

# ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1<sup>ο</sup>. ΕΚΤΙΜΗΣΗ ΤΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΙΔΙΟΤΗΤΩΝ ΤΩΝ ΠΝΕΥΜΟΝΩΝ.

1.1. Μηχανική λειτουργία της αναπνοής.....	6
1.1.1. Η αναπνοή και η λειτουργία των πνευμόνων.....	6
1.1.2. Οι ελαστικές ιδιότητες των πνευμόνων.....	9
1.1.3. Η αναπνοή κατά την ηρεμία.....	12
1.1.4. Η αναπνοή κατά την άσκηση.....	13
1.1.5. Ιδιότητας ενός ασθενούς σε σχέση με έναν υγιή πνεύμονα.....	15
1.1.5.1. Η μέθοδος της εξαναγκασμένης εκπνοής (forced respiration test).....	15
1.1.5.2. Άσθμα, βρογχίτιδα, εμφύσημα, ινωμάτωση.....	17
1.2. Οπτοηλεκτρονική πληθυσμογραφία.....	20
1.2.1. Η σπιρομετρία.....	20
1.2.2. Πληθυσμογραφία σώματος.....	21
1.2.3. Η μέθοδος της οπτοηλεκτρονικής πληθυσμογραφίας.....	22
1.2.4. Πλεονεκτήματα της μεθόδου της οπτοηλεκτρονικής πληθυσμογραφίας...29	
1.2.5. Σύγκριση της μεθόδου της οπτοηλεκτρονικής πληθυσμογραφίας με άλλες μεθόδους υπολογισμού του όγκου του θώρακα.....	29

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2<sup>ο</sup>. ΜΕΘΟΔΟΙ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΤΩΝ ΒΙΟΣΗΜΑΤΩΝ

2.1. Επεξεργασία βιοϊατρικών σημάτων.....	32
2.1.1. Κλασματική διάσταση (fractal dimension) σήματος.....	32

2.1.1.1. Τα fractals.....	32
2.1.1.2. Η κλασματική διάσταση (fractal dimension).....	35
2.1.1.3. Ο αλγόριθμος Box Counting.....	40
2.1.2. Approximate entropy και sample entropy σήματος.....	44
2.1.2.1. Approximate entropy.....	44
2.1.2.2. Σύγκριση της approximate entropy με την sample entropy.....	47
2.1.3. Συντελεστής μεταβλητότητας (coefficient of variation) σήματος.....	52
2.1.3.1 Τυπική απόκλιση (standard deviation).....	52
2.1.3.2. Η έννοια του συντελεστή μεταβλητότητας (coefficient of variation).....	56
2.1.4. Συχνότητα των σημάτων για την οποία η ενέργεια του wavelet φάσματος ισχύος είναι μέγιστη.....	57
2.1.4.1. Ο Windowed Fourier μετασχηματισμός.....	58
2.1.4.2. Ομοιότητες και διαφορές μεταξύ του Fourier και του Wavelet μετασχηματισμού.....	58
2.1.4.3. Η wavelet ανάλυση.....	59
2.1.4.3.1. Ο wavelet μετασχηματισμός.....	59
2.1.4.3.2. Κανονικοποίηση.....	63
2.1.4.3.3. Φάσμα ισχύος wavelet (wavelet power spectrum).....	64
2.1.4.3.4. Συναρτήσεις wavelet.....	67
2.1.4.3.5. Επιλογή των μεταβλητών.....	69
2.1.4.3.6. Cone of influence.....	70
2.1.4.3.7. Η κλίμακα του wavelet και η Fourier συχνότητα.....	70
2.1.4.3.8. Ανακατασκευή.....	71
2.1.4.3.9. Το Fourier φάσμα κόκκινου θορύβου.....	72
2.1.4.3.10. Το wavelet φάσμα κόκκινου θορύβου.....	73
2.1.4.3.11. Significance levels.....	73
2.1.4.3.12. Confidence interval.....	75
2.2. Σκοπός της εργασίας.....	76

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3<sup>ο</sup>.ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΩΝ ΣΗΜΑΤΩΝ ΚΑΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΩΝ ΠΑΡΑΜΕΤΡΩΝ ΤΗΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ.

3.1. Περιγραφή εξεταζόμενων και σημάτων θωρακικού όγκου.....	77
3.2. Μέθοδοι εξαγωγής χαρακτηριστικών από σήματα θωρακικού όγκου.....	78
3.2.1.Υπολογισμός fractal διάστασης.....	78
3.2.2.Υπολογισμός της approximate και sample entropy.....	82
3.2.3.Υπολογισμός του συντελεστή μεταβλητότητας (coefficient of variation)...	86
3.2.4.Υπολογισμός της συχνότητας των σημάτων για την οποία η ενέργεια του wavelet φάσματος ισχύος είναι μέγιστη.....	86

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4<sup>ο</sup>. ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ.

4.1. Αποτελέσματα μετρήσεων .....	89
4.1.1. Αποτελέσματα μετρήσεων για την fractal διάσταση.....	89
4.1.2. Αποτελέσματα μετρήσεων για την approximate και sample entropy.....	94
4.1.3.Αποτελέσματα μετρήσεων για τον συντελεστή μεταβλητότητας. (coefficient of variation). ....	100
4.1.4. Αποτελέσματα μετρήσεων για την συχνότητα στην οποία η ισχύς παρουσιάζει τη μέγιστη τιμή. ....	105
4.1.5. Σχέση μεταξύ των παραμέτρων υπολογισμού μεταξύ τους.....	110
4.1.5.1.Σχέση μεταξύ κλασματικής διάστασης και approximate entropy.....	111
4.1.5.2. Σχέση μεταξύ του συντελεστή μεταβλητότητας και της approximate entropy. ....	112

4.1.5.3. Σχέση μεταξύ της συχνότητας όταν η ισχύς του wavelet φάσματος ισχύος είναι μέγιστη και της approximate entropy. ....	113
4.1.5.4. Σχέση μεταξύ της συχνότητας όταν η ισχύς του wavelet φάσματος ισχύος είναι μέγιστη και της κλασματικής διάστασης.....	114
4.1.5.5. Σχέση μεταξύ της συχνότητας όταν η ισχύς του wavelet φάσματος ισχύος είναι μέγιστη και του συντελεστή μεταβλητότητας.....	115
4.1.5.6. Σχέση μεταξύ της κλασματικής διάστασης και του συντελεστή μεταβλητότητας. ....	115
4.2. Διακριτική ικανότητα των χαρακτηριστικών. ....	116
4.3. Συμπεράσματα. ....	138
4.4. Βιβλιογραφία. ....	140

## Περίληψη.

Στην συγκεκριμένη εργασία ασχολούμαστε με την μελέτη των αναπνευστικών σημάτων υγιών εξεταζόμενων και την εξαγωγή ορισμένων χαρακτηριστικών παραμέτρων από αυτά που θα μας βοηθήσουν στην περιγραφή τους και ίσως σε μία μελλοντική σύγκριση με αναπνευστικά σήματα ασθενών. Σκοπός της εργασίας μας είναι η μη-γραμμική δυναμική ανάλυση της μεταβολής του θωρακικού όγκου.

Πιο συγκεκριμένα, υποβάλλουμε σε άσκηση με αυξανόμενη δυσκολία επτά υγιείς αθλητές με ηλικίες από 20 έως 25 ετών και μετράμε τον όγκο του πνεύμονα σε σχέση με το επίπεδο της άσκηση και την ηρεμία. Η άσκηση χωρίζεται σε πέντε διαφορετικά στάδια δυσκολίας. Οι μετρήσεις των αναπνευστικών σημάτων γίνονται με τη μέθοδο της οπτοηλεκτρονικής πληθυσμογραφίας την οποία περιγράφουμε στην πορεία.

Αρχικά περιγράφουμε την μηχανική λειτουργία των πνευμόνων και των μυών που συμμετέχουν στην αναπνοή. Ακόμη περιγράφουμε την αναπνοή κατά την ηρεμία και κατά την άσκηση. Στη συνέχεια συγκρίνουμε τις ιδιότητες ενός υγιούς με έναν μη-υγιή πνεύμονα για κάποιες παθολογικές καταστάσεις όπως είναι οι περιπτώσεις χρόνιας αποφρακτικής πνευμονοπάθειας και άλλες. Από τα σήματα αυτά εξάγουμε κάποιες παραμέτρους. Οι παράμετροι αυτοί είναι η κλασματική διάσταση (fractal dimension), η approximate και sample entropy, ο συντελεστής μεταβλητότητας (coefficient of variation) και η συχνότητα στην οποία η ισχύς είναι μέγιστη. Στη συνέχεια, αφού υπολογίσουμε τις παραμέτρους αυτές για κάθε σήμα συγκρίνουμε την μεταβολή τους με την μεταβολή της δυσκολίας της άσκησης και εξάγουμε κάποια συμπεράσματα για την λειτουργία της αναπνοής δεδομένου ότι κάθε μία από τις τέσσερις παραμέτρους που υπολογίζουμε αποτελεί μέτρο και ενός διαφορετικού μεγέθους (παραδείγματος χάρη, πολυπλοκότητα η fractal διάσταση, κανονικότητα η approximate entropy και sample entropy, μεταβλητότητα ο συντελεστής μεταβλητότητας, δραστηριότητα η συχνότητα). Σε σχετική ενότητα αναλύονται οι διαδικασίες υπολογισμού των παραμέτρων και προσεγγίζονται οι έννοιες θεωρητικά. Στο τελευταίο κεφάλαιο παρατίθενται τα αποτελέσματα των μετρήσεων και τα συμπεράσματα που εξάγουμε από την συμπεριφορά της αναπνευστικής δραστηριότητας υπό το πρίσμα των συγκεκριμένων υπολογισμών.

## **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1<sup>Ο</sup>. ΕΚΤΙΜΗΣΗ ΤΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΙΔΙΟΤΗΤΩΝ ΤΩΝ ΠΝΕΥΜΟΝΩΝ.**

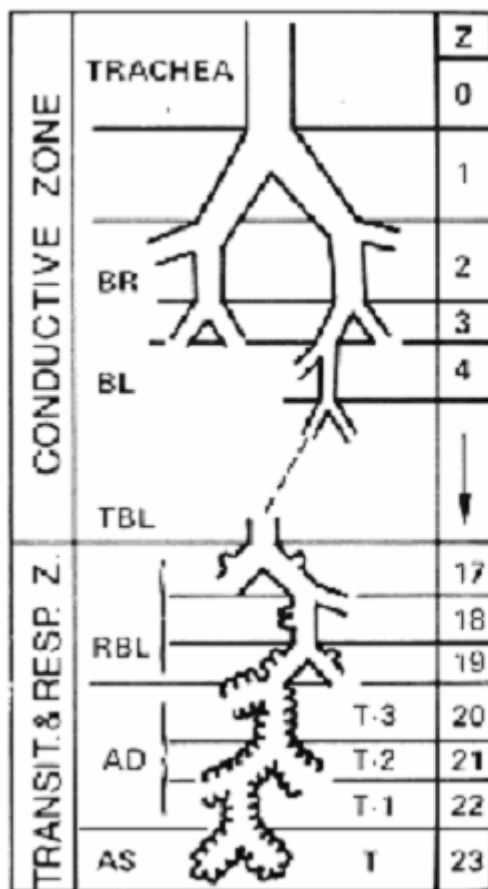
### **1.1. Μηχανική λειτουργία της αναπνοής.**

Σε αυτήν την ενότητα περιγράφεται η λειτουργία των πνευμόνων και η μηχανική της αναπνοής.

#### **1.1.1. Η αναπνοή και η λειτουργία των πνευμόνων.**

Οι πνεύμονες παίζουν ένα σημαντικό ρόλο στην εξαγωγή οξυγόνου από τον εισπνεόμενο αέρα το οποίο πηγαίνει σε κάθε κύτταρο του οργανισμού μέσω της κυκλοφορίας του αίματος. Όταν ένα κύτταρο χρησιμοποιεί το οξυγόνο, παράγει διοξείδιο του άνθρακα το οποίο απωθείται από τους πνεύμονες κατά τη διάρκεια της εκπνοής.

Τα κύρια στοιχεία του αναπνευστικού συστήματος είναι οι βρόγχοι, οι μεγάλοι σωλήνες αερισμού που αρχίζουν στο τέλος της τραχείας και το άλλο άκρο τους συνδέεται με τον πνεύμονα, οι πιο στενοί αγωγοί που συνδέονται με τους βρόγχους και τις κυψελίδες που είναι μικροσκοπικοί σάκοι αέρα που βρίσκονται στο τέλος των βρόγχων όπου γίνεται η ανταλλαγή του οξυγόνου και του διοξειδίου του άνθρακα. Το αναπνευστικό σύστημα παρουσιάζει μία δενδροειδή δομή με είκοσι-τρεις περίπου διακλαδώσεις μεταξύ της τραχείας και των αναπνευστικών βρόγχων. Κατά την αναπνοή ο αέρας περνάει από όλα αυτά τα στάδια και κατά την εκπνοή ακολουθεί την αντίστροφη κατεύθυνση. Η διαδικασία αυτή διαρκεί τρία με τέσσερα δευτερόλεπτα. Το τραχειοβρογχικό δέντρο μπορεί να χωριστεί σε δύο ζώνες, αγωγή και αναπνευστική. Η αγωγή ζώνη είναι υπεύθυνη για την μεταφορά του αέρα στην αναπνευστική ζώνη όπου γίνεται και η ανταλλαγή των αερίων. Ο αριθμός των βρόγχων διπλασιάζεται σε κάθε επίπεδο και στο σύνολο φτάνουν τους  $2^{17}$  (περίπου 130000). Η δενδροειδής δομή του πνεύμονα απεικονίζεται στο παρακάτω σχήμα:



Σχήμα 1.1. Το τραγχειοβρογχικό δέντρο (Hopkins J. 1994).

BR – Bronchus

BL – Bronchiole

TBL – Terminal Bronchiole

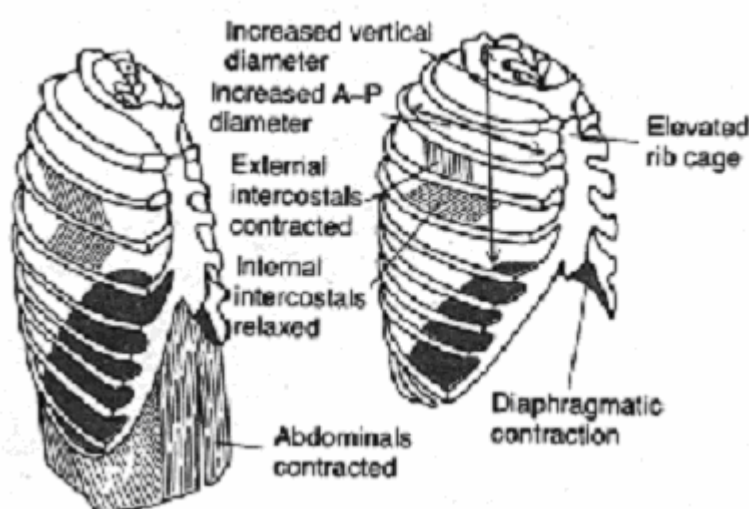
RBL – Respiratory Bronchiole

AD – Alveolar Duct

AS – Alveolar Sac

Η αναπνοή πραγματοποιείται με την βοήθεια διαφορετικών μυών. Στην εισπνοή χρησιμοποιείται το διάφραγμα το οποίο εκτείνεται προς τα κάτω και οι εξωτερικοί πλευρικοί μύες που συνδέουν τα πλευρά και τα ωθούν προς τα πάνω. Η εκπνοή είναι συνήθως μια παθητική διαδικασία. Όταν γίνεται ενεργητικά (π.χ. περίπτωση άσκησης), οι μύες που συμμετέχουν κυρίως είναι οι κοιλιακοί οι οποίοι σπρώχνουν το διάφραγμα προς τα πάνω και οι εσωτερικοί πλευρικοί μύες που ωθούν τα πλευρά προς τα μέσα και κάτω. Οι αναπνευστικοί μύες συστέλλονται και

διαστέλλονται περίπου 30000 φορές την ημέρα δηλαδή εκατοντάδες εκατομμύρια φορές κατά τη διάρκεια της ζωής (ένα δισεκατομμύριο φορές για διάρκεια ζωής ενενήντα χρόνια). Οι αναπνευστικοί μύες αποτελούνται από το διάφραγμα, τους μύες της κοιλιακής χώρας και στους εισπνευστικούς και εκπνευστικούς μύες των τοιχωμάτων της θωρακικής κοιλότητας. Οι μύες που συμμετέχουν στην αναπνοή φαίνονται αναλυτικότερα στο παρακάτω σχήμα:



Σχήμα 1.2. Η συστολή και διαστολή των τοιχωμάτων του θώρακα κατά την εκπνοή και εισπνοή και οι μύες που συμμετέχουν σε αυτές (Hopkins J. 1994).

Κατά την εισπνοή ενός ενήλικα διακινούνται 500ml αέρα και η πίεση των θωρακικών τοιχωμάτων είναι περίπου 3cm H<sub>2</sub>O. Ο ρυθμός ροής του αέρα φτάνει το 1lt/sec. Οι πνεύμονες κινούνται λόγω εξωτερικών δυνάμεων. Κατά τη διάρκεια της εισπνοής οι δυνάμεις αυτές προέρχονται από την κίνηση του διαφράγματος και την κίνηση των θωρακικών τοιχωμάτων από τους πλευρικούς μύες. Κατά τη διάρκεια της κίνησης αυτής υπάρχουν κάποιες ελαφρές αντιστάσεις οι οποίες προέρχονται από:

1. Την τριβοειδή αντίσταση της ροής του αέρα.
2. Την ελαστική αντίσταση από τους ίδιους τους ιστούς.

Το έργο που απαιτείται για να αντισταθμιστεί η αντίσταση που προέρχεται από την τριβή χάνεται ενώ το έργο που απαιτείται για την αντιστάθμιση της ελαστικής αντίστασης αποθηκεύεται στους ιστούς και για αυτό το λόγο χρειάζεται να καταβάλουμε πολύ μικρή προσπάθεια κατά την εκπνοή. Η εκπνοή είναι σε ένα πολύ μεγάλο ποσοστό παθητική.

Για τους πνεύμονες ισχύει ότι η αύξηση της πίεσης αναλογεί σε αύξηση του όγκου και αντίστροφα. Σε αναλογία με τον νόμο του Hooke ισχύει:

$$\Delta V \propto \Delta P \quad (1.1)$$

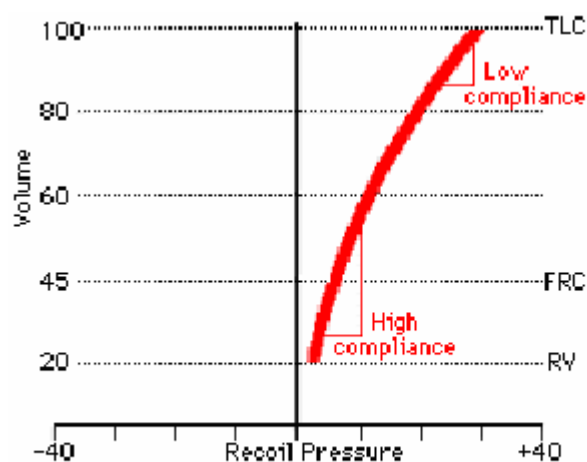
Η ελαστικότητα  $c$  του πνεύμονα δίνεται από τον παρακάτω τύπο:

$$c = \frac{\Delta V}{\Delta P} \quad (1.2)$$

όπου με  $V$  συμβολίζεται ο όγκος και με  $P$  συμβολίζεται η πίεση.

### 1.1.2. Οι ελαστικές ιδιότητες των πνευμόνων.

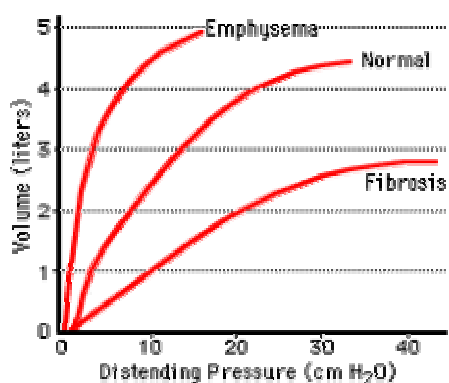
Η ελαστικότητα στην οποία αναφερθήκαμε προηγουμένως και ορίζεται από τον τύπο (5) παριστάνεται στο παρακάτω διάγραμμα:



Σχήμα 1.3. Διάγραμμα όγκου προς πίεση πνεύμονα που απεικονίζει την ελαστικότητα, (Hopkins 1994)

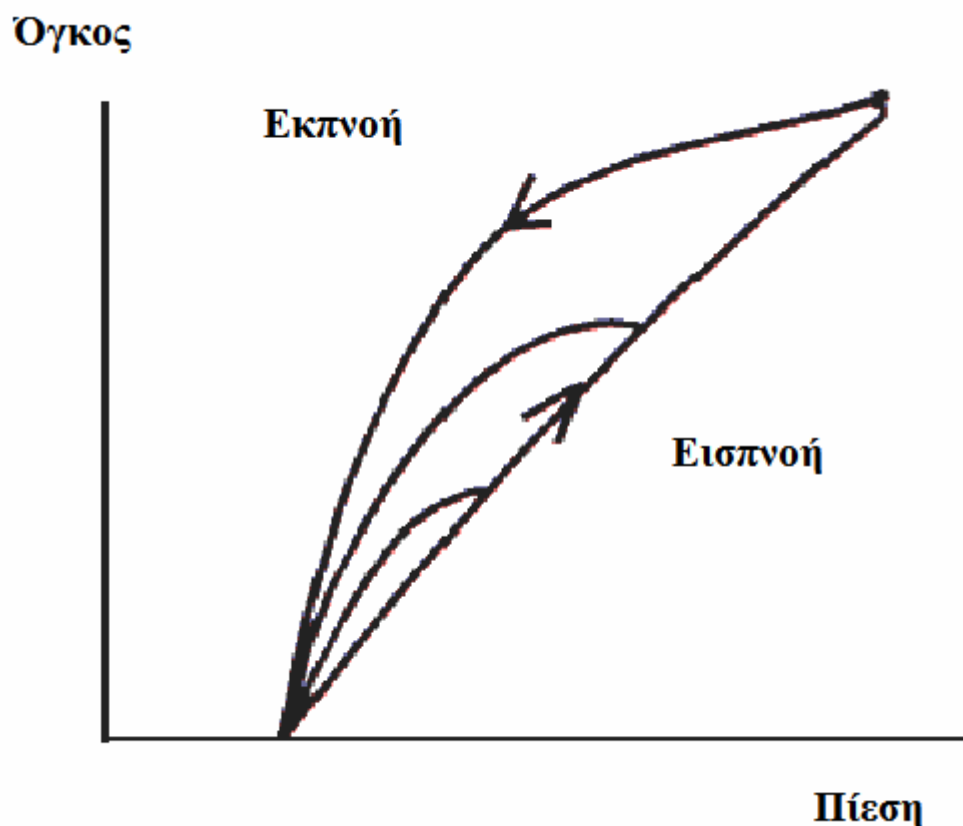
Σε έναν υγιή πνεύμονα για να φουσκώσει ελάχιστα χρειάζεται λίγη ποσότητα αρνητικής πίεσης εξωτερικά (ή θετικής πίεσης εσωτερικά). Η ελαστικότητα του πνεύμονα μειώνεται με την αύξηση του όγκου του. Όσο ο πνεύμονας αυξάνει σε μέγεθος τόσο μεγαλώνει και η πίεση που ασκείται για να έχουμε αντίστοιχη αύξηση στον όγκο. Αυτό φαίνεται και από το διάγραμμα όγκου-πίεσης όπου η ελαστικότητα είναι ίση με την κλίση του διαγράμματος.

Η ελαστικότητα επίσης αλλάζει σε διάφορες παθολογικές καταστάσεις. Για παράδειγμα στην ινωμάτωση, οι πνεύμονες γίνονται άκαμπτοι και έτσι χρειάζεται υψηλή πίεση για να αλλάξει ο όγκος του πνεύμονα. Οι πνεύμονες έχουν μικρή ελαστικότητα σε αυτές τις περιπτώσεις. Στο εμφύσημα όπου η κυψελιδοειδής μεμβράνη είναι φθαρμένη, οι πνεύμονες είναι χαλαροί και εύκαμπτοι και οι μικρές μεταβολές της πίεσης προκαλούν μεγάλες μεταβολές στον όγκο. Οι πνεύμονες στο εμφύσημα παρουσιάζουν μεγάλη ελαστικότητα. Το παρακάτω διάγραμμα περιγράφει αυτές τις καταστάσεις. Για το εμφύσημα και την ινωμάτωση θα αναφερθούμε στην συνέχεια.



Σχήμα 1.4. Διάγραμμα όγκου προς πίεση πνεύμονα για το εμφύσημα, την ινωμάτωση και την κανονική κατάσταση, (Hopkins 1994).

Για τους πνεύμονες ισχύει ότι οι μεταβολές στην πίεση που ασκείται σε αυτούς συνοδεύονται με ανάλογες μεταβολές στον όγκο τους. Άρα αν βάλουμε αέρα στον πνεύμονα και στη συνέχεια απεικονίσουμε γραφικά την αλλαγή του όγκου σε συνάρτηση με την αλλαγή της πίεσης θα περιμένουμε να προκύψει μία ευθεία γραμμή. Κατά την εκπνοή όμως η συμπεριφορά του πνεύμονα δεν είναι ανάλογη. Η συμπεριφορά του πνεύμονα κατά την διάρκεια της εισπνοής και της εκπνοής φαίνεται στην παρακάτω γραφική παράσταση των μεταβολών του όγκου του πνεύμονα σε συνάρτηση με τις μεταβολές της πίεσης που ασκείται στον πνεύμονα:



Σχήμα 1.5. Η μεταβολή του όγκου σε συνάρτηση με την μεταβολή της πίεσης κατά την διάρκεια της εισπνοής και της εκπνοής, (Williams και Wilkins 1990).

Παρατηρούμε η καμπύλη της εκπνοής δεν συμπίπτει με αυτήν εισπνοής. Επίσης όσο ο όγκος αυξάνει η καμπύλη μεγαλώνει. Η πίεση στην καμπύλη της εκπνοής είναι μικρότερη από την πίεση στην καμπύλη της εισπνοής. Αυτό συμβαίνει γιατί η

συστολή κατά τη διάρκεια της εκπνοής χρειάζεται λιγότερη ενέργεια από ότι χρειάζεται η εισπνοή (η εκπνοή είναι κατά ένα μεγάλο ποσοστό παθητική).

Η παραπάνω ιδιότητα λέγεται υστέρηση. Αν φουσκώσουμε έναν πνεύμονα και στη συνέχεια τον αφήσουμε φουσκωμένο, η πίεση στον πνεύμονα θα πέσει εκθετικά στο 70 με 80% της αρχικής τιμής της. Αυτό συμβαίνει μετά από ένα περίπου λεπτό. Η ελαστικότητα που προκύπτει από τον τύπο (1.2) για την δεδομένη τιμή της πίεσης λέγεται στατική ελαστικότητα. Η ελαστικότητα που προκύπτει από τον τύπο (1.2) για την αρχική μέγιστη τιμή της πίεσης λέγεται δυναμική ελαστικότητα και είναι πάντα χαμηλότερη από την στατική.

Εκτός από τη ιδιότητα της υστέρησης που περιγράψαμε προηγουμένως, οι πνεύμονες παρουσιάζουν και συμπεριφορά που εξαρτάται από το χρόνο. Οι πνεύμονες φαίνεται πως έχουν «μνήμη» της πρόσφατης δραστηριότητάς τους. Αν δηλαδή παρουσιαστεί χαμηλός αερισμός στους πνεύμονες που συνδέεται με μείωση στην ελαστικότητα τους, αυτοί με την σειρά τους τείνουν να επαναφέρουν την ορθή λειτουργία με βαθιές αναπνοές. Η ελαστικότητα των πνευμόνων μπορεί να επηρεαστεί όπως θα εξηγήσουμε αργότερα σε μία παθολογική κατάσταση.

### **1.1.3. Η αναπνοή κατά την ηρεμία.**

Κατά την ηρεμία ο πιο σημαντικός αναπνευστικός μυς είναι το διάφραγμα. Όσο συστέλλεται η πλευρική πίεση ελαττώνεται και ο αέρας που κατευθύνεται από το στόμα στις κυψελίδες. Η εκπνοή κατά την ηρεμία γίνεται παθητικά γιατί οι αναπνευστικοί μύες χαλαρώνουν και οι πνεύμονες και τα θωρακικά τοιχώματα επιστρέφουν παθητικά στον όγκο κατά την ηρεμία. Οι άνθρωποι αναπνέουν κατά την ηρεμία και κατά την άσκηση με τρόπο που τα τοιχώματα της θωρακικής κοιλότητας δεν διαστρέφονται. Αυτό συμβαίνει γιατί η πίεση που ασκείται στο τμήμα του πνευμονικού θωρακικού τοιχώματος ( $P_{pl}$ ) και στο τμήμα του κοιλιακού θωρακικού τοιχώματος ( $P_{ab}$ ) είναι η ίδια, οπότε όταν οι μύες είναι χαλαροί θα ισχύει  $P_{pl} = P_{ab}$ . Το γεγονός ότι όμοιες πιέσεις ασκούνται στα δύο αυτά τμήματα του θώρακα κατά την ηρεμία συνεπάγεται ότι οι μύες που συμμετέχουν στην εισπνοή συστέλλονται έως ότου οι πιέσεις αυτές γίνουν ίσες. Ονομάζουμε  $xP_{di}$  το κλάσμα της πίεσης του διαφράγματος ( $P_{di}$ ) η οποία δρα απευθείας στο κοιλιακό θωρακικό

τοιχώμα για να το διαστείλει και  $P_{rcm}$  την πίεση που αναπτύσσεται στους μύες του θώρακα που συμμετέχουν στην εισπνοή. Επίσης ονομάζουμε  $P_{abm}$  την πίεση των μυών της κοιλιακής χώρας. Για να διατηρούνται οι πιέσεις ίσες στα δύο αυτά τμήματα του θώρακα πρέπει να ισχύει η παρακάτω σχέση:

$$P_{rcm} + P_{pl} = xP_{di} + P_{ab} - yP_{abm} \quad (1.3)$$

Το αριστερό μέρος της εξίσωσης είναι το άθροισμα των πιέσεων που δρουν στην πνευμονική θωρακική κοιλότητα συμπεριλαμβάνοντας και την πλευρική πίεση  $P_{pl}$ . Το δεξί μέρος της εξίσωσης αποτελείται από το άθροισμα των πιέσεων που ασκούνται στην κοιλιακή χώρα συμπεριλαμβάνοντας την πίεση  $P_{ad}$  που ασκείται στην περιοχή της απόφυσης του διαφράγματος. Στην όρθια θέση οι μύες της κοιλιακής χώρας τεντώνονται παθητικά. Η συσταλτική δράση τους αντιπροσωπεύεται με τον παράγοντα  $-yP_{abm}$  όπου  $y$  είναι το κλάσμα της παθητικής πίεσης που αναπτύσσεται από τους τεντωμένους κοιλιακούς μυς στην κοιλιακά θωρακικά τοιχώματα. Αν τροποποιήσουμε τον τύπο (1.3) προκύπτει ο παρακάτω τύπος:

$$P_{rcm} = (x+1)P_{di} - yP_{abm} \quad (1.4)$$

που σημαίνει ότι οι μύες που συμμετέχουν στην εκπνοή δρουν μόνο παθητικά κατά την ηρεμία, (Macklem 1992).

#### 1.1.4. Η αναπνοή κατά την άσκηση.

Κατά την διάρκεια της άσκησης οι μύες που χρησιμοποιούνται στην εκπνοή δραστηριοποιούνται άμεσα. Οι μύες που δραστηριοποιούνται κυρίως είναι οι κοιλιακοί μύες και μετά έρχονται οι μύες του θωρακικού τοιχώματος που συμμετέχουν κατά την εκπνοή. Οι μύες που χρησιμοποιούνται κατά την εκπνοή, αρχίζουν τη δραστηριότητα τους με την αρχή της εκπνοής και κατά τη διάρκεια της αυξάνουν την πίεση η οποία παίρνει τη μέγιστη τιμή της στο τέλος της εκπνοής. Στη συνέχεια, δεν χαλαρώνουν αμέσως αλλά σταδιακά κατά τη διάρκεια της εισπνοής. Αυτό συνεπάγεται ότι η πίεση  $P_{ab}$  είναι μεγάλη στην αρχή της εισπνοής και πέφτει

σταδιακά κατά την εισπνοή σε αντίθεση με την αναπνοή κατά την ηρεμία που η συγκεκριμένη πίεση αυξάνεται.

Μόλις αρχίσει η άσκηση, αλλάζει αμέσως η λειτουργία των αναπνευστικών μυών. Οι μύες δραστηριοποιούνται ώστε να παράγουν έργο για την δημιουργία ροής του αέρα και πίεσης. Κατά την ηρεμία η πίεση  $Pab$  στην εισπνοή και το έργο του διαφράγματος αυξάνουν συνεχώς. Επίσης η πίεση  $Ppl$  μειώνεται συνεχώς κατά την εισπνοή. Η αύξηση της πίεσης  $Pab$  και η μείωση της πίεσης  $Ppl$  αντιπροσωπεύουν την αλληλεπίδραση του διαφράγματος και των θωρακικών τοιχωμάτων. Κατά την άσκηση ισχύει η αντίθετη κατάσταση από αυτή που περιγράψαμε. Η πίεση  $Pab$  αυξάνει και η πίεση  $Ppl$  μειώνεται. Κατά την άσκηση, η συνθήκη ώστε να μην προκαλείται διαστροφή των τοιχωμάτων της θωρακικής κοιλότητας είναι παρόμοια με αυτήν που περιγράφεται στην εξίσωση (1.4) με εξαίρεση ότι η πίεση  $Pabm$  είναι και ενεργητική και παθητική. Ισχύει δηλαδή ο παρακάτω τύπος των μεταβολών των πιέσεων:

$$\Delta P_{rcm} = (x+I)\Delta P_{di} - y\Delta P_{abm} \quad (1.5)$$

όπου η πίεση  $P_{rcm}$  περιλαμβάνει την πίεση που προκαλείται από τους μύες της εισπνοής και της εκπνοής. Ο πιο σημαντικός μυς που συμμετέχει στην εκπνοή θεωρείται ο μυς του στέρνου. Κατά την μέγιστη άσκηση η πίεση του διαφράγματος φτάνει να έχει δύο φορές μεγαλύτερη τιμή από αυτήν που είχε κατά την ηρεμία. Οι πιέσεις που αναπτύσσονται από τα τοιχώματα της θωρακικής κοιλότητας και τους κοιλιακούς μύες αυξάνουν κατά την άσκηση περισσότερο από την πίεση  $P_{di}$  του διαφράγματος. Το διάφραγμα δρα σαν γεννήτρια ροής. Η αύξηση της ισχύος του διαφράγματος με την αύξηση της άσκησης συμβαδίζει με την αύξηση της ισχύος των τοιχωμάτων της θωρακικής κοιλότητας και των κοιλιακών μυών. Προκειμένου να μην υπάρχει διαστροφή στα τοιχώματα της θωρακικής κοιλότητας και το διάφραγμα να δρα ως γεννήτρια ροής, οι κοιλιακοί μύες παίζουν τον εξής σημαντικό ρόλο: μειώνουν τον όγκο του πνεύμονα όσο το έργο της άσκησης αυξάνει.

Ανακεφαλαιώνοντας, υπάρχουν τρία σύνολα αναπνευστικών μυών, το διάφραγμα, οι κοιλιακοί μύες και οι μύες των τοιχωμάτων της θωρακικής κοιλότητας. Το κάθε ένα σύνολο από αυτούς αναλαμβάνει μοναδική δράση πάνω στα τρία τμήματα που αποτελούν το θωρακικό τοίχωμα και είναι το πνευμονικό θωρακικό τοίχωμα, το κοιλιακό θωρακικό τοίχωμα και η κοιλιά. Παρόλο που είναι δυνατή η

αναπνοή με την χρήση ακόμη και ενός από τα τρία αυτά σύνολα μυών, η κατάσταση αυτή μπορεί να προκαλέσει προβλήματα. Για να αντιμετωπιστούν αυτά τα προβλήματα, για την αναπνοή χρησιμοποιούνται κάθε φορά δύο ή τρία σύνολα αναπνευστικών μυών. Κατά την ηρεμία χρησιμοποιείται το διάφραγμα και οι εισπνευστικοί μύες των τοιχωμάτων της θωρακικής κοιλότητας, ενώ δεν χρησιμοποιούνται μύες που λειτουργούν στην εκπνοή. Κατά την άσκηση χρησιμοποιούνται οι κοιλιακοί μύες και σε μικρότερο βαθμό οι μύες των τοιχωμάτων της θωρακικής κοιλότητας που χρησιμοποιούνται κατά την εκπνοή. Οι κοιλιακοί μύες και οι μύες των τοιχωμάτων της θωρακικής κοιλότητας προστατεύουν από την διαστροφή των τοιχωμάτων της θωρακικής κοιλότητας και αποφορτίζουν το διάφραγμα ώστε να δρα σαν γεννήτρια ροής. Τα τοιχώματα της θωρακικής κοιλότητας και οι κοιλιακοί μύες αναπτύσσουν τις πιέσεις που χρειάζεται για να κινούνται τα τοιχώματα της θωρακικής κοιλότητας και η κοιλία. Οι κοιλιακοί μύες έχουν και έναν τρίτο ρόλο, μειώνουν τον όγκο του πνεύμονα κατά την εκπνοή μειώνοντας τον όγκο της κοιλίας. Η ιδιότητα αυτή αποθηκεύει ενέργεια στο αναπνευστικό σύστημα η οποία μπορεί να απελευθερωθεί κατά την εισπνοή σαν χρήσιμο εξωτερικό έργο. Κατά την εκπνοή επίσης μακραίνουν οι ίνες του διαφράγματος, (Macklem 1992).

#### **1.1.5. Ιδιότητας ενός ασθενούς σε σχέση με έναν υγιή πνεύμονα.**

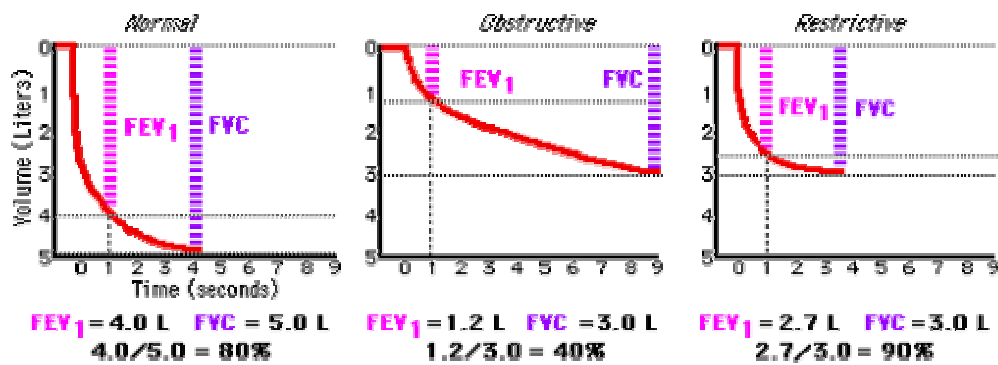
Στην ενότητα αυτή θα αναφερθούμε σε μερικές από τις συνηθέστερες ασθένειες του πνεύμονα και την αναπνευστική λειτουργία σε αυτές τις περιπτώσεις. Οι συγκρίσεις της κανονικής και προβληματικής αναπνευστικής λειτουργίας έγιναν μέσω ενός τεστ που ονομάζεται forced respiration και περιγράφεται παρακάτω.

##### **1.1.5.1. Η μέθοδος της εξαναγκασμένης εκπνοής (forced respiration test).**

Μία από τις μεθόδους που χρησιμοποιούμε για να συγκρίνουμε την λειτουργία ενός υγιούς με έναν ασθενή πνεύμονα, είναι η εξαναγκασμένη εκπνοή. Ο εξαναγκασμός της εκπνοής είναι ένα απλό αλλά πολύ αποτελεσματικό τεστ για την λειτουργία των πνευμόνων. Χρησιμοποιούμε την μέθοδο της σπειρομετρίας για το

τεστ αυτό. Ο ασθενής υποχρεούται να εισπνεύσει όσο περισσότερο αέρα μπορεί και στην συνέχεια να εκπνεύσει όσο το δυνατό δυνατότερα έως ότου αδειάσει τους πνεύμονες του. Η ανίχνευση αυτή που γίνεται με τη βοήθεια της σπιρομετρίας όπως προείπαμε, αποτελεί έναν πολύ καλό τρόπο για να διαχωρίσουμε την κανονική αναπνευστική λειτουργία από την ελαττωματική.

Σε μία καμπύλη εξαναγκασμένης εκπνοής για έναν υγιή πνεύμονα, ο όγκος που ο εξεταζόμενος μπορεί να εκπνεύσει σε ένα δευτερόλεπτο (FEV1), είναι το 80% περίπου της συνολικής χωρητικότητας του πνεύμονα όταν ο εξεταζόμενος καταβάλει την μέγιστη προσπάθεια να εισπνεύσει όσο περισσότερο αέρα μπορεί. Η συνολική χωρητικότητα αυτή απαντάται ως FVC και είναι συνήθως τέσσερα με πέντε λίτρα. Σε ασθένειες γνωστές με τον τίτλο χρόνια αποφρακτική πνευμονοπάθεια (chronic obstructive pulmonary diseases (COPD) ) όπως είναι το άσθμα, η βρογχίτιδα ή το εμφύσημα, δεν μειώνεται μόνο η χωρητικότητα κατά τον εξαναγκασμό αλλά μειώνεται και ο ρυθμός της ροής του αέρα κατά την εκπνοή. Έτσι για παράδειγμα ένα άτομο με κάποια από της παραπάνω ασθένειες μπορεί να έχει χωρητικότητα πνεύμονα ίση με 3 λίτρα και κατά το πρώτο δευτερόλεπτο της εξαναγκασμένης εκπνοής να εκπνέει μόνο 1.5 λίτρα αέρα με κλάσμα  $FEV1/FVC = 50\%$ . Σε άλλου τύπου ασθένειες όπως η ινωμάτωση που είναι μια περιοριστική κατάσταση (restrictive), η χωρητικότητα του πνεύμονα FVC παρουσιάζεται επίσης μειωμένη. Λόγω της ελαττωμένης ελαστικότητας και της υψηλής συρρίκνωσης του πνεύμονα σε τέτοιου τύπου καταστάσεις, ο ρυθμός FEV1/FVC μπορεί να έχει κανονική τιμή ή ακόμη και μεγαλύτερη από την κανονική. Για παράδειγμα, ένας ασθενής με ινωμάτωση μπορεί να έχει FEV1 ίση με 3 λίτρα αλλά να έχει πολύ υψηλή FVC ίση με 2.7 λίτρα και ο ρυθμός FEV1/FVC να είναι ίσος με 90%. Στο παρακάτω σχήμα απεικονίζονται τα διαγράμματα του όγκου του πνεύμονα (σε λίτρα) προς τον χρόνο (σε δευτερόλεπτα) που κάνει ένας εξεταζόμενος να εκπνεύσει με δύναμη και εντελώς την μέγιστη ποσότητα αέρα που μπορεί να χωρέσει στους πνεύμονές του. Φαίνονται τα διαγράμματα κατά την κανονική κατάσταση, την obstructive (άσθμα, βρογχίτιδα, εμφύσημα) και την restrictive (ινωμάτωση).

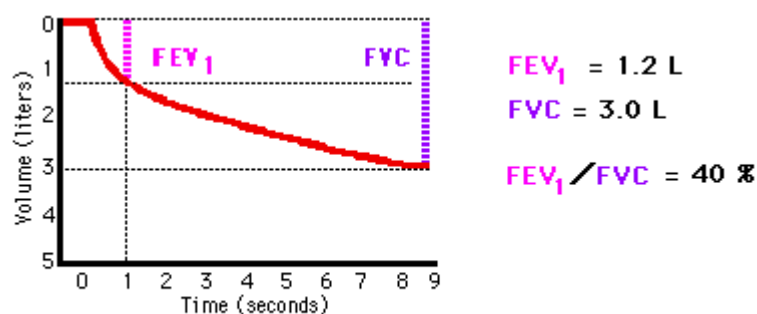


Σχήμα 1.6. Διαγράμματα του όγκου του πνεύμονα προς τον χρόνο κατά το “forced expiration test” σε μία κανονική, σε μία obstructive και μία restrictive κατάσταση, (Hopkins 1994).

Στη συνέχεια με την μέθοδο που μόλις περιγράψαμε, θα συγκρίνουμε την λειτουργία πνευμόνων ασθενών με υγιών, για μερικές από τις συνηθέστερες ασθένειες.

#### 1.1.5.2. Άσθμα, βρογχίτιδα, εμφύσημα, ινωμάτωση.

Μία από τις συνηθέστερες πνευμονοπάθειες είναι το άσθμα που εκδηλώνεται με έντονη και σύντομη αναπνοή, βήχα και αυξομείωση της ροής του αέρα της αναπνοής. Σε ορισμένες περιπτώσεις ασθενών με άσθμα οι μύες των βρογχικών σωλήνων είναι στενοί και συχνά κάνουν συσπάσεις ενώ υπάρχει αύξηση στην παραγωγή βλεννών. Το άσθμα είναι σχεδόν πάντα μια ασθένεια που θεραπεύεται. Κατά τα έντονα επεισόδια άσθματος παρατηρείται μείωση της ροής του αέρα κατά την εκπνοή, δηλαδή μείωση του FEV<sub>1</sub> και του ρυθμού FEV<sub>1</sub>/FVC λόγω της αυξημένης αντίστασης στην αναπνοή. Επίσης παρατηρείται μείωση στην FVC χωρητικότητα. Επειδή οι ασθενείς αυτοί αναπνέουν σε τόσο υψηλούς όγκους (κοντά στην κορυφή της καμπύλης που φαίνεται στο σχήμα 1.7, όπου η ελαστικότητα του πνεύμονα μειώνεται με μεγάλο ρυθμό), πρέπει να καταβάλουν μεγάλη προσπάθεια για να δημιουργήσουν μεγάλη αρνητική πλευρική πίεση και έτσι κουράζονται εύκολα. Ο υπεραερισμός μειώνει επίσης την καμπύλωση του διαφράγματος, γεγονός που βοηθά στην δημιουργία αρνητικής πλευρικής πίεσης. Το παρακάτω σχήμα απεικονίζει το διάγραμμα όγκου-χρόνου για έναν ασθενή που υποφέρει από άσθμα.

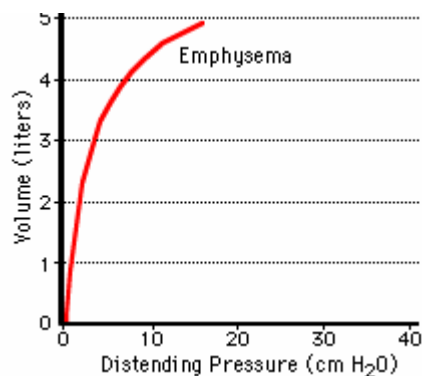


Σχήμα 1.7. Διαγράμματα του όγκου του πνεύμονα προς τον χρόνο κατά το “forced expiration test” σε ασθενή με άσθμα ή βρογχίτιδα, (Hopkins 1994).

Η βρογχίτιδα είναι μία κατάσταση η οποία συνοδεύεται με χρόνιο βήχα και έκκριση βλεννών τους περισσότερους μήνες του χρόνου. Η έκκριση και οι φλεγμονές των βλεννών προκαλούν στένωση των σωλήνων από τους οποίους περνά ο αέρας και αυτό παρεμποδίζει την αναπνοή. Σε πνευμονικά τεστ, η βρογχίτιδα μπορεί να δημιουργήσει μείωση στον όγκο FEV1 και στον ρυθμό FEV1/FVC. Αντίθετα με της υπόλοιπες περιπτώσεις χρόνιων αποφρακτικών πνευμονοπαθειών (COPD), το άσθμα και το εμφύσημα, η βρογχίτιδα σπάνια προκαλεί αύξηση όγκου. Το σχήμα 1.7 απεικονίζει το διάγραμμα όγκου-χρόνου για έναν ασθενή που υποφέρει από βρογχίτιδα, το διάγραμμα είναι παρόμοιο με αυτό του άσθματος.

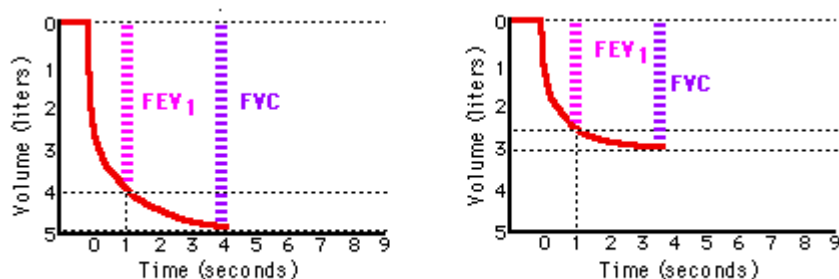
Μία επίσης συνηθισμένη περίπτωση πνευμονοπάθειας είναι το εμφύσημα το οποίο μειώνει την ελαστικότητα που έχει κανονικά ο πνεύμονας. Το εμφύσημα εκδηλώνεται με σύντομη αναπνοή, διαφόρων τύπων βήχα και ασθμαίνουσας αναπνοής και φράξιμο στην ροή του αέρα. Το εμφύσημα είναι μια ασθένεια του πνεύμονα στην οποία τα τοιχώματα μεταξύ των μικροσκοπικών σάκων αέρα στα πνευμόνια, των κυψελίδων δηλαδή, παρουσιάζουν φθορά. Σαν αποτέλεσμα, οι πνεύμονες χάνουν την ελαστικότητα τους και η αναπνοή γίνεται ολοένα και δυσκολότερη. Ο αέρας μένει παγιδευμένος στους υπέρ-διογκωμένους πνεύμονες. Οι ασθενείς με εμφύσημα παρουσιάζουν συντομία στην αναπνοή, συνήθως κατά την άσκηση. Το εμφύσημα επιδεινώνεται με το κάπνισμα, την μόλυνση του αέρα και την έκθεση σε σκόνη ή σε καπνό. Η ελαστικότητα των πνευμόνων σε αυτή την περίπτωση είναι κάτω από τα φυσιολογικά όρια, οι πνεύμονες φουσκώνουν εύκολα

άλλα αδειάζουν δύσκολα. Αυτό προκαλεί υπερδιόγκωση του πνεύμονα που μειώνει την καμπύλωση του διαφράγματος και δεν βοηθά στην αύξηση της πλευρικής πίεσης. Τα πνευμονικά τεστ σε ασθενείς με εμφύσημα μας δίνουν μικρές τιμές για τα FEV<sub>1</sub>, FVC και τον ρυθμό FEV<sub>1</sub>/FVC.



Σχήμα 1.8. Διαγράμματα του όγκου του πνεύμονα προς τον χρόνο κατά το “forced expiration test” σε ασθενή με εμφύσημα, (Hopkins 1994).

Τέλος θα αναφερθούμε στην ινωμάτωση (αύξηση ινωματώδους ιστού), που προκαλεί μείωση στον συνολικό όγκο του πνεύμονα. Μπορεί να εκδηλωθεί στον πνεύμονα με ακαμψία ή ασυμμετρία των πνευμόνων ή εκτός του πνεύμονα με αδυναμία των αναπνευστικών μυών, παράλυση και παραμόρφωση ή ακαμψία των θωρακικών τοιχωμάτων. Σε πνευμονικά τεστ παρουσιάζεται μειωμένη χωρητικότητα πνεύμονα. Ενώ η χωρητικότητα FVC είναι μειωμένη, ο όγκος FEV<sub>1</sub> μπορεί να παίρνει κανονική τιμή ή ακόμη και υψηλότερη λόγω της αυξημένης πίεσης συρρίκνωσης του πνεύμονα. Στο σχήμα 1.9 φαίνεται το διάγραμμα όγκου πνεύμονα προς τον χρόνο για έναν ασθενή με ινωμάτωση.



Σχήμα 1.9. Διαγράμματα του όγκου του πνεύμονα προς τον χρόνο κατά το “forced expiration test” σε ένα υγιές άτομο και σε έναν ασθενή με ινωμάτωση.

