στην περιοχή (π.χ. Ταυρωνίτης, με τους παραποτάμους του, Δεκασιμιότη ή Ντεριανό, Σεμπρωνιότη, Ρουματιανό, τον Τυφλό ποταμό, τον Κακοπέρατο κ.α. που



απορρέουν βόρεια, και Πελεκανιώτη, Σαρακινιώτη, Κακοδικιανό κ.α. με απορροές νότια). Το συνολικό ισοζύγιο της παραπάνω ζώνης εκτιμάται περί τα  $300 \cdot 10^6 \text{ m}^3/\text{έτος}$ .

Η τρίτη υδρολιθική ομάδα είναι οι Νεογενείς και Τεταρτογενείς αποθέσεις (Μάργες, Μαργαίκοι ασβεστόλιθοι, ψαμμίτες, άργιλοι κ.α.). Η υδρολογική συμπεριφορά των παραπάνω πετρωμάτων είναι μικτή. Μερικά συστατικά τους ευνοούν τις επιφανειακές απορροές, και άλλα τις υπόγειες υδροφορίες.

Τα ανθρακικά πετρώματα των λευκών ορέων είναι έντονα τεκτονισμένα και καρστικοποιημένα, με αποτέλεσμα το μεγαλύτερο ποσοστό των ατμοσφαιρικών κατακρημνισμάτων που πέφτει σ' αυτά να κατεισδύει και στη συνέχεια να κινείται υπόγεια και να εμφανίζει περιμετρικά σε πηγές γλυκού νερού, ενώ παράλληλα δημιουργεί σημαντικούς υπόγειους υδροφορείς.

Έτσι με χονδρική εκτίμηση στο Ν. Χανίων μόνο στη βόρεια παραλία 600 εκατομμύρια κ. μ. νερού κινούνται ετήσια επιφανειακά προς τη θάλασσα και άλλα 600 εκατομ. κ. μ. κατεισδύουν στους περατούς γεωλογικούς σχηματισμούς των Λευκών Ορέων και στη συνέχεια κινούνται υπόγεια με τελικό αποδέκτη τη θάλασσα της βόρειας παραλίας.

#### **1.4.1 ΛΕΚΑΝΕΣ ΑΠΟΡΡΟΗΣ ΠΟΤΑΜΩΝ Ν. ΧΑΝΙΩΝ**

Η μορφολογία του εδάφους του νομού Χανίων, με τους επιφανειακούς υδροκρίτες, καθορίζουν την ροή των επιφανειακών υδάτων, σχηματίζοντας πολυάριθμες υδρολογικές λεκάνες. Η γεωλογία και η τεκτονική του νομού καθορίζει τους υπόγειους υδροκρίτες, οι οποίοι με την σειρά τους κατευθύνουν την κίνηση του υπόγειου νερού και σχηματίζουν τους υπόγειους ταμιευτήρες. Το σύνολο του νερού μιας περιοχής, επιφανειακό και υπόγειο, ο τρόπος που κινείται, οι αλληλοεπιδράσεις μεταξύ επιφανειακού και υπόγειου νερού, επιφανειακοί και υπόγειοι υδροκρίτες μαζί, καθορίζουν την έννοια της λεκάνης απορροής ποταμού. Αυτή ορίζεται σαν μια αυτόνομη εδαφική έκταση από την οποία συγκεντρώνεται το σύνολο της απορροής του νερού, και παροχετεύεται στην θάλασσα με ενιαίο στόμιο ποταμού (Οδηγία Πλαίσιο 60/2000 άρθρο 2, παρ. 13).

Στο νομό μας, υπάρχουν έξι λεκάνες απορροής ποταμού, δια μέσου των οποίων απορρέει το σύνολο του υδατικού δυναμικού του. Γίνεται μερική ομαδοποίηση (περιοχή λεκάνης απορροής ποταμού, Οδηγία Ε.Ε. 60/2000 αρθ.2 παρ.15), με κριτήρια την μεταξύ τους γειτνίαση, τα κοινά χαρακτηριστικά, την επάρκεια της υδατικής τους ικανότητας κ.α. Αυτές είναι:

- Λεκάνη Ταυρωνίτη Κολένι
- Λεκάνη Κερίτη
- Λεκάνη Στύλου, Αρμένων, Ζούρμπου, Βρύσες
- Λεκάνη Κουρνά, Γεωργιούπολης
- Λεκάνη Πελεκανιώτη, Σαρακινιώτη, Κακοδικιανού, Χρυσοσκαλλίτισας, Αγίας Ειρήνης
- Λεκάνη ορεινού όγκου Λευκών Ορέων, Φραγκοκαστέλλου

## 1 Λεκάνη Ταυρωνίτη / Κολενίου

Η λεκάνη βρίσκεται στο βορειοδυτικό τμήμα του νομού. Το υδατικό ισοζύγιο της λεκάνης είναι  $80 \cdot 10^6 \text{m}^3/\text{έτος}$ . Τα  $60 \cdot 10^6 \text{m}^3/\text{έτος}$  είναι του Ταυρωνίτη, τα  $20 \cdot 10^6 \text{m}^3/\text{έτος}$  του Κολενίου. Κύριο υδρολογικό χαρακτηριστικό της λεκάνης του Ταυρωνίτη είναι οι επιφανειακές απορροές. Ο Ταυρωνίτης έχει τρεις παραπόταμους (Ντεριανό, Σεμπρονιώτη, Ρουματιανό).

Παρατηρήσεις:

- Οι υδατικές ανάγκες άρδευσης Ιουλίου/ Αυγούστου υπερβαίνουν το 50% των συνολικών.
- Οι μόνιμοι κάτοικοι της περιοχής είναι 19.019 (απογραφή 2001)
- Η ύδρευση της περιοχής απαιτεί περίπου  $1,1 \cdot 10^6 \text{m}^3$  /έτος νερού

Υπολεκάνη Κολενίου: Τα υδρολογικά χαρακτηριστικά της υπολεκάνης του Κολενίου είναι μικτά. Χαρακτηρίζεται από: α) επιφανειακές απορροές (χείμαρροι Τύφλος, Κακοπέρατος, Καμαριανός) και β) υπόγειες υδροφορίες σε δύο διαφορετικά υψομετρικά επίπεδα. Έτσι έχουμε μια υπόγεια λεκάνη στα 70m απόλυτο υψόμετρο (πηγές Καψιανιανά, γεωτρήσεις Τοπόλια, Ρόκας, Σφακοπηγάδι, Κουκουναράς, Πολυρήνεια, Γρά, Κερά κ.α.) και μια δεύτερη στα 14m απόλυτο υψόμετρο (πηγές και γεωτρήσεις Κολενίου, γεωτρήσεις Ποταμίδας, Βουλγάρω, Μουρί κ.α.).

Φορείς λειτουργικής διαχείρισης λεκάνης:

Στην λεκάνη Ταυρωνίτη / Κολένι, δραστηριοποιούνται οι παρακάτω φορείς διαχείρισης νερού:

- Ένας Τ.Ο.Ε.Β Κόλπου Κισσάμου (άρδευση)
- Τρεις Δήμοι,
- **ΟΑΔΥΚ.**

## 2. Λεκάνη Κερίτη / Κάμπου Χανίων

Η λεκάνη βρίσκεται στο βορειοκεντρικό τμήμα του νομού. Δια μέσου αυτής απορρέει σημαντικός όγκος νερού του καρστικού συστήματος των Λευκών Ορέων ( $140-150 \cdot 10^6 \text{ m}^3/\text{έτος}$ , υδρολογική μελέτη Κάμπου Χανίων)

Παρατηρήσεις:

- Οι υδατικές ανάγκες άρδευσης Ιουλίου/ Αυγούστου υπερβαίνουν το 50% των συνολικών.
  - Οι μόνιμοι κάτοικοι της περιοχής είναι 85.714 (απογραφή 2001)
  - Η ύδρευση της περιοχής απαιτεί περίπου  $5 \cdot 10^6 \text{ m}^3/\text{έτος}$  νερού
- Κύρια υδρολογικά χαρακτηριστικά της είναι:

A. Οι καρστικές πηγές Μεσκλών (Κεφαλοβρύσια, Παναγιά, Νικολιανά).

Η μέση ετήσια απορροή είναι πλέον των  $30 \cdot 10^6 \text{ m}^3$  νερού (υδρ. Στοιχ. νήσου Κρήτης). Εμφανίζονται σε απόλυτο υψόμετρο 210m.

B. Οι καρστικές πηγές υπερχειλίσσης της Αγυιάς (Καλαμιώνας/Πλάτανος /Κολόμπα).

Εμφανίζονται σε 40m απόλυτο υψόμετρο, στον οικισμό Αγυιά. Το ετήσιο ισοζύγιο των πηγών υπερβαίνει τα  $70 \cdot 10^6 \text{ m}^3/\text{έτος}$ , και αποτελεί το ρυθμιστικό απόθεμα τους. Εκτός του ρυθμιστικού αποθέματος υπάρχει στον υδροφορέα και το μόνιμο υδατικό απόθεμα το ύψος του οποίου δεν είναι γνωστό.

Λίμνη Αγυιάς: Πρόκειται για τεχνητή λίμνη, η οποία κατασκευάστηκε από την Δ.Ε.Η. για την ανύψωση της στάθμης των εκροών νερού μετά την υπερχειλίση τους από την υπόγεια δεξαμενή των πηγών Αγυιάς. Ο σκοπός κατασκευής της ήταν υδροηλεκτρικός. Η λίμνη βρίσκεται Β.Δ. των πηγών. Είναι αποθήκη ύδατος μετά την εκροή των πηγών, χωρητικότητας περίπου  $350.000 \text{ m}^3$  νερού. Η λίμνη δεν επηρεάζει την λειτουργία των καρστικών πηγών. Επηρεάζεται όμως, από την αυξομείωση της στάθμης του καρστικού υδροφορέα. Η λίμνη αποτελεί σημαντικό υδροβιότοπο και είναι ανακηρυγμένη προστατευόμενη περιοχή. Τα προβλήματα επάρκειας νερού που προκύπτουν στην λίμνη τους θερινούς μήνες είναι διαχειριστικά και όχι ουσιαστικά.

Γ. Οι καρστικές πηγές Κουφού.

Οι πηγές βρίσκονται στην θέση Βλυχάδες του Δήμου Μουσούρων. Εμφανίζονται σε 50 m απόλυτο υψόμετρο. Οι πηγές είναι αναριθμισμένες με γεωτρήσεις. Η συνολική αντλούμενη ποσότητα /έτος είναι πλέον των  $5 \cdot 10^6 \text{ m}^3/\text{έτος}$  νερού, κυρίως για αρδευτική χρήση. Η δυνατότητα περαιτέρω αναρίθμησης της είναι δυνατή, διότι δεν έχουν παρατηρηθεί μόνιμες απώλειες υδραυλικού φορτίου. Πιθανότατα οι πηγές έχουν υδραυλική επικοινωνία με τις πηγές του Καλαμιώνα της Αγυιάς (λόγω της χημικής συγγένειας, και υδραυλικής

σχέσης που παρουσιάζουν). Οι ενδείξεις αυτές πρέπει να τεκμηριωθούν με ιχνηθετήσεις, ή με κάποια άλλη μέθοδο.

#### Δ. Καρστικές πηγές Αναβάλλοντα.

Οι πηγές βρίσκονται στις βορειοανατολικές παρυφές της λεκάνης Κερίτη, βόρεια του οικισμού Θέρισος. Εκφορτίζουν σε υψόμετρο 100m με μέσο υδατικό ισοζύγιο  $10 \cdot 10^6 \text{ m}^3/\text{έτος}$  (Δ.Ε.Β.). Οι πηγές είναι περιοδικές, και έχουν απορροή από τον μήνα Δεκέμβριο έως και τον Ιούνιο. Η απορροή του νερού γίνεται μέσω του ρέματος Κλαδισού στις δυτικές παρυφές της πόλεως των Χανίων.

#### Ε. Προσχωσιγενής λεκάνη Αλικιανού, Κουφού, Βατολλάκου, Σκινέ.

Πρόκειται για μια εσωτερική προσχωματική λεκάνη, η οποία λειτουργεί σαν ενδιάμεση δεξαμενή ύδατος στο υδρολογικό σύστημα του Κερίτη. Η αντλούμενη ποσότητα νερού είναι περί τα  $1000 \text{ m}^3/\text{h}$  ή  $4 \cdot 10^6 \text{ m}^3/\text{έτος}$ , συμπεριλαμβανόμενης και της ύδρευσης. Η δυνατότητα αύξησης της απολήψιμης ποσότητας νερού είναι δυνατή, διότι δεν παρατηρούνται μόνιμες απώλειες υδραυλικού φορτίου.

#### Στ. Προσχωσιγενής λεκάνη του Κάμπου Χανίων.

Βρίσκεται στο βορειοανατολικό τμήμα του Κερίτη. Πρόκειται για λεκάνη με νεογενείς αποθέσεις και τεταρτογενείς προσχώσεις. Υπάρχουν στην περιοχή περί τις 40 γεωτρήσεις, πολλές ανενεργές, με παροχές από 30 έως  $80 \text{ m}^3/\text{h}$ . Η συνολική αντλούμενη ποσότητα νερού δεν είναι γνωστή. Η περιοχή αρδεύεται και με μεταφορά νερού από την Αγυιά.

Φορείς λειτουργικής διαχείρισης λεκάνης:

- Στην λεκάνη δραστηριοποιούνται οι παρακάτω φορείς.
- Οκτώ (8) Τ.Ο.Ε.Β. (άρδευση)
- Επτά Δήμοι,
- ΟΑΔΥΚ.

### **3. Λεκάνη Στύλου, Αρμένων, Ζούρμπου και Υπολεκάνη Βρύσσης**

Η λεκάνη βρίσκεται στο βόρειο κεντρικό τμήμα του νομού Χανίων. Πρόκειται για μία καρστική λεκάνη, η οποία στο βόρειο τμήμα της έχει υποστεί τεκτονικό βύθισμα. Αυτό με την σειρά του έχει καλυφθεί από νεογενείς αποθέσεις. Δια μέσου της λεκάνης αυτής απορρέει ένας σημαντικός όγκος νερού ( $160 \cdot 10^6 \text{ m}^3/\text{έτος}$ ) του καρστικού συστήματος των Λευκών Ορέων

Παρατηρήσεις:

- Οι υδατικές ανάγκες άρδευσης Ιουλίου/Αυγούστου υπερβαίνουν το 50% των συνολικών.
- Οι μόνιμοι κάτοικοι της περιοχής είναι 11.264 (απογραφή 2001)

- Η ύδρευση της περιοχής απαιτεί περίπου  $0,7 \cdot 10^6 \text{ m}^3/\text{έτος}$  νερού

Κύρια υδρολογικά χαρακτηριστικά είναι:

A. Καρστικές Πηγές Στύλου

Από τις πηγές απορρέουν περίπου  $80 \cdot 10^6 \text{ m}^3/\text{έτος}$  νερού. Οι πηγές απορρέουν μέσω του ποταμού Κοιλιάρη.

B. Πηγές Αναβρετής

Πρόκειται για περιοδικές πηγές, οι οποίες εμφανίζονται μόνο τον χειμώνα στις παρυφές του οικισμού Νιό Χωριό. Δεν είναι γνωστά περισσότερα υδρολογικά στοιχεία της πηγής.

Γ. Πηγές Αρμένων

Ισοζύγιο πηγών περί τα  $30 \cdot 10^6 \text{ m}^3$  νερού/έτος. Το νερό απορρέει μέσω του ποταμού Μεσοπόταμου στον οικισμό Καλύβες. Περισσότερα υδρολογικά στοιχεία των πηγών δεν είναι γνωστά.

Δ. Πηγές Ελαιονώρας η Ζούρμπου

Ισοζύγιο πηγών  $30 \cdot 10^6 \text{ m}^3$  νερού/έτος. Το νερό των πηγών είναι βεβαρημένο με ιόντα χλωρίου ( $280 \text{ ppm}$  χλωριόντων) δεδομένου του χαμηλού υψομέτρου (1-2 m) και της μικρής απόστασης των πηγών από την θάλασσα.

E. Οι υφάλμυρες πηγές των Βλυχάδων

Οι πηγές βρίσκονται στον Κοιλιάρη ποταμό, σε απόσταση περίπου 1000 m από τις εκβολές του. Το νερό των πηγών είναι με αυξημένα χλωριόντα ( $1000 \text{ ppm}$ ) και συμβάλουν στον Κοιλιάρη επιβαρύνοντας τον στην κατάντη απορροή του.

Στ. Πηγές Καλαμίου

Οι πηγές βρίσκονται στις δυτικές παρυφές της λεκάνης, δυτικά του οικισμού Καλάμι. Η εκροή τους γίνεται σε απόλυτο υψόμετρο 1 m, και παράκτια. Η περιεκτικότητά τους σε χλωριόντα είναι σταθερή στα  $280 \text{ ppm}$ , και χωρίς μεγάλες διακυμάνσεις στην παροχή τους.

Ζ. Σχηματισμός Νεογενών αποθέσεων

Πρόκειται για εσωτερική λεκάνη με χαμηλές στάθμες του υδροφόρου ορίζοντα στα 7 m απόλυτο υψόμετρο. Η τροφοδοσία της γίνεται από διαφυγές νερού του καρστικού συστήματος και από τις επιφανειακές απορροές της λεκάνης.

Ο μεγάλος αριθμός πηγών, οι διαφοροποιήσεις που παρατηρούνται στις στάθμες των γεωτρήσεων στην περιοχή, τα υδρογραφήματα των πηγών, τα

διαφορετικά υψόμετρα εκροής των πηγών, δηλώνουν την παρουσία υπόγειων υπολεκανών στην απόληξη της κύριας καρστικής λεκάνης. Η σύνταξη λεπτομερούς υδρογεωλογικής μελέτης στην περιοχή είναι επιβεβλημένη.

#### Κεραμιανός χειμαρος

Πρόκειται για χειμάρρο με κύριο χαρακτηριστικό τις επιφανειακές απορροές οι οποίες πολλές φορές είναι πλημμυρικές, με συνέπεια συχνά να δημιουργούνται στις κατάντη περιοχές πλημμυρικά φαινόμενα. Περισσότερα υδρολογικά στοιχεία του χειμάρρου δεν είναι γνωστά.

Υπολεκάνη Βρύσσες: Πρόκειται για ανεξάρτητη καρστική λεκάνη, της οποίας ο υπόγειος υδροκρίτης παροχετεύει τα νερά στην θέση Μπούτακα, 3 Km νότια του χωριού Βρύσσες και σε υψόμετρο περί τα 150 m. Το μέσο ετήσιο ισοζύγιο είναι περί τα  $26 \cdot 10^6$  m<sup>3</sup> νερού/ έτος. Στην ευρύτερη περιοχή της λεκάνης υπάρχει υπόγειος καρστικός υδροφόρος ορίζοντας, από τον οποίο ο συνολικός όγκος αντλούμενου νερού είναι περί τις  $2 \cdot 10^6$  m<sup>3</sup> κυρίως την αρδευτική περίοδο. Από τον υδροφορέα αυτό γίνεται και μεταφορά νερού στο Δήμο Σφακίων, στον οικισμό Ασκύφου.

Φορείς λειτουργικής διαχείρισης λεκάνης:

- Ένας Τ.Ο.Ε.Β.
- Πέντε (5) Δήμοι
- Ο.Α.ΔΥ.Κ.

#### **4. Λεκάνη Κουρνά-Γεωργιούπολης**

Η λεκάνη βρίσκεται στο Β.Α. άκρο του νομού Χανίων στο βόρειο σύνορο με τον νομό Ρεθύμνης. Πρόκειται για μία σημαντική καρστική λεκάνη, η οποία αποτελείται από τρεις υδροαποθεματικές ενότητες (καρστικές υπολεκάνες):

α. Υπολεκάνη Κουρνά Γεωργιούπολης (νομός Χανίων), β. Υπολεκάνη Μουσέλα, (σύνορο νομού Χανίων/ Ρεθύμνου), γ. Υπολεκάνη Αργυρούπολης (νομός Ρεθύμνου).

Παρατηρήσεις:

- Οι υδατικές ανάγκες άρδευσης Ιουλίου / Αυγούστου υπερβαίνουν το 50% των συνολικών.
- Οι μόνιμοι κάτοικοι της περιοχής είναι 3.969 (απογραφή 2001)
- Η ύδρευση της περιοχής απαιτεί περίπου  $0,2 \cdot 10^8$  m<sup>3</sup> /έτος νερού  
Οι κυριότερες εμφανίσεις ύδατος στην περιοχή είναι:

#### Λίμνη Κουρνά.

Πρόκειται για μία, εν μέρει, τεχνητή λίμνη με την σημερινή της μορφή, με άγνωστο υδατικό ισοζύγιο.

#### Πηγές Γεωργιουπόλεως (Αλμυρός).

Πρόκειται για ομάδα παράκτιων, υφάλμυρων (πάνω από 1000 ppm χλωριόντων) καρστικών πηγών οι οποίες εμφανίζονται κοντά στον οικισμό Γεωργιούπολη. Έχουν υδραυλική επικοινωνία με την λίμνη Κουρνά. Οι παροχές τους σχετίζονται με την στάθμη της λίμνης και τις στάθμες του ευρύτερου υδροφορέα (Δ.Ε.Β.). Οι παροχές έχουν μεγάλες διακυμάνσεις μεταξύ θέρους και χειμώνα (μέση παροχή χειμώνα 12-14 m<sup>3</sup> /s, και μέση έτους περί τα 4 m<sup>3</sup> /s. Στις πηγές Αλμυρού η Δ.Ε.Η. έχει εγκαταστήσει υδροηλεκτρικό σταθμό.

Φορείς λειτουργικής διαχείρισης λεκάνης:

- Ένας Δήμος
- Δύο (2) Τ.Ο.Ε.Β.
- Ο.Α.ΔΥ.Κ.

#### **5. Λεκάνη Πελεκανιώτη, Σαρακηνιώτη, Κακοδικιανού, Χρυσосκαλλίτισας, Αγίας Ειρήνης**

Η λεκάνη βρίσκεται στο νοτιοδυτικό τμήμα του νομού Χανίων. Αποτελείται από ένα σύνολο 5 υπολεκανών, με κύριο υδρολογικό χαρακτηριστικό τις επιφανειακές απορροές. Στην υπολεκάνη Χρυσοςκαλλίτισας η υπόγεια υδροφορία συναντάται στην θέση Βολακιάς, μέσα στους γύψους, και το νερό τους είναι βεβαρημένο με θειικά ιόντα. Από τις επιφανειακές απορροές της λεκάνης τροφοδοτείται με νερό η λιμνοδεξαμενή των Αγίων Θεοδώρων (χωρητικότητα 600.000 m<sup>3</sup> νερού).

Παρατηρήσεις:

- Οι υδατικές ανάγκες άρδευσης Ιουλίου / Αυγούστου υπερβαίνουν το 50% των συνολικών.
- Οι μόνιμοι κάτοικοι της περιοχής είναι 8.777 (απογραφή 2001)
- Η ύδρευση της περιοχής απαιτεί περίπου 0,5\*10<sup>6</sup> m<sup>3</sup> /έτος νερού

Φορείς λειτουργικής διαχείρισης λεκάνης:

- Τρεις (3) Δήμοι
- Τρεις Τ.Ο.Ε.Β.

#### **6. Λεκάνη ορεινού όγκου Λ. Ορέων, Υπολεκάνη Φραγκοκάστελλου**

Η λεκάνη βρίσκεται στο νοτιοδυτικό τμήμα του νομού. Γεωλογικά καλύπτεται από τμήμα του καρστικού συστήματος των Λευκών Ορέων . Η επιφανειακή οριοθέτηση είναι χωρίς πρακτική σημασία λόγω της απουσίας των επιφανειακών απορροών στην περιοχή. Οριοθετείται από τους υπόγειους υδροκρίτες, οι οποίοι κατευθύνουν τις απορροές τους νότια. Το υδατικό ισοζύγιο είναι δύσκολο να υπολογισθεί.

Παρατηρήσεις:

- Οι υδατικές ανάγκες άρδευσης Ιουλίου/ Αυγούστου υπερβαίνουν το 50% των συνολικών.
- Οι μόνιμοι κάτοικοι της περιοχής είναι 2.446 (απογραφή 2001)
- Η ύδρευση της περιοχής απαιτεί περίπου  $0,15 \cdot 10^6 \text{ m}^3$  /έτος νερού

Φορείς λειτουργικής διαχείρισης λεκάνης:

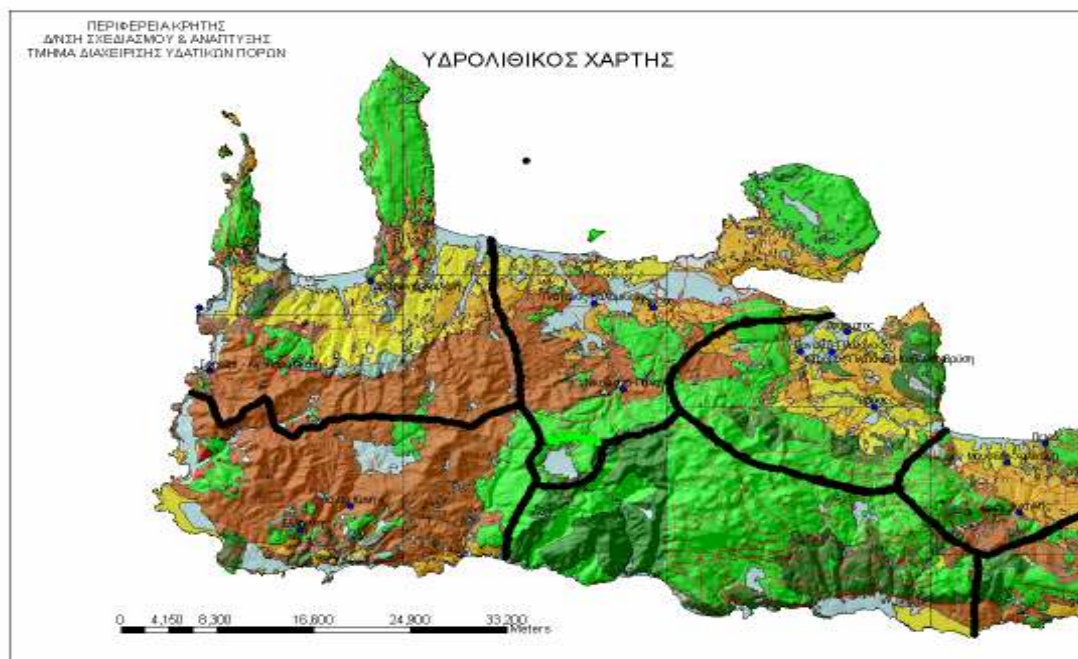
- Τ.Ο.Ε.Β. Φραγκοκάστελλου (άρδευση)
- Δήμος Σφακίων (ύδρευση)

Στο σχήμα 1 παρουσιάζεται ο υδρολιθικός χάρτης του Ν.Χανίων. όπου φαίνονται οι υδρολιθικές ομάδες πετρωμάτων και στο σχήμα 2 παρουσιάζεται ο χάρτης που δείχνει τις λεκάνες απορροής.



Σχήμα 1: Υδρολιθικός χάρτης Νομού Χανίων





Σχήμα 2: Υδρολιθικός χάρτης με τις λεκάνες απορροής ποταμών Ν. Χανίων

## 1.5 ΧΡΗΣΕΙΣ ΤΟΥ ΝΕΡΟΥ

Ο Ν. Χανίων σε σχέση με τα λοιπά νησιά της χώρας μας, αλλά και την υπόλοιπη Κρήτη διαθέτει όπως παραπάνω αναφέρθηκε ένα πολύ αξιόλογο υδατικό δυναμικό επιφανειακών και υπόγειων νερών ικανό να στηρίξει ένα ευρύ φάσμα αναπτυξιακών δραστηριοτήτων από τον πρωτογενή μέχρι τον τριτογενή τομέα.

Στον πρωτογενή τομέα η Κρήτη παρά τη σημαντική συμμετοχή σε μακροοικονομικά μεγέθη χαρακτηρίζεται από μακροχρόνια δομική αδυναμία λόγω του μικρού και πολυτεμαχισμένου γεωργικού κλήρου. Εντούτοις η διάθρωση των καλλιεργειών αναδεικνύει την εξειδίκευση σε παραδοσιακές καλλιέργειες όπως η ελαιοκαλλιέργεια και η αμπελουργία. Κυρίως, σε αυτήν συγκεντρώνεται το 50 % των θερμοκηπίων της Ελλάδας. Η κτηνοτροφία στην Κρήτη έχει κατά κύριο λόγο εκτατικό χαρακτήρα με ικανοποιητικό αριθμό οργανωμένων κτηνοτροφικών μονάδων. Τέλος, η μελισσοκομία παρουσιάζει άνθηση λόγω κλίματος και υπάρχουσας μελισσοκομικής χλωρίδας.

Στον δευτερογενή τομέα παρατηρείται σχετική κάμψη αφού οι επιχειρήσεις μεταποίησης είναι σχετικά μικρού μεγέθους.

Αντίθετα, στον τριτογενή τομέα, ο τουρισμός είναι ο πιο δυναμικά αναπτυσσόμενος κλάδος. Η αυξανόμενη ζήτηση των τελευταίων χρόνων οδήγησε σε σημαντικές επενδύσεις σε ξενοδοχειακές μονάδες, με αποτέλεσμα την ποσοτική και ποιοτική αναβάθμιση της ξενοδοχειακής υποδομής.

Οι κύριες χρήσεις του νερού στο Ν. Χανίων είναι η άρδευση-αγροτική, η ύδρευση και ο τουρισμός (αναψυχή). Ο Νομός Χανίων έχει σήμερα 150.000 μόνιμους κατοίκους και 50.000 τουριστικές κλίνες και επομένως οι υδατικές ανάγκες ύδρευσης μαζί με τις απώλειές του, είναι  $150 \text{ M}^3 / \text{κάτοικο} \times 200.000 = 30.000.000 \text{ M}^3$  ετησίως.

Όσον αφορά την άρδευση, η καλλιεργούμενη έκταση στο Νομό μας, είναι 572.805 στρέμματα, από τα οποία, αρδεύονται 251.098, δηλαδή ποσοστό 44,0% έναντι 37% στο σύνολο της χώρας μας και 42% στο σύνολο της Περιφέρειας Κρήτης,

Οι ανάγκες επομένως για πλήρη κάλυψη των αναγκών μαζί με τις απώλειες, είναι  $400 \text{ M}^3 / \text{έτος} \times 500.000 = 00.000.000 \text{ M}^3$  ετησίως, ενώ η σημερινή ζήτηση κυμαίνεται στα 100 εκατομ.  $\text{M}^3$  νερού. Συνολικά οι ανάγκες της επόμενης 35ετίας, δηλαδή μέχρι το 2040 εκτιμώνται για πλήρη κάλυψη των αναγκών 200 εκατομ. για άρδευση + 60 εκατομ. για ύδρευση μόνιμων κατοίκων και τουριστικών κλινών = 260 εκατομ. κ. μ. νερού.

Στόχος πρέπει να είναι η αύξηση του εκμεταλλεύσιμου Υδατικού Δυναμικού υπογείων και επιφανειακών νερών, από το 10% περίπου που βρίσκεται σήμερα στο 25%, ώστε να εξασφαλιστεί η πλήρης κάλυψη των αναγκών του Ν. Χανίων την προσεχή 35ετία.

Οι διοικητικές μονάδες οι οποίες εμπλέκονται με την διαχείριση των υδατικών πόρων σε επίπεδο Κρήτης είναι οι ακόλουθες:

- Το τμήμα Διαχείρισης Υδατικών Πόρων της Διεύθυνσης Σχεδιασμού και Ανάπτυξης της Γενικής Διεύθυνσης Κρήτης
- Οι ΔΕΥΑ των μεγάλων πόλεων (για θέματα ύδρευσης)
- Η VII Περιφερειακή Διεύθυνση Εγγείων Βελτιώσεων (Π.Δ.Ε.Β.)
- Οι νομαρχιακές υπηρεσίες ΥΕΒ
- Οι τοπικοί Οργανισμοί Εγγείων Βελτιώσεων
- Οι Δήμοι
- Ο Ο.Α.ΔΥ.Κ. και ο Ο.ΑΝ.Α.Κ. (Οργανισμοί Ανάπτυξης -Δυτικής και Ανατολικής Κρήτης).

Στον Ν.Χανίων οι φορείς που ασχολούνται με τη διαχείριση των υδατικών πόρων είναι οι παρακάτω:

- Η ΔΕΥΑΧ (Δημόσια Επιχείρηση Ύδρευσης Αρδευσης Χανίων)
- Η νομαρχιακή υπηρεσία Ν. Χανίων
- Οι τοπικοί Οργανισμοί Εγγείων Βελτιώσεων
- Οι Δήμοι
- Ο Ο.Α.ΔΥ.Κ. (Οργανισμός Ανάπτυξης Δυτικής Κρήτης)

Επειδή όμως το υδατικό δυναμικό αυτό που βέβαια είναι πεπερασμένο υπόκειται σε διακυμάνσεις και είναι ανισόρροπα κατανεμημένο στο χώρο και στο χρόνο, πρέπει να τεθεί ως βασικός στρατηγικός στόχος (εκτός από τα έργα υποδομής που περιλαμβάνουν έργα Ταμίευσης νερού, Μεταφορά, Διανομής, και Προστασίας των πηγών των υδροφορέων) η ορθολογική αξιοποίησή του μέσω της πρόβλεψης κατανάλωσης του νερού.

## **1.6 ΟΡΓΑΝΙΣΜΟΣ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ ΔΥΤΙΚΗΣ ΚΡΗΤΗΣ (Ο.Α.ΔΥ.Κ.)**

Ο Ο.Α.ΔΥ.Κ είναι αναπτυξιακός Οργανισμός με περιοχή αρμοδιότητας τα διοικητικά όρια των νομών Χανίων και Ρεθύμνης της Περιφέρειας Κρήτης. Η έδρα του Οργανισμού βρίσκεται στην πόλη των Χανίων. Ιδρύθηκε το 1979 και είναι ο παλαιότερος αναπτυξιακός περιφερειακός οργανισμός της Ελλάδας. Ανήκει στον ευρύτερο δημόσιο τομέα, είναι διοικητικά και οικονομικά αυτοτελής, εποπτεύεται δε από το ΥΠΕΘΟ. Λειτουργεί για το δημόσιο συμφέρον ως ανώνυμη μη κερδοσκοπική εταιρία. Οι σκοποί του Οργανισμού είναι, η εκπόνηση προγραμμάτων ανάπτυξης της περιοχής αρμοδιότητας του, η μελέτη, η χρηματοδότηση, η εκτέλεση, η λειτουργία και η αξιοποίηση κοινωφελών έργων. Η ανάληψη επιχειρηματικών δραστηριοτήτων κοινωφελούς χαρακτήρα. Μέτοχοι του είναι, η Τοπική Ένωση Δήμων Κοινοτήτων νομών Χανίων και Ρεθύμνης, οι Αγροτικοί Συνεταιρισμοί νομών Χανίων και Ρεθύμνης, και το Ελληνικό Δημόσιο. Διοικείται από 16μελές Διοικητικό Συμβούλιο

Στη δεκαετία του 1980, ο Ο.Α.ΔΥ.Κ. εξετέλεσε με επιτυχία τις πρώτες φάσεις των μεγάλων έργων της «Αξιοποίησης του Υδατικού Δυναμικού της Δυτικής Κρήτης». Εφαρμόζοντας τις σύγχρονες απόψεις της ενιαίας διαχείρισης, διακίνησης και πληθώρα μικρών τοπικών υδροαρδευτικών έργων άμεσης απόδοσης.

