

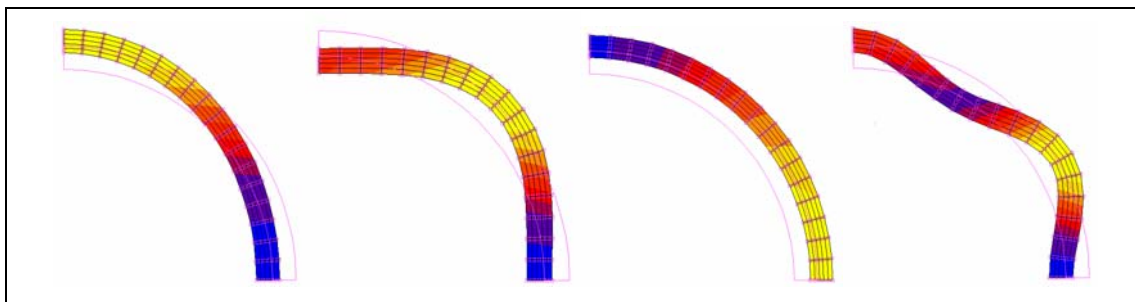


**ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ**  
**ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΟΡΥΚΤΩΝ ΠΟΡΩΝ**

**ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ**

**ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΙΔΙΟΣΥΧΝΟΤΗΤΩΝ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗΣ**  
**ΜΟΝΟΛΙΘΙΚΗΣ ΕΠΕΝΔΥΣΗΣ ΣΗΡΑΓΓΑΣ**

**ΚΟΝΤΟΣ ΓΕΩΡΓΙΟΣ**



**ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΕΠΙΤΡΟΠΗ:**

Καθηγητής  
Αν. Καθηγητής  
Αν. Καθηγητής

**Ζ. ΑΓΙΟΥΤΑΝΤΗΣ (ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ)**  
**Γ. ΕΞΑΛΑΚΤΥΛΟΣ**  
**Κ. ΠΡΟΒΙΔΑΚΗΣ**

**ΧΑΝΙΑ, ΔΕΚΕΜΒΡΙΟΣ 2003**

**ΚΟΝΤΟΣ ΓΕΩΡΓΙΟΣ**

**ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ**

**ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΙΔΙΟΣΥΧΝΟΤΗΤΩΝ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗΣ  
ΜΟΝΟΛΙΘΙΚΗΣ ΕΠΕΝΔΥΣΗΣ ΣΗΡΑΓΓΑΣ**

**ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΕΠΙΤΡΟΠΗ:**

<b>Καθηγητής</b>	<b>Ζ. ΑΓΙΟΥΤΑΝΤΗΣ (ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ)</b>
<b>Αν. Καθηγητής</b>	<b>Γ. ΕΞΑΛΑΚΤΥΛΟΣ</b>
<b>Αν. Καθηγητής</b>	<b>Κ. ΠΡΟΒΙΔΑΚΗΣ</b>

**ΧΑΝΙΑ, ΔΕΚΕΜΒΡΙΟΣ 2003**

---

## ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Για την πραγματοποίηση της παρούσας εργασίας και την συγγραφή αυτής της εργασίας, θα ήθελα να εκφράσω τις ευχαριστίες μου:

- ❑ Στον **κ. Ζαχαρία Αγιουτάντη**, Καθηγητή και επιβλέποντα, για την άριστη συνεργασία που είχαμε και για την συμβολή στην συγκέντρωση στοιχείων για την εργασία αυτή.
- ❑ Στον **κ. Κωσταντίνο Προβιδάκη**, Αναπληρωτή καθηγητή, για τις συμβολές του και την διόρθωση της παρούσας εργασίας.
- ❑ Στον **κ. Γεώργιο Εξαδάκτυλο**, Αναπληρωτή καθηγητή, για το χρόνο που διέθεσε στη διόρθωση και την εξέταση της παρούσας εργασίας.

Τέλος θα ήθελα να ευχαριστήσω ιδιαίτερα τον μεταπτυχιακό **Στέλιο Μαυριγιαννάκη** για την άριστη συνεργασία μας και την βοήθειά του στο λογισμικό 'MARC'. Επίσης την μεταπτυχιακό **Ειρήνη Καλογήρου**, για την άριστη συνεργασία μας και δεν θα ήθελα να παραλείψω την ηθική υποστήριξη του συναδέλφου **Στάθη Παπαθεοδώρου**.

Χανιά, Δεκέμβριος 2003

**Γιώργος Κόντος**

## ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Στην παρούσα εργασία πραγματοποιήθηκε παραμετρική ανάλυση της επένδυσης διαφόρων τύπων σηράγγων, με σκοπό την εύρεση της μεταβολής της τιμής των κύριων ιδιοσυχνοτήτων της επένδυσης σε σχέση με διάφορα χαρακτηριστικά της επένδυσης, όπως διάμετρο, πάχος, μέτρο ελαστικότητας, κτλ.

Για την ανάλυση επιλέχθηκαν κατάλληλα μοντέλα σε δύο διαστάσεις, τα οποία διερευνήθηκαν με την μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων με τη χρήση του εμπορικού λογισμικού πακέτου 'MARC'.

Από την επεξεργασία των αποτελεσμάτων προέκυψε ότι αλλάζοντας τις παραμέτρους της επένδυσης επηρεάζονται σε σημαντικό βαθμό οι πρώτοι τρόποι ιδιοταλάντωσης της επένδυσης, που είναι βασικός παράγοντας στον σχεδιασμό αντισεισμικής κατασκευής. Επίσης έγινε σύγκριση της αριθμητικής επίλυσης με την αναλυτική για συγκεκριμένο πρόβλημα.

*αφιερώνεται  
στα αγαπημένα μου  
πρόσωπα*

## ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

### ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

ΕΙΣΑΓΩΓΗ	1
----------	---

### ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

ΣΕΙΣΜΙΚΟΣ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΚΑΙ ΑΝΑΛΥΣΗ ΥΠΟΓΕΙΩΝ ΚΑΤΑΣΚΕΥΩΝ	3
2.1 Γενικά	3
2.2 Απόδοση των υπόγειων εγκαταστάσεων κατά την διάρκεια σεισμού	4
2.3 Μηχανική προσέγγιση στην ανάλυση ενός σεισμού	5
2.4 Καθορισμός του σεισμικού περιβάλλοντος	8
2.4.1 Αιτιοκρατική σεισμική ανάλυση κινδύνου	10
2.4.2 Πιθανολογική σεισμική ανάλυση κινδύνου	12
2.4.3 Κριτήρια σχεδίου σεισμών	14
2.4.4 Παράμετροι επίγειας κίνησης	15
2.4.5 Διάδοση κυμάτων και ανάλυση της αντίδρασης της περιοχής	17
2.5 Αξιολόγηση της επίγειας αντίδρασης στην σεισμική κίνηση	18
2.5.1 Αστοχία εδάφους	18
2.5.2 Ταλάντωση του εδάφους και παραμόρφωσή του	19
2.6 Κριτήρια σεισμικού σχεδιασμού	20
2.6.1 Κριτήρια φορτίων για το μέγιστο σεισμικό σχέδιο	20
2.6.2 Κριτήρια φορτίων για το λειτουργικό σεισμικό σχέδιο	23
2.7 Αντίδραση των υπόγειων κατασκευών στις εδαφικές παραμορφώσεις	25
2.7.1 Προσέγγιση παραμόρφωσης ελεύθερης επιφάνειας	25
2.7.2 Προσέγγιση αλληλεπίδρασης εδάφους – κατασκευής	35
2.8 Ιδιαίτερα σεισμικά σχεδιαστικά ζητήματα	58
2.8.1 Ενώσεις σηράγγων στις πύλες και τους σταθμούς	59
2.8.2 Σχεδιασμός σύνδεσης τμημάτων σήραγγας	60
2.8.3 Ανακατασκευή των υπόγειων κατασκευών μετά από σεισμό	60
2.8.4 Στρατηγικές σχεδιασμού για αστοχίες εδάφους	62

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

ΜΕΘΟΔΟΣ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ	65
3.1 Γενικά	65
3.2 Περιγραφή της μεθόδου	66
3.2.1 Βασική ιδέα	66
3.2.2 Διάρθρωση της μεθόδου	68
3.3 Διακριτοποίηση	69
3.3.1 Γεωμετρική απλοποίηση - Συμμετρία	69
3.3.2 Είδη στοιχείων	71
3.3.3 Χαρακτηριστικά της διαίρεσης του πεδίου	72
3.4 Φόρτιση των υλικών και συνοριακές συνθήκες	74
3.5 Μοντέλα συμπεριφοράς υλικών	76
3.6 Εφαρμογές πεπερασμένων στοιχείων στον σχεδιασμό σηράγγων	77
3.6.1 Σχεδιασμός σηράγγων	78
3.6.2 Σήραγγες σε μαλακά εδάφη	81
3.6.3 Σήραγγες σε πετρώματα	82
3.6.4 Ελαστική συμπεριφορά σε δύο διαστάσεις	83
3.7 Τύποι στατικών προβλημάτων	85
3.8 Δυναμικά προβλήματα	86

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

ΜΗΧΑΝΙΚΑ ΚΥΜΑΤΑ - ΙΔΙΟΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	88
4.1 Γενικά	88
4.2 Εξαναγκασμένες ταλαντώσεις και συντονισμός	88
4.3 Αποσβέσεις – Ισοδύναμη ιζώδης απόσβεση	98
4.4 Ταλάντωση με την μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων	102
4.4.1 Αξονική ταλάντωση	102
4.4.2 Καμπτική ταλάντωση	106
4.4.3 Καμπτική και αξονική ταλάντωση	109
4.4.4 Ταλάντωση συστήματος δοκού	110

4.5 Το ιδιοπρόβλημα του συστήματος – ιδιοταλάντωση	111
4.6 Παράδειγμα μονοβάθμιου ταλαντωτή	114
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5	
ΠΑΡΑΜΕΤΡΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑΣ ΕΠΕΝΔΥΣΗΣ ΣΗΡΑΓΓΑΣ ΣΕ	
ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΚΑΤΑΠΟΝΗΣΗ	118
5.1 Γενικά	118
5.2 Κυκλική επένδυση	119
5.2.1 Διακριτοποίηση	119
5.2.2 Ανάλυση χωρίς σημεία έδρασης	119
5.2.3 Ανάλυση με άκαμπτα τμήματα έδρασης	124
5.2.4 Ανάλυση με άκαμπτα τμήματα έδρασης	127
5.3 Πεταλοειδής επένδυση	131
5.3.1 Διακριτοποίηση	131
5.3.2 Παραμετρική ανάλυση	131
5.4 Τετραγωνική επένδυση	139
5.4.1 Διακριτοποίηση	139
5.4.2 Παραμετρική ανάλυση	140
5.5 Σύγκριση αναλυτικής και αριθμητικής μεθόδου	144
5.5.1 Αναλυτική μέθοδος	145
5.5.2 Αριθμητική μέθοδος	147
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6	
ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ	154
6.1 Συμπεράσματα	154
6.2 Προτάσεις	160
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ	
Ελληνική Βιβλιογραφία	161
Διεθνής Βιβλιογραφία	161



ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α	165
<i>A1 Παράδειγμα ανάλυσης υπόγειας κατασκευής που έχει αστοχήσει από σεισμό</i>	<i>165</i>
<i>A.1.1 Εδαφική αντίδραση</i>	<i>167</i>
<i>A.1.2 Ανάλυση δυναμικής αντίδρασης εδάφους-κατασκευής</i>	<i>169</i>
<i>A.1.3 Μη-γραμμική ανάλυση πεπερασμένων στοιχείων</i>	<i>173</i>
<i>A.1.4 Συμπεράσματα</i>	<i>177</i>

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

### ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Οι υπόγειες εγκαταστάσεις είναι ένα αναπόσπαστο τμήμα της υποδομής της σύγχρονης κοινωνίας και χρησιμοποιούνται για ένα ευρύ φάσμα εφαρμογών, συμπεριλαμβανομένου των υπογείων σιδηροδρόμων, των εθνικών οδών, της αποθήκευσης υλικών και της μεταφοράς λυμάτων και ύδατος.

Η κατασκευή τέτοιων υπόγειων έργων, είναι αρκετά επίπονη από το αρχικό στάδιο της μελέτης μέχρι την τελική υλοποίησή τους. Ο λόγος της μεγάλης δυσκολίας είναι η ανομοιογένεια των εδαφών και πετρωμάτων στα οποία θα δημιουργηθεί το υπόγειο ανοίγμα και η δυσκολία συλλογής στοιχείων των υλικών αυτών. Ακόμα υπόγειες εγκαταστάσεις χτισμένες σε περιοχές σε σεισμική δραστηριότητα θα πρέπει να αντισταθούν στην σεισμική και στατική φόρτιση.

Ιστορικά οι υπόγειες εγκαταστάσεις έχουν δοκιμαστεί με χαμηλότερο ποσοστό ζημιάς απ' ό,τι η δομές επιφάνειας. Εντούτοις, μερικές υπόγειες δομές έχουν πάθει σημαντική ζημιά από πρόσφατους μεγάλους σεισμούς, συμπεριλαμβανομένου του σεισμού στην πόλη Kobe της Ιαπωνίας το 1995, που προκάλεσε εκτεταμένες ζημιές στο υπόγειο σιδηρόδρομο, του Chi-Chi το 1999, σεισμός στην Ταϊβάν που έπληξε αρκετά οδικά τούνελ και του σεισμού Kocaeli το 1999, στην Τουρκία που κατάστρεψε αρκετές σήραγγες μεταλλείων.

Από την στιγμή που από τις γεωλογικές και γεωτεχνικές μελέτες θα προκύψουν τα απαραίτητα στοιχεία για την μελέτη του υπόγειου ανοίγματος η ευθύνη του σωστού αντισεισμικού σχεδιασμού βασίζεται στο μηχανικό. Αυτός πρέπει να κατασκευάσει το έργο ώστε να μην κινδυνεύσουν οι εργαζόμενοι κατά την υλοποίηση του καθώς και οι υπερκείμενες κατασκευές. Από την στιγμή που θα ολοκληρωθεί το έργο πρέπει να λειτουργεί σωστά και με ασφάλεια για τον σκοπό που δημιουργήθηκε.

Σκοπός της παρούσας εργασίας είναι η εύρεση του τρόπου και του μεγέθους που επηρεάζονται οι κύριες ιδιοσυχνότητες διαφόρων τύπων επένδυσης σηράγγων από την μεταβολή διαφόρων χαρακτηριστικών της επένδυσης. Για να επιτευχθεί αυτό, έγινε προσομοίωση του κάθε τύπου επένδυσης με την μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων στο λογισμικό πακέτο 'MARC'. Οι τύποι της επένδυσης που αναλύθηκαν είναι η κυκλική επένδυση, η επένδυση σχήματος πετάλου, και η τετραγωνική επένδυση που συχνά χρησιμοποιείται στην μέθοδο κοπής και επικάλυψης (cut and cover).

Στην παραμετρική δυναμική ανάλυση που έγινε πραγματοποιούνται διάφοροι συνδυασμοί για τον κάθε τύπο επένδυσης με βάση την διάμετρο ή την αναλογία πλάτους-ύψους της επένδυσης, του πάχους της επένδυσης και του μέτρου ελαστικότητας του υλικού της επένδυσης. Η ανάλυση των μοντέλων των επενδύσεων των σηράγγων πραγματοποιήθηκε σε δύο διαστάσεις, επιλύοντας για τις ιδιοσυχνότητες (modal analysis).

Επίσης περιγράφεται η γενική φιλοσοφία που χρησιμοποιείται στο σχεδιασμό των υπόγειων σηράγγων και εισάγονται οι βασικές έννοιες σεισμικής ανάλυσης και οι μέθοδοι που χρησιμοποιούνται στην ανάπτυξη αντισεισμικού σχεδιασμού. Αναλύεται ο τρόπος πως υπολογίζονται οι επίγειες παραμορφώσεις και πως διαβιβάζονται σε μια υπόγεια δομή, παρουσιάζοντας τις μεθόδους που χρησιμοποιούνται στον υπολογισμό των πιέσεων, των δυνάμεων και των ροπών σε μια υπόγεια κατασκευή.

Τέλος συγκρίνονται τα αποτελέσματα της αριθμητικής ανάλυσης με τα αποτελέσματα που προκύπτουν από την αναλυτική λύση για συγκεκριμένο πρόβλημα δυναμικής καταπόνησης επένδυσης σήραγγας.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

### ΣΕΙΣΜΙΚΟΣ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΚΑΙ ΑΝΑΛΥΣΗ ΥΠΟΓΕΙΩΝ ΚΑΤΑΣΚΕΥΩΝ

#### 2.1 Γενικά

Το κεφάλαιο αυτό εστιάζει στις μεγάλες υπόγειες κατασκευές που συνήθως χρησιμοποιούνται στις αστικές περιοχές. Οι σήραγγες είναι γραμμικές υπόγειες δομές που το μήκος τους είναι πολύ μεγαλύτερο από την διατομική τους διάσταση. Αυτές οι κατασκευές ομαδοποιούνται σε τρεις ευρείες κατηγορίες: στις κατασκευασμένες με ολομέτωπη κοπή ή συμβατικές (bored or mined tunnels) σήραγγες, στις σήραγγες μεθόδου κοπής και επικάλυψης (cut and cover), και στις σήραγγες τύπου βυθισμένων σωλήνων (immersed tube tunnels). Αυτές οι σήραγγες χρησιμοποιούνται συνήθως για κατασκευή μετρό, για δρόμους ταχείας κυκλοφορίας και σαν μεγάλοι αγωγοί νερού ή αστικών λυμάτων.

Οι συμβατικές και οι σήραγγες ολομέτωσης κοπής είναι μοναδικές επειδή κατασκευάζονται χωρίς σημαντικές επιπτώσεις στο έδαφος που βρίσκεται πάνω από την εκσκαφή. Σήραγγες που η εκσκαφή τους γίνεται με την χρήση μηχανών TBM (tunneling boring machine) έχουν κυκλική διατομή, ενώ με άλλο τρόπο εκσκαφής μπορεί να είναι ορθογωνική ή με πεταλοειδή μορφή διατομής (Hashash, 2001).

Οι σήραγγες μεθόδου κοπής και επικάλυψης είναι εκείνες στις οποίες γίνεται αρχική εκσκαφή, κατασκευάζεται η διατομή, και ξαναγεμίζεται από περιβάλλον έδαφος. Η μέθοδος αυτή τυπικά χρησιμοποιείται για σήραγγες ορθογώνιας διατομής και μόνο για σχετικά ρηχές σήραγγες, με υπερκείμενα λιγότερα των 15m (Hashash, 2001).

Σε αυτό το κεφάλαιο περιγράφεται η γενική φιλοσοφία που χρησιμοποιείται στο σχεδιασμό των υπόγειων σήραγγων και εισάγει τις βασικές έννοιες σεισμικής ανάλυσης και των μεθόδων που χρησιμοποιούνται στην ανάπτυξη αντισεισμικού

σχεδιασμού. Ακόμα περιγράφεται πως υπολογίζονται οι επίγειες παραμορφώσεις και πως διαβιβάζονται σε μια υπόγεια δομή, παρουσιάζοντας τις μεθόδους που χρησιμοποιούνται στον υπολογισμό των πιέσεων, των δυνάμεων και των ροπών σε μια υπόγεια κατασκευή. Τέλος περιγράφονται εν συντομία ζητήματα που αφορούν το σεισμικό σχέδιο όταν συνδέεται με την αστοχία εδάφους όπως η ρευστοποίηση και τα ρήγματα.

## **2.2 Απόδοση των υπόγειων εγκαταστάσεων κατά την διάρκεια σεισμού**

Με βάση 217 ιστορικά γεγονότα ζημιών σε υπόγειες εγκαταστάσεις, έχει δημιουργηθεί μια εκτενής βάση δεδομένων των καταστροφών λόγω σεισμού σε υπόγειες δομές. Οι ακόλουθες γενικές παρατηρήσεις σχετίζονται με την σεισμική απόδοση των υπόγειων κατασκευών (Power, 1998):

1. Οι υπόγειες κατασκευές υποφέρουν πολύ λιγότερο σε καταπονήσεις απ'ότι οι κατασκευές στην επιφάνεια.
2. Υπάρχει μείωση της καταπόνησης όσο αυξάνει το βάθος της κατασκευής. Σήραγγες σε μεγαλύτερο βάθος είναι πιο ασφαλείς και λιγότερο τρωτές σε σεισμό από τις σήραγγες σε μικρά βάθη.
3. Υπόγειες εγκαταστάσεις που κατασκευάζονται σε έδαφος, αναμένεται να υποστούν μεγαλύτερη καταπόνηση έναντι αυτών που κατασκευάζονται σε βράχο.
4. Ευθύγραμμες σήραγγες σε βράχο θεωρούνται ασφαλέστερες από μη ευθύγραμμες. Η καταπόνηση από σεισμό μπορεί να μειωθεί με την σταθεροποίηση του εδάφους γύρω από την σήραγγα και την βελτίωση της επαφής ανάμεσα στην επένδυση και στο περιβάλλον έδαφος.
5. Οι σήραγγες είναι σταθερότερες κάτω από την επίδραση ενός συμμετρικού φορτιού, που βελτιώνει την αλληλεπίδραση επένδυσης-περιβάλλοντος εδάφους. Βελτίωση της επένδυσης σήραγγας με την τοποθέτηση παχύτερων και πιο δύσκαμπτων τμημάτων χωρίς σταθεροποίηση του περιβάλλοντος εδάφους μπορεί να έχει σαν αποτέλεσμα την υπερβολική αύξηση της

- σεισμικής δύναμης πάνω στην επένδυση. Επιχωμάτωση και μέτρα σταθεροποίησης μπορεί να βελτιώσουν την ασφάλεια σε ρηχές σήραγγες.
6. Η ζημία σε μια σήραγγα μπορεί να αφορά την μέγιστη επίγεια επιτάχυνση και ταχύτητα βασισμένη στο μέγεθος και την απόσταση του επίκεντρου του σεισμού που την επηρέασε.
  7. Η διάρκεια την ισχυρής κίνησης κατά την διάρκεια του σεισμού είναι εξαιρετικά σημαντική, επειδή αυτή μπορεί να προκαλέσει αστοχία της σήραγγας λόγω κόπωσης και επομένως μεγάλες παραμορφώσεις.
  8. Κινήσεις υψηλών συχνοτήτων μπορούν να αναδείξουν τα επίπεδα αδυναμίας στο βράχο ή το σκυρόδεμα.
  9. Η εδαφική ταλάντωση (ground motion) μπορεί να έχει δυσμενή επίπτωση σε μια σήραγγα, εάν τα μήκη κύματος είναι ίσα έως και τέσσερις φορές μεγαλύτερα από την διάμετρο της σήραγγας.
  10. Η ζημία κοντά στις πύλες των σιηράγγων μπορεί να είναι μεγαλύτερη λόγω της αστάθειας των πρανών του εδάφους γύρω από τις πύλες.

## 2.3 Μηχανική προσέγγιση στην ανάλυση ενός σεισμού

Τα αποτελέσματα ενός σεισμού στις υπόγειες κατασκευές μπορούν να ομαδοποιηθούν σε δύο κατηγορίες:

- Εδαφική ταλάντωση (ground shaking).
- Αστοχία εδάφους από ρευστοποίηση, μετατόπιση ρήγματος, αστάθεια πρανών.

Η ταλάντωση του εδάφους αναφέρεται στην παραμόρφωση του εδάφους που παράγεται από την διάδοση των σεισμικών κυμάτων μέσω της γήινης μάζας. Οι σημαντικότεροι παράγοντες που επηρεάζουν την ζημία από την διάδοση των σεισμικών κυμάτων σε μια υπόγεια κατασκευή περιλαμβάνουν (Dowing and Rozen, 1978; St. John and Zahrah, 1987):

1. Την μορφή, τις διαστάσεις, και το βάθος της κατασκευής.

2. Τις ιδιότητες του περιβάλλοντος εδάφους ή βράχου.
3. Τις ιδιότητες της υπόγειας κατασκευής
4. Την δριμύτητα της εδαφικής ταλάντωσης.

Για τις περισσότερες υπόγειες κατασκευές η αδράνεια του περιβάλλοντος εδάφους είναι μεγαλύτερη σε σχέση με την αδράνεια της κατασκευής. Μετρήσεις της σεισμικής αντίδρασης σε μια σήραγγα τύπου βυθισμένου σωλήνα που έγιναν από τον Okamoto (1973), κατά την διάρκεια διαφόρων σεισμών έδειξαν ότι αυτή εξαρτάται από την αντίδραση του περιβάλλοντος εδάφους και όχι από τις ιδιότητες αδράνειας της σήραγγας. Επομένως μια σεισμική μελέτη υπόγειας κατασκευής εστιάζεται στην παραμόρφωση του ελεύθερου πεδίου του εδάφους και στην αλληλεπίδρασή του με την δομή, σε αντίθεση με τις υπέργειες κατασκευές, όπου έμφαση δίνεται στις ιδιότητες αδράνειας της ίδιας της κατασκευής.

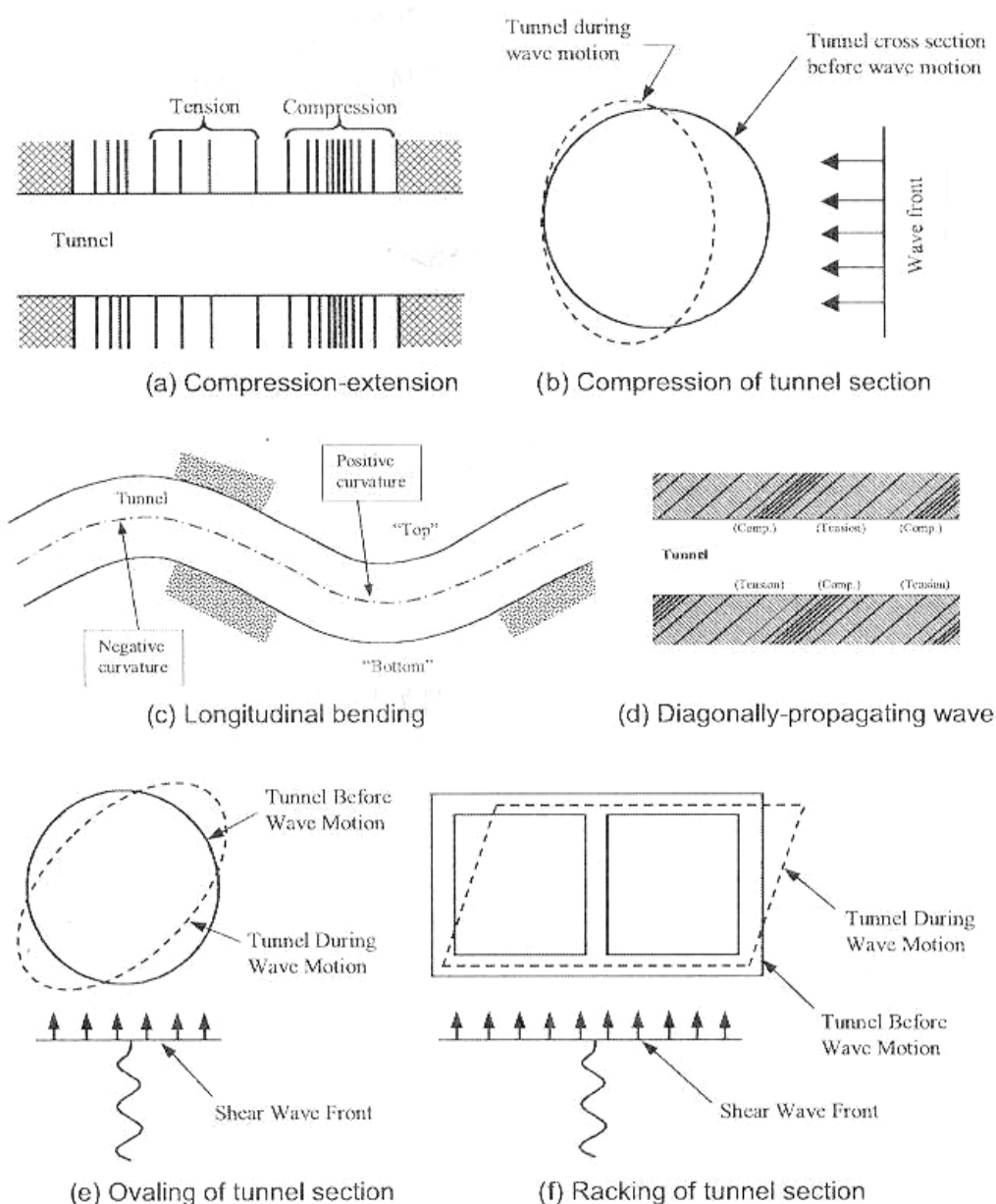
Τρεις τύποι παραμορφώσεων (Owen and Scholl, 1981) εκφράζουν συμπεριφορά των υπόγειων κατασκευών στις σεισμικές κινήσεις:

1. Αξονική συμπίεση και έκταση (Σχήμα 2.1 a, b).
2. Διαμήκης κάμψη (Σχήμα 2.1 c, d).
3. Ωοειδείς ή διατμητικές καταπονήσεις (ovaling/racking) (Σχήμα 2.1 e, f).

Οι αξονικές παραμορφώσεις στις σήραγγες δημιουργούνται από τις ‘συνιστώσες’ των σεισμικών κυμάτων που η κίνηση τους είναι παράλληλη στον άξονα της σήραγγας με αποτέλεσμα την συμπίεση και έκτασή της. Οι καμπτικές παραμορφώσεις προκαλούνται από τις ‘συνιστώσες’ των σεισμικών κυμάτων που παράγουν κάθετες κινήσεις μορίων στο διαμήκη άξονα της σήραγγας. Εκτιμήσεις για τις αξονικές και καμπτικές παραμορφώσεις γίνονται γενικά για την κατεύθυνση κατά μήκος του άξονα της σήραγγας (Wang, 1993).

Ωοειδείς ή διατμητικές καταπονήσεις σε μια σήραγγα αναπτύσσονται όταν διατμητικά κύματα διαδίδονται κανονικά ή σχεδόν κανονικά στον άξονα της σήραγγας, με συνέπεια την στρέβλωση της διατομής της επένδυσης της σήραγγας. Εκτιμήσεις για αυτό τον τύπο παραμόρφωσης γίνονται στην εγκάρσια κατεύθυνση. Η γενική συμπεριφορά της επένδυσης μπορεί να προσομοιωθεί σαν υπεδαφεία δομή υποκείμενη σε εδαφικές παραμορφώσεις σε δισδιάστατο πεδίο σε ανάλυση επίπεδης παραμόρφωσης (plane-strain) (Wang 1993).

Διαγώνια διάδοση σεισμικών κυμάτων υποβάλλει διαφορετικά τμήματα της κατασκευής σε μετατοπίσεις διαφορετικών φάσεων (Σχήμα. 2.1d), με συνέπεια ένα διαμήκες συμπιεσμένο – αραιωμένο κύμα να ταξιδεύει κατά μήκος της δομής. Γενικά τα μεγαλύτερα εύρη μετατοπίσεων συνδέονται με τα μεγάλα μήκη κύματος, ενώ οι μέγιστες κυρτότητες παράγονται από τα μικρά μήκη κύματος με σχετικά μικρό εύρος (Kuesel, 1969).



Σχήμα 2.1: Μορφές παραμορφώσεων σε σήραγγες λόγω σεισμικών κυμάτων (Owen and Scholl, 1981).

Η αξιολόγηση της αντίδρασης μιας υπόγειας κατασκευής σε σεισμό επομένως, απαιτεί την κατανόηση της προσδοκούμενης κίνησης των εδαφών, καθώς



επίσης και μια αξιολόγηση της αλληλεπίδρασης του εδάφους και της δομής σε μια τέτοια κίνηση. Ο πίνακας 2.1 συνοψίζει μια συστηματική προσέγγιση για αξιολόγηση της σεισμικής αντίδρασης των υπόγειων κατασκευών. Αυτή η προσέγγιση αποτελείται από τρία σημαντικά βήματα (Hashash, 2201):

1. Καθορισμός του σεισμικού περιβάλλοντος και ανάπτυξη των σεισμικών παραμέτρων για ανάλυση.
2. Αποτίμηση της εδαφικής αντίδρασης στην εδαφική ταλάντωση, η οποία να περιλαμβάνει την εδαφική αστοχία και την εδαφική παραμόρφωση.
3. Αξιολόγηση της συμπεριφοράς της κατασκευής λόγω του σεισμικού γεγονότος συμπεριλαμβανομένης: (α) της ανάπτυξης σεισμικού σχεδιασμού βάσει κάποιων κριτηρίων, (β) της αντίδρασης των υπόγειων κατασκευών στις εδαφικές παραμορφώσεις, (γ) ειδικών ζητημάτων σεισμικού σχεδιασμού.

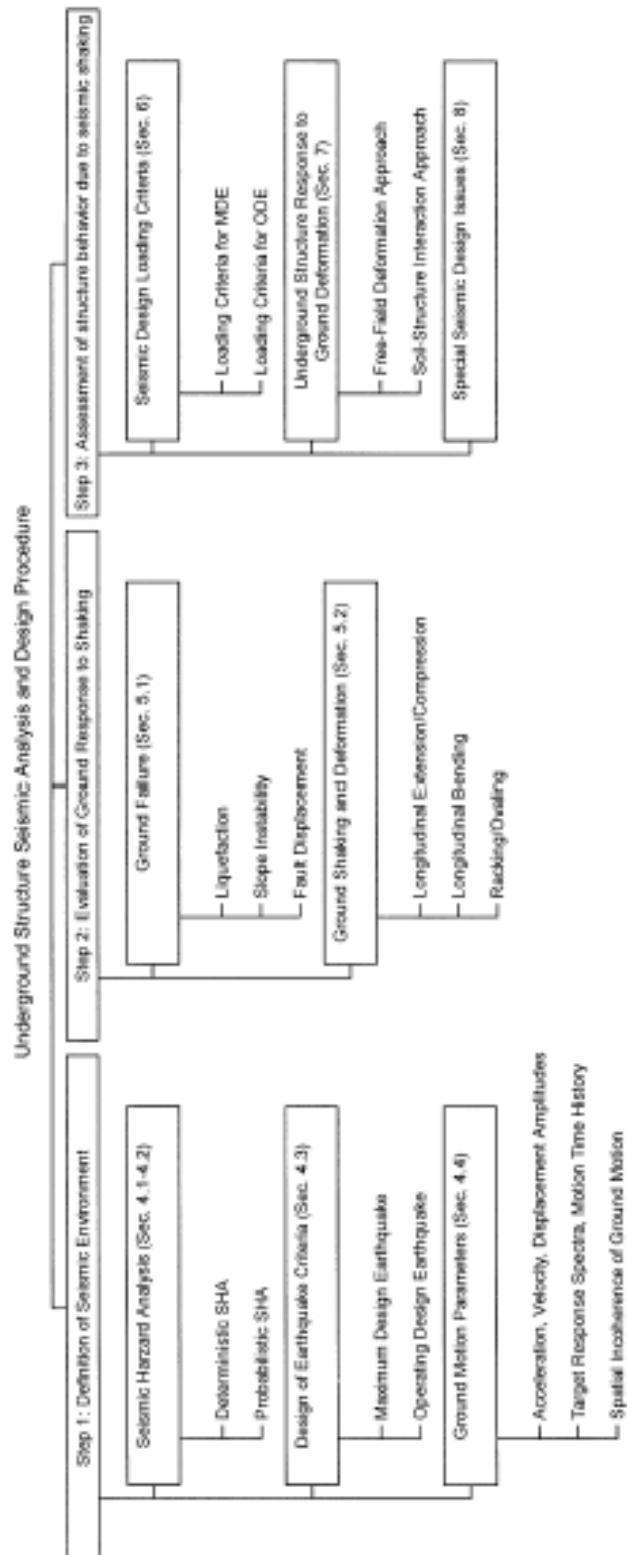
Τα βήματα 1 και 2 αναλύονται στις ενότητες 2.4 και 2.5, αντίστοιχα. Ενώ στις ενότητες 2.6 έως 2.8 παρέχονται λεπτομέρειες για τα βήματα 3α, 3β, 3γ.

## **2.4 Καθορισμός του σεισμικού περιβάλλοντος**

Ο στόχος του σχεδίου σεισμικής αντίστασης για μια υπόγεια κατασκευή είναι να αναπτυχθεί η δυνατότητα να μπορεί να αντισταθεί σε ένα δεδομένο επίπεδο σεισμικής κίνησης και η ζημιά που θα προκληθεί να μην υπερβεί ένα προκαθορισμένο αποδεκτό επίπεδο. Το σχεδιαστικό όριο της σεισμικής κίνησης καθορίζεται χαρακτηριστικά από τα εύρη και τα χαρακτηριστικά των αναμενόμενων επίγειων κινήσεων και την αναμενόμενη επιστροφή της συχνότητάς τους (Kramer 1996).

Μια σεισμική ανάλυση κινδύνου τυπικά χαρακτηρίζει την δυνατότητα του εδάφους για δυνατές ταλαντώσεις σε μια περιοχή, την πιθανότητα της κίνησης ρηγμάτων, και τις συχνότητες στις οποίες τα ρήγματα απελευθερώνουν αποθηκευμένη ενέργεια. Αυτή η εξέταση μπορεί να είναι δύσκολη σε ορισμένες

Πίνακας 2.1: Σεισμική ανάλυση σε υπόγειες εγκαταστάσεις (Hashash, 2001).



περιοχές (π.χ. Ανατολική Αμερική) όπου τα ρήγματα δεν είναι εύκολα ανιχνεύσιμα. Υπάρχουν δύο μέθοδοι ανάλυσης (Hashash, 2001):

1. Η αιτιοκρατική σεισμική ανάλυση κινδύνου (ΑΣΑΚ) (Deterministic seismic hazard analysis).
2. Η πιθανολογική σεισμική ανάλυση κινδύνου (ΠΣΑΚ) (Probabilistic seismic hazard analysis).

Η αιτιοκρατική σεισμική ανάλυση κινδύνου αναπτύσσει μια ή περισσότερες σεισμικές κινήσεις σε μια περιοχή, τις οποίες οι σχεδιαστές έπειτα αξιολογούν και σχεδιάζουν την υπόγεια κατασκευή. Η πιο πρόσφατη πιθανολογική σεισμική ανάλυση κινδύνου, ποσοτικοποιεί ρητά τις αβεβαιότητες στην ανάλυση και δημιουργεί μια σειρά από αναμενόμενες επίγειες κινήσεις και τις πιθανότητες εμφάνισής τους. Αυτές οι πιθανότητες μπορούν έπειτα να χρησιμοποιηθούν για να καθορίσουν το επίπεδο σεισμικής προστασίας σε ένα σχέδιο (Hashash, 2001).

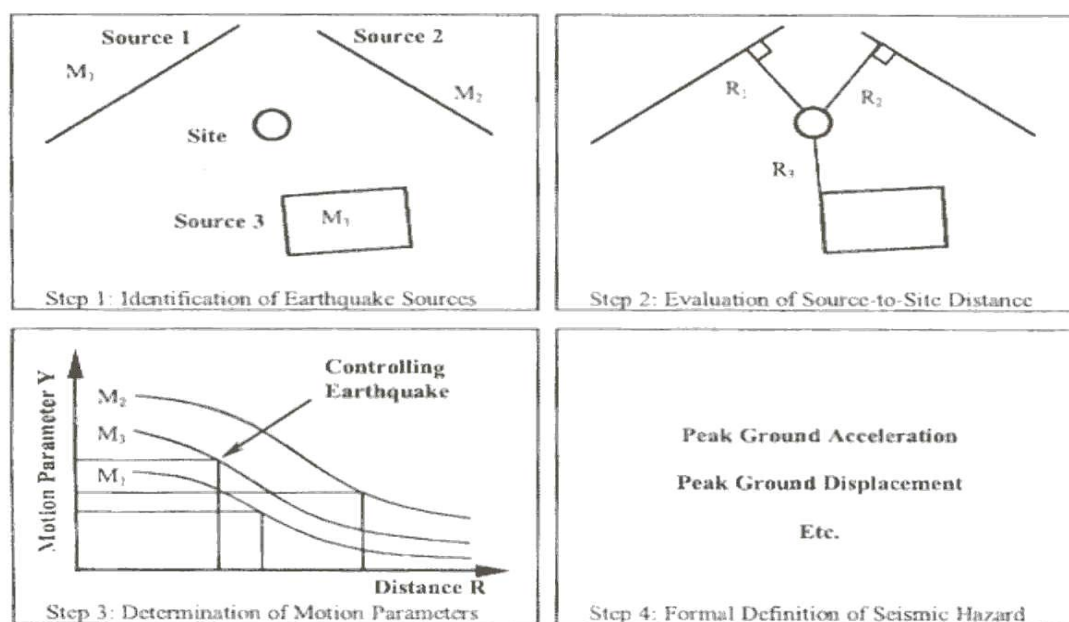
#### **2.4.1 Αιτιοκρατική σεισμική ανάλυση κινδύνου**

Η αιτιοκρατική σεισμική ανάλυση κινδύνου περιλαμβάνει την ανάπτυξη ενός ιδιαίτερου σεισμικού σεναρίου που συνοψίζει του κινδύνους των επίγειων κινήσεων σε ένα τόπο. Αυτό το σενάριο απαιτεί ότι το κάθε περιστατικό ενός ιδιαίτερου σεισμού εμφανίζεται σε μια ιδιαίτερη θέση. Η διαδικασία που ακολουθείται αποτελείται από τέσσερα βήματα και φαίνεται στο σχήμα. 2.2 (Reiter 1990).

1. Προσδιορισμός και χαρακτηρισμός όλων των σεισμικών πηγών που είναι ικανές για παραγωγή σημαντικών επίγειων κινήσεων επί του τόπου που μελετάται. Το προφανέστερο χαρακτηριστικό γνώρισμα που σκιαγραφεί μια σεισμική ζώνη είναι η παρουσία ρηγμάτων. Ο Reiter το 1990 δημιούργησε ένα περιεκτικό κατάλογο χαρακτηριστικών γνωρισμάτων για κάθε ρήγμα που μπορεί να εμφανιστεί σε κάθε περιοχή. Εντούτοις η παρουσία και μόνο ενός ρήγματος δεν είναι απαραίτητα ένας πιθανός κίνδυνος σεισμού, το ρήγμα πρέπει να είναι ενεργό για να παρουσιαστεί σαν κίνδυνος. Γενικά υπάρχει ιδιαίτερη διαφωνία πέρα από τα κριτήρια για το πότε ένα ρήγμα θεωρείται ενεργό ή μη-ενεργό. Ο οργανισμός US Nuclear Regulatory Commission στην

Αμερική χρησιμοποιεί τον όρο ‘ενεργό’ για ρήγματα που έχουν παρουσιάσει δραστηριότητα μέσα στο παρελθόν από 35000 – 500000 έτη. Για μη πυρηνική αστική υποδομή χρησιμοποιούνται πιο σύντομα χρονικά πλαίσια.

2. Επιλογή μιας παραμέτρου απόστασης πηγής – περιοχής για κάθε πηγή, τυπικά την μικρότερη επικεντρική / υποκεντρική απόσταση ή την απόσταση που είναι πιο κοντά στο σπασμένο τμήμα του ρήγματος. Η δεύτερη παράμετρος είναι πιο σημαντική από την επίκεντρη απόσταση ειδικά για τους μεγάλους σεισμούς που το ρήγμα εκτείνεται σε απόσταση που υπερβαίνει τα 50 km.
3. Επιλογή του ‘ρυθμιστή’ σεισμού, δηλαδή αυτού που οπαράγει την ισχυρότερη επίγεια κίνηση. Σχέσεις μείωσης τυπικά χρησιμοποιούνται για να καθορίσουν τις συγκεκριμένες τοπικές παραμέτρους από τα στοιχεία που καταγράφονται στις κοντινές θέσεις. Διάφορες μελέτες έχουν προσπαθήσει να συσχετίσουν μεγέθη σεισμών, πιο συνηθέστερα στιγμιαία μεγέθη, με την παρατήρηση της παραμόρφωσης των χαρακτηριστικών ενός ρήγματος, όπως το μήκος του σπασίματος του ρήγματος. Εντούτοις, η επιφάνεια περιορίζει σημαντικά την δυνατότητα για μέτρηση των μετατοπίσεων σε ένα ρήγμα. Άντ’ αυτού ερευνητές έχουν προσπαθήσει να συσχετίσουν την μέγιστη μετατόπιση της επιφάνειας με το μέγεθος του σεισμού. Εμπειρικά βασισμένες σχέσεις όπως αυτές που αναπτύσσονται από τους Wells και Coppersmith (1994) μπορούν να χρησιμοποιηθούν για τον υπολογισμό του συσχετισμού. Άλλος πιο βασικός τρόπος για να αξιολογηθεί η δυνατότητα για μια σεισμική δραστηριότητα σε μια περιοχή είναι μέσω της εξέτασης των ιστορικών αρχείων. Η αξιολόγηση των προ- και μετασεισμικών δονήσεων μπορεί επίσης να βοηθήσει στη σκιαγράφηση των σεισμικών ζωνών (Kramer, 1996). Εκτός από την εξέταση των ιστορικών αρχείων, μια μελέτη του γεωλογικού αρχείου από τις σεισμικές δραστηριότητες του παρελθόντος μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να αξιολογήσει το περιστατικό και το μέγεθος ενός σεισμού σε μια περιοχή. Γεωφυσικές μέθοδοι μπορούν επίσης να αποκαλύψουν τον αριθμό των σεισμικών γεγονότων του παρελθόντος, ολίσθηση ανά γεγονός, και το χρόνο του γεγονότος σε ένα συγκεκριμένο ρήγμα.
4. Επίσημος καθορισμός του σεισμικού κινδύνου επί του τόπου με βάση την μέγιστη παραμόρφωση, την μέγιστη ταχύτητα και την μέγιστη μετατόπιση, ακόμα συντεταγμένες φάσματος απόκρισης (response spectrum ordinates) και επίγειες κινήσεις του πιο μέγιστου αξιόπιστου σεισμού.



Σχήμα 2.2: Αιτιοκρατική σεισμική ανάλυση κινδύνου (Reiter, 1990).

Μια ΑΣΑΚ παρέχει ένα απλό πλαίσιο για την αξιολόγηση των χειρότερων σεναρίων επί ενός τόπου. Εντούτοις δεν παρέχει καμιά πληροφορία για την πιθανότητα ή την συχνότητα του περιστατικού του 'ρυθμιστή' σεισμού. Εάν απαιτούνται τέτοιες πληροφορίες, μια πιθανολογική προσέγγιση θα μπορούσε να ποσοτικοποιήσει καλύτερα τον σεισμικό κίνδυνο.

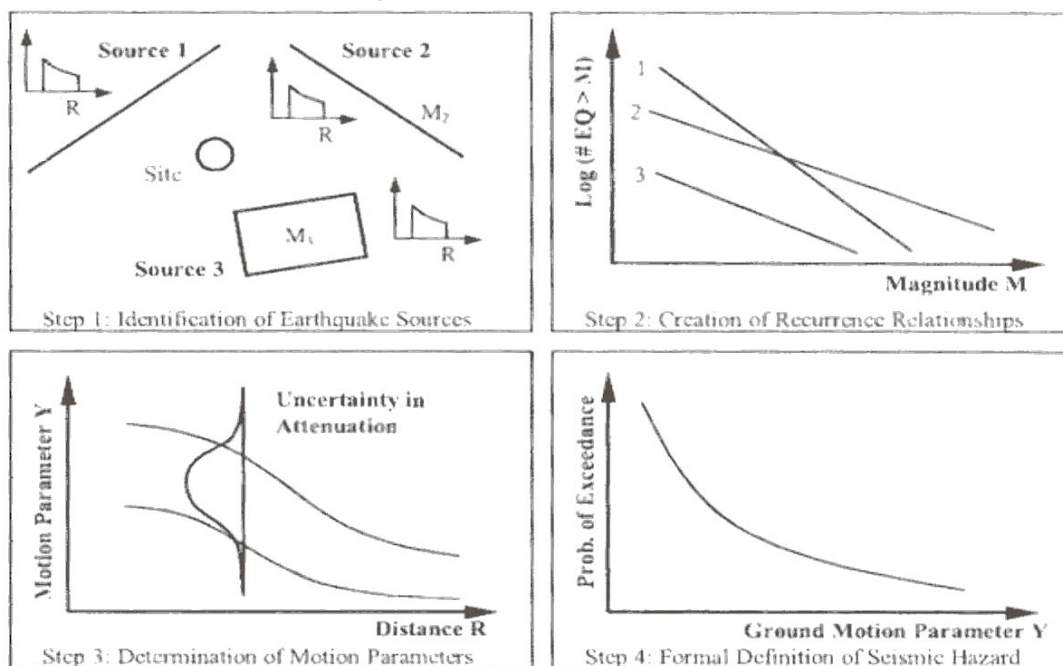
#### 2.4.2 Πιθανολογική σεισμική ανάλυση κινδύνου

Η πιθανολογική σεισμική ανάλυση κινδύνου παρέχει το πλαίσιο στο οποίο αβεβαιότητες για το μέγεθος, τη θέση και το ποσοστό επανάληψης των σεισμών μπορούν να προσδιοριστούν ποσοτικοποιημένες και συνδυασμένες κατά λογικό τρόπο. Μια τέτοια ανάλυση παρέχει στους σχεδιαστές μια πληρέστερη περιγραφή του σεισμικού κινδύνου σε ένα τόπο, όπου τα χαρακτηριστικά των επίγειων κινήσεων μπορούν να εξεταστούν ρητά. Για αυτού του είδους την ανάλυση, μελλοντικά σεισμικά γεγονότα θεωρούνται χρονικά ανεξάρτητα. Ο Reiter (1990) περιέγραψε τα τέσσερα σημαντικά βήματα για αυτού του είδους την ανάλυση (Σχήμα 2.3):

1. Προσδιορισμός και χαρακτηρισμός των σεισμικών πηγών, συμπεριλαμβανομένης της πιθανότητας διανομής των πιθανών θέσεων ρήξης

μέσα στην ζώνη πηγής. Αυτές οι διανομές συνδυάζονται έπειτα με την γεωμετρία της πηγής για να δημιουργηθεί η πιθανότητα διανομής από τις αποστάσεις πηγής-περιοχών. Σε πολλές περιοχές σε όλο τον κόσμο δεν είναι εύκολο να προσδιοριστούν συγκεκριμένες ενεργές ζώνες ρηγμάτων. Σε αυτές τις περιπτώσεις η σεισμική ιστορία και γεωλογικές εκτιμήσεις του τόπου γίνονται κρίσιμες για την ανάλυση κινδύνου.

2. Χαρακτηρισμός της σεισμικότητας ή της χρονικής διανομής της σεισμικής επανάληψης. Πληροφορίες βρίσκονται από ιστορικά στοιχεία και παλαιοσεισμολογικές μελέτες και βοηθάνε να αναπτυχθεί μια σχέση επανάληψης που περιγράφει το μέσο ποσοστό στο οποίο σεισμός ορισμένου μεγέθους θα ξεπεραστεί.
3. Προσδιορισμός της επίγειας κίνησης που παράγεται στην περιοχή από οποιονδήποτε μεγέθους σεισμό, σε οποιαδήποτε πηγή ζώνης που χρησιμοποιεί σχέσεις μείωσης. Εξετάζονται επίσης αβεβαιότητες που ανήκουν στις προβλέψεις.
4. Συνδυασμός αυτών των αβεβαιοτήτων για να ληφθεί η πιθανότητα μια δεδομένη παράμετρος επίγειων κινήσεων να ξεπεραστεί κατά την διάρκεια μιας δεδομένης χρονικής περιόδου.



Σχήμα 2.3: Πιθανολογική σεισμική ανάλυση κινδύνου (Reiter, 1990).

Η πιθανολογική προσέγγιση ενσωματώνει τις αβεβαιότητες στην απόσταση πηγής–περιοχών, στο μέγεθος, στο ποσοστό επανάληψης και στην παραλλαγή των χαρακτηριστικών επίγειων κινήσεων στις αναλύσεις. Σε περιοχές όπου δεν υπάρχουν ‘ενεργά’ ρήγματα είναι εύκολος ο προσδιορισμός, αρκεί να στηριχθεί κανείς σε μια καθαρώς στατιστική ανάλυση του ιστορικού των σεισμών σε μια περιοχή (Power, 1996).

### **2.4.3 Κριτήρια σχεδίου σεισμών**

Μόλις χαρακτηριστεί ο σεισμικός κίνδυνος σε έναν τόπο, πρέπει να καθοριστεί το επίπεδο της σεισμικότητας του σχεδίου της κατασκευής. Η τρέχουσα φιλοσοφία των σεισμικών σχεδίων για πολλές κρίσιμες εγκαταστάσεις απαιτεί διπλά κριτήρια σχεδιασμού, ένα με υψηλό επίπεδο σεισμικού σχεδιασμού που στοχεύει στην ασφάλεια ζωής και ένα με χαμηλότερο επίπεδο σεισμικού σχεδιασμού που προορίζεται για την οικονομική έκθεση κινδύνου (economic risk exposure). Τα δύο αυτά σχεδιαστικά επίπεδα ορίζονται συνήθως ως το ‘μέγιστο σεισμικό σχέδιο’ (‘maximum design earthquake’) και το ‘λειτουργικό σεισμικό σχέδιο’ (‘operational design earthquake’) και έχουν υιοθετηθεί σε πολλά πρόσφατα προγράμματα σιδηρόδρομων μεταφοράς, όπως το Los Angeles Metro, Taipei Metro, Seattle Metro, και Boston Central Artery / Third Harbor Tunnels.

#### **2.4.3.1 Μέγιστο σεισμικό σχέδιο**

Το μέγιστο σεισμικό σχέδιο (ΜΣΣ) καθορίζεται σε ένα ΑΣΑΚ ως το ανώτερο όριο της επίγειας κίνησης που αναμένεται στον τόπο που γίνεται η μελέτη. Σε ένα ΑΣΑΚ, το ΜΣΣ είναι ορισμένο ως ένα γεγονός με μια μικρή πιθανότητα εμφάνισης κατά τη διάρκεια ζωής της εγκατάστασης (π.χ. 3-5%). Το ΜΣΣ στοχεύει στο ότι η δημόσια ασφάλεια θα διατηρηθεί κατά την διάρκεια και μετά από το σεισμικό γεγονός, που σημαίνει ότι η απαραίτητη δομική ικανότητα κάτω από μια καταπόνηση ΜΣΣ πρέπει να εξεταστεί στην χειρότερη περίπτωση σεισμικών φορτίων. Πρόσφατα, μερικές κατασκευαστικές εταιρίες (π.χ. San Francisco BART) έχουν αρχίσει να χρησιμοποιούν στις εγκαταστάσεις τους τμήματα προσδιορισμένα ως ‘γραμμές

σωτηρίας' ("lifelines") που θα παραμείνουν λειτουργικές μετά από μια επίγεια κίνηση επιπέδου ΜΣΣ (Hashash, 2001).

#### *2.4.3.2 Λειτουργικό σχέδιο σεισμού*

Το λειτουργικό σχέδιο σεισμού (ΛΣΣ) είναι ένα σεισμικό γεγονός που αναμένεται να συμβεί τουλάχιστον μια φορά κατά την διάρκεια της ζωής του σχεδίου της κατασκευής (π.χ. ένα γεγονός με πιθανότητα να συμβεί ανάμεσα 40 και 50 %). Σε μια ανάλυση ΛΣΣ, η δυναμική του σεισμικού σχεδίου εξαρτάται από τις δομικές απαιτήσεις απόδοσης από τα δομικά μέλη. Ο στόχος του ΛΣΣ είναι ότι το γενικό σύστημα της κατασκευής θα συνεχίσει να λειτουργεί κατά την διάρκεια και μετά από ένα ΛΣΣ με ελάχιστη ή καμία ζημιά, ανελαστικές παραμορφώσεις πρέπει να κρατηθούν στο ελάχιστο. Η αντίδραση της υπόγειας κατασκευής πρέπει να παραμείνει στην ελαστική περιοχή (Hashash, 2001).

#### *2.4.4 Παράμετροι επίγειας κίνησης*

Μόλις καθοριστεί ένα ΜΣΣ ή ένα ΛΣΣ, ορίζονται οι εδαφικές κινήσεις που απαιτούνται για να χαρακτηρίσουν το σεισμικό γεγονός. Οι επιλογή αυτών των παραμέτρων συσχετίζεται με τον τύπο της μεθόδου ανάλυσης που χρησιμοποιείται για τον σχεδιασμό. Για ένα τυχαίο σημείο στο έδαφος ή στην υπόγεια κατασκευή, οι επίγειες κινήσεις μπορούν να αναλυθούν σε τρεις συνιστώσες μετατόπισης και τρεις περιστροφικές συνιστώσες, εν τούτοις οι περιστροφικές συνιστώσες συνήθως αγνοούνται. Η συνιστώσα της επίγειας κίνησης χαρακτηρίζεται από την επιτάχυνση, την ταχύτητα ή την μετατόπιση με τρεις σημαντικές παραμέτρους: το πλάτος και εύρος των συχνοτήτων και την διάρκεια της ισχυρής επίγειας κίνησης (Hook, 2001).

##### *2.4.4.1 Επιτάχυνση, ταχύτητα, πλάτος*

Οι μέγιστες τιμές της επίγειας κίνησης όπως η μέγιστη τιμή της επιτάχυνσης, της ταχύτητας και του πλάτους χρησιμοποιούνται συνήθως για τον καθορισμό του ΜΣΣ και ΛΣΣ που αναπτύσσονται μέσω της σεισμικής ανάλυσης κινδύνου.



Εντούτοις, η εμπειρία έχει δείξει ότι ‘αποτελεσματικές’ παράμετροι επίγειων κινήσεων, αντί των μέγιστων τιμών, αναμένονται να είναι καλύτεροι δείκτες της αντίδρασης της υπόγειας δομής, αφού είναι πιο αντιπροσωπευτικές του μεγέθους της ζημιάς από μια δεδομένη επίγεια κίνηση. Αυτό είναι ιδιαίτερα σωστό για τους μεγάλους σεισμούς. Η ζημία από σεισμό σε μια υπόγεια δομή έχει αποδειχθεί ότι συσχετίζεται περισσότερο με την μοριακή ταχύτητα και μετατόπιση, παρά με την επιτάχυνση. Σχέσεις συνάφειας είναι γενικά διαθέσιμες για τον υπολογισμό της μέγιστης επίγειας επιφανειακής επιτάχυνσης, όπως επίσης και για τον υπολογισμό της μέγιστης ταχύτητας και των μέγιστων μετατοπίσεων (Hook, 2001).

#### 2.4.4.2 Στόχοι αντίδρασης φασμάτων και κίνησης στο χρόνο

Ο πιο κοινός τρόπος να εκφραστούν οι παράμετροι σε ένα σχεδιασμό επίγειων κινήσεων είναι μέσω του φάσματος της αντίδρασης της επιτάχυνσης (acceleration response spectral), που αντιπροσωπεύει την αντίδραση ενός μετριασμένου ενιαίου συστήματος βαθμών ελευθερίας της επίγειας κίνησης. Όταν επιλεγεί ένας στόχος αντίδρασης φάσματος, μια ή περισσότερες επίγειες κινήσεις στο φάσμα του χρόνου μπορούν να αναπτυχθούν και να ταιριάζουν με την φασματική αντίδραση του σχεδιασμού. Αυτές οι χρονικές καταγραφές μπορεί να είναι συνθετικές ή βασισμένες σε πραγματικές καταγραφές σεισμών με παρόμοια χαρακτηριστικά (St. John and Zahrah, 1987).

Ενώ το φάσμα αντίδρασης είναι ένα χρήσιμο εργαλείο για τον σχεδιαστή μηχανικό, αυτό δεν πρέπει να χρησιμοποιείται εάν: (1) η αντίδραση του συστήματος εδάφους-δομής είναι αρκετά μη-γραμμική, ή (2) η υπόγεια κατασκευή είναι τόσο μακριά σε μήκος που η κίνηση από τον σεισμό μπορεί να αλλάξει σημαντικά σε εύρος και φάση καθώς την διατρέχει. Σε αυτές τις περιπτώσεις χρονικές καταγραφές συνδυασμένες με αναλύσεις τοπικών αντιδράσεων είναι συνήθως πιο χρήσιμες (St. John and Zahrah, 1987).

#### 2.4.4.3 Χωρική διαφοροποίηση της επίγειας κίνησης

Για πολλές κατασκευές εφαρμοσμένης μηχανικής, η πιο μεγάλη διάσταση της κατασκευής είναι αρκετά μικρή έτσι ώστε η επίγεια κίνηση στην αρχή και στο τέλος

της κατασκευής να έχει παραμείνει ουσιαστικά η ίδια. Εντούτοις, για τις μεγάλες σε μήκος κατασκευές όπως οι σήραγγες, διαφορετικές επίγειες κινήσεις μπορεί να αντιμετωπιστούν από διαφορετικά μέρη τη κατασκευής (Hwahg and Lysmer, 1981). Αυτή η χωρική διαφοροποίηση (Spatial incoherence of ground motion) μπορεί να έχει αντίκτυπο στην αντίδραση της κατασκευής. Υπάρχουν δυο βασικοί παράγοντες που μπορούν να προκαλέσουν χωρική διαφοροποίηση: (1) ανομειογένειες στην σήραγγα κατά μήκος της διαδρομής του κύματος, (2) τοπικές εδαφικές αλλαγές (Hwahg and Lysmer, 1981). Καταγεγραμμένες επίγειες κινήσεις δείχνουν ότι η χωρική συνοχή μειώνεται με αύξηση της απόστασης και της συχνότητας (Kramer, 1996).

#### **2.4.5 Διάδοση κυμάτων και ανάλυση της αντίδρασης της περιοχής**

Η έρευνες έχουν δείξει ότι τα εγκάρσια διατμητικά κύματα διαβιβάζουν το μεγαλύτερο ποσοστό της σεισμικής ενέργειας, και τα εύρη στο κάθετο επίπεδο συνήθως υπολογίζονται στο  $1/2 - 2/3$  σε σχέση με αυτό του οριζόντιου επιπέδου. Εντούτοις σε πρόσφατους σεισμούς όπως του Northridge και του Kobe (βλέπε παράρτημα Π1), όπου μετρήθηκαν οι κάθετες επιταχύνσεις, αυτές ήταν ίσες και ορισμένες φορές μεγαλύτερες από τις οριζόντιες. Η κάθετη παράμετρος της σεισμικής κίνησης έχει γίνει ένα σημαντικό ζήτημα στα αντισεισμικά σχέδια (Yao, 2001).

Αφθονα στοιχεία δυνατών επίγειων κινήσεων δεν είναι γενικά διαθέσιμα για τα βάθη που γίνονται οι υπόγειες κατασκευές, έτσι η ανάπτυξη των σχεδίων των επίγειων κινήσεων πρέπει να ενσωματώνει τα μειωμένα αποτελέσματα από την αύξηση του βάθους. Δημοφιλείς αναλυτικές διαδικασίες χρησιμοποιούν μονοδιάστατες τεχνικές αντίδρασης, αν και αυτές οι αναλύσεις αγνοούν τα αποτελέσματα από τα κάθετα διαδομένα κύματα. Μια μέθοδος που χρησιμοποιήθηκε από τον Schnabel (1972) εφαρμόζει μια διαδικασία αποσυνέλιξης μια κίνησης στην επιφάνεια, προκειμένου να την αξιολογήσει σε κάποιο βάθος. Μια δεύτερη μέθοδος περιλαμβάνει την εφαρμογή επίγειων κινήσεων σε διαφορετικά βάθη για να βρεθούν οι παράγοντες κλίμακας που είναι απαραίτητοι για να ταιριάξει η υπό ανάλυση κίνηση. Οι επίγειες κινήσεις γενικά μειώνονται με το βάθος (Chang, 1986). Η εκτέλεση μιας ανάλυσης της διάδοσης των κυμάτων χρειάζεται το εύρος και την

περίοδο της δόνησης της σεισμικής κίνησης. Στον πίνακα 2.2 καθορίζεται η σχέση ανάμεσα στην επίγεια κίνηση σε βάθος και στην κίνηση της επιφάνειας.

Πίνακας 2.2. Τιμές της επίγειας κίνησης με το βάθος σε σχέση με την κίνηση στην επιφάνεια (Power, 1996)

Tunnel depth (m)	Ratio of ground motion at tunnel depth to motion at ground surface
≤ 6	1.0
6–15	0.9
15–30	0.8
> 30	0.7

## 2.5 Αξιολόγηση της επίγειας αντίδρασης στην σεισμική κίνηση

Η αξιολόγηση της αντίδρασης του εδάφους στο σεισμικό κύμα μπορεί να διαιρεθεί σε δύο ομάδες (Hashash, 2001):

1. Αστοχία εδάφους
2. Ταλάντωση του εδάφους και παραμόρφωσή του

Αυτή η ενότητα εστιάζει πάνω στην ταλάντωση του εδάφους και την παραμόρφωσή του, και υποθέτει ότι το έδαφος δεν υποβάλλεται σε μεγάλες και μόνιμες μετατοπίσεις. Επίσης, γίνεται μια συνοπτική επισκόπηση των ζητημάτων που αφορούν την αστοχία εδάφους.

### 2.5.1 Αστοχία εδάφους

Η αστοχία εδάφους ως αποτέλεσμα της σεισμικής δόνησης περιλαμβάνει ρευστοποίηση, αστάθεια πρανών και μετατόπιση ρηγμάτων. Η αστοχία του εδάφους είναι ιδιαίτερα σημαντική στις πύλες των σιράγγων και σε ρηχές σήραγγες. Ιδιαίτερη

προσοχή στο σχεδιασμό χρειάζεται όταν φαινόμενα αστοχίας του εδάφους προϋπάρχουν. Αυτό αναλύεται εκτενέστερα στην ενότητα 2.8.

➤ Ρευστοποίηση

Η ρευστοποίηση είναι ένας όρος που συνδέεται με ένα πλήθος διαφορετικά, αλλά σχετικά φαινόμενα. Χρησιμοποιείται για να περιγράψει τα φαινόμενα που συνδέονται με την αύξηση της πίεσης των πόρων και την μείωση της συνοχής που εμφανίζεται σε κορεσμένα εδάφη. Η αύξηση της πίεσης πόρων μπορεί να οδηγήσει σε μείωση της διατμητικής αντοχής με συνέπεια την αστοχία πρανών. Τα φαινόμενα αυτά επικρατούν περισσότερο σε χαλαρά εδάφη και σε τεχνητές αποθέσεις (Hashash, 2001).

Σήραγγες που βρίσκονται κάτω από υδροφόρο ορίζοντα μπορεί να υποβληθούν σε (Hashash, 2001): (1) αυξανόμενη πλευρική πίεση, (2) μείωση της πλευρικής παθητικής αντίστασης, (3) επίπλευση ή βύθιση στο ρευστοποιημένο έδαφος, (4) μετατοπίσεις εάν το έδαφος δοκιμάζεται σε πλευρικές φορτίσεις, και (5) μόνιμες αστοχίες συμπίεσης μετά την απώλεια της πίεσης των πόρων και την επανασταθεροποίηση του εδάφους.

➤ Αστάθεια πρανών

Η καθίζηση του εδάφους ως αποτέλεσμα ενός σεισμικού γεγονότος είναι κοινό φαινόμενο. Η καθίζηση που διαπερνά μια σήραγγα έχει σαν αποτέλεσμα να προκαλέσει σε διατμητικές παραμορφώσεις και σε κατάρρευση διαγωνίων τμημάτων. Η πιθανότητα καθίζησης του εδάφους είναι μέγιστη όταν μια προϋπάρχουσα καθίζηση διαπερνά μια σήραγγα. Ο κίνδυνος είναι μεγαλύτερος σε πιο ρηχές σήραγγες και στις πύλες των σιράγγων (St. John and Zahrah, 1987).