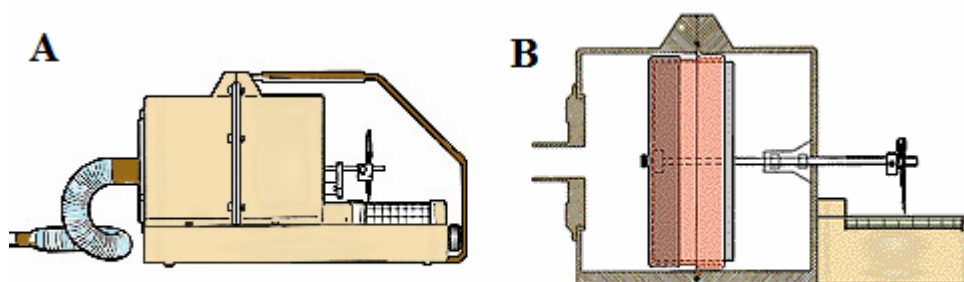
Αφού περιγράψαμε τους συνηθέστερους τύπους πνευμονικών παθήσεων είδαμε ότι προκαλούνται μεταβολές στον τρόπο αναπνοής των ασθενών τις οποίες μπορούμε να απεικονίσουμε με διάφορες μεθόδους όπως είναι η οπτοηλεκτρονική πληθυσμογραφία και στη συνέχεια να επεξεργαστούμε εξάγοντας τις τιμές ορισμένων παραμέτρων που περιγράφονται αναλυτικά στο κεφάλαιο 2.

## 1.2. Οπτοηλεκτρονική πληθυσμογραφία.

Πριν αναφερθούμε στην μέθοδο της οπτοηλεκτρονικής πληθυσμογραφίας θα περιγράψουμε δυο από τις συνηθέστερες μεθόδους υπολογισμού του όγκου του θώρακα και θα τις συγκρίνουμε στη συνέχεια με την μέθοδο που χρησιμοποιήσαμε στην εργασία.

### 1.2.1. Η σπιρομετρία.

Μία από τις συνηθέστερες μεθόδους μέτρησης της αναπνευστικής λειτουργίας είναι η σπιρομετρία με την οποία ο αερισμός των πνευμόνων συνήθως μετριέται μέσω ενός εξαρτήματος που προσαρμόζεται στο στόμα και στο σπιρόμετρο, ένα μηχάνημα που λειτουργεί με πιστόνια. Ένα σπιρόμετρο παριστάνεται στο παρακάτω σχήμα:



Σχήμα 1.10. Α. Το σπιρόμετρο εξωτερικά. Β. Το σπιρόμετρο σε διατομή, όταν ο εξεταζόμενος εισπνέει, το έμβολο κινείται προς τα έξω ενώ όταν εκπνέει το έμβολο τραβιέται προς τα μέσα.

Το σπιρόμετρο καταγράφει της μεταβολές του όγκου του θώρακα σε χαρτί. Επίσης πρέπει να αναφερθεί ο ασθενής πρέπει να έχει φραγμένη την μύτη με ένα clip. Ακόμη το εξάρτημα που προσαρμόζεται στο στόμα του εξεταζόμενου πρέπει να είναι καλά τοποθετημένο για να μην υπάρχουν διαρροές.

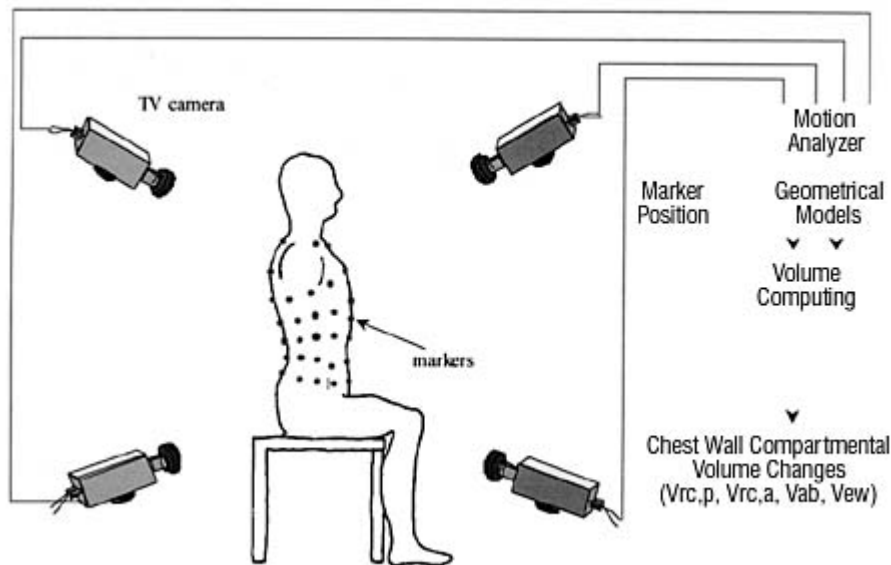
### 1.2.2. Πληθυσμογραφία σώματος.

Η πληθυσμογραφία σώματος μετρά το συνολικό ποσό αέρα που μπορούν να κρατήσουν οι πνεύμονές (συνολικός όγκος πνευμόνων). Ο εξεταζόμενος κάθεται μέσα σε έναν αεροστεγή θάλαμο αποκαλούμενο πληθυσμογράφο και αναπνέει μέσω ενός επιστομίου ενώ συλλέγονται οι μετρήσεις ροής πίεσης και αέρα. Ο εξεταζόμενος όπως προείπαμε αναπνέει μέσω ενός σωλήνα ο οποίος φέρει ένα διάφραγμα και έτσι καταβάλλει προσπάθεια κατά την αναπνοή με αποτέλεσμα να αυξάνεται ο όγκος του πνεύμονα και να αποσυμπιέζεται ο αέρας στους πνεύμονες. Η αύξηση του όγκου του πνεύμονα μειώνει σταδιακά τον όγκο του θαλάμου και αυξάνει την πίεση στον θάλαμο. Για τον υπολογισμό του όγκου του αέρα στους πνεύμονες χρησιμοποιούμε τον νόμο του Boyle:  $P_1V_1 = P_2V_2$  όπου  $P_1$  και  $V_1$  είναι η αρχική πίεση και ο αρχικός όγκος και  $P_2$  και  $V_2$  είναι η τελική πίεση και ο τελικός όγκος του θαλάμου μετρημένα σε σταθερή θερμοκρασία. Λύνουμε την εξίσωση του Boyle ως προς τον όγκο του θαλάμου  $V_2$ . Η διαφορά μεταξύ του όγκου  $V_2$  και του αρχικού όγκου του θαλάμου είναι η μεταβολή του όγκου του θαλάμου που ισοδυναμεί με την μεταβολή του όγκου του θώρακα. Στη συνέχεια, γνωρίζοντας τον όγκο του θώρακα, χρησιμοποιούμε ξανά τον νόμο του Boyle για τον όγκο του θώρακα στην αρχή και στο τέλος της αναπνοής. Έτσι έχουμε τον αρχικό όγκο του θώρακα επί την αρχική πίεση του στόματος που είναι ίσος με τον όγκο του θώρακα κατά την εισπνοή επί την σχετική πίεση. Στη συνέχεια λύνουμε ως προς τον αρχικό όγκο του θώρακα.

### 1.2.3. Η μέθοδος της οπτοηλεκτρονικής πληθυσμογραφίας.

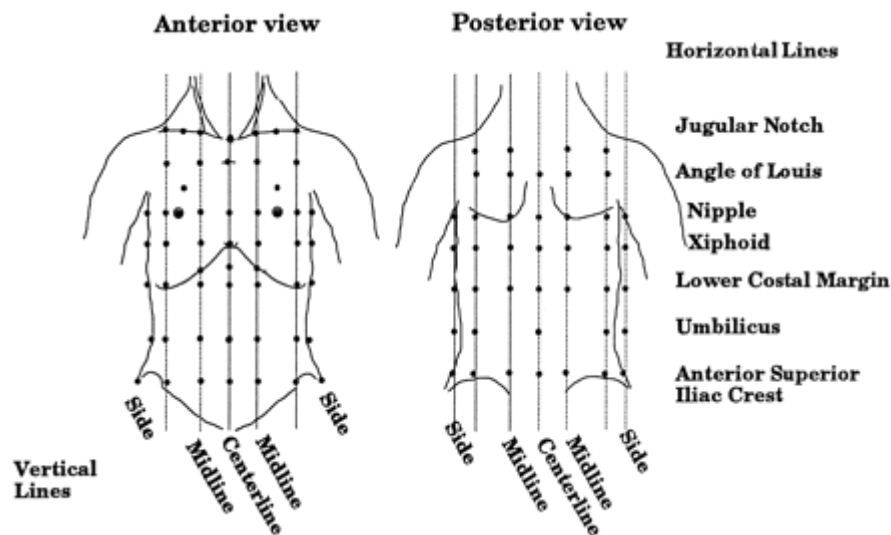
Η οπτοηλεκτρονική πληθυσμογραφία επιτρέπει την εκτίμηση της τρισδιάστατης κίνησης του θώρακα. Σημειώνεται ότι οι πληροφορίες που προκύπτουν με την επαγωγική αναπνευστική πληθυσμογραφία περιορίζονται σε αλλαγές στη διατομή των τοιχωμάτων της θωρακικής κοιλότητας και της κοιλίας. Από την άλλη, τα μαγνητόμετρα δεν δίνουν ταυτόχρονα μετρήσεις για παραπάνω από τρεις ή τέσσερις διαμέτρους. Το 1985 οι Ferrigno και Pedotti περιέγραψαν έναν καινούριο οπτοηλεκτρονικό αναλυτή κίνησης που μελετούσε την τρισδιάστατη κίνηση μέσω ενός μεγάλου αριθμού από markers που εφαρμόζονταν στο σώμα. Στη συνέχεια το σύστημα αυτό εφαρμόστηκε για την ανάλυση της αναπνευστικής κίνησης σε μία μελέτη στην οποία οι όγκοι από την εισπνοή υπολογίζονταν από γεωμετρικές ανακατασκευές του ολικού θωρακικού τοιχώματος και συγκρίνονταν με αποτελέσματα που προέκυπταν από σπироμετρία. Οι υπολογιστικές μέθοδοι βελτιστοποιήθηκαν έτσι ώστε να καθίσταται δυνατή η ανάκτηση δεδομένων για τις μεταβολές του όγκου του θώρακα από οπτικές μετρήσεις του πεπερασμένου αριθμού των σημείων που έχουν σημειωθεί στην εξωτερική επιφάνεια του θώρακα. Από διάφορες μελέτες που διεξήχθησαν κάτω από διαφορετικές συνθήκες, αποδείχθηκε ότι αυτή η μέθοδος δίνει μία ακριβή εκτίμηση των όγκων και της μεταβολής τους κατά τη διάρκεια της αναπνοής. Το σύστημα χρησιμοποιεί την μη-επεμβατική οπτοηλεκτρονική πληθυσμογραφία για την μέτρηση των αλλαγών του όγκου της θωρακικής κοιλότητας χωρίς εξαρτήματα που προσαρμόζονται στο στόμα του ασθενή, clip μύτης ή άλλες συνδέσεις με τον ασθενή (και χωρίς περιορισμούς στον αριθμό των ανεξάρτητων μεταβλητών κίνησης των θωρακικών τοιχωμάτων).

Στο σχήμα 1.11 απεικονίζεται η διάταξη της μεθόδου της οπτοηλεκτρονικής πληθυσμογραφίας:



Σχήμα 1.11. Η οπτοηλεκτρονική πληθυσμογραφία μετράει τις αλλαγές στο πολύπλοκο σχήμα του θωρακικού τοιχώματος κατά τη διάρκεια της αναπνοής, μοντελοποιώντας την θωρακοκοιλιακή επιφάνεια χρησιμοποιώντας έναν μεγάλο αριθμό σημείων σε επιλεγμένα ανατομικά μέρη στα τοιχώματα της θωρακικής κοιλότητας και της κοιλίας (Aliverti A. 2001).

Πιο συγκεκριμένα, κατά την οπτοηλεκτρονική πληθυσμογραφία, οι markers που αποτελούνται από λεπτή μεμβράνη ανακλαστικού χαρτιού πάνω σε ένα πλαστικό ημισφαίριο διαμέτρου 6 χιλιοστών, τοποθετούνται πάνω στο δέρμα χρησιμοποιώντας αυτοκόλλητη υποαλλεργική ταινία όπως φαίνεται στο Σχήμα 1.12. Έξι κάμερες, τοποθετημένες μπροστά και πίσω από τον εξεταζόμενο, έχουν τη δυνατότητα να καταγράφουν έως και 100 εικόνες ανά δευτερόλεπτο. Οι κάμερες αυτές συγχρονίζονται με την λάμψη των υπέρυθρων διόδων εκπομπής φωτός. Ένας παράλληλος επεξεργαστής εκτελεί αναγνώριση προτύπου σε πραγματικό χρόνο και υπολογίζει τις συντεταγμένες των τριών διαστάσεων των διαφορετικών markers με μεγάλη ακρίβεια. Δεν χρειάζεται κάποια συγκεκριμένη ρύθμιση εκτός από την αρχική κατά την εγκατάσταση του συστήματος.

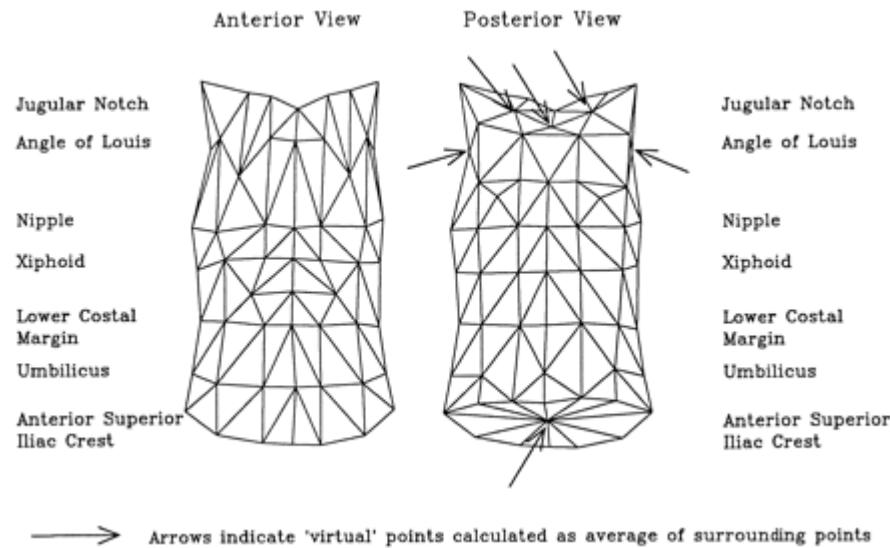


Σχήμα 1.12. Τοποθέτηση των ανακλαστικών markers πάνω στο θωρακικό τοίχωμα: 42 markers τοποθετούνται στο μπροστινό μέρος του θώρακα, 34 markers τοποθετούνται στο πίσω μέρος του θώρακα και 10 στα πλάγια μέρη. Στο σχήμα φαίνονται οι περιοχές του θώρακα με τις επίσημες ονομασίες τους στις οποίες τοποθετούμε τους markers ανά στήλες (Cala S. και C. M. Kenyon., 1996).

Η μέθοδος της οπτοηλεκτρονικής πληθυσμογραφίας είναι χρήσιμη σε διάφορες πειραματικές και κλινικές περιπτώσεις. Στην περίπτωση που το υπό εξέταση άτομο βρίσκεται σε θέση καθίσματος τοποθετούνται στον θώρακα του (κάτω από την περιοχή του στήθους) 89 markers. Η οπτοηλεκτρονική πληθυσμογραφία μπορεί επίσης να χρησιμοποιηθεί επιτυχώς σε διάφορες στάσεις όπως στην ύπτια και στην πρηνή θέση. Σε αυτές τις περιπτώσεις η ανάλυση γίνεται τοποθετώντας markers μόνο στην εκτεθειμένη επιφάνεια της επιφάνειας του θώρακα. Το κρεβάτι στο οποίο είναι ξαπλωμένος ο ασθενής αποτελεί το κάτω όριο για τον υπολογισμό των μετρήσεων εφόσον στην επιφάνεια του θώρακα του ασθενούς που εφάπτεται στο κρεβάτι δεν μπορούν να τοποθετηθούν markers.

Όταν υπολογιστούν οι 3-D συντεταγμένες των σημείων πάνω στην επιφάνεια του θωρακικού τοιχώματος, υπολογίζεται και ο όγκος της κλειστής επιφάνειας συνδέοντας τα σημεία σε μορφή τριγώνου όπως φαίνεται στο Σχήμα 3 παρακάτω. Ένα ειδικό γεωμετρικό μοντέλο εφαρμόζεται για την περιγραφή του θωρακικού τοιχώματος και των τμημάτων του. Με το γεωμετρικό μοντέλο της κυρτής επιφάνειας, είναι δυνατό να εξάγουμε συμπεράσματα για τις μεταβολές του όγκου των θωρακικών τοιχωμάτων και για τη συνεισφορά διαφορετικών τμημάτων του

θωρακικού τοιχώματος στην αλλαγή του συνολικού όγκου (Cala S. και Ferrigno G. 1996).



Σχήμα 1.13. Στην οπτοηλεκτρονική πληθυσμογραφία χρησιμοποιούμε την τριγωνοποίηση της επιφάνειας του θώρακα για τον υπολογισμό του όγκου. Τα σημεία που σημειώνονται στο σχήμα με βέλη κατασκευάζονται από τα γύρω σημεία για να απλοποιήσουν την τριγωνοποίηση σε περιοχές που δεν υπάρχει σημείο, π.χ. στο κάτω μέρος του θώρακα (Cala S. και C. M. Kenyon., 1996).

Η οπτοηλεκτρονική πληθυσμογραφία περιγράφεται μαθηματικά ως εξής: Ονομάζουμε  $Scw$  την κλειστή επιφάνεια των θωρακικών τοιχωμάτων και  $Vcw$  τον όγκο που περικλείει. Επίσης ονομάζουμε  $\vec{F}$  το διάνυσμα που ορίζεται σε κάθε σημείο της περιοχής  $Scw$ . Τότε έχουμε:

$$\int_{Scw} \vec{F} \cdot \vec{n} dScw = \int_{Vcw} \nabla \vec{F} dVcw \quad (1.6)$$

όπου  $\vec{n}$  είναι το εξωτερικό κανονικό μοναδιαίο διάνυσμα σε διαφορετικά σημεία του  $Scw$  και  $\nabla$  είναι ο τελεστής απόκλισης.

Αν το  $\vec{F}$  επιλεγθεί να έχει μοναδιαία απόκλιση, η εξίσωση 1.6 γίνεται:

$$\int_{Scw} \vec{F} \cdot \vec{n} dScw = \int_{Vcw} dVcw = Vcw \quad (1.7)$$

και το ολοκλήρωμα του όγκου υπολογίζεται από μέσους όρους ενός ευκολότερου ολοκληρώματος επιφανείας. Περνώντας από μία συνεχή σε μία διακριτή μορφή, η εξίσωση 1.7 γίνεται:

$$\sum_{i=1}^K \vec{F} \cdot \vec{n}_i A_i = Vcw \quad (1.8)$$

όπου K είναι ο συνολικός αριθμός των τριγώνων που αποτελούν το μοντέλο της επιφάνειας του θώρακα,  $A_i$  είναι η περιοχή του i τριγώνου και  $\vec{n}_i$  είναι το κανονικό μοναδιαίο διάνυσμα του i τριγώνου (Aliverti A. και A. Pedotti, 2000).

Το μοντέλο του θωρακικού τοιχώματος αποτελείται από τρία διαφορετικά τμήματα: το πνευμονικό θωρακικό τοίχωμα, το κοιλιακό θωρακικό τοίχωμα και την κοιλιά. Το μοντέλο αυτό είναι κατάλληλο για την μελέτη της κίνησης του θωρακικού τοιχώματος σε πολλές περιπτώσεις, ακόμη και κατά τη διάρκεια της άσκησης. Λαμβάνουμε υπ' όψιν ότι το πνευμονικό θωρακικό τοίχωμα και το κοιλιακό θωρακικό τοίχωμα είναι εκτεθειμένα σε διαφορετικές πιέσεις στην εσωτερική επιφάνεια κατά την διάρκεια της εισπνοής. Το διάφραγμα ασκεί πίεση στο κοιλιακό θωρακικό τοίχωμα και οι εισπνευστικοί μύες ασκούν πίεση στο πνευμονικό θωρακικό τοίχωμα.

Το όριο μεταξύ του κοιλιακού θωρακικού τοιχώματος και του πνευμονικού θωρακικού τοιχώματος θεωρείται η εγκάρσια τομή στο επίπεδο του ξιφοειδούς. Το όριο μεταξύ του κοιλιακού θωρακικού τοιχώματος και της κοιλιάς βρίσκεται κατά μήκος του χαμηλότερου πλευρικού ορίου. Ο ολικός όγκος του θώρακα ισούται με το άθροισμα των όγκων του πνευμονικού θωρακικού τοιχώματος, του κοιλιακού θωρακικού τοιχώματος και της κοιλιάς.

Η ικανότητα της οπτοηλεκτρονικής πληθυσμογραφίας να μετράει διαφορές στην διαστολή μεταξύ του αριστερού και του δεξιού τμήματος του θωρακικού τοιχώματος μπορεί να φανεί χρήσιμη όταν μελετάμε ασυμμετρίες στην κίνηση των αναπνευστικών μυών και στην ελαστικότητα του θωρακικού τοιχώματος (ημιπληγία,

ημιδιαφραγματική παράλυση, κυφωσκολίωση, fibro thorax, αγκυλωτική σπονδυλίτιδα, και θωρακοπλαστία).

Η οπτοηλεκτρονική πληθυσμογραφία χρησιμοποιείται επίσης και στην μελέτη της κίνησης των θωρακικών τοιχωμάτων και υγιών εξεταζόμενων, όπως στην περίπτωση μας, μέχρι και ασθενών στην μονάδα εντατικής θεραπείας. Η εγκυρότητα της μεθόδου διαπιστώνεται συγκρίνοντας τα δεδομένα που υπολογίστηκαν με τη μέθοδο της σπιρομετρίας ή της πνευμονοταχογραφίας με τα αποτελέσματα που υπολογίστηκαν με τη μέθοδο της οπτοηλεκτρονικής πληθυσμογραφίας. Γενικά αποδείχθηκε ότι οι μέθοδοι αυτοί μας δίνουν παρόμοια αποτελέσματα.

Η οπτοηλεκτρονική πληθυσμογραφία μπορεί επίσης να χρησιμοποιηθεί στην μέτρηση διαφορών μεταξύ του όγκου του αέρα που εισέρχεται ή εξέρχεται από τους πνεύμονες και δημιουργεί αλλαγές στον όγκο του θωρακικού τοιχώματος λόγω της συμπίεσης και αποσυμπίεσης του αέρα. Σε μερικές περιπτώσεις η αυξομείωση του όγκου της θωρακικής κοιλότητας συμπεριλαμβάνει και μετατοπίσεις αίματος μέσα και έξω από την θώρακα και την κοιλιακή χώρα. Αυτό μπορεί να προκληθεί όταν το αναπνευστικό σύστημα βρίσκεται εκτεθειμένο σε μεγάλες αλλαγές στην πίεση όπως στην περίπτωση της μηχανικής υποστήριξης. Σε τέτοιες περιπτώσεις, οι διαφορές στις μετρήσεις μεταξύ του όγκου των θωρακικών τοιχωμάτων και του όγκου που εκπνέεται από το στόμα κατά τη διάρκεια μίας αναπνοής, μπορούν να χρησιμοποιηθούν για τον υπολογισμό του όγκου του αερίου που συμπίεζεται και του όγκου του αίματος που μετακινείται από τον θώρακα στα άκρα.

Η οπτοηλεκτρονική πληθυσμογραφία λύνει το δύσκολο πρόβλημα των αυξομειώσεων του όγκου του πνεύμονα σχεδόν για όλες τις δραστηριότητες στις οποίες μπορεί να απεικονιστεί ο θώρακας και έτσι θεωρούμε ότι αποτελεί ένα αξιόπιστο σύστημα για της φυσιολογικές και παθοφυσιολογικές μελέτες.

Η μέθοδος της οπτοηλεκτρονικής πληθυσμογραφίας χρησιμοποιείται και για υγιείς και για παθολογικές καταστάσεις. Μπορεί να χρησιμοποιηθεί στην έρευνα των μηχανισμών των αναπνευστικών μυών κατά τη διάρκεια της άσκησης. Κατά τη διάρκεια της άσκησης διαπιστώθηκε ότι το διάφραγμα δρα βοηθητικά στην ροή του αέρα ενώ οι μυς των τοιχωμάτων της θωρακικής κοιλότητας μέσω της πίεσης μετατοπίζουν το πνευμονικό θωρακικό τοίχωμα και αυξάνουν τον όγκο του θώρακα

κατά την εισπνοή. Οι κοιλιακοί μυς μέσω της πίεσης μετακινούν τα κοιλιακά τοιχώματα και μειώνουν τον όγκο του πνεύμονα κατά την εκπνοή. Η σταδιακή χαλάρωση των μυών κατά τη διάρκεια της εισπνοής εμποδίζει τη διαστροφή των τοιχωμάτων της θωρακικής κοιλότητας και ελαχιστοποιούν την πίεση του διαφράγματος.

Η μέθοδος της οπτοηλεκτρονικής πληθυσμογραφίας χρησιμεύει στην μέτρηση του συνολικού όγκου των θωρακικών τοιχωμάτων κατά την ηρεμία και κατά τη διάρκεια άσκησης σε ομάδες ασθενών που πάσχουν από χρόνια αποφρακτική πνευμονοπάθεια (COPD) και βρίσκονται σε σταθερή κατάσταση. Έτσι η οπτοηλεκτρονική πληθυσμογραφία μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε ασθενείς με COPD σε μετρήσεις αναπνοής κάτω από διαφορετικές συνθήκες.

Η μηχανική του θωρακικού τοιχώματος μελετήθηκε με την μέθοδο της οπτοηλεκτρονικής πληθυσμογραφίας σε ασθενείς με άσθμα πριν και κατά τη διάρκεια θεραπείας και παρατηρήθηκε ότι ο όγκος του θώρακα σε μεγάλο βαθμό σχετίζεται με τον όγκο της υπερδιόγκωσης λόγω του φαρμάκου που χορηγείται. Επίσης παρατηρήθηκε ότι η υπερδιόγκωση επηρεάζεται από την δραστηριότητα των αναπνευστικών μυών. Η ιδιότητα αυτή των αναπνευστικών μυών φαίνεται πως ελαχιστοποιεί την διαστροφή στον όγκο των τοιχωμάτων της θωρακικής κοιλότητας κατά το τέλος της εκπνοής και διατηρεί το μήκος του διαφράγματος παρά την υπερδιόγκωση.

Η οπτοηλεκτρονική πληθυσμογραφία χρησιμοποιείται επίσης στη μελέτη της αναπνοής ασθενών στη μονάδα εντατικής θεραπείας. Χρησιμοποιείται στην έρευνα της μηχανικής του θωρακικού τοιχώματος και ορίζει τη σχέση μεταξύ των πνευμονικών και θωρακικών τοιχωμάτων κατά τη διάρκεια της μηχανικής αναπνοής ασθενών με respiratory distress syndrome. Στο κοντινό μέλλον η οπτοηλεκτρονική πληθυσμογραφία θα χρησιμοποιείται και την μελέτη της μηχανικής των θωρακικών τοιχωμάτων κατά τη διάρκεια της αποκατάστασης από μηχανική υποστήριξη αναπνοής. Ακόμη υπάρχουν ελπίδες ότι μπορεί να χρησιμοποιηθεί και για την επιλογή των ασθενών στους οποίους θα εφαρμοστεί μη-επεμβατική μηχανική υποστήριξη αναπνοής με τη βοήθεια διασωλήνωσης.

#### **1.2.4. Πλεονεκτήματα της μεθόδου της οπτοηλεκτρονικής πληθυσμογραφίας.**

Η οπτοηλεκτρονική πληθυσμογραφία έχει το μεγάλο πλεονέκτημα ότι μπορεί να μετρήσει την αναπνοή σε διάφορες καταστάσεις (ξεκούραση, άσκηση ή ύπνο) στις οποίες τα θωρακικά τοιχώματα μπορούν να απεικονιστούν. Μπορεί να χρησιμοποιηθεί στην κινηματική αν συνδυαστεί με μετρήσεις της πίεσης, στην στατική δυναμική, και στην ενεργητική των θωρακικών τοιχωμάτων. Είναι πολύ καλό για την ακρίβεια των μετρήσεων μας, το γεγονός ότι με την οπτοηλεκτρονική πληθυσμογραφία μπορούμε να τμηματοποιήσουμε το πολύπλοκο σχήμα του θωρακικού τοιχώματος μελετώντας τις μεταβολές του συνολικού όγκου του θωρακικού τοιχώματος. Η μέθοδος δεν είναι επεμβατική άρα δεν προβλέπει κάποια σύνδεση με τον ασθενή. Επίσης μπορεί να χρησιμοποιηθεί χωρίς να γίνουν ρυθμίσεις πάνω στον συγκεκριμένο εξεταζόμενο κάθε φορά γιατί δίνει άμεση μέτρηση των όγκων μέσω τρισδιάστατων frames. Η ρύθμιση δεν χρειάζεται τη συμμετοχή των εκάστοτε εξεταζόμενων.

Όλα τα παραπάνω χαρακτηριστικά κάνουν την οπτοηλεκτρονική πληθυσμογραφία ένα πολύ αξιόπιστο και εύχρηστο αντικείμενο για φυσιολογικές και παθοφυσιολογικές καταστάσεις για την μελέτη της αναπνευστικής λειτουργίας για υγιείς και ασθενείς.

#### **1.2.5. Σύγκριση της μεθόδου της οπτοηλεκτρονικής πληθυσμογραφίας με άλλες μεθόδους υπολογισμού του όγκου του θώρακα .**

Οι μέθοδοι υπολογισμού του όγκου του πνεύμονα, όπως η σπιρομετρία και η πληθυσμογραφία, παρουσιάζουν πολλά μειονεκτήματα. Οι μάσκες που χρησιμοποιούνται στις μεθόδους αυτές καθώς και τα εξαρτήματα που προσαρμόζονται στο στόμα είναι δυσάρεστα για τον ασθενή, μη-πρακτικά για παρατεταμένη χρήση και μειώνουν την ευκινησία του εξεταζόμενου. Τα εξαρτήματα αυτά δεν βοηθούν τους ασθενείς στην εξοικείωση με την άσκηση και αποτελούν εμπόδιο στον φυσιολογικό τρόπο αναπνοής. Επίσης οι τεχνικές αυτές εφαρμόζονται δύσκολα σε παιδιά και ενήλικες που συνεργάζονται δύσκολα. Οι άμεσες αυτές μέθοδοι δεν είναι δυνατό να εφαρμοστούν κατά τη διάρκεια του ύπνου ή κατά τη

διάρκεια του σταδίου αποκατάστασης από μηχανική υποστήριξη αναπνοής γιατί χρειάζεται η συνεργασία του ασθενή. Κατά τη διάρκεια της άσκησης, η αναπνοή μέσω σπιρομέτρου λόγω των δυσκολιών μπορεί να οδηγήσει σε ανακριβή καταγραφή του όγκου του θώρακα.

Αυτά τα προβλήματα ανάγκασαν τους ερευνητές σε μία προσπάθεια να μετρήσουν τον αερισμό των πνευμόνων με άμεσο τρόπο, καταγράφοντας δηλαδή την κίνηση των θωρακικών τοιχωμάτων. Η κίνηση αυτή συνεπάγεται αλλαγές στον θωρακικό όγκο άρα συνεπάγεται αλλαγές και τον όγκο των πνευμόνων. Κατά τη διάρκεια της αναπνοής το θωρακικό τοίχωμα δεν αλλάζει μόνο κατά τον όγκο που περιέχει αλλά και κατά το σχήμα του. Από μετρήσεις που έγιναν από τους φυσιολόγους Konno και Mead, αποδείχθηκε ότι οι αλλαγές στο σχήμα του θωρακικού τοιχώματος μπορούν να απλοποιηθούν. Αυτό σημαίνει ότι το θωρακικό τοίχωμα πρέπει να αντιμετωπιστεί σαν σύστημα με μόνο δύο ανεξάρτητες μεταβλητές και επίσης να υπολογιστούν οι αλλαγές στα τοιχώματα της θωρακικής κοιλότητας και της κοιλίας.

Στο παρελθόν είχε χρησιμοποιηθεί ένα μεγάλο πλήθος συσκευών για την μέτρηση της κίνησης των τοιχωμάτων της θωρακικής κοιλότητας και της κοιλίας, συμπεριλαμβανομένου του υδραργύρου σε ελαστικά όργανα μέτρησης έντασης, των γραμμικών διαφορικών μετατροπών, των αναπνευστικών μαγνητόμετρων και της επαγωγικής αναπνευστικής πληθυσμογραφίας. Οι δύο τελευταίες συσκευές είναι και αυτές που απαντώνται πιο συχνά.

Τα αναπνευστικά μαγνητόμετρα, τα οποία ενσωματώνουν ζεύγη ηλεκτρομαγνητικών πηνίων μετάδοσης/ λήψης, μετράνε την διάμετρο του τοιχώματος της θωρακικής κοιλότητας και της κοιλίας. Η επαγωγική αναπνευστική πληθυσμογραφία αποτελείται από δύο ηλεκτρικά κυκλώματα από καλώδιο τυλιγμένο γύρω από ελαστικές ζώνες. Η μέθοδος αυτή μετράει τις αλλαγές στην διατομή του τοιχώματος της θωρακικής κοιλότητας και της κοιλίας.

Βασιζόμενοι στην υπόθεση ότι τα τοιχώματα της θωρακικής κοιλότητας και της κοιλίας έχουν μοναδική συμπεριφορά, η μαγνητομετρία ή η επαγωγική πληθυσμογραφία μπορούν να χρησιμοποιηθούν στην μέτρηση του όγκου του θώρακα χρησιμοποιώντας διάφορες μεθόδους βαθμονόμησης. Η αξιοπιστία των παραμέτρων

βαθμονόμησης που χρησιμοποιούνται στον υπολογισμό της μίας ή των δύο διαστάσεων του όγκου για την εκτίμηση του tidal όγκου, εξαρτάται από το αν οι συγκεκριμένες συνθήκες εξαγωγής των αποτελεσμάτων ταιριάζουν με τις πειραματικές συνθήκες υπό τις οποίες έγινε η αρχική βαθμονόμηση. Πολλοί ερευνητές ανέφεραν σφάλματα από την εφαρμογή των μεθόδων σε διαφορετικές συνθήκες από ότι αυτές στις οποίες έγινε η βαθμονόμηση. Συγκεκριμένα σε κλινικές περιπτώσεις η σωστή ρύθμιση των παραμέτρων της μεθόδου είναι πολύ δύσκολη λόγω της δυσκολίας στην συνεργασία με το υπό εξέταση άτομο.

Το τοίχωμα της θωρακικής κοιλότητας και της κοιλίας μοντελοποιούνται καλύτερα σαν σύστημα δύο τουλάχιστον τμημάτων το κάθε ένα. Οι παράγοντες που ασκούν πίεση στο κομμάτι που πρόσκειται στον πνεύμονα είναι διαφορετικοί από αυτούς που δρουν στο μέρος που πρόσκειται στο διάφραγμα, οπότε η διαστροφή των τοιχωμάτων της θωρακικής κοιλότητας δεν αποτελεί σπάνιο φαινόμενο. Όταν τα τοιχώματα της θωρακικής κοιλότητας διαστέλλονται, αυτό σημαίνει ότι επιδρά κυρίως το πλευρικό μέρος του γαστρικού τοιχώματος στην κίνηση ενώ το υπόλοιπο τμήμα του γαστρικού τοιχώματος κινείται πολύ λιγότερο. Για αυτό τον λόγο, η εξαγωγή δεδομένων που αφορούν την διάμετρο της διατομής της περιοχής ενός εγκάρσιου τομέα αποτελεί πρόβλημα που σχετίζεται και με τα τοιχώματα της θωρακικής κοιλότητας και με την κοιλία. Οι αλλαγές στον όγκο των πνευμόνων, που υπολογίζονται σαν το σύνολο των αλλαγών στον όγκο και των δύο τμημάτων του θωρακικού τοιχώματος, είναι ένα θέμα που πρέπει να μελετηθεί πολύ προσεκτικά λόγω των σφαλμάτων που ελλοχεύουν.

## **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2°. ΜΕΘΟΔΟΙ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΤΩΝ ΒΙΟΣΗΜΑΤΩΝ.**

### **2.1. Επεξεργασία βιοϊατρικών σημάτων**

Στην ενότητα αυτή περιγράφονται βασικές μέθοδοι επεξεργασίας βιοϊατρικών σημάτων και αναλύονται τα χαρακτηριστικά που θα εξαχθούν από τα αναπνευστικά σήματα, και συγκεκριμένα η κλασματική διάσταση, η approximate και sample entropy, ο συντελεστής μεταβλητότητας και η συχνότητα για την οποία η ισχύς του wavelet φάσματος ισχύος είναι μέγιστη.

#### **2.1.1. Κλασματική διάσταση (fractal dimension) σήματος.**

##### **2.1.1.1. Τα fractals.**

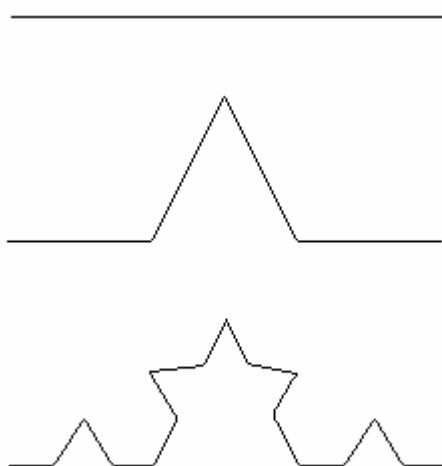
Τα fractals είναι μαθηματικά αντικείμενα που απαντώνται σε πολλούς χώρους. Τα fractals διαφέρουν αρκετά από τα γνωστά και οικεία ευκλείδεια γεωμετρικά σχήματα, και κυρίως σε δύο παράγοντες:

1. Οι εικόνες των fractal είναι όμοιες προς εαυτόν. Έτσι αν κοιτάξουμε ένα μικρό τμήμα ενός fractal θα δούμε πως είναι όμοιο με ένα μεγαλύτερο τμήμα. Αν μεγεθύνουμε το μικρό, θα δούμε πως αυτό περιέχει και πάλι όμοια μέρη κ.ο.κ.
2. Οι fractal εικόνες είναι ανεξάρτητες από κλίμακα. Αντίθετα με τα ευκλείδεια σχήματα, δεν έχουν ένα χαρακτηριστικό μέγεθος μέτρησης.

Τα Fractal είναι μία τάξη πολύπλοκων γεωμετρικών μορφών που έχουν την ιδιότητα της αυτό-ομοιότητας. Τα Fractal διαφέρουν από τα απλά σχήματα της κλασικής ή ευκλείδειας γεωμετρίας - το τετράγωνο, τον κύκλο, την σφαίρα κ.λπ. Μπορεί να περιγράψουν πολλά αντικείμενα με ακανόνιστη μορφή ή χωρικά

ανομοιόμοια φαινόμενα στην φύση, τα οποία δεν είναι δυνατόν να περιγραφούν με την ευκλείδεια γεωμετρία. Τα fractals αποτελούνται από την συνεχή επανάληψη μίας διαδικασίας σε ολοένα και μικρότερη κλίμακα. Η διαδικασία αυτή που ονομάζονται αλλιώς και γεννήτορας, είναι ανεξάρτητη από την κλίμακα στην οποία δρα. Ο γεννήτορας είναι ουσιαστικά ένας αλγόριθμος και σαν τέτοιος μπορεί να προσαρμοστεί και σε κάποιο άλλο αρχικό σχήμα. Όλα αυτά τα σημειosύνολα μοιράζονται από κοινού την συνεκτικότητα που τους επιβάλλει ο αλγόριθμος-γεννήτορας τους.

Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται καθαρά η επανάληψη της διαδικασίας η οποία δημιουργεί το χαρακτηριστικό fractal «Koch coastline».



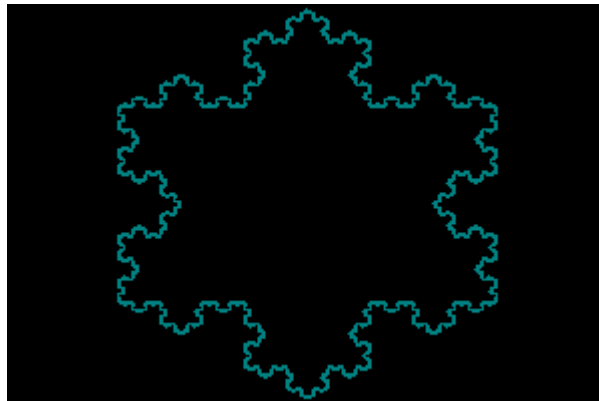
Σχήμα 2.1. Δημιουργία του fractal Koch coastline.

Ο όρος fractal πλάσθηκε από τον πολωνικής καταγωγής μαθηματικό Benoit B. Mandelbrot από την λατινική λέξη fractus (θρυμματισμένος ή σπασμένος), για να εκφράσει την ιδέα ενός σχήματος τού οποίου οι διαστάσεις δεν περιγράφονται με ακέραιο αριθμό. Στα Ελληνικά αποδόθηκε με τον όρο Μορφοκλασματική Καμπύλη από τους καθηγητές Στ. Πνευματικό και Ι. Νικολή.

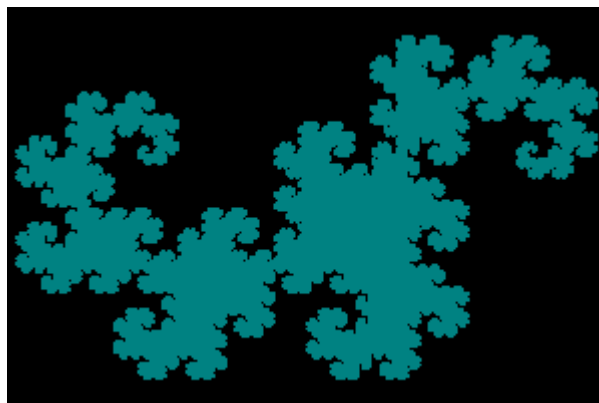
"Η προς εαυτόν ομοιότητα" και η "χαμηλή περιεκτικότητα πληροφοριών" είναι δύο βασικά χαρακτηριστικά των fractals. Μολονότι όλα τα fractals δεν έχουν την ιδιότητα της αυτό-ομοιότητας ή δεν την έχουν ακριβώς, τα περισσότερα την επιδεικνύουν.

Αυτό-όμοιο είναι ένα αντικείμενο του οποίου τα μέρη από τα οποία αποτελείται μοιάζουν με το σύνολο. Αυτή η επανάληψη των ακανόνιστων λεπτομερειών ή σχηματισμών συμβαίνει προοδευτικά σε μικρότερες κλίμακες και στην περίπτωση καθαρά αφηρημένων οντοτήτων, είναι δυνατόν να συνεχίσουν απεριόριστα έτσι ώστε κάθε τμήμα ενός τμήματος, όταν μεγεθυνθεί, να μοιάζει βασικά με το συνολικό αντικείμενο. Ουσιαστικά ένα αυτό-όμοιο αντικείμενο παραμένει αναλλοίωτο σε αλλαγές κλίμακας, έχει δηλαδή συμμετρία κλίμακας. Αυτό το φαινόμενο μπορεί εύκολα να παρατηρηθεί, στις νιφάδες τού χιονιού ή στον φλοιό των δένδρων. Ένα τυπικό παράδειγμα fractal είναι το σύνολο τού Mandelbrot. Η θεωρία που ασχολείται με την μελέτη των fractals λέγεται και θεωρία του χάους (Μπάσιος Β. και Ι. Αδαμόπουλος, 1992).

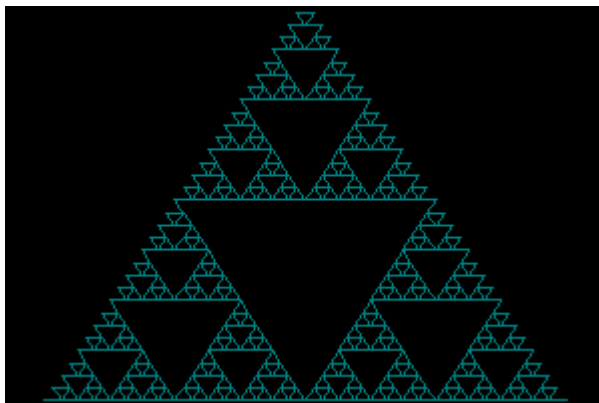
Παραθέτουμε παρακάτω ορισμένα από τα χαρακτηριστικότερα fractals :



Σχήμα 2.2. Το fractal snow.



Σχήμα 2.3. Το fractal dragon.



Σχήμα 2.4. Το fractal Sierpinski triangle.

Η γεωμετρία των fractals με τις έννοιες της αυτό-ομοιότητας και της μη ακέραιης διάστασης εφαρμόζεται με αυξανόμενη συχνότητα στη στατιστική μηχανική και σε φυσικά συστήματα που δείχνουν να έχουν φαινομενικά τυχαία χαρακτηριστικά. Για παράδειγμα έχουν γίνει προσομοιώσεις fractal για να σχεδιαστεί η κατανομή σμηνών γαλαξιών στο σύμπαν και για να μελετηθούν προβλήματα που σχετίζονται με την διαταραχή ενός ρευστού. Η γεωμετρία των fractals επίσης συνέβαλε πολύ στα γραφικά με ηλεκτρονικό υπολογιστή, όπου με αλγορίθμους fractal έχουν σχεδιαστεί σχήματα πολύπλοκων, εξαιρετικά ακανόνιστων φυσικών αντικειμένων, όπως είναι τα μορφολογικά ανώμαλα όρη και τα περίπλοκα συστήματα κλαδιών δέντρων. Συχνά αποτελούν τη βάση για ανάπτυξη ειδικών προγραμματιστικών μεθόδων συμπίεσης, εργαλείων κατασκευής τοπίων και χρησιμεύουν ακόμη και για την διερεύνηση λύσεων μη γραμμικών εξισώσεων.

Στην προκειμένη εργασία θα χρησιμοποιήσουμε στοιχεία της fractal γεωμετρίας για να χαρακτηρίσουμε βιοιατρικά σήματα αναπνοής.

#### **2.1.1.2. Η κλασματική διάσταση.**

Η κλασματική διάσταση είναι ένας αριθμός συνδεδεμένος με τα fractals, ο οποίος μπορεί να χρησιμοποιηθεί στη σύγκριση τους. Είναι μια παράμετρος που έχει άμεση σχέση με την πολυπλοκότητα του σήματος. Ο Hausdorff είχε την δώσει την

βάση για τον ορισμό της διάστασης εφόσον για τα fractals η κλασσική έννοια της γεωμετρικής διάστασης δεν επαρκεί. Έτσι είχε ακολουθήσει μια μέθοδο κατά την οποία αρκεί να καλυφθεί το σήμα με κουτάκια, αρχίζοντας από το αρχικό σχήμα και προχωρώντας μέχρι την επιθυμητή μας προσέγγιση. Φυσικά το μέγεθος τους θα μικραίνει ενώ ο απαιτούμενος αριθμός για να καλυφθεί το σχήμα θα αυξάνει. Αν λοιπόν ένα αντικείμενο αποτελείται από  $N$  το πλήθος μέρη, καθένα από τα οποία είναι το αρχικό αντικείμενο σε σμίκρυνση κατά παράγοντα  $\varepsilon$ , και σχηματίσουμε τον λόγο των λογαρίθμων  $D: D(r) = \log(N)/\log(1/r)$ , έχουμε ένα μέτρο του κατά πόσον το αντικείμενο μας «πληροί» τον χώρο. Ακολουθώντας τη σμίκρυνση στο άπειρο, προσεγγίζουμε τη διάσταση  $D$  του σημειοσυνόλου-αντικειμένου μας. Για να γίνει πιο κατανοητή η έννοια της κλασματικής διάστασης, μία γραμμή έχει κλασματική διάσταση 1. Όσο πιο πολύ η γραμμή ελίσσεται και γεμίζει το επίπεδο τόσο η κλασματική διάσταση πλησιάζει το 2. Όταν η γραμμή έχει ελιχθεί τόσο ώστε να αποτελεί επίπεδο σχήμα τότε η κλασματική διάσταση είναι 2. Η παράμετρος αυτή μπορεί επίσης να υπολογιστεί και για τον τρισδιάστατο χώρο (π.χ. ο κύβος έχει κλασματική διάσταση 3). Αυτό εξηγείται μαθηματικά ως εξής: Μια γραμμή μπορεί να χωριστεί σε τέσσερα αυτοόμοια διαστήματα όπου κάθε ένα από αυτά θα έχει το ίδιο μήκος και που αν κάθε ένα από αυτά αν μεγεθυνθεί κατά τέσσερα, θα μας δώσει το αρχικό διάστημα. Επίσης μπορούμε να χωρίσουμε την γραμμή σε επτά όμοια τμήματα με μεγεθυντικό παράγοντα επτά ή είκοσι τμήματα με μεγεθυντικό παράγοντα είκοσι. Γενικά μπορούμε να χωρίσουμε μία γραμμή σε  $N$  αυτοόμοια κομμάτια με μεγεθυντικό παράγοντα  $N$ .



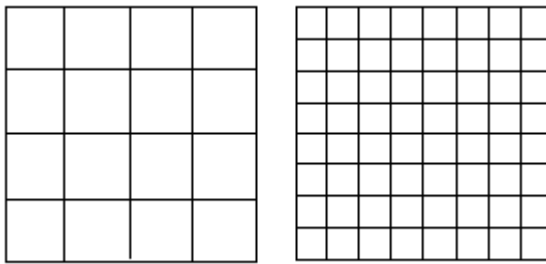
Σχήμα 2.5. Μια γραμμή μπορεί να διασπαστεί σε  $N$  αυτοόμοια κομμάτια με μεγεθυντικό παράγοντα  $N$

Οπότε για την γραμμή θα ισχύει:

$$\text{dimension} = \frac{\log(\text{number of self - similar pieces})}{\log(\text{magnification factor})}$$

$$= \frac{\log(N)}{\log(N)} = 1$$

Με το τετράγωνο η κατάσταση είναι διαφορετική. Μπορούμε να διαχωρίσουμε το τετράγωνο σε τέσσερα όμοια υπό-τετράγωνα. Σε αυτή την περίπτωση ο μεγεθυντικός παράγοντας θα είναι 2. Αναλόγως μπορούμε να το χωρίσουμε σε εννέα όμοια υπό-τετράγωνα με μεγεθυντικό παράγοντα 3 ή σε είκοσι-πέντε όμοια υπό-τετράγωνα με μεγεθυντικό παράγοντα 5. Οπότε καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι ένα τετράγωνο μπορεί να διαχωριστεί σε  $N^2$  όμοια αντίγραφα του εαυτού του όπου το κάθε ένα πρέπει να μεγεθυνθεί κατά παράγοντα  $N$  ούτως ώστε να πάρουμε το αρχικό τετράγωνο.



Σχήμα 2.6. Ένα τετράγωνο μπορεί να διασπαστεί σε  $N^2$  αυτοόμοια κομμάτια με μεγεθυντικό παράγοντα  $N$ .