Έτσι η Δυτική Κρήτη, απέκτησε σύγχρονη υποδομή στο νερό που μετέτρεψε τη γεωργία της από ξηρική σε αρδευόμενη και στήριξε την έντονη τουριστική και οικιστική ανάπτυξη. Οι θετικοί οικονομικοί δείκτες των έργων αυτών, καθώς και τα πολλαπλασιαστικά οφέλη, τόσο για την τοπική οικονομία, ξεπέρασαν αυτούς των γεωργοοικονομικών μελετών, που έγιναν από τον Ο.Α.ΔΥ.Κ.

Το σημαντικότερο έργο που ανατέθηκε στον οργανισμό είναι αυτό με τον τίτλο «Αξιοποίηση Υδατικού Δυναμικού Δυτικής Κρήτης». Το έργο αυτό που σήμερα συνεχίζεται η κατασκευή του, προβλέπει την ενιαία διακίνηση και διαχείριση των διαθέσιμων στη βόρεια παραλία υδατικών πόρων με τελικό στόχο την πλήρη κάλυψη των αναγκών σε νερό (ύδρευση-άρδευση) της περιοχής. Το σχέδιο υλοποίησης του υδατικού δυναμικού της Δυτικής Κρήτης προβλέπει την αξιοποίηση των διαθέσιμων υδατικών πόρων σε όλες τις διαθέσιμες μορφές που διατίθεται από τη φύση (υπόγειοι υδροφορείς, ποτάμια λίμνες κτλ), μέσα από ενιαίο έργο κλειστών αγωγών, για την κάλυψη των υδρευτικών και αρδευτικών αναγκών. Η χρηματοδότησή του προέρχεται από κονδύλια του Α και Β Κοινοτικού Πλαισίου Στήριξης, από την Ευρωπαϊκή Τράπεζα Επενδύσεων και από τον Κρατικό Προϋπολογισμό.

Με την ολοκλήρωση των έργων υπολογίζεται ότι θα αρδεύονται 260.000 στρέμματα και θα υδρεύονται 200.000 κάτοικοι σ' όλη την βόρεια ανεπτυγμένη παραλία της Δυτικής Κρήτης και στις δύο πόλεις των Χανίων και Ρεθύμνου. Μέχρι σήμερα έχουν κατασκευαστεί και λειτουργούν δίκτυα για την άρδευση 180.000 στρεμμάτων και ύδρευση 150.000 κατοίκων.

Τα αρδευτικά έργα που σήμερα έχουν κατασκευαστεί και λειτουργούν παρουσιάζονται στον πίνακα 1.

ΚΙΣΣΑΜΟΣ	11.000,00	ΣΤΡΕΜ.
ΧΑΝΙΑ-ΚΟΛΥΜΒΑΡΙ	73.000,00	ΣΤΡΕΜ.
ΑΚΡΩΤΗΡΙ	8.000,00	ΣΤΡΕΜ.
ΔΥΤ. ΚΕΝΤΡ. ΑΠΟΚΟΡΩΝΑΣ	31.000,00	ΣΤΡΕΜ.
ΑΝΑΤΟΛΙ.ΚΟΣ ΑΠΟΚΟΡΩΝΑΣ	14.000,00	ΣΤΡΕΜ.
ΚΕΡΑΜΕΙΑ	4.000,00	ΣΤΡΕΜ.
<b>ΣΥΝΟΛΟ Α:</b>	<b>141.000,00</b>	ΣΤΡΕΜ.
ΜΙΚΡΑ ΑΡΔΕΥΤΙΚΑ ΧΑΝΙΩΝ	20.000,00	ΣΤΡΕΜ.
<b>ΣΥΝΟΛΟ Β:</b>	<b>161.000,00</b>	ΣΤΡΕΜ.
ΡΕΘΥΜΝΟ	50.000,00	ΣΤΡΕΜ.
<b>ΣΥΝΟΛΟ</b>	<b>211.000,00</b>	ΣΤΡΕΜ.
Είναι υπό κατασκευή:		
ΑΚΡΩΤΗΡΙ	2.000,00	ΣΤΡΕΜ.
ΥΠΟΛΟΙΠΑ ΑΠΟΚΟΡΩΝΟΥ	3.000,00	ΣΤΡΕΜ.

Πίνακας 1: Αρδευτικά έργα Ν.Χανίων

## 1.7 ΣΚΟΠΟΣ ΤΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Σκοπός μας είναι η καθημερινή πρόβλεψη άντλησης νερού. Η εργασία αναφέρεται στον διαθέσιμο όγκο νερού και όχι στη διαθέσιμη παροχή. Στοιχεία συλλέξαμε από τον Οργανισμό Ανάπτυξης Δυτικής Κρήτης (Ο.Α.ΔΥ.Κ). Ο διαθέσιμος όγκος νερού (άντληση) διαφέρει από την κατανάλωση νερού λόγω απωλειών της τάξης περίπου 21% της αντλούμενης ποσότητας.

Έχουμε απώλειες λόγω βλαβών στα αντλιοστάσια, διαρροών των αγωγών, μη σωστή καταμέτρηση των ρολογιών.

Πίνακας 2: Υδροληπτικά κέντρα -αντλιοστάσια του Ο.Α.ΔΥ.Κ

<b>ΥΔΡΟΛΗΠΤΙΚΑ ΚΕΝΤΡΑ-ΑΝΤΛΙΟΣΤΑΣΙΑ Ο.Α.ΔΥ.Κ.</b>			
<b>ΠΕΡΙΟΧΗ ΑΡΔΕΥΣΗΣ</b>	<b>ΕΙΔΟΣ ΑΝΤΛΗΣΗΣ</b>	<b>ΥΔΡΕΥΣΗ</b>	<b>ΑΡΔΕΥΣΗ</b>
<b>ΠΕΡΙΟΧΗ ΚΙΣΣΑΜΟΥ</b>			
ΚΡΥΑ ΒΡΥΣΗ	ΓΕΩΤΡΗΣΗ		√
<b>ΠΕΡΙΟΧΗ ΒΟΥΚΟΛΙΩΝ</b>			
ΒΟΥΚΟΛΙΕΣ	ΦΡΕΑΤΙΟ <sup>1</sup>		√
ΝΕΡΙΑΝΑ	ΓΕΩΤΡΗΣΗ		√
<b>ΠΕΡΙΟΧΗ ΔΥΤ ΑΠΟΚΟΡΩΝΑ ΑΚΡΩΤΗΡΙ-ΧΑΝΙΑ-ΚΟΛΥΜΒΑΡΙ</b>			
ΠΑΤΕΛΑΡΙ	ΦΡΕΑΤΙΟ, ΠΗΓΕΣ ΑΓΙΑΣ	√	√
ΜΥΛΩΝΙΑΝΑ	ΓΕΩΤΡΗΣΗ	√	√
ΝΕΡΟΚΟΥΡΟΥ	ΓΕΩΤΡΗΣΗ	√	√
ΚΑΤΣΙΦΑΡΙΑΝΑ	ΓΕΩΤΡΗΣΗ	√	√
ΑΝΑΒΑΛΛΟΝΤΑΣ	ΓΕΩΤΡΗΣΗ	√	√
ΜΕΣΚΛΑ	ΦΥΣ.ΡΟΗ ΠΗΓΩΝ	√	√
ΑΡΜΕΝΟΙ	ΠΗΓΕΣ	√	√
ΖΟΥΡΜΠΙΟΣ	ΠΗΓΕΣ	√	√
Ν.ΧΩΡΙΟ ΑΠΟΚ.	ΦΡΕΑΤΙΟ,ΠΗΓΕΣ ΑΓΙΑΣ	√	√
<b>ΠΕΡΙΟΧΗ ΑΝΑΤ. ΑΠΟΚΟΡ.</b>			
ΛΙΜΝΗ ΚΟΥΡΝΑ	ΛΙΜΝΗ		√
ΜΟΥΣΕΛΑ	ΦΡΕΑΤΙΟ		√
ΠΗΓΗ ΑΡΓΥΡΟΥΠΟΛΗ	ΦΥΣ.ΡΟΗ.ΠΗΓΩΝ	√	

Από τα δεκαπέντε (15) υδροληπτικά κέντρα-αντλιοστάσια τα οποία διαχειρίζεται ο Ο.Α.ΔΥ.Κ. (Πίνακας 2) επιλέξαμε τα τέσσερα πιο μεγάλα σε αντλούμενη ποσότητα και καταγράψαμε την ημερήσια άντληση για τα έτη 2002, 2003, 2004 και 2005. Σκοπός μας είναι να προβλέψουμε την ημερήσια άντληση για τον επόμενο χρόνο (2006) χρησιμοποιώντας ως μοντέλο πρόβλεψης ένα Προσαρμοστικού Νεύρο Ασαφές Συστήματος Συμπεράσματος (Adaptive Neural Fuzzy Inference, ANFIS) το οποίο συνδυάζει την ασαφή λογική με τα νευρωνικά δίκτυα και το οποίο τρέχει σε γλώσσα προγραμματισμού της Matlab. Τα αντλιοστάσια τα οποία επιλέξαμε τα δεδομένα παρουσιάζονται στον Πίνακα 3.

Πίνακας 3: Αντλιοστάσια που επιλέχθηκαν

ΑΝΤΛΙΟΣΤΑΣΙΟ	ΠΕΡΙΟΧΗ	ΗΜΕΡΗΣΙΑ ΠΑΡΟΧΗ m <sup>3</sup> /h	ΕΙΔΟΣ ΑΝΤΛΗΣΗΣ
ΑΡΜΕΝΟΙ	ΚΑΛΥΒΕΣ	350 m <sup>3</sup> /h	ΦΥΣΙΚΗ ΠΗΓΗ
ΖΟΥΡΜΠΟΣ	ΚΑΛΥΒΕΣ	300 m <sup>3</sup> /h	ΦΥΣΙΚΗ ΠΗΓΗ
ΜΥΛΩΝΙΑΝΑ	ΑΓΙΑ	900 m <sup>3</sup> /h	ΓΕΩΤΡΗΣΗ
ΠΑΤΕΛΑΡΙ	ΑΓΙΑ	1200 m <sup>3</sup> /h	ΦΡΕΑΤΙΟ

Τα παραπάνω αντλιοστάσια αρδεύουν τις περιοχές του Δυτικού Αποκόρωνα, Ακρωτηρίου, Κολυμβαρίου και περιοχή Χανίων (δηλ. τους αντίστοιχους Δήμους και ΤΟΕΒ).

Οι μήνες αιχμής των καταναλώσεων, στην περιοχή της Δυτικής Κρήτης, είναι οι καλοκαιρινοί μήνες Ιούνιος, Ιούλιος και Αύγουστος. Τότε παρατηρείται η μεγαλύτερη άντληση νερού. Αντίθετα τους χειμερινούς μήνες παρατηρείται μειωμένη άντληση-κατανάλωση λόγω υψηλών ποσοστών βροχόπτωσης. Σε όλα σχεδόν τα αντλιοστάσια παρατηρείται ότι η κατανάλωση του νερού τους μήνες Ιανουάριο, Φεβρουάριο, Μάρτιο, Απρίλιο και Δεκέμβριο είναι η πιο ελάχιστη ενώ τους μήνες Ιούλιο, Αύγουστο, Σεπτέμβριο παρατηρείται η μέγιστη κατανάλωση.

<sup>1</sup>Φρεάτιο συνήθως ονομάζονται τα πηγάδια ή δεξαμενές στις οποίες συγκεντρώνεται το νερό

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2. ΜΕΛΕΤΕΣ ΠΡΟΒΛΕΨΗΣ ΚΑΤΑΝΑΛΩΣΗΣ ΝΕΡΟΥ ΠΟΥ ΕΧΟΥΝ ΔΗΜΟΣΙΕΥΤΕΙ ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΩΝΤΑΣ ΜΟΝΤΕΛΑ ΠΡΟΒΛΕΨΗΣ.

Πληθώρα από μοντέλα πρόβλεψης προτείνονται και παρουσιάζονται σε πολλές μελέτες και έρευνες. Πολλοί μέθοδοι που προτείνονται έχουν αυστηρούς παραμέτρους και χρησιμοποιούν δεδομένα τα οποία αναφέρονται σε φυσικές πληροφορίες όπως για παράδειγμα **η μέθοδος των τυχαίων επιδράσεων** (μέθοδος **Random-effects model**), αναπτύσσεται ένα οικονομετρικό μοντέλο το οποίο περιέχει σαν μεταβλητές, την τιμή του νερού, το είδος της βιομηχανίας, τον αριθμό των εργαζομένων καθώς και ψευδομεταβλητές που δηλώνουν αν το νερό αποτελεί βασικό στοιχείο στην παραγωγική διαδικασία, την εφαρμογή ανακύκλωσης και της συμμετοχή του κόστους του νερού στην παραγωγή [21].

Επίσης, υπάρχει η μέθοδος **Knowledge Discovery in Databases, Rough-Sets Approach** method όπου στόχος είναι η ανάλυση των συνόλων δεδομένων εκπαίδευσης ώστε να παράγεται ένα σύνολο κανόνων απόφασης για να προβλεφθεί η καθημερινή απαίτηση ύδατος μιας πόλης. Η βάση δεδομένων περιέχει 306 δείγματα εκπαίδευσης η οποία περιλαμβάνει πληροφορίες για περιβαλλοντικούς και κοινωνιολογικούς παράγοντες και τον αντίστοιχο καθημερινό όγκο ροής, όπως για την ημέρα της εβδομάδας, τις καιρικές συνθήκες, χαμηλή-υψηλή θερμοκρασία, μέσος όρος υγρασίας, ύψος βροχόπτωσης, ύψος χιονόπτωσης και μέση ταχύτητα ανέμου. Οι τιμές των δεδομένων εκπαίδευσης κατανεμήθηκαν σε μια ξεχωριστή κλίμακα από 0 έως 9 και μέσα από κανόνες προβλέπετε η κατανάλωση νερού [2].

Ακόμα, μία άλλη μέθοδος είναι η **Open Prediction System (O P S)**. Το ανοικτό σύστημα πρόβλεψης (OPS) είναι ένα εργαλείο λογισμικού υιοθετώντας την τεχνολογία που βρίσκει τις λύσεις για τους στόχους πρόβλεψης και εξαγωγής δεδομένων. Το OPS χρησιμοποιείται για να καθορίσει τα σχετικά χαρακτηριστικά γνωρίσματα από τις συλλογές βάσεων δεδομένων. Η ανάπτυξη του συστήματος διαιρείται σε τρεις φάσεις: Ο πρώτος, ο καθορισμός προβλήματος και το μέρος αποκτήσεων στοιχείων καθορίζουν το πρόβλημα και τους στόχους πρόβλεψης. Αυτή η φάση αναλύει επίσης και μετασχηματίζει τα διαθέσιμα στοιχεία. Ο κύριος στόχος της δεύτερης φάσης είναι να δημιουργηθούν και να επικυρωθούν τα πρότυπα πρόβλεψης που χρησιμοποιούν τα συλλεχθέντα στοιχεία. Η προσομοίωση τους in on-line quarantines εξασφαλίζει την σταθερότητα και η αξιοπιστία της λύσης. Η τελευταία φάση ενσωματώνει το σύστημα πρόβλεψης με ένα υπάρχον σύστημα πληροφοριών [9].

Μια ακόμα μέθοδος πρόβλεψης χρονικής σειράς είναι ο αλγόριθμος **Takagi-Sugeno fuzzy system** ο οποίος είναι ένα δυναμικό εργαλείο για πολύπλοκα μοντέλα μη γραμμικών συστημάτων. Ο αλγόριθμος Takagi-Sugeno fuzzy system χρησιμοποιεί δυο στατιστικές μεθόδους την αυτοσυσχέτιση και την

μερικώς αυτοσυσχέτιση μεταξύ των μεταβλητών και μπορεί να φτιάχνει κατάλληλους κανόνες μέσα από δεδομένα εκπαίδευσης (training data), επαλήθευσης, (verification) και δεδομένα αξιολόγησης (testing data). Η βασική ιδέα είναι ότι είναι ένα αυταρχικό πολύπλοκο σύστημα είναι ένας συνδυασμός από παράλληλα διασυνδεδεμένα υποσυστήματα. Η παρουσίαση του μοντέλου χρησιμοποιεί ποικίλα στατιστικά κριτήρια όπως ο συντελεστής συσχέτισης (coefficient of correlation, CORR), μέσο απόλυτο ποσοστό λάθους (mean absolute percentage error, MAPE), και μέση τετραγωνική ρίζα λάθους (root mean square error RMSE) [3].

Μια επιπλέον μέθοδος πρόβλεψης είναι η **Categorical Approach**. Σε αυτή τη μέθοδο καταγράφει η ωριαία κατανάλωση ύδατος μιας μέρας και θεωρήθηκε ως κυματοειδής συνάρτηση. Στη συνέχεια ταξινομήθηκαν τα κυματοειδή σε διάφορες κατηγορίες διακύμανσης όπως η μέρα της εβδομάδας, του καιρού και της μέγιστης θερμοκρασίας. Έτσι, προτείνεται μια δομή ενός πρότυπου πρόβλεψης από τα επαναλαμβανόμενα αποτελέσματα μεταξύ των κυματοειδών και από τις διαφορές που παρατηρήθηκαν μεταξύ των κυματοειδών [20].

Ωστόσο, μια μέθοδο πρόβλεψης είναι βασισμένη στον **αλγόριθμο του συμβατικού λύκου με τον μεγαλύτερο εκθέτη Lyapunov**. Αυτή η μέθοδος χρησιμοποιείται για χαοτικά φαινόμενα και για μέγιστο προβλέψιμο χρονικό διάστημα μιας σειράς κατανάλωσης ύδατος. Τα χαοτικά φαινόμενα είναι μη γραμμικά δυναμικά συστήματα Ένα χαοτικό σύστημα προσδιορίζεται κυρίως από τον εκθέτη Lyapunov, αξιολόγηση fractal των διαστάσεων και ανάλυση των φασμάτων δύναμης Kolmogorov. Οι εκθέτες Lyapunov μετρούν το ποσοστό απόκλισης ή σύγκλισης δυο κοντινών αρχικών σημείων ενός δυναμικού συστήματος. Ένας θετικός εκθέτης Lyapunov μετρά τη μέση εκθετική απόκλιση δυο κοντινών τροχιών ενώ ένας αρνητικός μετρά τη μέση εκθετική σύγκλιση δυο κοντινών τροχιών [7].

Τα τελευταία χρόνια, τα τεχνικά νευρωνικά δίκτυα (**artificial neural network-ANN**) παρουσιάζονται με μεγάλο βαθμό επιτυχίας για την αντιμετώπιση προβλημάτων πρόβλεψης κατανάλωσης νερού. Ερευνητές, παρουσιάζουν σύγκριση αυτού του μοντέλου με τη μέθοδο Haugh and Box και με την χρησιμοποίηση γνώσης του χρόνου ταξιδιού του ποταμού. Τα δυο πρώτα μοντέλα αποδείχτηκαν καταλληλότερα στην αναλυτική διαδικασία εισαγωγής πολλών μεταβλητών στο ANN πρότυπο. Τέτοιου είδους διαδικασίες είναι πολύ χρήσιμες για την εισαγωγή δεδομένων στα νευρικά πρότυπα δικτύων ειδικά όταν καμία προηγούμενη γνώση όσον αφορά προβλέψεις δεν υπάρχει και όταν οι πιθανοί αριθμοί εισαγωγών δεδομένων είναι μεγάλοι [12].

Επίσης, η τεχνική της ασαφούς λογικής (**fuzzy logic technique**) παρουσιάζεται ως μέθοδο πρόβλεψης κατανάλωσης νερού. Η μέθοδος αυτή δίνει



καλύτερα αποτελέσματα από κάθε γραμμικό μοντέλο. Ένα μέρος των δεδομένων εκπαιδεύουν το μοντέλο και στη συνέχεια τα υπόλοιπα χρησιμοποιούνται για την πρόβλεψη. Η διαδικασία μπορεί να χρησιμοποιήσει υπορουτίνες της Matlab [6].

Επιπλέον, η μέθοδος **Fuzzy Neural Network (FuNN)** model προτείνεται για την μέση μηνιαία πρόβλεψη ροής ποταμών η οποία συγκρίνεται με τη μέθοδο Box-Jenkins. Αυτή διευκολύνει την εκμάθηση από τα δεδομένα, και την εξαγωγή κανόνων. Η FuNN χρησιμοποιεί ένα δίκτυο MLP και έναν πίσω διάδοσης αλγόριθμο μάθησης. Είναι προσαρμοστικό δίκτυο το οποίο έχει την ιδιότητα να δημιουργεί κανόνες που προσαρμόζονται και αλλάζουν σύμφωνα με τα δεδομένα εκπαίδευσης. Γενικότερα, τα αποτελέσματα έδειξαν ότι μεταξύ των μεθόδων (FuNN, Box-Jenkins) καλύτερη πρόβλεψη έγινε από την FuNN [22].

Ωστόσο, κάποιοι ερευνητές χρησιμοποιούν την μέθοδο «ανάλυσης δομής νευρικού δικτύου» ή **analyzable structured neural network (ASNN)**. Τα νευρικά δίκτυα θεωρούνται ως μια πολύ δυναμική μέθοδο για το χειρισμό μη γραμμικά πολύπλοκα φαινόμενα. Όμως, είναι πολύ δύσκολο να εξηγήσει κανείς το τρόπο που εξάγονται τα αποτελέσματα. Όμως το ASNN επιτρέπει να εξηγήσει και να κατανοήσει την διαδικασία προσδιορισμού των αποτελεσμάτων και να παράγει γνώση μέσα από αυτά. Η αρχή της μεθόδου παρουσιάζεται σαν μια διαδικασία προσέγγισης μιας απλής τετραγωνικής λειτουργίας. Τα αποτελέσματα πρόβλεψης με τη μέθοδο ASNN συγκρίθηκαν με τα αποτελέσματα πρόβλεψης χρησιμοποιώντας ένα συνηθισμένο νευρωνικό δίκτυο εκπαιδευόμενο με ένα πίσω τροφοδότησης αλγόριθμο back propagation algorithm (BP). Τα αποτελέσματα της μεθόδου ήταν καλύτερα από το συνηθισμένο νευρωνικό δίκτυο [10].

Υπάρχουν περιπτώσεις όπου σε πολλές μελέτες πρόβλεψης κατανάλωσης νερού παρουσιάζονται δυο ή περισσότερες μέθοδοι και συγκρίνονται μεταξύ τους, ποια μέθοδο είχε τα καλύτερα αποτελέσματα. Όπως για παράδειγμα, συγκρίθηκαν οι μέθοδοι artificial neural network (ANN) και Mandami and Takagi-Sugeno fuzzy logic. Η ανάλυση των τριών μεθόδων απέδειξε ότι τα μοντέλα Mandami and Takagi-Sugeno fuzzy logic που βασίζονται στην ασαφή λογική (fuzzy logic), είχαν καλύτερα αποτελέσματα όταν τα φυσικά φαινόμενα συμπεριλαμβάνονταν και συνδύαζαν ένα οριακό αριθμό μεταβλητών και IF-THEN λογικών αναφορών (logic statement). Ενώ, η μέθοδος artificial neural network (ANN) παρουσίαζε καλύτερα αποτελέσματα όταν χρησιμοποιούνταν περισσότερες λεπτομερειακές πληροφορίες. Όσον αφορά την αξιοπιστία των μεθόδων αποδείχθηκε ότι οι μέθοδοι που βασίζονταν στην ασαφής λογική δεν μπόρεσαν να κάνουν πρόβλεψη διότι στα στάδιο του testing phase μερικοί input συνδυασμοί δεν αναγνωρίστηκαν από τους κανόνες του συστήματος και

συνεπώς δεν υπήρξε πρόβλεψη. Αυτό το πρόβλημα δεν εμφανίστηκε στην ANN μέθοδο [1].

Εντούτοις, αρκετές έρευνες εφαρμόζουν διάφορα μοντέλα χρησιμοποιώντας τα ίδια δεδομένα προκειμένου να αποδείξουν πια μέθοδος είναι πιο αξιόπιστη. Έτσι έρευνα παρουσιάζει μια υπαρκτή σύγκριση των μεθόδων υδροδυναμικού αριθμητικού (Hydrodynamic Numerical (HN)), υδρολογική μέθοδο Muskingum-Cunge (MC), τεχνικά νευρωνικά δίκτυα (Artificial Neural Network (ANN)) και Adaptive Neuro Fuzzy Inferences Systems (ANFIS). Τ' αποτελέσματα αυτής της έρευνας ήταν καλά. Γενικότερα οι μέθοδοι Muskingum-Cunge Artificial Neural Network και ANFIS παρουσίασαν καλύτερη πρόβλεψη από το μοντέλο Hydrodynamic Numerical. Θα πρέπει να σημειώσουμε ότι κάθε μοντέλο έχει τη δική του φιλοσοφία και τους δικούς του κανόνες και περιορισμούς. Το MC μοντέλο απαιτεί τοπογραφικά δεδομένα ενώ τα άλλα μοντέλα όχι. Επίσης, το HN μοντέλο είναι ικανό να κάνει προβλέψεις σε οποιοδήποτε δείγμα ενώ τα άλλα μοντέλα έχουν περιοριστικά όρια δεδομένων. Τέλος, τα HN, ANN και ANFIS μοντέλα μπορούν να κάνουν βραχυπρόθεσμες προβλέψεις [18].

Ωστόσο σε άλλη έρευνα καταγράφεται η σύγκριση των μοντέλων πρόβλεψης χρονικής σειράς (Time series Transfer Function Noise (TFN)), Grey Model (GM), Adaptive Neuro Fuzzy Inferences System (ANFIS) και της μεθόδου ARMA. Τα κριτήρια που χρησιμοποιήθηκαν συντελεστής αποδοτικότητας (Coefficient of efficient (CE)), error of peak discharge ( $EQ_P$ ), error of time to peak ( $ET_P$ ), mean absolute error (MAE), mean absolute percentage error (MAPE). Το ANFIS μοντέλο παρουσίασε τα καλύτερα αποτελέσματα πρόβλεψης έναντι των άλλων μεθόδων [11].

Μια ακόμα σύγκριση μεθόδων για την πρόβλεψη ροής ύδατος γίνεται συγκρίνοντας τις μεθόδους νευρωνικά δίκτυα (neural network) και ασαφούς λογική (fuzzy logic). Οι δύο τεχνικές είναι κατάλληλες και ικανές για πρόβλεψη κατανάλωσης νερού. Το νευρωνικό δίκτυο έχει τη δυνατότητα να εξάγει αποδεκτά αποτελέσματα χωρίς να υπάρχει ανάγκη να υπάρχουν ειδικές γνώσεις πάνω στο πρόβλημα, ωστόσο εξαρτάτε και περιορίζετε από τα δεδομένα που θα εκπαιδεύσουν το μοντέλο. Η τεχνική ασαφούς λογικής (fuzzy logic) παρουσιάζει καλύτερα αποτελέσματα ακόμα και όταν μη επαρκή δεδομένα δίνονται για την πρόβλεψη. Ένα πρόβλημα πρόβλεψης μπορεί να μοντελοποιηθεί και να εξηγηθεί με απλές μαθηματικές συναρτήσεις συμμετοχής. Οι κανόνες των συναρτήσεων θα μπορούσαν να παραχθούν και να εξηγηθούν από άγνωστες καταστάσεις και θα μπορούσαν να προβλεφθούν. Η ανάλυση του δομημένου συστήματος παρέχει αναλυτικές πληροφορίες για επιρροές μεταβλητών του συστήματος οι οποίες εμφανίζονται αλλά δεν είχαν ελεγχθεί πιο πριν από τους ειδικούς [19].

Πρόσφατα, πολυάριθμες έρευνες παρουσιάζουν την μέθοδο adaptive network fuzzy inference system (ANFIS) model. Όπως και εμείς θα παρουσιάσουμε και θα αναλύσουμε πιο κάτω. Αυτή μέθοδος παρουσιάζεται από τους Kakar M., Nyström H., Aarup L. R., Nøttrup T.J., Olsen D. R. (2005), Marcé R., και Comerma M., Garcia J. C., and Armengol J. (2004). Οι οποίοι στην μελέτη τους παρουσίασαν ένα νεύρο-ασαφές εργαλείο συμπερασμού (ANFIS) για να υπολογίσει τα θρεπτικά συστατικά που βρίσκονται στα υπόστεγα ύδατος των ποταμιών υπό τον παράγοντα της ανθρώπινης επιρροής. Επίσης οι Atsalakis G. and Ucenic C. παρουσιάζουν στη μελέτη τους το μοντέλο ANFIS συγκρίνοντας το με τα μοντέλα πρόβλεψης AR και ARMA για την πρόβλεψη της κατανάλωσης πόσιμου νερού στην Αττική. Το μοντέλο ANFIS παρουσίασε τα καλύτερα αποτελέσματα.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: ΑΣΑΦΗΣ ΛΟΓΙΚΗ

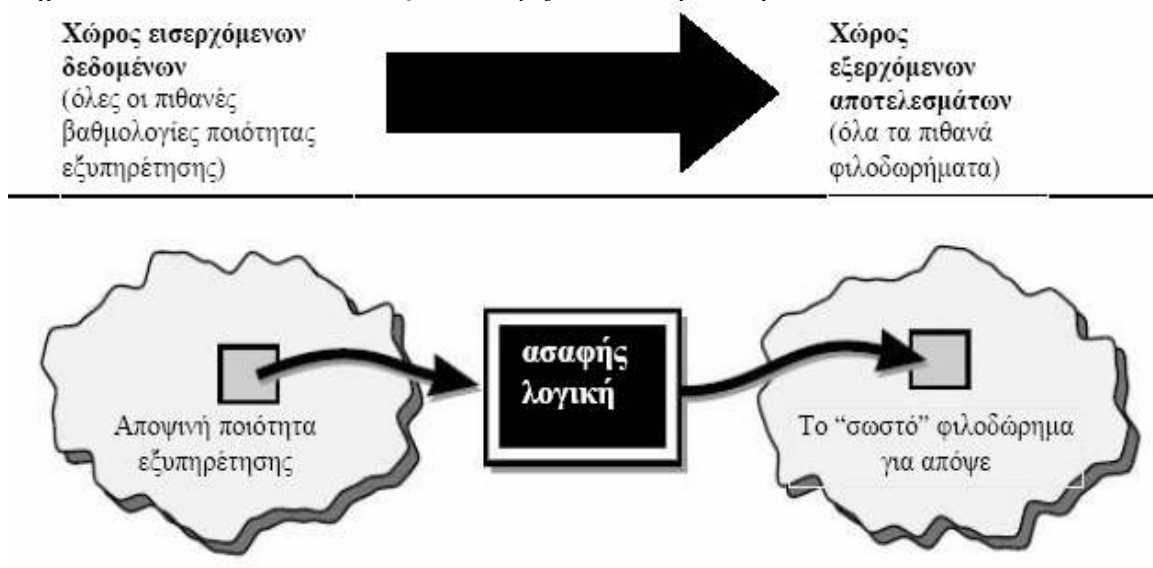
### 3.1 ΘΕΩΡΙΑ ΑΣΑΦΟΥΣ ΛΟΓΙΚΗΣ (FUZZY LOGIC THEORY)

Η Ασαφής λογική (Α.Λ.) είναι μια μεθοδολογία που ασχολείται με την έννοια της ακρίβειας.



Σχήμα 3.1: Ακρίβεια και σημαντικότητα

Η έννοια της ακρίβειας απεικονίζεται στην παραπάνω εικόνα 3.1. ή διαφορετικά η έννοια της κοινής λογικής. Ένας τρόπος να χαρτογραφήσουμε το χώρο των δεδομένων που εισάγουμε, στον χώρο των αποτελεσμάτων που εξάγουμε. Ο κύριος μηχανισμός για να γίνει κάτι τέτοιο είναι μια λίστα δηλώσεων αν-τότε (if-then) που ονομάζονται κανόνες. Η σειρά δεν έχει καμία σημασία και όλοι οι κανόνες υπολογίζονται παράλληλα.



Σχήμα 3.2. Χάρτης Εισόδου-Εξόδου

Όπως στο παράδειγμα, πόσο φιλοδώρημα να αφήσουμε σε ένα μαγαζί, ένας χάρτης εισόδου-εξόδου φαίνεται στο σχήμα 3.2.

## **3.2 ΘΕΜΕΛΙΑ ΑΣΑΦΟΥΣ ΛΟΓΙΚΗΣ**

### **3.2.1 ΑΣΑΦΗ ΣΥΝΟΛΑ**

Η ασαφής λογική ξεκινάει από τη σύλληψη του ασαφούς συνόλου, το οποίο δεν έχει ξεκάθαρα και σαφώς καθορισμένα όρια και μπορεί να περιέχει στοιχεία με μερικό βαθμό συμμετοχής.

*Στην ασαφή λογική, η αλήθεια κάθε υπόθεσης γίνεται υπόθεση ενός βαθμού.*

### **3.2.2 ΑΣΑΦΕΙΑ**

Το 1965 ο Zadeh θεμελίωσε τη θεωρία των ασαφών συνόλων σε μια μέθοδο διαχείρισης της ανακρίβειας που αντιμετωπίζεται σε πολλά πρακτικά προβλήματα. Η ανακρίβεια, ή η ασάφεια είναι ο πυρήνας των ασαφών συνόλων και της ασαφούς λογικής. Τα ασαφή σύνολα ουσιαστικά αποτελούν μια γενίκευση των κλασσικών συνόλων. Από τις αρχές της δεκαετίας του 1980 τα ασαφή σύνολα βρήκαν πολλές εφαρμογές, ιδίως σε συστήματα ελέγχου.

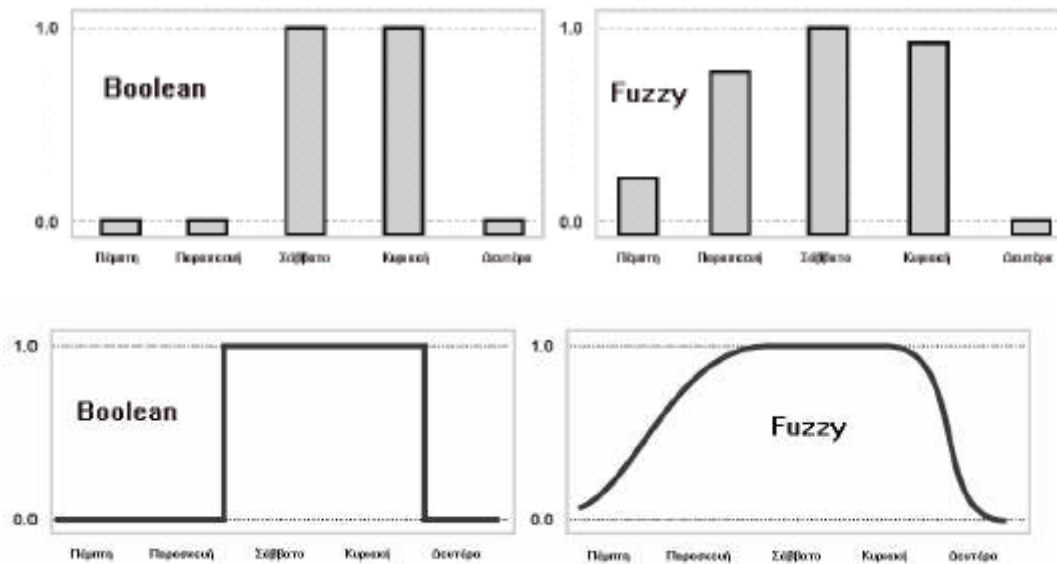
Οι άνθρωποι σκέπτονται συνήθως όχι με όρους ακριβών συμβόλων και αριθμών αλλά με ασαφείς όρους. Αυτοί οι ασαφείς όροι προσδιορίζουν κατηγορίες όχι όμως απόλυτα διαχωρισμένα και σαφώς καθορισμένα σύνολα. Η μετάβαση από τη μια κατηγορία στην άλλη γίνεται σταδιακά, μεταβαίνοντας από καταστάσεις με περισσότερη ή λιγότερη συσχέτιση με την κατηγορία. Με βάση λοιπόν την πρακτική των ανθρώπων να χρησιμοποιούν ελαστικά σύνολα, ο Zadeh πρότεινε την ιδέα των ασαφών συνόλων.

