



ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ & ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΘΕΜΑ: « *ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΔΙΑΝΟΜΗΣ &
ΧΩΡΟΘΕΤΗΣΗ ΕΓΚΑΤΑΣΤΑΣΕΩΝ* »

ΑΝΑΣΤΑΣΙΟΣ ΜΑΝΤΖΑΡΗΣ



ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ : ΑΘΑΝΑΣΙΟΣ ΜΥΓΔΑΛΑΣ

ΧΑΝΙΑ
ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΣ 2003

Θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον καθηγητή Αθανάσιο Μυδαλά, και τον υποψήφιο δάκτωρ Ιωάννη Μαρινάκη, όδου χωρίς την βοήθειά τους θα ήταν δύσκολη η ολοκλήρωση αυτής της διωλμηματικής εργαςίας.

Ειδίως, ευχαριστώ θερμά τον Κωνςταντίνο Βουκελάτο ο οποίος αφιέρωσε πολύ από τον πολύτιμο χρόνο του μαζί μου για την συλλογή στοιχείων, πολύτιμων για την δημιουργία αυτής της διωλμηματικής εργαςίας.

Στους γονείς μου,
Δημήτρη και Κατερίνα

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

1	ΕΙΣΑΓΩΓΗ	6
1.1	ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΤΗΣ ΕΤΑΙΡΕΙΑΣ	6
2	ΓΕΝΙΚΑ ΠΕΡΙ LOGISTICS & SUPPLY CHAIN MANAGEMENT	9
2.1	Η Εξέλιξη των Logistics και της Εφοδιαστικής Αλυσίδας	9
2.1.1	Εισαγωγή	9
2.1.2	Διοίκηση διανομής υλικών (Physical Distribution Management PDM)	9
2.1.3	Τι σημαίνει «Διαχείριση της Εφοδιαστικής Αλυσίδας» και η σπουδαιότητα της	11
2.2	Αποφάσεις που λαμβάνονται κατά την Διαχείριση της Αλυσίδας Προμηθειών	15
2.2.1	Εισαγωγή	15
2.2.2	Επιλογή των κατάλληλων εγκαταστάσεων	15
2.2.2.1	Καθορισμός του προφίλ των εγκαταστάσεων	17
2.3	Επιλογή του καταλληλότερου μέσου μεταφοράς των υλικών	18
2.3.1	Τα χαρακτηριστικά των μεταφορικών μέσων	18
2.3.2	Παράγοντες που επηρεάζουν την επιλογή του μέσου μεταφοράς	20
3	ΤΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗΣ ΟΧΗΜΑΤΩΝ (V.R.P.)	22
3.1	ΓΕΝΙΚΑ	22
3.2	ΜΕ ΤΙ ΑΣΧΟΛΟΥΝΤΑΙ ΤΑ V.R.P.	23
3.3	ΟΡΙΣΜΟΣ ΤΩΝ V.R.P.	27
3.3.1	ΤΟ ΜΟΝΤΕΛΟ C.V.R.P.	28
3.3.2	ΤΟ ΜΟΝΤΕΛΟ V.R.P.T.W.	31
3.3.3	ΤΟ ΜΟΝΤΕΛΟ V.R.P.B.	32
3.3.4	ΤΟ ΜΟΝΤΕΛΟ V.R.P.D.	33
3.4	ΒΑΣΙΚΑ ΜΟΝΤΕΛΑ ΓΙΑ ΤΑ V.R.P.	34
3.4.1	Vehicle Flow Models	35
3.4.2	Commodity Flow Models	36
3.4.3	Set-Partitioning Models	38
3.5	LOCATION PROBLEMS (ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΧΩΡΟΘΕΤΗΣΗΣ)	39
3.5.1	Η στρατηγική σημασία των εγκαταστάσεων.	39
3.5.2	ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ ΕΠΙΛΟΓΗΣ & ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΥ ΕΓΚΑΤΑΣΤΑΣΕΩΝ	42
3.5.2.1	Πλήθος εγκαταστάσεων.	43
3.5.2.2	Το περιβάλλον των τοποθεσιών	43
3.5.2.3	Περιορισμοί στις τοποθεσίες.	44
3.5.2.4	Αλγόριθμοι επίλυσης των LP	44
3.5.2.5	Χωροθέτηση μιας εγκατάστασης με την χρήση Ευκλείδειας απόστασης	45
3.5.2.6	Ο γενικευμένος αλγόριθμος Weiszfeld	46
3.5.2.7	Χωροθέτηση μιας εγκατάστασης με την χρήση Ορθογώνιας απόστασης	47
3.5.2.8	Το πρόβλημα Minimax για την χωροθέτηση μιας εγκατάστασης με την Ευκλείδεια απόστ	47
3.5.2.9	Τα LP πολλαπλών εγκαταστάσεων (Multiple-Facility)	48
3.5.2.10	Τα διαγράμματα Voronoi	49
4	ΤΡΟΠΟΙ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΤΩΝ VRP & LP	51
4.1	Αλγόριθμοι εξοικονομήσεων (savings algorithm)	53
4.2	Οι αλγόριθμοι ομαδοποίησης πρώτα - δρομολόγηση μετά (cluster-first, route-second)	54
4.3	Η μέθοδος των δύο φάσεων των Mole και Jameson	55
4.4	Η μέθοδος των δύο φάσεων των Christofides, Mingozzi & Toth	56
4.5	Ο αλγόριθμος της Προσομοιωμένης ανόπτησης του Osman	57
4.6	Ο αλγόριθμος περιορισμένης αναζήτησης του Osman	60
4.7	Μια παραλλαγή της περιορισμένης αναζήτησης των Toth και Vigo	60
4.8	Ο αλγόριθμος σαρώματος (The sweep algorithm)	61
4.9	Η διαδικασία του πλησιέστερου γείτονα	62
4.10	Διαδικασίες εισαγωγής	62
4.11	Βελτιώνοντας τους ευρετικούς αλγορίθμους τοπικής αναζήτησης	63
4.12	Η μέθοδος 2-βελτίστου	64
4.13	Η μέθοδος 3-βελτίστου	64
4.14	Οr-βέλτιστο	65

5	ΤΟ ΛΟΓΙΣΜΙΚΟ LINGO	66
5.1	Γραμμικός Προγραμματισμός	66
5.2	L I N G O	66
5.3	Η μέθοδος Branch & Bound	67
6	Η ΕΤΑΙΡΙΑ	70
6.1	Η διαδικασία εισαγωγής προϊόντων από το εξωτερικό στην κεντρική αποθήκη της Μάνδρας	71
6.2	Διαδικασία ελέγχου-κατάταξης αποθεμάτων	73
6.3	Ενέργειες για την εύρεση βέλτιστης ποσότητας αποθεμάτων	74
7	ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ-Η ΕΠΙΛΥΣΗ	76
7.1	Το πρόβλημα της χωροθέτησης	76
7.2	Εφαρμογή VRP για την αποθήκη της Πάτρας	81
7.3	Εφαρμογή VRP για την αποθήκη της Θεσσαλονίκης	82
7.4	ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ	86
	ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ	87
	ΜΟΝΤΕΛΟ ΓΙΑ VRP ΠΑΤΡΑΣ	
	ΜΟΝΤΕΛΟ LOCATION PROBLEM	
	ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ	

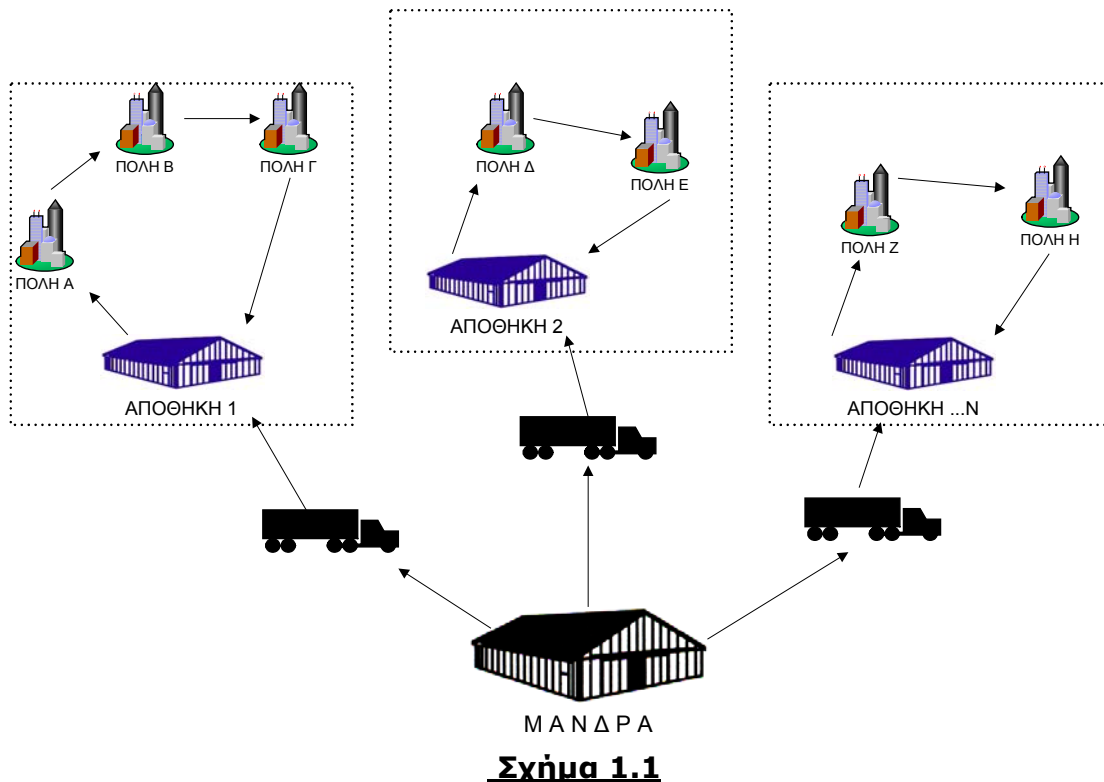


ΕΙΣΑΓΩΓΗ

1.1 ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΤΗΣ ΕΤΑΙΡΕΙΑΣ

Μια Αμερικανική εταιρεία κατασκευών έχει μια κεντρική αποθήκη στην Μάνδρα Αττικής η οποία βρίσκεται 27 χμ δυτικά της Αθήνας. Εκεί συσσωρεύονται όλα τα εμπορεύματα τα οποία προέρχονται από αποθήκες της γειτονικής χώρας. Από την Μάνδρα φεύγουν σε καθημερινή βάση εμπορεύματα τα οποία έχουν σαν προορισμό όλες τις περιοχές της Ελλάδας. Η διανομή των εμπορευμάτων γίνεται με φορτηγά τα οποία έχουν μέση χωρητικότητα 10 m^3 . Η ίδια η εταιρία παρατήρησε ότι υπάρχουν αρκετές φορές καθυστερήσεις στη διανομή των εμπορευμάτων λόγω του ότι ένα φορτηγό θα πρέπει κάθε φορά να διανείμει εμπορεύματα σε πολλές πόλεις το οποίο όπως είναι φυσικό προκαλούσε τις περισσότερες φορές παράπονα πελατών οι οποίοι παραλάμβαναν τελευταίοι τις παραγγελίες τους. Αποτέλεσμα αυτού ήταν η καθυστερημένη επιστροφή των φορτηγών στην κεντρική αποθήκη της Μάνδρας για την παραλαβή νέων παραγγελιών καθώς επίσης και ένα αυξημένο κόστος διανομής το οποίο τελικά επιβάρυνε και τους πελάτες. Για να αντιμετωπίσει η εταιρία το υπάρχον πρόβλημα θέλησε να διερευνήσει την ακόλουθη διαδικασία επίλυσης:

- Αρχικά να εγκαταστήσει έναν συγκεκριμένο αριθμό αποθηκών οι οποίες θα εξυπηρετούν συγκεκριμένες πόλεις της χώρας η κάθε μια.
- Εν συνεχεία η εύρεση βέλτιστης διαδρομής από την κάθε αποθήκη στις αντίστοιχες πόλεις για την ταχύτερη διανομή.



Οι παραπάνω τρόποι αντιμετώπισης είναι γνωστά προβλήματα στον τομέα των Logistics και όχι μόνο έχουν εμφανισθεί πολύ συχνά σε διάφορες εταιρίες αλλά έχουν επιλυθεί με διάφορα μοντέλα βελτιστοποίησης δικτύων. Όσον αφορά το πρώτο πρόβλημα είναι ένα κλασσικό Location Problem (LP) - Πρόβλημα Χωροθέτησης-. Τα LP περιλαμβάνουν περιπτώσεις που ασχολούνται με την εύρεση του βέλτιστου πλήθους, της βέλτιστης χωρητικότητας και της βέλτιστης χωροθέτησης εγκαταστάσεων. Η εύρεση αυτών των μεγεθών στηρίζεται στην βέλτιστη κατανομή της ζήτησης. Το δεύτερο πρόβλημα αποτελεί κλασσική περίπτωση των Vehicle Routing Problems (VRP) – Προβλήματα Δρομολόγησης Οχημάτων-. Τα VRP εν γένει υπολογίζουν το βέλτιστο πλήθος διαδρομών που πρέπει να εκτελεσθούν από ισάριθμο πλήθος οχημάτων προς την εξυπηρέτηση ενός συνόλου πελατών. Και τα δύο αυτά προβλήματα όπως θα δούμε σε επόμενο κεφάλαιο θα τα επιλύσουμε με την βοήθεια του προγράμματος LINGO.

Στα πλαίσια λοιπόν της συγκεκριμένης διπλωματικής εργασίας θα προσπαθήσουμε να εξάγουμε μία λύση για το κάθε πρόβλημα της εταιρίας, χρησιμοποιώντας στοιχεία της εφοδιαστικής της αλυσίδας όπως η ζήτηση της κάθε πόλης, οι αποστάσεις μεταξύ των πόλεων κ.α. Συνοπτικά:

- ❖ Στο 2^ο κεφάλαιο της παρούσας εργασίας θα γίνει μια αναφορά και μια ανάλυση των θεμάτων με τα οποία ασχολούνται τα Logistics και της Εφοδιαστική Αλυσίδα.
- ❖ Στο 3^ο κεφάλαιο θα παρουσιαστούν διάφορα μοντέλα VRP και LP καθώς και οι περιπτώσεις στις οποίες μπορούν να εφαρμοσθούν.
- ❖ Στο 4^ο κεφάλαιο θα παρουσιαστούν συνοπτικά διάφοροι τρόποι επίλυσης των VRP και LP.
- ❖ Στο 5^ο κεφάλαιο θα γίνει παρουσίαση του λογισμικού προγράμματος LINGO της LINDO SYSTEMS το οποίο επιλύει προβλήματα γραμμικού, μη γραμμικού και δυναμικού προγραμματισμού.
- ❖ Στο 6^ο κεφάλαιο θα γίνει μια περιγραφή της εταιρίας καθώς και αναφορά στις δραστηριότητές της.
- ❖ Στο 7^ο κεφάλαιο θα γίνει μια αναφορά στα δεδομένα του προβλήματος καθώς επίσης θα πραγματοποιήσουμε πλέον την μαθηματική μοντελοποίηση και την επίλυσή του με την βοήθεια του λογισμικού LINGO.

2

ΓΕΝΙΚΑ ΠΕΡΙ LOGISTICS & SUPPLY CHAIN MANAGEMENT

2.1 Η Εξέλιξη των Logistics και της Εφοδιαστικής Αλυσίδας

2.1.1 Εισαγωγή

Η αποτελεσματική διαχείριση της εφοδιαστικής αλυσίδας αποτελεί μέσο για την απόκτηση ανταγωνιστικού πλεονεκτήματος. Καθώς οι επιχειρήσεις συνεχώς αναζητούν τρόπους για να διανέμουν τα προϊόντα και τις υπηρεσίες τους στους πελάτες τους όσο το δυνατό γρηγορότερα και φθηνότερα, από ότι οι ανταγωνιστές τους, οι υπεύθυνοι έχουν κατανοήσει ότι δεν μπορούν να το κάνουν μόνοι τους. Είναι απαραίτητη η συλλογική εργασία μέσα στα πλαίσια της εταιρίας σε συνδυασμό με τη σωστή οργάνωση των αλυσίδων προμηθειών.

Παρακάτω θα δούμε τις αλλαγές που έχουν πραγματοποιηθεί όσον αφορά την διαχείριση των αλυσίδων προμηθειών κατά τα τελευταία χρόνια, επικεντρώνοντας στις αλλαγές που αφορούν στη φιλοσοφία της διαχείρισης των αλυσίδων προμηθειών.

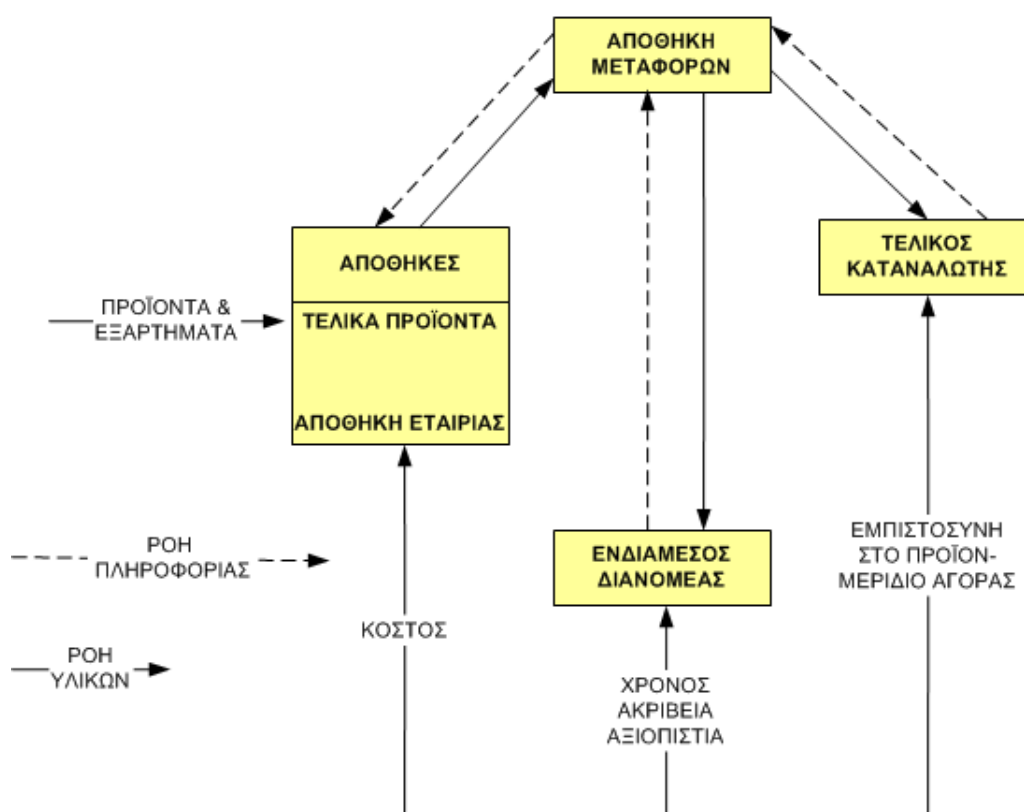
2.1.2 Διοίκηση διανομής υλικών (Physical Distribution Management PDM)

Δύο σημαντικά θέματα που απασχόλησαν και συνεχίζουν να απασχολούν τις επιχειρήσεις είναι:

1. Το κόστος διανομής των προϊόντων.
2. Ποιος είναι υπεύθυνος για τη ομαλή λειτουργία των διαδικασιών της διανομής των προϊόντων.

Το δεύτερο θέμα είναι το σημαντικότερο, αφού έχοντας αναγνωρίσει και κατανείμει τα καθήκοντα, η μείωση του κόστους διανομής αποτελεί ευθύνη του αντίστοιχου υπεύθυνου. Τυπικά η διανομή εθεωρείτο ότι αποτελείται από δύο δραστηριότητες. Ο τομέας του Marketing ήταν υπεύθυνος για τον καθορισμό των υπεύθυνων για τη διανομή, καθώς και για την εδραίωση των όρων που διέπουν τις εμπορικές δραστηριότητες οι οποίες μετά έγιναν γνωστές ως κανάλια συναλλαγών

Παρόλα αυτά, η διαχείριση των φυσικών αποθεμάτων και ροών ήταν συνήθως ευθύνη ενός συνόλου ατόμων, όπως υπεύθυνος αποθήκης, υπεύθυνος διακίνησης, και τη συνολική ευθύνη για τη διανομή των αγαθών την είχε ή ο τομέας της παραγωγής, ή των οικονομικών και σε μερικές περιπτώσεις ο τομέας του μάρκετινγκ και των πωλήσεων. Στο **Σχήμα 2.1** παρουσιάζεται η δομή και η διοικητική άποψη για τη διανομή προϊόντων.



Σχήμα 2.1

Η διαχείριση της διανομής των προϊόντων αποτελούσε το κλειδί για την διατήρηση και επέκταση του μεριδίου της αγοράς που αντιστοιχούσε στην εκάστοτε επιχείρηση. Προκειμένου να επιτευχθεί αυτό, η επιχείρηση

έπρεπε να εξασφαλίσει την έγκαιρη παράδοση των προϊόντων στους πελάτες της. καθώς και την ακριβή εκπλήρωση των παραγγελιών και των όρων της ισχύουσας συμφωνίας.

Η αποτελεσματική διοίκηση των λειτουργιών της διανομής προϊόντων έγινε ένα σημαντικό θέμα. Ο συντονισμός της αποθήκευσης και παράδοσης των αγαθών ήταν η περιοχή στην οποία έπρεπε να εστιαστεί το ενδιαφέρον της διοίκησης. Οι έννοιες που παρουσιάζουν τη διοίκηση διανομής αγαθών είναι:

- ↳ **Απόθεμα (Inventory):** αποτελείται από τα έτοιμα προϊόντα της παραγωγικής διαδικασίας καθώς και τα αποθηκευμένα, που θα καλύψουν τις ανάγκες της ζήτησης.
- ↳ **Logistics (Λογιστική):** είναι τα μέσα μεταφοράς με τα οποία θα μεταφερθούν τα προϊόντα από τον πωλητή μέσω των φυσικών καναλιών.
- ↳ **Υπερβολή (Order Communication):** κατά την οποία, μέσω στοιχειωδών πληροφοριακών συστημάτων, επιτρέπεται η διαδικασία της υποβολής των παραγγελιών.
- ↳ **Logistics (Λογιστική):** προσέγγιση για τη αποτελεσματική διαχείριση της χωρητικότητας του συστήματος. Εφαρμογή τεχνικών μηχανικής διακίνησης των προϊόντων και χρησιμοποίηση παλετών.

Είναι προφανές, ότι προκειμένου να επιτευχθεί μείωση του κόστους της διανομής των προϊόντων και ταυτόχρονα να βελτιωθεί η εξυπηρέτηση των πελατών, έπρεπε να γίνει μία προσπάθεια συνδυασμού των δύο αυτών δραστηριοτήτων. Κατά τη δεκαετία του 1970 το κόστος διανομής αντιστοιχούσε στο 10% των καθαρών κερδών από τις πωλήσεις. Το πρόβλημα αυτό σταθερά επιδεινωνόταν, αφού κανείς δεν ήξερε τι έπρεπε να γίνει.

2.1.3 Τι σημαίνει «Διαχείριση της Εφοδιαστικής Αλυσίδας» και η σπουδαιότητα της

Οι καλύτερες και μεγαλύτερες εταιρίες του κόσμου τώρα ανακαλύπτουν ένα νέο δυναμικό τρόπο για να εξασφαλίσουν το ανταγωνιστικό τους πλεονέκτημα. Είναι η διαχείριση της εφοδιαστικής αλυσίδας τους που περιέχει ενοποιημένες δράσεις για την εμφάνιση του προϊόντος στην αγορά και τη δημιουργία ικανοποιημένων πελατών.

Ένα πρόγραμμα Διαχείρισης της Εφοδιαστικής Αλυσίδας ενοποιεί σε μία ολότητα θέματα που σχετίζονται με λειτουργίες όπως την κατασκευή, απόκτηση, μεταφορά και φυσική διανομή. Η επιτυχία ενός τέτοιου προγράμματος εξαρτάται από το πόσο καλά θα συντονίσει και θα συνδυάσει αυτές τις λειτουργίες σε μία διαδικασία, συνδέοντας όλους τους συμμετέχοντες στην αλυσίδα. Οι συμμετέχοντες εκτός των ενδοεπιχειρησιακών τμημάτων είναι και οι εργαζόμενοι, οι μεταφορείς, «τρίτες» επιχειρήσεις, καθώς και προμηθευτές πληροφοριακών συστημάτων.

Με τον όρο Εφοδιαστική Αλυσίδα εννοούμε όλες εκείνες τις δραστηριότητες που σχετίζονται με ροή των αγαθών, από το στάδιο των πρώτων υλών μέχρι τον τελικό αποδέκτη, καθώς και τη ροή των πληροφοριών που σχετίζονται με τις παραπάνω διαδικασίες. Η ροή αυτή είναι αμφίδρομη.

Η διαχείριση της αλυσίδας προμηθειών σχετίζεται με την ολοκλήρωση των παραπάνω δραστηριοτήτων με σκοπό την απόκτηση ανταγωνιστικού πλεονεκτήματος.

Αν θεωρήσουμε μια εταιρία μέσα από το πλαίσιο του παραπάνω ορισμού, θα πρέπει να συμπεριλάβουμε τόσο το δίκτυο προμήθειας πρώτων υλών, όσο και το δίκτυο διανομής των προϊόντων. Βάση του παραπάνω ορισμού, η αλυσίδα προμηθειών περιλαμβάνει τη διαχείριση πληροφοριακών συστημάτων, την προμήθεια υλικών, τον προγραμματισμό παραγωγής, τη διαχείριση των αποθεμάτων, την εξυπηρέτηση των πελατών, και την διανομή των προϊόντων. Το δίκτυο προμηθειών περιλαμβάνει όλες εκείνες τις εταιρίες που παρέχουν εισαγόμενα σε μία άλλη εταιρία, είτε άμεσα είτε έμμεσα. Για παράδειγμα, το δίκτυο προμηθειών μιας εταιρίας κατασκευής αυτοκινήτων, αποτελείται από εκατοντάδες εταιρίες που προμηθεύουν την εν λόγω εταιρία με υλικά που μπορεί να είναι από πρώτες ύλες όπως ασφάλι και πλαστικά μέχρι και φρένα. Το δίκτυο προμήθειας περιλαμβάνει επίσης και διάφορα τμήματα της ίδιας της εταιρίας. Ένα δεδομένο υλικό είναι σίγουρο ότι θα περάσει μέσα από διάφορες διαδικασίες επεξεργασίας που γίνονται από διαφορετικά τμήματα της εταιρίας. Ένας προμηθευτής της εταιρίας αυτής, έχει με τη σειρά του, τους δικούς του προμηθευτές, οι οποίοι εντάσσονται στο συνολικό δίκτυο προμήθειας της υπό εξέταση εταιρίας.

Οι σημερινοί managers αναγνωρίζουν πλέον ότι με το να παραδώσουν γρηγορότερα από τους ανταγωνιστές τους το προϊόν στον καταναλωτή, θα βελτιώσουν την ανταγωνιστική θέση της επιχείρησής τους. Οι επιχειρήσεις, για να παραμείνουν ανταγωνιστικές θα πρέπει να

αναζητήσουν νέες λύσεις που σχετίζονται με θέματα διαχείρισης της Εφοδιαστικής Αλυσίδας όπως ανάλυση μοντέλων, διαχείριση, σχεδίαση φορτώσεων εκφορτώσεων, σχεδίαση δρομολογίων, διανομών και δικτύου. Επίσης θα πρέπει να αντιμετωπίσουν προκλήσεις που επιδρούν στην Εφοδιαστική Αλυσίδα όπως είναι η αναδιοργάνωση, η παγκοσμιοποίηση και ο εξωτερικός εφοδιασμός.

Η γρηγορότερη διαθεσιμότητα του προϊόντος είναι το κλειδί για την αύξηση των πωλήσεων. Δημιουργείται ένα σημαντικό πλεονέκτημα κέρδους από τον επιπλέον χρόνο που βρίσκεται μία εταιρία στην αγορά και ο ανταγωνιστής της όχι. Αν μπορεί να είναι η εταιρία εκεί πρώτη, θα πάρει προφανώς περισσότερες παραγγελίες και σαφώς μεγαλύτερο μερίδιο αγοράς. Η ικανότητα γρήγορης παράδοσης του προϊόντος μπορεί να δημιουργήσει ή να καταργήσει μία πώληση. Αν εμφανιστούν δύο ίδια ανταγωνιστικά προϊόντα και το ένα είναι άμεσα διαθέσιμο ενώ το άλλο θα είναι σε μία εβδομάδα, ποιο θα προτιμούσε ο καταναλωτής; Επομένως είναι ολοφάνερο πως η Διαχείριση της Εφοδιαστικής Αλυσίδας συμβάλλει σημαντικά στην πιο γρήγορη αποστολή των προϊόντων στον προορισμό τους.

Ένας από τους κύριους λόγους ύπαρξης τεράστιων κύκλων εργασιών (από την παραγγελία ως την παράδοση) είναι η ύπαρξη «χρόνιων κακών συνηθειών» που προκύπτουν όταν οι εσωτερικές διαδικασίες των επιχειρήσεων αποτυγχάνουν να ανταποκριθούν στις αλλαγές της αγοράς. Η ύπαρξη ξεχωριστών και ανεξάρτητων τμημάτων τείνει να ενδυναμώνει αυτές τις μη αποδοτικές πρακτικές. Η όλη δεοντολογία της Διαχείρισης της Εφοδιαστικής Αλυσίδας, από την άλλη, βοηθά τις επιχειρήσεις να αναγνωρίσουν αυτές τις βλαβερές μεμονωμένες διαδικασίες. Η εξάλειψη αυτών των αδύνατων σημείων βελτιώνει τη διαθεσιμότητα του προϊόντος και επιταχύνει την παράδοση στον καταναλωτή- δύο αποτελέσματα που μπορούν να αυξήσουν τις πωλήσεις και τα κέρδη.

Οι επτά βασικές αρχές της Διαχείρισης της Εφοδιαστικής Αλυσίδας

Αν θεωρήσουμε ότι η Διαχείριση της Εφοδιαστικής Αλυσίδας βρίσκεται στην κορυφή της νέας "ιδεολογίας" για το management, τότε θα πρέπει να έχει κάποιο σύστημα αρχών. Όσο αφορά την διαχείριση της εφοδιαστικής αλυσίδας οι αρχές αυτές είναι επτά και όταν αυτές τηρούνται με επιμονή, υπομονή και κατανόηση, τότε επιφέρουν ένα ασύγκριτο ανταγωνιστικό πλεονέκτημα.