➤ Μετατόπιση ρήγματος

Μια υπόγεια δομή πρέπει να κατασκευάζεται μακριά από ζώνες ρηγμάτων. Εάν δεν μπορεί να αποφευχθεί αυτό τότε πρέπει να αποφύγει τα ενεργά ρήγματα. Σε αυτές τις περιπτώσεις, η υπόγεια κατασκευή πρέπει να ανεχθεί τις αναμενόμενες μετατοπίσεις του ρήγματος, και να επιτραπούν μόνο δευτερεύουσες ζημιές (Hashash, 2001).

### **2.5.2 Ταλάντωση του εδάφους και παραμόρφωσή του**

Ελλείπει της αστοχίας του εδάφους που οδηγεί σε μεγάλες μόνιμες παραμορφώσεις, ο σχεδιασμός εστιάζεται στις παροδικές μετατοπίσεις λόγω των εδαφικών παραμορφώσεων που προκαλούνται από μετάβαση των σεισμικών κυμάτων. Η παραμόρφωση μπορεί να είναι αρκετά σύνθετη λόγω της αλληλεπίδρασης των σεισμικών κυμάτων με τις επιφανειακές χαλαρές αποθέσεις και της παραγωγής των κυμάτων επιφάνειας. Για την εφαρμοσμένη μηχανική αυτές οι σύνθετες παραμορφώσεις απλοποιούνται στις αρχικές τους καταστάσεις. Οι υπόγειες δομές υποτίθεται ότι υποβάλλονται σε τρεις αρχικούς τρόπους παραμόρφωσης κατά την διάρκεια ενός σεισμικού γεγονότος (Hashash, 2001) (βλέπε ενότητα 2.3).

Ο απλούστερος τρόπος εξέτασης είναι αυτός της διάδοσης των κυμάτων συμπίεσης παράλληλα στον άξονα της υπόγειας δομής. Αυτή η περίπτωση διευκρινίζεται λεπτομερώς στο σχήμα 2.1. Η περίπτωση όπου μια υπόγεια δομή υποβάλλεται σε αξονική διάδοση του κύματος είναι ελαφρώς πιο σύνθετη, αφού θα υπάρχει και κάποια αλληλεξάρτηση ανάμεσα στην δομή και το περιβάλλον έδαφος. Αυτή η αλληλεξάρτηση είναι μεγαλύτερη εάν το έδαφος είναι χαλαρό και η μεταφορά των διατμητικών τάσεων ανάμεσα στο έδαφος και την κατασκευή περιορίζεται από την διεπιφάνεια των διατμητικών δυνάμεων. Για την περίπτωση της διάδοσης κυμάτων κανονικά ή εγκάρσια στον άξονα της σήραγγας, η παραμόρφωση που προκαλείται από τις διατμητικές τάσεις σε ένα τμήμα ονομάζεται ωοειδής (ovaling or racking). Στις περισσότερες περιπτώσεις το σεισμικό κύμα μπορεί να προκαλέσει κυρτότητα στην κατασκευή και εναλλασσόμενη περιοχή από συμπίεση και έκταση κατά μήκος της σήραγγας. Επίσης η επένδυση της σήραγγας θα δοκιμαστεί σε έκταση και συμπίεση στις αντίθετες πλευρές.

## **2.6 Κριτήρια σεισμικού σχεδιασμού**

Τα κριτήρια σχεδιασμού για τις υπόγειες κατασκευές πρέπει να ενσωματώνουν την πρόσθετη φόρτιση που επιβάλλεται από την επίγεια κίνηση και τις παραμορφώσεις που δημιουργούνται κατά την διάρκεια ενός σεισμού. Αυτή η ενότητα παρουσιάζει τα κριτήρια σεισμικού σχεδιασμού (Wang, 1993) για το ΜΣΣ και το ΛΣΣ.

### 2.6.1 Κριτήρια φορτίων για το μέγιστο σεισμικό σχέδιο

- Για σήραγγες μεθόδου κοπής και επικάλυψης.

$$U = D + L + E1 + E2 + EQ \quad (2.1)$$

Όπου:

$U$  = ικανότητα δομικής δύναμης,

$D$  = επιδράσεις λόγω των μη-ενεργών φορτίων της κατασκευής,

$L$  = επιδράσεις λόγω των ενεργών φορτίων,

$E1$  = επιδράσεις λόγω των κατακόρυφων φορτίων του εδάφους και του ύδατος,

$E2$  = επιδράσεις λόγω των οριζόντιων φορτίων του εδάφους και του ύδατος,

$EQ$  = επιδράσεις που οφείλονται στην κίνηση του σεισμού.

- Για κυκλικές σήραγγες με επένδυση.

$$U = D + L + EX + H + EQ \quad (2.2)$$

Όπου:

$U, L, EQ$  καθορίζονται παραπάνω,

$EX$  = επιδράσεις των στατικών φορτίων λόγω της εκσκαφής,

$H$  = επιδράσεις λόγω της υδροστατικής πίεσης.

Παρακάτω παραθέτονται κάποια σχόλια για τους συνδυασμούς φορτίων σε ένα σχέδιο ΜΣΣ (Hashash, 2001).

- Η υπόγεια κατασκευή πρέπει αρχικά να σχεδιαστεί με επαρκή δυναμική αντοχή για τα στατικά φορτία.
- Η υπόγεια κατασκευή πρέπει έπειτα να ελεγχθεί από την άποψη της ελαστικότητας (η μέγιστη παραμόρφωση που επιβάλλεται από το σεισμό να είναι μέσα στα πλαίσια της επιτρεπόμενης παραμόρφωσης) όπως επίσης πρέπει να εξεταστούν οι τάσεις από την επίδραση του σεισμού ( $EQ$ ). Ο όρος  $EQ$  για τις συμβατικές επιφανειακές κατασκευές απεικονίζει πρώτιστα την αδρανή επίδραση των κατασκευών. Για τις υπόγειες όμως δομές η επίδραση του σεισμού δεν βασίζεται τόσο πολύ στις δυνάμεις και στις πιέσεις που δημιουργούνται, αλλά στην παραμόρφωση του ασκείται μέσω του εδάφους.
- Στον έλεγχο της δυναμικής ικανότητας, τα αποτελέσματα από τα φορτία του σεισμού πρέπει να εκφραστούν με βάση τις στιγμιαίες εσωτερικές δυνάμεις,

που μπορούν να υπολογιστούν σύμφωνα με την παραμόρφωση που επιβάλλεται στην επένδυση από το περιβάλλον έδαφος. Εάν τα δυναμικά κριτήρια εκφρασμένα από την σχέση (2.1) ή την σχέση (2.2) μπορούν να ικανοποιηθούν με βάση μια ανάλυση ελαστικής δομής, τότε η πρόβλεψη δεν απέχει αρκετά από αυτό που απαιτείται για ένα σχεδιασμό ΜΣΣ. Γενικά τα δυναμικά κριτήρια μπορούν εύκολα να ικανοποιηθούν όταν η ένταση του σεισμού είναι χαμηλή (περιοχή χαμηλής σεισμικής επικινδυνότητας) και / ή το έδαφος είναι πολύ δύσκαμπτο.

- Εάν η καμπτική αντοχή μιας επένδυσης σήραγγας, χρησιμοποιώντας ελαστική ανάλυση από τις σχέσεις (2.1) ή (2.2), βρεθεί να υπερβαίνεται πρέπει να ακολουθηθεί μία από τις παρακάτω διαδικασίες:

1. Παροχή ικανοποιητικής ολκιμότητας στις κρίσιμες θέσεις της κατασκευής για να προσαρμοστεί στις παραμορφώσεις που επιβάλλονται από το περιβάλλον έδαφος και σε οποιαδήποτε άλλη επίδραση φορτίων (σχέσεις (2.1) και (2.2)). Ο στόχος είναι να εξασφαλιστεί να μην μειωθεί η αντοχή της κατασκευής, αλλά το αποτέλεσμα των ανελαστικών παραμορφώσεων να παραμείνει σε αποδεκτό επίπεδο.

Είναι σημαντικό επίσης, ότι αφού μια ανελαστική διατμητική παραμόρφωση μπορεί να οδηγήσει στην υποβάθμιση της αντοχής της κατασκευής, πρέπει να αποτραπεί η εξάσκηση μεγάλων διατμητικών δυνάμεων στα μέλη της κατασκευής, ιδιαίτερα σε σήραγγες ορθογώνιου πλαισίου κοπής και επικάλυψης. Η χρήση παραγόντων ολκιμότητας για διατμητικές δυνάμεις μπορεί να μην είναι κατάλληλη.

2. Επανάληψη της ανάλυσης της αντίδρασης της κατασκευής με την υπόθεση ότι χρησιμοποιούνται πλαστικές αρθρώσεις (plastic hinges) στα σημεία που πιέζονται από ανελαστική δράση. Με βάση την ανάλυση των πλαστικών-συνδέσμων η ανακατανομή των στιγμιαίων εσωτερικών δυνάμεων θα έχει αποτέλεσμα.

Εάν οι νέες πλαστικές αρθρώσεις αναπτύσσονταν βάση των αποτελεσμάτων, η ανάλυση θα ξαναγινόταν με την ενσωμάτωση των καινούργιων πλαστικών αρθρώσεων (δηλαδή μια επαναληπτική διαδικασία) μέχρι όλες οι πιθανές πλαστικές αρθρώσεις να ήταν σίγουρα κατάλληλες. Ο σχεδιασμός της κατασκευής με βάση την

απαιτούμενη αντοχή που χρειάζεται θα μπορούσε να βασιστεί στα αποτελέσματα της ανάλυσης των πλαστικών αρθρώσεων.

Όπως έχει αναφερθεί παραπάνω, η γενική σταθερότητα της κατασκευής μετά από ένα γεγονός ΜΣΣ πρέπει να διατηρηθεί. Συνειδητοποιώντας ότι οι δομές πρέπει να έχουν επίσης και την απαραίτητη ικανότητα (εκτός από τις επιδράσεις του σεισμού) να φέρουν τα στατικά φορτία (π.χ. τους όρους D, L, E1, E2, H), οι πιθανοί τρόποι αστάθειας λόγω της χρήσης των πλαστικών αρθρώσεων πρέπει να αναγνωριστούν και να αποτραπούν (Monsees and Merritt, 1991)

- Για τις σήραγγες που κατασκευάζονται με την μέθοδο κοπής και επικάλυψης η αξιολόγηση της ικανότητας που υπολογίζεται από την σχέση (2.1), θα πρέπει να εξετάσει τις αβεβαιότητες που συνδέονται με τα φορτία E1 και E2 και των χειρότερό τους συνδυασμό. Για την εξόρυξη των κυκλικών σιηράγγων, σχέση (2.2), παρόμοια εκτίμηση πρέπει να γίνει για τα φορτία EX και H.
- Σε πολλές περιπτώσεις η απουσία ενεργού φορτίου, L, μπορεί να παρουσιάσει ένα κρισιμότερο παράγοντα από όταν εξετάζεται ένα σύνολο ενεργών φορτίων. Επομένως, ένα ενεργό φορτίο που τείνει στο μηδέν θα πρέπει να εξετάζεται στην ικανότητα της αντοχής της κατασκευής όταν χρησιμοποιούνται οι σχέσεις (2.1) και (2.2).

### 2.6.2 Κριτήρια φορτίων για το λειτουργικό σεισμικό σχέδιο

Για ένα ΛΣΣ, οι συνδυασμοί των φορτίων του σεισμικού σχεδίου εξαρτώνται από τις απαιτήσεις απόδοσης των δομικών μελών. Γενικά εάν τα μέλη πρόκειται να δοκιμαστούν λίγο και σε χαμηλού μεγέθους σεισμικού γεγονότος, οι ανελαστικές παραμορφώσεις στα μέλη της κατασκευής πρέπει να κρατηθούν σε χαμηλά επίπεδα.

- Για σήραγγες μεθόδου κοπής και επικάλυψης.

$$U = 1,05 D + 1,3 L + \beta_1(E1 + E2) + 1,3 EQ \quad (2.3)$$

Όπου:

U, D, L, E1, E2, EQ, προσδιορίζονται στην σχέση (2.1)



Το  $\beta_1 = 1,05$  εάν τα ακραία φορτία είναι τα  $E1$  και  $E2$  με μικρή αβεβαιότητα, αλλιώς  $\beta_1 = 1,3$ .

- Για κυκλικές σήραγγες με επένδυση.

$$U = 1,05 D + 1,3 L + \beta_2 (EX + H) + 1,3 EQ \quad (2.4)$$

Όπου:

$U, D, L, EX, H, EQ$  προσδιορίζονται στην σχέση (2.2).

Το  $\beta_2 = 1,05$  εάν τα ακραία φορτία είναι τα  $EX$  και  $H$  με λίγη αβεβαιότητα, αλλιώς  $\beta_2 = 1,3$ .

Οι συντελεστές φορτίων που χρησιμοποιούνται για αυτές τις δύο εξισώσεις είναι αντικείμενο μεγάλης συζήτησης. Η τελική επιλογή εξαρτάται από την απαίτηση της απόδοσης της συγκεκριμένης κατασκευής που γίνεται η ανάλυση.

Παρακάτω παρατείθονται κάποια σχόλια για τους συνδυασμούς φορτίων σε ένα ΛΣΣ (Hashash, 2001).

- Η υπόγεια κατασκευή πρέπει αρχικά να σχεδιαστεί με επαρκή δυναμική αντοχή για τα στατικά φορτία.
- Σε σήραγγες με μέθοδο διάνοιξης ‘κοπής και επικάλυψης’ η αξιολόγηση της ικανότητας χρησιμοποιώντας την σχέση (2.3), θα πρέπει να εξετάσει τις αβεβαιότητες που συνδέονται με τα φορτία  $E1$  και  $E2$ , και τον χειρότερο συνδυασμό τους. Για κυκλικές σήραγγες (σχέση (2.4)), παρόμοια εκτίμηση πρέπει να δοθεί στα φορτία  $EX$  και  $H$ .
- Όταν τα ακραία φορτία χρησιμοποιούνται στο σχεδιασμό, συστήνεται ο μικρότερος παράγοντας φορτίων για την αποφυγή υπερβολικά συντηρητικού σχεδιασμού κατασκευής. Άξιο προσοχής είναι ότι ένα ακραίο φορτίο μπορεί να είναι ένα μέγιστο ή ένα ελάχιστο φορτίο, διότι σε μια κρίσιμη περίπτωση συνδυασμού φόρτισης μπορεί να υπάρχει συμβολή. Χρησιμοποιώντας την σχέση (2.4) για παράδειγμα σε μια βαθιά κυκλική σήραγγα με επένδυση, θα ήταν πολύ πιθανό ο πιο κρίσιμος παράγοντας φόρτισης να εμφανίζεται όταν το μέγιστο φορτίο από την εκσκαφή  $EX$ , συνδυάζεται με την ελάχιστη υδροστατική πίεση  $H$  (εκτός εάν ο όρος  $EX$  είναι ασύμμετρος). Για σήραγγες μεθόδου κοπής και επικάλυψης, ο πιο κρίσιμος σεισμικός παράγοντας συχνά

μπορεί να βρεθεί όταν η μέγιστη πλευρική εδαφική πίεση,  $E_2$ , συνδυάζεται με το ελάχιστο κάθετο εδαφικό φορτίο,  $E_1$ .

- Εάν η κρίσιμη αντοχή εκφράζεται από τις σχέσεις (2.1) ή (2.2) και μπορεί να ικανοποιηθεί βασισμένη σε ανάλυση ελαστικής κατασκευής, καμιά περαιτέρω παροχή κάτω από το ΛΣΣ δεν απαιτείται.
- Εάν η καμπτική αντοχή της κατασκευής, χρησιμοποιώντας ελαστική ανάλυση και τις σχέσεις (2.3) ή (2.4), ξεπεραστεί η κατασκευή πρέπει να ελεγχθεί για να εξασφαλίσει ότι οι προκύπτουσες ανελαστικές παραμορφώσεις, εάν υπάρχουν, είναι μικρές. Εάν είναι αναγκαίο η κατασκευή πρέπει να ξανασχεδιαστεί για να εξασφαλίσει τους προορισμένους στόχους απόδοσης κατά την διάρκεια ενός ΛΣΣ.
- Μηδενικά ενεργά φορτία ( $L = 0$ ) θα πρέπει επίσης να αξιολογούνται στις σχέσεις (2.3) ή (2.4).

## **2.7 Αντίδραση των υπόγειων κατασκευών στις εδαφικές παραμορφώσεις**

Σε αυτήν την ενότητα ποσολογείται ο όρος EQ (επιδράσεις λόγω του σεισμικού γεγονότος) που αναφέρθηκε στην ενότητα 2.6. Η ανάπτυξη του όρου EQ απαιτεί την κατανόηση των παραμορφώσεων που προκαλούνται από τα σεισμικά κύματα στο έδαφος και την αλληλεπίδραση των υπόγειων κατασκευών με το περιβάλλον πέτρωμα.

Αυτή η ενότητα περιγράφει τις διαδικασίες που χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό των παραμορφώσεων και των δυνάμεων που αντιστοιχούν στους τρεις τρόπους παραμόρφωσης που παρουσιάστηκαν στη ενότητα 2.5.2. Μια συνοπτική περίληψη των σχεδιαστικών προσεγγίσεων παρέχεται στον πίνακα 2.3.

### **2.7.1 Προσέγγιση παραμόρφωσης ελεύθερης επιφάνειας**

Ο όρος ‘παραμόρφωση ελεύθερης επιφάνειας’ (free-field deformations) περιγράφει την εδαφική παραμόρφωση από σεισμικό γεγονός απουσία κάποιας

κατασκευής ή εκσκαφής. Αυτές οι παραμορφώσεις αγνοούν την αλληλεπίδραση ανάμεσα στις υπόγειες κατασκευές και το περιβάλλον έδαφος, αλλά μπορούν να παρέχουν μια πρώτη εκτίμηση της προσδοκούμενης παραμόρφωσης που θα έχει η υπόγεια δομή. Ο σχεδιαστής μηχανικός μπορεί να επιλέξει άμεσα αυτές τις παραμορφώσεις για την υπόγεια κατασκευή. Αυτή η προσέγγιση όμως μπορεί να υπερεκτιμήσει ή να υποτιμήσει τις παραμορφώσεις που τελικά θα έχει η υπόγεια δομή, αφού μεγάλο ρόλο έχει η ακαμψία της κατασκευής σε σχέση με το περιβάλλον πέτρωμα (Hashash, 2001).

Πίνακας 2.3: Σχεδιαστικές προσεγγίσεις για σεισμικά αποτελέσματα (Wang, 1993).

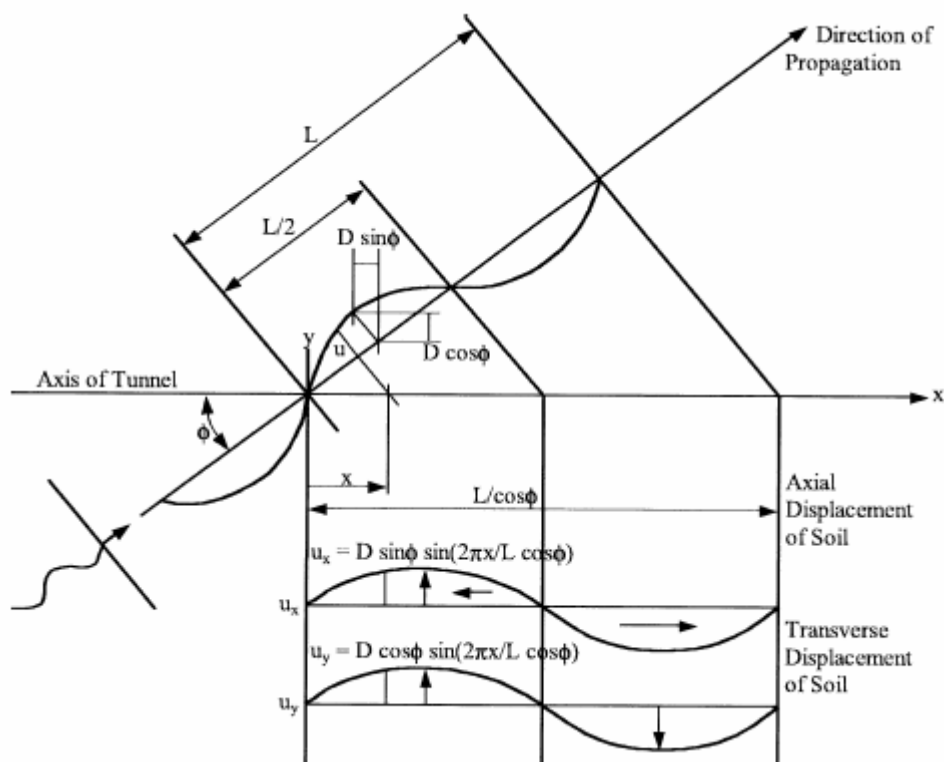
Approaches	Advantages	Disadvantages	Applicability
Dynamic earth pressure methods	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Used with reasonable results in the past</li> <li>2. Require minimal parameters and computation error</li> <li>3. Serve as additional safety measures against seismic loading</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Lack of rigorous theoretical basis</li> <li>2. Resulting in excessive racking deformations for tunnels with significant burial</li> <li>3. Use limited to certain types of ground properties</li> </ol>	For tunnels with minimal soil cover thickness
Free-field racking deformation method	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Conservative for tunnel structure stiffer than ground</li> <li>2. Comparatively easy to formulate</li> <li>3. Used with reasonable results in the past</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Non-conservative for tunnel structure more flexible than ground</li> <li>2. Overly conservative for tunnel structures significantly stiffer than ground</li> <li>3. Less precision with highly variable ground conditions</li> </ol>	For tunnel structures with equal stiffness to ground
Soil-structure interaction finite-element analysis	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Best representation of soil-structure system</li> <li>2. Best accuracy in determining structure response</li> <li>3. Capable of solving problems with complicated tunnel geometry and ground conditions</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Requires complex and time consuming computer analysis</li> <li>2. Uncertainty of design seismic input parameters may be several times the uncertainty of the analysis</li> </ol>	All conditions
Simplified frame analysis model	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Good approximation of soil-structure interaction</li> <li>2. Comparatively easy to formulate</li> <li>3. Reasonable accuracy in determining structure response</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Less precision with highly variable ground</li> </ol>	All conditions except for compacted subsurface ground profiles

### 2.7.1.1 Αναλυτική λύση

Απλουστευμένες αναλυτικές λύσεις είναι χρήσιμες για την ανάπτυξη αρχικών εκτιμήσεων των τάσεων και παραμορφώσεων σε μια σήραγγα. Αυτές οι απλουστευμένες μέθοδοι υποθέτουν ότι ένα σεισμικό κύμα είναι επίπεδο κύμα με το ίδιο εύρος σε όλο το μήκος της σήραγγας, με μόνη διαφορά στο χρόνο άφιξης.

Σύνθετα και διασκορπισμένα τρισδιάστατα κύματα, που μπορεί να έχουν διαφορετικό εύρος είναι που παραμελούνται, αν και η διαφοροποίηση της επίγειας κίνησης (ground motion incoherence) τείνει να αυξήσει τις παραμορφώσεις και τις τάσεις κατά μήκος της διαμήκουσ κατεύθυνσης της σήραγγας. Αποτελέσματα από ανάλυση βασισμένη σε επίπεδα κύματα θα πρέπει να ερμηνεύονται με προσοχή (Power, 1996).

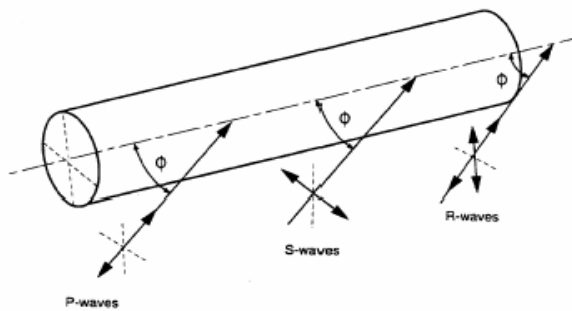
Ο Newmark (1968) και ο Kuesel (1969) πρότειναν μια απλουστευμένη μέθοδο για τον υπολογισμό των παραμορφώσεων ελεύθερης επιφάνειας που προκαλείται από ένα αρμονικό κύμα που διαδίδεται με κάποια γωνία πρόσπτωσης σε ένα ομογενή, ισοτροπικό, ελαστικό μέσο (Σχήμα 2.4). Η πιο κρίσιμη γωνία επίπτωσης που παράγει την μέγιστη παραμόρφωση, τυπικά χρησιμοποιείται ως μέτρο ασφάλειας απέναντι στην αβεβαιότητα της πρόβλεψης του σεισμού. Η προσέγγιση του Newmark παρέχει ένα μέγεθος εκτίμησης της παραμόρφωσης από το προκληθείσων κύμα, απαιτώντας μια ελάχιστη εισαγωγή δεδομένων, γι' αυτό και καθίσταται χρήσιμη ως αρχικό εργαλείο σχεδιασμού και επαλήθευσης (Wang, 1993).



Σχήμα 2.4: Απλό αρμονικό κύμα σε σήραγγα (Wang, 1993).

Ο St. John και ο Zahrah (1987) χρησιμοποίησαν την προσέγγιση του Newmark για να αναπτύξουν τις λύσεις στις κυρτές και αξονικές παραμορφώσεις των ελεύθερων επιφανειών, λόγω της συμπίεσης, της διάτμησης και των κυμάτων

Rayleigh. Οι λύσεις για τους τρεις τύπους κυμάτων φαίνονται στον πίνακα 2.4, τα S-κύματα συνδέονται χαρακτηριστικά με τις μέγιστες μοριακές επιταχύνσεις και ταχύτητες (Power, 1996). Τα σεισμικά κύματα που προκαλούν τις παραμορφώσεις παρουσιάζονται στο σχήμα 2.5. Είναι συχνά δύσκολο ο καθορισμός του κύματος που θα έχει τον πρωταρχικό ρόλο στον σχεδιασμό. Οι παραμορφώσεις που προέρχονται από τα κύματα Rayleigh τείνουν να έχουν τον βασικό ρόλο μόνο στις ‘ρηχές’ κατασκευές και σε σημεία μακριά από την σεισμική πηγή (Wang, 1993).



Σχήμα 2.5: Σεισμικά κύματα που προκαλούν αξονικές και καμπτικές παραμορφώσεις (Power, 1996).

Χρησιμοποιώντας την θεωρία της ελαστικής ράβδου, η συνολική παραμόρφωση της ελεύθερης επιφάνειας, ( $\varepsilon^{ab}$ ) βρίσκεται από τον συνδυασμό των διαμήκων παραμορφώσεων που δημιουργούνται από τις αξονικές και καμπτικές παραμορφώσεις (Power, 1996).

$$\varepsilon^{ab} = \left[ \frac{V_R}{C_R} \cos^2 \phi + r \frac{a_R}{C_R^2} \sin \phi \cos^2 \phi \right] \quad (2.5)$$

Για P-κύματα.

$$\varepsilon^{ab} = \left[ \frac{V_S}{C_S} \sin \phi \cos \phi + r \frac{a_S}{C_S^2} \cos^3 \phi \right] \quad (2.6)$$

Για S-κύματα.

$$\varepsilon^{ab} = \left[ \frac{V_R}{C_R} \cos^2 \phi + r \frac{a_R}{C_R^2} \sin \phi \cos^2 \phi \right] \quad (2.7)$$

Για κύματα Rayleigh.

Όπου:

$r$  : ακτίνα κυκλικής σήραγγας ή μισό ύψος ορθογώνιας σήραγγας,

$a_P$  : μέγιστη μοριακή επιτάχυνση που συνδέεται με  $P$ -κύματα,

$a_S$  : μέγιστη μοριακή επιτάχυνση που συνδέεται με  $S$ -κύματα,

$a_R$  : μέγιστη μοριακή επιτάχυνση που συνδέεται με κύματα Rayleigh,

$\phi$  : γωνία πρόσπτωσης του κύματος σε σχέση με τον άξονα της σήραγγας,

$V_P$  : μέγιστη μοριακή ταχύτητα που συνδέεται με  $P$ -κύματα,

$C_P$  : προφανής ταχύτητα διάδοσης  $P$ -κυμάτων,

$V_S$  : μέγιστη μοριακή ταχύτητα που συνδέεται με  $S$ -κύματα,

$C_S$  : προφανής ταχύτητα διάδοσης  $S$ -κυμάτων,

$V_R$  : μέγιστη μοριακή ταχύτητα που συνδέεται με κύματα Rayleigh,

$C_R$  : προφανής ταχύτητα διάδοσης κυμάτων Rayleigh,

Υπολογισμοί που χρησιμοποιούν τις εξισώσεις της ελεύθερης επιφάνειας του πίνακα 2.4 δείχνουν ότι οι καμπτικές παραμορφώσεις είναι σχετικά μικρότερες έναντι των αξονικών, για σήραγγες που καταπονούνται από σεισμικό φορτίο. Θα πρέπει επίσης να ληφθεί υπόψη η κυκλική φύση των αξονικών τάσεων. Η επένδυση σε μια κυκλική σήραγγα μπορεί να ραγίσει σε κάποια ένταση, αυτό το ράγισμα όμως συνήθως μεταφέρεται λόγω της κυκλικής φύσης των προσπιπτόντων κυμάτων. Η ενίσχυση της επένδυσης με χάλυβα μειώνει αυτές τις ρωγμές. Ακόμη και οι επενδύσεις με μη οπλισμένο σκυρόδεμα είναι θεωρητικά επαρκείς όσο οι ρωγμές είναι μικρές και ομοιόμορφα κατανεμημένες, και δεν επιφέρουν επιπτώσεις στην απόδοση της επένδυσης (Wang, 1993).

Πρέπει να σημειωθεί επίσης ότι οι προφανείς ταχύτητες των  $S$  και  $P$  κυμάτων που χρησιμοποιούνται σε αυτές τις εξισώσεις μπορεί να είναι πιο κοντά σε αυτές της διάδοσης των σεισμικών κυμάτων διαμέσου βραχομάζας σε μεγάλα βάθη, παρά σε 'ρηχά' βάθη που για μια σήραγγα η βάση δεδομένων μπορεί να βασιστεί στα στοιχεία από το Abrahamson (1985, 1992, 1995). Οι προφανείς ταχύτητες των  $S$ -κυμάτων είναι συνήθως από 2-4 km/s, ενώ των  $P$  κυμάτων από 4-8 km/s (Power, 1996).

### 2.7.1.2 Ωοειδής παραμόρφωση σε κυκλικές σήραγγες

Η ωοειδής παραμόρφωση αναπτύσσεται όταν σεισμικά κύματα διαδίδονται κάθετα στον άξονα της σήραγγας και επομένως ο σχεδιασμός γίνεται για την εγκάρσια κατεύθυνση (συνήθως για δισδιάστατο επίπεδο και συνθήκες επίπεδης παραμόρφωσης). Οι μελέτες έχουν δείξει ότι, ενώ η ωοειδής παραμόρφωση μπορεί να προκληθεί από οριζόντια ή πλάγια διάδοση κυμάτων, η κάθετη διάδοση διατμητικών κυμάτων είναι η κυρίαρχη φόρμα σεισμικού φορτίου που προκαλεί αυτού του είδους την παραμόρφωση (Wang, 1993).

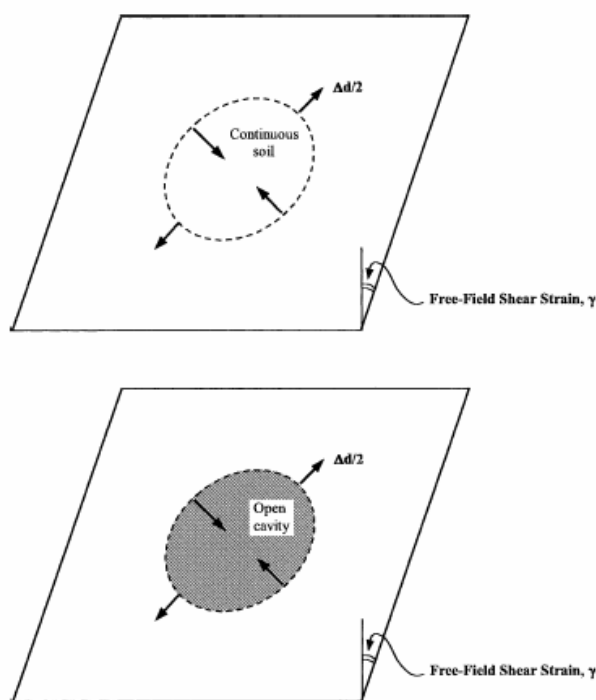
Η διατμητική παραμόρφωση του εδάφους μπορεί να καθοριστεί με δύο τρόπους, όπως φαίνεται στο σχήμα (2.6). Σε μη διάτρητο έδαφος, η μέγιστη διαμετρική (diametric) παραμόρφωση είναι αποτέλεσμα μόνο της μέγιστης διατμητικής παραμόρφωσης της ελεύθερης επιφάνειας:

$$\frac{\Delta d}{d} = \pm \frac{\gamma_{\max}}{2} \quad (2.8)$$

Η διαμετρική παραμόρφωση για διατρυπημένο έδαφος σχετίζεται με την σταθερά Poisson ( $\nu_m$ ) του μέσου:

$$\frac{\Delta d}{d} = \pm 2\gamma_{\max}(1 - \nu_m) \quad (2.9)$$

Και οι δύο αυτές εξισώσεις υποθέτουν την απουσία της επένδυσης, επομένως αγνοούν την αλληλεπίδραση της σήραγγας και του περιβάλλοντος εδάφους. Στην ελεύθερη επιφάνεια, το διατρυπημένο έδαφος (**perforated ground**) θα παρήγαγε πολύ μεγαλύτερη παραμόρφωση, μερικές φορές από δύο έως και τρεις φορές μεγαλύτερη, απ'ότι το μη-διατρυπημένο. Αυτό παρέχει ένα λογικό κριτήριο για μια επένδυση με μικρή ακαμψία σχετικά με το περιβάλλον έδαφος, ενώ η εξίσωση για την παραμόρφωση στην περίπτωση της μη-διατρυπημένης είναι κατάλληλη όταν η ακαμψία της επένδυσης είναι ίση με το περιβάλλον μέσο. Μια επένδυση με σχετικά μεγάλη ακαμψία θα στρεβλωθεί ακόμη λιγότερο από τα αποτελέσματα που θα εξαχθούν από την σχέση (2.9) (Wang, 1993).



Σχήμα 2.6: Διατμητική στρέβλωση ελεύθερης επιφάνειας διατρυπημένης και μη-διατρυπημένης, κυκλικής μορφής (Wang, 1993).

### 2.7.1.3 Παραμορφώσεις σε ορθογώνιες σήραγγες

Όταν μια σήραγγα ορθογώνιας διατομής δεχθεί ανομοιόμορφες μετατοπίσεις κατά την διάρκεια ενός σεισμού, τότε ουσιαστικά υποβάλλεται σε διατμητική παραμόρφωση (Σχήμα 2.7). Οι παραμορφώσεις αυτές μπορούν να υπολογιστούν από τις διατμητικές παραμορφώσεις στο έδαφος όπως δίνονται στον πίνακα (2.4).

### 2.7.1.4 Αριθμητική ανάλυση

Η αριθμητική ανάλυση μπορεί να είναι απαραίτητη για να υπολογίσει τις διατμητικές παραμορφώσεις στην ελεύθερη επιφάνεια, ιδιαίτερα εάν η στρωματογραφία της περιοχής είναι μεταβλητή. Πολλά λογισμικά προγράμματα είναι διαθέσιμα για τέτοιες αναλύσεις όπως το FLUSH (Lysmer, 1975) και το LINOS (Bardet, 1991). Τα περισσότερα προγράμματα διαμορφώνουν την γεωλογία των περιοχών ως οριζόντιες στρώσεις συστημάτων και φτάνουν σε μια λύση χρησιμοποιώντας τη θεωρία της μονοδιάστατης διάδοσης των κυμάτων.

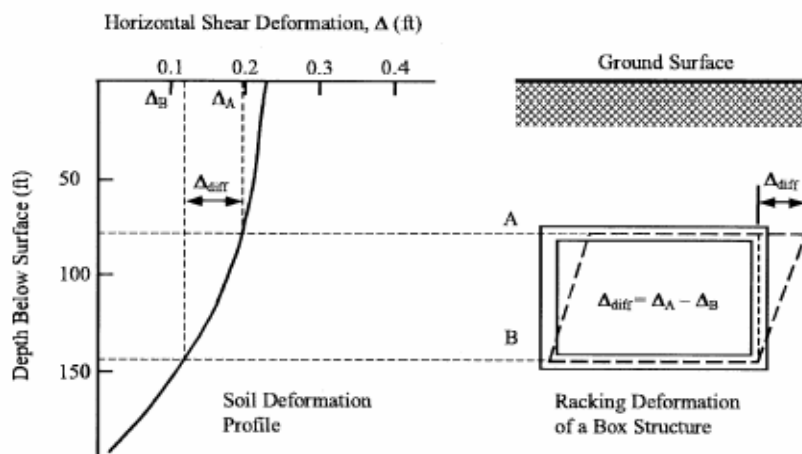


Πίνακας 2.4: Παραμορφώσεις και καμπυλώσεις λόγω σεισμικών κυμάτων (St. John and Zahrah, 1987)

Wave type	Longitudinal strain	Normal strain	Shear strain	Curvature
<i>P-wave</i>	$\varepsilon_l = \frac{V_P}{C_P} \cos^2 \phi$ $\varepsilon_{lm} = \frac{V_P}{C_P}$ for $\phi = 0^\circ$	$\varepsilon_n = \frac{V_P}{C_P} \sin^2 \phi$ $\varepsilon_{nm} = \frac{V_P}{C_P}$ for $\phi = 90^\circ$	$\gamma = \frac{V_P}{C_P} \sin \phi \cos \phi$ $\gamma_m = \frac{V_P}{2C_P}$ for $\phi = 45^\circ$	$\frac{1}{\rho} = \frac{a_P}{C_P^2} \sin \phi \cos^2 \phi$ $\frac{1}{\rho_{\max}} = 0.385 \frac{a_P}{C_P^2}$ for $\phi = 35^\circ 16'$
<i>S-wave</i>	$\varepsilon_l = \frac{V_S}{C_S} \sin \phi \cos \phi$ $\varepsilon_{lm} = \frac{V_S}{2C_S}$ for $\phi = 45^\circ$	$\varepsilon_n = \frac{V_S}{C_S} \sin \phi \cos \phi$ $\varepsilon_{nm} = \frac{V_S}{2C_S}$ for $\phi = 45^\circ$	$\gamma = \frac{V_S}{C_S} \cos^2 \phi$ $\gamma_m = \frac{V_S}{C_S}$ for $\phi = 0^\circ$	$K = \frac{a_S}{C_S^2} \cos^3 \phi$ $K_m = \frac{a_S}{C_S^2}$ for $\phi = 0^\circ$
<i>Rayleigh wave</i> Compressional component	$\varepsilon_l = \frac{V_{RP}}{C_R} \cos^2 \phi$ $\varepsilon_{lm} = \frac{V_{RP}}{C_R}$ for $\phi = 0^\circ$	$\varepsilon_n = \frac{V_{RP}}{C_R} \sin^2 \phi$ $\varepsilon_{nm} = \frac{V_{RP}}{C_R}$ for $\phi = 90^\circ$	$\gamma = \frac{V_{RP}}{C_R} \sin \phi \cos \phi$ $\gamma_m = \frac{V_P}{2C_R}$ for $\phi = 45^\circ$	$K = \frac{a_{RP}}{C_R^2} \sin \phi \cos^2 \phi$ $K_m = 0.385 \frac{a_{RP}}{C_R^2}$ for $\phi = 35^\circ 16'$
Shear component		$\varepsilon_n = \frac{V_{RS}}{C_R} \sin \phi$ $\varepsilon_{nm} = \frac{V_{RS}}{C_R}$ for $\phi = 90^\circ$	$\gamma = \frac{V_{RP}}{C_R} \cos \phi$ $\gamma_m = \frac{V_{RS}}{C_R}$ for $\phi = 0^\circ$	$K = \frac{a_{RS}}{C_R^2} \cos^2 \phi$ $K_m = \frac{a_{RS}}{C_R^2}$ for $\phi = 0^\circ$

The Poisson's ratio and dynamic modulus of a soil deposit can be computed from measured P- and S-wave propagation velocities in an elastic medium:  $\nu_m = \frac{1}{2} \frac{(C_P/C_S)^2 - 2}{(C_P/C_S)^2 - 1}$  or  $C_P$   
 $= \sqrt{\frac{2(1-\nu_m)}{(1-\nu_m)}} C_S$ ;  $E_m = \rho C_P^2 \frac{(1+\nu_m)(1-2\nu_m)}{(1-\nu_m)}$ ; and  $G_m = \rho C_S^2$ , respectively.

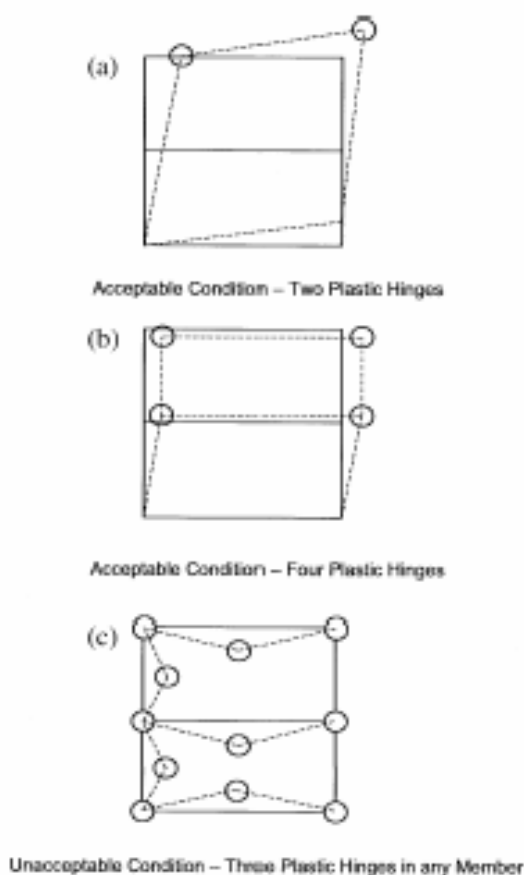
Ο Navarro (1992) παρουσίασε αριθμητικούς υπολογισμούς για εδαφικές παραμορφώσεις και πιέσεις ως αποτέλεσμα των βασικών κυμάτων (διάτμησης και συμπίεσης) όπως επίσης και των επιφανειακών κυμάτων (Rayleigh and Love). Τα αποτελέσματα της διατμητικής παραμόρφωσης ελεύθερης επιφάνειας μπορούν να εκφραστούν σε ένα σχεδιάγραμμα διατμητικής παραμόρφωσης σε σχέση με το βάθος (Hashash, 2001)



Σχήμα 2.7: Τυπική παραμόρφωση ελεύθερης επιφάνειας που επιβάλλεται σε ορθογώνιο πλαίσιο (Wang, 1993).

#### 2.7.1.5 Εφαρμοσιμότητα της προσέγγισης της παραμόρφωσης ελεύθερης επιφάνειας

Η μέθοδος της διατμητικής παραμόρφωσης της ελεύθερης επιφάνειας έχει χρησιμοποιηθεί σε πολύ σημαντικές υπόγειες κατασκευές, συμπεριλαμβανομένων των San Francisco BART stations and tunnels (Kuesel, 1969) και του Los Angeles Metro (Monsees and Merritt, 1991). Σύμφωνα με τον Kuesel, στις περισσότερες περιπτώσεις, εάν η κατασκευή μπορεί να απορροφήσει ελαστικά τις εδαφικές παραμορφώσεις της ελεύθερης επιφάνειας, τότε δεν είναι απαραίτητες κάποιες ειδικές σεισμικές προβλέψεις. Ο Monsees και ο Merritt (1991) διευκρίνισαν ειδικά τότε οι πλαστικές αρθρώσεις επιτρέπονται σε ένα σχεδιασμό μέγιστου σεισμού (MDE), και τότε ο συνδυασμός των πλαστικών αρθρώσεων μπορεί να οδηγήσει σε μηχανική κατάρρευση της κατασκευής, όπως φαίνεται στο σχήμα 2.8.



Σχήμα 2.8: Κατασκευαστική σταθερότητα για θαμμένα ορθογώνια πλαίσια (Wang, 1993).

Η μέθοδος της παραμόρφωσης της ελεύθερης επιφάνειας είναι ένα απλό και αποτελεσματικό εργαλείο σχεδιασμού όταν στο έδαφος που έγινε το σεισμικό γεγονός οι διαστρεβλώσεις είναι μικρές (δηλαδή μικρή ένταση σεισμού και πολύ δύσκαμπτο μέσο ή η κατασκευή πολύ εύκαμπτη σε σχέση με το περιβάλλον μέσο).

Εντούτοις, σε πολλές περιπτώσεις, ειδικά σε μαλακά εδάφη, η μέθοδος δίνει υπερβολικά συντηρητικές λύσεις επειδή οι εδαφικές παραμορφώσεις του ελεύθερου επιπέδου σε μαλακά εδάφη είναι γενικά μεγάλες. Για παράδειγμα, κατασκευή υπόγειας ορθογώνιας σήραγγας σε μαλακά εδάφη σχεδιάζεται συνήθως με δύσκαμπτα δομικά μέλη για να αντέχει τα στατικά φορτία και είναι επομένως, λιγότερο ανεκτική σε θλιπτική στρέβλωση (Hwang and Lysmer, 1981 – TARTS, 1989). Τα αποτελέσματα της αλληλεπίδρασης του εδάφους και της κατασκευής πρέπει να συμπεριληφθούν στο σχεδιασμό μιας τέτοιας κατασκευής (Wang, 1993). Στον πίνακα 2.3 δίνεται η σύγκριση της μεθόδου στρέβλωσης της ελεύθερης επιφάνειας με άλλες μεθόδους σεισμικού σχεδιασμού.

### 2.7.2 Προσέγγιση αλληλεπίδρασης εδάφους – κατασκευής

Η παρουσία μια υπόγειας κατασκευής τροποποιεί την εδαφική παραμόρφωση της ελεύθερης επιφάνειας. Οι ενότητες που ακολουθούν περιγράφουν τις διαδικασίες που διαμορφώνουν την αλληλεπίδραση του εδάφους με την υπόγεια δομή.

#### 2.7.2.1 Κλειστού τύπου ελαστική λύση για κυκλική σήραγγα σε αξονικές δυνάμεις και ροπές

Σε αυτή την κατηγορία προβλημάτων η θεωρία της ελαστικής ακτίνας προσεγγίζεται χρησιμοποιώντας τα αποτελέσματα της αλληλεπίδρασης του μοντέλου εδάφους-κατασκευής. Οι λύσεις αγνοούν τα δυναμικά (αδρανή) αποτελέσματα της αλληλεπίδρασης. Υπό την επίδραση μιας σεισμικής φόρτισης, η επένδυση μιας σήραγγας θα καταπονηθεί σε αξονική κάμψη και διατμητική παραμόρφωση λόγω του άξονα της ελεύθερης επιφάνειας, της κυρτότητας, και της διατμητικής παραμόρφωσης (Hashash, 2001). Οι μέγιστες παραμορφώσεις της κατασκευής είναι (St. John and Zahrah, 1987):

- Η μέγιστη αξονική παραμόρφωση, που προκαλείται από  $45^\circ$  προσπίπτον διατμητικό κύμα, σχήμα 2.4, είναι:

$$\varepsilon_{\max}^a = \frac{\left(\frac{2\pi}{L}\right)A}{2 + \frac{E_1 A_c}{K_a} \left(\frac{2\pi}{L}\right)^2} \leq \frac{fL}{4E_1 A_c} \quad (2.10)$$

Όπου:

$L$  = μήκος κύματος ιδανικού ημιτονοειδούς διατμητικού κύματος,

$K_a$  = συντελεστής ελαστικής μήκυνσης του μέσου (σχέση 2.14),

$A$  = εύρος αντίδρασης στην μετατόπιση του ελεύθερου επιπέδου από ιδανικό ημιτονοειδές διατμητικό κύμα (σχέση 2.17 και 2.18),

$A_c$  = διαμήκες τμήμα της επένδυσης της σήραγγας,

$E_1$  = ελαστικός συντελεστής της επένδυσης της σήραγγας

$f$  = απόλυτη δύναμη τριβής (ανά μονάδα μήκους) ανάμεσα στην σήραγγα και το περιβάλλον μέσο.

Οι δυνάμεις και οι ροπές που αναπτύσσονται στην επένδυση της σήραγγας από τα σεισμικά κύματα που διαπερνάνε κατά μήκος τον άξονα της σήραγγας φαίνονται στο σχήμα 2.9a. Η μέγιστη δύναμη τριβής που μπορεί να αναπτυχθεί μεταξύ της επένδυσης και του περιβάλλοντος εδάφους περιορίζει την αξονική παραμόρφωση στην επένδυση. Η μέγιστη δύναμη τριβής,  $(Q_{\max})_f$ , μπορεί να υπολογιστεί σαν απόλυτη δύναμη τριβής ανά μονάδα μήκους χρόνου του  $1/4$  του μήκους κύματος, όπως φαίνεται από την σχέση (2.10) (Sakurai and Takahashi, 1969).

- Η μέγιστη καμπτική παραμόρφωση, που προκαλείται από  $0^\circ$  προσπίπτον διατμητικό κύμα είναι:

$$\varepsilon_{\max}^b = \frac{\left(\frac{2\pi}{L}\right)A}{2 + \frac{E_1 I_c}{K_t} \left(\frac{2\pi}{L}\right)^4} r \quad (2.11)$$

$I_c$  = η ροπή αδράνειας σε ένα τμήμα της σήραγγας,

$K_t$  = ο εγκάρσιος συντελεστής ελαστικότητας του μέσου (σχέση 2.14),

$r$  = η ακτίνα σήραγγας ή το μισό ύψος ορθογώνιας σήραγγας.

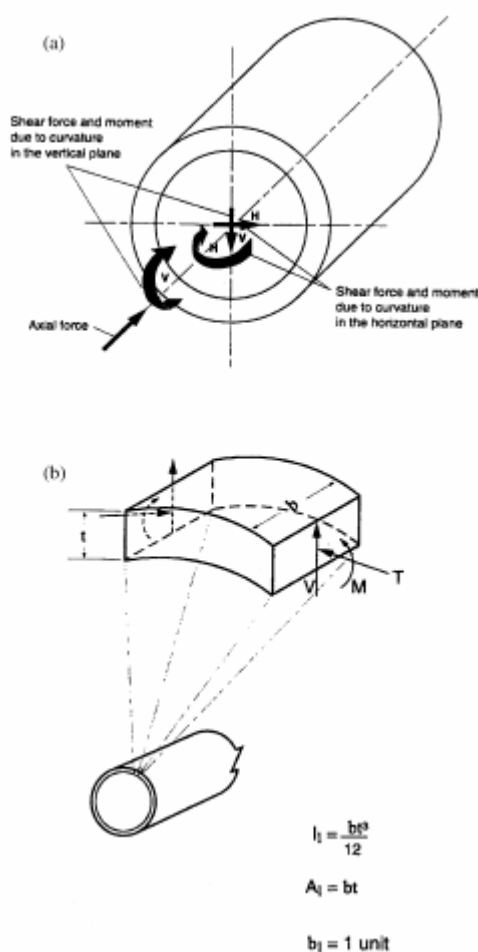
Δεδομένου ότι και η επένδυση και το περιβάλλον μέσο είναι γραμμικά ελαστικά, αυτές είναι οι παραμορφώσεις που μπορεί να επιβληθούν. Όταν το σεισμικό φορτίο είναι κυκλικό, πρέπει να αξιολογηθούν και οι δύο περιπτώσεις (θετικές και αρνητικές). Η μέγιστη διατμητική δύναμη που ενεργεί σε μία διατομή σήραγγας μπορεί να γραφεί σε σχέση με την μέγιστη καμπτική παραμόρφωση:

$$V_{\max} = \frac{\left(\frac{2\pi}{L}\right)E_1 I_c A}{1 + \frac{E_1 I_c}{K_t} \left(\frac{2\pi}{L}\right)^4} = \left(\frac{2\pi}{L}\right)M_{\max} = \left(\frac{2\pi}{L}\right)\left(\frac{E_1 I_c \varepsilon_{\max}^b}{r}\right) \quad (2.12)$$

Μια συντηρητική εκτίμηση της συνολικής αξονικής παραμόρφωσης και τάσης περιλαμβάνει ένα συνδυασμό των παραμορφώσεων από τις αξονικές και καμπτικές δυνάμεις (Power, 1996):

$$\varepsilon^{ab} = \varepsilon_{\max}^a + \varepsilon_{\max}^b \quad (2.13)$$

Αυτές οι εξισώσεις είναι απαραίτητες για δομές που κατασκευάζονται σε μαλακά εδάφη. Για κατασκευές σε βράχους ή σε σκληρά εδάφη ο σχεδιασμός μπορεί να γίνει χρησιμοποιώντας τις παραμορφώσεις ελεύθερου επιπέδου (Wang, 1993).



Σχήμα 2.9: Δυνάμεις και ροπές λόγω των σεισμικών κυμάτων (α) Δυνάμεις και ροπές που προκαλούνται από τα κύματα που διαδίδονται κατά μήκος του άξονα της σήραγγας, (β) Περιφερειακές δυνάμεις και ροπές που προκαλούνται από τα κύματα που διαδίδονται κάθετα στο άξονα της σήραγγας (Power, 1996).

**Συντελεστές ελαστικότητας**

Άλλες εκφράσεις για την μεγιστοποίηση των τμηματικών δυνάμεων υπάρχουν στη βιβλιογραφία (SFBART, 1960 – Kuribayashi, 1974, - JSCE, 1975), και περιλαμβάνουν τις σημαντικότερες διαφορές για μεγιστοποίηση των δυνάμεων και μετακινήσεων όσο αφορά το μήκος κύματος. Το JSCE (1975) προτείνει τις τιμές του μήκους κύματος που μεγιστοποιούν τις τάσεις, και την κάθε αντίστοιχη εξίσωση για παραγωγή μέγιστων τμηματικών δυνάμεων. Οι St John και Zahrad (1987), προτείνουν μια μέθοδο μεγιστοποίησης παρόμοια με την προσέγγιση του JSCE (1975) με διαφορά ότι οι συντελεστές ελαστικότητας  $K_a$  και  $K_t$  θεωρούνται μέσα στην συνάρτηση για το προσπίπτον μήκος κύματος:

$$K_t = K_a = \frac{16\pi G_m (1 - \nu_m)}{(3 - 4\nu_m)} \frac{d}{L} \quad (2.14)$$

Όπου:

$G_m$  = ο διατμητική συντελεστής του μέσου (*shear modulus of the medium*),

$\nu_m$  = η σταθερά Poisson του μέσου,

$d$  = η διάμετρος της κυκλικής σήραγγας ή το ύψος για ορθογώνια σήραγγα.

Αυτές οι σταθερές ελαστικότητας αντιπροσωπεύουν:

1. Τον λόγο της πίεσης μεταξύ της σήραγγας και της επένδυσης.
2. Την μειωμένη μετατόπιση του μέσου όταν υπάρχει παρουσία σήραγγας.

Αυτοί οι συντελεστές διαφέρουν από αυτούς της συμβατικής ακτινικής ανάλυσης. Οι συντελεστές όχι μόνο πρέπει να είναι αντιπροσωπευτικοί για το δυναμικό μοντέλο του εδάφους, αλλά και η παραγωγή αυτών των σταθερών θα πρέπει να εξετάσει το γεγονός ότι το σεισμικό φορτίο μπορεί να είναι θετικό ή αρνητικό λόγω της ημιτονοειδούς μορφής το κύματος (Wang, 1993). Όταν χρησιμοποιούνται αυτές οι εξισώσεις για τον υπολογισμό των δυνάμεων και των ροπών των σιράγγων που βρίσκονται σε μικρά βάθη, οι εδαφικές τιμές της ελαστικής

αντίστασης περιορίζονται από το βάθος της κάλυψης και την πλευρική παθητική εδαφική αντίσταση (Hashash, 2001).

**Εξιδανικευμένες παράμετροι ημιτονοειδούς κύματος ελεύθερου επιπέδου για χρήση στην ανάλυση της αλληλεπίδρασης εδάφους-σήραγγας**

Ο Matsubara (1995) πρότεινε ένα τρόπο εισαγωγής του μήκους κύματος για τον σχεδιασμό των υπόγειων κατασκευών. Το μήκος κύματος της επίγειας κίνησης μπορεί να υπολογιστεί από τη σχέση:

$$L = T \cdot C_s \quad (2.15)$$

Όπου  $T$  είναι η επικρατούσα φυσική περίοδος του διατμητικού κύματος μέσα στην εδαφική περιοχή ή η περίοδος που λαμβάνονται οι μέγιστες μετατοπίσεις (Dobry, 1976 – Power, 1996).

Ο Idriss και ο Seed (1968) συστήνουν ότι:

$$T = \frac{4h}{C_s} \quad (2.16)$$

με το  $h$  να είναι το πάχος του εδάφους, εάν η επίγεια κίνηση μπορεί να αποδώσει αρχικά τα διατμητικά κύματα και το μέσο υποτεθεί ότι αποτελείται από ένα ομοιόμορφο μαλακό εδαφικό στρώμα που επικαλύπτεται από ένα δύσκαμπτο στρώμα (St. John and Zahrad, 1987).

Το εύρος της αντίδρασης στην μετατόπιση του εδάφους,  $A$ , αντιπροσωπεύει τις φασματικές αποκλίσεις των επίγειων κινήσεων κατά μήκος μιας οριζόντιας γραμμής. Γενικά αυξήσεις εύρους μετατοπίσεων γίνονται με την αύξηση του μήκους κύματος (SFBART, 1960). Έστω ημιτονοειδές κύμα με πλάτος μετατόπισης,  $A$ , και μήκος κύματος,  $L$ . Ο υπολογισμός του  $A$  μπορεί να γίνει από τις παρακάτω εξισώσεις (Hashash, 2001):

Για αξονική παραμόρφωση ελεύθερου επιπέδου:

$$\frac{4\pi A}{L} = \frac{V_s}{C_s} \sin \phi \cos \phi \quad (2.17)$$



Για καμπτική παραμόρφωση ελεύθερου επιπέδου:

$$\frac{4\pi^2 A}{L^2} = \frac{\alpha_s}{C_s} \cos^3 \phi \quad (2.18)$$

### 2.7.2.2 Ωοειδείς παραμορφώσεις σε κυκλικές σήραγγες

Στις αρχικές μελέτες των ωοειδών παραμορφώσεων, ο Peck (1972), βασισμένος στην προηγούμενη εργασία των Burns και Richard (1964) και του Hoeg (1968), πρότεινε αναλυτικές λύσεις με βάση τις ωθήσεις, τις καμπτικές ροπές, και τις μετατοπίσεις υπό εξωτερικές συνθήκες φόρτισης. Η αντίδραση της επένδυσης της σήραγγας είναι μια λειτουργία της συμπίεστικότητας και ευελιξίας της δομής της κατασκευής, και της πίεσης του υπερφορτίου από το έδαφος ( $\gamma, h$ ).

Η ακαμψία της σήραγγας σε σχέση με το περιβάλλον μέσο ποσολογείται από τις τιμές της συμπίεστικότητας και της ευκαμψότητας ( $C$  και  $F$ ) (Merritt, 1985):

$$C = \frac{E_m(1-\nu_l^2)r}{E_l t(1+\nu_m)(1-2\nu_m)} \quad (2.19)$$

$$F = \frac{E_m(1-\nu_l^2)R^3}{6E_l I(1+\nu_m)} \quad (2.20)$$

Όπου:

$E_m$  = ο συντελεστής ελαστικότητας του μέσου,

$I$  = η ροπή αδράνειας της επένδυσης της σήραγγας,

$R$  = η ακτίνα κυκλικής σήραγγας,

$t$  = το πάχος επένδυσης.

Στην περίπτωση που υπάρχουν συνθήκες πλήρους ολίσθησης, και επομένως, δεν υπάρχει εφαπτομενική διατμητική δύναμη, η διαμετρική παραμόρφωση, η μέγιστη ώθηση, και η καμπτική ροπή μπορούν να εκφραστούν από τις σχέσεις (Wang, 1993):

$$\frac{\Delta d}{d} = \pm \frac{1}{3} K_1 F \gamma_{\max} \quad (2.21)$$

$$T_{\max} = \pm \frac{1}{6} K_1 \frac{E_m}{(1 + \nu_m)} r \gamma_{\max} \quad (2.22)$$

$$M_{\max} = \pm \frac{1}{6} K_1 \frac{E_m}{(1 + \nu_m)} r^2 \gamma_{\max} \quad (2.23)$$

$$\text{όπου: } K_1 = \frac{12(1 - \nu_m)}{2F + 5 - 6\nu_m} \quad (2.24)$$

Αυτές οι δυνάμεις και οι ροπές απεικονίζονται στο σχήμα (2.9b). Η σχέση μεταξύ του συντελεστή αντίδρασης στις επένδυσης ( $K_1$ ) και των τιμών ευκαμψίας φαίνονται στον σχήμα (2.10).

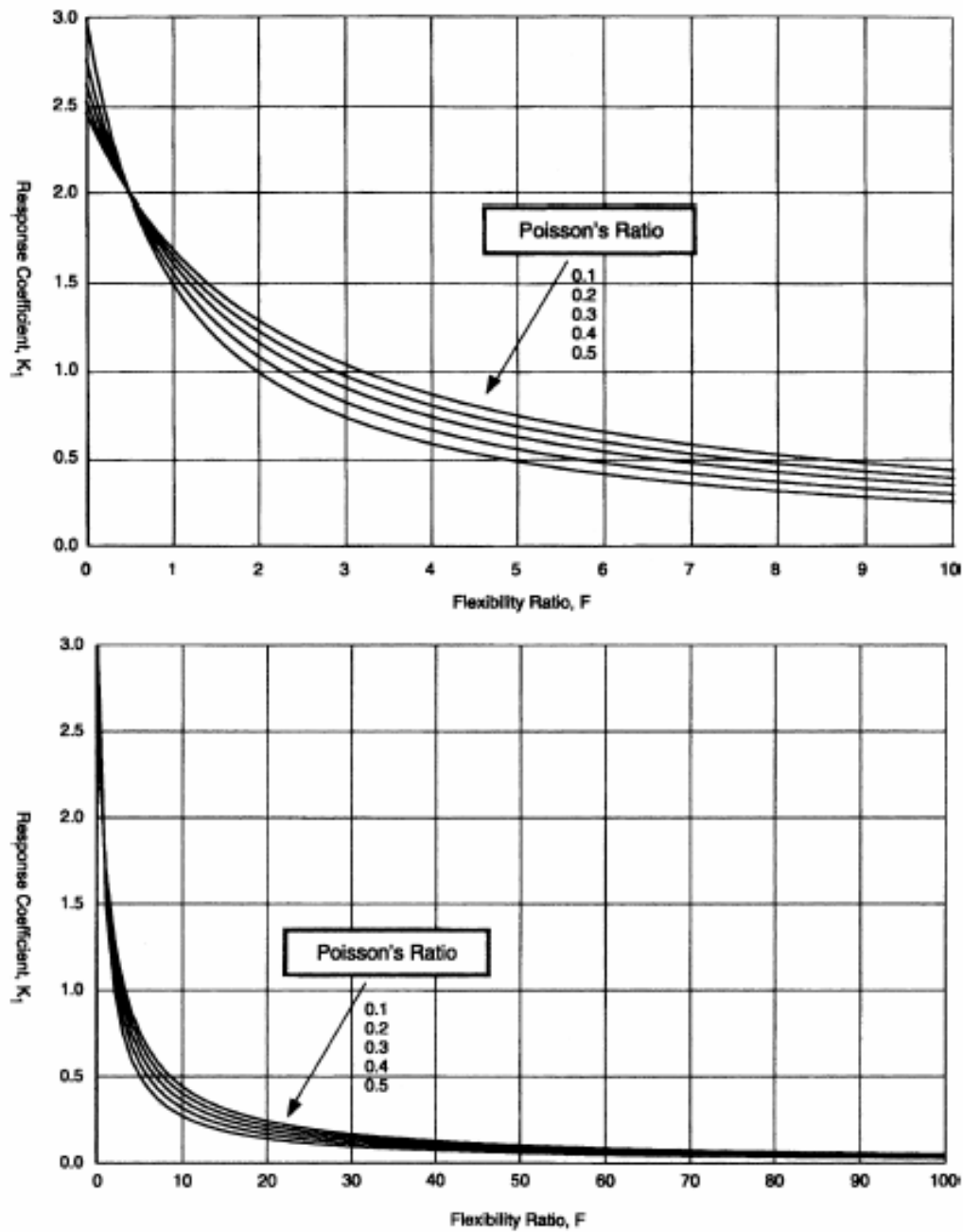
Σύμφωνα με διάφορες μελέτες η ολίσθηση στην διεπαφή είναι πιθανή μόνο στις σήραγγες σε μαλακά εδάφη ή σε περιπτώσεις μεγάλου σεισμικού φορτίου. Για τις περισσότερες σήραγγες, οι συνθήκες της διεπαφής είναι μεταξύ της πλήρους ολίσθησης και της μη ολίσθησης, γι' αυτό και οι δύο περιπτώσεις θα πρέπει να ερευνηθούν για κρίσιμες δυνάμεις και παραμορφώσεις στην επένδυση. (Hoeg, 1998–Schwartz and Einstein, 1980):

$$T_{\max} = \pm K_2 \tau_{\max} r = \pm K_2 \frac{E_m}{2(1 + \nu_m)} r \gamma_{\max} \quad (2.25)$$

όπου

$$K_2 = 1 + \frac{F[(1 - 2\nu_m) - (1 - 2\nu_m)C] - \frac{1}{2}(1 - 2\nu_m)^2 + 2}{F[(3 - 2\nu_m) - (1 - 2\nu_m)C] + C\left(\frac{5}{2} - 8\nu_m + 6\nu_m^2\right) + 6 - 8\nu_m} \quad (2.26)$$

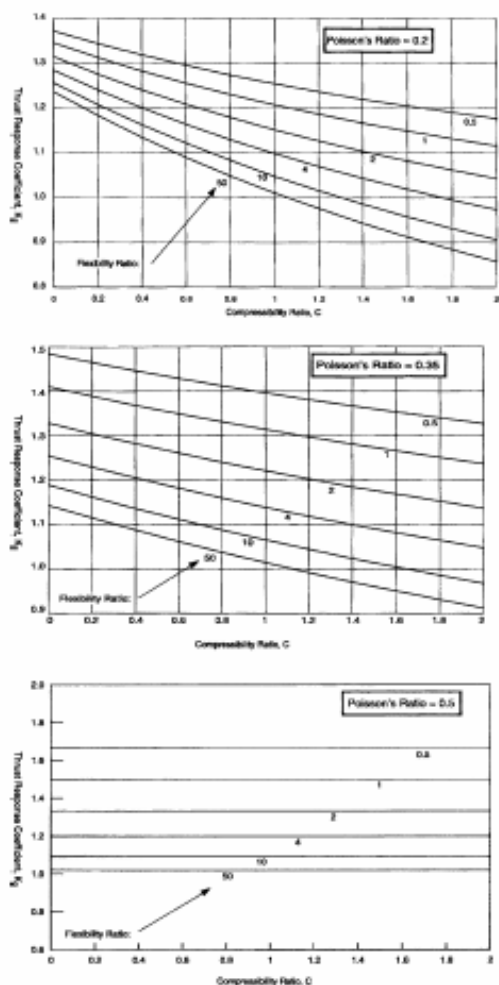
Όπως φαίνεται και στο σχήμα (2.11), το μέγεθος των ωθήσεων που προκαλούνται από το σεισμό είναι αντιστρόφως ανάλογο των τιμών συμπιεστότητας και ευκαμψότητας, όταν ο λόγος Poisson του περιβάλλοντος μέσου είναι μικρότερος από 0,5. Όταν ο λόγος Poisson προσεγγίζει την τιμή 0,5, η αντίδραση της ώθησης είναι ανεξάρτητη από την συμπιεστότητα επειδή το έδαφος θεωρείται ασυμπίεστο (Wang, 1993).