Τα ασαφή σύνολα είναι συναρτήσεις που απεικονίζουν μια τιμή, η οποία μπορεί να είναι μέλος του συνόλου, σε έναν αριθμό από το 0 έως το 1. Ο αριθμός αυτός δηλώνει το βαθμό συσχέτισης της τιμής με το ασαφές σύνολο. Όταν ο βαθμός αυτός είναι 0 τότε αυτό υποδηλώνει ότι η τιμή δεν ανήκει στο σύνολο, ενώ όταν είναι 1 τότε αυτό σημαίνει ότι η τιμή αυτή αντιπροσωπεύει πλήρως το ασαφές σύνολο. Ο βαθμός αυτός καθορίζεται από τη συνάρτηση συμμετοχής του ασαφούς συνόλου.

Η σκέψη στην ασαφή λογική είναι απλώς ένα πρόβλημα γενίκευσης της γνωστής Ναι-Όχι λογικής Boolean. Αν δώσουμε την τιμή 1 στο «αληθές» και την

τιμή 0 στο «ψευδές», τότε λέμε ότι η ασαφής λογική επιτρέπει επίσης ενδιάμεσες τιμές, όπως 0,3 ή 0,452 ή 0,81.

Όπως για παράδειγμα στο σχήμα 3.3 φαίνονται οι αληθές τιμές των ημερών που θεωρούμε ότι ανήκουν στο σαββατοκύριακο, θεωρώντας ότι ο χρόνος παίρνει διακεκριμένες τιμές, πρώτα με Ναι-όχι και δίπλα απαντήσεις Ασαφής Λογικής με ενδιάμεσες τιμές.



Σχήμα 3.3: Ημέρες που θεωρούμε ότι ανήκουν στο σαββατοκύριακο.

Στο ίδιο παράδειγμα, θεωρώντας τώρα ότι ο χρόνος παίρνει συνεχείς τιμές, πρώτα με Boolean Ναι-Όχι, και δίπλα απαντήσεις Ασαφούς Λογικής με ενδιάμεσες τιμές. Τώρα καθορίζουμε και το βαθμό στον οποίο κάθε στιγμή ανήκει το σαββατοκύριακο, αντί για ολόκληρη την ημέρα κάθε φορά.

### 3.2.3 ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ ΣΥΜΜΕΤΟΧΗΣ.

Ένα ασαφές σύνολο  $A$  ορίζεται ως ένα σύνολο διατεταγμένων ζευγών  $(x, \mu_A(x))$  όπου  $x \in X$  και  $\mu_A(x) \in [0,1]$ . Το σύνολο  $X$  αποτελεί ένα ευρύτερο σύνολο αναφοράς (universe of discourse) που περιλαμβάνει όλα τα αντικείμενα στα οποία μπορεί να γίνει αναφορά. Η τιμή  $\mu_A(x)$  λέγεται βαθμός αλήθειας, συμβολίζει το βαθμό συμμετοχής του  $x$  στο  $A$  και παίρνει τιμές στο διάστημα  $[0,1]$ . Τέλος η συνάρτηση  $\mu_A$  ονομάζεται συνάρτηση συμμετοχής (membership function). Στην πράξη η συνάρτηση συμμετοχής μπορεί να προέρχεται από:

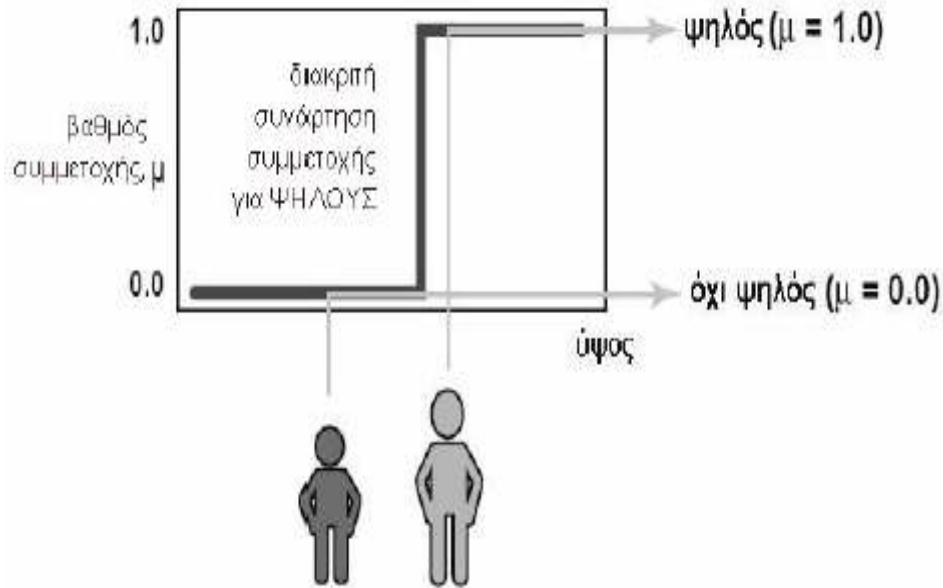
- Υποκειμενικές εκτιμήσεις

- Προκαθορισμένες (ad hoc) και απλοποιημένες μορφές
- Συχνότητες εμφανίσεων και πιθανότητες
- Φυσικές μετρήσεις
- Διαδικασίες μάθησης και προσαρμογής (π.χ. με νευρωνικά δίκτυα)

Η διαφορά των ασαφών συνόλων συγκριτικά με την κλασσική θεωρία συνόλων είναι ότι στην κλασσική θεωρία συνόλων ισχύει  $\mu_A(x) \in \{0,1\}$ , δηλαδή το  $x$  είτε ανήκει στο  $A$  ( $\mu_A(x)=1$ ) ή δεν ανήκει ( $\mu_A(x)=0$ ). Άρα η ασαφής θεωρία συνόλων μεταπίπτει στην αντίστοιχη κλασσική, όταν οι δυνατές τιμές της συνάρτησης συμμετοχής είναι μόνο 0 ή 1.

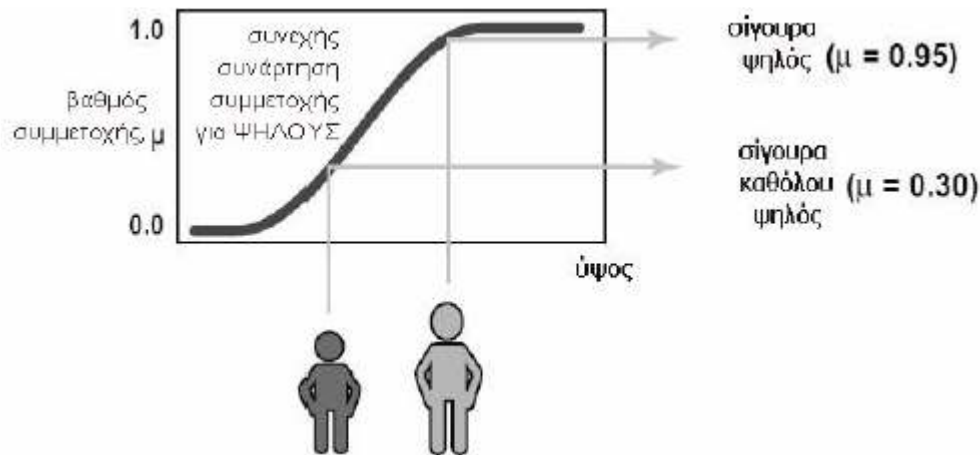
Παρακάτω αναπτύσσεται ένα παράδειγμα με το οποίο μπορεί να γίνει περισσότερο κατανοητή η έννοια της συνάρτησης συμμετοχής.

Ας υποθέσουμε ότι ο χώρος αναφοράς  $X$  είναι το σύνολο όλων των ανθρώπων. Ένα ασαφές υποσύνολο του χώρου αυτού είναι οι ψηλοί άνθρωποι. Τα πιθανά ύψη έστω ότι κυμαίνονται από 1.20 μέχρι 2.50. Η λέξη ψηλός μπορεί να συσχετισθεί με μια καμπύλη η οποία δείχνει κατά πόσο ένας άνθρωπος είναι ψηλός ή όχι. Αν χρησιμοποιήσουμε τις αρχές των κλασσικών συνόλων τότε για να ορίσουμε το σύνολο των ψηλών ανθρώπων θα πρέπει να ορίσουμε μια συγκεκριμένη τιμή ύψους, η οποία θα διαχωρίζει τους ανθρώπους σε ψηλούς και κοντούς. Π.χ. ας υποθέσουμε ότι η τιμή αυτού του ύψους είναι 1.75m τότε ένας άνθρωπος με ύψος 1.73 θα χαρακτηρίζεται κοντός ενώ ένας άνθρωπος με ύψος 1.77 θα χαρακτηρίζεται ψηλός. Ο παραπάνω διαχωρισμός φαίνεται παράλογος αφού έχουμε αντιστοιχήσει σε δύο ανθρώπους με αμελητέα διαφορά ύψους δύο αντίθετες μεταξύ τους έννοιες.



Σχήμα 3.4: Διακριτές συναρτήσεις συμμετοχής, για ψηλούς

Ένας άλλος τρόπος να ορίσουμε την έννοια ψηλός είναι μέσω μιας καμπύλης που έχει ομαλή διακύμανση και μεταβαίνει από την έννοια ψηλός στην έννοια κοντός. Αυτή η καμπύλη είναι η συνάρτηση συμμετοχής του ασαφούς συνόλου των ψηλών ανθρώπων. Με άλλα λόγια δεχόμαστε ότι όλοι οι άνθρωποι είναι σε κάποιο βαθμό ψηλοί αλλά δεν είναι όλοι στον ίδιο βαθμό.



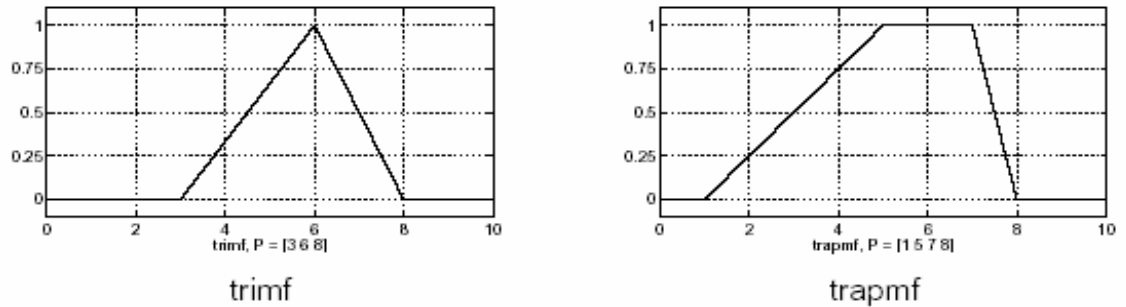
Σχήμα 3.5 Συνεχείς συναρτήσεις συμμετοχής, για ψηλούς.

Μπορούμε να παρατηρήσουμε ότι υποκειμενικοί παράγοντες ενυπάρχουν στα χαρακτηριστικά της δομής ενός ασαφούς συνόλου. Η μορφή δηλαδή της καμπύλης δεν μπορεί να είναι η ίδια όταν αναφερόμαστε σε ενήλικες και ανήλικες, σε γυναίκες και άντρες κλπ. Η μορφή επίσης της καμπύλης επιλέγεται αυθαίρετα σύμφωνα με την αντίληψη που έχει κάθε άνθρωπος για την έννοια



ψηλός. Η μόνη προϋπόθεση που πρέπει να ικανοποιεί μια συνάρτηση συμμετοχής είναι να βρίσκεται στο διάστημα τιμών  $[0, 1]$ . Το σχήμα της επιλέγεται μεν αυθαίρετα αλλά και με τρόπο που να διασφαλίζει όσο είναι δυνατό την απλότητα.

Οι απλούστερες συναρτήσεις συμμετοχής είναι αυτές που σχηματίζονται από ευθείες γραμμές. Η απλούστερη από αυτές είναι η τριγωνική συνάρτηση συμμετοχής, που δεν είναι τίποτα άλλο από ένα τρίγωνο. Στην ίδια κατηγορία ανήκει και η τραπεζοειδής συνάρτηση συμμετοχής (σχήμα 3.6).



Σχήμα 3.6: Τριγωνική και τραπεζοειδή συνάρτηση συμμετοχής

Η μαθηματική έκφραση της τριγωνικής συνάρτησης συμμετοχής είναι η εξής:

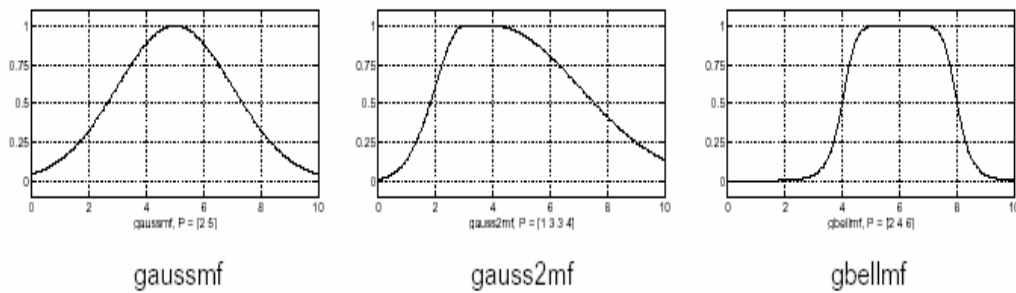
$$A = \begin{cases} 0, x \leq a \\ (x - a) / (b - a), x \in (a, b) \\ (c - x) / (c - b), x \in (b, c) \\ 0, x \geq c \end{cases}$$

Παρακάτω δίδεται η μαθηματική έκφραση της τραπεζοειδούς συνάρτησης συμμετοχής:

$$A = \begin{cases} 0, x \leq a \\ (x - a) / (b - a), x \in (a, b) \\ 1, x \in (b, c) \\ (d - x) / (d - c), x \in (c, d) \end{cases}$$

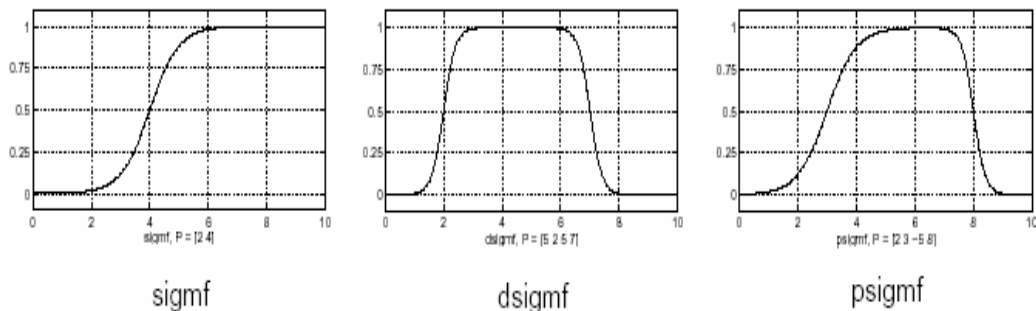
Δύο συναρτήσεις συμμετοχής που είναι δομημένες πάνω στη μορφή της κατανομής Gauss είναι μια απλή γκαουσιανή και μια σύνθεση δύο διαφορετικών γκαουσιανών.

Η γενικευμένη καμπανοειδής συνάρτηση συμμετοχής με μορφή καμπάνας έχει τρεις παραμέτρους, μια παραπάνω από την γκαουσιανή. Η γκαουσιανή και η καμπανοειδής μπορούν να χρησιμοποιούνται συχνά στα ασαφή σύνολα λόγω της ομαλότητάς τους. Έχουν δε το πλεονέκτημα να διατηρούν μη μηδενικές τιμές σε όλα τα σημεία.



Σχήμα 3.7: Γκαουσιανές και καμπανοειδής συναρτήσεις συμμετοχής

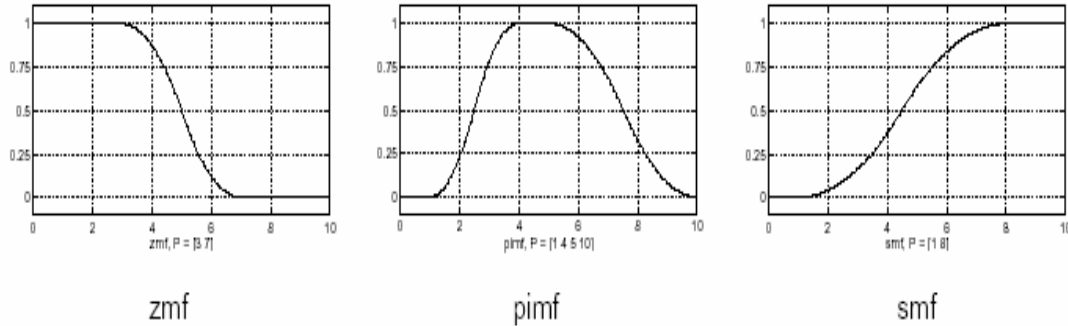
Παρά το γεγονός ότι η γκαουσιανή συνάρτηση συμμετοχής και η συνάρτηση καμπάνας επιτυγχάνουν ομαλή διακύμανση δε μπορούν ωστόσο να ορίσουν ασύμμετρες συναρτήσεις συμμετοχής που είναι χρήσιμες σε πολλά πρακτικά προβλήματα. Για τον λόγο αυτό χρησιμοποιείται η σιγμοειδής συνάρτηση συμμετοχής η οποία είναι ασύμμετρη και ανοικτή είτε προς τα δεξιά είτε προς τα αριστερά. Κλειστές συναρτήσεις συμμετοχής αυτού του τύπου μπορούν να παραχθούν αν συνθέσουμε δύο σιγμοειδείς. Έτσι προκύπτει η διαφορά μεταξύ δύο σιγμοειδών και το άθροισμα τους. (σχήμα 3.8).



Σχήμα 3.8 Σιγμοειδείς συναρτήσεις

Επίσης υπάρχουν πολλές πολυωνυμικές καμπόλες (σχήμα 3.9) που τις χρησιμοποιούμε σε συναρτήσεις συμμετοχής. Τρεις από αυτές είναι η Z η S και η

Π οι οποίες έχουν ονομασθεί έτσι εξαιτίας του σχήματός τους. Η Z είναι μια ασύμμετρη πολυωνυμική καμπύλη που είναι ανοικτή στα αριστερά, η S είναι η κατοπτρική της Z και η Π είναι μια ασύμμετρη κλειστή καμπύλη σχήματος Π.



Σχήμα 3.9 Πολυωνυμικές καμπύλες

### 3.3 ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΤΩΝ ΑΣΑΦΩΝ ΣΥΝΟΛΩΝ

Έστω  $X$  ένα σύνολο αντικειμένων, του οποίου τα στοιχεία συμβολίζονται με το γράμμα  $x$ . Η συμμετοχή σε ένα υποσύνολο  $A$  του συνόλου  $X$  είναι μια συνάρτηση συμμετοχής  $\mu_A$  από το  $X$  στο διάστημα  $[0, 1]$ . Το  $A$  είναι ένα ασαφές υποσύνολο του  $X$ , το οποίο όμως δεν έχει αυστηρά καθορισμένα σύνορα,  $\mu_A$  είναι ο βαθμός συμμετοχής του στοιχείου  $x$  στο  $A$ . Όσο πιο κοντά στο 1 είναι το  $\mu_A$  τόσο πιο πολύ ανήκει το  $x$  στο  $A$ .

Το σύνολο  $A$  μπορεί να προσδιοριστεί επομένως από το σύνολο των παρακάτω ζευγών:

$$A = \{(x, \mu_A(x)), x \in X\}$$

Κάθε ζευγάρι  $(x, \mu_A(x))$  ονομάζεται μονοσύνολο

Χώρος αναφοράς του ασαφούς συνόλου  $A$  είναι το σύνολο των στοιχείων του  $X$  που έχουν μη μηδενικό βαθμό συμμετοχής στο  $A$ .

$$\text{Supp } A = \{x \in X \mid \mu_A(x) > 0\}.$$

Το σύνολο  $A$  μπορεί να γραφεί και ως:

$$A = \mu_1/x_1 + \mu_2/x_2 + \dots$$

$$A = \sum \mu_i/x_i$$

Στο συνεχή χώρο αναφοράς :

$$A = \int_x \mu_A(x) / x$$

Ασαφές δυναμοσύνολο:

Ασαφές δυναμοσύνολο,  $F(x)$ , του υπερσυνόλου αναφοράς  $X$ , ονομάζεται το σύνολο όλων των ασαφών υποσυνόλων του  $X$ .

Υποσύνολο:

Το σύνολο  $A$  είναι υποσύνολο του  $B$   $A \subseteq B$  αν και μόνο αν

$$\mu_A(x) \leq \mu_B(x), \forall x \in X$$

Αν ταυτόχρονα τα  $A$  και  $B$  δεν είναι ίσα, τότε το  $A$  θα ονομάζεται γνήσιο υποσύνολο του  $B$ .

Ασαφής διαμέριση:

Μια οικογένεια ασαφών υποσυνόλων του  $X$ , θα λέγεται ασαφής διαμέριση  $P^n(X)$  του  $X$  τάξης  $n$  ( $n \in \mathbb{N}$ ) και θα συμβολίζεται με  $A^n = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$ , αν και μόνο αν:

$$A_j \neq A_i, \forall i, j \in N_n (i \neq j)$$

$$0 < \sum_{k=1}^m A_i(x_k) < m, \forall i \in N_n$$

Τα στοιχεία  $A_i$   $i \in N_n$  της  $A_n$  θα λέγονται κλάσεις της ασαφούς διαμέρισης

Κενό ασαφές σύνολο:

Ένα ασαφές σύνολο με χώρο αναφοράς τον  $X$ , λέγεται κενό αν για κάθε στοιχείο  $x$  που ανήκει στον  $X$ , η συνάρτηση συμμετοχής του  $A$  είναι μηδέν.

$$A \equiv 0 \quad \text{αν} \quad \mu_A(x) = 0 \quad \forall x \in X$$

### Κανονικό ασαφές σύνολο

Ένα ασαφές σύνολο  $A$  που ορίζεται στο χώρο αναφοράς  $X$ , λέγεται κανονικό αν υπάρχει τουλάχιστο ένα στοιχείο  $x$  του  $X$  για το οποίο η συνάρτηση συμμετοχής να παίρνει τιμή ίση με τη μονάδα.

$$A=\text{κανονικό} \quad \text{αν} \quad \exists x_1: \mu_A(x_1)=1$$

Ισότητα ασαφών συνόλων:

Δύο ασαφή σύνολα  $A$  και  $B$  που ορίζονται στο χώρο αναφοράς  $X$ , λέγονται ίσα αν για κάθε στοιχείο  $x$  του  $X$  οι συναρτήσεις συμμετοχής των  $A$  και  $B$  είναι ίσες. Δηλαδή:

$$A=B \text{ αν } \mu_A(x) = \mu_B(x) \quad \forall x \in X$$

### Συστολή ασαφών συνόλων:

Έστω ασαφές σύνολο  $A$  που ορίζεται στο χώρο αναφοράς  $X$ . Η συστολή,  $\text{CON}(A)$  του συνόλου αυτού είναι ένα νέο ασαφές σύνολο με συνάρτηση συμμετοχής που ορίζεται ως εξής

$$\mu_{\text{CON}(A)}(x) = (\mu_A(x))^2$$

Η συστολή του ασαφούς συνόλου αντιστοιχεί στην προσθήκη του όρου πολύ, μπροστά από τη λεκτική μεταβλητή που περιγράφει το ασαφές σύνολο. Δηλαδή η συστολή του ασαφούς συνόλου ψηλός είναι ένα νέο ασαφές σύνολο που αντιστοιχεί στην έννοια πολύ ψηλός.

### Διαστολή ασαφών συνόλων

Αντιστοίχως η διαστολή ενός ασαφούς συνόλου  $A$ , είναι ένα νέο ασαφές σύνολο που συμβολίζεται με  $\text{DIL}(A)$  και έχει συνάρτηση συμμετοχής που περιγράφεται από την παρακάτω σχέση:

$$\mu_{\text{DIL}(A)}(x) = \sqrt{\mu_A(x)}$$

Η διαστολή του ασαφούς συνόλου αντιστοιχεί στην προσθήκη του όρου λίγο, μπροστά από τη λεκτική μεταβλητή που περιγράφει το ασαφές σύνολο.

Δηλαδή η διαστολή του ασαφούς συνόλου ψηλός είναι ένα νέο ασαφές σύνολο που αντιστοιχεί στην έννοια λίγο ψηλός.

### 3.4 ΛΟΓΙΚΕΣ ΠΡΑΞΕΙΣ ΣΤΑ ΑΣΑΦΗ ΣΥΝΟΛΑ

Μέχρι τώρα έχουμε αναφερθεί στα ασαφή σύνολα και καθόλου στην ασαφή λογική. Η ασαφής λογική δεν είναι παρά ένα υπερεξάνομο της λογικής Boolean. Αν δηλαδή απομονώσουμε τους ακραίους βαθμούς συμμετοχής 0 (πλήρως ψευδής) και 1 (πλήρως αληθής) τότε οι κλασσικοί λογικοί τελεστές μπορούν να εφαρμοσθούν. Για παράδειγμα ας θεωρήσουμε τον παρακάτω πίνακα αληθείας:

A	B	A and B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

**AND**

A	B	A or B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

**OR**

A	not A
0	1
1	0

**NOT**

Σχήμα 3.10 Λογικοί κανόνες

Μεταβαίνοντας στον χώρο της ασαφούς λογικής πρέπει να έχουμε κατά νου ότι οι έννοιες αληθής και ψευδής είναι θέμα βαθμού συμμετοχής. Επομένως ο πίνακας αυτός πρέπει να μετατραπεί με τρόπο που να συμπεριλαμβάνει αυτήν την αρχή. Οι τιμές των εισόδων A και B είναι τώρα πραγματικοί αριθμοί από το 0 μέχρι το 1. Πρέπει λοιπόν να ευρεθεί μια συνάρτηση που να διατηρεί τις ιδιότητες της συνάρτησης AND και ταυτόχρονα να μπορεί να επεκτείνεται για πραγματικούς αριθμούς.

Μια πιθανή απάντηση μπορεί να είναι ο τελεστής  $\min(A,B)$ , η ελάχιστη δηλαδή τιμή των εισόδων A και B. Με βάση το ίδιο σκεπτικό μια συνάρτηση που μπορεί να αντικαταστήσει τον τελεστή OR της Boolean λογικής είναι ο τελεστής  $\max(A,B)$ . Τέλος ο τελεστής NOT A μπορεί να αντικατασταθεί με την πράξη  $1-A$ .

Παρακάτω βλέπουμε ότι ο πίνακας αληθείας παραμένει αμετάβλητος αν εφαρμόσουμε τις παραπάνω υποκαταστάσεις.

A	B	$\min(A,B)$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

**AND**

A	B	$\max(A,B)$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

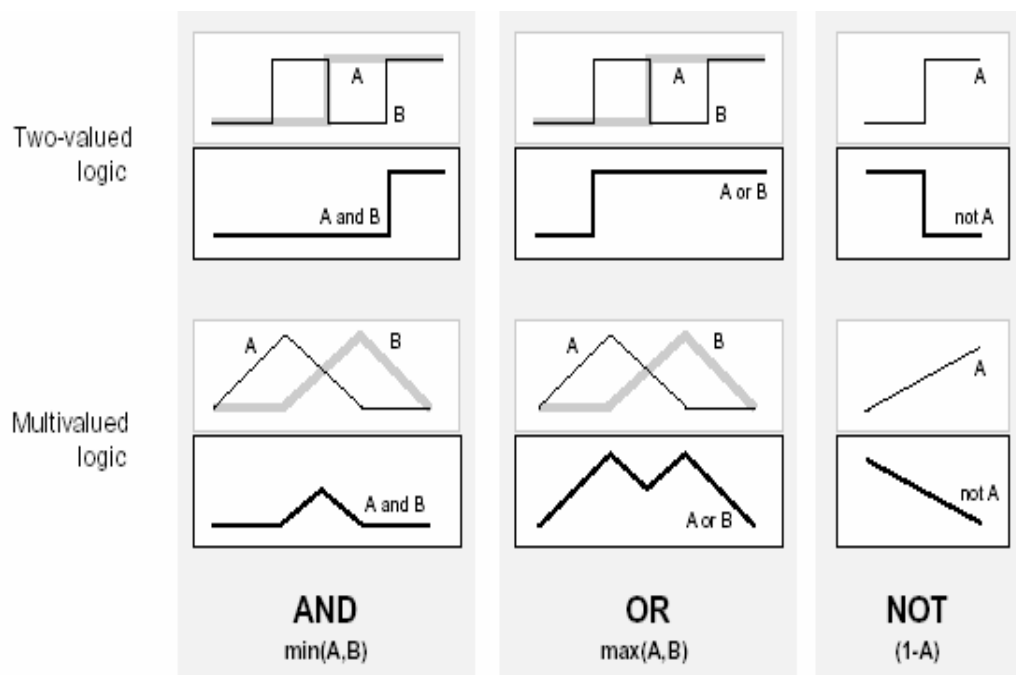
**OR**

A	$1 - A$
0	1
1	0

**NOT**

Σχήμα 3.11 Λογικοί κανόνες

Αφού έχουμε ορίσει συναρτήσεις που μπορούν ορίσουν τον πίνακα αληθείας, μπορούμε πλέον να επεκταθούμε και στην περίπτωση πραγματικών αριθμών. Στο παρακάτω σχήμα έχουμε αντικαταστήσει τον πίνακα αληθείας με ένα γράφημα δύο ασαφών συνόλων. Στο πάνω μέρος έχουμε την περίπτωση συνόλων με δύο τιμές ενώ στο κάτω φαίνεται ο τρόπος που φαίνεται πως λειτουργούν οι τελεστές στην περίπτωση που οι τιμές αληθείας  $A$  και  $B$  μεταβάλλονται συνεχώς από το 0 στο 1.



Σχήμα 3.12: Κατασκευή νέων καμπυλών από ήδη υπάρχουσες, με τη βοήθεια των τελεστών

Δεδομένων των παραπάνω συναρτήσεων μπορούμε να κατασκευάσουμε δομές με βάση ασαφή σύνολα και τους λογικούς κανόνες AND OR και NOT. Βέβαια το γεγονός ότι βρήκαμε συναρτήσεις που να επεκτείνουν τους τελεστές

αυτούς από το χώρο της Boolean λογικής στο χώρο της ασαφούς λογικής δε σημαίνει σε καμία περίπτωση ότι οι συναρτήσεις αυτές είναι και οι μοναδικές.

Έχουμε ορίσει την τομή, την ένωση και το συμπλήρωμα ενός ασαφούς συνόλου με τους τελεστές  $\min$   $\max$   $1-A$  οι όποιοι είναι οι πιο συχνά χρησιμοποιούμενοι. Ωστόσο μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε και άλλες συναρτήσεις για τον ίδιο σκοπό.

Γενικά η τομή δύο ασαφών συνόλων μπορεί να παρασταθεί με μια δυαδική απεικόνιση  $T$  που αθροίζει (aggregates) τις δύο συναρτήσεις συμμετοχής ως ακολούθως:

$$\mu_{A \cap B} = T(\mu_A(x), \mu_B(x))$$

Για παράδειγμα ο δυαδικός τελεστής  $T$  μπορεί να αντιπροσωπεύει τον πολλαπλασιασμό των  $\mu_A(x)$  και  $\mu_B(x)$ . Αυτού του είδους οι τελεστές τομής αναφέρονται συνήθως ως τ-νόρμες (τριγωνική νόρμα, triangular norm) και πρέπει να ικανοποιούν τις παρακάτω προϋποθέσεις:

- Οριακές συνθήκες:  $T(0, 0) = 0$ ,  $T(a, 1) = T(1, a) = a$
- Μονοτονία:  $T(a, b) \leq T(c, d)$  αν  $a \leq c$  και  $b \leq d$
- Αντιμεταθετικότητα:  $T(a, b) = T(b, a)$
- Προσεταιριστικότητα:  $T(a, T(b, c)) = T(T(a, b), c)$

Η πρώτη απαίτηση επιβάλλει τη γενίκευση σε σύνολα διακριτών τιμών (crisp sets)

Η δεύτερη υπονοεί ότι μια μείωση του βαθμού συμμετοχής στο  $A$  ή στο  $B$  δεν μπορεί να οδηγήσει σε αύξηση του βαθμού συμμετοχής στην τομή των  $A$  και  $B$ .

Η τρίτη απαίτηση δείχνει ότι ο τελεστής είναι αδιάφορος στον τρόπο διάταξης με τον οποίο τέμνονται τα δύο σύνολα  $A$  και  $B$ .

Τέλος η τέταρτη απαίτηση μας επιτρέπει να παίρνουμε την τομή οποιουδήποτε αριθμού συνόλων σε οποιαδήποτε διάταξη ζευγών.