1. **Ταξινόμηση πελατών ανάλογα με τις ανάγκες εξυπηρέτησης τους.** Παραδοσιακά, οι εταιρίες ομαδοποιούν τους πελάτες τους κατά επαγγελματικό τομέα, κατά προϊόν, ή κατά είδος συναλλαγής και μετά παρέχουν το ίδιο επίπεδο εξυπηρέτησης στα πλαίσια βέβαια συστηματικής ή όχι ταξινόμησης. Η αποδοτική Διαχείριση της Εφοδιαστικής Αλυσίδας, σε αντίθεση, ομαδοποιεί τους πελάτες με βάση τις ξεχωριστές ανάγκες εξυπηρέτησης τους-ασχέτως του επαγγελματικού τομέα-και μετά προσαρμόζει τις παρεχόμενες υπηρεσίες στις ανάγκες αυτές.
2. **π τ Αλυσίδα.** Κατά τον σχεδιασμό του δικτύου της Διαχείρισης της Εφοδιαστικής Αλυσίδας τους οι επιχειρήσεις, χρειάζεται να εστιάσουν κυρίως στις απαιτήσεις και την πιθανή κερδοφορία από την εξυπηρέτηση των ξεχωριστών αναγκών των πελατών τους. Η συντηρητική προσέγγιση της δημιουργίας μίας "μονολιθικής" Διαχείρισης της Εφοδιαστικής Αλυσίδας εμποδίζει την εφαρμογή μιας πετυχημένης Διαχείρισης της.
3. **ανάλογος σχεδιασμός.** Οι πωλήσεις και ο σχεδιασμός των ενεργειών θα πρέπει να αντικατοπτρίζουν ολόκληρη την αλυσίδα ώστε να μπορούμε να διαγνώσουμε έγκαιρα τυχόν αλλαγές στη ζήτηση των προϊόντων, στους τρόπους προώθησης κ.τ.λ. Αυτή η σε βάθος προσέγγιση της ζήτησης οδηγεί σε σταθερότερες προβλέψεις και σε μία βέλτιστη διαχείριση της αποθήκης και των διαθεσίμων πηγών και δυναμικού.
4. **καταναλωτή.** Οι επιχειρήσεις σήμερα δεν μπορούν πλέον να συσσωρεύουν αποθέματα στις αποθήκες τους ώστε να μπορούν να αντεπεξέρχονται σε πιθανές λάθος προβλέψεις. Αντίθετα, χρειάζεται να συνδέσουν τη διαφοροποίηση του προϊόντος με την παραγωγική διαδικασία για να βρεθούν πιο κοντά στην ζήτηση του καταναλωτή.
5. στενά με τους βασικούς προμηθευτές τους και να μειώσουν τα ολικά κόστη κτήσης α' υλών και υπηρεσιών τους, οι πρωτοπόροι της Διαχείρισης της Εφοδιαστικής Αλυσίδας έχουν διευρύνει τα σύνορα τους με τους προμηθευτές. Η λήψη προσφορών από τους προμηθευτές για το «χτύπημα» της μικρότερης τιμής, είναι λάθος λογική. Το μοίρασμα των κερδών, είναι ο σύγχρονος και

αποτελεσματικότερος τρόπος για τη στρατηγική διαχείριση των προμηθειών.

6.

αλυσίδα. Η τεχνολογία των πληροφοριών, ως ακρογωνιαίος λίθος της επιτυχούς Διαχείρισης της Εφοδιαστικής Αλυσίδας, θα πρέπει να υποστηρίζει πολλαπλά επίπεδα λήψης των αποφάσεων, θα πρέπει επίσης να παρέχει καθαρή εικόνα της ροής των προϊόντων, των υπηρεσιών και των πληροφοριών.

7.

εφαρμογή συστημάτων μέτρησης στην Εφοδιαστική Αλυσίδα σημαίνει κάτι παραπάνω από τον συντονισμό των εσωτερικών λειτουργιών. Τα συστήματα αυτά εφαρμόζουν τρόπους μέτρησης σε κάθε κρίκο της Εφοδιαστικής Αλυσίδας. Το πιο σημαντικό, αυτά τα συστήματα μέτρησης αποτελούνται από οικονομικές παραμέτρους και από παραμέτρους που σχετίζονται με το επίπεδο εξυπηρέτησης των πελατών, όπως π.χ. η καθαρή απόδοση κάθε λογαριασμού.

2.2 Αποφάσεις που λαμβάνονται κατά την Διαχείριση της Αλυσίδας Προμηθειών.

2.2.1 Εισαγωγή

Εδώ θα δοθεί ιδιαίτερη έμφαση στο κομμάτι της Αλυσίδας προμηθειών που ασχολείται με θέματα Logistics. Με τον όρο αυτό περιγράφονται, μεταξύ άλλων, οι διαδικασίες επιλογής των κατάλληλων μεταφορικών μέσων και εγκαταστάσεων για τη αποθήκευση και διακίνηση των προϊόντων.

2.2.2 Επιλογή των κατάλληλων εγκαταστάσεων

Υπάρχουν τρεις θεμελιώδεις ερωτήσεις σχετικά με την επιλογή των εγκαταστάσεων: **(α)** Πόσες εγκαταστάσεις χρειαζόμαστε; **(β)** Που θα πρέπει να βρίσκονται αυτές οι εγκαταστάσεις; **(γ)** Τι είδους εγκαταστάσεις απαιτούνται;

Εδώ εξετάζονται προσεκτικά οι βασικές λειτουργίες που καλύπτουν οι εγκαταστάσεις, όπως η δημιουργία αποθέματος για την εξυπηρέτηση τόσο της παραγωγής όσο και των πελατών. Σε περίπτωση αποτυχίας της παραγωγικής διαδικασίας ή στην περίπτωση που υπάρχει

απρόβλεπτη αύξηση της ζήτησης, πρέπει να υπάρχει απόθεμα σε προϊόντα έτσι ώστε να μπορέσει να καλυφθεί η ζήτηση.

Το είδος των εγκαταστάσεων εξαρτάται κυρίως από τα χαρακτηριστικά των προϊόντων, από το μέγεθος της ζήτησης που παρουσιάζει η αγορά, και φυσικά από τις απαιτήσεις που παρουσιάζει η εξυπηρέτηση των πελατών. Τα χαρακτηριστικά των προϊόντων καθορίζουν τις μεθόδους αποθήκευσης και διαχείρισης των υλικών, το μέγεθος της ζήτησης επηρεάζει τις μεθόδους προώθησης των παραγγελιών, και οι απαιτήσεις που προκύπτουν από την εξυπηρέτηση των πελατών επηρεάζουν τον χρόνο υλοποίησης των παραγγελιών που με τη σειρά του μπορεί να επηρεάσει την επιλογή του εξοπλισμού για τη διαχείριση των υλικών.

Υπάρχουν τέσσερις βασικοί λόγοι για την σωστή οργάνωση των αποθηκευτικών εγκαταστάσεων:

1. Μείωση των μεταφορικών εξόδων.
2. Συντονισμός παραγωγής-ζήτησης.
3. Υποβοήθηση της παραγωγικής διαδικασίας.
4. Υποβοήθηση της διαδικασίας εξυπηρέτησης των πελατών

Ο σχεδιασμός των εγκαταστάσεων αντικατοπτρίζει τη φύση της κύριας λειτουργίας που υποστηρίζουν. Οι λειτουργίες αυτές κατατάσσονται σε τέσσερις κατηγορίες:

- ↳ **Αποθήκευση:** Η δημιουργία αποθέματος για την εξομάλυνση τυχόν ασυμφωνιών μεταξύ της παραγωγής και της ζήτησης. Το μέγεθος της αποθήκης καθώς και τα χαρακτηριστικά της εξαρτώνται από τη φύση των προϊόντων, το χρόνο αποθήκευσης τους και τα χαρακτηριστικά της ζήτησης και των παραγγελιών.
- ↳ **Συνένωση:** Συνένωση διαφορετικών παρτίδων προϊόντων έτσι ώστε να μειωθούν τα έξοδα μεταφοράς, και για να υποβοηθηθούν οι διαδικασίες ταξινόμησης των προϊόντων.
- ↳ **Ταξινόμηση και Μεταφόρτωση:** Οι αποθήκες προφανώς χρησιμοποιούνται για τη δημιουργία μεγάλων ομοιογενών παρτίδων. Οι διαδικασίες μεταφόρτωσης λαμβάνουν χώρα όταν τα προϊόντα πρέπει να αναδιανεμηθούν για την ταξινόμηση τους σε μία ακόμα μεγαλύτερη παρτίδα.
- ↳ **Ανάμιξη:** Ομοιογενείς παρτίδες προϊόντων μετατρέπονται σε ανομοιογενείς με σκοπό την εξυπηρέτηση των πελατών.

2.2.2.1 Καθορισμός του προφίλ των εγκαταστάσεων

Έχοντας αναγνωρίσει και συζητήσει το σκοπό και το ρόλο που διαδραματίζουν οι εγκαταστάσεις, στην ενότητα αυτή αντικείμενο μελέτης θα αποτελέσει ο καθορισμός του αριθμού των εγκαταστάσεων που απαιτούνται, το μέγεθος αυτών καθώς και το που θα πρέπει να τοποθετηθούν.

Υπάρχουν αρκετοί παράγοντες που σχετίζονται με τις αποφάσεις για την επιλογή των εγκαταστάσεων. Από τη πλευρά των Logistics ιδιαίτερη σημασία έχει η στρατηγική που ακολουθείται από την εταιρία σε παραγωγικό και επιχειρησιακό επίπεδο. Είναι ένα ιδιαίτερα σημαντικό ζήτημα γιατί σχετίζεται με το αν η εκάστοτε εταιρία παράγει πολλά είδη προϊόντων ή όχι, καθώς και με το χρόνο που διαρκεί η παραγωγή τους. Γεγονός που συνδέεται άμεσα με το σύστημα παραγωγής που έχει επιλεγεί. Διαφορετικές φιλοσοφίες όσον αφορά την παραγωγική διαδικασία έχουν ως αποτέλεσμα διαφορετικές απαιτήσεις στη αποθήκευση των προϊόντων.

Τα χαρακτηριστικά της ζήτησης αποτελούν ένα ακόμα παράγοντα. Η ζήτηση επηρεάζεται από ποσοτικούς και ποιοτικούς παράγοντες. Λαμβάνοντας υπόψη τα δεδομένα που σχετίζονται με τις πωλήσεις και τις παραγγελίες, είναι δυνατός ο υπολογισμός του αποθέματος που απαιτείται. Επίσης, η συχνότητα των παραγγελιών είναι εξίσου σημαντική. Κάποια προϊόντα μπορεί να παρουσιάζουν μεγάλη και συχνή ζήτηση, γεγονός που έχει επίδραση στο εσωτερικό σχεδιασμό της αποθήκης καθώς και στις μεθόδους διαχείρισης των υλικών. Προϊόντα αυτή της κατηγορίας πρέπει να βρίσκονται κοντά στους σταθμούς φόρτωσης.

Τα ποιοτικά χαρακτηριστικά παρέχουν πληροφορίες που βοηθούν στο συνυπολογισμό και άλλων θεμάτων σχετικά με τη χωρητικότητα των εγκαταστάσεων. Π.χ. η πολιτική εξυπηρέτησης των πελατών που ακολουθείται, όταν ερμηνευτεί ποσοτικά (προσδοκίες των πελατών) θα βοηθήσει στο σχεδιασμό και την κατανομή του χώρου των εγκαταστάσεων. Τα χαρακτηριστικά των προϊόντων έχουν ιδιαίτερα σημαντικό ρόλο. Προϊόντα με μικρή διάρκεια ζωής απαιτούν αποθηκευτικούς χώρους με ψυγεία. Βαριά αντικείμενα σε μεγάλες παρτίδες απαιτούν εντελώς διαφορετικές εγκαταστάσεις αποθήκευσης από μικρού βάρους αντικείμενα σε μικρές παρτίδες. Οι μέθοδοι διαχείρισης των αντικειμένων αυτών διαφέρουν ριζικά.

Η στρατηγική που ακολουθείται από τους ανταγωνιστές όσον αφορά τις εγκαταστάσεις, είναι άξια παρακολούθησης. Αν το μερίδιο αγοράς που κατέχουν, διαφέρει από κάποιας άλλης εταιρίας, αυτό μπορεί να οφείλεται στην πολιτική που ακολουθείται για τη διανομή των προϊόντων.

Το αποτέλεσμα της ανάλυσης αυτής θα είναι μία σειρά δεδομένων που θα παρέχουν πληροφορίες σχετικά με τον αριθμό των απαιτούμενων εγκαταστάσεων, την τοποθεσία που θα πρέπει να υλοποιηθούν, το μέγεθος τους και τον εσωτερικό σχεδιασμό τους.

2.3 Επιλογή του καταλληλότερου μέσου μεταφοράς των υλικών

2.3.1 Τα χαρακτηριστικά των μεταφορικών μέσων

Τα μεταφορικά μέσα μπορούμε να τα διακρίνουμε σε πέντε μεγάλες κατηγορίες:

1. Σιδηροδρομικοί Μεταφορείς

Οι σιδηροδρομικοί μεταφορείς έχουν τη δυνατότητα μεταφοράς μεγάλων ποσοτήτων σε αρκετά μεγάλες αποστάσεις με μικρό κόστος. Μπορούν να μεταφέρουν υλικά σε οποιαδήποτε μορφή. Για το σκοπό αυτό παρέχουν τις κατάλληλες εγκαταστάσεις, αλλά και τον κατάλληλο εξοπλισμό χειρισμού υλικών. Ο κυριότερος ανταγωνιστής των σιδηροδρομικών μεταφορών είναι οι οδικοί μεταφορείς, οι οποίοι λειτουργούν σε συγκρίσιμο κόστος και παραδίδουν στη συμφωνημένη χρονική στιγμή, ενώ αντίθετα οι σιδηροδρομικοί παρουσιάζουν διακυμάνσεις στην ακρίβεια των παραδόσεων τους.

2. Οδικοί Μεταφορείς

Η οδική μεταφορά, το πιο δημοφιλές είδος μεταφοράς στην Ευρώπη, απειλείται από την κυκλοφοριακή συμφόρηση, και αυτό δημιουργεί αναζήτηση νέων οδών και νέων μέσων μεταφοράς. Συχνά οι βελτιώσεις στη υποδομή ματαιώνονται ή καθυστερούν σημαντικά για περιβαλλοντολογικούς λόγους.

Υπάρχουν σήμερα πάρα πολλές παραλλαγές οδικών μεταφορικών μέσων, τα οποία καλύπτουν οποιαδήποτε μεταφορική ανάγκη. Έτσι ανάλογα με τη χρήση για την οποία προορίζονται, υπάρχουν βυτιοφόρα αυτοκίνητα, φορτηγά ψυγεία, αυτοκίνητα μεταφοράς χημικών, πλατφόρμες μεταφοράς containers κ.α.. Τα κυριότερα πλεονεκτήματα των οδικών μεταφορών είναι αφενός η δυνατότητα μεταφοράς από πόρτα αποθήκης σε πόρτα αποθήκης χωρίς να απαιτείται μεταφόρτωση, και αφ' ετέρου η πάρα πολύ μεγάλη ευελιξία επιλογής δρομολογίων και αλλαγής κατευθύνσεων ανά πάσα στιγμή.

3. Θαλάσσιοι Μεταφορείς

Οι θαλάσσιοι μεταφορείς μπορούν να χωριστούν σε δύο μεγάλες κατηγορίες: τους εγχώριους και τους υπερπόντιους. Ο τύπος του πλοίου διαφέρει ανάλογα με το είδος του μεταφερόμενου φορτίου. Το χαμηλό κόστος μεταφοράς ανά μίλι και η δυνατότητα μεταφοράς πολύ μεγάλων και παντός είδους φορτίων, αποτελούν τα μεγαλύτερα πλεονεκτήματα της θαλάσσιας μεταφοράς και αντισταθμίζουν ως ένα βαθμό τους αρκετά μεγάλους απαιτούμενους χρόνους για την εκτέλεση των μεταφορών.

4. Αεροπορικοί Μεταφορείς

Στον τομέα των αερομεταφορών παρουσιάζεται η ιδιομορφία ότι στη πλειονότητα μεταφέρονται επιβάτες, ενώ η μεταφορά φορτίων αποτελεί το 10% περίπου. Κυρίως παρέχονται οι τρεις ακόλουθες κατηγορίες υπηρεσιών:

- ↳ Αποστολή μικρών δεμάτων.
- ↳ Αεροπορικές μεταφορές φορτίων και ιδίως οι μεταφορές “package express” οι οποίες τα τελευταία χρόνια κερδίζουν συνεχώς έδαφος.
- ↳ Μεταφορά φορτίων μεγαλύτερου όγκου και βάρους από την προηγούμενη κατηγορία, η οποία γίνεται μέσω των γραφείων εμπορευμάτων των αεροπορικών εταιριών. Η πλειονότητα των αεροπορικών εταιριών είναι μικτής μορφής και μεταφέρονται επιβάτες, δέματα-φορτία, αλλά υπάρχουν και καθαρά μεταφορικές εταιρίες.

Γενικότερα μπορούμε να πούμε ότι τα αερομεταφερόμενα υλικά είναι μεγάλης αξίας, ή υλικά που έχουν μικρή διάρκεια ζωής, ή έχουν το χαρακτήρα του επείγοντος.

5. Αγωγοί Μεταφορών (pipelines)

Χρησιμοποιούνται για τη μεταφορά υγρών φορτίων και αερίων. Η μεταφορά μέσω αγωγών παρουσιάζει το μειονέκτημα ότι μπορεί να γίνει μόνο όπου υπάρχει εγκατεστημένο το δίκτυο και κυρίως ως προς μία μόνο κατεύθυνση. Έχει όμως το χαμηλότερο κόστος μεταφοράς και δεν απαιτεί την συσκευασία των προϊόντων.

Στον **πίνακα 2.1** καταγράφεται η διαβάθμιση των χαρακτηριστικών ανά μέσο.

ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΜΕΤΑΦΟΡΙΚΟΥ ΜΕΣΟΥ	ΚΟΣΤΟΣ ΤΟΝ/ΜΙΛΙ	ΤΑΧΥΤΗΤΑ	ΚΑΛΥΨΗ ΠΕΡΙΟΧΩΝ	ΠΟΙΚΙΛΙΑ ΜΕΤΑΦΟΡΙΚΩΝ ΥΛΙΚΩΝ	ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΑ ΜΕ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ	ΜΕΤΑΦΟΡΕΣ ΑΚΡΙΒΕΙΑΣ
ΣΙΔΗΡΟΔΡΟΜΟΣ	3	3	4	4	2	3
ΘΑΛΑΣΣΙΑ ΜΕΤΑΦΟΡΑ	2	2	2	5		2
ΟΔΙΚΗ ΜΕΤΑΦΟΡΑ	5	4	5	3	4	4
ΑΓΩΓΟΙ ΜΕΤΑΦΟΡΑΣ	4				5	5
ΑΕΡΟΠΟΡΙΚΗ		5	3	2	3	

Πίνακας 2.1: Υπόμνημα αναβάθμισης:

Κακό → 1 → 2 → 3 → 4 → 5 → Άριστο

2.3.2 Παράγοντες που επηρεάζουν την επιλογή του μέσου μεταφοράς

Οι μεταφορές αποτελούν συνδυαστικό κρίκο στα Logistics και συχνά απορροφούν το μεγαλύτερο ποσοστό των πόρων που παρέχονται για τις λειτουργίες των Logistics. Τρεις παράγοντες πρέπει να ληφθούν υπόψη: Επιχειρησιακοί παράγοντες, που περιλαμβάνουν τον πελάτη, τα χαρακτηριστικά της επιχείρησης, και το προϊόν. Η επιλογή του μέσου μεταφοράς επηρεάζεται από: το μέγεθος των φορτίων, τα χαρακτηριστικά του προϊόντος, τη συχνότητα των αποστολών, την αξία του προϊόντος, τον ανταγωνισμό και το κόστος αποστολής. Τέλος, πρέπει να ληφθούν υπόψη τα διαθέσιμα κανάλια μέσω των οποίων θα πραγματοποιηθεί η διανομή και τα χαρακτηριστικά των καναλιών αυτών.

Υπάρχουν τέσσερις παράγοντες που πρέπει να ληφθούν υπόψη κατά την εκλογή του μέσου μεταφοράς:

- ↳ Τα χαρακτηριστικά της επιχείρησης και η φιλοσοφία της.
- ↳ Η δομή της αγοράς.
- ↳ Τα χαρακτηριστικά του προϊόντος.
- ↳ Τα χαρακτηριστικά των πελατών.

Τα χαρακτηριστικά της επιχείρησης και η φιλοσοφία της

Έχουν άμεση σχέση με τη στρατηγική που επιλέγει η εκάστοτε εταιρία σε επιχειρησιακό και οικονομικό επίπεδο, καθώς και σε επίπεδο marketing. Η στρατηγική marketing που ακολουθεί η εταιρία είναι ιδιαίτερα σημαντική, διότι καθορίζει το επίπεδο και τις παραμέτρους της παρεχόμενης εξυπηρέτησης στους πελάτες. Η οικονομική στρατηγική είναι εξίσου σημαντική. Ο στόχος κάθε επιχείρησης είναι το κέρδος, και το πώς θα επιτευχθούν τα επίπεδα του κέρδους που έχουν καθορισθεί ως αποδεκτά έχει άμεσο αντίκτυπο στη λήψη οικονομικών αποφάσεων. Η

επιλογή του μέσου μεταφοράς, μπορεί να θεωρηθεί ως μία ιδιαίτερη σημαντική απόφαση, που μεταξύ άλλων σχετίζεται άμεσα με το οικονομικό μέρος μιας εταιρίας. Τέλος, η δομή των λειτουργικών και παραγωγικών διαδικασιών της εταιρίας επηρεάζει σημαντικά την εκλογή του μέσου μεταφοράς. Συνεχής παραγωγικές διαδικασίες με ιδιαίτερα μεγάλα επίπεδα παραγωγής συνήθως εξυπηρετούν μεγάλες αγορές όπου επιβάλλεται λόγω ανταγωνισμού οικονομική αλλά αποτελεσματική διανομή των προϊόντων.

Η δομή της αγοράς

Μπορεί να υποδιαιρεθεί σε δύο υπό-παράγοντες: Τον ανταγωνισμό και τη γεωγραφική κατανομή ή το μερίδιο αγοράς. Σε ιδιαίτερα ανταγωνιστικό περιβάλλον, η διανομή των προϊόντων μπορεί να αποτελέσει παράγοντα κλειδί για την επιλογή προμηθευτή από τους πελάτες. Επίσης, οι αποφάσεις που σχετίζονται με τη διανομή των προϊόντων επηρεάζουν ιδιαίτερα το βαθμό ικανοποίησης των πελατών.

Τα σημαντικότερα **χαρακτηριστικά του προϊόντος** που πρέπει να ληφθούν υπόψη είναι το βάρος, το μέγεθος, το σχήμα, η διάρκεια ζωής, δυνατοί κίνδυνοι, η αξία και διάφορα ειδικά χαρακτηριστικά που μπορεί να απαιτούν ακριβό εξοπλισμό χειρισμού. Συνήθως ένα ή δύο από αυτά τα χαρακτηριστικά κυριαρχούν κατά τη λήψη της απόφασης επιλογής του μέσου μεταφοράς. Παραδείγματος χάριν, προϊόντα με μικρή διάρκεια ζωής (π.χ. τρόφιμα), απαιτούν ψυγεία που είναι ακριβά να αποκτηθούν και να χειριστούν.

Τα χαρακτηριστικά των πελατών επηρεάζουν την κερδοφορία. Είναι εκείνα τα χαρακτηριστικά που κατατάσσουν τους πελάτες ως επικερδής ή όχι για την επιχείρηση. Έχουν άμεση σχέση με την αξία και το προφίλ των παραγγελιών, δηλαδή τα χαρακτηριστικά της παραγγελίας. Τα χαρακτηριστικά αυτά περιλαμβάνουν, χρονικούς περιορισμούς που τίθενται από το πελάτη, τη συχνότητα των παραγγελιών και τις προσδοκίες του πελάτη, τις απαιτήσεις του πελάτη όσον αφορά την υποστήριξη που αναμένει μετά την πώληση των προϊόντων κ.α.

ΤΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗΣ ΟΧΗΜΑΤΩΝ (V.R.P.)

3.1 ΓΕΝΙΚΑ

Τις τελευταίες δεκαετίες η επιστήμη της Επιχειρησιακής έρευνας ασχολείται όλο και περισσότερο με θέματα και μοντέλα βελτιστοποίησης μια και η χρήση τους έχει αποδειχθεί καθοριστική στην διαχείριση δικτύων διανομής και γενικότερα σε όλα τα επίπεδα Management μιας επιχείρησης. Η χρήση τέτοιων μοντέλων σε πρακτικό επίπεδο στην Βόρεια Αμερική καθώς και στην Ευρώπη έφερε ένα σημαντικό ποσοστό αποταμιεύσεων το οποίο φτάνει το 20% του συνολικού κόστους μεταφοράς. Από αυτό το ποσοστό εύκολα διαπιστώνεται ότι ο αντίκτυπός του στην παγκόσμια οικονομία είναι άμεσος. Πράγματι, οι μεταφορές και ότι αυτές περιλαμβάνουν, περικλείουν όλα τα στάδια μιας παραγωγικής διαδικασίας και των συστημάτων διανομής και αντιπροσωπεύουν ένα σημαντικό ποσοστό 10-20% του τελικού κόστους των προϊόντων.

Αρωγός στην αύξηση της χρήσης των παραπάνω μοντέλων, είναι η δημιουργία λογισμικών πακέτων και πληροφοριακών συστημάτων με δυνατότητες επίλυσης πολύπλοκων προβλημάτων ομοίων με αυτών που αντιμετωπίζει μια σύγχρονη μονάδα παραγωγής. Γι' αυτό και η χρησιμοποίησή τους στις σύγχρονες βιομηχανίες διαρκώς επεκτείνεται καθιστώντας τα απαραίτητο και μοναδικό εργαλείο για τον σχεδιασμό και την υλοποίηση μιας παραγωγικής διαδικασίας.

Ένας ακόμη παράγοντας επιτυχίας των μοντέλων βελτιστοποίησης είναι η διαρκής ανάπτυξη αλγορίθμων οι οποίοι καθιστούν ολοένα και πιο δυνατή την μοντελοποίηση ακόμη και των πιο δύσκολων προβλημάτων

διανομής, μια και όσο πιο πολλές παράμετροι υπάρχουν στα προς βελτιστοποίηση προβλήματα, άλλο τόσο δύσκολη καταλήγει να είναι η μοντελοποίησή τους. Ακόμη και σε τέτοιου είδους προβλήματα τα υπάρχοντα πληροφοριακά συστήματα δίνουν ικανοποιητικές λύσεις με χρόνους υπολογισμού αντίστοιχα ικανοποιητικούς.

Σε αυτήν την ενότητα, θα παρουσιάσουμε μόνο προβλήματα σχετικά με τη διανομή προϊόντων μεταξύ των αποθηκών και των τελικών χρηστών (πελάτες). Αυτά τα προβλήματα είναι γνωστά ως προβλήματα δρομολόγησης οχημάτων (**V.R.P.**).

3.2 ΜΕ ΤΙ ΑΣΧΟΛΟΥΝΤΑΙ ΤΑ V.R.P.

Η διανομή προϊόντων αφορά την εξυπηρέτηση ενός συνόλου πελατών σε ένα δεδομένο χρονικό διάστημα από ένα συγκεκριμένο αριθμό οχημάτων. Τα οχήματα δρομολογούνται μεταξύ μιας ή περισσότερων αποθηκών, και απασχολούν έναν αριθμό πληρωμάτων, πραγματοποιώντας δρομολόγια μέσω κατάλληλων οδικών δικτύων.

Η επίλυση τέτοιων προβλημάτων με την χρήση των V.R.P. απαιτεί τον προσδιορισμό ενός συγκεκριμένου αριθμού δρομολογίων, κάθε ένα από τα οποία θα εκτελείται αποκλειστικά από **ένα** όχημα το οποίο σαν έναρξη και σαν λήξη της διαδρομής του θα έχει την **ίδια** αποθήκη. Το κάθε όχημα θα πρέπει να επισκέπτεται έναν πελάτη μόνο **μία** φορά παραλαμβάνοντας ή/ και παραδίδοντας προϊόντα σε αυτόν (π.χ. οχήματα τα οποία διανέμουν γαλακτοκομικά προϊόντα σε έναν πελάτη όπου του παραδίδουν τα φρέσκα προϊόντα ενώ ταυτόχρονα παραλαμβάνουν από αυτόν τα ληγμένα και απούλητα). Η όλη διαδικασία επίλυσης λειτουργεί προς ελαχιστοποίηση του συνολικού κόστους μεταφοράς. Κατά την επίλυση λαμβάνονται υπόψη περιορισμοί οι οποίοι περιγράφουν τις αποστάσεις μεταξύ των πελατών, την χωρητικότητα των αποθηκών και των οχημάτων καθώς επίσης οτιδήποτε περιγράφει τα χαρακτηριστικά του οδικού δικτύου-δικτύου διανομής.

Το οδικό δίκτυο, που χρησιμοποιείται για τη μεταφορά των αγαθών, περιγράφεται μέσω ενός γραφήματος, τα τόξα του οποίου αντιπροσωπεύουν τις οδικές προσβάσεις ανάμεσα στους κόμβους που αντιπροσωπεύουν τις αποθήκες και τους πελάτες. Τα τόξα μπορούν να είναι προσανατολισμένα ή μη προσανατολισμένα ανάλογα με το εάν ο δρόμος τον οποίο αντιπροσωπεύουν είναι μονής ή διπλής κατεύθυνσης αντίστοιχα.

Κάθε τόξο χαρακτηρίζεται από ένα κόστος, που συνήθως αντιπροσωπεύει το μήκος του, και από με έναν χρόνο διέλευσης, ο οποίος εξαρτάται είτε από τον τύπο των οχημάτων, είτε από το χρονικό διάστημα κατά το οποίο το τόξο μπορεί να διαπεραστεί.

Τα τυπικά χαρακτηριστικά των πελατών είναι:

- ο Οι κορυφές του γραφήματος που υποδεικνύουν τη θέση των πελατών στο γράφημα.
- ο Η ζήτηση -ορισμένες φορές για διαφορετικά προϊόντα- των προϊόντων που πρέπει να διανεμηθεί στους πελάτες.
- ο Χρονικά διαστήματα της ημέρας (time windows) μέσα στα οποία πρέπει να εξυπηρετηθούν οι πελάτες. Αυτά αφορούν τους πελάτες και σχετίζονται άμεσα με τις ώρες που μπορούν να διαθέσουν αυτοί για να εξυπηρετηθούν(π.χ. το ωράριο λειτουργίας ενός καταστήματος-πελάτης).
- ο Ο απαιτούμενος χρόνος που απαιτείται από τα οχήματα για τη διανομή και συλλογή προϊόντων από τους πελάτες (ο χρόνος μπορεί να εξαρτάται από τον τύπο του οχήματος).
- ο Το υποσύνολο των διαθέσιμων οχημάτων που μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να εξυπηρετήσουν τους πελάτες (π.χ. λόγω των πιθανών περιορισμών πρόσβασης ή των απαιτήσεων στον όγκο φόρτωσης και εκφόρτωσης).

Η μεταφορά και διακίνηση προϊόντων εκτελείται με την χρησιμοποίηση ενός στόλου οχημάτων, του οποίου η σύνθεση μπορεί να καθοριστεί σύμφωνα με τις απαιτήσεις των πελατών.

Τα τυπικά χαρακτηριστικά των οχημάτων είναι:

- ο Η αποθήκη έναρξης του δρομολογίου και η πιθανότητα να ολοκληρωθεί το δρομολόγιο σε αποθήκη διαφορετική από την αρχική.
- ο Η χωρητικότητα των οχημάτων εκφρασμένη σαν μέγιστο βάρος, ή όγκο, ή αριθμό παλετών τις οποίες μπορεί να μεταφέρει το κάθε όχημα.
- ο Η πιθανή υποδιαίρεση του οχήματος σε διαμερίσματα, κάθε ένα από τα οποία χαρακτηρίζεται από την χωρητικότητά του και από τους τύπους εμπορευμάτων που μπορεί να μεταφέρει.
- ο Η πιθανή ύπαρξη συσκευών-μηχανημάτων με τα οποία μπορεί να διευκολυνθεί η φόρτο-εκφόρτωση.

- ο Το υποσύνολο των τόξων του γραφήματος που είναι προσπελάσιμα από τα οχήματα.
- ο Το κόστος που συνδέεται με την χρήση του οχήματος(π.χ. κόστος /μονάδα απόστασης, χρόνου κλπ).

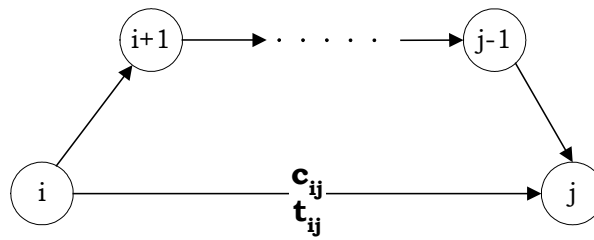
Κατά την μοντελοποίηση, το σύνολο των περιορισμών που αναφέρεται στα οχήματα μπορεί να περικλείει και περιορισμούς που προκύπτουν από τους οδηγούς. Για παράδειγμα, τα ωράρια εργασίας των οδηγών, καθώς επίσης η μέγιστη διάρκεια οδήγησης μπορούν να αποτελέσουν επιπλέον περιορισμούς στην μοντελοποίηση ενός προβλήματος.