Σχήμα 2.10: Συντελεστής αντίδρασης της επένδυσης σε σχέση με τιμές ευκαμψίας (Wang, 1993).

Η ομαλοποιημένη ευθυγράμμιση της σήραγγας παρέχει μια ένδειξη της σπουδαιότητας των τιμών της ευκαμψότητας στην αντίδραση της επένδυσης, και ορίζεται ως (Wang, 1993):

$$\frac{\Delta d_{\text{lining}}}{\Delta d_{\text{free-field}}} \frac{2}{3} K_1 F \quad (2.27)$$



Σχήμα 2.11: Συντελεστής αντίδρασης (ώθησης) επένδυσης συναρτήσεται της τιμής συμπίεστικότητας σε κυκλικές σήραγγες (Wang, 1993).

Σύμφωνα με την εξίσωση (2.27) και το σχήμα (2.12), μια επένδυση σήραγγας θα παραμορφωθεί λιγότερο απ' ό,τι η ελεύθερη επιφάνεια όταν η τιμή της ευκαμπτότητας είναι μικρότερη από τη μονάδα (π.χ. δύσκαμπτη επένδυση σε μαλακό έδαφος). Εάν αυξηθεί η τιμή της ευκαμπτότητας, η ευελιξία της επένδυσης θα είναι μεγαλύτερη από του ελεύθερου επιπέδου και μπορεί να φτάσει σε ένα ανώτερο όριο ίσο με τις εδαφικές παραμορφώσεις. Αυτή η συνθήκη συνεχίζεται όσο η τιμή της ευκαμπτότητας γίνεται όλο και πιο μεγάλη (π.χ. τέλεια εύκαμπτη επένδυση).

Ο Penzien και Wu (1998) ανέπτυξαν παρόμοιες αναλυτικές λύσεις για την ώθηση, την διάτμηση, και την ροπή στην επένδυση της σήραγγας λόγω της καταπόνησης από τις παραμορφώσεις. Ο Penzien (2000), παρείχε μια αναλυτική διαδικασία, για τον υπολογισμό της καταπόνησης από τις παραμορφώσεις σε

κυκλικές και ορθογώνιες σήραγγες, σαν συμπλήρωση της προηγούμενης δημοσίευσης.

Προκειμένου να υπολογιστεί η στρέβλωση της κατασκευής, η τιμή της καταπόνησης της επένδυσης-εδάφους καθορίζεται από τη σχέση (Penzien, 2000):

$$R = \frac{\Delta_{structure}}{\Delta_{free-field}} \quad (2.28)$$

Στην περίπτωση της κυκλικής σήραγγας, το  $R$  είναι η τιμή της εκτροπής της διαμέτρου της επένδυσης προς την εκτροπή της διαμέτρου του ελεύθερου επιπέδου. Θεωρώντας συνθήκες πλήρους ολίσθησης, οι λύσεις για την ώθηση, την ροπή, και την διάτμηση στην επένδυση της σήραγγας από την αλληλεπίδραση εδάφους-κατασκευής λόγω σεισμικού γεγονότος εκφράζονται ως (Penzien, 2000):

$$\pm \Delta d_{lining}^n = \pm R^n \Delta d_{free-field} \quad (2.29)$$

$$T(\theta) = -\frac{12E_l I \Delta d_{lining}^n}{d^3 (1 - \nu_l^2)} \cos 2\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) \quad (2.30)$$

$$M(\theta) = -\frac{6E_l I \Delta d_{lining}^n}{d^2 (1 - \nu_l^2)} \cos 2\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) \quad (2.31)$$

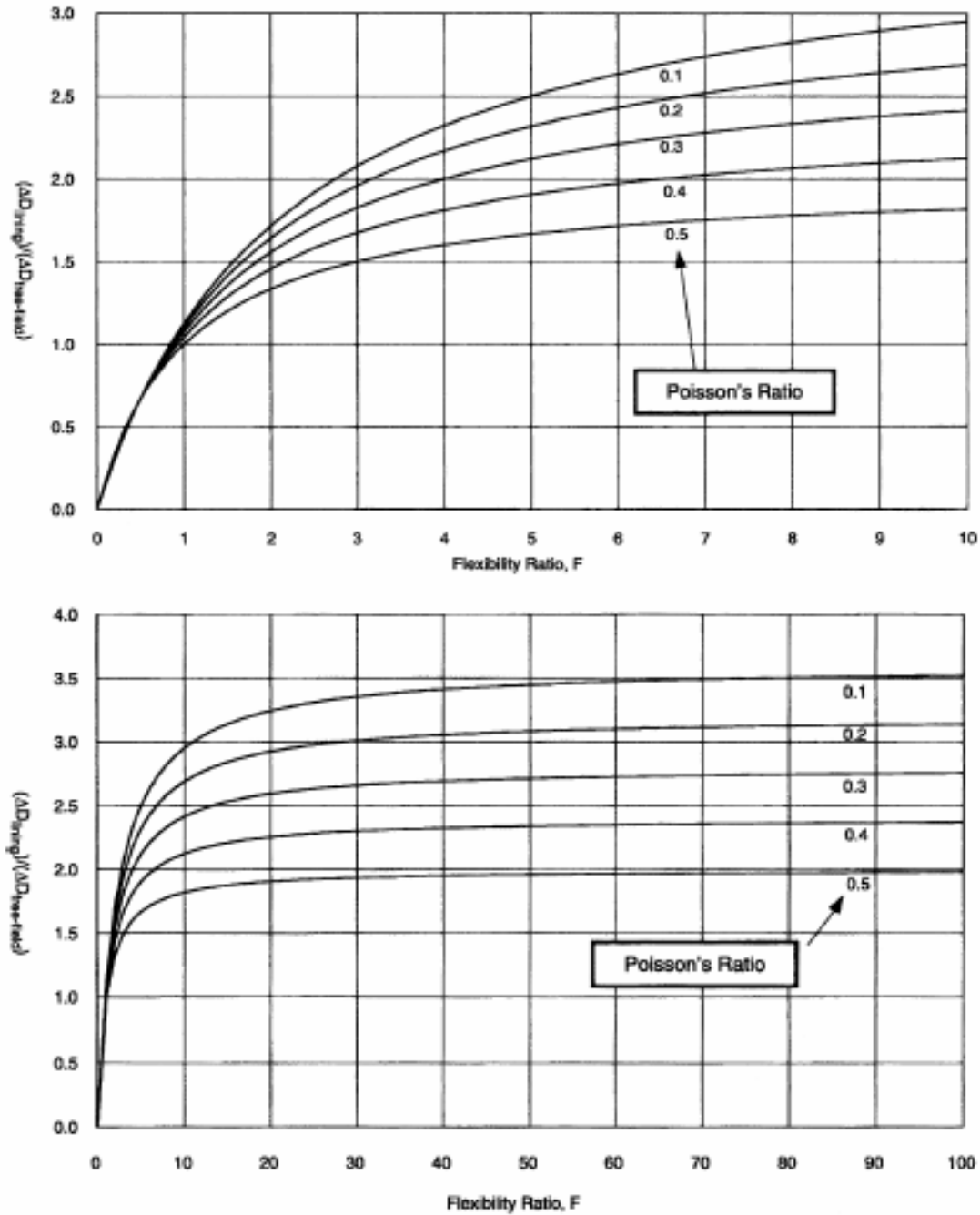
$$V(\theta) = -\frac{24E_l I \Delta d_{lining}^n}{d^3 (1 - \nu_l^2)} \sin 2\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) \quad (2.32)$$

Ο συμβολισμός των παραπάνω δυνάμεων σε κυκλική σήραγγα φαίνεται στο σχήμα (2.13).

Η τιμή της καταπόνησης επένδυσης-εδάφους υπό την επίδραση μιας κανονικής μόνο φόρτισης, ορίζεται ως:

$$R^n = \pm \frac{4(1 - u_m)}{(\alpha^n + 1)} \quad (2.33)$$

$$\alpha^n = \frac{12E_l I (5 - 6u_m)}{d^3 G_m (1 - u_l^2)} \quad (2.34)$$



Σχήμα 2.12: Αντίδραση της επένδυσης σε σχέση με τιμές ευκαμψίας (Wang, 1993).

Στην περίπτωση συνθήκης μη-ολίσθησης, οι σχέσεις είναι:

$$\pm \Delta d_{\text{lining}} = \pm R \Delta d_{\text{free-field}} \quad (2.34)$$

$$T(\theta) = -\frac{24E_l I \Delta d_{\text{lining}}}{d^3 (1 - \nu_l^2)} \cos 2\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) \quad (2.35)$$

$$M(\theta) = -\frac{6E_l I \Delta d_{\text{lining}}}{d^2 (1 - \nu_l^2)} \cos 2\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) \quad (2.36)$$

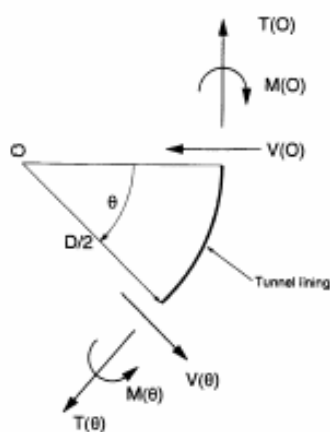
$$V(\theta) = -\frac{24E_l I \Delta d_{\text{lining}}}{d^3 (1 - \nu_l^2)} \sin 2\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) \quad (2.37)$$

Όπου:

$$R = \pm \frac{4(1 - u_m)}{(\alpha + 1)} \quad (2.39)$$

$$\alpha = \frac{24E_l I (3 - 4u_m)}{d^3 G_m (1 - u_l^2)} \quad (2.40)$$

Οι λύσεις του Penzien (2000) οδηγούν σε τιμές ώθησης και ροπής που είναι πολύ κοντά σε αυτές του Wang (1993) για συνθήκη πλήρους ολίσθησης. Εντούτοις, η τιμή της ώθησης που λαμβάνεται από τον Wang είναι πολύ μεγαλύτερη συγκρινόμενη με την τιμή που δίνεται από τον Penzien σε περίπτωση μη-ολίσθησης. Αυτή η παρατήρηση σημειώθηκε από τον Power (1996), και ο λόγος της διαφοράς ερευνάται ακόμη.



Σχήμα 2.13: Συμβολισμός δυνάμεων και ροπών σε κυκλική σήραγγα (Penzien, 2000).

### 2.7.2.3 Καταπόνηση από παραμορφώσεις σε σήραγγες ορθογωνικής διατομής

Οι σήραγγες μεταφορών μικρού βάθους είναι συνήθως κατασκευές ορθογωνικής διατομής που διαμορφώνονται με την μέθοδο ‘κοπής και επικάλυψης’. Αυτές οι σήραγγες έχουν σεισμική συμπεριφορά πολύ διαφορετική από τις κυκλικές σήραγγες. Ένα ορθογώνιο πλαίσιο δεν διαβιβάζει τα στατικά φορτία τόσο αποτελεσματικά όσο μια κυκλική επένδυση, έτσι οι τοίχοι και οι πλάκες που χρησιμοποιούνται ως πλαίσια κατασκευής ‘κοπής και επικάλυψης’ πρέπει να είναι παχύτερα, και επομένως πιο δύσκαμπτα. Ο σχεδιασμός των κατασκευών με την μέθοδο ‘κοπής και επικάλυψης’ απαιτεί προσεκτική εκτίμηση των αλληλεπιδράσεων μεταξύ της κατασκευής και του περιβάλλοντος εδάφους, επειδή υπάρχει αύξηση της δομικής ακαμψίας και δυνατότητα για μεγάλες εδαφικές παραμορφώσεις λόγω του μικρού βάθους ενταφιασμού της δομής. Οι σεισμικές εδαφικές παραμορφώσεις τείνουν να γίνουν μεγαλύτερες σε μικρά βάθη για δύο λόγους (Hashash, 2001):

1. Λόγω της μειωμένης ακαμψίας του περιβάλλοντος εδάφους εξαιτίας της χαμηλότερης πίεσης υπερφορτίου.
2. Λόγω της ενίσχυσης των επιδράσεων στην περιοχή. Το ανατοποθετημένο έδαφος μπορεί να αποτελέσει ένα συμπαγές μέσο με διαφορετικές ιδιότητες από το επιτόπου έδαφος, με αποτέλεσμα διαφορετική σεισμική αντίδραση (Wang, 1993).

Η δομική ακαμψία των ορθογώνιων σιηράγγων μειώνει σημαντικά τις υπολογίσιμες παραμορφώσεις, καθιστώντας συχνά υπερβολικά συντηρητικό τον σχεδιασμό τέτοιων κατασκευών βασισμένο στην παραμόρφωση ελεύθερου επιπέδου (Hwang and Lysmer, 1981). Ενώ οι αναλυτικές λύσεις για την αλληλεπίδραση μεταξύ σήραγγας και εδάφους είναι διαθέσιμες για κυκλικές σήραγγες, δεν συμβαίνει το ίδιο και για τις σήραγγες ορθογωνικής διατομής λόγω των ιδιαίτερα μεταβλητών γεωμετρικών χαρακτηριστικών που έχουν αυτές οι δομές. Για την ευκολία του σχεδιασμού, έχουν αναπτυχθεί απλές και πρακτικές διαδικασίες για τον υπολογισμό των δυναμικών αποτελεσμάτων της αλληλεπίδρασης εδάφους-κατασκευής (Wang, 1993).



Διάφοροι παράγοντες συμβάλλουν στην αλληλεπίδραση εδάφους-κατασκευής, συμπεριλαμβανομένης της σχετικής ακαμψίας μεταξύ του εδάφους και της κατασκευής, της γεωμετρίας της κατασκευής, του μεγέθους της σεισμικής κίνησης, και του βάθους στο οποίο βρίσκεται η σήραγγα. Ο σημαντικότερος παράγοντας όμως είναι η ακαμψία του εδάφους σε απλή διάτμηση συγκριτικά με την ακαμψία της κατασκευής που το αντικατέστησε, δηλαδή η τιμή ευκαμπτότητας (Wang, 1993).

Εξετάζεται ορθογώνιο εδαφικό στοιχείο σε μια εδαφική στήλη κάτω από συνθήκη απλής διάτμησης, όπως φαίνεται στο σχήμα (2.14). Όταν υποβάλλεται σε απλή διατμητική τάση η διατμητική παραμόρφωση ή γωνιακή στρέβλωση του στοιχείου δίνεται από τη σχέση (Wang, 1993):

$$\gamma_s = \frac{\Delta}{H} = \frac{\tau}{G_m} \quad (2.41)$$

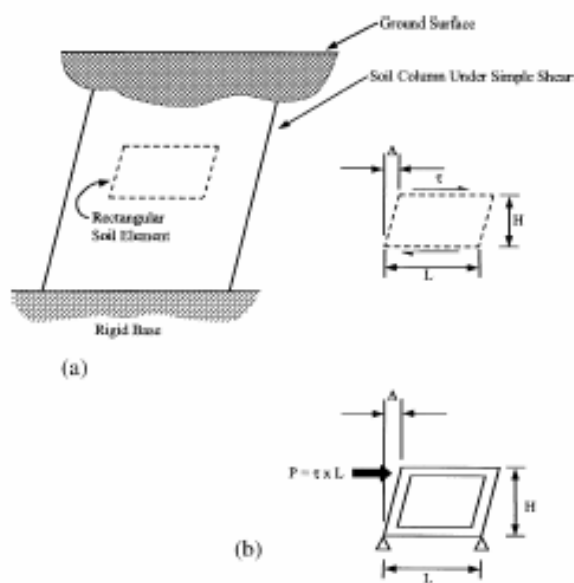
Μετά από ανασχηματισμό της παραπάνω εξίσωσης, η διατμητική ή καμπτική ακαμψία του στοιχείου μπορεί να γραφεί ως η τιμή της διατμητικής τάσης προς την γωνιακή στρέβλωση:

$$\frac{\tau}{\gamma_s} = \frac{\tau}{\Delta/H} = G_m \quad (2.42)$$

Η εφαρμοσμένη διατμητική τάση μπορεί επίσης να μετατραπεί σε συγκεντρωμένη δύναμη,  $P$ , πολλαπλασιάζοντας με το πλάτος της κατασκευής ( $W$ ), με αποτέλεσμα την ακόλουθη έκφραση για την γωνιακή στρέβλωση (Wang, 1993):

$$\gamma_s = \frac{\Delta}{H} = \frac{P}{HS_l} = \frac{\tau W}{HS_l} \quad (2.43)$$

$$\frac{\tau}{\gamma_s} = \frac{\tau}{\Delta/H} = \frac{S_l H}{W} \quad (2.44)$$



Σχήμα 2.14: Σύγκριση ακαμψίας ανάμεσα στο έδαφος και σε ορθογώνιο πλαίσιο: (a) καμπτική παραμόρφωση εδαφικού ελεύθερου επιπέδου, (b) καμπτική παραμόρφωση ορθογώνιου πλαισίου (Wang, 1993).

όπου  $S_l$  είναι η δύναμη που απαιτείται για να προκαλέσει μοναδιαία παραμόρφωση της κατασκευής. Η τιμή ευκαμψιότητας της κατασκευής μπορεί να υπολογιστεί όπως προηγουμένως:

$$F = \frac{G_m W}{S_l H} \quad (2.45)$$

Για ένα ορθογώνιο πλαίσιο με αυθαίρετη διατομή, η τιμή ευκαμψιότητας μπορεί να καθοριστεί με την εκτέλεση μιας απλής ανάλυσης χρησιμοποιώντας συμβατική ανάλυση πλαισίων. Για μερικά απλά μονά πλαίσια, η τιμή της ευκαμψιότητας μπορεί να υπολογιστεί χωρίς ανάλυση μέσω υπολογιστή. Για παράδειγμα, η τιμή της ευκαμψιότητας για ένα μονό πλαίσιο με ίση ροπή αδράνειας της οροφής και των αντίστροφων πλακών (invert slabs) ( $I_R$ ), και ροπή αδράνειας των πλάγιων τοίχων ( $I_W$ ) υπολογίζεται από τη σχέση (Wang, 1993):

$$F = \frac{G_m}{24} \left( \frac{H^2 W}{EI_W} + \frac{HW^2}{EI_R} \right) \quad (2.46)$$

όπου:

$E$  = ελαστικός συντελεστής επίπεδης παραμόρφωσης πλαισίου

Για ένα μονό πλαίσιο με ροπή αδράνειας της οροφής ( $I_R$ ), των αντίστροφων πλακών ( $I_l$ ), και ροπή αδράνειας των πλάγιων τοίχων ( $I_w$ ), η τιμή ευκαμπτότητας είναι (Wang, 1993):

$$F = \frac{G_m}{12} \left( \frac{HW^2}{EI_R} \psi \right) \quad (2.47)$$

όπου:

$$\psi = \frac{(1 + \alpha_2)(\alpha_1 + 3\alpha_2)^2 + (\alpha_1 + \alpha_2)(3\alpha_2 + 1)^2}{(1 + \alpha_1 + 6\alpha_2)^2} \quad (2.48)$$

$$\alpha_1 = \left( \frac{I_R}{I_l} \right) \quad (2.49)$$

$$\alpha_2 = \left( \frac{I_R}{I_w} \right) \left( \frac{H}{W} \right) \quad (2.50)$$

#### 2.7.2.3.1 Καταπόνηση κατασκευής και συντελεστής καταπόνησης

Για τις ορθογώνιες κατασκευές, η τιμή της καταπόνησης (Σχέση 2.28) ορισμένη σαν ομαλοποιημένη στρέβλωση της κατασκευής όσο αφορά την παραμόρφωση στο έδαφος μπορεί να εκφραστεί ως (Wang, 1993):

$$R = \frac{\Delta_{structure}}{\Delta_{free-field}} = \frac{\left( \frac{\Delta_{structure}}{H} \right)}{\left( \frac{\Delta_{free-field}}{H} \right)} = \frac{\gamma_{structure}}{\gamma_{free-field}} \quad (2.51)$$

όπου:

$\gamma$  = η γωνία στρέβλωσης,

$\Delta$  = καταπόνηση πλευρικής παραμόρφωσης.

Τα αποτελέσματα από την ανάλυση πεπερασμένων στοιχείων δείχνουν ότι η σχετική ακαμψία ανάμεσα στο έδαφος και στην κατασκευή που το αντικαθιστά έχει

την πιο σημαντική επιρροή στην στρέβλωση της κατασκευής λόγω των θλιπτικών παραμορφώσεων, για (Wang, 1993):

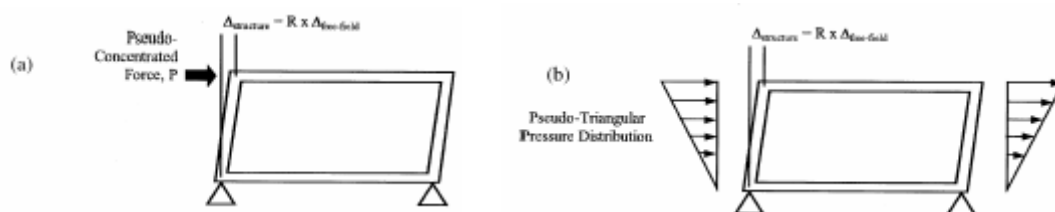
$F \rightarrow 0.0$	Η κατασκευή είναι άκαμπτη, έτσι δεν θα παραμορφωθεί ανεξάρτητα από την στρέβλωση του εδάφους (η κατασκευή θα πρέπει να φέρει όλο το φορτίο).
$F < 1.0$	Η κατασκευή θεωρείται δύσκαμπτη σε σχέση με το μέσο και επομένως θα παραμορφωθεί λιγότερο.
$F = 1.0$	Η κατασκευή και το μέσο έχουν ίση ακαμψία, έτσι η κατασκευή θα υποβληθεί περίπου σε ελεύθερου επιπέδου παραμορφώσεις.
$F > 1.0$	Η θλιπτική παραμόρφωση της κατασκευής είναι σχετικά μεγαλύτερη από αυτή του ελεύθερου επιπέδου. Άντ' αυτού, η στρέβλωση του μέσου ενισχύεται επειδή έχει μια κοιλότητα, που παρέχει μικρότερη διατμητική ακαμψία από το μη-διατρυπημένο έδαφος.
$F \rightarrow \infty$	Η κατασκευή δεν έχει καθόλου ακαμψία, έτσι θα υποβληθεί σε ίδιες παραμορφώσεις με το διατρυπημένο έδαφος.

Οι αναλύσεις έχουν δείξει επίσης ότι για μια δεδομένη τιμή ευκαμψίας, η ομαλοποιημένη στρέβλωση μιας ορθογώνιας σήραγγας είναι περίπου 10% μικρότερη απ' ότι σε μια κυκλική σήραγγα (Σχήμα 2.16). Αυτό επιτρέπει να χρησιμοποιηθεί η αντίδραση μιας κυκλικής σήραγγας σαν ανώτερη δέσμευση για μια ορθογώνια σήραγγα με παρόμοια τιμή ευκαμψίας, γι' αυτό και ο σχεδιασμός με συμβατικές πρακτικές (κατασκευές προσαρμόζονται στις παραμορφώσεις ελεύθερης επιφάνειας) για ορθογώνιες σήραγγες είναι πολύ συντηρητικός για περιπτώσεις που περιλαμβάνουν δύσκαμπτες δομές μέσα σε μαλακά εδάφη ( $F < 1.0$ ). Αντιθέτως, σχεδιάζοντας μια ορθογώνια σήραγγα με τη μέθοδο της παραμόρφωσης ελεύθερου επιπέδου η αντίδραση της σήραγγας υποτιμάται όταν η τιμή της ευκαμψίας είναι μεγαλύτερη από την μονάδα (Wang, 1993).

Οι θλιπτικές παραμορφώσεις μπορούν να εφαρμοστούν σε μία υπόγεια κατασκευή χρησιμοποιώντας την μέθοδο του ισοδύναμου στατικού φορτίου (Σχήμα 2.15). Για ορθογώνιες κατασκευές που βρίσκονται σε μεγαλύτερα βάθη, οι περισσότερες καταπονήσεις αποδίδονται στις δυνάμεις διάτμησης που αναπτύχθηκαν στην εξωτερική επιφάνεια της στέγης. Η φόρτιση μπορεί να απλουστευτεί σαν μια

συγκεντρωμένη δύναμη που ενεργεί στην σύνδεση στέγης και πλευρικού τοίχου (σχήμα 2.15α). Για τις ορθογώνιες σήραγγες που βρίσκονται σε μικρά βάθη, η διατμητική δύναμη αναπτύσσεται στην διεπιφάνεια του εδάφους με την οροφή και μειώνεται με την μείωση του υπερφορτίου. Η κυρίαρχη εξωτερική δύναμη που θλίβει την κατασκευή μπορεί βαθμιαία από διατμητική δύναμη στην διεπαφή εδάφους-οροφής να μετατοπιστεί σε κανονική πίεση εδάφους που να αναπτύσσεται κατά μήκος των πλευρικών τοίχων, έτσι η τριγωνική κατανομή πίεσης φαίνεται στο μοντέλο του σχήματος (2.15b). Γενικά το μοντέλο της τριγωνικής κατανομής πίεσης παρέχει μια πιο κρίσιμη τιμή ικανότητα της ροπής στις κατώτερες ενώσεις των ορθογώνιων σιηράγγων, ενώ η μέθοδο συγκεντρωμένης δύναμης δίνει μια πιο κρίσιμη τιμή της ροπής στις ενώσεις οροφής-τοίχων (Wang, 1993).

Οι παραπάνω αναλύσεις ισχύουν όταν η κατασκευή της σήραγγας είναι σε ομογενές έδαφος. Εάν η κατασκευή της σήραγγας γίνει ανάμεσα σε διεπιφάνεια άκαμπτου και μαλακού εδάφους, η ανάλυση πρέπει να υπολογίσει την διαφορά στην κίνηση του εδάφους και στην διατμητική παραμόρφωση στην ζώνη διεπιφάνειας ανάμεσα στα δύο εδάφη.



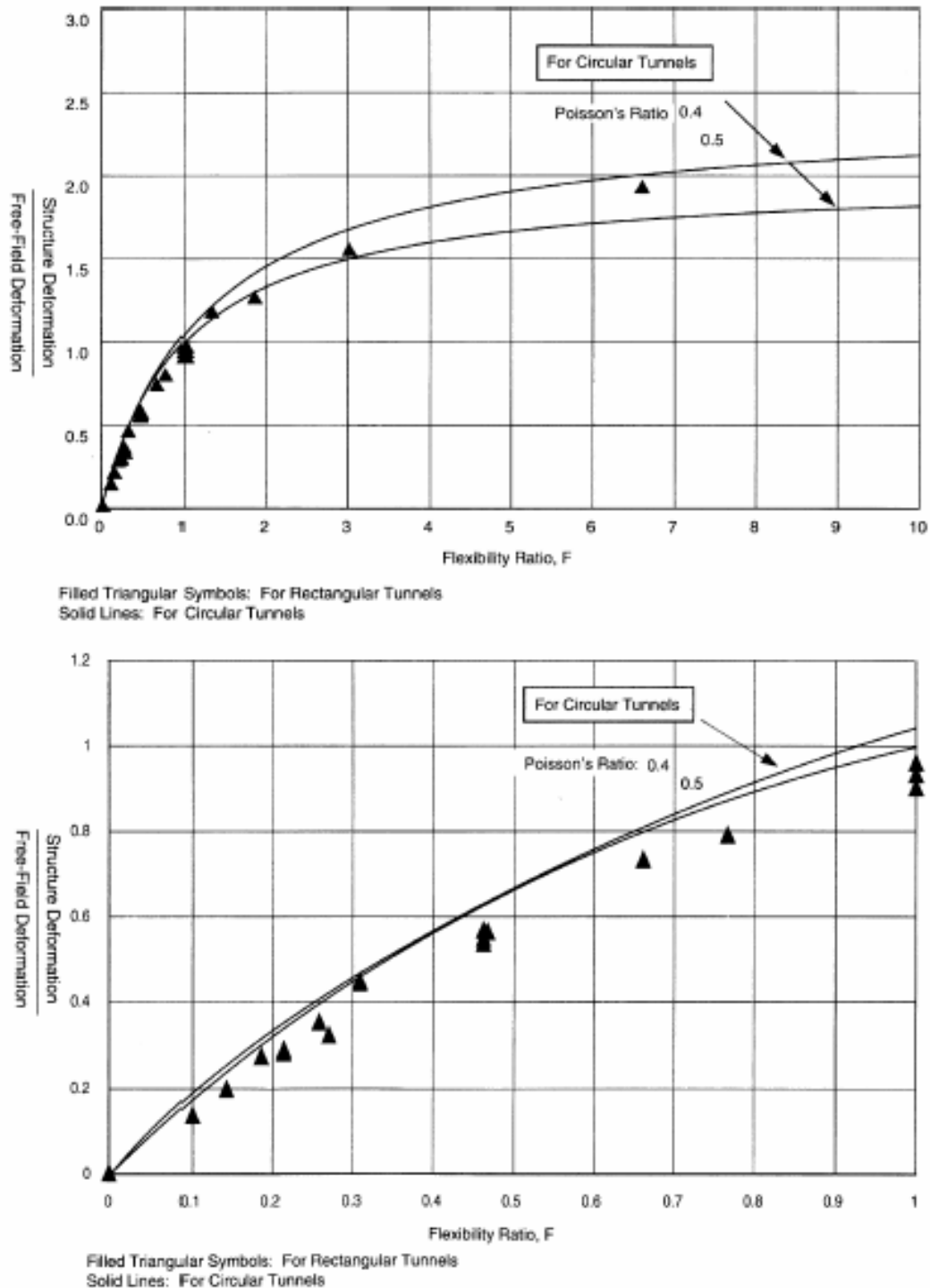
Σχήμα 2.15: Ανάλυση απλοποίησης μοντέλων: (α) ψευδο-συγκεντρωτική δύναμη για βαθιές σήραγγες (b) ψευδο-τριγωνική διανομή πίεσης για ρηχές σήραγγες (Wang, 1993).

### **Βαθμιαία διαδικασία σχεδιασμού**

Μια απλουστευμένη ανάλυση πλαισίου μπορεί να παρέχει μια επαρκή και λογική προσέγγιση σχεδιασμού ορθογώνιας σήραγγας. Για μια τέτοια ανάλυση χρησιμοποιείται η διαδικασία που ακολουθεί (Monsees and Merritt, 1988 – Wang, 1993):

1. Βασικό προκαταρκτικό σχέδιο της κατασκευής και του μεγέθους των μελών με βάση το στατικό σχεδιασμό και την απαίτηση του σχεδίου.

2. Υπολογισμός των διατμητικών παραμορφώσεων του ελεύθερου επιπέδου,  $\Delta_{free-field}$ , για το έδαφος στο συγκεκριμένο βάθος χρησιμοποιώντας κάθετη διάδοση οριζόντιων διατμητικών κυμάτων.



Σχήμα 2.16: Ομαλοποιημένη στρέβλωση κατασκευής .Σύγκριση κυκλικής και ορθογωνικής σήραγγας (Wang, 1993).

3. Καθορισμός της σχετικής ακαμψίας (τιμή ευκαμπτότητας) μεταξύ του μέσου και της κατασκευής.
4. Καθορισμός του συντελεστή καταπόνησης,  $R$ , όπως ορίζεται από τη σχέση (2.51), βασισμένη στην τιμή ευκαμπτότητας (σχήμα 2.16).
5. Υπολογισμός την πραγματικής καταπόνησης από παραμόρφωση για την κατασκευή από  $\Delta_{structure} = R\Delta_{free-field}$ .
6. Επιβολή της σεισμικής προκληθείσας παραμόρφωσης σε μια απλή ανάλυση πλαισίου.
7. Πρόσθεση της εσωτερικής θλιπτικής προκληθείσας δύναμης των μελών στα άλλα συστατικά φόρτισης. Εάν η μόνιμη κατασκευή σχεδιάζεται για τις μη-ενεργές επίγειες πιέσεις, δεν χρειάζεται να εξεταστεί καμία αύξηση της πίεσης πριν ή κατά την διάρκεια σεισμού. Εάν η κατασκευή σχεδιάζεται για ενεργές επίγειες πιέσεις, για το δυναμικό φορτίο θα πρέπει να χρησιμοποιηθούν και οι ενεργές και οι μη-ενεργές πιέσεις.
8. Εάν τα αποτελέσματα από το βήμα (7) δείξουν ότι η κατασκευή έχει την επαρκή ικανότητα, ο σχεδιασμός θεωρείται πετυχημένος. Αλλιώς η ανάλυση συνεχίζεται.
9. Εάν η καμπτική αντοχή της κατασκευής ξεπερνιέται στο βήμα (7), γίνεται έλεγχος της περιστροφικής ολκιμότητας των μελών. Ειδικοί σχεδιασμοί πρέπει να εφαρμοστούν εάν το αποτέλεσμα είναι ανελαστικές παραμορφώσεις. Για το λειτουργικό σεισμικό σχέδιο (ΛΣΣ), οι παραμορφώσεις των αποτελεσμάτων θα πρέπει να κρατηθούν στην ελαστική περιοχή. Μικρές ανελαστικές παραμορφώσεις μπορεί ή όχι να είναι αποδεκτές ανάλογα με τις απαιτήσεις απόδοσης της κατασκευής.
10. Η κατασκευή θα πρέπει να ξανασχεδιαστεί εάν η αντοχή και η ολκιμότητα που απαιτούνται δεν καλύπτονται, και / ή τα αποτελέσματα των ανελαστικών παραμορφώσεων υπερβαίνουν τα ικανά επίπεδα (εξαρτώνται από τους στόχους απόδοσης της κατασκευής).
11. Τροποποίηση των διαστάσεων των στοιχείων της κατασκευής ανάλογα με τις ανάγκες. Ο σχεδιασμός είναι πλήρης για μέγιστο σεισμικό σχέδιο (ΜΣΣ), εάν οι παράγοντες του ΜΣΣ στα πλαίσια του πλαστικού σχεδιασμού δεν υπερβαίνουν σε κανένα σημείο την ενίσχυση που επιλέχτηκε για τον αρχικό

στατικό σχεδιασμό. Υπό την επίδραση στατικών ή ψευδό-στατικών φορτίων, η μέγιστη συμπιεστική παραμόρφωση για το σκυρόδεμα είναι 0,004 για κάμψη και 0,002 για αξονικό φορτίο.

Για τις σήραγγες που έχουν κατασκευαστεί με την μέθοδο ‘κοπής και επικάλυψης’ εκτός από τις θλιπτικές παραμορφώσεις ο σχεδιασμός θα πρέπει να υπολογίσει τα φορτία λόγω των κάθετων επιταχύνσεων και των διαμήκη παραμορφώσεων ως αποτέλεσμα της εδαφικής τριβής. Κάθετες σεισμικές δυνάμεις που ασκούνται πάνω στην οροφή των ‘κοπής και επικάλυψης’ σήραγγων μπορούν να υπολογιστούν πολλαπλασιάζοντας τις υπολογισμένες μέγιστες κάθετες επίγειες επιταχύνσεις με την ‘backfill’ μάζα.

#### 2.7.2.4 Δυναμική εδαφική πίεση

Η δυναμική εδαφική πίεση στις ‘κοπής και επικάλυψης’ σήραγγες έχει την μορφή σύνθετης διατμητικής και κανονικής τάσης διανεμημένες κατά μήκος των εξωτερικών επιφανειών της κατασκευής. Ακριβής ποσοτικοποίηση αυτών των εξωτερικών φορτίων απαιτεί αυστηρές δυναμικές αναλύσεις του εδάφους και της κατασκευής. Ο Whitman (1990) παρουσίασε μια αναθεώρηση της κατάστασης για τις δυναμικές γήινες πιέσεις (Hashash, 2001).

Μέθοδοι δυναμικής γήινης πίεσης συνήθως θεωρούν ότι τα σεισμικά φορτία προκαλούνται από την δύναμη αδράνειας των περιβαλλόντων εδαφών. Μια διαδικασία που συνήθως χρησιμοποιείται για τον καθορισμό της αύξησης της πλευρικής γήινης πίεσης είναι η μέθοδος Mononobe-Okabe, όπως προτείνεται από τον Seed και τον Whitman (1970), και από το JSCE (Japanese Society of Civil Engineers, 1975). Αυτή η μέθοδος υπολογίζει την δυναμική πίεση της γης με το συσχετισμό των ιδιοτήτων του εδάφους και με τους καθορισμένους σεισμικούς συντελεστές (Hashash, 2001).

Για ορθογώνιες διατομές υπό συνθήκες επίπεδης παραμόρφωσης, η μέθοδος Mononobe-Okabe οδηγεί σε μη-ρεαλιστικά αποτελέσματα και δεν συστήνεται για τυπικά τμήματα σήραγγας. Γενικά, όσο βαθύτερη η σήραγγα, τόσο λιγότερο αξιόπιστες είναι οι εκτιμήσεις για τις πλευρικές σεισμικές γήινες πιέσεις επειδή

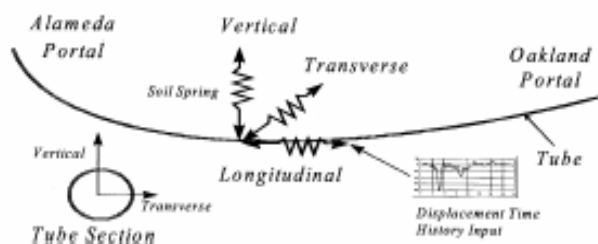


γίνεται όλο και περισσότερο σημαντικός ο υπολογισμός στις διαφοροποιήσεις της σεισμικής κίνησης σε σχέση με το βάθος (Hashash, 2001).

### 2.7.2.5 Αριθμητικές μέθοδοι

Η σύνθετη φύση του προβλήματος της αλληλεπίδρασης του εδάφους και της κατασκευής σε ένα σεισμό για τις υπόγειες κατασκευές μπορεί να απαιτήσει την χρήση αριθμητικών μεθόδων. Αυτές χρειάζονται ειδικά για τις ‘κοπής και επικάλυψης’ κατασκευές διότι έχουν μεγάλη ευπάθεια σε σεισμούς, και σε συμβατικές σήραγγες με μη-κυκλικές μορφές ή για κυκλικές επενδύσεις με ανομοιόμορφες ιδιότητες που αποκλείουν την χρήση απλών αναλυτικών λύσεων (Hashash, 2001).

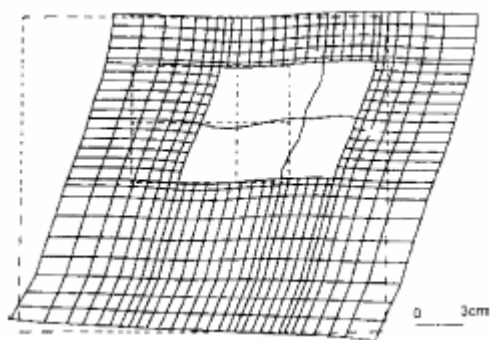
Οι ανάλυση αριθμητικών μεθόδων για υπόγειες κατασκευές περιλαμβάνει μεθόδους ‘lumped’ μάζας ή ακαμψίας και μεθόδους πεπερασμένων στοιχείων ή διαφορών. Για ανάλυση αξονικών και καμπτικών παραμορφώσεων είναι προτιμότερη η ανάλυση σε τρισδιάστατα μοντέλα. Στην μέθοδο ‘lumped’ μάζας, η σήραγγα διαιρείται σε διάφορα τμήματα, που συνδέονται με αντιπροσώπευση ελατηρίων για την αξονική, την διατμητική, και την καμπτική ακαμψία της σήραγγας. Οι αντιδράσεις του εδάφους αντιπροσωπεύονται από οριζόντια, κάθετα, και αξονικά ελατήρια (Hashash, 1998) (Σχήμα 2.17), και η ανάλυση διευθύνεται σαν ισοδύναμη στατικής ανάλυσης. Μετατοπίσεις ελεύθερου επιπέδου στην διάρκεια του χρόνου αρχικά υπολογίζονται σε επιλεγμένες θέσεις κατά μήκος της σήραγγας. Οι υπολογισμοί αυτοί έπειτα εφαρμόζονται, από μια ημι-στατική ανάλυση, στις άκρες των ελατηρίων και αντιπροσωπεύουν την αλληλεπίδραση εδάφους-κατασκευής. Εάν μια δυναμική, χρονική ανάλυση είναι επιθυμητή, παράγοντες απόσβεσης πρέπει να ενσωματωθούν στα ελατήρια και την κατασκευή.



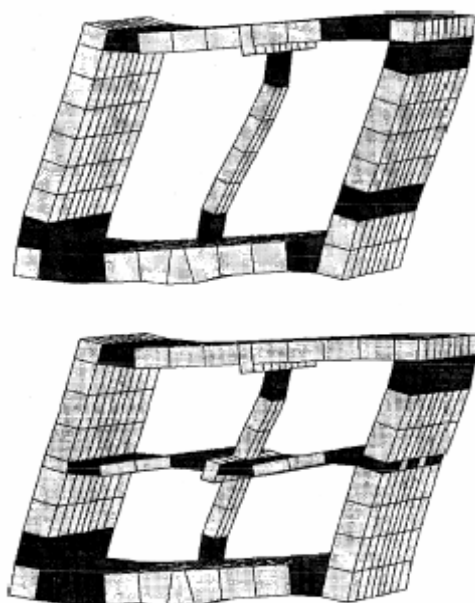
Σχήμα 2.17: Απλοποιημένο τρισδιάστατο μοντέλο για ανάλυση της σφαιρικής αντίδρασης για υποθαλάσσια σήραγγα.

Στις μεθόδους των πεπερασμένων στοιχείων ή των πεπερασμένων διαφορών, η σήραγγα διακρίνεται στο χώρο, ενώ το περιβάλλον γεωλογικό μέσο είτε διακρίνεται ή αντιπροσωπεύεται από εδαφικά ελατήρια. Δισδιάστατα και τρισδιάστατα μοντέλα πεπερασμένων στοιχείων και πεπερασμένων διαφορών μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την ανάλυση της διατομής μιας συμβατικής σήραγγας ή σήραγγας μεθόδου 'κοπής και επικάλυψης' (Σχήμα 2.18 και 2.19). Στο σχήμα (2.19) η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων χρησιμοποιείται για να ελέγξει τις περιοχές της κατασκευής που εκτείνονται σε πλαστική συμπεριφορά (Hashash, 2001).

Σε περιπτώσεις όπου γίνεται μετακίνηση γεωλογικών μαζών κατά μήκος αδύνατων επιπέδων (διατμητικές ζώνες, επίπεδα διαστρωμάτωσης, ενώσεις) μπορεί ενδεχομένως να προκληθούν τοπικές συγκεντρώσεις πίεσης και αστοχίας στην σήραγγα, οπότε μια ανάλυση χρησιμοποιώντας ξεχωριστά στοιχεία μοντέλου μπορεί να είχε αποτέλεσμα. Σε αυτά τα μοντέλα, η μάζα του εδάφους ή του βράχου μοντελοποιείται σαν μια συνάθροιση ευδιάκριτων τεμαχίων, που μπορούν στη συνέχεια να διαμορφωθούν σε άκαμπτα ή παραμορφώσιμα υλικά, όπου κάθε ένα συμπεριφέρεται σύμφωνα με μια ορισμένη καταστατική σχέση. Οι σχετικές μετακινήσεις των τεμαχίων κατά μήκος των αδύνατων επιπέδων μοντελοποιούνται χρησιμοποιώντας σχέσεις δύναμης-παραμόρφωσης (Power, 1996). UDEC (Itasca, 1992) και DDA (Shi, 1989) είναι δύο κώδικες υπολογιστή, για αυτού του είδους την ανάλυση.



Σχήμα 2.18: Στρέβλωση σε 'κοπής και επικάλυψης' σήραγγα.



Σχήμα 2.19: Παραμόρφωση ‘κοπής και επικάλυψης’ σήραγγας. Με μαύρο χρώμα τα στοιχεία που παρουσιάζουν πλαστική συμπεριφορά (Sweet, 1997).

Οι Gomez-Masso και Attalla (1984), έκαναν μια εκτενή μελέτη που συγκρίνει τις λεπτομερείς αναλύσεις πεπερασμένων στοιχείων με διάφορα απλά μοντέλα σήραγγων και βρήκαν ότι, με λίγες εξαιρέσεις, οι απλουστευμένες μέθοδοι τείνουν να είναι πολύ συντηρητικές. Ένας λόγος που συμβαίνει αυτό είναι ότι οι απλουστευμένες μέθοδοι συνήθως αποτυγχάνουν να εξετάσουν την αλληλεπίδραση μεταξύ των μελών της κατασκευής, που είναι σημαντική σε αυτή την περίπτωση.

Τα αποτελέσματα της μη-γραμμικής ανάλυσης για το Los Angeles Metro system έδειξαν ότι η καταπόνηση της κατασκευής είναι μεγαλύτερη από αυτή του ελεύθερου επιπέδου, ενώ αρχικά οι γραμμικές αναλύσεις είχαν δείξει το αντίθετο. Αυτό ενισχύει τον ισχυρισμό ότι η μη-γραμμική συμπεριφορά της κατασκευής και το περιεχόμενο της συχνότητας του ελεύθερου επιπέδου συμβάλλουν στη συμπεριφορά της παραμόρφωσης της κατασκευής (Sweet, 1997).

Η δυνατότητα των αριθμητικών αναλύσεων να βελτιώνουν τις λύσεις κλειστής φόρμας βρίσκεται στην αβεβαιότητα της βάσης δεδομένων. Εάν υπάρχει σημαντική αβεβαιότητα στην βάση δεδομένων, οι αναλύσεις μπορεί να μην έχουν το καλύτερο αποτέλεσμα (St. John and Zahrah, 1987).

## **2.8 Ιδιαίτερα σεισμικά σχεδιαστικά ζητήματα**

### **2.8.1 Ενώσεις σιηράγγων στις πύλες και τους σταθμούς**

Οι υπόγειες κατασκευές συχνά έχουν απότομες αλλαγές στην ακαμψία της κατασκευής ή σε εδαφικές συνθήκες. Μερικά παραδείγματα είναι (Hashash, 2001):

1. Συνδέσεις μεταξύ των μεταφορικών σιηράγγων και των κτηρίων στους σταθμούς.
2. Συνδέσεις μεταξύ των σιηράγγων.
3. Εγκάρσιες διαβάσεις μεταξύ ευδιάκριτων γεωλογικών δομών με διαφορετική ακαμψία.
4. Τοπικοί περιορισμοί σιηράγγων από αιτία κάθε είδους (π.χ. σκληρά σημεία). Σε αυτές τις θέσεις οι διαφορετικές ακαμψίες των εδαφικών υλικών μπορεί να υποβάλλουν την κατασκευή σε διαφορετικές κινήσεις με αποτέλεσμα τις συγκεντρώσεις τάσεων.

Η πιο συνηθισμένη λύση αυτών των προβλημάτων περιλαμβάνει τη χρήση εύκαμπτων ενώσεων (Hashash, 2001).

Για τις περιπτώσεις που η σιηραγγα συνδέεται σε πύλη κτηρίου σταθμού, ο Yeh (1974) και ο Hetenyi (1976) ανέπτυξαν μια λύση υπολογισμού των πρόσθετων ροπών και διατμητικών τάσεων που προκαλούνται στην διεπαφή της σιηραγγας-σταθμού λόγω των διαφορετικών εγκάρσιων εκτροπών.

Ο σχεδιασμός των σεισμικών αρθρώσεων πρέπει να ξεκινάει με τον προσδιορισμό της απαραίτητης και επιτρεπόμενης κίνησης σε διαμήκη και εγκάρσια κατεύθυνση και σε σχετική περιστροφή. Η άρθρωση πρέπει επίσης να σχεδιαστεί για να υποστηρίξει τη στατική και δυναμική γήινη φόρτιση που αναμένεται πριν και κατά την διάρκεια ενός σεισμού, και επίσης πρέπει να παραμείνει υδατοστεγής. Οι διαφορετικές κινήσεις μπορούν να υπολογιστούν χρησιμοποιώντας λύσεις κλειστής φόρμας ή λύσεις αριθμητικών μεθόδων. Στην περίπτωση του San Francisco Trans Bay Tube and Ventilation Building, αυτές οι μετακινήσεις υπολογίστηκαν σε  $\pm 37$  και  $\pm 150$  mm σε κάθετη και διαμήκη κατεύθυνση, αντίστοιχα (Douglas and Warshaw, 1971).

Πολύ μεγάλες δυνάμεις και ροπές θα παραχθούν εάν χρησιμοποιηθεί συνεχόμενος σχεδιασμός (Okamoto, 1973 – Hashash, 1998). Μια εύκαμπτη άρθρωση συστήνεται για να επιτρέψει την διαφορετική κίνηση ανάμεσα στη σήραγγα και την πύλη του σταθμού.

Για οποιαδήποτε ζώνη μετάβασης εδάφους-βράχου, ο Kuesel (1969) προτείνει ότι η σήραγγα δεν θα πρέπει να ακουμπά άμεσα στο βράχο ή σε βραχώδη δομή μέσα σε έδαφος. Η σήραγγα θα πρέπει να παρέχει τουλάχιστον 600 mm από εκσκαμμένη ζώνη που θα έχει γεμίσει με έδαφος για την αποφυγή της επαφής της σήραγγας με ένα σκληρό σημείο κατά την διάρκεια ενός σεισμικού γεγονότος. Εντούτοις, αυτό μπορεί να μην είναι πάντα δυνατόν σε σήραγγες ολομέτωπης κοπής, με αποτέλεσμα την χρήση εύκαμπτης επένδυσης σε τέτοιες ζώνες.

Οι πύλες σε τούνελ διαφέρουν στην κατασκευή τους από τις άλλες υπόγειες κατασκευές επειδή η κατασκευή βγαίνει στην επιφάνεια του εδάφους. Ο σεισμικός σχεδιασμός για τέτοιου είδους κατασκευές θα πρέπει να υπολογίσει τα αποτελέσματα λόγω της αδράνειας όπως αυτά αναλύονται από τους Kiyomiya (1995) και Iwasaki (1984). Ο σχεδιασμός θα πρέπει επίσης να υπολογίσει την δυνατότητα καταπόνησης μεταξύ της κατασκευής της πύλης και του τούνελ λόγω της διαφορετικής μετακίνησης. Προτιμάται λοιπόν η πύλη της κατασκευής να απομονώνεται από το τούνελ με την χρήση εύκαμπτων αρθρώσεων (Hashash, 2001).

### **2.8.2 Σχεδιασμός σύνδεσης τμημάτων σήραγγας**

Η μέθοδος ανάλυσης για την καταπόνηση της σήραγγας που παρουσιάστηκε στην ενότητα 7 υποθέτει ότι η διατομή της επένδυσης της σήραγγας είναι ενιαία. Όταν όμως κατασκευάζεται μια σήραγγα χρησιμοποιώντας TBM (tunnel boring machine), η επένδυση της σήραγγας συνήθως δημιουργείται με συναρμολόγηση τεμαχιδίων που συνδέονται μεταξύ τους με ενώσεις. Οι ενώσεις των τμημάτων πρέπει να είναι σχεδιασμένες ώστε να προσαρμοστούν στις αναμενόμενες παραμορφώσεις του εδάφους. Ο σχεδιαστής πρέπει να κρατήσει την συμπεριφορά των ενώσεων μέσα στην ελαστική περιοχή (Hashash, 2001).

### 2.8.3 Ανακατασκευή των υπόγειων κατασκευών μετά από σεισμό

Στρατηγικές ανακατασκευής λόγω αστοχίας του εδάφους μετά από σεισμικό γεγονός, εξαρτώνται από το μέγεθος της ζημιάς στην κατασκευή. Εάν υπάρχει ανησυχία για την σταθερότητα της κατασκευής, αυτές οι στρατηγικές πρέπει να περιλαμβάνουν την ενίσχυση της κατασκευής και των παρακείμενων γεωλογικών υλικών (Hashash, 2001).

#### 2.8.3.1 Εκτιμήσεις για κυκλικές σήραγγες

Μια ανησυχία για την διάρκεια ζωής της σήραγγας αναφέρεται στην ποιότητα της επαφής μεταξύ της σήραγγας και του περιβάλλοντος γεωλογικού μέσου. Η ποιότητα της επαφής μπορεί να ερευνηθεί παίρνοντας πυρήνες δειγμάτων ή με γεωφυσικές μεθόδους, και μπορεί να βελτιωθεί με την εμπότιση ρευστοκονιάματος ή με άλλα μέσα. Σε μερικές περιπτώσεις, η σήραγγα βρίσκεται σε έδαφος τόσο φτωχών συνθηκών που η εμπότιση της επαφής δεν θα παρέχει επαρκή αντοχή. Μερικά μέσα για την αύξηση της αντοχής για αυτές τις σήραγγες είναι η αντικατάσταση της επένδυσης, αύξηση του πάχους της επένδυσης με την προσθήκη ενισχυμένου σκυροδέματος. Η αύξηση του πάχους της επένδυσης δεν παρέχει πάντα μια αποδεκτή λύση, επειδή με την αύξηση της δομικής ακαμψίας, η κατασκευή θα τείνει να προσελκύσει μεγαλύτερη δύναμη στην επένδυση. Μέτρα για την αύξηση της ολκιμότητας (καλύτερη απορρόφηση της παραμόρφωσης) και της αντοχής μπορεί να αποδειχθούν πιο αποτελεσματικά (Power, 1996).

#### 2.8.3.2 Εκτιμήσεις για σήραγγες 'κοπής και επικάλυψης'

Εάν οι αναλύσεις δείχνουν ότι η διατομή θα είναι ανίκανη να αντέξει τις επιβληθείσες θλιπτικές παραμορφώσεις ή τις σεισμικές γήινες πιέσεις, πρέπει να εξεταστούν τροποποιήσεις στην κατασκευή. Μερικές πιθανές στρατηγικές περιλαμβάνουν την αύξηση της ολκιμότητας του ενισχυμένου σκυροδέματος της επένδυσης, την προσθήκη ενίσχυσης στην υπάρχουσα επένδυση και στις κολώνες, και την ενίσχυση των ενώσεων με χάλυβα.

### 2.8.4 Στρατηγικές σχεδιασμού για αστοχίες εδάφους

Αν και δεν είναι γενικά εφικτός ο σχεδιασμός της υποστήριξης υπογείων κατασκευών, που να αντιστέκεται σε μεγάλες μόνιμες επίγειες παραμορφώσεις, υπάρχουν τεχνικές σταθεροποίησης του εδάφους όπως η εδαφική βελτίωση, η αποστράγγιση, η εδαφική ενίσχυση και το ρευστοκονίαμα που μπορεί να είναι αποτελεσματικές στην παρεμπόδιση των μεγάλων παραμορφώσεων. Άλλη εναλλακτική λύση είναι η απομάκρυνση του προβληματικού εδάφους. Αυτή η ενότητα παρέχει προσεγγίσεις και οδηγίες για τον σχεδιασμό των υπόγειων κατασκευών ώστε να μετριάσει ορισμένα προβλήματα που συνδέονται με την εδαφική αστοχία (Hashash, 2001).

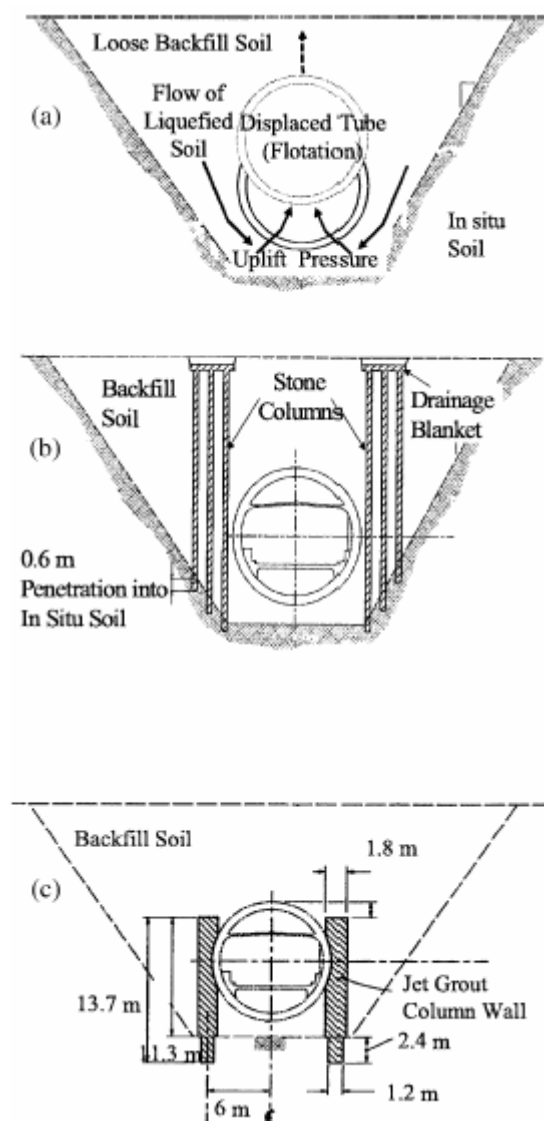
#### 2.8.4.1 Επίπλευση σε ρευστοποιημένες αποθέσεις

Ένα από τα προβλήματα που μπορεί να εμφανιστεί στις υπόγειες κατασκευές είναι η επίπλευση σε υγροποιημένα εδάφη. Οι Schmidt και Hashash (1999) περιγράφουν τον πιθανό μηχανισμό επίπλευσης για μια σήραγγα μέσα σε ένα ρευστοποιημένο στρώμα. Η άνοδος της σήραγγας γίνεται με την μετακίνηση του υγροποιημένου εδάφους κάτω από την σήραγγα. Μια μέθοδος για να αποτρέψει την άνοδο του χαμηλού βάρους υπόγειας κατασκευής είναι η χρήση τοίχων απομόνωσης όπως περιγράφεται από τους Schmidt και Hashash (1999) και παρουσιάζεται στο σχήμα (2.20).

Οι τοίχοι απομόνωσης μειώνουν την τιμή της πίεσης των πόρων που δημιουργείται μεταξύ του εδάφους κάτω από τη σήραγγα και την ίδια τη σήραγγα. Η άνοδος είναι μικρότερη όσο πιο ψηλοί είναι οι τοίχοι (Ninomiya, 1995 – Schmidt, 1998).

#### 2.8.4.2 Υπόγειες κατασκευές που διασχίζουν ενεργά ρήγματα

Η γενική σχεδιαστική φιλοσοφία για τέτοιου είδους προβλήματα είναι ο σχεδιασμός της κατασκευής ώστε να μπορεί να προσαρμοστεί στις αναμενόμενες μετακινήσεις του ρήγματος, και η εύκολη επισκευή της επένδυσης εάν χρειαστεί (Hashash, 2001).



Σχήμα 2.20: Χρήση τοίχων απομόνωσης για την αποφυγή της ανόδου της σήραγγας λόγω ρευστοποίησης: (α) Μηχανισμός επίπλευσης, (β) Τοίχοι απομόνωσης χρησιμοποιώντας πέτρινες κολώνες, (c) Τοίχοι απομόνωσης χρησιμοποιώντας εκτοξευμένο ρευστοκονίαμα (Schmidt and Hashash, 1999).

Μια από τις μεθόδους για τον υπολογισμό της μετατόπισης του ρήγματος είναι η χρήση εμπειρικών σχέσεων που εκφράζουν τις αναμενόμενες μετατοπίσεις με βάση τις παραμέτρους μερικών σεισμικών πηγών. Χρησιμοποιώντας μια παγκόσμια βάση δεδομένων 421 ιστορικών σεισμικών γεγονότων, έχουν αναπτυχθεί εμπειρικές σχέσεις μεταξύ του μεγέθους, της ρήξης του μήκους, της ρήξης του πλάτους της ρήξης της περιοχής, και των επιφανειακών μετατοπίσεων (Wells and Coppersmith, 1994).

Ένα σχετικά νέο πλαίσιο ανάλυσης για την αντιμετώπιση του κινδύνου της μετατόπισης ρήγματος παρουσιάστηκε από τον Coppersmith (2000). Η πιθανολογική



ανάλυση κινδύνου μετατόπισης ρήγματος (Probabilistic fault displacement hazard analysis, ΠΑΜΡ) είναι μια προέκταση της πιθανολογικής σεισμικής ανάλυσης κινδύνου (ΠΣΑΚ), και αποτελείται από τα ίδια στοιχεία όπως η ΠΣΑΚ. Για την αξιολόγηση του κινδύνου των μετατοπίσεων του ρήγματος, η σχέση για την επίγεια κίνηση στο βήμα 3 του ΠΣΑΚ (ενότητας 2.4.2.) έχει αντικατασταθεί με μια λειτουργία μείωσης μετατόπισης. Εντούτοις, αντίθετα με την σχέση για την επίγεια κίνηση, η οποία υποστηρίζεται από σχετικά σημαντικό αριθμό εμπειρικών στοιχείων, τα μοντέλα για τον κίνδυνο μετατόπισης ρήγματος βρίσκονται ακόμα σε στάδιο ανάπτυξης (Hashash, 2001).

Οι στρατηγικές σχεδιασμού για σήραγγες που περνάνε μέσα από ενεργά ρήγματα εξαρτώνται από το μέγεθος της μετατόπισης και το πλάτος της ζώνης των ενεργών ρηγμάτων. Εάν μεγάλες μετατοπίσεις συγκεντρώνονται σε στενή ζώνη, με ανακατασκευή του σχεδιασμού θα γίνει πιθανότατα η διεύρυνση της σήραγγας πέρα από την ζώνη αυτή, όπως έχει γίνει και στο San Francisco BART system και το Los Angeles Metro (Power, 1996).

Εάν οι μετακινήσεις ρηγμάτων είναι μικρές (μικρότερες από μερικές ίντσες) και κατανέμονται σε ευρεία ζώνη, είναι πιθανόν η σήραγγα να σχεδιαστεί έτσι ώστε να μπορεί να προσαρμοστεί στις μετατοπίσεις των ρηγμάτων με την παροχή όλκιμων αρθρώσεων κατά μήκος της σήραγγας. Αυτό θα επιτρέπει στην σήραγγα να μπορεί να διαστρεβλωθεί μέσα στην ζώνη των ρηγμάτων χωρίς κάποια ρήξη. Όσο πιο κοντά τα διαστήματα ανάμεσα στις αρθρώσεις, τόσο καλύτερη απόδοση θα έχει η σήραγγα. Ο σχεδιασμός μιας επένδυσης που να προσαρμόζεται στις μετατοπίσεις των ρηγμάτων γίνεται πιο εφικτός σε μαλακά εδάφη που η επένδυση της σήραγγας μπορεί πιο αποτελεσματικά να ανακατανέμει τις μετατοπίσεις. Μειονέκτημα στις πολλές αρθρώσεις είναι η υδατοστεγής κράτηση της σήραγγας (Power, 1996).

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

### ΜΕΘΟΔΟΣ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ

#### 3.1 Γενικά

Η όρυξη σιηράγγων, η εκσκαφή πρανών καθώς και η κατασκευή διαφόρων τεχνικών έργων μπορεί να προκαλέσει σημαντικές αλλαγές στο εντατικό πεδίο των περιβαλλόντων πετρωμάτων. Για την κατανόηση των φαινομένων που σχετίζονται με τη δημιουργία των έργων αυτών, είναι απαραίτητος ο υπολογισμός των δυνάμεων, τάσεων, μετατοπίσεων καθώς και ανοιγμένων παραμορφώσεων σε φυσικά υλικά κάτω από δεδομένες συνθήκες (Αγιουτάντης, 2002).

Τα τελευταία χρόνια, ιδιαίτερα με την ανάπτυξη της τεχνολογίας των υπολογιστών, μεγάλο ενδιαφέρον παρουσιάζουν οι λεγόμενες αριθμητικές μέθοδοι επίλυσης (numerical methods) (Αγιουτάντης, 2002). Η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων είναι μια από αυτές, και πρωτοεμφανίστηκε τη δεκαετία του 1950. Από τότε βρίσκεται σε διαρκή εξέλιξη σε συνδυασμό με τη ραγδαία ανάπτυξη της τεχνολογίας των υπολογιστών. Σήμερα αποτελεί ένα αρκετά περίπλοκο εργαλείο επίλυσης προβλημάτων σε πολλούς θεωρητικούς ή εφαρμοσμένους επιστημονικούς τομείς.

Η ευρύτατη χρήση της μεθόδου από τους μηχανικούς και τους επιστήμονες βασίζεται στην ικανότητα των πεπερασμένων στοιχείων να περιγράφουν και να αναλύουν προβλήματα που είναι εξαιρετικά περίπλοκα και πολλές φορές, αδύνατο να επιλυθούν αναλυτικά. Η αναλυτική επίλυση ενός προβλήματος βασίζεται στην ανάπτυξη ενός μαθηματικού μοντέλου το οποίο μπορεί να αποδώσει τις ζητούμενες μεταβλητές σε οποιοδήποτε σημείο του υπό ανάλυση σώματος. Η επίλυση αυτή μπορεί να γίνει μόνο για ορισμένα υπεραπλουστευμένα μοντέλα. Προβλήματα που

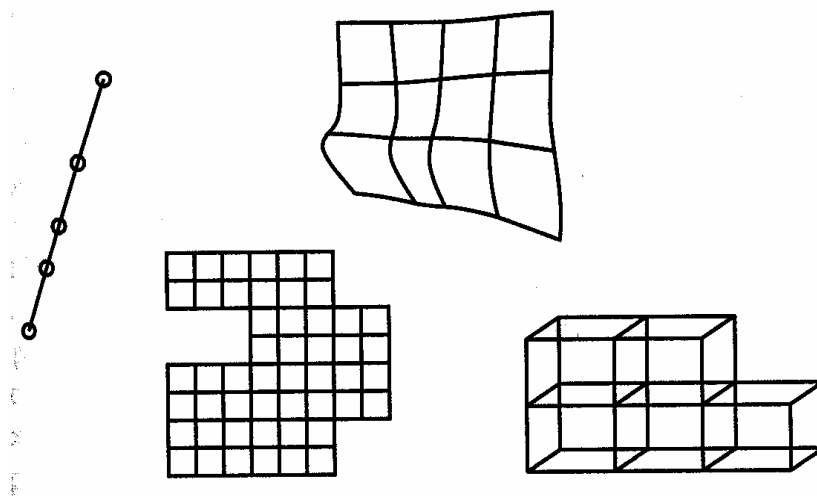
αφορούν περίπλοκη γεωμετρία, ιδιότητες και συνοριακές συνθήκες είναι αδύνατον να επιλυθούν με αναλυτικές μεθόδους. Σε αυτή την περίπτωση οι αναλυτές καταφεύγουν στη χρήση αριθμητικών μεθόδων, μια εκ των οποίων είναι και αυτή των πεπερασμένων στοιχείων.

## 3.2 Περιγραφή της μεθόδου

### 3.2.1 Βασική ιδέα

Οι βασικές αρχές που διέπουν τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων δεν είναι ιδιαίτερα περίπλοκες. Για να γίνει κατανοητή η μέθοδος, έστω ένα σώμα του οποίου ζητείται να βρεθεί η κατανομή μιας άγνωστη μεταβλητής όπως για παράδειγμα η μετατόπιση.

Αρχικά, το σώμα διαιρείται σε σύνολο μικρότερων γεωμετρικών μορφών (Σχήμα 3.1) γνωστών ως «στοιχεία» (elements). Τα στοιχεία αυτά θεωρούνται συνδεδεμένα μεταξύ τους σε συγκεκριμένα σημεία τα οποία ονομάζονται «κόμβοι» (nodes). Η διαδικασία του διαμερισμού του σώματος σε μικρότερα στοιχεία ονομάζεται διακριτοποίηση (Fagan, 1996).



Σχήμα 3.1: Διακριτοποίηση σώματος (Αγιουτάντης, 2002)

Ανάλογα με τον αριθμό και το είδος των στοιχείων που έχουν επιλεγεί να περιγράψουν το σώμα, η ζητούμενη άγνωστη μεταβλητή θεωρείται ότι επιδρά σε κάθε στοιχείο με κάποιο προκαθορισμένο τρόπο. Τελικά η κατανομή της άγνωστης μεταβλητής στη μάζα του σώματος προσεγγίζεται ικανοποιητικά αν αυτό έχει διακριτοποιηθεί σωστά. Η κατανομή των μεταβλητών σε κάθε στοιχείο ορίζεται από μαθηματικές σχέσεις όπως είναι οι τριγωνομετρικές και οι πολυωνυμικές συναρτήσεις. Οι τελευταίες χρησιμοποιούνται περισσότερο γιατί είναι απλός και εύχρηστος ο μαθηματικός τους χειρισμός και μπορούν να αποδώσουν με αρκετή ακρίβεια τις μετατοπίσεις των κόμβων.

