

ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ  
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ  
ΚΑΙ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ



---

Διπλωματική εργασία με θέμα:

ΑΝΑΛΥΣΗ ΚΑΙ ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ ΕΝΟΣ ΠΟΛΥΚΡΙΤΗΡΙΟΥ  
ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΥΠΟΣΤΗΡΙΞΗΣ ΟΜΑΔΙΚΩΝ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ

---

**ΚΥΛΕΡΤΖΗΣ ΔΗΜΗΤΡΙΟΣ**

Επιβλέπων Καθηγητής:

Ματσατσίνης Νικόλαος

Χανιά  
Δεκέμβριος 2006

Κεφάλαιο 1 .....	3
Εισαγωγή .....	3
1.1 Γενικά .....	3
1.2 Καθορισμός του Προβλήματος .....	3
1.3 Στόχοι και δομή της εργασίας .....	4
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 .....	6
Ο χώρος των Συστημάτων Υποστήριξης Αποφάσεων .....	6
2.1 Συστήματα Υποστήριξης Αποφάσεων .....	6
2.1.1 Ανάλυση αποφάσεων και υποστήριξη .....	6
2.1.2 Διαδικασία λήψης αποφάσεων .....	7
2.1.3 Χαρακτηριστικά των ΣΥΑ .....	9
2.2 Συστήματα Υποστήριξης Ομαδικών Αποφάσεων .....	11
2.2.1 Τοπολογίες συστημάτων υποστήριξης ομαδικών αποφάσεων .....	11
2.2.2 Πλεονεκτήματα συστημάτων υποστήριξης ομαδικών αποφάσεων .....	12
2.2.3 Μειονεκτήματα συστημάτων υποστήριξης ομαδικών αποφάσεων .....	12
2.3 Πολυκριτήρια ανάλυση αποφάσεων .....	13
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 .....	15
Ανάλυση του Συστήματος και η Προτεινόμενη Μεθοδολογία .....	15
3.1 Εισαγωγή .....	15
3.2 Αναλυτική συνθετική .....	15
3.3 Ελαχιστοποίηση Αθροίσματος Σφαλμάτων .....	18
3.3.1 Ελαχιστοποίηση Αθροίσματος Σφαλμάτων ανά Αποφασίζοντα .....	18
3.3.2 Ο αλγόριθμος της μεθόδου Ελαχιστοποίηση Αθροίσματος Σφαλμάτων .....	20
3.4 Ελαχιστοποίηση Μέγιστου Αθροίσματος Σφαλμάτων .....	21
3.5 Μεγιστοποίηση του συντελεστή συσχέτισης Kendall's $\tau$ .....	22
3.6 Ελαχιστοποίηση του Μέγιστου Αριθμού Ανακατατάξεων ανά αποφασίζοντα .....	23
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4 .....	25
Παρουσίαση του Συστήματος DM's Helper! Με μια εφαρμογή .....	25
4.1 Το πρόβλημα της αγοράς αυτοκινήτου .....	25
4.1.1 Ελαχιστοποίηση Αθροίσματος Σφαλμάτων .....	26
4.1.2 Μεγιστοποίηση του συντελεστή συσχέτισης Kendall's $\tau$ .....	38
4.1.3 Ελαχιστοποίηση του Μέγιστου Αριθμού Ανακατατάξεων ανά αποφασίζοντα .....	42
4.1.4 Παρουσίαση του λογισμικού DM's Helper! .....	44
4.1.4.1 Το πρόβλημα της αγοράς αυτοκινήτου και το DM's Helper! .....	44
4.1.5 Ανάλυση των αποτελεσμάτων .....	51
Βιβλιογραφία .....	57

## Κεφάλαιο 1

### Εισαγωγή

#### 1.1 Γενικά

Πολλά απ'τα προβλήματα , που συναντούμε καθημερινά, απαιτούν τη συμμετοχή περισσοτέρων του ενός ατόμου στη διαδικασία επίλυσης τους. Αυτό, μπορεί να συμπεράνει κάποιος ότι συμβαίνει διότι, πολύ απλά η λύση ενός προβλήματος θα έχει αντίκτυπο σε όλους τους εμπλεκόμενους στο εκάστοτε πρόβλημα, οπότε θα πρέπει να προκύψει μια κοινή απόφαση. Παράδειγμα ενός τέτοιου προβλήματος μπορεί να είναι η επιλογή αγοράς αυτοκινήτου από ένα ζευγάρι. Οι αποφασίζοντες είναι δυο και θα πρέπει να λάβουν μια κοινή απόφαση. Μελετώντας το πρόβλημα βαθύτερα, ανακαλύπτουμε ότι η διαδικασία λήψης κοινής απόφασης είναι εξαιρετικά περίπλοκη διαδικασία καθώς περιλαμβάνει την αξιολόγηση πολλών κριτηρίων, από άτομα με διαφορετικές αντιλήψεις και προτιμήσεις. Στο παράδειγμα που μόλις αναφέραμε, η ανάλυση του προβλήματος είναι συνήθως υποτυπώδες και εμπειρική, μιας και η διάσταση των αποτελεσμάτων της είναι πολύ μικρή.

Στο σύγχρονο χώρο όμως των επιχειρήσεων, η ανταγωνιστικότητα επιβάλλει την ελαχιστοποίηση των σφαλμάτων των ομαδικών αποφάσεων, καθώς μια λανθασμένη απόφαση διακυβεύει την ανταγωνιστικότητά, τη φερεγγυότητα καθώς και την ίδια τη λειτουργία μιας επιχείρησης. Παρατηρούμε λοιπόν ότι, σε αυτή την περίπτωση η διάσταση των αποτελεσμάτων μιας ομαδικής λύσης είναι πολύ μεγάλη και μπορεί να έχει ραγδαίες επιπτώσεις.

Στην παρούσα εργασία λοιπόν, θα ασχοληθούμε με αυτόν ακριβώς τον τομέα, της λήψης των ομαδικών αποφάσεων. Θα κατασκευάσουμε ένα μεθοδολογικό πλαίσιο, με βάση το οποίο θα κινηθούμε για να κατασκευάσουμε ένα Πολυκριτήριο Σύστημα Υποστήριξης Ομαδικών Αποφάσεων.

#### 1.2 Καθορισμός του Προβλήματος

Το πρόβλημα της ανάπτυξης ενός τέτοιου συστήματος είναι αρκετά δύσκολο και περίπλοκο. Η πολυπλοκότητα του θέματος ξεκινά από την προσπάθεια πλήρους κατανόησης και καταγραφής του προβλήματος και συνεχίζεται με τον προσδιορισμό του πλήθους των εναλλακτικών επιλογών που προκύπτουν. Μεταξύ των επιλογών αυτών θα πρέπει να βρίσκεται και η λύση του προβλήματος.

Η πολυπλοκότητα αυξάνεται εάν ληφθεί υπόψη το πλήθος των κριτηρίων που είναι δυνατόν να χρησιμοποιηθούν για τη δόμηση της προτεινόμενης μεθοδολογίας. Κάποια κριτήρια μπορεί να είναι ποσοτικά, άλλα ποιοτικά, άλλα ασαφή κ.λπ. Η δυσκολία του προβλήματος εντείνεται εξαιτίας των πολλαπλών, συνήθως, τρόπων ορισμού της κλίμακας ενός κριτηρίου και του πλήθους των πιθανών επιπέδων της. Ένας ακόμη καθοριστικός παράγοντας είναι η επιλογή της μορφής των συναρτήσεων αξιών των

διαφόρων κριτηρίων. Αν και η γραμμική μορφή διευκολύνει ίσως το όλο ζήτημα, ωστόσο μη γραμμικές μορφές στις συναρτήσεις αξιών συνεπάγονται μη σταθερή διαφορά αξίας μεταξύ των διαδοχικών επιπέδων της κλίμακας ενός κριτηρίου. Τέτοιες μορφές έχουν ως αποτέλεσμα την καλύτερη απεικόνιση του βαθμού αυστηρότητας με την οποία αξιολογείται ένα κριτήριο.

Πολύ κρίσιμο σημείο επίσης αποτελεί και η επιλογή του προτεινόμενου μοντέλου επίλυσης. Η πιο απλή μορφή που είναι δυνατόν να επιλεγεί για τη σύνθεση των κριτηρίων αξιολόγησης είναι η προσθετική (γραμμική). Η ύπαρξη όμως σε πολλές περιπτώσεις, αλληλεπιδράσεων μεταξύ των κριτηρίων αυτών, συνεπάγεται έλλειψη ανεξαρτησίας, γεγονός που οδηγεί σε μη γραμμικές μορφές μοντέλων. Η πολυπλοκότητα επομένως του όλου θέματος αυξάνει σημαντικά, αφού ακόμα και σε ένα σχετικά μικρό αριθμό κριτηρίων αξιολόγησης αντιστοιχεί ένα αρκετά μεγάλο πλήθος εναλλακτικών μορφών σύνθεσης τους. Γενικά αν και η μορφή του προτεινόμενου μοντέλου, τουλάχιστον θεωρητικά, θα πρέπει να παρουσιάζει κάποια λογική, εντούτοις οποιαδήποτε μορφή είναι αποδεκτή, εφόσον είναι αποδεκτό το αποτέλεσμα της συμφωνίας των αποφασίζόντων.

Στο σημείο αυτό θα πρέπει να τονίσουμε την ιδιαιτερότητα που παρουσιάζει η μεθοδολογία που προτείνουμε, η οποία οφείλεται στην ύπαρξη ενός μεγάλου αριθμού αποφασίζόντων. Η ιδιαιτερότητα αυτή εντάσσει το συγκεκριμένο πρόβλημα στην κατηγορία των Συστημάτων Υποστήριξης Ομαδικών Αποφάσεων και κατά συνέπεια, η διαδικασία επίλυσης θα πρέπει να συμφωνεί κατά το δυνατό με το σύστημα αξιών και προτιμήσεων του αποφασίζοντα. Το γεγονός αυτό είναι αρκετά δύσκολο, καθώς τα συστήματα αυτά σίγουρα διαφέρουν μεταξύ τους σε μικρό ή μεγάλο βαθμό.

### **1.3 Στόχοι και δομή της εργασίας**

Στόχος της συγκεκριμένης εργασίας είναι η ανάπτυξη βήμα προς βήμα μιας μεθοδολογίας, με σκοπό την κατασκευή ενός συστήματος, το οποίο θα χρησιμοποιηθεί για να αξιολογήσει τα αποτελέσματα τεσσάρων διαφορετικών πολυκριτηρίων μοντέλων. Και τα τέσσερα μοντέλα βέβαια ανήκουν στην οικογένεια UTA.

Στο σημείο αυτό, θα πρέπει να αναφέρουμε ότι σκοπός μας επίσης ήταν, η υλοποίηση του συστήματος και η εφαρμογή του. Έτσι κατασκευάστηκε το λογισμικό με την ονομασία DM's Helper!, σε Visual Basic 6.0.

Όσον αφορά τη δομή της εργασίας, στο *δεύτερο κεφάλαιο* παρουσιάζουμε συνοπτικά τον επιστημονικό κλάδο ο οποίος ασχολείται με το συγκεκριμένο πρόβλημα, της επιστήμης της απόφασης.

Στο *τρίτο κεφάλαιο* παρουσιάζουμε πλέον αναλυτικά τη μεθοδολογία την οποία ακολουθούμε.

Τέλος στο *τέταρτο κεφάλαιο* εφαρμόζοντας ένα παράδειγμα ( Το πρόβλημα της αγοράς αυτοκινήτου), καταγράφουμε όλα τα βήματα που ακολουθεί η μεθοδολογία μας,

αναλύουμε τα αποτελέσματα των μεθόδων που χρησιμοποιήσαμε και παρουσιάζουμε το manual του λογισμικού, που κατασκευάσαμε.

### Ο χώρος των Συστημάτων Υποστήριξης Αποφάσεων

#### 2.1 Συστήματα Υποστήριξης Αποφάσεων

Η συνεχώς αυξανόμενη πολυπλοκότητα των Οργανισμών και των Επιχειρήσεων κατέστησε αδύνατη τη λήψη αποφάσεων από μεμονωμένα άτομα και δημιούργησε την ανάγκη για αποδοτικότερη και αποτελεσματικότερη οργάνωση και διοίκηση. Για την κάλυψη αυτών των αναγκών αναπτύχθηκαν ή εξελίχθηκαν περαιτέρω νέοι επιστημονικοί κλάδοι όπως η επιχειρησιακή έρευνα (management science/operation research), οι εφαρμοσμένες οικονομικές επιστήμες, η επιστήμη της συμπεριφοράς (behavioral science) κ.α. Η ανάπτυξη αυτών των κλάδων οδήγησε στην επιστημονική αντιμετώπιση των προβλημάτων οργάνωσης και διοίκησης των διαφόρων επιχειρήσεων. Σημαντικότατο ρόλο στις εξελίξεις αυτές έπαιξαν:

- η ανάπτυξη της επιστήμης των ηλεκτρονικών υπολογιστών (computer science), τόσο από πλευράς υλικού (hardware), όσο και από πλευράς λογισμικού (software), και η παράλληλη ανάπτυξη των συστημάτων τηλεπικοινωνίας.

Η σύνθεση των νέων αυτών αντιλήψεων είχε σαν αποτέλεσμα τη διεύρυνση και την ενίσχυση του ρόλου του ανθρώπινου παράγοντα στις διαδικασίες λήψης αποφάσεων και οδήγησε στη δημιουργία, στις αρχές της δεκαετίας του '70, ενός νέου επιστημονικού κλάδου της Επιστήμης των Αποφάσεων (Decision Science, Sciences d'Aide à la Décision).

##### 2.1.1 Ανάλυση αποφάσεων και υποστήριξη

Η λήψη αποφάσεων είναι αποτέλεσμα σύνθετων διαδικασιών, που έχουν σαν στόχο, αρχικά μεν να μελετήσουν και να αναλύσουν διεξοδικά τις επιπτώσεις όλων των εναλλακτικών αποφάσεων, στη συνέχεια δε να προχωρήσουν σε μια προσπάθεια σύνθεσης και σύγκλισης των απαιτήσεων όλων των εμπλεκομένων, στη διαδικασία απόφασης, μερών, ώστε να καταλήξουν τελικά στην εύρεση της πλέον κοινά αποδεκτής λύσης.

Σαν απόφαση θεωρούνται όλες εκείνες οι ενέργειες (σκέψεις, κρίσεις κ.λ.π) που γίνονται από έναν ή περισσότερους ανθρώπους με στόχο την επιλογή ενός τρόπου δράσης (ενέργειας) μέσα από ένα σύνολο εναλλακτικών επιλογών δράσης.

Κατά τον Simon (1960) η διαδικασία λήψης αποφάσεων αποτελείται από προγραμματιζόμενες (programmed) και μη προγραμματιζόμενες (nonprogrammed) αποφάσεις. Αντίστοιχα οι Keen και Scott-Morton (1978) και ο Keen (1980) διακρίνουν τις αποφάσεις σε δομημένες (structured), ημιδομημένες (semi structured) και αδόμητες (unstructured).

- Δομημένες αποφάσεις είναι εκείνες των οποίων:
  - η διαδικασία που ακολουθείται για τη λήψη μίας απόφασης είναι πάντα η ίδια,
  - το αντικείμενο της απόφασης είναι σαφώς καθορισμένο, και
  - τα δεδομένα εισόδου καθώς και τα αποτελέσματα της επεξεργασίας των είναι συγκεκριμένα.
- Αδόμητες αποφάσεις είναι εκείνες των οποίων:
  - η διαδικασία που ακολουθείται για τη λήψη της απόφασης είναι κάθε φορά διαφορετική,
  - το αντικείμενο της απόφασης, τα δεδομένα εισόδου καθώς και τα αποτελέσματα της επεξεργασίας δεν είναι καθορισμένα.
- Στις ημιδομημένες αποφάσεις, άλλες εργασίες είναι σαφώς καθορισμένες και άλλες είναι ασαφείς.

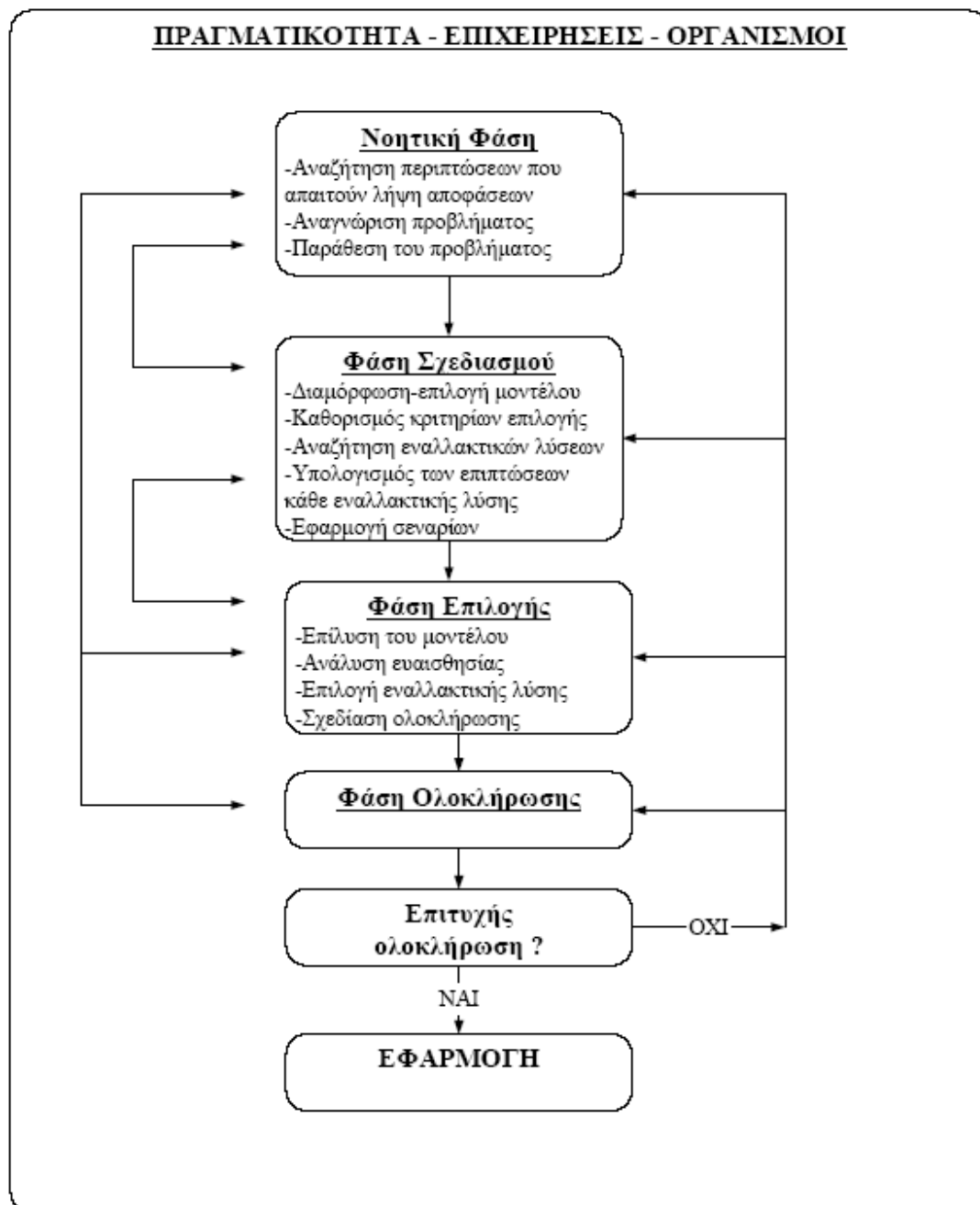
Οι Keen and Scott-Morton (1978) και Keen (1980) εκτιμούν, ότι οι δομημένες αποφάσεις μπορούν να λαμβάνονται από μηχανογραφημένες εφαρμογές χωρίς τη συμμετοχή του αποφασίζοντος, ενώ οι ημιδομημένες αποφάσεις λαμβάνονται οπωσδήποτε με τη συμμετοχή του, μέσα από την αλληλεπίδραση αποφασίζοντος - συστήματος. Τέλος, αδόμητες αποφάσεις θεωρούνται εκείνες, των οποίων δεν είναι δυνατή η δόμησή τους ή που δεν έχει γίνει ακόμα κατορθωτή η δόμησή τους. Αν γίνει δεκτό ότι η απόφαση είναι αποκλειστικό χαρακτηριστικό της ανθρώπινης σκέψης και κρίσης, τότε οδηγείται κανείς στο συμπέρασμα ότι η πρώτη κατηγορία του διαχωρισμού των αποφάσεων σε δομημένες (Keen και Scott-Morton, 1978) ή προγραμματιζόμενες (Simon, 1960) μπορεί να μη γίνει αποδεκτή, λόγω του ότι σε αυτές δεν παρεμβαίνει ο ανθρώπινος παράγων. Έτσι, μπορεί να διαχωριστούν οι αποφάσεις σε δύο κατηγορίες: τις ημιδομημένες και τις αδόμητες με τις έννοιες που ήδη τους έχουν αποδοθεί.

