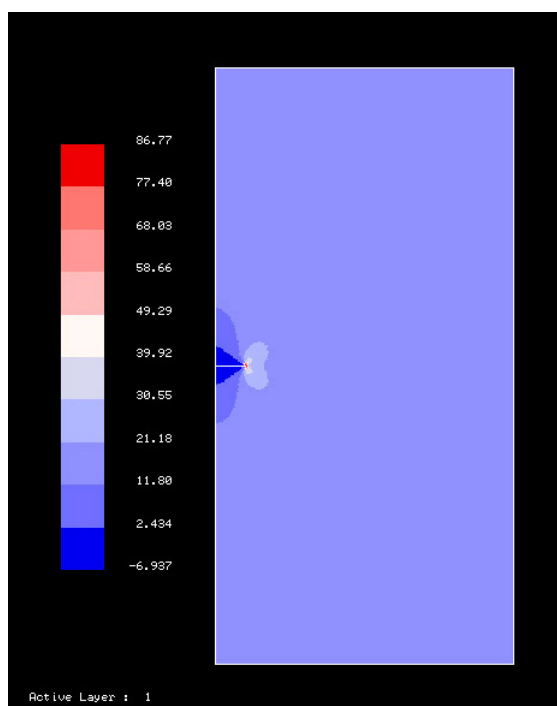


**ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ**

**ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΚΑΙ  
ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ**

**ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ ΣΤΟΝ ΤΟΜΕΑ  
ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ**



**ΘΕΜΑ:** ΒΕΛΤΙΣΤΗ ΣΧΕΔΙΑΣΗ ΣΥΜΜΕΤΡΙΚΗΣ,  
ΑΜΦΙΠΛΕΥΡΗΣ ΕΠΙΣΚΕΥΗΣ ΜΕ ΣΥΝ-  
ΘΕΤΟ ΜΠΑΛΩΜΑ ΣΕ ΚΕΝΤΡΙΚΑ ΡΗΓ-  
ΜΑΤΩΜΕΝΗ ΜΕΤΑΛΛΙΚΗ ΠΛΑΚΑ.

**ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ-ΔΗΜΗΤΡΙΟΣ ΤΖΩΑΝΝΟΠΟΥΛΟΣ**

**ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ: Κ. ΠΡΟΒΙΔΑΚΗΣ**

**ΧΑΝΙΑ  
ΙΟΥΝΙΟΣ 2001**

## ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Σκοπός αυτής της εργασίας είναι η βέλτιστη σχεδίαση συμμετρικού, αμφίπλευρου μπαλώματος σύνθετου υλικού, το οποίο θα χρησιμοποιηθεί ως επισκευή σε κεντρικά ρηγματωμένη μεταλλική πλάκα, ώστε να επιτύχουμε την αποκατάσταση της αντοχής της στα αρχικά επίπεδα. Δηλαδή, αυτό που επιδιώκουμε να κάνουμε είναι να ελαττώσουμε τον συντελεστή συγκέντρωσης τάσεων (Stress Intensity Factor - SIF) στο άκρο της ρωγμής ώστε να είναι ίσος ή μικρότερος από κάποια επιθυμητή τιμή.

Ως τεχνική βελτιστοποίησης των διαστάσεων του σύνθετου μπαλώματος χρησιμοποιήθηκε το πρόγραμμα ανάλυσης ρωγμών και θραύσεων FRANC2D/L (FRacture ANalysis Code 2-Dimensional/Layered). Ο υπολογισμός των SIF για κάθε διαμόρφωση μπαλώματος έγινε με γραμμική ανάλυση τάσεων με την αριθμητική μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων. Αυτού του είδους η ανάλυση περιλαμβάνεται στις δυνατότητες του FRANC2D/L. Η γενική φιλοσοφία που ακολουθήθηκε στην εργασία έχει ως εξής: εξετάζουμε τριών ειδών μπαλώματα (τετραγωνικό, ορθογωνικό με την κάθετη στη ρωγμή πλευρά μεγαλύτερη και ορθογωνικό με την πλευρά κατά μήκος της ρωγμής μεγαλύτερη), των οποίων τις διαστάσεις (μήκος, πλάτος, πάχος) μεταβάλλουμε. Για κάθε είδος μπαλώματος βρίσκουμε τον SIF μέσω της γραμμικής ανάλυσης του FRANC. Ο στόχος μας είναι η ελαχιστοποίηση του SIF στο άκρο της ρωγμής και, προφανώς, βέλτιστη είναι η επισκευή εκείνη που επιτυγχάνει αυτόν τον στόχο.

Σ' αυτό το σημείο, αισθάνομαι την ανάγκη να εκφράσω τις ειλικρινείς ευχαριστίες μου προς τον επιβλέποντα καθηγητή κύριο Κωνσταντίνο Προβιδάκη, ο οποίος με την πείρα και τις γνώσεις του μου παρείχε πολύτιμες συμβουλές και ιδέες στην προσπάθειά μου να διεξάγω την παρούσα μελέτη και να συντάξω την εργασία αυτή κατά τον καλύτερο δυνατό τρόπο.

## ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Είναι αναμενόμενο κατά τη διάρκεια λειτουργίας μιας κατασκευής να παρουσιάζονται διαφόρων ειδών ζημιές σε δομικά στοιχεία της. Η πραγματοποίηση επισκευών στα τμήματα εκείνα που έχουν υποστεί κάποια ζημιά είναι αναπόφευκτη, για προφανείς - οικονομικούς κυρίως - λόγους. Πρέπει όμως να σημειωθεί ότι μια κακώς υλοποιημένη επισκευή μπορεί να αποδειχθεί πιο επικίνδυνη απ' ό,τι αν αφήναμε το προβληματικό τμήμα της κατασκευής όπως είναι, χωρίς να το επισκευάσουμε. Εδώ θα εξετάσουμε, όπως αναφέρθηκε και στον πρόλογο, την επισκευή ρηγματωμένων επίπεδων επιφανειών. Αυτές μπορούν να υλοποιηθούν είτε με μια μηχανικά στερεωμένη επικάλυψη είτε με συγκολλημένο μπάλωμα κατασκευασμένο από σύνθετο υλικό, που είναι και αυτές που θα μας απασχολήσουν εδώ.

Τα συγκολλημένα μπαλώματα σύνθετων υλικών, συνεπεία των εξαιρετικών χαρακτηριστικών μεταφοράς φορτίσεων που έχουν [1], προσφέρουν μια πολύ ανθεκτική εναλλακτική διέξοδο για τα φορτία, κι έτσι μπορούν να χρησιμοποιηθούν αποτελεσματικά για την επισκευή ενεργών ρηγματώσεων. Αντίθετα, οι συνήθεις επισκευές (Structural Repair Handbook - SRM), οι οποίες βασίζονται σε μηχανικά στερεωμένες επικαλύψεις παρέχουν μία κατά προσέγγιση μόνο καλή επιλογή, κι έτσι δε μπορούν να επισκευάσουν αποτελεσματικά ρηγματώσεις και απαιτούν κάποιες προκαταρκτικές εργασίες στην ρηγματωμένη περιοχή.

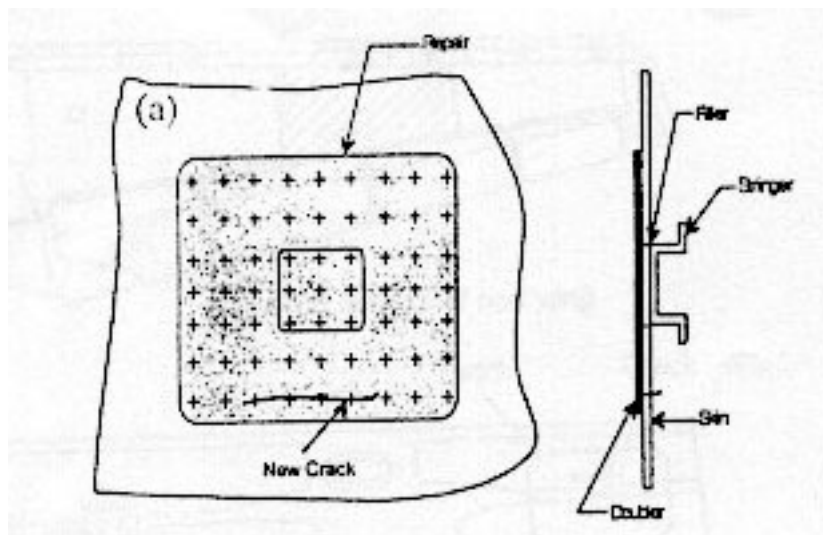
Οι μηχανικές επισκευές επίσης έχουν μερικά άλλα μειονεκτήματα εν συγκρίσει με τις συγκολλημένες επισκευές), δηλαδή:

- Συγκέντρωση τάσεων στις οπές στερέωσης (fastener holes).
- Δυσκολία εντοπισμού ρηγματώσεων κάτω από το μπάλωμα.
- Χαμηλή αποτελεσματικότητα μπαλώματος, δεν είναι δυνατό να μπαλωθεί μια ρηγμάτωση.
- Ταχεία διάδοση ρηγμάτωσης κάτω από το μπάλωμα.
- Κίνδυνος διάβρωσης κάτω από το μπάλωμα.

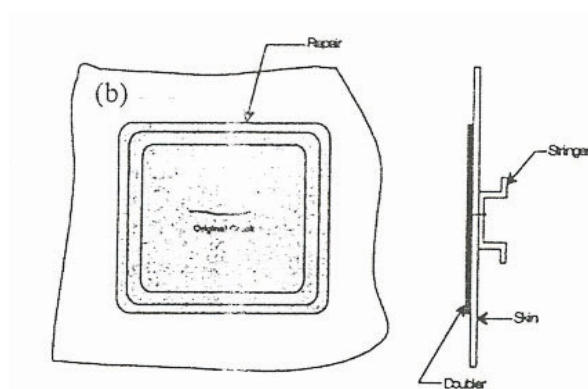
Αντίθετα, τα μπαλώματα που είναι κατασκευασμένα από σύνθετα υλικά συγκολλημένα μεταξύ των έχουν τα ακόλουθα πλεονεκτήματα:

- Δεν προκαλούν βλάβες σε δομικά ή κρυμμένα εξαρτήματα.
- Ελαχιστοποίηση της συγκέντρωσης τάσεων.
- Βραδεία διάδοση ρηγμάτωσης ακόμα και έξω από την περιοχή του μπαλώματος.
- Μεγάλη ικανότητα ενίσχυσης, μπορούν να επισκευάσουν ρηγματώσεις.
- Δυνατότητα ανίχνευσης διάδοσης ρηγμάτωσης κάτω από το μπάλωμα.
- Απουσία προβλημάτων διάβρωσης στην διεπιφάνεια μεταξύ των χρησιμοποιούμενων υλικών.

Στα σχήματα 1.α και 1.β. μπορεί κανείς να δει περιπτώσεις μηχανικής επισκευής και επισκευής με σύνθετο συγκολλημένο μπάλωμα αντίστοιχα.



Σχ. 1.α. Επισκευή με μηχανικά στερεωμένη ενίσχυση.



Σχ. 1.β. Επισκευή με σύνθετο συγκολλημένο μπάλωμα.

Τα υψηλών επιδόσεων σύνθετα υλικά boron/epoxy (b/ep) και graphite/epoxy (gr/ep) είναι μεταξύ των καταλληλότερων για χρήση ως υλικά μπαλωμάτων ή ενισχύσεων για ελαττωματικές ή ταλαιπωρημένες μεταλλικές κατασκευές [2].

Εν συντομία, οι ιδιότητες αυτών των σύνθετων υλικών περιλαμβάνουν:

- Υψηλό μέτρο ελαστικότητας (μέτρο του Young) και υψηλή αντοχή, που ελαχιστοποιούν το απαιτούμενο πάχος του μπαλώματος (το  $b/ep$  είναι περίπου τρεις φορές πιο άκαμπτο από το αλουμίνιο).
- Μεγάλη αντίσταση σε φθορές από κυκλικές φορτίσεις.
- Δε διαβρώνονται και σχηματίζουν μια εξαιρετική προστατευτική επίστρωση.
- Μεγάλες δυνατότητες μορφοποίησης, που διευκολύνουν το σχηματισμό περίπλοκων μορφών.
- Χαμηλή ηλεκτρική αγωγιμότητα (μόνο στο  $b/ep$ ), που διευκολύνει τη χρήση μη καταστροφικών ελέγχων μέσω δινορευμάτων (eddy currents) για την παρακολούθηση των επισκευασμένων ρηγματώσεων και μας απαλλάσσουν από την έγνοια της γαλβανικής διάβρωσης.

Το κύριο μειονέκτημα των σύνθετων υλικών ως υλικό μπαλωμάτων προέρχεται από το σχετικά χαμηλό τους συντελεστή θερμικής διαστολής εν συγκρίσει με το υπό ενίσχυση υλικό. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα τασικές μέσες πιέσεις (tensile mean stresses) στο επισκευασμένο τεμάχιο [2].

Αν και είναι σχετικά ακριβό, το  $b/ep$  επιλέγεται ως υλικό για τα μπαλώματα ενίσχυσης για τις περισσότερες εφαρμογές επισκευής με συγκόλληση σύνθετου υλικού στην Αυστραλία, κυρίως λόγω των εξαιρετικών μηχανικών του ιδιοτήτων, της χαμηλής του αγωγιμότητας και του σχετικά μεγάλου του συντελεστή θερμικής διαστολής. Ωστόσο, το  $gr/ep$ , χάρη στη μεγαλύτερη ικανότητα μορφοποίησης που έχει, επιλέγεται για

περιοχές με μικρές ακτίνες καμπυλότητας και μερικές φορές για το χαμηλό του κόστος και τη σημαντικά μεγαλύτερη διαθεσιμότητά του. Τα μπαλώματα γενικά συγκολλούνται με υψηλών προδιαγραφών κόλλες πολύ λεπτού πάχους, με θερμοκρασία επεξεργασίας μεταξύ 80 °C και 120 °C, που μας παρέχει ικανότητα αντοχής μέχρι και σε θερμοκρασίες γύρω στους 100 °C.

Ενίσχυση με σύνθετα υλικά [3, 4] μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε ένα ευρύ πεδίο επισκευών/ενισχύσεων σε μεταλλικά τμήματα κατασκευών. Πολλές από αυτές τις επισκευές/ενισχύσεις έχουν υλοποιηθεί επιτυχώς στην Αυστραλία, στον τομέα των επισκευών αεροσκαφών. Κατηγοριοποιούνται δε ως εξής, ανάλογα με την αποστολή τους:

#### **Μείωση της συγκέντρωσης τάσεων (μπάλωμα ρωγμής)**

- Σε περιοχές ρηγματώσης που προκλήθηκαν από κόπωση,
- Σε περιοχές με ρωγμές προκληθείσες λόγω τάσεως διάβρωσης,

#### **Ενίσχυση μη επαρκώς μελετημένων περιοχών**

- Αύξηση της στατικής αντοχής,
- Μείωση της παραμόρφωσης λόγω κόπωσης σε περιοχές συγκέντρωσης τάσεων,
- Μείωση της παραμόρφωσης.

#### **Αποκατάσταση της εναπομένουσας αντοχής ή ακαμψίας**

- Μετά από αφαίρεση διάβρωσης,
- Μετά από αφαίρεση ατέλειας ή ρηγμάτωσης,
- Μετά από επαναμορφοποίηση για μείωση συγκέντρωσης τάσεων,
- Σε περιοχές με εκτεταμένες ρωγμές.

Συνήθως, οι εργασίες επισκευής βασίζονται σε απλή ανάλυση ή σε δεδομένα από πειράματα και δοκιμές. Δε φαίνεται

να υπήρξε κάποια σοβαρή επιστημονική προσέγγιση στο όλο ζήτημα πριν τη δεκαετία του '70 του εικοστού αιώνα. Πρωτοπόρος σ'αυτόν τον τομέα ήταν ο Alan Baker [3] στα Australian Research Laboratories (ARL), όπου διεξήγαγε έρευνα για λογαριασμό της Πολεμικής Αεροπορίας της Αυστραλίας (Royal Australian Air Force - RAAF). Αυτήν τη στιγμή, υπάρχουν πάνω από 10.000 μπαλώματα σε αεροσκάφη (πολιτικά ή στρατιωτικά) που πετούν με διάφορους στόλους ανά τον κόσμο. Η υιοθέτηση και εφαρμογή δοσμένων από τον κατασκευαστή κατευθυντηρίων γραμμών για τις επισκευές σε τυπικές μικροζημιές είναι εργασία ρουτίνας για πολλούς αερομεταφορείς. Ζημιές όμως που δεν αναφέρονται στα εγχειρίδια επισκευών απαιτούν παρέμβαση του κατασκευαστή για λειτουργική αποκατάσταση.

Στην Αυστραλία, όπως αναφέρει ο Baker [3], έχουν εφαρμοσθεί επιτυχώς επισκευές με μπαλώματα b/ep σε αεροσκάφη Macchi, Hercules, Mirage, Orion, F-111, B-727, B-747, B-767, MD-82 και σε ελικόπτερα Bell [5]. Οι Jones et al [6]. μελέτησαν το πρόβλημα της πολυ-επίπεδης αστοχίας σε ένα δοκίμιο που αναπαριστούσε μια ένωση ατράκτου σε ένα εμπορικό αεροπλάνο ευρείας ατράκτου. Το βασικό χαρακτηριστικό, πέραν της λειτουργικής επιτυχίας, είναι η επί τόπου επισκευή, η οποία οδηγεί σε σημαντική μείωση του χρόνου που το αεροσκάφος παραμένει καθηλωμένο στο έδαφος. Σε ορισμένες μάλιστα περιπτώσεις, η επισκευή μπορεί να γίνει αυθημερόν.

Οι Molent et al [7]. έχουν παρουσιάσει μια εμπεριστατωμένη μελέτη που διεξήχθη στα ARL για την επισκευή της περιοχής ενίσχυσης του μηχανισμού μεταβολής της γεωμετρίας της



πτέρυγας του F-111C. Η επισκευή συνίστατο από μονοδιάστατες b/ep επικαλύψεις συγκολλημένες στην περιοχή ενίσχυσης και επεξεργασμένες με συγκολλητικό σε αυξημένη θερμοκρασία. Προκειμένου να ανακουφισθούν οι εναπομείνουσες τάσεις που προκλήθηκαν από τη θερμότητα εξαιτίας των υψηλών θερμοκρασιών, η πτέρυγα προφορτίσθηκε κατά την τοποθέτηση της επικάλυψης. Για επαλήθευση και τεκμηρίωση της ιδέας, κατασκευάσθηκαν και δοκιμάσθηκαν απλά δοκίμια. Μετά την ολοκλήρωση της εργασίας αυτής, η πτέρυγα φορτίσθηκε επιτυχώς στο 100% του φορτίου λειτουργίας χωρίς ορατά σημάδια επιδείνωσης.