Τα δρομολόγια πρέπει να ικανοποιούν διάφορους λειτουργικούς περιορισμούς που εξαρτώνται από την φύση και την ποσότητα των μεταφερόμενων προϊόντων, την ποιότητα εξυπηρέτησης και τα χαρακτηριστικά των πελατών και των οχημάτων.

Τέτοιοι περιορισμοί μπορεί να είναι:

- ο Σε κάθε διαδρομή η μεταφερόμενη ποσότητα δεν θα πρέπει να ξεπερνά την χωρητικότητα του οχήματος.
- ο Σε κάθε πελάτη μπορεί να γίνει είτε μόνο παραλαβή, είτε μόνο παράδοση, ή και τα δύο.
- ο Το ωράριο εξυπηρέτησης του κάθε πελάτη πρέπει να περικλείεται στο ωράριο εργασίας των οδηγών.

Η εκτίμηση του συνολικού κόστους της κάθε διαδρομής και ο έλεγχος των λειτουργικών περιορισμών που επιβάλλονται σε αυτές, απαιτεί την γνώση του κόστους μετάβασης από τον ένα πελάτη στον άλλον και το κόστος μετάβασης από και προς τις αποθήκες. Αναπαριστώντας λοιπόν στο γράφημα-που αναπαριστά το δίκτυο διανομής- τις κορυφές-κόμβους του με τους πελάτες και τα τόξα (προσανατολισμένα και μη) με τις διαδρομές, που μπορούν να υφίστανται ανάμεσα σε αποθήκες και πελάτες, το κόστος μετάβασης από έναν κόμβο i σε έναν κόμβο j , είναι το c_{ij} το οποίο ανήκει στη συντομότερη διαδρομή μεταξύ i και j . Ο δε χρόνος μετάβασης t_{ij} , ισούται με το άθροισμα των χρόνων μετάβασης όλων των τόξων που ανήκουν στην συντομότερη διαδρομή μεταξύ i και j .



Σχήμα 3.1

Αρκετοί και πολλές φορές αντικρουόμενοι είναι οι αντικειμενικοί σκοποί των V.R.P. Μερικοί από αυτούς είναι:

- Η ελαχιστοποίηση του συνολικού κόστους μεταφοράς, το οποίο εξαρτάται από την συνολική απόσταση ή τον συνολικό χρόνο μεταφοράς και από ένα σταθερό κόστος χρήσης των οχημάτων –το οποίο μπορεί να περικλείει και το μισθό των οδηγών-.
- Ελαχιστοποίηση του αριθμού των οχημάτων (ή οδηγών) που απαιτείται για να εξυπηρετήσει όλους τους πελάτες.
- Η εξισορρόπηση των διαδρομών έτσι ώστε το φορτίο που μεταφέρεται μέσω αυτών να μην ξεπερνά την χωρητικότητα των οχημάτων.
- Η ελαχιστοποίηση των ποινικών ρητρών λόγω μη σωστής εξυπηρέτησης των πελατών

ή οποιοσδήποτε συνδυασμός των παραπάνω.

Υπάρχουν πολλές περιπτώσεις κατά τις οποίες ένα όχημα καλείται να πραγματοποιήσει παραπάνω από ένα δρομολόγιο μέσα σε μια χρονική περίοδο, ή κάποιο δρομολόγιο μπορεί να χρειαστεί παραπάνω από 1 ημέρα για να ολοκληρωθεί. Επιπλέον, υπάρχουν περιπτώσεις όπου διάφορες παράμετροι του προβλήματος να είναι στοχαστικές ή δυναμικές (δηλαδή να εξαρτώνται άμεσα από τον χρόνο), όπως π.χ. η ζήτηση που είναι η πλέον δύσκολη πολλές φορές παράμετρος.

Πριν από περίπου 40 χρόνια οι Dantzig και Ramser εισήγαγαν τα V.R.P. Στην εργασία τους παρουσίασαν μια πραγματική εφαρμογή (σχετικά με την παράδοση της βενζίνης στα βενζινάδικα) και πρότειναν την πρώτη μαθηματική και αλγοριθμική προσέγγιση για τη λύση του προβλήματος. Μερικά έτη αργότερα, οι Clarke και Wright πρότειναν ένα ευρετικό αλγόριθμο απληστίας ο οποίος βελτίωσε την προσέγγιση των Dantzig και Ramser. Αυτές οι εργασίες αποτέλεσαν το έναυσμα για την ανάπτυξη νέων ευρετικών αλγορίθμων οι οποίοι θα βοηθούσαν στην επίλυση όλων των μορφών των V.R.P.

Στην συνέχεια θα παρουσιάσουμε αναλυτικά τα διάφορα μοντέλα V.R.P. που υπάρχουν.

3.3 ΟΡΙΣΜΟΣ ΤΩΝ V.R.P.

Το απλό V.R.P. είναι ένα πρόβλημα ακέραιου γραμμικού προγραμματισμού. Δίνεται ένα γράφημα $G(V,E)$. Οι κόμβοι $V=(1,2,...,N)$ αντιπροσωπεύουν τους πελάτες και την αποθήκη (όπου η αποθήκη είναι ο κόμβος 1). Ο αριθμός των οχημάτων δίνεται και έστω ότι είναι M . Επιπλέον δίδεται $N \times N$ πίνακας (c_{ij}) όπου c_{ij} είναι το κόστος μεταφοράς από τον κόμβο i στον κόμβο j . Η ζήτηση του κόμβου i είναι q_i (η ζήτηση του κόμβου 1 δηλαδή της αποθήκης είναι $q_1=0$). Κάθε όχημα έχει χωρητικότητα Q . Ζητείται να βρεθεί ένας πίνακας $N \times N \times M$ ($X=x_{ijk}$), ώστε να ελαχιστοποιείται η συνάρτηση:

$$\min \sum_{k=1}^M \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N c_{ij} x_{ijk} \quad (1)$$

υπό τους περιορισμούς:

$$\sum_{k=1}^M \sum_{j=1}^N x_{ijk} = 1, \quad 2 \leq i \leq N \quad (2)$$

$$\sum_{k=1}^M \sum_{j=1}^N x_{1jk} = M \quad (3)$$

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N q_i x_{ijk} \leq Q, \quad 1 \leq k \leq M \quad (4)$$

$$\sum_{j=1}^N x_{ijk} - \sum_{j=1}^N x_{jik} = 0, \quad 1 \leq i \leq M, 1 \leq k \leq M \quad (5)$$

$$\sum_{i,j \in S} x_{jik} \leq |S| - 1, \quad \forall S \in 2^{V \setminus \{1\}}, 1 \leq k \leq M \quad (6)$$

$$x_{ijk} \in \{0,1\}, \quad 1 \leq i \leq N, 1 \leq j \leq N, 1 \leq k \leq M \quad (7)$$

$$x_{ijk} = \begin{cases} 1, & \text{Εάν το όχημα } k \text{ πηγαίνει απευθείας από τον κόμβο } i \text{ στον κόμβο } j \\ 0, & \text{αλλιώς} \end{cases}$$

Ο περιορισμός (5) μαζί με τον (2), εξασφαλίζουν ότι ο κάθε κόμβος επισκέπτεται μία μόνο φορά και ότι το όχημα που εισέρχεται σε έναν κόμβο είναι το ίδιο με εκείνο που εξέρχεται από αυτόν. Ο περιορισμός (3) λέει ότι M οχήματα φεύγουν από την αποθήκη, ο (6) αφαιρεί κάθε φορά μία διαδρομή που ολοκληρώνεται –δεδομένου ότι το πλήθος των υποδιαδρομών είναι $2V \setminus \{1\}$ – ο (4) είναι ο περιορισμός χωρητικότητας των οχημάτων και ο (7) εκφράζει ότι όλες οι μεταβλητές απόφασης είναι δυαδικές (0 ή 1).

Τα βασικότερα είδη των V.R.P. είναι τα ακόλουθα:

- ο **C.V.R.P.** (Capacitated and Distance-Constraint VRP), VRP περιορισμένης χωρητικότητας.
- ο **V.R.P.T.W.** (VRP with Time Windows), VRP με χρονικά παράθυρα.
- ο **V.R.P.B.** (VRP with Backhauls), VRP με παραλαβές.
- ο **V.R.P.P.D.** (VRP with Pickup & Delivery).

3.3.1 ΤΟ ΜΟΝΤΕΛΟ C.V.R.P.

Στα C.V.R.P. η ζήτηση των προϊόντων είναι εξαρχής γνωστή και αιτιοκρατική, ο στόλος των οχημάτων είναι ομοιογενής και ξεκινάει από μια και μοναδική αποθήκη- η βάση τους- ή κέντρο διανομής. Οι μόνοι περιορισμοί που υφίστανται είναι οι περιορισμοί χωρητικότητας των οχημάτων ενώ η αντικειμενική συνάρτηση έχει να κάνει με την ελαχιστοποίηση του συνολικού κόστους (δηλαδή του αριθμού των δρομολογίων και του μήκους τους ή του χρόνου μεταφοράς) που απαιτείται για την εξυπηρέτηση των πελατών.

Τα C.V.R.P. μπορούν να ορισθούν σύμφωνα με το ακόλουθο πρόβλημα γραφημάτων: έστω $G=(V,A)$, ένα ολοκληρωμένο γράφημα με $V=\{0, 1, \dots, n\}$ το σύνολο των κόμβων και A το σύνολο των τόξων. Οι κόμβοι $i=1, \dots, n$ αντιπροσωπεύουν τους πελάτες, ενώ ο κόμβος 0 αναφέρεται στην μοναδική αποθήκη. Αρκετές φορές η αποθήκη μπορεί να αναπαρίσταται από τον κόμβο $n+1$.

Το μη αρνητικό κόστος c_{ij} αντιστοιχεί στο τόξο $(i, j) \in A$ και αντιστοιχεί στο κόστος που δαπανάται για την μεταφορά από τον κόμβο i στον κόμβο j . Γενικά η χρήση κλειστών τόξων (i, i) δεν επιτρέπεται ενώ το κόστος σ' αυτήν την περίπτωση τίθεται ίσο με άπειρο ($c_{ii} = \infty$) $\forall i \in V$. Εάν το G είναι προσανατολισμένο γράφημα τότε ο πίνακας κόστους c

είναι ασύμμετρος και τότε το πρόβλημα ονομάζεται Ασύμμετρο (Asymmetric) CVRP, ή ACVRP. Σε διαφορετική περίπτωση έχουμε, $c_{ij}=c_{ji} \forall (i,j) \in A$, το πρόβλημα καλείται Συμμετρικό (symmetric) CVRP, ή SCVRP και το σύνολο των τόξων A αντικαθίστανται από το σύνολο μη προσανατολισμένων τόξων E . Από εδώ και στο εξής θα συμβολίζουμε το σύνολο των μη προσανατολισμένων ακμών του γραφήματος G με A όταν οι ακμές δηλώνονται με βάση τα άκρα τους (i,j) με $i,j \in V$, και με E όταν αυτές δηλώνονται μέσω ενός μοναδικού δείκτη e .

Σε έναν κόμβο i , ορίζουμε σαν $\Delta^+(i)$ το σύνολο των κόμβων που έπονται του κόμβου i , και σαν $\Delta^-(i)$ το σύνολο των κόμβων που προηγούνται του i .¹ Δεδομένου ενός συνόλου κόμβων $S \subseteq V$, τα $\delta(S)$ και $E(S)$ είναι τα σύνολα των ακμών $e \in E$ που έχουν το ένα ή και τα δύο τους άκρα αντίστοιχα στο S .

Σε διάφορες πρακτικές περιπτώσεις ο πίνακας κόστους ικανοποιεί την τριγωνική ανισότητα:

$$c_{ik} + c_{kj} \geq c_{ij} \quad \forall i, j, k \in V$$

γενικά δεν είναι βολικό να μην χρησιμοποιούμε την απευθείας σύνδεση μεταξύ δύο κόμβων. Η παρουσία της τριγωνικής ανισότητας πολλές φορές απαιτείται από τους αλγορίθμους CVRP. Σ' αυτή την περίπτωση, αν το αρχικό βήμα δεν ικανοποιεί την τριγωνική ανισότητα, τότε η συνθήκη της ισοδυναμίας μπορεί να εξασφαλιστεί μ' έναν άμεσο τρόπο προσθέτοντας μια κατάλληλη μεγάλη θετική ποσότητα M στο κόστος του κάθε τόξου. Ωστόσο, η παραδοχή αυτή μπορεί να έχει ως αποτέλεσμα την εξαγωγή πολύ «κακών» λύσεων σε σχέση με το αρχικό κόστος, ειδικά όσον αφορά την αποτελεσματικότητα των ευρετικών αλγορίθμων. Αξίζει να σημειωθεί, ότι όταν το κόστος μετάβασης από έναν κόμβο σε έναν άλλον ταυτίζεται με εκείνο της συντομότερης διαδρομής μεταξύ των δύο αυτών κόμβων, τότε στον πίνακα με τα κόστη τα αντίστοιχα στοιχεία ικανοποιούν την τριγωνική ανισότητα.

Σε αρκετές περιπτώσεις όπου οι κόμβοι χαρακτηρίζονται με συντεταγμένες, το κόστος μετάβασης c_{ij} από τον κόμβο i στον κόμβο j , θα αντιστοιχεί στην Ευκλείδεια απόσταση μεταξύ των κόμβων. Στη

¹ Και στις δύο περιπτώσεις οι κόμβοι που έπονται και προηγούνται ενώνονται απευθείας με τον κόμβο i .

συγκεκριμένη περίπτωση ο πίνακας με τα κόστη είναι συμμετρικός και το πρόβλημα καλείται Ευκλείδειο SCVRP.

Σε κάθε πελάτη i ($i = 1, 2, \dots, n$) αντιστοιχεί μία μη αρνητική ζήτηση d_i , ενώ η ζήτηση της αποθήκης όπως έχουμε προαναφέρει είναι $d_0=0$. Δεδομένου ενός υποσυνόλου $S \subseteq V$, θεωρούμε $d(S) = \sum_{i \in S} d_i$ την συνολική ζήτηση του υποσυνόλου. Ένα σύνολο K όμοιων οχημάτων το καθένα με χωρητικότητα C ξεκινά από την κεντρική αποθήκη –θα πρέπει $d_i \leq C$ -. Κάθε όχημα ακολουθεί ένα μόνο δρομολόγιο, ενώ ο αριθμός K δεν είναι μικρότερος ενός ορίου K_{\min} , όπου K_{\min} είναι ο ελάχιστος αριθμός οχημάτων που χρειάζονται για την εξυπηρέτηση όλων των πελατών. Η τιμή του K_{\min} καθορίζεται από την επίλυση του Bin Packing Problem BPP (Πρόβλημα Τοποθέτησης Κιβωτίων) που σχετίζεται με το CVRP για τον καθορισμό του ελάχιστου αριθμού κουτιών συσκευασίας –καθένα με χωρητικότητα C - που απαιτούνται για την φόρτωση όλων των n αντικειμένων, καθένα με ένα μη αρνητικό βάρος d_i , $i = 1, \dots, n$.

Τα CVRP καλούνται να βρουν ακριβώς K διαδρομές – η καθεμία από τις οποίες θα αντιστοιχεί σε ένα μόνο όχημα- ελάχιστου κόστους, που καθορίζεται από το άθροισμα όλων των c_{ij} των τόξων (i, j) που ανήκουν στην κάθε διαδρομή, έτσι ώστε:

- Κάθε διαδρομή να επισκέπτεται την αποθήκη
- Κάθε κορυφή ανήκει μόνο σε μία διαδρομή
- Το άθροισμα της ζήτησης των κόμβων που βρίσκονται σε μια διαδρομή να μην ξεπερνά την χωρητικότητα C των οχημάτων.

Στην βιβλιογραφία υπάρχουν διάφορες παραλλαγές της βασικής εκδοχής των CVRP. Κατ' αρχάς, όταν ο αριθμός K των διαθέσιμων οχημάτων είναι μεγαλύτερος του ορίου K_{\min} είναι πιθανό να παραμείνουν αχρησιμοποίητα κάποια οχήματα, οπότε σε αυτή την περίπτωση θα πρέπει να βρούμε το πολύ K διαδρομές. Τότε το σταθερό κόστος θα σχετίζεται με την χρήση των οχημάτων. Αυτή η εκδοχή μπορεί να συμπεριληφθεί στα CVRP προσθέτοντας μια σταθερά, που αντιπροσωπεύει το σταθερό αυτό κόστος που σχετίζεται με τη χρήση του οχήματος, στο κόστος των τόξων που φεύγουν από την κεντρική αποθήκη. Μια ακόμη εκδοχή είναι τα διαθέσιμα οχήματα να έχουν διαφορετικές χωρητικότητες C_k , $k=1, \dots, K$.

3.3.2 TO ΜΟΝΤΕΛΟ V.R.P.T.W.

Τα VRPTW (Προβλήματα Δρομολόγησης Οχημάτων με Χρονικά Παράθυρα), αποτελούν επέκταση των CVRP στα οποία τίθενται περιορισμοί χωρητικότητας αλλά εδώ πλέον ο κάθε πελάτης i δέχεται να εξυπηρετηθεί μόνο ανάμεσα στο χρονικό παράθυρο-περιθώριο $[a_i, b_i]$. Η χρονική στιγμή στην οποία τα οχήματα φεύγουν από την αποθήκη, ο χρόνος μετάβασης $t_{ij} \quad \forall (i, j) \in A$ (ή $t_e \in E$), καθώς και ο χρόνος εξυπηρέτησης s_i είναι γνωστά. Όπως προαναφέρθηκε, η εξυπηρέτηση ενός πελάτη μπορεί να γίνει μόνο μέσα σε συγκεκριμένο χρονικό διάστημα, οπότε από τη στιγμή που θα φτάσει ένα όχημα σε έναν πελάτη i , θα πρέπει να παραμείνει εκεί χρονικό διάστημα s_i τέτοιο ώστε $a_i \leq s_i \leq b_i$. Επιπλέον, εάν το όχημα φτάσει στον πελάτη i πριν τη χρονική στιγμή a_i , τότε θα πρέπει να αναμένει μέχρι αυτή χρονική στιγμή, όπου τότε θα μπορεί να ξεκινήσει την εξυπηρέτηση.

Η επίλυση των VRPTW συνίσταται στην εύρεση ενός συνόλου K ακριβώς διαδρομών με ελάχιστο κόστος έτσι ώστε :

1. Κάθε διαδρομή διέρχεται από τον αρχικό κόμβο-αποθήκη.
2. Από κάθε πελάτη διέρχεται μία και μόνη διαδρομή.
3. Το άθροισμα της ζήτησης των κόμβων-πελατών μιας διαδρομής δεν θα πρέπει να ξεπερνά τη χωρητικότητα του οχήματος.
4. Για κάθε πελάτη i , η εξυπηρέτηση ξεκινά μέσα στο χρονικό παράθυρο $[a_i, b_i]$ και διαρκεί χρόνο s_i .

Τα VRPTW γενικεύονται σε CVRP όταν τεθεί $a_i=0$ και $b_i=+\infty \quad \forall i \in V \setminus \{0\}$. Τέλος, το Πρόβλημα του Περιπλανώμενου Πωλητή με Χρονικά Παράθυρα (TSPTW) αποτελεί ειδική περίπτωση του VRPTW όπου $C \geq d(V)$ και $K=1$.

3.3.3 TO ΜΟΝΤΕΛΟ V.R.P.B.

Τα Προβλήματα Δρομολόγησης Οχημάτων με Παραλαβές (VRPB), αποτελούν προέκταση των CVRP, όπου το σύνολο των πελατών $V \setminus \{0\}$ χωρίζεται σε δύο υποσύνολα. Το ένα υποσύνολο L αποτελείται από n πελάτες καθένας από τους οποίους απαιτεί να του παραδοθεί μια συγκεκριμένη ποσότητα προϊόντων (Πελάτες Παράδοσης - Linehaul

Customers). Το άλλο υποσύνολο \mathbf{B} , αποτελείται από \mathbf{m} πελάτες από τους οποίους πρέπει να παραληφθεί μια επίσης γνωστή ποσότητα προϊόντων (Πελάτες Παραλαβής – Backhaul Customers). Τα δύο υποσύνολα είναι τέτοια ώστε: $\mathbf{L} = \{1, 2, \dots, n\}$ και $\mathbf{B} = \{n+1, \dots, n+m\}$.

Στα VRPB υπάρχει ένας περιορισμός προτεραιότητας μεταξύ των δύο υποσυνόλων των πελατών: κάθε φορά που μια διαδρομή εξυπηρετεί και τους δύο τύπους πελατών, οι πελάτες του πρώτου υποσυνόλου πρέπει να εξυπηρετηθούν πριν από αυτούς του δεύτερου. Για κάθε πελάτη i ορίζεται μια μη αρνητική ζήτηση, d_i η οποία πρέπει να παραληφθεί ή να διανεμηθεί ανάλογα με το αν ο πελάτης ανήκει στο πρώτο ή στο δεύτερο υποσύνολο. Και σ' αυτήν την περίπτωση η αποθήκη θεωρούμε ότι είναι μια κορυφή με ζήτηση $d_i=0$. Όταν ο πίνακας του κόστους είναι ασύμμετρος, το πρόβλημα καλείται Ασύμμετρο VRPB (Asymmetric VRPB – AVRPB). Για την επίλυση τόσο των VRPB όσο και των AVRPB απαιτείται η εύρεση \mathbf{K} ακριβώς οχημάτων ώστε:

1. Κάθε διαδρομή διέρχεται από τον αρχικό κόμβο-αποθήκη.
2. Από κάθε πελάτη διέρχεται μία και μόνη διαδρομή.
3. Η συνολική ζήτηση και των δύο τύπων πελατών που επισκέπτονται από μια διαδρομή δεν μπορεί να υπερβαίνει την χωρητικότητα του οχήματος που διέρχεται από αυτήν τη διαδρομή.
4. Σε κάθε διαδρομή οι πελάτες Παράδοσης προηγούνται των πελατών Παραλαβής.

Δίκτυα τα οποία περιέχουν μόνο παραλαβές γενικά δεν επιτρέπονται. Επιπλέον, παρατηρούμε ότι ο τελευταίος περιορισμός προτεραιότητας επιβάλλει μια διαδοχή «μικτών» δρομολογίων, δηλαδή όταν οι διαδρομές περιλαμβάνουν και τους δύο τύπους πελατών.

Ορίζουμε τις ποσότητες $\mathbf{K_L}$ και $\mathbf{K_B}$ που εκφράζουν τον ελάχιστο αριθμό οχημάτων που χρειάζονται για την εξυπηρέτηση όλων των πελατών τύπου Παράδοσης και Παραλαβής. Οι ποσότητες αυτές μπορούν να υπολογιστούν λύνοντας το Π.Τ.Κ. που αντιστοιχεί κάθε φορά στο συγκεκριμένο υποσύνολο των πελατών. Για να εξασφαλίσουμε την λύση υποθέτουμε ότι $\mathbf{K} \geq \max\{\mathbf{K_L}, \mathbf{K_B}\}$. Τέλος, το Πρόβλημα του Περιπλανώμενου Πωλητή με Παραλαβές (TSPB) αποτελεί ειδική περίπτωση του VRPB όπου $\mathbf{C} \geq \max\{d(\mathbf{L}), d(\mathbf{B})\}$ και $\mathbf{K}=1$.

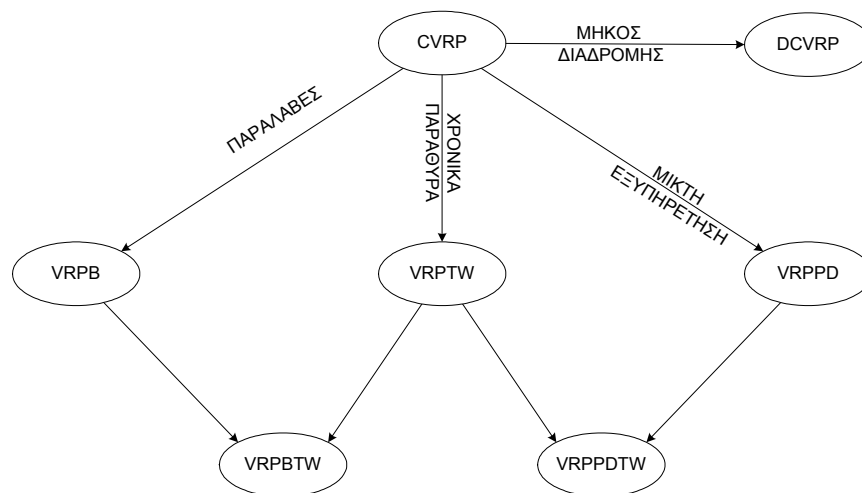
3.3.4 TO ΜΟΝΤΕΛΟ V.R.P.P.D.

Στα Προβλήματα Δρομολόγησης Οχημάτων με Παραλαβές και Διανομές (VRPPD), ορίζουμε τις μεταβλητές d_i και p_i που αφορούν τις ποσότητες ομοίων προϊόντων που πρέπει να διανεμηθούν και να συλλεχθούν από τον πελάτη i . Αρκετές φορές χρησιμοποιείται μια μόνο ποσότητα ζήτησης $d_i = d_i - p_i$ για κάθε πελάτη i , που δηλώνει την καθαρή διαφορά μεταξύ των ζητήσεων διανομής και παραλαβής (η οποία μπορεί να είναι και αρνητική). Για κάθε πελάτη i , O_i είναι ο κόμβος από τον οποίο ξεκινούν τα προϊόντα που του διανέμονται και D_i είναι ο κόμβος στον οποίο κατευθύνονται τα προϊόντα που παραλήφθηκαν απ' αυτόν. Υποτίθεται ότι σε κάθε πελάτη η διανομή γίνεται πριν την παραλαβή, ενώ το φορτίο ενός οχήματος πριν φτάσει σε έναν πελάτη ορίζεται ως το αρχικό φορτίο μείον το σύνολο των ζητήσεων που έχουν ήδη ικανοποιηθεί με διανομές συν όλες τις ζητήσεις που έχουν ικανοποιηθεί με παραλαβές. Τα VRPPD προσπαθούν να βρουν ένα σύνολο από ακριβώς K διαδρομές με το ελάχιστο κόστος, έτσι ώστε:

- Κάθε διαδρομή διέρχεται από τον αρχικό κόμβο-αποθήκη.
- Από κάθε πελάτη διέρχεται μία και μόνη διαδρομή.
- Το φορτίο του οχήματος κατά την διάρκεια μιας διαδρομής πρέπει να είναι μη αρνητικό και δεν πρέπει να υπερβαίνει την χωρητικότητα του C .
- Για κάθε πελάτη i , ο πελάτης O_i , όταν δεν είναι η αποθήκη, πρέπει να εξυπηρετηθεί από την ίδια διαδρομή και πριν από τον πελάτη i .
- Για κάθε πελάτη i , ο πελάτης D_i όταν δεν είναι η αποθήκη, πρέπει να εξυπηρετηθεί από την ίδια διαδρομή και μετά τον πελάτη i .

Συχνά η προέλευση ή ο προορισμός της ζήτησης είναι κοινά (είναι για παράδειγμα η αποθήκη, όπως συμβαίνει στα CVRP και VRPB). Το πρόβλημα αυτό είναι γνωστό ως Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων με Ταυτόσημες Παραλαβές και Διανομές (Vehicle Routing Problem with Simultaneous Pickup & Delivery- VRPSPD).

Παρακάτω αναπαρίστανται τα μοντέλα VRP που συναντήσαμε με την μεταξύ τους σχέση:



Σχήμα 3.2

3.4 ΒΑΣΙΚΑ ΜΟΝΤΕΛΑ ΓΙΑ ΤΑ VRP

Παρακάτω παρουσιάζουμε τις κύριες μαθηματικές διατυπώσεις που μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να μοντελοποιήσουν τα βασικά VRP που αναλύθηκαν προηγουμένως. Γενικά, δίνουμε τα μοντέλα για το CVRP και αναλύουμε πώς μπορούν να επεκταθούν για να ενσωματώσουν τους πρόσθετους περιορισμούς ή τις διαφορετικές αντικειμενικές συναρτήσεις. Οι πρόσθετες διατυπώσεις μπορούν να βρεθούν σε Laporte και Nobert [5].

Τρεις διαφορετικές βασικές μοντελοποιήσεις έχουν προταθεί για τα VRP στη βιβλιογραφία. Τα μοντέλα πρώτου τύπου, γνωστά ως **Vehicle Flow Formulations** χρησιμοποιούν ακέραιες μεταβλητές, που αντιστοιχούν σε κάθε τόξο ή ακμή του γραφήματος και υπολογίζουν τον χρόνο διέλευσης από το τόξο ή την ακμή. Αυτά τα μοντέλα συνήθως χρησιμοποιούνται σε περιπτώσεις όπου το ζητούμενο το κόστος μπορεί να εκφραστεί ως το άθροισμα των δαπανών που αντιστοιχούν σε κάθε τόξο της διαδρομής. Επιπλέον, η γραμμική χαλάρωση –linear programming relaxation των Vehicle Flow Models μπορεί να μην είναι τόσο ισχυρή όταν οι πρόσθετοι περιορισμοί είναι σφιχτοί.

Τα μοντέλα δευτέρου τύπου είναι τα **Commodity Flow Models**. Σε αυτά τα μοντέλα, εισάγονται επιπλέον ακέραιες μεταβλητές οι οποίες αντιστοιχούν στα τόξα ή της ακμές και περιγράφουν της ροή προϊόντων μέσα στο δίκτυο. Μόνο πρόσφατα τα μοντέλα αυτά χρησιμοποιήθηκαν ως βάση για την επίλυση των CVRP.

Τα μοντέλα του τρίτου και τελευταίου τύπου έχουν εκθετικό αριθμό δυαδικών μεταβλητών, κάθε μια από τις οποίες αντιστοιχεί σε κάθε ένα διαφορετικό εφικτό κύκλωμα-διαφορετική λύση. Εδώ τα VRP διατυπώνονται ως **Set-Partitioning Problem**(SPP) που απαιτεί τον προσδιορισμό μιας συλλογής γραφημάτων ελαχίστου κόστους, τα οποία εξυπηρετούν κάθε πελάτη μία φορά.

Παρακάτω θα παρουσιάσουμε συνοπτικά τα τρία παραπάνω μοντέλα με την μαθηματική τους μοντελοποίηση.

3.4.1 Vehicle Flow Models

Ξεκινάμε με την παρουσίαση της ακέραιας γραμμικής μοντελοποίησης για τα ACVRP, το οποίο προσαρμόζεται αργότερα σε SCVRP. Το μοντέλο χρησιμοποιεί $O(n^2)^2$ δυαδικές μεταβλητές \mathbf{x} , δηλαδή οι μεταβλητές \mathbf{x}_{ij} παίρνουν την τιμή 1 εάν το τόξο $(i, j) \in \mathbf{A}$ ανήκει στην βέλτιστη λύση, και παίρνει την τιμή 0 σε διαφορετική περίπτωση. Το μοντέλο έχει ως εξής:

2 Για δύο πραγματικές συνεχείς συναρτήσεις γράφουμε: $\mathbf{f}(\mathbf{x}) = O(\mathbf{g}(\mathbf{x}))$ τότε και μόνον τότε:

$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = k$ ή αν οι συναρτήσεις ορίζονται για το σύνολο των θετικών ακεραίων και οι τιμές τους είναι

στο σύνολο των θετικών ακεραίων, γράφουμε: $\mathbf{f}(\mathbf{n}) = O(\mathbf{g}(\mathbf{n}))$ αν υπάρχει $k > 0$ ώστε

$$\mathbf{f}(\mathbf{n}) \leq k \cdot \mathbf{g}(\mathbf{n}), \quad n \geq n_0$$

$$\min \sum_{i \in V} \sum_{j \in V} c_{ij} x_{ij} \quad (8)$$

υ.π.

$$\sum_{i \in V} x_{ij} = 1 \quad \forall j \in V \setminus \{0\} \quad (9)$$

$$\sum_{j \in V} x_{ij} = 1 \quad \forall i \in V \setminus \{0\} \quad (10)$$

$$\sum_{i \in V} x_{i0} = K \quad (11)$$

$$\sum_{j \in V} x_{0j} = K \quad (12)$$

$$\sum_{i \notin S} \sum_{j \in S} x_{ij} \geq r(S) \quad \forall S \subseteq V \setminus \{0\}, S \neq \emptyset \quad (13)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall i,j \in V \quad (14)$$

Οι περιορισμοί (9) και (10), επιβάλλουν σε κάθε κόμβο-πελάτη να ξεκινά και να καταλήγει μόνο ένα τόξο-ακμή, δηλαδή ακριβώς ένα όχημα εξυπηρετεί κάποιον πελάτη. Ανάλογα οι περιορισμοί (11) και (12) επιβάλλουν ο αριθμός των οχημάτων που θα ξεκινήσουν και που θα καταλήξουν στην αποθήκη να είναι ακριβώς K. Τέλος ο περιορισμός (13) επιβάλλει το άθροισμα των διαδρομών να είναι μεγαλύτερο από το ελάχιστο αριθμό οχημάτων που χρησιμοποιούνται.