### 2.1.2 Διαδικασία λήψης αποφάσεων

Το κλασικό πλέον μοντέλο του Simon (1960), που αναφέρεται στη διαδικασία λήψης μιας απόφασης από έναν αποφασίζοντα, χωρίζει τη διαδικασία λήψης μιας απόφασης στις ακόλουθες τρεις φάσεις:

- Νοητική φάση (intelligent phase):** Αρχικά αναζητούνται καταστάσεις για τις οποίες μπορεί να ληφθούν αποφάσεις.
- Σχεδιασμός (design):** Κατά τη φάση αυτή γίνεται έρευνα, ανάλυση και ανάπτυξη όλων των δυνατών εναλλακτικών τρόπων δράσης (αποφάσεων).
- Επιλογή (choice):** Στη τελική φάση γίνεται η επιλογή της καταλληλότερης απόφασης μέσα από το σύνολο των εναλλακτικών τρόπων δράσης (αποφάσεων). Όταν κατά τη διάρκεια λήψης μιας απόφασης και οι τρεις ανωτέρω φάσεις είναι δομημένες τότε

πρόκειται για πλήρως δομημένο πρόβλημα. Αν καμιά από τις τρεις φάσεις δεν είναι δομημένη, τότε το πρόβλημα θεωρείται πλήρως αδόμητο. Τέλος, αν κάποιες από τις φάσεις είναι δομημένες και κάποιες αδόμητες, τότε το πρόβλημα θεωρείται ημιδομημένο. Στη τρίτη φάση περιέχεται και η εργασία της ολοκλήρωσης της λύσης (implementation), η οποία λόγω της σημαντικότητάς της αντιμετωπίζεται από πολλούς συγγραφείς σαν μια τέταρτη ανεξάρτητη φάση σχήμα 1.1.



Σχήμα 1.1

Ο Anthony (1965) ορίζει τις ακόλουθες τρεις γενικές κατηγορίες αποφάσεων που εμπεριέχουν όλες τις δυνατές διοικητικές δραστηριότητες:



- **Λειτουργικός έλεγχος** (operational control), που αναφέρεται στην αποδοτικότητα και αποτελεσματικότητα εκτέλεσης ειδικών εργασιών.
- **Διοικητικός έλεγχος** (managerial control), που αφορά την απόκτηση και αποδοτική χρησιμοποίηση των απαραίτητων μέσων για την επίτευξη των στόχων.
- **Στρατηγικός σχεδιασμός** (strategic planning), που αναφέρεται στους μακροπρόθεσμους στόχους και τις ακολουθούμενες πολιτικές κατανομής πόρων.

Στον πίνακα 1.1 παρουσιάζεται (Turban, 1993) το αποτέλεσμα του συνδυασμού των εργασιών των Simon(1960) και Anthony (1965) από τους Gorry και Scott-Morton (1971).

Αποφάσεις	Λειτουργικός Έλεγχος	Διοικητικός Έλεγχος	Στρατηγικός Σχεδιασμός	Υποστηρίζεται από
<b>Δομημένες</b>	Έλεγχος αποθεμάτων, χρώστες	Βραχυπρόθεσμες προβλέψεις, Ανάλυση προϋπολογισμού, Αναφορές προσωπικού	Τόπος εγκατάστασης εργοστασίων και αποθηκών	<b>MIS Μοντέλα OR</b>
<b>Ημιδομημένες</b>	Πρόγραμμα παραγωγής, Έλεγχος απογραφής	Προετοιμασία προϋπολογισμού	Σχεδίαση νέων προϊόντων, Νέα σχέδια	<b>DSS</b>
<b>Αδόμητες</b>	Διαχείριση χρηματικών πόρων, Αγορά software	Διαπραγματεύσεις, Αγορά hardware	Προγραμματισμός ερευνών και ανάπτυξης, Ανάπτυξη νέων τεχνολογιών.	<b>DSS, Expert Systems</b>

**Πίνακας 1.1** Πλαίσιο Υποστήριξης Αποφάσεων (Πηγή: Turban, 1993)

### 2.1.3 Χαρακτηριστικά των ΣΥΑ

Οι Sprague και Carlson ( 1982) αναφέρουν ότι τα σημαντικότερα χαρακτηριστικά ενός αποτελεσματικού Σ.Υ.Α είναι οι δυνατότητες που έχουν για να:

- Υποστηρίζουν τις διαδικασίες λήψης ημιδομημένων ή αδόμητων αποφάσεων.
- Υποστηρίζουν και τις τέσσερις φάσεις λήψης αποφάσεων (νοητική, σχεδίασης, επιλογής και ολοκλήρωσης).

- Συνδυάζουν τη συνεργασία μοντέλων, βάσεων δεδομένων και τεχνικών παρουσίασης των αποτελεσμάτων.
- Δίνουν έμφαση στην ευκολία χρήσης, την ευελιξία και την προσαρμοστικότητά τους.
- Αλληλεπιδρούν με άλλα πληροφοριακά συστήματα που ήδη λειτουργούν.
- Τα χαρακτηριστικά αυτά είναι και τα κύρια σημεία διαφοροποίησής των από τα άλλα συστήματα, όπως τα πληροφοριακά συστήματα διοίκησης (M.I.S). Λόγω των διαφορετικών απόψεων που επικρατούν, όσον αφορά του τι ακριβώς είναι Σύστημα Υποστήριξης Αποφάσεων (DSS), για αυτό είναι προτιμότερο να αναφέρουμε τα χαρακτηριστικά και τις δυνατότητες ενός τέτοιου αντιπροσωπευτικού συστήματος, παρά να υιοθετήσουμε κάποιον από τους ορισμούς αυτούς.
- Η χρήση τους βοηθά στην αύξηση της αποτελεσματικότητας και όχι της αποδοτικότητας.
- Κατασκευάζονται για να παρέχουν υποστήριξη σε όλα τα επίπεδα διοίκησης βοηθώντας και όχι υποκαθιστώντας τον αποφασίζοντα ο οποίος διατηρεί τον πλήρη έλεγχο του συστήματος καθόλη τη διάρκεια λήψης μιάς απόφασης.
- Η υποστήριξη παρέχεται είτε σε ομάδες ατόμων (Group Decision Support Systems), είτε σε ξεχωριστά άτομα (DSS).
- Παρέχουν υποστήριξη σε όλες τις φάσεις μιας διαδικασίας λήψης απόφασης. Διαθέτουν ευελιξία και προσαρμοστικότητα.
- Χρησιμοποιούνται κυρίως για να παρέχουν υποστήριξη σε ημιδομημένες ή αδόμητες αποφάσεις.
- Είναι φιλικά στη χρήση.
- Είναι ευέλικτα και ευκολοπροσαρμόσιμα σε τυχόν μεταβολές.
- Η χρήση ενός DSS οδηγεί στη βελτίωση των αποφάσεων και στην δημιουργία νέων απαιτήσεων του αποφασίζοντα από αυτό, γεγονός που οδηγεί στη βελτίωση του συστήματος. Η διαδικασία ανάπτυξης και βελτίωσης ενός DSS επαναλαμβάνεται συνεχώς ανάλογα με τη χρήση του.

Προσοχή πρέπει να δοθεί στη σαφή διάκριση μεταξύ των όρων αποδοτικότητα (efficiency) και αποτελεσματικότητα (effectiveness). Με τα πληροφοριακά συστήματα διοίκησης (MIS) γίνεται προσπάθεια αύξησης της αποδοτικότητας ενώ με τα συστήματα υποστήριξης αποφάσεων (DSS) αυξάνεται η αποτελεσματικότητα των διαδικασιών λήψης αποφάσεων. Τα συστήματα υποστήριξης αποφάσεων δεν αντικαθιστούν τα πληροφοριακά συστήματα διοίκησης αλλά τα συμπληρώνουν έχοντας σαν αντικειμενικό τους σκοπό την υποβοήθηση του αποφασίζοντα ώστε να βελτίωση την αποτελεσματικότητά του.

## 2.2 Συστήματα Υποστήριξης Ομαδικών Αποφάσεων

Τα Συστήματα Υποστήριξης Ομαδικών Αποφάσεων αποτελούν μία σχετικά πρόσφατη τεχνολογική εξέλιξη. Τα πρώτα συστήματα αναπτύχθηκαν στις αρχές της δεκαετίας του '80. Αποτελούν μία εξέλιξη των κλασσικών Συστημάτων Υποστήριξης Αποφάσεων δίνοντας όμως έμφαση στην υποστήριξη πλέον μίας ομάδας αποφασιζόντων (και όχι ενός) οι οποίοι συνεργάζονται με στόχο την αντιμετώπιση και επίλυση ενός κοινού προβλήματος. Ένας ορισμός, που θεωρείται κλασικός στην βιβλιογραφία, είναι ο εξής: "Τα Συστήματα Υποστήριξης Ομαδικών Αποφάσεων συνδυάζουν τεχνολογίες επικοινωνίας, υπολογιστών και υποστήριξης αποφάσεων με στόχο να διευκολύνουν την δόμηση και επίλυση αδόμητων προβλημάτων που απασχολούν μια ομάδα ανθρώπων".

### 2.2.1 Τοπολογίες συστημάτων υποστήριξης ομαδικών αποφάσεων.

Μία από τις πιο γνωστές κατατάξεις των Συστημάτων Υποστήριξης Αποφάσεων βασίζεται σε δύο κριτήρια: το χρόνο και τη φυσική θέση. Λαμβάνοντας υπόψιν τα κριτήρια αυτά μπορούμε να έχουμε τις ακόλουθες τέσσερις κατηγορίες συστημάτων (σχήμα 1.2.1 ):

- Συστήματα στα οποία η χρονική στιγμή και η φυσική θέση της ομάδας είναι η ίδια για όλους. (Same time & same place) ή αλλιώς αίθουσα αποφάσεων (decision room)
- Συστήματα στα οποία η χρονική στιγμή είναι η ίδια αλλά διαφέρει η γεωγραφική θέση των μελών της ομάδας (Same time, different place) ή αλλιώς συστήματα τηλεδιάσκεψης (teleconferencing systems).
- Συστήματα στα οποία όλα τα μέλη της ομάδας βρίσκονται στον ίδιο φυσικό χώρο αλλά δεν συναντιούνται την ίδια χρονική στιγμή (Same place, different time) ή τοπικό δίκτυο απόφασης (local decision network).
- Συστήματα όπου τα μέλη της ομάδας βρίσκονται σε διαφορετικούς γεωγραφικούς χώρους και δεν συναντιούνται την ίδια χρονική στιγμή (Different place, different time): ή συστήματα εξ' αποστάσεως λήψης αποφάσεων (remote decision making)

	Same time	Different time
Same place	Αίθουσα Συσκέψεων	Τοπικό δίκτυο Αποφάσεων
Different place	Τηλεδιάσκεψη	Εξ'αποστάσεως λήψη αποφάσεων

**Σχήμα 1.2.1** Ταξινόμηση των Συστημάτων Υποστήριξης Αποφάσεων με βάση τη φυσική διάταξη του συστήματος

### 2.2.2 Πλεονεκτήματα συστημάτων υποστήριξης ομαδικών αποφάσεων

Διάφορες μελέτες που έχουν γίνει έχουν καταλήξει στο συμπέρασμα ότι ένα από τα μεγαλύτερα πλεονεκτήματα των GDSS είναι η *ανωνυμία*. Η δυνατότητα που δίνεται σε κάθε μέλος που συμμετέχει στη διαδικασία να εκφράσει την άποψή του σε οποιοδήποτε θέμα χωρίς να αποκαλύπτεται η ταυτότητά του (ανώνυμα) αυξάνει την συμμετοχή των ατόμων στην ομαδική διαδικασία μειώνοντας τις φυσικές τους αναστολές και την επιφυλακτικότητα.

Ένα ακόμη πλεονέκτημα είναι το γεγονός ότι ένα Σύστημα Υποστήριξης Ομαδικών Αποφάσεων αυξάνει την αποτελεσματικότητα μιας ομαδικής εργασίας με την δόμηση των αλληλεπιδράσεων μεταξύ των μελών της ομάδας. Το αποτέλεσμα είναι μία μεγάλη εξοικονόμηση στον χρόνο που διαρκεί μία συνάντηση. Επομένως η ομάδα μπορεί να επικεντρωθεί περισσότερο στην εκτέλεση του έργου της και στην επίλυση του προβλήματος. Επίσης υπάρχει μία σημαντική αύξηση στην ποσότητα της πληροφορίας που μπορεί να συγκεντρωθεί εξαιτίας της παράλληλης εισόδου (όλα τα μέλη της ομάδας μπορούν να συνεισφέρουν ταυτόχρονα). Σε μία κλασική συνάντηση ο λόγος δίνεται με τη σειρά και οι υπόλοιποι περιμένουν. Εδώ η είσοδος των σχολίων, των απόψεων, των παρατηρήσεων, των δεδομένων και των αποτελεσμάτων μπορεί να γίνεται ταυτόχρονα από όλα τα μέλη της ομάδας.

Τα Συστήματα Υποστήριξης Αποφάσεων μπορούν να αυξήσουν την *ομαδική μνήμη* (group memory). Η έλλειψη ομαδικής μνήμης αποτελεί έναν φραγμό για την παραγωγικότητα μιας ομάδας και έχει σαν αποτέλεσμα την απώλεια πληροφορίας, η οποία οδηγεί σε πιο φτωχή διαδικασία ομαδικής μάθησης και λήψης αποφάσεων. Μερικά χαρακτηριστικά των GDSS όπως είναι electronic capturing and information display μπορούν να μειώσουν τις απώλειες πληροφορίας.

Τα εργαλεία που προσφέρουν τα Συστήματα Υποστήριξης Ομαδικών Αποφάσεων αυξάνουν την παραγωγικότητα και την δυνατότητα επίλυσης προβλημάτων μιας ομάδας αυξάνοντας της ικανότητα πληροφόρησης της ομάδας. Μπορούν να περιέχουν αναλυτικά μοντέλα όπως τα μοντέλα ανάλυσης αποφάσεων τα οποία υποστηρίζουν περίπλοκα θέματα.

Τα Συστήματα Υποστήριξης Αποφάσεων οδηγούν στην λήψη πιο "δημοκρατικών" αποφάσεων. Δεν υπάρχει περίπτωση κάποιος να επιβληθεί με κάποιο τρόπο (π.χ υψώνοντας τη φωνή του) σε κάποια συνάντηση. Σε όλους δίνεται η ευκαιρία να εκφράσουν τις απόψεις και τις ιδέες του μέσω ενός τερματικού. Περισσότερες ιδέες και πολύ περισσότερα συμπεράσματα μπορεί να προκύψουν σε πολύ πιο σύντομο χρονικό διάστημα.

### 2.2.3 Μειονεκτήματα συστημάτων υποστήριξης ομαδικών αποφάσεων

Η συνεχής χρήση των GDSS τείνει να μειώσει την διαπροσωπική επαφή των ατόμων μιας ομάδας. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα να αυξάνεται κοινωνική απόσταση μεταξύ τους. Ένα επιπλέον πρόβλημα αποτελεί το γεγονός ότι συνήθως τα στελέχη των επιχειρήσεων δεν έχουν μεγάλη εμπειρία στη χρήση των υπολογιστών και αυτό δυσκολεύει την

εξοικείωση τους με τα Συστήματα Υποστήριξης Ομαδικών Αποφάσεων και τους κάνει να είναι πολλές φορές επιφυλακτικοί ή ακόμη και εχθρικοί με τη χρήση τους. Το πρόβλημα αυτό πάντως αναμένεται να μειωθεί καθώς με την πάροδο του χρόνου οι άνθρωποι μαθαίνουν να χειρίζονται υπολογιστικά συστήματα.

Ένα από τα μεγαλύτερα μειονεκτήματα των Συστημάτων Υποστήριξης Αποφάσεων είναι το πολύ υψηλό κόστος υλοποίησης και εγκατάστασής τους. Μερικά από τα προβλήματα που έχουν παρατηρηθεί συνδέονται και με τον αριθμό των ατόμων που συμμετέχουν στις συναντήσεις για τη λήψη ομαδικών αποφάσεων. Οι συναντήσεις αυτές χωρίζονται σε μεγάλες και σε μικρές ανάλογα με τον αριθμό των συμμετεχόντων. Έτσι, μεγάλες θεωρούνται εκείνες οι οποίες τα άτομα που συμμετέχουν είναι περισσότερα από δέκα πέντε.

### 2.3 Πολυκριτήρια ανάλυση αποφάσεων

Η αδυναμία των υπάρχοντων μοντέλων να αντιμετωπίσουν τα πολυδιάστατα πραγματικά προβλήματα των επιχειρήσεων, με χρήση ενός μόνο κριτηρίου, οδήγησε στην ανάπτυξη της Πολυκριτήριας Λήψης Αποφάσεων (Multiple Criteria Decision Making). Τα πολυκριτήρια προβλήματα, λόγω της παρουσίας πολλαπλών και αντικρουόμενων μεταξύ των κριτηρίων αξιολόγησης των εναλλακτικών αποφάσεων, είναι προβλήματα με χαμηλό βαθμό δόμησης. Επομένως, το πλήθος των κριτηρίων και η πολυπλοκότητα των μεταξύ των σχέσεων, έχουν επίδραση στο σύστημα προτιμήσεων του αποφασίζοντος, το οποίο με τη σειρά του χαρακτηρίζεται, και αυτό, από χαμηλό βαθμό δόμησης. Συμπεραίνεται λοιπόν ότι οι λαμβανόμενες αποφάσεις ανήκουν στη κατηγορία των ημιδομημένων αποφάσεων, γεγονός που δημιουργεί την ανάγκη για υποστήριξη του αποφασίζοντος μέσω της ανάπτυξης κατάλληλων πολυκριτήριων μοντέλων.

Τέσσερις είναι σήμερα οι κυρίαρχες τάσεις στη πολυκριτήρια λήψη αποφάσεων:

- Ο πολυκριτήριος μαθηματικός προγραμματισμός (Multiobjective mathematical programming). Πρόκειται για μοντέλα μαθηματικού προγραμματισμού με περισσότερες από μια αντικειμενικές συναρτήσεις. Εδώ επικρατούν δύο προβληματικές όσον αφορά τον τρόπο που λαμβάνονται οι αποφάσεις. Σύμφωνα με τη πρώτη, την ονομαζόμενη αλληλεπιδραστική (interactive), η πορεία προς τη λήψη της τελικής απόφασης γίνεται χωρίς καμία αναφορά στη συνάρτηση χρησιμότητας από τον αποφασίζοντα, ο οποίος διαμορφώνει την υποκειμενική του αντίληψη για τη σημαντικότητα των κριτηρίων και κάνει τις επιλογές του, που αφορούν το επίπεδο προσέγγισης των στόχων του (Benayoun et al., 1971). Κατά τη δεύτερη, την ορθολογική, κατασκευάζεται το ίδιο το μοντέλο του αποφασίζοντος, που χρησιμοποιείται ακολούθως στην ανάδειξη των αποφάσεων μέγιστης χρησιμότητας (Geoffrion et al., 1972; Zionts and Wallenius, 1976; Jacquet-Lagrèze et al., 1987).
- Η θεωρία πολυκριτήριας χρησιμότητας (Multiattribute Utility Theory - MAUT) έχει τις ρίζες της στις αρχές των Adams and Fagot (1959), Yntena and Torgerson (1961), Miller and Starr (1969) κ.α., που αναπτύχθηκαν στη δεκαετία το '60. Οι Roy and Vincke το 1984 διατύπωσαν το αξίωμα της ολικής και μεταβατικής συγκρισιμότητας, με το οποίο διερευνούνται εκείνες οι ιδιότητες που χαρακτηρίζουν

ένα σύστημα προτιμήσεων, ώστε αυτό να μπορεί να εκφραστεί από ένα συγκεκριμένο μοντέλο χρησιμότητας, ενώ παράλληλα υποδεικνύει μεθοδολογικά πλαίσια για την εκτίμηση των συναρτήσεων χρησιμότητας (Fishburn, 1977; Huber, 1974; Keeney και Raiffa, 1976; Vincke, 1985).

- Οι σχέσεις υπεροχής (outranking relations) σύμφωνα με τις οποίες προκειμένου να ληφθεί η τελική απόφαση δεν είναι πάντα αναγκαία αλλά ούτε και ρεαλιστική η πλήρης διάταξη των εναλλακτικών επιλογών, γεγονός που προκύπτει από το αξίωμα της ολικής και μεταβατικής συγκρισιμότητας. Η θεωρία αυτή εφαρμόστηκε από τον Roy (1968) με την οικογένεια μεθόδων ELECTRE στην ανάλυση συμπεριφοράς (Roy, 1985, Roy and Bouyssou, 1993). Οι μέθοδοι αυτές βασίζονται στη δυαδική σχέση των προτιμήσεων μέσα από τις ανά ζεύγη συγκρίσεις των εναλλακτικών ενεργειών.
- Η ανάλυση μονότονης παλινδρόμησης (ordinal regression). Σε αυτή γίνεται χρησιμοποίηση μοντέλων ανάλυσης παλινδρόμησης στη προσπάθεια προσέγγισης της συλλογιστικής των αποφασίζόντων. Με τη μεθοδολογία αυτή καθορίζεται αφενός μεν ένα σύνολο εναλλακτικών επιλογών, αφετέρου δε ένα σύνολο κριτηρίων που τις χαρακτηρίζουν, ενώ καταγράφονται και οι προτιμήσεις των αποφασίζόντων. Τελικά γίνεται η εκτίμηση ενός αναλυτικού μοντέλου χρησιμότητας, το οποίο αναπαριστά με βέλτιστο τρόπο τις προτιμήσεις των αποφασίζόντων. Με βάση το μοντέλο της γραμμικής παλινδρόμησης, οι Hammond et al. (1977), παρουσίασαν το POLICY, ένα αλληλεπιδραστικό σύστημα ανάλυσης των προτιμήσεων του αποφασίζοντος. Οι Jacquet-Lagrange και Siskos (1982) παρουσίασαν το μοντέλο μονότονης παλινδρόμησης UTA, ενώ το 1983 οι Siskos και Yannacopoulos παρουσίασαν μια βελτιωμένη έκδοσή του, το μοντέλο UTASTAR.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

### Ανάλυση του Συστήματος και η Προτεινόμενη Μεθοδολογία

#### 3.1 Εισαγωγή

Στο κεφάλαιο αυτό θα αναπτύξουμε ολόκληρο το μεθοδολογικό πλαίσιο πάνω στο οποίο στηρίζεται η κατασκευή του συστήματος μας. Για την επίλυση των πολυκριτήριων προβλημάτων, προτείνεται η Πολυκριτήρια Ανάλυση Αποφάσεων και πιο συγκεκριμένα η Αναλυτική-Συνθετική προσέγγιση, η οποία στηρίζεται στην προδιάταξη που δίνουν οι αποφασίζοντες κατά τη μοντελοποίηση του εκάστοτε προβλήματος. Με βάση λοιπόν την αναλυτική-συνθετική προσέγγιση, κατά τη μοντελοποίηση της εφαρμογής μας, μελετούμε, αναλύουμε και εφαρμόζουμε τέσσερις μεθόδους βελτιστοποίησης. Οι μέθοδοι αυτές ανήκουν στην οικογένεια μεθόδων UTA και είναι οι ακόλουθες:

- Ελαχιστοποίηση Αθροίσματος Σφαλμάτων (παράγραφος 3.3)
- Ελαχιστοποίηση Μεγίστου Αθροίσματος Σφαλμάτων (παράγραφος 3.4)
- Μεγιστοποίηση του συντελεστή συσχέτισης Kendall's  $\tau$  (παράγραφος 3.5)
- Ελαχιστοποίηση του Μέγιστου Αριθμού Ανακατατάξεων ανά αποφασίζοντα (παράγραφος 3.6)

Οι λόγοι που οδήγησαν στην εφαρμογή των τεσσάρων αυτών μεθόδων ήταν η εξαγωγή των περισσότερο ικανοποιητικών αποτελεσμάτων, καθώς και η πιθανότητα αξιολόγησης διαφορετικών συμπερασμάτων ανάλογα με τη χρησιμοποιούμενη μέθοδο. Επίσης, πρέπει να σημειωθεί ότι ανεξάρτητα από το στόχο που θέτει η αντικειμενική συνάρτηση της κάθε μεθόδου, η παράμετρος βάσει της οποίας τα αποτελέσματα κρίνονται σε πρώτη στάδιο ως ικανοποιητικά ή μη, είναι ο μέσος όρος των συντελεστών συσχέτισης Kendall's  $\tau$  μεταξύ των αρχικών κατατάξεων των αποφασιζόντων και της κατάταξης που προκύπτει από τη μοντελοποίηση. Η τελική αξιολόγηση όμως των εξαγόμενων αποτελεσμάτων θα πραγματοποιηθεί από τους ίδιους τους αποφασίζοντες, οπότε και θα αποφασιστεί η υιοθέτηση είτε η περαιτέρω διερεύνηση του προβλήματος.