Η ανάλυση πεπερασμένων στοιχείων σύνθετων ενισχύσεων από τους Mitchell et al [8]. φαίνεται να αποτελεί την πρώτη διεξοδική απόπειρα αναλυτικής κατανόησης αυτής της κατηγορίας προβλημάτων. Μοντελοποιεί το μπάλωμα σε διδιάστατη (2D) επιφάνεια καθώς και σε 2D διαμήκη τομή. Αναφέρθηκε ότι οι προβλεπόμενες τάσεις ήταν πολύ κοντά σ'αυτές που παρατηρήθηκαν πειραματικά.

Στα ARL, σε σχετικά πρώιμο στάδιο της ενασχόλησης με τις επισκευές, οι Jones και Callinan [9] εξέτασαν αναλυτικά, με μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων (Finite Element Method - FEM), τη συμπεριφορά σύνθετων μπαλωμάτων σε μεταλλικές πλάκες, επιτρέποντας την εκδήλωση ξεχωριστών αποκρίσεων για την πλάκα, το συγκολλητικό υλικό και το μπάλωμα. Έδωσαν έμφαση στη λέπτυνση του μπαλώματος ως λύση στο πρόβλημα της μείωσης της τάσης στο συγκολλητικό υλικό. Μια τέτοια ανάλυση μπορεί να βοηθήσει στη βελτιστοποίηση της διαμόρφωσης του μπαλώματος. Φαίνεται ότι είναι η μόνη ομάδα

μέχρι τώρα που έχει εξετάσει αναλυτικά την υλοποίηση επισκευών σε παχιές τομές και τα αποτελέσματα των εναπομενουσών θερμικών τάσεων. Ο Rose [13 - 15] προσέγγισε το πρόβλημα χρησιμοποιώντας ολοκληρωτικές εξισώσεις για να κατανοήσει την 2D εξιδανίκευση τρισδιάστατων (3D) προβλημάτων ενίσχυσης σε ρωγμές. Η διπλή συμμετρία εξουδετερώνει τις κάμψεις των μη συμμετρικών μπαλωμάτων.

Στην εργασία αυτή ασχολούμαστε με τη βέλτιστη σχεδίαση επισκευής με συμμετρικό, αμφίπλευρο μπάλωμα από πλαστικό ενισχυμένο με ανθρακονήματα απλής διεύθυνσης (CFRP) σε κεντρικά ρηγματωμένη πλάκα κατασκευασμένη από αλουμίνιο.

Η εργασία αυτή αποτελείται από τέσσερα κεφάλαια. Στο πρώτο κεφάλαιο, παραθέτουμε το θεωρητικό υπόβαθρο στο οποίο θα στηριχθεί η εργασία μας, και συγκεκριμένα τις αρχές της μηχανικής θραύσεων και ρηγματώσεων. Γίνεται λοιπόν στο πρώτο κεφάλαιο μια εισαγωγή στη μηχανική θραύσεων και ρηγματώσεων και παρουσιάζονται οι στόχοι της ανάλυσης ανοχής ζημιών. Επίσης, αναφερόμαστε στη συγκέντρωση τάσεων και στον συντελεστή συγκέντρωσης τάσεων (Stress Intensity Factor - SIF), καθώς και στην περίπτωση που η επιφάνεια είναι επισκευασμένη με μπάλωμα.

Στο δεύτερο κεφάλαιο, γίνεται μια σύντομη εισαγωγή στη μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων (Finite Element Method - FEM) και παρουσιάζεται εν συντομία και η μέθοδος επίλυσης Modified Crack Closure (MCC).

Στο τρίτο κεφάλαιο, αναφερόμαστε στο λογισμικό που θα χρησιμοποιήσουμε στην ανάλυσή μας (η γεννήτρια δισδιάστατων FE πλεγμάτων CASCΑ και το δισδιάστατο πρόγραμμα ανάλυσης

θραύσεων FRANC2D/L), ενώ παρατίθενται και παραδείγματα χρήσης τους, ένα για το CASCA και δυο για το FRANC2D/L.

Τέλος, στο τέταρτο κεφάλαιο, παραθέτουμε αναλυτικά το πρόβλημα με το οποίο ασχολούμαστε, επικυρώνουμε τη μέθοδο Modified Crack Closure (δηλαδή πιστοποιούμε την ορθότητά της) και παρουσιάζουμε τα αποτελέσματα των αναλύσεων και τα σχετικά διαγράμματα (stress contour, παραμορφωμένα πλέγματα, μεταβολή του SIF ανάλογα με τις διαστάσεις - μήκος, πλάτος και πάχος - του εκάστοτε μπαλώματος). Επίσης, καταλήγουμε σε συμπεράσματα σχετικά με το ποια επισκευή (ή ποιες επισκευές είναι η βέλτιστη).

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ Ι

### ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΘΡΑΥΣΕΩΝ - ΡΗΓΜΑΤΩΣΕΩΝ (FRACTURE MECHANICS)

#### *Εισαγωγή στον έλεγχο θραύσεων*

Ο έλεγχος θραύσης των κατασκευών είναι η συντονισμένη προσπάθεια σχεδιαστών, μεταλλουργών, μηχανικών παραγωγής και συντήρησης και επιθεωρητών για τη διασφάλιση της ασφαλούς λειτουργίας χωρίς καταστροφικές αστοχίες λόγω θραύσης. Η θραύση είναι μια μόνον από τις αιτίες που μπορούν να προκαλέσουν αστοχία. Πολύ σπάνια παρουσιάζεται θραύση εξαιτίας απρόβλεπτης υπερφόρτωσης σε άθικτη κατασκευή. Συνήθως, προκαλείται από κάποιο δομικό ελάττωμα ή από ρηγμάτωση (ρωγμή): Τα κυκλικά επαναλαμβανόμενα ή τα στατικά φορτία στα οποία υπόκειται η κατασκευή στην υπηρεσιακή της ζωή μπορεί να προκαλέσουν την εμφάνιση μιας ρηγμάτωσης (ξεκινώντας από κάποιο κατασκευαστικό ελάττωμα ή από συγκέντρωση τάσεων) η οποία μεγαλώνει σε μέγεθος, εξαιτίας του υπηρεσιακού φορτίου. Έτσι, κατά τη συνεχιζόμενη ανάπτυξη της ρηγμάτωσης, η δομική αντοχή μειώνεται μέχρι του σημείου που η κατασκευή δε μπορεί πλέον να αντέξει τα υπηρεσιακά φορτία, οπότε και έχουμε θραύση. Ο έλεγχος των θραύσεων αποσκοπεί στην αποτροπή θραύσεων λόγω ατελειών

και ρηγματώσεων στα (μέγιστα) φορτία που παρατηρούνται κατά την υπηρεσιακή ζωή της κατασκευής.

Εφόσον θέλουμε να αποτρέψουμε τη θραύση, η αντοχή επιβάλλεται να μην πέσει κάτω από μια συγκεκριμένη τιμή ασφαλείας. Αυτό σημαίνει ότι δεν πρέπει να επιτρέπουμε στις ρηγματώσεις να μεγαλώσουν τόσο που η αντοχή να πέφτει κάτω από το αποδεκτό όριο. Για να καθορίσουμε ποιο μέγεθος ρωγμής είναι αποδεκτό, απαραίτητη προϋπόθεση είναι να μπορούμε να υπολογίσουμε πώς η δομική αντοχή επηρεάζεται από τις ρηγματώσεις συναρτήσει του μεγέθους τους. Και για να καθορίσουμε την ασφαλή υπηρεσιακή ζωή, πρέπει να μπορούμε να υπολογίσουμε το χρόνο στον οποίο η ρηγματώση φτάνει στο επιτρεπτό μέγεθος. Γι'αυτό όμως, απαιτείται να εντοπισθούν πρώτα τα σημεία όπου υπάρχει πιθανότητα να αναπτυχθούν ρηγματώσεις. Η ανάλυση τότε καλείται να παρέχει πληροφορίες σχετικά με τους χρόνους εξάπλωσης ρηγματώσεων και σχετικά με τη δομική αντοχή συναρτήσει του μεγέθους των ρηγματώσεων. Αυτό το είδος ανάλυσης ονομάζεται ανάλυση αστοχίας.

Η οριακή κατάσταση αστοχίας είναι η ιδιότητα μιας κατασκευής να αντέξει σε κατασκευαστικά ελαττώματα ή ρωγμές με ασφάλεια, μέχρι τη στιγμή που θα είναι αναγκαία ή δυνατή η ανάληψη δράσης για την "εξαφάνιση" της ρωγμής. Αυτή είναι δυνατό να γίνει είτε με επισκευή είτε με αντικατάσταση της ρηγματωμένης κατασκευής (ή εξαρτήματος, αν η ρωγμή έχει παρουσιασθεί σε ένα μόνο εξάρτημα της κατασκευής). Στο στάδιο του σχεδιασμού έχουμε ακόμα τη δυνατότητα να επιλέξουμε ένα υλικό που ανθίσταται καλύτερα στις ρωγμές ή να βελτιώσουμε τη δομική σχεδίαση, ώστε να αποκλείσουμε το

ενδεχόμενο οι ρωγμές να αποβούν επικίνδυνες κατά τη διάρκεια της προβλεπόμενης υπηρεσιακής ζωής. Η εναλλακτική λύση είναι ο προγραμματισμός περιοδικών επιθεωρήσεων, κατά τις οποίες θα επισκευάζονται οι ρωγμές ή θα αντικαθίστανται εξαρτήματα στα οποία έχουν παρουσιασθεί ρωγμές. Ο χρόνος απόσυρσης (αντικατάστασης) ή τα διαστήματα μεταξύ επιθεωρήσεων και ο τύπος της επισκευής καθορίζονται από το χρόνο ανάπτυξης ρωγμών που υπολογίζεται στην ανάλυση ανοχής ζημιών.

Επιθεωρήσεις μπορούν να διεξάγονται με κάποια από τις μη καταστρεπτικές μεθόδους που είναι διαθέσιμες σήμερα, αρκεί να είναι δυνατή η πρόσβαση στην κατασκευή. Αλλά και οι καταστρεπτικές τεχνικές όπως το proof testing είναι, ουσιαστικά, επιθεωρήσεις. Αν, για παράδειγμα, εκραγεί μια σωλήνωση κατά τη διάρκεια υδροστατικών δοκιμών, αυτό σημαίνει ότι προφανώς προϋπήρχε μια ρωγμή με μέγεθος ικανό να προκαλέσει την έκρηξη. Παρά τη δυσχρηστία του, το proof test αποσκοπεί στην εξαφάνιση ατελειών κάτω από ελεγχόμενες συνθήκες (π.χ. με πίεση νερού) για να αποτραπεί μια καταστροφική αστοχία κατά τη λειτουργία, όταν η σωλήνωση θα είναι γεμάτη με καύσιμο ή αέριο. Αν δεν έχουμε έκρηξη στη διάρκεια της δοκιμής, τότε φαίνεται ότι οι τυχόν ρωγμές, που πιθανόν να υπήρχαν, ήταν μικρότερες από το κρίσιμο μέγεθος στο proof test. Καθίσταται τότε εφικτή η συνέχιση της ασφαλούς υπηρεσίας του συγκεκριμένου εξαρτήματος για κάποιο χρονικό διάστημα προτού ρωγμές αυτού του είδους να φτάσουν στο επιτρεπτό μέγεθος.

Ο έλεγχος θραύσεων είναι ένας συνδυασμός μέτρων, όπως αυτά που περιγράφηκαν παραπάνω, (περιλαμβάνοντας και την ανάλυση), που αποσκοπεί στην αποτροπή θραύσεων λόγω

ρωγμών κατά τη διάρκεια της υπηρεσιακής λειτουργίας. Μπορεί να περιλαμβάνει όλα ή κάποια από αυτά τα μέτρα, και συγκεκριμένα την ανάλυση ανοχής ζημιών, επιλογή υλικού, σχεδιαστική βελτίωση, πιθανόν δομικές δοκιμές, και πρόγραμμα συντήρησης/επιθεώρησης/αντικατάστασης. Η έκταση των μέτρων ελέγχου θραύσεων εξαρτάται από το πόσο κρίσιμο είναι το εξάρτημα, τις οικονομικές επιπτώσεις από την παύση της λειτουργίας της κατασκευής, καθώς επίσης και από τις συνέπειες που θα προκύψουν από μια πιθανή αστοχία λόγω θραύσης (συμπεριλαμβανομένων και ανθρωπίνων απωλειών).

Το μαθηματικό εργαλείο που χρησιμοποιείται στην ανάλυση ανοχής ζημιών ονομάζεται μηχανική θραύσεων. Παρέχει τις αρχές και τις εξισώσεις που χρησιμοποιούνται για τον προσδιορισμό του τρόπου εξάπλωσης των ρωγμών και του τρόπου με τον οποίο αυτές επηρεάζουν την αντοχή μιας κατασκευής. Κατά τα τελευταία 25 χρόνια, η μηχανική θραύσεων έχει εξελιχθεί σε ένα πρακτικό εργαλείο για μηχανικούς, αν και, όπως συμβαίνει με κάθε μεθοδολογία ανάλυσης, δεν είναι τέλεια. Η εξίσωση για την καμπτική τάση εμπεριέχει σημαντικό σφάλμα όταν χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό δομικής αντοχής, γιατί αγνοεί την πλαστική παραμόρφωση. Ακόμα κι έτσι όμως, χρησιμοποιείται επιτυχώς στο σχεδιασμό εδώ και πολλά χρόνια. Με τον ίδιο τρόπο, η μηχανική θραύσεων μπορεί να χρησιμοποιηθεί επιτυχώς. Συνήθως, ανακρίβειες παρατηρούνται όταν τα στοιχεία που εισάγουμε είναι ανακριβή. Το ενδεχόμενο να έχουμε λανθασμένα αποτελέσματα λόγω ανεπάρκειας της μεθοδολογίας παρατηρείται πολύ σπανιότερα. Αν και περαιτέρω πρόοδοι και βελτιώσεις στις αρχές της μηχανικής των θραύσεων είναι επιθυμητές, δεν είναι πολύ πιθανή μια επιπλέον βελτίωση της ανάλυσης αστοχίας, καθώς η ακρίβειά

της εξαρτάται κυρίως από την ακρίβεια των δεδομένων για τα υλικά και τα προβλεπόμενα φορτία και τάσεις.

### *Στόχοι της ανάλυσης ανοχής ζημιών*

Η θεμελίωση ενός σχεδίου ελέγχου θραύσεων απαιτεί γνώση της δομικής αντοχής όπως αυτή επηρεάζεται από τις ρωγμές, καθώς επίσης και του χρόνου στον οποίον αυτές μεγαλώνουν επικίνδυνα. Έτσι, η ανάλυση αστοχίας έχει δύο στόχους, οι οποίοι θα αναλυθούν παρακάτω. Συγκεκριμένα είναι:

1. Ο προσδιορισμός της επίδρασης των ρωγμών στην αντοχή (margin against fracture)
2. Ο προσδιορισμός της ανάπτυξης της ρωγμής συναρτήσει του χρόνου.

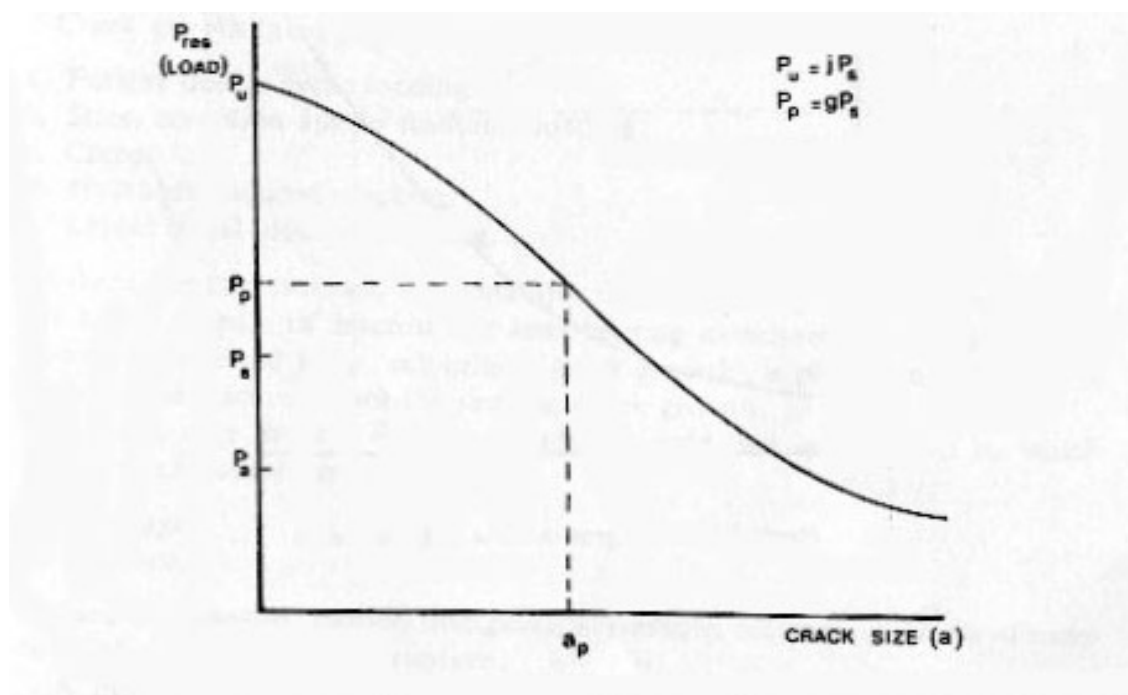
Το σχήμα 1.1 δείχνει διαγραμματικά την επίδραση του μεγέθους της ρωγμής στην αντοχή. Στη μηχανική θραύσεων, το μέγεθος ρωγμής συνήθως καλείται  $a$ . Στο σχήμα η αντοχή εκφράζεται συναρτήσει του φορτίου  $P$  που η κατασκευή μπορεί να αντέξει πριν συμβεί η θραύση (φορτίο θραύσης - fracture load).