Οπότε για το τετράγωνο ισχύει:

$$\text{dimension} = \frac{\log(\text{number of self - similar pieces})}{\log(\text{magnification factor})}$$

$$= \frac{\log(N^2)}{\log(N)}$$

$$= 2 \frac{\log(N)}{\log(N)} = 2$$

Αναλόγως για τον κύβο ισχύει:

$$\begin{aligned}
\text{dimension} &= \frac{\log(\text{number of self - similar pieces})}{\log(\text{magnification factor})} \\
&= \frac{\log(N^3)}{\log(N)} \\
&= 3 \frac{\log(N)}{\log(N)} = 3
\end{aligned}$$

Έτσι μπορούμε να ορίσουμε την κλασματική διάσταση ενός αυτό-όμοιου αντικειμένου

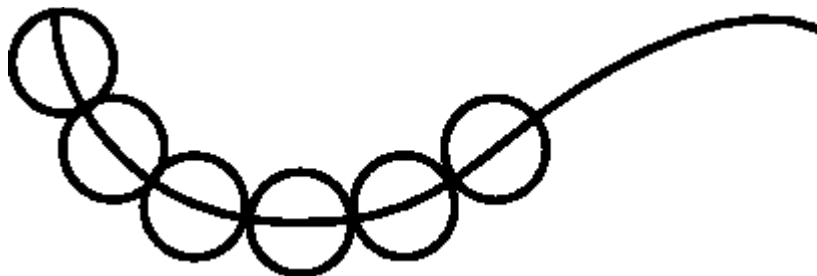
$$\text{dimension} = \frac{\log(\text{number of self - similar pieces})}{\log(\text{magnification factor})} \quad (2.1)$$

Έστω ότι θέλουμε να βρούμε την κλασματική διάσταση ενός συνόλου  $A$  στον χώρο  $(X, d)$ . Ονομάζουμε  $A \in H(X)$  ένα συμπαγές μη-κενό υποσύνολο του  $X$ . Θεωρούμε ότι  $\epsilon > 0$ . Ονομάζουμε  $B(x, \epsilon)$  τον κύκλο με ακτίνα  $\epsilon$  και κέντρο στο σημείο  $x \in X$ . Ορίζουμε έναν ακέραιο  $N(A, \epsilon)$  σαν τον ελάχιστο αριθμό κύκλων ακτίνας  $\epsilon$  που χρειάζονται για να καλύψουν το σύνολο  $A$ :

$$N(A, \epsilon) = \text{μικρότερος θετικός ακέραιος } M \text{ τέτοιος ώστε } A \subset \bigcup_{n=1}^M B(x_n, \epsilon)$$

για κάποιο σύνολο διακριτών σημείων  $\{x_n : n = 1, 2, \dots, M\} \subset X$ . Για να αποδείξουμε ότι υπάρχει ο αριθμός  $N(A, \epsilon)$  σκεφτόμαστε ως εξής: κυκλώνουμε κάθε σημείο  $x \in A$  με έναν κύκλο ακτίνας  $\epsilon > 0$  έως ότου καλύψουμε το  $A$  από ανοιχτά σύνολα. Επειδή το  $A$  είναι συμπαγές, αυτό το κάλυμμα καταλαμβάνει ένα πεπερασμένου μεγέθους υπό-κάλυμμα που αποτελείται από έναν ακέραιο αριθμό  $\hat{M}$  ανοιχτών κύκλων. Θεωρούμε σαν  $C$  το σύνολο επικαλύψεων του  $A$  που αποτελείται από  $\hat{M}$  κλειστούς κύκλους ακτίνας  $\epsilon$ . Τότε το  $C$  αποτελείται από τουλάχιστον ένα στοιχείο. Ονομάζουμε  $f : C \rightarrow \{1, 2, 3, \dots, \hat{M}\}$  που ορίζεται από  $f(c) = \text{αριθμό κύκλων στο κάλυμμα } c \in C$ . Τότε το  $\{f(c) : c \in C\}$  είναι ένα πεπερασμένο σύνολο

από θετικούς αριθμούς. Μπορούμε δηλαδή να καταλήξουμε στο ότι περιέχει έναν ελάχιστο ακέραιο  $N(A, \epsilon)$ .



Σχήμα 2.7. Μία καμπύλη που καλύπτεται από κύκλους διαμέτρου  $\epsilon$ .

Η βασική ιδέα για την περιγραφή της κλασματικής διάστασης είναι ότι ένα σύνολο  $A$  έχει κλασματική διάσταση  $D$  αν :

$$N(A, \epsilon) \approx C \epsilon^{-D} \text{ για κάποια θετική σταθερά } C. \quad (2.2)$$

Χρησιμοποιούμε τον συμβολισμό  $\approx$  ως εξής: θεωρούμε  $f(\epsilon)$  και  $g(\epsilon)$  πραγματικές συναρτήσεις της θετικής πραγματικής μεταβλητής  $\epsilon$ . Τότε  $f(\epsilon) \approx g(\epsilon)$  σημαίνει ότι  $\lim_{\epsilon \rightarrow 0} \{ \ln(f(\epsilon)) / \ln(g(\epsilon)) \} = 1$ . Αν λύσουμε ως προς  $D$ , βρίσκουμε ότι :

$$D \approx \frac{\ln N(A, \epsilon) - \ln C}{\ln(1/\epsilon)} \quad (2.3)$$

Χρησιμοποιούμε τον συμβολισμό  $\ln(x)$  για τον λογάριθμο με βάση  $e$  ενός θετικού πραγματικού αριθμού  $x$ . Παρατηρούμε ότι ο όρος  $\ln C / \ln(1/\epsilon)$  πλησιάζει το 0 όσο  $\epsilon \rightarrow 0$ . Αυτό οδηγεί στον παρακάτω ορισμό :

Θεωρούμε  $A \in H(X)$  όπου  $(X, d)$  είναι ο χώρος. Για κάθε  $\epsilon > 0$ ,  $N(A, \epsilon)$  είναι ο μικρότερος αριθμός κλειστών κύκλων ακτίνας  $\epsilon > 0$  που χρειάζονται για να καλύψουν το  $A$ . Αν ο όρος

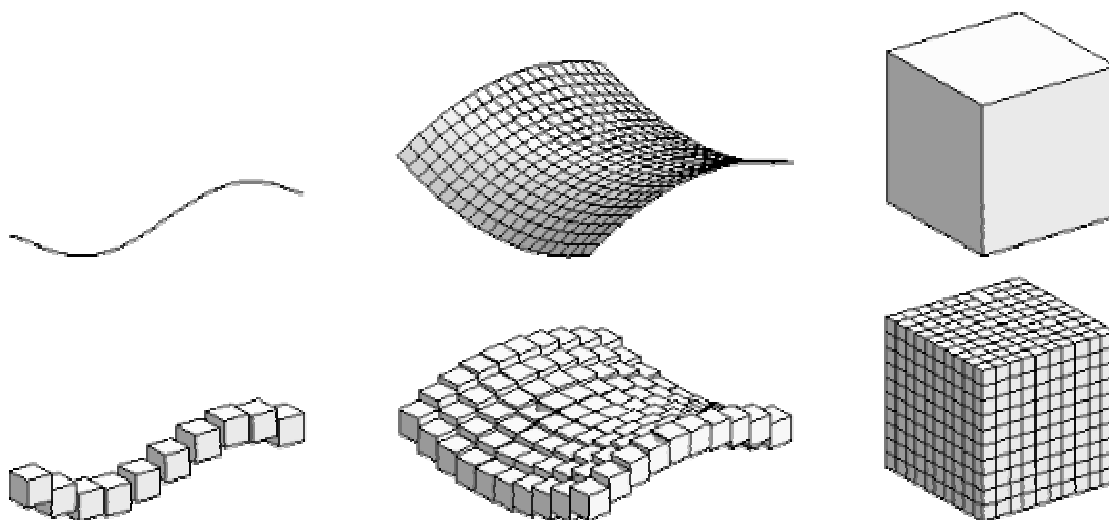
$$D = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \left\{ \frac{\ln(N(A, \epsilon))}{\ln(1/\epsilon)} \right\} \quad (2.4)$$

υπάρχει, τότε το  $D$  ονομάζεται κλασματική διάσταση του  $A$ . Επίσης μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τον συμβολισμό  $D = D(A)$  και να πούμε ότι «το  $A$  έχει κλασματική διάσταση  $D$ » (M. Bransley 1993).

### 2.1.1.3. Ο αλγόριθμος Box Counting.

Στο πρόβλημα μας δεν θα χρησιμοποιήσουμε την μέθοδο με τους κύκλους που εξηγήσαμε στο τέλος της προηγούμενης ενότητας, αλλά μια μέθοδο επικάλυψης του σήματος μας με τετράγωνα. Η μέθοδος αυτή είναι γνωστή και σαν μέθοδος box-counting.

Η μέθοδος αυτή στηρίζεται στην επικάλυψη του αντικειμένου μας με ένα πλέγμα που αποτελείται από κουτιά. Μπορεί να εφαρμοστεί σε ένα πλατύ εύρος αντικειμένων, από ευθείες έως τρισδιάστατα αντικείμενα. Η επικάλυψη στην οποία αναφερόμαστε φαίνεται στις παρακάτω περιπτώσεις αντικειμένων:



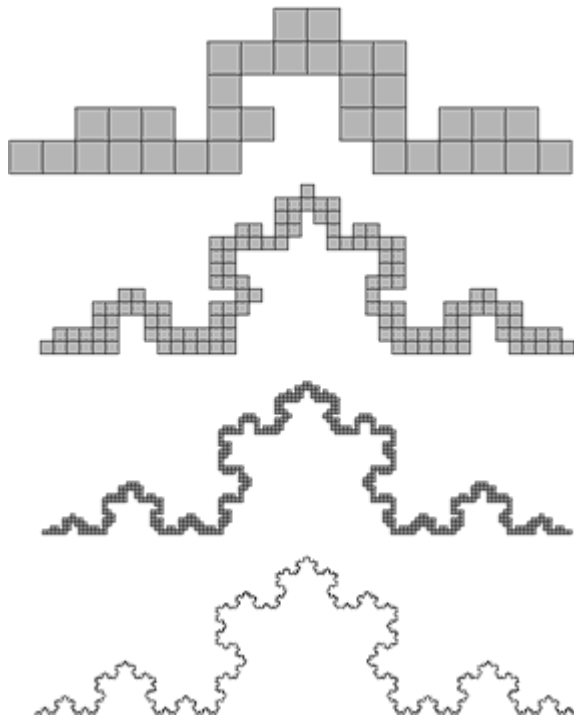
Σχήμα 2.8. Επικάλυψη μίας ευθείας, μίας επιφάνειας και ενός κύβου με κύβους διαμέτρου  $\epsilon$ .

Για την καλύτερη κατανόηση της μεθόδου και του θεωρήματος, εφαρμόζουμε τη συγκεκριμένη μέθοδο για το παρακάτω fractal:



Σχήμα 2.9. Το fractal Koch coastline.

Στο παραπάνω fractal εφαρμόζουμε το grid με ολοένα μικρότερο μέγεθος ακμής των τετραγώνων που το αποτελούν. Έτσι έχουμε αναλυτικά τα παρακάτω στάδια:



Σχήμα 2.10. Η εφαρμογή του box-counting στο fractal Koch coastline.

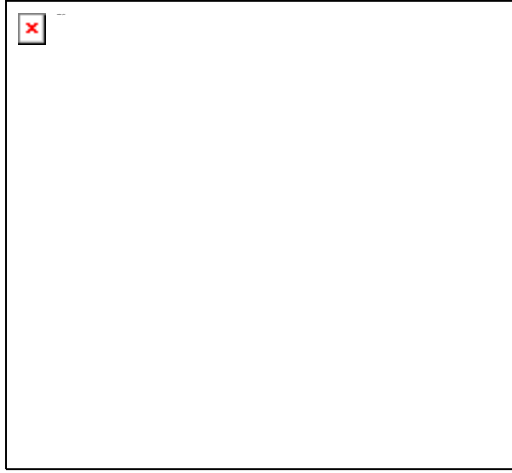
Ονομάζουμε την διάσταση των τετραγώνων στα οποία υποδιαιρείται το πλέγμα " $h$ ". Επίσης ονομάζουμε τον αριθμό των κουτιών τα οποία καταλαμβάνει το αντικείμενο μας, " $N(h)$ ". Επαναλαμβάνουμε την διαδικασία με μικρότερα κουτιά και

για κάθε επανάληψη καταχωρούμε αυτές τις δύο τιμές. Στη συνέχεια κάνουμε το διάγραμμα με κατακόρυφο άξονα το " $\log N(h)$ " και οριζόντιο άξονα το " $\log (1/h)$ ", το διάγραμμα που φαίνεται στο σχήμα 2.11 δηλαδή, με βάση τα στοιχεία που καταχωρήθηκαν στον παρακάτω πίνακα 2.1:

Πίνακας 2.1. Πίνακας των παραμέτρων που θα μας χρειαστούν στον υπολογισμό της κλασματικής διάστασης του fractal Koch coastline.

$\log N(h)$	$\text{Log}(1/h)$
0	7.60837
-0.69315	7.04054
-1.38629	6.32972
-2.56495	4.85981
-3.09104	4.21951
-3.49651	3.52636
-3.78419	3.29584
-4.00733	3.04452
-4.18965	2.99573
-4.34381	2.70805
-4.47734	2.56495
-5.17615	1.60944

και παίρνουμε το διάγραμμα :



Σχήμα 2.11. Το διάγραμμα του λογαρίθμου  $\log N(h)$  προς τον λογάριθμο  $\log(1/h)$ .

Η διάσταση του αντικειμένου που μελετάμε βρίσκεται από την κλίση του διαγράμματος με οριζόντιο άξονα το  $\log(1/h)$  και κάθετο το  $\log N(h)$ . Έτσι η διάσταση του fractal “Koch coastline” υπολογίζεται ίση με 1.18 (Elert G., 1995).

Ο ορισμός του θεωρήματος box counting είναι ο εξής:

Θεωρούμε ότι  $A \in H(R^m)$ . Καλύπτουμε τον χώρο  $R^m$  με τετράγωνα μεγέθους πλευράς  $(1/2^n)$ . Έστω ότι  $N_n(A)$  είναι ο αριθμός των τετραγώνων που επικαλύπτουν το σχήμα μας. Αν

$$D = \lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ \frac{\ln(N_n(A))}{\ln(2^n)} \right\}, \quad (2.6)$$

τότε το  $A$  έχει κλασματική διάσταση  $D$  (Bransley M., 1993).

Αυτήν ακριβώς τη διατύπωση του θεωρήματος box-counting για τον υπολογισμό της κλασματικής διάστασης χρησιμοποιήσαμε για την επεξεργασία των σημάτων αναπνοής που μελετήσαμε.

## **2.1.2. Approximate entropy και sample entropy σήματος.**

### **2.1.2.1. Approximate entropy.**

Η μη-γραμμική δυναμική ανάλυση είναι μία ικανοποιητική προσέγγιση για την κατανόηση των βιολογικών-φυσιολογικών συστημάτων. Οι υπολογισμοί συνήθως απαιτούν πάρα πολύ μεγάλα σύνολα δεδομένων που είναι δύσκολο ή αδύνατο να αποκτηθούν. Ο Pincus επινόησε τη μέθοδο και τη θεωρία για τη μέτρηση της κανονικότητας, που έχει μεγάλη συνάφεια με την εντροπία Kolmogorov, και μπορεί να εφαρμοστεί στις σύντομες και θορυβώδεις σειρές των κλινικών σημάτων. Αυτή η στατιστική οικογένεια, που ονομάζεται approximate entropy, έχει τις ρίζες της στις μελέτες των Grassberger, Procaccia, Eckmann και Ruelle και έχει εφαρμοστεί, εκτός από αναπνευστικές, σε αρκετές καρδιαγγειακές μελέτες.

Ο όρος της approximate entropy εισήχθη από τον Pincus ως ένα κριτήριο πληροφορίας στις χρονοσειρές. Αποτελεί μία στατιστική παράμετρο κανονικότητας. Η χαμηλή τιμή της approximate entropy συνιστά εύκολα προσδιορίσιμη χρονοσειρά ενώ η υψηλή τιμή χαρακτηρίζει τις τυχαίες χρονοσειρές. Η approximate entropy χρησιμοποιείται για τη μέτρηση της πολυπλοκότητας των δεδομένων των χρονοσειρών. Ποσοτικοποιεί την κανονικότητα ή την προβλεψιμότητα των δεδομένων των χρονοσειρών. Η μέθοδος αυτή μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την ταξινόμηση πολύπλοκων συστημάτων που περιλαμβάνουν προσδιορίσιμες, χαοτικές και στοχαστικές διαδικασίες. Η approximate entropy μετράει τη λογαριθμική πιθανότητα των δειγμάτων που είναι μεταξύ τους κοντά, να είναι μεταξύ τους κοντά κατά τη σύγκριση και μετά την επόμενη αύξηση. Αν η πιθανότητα να μην έχουν μεγάλη διαφορά είναι μεγάλη τότε η τιμή της approximate entropy είναι μικρή και έχουμε μεγάλη κανονικότητα. Αναλόγως όταν η approximate entropy έχει μεγάλη τιμή τότε τα δεδομένα μας έχουν πιο τυχαία μορφή (Pincus 1991).

Το προφανές πλεονέκτημα της μεθόδου είναι η ικανότητα να διακρίνει τις μεταβολές της πολυπλοκότητας από ένα σχετικά μικρό ποσό δεδομένων. Το γεγονός αυτό κάνει τη μέτρηση της approximate entropy κατάλληλη για μια μεγάλη ποικιλία από περιβάλλοντα. Η μέτρηση αυτή δεν πιστοποιεί το χάος.

Για να υπολογίσουμε την approximate entropy μίας χρονοσειράς  $Y(n)$ ,  $n = 1, 2, \dots, N$ , αρχικά παίρνουμε την ακολουθία των πινάκων μήκους  $m$ ,  $V(n)=[Y(n), Y(n+1), \dots, Y(n+m-1)]^T$  από τα δείγματα σημάτων του  $Y(n)$ . Η απόσταση  $D(i, j)$  μεταξύ των δύο διανυσμάτων  $V(i)$  και  $V(j)$  ορίζεται ως η μέγιστη διαφορά των συνιστωσών  $V(i)$  και  $V(j)$ . Τότε θεωρούμε  $N_{m,r}(i)$  τον αριθμό των διανυσμάτων  $j$  με  $j \leq N - m + 1$  τέτοιο ώστε η απόσταση των διανυσμάτων  $V(i)$  και  $V(j)$  να είναι μικρότερη από  $r$ . Η τιμή  $r$  είναι μία παράμετρος που ρυθμίζει την «ανοχή» της σύγκρισης όπως θα εξηγήσουμε και αργότερα.

Στη συνέχεια ορίζουμε ως  $C_{m,r}(i)$  την πιθανότητα να βρούμε ένα διάνυσμα που να διαφέρει από το  $V(i)$  λιγότερο από τον παράγοντα  $r$ , και :

$$C_{m,r}(i) = \frac{N_{m,r}(i)}{N - m + 1} \quad (2.7)$$

και

$$F_{m,r} = \frac{\sum_{i=1}^{N-m+1} \ln(C_{m,r}(i))}{N - m + 1} \quad (2.8)$$

δηλαδή το λογαριθμικό μέσο όρο όλων των διανυσμάτων της πιθανότητας  $C_{m,r}(i)$ .

Έτσι η approximate entropy δίδεται από τον τύπο :

$$ApEn_{m,r} = F_{m,r} - F_{m+1,r} \quad (2.9)$$

Για καλύτερη κατανόηση της μεθοδολογίας που ακολουθείται για τον υπολογισμό της approximate entropy παραθέτουμε παρακάτω έναν πιο αναλυτικό τρόπο υπολογισμού.

Έστω ότι συμβολίζουμε με  $Y(i)$  μία σειρά μετρήσεων με βάση τον χρόνο. Έστω  $N$  ο αριθμός των χρονικών στιγμών για τις οποίες έχουμε πάρει μετρήσεις. Επίσης ονομάζουμε  $S_N$  την ακολουθία που αποτελείται από  $N$  μετρήσεις για κάθε στιγμή  $Y(1), Y(2), Y(3), \dots, Y(N)$ . Για τον υπολογισμό της approximate entropy,  $ApEn(S_N, m, r)$ , χρειάζεται να προσδιοριστούν δύο μεταβλητές εισόδου, οι  $m$  και  $r$ . Η

δεύτερη παράμετρος,  $m$ , καθορίζει το μήκος του δείγματος και η τρίτη,  $r$ , αποτελεί το κριτήριο ομοιότητας. Παίρνουμε ένα δείγμα  $m$  στοιχείων της ακολουθίας  $S_N$  και το τοποθετούμε σε ένα διάνυσμα  $p_m(i)$ . Δύο διανύσματα  $p_m(i)$  και  $p_m(j)$ , θεωρούνται παρόμοια αν η διαφορά μεταξύ των αντίστοιχων μετρήσεων είναι μικρότερη από  $r$ , δηλαδή αν :

$$|Y(i+k) - Y(j+k)| < r \text{ για } 0 \leq k \leq m \quad (2.10)$$

Στη συνέχεια ονομάζουμε  $P_m$  το σύνολο όλων των δειγμάτων μήκους  $m$  π.χ.

$[p_m(1), p_m(2), \dots, p_m(N-m+1)]$ , εντός της ακολουθίας  $S_N$ .

Ακολουθώς ορίζουμε:

$$C_{im}(r) = \frac{n_{im}(r)}{N-m+1} \quad (2.11)$$

όπου  $n_{im}(r)$  είναι ο αριθμός δειγμάτων του  $P_m$  που είναι όμοια με το  $p_m(i)$ , όπως ορίσαμε παραπάνω σύμφωνα με το κριτήριο ομοιότητας  $r$ . Η ποσότητα  $C_{im}(r)$  είναι το κλάσμα των δειγμάτων μήκους  $m$  που είναι όμοια με τα δείγματα ιδίου μήκους που έχουν την αρχή τους στο διάστημα  $i$ . Τώρα μπορούμε να υπολογίσουμε την ποσότητα  $C_{im}(r)$  για κάθε δείγμα του  $P_m$  και να ονομάσουμε  $C_m(r)$  ως τον μέσο όρο των τιμών  $C_{im}(r)$ . Τελικά ορίζουμε την approximate entropy μίας ακολουθίας  $S_N$ , για δείγματα μήκους  $m$  και με κριτήριο ομοιότητας  $r$  ως:

$$ApEn(S_N, m, r) = \ln \left[ \frac{C_m(r)}{C_{m+1}(r)} \right] \quad (2.12)$$

που είναι ο φυσικός λογάριθμος του  $C_m(r)$  για δείγματα μήκους  $m$ , προς την ποσότητα  $C_{m+1}(r)$  για δείγματα μήκους  $m+1$  (Moody G., 2001).

### 2.1.2.2. Σύγκριση της approximate entropy με την sample entropy.

Η approximate entropy την οποία εξετάσαμε εκτενώς στην παραπάνω ενότητα, παρατηρήσαμε πως όταν υπολογίζει τον αριθμό των διανυσμάτων που πληρούν το κριτήριο ομοιότητας, υπολογίζει στην τιμή αυτή και το ίδιο διάνυσμα με το οποίο συγκρίνει τα υπόλοιπα. Αυτό συμβαίνει για την αποφυγή ύπαρξης της τιμής  $\ln(0)$  στους υπολογισμούς της approximate entropy, δηλαδή για την αποφυγή της πιθανότητας να μη βρεθεί ούτε ένα διάνυσμα που να πληροί το κριτήριο ομοιότητας  $r$ . Στην πράξη παρατηρούμε ότι αυτό το στατιστικό σφάλμα δείγματος προκαλεί δύο κυρίως προβλήματα. Το πρώτο είναι ότι η approximate entropy είναι σε μεγάλο βαθμό εξαρτημένη από το μήκος του διανύσματος των δεδομένων και η τιμή της είναι σταθερά μικρότερη από την αναμενόμενη για μικρή εγγραφή. Το δεύτερο πρόβλημα είναι η ασυνέπεια. Αυτό συμβαίνει γιατί αν η approximate entropy ενός συνόλου δεδομένων έχει μεγαλύτερη από ενός άλλου, θα παραμένει μεγαλύτερη για όλες τις συνθήκες που εξετάζουμε.

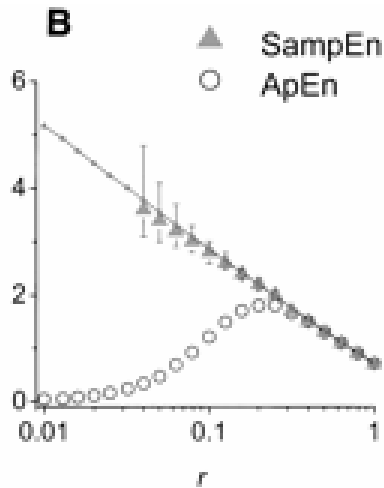
Για να μειωθεί αυτό το στατιστικό σφάλμα ορίστηκε και αναπτύχθηκε μία νέα στατιστική οικογένεια που ονομάζεται sample entropy. Η sample entropy διαφέρει με την approximate entropy στο γεγονός ότι στον υπολογισμό της sample entropy δεν υπολογίζει και τον εαυτό του το διάνυσμα με το οποίο συγκρίνουμε τα υπόλοιπα για την συνθήκη ομοιότητας.

Η έννοια της sample entropy προήλθε από τον Grassberger και τους συνεργάτες του. Η sample entropy,  $SampEn(m, r, N)$  είναι ο φυσικός λογάριθμος της υπό όρους πιθανότητας ότι δύο ακολουθίες που είναι όμοιες για  $m$  σημεία παραμένουν όμοιες και για  $m+1$  σημεία, όπου δεν υπολογίζονται τα ίδια τα διανύσματα με τα οποία συγκρίνουμε. Συνεπώς όταν η sample entropy έχει μικρή τιμή σημαίνει μεγαλύτερη αυτό-ομοιότητα στην χρονοσειρά. Στην προσπάθεια να μειωθούν οι αυτό-αντιστοιχίες ο αλγόριθμος υπολογισμού της sample entropy είναι πιο απλός από τον αλγόριθμο υπολογισμού της approximate entropy, ο οποίος χρειάζεται περίπου μιάμιση φορά παραπάνω χρόνο για να εκτελεστεί. Η sample entropy είναι κατά ένα μεγάλο μέρος ανεξάρτητη από το μέγεθος των δεδομένων που εξετάζουμε και εγγυάται συνέπεια σε περιπτώσεις που η approximate entropy δεν εγγυάται.

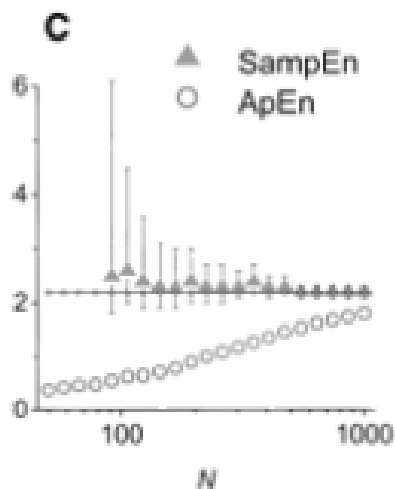
Υπάρχουν δύο διαφορές μεταξύ των sample entropy και approximate entropy. Κατ' αρχάς η sample entropy δεν μετράει τις αυτό-αντιστοιχίες. Μπορούμε να δικαιολογήσουμε το γεγονός ότι δεν υπολογίζουμε τις αυτό-αντιστοιχίες στον υπολογισμό γιατί η εντροπία χρησιμοποιείται σαν μέτρο του ρυθμού παραγωγής πληροφορίας και δεν έχει νόημα να συγκρίνουμε μία τιμή με τον εαυτό της. Η δεύτερη διαφορά είναι ότι για να ορισθεί η sample entropy αρκεί να ικανοποιηθεί το κριτήριο ομοιότητας μία φορά.

Η μελέτη που ακολουθεί για την σύγκριση των approximate και sample entropy έγινε πάνω σε μία ακολουθία τυχαίων αριθμών (Richman και Moorman 2000). Σύνολά από σταθερά κατανεμημένους τυχαίους αριθμούς δημιουργήθηκαν χρησιμοποιώντας έναν γεννήτορα τυχαίων αριθμών με πρόσθετη τυχαία μετατόπιση αριθμών. Όλα τα σύνολα αριθμών που δημιουργήθηκαν πέρασαν έλεγχο για τυχαία διευθέτηση. Για τα δεδομένα που βλέπουμε στα σχήματα μας και για παρόμοιους ελέγχους στους οποίους χρησιμοποιήθηκαν τυχαία δεδομένα με διαφορετικές πιθανές κατανομές, έχουν υπολογιστεί θεωρητικές τιμές για τις approximate και sample entropy χρησιμοποιώντας τραπεζοειδή αριθμητική ολοκλήρωση. Οι υπολογισμοί των στατιστικών επαληθεύτηκαν με σύγκριση των αποτελεσμάτων μας με τιμές για Henon και logistic map δεδομένα.

Η sample entropy συμβαδίζει περισσότερο με την θεωρία από ότι η approximate entropy. Για τις περισσότερες διαδικασίες, η approximate entropy περιμένουμε να έχει δύο ιδιότητες. Η πρώτη είναι ότι η υπό συνθήκες πιθανότητα οι ακολουθίες να πληρούν το κριτήριο ομοιότητας  $r$ , πρέπει να μειώνεται καθώς μειώνεται το  $r$ , και το κριτήριο ομοιότητας να γίνεται πιο αυστηρό. Με άλλα λόγια η approximate entropy,  $ApEn(m, r, N)$ , πρέπει να αυξάνεται όσο το  $r$  μειώνεται. Η αναμενόμενη αυτή ιδιότητα παριστάνεται στο παρακάτω διάγραμμα από την ευθεία γραμμή η οποία παριστά της τιμές των approximate και sample entropy που προβλέπονται θεωρητικά. Η ευθεία γραμμή παριστάνει τις θεωρητικές τιμές των approximate και sample entropy. Παρατηρούμε σύμφωνα με το διάγραμμα ότι σε αυτή την ειδική περίπτωση των ομοιόμορφα κατανεμημένων τυχαίων αριθμών, οι θεωρητικές τιμές τους συμπίπτουν.



Σχήμα 2.12. Οι sample entropy και approximate entropy ως συναρτήσεις του κριτηρίου ομοιότητας  $r$ , για  $m=2$ . Η ευθεία γραμμή παριστάνει τις θεωρητικές τιμές των approximate και sample entropy. Σε αυτή την ειδική περίπτωση των ομοιόμορφα κατανομμένων τυχαίων αριθμών, οι θεωρητικές τιμές τους συμπίπτουν, (Richman και Moorman 2000).

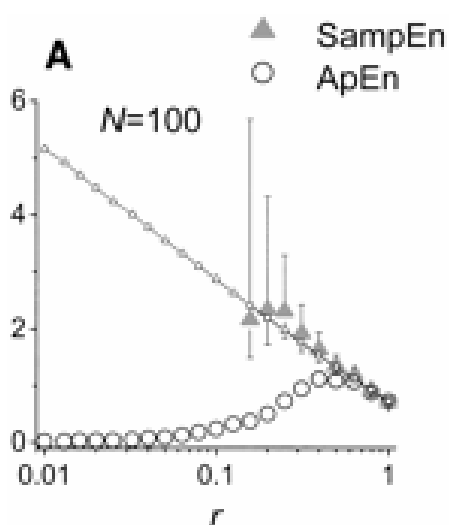


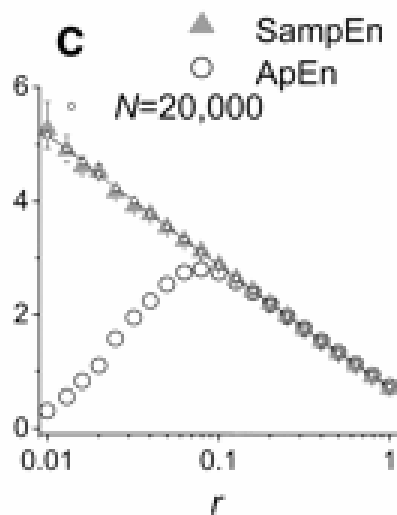
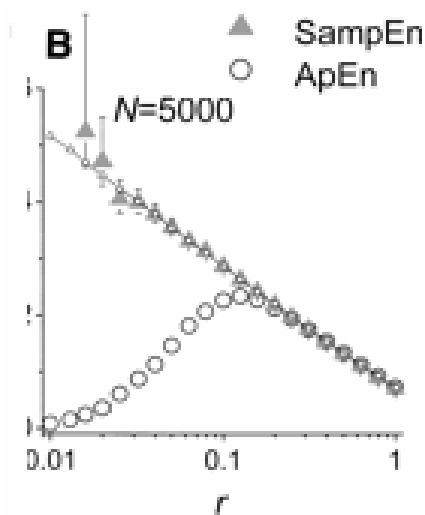
Σχήμα. 2.13. Στο διάγραμμα παριστάνονται οι ApEn και SampEn σαν συνάρτηση του αριθμού δειγμάτων  $N$  (για  $m = 2$  και  $r = 0.2$ ), (Richman και Moorman 2000).

Η δεύτερη ιδιότητα την οποία περιμένουμε να έχει η approximate entropy είναι ότι η τιμή της πρέπει να είναι ανεξάρτητη από το μέγεθος των δεδομένων που εξετάζουμε. Η γραφική παράσταση των θεωρητικών τιμών των approximate και sample entropy στο σχήμα 2.13 επιβεβαιώνει τις προβλέψεις μας. Λόγω της

ομοιότητας, δηλαδή λόγω του γεγονότος ότι στο διάγραμμα οι θεωρητικά προβλεπόμενες τιμές των approximate και sample entropy συμπίπτουν, περιμένουμε ότι η sample entropy θα έχει παρόμοιες ιδιότητες.

Δοκιμάσαμε στατιστικά τις approximate και sample entropy σε ένα δείγμα από ανεξάρτητα και πανομοιότυπα κατανομημένους αριθμούς και τα αποτελέσματα θα συγκρίνονταν με αναλυτικά υπολογισμένες τιμές. Στα διαγράμματα 2.12 και 2.13 παριστάνεται η απόδοση των  $ApEn(2, r, N)$  και  $SampEn(2, r, N)$  σε δεδομένα που αποτελούνται από ανεξάρτητα κατανομημένους αριθμούς. Η  $SampEn(2, r, N)$  προσεγγίζει σε μεγάλο βαθμό τα αναμενόμενα αποτελέσματα από την θεωρητική προσέγγιση για  $r \geq 0.3$  και  $N \geq 100$  ενώ η  $ApEn(2, r, N)$  διαφέρει πολύ από τις αναμενόμενες τιμές για  $N < 1000$  και  $r < 0.2$ . Τα διαγράμματα 4A, 4B και 4C δείχνουν την sample και approximate entropy σαν συνάρτηση του  $r$ , με  $m = 2$ , για τρία διαφορετικά σύνολα από τυχαίους αριθμούς που αποτελούνται από 100, 5000 και 20000 στοιχεία αντίστοιχα. Τα στατιστικά της sample entropy για  $r = 0.2$  είναι πιο συμβατά με την θεωρία για μικρότερα σύνολα δεδομένων.





Σχήμα. 2.14. Στα παραπάνω διαγράμματα φαίνονται οι τιμές των sample και approximate συν entropy συναρτήσει του  $r$  και για  $m = 2$  όταν μεταβάλλεται το  $N$ . Οι ευθείες γραμμές είναι οι τιμές των approximate και sample entropy που έχουν προβλεφθεί θεωρητικά, (Richman και Moorman 2000).

Από την παραπάνω σύντομή σύγκριση των παραμέτρων approximate entropy και sample entropy βγάζουμε το συμπέρασμα ότι είναι καλύτερο στο πρόγραμμα μας να χρησιμοποιήσουμε την sample entropy. Στην δεδομένη περίπτωση, στην μελέτη των σημάτων αναπνοής δηλαδή, παρατηρούμε αφού έχουμε υπολογίσει τις τιμές και της approximate entropy και sample entropy ότι δεν έχουν και πολύ μεγάλη διαφορά μεταξύ τους. Αυτό μπορούμε να το ερμηνεύσουμε στο γεγονός ότι για τις δεδομένες τιμές του  $m$  και του κριτηρίου ομοιότητας  $r$  οι approximate και sample entropy δεν

διαφέρουν και πολύ μεταξύ τους. Κάτι τέτοιο παρατηρείται και στην σύγκριση των δύο διαφορετικών ειδών εντροπίας που κάναμε παραπάνω και φαίνεται στο σχήμα 2.14 από κάποια τιμή του  $r$  και μετά (Richman και Moorman 2000).

### 2.1.3. Συντελεστής μεταβλητότητας (coefficient of variation) σήματος.

#### 2.1.3.1 Τυπική απόκλιση (standard deviation).

Η τυπική απόκλιση, την οποία ορίζουμε με το γράμμα  $\sigma$  είναι ένα μέτρο μεταβλητότητας ενός συνόλου  $N$  στοιχείων δεδομένων  $(x_1, \dots, x_N)$  γύρω από μία μέση τιμή  $\bar{x}$ . Για να υπολογίσουμε τον μέσο όρο  $\bar{x}$  ενός συνόλου  $N$  μετρήσεων εφαρμόζουμε τον τύπο που ακολουθεί:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_N}{N} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \quad (2.13)$$

Εφόσον ορίσαμε τον μέσο όρο, μπορούμε να μελετήσουμε το πόσο κατανεμημένες γύρω από τον μέσο όρο είναι οι μεμονωμένες μετρήσεις. Η απόκλιση  $d_i$ , για κάθε μέτρηση  $x_i$ , από τον μέσο όρο δίνεται από τον τύπο:

$$d_i = x_i - \bar{x} \quad (2.14)$$

Η απόκλιση μπορεί να είναι θετικός ή αρνητικός αριθμός και για αυτό τον λόγο είναι πιο χρήσιμος ο ορισμός της μέσης απόκλισης,  $\bar{d}$ , για να προσδιοριστεί η αβεβαιότητα της μέτρησης. Αυτός ο όρος έχει υπολογιστεί παίρνοντας τον μέσο όρο των απόλυτων αποκλίσεων  $|d_i| = |x_i - \bar{x}|$ , οπότε:

$$\bar{d} = \frac{|d_1| + |d_2| + |d_3| + \dots + |d_N|}{N} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |d_i| \quad (2.15)$$

όπου η απόκλιση  $\bar{d}$  αποτελεί μέτρο της ακρίβειας προσέγγισης της μέτρησης.

Για την αποφυγή χρησιμοποίησης απολύτων τιμών μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε το τετράγωνο της απόκλισης,  $d_i^2$ , για να είμαστε πιο ακριβείς στον υπολογισμό της αβεβαιότητας της μέτρησης. Η τυπική απόκλιση  $\sigma$  δίνεται από τον τύπο:

$$\begin{aligned}\sigma &= \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_N - \bar{x})^2}{N}} = \\ &= \sqrt{\frac{d_1^2 + d_2^2 + \dots + d_N^2}{N}} \\ &= \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2} \\ &= \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N d_i^2} \quad (2.16)\end{aligned}$$

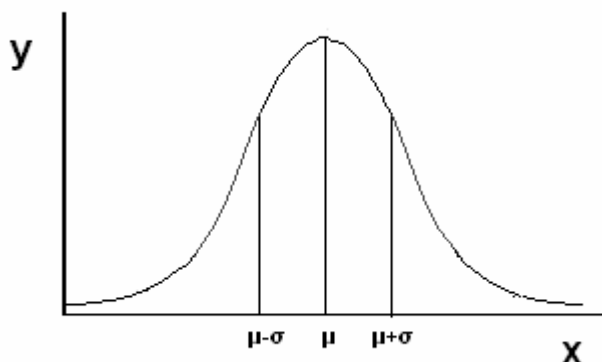
Έχει αποδειχθεί ότι για μικρό αριθμό μετρήσεων ο παραπάνω τύπος γίνεται:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{(N-1)} \sum_{i=1}^N d_i^2} \quad (2.17)$$

όπου το  $N$  αντικαταστάθηκε από το  $N-1$ .

Πριν εξηγήσουμε γραφικά την έννοια της τυπικής απόκλισης, θα εξηγήσουμε σύντομα την έννοια της κανονικής κατανομής που είναι βασική για την κατανόηση της τυπικής απόκλισης.

Η κανονική κατανομή εισήχθηκε σαν όρος από τον DeMoivre (1667-1754) άλλα εφαρμόστηκε σε ευρύτερο φάσμα δεδομένων από τον Quetelet (1796-1874). Η κανονική κατανομή, λέγεται και αλλιώς Gaussian, και είναι από τις πιο χρησιμοποιούμενες. Η γραφική της παράσταση είναι η παρακάτω:



Σχήμα 2.15. Γραφική παράσταση της κανονικής κατανομής.

Στον οριζόντιο άξονα έχουμε τις τιμές των στοιχείων που αποτελούν τα δεδομένα μας και στον κάθετο άξονα έχουμε την συχνότητα ή την πιθανότητα εμφάνισης του αντίστοιχου στοιχείου.

Η εξίσωση που την περιγράφει είναι η:

$$p(X) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{\frac{-(X-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (2.18)$$

όπου  $\pi$  είναι η σταθερά 3.14,  $e$  η βάση του φυσικού λογαρίθμου,  $\mu$  ο μέσος όρος των δεδομένων μας και  $\sigma$  η τυπική απόκλιση των δεδομένων την οποία θα εξηγήσουμε αργότερα.

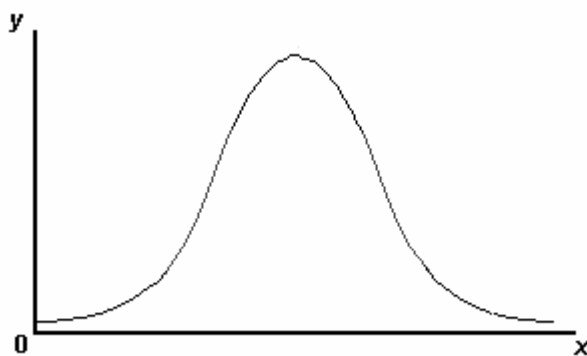
Η κανονική κατανομή χαρακτηρίζεται από κάποιες ιδιότητες. Όλες οι καμπύλες των κανονικών κατανομών έχουν το σχήμα καμπάνας και είναι συμμετρικές. Οι άκρες της καμπύλης προσέγγισης προσεγγίζουν τον οριζόντιο άξονα αλλά ποτέ δεν τον τέμνουν. Ακόμη και αν η γραφική παράσταση τείνει ασυμπτωτικά προς τον οριζόντιο άξονα, η περιοχή μεταξύ της καμπύλης και του οριζόντιου άξονα θεωρούμε πως έχει τιμή ένα.

Ακόμη η κανονική κατανομή έχει την ιδιότητα ότι η μέση τιμή, η median τιμή και η επικρατέστερη τιμή από τα στοιχεία μας είναι ουσιαστικά η ίδια τιμή. Παρατηρώντας την γραφική παράσταση που απεικονίζεται στο σχήμα μπορούμε να εκτιμήσουμε τις τιμές της μέσης τιμής, της median τιμής και της επικρατέστερης τιμής από το σύνολο των τιμών που αποτελούν τα δεδομένα μας. Η επικρατέστερη

τιμή είναι αυτή που έχει την υψηλότερη συχνότητα. Η median τιμή είναι το μεσαίο σημείο. Ο μέσος όρος είναι λίγο πιο δύσκολο να εκτιμηθεί γιατί εξαρτάται από το εύρος των τιμών. Αλλά εφόσον έχουν την ίδια τιμή στο γράφημα της κανονικής κατανομής, η επικρατέστερη τιμή, η median τιμή και ο μέσος όρος θα έχουν την τιμή με την μεγαλύτερη συχνότητα.

Εφόσον εξηγήσαμε την έννοια της κανονικής κατανομής, μπορούμε να περάσουμε στην γραφική ερμηνεία της τυπικής απόκλισης.

Αν κατασκευάσουμε την κανονική κατανομή των δεδομένων μας σε μία γραφική παράσταση θα έχει περίπου μία τέτοια μορφή:



Σχήμα. 2.16. Κανονική κατανομή των δεδομένων.

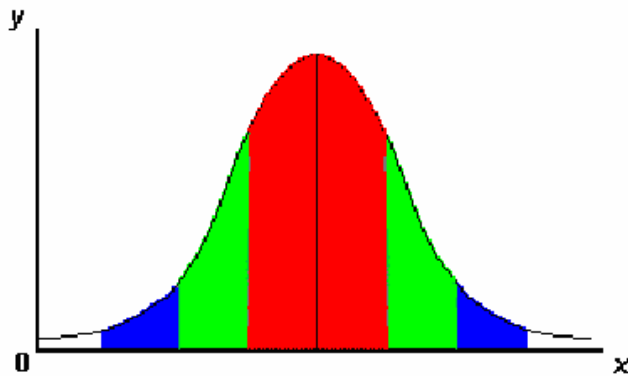
Στον οριζόντιο άξονα παριστάνονται οι τιμές του όγκου του θώρακα ενώ στον κάθετο άξονα παριστάνονται οι αριθμοί των στοιχείων που έχουν την αντίστοιχη τιμή.

Όπως προείπαμε, η τυπική απόκλιση είναι το στατιστικό μέγεθος που μας δείχνει πόσο κοντά είναι στοιχισμένα τα στοιχεία του συνόλου δεδομένων γύρω από τον μέσο όρο.



Σχήμα 2.17. Διαφορετικές κανονικές κατανομές δεδομένων.

Στο σχήμα 2.17.A παρατηρούμε ότι τα στοιχεία ταξινομούνται κοντά στον μέσο όρο των δεδομένων και άρα η τυπική απόκλιση θα είναι μικρή. Στο σχήμα 2.17.B η καμπύλη με σχήμα καμπάνας εκτείνεται σε πιο μεγάλη περιοχή οπότε η τυπική απόκλιση περιμένουμε να έχει και σχετικά πιο μεγάλη τιμή.



Σχήμα 2.18. Στην συγκεκριμένη κανονική κατανομή με κόκκινο παριστάνεται η τυπική απόκλιση που αντιπροσωπεύει το 68% του συνόλου των δεδομένων μας, με κόκκινο και πράσινο χρώμα αντιπροσωπεύει το 95% των δεδομένων ενώ οι αποκλίσεις με κόκκινο, πράσινο και μπλε χρώμα αντιπροσωπεύουν το 99% των δεδομένων προς εξέταση.

Η τυπική απόκλιση με το κόκκινο χρώμα στην γραφική παράσταση αντιπροσωπεύει το 68% του συνόλου των δεδομένων μας. Η τυπική απόκλιση με κόκκινο και πράσινο χρώμα αντιπροσωπεύει το 95% των δεδομένων ενώ οι αποκλίσεις με κόκκινο, πράσινο και μπλε χρώμα αντιπροσωπεύουν το 99% των δεδομένων προς εξέταση. Αν η καμπύλη αυτή είχε πιο μεγάλη έκταση, όπως για παράδειγμα στο σχήμα 2.17.B, η τυπική απόκλιση θα ήταν μεγαλύτερη ώστε να ανταποκρίνεται στο 68% των στοιχείων μας. Για αυτό το λόγο η τυπική απόκλιση μπορεί να μας δείξει πόσο απέχουν τα στοιχεία μας από τον μέσο όρο.

#### 2.1.3.2. Η έννοια του συντελεστή μεταβλητότητας (coefficient of variation).

Ο συντελεστής μεταβλητότητας είναι ένα μέτρο σχετικής διασποράς και εκφράζεται από τον τύπο:

$$\text{συντελεστής μεταβλητότητας} = \frac{\text{τυπική απόκλιση}}{\text{μέσος όρος}} \quad (2.19)$$

Η τυπική απόκλιση και ο μέσος όρος αλλάζουν μαζί σε πολλά πειράματα και η μέτρηση μίας σταθεράς που να εκφράζει την σχετική μεταβλητότητα καθίσταται αναγκαία.

Ένα χαρακτηριστικό της τυπικής απόκλισης είναι ότι επηρεάζεται από την κλίμακα στην οποία βρίσκονται οι τιμές των δεδομένων μας, αν δηλαδή όλα τα στοιχεία πολλαπλασιαστούν με μία σταθερά,  $c$  η μεταβλητότητα θα αυξηθεί και αυτή κατά μία σταθερά  $c$ . Όταν κάνουμε συγκρίσεις σε δεδομένα και ιδίως όταν μεταξύ κλιμάκων η διαφορά είναι αισθητή, η εξάρτηση αυτή από την κλίμακα μπορεί να μας οδηγήσει σε πλαστά συμπεράσματα για τα δεδομένα που μελετάμε. Μία λύση σε αυτό το πρόβλημα είναι η χρήση του συντελεστή μεταβλητότητας. Όπως ορίσαμε πιο πάνω ο συντελεστής μεταβλητότητας είναι το πηλίκο της τυπικής απόκλισης προς τον μέσο όρο και εφόσον η σταθερά  $c$  στην οποία αναφερθήκαμε προηγουμένως βρίσκεται και στον αριθμητή αλλά και στον παρονομαστή, προκύπτει το συμπέρασμα ότι ο συντελεστής μεταβλητότητας είναι ανεξάρτητος από την κλίμακα στην οποία βρίσκονται τα δεδομένα που μελετάμε.

#### **2.1.4. Συχνότητα των σημάτων για την οποία η ενέργεια του wavelet φάσματος ισχύος είναι μέγιστη.**

Τα σήματα αναπνοής που εξετάζουμε έχουμε παρατηρήσει ότι δεν παρουσιάζουν σταθερότητα ούτε στο πλάτος αλλά ούτε και στην συχνότητα με το πέρασμα του χρόνου. Σαν μέρος της επεξεργασίας των σημάτων μας θα υπολογίσουμε την συχνότητα τους με τη βοήθεια της wavelet ανάλυσης. Οι μετρήσεις μας βασίστηκαν πάνω σε μελέτες των Christopher Torrance και Gilbert P. Compo, που εφαρμόστηκαν στο πρόγραμμα ατμοσφαιρικών και ωκεανολογικών επιστημών του πανεπιστημίου του Κολοράντο για τον υπολογισμό στατιστικών παραμέτρων του φαινομένου El Nino.

#### 2.1.4.1. Ο Windowed Fourier μετασχηματισμός

Ο windowed Fourier μετασχηματισμός αποτελεί εργαλείο ανάλυσης για την εξαγωγή πληροφοριών για την συχνότητα ενός σήματος. Ο Fourier μετασχηματισμός εφαρμόζεται σε ένα μετατοπιζόμενο τμήμα μήκους  $T$  μίας χρονοσειράς με βήμα  $\delta t$  και συνολικό μήκος  $N\delta t$ . Επιστρέφει συχνότητες από  $T^{-1}$  έως  $(2\delta t)^{-1}$  σε κάθε βήμα του χρόνου. Στα τμήματα αυτά μπορεί να εφαρμοστεί σαν παράθυρο μια συνάρτηση όπως η boxcar ή ακόμη και ένα Gaussian παράθυρο.

Από σχετικές μελέτες (Kaiser, 1994), αποδείχθηκε ότι ο windowed μετασχηματισμός Fourier αποτελεί μία όχι και τόσο ακριβή και αποτελεσματική μέθοδο ανάλυσης συχνότητας γιατί εμπλέκει τον παράγοντα  $T$  στην ανάλυση. Η ανακρίβεια έγκειται στο γεγονός του aliasing των στοιχείων με χαμηλή ή υψηλή συχνότητα που δεν βρίσκονται εντός του εύρους συχνοτήτων του παραθύρου. Η αναποτελεσματικότητα έγκειται στο γεγονός ότι οι  $T/(2\delta t)$  συχνότητες, που πρέπει να αναλυθούν σε κάθε βήμα, είναι ανεξάρτητες με το μέγεθος του παραθύρου ή της παρουσίας κύριων συχνοτήτων. Έτσι πρέπει να εφαρμοστούν διάφορα μεγέθη παραθύρων έτσι ώστε να αποφασιστεί πιο είναι το καταλληλότερο. Ο windowed Fourier μετασχηματισμός βασίζεται στο γεγονός ότι το σήμα πρέπει να αναλυθεί σε ημίτονα. Οπότε για αναλύσεις στις οποίες δεν μπορούμε να προαποφασίσουμε την κλίμακα λόγω του μεγάλου εύρους των συχνοτήτων είναι πιο σωστό να χρησιμοποιήσουμε μία μέθοδο ανεξάρτητη της κλίμακας όπως η wavelet ανάλυση που θα περιγράψουμε στη συνέχεια.