Παραδείγματα τ-νορμών είναι:

$$\text{Συνήθης τομή} \quad T(a,b)=\min(a,b)$$



Αλγεβρικό γινόμενο  $T(a,b)=ab$

Φραγμένη διαφορά  $T(a,b)=\max(0,a+b-1)$

Συνάρτηση Hamacher Η συνάρτηση Hamacher δίνεται από τη σχέση:

$$t(a, b) = \frac{ab}{r + (1 - r)(a + b - ab)}$$

Όπως η ασαφής τομή έτσι και η ασαφής ένωση προσδιορίζεται με μια δυαδική απεικόνιση  $S$ .

$$\mu_{A \cup B}(x) = S(\mu_A(x), \mu_B(x))$$

Για παράδειγμα ο τελεστής  $S$  μπορεί να είναι το άθροισμα των  $\mu_A(x)$  και  $\mu_B(x)$ . Οι ασαφείς τελεστές ένωσης αναφέρονται συνήθως ως σ-νόρμες και πρέπει να πληρούν τις παρακάτω προϋποθέσεις:

- Οριακές συνθήκες:  $S(1, 1) = 1, S(a, 0) = S(0, a) = a$
- Μονοτονία:  $S(a, b) \leq S(c, d)$  αν  $a \leq c$  και  $b \leq d$
- Αντιμεταθετικότητα:  $S(a, b) = S(b, a)$
- Προσεταιριστικότητα:  $S(a, S(b, c)) = S(S(a, b), c)$

Παραδείγματα σ-νορμών είναι τα εξής:

Συνήθης ένωση  $s(a,b)=\max(a,b)$

Αλγεβρικό άθροισμα  $s(a,b)=a+b-ab$

Φραγμένο άθροισμα  $s(a,b)=\min(1,a+b)$

Συμπλήρωμα

Το συμπλήρωμα  $A'$  ενός ασαφούς συνόλου  $A$  δίνεται από τη σχέση:

$$\mu_{A'}(x) = c(\mu_A(x))$$

όπου η συνάρτηση  $c$  πρέπει να ικανοποιεί τις παρακάτω συνθήκες;

- Οριακές συνθήκες:  $c(0)=1$  και  $c(1)=0$
- Μονοτονία:  $\forall a, b \in [0,1], \text{ αν } a \leq b \Rightarrow c(a) \geq c(b)$
- Συνέχεια:  $c$  συνεχής στο  $[0,1]$ .
- Εναγωγή  $\forall a \in [0,1]$  είναι  $c(c(a))=a$

Το σύννηθες συμπλήρωμα δίνεται από τη σχέση:

$$\mu_{\bar{A}}(x) = 1 - \mu_A(x)$$

### 3.5 ΑΣΑΦΕΙΣ ΣΧΕΣΕΙΣ

Οι ασαφείς σχέσεις (fuzzy relations) είναι ασαφή σύνολα ορισμένα σε πεδία αναφοράς ανώτερης διάστασης (π.χ.  $X \times X$ ,  $X \times Y \times Z$  κλπ). Ποιοτικά, μια ασαφής σχέση  $R$  θα μπορούσε να είναι μια έκφραση της μορφής «είναι βαρύτερο από» και η οποία θα συνδέει τα στοιχεία δύο άλλων συνόλων:

$$R = \langle x \text{ είναι βαρύτερο από } y \rangle \quad x \in X, y \in Y \text{ και } R \in X \times Y$$

Οι ασαφείς σχέσεις μπορεί να εκφραστούν με αναφορά όλων των ζευγών (τιμή, βαθμός συμμετοχής), δηλαδή ζευγών της μορφής  $((x,y), \mu_R(x,y))$ . Ένας άλλος τρόπος αναπαράστασης, ιδιαίτερα χρήσιμος σε υπολογισμούς είναι σε μορφή πίνακα:

$$R = \begin{bmatrix} \mu_R(x_1, y_1) & \mu_R(x_1, y_2) & \cdots & \mu_R(x_1, y_n) \\ \mu_R(x_2, y_1) & \mu_R(x_2, y_2) & \cdots & \mu_R(x_2, y_n) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mu_R(x_m, y_1) & \mu_R(x_m, y_2) & \cdots & \mu_R(x_m, y_n) \end{bmatrix}$$

Οι ασαφείς σχέσεις μπορούν να συνδυαστούν μεταξύ τους μέσω της διαδικασίας της σύνθεσης (composition). Αν για παράδειγμα συνδυαστεί η ασαφής σχέση  $R_1(x,y)$  ορισμένη στο  $X \times Y$  με την ασαφή σχέση  $R_2(y,z)$  ορισμένη στο  $Y \times Z$  τότε θα προκύψει μία ασαφής σχέση  $R(x,z)$  η οποία θα ορίζεται στο σύνολο  $X \times Z$  και θα συσχετίζει άμεσα στοιχεία των συνόλων  $X$  και  $Z$ . Βέβαια

είναι απαραίτητο να προσδιοριστεί επακριβώς η συνάρτηση συμμετοχής  $\mu_R(x,z)$  της  $R$  με χρήση των συναρτήσεων συμμετοχής των  $R_1$  και  $R_2$ .

Οι βασικές πράξεις που ορίζονται μεταξύ των ασαφών σχέσεων είναι η αντιστροφή και η σύνθεση.

### Αντιστροφή

Αντίστροφη σχέση της  $R(X,Y)$  είναι η ασαφής σχέση  $R^{-1}(Y,X)$  με τύπο:  $R^{-1}(y,x)=R(x,y)$  για κάθε  $x$  που ανήκει στον  $X$  και κάθε  $y$  που ανήκει στον  $Y$ . Ο πίνακας συμμετοχής που παριστάνει την  $R^{-1}$  είναι ο ανάστροφος του  $R$ .

### Σύνθεση

Η σύνθεση είναι πολύ σημαντική διαδικασία καθώς όπως θα δούμε παρακάτω, οι κανόνες της μορφής if-then αντιστοιχούν σε ασαφείς σχέσεις και το πρόβλημα της ασαφούς συλλογιστικής είναι μαθηματικά ισοδύναμο με τη σύνθεση.

Αν  $R_1(x,y)$  και  $R_2(y,z)$  είναι δύο ασαφείς σχέσεις ορισμένες στα σύνολα  $X \times Y$  και  $Y \times Z$  αντίστοιχα, τότε η σύνθεσή τους δίνει μια νέα σχέση  $R_1 \circ R_2$ .

Η sup-t σύνθεση  $R: X \times Y \rightarrow [0,1]$  δύο ασαφών σχέσεων  $R_1: X \times Y \rightarrow [0,1]$  και  $R_2: Y \times Z \rightarrow [0,1]$  ορίζεται από την εξίσωση:

$$R(x, z) = [R_1 \circ^t R_2](x, z) = \sup_{y \in Y} t[R_1(x, y), R_2(y, z)]$$

Οι περισσότεροι γνωστές μέθοδοι σύνθεσης ασαφών συνόλων είναι η σύνθεση max-min και η σύνθεση max-product.

Η συνάρτηση συμμετοχής για την περίπτωση της max-min σύνθεσης δίνεται από τη σχέση:

$$\mu_{R_1 \circ R_2}(x, z) = \bigvee_y [\mu_{R_1}(x, y) \wedge \mu_{R_2}(y, z)]$$

Στην περίπτωση της σύνθεσης max-product έχουμε την παρακάτω σχέση:

$$\mu_{R_1 \circ R_2}(x, z) = \bigvee_y [\mu_{R_1}(x, y) \bullet \mu_{R_2}(y, z)]$$

Οι υπολογισμοί στο δεξιό μέρος των παραπάνω σχέσεων είναι παρόμοιοι με του πολλαπλασιασμό των πινάκων.

### 3.6 ΑΣΑΦΗΣ ΣΥΛΛΟΓΙΣΤΙΚΗ.

Η βάση στην οποία στηρίζεται η λήψη αποφάσεων είναι η παραγωγή συλλογιστικής. Η ασαφής λογική ασχολείται με την παραγωγή συλλογιστικής σε περιβάλλον αβεβαιότητας. Για το σκοπό αυτό, θεμελιώνεται η δομή και η μαθηματική αναπαράσταση ενός ασαφούς γεγονότος με τον ορισμό των ασαφών συνόλων και καθορίζεται ο τρόπος με τον οποίο συνδυάζουμε τα γεγονότα για να παράγουμε λογικές προτάσεις ή σχέσεις και συνεπώς συμπεράσματα.

Οι συλλογιστικοί τρόποι που κυρίως χρησιμοποιούνται είναι τρεις:

- Ο modus ponens (MP)
- Ο modus tolens (MT)
- Ο υποθετικός συλλογισμός (HS)

Ο modus ponens παράγει συμπεράσματα από ένα σύνολο υποθέσεων σύμφωνα με το σχήμα:

$$(A \Rightarrow B) \wedge A \Rightarrow B$$

όπου  $A$  και  $B$  συγκεκριμένα γεγονότα.

Ο παραπάνω κανόνας ερμηνεύεται ως εξής: Αν το γεγονός  $A$  συνεπάγεται το γεγονός  $B$  και επιπλέον έχουμε ως υπόθεση ότι ισχύει το  $A$ , τότε το συμπέρασμα που παίρνουμε είναι ότι ισχύει και το  $B$ . Όμως σε περιβάλλον ασάφειας τα γεγονότα ισχύουν σε κάποιο βαθμό. Έτσι ο παραπάνω κανόνας πρέπει να τροποποιηθεί για να συμπεριλάβει και την ασάφεια. Καταλήγουμε μ' αυτό τον τρόπο στο γενικευμένο κανόνα modus ponens (generalized modus ponens) ο οποίος έχει την παρακάτω μορφή:

$$(A \Rightarrow B) \wedge A' \Rightarrow B'$$

Αντίστοιχα ο γενικευμένος κανόνας modus tolens (generalized modus tolens) διατυπώνεται ως εξής:

$$(A \Rightarrow B) \wedge B' \Rightarrow A'$$

Ας εξετάσουμε τώρα την ερμηνεία των παραπάνω κανόνων. Για παράδειγμα ο γενικευμένος κανόνας *modus ponens* ερμηνεύεται ως εξής: Αν το γεγονός  $A$  συνεπάγεται το γεγονός  $B$  και έχουμε ως υπόθεση ότι ισχύει το  $A$  σε κάποιο βαθμό, τότε θα ισχύει και το  $B$  σε κάποιο βαθμό.

Πρέπει, λοιπόν να προσδιοριστεί ο βαθμός στον οποίο πληρείται το γεγονός  $B$ . Αυτός εξαρτάται από το βαθμό στον οποίο πληρείται το γεγονός  $A$  και από το είδος της συνεπαγωγής που εφαρμόζουμε. Η πράξη της ασαφούς συνεπαγωγής υλοποιεί τη μαθηματική σχέση  $A \Rightarrow B$ , όταν τα  $A$  και  $B$  είναι ασαφή γεγονότα.

Το σχήμα που προτείνεται από τη θεωρία των ασαφών συνόλων για την εξαγωγή του γεγονότος  $B'$  από τα γεγονότα  $A, A', B$  περιγράφεται από την παρακάτω σχέση που αποτελεί το συνθετικό κανόνα του Zadeh:

$$B'(y) = \sup_{x \in X} t[A'(x), \sigma(A(x), B(y))]$$

όπου  $\sigma$  είναι μια συνάρτηση που υλοποιεί την πράξη της ασαφούς συνεπαγωγής.

Επομένως η επιλογή της συνάρτησης που υλοποιεί την ασαφή συνεπαγωγή έχει ουσιαστικό ρόλο για την ασαφή συλλογιστική που παράγεται με βάση το παραπάνω σχήμα. Ένα από τα κριτήρια που χρησιμοποιείται γι' αυτή την επιλογή είναι το κριτήριο της ανάκλησης (*recall*), το οποίο διατυπώνεται ως εξής:

$$B(y) = \sup_{x \in X} t[A(x), \sigma(A(x), B(y))]$$

Το κριτήριο αυτό έχει την εξής ερμηνεία: η ασαφής συνεπαγωγή πρέπει να είναι τέτοια ώστε όταν η υπόθεση πληρείται ακριβώς, τότε να λαμβάνουμε το συμπέρασμα του κανόνα  $A \Rightarrow B$ , δηλαδή το γεγονός  $B$ . Η απαίτηση αυτή είναι εύλογη αφού όταν δεν υπάρχει αβεβαιότητα η ασαφής συλλογιστική οφείλει να ταυτίζεται με την κλασσική συλλογιστική.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4. ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΣΑΦΟΥΣ ΣΥΛΛΟΓΙΣΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΝΕΥΡΟ-ΑΣΑΦΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ

### 4.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Στο προηγούμενο κεφάλαιο μελετήσαμε τα ασαφή σύνολα και τις πράξεις που γίνονται πάνω σ' αυτά. Στο παρόν κεφάλαιο εξετάζουμε τον τρόπο που μπορούν να εφαρμοσθούν τα παραπάνω σε ένα σύστημα λήψης αποφάσεων.

Θα εξετάσουμε ένα απλοϊκό παράδειγμα λήψης αποφάσεων και θα δούμε πως μπορεί να λυθεί με τη βοήθεια της ασαφούς λογικής. Εξετάζουμε το πρόβλημα του φιλοδώρηματος, πόσο δηλαδή είναι το φιλοδώρημα που πρέπει να δώσει ένας πελάτης σε ένα εστιατόριο. Οι παράμετροι του προβλήματος είναι η ποιότητα του φαγητού και η εξυπηρέτηση.

Είναι προφανές για παράδειγμα ότι αν το φαγητό είναι άριστης ποιότητας και η εξυπηρέτηση καλή τότε το φιλοδώρημα θα είναι υψηλό. Αντίστοιχα αν η ποιότητα της εξυπηρέτησης είναι χαμηλή και το φαγητό κακό τότε το φιλοδώρημα θα είναι χαμηλό. Τι γίνεται όμως αν έχουμε μια ενδιάμεση κατάσταση, π.χ. μέτριο φαγητό και καλή εξυπηρέτηση. Επιπλέον παραπάνω έχουμε αναφέρει προσδιορισμούς όπως πολύ καλό, καλό, μέτριο που εμπεριέχουν κάποια ασάφεια.

Αν προσπαθήσουμε να λύσουμε το πρόβλημα γραμμικά θα πρέπει να δώσουμε καθορισμένους κανόνες για κάθε μια περίπτωση. Μέσω όμως της ασαφούς λογικής το πρόβλημα αυτό μπορεί να λυθεί ευκολότερα. Πριν προχωρήσουμε στη λύση του προβλήματος θα δούμε πως μπορούμε να υλοποιήσουμε τους κανόνες αν-τότε (if-then rules) που προαναφέραμε (αν το φαγητό είναι καλό κ.τλ.)

### 4.2 ΚΑΝΟΝΕΣ ΑΝ-ΤΟΤΕ (if-then rules)

Τα ασαφή σύνολα και οι ασαφείς τελεστές είναι τα υποκείμενα και τα ρήματα του ασαφούς συλλογισμού. Οι προτάσεις if-then χρησιμοποιούνται για να σχηματίσουν τις συνθήκες εκείνες που συνιστούν την ασαφή λογική. Ένας απλός κανόνας if-then έχει τη μορφή:

*if x is A then y is B*

όπου  $A$  και  $B$  είναι οι γλωσσικές μεταβλητές που προσδιορίζονται από ασαφή σύνολα με χώρο αναφοράς  $X$  και  $Y$  αντίστοιχα. Το πρώτο κομμάτι του κανόνα 'if  $x$  is  $A$ ' ονομάζεται υπόθεση (*antecedent* ή *premise*) ενώ το δεύτερο κομμάτι 'then  $y$  is  $B$ ' ονομάζεται συνέπεια ή συμπέρασμα (*consequent* ή *conclusion*). Ένα παράδειγμα ενός τέτοιου κανόνα μπορεί να είναι το εξής:

*if service is good then tip is average*

Η λέξη *good* αντιπροσωπεύεται από έναν αριθμό που κυμαίνεται ανάμεσα στο 0 και το 1. Έτσι η υπόθεση είναι μια μετάφραση που επιστρέφει μια τιμή από το 0 έως το 1. Από την άλλη μεριά η λέξη *average* αποτελεί ένα ασαφές σύνολο και έτσι η συνέπεια του κανόνα είναι μια συσχέτιση της εξόδου  $y$  στο ασαφές σύνολο  $B$ .

Στους κανόνες if-then η λέξη 'is' έχει διαφορετική έννοια ανάλογα με το αν εμφανίζεται στο πρώτο ή στο δεύτερο μέρος του κανόνα. Έτσι όταν εμφανίζεται στο πρώτο μέρος του κανόνα έχει την έννοια του ελέγχου ισότητας (δηλαδή την ίδια έννοια που δίνουμε στο σύμβολο  $=$ ). Αντίθετα όταν εμφανίζεται στο δεύτερο μέρος του κανόνα έχει την έννοια της καταχώρησης (δηλαδή την έννοια που δίνουμε στο σύμβολο  $=$ ). Ο παραπάνω κανόνας λοιπόν θα μπορούσε να γραφεί συμβολικά και ως εξής:

*if service == good then tip = average*

Γενικά η είσοδος σε έναν κανόνα if-then είναι η τρέχουσα τιμή της μεταβλητής εισόδου ενώ η έξοδος του κανόνα είναι ολόκληρο το ασαφές σύνολο. Από αυτό όμως το ασαφές σύνολο θα πρέπει να κρατήσουμε μια τιμή έτσι ώστε να μπορούμε να βγάλουμε κάποια συμπεράσματα. Γι' αυτό πρέπει να γίνει μια διαδικασία που ονομάζεται αποασαφοποίηση (*defuzzification*). Για την αποασαφοποίηση αναφερόμαστε εκτενέστερα παρακάτω. Για να διερμηνεύσουμε έναν κανόνα if-then πρέπει να ακολουθήσουμε κάποια στάδια:

Πρώτα πρέπει να υπολογίσουμε την είσοδο. Για να γίνει αυτό όμως πρέπει να γίνει ασαφοποίηση της εισόδου και να εφαρμοσθούν οι κατάλληλοι ασαφείς τελεστές.

Να εφαρμόσουμε το παραπάνω αποτέλεσμα στο δεύτερο μέρος του κανόνα

Αν πάρουμε την απλή περίπτωση των δυαδικών τιμών οι κανόνες if-then είναι αρκετά εύκολο να εφαρμοσθούν. Αν η προϋπόθεση είναι αληθής τότε και η συνέπεια θα είναι αληθής. Πώς όμως επεκτείνεται η παραπάνω συλλογιστική για να συμπεριλάβει και ασαφείς τιμές; Όταν η προϋπόθεση είναι αληθής σε κάποιο βαθμό τότε και η συνέπεια είναι αληθής στον ίδιο βαθμό. Με άλλα λόγια:

Στη δυαδική λογική:  $p \rightarrow q$  (Τα  $p$  και  $q$  είναι και τα δύο είτε πλήρως αληθή ή πλήρως ψευδή)

Στην ασαφή λογική:  $0.5 p \rightarrow 0.5 q$  (Τα  $p$  και  $q$  είναι μερικώς αληθή και μερικώς ψευδή)

Η προϋπόθεση ενός κανόνα μπορεί να αποτελείται από περισσότερα του ενός μέρη. Όπως για παράδειγμα ο παρακάτω κανόνας:

*if sky is gray and wind is strong and barometer is falling, then ..*

Σ' αυτή την περίπτωση όλα τα μέρη της προϋπόθεσης υπολογίζονται ταυτόχρονα και καταλήγουμε σε ένα μοναδικό νούμερο ανάλογα με τους λογικούς τελεστές που χρησιμοποιούμε.

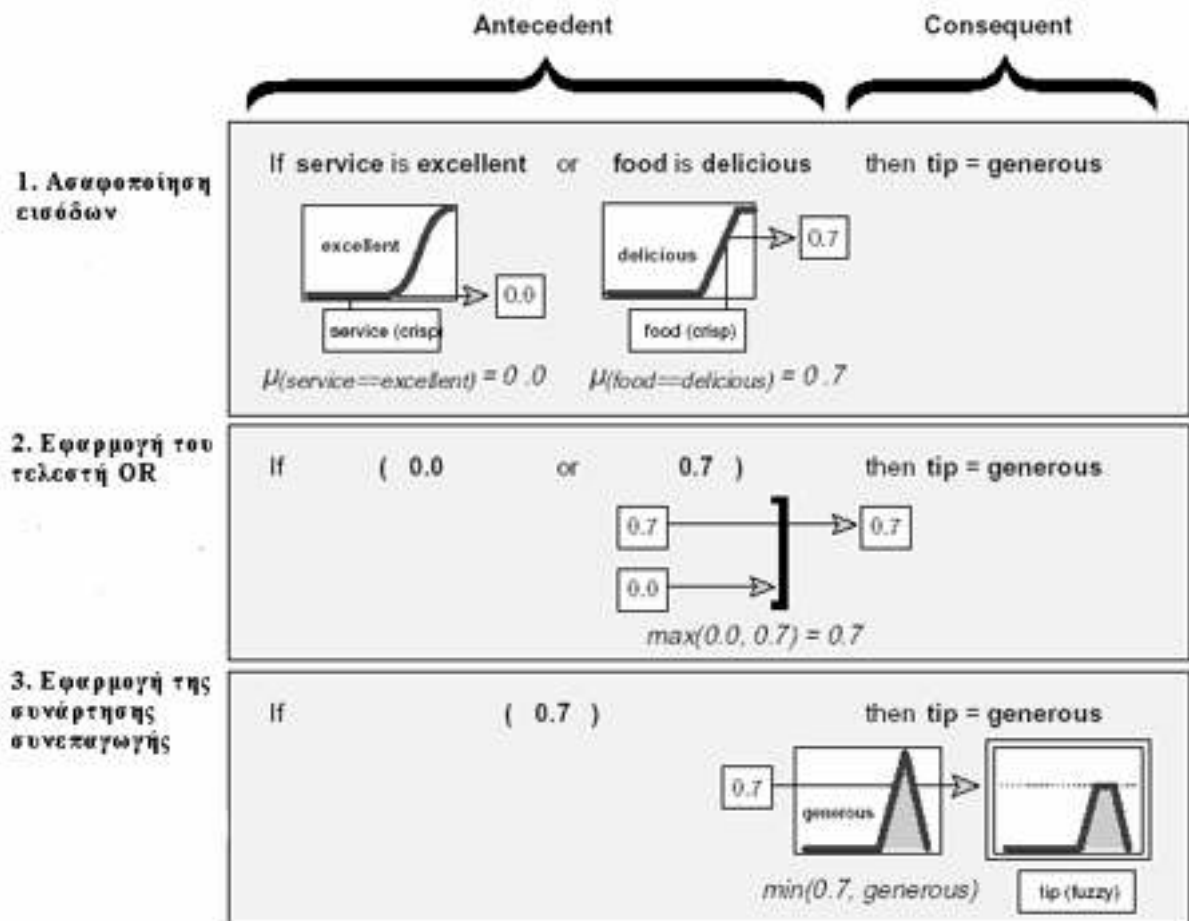
Αλλά και η συνέπεια ενός κανόνα μπορεί να αποτελείται από περισσότερα του ενός μέρη. Για παράδειγμα ο παρακάτω κανόνας:

*if temperature is cold then hot water valve is open and cold water valve is shut*

Όλα τα μέρη της συνέπειας του κανόνα επηρεάζονται το ίδιο από το αποτέλεσμα της προϋπόθεσης. Η συνέπεια του κανόνα προσδιορίζει ένα ασαφές σύνολο το οποίο συσχετίζεται με την έξοδο. Η συνάρτηση συνεπαγωγής (*implication function*) στη συνέχεια τροποποιεί το ασαφές σύνολο στο βαθμό που προσδιορίζεται από την προϋπόθεση του κανόνα.

Μια πολύ συνηθισμένη συνάρτηση για να γίνει αυτό είναι η αποκοπή με τη χρήση του τελεστή  $\min$ . Στο παρακάτω σχήμα βλέπουμε τον τρόπο με τον οποίο εφαρμόζονται οι κανόνες if-then.





Σχήμα 4.1: Οι κανόνες if-then στην ασαφή λογική

#### 4.3 ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΕΞΑΓΩΓΗΣ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΩΝ (fuzzy inference systems)

Το σημαντικότερο εργαλείο μοντελοποίησης το οποίο βασίζεται στη θεωρία των ασαφών συνόλων είναι το FIS. Τα FIS είναι η διαδικασία διατύπωσης και αντιστοίχισης κάποιων εισαγόμενων δεδομένων, σε κάποια εξαγόμενα δεδομένα κάνοντας χρήση ασαφούς λογικής.

Δύο γνωστοί τύποι FIS είναι:

- το Mamdani που πρωτοδιατυπώθηκε το 1975 από τον Ebrahim Mamdani
- και το Sugeno ή Takagi-Kang που πρωτοπαρουσιάστηκε το 1985

Εφαρμογές των FIS έχουμε σε τομείς όπως ο αυτόματος έλεγχος, η ταξινόμηση δεδομένων, ανάλυση αποφάσεων, έμπειρα συστήματα κλπ.

Η βασική δομή ενός FIS αποτελείται από τρία μέρη:

- Μια βάση κανόνων, που περιέχει μια ομάδα ασαφών κανόνων
- Μια βάση δεδομένων που καθορίζει τις συναρτήσεις συμμετοχής που χρησιμοποιούνται στους ασαφείς κανόνες.
- Και τον λογιστικό μηχανισμό που εκτελεί την εξαγωγή συμπερασμάτων με βάση τους κανόνες και τα δεδομένα, ώστε η έξοδος ή το συμπέρασμα να είναι αποδεκτό.

Γενικά ένας κανόνας από μόνος του δεν επαρκεί για τα περισσότερα πρακτικά προβλήματα. Αυτό που χρειαζόμαστε είναι περισσότεροι του ενός κανόνες οι οποίοι να αλληλεπιδρούν μεταξύ τους. Η έξοδος κάθε κανόνα θα είναι ένα ασαφές σύνολο. Τα ασαφή σύνολα που προκύπτουν σαν συνέπεια των κανόνων συγκεντρώνονται για να σχηματίσουν ένα ασαφές σύνολο εξόδου από το οποίο μέσω της διαδικασίας της αποασαφοποίησης θα πάρουμε μια μοναδική τιμή.

Παρακάτω αναπτύσσεται ο τρόπος με τον οποίο εξελίσσεται η παραπάνω διαδικασία μέσα από ένα σύστημα ασαφούς συλλογιστικής (fuzzy inference system ,FIS) που ονομάζεται Mamdani.

#### 4.3.1 ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ Mamdani

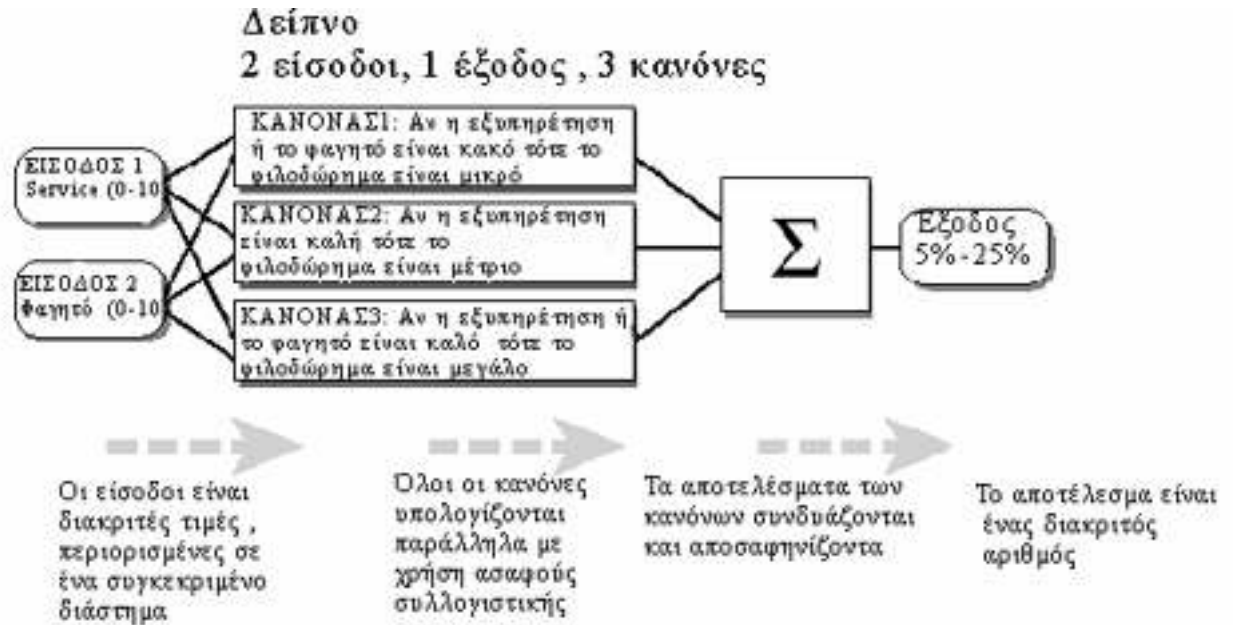
Η ασαφής συλλογιστική είναι η διαδικασία κατά την οποία σχηματίζεται η απεικόνιση από μια δεδομένη είσοδο σε μια έξοδο, χρησιμοποιώντας τις αρχές της ασαφούς λογικής. Η απεικόνιση αυτή θέτει τις βάσεις με τις οποίες μπορεί να ληφθεί μια απόφαση ή να διακριθούν πρότυπα (patterns). Η διαδικασία αυτή της ασαφούς συλλογιστικής περιλαμβάνει όλα εκείνα τα κομμάτια στα οποία αναφερθήκαμε προηγουμένως. Δηλαδή τις συναρτήσεις συμμετοχής, τους ασαφείς λογικούς τελεστές και τους κανόνες if-then. Υπάρχουν δύο είδη ασαφών συστημάτων παρεμβολής τα τύπου-Mamdani και τα τύπου Sugeno. Οι διαφορές ανάμεσα στα δύο αυτά συστήματα έγκεινται κυρίως στον τρόπο με τον οποίο σχηματίζεται η έξοδος του συστήματος. Τα συστήματα Mamdani είναι αυτά που συναντώνται συχνότερα. Η μεθοδολογία των συστημάτων Mamdani εισήχθηκε το 1975 από τον Ebrahim Mamdani

Θα εξετάσουμε τώρα πως λειτουργεί ένα FIS τύπου Mamdani μέσα από το πρόβλημα του φιλοδωρήματος που αναφέραμε παραπάνω.

Το σύστημα έχει δύο εισόδους και τρεις κανόνες. Οι εισοδοί του συστήματος είναι η ποιότητα του φαγητού και η εξυπηρέτηση. Θεωρούμε ότι ο

πελάτης βαθμολογεί την ποιότητα του φαγητού και την εξυπηρέτηση με μια κλίμακα από το 0 έως το 10. Η έξοδος του συστήματος είναι το φιλοδώρημα που θα δώσει ο πελάτης και το οποίο κυμαίνεται από 5% έως 25% της τιμής του λογαριασμού.

Η βασική δομή του συστήματος φαίνεται στο σχήμα 4.2.

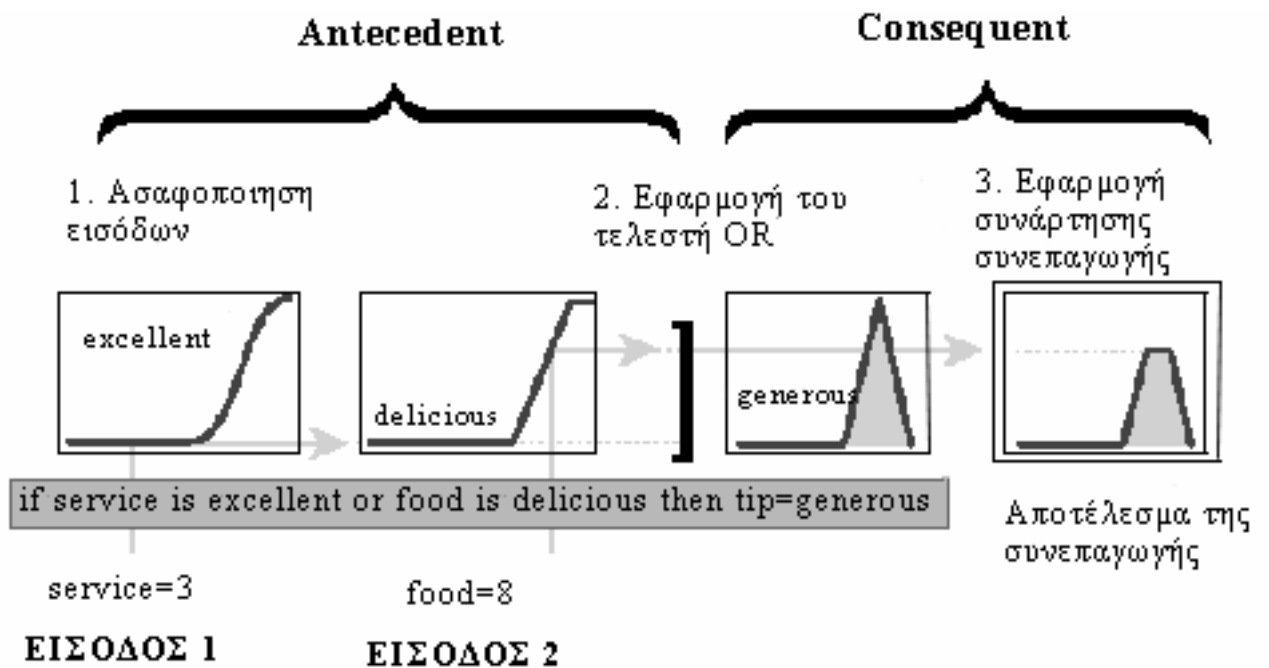


Σχήμα 4.2: Ο μηχανισμός συμπερασμού φιλοδωρήματος

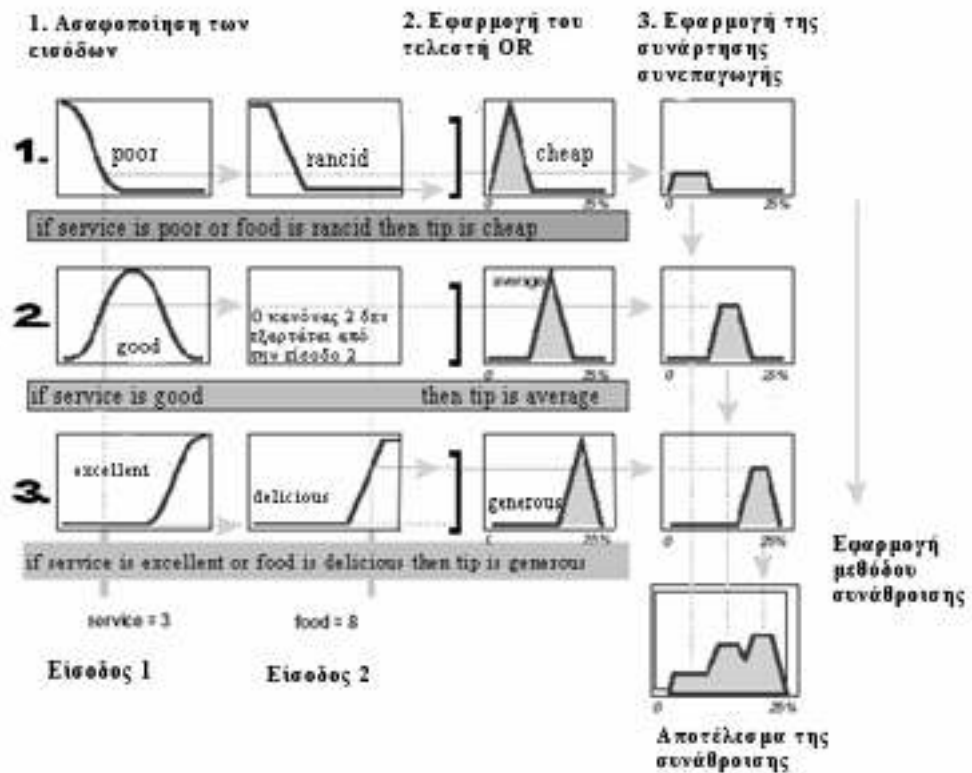
Η πληροφορία οδεύει από τα αριστερά προς τα δεξιά και καταλήγει σε μία μοναδική έξοδο. Ένα σημαντικό χαρακτηριστικό των συστημάτων ασαφούς λογικής είναι η παράλληλη εφαρμογή των κανόνων. Στα κλασσικά συστήματα δυαδικής λογικής έχουμε χρήση διακοπών που ανοίγουν και κλείνουν ανάλογα με τις τιμές των εισόδων. Στα ασαφή συστήματα μεταβαίνουμε ομαλά από περιοχή σε περιοχή ανάλογα με τις συνέπειες των κανόνων.