Σε κάθε σχεδίαση χρησιμοποιείται ένας συντελεστής ασφαλείας (safety ή ignorance factor). Αυτός ο συντελεστής μπορεί να εφαρμοσθεί με διάφορους τρόπους, αλλά το αποτέλεσμα είναι πάντα το ίδιο. Για παράδειγμα, αν το μέγιστο προσδοκώμενο υπηρεσιακό φορτίο είναι  $P_s$ , η κατασκευή είναι σχεδιασμένη να αντέξει  $jP_s = P_u$ , όπου  $j$  είναι ο συντελεστής ασφαλείας. Ο σχεδιαστής διαστασιολογεί την κατασκευή κατά



τέτοιο τρόπο που η τάση να είναι ίση ή κάπως μικρότερη από την τελική τασική αντοχή όταν το φορτίο είναι  $P_u$  (επίσης, συνήθως είναι απαραίτητοι και έλεγχοι κατά της πλαστικής παραμόρφωσης).

Εναλλακτικά, ο συντελεστής ασφαλείας εφαρμόζεται στην



Σχ. 1.1. Εναπομένουσα αντοχή όταν υπάρχουν ρωγμές ανάλογα με το μήκος  $a$  της ρωγμής.

επιτρεπόμενη τάση: αν η πραγματική αντοχή του υλικού (τελική τασική αντοχή) είναι  $F_{tu}$ , η κατασκευή έχει διαστασιολογηθεί κατά τέτοιο τρόπο ώστε η τάση στο μέγιστο υπηρεσιακό φορτίο,  $P_s$ , να είναι μικρότερη ή ίση του  $F_{tu}/j$ , όπου το  $j$  είναι πάλι ο συντελεστής ασφαλείας. Άρα, αφού το φορτίο και η τάση είναι συνήθως ανάλογα μεγέθη, η κατασκευή είναι ικανή να αντέξει  $jP_s = P_u$ . Η τιμή του  $j$  κυμαίνεται μεταξύ 3 (οικοδομικές κατασκευές - γέφυρες, κτίρια, κλπ) και 1.5 (αεροσκάφη).

Η θραύση είναι η καταστροφική διάλυση της κατασκευής σε δυο ή περισσότερα κομμάτια. Με μέγεθος ρωγμής  $a$ , η εναπομένουσα αντοχή είναι  $P_{res}$ . Αν ένα φορτίο  $P = P_{res}$  παρουσιασθεί, τότε εκδηλώνεται θραύση. Η διαδικασία της θραύσης μπορεί να είναι αργή και σταθερή αρχικά, με τη ρωγή να επεκτείνεται, ενώ η κατασκευή ακόμα αντέχει. Τελικά, η θραύση γίνεται ασταθής και η κατασκευή σπάζει σε δυο ή περισσότερα κομμάτια. Η όλη διεργασία σταθερής - ασταθούς θραύσης μπορεί να λάβει χώρα σε ένα κλάσμα του δευτερολέπτου. Αν το φορτίο  $P = P_{res}$  δεν παρουσιασθεί και συνεχίζεται η φόρτιση λειτουργίας με φορτία που είναι χαμηλότερα ή πλησιάζουν το  $P_{res}$ , η ρωγή θα συνεχίσει να μεγαλώνει, όχι λόγω θραύσης, αλλά λόγω μηχανισμών ρηγμάτωσης όπως κόπωση, διάβρωση λόγω τάσης ή ερπυσμό (creep).

Εξαιτίας της συνεχούς ανάπτυξής της, η ρωγή επιμηκύνεται, η εναπομένουσα αντοχή μειώνεται, ο συντελεστής ασφαλείας επίσης, ενώ η πιθανότητα θραύσης αυξάνεται. Συνεπώς, η κατασκευή ή το εξάρτημα οφείλει να αντικατασταθεί πριν η ρωγή γίνει επικίνδυνη, ή θα χρειαστεί να ανιχνεύσουμε και να επισκευάσουμε τη ρωγή πριν από αυτόν το χρόνο.

Ο αρχικός συντελεστής ασφαλείας  $j$  δεν καθορίζεται από το χρήστη ή τον μηχανικό σχεδίασης. Αυτός ο συντελεστής καθορίζεται από κανονισμούς που εκδίδονται από τεχνικές – επιστημονικές οργανώσεις μηχανικών (όπως η ASME ή ο ΕΛΟΤ) ή από κυβερνητικές αρχές.

Το επιτρεπτό μέγεθος ρωγμής μερικές φορές αποκαλείται κρίσιμο μέγεθος ρωγμής. Ο στόχος του ελέγχου θραύσεων είναι η

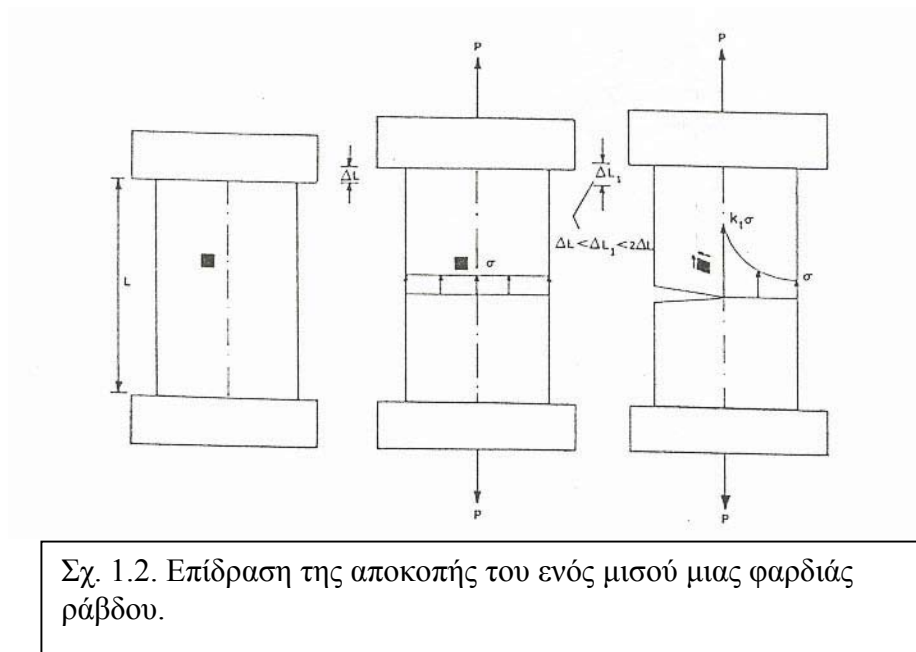
αποτροπή "κρίσιμων" ρωγμών. Κρίσιμη ρωγμή είναι μια που θα μπορούσε να προκαλέσει θραύση εν ώρα υπηρεσίας. Οι ρωγμές δεν επιτρέπεται να φτάσουν σε τέτοιο μέγεθος, αλλά μόνο μέχρι το επιτρεπτό μέγεθος  $a_p$ . Γίνονται δε κρίσιμες μόνο στην περίπτωση που παρατηρείται ένα φορτίο της τάξεως του  $P_p$ .

Εδώ θα εξετάσουμε τις αρχές της μηχανικής θραύσεων για την ανάλυση θραύσεων και θα ορίσουμε την έννοια του συντελεστή συγκέντρωσης τάσεων (Stress Intensity Factor - SIF).

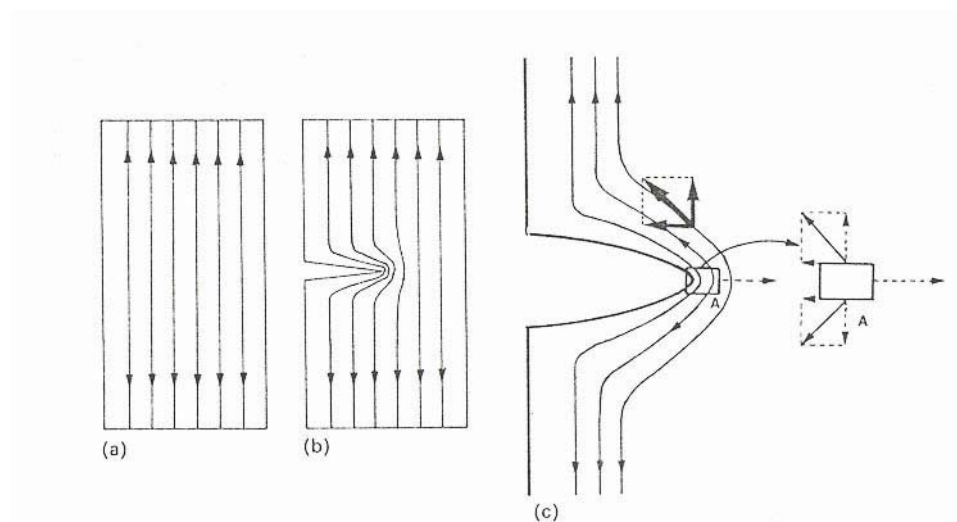
*Συγκέντρωση τάσεων και συντελεστής συγκέντρωσης τάσεων (Stress Intensity Factor - SIF)*

Η αστοχία μηχανών και τμημάτων κατασκευών οφείλεται στις περισσότερες περιπτώσεις στην ύπαρξη συγκέντρωσης τάσεων, οι οποίες συνήθως αναπτύσσονται σε περιοχές απότομης μεταβολής της εγκάρσιας διατομής των συστημάτων που αστοχούν (οπές, εγκοπές, φυσαλίδες, ρωγμές, κατασκευαστικές ατέλειες κ.α.). Όταν έχουμε μια απολύτως συνεχή ράβδο μήκους  $L$  η οποία υπόκειται σε εφελκυσμό. Όταν η ράβδος είναι συνεχής, η κατανομή του φορτίου είναι ομοιόμορφη, όπως και η παραμόρφωση που προκαλείται από την εφελκυστική τάση. Αν, τώρα, γίνει μια εγκοπή κατά το ήμισυ του πλάτους της ράβδου, τότε το φορτίο θα μεταφερθεί στο υπόλοιπο μισό, όπως φαίνεται στο σχήμα 1.2. Όπως αναφέρθηκε προηγουμένως, όσο η ράβδος είναι άθικτη, η παραμόρφωση είναι ομοιόμορφη και η ολική επιμήκυνση είναι  $\Delta L$ . Αν κόψουμε κατά το ήμισυ τη ράβδο, η τάση και η παραμόρφωση θα παραμείνουν ομοιόμορφες στα άκρα

της ράβδου. Όμως, κοντά στην εγκοπή, όπου το ολικό φορτίο πρέπει να περάσει από το μισό της ράβδου, οι τάσεις και παραμορφώσεις είναι μεγαλύτερες. Έτσι, η ολική επιμήκυνση θα είναι κάπως μεγαλύτερη από το  $\Delta L$ , αλλά πολύ μικρότερη του  $2\Delta L$ .



Είναι σημαντικό βοήθημα το να θεωρήσουμε γραμμές load - path/διαδρομής φορτίου (load - flow/ροή φορτίου): ιδεατές γραμμές που δείχνουν πώς μια μονάδα φορτίου μεταφέρεται από το ένα σημείο φόρτισης στο άλλο, όπως στο σχήμα 1.3. Για ομοιόμορφο φορτίο, οι γραμμές ροής είναι ευθείες και ισαπέχουν μεταξύ τους, πράγμα που αποτελεί ένδειξη ομοιόμορφης τάσης. Αν η διαδρομή του φορτίου διακοπεί από μια εγκοπή, οι γραμμές ροής δε διακόπτονται, αλλά την παρακάμπτουν, όπως φαίνεται στο σχήμα 1.3.



Σχ. 1.3. Γραμμές ροής φορτίου.

Στην άκρη της εγκοπής οι γραμμές ροής είναι πολύ κοντά η μια στην άλλη, δείχνοντάς μας ότι περισσότερο φορτίο "ρέει" μέσα από μια μικρότερη περιοχή, που σημαίνει υψηλότερη τάση. Οι γραμμές ροής φορτίου είναι επίσης χρήσιμες για να δούμε περίπου τη διεύθυνση της τάσης. Καθώς παρακάμπτουν την εγκοπή, οι γραμμές ροής κάμπτονται, δηλαδή το φορτίο αλλάζει διεύθυνση. Η διεύθυνση της γραμμής ροής φορτίου είναι ένδειξη της διεύθυνσης της τοπικής τάσης, όπως φαίνεται στο σχήμα 1.3.c. Βλέπουμε ότι η διεύθυνση του φορτίου γύρω από την εγκοπή δεν είναι η ίδια όπως στο ομοιόμορφα φορτισμένο τεμάχιο: η τοπική τάση έχει και οριζόντια και κάθετη συνιστώσα και συμπεραίνουμε ότι στην περιοχή πλησίον της εγκοπής το πεδίο τάσης είναι διαξονικό ( $\sigma_y$  και  $\sigma_x$ ) ενώ το φορτίο που εφαρμόζεται είναι μονοαξονικό. Όταν δεν υπήρχε η εγκοπή (σχήμα 1.3.a), το πεδίο τάσης ήταν ομοιόμορφο και η τασική κατάσταση (state of stress) ήταν παντού μονοαξονική. Λόγω όμως της εγκοπής, αναπτύσσεται τοπικά ένα διαξονικό πεδίο

τάσης, συνεπώς η εγκοπή όχι μόνο προκαλεί συγκέντρωση τάσης, αλλά και τη δημιουργία μιας εγκάρσιας τάσης.

Σε ορισμένες περιπτώσεις στατικών εντατικών καταστάσεων, οι τάσεις στα σημεία συγκέντρωσης τάσεων μπορούν να προσδιορισθούν θεωρητικά, ενώ σε άλλες, ο προσδιορισμός γίνεται πειραματικά με διάφορες μεθόδους, όπως με τη μέθοδο της φωτοελαστικότητας, των ηλεκτρομηκυνσιομέτρων, τη μέθοδο Moire κ.α. Σε όλες τις μεθόδους, θεωρητικές και πειραματικές, εισάγεται ένας συντελεστής, ο **συντελεστής συγκέντρωσης τάσεων (Stress Intensity Factor - SIF)  $K$** , ο οποίος ορίζεται από τη σχέση:  $K = \sigma/\sigma_m$ , όπου  $\sigma$  είναι η μέγιστη τάση που υπολογίζεται με θεωρητικές ή πειραματικές μεθόδους στο σύνορο της ασυνέχειας και  $\sigma_m$  η μέση ονομαστική εξωτερική τάση.

#### *Συντελεστής συγκέντρωσης τάσεων στο άκρο ρηγμάτωσης*

Έστω ένα σώμα αυθαίρετου σχήματος, όπως φαίνεται στο σχήμα 1.4, το οποίο έχει μια ρωγμή αυθαίρετου μεγέθους και υπόκειται σε αυθαίρετη ομοιόμορφη μονοαξονική τάση. Το υλικό θεωρείται ελαστικό, άρα ακολουθεί το νόμο του Hooke. Έτσι, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τη θεωρία της ελαστικότητας για να υπολογίσουμε το πεδίο τάσεων. Οι ορθές τάσεις  $\sigma_x$  και  $\sigma_y$  μπορούν να υπολογισθούν (η διατμητική τάση  $\tau_{xy}$  και η γωνία  $\theta$  θεωρούνται μηδενικές, ενώ  $x = r$ ) από τις σχέσεις:

$$\sigma_x = \frac{K}{\sqrt{2\pi x}}$$

$$\sigma_y = \frac{K}{\sqrt{2\pi x}}$$

Ας εξετάσουμε τώρα μια πιο οικεία σ'εμάς γεωμετρία. Συγκεκριμένα, θα μας απασχολήσει εδώ μια μεγάλη (ουσιαστικά άπειρη) πλάκα, που υπόκειται σε ομοιόμορφο μονοαξονικό φορτίο με ονομαστική τάση  $\sigma$ , και που έχει μια κεντρική ρηγμάτωση, όπως στο σχήμα 2.5.a (σχήμα 3.2.a του Broek). Το μέγεθος της ρηγμάτωσης θα ονομάζεται  $2a$ . Εδώ έχουμε μια σύμβαση: Στη μηχανική θραύσεων, όλες οι ρωγμές που έχουν δύο άκρα έχουν μέγεθος  $2a$ , ενώ οι ρωγμές που έχουν ένα μόνο άκρο έχουν μέγεθος  $a$ . Αποδεικνύεται ότι η τάση στο άκρο της ρωγμής είναι ανάλογη προς την εφαρμοζόμενη τάση  $\sigma$ , καθώς επίσης και προς την τετραγωνική ρίζα του μεγέθους της ρωγμής  $a$ :

$$\sigma_y \div \frac{\sigma \sqrt{a}}{\sqrt{2\pi x}}$$

Αυτή η εξίσωση όμως φέρει το σύμβολο της αναλογίας αντί για το ισοτικό, επειδή η διαστασιολογική ανάλυση δεν μας δείχνει αν υπάρχει ένας αδιάστατος αριθμός πουθενά. Καλούμε αυτόν τον αδιάστατο αριθμό  $C$ , οπότε η σχέση γίνεται:

$$\sigma_y = \frac{C\sigma\sqrt{a}}{\sqrt{2\pi x}}$$

Αποδεικνύεται ότι τελικά:

$$C = \sqrt{\pi}$$

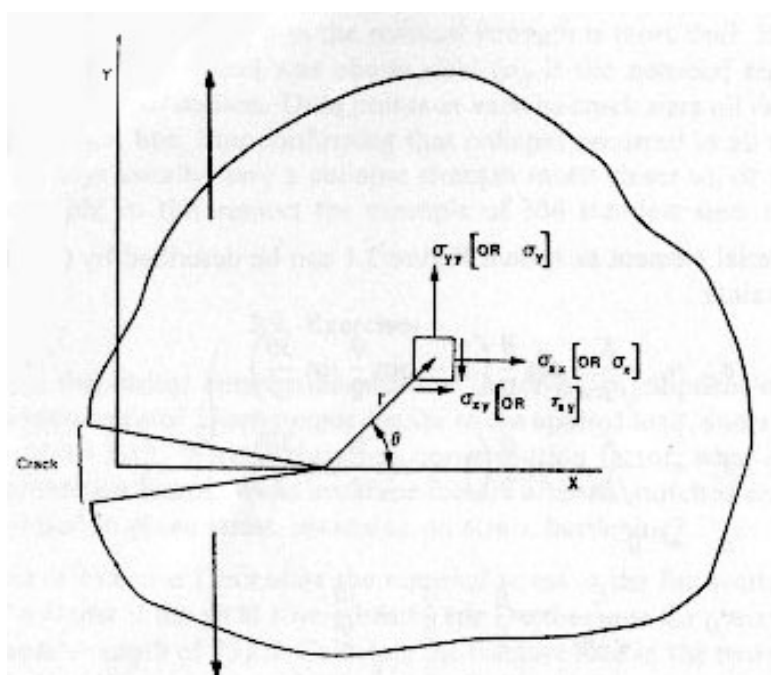
Οπότε,

$$K = \sigma\sqrt{\pi a}$$

Αυτά για την περίπτωση της άπειρης πλάκας. Για την περίπτωση μιας πλάκας με πεπερασμένο πλάτος  $W$ , όπως στο σχήμα 1.5β., είναι:

$$K = \sqrt{\pi \sec \frac{\pi \alpha}{W}} \sigma \sqrt{\alpha}$$

Που, βεβαίως, είναι η γενική περίπτωση της προηγούμενης



σχέσης, αφού για πολύ μεγάλο  $W$  ή πολύ μικρό  $\alpha$ , η τετραγωνική ρίζα της τέμνουσας της ποσότητας  $\pi\alpha/W$  γίνεται ίση με τη μονάδα, κάτι που είναι αναμενόμενο.