3.4.2 Commodity Flow Models

Τα Μοντέλα Ροής Προϊόντων (Commodity Flow Models) παρουσιάστηκαν πρώτη φορά από τον W.M.Garvin[3],[4] για την επίλυση προβλημάτων διακίνησης πετρελαίου και στην συνέχεια επεκτάθηκαν σαν μια παραλλαγή των TSP και VRP από τους Gavish και Graves. Κατά την μοντελοποίηση απαιτείται ο ορισμός ενός νέου συνόλου συνεχών μεταβλητών, που αναφέρονται στα τόξα, οι οποίες αντιπροσωπεύουν τη ζήτηση που ρέει ανάμεσά τους. Το μοντέλο έχει ως εξής:

$$\min \sum_{(i,j) \in A'} c_{ij} x_{ij} \quad (15)$$

υ.π.

$$\sum_{j \in V'} (y_{ji} - y_{ij}) = 2d_i, \quad \forall i \in V' \setminus \{0, n+1\} \quad (16)$$

$$\sum_{j \in V' \setminus \{0, n+1\}} y_{0j} = d(V \setminus \{0, n+1\}) \quad (17)$$

$$\sum_{j \in V' \setminus \{0, n+1\}} y_{j0} = KC - d(V \setminus \{0, n+1\}) \quad (18)$$

$$\sum_{j \in V' \setminus \{0, n+1\}} y_{n+1j} = KC \quad (19)$$

$$y_{ij} + y_{ji} = Cx_{ij}, \quad \forall (i, j) \in A' \quad (20)$$

$$\sum_{j \in V'} (x_{ij} + x_{ji}) = 2, \quad \forall i \in V' \setminus \{0, n+1\} \quad (21)$$

$$y_{ij} \geq 0, \quad \forall (i, j) \in A' \quad (22)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\}, \quad \forall (i, j) \in A' \quad (23)$$

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{εάν το τόξο } (i, j) \text{ ανήκει στο } V \\ 0, & \text{αλλιώς} \end{cases}$$

\underline{d}_i = η ζήτηση στο σημείο i ,

$\underline{y}_{ij} - \underline{y}_{ji}$ = εάν ένα όχημα πηγαίνει από τον κόμβο i στον j , τότε η μεν \underline{y}_{ij} αποτελεί την ποσότητα που αφήνει το όχημα στον πελάτη και η \underline{y}_{ji} ($= C - \underline{y}_{ij}$) την ποσότητα που απομένει στο όχημα.

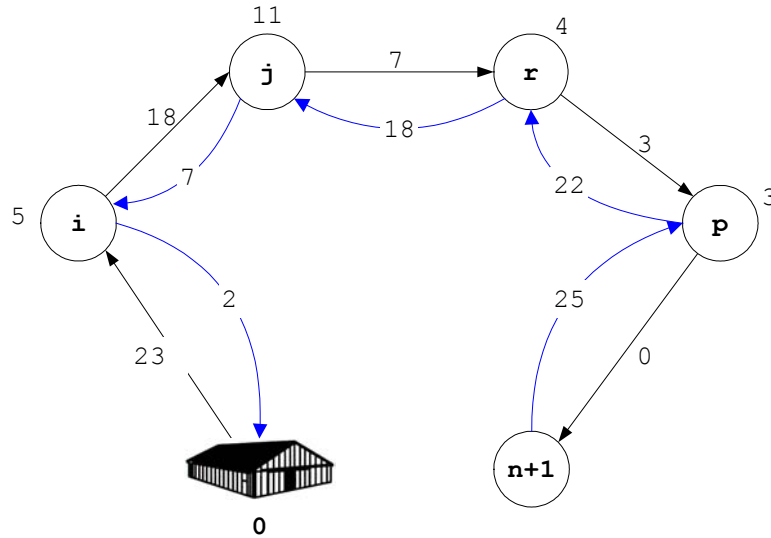
\underline{A} = το σύνολο των ακμών

\underline{V} = το σύνολο των κόμβων

$\underline{A'} / \underline{V'}$ = το σύνολο των ακμών / κόμβων μαζί με αυτών της αποθήκης.

Ο περιορισμός (16) επιβάλλει ότι η διαφορά ανάμεσα στο άθροισμα των μεταβλητών ροής που σχετίζονται με τα τόξα που μπαίνουν και βγαίνουν από τον κάθε κόμβο i είναι δύο φορές η ζήτηση του i . Οι περιορισμοί

(17)-(19) καθορίζουν τις ποσότητες προϊόντων που θα επιστρέψουν στην αποθήκη. Τέλος οι περιορισμοί (20), (21) καθορίζουν τη σχέση μεταξύ των μεταβλητών ροής των οχημάτων και των προϊόντων αντίστοιχα.



Σχήμα 3.3 :

Παράδειγμα με ροή προϊόντων για $C=23$

3.4.3 Set-Partitioning Models

Τα SSP μια άλλη διατύπωση των VRP, εισήχθησαν από τους Balinski & Quandt[1] και χρησιμοποιούν έναν εκθετικό αριθμό δυαδικών μεταβλητών όπου η κάθε μια σχετίζεται με διαφορετικό εφικτό γράφημα G . Πιο συγκεκριμένα, έστω $\mathbf{H}=\{\mathbf{H}_1, \dots, \mathbf{H}_q\}$ το σύνολο όλων των δυνατών εφικτών γραφημάτων-λύσεων του G , με $\mathbf{q}=|\mathbf{H}|$. Κάθε γράφημα \mathbf{H}_j , έχει ένα κόστος c_j . Επιπλέον ορίζουμε τον δυαδικό συντελεστή a_{ij} ο οποίος παίρνει την τιμή 1 όταν ο κόμβος i , ανήκει στην διαδρομή \mathbf{H}_j , και 0 αλλιώς. Η δυαδική μεταβλητή x_j , $j=1, \dots, q$, παίρνει την τιμή 1 αν και μόνον αν η διαδρομή \mathbf{H}_j , είναι η βέλτιστη. Το μοντέλο έχει ως εξής:

$$\min \sum_{j=1}^q c_j x_j \quad (24)$$

υ.π.

$$\sum_{j=1}^q a_{ij} x_j = 1 \quad \forall i \in V \setminus \{0\} \quad (25)$$

$$\sum_{j=1}^q x_j = K \quad (26)$$

$$x_j \in \{0,1\} \quad \forall j=1, \dots, q \quad (27)$$

Ο περιορισμός (25) επιβάλλει ο κάθε πελάτης να ανήκει μόνο σε ένα δρομολόγιο, και ο (26) ότι απαιτείται να επιλεχθούν K διαδρομές. Τέλος εάν ο πίνακας κόστους ικανοποιεί την τριγωνική ανισότητα, τότε ο (25) μπορεί να αντικατασταθεί από τον παρακάτω περιορισμό:

$$\sum_{j=1}^q a_{ij} x_j \geq 1 \quad \forall i \in V \setminus \{0\}$$

3.5 LOCATION PROBLEMS (ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΧΩΡΟΘΕΤΗΣΗΣ)

3.5.1 Η στρατηγική σημασία των εγκαταστάσεων.

Η επιλογή της θέσης εγκατάστασης είναι ζήτημα στρατηγικής σημασίας που συνδέεται με τις άλλες στρατηγικές αποφάσεις του σχεδιασμού εγκαταστάσεων. Πράγματι, η εγκατάσταση μιας εταιρίας ή μιας αποθήκης σε μια θέση συνεπάγεται ότι σημαντικοί πόροι θα δεσμευθούν και ότι η εταιρία θα λειτουργήσει σε μακροχρόνια βάση στο συγκεκριμένο πλαίσιο συνθηκών (οικονομικών, κοινωνικών, νομικών και τεχνολογικών) που καθορίζει η θέση εγκατάστασης που επιλέχθηκε. Οι συνθήκες αυτές επιδρούν σε σημαντικό βαθμό τόσο στα στοιχεία κόστους όσο και στα ποιοτικά χαρακτηριστικά της εταιρίας, όπως είναι η ποιότητα παραγωγής, η τήρηση των προθεσμιών παράδοσης και, γενικά, η εξυπηρέτηση των πελατών. Τυχόν λαθεμένη επιλογή της θέσης εγκατάστασης μπορεί να οδηγήσει σε μειωμένη ανταγωνιστικότητα της εταιρίας και τελικά, να επηρεάσει αποφασιστικά την επιβίωση της. Αντίθετα, σωστή επιλογή σημαίνει αξιοποίηση των στρατηγικών συγκριτικών πλεονεκτημάτων που μπορεί να έχει μια θέση σε σχέση με άλλες υποψήφιες θέσεις, με θετικά αποτελέσματα στη διαμόρφωση του κόστους και, σε τελική ανάλυση, στη βιωσιμότητα της εταιρίας.

Το πρόβλημα της επιλογής θέσης εγκατάστασης, εκτός από την περίπτωση του αρχικού σχεδιασμού μιας παραγωγικής ή αποθηκευτικής μονάδας, οπότε εμφανίζεται σε συνδυασμό κυρίως με το ζήτημα της δυναμικότητας του, μπορεί να προκύψει και ως πρόβλημα μετεγκατάστασης. Το πρόβλημα μπορεί να εμφανιστεί όταν μεταβληθούν δυσμενώς οι όροι που χαρακτηρίζουν τη θέση όπου έχει εγκατασταθεί η μονάδα, για παράδειγμα με την εξάντληση μιας πηγής πρώτων υλών. Μπορεί επίσης να εμφανιστεί όταν βελτιωθούν δραστικά οι όροι που χαρακτηρίζουν μια άλλη θέση εγκατάστασης με σπουδαία στρατηγικά

πλεονεκτήματα, που όμως αρχικά είχε αποκλειστεί για κάποιο σημαντικό λόγο που ήδη έχει εκλείψει (π.χ. κατασκευή λιμανιού). Και στις δύο περιπτώσεις η απόφαση θα τεκμηριωθεί, βέβαια, με την απαραίτητη μελέτη σκοπιμότητας, που θα λάβει υπόψη της όλα τα οικονομικά και άλλα συγκριτικά στοιχεία που επηρεάζουν το κόστος εγκατάστασης και λειτουργίας. Τέλος, το πρόβλημα της επιλογής θέσης εγκατάστασης μπορεί να προκύψει και ως πρόβλημα επέκτασης ενός ήδη εγκατεστημένου συστήματος, όταν η υπάρχουσα δυναμικότητα δεν επαρκεί να καλύψει την προβλεπόμενη ζήτηση. Στην περίπτωση αυτή η επιλογή γίνεται μεταξύ διαφόρων υποψηφίων θέσεων εγκατάστασης της νέας δυναμικότητας, στις οποίες περιλαμβάνεται και η θέση που είναι ήδη εγκατεστημένο το σύστημα, εφόσον αυτό είναι δυνατό (π.χ. υπάρχει χώρος για οριζόντια ή κάθετη επέκταση). Στο σύνολο των πιθανών λύσεων, πάντως, θα πρέπει να περιληφθούν και οι εναλλακτικοί τρόποι κάλυψης της αυξημένης ζήτησης που μπορεί να υπάρχουν. Στους τρόπους αυτούς περιλαμβάνονται η χρήση πρόσθετων βαρδιών ή υπερωριών, η αποθεματοποίηση κατά τις περιόδους χαμηλής ζήτησης (αν υπάρχουν εποχιακές διακυμάνσεις) και η ανάθεση παραγγελιών σε υποκατασκευαστές.

Γενικά, το πρόβλημα της θέσης εγκατάστασης ενός παραγωγικού ή αποθηκευτικού συστήματος ορίζεται ως πρόβλημα επιλογής μεταξύ ενός πλήθους υποψηφίων θέσεων έτσι ώστε να ικανοποιείται ένα σύνολο περιορισμών (τεχνολογικών, οικονομικών κλπ) και να ελαχιστοποιείται η συνάρτηση του κόστους εγκατάστασης και λειτουργίας του συστήματος. Το κόστος αυτό αποτελείται από τα επιμέρους ποσοτικά στοιχεία που επεμβαίνουν άμεσα στη διαμόρφωση του κόστους εγκατάστασης (π.χ. κόστος γηπέδου) και λειτουργίας (π.χ. κόστος εργασίας και πρώτων υλών), από τα ποιοτικά στοιχεία που επηρεάζουν έμμεσα το κόστος (π.χ. επάρκεια συγκοινωνιακού δικτύου) και από το κόστος ευκαιρίας, που συνδέεται με την αδυναμία κάλυψης ενός μέρους της ζήτησης ως αποτέλεσμα της επιλογής μιας συγκεκριμένης θέσης εγκατάστασης.

Εξαιτίας του πλήθους και της ποικιλίας των στοιχείων που συνθέτουν τη συνάρτηση του κόστους, το πρόβλημα της θέσης εγκατάστασης δεν είναι εύκολο να επιλυθεί. Η δυσκολία επιτείνεται εξαιτίας της αβεβαιότητας ή / και της υποκειμενικότητας που κατά κανόνα χαρακτηρίζει τις εκτιμήσεις των στοιχείων αυτών, ενώ είναι συνάρτηση και της πολυπλοκότητας του προβλήματος. Έτσι, η αναζήτηση μιας βέλτιστης θέσης από ένα μικρό αριθμό υποψηφίων θέσεων για να εγκατασταθεί ένα σύστημα που θα εξυπηρετεί ένα μικρό αριθμό πελατών παρουσιάζει γενικά μικρότερη δυσκολία από την περίπτωση ενός μεγάλου (πιθανώς άπειρου)

πλήθους υποψήφιων θέσεων ή / και πελατών. Επίσης, σημαντική αιτία της δυσκολίας επίλυσης του προβλήματος είναι η σύνδεση του με το πρόβλημα της δυναμικότητας. Πράγματι, συχνά εμφανίζεται στην πράξη το πρόβλημα «να κατανεμηθεί στο χώρο η δυναμικότητα που απαιτείται για να καλύψει την κατανεμημένη στο χώρο ζήτηση», που είναι συνδυασμένο πρόβλημα θέσης-δυναμικότητας. Για την επίλυση του προβλήματος χρησιμοποιούνται τεχνικές της Επιχειρησιακής Έρευνας (Γραμμικός Προγραμματισμός, Πολυκριτηριακή Ανάλυση, Προσομοίωση, Προγραμματισμός Στόχων, Ευρετικές μέθοδοι κλπ) που βοηθούν στην εύρεση μιας, συνήθως υποβέλτιστης λύσης.

Τα προβλήματα χωροθέτησης (LP) εξετάζουν την εύρεση της καλύτερης θέσης για μια ή περισσότερες εγκαταστάσεις που βελτιστοποιούν κάποιο στόχο. Τέτοιες εγκαταστάσεις μπορούν να παρέχουν την υπηρεσία σε ένα δεδομένο σύνολο πελατών, ή μπορούν να ανταγωνιστούν με άλλες εγκαταστάσεις για να προσελκύσουν πελάτες κλπ. Τα LP διαφέρουν από τη φύση και τον αριθμό των εγκαταστάσεων, τον τρόπο με τον οποίο μετρείται η απόσταση, την ύπαρξη περιορισμών για τις τοποθεσίες, τη φύση των παραμέτρων κλπ. Οι τεχνικές επίλυσης ποικίλλουν από συνδυαστικές μεθόδους έως διάφορες αναλυτικές τεχνικές. Διάφορες ευρετικές προσεγγίσεις έχουν αναπτυχθεί για την επίλυση τέτοιων προβλημάτων.

Μια σημαντική πτυχή στην βελτιστοποίηση λειτουργιών μιας επιχείρησης εντοπίζεται στις εγκαταστάσεις της και στην βελτιστοποίηση της τοποθεσίας τους. Αυτό είναι ένα θέμα με το οποίο ασχολείται το τμήμα logistics της επιχείρησης. Τέτοιου είδους προβλήματα έχουν επιλυθεί με την βοήθεια σύγχρονων λογισμικών πακέτων. Οι τεχνικές βελτιστοποίησης έχουν γίνει πιο προσιτές, πιο ισχυρές, και επομένως πιο χρήσιμες. Τα τελευταία 20-30 χρόνια έχει παρατηρηθεί μια απότομη αύξηση του ενδιαφέροντος για την επίλυση προβλημάτων επιχειρησιακής έρευνας, και πιο συγκεκριμένα σε προβλήματα χωροθέτησης, όμοιο με εκείνο που υπάρχει και σε άλλες μοντέρνες επιστήμες όπως τα οικονομικά, το μάρκετινγκ, η εφαρμοσμένη μηχανική κλπ.

Ένα LP είναι ένα πρόβλημα κατανομής πόρων. Σαν παράδειγμα χωροθέτησης έχουμε το εξής: έστω μια ή περισσότερες εγκαταστάσεις που εξυπηρετούν διάφορους πελάτες. Εάν οι εγκαταστάσεις δεν υπάρχουν και πρόκειται να δημιουργηθούν, σκοπός είναι να γίνει μια βέλτιστη κατανομή των εγκαταστάσεων για την καλύτερη και ταχύτερη διανομή προϊόντων. Στην περίπτωση που υπάρχει ήδη κάποια υποδομή, τότε μια άλλη εκδοχή

του προβλήματος είναι να ληφθεί απόφαση για το που μπορούν να τοποθετηθούν νέες εγκαταστάσεις, οι οποίες είτε θα αναδιαρθρώσουν το υπάρχον δίκτυο εξυπηρέτησης, είτε θα χρειαστεί να ξαναγίνει καθολικός επανασχεδιασμός του.

Η εφαρμογή των LP σε επίπεδο βιομηχανίας εισήχθη αρχικά από τον Alfred Weber (1909), ο οποίος αρχικά θεώρησε τη δημιουργία μιας αποθήκης ώστε να ελαχιστοποιηθεί η συνολική απόσταση μεταξύ της αποθήκης και ενός συνόλου πελατών. Μετά από μερικά χρόνια ένα άλλο παρόμοιο LP διατυπώθηκε από τον οικονομολόγο Hotelling (1929), ο οποίος μίλησε για την ύπαρξη δύο ανταγωνιστικών αποθηκών σε έναν κύριο δρόμο πόλης.

Άλλα παραδείγματα LP, αποτελούν η χωροθέτηση σχολείων, τραπεζών, τηλεφωνικών κέντρων, η θέση κέντρων έκτακτης ανάγκης όπως τα νοσοκομεία, τα ασθενοφόρα, οι πυροσβεστικοί σταθμοί, καθώς και οι στρατιωτικές και ναυτικές εγκαταστάσεις, τα αεροδρόμια κλπ. Όλα αυτά τα προβλήματα έχουν σαν μοναδικό σκοπό την ελαχιστοποίηση της απόστασης- διαδρομής μεταξύ των παραπάνω εγκαταστάσεων και των πελατών που εξυπηρετούν. Άλλα LP χρησιμοποιούνται στα ανταγωνιστικά περιβάλλοντα, όπου οι επιχειρήσεις ανταγωνίζονται μεταξύ τους για την προσέλκυση πελατών, όπως τα παντοπωλεία, τα super-market, οι αλυσίδες καταστημάτων, τα εστιατόρια, ή τα βενζινάδικα. Υπάρχουν περιπτώσεις όπου οι εγκαταστάσεις θεωρούνται ανεπιθύμητες όπως είναι τα αεροδρόμια, τα κέντρα ανακύκλωσης, τα εργοστάσια πυρηνικής ενέργειας, οι φυλακές, οι περιοχές απόθεσης αποβλήτων κλπ.

3.5.2 ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ ΕΠΙΛΟΓΗΣ & ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΥ ΕΓΚΑΤΑΣΤΑΣΕΩΝ

Ένας τρόπος συλλογισμού για την λήψη απόφασης για τον χώρο επιλογής μιας εγκατάστασης είναι ο εξής: όσο πιο κοντά βρίσκεται η εγκατάσταση στην πηγή ζήτησης(πελάτες), τόσο ευκολότερα καλύπτεται η απαίτηση γρηγορότερης εξυπηρέτησης. Ένας άλλος τρόπος είναι η τοποθέτηση των εγκαταστάσεων σε μία περιοχή όπου ήδη υπάρχει ανταγωνισμός. Οι εγκαταστάσεις ανταγωνίζονται για τους πελάτες και ο στόχος τους είναι να μεγιστοποιήσουν το μερίδιο αγοράς. Υποθέτοντας ότι το κέρδος αυξάνεται όταν αυξάνεται το μερίδιο αγοράς, μεγιστοποιώντας το κέρδος αυτό ισοδυναμεί με τη μεγιστοποίηση του μεριδίου αγοράς.

3.5.2.1 Πλήθος εγκαταστάσεων.

Υπάρχει διαφορά στην ανάλυση μεταξύ της τοποθέτησης μιας και περισσοτέρων (συνήθως πάνω από δύο) εγκαταστάσεων. Η τοποθέτηση πολλών εγκαταστάσεων όπως είναι φυσικό είναι πολύ πιο πολύπλοκο να επιλυθεί μαθηματικά. Τα προβλήματα που αφορούν μία τοποθέτηση συνήθως μετατρέπονται σε προβλήματα τοποθέτησης περισσοτέρων εγκαταστάσεων, αφού μια δεν μπορεί να εξυπηρετήσει μια μεγάλη περιοχή. Η περιοχή στη συνέχεια διαιρείται σε τομείς για κάθε έναν από τους οποίους θα είναι υπεύθυνη μία εγκατάσταση. Το πρόβλημα έγκειται πλέον στον τρόπο κατανομής των πελατών ανά εγκατάσταση και στην βέλτιστη τοποθέτηση αυτών.

3.5.2.2 Το περιβάλλον των τοποθεσιών

Πολύ σημαντικό ρόλο στην τοποθέτηση εγκαταστάσεων παίζει το περιβάλλον του χώρου όπου θα γίνει η χωροθέτηση. Το φυσικό ανάγλυφο της περιοχής καθορίζει και το μέτρο της απόστασης ανάμεσα στις εγκαταστάσεις και τους πελάτες.

Τα προβλήματα δικτύων εξετάζουν τη θέση δυνατότητας σε ένα δίκτυο όπως ένας δρόμος ή ένα σύστημα ραγών, ένα δίκτυο επικοινωνίας, ή ένα τσιπ υπολογιστών. Μια γραφική παράσταση (ή ένα δίκτυο) καθορίζεται από τους κόμβους και τα τόξα των δεδομένων μηκών. Η μετακίνηση από ένα σημείο στη γραφική παράσταση σε άλλο είναι περιορισμένη στα τόξα του δικτύου. Η θέση των εγκαταστάσεων είναι συνήθως περιορισμένη στα τόξα και τους κόμβους. Η πιο σύντομη απόσταση μεταξύ δύο σημείων στη γραφική παράσταση πρέπει να υπολογιστεί ως τμήμα κάθε διαμόρφωσης δικτύων.

Τα προβλήματα στα οποία οι εγκαταστάσεις και τα σημεία ζήτησης απαίτησης βρίσκονται σε επίπεδη περιοχή, έχουν λάβει την περισσότερη προσοχή από τους ερευνητές. Υπάρχουν τρεις κύριοι τρόποι υπολογισμού της απόστασης στο επίπεδο:

- 1) Η Ευκλείδεια απόσταση, όπου τότε δύο σημεία ζήτησης βρίσκονται πάνω σε ευθεία γραμμή δηλαδή απόσταση σύμφωνα με μια ευθεία γραμμή μεταξύ δύο σημείων

- 2) Η ευθύγραμμη απόσταση (ή αλλιώς απόσταση Μανχάταν), όπου η μετακίνηση μεταξύ δύο σημείων επιτρέπεται μόνο κατά μήκος των αξόνων Βορρά-Νότου ή Ανατολής-Δύσης
- 3) Η γενική απόσταση ℓ_p , η οποία προσεγγίζει τις πραγματικές οδικές αποστάσεις ακριβέστερα.

Σε άλλες περιπτώσεις, όταν οι αποστάσεις μεταξύ των σημείων ενός δικτύου είναι τεράστιες (δηλαδή περιπτώσεις όπου στην μεταφορά λαμβάνουν μέρος αεροπλάνα ή πλοία), τότε θεωρείται ότι οι κόμβοι του δικτύου βρίσκονται στην επιφάνεια σφαίρας (γης). Αυτά τα προβλήματα αποτελούν επέκταση των προηγούμενων προβλημάτων μια και εδώ δεν υφίστανται ευθείες αλλά οι κόμβοι του δικτύου ανήκουν σε κύκλους. Οι μετρούμενες αποστάσεις λοιπόν στην ουσία είναι μήκη τόξων.

3.5.2.3 Περιορισμοί στις τοποθεσίες.

Οι θέσεις των νέων εγκαταστάσεων μπορεί να είναι είτε σε μία ανοιχτή είτε σε μία περιορισμένη-κλειστή περιοχή. Τα διακριτά μοντέλα ψάχνουν να βρουν την καλύτερη τοποθεσία ανάμεσα σε συγκεκριμένες θέσεις. Τα συνεχή μοντέλα ψάχνουν να βρουν τοποθεσία σε οποιοδήποτε μέρος όταν αυτό πρόκειται για ανοιχτές περιοχές. Τέλος, μερικά μοντέλα επιβάλλουν διάφορους περιορισμούς στην επιλογή κάποιας τοποθεσίας.

Τα LP ένα από τα αρκετά δύσκολα προβλήματα που καλούνται να επιλύσουν είναι η κατανομή της ζήτησης. Για να αποφευχθεί ο υψηλός αριθμός κόμβων σε ένα γράφημα διανομής λόγω της μεγάλης διασποράς των σημείων ζήτησης, η περιοχή η οποία εξετάζεται χωρίζεται σε μικρότερες υποπεριοχές. Σε αυτές ομαδοποιούνται οι επιμέρους ζητήσεις και αθροίζονται παρέχοντας έτσι για κάθε υποπεριοχή μία μόνο ζήτηση. Έτσι το δίκτυο διανομής γίνεται απλούστερο.

3.5.2.4 Αλγόριθμοι επίλυσης των LP

Πολλά LP μπορούν να επιλυθούν από το τυποποιημένο μαθηματικό λογισμικό όπως το «*solver*» του Excel. Εντούτοις, όταν ο αριθμός των κόμβων/ εγκαταστάσεων είναι μεγάλος, το πρόβλημα περιέχει πάρα πολλές μεταβλητές ή περιορισμούς που υπερβαίνουν την ικανότητα του Excel. Σε τέτοιες περιπτώσεις ένα ειδικό πρόγραμμα απαιτείται για τη λύση αυτών των προβλημάτων. Την επίλυση στα δυσκολότερα αυτά προβλήματα μπορούν να δώσουν πιο ανώτερες γλώσσες προγραμματισμού όπως

FORTTRAN, C, C++, οι οποίες έχουν τεράστιες δυνατότητες μοντελοποίησης και επίλυσης.

Παρακάτω παρουσιάζουμε βασικούς τύπους με τους οποίους θα ασχοληθούμε στη συνέχεια.

n = το πλήθος των σημείων ζήτησης.

(a_i, b_i) = οι συντεταγμένες του σημείου ζήτησης

w_i = βάρος το οποίο σχετίζεται με την τοποθεσία

(x, y) = οι συντεταγμένες της αναζητούμενης τοποθεσίας

$d_i(x, y)$ = η απόσταση του σημείου ζήτησης i , από την τοποθεσία (x, y) .

Ευκλείδεια απόσταση: $d_i(x, y) = \sqrt{(x - a_i)^2 + (y - b_i)^2}$

Ευθύγραμμη απόσταση: $d_i(x, y) = |x - a_i| + |y - b_i|$

Απόσταση Chebishev: $d_i(x, y) = \max\{|x - a_i|, |y - b_i|\}$

ℓ_p απόσταση: $d_i(x, y) = \sqrt[p]{|x - a_i|^p + |y - b_i|^p}$

3.5.2.5 Χωροθέτηση μιας εγκατάστασης με την χρήση Ευκλείδειας απόστασης

Η χωροθέτηση μιας εγκατάστασης με την χρήση Ευκλείδειας απόστασης, είναι η πιο κοινή σε τέτοιες περιπτώσεις και τα περισσότερα τέτοιου είδους προβλήματα επιλύονται με αυτόν τον τρόπο. Εδώ χρησιμοποιείται η εκδοχή του Weiszfeld(1936) κατά την οποία ελαχιστοποιείται η:

$$\text{Min} \sum_{i=1}^n w_i \sqrt{(x - a_i)^2 + (y - b_i)^2}$$

Παραγωγίζοντάς την ως προς x και y και έπειτα μηδενίζοντας προκύπτει:

$$x = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{w_i a_i}{\sqrt{(x - a_i)^2 + (y - b_i)^2}}}{\sum_{i=1}^n \frac{w_i}{\sqrt{(x - a_i)^2 + (y - b_i)^2}}}, \quad y = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{w_i b_i}{\sqrt{(x - a_i)^2 + (y - b_i)^2}}}{\sum_{i=1}^n \frac{w_i}{\sqrt{(x - a_i)^2 + (y - b_i)^2}}}$$

Από αυτήν την εξίσωση βλέπουμε ότι τα \mathbf{x} και \mathbf{y} εμφανίζονται και στα δύο μέλη. Ο αλγόριθμος Weiszfeld ξεκινάει με μια αρχική περιοχή-τιμή του ζεύγους λύσεων (\mathbf{x}, \mathbf{y}) την οποία αντικαθιστά στο δεξιό μέλος των παραπάνω εξισώσεων. Έτσι προκύπτει ένα νέο ζευγάρι λύσεων. Με την μέθοδο αυτή ο αλγόριθμός συγκλίνει στην τελική λύση.

3.5.2.6 Ο γενικευμένος αλγόριθμος Weiszfeld

Σε μερικές περιπτώσεις η ελαχιστοποίηση του συνολικού κόστους μεταφοράς περιλαμβάνει μια συνάρτηση της απόστασης και όχι την απόσταση αυτή κάθε αυτή. Σε αυτήν την περίπτωση η μοντελοποίηση έχει ως εξής:

$$\min \sum_{i=1}^n f_i [d_i(x, y)]$$

με $d_i(x, y)$ την Ευκλείδεια απόσταση.

Εξισώνοντας τις παραγώγους ως προς x και y και με τον κανόνα της αλυσίδας προκύπτει:

$$\sum_{i=1}^n \frac{\partial f_i}{\partial d_i} \frac{x - a_i}{d_i} = 0 \quad \text{και} \quad \sum_{i=1}^n \frac{\partial f_i}{\partial d_i} \frac{y - b_i}{d_i} = 0 \quad \text{από όπου εν τέλει καταλήγουμε:}$$

$$x = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{1}{d_i} \frac{\partial f_i}{\partial d_i} a_i}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{d_i} \frac{\partial f_i}{\partial d_i}} \quad \text{και} \quad y = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{1}{d_i} \frac{\partial f_i}{\partial d_i} b_i}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{d_i} \frac{\partial f_i}{\partial d_i}}$$

Αυτοί οι τύποι μπορούν να εφαρμοστούν σε μια επαναληπτική διαδικασία παρόμοια με τη διαδικασία Weiszfeld.