Ας περάσουμε όμως στην αναλυτική παρουσίαση των παραπάνω μεθόδων, ξεκινώντας με τις βασικές αρχές της αναλυτικής-συνθετικής προσέγγισης.

#### 3.2 Αναλυτική συνθετική

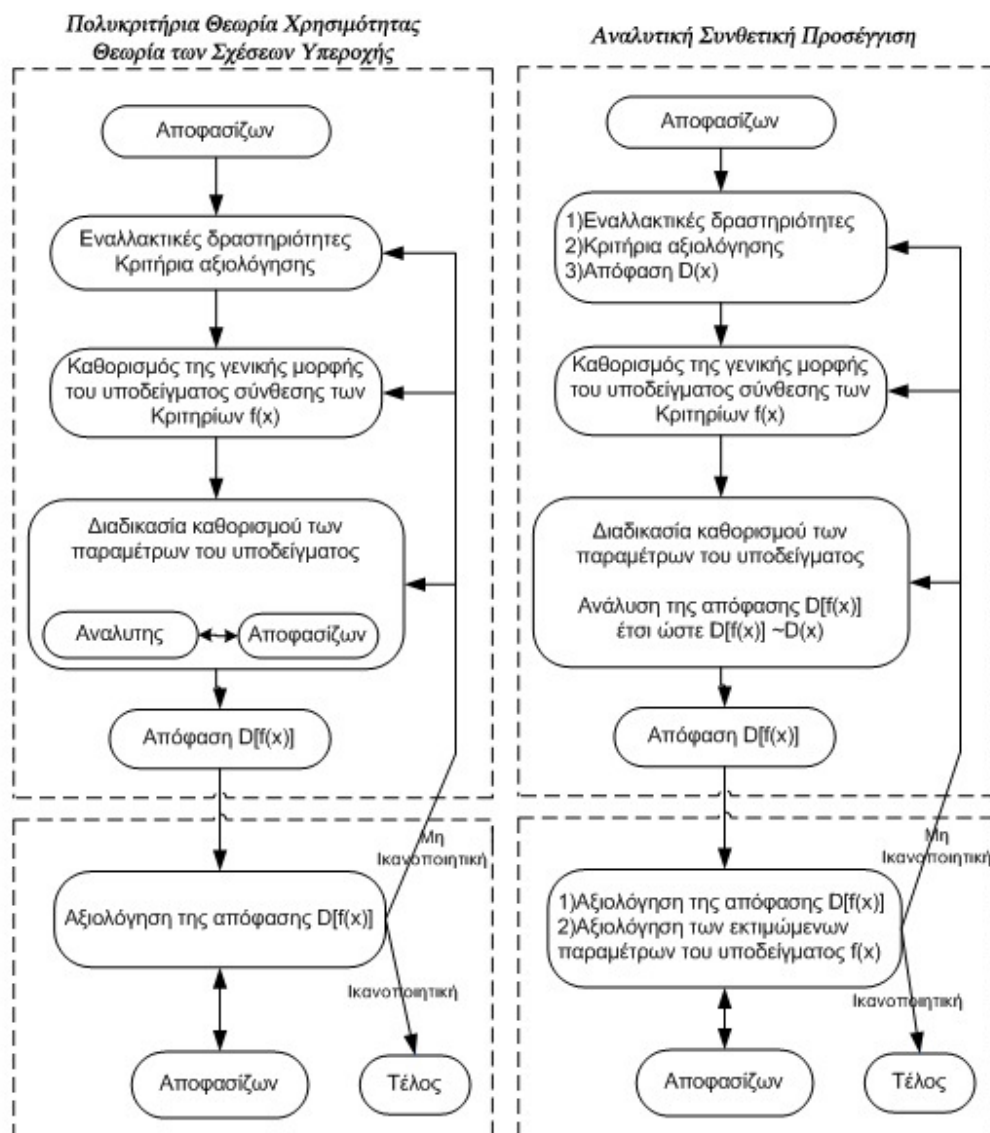
Στην πολυκριτήρια λήψη αποφάσεων, το βασικό πρόβλημα σύμφωνα με τη γνώμη των αναλυτών και των αποφασιζόντων αφορά στον τρόπο με τον οποίο θα πρέπει να ληφθεί η τελική απόφαση. Σε πολλές περιπτώσεις, ωστόσο, το πρόβλημα αυτό εξετάζεται από την αντίθετη οπτική γωνία, υποθέτοντας δηλαδή ως δεδομένη την τελική απόφαση και αναζητώντας την λογική οδό που οδήγησε σε αυτήν. Ισοδύναμα, γίνεται προσπάθεια να εκτιμηθεί το μοντέλο προτιμήσεων του αποφασίζοντα που θα οδηγήσει στην ίδια ακριβώς απόφαση ή στην κατά το δυνατόν πιο <<όμοια>>. Η φιλοσοφία της Αναλυτικής Συνθετικής Προσέγγισης προσανατολίζεται στην ανάπτυξη ενός γενικού μεθοδολογικού πλαισίου, το οποίο μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την ανάλυση των αποφάσεων που

λαμβάνει ο αποφασίζων έτσι ώστε να καθοριστεί το κατάλληλο υπόδειγμα σύνθεσης των κριτηρίων που θα ανταποκρίνεται στο σύστημα αξιών και προτιμήσεων του αποφασίζοντα.

Πιο συγκεκριμένα, ο αποφασίζων ακολουθεί (συνειδητά ή ασυνειδητά) ένα σύστημα αξιών και προτιμήσεων, το οποίο τον οδηγεί στις αποφάσεις που λαμβάνει. Η αναλυτική-συνθετική προσέγγιση δεν προσπαθεί να εντοπίσει τις αποφάσεις αυτές ζητώντας από τον αποφασίζοντα να καθορίσει, άμεσα, πληροφορίες ως προς τον τρόπο με τον οποίο ελήφθησαν ( Πολυκριτήρια Θεωρία Χρησιμότητας και Θεωρία Σχέσεων Υπεροχής), αλλά αντίθετα προσπαθεί να εντοπίσει τον τρόπο με τον οποίο λαμβάνονται οι αποφάσεις μέσω της ανάλυσης σχέσης μεταξύ των αποφάσεων και των επιδόσεων των εναλλακτικών δραστηριοτήτων στα κριτήρια αξιολόγησης. Η ανάλυση αυτή οδηγεί στον καθορισμό όλων των παραμέτρων του υποδείγματος σύνθεσης των κριτηρίων, έτσι ώστε το αναπτυσσόμενο υπόδειγμα να αναπαράγει τις αποφάσεις του αποφασίζοντα με τον πλέον πιστό τρόπο. Στο Σχήμα 2.1 παρουσιάζεται η ουσιαστική διαφορά φιλοσοφίας μεταξύ της αναλυτικής- συνθετικής προσέγγισης και των άλλων διακριτών πολυκριτηρίων προσεγγίσεων.

Οι βάσεις της αναλυτικής-συνθετικής προσέγγισης εντοπίζονται στην διαπίστωση των προβλημάτων που συχνά παρουσιάζονται κατά τη διαδικασία απόσπασης από τους αποφασίζοντες, πληροφοριών σχετικών με το σύστημα αξιών και προτιμήσεων που τους διέπει. Πολλές φορές οι αποφασίζοντες αδυνατούν να παράσχουν τις πληροφορίες αυτές, είτε λόγω έλλειψης χρόνου, είτε γιατί απλά αδυνατούν να αποσαφηνίσουν επακριβώς τις παραμέτρους που ασυνείδητα λαμβάνουν υπόψη κατά τη διαδικασία λήψης των αποφάσεων τους. Αντίθετα, είναι συνήθως πολύ ευκολότερο να διατυπώσουν τις ίδιες τις αποφάσεις που λαμβάνουν, χωρίς να καθορίσουν καμία επιπλέον παράμετρο που να σχετίζεται με τον τρόπο λήψης των αποφάσεων. Στα πλαίσια της αναλυτικής-συνθετικής προσέγγισης είναι δυνατή η αξιοποίηση κάθε μορφής που μπορούν να έχουν οι αποφάσεις αυτές. Συνήθως εκφράζονται σε μια μονότονη κλίμακα μέσω της κατάταξης ή ταξινόμησης των εναλλακτικών δραστηριοτήτων. Παράλληλα όμως, δύναται να εκφραστούν με τη μορφή ενός δείκτη ( πόσες φορές μια εναλλακτική δραστηριότητα προτιμάται σε σχέση με μια άλλη), ή ακόμα να παρέχουν και περισσότερες λεπτομέρειες όπως η κατάταξη των εναλλακτικών δραστηριοτήτων στο κάθε κριτήριο αξιολόγησης καθώς και η ιεράρχηση των κριτηρίων αξιολόγησης με βάση τη σημαντικότητά τους.





Σχήμα 2.1: Η διαδικασία της Αναλυτικής-Συνθετικής Προσέγγισης έναντι των διαδικασιών της Πολυκριτήριας Θεωρίας Χρησιμότητας και της Θεωρίας των Σχέσεων Υπεροχής(Δούμπος,2003)

Η συλλογή των παραπάνω μορφών πληροφοριών στοχεύει στη συγκέντρωση ενός επαρκούς συνόλου παραδειγμάτων των αποφάσεων που λαμβάνει ο αποφασίζων. Τα παραδείγματα αυτά δύναται να αφορούν :

1. Παλαιότερες αποφάσεις τις οποίες έλαβε ο αποφασίζων.
2. Την αξιολόγηση ενός περιορισμένου αλλά αντιπροσωπευτικού συνόλου φανταστικών εναλλακτικών δραστηριοτήτων.
3. Την αξιολόγηση ενός περιορισμένου αλλά αντιπροσωπευτικού υποσυνόλου των εξεταζόμενων δραστηριοτήτων, τις οποίες γνωρίζει καλά ο αποφασίζων και συνεπώς μπορεί εύκολα να εκφέρει το αποτέλεσμα της αξιολόγησής τους.

Στα παραδείγματα αυτά ενσωματώνονται όλες οι απαραίτητες πληροφορίες που προσδιορίζουν το σύστημα αξιών και προτιμήσεων που ακολουθεί ο αποφασίζων.

Συνεπώς, η ανάλυση των παραδειγμάτων αυτών με τον κατάλληλο τρόπο μπορεί να οδηγήσει στο σαφή καθορισμό των παραμέτρων και της μορφής του υποδείγματος, το οποίο ανταποκρίνεται στο σύστημα αξιών του αποφασίζοντα.

### 3.3 Ελαχιστοποίηση Αθροίσματος Σφαλμάτων

Η μέθοδος *ελαχιστοποίηση του αθροίσματος των σφαλμάτων* αποτελεί προέκταση της μεθόδου *ελαχιστοποίηση του αθροίσματος των σφαλμάτων ανά αποφασίζοντα* (UTASTAR). Η όλη φιλοσοφία της μεθόδου παραμένει ίδια, με τη διαφορά ότι αναφέρεται πλέον στο σύνολο των αποφασιζόντων και όχι στον καθένα ξεχωριστά. Κατά συνέπεια, στόχος της αντικειμενικής συνάρτησης, στη συγκεκριμένη περίπτωση, δεν είναι η ελαχιστοποίηση του αθροίσματος των σφαλμάτων κάθε αποφασίζοντα, αλλά η ελαχιστοποίηση του συνολικού αθροίσματος των σφαλμάτων των αποφασιζόντων.

Πριν παραθέσουμε και αναλύσουμε το μη γραμμικό μοντέλο της παρούσας μεθοδολογίας επιτακτική προβάλλει η ανάγκη, να παρουσιάσουμε τη μεθοδολογία της UTASTAR, έτσι ώστε να γίνει κατανοητή η φιλοσοφία του γενικότερου μεθοδολογικού πλαισίου της ελαχιστοποίησης του αθροίσματος των σφαλμάτων.

#### 3.3.1 Ελαχιστοποίηση Αθροίσματος Σφαλμάτων ανά Αποφασίζοντα

Η μέθοδος UTASTAR αποτελεί παραλλαγή της μεθόδου UTA. Οι έρευνες των Jacquet – Lagreze και Σίσκου ( 1978) στην κατεύθυνση της διαχείρισης τακτικών κριτηρίων κατέληξαν στην παρουσίαση της μεθόδου UTA η οποία παρουσιάστηκε στο “Cahiers du Lamsade” στο Πανεπιστήμιο Paris – Dauphine. Η μέθοδος UTA στοχεύει στην τεκμηρίωση μίας ή περισσότερων προσθετικών συναρτήσεων αξιών από μία δοσμένη κατάταξη. Η μέθοδος χρησιμοποιεί τεχνικές γραμμικού προγραμματισμού για να αποτιμήσει αυτές τις συναρτήσεις αξιών ώστε η κατάταξη που τελικά λαμβάνουμε από αυτές τις συναρτήσεις να είναι όσο το δυνατόν πιο συνακόλουθη με την ήδη δοσμένη προδιάταξη. Ύστερα ακολούθησε η ανάπτυξη του αλγορίθμου UTASTAR ( Siskos & Yannakopoulos ,1985) μέσω του οποίου επιτυγχάνεται το παραπάνω αποτέλεσμα .

Ο αλγόριθμος της UTASTAR πραγματοποιείται σε δυο φάσεις :

- Στην πρώτη φάση εκτιμώνται οι βέλτιστες μερικές χρησιμότητες και η ολική χρησιμότητα σύμφωνα με το αθροιστικό μοντέλο σύνθεσης των κριτηρίων.
- Στη δεύτερη φάση , φάση Μεταβελτιστοποίησης , γίνεται ανάλυση ευστάθειας του ολικού βέλτιστου . Σε περίπτωση ύπαρξης πολλών λύσεων προσδιορίζονται εκείνες οι βέλτιστες λύσεις που μεγιστοποιούν τα βάρη των κριτηρίων

Προχωρώντας πλέον στην παρουσίαση του αλγορίθμου της UTASTAR, θα πρέπει να αναφέρουμε τα εξής:

Προκειμένου να αποτιμήσουμε κάθε συνάρτηση αξιών, η κλίμακα αξιολόγησης για κάθε κριτήριο ( ειδικά όταν πρόκειται για μετρήσιμα κριτήρια ) διακρίνεται σε ένα περιορισμένο σύνολο σημείων :

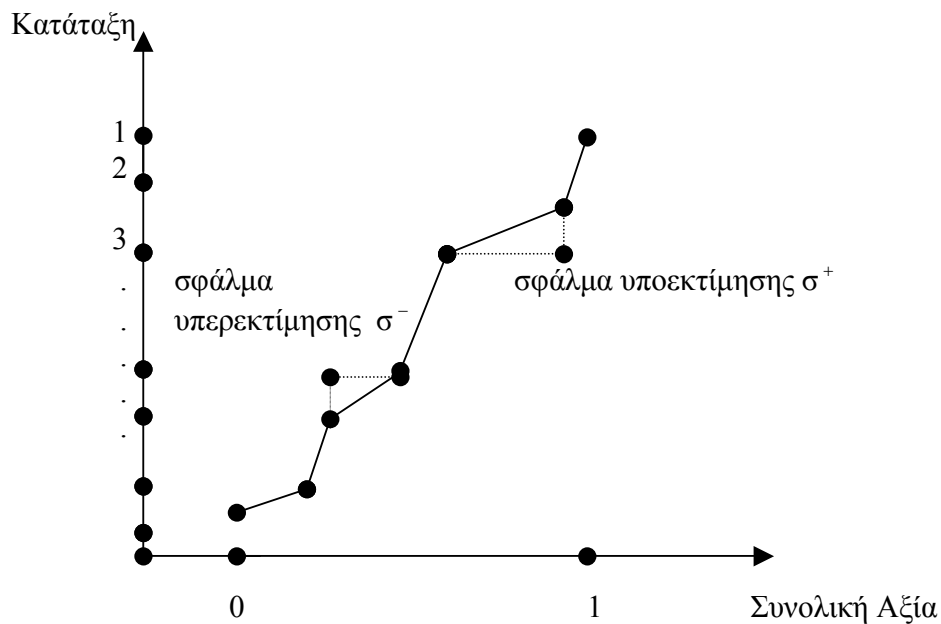
$$Gi = \{g_i^* = g_i^1, g_i^2, \dots, g_i^l, \dots, g_i^{ai} = g_i^*\}$$

Επιπλέον το σύνολο αναφοράς  $A_R = \{a_1, a_2, \dots, a_k\}$  επαναπροσδιορίζεται με τέτοιο τρόπο ώστε το  $a_1$ , το πρώτο στην κατάταξη και το  $a_k$  το τελευταίο. Εφόσον η κατάταξη έχει τη μορφή ασθενούς σχέσης, σχέσεις υπεροχής, για κάθε ζεύγος συνακόλουθων δράσεων  $(a_j, a_{j+1})$  επικρατεί μια από τις δυο ακόλουθες σχέσεις:

$$a_j > a_{j+1} \quad (\text{προτίμηση}),$$

$$a_j \sim a_{j+1} \quad (\text{αδιαφορία})$$

Στη αρχική έκδοση της UTA (Jacquet – Lagreze και Σίσκος, 1982) εισάγεται για κάθε ζεύγος  $a$  του συνόλου αναφοράς με  $a \in A_R$  ένα σφάλμα απόκλισης  $\sigma(a)$  με σκοπό αυτό να ελαχιστοποιηθεί κατά την επίλυση. Αργότερα οι Σίσκος και Γιαννακόπουλος όρισαν δύο τέτοιες μεταβλητές απόκλισης, ένα σφάλμα υπερεκτίμησης και ένα υποεκτίμησης, τα οποία οδήγησαν σε καλύτερα αποτελέσματα. (Σχήμα 2)



Σχήμα 2: Καμπύλη Παλινδρόμησης

Η κύρια υπολογιστική διαδικασία που εφαρμόζεται στη μέθοδο UTASTAR περιλαμβάνει τεχνικές γραμμικού προγραμματισμού ώστε να οδηγηθούμε σε προσθετικές συναρτήσεις αξιών οι οποίες παρουσιάζουν την μικρότερη δυνατή απόκλιση από την κατάταξη που δίνεται στο σύνολο αναφοράς  $A_R$ .