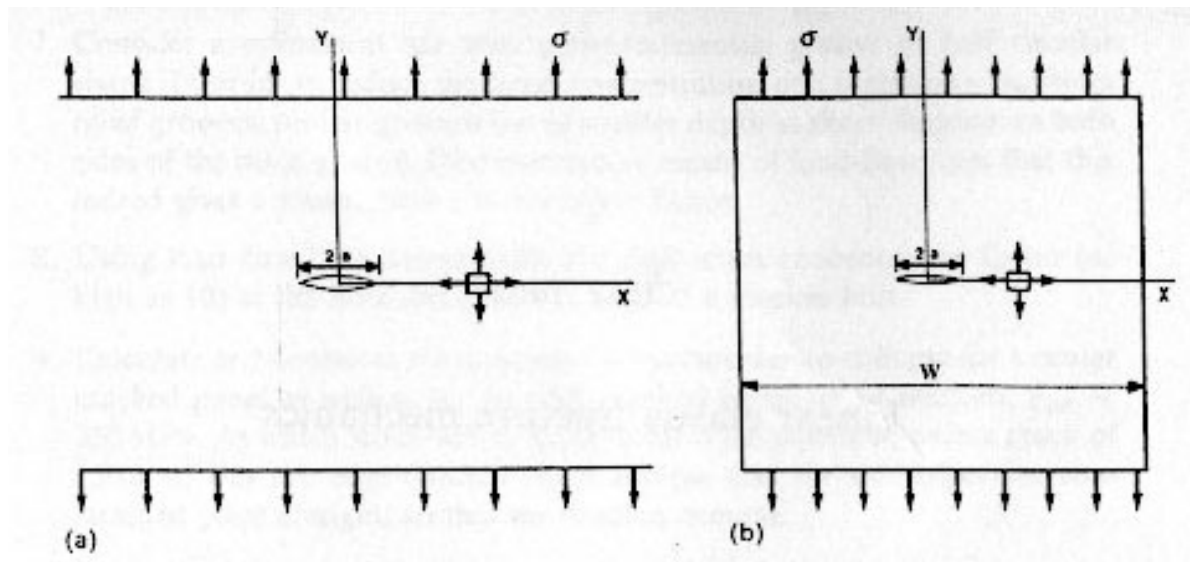
Σχ. 1.4. Σώμα αυθαίρετης μορφής με αυθαίρετη ρωγμή, το οποίο υποβάλλεται σε αυθαίρετη επίπεδη (in-plane) φόρτιση.

*Όταν η ρωγμή είναι επισκευασμένη με μπάλωμα*

Δεν υπάρχει επίλυση κλειστής μορφής για τον υπολογισμό του  $K$  στο άκρο μιας ρωγμής επισκευασμένης με μπάλωμα. Αυτό μας αναγκάζει να καταφεύγουμε σε αριθμητικές μεθόδους. Η Μέθοδος Πεπερασμένων Στοιχείων (Finite Element Method - FEM) είναι μια ισχυρή αριθμητική τεχνική για τον υπολογισμό



του SIF. Από τις διάφορες μεθόδους εξαγωγής του SIF από FEM, η μέθοδος Modified Crack Closure (MCC) είναι μια από τις πιο γνωστές και πιο διαδεδομένες. Αυτή η μέθοδος θα χρησιμοποιηθεί σε όλες τις περιπτώσεις που εξετάζονται σε αυτήν την εργασία και θα επεξηγηθεί στο επόμενο κεφάλαιο.



Σχ. 1.5. Κεντρική ρωγμή με ομοιόμορφη φόρτιση. (α) Πλάκα απείρου πλάτους. (β) Πλάκα πεπερασμένου πλάτους.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ II

### ΜΕΘΟΔΟΣ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ (FINITE ELEMENT METHOD - FEM)

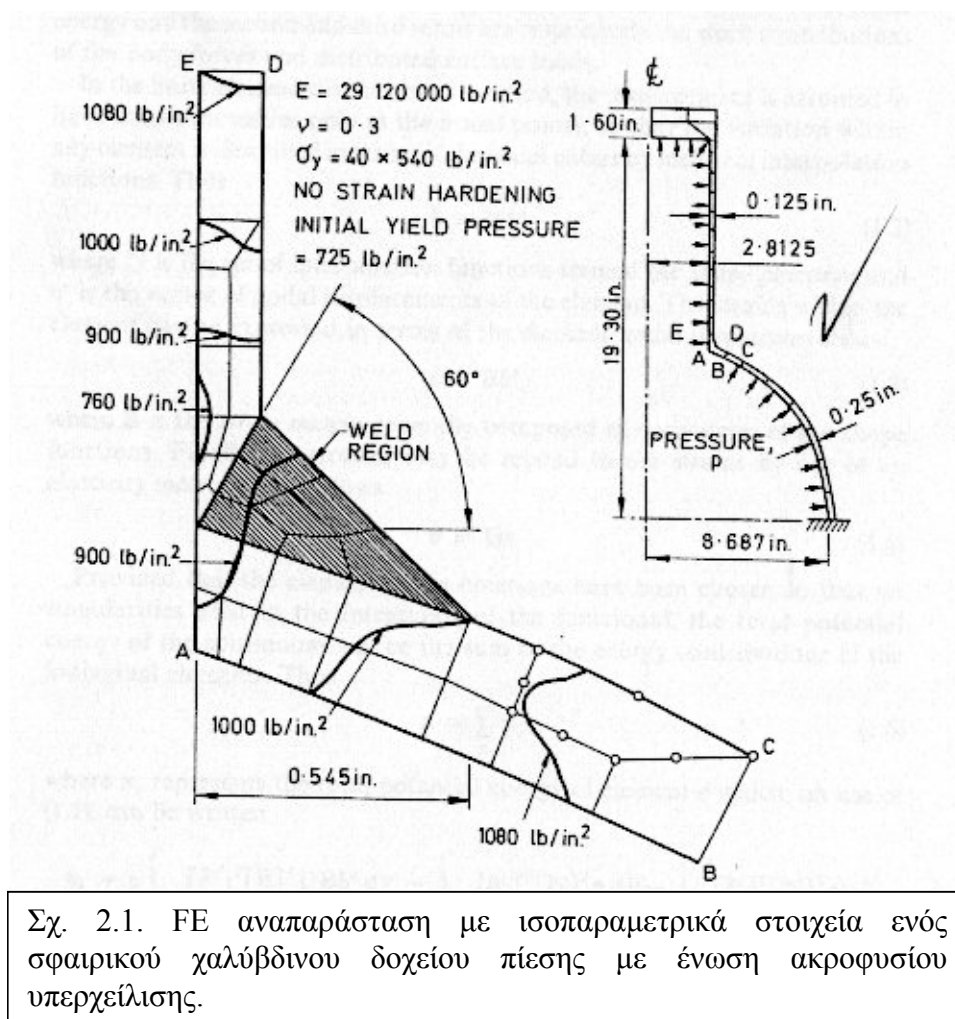
#### *Εισαγωγή*

Η μέθοδος πεπερασμένων στοιχείων έχει πλέον καθιερωθεί ως ένα εργαλείο για μηχανικούς με ευρύ πεδίο εφαρμογών και χρησιμοποιείται για σχεδιαστικούς σκοπούς σε πολλούς τεχνολογικούς τομείς. Ένα από τα κύρια πλεονεκτήματα της μεθόδου πεπερασμένων στοιχείων είναι η ενοποιητική προσέγγιση που προσφέρει στην επίλυση διαφόρων μηχανικών προβλημάτων.

Στην αρχή της ανάπτυξής της για προβλήματα ανάλυσης τάσεων, η μέθοδος βασιζόταν σε πολύ μεγάλο βαθμό σε μια φυσική αναπαράσταση, στην οποία υποτίθετο ότι η κατασκευή αποτελείτο από στοιχεία που συνδεόνταν φυσικά μόνο σε έναν αριθμό διακριτών κομβικών σημείων. Αργότερα, η εφαρμογή της μεθόδου σε μηχανικά προβλήματα κατασκευών αναπτύχθηκε μέσω της χρήσης της αρχής των μεθόδων των δυνατών έργων και ενέργειας. Η μέθοδος τότε γενικεύθηκε και αναγνωρίσθηκαν οι ευρύτερες μαθηματικές της ρίζες. Αποδείχθηκε ότι τα πεπερασμένα στοιχεία μπορούσαν να εφαρμοσθούν σε κάθε μαθηματικό πρόβλημα για το οποίο υπήρχε ένα variational

functional. Πιο πρόσφατα, αναπτύχθηκαν λύσεις πεπερασμένων στοιχείων (στο εξής, χάριν συντομίας, στα πεπερασμένα στοιχεία θα αναφερόμαστε ως FE -finite element- και στη μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων ως FEM) που βασίζονται στις πολύ γνωστές, κλασικές τεχνικές που είναι γνωστές ως "weighted residual methods", όπως οι προσεγγίσεις Galerkin, collocation και ελαχίστων τετραγώνων. Η μέθοδος είναι τώρα ευρέως αναγνωρισμένη ως μια γενική αριθμητική τεχνική για την επίλυση συστημάτων μερικών (partial) διαφορικών εξισώσεων που υπόκεινται σε κατάλληλες συνοριακές και αρχικές συνθήκες.

Σε κάθε μια από αυτές τις τρεις περιοχές εφαρμογής, τα προβλήματα μπορεί να περιέχουν κάποιο μη γραμμικό χαρακτηριστικό που περιπλέκει την ανάλυση. Ένα τυπικό μη γραμμικό πρόβλημα παρουσιάζεται στο σχήμα 2.1, το οποίο απεικονίζει την ελαστοπλαστική ανάλυση τάσεων ενός σφαιρικού δοχείου πίεσης (pressure vessel) με ένωση ακροφυσίου υπερχείλισης (flush nozzle junction). Στο σχήμα αυτό εμφανίζεται η γεωμετρία του δοχείου και η επιφάνεια μετάβασης (fillet) στην τομή του ακροφυσίου και του δοχείου.



Η επιτυχία της FEM ως πρακτικού σχεδιαστικού βοηθήματος εξαρτάται από τη διαθεσιμότητα αποτελεσματικών μέσων για την επίλυση του συστήματος των γραμμικών ή μη γραμμικών εξισώσεων. Προφανώς, η ύπαρξη των H/Y είναι ζωτική στην επιτυχία της FEM.

Η αύξηση της χωρητικότητας αποθήκευσης στο τωρινό επίπεδο επέτρεξε την εύκολη επίλυση μιας ευρείας γκάμας προβλημάτων χωρίς να παρουσιασθεί ανάγκη εξεζητημένων τεχνικών διαχείρισης δεδομένων. Επιπλέον, η παράλληλη ανάπτυξη βοηθητικού υλικού (hardware), όπως δίσκοι άμεσης προσπέλασης που αντικατέστησαν τα συστήματα μαγνητικών

ταινιών, επέτρεψε την επίλυση μεγαλύτερων προβλημάτων. Για παράδειγμα, δεν είναι ασυνήθιστο στο σχεδιασμό παράκτιων (off-shore) να αναλύονται συστήματα που περιέχουν περισσότερους από 10.000 βαθμούς ελευθερίας. Αυτή η συνεχιζόμενη τάση έφερε επανάσταση και στις μη γραμμικές εφαρμογές.

Στο παρελθόν, οι οικονομικοί περιορισμοί που ετίθεντο από το κόστος κτήσης και χρήσης H/Y περιόριζαν τη γενική χρήση τέτοιων τεχνικών. Σήμερα όμως, αυτό το φράγμα αφαιρείται με ταχείς ρυθμούς και η FE επίλυση τέτοιων προβλημάτων είναι ήδη οικονομικά αποδεκτή για επιλεγμένες βιομηχανικές εφαρμογές.

Τέτοιες εξελίξεις, μαζί με μελλοντικές βελτιώσεις στα χαρακτηριστικά των στοιχείων (element characteristics), στις τεχνικές επίλυσης εξισώσεων, κλπ, μας δείχνουν ότι η FEM θα παίξει ένα σημαντικό ρόλο στη μηχανική σχεδίαση για πολλά χρόνια ακόμα.

### *Μέθοδος Modified Crack Closure (MCC)*

Στη μέθοδο MCC, το πλέγμα γύρω από τη ρωγμή πρέπει να είναι αρκετά λεπτό. Η λέπτυνση του πλέγματος εδώ, λόγω περιορισμών στην επεξεργαστική ισχύ που είχαμε στη διάθεσή μας (H/Y pentium 200 MMX, 64 MB RAM, δυο σκληροί δίσκοι - 1.2 GB και 3.2 GB), αλλά και για λόγους ευκρίνειας και δικής μας ευκολίας στη διαχείριση του πλέγματος, γίνεται λαμβάνοντας μέγεθος στοιχείου 2 mm για την περιοχή κοντά στη ρωγμή ( $1/6$  του ημίσεος του μήκους  $2a$  της ρωγμής), δηλαδή απόσταση μεταξύ του κόμβου που βρίσκεται στο άκρο της ρωγμής και των

γειτονικών του κόμβων. Στις πιο απομακρυσμένες δε περιοχές, το πλέγμα είναι σημαντικά αραιότερο, με τα τετράπλευρα να φτάνουν να έχουν πλευρά μέχρι και 10 mm.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΙΙΙ

### ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΟΥ ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΟΥΜΕΝΟΥ ΛΟΓΙΣΜΙΚΟΥ

#### *Εισαγωγή*

Στο κεφάλαιο αυτό θα παρουσιάσουμε το πρόγραμμα FRANC2D/L (FRacture Analysis Code 2Dimensional/Layered), καθώς και τα συνοδευτικά του προγράμματα, CASCA και CasToFra. Το FRANC2D/L είναι ένα εξαιρετικά αλληλεπιδραστικό πρόγραμμα που χρησιμοποιείται για την προσομοίωση της ανάπτυξης ρωγμών σε layered κατασκευές. Αποτελεί επέκταση ενός προϋπάρχοντος προγράμματος, του FRANC2D με σκοπό να καταστεί δυνατή η αναπαράσταση layered κατασκευών όπως επάλληλες συναρμογές (lap joints) και συγκολλημένες επισκευές. Επιπλέον, διατίθεται και μια γραμμική επιλογή κάμψεων, που δίνει τη δυνατότητα να ληφθούν υπόψη οι εκκεντρότητες των layers όπου είναι απαραίτητο. Κάθε layer αναπαρίσταται με ένα ξεχωριστό πλέγμα που μπορεί να επικαλύπτει άλλα πλέγματα (ή να επικαλύπτεται από αυτά) και να συνδέεται με αυτά με ηλώσεις ή συγκολλητικά υλικά. Κάθε layer θεωρείται επίπεδο, αλλά μπορούν να πραγματοποιηθούν και δισδιάστατοι (in-plane) και τρισδιάστατοι (πλάκα με κάμψη - plate with bending) υπολογισμοί.

Εδώ θα παρουσιάσουμε τη χρήση του FRANC2D/L και των συνοδευτικών του προγραμμάτων. Θα ξεκινήσουμε από το CASCA, που είναι και το βοήθημα με το οποίο σχεδιάζουμε τα πλέγματα πεπερασμένων στοιχείων (FE). Σε κάθε μια από τις παρουσιάσεις, το πρώτο μέρος θα περιγράψει τα αρχεία και τις συμβάσεις ονομασίας αρχείων που χρησιμοποιεί το πρόγραμμα. Το δεύτερο μέρος θα είναι ένα παράδειγμα, στο οποίο θα χρησιμοποιούνται τα περισσότερα από τα χαρακτηριστικά του προγράμματος που χρησιμοποιούνται συχνότερα.

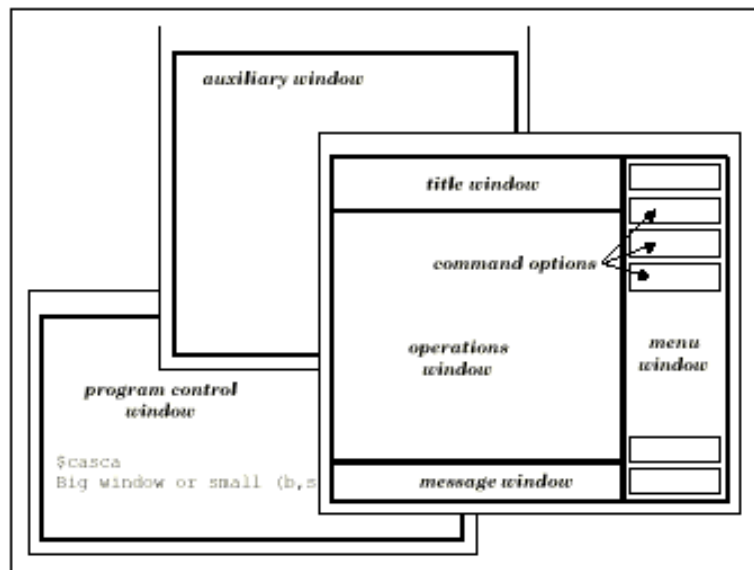
Επίσης, λέξεις με όλα τα γράμματα κεφαλαία και έντονα, όπως **FIXITY**, αναφέρονται σε επιλογές κάποιου υποκαταλόγου επιλογών του FRANC2D/L ή του CASCA. Λέξεις με όλα τα γράμματα πεζά, πλάγια και έντονα, όπως **message window**, αναφέρονται σε ένα παράθυρο της οθόνης ή σε κάποια συγκεκριμένη περιοχή της οθόνης στην οποία ελέγχουμε τη λειτουργία που μας απασχολεί.