Μετά από τη διαδικασία της διακριτοποίησης, υπολογίζονται οι εξισώσεις ισορροπίας που διέπουν κάθε στοιχείο, με βάση τη μέθοδο των μετατοπίσεων, και σχηματίζεται ένα σύστημα εξισώσεων. Το σύστημα αυτό περιγράφει τη συμπεριφορά όλων των στοιχείων του σώματος και κατά συνέπεια όλο το σώμα. Το σύστημα αυτό των εξισώσεων έχει τη γενική μορφή:

$$[K] \cdot \{U\} = \{F\} \quad (3.1)$$

όπου:  $[K]$  είναι ένας τετραγωνικός πίνακας, γνωστός με τον όρο μητρώο ακαμψίας του σώματος, το  $\{U\}$  παριστάνει το διάνυσμα των αγνώστων μετατοπίσεων στους κόμβους και το  $\{F\}$  περιγράφει τις δυνάμεις που ασκούνται στους κόμβους.

Η επίλυση της εξίσωσης (3.1) ως προς το διάνυσμα των μετατοπίσεων θα αποδώσει τις τιμές των αγνώστων μεταβλητών. Πριν όμως πραγματοποιηθεί η αναστροφή του μητρώου ακαμψίας και η επίλυση της εξίσωσης, πρέπει να οριστούν οι συνοριακές συνθήκες που εφαρμόζονται στο σώμα. Για παράδειγμα σε προβλήματα στατικών υπολογισμών η εφαρμογή συνοριακών συνθηκών εμποδίζει ένα σώμα να μετατοπίζεται κατά την εφαρμογή δυνάμεων. Σε αυτό το σημείο πρέπει να επισημανθεί ότι η λύση της εξίσωσης (3.1) δεν είναι μια απλή διαδικασία. Η δυσκολία έγκειται στον μεγάλο αριθμό εξισώσεων που απαιτούνται για να περιγράψουν το μεγάλο αριθμό κόμβων. Δεν είναι υπερβολή να αναφερθεί ότι κάποια προβλήματα για να περιγραφούν σωστά χρειάζονται πάνω από 50.000 εξισώσεις. Είναι λοιπόν κατανοητό ότι η αναστροφή του μητρώου ακαμψίας δεν είναι εύκολη διαδικασία. Τα τελευταία χρόνια με την ανάπτυξη των ηλεκτρονικών υπολογιστών

και τη δημιουργία ειδικών μαθηματικών μεθόδων έχει γίνει εφικτή η επίλυση αυτών των εξισώσεων σε ικανοποιητικά χρονικά όρια (Fagan, 1996).

Από τη στιγμή που θα λυθεί η εξίσωση (3.1), και θα βρεθούν οι άγνωστες μετατοπίσεις για κάθε κόμβο, είναι εύκολος ο υπολογισμός των παραμορφώσεων και στη συνέχεια των τάσεων στα στοιχεία. Από αυτές γίνεται ο υπολογισμός των παραμορφώσεων και των τάσεων σε όλο το σώμα.

### 3.2.2 Διάρθρωση της μεθόδου

Η διαδικασία που ακολουθείται σε μια ανάλυση με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων σε κάποιο λογισμικό πακέτο αποτελείται από τρία στάδια (Spyrakos, 1996):

- Την προεπεξεργασία η οποία αποτελεί το βασικότερο μέρος ορισμού των παραμέτρων της ανάλυσης από το χρήστη. Σε αυτό το στάδιο γίνεται η διακριτοποίηση και η δημιουργία του προς ανάλυση μοντέλου. Εισάγονται οι εξισώσεις που διέπουν τους κόμβους, με την κατάλληλη επιλογή των στοιχείων που θα χρησιμοποιηθούν. Τέλος εισάγονται τα χαρακτηριστικά των υλικών που θα χρησιμοποιηθούν και οι συνοριακές συνθήκες.
- Την επεξεργασία που αποτελεί το καθαρά μαθηματικό μέρος της μεθόδου και κατά κύριο λόγο εκτελείται από τον ηλεκτρονικό υπολογιστή με τη βοήθεια του λογισμικού. Σε αυτό το στάδιο πραγματοποιείται ο υπολογισμός των μητρώων και των διανυσμάτων κάθε στοιχείου ξεχωριστά. Στη συνέχεια πραγματοποιείται η σύνδεση των επιμέρους πινάκων και διανυσμάτων ώστε να δημιουργηθούν οι εξισώσεις που περιγράφουν όλο το μοντέλο που πρόκειται να αναλυθεί. Από τις εξισώσεις αυτές δημιουργείται το μητρώο ακαμψίας και τα διανύσματα όλου του μοντέλου. Σε αυτά εισάγονται και οι συνοριακές συνθήκες που επιδρούν στο μοντέλο. Στο τελευταίο μέρος αυτού του σταδίου πραγματοποιείται η επίλυση των εξισώσεων και η εύρεση των αγνώστων μεταβλητών στους κόμβους.
- Την μετά-επεξεργασία όπου λαμβάνει χώρα η επεξεργασία των αποτελεσμάτων για να παρασταθούν στο μοντέλο οι τάσεις και οι παραμορφώσεις. Συνήθως

αυτές, εκτός από τις αριθμητικές τους τιμές μπορούν να παρασταθούν και γραφικά ώστε να είναι καλύτερα κατανοητές από τον μελετητή.

Στις ενότητες που ακολουθούν γίνεται μια προσπάθεια ανάλυσης των σταδίων που περιγράφηκαν παραπάνω για την καλύτερη κατανόηση της λειτουργίας της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων.

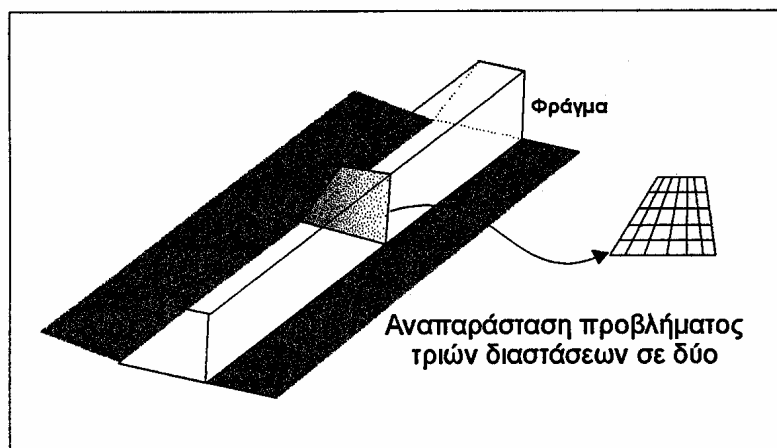
### **3.3 Διακριτοποίηση**

Η διακριτοποίηση αποτελεί το πρώτο βήμα στην διαδικασία ανάλυσης με την μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων. Σκοπός της διακριτοποίησης είναι ο διαμερισμός του υπό εξέταση σώματος σε μικρότερα στοιχεία με τέτοιο τρόπο, ώστε η άγνωστη μεταβλητή να εκπροσωπείται με ικανοποιητικό τρόπο στη μάζα αυτού.

#### **3.3.1 Γεωμετρική απλοποίηση - Συμμετρία**

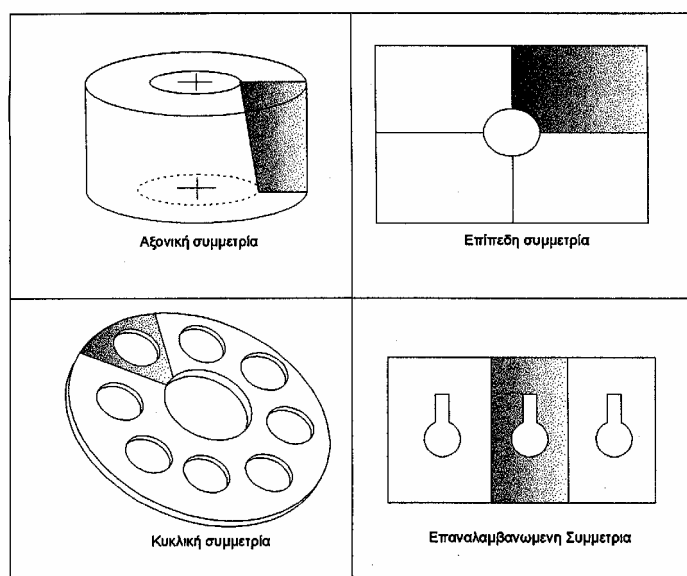
Ιδιαίτερη προσοχή πρέπει να δοθεί στη διαδικασία της διακριτοποίησης ώστε το μοντέλο που θα δημιουργηθεί να προσφέρει όσο το δυνατόν καλύτερη ακρίβεια, στο μικρότερο δυνατό χρόνο. Πιο συγκεκριμένα, οικονομία πεπερασμένων στοιχείων, άρα και του χρόνου ανάλυσης, μπορεί να επιτευχθεί από τη χρήση απλοποιημένης γεωμετρίας και την παρουσία συμμετρίας σ' ένα μοντέλο.

Όλα τα σώματα και οι κατασκευές στην πραγματικότητα αποτελούνται από τρεις διαστάσεις. Πολλές φορές όμως, για λόγους απλότητας και ευκολίας, προβλήματα τριών διαστάσεων ανάγονται στο επίπεδο με μικρή μείωση της ακρίβειας της ανάλυσης. Αν η γεωμετρία και τα φορτία που ασκούνται σε κάποιο σώμα μπορούν να παρασταθούν σε ένα επίπεδο τότε το πρόβλημα μπορεί να μοντελοποιηθεί σε δύο διαστάσεις. Τέτοιου είδους σώματα είναι αυτά που διαθέτουν μια μεγάλη διάσταση σε σχέση με τις άλλες και σε αυτή τη διάσταση η γεωμετρία και τα φορτία που ασκούνται σε αυτή δεν μεταβάλλονται σημαντικά. Η ανάλυση αυτών μπορεί να γίνει με τη μοντελοποίηση σε επίπεδη τάση ή επίπεδη παραμόρφωση (Σχήμα 3.2).



Σχήμα 3.2: Μετατροπή προβλήματος τριών διαστάσεων σε δύο (Fagan, 1996)

Εκτός από τη γεωμετρική απλοποίηση που μπορεί να πραγματοποιηθεί σε κάποιο σώμα που μελετάται, υπάρχει και η απλοποίηση λόγω συμμετρίας. Υπάρχουν κυρίως τέσσερα είδη συμμετρίας που συναντώνται στα προβλήματα μηχανικής: η αξονική, η επίπεδη, η κυκλική και η επαναλαμβανόμενη (Σχήμα 3.3). Αν η γεωμετρία του σώματος και οι εξωτερικοί παράγοντες όπως είναι τα φορτία που δέχεται το σώμα παρουσιάζουν κάποιο από τα παραπάνω είδη συμμετρίας, μπορεί να αναλυθεί μέρος του σώματος που παρουσιάζει συμμετρία και όχι ολόκληρο. Ιδιαίτερη προσοχή πρέπει να δοθεί στις συνοριακές συνθήκες που επιβάλλονται στο μέρος του σώματος που αναλύεται ώστε πραγματικά να αντικατοπτρίζεται η συμμετρία του σώματος (Fagan, 1996).

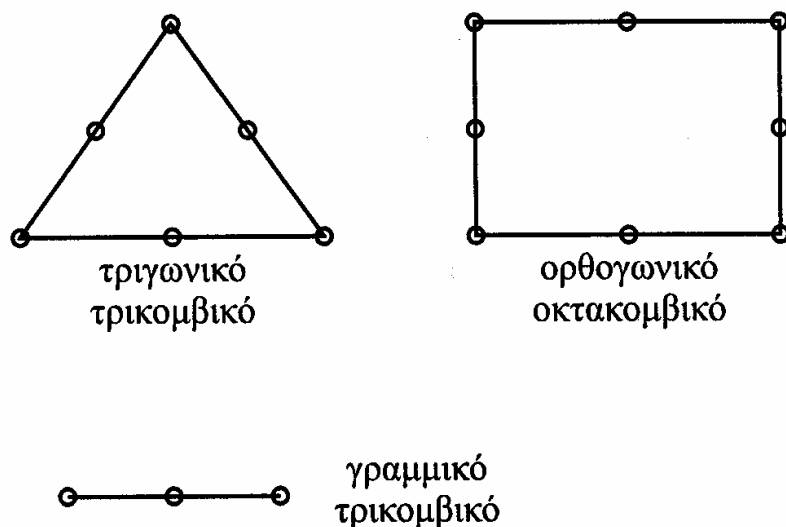


Σχήμα 3.3: Είδη συμμετρίας (Fagan, 1996)

### 3.3.2 Είδη στοιχείων

Απαραίτητο στοιχείο για την εφαρμογή της μεθόδου πεπερασμένων στοιχείων είναι η διακριτοποίηση, ή η διαίρεση του μέσου σε στοιχεία ή τμήματα με τη βοήθεια ιδεατών γραμμών ή επιφανειών. Τα στοιχεία αυτά αποτελούνται από δύο ή περισσότερους κόμβους, οι οποίοι συνδέονται με καμπύλα ή ευθύγραμμα τμήματα. Οι κορυφές των στοιχείων ορίζουν τους κόμβους του πλέγματος ή καννάβου διακριτοποίησης του προβλήματος (Αγιουτάντης, 2002).

Χαρακτηριστικές μορφές στοιχείων είναι τα μονοδιάστατα ή γραμμικά, τα τριγωνικά και ορθογωνικά ή γενικότερα τετραπλευρικά (quadrilateral) σε δύο διαστάσεις και τα πυραμιδοειδή και πρισματικά (τρισδιάστατα). Οι απλούστερες μορφές στοιχείων είναι αυτές που χαρακτηρίζονται από το ότι ο αριθμός των κόμβων των στοιχείων είναι ίσος με τον αριθμό των πλευρών όπως για παράδειγμα τριγωνικά και τρικομβικά στοιχεία, τετραπλευρικά και τετρακομβικά (επίπεδα) στοιχεία, πυραμιδοειδή και τετρακομβικά (στερεά) στοιχεία, κλπ. Υπάρχουν όμως και περιπτώσεις, όπου ένα στοιχείο περιγράφεται από παραπάνω κόμβους και προκύπτουν τριγωνικά εξακομβικά στοιχεία, τετραπλευρικά και οκτακομβικά (επίπεδα) στοιχεία κλπ (Σχήμα 3.4) (Αγιουτάντης, 2002).



Σχήμα 3.4: Είδη στοιχείων (Αγιουτάντης, 2002)



### 3.3.3 Χαρακτηριστικά της διαίρεσης του πεδίου

Ένας από τους πλέον σημαντικούς παράγοντες για την επιτυχή προσομοίωση της συμπεριφοράς ενός σώματος με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων, είναι η κατάλληλη διαίρεση του σώματος (πεδίου) σε επιμέρους τμήματα (στοιχεία). Η διαδικασία αυτή περιλαμβάνει τις ακόλουθες παραμέτρους (Αγιουτάντης, 2002):

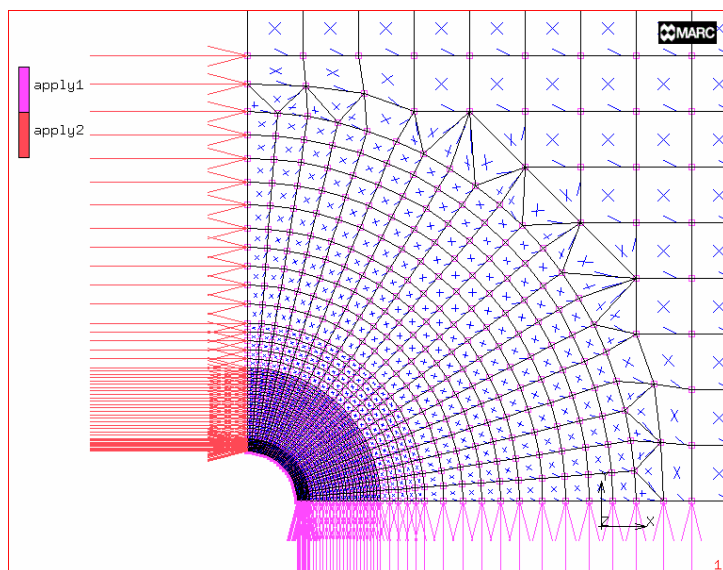
- την επιλογή της γεωμετρικής μορφής του στοιχείου,
- την επιλογή του αριθμού κόμβων του στοιχείου,
- την επιλογή των συναρτήσεων μορφής κάθε στοιχείου,
- την επιλογή της πυκνότητας του καννάβου.

Η συνήθης πρακτική όσον αφορά στην επιλογή των διαστάσεων και της μορφής των στοιχείων είναι ότι χρησιμοποιούνται μικρότερα στοιχεία εκεί που αναμένονται μεγάλες μεταβολές των υπολογιζόμενων μεταβλητών (Αγιουτάντης, 2002).

Για παράδειγμα, στην ανάλυση σε δύο διαστάσεις, συνηθέστερα είναι τα τριγωνικά ή τετραπλευρικά στοιχεία με τρεις και τέσσερις κόμβους αντίστοιχα. Είναι δυνατόν, ανάλογα με τις απαιτήσεις του προβλήματος να αυξηθούν οι κόμβοι σε ένα στοιχείο και να χρησιμοποιηθούν τετραπλευρικά στοιχεία με οκτώ κόμβους (Αγιουτάντης, 2002).

Η διαίρεση του πεδίου γίνεται κατά τέτοιο τρόπο, ώστε το μέγεθος των στοιχείων να είναι μικρό στα σημεία όπου απαιτείται μεγάλη ακρίβεια στους υπολογισμούς, ή εκεί που αναμένεται έντονη μεταβολή του ζητούμενου μεγέθους, ενώ το μέγεθος των στοιχείων είναι μεγαλύτερο στις υπόλοιπες περιοχές του πεδίου. Στο σχήμα 3.5 φαίνεται η μεταβαλλόμενη διακριτοποίηση του μέσου, στην περίπτωση προσομοίωσης κυκλικού ανοίγματος (Αγιουτάντης, 2002).

Όσο όμως μικρότερα γίνονται τα στοιχεία τόσο αυξάνει ο αριθμός τους άρα και οι εξισώσεις που τα περιγράφουν. Αποτέλεσμα αυτού είναι η αύξηση του χρόνου ανάλυσης. Επίσης μετά από ένα αριθμό στοιχείων η ακρίβεια της λύσης προσεγγίζει



Σχήμα 3.5: Μεταβαλλόμενη γεωμετρία στοιχείων

ασυμπτωτικά την πραγματική τιμή. Είναι λοιπόν φανερό ότι, μετά από κάποιο σημείο, αυξάνοντας τον αριθμό των στοιχείων απλά μεγαλώνει ο χρόνος ανάλυσης, χωρίς να αυξάνει ιδιαίτερα η ακρίβεια των αποτελεσμάτων (Desai and Abel, 1972 – Fagan, 1996). Για την γενική αντιμετώπιση αυτού του προβλήματος της υποδιαίρεσης του καννάβου στα πεπερασμένα στοιχεία ακολουθούνται οι εξής διαδικασίες (Καρανάχος, 1987):

- Γίνεται επίλυση του προβλήματος τουλάχιστον δύο φορές. Μια φορά με την υποδιαίρεση της κατασκευής σε ένα αριθμό στοιχείων, και μια δεύτερη με μια πιο λεπτομερή υποδιαίρεση. Τα αποτελέσματα συγκρίνονται, και εάν η απόκλιση μεταξύ τους είναι μικρή τότε το αποτέλεσμα θεωρείται δεκτό. Εάν όχι τότε επαναλαμβάνεται η ανωτέρω διαδικασία μέχρι να επιτευχθεί η σύγκλιση των αποτελεσμάτων.
- Ακολουθούνται αυτόματες διαδικασίες υποδιαίρεσης της κατασκευής σε πεπερασμένα στοιχεία, που έχουν αναπτυχθεί ιδιαίτερα τα τελευταία χρόνια και που στηρίζονται σε συγκεκριμένα μαθηματικά μοντέλα.

### 3.4 Φόρτιση των υλικών και συνοριακές συνθήκες

Από τη στιγμή που οι καταστατικές εξισώσεις των στοιχείων έχουν δημιουργηθεί και έχουν συσχετιστεί, για το σχηματισμό του συστήματος των εξισώσεων όλου του μοντέλου και προκειμένου να περιγραφεί πλήρως το πρόβλημα, πρέπει να ενσωματωθούν και οι συνοριακές συνθήκες που εφαρμόζονται στο σώμα. Πρέπει δηλαδή να εφαρμοστούν περιοριστικές δυνάμεις ώστε να κρατούν το μοντέλο σε ισορροπία.

Η φόρτιση των υλικών ή αντίστοιχα η φόρτιση του διαιρεμένου πεδίου που αντιπροσωπεύει το υλικό, είναι δυνατόν να επιτευχθεί με έναν ή περισσότερους από τους παρακάτω τρόπους (Αγιουτάντης, 2002):

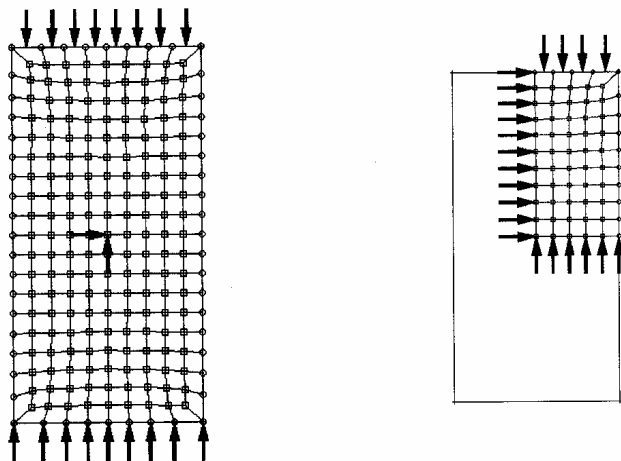
- επιβολή δυνάμεων πεδίου στη μάζα του στοιχείου (π.χ. βαρυτικές)
- επιβολή σημειακών δυνάμεων στους κόμβους του στοιχείου (κομβικές δυνάμεις)
- επιβολή κατανεμημένων δυνάμεων στις πλευρές του στοιχείου (επιφανειακές δυνάμεις)
- επιβολή μετατοπίσεων στους κόμβους του στοιχείου.

Όλες οι δυνάμεις πρέπει να αναλυθούν κατάλληλα σε κομβικές, οι οποίες συμμετέχουν στην επίλυση κάθε προβλήματος. Στο σχήμα 3.6 φαίνονται οι συνοριακές συνθήκες που επιβάλλονται κατά την προσομοίωση φόρτισης κυλινδρικού δοκιμίου σε δύο διαστάσεις, όπου αξιοποιήθηκε η συμμετρία του ορθογωνικού μοντέλου (Αγιουτάντης, 2002).

Υπάρχουν τρεις τύποι συνοριακών συνθηκών:

- Προσδιορισμός της ζητούμενης παραμέτρου (μετατόπισης). Οι συνθήκες αυτές ονομάζονται γεωμετρικές και είναι γνωστές και ως συνθήκες Dirichlet.
- Προσδιορισμός και των δύο παραπάνω παραμέτρων ή μικτές συνθήκες.

- Προσδιορισμός της μεταβολής της ζητούμενης παραμέτρου (παράγωγος της μετατόπισης). Οι συνθήκες αυτές ονομάζονται φυσικές συνοριακές συνθήκες και είναι γνωστές και ως συνθήκες Neumann.



Σχήμα 3.6: Συνοριακές συνθήκες και αξιοποίηση συμμετρίας επίπεδου μοντέλου (Αγιουτάντης, 2002)

Στην περίπτωση των προβλημάτων ελαστικότητας, οι γεωμετρικές συνθήκες δίνονται από εκφράσεις της μορφής:

$$\begin{aligned} u_x &= u_0 \\ u_y &= v_0 \end{aligned} \quad (3.2)$$

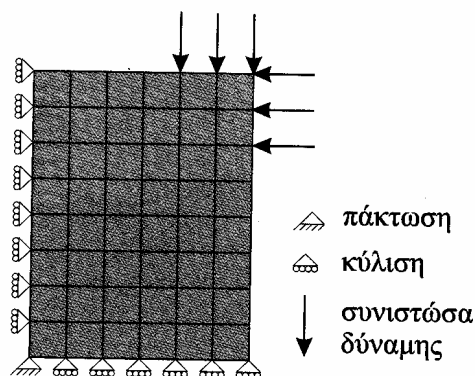
όπου  $u_x$  και  $u_y$  οι μετατοπίσεις στους κόμβους και  $u_0$ ,  $v_0$  οι αντίστοιχες συνιστώσες μετατοπίσεων που επιβάλλονται στον κόμβο. Οι φυσικές συνθήκες δίνονται από εκφράσεις της μορφής:

$$\begin{aligned} f_x &= f_0 \\ f_y &= w_0 \end{aligned} \quad (3.3)$$

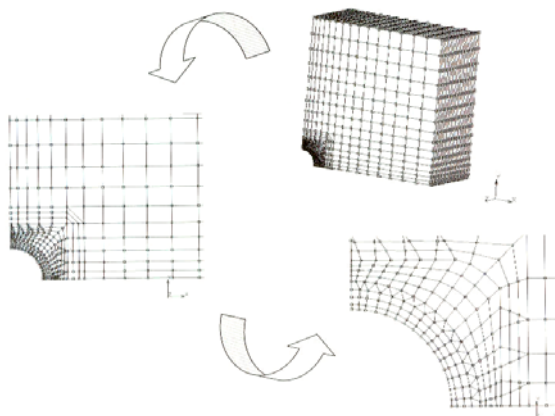
όπου  $f_x$  και  $f_y$  οι κομβικές δυνάμεις και  $f_0$ ,  $w_0$  οι αντίστοιχες συνιστώσες δυνάμεων που επιβάλλονται στον κόμβο.

Στο σχήμα 3.7 παρουσιάζεται ο τυπικός συμβολισμός των συνοριακών συνθηκών στις περιπτώσεις προβλημάτων φορτίσεων-παραμορφώσεων. Σημειώνεται ότι με την αξιοποίηση της συμμετρίας ενός προβλήματος και την κατάλληλη χρήση

συνοριακών συνθηκών είναι δυνατόν να μειωθεί σημαντικά ο αριθμός των κόμβων ενός προβλήματος και επομένως να μειωθεί ο χρόνος επίλυσης (Σχήμα 3.12).



Σχήμα 3.7: Συμβολισμός συνοριακών συνθηκών (Αγιουτάντης, 2002)



Σχήμα 3.8: Διακριτοποίηση του μέσου για επίλυση προβλημάτων μελέτης εντατικού πεδίου κατά την όρυξη σήραγγας (Αγιουτάντης 2002)

### 3.5 Μοντέλα συμπεριφοράς υλικών

Η επιλογή του κατάλληλου μοντέλου συμπεριφοράς του υλικού, καθώς και η επιλογή των τιμών των σταθερών του μοντέλου αυτού, συνιστά έναν από τους σημαντικότερους παράγοντες για την επιτυχημένη προσομοίωση της συμπεριφοράς φυσικών υλικών (Αγιουτάντης, 2002).

Το απλούστερο μοντέλο που μπορεί να χρησιμοποιηθεί είναι το γραμμικά ελαστικό μοντέλο (παρόλο που το μοντέλο αυτό δεν θεωρείται το πλέον κατάλληλο για την περιγραφή της συμπεριφοράς πετρωμάτων και εδαφικών υλικών) σε μια, ή περισσότερες διαστάσεις. Το υλικό θεωρείται ότι παραμορφώνεται γραμμικά και ισότροπα, όπως δίνεται από την ακόλουθη σχέση (Αγιουτάντης, 2002):

$$\sigma_{ij} = \frac{E}{1+\nu} \left[ \varepsilon_{ij} + \frac{\nu}{1-2\nu} \varepsilon_{kk} \delta_{ij} \right] \quad (3.4)$$

όπου:

$\sigma_{ij}$  = ο τανυστής των τάσεων που υποδεικνύει την εντατική κατάσταση στο σώμα,

$E$  = το μέτρο ελαστικότητας του υλικού,

$\nu$  = ο λόγος Poisson του υλικού,

$\varepsilon_{ij}$  = ο τανυστής των παραμορφώσεων,

$\delta_{ij}$  = ο μοναδιαίος τανυστής (δέλτα του Kronecker).

Για την περίπτωση της παραμόρφωσης σε μια διάσταση, είναι:

$$\sigma = E\varepsilon \quad (3.5)$$

όπου:

$\sigma$  = η τάση που επιβάλλεται στο υλικό,

$E$  = το μέτρο ελαστικότητάς του,

$\varepsilon$  = η ανηγμένη παραμόρφωση που αυτό επιδέχεται.

Επιπλέον αυτών, μπορούν εύκολα να χρησιμοποιηθούν άλλα καταστατικά μοντέλα συμπεριφοράς, όπως μοντέλα μη ισοτροπικής (ορθοτροπικής ή ανισοτροπικής) ελαστικής συμπεριφοράς, καθώς και μοντέλα μη ελαστικής συμπεριφοράς. Επίσης, καθώς η διαίρεση του πεδίου δημιουργεί συνεχή μεν, αλλά διακριτά τμήματα του σώματος, είναι δυνατόν να οριστούν διαφορετικά μοντέλα υλικού σε διάφορα σημεία του σώματος (Αγιουτάντης, 2002).

### **3.6 Εφαρμογές πεπερασμένων στοιχείων στον σχεδιασμό σηράγγων**

Η διαδικασία της κατασκευής στοών (τυφλά ανοίγματα) και σηράγγων (διαμπερή ανοίγματα) εμφανίζεται συνεχώς στην ιστορία του ανθρώπου. Από την

εποχή που ο άνθρωπος κατασκεύασε τα πρώτα εργαλεία, άρχισε και την εκσκαφή σπηλαίων για να τα κατοικήσει. Ίσως η πρώτη εφαρμογή μαθηματικών μεθόδων για την κατασκευή σήραγγας να σχετίζεται με την κατασκευή της σήραγγας μεταφοράς νερού, μήκους 1036m, στη Σάμο από τον Ευπαλίνο (Duddeck, 1988).

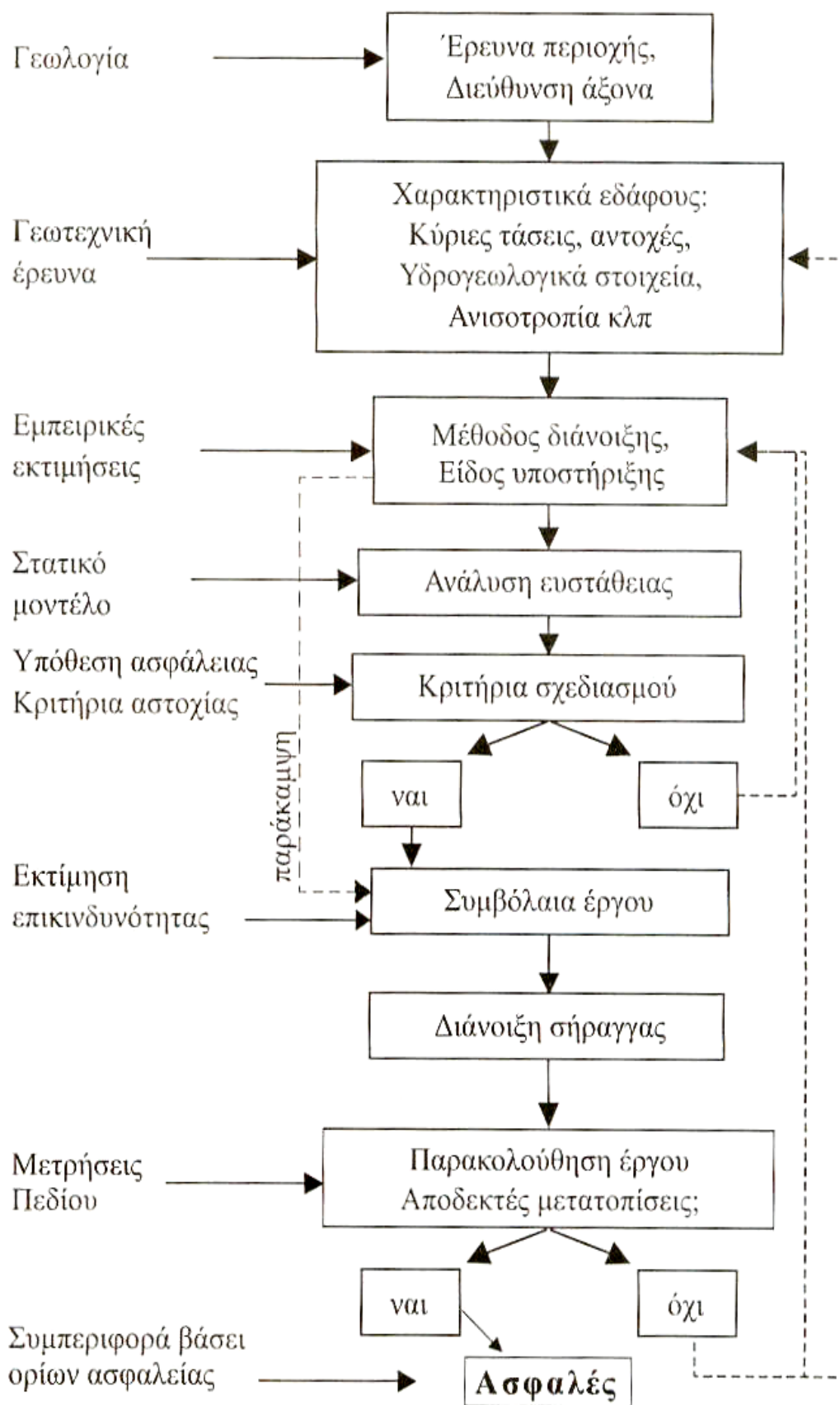
### 3.6.1 Σχεδιασμός σιηράγγων

Στο σχήμα 3.9 παρουσιάζεται η διαδικασία σχεδιασμού σιηράγγων, όπως προτείνεται από την WGITA (Working Group of International Tunneling Association), και όπως αναφέρεται από τον Duddeck (1988). Από το διάγραμμα αυτό γίνεται αντιληπτό ότι υπάρχουν δύο κύρια στάδια στη μεθοδολογία του σχεδιασμού, όπου εφαρμόζονται οι αριθμητικές μέθοδοι (Αγιουτάντης, 2002):

- Στην ανάλυση της ευστάθειας του μοντέλου, από όπου εξάγονται τα συμπεράσματα για το κατά πόσο η κατασκευή είναι ασφαλής ή τι χρειάζεται για να γίνει ασφαλής.
- Στην ανάλυση και ερμηνεία των αποτελεσμάτων παρακολούθησης ενός έργου κατά τις φάσεις κατασκευής και μετά την ολοκλήρωση της κατασκευής.

Όσον αφορά στο σχεδιασμό μίας κατασκευής, η χρήση αριθμητικών μεθόδων γίνεται ιδιαίτερα απαραίτητη σε περιπτώσεις, όπου απαιτείται η μοντελοποίηση και προσομοίωση σιηράγγων που πρόκειται να κατασκευαστούν σε προβληματικά πετρώματα (βραχώμαζες) ή εδάφη, (υλικά τα οποία έχουν ενδεχόμενα ιδιόμορφα γεωλογικά, γεωτεχνικά και υδρογεωλογικά χαρακτηριστικά), των οποίων η συμπεριφορά μπορεί, να θεωρηθεί ανισότροπη και μη-γραμμική (Αγιουτάντης, 2002).

Επιπλέον, η πολυπλοκότητα της γεωμετρίας ενός υπογείου ανοίγματος, ιδίως δε η μεταβολή των γεωμετρικών χαρακτηριστικών κατά το στάδιο της εκσκαφής, απαιτεί εφαρμογή εξειδικευμένων αριθμητικών μοντέλων. Οι μέθοδοι αυτές είναι σε θέση να αντιμετωπίσουν ανομοιογενή εδάφη και πετρώματα, ασυνέχειες, ρήγματα, υλικά με μεταβαλλόμενες ιδιότητες, κλπ. Εξάλλου, σημειώνεται ότι και η αλληλεπίδραση γεωυλικού και συστήματος υποστήριξης είναι μη-γραμμικής μορφής. Επίσης, μη-γραμμική μπορεί να είναι η συμπεριφορά του εδάφους, των πετρωμάτων, του σκυροδέματος, των αγκυρίων και των λοιπών στοιχείων της κατασκευής. Ο μόνος



Σχήμα 3.9: Φάσεις σχεδιασμού σπηραγγων σύμφωνα με την WGITA (Duddeck, 1988)



τρόπος για να επιλυθούν αυτά τα μη-γραμμικά και επομένως σύνθετα μοντέλα είναι η εφαρμογή αριθμητικών μεθόδων (Αγιουτάντης, 2002).

Έτσι, με την εφαρμογή των αριθμητικών μεθόδων κατά το πρώτο στάδιο είναι δυνατή η πρόβλεψη της συμπεριφοράς του εδάφους ή πετρώματος και της κατασκευής πολύ πριν υπάρξουν επί τόπου μετρήσεις απόκρισης των περιβαλλόντων γεωυλικών. Από τη συμπεριφορά αυτή είναι δυνατή η επιλογή της μεθόδου διάνοιξης, των σταδίων και των φάσεων εκσκαφής, η επιλογή της κατάλληλης υποστήριξης και των σταδίων εφαρμογής της. Στις περισσότερες περιπτώσεις, η εφαρμογή των μεθόδων αυτών κατά τη μελέτη ενός έργου γίνεται με προσεγγιστικό τρόπο, καθώς δεν υπάρχουν ακόμη αρκετές πληροφορίες για τα περιβάλλοντα υλικά (Αγιουτάντης, 2002).

Όπως φάνηκε από τα παραπάνω, οι αριθμητικές μέθοδοι αποτελούν ένα χρήσιμο εργαλείο σχεδιασμού υπόγειων έργων. Συχνά, τόσο κατά το στάδιο της κατασκευής όσο και μετά την περάτωση του έργου πραγματοποιούνται διάφορες επί τόπου μετρήσεις, οι οποίες έχουν ως στόχο αφενός μεν τον έλεγχο της σωστής συμπεριφοράς του έργου σύμφωνα με τις μελέτες, αφετέρου δε την εκτίμηση των επιπτώσεων που θα προκύψουν από την κατασκευή και λειτουργία του, όσον αφορά στην ασφάλεια και στην ευστάθεια (Αγιουτάντης, 2002).

Όμως οι αριθμητικές μέθοδοι βρίσκουν εφαρμογή και μετά την περάτωση της φάσης της κατασκευής ενός έργου, καθώς από τα στοιχεία των επί τόπου μετρήσεων μπορούν να βαθμονομηθούν ή ακόμη και να βελτιωθούν τα αντίστοιχα αριθμητικά μοντέλα και ακόμη να φανεί πού υστερούν και πού δίνουν καλά αποτελέσματα. Από την αξιολόγηση των αριθμητικών μεθόδων βάσει των επί τόπου μετρήσεων, είναι δυνατή η εξέλιξή τους και η αξιόπιστη εφαρμογή τους σε γεωτεχνικά έργα (Αγιουτάντης, 2002).

Έτσι, κατά την εφαρμογή των μεθόδων αυτών για την παρακολούθηση της προόδου του έργου, δηλαδή κατά το δεύτερο στάδιο, αυξάνεται η πολυπλοκότητα και η λεπτομέρεια των μοντέλων, καθώς διατίθενται πλέον περισσότερα στοιχεία για τα υλικά και τις ιδιότητες τους, με στόχο την όσο το δυνατόν καλύτερη προσέγγιση της πραγματικής συμπεριφοράς των γεωυλικών και του εξορυσσόμενου ανοίγματος (Duddeck, 1988). Για παράδειγμα, πολλές φορές παρατηρούνται φαινόμενα, όπως μετακινήσεις στη στέψη της σήραγγας, των οποίων η ερμηνεία δεν είναι εύκολη χωρίς τη χρήση κάποιου αριθμητικού μοντέλου της κατασκευής, το οποίο να βασίζεται σε θεωρητικές παραδοχές αλλά και σε επί τόπου μετρήσεις, ώστε να μπορεί να μελετηθεί

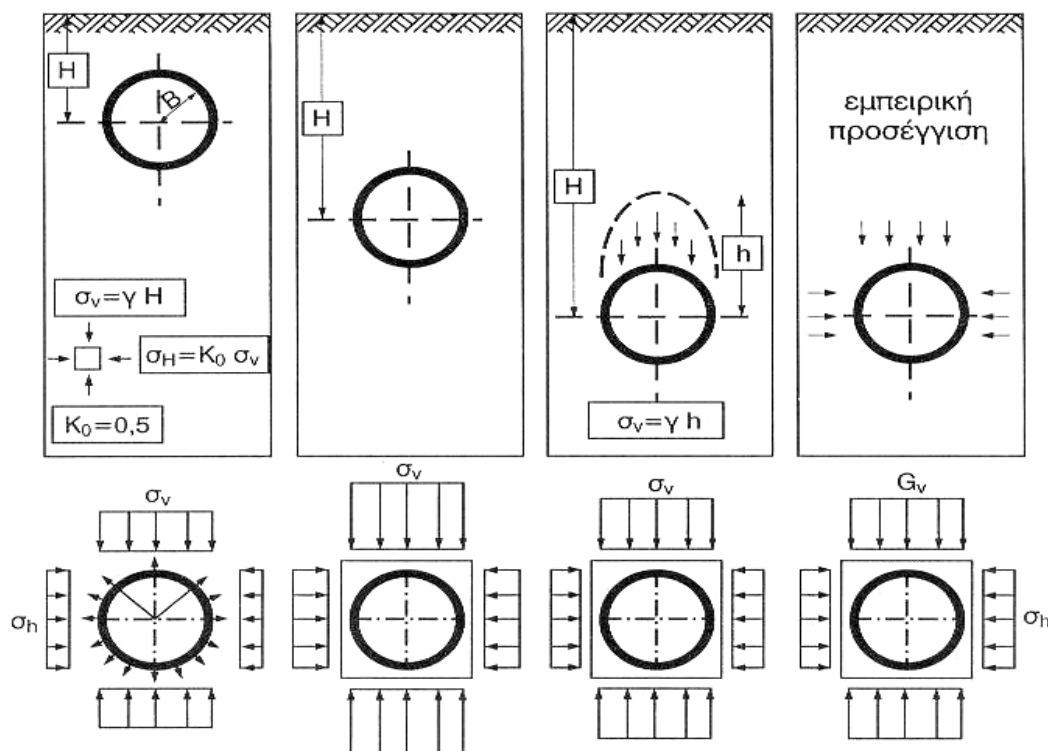
η συμπεριφορά του ανοίγματος (Αγιουτάντης, 2002).

Στο σημείο αυτό πρέπει να τονιστεί ότι η αξιοπιστία των μεθόδων αυτών εξαρτάται άμεσα από την αξιοπιστία των χαρακτηριστικών παραμέτρων που εισάγονται σε αυτά, καθώς επίσης και την εμπειρία του μελετητή. Χωρίς ακριβή γεωλογικά, γεωτεχνικά, υδρογεωλογικά και γεωμετρικά στοιχεία η μέθοδος, θα δώσει αναξιόπιστα αποτελέσματα (Αγιουτάντης, 2002).

### **3.6.2 Σήραγγες σε μαλακά εδάφη**

Σε κατασκευές σιράγγων ή στοών σε εδάφη, είναι πολύ σημαντική η κατανόηση της αλληλεπίδρασης της υποστήριξης του ανοίγματος με το περιβάλλον έδαφος. Κατά τη διαδικασία της διάνοιξης, το εντατικό πεδίο στο έδαφος διαταράσσεται αρκετά μέτρα εμπρός από το μέτωπο, ενώ ταυτόχρονα η υποστήριξη στις περισσότερες περιπτώσεις αναλαμβάνει μικρό μέρος του επιφερόμενου εντατικού πεδίου. Έτσι το μεγαλύτερο μέρος των τάσεων αναδιανέμεται στις παρειές της εκσκαφής και επομένως η πραγματική συμπεριφορά του εδάφους στο μέτωπο της εκσκαφής, κατά τα στάδια εκσκαφής και τοποθέτησης της υποστήριξης, είναι μία αρκετά πολύπλοκη διεργασία. Αυτή εξαρτάται από το μέγεθος του βαθμού ακαμψίας του εδάφους και της υποστήριξης, τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά των σταδίων εκσκαφής και τους χρόνους τοποθέτησης της υποστήριξης, καθώς και από την εξέλιξη του φαινομένου ανακούφισης εδάφους-παραλαβής φορτίων από την υποστήριξη. Η μοντελοποίηση και προσομοίωση των διαδικασιών αυτών είναι μία αρκετά πολύπλοκη διαδικασία που απαιτεί πολύ προσπάθεια και κόπο (Youakim, 1999).

Σε μαλακά εδάφη, ο καθοριστικός παράγοντας ευστάθειας του ανοίγματος είναι η μεγάλου μέτρου ελαστικότητας υποστήριξη. Για την αντιμετώπιση τέτοιων προβλημάτων, χρησιμοποιείται η κλασική θεωρία ανάλυσης σε επίπεδη κατάσταση (βλέπε ενότητα 3.6.4). Σύμφωνα με τον Duddeck (1988), τέσσερα τέτοια μοντέλα χρησιμοποιούνται σήμερα για τον προσεγγιστικό σχεδιασμό υπογείων ανοιγμάτων (Σχήμα 3.10) (Αγιουτάντης, 2002).



Σχήμα 3.10: Απλουστευμένα μοντέλα κατασκευής σιράγγων (Duddeck, 1988)

Με τη χρήση των αριθμητικών μεθόδων είναι δυνατή η ενσωμάτωση στην ανάλυση διαφορετικών κριτηρίων αστοχίας ανάλογα με τον τύπο του υλικού (π.χ. διαφορετικά συμπεριφέρεται ένα μέτωπο που αποτελείται από μη συνεκτική άμμο από ότι ένα με υπερστερεοποιημένη άργιλο). Επίσης, η μελέτη της επίδρασης της πίεσης των πόρων, καθώς και της διαδικασίας στερεοποίησης, είναι δυνατή μόνο με τη χρήση κατάλληλων αριθμητικών μοντέλων, ειδικά σε περιπτώσεις όπου χρησιμοποιούνται μέθοδοι διάνοιξης ασπίδας με χρήση πολφού ή πεπιεσμένου αέρα. Εξειδικευμένες αριθμητικές μέθοδοι είναι ιδιαίτερα χρήσιμες στην ανάλυση περίπλοκων συσχετισμών μεταξύ εδάφους και υποστήριξης, όπως είναι η περίπτωση βελτίωσης συνοχής εδάφους με εισπίεση ρευστοποιημένων κονιαμάτων (Duddeck, 1988).

### 3.6.3 Σήραγγες σε πετρώματα

Η συμπεριφορά των πετρωμάτων διαφέρει απ' αυτή των εδαφικών υλικών καθώς τα πετρώματα έχουν την ικανότητα να παραλαμβάνουν φορτία και να αυτουποστηρίζονται.

Έτσι, όταν δημιουργούνται υπόγεια ανοίγματα σε πετρώματα, η υποστήριξη δεν είναι απαραίτητο να τοποθετηθεί αμέσως μετά την εκσκαφή του μετώπου, αλλά μπορεί να τοποθετηθεί σε κάποια απόσταση από αυτό, και μετά την παρέλευση κάποιου χρονικού διαστήματος από την ολοκλήρωση της εκσκαφής (Αγιουτάντης, 2002).

Η ευστάθεια του ανοίγματος εξαρτάται τόσο από την ικανότητα παραλαβής φορτίων από το πέτρωμα όσο και από τη φέρουσα ικανότητα της υποστήριξης. Για να υπολογιστούν και να μελετηθούν οι μετατοπίσεις και οι τάσεις της συνδυασμένης κατασκευής πετρώματος-υποστήριξης, πρέπει να ληφθούν υπόψη τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά του μετώπου, καθώς και οι φάσεις εκσκαφής και τοποθέτησης της υποστήριξης. Σήμερα, η μελέτη τέτοιων προβλημάτων γίνεται με την κατασκευή περίπλοκων αριθμητικών μοντέλων τριών διαστάσεων (3D), τα οποία λαμβάνουν υπόψη τα στάδια και τους ρυθμούς εκσκαφής καθώς και τις φάσεις εφαρμογής της υποστήριξης. Επίσης, τα μοντέλα αυτά πρέπει να έχουν τη δυνατότητα επίλυσης μη-γραμμικών προβλημάτων σε σχέση και με τον χρόνο (Αγιουτάντης, 2002).

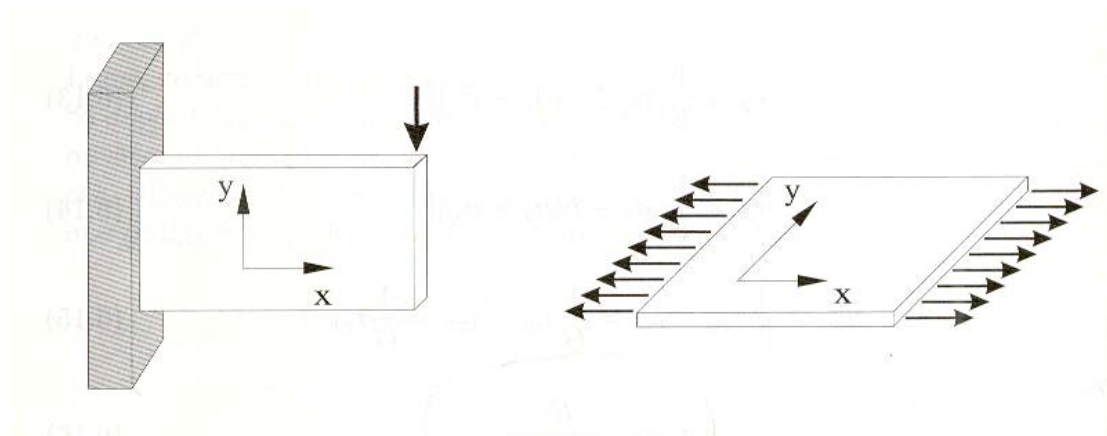
### 3.6.4 Ελαστική συμπεριφορά σε δύο διαστάσεις

Ο προσδιορισμός της εντατικής κατάστασης ενός σώματος για τις περισσότερες εφαρμογές είναι ένα δύσκολο τρισδιάστατο πρόβλημα. Σε αρκετές, όμως, περιπτώσεις προβλημάτων, που εξετάζονται από τη Μηχανική Πετρωμάτων (π.χ. υποστήριξη στοών, εντατική κατάσταση πρανών, θεμελιώσεις, κλπ), το γεωμετρικό σχήμα του σώματος και ο τρόπος φόρτισής του επιτρέπουν τη μελέτη σε δύο διαστάσεις ( $x, y$ ). Στις επόμενες παραγράφους εξετάζεται η περίπτωση της επίπεδης τάσης (plane stress), και της επίπεδης ανηγμένης παραμόρφωσης (plane strain), όπου ένα σώμα θεωρείται ότι βρίσκεται σε διαξονική ή επίπεδη εντατική κατάσταση. Και στις δύο περιπτώσεις, οι μόνες σημαντικές τάσεις και ανηγμένες παραμορφώσεις είναι αυτές που ανήκουν στο επίπεδο ( $x, y$ ) και εκφράζονται από τις σχέσεις (Αγιουτάντης, 2002):

$$\{\sigma\} = \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} \quad \text{και} \quad \{\varepsilon\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_{xy} \end{Bmatrix} \quad (3.6)$$

➤ Θεώρηση Επίπεδης Τάσης

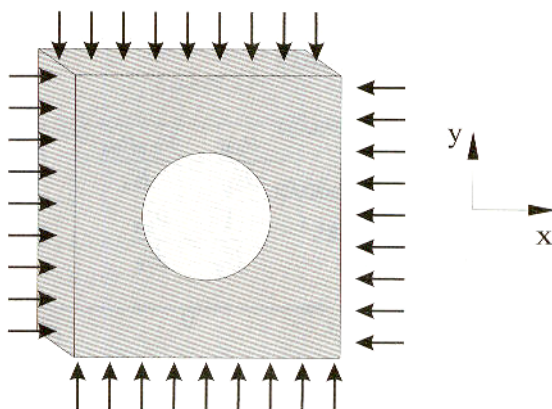
Στην περίπτωση που η τρίτη διάσταση ( $z$ ) ενός σώματος είναι πολύ μικρή σε σχέση με τις άλλες δύο (π.χ. λεπτή επίπεδη πλάκα) και τα φορτία που δέχεται το σώμα ανήκουν στο επίπεδο των δύο σημαντικών διαστάσεων (επίπεδο  $x, y$ ), μπορεί να θεωρηθεί ότι οι συνιστώσες τάσης κατά τον τρίτο άξονα είναι πολύ μικρές σε σύγκριση με τις συνιστώσες κατά το επίπεδο φόρτισης (Σχήμα 3.11). Η θεώρηση αυτή ονομάζεται θεώρηση της επίπεδης τάσης ή επίπεδης έντασης (plane stress idealization) (Αγιουτάντης, 2002).



Σχήμα 3.11: Παραδοχή επίπεδης τάσης (Αγιουτάντης, 2002)

➤ Θεώρηση Επίπεδης Παραμόρφωσης

Στην περίπτωση που η τρίτη διάσταση ( $z$ ) ενός σώματος δεν είναι μικρή, σε σύγκριση με τις άλλες δύο ( $x, y$ ), όπως θεωρήθηκε προηγουμένως, και τα φορτία που δέχεται το σώμα είναι πάνω στο επίπεδο ( $x, y$ ), τότε μπορεί να θεωρηθεί ότι η συνιστώσα του διανύσματος μετατοπίσεων ( $u$ ) είναι μηδενική κατά την τρίτη διάσταση ( $u_z = 0$  και επομένως  $\varepsilon_z = 0$ ) (Σχήμα 3.12), καθώς επίσης ότι τα διανύσματα μετατόπισης στο επίπεδο ( $x, y$ ) είναι ανεξάρτητα από την τρίτη διάσταση, δηλαδή  $u_x = f(x, y)$  και  $u_y = f(x, y)$ . Η θεώρηση αυτή ονομάζεται θεώρηση της επίπεδης ανηγμένης παραμόρφωσης ή θεώρηση της επίπεδης παραμόρφωσης (plane strain idealization) (Αγιουτάντης, 2002).



Σχήμα 3.12: Παραδοχή επίπεδης παραμόρφωσης (Αγιουτάντης, 2002)

### 3.7 Τύποι στατικών προβλημάτων

Γενικά διακρίνονται τρεις τύποι προβλημάτων τα οποία ζητείται να επιλυθούν με αριθμητικές μεθόδους (Αγιουτάντης, 2002):

- Τα προβλήματα συνοριακών τιμών (boundary value problems)
- Τα προβλήματα αρχικών τιμών (initial value problems)
- Τα μικτά προβλήματα (initial-boundary value problems)

Στην πρώτη περίπτωση, δίνεται η κατάσταση του πεδίου (σώματος) με την μορφή συνοριακών συνθηκών στα όρια του πεδίου και ζητείται η επίλυση του προβλήματος για όλο το πεδίο ή συγκεκριμένη περιοχή του πεδίου. Η μέθοδος πεπερασμένων στοιχείων αποτελεί μια κλασική μέθοδο για την επίλυση τέτοιων προβλημάτων (Αγιουτάντης, 2002).

Στην δεύτερη περίπτωση, δίνονται οι αρχικές τιμές (αρχικές συνθήκες) ενός προβλήματος και ζητείται να υπολογιστεί η κατάστασή του μετά από ορισμένο χρόνο ή ορισμένη μεταβολή της κατάστασής του (Αγιουτάντης, 2002).

Η τρίτη περίπτωση αποτελεί μικτή περίπτωση.

### 3.8 Δυναμικά προβλήματα

Τα δυναμικά προβλήματα είναι προβλήματα αρχικών τιμών τα οποία εξετάζονται σε στάδια, με την έννοια ότι οι αρχικές τιμές ενός σταδίου ( $n$ ) είναι οι τιμές που προέκυψαν από την επίλυση του προηγούμενου σταδίου ( $n-1$ ). Ένα πρόβλημα μπορεί να θεωρηθεί δυναμικό είτε όταν οι συνοριακές συνθήκες μεταβάλλονται με το χρόνο, είτε όταν η συμπεριφορά του ίδιου του υλικού μεταβάλλεται με το χρόνο (transient analysis) (Αγιουτάντης, 2002).

Η εύρεση των ιδιοσυχνοτήτων ενός σώματος (modal analysis), είναι επίσης ένα πρόβλημα που μπορεί να θεωρηθεί δυναμικό με την έννοια ότι η ταλάντωση ενός σώματος είναι ένα δυναμικό φαινόμενο. Αξίζει όμως να σημειωθεί ότι οι ιδιοσυχνότητες εξαρτώνται από την γεωμετρία και από το είδος του υλικού (ιδιότητες), και στην συγκεκριμένη περίπτωση από τις συνοριακές συνθήκες μετατόπισης.

Στην περίπτωση μιας δυναμικής ανάλυσης σε μια υπάρχουσα δομή, τα ακόλουθα τρία πρότυπα είναι τα πιο ενδιαφέροντα (Franchetti, 2002):

- *Χωρικό (ή φυσικό) πρότυπο*: αυτό το πρότυπο περιγράφει τη δομή με τη βοήθεια των φυσικών και γεωμετρικών του χαρακτηριστικών (π.χ. διανομή της μάζας, ακαμψία, ελάττωση του πλάτους ταλάντωσης).
- *Ιδιοσυχνότητες (modal)*: αυτό το πρότυπο περιγράφει τον τρόπο με τον οποίο η δομή δονείται φυσικά, για παράδειγμα χωρίς οποιαδήποτε εξωτερική δύναμη. Οι παράμετροι που περιγράφουν αυτό το πρότυπο είναι οι φυσικές συχνότητες, οι αντίστοιχες στατιστικές μορφές δόνησης και ο στατιστικός παράγοντας απόσβεσης.
- *Πρότυπο αντίδρασης*: αυτό το πρότυπο μπορεί να περιγράψει πώς και ειδικότερα μέχρι ποιο σημείο η δομή δονείται εάν τίθεται κάτω από τη διέγερση. Αυτό εξαρτάται όχι μόνο από τις ιδιότητες της δομής αλλά και από την φύση και το μέγεθος της διέγερσης.

Η θεωρητική διαδικασία για τον καθορισμό της συμπεριφοράς μιας δομής αρχίζει από τον καθορισμό του χωρικού προτύπου για να φθάσει στο πρότυπο αντίδρασης. Η πειραματική διαδικασία είναι αντίστροφη από την θεωρητική

(αντίστροφο πρόβλημα), αρχικά από τη γνώση της δυναμικής αντίδρασης μιας δομής, η πρόθεση είναι να παραχθεί ένα φυσικό πρότυπο που να μπορεί να ερμηνεύσει τη δομική συμπεριφορά την κατασκευής υπό όλες τις διαφορετικές δυναμικές συνθήκες (Franchetti, 2002).

Οι παράμετροι που περιγράφουν το στατιστικό πρότυπο της δομής λαμβάνονται από την ανάλυση στην περιοχή συχνοτήτων των σημαντικότερων επίκτητων σημάτων. Οι στατιστικές μορφές παράγονται για κάθε μια από τις χαρακτηριστικές συχνότητες (ιδιοσυχνότητες) των πρώτων τρόπων δόνησης των δομών (Franchetti, 2002).



## **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4**

### **ΜΗΧΑΝΙΚΑ ΚΥΜΑΤΑ - ΙΔΙΟΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ**

#### **4.1 Γενικά**

Το κεφάλαιο αυτό αναφέρεται στις ταλαντώσεις που επιβάλλονται στις δομές από τα μηχανικά κύματα και στις ιδιοσυχνότητες (φυσική ταλάντωση) του κάθε υλικού. Κάθε τέτοιο κύμα διαδίδεται μέσα σε κάποιο υλικό που ονομάζεται μέσο. Η ταχύτητα διάδοσης εξαρτάται από τις μηχανικές ιδιότητες του μέσου. Μερικά κύματα είναι περιοδικά και τα σωματίδια του μέσου υφίστανται μια περιοδική κίνηση κατά τη διάδοσή τους. Τα κύματα μεταφέρουν ενέργεια, αλλά όχι ύλη, από μια περιοχή του χώρου σε άλλη. Ένας σεισμός παράγει δύο είδη κυμάτων, τα πρωτεύοντα κύματα (κύματα P) και τα δευτερεύοντα κύματα (κύματα S). Τα κύματα P είναι διαμήκη κύματα (κύματα συμπίεσης) και διαδίδονται μέσα σε στερεά ή τηγμένα πετρώματα. Τα κύματα S είναι εγκάρσια κύματα (κύματα διάτμησης) και δεν περνούν μέσα από τα τηγμένα υλικά του πυρήνα της Γης. Ο σεισμός θεωρείται μια διεγείρουσα δύναμη που ωθεί τις δομές σε εξαναγκασμένη ταλάντωση. Στο τέλος του κεφαλαίου αναπτύσσεται η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων για την μελέτη της ταλάντωσης γραμμικών φορέων και αναλύεται το ιδιοπρόβλημα του συστήματος και ο ρόλος της ιδιοταλάντωσης.

#### **4.2 Εξαναγκασμένες ταλαντώσεις και συντονισμός**

Γενικά, είναι δυνατόν να διατηρηθεί μια ταλάντωση με σταθερό πλάτος σε έναν αρμονικό ταλαντωτή με απόσβεση (π.χ. επένδυση σήραγγας) εάν εφαρμοστεί

μια δύναμη που μεταβάλλεται περιοδικά με τον χρόνο, με καθορισμένη περίοδο και συχνότητα. Αυτή η πρόσθετη δύναμη ονομάζεται διεγείρουσα δύναμη (π.χ. σεισμικό γεγονός) (Young, 1992).

Η γωνιακή συχνότητα της διεγείρουσας δύναμης ονομάζεται  $\omega_d$ . Δεν είναι κατ'ανάγκη ίση με την γωνιακή συχνότητα  $\omega'$  (ιδιοσυχνότητα:  $f' = \omega' / 2\pi$ ) με την οποία το σύστημα θα ταλαντευόταν ελεύθερο χωρίς διεγείρουσα δύναμη. Όταν ασκείται μια περιοδική διεγείρουσα δύναμη, η μάζα μπορεί να εκτελέσει περιοδική κίνηση με την ίδια γωνιακή συχνότητα  $\omega_d$  που έχει η διεγείρουσα δύναμη. Αυτή η κίνηση ονομάζεται εξαναγκασμένη ταλάντωση, και διαφέρει από την περίπτωση όπου το σύστημα τίθεται απλώς σε κίνηση και μετά αφήνεται ελεύθερο να ταλαντώνεται με την φυσική συχνότητα  $\omega'$  η οποία καθορίζεται από τα  $m$ ,  $k$  σε απλή αρμονική ταλάντωση χωρίς απόσβεση (θεωρητική περίπτωση) (Σχέση 4.1) και από το  $b$  όταν υπάρχει απόσβεση (πρακτική περίπτωση) (Σχέση 4.2) (Young, 1992):

$$\omega' = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (4.1)$$

όπου:

$k$  = ο συντελεστής ταλάντωσης του μέσου

$m$  = η μάζα του μέσου

Οι μονάδες αυτής της ποσότητας είναι rad/s

$$\omega' = \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{b^2}{4m^2}} \quad (4.2)$$

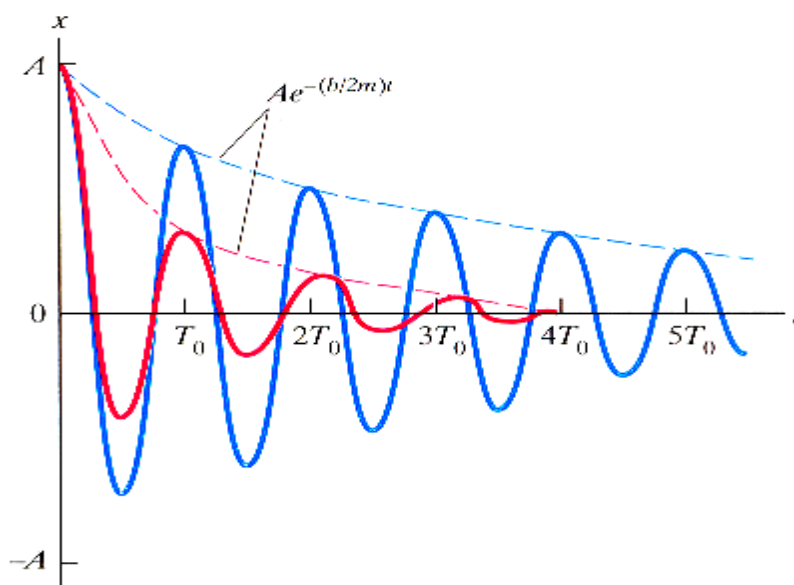
όπου:

$b$  = η σταθερά που περιγράφει το πόσο μεγάλη είναι η δύναμη απόσβεσης

Αν η δύναμη απόσβεσης είναι σχετικά μικρή και δοθεί αρχική μετατόπιση στο σώμα  $A$ , η κίνηση περιγράφεται από την σχέση (4.3) (Young, 1992):

$$x = Ae^{-(b/2m)t} \cos \omega't \quad (4.3)$$

Η κίνηση που περιγράφεται από την σχέση (4.3), διαφέρει από την περίπτωση που δεν υπάρχει απόσβεση ως προς δύο σημεία. Πρώτον, το πλάτος  $Ae^{-(b/2m)t}$ , δεν είναι σταθερό, αλλά ελαττώνεται με την πάροδο του χρόνου λόγω του εκθετικού παράγοντα  $e^{-(b/2m)t}$ . Όσο μεγαλύτερη είναι η τιμή του  $b$ , τόσο γρηγορότερα μειώνεται το πλάτος. Το σχήμα 4.1 απεικονίζει τη γραφική παράσταση της εξίσωσης (4.3) για δύο διαφορετικές τιμές της σταθεράς  $b$  (Young, 1992). Οι παραστάσεις δείχνουν την αποσβενόμενη αρμονική κίνηση. Η περίοδος όταν δεν υπάρχει απόσβεση ( $b=0$ ) είναι  $T_0$ . Η μπλε καμπύλη δείχνει την κίνηση όταν  $b = 0,1\sqrt{km}$  και η κόκκινη καμπύλη όταν  $b = 0,4\sqrt{km}$ . Το πλάτος μειώνεται πιο γρήγορα για την μεγαλύτερη τιμή του  $b$ . Προσεκτική παρατήρηση των σημείων όπου οι καμπύλες τέμνουν τον άξονα  $t$  αποκαλύπτει επίσης μια ελάχιστη αύξηση της περιόδου με αυξανόμενο  $b$  (Young, 1992).



Σχήμα 4.1: Γραφικές παραστάσεις αποσβενόμενης κίνησης (Young, 1992)

Δεύτερον, η γωνιακή συχνότητα  $\omega'$ , που δίνεται από την εξίσωση (4.2) δεν είναι ίση με την τιμή που προκύπτει από τη σχέση (4.1) αλλά λίγο μικρότερη, ενώ μηδενίζεται όταν το  $b$  γίνει τόσο μεγάλο ώστε (Young, 1992):

$$\frac{k}{m} - \frac{b^2}{4m^2} = 0, \text{ ή } b = 2\sqrt{km} \quad (4.4)$$

Όταν το  $b$  ξεπερνά αυτή την τιμή, το σύστημα δεν ταλαντώνεται πια, αλλά επανέρχεται στην κατάσταση ισορροπίας του χωρίς ταλάντωση. Η κατάσταση στην οποία βρίσκεται το σύστημα και περιγράφεται από τη σχέση (4.4) ονομάζεται κρίσιμη απόσβεση. Η απουσία ταλάντωσης στην κίνηση που προκύπτει όταν το  $b$  είναι ακόμα μεγαλύτερο ονομάζεται υπεραπόσβεση (Young, 1992).