#### 2.1.4.2 Ομοιότητες και διαφορές μεταξύ του Fourier και του Wavelet μετασχηματισμού

Οι δύο τύποι μετασχηματισμών χαρακτηρίζονται από κάποιες ομοιότητες. Ο fast Fourier μετασχηματισμός (FFT) και ο discrete wavelet μετασχηματισμός (DWT) είναι και οι δύο γραμμικές διαδικασίες. Οι μαθηματικές ιδιότητες των πινάκων που εμπλέκονται στους μετασχηματισμούς είναι παρόμοιες. Ο πίνακας του ανάστροφου μετασχηματισμού για τους FFT και DWT είναι η μετατόπιση του αρχικού. Σαν συμπέρασμα, και οι δύο μετασχηματισμοί μπορούν να εξεταστούν σαν μετατόπιση της συνάρτησης σε διαφορετικό πεδίο ορισμού. Για τον FFT μετασχηματισμό, το

καινούριο πεδίο ορισμού θα περιέχει συναρτήσεις ημίτονων και συνημίτονων. Για τον wavelet μετασχηματισμό το καινούριο πεδίο ορισμού θα περιέχει πιο πολύπλοκες συναρτήσεις που ονομάζονται wavelets. Οι δύο μετασχηματισμοί έχουν και μία ακόμη ομοιότητα. Οι συναρτήσεις έχουν να κάνουν με την συχνότητα, γεγονός που κάνει τα μαθηματικά εργαλεία, όπως το φάσμα ισχύος (πόση ισχύ περιέχεται για κάθε τιμή της συχνότητας), χρήσιμα στον υπολογισμό συχνοτήτων και στον υπολογισμό κατανομής της ισχύος.

Η πιο ενδιαφέρουσα διαφορά μεταξύ των δύο ειδών μετασχηματισμού είναι ότι οι wavelet συναρτήσεις περιορίζονται στον χώρο. Οι συναρτήσεις ημίτονων και συνημίτονων του μετασχηματισμού Fourier δεν περιορίζονται στον χώρο. Τα wavelets λόγω αυτής της ιδιότητας τους χρησιμοποιούνται σε πολλές σημαντικές εφαρμογές όπως η συμπίεση δεδομένων, η εξαγωγή χαρακτηριστικών από εικόνες και η απομάκρυνση του θορύβου από τα σήματα.

#### **2.1.4.3 Η wavelet ανάλυση**

Η wavelet ανάλυση είναι ένα πολύ χρήσιμο εργαλείο στην ανάλυση και στον εντοπισμό μεταβολών στην ισχύ μίας χρονοσειράς, όπως είναι στην περίπτωση μας τα αναπνευστικά σήματα μεταβολής όγκου του θώρακα. Αναλύοντας μία χρονοσειρά στο διάστημα χρόνου-συχνότητας μπορούμε να βγάλουμε συμπεράσματα για τις επικρατούσες τιμές της μεταβλητότητας καθώς και για τη μεταβολή τους με την πάροδο του χρόνου. Παρακάτω θα περιγράψουμε την μέθοδο της wavelet ανάλυσης χρησιμοποιώντας διαφορετικές wavelet συναρτήσεις και στη συνέχεια θα περιγράψουμε το wavelet φάσμα ισχύος (wavelet power spectrum).

##### **2.1.4.3.1. Ο wavelet μετασχηματισμός**

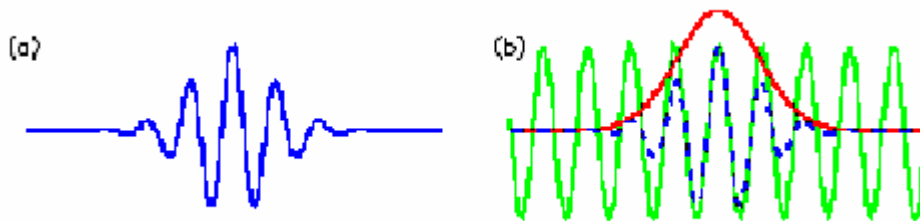
Ο wavelet μετασχηματισμός μπορεί να χρησιμοποιηθεί στην ανάλυση χρονοσειρών που παρουσιάζουν μη σταθερή ισχύ σε διαφορετικές συχνότητες (Daubechies 1990). Ας υποθέσουμε ότι έχουμε μία χρονοσειρά  $x_n$  με βήμα  $\delta t$  και

$n = 0, 1, 2, \dots, N - 1$ . Επίσης υποθέτουμε ότι έχουμε την wavelet συνάρτηση  $\psi_0(\eta)$  η οποία εξαρτάται από την αδιάστατη χρονική παράμετρο  $\eta$ . Η συνάρτηση πρέπει να έχει μέσο όρο ίσο με το μηδέν. Ένα παράδειγμα είναι το Morlet wavelet που αποτελείται από ένα κύμα που διαμορφώνεται από μία Gaussian όπως φαίνεται παρακάτω:

$$\psi_0(\eta) = \pi^{-1/4} e^{i\omega_0\eta} e^{-\eta^2/2} \quad (2.20)$$

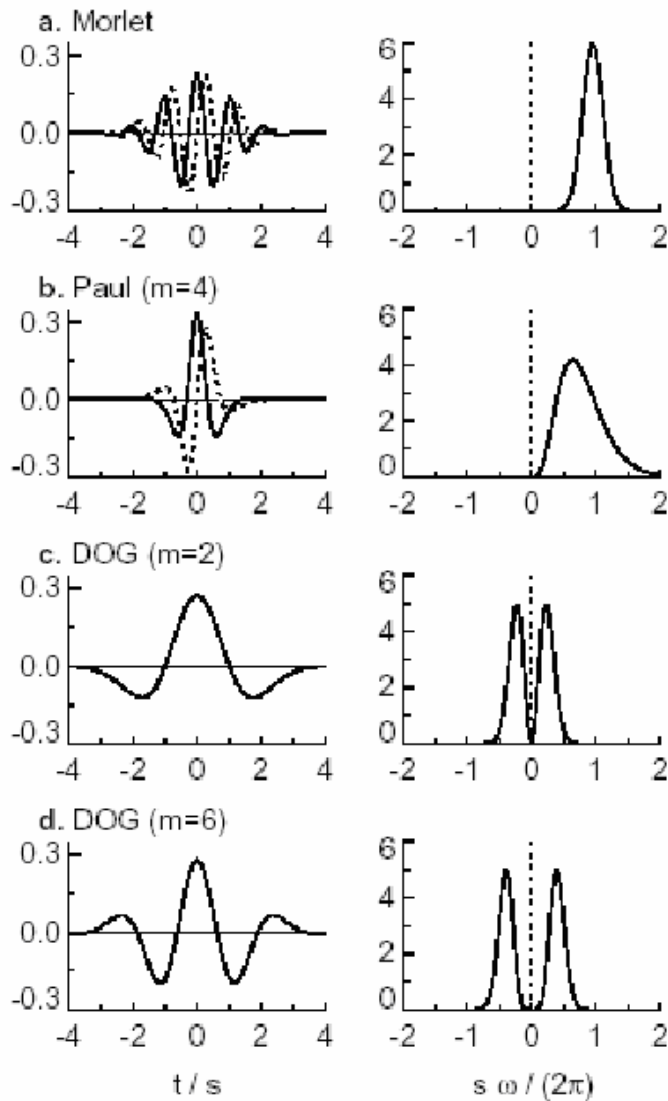
όπου  $\omega_0$  είναι η αδιάστατη συχνότητα.

Το wavelet Morlet αποτελείται από μία ημιτονική κυματομορφή που πολλαπλασιάζεται με μία Gaussian καμπύλη όπως φαίνεται και στο σχήμα 2.19:



Σχήμα 2.19. a) Το wavelet Morlet στο πεδίο του χρόνου. b) Η κατασκευή του wavelet Morlet.

Στο πρόγραμμα για τον υπολογισμό του wavelet power spectrum έχουμε την δυνατότητα να το υπολογίσουμε χρησιμοποιώντας διάφορους τύπους wavelets όπως το Morlet, των οποίων οι μορφές φαίνονται στο παρακάτω σχήμα :



Σχήμα 2.20. Παριστάνονται τέσσερις διαφορετικοί τύποι wavelets, τα wavelets Morlet, Paul ( $m=4$ ), Mexican hat (DOG ( $m=2$ )) και DOG ( $m=6$ ).

Στα διαγράμματα αριστερά απεικονίζεται το πραγματικό μέρος (με την ενιαία γραμμή) και το φανταστικό μέρος (με κουκίδες) των wavelets στο πεδίο ορισμού του χρόνου. Οι γραφικές παραστάσεις στα δεξιά δείχνουν τα αντίστοιχα wavelets στο πεδίο ορισμού των συχνοτήτων. Η κλίμακα για τις γραφικές παραστάσεις έχει επιλεγεί να είναι  $s = 10\delta t$ .

Τα χαρακτηριστικά των wavelet που απεικονίσαμε παραπάνω δίδονται στον πίνακα που ακολουθεί:

Πίνακας 2.2. Τρεις συναρτήσεις βάσης των wavelets που χρησιμοποιούνται στην εφαρμογή και οι ιδιότητες τους. Το  $H(\omega)$  είναι η βηματική απόκριση,  $H(\omega)=1$  όταν  $\omega>0$  και  $H(\omega)=0$  αλλιώς. Το DOG συμβολίζει την παράγωγο μίας Gaussian. Όταν έχουμε  $m=2$  τότε το wavelet είναι το Mexican hat.

Όνομα	$\psi_0(n)$	$\hat{\psi}_0(s\omega)$	e- folding time $\tau_s$	Fourier wavelength
Morlet $\omega_0$ =συχνότητα	$\pi^{-1/4} e^{i\omega_0 n} e^{-\eta^2/2}$	$\pi^{-1/4} H(\omega) e^{-(s\omega-\omega_0)^2/2}$	$\sqrt{2s}$	$\frac{4\pi s}{\omega_0 + \sqrt{2 + \omega_0^2}}$
Paul m = τάξη	$\frac{2^m i^m m!}{\sqrt{\pi(2m)!}} (i - i\eta)^{-(m+1)}$	$\frac{2^m}{\sqrt{m(2m-1)!}} H(\omega) (s\omega)^m e^{-s\omega}$	$s / \sqrt{2}$	$\frac{4\pi s}{2m+1}$
DOG m= παράγωγος	$\frac{(-1)^{m+1}}{\sqrt{\Gamma\left(m + \frac{1}{2}\right)}} \frac{d^m}{d\eta^m} \left( e^{-\eta^2/2} \right)$	$\frac{i^m}{\sqrt{\Gamma\left(m + \frac{1}{2}\right)}} (s\omega)^m e^{-(s\omega)^2/2}$	$\sqrt{2s}$	$\frac{2\pi s}{\sqrt{m + \frac{1}{2}}}$

Ο όρος «wavelet συνάρτηση» χρησιμοποιείται γενικά και για ορθογώνια και μη-ορθογώνια wavelets. Ο όρος «wavelet basis» αναφέρεται μόνο σε ορθογώνια σύνολα συναρτήσεων. Η χρήση μίας ορθογώνιας βάσης έχει σχέση με τον discrete wavelet transform ενώ μία μη-ορθογώνια wavelet συνάρτηση μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε discrete ή σε continuous wavelet transforms (Farge 1992).

Ο continuous wavelet μετασχηματισμός μίας διακριτής ακολουθίας  $x_n$ , ορίζεται σαν η συνέλιξη του  $x_n$  με μία μορφή του  $\psi_0(\eta)$ :

$$W_n(s) = \sum_{n'=0}^{N-1} x_{n'} \psi^* \left[ \frac{(n' - n)\delta t}{s} \right], \quad (2.21)$$

όπου το (\*) συμβολίζει το complex conjugate.

Για να υλοποιήσουμε έναν continuous wavelet transform, η συνέλιξη στον παραπάνω τύπο πρέπει να γίνει N φορές για κάθε s, όπου N είναι ο αριθμός των

σημείων της χρονοσειράς (Kaiser 1994). Το  $n$  εκφράζει τους χρόνους. Ο discrete Fourier transform της ακολουθίας  $x_n$  είναι:

$$\hat{x}_k = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x_n e^{-2\pi i k n / N} \quad (2.22)$$

όπου  $k = 0, 1, \dots, N-1$  είναι ο πίνακας συχνοτήτων. Ο μετασχηματισμός Fourier μίας συνάρτησης  $\psi(t/s)$  είναι ο  $\hat{\psi}(s\omega)$ . Από το θεώρημα της συνέλιξης, ο wavelet μετασχηματισμός του ανάστροφου μετασχηματισμού Fourier θα είναι:

$$W_n(s) = \sum_{k=0}^{N-1} \hat{x}_k \hat{\psi}^*(s\omega_k) e^{i\omega_k n \delta t} \quad (2.23)$$

όπου η γωνιακή συχνότητα  $\omega_k$  ορίζεται ως εξής:

$$\omega_k = \begin{cases} \frac{2\pi k}{N\delta t} : k \leq \frac{N}{2} \\ -\frac{2\pi k}{N\delta t} : k > \frac{N}{2} \end{cases} \quad (2.24)$$

Χρησιμοποιώντας τον τύπο του μετασχηματισμού Fourier 2.23 που παραθέσαμε προηγουμένως, μπορούμε να υπολογίσουμε τον continuous wavelet transform.

#### 2.1.4.3.2. Κανονικοποίηση.

Για να βεβαιωθούμε ότι οι wavelet μετασχηματισμοί (2.23) είναι συμβατοί μεταξύ τους για κάθε  $s$ , πρέπει η wavelet συνάρτηση να είναι κανονικοποιημένη για  $s$  έτσι ώστε να έχει μοναδιαία ενέργεια:

$$\hat{\psi}(s\omega_k) = \left( \frac{2\pi s}{\delta t} \right)^{1/2} \hat{\psi}_0(s\omega_k) \quad (2.25)$$

Παραδείγματα wavelet συναρτήσεων παραθέτονται στον Πίνακα 2.2 και παριστάνονται γραφικά στο Σχήμα 2.20. Για το  $\hat{\psi}_0$  το οποίο ορίζεται στον Πίνακα 2.2, ισχύει ο παρακάτω τύπος:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |\hat{\psi}_0(\omega')|^2 d\omega' = 1 \quad (2.26)$$

Εφαρμόζοντας την κανονικοποίηση για κάθε  $s$  έχουμε:

$$\sum_{k=0}^{N-1} |\hat{\psi}(s\omega_k)|^2 = N \quad (2.27)$$

όπου το  $N$  είναι ο αριθμός των σημείων. Αν χρησιμοποιήσουμε τον τύπο (2.21) της συνέλιξης, η κανονικοποίηση θα έχει την παρακάτω μορφή:

$$\psi\left[\frac{(n'-n)\delta t}{s}\right] = \left(\frac{\delta t}{s}\right)^{1/2} \psi_0\left[\frac{(n'-n)\delta t}{s}\right] \quad (2.28)$$

όπου το  $\psi_0(\eta)$  είναι κανονικοποιημένο ώστε να έχει μοναδιαία ενέργεια.

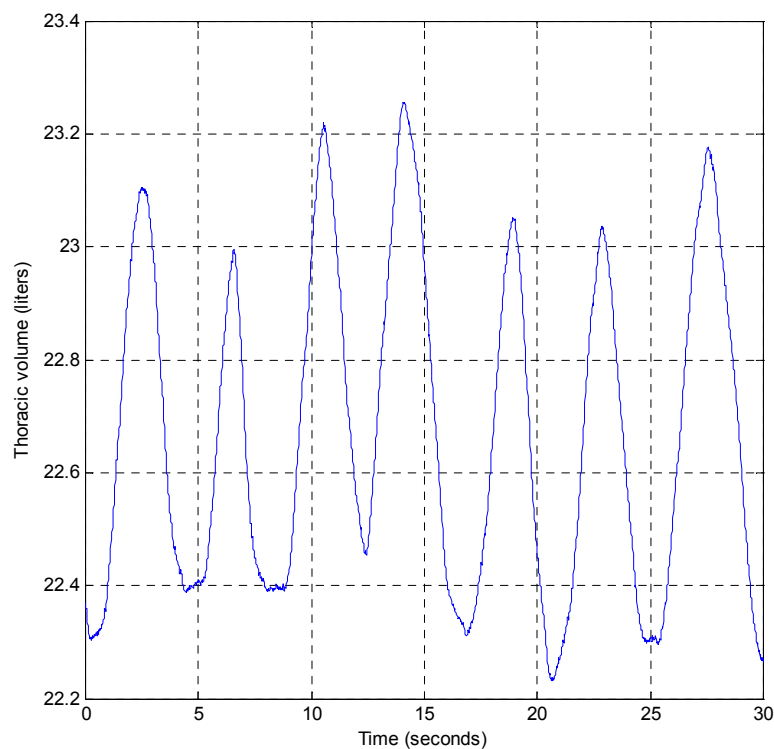
#### 2.1.4.3.3. Φάσμα ισχύος wavelet (wavelet power spectrum)

Επειδή η συνάρτηση  $\psi_0(\eta)$  είναι μιγαδική, μιγαδικός θα είναι και ο wavelet μετασχηματισμός  $W_n(s)$ . Ο μετασχηματισμός μπορεί να χωριστεί στο πραγματικό μέρος  $R\{W_n(s)\}$ , και το φανταστικό μέρος  $I\{W_n(s)\}$  με πλάτος  $|W_n(s)|$  και φάση  $\tan^{-1}[I\{W_n(s)/R\{W_n(s)\}]\}$ . Το wavelet power spectrum ορίζεται από τον τύπο  $|W_n(s)|^2$ . Για συναρτήσεις όπως είναι η DOG, το φανταστικό μέρος είναι μηδέν και η φάση απροσδιόριστη.

Για να συγκρίνουμε διαφορετικά φάσματα ισχύος πρέπει να βρούμε μία κοινή κανονικοποίηση για τα φάσματα των wavelet. Από τους τύπους (2.23) και (2.25) διαπιστώνουμε ότι η αναμενόμενη τιμή του  $|W_n(s)|^2$  είναι ίση με  $N$  φορές την

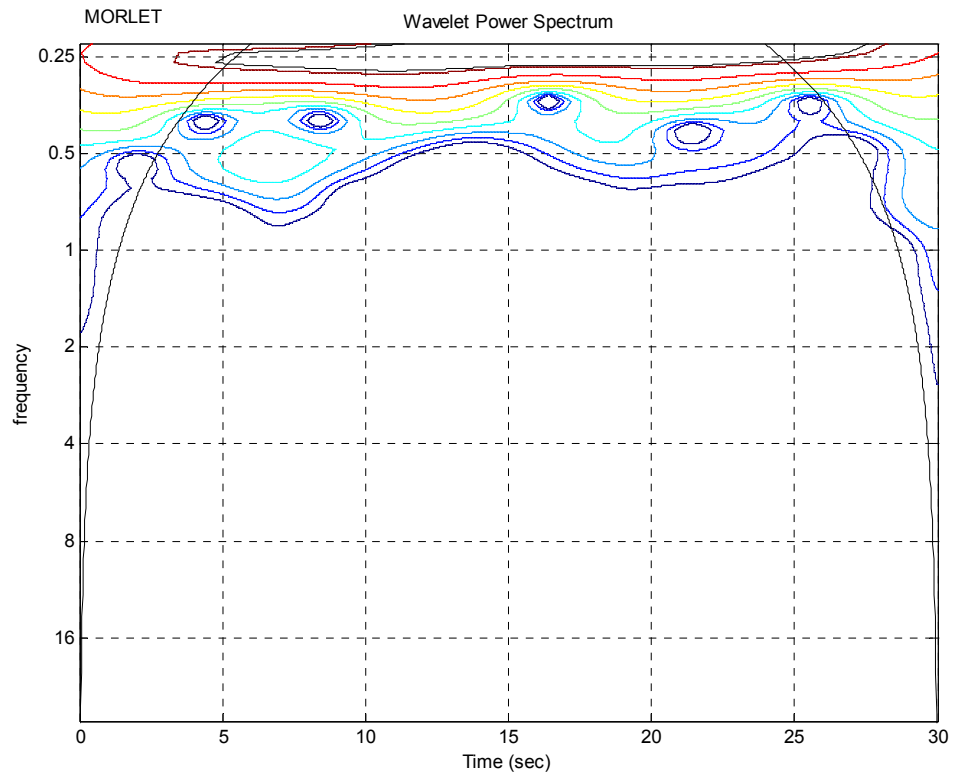
αναμενόμενη τιμή για το  $|\hat{x}_k|^2$ . Για χρονοσειρές που περιέχουν λευκό θόρυβο, η αναμενόμενη τιμή είναι  $\sigma^2 / N$ , όπου  $\sigma^2$  είναι το τετράγωνο της τυπικής απόκλισης που ορίστηκε σε παραπάνω ενότητα. Επομένως για μια διαδικασία λευκού θορύβου η αναμενόμενη τιμή του wavelet μετασχηματισμού για αυτήν την περίπτωση θα είναι  $|W_n(s)|^2 = \sigma^2$  για κάθε  $n$  και  $s$ .

Έστω ότι εξετάζουμε έναν εξεταζόμενο για την κατάσταση ηρεμίας (quiet breathing), πριν δηλαδή τον υποβάλλουμε σε άσκηση, με σήμα όγκου θώρακα-χρόνου το παρακάτω:

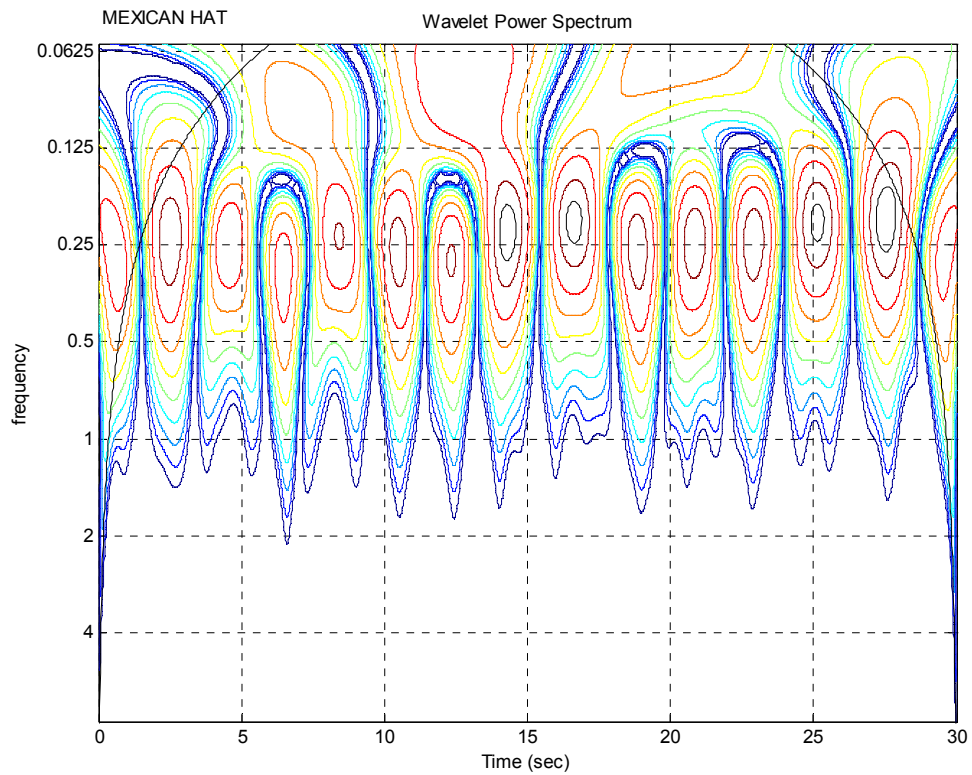


Σχήμα 2.21. Διάγραμμα όγκου θώρακα – χρόνου ενός εξεταζόμενου για την κατάσταση ηρεμίας.

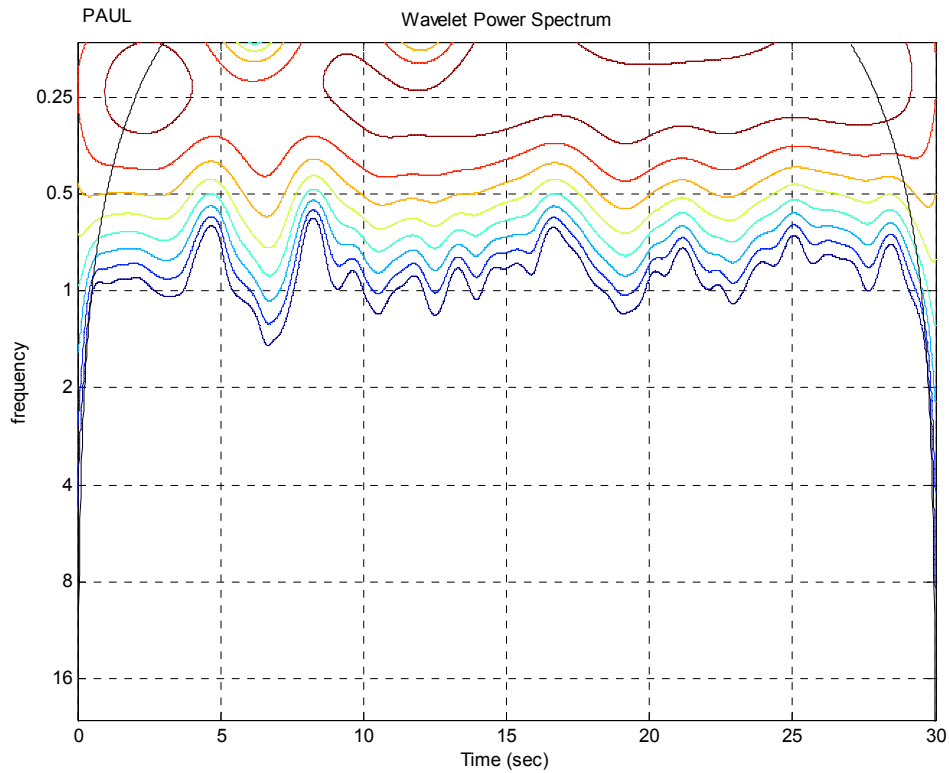
Το παρακάτω σχήματα απεικονίζουν τα κανονικοποιημένα wavelet power spectrum, χρησιμοποιώντας τα wavelet Morlet, Mexican hat και Paul για το σήμα που απεικονίζεται στο σχήμα 2.21.



Σχήμα 2.22. Το wavelet power spectrum χρησιμοποιώντας το wavelet Morlet για έναν εξεταζόμενο στην κατάσταση ηρεμίας κανονικοποιημένο κατά  $1/\sigma^2$ .



Σχήμα 2.23. Το κανονικοποιημένο wavelet power spectrum χρησιμοποιώντας το wavelet Mexican hat για έναν εξεταζόμενο στην κατάσταση ηρεμίας.



Σχήμα 2.24. Το κανονικοποιημένο wavelet power spectrum για έναν εξεταζόμενο στην κατάσταση ηρεμίας χρησιμοποιώντας το wavelet Paul.

Στα παραπάνω τρία διαγράμματα, στον άξονα των x απεικονίζεται ο χρόνος σε δευτερόλεπτα, στον άξονα των y απεικονίζεται η Fourier συχνότητα σε Hz και στον άξονα των z απεικονίζεται η ισχύς.

#### 2.1.4.3.4. Συναρτήσεις wavelet.

Ένα σημαντικό θέμα στην ανάλυση με wavelet είναι η επιλογή της wavelet συνάρτησης  $\psi_0(\eta)$ . Επιλέγοντας την κατάλληλη συνάρτηση, υπάρχουν πολλοί παράγοντες που πρέπει να ληφθούν υπ' όψιν.

A. Ορθογωνιότητα ή μη-ορθογωνιότητα. Στην ορθογώνια wavelet ανάλυση ο αριθμός των συνελίξεων σε κάθε κλίμακα είναι ανάλογος με το μέγεθος της wavelet βάσης σε αυτή την κλίμακα. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα την απεικόνιση διακριτών “block” της wavelet ισχύος και είναι χρήσιμο στην επεξεργασία σήματος εφόσον δίνει μία πολύ παραστατική απεικόνιση του σήματος. Δυστυχώς για την ανάλυση χρονοσειρών, μία μη-περιοδική μετατόπιση στον τομέα του χρόνου δίνει διαφορετικό wavelet power spectrum. Η μη-ορθογώνια ανάλυση, όπως αυτή που εφαρμόζουμε στην συγκεκριμένη περίπτωση, είναι πολύ χρήσιμη στην ανάλυση χρονοσειρών όπου αναμένονται ομαλές και συνεχείς μεταβολές στο πλάτος του wavelet.

B. Μιγαδική ή πραγματική. Μία μιγαδική wavelet συνάρτηση επιστρέφει πληροφορίες για το πλάτος και την φάση και προσαρμόζεται καλύτερα για συμπεριφορές που παρουσιάζουν πολλές μεταβολές. Μία πραγματική wavelet συνάρτηση επιστρέφει ένα στοιχείο μόνο και μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την απομόνωση ασυνεχειών και αιχμών.

Γ. Εύρος. Το εύρος μίας wavelet συνάρτησης ορίζεται στην συγκεκριμένη εφαρμογή σαν ο e-folding χρόνος του πλάτους του wavelet. Η ανάλυση μίας wavelet συνάρτησης προσδιορίζεται από την ισορροπία μεταξύ του εύρους στο πραγματικό διάστημα και του εύρους στο Fourier διάστημα. Μία περιορισμένη σε χρόνο συνάρτηση θα έχει καλή ανάλυση στον χρόνο αλλά φτωχή στον τομέα της συχνότητας ενώ μία «απλωμένη» στον χρόνο συνάρτηση θα έχει κακή ανάλυση στον τομέα του χρόνου αλλά καλή στον τομέα των συχνοτήτων.

Δ. Μορφή. Οι wavelet συναρτήσεις πρέπει να απεικονίζουν τα χαρακτηριστικά των χρονοσειρών. Για παράδειγμα, για μία χρονοσειρά με απότομες διακυμάνσεις θα ήταν καλό να επιλεγθεί μία box-car συνάρτηση όπως η Harr, ενώ για μία χρονοσειρά με ομαλές διακυμάνσεις θα ήταν καλό να επιλεγθεί μία ομαλή συνάρτηση όπως το συνημίτονο. Τα αποτελέσματα που παίρνουμε χρησιμοποιώντας διαφορετικές συναρτήσεις όπως φαίνεται στα σχήματα 2.22, 2.23 και 2.24 είναι εξίσου ποιοτικά.

Οι τέσσερις κοινές μη-ορθογώνια wavelet συναρτήσεις απεικονίζονται στον Πίνακα 2.2. Τα wavelets Morlet και Paul είναι μιγαδικά ενώ το wavelet DOG έχει πραγματική τιμή.

Συγκριτικά, το Σχήμα 2.22 δείχνει την ίδια ανάλυση με το Σχήμα 2.23 αλλά χρησιμοποιώντας το wavelet Mexican hat (DOG  $m = 2$ ) αντί του wavelet Morlet. Η πιο αξιοσημείωτη διαφορά τους είναι η δομή που χρησιμοποιεί το wavelet Mexican hat. Αυτό συμβαίνει γιατί το Mexican hat έχει πραγματική τιμή και τις θετικές ή αρνητικές μεταβολές τις απεικονίζει με αιχμές στο φάσμα ισχύος του wavelet. Το wavelet Morlet είναι μιγαδικό και έχει περισσότερες μεταβολές από το Mexican hat οπότε το wavelet power spectrum θα περιέχει και τις θετικές και τις αρνητικές μεταβολές σε μία κορυφή μεγάλου εύρους. Στα δύο διαγράμματα, τα ίδια χαρακτηριστικά παρουσιάζονται περίπου στα ίδια σημεία και με την ίδια ισχύ απλά η σχέση μεταξύ της κλίμακας του wavelet και της Fourier συχνότητας είναι πολύ διαφορετική για τις δύο συναρτήσεις.

#### 2.1.4.3.5. Επιλογή των μεταβλητών.

Όταν επιλέξουμε μία wavelet συνάρτηση θα πρέπει να επιλέξουμε και το σύνολο των παραμέτρων  $s$  που θα χρησιμοποιήσουμε στον wavelet μετασχηματισμό. Για ένα ορθογώνιο wavelet πρέπει να χρησιμοποιήσουμε διακριτά σύνολα όπως ορίζεται από τον Farge (1992). Στη μη-ορθογώνιο wavelet ανάλυση μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε αυθαίρετα σύνολα  $s$  για να δώσουμε μία πιο πλήρη εικόνα. Είναι πιο συμφέρον να γράφουμε τις παραμέτρους σαν κλασματικές δυνάμεις του δύο:

$$s_j = s_0 2^{j\tilde{\delta}}, j = 0, 1, \dots, J \quad (2.29)$$

$$J = \tilde{\delta}^{-1} \log_2(N\delta / s_0) \quad (2.30)$$

όπου το  $s_0$  είναι η μικρότερη παραδεκτή κλίμακα και  $J$  είναι η μεγαλύτερη κλίμακα. Το  $s_0$  πρέπει να επιλεγθεί έτσι ώστε η αντίστοιχη Fourier συχνότητα να είναι  $2\delta$ . Η επιλογή ενός αρκετά μικρού  $\tilde{\delta}$  εξαρτάται από το πλάτος στο φάσμα της wavelet διάστασης. Για το wavelet Morlet η τιμή 0.5 για το  $\tilde{\delta}$  είναι η μέγιστη τιμή η οποία μας δίνει ικανοποιητική δειγματοληψία ενώ για τις υπόλοιπες wavelet συναρτήσεις μπορούν να χρησιμοποιηθούν και μεγαλύτερες τιμές. Οι μικρές τιμές για το  $\tilde{\delta}$  μας

δίνουν καλύτερη ανάλυση. Στην περίπτωση που μελετάμε διαλέξαμε το  $\delta j$  να έχει τιμή ίση με 0.1.

#### **2.1.4.3.6. Cone of influence.**

Όταν έχουμε να κάνουμε με πεπερασμένου μήκους χρονοσειρές, είναι πιθανό να συμβούν λάθη στην αρχή και στο τέλος της απεικόνισης του wavelet φάσματος ισχύος επειδή στον μετασχηματισμό Fourier (2.23) υποθέτουμε ότι τα δεδομένα είναι κυκλικά. Μία λύση είναι να κάνουμε zero-padding στο τέλος της χρονοσειράς πριν εφαρμόσουμε τον wavelet μετασχηματισμό και στο τέλος να τα αφαιρέσουμε. Σε αυτή την μελέτη γίνεται zero-padding στην χρονοσειρά έτσι ώστε το συνολικό μήκος της  $N$  να γίνει ίσο με την επόμενη μεγαλύτερη δύναμη του 2. Αυτό γίνεται και για να περιοριστούν τα edge effects και να γίνεται γρηγορότερα ο μετασχηματισμός Fourier.

Η τεχνική του zero-padding προκαλεί ασυνέχειες στα άκρα και σε μερικές περιπτώσεις μειώνει το πλάτος κοντά στις ακμές αν βάλουμε περισσότερα μηδενικά στην ανάλυση. Ο κώνος επίδρασης (cone of influence) είναι η περιοχή του wavelet φάσματος ισχύος η οποία τα edge effects είναι πολύ σημαντικά. Ορίζεται ως ο e-folding χρόνος της αυτοσυσχέτισης της ισχύος του wavelet σε κάθε κλίμακα. Ο e-folding χρόνος έχει επιλεγθεί έτσι ώστε η ισχύς του wavelet σε κάποια ασυνέχεια να πέφτει κατά παράγοντα  $e^{-2}$  και κάτω από αυτό το σημείο τα edge effects να είναι αμελητέα.

Ο κώνος επίδρασης φαίνεται στα σχήματα 2.22, 2.23 και 2.24. Οι κορυφές πάνω από την περιοχή που ορίζει είναι πιθανό να έχουν υποστεί μείωση του πλάτους τους λόγω του zero-padding. Παρατηρούμε ότι το wavelet Mexican hat έχει μικρότερο κώνο επίδρασης οπότε επηρεάζεται λιγότερο από τα edge effects.

#### **2.1.4.3.7. Η κλίμακα του wavelet και η Fourier συχνότητα.**

Εξετάζοντας τα wavelets στα σχήματα 2.22, 2.23 και 2.24 παρατηρούμε ότι μία κορυφή στο  $\hat{\psi}(s\omega)$  δεν αντιστοιχεί απαραίτητα σε μία συχνότητα  $s^{-1}$ . Σύμφωνα με την μέθοδο του Meyers (1993), η σχέση μεταξύ της Fourier περιόδου και της

κλίμακας του wavelet μπορεί να εξαχθεί από μία wavelet συνάρτηση με αντικατάσταση ενός συνημίτονου γνωστής συχνότητας στον τύπο (2.23) και υπολογισμό της κλίμακας  $s$  στην οποία το φάσμα ισχύος του wavelet φτάνει την μέγιστη τιμή του. Για το wavelet Morlet η κλίμακα του wavelet και η Fourier περίοδος του είναι σχεδόν όμοιες ενώ στο wavelet Mexican hat η Fourier περίοδος είναι τέσσερις φορές μεγαλύτερη από την κλίμακα του wavelet.

#### 2.1.4.3.8. Ανακατασκευή.

Ο wavelet μετασχηματισμός είναι ένα band pass φίλτρο με γνωστή συνάρτηση απόκρισης (την wavelet συνάρτηση). Για αυτό το λόγο είναι εφικτή η ανακατασκευή της αρχικής χρονοσειράς χρησιμοποιώντας την συνέλιξη ή το ανάστροφο φίλτρο. Αυτό είναι δεδομένο για τον ορθογώνιο wavelet μετασχηματισμό (ο οποίος έχει μία ορθογώνια βάση) αλλά κάτι τέτοιο είναι πολύπλοκο για τον συνεχή μετασχηματισμό wavelet λόγω του εύρους του χρόνου και της κλίμακας. Το μεγάλο αυτό εύρος όμως καθιστά εφικτή την ανακατασκευή της χρονοσειράς με τη βοήθεια μίας εντελώς διαφορετικής wavelet συνάρτησης, με απλούστερη μορφή της την συνάρτηση δέλτα (Farge, 1992). Σε αυτή την περίπτωση, η ανακατασκευασμένη χρονοσειρά θα είναι το άθροισμα των πραγματικών μερών του wavelet μετασχηματισμού για κάθε κλίμακα:

$$x_n = \frac{\delta t \delta t^{1/2}}{C_\delta \psi_0(0)} \sum_{j=0}^J \frac{R\{W_n(s_j)\}}{s_j^{1/2}} \quad (2.31)$$

Ο παράγοντας  $\psi_0(0)$  απομακρύνει το energy scaling, ενώ το  $s_j^{1/2}$  μετατρέπει τον wavelet μετασχηματισμό σε πυκνότητα ενέργειας. Ο παράγοντας  $C_\delta$  παράγεται από την ανακατασκευή της συνάρτησης δέλτα από τον wavelet μετασχηματισμό της χρησιμοποιώντας την συνάρτηση  $\psi_0(\eta)$ . Η  $C_\delta$  αποτελεί μία σταθερά για κάθε wavelet συνάρτηση.

Για να υπολογίσουμε την σταθερά  $C_\delta$  από μία wavelet συνάρτηση, πρώτα πρέπει να υποθέσουμε ότι η χρονοσειρά μας με συνάρτηση δέλτα για τη χρονική

στιγμή  $n = 0$  δίνεται από τον τύπο  $x_n = \delta_{n0}$ . Η συγκεκριμένη χρονοσειρά έχει μετασχηματισμό Fourier  $\hat{x}_k = N^{-1}$ , σταθερό για κάθε  $k$ . Αντικαθιστώντας το  $\hat{x}_k$  στον τύπο (2.23), για τη χρονική στιγμή  $n = 0$ , ο wavelet μετασχηματισμός γίνεται:

$$W_\delta(s) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \hat{\psi}^*(s\omega_k) \quad (2.32)$$

Η ανακατασκευή (2.32) μας δίνει:

$$C_\delta = \frac{\delta_j \delta t^{1/2}}{\psi_0(0)} \sum_{j=0}^J \frac{R\{W_n(s_j)\}}{s_j} \quad (2.33)$$

Η  $C_\delta$  είναι ανεξάρτητη από την κλίμακα και σταθερή για κάθε wavelet συνάρτηση.

Η ολική ενέργεια διατηρείται κατά τον wavelet μετασχηματισμό, το αντίστοιχο του θεωρήματος Parseval για την wavelet ανάλυση είναι:

$$\sigma^2 = \frac{\delta_j \delta t}{C_\delta N} \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{j=0}^J \frac{|W_n(s_j)|^2}{s_j} \quad (2.34)$$

όπου  $\sigma^2$  είναι το τετράγωνο της τυπικής απόκλισης. Οι τύποι (2.31) και (2.34) πρέπει να χρησιμοποιούνται στον έλεγχο των ρουτινών wavelet για ακρίβεια και στην εξασφάλιση της επιλογής αρκετά μικρών τιμών για τα  $s_0$  και  $\delta_j$ .

#### 2.1.4.3.9. Το Fourier φάσμα κόκκινου θορύβου.

Πολλές χρονοσειρές μπορούν να μοντελοποιηθούν ως λευκός ή κόκκινος θόρυβος. Ένα μοντέλο για τον κόκκινο θόρυβο είναι η διαδικασία lag-1 αυτοπαλινδρόμησης [AR(1) ή Markov]:

$$x_n = ax_{n-1} + z_n \quad (2.35)$$

όπου το  $a$  είναι η αυτοσυσχέτιση και τα  $x_0 = 0$  και  $z_n$  είναι προϊόντα του Gaussian λευκού θορύβου. Σύμφωνα με τις μελέτες του Gilman (1963), το διακριτό Fourier φάσμα ισχύος μετά την κανονικοποίηση γίνεται:

$$P_k = \frac{1 - a^2}{1 + a^2 - 2a \cos(2\pi k / N)} \quad (2.36)$$

όπου  $k = 0, 1, \dots, N/2$  είναι ο πίνακας των συχνοτήτων. Αν επιλέξουμε την σωστή αυτοσυσχέτιση τότε μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τον τύπο (2.36) για να μοντελοποιήσουμε το φάσμα κόκκινου θορύβου. Όταν  $a = 0$ , ο τύπος (2.36) μας δίνει το φάσμα λευκού θορύβου.

#### **2.1.4.3.10. Το wavelet φάσμα κόκκινου θορύβου.**

Ο wavelet μετασχηματισμός είναι μία σειρά από band pass φίλτρα μίας χρονοσειράς. Αν η χρονοσειρά μας μπορεί να μοντελοποιηθεί σαν lag-1 AR διαδικασία, τότε το local wavelet power spectrum, το οποίο ορίζεται σαν μία κάθετη τομή στο Σχήμα 2.22, δίνεται από τον τύπο (2.36). Κατά μέσο όρο το local wavelet power spectrum είναι όμοιο με το Fourier φάσμα ισχύος που δίδεται από τον τύπο (2.36). Μία τυχαία κάθετη τομή στο Σχήμα 2.22 πρέπει να έχει φάσμα που δίδεται από τον τύπο (2.36). Ο μέσος όρος όλων των local wavelet power spectrum προσεγγίζει το Fourier φάσμα της χρονοσειράς.

#### **2.1.4.3.11. Significance levels.**

Μία βασική υπόθεση για το wavelet φάσμα ισχύος είναι η εξής: Υποθέτουμε ότι η χρονοσειρά που εξετάζουμε έχει ένα μέσο φάσμα ισχύος που δίνεται από τον τύπο (2.26). Αν η κορυφή στο wavelet φάσμα ισχύος είναι αρκετά πιο κάτω από αυτό το background φάσμα τότε αποτελεί ένα πραγματικό χαρακτηριστικό με ένα σημαντικό ποσοστό βεβαιότητας. Έτσι «το 95% του confidence level» σημαίνει ότι

συγκρίνουμε ως προς το background ενώ όταν λέμε «το 95% του confidence interval» σημαίνει ότι συγκρίνουμε ως προς μία δεδομένη τιμή.

Το κανονικοποιημένο Fourier φάσμα ισχύος δίδεται από τον τύπο  $N|\hat{x}_k|^2 / 2\sigma^2$ , όπου  $N$  είναι ο αριθμός των σημείων, το  $\hat{x}_k$  δίδεται από τον τύπο (2.22) και το  $\sigma^2$  είναι το τετράγωνο της τυπικής απόκλισης της χρονοσειράς μας. Αν το  $x_k$  είναι μία κανονικά κατανεμημένη τυχαία μεταβλητή, τότε το μιγαδικό και το πραγματικό μέρος του  $\hat{x}_k$  θα είναι κανονικά κατανεμημένα επίσης (Chatfield 1989). Εφόσον το τετράγωνο της κανονικά κατανεμημένης μεταβλητής είναι κατανεμημένο κατά chi-square με ένα βαθμό ελευθερίας, τότε και το  $|\hat{x}_k|^2$  θα είναι κατανεμημένο κατά chi-square με δύο βαθμούς ελευθερίας και θα συμβολίζεται με  $\chi_2^2$  (Jenkins και Watts 1968). Για να υπολογιστεί το 95% confidence level, πρέπει να πολλαπλασιαστεί το background φάσμα με την 95<sup>η</sup> τιμή για το  $\chi_2^2$  (Gilman 1963).

Στα προηγούμενα είχε δειχθεί ότι το local wavelet power spectrum προσεγγίζει το μέσο Fourier power spectrum. Αν τα αρχικά στοιχεία του Fourier είναι κανονικά κατανεμημένα τότε και οι συντελεστές του wavelet θα πρέπει να είναι επίσης κανονικά κατανεμημένοι. Αφού αυτό ισχύει, τότε το wavelet φάσμα ισχύος,  $|W_n(s)|^2$ , θα πρέπει να είναι κατανεμημένο κατά  $\chi_2^2$ . Για κάθε σημείο  $(n,s)$  στο σχήμα 2.22, χρησιμοποιώντας μία διαδικασία κόκκινου θορύβου, η κατανομή θα είναι  $\chi_2^2$ . Για έναν wavelet μετασχηματισμό που χρησιμοποιεί συναρτήσεις με πραγματικές τιμές, όπως είναι το Mexican hat στο σχήμα 2.23, επειδή υπάρχει ένας βαθμός ελευθερίας για κάθε σημείο, η κατανομή θα είναι κατά  $\chi_1^2$ .

Περίληπτικά, χρησιμοποιώντας ένα mean background spectrum, όπως ο κόκκινος θόρυβος (2.36), η κατανομή για το Fourier φάσμα ισχύος θα είναι:

$$\frac{N|\hat{x}_k|^2}{2\sigma^2} \Rightarrow \frac{1}{2} P_k \chi_2^2 \quad (2.37)$$

για κάθε συχνότητα. Το βέλος σημαίνει ότι «είναι κατανεμημένο κατά...». Η αντίστοιχη κατανομή για το local power spectrum είναι

$$\frac{|W_n(s)|^2}{\sigma^2} \Rightarrow \frac{1}{2} P_k \chi_2^2 \quad (2.38)$$

για κάθε χρονική στιγμή  $n$  και κλίμακα  $s$ . Ο παράγοντας  $1/2$  απομακρύνει τον παράγοντα του βαθμού ελευθερίας από την  $\chi^2$  κατανομή. Για τα πραγματικά wavelet η κατανομή θα είναι  $P_k \chi_1^2$ . Η τιμή του  $P_k$  στον τύπο (3.39) είναι το μέσο φάσμα σε μία Fourier συχνότητα που αντιστοιχεί σε μία wavelet κλίμακα  $s$ . Εκτός από τη σχέση μεταξύ των  $k$  και  $s$ , ο τύπος (3.39) είναι ανεξάρτητος από την wavelet συνάρτηση. Αφού βρούμε το κατάλληλο background φάσμα και διαλέξουμε το βαθμό εμπιστοσύνης για το  $\chi^2$  όπως είναι το 95%, μπορούμε να υπολογίσουμε τον τύπο (3.39) για κάθε κλίμακα και να κατασκευάσουμε τη γραφική παράσταση του 95% του βαθμού εμπιστοσύνης.

Εντός του κώνου επίδρασης (cone of influence), η κατανομή είναι επίσης  $\chi^2$ , αλλά αν στην χρονοσειρά έχει γίνει zero-padding, τότε το μέσο φάσμα μειώνεται κατά παράγοντα  $(1 - \frac{1}{2} e^{-1t/\tau_s})$  όπου το  $\tau_s$  δίνεται από τον Πίνακα 2.2 και το  $t$  είναι η απόσταση (σε χρόνο) από την αρχή ή το τέλος του wavelet φάσματος ισχύος.

#### 2.1.4.3.12. Confidence interval.

Το διάστημα εμπιστοσύνης (confidence interval) ορίζεται ως η πιθανότητα η πραγματική ισχύς του wavelet σε μία δεδομένη στιγμή και κλίμακα να βρίσκεται μεταξύ ενός διαστήματος γύρω από την εκτιμώμενη wavelet ισχύ. Επαναδιατυπώνοντας τον τύπο (2.38) έχουμε:

$$\frac{|W_n(s)|^2}{\sigma^2 P_k} \Rightarrow \frac{\chi_2^2}{2} \quad (2.39)$$

και αντικαθιστούμε την θεωρητική wavelet ισχύ  $\sigma^2 P_k$  με την πραγματική wavelet ισχύ που ορίζεται με  $W_n^2(s)$ . Το confidence διάστημα για το  $W_n^2(s)$  είναι:

$$\frac{2}{\chi^2_2(p/2)} |W_n(s)|^2 \leq W_n^2(s) \leq \frac{2}{\chi^2_2(1-p/2)} |W_n(s)|^2 \quad (2.40)$$

όπου  $p$  είναι η significance ( $p = 0.05$  για το 95% confidence interval) και το  $\chi^2_2(p/2)$  αντιπροσωπεύει την τιμή του  $\chi^2$  για  $p/2$ . Για όλες τις πραγματικές συναρτήσεις wavelet, το δεξί μέρος του τύπου (2.40) γίνεται  $\chi^2_1$  και το 2 δεν υπάρχει στον αριθμητή του τύπου (2.41). Χρησιμοποιώντας τον τύπο (2.41) μπορούμε να βρούμε τα confidence intervals για τις κορυφές στο wavelet φάσμα ισχύος και να τις συγκρίνουμε είτε μεταξύ τους είτε με το mean background.

## 2.2. Σκοπός της εργασίας.

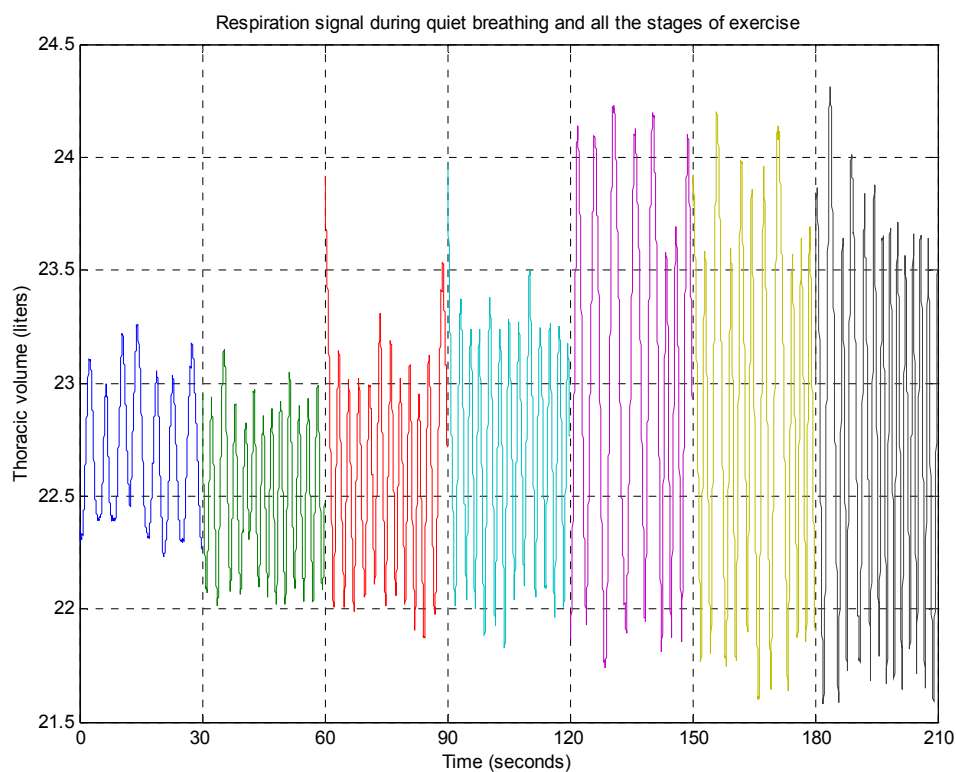
Ο σκοπός της συγκεκριμένης διπλωματικής εργασίας είναι η μη-γραμμική δυναμική ανάλυση της μεταβολής του θωρακικού όγκου. Η μη-γραμμική ανάλυση επιλέξαμε να στηρίζεται στην εξαγωγή χαρακτηριστικών που περιγράψαμε στο εν λόγω κεφάλαιο έτσι ώστε να δοθεί μια σφαιρική περιγραφή των σημάτων. Στόχος της εργασίας είναι επίσης και μία ποσοτική εκτίμηση των ιδιοτήτων του πνεύμονα εκτός από την ποιοτική για την οποία έχουμε ήδη πολλές πληροφορίες.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3<sup>ο</sup>. ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΩΝ ΣΗΜΑΤΩΝ ΚΑΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΩΝ ΠΑΡΑΜΕΤΡΩΝ.