*CASCA: Μια απλή γεννήτρια πλεγμάτων πεπερασμένων στοιχείων*

Το CASCA είναι ένα αλληλεπιδραστικό πρόγραμμα για τη δημιουργία FE πλεγμάτων δισδιάστατων συνεχειών (two-dimensional continuum FE meshes). Οι ικανότητές του περιλαμβάνουν τρίγωνα τριών και έξι κόμβων και τετράπλευρα τεσσάρων και οχτώ κόμβων.



Στο CASCA, όλες οι εντολές του χρήστη δίνονται με πάτημα του αριστερού πλήκτρου του ποντικιού σε μία από τις επιλογές που εμφανίζονται στο *παράθυρο καταλόγου (menu window)* (σχήμα 3.1). Ένα *παράθυρο μηνυμάτων (message window)* είναι πάντα ορατό στο κάτω μέρος της οθόνης και καθοδηγεί το χρήστη στο επόμενο βήμα της ζητούμενης διαδικασίας. Η είσοδος στο CASCA και λειτουργίες εισόδου/εξόδου (input/output - I/O) που καλούνται κατά τη λειτουργία του CASCA γίνονται από το *παράθυρο ελέγχου προγράμματος (program control window)*. Από αυτό το παράθυρο γίνεται και η εκκίνηση του προγράμματος. Τέλος, ένα *βοηθητικό παράθυρο (auxiliary window)* χρησιμοποιείται για τον προσδιορισμό ιδιοτήτων.



Σχ. 3.1. Το παραθυρικό σύστημα του CASCA.

Το CASCA χρησιμοποιεί κανόνικά το κέλυφος (shell) των Windows, και, φυσικά, χρησιμοποιεί και τους κέρσορες (cursors) του λειτουργικού συστήματος. Το σύστημα συντεταγμένων που

χρησιμοποιείται στο πρόγραμμα είναι σταθερό έτσι ώστε ο άξονας x να είναι οριζόντιος, με τις αύξουσες τιμές προς τα δεξιά και ο άξονας y κατακόρυφος, με τις αύξουσες τιμές προς τα πάνω.

### *Αρχεία του CASCA*

Δυο τύποι αρχείων παράγονται ή χρησιμοποιούνται από το CASCA και εδώ αναλύουμε τα περιεχόμενα και τη χρήση τους. Οι αστερίσκοι (\*) στο κείμενο υποκαθιστούν τα ονόματα αρχείων που μπορεί να χρησιμοποιεί ο αναλυτής.

#### *Αρχεία CASCA \*.csc*

Τα αρχεία \*.csc είναι αρχεία επανεκκίνησης που παράγονται από το CASCA. Ένα αρχείο επανεκκίνησης επιτρέπει σε κάποιον να αποθηκεύσει την εργασία του και να την ανακτήσει αργότερα. Αυτό αποτελεί μεγάλη διευκόλυνση όταν μια περιγραφή πλέγματος δε γίνεται να ολοκληρωθεί με τη μια ή όταν πρέπει να γίνουν τροποποιήσεις σε ένα υπάρχον πλέγμα. Ένα \*.csc αρχείο δημιουργείται όταν επιλέγεται στο CASCA η επιλογή **WRITE** (όχι **WRITE MESH**).

#### *Αρχεία VIEW \*.vw*

Τα αρχεία \*.vw χρησιμοποιούνται για την αποθήκευση προοπτικών (views). Ένα \*.vw αρχείο δημιουργείται όταν επιλέγεται από τον κατάλογο **PAN** η επιλογή **SAVE VIEW**. Η

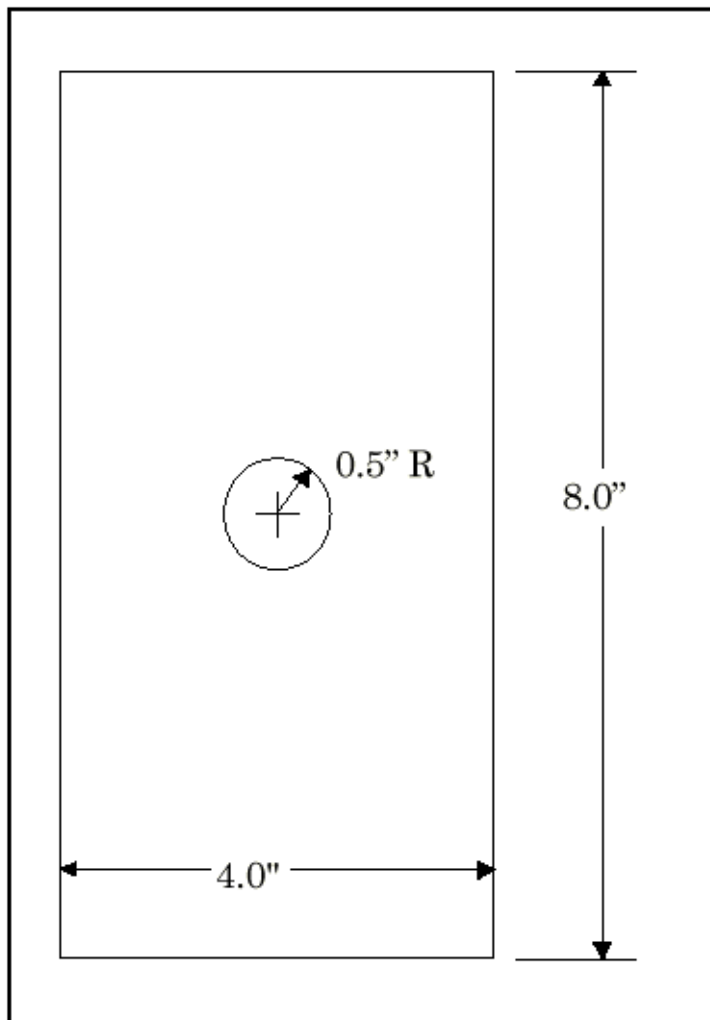
επιλογή **RESTORE VIEW** επιτρέπει την ανάκτηση ενός \*.vw αρχείου.

*Αρχεία INPUT \*.inp*

Τα αρχεία \*.inp περιέχουν τα δεδομένα πλέγματος που χρησιμοποιούνται ως είσοδος (input) σε προγράμματα FE. Αυτά είναι ASCII αρχεία που περιγράφουν ένα πλέγμα χρησιμοποιώντας κόμβους και στοιχεία σε ένα format παρόμοιο με αυτό που χρησιμοποιείται από τα περισσότερα προγράμματα FE. Το \*.inp αρχείο γράφεται από το CASCΑ με την επιλογή **WRITE MESH**.

### *Παράδειγμα χρήσης του CASCΑ*

Εδώ θα δώσουμε ένα παράδειγμα της χρήσης του CASCΑ, περιγράφοντας τα βήματα που χρειάζονται για τη δημιουργία ενός πλέγματος. Το παράδειγμα αποτελείται από μια πλάκα με μια οπή, όπως δείχνουμε στο σχήμα 3.2.



Σχ. 3.2. Αναπαράσταση της πλάκας με την οπή.

Θα δημιουργήσουμε πλέγματα γι' αυτό το πρόβλημα. Μόνον ένα μέρος των επιλογών και των χαρακτηριστικών του CASCA θα μας χρειαστεί εδώ.

## *Δημιουργία πλάκας με οπή χρησιμοποιώντας συμμετρία*

### *Εκτέλεση του προγράμματος CASCA*

Ξεκινούμε τρέχοντας το πρόγραμμα CASCA. Ανοίγουμε ένα παράθυρο MS-DOS (Start\Programs\MS-DOS prompt). Σ' αυτό το παράθυρο, με την εντολή `cd` μετακινούμαστε προς το directory όπου έχουμε εγκαταστήσει το CASCA και πληκτρολογούμε CASCA στο prompt `C:\>` ή, αν έχουμε δημιουργήσει συντόμευση στην επιφάνεια εργασίας (desktop), κάνουμε κλικ εκεί. Θα ερωτηθούμε αν θέλουμε μεγάλο ή μικρό παράθυρο (αυτό επαφίεται σ' εμάς). Έτσι, ανοίγει ένα νέο παράθυρο CASCA.

*Καθορισμός κλίμακας: Θέτοντας έναν κατάλληλο χώρο δεδομένων (data space)*

Αρχικά, έχουμε μόνο τρεις επιλογές: να ορίσουμε το χώρο δεδομένων (data space) με την επιλογή **SET SCALE**, να ανοίξουμε ένα αρχείο επανεκκίνησης (**READ**) και να αλλάξουμε το πώς βλέπουμε το αντικείμενο της επεξεργασίας μας (**RESET, MAGNIFY, ZOOM, PAN, SNAP**). Αφού ξεκινάμε ένα νέο πρόβλημα από την αρχή, επιλέγουμε **SET SCALE**.

Στη σελίδα **SET SCALE** μπορούμε να αλλάξουμε τις συντεταγμένες "κόσμου" στο *operations (mesh) window*. Από μόνο του το πρόγραμμα θέτει 12 μονάδες πλάτος επί 12 μονάδες ύψος με απόσταση κελιών (grid spacing) μια μονάδα και κέντρο του grid στις συντεταγμένες  $X = 0.0$ ,  $Y = 0.0$ . Αυτό είναι

ικανοποιητικό για το παράδειγμά μας, οπότε απλά επιλέγουμε **RETURN**.

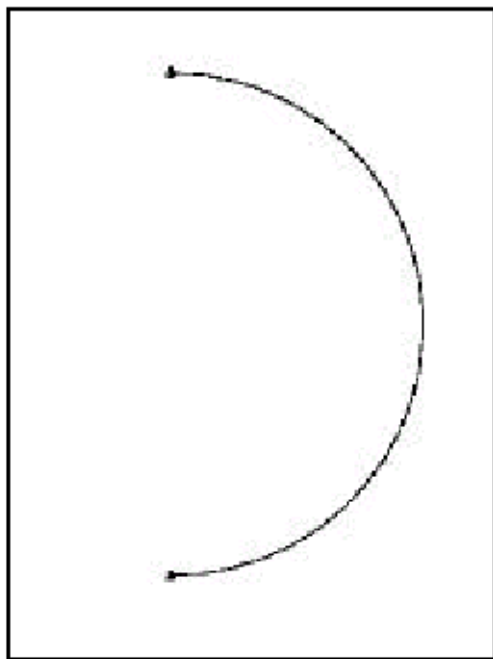
*Γεωμετρία (Geometry): Δημιουργία του περιγράμματος του προβλήματος*

Οι γραμμές του grid μας βοηθούν στην απλοποίηση της κατασκευής της γεωμετρίας. Επιλέγουμε **GRID** από τον κατάλογο των επιλογών. Το X στη μέση της οθόνης σηματοδοτεί το κέντρο του grid (τώρα είναι  $X = 0.0$ ,  $Y = 0.0$ ). Όταν είναι ορατό το grid, επιλέγοντας ένα σημείο της οθόνης κοντά σε ένα σημείο του grid θα επιλέξει αυτόματα το σημείο του grid (snap-to the grid). Επιπροσθέτως, το snap-to είναι πάντα ενεργό στα τέλη γραμμών που έχει επιλέξει ο χρήστης.

Στον κυρίως κατάλογο, βλέπουμε μια επιλογή **GEOMETRY**. Η γεωμετρία αυτή κατασκευάζεται συνδέοντας ακμές σε κλειστές όψεις (closed faces).

Βλέπουμε τώρα έναν αριθμό επιλογών που μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε για να ορίσουμε το περίγραμμα του αντικειμένου μας. Για το πρόβλημα της πλάκας με την οπή, θα ξεκινήσουμε πρώτα με την οπή. Για να εκμεταλλευτούμε τη συμμετρία, θα σχεδιάσουμε μόνο το δεξιό μισό του προβλήματος και, αντίστοιχα, θα δημιουργήσουμε πλέγμα μόνο γι'αυτό. Πρώτα επιλέγουμε **GET CIRCLE**. Το πρόγραμμα έχει ως προεπιλογή την επιλογή **ARC** (τόξο). Ένα τόξο ορίζεται από τρία σημεία: αρχή, τέλος και κέντρο. Έχουμε grid spacing μια μονάδα, αλλά θέλουμε να ορίσουμε την αρχή του τόξου στις συντεταγμένες  $X = 0.0$ ,  $Y = 0.5$ . Αφού προφανώς δε μπορούμε απλά να κάνουμε κλικ

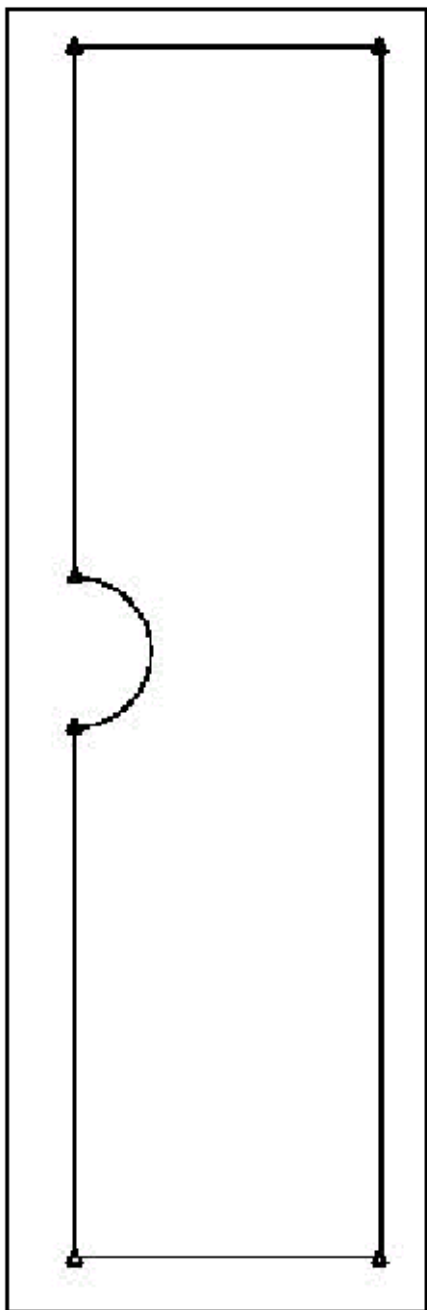
στο grid, θα χρησιμοποιήσουμε το αριθμητικό πληκτρολόγιο του **CASCA (KEYPAD)**. Επιλέγουμε λοιπόν **KEYPAD** και χρησιμοποιούμε το ποντίκι για να εισάγουμε 0.0 για τη συντεταγμένη X ακολουθούμενο από το **ENT** και τότε εισάγουμε 0.5 για το Y και ξανά **ENT**. Η αρχή του τόξου θα παρουσιασθεί με ένα τετραγωνάκι. Την ίδια διαδικασία ακολουθούμε και για το τέλος του τόξου, του οποίου οι συντεταγμένες είναι  $X = 0.0$ ,  $Y = -0.5$ . Για να ολοκληρώσουμε τον ορισμό του τόξου πρέπει να ορίσουμε το κέντρο του τόξου. Αυτό μπορούμε να το κάνουμε χρησιμοποιώντας το grid, μια και το κέντρο βρίσκεται επάνω στο grid. Απλά λοιπόν υποδεικνύουμε με το ποντίκι στο κέντρο του grid και κάνουμε κλικ. Θα δούμε τότε το τόξο. Επιλέγουμε **DONE** για να δείξουμε ότι έχουμε τελειώσει με τον ορισμό του τόξου. Αν επιλέξουμε **QUIT**, το πρόγραμμα θα αγνοήσει ό,τι κάναμε. Το τόξο που θα σχεδιαστεί θα είναι όπως στο σχήμα 3.3.



Σχ. 3.3. Κυκλικό τόξο.

Για να ολοκληρώσουμε το περίγραμμα της πλάκας, θα χρησιμοποιήσουμε την επιλογή **LINES CONNECTED**. Για να αρχίσουμε τις συνδεόμενες γραμμές, κάνουμε κλικ στο επάνω σημείο του τόξου. Τότε πηγαίνουμε προς τα πάνω, στο σημείο  $X = 0.0$ ,  $Y = 4.0$ , κλικ, προς τα δεξιά,  $X = 2.0$ ,  $Y = 4.0$ , κλικ, προς τα κάτω,  $X = 2.0$ ,  $Y = -4.0$ , κλικ, προς τα αριστερά στο

σημείο  $X = 0.0$ ,  $Y = -4.0$ , κλικ και τελικά στο κάτω σημείο του τόξου και κλικ. Για να ολοκληρώσουμε, επιλέγουμε **DONE**. Το αντικείμενο θα είναι όπως στο σχήμα 3.4. Για να πάμε στην κυρίως σελίδα, επιλέγουμε **RETURN**.



Σχ. 3.4. Το ολοκληρωμένο περίγραμμα.



### *Υποπεριοχές (Subregions): Διαιρώντας τη γεωμετρία*

Από τον κυρίως κατάλογο, θα δούμε τώρα ότι έχουν καταστεί διαθέσιμες περισσότερες επιλογές. Η επόμενη επιλογή που θα χρησιμοποιήσουμε είναι η **SUBREGIONS**. Αυτή μας επιτρέπει να διαιρέσουμε το αντικείμενό μας σε έναν αριθμό μικρότερων περιοχών στις οποίες η δημιουργία πλέγματος είναι πιο εύκολη. Επιλέγουμε **SUBREGIONS** και βλέπουμε έναν αριθμό επιλογών που είναι παρόμοιες με αυτές που είχαμε στη σελίδα geometry.