Η διαδικασία της απεικόνισης των εισόδων στις εξόδους μέσα από ένα σύστημα ασαφούς λογικής ακολουθεί πέντε βήματα:

- Ασαφοποίηση των εισόδων
- Εφαρμογή των ασαφών λογικών τελεστών στις προϋπόθεσης των κανόνων
- Καθορισμός των συνεπαγωγών των κανόνων
- Συγκέντρωση όλων των συνεπαγωγών όλων των κανόνων
- Αποασαφοποίηση



Σχήμα 4.3: Τρεις κανόνες του προβλήματος και ο τρόπος που συνδυάζονται τα αποτελέσματά τους σε ένα ασαφές σύνολο



Σχήμα 4.4 FIS Mamdani, για το ποσοστό φιλοδωρήματος

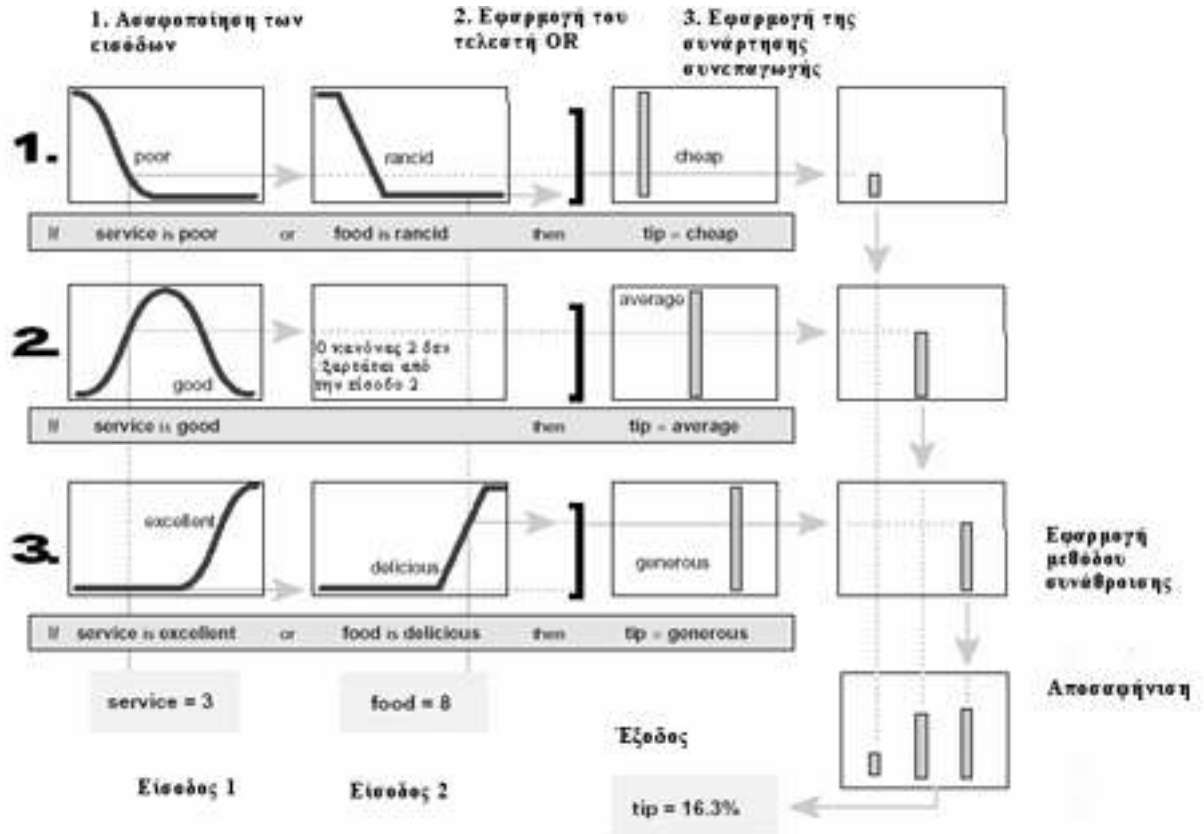
#### 4.3.2 ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΤΥΠΟΥ Sugeno

Παραπάνω ασχοληθήκαμε με τα συστήματα Mamdani που είναι και τα πιο ευρέως χρησιμοποιούμενα. Ωστόσο υπάρχει και η μέθοδος Sugeno που εισήχθηκε το 1985. Η μέθοδος αυτή έχει ομοιότητες με τη μέθοδο των συστημάτων Mamdani. Για παράδειγμα τα 2 πρώτα βήματά της (ασαφιοποίηση των εισόδων και εφαρμογή των τελεστών) είναι ακριβώς τα ίδια. Η κύρια διαφορά ανάμεσα στα δύο συστήματα έγκειται στο ότι οι συναρτήσεις συμμετοχής στην έξοδο των συστημάτων Sugeno είναι μόνο γραμμική ή σταθερά.

Ένας τυπικός ασαφής κανόνας σε συστήματα Sugeno μηδενικής τάξης έχει την μορφή:

*if x is A and y is B then z = k*

όπου A και B είναι τα ασαφή σύνολα της προϋπόθεσης ενώ k είναι μια αριθμητική τιμή. Αφού η συνέπεια του κανόνα είναι μια σταθερά τότε αυτό σημαίνει ότι το βήμα 3 εκφυλίζεται σε ένα απλό πολλαπλασιασμό ενώ το βήμα 4 καταλήγει να είναι η συγκέντρωση όλων των σταθερών



Σχήμα4.5 Ένα σύστημα Sugeno

Ένα σύστημα Sugeno πρώτης τάξης θα έχει κανόνες με τη γενική μορφή

*if x is A and y is B then z = p\*x + q\*y + r*

όπου A και B είναι τα ασαφή σύνολα της προϋπόθεσης ενώ τα p, q και r είναι σταθερές.

Ένας τρόπος για να δούμε τα συστήματα πρώτης τάξης είναι να θεωρήσουμε ότι κάθε κανόνας προσδιορίζει τη θέση ενός κινούμενου singleton. Το singleton αυτό μπορεί να κινείται στο χώρο της εξόδου, με γραμμικό τρόπο και η θέση του εξαρτάται από τις τιμές των εισόδων.

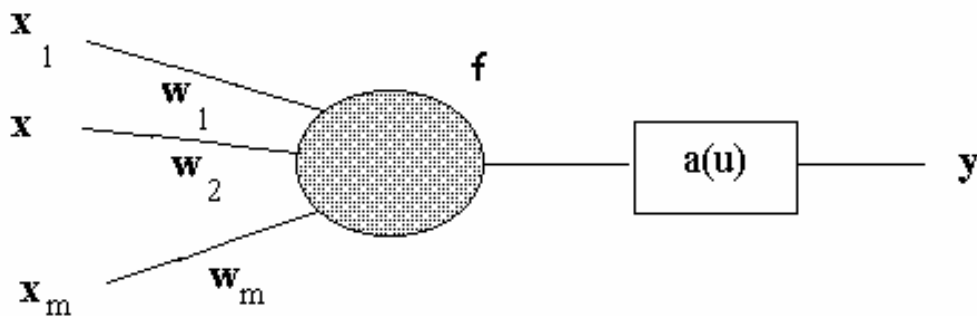
Συστήματα Sugeno ανώτερης τάξης είναι εφικτά, όμως δεν προσφέρουν σημαντικές βελτιώσεις και ταυτόχρονα εισαγάγουν σημαντική πολυπλοκότητα.

#### 4.4 ΝΕΥΡΟ ΑΣΑΦΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ

Στην ενότητα αυτή εξετάζουμε τα νευρο-ασαφή συστήματα. Η δομική μονάδα των συστημάτων αυτών είναι οι ασαφείς νευρώνες.

##### 4.4.1 ΑΣΑΦΕΙΣ ΝΕΥΡΩΝΕΣ

Οι ασαφείς νευρώνες έχουν τη μορφή που φαίνεται στο παρακάτω σχήμα:



Σχήμα 4.6 Ασαφείς Νευρώνες

Όπου :

- $x_1, x_2, \dots, x_m$  οι είσοδοι του νευρώνα
- $w_1, w_2, \dots, w_m$  τα βάρη των συνάψεων
- $f$  η συνάρτηση συμμετοχής του νευρώνα
- $a$  η συνάρτηση ενεργοποίηση του νευρώνα
- $y$  η έξοδος του νευρώνα

Οι ασαφείς νευρώνες διακρίνονται σε νευρώνες συμμετοχής και σε λειτουργικούς νευρώνες. Παρακάτω γίνεται αναφορά στα χαρακτηριστικά κάθε κατηγορίας ασαφών νευρώνων.

#### 4.4.2 ΝΕΥΡΩΝΕΣ ΣΥΜΜΕΤΟΧΗΣ

Οι συνηθέστερες μορφές συναρτήσεων συμμετοχής είναι η τριγωνική, η γκαουσιανή, η τραπεζοειδής, η κανονική κοκ. Οι παραπάνω συναρτήσεις συμμετοχής μπορούν να υλοποιηθούν με τη χρήση ενός νευρώνα. Η συνάρτηση συμμετοχής μπορεί να υλοποιηθεί θεωρώντας ότι ο νευρώνας δέχεται ως είσοδο το  $x$  και δίνει έξοδο  $A(x)$  απαιτώντας η συνάρτηση συμμετοχής του να έχει τη μορφή  $A$ . Αν δηλαδή υποθέσουμε ότι η συνάρτηση συμμετοχής είναι η κανονική, τότε για να υλοποιηθεί πρέπει η συνάρτηση ενεργοποίησης να είναι:

$$a(u) = \exp\left(-\frac{(u-m)^2}{\sigma^2}\right)$$

Όπου  $m$  κέντρο της συνάρτησης συμμετοχής και  $\sigma$  το εύρος της.

#### 4.4.3 ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΚΟΙ ΝΕΥΡΩΝΕΣ

Με τον ίδιο τρόπο μπορούν να υλοποιηθούν οι βασικές πράξεις των ασαφών συνόλων. Οι πράξεις αυτές στηρίζονται σε λειτουργίες όπως η  $\tau$ - νόρμα ή  $\sigma$ -νόρμα, το ασαφές συμπλήρωμα κλπ. Οι παραπάνω λειτουργίες μπορούν να αντικαταστήσουν τη συνάρτηση ενεργοποίησης του νευρώνα αν θεωρήσουμε ότι οι εισοδοί δεν αθροίζονται πολλαπλασιασμένοι με βάρη όπως στους κλασσικούς νευρώνες. Για να μπορούμε όμως να εφαρμόσουμε τους αλγόριθμους μάθησης (π.χ. τον backpropagation αλγόριθμος αντίστροφης διάδοσης) θα πρέπει οι λειτουργίες να είναι παραγωγίσιμες.

Για την υλοποίηση των ασαφών λειτουργιών μπορούμε να επεκτείνουμε την έννοια της συνάρτησης μεταφοράς του νευρώνα. Στην περίπτωση αυτή ο νευρώνας δεν υλοποιεί το αναλυτικό γινόμενο της εισόδου με το διάνυσμα των βαρών αλλά την πράξη της συγκεκριμένης ασαφούς λειτουργίας θεωρώντας ότι όλα τα βάρη είναι 1, ως συνάρτηση συμμετοχής λαμβάνεται η :

$$a(u) = \begin{cases} 1, u > 1 \\ u, 0 \leq u \leq 1 \\ 0, u < 0 \end{cases}$$

#### 4.4.4 ΣΥΝΘΕΤΙΚΟΙ ΝΕΥΡΩΝΕΣ



Παραπάνω αναφερθήκαμε στο στη σύνθεση των ασαφών σχέσεων. Η πράξη της σύνθεσης αποτελεί μια γενίκευση της πράξης του αναλυτικού γινομένου των διανυσμάτων και υλοποιείται από τη συνάρτηση μεταφοράς  $f$  των νευρώνων. Η μορφή του νευρώνα είναι η ίδια και ορίζεται από τις εξισώσεις:

$$f = \underset{i \in N_m}{union} t(x_t, w_t)$$

$$y = a(u)$$

όπου  $union$  είναι μια σ-νόρμα και  $t$  είναι μια τ-νόρμα. Ως συνάρτηση ενεργοποίησης θεωρείται η συνάρτηση αναρρίχησης. Παρατηρούμε ότι η ο συνθετικός νευρώνας είναι μια γενίκευση του κλασσικού νευρώνα, αφού η πράξη της φραγμένης άθροισης, η οποία εξασφαλίζεται από τη συνάρτηση ενεργοποίησης είναι μια ειδική περίπτωση της φραγμένης ένωσης, ενώ το γινόμενο είναι μια ειδική περίπτωση της ασαφούς τομής.

#### 4.5 ΠΡΟΣΑΡΜΟΣΤΙΚΑ ΔΙΚΤΥΑ (Adaptive Networks)

Ένα προσαρμοστικό δίκτυο είναι αυτό που στη δομή του περιέχει έναν αριθμό κόμβων συνδεδεμένων μέσω κατευθυντικών συνδέσεων. Κάθε κόμβος αναπαριστά μια μονάδα επεξεργασίας και οι σύνδεσμοι μεταξύ κόμβων προσδιορίζουν την αιτιολογική σχέση (causal relationship) μεταξύ των συνδεδεμένων κόμβων. Προσαρμοστικός είναι ο κόμβος όλος ή μέρος του, που σημαίνει ότι οι Έξοδοι αυτών των κόμβων εξαρτώνται από προσαρμοζόμενες – τροποποιήσιμες παραμέτρους που ανήκουν σε αυτούς τους κόμβους. Οι κανόνες εκπαίδευσης προσδιορίζουν πως αυτές οι παράμετροι θα πρέπει να αλλάζουν ώστε να ελαχιστοποιείται το προκαθορισμένο μέτρο σφάλματος (error measure) το οποίο είναι μια μαθηματική έκφραση που μετράει την ασυμφωνία μεταξύ της πραγματικής εξόδου του δικτύου και της επιθυμητής εξόδου.

Τα προσαρμοστικά δίκτυα χρησιμοποιούνται στην ταυτοποίηση συστήματος. Εμείς θα πρέπει να βρούμε μια κατάλληλη αρχιτεκτονική για το δίκτυο και να θέσουμε ένα σύνολο παραμέτρων που μπορούν να μοντελοποιήσουν καλύτερα ένα σύστημα-στόχο, το οποίο περιγράφεται από ένα σύνολο ζευγών δεδομένων εισόδου-εξόδου.

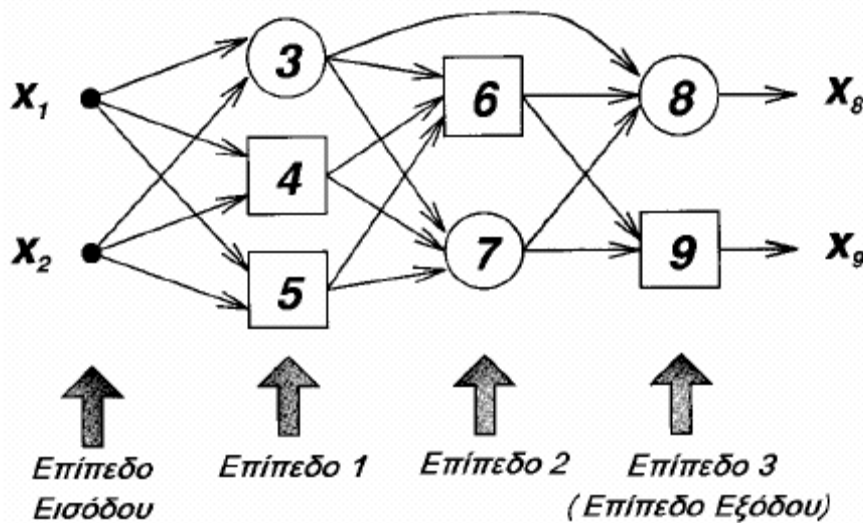
Ο βασικός κανόνας ενός προσαρμοστικού δικτύου είναι η απότομη φθίνουσα μέθοδος, στην οποία το βαθμωτό διάνυσμα προκύπτει από επιτυχείς επικλήσεις του κανόνα της αλυσίδας. Αυτή η μέθοδος χρησιμοποιείται και για την εύρεση του βαθμωτού  $\sigma'$  ένα νευρωνικό δίκτυο πολλών επιπέδων. Αυτή η μέθοδος ονομάζεται κανόνας οπισθοδρόμησης διάδοσης (back propagation learning rule).

#### 4.5.1 ΠΑΡΑΓΩΓΟΙ ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΠΟΙΗΣΙΜΩΝ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΩΝ ΣΥΜΜΕΤΟΧΗΣ

Για να κάνουμε ένα ασαφές σύστημα, προσαρμοστικό, θα πρέπει να ξέρουμε τις παραγώγους μιας Συνάρτησης Συμμετοχής ως προς το όρισμα εισόδου και τις παραμέτρους. Αυτές οι πληροφορίες από τις παραγώγους παίζουν σημαντικό ρόλο στην μάθηση ή την προσαρμογή ενός ασαφούς συστήματος.

#### 4.5.2 ΑΡΧΙΤΕΚΤΟΝΙΚΗ ΠΡΟΣΑΡΜΟΣΤΙΚΩΝ ΔΙΚΤΥΩΝ

Όπως λει και η ονομασία , ένα προσαρμοστικό δίκτυο είναι μια δομή δικτύου που η συνολική συμπεριφορά εισόδου-εξόδου διαμορφώνεται από ένα σύνολο τροποποιήσιμων παραμέτρων. Συγκεκριμένα η σύνθεση ενός προσαρμοστικού δικτύου πραγματοποιείται από ένα σύνολο κόμβων συνδεδεμένων με κατευθυνθείς συνδέσμους, όπου κάθε κόμβος εκτελεί μια συγκεκριμένη λειτουργία κόμβου στα εισερχόμενα σήματα, για να παράξει μια μονήρη έξοδο κόμβου και κάθε σύνδεσμος καθορίζει την κατεύθυνση ροής σήματος από τον ένα κόμβο στον άλλο. Συνήθως μια συνάρτηση κόμβου είναι μια παραμετρική συνάρτηση με τροποποιήσιμες παραμέτρους. Αλλάζοντας τις τελευταίες, μπορούμε να αλλάξουμε την λειτουργία κόμβου όπως στην συνολική συμπεριφορά του προσαρμοστικού δικτύου.

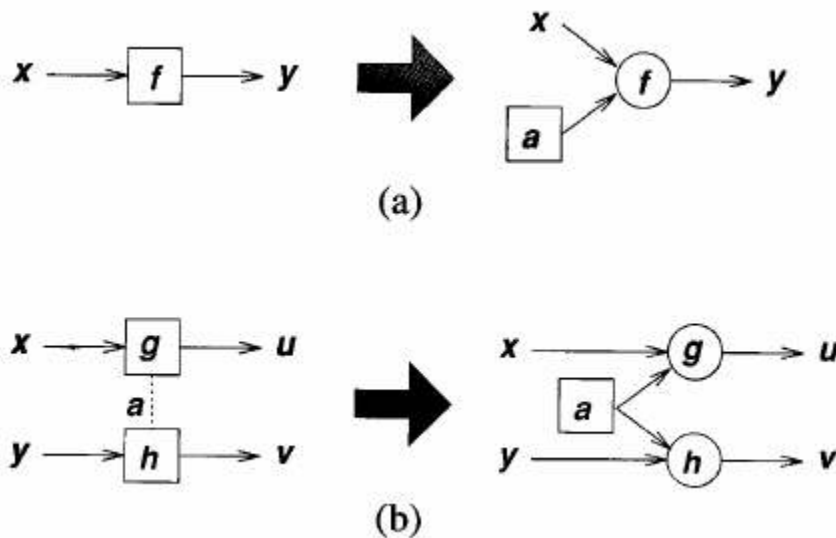


Σχήμα 4.7: Ένα εμπροσθόδρομο προσαρμοστικό δίκτυο σε αναπαράσταση με επίπεδα.

Οι σύνδεσμοι σε ένα προσαρμοστικό δίκτυο χρησιμοποιούνται απλώς για να προσδιορίσουν την κατεύθυνση διάδοσης των εξόδων κόμβου. Γενικά δεν

υπάρχουν βάρη ή παράμετροι σχετιζόμενοι με συνδέσμους. Το σχήμα 4.7 είναι ένα αντιπροσωπευτικό προσαρμοστικό δίκτυο με δύο εισόδους και με δύο εξόδους.

Οι παράμετροι ενός προσαρμοστικού δικτύου είναι κατανεμημένοι μέσα στους κόμβους, ώστε κάθε κόμβος να έχει ένα τοπικό σύνολο παραμέτρων. Η ένωση αυτών των τοπικών παραμέτρων είναι το ολικό σύνολο παραμέτρων του δικτύου. Αν το σύνολο παραμέτρων ενός κόμβου δεν είναι κενό, τότε η λειτουργία του κόμβου εξαρτάται από τις τιμές των παραμέτρων. Στα σχήματα, αναπαριστούμε τον **προσαρμοστικό κόμβο** αυτού του είδους με ένα τετράγωνο. Από την άλλη αν ο κόμβος έχει κενό σύνολο παραμέτρων, τότε η λειτουργία του είναι καθορισμένη. Ακόμα αναπαριστούμε τον τύπο **προκαθορισμένου κόμβου** με ένα κύκλο. Κάθε προσαρμοστικός κόμβος μπορεί να διασπαστεί σε ένα προκαθορισμένο κόμβο συν ένα ή περισσότερους κόμβους παραμέτρων.



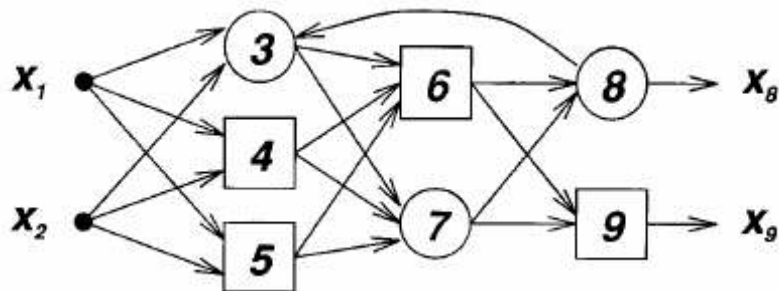
Σχήμα 4.8: Ανάλυση προσαρμοστικών κόμβων: (α) ένας μονός κόμβος (β) ένα πρόβλημα έχει κοινές παραμέτρους

#### 4.6 .ΚΑΤΑΜΕΡΙΣΜΟΣ ΠΑΡΑΜΕΤΡΩΝ ΣΕ ΠΡΟΣΑΡΜΟΣΤΙΚΑ ΔΙΚΤΥΑ

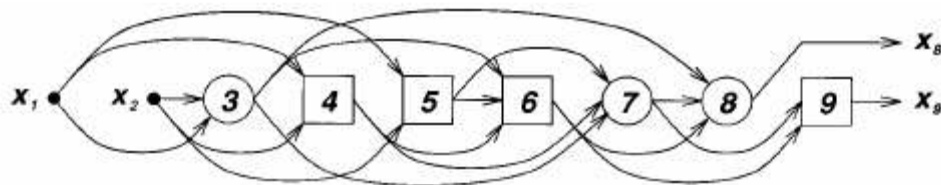
Το σχήμα 4.8 δείχνει ένα προσαρμοστικό δίκτυο με έναν μόνο κόμβο, το οποίο μπορεί να αναπαρασταθεί σαν  $y=f(x, a)$  όπου  $x, y$  είναι η είσοδος και έξοδος αντιστοίχως και  $a$  είναι η παράμετρος του κόμβου. Μια ισοδύναμη απεικόνιση είναι να μετακινήσουμε την παράμετρο έξω από τον κόμβο και να την τοποθετήσουμε σε έναν **κόμβο παράμετρο** όπως φαίνεται στο σχήμα 4.8 α. Αυτός ο κόμβος παράμετρος είναι μια ειδική περίπτωση ενός προσαρμοστικού κόμβου στο οποίο δεν υπάρχουν εισοδοι και η έξοδος είναι η ίδια η παράμετρος. Ο κόμβος παράμετρος είναι χρήσιμος στην επίλυση συγκεκριμένων

αντιπροσωπευτικών προβλημάτων, όπως στο παράδειγμα καταμερισμού παραμέτρων στο σχήμα 4.8 α όπου δυο προσαρμοστικοί κόμβοι  $u=g(x, a)$  και  $u=h(y, a)$  μοιράζονται την ίδια παράμετρο  $a$ , όπως δηλώνεται και από την διάστικτη γραμμή που ενώνει αυτούς τους δύο κόμβους. Βγάζοντας έξω την παράμετρο και βάζοντας την μέσα σε έναν κόμβο παράμετρο, μπορούμε να ενσωματώσουμε τις απαιτήσεις του καταμερισμού παραμέτρων μέσα στην αρχιτεκτονική σχεδίαση του δικτύου. Αυτό απλοποιεί την αναπαράσταση του δικτύου όπως και την εφαρμογή του σε λογισμικό.

Τα προσαρμοστικά δίκτυα είναι γενικώς κατηγοριοποιημένα σε δύο κατηγορίες με βάση τον τύπο των διασυνδέσεων που έχουν: εμπροσθόδρομα δίκτυα (feedward) και επαναληπτικά. Το προσαρμοστικό δίκτυο που φαίνεται στο σχήμα 4.10 είναι εμπροσθόδρομο, μιας και η έξοδος κάθε κόμβου διαδίδεται από την πλευρά της εισόδου (αριστερά) προς την πλευρά της εξόδου (δεξιά) πάντα. Αν υπάρχει σύνδεσμος ανάδρασης που σχηματίζει ένα κυκλικό μονοπάτι στο δίκτυο, τότε το δίκτυο είναι επαναληπτικό. Το σχήμα 4.9 είναι ένα παράδειγμα. Στα γραφήματα, ένα εμπροσθόδρομο δίκτυο αναπαριστάται από ένα κυκλικό κατευθυνόμενο γράφημα που δεν περιέχει κατευθυνόμενους κύκλους, ενώ ένα επαναληπτικό δίκτυο περιέχει πάντα τουλάχιστον ένα κατευθυνόμενο κύκλο.



Σχήμα 4.9: Ένα επαναλαμβανόμενο προσαρμοστικό δίκτυο.



Σχήμα 4.10: Ένα εμπροσθόδρομο προσαρμοστικό δίκτυο σε αναπαράσταση τυπολογικής διάταξης.

Στην **αναπαράσταση με επίπεδα** του εμπροσθόδρομου προσαρμοστικού δικτύου στο σχήμα 4.8, δεν υπάρχουν σύνδεσμοι μεταξύ κόμβων στο ίδιο

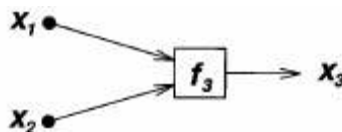
επίπεδο, και οι έξοδοι των κόμβων σε ένα συγκεκριμένο επίπεδο είναι πάντα συνδεδεμένοι με κόμβους σε διαδοχικά επίπεδα. Αυτή η αναπαράσταση είναι συνήθως προτιμητέα εξ αιτίας της εύκολης διαμόρφωσής της επειδή οι κόμβοι στο ίδιο επίπεδο έχουν την ίδια λειτουργία ή γεννούν το ίδιο επίπεδο αφαίρεσης όσων αφορά τα διανύσματα εισόδου.

Μια άλλη αναπαράσταση εμπροσθόδρομου δικτύου είναι η αναπαράσταση τοπολογικής ταξινόμησης η οποία ετικετοποιεί τους κόμβους σε μια διατεταγμένη ακολουθία 1,2,3, ..., τέτοια που να μην υπάρχουν σύνδεσμοι από τον κόμβο  $i$  στον κόμβο  $j$ , οποτεδήποτε  $i \geq j$ . Το σχήμα 4.10 είναι η αναπαράσταση τοπολογικής ταξινόμησης (topological ordering representation) του δικτύου στο σχήμα 4.8. Αυτή η αναπαράσταση είναι λιγότερο διαμορφώσιμη από ότι η αναπαράσταση με επίπεδα, όμως διευκολύνει τον σχηματισμό κανόνων εκπαίδευσης. Η αναπαράσταση τοπολογικής ταξινόμησης είναι στην πραγματικότητα μια ειδική περίπτωση της αναπαράστασης με επίπεδα, με έναν κόμβο ανά επίπεδο.

Ένα εμπροσθόδρομο προσαρμοστικό δίκτυο είναι στην πραγματικότητα μια στατική αντιστοίχιση μεταξύ των χωρών εισόδου και εξόδου. Αυτή η αντιστοιχία μπορεί να είναι μια απλή γραμμική σχέση ή μη γραμμική, εξαρτώμενη από την δομή του δικτύου (διάταξη κόμβων και συνδέσεων) και την λειτουργία κάθε κόμβου. Για να κατασκευάσουμε ένα προσαρμοστικό δίκτυο χρησιμοποιούμε ένα σύνολο δεδομένων προς εκπαίδευση και κάποιες διαδικασίες όπως οι κανόνες εκπαίδευσης ή οι προσαρμοστικοί αλγόριθμοι για την τροποποίηση των παραμέτρων για να βελτιώσουμε την απόδοση του δικτύου. Συνήθως η απόδοση ενός δικτύου μετριέται ως η διαφορά μεταξύ της επιθυμητής εξόδου και της πραγματικής κάτω από τις ίδιες συνθήκες. Αυτή η διαφορά ονομάζεται μέτρηση σφάλματος. Γενικότερα, ένας κανόνας εκπαίδευσης εξάγεται από την εφαρμογή μιας συγκεκριμένης τεχνικής βελτιστοποίησης για μια δεδομένη μέτρηση σφάλματος.

## 4.7 ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΠΡΟΣΑΡΜΟΣΤΙΚΩΝ ΔΙΚΤΥΩΝ

### 4.7.1 ΠΡΟΣΑΡΜΟΣΤΙΚΟ ΔΙΚΤΥΟ ΜΕ ΕΝΑΝ ΓΡΑΜΜΙΚΟ ΚΟΜΒΟ (LINEAR NODE)



Σχήμα 4.11: Ένα γραμμικό προσαρμοστικό δίκτυο με ένα κόμβο.

Στο παραπάνω σχήμα 4.11 απεικονίζεται ένα προσαρμοστικό δίκτυο με ένα κόμβο.

$$\text{Ορίζεται: } x_3 = f_3(x_1, x_2; a_1, a_2, a_3) = a_1 x_1 + a_2 x_2 + a_3$$

Όπου  $x_1, x_2$  είναι οι είσοδοι, και  $a_1, a_2, a_3$  είναι οι τροποποιησιμες παραμέτροι.

Η συνάρτηση προσδιορίζει ένα επίπεδο σε έναν χώρο  $x_1$ - $x_2$  και βάζοντας διάφορες τιμές για τις παραμέτρους, μπορούμε να τοποθετήσουμε αυτό το επίπεδο αυθαίρετα όπως εμείς θέλουμε. Χρησιμοποιώντας το τετραφωνικό σφάλμα ως το σφάλμα μέτρησης για το δίκτυο, μπορούμε να αναγνωρίσουμε τις βέλτιστες παραμέτρους μέσω της μεθόδου εκτίμηση των γραμμικών ελαχίστων τετραγώνων.

#### 4.7.2 ΔΙΚΤΥΟ PERCEPTON

Εάν προσθέσουμε και έναν άλλο κόμβο ώστε να επιτρέψουμε στην έξοδο του δικτύου στο σχήμα 4.11 να παίρνει μόνο δυο τιμές 0 και 1, τότε παίρνουμε το μη γραμμικό δίκτυο σχήμα 4.12.

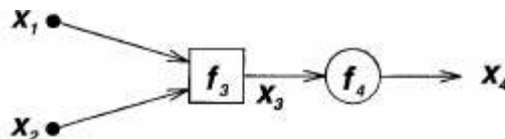
Οι κόμβοι εκφράζονται:

$$x_3 = f_3(x_1, x_2; a_1, a_2, a_3) = a_1 x_1 + a_2 x_2 + a_3$$

$$\text{και } x_4 = f_4(x_3) = \begin{cases} 1 & \text{if } x_3 \geq 0 \\ 0 & \text{if } x_3 < 0 \end{cases}$$

Όπου  $f_3$  είναι μια γραμμική συνάρτηση και  $f_4$  είναι μια βηματική συνάρτηση που αντιστοιχεί το  $x_3$  είτε στο 0 είτε στο 1.

Την ολική συνάρτηση του δικτύου μπορούμε να την δούμε σαν ένα γραμμικό ταξινομητή. Ο πρώτος κόμβος σχηματίζει ένα όριο απόφασης σαν μια ευθεία γραμμή στον χώρο των  $x_1$ - $x_2$ . Και ο δεύτερος κόμβος δείχνει σε ποιο ημιεπίπεδο ανήκει το διάνυσμα εισόδου ( $x_1, x_2$ ). Μπορεί να σχηματιστεί ένα ισοδύναμο ημιεπίπεδο με ένα μόνο κόμβο όπου η συνάρτηση των  $f_3$  και  $f_4$ . Ο κόμβος που προκύπτει είναι ένα δομικό υλικό.



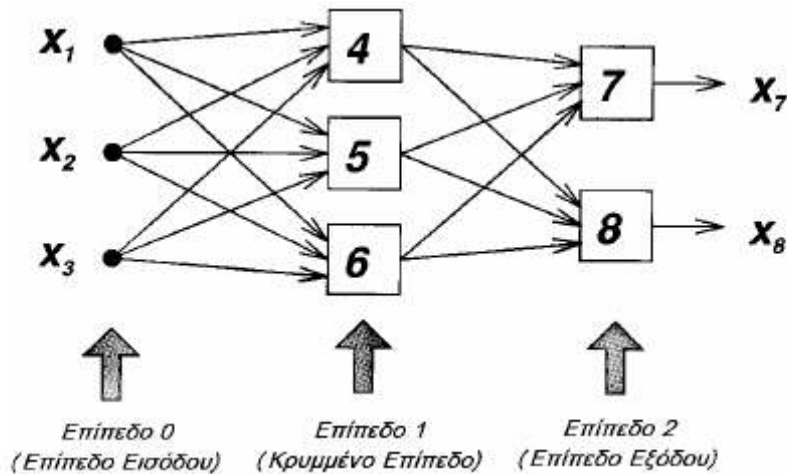
Σχήμα 4.12: Ένα μη γραμμικό προσαρμοστικό δίκτυο με έναν κόμβο.

Μιας και η βηματική συνάρτηση είναι ασυνεχής σε ένα σημείο και επίπεδη σε όλα τα άλλα σημεία. Μια εναλλακτική λύση είναι να χρησιμοποιήσουμε της σιγμοειδή συνάρτηση σαν μια συθλιπτική συνάρτηση που παίρνει τιμές από 0 έως 1.

$$x_4 = f_4(x_3) = \frac{1}{1 + e^{-x_3}}$$

#### 4.7.3 ΕΝΑ ΠΟΛΥΕΠΙΠΕΔΟ PERCEPTON

Στο σχήμα 4.13 βλέπουμε την αρχιτεκτονική για ένα πολυεπίπεδο perception με τρεις εισόδους, δυο εξόδους και τρεις κρυμμένους κόμβους που δεν συνδέονται απευθείας ούτε σε είσοδο ούτε σε έξοδο.