### 3.1. Περιγραφή εξεταζομένων και σημάτων θωρακικού όγκου.

Τα αναπνευστικά σήματα που μελετήθηκαν προέρχονται από 7 υγιείς άνδρες αθλητές ηλικίας 20-25 ετών. Οι μετρήσεις πραγματοποιήθηκαν στο ερευνητικό κέντρο «ΘΩΡΑΞ» στην Αθήνα με χρήση οπτοηλεκτρονικής πληθυσμογραφίας.

Τα σήματα που αναλύθηκαν προέρχονται από καταγραφές του θωρακικού όγκου με την αναπνοή σε ηρεμία και σε αυξανόμενα επίπεδα άσκησης. Τα σήματα αντιπροσωπεύουν περίπου 30 δευτερόλεπτα καταγραφής με συχνότητα λήψης 60Hz. Το Σχήμα 3.1 δείχνει ένα παράδειγμα σημάτων θωρακικού όγκου για ηρεμία και διαφορετικά επίπεδα άσκησης.



Σχήμα 3.1. Παράδειγμα μεταβολής θωρακικού όγκου με την αναπνοή σε ηρεμία (quiet breathing) και σε αυξανόμενο επίπεδο άσκησης.

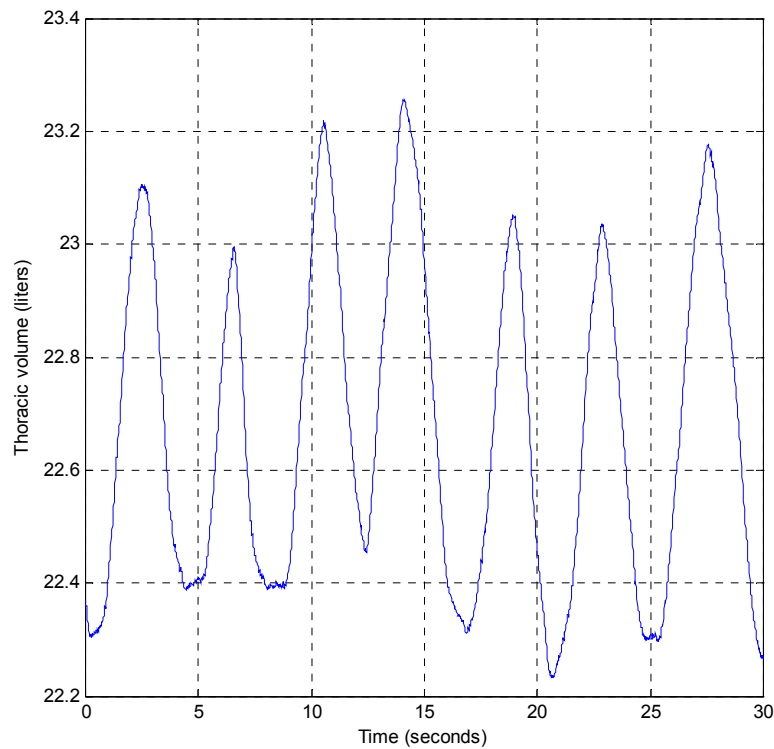
Όπως φαίνεται από το Σχήμα 3.1, ο θωρακικός όγκος μεταβάλλεται περιοδικά με την αναπνοή. Οι κορυφές του σήματος, που αντιστοιχούν σε μέγιστες τιμές του θωρακικού όγκου, παρατηρούνται κατά την εισπνοή, ενώ οι κοιλάδες παρατηρούνται κατά την εκπνοή. Οι μεταβολές του θωρακικού όγκου κατά την αναπνοή οφείλονται κυρίως στην περιοδική εισαγωγή και εξαγωγή αέρα από τους πνεύμονες και συνεπώς σχετίζονται με τις μεταβολές του πνευμονικού όγκου. Για το λόγο αυτό, οι μετρήσεις αυτές μπορούν να χρησιμοποιηθούν για τη μελέτη των ελαστικών ιδιοτήτων των πνευμόνων. Παρατηρούμε ακόμη ότι, καθώς αυξάνεται η ένταση της άσκησης αυξάνεται το πλάτος του σήματος, δηλ. ο όγκος του αέρα που διακινείται στους πνεύμονες. Αυτό είναι αναμενόμενο, δεδομένου ότι αυξανόμενη της δυσκολίας της άσκησης, αυξάνονται οι ανάγκες των ιστών για οξυγόνο.

## **3.2. Μέθοδοι εξαγωγής χαρακτηριστικών από σήματα θωρακικού όγκου.**

### **3.2.1. Υπολογισμός κλασματικής διάστασης (fractal dimension).**

Για τον υπολογισμό της κλασματικής διάστασης των σημάτων χρησιμοποιούμε τη μέθοδο box counting. Αναλυτικά παραθέτουμε τα βήματα που ακολουθήσαμε για τον υπολογισμό της .

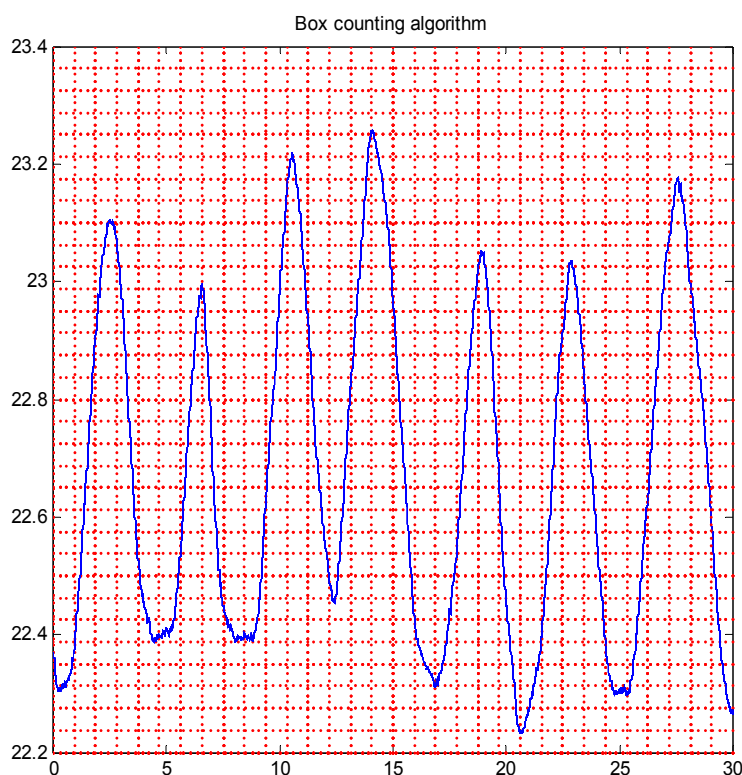
Αρχικά επιλέγουμε το σήμα για το οποίο θέλουμε να υπολογίσουμε την κλασματική διάσταση. Έστω ότι πρόκειται για το σήμα ενός εξεταζόμενου στην κατάσταση ηρεμίας (quiet breathing), πριν δηλαδή υποβληθεί σε άσκηση (Σχήμα 3.2).



Σχήμα 3.2. Το αναπνευστικό σήμα ενός εξεταζόμενου κατά την ηρεμία στο οποίο θα εφαρμόσουμε τη μέθοδο box-counting.

Στο παραπάνω σχήμα εφαρμόζουμε ένα πλέγμα (grid) με τη βοήθεια του οποίου καταμετρώνται οι κύβοι που καταλαμβάνει το σήμα. Το μέγεθος των κύβων του πλέγματος καθορίζεται από τον χρήστη. Θεωρούμε ότι η πλευρά κάθε κύβου έχει μήκος  $(1/2^n)$ . Όταν το  $n$  θα είναι 0 τότε το πλέγμα θα αποτελείται από 1 κύβο το οποίο θα περιβάλλει όλο το σήμα. Όταν το  $n$  θα είναι 1 το πλέγμα θα αποτελείται από 4 κύβους, όταν θα είναι 2 θα αποτελείται από 16, όταν θα είναι 3 από 64 κ.ο.κ. Γενικά στο τετράγωνο στο οποίο περιέχεται το σήμα, υποδιαιρούμε την πλευρά του σε  $2^n$  επιμέρους τμήματα άρα ο αριθμός των τετραγώνων που θα αποτελούν το πλέγμα θα δίνεται από το γενικό τύπο  $2^n \times 2^n$ . Θεωρούμε τον άξονα του  $x$  από 0 έως 30 sec ότι έχει μήκος 1 και τον άξονα του  $y$  ότι η μέγιστη τιμή του άξονα μείον την ελάχιστη τιμή του ισούται με μία σταθερά  $c$ , έτσι ώστε η κλίμακα όλων των σημάτων για κάθε ασθενή να είναι η ίδια και να μην υπάρχουν σφάλματα τέτοιου τύπου από μέτρηση σε μέτρηση. Επίσης θέτουμε τους άξονες να έχουν το ίδιο μήκος οπότε το διάγραμμα θα βρίσκεται μέσα σε τετράγωνο.

Το Σχήμα 3.3 δείχνει το αρχικό σήμα και ένα πλέγμα 32x32 εφαρμοσμένο σε αυτό.



Σχήμα 3.3. Αρχικό σήμα με εφαρμογή πλέγματος μεγέθους 32x32.

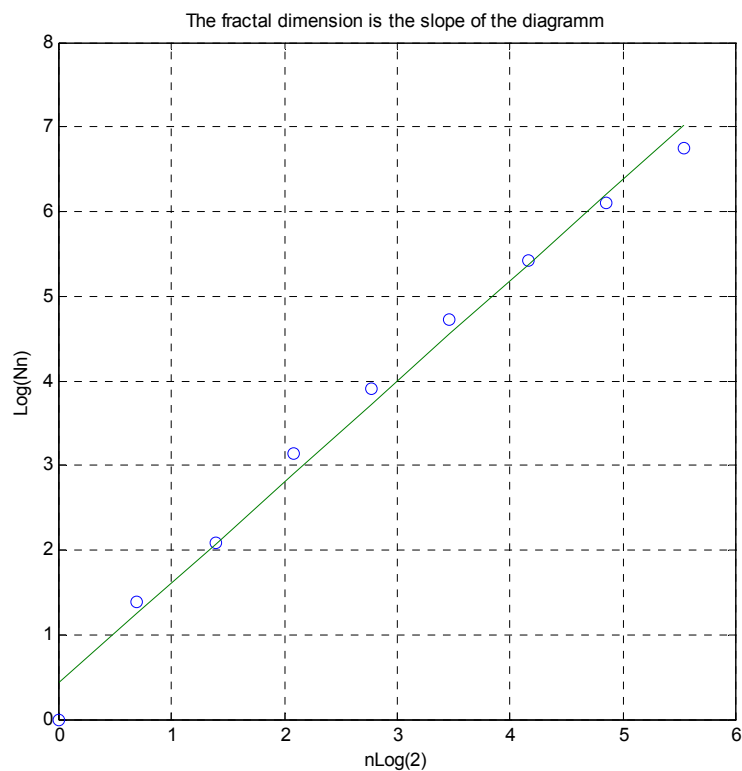
Η επιλογή του  $n$  βασίζεται στα ακόλουθα: όσο το πλέγμα γίνεται πιο πυκνό, από ένα σημείο και μετά η κλασματική δεν αλλάζει αισθητά σε σχέση με τον ρυθμό μεταβολής της όταν το  $n$  είχε μικρές τιμές. Εμείς επιλέγουμε το  $n$  ίσο με 8 ούτως ώστε να έχουμε ένα πλέγμα που θα αποτελείται από  $256 \times 256 = 65536$  κύβους, γεγονός που θα δώσει μεγαλύτερη ακρίβεια στην τιμή της κλασματικής διάστασης και δε θα επιβαρύνει την ταχύτητα της εφαρμογής. Η προσέγγιση αυτή δεν επηρεάζει τη σύγκριση των σημάτων γιατί η κλασματική διάσταση υπολογίζεται αφού τα σήματα έρθουν στην ίδια κλίμακα, οπότε η μέτρηση για κάθε σήμα δε γίνεται με διαφορετικά κριτήρια.

Τα δεδομένα που έχουμε εξάγει και θα βοηθήσουν στον υπολογισμό της κλασματικής διάστασης είναι τα εξής :

### 3.1. Πίνακας δεδομένων για τον υπολογισμό της κλασματικής διάστασης.

n	$N_n(A)$	$\ln N_n(A)$	$n \ln 2$
0	1	0	0
1	4	1.39	0.69
2	8	2.08	1.38
3	23	3.14	2.08
4	50	3.91	2.77
5	113	4.73	3.46
6	228	5.43	4.16
7	448	6.10	4.85
8	860	6.76	5.55

Με βάση αυτά τα στοιχεία κατασκευάζουμε το διάγραμμα του λογαρίθμου του αριθμού τετραγώνων που καταλαμβάνει το σήμα ως προς το λογάριθμο του μήκους της πλευράς του τετραγώνου. Η κλασματική διάσταση ισούται με την κλίση της ευθείας γραμμής που παρεμβάλλεται μεταξύ των σημείων (Σχήμα 3.4).



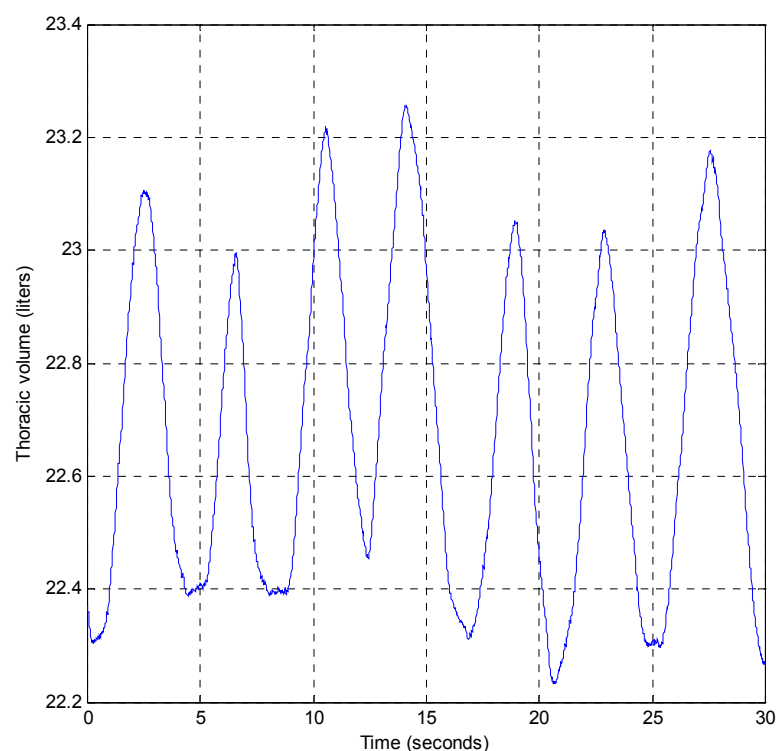
Σχήμα 3.4. Η γραφική παράσταση του  $\log(N_n)$  προς το  $n \log(2)$ . Η κλίση της ευθείας που παριστάνεται στο παραπάνω διάγραμμα, θα μας δώσει την κλασματική διάσταση του αναπνευστικού σήματος που απεικονίζεται στο σχήμα 3.2.

Σε αυτό το παράδειγμα η κλίση της ευθείας είναι 1.2160 και αυτή είναι η τιμή της κλασματικής διάστασης του σήματος.

### 3.2.2. Υπολογισμός της approximate και sample entropy.

Για τον υπολογισμό της approximate entropy ακολουθούμε τον αλγόριθμο που εξηγήσαμε διεξοδικά στη σχετική ενότητα. Η λειτουργία του υπολογισμού που ακολουθήσαμε φαίνεται στην πράξη από το παρακάτω παράδειγμα :

Έχουμε το παρακάτω σήμα:



Σχήμα 3.5. Γραφική παράσταση του αναπνευστικού σήματος του όγκου του θώρακα προς τον χρόνο ενός εξεταζόμενου στην κατάσταση ηρεμίας.

Στο αναπνευστικό σήμα ενός εξεταζόμενου, τα 30 δευτερόλεπτα που εξετάζουμε αποτελούνται από 1801 χρονικές στιγμές, άρα  $N=1801$ , δηλαδή η ακολουθία  $S_N$  αποτελείται από 1801 δείγματα της συνάρτησης που απεικονίσαμε παραπάνω. Η ακολουθία αυτή είναι η εξής:

$$S_N = \{22.3607, 22.3591, 22.3501, 22.3428, 22.3350, 22.3280, \dots, 22.2657\}$$

Διαλέγουμε  $m=2$  διότι η επιλογή αυτή απλοποιεί τους υπολογισμούς για το συγκεκριμένο παράδειγμα αλλά μπορούμε να πάρουμε παρόμοια αποτελέσματα στις τιμές της approximate entropy και για άλλες κοντινές τιμές του  $m$ . Το  $r$  το επιλέγουμε να είναι ίσο με το 20% της τυπικής απόκλισης άλλα όπως και για το  $m$  μπορεί να παίρνει και άλλες τιμές χωρίς να επηρεάζει ιδιαίτερα τα αποτελέσματα. Στη συνέχεια θα εξηγήσουμε γιατί είναι βέλτιστες οι συγκεκριμένες τιμές των  $m$  και  $r$  που επιλέγουμε για το πρόβλημα που εξετάζουμε. Διαλέγοντας λοιπόν  $m=2$  έχουμε:

$$\begin{aligned} p_2(1) &= \{22.3607, 22.3591\} \\ p_2(2) &= \{22.3591, 22.3501\} \\ p_2(3) &= \{22.3501, 22.3428\} \\ &\dots \end{aligned}$$

Ο υπολογισμός αρχίζει με το εξής ερώτημα: πόσα από τα  $p_2(i)$  είναι όμοια με το  $p_2(1)$ . Εφόσον έχουμε επιλέξει  $r=0.2 \cdot (\text{τυπική απόκλιση})$  σαν κριτήριο ομοιότητας, πρέπει κάθε ένα από τα δύο στοιχεία του  $p_2(i)$  να έχει διαφορά  $\pm 0.2 \cdot (\text{τυπική απόκλιση})$  μονάδες από το αντίστοιχο στοιχείο του διανύσματος  $p_2(1)$ . Πάντα συγκρίνουμε το πρώτο με το πρώτο στοιχείο και το δεύτερο με το δεύτερο στοιχείο του κάθε πίνακα. Η τυπική απόκλιση για το συγκεκριμένο σήμα είναι 0.2875 οπότε το κριτήριο ομοιότητας  $r$  είναι  $0.2 \cdot 0.2875 = 0.0575$ . Για παράδειγμα το  $p_2(2)$  θεωρείται όμοιο με το  $p_2(1)$  εφόσον τα δύο στοιχεία τους διαφέρουν λιγότερο από 0.0575 μονάδες. Το κριτήριο ομοιότητας ως προς το  $p_2(1)$ , πληρείται για τα διανύσματα  $p_2(2)$ ,  $p_2(3)$ ,  $p_2(4)$ ,  $p_2(5)$ , ..., κ.τ.λ. καθώς και για το ίδιο το  $p_2(1)$ , δηλαδή για 234 από τα  $p_2(i)$ , άρα έχουμε :

$$n_{1,0.0575} = 234$$

Ο συνολικός αριθμός των διανυσμάτων  $p_5(i)$  είναι  $N - m + 1 = 1801 - 2 + 1 = 1801$ , οπότε:

$$C_{1,2} = \frac{234}{1800}$$

Μπορούμε τώρα να επαναλάβουμε τα βήματα της διαδικασίας για να διαπιστώσουμε πόσα από τα  $p_2(i)$  είναι όμοια με το  $p_2(2)$ , το  $p_2(3)$ , κ.ο.κ..

Ομοίως το  $p_5(2)$  είναι όμοιο, σύμφωνα πάντα με το κριτήριο ομοιότητας με τα  $p_2(3)$ ,  $p_2(4)$ ,  $p_2(5)$ , ..., κ.ο.κ οπότε:

$$n_{2,0.0575}(2) = 199$$

Συνολικά από τις  $1800 \times 1800$  συγκρίσεις του κάθε ενός από του  $2 \times 2$  πίνακες  $p$  με τους υπόλοιπους έχουμε 381658 πίνακες που πληρούν το κριτήριο ομοιότητας. Οπότε ισχύει ότι :

$$C_2(r) = \frac{381658}{1800^2} = \frac{381658}{3240000} \approx 0.1178$$

Για να υπολογίσουμε την approximate entropy,  $ApEn(S_N, 2, 0.0575)$ , χρειάζεται να επαναληφθούν οι παραπάνω υπολογισμοί για  $m = 3$ , οπότε έχουμε τους πίνακες:

$$p_3(1) = \{22.3607, 22.3591, 22.3501\}$$

$$p_3(2) = \{22.3591, 22.3501, 22.3428\}$$

$$p_3(3) = \{22.3501, 22.3428, 22.3350\}$$

...

Από την σύγκριση κάθε πίνακα  $p_3(i)$  με τους υπόλοιπους προκύπτει ότι το κριτήριο ομοιότητας πληρείται για 355789 συγκρίσεις. Επίσης ο συνολικός αριθμός των διανυσμάτων  $p_3(i)$  είναι  $N - m + 1 = 1801 - 3 + 1 = 1799$ , οπότε θα έχουμε:

$$C_3(r) = \frac{355789}{1799^2} = \frac{355789}{3236401} \approx 0.1099$$

Για τον υπολογισμό της approximate entropy έχουμε:

$$ApEn(S_N, 0.0575, 2) = \ln \left[ \frac{C_2(0.0575)}{C_3(0.0575)} \right] \approx 0.0691$$

Για τον υπολογισμό της sample entropy ακολουθούμε την ίδια διαδικασία με εξαίρεση ότι δε συμπεριλαμβάνουμε στη σύγκριση με το κριτήριο ομοιότητας το ίδιο το διάνυσμα  $p$  με το οποίο συγκρίνουμε τα υπόλοιπα.

Συνοπτικά, για τον υπολογισμό της approximate entropy στα δεδομένα σήματα αναπνοής ακολουθήσαμε ακριβώς την μέθοδο που περιγράψαμε παραπάνω επιλέγοντας την τιμή της παραμέτρου  $m$  ίση με δύο και την τιμή της παραμέτρου  $r$ , ίση με το 20% της τυπικής απόκλισης (standard deviation) των δεδομένων. Αυτό επιλέχθηκε διότι σύμφωνα με διάφορες μελέτες παρουσιάζεται καλύτερη στατιστική ακρίβεια. Με υψηλές τιμές του  $r$ , χάνεται πληροφορία του συστήματος γεγονός που κάνει τη χρονοσειρά να παρουσιάζει μία παραπλανητική κανονικότητα. Αντίθετα, οι χαμηλές τιμές του  $r$  δεν κρατάνε σε ελάχιστα επίπεδα την επίδραση του θορύβου στο σήμα μας.

Το διάνυσμα που περιέχει τα δεδομένα περιλαμβάνει 1801 στοιχεία. Οπότε δημιουργούμε  $N - m + 1$  διανύσματα, άρα  $1801 - 2 + 1 = 1800$  διανύσματα  $p_2(i)$  και υπολογίζουμε για ποια  $p_2(i)$  ικανοποιείται το κριτήριο ομοιότητας για το  $p_2(1)$ , για το  $p_2(2)$ , κ.ο.κ.. Έτσι υπολογίζουμε την τιμή  $C_2$ . Για τον υπολογισμό της approximate entropy προχωράμε στην επανάληψη όλων των βημάτων της διαδικασίας αυξάνοντας την παράμετρο  $m$  κατά ένα, οπότε  $m = 3$ . Έτσι δημιουργούνται  $N - m + 1$  διανύσματα, δηλαδή 1799 διανύσματα μήκους τρία. Στη συνέχεια υπολογίζουμε για ποια  $p_3(i)$  ικανοποιείται η συνθήκη ομοιότητας  $r$  για τα  $p_3(1)$ ,  $p_3(2)$ , κ.ο.κ.. Με βάση τα προηγούμενα, υπολογίζουμε την τιμή  $C_3$ . Τελικά για κάθε σήμα υπολογίζουμε την approximate entropy με βάση τον τύπο:

$$ApEn(S_N, 0.2 \cdot \text{standard deviation}, 2) = \ln \left[ \frac{C_2}{C_3} \right]$$

Παρομοίως για τον υπολογισμό των τιμών της sample entropy των σημάτων, με μόνη διαφορά ότι στους υπολογισμούς δεν συμπεριλαμβάνονται συγκρίσεις του διανύσματος  $p$  με το οποίο συγκρίνουμε τα υπόλοιπα για το κριτήριο ομοιότητας, με τον εαυτό του.

### **3.2.3. Υπολογισμός του συντελεστή μεταβλητότητας (coefficient of variation).**

Ο υπολογισμός του συντελεστή μεταβλητότητας πραγματοποιείται όπως έχει περιγραφεί στην ενότητα 2.1.3.

### **3.2.4. Υπολογισμός της συχνότητας των σημάτων για την οποία η ενέργεια του wavelet φάσματος ισχύος είναι μέγιστη.**

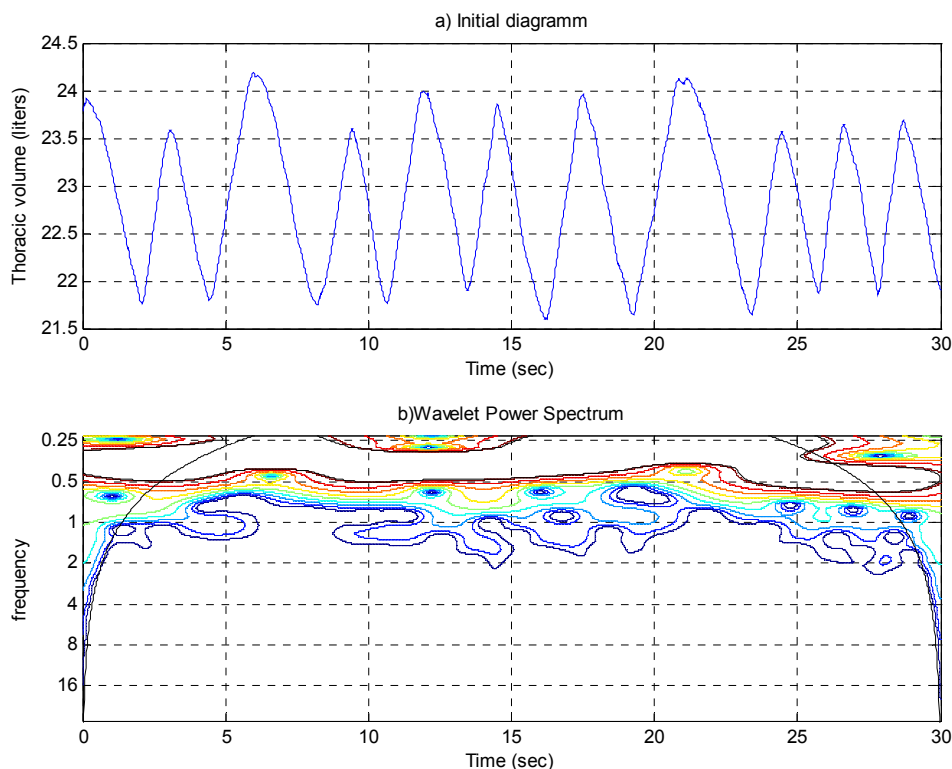
Στη συνέχεια θα κάνουμε μία σύντομη περιγραφή της διαδικασίας που ακολουθήθηκε για τον υπολογισμό του wavelet power spectrum από το οποίο εξάγουμε τις τιμές της συχνότητας. Τα βήματα που ακολουθήθηκαν στην wavelet ανάλυση είναι τα παρακάτω:

- 1) Βρίσκουμε τον μετασχηματισμό Fourier της χρονοσειράς, αφού κάνουμε zero-padding.
- 2) Διαλέγουμε μία συνάρτηση wavelet και επιλέγουμε τις μεταβλητές και τις κλίμακες για την ανάλυση.
- 3) Για κάθε κλίμακα, κατασκευάζουμε την κανονικοποιημένη wavelet συνάρτηση χρησιμοποιώντας τον τύπο (2.21).
- 4) Βρίσκουμε τον wavelet μετασχηματισμό για κάθε κλίμακα χρησιμοποιώντας τον τύπο (2.23)

- 5) Ορίζουμε τον κώνο επίδρασης και το μήκος κύματος του Fourier για την συγκεκριμένη κλίμακα.
- 6) Αφού επαναλάβουμε τα βήματα 3 – 5 για όλες τις κλίμακες, απομακρύνουμε τα μηδενικά και απεικονίζουμε το wavelet power spectrum.

Αφού ακολουθήσαμε την παραπάνω διαδικασία την οποία περιγράψαμε θεωρητικά, υπολογίσαμε για κάθε εξεταζόμενο σε κάθε στάδιο της άσκησης την συχνότητα για την οποία η ισχύς παρουσιάζει την μέγιστη τιμή στο wavelet φάσμα ισχύος. Έχουμε χρησιμοποιήσει το wavelet Morlet (σχήμα 2.22) για τον υπολογισμό της συχνότητας. Σύμφωνα με την εφαρμογή την οποία χρησιμοποιούμε για να υπολογίσουμε τις τιμές των συχνοτήτων, η επιλογή της συνάρτησης wavelet που θα χρησιμοποιήσουμε (Morlet, DOG, Paul) δεν έχει ιδιαίτερη διαφορά στα αποτελέσματα των συχνοτήτων που θα πάρουμε.

Παρακάτω παραθέτουμε το wavelet φάσμα ισχύος για έναν εξεταζόμενο για να εξηγήσουμε ενδεικτικά το φάσμα σε σχέση με το αναπνευστικό του σήμα:



Σχήμα 3.6. Αναπνευστικό σήμα και wavelet φάσμα ισχύος για έναν εξεταζόμενο.

Στα σχήματα των wavelet φασμάτων ισχύος τα σημεία για τα οποία έχουμε μεγάλη ισχύ παριστάνονται με κοκκινωπά χρώματα ενώ όσο η ισχύς γίνεται μικρότερη τα χρώματα αρχίζουν και πλησιάζουν το σκούρο μπλε όπως παρατηρούμε και στο Σχήμα 3.6. Η απότομη μεταβολή στην αναπνοή παριστάνεται με βαθύ κόκκινο χρώμα. Το wavelet φάσμα ισχύος είναι ουσιαστικά ένα διάγραμμα τριών διαστάσεων: του χρόνου στον x άξονα, της συχνότητας στον y άξονα και της ισχύος στον z άξονα. Για κάθε χρονική στιγμή αντιστοιχεί ένα πλήθος συχνοτήτων. Στη συγκεκριμένη εφαρμογή υπολογίζεται η μέγιστη τιμή της συχνότητας για κάθε χρονική στιγμή και στη συνέχεια υπολογίζεται ο μέσος όρος αυτών των συχνοτήτων για κάθε wavelet φάσμα ισχύος που προκύπτει από τα αναπνευστικά σήματα.

Η συχνότητα στην οποία η ισχύς του wavelet φάσματος είναι μέγιστη αποτελεί μία σημαντική παράμετρο για την μελέτη των σημάτων μας γιατί σχετίζεται άμεσα με τις μεταβολές στην αναπνοή κατά τη διάρκεια της άσκησης, δηλαδή στο wavelet φάσμα ισχύος απεικονίζεται πολύ παραστατικά η έντονη αναπνευστική δραστηριότητα.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4<sup>Ο</sup>. ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ.

### 4.1. Εξαγωγή χαρακτηριστικών από σήματα μεταβολής του θωρακικού όγκου κατά την αναπνοή.

Σε αυτή την ενότητα παρουσιάζονται τα αποτελέσματα εξαγωγής χαρακτηριστικών από τα σήματα μεταβολής του θωρακικού όγκου κατά την αναπνοή. Τα χαρακτηριστικά που εκτιμήθηκαν για τα σήματα περιλαμβάνουν την κλασματική διάσταση (fractal dimension), την approximate και sample entropy, το συντελεστή μεταβλητότητας (coefficient of variation) και τη συχνότητα για την οποία έχουμε μέγιστη ισχύ.

#### 4.1.1. Κλασματική διάσταση (fractal dimension).

Στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζονται οι τιμές της κλασματικής διάστασης, που έχει υπολογιστεί με τον αλγόριθμο box-counting, για κάθε εξεταζόμενο και για κάθε επίπεδο άσκησης.

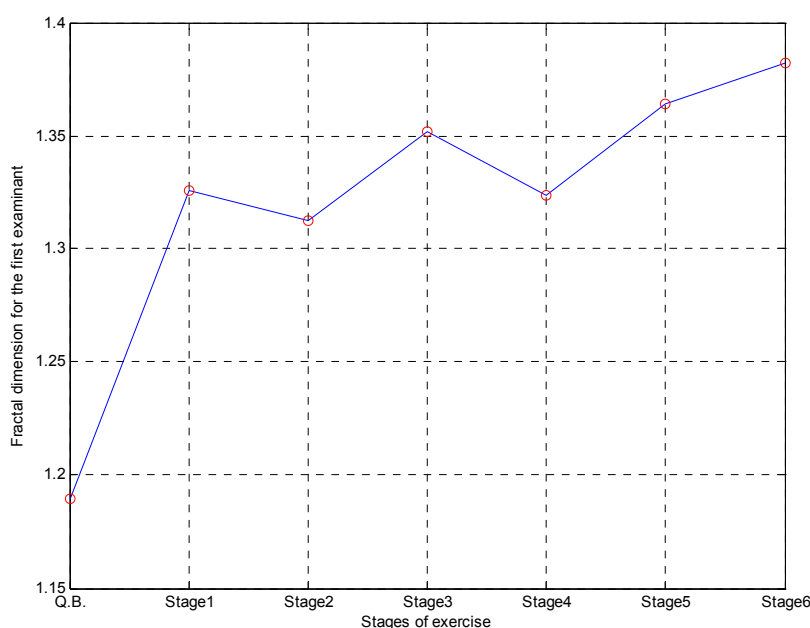
Πίνακας 4.1. Τιμές της κλασματικής διάστασης (fractal dimension) για κάθε εξεταζόμενο σε διαφορετικά επίπεδα άσκησης.

	Εξεταζόμενος 1	Εξεταζόμενος 2	Εξεταζόμενος 3	Εξεταζόμενος 4	Εξεταζόμενος 5	Εξεταζόμενος 6	Εξεταζόμενος 7
κατάσταση ηρεμίας	1,216	1,2418	1,2469	1,1554	1,2515	1,2478	
στάδιο 1	1,3264	1,3278	1,2692	1,2274	1,2488	1,3076	1,1974
στάδιο 2	1,3367	1,3481	1,2774	1,2949	1,3045	1,3646	1,2639
στάδιο 3	1,3661	1,3713	1,3731	1,3491	1,3322	1,3222	1,3228
στάδιο 4	1,3377	1,4047	1,3778	1,3815	1,3707	1,3572	1,3587
στάδιο 5	1,3712	1,4098	1,4013	1,4072	1,4006		1,391
στάδιο 6	1,385	1,4167	1,4167	1,4329			1,4153

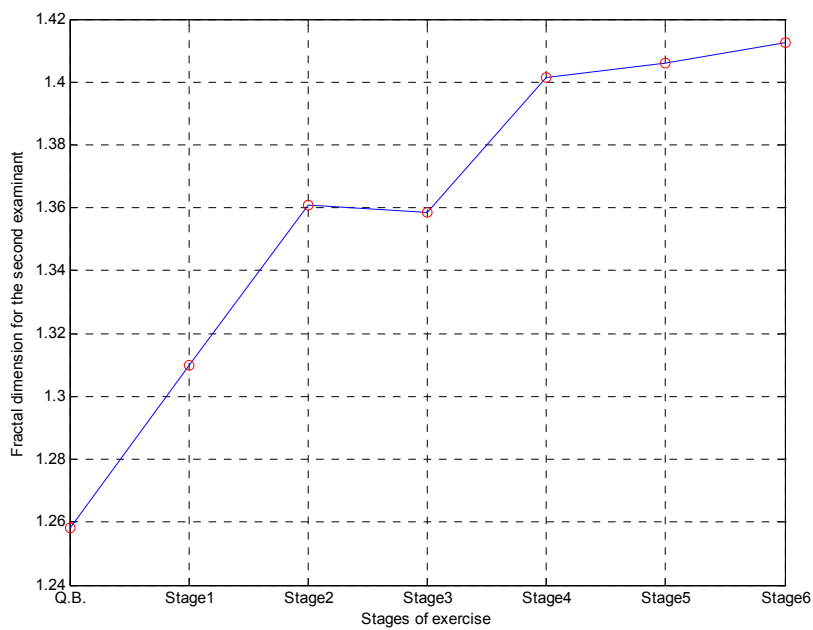
Παρατηρούμε πώς στον πίνακα λείπουν κάποιες τιμές. Αυτό συμβαίνει γιατί δεν υπήρχε μέτρηση για τους συγκεκριμένους εξεταζόμενους στα συγκεκριμένα επίπεδα της άσκησης, παραδείγματος χάριν για τον πέμπτο εξεταζόμενο στο τελευταίο στάδιο της άσκησης, για τον έκτο εξεταζόμενο στο πέμπτο και έκτο στάδιο της άσκησης και για τον έβδομο εξεταζόμενο για το πρώτο στάδιο της άσκησης.

Ένας πιθανός λόγος για τον οποίο λείπουν οι συγκεκριμένες μετρήσεις είναι το γεγονός ότι οι αισθητήρες που προσαρμόζονται στον εξεταζόμενο στην μέθοδο της οπτοηλεκτρονικής πληθυσμογραφίας μπορεί να μην εφάπτονται καλά ώστε να μας δώσουν μέτρηση. Αυτό είναι πιο συχνό όταν ο εξεταζόμενος ιδρώσει από την άσκηση στην οποία υποβάλλεται και έτσι γίνεται δυσκολότερη η επαφή του αισθητήρα.

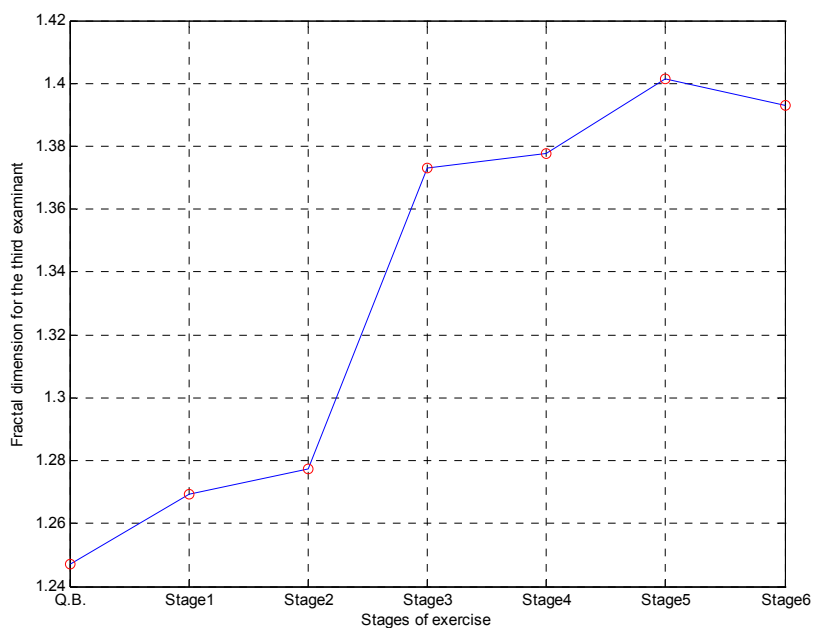
Οι γραφικές παραστάσεις της fractal διάστασης στα διαφορετικά στάδια άσκησης δίδονται παρακάτω για κάθε εξεταζόμενο χωριστά:



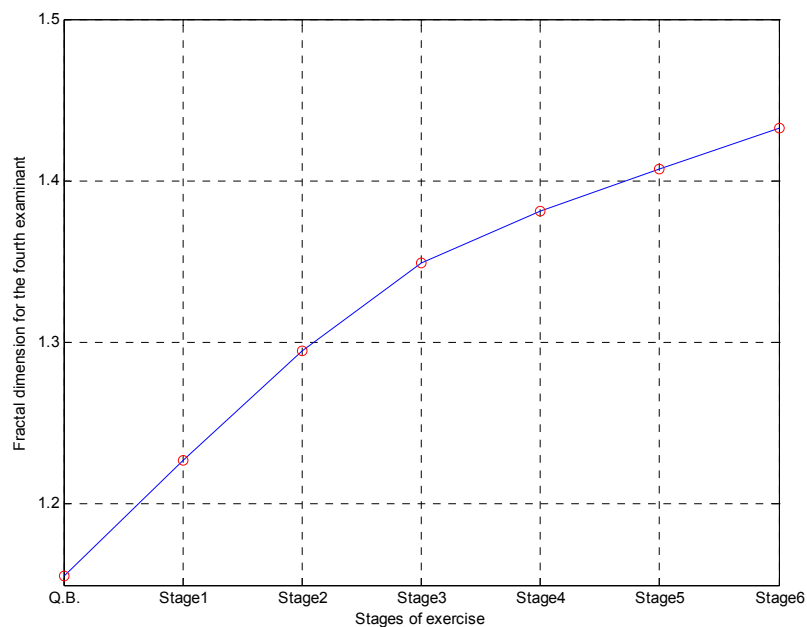
Σχήμα 4.1. Γραφική παράσταση της fractal διάστασης ανά στάδιο άσκησης για τον πρώτο εξεταζόμενο.



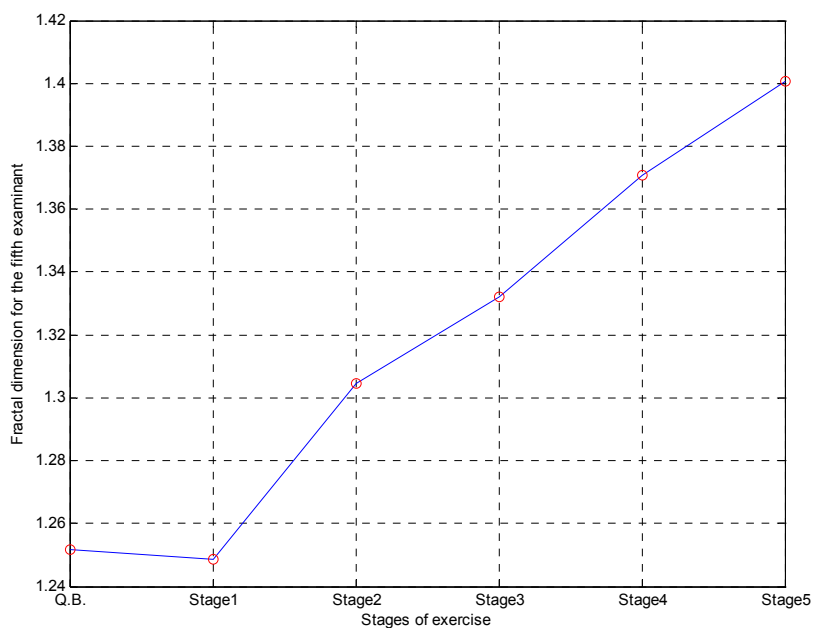
Σχήμα 4.2. Γραφική παράσταση της fractal διάστασης ανά στάδιο άσκησης για τον δεύτερο εξεταζόμενο.



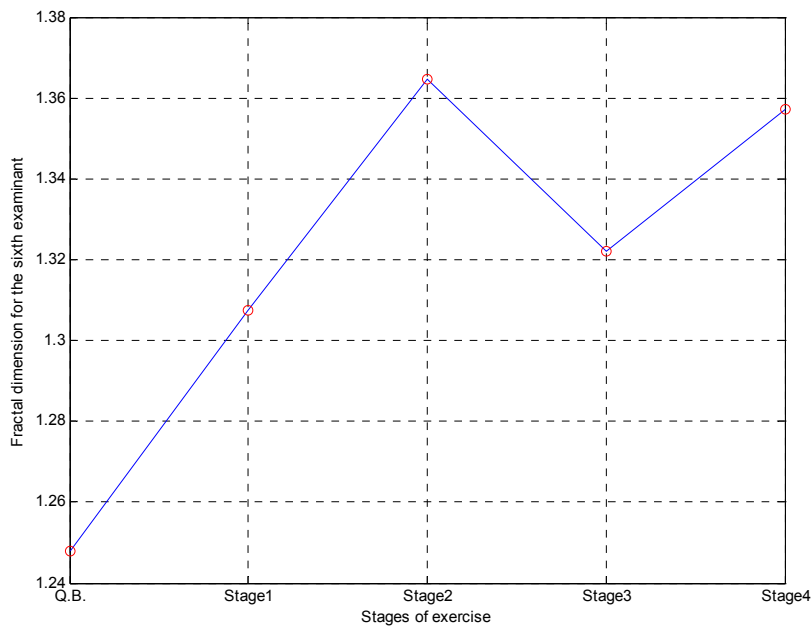
Σχήμα 4.3. Γραφική παράσταση της fractal διάστασης ανά στάδιο άσκησης για τον τρίτο εξεταζόμενο.



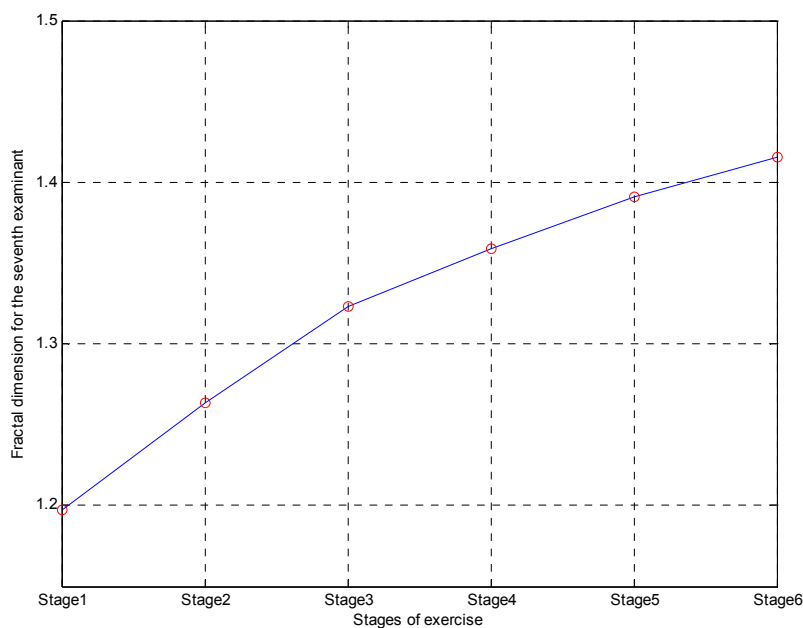
Σχήμα 4.4. Γραφική παράσταση της fractal διάστασης ανά στάδιο άσκησης για τον τέταρτο εξεταζόμενο.



Σχήμα 4.5. Γραφική παράσταση της fractal διάστασης ανά στάδιο άσκησης για τον πέμπτο εξεταζόμενο.



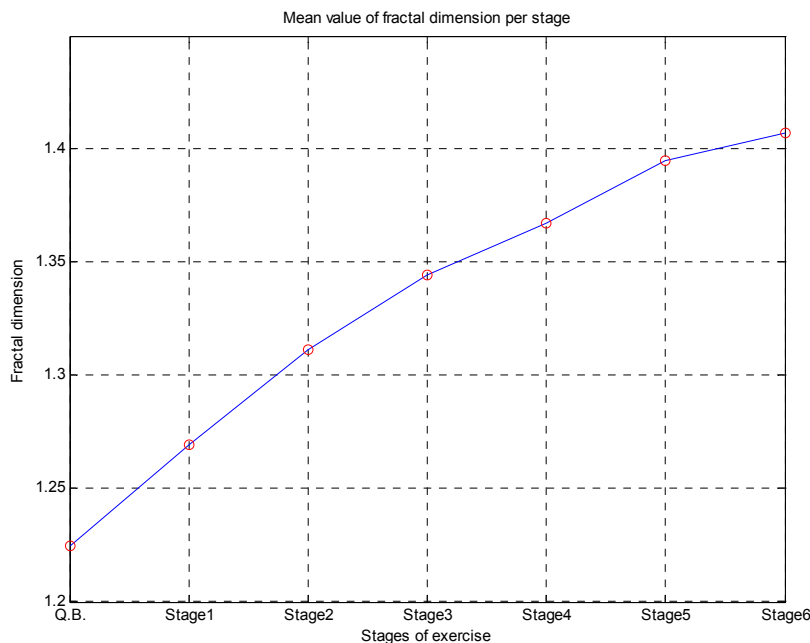
Σχήμα 4.6. Γραφική παράσταση της fractal διάστασης ανά στάδιο άσκησης για τον έκτο εξεταζόμενο.



Σχήμα 4.7. Γραφική παράσταση της fractal διάστασης ανά στάδιο άσκησης για τον έβδομο εξεταζόμενο.

Στη συνέχεια για κάθε στάδιο υπολογίζουμε τον μέσο όρο της fractal διάστασης από όλους τους εξεταζόμενους και κατασκευάζουμε το διάγραμμα που φαίνεται στο σχήμα 4.8. Από την παρακάτω γραφική παράσταση του μέσου όρου της fractal διάστασης για τους εξεταζόμενους, παρατηρούμε η fractal διάσταση έχει μία

ανοδική πορεία σε σχέση με την αύξηση της δυσκολίας της άσκησης. Για τα στάδια τα οποία λείπει κάποια μέτρηση, δεν τα υπολογίζουμε στον υπολογισμό του μέσου όρου.



Σχήμα 4.8. Γραφική παράσταση του μέσου όρου της fractal διάστασης ανά στάδιο άσκησης.

Επίσης από την γραφική παράσταση στο παραπάνω σχήμα παρατηρούμε ότι η fractal διάσταση αυξάνεται με μεγαλύτερο ρυθμό στα πρώτα στάδια της άσκησης από ότι στα τελευταία.

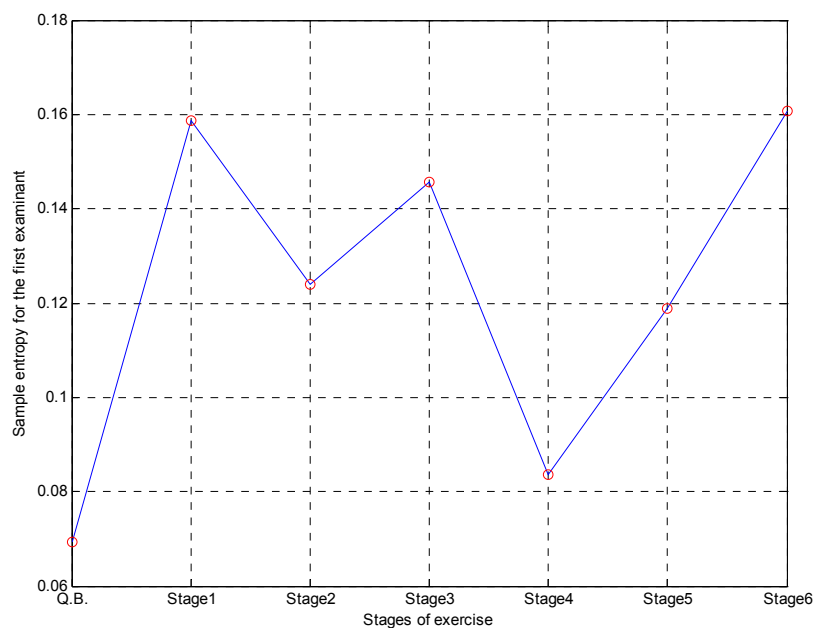
#### 4.1.2. Αποτελέσματα μετρήσεων για την approximate και sample entropy.