Επιλέγουμε **GET LINE** και ορίζουμε μια γραμμή από το δεξί μέρος της οπής προς το όριο στα δεξιά της πλάκας. Χρησιμοποιούμε το **KEYPAD** για να ορίσουμε το πρώτο σημείο ( $X = 0.5$ ,  $Y = 0.0$ ) και μετά κάνουμε κλικ στο grid στο σημείο  $X = 2.0$ ,  $Y = 0.0$ . Επιλέγουμε **DONE** για να δεχθούμε αυτήν τη γραμμή (όχι **QUIT**). Επαναλαμβάνουμε, απλώς κάνοντας κλικ στα σημεία του grid, για να προσθέσουμε οριζόντιες γραμμές πάνω και κάτω από την οπή στα  $Y = 2.0$  και  $Y = -2.0$ . Έχουμε χωρίσει τώρα την πλάκα σε τέσσερις περιοχές, όπως στο σχήμα 3.5.

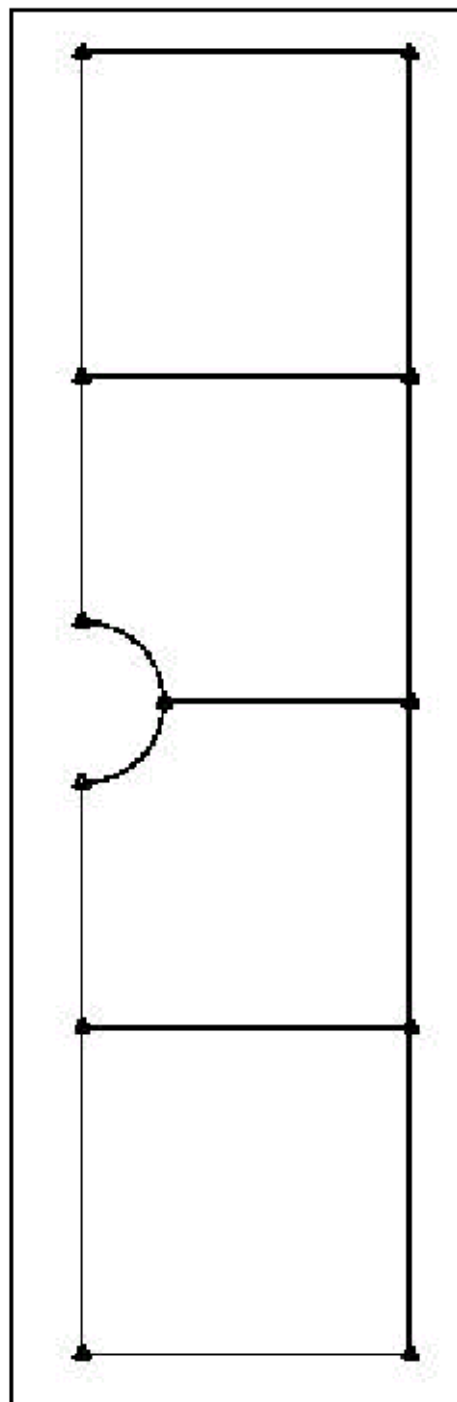
Έχουμε ολοκληρώσει τώρα τις υποδιαιρέσεις και επιστρέφουμε (**RETURN**) στον κυρίως κατάλογο. Σημειώστε πως, όταν προσθέσαμε τις νέες γραμμές, ουσιαστικά χωρίσαμε τις υπάρχουσες γραμμές που ορίζουν τη γεωμετρία.

*Subdivide: Ορισμός κομβικών σημείων στις ακμές*

Από τον κυρίως κατάλογο, επιλέγουμε **SUBDIVIDE**. Στη σελίδα των υποδιαρρέσεων, μπορούμε να ορίσουμε τις πυκνότητες κόμβων κατά μήκος των συνόρων σε όλες τις περιοχές της κατασκευής. Το βέλος σε κάθε ακμή δείχνει τον προσανατολισμό του και χρησιμοποιείται για τη μεταβολή της πυκνότητας κατά μήκος των ακμών.

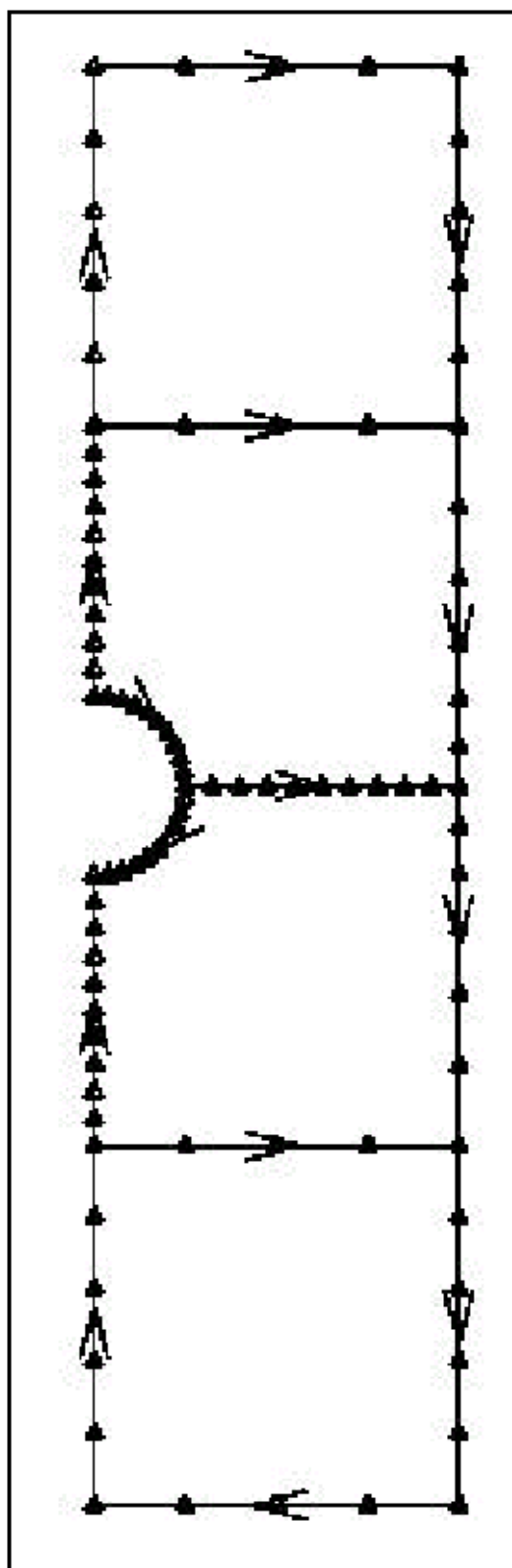
Θα ξεκινήσουμε με τα δυο τόξα που τώρα ορίζουν την οπή. Θα ορίσουμε 10 υποδιαρρέσεις σε κάθε τεταρτοκύκλιο του τόξου. Για να το κάνουμε αυτό, επιλέγουμε **NUM SEGMENTS** και εισάγουμε 10. Τώρα επιλέγουμε **SUBDIVIDE** και κάνουμε κλικ και στα δυο τόξα που ορίζουν το ημικόκλιο. Βλέπουμε

τρίγωνα που δείχνουν τις πυκνότητες των κόμβων. Επίσης, κάνουμε κλικ στις τρεις ακτινικές γραμμές που εκτείνονται από τον κύκλο. Επιλέγουμε ξανά **NUM SEGMENTS** και δίνουμε 4.



Σχ. 3.5. Μετά την προσθήκη των υποπεριοχών.

Ορίζουμε αυτήν την πυκνότητα κόμβων για τα δυο οριζόντια κομμάτια στο επάνω μέρος και τα δυο οριζόντια κομμάτια στο κάτω μέρος της πλάκας (υπενθύμιση: χρησιμοποιούμε το **SUBDIVIDE** για να μπορούμε στη διαδικασία επιλογής και το **QUIT** για να επιστρέψουμε). Για να ορίσουμε τα δυο τμήματα στη δεξιά ακμή απέναντι από τον κύκλο, επιλέγουμε **NUM SEGMENTS** και δίνουμε 6. Ακόμη, θέλουμε ένα λεπτότερο πλέγμα κοντά στον άξονα X, οπότε επιλέγουμε **RATIO** και δίνουμε 1 και 2 για να ορίσουμε ένα λόγο 1:2. Τώρα, επιλέγουμε **SUBDIVIDE** και κάνουμε κλικ στο χαμηλότερο δεξιό κομμάτι. Μετά, αφού το βέλος στο επάνω δεξιό κομμάτι δείχνει προς τον άξονα X, επιλέγουμε **REVERT RATIO** και κάνουμε κλικ σ'αυτό το κομμάτι. Τέλος, επιστρέφουμε τον λόγο στο 1:1, ορίζουμε 5 υποδιαίρεσεις και επιλέγουμε **ALL REMAINING** για να τελειώσουμε την υποδιαίρεση όλων των γραμμών. Η πλάκα πρέπει τώρα να έχει τη μορφή του σχήματος 3.6.



Σχ. 3.6. Μετά την υποδιαίρεση των γραμμών.

Όπως δείχνεται, η επιλογή **RATIO** μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να ορίσει ένα πλέγμα με πυκνότητα που μεταβάλλεται κατά μήκος μιας γραμμής. Για παράδειγμα, επιλέγοντας **RATIO** και δίνοντας 1 και 2 σημαίνει ότι το μέγεθος του πλέγματος θα διπλασιάζεται κατά τη διεύθυνση του βέλους επάνω στη γραμμή του συγκεκριμένου τμήματος της ακμής. Η επιλογή **REVERT RATIO** μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να αλλαχθεί η διεύθυνση του τόξου.

*Πλέγμα (Mesh): Δημιουργία πλέγματος για την πλάκα*

Επιστρέφουμε στην κύρια σελίδα. Το επόμενο βήμα είναι να δημιουργήσουμε πλέγματα για τις τέσσερις περιοχές. Επιλέγουμε **MESH** για να πάμε στη σελίδα δημιουργίας

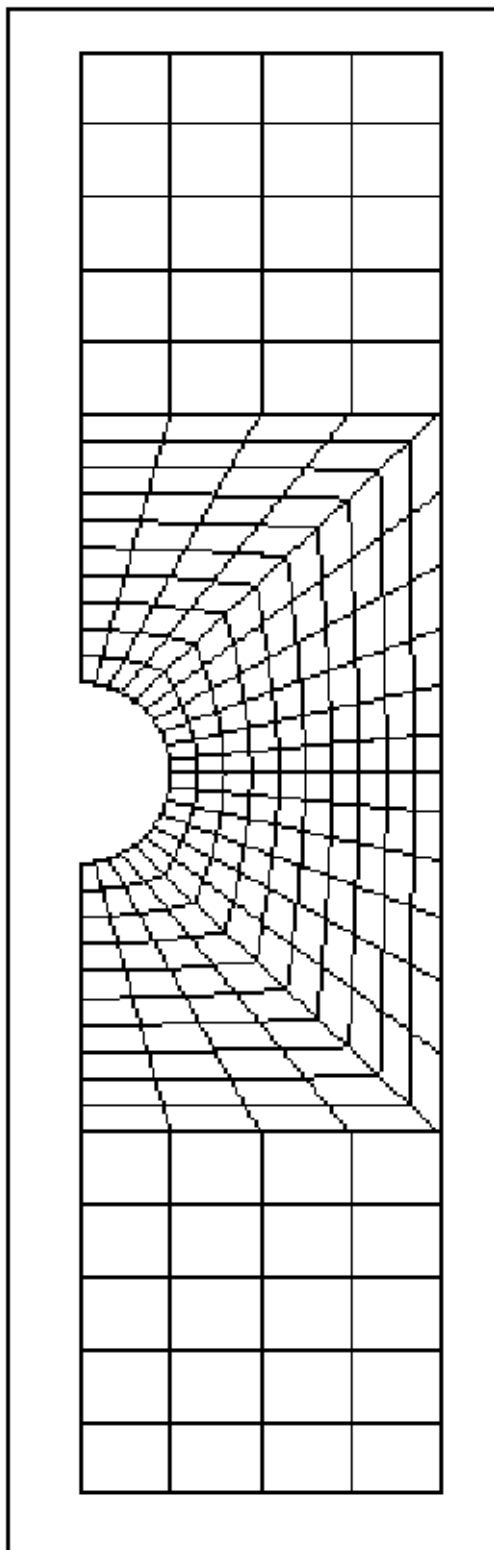
πλέγματος. Οι δυο πρώτες επιλογές σ'αυτήν τη σελίδα μας

επιτρέπουν να επιλέξουμε τύπους στοιχείων. Οι προεπιλογές είναι Q8 (οκτάκομβο τετράπλευρο) και T6 (εξάκομβο τριγωνικό) στοιχεία. Αυτά τα δεύτερης τάξεως στοιχεία χρησιμοποιούνται με το FRANC2D/L.

Και για τις τέσσερις περιοχές της πλάκας μπορούμε να δημιουργήσουμε πλέγμα με τον αλγόριθμο διγραμμικού τετράπλευρου (**BILINEAR 4 SIDE**). Αυτός ο αλγόριθμος απαιτεί μια ορθογώνια περιοχή με ίσο αριθμό κόμβων στις απέναντι πλευρές.

Οι δύο περιοχές πλησίον της οπής έχουν πέντε πλευρές, αλλά αν σκεφτούμε το τόξο του κύκλου ως μια πλευρά, κάθε μια από τις ακτινικές γραμμές ως μια πλευρά και τις απέναντι επάνω (και, αντίστοιχα, κάτω) και δεξιές ακμές ως μια λογική πλευρά, έχουμε μια τετράπλευρη περιοχή με ίσο αριθμό κόμβων στις απέναντι πλευρές. Κατασκευάζουμε πλέγμα γι'αυτήν την περιοχή με την επιλογή **BILINEAR 4 SIDE** και κάνοντας κλικ στην περιοχή. Δημιουργείται τότε το πλέγμα. Αν το πρόγραμμα δεν είναι σε θέση να ορίσει τις τέσσερις γωνίες της περιοχής, θα μας ζητήσει να ορίσουμε αυτά τα σημεία. Συνεχίζουμε επιλέγοντας **BILINEAR 4 SIDE** και κάνοντας κλικ και στις άλλες περιοχές. Το πλέγμα φαίνεται στο σχήμα 3.7. Βέβαια, δεν είναι απαραίτητο να έχουμε περιοχές για τις οποίες μπορούμε να φτιάξουμε πλέγμα με την επιλογή **BILINEAR 4 SIDE**. Για παράδειγμα, η επιλογή **TRANSITION** μας επιτρέπει να φτιάξουμε πλέγμα για αυθαίρετες περιοχές με αυθαίρετη υποδιαίρεση στις ακμές. Έχει επίσης τη δυνατότητα αυτή η επιλογή να δημιουργήσει εσωτερικούς κόμβους ή να χρησιμοποιήσει μόνο τους συνοριακούς (boundary) κόμβους.

Με το πλέγμα της πλάκας πλέον ολοκληρωμένο,



Σχ. 3.7. Το τελικό πλέγμα.

επιστρέφουμε ( **RETURN**) στην κύρια σελίδα. Δημιουργούμε ένα αρχείο CASCA με την επιλογή **WRITE**. Τότε, πρέπει να φέρουμε μπροστά το *παράθυρο ελέγχου προγράμματος (program control window)* και να πληκτρολογήσουμε ένα όνομα αρχείου, έστω plate, και θα δημιουργηθεί το αρχείο plate.csc. Μπορούμε επίσης να γράψουμε κι ένα αρχείο \*.inp για το FRANC2D/L, επιλέγοντας **WRITE MESH**. Δίνουμε και πάλι το όνομα plate (ή μπορούμε απλά να πατήσουμε enter, μια και το CASCA θεωρεί ότι αυτό το όνομα αρχείου είναι το αναμενόμενο, εφόσον εμείς έχουμε ήδη δημιουργήσει το \*.csc αρχείο) και δημιουργείται το αρχείο plate.inp.

Για να βγούμε από το CASCA, επιλέγουμε **END** και **CONFIRM EXIT**.

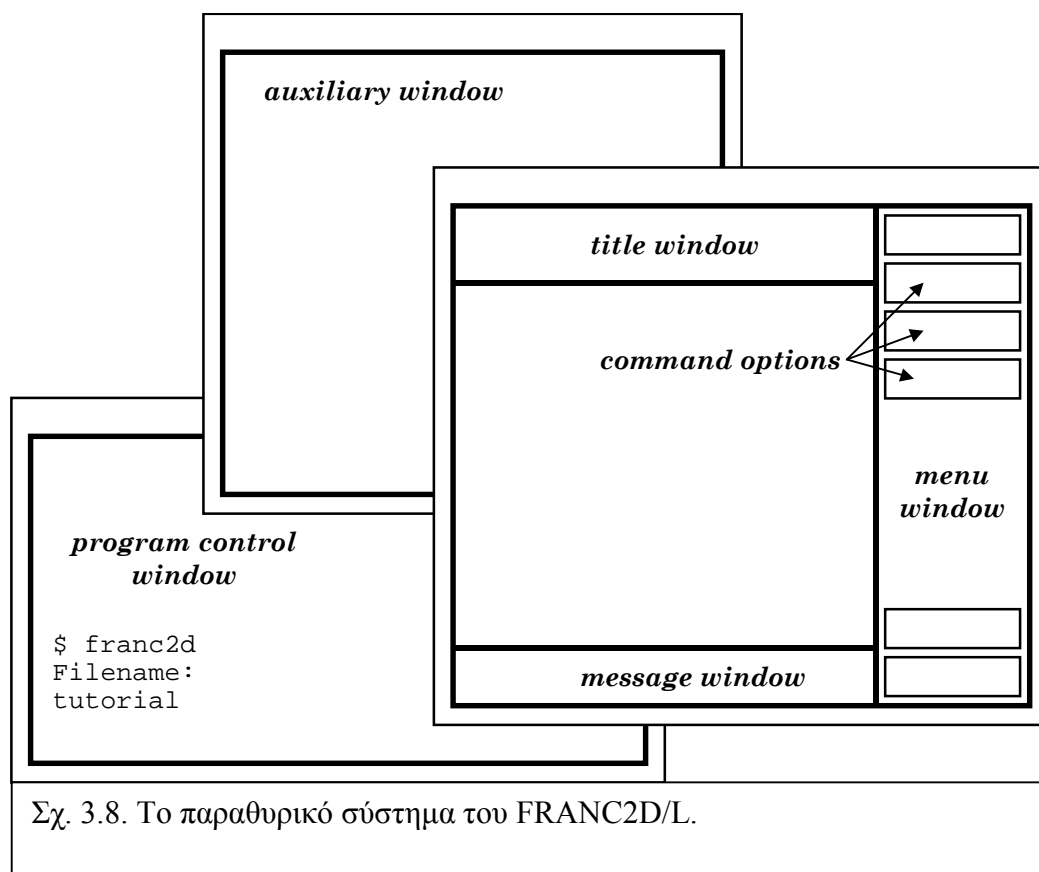
## FRANC2D/L

Εδώ θα αναλύσουμε τη χρήση του FRANC2D/L. Στο πρώτο μέρος περιγράφουμε τα αρχεία και τις συμβάσεις ονομασίας αρχείων που χρησιμοποιεί το πρόγραμμα και στο δεύτερο μέρος δίνουμε ένα παράδειγμα, στο οποίο παρουσιάζονται τα περισσότερα από τα χαρακτηριστικά του FRANC2D/L που χρησιμοποιούνται συχνότερα.