3.5.2.7 Χωροθέτηση μιας εγκατάστασης με την χρήση Ορθογώνιας απόστασης

Σκοπός εδώ είναι η ελαχιστοποίηση της : $w_i [|x - a_i| + |y - b_i|]$. Αυτό το πρόβλημα αναλύεται σε δύο υποπροβλήματα βελτιστοποίησης: ένα ως προς x και ένα ως προς y . Το πρόβλημα επιλύεται δύο φορές μία για το x και μία για το y . Ας θεωρήσουμε την λύση ως προς το x . Η καλύτερη λύση είναι το μεσαίο σημείο της ακολουθίας a_1, \dots, a_n όπου το κάθε ένα έχει το δικό του βάρος. Εάν η ακολουθία έχει άρτιο πλήθος αριθμών τότε το μεσαίο σημείο βρίσκεται μεταξύ των δύο μεσαίων αριθμών a_i, a_{i+1} .

3.5.2.8 Το πρόβλημα Minimax για την χωροθέτηση μιας εγκατάστασης με την Ευκλείδεια απόσταση

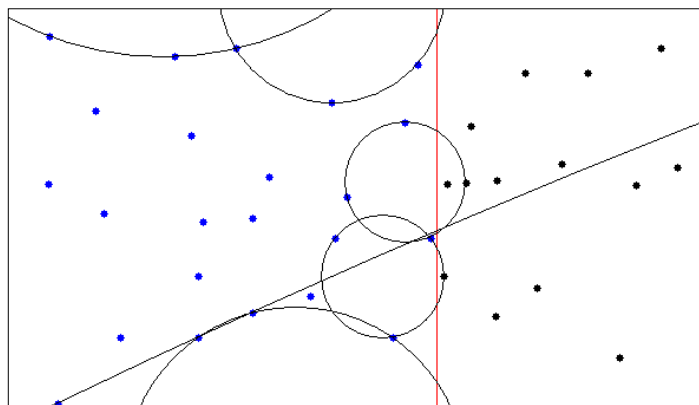
Το minimax πρόβλημα με την χρήση της Ευκλείδεια απόστασης είναι ισοδύναμο με την εύρεση του μικρότερου κύκλου που περιλαμβάνει όλα τα σημεία ζήτησης (Σχήμα 3.4)³. Ένας τέτοιος κύκλος είτε καθορίζεται από τρία σημεία, είτε η διάμετρός του καθορίζεται από δύο σημεία. Το κέντρο ενός τέτοιου κύκλου είναι η λύση minimax. Οι Elzinga και Heam (1972) πρότειναν έναν εναλλακτικό αλγόριθμο για τη λύση αυτού του προβλήματος.

Ο αλγόριθμος έχει ως εξής:

1. Μια αφετηρία (κέντρο) επιλέγεται.
2. Βρίσκονται τα τρία μακρύτερα σημεία ζήτησης από το επιλεγμένο κέντρο.
3. Υπολογίζεται ο κύκλος που περνά μέσω αυτών των τριών σημείων. (Εάν το τρίγωνο είναι αμβλυγώνιο, το κέντρο της μεγαλύτερης πλευράς του τριγώνου είναι το κέντρο του κύκλου.)
4. Εάν ο κύκλος εσωκλείει όλα τα σημεία ζήτησης, τότε το κέντρο αυτού του κύκλου είναι η βέλτιστη λύση.
5. Εάν υπάρχουν σημεία έξω από αυτόν τον κύκλο (αυτά τα σημεία είναι μακρύτερα από το κέντρο παρά από την ακτίνα του κύκλου), επιλέξτε το μακρύτερο σημείο από το κέντρο ως τέταρτο σημείο.
6. Βρείτε το μικρότερο κύκλο που περικλείει αυτά τα τέσσερα σημεία ζήτησης. Αυτός ο κύκλος περνά μέσω τριών από αυτά τα τέσσερα σημεία. Υπάρχουν τέσσερις πιθανές τριάδες, αλλά τα αρχικά τρία

³ Πηγή : <http://www.diku.dk/hjemmesider/sturende/duff/fortune>

σημεία ζήτησης δεν μπορούν να είναι η ομάδα που εσωκλείει και τα τέσσερα σημεία επειδή το πρόσφατα επιλεγμένο σημείο είναι έξω από τον κύκλο που εσωκλείει τα αρχικά τρία σημεία. Επομένως, υπάρχουν μόνο τρεις εκ των τεσσάρων πιθανές τριάδες για να ελέγξουν. Κάθε φορά αποβάλλεται ένα από τα αρχικά τρία σημεία από την ομάδα και έτσι βρίσκεται ο κύκλος που περικλείει τρία σημεία. Η ομάδα που παράγει τη μεγαλύτερη ακτίνα πρέπει να εσωκλείσει και τα τέσσερα σημεία. Αυτό το σύνολο τριών σημείων είναι το νέο σύνολο τριών σημείων και καθορίζει έναν νέο κύκλο με ένα νέο κέντρο. Επέστρεψε στο βήμα 4.



Σχήμα 3.4

Αυτός ο αλγόριθμος είναι εμπειρικά γρήγορος επειδή απαιτούνται λίγες επαναλήψεις για τα περισσότερα προβλήματα. Ακόμη και ένα πρόβλημα με δέκα χιλιάδες σημεία, που είναι πέρα από τις ικανότητες του Excel, λύνεται σε ένα κλάσμα δευτερολέπτου.

3.5.2.9 Τα LP πολλαπλών εγκαταστάσεων (Multiple-Facility)

Υπάρχουν δύο τύποι προβλημάτων multifacility. Στον έναν, κάθε πελάτης εξυπηρετείται από όλες τις εγκαταστάσεις. Ο πιο χρήσιμος τύπος είναι η τοποθεσία διάφορων ίδιων εγκαταστάσεων έτσι ώστε οι πελάτες να εξυπηρετούνται από την κοντινότερη. Θα δούμε τα προβλήματα του δεύτερου τύπου. Αυτά τα προβλήματα είναι τα προβλήματα θέσης-κατανομής. Αυτά τα προβλήματα δεν είναι κυρτά και μπορούν να έχουν πολλά τοπικά βέλτιστα. Είναι επομένως απαραίτητο να ελεγχθούν όλα τα πιθανά τοπικά ελάχιστα έτσι ώστε να βρούμε το ολικό ελάχιστο. Για αυτά τα προβλήματα έχουν προταθεί πολλοί αλγόριθμοι.

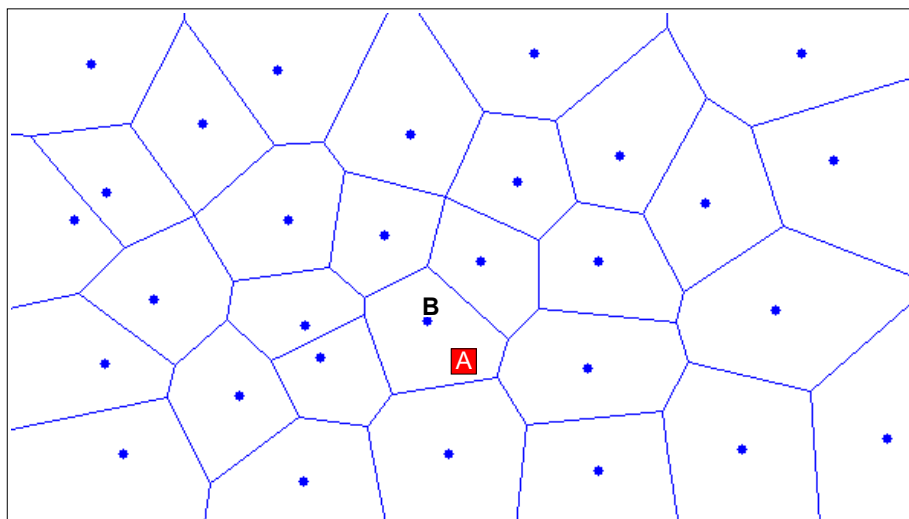
Ο Cooper (1963-1964) ήταν ο πρώτος που πρότεινε μια ευρετική προσέγγιση για οποιοδήποτε μέτρο απόστασης. Η ιδέα του είναι η ακόλουθη:

1. Οι τυχαίες θέσεις για p -εγκαταστάσεις επιλέγονται.
2. Κάθε σημείο ζήτησης αντιστοιχίζεται με την πιο κοντινή εγκατάσταση(αυτή είναι η φάση κατανομής).
3. Κάθε εγκατάσταση ορίζει ένα σύνολο σημείων ζήτησης, τα πιο κοντινά σε αυτήν.
4. τα προβλήματα επιλύονται με την εύρεση της καλύτερης θέσης για κάθε υποσύνολο των σημείων ζήτησης(αυτή είναι η φάση χωροθέτησης).
5. Εάν οι υπολογισμένες θέσεις όλων των p -εγκαταστάσεων είναι οι ίδιες όπως στην προηγούμενη επανάληψη, σταμάτα με αυτό ως προτεινόμενη λύση. Διαφορετικά πήγαινε στο βήμα 2.

3.5.2.10 Τα διαγράμματα Voronoi

Ένα χρήσιμο εργαλείο στην κατασκευή των ειδικών αλγορίθμων για τα διάφορα προβλήματα χωροθέτησης είναι το διάγραμμα Voronoi (Okabe et Al, 1992). Για να εξηγήσουμε την έννοια, θεωρούμε ένα σύνολο n σημείων (Σχήμα 3.5 χρωματισμένα με μπλε)⁴ στο επίπεδο. Κάθε σημείο καθορίζει ένα πολύγωνο. Μερικά από αυτά τα πολύγωνα είναι πεπερασμένα και μερικά είναι ανοικτά στο άπειρο. Παρατηρώντας το Σχήμα 2.5 βλέπουμε ότι το σημείο **A** ευρισκόμενο εντός του συγκεκριμένου πολυγώνου, έχει σαν πιο κοντινό του σημείο το B το οποίο ορίζει το πολύγωνο. Κανένα άλλο σημείο του διαγράμματος δεν βρίσκεται πιο κοντά στο **A**. Τα πολύγωνα λοιπόν σχηματίζονται με τέτοιο τρόπο έτσι ώστε τα σημεία που περικλείουν να έχουν σαν κοντινότερο σημείο, το σημείο από το οποίο ορίζονται. Η κατασκευή ενός τέτοιου διαγράμματος γίνεται πολύ αποτελεσματικά από ειδικούς αλγορίθμους κατασκευής.

⁴ Πηγή : <http://www.diku.dk/hjemmesider/sturende/duff/fortune>



Σχήμα 3.5
Διάγραμμα Voronoi

4

ΤΡΟΠΟΙ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΤΩΝ V.R.P. & L.P.

Σε αυτό το κεφάλαιο θα παρουσιάσουμε διάφορες ευρετικές μεθόδους με βάση τις οποίες είναι δυνατή η επίλυση των VRP & LP. Αυτές οι μέθοδοι έχουν προταθεί από διάφορους ερευνητές του αντικειμένου, και μερικές αναπτύχθηκαν με βάση κάποιες προηγούμενες αποτελώντας βελτίωσή τους.

Στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζεται μια σύντομη αναδρομή στην ιστορία του VRP. Στις δεκαετίες των '60 και '70, η έρευνα γύρω από το VRP επικεντρώθηκε στην δημιουργία διαδρομών, την βελτίωση των διαδρομών και τις ευρετικές μεθόδους δύο φάσεων. Την δεκαετία του '80 αναπτύχθηκαν μαθηματικές ευρετικές μέθοδοι βασισμένες στον προγραμματισμό. Αυτές οι ευρετικές μέθοδοι απαιτούσαν περισσότερο υπολογιστικό φόρτο, αλλά παρείχαν λύσεις υψηλής ποιότητας. Στο τέλος αυτή της τριακονταετίας, αρκετά προβλήματα με 50 περίπου πελάτες μπορούσαν να επιλυθούν. Στη δεκαετία του '90 η έρευνα επικεντρώνεται στην εφαρμογή μεθευρετικών μεθόδων γενικού σκοπού για την επίλυση του VRP (για παράδειγμα μέθοδοι προσομοιωμένης ανόπτησης, αιτιοκρατικής ανόπτησης, γενετικών αλγορίθμων, νευρωνικών δικτύων και περιορισμένης αναζήτησης).

ΔΕΚΑΕΤΙΑ	ΓΕΓΟΝΟΤΑ
`50	<ul style="list-style-type: none"> ☞ Το VRP διατυπώνεται σαν ένα ακέραιο πρόγραμμα. ☞ Επιλύονται μερικά μικρά προβλήματα της τάξεως των 10 με 20 πελατών.
`60	<ul style="list-style-type: none"> ☞ Προτείνονται οι πρώτες ευρετικές μέθοδοι δημιουργίας δρομολογίων από τους Clarke & Wright το 1964. ☞ Εφαρμόζονται οι μέθοδοι 2-opt και 3-opt από τους Cristofides & Eilon το 1969. ☞ Επιλύονται προβλήματα των 30 με 100 πελατών.
`70	<ul style="list-style-type: none"> ☞ Προτείνεται ένας αριθμός ευρετικών μεθόδων δύο φάσεων αρχικά από τους Gillet & Miller το 1974. ☞ Εφαρμόζονται οι πρώτες υπολογιστικές μέθοδοι από τους Golden, Magnanti & Nguyen το 1977. ☞ Αρχίζουν να επιλύονται μεγάλα προβλήματα της τάξεως των 100 με 1000 πελατών. ☞ Προβλήματα της τάξεως των 25 με 30 πελατών λύνονται με μεθόδους βελτιστοποίησης.
`80	<ul style="list-style-type: none"> ☞ Προτείνονται μαθηματικά μοντέλα βασισμένα στον προγραμματισμό (Fisher & Jaikumar, 1981). ☞ Αναπτύσσονται ευρετικές μέθοδοι αλληλεπίδρασης (interactive) αρχικά από τους Cullen, Jarvis & Ratliff το 1981. ☞ Προβλήματα των 50 πελατών επιλύονται με μεθόδους βελτιστοποίησης.
`90	<ul style="list-style-type: none"> ☞ Εφαρμόζονται οι πρώτες μεθευρετικές μέθοδοι. ☞ Χρησιμοποιούνται μέθοδοι βελτιστοποίησης για την επίλυση προβλημάτων της τάξης των 50 με 100 πελατών.

Στην συνέχεια θα παρουσιάσουμε συνοπτικά κάποιους αλγορίθμους οι οποίοι έχουν αναπτυχθεί για τα διάφορα μοντέλα.

4.1 Αλγόριθμοι εξοικονομήσεων (savings algorithm)

Ο αλγόριθμος εξοικονομήσεων των Clarke και Wright (1964) είναι ίσως η πιο γνωστή ευρετική μέθοδος που έχει προταθεί για την επίλυση των VRP. Εφαρμόζεται σε προβλήματα στα οποία ο αριθμός των οχημάτων αποτελεί μεταβλητή απόφασης και λειτουργεί εξίσου καλά τόσο για προσανατολισμένα προβλήματα όσο και για μη προσανατολισμένα. Οι δύο διαθέσιμες εκδοχές αυτού του αλγορίθμου είναι η παράλληλη και η ακολουθητική. Ο αλγόριθμος λειτουργεί ως εξής:

Βήμα 1 (Υπολογισμός εξοικονομήσεων):

Υπολόγισε τις εξοικονομήσεις (savings):

$$s_{ij} = c_{i0} + c_{0j} - c_{ij} \quad \text{για } i, j = 1, \dots, n \quad \& \quad i \neq j.$$

Δημιούργησε n διαδρομές $(0, i, 0)$ για $i = 1, \dots, n$.

Κατάταξε τις εξοικονομήσεις σε φθίνουσα σειρά.

Παράλληλη εκδοχή:

Βήμα 2 (Καλύτερη δυνατή σύμπτυξη):

Αρχίζοντας από την κορυφή της λίστας των εξοικονομήσεων, εκτέλεσε το ακόλουθο:

- ↳ Για δεδομένη εξοικονόμηση s_{ij} προσδιόρισε αν υπάρχουν δύο διαδρομές, μία η οποία αρχίζει με $(0, j)$ και η άλλη η οποία τελειώνει με $(i, 0)$, οι οποίες να είναι δυνατόν να συγχωνευτούν.
- ↳ Αν ναι, συνδύασε τις δύο αυτές διαδρομές εξαλείφοντας τις κορυφές $(0, j)$ και $(i, 0)$ και βάζοντας στην θέση τους μία άλλη κορυφή (i, j) .

Ακολουθητική εκδοχή:

Βήμα 2 (Προέκταση διαδρομής):

- ↳ Θεώρησε διαδοχικά κάθε διαδρομή $(0, i, \dots, j, 0)$.

- ↳ Προσδιόρισε την πρώτη εξοικονόμηση s_{ki} ή s_{j1} που μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την σύμπτυξη της παρούσας διαδρομής με μια άλλη η οποία τελειώνει με $(k, 0)$ ή αρχίζει με $(0, 1)$.
- ↳ Πραγματοποίησε την σύμπτυξη και επανέλαβε την διαδικασία στην παρούσα διαδρομή. Αν δεν υπάρχει δυνατή σύμπτυξη, θεώρησε την επόμενη διαδρομή και πραγματοποιήσει την ίδια διαδικασία.
- ↳ Σταμάτησε όταν δεν είναι δυνατή άλλη σύμπτυξη.

Υπάρχει μεγάλη ποικιλία στα αριθμητικά αποτελέσματα που προκύπτουν από τις ευρετικές μεθόδους των εξοικονομήσεων και συνήθως οι συγγραφείς δεν αναφέρουν αν θεωρείται κάθε φορά η παράλληλη ή η ακολουθητική εκδοχή. Μέχρι σήμερα έχουν προταθεί διάφορες παραλλαγές των αλγορίθμων των Clarke και Wright, όπως για παράδειγμα αυτοί των Gaskel(1967), Yellow(1970), Golden et al.(1977), Paessens(1988) και Nelson et al.(1985).

4.2 Οι αλγόριθμοι ομαδοποίηση πρώτα - δρομολόγηση μετά (cluster-first, route-second)

Πρόκειται για τον αλγόριθμο Fisher & Jaikumar στον οποίο αντί της χρήσης κάποιας γεωμετρικής μεθόδου για την δημιουργία περιοχών κορυφών, γίνεται επίλυση ενός Γενικευμένου Προβλήματος Εκχώρησης (Generalized Assignment Problem GAP).

Βήμα 1 (Επιλογή σπόρου):

Επέλεξε σημεία-σπόρους j_k στο V για να θέσεις αρχικές τιμές σε κάθε περιοχή k .

Βήμα 2 (Κατανομή πελατών στους σπόρους):

Υπολόγισε το κόστος d_{ik} της τοποθέτησης κάθε πελάτη i σε κάθε περιοχή k .

Βήμα 3 (Γενικευμένη εκχώρηση) :

Λύσε ένα Γενικευμένο Πρόβλημα Εκχώρησης με κόστος d_{ij} , βάρη πελατών q_i , και χωρητικότητα οχήματος Q .

Βήμα 4 (Επίλυση T.S.P.) :

Λύσε ένα TSP για κάθε περιοχή που αντιστοιχεί στην επίλυση του Γενικευμένου Προβλήματος Εκχώρησης.

Ο αριθμός των διαδρομών m είναι εκ των προτέρων καθορισμένος στον αλγόριθμο Fisher και Jaikumar.

4.3 Η μέθοδος των δύο φάσεων των Mole και Jameson

Ο αλγόριθμος των Mole και Jameson είναι μια ακολουθητική διαδικασία στην οποία, για μια δεδομένη τιμή των δύο παραμέτρων λ και μ , τα ακόλουθα δύο κριτήρια χρησιμοποιούνται για την κατασκευή μιας διαδρομής :

$$e(i, l, j) = c_{i1} + c_{lj} - \mu c_{ij}$$

$$\sigma(i, l, j) = \lambda c_{01} - e(i, l, j)$$

Ο αλγόριθμος προχωράει ως εξής :

Βήμα 1: Για κάθε μη δρομολογημένο πελάτη x_1 υπολογίζεται σε ποιο σημείο της διαδρομής μπορεί να εισαχθεί ο πελάτης :

$$e(i_1, l, j_1) = \min [e(r, l, s)]$$

για όλους τους γειτονικούς πελάτες $x_r, x_s \in R$, όπου x_{i1} και x_{j1} είναι οι πελάτες για τους οποίους η εισαγωγή του πελάτη x_1 έχει την καλύτερη δυνατή τιμή.

Βήμα 2: Ο καλύτερος πελάτης x_{1*} που θα εισαχθεί στην διαδρομή υπολογίζεται να είναι εκείνος για τον οποίο η ακόλουθη έκφραση μεγιστοποιείται :

$$\sigma(i_{1*}, l^*, j_{1*}) = \max [\sigma(i_1, l, j_1)]$$

για τον κάθε πελάτη x_1 που δεν βρίσκεται ήδη σε κάποια διαδρομή και δεν παραβιάζει κάποιο περιορισμό.

Βήμα 3: Εισάγεται το x_{1*} στη διαδρομή R ανάμεσα στον x_{i1*} και στον x_{j1*}

Βήμα 4: Βελτιστοποιείται η διαδρομή R χρησιμοποιώντας μεθόδους r-opt.

Βήμα 5: Επιστροφή στο **Βήμα 1** για το ξεκίνημα μιας καινούριας διαδρομής **R** εκτός αν όλοι οι πελάτες έχουν δρομολογηθεί ή κανένας από τους εναπομείναντες πελάτες δεν μπορεί να δρομολογηθεί.

4.4 Η μέθοδος των δύο φάσεων των Christofides, Mingozi & Toth

Η πρώτη φάση αυτού του ευρετικού αλγορίθμου αποτελείται από την εφαρμογή ενός αριθμού δοκιμών για την ομαδοποίηση χρησιμοποιώντας ένα κριτήριο εκχώρησης ελαχίστου κόστους.

Φάση 1

Βήμα 1 (Ακολουθητικές δοκιμές): Επιλέγεται ένας πελάτης που δεν είναι στην διαδρομή για πελάτη σπόρο. Επιλέγεται ένα όχημα για τον πελάτη.

Βήμα 2: Τοποθετούνται οι πελάτες που δεν είναι σε διαδρομή σε κάποια ομάδα, βάση κάποιου κόστους εκχώρησης που σχετίζεται με τον πελάτη της κάθε ομάδας, μέχρις ότου να παραβιαστεί ο περιορισμός χωρητικότητας του οχήματος. Αν όλοι οι πελάτες είναι σε ομάδες ή όλα τα οχήματα έχουν χρησιμοποιηθεί, ακολουθεί το **Βήμα 3**, αλλιώς επιστροφή στο **Βήμα 1**.

Βήμα 3 (Παράλληλες δοκιμές): Χρησιμοποιώντας όλους τους αρχικούς πελάτες για μια διαδρομή που βρέθηκαν στις ακολουθητικές δοκιμές, απελευθερώνονται όλοι οι πελάτες από τις ομάδες τους.

Βήμα 4: Για κάθε ελεύθερο πελάτη, υπολογίζεται το κόστος εισόδου σε σχέση με τους αρχικούς πελάτες της κάθε ομάδας, σε μια εφικτή ομάδα. Ελέγχονται όλες οι ομάδες και στη συνέχεια διατηρείται αυτή με το καλύτερο κόστος για κάθε πελάτη.

Βήμα 5: Εκχωρείται ο πελάτης με το καλύτερο κόστος στην ομάδα που αντιστοιχεί.

Φάση 2

Βήμα 6: Και για τις δύο ομαδοποιήσεις επιλύεται ένα TSP και διατηρείται η καλύτερη από τις δύο λύσεις.

4.5 Ο αλγόριθμος της Προσομοιωμένης ανόπτησης του Osman

Πριν την παρουσίαση του αλγορίθμου της Προσομοιωμένης ανόπτησης θα αναφερθούμε στην γενικότερη ιδέα της χρησιμοποίησης της ανόπτησης στην επίλυση των προβλημάτων της Συνδυαστικής Βελτιστοποίησης. Το όνομα της στρατηγικής αυτής προέρχεται από την αναλογία ανάμεσα στην προσομοίωση της ανόπτησης των υλικών και την στρατηγική επίλυσης προβλημάτων συνδυαστικής βελτιστοποίησης. Η ανόπτηση σημαίνει ότι ένα υλικό θερμαίνεται μέχρι το σημείο τήξης του και στη συνέχεια ψύχεται αργά. Στην συνδυαστική βελτιστοποίηση αυτό αναπαριστάται με την κίνηση στον εφικτό χώρο αναζήτησης και όταν ο αλγόριθμος σταματήσει έχουμε τότε μια εφικτή λύση.

Στην προσομοιωμένη ανόπτηση, η γειτονιά $\mathbf{N}(\mathbf{s})$ καθορίζει καταστάσεις που μπορεί να τις φτάσει κάποιος από την τρέχουσα κατάσταση \mathbf{s} . Από την αρχική κατάσταση \mathbf{s}_0 με μια τυχαία διαταραχή του συστήματος γεννιέται μια καινούρια λύση \mathbf{s}' . Το αποτέλεσμα της αλλαγής στην τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης υπολογίζεται ως εξής, $\delta = f(\mathbf{s}') - f(\mathbf{s}_0)$. Εάν $\delta < 0$ η καινούρια κατάσταση είναι πάντοτε αποδεκτή. Εάν η αλλαγή δεν είναι αρνητική, δηλαδή $\delta \geq 0$, η καινούρια λύση είναι αποδεκτή σύμφωνα με τους νόμους της θερμοδυναμικής. Έτσι, έχουμε στη θερμοκρασία t η πιθανότητα αύξησης στην ενέργεια δ δίνεται από την σχέση $p(\delta) = e^{-\frac{\delta}{kt}}$, όπου k είναι η σταθερά Boltzmann, η οποία εφ' όσον δεν έχει κανένα απολύτως νόημα στην συνδυαστική βελτιστοποίηση, παραλείπεται.

Ο αλγόριθμος που χρησιμοποιείται για την πραγματοποίηση της παραπάνω στρατηγικής είναι ο ακόλουθος :

```

select   μια αρχική λύση  $\mathbf{s}_0$ 
select   μια αρχική θερμοκρασία  $t_0$ 
select   μια συνάρτηση μείωσης της θερμοκρασίας  $\alpha(t)$ 
repeat
    repeat
        τυχαία επιλογή μιας γειτονιάς  $\mathbf{s} \in \mathbf{N}(\mathbf{s}_0)$ 
         $\delta = f(\mathbf{s}) - f(\mathbf{s}_0)$ 
        if  $\delta < 0$  then
             $\mathbf{s}_0 = \mathbf{s}$ 
        else

```

```

        δημιουργούμε τυχαία  $x$  ομοιόμορφα στην ακτίνα  $(0,1)$ 
        if  $x < e^{-\frac{\delta}{t}}$  then

             $s_0 = s$ 

        endif

    endif

    until ο μέγιστος αριθμός επαναλήψεων ολοκληρωθεί.

     $t = a(t)$ 

    until κάποιο κριτήριο σταματήματος να ικανοποιηθεί .

```

Ο αλγόριθμος που αναπτύχθηκε από τον Osman, ξεκινάει από μια καλύτερη αρχικά λύση και χρησιμοποιεί κάποιες τροποποιήσεις του βασικού αλγορίθμου και έχει την ακόλουθη μορφή :

Φάση 1

Αλγόριθμος καθόδου

Βήμα 1: Αρχική λύση. Δημιουργείται μια αρχική λύση με τον αλγόριθμο Clarke & Wright.

Βήμα 2: Κάθοδος. Αναζητείται η λύση χρησιμοποιώντας ένα αριθμό λ-ανταλλαγών. Αν βρεθεί κάποια βελτίωση ενημερώνεται η τρέχουσα λύση. Τερματίζει όταν έχει ελεγχθεί όλη η γειτονιά και δεν υπάρχει επιπλέον βελτίωση.

Φάση 2

Αναζήτηση προσομοιωμένης ανόπτωσης.

Βήμα 1: Χρησιμοποιείται σαν αρχική λύση αυτή που προήλθε από το τέλος της προηγούμενης φάσης, είτε την αρχική λύση που προήλθε στην πρώτη φάση με τον αλγόριθμο Clarke & Wright.

Βήμα 2 (Αρχικοποίηση των παραμέτρων): Εφαρμόζεται μια διαδικασία λ-ανταλλαγών σε ολόκληρη την γειτονιά των λύσεων, χωρίς όμως ωστόσο να πραγματοποιείται καμιά αλλαγή. Σημειώνονται τα Δ_{min} και Δ_{max} τα οποία είναι οι μεγαλύτερες και οι μικρότερες τιμές που θα πάρει η αντικειμενική συνάρτηση αν εφαρμοστούν οι αλλαγές και υπολογίζεται το β που είναι ο αριθμός των εφικτών αλλαγών. Στη συνέχεια εξισώνονται τα:

$$c_1 = \Delta_{\max}, \quad \delta = 0, \quad k = 1, \quad k_3 = 3, \quad t = 1, \quad t^* = 1$$

Έστω \mathbf{x}_1 η τρέχουσα λύση και $\mathbf{x}^* = \mathbf{x}_1$

Βήμα 3 (Επόμενη λύση): Ερευνάται η γειτονιά του \mathbf{x}_t χρησιμοποιώντας τη διαδικασία των λ-ανταλλαγών. Αν έχει βρεθεί μια λύση \mathbf{x} με $f(\mathbf{x}) < f(\mathbf{x}_t)$ και $\mathbf{x}_{t+1} = \mathbf{x}$, αν $f(\mathbf{x}) < f(\mathbf{x}^*)$, τότε $\mathbf{x}^* = \mathbf{x}$ και $\mathbf{c}^* = \mathbf{c}_k$. Αν μια καθολική αναζήτηση έχει πραγματοποιηθεί χωρίς να έχει οδηγήσει σε καλύτερη λύση, τότε το \mathbf{x} είναι η καλύτερη λύση που έχουμε βρει ως τώρα στην γειτονιά του \mathbf{x}_t και προκύπτει :

$$x_{t+1} = \begin{cases} x_s, & \mu.π. \quad p_t \\ x_t, & \mu.π. \quad 1 - p_t \end{cases}$$

όπου το p_t καθορίζεται ως :

$$p_t = \exp\left(-\frac{[f(x) - f(x_t)]}{c_t}\right)$$

Εάν $\mathbf{x}_{t+1} = \mathbf{x}_t$, τότε $\delta = 1$

Βήμα 4: Ενημέρωση της θερμοκρασίας.

Αν $\delta = 1$ τότε $c_{t+1} = \max\{c_t/2, c^*\}$, $\delta = 0$, $k = k+1$

Αν $\delta = 0$ τότε $c_{t+1} = \frac{c_t}{[(n\beta + n\sqrt{t})\Delta_{\min}\Delta_{\max}]}$

$t = t+1$

Βήμα 5: Αν $k = k_3$

ΤΕΛΟΣ αλλιώς επιστροφή **Βήμα 3**

4.6 Ο αλγόριθμος περιορισμένης αναζήτησης του Osman

Ο Osman όπως και στην περίπτωση της προσομοιωμένης ανόπτησης καθορίζει τις γειτονιές χρησιμοποιώντας τον μηχανισμό των λ-ανταλλαγών,

με $\lambda=2$. Στη μια εκδοχή του αλγορίθμου, που ονομάζεται βέλτιστα επιτρεπτή, ολόκληρη η γειτονιά ερευνάται και η καλύτερη επιτρεπτή λύση επιλέγεται. Στην δεύτερη εκδοχή που ονομάζεται πρώτη βέλτιστα επιτρεπτή, η πρώτη επιτρεπτή κίνηση, αν υπάρχει, επιλέγεται, αλλιώς συνεχίζεται ο αλγόριθμος με την ήδη υπάρχουσα λύση.