4.13: Ένα νευρωνικό δίκτυο 3-3-2

Κάθε κόμβος σε ένα δίκτυο αυτού του τύπου έχει την ίδια συνάρτηση κόμβου, που είναι σύνθεση μιας γραμμικής  $f_3$  και μιας σιγμοειδούς  $f_4$ . Δηλ. η συνάρτηση κόμβου στον κόμβο 7 στο παραπάνω σχήμα είναι:

$$x_7 = \frac{1}{1 + \exp[-(w_{4,7}x_4 + w_{5,7}x_5 + w_{6,7}x_6 + t_7)]}$$

όπου  $x_4$ ,  $x_5$  και  $x_6$  είναι οι εξοδοι από τους κόμβους 4,5 και 6 αντίστοιχα και το σύνολο των παραμέτρων του κόμβου 7 δηλώνεται με το  $\{w_{4,7}, w_{5,7}, w_{6,7}, t_7\}$ .

Συνήθως το  $w_{i,j}$  είναι το βάρος που σχετίζεται με τον σύνδεσμο που ενώνει τον  $i$ -οστό κόμβο και τον  $j$ -οστό κόμβο, και το  $t_j$  σαν το κατώφλι (threshold) που συνδέεται με τον κόμβο  $j$ .

Γενικά, ένας σύνδεσμος δείχνει μόνο την κατεύθυνση της ροής σήματος μεταξύ των συνδεδεμένων κόμβων.



## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5. ΠΡΟΣΑΡΜΟΣΤΙΚΟ ΝΕΥΡΟ-ΑΣΑΦΕΣ ΣΥΣΤΗΜΑ ΕΞΑΓΩΓΗΣ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΟΣ( ADAPTIVE NEURO-FUZZY INFERENCE SYSTEMS-ANFIS).

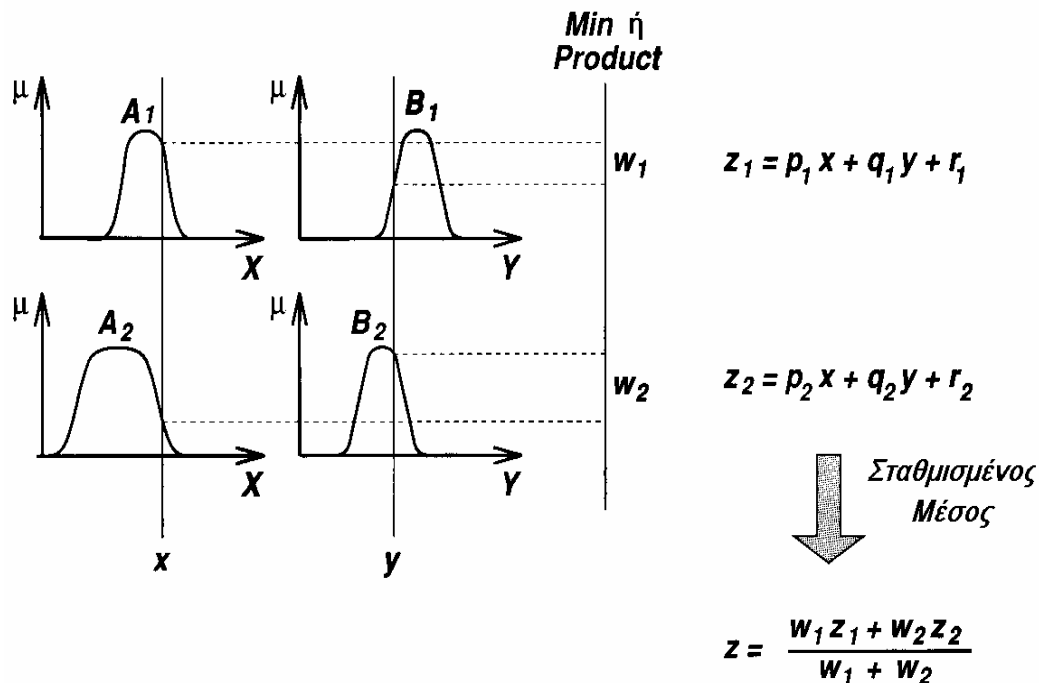
### 5.1 Η ΑΡΧΙΤΕΚΤΟΝΙΚΗ ΤΟΥ ANFIS

Ο αλγόριθμος ANFIS είναι από τους κυριότερους αλλά και ταυτόχρονα από τους πρώτους που εφαρμόστηκαν στο πεδίο της νευρο-ασαφούς προσέγγισης προβλημάτων. Παρακάτω περιγράφεται το δίκτυο, υποθέτοντας ότι το πρόβλημα το οποίο θα αναλυθεί έχει δύο εισόδους  $x$  και  $y$  και μία έξοδο  $z$ . Υποθέτοντας ότι για ένα πρώτης τάξης μοντέλο Sugeno, μία τυπική βάση κανόνων (rule base) θα μπορούσε να είναι και η εξής:

Κανόνας 1: Εάν  $x$  είναι  $A_1$  και  $y$  είναι  $B_1$  τότε  $f_1 = p_1 \times x + q_1 \times y + r_1$

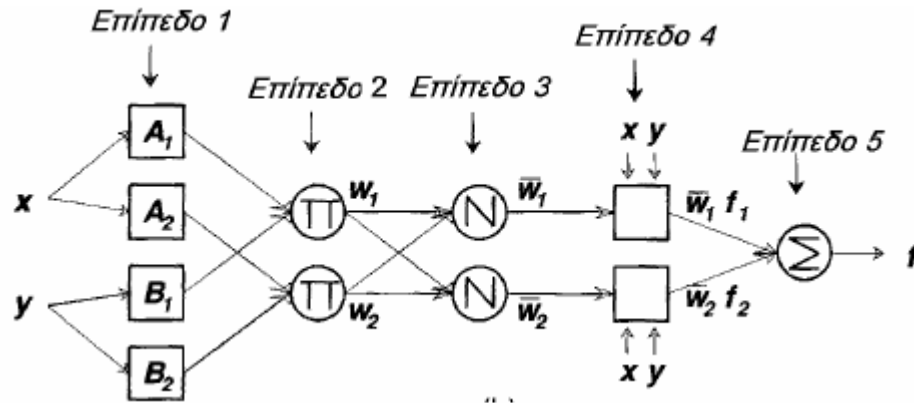
Κανόνας 2: Εάν  $x$  είναι  $A_2$  και  $y$  είναι  $B_2$  τότε  $f_2 = p_2 \times x + q_2 \times y + r_2$

Το παρακάτω Σχήμα 5.1 δείχνει με απλό τρόπο τη διαδικασία συμπερασμού (inference procedure) του μοντέλου Sugeno, στην περίπτωση όπου για t-operator έχει επιλεγεί η τομή των δύο ασαφών συνόλων ( $A, B$ ), οπότε  $\mu_{A \cap B}(x) = \min[\mu_A(x), \mu_B(x)]$ .



Σχήμα 5.1: Ασαφής Συλλογιστική (fuzzy reasoning)

Όπως γίνεται φανερό, η έξοδος  $z$  του πρωτοβάθμιου μοντέλου Sugeno είναι ένας σταθμικός μέσος όρος. Η αντίστοιχη αναπαράσταση του δικτύου ANFIS παρουσιάζεται στο παρακάτω Σχήμα 5.2.



Σχήμα:5.2 Η αρχιτεκτονική του ANFIS

Το παραπάνω σχήμα απεικονίζει τον συλλογιστικό μηχανισμό (reasoning) για αυτό το μοντέλο Sugeno και η αντίστοιχη ισοδύναμη αρχιτεκτονική του ANFIS όπου οι κόμβοι του ίδιου επιπέδου έχουν παρόμοιες συναρτήσεις. Παρακάτω παρουσιάζεται πιο αναλυτικά η διεργασία που εκτελείται σε κάθε επίπεδο.

**Επίπεδο 1:** Κάθε κόμβος  $i$  σε αυτό το επίπεδο είναι ένας προσαρμόσιμος (adaptive) κόμβος με μια συνάρτηση κόμβου

$$O_{1,i} = \mu_{A_i}(x) \text{ για } i = 1,2 \text{ ή}$$

$$O_{1,i} = \mu_{B_{i-2}}(y) \text{ για } i = 3,4 \text{ ή}$$

$$O_{1,i} = \mu_{C_j}(y) \text{ για } i = j+4 \text{ και } j=1,2,$$

όπου  $x$  (ή  $y$  ή  $z$ ) - η είσοδος στον κόμβο  $i$ ,  $A_i$  (ή  $B_{i-2}$  ή  $C_j$ )- η γλωσσική μεταβλητή (small, large, κλπ.) που σχετίζεται με αυτή τη συνάρτηση του κόμβου. Με άλλα λόγια, το  $O_{1,i}$  είναι ο βαθμός συμμετοχής του  $A$  ( $= A_1, A_2, B_1, B_2, C_1$  ή  $C_2$ ) και καθορίζει το βαθμό στον οποίο η είσοδος  $x$  (ή  $y$  ή  $z$ ) ικανοποιεί τον ποσοτικοποιητή  $A$ . Εδώ η συνάρτηση συμμετοχής για το  $A$  μπορεί να είναι οποιαδήποτε κατάλληλη παραμετρική συνάρτηση συμμετοχής όπως η καμπανοειδής για παράδειγμα :

$$\mu_{A_i}(x) = e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{x-c_i}{a_i} \right)^2}$$

όπου  $a_i, c_i$  είναι το σύνολο των παραμέτρων.

Καθώς οι τιμές αυτών των παραμέτρων αλλάζουν, οι συναρτήσεις ποικίλλουν ανάλογα, παρουσιάζοντας έτσι διάφορες μορφές της συνάρτησης συμμετοχής για το ασαφές σύνολο  $A$ . Οι παράμετροι σε αυτό το επίπεδο αναφέρονται ως **αρχικοί παράμετροι (premise parameters)**.

**Επίπεδο 2:** Κάθε κόμβος σε αυτό το επίπεδο είναι ένας σταθερός (fixed) κόμβος  $\Pi$ , του οποίου η έξοδος είναι το γινόμενο όλων των εισερχόμενων σημάτων:

$$O_{2,i} = w_i = \mu_{A_1}(x) * \mu_{B_1}(y) * \mu_{C_1}(z), \text{ για } i = 1,2$$

$$O_{2,i} = w_i = \mu_{A_1}(x) * \mu_{B_{i-2}}(y) * \mu_{C_2}(z), \text{ για } i = 3,4$$

$$O_{2,i} = w_i = \mu_{A_2}(x) * \mu_{B_1}(y) * \mu_{C_j}(z), \text{ για } i = j+4, j=1,2$$

$$O_{2,i} = w_i = \mu_{A_2}(x) * \mu_{B_2}(y) * \mu_{C_{j-2}}(z), \text{ για } i = j+4, j=3,4$$

**Επίπεδο 3:** Κάθε κόμβος σε αυτό το επίπεδο είναι ένας σταθερός κόμβος  $N$ . Ο  $i$ -*ιστός* κόμβος υπολογίζει το λόγο της βαθμού ενεργοποίησης (firing strength) του  $i$ -*οστού* κανόνα στο άθροισμα των βαθμών ενεργοποίησης όλων των κανόνων:

$$O_{3,i} = \bar{w}_i = \frac{w_i}{w_1 + w_2 + w_3 + w_4 + w_5 + w_6 + w_7 + w_8}, \quad i=1,2,3,4,5,6,7,8.$$

Για ευκολία, οι έξοδοι αυτού του επιπέδου ονομάζονται κανονικοποιημένοι βαθμοί ενεργοποίησης (normalized firing strengths).

**Επίπεδο 4:** Κάθε κόμβος  $i$  σε αυτό το επίπεδο είναι ένας προσαρμόσιμος κόμβος με μία συνάρτηση κόμβου.

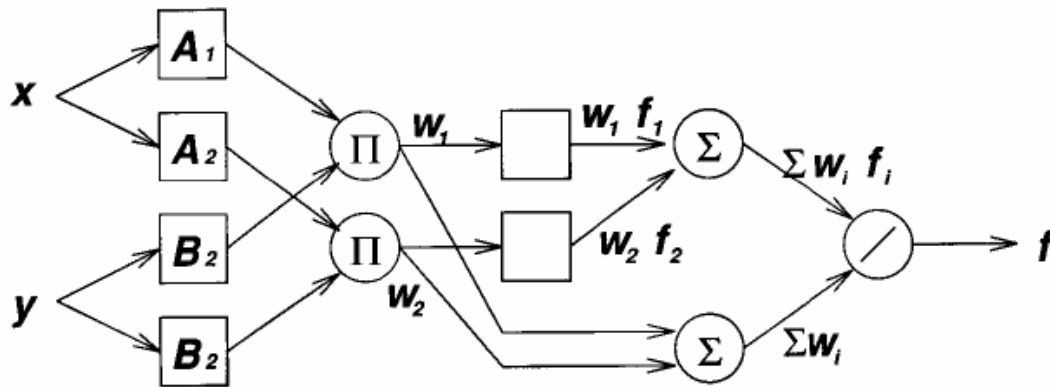
$$O_{4,i} = \bar{w}_i * f_i = \bar{w}_i * (p_i * x + q_i * y + s_i * z + r_i)$$

όπου:  $\bar{w}_i$  - η έξοδος του επιπέδου 3,  $\{p_i, q_i, s_i, r_i\}$  - το σύνολο των παραμέτρων. Οι παράμετροι σε αυτό το επίπεδο αναφέρονται ως *επακόλουθοι* (consequent parameters).

**Επίπεδο 5:** Ο μοναδικός κόμβος σε αυτό το επίπεδο είναι ένας σταθερός κόμβος  $\Sigma$  που υπολογίζει τη συνολική έξοδο σαν το ολικό άθροισμα όλων των εισερχόμενων σημάτων:

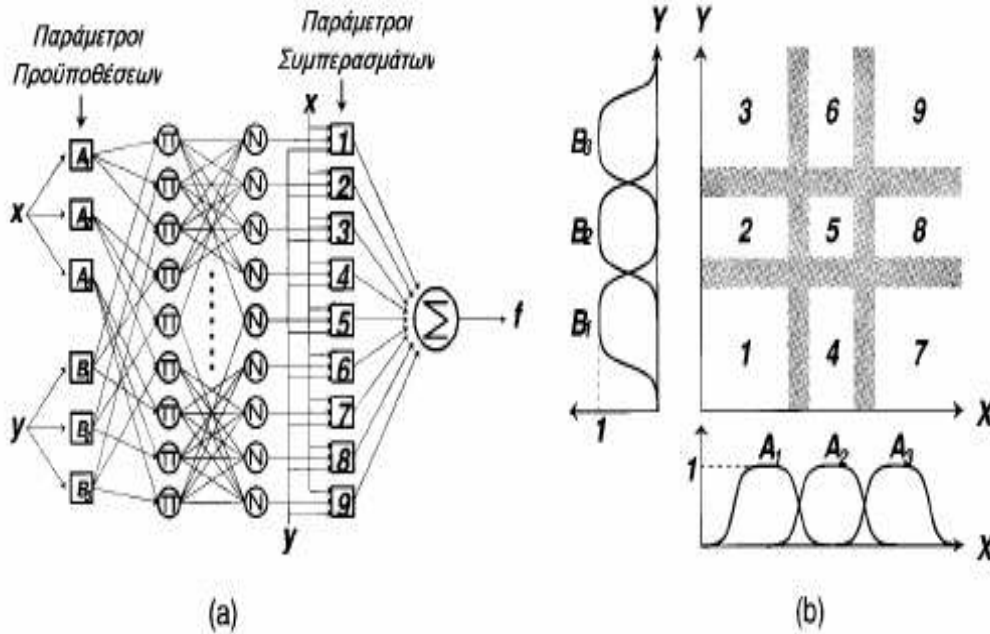
$$overall \ output = O_{5,i} = \sum_i \bar{w}_i * f_i = \frac{\sum_i w_i * f_i}{\sum_i w_i}$$

Αυτό το προσαρμοστικό δίκτυο είναι λειτουργικά ισοδύναμο με το ασαφές μοντέλο Sugeno. Μπορούμε να συνδυάσουμε τα επίπεδα 3 και 4 για να αποκτήσουμε ένα ισοδύναμο δίκτυο με τέσσερα μόνο επίπεδα. Με το ίδιο δείγμα μπορούμε να πραγματοποιήσουμε την κανονικοποίηση των βαρών στο τελευταίο επίπεδο. Το σχήμα 5.3 απεικονίζει ένα ANFIS αυτού του τύπου. Στην ακραία περίπτωση μπορούμε να συρρικνώσουμε ακόμα και όλο το δίκτυο, σε έναν μόνο προσαρμοστικό κόμβο με το ίδιο σύνολο παραμέτρων. Η ανάθεση συναρτήσεων κόμβων και η σύνθεση του δικτύου είναι αυθαίρετες, εφόσον κάθε κόμβος και κάθε επίπεδο πραγματοποιούν λειτουργίες που είναι σημαντικές και έχουν δυνατότητα να αποτελούνται από επιμέρους τμήματα.



Σχήμα 5.3 Η αρχιτεκτονική του ANFIS για το ασαφές σύνολο Sugeno, όπου η κανονικοποίηση βαρών πραγματοποιείται στο τελευταίο επίπεδο.

Εκτός από το μηχανισμό συμπερασμού του Sugeno, μπορούμε να κατασκευάσουμε ANFIS και με το μοντέλο Mamdani. Το Sugeno χρησιμοποιείται περισσότερο συχνά, μιας και διακρίνεται για την διαφάνεια και την αποτελεσματικότητά του. Στο σχήμα 5.4 (α) βλέπουμε μια αρχιτεκτονική ANFIS που είναι ισοδύναμη με ένα ασαφές μοντέλο Sugeno πρώτου βαθμού δυο εισόδων και εννέα κανόνων, σε κάθε είσοδο θεωρούμε ότι αντιστοιχούν τρεις συναρτήσεις συμμετοχής. Το σχήμα 5.4 (β) απεικονίζει πως δύο διαστάσεων χώρος εισόδου είναι χωρισμένος σε εννέα υπέρθετες (overlapping) ασαφείς περιοχές όπου κάθε μια ελέγχεται από ένα ασαφή κανόνα if-then. Αυτό σημαίνει ότι το μέρος των προϋποθέσεων ενός κανόνα προσδιορίζει μια ασαφή περιοχή, ενώ το μέρος των συμπερασμάτων προσδιορίζει την έξοδο μέσα στην περιοχή.



Σχήμα 5.4 (α) Η αρχιτεκτονική του ANFIS για το ασαφές μοντέλο Sugeno με δύο εισόδους και εννέα κανόνες (β) ο χώρος εισόδου, χωρισμένος σε εννέα ασαφείς περιοχές.

## 5.2 ΥΒΡΙΔΙΚΟΣ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

Το ANFIS χρησιμοποιεί έναν υβριδικό αλγόριθμο εκμάθησης για να προσδιορίσει τις παραμέτρους του ασαφούς συστήματος τύπου Sugeno. Εφαρμόζει έναν συνδυασμό της μεθόδου ελαχίστων τετραγώνων (least-squares) και της μεθόδου οπισθόδρομης βαθμωτής ελαχιστοποίησης (backpropagation gradient descent) για την εκπαίδευση παραμέτρων των συναρτήσεων συμμετοχής του FIS ώστε να μιμηθεί ένα δοσμένο σύνολο δεδομένων εκπαίδευσης.

### 5.2.1 ΕΚΤΙΜΗΤΗΣ ΕΛΑΧΙΣΤΩΝ ΤΕΤΡΑΓΩΝΩΝ (Least-squares estimator)

Στο γενικό πρόβλημα ελαχίστων τετραγώνων, η έξοδος του γραμμικού μοντέλου \$y\$ δίνεται από τη γραμμικά παραμετρικοποιημένη έκφραση:

$$y = \theta_1 f_1(\mathbf{u}) + \theta_2 f_2(\mathbf{u}) + \dots + \theta_n f_n(\mathbf{u}) \quad 5.1$$

όπου \$\mathbf{u} = [u\_1, \dots, u\_p]^T\$ είναι το διάνυσμα εισόδου του μοντέλου, \$f\_1, \dots, f\_n\$ είναι γνωστές συναρτήσεις του \$\mathbf{u}\$ και \$\theta\_1, \dots, \theta\_n\$ είναι άγνωστες παράμετροι που θα

υπολογιστούν. Η εξίσωση (5.1) καλείται **συνάρτηση παλινδρόμησης**, και τα  $\theta_i$  ονομάζονται **συντελεστές παλινδρόμησης**.

Για να προσδιοριστούν οι άγνωστες παράμετροι  $\theta_i$ , συνήθως πρέπει να εκτελεστούν πειράματα για να βρεθεί ένα σύνολο δεδομένων εκπαίδευσης που αποτελείται από τα ζευγάρια δεδομένων  $\{(\mathbf{u}_i, y_i), i = 1, \dots, m\}$  τα οποία αντιπροσωπεύουν τα επιθυμητά ζευγάρια εισόδου-εξόδου του συστήματος στόχου που θα μοντελοποιηθεί. Η αντικατάσταση κάθε ζευγαριού στοιχείων στην εξίσωση (5.1) παράγει ένα σύνολο γραμμικών εξισώσεων  $m$ :

$$\begin{aligned} f_1(u_1)\theta_1 + f_2(u_1)\theta_2 + \dots + f_n(u_1)\theta_n &= y_1 \\ f_1(u_2)\theta_1 + f_2(u_2)\theta_2 + \dots + f_n(u_2)\theta_n &= y_2 \\ \dots & \\ f_1(u_m)\theta_1 + f_2(u_m)\theta_2 + \dots + f_n(u_m)\theta_n &= y_m \end{aligned} \quad 5.2$$

Σε μορφή πινάκων, οι προηγούμενες εξισώσεις μπορούν να γραφτούν σε συνοπτική μορφή:

$$\mathbf{A}\boldsymbol{\theta} = \mathbf{y} \quad 5.3$$

όπου  $\mathbf{A}$  είναι ένας  $m \times n$  πίνακας (**πίνακας σχεδιασμού**):

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} f_1(\mathbf{u}_1) & \dots & f_n(\mathbf{u}_1) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ f_1(\mathbf{u}_m) & \dots & f_n(\mathbf{u}_m) \end{bmatrix}$$

$\boldsymbol{\theta}$  είναι ένα  $n \times 1$  διάνυσμα άγνωστων παραμέτρων:

$$\boldsymbol{\theta} = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \vdots \\ \theta_n \end{bmatrix}$$

και  $\mathbf{y}$  είναι ένα  $m \times 1$  διάνυσμα εξόδου:

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_m \end{bmatrix}$$

Η  $i$ -οστή σειρά του ενωμένου πίνακα δεδομένων  $[\mathbf{A}; \mathbf{y}]$ , που δηλώνεται με  $[\mathbf{a}_i^T; y_i]$ , σχετίζεται με το  $i$ -οστό ζευγάρι δεδομένων  $(\mathbf{u}_i; y_i)$  μέσω της

$$\mathbf{a}_i^T = [f_1(\mathbf{u}_i), \dots, f_n(\mathbf{u}_i)]$$

Το μεγαλύτερο μέρος των υπολογισμών βασίζεται στους πίνακες  $\mathbf{A}$  και  $\mathbf{y}$ , μερικές φορές γίνεται αναφορά στο  $(\mathbf{a}_i^T; y_i)$  σαν το  $i$ -οστό ζευγάρι δεδομένων του συνόλου δεδομένων εκπαίδευσης.

Για να προσδιοριστεί μεμονωμένα το άγνωστο διάνυσμα  $\theta$ , είναι απαραίτητο να ισχύει  $m \geq n$ . Αν ο  $\mathbf{A}$  είναι τετραγωνικός ( $m = n$ ) και αντιστρέψιμος, τότε η εξίσωση (5.3) μπορεί να λυθεί ως προς τον άγνωστο  $\mathbf{x}$  και γίνεται:

$$\theta = \mathbf{A}^{-1} \mathbf{y} \quad 5.4$$

Ο  $m$  είναι συνήθως μεγαλύτερος από τον  $n$ , που σημαίνει ότι υπάρχουν περισσότερα ζευγάρια στοιχείων από τις παραμέτρους. Σε αυτήν την περίπτωση, μια ακριβής λύση που να ικανοποιεί όλες τις  $m$  εξισώσεις δεν είναι πάντα δυνατή, δεδομένου ότι τα στοιχεία μπορεί να μολυνθούν από θόρυβο, ή το μοντέλο μπορεί να μην είναι κατάλληλο για την περιγραφή του συστήματος στόχου. Κατά συνέπεια η εξίσωση (5.3) πρέπει να τροποποιηθεί με την ενσωμάτωση ενός διανύσματος λάθους  $\mathbf{e}$  για να αποτελέσει το τυχαίο λάθος θορύβου ή το τυχαίο λάθος διαμόρφωσης ως εξής:

$$\mathbf{A}\theta + \mathbf{e} = \mathbf{y} \quad 5.5$$

Τώρα, αντί της εύρεσης της ακριβούς λύσης στην εξίσωση (5.3), πρέπει να βρεθεί το  $\theta = \hat{\theta}$  που ελαχιστοποιεί το άθροισμα του τετραγωνικού σφάλματος και ορίζεται ως

$$E(\theta) = \sum_{i=1}^m (y_i - a_i^r \theta)^2 = \mathbf{e}^r \mathbf{e} = (\mathbf{y} - \mathbf{A}\theta)^r (\mathbf{y} - \mathbf{A}\theta) \quad 5.6$$

όπου  $\mathbf{e} = \mathbf{y} - \mathbf{A}\theta$  είναι το διάνυσμα λάθους που παράγεται από μια συγκεκριμένη επιλογή του  $\theta$ . Πρέπει να σημειωθεί ότι το  $E(\theta)$  είναι σε τετραγωνική μορφή και έχει ένα μοναδικό ελάχιστο  $\theta = \hat{\theta}$ . Το ακόλουθο θεώρημα δηλώνει έναν απαραίτητο όρο που ικανοποιείται από τον εκτιμητή ελαχίστων τετραγώνων  $\hat{\theta}$ .

#### **Θεώρημα 5.2.1.1** Εκτιμητής ελαχίστων τετραγώνων

Το τετραγωνικό σφάλμα στην εξίσωση (5.6) ελαχιστοποιείται όταν  $\theta = \hat{\theta}$ , ο οποίος καλείται εκτιμητής ελαχίστων τετραγώνων (LSE) και ο οποίος ικανοποιεί την κανονική εξίσωση

$$\mathbf{A}^r \mathbf{A} \hat{\theta} = \mathbf{A}^r \mathbf{y} \quad 5.7$$

Αν ο  $\mathbf{A}^T \mathbf{A}$  είναι αντιστρέψιμος, ο  $\hat{\theta}$  είναι μοναδικός και δίνεται από την

$$\hat{\theta} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{y} \quad 5.8$$

### 5.2.2 ΟΠΙΣΘΟΔΡΟΜΗΣΗ ΓΙΑ ΠΡΩΣΟ-ΤΡΟΦΟΔΟΤΟΥΜΕΝΑ ΔΙΚΤΥΑ

Η ενότητα αυτή παρουσιάζει ένα βασικό κανόνα εκμάθησης για προσαρμόσιμα δίκτυα, που είναι στην ουσία η πιο απλή μέθοδος βαθμωτής ελαχιστοποίησης. Το κεντρικό μέρος αυτού του κανόνα εκμάθησης αφορά στο πώς να επιλεγεί επαναληπτικά ένα διάνυσμα κλίσης στο οποίο κάθε στοιχείο ορίζεται ως την παράγωγο ενός μέτρου σφάλματος ως προς μια παράμετρο. Αυτό γίνεται με τη βοήθεια του κανόνα αλυσίδας, ενός βασικού τύπου για το διαφορισμό σύνθετων συναρτήσεων ο οποίος αναλύεται σε κάθε εγχειρίδιο μαθηματικών. Η διαδικασία εύρεσης ενός διανύσματος κλίσης σε ένα δίκτυο αναφέρεται γενικά σαν **οπισθοδρόμηση** (backpropagation) επειδή το διάνυσμα κλίσης υπολογίζεται σε κατεύθυνση αντίθετη από τη ροή της εξόδου κάθε κόμβου. Μόλις επιλεγεί η κλίση, διάφορες τεχνικές βελτιστοποίησης και παλινδρόμησης βασισμένες στις παραγώγους είναι διαθέσιμες για την ενημέρωση των παραμέτρων. Ειδικότερα, εάν χρησιμοποιούμε το διάνυσμα κλίσης σε μια απλή μέθοδο βαθμωτής ελαχιστοποίησης, το προκύπτον παράδειγμα εκμάθησης αναφέρεται συχνά ως **κανόνας οπισθόδρομης εκμάθησης**.

Έστω ότι δεδομένο πρωσοτροφοδοτούμενο προσαρμόσιμο δίκτυο στην αναπαράστασή του σε επίπεδα έχει  $L$  επίπεδα και το επίπεδο  $l$  (όπου  $l = 0, 1, \dots, L; l = 0$  αντιπροσωπεύει το επίπεδο εισαγωγής) έχει  $N(l)$  κόμβους. Τότε η έξοδος και η συνάρτηση του κόμβου  $i$  [ $i = 1, \dots, N(l)$ ] στο επίπεδο  $l$  μπορούν να αναπαρασταθούν σαν  $x_{l,i}$  και  $f_{l,i}$ , αντίστοιχα. Ας υποτεθεί ότι δεν υπάρχει καμία σύνδεση μεταξύ μη συνεχόμενων στρωμάτων. Δεδομένου ότι η έξοδος ενός κόμβου εξαρτάται από τα εισερχόμενα σήματα και το σύνολο παραμέτρων του κόμβου, προκύπτει η ακόλουθη γενική έκφραση για τη συνάρτηση των κόμβων  $f_{l,i}$ :

$$x_{l,i} = f_{l,i}(x_{l-1,1}, \dots, x_{l-1,N(l-1)}, a, \beta, \gamma, \dots) \quad 5.9$$

όπου  $\alpha, \beta, \gamma$  κλπ. είναι οι παράμετροι αυτού του κόμβου.

Υποθέτοντας ότι το δοσμένο σύνολο δεδομένων εκπαίδευσης έχει  $P$  καταχωρήσεις, μπορεί να οριστεί ένα μέτρο σφάλματος για την  $p$ -οστή ( $1 \leq p \leq P$ ) καταχώρηση των δεδομένων εκπαίδευσης σαν το άθροισμα των τετραγωνικών σφαλμάτων:

$$E_p = \sum_{k=1}^{N(l)} (d_k - x_{L,k})^2 \quad 5.10$$

όπου  $d_k$  είναι το  $k$ -οστό συστατικό του  $p$ -οστού επιθυμητού διανύσματος εξόδου και  $x_{L,k}$  είναι το  $k$ -οστό συστατικό του πραγματικού διανύσματος εξόδου που παράγεται με την παρουσίαση του  $p$ -οστού διανύσματος εισόδου στο δίκτυο. (Για

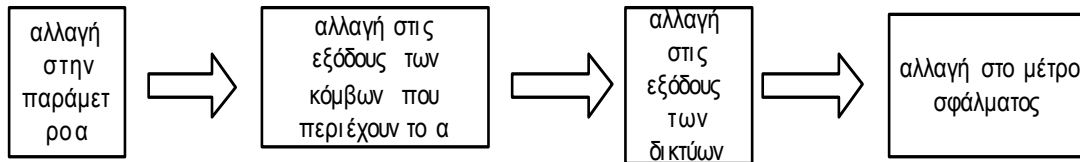


σημειογραφική απλότητα, παραλείπεται ο δείκτης  $P$  και από το  $d_k$  και από το  $x_{L,k}$ ). Προφανώς, όταν το  $E_p$  είναι ίσο με το μηδέν, το δίκτυο είναι ικανό να αναπαράγει ακριβώς το επιθυμητό διάνυσμα εξόδου στο  $p$ -οστό ζευγάρι δεδομένων εκπαίδευσης. Ο στόχος εδώ είναι να ελαχιστοποιηθεί ένα συνολικό μέτρο σφάλματος, που ορίζεται ως:

$$E = \sum_{p=1}^P E_p$$

Επιπλέον, ας υποθεθεί ότι το  $E_p$  εξαρτάται μόνο από τους κόμβους εξόδου.

Για να χρησιμοποιηθεί η βαθμωτή ελαχιστοποίηση ώστε να ελαχιστοποιηθεί το μέτρο σφάλματος, πρέπει πρώτα να βρεθεί το διάνυσμα κλίσης. Πριν υπολογιστεί το διάνυσμα κλίσης, πρέπει να παρατηρηθούν οι ακόλουθες αιτιώδεις σχέσεις:



όπου τα βέλη  $\Rightarrow$  δείχνουν τις αιτιώδεις σχέσεις. Δηλαδή, μια μικρή αλλαγή σε μια παράμετρο  $\alpha$  θα επηρεάσει την έξοδο του κόμβου που περιέχει το  $\alpha$ . Αυτό με τη σειρά του θα επηρεάσει την έξοδο του τελευταίου επιπέδου και συνεπώς το μέτρο σφάλματος.

Η βασική αρχή στον υπολογισμό του διανύσματος κλίσης είναι να περαστούν μια σειρά από πληροφορίες παραγώγων ξεκινώντας από το επίπεδο εξόδου και πηγαίνοντας ανάποδα από επίπεδο σε επίπεδο έως ότου καταλήξει η διαδικασία στο επίπεδο εισόδου.

Το σήμα σφάλματος  $\epsilon_{l,i}$  ορίζεται σαν τη παράγωγο του μέτρου σφάλματος  $E_p$  ως προς την έξοδο του κόμβου  $i$  στο επίπεδο  $l$ , λαμβάνοντας υπόψη και τις άμεσες και τις έμμεσες πορείες.

$$\epsilon_{l,i} = \frac{\partial^+ E_p}{\partial x_{l,i}} \quad 5.11$$

Η έκφραση αυτή ονομάστηκε διατεταγμένη παράγωγος από τον Werbos.

Το σήμα σφάλματος για τον  $i$ -οστό κόμβο εξόδου (στο επίπεδο  $L$ ) μπορεί να υπολογιστεί απευθείας:

$$\epsilon_{L,i} = \frac{\partial^+ E_p}{\partial x_{L,i}} = \frac{\partial E_p}{\partial x_{L,i}} \quad 5.12$$

Αυτό ισούται με  $\epsilon_{L,i} = -2(d_i - x_{L,i})$  αν το  $E_p$  ορίζεται όπως στην εξίσωση (5.10). Για τον εσωτερικό κόμβο στην  $i$ -οστή θέση του επιπέδου  $l$ , το σήμα σφάλματος μπορεί να βρεθεί από τον κανόνα αλυσίδας:

$$\epsilon_{l,i} = \underbrace{\frac{\partial^+ E_p}{\partial x_{l,i}}}_{\text{error signal at layer } l} = \sum_{m=1}^{N(l+1)} \underbrace{\frac{\partial^+ E_p}{\partial x_{l+1,m}} \frac{\partial f_{l+1,m}}{\partial x_{l,i}}}_{\text{error signal at layer } l+1} = \sum_{m=1}^{N(l+1)} \epsilon_{l+1,m} \frac{\partial f_{l+1,m}}{\partial x_{l,i}} \quad 5.13$$

όπου  $0 \leq l \leq L-1$ . Δηλαδή το σήμα σφάλματος ενός εσωτερικού κόμβου στο στρώμα  $l$  μπορεί να εκφραστεί ως γραμμικός συνδυασμός των κόμβων στο στρώμα  $l+1$ . Επομένως, για οποιαδήποτε  $l$  και  $i$  [ και  $1 \leq i \leq N(l)$  ], μπορούν να βρεθούν τα:

$$\epsilon_{l,i} = \frac{\partial^+ E_p}{\partial x_{l,i}}$$

εφαρμόζοντας πρώτα την εξίσωση (5.12) μία φορά για να υπολογιστούν τα σήματα σφάλματος στο επίπεδο εξόδου, και έπειτα εφαρμόζοντας την εξίσωση (5.13) επαναληπτικά έως ότου καταλήξει η διαδικασία στο επιθυμητό επίπεδο  $l$ . Η διαδικασία αυτή καλείται οπισθοδρόμηση δεδομένου ότι τα σήματα σφάλματος λαμβάνονται διαδοχικά από το επίπεδο εξόδου προς το επίπεδο εισόδου.