Όταν η γωνιακή συχνότητα της διεγείρουσας δύναμης είναι περίπου ίση με την φυσική γωνιακή συχνότητα  $\omega'$  του συστήματος, αυτό εξαναγκάζεται σε ταλάντωση με συχνότητα κοντά στη συχνότητα που θα είχε ακόμα και χωρίς διεγείρουσα δύναμη. Το πλάτος της ταλάντωσης που προκύπτει αναμένεται τότε να είναι μεγαλύτερο από εκείνο που αντιστοιχεί στην περίπτωση όπου δύο συχνότητες είναι αρκετά διαφορετικές. Η ευκολότερη περίπτωση που μπορεί να αναλυθεί είναι αυτή της ημιτονοειδούς μεταβαλλόμενης δύναμης, όπως η  $F_x = F_{\max} \sin \omega_d t$ , όπου η  $\omega_d$  δεν είναι κατ'ανάγκη ίση με την φυσική γωνιακή συχνότητα  $\omega'$  του συστήματος, που δίνεται από την σχέση (4.2). Αν μεταβληθεί η γωνιακή συχνότητα  $\omega_d$  της διεγείρουσας δύναμης, το πλάτος της εξαναγκασμένης ταλάντωσης που προκύπτει μεταβάλλεται όπως φαίνεται στο σχήμα 4.2. Όταν υπάρχει πολύ μικρή απόσβεση (μικρό  $b$ ), το πλάτος περνά από μια οξεία κορυφή καθώς η διεγείρουσα γωνιακή συχνότητα  $\omega_d$  πλησιάζει τη φυσική γωνιακή συχνότητα  $\omega'$ . Όταν αυξάνεται η απόσβεση (μεγαλύτερο  $b$ ), η κορυφή γίνεται πιο φαρδιά, με μικρότερο ύψος και μετατοπίζεται προς τις χαμηλές συχνότητες. Οι μονάδες στον οριζόντιο άξονα δίνονται από τον λόγο  $\omega_d$  προς τη γωνιακή συχνότητα του ιδίου ταλαντωτή χωρίς απόσβεση,  $\omega = \sqrt{k/m}$ . Η κάθε καμπύλη περιγράφεται από την τιμή της αδιάστατης ποσότητας  $b/\sqrt{km}$  η οποία και χαρακτηρίζει τον βαθμό απόσβεσης. Η υψηλότερη καμπύλη έχει  $b = 0,2\sqrt{km}$ , η επόμενη έχει  $b = 0,4\sqrt{km}$ , κ.ο.κ. Όταν το  $b$  είναι μεγαλύτερο του  $2\sqrt{km}$ , η κορυφή εξαφανίζεται τελείως (Young, 1992).

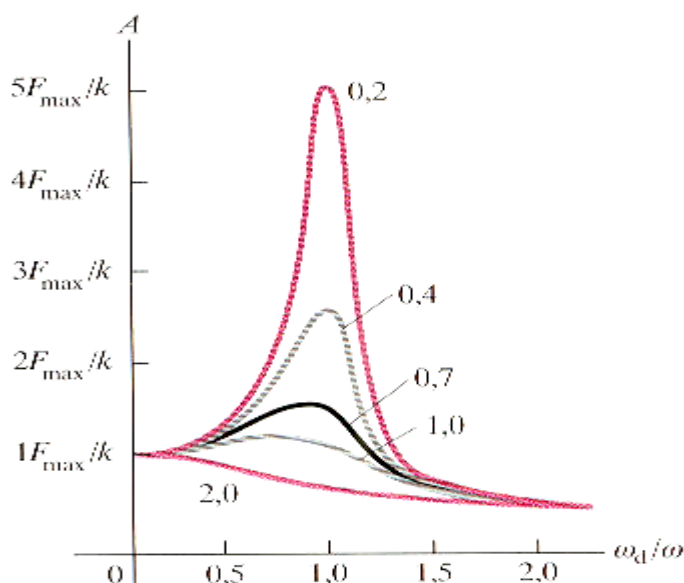
Η έκφραση που δείχνει τον τρόπο με τον οποίο το πλάτος  $A$  της εξαναγκασμένης ταλάντωσης εξαρτάται από την συχνότητα μιας ημιτονοειδούς

μεταβαλλόμενης διεγείρουσας δύναμης, με μέγιστη τιμή την  $F_{\max}$ , είναι (Young, 1992):

$$A = \frac{F_{\max}}{\sqrt{(k - m\omega_d^2)^2 + b^2\omega_d^2}} \quad (4.5)$$

Όταν  $k - m\omega_d^2 = 0$ , ο πρώτος όρος μέσα στην τετραγωνική ρίζα έχει τιμή μηδέν, και έτσι το  $A$  έχει μέγιστο κοντά στην τιμή  $\omega_d = (k/m)^{1/2}$ . Το ύψος της καμπύλης σε αυτό το σημείο είναι ανάλογο του  $1/b$ , ενώ όσο μικρότερη είναι η απόσβεση, τόσο υψηλότερη είναι η κορυφή. Στην ακραία περίπτωση της χαμηλής συχνότητας, όταν  $\omega_d = 0$ , έχουμε  $A = F_{\max}/k$ . Αυτή αντιστοιχεί σε σταθερή δύναμη  $F_{\max}$  και σε σταθερή μετατόπιση  $A = F_{\max}/k$  από την θέση ισορροπίας.

Το γεγονός ότι εμφανίζεται ένα μέγιστο στην καμπύλη του πλάτους όταν οι διεγείρουσες συχνότητες είναι κοντά στην φυσική συχνότητα του συστήματος ονομάζεται συντονισμός. Εάν η συχνότητα της δύναμης είναι ακριβώς ίση προς την συχνότητα του συστήματος και εάν δεν υπάρχει τριβή ή άλλος μηχανισμός κατανάλωσης ενέργειας, τότε η δύναμη προσθέτει συνεχώς ενέργεια στο σύστημα και το πλάτος αυξάνει απεριόριστα (Young, 1992).



Σχήμα 4.2: Γραφική παράσταση του πλάτους  $A$  για μια εξαναγκασμένη ταλάντωση που εκτελεί ένας αποσβενόμενος αρμονικός ταλαντωτής συναρτήσει της γωνιακής συχνότητας  $\omega_d$  της διεγείρουσας δύναμης (Young, 1992)

**Μαθηματική προσέγγιση**

Έστω ότι ένα μονοβάθμιο (δηλαδή με ένα βαθμό ελευθερίας) μηχανικό σύστημα υποβάλλεται στην αρμονική εξωτερική διέγερση:

$$P(t) = P_o \sin \Omega t \quad (4.6)$$

όπου:

$P_o$  = το πλάτος της ταλάντωσης

$\Omega$  = η κυκλική συχνότητα

Η προκύπτουσα εξαναγκασμένη ταλάντωση θα περιγράφεται από την εξίσωση:

$$m\ddot{u}(t) + c\dot{u}(t) + ku(t) = P_o \sin \Omega t \quad (4.7)$$

της οποίας θα βρεθεί η λύση για μηδενικές αρχικές συνθήκες  $\dot{u}(t) = u(t) = 0$ .

Με το μετασχηματισμό του Laplace, από την σχέση (4.7) προκύπτει η εικόνα της λύσης (Αναστασιάδης, 1983):

$$\bar{u}(t) = \frac{P_o}{m} \frac{\Omega}{\left[(s + \zeta\omega)^2 + \omega_d^2\right](s^2 + \Omega^2)} \quad (4.8)$$

όπου:

$\omega = \sqrt{k/m}$ , η ιδιοσυχνότητα του συστήματος

$\omega_d = \omega\sqrt{1 - \zeta^2}$ , και

$c = \zeta c_{kp} = 2m\omega\zeta$ , η απόσβεση.

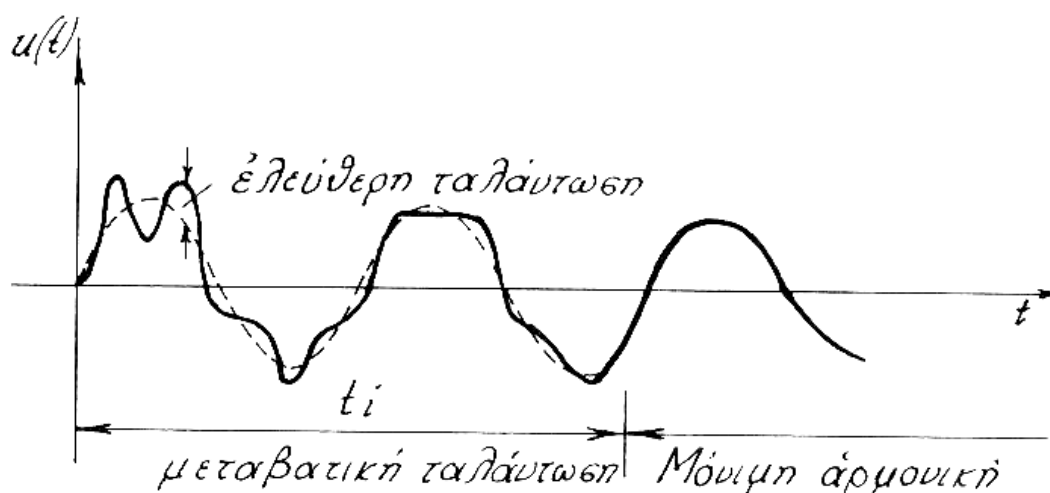
Με αντιστροφή της παραπάνω εικόνας προκύπτει η λύση:

$$u(t) = \frac{\Omega}{(\omega^2 - \Omega^2)^2 + 4\zeta^2\omega^2\Omega^2} \left[ \left( \frac{\omega^2 - \Omega^2}{\Omega} \sin \Omega t - 2\zeta\omega \cos \Omega t \right) - e^{-\zeta\omega t} \left( \frac{\omega_d^2 - \zeta^2\omega^2 - \Omega^2}{\omega_d} \sin \omega_d t - 2\zeta\omega \cos \omega_d t \right) \right] \quad (4.9)$$

η οποία αποτελείται από δύο μέρη (Αναστασιάδης, 1983):

- το πρώτο, μέσα στην πρώτη παρένθεση, που οφείλεται άμεσα στην εξωτερική διέγερση και
- το δεύτερο, μέσα στην δεύτερη παρένθεση, που οφείλεται σε ελεύθερη ταλάντωση του συστήματος (με μηδενικές αρχικές συνθήκες).

Όπως φαίνεται στο σχήμα 4.3, το οφειλόμενο σε ελεύθερη ταλάντωση τμήμα της κίνησης, μειώνεται προοδευτικά και έπειτα από χρόνο  $t_i$  πρακτικά μηδενίζεται και η ταλάντωση παίρνει τη μόνιμη μορφή της, ενώ στο διάστημα  $(0, t_i)$  λέγεται μεταβατική.



Σχήμα 4.3: Μεταβατική και μόνιμη αρμονική ταλάντωση (Αναστασιάδης, 1983)

Στη συνέχεια με  $u(t)$  θα συμβολίζεται η μόνιμη αρμονική ταλάντωση, δηλαδή:

$$u(t) = \frac{p_o}{m} \frac{\Omega}{(\omega^2 - \Omega^2)^2 + 4\zeta^2 \omega^2 \Omega^2} \left( \frac{\omega^2 - \Omega^2}{\Omega} \sin \Omega t - 2\zeta \omega \cos \Omega t \right) \quad (4.10)$$

η οποία ισχύει για  $t > t_i$ . Η λύση αυτή με τις αντικαταστάσεις,  $m = k / \omega^2$ , και  $r = \Omega / \omega$ , και έπειτα από τριγωνομετρικό μετασχηματισμό απλουστεύεται ως εξής (Αναστασιάδης, 1983):

$$u(t) = \rho \sin(\Omega t - \varphi) \quad (4.11)$$

όπου:

$$\rho = \frac{P_o}{k} \left[ (1 - r^2)^2 + (2\zeta r)^2 \right]^{-1/2}, \text{ το πλάτος της ταλάντωσης}$$

$\varphi = \text{Arctg} \frac{2\zeta r}{1 - r^2}$ , η γωνία φάσης μεταξύ της εξωτερικής διεγέρσεως  $P_o \sin \Omega t$  και της αποκρίσεως  $u(t)$ .

Το μέγεθος:

$$D = \frac{\rho}{P_o / k} = \frac{1}{\sqrt{(1 - r^2)^2 + (2\zeta r)^2}} \quad (4.12)$$

λέγεται δυναμικός συντελεστής και επειδή το πηλίκο  $P_o / k$  παριστάνει τη στατική μετακίνηση  $u_{st}$  του συστήματος, η σχέση (4.11) γράφεται:

$$u(t) = u_{st} D \sin(\Omega t - \varphi) \quad (4.13)$$

Από τη λύση της σχέσης (4.11) γίνεται ο υπολογισμός της ελαστικής δύναμης:

$$P_s(t) = ku(t) = k \rho \sin(\Omega t - \varphi) \quad (4.14)$$

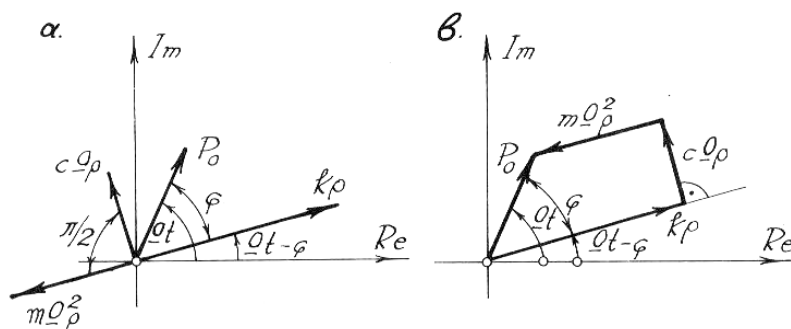
και με διαδοχικές παραγωγίσεις της δύναμης απόσβεσης και αδράνειας αντίστοιχα:

$$P_d(t) = c\dot{u}(t) = (c\Omega\rho) \cos(\Omega t - \varphi) = (c\Omega\rho) \sin\left(\frac{\pi}{2} + \Omega t - \varphi\right) \quad (4.15)$$

$$P_a(t) = m\ddot{u}(t) = -(m\Omega^2\rho) \sin(\Omega t - \varphi) = (m\Omega^2\rho) \sin\left(\frac{\pi}{2} + \Omega t - \varphi\right) \quad (4.16)$$



Στο σχήμα 4.4α φαίνεται η διανυσματική παράσταση των δυνάμεων αυτών και της εξωτερικής διέγερσης  $P_o \sin \Omega t$ , ενώ στο σχήμα 4.4β φαίνεται το «δυναμοπολύγωνο» ισορροπίας τους. Κατά την κίνηση, όλα τα διανύσματα στρέφονται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα  $\Omega$  γύρω από την αρχή, ενώ οι προβολές τους πάνω στο φανταστικό άξονα ( $I_m$ ) δίνουν τα πραγματικά τους μεγέθη (Αναστασιάδης, 1983).



Σχήμα 4.4: Διανυσματική παράσταση δυνάμεων κατά τη μόνιμη αρμονική ταλάντωση (Αναστασιάδης, 1983)

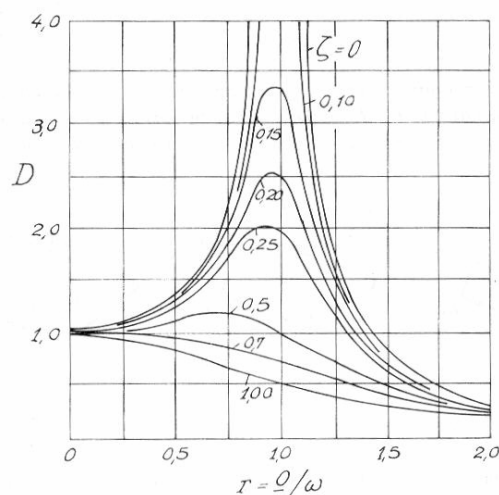
Ιδιαίτερο πρακτικό ενδιαφέρον παρουσιάζει η μεταβολή του δυναμικού συντελεστή  $D$ , συναρτήσει του λόγου  $r$  και του ποσοστού αποσβέσεως  $\zeta$ . Από το σχήμα 4.5, στο οποίο σχεδιάστηκαν οι καμπύλες  $D(r)$  για τα διάφορα ποσοστά απόσβεσης, βγαίνουν τα παρακάτω συμπεράσματα (Αναστασιάδης, 1983):

- Για πολύ μικρές και πολύ μεγάλες τιμές του  $r$  το πλάτος της ταλάντωσης επηρεάζεται αρκετά από την απόσβεση.
- Για τιμές του  $r$  κοντά στην μονάδα η επιρροή της αποσβέσεως πάνω στο πλάτος ταλάντωσης είναι εντονότατη.

Ειδικότερα για  $r=1$  προκύπτει:

$$D(1) = \frac{1}{2\zeta} \quad (4.17)$$

και για μηδενική απόσβεση ο δυναμικός συντελεστής  $D$  τείνει στο άπειρο, οπότε πρόκειται για το φαινόμενο του συντονισμού όπως προαναφέρθηκε.



Σχήμα 4.5: Μεταβολή του δυναμικού συντελεστή (Αναστασιάδης, 1983)

Η παραπάνω ανάλυση του φαινομένου του συντονισμού βασίστηκε στην σχέση (4.10) της μόνιμης αρμονικής ταλάντωσης. Κατά το αρχικό όμως χρονικό διάστημα  $(0, t_i)$  της μεταβατικής ταλαντώσεως (σχήμα 4.3) ισχύει η σχέση (4.9), που για  $\omega = \Omega$  γίνεται:

$$u(t) = \frac{1}{2\zeta} \frac{P_0}{k} \left[ e^{-\zeta\omega t} \left( \frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} \sin \omega_d t + \cos \omega_d t \right) - \cos \omega t \right] \quad (4.18)$$

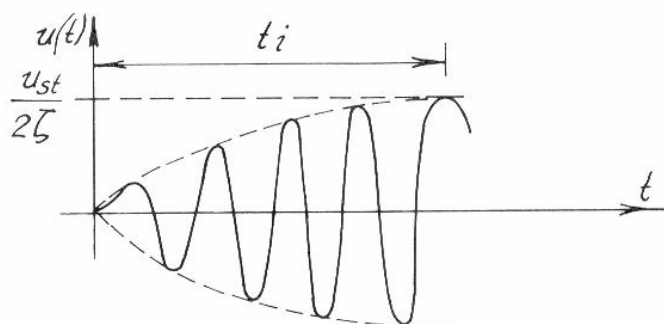
Στην σχέση αυτή, για τα συνήθη μικρά ποσοστά αποσβέσεως, η συνεισφορά του ημιτονικού όρου είναι ασήμαντη και  $\omega \approx \omega_d$ , οπότε τελικά:

$$u(t) \approx \frac{u_{st}}{2\zeta} (e^{-\zeta\omega t} - 1) \cos \omega t \quad (4.19)$$

Στο σχήμα 4.6 φαίνεται η παραπάνω λύση κατά το στάδιο της μεταβατικής ταλάντωσης. Τα πλάτη ταλάντωσης αυξάνουν προοδευτικά μέχρι την τιμή  $u_{st}/2\zeta$ , η οποία στη συνέχεια, κατά το στάδιο της μόνιμης πια αρμονικής ταλάντωσης, παραμένει σταθερή (βλ. σχέση 4.17) (Αναστασιάδης, 1983).

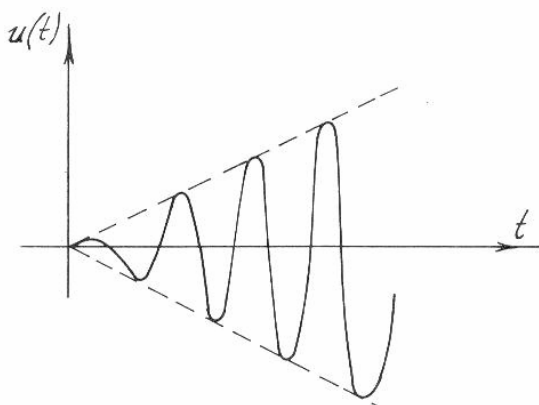
Για μηδενική απόσβεση η σχέση (4.18), παίρνει απροσδιόριστη μορφή εφαρμόζοντας όμως τον κανόνα L'HOSPITAL προκύπτει η λύση:

$$u(t) = \frac{u_{st}}{2} (\sin \omega t - \omega t \cos \omega t) \quad (4.20)$$



Σχήμα 4.6: Συντονισμένη ταλάντωση με απόσβεση κατά το μεταβατικό στάδιο (Αναστασιάδης, 1983)

της οποίας η γραφική παράσταση φαίνεται στο σχήμα 4.7. Στην θεωρητική αυτή περίπτωση τα πλάτη ταλάντωσης αυξάνουν απεριόριστα και τείνουν στο άπειρο.



Σχήμα 4.7: Συντονισμένη ταλάντωση χωρίς απόσβεση (Αναστασιάδης, 1983)

### 4.3 Αποσβέσεις – Ισοδύναμη ιξώδης απόσβεση

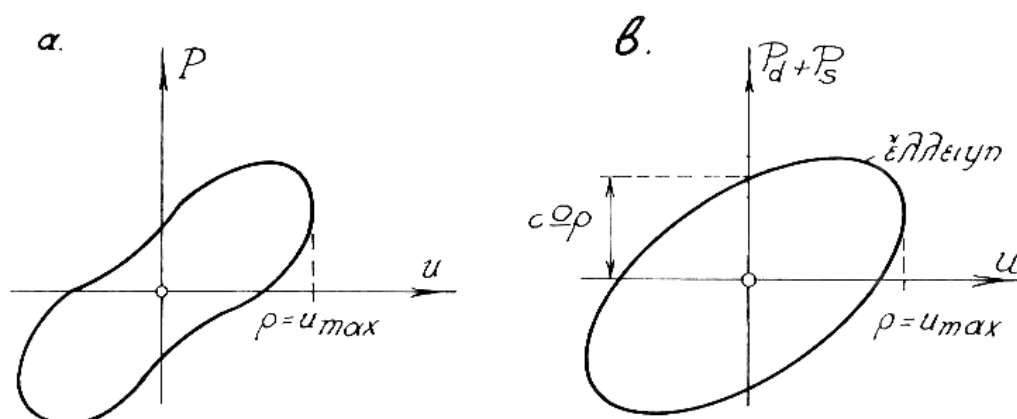
Με τον όρο απόσβεση χαρακτηρίζονται κάθε μορφής και προέλευσης αντιστάσεις και τριβές, που αντιτάσσονται στην ταλάντωση των κατασκευών, με αποτέλεσμα την προοδευτική αφαίρεση μηχανικής ενέργειας από το σύστημα και τη μετατροπή της σε άλλες μορφές ενέργειας (π.χ. θερμότητα). Πρόκειται για σύνθετο φαινόμενο, που εμφανίζεται με πολλές μορφές στο ίδιο πρόβλημα και γενικά είναι μη γραμμικό (Αναστασιάδης, 1983).

Ποιοτικά η απόσβεση διακρίνεται σε εσωτερική και εξωτερική. Η πρώτη οφείλεται στην ανελαστικότητα και ισοελαστικότητα του υλικού, σε ανελαστικές μοριακές ολισθήσεις (τριβές) και σε μεγάλες πλαστικές παραμορφώσεις. Η δεύτερη

οφείλεται στην αντίσταση του αέρα, στις τριβές μεταξύ των δομικών στοιχείων της κατασκευής και στις τριβές ανάμεσα στην θεμελίωση και το έδαφος (Αναστασιάδης, 1983).

Κοινό χαρακτηριστικό γνώρισμα όλων των τύπων εσωτερικής αποσβέσεως είναι ο σχηματισμός του λεγόμενου βρόχου υστερήσεως στο διάγραμμα  $P-u$  κυκλικής φορτίσεως του υλικού ή της κατασκευής ( $P$  = δύναμη,  $u$  = μετατόπιση). Η επιφάνεια του βρόχου είναι ίση με την απορροφούμενη ενέργεια σε κάθε κύκλο ταλάντωσης (Αναστασιάδης, 1983).

Η απόσβεση χαρακτηρίζεται σαν ιξώδης, όταν η επιφάνεια του βρόχου υστερήσεως εξαρτάται από την συχνότητα της κυκλικής φορτίσεως (Σχήμα 4.8). Η ιξώδης απόσβεση αποδίδεται στην ανελαστικότητα και ιξοελαστικότητα των υλικών. Ειδικότερα, εάν ο βρόχος υστέρησης είναι έλλειψη, η απόσβεση λέγεται γραμμική (ιξώδης) (Σχήμα 4.8β) (Αναστασιάδης, 1983).



Σχήμα 4.8: Ιξώδης απόσβεση α) Μη γραμμική, β) Γραμμική (Αναστασιάδης, 1983)

Για μόνιμη αρμονική ταλάντωση θα ισχύει:

$$u(t) = \rho \sin(\Omega t - \varphi) \text{ και}$$

$$P_d(t) = c\dot{u}(t) = c\Omega\rho \cos(\Omega t - \varphi)$$

Από τις σχέσεις αυτές εύκολα προκύπτει με απαλοιφή των τριγωνομετρικών αριθμών η παρακάτω σχέση:

$$\frac{u^2}{\rho^2} + \frac{P_d^2}{(c\Omega\rho)^2} = 1 \quad (4.21)$$

που παριστάνει έλλειψη, με άξονες  $\rho$ ,  $c\Omega\rho$  και εμβαδόν  $\bar{W}_d = \pi c\Omega\rho^2$ . Εάν στην δύναμη απόσβεσης προστεθεί και η ελαστική δύναμη  $P_s = ku$ , που μεταβάλλεται γραμμικά με την μετατόπιση  $u$ , τελικά προκύπτει το διάγραμμα της λοξής έλλειψης του σχήματος 4.8β.

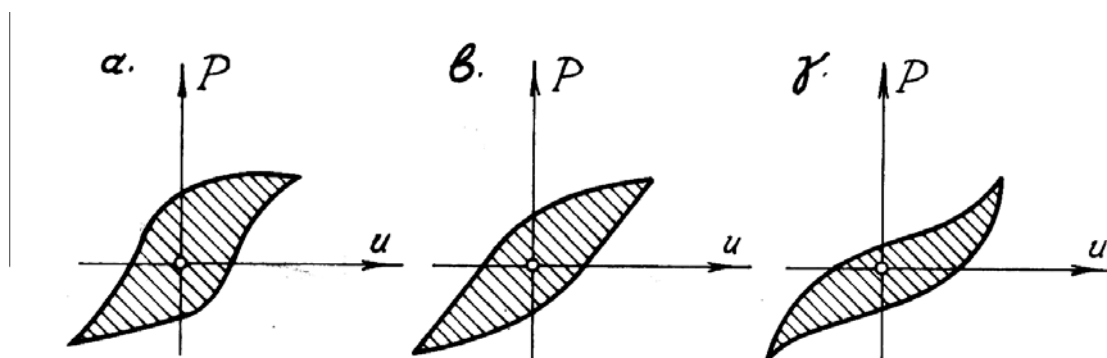
Η απόσβεση χαρακτηρίζεται σαν υστερητική ή δομική, όταν η επιφάνεια του βρόχου υστέρησης είναι ανεξάρτητη από την συχνότητα  $\Omega$  της κυκλικής φόρτισης. Στο σχήμα 4.9 φαίνονται ορισμένες χαρακτηριστικές μορφές υστερητικών βρόχων αυτού του τύπου, που ξεχωρίζουν από τους προηγούμενους με τις οξείες γωνίες που παρουσιάζουν στα άκρα τους. Η υστερητική απόσβεση οφείλεται στις πλαστικές παραμορφώσεις και έχει ιδιαίτερη σημασία στην αντισεισμική μελέτη των κατασκευών. Η επιφάνεια του υστερητικού βρόχου δίδεται από τον τύπο (Αναστασιάδης, 1983):

$$W_d = h\rho^2 \quad (4.22)$$

όπου:

$\rho$  = το πλάτος ταλάντωσης

$h$  = η σταθερά απόσβεσης (υστερητικής)



Σχήμα 4.9: Υστερητική ή δομική απόσβεση (Αναστασιάδης, 1983)

Η γραμμικοποίηση του φαινομένου της απόσβεσης γίνεται με την πλασματική εξομοίωση του πραγματικού βρόχου υστέρησης με έλλειψη ίσου εμβαδού (Σχήμα 4.10α). Για το σκοπό αυτό η κατασκευή υποβάλλεται σε μόνιμη αρμονική ταλάντωση πλάτους  $\rho$  και συχνότητας  $\Omega$ , ίσης με την ιδιοσυχνότητα της  $\omega$  (πείραμα συντονισμού). Στη συνέχεια σχεδιάζεται το διάγραμμα  $P-u$  της κυκλικής

φορτίσεως, στο οποίο θα ισχύει  $P = P_d$ , λόγω συντονισμού. Εάν  $W_d$  είναι το εμβαδόν του προκύπτοντος πραγματικού βρόχου υστερήσεως και  $\bar{W}_d = \pi c \omega \rho^2$  το εμβαδόν της πλασματικής ελλείψεως από την σχέση (4.21), θα ισχύει:

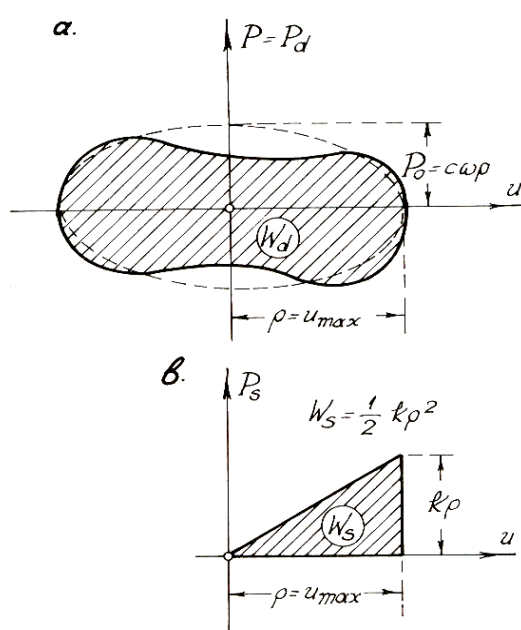
$$\bar{W}_d = \pi c \omega \rho^2 = W_d \text{ και άρα } c = \frac{W_d}{\pi \omega \rho^2} \quad (4.23)$$

Με τον παραπάνω συντελεστή εκφράζεται η λεγόμενη ισοδύναμη ιξώδης απόσβεση, η οποία είναι γραμμική και διευκολύνει το μαθηματικό χειρισμό του προβλήματος. Αλλά και το αντίστοιχο ποσοστό απόσβεσης  $\zeta = c / c_{kp}$ , μπορεί να υπολογιστεί άμεσα με την βοήθεια της ενέργειας παραμόρφωσης  $W_s$  (Σχήμα 4.10β). Θα ισχύει:

$$c_{kp} = \frac{2k}{\omega} = 4 \frac{W_s}{\omega \rho^2} \quad (4.24)$$

και με αντικατάσταση των τιμών  $c$  και  $c_{kp}$  στην σχέση (4.24):

$$\zeta = \frac{W_d}{4\pi W_s} \quad (4.25)$$



Σχήμα 4.10: Ισοδύναμη ιξώδης απόσβεση (Αναστασιάδης, 1983)

## 4.4 Ταλάντωση με την μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων

Σε αυτή την ενότητα αναπτύσσεται η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων για την μελέτη της ταλάντωσης γραμμικών φορέων. Σαν γραμμικός φορέας θεωρείται μια ευθύγραμμη (ή και καμπυλόγραμμη) πρισματική δοκός που τα πεπερασμένα στοιχεία στα οποία διαιρείται είναι και αυτά ευθύγραμμοι δοκοί με μήκος  $l$ . Κάθε στοιχείο, όπως και ολόκληρη η δοκός στην οποία ανήκει, μπορεί να υφίσταται ποικίλες επιπονήσεις εφελκυσμό ή θλίψη, κάμψη ή στρέψη κτλ. Οι μετακινήσεις του στοιχείου που προκύπτουν εκφράζονται προσεγγιστικά με αντίστοιχες συναρτήσεις μορφής ή παρεμβολής.

Οι συναρτήσεις αυτές θα πρέπει (Αναστασιάδης, 1983):

- Να ικανοποιούν τις γεωμετρικές συνοριακές συνθήκες του στοιχείου.
- Να είναι επαρκώς παραγωγίσιμες, ώστε να είναι δυνατός ο υπολογισμός της ενέργειας παραμορφώσεως του στοιχείου.

Οι συνθήκες αυτές είναι δυνατόν να ικανοποιηθούν από συναρτήσεις της μορφής:

$$\varphi(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n \quad (4.26)$$

των οποίων οι σταθερές  $a_0, a_1, \dots$  υπολογίζονται ανάλογα με το είδος της καταπόνησης και τις αντίστοιχες συνοριακές συνθήκες του στοιχείου. Όταν η συνάρτηση είναι πρώτου βαθμού το στοιχείο λέγεται γραμμικό, ενώ για συνάρτηση δευτέρου ή τρίτου βαθμού λέγεται τετραγωνικό ή κυβικό αντίστοιχα.

### 4.4.1 Αξονική ταλάντωση

Έστω δοκός με μεταβλητή διατομή (Σχήμα 4.11α), η οποία υποδιαιρείται σε στοιχεία σταθερού μήκους  $l$ , μάζας  $m(x)$  και η δύναμη που εξασκείται  $F(x)$  σε κάθε στοιχείο να θεωρούνται σταθερά σε όλο το μήκος του (Σχήμα 4.11β). Έτσι προκύπτει η ακολουθία στοιχείων του σχήματος 4.11γ, τα οποία μεταξύ τους συνδέονται με τους κόμβους  $1, 2, \dots$ .

Κατά την αξονική ταλάντωση της δοκού, λόγω της διεγέρσεως  $\bar{p} = (x, t)$ , οι κόμβοι  $1, 2, \dots$  θα εμφανίζουν αξονικές μετατοπίσεις  $u_1(t), u_2(t), \dots$  οι οποίες θα είναι ίσες με τις μετατοπίσεις των άκρων των στοιχείων. Τα μεγέθη  $u_i(t)$  λέγονται γενικευμένες συντεταγμένες του συστήματος, γιατί με αυτές μπορεί να εκφραστεί η κίνηση σε κάθε σημείο. Η μετατόπιση σε ένα ενδιάμεσο σημείο του στοιχείου (1,2)  $u_i(x, t) = u_1(t)\varphi_1(x) + u_2(t)\varphi_2(x)$  γράφεται προσεγγιστικά:

$$u_i(x, t) = u_1(t)\varphi_1(x) + u_2(t)\varphi_2(x) \quad (4.27)$$

όπου  $\varphi_1$  και  $\varphi_2$  οι άγνωστες συναρτήσεις μορφής ή παρεμβολής του στοιχείου. Αυτές θα πρέπει να διαθέτουν πρώτη παράγωγο για τον υπολογισμό της ενέργειας της αξονικής παραμόρφωσης του στοιχείου, και να ικανοποιούν τις δύο συνοριακές συνθήκες (Αναστασιάδης, 1983):

$$u(0, t) = u_1(t) \quad \text{και} \quad u(l, t) = u_2(t)$$

Οι παραπάνω απαιτήσεις ικανοποιούνται από τις πολυωνμικές συναρτήσεις της σχέσης (4.26) για  $n \geq 1$ , οπότε για  $n = 1$  θα ισχύει:

$$\varphi_i(x) = a_{0i} + a_{1i}x, \quad i = 1, 2$$

Αλλά από την πρώτη συνοριακή συνθήκη, σε συνδυασμό με την σχέση (4.27), προκύπτει:

$$\varphi_1(0) = 1 \quad \varphi_2(0) = 0$$

και από την δεύτερη:

$$\varphi_1(l) = 0 \quad \varphi_2(l) = l$$

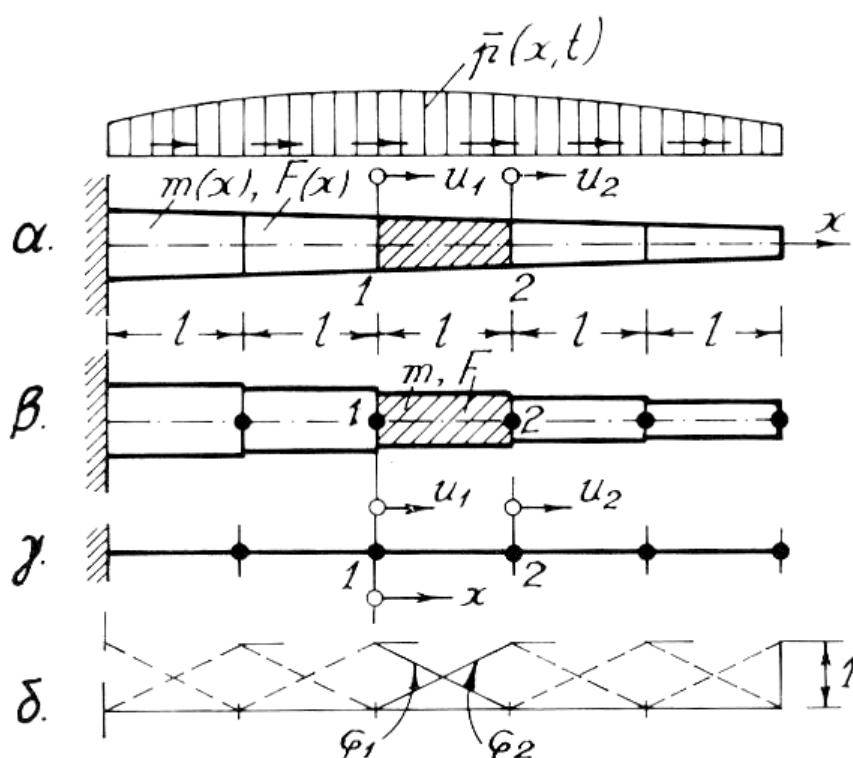
Με την βοήθεια των τεσσάρων αυτών συνοριακών συνθηκών των  $\varphi_i$ , υπολογίζονται οι τέσσερις σταθερές  $a_{0i}, a_{1i}$ , έτσι τελικά:

$$\varphi_1(x) = \frac{l-x}{l}, \quad \varphi_2(x) = \frac{x}{l},$$

οπότε (Αναστασιάδης, 1983):

$$u(x, t) = \frac{l-x}{l}u_1(t) + \frac{x}{l}u_2(t) \quad (4.28)$$





Σχήμα 4.11: Ανάλυση δοκού σε πεπερασμένα στοιχεία και συναρτήσεις παρεμβολής κατά την αξονική ταλάντωση (Αναστασιάδης, 1983)

Στο σχήμα 4.11δ φαίνονται οι παραπάνω γραμμικές συναρτήσεις του στοιχείου (1,2), όπως και όλων των άλλων στοιχείων της δοκού.

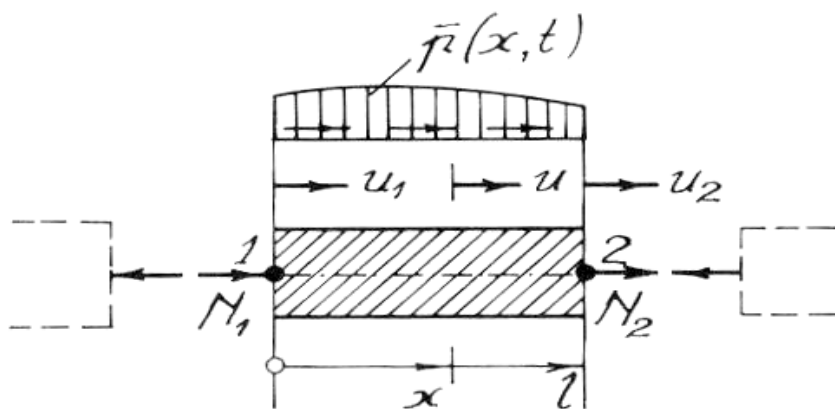
Έστω ότι στο τυχαίο στοιχείο (1,2) ενεργούν η εξωτερική δύναμη  $\bar{p} = (x, t)$  και οι ορθές δυνάμεις  $N_1(t)$ ,  $N_2(t)$  των διατομών 1 και 2 της δοκού (Σχήμα 4.12). Η μετατόπιση του στοιχείου θα γράφεται:

$$u(x, t) = u_i(t)\varphi_i(x) = u_j(t)\varphi_j(x), \quad i, j = 1, 2$$

άρα η δυνατή μετατόπιση θα είναι:

$$\delta u(x, t) = \varphi_i(x)\delta u_i(t), \quad i = 1, 2$$

Για την κατασκευή της εξίσωσης της ταλάντωσης του στοιχείου, γίνεται ο υπολογίζονται τα παρακάτω μεγέθη, που είναι απαραίτητα για την εφαρμογή των εξισώσεων του Lagrange (Αναστασιάδης, 1983):



Σχήμα 4.12: Αξονική διέγερση στοιχείου (Αναστασιάδης, 1983)

➤ Η κινητική ενέργεια του στοιχείου

$$T(t) = \frac{1}{2} \dot{u}^T M \dot{u} \quad (4.29)$$

όπου:

$M$  = το μητρώο μάζας του στοιχείου

$\dot{u}^T$  = το διάνυσμα των γενικευμένων ταχυτήτων των άκρων του στοιχείου

➤ Η δυναμική ενέργεια του στοιχείου

$$U(t) = \frac{1}{2} u^T K u \quad (4.30)$$

όπου:

$K$  = το μητρώο δυσκαμψίας του στοιχείου

$u^T$  = το διάνυσμα των γενικευμένων συντεταγμένων των άκρων του στοιχείου

➤ Το δυνατό έργο των εξωτερικών δυνάμεων του στοιχείου

$$\delta' W_e = \delta u^T p \quad (4.31)$$

όπου:

$p$  = το διάνυσμα των γενικευμένων εξωτερικών δυνάμεων του στοιχείου

Η εξίσωση του *Lagrange* σε μητρική μορφή γράφεται:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{u}} + \frac{\partial U}{\partial u} = p$$

και με βάση τις σχέσεις (4.29), (4.30) ισχύει:

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{u}} = M\dot{u} \quad \text{και} \quad \frac{\partial U}{\partial u} = Ku$$

Άρα με αντικατάσταση, η μητρική εξίσωση αξονικής ταλάντωσης του στοιχείου είναι (Αναστασιάδης, 1983):

$$M\ddot{u}(t) + Ku(t) = p(t) \quad (4.32)$$

Η ίδια εξίσωση ισχύει και για στρεπτική ή διατμητική ταλάντωση

Οι συναρτήσεις παρεμβολής που χρησιμοποιήθηκαν σε όλη την προηγούμενη ανάλυση ήταν πρωτοβάθμιες και το αντίστοιχο στοιχείο γραμμικό, εάν χρησιμοποιηθούν δευτεροβάθμιες συναρτήσεις παρεμβολής τότε το στοιχείο που προκύπτει είναι ορθογωνικό.

#### 4.4.2 Καμπτική ταλάντωση

Θεωρείται η δοκός μεταβλητής διατομής του σχήματος 4.13α. Κατά την καμπτική ταλάντωση λόγω της εξωτερικής διεγέρσεως  $\bar{p} = (x, t)$ , το τυχαίο στοιχείο  $(I, 2)$  της δοκού, με σταθερή μάζα  $m$  και ακαμψία  $EJ$ , θα εμφανίζει στα άκρα του (Αναστασιάδης, 1983):

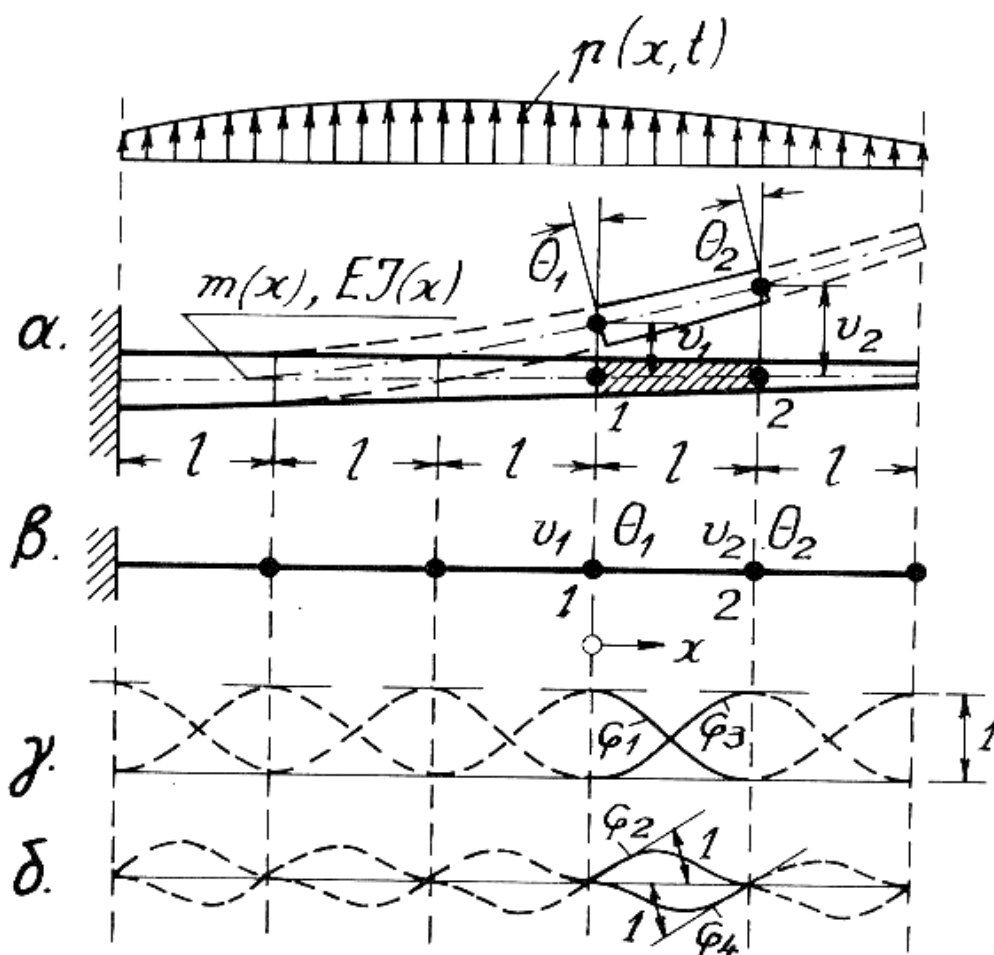
- Δύο κάθετες μετατοπίσεις  $v_1$  και  $v_2$ .
- Δύο γωνίες στροφής  $\theta_1$  και  $\theta_2$ .

Επομένως το διάνυσμα των γενικευμένων συντεταγμένων του στοιχείου θα είναι:

$$u(t) = \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \\ u_3(t) \\ u_4(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_1(t) \\ \theta_1(t) \\ v_2(t) \\ \theta_2(t) \end{bmatrix} \quad (4.33)$$

Η κάθετη μετατόπιση  $v(x,t)$  σε τυχαίο ενδιάμεσο σημείο του στοιχείου γράφεται (Σχήμα 4.13β):

$$v(x,t) = v_1(t)\varphi_1(x) + \theta_1(t)\varphi_2(x) + v_2(t)\varphi_3(x) + \theta_2(t)\varphi_4(x) \quad (4.34)$$



Σχήμα 4.13: Ανάλυση δοκού σε πεπερασμένα στοιχεία και συναρτήσεις παρεμβολής κατά την καμπτική ταλάντωση (Αναστασιάδης, 1983)

όπου  $\varphi_i(x)$  οι συναρτήσεις παρεμβολής του στοιχείου. Αυτές θα πρέπει να διαθέτουν δεύτερη παράγωγο, για να είναι δυνατός ο υπολογισμός της ενέργειας της καμπτικής παραμόρφωσης, και να ικανοποιούν τις συνοριακές συνθήκες του στοιχείου.

Βάσει των συνθηκών αυτών βρίσκονται και οι συναρτήσεις παρεμβολής του στοιχείου (Σχήμα 4.13γ)(Αναστασιάδης, 1983):

$$\begin{aligned}\varphi_1(x) &= 1 - 3\frac{x^2}{l^2} + 2\frac{x^3}{l^3}, & \varphi_2(x) &= x - 2\frac{x^2}{l} + \frac{x^3}{l^3}, \\ \varphi_3(x) &= 3\frac{x^2}{l^2} - 2\frac{x^3}{l^3}, & \varphi_4(x) &= -\frac{x^2}{l} + \frac{x^3}{l^2}.\end{aligned}$$

Εάν θεωρηθεί τυχαίο στοιχείο  $(l, 2)$  στο οποίο να εξασκούνται εκτός από την εξωτερική δύναμη  $\bar{p} = (x, t)$  και τα ακραία φορτία διατομής (Σχήμα 4.14):

$$Q_1(t) = F_1(t), \quad M_1(t) = F_2(t), \quad Q_2(t) = F_3(t), \quad M_2(t) = F_4(t)$$

Με την σύμβαση του αθροιστικού δείκτη η μετατόπιση του στοιχείου από την σχέση (4.34) γράφεται (Αναστασιάδης, 1983):

$$v(x, t) = u_i(t)\varphi_i(x) = u_j(t)\varphi_j(t), \quad i, j = 1, 2, 3, 4 \quad (4.35)$$

Άρα η δυνατή μετατόπιση θα είναι:

$$\delta v(x, t) = \varphi_i(x)\delta u_i(t) \quad i = 1, 2, 3, 4 \quad (4.36)$$

Για την κατασκευή της εξίσωσης της καμπτικής ταλάντωσης του στοιχείου, όπως και στην προηγούμενη περίπτωση, γίνεται ο υπολογισμός των παρακάτω μεγεθών, που είναι απαραίτητα για την εφαρμογή των εξισώσεων του LAGRANGE (Αναστασιάδης, 1983):

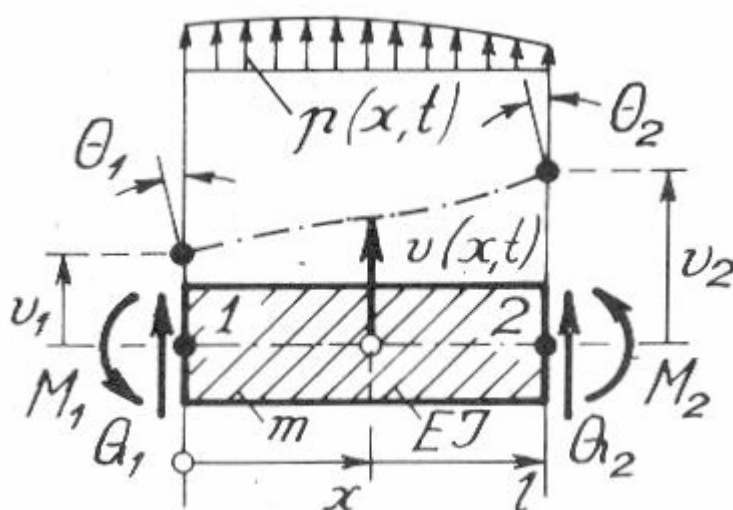
➤ Της κινητικής ενέργειας του στοιχείου

- Της δυναμικής ενέργειας του στοιχείου
- Του δυνατού έργου των εξωτερικών δυνάμεων του στοιχείου

Με αντικατάσταση των εκφράσεων, της κινητικής και δυναμικής ενέργειας του στοιχείου, των μεγεθών  $T$  και  $U$  στις εξισώσεις του *Lagrange* όπως και στην περίπτωση της αξονικής ταλάντωσης, σχηματίζεται η εξίσωση της καμπτικής ταλάντωσης του στοιχείου:

$$M\ddot{u}(t) + Ku(t) = p(t) \quad (4.37)$$

της οποίας τα μητρώα έχουν διαστάσεις  $4 \times 4$ .



Σχήμα 4.14: Καμπτική διέγερση στοιχείου (Αναστασιάδης, 1983)

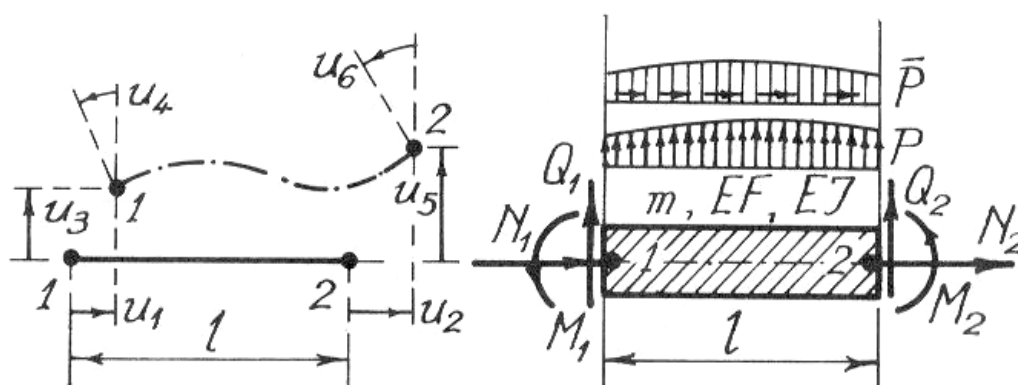
#### 4.4.3 Καμπτική και αξονική ταλάντωση

Τα πεπερασμένα στοιχεία της δοκού είναι δυνατόν να εκτελούν συγχρόνως καμπτική και αξονική ταλάντωση. Στην περίπτωση αυτή, στα πλαίσια της γραμμικής θεωρίας 1<sup>ης</sup> τάξεως, η κινητική και η δυναμική ενέργεια του στοιχείου υπολογίζονται αθροίζοντας τις τιμές τους που υπολογίστηκαν στις προηγούμενες ενότητες, χωριστά, για αξονική και καμπτική ταλάντωση. Αυτό σημαίνει ότι τα μητρώα μάζας και

δυσκαμψίας του στοιχείου μπορούν να προκύψουν με απλή διεύρυνση των αντίστοιχων μητρώων της καμπτικής ταλάντωσης, ώστε να συμπεριληφθούν και τα μητρώα της αξονικής ταλάντωσης (Αναστασιάδης, 1983).

Η εξίσωση ταλάντωσης του στοιχείου διατηρεί την πάγια μορφή της:

$$M\ddot{u}(t) + Ku(t) = p(t)$$



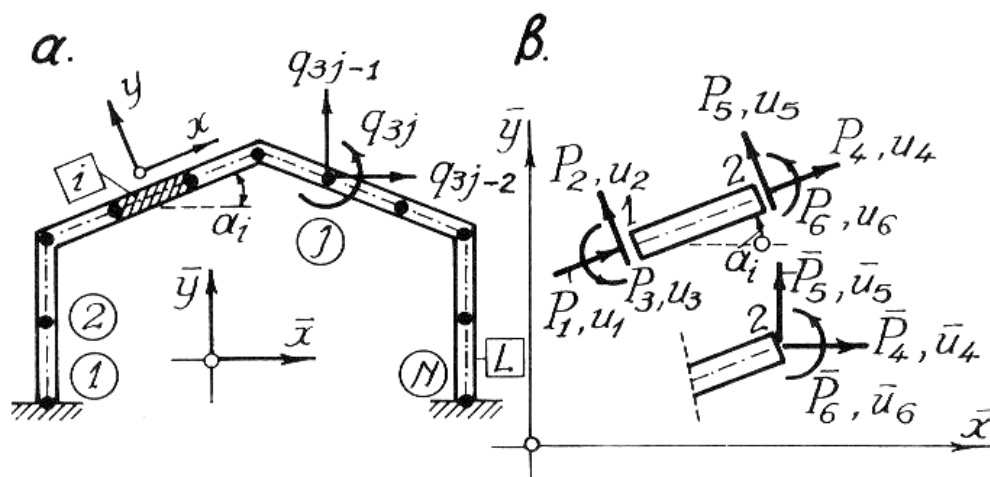
Σχήμα 4.15: Καμπτική και αξονική ταλάντωση στοιχείου (Αναστασιάδης, 1983)

#### 4.4.4 Ταλάντωση συστήματος δοκού

Μετά το καθορισμό όλων των ελαστικών και αδρανειακών ιδιοτήτων των στοιχείων, η μελέτη όλου του συστήματος γίνεται με κατάλληλη «συναρμολόγηση» των στοιχείων του, ώστε να αποτελέσουν τον αρχικό φορέα. Η συναρμολόγηση γίνεται με μοναδικό κριτήριο τη γεωμετρική συνέχεια της κατασκευής.

Θεωρείται το σύστημα δοκών (πλαίσιο) του σχήματος 4.16α, το οποίο έχει αναλυθεί σε ένα ορισμένο αριθμό στοιχείων  $i$  ( $i = 1, 2, \dots, L$ ). Στο σχήμα 4.16β φαίνεται το τυχαίο στοιχείο  $i$  του πλαισίου και όλα τα μεγέθη εντάσεως και μετακινήσεως των άκρων του.

Ο υπολογισμός της κινητικής ενέργειας, της δυνητικής ενέργειας και του δυνατού έργου όλων των δυνάμεων ολόκληρου του συστήματος, γίνεται αθροίζοντας τα αντίστοιχα μεγέθη των στοιχείων του.



Σχήμα 4.16: Σύστημα δοκών με τοπικό και γενικό σύστημα συντεταγμένων (Αναστασιάδης, 1983)

Με τις εκφράσεις της κινητικής και της δυναμικής ενέργειας, γίνεται εφαρμογή των εξισώσεων του *Lagrange* με αποτέλεσμα την εξίσωση ταλάντωσης του συστήματος (Αναστασιάδης, 1983):

$$\bar{M}\ddot{q}(t) + \bar{K}q(t) = \bar{p}(t) \quad (4.38)$$

Η εξίσωση αυτή περιγράφει την ταλάντωση του αδέσμευτου συστήματος, του οποίου όλοι ανεξαιρέτως οι κόμβοι μπορούν να κινηθούν. Δηλαδή το σύστημα διαθέτει και δυνατότητες κινήσεως απολύτως στερεού (Αναστασιάδης, 1983).

## 4.5 Το ιδιοπρόβλημα του συστήματος – ιδιοταλάντωση

Η μελέτη της κίνησης των πολυβάθμιων συστημάτων μπορεί να γίνει με απλό τρόπο με την βοήθεια ορισμένων απλών κινήσεων, ανεξάρτητων από οποιαδήποτε εξωτερική διέγερση του συστήματος. Οι κινήσεις αυτές προδιαγράφονται από τα φυσικά χαρακτηριστικά του συστήματος, είναι θεωρητικού χαρακτήρα και υπολογίζονται με μαθηματική ανάλυση του εξιδανικευμένου ομοιώματος του πραγματικού συστήματος.

Για τον προσδιορισμό τους θεωρείται το τυχαίο πολυβάθμιο μηχανικό σύστημα με μηδενική εξωτερική διέγερση και μηδενική απόσβεση. Σαν αιτία της κινήσεως του συστήματος μπορεί να θεωρηθεί μια οποιαδήποτε προγενέστερη



διέγερση. Έτσι η κίνηση του συστήματος θα περιγράφεται από την εξίσωση (Αναστασιάδης, 1983):

$$M\ddot{u}(t) + Ku(t) = 0 \quad (4.39)$$

της οποίας αναζητάτε η λύση  $u(t)$ . Έστω ότι η λύση είναι της μορφής:

$$u(t) = \alpha f(t) \quad (4.40)$$

όπου:

$\alpha^T = [a_1, a_2, \dots, a_N]$  ένα άγνωστο διάνυσμα μετακινήσεων, ανεξάρτητο από το χρόνο και  $f(t)$  = μια άγνωστη χρονική συνάρτηση

Χαρακτηριστικό φυσικό γνώρισμα της λύσης αυτής που μελετάται είναι η συγχρονισμένη κίνηση όλων των μαζών, γιατί η χρονική συνάρτηση  $f(t)$  είναι κοινή για όλες τις μετακινήσεις  $u_i(t)$ .

Από τις σχέσεις (4.39) και (4.40) ισχύει:

$$M\alpha \ddot{f}(t) + K\alpha f(t) = 0 \quad \text{ή} \quad m_{ij}a_j \ddot{f}(t) + k_{ij}a_j f(t) = 0 \quad i, j = 1, 2, \dots, N$$

και με αναδιάταξη της σχέσης:

$$-\frac{\ddot{f}(t)}{f(t)} = \frac{k_{ij}a_j}{m_{ij}a_j} \quad (4.41)$$

Με παρατήρηση της σχέσης (4.41) φαίνεται ότι το πρώτο μέλος είναι συνάρτηση του χρόνου, ενώ το δεύτερο όχι. Επομένως για να είναι ίσα θα πρέπει να ισούνται με κάποια σταθερά  $\lambda$  και άρα θα ισχύει (Αναστασιάδης, 1983):

$$-\frac{\ddot{f}(t)}{f(t)} = \frac{k_{ij}a_j}{m_{ij}a_j} = \lambda$$

από την οποία προκύπτουν δύο εξισώσεις:

$$k_{ij}a_j = \lambda m_{ij}a_j \quad \text{ή} \quad K\alpha = \lambda M\alpha \quad (4.42)$$

$$\ddot{f}(t) + \lambda f(t) = 0 \quad (4.43)$$

Η σχέση (4.42) γράφεται:  $(K - \lambda M)\alpha = 0$  και παριστάνει, σε ανεπτυγμένη μορφή, γραμμικό ομοιογενές σύστημα  $N$  εξισώσεων με άγνωστες τις συνιστώσες του διανύσματος  $\alpha$ . Το σύστημα αυτό έχει την προφανή λύση  $\alpha = 0$ , αλλά και άλλες μη μηδενικές λύσεις, για ορισμένες τιμές της παραμέτρου  $\lambda$ . Η αναζήτηση των τιμών αυτών αποτελεί το λεγόμενο πρόβλημα ιδιοτιμής της σχέσης (4.42). Για να έχει το προηγούμενο γραμμικό σύστημα μη μηδενικές λύσεις θα πρέπει να μηδενίζεται η ορίζουσά του, δηλαδή:

$$|K - \lambda M| = 0 \quad (4.44)$$

Από την λύση της εξίσωσης αυτής βρίσκουμε τις  $N$  ρίζες της  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_N$  οι οποίες λέγονται ιδιοτιμές του προβλήματος της ιδιοτιμής (Αναστασιάδης, 1983).

Έστω ότι  $\lambda_i = \omega_i^2$ . Τα  $N$  μεγέθη που προκύπτουν  $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_N$  λέγονται φυσικές συχνότητες ή ιδιοσυχνότητες του μηχανικού συστήματος και αποτελούν βασικά φυσικά χαρακτηριστικά του. Η πρώτη ιδιοσυχνότητα  $\omega_1$  λέγεται θεμελιώδης ιδιοσυχνότητα.

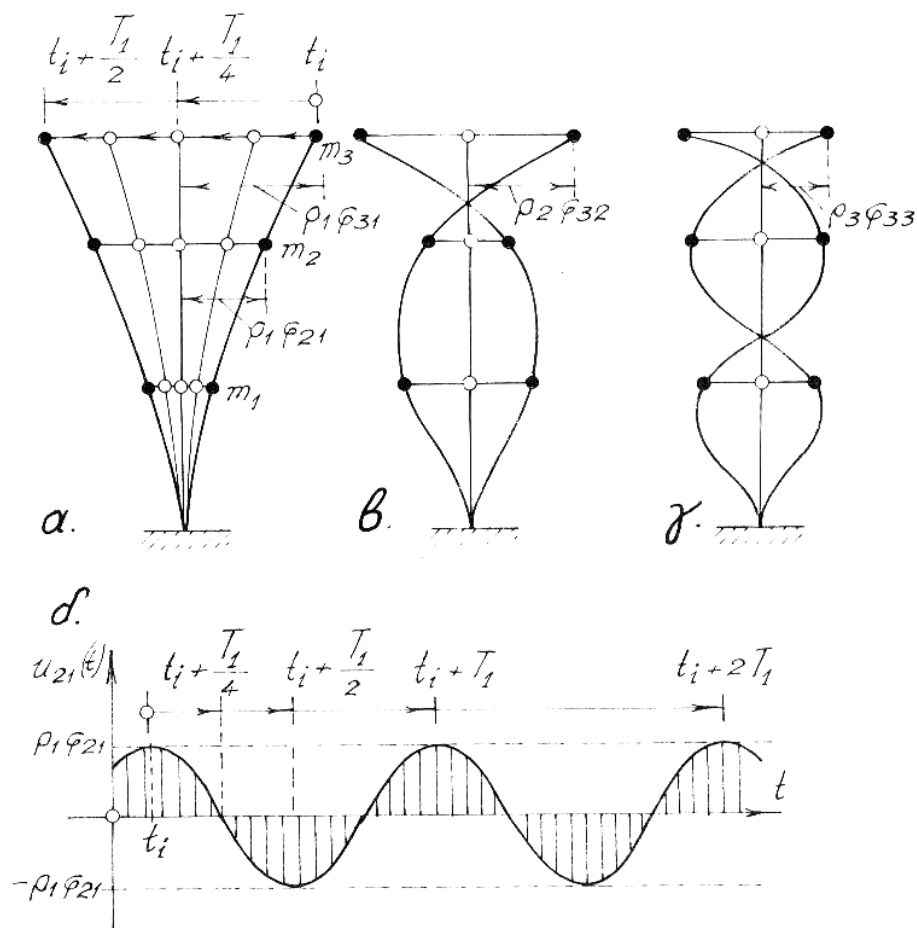
Οι λύσεις αυτές παριστάνουν τη λεγόμενη ιδιοταλάντωση του μηχανικού συστήματος, που αποτελείται από  $N$  ανεξάρτητες κινήσεις, τους φυσικούς ή κύριους τρόπους ταλάντωσης. Πρόκειται για απλές αρμονικές κινήσεις με περιόδους:

$$T_n = \frac{2\pi}{\omega_n}, \quad n = 1, 2, \dots, N,$$

που λέγονται φυσικές περίοδοι ή ιδιοπερίοδοι του συστήματος, και η πρώτη από αυτές θεμελιώδης ιδιοπερίοδος.

Στο σχήμα 4.17 απεικονίζονται οι τρεις κύριοι τρόποι ταλάντωσης τριβάθμιου ταλαντωτή. Κάθε κύριος τρόπος ταλάντωσης έχει την χαρακτηριστική του μορφή, που καθορίζεται από το αντίστοιχο ιδιοδιάνυσμα  $\varphi_n$ , τα ιδιοδιανύσματα αυτά λέγονται και ιδιομορφές ταλάντωσης του μηχανικού συστήματος. Στο σχήμα 4.17α φαίνεται η κίνηση όλων των μαζών στο χώρο κατά τον πρώτο κύριο τρόπο ταλάντωσης, ενώ στο σχήμα 4.17δ η χρονική μεταβολή της μετατόπισης της μάζας  $m_2$ . Όλες οι μάζες κινούνται συγχρονισμένα, δηλαδή με την ίδια γωνία φάσης  $\theta_1$  και σε κάθε χρονική στιγμή τα πηλίκια των μετατοπίσεών τους είναι σταθερά. Οι

ιδιοσυχνότητες  $\omega_n$  και οι αντίστοιχες ιδιομορφές  $\varphi_n$  αποτελούν τα βασικά δυναμικά χαρακτηριστικά ενός μηχανικού συστήματος (Αναστασιάδης, 1983).



Σχήμα 4.17: Κύριοι τρόποι ταλάντωσης τριτοβάθμιου ταλαντωτή (Αναστασιάδης, 1983)

## 4.6 Παράδειγμα μονοβάθμιου ταλαντωτή

Στο παράδειγμα που ακολουθεί (Αναστασιάδης, 1983) παρουσιάζεται ο τρόπος εύρεσης των ιδιοσυχνοτήτων και ο πειραματικός υπολογισμός του συντελεστή απόσβεσης για ένα μονοβάθμιο (ένα βαθμό ελευθερίας) ταλαντωτή.