Όπως διευκρινίστηκε στην ενότητα 2.1.2.2, οι τιμές των approximate και sample entropy στην περίπτωση δεν παρουσιάζουν μεγάλες διαφορές. Στην συγκεκριμένη ενότητα θα χρησιμοποιήσουμε τις τιμές της sample entropy για καλύτερη ακρίβεια. Επίσης περιγράψαμε και τον αλγόριθμο υπολογισμού της από τον οποίο παίρνουμε μία τιμή για το αναπνευστικό σήμα κάθε εξεταζόμενου για κάθε στάδιο της άσκησης στην οποία υποβάλλονται. Κάνοντας λοιπόν τους υπολογισμούς για κάθε σήμα κατασκευάζουμε τον παρακάτω πίνακα:

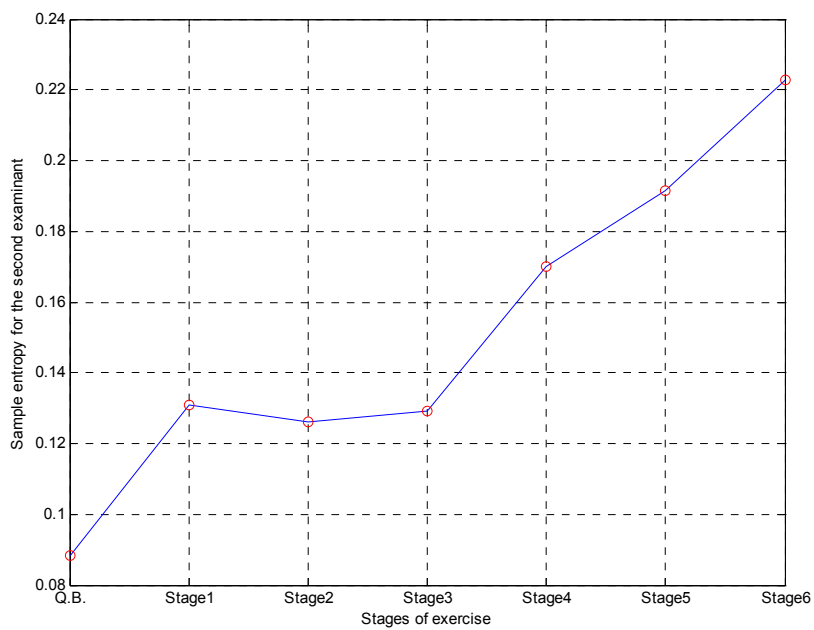
Πίνακας 4.2. Οι τιμές της sample entropy των σημάτων των εξεταζόμενων για τα διαφορετικά επίπεδα άσκησης.

	Εξεταζόμενος 1	Εξεταζόμενος 2	Εξεταζόμενος 3	Εξεταζόμενος 4	Εξεταζόμενος 5	Εξεταζόμενος 6	Εξεταζόμενος 7
κατάσταση ηρεμίας	0.0694	0.0885	0.1052	0.0881	0.0813	0.0576	
στάδιο 1	0.1587	0.1310	0.1153	0.1609	0.0464	0.1418	0.0752
στάδιο 2	0.1240	0.1260	0.0849	0.1251	0.0851	0.1547	0.1142
στάδιο 3	0.1456	0.1293	0.1899	0.1323	0.1078	0.1175	0.1273
στάδιο 4	0.0835	0.1699	0.1199	0.1479	0.1431	0.1166	0.1629
στάδιο 5	0.1189	0.1914	0.1254	0.1952	0.1749		0.1780
στάδιο 6	0.1607	0.2227	0.1249	0.3892			0.2854

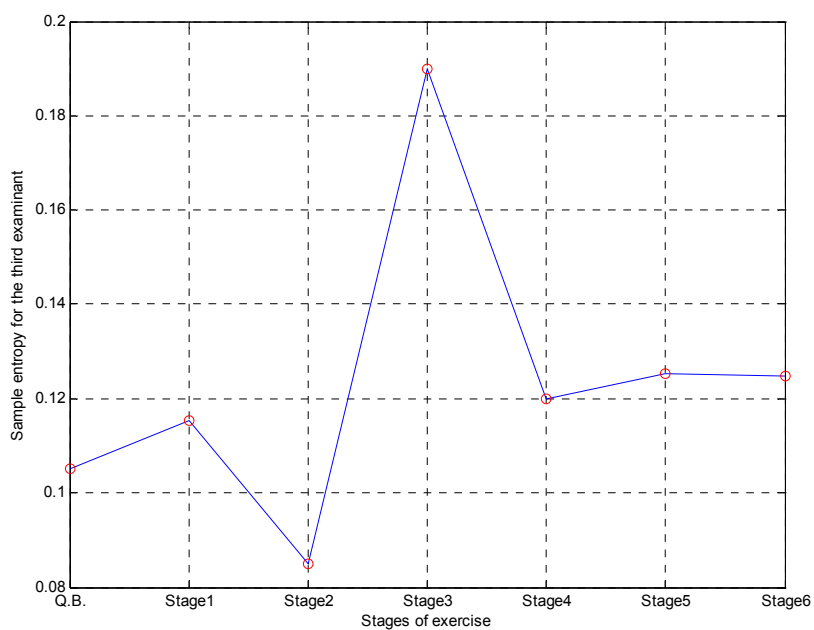
Οι γραφικές παραστάσεις της sample entropy στα διαφορετικά στάδια άσκησης δίδονται παρακάτω για κάθε εξεταζόμενο χωριστά:



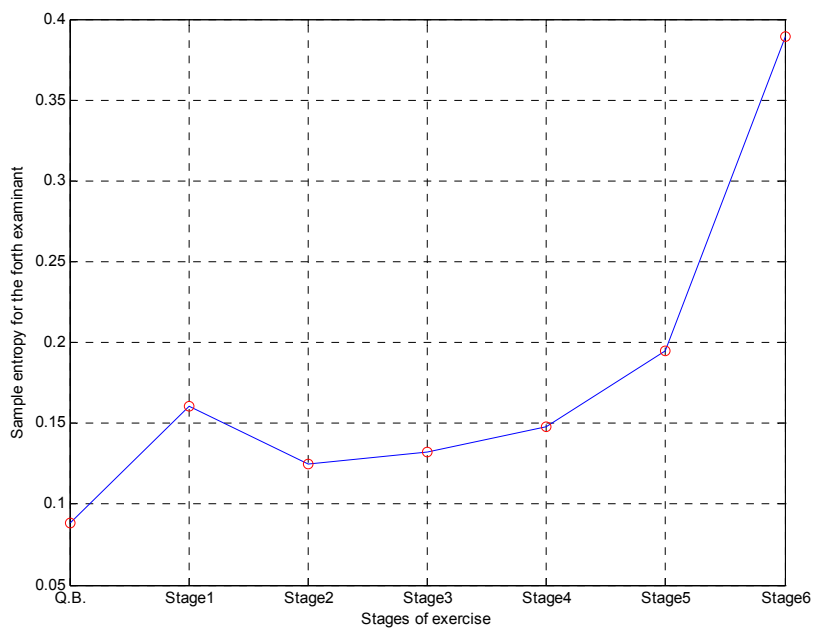
Σχήμα 4.9. Γραφική παράσταση της sample entropy ανά στάδιο άσκησης για τον πρώτο εξεταζόμενο.



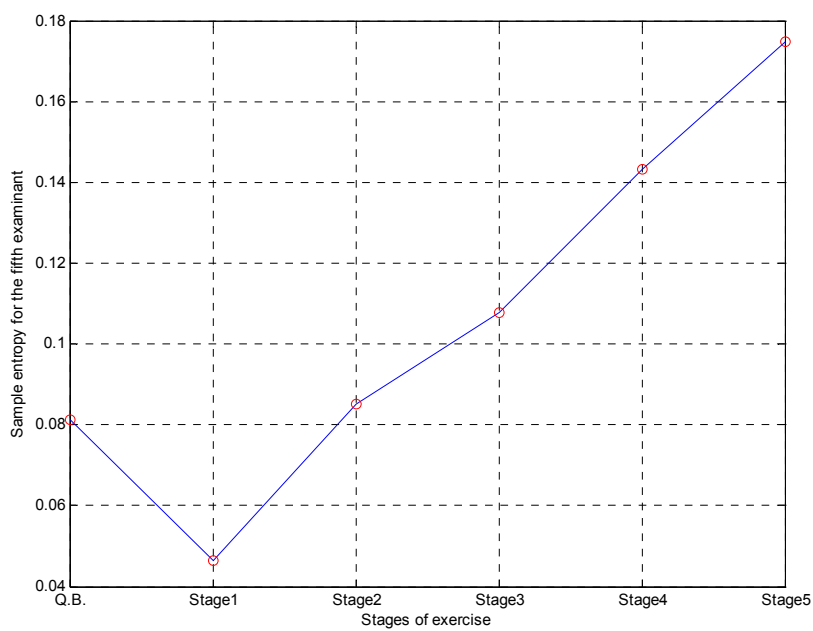
Σχήμα 4.10. Γραφική παράσταση της sample entropy ανά στάδιο άσκησης για τον δεύτερο εξεταζόμενο.



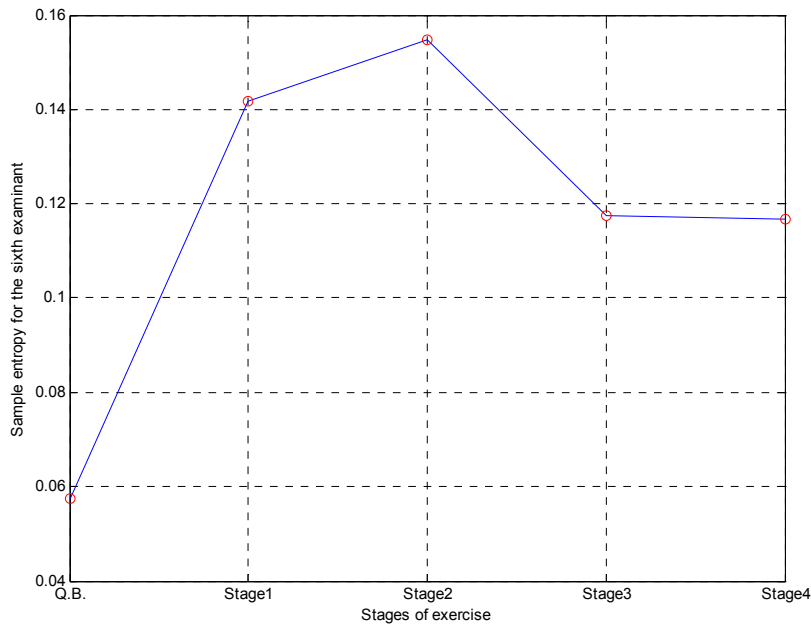
Σχήμα 4.11. Γραφική παράσταση της sample entropy ανά στάδιο άσκησης για τον τρίτο εξεταζόμενο.



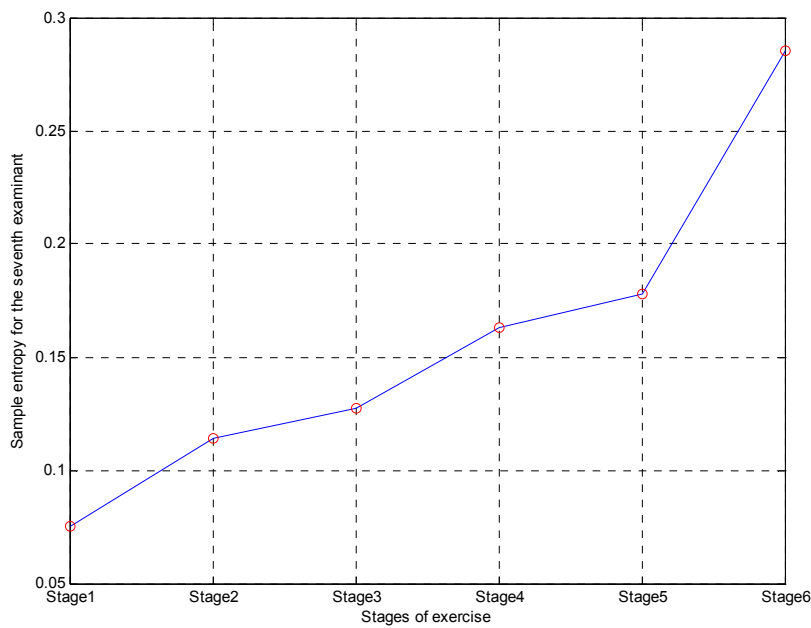
Σχήμα 4.12. Γραφική παράσταση της sample entropy ανά στάδιο άσκησης για τον τέταρτο εξεταζόμενο.



Σχήμα 4.13. Γραφική παράσταση της sample entropy ανά στάδιο άσκησης για τον πέμπτο εξεταζόμενο.



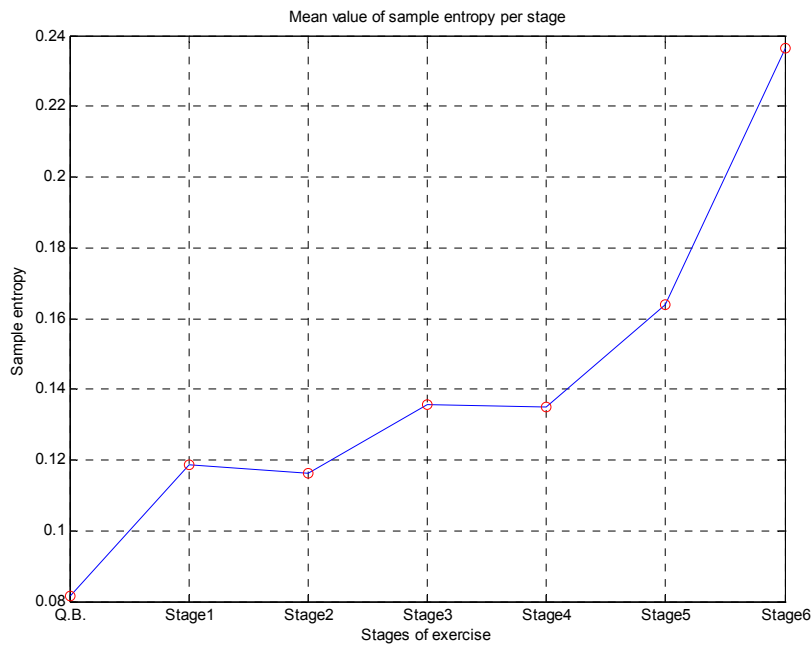
Σχήμα 4.14. Γραφική παράσταση της sample entropy ανά στάδιο άσκησης για τον έκτο εξεταζόμενο.



Σχήμα 4.15. Γραφική παράσταση της sample entropy ανά στάδιο άσκησης για τον έβδομο εξεταζόμενο.

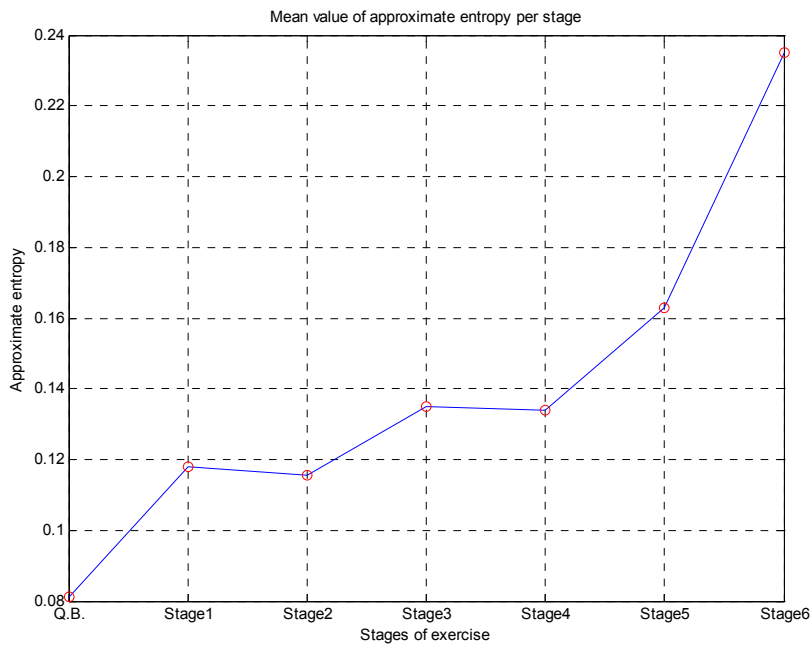
Στη συνέχεια υπολογίζουμε την μέση τιμή της sample entropy για το κάθε στάδιο από τις μετρήσεις που έχουμε για τους επτά εξεταζόμενους και κατασκευάζουμε την

γραφική παράσταση του μέσου όρου της sample entropy ανά στάδιο άσκησης όπως φαίνεται παρακάτω:



Σχήμα 4.16. Γραφική παράσταση του μέσου όρου της sample entropy ανά στάδιο άσκησης.

Παρατηρούμε πως σε γενικές γραμμές η τιμή της sample entropy αυξάνει με την ένταση της άσκησης με εξαίρεση τα στάδια 2 και 4 στα οποία παρουσιάζει μία οριακή πτώση. Η αντίστοιχη γραφική παράσταση για την approximate entropy είναι η εξής:



Σχήμα 4.17. Γραφική παράσταση της approximate entropy ανά στάδιο άσκησης.

Διαπιστώνουμε και γραφικά ότι οι approximate entropy και sample entropy για την συγκεκριμένη περίπτωση δεν παρουσιάζουν πολύ αισθητή διαφορά στην τιμή τους.

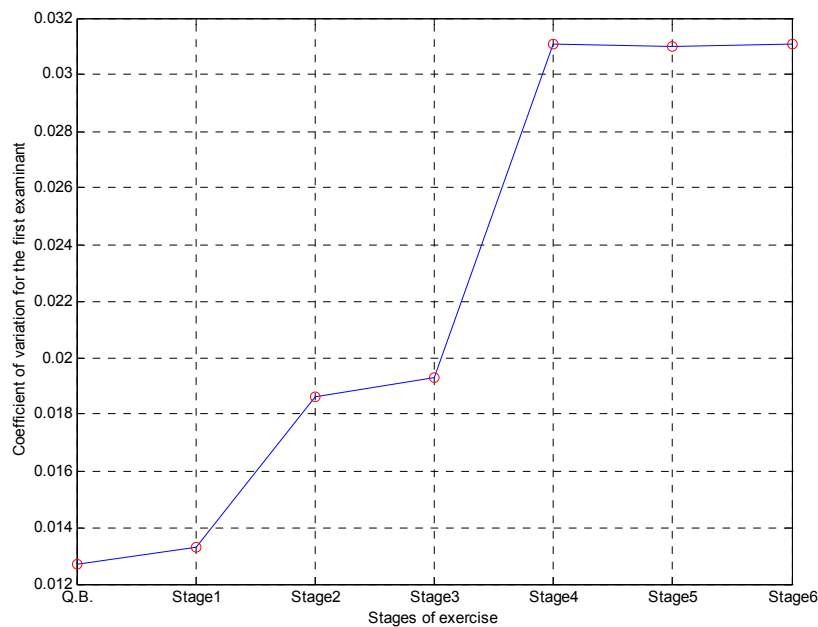
#### 4.1.3. Αποτελέσματα μετρήσεων για τον συντελεστή μεταβλητότητας (coefficient of variation).

Υπολογίζουμε τον συντελεστή μεταβλητότητας για κάθε στάδιο άσκησης για κάθε εξεταζόμενο και στη συνέχεια κατασκευάζουμε τον πίνακα που προκύπτει:

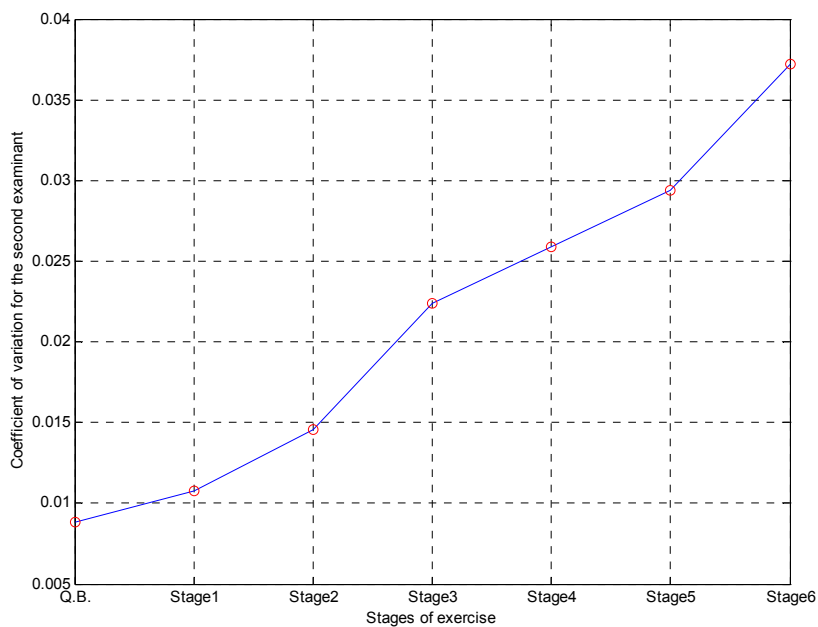
Πίνακας 4.3. Οι τιμές του συντελεστή μεταβλητότητας των σημάτων των εξεταζόμενων για τα διαφορετικά επίπεδα άσκησης.

	Εξεταζόμενος 1	Εξεταζόμενος 2	Εξεταζόμενος 3	Εξεταζόμενος 4	Εξεταζόμενος 5	Εξεταζόμενος 6	Εξεταζόμενος 7
κατάσταση ηρεμίας	0.0127	0.0088	0.0091	0.0099	0.0175	0.0198	
στάδιο 1	0.0133	0.0108	0.0123	0.0099	0.0272	0.0145	0.0169
στάδιο 2	0.0186	0.0146	0.0178	0.0184	0.0319	0.0189	0.0181
στάδιο 3	0.0193	0.0224	0.0170	0.0240	0.0300	0.0255	0.0225
στάδιο 4	0.0311	0.0259	0.0337	0.0295	0.0367	0.0350	0.0294
στάδιο 5	0.0310	0.0294	0.0479	0.0330	0.0472		0.0355
στάδιο 6	0.0311	0.0372	0.0477	0.0307			0.0455

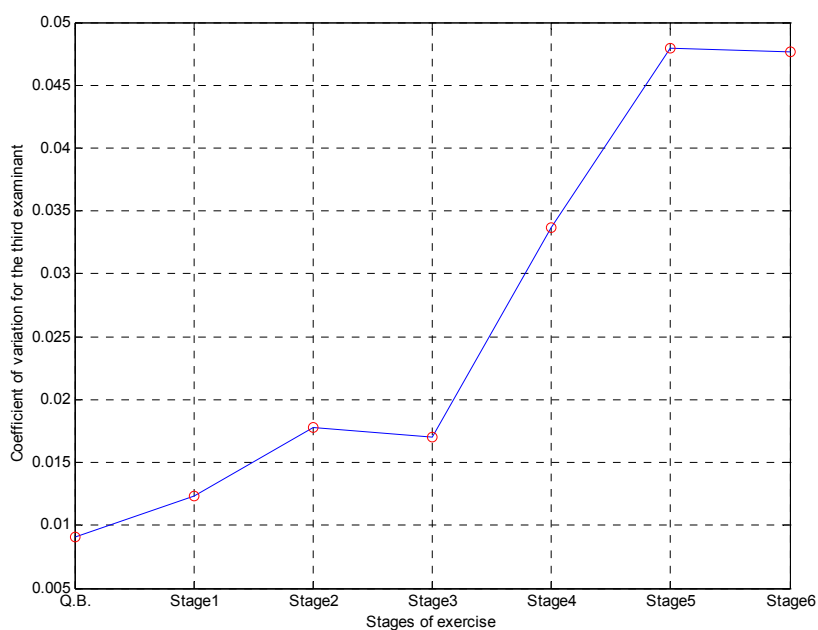
Τα διαγράμματα του συντελεστή μεταβλητότητας ανά στάδιο της άσκησης για κάθε εξεταζόμενο δίδονται παρακάτω:



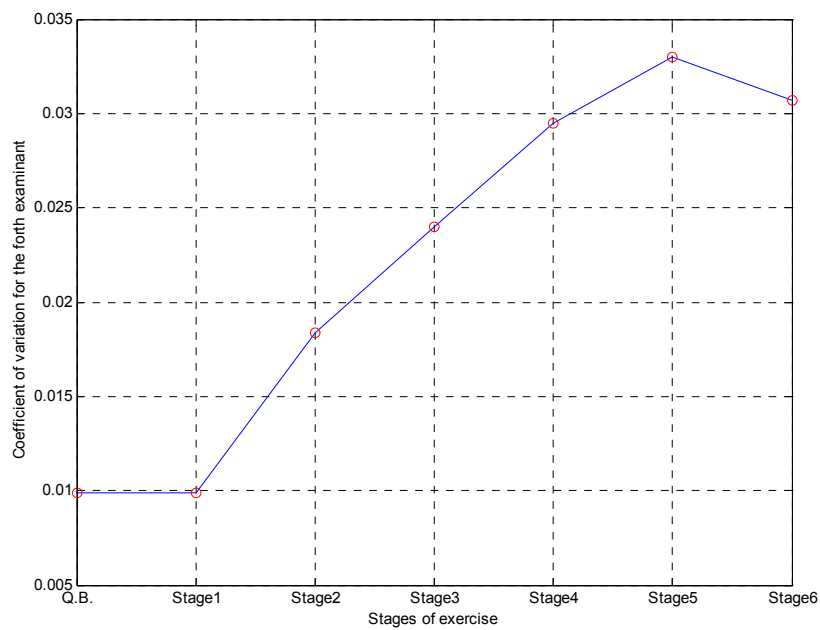
Σχήμα 4.19. Γραφική παράσταση του coefficient of variation ανά στάδιο άσκησης για τον πρώτο εξεταζόμενο.



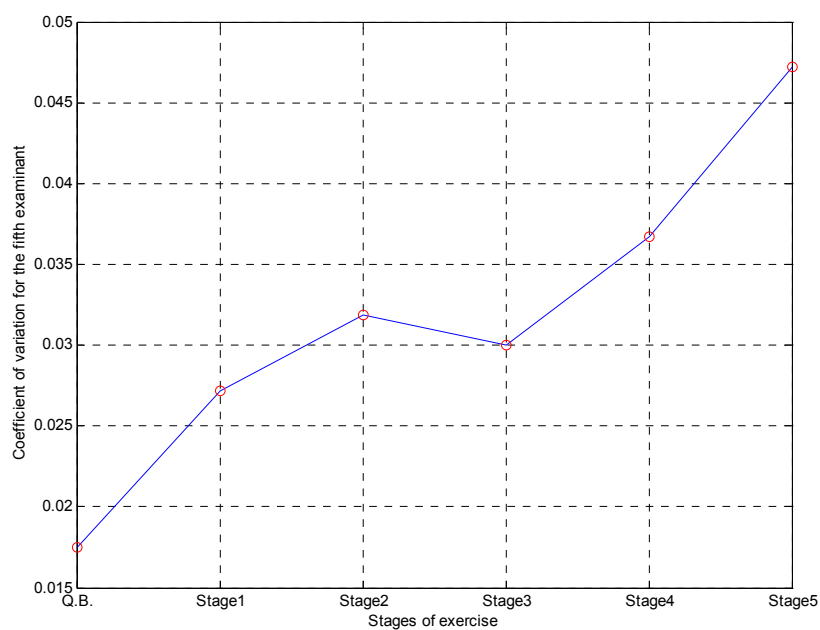
Σχήμα 4.20. Γραφική παράσταση του coefficient of variation ανά στάδιο άσκησης για τον δεύτερο εξεταζόμενο.



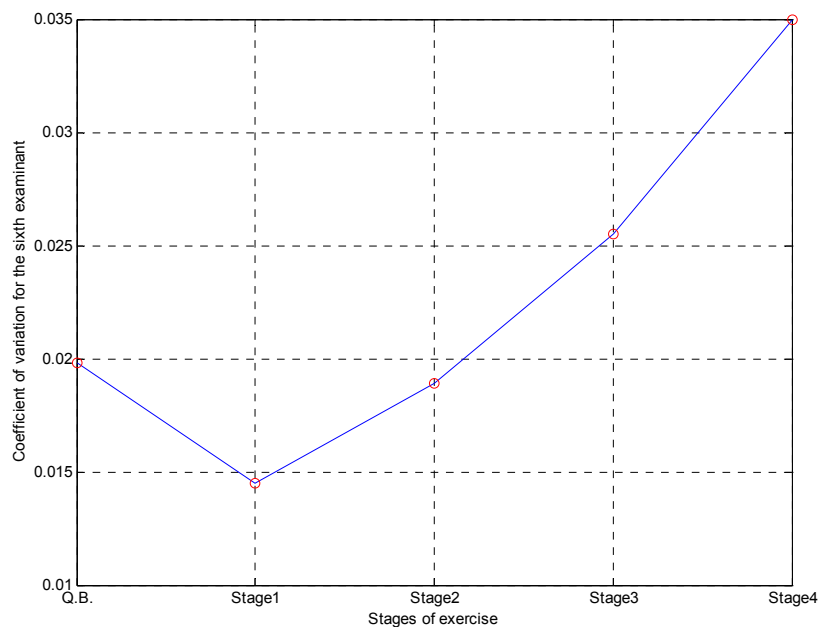
Σχήμα 4.21. Γραφική παράσταση του coefficient of variation ανά στάδιο άσκησης για τον τρίτο εξεταζόμενο.



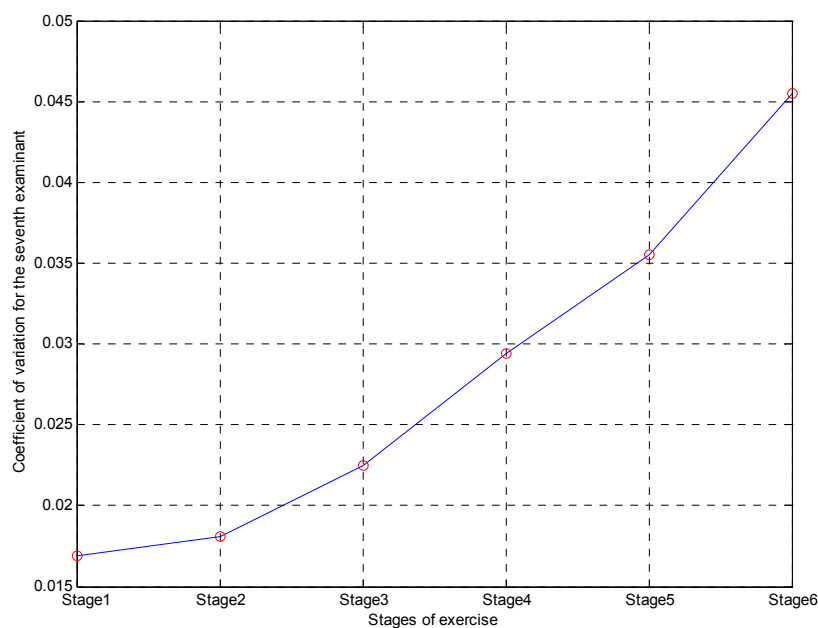
Σχήμα 4.22. Γραφική παράσταση του coefficient of variation ανά στάδιο άσκησης για τον τέταρτο εξεταζόμενο.



Σχήμα 4.23. Γραφική παράσταση του coefficient of variation ανά στάδιο άσκησης για τον πέμπτο εξεταζόμενο.

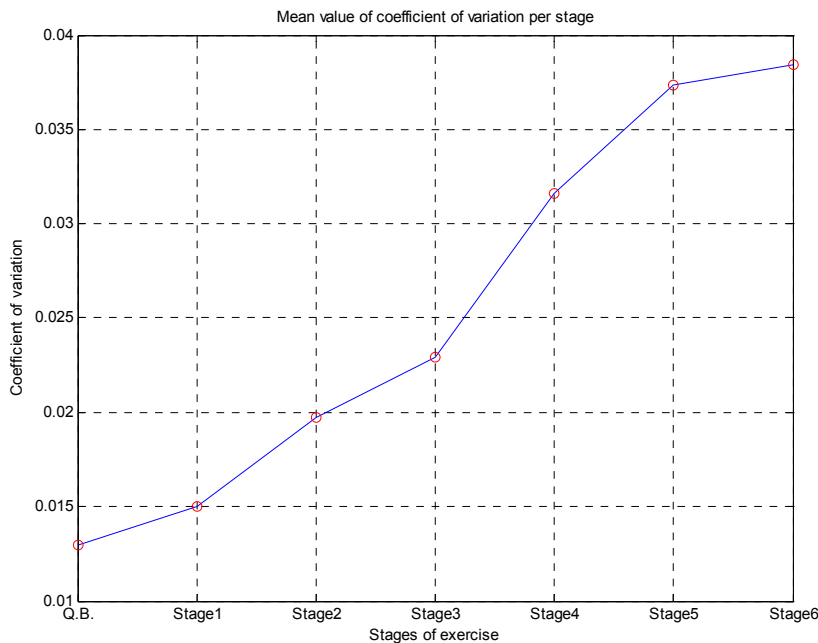


Σχήμα 4.24. Γραφική παράσταση του coefficient of variation ανά στάδιο άσκησης για τον έκτο εξεταζόμενο.



Σχήμα 4.25. Γραφική παράσταση του coefficient of variation ανά στάδιο άσκησης για τον έβδομο εξεταζόμενο.

Από τους μέσους όρους των συντελεστών μεταβλητότητας για κάθε στάδιο προκύπτει το παρακάτω διάγραμμα:



Σχήμα 4.26. Γραφική παράσταση του μέσου όρου coefficient of variation ανά στάδιο άσκησης

Παρατηρούμε από το διάγραμμα του συντελεστή μεταβλητότητας ανά στάδιο της άσκησης ότι ο συντελεστής αυξάνει με τη δυσκολία της άσκησης άρα και η σχετική διασπορά της οποίας αποτελεί μέτρο.

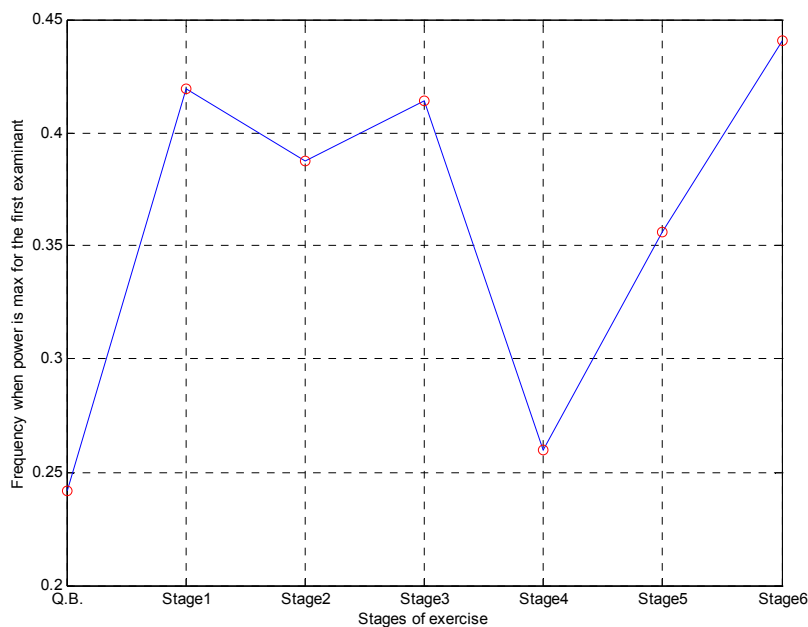
#### 4.1.4. Αποτελέσματα μετρήσεων για την συχνότητα στην οποία η ισχύς παρουσιάζει τη μέγιστη τιμή.

Στην ενότητα 2.2.4.4 αναφερθήκαμε ως προς τον τρόπο υπολογισμού της συχνότητας στην οποία η ισχύς του wavelet φάσματος ισχύος θα είναι η μέγιστη. Έτσι χρησιμοποιώντας το κατάλληλο πρόγραμμα, το οποίο περιγράψαμε στην ενότητα 2.2.4.3, υπολογίζουμε τις συχνότητες αυτές και τις τοποθετούμε στον παρακάτω πίνακα:

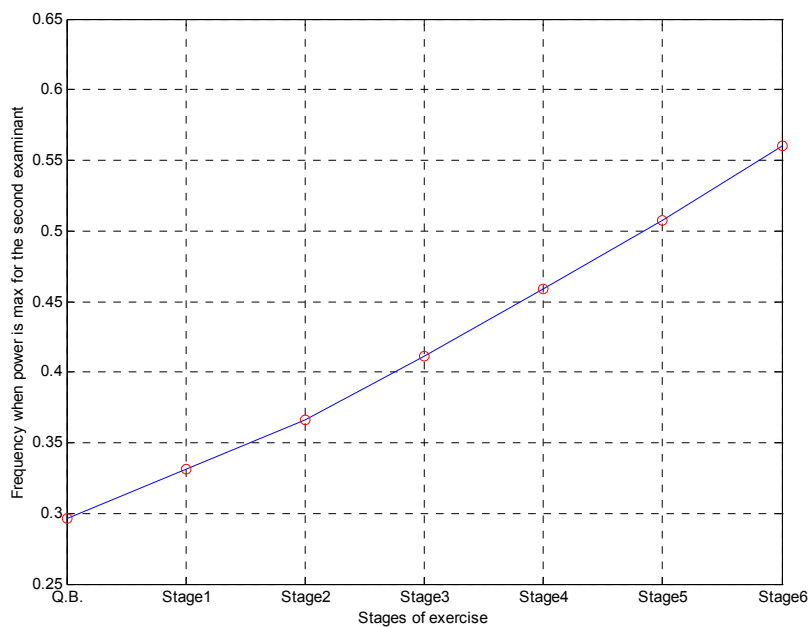
Πίνακας 4.4. Οι τιμές της συχνότητας στην οποία η ενέργεια είναι μέγιστη των σημάτων των εξεταζόμενων για τα διαφορετικά επίπεδα άσκησης.

	Εξεταζόμενος 1	Εξεταζόμενος 2	Εξεταζόμενος 3	Εξεταζόμενος 4	Εξεταζόμενος 5	Εξεταζόμενος 6	Εξεταζόμενος 7
κατάσταση ηρεμίας	0.2416	0.2961	0.3324	0.3593	0.2563	0.2507	
στάδιο 1	0.4194	0.3316	0.3369	0.3589	0.3125	0.3484	0.2639
στάδιο 2	0.3876	0.3661	0.2720	0.3573	0.3139	0.3960	0.3231
στάδιο 3	0.4143	0.4112	0.5122	0.3714	0.3067	0.3404	0.3675
στάδιο 4	0.2599	0.4586	0.3590	0.4495	0.4066	0.3375	0.4218
στάδιο 5	0.3562	0.5075	0.3627	0.5257	0.4846		0.4678
στάδιο 6	0.4408	0.5599	0.3579	1.0315			0.7122

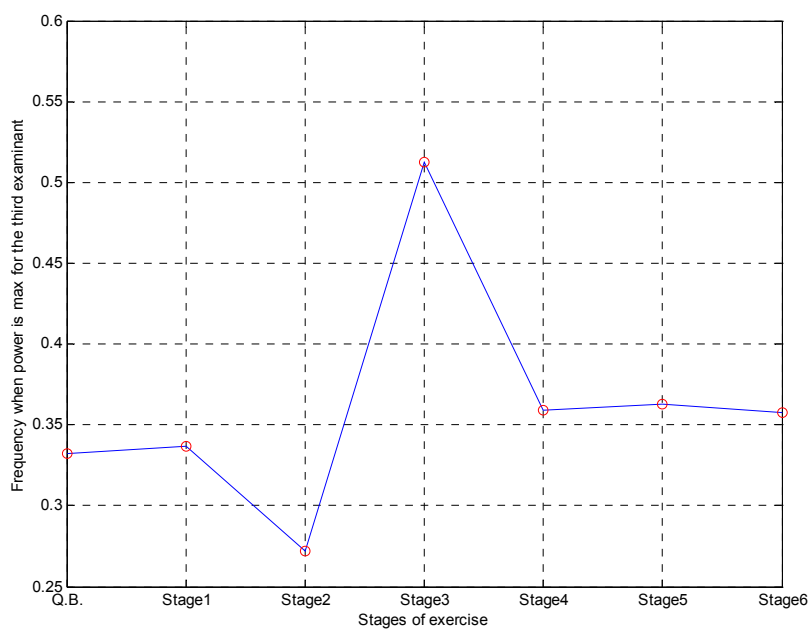
Από τις τιμές του Πίνακα 4.4 κατασκευάζουμε τις γραφικές παραστάσεις των τιμών της συχνότητας ανά στάδιο για κάθε εξεταζόμενο όπως φαίνεται παρακάτω:



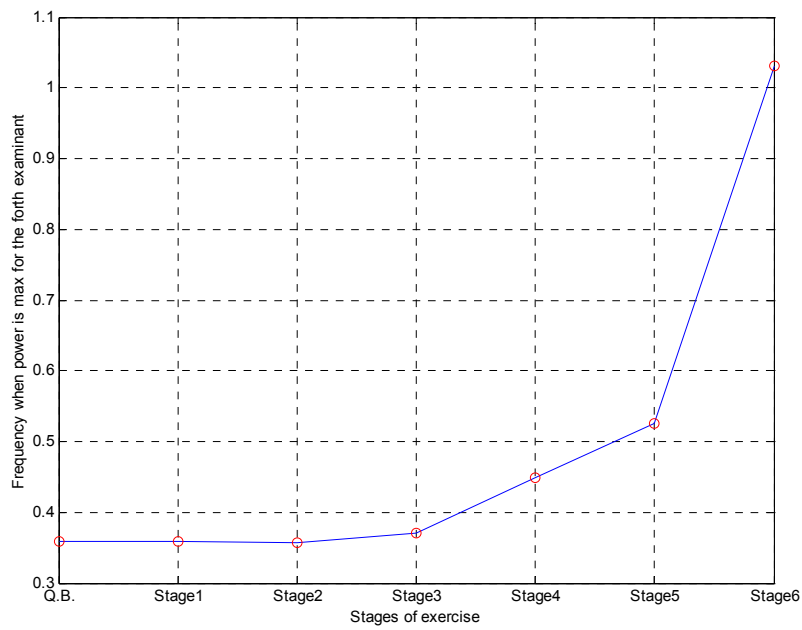
Σχήμα 4.27. Γραφική παράσταση της συχνότητας ανά στάδιο άσκησης για τον πρώτο εξεταζόμενο.



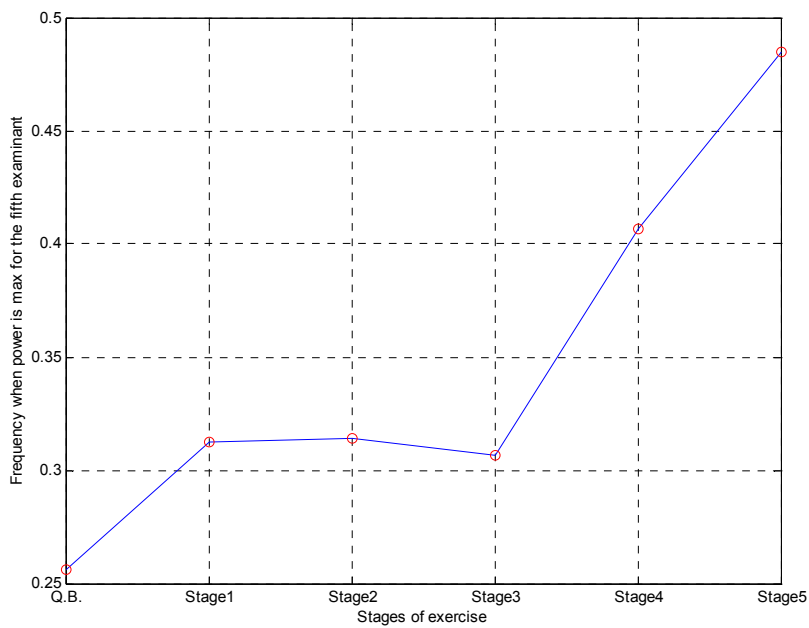
Σχήμα 4.28. Γραφική παράσταση της συχνότητας ανά στάδιο άσκησης για τον δεύτερο εξεταζόμενο.



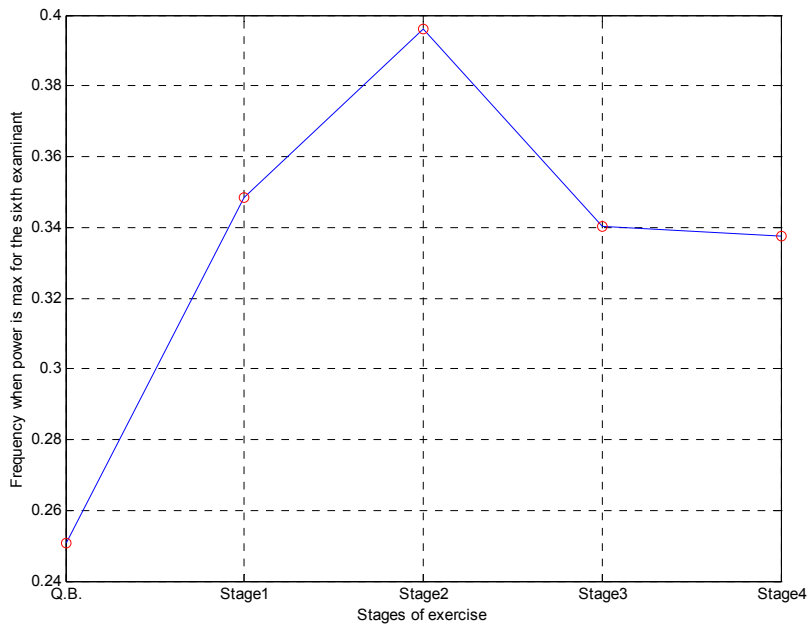
Σχήμα 4.29. Γραφική παράσταση της συχνότητας ανά στάδιο άσκησης για τον τρίτο εξεταζόμενο.



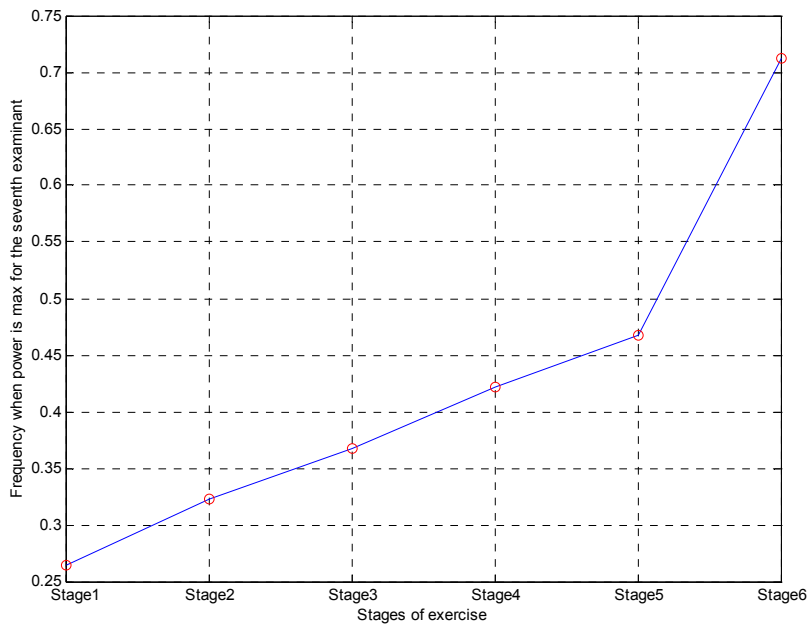
Σχήμα 4.30. Γραφική παράσταση της συχνότητας ανά στάδιο άσκησης για τον τέταρτο εξεταζόμενο.



Σχήμα 4.31. Γραφική παράσταση της συχνότητας ανά στάδιο άσκησης για τον πέμπτο εξεταζόμενο.

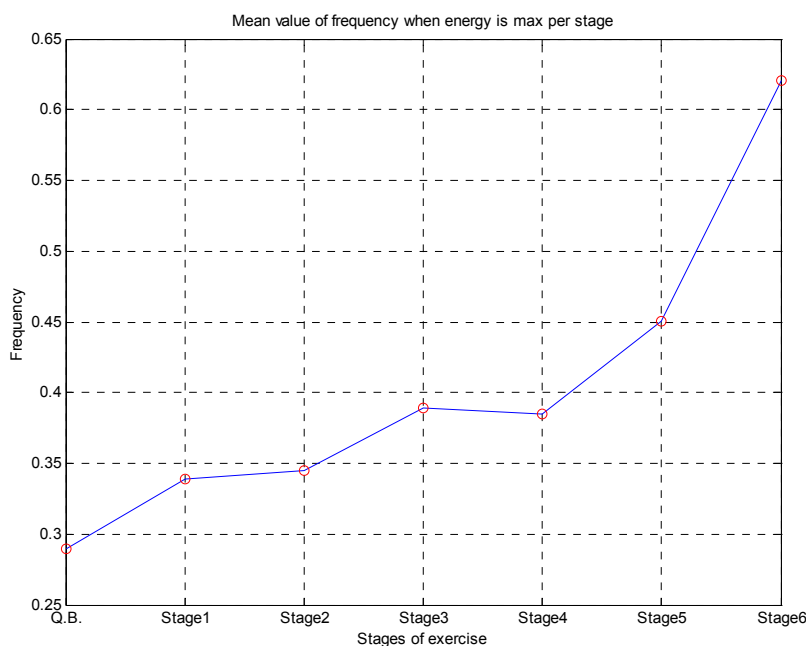


Σχήμα 4.32. Γραφική παράσταση της συχνότητας ανά στάδιο άσκησης για τον έκτο εξεταζόμενο.



Σχήμα 4.33. Γραφική παράσταση της συχνότητας ανά στάδιο άσκησης για τον έβδομο εξεταζόμενο.

Στη συνέχεια υπολογίζουμε τον μέσο όρο της συχνότητας για κάθε στάδιο της άσκησης και προκύπτει το διάγραμμα του σχήματος 4.34 που ακολουθεί:



Σχήμα 4.34. Γραφική παράσταση της μέσης συχνότητας για την οποία η ισχύς του wavelet φάσματος ισχύος είναι μέγιστη, ανά στάδιο άσκησης

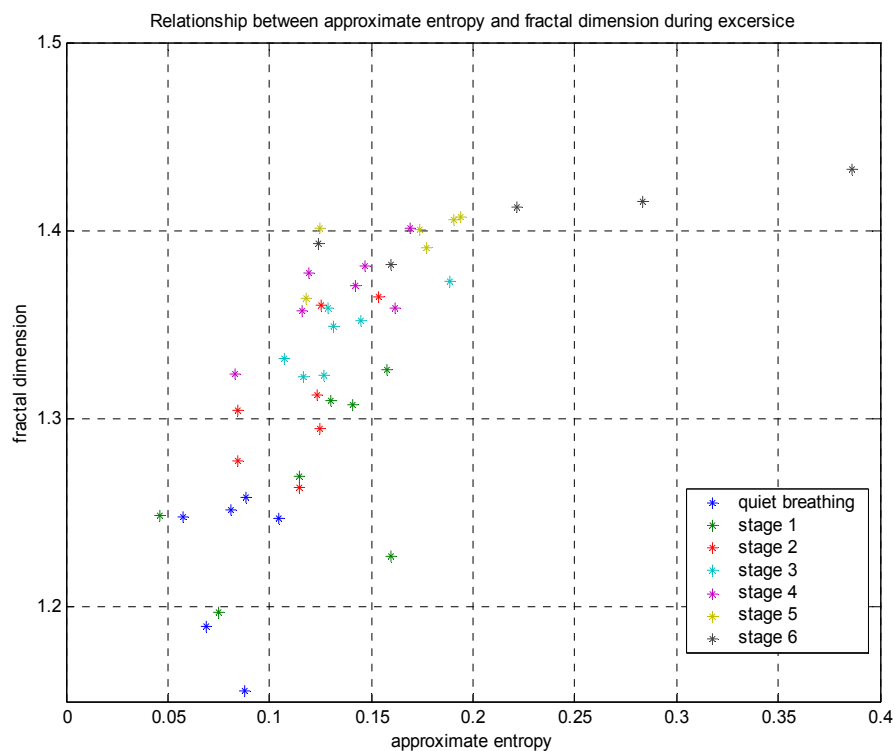
Στο Σχήμα 4.34 παρατηρούμε ότι η συχνότητα αυξάνει όσο αυξάνει η δυσκολία της άσκησης με εξαίρεση το στάδιο 4 στο οποίο έχουμε οριακή μείωση. Κατά τα στάδια 1 έως 4 η αύξηση της συχνότητας γίνεται με πιο αργούς ρυθμούς από ότι στα στάδια 4 έως 6, κάτι που παρατηρήσαμε και στην αύξηση της approximate και sample entropy η οποία παρουσιάζει παρόμοιους ρυθμούς για τα συγκεκριμένα στάδια άσκησης.