Το διάνυσμα κλίσης ορίζεται ως την παράγωγο του μέτρου σφάλματος ως προς κάθε παράμετρο, έτσι πρέπει να εφαρμοστεί ο κανόνας αλυσίδας ξανά για να βρεθεί το διάνυσμα κλίσης. Εάν  $a$  είναι μια παράμετρος του  $i$ -οστού κόμβου στο επίπεδο  $l$ , τότε ισχύει:

$$\frac{\partial^+ E_p}{\partial a} = \frac{\partial^+ E_p}{\partial x_{l,i}} \frac{\partial f_{l,i}}{\partial a} = \epsilon_{l,i} \frac{\partial f_{l,i}}{\partial a} \quad 5.14$$

Ας σημειωθεί ότι αν επιτραπεί στην παράμετρο  $a$  να μοιράζεται μεταξύ διαφορετικών κόμβων, τότε η εξίσωση (5.14) πρέπει να αλλαχθεί σε μια πιο γενική μορφή:

$$\frac{\partial^+ E_p}{\partial a} = \sum_{x^* \in S} \frac{\partial^+ E_p}{\partial x^*} \frac{\partial f^*}{\partial a} \quad 5.15$$

όπου  $S$  είναι το σύνολο των κόμβων που περιέχουν το  $a$  σαν παράμετρο ενώ  $x^*$  και  $f^*$  είναι η έξοδος και η συνάρτηση, αντίστοιχα, ενός γενικού κόμβου στο  $S$ .

Η παράγωγος του γενικού μέτρου σφάλματος  $E$  ως προς το  $a$  είναι

$$\frac{\partial^+ E_p}{\partial a} = \sum_{p=1}^P \frac{\partial^+ E_p}{\partial a} \quad 5.16$$

Συνεπώς, για την απλούστερη βαθμωτή ελαχιστοποίηση χωρίς ελαχιστοποίηση γραμμών, ο τύπος για τη γενική παράμετρο  $a$  είναι

$$\Delta a = -\eta \frac{\partial^+ E_p}{\partial a} \quad 5.17$$

όπου το  $\eta$  είναι ο ρυθμός εκμάθησης, το οποίο μπορεί να εκφραστεί περαιτέρω ως

$$\eta = \frac{\kappa}{\sqrt{\sum \alpha \left( \frac{\partial E}{\partial \alpha} \right)^2}} \quad 5.18$$

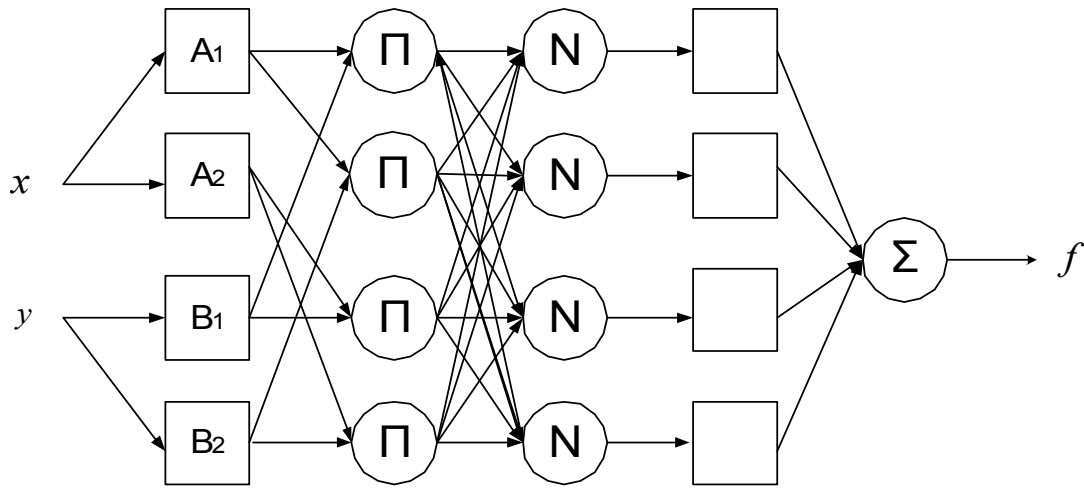
όπου το  $\kappa$  είναι το μέγεθος βήματος, το μήκος δηλαδή κάθε μετάβασης κατά μήκος της κατεύθυνσης κλίσης στο διάστημα παραμέτρου. Συνήθως το μέγεθος βήματος μπορεί να αλλαχθεί για να μεταβληθεί η ταχύτητα της σύγκλισης.

Όταν ένα πρωσοτροφοδοτούμενο δίκτυο  $n$ -κόμβων αναπαριστάται στην τοπολογική του διάταξη, μπορεί να υπολογιστεί το μέτρο σφάλματος  $E_p$  σαν την έξοδο ενός επιπλέον κόμβου με ένδειξη  $n+1$ , του οποίου η συνάρτηση κόμβου  $f_{n+1}$  μπορεί να οριστεί από τις εξόδους κάθε κόμβου με μικρότερη ένδειξη. (Επομένως, το  $E_p$  μπορεί να εξαρτάται άμεσα από οποιουδήποτε κόμβους.) Εφαρμόζοντας πάλι τον κανόνα αλυσίδας, ισχύει ο ακόλουθος συνοπτικός τύπος για τον υπολογισμό του σήματος σφάλματος  $\epsilon_i = \frac{\partial E_p}{\partial x_i}$

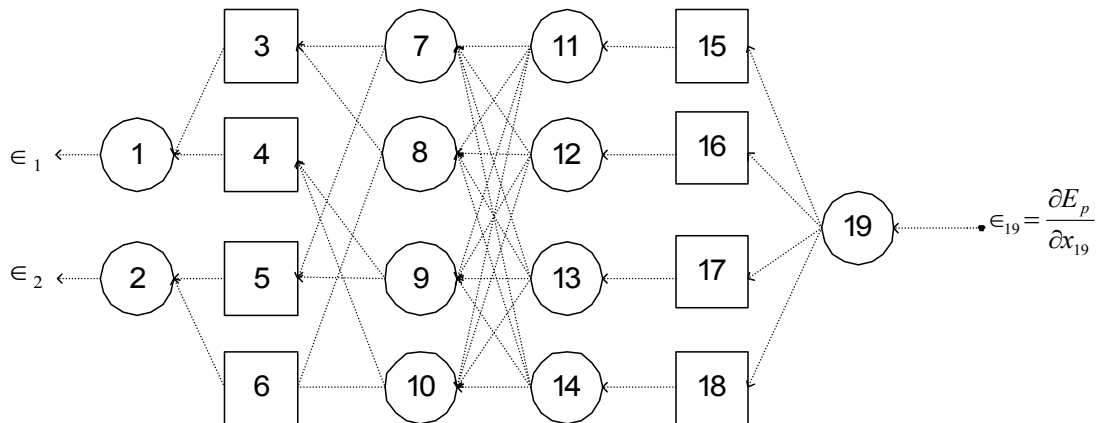
$$\epsilon_i = \frac{\partial f_{n+1}}{\partial x_i} + \sum_{i < j \leq n} \epsilon_j \frac{\partial f_j}{\partial x_i} \quad 5.19$$

όπου ο πρώτος όρος δείχνει μια άμεση επίδραση του  $x_i$  στο  $E_p$  μέσω της άμεσης διαδρομής από τον κόμβο  $i$  στον κόμβο  $n+1$  και κάθε όρος παραγώγου στο άθροισμα δείχνει την έμμεση επίδραση του  $x_i$  στο  $E_p$ . Μόλις βρεθεί το σήμα σφάλματος για κάθε κόμβο, τότε το διάνυσμα κλίσης για τις παραμέτρους παράγεται όπως πριν.

Ένας άλλος συστηματικός τρόπος να υπολογιστούν τα σήματα σφάλματος είναι μέσω της αναπαράστασης του δικτύου διάδοσης σφάλματος (ή του μοντέλου ευαισθησίας), το οποίο λαμβάνεται από το αρχικό προσαρμόσιμο δίκτυο με την αντιστροφή των συνδέσεων και την παροχή των σημάτων σφάλματος στο επίπεδο εξόδου ως εισοδοι στο νέο δίκτυο. Το ακόλουθο σχήμα δείχνει το μοντέλο ANFIS και το δίκτυο διάδοσης σφάλματος του:



Σχήμα 5.5 (a): Το προσαρμόσιμο δίκτυο



Σχήμα 5.5 (b): Το δίκτυο διάδοσης σφάλματος

Τώρα θα υπολογιστούν τα σήματα σφάλματος στους εσωτερικούς κόμβους. Χρησιμοποιούνται τα  $f_i$  και  $x_i$  για το συμβολισμό της συνάρτησης και της εξόδου του κόμβου  $i$ . Η έξοδος του κόμβου  $i$  είναι το σήμα σφάλματος αυτού του κόμβου στο πραγματικό προσαρμοσμένο δίκτυο. Σε σύμβολα, αν επιλεχθεί το τετραγωνικό μέτρο σφάλματος για  $E_p$ , τότε ισχύει το ακόλουθο:  $\epsilon_{19} = -2(d_{19} - x_{19})$

Αυτό είναι επειδή ο κόμβος 19 είναι μόνο ένας κόμβος προσωρινής αποθήκευσης στο δίκτυο διάδοσης σφάλματος. Για τους κόμβους 15, 16, 17 και 18 ισχύουν:

$$\begin{aligned}\epsilon_{18} &= \frac{\partial^+ E_p}{\partial x_{18}} = \frac{\partial^+ E_p}{\partial x_{19}} \frac{\partial f_{19}}{\partial x_{18}} = \epsilon_{19} \frac{\partial f_{19}}{\partial x_{18}} \\ \epsilon_{17} &= \frac{\partial^+ E_p}{\partial x_{17}} = \frac{\partial^+ E_p}{\partial x_{19}} \frac{\partial f_{19}}{\partial x_{17}} = \epsilon_{19} \frac{\partial f_{19}}{\partial x_{17}} \\ \epsilon_{16} &= \frac{\partial^+ E_p}{\partial x_{16}} = \frac{\partial^+ E_p}{\partial x_{19}} \frac{\partial f_{19}}{\partial x_{16}} = \epsilon_{19} \frac{\partial f_{19}}{\partial x_{16}} \\ \epsilon_{15} &= \frac{\partial^+ E_p}{\partial x_{15}} = \frac{\partial^+ E_p}{\partial x_{19}} \frac{\partial f_{19}}{\partial x_{15}} = \epsilon_{19} \frac{\partial f_{19}}{\partial x_{15}}\end{aligned}$$

Αυτό είναι επειδή όλοι αυτοί οι κόμβοι εξαρτώνται από τον κόμβο 19. Αυτό ισχύει και για τους κόμβους 11, 12, 13 και 14 με τη διαφορά ότι κάθε ένας από αυτούς εξαρτάται από διαφορετικό κόμβο:

$$\begin{aligned}\epsilon_{14} &= \frac{\partial^+ E_p}{\partial x_{14}} = \frac{\partial^+ E_p}{\partial x_{18}} \frac{\partial f_{18}}{\partial x_{14}} = \epsilon_{18} \frac{\partial f_{18}}{\partial x_{14}} \\ \epsilon_{13} &= \frac{\partial^+ E_p}{\partial x_{13}} = \frac{\partial^+ E_p}{\partial x_{17}} \frac{\partial f_{17}}{\partial x_{13}} = \epsilon_{17} \frac{\partial f_{17}}{\partial x_{13}} \\ \epsilon_{12} &= \frac{\partial^+ E_p}{\partial x_{12}} = \frac{\partial^+ E_p}{\partial x_{16}} \frac{\partial f_{16}}{\partial x_{12}} = \epsilon_{16} \frac{\partial f_{16}}{\partial x_{12}} \\ \epsilon_{11} &= \frac{\partial^+ E_p}{\partial x_{11}} = \frac{\partial^+ E_p}{\partial x_{15}} \frac{\partial f_{15}}{\partial x_{11}} = \epsilon_{15} \frac{\partial f_{15}}{\partial x_{11}}\end{aligned}$$

Αντιθέτως, οι κόμβοι 7, 8, 9 και 10 εξαρτώνται από τέσσερις διαφορετικούς κόμβους όπως φαίνεται στο σχήμα 5.5. Έτσι, ισχύει:

$$\epsilon_{10} = \frac{\partial^+ E_p}{\partial x_{10}} = \epsilon_{14} \frac{\partial f_{14}}{\partial x_{10}} + \epsilon_{13} \frac{\partial f_{13}}{\partial x_{10}} + \epsilon_{12} \frac{\partial f_{12}}{\partial x_{10}} + \epsilon_{11} \frac{\partial f_{11}}{\partial x_{10}}$$

$$\begin{aligned}\epsilon_9 &= \frac{\partial^+ E_p}{\partial x_9} = \epsilon_{14} \frac{\partial f_{14}}{\partial x_9} + \epsilon_{13} \frac{\partial f_{13}}{\partial x_9} + \epsilon_{12} \frac{\partial f_{12}}{\partial x_9} + \epsilon_{11} \frac{\partial f_{11}}{\partial x_9} \\ \epsilon_8 &= \frac{\partial^+ E_p}{\partial x_8} = \epsilon_{14} \frac{\partial f_{14}}{\partial x_8} + \epsilon_{13} \frac{\partial f_{13}}{\partial x_8} + \epsilon_{12} \frac{\partial f_{12}}{\partial x_8} + \epsilon_{11} \frac{\partial f_{11}}{\partial x_8} \\ \epsilon_7 &= \frac{\partial^+ E_p}{\partial x_7} = \epsilon_{14} \frac{\partial f_{14}}{\partial x_7} + \epsilon_{13} \frac{\partial f_{13}}{\partial x_7} + \epsilon_{12} \frac{\partial f_{12}}{\partial x_7} + \epsilon_{11} \frac{\partial f_{11}}{\partial x_7}\end{aligned}$$

Οι κόμβοι 3, 4, 5 και 6 εξαρτώνται από δύο διαφορετικούς κόμβους και σαν αποτέλεσμα προκύπτουν οι ακόλουθες σχέσεις:

$$\begin{aligned}\epsilon_6 &= \frac{\partial^+ E_p}{\partial x_6} = \frac{\partial^+ E_p}{\partial x_{10}} \frac{\partial f_{10}}{\partial x_6} + \frac{\partial^+ E_p}{\partial x_8} \frac{\partial f_8}{\partial x_6} = \epsilon_{10} \frac{\partial f_{10}}{\partial x_6} + \epsilon_8 \frac{\partial f_8}{\partial x_6} \\ \epsilon_5 &= \frac{\partial^+ E_p}{\partial x_5} = \frac{\partial^+ E_p}{\partial x_9} \frac{\partial f_9}{\partial x_5} + \frac{\partial^+ E_p}{\partial x_7} \frac{\partial f_7}{\partial x_5} = \epsilon_9 \frac{\partial f_9}{\partial x_5} + \epsilon_7 \frac{\partial f_7}{\partial x_5} \\ \epsilon_4 &= \frac{\partial^+ E_p}{\partial x_4} = \frac{\partial^+ E_p}{\partial x_{10}} \frac{\partial f_{10}}{\partial x_4} + \frac{\partial^+ E_p}{\partial x_9} \frac{\partial f_9}{\partial x_4} = \epsilon_{10} \frac{\partial f_{10}}{\partial x_4} + \epsilon_9 \frac{\partial f_9}{\partial x_4} \\ \epsilon_3 &= \frac{\partial^+ E_p}{\partial x_3} = \frac{\partial^+ E_p}{\partial x_8} \frac{\partial f_8}{\partial x_3} + \frac{\partial^+ E_p}{\partial x_7} \frac{\partial f_7}{\partial x_3} = \epsilon_8 \frac{\partial f_8}{\partial x_3} + \epsilon_7 \frac{\partial f_7}{\partial x_3}\end{aligned}$$

Τέλος, οι κόμβοι 1 και 2 εξαρτώνται από δύο κόμβους και έτσι ισχύει:

$$\begin{aligned}\epsilon_2 &= \frac{\partial^+ E_p}{\partial x_2} = \frac{\partial^+ E_p}{\partial x_6} \frac{\partial f_6}{\partial x_2} + \frac{\partial^+ E_p}{\partial x_5} \frac{\partial f_5}{\partial x_2} = \epsilon_6 \frac{\partial f_6}{\partial x_2} + \epsilon_5 \frac{\partial f_5}{\partial x_2} \\ \epsilon_1 &= \frac{\partial^+ E_p}{\partial x_1} = \frac{\partial^+ E_p}{\partial x_4} \frac{\partial f_4}{\partial x_1} + \frac{\partial^+ E_p}{\partial x_3} \frac{\partial f_3}{\partial x_1} = \epsilon_4 \frac{\partial f_4}{\partial x_1} + \epsilon_3 \frac{\partial f_3}{\partial x_1}\end{aligned}$$

### 5.3. ΣΥΝΔΥΑΣΜΟΣ ΒΑΘΜΩΤΗΣ ΕΛΑΧΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ ΚΑΙ ΕΚΤΙΜΗΤΗ ΕΛΑΧΙΣΤΩΝ ΤΕΤΡΑΓΩΝΩΝ

Η έξοδος ενός προσαρμοσμένου δικτύου είναι γραμμική σε μερικές από τις παραμέτρους του δικτύου. Έτσι μπορούν να προσδιοριστούν αυτές οι γραμμικές παράμετροι με τη γραμμική μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων που περιγράφηκε παραπάνω. Αυτή η προσέγγιση οδηγεί σε ένα υβριδικό κανόνα εκμάθησης που συνδυάζει τη βαθμωτή ελαχιστοποίηση (SD) και τον εκτιμητή ελαχίστων τετραγώνων (LSE) για γρήγορο προσδιορισμό των παραμέτρων.

Από την αρχιτεκτονική δομή του ANFIS παρατηρούμε ότι οι τιμές των παραμέτρων από τις προϋποθέσεις είναι προκαθορισμένες (αμετάβλητες), η ολική έξοδος μπορεί να εκφραστεί σαν ο γραμμικός συνδυασμός των παραμέτρων από τα συμπεράσματα. Σε σύμβολα, η έξοδος  $f$  στο σχήμα 5.4 (β) ξαναγράφεται:

$$\begin{aligned} f &= \frac{w_1}{w_1 + w_2} f_1 + \frac{w_2}{w_1 + w_2} f_2 \\ &= \bar{w}_1(p_1x + q_1y + r_1) + \bar{w}_2(p_2x + q_2y + r_2) \\ &= (\bar{w}_1x)p_1 + (\bar{w}_1y)q_1 + (\bar{w}_1)r_1 + (\bar{w}_2x)p_2 + (\bar{w}_2y)q_2 + (\bar{w}_2)r_2 \end{aligned}$$

Η οποία είναι γραμμική στις παραμέτρους των συμπερασμάτων  $p_1, q_1, r_1, p_2, q_2,$  και  $r_2$ .

Έστω ότι:

$S$ =σύνολο όλων των παραμέτρων

$S_1$ = σύνολο των (μη γραμμικών) παραμέτρων από τις προϋποθέσεις

$S_2$ =σύνολο των (γραμμικών) παραμέτρων από τα συμπεράσματα

Το προσαρμόσιμο δίκτυο έχει μία έξοδο που αναπαριστάται ως:

$$o = F(i, S) \quad 5.20$$

όπου  $i$  είναι το διάνυσμα των μεταβλητών εισόδου,  $S$  είναι το σύνολο των παραμέτρων, και  $F$  είναι η συνολική συνάρτηση που εφαρμόζεται από το προσαρμόσιμο δίκτυο

$$\text{Στην εξίσωση } S = S_1 \oplus S_2 \quad 5.21$$

και  $H(\cdot)$  και  $F(\cdot)$  είναι η ταυτοτική συνάρτηση και η συνάρτηση του FIS αντιστοίχως στην εξίσωση η  $H \circ F$  είναι γραμμική στα στοιχεία του  $S_2$ , τότε εφαρμόζοντας την  $H$  στην εξίσωση (5.20), προκύπτει ότι  $H(o) = H \circ F(Bi, S)$ .

Το  $\oplus$  αντιπροσωπεύει την άμεση άθροιση (direct sum)

Η  $H(\cdot)$  είναι η ταυτοτική συνάρτηση και η  $F(\cdot, \cdot)$  είναι η συνάρτηση του συστήματος ασαφούς συμπερασμού αντίστοιχα. Κατά συνέπεια, ο υβριδικός αλγόριθμος μάθησης που αναπτύχθηκε παραπάνω μπορεί να εφαρμοστεί άμεσα.

Αναλυτικότερα, όπως συμβαίνει και στα νευρωνικά δίκτυα, θα ξεχωρίσουν δύο φάσεις στη διαδικασία εκπαίδευσης:

1. Πέρασμα προς τα εμπρός (forward pass): Στη φάση αυτή το σήμα εισόδου διαδίδεται από το επίπεδο 1 μέχρι το επίπεδο 4 και οι παράμετροι ( $p_i$ ,  $q_i$ ,  $r_i$ )  $i = 1,2$  εκτιμούνται με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων.
2. Πέρασμα προς τα πίσω (backward pass): Στη φάση αυτή έχοντας μία ένδειξη του λάθους πραγματοποιείται μία διόρθωση κατά μία ποσότητα που ορίζεται από τη μέθοδο της βαθμωτής κατάβασης (Gradient Descent), των μεταβλητών  $a_i$ ,  $b_i$ ,  $c_i$

Το ANFIS διασπά το σύνολο των παραμέτρων του σε δύο υποσύνολα, εκ των οποίων το ένα αποτελεί γραμμικό σύνολο παραμέτρων και, επομένως, είναι δυνατόν να εκπαιδευτεί με γραμμικούς αλγόριθμους, όπως η μέθοδος των ελαχίστων τετραγώνων (least squared). Οι γραμμικοί αλγόριθμοι μάθησης επιτυγχάνουν συνολικά ελάχιστα (global minimums) της συνάρτησης κόστους στο χώρο των παραμέτρων τους και είναι αποδοτικοί από πλευράς απαιτούμενου υπολογιστικού χρόνου. Το δεύτερο υποσύνολο παραμέτρων εκπαιδεύεται με αλγόριθμους που μπορούν να δημιουργήσουν μη-γραμμικές απεικονίσεις, όπως η βαθμωτή κατάβαση (gradient descent). Οι αλγόριθμοι αυτοί είναι απαιτητικοί από πλευράς απαιτούμενου χρόνου εκπαίδευσης και δεν υπάρχει εγγύηση για την πραγματοποίηση του συνολικού ελαχίστου της συνάρτησης κόστους στον χώρο των παραμέτρων τους. Ο αλγόριθμος μάθησης του ANFIS συνδυάζει περάσματα προς τα εμπρός και προς τα πίσω. Στο πέρασμα εμπρός γίνεται η μάθηση του συνόλου των γραμμικών παραμέτρων και στο πέρασμα προς τα πίσω γίνεται η προσαρμογή των μη-γραμμικών αντίστοιχα. Στον παρακάτω πίνακα 5.3.1 συνοψίζονται οι δραστηριότητες του κάθε περάσματος.

Πίνακας 5.3.1: Δραστηριότητες κατά την εκπαίδευση

	εμπροσθόδρομο πέρασμα	οπισθόδρομο πέρασμα
παράμετροι των προϋποθέσεων	Προκαθορισμένες (αμετάβλητες)	βαθμωτή φθίνουσα μέθοδος
παράμετροι των συμπερασμάτων	εκτιμήτρια ελαχίστων τετραγώνων	προκαθορισμένες (αμετάβλητες)
σήματα	έξοδοι των κόμβων	σήματα σφάλματος



Το πλεονέκτημα της μεθόδου έγκειται στο γεγονός της ύπαρξης τόσο γραμμικών όσο και μη γραμμικών μεθόδων, που την καθιστά ταχύτερη από τα κλασικά νευρωνικά δίκτυα. Οι παράμετροι των συμπερασμάτων που ευρίσκονται με αυτόν τον τρόπο, είναι βέλτιστες υπό την προϋπόθεση ότι οι παράμετροι των προϋποθέσεων είναι προκαθορισμένες (αμετάβλητες). Αναλόγως, η υβριδική προσέγγιση συγκλίνει πολύ γρηγορότερα μιας και μειώνει τις διαστάσεις του διαστήματος αναζήτησης της αρχικής καθαρής μεθόδου οπισθόδρομης διάδοσης.

Μέχρι τώρα χρησιμοποιούσαμε προκαθορισμένες και αυθαίρετα επιλεγμένες συναρτήσεις συμμετοχής. Πολλές φορές έχουμε μια συλλογή από δεδομένα εισόδου / εξόδου και δεν μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε ένα προκαθορισμένο μοντέλο βασισμένο στα στοιχεία αυτά ώστε να ξέρουμε ποιες συναρτήσεις συμμετοχής και με ποιες παραμέτρους να χρησιμοποιήσουμε. Τότε μπορούμε να βοηθηθούμε από το ANFIS, ώστε να βρούμε τις καταλληλότερες συναρτήσεις συμμετοχής.

Οι νεύρο-προσαρμοστικές τεχνικές είναι αρκετά απλές. Έτσι παρέχεται μια μέθοδος ώστε το ασαφές μοντέλο να εκπαιδευτεί με τις πληροφορίες που του δίνει το σύνολο των δεδομένων, ώστε να υπολογιστούν οι παράμετροι των συναρτήσεων συμμετοχής με σκοπό την εύρεση του καλύτερου τρόπου ώστε να επιτρέψει στο σύστημα εξαγωγής συμπερασμάτων να ανιχνεύει τα δεδομένα εισόδου/ εξόδου. Η μέθοδος αυτή είναι παρόμοια με αυτή των νευρωνικών δικτύων.

Η προσαρμογή των παραμέτρων των συναρτήσεων συμμετοχής από ένα ANFIS γίνεται με αλγόριθμους εκμάθησης είτε μόνο back propagation είτε με έναν υβριδικό αλγόριθμο, συνδυασμό back propagation και μεθόδου ελαχίστων τετραγώνων.

Ο υπολογισμός των παραμέτρων αυτών, που αλλάζουν κατά τη διάρκεια της διαδικασίας εκμάθησης, διευκολύνεται από ένα βαθμωτό διάνυσμα που μας δείχνει πόσο καλά το FIS μοντελοποιεί τα δεδομένα εισόδου/ εξόδου για το εν λόγω σύνολο παραμέτρων. Μόλις αποκτήσουμε το βαθμωτό διάνυσμα μπορούμε να εφαρμόσουμε κάποιον από τους πολλούς αλγόριθμους βελτιστοποίησης, για να βελτιώσουμε αυτές τις παραμέτρους, ούτως ώστε να μειώσουμε το μέγεθος του σφάλματος (συνήθως το άθροισμα των τετραγώνων των διαφορών μεταξύ πραγματικών και επιθυμητών τιμών).

## 5.4 ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΙ ΤΟΥ ANFIS

Οι κυριότεροι περιορισμοί του ANFIS που αναφέρονται στην διεθνή βιβλιογραφία είναι:

- Βασίζεται σε ένα FIS τύπου Sugeno.
- Έχει μια έξοδο, που λαμβάνεται με τη μέθοδο αποασαφοποίησης σταθμισμένου μέσου. Όλες οι συναρτήσεις συμμετοχής εξόδου πρέπει να είναι ίδιου τύπου, είτε γραμμικές είτε σταθερές.
- Δεν μπορεί να γίνεται κοινή χρήση κανόνων. Διαφορετικοί κανόνες δεν μπορούν να έχουν την ίδια συνάρτηση συμμετοχής εξόδου.
- Πρέπει να υπάρχουν βάρη σε κάθε κανόνα.
- Δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί οποιαδήποτε συνάρτηση συμμετοχής, παρά μόνο προκαθορισμένες που επιβάλλουν οι ορισμοί του ANFIS.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6: ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΑΠΟ ΤΗ ΧΡΗΣΗ ΤΟΥ ANFIS

### 6.1 ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΟΣ ΠΡΟΒΛΕΨΗΣ

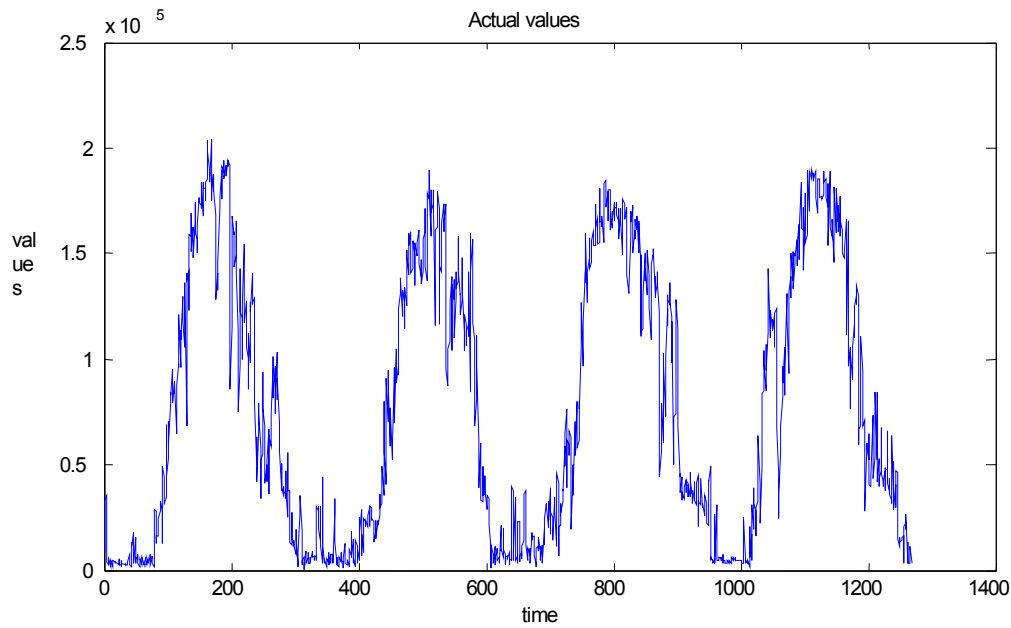
Στο πρακτικό κομμάτι της εργασίας κατασκευάστηκε αλγόριθμος για να τρέχει σε Matlab, κάνοντας χρήση του fuzzy logic toolbox, το οποίο περιέχει όλα τα απαραίτητα εργαλεία για την ολοκληρωμένη ανάπτυξη και αναλυτική χρήση ενός Προσαρμοστικού Νεύρο-Ασαφούς Συστήματος Συμπερασμού (Adaptive Neural Fuzzy Inference, ANFIS) για την πρόβλεψη κατανάλωσης νερού στον Ν. Χανίων.

Ο αλγόριθμος δέχεται δεδομένα από μια χρόνο-σειρά που περιέχει στοιχεία για την άντληση νερού στον Ν. Χανίων και με βάση τις τιμές του παρελθόντος, προβλέπει τις αναμενόμενες τιμές για το μέλλον. Η χρόνο-σειρά που χρησιμοποιήσαμε, περιέχει δεδομένα για κάθε μέρα από τον Ιανουάριο του 2002 έως το Δεκέμβριο του 2005 ή αλλιώς 1268 παρατηρήσεις, ήτοι  $4 \text{ χρόνια} \times 317 = 1268$  μέρες.

Όμως κάποιες μέρες λόγω μηχανικών προβλημάτων των αντλιοστασίων δεν υπήρχε άντληση.

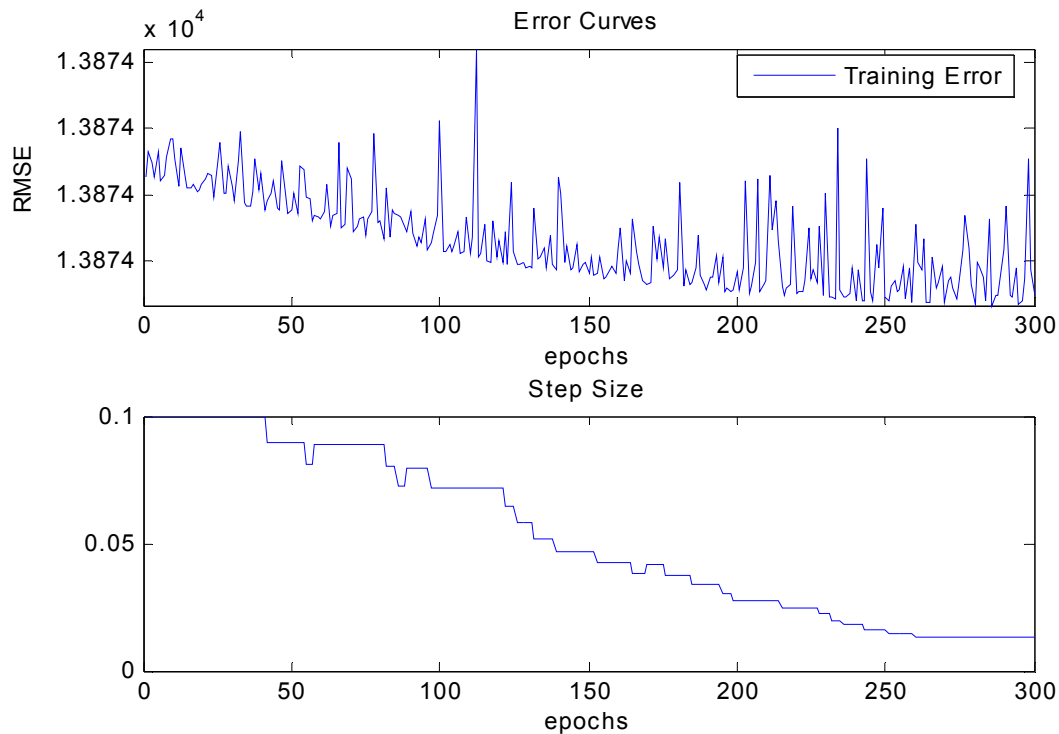
Στην περίπτωση μας χρησιμοποιήσαμε τα πρώτα 900 δεδομένα για την εκπαίδευση του συστήματος δημιουργώντας ένα πίνακα  $900 \times 2$ , όπου στην πρώτη στήλη είναι οι ημερομηνίες από 1/1/2002 έως 31/10/2004 και στη δεύτερη στήλη τα δεδομένα από 2-900. Τα υπόλοιπα δεδομένα, 369 τα χρησιμοποιήσουμε για την αξιολόγηση της προβλεπτικής ικανότητας του μοντέλου, δημιουργώντας ένα αντίστοιχο πίνακα  $369 \times 2$  όπου στην πρώτη στήλη είναι οι ημερομηνίες από 1/11/2004 έως 31/12/2005 και στη δεύτερη στήλη τα δεδομένα από 901 έως και 1269.