**Βήμα 1.** Εκφράζουμε την συνολική αξία των εναλλακτικών του συνόλου αναφοράς  $u [g(a_j)]$ ,  $j = 1, 2, \dots, k$  πρώτα υπο μορφή αξιών  $u [g(a_j)]$  και στη συνέχεια υπο μορφή

μεταβλητών  $W_{il} = u_i(g_i^{l+1}) - u_i(g_i^l) \geq 0$  με  $i=1,2,3,\dots,n$  και  $l=1,2,\dots,a$  και υπο τις ακόλουθες συσχετίσεις :  $u_i(g_i^1) = 0$  και  $u_i(g_i^l) = \sum_{t=1}^{l-1} w_{it} \quad \forall i$  και  $i > 1$

**Βήμα 2.** Εισάγουμε στο  $A_R$  δυο συναρτήσεις αποκλίσεων τις  $\sigma^+$  και  $\sigma^-$ , γράφοντας για κάθε ζεύγος επακόλουθων δράσεων του συνόλου αναφοράς, την αναλυτική του έκφραση η οποία είναι :  $\Delta(a_j, a_{j+1}) = u[g(a_j)] - \sigma^+(a_j) + \sigma^-(a_j) - u[g(a_{j+1})] + \sigma^+(a_{j+1}) - \sigma^-(a_{j+1})$

**Βήμα 3.** Επιλύουμε το γραμμικό πρόβλημα :

$$\text{Min } z = \sum_{j=1}^k [\sigma^+(a_j) + \sigma^-(a_j)]$$

Υπό περιορισμούς :

$$\begin{aligned} \Delta(a_j, a_{j+1}) &\geq \delta \quad \text{έάν } a_j > a_{j+1} \\ \Delta(a_j, a_{j+1}) &= 0 \quad \text{έάν } a_j \sim a_{j+1} \\ \forall j &= 1, 2, \dots, k-1 \end{aligned} \quad (3.1)$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{l=1}^{a-1} w_{il} = 1 \quad (3.2)$$

$$\begin{aligned} w_{il} &\geq 0 \quad i=1, 2, \dots, n \\ l &= 1, 2, \dots, a_i - 1, \end{aligned} \quad (3.3)$$

$$\sigma^+(a_j) \geq 0, \quad \sigma^-(a_j) \geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, k, \quad (3.4)$$

με  $\delta$  να είναι ένας μικρός θετικός αριθμός

**Βήμα 4.** Εφαρμόζουμε ανάλυση ευστάθειας. Δηλαδή εξετάζουμε την ύπαρξη πολλαπλών ή σχεδόν βέλτιστων λύσεων στο γραμμικό μας πρόβλημα. Σε περίπτωση που δεν υπάρχει μοναδική λύση βρίσκουμε την κύρια προσθετική συνάρτηση αξιών για εκείνες τις λύσεις, σχεδόν βέλτιστες, η οποία μεγιστοποιεί τις αντικειμενικές συναρτήσεις  $p_i = u_i(g_i^*) = \sum_l w_{il}$  για όλα τα  $i=1, 2, \dots, n$ , στο πολύεδρο που σχηματίζεται από το νέο περιορισμό :

$$\sum_{j=1}^k [\sigma^+(a_j) + \sigma^-(a_j)] \leq z^* + \varepsilon \quad \text{με } z^* \text{ να είναι η πιθανή λύση του γραμμικού προβλήματος στο βήμα 3 και } \varepsilon \text{ ένας πολύ μικρός θετικός αριθμός.}$$

### 3.3.2 Ο αλγόριθμος της μεθόδου Ελαχιστοποίησης Αθροίσματος Σφαλμάτων

Ύστερα από την παρουσίαση της UTASTAR θα αναπτύξουμε το μοντέλο, της μεθόδου ελαχιστοποίηση του αθροίσματος των σφαλμάτων την οποία και θα χρησιμοποιήσουμε για την ανάπτυξη της δικιάς μας μεθοδολογίας και την περαιτέρω κατασκευή του συστήματος DM's Helper!

Όπως έχουμε ήδη αναφέρει στην παράγραφο 3.2 στόχος της αντικειμενικής συνάρτησης, δεν είναι η ελαχιστοποίηση του αθροίσματος των σφαλμάτων κάθε αποφασίζοντα, αλλά η ελαχιστοποίηση του συνολικού αθροίσματος των σφαλμάτων των αποφασιζόντων. Οπότε προσθέτουμε μια ακόμη μεταβλητή, τη μεταβλητή  $\theta$ , η οποία αναφέρεται στους αποφασίζοντες.

Η γενική μορφή του μη γραμμικού προγράμματος που επιλύεται είναι η ακόλουθη:

$$[\min]z = \sum_{\theta=1}^{T_s} \sum_{j=1}^{\kappa} [\sigma^+(\alpha_j)^\theta + \sigma^-(\alpha_j)^\theta]$$

υπό τους περιορισμούς

### Προτίμησης

$$U^{\theta}_{ολ}(\alpha_{\kappa}) - U^{\theta}_{ολ}(\alpha_{\kappa+1}) + [\sigma^+(\alpha_{\kappa})^\theta - \sigma^-(\alpha_{\kappa})^\theta] - [\sigma^+(\alpha_{\kappa+1})^\theta - \sigma^-(\alpha_{\kappa+1})^\theta] \geq d \quad (3.5)$$

εάν  $a_{\kappa} \succ a_{\kappa+1}$

### Αδιαφορίας

$$U^{\theta}_{ολ}(\alpha_{\kappa}) - U^{\theta}_{ολ}(\alpha_{\kappa+1}) + [\sigma^+(\alpha_{\kappa})^\theta - \sigma^-(\alpha_{\kappa})^\theta] - [\sigma^+(\alpha_{\kappa+1})^\theta - \sigma^-(\alpha_{\kappa+1})^\theta] = 0 \quad (3.6)$$

εάν  $a_{\kappa} \sim a_{\kappa+1}$

Περιορισμοί κανονικοποίησης (3.2)

Περιορισμοί μη αρνητικότητας (3.4)

Στόχος επομένως της παραπάνω μεθόδου αποτελεί η ελαχιστοποίηση του συνολικού αθροίσματος των σφαλμάτων υποεκτίμησης  $\sigma^+(\alpha_{\kappa})$  και υπereκτίμησης  $\sigma^-(\alpha_{\kappa})$  των αποφασιζόντων.

Στο επόμενο στάδιο της μεταβελτιστοποίησης ακολουθούμε επακριβώς το βήμα 4 του αλγορίθμου της UTASTAR όπως παρουσιάστηκε στην προηγούμενη παράγραφο

## 3.4 Ελαχιστοποίηση Μεγίστου Αθροίσματος Σφαλμάτων

Η ελαχιστοποίηση του μέγιστου αθροίσματος σφαλμάτων ανήκει στην κατηγορία μεθόδων που είναι γνωστές ως meta-UTA και στοχεύει στη βελτιστοποίηση της συνάρτησης αξιών αναφορικά με την ανάλυση ευστάθειας ή την αξιοποίηση της για τη λήψη αποφάσεων. Οι Despotis et al. (1990) πρότειναν, ως μια τέτοια τεχνική, την ελαχιστοποίηση της διασποράς των σφαλμάτων (κριτήριο Tchebycheff) κατά το στάδιο της μεταβελτιστοποίησης της UTA. Στην περίπτωση αυστηρά θετικού σφάλματος ( $z^* > 0$ ), στόχος είναι η διερεύνηση της ύπαρξης ημιβέλτιστων λύσεων οι οποίες να φέρουν ως αποτέλεσμα κατατάξεις  $R$  τέτοιες ώστε  $\tau(R, R) > \tau(R^*, R^*)$ , όπου  $R^*$  είναι η κατάταξη που αντιστοιχεί στη βέλτιστη λύση  $z^*$ . Σχετικές έρευνες (Despotis and Yiannakopoulos,

1990) απέδειξαν ότι εκτός από το συνολικό σφάλμα  $z^*$ , κρίσιμο ρόλο για τη συσχέτιση  $\tau(R, R)$  διαδραματίζει και η διασπορά των σφαλμάτων  $\sigma^+$ . Κατά συνέπεια, στη συγκεκριμένη τεχνική καταβάλλεται προσπάθεια για να ελαχιστοποιηθεί η διαφορά μεταξύ του μέγιστου και του ελάχιστου σφάλματος, γεγονός που ισοδυναμεί με την ελαχιστοποίηση του μέγιστου σφάλματος  $\sigma_{\max}$ , δεδομένου ότι όλα τα σφάλματα είναι μη αρνητικοί αριθμοί.

Παρακάτω παρουσιάζεται η γενική μορφή του μη γραμμικού προβλήματος πάνω στην οποία στηρίζεται η μεθοδολογία μας.

$$[\min]Z = \sigma_{\max}$$

υπό τους περιορισμούς

$$\sigma_{\max} - \sum_{\theta=1}^{T_s} \sum_{k=1}^j [\sigma^+(\alpha_k)^\theta + \sigma^-(\alpha_k)^\theta] \geq 0$$

και τους περιορισμούς 3.5, 3.6 και  $\sigma_{\max} \geq 0$

Στο επόμενο στάδιο της μεταβελτιστοποίησης ακολουθούμε επακριβώς το βήμα 4 του αλγορίθμου της UTASTAR (παράγραφος 3.3.1).

### 3.5 Μεγιστοποίηση του συντελεστή συσχέτισης Kendall's $\tau$

Πολλές είναι οι παραλλαγές που έχουν αναπτυχθεί βασιζόμενες στη μέθοδο UTA, σε κάποιες από τις οποίες η συνάρτηση ολικής αξίας παρουσιάζει διαφορετική μορφή (όπως και οι τεχνικές που παρουσιάστηκαν στις ενότητες 2.2 και 2.3), ενώ σε άλλες διαφοροποιούνται τα κριτήρια βελτιστοποίησης που δομούν το πρόβλημα.

Ένα εναλλακτικό κριτήριο βελτιστοποίησης σχετίζεται με την ελαχιστοποίηση των ανακατατάξεων ( παραβιαζομένων ζευγών), που παρουσιάζονται μεταξύ της κατάταξης

$R$  του αποφασίζοντα και της τελικής κατάταξης  $R^*$  που προκύπτει κατά τη μοντελοποίηση, το οποίο ισοδυναμεί με τη μεγιστοποίηση του συντελεστή συσχέτισης Kendall's  $\tau$  τα μεταξύ των δυο κατατάξεων. Έτσι, για κάθε ζεύγος  $(a,b) \in R$ , εισάγεται η μεταβλητή  $\gamma_{ab}$ , η οποία είναι δίτιμη και λαμβάνει την τιμή  $\gamma_{ab}=0$  όταν ισχύει ο περιορισμός, ενώ στην αντίθετη περίπτωση  $\gamma_{ab}=1$ . Επίσης, είναι δυνατόν να αντιμετωπιστούν με διαφορετικό τρόπο οι περιορισμοί προτίμησης και αδιαφορίας που προκύπτουν από την κατάταξη  $R$  του αποφασίζοντα (Beuthe and Scanella 2001), εξετάζοντας δηλαδή στην περίπτωση αδιαφορίας και το ζεύγος  $(a,b) \in R$  αλλά και το ζεύγος  $(b,a) \in R$ .

Η μέθοδος που παρουσιάζεται στη συγκεκριμένη ενότητα βασίζεται στην παραπάνω τεχνική με τη διαφορά ότι οι δυο προτεινόμενες συναρτήσεις ολικής αξίας είναι μη προσθετικές. Έτσι, η γενική μορφή του ακέραιου-μη γραμμικού προγράμματος που επιλύεται είναι η ακόλουθη:

$$[\min]f = \sum_{\theta=1}^{T_s} \sum_{\alpha, b \in R} \gamma_{ab}^{\theta} \Leftrightarrow [\max]z^{\theta}(R, R)^{*}$$

υπό τους περιορισμούς

Προτίμησης

$$U_{\alpha\lambda}^{\theta}(\alpha) - U_{\alpha\lambda}^{\theta}(b) + M * \gamma_{ab}^{\theta} \geq \delta, \text{ εάν } \alpha > b$$

$$\text{όπου: } \begin{cases} \gamma_{ab}^{\theta}=0, & \text{εάν ισχύει } U_{\alpha\lambda}^{\theta}(\alpha) - U_{\alpha\lambda}^{\theta}(b) \geq \delta \\ \gamma_{ab}^{\theta}=1, & \text{εάν δεν ισχύει } U_{\alpha\lambda}^{\theta}(\alpha) - U_{\alpha\lambda}^{\theta}(b) \geq \delta \end{cases} \quad (3.4.1)$$

Αδιαφορίας

$$\left. \begin{aligned} U_{\alpha\lambda}^{\theta}(\alpha) - U_{\alpha\lambda}^{\theta}(b) + M * \gamma_{ab}^{\theta} &\geq 0 \\ U_{\alpha\lambda}^{\theta}(\alpha) - U_{\alpha\lambda}^{\theta}(b) + M * \gamma_{ba}^{\theta} &\leq 0 \end{aligned} \right\} \text{ εάν } a \cong b$$

$$\text{όπου: } \begin{cases} \gamma_{ab}^{\theta}=0, & \text{εάν ισχύει } U_{\alpha\lambda}^{\theta}(\alpha) - U_{\alpha\lambda}^{\theta}(b) \geq 0 \\ \gamma_{ab}^{\theta}=1, & \text{εάν δεν ισχύει } U_{\alpha\lambda}^{\theta}(\alpha) - U_{\alpha\lambda}^{\theta}(b) \geq 0 \end{cases} \quad (3.4.2)$$

και τους περιορισμούς 2.2 και 2.4

Στο επόμενο στάδιο της μεταβελτιστοποίησης ακολουθούμε επακριβώς το βήμα 4 του αλγορίθμου της UTASTAR (παράγραφος 3.3.1).

### 3.6 Ελαχιστοποίηση του Μέγιστου Αριθμού Ανακατατάξεων ανά αποφασίζοντα

Η ελαχιστοποίηση του μέγιστου αριθμού ανακατατάξεων ανήκει και αυτή στην κατηγορία μεθόδων που είναι γνωστές ως meta-UTA, όπως και η μέθοδος ελαχιστοποίηση μέγιστου αθροίσματος σφαλμάτων. Η συγκεκριμένη τεχνική στηρίζεται

στο γεγονός ότι, καθώς η συσχέτιση  $\tau(R, R)^*$  δεν εξαρτάται μόνο από το συνολικό σφάλμα  $z^*$  αλλά επηρεάζεται και από τη διασπορά των σφαλμάτων (Despotis and Yiannakopoulos 1990), με την ίδια λογική, κρίσιμο ρόλο για τη συσχέτιση  $\tau(R, R)^*$  θα διαδραματίζει και η διασπορά του συνολικού αριθμού ανακατατάξεων.

Κατά συνέπεια, στόχος της συγκεκριμένης τεχνικής είναι η ελαχιστοποίηση της διαφοράς μεταξύ του μέγιστου και του ελάχιστου αριθμού ανακατατάξεων ανά αποφασίζοντα. Το γεγονός αυτό ισοδυναμεί με την ελαχιστοποίηση του μέγιστου αριθμού ανακατατάξεων  $\gamma_{\max}$  ανα αποφασίζοντα, δεδομένου ότι όλες οι ανακατατάξεις  $\gamma_{ab}$  είναι δίτιμες μεταβλητές και άρα μη αρνητικοί αριθμοί. Η μέθοδος αυτή ακολουθεί τη φιλοσοφία της μεθόδου ελαχιστοποίησης του μέγιστου αθροίσματος σφαλμάτων ανά αποφασίζοντα (2<sup>η</sup> μέθοδος). Αποσκοπεί δηλαδή, στη μείωση της διασποράς του αριθμού των ανακατατάξεων κάθε αποφασίζοντα που προκύπτουν κατά τη μοντελοποίηση. Το ακέραιο-μη γραμμικό πρόβλημα που επιλύεται είναι το ακόλουθο:

$$[\min] F = \gamma_{\max}$$

υπό τους περιορισμούς

$$\gamma_{\max} - \sum_{(a,b) \in R \forall \theta} \gamma_{ab}^{\theta} \geq 0$$

και τους περιορισμούς 3.4.1, 3.4.2, 3.2, 3.4 και  $\gamma_{\max} \geq 0$

Στο επόμενο στάδιο της μεταβελτιστοποίησης ακολουθούμε επακριβώς το βήμα 4 του αλγορίθμου της UTASTAR (παράγραφος 3.3.1).

.



## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

### Παρουσίαση του Συστήματος DM's Helper! Με μια εφαρμογή

#### 4.1 Το πρόβλημα της αγοράς αυτοκινήτου

Στο συγκεκριμένο παράδειγμα θα μελετήσουμε την περίπτωση όπου, τρεις αποφασίζοντες θέλουν να επιλέξουν την αγορά ενός αυτοκινήτου. Οι εναλλακτικές περιπτώσεις είναι επτά και τα κριτήρια αξιολόγησης των εναλλακτικών αυτών έξι. Πιο συγκεκριμένα :

- Έχουμε 3 αποφασίζοντες: DM1, DM2 και DM3.
- Έχουμε 7 εναλλακτικές: Daewoo Matiz, Opel Agila, Hyundai Atos, Daihatsu Cuore, Ford CA, Suzuki Wagon και Fiat Seicento.
- Έχουμε 6 κριτήρια αξιολόγησης: Horse power (CV), Max Speed (km/h), Acceleration (0-100km/h), Consumption (lt/100km), Design και Price.

Οι αποφασίζοντες κατατάσσουν τις εναλλακτικές ως ακολούθως:

**DM1:** Opel Agila > Suzuki Wagon > Hyundai Atos > Daihatsu Cuore > Ford CA > (Daewoo Matiz ~ Fiat Seicento)

**DM2:** Daihatsu Cuore > (Hyundai Atos ~ Ford CA) > Fiat Seicento > (Suzuki Wagon ~ Daewoo Matiz) > Opel Agila

**DM3:** Hyundai Atos > Daihatsu Cuore > (Suzuki Wagon ~ Opel Agila) > Ford CA > Fiat Seicento > Daewoo Matiz

Ύστερα κατασκευάζουμε για τον κάθε DM έναν πολυκριτήριο πίνακα όπου σημειώνονται οι τιμές με τις οποίες αξιολογεί τις παραπάνω εναλλακτικές για κάθε κριτήριο. Οπότε θα έχουμε:

DM1	Ranking	Horse power (CV)	Max Speed (km/h)	Acceleration (0-100km/h)	Consumption (lt/100km)	Design	Price
Daewoo Matiz	6	75	152	16	7	4	9000
Opel Agila	1	80	155	13	7	4	10500
Hyundai Atos	3	55	142	15	6,5	2	8400
Daihatsu Cuore	4	60	140	13	5	1	7500
Ford CA	5	70	155	15	6	5	8600
Suzuki Wagon	2	50	145	19	6	1	9000
Fiat Seicento	6	55	150	14	6,5	3	8300

DM2	Ranking	Horse power (CV)	Max Speed (km/h)	Acceleration (0-100km/h)	Consumption (lt/100km)	Design	Price
Daewoo Matiz	4	75	152	16	7	1	9000
Opel Agila	5	80	155	13	7	4	10500
Hyundai Atos	2	55	142	15	6,5	5	8400
Daihatsu Cuore	1	60	140	13	5	2	7500
Ford CA	2	70	155	15	6	3	8600
Suzuki Wagon	4	50	145	19	6	4	9000
Fiat Seicento	3	55	150	14	6,5	3	8300

DM3	Ranking	Horse power (CV)	Max Speed (km/h)	Acceleration (0-100km/h)	Consumption (lt/100km)	Design	Price
Daewoo Matiz	6	75	152	16	7	2	9000
Opel Agila	3	80	155	13	7	4	10500
Hyundai Atos	1	55	142	15	6,5	5	8400
Daihatsu Cuore	2	60	140	13	5	1	7500
Ford CA	4	70	155	15	6	4	8600
Suzuki Wagon	3	50	145	19	6	2	9000
Fiat Seicento	5	55	150	14	6,5	3	8300

#### 4.1.1 Ελαχιστοποίηση Αθροίσματος Σφαλμάτων

Σύμφωνα με τη μεθοδολογία που παρουσιάστηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο το επόμενο βήμα συνιστά την κατασκευή των χρησιμότητων των επτά εναλλακτικών μας. Για να πραγματοποιηθεί το βήμα αυτό, ορίζονται τα ισαπέχοντα διαστήματα  $a_i$  για κάθε κριτήριο. Για την εφαρμογή μας επιλέγονται τα  $\alpha_1=3, \alpha_2=3, \alpha_3=2, \alpha_4=2, \alpha_5=4, \alpha_6=3$ . Η επιλογή του  $\alpha$  βασίζεται στην αρχή των ισαπέχοντων διαστημάτων οπότε ο αριθμός τους καθορίζεται από τη διαθέσιμη πληροφορία και εξαρτάται από το πλήθος των εναλλακτικών επιλογών του συγκεκριμένου κριτηρίου. Έτσι έχουμε τα παρακάτω διαστήματα:

$$[g_{1*}, g_{1*}^*] = [\underbrace{50, 60, 70, 80}_{\substack{w_{11} \quad w_{12} \quad w_{13}}}]$$

$$[g_{2*}, g_{2*}^*] = [\underbrace{140, 145, 150, 155}_{\substack{w_{21} \quad w_{22} \quad w_{23}}}]$$

$$[g_{3*}, g_{3*}^*] = [\underbrace{19, 16, 13}_{\substack{w_{31} \quad w_{32}}}]$$

$$[g_{4*}, g_{4*}^*] = [\underbrace{7, 6, 5}_{\substack{w_{41} \quad w_{42}}}]$$

$$[g_5^*, g_5^*] = [\underbrace{1}_{w51}, \underbrace{2}_{w52}, \underbrace{3}_{w53}, \underbrace{4}_{w54}, 5]$$

$$[g_6^*, g_6^*] = [\underbrace{10500}_{w61}, \underbrace{9500}_{w62}, \underbrace{8500}_{w63}, 7500]$$

Όπου:

$g_i^*$ : η χειρότερη τιμή του κριτηρίου  $i$

$g_i^*$ : η καλύτερη τιμή του κριτηρίου  $i$

Στη συνέχεια υπολογίζουμε τις προσθετικές χρησιμότητες κάθε εναλλακτικής επιλογής και για κάθε αποφασίζοντα με βάση τη σχέση της ολικής χρησιμότητας  $u(g) = u_1(g_1) + u_2(g_2) + \dots + u_n(g_n)$ . Οπότε θα έχουμε:

#### Για τον DM1:

$$\begin{aligned} U[g(\text{Daewoo Matiz})] &= u_1(75) + u_2(152) + u_3(16) + u_4(7) + u_5(4) + u_6(9000) \\ U[g(\text{Opel Agila})] &= u_1(80) + u_2(155) + u_3(13) + u_4(7) + u_5(4) + u_6(10500) \\ U[g(\text{Hyundai Atos})] &= u_1(55) + u_2(142) + u_3(15) + u_4(6,5) + u_5(2) + u_6(8400) \\ U[g(\text{Daihatsu Cuore})] &= u_1(60) + u_2(140) + u_3(13) + u_4(5) + u_5(1) + u_6(7500) \\ U[g(\text{Ford CA})] &= u_1(70) + u_2(155) + u_3(15) + u_4(6) + u_5(5) + u_6(8600) \\ U[g(\text{Suzuki Wagon})] &= u_1(50) + u_2(145) + u_3(19) + u_4(6) + u_5(1) + u_6(9000) \\ U[g(\text{Fiat Seicento})] &= u_1(55) + u_2(150) + u_3(14) + u_4(6,5) + u_5(3) + u_6(8300) \end{aligned}$$