4.7 Μια παραλλαγή της περιορισμένης αναζήτησης των Toth και Vigo

Αυτή η μέθοδος της περιορισμένης αναζήτησης είναι άλλη μια πολλά υποσχόμενη ιδέα. Παρουσιάστηκε το 1998 από τους Toth και Vigo και έχει αποφέρει εξαιρετικά αποτελέσματα στην επίλυση των VRP. Η μέθοδος αυτή αντιτίθεται στην παρατήρηση ότι οι μεγαλύτερες ακμές ενός γραφήματος έχουν μόνο μια μικρή πιθανότητα να ανήκουν στη βέλτιστη λύση. Ωστόσο, εξαλείφοντας όλες εκείνες τις ακμές των οποίων το μήκος υπερβαίνει ένα κατώφλι, πολλές μη εφικτές λύσεις θα πάψουν να εξετάζονται κατά την διαδικασία εξεύρεσης λύσης. Οι Toth και Vigo πρότειναν την χρησιμοποίηση του τύπου $v = \beta \bar{c}$, όπου β είναι μια παράμετρος που επιλέγεται τυπικά στο διάστημα $[1, 2]$ και \bar{c} είναι το μέσο μήκος των ακμών μιας λύσης που προκύπτει από κάποια ευρετική μέθοδο. Εάν $\beta \in [1, 2]$, τότε το ποσοστό των ακμών που απομένουν στο γράφημα τείνει να γίνει ίσο με 10-20%. Πρακτικά, η τιμή του β μεταβάλλεται δυναμικά όποτε η λύση δεν βελτιώνεται για έναν συγκεκριμένο αριθμό επαναλήψεων και περιοδικά μειώνεται μέχρι να επιστρέψει στην αρχική τιμή της. Οι γειτονικές λύσεις μπορούν να συμπεριληφθούν πραγματοποιώντας έναν περιορισμένο αριθμό ανταλλαγών ακμών σε μια διαδρομή ή μεταξύ δύο διαφορετικών διαδρομών. Οι Toth και Vigo πρότειναν μια διαδικασία ικανή να εξετάζει όλες τις δυνατές ανταλλαγές σε χρόνο $O(|E(v)|)$, όπου:

$$E(v) = \{(i, j) \in E : c_{ij} \leq v\} \cup I$$

και I είναι ένα σύνολο από «σημαντικές» ακμές που είτε έπονται της κεντρικής αποθήκης ή ανήκουν στις λεγόμενες λύσεις «υψηλής ποιότητας».

4.8 Ο αλγόριθμος σαρώματος (The sweep algorithm)

Ο αλγόριθμος σαρώματος εφαρμόζεται σε δισδιάστατες περιπτώσεις του VRP. Αρχικά σχηματίζονται κάποιες περιοχές από κορυφές περιστρέφοντας μια ακτίνα η οποία ξεκινά από την αποθήκη. Έτσι εξασφαλίζεται μια διαδρομή λύνοντας για καθεμιά από αυτές τις περιοχές ένα TSP. Κάποιες εφαρμογές συμπεριλαμβάνουν μια φάση μεταβελτιστοποίησης στην οποία πραγματοποιείται ανταλλαγή κορυφών μεταξύ γειτονικών περιοχών και η διαδρομές επαναβελτιστοποιούνται. Οι πρώτοι που αναφέρονται στις μεθόδους αυτές είναι οι Wren (1971) και Wren και Holiday (1972), αλλά ο αλγόριθμος σαρώματος αποδίδεται στους Gillet και Miller (1974) οι οποίοι και τον δημοσίευσαν. Ακολουθεί μια απλή εφαρμογή της μεθόδου.

Ας υποθέσουμε ότι κάθε κορυφή i απεικονίζεται από τις πολικές συντεταγμένες της (θ_i, ρ_i) , όπου θ_i είναι η γωνία και ρ_i το μήκος της ακτίνας.

Προσδιορίζουμε μια τιμή $\theta_{i^*} = 0$ αυθαίρετα σε μια κορυφή i^* και υπολογίζουμε τις γωνίες που απομένουν και οι οποίες έχουν κέντρο το 0 από την αρχική ακτίνα $(0, i^*)$. Τέλος τοποθετούμε τις κορυφές σε αύξουσα σειρά με βάση την γωνία θ_i .

Βήμα 1 (Προσδιορισμός αρχικής διαδρομής)

Διάλεξε ένα μη χρησιμοποιούμενο όχημα k .

Βήμα 2 (Κατασκευή διαδρομής)

Αρχίζοντας από την κορυφή που δεν ανήκει στην διαδρομή η οποία έχει την μικρότερη γωνία, ανέθεσε κορυφές στο όχημα k έτσι ώστε να μην υπερβεί την χωρητικότητα του ή το μήκος της διαδρομής. Αν απομένουν και άλλες κορυφές που δεν ανήκουν στην διαδρομή επέστρεψε στο **Βήμα 1**.

Βήμα 3 (Βελτιστοποίηση της διαδρομής):

Βελτιστοποίησε ξεχωριστά κάθε διαδρομή λύνοντας το αντίστοιχο TSP.

4.9 Η διαδικασία του πλησιέστερου γείτονα.

Σε αυτή την ευρετική μέθοδο, ο πωλητής ξεκινά από κάποια πόλη και μετά επισκέπτεται την πόλη που είναι πλησιέστερη στην αρχική. Από εκεί, επισκέπτεται την πλησιέστερη πόλη που δεν έχει ακόμη επισκεφτεί, μέχρις ότου όλες οι πόλεις περιληφθούν στην διαδρομή του, και τότε επιστρέφει στην αρχική πόλη.

Βήμα 1: Ξεκινά με οποιονδήποτε κόμβο ως το σημείο εκκίνησης της διαδρομής.

Βήμα 2: Βρες κόμβο, που δεν περιλαμβάνεται ήδη στη διαδρομή, που είναι ο πλησιέστερος στον τελευταίο κόμβο, που προστέθηκε στη διαδρομή. Πρόσθεσε τον στη διαδρομή.

Βήμα 3: Επανέλαβε το Βήμα 2 μέχρις ότου όλοι οι κόμβοι ανήκουν στη διαδρομή. Μετά, ένωσε τον πρώτο και τον τελευταίο κόμβο της διαδρομής. Ο αλγόριθμος του πλησιέστερου γείτονα είναι πολυπλοκότητας μεγέθους $O(n^2)$.

4.10 Διαδικασίες εισαγωγής.

Η διαδικασία εισαγωγής παίρνει μια υποδιαδρομή κόμβων και προσπαθεί να προσδιορίσει ποιος κόμβος (που δεν περιλαμβάνεται ήδη στη διαδρομή) πρέπει να περιληφθεί ως επόμενος στη διαδρομή (το βήμα επιλογής) και μετά καθορίζεται σε ποιο σημείο της διαδρομής πρέπει να συμπεριληφθεί (το βήμα εισαγωγής). Ο πιο γνωστός από αυτούς τους αλγόριθμους είναι ο αλγόριθμος της πλησιέστερης εισαγωγής:

Βήμα 1: Ξεκίνα με ένα υπογράφημα που περιλαμβάνει μόνο έναν κόμβο, ας πούμε τον i .

Βήμα 2: Βρες τον κόμβο k , τέτοιο ώστε το c_{ik} να είναι το ελάχιστο και σχημάτισε την υποδιαδρομή $i-k-i$.

Βήμα 3 (Επιλογή): Με δεδομένη μια υποδιαδρομή, βρες τον κόμβο k , που δεν περιλαμβάνεται στην υποδιαδρομή, που είναι πλησιέστερος σε όποιον κόμβο της υποδιαδρομής.

Βήμα 4 (Εισαγωγή): Βρες το τόξο (i, j) στην υποδιαδρομή που ελαχιστοποιεί $c_{ik} + c_{kj} - c_{ij}$. Εισήγαγε τον k μεταξύ των i και j .

Βήμα 5: Πήγαινε στο **Βήμα 3** εκτός εάν έχει σχηματιστεί ένας κύκλος Hamilton. Η πολυπλοκότητα του αλγορίθμου είναι μεγέθους $O(n^2)$.

Παρόμοια με την διαδικασία πλησιέστερης εισαγωγής είναι της φθηνότερης εισαγωγής, της τυχαίας εισαγωγής, της μακρύτερης εισαγωγής, της γρηγορότερης εισαγωγής και ο αλγόριθμος του κυρτού πολυέδρου.

4.11 Βελτιώνοντας τους ευρετικούς αλγορίθμους τοπικής αναζήτησης

Ένας αλγόριθμος τοπικής έρευνας έχει πεδίο έρευνας μια γειτονιά ερευνητικών διαδικασιών. Με δεδομένη διαδρομή ο αλγόριθμος εξετάζει όλες τις διαδρομές που είναι γειτονικές σε αυτή και προσπαθεί να βρει μια πιο σύντομη. Ο ορισμός «γειτονικός» διαφέρει με τις λεπτομέρειες του εκάστοτε ευρετικού τοπικής έρευνας. Η γενική διαδικασία έχει ως εξής: Ξεκινώντας από μια αρχική διαδρομή, επιλεγμένη τυχαία ή δημιουργημένη από κάποιον άλλο ευρετικό, εάν δεν υπάρχει γειτονική διαδρομή που να είναι συντομότερη από την αρχική, η διαδικασία σταματά. Η αρχική διαδρομή είναι ένα τοπικό βέλτιστο όσον αφορά την επιλεγμένη γειτονιά. Αλλιώς, μια συντομότερη διαδρομή από την αρχική χρησιμοποιείται σαν σημείο εκκίνησης, και η διαδικασία επαναλαμβάνεται. Η μέθοδος πρέπει κάποτε να τερματίσει καθώς υπάρχει μόνο ένας πεπερασμένος αριθμός δυνατών διαδρομών.

Μια γειτονιά N για ένα πρόβλημα (S, f) , όπου S είναι το σύνολο των εφικτών σημείων και f είναι η αντικειμενική συνάρτηση, μπορεί να οριστεί ως μια χαρτογράφηση από την S στο δυναμικό της σύνολο, π.χ. $N: S \rightarrow 2^S$. Το $N(S)$ καλείται η γειτονιά του $s \in S$, και περιέχει όλες τις λύσεις που μπορούν να προσεγγιστούν από το s με μια μόνο κίνηση. Εδώ, η έννοια της μιας κίνησης είναι αυτή ενός τελεστή ο οποίος μετατρέπει μια λύση σε μια άλλη με λίγες τροποποιήσεις. Μια λύση x καλείται τοπικό ελάχιστο του f αναφορικά με την γειτονιά N εάν $f(x) \leq f(y)$, $\forall y \in N(x)$.

Μια τοπική έρευνα ή βελτίωση αλγορίθμου ξεκινάει με μια τυχαία λύση και καταλήγει σε ένα τοπικό ελάχιστο όπου δεν είναι δυνατή καμιά περαιτέρω βελτίωση. Υπάρχουν πολλοί διαφορετικοί τρόποι για να υλοποιηθεί η τοπική έρευνα. Οι καλύτεροι γνωστοί βελτιωτές ευρετικών για το TSP και το VRP είναι οι ευρετικοί της ανταλλαγής ακμών. Οι ευρετικοί 2-βέλτιστο και 3-βέλτιστο παρουσιάστηκαν από τον Lin και ο ευρετικός LK παρουσιάστηκε από τους Lin Kernigham. Για ένα δεδομένο k , εάν ορίσουμε

μια k -ανταλλαγή να είναι η διαγραφή k ακμών από μια διαδρομή και η αντικατάστασή τους από k άλλες ακμές, που δεν περιέχονται στη διαδρομή, τότε λέγεται ότι μια διαδρομή είναι k -βέλτιστη εάν δεν υπάρχει η δυνατότητα για περαιτέρω βελτίωση του μέσω k -ανταλλαγών.

4.12 Η μέθοδος 2-βελτίστου

Η διαδικασία του 2-βελτίστου, γενικά, αποτελείται από την απαλοιφή δύο ακμών και την επανασύνδεση των δύο τελικών διαδρομών προκειμένου να ληφθεί μια καινούρια διαδρομή. Η διαδικασία του 2-βελτίστου παρουσιάστηκε από τον Lin για το TSP.

Βήμα 1: Ας ονομαστεί T η τρέχουσα διαδρομή.

Βήμα 2: Για κάθε κόμβο $i=1,2,...,n$ εξετάσε όλες τις κινήσεις του 2-βελτίστου που εμπλέκουν την ακμή μεταξύ του i και του επόμενου του στη διαδρομή. Εάν είναι δυνατόν να μικρύνει το μήκος της διαδρομής με αυτό τον τρόπο, τότε επέλεξε μια τέτοια κίνηση 2-βελτίστου και ενημέρωσε το T .

Βήμα 3. Εάν καμία κίνηση βελτίωσης δεν μπορεί να βρεθεί, τότε σταμάτα.

Στην χειρίστη περίπτωση, μπορεί μόνο να εγγραφεί ότι μια βελτιωτική κίνηση μειώνει το μήκος της διαδρομής τουλάχιστον κατά μια μονάδα. Δεν μπορεί να δοθεί κανένας πολυωνυμικός περιορισμός χειρίστης περίπτωσης για τον αριθμό των επαναλήψεων ώστε να προσεγγισθεί το τοπικό βέλτιστο. Ελέγχοντας εάν μια βελτιωτική 2-βελτίστου κίνηση υπάρχει καταναλώνει χρόνο τάξεως $O(n^2)$.

4.13 Η μέθοδος 3-βελτίστου

Ο ευρετικός 3-βελτίστου είναι αρκετά όμοιος με τον 2-βελτίστου αλλά παρουσιάζει μεγαλύτερη ελαστικότητα στην τροποποίηση της υπάρχουσας διαδρομής, επειδή χρησιμοποιεί μια μεγαλύτερη γειτονία. Η διαδρομή διακόπτεται σε τρία κομμάτια αντί για δύο. Υπάρχουν οκτώ τρόποι για να συνδεθούν οι τελικές τρεις διαδρομές προκειμένου να σχηματισθεί μια διαδρομή. Υπάρχουν 8 τρόποι να απαλειφθούν τρεις ακμές από μια διαδρομή.

4.14 Or-βέλτιστο

Η διαδικασία του Or-βέλτιστου, γνωστή ως ευρετικός ανταλλαγής κόμβων, παρουσιάστηκε για πρώτη φορά από τον Or. Απαλείφει μια ακολουθία από μέχρι τρεις γειτονικούς κόμβους και τους εισάγει σε μια άλλη θέση μέσα στην ίδια διαδρομή. Ο Or-βέλτιστο μπορεί να θεωρηθεί ως μια ειδική περίπτωση του 3-βέλτιστου (αντικατάσταση τριών τόξων) όπου τρία τόξα αφαιρούνται και αντικαθίστανται από άλλα τρία τόξα. Όταν διαγράφεται μια αλυσίδα από συνεχόμενους κόμβους στον Or-βέλτιστο, δύο τόξα διαγράφονται, και το τρίτο απαλείφεται όταν εισάγεται η αλυσίδα πάλι στην διαδρομή. Ωστόσο, ο αριθμός των δυνατών Or-ανταλλαγών είναι πολύ μικρότερος από αυτό των δυνατών του 3-βέλτιστου. Ο Or-βέλτιστος φαίνεται επίσης να παράγει βελτιωμένες λύσεις ισοδύναμης ποιότητας με τις λύσεις που παράγει η 3-βέλτιστο, ενώ απαιτεί σημαντικά λιγότερο υπολογιστικό χρόνο. Ο αλγόριθμος Or-βέλτιστο μπορεί να περιγραφεί ως ακολούθως:

Βήμα 1: Θεώρησε μια αρχική διαδρομή και θέσε $t=1$ και $s=3$.

Βήμα 2: Αφαίρεσε από τη διαδρομή μια αλυσίδα από s συνεχόμενους κόμβους, ξεκινώντας με τον κόμβο στην θέση t και διστακτικά εισήγαγε την ανάμεσα σε όλα τα εναπομείναντα ζεύγη συνεχών κόμβων της διαδρομής.

Βήμα 2.1: Εάν η διστακτική εισαγωγή μειώνει το κόστος της διαδρομής, υλοποίησε την άμεσα, προσδιορίζοντας έτσι μια καινούρια διαδρομή, θέσε $i=1$ και επανέλαβε το **Βήμα 2**.

Βήμα 2.2: Εάν καμία διστακτική εισαγωγή δεν μειώνει το κόστος της διαδρομής, θέσε $t=t+1$. Εάν $t=n+1$ τότε συνέχισε με το **Βήμα 3**, αλλιώς επανέλαβε το **Βήμα 2**.

Βήμα 3. Θέσε $t=1$ και $s=s-1$. Εάν $s>0$ πήγαινε στο **Βήμα 2**, αλλιώς σταμάτα.

ΤΟ ΛΟΓΙΣΜΙΚΟ LINGO

5.1 Γραμμικός Προγραμματισμός

Το αντικείμενο του γραμμικού προγραμματισμού είναι η κατανομή περιορισμένων πόρων ανάμεσα σε διάφορες ανταγωνιστικές δραστηριότητες κατά τον βέλτιστο δυνατό τρόπο. Για την επίλυση προβλημάτων γραμμικού προγραμματισμού χρησιμοποιείται ένα μαθηματικό μοντέλο το οποίο αποτελείται από μεταβλητές απόφασης, μια αντικειμενική συνάρτηση και ένα σύνολο περιορισμών. Μεταβλητές ενός προβλήματος γραμμικού προγραμματισμού είναι οι δραστηριότητες που μπορούμε να αναπτύξουμε σε ποσότητες που πρόκειται να προσδιορισθούν με τη λύση του προβλήματος. Η αντικειμενική συνάρτηση εκφράζει το αντικείμενο το οποίο επιθυμούμε να βελτιστοποιήσουμε. Οι περιορισμοί είναι ένα σύνολο αλγεβρικών ανισοτήτων ή ισοτήτων οι οποίοι εκφράζουν τους περιορισμούς του προβλήματος.

Το μοντέλο αυτό ονομάζεται μοντέλο Γραμμικού Προγραμματισμού διότι:

- Η αντικειμενική συνάρτηση και οι περιορισμοί είναι γραμμικές συναρτήσεις ως προς τις άγνωστες μεταβλητές.
- Οι άγνωστες μεταβλητές είναι συνεχείς, δηλαδή μπορούν να πάρουν οποιαδήποτε τιμή σε ένα διάστημα πραγματικών αριθμών.

5.2 L I N G O

Το πρόβλημα που καλούμαστε να επιλύσουμε είναι γραμμικό και θα γίνει με την βοήθεια του λογισμικού LINGO. Το πρόγραμμα LINGO είναι ένα λογισμικό πακέτο, φιλικό προς το χρήστη που μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την μοντελοποίηση και την επίλυση γραμμικών,

ακέραιων, τετραγωνικών και μη γραμμικών προβλημάτων προγραμματισμού. Μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε αρκετές περιοχές όπως στον χρονοπρογραμματισμό, στις μεταφορές, στην χρηματοοικονομική διοίκηση, στον προγραμματισμό πληρωμάτων, ακόμα και σε βιομηχανικές εφαρμογές όπου προβλήματα βελτιστοποίησης χρειάζεται να επιλυθούν.

Το LINGO επιλύει τα προβλήματα, με την χρήση της μεθόδου κλάδου φράγματος Branch & Bound, την οποία παρουσιάζουμε παρακάτω.

5.3 Η μέθοδος Branch & Bound

Μια από τις προϋποθέσεις εφαρμογής του συνεχούς γραμμικού προγραμματισμού (γ.π.) είναι η διαιρετότητα των μεταβλητών απόφασης. Σε ένα κλασικό (συνεχές) γραμμικό πρόγραμμα, οι μεταβλητές μπορούν να πάρουν οποιαδήποτε πραγματική τιμή, του τύπου 7,5 κιλά, 0,75 ώρες, 3,5 χιλιάδες € κλπ. Υπάρχει όμως σημαντικός αριθμός προβλημάτων γ.π. στα οποία όλες οι μεταβλητές, ή μερικές από αυτές, υποχρεούνται να πάρουν μόνο ακέραιες τιμές. Τέτοιες μεταβλητές είναι, για παράδειγμα, αυτές που δηλώνουν αριθμό εργατών, αριθμό εργοστασιακών μονάδων, αποφάσεις χρηματοδότησης ή μη χρηματοδότησης ενός έργου, κλπ.

Τα προβλήματα του γ.π. στα οποία όλες ανεξαιρέτα οι μεταβλητές απόφασης περιορίζονται να πάρουν ακέραιες τιμές εμπίπτουν στο πεδίο **του ακέραιου γραμμικού προγραμματισμού**. Εκείνα στα οποία ο περιορισμός ακεραιότητας δεν ισχύει για όλες τις μεταβλητές, αλλά για μερικές από αυτές, ονομάζονται προβλήματα **μικτού γραμμικού προγραμματισμού**.

Μια απλή μέθοδος επίτευξης «ακέραιης λύσης» σε ένα πρόβλημα ακέραιου γ.π. συνίσταται στο να επιλυθεί αυτό με τη συνηθισμένη μέθοδο simplex για συνεχή γ.π. και εν συνεχεία, να στρογγυλευθούν στον πλησιέστερο ακέραιο οι τιμές των μεταβλητών οι οποίες παίρνουν ρητές τιμές (μη ακέραιες). Μία τέτοια διαδικασία είναι πολύ επικίνδυνη, όσο απλή κι αν φαίνεται, γιατί μπορεί να καταλήξει είτε σε υποβέλτιστες λύσεις, κατώτερες δηλαδή της πραγματικά βέλτιστης ακέραιης λύσης, είτε σε λύσεις μη πραγματοποιήσιμες, που παραβιάζουν δηλαδή τουλάχιστον έναν από τους περιορισμούς του προβλήματος.

Σε περιπτώσεις που οι μεταβλητές απόφασης ενός γ.π. είναι φραγμένες, παίρνουν δηλαδή περιορισμένο αριθμό ακέραιων τιμών, οι ιδεώδεις μέθοδοι επίλυσης ακέραιων γ.π. είναι οι μέθοδοι τύπου κλάδου και φράγματος Branch & Bound, οι οποίες στηρίζονται σε μια έμμεση

απαρίθμηση των δυνατών ακέραιων λύσεων που επιδέχεται το πρόβλημα. Μια τέτοια γενική μέθοδος για καθαρά ακέραια γ.π. παρουσιάζεται στην επόμενη παράγραφο.

Ας θεωρήσουμε το πρόβλημα μεγιστοποίησης:

$$[\max] \quad z = c x$$

υ.π.

$$x \in A = \{x \in \mathbb{R}^n / Ax \leq b, \quad x \geq 0, \quad \text{και} \quad x \in \mathbb{Z}\}$$

Η γενική μέθοδος κλάδου και φράγματος μπορεί να αναπτυχθεί στα εξής τέσσερα στάδια:

Στάδιο 1:

Επιλύεται το πρόβλημα του ακέραιου γ.π. με την γνωστή μέθοδο simplex χωρίς περιορισμούς ακεραιότητας των μεταβλητών απόφασης.

Στάδιο 2:

Εάν η λύση που επιτεύχθηκε στο **Στάδιο 1**, ικανοποιεί τους περιορισμούς ακεραιότητας των μεταβλητών, η λύση αυτή είναι η ζητούμενη: Τέλος. Εάν η λύση δεν ικανοποιεί τους περιορισμούς ακεραιότητας, καθορίζεται ενδεχομένως μια πρώτη ακέραιη λύση (συνήθως μετά από στρογγυλεύσεις), της οποίας η τιμή z αποτελεί το αρχικό κάτω φράγμα. Πήγαινε στο **Στάδιο 3**.

Στάδιο 3:

Το σύνολο των πραγματοποιήσιμων μη ακέραιων λύσεων διακλαδίζεται σε δύο υποσύνολα (υποπροβλήματα), εισάγοντας αλληλοαποκλειόμενους περιορισμούς οι οποίοι απαιτούνται για να ικανοποιήσει τον περιορισμό ακεραιότητας μια βασική μεταβλητή με ρητή τιμή. Εάν δηλαδή η βέλτιστη λύση του γ.π. είναι η $x^* = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$ και η τιμή x_i^* της μεταβλητής x_i δεν είναι ακέραιη, δημιουργούνται τα εξής δύο υποπροβλήματα:

Υποπρόβλημα A:

$$[\max] \quad z = c x$$

υ.π.

$$x \in A \quad \& \quad x_i \leq [x_i^*]$$

Υποπρόβλημα B:

$$[\max] \quad z = c x$$

υ.π.

$$x \in A \quad \& \quad x_i \geq [x_i^*] + 1$$

όπου $[x_i^*]$ είναι το ακέραιο μέρος του ρητού αριθμού x_i^* .

Στάδιο 4:

Για κάθε υποσύνολο λύσεων, η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης της βέλτιστης μη ακέραιης λύσης ορίζεται ως το άνω φράγμα. Η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης της καλύτερης μέχρι τώρα ακέραιης λύσης ορίζεται ως το κάτω φράγμα. Εκείνα τα υποσύνολα των οποίων τα άνω φράγματα είναι κατώτερα από το ισχύον κάτω φράγμα δεν εξετάζονται για περαιτέρω διακλάδωση. Εάν υπάρχει πραγματοποιήσιμη ακέραιη λύση με τιμή αντικειμενικής συνάρτησης ίση ή μεγαλύτερη του άνω φράγματος κάθε υποσυνόλου, η λύση αυτή αποτελεί τη βέλτιστη λύση του ακεραίου γ.π. Εάν όχι, επιλέγεται ένα υποσύνολο με το καλύτερο άνω φράγμα για περαιτέρω διακλάδωση. Πήγαινε στο **Στάδιο 3**.

Παρατηρήσεις

1. Η επιλογή της αρχικής ακέραιης λύσης στο **Στάδιο 2** δεν είναι υποχρεωτική, είναι όμως πολύ σημαντική για τη διαδικασία εφαρμογής της μεθόδου, διότι όσο πιο υψηλό είναι το αρχικό κάτω φράγμα τόσο πιο γρήγορα θα συγκλίνει ο αλγόριθμος. Σε μερικές περιπτώσεις μάλιστα, δεν είναι απλή υπόθεση ο καθορισμός μιας καλής αρχικής λύσης.
2. Η μεθοδολογία κλάδου και φράγματος υλοποιείται από πληθώρα αλγορίθμων οι οποίοι διαφοροποιούνται ως προς τον τρόπο επιλογής του αρχικού κάτω φράγματος (**Στάδιο 2**) καθώς και την εκάστοτε επιλογή της μεταβλητής στην οποία βασίζεται η διακλάδωση του **Στάδιο 2**.
3. Η μεθοδολογία μπορεί κάλλιστα να εφαρμοστεί σε προβλήματα μικτού γ.π., αρκεί να πραγματοποιηθούν οι απαραίτητες διακλαδώσεις για τις μεταβλητές να πάρουν ακέραιες τιμές. Στην περίπτωση έραιο γ.π., όπου με μόνο δίτιμες μεταβλητές $x = 0$ διακλαδώσεις δημιουργούνται υποπροβλήματα με περιορισμούς $x = 0$ (υποπρόβλημα Α), $x = 1$ (υποπρόβλημα Β). Εξυπακούεται ότι θα επακολουθήσει αντικατάσταση των μεταβλητών αυτών στην περαιτέρω επίλυση των γ.π. στο πλαίσιο του **Σταδίου 4**.
4. Στα υποπροβλήματα που προβλέπει για επίλυση το στάδιο 3 έχουμε κατ' επανάληψη προσθήκη περιορισμού.



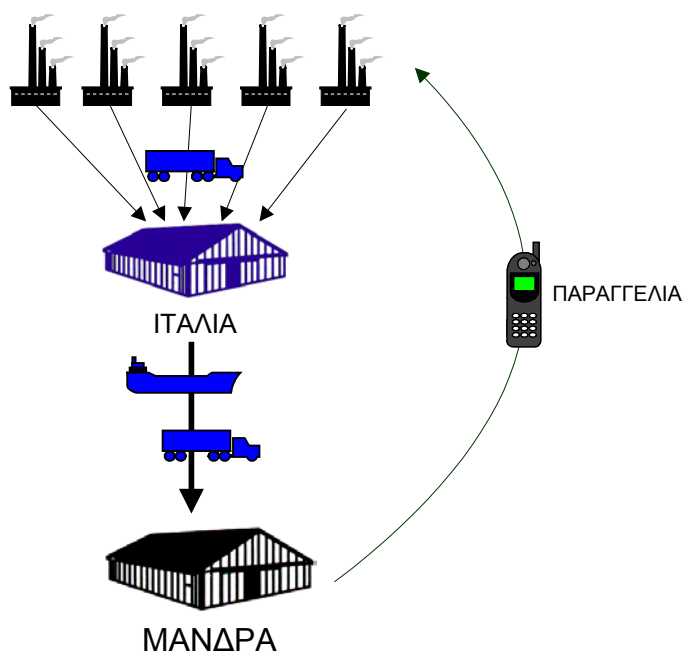
Η ΕΤΑΙΡΙΑ

Η **Αμερικανική εταιρεία κατασκευών** η οποία εδρεύει στις Ηνωμένες Πολιτείες, είναι μία από τις 30 βιομηχανικές εταιρείες που διαμορφώνουν τον χρηματιστηριακό δείκτη Dow Jones. Σημειώνει ετήσιες πωλήσεις ύψους \$10.000.000.000 και απασχολεί παγκοσμίως 60.000 εργαζόμενους, οι οποίοι δημιουργούν, κατασκευάζουν και πωλούν σε 180 χώρες περισσότερα από 45.000 προϊόντα υψηλής τεχνολογίας. Τα προϊόντα καινοτομίας της πηγάζουν από 30 «τεχνολογικές πλατφόρμες» οι οποίες εκτείνονται σε διάφορους τομείς: τηλεπικοινωνίες, διαχείριση φωτισμού, ιατρική, βιομηχανία (κόλλες, ταινίες, λειαντικά, εφαρμογές microreplication), οδική ασφάλεια, συστήματα ψηφιακών εκτυπώσεων, καταναλωτικά προϊόντα.

Η ελληνική θυγατρική εταιρία ιδρύθηκε το 1970. Διακινεί την πλήρη σειρά των προϊόντων της μητρικής της και προσφέρει τις υπηρεσίες της στην Ελλάδα και την Κύπρο. Τα κεντρικά γραφεία της βρίσκονται στην Αττική. Οι πελάτες της Βόρειας Ελλάδας εξυπηρετούνται από το Κέντρο Εξυπηρέτησης Πελατών που βρίσκεται στη Θεσσαλονίκη. Η εταιρεία απασχολεί 150 άτομα, εξυπηρετεί δε τους πελάτες της μέσω τεσσάρων εμπορικών διευθύνσεων στις οποίες υπάγονται προϊόντα του Βιομηχανικού, Ιατρικού και Καταναλωτικού τομέα, καθώς και προϊόντα του τομέα Κατασκευών.

6.1 Η διαδικασία εισαγωγής προϊόντων από το εξωτερικό στην κεντρική αποθήκη της Μάνδρας.

Η εταιρία διαθέτει 5 εργοστάσια στην Ευρώπη. Η ελληνική θυγατρική εταιρία παραγγέλλει προϊόντα από τα ίδια τα εργοστάσια τα οποία στη συνέχεια στέλνουν τα εμπορεύματα σε κεντρική αποθήκη της Ιταλίας. Το πλήθος των παραγγελιών ενός μήνα καθορίζεται από τις πωλήσεις παλαιότερων ετών για τον ίδιο μήνα. Από εκεί, μόλις συλλεχθούν όλα τα προϊόντα με προορισμό την Ελλάδα, αποστέλλονται στις κεντρικές αποθήκες της Μάνδρας. Από την Μάνδρα τελικά διανέμονται τα εμπορεύματα σε όλη την υπόλοιπη χώρα.