#### 4.1.5. Σχέση μεταξύ των παραμέτρων και διακριτική ικανότητα.

Παρακάτω θα συγκρίνουμε τις μεταβολές των παραμέτρων ως προς τις υπόλοιπες μέσω των διαγραμμάτων τους ανά δύο.

#### 4.1.5.1. Σχέση μεταξύ κλασματικής διάστασης και approximate entropy.

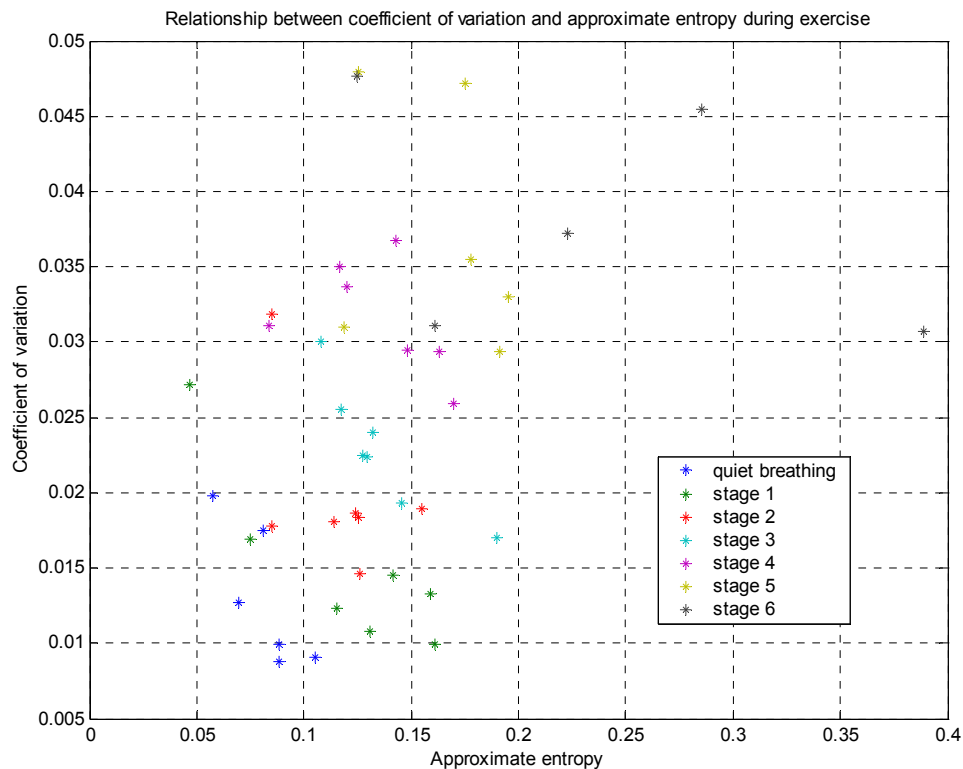
Από τις μέχρι τώρα μετρήσεις μπορούμε να κατασκευάσουμε το διάγραμμα της fractal διάστασης σε σχέση με την approximate entropy (για τους μέσους όρους) όπως φαίνεται παρακάτω στο Σχήμα 4.35. Στο διάγραμμα αυτό παρουσιάζεται μία σημαντική σχέση μεταξύ της κλασματικής διάστασης και της approximate entropy, οι συσχετίσεις αυτές είναι ομαδοποιημένες ως προς τα στάδια. Παρατηρούμε ότι όσο αυξάνει η πολυπλοκότητα (την οποία εκφράζει η κλασματική διάσταση) μειώνεται η κανονικότητα (την οποία εκφράζει η approximate entropy). Αντιθέτως όσο μειώνεται η κανονικότητα τόσο αυξάνεται η πολυπλοκότητα. Παρατηρούμε ότι τα αναπνευστικά σήματα παρουσιάζουν μη-γραμμικές ιδιότητες.



Σχήμα 4.35. Γραφική παράσταση της κλασματικής διάστασης σε συνάρτηση με την approximate entropy ανά στάδιο άσκησης.

#### 4.1.5.2. Σχέση μεταξύ του συντελεστή μεταβλητότητας και της approximate entropy.

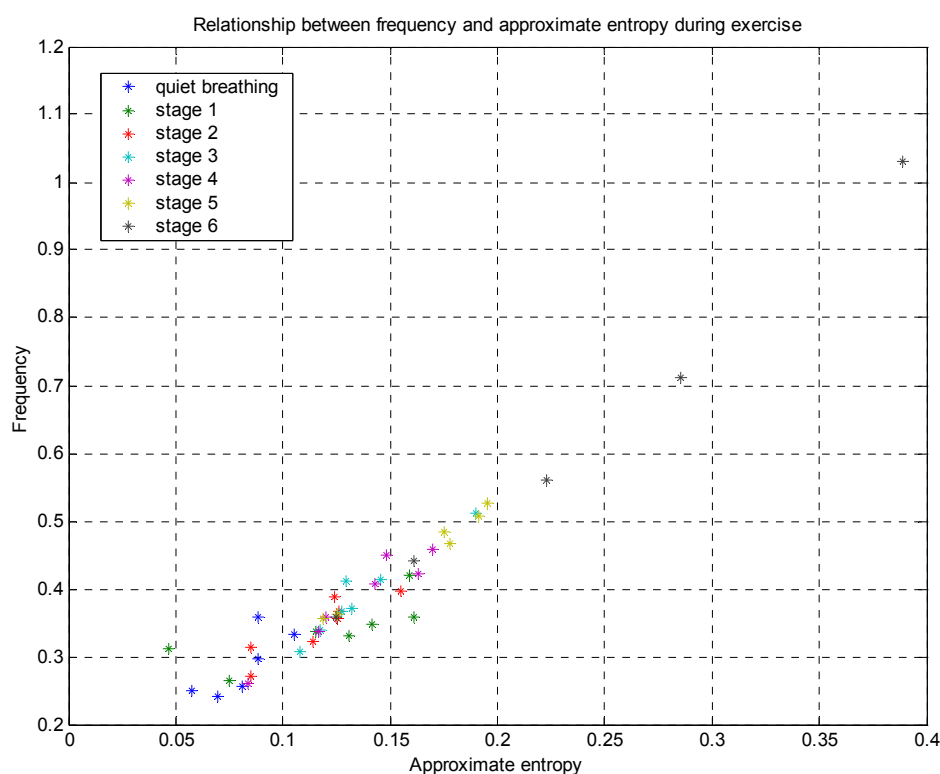
Κατασκευάζοντας το διάγραμμα του συντελεστή μεταβλητότητας ως προς την approximate entropy παρατηρούμε ότι η μεταβλητότητα αυξάνει όσο το σήμα γίνεται λιγότερο κανονικό, δηλαδή όσο η τιμή της approximate entropy αυξάνει. Επίσης παρατηρούμε ότι τα σημεία που δίνουν την συσχέτιση μεταξύ των δύο αυτών παραμέτρων είναι πιο συγκεντρωμένα για την κατάσταση ηρεμίας και τα πρώτα στάδια της άσκησης παρά για τα τελευταία όπου οι μεταβολές του συντελεστή μεταβλητότητας και της approximate entropy είναι μεγαλύτερες από ότι παρατηρούμε και από τα σχετικά διαγράμματα.



Σχήμα 4.36. Γραφική παράσταση του συντελεστή μεταβλητότητας σε συνάρτηση με την approximate entropy ανά στάδιο άσκησης.

#### 4.1.5.3. Σχέση μεταξύ της συχνότητας όταν η ισχύς του wavelet φάσματος ισχύος είναι μέγιστη και της approximate entropy.

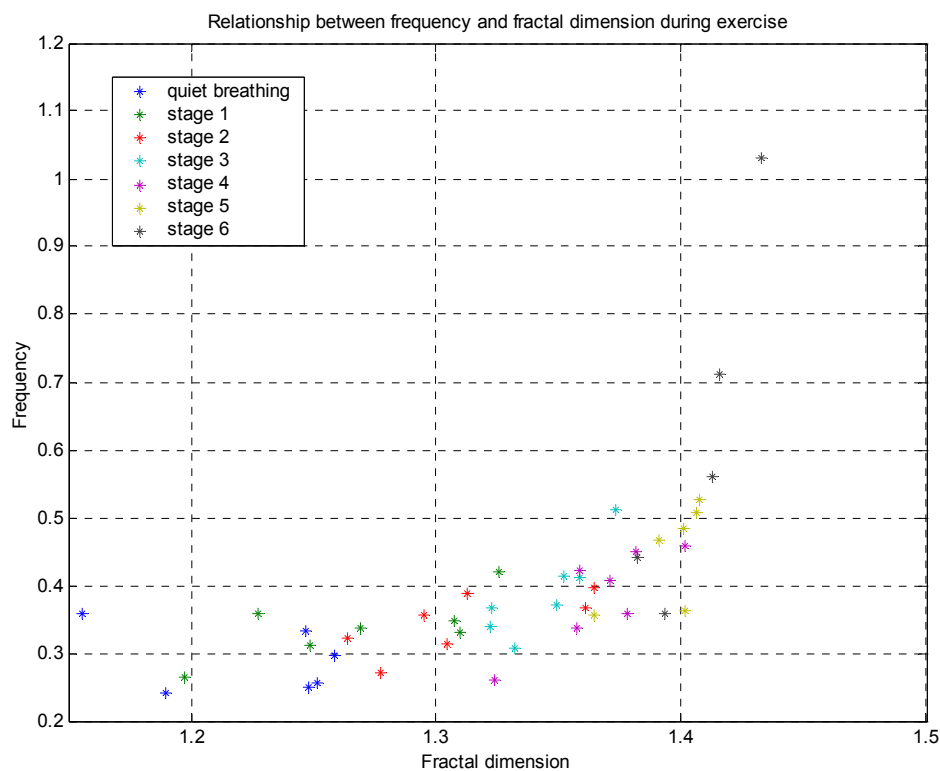
Στο διάγραμμα του σχήματος 4.37 παρατηρούμε πως όσο αυξάνεται η συχνότητα στην οποία το wavelet φάσμα ισχύος είναι μέγιστο, τόσο αυξάνεται και η τιμή της approximate entropy των σημάτων, άρα μειώνεται η κανονικότητα των σημάτων. Επίσης παρατηρούμε στο σχήμα 4.37 μία γραμμική διάταξη των στοιχείων των συσχετίσεων. Αυτό συμβαίνει διότι αν παρατηρήσουμε τα διαγράμματα της συχνότητας και της approximate entropy σε σχέση με την ηρεμία και τα στάδια της άσκησης συμπεραίνουμε ότι παρουσιάζουν ομοιότητα, οπότε αναμένουμε μια γραμμική διάταξη των συσχετίσεων. Τέλος παρατηρούμε πως στο τελευταίο στάδιο της άσκησης τα σημεία που αντιπροσωπεύουν τις συσχετίσεις παρουσιάζουν μεγαλύτερη διασπορά από τα στοιχεία των άλλων σταδίων διότι στο στάδιο αυτό και η τιμή συχνότητας αλλά και της approximate entropy αυξάνουν με μεγαλύτερο ρυθμό από ότι αυξάνουν στα άλλα στάδια της άσκησης.



Σχήμα 4.37. Γραφική παράσταση της συχνότητας όταν η ισχύς του wavelet φάσματος ισχύος είναι μέγιστη, σε συνάρτηση με την approximate entropy ανά στάδιο άσκησης.

#### 4.1.5.4. Σχέση μεταξύ της συχνότητας όταν η ισχύς του wavelet φάσματος ισχύος είναι μέγιστη και της κλασματικής διάστασης.

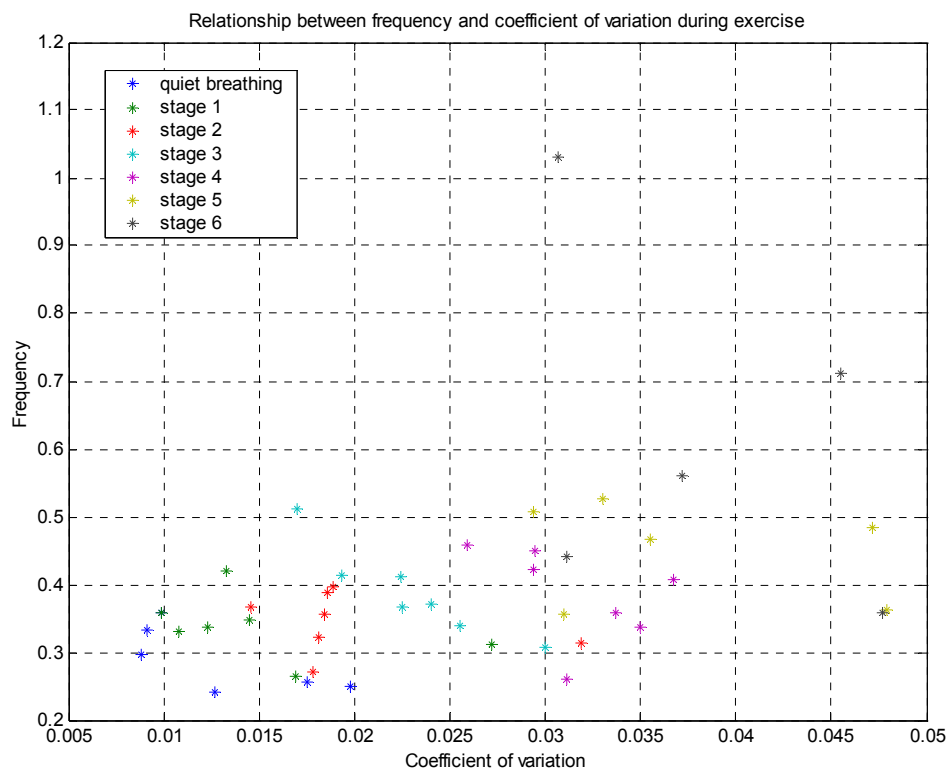
Από σχήμα 4.38 παρατηρούμε ότι η συχνότητα όταν το wavelet φάσμα ισχύος είναι μέγιστο σε γενικές γραμμές αυξάνει όσο αυξάνει και η κλασματική διάσταση, δηλαδή όσο τα σήματα γίνονται περιπλοκότερα. Τα σημεία που αντιπροσωπεύουν την συσχέτιση μεταξύ συχνότητας και κλασματικής διάστασης κατά το τελευταίο στάδιο της άσκησης παρατηρούμε πως παρουσιάζουν μεγαλύτερη διακριτική ικανότητα από αυτά των υπόλοιπων σταδίων και αυτό συμβαίνει γιατί οι τιμές της συχνότητας για το τελευταίο στάδιο αυξάνονται με μεγαλύτερο ρυθμό από ότι οι τιμές της συχνότητας για άλλα στάδια.



Σχήμα 4.38. Γραφική παράσταση της συχνότητας όταν η ισχύς του wavelet φάσματος ισχύος είναι μέγιστη, σε συνάρτηση με την κλασματική διάσταση ανά στάδιο άσκησης.

#### 4.1.5.5. Σχέση μεταξύ της συχνότητας όταν η ισχύς του wavelet φάσματος ισχύος είναι μέγιστη και του συντελεστή μεταβλητότητας.

Από το σχήμα 4.39 παρατηρούμε πως με την αύξηση της συχνότητας όταν η ισχύς του wavelet φάσματος ισχύος είναι μέγιστη, αυξάνεται και ο συντελεστής μεταβλητότητας των σημάτων, άρα και η διασπορά. Η διακριτική ικανότητα των σημείων που εκφράζουν την συγκεκριμένη συσχέτιση κατά τα δύο τελευταία στάδια είναι μεγαλύτερη από την διακριτική ικανότητα των σημείων της ηρεμίας και των πρώτων σταδίων της άσκησης όπου τα σημεία παρουσιάζονται πιο συγκεντρωμένα.

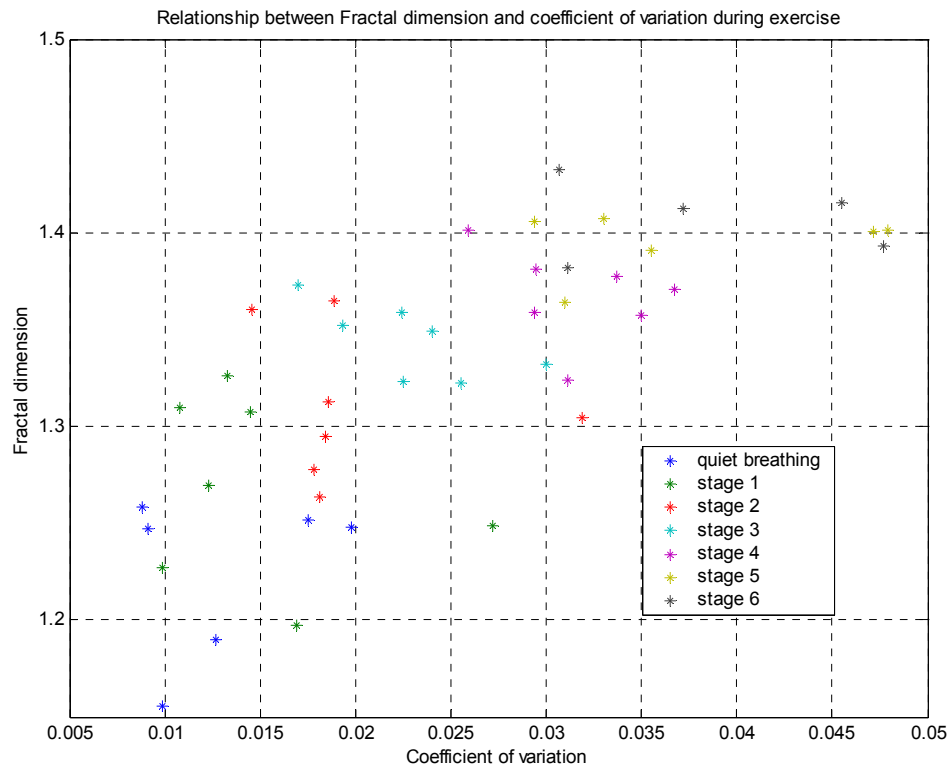


Σχήμα 4.39. Γραφική παράσταση της συχνότητας όταν η ισχύς του wavelet φάσματος ισχύος είναι μέγιστη, σε συνάρτηση με τον συντελεστή μεταβλητότητας ανά στάδιο άσκησης.

#### 4.1.5.6. Σχέση μεταξύ της κλασματικής διάστασης και του συντελεστή μεταβλητότητας.

Παρατηρούμε πως η κλασματική διάσταση, άρα και η πολυπλοκότητα, αυξάνει με την αύξηση του συντελεστή μεταβλητότητας. Τα σημεία που εκφράζουν την

συσχέτιση μεταξύ κλασματικής διάστασης και συντελεστή μεταβλητότητας εμφανίζονται στο διάγραμμα του σχήματος 4.40 διάχυτα και όχι συγκεντρωμένα κατά τύπους.



Σχήμα 4.40. Γραφική παράσταση της κλασματικής διάστασης σε συνάρτηση με τον συντελεστή μεταβλητότητας ανά στάδιο άσκησης.

## 4.2. Διακριτική ικανότητα των χαρακτηριστικών.

Η επεξεργασία των αποτελεσμάτων που προκύπτουν από τη γραμμική ανάλυση των αναπνευστικών σημάτων επικεντρώνεται στην εκτίμηση της διακριτικής ικανότητας τους στα σήματα των συσχετίσεων τους ανά δύο (σχήματα 4.35-4.40).

Για την εκτίμηση της διακριτικής ικανότητας των χαρακτηριστικών χρησιμοποιούμε την μέθοδο «Fisher's discriminant function» που αποτελεί μια από τις κλασικότερες μεθόδους για «two-group classification» προβλήματα, (Fisher,

1936). Η μέθοδος αυτή στοχεύει στην προβολή των στοιχείων παραπάνω σε έναν άξονα με όσο το δυνατό καλύτερη διακριτική ικανότητα.

Η Fisher's discriminant function περιγράφεται ως εξής:

Εξετάζουμε τις ομάδες των στοιχείων των σχημάτων 4.35-4.40 ανά δύο (π.χ. αναπνοή κατά την ηρεμία και πρώτο στάδιο της άσκησης). Έστω ότι ο χώρος στον οποίο βρίσκονται τα σήματα μας έχει  $m$  διαστάσεις, δηλαδή έχουμε  $m$  μετρήσεις για κάθε παρατήρηση, στην περίπτωση μας  $m=2$ . Στον  $m$ -διάστατο χώρο η κάθε παρατήρηση εκφράζεται σαν ένα διάνυσμα με  $m$  στοιχεία.

$$y^T = [y_1, y_2, \dots, y_m]^T \quad (4.1)$$

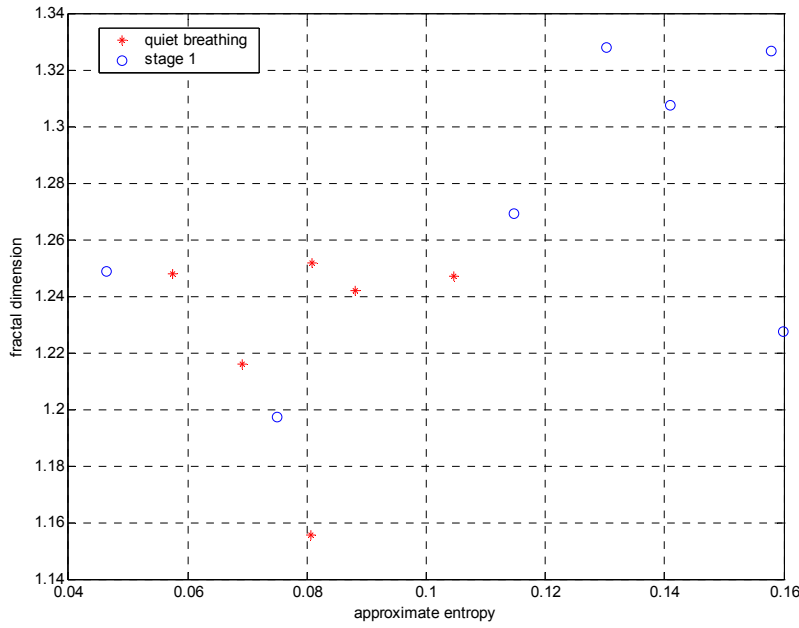
Στην περίπτωση μας έχουμε  $y^T = [y_1, y_2]^T$ . Για παράδειγμα, στο σχήμα 4.41 το  $y_1$  θα αντιπροσωπεύει την κλασματική διάσταση και το  $y_2$  την approximate entropy.

Στη συνέχεια θεωρούμε τους πίνακες  $U_1$  και  $U_2$ . Ο  $U_1$  έχει  $N_1$   $y$ -διανύσματα και ο  $U_2$  έχει  $N_2$   $y$ -διανύσματα, όπου  $N_1$  και  $N_2$  είναι ο αριθμός των σημείων κάθε ομάδας. Ο  $U_1$  είναι ένας  $N_1 \times m$  πίνακας που κάθε σειρά του αποτελείται από ένα  $m$ -διάστατο διάνυσμα που σχετίζεται με μία παρατήρηση. Ο  $U_2$  είναι ένας παρόμοιος πίνακας με  $N_2$  σειρές. Ο  $U_1$  σχετίζεται με την ομάδα 1 (κόκκινο) και ο  $U_2$  με την ομάδα 2 (μπλε) του σχήματος 4.41 στο οποίο απεικονίζεται το διάγραμμα της συσχέτισης της κλασματικής διάστασης με την approximate entropy για την αναπνοή κατά την ηρεμία (ομάδα 1) και κατά το πρώτο στάδιο της άσκησης (ομάδα 2).

Με τον μετασχηματισμό,  $z = a^T y$ , εισάγουμε ένα διάνυσμα  $a$  που αποτελεί γραμμικό συνδυασμό όλων των στοιχείων σε μία παρατήρηση. Το διάνυσμα  $a$  έχει διάσταση  $m \times 1$ . Έτσι προβάλλουμε κάθε  $y$  σημείο σε έναν νέο άξονα  $z$ . Εφόσον έχουμε δύο ομάδες  $U_1$  και  $U_2$ , θα έχουμε και δύο ομαδοποιήσεις κατά μήκος του νέου άξονα  $z$ , ως εξής:

$$\{Z_1\} = a^T y_i \quad i = 1, \dots, N_1 \quad (4.2)$$

$$\{Z_2\} = a^T y_i \quad i = N_1 + 1, \dots, N_1 + N_2 \quad (4.3)$$



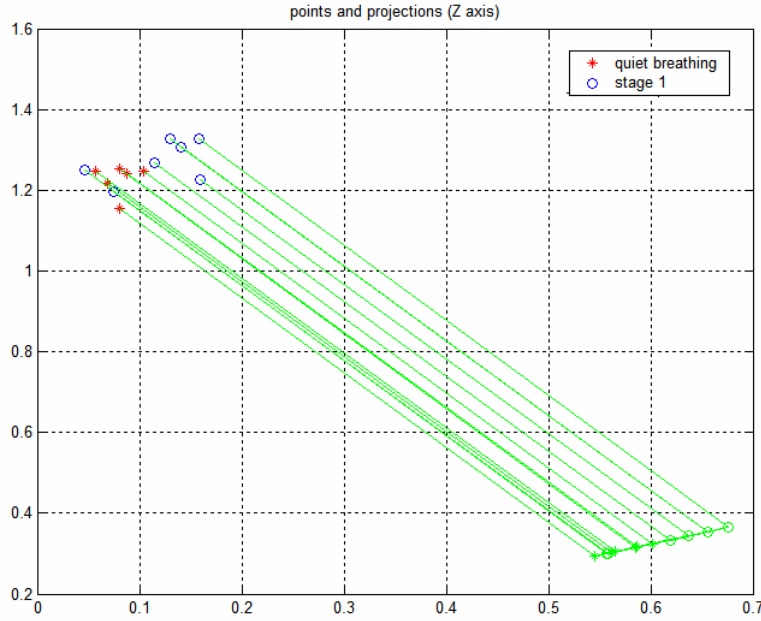
Σχήμα 4.41. Η κλασματική διάσταση σε σχέση με την approximate entropy για την αναπνοή κατά την ηρεμία και κατά το πρώτο στάδιο της άσκησης.

Τα σημεία που προκύπτουν από τους τύπους 4.2 και 4.3, βρίσκονται πάνω στον  $z$  άξονα. Το διάνυσμα  $a$  ουσιαστικά μας δίνει την κατεύθυνση του άξονα  $z$ . Η μέθοδος του Fisher έχει σαν σκοπό να προσδιορίσει το  $a$  ώστε η απόσταση μεταξύ των μέσων των ομάδων  $U_1$  και  $U_2$  προς το άθροισμα των τετραγώνων των τυπικών αποκλίσεων τους να είναι μέγιστη.

Η κατεύθυνση του  $z$  άξονα, το διάνυσμα  $a$  δηλαδή, δίδεται από τον παρακάτω τύπο:

$$a = S^{-1}\delta \quad (4.4)$$

όπου  $S$  είναι ο covariance πίνακας και  $\delta = \bar{y}_1 - \bar{y}_2$ , όπου το  $\bar{y}_1$  είναι ένα διάνυσμα δύο στοιχείων όπου το πρώτο είναι ο μέσος όρος της approximate entropy και το δεύτερο ο μέσος όρος της κλασματικής διάστασης για την αναπνοή κατά την ηρεμία. Αναλόγως και για το  $\bar{y}_2$  για το πρώτο στάδιο της άσκησης. Για το σχήμα 4.41, η προβολή των σημείων πάνω σε έναν άξονα  $z$  που μας βοηθά να εκτιμήσουμε την διακριτική τους ικανότητα, παριστάνεται στο σχήμα 4.42.



Σχήμα 4.42. Προβολές των σημείων του σχήματος 4.41 στον άξονα z.

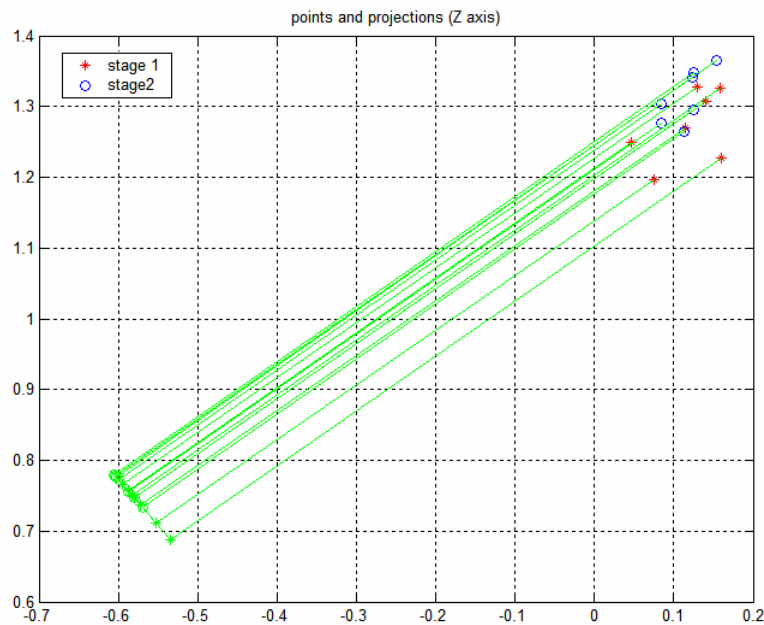
Για να εκτιμήσουμε ποσοτικά την διακριτική ικανότητα των χαρακτηριστικών, υπολογίζουμε το μέτρο πληροφορίας του Fisher (Fisher's information measure). Το μέτρο αυτό ορίζεται από τον παρακάτω τύπο:

$$J = \frac{|\mu_1 - \mu_2|}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} \quad (4.5)$$

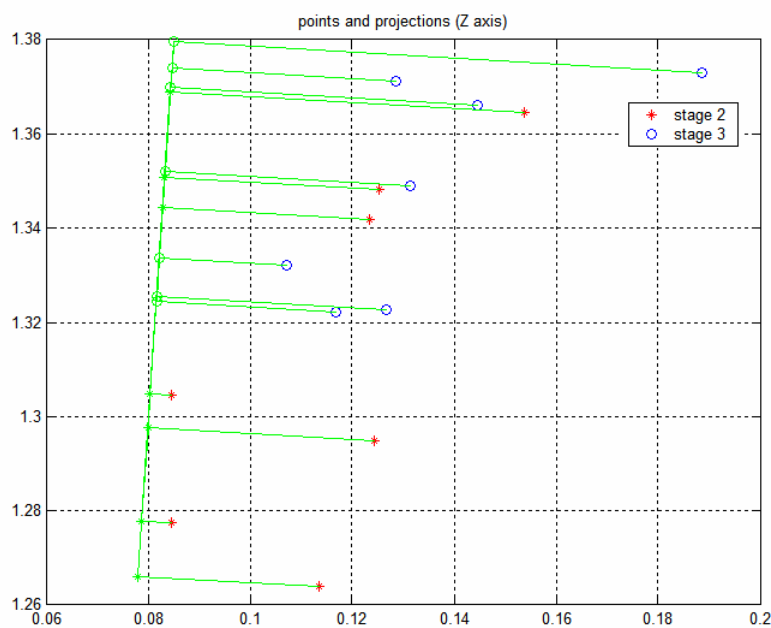
όπου  $\mu_1$  είναι ο μέσος όρος και  $\sigma_1$  είναι η τυπική απόκλιση των στοιχείων του z άξονα που αποτελούν τις προβολές των σημείων για την αναπνοή κατά την ηρεμία. Αναλόγως και για τα  $\mu_2$  και  $\sigma_2$  για το πρώτο στάδιο της άσκησης. Όσο μεγαλύτερη τιμή έχει το μέτρο πληροφορίας του Fisher τόσο καλύτερη είναι η διακριτική ικανότητα των υπό εξέταση ομάδων.

Έτσι για την αναπνοή κατά την ηρεμία και κατά το πρώτο στάδιο της άσκησης στο το διάγραμμα της κλασματικής διάστασης ως προς την approximate entropy, η τιμή του μέτρου πληροφορίας του Fisher είναι 15.7104. Ακολουθούμε την ίδια μέθοδο και για τις υπόλοιπες ομάδες των συσχετίσεων των παραμέτρων υπολογισμού.

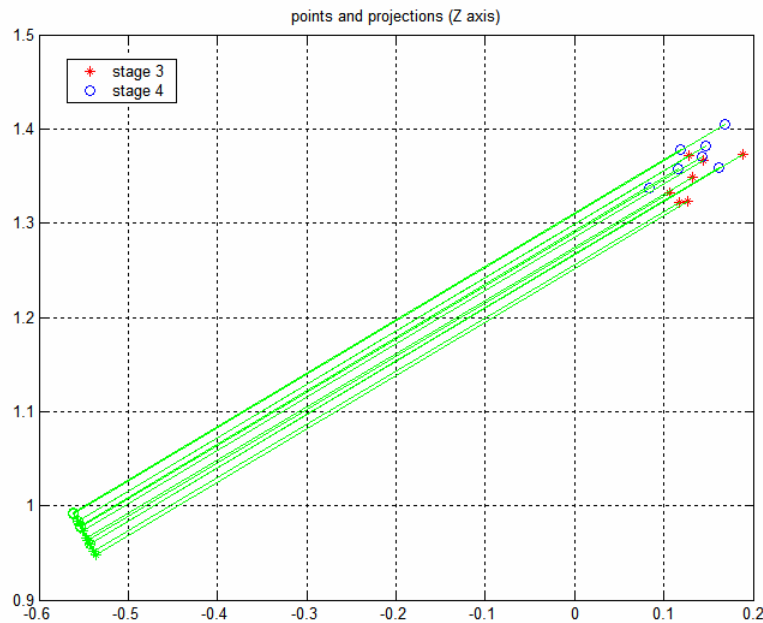
Ακολουθούν τα διαγράμματα των προβολών των σημείων που απεικονίζουν την συσχέτιση της κλασματικής διάστασης με την approximate entropy πάνω στον  $z$  άξονα και οι τιμές του μέτρου πληροφορίας του Fisher για τις υπόλοιπες δυάδες ομάδων.



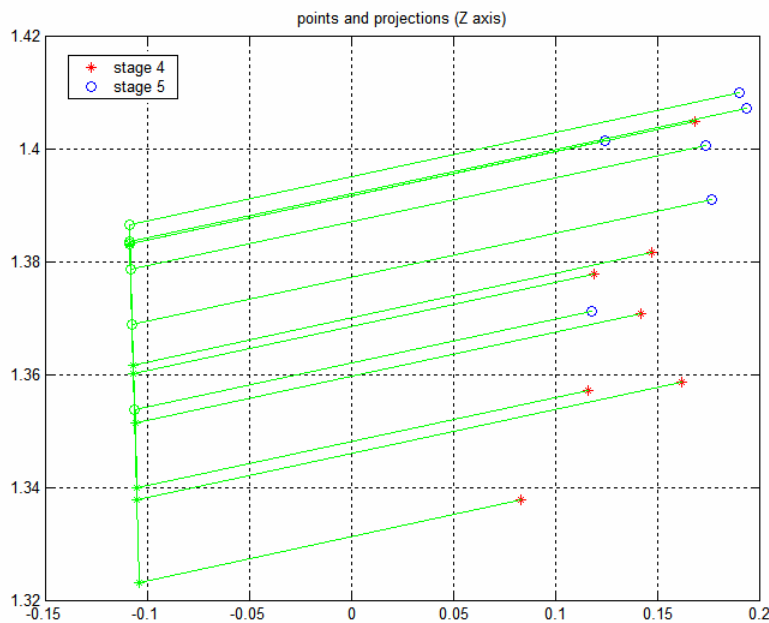
Σχήμα 4.43. Προβολές των σημείων του πρώτου και δεύτερου σταδίου της άσκησης που απεικονίζουν τη συσχέτιση μεταξύ κλασματικής διάστασης και approximate entropy. Η τιμή του μέτρου πληροφορίας του Fisher είναι: 19.6295.



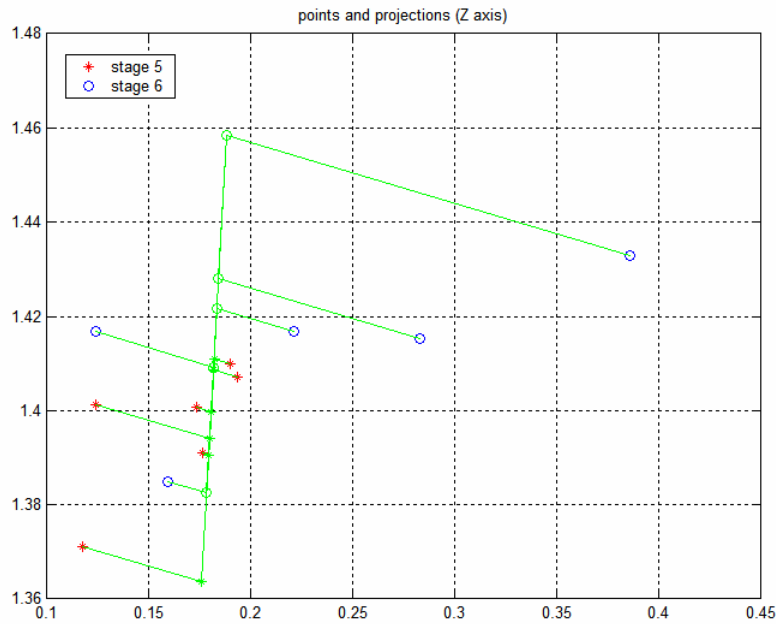
Σχήμα 4.44. Προβολές των σημείων του δεύτερου και τρίτου σταδίου της άσκησης που απεικονίζουν τη συσχέτιση μεταξύ κλασματικής διάστασης και approximate entropy. Η τιμή του μέτρου πληροφορίας του Fisher είναι: 16.9482.



Σχήμα 4.45. Προβολές των σημείων του τρίτου και τέταρτου σταδίου της άσκησης που απεικονίζουν τη συσχέτιση μεταξύ κλασματικής διάστασης και approximate entropy. Η τιμή του μέτρου πληροφορίας του Fisher είναι 53.5707.

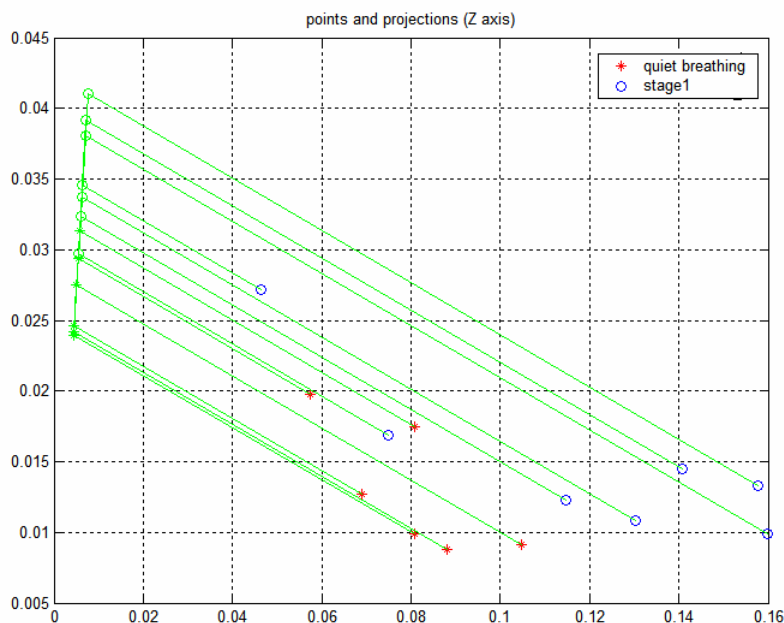


Σχήμα 4.46. Προβολές των σημείων του τέταρτου και πέμπτου σταδίου της άσκησης που απεικονίζουν τη συσχέτιση μεταξύ κλασματικής διάστασης και approximate entropy. Η τιμή του μέτρου πληροφορίας του Fisher είναι: 45.7826

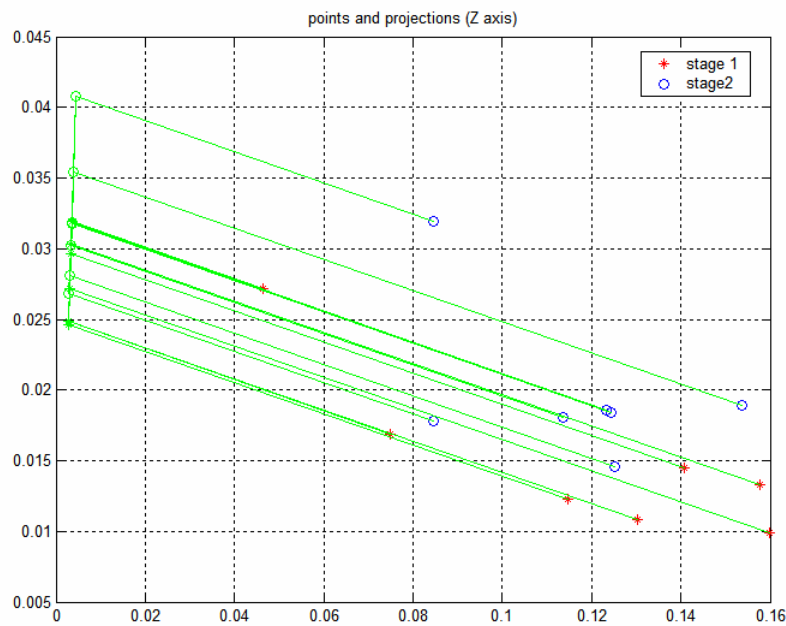


Σχήμα 4.47. Προβολές των σημείων του πέμπτου και έκτου σταδίου της άσκησης που απεικονίζουν τη συσχέτιση μεταξύ κλασματικής διάστασης και approximate entropy. Η τιμή του μέτρου πληροφορίας του Fisher είναι: 23.7676.

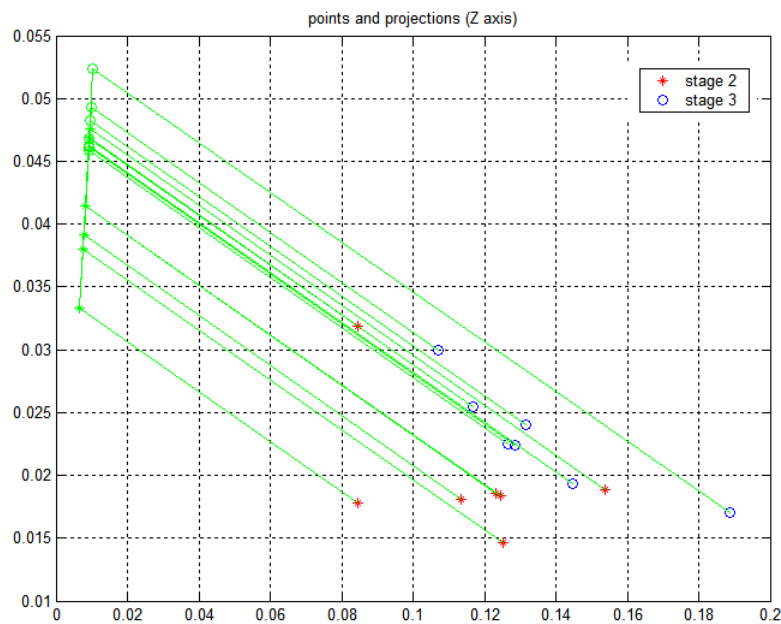
Στη συνέχεια θα υπολογίσουμε τις προβολές των ομάδων των σημείων των συσχετίσεων του συντελεστή μεταβλητότητας με την approximate entropy στον άξονα  $z$  σύμφωνα με την «Fisher's discriminant function», και την τιμή του μέτρου πληροφορίας του Fisher. Τα διαγράμματα και οι τιμές είναι τα εξής:



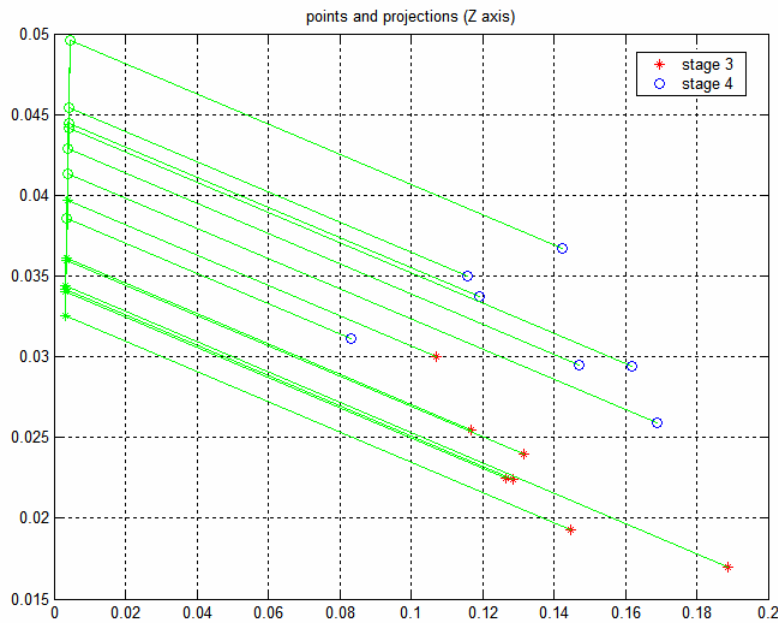
Σχήμα 4.48. Προβολές των σημείων κατά την αναπνοή σε ηρεμία και κατά το πρώτο στάδιο της άσκησης που απεικονίζουν τη συσχέτιση μεταξύ συντελεστή μεταβλητότητας και approximate entropy. Η τιμή του μέτρου πληροφορίας του Fisher είναι 330.3376.



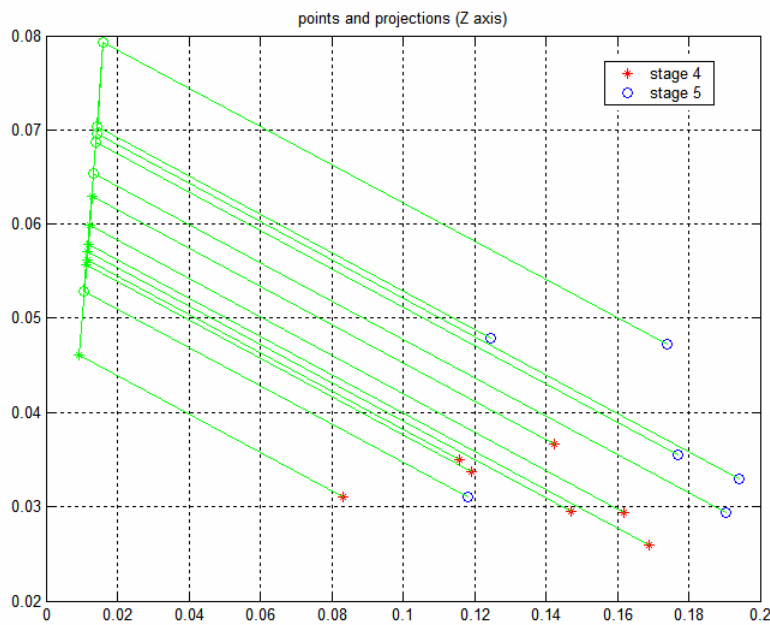
Σχήμα 4.49. Προβολές των σημείων κατά το πρώτο και δεύτερο στάδιο της άσκησης που απεικονίζουν τη συσχέτιση μεταξύ συντελεστή μεταβλητότητας και approximate entropy. Η τιμή του μέτρου πληροφορίας του Fisher είναι: 141.9964.



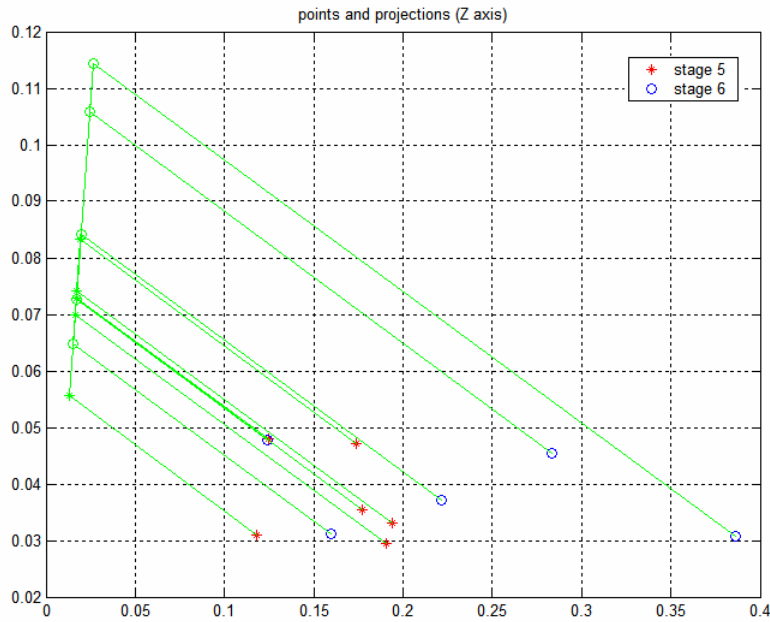
Σχήμα 4.50. Προβολές των σημείων κατά το δεύτερο και τρίτο στάδιο της άσκησης που απεικονίζουν τη συσχέτιση μεταξύ συντελεστή μεταβλητότητας και approximate entropy. Η τιμή του μέτρου πληροφορίας του Fisher είναι: 215.5922.



Σχήμα 4.51. Προβολές των σημείων κατά το τρίτο και τέταρτο στάδιο της άσκησης που απεικονίζουν τη συσχέτιση μεταξύ συντελεστή μεταβλητότητας και approximate entropy. Η τιμή του μέτρου πληροφορίας του Fisher είναι: 493.6923.

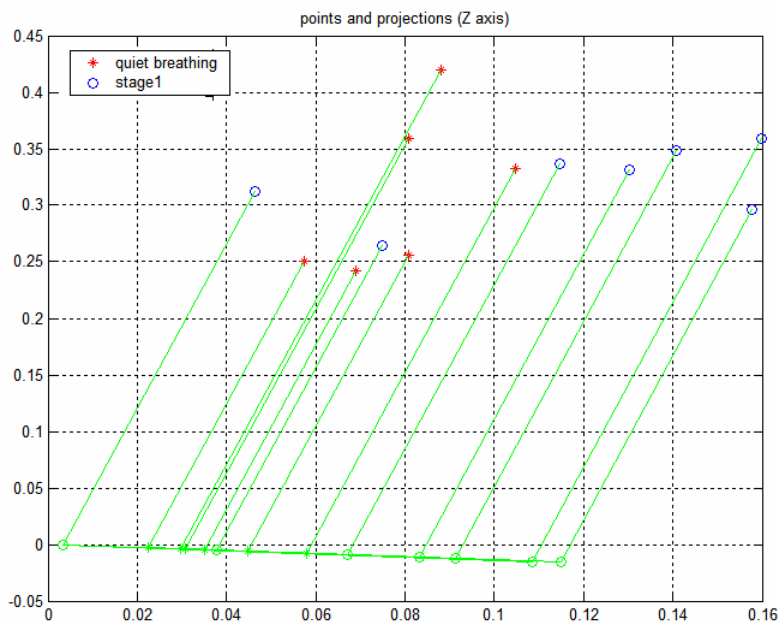


Σχήμα 4.52. Προβολές των σημείων κατά το τέταρτο και πέμπτο στάδιο της άσκησης που απεικονίζουν τη συσχέτιση μεταξύ συντελεστή μεταβλητότητας και approximate entropy. Η τιμή του μέτρου πληροφορίας του Fisher είναι: 107.4012.