#### Για τον DM2:

$$\begin{aligned} U[g(\text{Daewoo Matiz})] &= u_1(75) + u_2(152) + u_3(16) + u_4(7) + u_5(1) + u_6(9000) \\ U[g(\text{Opel Agila})] &= u_1(80) + u_2(155) + u_3(13) + u_4(7) + u_5(4) + u_6(10500) \\ U[g(\text{Hyundai Atos})] &= u_1(55) + u_2(142) + u_3(15) + u_4(6,5) + u_5(5) + u_6(8400) \\ U[g(\text{Daihatsu Cuore})] &= u_1(60) + u_2(140) + u_3(13) + u_4(5) + u_5(2) + u_6(7500) \\ U[g(\text{Ford CA})] &= u_1(70) + u_2(155) + u_3(15) + u_4(6) + u_5(3) + u_6(8600) \\ U[g(\text{Suzuki Wagon})] &= u_1(50) + u_2(145) + u_3(19) + u_4(6) + u_5(4) + u_6(9000) \\ U[g(\text{Fiat Seicento})] &= u_1(55) + u_2(150) + u_3(14) + u_4(6,5) + u_5(3) + u_6(8300) \end{aligned}$$

#### Για τον DM3:

$$\begin{aligned} U[g(\text{Daewoo Matiz})] &= u_1(75) + u_2(152) + u_3(16) + u_4(7) + u_5(2) + u_6(9000) \\ U[g(\text{Opel Agila})] &= u_1(80) + u_2(155) + u_3(13) + u_4(7) + u_5(4) + u_6(10500) \\ U[g(\text{Hyundai Atos})] &= u_1(55) + u_2(142) + u_3(15) + u_4(6,5) + u_5(5) + u_6(8400) \\ U[g(\text{Daihatsu Cuore})] &= u_1(60) + u_2(140) + u_3(13) + u_4(5) + u_5(1) + u_6(7500) \\ U[g(\text{Ford CA})] &= u_1(70) + u_2(155) + u_3(15) + u_4(6) + u_5(4) + u_6(8600) \\ U[g(\text{Suzuki Wagon})] &= u_1(50) + u_2(145) + u_3(19) + u_4(6) + u_5(2) + u_6(9000) \\ U[g(\text{Fiat Seicento})] &= u_1(55) + u_2(150) + u_3(14) + u_4(6,5) + u_5(3) + u_6(8300) \end{aligned}$$

Επειδή όμως γνωρίζουμε ότι  $u(g_{i*}) = 0$ , θα ισχύουν:  $u_1(50) = 0$ ,  $u_2(140) = 0$ ,  $u_3(19) = 0$ ,  $u_4(7) = 0$ ,  $u_5(1) = 0$ ,  $u_6(10500) = 0$

Επίσης παρατηρούμε ότι οι χρησιμότητες  $u_1(75)$ ,  $u_1(55)$ ,  $u_2(152)$ ,  $u_2(142)$ ,  $u_3(15)$ ,  $u_3(14)$ ,  $u_4(6,5)$ ,  $u_4(5)$ ,  $u_6(9000)$ ,  $u_6(8400)$ ,  $u_6(8600)$ ,  $u_6(9000)$ ,  $u_6(8300)$  είναι αντίστοιχα 75, 55, 152, 142, 15, 14, 6.5, 5, 9000, 8400, 8600, 9000, 8300 τιμές δηλαδή οι οποίες βρίσκονται μέσα στα διαστήματα που δημιουργήσαμε και δεν εκφράζονται από τις τιμές της κλίμακας που κατασκευάστηκε για το κάθε κριτήριο. Οπότε χρησιμοποιούμε τη γραμμική παρεμβολή για να εκφράσουμε την κάθε μια από τις παραπάνω χρησιμότητες συναρτήσει των άκρων του διαστήματος μέσα στο οποίο περιλαμβάνεται. Έτσι λοιπόν θα έχουμε:

$$\begin{aligned} u_1(75) &= u_1(70) + 0,5*(u_1(80)-u_1(70)) = 0,5*u_1(70) + 0,5*u_1(80) \\ u_1(55) &= u_1(50) + 0,5*(u_1(60)-u_1(50)) = 0,5*u_1(50) + 0,5*u_1(60) \\ u_2(152) &= u_2(150) + 0,4*(u_2(155)-u_2(150)) = 0,6*u_2(150) + 0,4*u_2(155) \\ u_2(142) &= u_2(140) + 0,4*(u_2(145)-u_2(140)) = 0,6*u_2(140) + 0,4*u_2(145) \\ u_3(15) &= u_3(16) + 0,33*(u_3(13)-u_3(16)) = 0,77*u_3(16) + 0,33*u_3(13) \\ u_3(14) &= u_3(16) + 0,66*(u_3(13)-u_3(16)) = 0,44*u_3(16) + 0,66*u_3(13) \\ u_4(6,5) &= u_4(7) + 0,5*(u_4(6)-u_4(7)) = 0,5*u_4(7) + 0,5*u_4(6) \\ u_4(5) &= u_4(6) + 0,25*(u_4(2)-u_4(6)) = 0,75*u_4(6) + 0,25*u_4(2) \\ u_6(8300) &= u_6(8500) + 0,2*(u_6(7500)-u_6(8500)) = 0,8*u_6(8500) + 0,2*u_6(7500) \\ u_6(8400) &= u_6(8500) + 0,1*(u_6(7500)-u_6(8500)) = 0,9*u_6(8500) + 0,1*u_6(7500) \\ u_6(8600) &= u_6(9500) + 0,9*(u_6(8500)-u_6(9500)) = 0,1*u_6(9500) + 0,9*u_6(8500) \\ u_6(9000) &= u_6(9500) + 0,5*(u_6(8500)-u_6(9500)) = 0,5*u_6(9500) + 0,5*u_6(8500) \end{aligned}$$

Αφού λοιπόν κάνουμε την αντικατάσταση, με βάση τις σχέσεις που αναφέρονται στο βήμα 1, της παραγράφου 2.2.1 (UTASTAR) παίρνουμε τις ακόλουθες σχέσεις:

Για τον DM1:

$$U[g(\text{Daewoo Matiz})] = w_{11} + w_{12} + 0,5*w_{13} + w_{21} + w_{22} + w_{23} + w_{31} + w_{51} + w_{52} + w_{53} + w_{61} + 0,5*w_{62}$$

$$U[g(\text{Opel Agila})] = w_{11} + w_{12} + w_{31} + w_{21} + w_{22} + w_{23} + w_{31} + w_{32} + w_{51} + w_{52} + w_{53}$$

$$U[g(\text{Hyundai Atos})] = 0,5*w_{11} + 0,4*w_{21} + w_{31} + 0,33*w_{32} + 0,5*w_{41} + w_{51} + w_{61} + w_{62} + 0,1*w_{63}$$

$$U[g(\text{Daihatsu Cuore})] = w_{11} + w_{31} + w_{32} + w_{41} + w_{42} + w_{61} + w_{62} + w_{63}$$

$$U[g(\text{Ford CA})] = w_{11} + w_{12} + w_{21} + w_{22} + w_{23} + w_{31} + 0,33*w_{32} + w_{41} + w_{51} + w_{52} + w_{53} + w_{54} + w_{61} + 0,9*w_{62}$$

$$U[g(\text{Suzuki Wagon})] = w_{11} + w_{12} + w_{21} + w_{22} + w_{23} + w_{31} + 0,33*w_{32} + w_{41} + w_{51} + w_{52} + w_{53} + w_{54} + w_{61} + 0,9*w_{62}$$

$$U[g(\text{Fiat Seicento})] = 0,5*w_{11} + w_{21} + w_{22} + w_{31} + 0,66*w_{32} + 0,5*w_{41} + w_{51} + w_{52} + w_{61} + w_{62} + 0,2*w_{63}$$

Για τον DM2:

$$U[g(\text{Daewoo Matiz})] = w_{11} + w_{12} + 0,5*w_{13} + w_{21} + w_{22} + 0,4*w_{23} + w_{31} + w_{61} + 0,5*w_{62}$$

$$U[g(\text{Opel Agila})] = w_{11} + w_{12} + w_{13} + w_{21} + w_{22} + w_{23} + w_{31} + w_{32} + w_{51} + w_{52} + w_{53}$$

$$U[g(\text{Hyundai Atos})] = 0,5*w_{11} + 0,4*w_{21} + w_{31} + 0,33*w_{32} + 0,5*w_{41} + w_{51} + w_{53} + w_{54} + w_{61} + w_{62} + 0,1*w_{63}$$

$$U[g(\text{Daihatsu Cuore})] = w_{11} + w_{31} + w_{32} + w_{41} + w_{42} + w_{51} + w_{61} + w_{62} + w_{63}$$

$$U[g(\text{Ford CA})] = w_{11} + w_{12} + w_{21} + w_{22} + w_{23} + w_{31} + 0,33*w_{32} + w_{41} + w_{51} + w_{52} + w_{61} + 0,9*w_{62}$$

$$U[g(\text{Suzuki Wagon})] = w_{21} + w_{41} + w_{51} + w_{52} + w_{53} + w_{61} + 0,5*w_{62}$$

$$U[g(\text{Fiat Seicento})] = 0,5*w_{11} + w_{21} + w_{22} + w_{31} + 0,66*w_{32} + 0,5*w_{41} + w_{51} + w_{52} + w_{61} + w_{62} + 0,2*w_{63}$$

Για τον DM3:

$$U[g(\text{Daewoo Matiz})] = w_{11} + w_{12} + 0,5*w_{13} + w_{21} + w_{22} + 0,4*w_{23} + w_{31} + w_{51} + w_{61} + 0,5*w_{62}$$

$$U[g(\text{Opel Agila})] = w_{11} + w_{12} + w_{13} + w_{21} + w_{22} + w_{23} + w_{31} + w_{32} + w_{51} + w_{52} + w_{53}$$

$$U[g(\text{Hyundai Atos})] = 0,5*w_{11} + 0,4*w_{21} + w_{31} + 0,33*w_{32} + 0,5*w_{41} + w_{51} + w_{52} + w_{53} + w_{54} + w_{61} + w_{62} + 0,1*w_{63}$$

$$U[g(\text{Daihatsu Cuore})] = w_{11} + w_{31} + w_{32} + w_{41} + w_{42} + w_{61} + w_{62} + w_{63}$$

$$U[g(\text{Ford CA})] = w_{11} + w_{12} + w_{21} + w_{22} + w_{23} + w_{31} + 0,33*w_{32} + w_{41} + w_{51} + w_{52} + w_{53} + w_{61} + 0,9*w_{62}$$

$$U[g(\text{Suzuki Wagon})] = w_{21} + w_{41} + w_{51} + w_{61} + 0,5*w_{62}$$

$$U[g(\text{Fiat Seicento})] = 0,5*w_{11} + w_{21} + w_{22} + w_{31} + 0,66*w_{32} + 0,5*w_{41} + w_{51} + w_{52} + w_{61} + w_{62} + 0,2*w_{63}$$

Υστερα με βάση την προδιάταξη την οποία έχει δώσει ο κάθε αποφασίζοντας παίρνουμε για κάθε ζεύγος εναλλακτικών τις διαφορές

$$\Delta(a,b) = u(g(a)) - \sigma^+(a) + \sigma^-(a) - u(g(b)) + \sigma^+(b) - \sigma^-(b).$$

Επίσης όσον αφορά τα σφάλματα, υπάρχει μια συντόμευση του συμβολισμού τους έτσι ώστε να διευκολύνουν τις πράξεις του αλγόριθμου. Έτσι λοιπόν έχουμε:

Για τον DM1:

$\sigma_1 = \sigma^+(\text{Opel})$   
 $\sigma_2 = \sigma^-(\text{Opel})$   
 $\sigma_3 = \sigma^+(\text{Suzuki})$   
 $\sigma_4 = \sigma^-(\text{Suzuki})$   
 $\sigma_5 = \sigma^+(\text{Hyundai})$   
 $\sigma_6 = \sigma^-(\text{Hyundai})$   
 ...

Για τον DM2:

$\sigma_{15} = \sigma^+(\text{Daihatsu})$   
 $\sigma_{16} = \sigma^-(\text{Daihatsu})$   
 $\sigma_{17} = \sigma^+(\text{Hyundai})$   
 $\sigma_{18} = \sigma^-(\text{Hyundai})$   
 ...  
 κ.λπ.

Άρα λοιπόν θα παρουσιάσουμε τους περιορισμούς του γραμμικού προβλήματος, το οποίο θα επιλύσουμε, οι οποίοι προκύπτουν από τις διαφορές των ζευγών, των εναλλακτικών.

Για τον DM1(περιορισμοί 4.1):

$$\Delta(\text{Opel, Suzuki}) = w_{11} + w_{12} + w_{13} + w_{22} + w_{23} + w_{31} + w_{32} - w_{41} + w_{51} + w_{52} + w_{53} - w_{61} - 0,5*w_{62} - \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 - \sigma_4 \geq 0,05$$

$$\Delta(\text{Suzuki, Hyundai}) = -0,5*w_{11} + 0,6*w_{21} - w_{31} - 0,33*w_{32} + 0,5*w_{41} - w_{51} - 0,5*w_{62} - 0,1*w_{63} - \sigma_3 + \sigma_4 + \sigma_5 - \sigma_6 \geq 0,05$$

$$\Delta(\text{Hyundai, Daihatsu}) = -0,5*w_{11} - 0,4*w_{21} + 0,66*w_{32} + 0,5*w_{41} + w_{42} - w_{51} - 0,9*w_{63} - \sigma_5 + \sigma_6 + \sigma_7 - \sigma_8 \geq 0,05$$

$$\Delta(\text{Daihatsu, Ford}) = -w_{12} - w_{21} - w_{22} - w_{23} + 0,7*w_{32} + w_{42} - w_{51} - w_{52} - w_{53} - w_{54} - w_{61} + 0,1*w_{62} + w_{63} - \sigma_7 + \sigma_8 + \sigma_9 - \sigma_{10} \geq 0,05$$

$$\Delta(\text{Ford, Daewoo}) = -0,5*w_{13} + 0,6*w_{23} + 0,33*w_{32} + w_{41} + w_{54} + 0,4*w_{62} - \sigma_9 + \sigma_{10} + \sigma_{11} - \sigma_{12} \geq 0,05$$

$$\Delta(\text{Daewoo, Fiat}) = 0,5*w_{11} + w_{12} + 0,5*w_{13} + 0,4*w_{23} - 0,66*w_{32} - 0,5*w_{41} + w_{53} - 0,5*w_{62} - 0,2*w_{63} - \sigma_{11} + \sigma_{12} + \sigma_{13} - \sigma_{14} = 0$$

**Για τον DM2 (περιορισμοί 4.2):**

$$\Delta(\text{Daihatsu, Hyundai}) = 0,5*w_{11} - 0,4*w_{21} + 0,66*w_{32} + 0,5*w_{41} + w_{42} - w_{52} - w_{53} - w_{54} + 0,9*w_{63} - \sigma_{15} + \sigma_{16} + \sigma_{17} - \sigma_{18} \geq 0,05$$

$$\Delta(\text{Hyundai, Ford}) = -0,5*w_{11} - w_{12} - 0,6*w_{21} - w_{22} - w_{23} - 0,5*w_{41} + w_{54} + 0,1*w_{62} + 0,1*w_{63} - \sigma_{17} + \sigma_{18} + \sigma_{19} - \sigma_{20} = 0$$

$$\Delta(\text{Ford, Fiat}) = 0,5*w_{11} + w_{12} + w_{23} - 0,33*w_{32} + 0,5*w_{41} - 0,1*w_{62} - 0,2*w_{63} - \sigma_{19} + \sigma_{20} + \sigma_{21} - \sigma_{22} \geq 0,05$$

$$\Delta(\text{Fiat, Daewoo}) = -0,5*w_{11} - w_{12} - 0,5*w_{13} - 0,4*w_{22} + 0,66*w_{31} + 0,5*w_{41} + w_{51} + w_{52} + 0,5*w_{62} + 0,2*w_{63} - \sigma_{21} + \sigma_{22} + \sigma_{23} - \sigma_{24} \geq 0,05$$

$$\Delta(\text{Daewoo, Suzuki}) = w_{11} + w_{12} + 0,5*w_{13} + w_{22} + 0,4*w_{23} + w_{31} - w_{41} - w_{51} - w_{52} - w_{53} - \sigma_{23} + \sigma_{24} + \sigma_{25} - \sigma_{26} = 0$$

$$\Delta(\text{Suzuki, Opel}) = -w_{11} - w_{12} - w_{13} - w_{22} - w_{23} - w_{31} - w_{32} + w_{41} + w_{61} + 0,5*w_{62} - \sigma_{25} + \sigma_{26} + \sigma_{27} - \sigma_{28} \geq 0,05$$

**Για τον DM3(περιορισμοί 4.3):**

$$\Delta(\text{Hyundai, Daihatsu}) = -0,5*w_{11} + 0,4*w_{21} - 0,66*w_{32} - 0,5*w_{41} - w_{42} + w_{51} + w_{52} + w_{53} + w_{54} - 0,9*w_{63} - \sigma_{29} + \sigma_{30} + \sigma_{31} - \sigma_{32} \geq 0,05$$

$$\Delta(\text{Daihatsu, Opel}) = -w_{12} - w_{13} - w_{21} - w_{22} - w_{23} + w_{41} + w_{42} - w_{51} - w_{52} - w_{53} + w_{61} + w_{62} + w_{63} - \sigma_{31} + \sigma_{32} + \sigma_{33} - \sigma_{34} \geq 0,05$$

$$\Delta(\text{Opel, Suzuki}) = w_{11} + w_{12} + w_{13} + w_{22} + w_{23} + w_{31} + w_{32} - w_{41} + w_{52} + w_{53} - w_{61} - 0,5*w_{62} - \sigma_{33} + \sigma_{34} + \sigma_{35} - \sigma_{36} = 0$$

$$\Delta(\text{Suzuki, Ford}) = -w_{11} - w_{12} - w_{22} - w_{23} - w_{31} - 0,33*w_{32} - w_{52} - w_{53} - 0,4*w_{62} - \sigma_{35} + \sigma_{36} + \sigma_{37} - \sigma_{38} \geq 0,05$$

$$\Delta(\text{Ford, Fiat}) = 0,5*w_{11} + w_{12} + w_{23} - 0,33*w_{32} + 0,5*w_{41} + w_{53} - 0,1*w_{62} - 0,2*w_{63} - \sigma_{37} + \sigma_{38} + \sigma_{39} - \sigma_{40} \geq 0,05$$

$$\Delta(\text{Fiat, Daewoo}) = -0,5*w_{11} - w_{12} - 0,5*w_{13} - 0,4*w_{23} + 0,66*w_{32} + 0,5*w_{41} + w_{52} + 0,5*w_{62} + 0,2*w_{63} - \sigma_{39} + \sigma_{40} + \sigma_{41} - \sigma_{42} \geq 0,05$$

Οπότε έχουμε να λύσουμε το ακόλουθο γραμμικό πρόβλημα:

$$[\min] F = \sum_{i=1}^{42} \sigma_i$$

υπό τους περιορισμούς

- 4.1, 4.2, 4.3
- $w_{11} + w_{12} + w_{13} + w_{21} + w_{22} + w_{23} + w_{31} + w_{32} + w_{41} + w_{42} + w_{51} + w_{52} + w_{53} + w_{54} + w_{61} + w_{62} + w_{63} = 1$
- $\sigma(i) \geq 0$  και  $w(kj) \geq 0$  με  $i = 1, 2, \dots, 42 \quad \forall k, j$

Με τη βοήθεια του Lindo παίρνουμε τα παρακάτω αποτελέσματα:

$$F^* = 1,172$$

$w_{11} = 0$	$w_{12} = 0$	$w_{13} = 0,42$	$w_{21} = 0$
$w_{22} = 0$	$w_{23} = 0$	$w_{31} = 0$	$w_{32} = 0$
$w_{41} = 0,25$	$w_{42} = 0$	$w_{51} = 0$	$w_{52} = 0$
$w_{53} = 0$	$w_{54} = 0,104$	$w_{61} = 0,03$	$w_{62} = 0,164$
$w_{63} = 0,033$			

Με αντικατάσταση των τιμών αυτών υπολογίζουμε τις ολικές χρησιμότητες των κριτηρίων για κάθε αποφασίζοντα. Οπότε θα έχουμε:

Για τον DM1:

$$\begin{aligned} U[g(\text{Daewoo Matiz})] &= 0,323 \\ U[g(\text{Opel Agila})] &= 0,423 \\ U[g(\text{Hyundai Atos})] &= 0,319 \\ U[g(\text{Daihatsu Cuore})] &= 0,473 \\ U[g(\text{Ford CA})] &= 0,526 \\ U[g(\text{Suzuki Wagon})] &= 0,358 \\ U[g(\text{Fiat Seicento})] &= 0,323 \end{aligned}$$

Για τον DM2:

$$\begin{aligned} U[g(\text{Daewoo Matiz})] &= 0,323 \\ U[g(\text{Opel Agila})] &= 0,423 \\ U[g(\text{Hyundai Atos})] &= 0,423 \\ U[g(\text{Daihatsu Cuore})] &= 0,473 \\ U[g(\text{Ford CA})] &= 0,423 \\ U[g(\text{Suzuki Wagon})] &= 0,357 \\ U[g(\text{Fiat Seicento})] &= 0,323 \end{aligned}$$