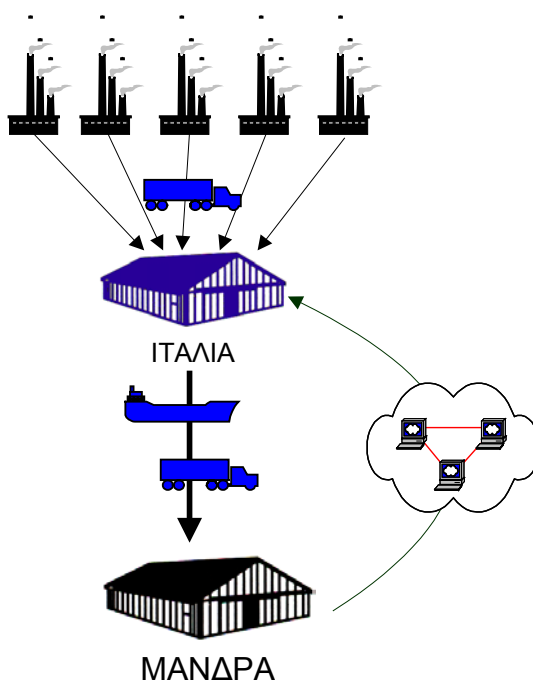
Σχήμα 6.1

Η παραπάνω διαδικασία όμως είχε ένα μεγάλο μειονέκτημα για την εταιρία: οι παραγγελίες στην Ελλάδα έφταναν με καθυστέρηση που πολλές φορές ξεπερνούσε τις 20 ημέρες. Για αυτόν το λόγο είχε τεθεί απόθεμα ασφαλείας για κάθε ένα από τα προϊόντα το οποίο και αυτό δημιουργούσε συχνά υψηλό απόθεμα με άμεσο κίνδυνο την μη προώθηση του προϊόντος στην αγορά. Για να αντιμετωπίσει η εταιρία την υπάρχουσα κατάσταση ολοκλήρωσε πριν από λίγους μήνες ένα λογισμικό το οποίο μέσω δικτύου

δίνει πλέον παραγγελίες αυτόματα χωρίς την επέμβαση κάποιου χρήστη. Οι παραγγελίες αποστέλλονται στην κεντρική αποθήκη της Ιταλίας χωρίς να ενημερώνονται άμεσα τα εργοστάσια της Ευρώπης. Στην Ιταλία το προσωπικό αναλαμβάνει την ευθύνη της επικοινωνίας με τα εργοστάσια για την παρασκευή των ζητούμενων προϊόντων και την αποστολή τους εκεί. Για να γίνει μία παραγγελία ενός προϊόντος, το λογισμικό επεξεργάζεται δύο ειδών δεδομένα:

1. Τις πωλήσεις των τελευταίων 6 μηνών. Με βάση την πορεία των πωλήσεων τους τελευταίους 6 μήνες το λογισμικό αποφασίζει για το πλήθος των παραγγελιών τον επόμενο μήνα.
2. Τις προβλεπόμενες πωλήσεις για τον αντίστοιχο μήνα με την χρήση μαθηματικών μοντέλων πρόβλεψης.

Με βάση αυτά τα δεδομένα το λογισμικό αποφασίζει για τον ακριβή αριθμό των προϊόντων που θα παραγγείλει στην Ιταλία.



Σχήμα 6.2

Το όφελος από τη νέα διαδικασία είναι πολύ σημαντικό παρόλο που το κόστος παραγγελίας πλέον αυξάνεται κατά 4,5%. Πιο συγκεκριμένα:

- ❖ Οι παραγγελίες λαμβάνονται εντός 10 ημερών
- ❖ Οι ποσότητες των αποθεμάτων μειώνονται.

Τελικά, ενώ μέχρι πριν η εταιρία προμηθευόταν το 15% των προϊόντων της από τις αποθήκες της Ιταλίας, πλέον αυτό το ποσοστό έχει ανέλθει στο 65%. Η μεγάλη αυτή αύξηση δείχνει απ' τη μια το πόσο σημαντική δουλειά έχει προσφέρει το λογισμικό και απ' την άλλη το πόσο έξυπνη κίνηση έκανε η εταιρία με την δημιουργία αυτού του λογισμικού.

6.2 Διαδικασία ελέγχου-κατάταξης αποθεμάτων

Η εταιρία για να αποφύγει την συγκέντρωση υψηλής ποσότητας αποθέματος, εφαρμόζει ανά μήνα ελέγχους κατά τους οποίους γίνεται κατηγοριοποίηση των αποθεμάτων. Μέσω της κατηγοριοποίησης προκύπτει ποια αποθέματα κινούνται γρήγορα⁵ και ποια πιο αργά. Τα τελευταία έχουν τον κίνδυνο να μην προωθηθούν στην αγορά και ορισμένες φορές να οδηγούνται σε καταστροφή, πράγμα που όπως είναι κατανοητό καμία επιχείρηση δεν επιθυμεί να συμβεί. Για να μην οδηγηθούν στην καταστροφή, γίνεται προσπάθεια να διοχετευθούν στην αγορά (π.χ. μέσω κάποιας προσφοράς), έτσι ώστε να αποκομιστεί έστω και ένα μικρό κέρδος.

Τα αποθέματα κατατάσσονται σε:

Stock: είναι τα αποθέματα τα οποία μέσα στο τελευταίο βμηνο, έχουν παραγγελθεί 3 φορές από 3 διαφορετικούς πελάτες, καθώς επίσης οι πωλήσεις τους τον τελευταίο χρόνο πρέπει να είναι τουλάχιστον \$2000. Τα αποθέματα αυτά είναι για άμεση εξυπηρέτηση.

Non-stock: όταν δεν ισχύουν οι προϋποθέσεις για να είναι stock.

Στην περίπτωση των stock γίνεται ένα **counter balance** δηλαδή ένας έλεγχος για το εάν υπάρχει στην αποθήκη το απόθεμα που αρχικά έχει υπολογιστεί ότι θα υπάρχει εκεί. Αυτό έχει άμεσο αντίκτυπο στην εξυπηρέτηση πελατών δηλαδή στο κατά πόσο η εταιρία είναι ακριβής ή όχι με τις παραγγελίες και τις παραδόσεις.

Ένας άλλος έλεγχος είναι ο **έλεγχος υγείας αποθέματος**. Σε αυτόν ελέγχεται πόσες φορές το μήνα αδειάζει και γεμίζει η αποθήκη με ένα συγκεκριμένο απόθεμα –ή στην αργκό που χρησιμοποιείται: *πόσες φορές τουμπάρει ένα απόθεμα*-. Όσο περισσότερες φορές τόσο καλύτερα. Αυτό προκύπτει από τον λόγο:

⁵ Δηλαδή ο χρόνος παραμονής τους στην αποθήκη είναι μικρός.

$$\text{inventory turns} = \frac{\sum \text{cost of good sold 3 τελευταίων μηνών}}{\text{Απόθεμα τελευταίου μήνα}}$$

π.χ.

	ΙΑΝ	ΦΕΒ	ΜΑΡ
ΠΩΛΗΣΕΙΣ	12000	13000	15000
ΚΟΣΤΟΣ (COST OF GOOD SOLD)	8000	9000	10000
ΑΠΟΘΕΜΑ	3000	3500	2400

$$\text{inventory turns}_{\text{ΜΑΡΤΙΟΥ}} = \frac{8000 + 9000 + 10000}{2400} = 11,25$$

Επιπλέον ορίζονται τα **non working inventories** (μη υγιή αποθέματα) τα οποία δεν πρέπει να είναι μεγαλύτερα από το 3% του συνολικού αποθέματος. Σε αυτήν την κατηγορία μπορούν να ανήκουν τα:

Stock: όταν το προϊόν δεν έχει πωλήσεις τους τελευταίους 12 μήνες, οπότε και χαρακτηρίζεται ως **dead** και καταστρέφεται.

Non-stock: όταν το προϊόν δεν πωλείται τον τελευταίο μήνα. Όταν κάποιο προϊόν δεν πωλείται σε διάστημα μέχρι 7 μήνες τότε χαρακτηρίζεται ως **excess**, εάν όμως παραμείνουν απούλητα για διάστημα 7-12 μήνες τότε προτιμάται η καταστροφή τους.

6.3 Ενέργειες για την εύρεση βέλτιστης ποσότητας αποθεμάτων

Τελικά εμπορεύσιμα προϊόντα

Για να αποφευχθούν υψηλές ποσότητες αποθεμάτων η εταιρία για να προχωρήσει στην εύρεση του βέλτιστου αριθμού παραγγελίας, ακολουθεί τις παρακάτω ενέργειες:

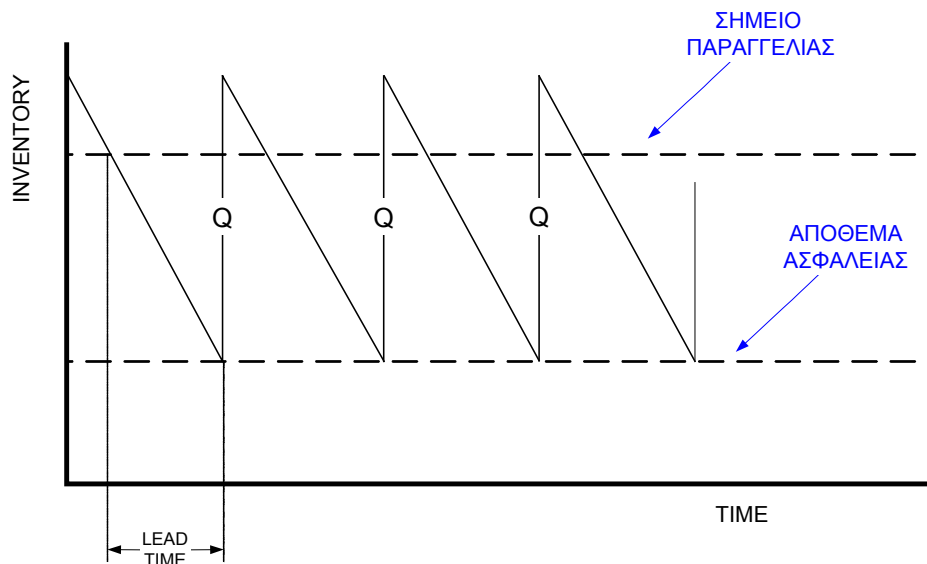
1. Μελέτη ιστορικών στοιχείων της κίνησης των αποθεμάτων (προϊόντων και υποπροϊόντων).

2. Forecast πωλήσεων.
3. Διάφορες προωθητικές ενέργειες όπως π.χ. προσφορές, αύξηση της ζήτησης του ενός προϊόντος και μείωση κάποιου άλλου.
4. Ανάλυση των στοιχείων των μη υγιών αποθεμάτων κυρίως των **dead** και των **excess** π.χ. ποιο ποσοστό των πωλήσεων αποτελούν, γιατί έγιναν μη υγιή κλπ.

Παραγόμενα προϊόντα (συμπεριλαμβανομένων και των Α' υλών)

Ομοίως οι αντίστοιχες ενέργειες για αυτήν την περίπτωση είναι:

1. Μελέτη ιστορικών στοιχείων πωλήσεων.
2. Forecast πωλήσεων.
3. Εφαρμογή προγράμματος παραγωγής JIT (Just In Time), κατά το οποίο διατηρούνται πολύ χαμηλά αποθέματα ασφαλείας, καθώς επίσης απαιτούνται μηδέν ελαττωματικά προϊόντα, μηδέν χρόνος προετοιμασίας, καμία βλάβη, μηδενικοί χρόνοι υστέρησης και μηδενικοί χρόνοι μετακινήσεων.
4. Μελέτη-επαναπροσδιορισμός του **lead time**.⁶



Σχήμα 6.3

⁶ Χρόνος άφιξης παραγγελίας

7

ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ-Η ΕΠΙΛΥΣΗ

ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ ΤΗΣ ΕΤΑΙΡΙΑΣ

Όπως είχαμε αναφέρει στο 1^ο κεφάλαιο, το πρόβλημα της εταιρίας που καλούμαστε να επιλύσουμε είναι το εξής:

- Η εγκατάσταση ενός συγκεκριμένου αριθμού αποθηκών οι οποίες θα εξυπηρετούν συγκεκριμένες πόλεις της χώρας η κάθε μια.
- Η εύρεση βέλτιστης διαδρομής από την κάθε αποθήκη στις αντίστοιχες πόλεις για την ταχύτερη διανομή.

Και τα δύο αυτά προβλήματα θα τα επιλύσουμε με την βοήθεια του λογισμικού LINGO.

7.1 Το πρόβλημα της χωροθέτησης.

Στο συγκεκριμένο πρόβλημα, θα βρούμε ένα συγκεκριμένο αριθμό πιθανών αποθηκών, τις οποίες μπορεί να δημιουργήσει η εταιρία, έτσι ώστε αυτές πλέον να εξυπηρετούν τις παραπλήσιες πόλεις, με αποτέλεσμα το μοναδικό υπάρχον μεγάλο δίκτυο να διασπαστεί σε μικρότερα και απλούστερα. Κατά την μοντελοποίηση θεωρούμε ότι το κόστος κατασκευής και λειτουργίας των αποθηκών είναι το ίδιο για όλες τις πόλεις και είναι $d=1$. Επιπλέον, ο επιθυμητός αριθμός αποθηκών που θέλουμε να δημιουργήσουμε είναι **2**. Η μηνιαία και συνολική ζήτηση των 39 πόλεων (από τον Ιούνιο του 2002-Μάιο 2003) καθώς και οι αποστάσεις μεταξύ τους, φαίνονται στους παρακάτω πίνακες:

		ΙΟΥΝ	ΙΟΥΛ	ΑΥΓ	ΣΕΠ	ΟΚΤ	ΝΟΕ	ΔΕΚ	ΙΑΝ	ΦΕΒ	ΜΑΡ	ΑΠΡ	ΜΑΪ	ΣΥΝΟΛΙΚΗ ΖΗΤΗΣΗ	Μ.Ο. ΑΝΑ ΜΗΝΑ
1	ΑΓΡΙΝΙΟ	214	54	22	249	101	229	70	107	64	158	50	5	1323	110,25
2	ΑΘΗΝΑ	17	13	15	23	27	341	221	153	185	35	58	80	1168	97,33
3	ΑΛΕΞ/ΠΟΛΗ	127	180	128	358	142	201	85	197	96	273	100	59	1946	162,17
4	ΑΜΦΙΣΑ	18	16	8	17	8	14	7	11	10	11	28	6	154	12,83
5	ΑΡΓΟΣ	9	7	155	49	2	3	4	6	6	2	8	3	254	21,17
6	ΑΡΤΑ	185	55	14	62	50	22	30	43	43	65	55	3	627	52,25
7	ΒΕΡΟΙΑ	52	352	78	225	142	218	316	36	130	197	102	66	1914	159,50
8	ΒΟΛΟΣ	71	51	32	65	107	91	43	46	41	85	55	26	713	59,42
9	ΓΡΕΒΕΝΑ	4	1	3	2	2	4	2	1	2	1	2	1	25	2,08
10	ΔΡΑΜΑ	12	253	2	156	52	6	127	27	138	15	139	3	930	77,50
11	ΕΔΕΣΣΑ	12	54	26	17	15	85	25	2	1	102	28	42	409	34,08
12	ΗΓΟΥΜΕΝΙΤΣΑ	8	48	12	44	1	19	25	57	17	37	11	1	280	23,33
13	ΘΕΣ/ΝΙΚΗ	1080	900	850	720	655	580	654	600	1112	1084	1214	1351	10800	900,00
14	ΙΩΑΝΝΙΝΑ	208	164	91	303	269	201	84	238	187	387	164	13	2309	192,42
15	ΚΑΒΑΛΑ	37	133	7	170	6	71	3	5	62	87	60	4	645	53,75
16	ΚΑΛΑΜΑΤΑ	118	81	41	146	162	28	2	97	82	103	109	96	1065	88,75
17	ΚΑΡΔΙΤΣΑ	102	41	1	92	57	56	89	12	72	29	50	5	606	50,50
18	ΚΑΡΠΕΝΗΣΙ	3	32	7	4	14	16	6	7	20	29	14	10	162	13,50
19	ΚΑΣΤΟΡΙΑ	4	3	4	12	1	2	3	2	1	5	6	4	47	3,92
20	ΚΑΤΕΡΙΝΗ	27	61	37	43	46	116	38	8	153	51	108	1	689	57,42
21	ΚΙΛΚΙΣ	7	1		4	17	19	24	45	20	3	40	22	202	18,36
22	ΚΟΖΑΝΗ	119	134	76	243	122	75	14	165	129	93	188	9	1367	113,92
23	ΚΟΜΟΤΗΝΗ	10	32	10	27	4	34	2	4	15	41	1	5	185	15,42
24	ΚΟΡΙΝΘΟΣ	401	176	48	115	1675	145	119	31	196	59	163	84	3212	267,67
25	ΛΑΜΙΑ	62	70	13	43	35	56	14	49	27	67	281	3	720	60,00
26	ΛΑΡΙΣΑ	297	244	104	485	556	243	659	185	196	135	590	40	3734	311,17
27	ΛΕΥΚΑΔΑ	22	34	14	4	13	31	2	13	2	42	37	5	219	18,25
28	ΛΙΒΑΔΕΙΑ	111	106	62	63	77	107	14	13	35	83	78	20	769	64,08
29	ΞΑΝΘΗ	40	152	10	89	12	33	24	41	40	63	53	5	562	46,83
30	ΠΑΤΡΑ	636	2153	270	698	239	640	156	209	614	594	346	80	6635	552,92
31	ΠΟΛΥΓΥΡΟΣ	14	39	1	25	3	5	10	8	2	39	6	2	154	12,83
32	ΠΡΕΒΕΖΑ	2	44	11	8	21	8	4	17	8	3	11	1	138	11,50
33	ΠΥΡΓΟΣ	87	128	8	55	33	10	29	53	60	69	68	9	609	50,75
34	ΣΕΡΡΕΣ	74	15	59	54	51	20	49	30	63	33	76	3	527	43,92
35	ΣΠΑΡΤΗ	87	34	7	73	20	10	3	43	2	6	40	2	327	27,25
36	ΤΡΙΚΑΛΑ	27	127	5	8	85	79	17	42	29	26	103	7	555	46,25
37	ΤΡΙΠΟΛΗ	9	12	1	24	5	13	2	7	3	22	7	14	119	9,92
38	ΦΛΩΡΙΝΑ	1	3	5	4	3	5	4	3	5	2	2	4	41	3,42
39	ΧΑΛΚΙΔΑ	79	119	59	227	214	31	130	9	146	40	38	6	1098	91,50

Πίνακας 7.1

	ΑΙΓΙΝΙΟ	ΑΛΕΞ/ΠΟΛΗ	ΑΜΦΙΣΣΑ	ΑΡΤΑ	ΑΘΗΝΑ	ΔΡΑΜΑ	ΕΛΙΣΣΑ	ΦΛΩΡΙΝΑ	ΓΡΕΒΕΝΑ	ΧΑΛΚΙΔΑ	ΗΓΟΥΜΕΝΙΤΣΑ	ΙΩΑΝΝΙΝΑ	ΚΑΛΑΜΑΤΑ	ΚΑΡΑΙΤΣΑ	ΚΑΡΠΗΝΗΣΙ	ΚΑΣΤΟΡΙΑ	ΚΑΤΕΡΙΝΗ
ΑΙΓΙΝΙΟ	0	766	172	86	282	574	461	434	338	303	192	163	295	223	116	367	357
ΑΛΕΞ/ΠΟΛΗ	766	0	712	779	854	212	427	497	529	802	792	702	1055	550	650	535	411
ΑΜΦΙΣΣΑ	172	712	0	257	199	520	520	429	277	147	363	334	331	161	151	347	303
ΑΡΤΑ	86	779	257	0	367	587	375	348	252	388	115	77	380	252	202	281	370
ΑΘΗΝΑ	282	854	199	367	0	662	568	571	419	7	473	444	255	303	293	489	445
ΔΡΑΜΑ	574	212	520	587	662	0	235	305	337	610	600	510	863	358	458	343	219
ΕΛΙΣΣΑ	461	427	424	375	566	235	0	70	138	514	380	298	767	262	362	108	123
ΦΛΩΡΙΝΑ	434	497	429	348	571	305	70	0	138	519	353	271	728	254	361	67	193
ΓΡΕΒΕΝΑ	338	529	277	252	419	337	138	138	0	367	265	175	620	116	223	70	192
ΧΑΛΚΙΔΑ	303	802	147	388	77	610	514	519	367	0	494	485	294	251	241	437	393
ΗΓΟΥΜΕΝΙΤΣΑ	192	792	363	115	473	600	380	353	265	494	0	96	486	265	308	286	383
ΙΩΑΝΝΙΝΑ	163	702	334	77	444	510	298	271	175	465	96	0	457	175	279	204	293
ΚΑΛΑΜΑΤΑ	295	1055	331	380	255	863	767	728	620	294	486	457	0	504	411	690	646
ΚΑΡΑΙΤΣΑ	223	550	161	252	303	358	262	254	116	251	265	175	504	0	107	186	141
ΚΑΡΠΗΝΗΣΙ	116	650	151	202	293	458	362	361	223	241	308	279	411	107	0	293	241
ΚΑΣΤΟΡΙΑ	367	535	347	281	489	343	108	67	70	437	286	204	690	186	293	0	220
ΚΑΤΕΡΙΝΗ	357	411	303	370	445	219	123	193	192	393	383	293	646	141	241	220	0
ΚΑΒΑΛΑ	589	177	535	602	677	38	250	320	352	625	615	525	878	373	473	358	234
ΚΙΛΚΙΣ	456	369	402	469	544	173	103	173	219	492	482	392	745	240	340	211	101
ΚΟΜΟΤΗΝΗ	700	66	646	713	788	146	361	431	463	736	726	636	989	464	584	469	345
ΚΟΡΙΝΘΟΣ	202	884	221	287	84	692	596	601	449	123	393	364	175	333	323	519	475
ΚΟΖΑΝΗ	386	475	343	300	486	283	86	86	55	433	305	223	686	171	278	83	138
ΛΑΜΙΑ	195	643	72	281	214	451	355	360	204	162	353	263	415	88	79	274	234
ΛΑΡΙΣΑ	273	493	220	286	362	301	205	209	150	310	299	209	563	57	157	220	84
ΛΕΥΚΑΔΑ	99	830	285	72	378	638	447	440	303	398	118	128	388	303	210	392	421
ΛΙΒΑΔΕΙΑ	221	734	65	306	134	542	446	451	299	82	412	383	327	183	173	369	325
ΑΡΓΟΣ	240	936	273	325	136	744	648	653	501	175	431	402	146	385	375	571	527
ΠΑΤΡΑ	80	828	116	165	218	636	540	513	393	257	271	242	215	277	196	446	419
ΠΟΛΥΤΥΡΟΣ	497	326	443	510	585	134	158	228	260	533	523	433	786	281	381	266	142
ΠΙΡΕΒΕΖΑ	95	809	266	50	376	617	405	378	282	397	97	107	389	282	211	311	400
ΠΥΡΓΟΣ	176	924	212	761	314	732	636	609	489	353	367	338	119	373	292	542	515
ΣΕΡΡΕΣ	506	271	452	519	594	70	167	237	269	542	532	442	795	290	390	275	151
ΣΠΑΡΤΗ	329	1025	362	414	225	833	737	742	590	264	520	491	60	474	464	660	616
ΘΕΣ/ΝΙΚΗ	426	346	372	439	514	154	89	159	189	462	452	362	716	210	310	197	71
ΤΡΙΚΑΛΑ	250	554	188	225	330	362	227	227	89	278	238	148	531	27	134	159	145
ΤΡΙΠΟΛΗ	268	964	301	353	164	772	676	681	529	203	459	430	91	413	403	599	555
ΒΕΡΟΙΑ	432	414	378	361	520	222	46	116	116	468	366	284	721	216	316	144	77
ΒΟΛΟΣ	309	556	183	349	325	364	288	273	213	273	362	272	526	116	193	263	147
ΞΑΝΘΗ	644	122	590	657	732	90	305	375	407	680	670	580	933	428	528	413	289

Πίνακας 7.2

	ΚΟΜΟΤΗΝΗ	ΚΟΡΙΝΘΟΣ	ΚΟΖΑΝΗ	ΛΑΜΙΑ	ΛΑΡΙΣΑ	ΛΕΥΚΑΔΑ	ΛΙΒΑΔΕΙΑ	ΑΡΓΟΣ	ΠΑΤΡΑ	ΠΟΛΥΤΥΡΟΣ	ΠΙΡΕΒΕΖΑ	ΠΥΡΓΟΣ	ΣΕΡΡΕΣ	ΣΠΑΡΤΗ	ΘΕΣ/ΝΙΚΗ	ΤΡΙΚΑΛΑ	ΤΡΙΠΟΛΗ
ΑΓΡΙΝΙΟ	700	202	386	195	273	99	221	240	80	497	96	176	506	329	426	260	268
ΑΛΕΞ/ΠΟΛΗ	66	884	475	643	493	830	734	936	828	328	809	924	271	1025	346	554	964
ΑΜΦΙΣΣΑ	646	221	343	72	220	265	65	273	116	443	26	212	452	362	372	188	301
ΑΡΓΑ	713	287	300	281	286	72	306	325	166	510	50	261	519	414	439	225	353
ΑΘΗΝΑ	788	84	485	714	Μ?	378	134	136	71Β	595	376	314	594	7Χ	514	330	164
ΔΡΑΜΑ	146	692	283	451	301	638	542	744	636	134	617	732	70	833	154	362	772
ΕΔΕΣΣΑ	361	596	86	355	205	447	446	648	540	158	405	636	167	737	89	227	676
ΦΛΩΡΙΝΑ	431	601	86	360	209	440	451	653	513	228	378	609	237	742	159	227	681
ΓΡΕΒΕΝΑ	463	449	55	204	150	303	299	501	393	260	282	489	269	590	169	89	529
ΧΑΛΚΙΔΑ	736	123	433	162	310	398	82	175	257	533	397	353	542	264	462	278	203
ΗΓΟΥΜΕΝΙΤΣΑ	726	393	305	353	299	118	412	431	271	523	97	367	532	520	452	238	459
ΙΩΑΝΝΙΝΑ	636	364	223	263	209	128	383	402	242	433	107	338	442	491	362	148	430
ΚΑΛΑΜΑΤΑ	969	175	686	415	563	388	327	146	215	786	389	119	795	60	715	531	91
ΚΑΡΑΪΤΣΑ	464	333	171	88	57	303	183	385	277	281	282	373	290	474	210	27	413
ΚΑΡΠΕΝΗΣΙ	584	323	287	79	157	210	173	375	198	381	211	292	390	464	310	134	403
ΚΑΣΤΟΡΙΑ	469	619	83	274	220	392	369	571	446	266	311	542	275	660	197	159	599
ΚΑΤΕΡΙΝΗ	345	476	138	234	84	421	325	527	419	142	400	515	151	616	71	145	555
ΚΑΒΑΛΑ	111	707	298	466	316	654	567	759	651	149	632	747	94	848	169	377	787
ΚΙΑΚΙΣ	303	674	165	333	183	529	424	626	518	103	499	614	103	715	49	244	654
ΚΟΜΟΤΗΝΗ	0	818	409	577	427	766	668	870	762	260	743	658	205	959	280	488	898
ΚΟΡΙΝΘΟΣ	818	0	515	244	392	294	156	50	138	615	296	234	624	145	544	360	84
ΚΟΖΑΝΗ	409	515	0	274	123	357	365	567	459	206	330	555	215	656	135	144	595
ΛΑΜΙΑ	577	244	274	0	151	294	94	296	188	374	290	284	383	385	303	115	324
ΛΑΡΙΣΑ	427	392	123	151	0	338	242	444	336	224	316	432	233	533	153	61	472
ΛΕΥΚΑΔΑ	766	294	357	294	338	0	314	333	173	559	21	269	666	422	489	276	361
ΛΙΒΑΔΕΙΑ	668	156	365	94	242	314	0	208	165	465	315	261	474	297	394	210	236
ΑΡΓΟΣ	870	50	567	296	444	333	208	0	176	667	334	205	676	108	596	412	55
ΠΑΤΡΑ	762	138	459	188	336	173	165	176	0	559	174	96	568	236	488	304	175
ΠΟΛΥΤΥΡΟΣ	260	615	206	374	224	559	465	667	559	0	540	655	126	756	64	285	695
ΠΙΡΕΒΕΖΑ	743	296	330	790	316	21	315	334	174	540	0	270	549	423	469	255	362
ΠΥΡΓΟΣ	858	234	555	284	432	269	261	205	96	655	270	0	664	179	584	400	160
ΣΕΡΡΕΣ	205	624	215	383	233	566	474	676	568	126	549	664	0	765	86	294	704
ΣΠΑΡΤΗ	959	145	656	385	533	422	297	108	236	756	423	179	765	0	685	501	61
ΘΕΣ/ΝΙΚΗ	280	544	135	303	153	469	394	596	488	64	469	584	86	685	0	214	624
ΤΡΙΚΑΛΑ	488	360	144	115	61	276	210	412	304	285	255	400	294	501	214	0	440
ΤΡΙΠΟΛΗ	898	84	59Β	324	472	361	236	55	175	695	362	150	704	61	624	440	0
ΒΕΡΟΙΑ	348	550	62	309	159	412	400	602	494	145	391	590	154	691	74	•m	630
ΒΟΛΟΣ	490	355	187	114	64	378	355	407	299	287	379	395	298	496	216	124	435
ΞΑΝΘΗ	56	762	353	Β?1	371	709	612	814	706	204	687	802	149	903	224	432	842

Πίνακας 7.3

Το μοντέλο που θα χρησιμοποιήσουμε για την επίλυση του προβλήματος χωροθέτησης είναι ένα LP και είναι το εξής:

Αντικειμενική συνάρτηση

$$\min \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} (c_{ij} x_{ij}) + \sum_{j \in J} y_j$$

y_j : είναι η ένδειξη αν λειτουργεί ($y_j = 1$) ή όχι ($y_j = 0$) η αποθήκη j .

c_{ij} : είναι η απόσταση (κόστος) από το i στο j

$x_{ij} = 1$ εάν ο πελάτης i εξυπηρετείται από την αποθήκη j , αλλιώς 0.