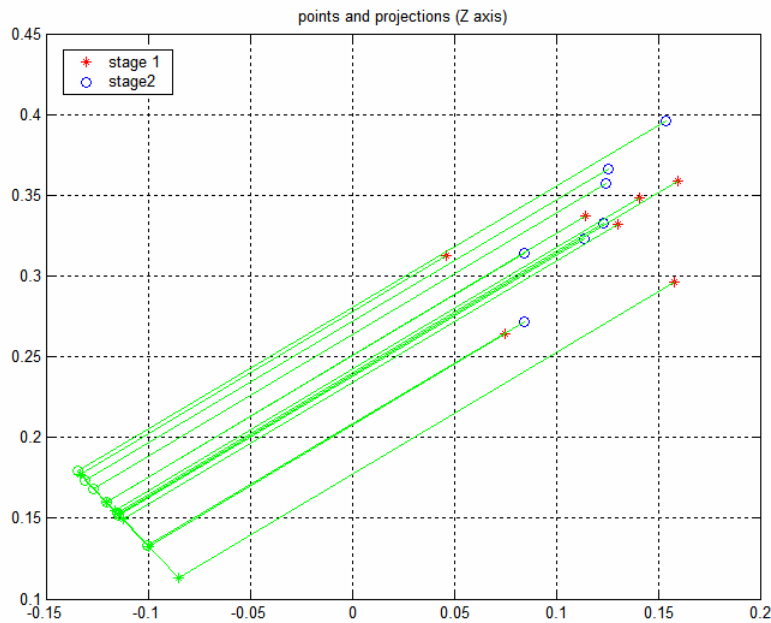


Σχήμα 4.53. Προβολές των σημείων κατά το πέμπτο και έκτο στάδιο της άσκησης που απεικονίζουν τη συσχέτιση μεταξύ συντελεστή μεταβλητότητας και approximate entropy. Η τιμή του μέτρου πληροφορίας του Fisher είναι: 31.0791.

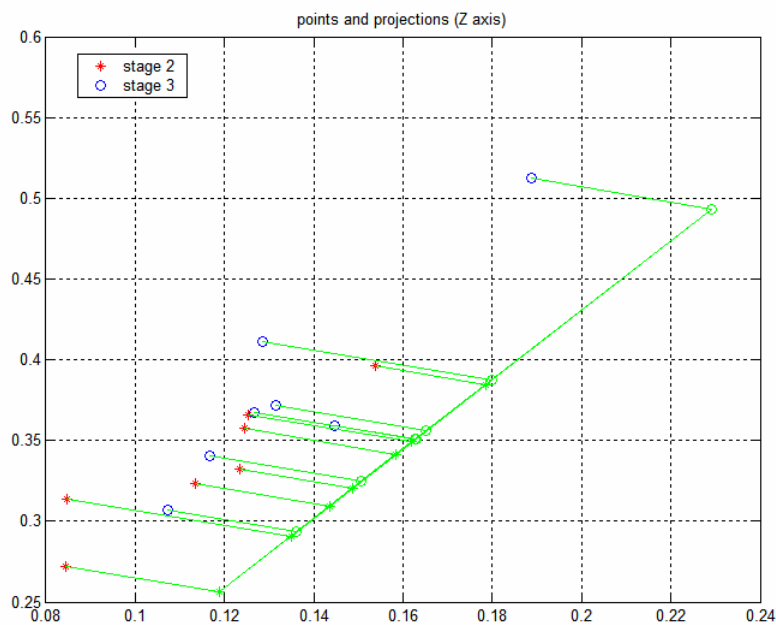
Στη συνέχεια υπολογίζουμε τις προβολές των ομάδων των σημείων των συσχετίσεων της συχνότητας με την approximate entropy στον άξονα  $z$  σύμφωνα με την «Fisher's discriminant function», και την τιμή του μέτρου πληροφορίας του Fisher. Τα διαγράμματα και οι τιμές που προκύπτουν παρατίθενται παρακάτω:



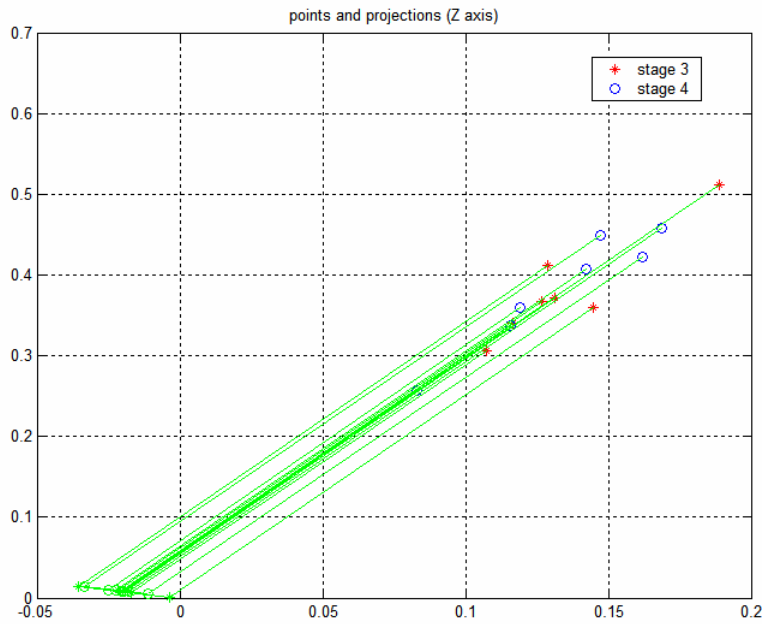
Σχήμα 4.54. Προβολές των σημείων κατά την ηρεμία και το πρώτο στάδιο της άσκησης που απεικονίζουν τη συσχέτιση μεταξύ συχνότητας και approximate entropy. Η τιμή του μέτρου πληροφορίας του Fisher είναι: 19.9985.



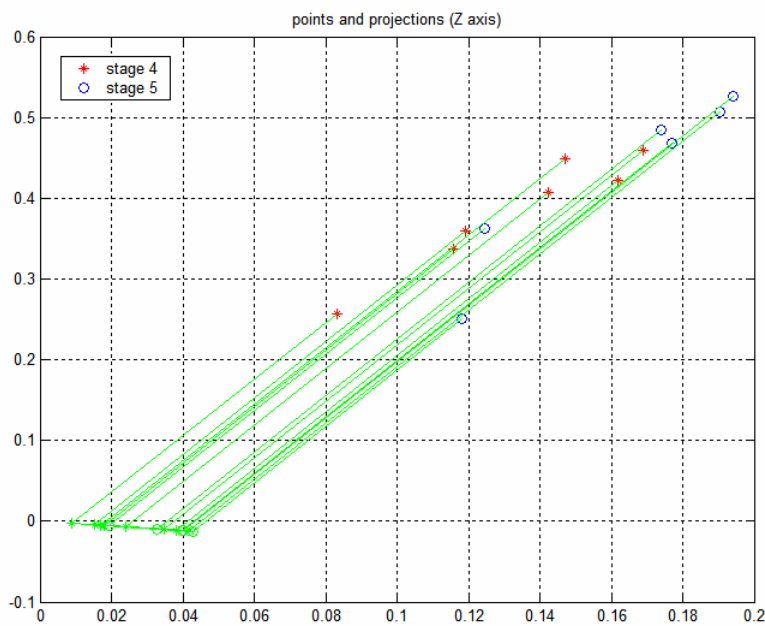
Σχήμα 4.55. Προβολές των σημείων κατά το πρώτο και δεύτερο στάδιο της άσκησης που απεικονίζουν τη συσχέτιση μεταξύ συχνότητας και approximate entropy. Η τιμή του μέτρου πληροφορίας του Fisher είναι: 13.6537.



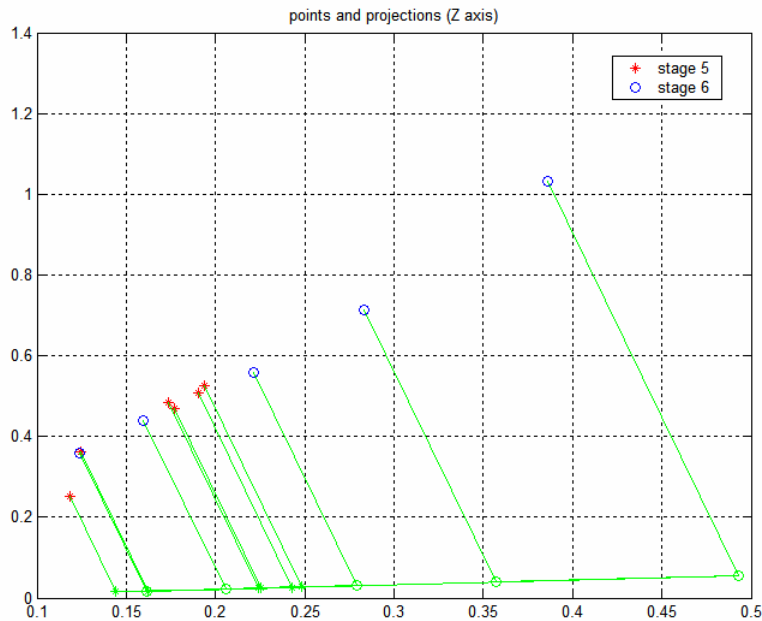
Σχήμα 4.56. Προβολές των σημείων κατά το δεύτερο και τρίτο στάδιο της άσκησης που απεικονίζουν τη συσχέτιση μεταξύ συχνότητας και approximate entropy. Η τιμή του μέτρου πληροφορίας του Fisher είναι: 6.8091.



Σχήμα 4.57. Προβολές των σημείων κατά το τρίτο και τέταρτο στάδιο της άσκησης που απεικονίζουν τη συσχέτιση μεταξύ συχνότητας και approximate entropy. Η τιμή του μέτρου πληροφορίας του Fisher είναι: 12.1309.

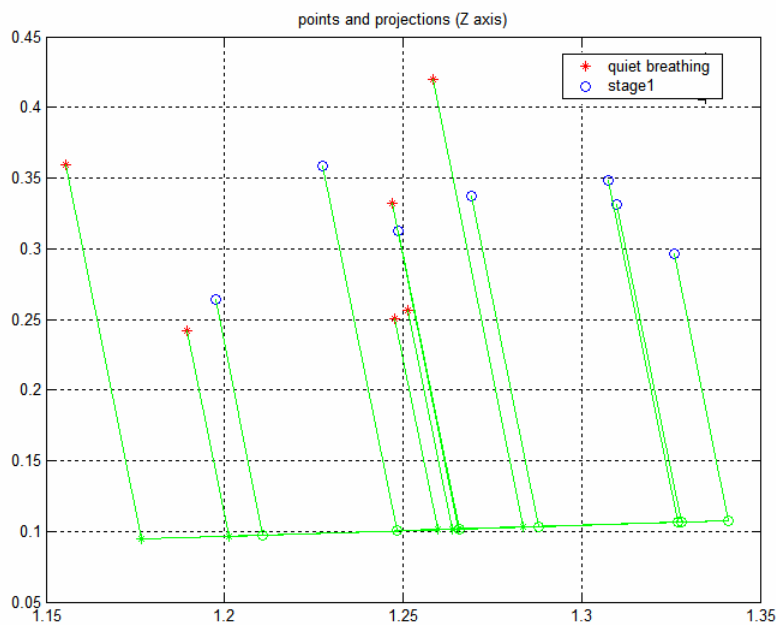


Σχήμα 4.58. Προβολές των σημείων κατά το τέταρτο και πέμπτο στάδιο της άσκησης που απεικονίζουν τη συσχέτιση μεταξύ συχνότητας και approximate entropy. Η τιμή του μέτρου πληροφορίας του Fisher είναι: 68.5113.

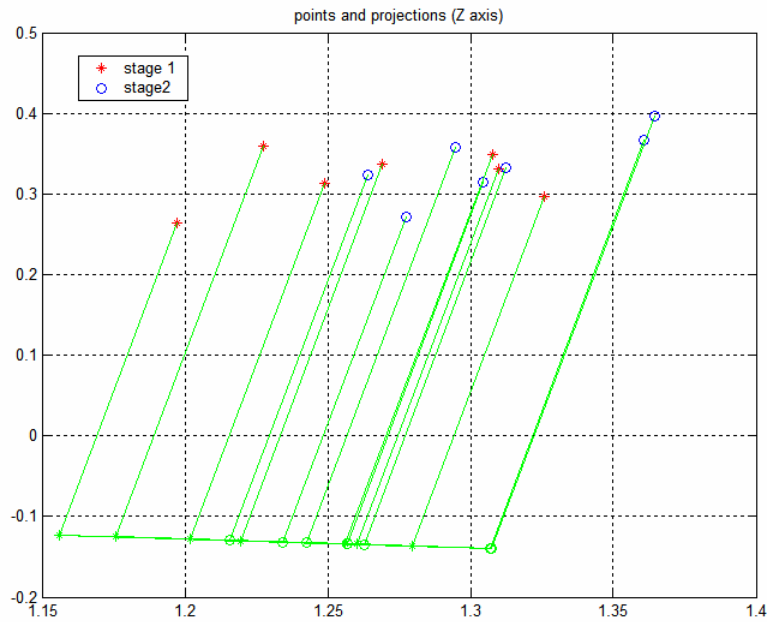


Σχήμα 4.59. Προβολές των σημείων κατά το πέμπτο και έκτο στάδιο της άσκησης που απεικονίζουν τη συσχέτιση μεταξύ συχνότητας και approximate entropy. Η τιμή του μέτρου πληροφορίας του Fisher είναι: 4.7349.

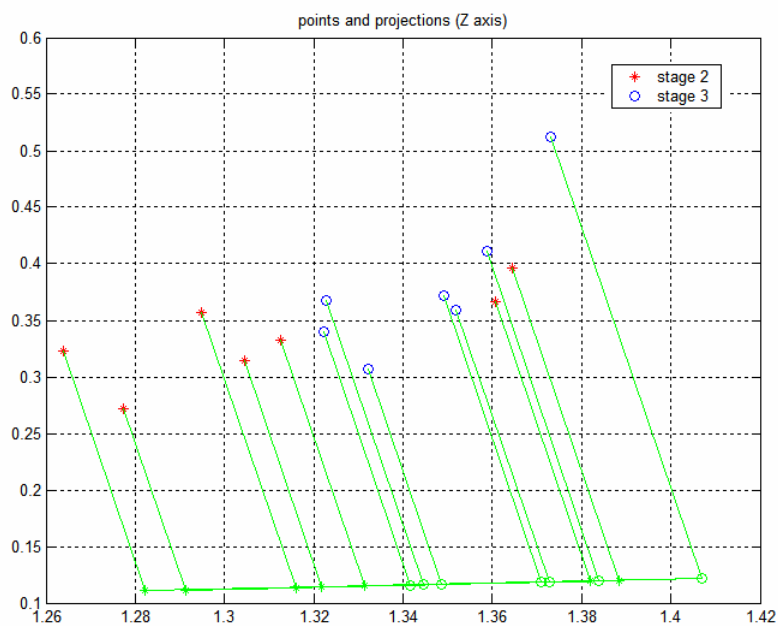
Στη συνέχεια υπολογίζουμε τις προβολές των ομάδων των σημείων των συσχετίσεων της συχνότητας με την κλασματική διάσταση στον άξονα  $z$  σύμφωνα με την «Fisher's discriminant function», και την τιμή του μέτρου πληροφορίας του Fisher. Τα διαγράμματα και οι τιμές που προκύπτουν παρατίθενται παρακάτω:



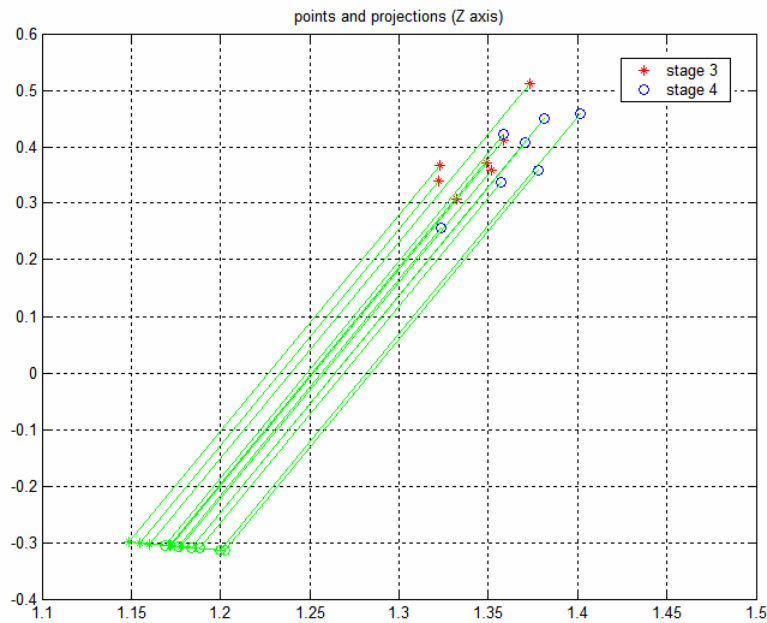
Σχήμα 4.60. Προβολές των σημείων κατά την αναπνοή στην ηρεμία και κατά το πρώτο στάδιο της άσκησης που απεικονίζουν τη συσχέτιση μεταξύ συχνότητας και κλασματικής διάστασης. Η τιμή του μέτρου πληροφορίας του Fisher είναι: 10.8961.



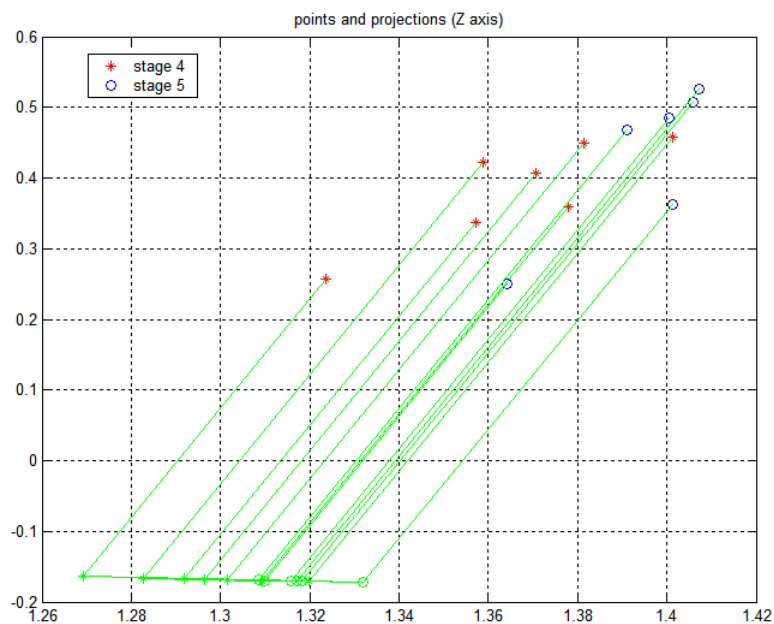
Σχήμα 4.61. Προβολές των σημείων κατά το πρώτο και δεύτερο στάδιο της άσκησης που απεικονίζουν τη συσχέτιση μεταξύ συχνότητας και κλασματικής διάστασης. Η τιμή του μέτρου πληροφορίας του Fisher είναι: 11.6894.



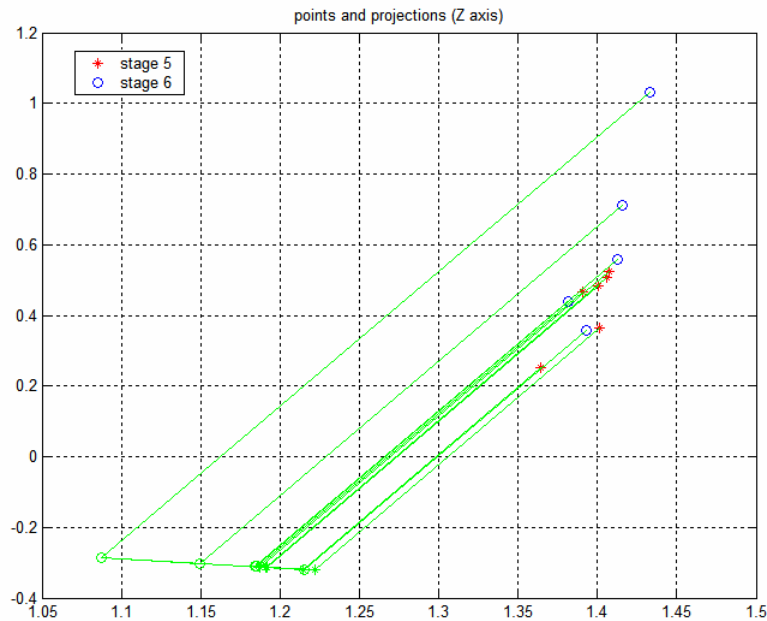
Σχήμα 4.62. Προβολές των σημείων κατά το δεύτερο και τρίτο στάδιο της άσκησης που απεικονίζουν τη συσχέτιση μεταξύ συχνότητας και κλασματικής διάστασης. Η τιμή του μέτρου πληροφορίας του Fisher είναι: 16.1106.



Σχήμα 4.63. Προβολές των σημείων κατά το τρίτο και τέταρτο στάδιο της άσκησης που απεικονίζουν τη συσχέτιση μεταξύ συχνότητας και κλασματικής διάστασης. Η τιμή του μέτρου πληροφορίας του Fisher είναι: 77.4276.

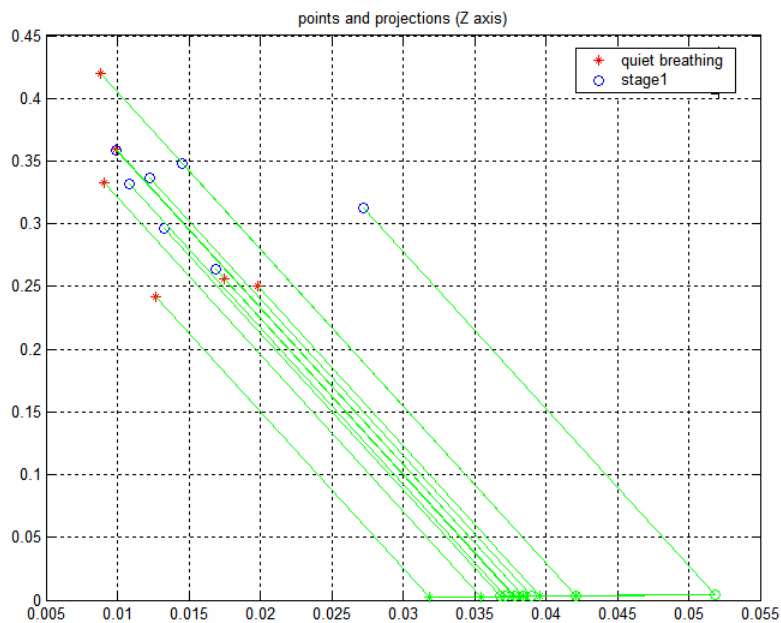


Σχήμα 4.64. Προβολές των σημείων κατά το τέταρτο και πέμπτο στάδιο της άσκησης που απεικονίζουν τη συσχέτιση μεταξύ συχνότητας και κλασματικής διάστασης. Η τιμή του μέτρου πληροφορίας του Fisher είναι: 59.2644.

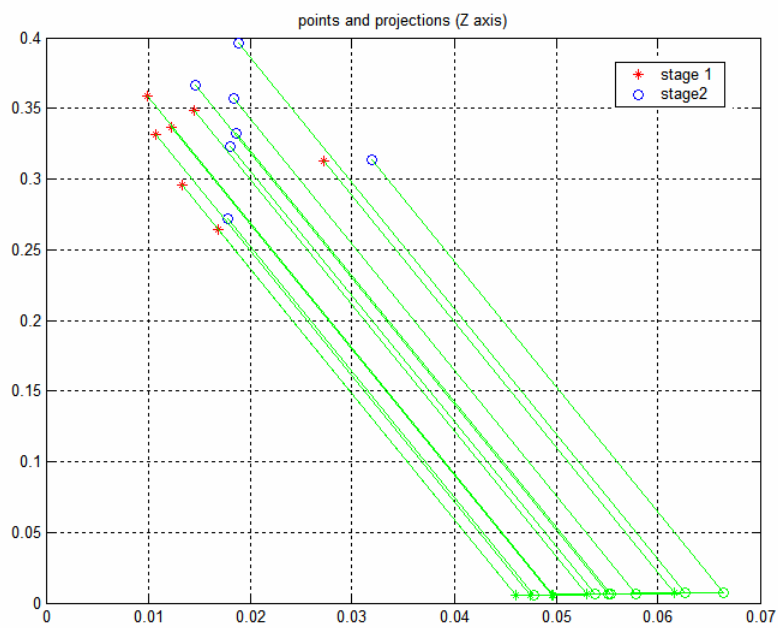


Σχήμα 4.65. Προβολές των σημείων κατά το πέμπτο και έκτο στάδιο της άσκησης που απεικονίζουν τη συσχέτιση μεταξύ συχνότητας και κλασματικής διάστασης. Η τιμή του μέτρου πληροφορίας του Fisher είναι: 12.7441.

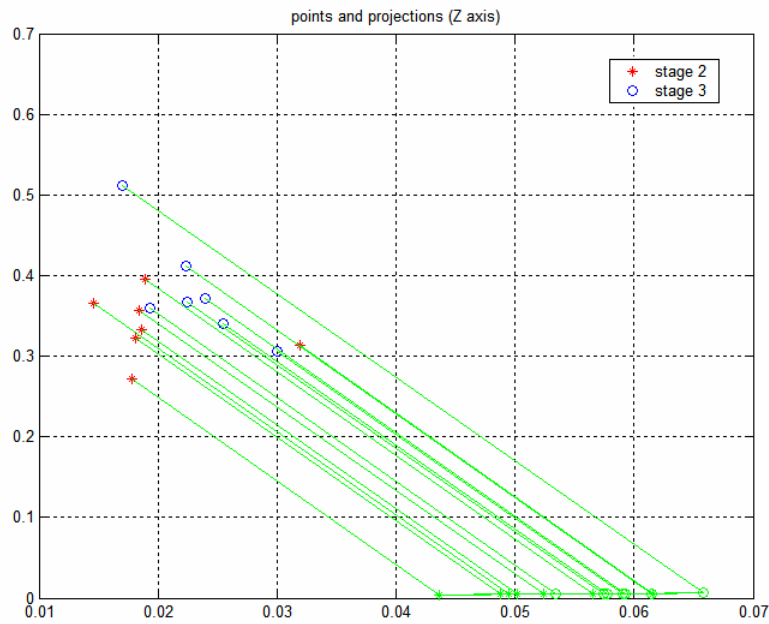
Στη συνέχεια υπολογίζουμε τις προβολές των ομάδων των σημείων των συσχετίσεων της συχνότητας με τον συντελεστή μεταβλητότητας στον άξονα  $z$  σύμφωνα με την «Fisher's discriminant function», και την τιμή του μέτρου πληροφορίας του Fisher. Τα διαγράμματα και οι τιμές που προκύπτουν παρατίθενται παρακάτω:



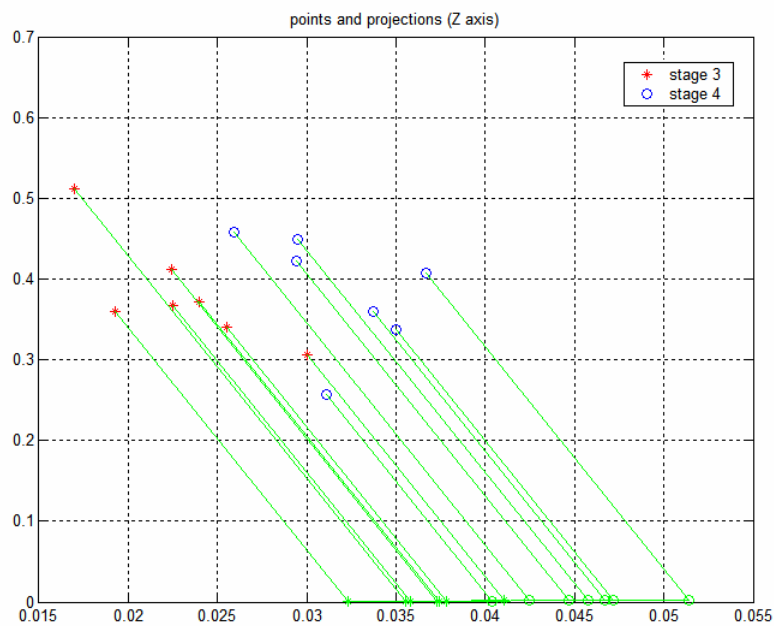
Σχήμα 4.66. Προβολές των σημείων κατά την αναπνοή στην ηρεμία και κατά το πρώτο στάδιο της άσκησης που απεικονίζουν τη συσχέτιση μεταξύ συχνότητας και συντελεστή μεταβλητότητας. Η τιμή του μέτρου πληροφορίας του Fisher είναι: 70.2371.



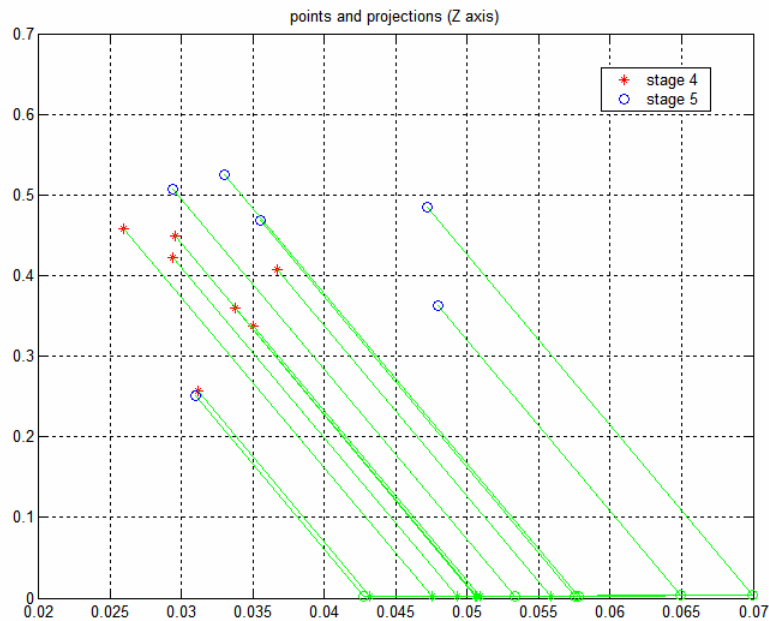
Σχήμα 4.67. Προβολές των σημείων κατά το πρώτο και δεύτερο στάδιο της άσκησης που απεικονίζουν τη συσχέτιση μεταξύ συχνότητας και συντελεστή μεταβλητότητας. Η τιμή του μέτρου πληροφορίας του Fisher είναι: 96.3234.



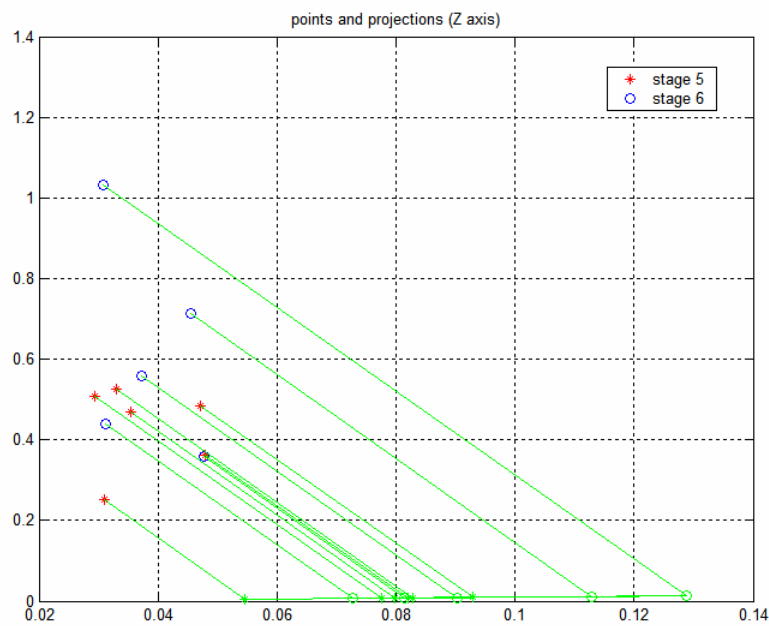
Σχήμα 4.68. Προβολές των σημείων κατά το δεύτερο και τρίτο στάδιο της άσκησης που απεικονίζουν τη συσχέτιση μεταξύ συχνότητας και συντελεστή μεταβλητότητας. Η τιμή του μέτρου πληροφορίας του Fisher είναι: 151.9785.



Σχήμα 4.69. Προβολές των σημείων κατά το τρίτο και τέταρτο στάδιο της άσκησης που απεικονίζουν τη συσχέτιση μεταξύ συχνότητας και συντελεστή μεταβλητότητας. Η τιμή του μέτρου πληροφορίας του Fisher είναι: 444.5217.



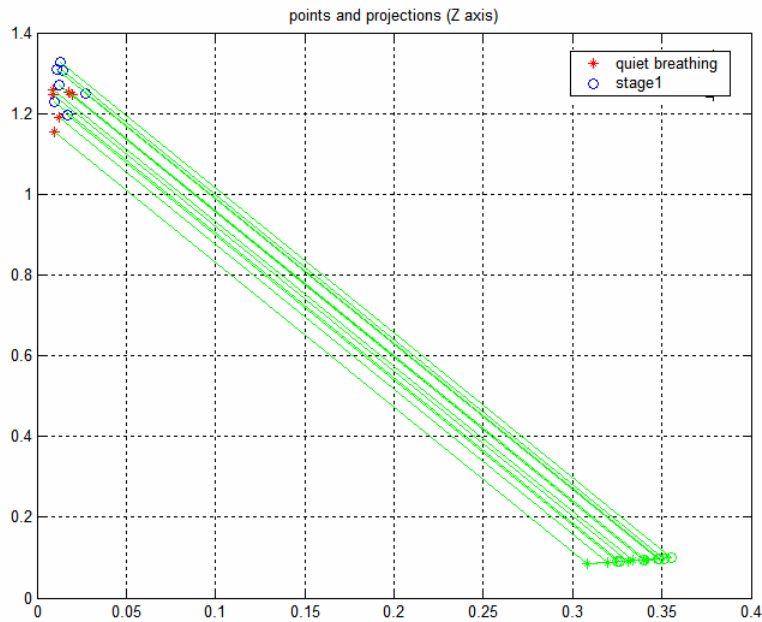
Σχήμα 4.70. Προβολές των σημείων κατά το τέταρτο και πέμπτο στάδιο της άσκησης που απεικονίζουν τη συσχέτιση μεταξύ συχνότητας και συντελεστή μεταβλητότητας. Η τιμή του μέτρου πληροφορίας του Fisher είναι: 77.1569.



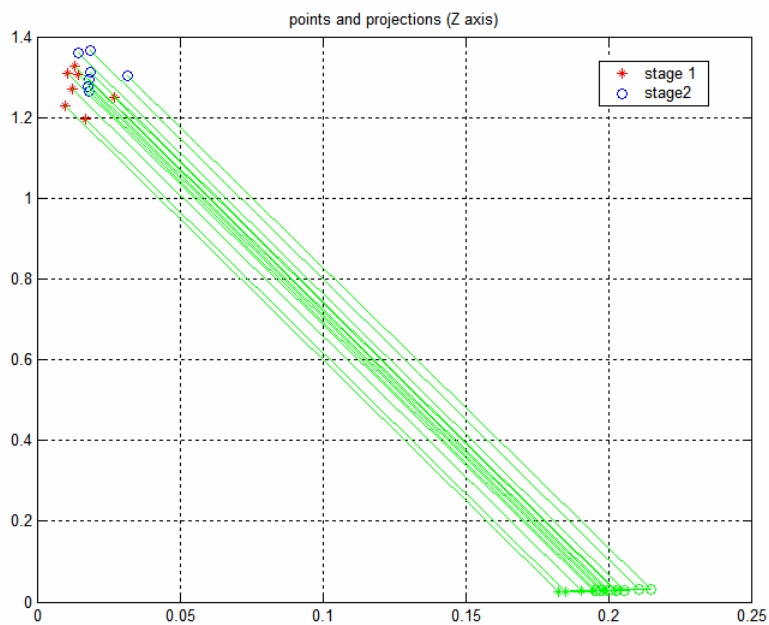
Σχήμα 4.71. Προβολές των σημείων κατά το πέμπτο και έκτο στάδιο της άσκησης που απεικονίζουν τη συσχέτιση μεταξύ συχνότητας και συντελεστή μεταβλητότητας. Η τιμή του μέτρου πληροφορίας του Fisher είναι: 27.0744.

Τέλος θα υπολογίσουμε τις προβολές των ομάδων των σημείων των συσχετίσεων της κλασματικής διάστασης με τον συντελεστή μεταβλητότητας στον

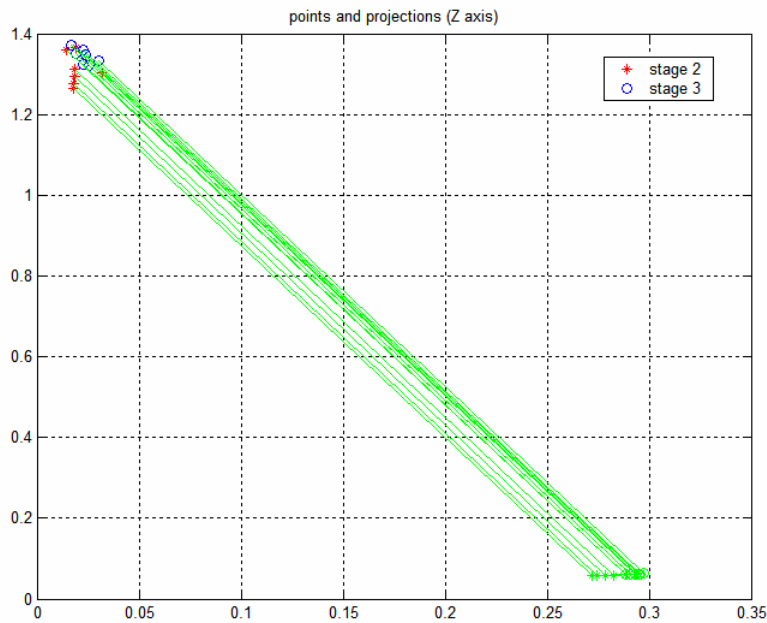
άξονα  $z$  σύμφωνα με την «Fisher's discriminant function», και την τιμή του μέτρου πληροφορίας του Fisher. Τα διαγράμματα και οι τιμές που προκύπτουν παρατίθενται παρακάτω:



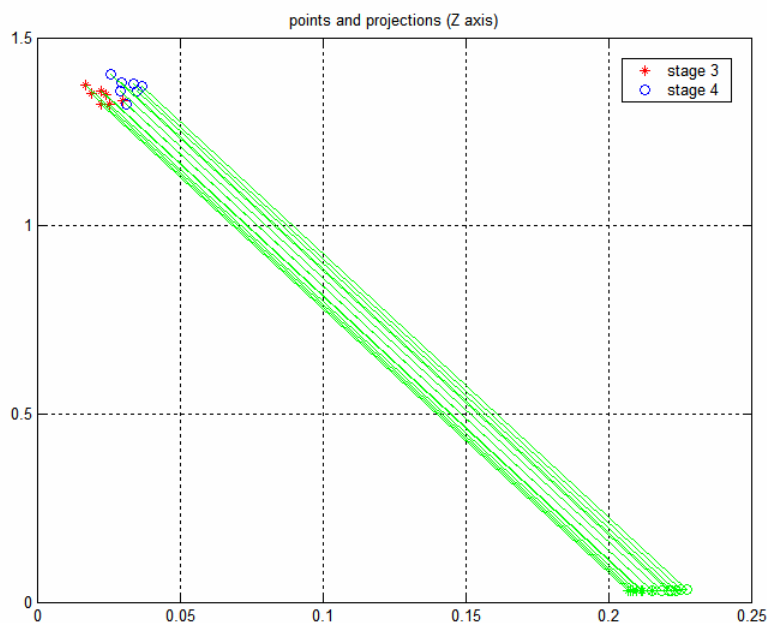
Σχήμα 4.72. Προβολές των σημείων κατά την αναπνοή στην ηρεμία και κατά το πρώτο στάδιο της άσκησης που απεικονίζουν τη συσχέτιση μεταξύ κλασματικής διάστασης και συντελεστή μεταβλητότητας. Η τιμή του μέτρου πληροφορίας του Fisher είναι: 41.6675.



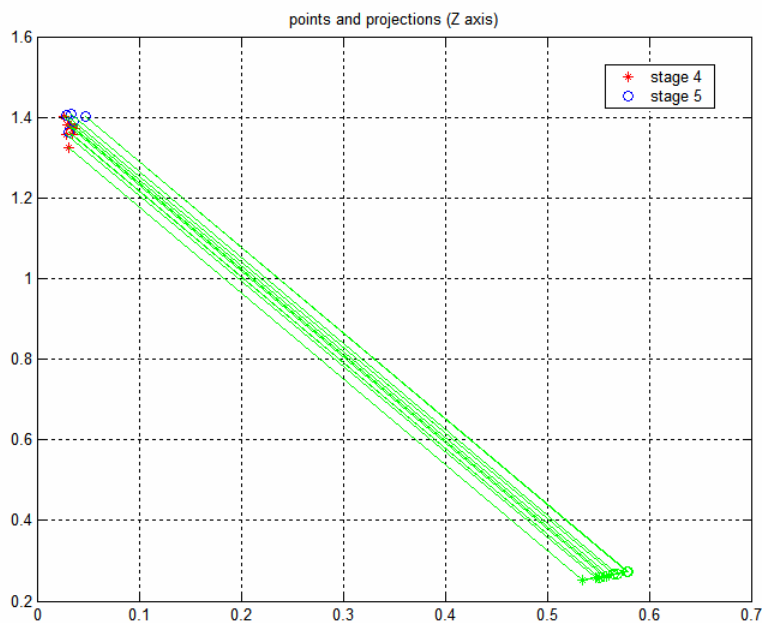
Σχήμα 4.73. Προβολές των σημείων κατά το πρώτο και δεύτερο στάδιο της άσκησης που απεικονίζουν τη συσχέτιση μεταξύ κλασματικής διάστασης και συντελεστή μεταβλητότητας. Η τιμή του μέτρου πληροφορίας του Fisher είναι 98.3429.



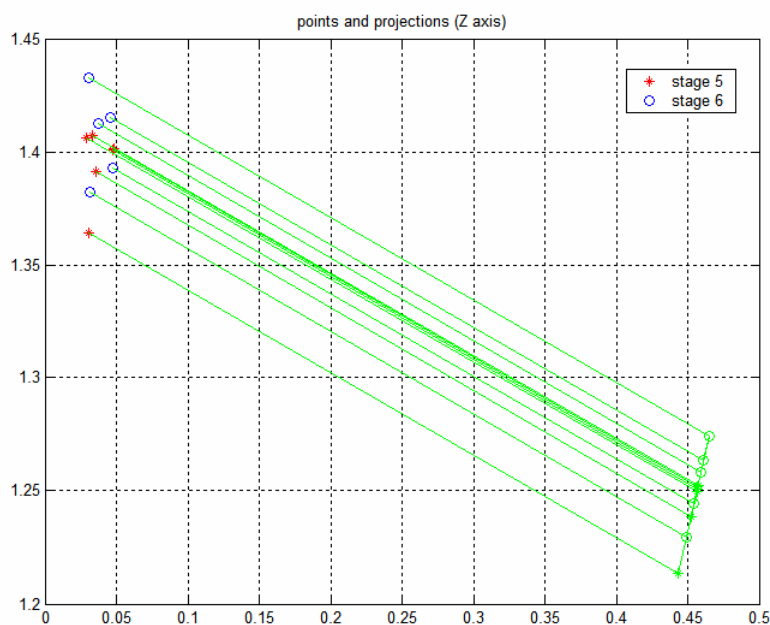
Σχήμα 4.74. Προβολές των σημείων κατά το δεύτερο και τρίτο στάδιο της άσκησης που απεικονίζουν τη συσχέτιση μεταξύ κλασματικής διάστασης και συντελεστή μεταβλητότητας. Η τιμή του μέτρου πληροφορίας του Fisher είναι: 112.1108.



Σχήμα 4.75. Προβολές των σημείων κατά το τρίτο και τέταρτο στάδιο της άσκησης που απεικονίζουν τη συσχέτιση μεταξύ κλασματικής διάστασης και συντελεστή μεταβλητότητας. Η τιμή του μέτρου πληροφορίας του Fisher είναι: 446.2678.



Σχήμα 4.76. Προβολές των σημείων κατά το τέταρτο και πέμπτο στάδιο της άσκησης που απεικονίζουν τη συσχέτιση μεταξύ κλασματικής διάστασης και συντελεστή μεταβλητότητας. Η τιμή του μέτρου πληροφορίας του Fisher είναι: 74.9807.



Σχήμα 4.77. Προβολές των σημείων κατά το πέμπτο και έκτο στάδιο της άσκησης που απεικονίζουν τη συσχέτιση μεταξύ κλασματικής διάστασης και συντελεστή μεταβλητότητας. Η τιμή του μέτρου πληροφορίας του Fisher είναι: 19.4576.

### 4.3. Συμπεράσματα.

Από τις μετρήσεις και τα διαγράμματα για τις τιμές της κλασματικής διάστασης, της approximate entropy, του συντελεστή μεταβλητότητας και της συχνότητας εξάγονται κάποια συμπεράσματα:

1. Παρατηρούμε ότι με την αύξηση της έντασης της άσκησης στην οποία υποβάλλονται οι εξεταζόμενοι, αυξάνεται η πολυπλοκότητα του σήματος του όγκου του θώρακα προς τον χρόνο, μέτρο που εκφράζεται από την τιμή της κλασματικής διάστασης (Σχήμα 4.8).
2. Με την αύξηση της δυσκολίας της άσκησης μειώνεται η κανονικότητα του σήματος η οποία εκφράζεται από την τιμή της approximate entropy ή της sample entropy (Σχήματα 4.16-4.17).
3. Όσο αυξάνεται η δυσκολία της άσκησης, αυξάνεται και η μεταβλητότητα (η σχετική διασπορά) του σήματος όγκου θώρακα-χρόνου. Η μεταβλητότητα εκφράζεται από τις τιμές του συντελεστή μεταβλητότητας (coefficient of variation) στο Σχήμα 4.26.
4. Τέλος, η αύξηση της δυσκολίας της άσκησης έχει άμεση συνάφεια με την αύξηση της τιμής της συχνότητας στην οποία παρουσιάζεται η μέγιστη ισχύς στο wavelet φάσμα ισχύος (Σχήμα 4.34).

Παρά το γεγονός ότι το δείγμα των εξεταζόμενων στο συγκεκριμένο πείραμα ήταν μικρό, τα αποτελέσματα αυτά αποτελούν μία βάση για την μελέτη των μη-γραμμικών ιδιοτήτων των αναπνευστικών σημάτων του όγκου του θώρακα ως προς τον χρόνο άσκησης.

Επίσης οι μέθοδοι που χρησιμοποιούνται στην συγκεκριμένη εργασία, εφαρμοσμένες για μεγαλύτερο αριθμό εξεταζόμενων (συμπεριλαμβανομένων και ασθενών), μπορούν να χρησιμοποιηθούν περαιτέρω για κατηγοριοποίηση (classification) αναπνευστικών σημάτων όγκου θώρακα σε συνάρτηση με τον χρόνο.

Από την επεξεργασία των διαγραμμάτων των παραμέτρων υπολογισμού σε συσχέτιση μεταξύ τους και την εξαγωγή τιμών για την διακριτική ικανότητα των

ομαδοποιημένων ανά στάδιο συσχετίσεων, μπορούμε να εξάγουμε κάποια συμπεράσματα για την διακριτότητα των ομάδων αυτών.

Ακόμη από αυτές τις μετρήσεις μας παρέχεται μία ποσοτική εκτίμηση των ιδιοτήτων του πνεύμονα. Τα χαρακτηριστικά που εξάγουμε από τα σήματα μεταβολής του όγκου του θώρακα θα μπορούσαν να χρησιμεύσουν, αν όχι σε διάγνωση, σε χαρακτηρισμό και διαχωρισμό αναπνευστικών σημάτων υγιών από ασθενείς ή σημάτων διαφορετικών παθολογιών.

#### 4.4. Βιβλιογραφία.

1. Macklem, P., 1992: Analysis of human chest wall motion using a two compartment rib cage model. Journal of applied physiology.
2. Hopkins J., 1994: [www.oac.jhmi.edu](http://www.oac.jhmi.edu). Office of academic computing σε συνεργασία με το πανεπιστήμιο “John Hopkins”.
3. Williams J. και G. Wilkins, 1990: Respiratory physiology-the essentials 4<sup>η</sup> έκδοση. West JB.
4. S. J. Cala, C. M. Kenyon, G. Ferrigno, P. Carnevali, A. Aliverti, A. Pedotti, P. T. Macklem, και D. F. Rochester, 1998: Chest wall and lung volume estimation by optical reflectance motion analysis. Journal of applied physiology, 81, 2680-2689.
5. Aliverti A. και P. Macklem, 2002: Respiratory muscle dynamics and control during exercise with externally imposed expiratory flow limitation. Journal of applied physiology, 92, 1953-1963.
6. Μπάσιος Β. και Ι. Αδαμόπουλος, 1992: Γνωριμία με τον κόσμο των fractals, 2<sup>η</sup> έκδοση. NUBI.
7. Nicolis J., 1991: Chaos and information processing. Word scientific.
8. Bransley M., 1993: Fractals everywhere 2<sup>η</sup> έκδοση. Ac. Press Limited.
9. Elert G., 1995: The chaos hypertextbook.
10. Kolmogorov N., 1933: Βασικές αρχές της θεωρίας των πιθανοτήτων.
11. Kolmogorov N. και Uspenskii A., 1987: Theory probability and it's applications on engineering.
12. Eckmann, JP και Ruelle D., 1985: Ergodic theory of chaos and strange attractors. Rev. Mod. Phys., 57, 617-654.
13. Grassberger P., 1988: Finite sample corrections to entropy and dimension estimates. Phys. Let., 128, 369.
14. Grassberger P. και Procaccia I, 1983: Estimation of the Kolmogorov entropy from a chaotic signal. Phys. Rev., 28, 2591-2593.
15. Grassberger P., Schreiber T. και Schaffrath C., 1991: Nonlinear time sequence analysis. Int. J. Bifur. Chaos 1, 547.

16. Pincus S. και Burton H. Singer, 1995: A recipe for randomness. Proc. Natl. Acad. Sci. 93, 2083-2088.
17. Richman J. και J. Randall Moorman, 2000: Physiological time series analysis using approximate entropy and sample entropy. American Journal of Physiological Heart Circulation, 266, H1643-H1656.
18. Pincus M., 1991: Approximate entropy as a measure of system complexity. Proc. Natl. Acad. Sci., 88, 2297-2301.
19. Moody G., 2001: [www.physionet.org/physiotools/apen](http://www.physionet.org/physiotools/apen).
20. Spiegel M., 1975: Schaum's outline theory and problems of probability and statistics. Mc Graw Hill.
21. Torrence G. και Compo P., 1997: A practical guide to wavelet analysis.
22. Torrence G. και P.J. Webster, 1997: The annual cycle of persistence in the El Nino-Southern Oscillation. Quart. J. Roy. Meteor. Soc., στον τύπο.
23. Kaiser G., 1994: A friendly guide to wavelets. Birkhauser, 300 pp.
24. Farge G., 1992: Wavelet transform and their applications to turbulence. Annu. Rev. Fluid Mech., 24, 395-457.
25. Weng H. and Lau M., 1994: Wavelets, period doubling and time frequency localization with application to organization of convection over the tropical western Pacific. J. Atmos. Sci., 51, 2523-2541.
26. Meyers K., G. Kelly and J. O' Brien, 1993: An introduction to wavelet analysis in oceanography and meteorology: With application to the dispersion of Yanai waves. Mon. Wea. Rev., 121, 2858-2866.
27. Chatfield C., 1989: The analysis of time series: An introduction. 4<sup>η</sup> έκδοση. Chapman and Hall, 241 pp.
28. Jenkins G. and D. Wats, 1968: Spectral analysis and its applications. Holden-Day, 525 pp.
29. Gilman P., F. Furglister and J. Mitchell, 1963: On the power spectrum of "red noise". J. Atmos. Sci 20, 182-184.
30. Burioka N., S. Hishashi, S. Takanori, M. Masanori και E. Masahiro, 2002: Non-linear dynamics applied to human respiratory movement during sleep. Biomedical Pharmacotherapy 56, 370-373.
31. Fisher A., 1936: The use of measurements in taxonomic problems. Ann. Eugenics 7, 179-188.