Έπειτα δημιουργούμε ένα ANFIS, με τη βοήθεια του fuzzy logic toolbox, το οποίο υπολογίζει τις καταλληλότερες παραμέτρους των συναρτήσεων συμμετοχής (MF parameters). Για λόγους βοηθητικούς (για να έχουμε καλύτερη οπτική παρατήρηση), παρουσιάζουμε στο γράφημα 6.1 τα δεδομένα εισόδων συναρτήσεως του χρόνου και στη συνέχεια εξάγουμε στο γράφημα 6.2 στο οποίο περιέχονται δυο ξεχωριστές γραφικές παραστάσεις, η πρώτη με το όνομα “error curves” και η δεύτερη με το όνομα “step sizes”. Στην πρώτη γραφική παράσταση απεικονίζονται τα σφάλματα εκπαίδευσης και ελέγχου (ως τη ρίζα του μέσου τετραγωνικού σφάλματος-RMSE) συναρτήσεως του αριθμού των επαναλήψεων (epochs).



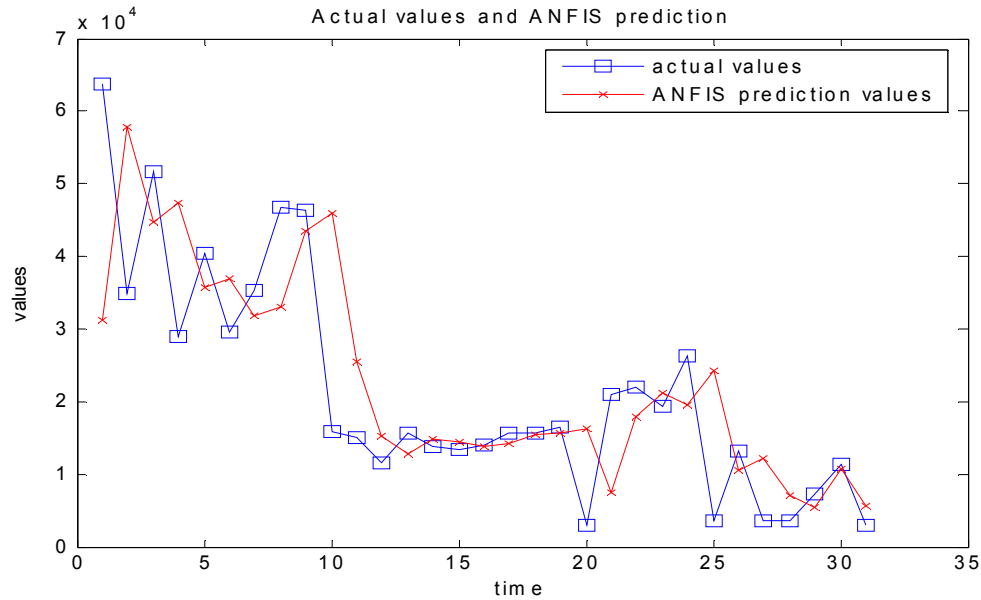
Γράφημα 6.1: Πραγματικές τιμές συναρτήσεως του χρόνου.

Στη δεύτερη γραφική παράσταση για λόγους αναφοράς σχεδιάζουμε την καμπύλη του μεγέθους βήματος συναρτήσεως των εποχών. Αυτό μας βοηθάει να προσαρμόσουμε το αρχικό μέγεθος βήματος στο βέλτιστο, βλέποντας τους αντίστοιχους ρυθμούς μείωσης και αύξησης, πάνω στο σχήμα.



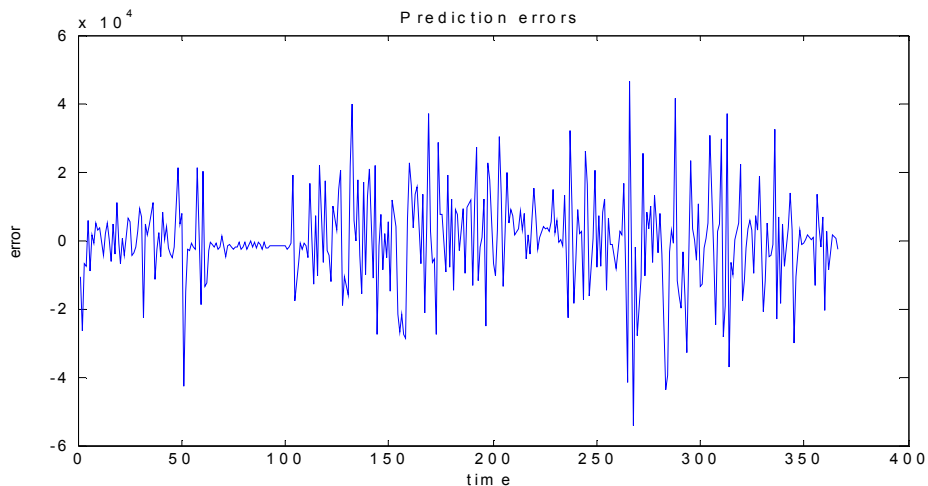
Γράφημα 6.2: Σφάλμα εκπαίδευσης και μέγεθος βήματος.

Εν συνέχεια αξιολογούμε το ANFIS συγκρίνοντας τα αποτελέσματα του ως προς τα επιθυμητά αποτελέσματα της πρόβλεψης των 369 δεδομένων και οπτικοποιούμε το αποτέλεσμα με κοινή παρουσίαση τους στο γράφημα 6.3.



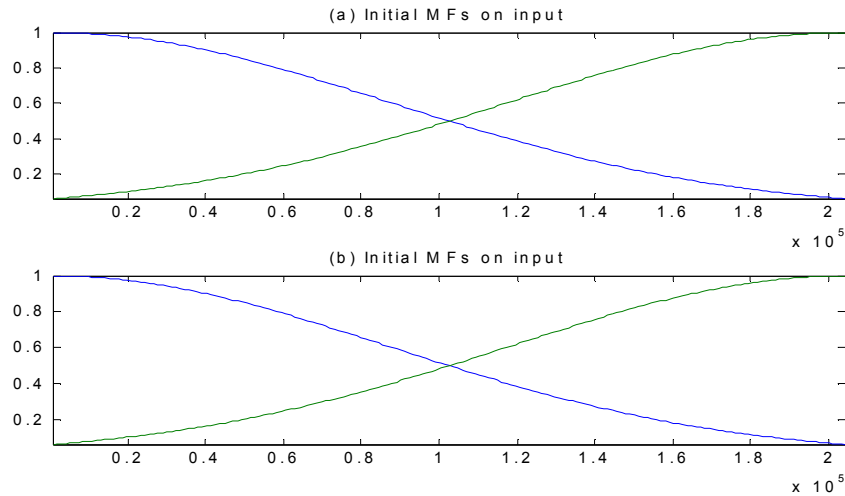
Γράφημα 6.3: Σύγκριση προβλέψεων του μοντέλου ANFIS έναντι των επιθυμητών τιμών για τη χρονική περίοδο 2002-2005.

Παίρνοντας τη διαφορά (δηλαδή το σφάλμα της πρόβλεψης) των δυο προηγούμενων αποτελεσμάτων (πραγματικά- ANFIS) δημιουργούμε το γράφημα 6.4 το οποίο απεικονίζει τα σφάλματα συναρτήσει των παρατηρήσεων.

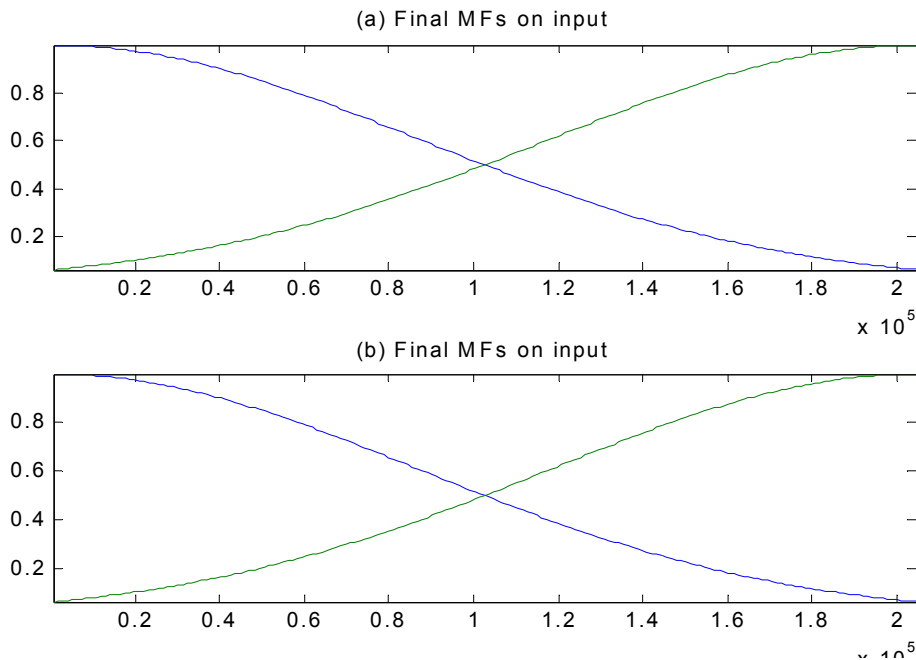


Γράφημα 6.4: Σφάλματα πρόβλεψης του ANFIS για τη χρονική περίοδο 2002-2005

Τις αρχικές συναρτήσεις συμμετοχής που προέκυψαν από την προσαρμογή των παραμέτρων τους με τη βοήθεια του ANFIS τις παρουσιάζουμε στο γράφημα 6.5 με τίτλο “initial MFs” και τις τελικές συναρτήσεις συμμετοχής που προέκυψαν μετά την εκπαίδευση του μοντέλου ANFIS τις παρουσιάζουμε στο γράφημα 6.6 με τίτλο “final MFs”.

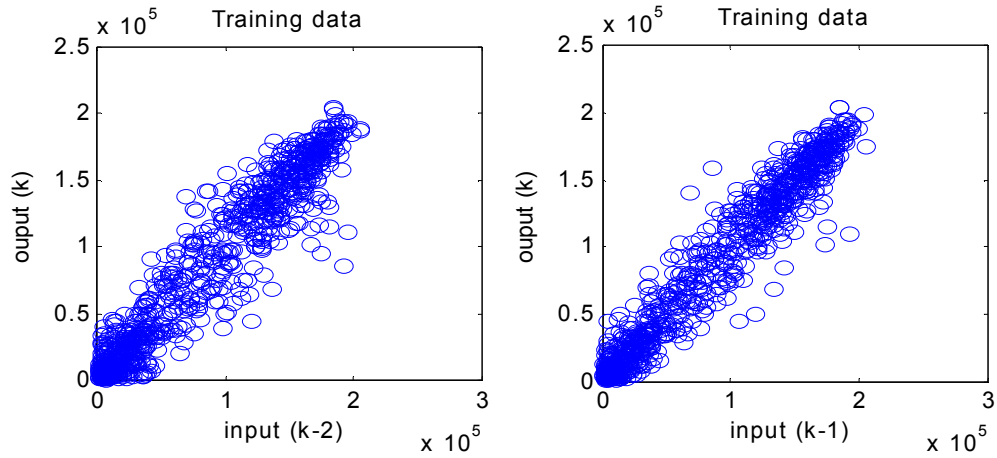


Γράφημα 6.5: Αρχικές συναρτήσεις συμμετοχής

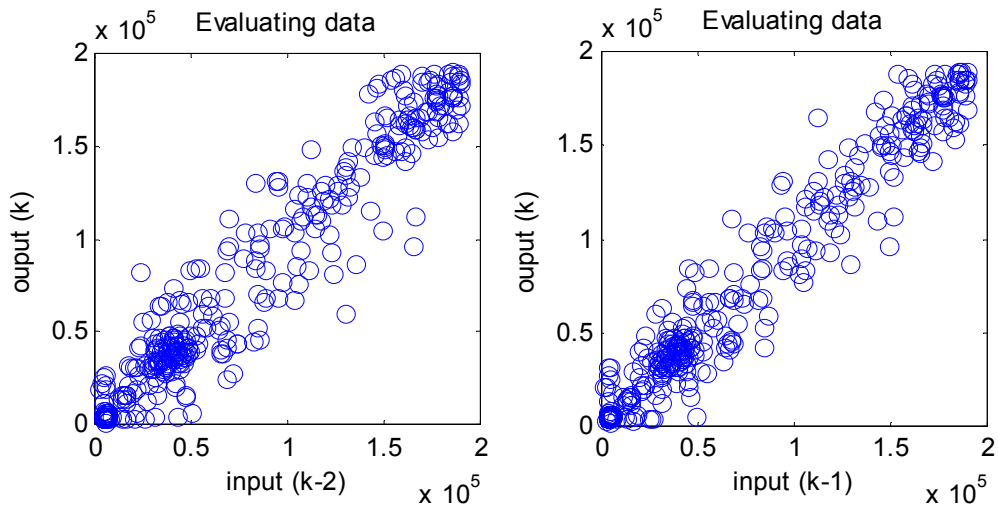


Γράφημα 6.6: Τελικές συναρτήσεις συμμετοχής

Στο γράφημα 6.7 παρουσιάζεται η διασπορά των δεδομένων εκπαίδευσης και στο γράφημα 6.8 η διασπορά των δεδομένων αξιολόγησης.

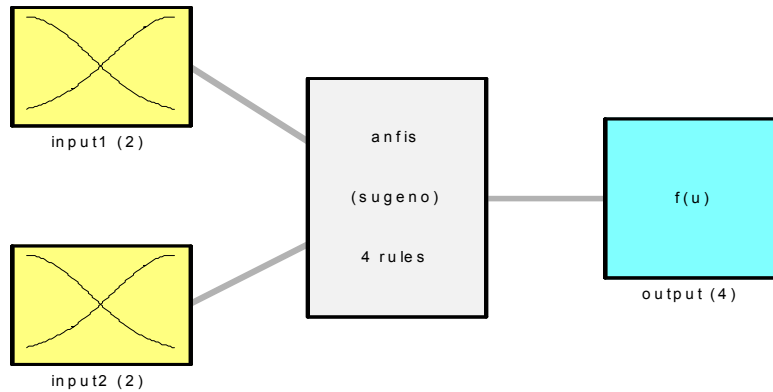


Γράφημα 6. 7: Γραφήματα διασποράς δεδομένων εκπαίδευσης



Γράφημα 6.8: Γραφήματα διασποράς δεδομένων ελέγχου

Στο γράφημα 6.9 παρουσιάζεται η δομή του ANFIS που χρησιμοποιήθηκε. Διακρίνονται οι δύο εισοδοί με τις συναρτήσεις συμμετοχής, ο μηχανισμός συμπερασμού με τους τέσσερις κανόνες και η έξοδος του συστήματος.



Γράφημα 6.9: Παρουσίαση της τελικής δομής του ANFIS.

Ένας τυπικός ασαφής κανόνας για ένα ασαφές μοντέλο τύπου Sugeno έχει την ακόλουθη μορφή:

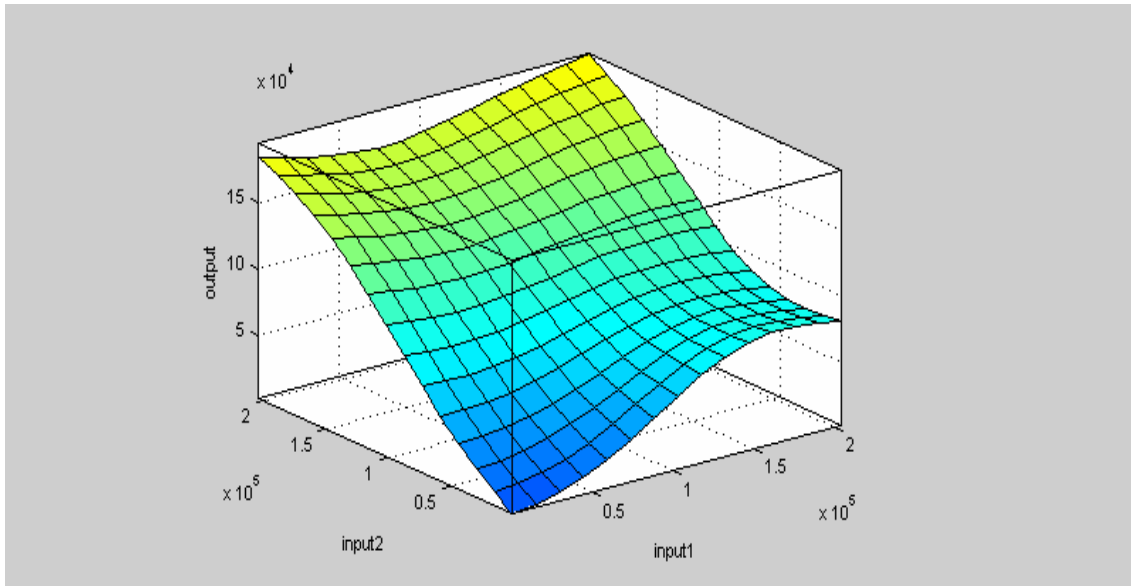
$$\text{αν } x \text{ είναι } A \text{ και } y \text{ είναι } B \text{ τότε } z = f(x,y)$$

όπου τα  $A$  και  $B$  είναι ασαφή σύνολα στα αίτια (antecedent), ενώ το  $z = f(x,y)$  είναι μια σαφή (crisp) συνάρτηση στο συμπέρασμα (consequent). Συνήθως το  $f(x,y)$  είναι ένα πολυώνυμο των μεταβλητών εισόδου  $x$  και  $y$ , αλλά μπορεί να είναι οποιαδήποτε συνάρτηση αρκεί να μπορεί να περιγράψει κατάλληλα την έξοδο του μοντέλου εντός της ασαφούς περιοχής που καθορίζεται από τα αίτια του κανόνα. Εδώ εξετάζεται ένα πρώτου βαθμού ασαφές μοντέλο τύπου Sugeno το οποίο σημαίνει ότι το  $f(x,y)$  είναι ένα πρώτου βαθμού πολυώνυμο. Στο μοντέλο ισχύουν οι παρακάτω κανόνες:

1. Αν  $x$  είναι low και  $y$  είναι low τότε  $f_1 = p_1x + q_1y + r_1$
2. Αν  $x$  είναι low και  $y$  είναι high τότε  $f_2 = p_2x + q_2y + r_2$
3. Αν  $x$  είναι high και  $y$  είναι low τότε  $f_3 = p_3x + q_3y + r_3$
4. Αν  $x$  είναι high και  $y$  είναι high τότε  $f_4 = p_4x + q_4y + r_4$



Στο σχήμα 6.10 απεικονίζονται οι προκύπτουσες επιφάνειες εισόδου-εξόδου.



Σχήμα 6.10: Συνολικές επιφάνειες εισόδου-εξόδου.

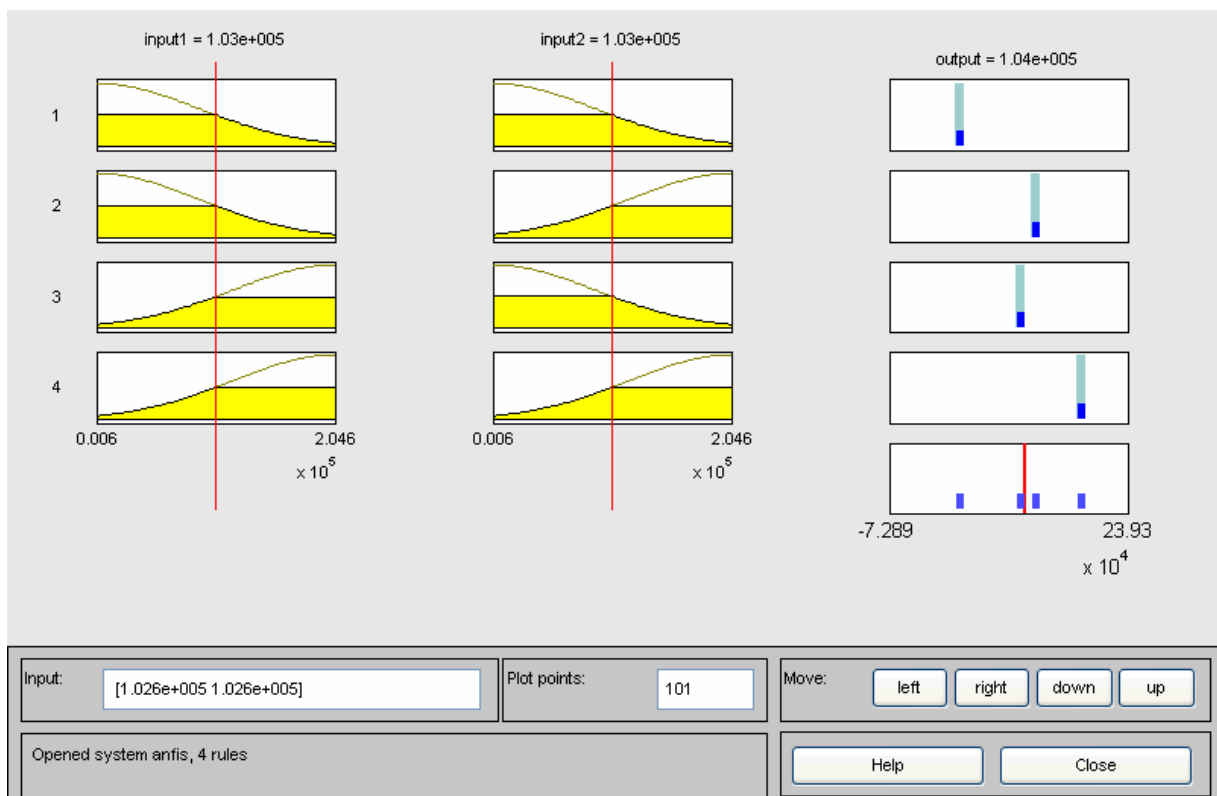
Στον πίνακα 6.1 παρουσιάζονται συγκεντρωμένα τα χαρακτηριστικά του ANFIS.

Πίνακας 6.1 : Χαρακτηριστικά του ANFIS

Τύπος ασαφούς μηχανισμού συμπερασμού	Sugeno
Αριθμός εισόδων	2
Ονομασία 1ης εισόδου	$t$ (input1)
Ονομασία 2ης εισόδου	$t-1$ (input2)
Αριθμός εξόδων	1
Ονομασία εξόδου	$t+1$ (output1)
Αριθμός συναρτήσεων συμμετοχής εισόδων	2 τύπου gaussian για κάθε είσοδο
Αριθμός συναρτήσεων εξόδου	4
Αριθμός κανόνων	4
And method	Product
Or method	Max
Imp. method	Product
Agg. method	Max
Defuzz. method	Wtaver

Αριθμός κόμβων (nodes)	21
Συνολικός αριθμός παραμέτρων	20
Αριθμός γραμμικών παραμέτρων	12
Αριθμός μη γραμμικών παραμέτρων	8
Number of training data pairs	898
Number of checking data pairs	366

Στο σχήμα 6.11 απεικονίζεται γραφικά ο τρόπος υπολογισμού της εξόδου με την βοήθεια των κανόνων.



Σχήμα 6.11: Οι υπολογισμοί του ANFIS

Ακολούθησε η εξαγωγή τεσσάρων τύπων σφαλμάτων ώστε να μπορέσει να γίνει η σύγκριση μεταξύ των μοντέλων.

Τα σφάλματα αυτά είναι τα:

➤ Το μέσο τετραγωνικό σφάλμα (MSE)

$$MSE = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N e_i^2$$

➤ Η ρίζα του μέσου τετραγωνικού σφάλματος (RMSE)

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^N e_t^2}{N}}$$

➤ Το μέσο απόλυτο σφάλμα (MAE)

$$MAE = \frac{1}{N} \cdot \sum_{t=1}^N |e_t|$$

➤ Το μέσο απόλυτο ποσοστιαίο σφάλμα (MAPE)

$$MAPE = \frac{100}{N} \cdot \sum_{t=1}^N |e_t|$$

$$\cdot e_t = \frac{F_t - A_t}{A_t}$$

όπου

$A_t$  και  $F_t$  είναι πραγματικές τιμές.

Σε αυτό το σημείο ακολουθεί περαιτέρω αξιολόγηση του μοντέλου ANFIS με τα μοντέλα AR, και ARMA με τη βοήθεια του System Identification Toolbox της Matlab, από τα οποία εξάγουμε τους ίδιους τύπους σφαλμάτων όπως και στο ANFIS (πίνακας 6.2).

Πίνακας 6.2 Σύγκριση αποτελεσμάτων των Μοντέλων ANFIS, AR, και ARMA.

	AR	ARMA	ANFIS
<b>MSE</b>	1,9600	1,9306	1,8477
<b>RMSE</b>	1,4002	1,3802	1,3593
<b>MAE</b>	9,6932	9,6332	9,5803
<b>MAPE</b>	30,5633	30,124	33,7841

Όπως προκύπτει από την σύγκριση των μοντέλων, για το μέσο τετραγωνικό σφάλμα (MSE), μικρότερο σφάλμα παρουσίασε το ANFIS, στη συνέχεια το μοντέλο ARMA και έπεται το AR. Για το μέσο απόλυτο σφάλμα (MAE) και πάλι το ANFIS είχε μικρότερο σφάλμα. Τα μοντέλα AR, ARMA ακολουθούν. Για το μέσο απόλυτο ποσοστιαίο σφάλμα (MAPE) το ANFIS παρουσίασε υψηλότερη τιμή από τα υπόλοιπα μοντέλα. Τέλος, για το σφάλμα της ρίζας του μέσου τετραγωνικού σφάλματος (RMSE) το ANFIS παρουσίασε την μικρότερη τιμή σφάλματος έναντι των μοντέλων AR και ARMA. Συμπερασματικά το ANFIS παρουσίασε καλύτερα αποτελέσματα έναντι των μοντέλων AR, και ARMA.

## ΕΠΙΛΟΓΟΣ

Ένα ANFIS για να μπορέσει να μελετηθεί, απαιτεί από τον χρήστη να έχει ένα ανεπτυγμένο γνωστικό υπόβαθρο, το οποίο θα περιλαμβάνει τις στατιστικές μεθόδους, την αριθμητική ανάλυση, τα αλγεβρικά συστήματα και τους πίνακες. Επίσης να γνωρίζει τι είναι τα νευρωνικά δίκτυα και πως μπορούν να εκπαιδευτούν και να γίνουν προσαρμοστικά και τη θεωρία της ασαφούς λογικής.

Έτσι, μπορούμε να πούμε ότι αυτή η πολυπλοκότητα του δίνει τη δύναμη να μπορεί να προσαρμόζεται καλύτερα στις διάφορες απαιτήσεις των όποιων προβλημάτων. Δίνει έτσι μικρότερα σφάλματα, άρα και καλύτερα αποτελέσματα.. Η εκπαίδευση ενός τέτοιου συστήματος μπορεί να γίνει εύκολα, καθώς μπορούμε να αντιληφθούμε άμεσα τυχόν προβλήματα μέσα από τους κανόνες και τα γραφήματα που εξάγουμε.

Αντίθετα, ενώ η πολυπλοκότητα του σημαίνει και καλύτερες δυνατότητες προσαρμογής, αυτόματα σημαίνει και μεγαλύτερες ανάγκες για επεξεργαστική ισχύ. Δηλ. χρειάζεται περισσότερο χρόνο για να ολοκληρώσει την εξαγωγή αποτελεσμάτων σε σχέση με ένα απλούστερο παραδοσιακό μοντέλο καθώς επίσης απαιτεί μεγαλύτερες επενδύσεις σε τεχνολογικό εξοπλισμό.

Ένα ακόμα μειονέκτημα αποτελεί και το γεγονός ότι χρειαζόμαστε πολλά δεδομένα για την εκπαίδευση του συστήματος, σε αντίθετη περίπτωση δηλ. εάν τα δεδομένα είναι λίγα παραμονεύει ο κίνδυνος της μη γενίκευσης του μοντέλου.

Παρόλα αυτά, τα νεύρο-ασαφή συστήματα θα είναι ένα επί πλέον αξιόλογο μοντέλο για την πρόβλεψη των καταναλώσεων νερού.

Συμπερασματικά μπορούμε να πούμε ότι το μοντέλο ANFIS παρουσίασε καλύτερα αποτελέσματα σε σύγκριση με τα μοντέλα AR, ARMA. Επίσης το μοντέλο ARMA παρουσίασε καλύτερα αποτελέσματα από το AR.

## BIBΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [1] Alvisi S., Mascellani G., Franchini M. and Bardossy A., Water level forecasting through fuzzy logic and artificial neural network approaches. *Hydrol. Earth Sys. Sci Discuss.*, No. 2, 2005, pp.1108-1145.
- [2] A., Chan C., Shan N., Cercone N. and Ziarkio W., Applying Knowledge Discovery to Predict Water-Supply Consumption, *IEEE EXPERT*, (1997), pp.72-78.
- [3] Aqil M., Kita I., Yano A. and Nishiyama S., A Takagi-Sugeno Fuzzy System for the Prediction of River Stage Dynamics, *JARQ*, Vol.40, No.4, 2006, pp.369-378.
- [4] Atsalakis G. and Ucenic C., Time series prediction of water consumption using neuro-fuzzy (ANFIS) approach., *IWA International Conference on Water Economics, Statistics and Finance*, 2005
- [5] Bezdek, Editorial: Fuzzy Models-What are they, and Why? *IEEE Trans Fuzzy Systems*. No.1, 1993, pp.325-332.
- [6] Halide H. and Ridd P. Modeling Inter-Annual Variation of a Local Rainfall Data Using a fuzzy Logic Technique. *International Forum on Climate Prediction, Agriculture and Development*, IRI., 2000, pp.166-170.
- [7] Jang, J.-S.R, C.-T. Sun, Neuro-fuzzy Modeling and Control, *Proceedings of the IEEE*, Vol. 83, No. 3, 1995, pp. 378-406.
- [8] Kakar M., Nystrom H., Aarup L. R., Nottrup T. J. and Olsen. D. R., Respiratory motion prediction by using the adaptive neuro fuzzy inference system (ANFIS). *IOP Publishing Ltd Phys. Med. Bio.*, No.50, 2005, pp.4721-4728.
- [9] Kout J., Vlcek T. and Kiema J., Predictive system for multivariate time series. *Automa International*, 2005, pp.2-4.
- [10] Lizaka T., Matsui T. and Fukuyama Y., Water flow forecasting using analyzable structured neural network, *IEEE International Conference on Intelligent System Applications to Power Systems (ISAP)*, 2001
- [11] Liu C. H., Chen C. S., Su h. C. and Chung Y. D., Forecasting Models for Ten-day Streamflow of Kao-Ping River. *IEEE International Conference on Fuzzy Systems*, 2006, pp.1527-1534.
- [12] Maier H. R. and Dandy G. C., Determining Inputs for Neural Network Models of Models of Multivariate Time Series. *Microcomputers in civil Engineering*, No.12, 1997, pp.353-368.
- [13] Makridakis S., Wheelwright SC, and McGee VE., *Forecasting: Methods and Applications*, 2<sup>nd</sup> edition. Wiley, New York, 1983
- [14] Marce R, Comerma M., Garcia J. C. and Armengol J., A neuro-fuzzy modeling tool to estimate fluvial nutrient loads in watersheds under time-varying human impact. *Limnol. Oceanogr.: Methods*, No.2, 2004, pp.342-355.
- [15] Michio S, Takahiro Y., (1993). A Fuzzy-Logic-Based Approach to Qualitative Modeling, *IEEE Trans on Fuzzy Systems*. Vol.1, No.1, 1993, pp.122-132.
- [16] Ross TJ., *Fuzzy logic with engineering Applications*, International Edition, McGraw-Hill, Inc, 1997

- [17] Serge G (2001). Designing Fuzzy Inference Systems from Data: Interpretability oriented Review, *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, Vol.9, No.3, 2001, pp.426-442.
- [18] Shrestha R. R. and Nestmann F., River Water Level Prediction Using Physically Based and Data Driven Models, 1995, pp.1894-1900.
- [19] Stuber M. and Gemmar P., An Approach for Data Analysis and Forecasting with neuro Fuzzy Systems-demonstrated on Flood Events at River Mosel., *International Conference On Computational Intelligence 5<sup>th</sup> Fuzzy Days in Dortmund*, 1997
- [20] Tachibana Y. and Ohnari M., Prediction Model of Hourly Water Consumption in Water Purification Plant through Categorical Approach, 1999, pp.569-571.
- [21] Vagiona D. and Mylopoulos Y., Water demand and implement of different pricing policies in the industrial sector. *Heleco '05 Athens*, 2005
- [22] Valenca M. and Ludermir T., Monthly stream flow forecasting using a Neural Fuzzy Network Model. *EEE International Conference on Intelligent System Applications to Power Systems (ISAP)*, 2000, pp.117-119.
- [23] Zadeh LA, Fuzzy sets, *Information and Control*, Vol.8, No.2, 1967, pp.38-

## INTERNET SITES

### Αναπτυξιακό Συνέδριο Κρήτης 2005

<http://www.nax.gr/synedrio/EIΣΗΓΗΣΕΙΣ/5th%20sinedria/vozinakis.doc>

<http://www.nax.gr/synedrio/EIΣΗΓΗΣΕΙΣ/5th%20sinedria/vozinakis.doc>

<http://www.nax.gr/synedrio/asx-14.htm>

[http://ieeexplore.ieee.org/xpl/freeabs\\_all.jsp?tp=&arnumber=1267549&isnumber=28355](http://ieeexplore.ieee.org/xpl/freeabs_all.jsp?tp=&arnumber=1267549&isnumber=28355)

<http://www.geo.auth.gr/763/ch8.htm>

### Ελληνική Επιτροπή Υδρογεωλογίας

<http://www.iah->

[hellas.geol.uoa.gr/iahhellas\\_announce\\_extended.php?lang=gr&id=1102689847](http://www.iah-hellas.geol.uoa.gr/iahhellas_announce_extended.php?lang=gr&id=1102689847)

### Ο.Α.ΔΥ.Κ

[www.oadyk.gr](http://www.oadyk.gr)

### Παρατηρητήριο Καινοτομίας και Επιχειρηματικότητας Κρήτης

[http://www.innocrete.gr/firstpage\\_en/all\\_files\\_categ.asp?cat=64&name=Statistical%20Data](http://www.innocrete.gr/firstpage_en/all_files_categ.asp?cat=64&name=Statistical%20Data)

**Περιφέρεια Κρήτης**

[http://www.crete-region.gr/greek/fysikoi%20poroi/disa/perilipsi.htm#\\_1.1](http://www.crete-region.gr/greek/fysikoi%20poroi/disa/perilipsi.htm#_1.1)

<http://www.crete-region.gr/greek/fysikoi%20poroi/disa/CONTENTS.HTM>

**Υπουργείο Περιβάλλοντος, Χωροταξίας και Δημοσίων Έργων**

[http://www.minenv.gr/welcome\\_gr.html](http://www.minenv.gr/welcome_gr.html)