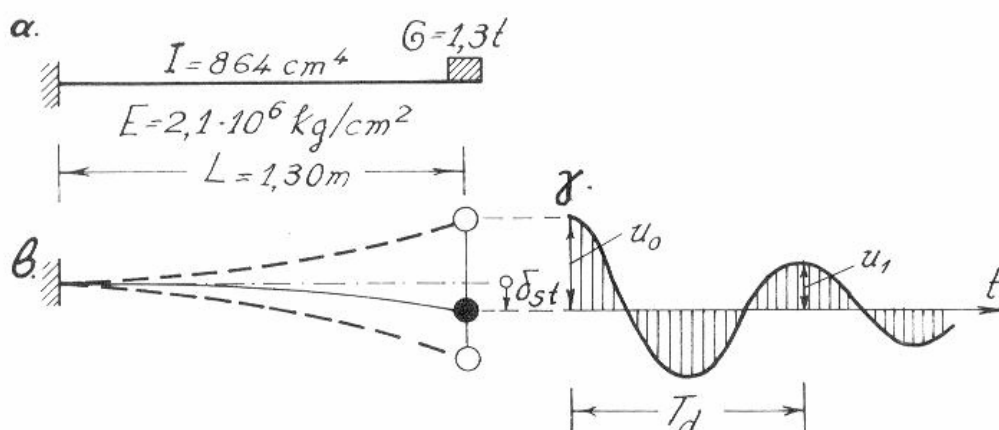
Ο πρόβολος του σχήματος 4.18, με αμελητέα μάζα, έχει στο δεξιό του άκρο το βάρος  $G=1,30\text{ton}$ . Για τον υπολογισμό της ιδιοσυχνότητας του, είτε γίνεται απευθείας εφαρμογή της σχέσης (4.1), είτε μετασχηματίζεται ως εξής:

$$\omega^2 = \frac{k}{m} = \frac{1}{f \cdot m} = \frac{g}{f \cdot mg} = \frac{g}{f \cdot G} = \frac{g}{\delta_{st}} \quad (\text{B.1})$$

όπου:

$f = \frac{1}{k}$  ο συντελεστής ευκαμψίας του προβόλου

$\delta_{st}$  = η στατική μετατόπιση του άκρου λόγω  $G$



Σχήμα 4.18: Ελεύθερη ταλάντωση προβόλου (Αναστασιάδης, 1983)

Για την υπόψη περίπτωση ισχύει:

$$\delta_{st} = \frac{GL^3}{3EI} = \frac{1300 \times 130^3}{3 \times 2,1 \times 864 \times 10^6} = 0,52 \text{ cm} \quad (\text{4.45})$$

και άρα:

$$\omega = \sqrt{\frac{981}{0,52}} = 43,45 \text{ rad / sec}$$

$$T = \frac{6,28}{43,45} = 0,14 \text{ sec}$$

Για τον πειραματικό υπολογισμό του συντελεστή απόσβεσης  $c$  του προβόλου, μετατοπίζεται προς τα πάνω το άκρο του προβόλου κατά  $u_0 = 2,0 \text{ cm}$  και

αφήνεται ελεύθερο. Η επόμενη μέγιστη μετατόπιση (προς τα πάνω) βρέθηκε ίση με  $u_1 = 1,2 \text{ cm}$ . Επομένως θα ισχύει:

- Λογαριθμική απομείωση:  $\delta = \ln \frac{2,0}{1,2} = \ln 1,66 = 0,5068$
- Ποσοστό απόσβεσης:  $\zeta \approx \frac{\delta}{2\pi} = \frac{0,5068}{6,28} = 0,08$
- Συντελεστής απόσβεσης:  $c = 2m\omega\zeta = 2 \times \frac{1300}{981} \times 43,45 \times 0,08 = 9,21 \frac{\text{kgr} \cdot \text{sec}}{\text{cm}}$

Ο υπολογισμός του μεγίστου πλάτους  $u_4$  έπειτα από  $\nu = 4$  κύκλους ταλάντωσης μπορεί να βρεθεί βάση των παρακάτω σχέσεων:

$$\frac{u_n}{u_{n+\nu}} = e^{\nu\zeta\omega T} \quad (4.46)$$

που για την υπόψη περίπτωση θα ισχύει:

$$\frac{u_0}{u_4} = e^{4\zeta\omega T} = (e^{4\zeta\omega T})^4$$

και

$$\frac{u_n}{u_{n+1}} = e^{\zeta\omega T} \quad (4.47)$$

που για την υπόψη περίπτωση θα ισχύει:

$$\frac{u_0}{u_1} = e^{\zeta\omega T}$$

άρα λαμβάνοντας υπόψη και τις δύο, θα ισχύει:

$$\frac{u_0}{u_4} = \left(\frac{u_0}{u_1}\right)^4$$

ή

$$u_4 = u_0 \left( \frac{u_1}{u_0} \right)^4 = 2,0 \left( \frac{1,2}{2,0} \right) = 0,26 \text{ cm} .$$

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

### ΠΑΡΑΜΕΤΡΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑΣ

### ΕΠΕΝΔΥΣΗΣ ΣΗΡΑΓΓΑΣ ΣΕ ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΚΑΤΑΠΟΝΗΣΗ

#### 5.1 Γενικά

Όπως αναφέρθηκε στα προηγούμενα κεφάλαια, η εύρεση των ιδιοσυχνοτήτων της επένδυσης μια σήραγγας μπορεί να πραγματοποιηθεί είτε με αναλυτικές είτε με αριθμητικές μεθόδους. Αυτό αποτελεί επίλυση του δυναμικού προβλήματος. Η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων, που χρησιμοποιήθηκε στην παρούσα εργασία για την ανάλυση διαφορετικών γεωμετρικών τύπων επένδυσης, ανήκει στην κατηγορία των αριθμητικών μεθόδων.

Η ανάλυση των μοντέλων των επενδύσεων των σιράγγων πραγματοποιήθηκε σε δύο διαστάσεις, με επίλυση για εύρεση των ιδιοσυχνοτήτων (modal analysis). Οι τύποι της επένδυσης που αναλύθηκαν είναι η κυκλική επένδυση, η επένδυση σχήματος πετάλου, και η τετραγωνική επένδυση που συχνά χρησιμοποιείται στην μέθοδο κοπής και επικάλυψης (cut and cover). Για τους τύπους της κυκλικής και τετραγωνικής επένδυσης, αναλύθηκε το ένα τέταρτο του κάθε τύπου επένδυσης ως προς την οριζόντιο και την κατακόρυφο. Ενώ για τον τύπο επένδυσης σχήματος πετάλου αναλύθηκε το μισό μέρος της επένδυσης ως προς την κατακόρυφο. Η απλοποιήσεις αυτές είναι δυνατές λόγω της συμμετρίας των επενδύσεων και των χαρακτηριστικών των υλικών.

Στην παραμετρική δυναμική ανάλυση που ακολουθεί πραγματοποιούνται διάφοροι συνδυασμοί για τον κάθε τύπο επένδυσης με βάση την διάμετρο ή την αναλογία πλάτους-ύψους της επένδυσης, του πάχους της επένδυσης και του μέτρου ελαστικότητας του υλικού της επένδυσης. Το υλικό της επένδυσης στην ανάλυση θεωρείται ότι συμπεριφέρεται σαν γραμμικό, ελαστικό και ισότροπο. Ακόμα για τον

τύπο της κυκλικής και πεταλοειδούς επένδυσης πραγματοποιούνται αναλύσεις θεωρώντας κάποιο σημείο επαφής σε διάφορες θέσεις.

Κατά την ανάλυση λαμβάνονται οι πέντε πρώτες (κύριες) ιδιοσυχνότητες του κάθε μοντέλου. Οι ιδιοσυχνότητες αυτές εξαρτώνται από την γεωμετρία και το είδος του υλικού, αλλά δεν εξαρτώνται από τις αρχικές συνθήκες (φορτία). Εξαρτώνται όμως από της συνοριακές συνθήκες μετατόπισης. Κατά την παραμετρική ανάλυση λαμβάνεται μόνο η επένδυση χωρίς την ύπαρξη κάποιου υλικού και κάποιου φορτίου.

## **5.2 Κυκλική επένδυση**

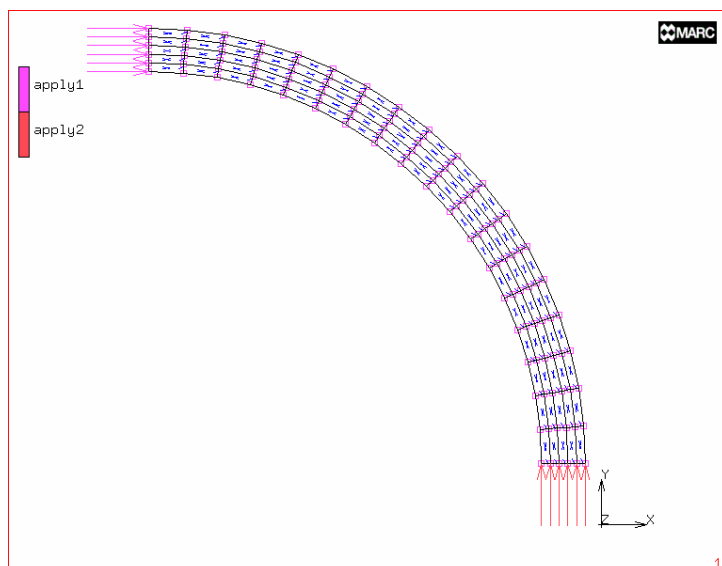
### **5.2.1 Διακριτοποίηση**

Η διακριτοποίηση του πραγματοποιήθηκε για αυτό το είδος επένδυσης κατά την παραμετρική ανάλυση φαίνεται στο σχήμα (5.1) και αποτελείται εξολοκλήρου από ορθογωνικά στοιχεία επίπεδης παραμόρφωσης (plain strain elements). Οι συνοριακές συνθήκες που εφαρμόζονται είναι κύλιση κατά τον οριζόντιο άξονα στο κάτω μέρος της επένδυσης και κύλιση κατά τον κάθετο άξονα στο πάνω μέρος της. Αυτές οι συνοριακές συνθήκες λαμβάνονται για την εξασφάλιση της συμμετρίας (Σχήμα 5.1), και αντιστοιχούν στην περίπτωση ελεύθερης επένδυσης σήραγγας, δηλαδή που δεν έχει καμία έδραση. Η ανάλυση αυτή δεν αντιστοιχεί σε πρακτικό πρόβλημα αλλά γίνεται για λόγους σύγκρισης.

### **5.2.2 Ανάλυση χωρίς σημεία έδρασης**

Στο πρώτο συνδυασμό των παραμέτρων της κυκλικής επένδυσης θεωρήθηκαν σταθερές οι τιμές που φαίνονται στο πίνακα 5.1 και μεταβαλλόταν η τιμή του μέτρου ελαστικότητας από  $10GPa$  μέχρι  $70GPa$  με βήμα  $10GPa$ . Τα αποτελέσματα για τις πρώτες πέντε ιδιοσυχνότητες παρουσιάζονται στον πίνακα 5.2.





Σχήμα 5.1: Διακριτοποίηση και συνοριακές συνθήκες κυκλικής σήραγγας

Πίνακας 5.1: Χαρακτηριστικές τιμές της κυκλικής επένδυσης

Λόγος Poisson	$\nu = 0,3$
Μέτρο ελαστικότητας	$E$ (GPa) μεταβάλλεται
Ακτίνα επένδυσης	$r = 5\text{ m}$
Πάχος επένδυσης	$x = 0,5\text{ m}$

Πίνακας 5.2: Αποτελέσματα των τιμών των ιδιοσυχνοτήτων της κυκλικής επένδυσης

$E$ (GPa) Freq (Hz)	10	20	30	40	50	60	70
1 <sup>η</sup>	0,3196	0,452	0,5536	0,6392	0,7147	0,7829	0,8456
2 <sup>η</sup>	1,7100	2,418	2,9610	3,4200	3,8230	4,1880	4,5240
3 <sup>η</sup>	3,5200	4,978	6,0970	7,0400	7,8710	8,6220	9,3130
4 <sup>η</sup>	3,9720	5,617	6,8800	7,9440	8,8820	9,7290	10,510
5 <sup>η</sup>	7,0090	9,912	12,140	14,020	15,670	17,170	18,540

Άλλος συνδυασμός των παραμέτρων της κυκλικής επένδυσης που πραγματοποιήθηκε θεωρεί σταθερές τις τιμές του πίνακα 5.3 και μεταβάλλει την τιμή του πάχους της επένδυσης από 30cm μέχρι 70cm με βήμα 10cm. Τα αποτελέσματα για τις πρώτες πέντε ιδιοσυχνότητες παρουσιάζονται στον πίνακα 5.4.

Πίνακας 5.3: Χαρακτηριστικές τιμές της κυκλικής επένδυσης

Λόγος Poisson	$\nu = 0,3$
Μέτρο ελαστικότητας	$E = 50 \text{ GPa}$
Ακτίνα επένδυσης	$r = 5 \text{ m}$
Πάχος επένδυσης	$x \text{ (m) μεταβάλλεται}$

Πίνακας 5.4: Αποτελέσματα των τιμών των ιδιοσυχνοτήτων της κυκλικής επένδυσης

$x \text{ (m)}$ <b>Freq (Hz)</b>	<b>0,3</b>	<b>0,4</b>	<b>0,5</b>	<b>0,6</b>	<b>0,7</b>
<b>1<sup>η</sup></b>	0,4845	0,5934	0,7147	0,8454	0,9838
<b>2<sup>η</sup></b>	2,6280	3,2000	3,8230	4,4790	5,1530
<b>3<sup>η</sup></b>	6,2400	7,5240	7,8710	7,9590	8,0500
<b>4<sup>η</sup></b>	7,7020	7,7850	8,8820	10,260	11,620
<b>5<sup>η</sup></b>	11,310	13,470	15,670	17,730	17,880

Επίσης πραγματοποιήθηκε ανάλυση μεταβάλλοντας την ακτίνα της επένδυσης από 4m μέχρι 6m με βήμα 0,4m, κρατώντας σταθερές τις τιμές που φαίνονται στον πίνακα 5.5. Οι τιμές της ιδιοσυχνότητας που υπολογίστηκαν παρουσιάζονται στον πίνακα 5.6.

Πίνακας 5.5: Χαρακτηριστικές τιμές της κυκλικής επένδυσης

Λόγος Poisson	$\nu = 0,3$
Μέτρο ελαστικότητας	$E = 50 \text{ GPa}$
Ακτίνα επένδυσης	$r \text{ (m) μεταβάλλεται}$
Πάχος επένδυσης	$x = 0,5 \text{ m}$

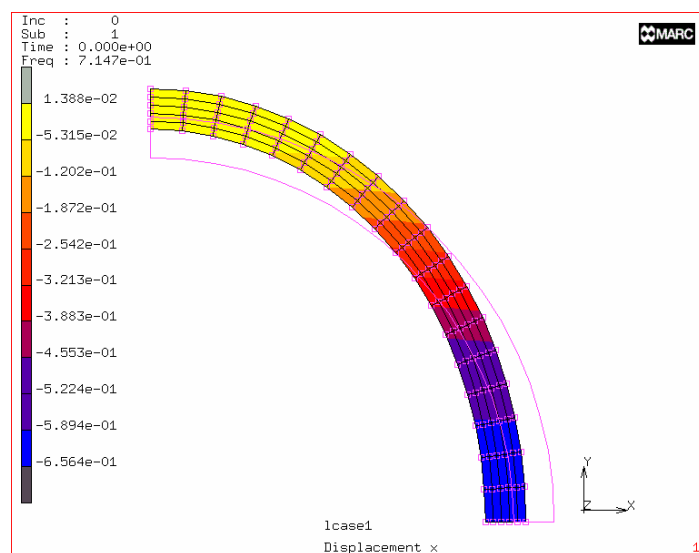
Πίνακας 5.6: Αποτελέσματα των τιμών των ιδιοσυχνοτήτων της κυκλικής επένδυσης

$x \text{ (m)}$ <b>Freq (Hz)</b>	<b>4</b>	<b>4,4</b>	<b>4,8</b>	<b>5,2</b>	<b>5,6</b>	<b>6</b>
<b>1<sup>η</sup></b>	0,8743	0,7426	0,6406	0,5599	0,4950	0,4419
<b>2<sup>η</sup></b>	4,6530	3,9690	3,4350	3,0100	2,6670	2,3850
<b>3<sup>η</sup></b>	8,7990	8,0400	7,4020	6,8580	6,2540	5,6170
<b>4<sup>η</sup></b>	10,730	9,2080	8,0090	7,0470	6,3880	5,9790
<b>5<sup>η</sup></b>	18,770	16,220	14,190	12,550	11,200	10,080

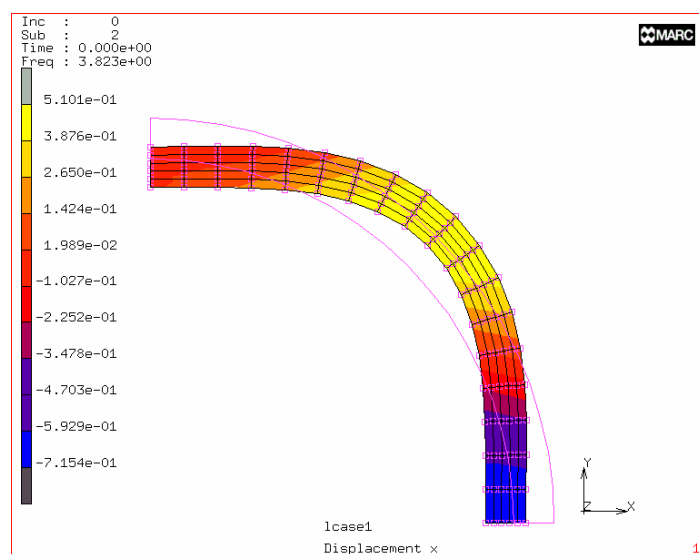
Τυπικά παρατίθεται οι πέντε πρώτοι κύριοι τρόποι ταλάντωσης της κυκλικής επένδυσης (Σχήματα 5.2, 5.3, 5.4, 5.5, 5.6) με χαρακτηριστικά που φαίνονται στο πίνακα 5.7. Κάθε κύριος τρόπος ταλάντωσης έχει την χαρακτηριστική του μορφή, που καθορίζεται από την αντίστοιχη ιδιοσυχνότητα.

Πίνακας 5.7: Χαρακτηριστικές τιμές της κυκλικής επένδυσης

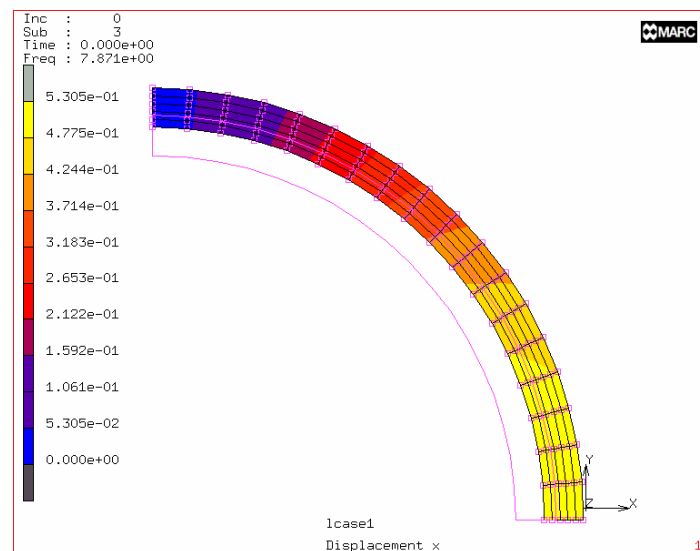
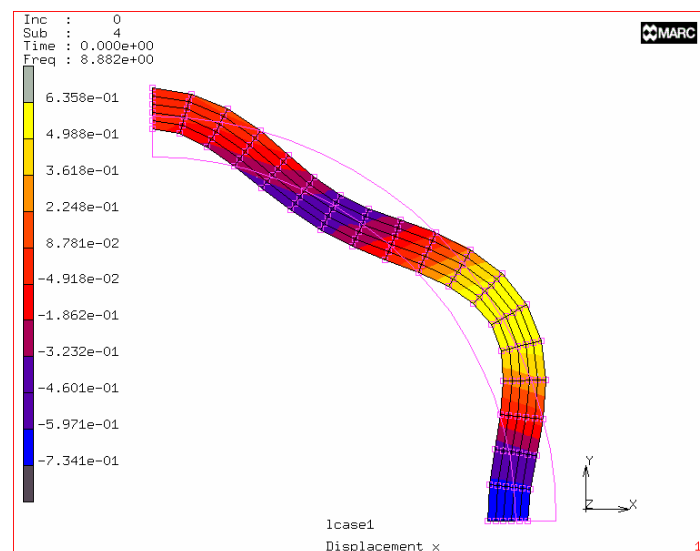
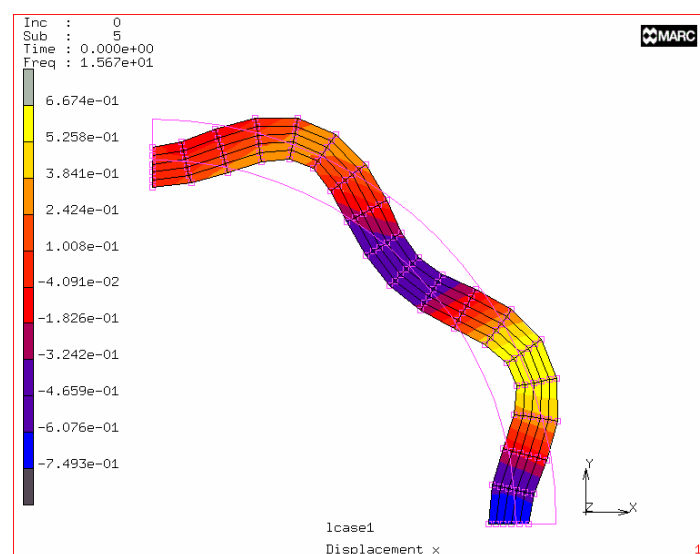
Λόγος Poisson	$\nu = 0,3$
Μέτρο ελαστικότητας	$E = 50 \text{ GPa}$
Ακτίνα επένδυσης	$r = 5 \text{ m}$
Πάχος επένδυσης	$x = 0,5 \text{ m}$



Σχήμα 5.3: Δυναμική ταλάντωση επένδυσης (1<sup>η</sup> ιδιοσυχνότητα)



Σχήμα 5.4: Δυναμική ταλάντωση επένδυσης (2<sup>η</sup> ιδιοσυχνότητα)

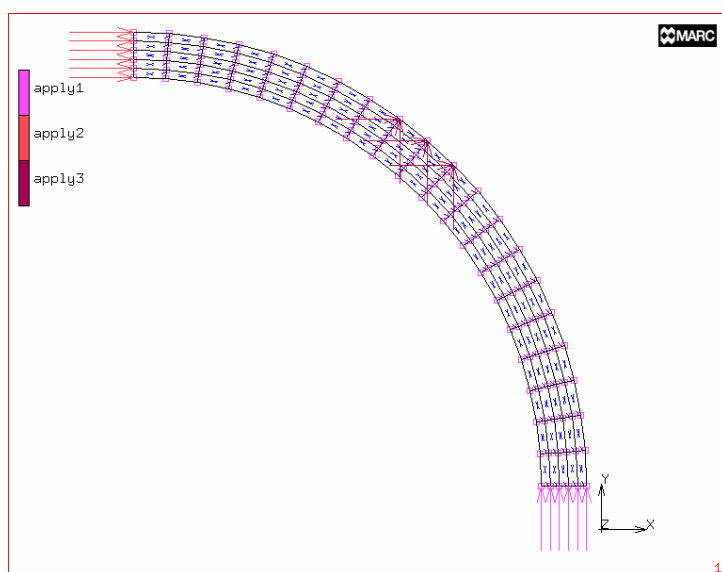
Σχήμα 5.5: Δυναμική ταλάντωση επένδυσης (3<sup>η</sup> ιδιοσυχνότητα)Σχήμα 5.6: Δυναμική ταλάντωση επένδυσης (4<sup>η</sup> ιδιοσυχνότητα)Σχήμα 5.7: Δυναμική ταλάντωση επένδυσης (5<sup>η</sup> ιδιοσυχνότητα)

### 5.2.3 Ανάλυση με άκαμπτα τμήματα έδρασης

Ακόμα αναλύθηκε η περίπτωση της κυκλικής επένδυσης με κάποιο τμήμα της να παραμένει σταθερό (πακτωμένο). Δηλαδή η επένδυση προς ανάλυση να έχει πρακτικά τμήμα έδρασης με το περιβάλλον πέτρωμα. Ολόκληρη η επένδυση θα έχει τέσσερα τμήματα με βάση την συμμετρία (η έδραση αυτή θεωρείται άκαμπτη και ανεξάρτητη από το περιβάλλον πέτρωμα). Η ακτίνα της επένδυσης είναι  $5m$  και η πάκτωση έχει εύρος  $9^\circ$ . Στην ανάλυση η πάκτωση ξεκινάει από τις  $0^\circ$  μέχρι τις  $90^\circ$  με βήμα  $9^\circ$ . Το μήκος του τόξου της επένδυσης που θα εδράζεται με βάση την γεωμετρία θα είναι ίσο με:

$$l = 4 / \pi (m) = 0,78m \approx 0,8m$$

Η συνοριακές συνθήκες που χρησιμοποιούνται εκτός από τις αρχικές κυλίσεις που αναφέρθηκαν παραπάνω είναι πάκτωση ανά δύο στοιχεία (elements) (Σχήμα 5.7). Οι χαρακτηριστικές τιμές της κυκλικής επένδυσης με έδραση δίνονται στο πίνακα 5.8. Ενώ οι τιμές της ιδιοσυχνότητας που υπολογίστηκαν παρουσιάζονται στον πίνακα 5.9.



Σχήμα 5.7: Συνοριακές συνθήκες στην κυκλική επένδυση με έδραση από  $45^\circ$  μέχρι  $54^\circ$

Πίνακας 5.8: Χαρακτηριστικές τιμές της κυκλικής επένδυσης με έδραση

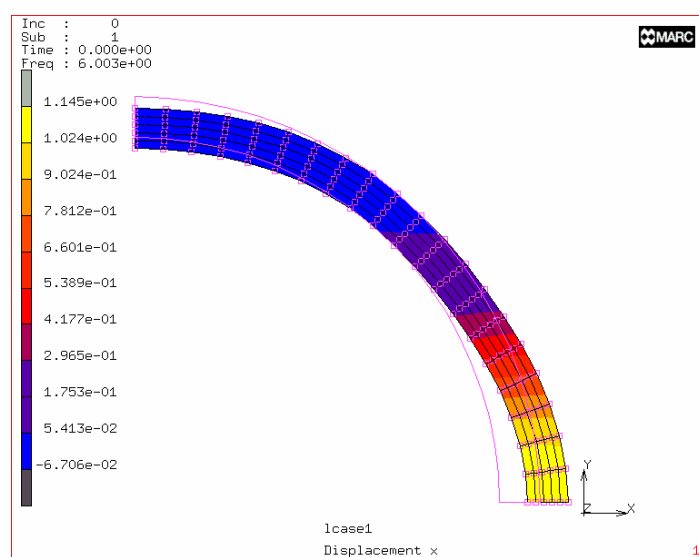
Λόγος Poisson	$\nu = 0,3$
Μέτρο ελαστικότητας	$E = 50 \text{ GPa}$
Ακτίνα επένδυσης	$r = 5 \text{ m}$
Πάχος επένδυσης	$x = 0,5 \text{ m}$

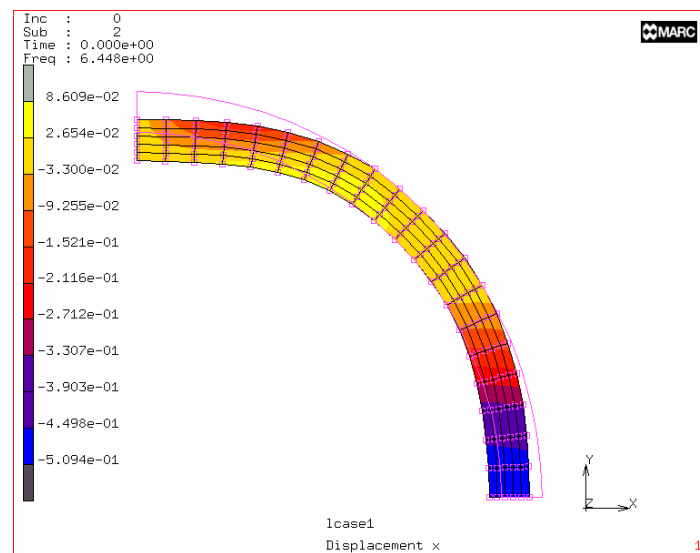
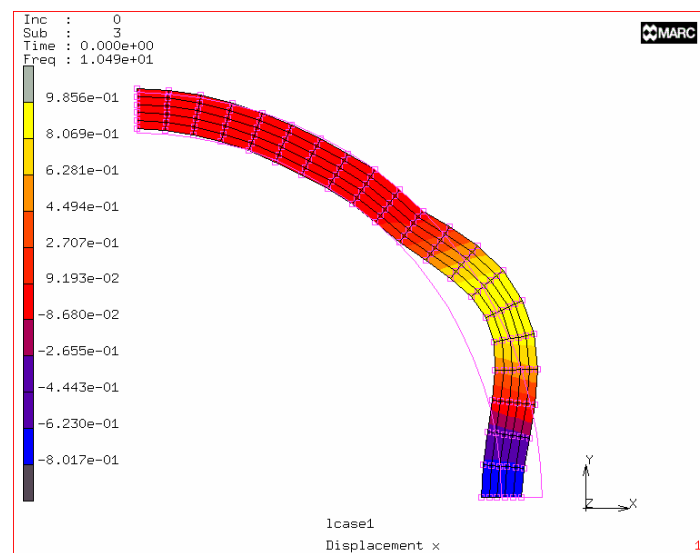
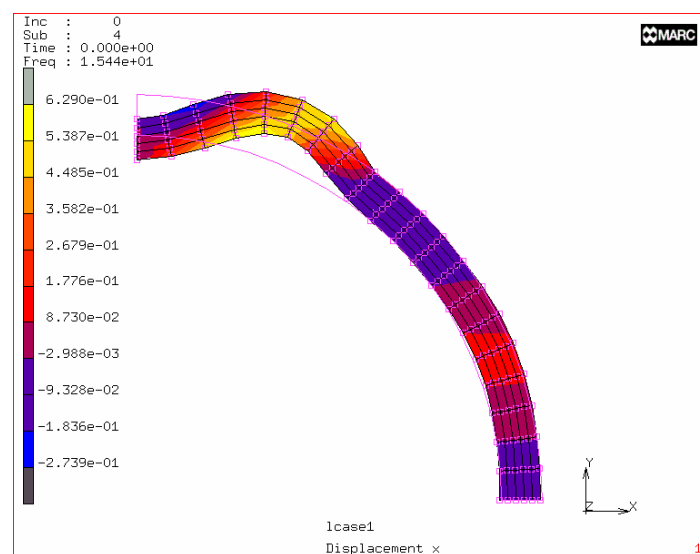
Πίνακας 5.9: Αποτελέσματα των τιμών των ιδιοσυχνοτήτων για κυκλική επένδυση με έδραση

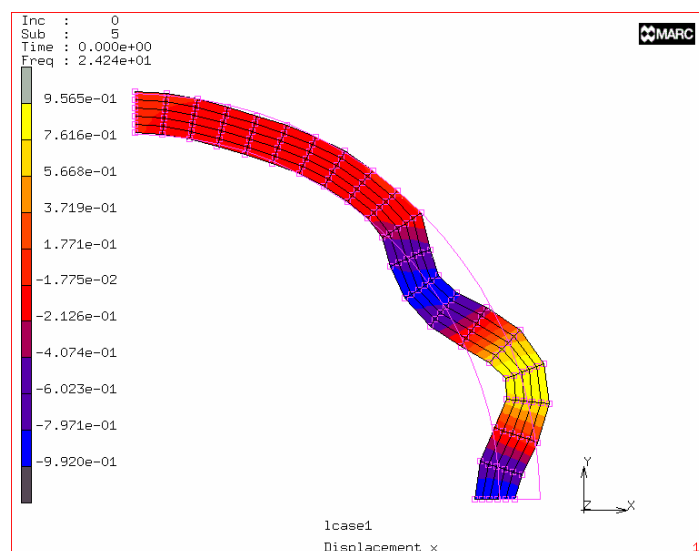
Τμήμα που εδράζεται (°) Freq (Hz)	Χωρίς έδραση	0°-9°	9°-18°	18°-27°	27°-36°	36°-45°
1	0,6823	2,8540	3,6070	4,5810	5,5510	6,0030
2	3,6460	6,5540	6,8120	7,0700	7,1020	6,4480
3	7,5740	8,5740	10,420	10,830	8,1610	10,490
4	8,4590	15,160	18,750	13,380	17,590	15,440
5	14,900	17,440	19,030	21,350	23,940	24,240
Τμήμα που εδράζεται (°) Freq (Hz)		45°-54°	54°-63°	63°-72°	72°-81°	81°-90°
1		6,0030	5,5510	4,5810	3,6070	2,8540
2		6,4480	7,1020	7,0760	6,8120	6,5540
3		10,490	8,1610	10,830	10,420	8,5740
4		15,440	17,590	13,380	18,750	15,160
5		12,240	23,940	21,350	19,030	17,440

Στο πίνακα 5.9 παρατηρείται μια αναλογία στα αποτελέσματα των ιδιοσυχνοτήτων που οφείλεται στην συμμετρία της επένδυσης, όπως αναμενόταν.

Οι πέντε πρώτοι κύριοι τρόποι ταλάντωσης της κυκλικής επένδυσης με έδραση όπως φαίνεται στο σχήμα 5.7, παρουσιάζονται στα σχήματα 5.8, 5.9, 5.10, 5.11 και 5.12.

Σχήμα 5.8: Δυναμική ταλάντωση επένδυσης με έδραση (1<sup>η</sup> ιδιοσυχνότητα)

Σχήμα 5.9: Δυναμική ταλάντωση επένδυσης με έδραση (2<sup>η</sup> ιδιοσυχνότητα)Σχήμα 5.10: Δυναμική ταλάντωση επένδυσης με έδραση (3<sup>η</sup> ιδιοσυχνότητα)Σχήμα 5.11: Δυναμική ταλάντωση επένδυσης με έδραση (4<sup>η</sup> ιδιοσυχνότητα)



Σχήμα 5.12: Δυναμική ταλάντωση επένδυσης με έδραση (5<sup>η</sup> ιδιοσυχνότητα)

#### 5.2.4 Ανάλυση με άκαμπτα τμήματα έδρασης

Μόνο για την κυκλική επένδυση αναλύθηκε η συμπεριφορά της όταν εφάπτεται τμήμα της με το περιβάλλον έδαφος/πέτρωμα. Η κυκλική επένδυση έχει τα χαρακτηριστικά που φαίνονται στον πίνακα 5.10, ενώ του εδάφους/πετρώματος δίνονται στον πίνακα 5.11. Η έδραση και η μετακίνησή της γίνεται ακριβώς με τον ίδιο τρόπο όπως αναφέρθηκε στο προηγούμενο μοντέλο. Το κέντρο της σήραγγας απέχει από την επιφάνεια  $100m$ , και οι περιβάλλοντες σχηματισμοί προεκτείνονται στα πλάγια  $100m$ . Το κενό που σχηματίζεται ανάμεσα στην επένδυση και το περιβάλλον έδαφος είναι  $10cm$ . Η έδραση δημιουργείται με την εφαρμογή δύο στοιχείων ιδίων χαρακτηριστικών με την επένδυση σε κάθε θέση με το πέτρωμα.

Πίνακας 5.10: Χαρακτηριστικές τιμές της κυκλικής επένδυσης

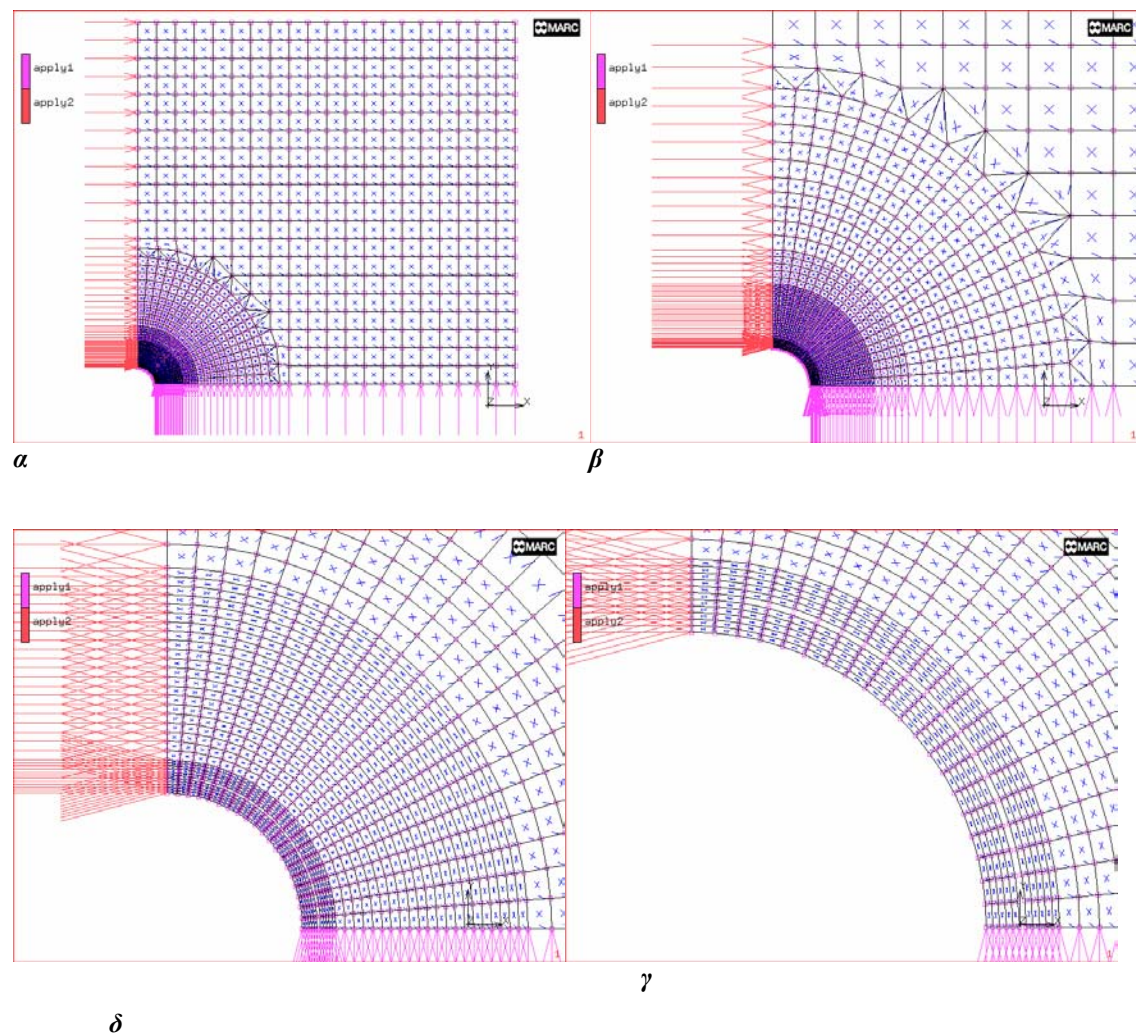
Λόγος Poisson	$\nu = 0,3$
Μέτρο ελαστικότητας	$E = 50 \text{ GPa}$
Ακτίνα επένδυσης	$r = 5 \text{ m}$
Πάχος επένδυσης	$x = 0,5 \text{ m}$



Πίνακας 5.11: Χαρακτηριστικές τιμές των περιβάλλοντος σχηματισμών

Λόγος Poisson	$\nu' = 0,25$
Μέτρο ελαστικότητας	$E' = 10 \text{ GPa}$

Η διακριτοποίηση και οι συνοριακές συνθήκες (κύλιση στον οριζόντιο και κατακόρυφο άξονα για να δημιουργείτε συμμετρία(Σχήμα 5.13αβγδ)) παρουσιάζονται στα σχήματα.



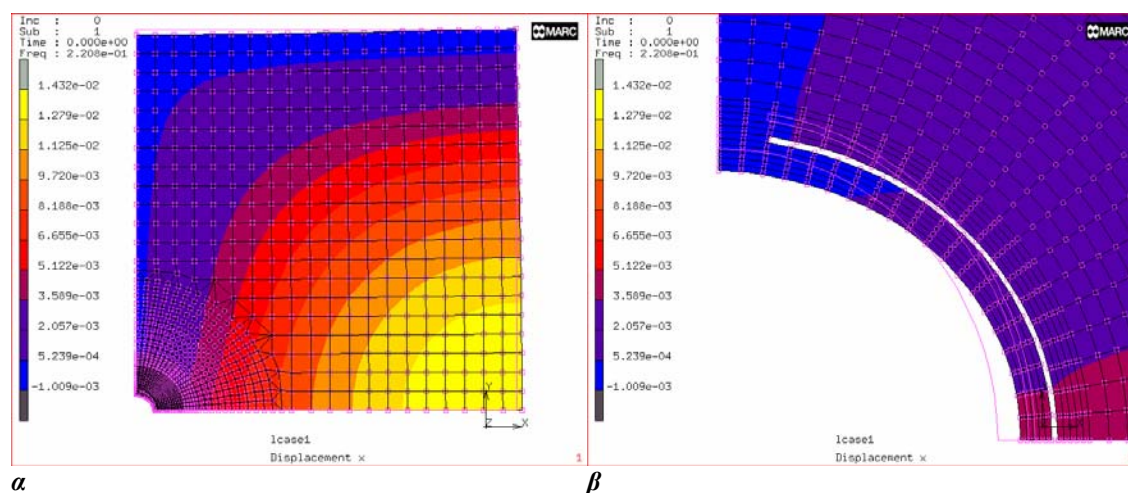
Σχήμα 5.13α, β, γ, δ: Διακριτοποίηση και συνοριακές συνθήκες εδάφους και επένδυσης

Οι τιμές της ιδιοσυχνότητας που υπολογίστηκαν παρουσιάζονται στον πίνακα 5.12.

Πίνακας 5.12: Αποτελέσματα των τιμών των ιδιοσυχνοτήτων για κυκλική επένδυση με έδραση σε περιβάλλον μέσο

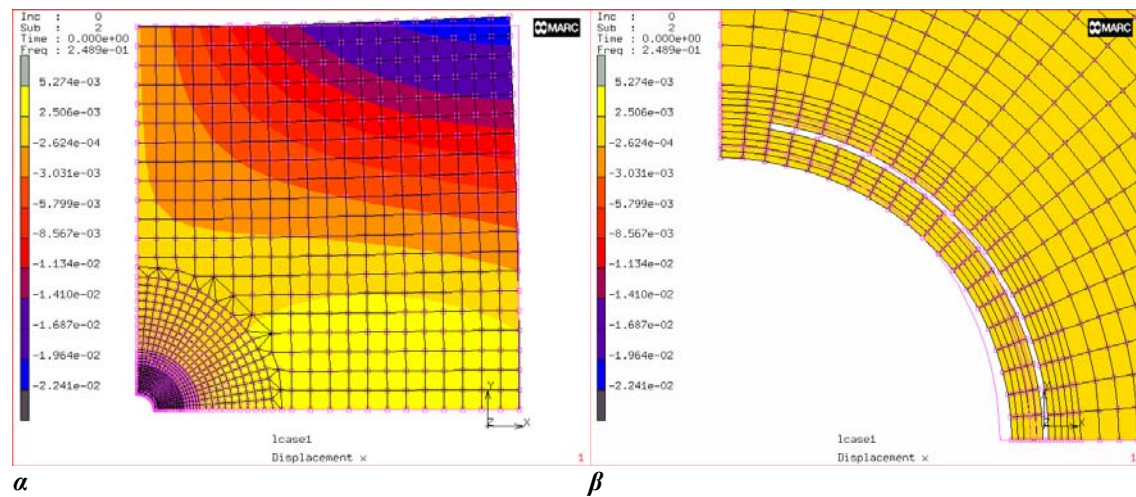
Τμήμα που εδράζεται (°) Freq (Hz)	Χωρίς έδραση	0°-9°	9°-18°	18°-27°	27°-36°	36°-45°
1 <sup>η</sup>	0,2207	0,2208	0,2210	0,2212	0,2212	0,2211
2 <sup>η</sup>	0,2488	0,2489	0,2489	0,2490	0,2490	0,2489
3 <sup>η</sup>	0,2789	0,2789	0,2790	0,2791	0,2791	0,2791
4 <sup>η</sup>	0,4257	0,4257	0,4257	0,4257	0,4257	0,4257
5 <sup>η</sup>	0,6349	0,5095	0,5097	0,5099	0,5098	0,5097
Τμήμα που εδράζεται (°) Freq (Hz)		45°-54°	54°-63°	63°-72°	72°-81°	81°-90°
1 <sup>η</sup>		0,2211	0,2212	0,2212	0,2210	0,2208
2 <sup>η</sup>		0,2489	0,2490	0,2490	0,2489	0,2489
3 <sup>η</sup>		0,2791	0,2791	0,2791	0,2790	0,2789
4 <sup>η</sup>		0,4257	0,4257	0,4257	0,4257	0,4257
5 <sup>η</sup>		0,5097	0,5980	0,5099	0,5097	0,5095

Τυπικά παρατίθεται οι πέντε πρώτοι κύριοι τρόποι ταλάντωσης της κυκλικής επένδυσης και του περιβάλλον εδάφους για έδραση στο τμήμα της επένδυσης από 81° μέχρι 90° (Σχήματα 5.14α,β, 5.15α,β, 5.16α,β, 5.17α,β, 5.18α,β).

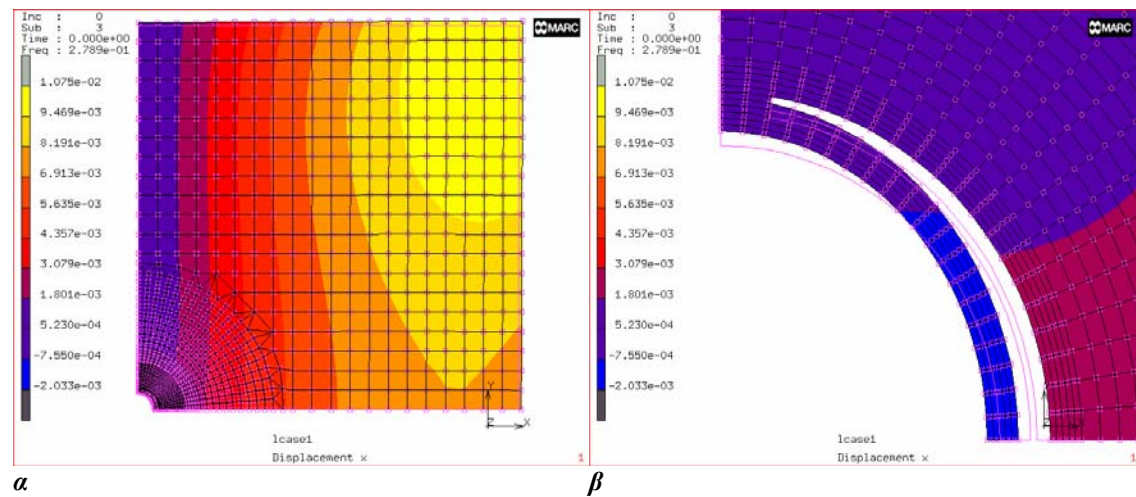


Σχήμα 5.14α,β: Δυναμική ταλάντωση εδάφους και επένδυσης με έδραση (1<sup>η</sup> ιδιοσυχνότητα)

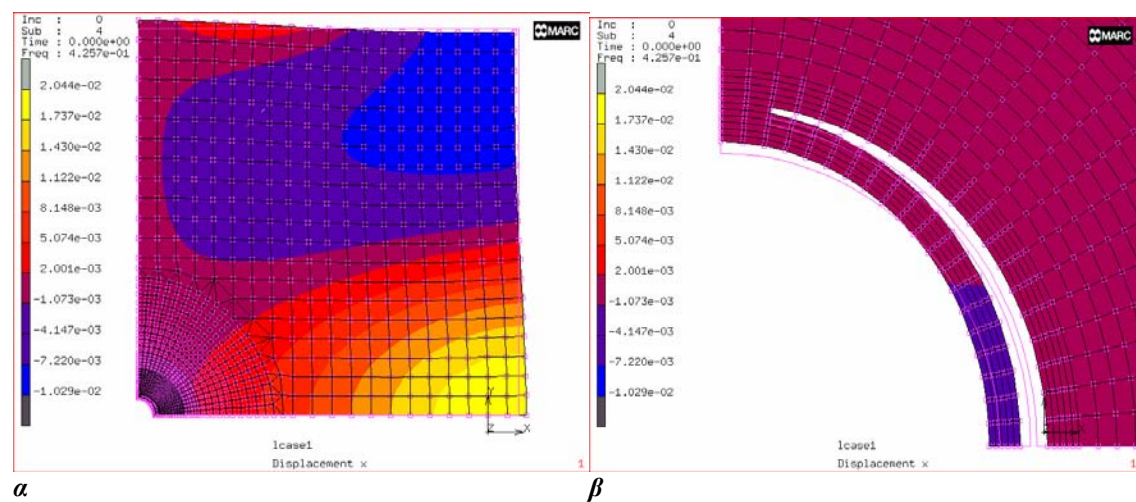




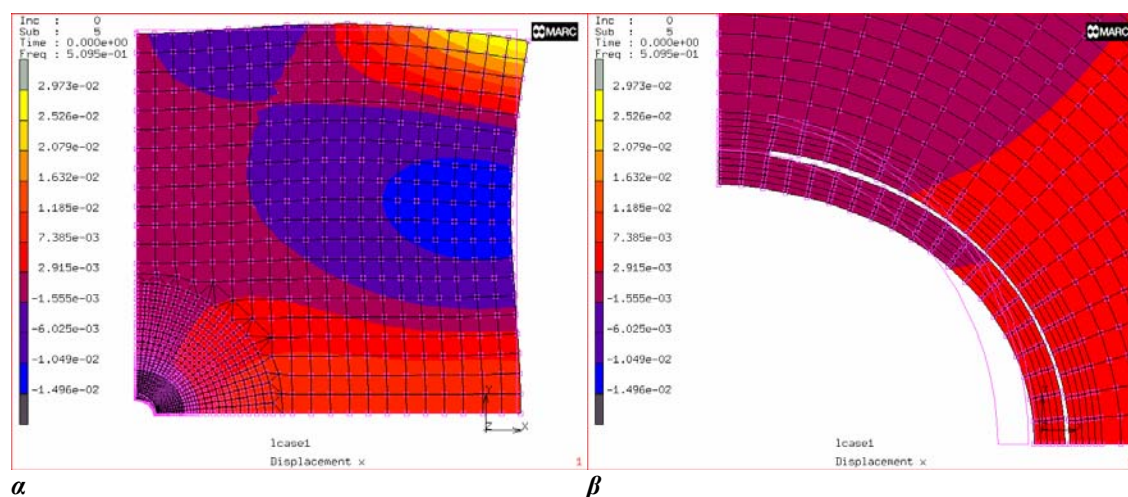
Σχήμα 5.15α,β: Δυναμική ταλάντωση εδάφους και επένδυσης με έδραση (2<sup>η</sup> ιδιοσυχνότητα)



Σχήμα 5.16α,β: Δυναμική ταλάντωση εδάφους και επένδυσης με έδραση (3<sup>η</sup> ιδιοσυχνότητα)



Σχήμα 5.17α,β: Δυναμική ταλάντωση εδάφους και επένδυσης με έδραση (4<sup>η</sup> ιδιοσυχνότητα)



Σχήμα 5.18α,β: Δυναμική ταλάντωση εδάφους και επένδυσης με έδραση (5<sup>η</sup> ιδιοσυχνότητα)

## 5.3 Πεταλοειδής επένδυση

### 5.3.1 Διακριτοποίηση

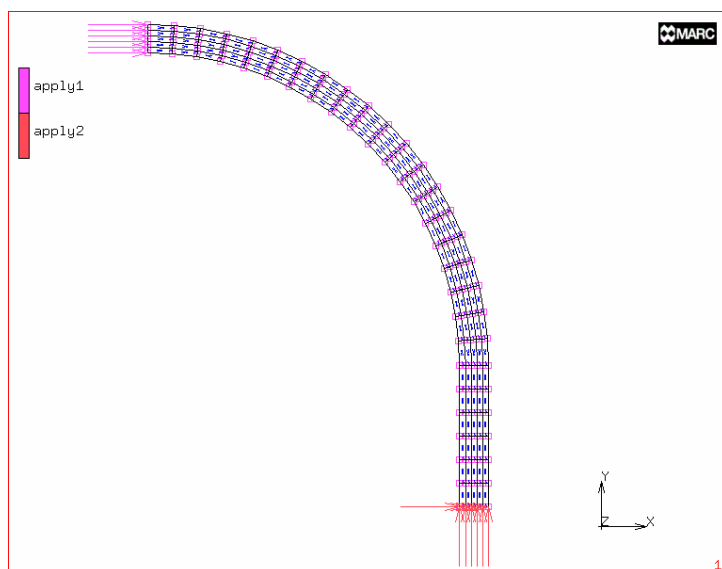
Η διακριτοποίηση του πραγματοποιήθηκε για αυτό το είδος επένδυσης κατά την παραμετρική ανάλυση φαίνεται στο σχήμα (5.19) και αποτελείται εξολοκλήρου από ορθογωνικά στοιχεία. Οι συνοριακές συνθήκες (Σχήμα 5.19) που εφαρμόζονται λαμβάνονται για την εξασφάλιση της συμμετρίας και είναι πάκτωση κατά τον οριζόντιο άξονα στο κάτω μέρος της επένδυσης και κύλιση κατά τον κάθετο άξονα στο πάνω μέρος της.

### 5.3.2 Παραμετρική ανάλυση

Κατά την ανάλυση της επένδυσης πεταλοειδούς μορφής αλλάζουν οι ίδιοι παράμετροι όπως και στην κυκλική επένδυση με την διαφορά ότι το ευθύ τμήμα της επένδυσης παραμένει σε μήκος πάντα σταθερό και ίσο με  $2,5m$ .

Στο πρώτο συνδυασμό των παραμέτρων της πεταλοειδούς επένδυσης θεωρήθηκαν σταθερές οι τιμές που φαίνονται στο πίνακα 5.13 και μεταβαλλόταν η

τιμή του μέτρου ελαστικότητας από  $10\text{GPa}$  μέχρι  $70\text{GPa}$  με βήμα  $10\text{GPa}$ . Τα αποτελέσματα για τις πρώτες πέντε ιδιοσυχνότητες παρουσιάζονται στον πίνακα 5.14.



Σχήμα 5.19: Διακριτοποίηση και συνοριακές συνθήκες πεταλοειδούς επένδυσης

Πίνακας 5.13: Χαρακτηριστικές τιμές της πεταλοειδούς επένδυσης

Λόγος Poisson	$\nu = 0,3$
Μέτρο ελαστικότητας	$E \text{ (GPa)}$ μεταβάλλεται
Ακτίνα επένδυσης	$r = 5 \text{ m}$
Πάχος επένδυσης	$x = 0,5 \text{ m}$

Πίνακας 5.14: Αποτελέσματα των τιμών των ιδιοσυχνοτήτων για την πεταλοειδή επένδυση

$E(\text{GPa})$ Freq (Hz)	10	20	30	40	50	60	70
1 <sup>η</sup>	0,5936	0,8395	1,0280	1,1870	1,3270	1,4540	1,5700
2 <sup>η</sup>	1,7840	2,5230	3,0900	3,5680	3,9890	4,3700	4,7200
3 <sup>η</sup>	2,7990	3,9590	4,8480	5,5980	6,2590	6,8570	7,4060
4 <sup>η</sup>	3,4110	4,8230	5,9070	6,8210	7,6260	8,3540	9,0240
5 <sup>η</sup>	5,3860	7,6170	9,3290	10,770	12,040	13,190	14,250

Επόμενος συνδυασμός των παραμέτρων της κυκλικής επένδυσης που πραγματοποιήθηκε θεωρεί σταθερές τις τιμές του πίνακα 5.15 με μεταβολή της τιμής του πάχους της επένδυσης από  $30\text{cm}$  μέχρι  $70\text{cm}$  με βήμα  $10\text{cm}$ . Τα αποτελέσματα για τις πρώτες πέντε ιδιοσυχνότητες παρουσιάζονται στον πίνακα 5.16.

Πίνακας 5.15: Χαρακτηριστικές τιμές της πεταλοειδούς επένδυσης

Λόγος Poisson	$\nu = 0,3$
Μέτρο ελαστικότητας	$E = 50 \text{ GPa}$
Ακτίνα επένδυσης	$r = 5 \text{ m}$
Πάχος επένδυσης	$x \text{ (m) μεταβάλλεται}$

Πίνακας 5.16: Αποτελέσματα των τιμών των ιδιοσυχνοτήτων για την πεταλοειδή επένδυση

$x \text{ (m)}$ <b>Freq (Hz)</b>	<b>0,3</b>	<b>0,4</b>	<b>0,5</b>	<b>0,6</b>	<b>0,7</b>
<b>1<sup>η</sup></b>	0,9024	1,1070	1,3270	1,5630	1,8020
<b>2<sup>η</sup></b>	2,7450	3,3490	3,9890	4,6560	5,3030
<b>3<sup>η</sup></b>	5,2840	6,1070	6,2590	6,3860	6,5110
<b>4<sup>η</sup></b>	6,1560	6,5380	7,6260	8,8110	9,9520
<b>5<sup>η</sup></b>	8,6620	10,350	12,040	13,120	13,310

Επίσης πραγματοποιήθηκε ανάλυση μεταβάλλοντας την ακτίνα της επένδυσης από 4m μέχρι 6m με βήμα 0,4m, κρατώντας σταθερές τις τιμές που φαίνονται στον πίνακα 5.17 και το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος. Οι τιμές της ιδιοσυχνότητας που υπολογίστηκαν παρουσιάζονται στον πίνακα 5.18.

Πίνακας 5.17: Χαρακτηριστικές τιμές της πεταλοειδούς επένδυσης

Λόγος Poisson	$\nu = 0,3$
Μέτρο ελαστικότητας	$E = 50 \text{ GPa}$
Ακτίνα επένδυσης	$r \text{ (m) μεταβάλλεται}$
Πάχος επένδυσης	$x = 0,5 \text{ m}$

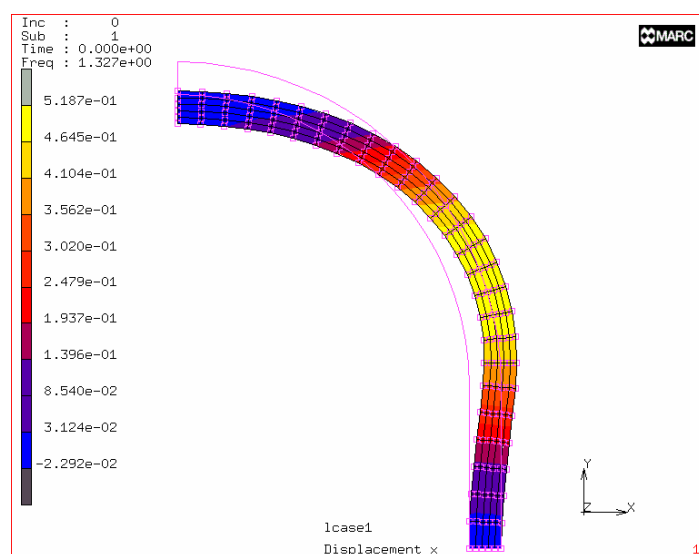
Πίνακας 5.18: Αποτελέσματα των τιμών των ιδιοσυχνοτήτων για την πεταλοειδή επένδυση

$x \text{ (m)}$ <b>Freq (Hz)</b>	<b>4</b>	<b>4,4</b>	<b>4,8</b>	<b>5,2</b>	<b>5,6</b>	<b>6</b>
<b>1<sup>η</sup></b>	1,849	1,613	1,424	1,269	1,14	1,033
<b>2<sup>η</sup></b>	5,541	4,843	4,274	3,806	3,418	3,093
<b>3<sup>η</sup></b>	7,568	7,046	6,593	6,193	5,836	5,512
<b>4<sup>η</sup></b>	10,44	9,191	8,161	7,304	6,586	5,983
<b>5<sup>η</sup></b>	15,74	14,23	12,81	11,56	10,49	9,575

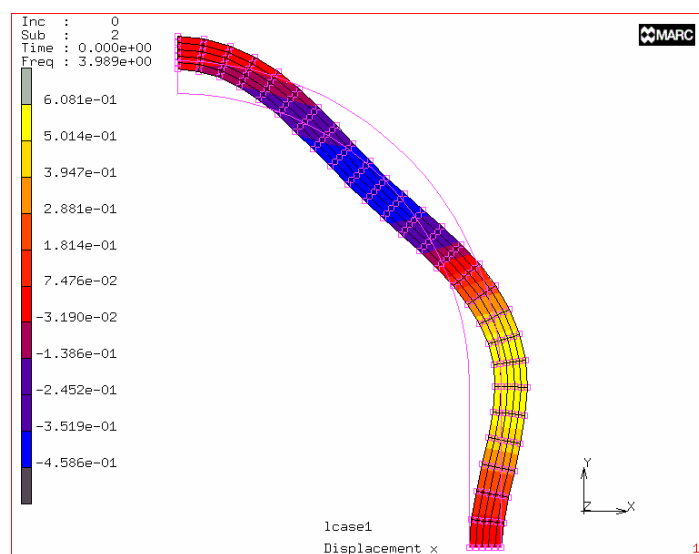
Παρακάτω δίνονται οι πέντε πρώτοι κύριοι τρόποι ταλάντωσης της πεταλοειδούς επένδυσης (Σχήματα 5.20, 5.21, 5.22, 5.23, 5.24) με χαρακτηριστικά που φαίνονται στο πίνακα 5.19.

Πίνακας 5.19: Χαρακτηριστικές τιμές της κυκλικής επένδυσης

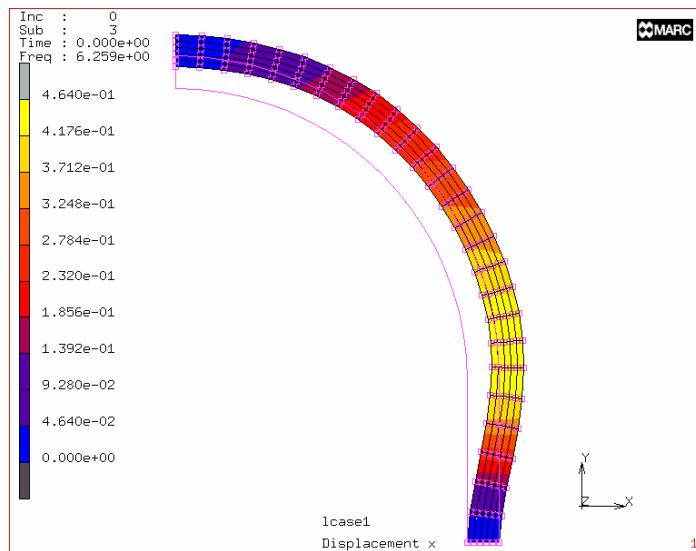
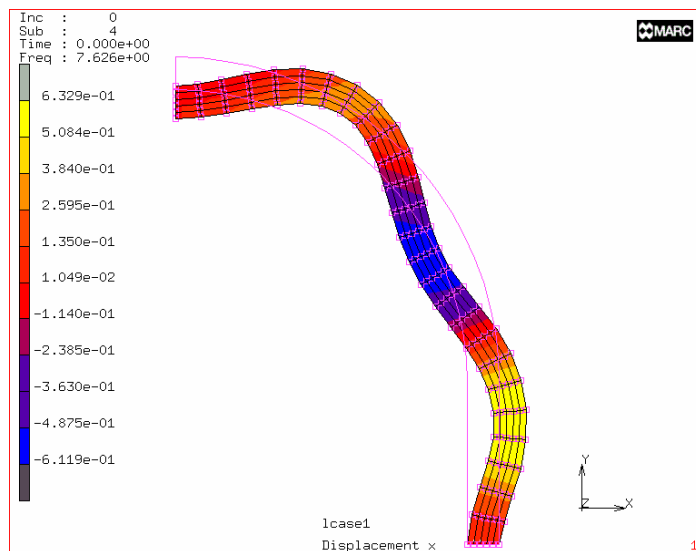
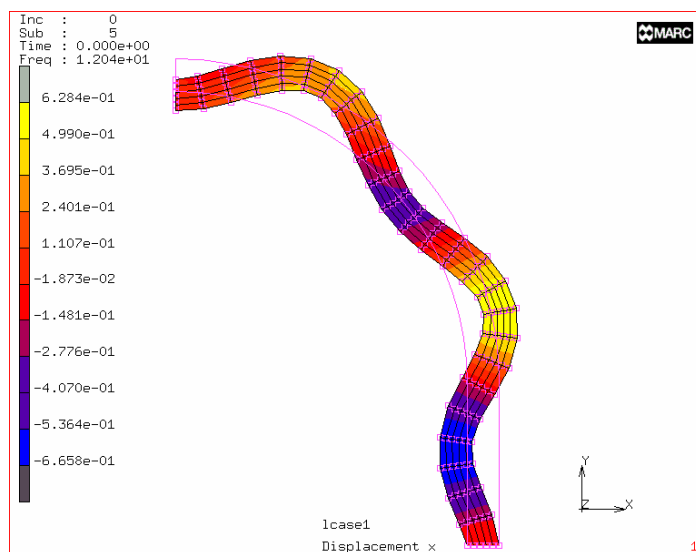
Λόγος Poisson	$\nu = 0,3$
Μέτρο ελαστικότητας	$E = 50 \text{ GPa}$
Ακτίνα επένδυσης	$r = 5 \text{ m}$
Πάχος επένδυσης	$x = 0,5 \text{ m}$



Σχήμα 5.20: Δυναμική ταλάντωση πεταλοειδούς επένδυσης (1<sup>η</sup> ιδιοσυχνότητα)



Σχήμα 5.21: Δυναμική ταλάντωση πεταλοειδούς επένδυσης (2<sup>η</sup> ιδιοσυχνότητα)

Σχήμα 5.22: Δυναμική ταλάντωση πεταλοειδούς επένδυσης (3<sup>η</sup> ιδιοσυχνότητα)Σχήμα 5.23: Δυναμική ταλάντωση πεταλοειδούς επένδυσης (4<sup>η</sup> ιδιοσυχνότητα)Σχήμα 5.24: Δυναμική ταλάντωση πεταλοειδούς επένδυσης (5<sup>η</sup> ιδιοσυχνότητα)

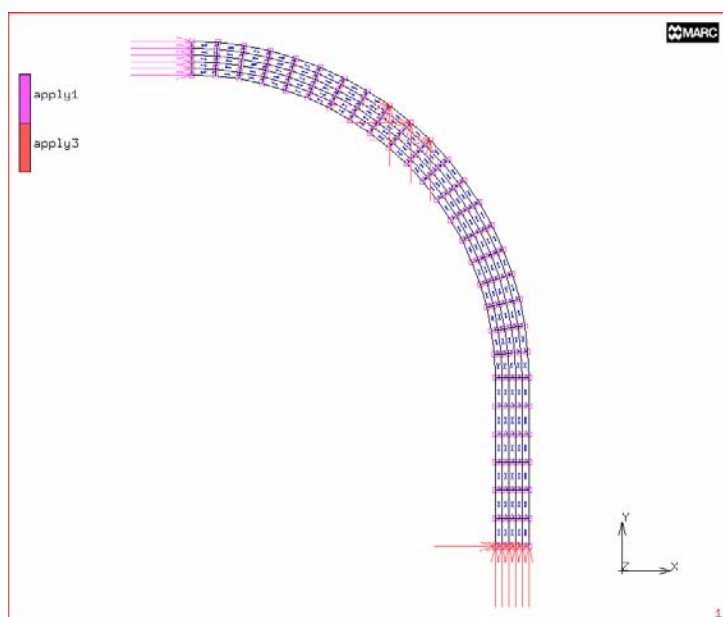


Όπως και στην περίπτωση της κυκλικής επένδυσης έτσι και στην πεταλοειδή επένδυση αναλύθηκε η περίπτωση που κάποιο τμήμα της να παραμένει σταθερό (πακτωμένο). Δηλαδή η επένδυση προς ανάλυση να έχει πρακτικά ένα τμήμα έδρασης με το περιβάλλον πέτρωμα. Ολόκληρη η επένδυση θα έχει δύο τμήματα με βάση την συμμετρία. Η έδραση ξεκινάει από το ευθύ τμήμα της επένδυσης και περνά στην ακτίνα της επένδυσης που είναι  $5m$ . Η πάκτωση έχει εύρος  $9^\circ$ . Στην ανάλυση η πάκτωση ξεκινάει από τις  $0^\circ$  μέχρι τις  $90^\circ$  με βήμα  $9^\circ$ . Το μήκος του τόξου της επένδυσης που θα εδράζεται με βάση τη γεωμετρία θα είναι ίσο με:

$$l = 4 / \pi (m) = 0,78m \approx 0,8m$$

ενώ το μήκος για το πακτωμένο ευθύγραμμο τμήμα θα είναι  $1,25m$ .