Για τον DM3:

$U[g(\text{Daewoo Matiz})] = 0,323$   
 $U[g(\text{Opel Agila})] = 0,423$   
 $U[g(\text{Hyundai Atos})] = 0,423$   
 $U[g(\text{Daihatsu Cuore})] = 0,473$   
 $U[g(\text{Ford CA})] = 0,423$   
 $U[g(\text{Suzuki Wagon})] = 0,357$   
 $U[g(\text{Fiat Seicento})] = 0,323$

Ύστερα περνάμε στο στάδιο της **μεταβελτιστοποίησης** όπου εισάγουμε έναν περιορισμό  
ακόμα:  $\sum_{i=1}^{42} \sigma_i \leq (1+\epsilon) * 1,172$ . Στην δικιά μας περίπτωση επιλέγουμε  $\epsilon = 0,1$

Οπότε έχουμε να επιλύσουμε τα εξής γραμμικά προβλήματα:

1)  $[\max]F = w_{11} + w_{12} + w_{13}$

υπό τους περιορισμούς

- 4.1, 4.2, 4.3
- $w_{11} + w_{12} + w_{13} + w_{21} + w_{22} + w_{23} + w_{31} + w_{32} + w_{41} + w_{42} + w_{51} + w_{52} + w_{53} + w_{54} + w_{61} + w_{62} + w_{63} = 1$
- $\sigma(i) \geq 0$  και  $w(kj) \geq 0$  με  $i = 1, 2, \dots, 42 \quad \forall k, j$
- $\sum_{i=1}^{42} \sigma_i \leq 1,289$

2)  $[\max]F = w_{21} + w_{22} + w_{23}$

υπό τους περιορισμούς

- 4.1, 4.2, 4.3
- $w_{11} + w_{12} + w_{13} + w_{21} + w_{22} + w_{23} + w_{31} + w_{32} + w_{41} + w_{42} + w_{51} + w_{52} + w_{53} + w_{54} + w_{61} + w_{62} + w_{63} = 1$
- $\sigma(i) \geq 0$  και  $w(kj) \geq 0$  με  $i = 1, 2, \dots, 42 \quad \forall k, j$
- $\sum_{i=1}^{42} \sigma_i \leq 1,289$

3)  $[\max]F = w_{31} + w_{32}$

υπό τους περιορισμούς

- 4.1, 4.2, 4.3
- $w_{11} + w_{12} + w_{13} + w_{21} + w_{22} + w_{23} + w_{31} + w_{32} + w_{41} + w_{42} + w_{51} + w_{52} + w_{53} + w_{54} + w_{61} + w_{62} + w_{63} = 1$
- $\sigma(i) \geq 0$  και  $w(kj) \geq 0$  με  $i = 1, 2, \dots, 42 \quad \forall k, j$

$$\triangleright \sum_{i=1}^{42} \sigma_i \leq 1,289$$

$$4) [\max]F = w_{41} + w_{42}$$

υπό τους περιορισμούς

- 4.1, 4.2, 4.3
- $w_{11} + w_{12} + w_{13} + w_{21} + w_{22} + w_{23} + w_{31} + w_{32} + w_{41} + w_{42} + w_{51} + w_{52} + w_{53} + w_{54} + w_{61} + w_{62} + w_{63} = 1$
- $\sigma(i) \geq 0$  και  $w(kj) \geq 0$  με  $i = 1, 2, \dots, 42 \quad \forall \quad k, j$
- $\sum_{i=1}^{42} \sigma_i \leq 1,289$

$$5) [\max]F = w_{51} + w_{52} + w_{53} + w_{54}$$

υπό τους περιορισμούς

- 4.1, 4.2, 4.3
- $w_{11} + w_{12} + w_{13} + w_{21} + w_{22} + w_{23} + w_{31} + w_{32} + w_{41} + w_{42} + w_{51} + w_{52} + w_{53} + w_{54} + w_{61} + w_{62} + w_{63} = 1$
- $\sigma(i) \geq 0$  και  $w(kj) \geq 0$  με  $i = 1, 2, \dots, 42 \quad \forall \quad k, j$
- $\sum_{i=1}^{42} \sigma_i \leq 1,289$

$$6) [\max]F = w_{61} + w_{62} + w_{63}$$

υπό τους περιορισμούς

- 4.1, 4.2, 4.3
- $w_{11} + w_{12} + w_{13} + w_{21} + w_{22} + w_{23} + w_{31} + w_{32} + w_{41} + w_{42} + w_{51} + w_{52} + w_{53} + w_{54} + w_{61} + w_{62} + w_{63} = 1$
- $\sigma(i) \geq 0$  και  $w(kj) \geq 0$  με  $i = 1, 2, \dots, 42 \quad \forall \quad k, j$
- $\sum_{i=1}^{42} \sigma_i \leq 1,289$

Με τη βοήθεια του Lindo επιλύουμε το καθένα ξεχωριστά και σύμφωνα με τη μεθοδολογία που έχουμε ήδη αναπτύξει υπολογίζουμε το μέσο όρο των λύσεων από τα παραπάνω γραμμικά προβλήματα:

$w_{11} = 0$	$w_{12} = 0$	$w_{13} = 0,319$	$w_{21} = 0,06$
$w_{22} = 0$	$w_{23} = 0$	$w_{31} = 0,009$	$w_{32} = 0,029$
$w_{41} = 0,208$	$w_{42} = 0,0613$	$w_{51} = 0,0083$	$w_{52} = 0$
$w_{53} = 0$	$w_{54} = 0,133$	$w_{61} = 0,052$	$w_{62} = 0,0798$
$w_{63} = 0,04$			

Με αντικατάσταση των τιμών αυτών υπολογίζουμε τις ολικές χρησιμότητες των κριτηρίων για κάθε αποφασίζοντα. Οπότε θα έχουμε:

**Για τον DM1:**

$U[g(\text{Daewoo Matiz})] = 0,328$   
 $U[g(\text{Opel Agila})] = 0,425$   
 $U[g(\text{Hyundai Atos})] = 0,219$   
 $U[g(\text{Daihatsu Cuore})] = 0,480$   
 $U[g(\text{Ford CA})] = 0,551$   
 $U[g(\text{Suzuki Wagon})] = 0,359$   
 $U[g(\text{Fiat Seicento})] = 0,341$

**Για τον DM2:**

$U[g(\text{Daewoo Matiz})] = 0,320$   
 $U[g(\text{Opel Agila})] = 0,425$   
 $U[g(\text{Hyundai Atos})] = 0,423$   
 $U[g(\text{Daihatsu Cuore})] = 0,488$   
 $U[g(\text{Ford CA})] = 0,418$   
 $U[g(\text{Suzuki Wagon})] = 0,368$   
 $U[g(\text{Fiat Seicento})] = 0,340$

**Για τον DM3:**

$U[g(\text{Daewoo Matiz})] = 0,328$   
 $U[g(\text{Opel Agila})] = 0,425$   
 $U[g(\text{Hyundai Atos})] = 0,423$   
 $U[g(\text{Daihatsu Cuore})] = 0,480$   
 $U[g(\text{Ford CA})] = 0,418$   
 $U[g(\text{Suzuki Wagon})] = 0,368$   
 $U[g(\text{Fiat Seicento})] = 0,340$

#### 4.1.1 Ελαχιστοποίηση Μεγίστου Αθροίσματος Σφαλμάτων

Στη συνέχεια η εφαρμογή περνά στην επίλυση του δεύτερου αλγορίθμου, της ελαχιστοποίησης του μεγίστου αθροίσματος των σφαλμάτων. Σύμφωνα λοιπόν με τη μεθοδολογία της παραγράφου 3.3 θα πρέπει να επιλυθεί το ακόλουθο γραμμικό πρόβλημα:

$$[\min]F = \sigma \max$$

υπό τους περιορισμούς

➤ 4.1, 4.2, 4.3

- $w_{11} + w_{12} + w_{13} + w_{21} + w_{22} + w_{23} + w_{31} + w_{32} + w_{41} + w_{42} + w_{51} + w_{52} + w_{53} + w_{54} + w_{61} + w_{62} + w_{63} = 1$
- $\sigma(i) \geq 0$  και  $w(kj) \geq 0, i = 1,2,\dots,42 \quad \forall k,j$
- $\sigma_{\max} \geq 0$
- $\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 + \sigma_4 + \sigma_5 + \sigma_6 + \sigma_7 + \sigma_8 + \sigma_9 + \sigma_{10} + \sigma_{11} + \sigma_{12} + \sigma_{13} + \sigma_{14} \leq \sigma_{\max}$
- $\sigma_{15} + \sigma_{16} + \sigma_{17} + \sigma_{18} + \sigma_{19} + \sigma_{20} + \sigma_{21} + \sigma_{22} + \sigma_{23} + \sigma_{24} + \sigma_{25} + \sigma_{26} + \sigma_{27} + \sigma_{28} \leq \sigma_{\max}$
- $\sigma_{29} + \sigma_{30} + \sigma_{31} + \sigma_{32} + \sigma_{33} + \sigma_{34} + \sigma_{35} + \sigma_{36} + \sigma_{37} + \sigma_{38} + \sigma_{39} + \sigma_{40} + \sigma_{41} + \sigma_{42} \leq \sigma_{\max}$

Στην ουσία προσθέτουμε μια ακόμη μεταβλητή  $\sigma_{\max}$  και τρεις περιορισμούς όσοι είναι και οι αποφασίζοντες!

Η λύση του παραπάνω γραμμικού προβλήματος μας δίνει τα εξής αποτελέσματα:

$$F^* = \sigma_{\max} = 0,386$$

$w_{11} = 0$	$w_{12} = 0$	$w_{13} = 0,45$	$w_{21} = 0,11$
$w_{22} = 0$	$w_{23} = 0$	$w_{31} = 0$	$w_{32} = 0,014$
$w_{41} = 0,42$	$w_{42} = 0$	$w_{51} = 0$	$w_{52} = 0$
$w_{53} = 0$	$w_{54} = 0$	$w_{61} = 0$	$w_{62} = 0$
$w_{63} = 0$			

Με αντικατάσταση των τιμών αυτών υπολογίζουμε τις ολικές χρησιμότητες των κριτηρίων για κάθε αποφασίζοντα. Οι σχέσεις στις οποίες κάνουμε αντικατάσταση είναι οι σχέσεις των ολικών χρησιμοτήτων, τις οποίες υπολογίσαμε στην προηγούμενη παράγραφο. Οπότε θα έχουμε:

Για τον DM1:

$$\begin{aligned} U[g(\text{Daewoo Matiz})] &= 0,341 \\ U[g(\text{Opel Agila})] &= 0,582 \\ U[g(\text{Hyundai Atos})] &= 0,259 \\ U[g(\text{Daihatsu Cuore})] &= 0,432 \\ U[g(\text{Ford CA})] &= 0,536 \\ U[g(\text{Suzuki Wagon})] &= 0,532 \\ U[g(\text{Fiat Seicento})] &= 0,532 \end{aligned}$$

Για τον DM2:

$$\begin{aligned} U[g(\text{Daewoo Matiz})] &= 0,341 \\ U[g(\text{Opel Agila})] &= 0,582 \\ U[g(\text{Hyundai Atos})] &= 0,259 \\ U[g(\text{Daihatsu Cuore})] &= 0,432 \\ U[g(\text{Ford CA})] &= 0,536 \\ U[g(\text{Suzuki Wagon})] &= 0,532 \\ U[g(\text{Fiat Seicento})] &= 0,532 \end{aligned}$$

Για τον DM3:

$U[g(\text{Daewoo Matiz})] = 0,341$   
 $U[g(\text{Opel Agila})] = 0,582$   
 $U[g(\text{Hyundai Atos})] = 0,259$   
 $U[g(\text{Daihatsu Cuore})] = 0,432$   
 $U[g(\text{Ford CA})] = 0,536$   
 $U[g(\text{Suzuki Wagon})] = 0,532$   
 $U[g(\text{Fiat Seicento})] = 0,532$

Στο στάδιο ύστερα της *μεταβελτιστοποίησης* θα έχουμε να επιλύσουμε 6 γραμμικά προβλήματα, όσα είναι δηλαδή και τα κριτήρια, όπως ακριβώς και στην προηγούμενη παράγραφο. Απλά προσθέτουμε έναν ακόμη περιορισμό:  $\sigma_{\max} \leq (1+\varepsilon)*0,386 \Rightarrow \sigma_{\max} \leq 0,4246$ . Οπότε έχουμε να επιλύσουμε τα εξής 6 γραμμικά προβλήματα:

- 1)  $[\max]F = w_{11} + w_{12} + w_{13}$
- 2)  $[\max]F = w_{21} + w_{22} + w_{23}$
- 3)  $[\max]F = w_{31} + w_{32}$
- 4)  $[\max]F = w_{41} + w_{42}$
- 5)  $[\max]F = w_{51} + w_{52} + w_{53} + w_{54}$
- 6)  $[\max]F = w_{61} + w_{62} + w_{63}$

υπό τους περιορισμούς

- 4.1, 4.2, 4.3
- $w_{11} + w_{12} + w_{13} + w_{21} + w_{22} + w_{23} + w_{31} + w_{32} + w_{41} + w_{42} + w_{51} + w_{52} + w_{53} + w_{54} + w_{61} + w_{62} + w_{63} = 1$
- $\sigma(i) \geq 0$  και  $w(kj) \geq 0, i = 1, 2, \dots, 42 \quad \forall k, j$
- $\sigma_{\max} \geq 0$
- $\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 + \sigma_4 + \sigma_5 + \sigma_6 + \sigma_7 + \sigma_8 + \sigma_9 + \sigma_{10} + \sigma_{11} + \sigma_{12} + \sigma_{13} + \sigma_{14} \leq \sigma_{\max}$
- $\sigma_{15} + \sigma_{16} + \sigma_{17} + \sigma_{18} + \sigma_{19} + \sigma_{20} + \sigma_{21} + \sigma_{22} + \sigma_{23} + \sigma_{24} + \sigma_{25} + \sigma_{26} + \sigma_{27} + \sigma_{28} \leq \sigma_{\max}$
- $\sigma_{29} + \sigma_{30} + \sigma_{31} + \sigma_{32} + \sigma_{33} + \sigma_{34} + \sigma_{35} + \sigma_{36} + \sigma_{37} + \sigma_{38} + \sigma_{39} + \sigma_{40} + \sigma_{41} + \sigma_{42} \leq \sigma_{\max}$
- $\sigma_{\max} \leq 0,4246$

Τα αποτελέσματα της μεταβελτιστοποίησης είναι:

$w_{11} = 0$	$w_{12} = 0$	$w_{13} = 0,167$	$w_{21} = 0,158$
$w_{22} = 0$	$w_{23} = 0,0083$	$w_{31} = 0$	$w_{32} = 0,167$
$w_{41} = 0,033$	$w_{42} = 0,133$	$w_{51} = 0,025$	$w_{52} = 0,0083$
$w_{53} = 0,0167$	$w_{54} = 0,117$	$w_{61} = 0,147$	$w_{62} = 0,0056$
$w_{63} = 0,0139$			

Με αντικατάσταση των τιμών αυτών υπολογίζουμε τις ολικές χρησιμότητες των κριτηρίων για κάθε αποφασίζοντα. Οπότε θα έχουμε:

**Για τον DM1:**

$U[g(\text{Daewoo Matiz})] = 0,445$   
 $U[g(\text{Opel Agila})] = 0,55$   
 $U[g(\text{Hyundai Atos})] = 0,315$   
 $U[g(\text{Daihatsu Cuore})] = 0,5$   
 $U[g(\text{Ford CA})] = 0,574$   
 $U[g(\text{Suzuki Wagon})] = 0,342$   
 $U[g(\text{Fiat Seicento})] = 0,475$

**Για τον DM2:**

$U[g(\text{Daewoo Matiz})] = 0,395$   
 $U[g(\text{Opel Agila})] = 0,55$   
 $U[g(\text{Hyundai Atos})] = 0,456$   
 $U[g(\text{Daihatsu Cuore})] = 0,525$   
 $U[g(\text{Ford CA})] = 0,441$   
 $U[g(\text{Suzuki Wagon})] = 0,392$   
 $U[g(\text{Fiat Seicento})] = 0,475$

**Για τον DM3:**

$U[g(\text{Daewoo Matiz})] = 0,42$   
 $U[g(\text{Opel Agila})] = 0,55$   
 $U[g(\text{Hyundai Atos})] = 0,456$   
 $U[g(\text{Daihatsu Cuore})] = 0,5$   
 $U[g(\text{Ford CA})] = 0,458$   
 $U[g(\text{Suzuki Wagon})] = 0,367$   
 $U[g(\text{Fiat Seicento})] = 0,475$

#### 4.1.2 Μεγιστοποίηση του συντελεστή συσχέτισης Kendall's $\tau$

Στη συνέχεια θα εφαρμόσουμε τον αλγόριθμο της μεγιστοποίησης του συντελεστή συσχέτισης Kendall's  $\tau$ , όπως αυτός αναπτύχθηκε στην παράγραφο 3.4. Παρατηρούμε ότι για κάθε σχέση ισοδυναμίας παίρνουμε δυο διαφορές και δυο μεταβλητές  $\gamma$ , για να κατασκευάσουμε τους περιορισμούς που απαιτούνται. Οπότε με τα δεδομένα του δικού μας προβλήματος και τα ranking των DM's οι περιορισμοί θα έχουν ως εξής:

**Για τον DM1(περιορισμοί 4.5):**

$$\begin{aligned}U[g(\text{Opel Agila})] - U[g(\text{Suzuki Wagon})] + M^*\gamma_1 &\geq 0,05 \\U[g(\text{Suzuki Wagon})] - U[g(\text{Hyundai Atos})] + M^*\gamma_2 &\geq 0,05 \\U[g(\text{Hyundai Atos})] - U[g(\text{Daihatsu Cuore})] + M^*\gamma_3 &\geq 0,05 \\U[g(\text{Daihatsu Cuore})] - U[g(\text{Ford CA})] + M^*\gamma_4 &\geq 0,05 \\U[g(\text{Ford CA})] - U[g(\text{Daewoo Matiz})] + M^*\gamma_5 &\geq 0,05 \\U[g(\text{Daewoo Matiz})] - U[g(\text{Fiat Seicento})] + M^*\gamma_6 &\geq 0 \\U[g(\text{Daewoo Matiz})] - U[g(\text{Fiat Seicento})] + M^*\gamma_7 &\leq 0\end{aligned}$$

**Για τον DM2(περιορισμοί 4.6):**

$$\begin{aligned}U[g(\text{Daihatsu Cuore})] - U[g(\text{Hyundai Atos})] + M^*\gamma_8 &> 0,05 \\U[g(\text{Hyundai Atos})] - U[g(\text{Ford CA})] + M^*\gamma_9 &\geq 0 \\U[g(\text{Hyundai Atos})] - U[g(\text{Ford CA})] + M^*\gamma_{10} &\leq 0 \\U[g(\text{Ford CA})] - U[g(\text{Fiat Seicento})] + M^*\gamma_{11} &> 0,05 \\U[g(\text{Fiat Seicento})] - U[g(\text{Suzuki Wagon})] + M^*\gamma_{12} &> 0,05 \\U[g(\text{Suzuki Wagon})] - U[g(\text{Daewoo Matiz})] + M^*\gamma_{13} &\geq 0 \\U[g(\text{Suzuki Wagon})] - U[g(\text{Daewoo Matiz})] + M^*\gamma_{14} &\leq 0 \\U[g(\text{Daewoo Matiz})] - U[g(\text{Opel Agila})] + M^*\gamma_{15} &> 0,05\end{aligned}$$

**Για τον DM3(περιορισμοί 4.7):**

$$\begin{aligned}U[g(\text{Hyundai Atos})] - U[g(\text{Daihatsu Cuore})] + M^*\gamma_{16} &> 0,05 \\U[g(\text{Daihatsu Cuore})] - U[g(\text{Suzuki Wagon})] + M^*\gamma_{17} &> 0,05 \\U[g(\text{Suzuki Wagon})] - U[g(\text{Opel Agila})] + M^*\gamma_{18} &\geq 0 \\U[g(\text{Suzuki Wagon})] - U[g(\text{Opel Agila})] + M^*\gamma_{19} &\leq 0 \\U[g(\text{Opel Agila})] - U[g(\text{Ford CA})] + M^*\gamma_{20} &> 0,05 \\U[g(\text{Ford CA})] - U[g(\text{Fiat Seicento})] + M^*\gamma_{21} &> 0,05 \\U[g(\text{Fiat Seicento})] - U[g(\text{Daewoo Matiz})] + M^*\gamma_{22} &> 0,05\end{aligned}$$

Στις παραπάνω σχέσεις για χάριν ευκολίας συμβόλισα τα  $\gamma$  ως εξής:

$$\gamma_1 = \gamma_{\text{Opel,Suzuki}}$$

$$\gamma_2 = \gamma_{\text{Suzuki,Hyundai}}$$

$$\gamma_3 = \gamma_{\text{Hyundai,Daihatsu}}$$

....

κ.λπ.

Οπότε έχουμε να επιλύσουμε το ακόλουθο γραμμικό πρόβλημα:

$$[\min]F = \sum_{i=1}^{22} \gamma_i$$

υπό τους περιορισμούς:

- Τους 4.5, 4.6, 4.7
- $w(kj) \geq 0 \quad \forall k, j$
- Και πολύ σημαντικός περιορισμός, τα  $\gamma$  να είναι δίτιμα, οπότε πρέπει να δηλωθούν ως binary όταν δηλωθούν στο Lindo! Δηλαδή να παίρνουν τιμές 1 ή 0.