υπό:

$$\sum_{i \in I} x_{i,j} = 1 \quad \forall i \in I$$

όπου ο κάθε πελάτης i εξυπηρετείται μόνο από μια αποθήκη j .

$$1 \leq \sum_{j \in J} y_j \leq K$$

Το πλήθος των αποθηκών πρέπει να είναι μεγαλύτερο από 1 και μικρότερο από το ζητούμενο πλήθος K .

$$\sum_{i \in I} x_{ij} \leq m y_j \quad j \in J$$

που σημαίνει ότι ο πελάτης i μπορεί να εξυπηρετηθεί μόνο από αποθήκη που λειτουργεί και

$$x_{ij}, y_j \in \mathbb{Z}.$$

Λαμβάνοντας υπόψη τα δεδομένα των χιλιομετρικών αποστάσεων καθώς και την ζήτηση της κάθε πόλης, εφαρμόζουμε το μοντέλο αυτό στο LINGO και οι νέες αποθήκες που επιλέγει το λογισμικό είναι στην πόλη της Πάτρας και στην πόλη της Θεσσαλονίκης. Γεωγραφικά είναι πολύ βολική αυτή η λύση μια και οι πόλεις της βόρειας Ελλάδας εξυπηρετούνται από την Θεσσαλονίκη και οι πόλεις της νότιας από την Πάτρα. Έτσι, η λύση που προτείνει το πρόβλημα φαίνεται στον παρακάτω πίνακα:

	ΑΠΟΘΗΚΕΣ	
	ΠΑΤΡΑ	ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗ
ΠΟΛΕΙΣ ΕΞΥΠΗΡΕΤΗΣΗΣ	ΑΘΗΝΑ	ΚΑΣΤΟΡΙΑ
	ΑΓΡΙΝΙΟ	ΚΑΤΕΡΙΝΗ
	ΑΜΦΙΣΣΑ	ΚΙΛΚΙΣ
	ΧΑΛΚΙΔΑ	ΚΟΜΟΤΗΝΗ
	ΙΩΑΝΝΙΝΑ	ΚΟΖΑΝΗ
	ΚΑΛΑΜΑΤΑ	ΛΑΡΙΣΑ
	ΚΑΡΠΕΝΗΣΙ	ΣΕΡΡΕΣ
	ΚΟΡΙΝΘΟΣ	ΒΕΡΟΙΑ
	ΛΕΥΚΑΔΑ	ΞΑΝΘΗ
	ΠΥΡΓΟΣ	

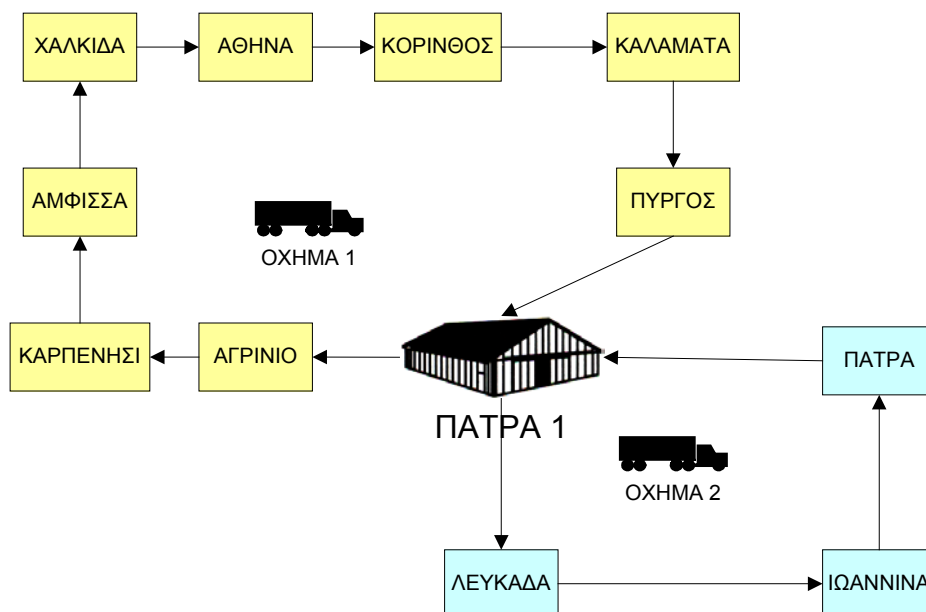
Πίνακας 7.4

Το συνολικό κόστος που προκύπτει από το πρόβλημα για την δημιουργία 2 αποθηκών είναι 6360. Αυτό αποτελεί το κόστος χωροθέτησης των 2 παραπάνω αποθηκών.

7.2 Εφαρμογή VRP για την αποθήκη της Πάτρας.

Αφού εφαρμόσαμε ένα Location Problem για να βρούμε που μπορεί η εταιρία να τοποθετήσει μελλοντικές αποθήκες, και βρίσκοντας ότι η μια από τις δύο που προκύπτει από το λογισμικό LINGO είναι η Πάτρα, αξίζει να εφαρμόσουμε ένα VRP για να δούμε τον τρόπο με τον οποίο μπορεί να γίνει η μεταφορά προϊόντων από την Πάτρα στις πόλεις τις οποίες καλείται να εξυπηρετήσει. Η ζήτηση καθώς και οι αποστάσεις μεταξύ των πόλεων φαίνονται στους προηγούμενους πίνακες.

Για την σωστότερη επίλυση του προβλήματος καθώς και για τη μη δημιουργία προβλημάτων στο λογισμικό, θεωρήσαμε ότι η αποθήκη της Πάτρας βρίσκεται στην θεωρητική απόσταση των 5 km εκτός της πόλης, στην πόλη Πάτρα1. Αυτή η θεώρηση γίνεται για να μπορέσει να δεχθεί το λογισμικό την ζήτηση της Πάτρας γιατί σαν αποθήκη δεν μπορεί να δεχθεί το LINGO ότι έχει ζήτηση και τότε θα μας οδηγούσε σε εσφαλμένα αποτελέσματα. Έτσι από την αποθήκη Πάτρα1 με ζήτηση 0, μπορεί να εξαχθεί αποτέλεσμα από το λογισμικό για την ικανοποίηση της ζήτησης της πόλης Πάτρα2. Το LINGO λοιπόν εξάγει δύο δίκτυα διανομής που φαίνονται στο παρακάτω γράφημα:

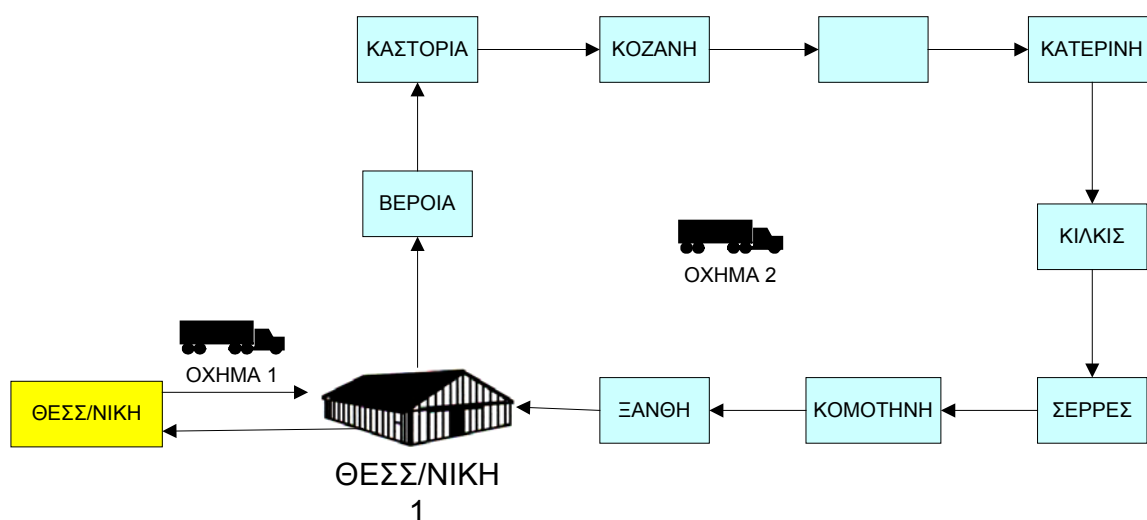


Σχήμα 7.1

Για την δρομολόγηση των δύο αυτών οχημάτων για την πραγματοποίηση των δρομολογίων το κόστος-απόσταση που προκύπτει είναι 1608.

7.3 Εφαρμογή VRP για την αποθήκη της Θεσσαλονίκης.

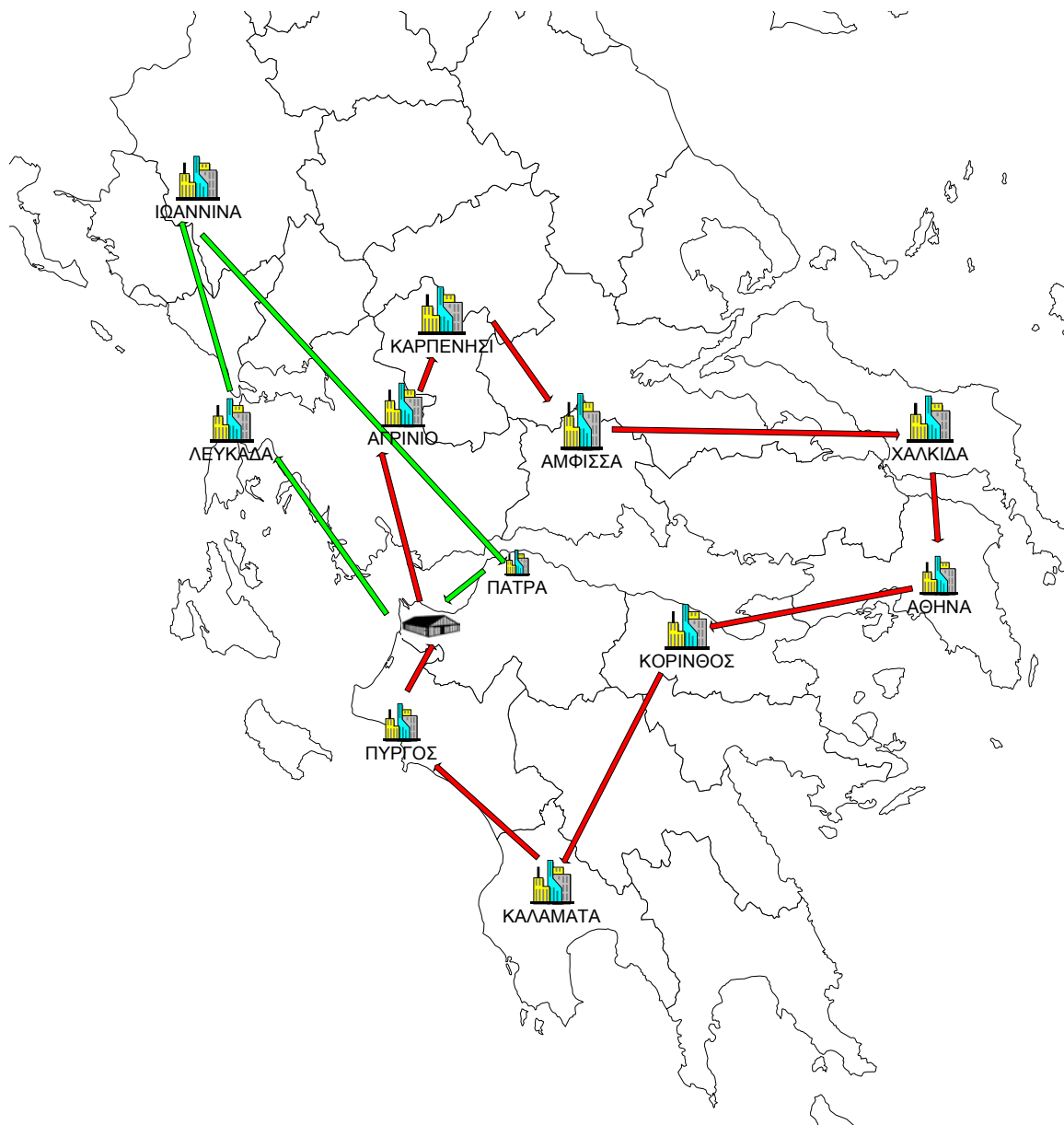
Όπως και προηγουμένως, θα θεωρήσουμε ότι η αποθήκη της Θεσσαλονίκης βρίσκεται 5 km εκτός της πόλης, στην τοποθεσία Θεσσαλονίκη1. Έτσι, το δίκτυο που προκύπτει εδώ θα είναι το εξής:



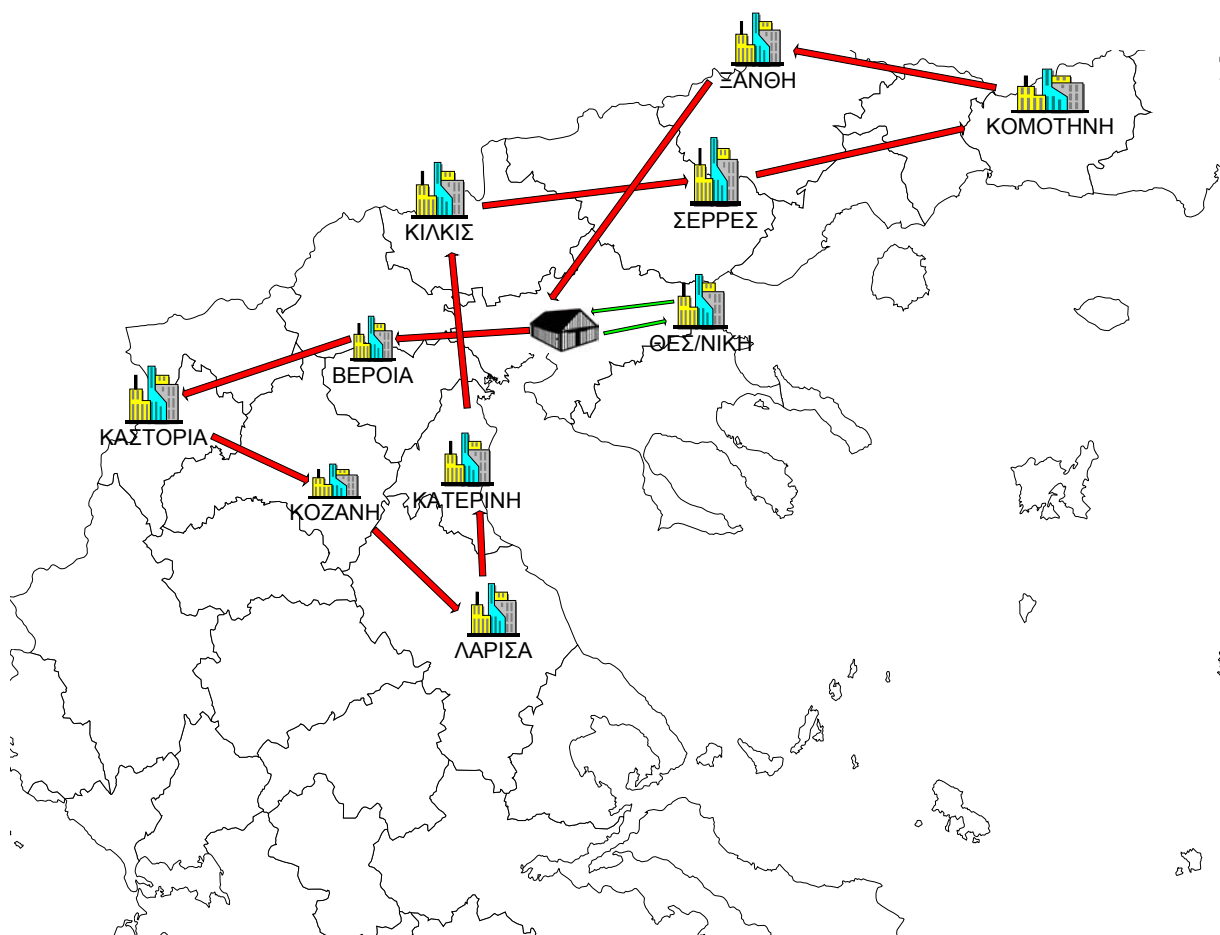
Σχήμα 7.2

Το ότι ένα από τα δύο δίκτυα περιέχει αποκλειστικά την πόλη της Θεσσαλονίκης οφείλεται στην υψηλή της ζήτηση (=900) που είναι η υψηλότερη από όλες τις άλλες πόλεις. Για την δρομολόγηση των δύο αυτών οχημάτων για την πραγματοποίηση των δρομολογίων το κόστος-απόσταση που προκύπτει είναι 1217.

Στους χάρτες που ακολουθούν, αναπαριστούμε τις δύο παραπάνω περιπτώσεις για κάθε αποθήκη.



Δίκτυο Πάτρας



Δίκτυο Θεσσαλονίκης

7.4 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Σε όλη την εργασία έγινε προσπάθεια της επίλυσης 2 προβλημάτων που αντιμετώπιζε μια Αμερικανική εταιρία. Με δεδομένα την εφοδιαστική αλυσίδα της εταιρίας, καθώς και την πολιτική που ακολουθεί στην διαχείριση των αποθεμάτων της, έγινε προσπάθεια για την εύρεση μιας συμφέρουσας λύσης που θα βελτιστοποιούσε την διανομή των προϊόντων σε όλη την ηπειρωτική Ελλάδα. Τα μαθηματικά μοντέλα που χρησιμοποιήσαμε έχουν χρησιμοποιηθεί ευρέως στην πράξη κατά το παρελθόν, με ικανοποιητικά αποτελέσματα. Τόσο τα μοντέλα VRP όσο και τα μοντέλα των LP παρέχουν ικανοποιητικές λύσεις, ικανές να λύσουν πολύπλοκα και μεγάλης διάστασης προβλήματα. Βέβαια δεν πρέπει να παραβλεφθεί, ότι τα ευρετικά μοντέλα δίνουν λύσεις όχι μόνο αξιόπιστες αλλά και σε πολύ μικρότερο υπολογιστικό χρόνο. Η μη χρησιμοποίησή τους στην παρούσα εργασία, οφείλεται κυρίως στην πολυπλοκότητα των μοντέλων αυτών, ενώ η μοντελοποίησή τους γίνεται μόνο μέσω κάποιας ανώτερης γλώσσας προγραμματισμού των οποίων απαιτείται υψηλή γνώση από τους χρήστες.

Στα πλαίσια λοιπόν αυτής της εργασίας τα αποτελέσματα που εξήχθησαν από το LINGO, μπορούν να κριθούν αρκετά ικανοποιητικά μια και όχι μόνο η χωροθέτηση νέων αποθηκών εξυπηρετεί πάρα πολύ την εταιρία, μια και τα πλοία που μεταφέρουν τα προϊόντα από την κεντρική αποθήκη της Ιταλίας έχουν σαν τελικό προορισμό την Πάτρα, αλλά και τα δύο δίκτυα διανομής που προέκυψαν για την Πάτρα και την Θεσσαλονίκη εκτελούν δρομολόγια της μικρότερης δυνατής απόστασης.

Εν κατακλείδι, η συνέχιση και κατ' επέκταση βελτίωση αυτής της εργασίας, θα ήταν η μοντελοποίηση των δύο προβλημάτων με την χρήση ευρετικών μοντέλων τα οποία έχουν την δυνατότητα χρησιμοποίησης περισσότερων και πολυπλοκότερων παραμέτρων, πράγμα που υστερεί σε μεγάλο βαθμό το LINGO. Παράλληλα, η εταιρία θα μπορούσε να χρησιμοποιήσει ένα εξελιγμένο Σύστημα Υποστήριξης Αποφάσεων (Σ.Υ.Α.) με βάση το οποίο θα μπορεί να υποστηρίζει την εφοδιαστική της αλυσίδα και να δίνει λύσεις σε ζητήματα διανομής, χωροθέτησης κ.α.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

Εδώ θα παρουσιάσουμε τα μοντέλα που χρησιμοποιήσαμε στο LINGO για την μοντελοποίηση των προβλημάτων.

ΜΟΝΤΕΛΟ ΓΙΑ VRP ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ

```
MODEL:
SETS:
CITY/1..11/:Q,U;
CXC(CITY,CITY): DIST,X;
ENDSETS
DATA:
Q = 0 900 7.33 103.66 29.6 177.58 116 421.08 97.6 193.5 124.33;

DIST=
      0      5    202      76      54    285    140    158     91     79    229
      5      0    197      71      49    280    135    153     86     74    224
    202    197     0    220      211    469     83    220    275    144    413
      76      71    220       0    101    345    138     84    151     77    289
      54      49    211    101       0    303    165    183    103    104    247
    285    280    469    345    303     0    409    427    205    348     56
    140    135     83    138    165    409     0    123    215     62    353
    158    153    220     84    183    427    123     0    233    159    371
      91      86    275    151    103    205    215    233     0    154    149
      79      74    144     77    104    348     62    159    154     0    292
    229    224    413    289    247     56    353    371    149    292     0
;
VCAP=2000;
ENDDATA
MIN=@SUM(CXC:DIST*X);
@FOR(CITY(K)|K#GT#1: X(K,K)=0;
@SUM(CITY(I)|I#NE#K#AND#(I#EQ#1#OR#Q(I)+Q(K)#LE#VCAP):X(I,K))=1;
@SUM(CITY(J)|J#NE#K#AND#(J#EQ#1#OR#Q(J)+Q(K)#LE#VCAP):X(K,J))=1;
@BND(Q(K),U(K),VCAP);
@FOR(CITY(I)|I#NE#K#AND#I#NE#1:
U(K)>=U(I)+Q(K)-VCAP+VCAP*(X(K,I)+X(I,K))-(Q(K)+Q(I))*X(K,I));

U(K)<=VCAP-(VCAP-Q(K))*X(1,K);
U(K)>=Q(K)+@SUM(CITY(I)|I#GT#1:Q(I)*X(I,K)); );

@FOR(CXC(I,J):@BIN(X(I,J)); );

VEHCLF=@SUM(CITY(I)|I#GT#1:Q(I))/VCAP;
VEHCLR=VEHCLF+1.999-@WRAP(VEHCLF-.001,1);
@SUM(CITY(J)|J#GT#1:X(1,J))>=VEHCLR;
END
```

ΜΟΝΤΕΛΟ ΓΙΑ VRP ΠΑΤΡΑΣ

```

MODEL:
SETS:
CITY/1..12/:Q,U;
CXC(CITY,CITY): DIST,X;
ENDSETS
DATA:
Q = 0 552.9 97.3 162.5 76.91 151.5 215.75 116 13.5 288.83 29.75 60.66;

DIST=
    0      5      223      85      121      262      247      220      201      143      178      101
    5      0      218      80      116      257      242      215      196      138      173      96
    223     218      0      282     199      77      444      255      293      84      378      314
    85      80      282      0      172     303      163      295      116      202      99      176
    121     116     199     172      0      147     334      331      151      221      265      212
    262     257      77     303     147      0      465      294      241      123      398      353
    247     242     444     163     334     465      0      457      279      364      128      338
    220     215     255     295     331     294     457      0      411      175      388      119
    201     196     293     116     151     241     279     411      0      323      210      292
    143     138      84     202     221     123     364     175     323      0      294      234
    178     173     378      99     265     398     128     388     210     294      0      269
    101      96     314     176     212     353     338     119     292     234     269      0
;
VCAP=1000;
ENDDATA
MIN=@SUM(CXC:DIST*X);
@FOR(CITY(K)|K#GT#1: X(K,K)=0;
@SUM(CITY(I)|I#NE#K#AND#(I#EQ#1#OR#Q(I)+Q(K)#LE#VCAP):X(I,K))=1;
@SUM(CITY(J)|J#NE#K#AND#(J#EQ#1#OR#Q(J)+Q(K)#LE#VCAP):X(K,J))=1;
@BND(Q(K),U(K),VCAP);
@FOR(CITY(I)|I#NE#K#AND#I#NE#1:
U(K)>=U(I)+Q(K)-VCAP+VCAP*(X(K,I)+X(I,K))-(Q(K)+Q(I))*X(K,I); );

U(K)<=VCAP-(VCAP-Q(K))*X(1,K);
U(K)>=Q(K)+@SUM(CITY(I)|I#GT#1:Q(I)*X(I,K)); );

@FOR(CXC(I,J):@BIN(X(I,J)); );

VEHCLF=@SUM(CITY(I)|I#GT#1:Q(I))/VCAP;
VEHCLR=VEHCLF+1.999-@WRAP(VEHCLF-.001,1);
@SUM(CITY(J)|J#GT#1:X(1,J))>=VEHCLR;
END

```


MONTEAO LOCATION PROBLEM

MODEL:

SETS:

city/1..39/:open,d;

LOCATION(CITY,CITY):COST,X;

ENDSETS

DATA:

D=1 1

11;

COST = 0	766	172	86	282	574	461	434			
338	303	192	163	295	223	116	367	357	589	
456		700	202	386	195	273	99	221	240	
80		497	95	176	506	329	426	250	268	
432		309	644					766	0	
712		779	854	212	427	497	529	802	792	
702		1055	550	650	535	411	177	369	66	
884		475	643	493	830	734	936	828	326	
809		924	271	1025	346	554	964	414	556	
122						172	712	0	257	
199		520	520	429	277	147	363	334	331	
161		151	347	303	535	402	646	221	343	
72		220	265	65	273	116	443	26	212	
452		362	372	188	301	378	183	590		
				86	779	257	0	367	587	
375		348	252	388	115	77	380	252	202	
281		370	602	469	713	287	300	281	286	
72		306	325	165	510	50	261	519	414	
439		225	353	361	349	657				
		282	854	199	367	0	662	566	571	
419		7	473	444	255	303	293	489	445	
677		544	788	84	485	214	362	378	134	
136		218	585	376	314	594	225	514	330	
164		520	325	732					574	
212		520	587	662	0	235	305	337	610	
600		510	863	358	458	343	219	38	173	
146		692	283	451	301	638	542	744	636	
134		617	732	70	833	154	362	772	222	
364		90					461	427	424	
375		566	235	0	70	138	514	380	298	
767		262	362	108	123	250	103	361	596	
86		355	205	447	446	648	540	158	405	
636		167	737	89	227	676	46	268	305	
					434	497	429	348	571	
305		70	0	138	519	353	271	728	254	
361		67	193	320	173	431	601	86	360	
209		440	451	653	513	228	378	609	237	
742		159	227	681	116	273	375			
			338	529	277	252	419	337	138	
138		0	367	265	175	620	116	223	70	
192		352	219	463	449	55	204	150	303	
299		501	393	260	282	489	269	590	189	
89		529	116	213	407					
303		802	147	388	77	610	514	519	366	
0		494	465	294	251	241	437	393	625	
492		736	123	433	162	310	398	82	175	
257		533	397	353	542	264	462	278	203	
468		273	680	192	792					
363		115	473	600	380	353	265	494	0	
96		486	265	308	286	383	615	482	726	
393		305	353	299	118	412	431	271	523	
97		367	532							

116	251	265	175	504	0	107	186	141
373	240	484	333	171	88	57	303	183
385	277	281	282	373	290	474	210	27
413	216	116	428					116
650	151	202	293	458	362	361	223	241
308	279	411	107	0	293	241	473	340
584	323	287	79	157	210	173	375	196
381	211	292	390	464	310	134	403	316
193	528					367	535	347
281	489	343	108	67	70	437	286	204
690	186	293	0	220	358	211	469	519
83	274	220	392	369	571	446	266	311
542	275	660	197	159	599	144	283	413
				357	411	303	370	445
219	123	193	192	393	383	293	646	141
241	220	0	234	101	345	475	138	234
84	421	325	527	419	142	400	515	151
616	71	145	555	77	147	289		
		589	177	535	602	677	38	250
320	352	625	615	525	878	373	473	358
234 0 192		111	707	298	466	316	654	
557	759	651	149	632	747	94	848	169
377	787	237	379	55				
456	369	402	469	544	173	103	173	219
492	482	392	745	240	340	211	101 192	
0	303	574	165	333	183	529	424	626
518	103	499	614	103	715	49	244	654
104	246	247					700	66
646	713	788	146	361	431	463	736	726
636	989	484	584	469	345	111	303	0
818	409	577	427	766	668	870	762	260
743	858	205	959	280	488	898	348	490
56					202	884	221	287
84	692	596	601	449	123	393	364	175
333	323	519	475	707	574	818	0	515
244	392	294	156	50	138	615	296	234
624	145	544	360	84	550	355	762	
			386	475	343	300	485	283
86	86	55	433	305	223	686	171	278
83	138	298	165	409	515	0	274	123
357	365	567	459	206	330	555	215	656
135	144	595	62	187	353			
	195	643	72	281	214	451	355	360
204	162	353	263	415	88	79	274	234
466	333	577	244	274	0	151	294	94
296	188	374	290	284	383	385	303	115
324	309	114	521					273
493	220	286	362	301	205	209	150	310
299	209	563	57	157	220	84	316	183
427	392	123	151	0	338	242	444	336
224	316	432	233	533	153	61	472	159
64	371					99	830	265
72	378	638	447	440	303	398	118	128
388	303	210	392	421	654	529	766	294
357	294	338	0	314	333	173	559	21
269	568	422	489	276	361	412	378	709
			221	734	65	306		134
542	446	451	299	82	412	383	327	183
173	369	325	557	424	668	156	365	94
242	314	0	208	165	465	315	261	474
297	394	210	236	400	205	612		
		240	936	273	325	136	744	648
653	501	175	431	402	146	385	375	571
527	759	626	870	50	567	296	444	333
208	0	176	667	334	205	676	108	596
412	56	602	407	814				
80	828	116	165	218	636	540	513	393
257	271	242	215	277	196	446	419	651
518	762	138	459	188	336	173	165	176
0	559	174	96	568	236	488	304	175
494	299	706					497	326
443	510	585	134	158	228	260	533	523

433	786	281	381	266	142	149	103	260
615	206	374	224	559	465	667	559	0
540	655	126	756	64	285	695	145	287
204					95	809	266	50
376	617	405	378	282	397	97	107	389
282	211	311	400	632	499	743	296	330
290	316	21	315	334	174	540	0	270
549	423	469	255	362	391	379	687	
			176	924	212	261	314	732
636	609	489	353	367	338	119	373	292
542	515	747	614	858	234	555	284	432
269	261	205	96	655	270	0	664	179
584	400	150	590	395	802			
	506	271	452	519	594	70	167	237
269	542	532	442	795	290	390	275	151
94	103	205	624	215	383	233	568	474
676	568	126	549	664	0	765	86	294
704	154	296	149					329
1025	362	414	225	833	737	742	590	264
520	491	60	474	464	660	616	848	715
959	145	656	385	533	422	297	108	236
756	423	179	765	0	685	501	61	691
496	903					426	346	372
439	514	154	89	159	189	462	452	362
715	210	310	197	71	169	49	280	544
135	303	153	489	394	596	488	64	469
584	86	685	0	214	624	74	216	224
				250	554	188	225	330
362	227	227	89	278	238	148	531	27
134	159	145	377	244	488	360	144	115
61	276	210	412	304	285	255	400	294
501	214	0	440	220	124	432		
		268	964	301	353	164	772	676
681	529	203	459	430	91	413	403	599
555	787	654	898	84	595	324	472	361
236	55	175	695	362	150	704	61	624
440	0	630	435	842				
432	414	378	361	520	222	46	116	116
468	366	284	721	216	316	144	77	237
104	348	550	62	309	159	412	400	602
494	145	391	590	154	691	74	220	630
0	222	292					309	556
183	349	325	364	268	273	213	273	362
272	526	116	193	283	147	379	246	490
355	187	114	64	378	205	407	299	287
379	395	296	496	216	124	435	222	0
434					644	122	590	657
732	90	305	375	407	680	670	580	933
528	413	289	55	247	56	762	353	521
709	612	814	706	204	687	802	149	903
432	842	292	434	0			224;	

!K = 2 4 8 17;

ENDDATA

Min=@SUM(LOCATION(i,j):COST(i,j)*X(i,j));

! + @SUM(CITY(j):D(j)*OPEN(j));

@FOR(city(j):

@SUM(city(l):X(l,j))=1;);

@sum(CITY(i):OPEN(i))=2;

@FOR(city(j):

@SUM(city(i):X(j,i))<= 39*open(j));

@FOR(CITY(J): @BIN(OPEN(J)));

@FOR(LOCATION(i,j): @BIN(X(i,j)));

END

ΞΕΝΗ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [1] M. Balinski & R. Quandt. On an integer program for a delivery problem. *Operations Research*, 12:300-304, 1964.
- [2] Ronald H. Ballou : *Bussiness Logistics Management* . Prentice-Hall Inc., 1992.
- [3] W.M. Garvin, H.W. Crandal, J.B. John, & R.A. Spellman. Applications of linear programming in oil industry. *Management Science*, 3:407-430, 1957.
- [4] B. Gavish & S. Graves. The traveling salesman problem & related problems. Working paper 7905, Graduate School of Management. University of Rochester, Rochester NY, 1979.
- [5] G. Laporte & Y. Nobert. Exact algorithms for the VRP. *Annals of Discrete Mathematics*, 31:147-184, 1987.

ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [6] Δημήτρης Γαληνός: *Βελτιστοποίηση Διανομής Προϊόντων & Χωροθέτηση Αποθηκών για την εταιρία Balkan Export A.E. (ΔΙΠ 1089)* Πολυτεχνείο Κρήτης 2003.
- [7] Κων/νος Καραγκιοζόπουλος: *Μελέτη & Βελτιστοποίηση Διανομών των προϊόντων της Μπισκότα ABEE (ΔΙΠ 1043)* Πολυτεχνείο Κρήτης 2002.
- [8] Αθανάσιος Μυγδαλάς, Ιωάννης Μαρινάκης : *Συνδυαστική Βελτιστοποίηση*. Πολυτεχνείο Κρήτης 2002.
- [9] Αθανάσιος Μυγδαλάς, Ιωάννης Μαρινάκης: *Εισαγωγή στο LINGO*.
- [10] Κώστας Π. Παππής : *Διοίκηση Παραγωγής* , Εκδόσεις Α.Σταμούλης Αθήνα-Πειραιάς 1993.
- [11] Ιωάννης Σίσκος : *Γραμμικός Προγραμματισμός* . Εκδόσεις Νέων Τεχνολογιών, 1998.