Η συνοριακές συνθήκες που χρησιμοποιούνται εκτός από τις αρχικές που αναφέρθηκαν παραπάνω είναι πάκτωση ανά δύο στοιχεία (elements) στο κυκλικό μέρος της επένδυσης και πάκτωση ανά τρία στοιχεία για το ευθύγραμμο τμήμα της (Σχήμα 5.25). Οι χαρακτηριστικές τιμές της κυκλικής επένδυσης με έδραση δίνονται στο πίνακα 5.20. Ενώ οι τιμές της ιδιοσυχνότητας που υπολογίστηκαν παρουσιάζονται στον πίνακα 5.21.



Σχήμα 5.25: Συνοριακές συνθήκες στην πεταλοειδής επένδυση με έδραση από  $45^\circ$  μέχρι  $54^\circ$

Πίνακας 5.21: Χαρακτηριστικές τιμές της πεταλοειδούς επένδυσης

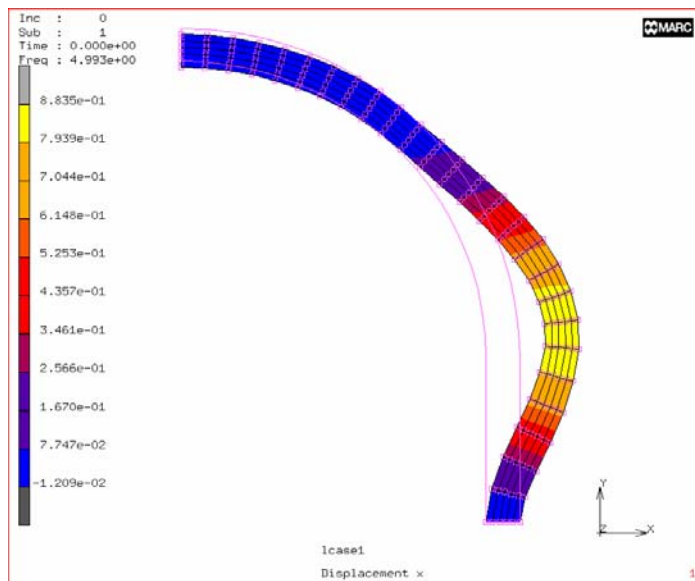
Λόγος Poisson	$\nu = 0,3$
Μέτρο ελαστικότητας	$E = 50 \text{ GPa}$
Ακτίνα επένδυσης	$r = 5 \text{ m}$
Πάχος επένδυσης	$x = 0,5 \text{ m}$

Πίνακας 5.22: Αποτελέσματα των τιμών των ιδιοσυχνοτήτων για πεταλοειδής επένδυση με έδραση

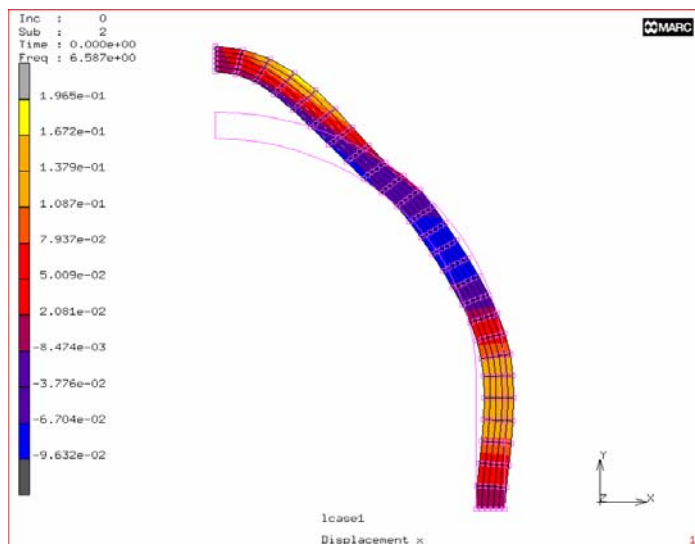
Τμήμα που εδράζεται (°) Freq (Hz)	Χωρίς έδραση	0°-9°	9°-18°	18°-27°	27°-36°	36°-45°
1 <sup>η</sup>	1,327	1,676	2,331	2,923	3,705	4,715
2 <sup>η</sup>	3,989	4,873	6,167	6,770	7,034	6,967
3 <sup>η</sup>	6,259	6,831	7,708	8,727	10,00	7,473
4 <sup>η</sup>	7,626	9,520	12,70	15,33	10,76	13,59
5 <sup>η</sup>	12,04	14,06	16,44	15,92	19,18	18,00
Τμήμα που εδράζεται (°) Freq (Hz)		45°-54°	54°-63°	63°-72°	72°-81°	81°-90°
1 <sup>η</sup>		4,993	4,920	4,665	4,113	3,517
2 <sup>η</sup>		6,587	6,770	6,035	5,767	5,682
3 <sup>η</sup>		8,379	7,565	10,15	8,601	7,396
4 <sup>η</sup>		15,15	12,37	11,10	13,80	12,15
5 <sup>η</sup>		15,73	16,26	15,01	14,18	12,99

Στο πίνακα 5.22 σε αντίθεση με την κυκλική επένδυση δεν παρατηρείται μια ομοιότητα στα αποτελέσματα των ιδιοσυχνοτήτων αφού δεν υπάρχει συμμετρία.

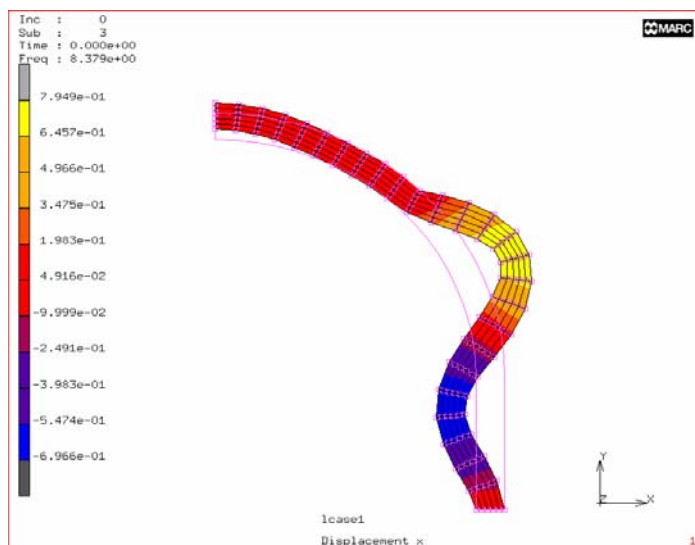
Οι πέντε πρώτοι κύριοι τρόποι ταλάντωσης της κυκλικής επένδυσης με έδραση όπως φαίνεται στο σχήμα 5.25, παρουσιάζονται στα σχήματα 5.26, 5.27, 5.28, 5.29 και 5.30.



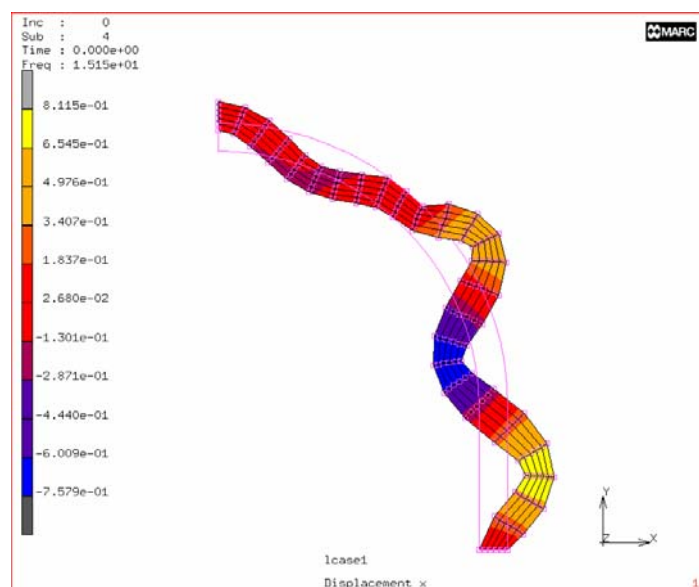
Σχήμα 5.26: Δυναμική ταλάντωση πεταλοειδούς επένδυσης με έδραση (1<sup>η</sup> ιδιοσυχνότητα)



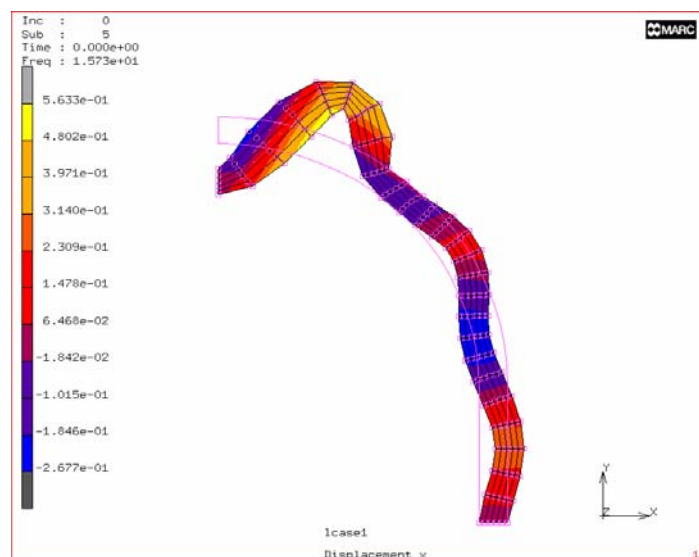
Σχήμα 5.27: Δυναμική ταλάντωση πεταλοειδούς επένδυσης με έδραση (2<sup>η</sup> ιδιοσυχνότητα)



Σχήμα 5.28: Δυναμική ταλάντωση πεταλοειδούς επένδυσης με έδραση (3<sup>η</sup> ιδιοσυχνότητα)



Σχήμα 5.29: Δυναμική ταλάντωση πεταλοειδούς επένδυσης με έδραση (4<sup>η</sup> ιδιοσυχνότητα)



Σχήμα 5.30: Δυναμική ταλάντωση πεταλοειδούς επένδυσης με έδραση (5<sup>η</sup> ιδιοσυχνότητα)

## 5.4 Τετραγωνική επένδυση

### 5.4.1 Διακριτοποίηση

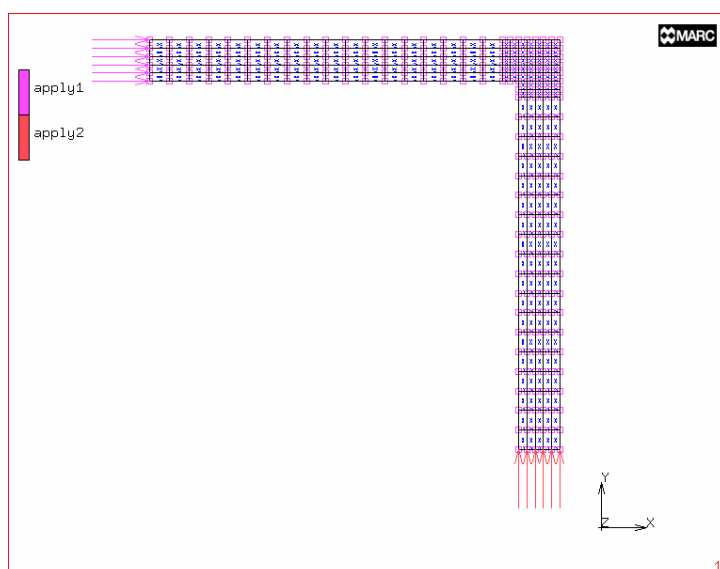
Η διακριτοποίηση του πραγματοποιήθηκε για αυτό το είδος επένδυσης κατά την παραμετρική ανάλυση φαίνεται στο σχήμα (5.31) και αποτελείται από εξολοκλήρου από ορθογωνικά στοιχεία (elements). Οι συνοριακές συνθήκες που εφαρμόζονται είναι κύλιση κατά τον οριζόντιο άξονα στο κάτω μέρος της επένδυσης

και κύλιση κατά τον κάθετο άξονα στο πάνω μέρος της. Αυτές οι συνοριακές συνθήκες λαμβάνονται για την εξασφάλιση της συμμετρίας (Σχήμα 5.31).

### 5.4.2 Παραμετρική ανάλυση

Κατά την ανάλυση της επένδυσης τετραγωνικής μορφής που χρησιμοποιείται κατά κύριο λόγο στην μέθοδο κοπής και επικάλυψης (cut and cover) αλλάζουν οι ίδιες παράμετροι όπως και στους άλλους δύο τύπους επένδυσης.

Στην πρώτη ανάλυση που πραγματοποιήθηκε θεωρήθηκαν σταθερές οι τιμές που φαίνονται στο πίνακα 5.23 και μεταβαλλόταν η τιμή του μέτρου ελαστικότητας από  $10\text{GPa}$  μέχρι  $70\text{GPa}$  με βήμα  $10\text{GPa}$ . Τα αποτελέσματα για τις πρώτες πέντε ιδιοσυχνότητες παρουσιάζονται στον πίνακα 5.24.



Σχήμα 5.31: Διακριτοποίηση και συνοριακές συνθήκες τετραγωνικής επένδυσης

Πίνακας 5.23: Χαρακτηριστικές τιμές της τετραγωνικής επένδυσης

Λόγος Poisson	$\nu = 0,3$
Μέτρο ελαστικότητας	$E \text{ (GPa) μεταβάλλεται}$
Πλευρά τετραγώνου	$l = 5 \text{ m}$
Πάχος επένδυσης	$x = 0,5 \text{ m}$

Πίνακας 5.24: Αποτελέσματα των τιμών των ιδιοσυχνοτήτων για τετραγωνική επένδυση

<b>E(Gpa) Freq (Hz)</b>	<b>10</b>	<b>20</b>	<b>30</b>	<b>40</b>	<b>50</b>	<b>60</b>	<b>70</b>
<b>1<sup>η</sup></b>	0,2740	0,3875	0,4746	0,5481	0,6128	0,6712	0,7250
<b>2<sup>η</sup></b>	0,6378	0,9020	1,1050	1,2760	4,1260	1,5620	1,6880
<b>3<sup>η</sup></b>	2,3450	3,3170	4,0620	4,6910	5,2440	5,7450	6,2050
<b>4<sup>η</sup></b>	3,0890	4,3680	5,3500	6,1780	6,9070	7,5660	8,1720
<b>5<sup>η</sup></b>	4,9010	6,9310	8,4890	9,8020	10,960	12,010	12,970

Επόμενος συνδυασμός των παραμέτρων της κυκλικής επένδυσης που πραγματοποιήθηκε θεωρεί σταθερές τις τιμές που δίνονται στον πίνακα 5.25 και μεταβάλλει την τιμή του πάχους της επένδυσης από 30cm μέχρι 70cm με βήμα 10cm. Τα αποτελέσματα για τις πρώτες πέντε ιδιοσυχνότητες παρουσιάζονται στον πίνακα 5.26.

Πίνακας 5.25: Χαρακτηριστικές τιμές της τετραγωνικής επένδυσης

Λόγος Poisson	<b><math>\nu = 0,3</math></b>
Μέτρο ελαστικότητας	<b><math>E = 50 \text{ GPa}</math></b>
Πλευρά τετραγώνου	<b><math>l = 5 \text{ m}</math></b>
Πάχος επένδυσης	<b><math>x \text{ (m)}</math> μεταβάλλεται</b>

Πίνακας 5.26: Αποτελέσματα των τιμών των ιδιοσυχνοτήτων για τετραγωνική επένδυση

<b>x (m) Freq (Hz)</b>	<b>0,3</b>	<b>0,4</b>	<b>0,5</b>	<b>0,6</b>	<b>0,7</b>
<b>1<sup>η</sup></b>	0,3809	0,4930	0,6128	0,7367	0,8681
<b>2<sup>η</sup></b>	0,8636	1,1330	1,4260	1,7060	2,0260
<b>3<sup>η</sup></b>	3,3720	4,3010	5,2440	6,1510	7,0410
<b>4<sup>η</sup></b>	4,5420	5,7620	6,9070	7,7760	8,4900
<b>5<sup>η</sup></b>	8,8640	10,320	10,960	11,300	11,590

Επίσης πραγματοποιήθηκε ανάλυση μεταβάλλοντας το μήκος των πλευρών του τετραγώνου της επένδυσης από 4m μέχρι 6m με βήμα 0,4m, κρατώντας σταθερές τις τιμές που φαίνονται στον πίνακα 5.27 και το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος. Οι τιμές της ιδιοσυχνότητας που μετρήθηκαν παρουσιάζονται στον πίνακα 5.28.

Πίνακας 5.27: Χαρακτηριστικές τιμές της τετραγωνικής επένδυσης

Λόγος Poisson	$\nu = 0,3$
Μέτρο ελαστικότητας	$E = 50 \text{ GPa}$
Πλευρά τετραγώνου	$l \text{ (m) μεταβάλλεται}$
Πάχος επένδυσης	$x = 0,5 \text{ m}$

Πίνακας 5.28: Αποτελέσματα των τιμών των ιδιοσυχνοτήτων για τετραγωνική επένδυση

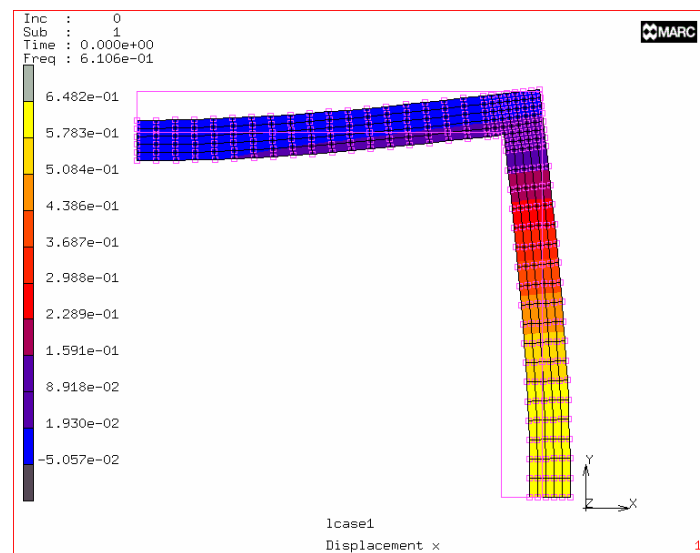
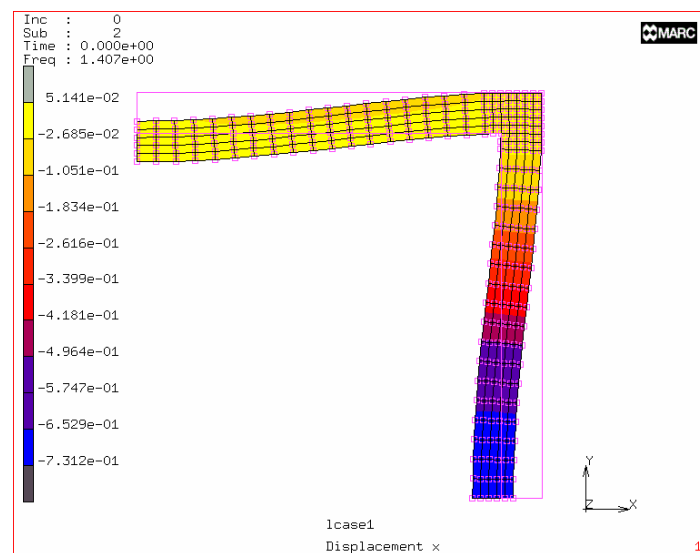
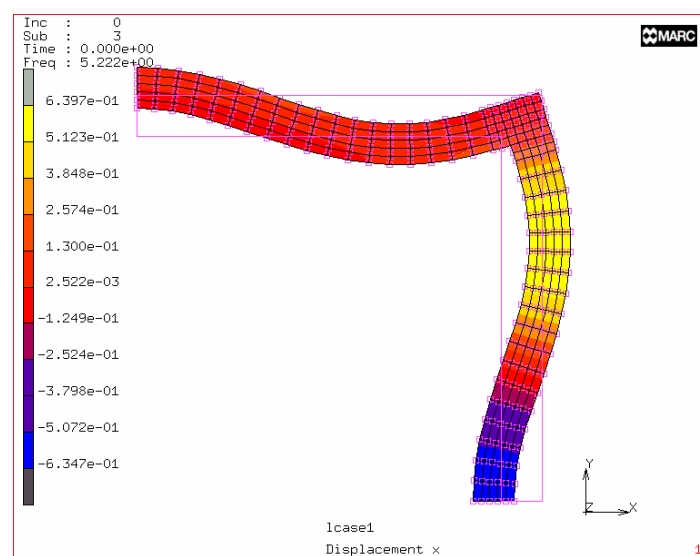
$l \text{ (m)}$ <b>Freq (Hz)</b>	<b>4</b>	<b>4,4</b>	<b>4,8</b>	<b>5,2</b>	<b>5,6</b>	<b>6</b>
<b>1<sup>η</sup></b>	0,9637	0,7931	0,6651	0,5666	0,4892	0,4272
<b>2<sup>η</sup></b>	2,2500	1,8500	1,5490	1,3180	1,1360	0,9910
<b>3<sup>η</sup></b>	7,9960	6,6800	5,6660	4,8690	4,2330	3,7180
<b>4<sup>η</sup></b>	10,020	8,5860	7,4120	6,4490	5,6550	4,9960
<b>5<sup>η</sup></b>	14,230	12,740	11,500	10,450	9,5310	8,7270

Παρακάτω δίνονται οι πέντε πρώτοι κύριοι τρόποι ταλάντωσης της τετραγωνικής επένδυσης (Σχήματα 5.32, 5.33, 5.34, 5.34, 5.35) με χαρακτηριστικά που φαίνονται στο πίνακα 5.29.

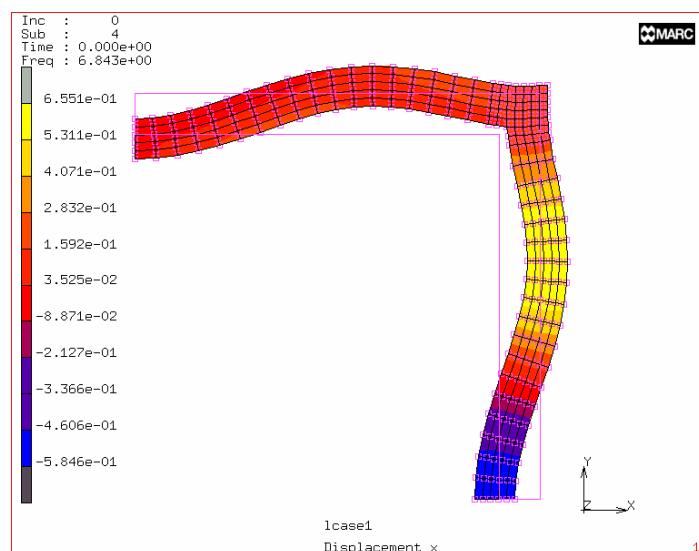
Πίνακας 5.29: Χαρακτηριστικές τιμές της τετραγωνικής επένδυσης

Λόγος Poisson	$\nu = 0,3$
Μέτρο ελαστικότητας	$E = 50 \text{ GPa}$
Πλευρά τετραγώνου	$l = 5 \text{ m}$
Πάχος επένδυσης	$x = 0,5 \text{ m}$

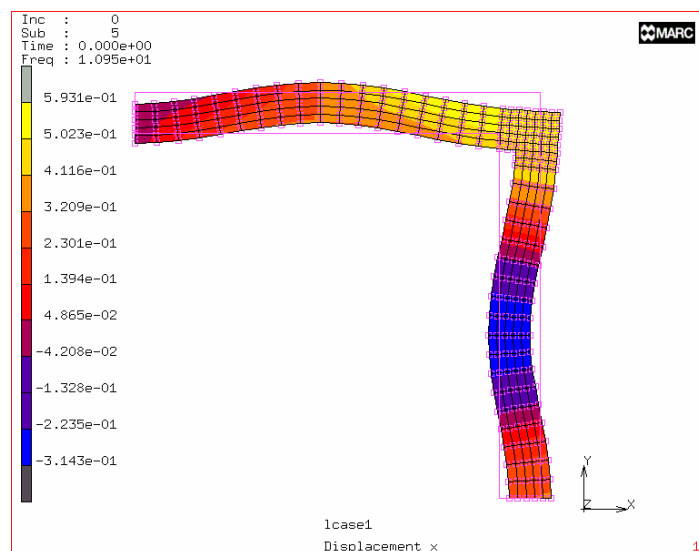
Για αυτόν τον τύπο επένδυσης δεν πραγματοποιήθηκε παραμετρική ανάλυση με παρουσία τμηματικής έδρασης, αφού κάτι τέτοιο δεν εμφανίζεται σε αυτό το είδος σήραγγων. Μετά την κατασκευή της τετραγωνικής ή ορθογώνιας επένδυσης στην μέθοδο κοπής και επικάλυψης η σήραγγα καλύπτεται εξολοκλήρου με έδαφος.

Σχήμα 5.32: Δυναμική ταλάντωση τετραγωνικής επένδυσης (1<sup>η</sup> ιδιοσυχνότητα)Σχήμα 5.33: Δυναμική ταλάντωση τετραγωνικής επένδυσης (2<sup>η</sup> ιδιοσυχνότητα)Σχήμα 5.34: Δυναμική ταλάντωση τετραγωνικής επένδυσης (3<sup>η</sup> ιδιοσυχνότητα)





Σχήμα 5.35: Δυναμική ταλάντωση τετραγωνικής επένδυσης (4<sup>η</sup> ιδιοσυχνότητα)



Σχήμα 5.36: Δυναμική ταλάντωση τετραγωνικής επένδυσης (5<sup>η</sup> ιδιοσυχνότητα)

## 5.5 Σύγκριση αναλυτικής και αριθμητικής μεθόδου

Για την σύγκριση των δύο μεθόδων θα χρησιμοποιηθεί ένα παράδειγμα αναλυτικού υπολογισμού παραμόρφωσης (μετατοπίσεων) τοιχωμάτων κυκλικής σήραγγας όταν αυτή καταπονείται από διατμητικά κύματα (Power, 1996). Εν προκειμένου βρίσκεται η μετακίνηση της επένδυσης με αναλυτική μέθοδο για καταπόνηση από σεισμό και με την μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων (αριθμητική μέθοδος). Όλες οι σχέσεις που χρησιμοποιούνται κατά την αναλυτική μέθοδο έχουν αναφερθεί στο *Κεφάλαιο 2*.

### 5.5.1 Αναλυτική μέθοδος

Οι παράμετροι του σεισμού και του εδάφους είναι:

Αδράνεια βαρύτητας:  $M_w = 7,5$

Απόσταση πηγής σεισμού  $= 10\text{km}$

Μέγιστη εδαφική επιτάχυνση στην επιφάνεια:  $a_{\max} = 0,5g$

Δυσκαμψία εδάφους:  $\rho_m = 1920\text{kg} / \text{m}^3$ ,  $C_m = 250\text{m} / \text{s}$ ,  $\nu_m = 0,3$

Οι παράμετροι της σήραγγας και της κυκλικής επένδυσης είναι:

Διάμετρος σήραγγας:  $d = 6\text{m} \rightarrow r = 3\text{m}$

Πάχος επένδυσης:  $t = 0,3\text{m}$

Βάθος σήραγγας  $= 15\text{m}$

Εμβαδόν επένδυσης σήραγγας (ανά μονάδα πλάτους):  $A_l = 0,3\text{m}^2 / \text{m}$

Μέτρο ελαστικότητας επένδυσης:  $E_l = 24,8 \times 10^6 \text{kPa} \square 25\text{GPa}$

Λόγος Poisson επένδυσης:  $\nu_l = 0,2$

Ροπή αδράνειας επένδυσης σήραγγας (ανά μονάδα πλάτους):

$$I = \frac{1}{12}(1)(0,3^3) = 0,0023\text{m}^4 / \text{m}$$

Προσδιορισμός της τιμής της θλιπτικής καταπόνησης ( $R^n$ ) και της μετατόπισης της επένδυσης  $\Delta D_{\text{lining}}^n$ :

Με βάση τον πίνακα 2.2 γίνεται ο υπολογισμός της εδαφικής επιτάχυνσης στο βάθος της σήραγγας.

$$a_s = 0,9a_{\max} = (0,9)(0,5g) = 0,45g$$

Με βάση τον πίνακα 5.30 λαμβάνεται η τιμή του λόγου ( $= 140\text{cm} / \text{s} / g$ ), και προσδιορίζεται η τιμή της μέγιστης ταχύτητας των κυμάτων στην επιφάνεια του εδάφους και προσδίδεται η ταχύτητα των κυμάτων στο βάθος της σήραγγας.

$$V_s = (140 \text{ cm/s/g})(0,45 \text{ g}) = 63 \text{ cm/s} = 0,63 \text{ m/s}$$

άρα

$$\gamma_{\max} = \frac{V_s}{C_m} = \frac{0,63}{300} = 0,0021$$

Πίνακας 5.30: Τιμές για τις μέγιστες εδαφικές ταχύτητες και τις μέγιστες εδαφικές επιταχύνσεις στην επιφάνεια εδάφους ή πετρωμάτων (Power, 1996)

Moment magnitude ( $M_w$ )	Ratio of peak ground velocity (cm/s) to peak ground acceleration (g)		
	Source-to-site distance (km)		
	0-20	20-50	50-100
<i>Rock</i> <sup>a</sup>			
6.5	66	76	86
7.5	97	109	97
8.5	127	140	152
<i>Stiff soil</i> <sup>b</sup>			
6.5	94	102	109
7.5	140	127	155
8.5	180	188	193
<i>Soft soil</i> <sup>a</sup>			
6.5	140	132	142
7.5	208	165	201
8.5	269	244	251

Με βάση τον πίνακα 2.4 υπολογίζεται

$$G_m = \rho_m C_m^2 = \left(\frac{1920}{1000}\right)(250^2) = 120000 \text{ kPa}$$

και

$$E_m = 2G_m(1 + \nu_m) = 2(120000)(1 + 0,3) = 312000 \text{ kPa}$$

από τη σχέση (2.34) ισχύει

$$a^n = \frac{12E_t I(5 - 6\nu_m)}{d^3 G_m(1 - \nu_t^2)} = \frac{(12)(24,8)(10^6)(0,0023)(5 - (6)(0,3))}{(6^3)(120000)(1 - (0,2^2))} = 0,088025$$

από σχέση (2.33) προκύπτει

$$R^n = \frac{4(1-\nu_m)}{a^n + 1} = \frac{4(1-0,3)}{0,088025 + 1} = 2,5735$$

Άρα με βάση την σχέση (2.29) η μέγιστη μετατόπιση της επένδυσης είναι:

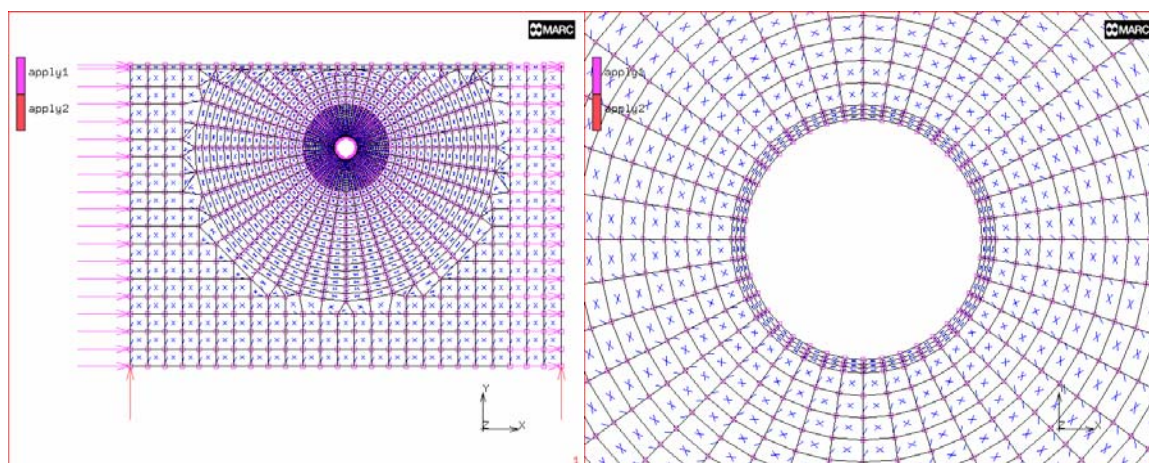
$$\Delta d_{lining}^n = R^n \Delta d_{free-field} = R^n \frac{\gamma_{max} d}{2} = (2,5735) \frac{(0,0021)(6)}{2} = 0,016213m$$

### 5.5.2 Αριθμητική μέθοδος

Κατά την αριθμητική μέθοδο στο πρόγραμμα των πεπερασμένων στοιχείων κατασκευάστηκε ορθογώνιος κάνναβος από τετραγωνικά και τριγωνικά στοιχεία. Σε αυτόν δημιουργήθηκε η επένδυση της σήραγγας με χαρακτηριστικά ίδια με αυτά που χρησιμοποιήθηκαν στην αριθμητική μέθοδο, και στο ίδιο βάθος. Το έδαφος που περιβάλλει την επένδυση προεκτείνεται προς τα πλάγια και προς τα κάτω για 50m.

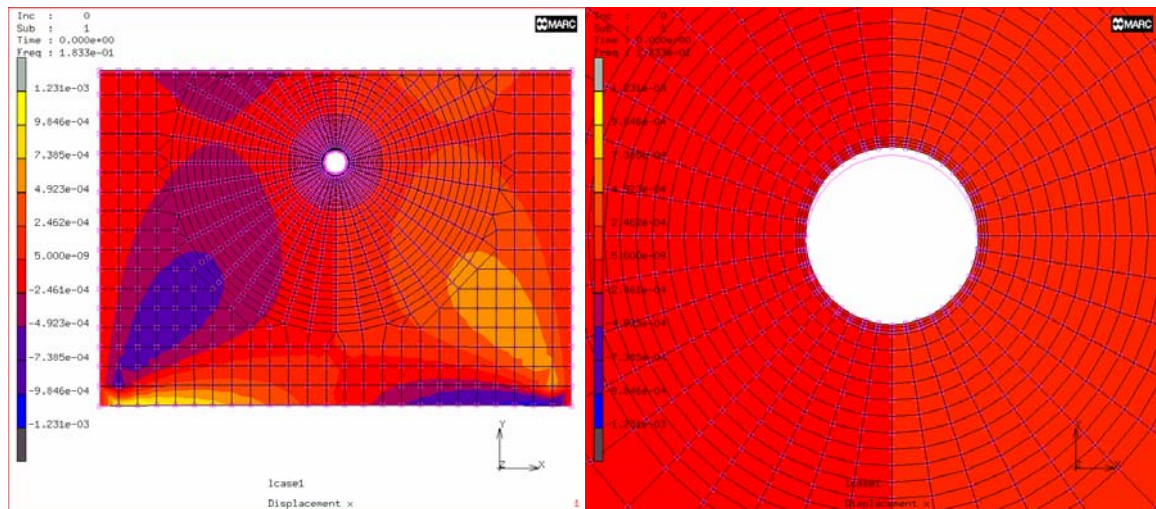
Οι διακριτοποίηση και οι συνοριακές συνθήκες φαίνονται στο σχήμα 5.37. Οι συνοριακές συνθήκες που χρησιμοποιήθηκαν είναι: πάκτωση στις δύο κάτω γωνίες του καννάβου και κύλιση στις δύο κάθετες πλευρές του περιβάλλοντος εδάφους. Η αριθμητική επίλυση περιλαμβάνει την εύρεση των ιδιοσυχνοτήτων (modal analysis).

Οι παραμορφώσεις που παρουσίασαν η επένδυση και το περιβάλλον μέσο μετά την επίλυση του προβλήματος παρουσιάζονται στα σχήματα 5.38, 5.39, 5.40, 5.41, 5.42. Ενώ στο πίνακα 5.31, δίνονται οι τιμές των πέντε πρώτων ιδιοσυχνοτήτων.

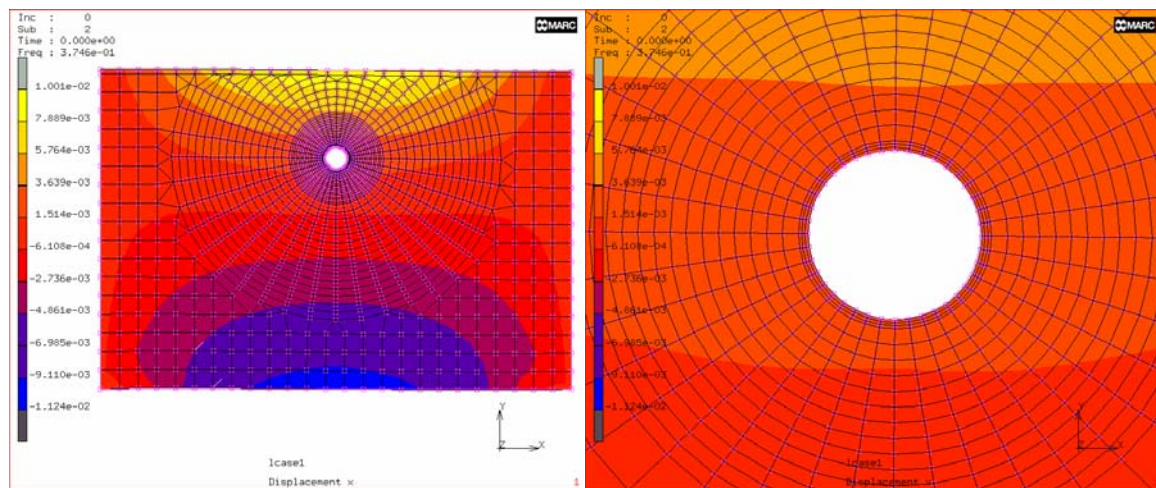


Σχήμα 5.37: Διακριτοποίηση και συνοριακές συνθήκες κυκλικής σήραγγας σε έδαφος.

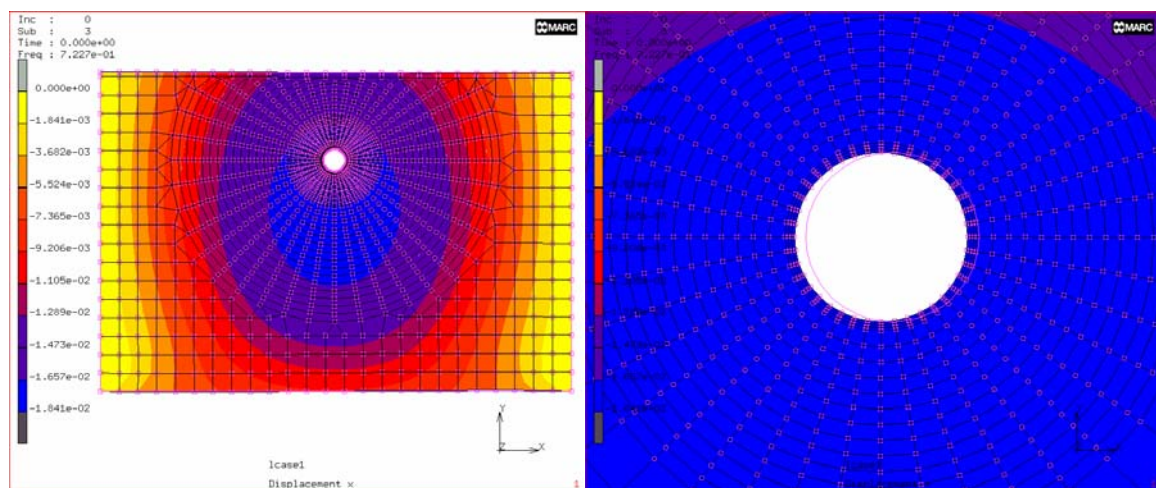




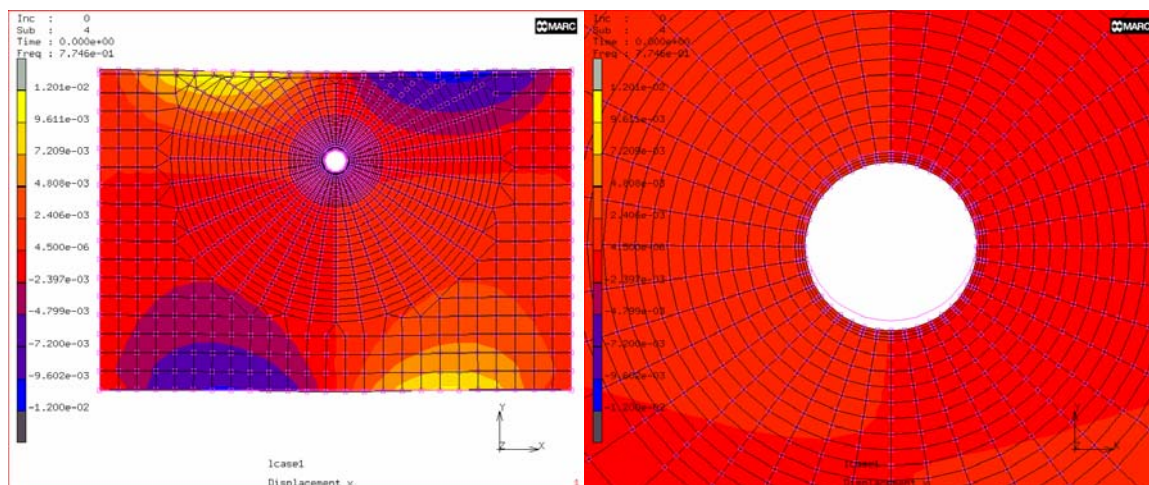
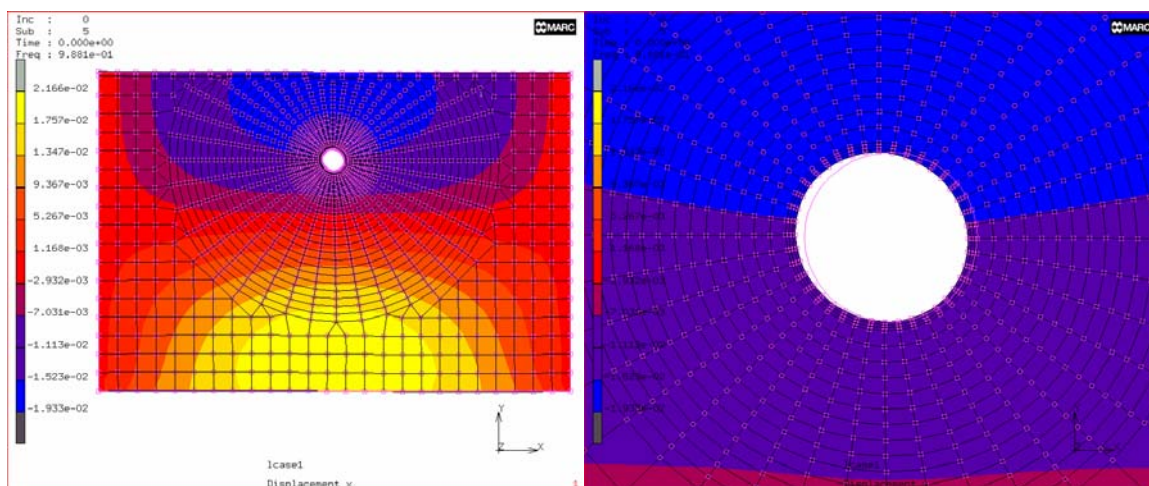
Σχήμα 5.38: Παραμόρφωση της κυκλικής επένδυσης σήραγγας (1<sup>η</sup> ιδιοσυχνότητα)



Σχήμα 5.39: Παραμόρφωση της κυκλικής επένδυσης σήραγγας (2<sup>η</sup> ιδιοσυχνότητα)



Σχήμα 5.40: Παραμόρφωση της κυκλικής επένδυσης σήραγγας (3<sup>η</sup> ιδιοσυχνότητα)

Σχήμα 5.41: Παραμόρφωση της κυκλικής επένδυσης σήραγγας (4<sup>η</sup> ιδιοσυχνότητα)Σχήμα 5.42: Παραμόρφωση της κυκλικής επένδυσης σήραγγας (5<sup>η</sup> ιδιοσυχνότητα)

Πίνακας 5.31: Αποτελέσματα τιμών των ιδιοσυχνοτήτων

<b>Freq (Hz)</b>	
<b>1<sup>η</sup></b>	0,1833
<b>2<sup>η</sup></b>	0,3746
<b>3<sup>η</sup></b>	0,7227
<b>4<sup>η</sup></b>	0,7746
<b>5<sup>η</sup></b>	0,9881

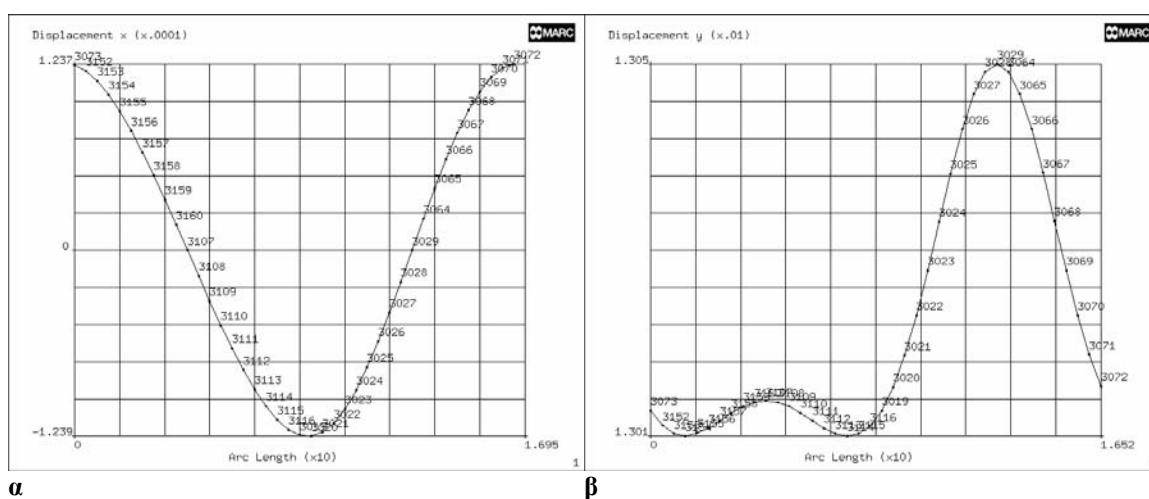
Για την εύρεση της μέγιστης μετατόπισης της επένδυσης της σήραγγας, για κάθε ιδιοσυχνότητα λήφθηκαν οι μετατοπίσεις στον οριζόντιο (displacement x) και στο κάθετο άξονα (displacement y) (Σχήματα 5.43, 5.44, 5.45, 5.46, 5.47). Οι μετατοπίσεις αυτές είναι για το εσωτερικό τμήμα της επένδυσης, και με βάση τον



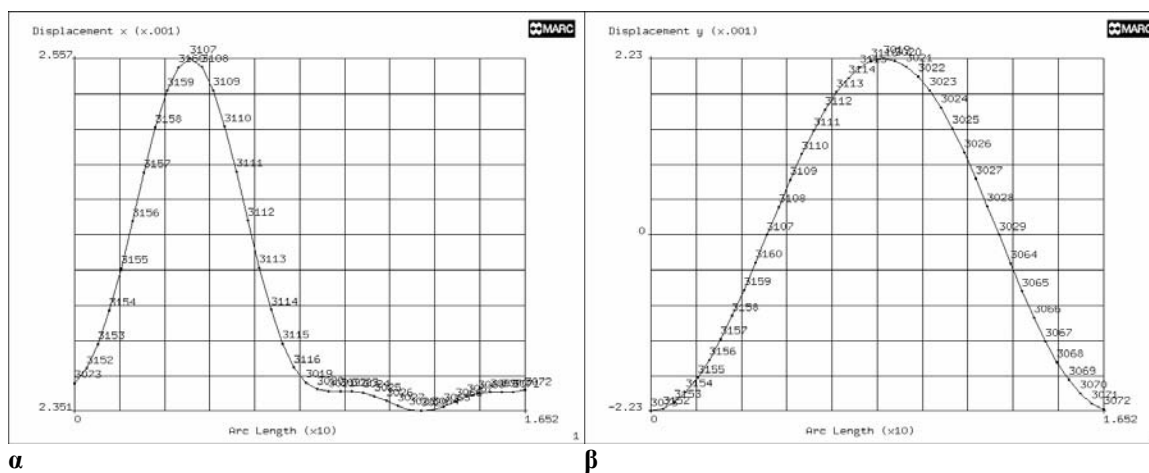
τριγωνομετρικό κύκλο οι τιμές της μετατόπισης στα διαγράμματα που εξήχθησαν αρχίζουν από τις 0° μέχρι τις 360°. Η μετατόπιση για κάθε κόμβο (node) υπολογίζεται από την σχέση (5.1).

$$\Delta d = \sqrt{d_x^2 + d_y^2} \quad (5.1)$$

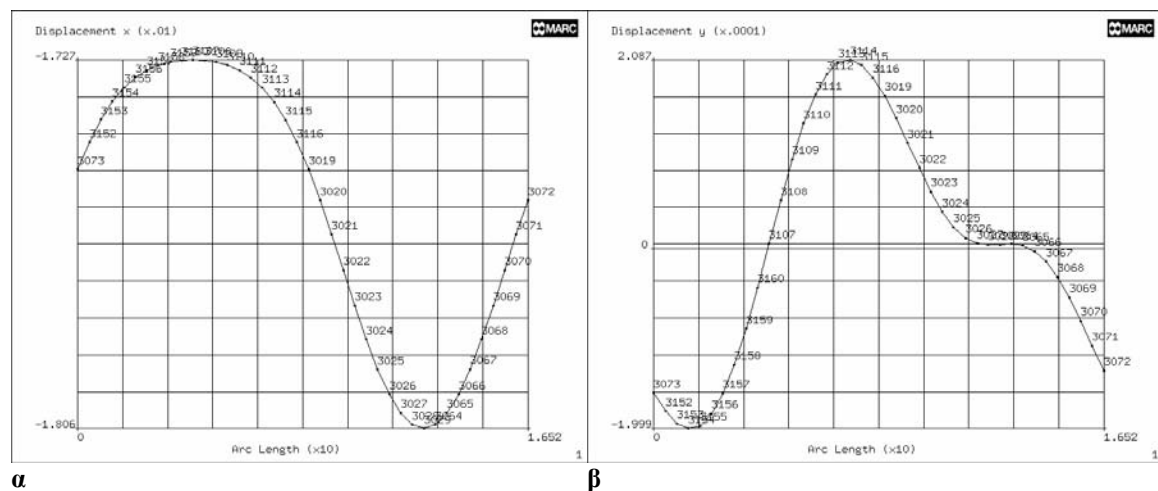
Ενώ η μέγιστη μετατόπιση της σήραγγας σε κάθε ιδιοσυχνότητα εξάγεται από την σύγκριση όλων των μετατοπίσεων των κόμβων.,



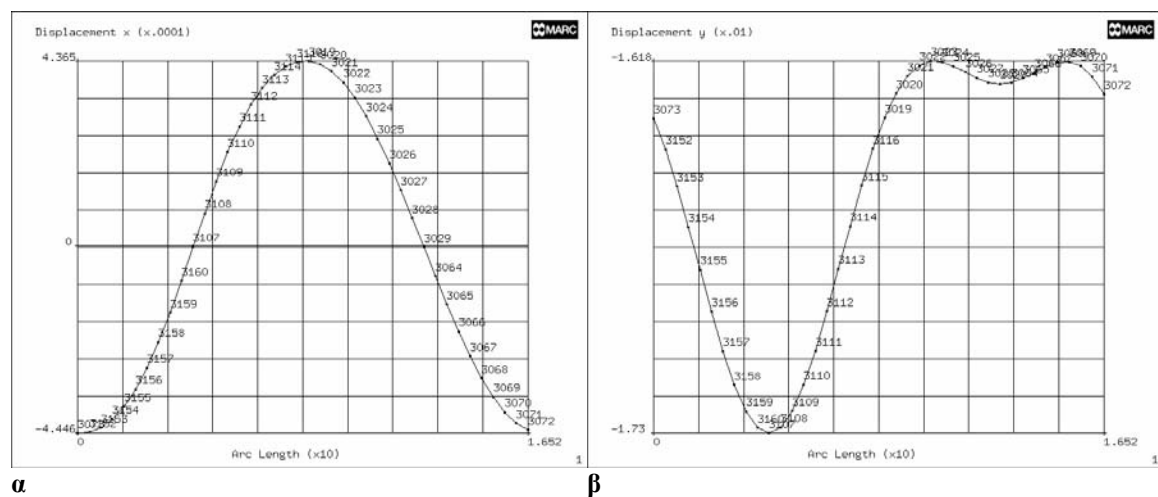
Σχήμα 5.43: (α) Γραφική παράσταση της μετατόπισης της επένδυσης στο οριζόντιο άξονα κατά την 1<sup>η</sup> ιδιοσυχνότητα, (β) Γραφική παράσταση της μετατόπισης της επένδυσης στο κατακόρυφο άξονα κατά την 1<sup>η</sup> ιδιοσυχνότητα



Σχήμα 5.44: (α) Γραφική παράσταση της μετατόπισης της επένδυσης στο οριζόντιο άξονα κατά την 2<sup>η</sup> ιδιοσυχνότητα, (β) Γραφική παράσταση της μετατόπισης της επένδυσης στο κατακόρυφο άξονα κατά την 2<sup>η</sup> ιδιοσυχνότητα



Σχήμα 5.45: (α) Γραφική παράσταση της μετατόπισης της επένδυσης στο οριζόντιο άξονα κατά την 3<sup>η</sup> ιδιοσυχνότητα, (β) Γραφική παράσταση της μετατόπισης της επένδυσης στο κατακόρυφο άξονα κατά την 3<sup>η</sup> ιδιοσυχνότητα



Σχήμα 5.46: (α) Γραφική παράσταση της μετατόπισης της επένδυσης στο οριζόντιο άξονα κατά την 4<sup>η</sup> ιδιοσυχνότητα, (β) Γραφική παράσταση της μετατόπισης της επένδυσης στο κατακόρυφο άξονα κατά την 4<sup>η</sup> ιδιοσυχνότητα





## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6

### ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

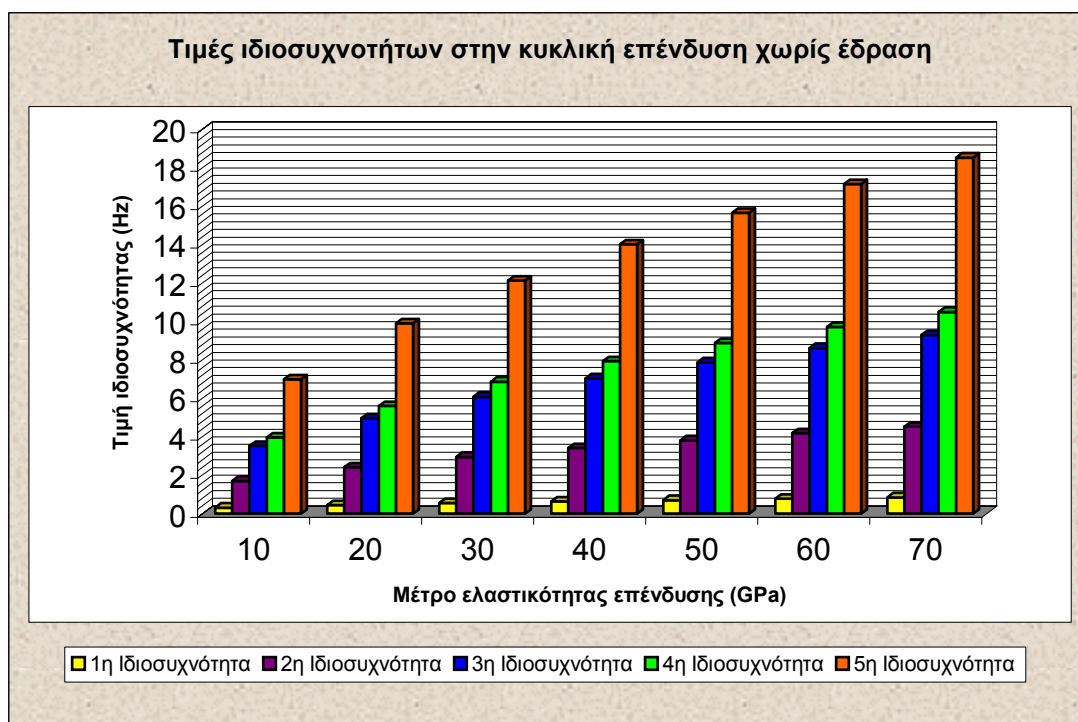
#### 6.1 Συμπεράσματα

Από τη μελέτη και την επεξεργασία των αποτελεσμάτων για μοντέλα κυκλικής, πεταλοειδούς, και τετραγωνικής επένδυσης σήραγγας, για την περίπτωση που η επένδυση θεωρείται ελεύθερη, δηλαδή που δεν έχει καμία έδραση, εξάγονται τα εξής συμπεράσματα:

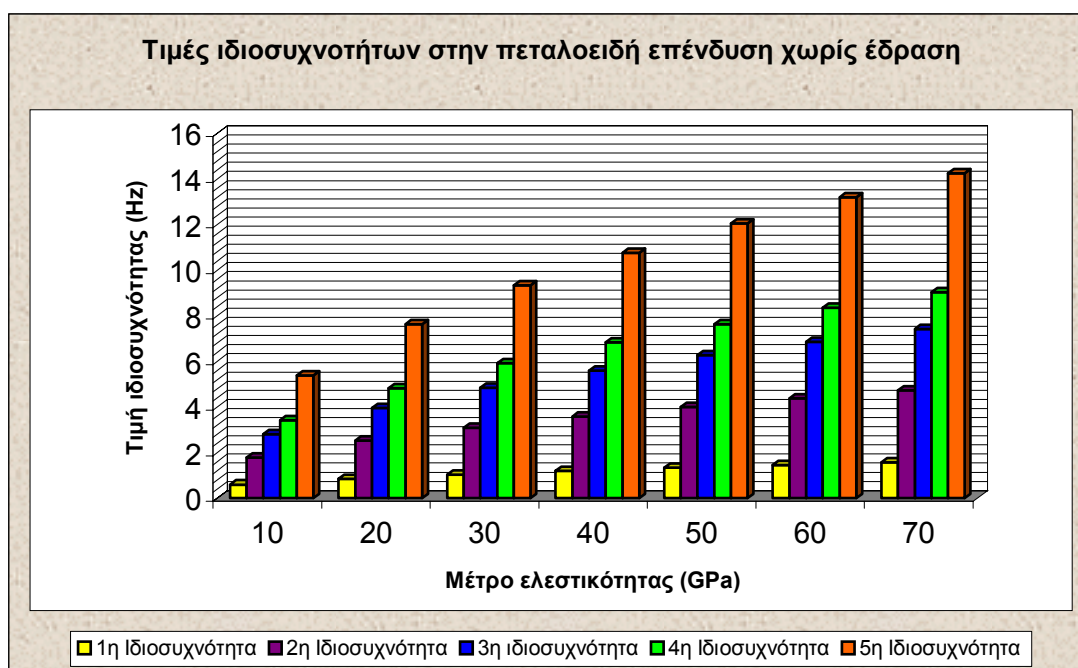
- Με της αύξηση του μέτρου ελαστικότητας της επένδυσης, και για τους τρεις τύπους, παρατηρείται αύξηση στην τιμή των ιδιοσυχνοτήτων. Δηλαδή με την αύξηση της δυσκαμψίας μιας επένδυσης επιτυγχάνεται και η αύξηση της ιδιοσυχνότητάς της (το οποίο μπορεί να είναι επιθυμητό). Γενικέ οι ιδιοσυχνότητες κυμαίνονται από 6-12 Hz. Στα σχήματα 6.1, 6.2, 6.3 φαίνεται ο ρυθμός της αύξησης των πέντε πρώτων ιδιοσυχνοτήτων για τον κάθε τύπο επένδυσης.
- Με της αύξηση του πάχους της επένδυσης, και για τους τρεις τύπους, παρατηρείται αύξηση στην τιμή των ιδιοσυχνοτήτων. Στα σχήματα 6.4, 6.5, 6.6 φαίνεται ο ρυθμός της αύξησης των πέντε πρώτων ιδιοσυχνοτήτων για τον κάθε τύπο επένδυσης.
- Με την μείωση της ακτίνας, για την κυκλική και πεταλοειδή επένδυση, ή την μείωση της πλευράς του τετραγώνου για την τετραγωνική επένδυση, παρατηρείται αύξηση στην τιμή της ιδιοσυχνότητας. Στα σχήματα 6.7, 6.8, 6.9

φαίνεται ο ρυθμός της αύξησης των πέντε πρώτων ιδιοσυχνοτήτων για τον κάθε τύπο επένδυσης.

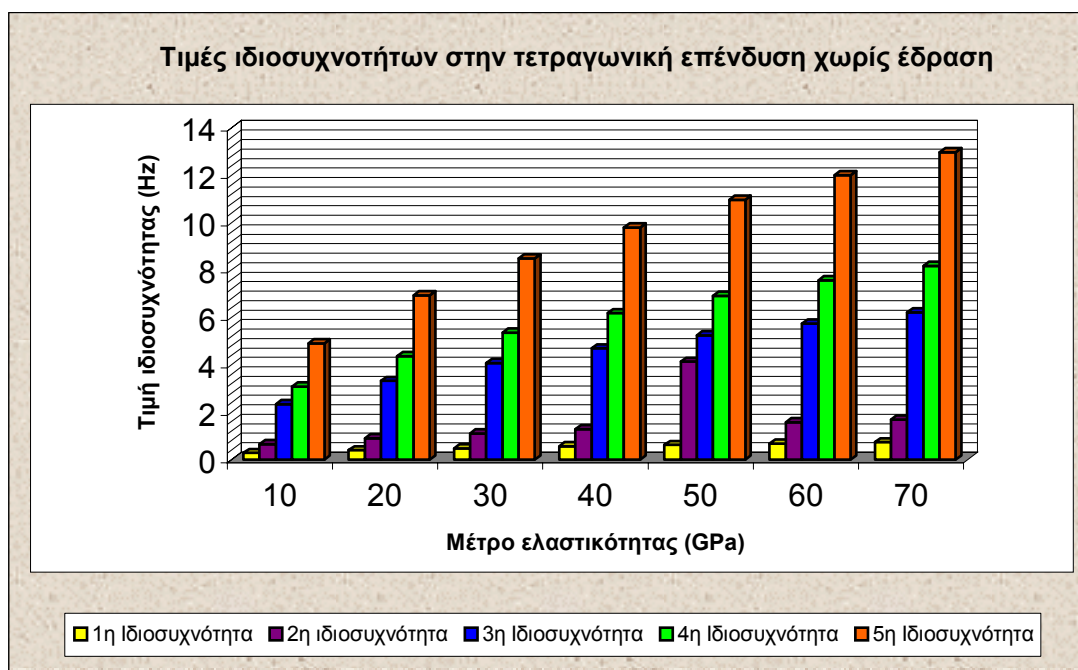
- Η ιδιοσυχνότητα επηρεάζεται από το μέγεθος της διακριτοποίησης. Γι' αυτό χρησιμοποιήθηκαν όσο το δυνατόν ίδιος αριθμός και ίδιο μέγεθος στοιχείων ανάμεσα στους τρεις τύπους επένδυσης, για την καλύτερη σύγκριση μεταξύ τους.
- Τα αποτελέσματα του προβλήματος των ιδιοσυχνοτήτων (modal analysis) δεν επηρεάζεται από την θεώρηση της επίπεδης παραμόρφωσης (plain stress) ή της επίπεδης τάσης (plain strain).
- Στα αποτελέσματα των ιδιοσυχνοτήτων για την κυκλική επένδυση με έδραση, η χαμηλότερη τιμή πετυχαίνεται όταν η πάκτωση βρίσκεται στο τόξο των  $0^\circ$  έως  $9^\circ$  ή στο τόξο των  $81^\circ$  έως  $90^\circ$  (Ο προσδιορισμός του τόξου γίνεται με βάση τον τριγωνομετρικό κύκλο).
- Στα αποτελέσματα των ιδιοσυχνοτήτων για την πεταλοειδή επένδυση με έδραση, η χαμηλότερη τιμή πετυχαίνεται όταν η πάκτωση βρίσκεται στο ευθύγραμμο τμήμα της επένδυσης από 0 έως 1,25m.
- Από την ανάλυση της κυκλικής επένδυσης σήραγγας με υπάρχον περιβάλλον μέσο, τα αποτελέσματα που προκύπτουν είναι πολύ χαμηλές τιμές ιδιοσυχνοτήτων, άρα και μεγάλη σταθερότητα σε περίπτωση σεισμικού γεγονότος.