Στο FRANC2D/L, όλες οι εντολές του χρήστη δίνονται κάνοντας κλικ με το ποντίκι σε μια από τις επιλογές που εμφανίζονται στον κατάλογο που εμφανίζεται στα δεξιά του **παράθυρου λειτουργιών (operations window)** (σχήμα 3.8). Οι εντολές είναι τακτοποιημένες σε διάταξη "δενδρου" (tree) και ο χρήστης μετακινείται από κλάδο σε κλάδο κάνοντας τις επιλογές του με το αριστερό πλήκτρο του ποντικιού. Κάτω από το **παράθυρο λειτουργιών (operations window)** βρίσκεται πάντα το **παράθυρο μηνυμάτων (message window)**, το οποίο καθοδηγεί το χρήστη στο επόμενο βήμα της διαδικασίας. Για κάποιες λειτουργίες το FRANC2D/L δημιουργεί ένα ξεχωριστό παράθυρο, το **βοηθητικό παράθυρο (auxiliary window)**. Η είσοδος στο FRANC2D/L, η εισαγωγή κάποιων στοιχείων και ορισμένες λειτουργίες I/O (εισόδου/εξόδου) που απαιτούνται κατά την εκτέλεση του FRANC2D/L γίνονται από το **παράθυρο ελέγχου προγράμματος (program control window)**. Αυτό είναι και το παράθυρο από το οποίο γίνεται η έναρξη του προγράμματος.

Το σύστημα συντεταγμένων που χρησιμοποιεί το FRANC2D/L είναι έτσι ρυθμισμένο ώστε οι συντεταγμένες x και

u να είναι οριζόντιες, αύξουσες προς τα δεξιά. Οι δε y και v συντεταγμένες είναι κατακόρυφες, αύξουσες προς τα πάνω.



### Βασικά στοιχεία υλοποίησης

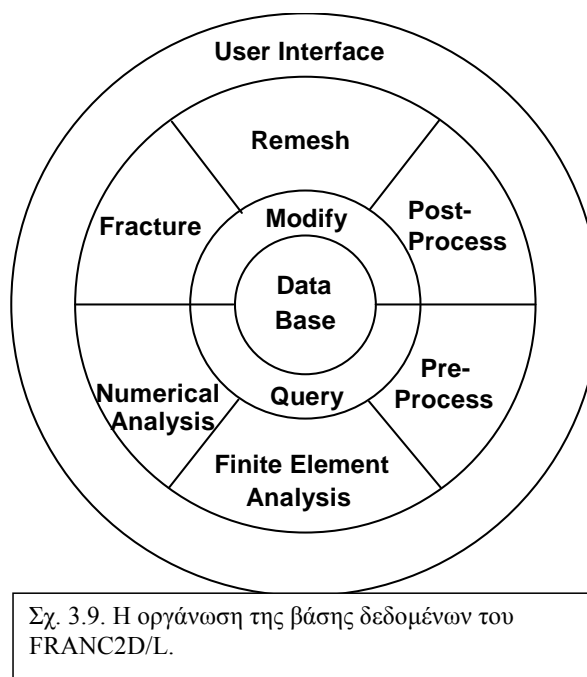
Εδώ παρέχονται πολύ σύντομες περιγραφές σχετικές με την υλοποίηση της βάσης δεδομένων και των αρχών πεπερασμένων στοιχείων που χρησιμοποιούνται στο FRANC2D/L.

### Δομή δεδομένων

Ο πυρήνας του προγράμματος είναι η βάση δεδομένων (σχήμα 3.9). Εδώ αποθηκεύονται όλες οι πληροφορίες που



χρησιμοποιούν τα διάφορα μέρη του προγράμματος. Η πρόσβαση στη βάση δεδομένων είναι δυνατή μόνον από τις ρουτίνες πρόσβασης σε αυτήν. Όλες οι υψηλότερου επιπέδου ρουτίνες υποχρεούνται να χρησιμοποιήσουν τους δυο τύπους ρουτινών πρόσβασης (modify και query) για να αποθηκεύσουν και να ανακτήσουν πληροφορίες.



Το επίπεδο πάνω από τις ρουτίνες βάσης δεδομένων απαρτίζεται από μια συλλογή ρουτινών που παρέχουν στο πρόγραμμα την υπολογιστική του λειτουργικότητα. Θα μπορούσαμε να τις ταξινομήσουμε, όχι πολύ αυστηρά, σε έξι κατηγορίες. Οι preprocessing ρουτίνες πραγματοποιούν τροποποιήσεις στην περιγραφή του μοντέλου και στις συνοριακές συνθήκες. Οι ρουτίνες προσαρμογής του πλέγματος (remesh) τροποποιούν το πλέγμα για τη διάδοση της ρωγμής. Οι ρουτίνες μηχανικής θραύσεων (fracture mechanics) εφαρμόζουν τις θεωρίες διάδοσης ρωγμών και πραγματοποιούν την αυτόματη

τροποποίηση του συντελεστή φόρτισης (load factor). Οι postprocessing ρουτίνες εμφανίζουν πληροφορίες σχετικές με τις τάσεις και τις παραμορφώσεις (stress and displacement information). Οι ρουτίνες πεπερασμένων στοιχείων (finite element) formulate element stiffness matrices, assemble global stiffness matrices, minimize problem bandwidths, solve for displacements, και recover element stresses. Οι ρουτίνες αριθμητικής ανάλυσης (numerical analysis) πραγματοποιούν τις απαραίτητες λειτουργίες για την επίλυση συστημάτων μη γραμμικών εξισώσεων.

Τέλος, οι λειτουργικές ρουτίνες περιβάλλονται από τη διεπιφάνεια χρήστη (user interface), που είναι μια συλλογή οδηγών για τους καταλόγους και ρουτινών απεικόνισης στην οθόνη που επιτρέπουν στον αναλυτή να αλληλεπιδρά με το πρόγραμμα.

### *Πεπερασμένα στοιχεία*

**Στοιχεία συνέχειας:** Το FRANC2D/L χρησιμοποιεί συνήθη οκτάκομβα ή εξάκομβα στοιχεία με τετραγωνικές συναρτήσεις μορφής (quadratic shape functions). Αυτά τα στοιχεία αποδίδουν καλά σε ελαστική ανάλυση και έχουν το πλεονέκτημα ότι η ιδιομορφία τάσης (stress singularity) στο άκρο της ρωγμής μπορεί να ενσωματωθεί στη λύση μετακινώντας τους πλευρικούς κόμβους (side nodes) στις quarter-point θέσεις.

**Στοιχεία διεπιφάνειας (interface elements):** Τα στοιχεία διεπιφάνειας χρησιμοποιούνται για να αναπαραστήσουν την επαφή μεταξύ επιφανειών.

**Στοιχεία ήλων και συγκολλητικού υλικού:** Οι ήλοι θεωρούνται ως elastic shear springs και η ακαμψία (stiffness) τους θεωρείται ως σταθερά υλικού. Μπορούν να εισαχθούν μόνον σε κόμβους. Όταν ένας ήλος ενώνει δύο στρώσεις (layers), πρέπει να ορισθεί σε έναν κόμβο της επάνω στρώσης. Αυτό εξαλείφει την ανάγκη παρεμβολής των παραμορφώσεων σε ένα σημείο ήλωσης προκειμένου να υπολογισθούν οι δυνάμεις στον ήλο, ενώ ταυτόχρονα επιτρέπει την αποτελεσματική αποθήκευση πληροφοριών στη βάση δεδομένων.

Ένα στοιχείο συγκολλητικού υλικού (adhesive element) είναι παρόμοιο με ένα στοιχείο ήλου, με τη διαφορά ότι η διατμητική δύναμη κατανέμεται πάνω σε ένα ολόκληρο στοιχείο και δεν περιορίζεται σε έναν κόμβο. Υποθέτουμε ότι η στρώση του συγκολλητικού υλικού είναι ομογενής, γραμμική ελαστική (linear elastic) και ισοτροπική. Το συγκολλητικό υλικό υποτίθεται ότι παραμορφώνεται μόνο διατμητικά και ότι αυτή η παραμόρφωση είναι ομοιόμορφη σε όλο το πάχος του συγκολλητικού υλικού.

*Στρώσεις (layers):*

Μια layered κατασκευή, όπως μια επάλληλη συναρμογή ηλωμένη ή συγκολλημένη, είναι ουσιαστικά μια τρισδιάστατη κατασκευή. Μια τρισδιάστατη FE ή μαθηματική μοντελοποίηση μιας τέτοιας κατασκευής θα απαιτήσει κάποιους βαθμούς

περιπλοκότητας. Στο FRANC2D/L γίνονται ορισμένες απλοποιητικές υποθέσεις που, ωστόσο, εξακολουθούν να μας επιτρέπουν να συλλάβουμε τα βασικά χαρακτηριστικά της απόκρισης. Μεταξύ αυτών των υποθέσεων είναι και οι εξής:

- Κάθε στρώση θεωρείται ως ανεξάρτητη δισδιάστατη κατασκευή σε κατάσταση επίπεδης τάσης (plane stress) ή επίπεδης παραμόρφωσης (plane strain).
- Περιλαμβάνονται μόνο γραμμικές εκτός επιπέδου παραμορφώσεις (out-of-plane displacements) και κάμψεις (bending effects).
- Ανεξάρτητες στρώσεις συνδέονται με ήλους ή συγκολλητικά υλικά.
- Ένας ήλος θεωρείται ως ένα elastic shear spring μεταξύ δυο κόμβων κάθε στρώσης. Ένα συγκολλητικό υλικό θεωρείται ότι κατανέμει διατμητικές δυνάμεις σε ένα ολόκληρο στοιχείο μιας στρώσης.

Λόγω της δομής δεδομένων που χρησιμοποιείται στο FRANC2D/L, δυο στρώσεις που θα συνδεθούν με συγκολλητικό υλικό πρέπει να έχουν ίδιο πλέγμα μεταξύ τους. Αυτό απλοποιεί τη διαχείριση δεδομένων μεταξύ των στρώσεων, αλλά είναι απαραίτητο για τη σωστή ολοκλήρωση των διατμητικών δυνάμεων στο συγκολλητικό σε κάθε πλευρά μιας ρωγμής. Σημειώνουμε πως, όταν τοποθετούμε τη ρωγμή, τα πλέγματα αλλάζουν αυτόματα για τις στρώσεις που είναι συνδεδεμένες μεταξύ τους. Όταν δε χρησιμοποιείται συγκολλητικό υλικό για να συνδέσουμε μεταξύ τους δυο ή περισσότερες στρώσεις, το πλέγμα δεν είναι απαραίτητο να είναι το ίδιο. Οι ρουτίνες

προσαρμογής του πλέγματος (remeshing routines) θα ανιχνεύσουν αυτόματα αν απαιτείται ίδιο πλέγμα για να διατηρηθεί η συγκόλληση και αντίστοιχα θα επιβάλλουν την απαίτηση αυτή.

### *Θραύση*

Οι υπολογισμοί θραύσεως που είναι ενσωματωμένοι στο FRANC2D/L χρησιμοποιούν αρχές της δισδιάστατης γραμμικής ελαστικής μηχανικής θραύσεων (Linear Elastic Fracture Mechanics - LEFM). Οι συντελεστές συγκέντρωσης τάσεων που διέπουν τη διαδικασία θραύσης στα πλαίσια της γραμμικής ελαστικής μηχανικής θραύσεων - ρηγματώσεων (LEFM) υπολογίζονται χρησιμοποιώντας τη συσχέτιση παραμορφώσεων (displacement correlation) ή τεχνικές modified crack closure.

Το FRANC2D/L μπορεί να μοντελοποιήσει ψευδοστατική διάδοση ρωγμής και διάδοση ρωγμής λόγω φόρτισης προκαλούμενης από κόπωση (fatigue loading). Η ρωγμή θα διαδοθεί προς τη διεύθυνση που έχει προβλεφθεί χρησιμοποιώντας τις θεωρίες που έχουν υλοποιηθεί στο FRANC2D/L.

### *Προσαρμογή του πλέγματος (remeshing) κατά τη διάδοση της ρωγμής*

Όταν πραγματοποιούμε μια διακριτή ανάλυση ρωγμής, δεν απεικονίζεται ρητώς μόνο η γεωμετρία της ρωγμής σε κάθε βήμα, αλλά το πλέγμα πρέπει να τροποποιείται σε κάθε βήμα, για να

υποδεικνύει την παρούσα διαμόρφωση της ρωγμής. Η στρατηγική αυτόματης προσαρμογής του πλέγματος που υιοθετείται στο FRANC2D/L συνίσταται στη διαγραφή των στοιχείων που γειτνιάζουν με το άκρο της ρωγμής, στη μετακίνηση του άκρου της ρωγμής και τέλος στην εισαγωγή ενός δοκιμαστικού πλέγματος για να συνδεθεί η νέα ρωγμή με το υπάρχον πλέγμα. Για τη δημιουργία του δοκιμαστικού πλέγματος τριγωνοποιημένων στοιχείων χρησιμοποιείται ο τροποποιημένος αλγόριθμος Suhara-Fukuda.

### *Διαδικασίες επίλυσης*

Ο χρήστης μπορεί να επιλέξει μεταξύ δυο μεθόδων επίλυσης. Η πρώτη είναι μια μέθοδος απευθείας επίλυσης γραμμικών εξισώσεων για συμμετρικά συστήματα αποθηκευμένα σε skyline format. Η γραμμική επίλυση προτιμάται και μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε όλες τις περιπτώσεις εκτός από την περίπτωση που έχουμε μη γραμμικά στοιχεία διεπιφάνειας (nonlinear interface elements), οπότε και καθίσταται αναγκαία η επίλυση με δυναμική χαλάρωση (dynamic relaxation). Αυτή η επίλυση είναι πιο αργή από τη γραμμική, αλλά συγκλίνει πάντα σε προβλήματα μη γραμμικής επαφής (nonlinear contact).

### *Γραφικά*

Το FRANC2D/L μεγιστοποιεί τη γραφική αλληλεπίδραση μεταξύ του χρήστη και του μοντέλου κάνοντας τη γραφική αλληλεπίδραση αναπόσπαστο στοιχείο των αλγορίθμων. Η

δυνατότητα του χρήστη να βλέπει ο χρήστης στην οθόνη το μοντέλο που αναλύεται και τα αποτελέσματα σε γραφική μορφή είναι ένα πολύ σημαντικό στοιχείο λειτουργικότητας. Ο αναλυτής αλληλεπιδρά με το πρόγραμμα μέσω μιας διεπιφάνειας χρήστη που χρησιμοποιεί καταλόγους επιλογών (menu driven user interface). Αυτή είναι μια συλλογή ρουτινών που δημιουργούν και "οδηγούν" καταλόγους και καλούν τις κατάλληλες ρουτίνες όταν ο αναλυτής κάνει την επιλογή του.

Οι χαμηλού επιπέδου ρουτίνες γραφικών του προγράμματος έχουν ενσωματωθεί σε μια συλλογή ρουτινών που αποτελούν το υποσύστημα γραφικών. Είναι γραμμένες σε C για εύκολη μεταφορά σε πλατφόρμες UNIX.

### *Αρχεία του FRANC2D/L*

Το FRANC2D/L χρησιμοποιεί και δημιουργεί διάφορους τύπους αρχείων. Εδώ εξετάζουμε το περιεχόμενο και τη χρησιμότητα κάθε τύπου. Οι αστερίσκοι αντιστοιχούν σε ονόματα αρχείων που μπορεί να δώσει ο χρήστης.

#### *Αρχεία εισόδου (input files)*

**Αρχεία εισόδου (input files - \*.inp):** Τα αρχεία \*.inp είναι το μέσο ορισμού νέων προβλημάτων για το FRANC2D/L. Είναι αρχεία ASCII που περιγράφουν ένα αρχικό πλέγμα σε format παρόμοιο με αυτό που χρησιμοποιούν τα περισσότερα άλλα FEM προγράμματα. Τα \*.inp αρχεία δημιουργούνται μεταφράζοντας (ενώνοντας - merging) τα αρχεία CASCA που περιγράφουν την

κάθε layer. Τα CASCΑ αρχεία δημιουργούνται από το CASCΑ με την επιλογή **WRITE MESH**. Ανάλογη μετάφραση απαιτείται αν χρησιμοποιηθεί κάποιο άλλο πρόγραμμα δημιουργίας πλεγμάτων.

### *Αρχεία επανεκκίνησης FRANC2D/L*

Το FRANC2D/L δημιουργεί δυο τύπους αρχείων επανεκκίνησης: Τα αρχεία \*.wdb και \*.rsp. Τα αρχεία επανεκκίνησης επιτρέπουν την αποθήκευση της εργασίας μας και τη μετέπειτα ανάκτησή της. Αυτό μας διευκολύνει όταν μια προσομοίωση δε μπορεί να ολοκληρωθεί σε μια session. Τα αρχεία επανεκκίνησης του FRANC2D/L δημιουργούνται από την επιλογή **WRITE FILE** στο FRANC2D/L.