Τα αποτελέσματα από την επίλυση του είναι τα ακόλουθα:

$$F^* = 3$$

$w_{11} = 0,182$	$w_{12} = 0$	$w_{13} = 0$	$w_{21} = 0$
$w_{22} = 0$	$w_{23} = 0$	$w_{31} = 0,135$	$w_{32} = 0$
$w_{41} = 0$	$w_{42} = 0$	$w_{51} = 0,237$	$w_{52} = 0$
$w_{53} = 0,0795$	$w_{54} = 0$	$w_{61} = 0$	$w_{62} = 0,324$
$w_{63} = 0,0429$			

Και οι ολικές χρησιμότητες αντίστοιχα:

Για τον **DM1**:

$U[g(\text{Daewoo Matiz})] = 0,795$   
 $U[g(\text{Opel Agila})] = 0,633$   
 $U[g(\text{Hyundai Atos})] = 0,791$   
 $U[g(\text{Daihatsu Cuore})] = 0,683$   
 $U[g(\text{Ford CA})] = 0,925$   
 $U[g(\text{Suzuki Wagon})] = 0,162$   
 $U[g(\text{Fiat Seicento})] = 0,795$

Για τον **DM2**:

$U[g(\text{Daewoo Matiz})] = 0,478$   
 $U[g(\text{Opel Agila})] = 0,633$   
 $U[g(\text{Hyundai Atos})] = 0,870$   
 $U[g(\text{Daihatsu Cuore})] = 0,920$   
 $U[g(\text{Ford CA})] = 0,845$   
 $U[g(\text{Suzuki Wagon})] = 0,478$   
 $U[g(\text{Fiat Seicento})] = 0,795$

Για τον **DM3**:

$U[g(\text{Daewoo Matiz})] = 0,716$   
 $U[g(\text{Opel Agila})] = 0,633$   
 $U[g(\text{Hyundai Atos})] = 0,870$   
 $U[g(\text{Daihatsu Cuore})] = 0,683$   
 $U[g(\text{Ford CA})] = 0,925$   
 $U[g(\text{Suzuki Wagon})] = 0,399$   
 $U[g(\text{Fiat Seicento})] = 0,795$



Στο στάδιο της μεταβελτιστοποίησης ακολουθούμε τα βήματα όπως ακριβώς τα έχουμε περιγράψει και εισάγοντας τον περιορισμό  $\sum_{i=1}^{22} \gamma_i \leq 3,3$ . Τα αποτελέσματα είναι:

w11 = 0,0636	w12 = 0,0221	w13 = 0,036	w21 = 0,0315
w22 = 0,0125	w23 = 0,0212	w31 = 0,12	w32 = 0,00161
w41 = 0,0251	w42 = 0,132	w51 = 0,117	w52 = 0,0132
w53 = 0,0368	w54 = 0,0672	w61 = 0,0299	w62 = 0,166
w63 = 0,103			

Και οι ολικές χρησιμότητες:

**Για τον DM1:**

U[g(Daewoo Matiz)] = 0,557  
 U[g(Opel Agila)] = 0,476  
 U[g(Hyundai Atos)] = 0,502  
 U[g(Daihatsu Cuore)] = 0,642  
 U[g(Ford CA)] = 0,711  
 U[g(Suzuki Wagon)] = 0,169  
 U[g(Fiat Seicento)] = 0,557

**Για τον DM2:**

U[g(Daewoo Matiz)] = 0,39  
 U[g(Opel Agila)] = 0,476  
 U[g(Hyundai Atos)] = 0,619  
 U[g(Daihatsu Cuore)] = 0,759  
 U[g(Ford CA)] = 0,61  
 U[g(Suzuki Wagon)] = 0,337  
 U[g(Fiat Seicento)] = 0,557

**Για τον DM3:**

U[g(Daewoo Matiz)] = 0,51  
 U[g(Opel Agila)] = 0,476  
 U[g(Hyundai Atos)] = 0,619  
 U[g(Daihatsu Cuore)] = 0,642  
 U[g(Ford CA)] = 0,644  
 U[g(Suzuki Wagon)] = 0,287  
 U[g(Fiat Seicento)] = 0,557

### 4.1.3 Ελαχιστοποίηση του Μεγίστου Αριθμού Ανακατατάξεων ανά αποφασίζοντα

Τελευταίος έμεινε ο αλγόριθμος της ελαχιστοποίησης του μεγίστου αριθμού ανακατατάξεων ανά αποφασίζοντα. Σύμφωνα με τη μεθοδολογία, αυτό που έχουμε να κάνουμε είναι, να εισάγουμε μια ακόμη μεταβλητή  $\gamma_{\max}$  και ζητείτε η ελαχιστοποίηση της. Επίσης εισάγουμε δυο ακόμη περιορισμούς και το γραμμικό πρόβλημα που έχουμε να λύσουμε είναι:

$$[\min]F = \gamma_{\max}$$

υπό τους περιορισμούς:

- Τους 4.5, 4.6, 4.7
- $w(kj) \geq 0 \quad \forall k,j$
- Τα  $\gamma$  να δηλωθούν σαν binary στο lindo.
- $\gamma_{\max} \geq \gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3 + \gamma_4 + \gamma_5 + \gamma_6 + \gamma_7$
- $\gamma_{\max} \geq \gamma_8 + \gamma_9 + \gamma_{10} + \gamma_{11} + \gamma_{12} + \gamma_{13} + \gamma_{14} + \gamma_{15}$
- $\gamma_{\max} \geq \gamma_{16} + \gamma_{17} + \gamma_{18} + \gamma_{19} + \gamma_{20} + \gamma_{21} + \gamma_{22}$

Από το lindo παίρνουμε τα παρακάτω αποτελέσματα:

$$F^* = 2$$

$w_{11} = 0$	$w_{12} = 0$	$w_{13} = 0,04$	$w_{21} = 0,159$
$w_{22} = 0$	$w_{23} = 0,109$	$w_{31} = 0$	$w_{32} = 0,0137$
$w_{41} = 0$	$w_{42} = 0$	$w_{51} = 0,0138$	$w_{52} = 0,05$
$w_{53} = 0$	$w_{54} = 0,178$	$w_{61} = 0,163$	$w_{62} = 0$
$w_{63} = 0,273$			

Και οι ολικές χρησιμότητες αντίστοιχα:

Για τον DM1:

$U[g(\text{Daewoo Matiz})] = 0,45$   
 $U[g(\text{Opel Agila})] = 0,386$   
 $U[g(\text{Hyundai Atos})] = 0,272$   
 $U[g(\text{Daihatsu Cuore})] = 0,45$   
 $U[g(\text{Ford CA})] = 0,677$   
 $U[g(\text{Suzuki Wagon})] = 0,322$   
 $U[g(\text{Fiat Seicento})] = 0,45$

Για τον DM2:

$U[g(\text{Daewoo Matiz})] = 0,386$   
 $U[g(\text{Opel Agila})] = 0,386$   
 $U[g(\text{Hyundai Atos})] = 0,5$   
 $U[g(\text{Daihatsu Cuore})] = 0,464$   
 $U[g(\text{Ford CA})] = 0,5$   
 $U[g(\text{Suzuki Wagon})] = 0,386$   
 $U[g(\text{Fiat Seicento})] = 0,45$

Για τον DM3:

$U[g(\text{Daewoo Matiz})] = 0,4$   
 $U[g(\text{Opel Agila})] = 0,386$   
 $U[g(\text{Hyundai Atos})] = 0,5$   
 $U[g(\text{Daihatsu Cuore})] = 0,45$   
 $U[g(\text{Ford CA})] = 0,5$   
 $U[g(\text{Suzuki Wagon})] = 0,336$   
 $U[g(\text{Fiat Seicento})] = 0,45$

Στο στάδιο της μεταβελτιστοποίησης ακολουθούμε τα βήματα όπως ακριβώς τα έχουμε περιγράψει και εισάγοντας τον περιορισμό  $\gamma_{\max} \leq (1+0,1)*2$ . Τα αποτελέσματα είναι:

$w_{11} = 0,028$	$w_{12} = 0,03$	$w_{13} = 0,0477$	$w_{21} = 0,078$
$w_{22} = 0,033$	$w_{23} = 0$	$w_{31} = 0,15$	$w_{32} = 0,0253$
$w_{41} = 0,014$	$w_{42} = 0,144$	$w_{51} = 0,0083$	$w_{52} = 0,0314$
$w_{53} = 0,0369$	$w_{54} = 0,172$	$w_{61} = 0,0113$	$w_{62} = 0,086$
$w_{63} = 0,103$			

Και οι ολικές χρησιμότητες:

Για τον DM1:

$U[g(\text{Daewoo Matiz})] = 0,474$   
 $U[g(\text{Opel Agila})] = 0,469$   
 $U[g(\text{Hyundai Atos})] = 0,326$   
 $U[g(\text{Daihatsu Cuore})] = 0,562$   
 $U[g(\text{Ford CA})] = 0,679$   
 $U[g(\text{Suzuki Wagon})] = 0,146$   
 $U[g(\text{Fiat Seicento})] = 0,456$

#### Για τον DM2:

$U[g(\text{Daewoo Matiz})] = 0,397$   
 $U[g(\text{Opel Agila})] = 0,469$   
 $U[g(\text{Hyundai Atos})] = 0,567$   
 $U[g(\text{Daihatsu Cuore})] = 0,570$   
 $U[g(\text{Ford CA})] = 0,470$   
 $U[g(\text{Suzuki Wagon})] = 0,223$   
 $U[g(\text{Fiat Seicento})] = 0,456$

#### Για τον DM3:

$U[g(\text{Daewoo Matiz})] = 0,405$   
 $U[g(\text{Opel Agila})] = 0,469$   
 $U[g(\text{Hyundai Atos})] = 0,567$   
 $U[g(\text{Daihatsu Cuore})] = 0,562$   
 $U[g(\text{Ford CA})] = 0,507$   
 $U[g(\text{Suzuki Wagon})] = 0,155$   
 $U[g(\text{Fiat Seicento})] = 0,457$

### **4.1.4 Παρουσίαση του λογισμικού DM's Helper!**

Σε αυτή την παράγραφο θα σας παρουσιάσουμε το λογισμικό που κατασκευάσαμε, το οποίο υλοποιεί προγραμματιστικά ολόκληρη τη μεθοδολογία την οποία αναλύσαμε στα προηγούμενα κεφάλαια.

Ξεκινώντας θα πρέπει να αναφέρουμε ότι ο προγραμματισμός του DM's Helper! πραγματοποιήθηκε σε Visual Basic 6. Επίσης χρησιμοποιήθηκε το ActiveX Formula One και για τη λύση των γραμμικών προβλημάτων το Lindo API, τα οποία συνδέθηκαν με τη Visual Basic. Το πακέταρισμα του software πραγματοποιήθηκε με το Setup Factory 7.0.

#### **4.1.4.1 Το πρόβλημα της αγοράς αυτοκινήτου και το DM's Helper!**

Τα δεδομένα του προβλήματος παρουσιάστηκαν στην παράγραφο 4.1, οπότε το επόμενο στάδιο είναι η εισαγωγή τους στο λογισμικό ώστε να ξεκινήσει η επίλυση του προβλήματος.

Η πρώτη οθόνη που εμφανίζεται εκκινώντας το πρόγραμμα, λειτουργεί ως καλωσόρισμα στον χρήστη (**εικόνα 1**) και ακολουθεί το πρώτο παράθυρο εισαγωγής δεδομένων (**εικόνα 2**).



εικόνα 1: Οθόνη καλωσορίσματος

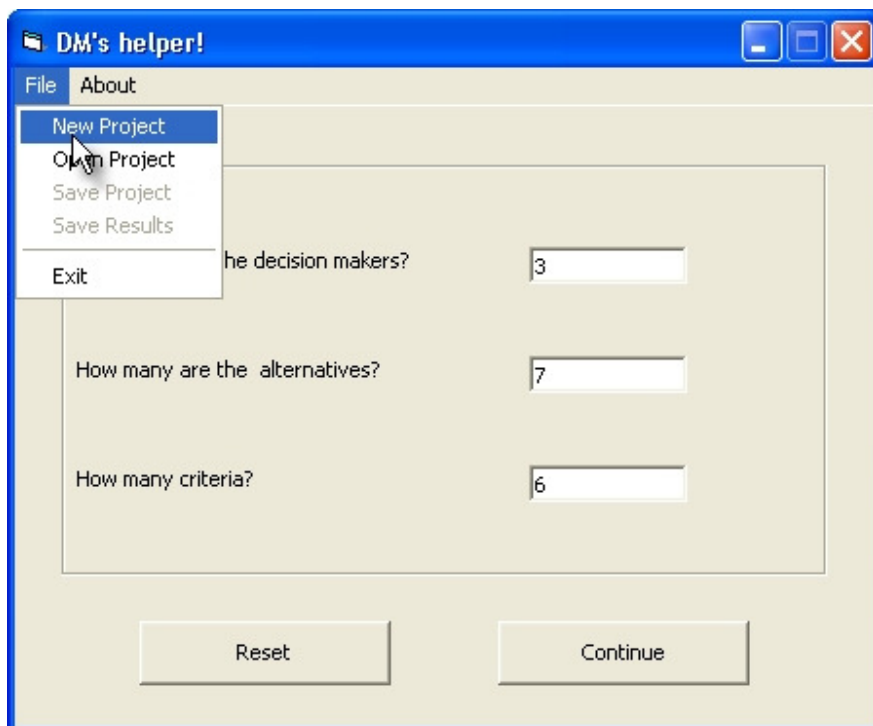
εικόνα 2: Η πρώτη οθόνη εισαγωγής δεδομένων

Στην οθόνη που εμφανίζεται στην εικόνα 2 παρατηρούμε, ότι υπάρχουν τρία πεδία συμπλήρωσης δεδομένων. Στο πρώτο πεδίο εισάγουμε τον αριθμό των αποφασιζόντων,

στο δεύτερο τον αριθμό των εναλλακτικών επιλογών και στο τρίτο τον αριθμό των κριτηρίων.

Επίσης υπάρχουν δυο menu τα File και About. Πατώντας πάνω στο menu About θα εμφανιστεί η οθόνη καλωσορίσματος η οποία και περιέχει κάποιες πληροφορίες για το λογισμικό και τους κατασκευαστές του. Πατώντας πάνω στο menu File εμφανίζονται τα υπο-menu (εικόνα 3):

- **New Project:** Έτσι ώστε να σβήσουν όλες οι πληροφορίες, αν κάποιος θελήσει να εισάγει ένα νέο πρόβλημα
- **Open Project:** Έτσι ώστε κάποιος χρήστης να ανοίξει κάποιο πρόβλημα, το οποίο έχει ήδη εισαχθεί μια φορά και στο τέλος του προγράμματος έχει γίνει save σε μορφή \*.txt
- **Save project:** Το οποίο στην παρούσα φάση είναι ανενεργό, μιας και δεν έχει ολοκληρωθεί η διαδικασία εισαγωγής όλων των δεδομένων του προβλήματος. Στην τελευταία οθόνη ενεργοποιείται και σώζει τα δεδομένα του προβλήματος σε \*.txt.
- **Save Results:** όπως και το Save Project, είναι κι αυτό ανενεργό και ενεργοποιείται στην τελευταία οθόνη όπου σώζει επίσης σε \*.txt, τα αποτελέσματα.
- **Exit:** λειτουργεί ως πρόωρη έξοδος από το πρόγραμμα και μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε όποια οθόνη το επιθυμούμε



εικόνα 3: Εμφάνιση των menu

Αφού λοιπόν εισάγουμε τις πρώτες πληροφορίες του προβλήματος ( 3 αποφασίζοντες, 7 εναλλακτικές και 6 κριτήρια), έχουμε να επιλέξουμε μεταξύ των κουμπιών Reset, το οποίο σβήνει ότι έχουμε γράψει και Continue, για να συνεχίσουμε τη διαδικασία.

Έτσι λοιπόν περνάμε στη δεύτερη οθόνη του λογισμικού (**εικόνα 4**), η οποία είναι λίγο πιο περίπλοκη, από την πρώτη, όσον αφορά την εισαγωγή των δεδομένων αλλά παραμένει απλή στη χρήση. Η Οθόνη αυτή χωρίζεται ουσιαστικά σε τρία μέρη:

- Στο πρώτο μέρος μας ζητείται η εισαγωγή των τιμών των πολυκριτήριων πινάκων των αποφασιζόντων. Ο αριθμός των λευκών κελιών που εμφανίζονται είναι ακριβώς ίσος με το πλήθος των τιμών των πολυκριτήριων πινάκων οπότε και δεν πρέπει να μείνει κανένα μη συμπληρωμένο. Η συμπλήρωση γίνεται όπως ακριβώς φαίνεται στην εικόνα 4. Για να γίνει πιο κατανοητή η συμπλήρωση των κελιών καλό είναι να συγκρίνουμε τις τιμές του πολυκριτήριου για τον DM1 που φαίνονται στην εικόνα και του πολυκριτήριου πίνακα του DM1, που κατασκευάστηκε στην πρώτη παράγραφο του κεφαλαίου.
- Ύστερα κάτω αριστερά μας ζητείται να εισάγουμε την καλύτερη και την χειρότερη τιμή για κάθε κριτήριο. Η συμπλήρωση γίνεται ακριβώς όπως φαίνεται στην εικόνα. Η πρώτη γραμμή εκφράζει το πρώτο κριτήριο της πρώτης στήλης του πολυκριτήριου πίνακα. Η δεύτερη γραμμή εκφράζει το δεύτερο κριτήριο της δεύτερης στήλης του πολυκριτήριου πίνακα κ.λπ.
- Τέλος κάτω δεξιά, μας ζητείται να εισάγουμε τον αριθμό των **υποδιαστημάτων** α, έτσι ώστε το λογισμικό να κατασκευάσει τις κλίμακες των κριτηρίων. Η πρώτη γραμμή εκφράζει το πρώτο κριτήριο κ.λπ.

DM's helper!

File About

Give values Of multicriteria matrixes

	A	B	C	D	E	F
1	DM1					
2	75	152	16	7	4	9000
3	80	155	13	7	4	10500
4	55	142	15	6,5	2	8400
5	60	140	13	5	1	7500
6	70	155	15	6	5	8600
7	50	145	19	6	1	9000
8	55	150	14	6,5	3	8300
9	DM2					
10	75	152	16	7	1	9000

Sheet1

Give The Best And Worst Value For Each Criterion

	Best Value	Worst Value
1	80	50
2	155	140
3	13	19
4	5	7
5	5	1
6	7500	10500

Sheet1

Give value Of "a" parameter for each criterion

	a
1	3
2	3
3	2
4	2
5	4
6	3

Sheet1

Back Continue

εικόνα 4: δεύτερη οθόνη

Αφού λοιπόν συμπληρώσουμε όλα τα ζητούμενα πεδία της φόρμας, έχουμε να διαλέξουμε είτε την επιλογή Back, αν επιθυμούμε να επιστρέψουμε στην προηγούμενη οθόνη, είτε την επιλογή Continue.

Περνάμε λοιπόν στην τρίτη οθόνη (εικόνα 5), στην οποία κάποιος εύκολα μπορεί να καταλάβει, ότι μας ζητούνται τα τελευταία δεδομένα για την ολοκλήρωση της εισαγωγής του προβλήματος στο DM's Helper! και να ξεκινήσει η επίλυση. Ζητείται καταρχάς η εισαγωγή των προδιατάξεων των αποφασίζοντων. Στην πρώτη στήλη βρίσκεται ο πρώτος DM, στη δεύτερη στήλη ο δεύτερος DM και στην τρίτη ο τρίτος DM. Στο σημείο αυτό θα πρέπει να αναφέρουμε ότι, αν είχαμε περισσότερους αποφασίζοντες οι στήλες τις οποίες θα μας εμφάνιζε, για να συμπληρώσουμε τις προδιατάξεις, θα ήταν όσες και οι DM's. Στα υπόλοιπα δυο πεδία συμπληρώνουμε τις σταθερές  $\epsilon$  και  $\delta$ .



DM's helper!

File About

Give Ranking For Each Decision Maker

	A	B	C
1	6	4	6
2	1	5	3
3	3	2	1
4	4	1	2
5	5	2	4
6	2	4	3
7	6	3	5

Sheet1

$\delta =$  0,05

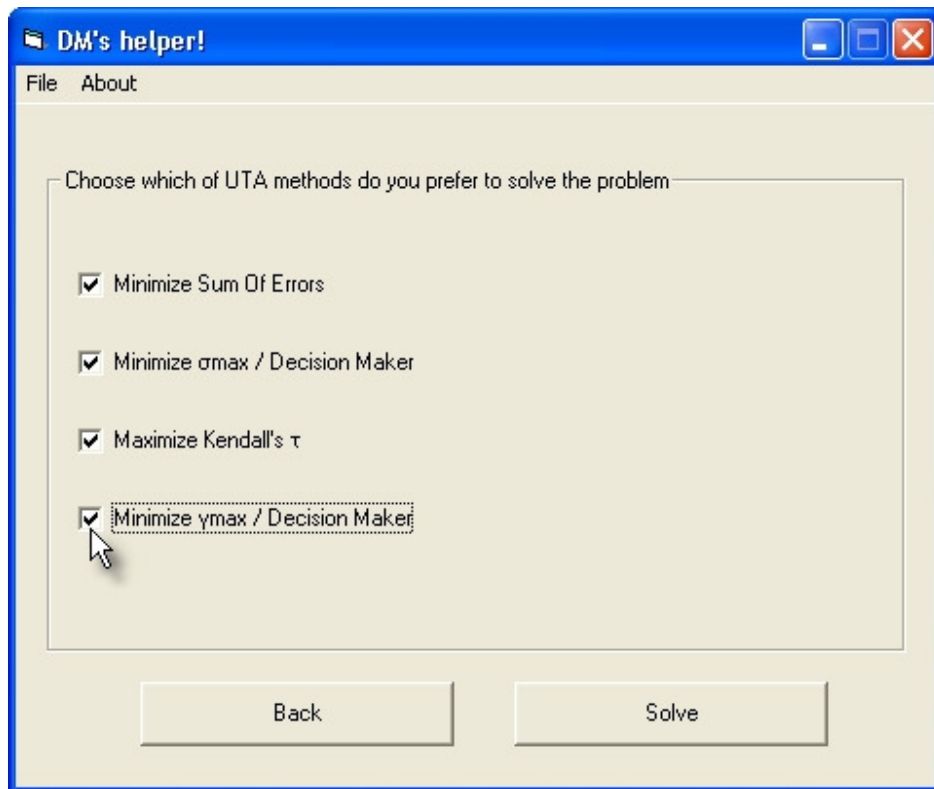
For Post-Optimality

$\varepsilon =$  0,1

Back Continue

**εικόνα 5:** Στην οθόνη αυτή συμπληρώνουμε την προδιάταξη και τις σταθερές

Αφού πατήσουμε το κουμπί Continue, εμφανίζεται η τέταρτη οθόνη (**εικόνα 6**), η οποία μας ζητά να επιλέξουμε τη μέθοδο προς επίλυση του προβλήματος. Στην **εικόνα 6** έχουμε επιλέξει και τις τέσσερις μεθόδους.