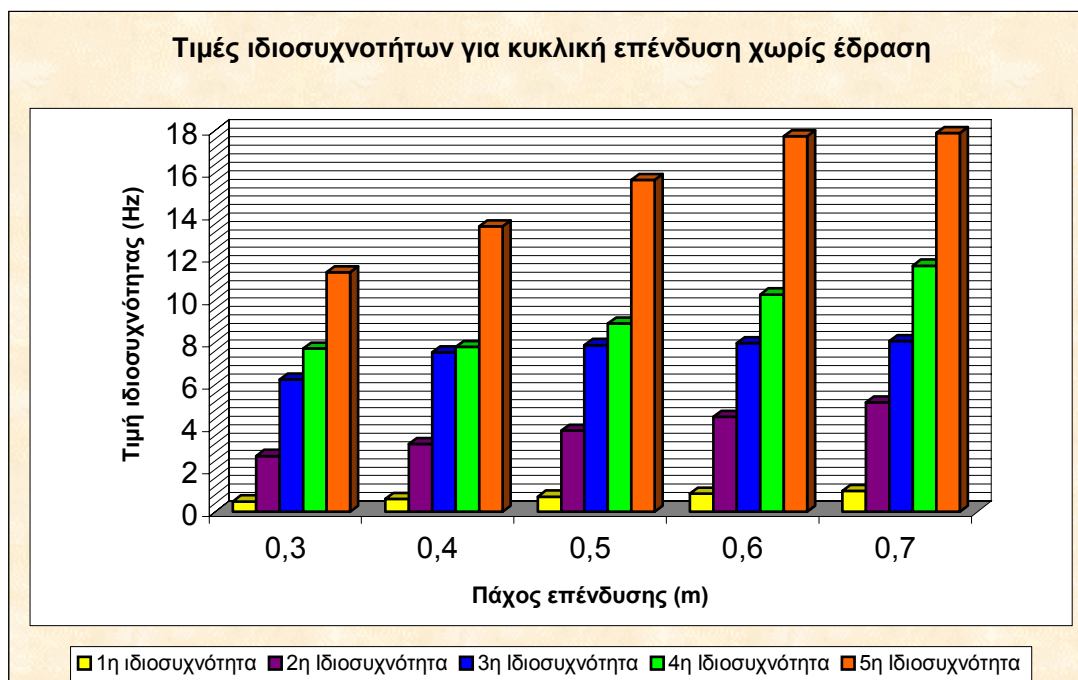
Σχήμα 6.1: Τιμές ιδιοσυχνοτήτων για κυκλική επένδυση χωρίς έδραση με μεταβολή στο μέτρο ελαστικότητας



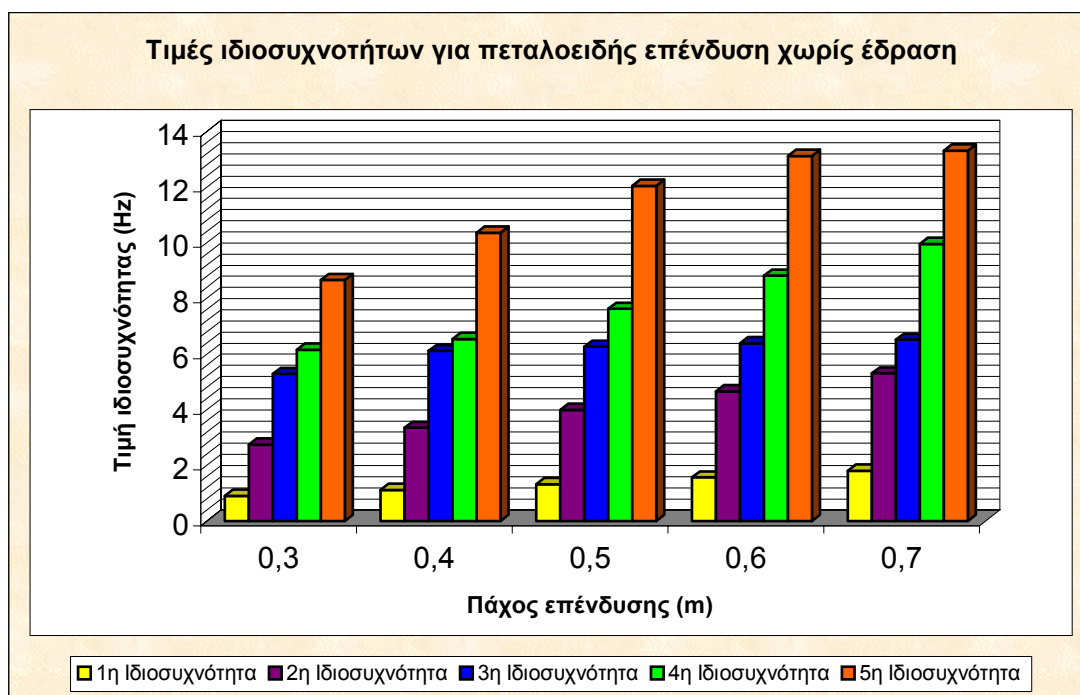
Σχήμα 6.2: Τιμές ιδιοσυχνοτήτων για πεταλοειδή επένδυση χωρίς έδραση με μεταβολή στο μέτρο ελαστικότητας



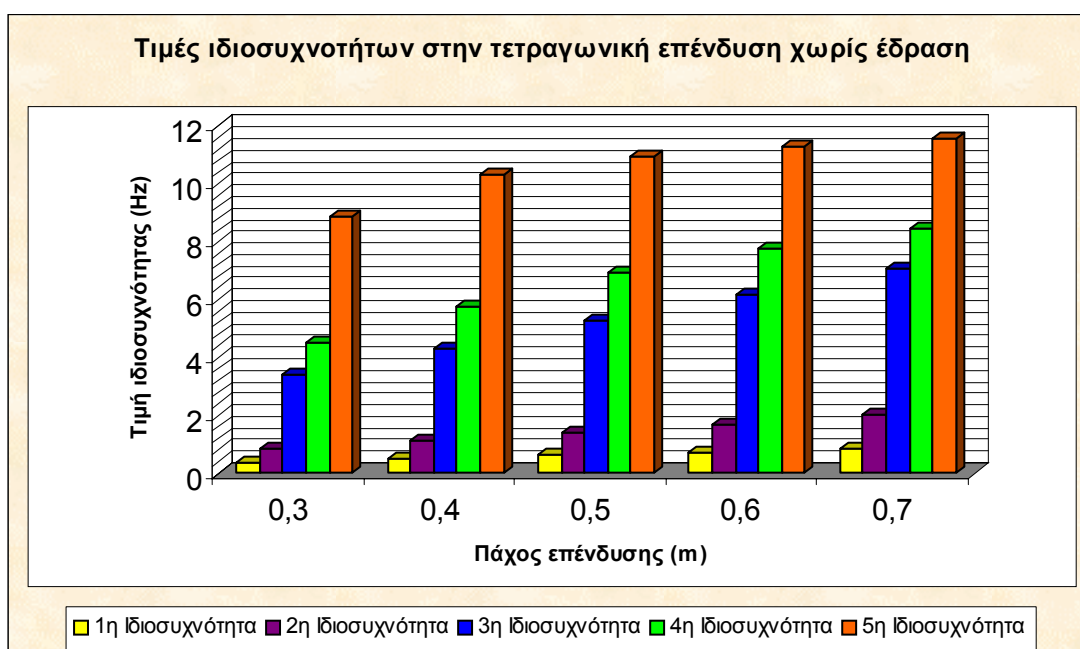
Σχήμα 6.3: Τιμές ιδιοσυχνοτήτων για τετραγωνική επένδυση χωρίς έδραση με μεταβολή στο μέτρο ελαστικότητας



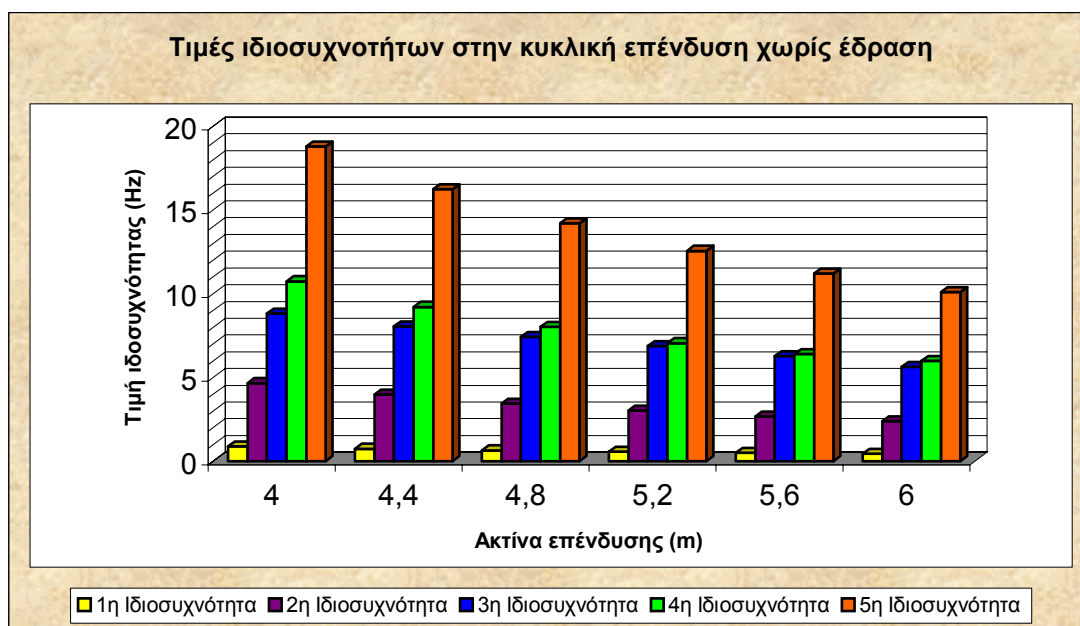
Σχήμα 6.4: Τιμές ιδιοσυχνοτήτων για κυκλική επένδυση χωρίς έδραση με μεταβολή στο πάχος επένδυσης



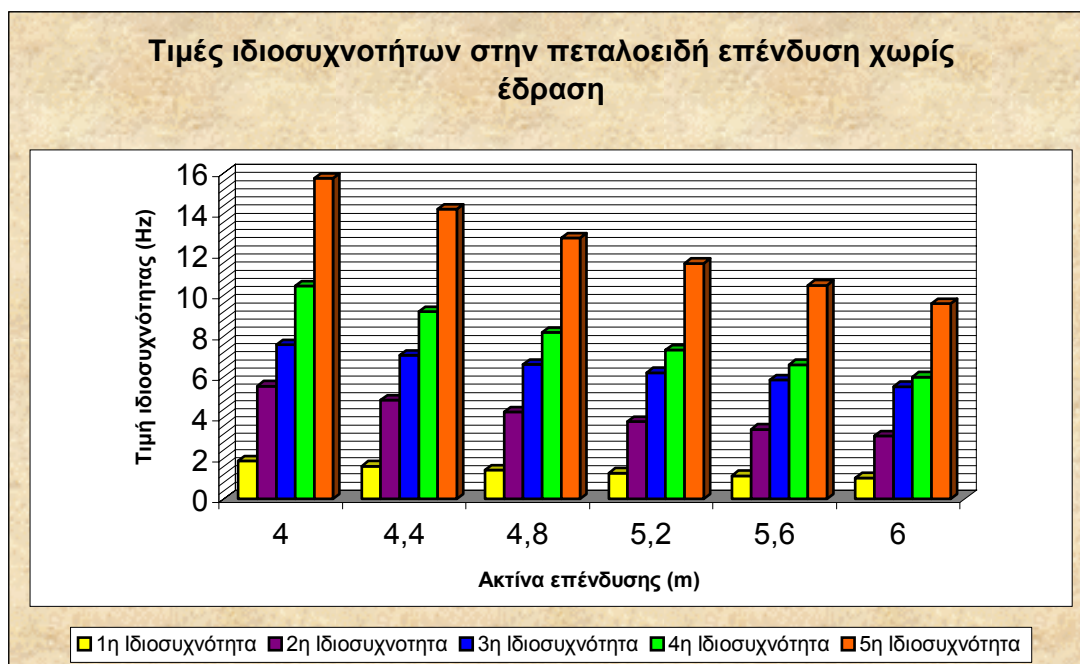
Σχήμα 6.5: Τιμές ιδιοσυχνοτήτων για πεταλοειδής επένδυση χωρίς έδραση με μεταβολή στο πάχος επένδυσης



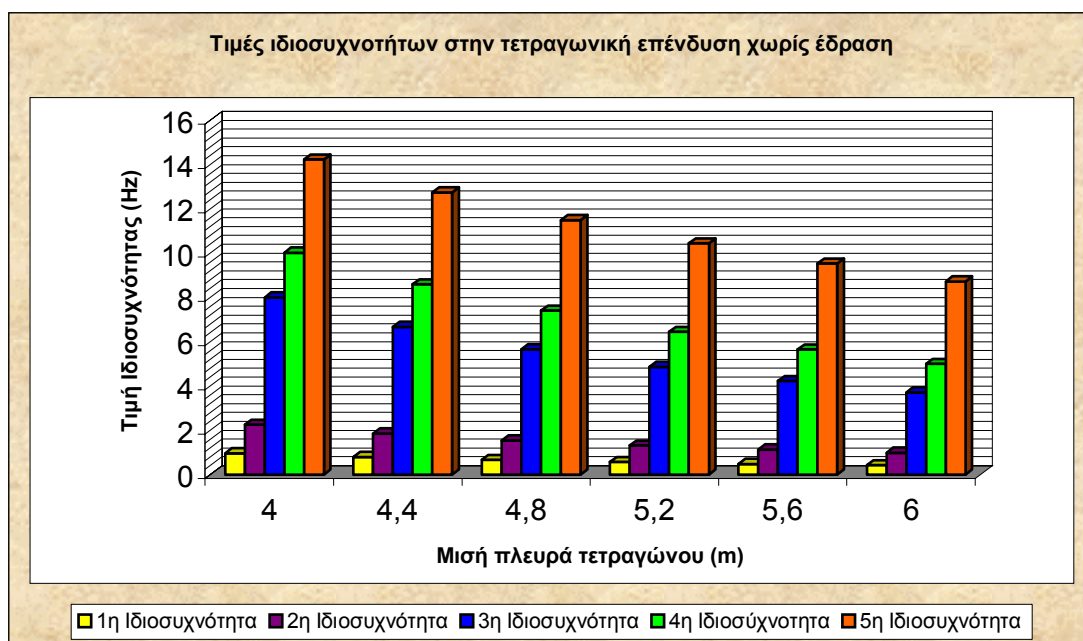
Σχήμα 6.6: Τιμές ιδιοσυχνοτήτων για τετραγωνική επένδυση χωρίς έδραση με μεταβολή στο πάχος επένδυσης



Σχήμα 6.7: Τιμές ιδιοσυχνοτήτων για κυκλική επένδυση χωρίς έδραση με μεταβολή στην ακτίνα



Σχήμα 6.8: Τιμές ιδιοσυχνοτήτων για τετραγωνική επένδυση χωρίς έδραση με μεταβολή στην ακτίνα



Σχήμα 6.9: Τιμές ιδιοσυχνοτήτων για τετραγωνική επένδυση χωρίς έδραση με μεταβολή στο μήκος των πλευρών του τετραγώνου.

## 6.2 Προτάσεις

Όπως φαίνεται και από την παρούσα εργασία, υπάρχει ευρύ πεδίο έρευνας στα θέματα αυτά. Ίσως σε πρώτη φάση θα πρέπει να γίνουν τα ακόλουθα:

- Προσομοίωση δυναμικής διέγερσης σήραγγας (π.χ. με επιτάχυνση ή παλμικό κύμα)
- Περαιτέρω διερεύνηση της αλληλεπίδρασης πετρώματος/επένδυσης για διαφορετικά είδη πετρωμάτων/εδαφών ομογενή κ.τ.λ.



## ***BIBΛΙΟΓΡΑΦΙΑ***

### ***Ελληνική Βιβλιογραφία***

1. Αγιουτάντης, Ζ., (2002). "Στοιχεία Γεωμηχανικής, Μηχανική Πετρωμάτων", Εκδόσεις "ΙΩΝ", Αθήνα.
2. Αναστασιάδης Κ., (1983). "Δυναμική των Κατασκευών, Τόμος Ι, Διακριτά Συστήματα", Εκδόσεις "ΖΗΤΗ", Θεσσαλονίκη.
3. Αναστασιάδης Κ., (1983). "Δυναμική των Κατασκευών, Τόμος ΙΙ, Συνεχή Συστήματα", Εκδόσεις "ΖΗΤΗ", Θεσσαλονίκη.
4. Καρανάχος Α., (1987). "Δυναμική και Μηχανικές Ταλαντώσεις, Πεπερασμένα Στοιχεία", Εκδόσεις "ΠΛΑΙΣΙΟ", Αθήνα.
5. Στειακάκης Χ., (1998). "Μελέτη Εντατικού Πεδίου γύρω από Υπόγειο Κυκλικό Άνοιγμα με την Μέθοδο των Πεπερασμένων Στοιχείων", Πολυτεχνείο Κρήτης, Χανιά.

### ***Διεθνής Βιβλιογραφία***

1. Bardet, J.P., (1991). "a Non-linear Finite Element Program for Geomechanics and Geotechnical Engineering" University of Southern California, Los Angeles.
2. Dowding C.H. and Rozen A., (1978). "Damage to Rock Tunnels from Earthquake Shaking" J. Geotech. Eng. Div., ASCE 104 (GT2), pp.175-191.

3. Duddeck H., (1988). "Application of Numerical Analyses for Tunneling" International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, vol.15, pp. 223-239.
4. Fagan M.J., (1996). "Finite Element Analysis-Theory and Practice" Longman Group.
5. Hashash Y., Jeffrey H.J. and Schmidt B., (2001). "Seismic Design and Analysis of Underground Structures" San Francisco CA, USA.
6. Hoeg K., (1968). "Stresses Against Underground Structural Cylinders" J. Soil Mech. Found. Div., ASCE 94 (SM4), pp.833-858.
7. Hwang R.N. and Lysmer J., (1981). "Response of Buried Structures to Traveling Waves" J. Geotech. Eng. Div., ASCE 107 (GT2), pp.183-200.
8. JSCE, (1988). "Earthquake Resistant Design for Civil Engineering Structures in Japan" Japanese Society of Civil Engineers, Tokyo.
9. Kramer S, (1996). "Geotechnical Earthquake Engineering" Prentice-Hall, Upper Saddle River, NJ, USA.
10. Kuesel T.R., (1969). "Geotechnical Design Criteria for Subways" J. Struct. Div., ASCE ST6, pp.1213-1231.
11. Kuribayashi E., Iwasaki T. and Kawashima K., (1974). "Dynamic behaviour of a Subsurface Tubular Structure" Proceeding of the Fifth Symposium on Earthquake Engineering, India.
12. Lysmer J., (1975). "A Computer Program for Approximate 3-D Analysis of Soil-Structure Interaction Problems" Report no. EERC 75-30. Earthquake Engineering Research Center.

13. Matsubara K., (1995). "On the Wavelength for Seismic Design of Underground Pipeline Structures" Proceedings of the First International Conference on Earthquake Geotechnical Engineering, pp.587-590.
14. Merritt J.L., (1985). "Seismic Design of Underground structures" Proceeding of the 1985 Rapid Excavation Tunneling Conference, vol. 1, pp.104-131.
15. Monsees J.E., (1988). "Seismic Modelling and Design of Underground Structures. Numerical Methods in Geomechanics" Innsbruck, pp.1833-1842.
16. Navarro C., (1992). "Effect of Adjoining Structures on Seismic Response of Tunnels" Int. J. Numer. Anal. Methods Geomech., pp.797-814.
17. Penzien J., (2000). "Seismically-Induced Racking of Tunnel Linings" Int. J. Earthquake Eng. Struct. Dyn., pp683-691.
18. Power M.S., (1996). "Vol.III Strawman: Screening, Evaluation, and Retrofit Design of Tunnels" Report Draft. National Center for Earthquake Engineering Research, Buffalo, New York.
19. Power M., (1998). "Seismic Vulnerability of Tunnels-Revisited" Proceedings of the North American Tunneling Conference, Long Beach, CA, USA
20. Reiter L., (1990). "Earthquake Hazard Analysis-Issues and Insights" Columbia University Press, New York.
21. Sakurai A. and Takahashi T., (1969). "Dynamic Stresses of Underground Pipeline During Earthquakes" Proceedings of the Fourth World Conference on Earthquake Engineering.
22. Schnabel P.B., (1972). "A Computer Program for Earthquake Response Analysis of Horizontally Layered Sites" Report no. EERC 72-12. University of California, Berkeley CA, USA.

23. SFBART, (1960). "Technical Supplement to the Engineering Report for Trans-Bay Tube July
24. St. John C.M. and Zahrah T.F., (1987). "Aseismic Design of Underground Structures" Tunneling Underground Space Technol.2 (2), pp.165-197.
25. Spyrakos C.C., (1996). "Finite Element Modelling-In Engineering Practice" Algor Publishing Division.
26. Sweet J., (1997). "Los Angeles Metro Red Line Project: Seismic Analysis of the Little Tokyo Subway Station" Report no. CAI-097-100, Engineering Management Consultants.
27. Wang J., (1993). "Seismic Design of Tunnels: A State-of-the-Art Approach" Parsons, Brinckerhoff, Quade and Douglas Inc, New York.
28. Weels D.L. and Coppersmith K.J., (1994). "New Empirical Relationships Among Magnitude, Rupture Length, Rupture Width, Rupture Area, and Surface Displacement" Bull. Seismol. Soc. Am. 84 (4), pp.974-1002.
29. Youakim S., (2000). "Nonlinear Analysis of Tunnels in Clayay/Sandy Soil with Concrete Lining" Engineering Structures, vol.22, pp. 707-722.
30. Young H.D., (1994). "University Physics" Carnegie-Mellon University, USA.

## ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α

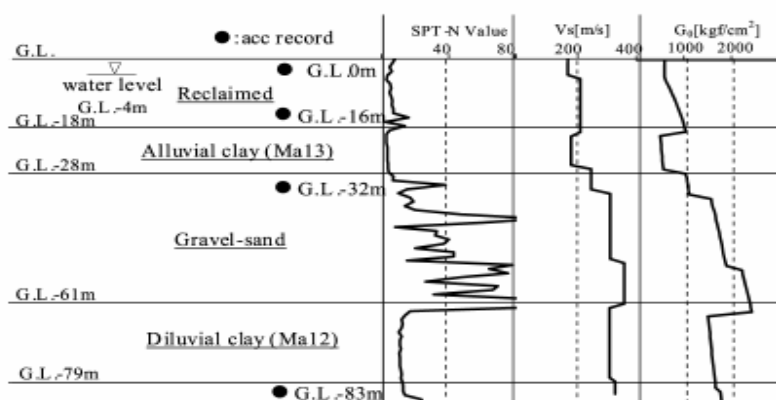
### Α1 Παράδειγμα ανάλυσης υπόγειας κατασκευής που έχει αστοχήσει από σεισμό

Ο σεισμός Hyogoken-Nanbu την 17<sup>η</sup> Ιανουαρίου 1995, μεγέθους 7,2 Ρίχτερ, προκάλεσε εκτεταμένες ζημιές σε αρκετούς υπόγειους σταθμούς του υπόγειου σιδηρόδρομου στο Kobe της Ιαπωνίας (Nakamura, 1996). Οι επιταχύνσεις, οι ταχύτητες και η ισχύς των σεισμικών κυμάτων που καταγράφηκαν σε τέσσερα διαφορετικά βάθη φαίνονται στα σχήματα Α.1 και Α.2 (Fukusumi, 2002).

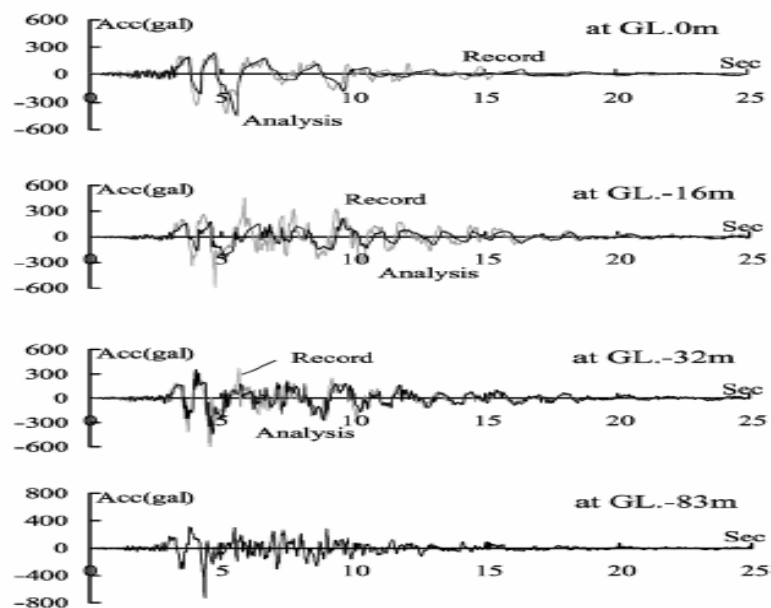
Οι σταθμοί που καταπονήθηκαν περισσότερο ήταν του Daikai όπου κατάρρευσαν οι κεντρικές κολώνες του σταθμού με συνέπεια την κατάπτωση της ανώτερης πλάκας, και του σταθμού Kamisawa όπου έγιναν μεγάλου βαθμού ζημιές στην δυτική πλευρά του σταθμού (Hashash, 2002).

Συγκεκριμένα για τον σταθμό Kamisawa, που αποτελεί μια κατασκευή από ασύμμετρα πλαίσια μεγάλου μήκους, κατά την διάρκεια του σεισμού οι εγκάρσιοι τοίχοι στα πλάγια και στις περιοχές όπου άλλαζε η γεωμετρία (πλάτος) ενέργησαν αρνητικά στην αντίσταση της κατασκευής (Iida, 1996). Η κάτοψη και οι πλάγιες όψεις του σταθμού φαίνονται στο σχήμα Α.3. Το περιβάλλον έδαφος του σταθμού αποτελούνταν από αποθέσεις αλουβιανών αργίλων (Fukusumi, 2002).

Το 73% των κολώνων υπέστησαν μεγάλη ή μικρή ζημιά και οι πλάκες με τους εγκάρσιους τοίχους υπέστησαν διαμήκεις ρωγμές κατά μήκος της σιδηροδρομικής γραμμής (Samata, 1997). Σημειώνεται επίσης ότι οι υπόγειες δομές υποστήριξης διαμορφώνονται σε δύο επίπεδα.

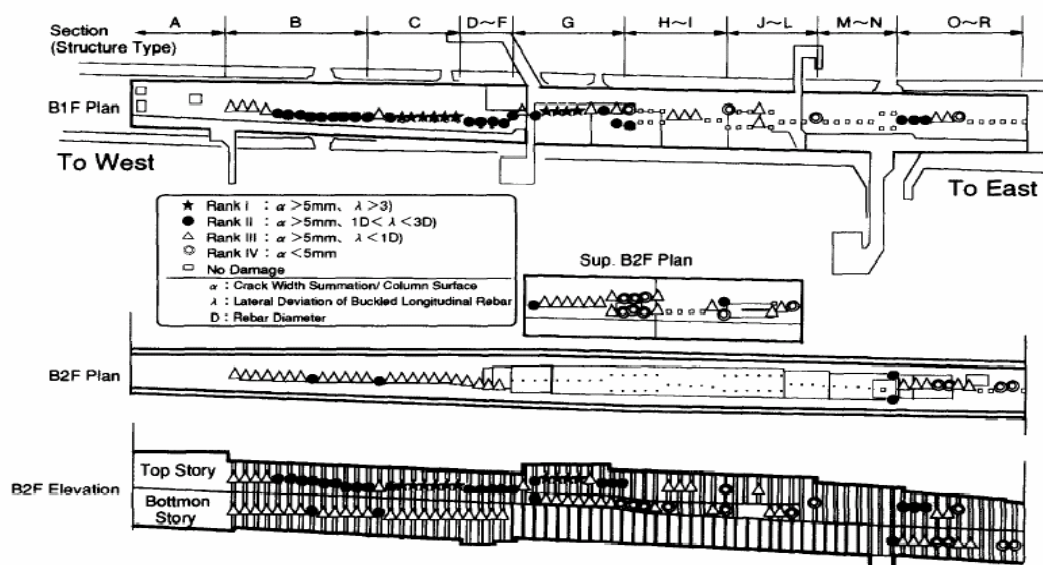


Σχήμα Α 1: Τιμές του SPT-N, Vs, Go σε τέσσερα διαφορετικά βάθη (Fukusumi, 2002)



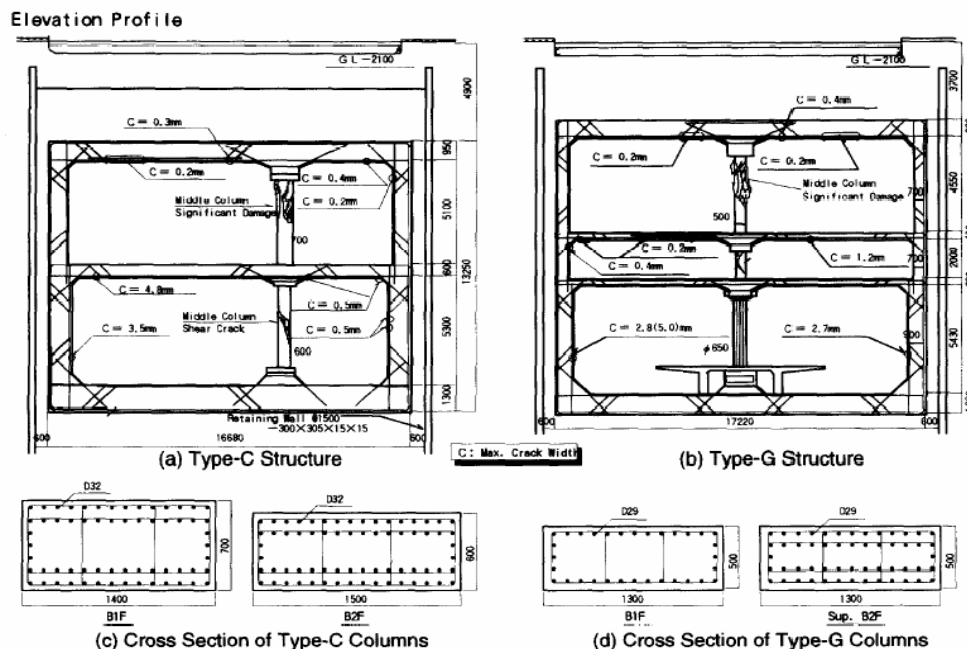
Σχήμα Α.2: Επιταχύνσεις από καταγραφή και ανάλυση (Fukusumi, 2002)

Τυπικές ζημιές που υπέστη η κατασκευή απεικονίζονται στο σχήμα Α.4 για τις αντιπροσωπευτικές διατομές τύπου-С και G της κατασκευής. Όπως φαίνεται στο σχήμα Α.4(α) για τον τύπο-С, η μεσαία κολώνα στο κάτω επίπεδο υπέστη μικρότερη ζημιά απ' ό τι αυτή του πάνω επιπέδου. Στο σχήμα Α.4(β) παρουσιάζεται η ζημιά για τον κατασκευαστικό τύπο-Г, ο οποίος αποτελείται από ενισχυμένες τσιμεντένιες κολώνες στο πάνω και μεσαίο επίπεδο και 65cm διαμέτρου ατσαλένια 'σωληνοειδή' κολώνα στο κάτω επίπεδο. Όλα τα μέλη υπέστησαν αντίστοιχες ζημιές με αυτές του τύπου-С εκτός από τις ατσαλένιες κολώνες (Samata, 1997).



Σχήμα Α.3: Χάρτης ζημιών στις μεσαίες κολώνες του σταθμού Kamisawa (Samata, 1997)

Παρακάτω αναλύεται η συμπεριφορά της αντίδρασης του εδάφους κατά μήκος της υπόγειας κατασκευής, η δυναμική αλληλεπίδραση του εδάφους με την κατασκευή και η μη-γραμμική ανάλυση της κατασκευής με την μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων.



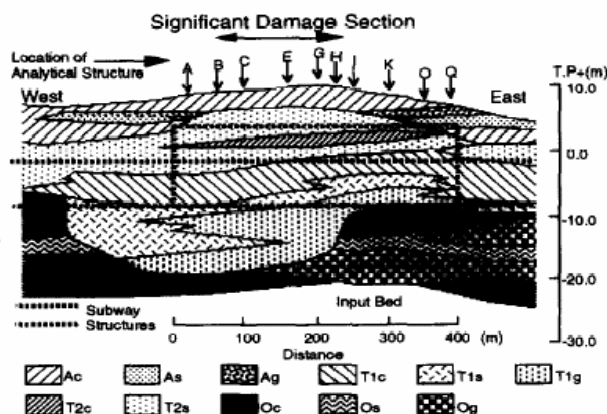
Σχήμα Α.4: Διαστάσεις και ζημιές στους κατασκευαστικούς τύπους-C και G (Samata, 1997)

### A.1.1 Εδαφική αντίδραση

#### ➤ Αναλυτικό μοντέλο

Εστιάζοντας στην εγκάρσια τομή του υπόγειου σταθμού όπως φαίνεται στο σχήμα Α.5, το κάθε εδαφικό στρώμα αποτίθεται με την ίδια φορά και τα συστατικά για κάθε στρώμα δίνονται στον πίνακα Α.1, ενώ οι φυσικές σταθερές στον πίνακα Α.2 (Samata, 1997).

Το εισαγόμενο (input) κύμα, που καταγράφηκε σε βάθος 83m ( $V_s = 320 \text{ m/s}$ ), αποτελείται από δύο οριζόντιες συνιστώσες (2E), ενώ η μέγιστη επιτάχυνση που μετρήθηκε είναι ίση με 305gal (Σχήμα Α.6(α)). Η φασματική ανάλυση Fourier παρουσιάζεται στο σχήμα Α.6(c) μεταξύ των συχνοτήτων 0,8-3Hz. Επίσης παρουσιάζεται και η επιτάχυνση προς τον κατακόρυφο άξονα (Σχήμα Α.6(b)), που χρησιμοποιείται στην ανάλυση της αλληλεπίδρασης εδάφους-κατασκευής (Samata, 1997).



Σχήμα Α.5: Προφίλ των εδαφικών αποθέσεων στο σταθμό Kamisawa (Samata, 1997)

### ➤ Αναλυτικά αποτελέσματα

Η επιτάχυνση στα σημεία C, G και Q αναλύεται στο σχήμα Α.7, όπου φαίνεται ότι οι μεγαλύτερες συνιστώσες απαντώνται στο τμήμα Q. Στο πίνακα Α.3 παρουσιάζονται οι ιδιοσυχνότητες κάθε σημείου του εδάφους για κάθε γεωλογικό στρώμα. Οι ιδιοσυχνότητες αυξάνονται από το Α μέχρι και το Q τμήμα με διαφορά μέχρι 0,6Hz. Στο σχήμα Α.8(α, b) παρουσιάζονται, οι μεταβολές των μετατοπίσεων και των επιταχύνσεων με το βάθος, ενώ το βάθος της κατασκευής για το χαμηλότερο σημείο είναι Σ.Θ.-8m (Στάθμη θαλάσσης) ενώ το υψηλότερο σημείο βρίσκεται στα Σ.Θ.+3m (Στάθμη θαλάσσης) (Samata, 1997).

Στο σχήμα Α.9 απεικονίζεται η κατανομή των μεγίστων επιταχύνσεων και των μετατοπίσεων από το σημείο Α μέχρι το Q, όπου ο οριζόντιος άξονας αντιστοιχεί στην απόσταση από το Α προς τα ανατολικά (Samata, 1997).

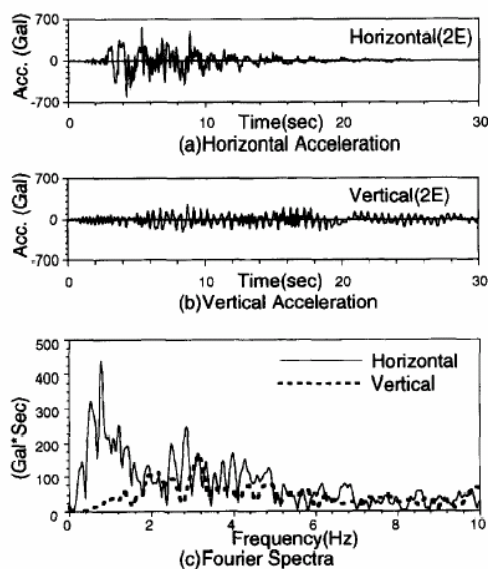
Πίνακας Α.1: Συνστατικά για κάθε στρώμα (Samata, 1997)

GL(m)	A	Soil no.	GL(m)	B	Soil no.	GL(m)	C	Soil no.	GL(m)	D	Soil no.	GL(m)	E	Soil no.
-3.15		1	-2.85		1	-3.00		1	-3.30		1	-3.70		1
-3.60		2	-7.65		5	-7.65		5	-7.65		5	-7.70		5
-7.50		5	-8.40		6	-8.70		6	-8.85		6	-8.70		6
-7.92		6	-12.30		7	-11.40		7	-11.30		7	-11.00		7
-12.30		7	-17.00		8	-16.83		8	-16.20		8	-15.90		8
-16.75		8	-19.70		9	-19.60		9	-17.90		9	-17.60		9
-18.45		9	-21.90		10	-22.50		10	-26.90		10	-26.40		10
-21.00		10	-23.55		11	-23.40		11	-28.70		15	-29.40		15
-23.70		11	-27.45		12	-27.00		12	-30.20		16	-30.30		16
-27.00		12	-30.60		16	-28.10		15	-		17	-		17
-30.30		16	-		17	-30.30		16	-		-	-		-
GL(m)	H	Soil no.	GL(m)	I	Soil no.	GL(m)	K	Soil no.	GL(m)	O	Soil no.	GL(m)	Q	Soil no.
-3.15		1	-3.00		1	-2.10		1	-1.50		1	-1.65		2
-3.70		2	-3.75		2	-3.30		2	-2.85		2	-3.60		3
-7.20		5	-6.75		5	-5.70		5	-4.05		3	-4.65		4
-8.65		6	-8.25		6	-7.05		6	-5.25		5	-8.30		7
-10.95		7	-10.20		7	-8.85		7	-6.15		6	-14.33		8
-13.80		8	-13.20		8	-12.00		8	-7.80		7	-16.10		10
-16.98		9	-15.75		9	-14.10		9	-11.40		8	-18.50		13
-22.70		10	-18.90		10	-17.40		10	-13.50		9	-22.80		14
-25.20		14	-22.40		13	-21.20		13	-17.00		10	-27.20		15
-29.40		15	-24.80		14	-23.20		14	-20.30		13	-		17
-30.00		16	-29.40		15	-28.40		15	-23.00		14	-		-
-		17	-		17	-		-	-27.80		15	-		-
-		-	-		-	-		-	-		17	-		-
1:Ac1 6:Te211:T1s2 16:Oc2			2:Ag 7:T2s2 12:Tlg2 17:input bed			3:As 8:tlc 13:Ocl			4:Ac2 9:T1sl 14:Os			5:T2sl 10:Tlgl 15:Og		



Πίνακας Α.2: Δυναμικά χαρακτηριστικά του εδάφους (Samata, 1997)

No.	Soil legend	Unit weight $\gamma_t$ (tf/m <sup>3</sup> )	Initial shear modulus $G_0$ (tf/m <sup>2</sup> )	Initialized shear strain (equation (3)) $\gamma_r$	Max. damping ratio $h_{max}$ (%)	Min. damping ratio $h_{min}$ (%)
1	Ac1	1.80	7300	0.00200	15.0	2.0
2	Ag	1.90	15400	0.00028	25.0	2.0
3	As	1.70	6900	0.00200	15.0	2.0
4	Ac2	1.70	5000	0.00200	15.0	2.0
5	T2sl	2.00	10000	0.00047	25.0	2.0
6	T2c	1.70	8500	0.00200	15.0	2.0
7	T2s2	2.00	12600	0.00064	25.0	2.0
8	T1c	1.70	9300	0.00200	15.0	2.0
9	T1sl	2.00	16200	0.00088	25.0	2.0
10	T1gl	2.10	24900	0.00088	25.0	2.0
11	T1s2	2.00	18800	0.00107	25.0	2.0
12	T1g2	2.10	24900	0.00107	25.0	2.0
13	Ocl	1.70	14900	0.00200	15.0	2.0
14	Os	2.00	23700	0.00105	25.0	2.0
15	Og	2.10	24900	0.00113	25.0	2.0
16	Oc2	1.70	10000	0.00200	15.0	2.0
17	Input bed	2.10	40000	—	—	2.0



Σχήμα Α.6: Εισαγόμενο κύμα σε βάθος -83m (Samata, 1997)

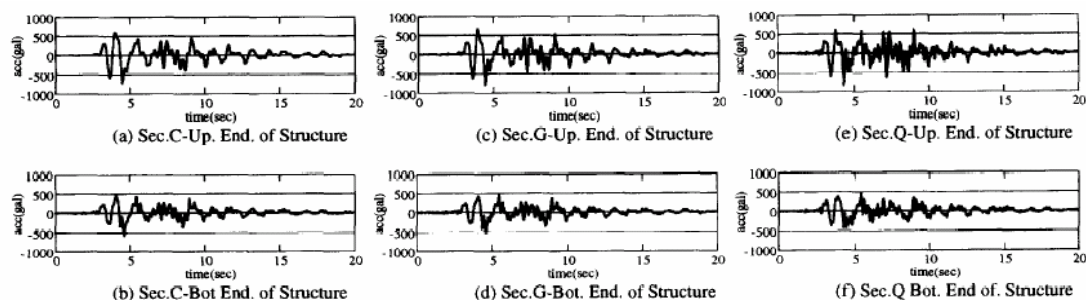
### Α.1.2 Ανάλυση δυναμικής αντίδρασης εδάφους-κατασκευής

#### ➤ Αναλυτικά μοντέλα

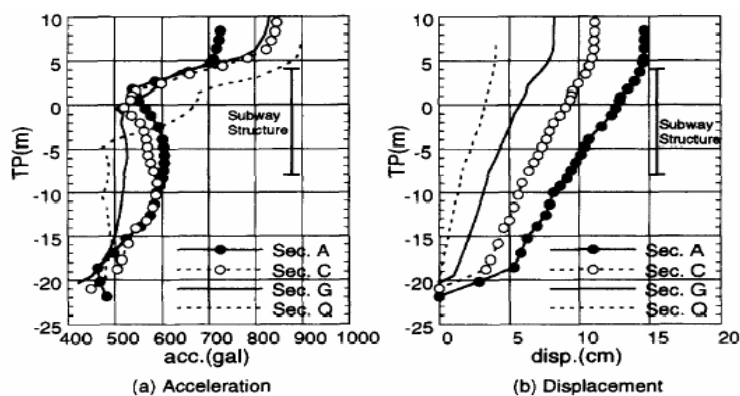
Εστιάζοντας στα εγκάρσια δυναμικά χαρακτηριστικά του συστήματος εδάφους-κατασκευής, η ανάλυση της αντίδρασης στο σεισμό γίνεται λαμβάνοντας υπόψη τη μη-γραμμικότητα του εδάφους στους υπολογισμούς. Οριζόντιες και κάθετες κινήσεις αναλύονται ξεχωριστά (Samata, 1997).

Τα αναλυτικά μοντέλα αντιστοιχούν σε κατασκευές τύπου-C και G, όπως παρουσιάστηκαν στο σχήμα Α.4, και του τύπου-Q (σχήμα Α.10). Τα μοντέλα αυτά

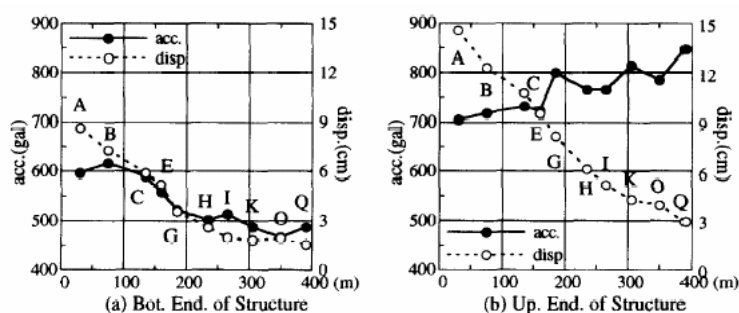
μοντελοποιήθηκαν με την συναρμολόγηση ορθογωνίων στοιχείων με γραμμικές ιδιότητες (Samata, 1997).



Σχήμα Α.7: Επιταχύνσεις εδάφους (Samata, 1997)



Σχήμα Α.8: Μέγιστες επιταχύνσεις και μετατοπίσεις σε σχέση με το βάθος (Samata, 1997)

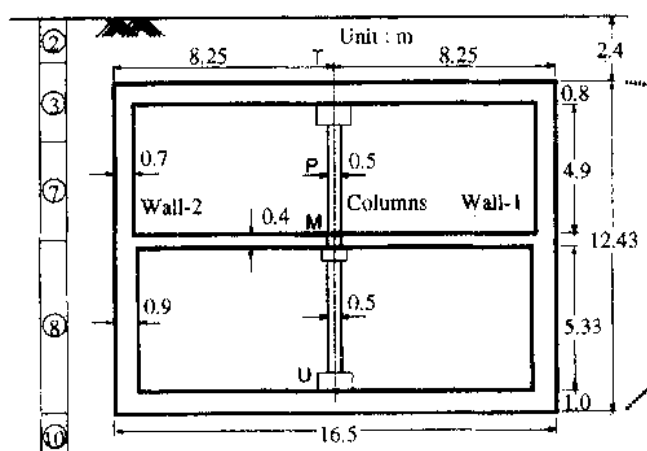


Σχήμα Α.9: Μέγιστες επιταχύνσεις και μετατοπίσεις κατά την διαμήκη απόσταση (Samata, 1997)

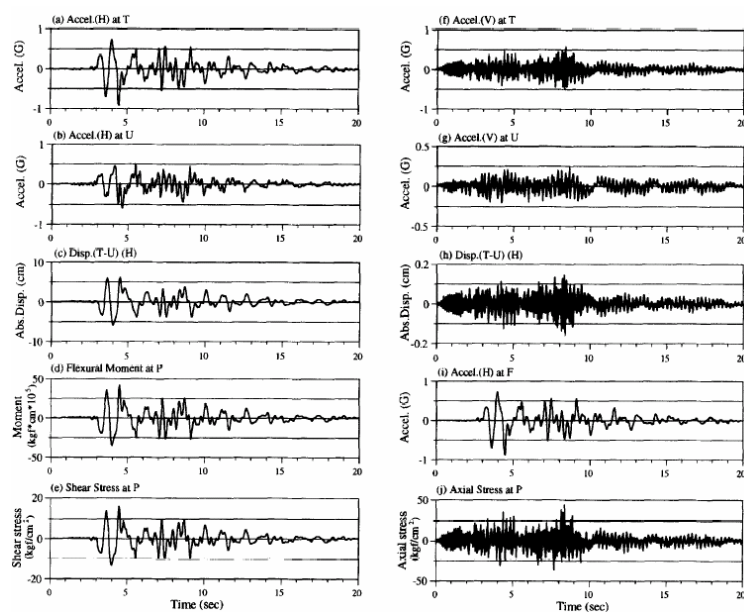
Στο σχήμα Α.11 παρουσιάζονται οι μεταβολές συναρτήσει του χρόνου για τη κατασκευή τύπου-G της επιτάχυνσης, της μετατόπισης και των τάσεων. Όσον αφορά την οριζόντια επιτάχυνση δεν παρουσιάζονται σημαντικές διαφορές μεταξύ του εδάφους (F) και της πάνω πλάκας της κατασκευής (T). Για την κάθετη αντίδραση οι μέγιστες συνιστώσες της συχνότητας εμφανίζονται με υψηλότερες επιταχύνσεις κατά 200gal απ'ότι στις οριζόντιες (Samata, 1997).

Πίνακας Α.3: Ιδιοσυχνότητες της επιφάνειας του εδάφους (Samata, 1997)

Sec.	1st frequency		2nd frequency	
	Linear (Hz)	Equivalent linear (Hz)	Linear (Hz)	Equivalent linear (Hz)
A	2.25	1.07	5.96	2.56
B	2.27	1.17	6.03	2.78
C	2.34	1.25	6.10	2.88
E	2.39	1.32	6.25	3.03
G	2.49	1.44	6.37	3.15
H	2.59	1.61	6.54	3.61
I	2.61	1.76	6.89	4.10
K	2.73	1.93	7.13	4.59
O	2.78	1.98	7.20	4.91
Q	2.81	2.05	7.45	5.32



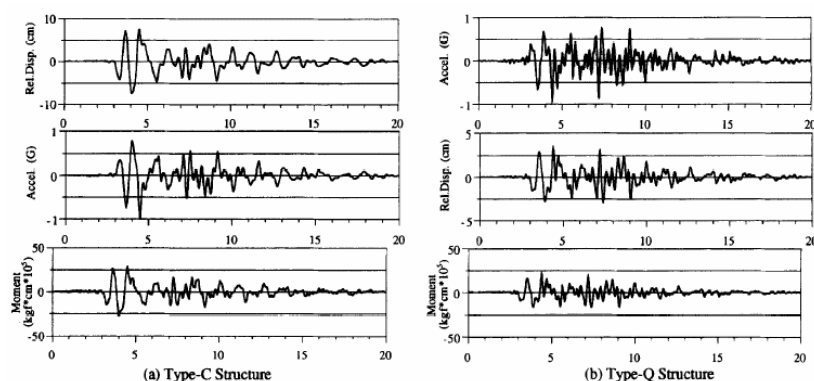
Σχήμα Α.10: Κατασκευαστικός τύπος-Q (Samata, 1997)



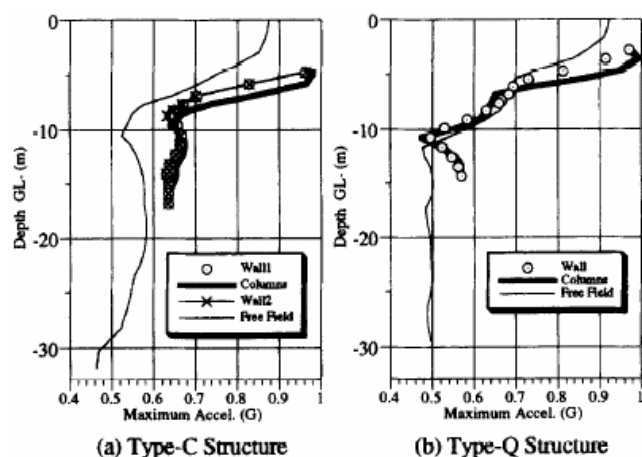
Σχήμα Α.11: Κύματα αντίδρασης της κατασκευής τύπου-G (εδάφους και κατασκευής) (Samata, 1997)

Οι αντιδράσεις σε σχέση με τον χρόνο για τις κατασκευές τύπου-C και Q φαίνονται στο σχήμα Α.12. Και οι δύο κατασκευές παρουσιάζουν καλή συσχέτιση με τον τύπο-G που παρουσιάζεται στο σχήμα Α.11, δηλαδή, η κατανομή της δύναμης εξαρτάται από την μετατόπιση, αλλά η αντίδραση της κατασκευής στην επιτάχυνση είναι ανεξάρτητη από τα εδαφικά στρώματα ή τον τύπο της κατασκευής. Στο σχήμα Α.12 φαίνεται η κατανομή μεγίστων των οριζόντιων επιταχύνσεων που εμφανίζονται στον τύπο-C και Q. Δεν παρατηρείται διαφορά μεταξύ των μεσαίων κολωνών και των τοίχων ανεξάρτητα από την διαμόρφωση της κατασκευής, συμμετρική ή όχι, και το πάνω τμήμα της κατασκευής σημείωσε μεγαλύτερες αντιδράσεις από της ελεύθερης επιφάνειας (Samata, 1997).

Στο σχήμα Α.13, φαίνεται η κατανομή της μέγιστης αξονικής και διατμητικής τάσης καθώς και της μέγιστης ροπής στον τοίχο 2 (τύπος-C) σε σχέση με το βάθος. Η καμπτική-διατμητική δύναμη είναι μεγαλύτερη για την οριζόντια κίνηση, όταν η



Σχήμα Α.12: Αλληλεπίδραση ανάμεσα στο έδαφος και την κατασκευή (Samata, 1997)



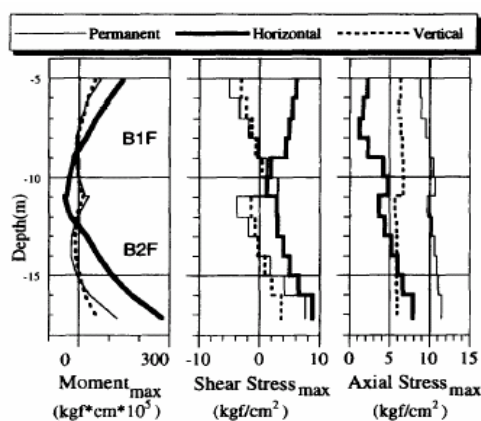
Σχήμα Α.13: Κατανομή των μεγίστων επιταχύνσεων σε σχέση με το βάθος (Samata, 1997)

αξονική δύναμη είναι μεγαλύτερη από το στατικό φορτίο. Στο σχήμα Α.15 παρουσιάζονται οι τάσεις που δέχονται διάφορα τμήματα της κατασκευής τύπου-С. Στο σχήμα Α.16 φαίνονται για τον τύπο-Г τα σημεία αστοχίας από την κάμψη και τα τμήματα που είχαν διαρροή σε κάμψη (Samata, 1997).

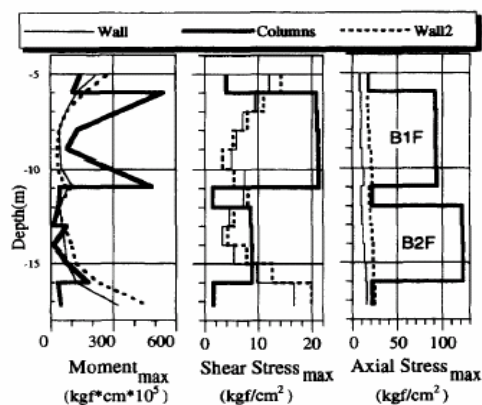
### Α.1.3 Μη-γραμμική ανάλυση πεπερασμένων στοιχείων

#### ➤ Αναλυτικό μοντέλο

Ο μηχανισμός αστοχίας λόγω της πίεσης του εδάφους που μελετάται απαιτεί αρχικά την ανάλυση της δυναμικής αντίδρασης. Σχεδιάστηκαν μοντέλα τριών διαστάσεων σε προγράμματα πεπερασμένων στοιχείων, όπου οι πλάκες, οι τοίχοι και οι κολώνες της κατασκευής μοντελοποιήθηκαν ως στοιχεία ενισχυμένου σκυροδέματος (σχήμα Α.17). Οι κατασκευαστικοί τύποι που αναλύθηκαν ήταν ο C και ο G (Samata, 1997).



Σχήμα Α.14: Κατανομή της δύναμης στο τμήμα του τοίχου-2 σε σχέση με το βάθος (τύπος-С) (Samata, 1997)

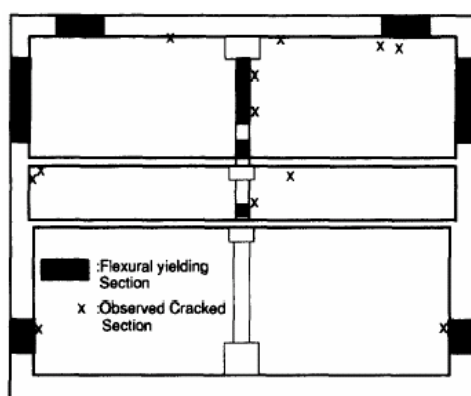


Σχήμα Α.15: Κατανομή των τάσεων σε διάφορα τμήματα σε σχέση με το βάθος (τύπος-С) (Samata, 1997)

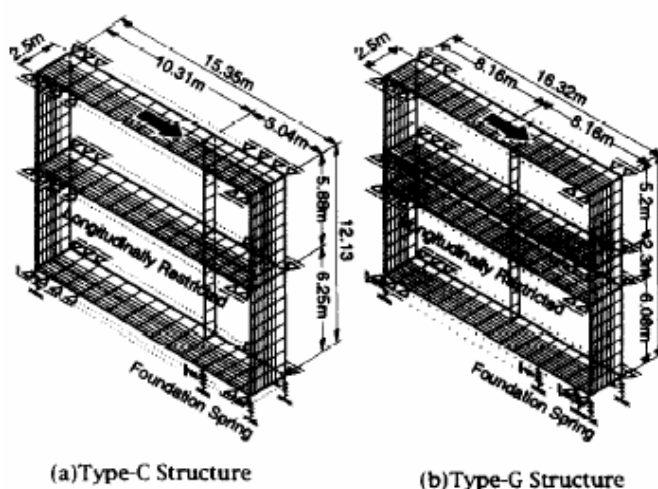
➤ Αναλυτικά αποτελέσματαΚατασκευαστικός τύπος-C

Οι διατμητικές τάσεις στην διάρκεια του χρόνου στους τοίχους και στις μεσαίες κολώνες συγκρίνονται στα σχήματα Α.18 και Α.19, όπου ο οριζόντιος άξονας αντιστοιχεί στο πηλίκο  $P/P_{\max}$ , δηλαδή στην εδαφική τάση που εφαρμόζεται δια της μέγιστης αντίδρασης από την δυναμική ανάλυση (Samata, 1997).

Η κατανομή των διατμητικών τάσεων στην τελικό στάδιο παρουσιάζεται μαζί με την παραμόρφωση της κατασκευής στο σχήμα Α.20. Είναι φανερό ότι οι διατμητικές τάσεις είναι σημαντικά μεγαλύτερες στις μεσαίες κολώνες του πάνω επιπέδου, και ταυτόχρονα οι διατμητικές δυνάμεις στο πάνω επίπεδο είναι μεγαλύτερες απ'ότι στο κάτω (Samata, 1997).



Σχήμα Α.16: Τμήματα με διαρροή σε κάμψη και σημεία αστοχίας (τύπος-G) (Samata, 1997)



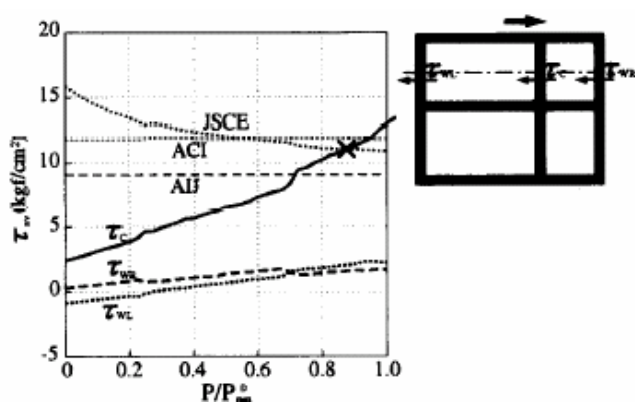
Σχήμα Α.17: Τρισδιάστατο μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων για μη-γραμμική στατική ανάλυση (Samata, 1997)

Η κατανομή των καμπτικών τάσεων στην τελικό στάδιο παρουσιάζεται στο σχήμα Α.21

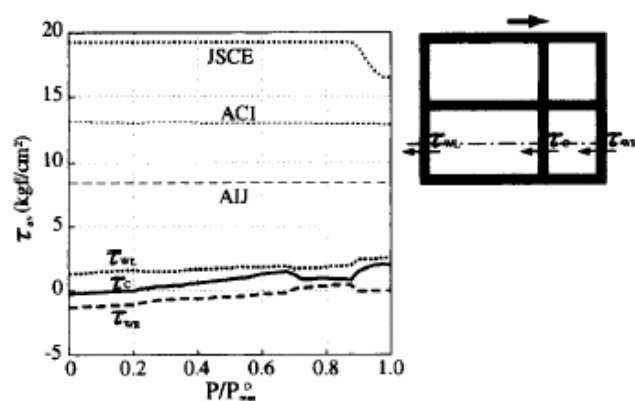
### Κατασκευαστικός τύπος-G

Στο σχήμα Α.22, όμοια με τον τύπο-С συγκρίνονται οι διατμητικές τάσεις που αναπτύσσονται σε σχέση με το χρόνο που καταπονούν τους τοίχους και τις κολώνες. Με βάση το JSCE (Concrete Design Standard, 1991) η καθορισμένη αντοχή του υλικού της κατασκευής αστοχεί σε διάτμηση όταν  $P/P_{\max}=0,9$ . Στο σχήμα Α.23 παρουσιάζεται το ίδιο διάγραμμα αλλά για το μεσαίο επίπεδο του σταθμού (Samata, 1997).

Η κατανομή των διατμητικών τάσεων στο τελικό στάδιο φαίνεται στο σχήμα Α.24, ενώ στο σχήμα Α.25 παρουσιάζεται η κατανομή των καμπτικών παραμορφώσεων.

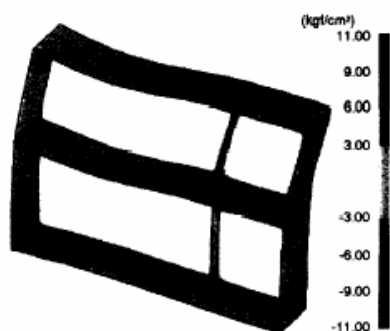


Σχήμα Α.18: Φορτία σε σχέση με την διατμητική τάση για το πάνω τμήμα (τύπος-С) (Samata, 1997)

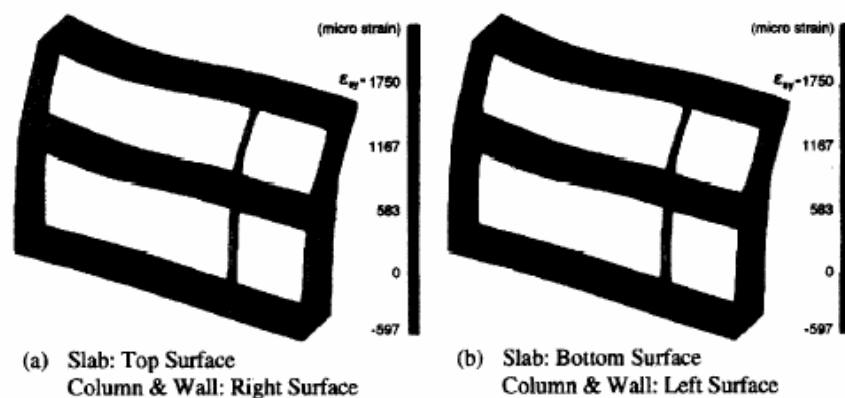


Σχήμα Α.19: Φορτία σε σχέση με την διατμητική τάση για το κάτω τμήμα (τύπος-С) (Samata, 1997)

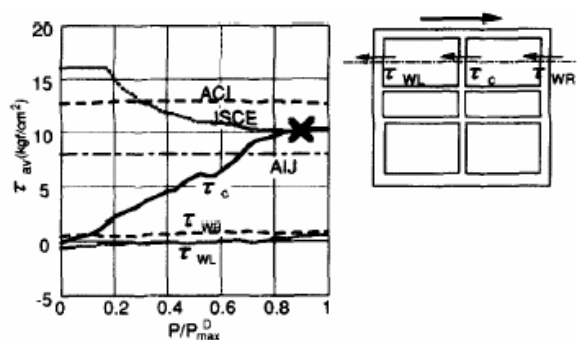




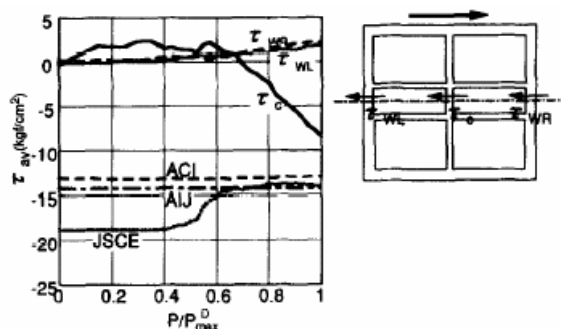
Σχήμα Α.20: Παραμόρφωση κατασκευής από τις διατμητικές τάσεις (τύπος-C) (Samata, 1997)



Σχήμα Α.21: Παραμόρφωση κατασκευής από τις καμπτικές τάσεις (τύπος-C) (Samata, 1997)

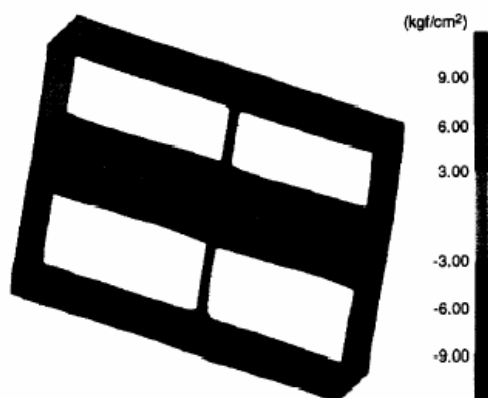


Σχήμα Α.22: Σχέση φορτίου-διατμητικής τάσης στο πάνω τμήμα (τύπος-G) (Samata, 1997)

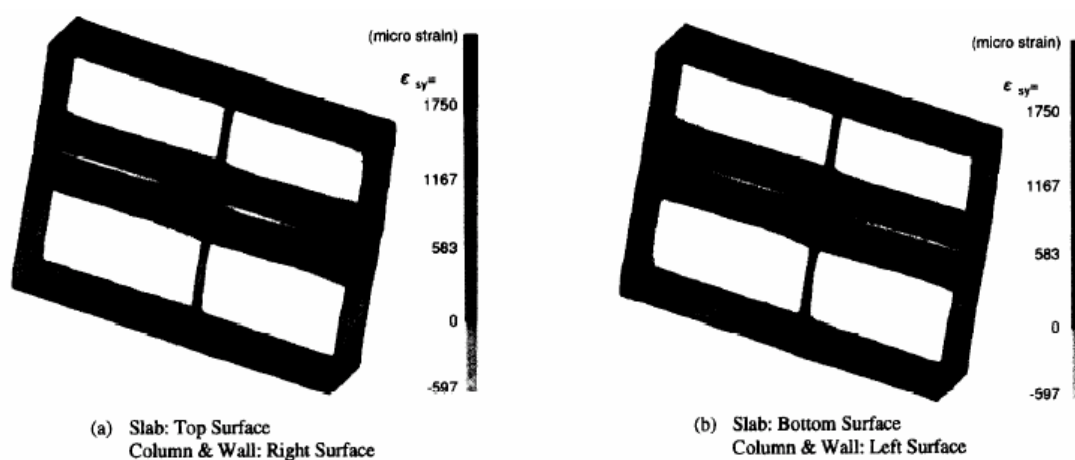


Σχήμα Α.23: Σχέση φορτίου-διατμητικής τάσης στο μεσαίο τμήμα (τύπος-G) (Samata, 1997)





Σχήμα Α.24: Παραμόρφωση κατασκευής από τις διατμητικές τάσεις (τύπος-G) (Samata, 1997)



Σχήμα Α.25: Παραμόρφωση κατασκευής από τις καμπτικές τάσεις (τύπος-G) (Samata, 1997)

#### Α.1.4 Συμπεράσματα

Εστιάζοντας σε μια υπόγεια κατασκευή ορθογώνιου πλαισίου με μεσαίες κολώνες, μεγάλος αριθμός αναλυτικών μελετών έχουν πραγματοποιηθεί για την εύρεση των μηχανισμών αστοχίας. Τελικά εξήχθησαν τα ακόλουθα αποτελέσματα (Samata, 1997):

- Στην ανάλυση της εδαφικής αντίδρασης, όπου στον υπολογισμό λαμβάνεται και το πάχος της εδαφικής απόθεσης, μεγαλύτερη αντίδραση μετατόπισης προβλέπεται στο πιο καταπονημένο τμήμα που έχει υποστεί μεγαλύτερη ζημιά σε σχέση με τα άλλα.

- Στην ανάλυση της αλληλεπίδρασης εδάφους-κατασκευής, θεωρείται ότι η αντίδραση που παρουσιάζεται στην υπόγεια κατασκευή είναι ανάλογη της εδαφικής παραμόρφωσης και εξαρτάται από τις εδαφικές αποθέσεις και από το ότι η επιβληθείσα διατμητική δύναμη στις μεσαίες κολώνες του πάνω επιπέδου υπερβαίνει την καθορισμένη διατμητική αντοχή της κατασκευής κατά την διάρκεια σεισμού.
- Κατά την ανάλυση μη-γραμμικών τρισδιάστατων μοντέλων πεπερασμένων στοιχείων των δύο τύπων κατασκευής, στους οποίους έχουν παρατηρηθεί μεγάλες ζημιές από σεισμό, εμφανίζονται διατμητικές αστοχίες στις μεσαίες κολώνες του πάνω επιπέδου. Σημαντική διατμητική δύναμη επιβάλλεται στις λιγότερο ενισχυμένες μεσαίες κολώνες, που τα δύο άκρα τους είναι συνδεδεμένα με τις πλάκες της κατασκευής.
- Η αντίδραση της υπόγειας κατασκευής είναι συνδεδεμένη με την εδαφική παραμόρφωση. Επομένως, είναι σημαντικό να αποδοθεί ικανοποιητική ολκιμότητα στα μέλη τη κατασκευής για την πρόληψη αστοχίας από διάτμηση. Για τον σχεδιασμό αυτών των τύπων υπόγειων κατασκευών, είναι σημαντικό να καθιερωθεί στο μέλλον μια τεχνική σχεδιασμού της ολκιμότητας της κατασκευής, καθώς επίσης και μια αναλυτική διαδικασία που να προβλέπει την σωστή εδαφική παραμόρφωση στην περίπτωση σεισμικού γεγονότος.