εικόνα 6: Επιλογή μεθόδου

Πατώντας το κουμπί Solve εμφανίζεται η τελευταία οθόνη του λογισμικού (εικόνα 7), και η οποία μας παρουσιάζει αναλυτικά τα αποτελέσματα που ζητήσαμε. Όπως παρατηρούμε, τα αποτελέσματα χωρίζονται σε δυο μέρη. Έτσι λοιπόν έχουμε την παρουσίαση των βαρών  $w$  και τις ολικές χρησιμότητες  $U$  για κάθε κριτήριο και για κάθε αποφασίζοντα και στο στάδιο της βελτιστοποίησης αλλά και της μεταβελτιστοποίησης (post-optimize). Η κάθε στήλη, όπως φαίνεται και από τις επικεφαλίδες, αναφέρεται σε κάθε μια από τις μεθόδους που μελετάμε και ζητάμε αποτελέσματα. Στην οθόνη αυτή ενεργοποιούνται και οι επιλογές του menu File, Save Project και Save Results έτσι ώστε να μπορούμε να αποθηκεύσουμε τη μοντελοποίηση που έχουμε ήδη κάνει για το πρόβλημα και τα αποτελέσματα των μεθόδων αντίστοιχα. Το κουμπί Exit τερματίζει την εφαρμογή.

DM's helper!			
File About			
Pre-Optimize Results			
	Min Sum Of Errors	Minimize $\sigma_{max}$	UTAMKEN
13	W13=0	W13=0	W13=7,95238095238095
14	W14=0,103363228699552	W14=0	W14=0
15	W15=2,98206278026906E-02	W15=0	W15=0
16	W16=0,163677130044843	W16=0	W16=0,32380952380952
17	W17=3,36322869955157E-02	W17=0	W17=4,28571428571429
18	Alternative's Utilities	Alternative's Utilities	Alternative's Utilities
19	DM1	DM1	DM1
20	U1=0,323318385650224	U1=0,340909090909091	U1=0,795238095238095
21	U2=0,423318385650224	U2=0,581818181818182	U2=0,633333333333333
22	U3=0,319955156950673	U3=0,259090909090909	U3=0,790952380952381
23	U4=0,473318385650224	U4=0,431818181818182	U4=0,683333333333333
Sheet1			
Post-Optimize Results			
	Min Sum Of Errors	Minimize $\sigma_{max}$	UTAMKEN
13	W13=0	W13=1,66666666666667E-02	W13=3,67886904761905E-0
14	W14=0,132508813116126	W14=0,116666666666667	W14=6,72043010752688E-0
15	W15=0,052290966150362	W15=0,147222222222222	W15=2,99679487179487E-0
16	W16=7,98247021154773E-02	W16=5,55555555555555E-03	W16=0,166026157981803
17	W17=0,040634441085764	W17=1,38888888888889E-02	W17=0,102857142857143
18	Alternative's Utilities	Alternative's Utilities	Alternative's Utilities
19	DM1	DM1	DM1
20	U1=0,328850872451825	U1=0,445	U1=0,556993444503525
21	U2=0,425469063135757	U2=0,55	U2=0,476379965240852
22	U3=0,291034209207585	U3=0,314722222222222	U3=0,50155997676159
23	U4=0,480162191817784	U4=0,5	U4=0,642209778348891
Sheet1			
Back		Exit	

εικόνα 7: Παρουσίαση των αποτελεσμάτων

#### 4.1.5 Ανάλυση των αποτελεσμάτων

Σκοπός μας σε αυτό το σημείο είναι, να αποκωδικοποιήσουμε τα αποτελέσματα τα οποία προέκυψαν και να αναλύσουμε τη χρησιμότητα τους όσον αφορά την αξιολόγηση των τεσσάρων μεθόδων, που χρησιμοποιήσαμε.

Ξεκινάμε λοιπόν με τα αποτελέσματα της 1ης μεθόδου, της ελαχιστοποίησης αθροίσματος σφαλμάτων. Με βάση τα αποτελέσματα της μεταβελτιστοποίησης της μεθόδου και πιο συγκεκριμένα, τις τιμές των ολικών χρησιμοτήτων των κριτηρίων, βρίσκουμε την προτεινόμενη διάταξη, από το σύστημα, των εναλλακτικών για κάθε αποφασίζοντα. Το μόνο που έχουμε να κάνουμε είναι, να ταξινομήσουμε από τη μεγαλύτερη προς τη μικρότερη, τις τιμές των ολικών χρησιμοτήτων. Έτσι λοιπόν θα έχουμε:

DM1	Προδιάταξη	Μετα-διάταξη
Daewoo Matiz	6	6 (0,328)
Opel Agila	1	3 (0,425)
Hyundai Atos	3	7 (0,219)
Daihatsu Cuore	4	2 (0,480)
Ford CA	5	1 (0,551)
Suzuki Wagon	2	4 (0,359)
Fiat Seicento	6	5 (0,341)

DM2	Προδιάταξη	Μετα-διάταξη
Daewoo Matiz	4	7 (0,320)
Opel Agila	5	2 (0,425)
Hyundai Atos	2	3 (0,423)
Daihatsu Cuore	1	1 (0,488)
Ford CA	2	4 (0,418)
Suzuki Wagon	4	5 (0,368)
Fiat Seicento	3	6 (0,340)

DM3	Προδιάταξη	Μετα-διάταξη
Daewoo Matiz	6	7 (0,328)
Opel Agila	3	2 (0,425)
Hyundai Atos	1	3 (0,423)
Daihatsu Cuore	2	1 (0,480)
Ford CA	1	4 (0,418)
Suzuki Wagon	3	5 (0,368)
Fiat Seicento	5	6 (0,340)

Με βάση αυτά τα αποτελέσματα και με μια πολύ απλή σύγκριση υπολογίζουμε τις ανακατατάξεις που έχουν προκύψει.

Για παράδειγμα, πρώτος αποφασίζω στην πρώτη θέση είχε τοποθετήσει το Opel Agila και στη δεύτερη το Suzuki Wagon. Σύμφωνα με τη διάταξη που προέκυψε αν ισχύει  $U[g(\text{Opel Agila})] > U[g(\text{Suzuki Wagon})]$  τότε δεν έχει προκύψει ανακατάταξη. Έτσι λοιπόν θα έχουμε:

$$\text{DM1: } \sum \gamma_i = 3$$

$$\text{DM2: } \sum \gamma_i = 3$$

$$\text{DM3: } \sum \gamma_i = 2$$

Στο σημείο αυτό μπορούμε να συμπεράνουμε ότι το  $\gamma_{\max} = 3!$

Στα αποτελέσματα δεν παρουσιάσαμε τις τιμές των σφαλμάτων, τα οποία όμως εξάγονται στο DM's Helper! και μας δίνουν τις εξής πληροφορίες:

$$\sum_{\theta=1}^3 \sum_{i=1}^{14} \sigma_i^{\theta} = 1,172 \quad \text{και} \quad \sigma_{\max} = 0,671 \quad \text{του πρώτου DM.}$$

Για τα αποτελέσματα της δεύτερης μεθόδου, ακολουθούμε ακριβώς τα ίδια βήματα και παίρνουμε τα εξής αποτελέσματα:

DM1	Προδιάταξη	Μετα-διάταξη
Daewoo Matiz	6	5 (0,445)
Opel Agila	1	2 (0,550)
Hyundai Atos	3	7 (0,315)
Daihatsu Cuore	4	3 (0,500)
Ford CA	5	1 (0,574)
Suzuki Wagon	2	6 (0,342)
Fiat Seicento	6	4 (0,475)

DM2	Προδιάταξη	Μετα-διάταξη
Daewoo Matiz	4	6 (0,395)
Opel Agila	5	1 (0,550)
Hyundai Atos	2	4 (0,456)
Daihatsu Cuore	1	2 (0,525)
Ford CA	2	5 (0,441)
Suzuki Wagon	4	7 (0,392)
Fiat Seicento	3	3 (0,475)

DM3	Προδιάταξη	Μετα-διάταξη
Daewoo Matiz	6	6 (0,420)
Opel Agila	3	1 (0,550)
Hyundai Atos	1	5 (0,456)
Daihatsu Cuore	2	2 (0,500)
Ford CA	1	4 (0,458)
Suzuki Wagon	3	7 (0,367)
Fiat Seicento	5	3 (0,475)

Για τον DM1 προκύπτουν 3 ανακατατάξεις, για τον DM2 επίσης 3 ανακατατάξεις και για τον DM3 5 ανακατατάξεις! Επομένως και  $\gamma_{\max} = 5$ .

$$\text{Εν συνεχεία} \quad \sum_{\theta=1}^3 \sum_{i=1}^{14} \sigma_i^{\theta} = 2,155 \quad \text{και} \quad \sigma_{\max} = 0,386$$

Για τα αποτελέσματα της τρίτης μεθόδου θα έχουμε τα εξής:

DM1	Προδιάταξη	Μετα-διάταξη
Daewoo Matiz	6	3 (0,557)
Opel Agila	1	5 (0,476)
Hyundai Atos	3	4 (0,502)
Daihatsu Cuore	4	2 (0,642)
Ford CA	5	1 (0,711)
Suzuki Wagon	2	6 (0,169)
Fiat Seicento	6	3 (0,557)

DM2	Προδιάταξη	Μετα-διάταξη
Daewoo Matiz	4	6 (0,390)
Opel Agila	5	5 (0,476)
Hyundai Atos	2	2 (0,619)
Daihatsu Cuore	1	1 (0,795)
Ford CA	2	3 (0,610)
Suzuki Wagon	4	7 (0,337)
Fiat Seicento	3	4 (0,557)

DM3	Προδιάταξη	Μετα-διάταξη
Daewoo Matiz	6	5 (0,510)
Opel Agila	3	6 (0,476)
Hyundai Atos	1	3 (0,619)
Daihatsu Cuore	2	2 (0,642)
Ford CA	1	1 (0,644)
Suzuki Wagon	3	7 (0,287)
Fiat Seicento	5	4 (0,557)

Οι συνολικές ανακατατάξεις είναι 3 και  $\gamma_{\max} = 2$ . Για να βρούμε τα σφάλματα της μεθόδου αντικαθιστούμε τις τιμές των  $w_{ij}$  που έχουμε υπολογίσει κατά το στάδιο της μεταβελτιστοποίησης, στους περιορισμούς του γραμμικού προβλήματος της 1<sup>ης</sup> μεθόδου. Από τη λύση του νέου αυτού γραμμικού προβλήματος, θα προκύψουν τα ζητούμενα σφάλματα. Στο DM's Helper! εξάγονται στα αποτελέσματα, τα σφάλματα.αυτά, οπότε θα έχουμε:  $\sum_{\theta=1}^3 \sum_{i=1}^{14} \sigma_i^{\theta} = 2,034$  και  $\sigma_{\max} = 1,1$ .

Και για τα αποτελέσματα της τέταρτης μεθόδου:

DM1	Προδιάταξη	Μετα-διάταξη
Daewoo Matiz	6	3 (0,474)
Opel Agila	1	4 (0,469)
Hyundai Atos	3	6 (0,326)
Daihatsu Cuore	4	2 (0,562)
Ford CA	5	1 (0,679)
Suzuki Wagon	2	7 (0,146)
Fiat Seicento	6	5 (0,456)

DM2	Προδιάταξη	Μετα-διάταξη
Daewoo Matiz	4	6 (0,397)
Opel Agila	5	4 (0,469)
Hyundai Atos	2	2(0,567)
Daihatsu Cuore	1	1 (0,570)
Ford CA	2	3 (0,470)
Suzuki Wagon	4	7 (0,223)
Fiat Seicento	3	5 (0,456)

DM3	Προδιάταξη	Μετα-διάταξη
Daewoo Matiz	6	6 (0,405)
Opel Agila	3	4 (0,469)
Hyundai Atos	1	1 (0,567)
Daihatsu Cuore	2	2 (0,562)
Ford CA	1	3 (0,507)
Suzuki Wagon	3	7 (0,155)
Fiat Seicento	5	5 (0,457)

Οι συνολικές ανακατατάξεις είναι 5 και  $\gamma_{\max} = 1$ .  $\sum_{\theta=1}^3 \sum_{i=1}^{14} \sigma_i^{\theta} = 1,4072$  και  $\sigma_{\max} = 0,494$

Οπότε από την παραπάνω επεξεργασία, κατασκευάζουμε τους παρακάτω πίνακες:

Optimality criteria	SAE	MAE	SVJ	MVJ
Sum of errors	1,172	2,155	2.034	1,407
Maximum error per DM	0,671	0,386	1,1	0,5332
Sum of violated judgments	8	11	3	5
Maximum violated judgments per DM	3	5	2	2

**Πίνακας 1:** Σύγκριση συνολικών αποτελεσμάτων

Με βάση τον πίνακα 1 παρατηρούμε ότι, μας συμφέρει να χρησιμοποιήσουμε την 4<sup>η</sup> μέθοδο μιας και μας δίνει καλύτερα συνολικά αποτελέσματα. Το  $\sigma_{\max} = 1,407$  είναι το δεύτερο καλύτερο μετά την τιμή  $\sigma_{\max} = 1,172$  της 1<sup>ης</sup> μεθόδου, το οποίο όμως αποτελεί

αντικείμενο προς ελαχιστοποίηση της. Παρόμοια η τιμή  $\sigma_{\max} = 0,5332$  είναι επίσης η δεύτερη καλύτερη τιμή, μετά την  $\sigma_{\max} = 0,386$  της δεύτερης μεθόδου. Η τιμή  $\sum \gamma_i = 5$  είναι επίσης η δεύτερη καλύτερη τιμή μετά την  $\sum \gamma_i = 3$  της τρίτης μεθόδου και η  $\gamma_{\max} = 2$  ισοδύναμη με την αντίστοιχη τιμή της τρίτης μεθόδου. Καταλήγουμε λοιπόν για το συγκεκριμένο παράδειγμα, ότι μας συμφέρει να χρησιμοποιήσουμε τα αποτελέσματα της 4<sup>ης</sup> μεθόδου.

Alternatives	Ranking (model 1)			Ranking (model 2)			Ranking (model 3)			Ranking (model 4)		
	DM1	DM2	DM3	DM1	DM2	DM3	DM1	DM2	DM3	DM1	DM2	DM3
Daewoo Matiz	6	7	7	5	6	6	3	6	5	3	6	6
Opel Agila	3	2	2	2	1	1	5	5	6	4	4	4
Hyundai Atos	7	3	3	7	4	5	4	2	3	6	2	1
Daihatsu Cuore	2	1	1	3	2	2	2	1	2	2	1	2
Ford CA	1	4	4	1	5	4	1	3	1	1	3	3
Suzuki Wagon	4	5	5	6	7	7	6	7	7	7	7	7
Fiat Seicento	5	6	6	4	3	3	3	4	4	5	5	5

**Πίνακας 2:** Οι διατάξεις που προτείνει το σύστημα στους DM's

Τέλος από τον πίνακα 2, μπορούμε να συγκρίνουμε τις διατάξεις που προτείνει το σύστημα στους αποφασίζοντες και αφού καταλήξουμε στην επιλογή της μεθόδου, να ξεκινήσουμε τις διαπραγματεύσεις, για το κατά πόσο είναι αποδεκτά τα αποτελέσματα από τους DM's. Στο στάδιο αυτό θα πρέπει να ερευνηθεί, αν επιθυμούν να αλλάξουν κάποιες τιμές στην αρχική μοντελοποίηση, έτσι ώστε να ξανατρέξουμε το πρόγραμμα και να ξανα συγκρίνουμε τα αποτελέσματα, μέχρι την επιθυμητή συμφωνία.



## Βιβλιογραφία

- Angilella, S., S. Greco, F. Lamantia and B. Matarazzo (2003). Assessing non-additive utility for multicriteria decision aid, *European Journal of Operational Research* (to appear).
- Beuthe, M. and G. Scannella (2001). Comparative analysis of UTA multicriteria methods, *European Journal of Operational Research*, 130 (2), 246–262.
- Charnes, A. and W. Cooper (1961). *Management models and industrial applications of linear programming Vol. I*, Wiley, New York.
- Charnes, A., W. Cooper, and R.O. Ferguson (1955). Optimal estimation of executive compensation by linear programming, *Management Science*, 1 (2), 138-151.
- Despotis, D.K. and C. Zopounidis (1993). Building additive utilities in the presence of nonmonotonic preference, in: P.M.
- Pardalos, Y. Siskos and C. Zopounidis (eds.), *Advances in multicriteria analysis*, Kluwer Academic Publisher, Dordrecht, 101-114.
- Despotis, D.K. and D. Yannacopoulos (1990). Méthode d'estimation d'utilités additives concaves en programmation linéaire multiobjectifs, *RAIRO Recherche Opérationnelle*, 24, 331-349.
- Despotis, D.K., D. Yannacopoulos and C. Zopounidis (1990). A review of the UTA multicriteria method and some improvements, *Foundations of Computing and Decision Sciences*, 15 (2), 63–76.
- Fishburn, P. (1966). A note on recent developments in additive utility theories for multiple factors situations, *Operations Research*, 14, 1143-1148.
- Fishburn, P. (1967). Methods for estimating additive utilities, *Management Science*, 13, 435- 453.
- Freed, N. and G. Glover (1981). Simple but powerful goal programming models for discriminant problems, *European Journal of Operational Research*, 7, 44-60.
- Grabisch, M. (1996). The application of fuzzy integrals in multicriteria decision making, *European Journal of Operational Research*, 89 (3), 445-456.
- Jacquet-Lagrèze, E. and J. Siskos (1978). Une méthode de construction de fonctions d'utilité additives explicatives d'une préférence globale, *Cahier du LAMSADE*, 16, Université de Paris-Dauphine. 238

- Jacquet-Lagrèze, E. and Y. Siskos (1982). Assessing a set of additive utility functions for multicriteria decision making: The UTA method, *European Journal of Operational Research*, 10 (2), 151–164.
- Jacquet-Lagrèze, E. and Y. Siskos (2001). Preference disaggregation: 20 years of MCDA experience, *European Journal of Operational Research*, 130 (2), 233–245.
- Karst, O.J. (1958). Linear curve fitting using least deviations, *Journal of the American Statistical Association*, 53, 118-132.
- Keeney, R.L. and H. Raiffa (1976). *Decisions with multiple objectives: Preferences and value tradeoffs*, John Wiley and Sons, New York.
- Kelley, J.E. (1958). An application of linear programming to curve fitting, *Journal of Industrial and Applied Mathematics*, 6 (1), 15-22.
- Manas, M. and J. Nedoma (1968). Finding all vertices of a convex polyhedron, *Numerical Mathematics*, 12, 226-229.
- Marichal, J.L. and M. Roubens (2000). Determination of weights of interactive criteria from a reference set, *European Journal of Operational Research*, 124 (3), 641-650.
- Murofushi, T. and M. Sugeno (1989). An interpretation of fuzzy measure and the Choquet integral as an integral with respect to a fuzzy measure, *Fuzzy Sets and Systems* 29 (2), 201- 227.
- Oral, M. and O. Kettani (1989). Modelling the process of multiattribute choice, *Journal of the Operational Research Society*, 40 (3), 281–291.
- Roy, B. (1985). *Méthodologie Multicritère d'Aide à la Décision*, Economica, Paris.
- Siskos, J. (1980). Comment modéliser les préférences au moyen de fonctions d'utilité additives, *RAIRO Recherche Opérationnelle*, 14, 53-82.
- Siskos, J. (1982). A way to deal with fuzzy preferences in multicriteria decision problems, *European Journal of Operational Research*, 10 (3), 314-324.
- Siskos, J. (1983). Analyse de systèmes de décision multicritère en univers aléatoire, *Foundations of Control Engineering*, 10, (3-4), 193-212.
- Siskos, J., A. Spyridakos and D. Yannacopoulos (1993). MINORA: A multicriteria decision aiding system for discrete alternatives, *Journal of Information Science and Technology*, 2 (2), 136-149.
- Siskos, Y. and D. Yannacopoulos (1985). UTASTAR: An ordinal regression method for building additive value functions, *Investigação Operacional*, 5 (1), 39–53.

Srinivasan, V. and A.D. Shocker (1973). Linear programming techniques for multidimensional analysis of preferences, *Psychometrika*, 38 (3), 337–396.

Van de Panne, C. (1975). *Methods for linear and quadratic programming*, North-Holland Publishing Company, Amsterdam.

Wagner, H.M. (1959). Linear programming techniques for regression analysis, *Journal of the American Statistical Association*, 54, 206-212.

Young, F.W., J. De Leeuw, and Y. Takane (1976). Regression with qualitative and quantitative variables: An alternating least squares method with optimal scaling features, *Psychometrika*, 41 (4), 505-529.