**Αρχεία \*.wdb:** Τα αρχεία \*.wdb περιλαμβάνουν το μεγαλύτερο μέρος των πληροφοριών μιας προσομοίωσης, δηλαδή πλέγμα, συννοριακές συνθήκες, ρωγμές και συντελεστές συγκέντρωσης τάσεων. Η κατάληξη \*.wdb σημαίνει Winged-Edge Data Base, που είναι η δομή δεδομένων την οποία χρησιμοποιεί το FRANC2D/L για να αποθηκεύει την τοπολογία του πλέγματος και για να οργανώνει τις περισσότερες πληροφορίες που αποθηκεύει. Αντίθετα με τα αρχεία \*.rsp, οι πληροφορίες που περιέχονται σε ένα αρχείο \*.wdb δεν είναι δυνατόν να αποκατασταθούν αν αυτό διαγραφεί.

**Αρχεία \*.rsp:** Τα \*.rsp (ReSPonse) αρχεία περιέχουν αποτελέσματα ανάλυσης και συγκεκριμένα κομβικές παραμορφώσεις (nodal displacements). Αυτές οι πληροφορίες



αποθηκεύονται σε ένα αρχείο έτσι ώστε να έχουμε τα αποτελέσματα της ανάλυσης έτοιμα, χωρίς να χρειάζεται να την ξαναδιεξάγουμε. Οι πληροφορίες που περιέχονται σ'αυτά τα αρχεία μπορούν να αποκτηθούν ξανά, με μια νέα ανάλυση τάσεων (stress analysis). Τα αρχεία αυτά μπορούμε να τα διαγράψουμε για οικονομία χώρου στο σκληρό δίσκο.

### *Παραδείγματα χρήσης του FRANC2D/L*

Θα δώσουμε δυο παραδείγματα χρήσης του FRANC2D/L, τα οποία θα είναι τα εξής:

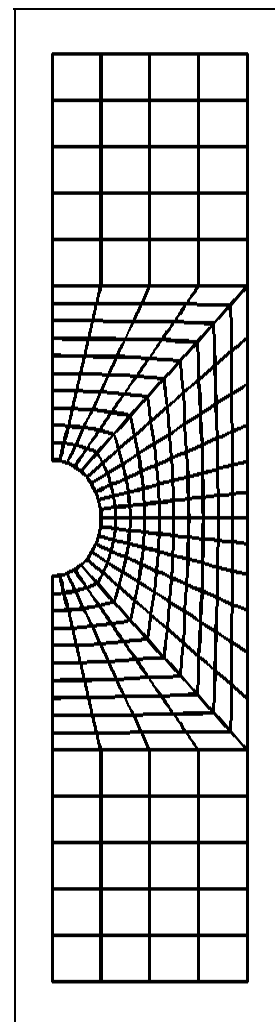
1. Ρωγμή που ξεκινά από οπή σε πλάκα
2. Ρωγμή που ξεκινά από οπή σε πλάκα με μπάλωμα

#### *1. Ρωγμή που ξεκινά από οπή σε πλάκα*

Εδώ θα χρησιμοποιήσουμε το αρχείο plate.inp που φτιάξαμε στο παράδειγμα χρήσης του CASCA. Τρέχουμε το FRANC2D/L. Θα μας ζητήσει ένα όνομα αρχείου. Αφού τόσο το FRANC2D/L όσο και το CASCA (καθώς και τα αρχεία που δημιουργούμε μ'αυτά) βρίσκονται στον ίδιο υποκατάλογο (directory), πληκτρολογούμε plate, χωρίς τίποτα άλλο. Τότε το πρόγραμμα θα μας ζητήσει τύπο αρχείου. Δίνουμε 1, που του δίνει να καταλάβει ότι θέλουμε να ανοίξει το αρχείο plate.inp που φτιάξαμε με το CASCA. Επειδή χρησιμοποιήσαμε συνδυασμό Q8 και T6 στοιχείων, το πρόγραμμα θα ξεκινήσει σε 2D mode (χωρίς κάμψεις). Μόνο στοιχεία T6 μπορούν να χρησιμοποιηθούν για

ανάλυση κάμψεων. Θα πρέπει στην οθόνη να δούμε το πλέγμα που βλέπουμε στο σχήμα 3.10.

Πρώτα θα ορίσουμε τις κατάλληλες ιδιότητες του υλικού. Επιλέγουμε **PRE-PROCESS** και **MATERIAL**. Ένα νέο παράθυρο θα εμφανισθεί, όπου αναγράφονται οι ιδιότητες του υλικού. Επιλέγουμε **E** και δίνουμε μέτρο ελαστικότητας (Young's Modulus)  $10.0E6$  psi (το κουμπί EEX στο *keypad* είναι για να εισάγουμε τον εκθέτη). Επιλέγουμε **THICKNESS** και θέτουμε πάχος 0.04. Ο  $KI_c$  και η πυκνότητα (density) δε μας είναι απαραίτητα για ανάλυση κόπωσης, οπότε τα αφήνουμε ως έχουν. Στο FRANC2D/L, ο  $KI_c$  χρησιμοποιείται για ψευδοστατική ανάλυση ενώ η πυκνότητα χρησιμεύει μόνον όπου υπάρχουν φορτίσεις λόγω επιταχύνσεων (ακτινικές επιταχύνσεις ή βάρος). Προφανώς, στην παρούσα ανάλυση κανένα από τα δυο αυτά στοιχεία δε χρησιμοποιείται. Για να δούμε τους αριθμούς του υλικού επιλέγουμε **SWITCH ELEM**. Το **QUIT** μας επιστρέφει στον κατάλογο των επιλογών για το υλικό. Αν επιλέξουμε διάφορα στοιχεία, ο αριθμός υλικού επάνω τους θα αλλάξει στον αριθμό του υλικού που



Σχ. 3.10. Πλέγμα του FRANC2D/L.

επεξεργαζόμαστε τώρα. Για να επιστρέψουμε στην σελίδα pre-process, επιλέγουμε **RETURN**.

*Συνοριακές συνθήκες (boundary conditions):*

Τώρα θα θέσουμε τις συνοριακές συνθήκες. Πρώτα θα θέσουμε κινηματικούς περιορισμούς (kinematic constraints ή fixities). Επιλέγουμε **FIXITY** για να μετακινηθούμε στη σελίδα των fixities. Οι κόμβοι μπορούν να φιξαριστούν είτε ανεξάρτητα ο ένας από τον άλλο είτε κατά μήκος μιας ακμής. Κάθε κόμβος μπορεί να φιξαριστεί στην X, στην Y διεύθυνση ή και στις δυο. Οι fixities δουλεύουν σαν πιεστικοί on/off διακόπτες. Αν έχουμε εφαρμόσει fixity σε έναν κόμβο, μπορούμε να την απενεργοποιήσουμε, δίνοντας απλά στον κόμβο τον ίδιο τύπο fixity.

Μπορούμε να εφαρμόσουμε συμμετρία τόσο στην πλάκα όσο και στο μπάλωμα δίνοντας X constraints κατά μήκος της αριστερής ακμής. Επιλέγουμε **FIX EDGE** και **X**. Η διαδικασία για την εφαρμογή συνοριακής συνθήκης σε μια ακμή ακολουθεί τρία βήματα: 1) ορίζουμε έναν αρχικό κόμβο 2) ορίζουμε τον γειτονικό (adjacent) κόμβο στην κατεύθυνση προς την οποία βρίσκεται το τελικό σημείο, 3) ορίζουμε τον τελικό κόμβο. Αυτό το κάνουμε δείχνοντας στην κάτω αριστερή γωνία της πλάκας και κάνοντας κλικ. Θα δούμε ένα τετράγωνο. Αυτό είναι το κουτί ανοχής (tolerance box). Το πρόγραμμα υποθέτει ότι προσπαθούμε να επιλέξουμε τον κόμβο που βρίσκεται εκεί μέσα. Αν στο κουτί αυτό υπάρχουν περισσότεροι του ενός κόμβοι, το πρόγραμμα θα επιλέξει έναν, που ίσως να μην είναι αυτός που είχαμε κατά νου.

Συνεπώς, πρέπει να σιγουρευτούμε ότι υπάρχει μόνον ένας κόμβος στο κουτί. Το *παράθυρο μηνυμάτων* (κάτω από το *παράθυρο λειτουργιών*) μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να ρυθμίσουμε το μέγεθος του κουτιού ανοχής, κάνοντας κλικ στα -/+ (στην αριστερή και στη δεξιά πλευρά αντίστοιχα του κειμένου "- <--- Tolerance ---> +"). Όσο πιο κοντά είμαστε στις άκρες του *παραθύρου μηνυμάτων*, τόσο πιο γρήγορα θα μεγαλώνει το κουτί ανοχής (όλο το *παράθυρο μηνυμάτων* είναι ενεργό).

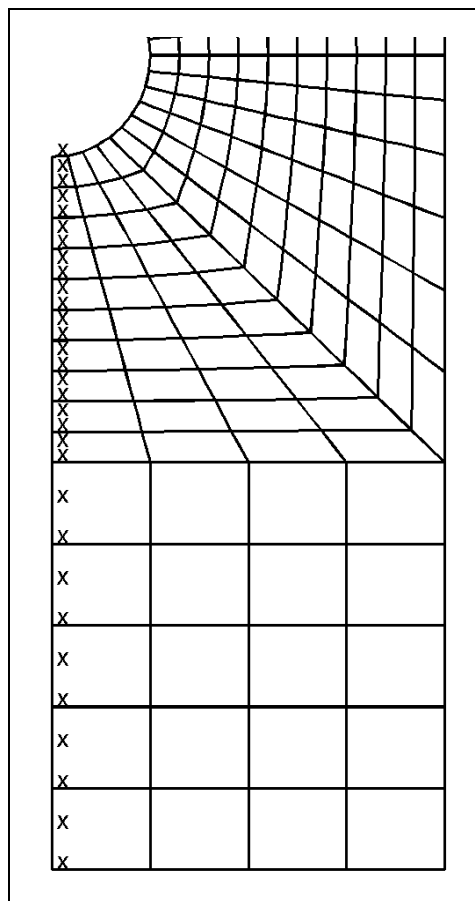
Τώρα, πρέπει να επιλέξουμε τον γειτονικό κόμβο. Αφού έχουμε οκτάκομβο στοιχείο, ο γειτονικός κόμβος θα βρίσκεται στο μέσον της πλευράς του στοιχείου. Τέλος, πρέπει απλά να κάνουμε κλικ στην κάτω άκρη της οπής για να υποδείξουμε πού σταματά η constraint. Μια σειρά από X κατά μήκος της ακμής μας δείχνει ότι όλοι οι κόμβοι κατά μήκος της αριστερής ακμής έχουν φιξαριστεί κατά τη διεύθυνση X (σχ. 3.11). Επαναλαμβάνουμε για το τμήμα της αριστερής ακμής επάνω από την οπή.

Τώρα, θα περιορίσουμε την Y rigid body motion της πλάκας φιξάροντας την Y displacement του κεντρικού κόμβου της δεξιάς ακμής της πλάκας. Στη σελίδα **FIXITY**, επιλέγουμε **FIX IND, Y**, και τελικά τον κόμβο (σχ. 3.12).

Επιστρέφουμε από τη σελίδα των fixities (**RETURN**) και πάμε στη σελίδα των φορτίων (**LOADS**). Θα εφαρμόσουμε ένα κατανεμημένο φορτίο στο επάνω και στο κάτω μέρος της πλάκας. Επιλέγουμε **DIST. LOAD** και έχουμε τέσσερις επιλογές για τον ορισμό της διεύθυνσης του φορτίου. 1) κάθετη προς την επιφάνεια (normal to the surface), 2) εφαπτόμενη προς την επιφάνεια (tangent to the surface), 3) κατά τη γενική διεύθυνση

X (in the global X direction), 4) κατά τη γενική διεύθυνση Y (in the global Y direction). Επιλέγουμε **Y GLOBAL**, αφού θέλουμε

η συνοριακή τάση (boundary stress) να είναι στην κατεύθυνση Y.

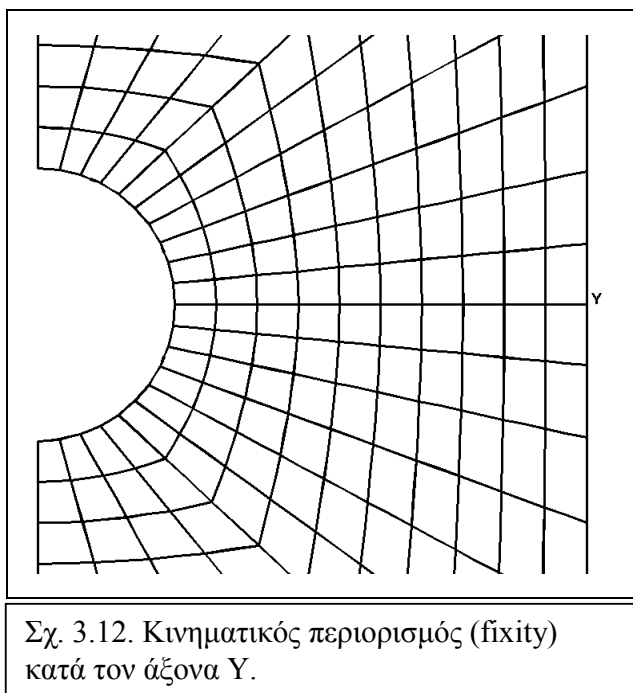


Σχ. 3.11. Κινηματικοί περιορισμοί κατά τον άξονα X.

Τώρα, έχουμε τρεις επιλογές για τον καθορισμό της κατανομής του φορτίου: σταθερή (constant), γραμμική (linear) ή τετραγωνική (quadratic). Εμείς εδώ επιλέγουμε **CONSTANT**. Όπως και στην περίπτωση των fixities, ο ορισμός των φορτίων χρησιμοποιεί ένα κουτί ανοχής. Και πάλι, θέλουμε μέσα στο κουτί αυτό να υπάρχει μόνον ένας κόμβος. Μπορούμε και πάλι να ρυθμίσουμε το μέγεθος του κουτιού ώστε να το φέρουμε στα

μέτρα μας. Επιλέγουμε τον επάνω αριστερό κόμβο, τον γειτονικό του προς τα δεξιά και τον επάνω δεξιά. Τώρα μένει να ορίσουμε το μέτρο του φορτίου. Τα φορτία δίνονται ως tractions. Δίνουμε την τιμή του φορτίου απευθείας και το πάχος του υλικού και το μήκος της ακμής θα χρησιμοποιηθούν για την αυτόματη δημιουργία των κομβικών φορτίων (nodal loads). Για να ορίσουμε φορτία που δίνουν στην πλάκα τάση 10000 psi, απλά δίνουμε με το **keypad** τον αριθμό 10000. Αντίστοιχα ενεργούμε για την κάτω πλευρά της πλάκας, με τη διαφορά ότι, αφού έχουμε

φορτίο με φορά προς τα κάτω, θα δώσουμε **-10000**. *Προσοχή όμως: Για να έχουμε τα αναμενόμενα αποτελέσματα, πρέπει να έχουμε δώσει σωστά το πάχος του υλικού πριν ορίσουμε τα φορτία.*



Έχουμε τώρα ορίσει τις συνοριακές συνθήκες. Μπορούμε συνεπώς να επιστρέψουμε στην κυρίως σελίδα. Τώρα είναι μια καλή στιγμή για να αποθηκεύσουμε ένα αρχείο επανεκκίνησης με την επιλογή **WRITE FILE**. Ας του δώσουμε ξανά την ονομασία plate,

που θα μας δώσει τελικά την ονομασία plate.wdb.

### *Ανάλυση τάσεων (stress analysis) και postprocessing*

Είμαστε τώρα έτοιμοι να κάνουμε την ανάλυση τάσεων. Από την κυρίως σελίδα, επιλέγουμε **ANALYSIS** και **DIRECT STIFF**. Το πρόγραμμα θα πραγματοποιήσει τώρα μια γραμμική ελαστική ανάλυση τάσεων (linear elastic stress analysis) χρησιμοποιώντας μέθοδο απευθείας απαλοιφής (απαλοιφή Gauss). Δε διαρκεί πολύ και τα βήματά της απεικονίζονται στο **παράθυρο ελέγχου προγράμματος (program control window)**. Αυτά είναι:

- Reduce bandwidth: Αυτόματη επαναρίθμηση των κόμβων για να μειωθεί το εύρος ζώνης του γενικού πίνακα

ακαμψίας (automatic nodal renumbering to reduce the bandwidth of the global stiffness matrix).

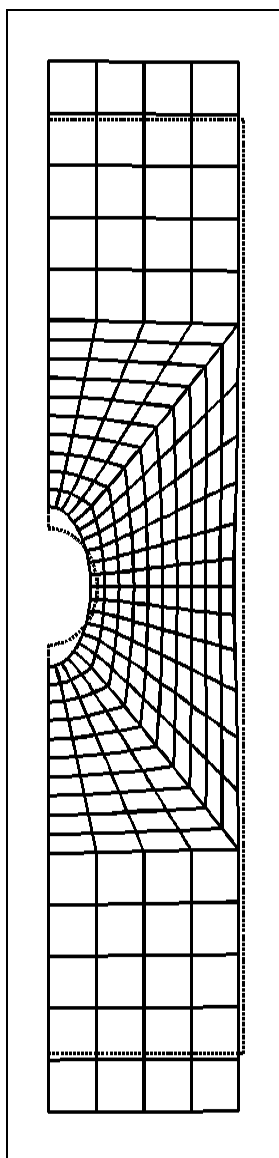
- Zero Gstf: Μηδενισμός του χώρου που χρησιμοποιείται για το γενικό πίνακα ακαμψίας (zero the space used for the global stiffness matrix).
- Assemble: Συγκεντρώνουμε τους πίνακες ακαμψίας των στοιχείων στο γενικό πίνακα ακαμψίας (assemble the element stiffness matrices into the global stiffness matrix).
- Decomposition: Εκτέλεση άμεσης απαλοιφής του γενικού πίνακα ακαμψίας (perform direct elimination of the global stiffness matrix).
- Backsubstitution: Εκτέλεση προς-τα-πίσω αντικατάστασης για ανάκτηση των κομβικών παραμορφώσεων (perform backsubstitution to recover nodal displacements).

Όταν έχει ολοκληρωθεί η ανάλυση, το πρόγραμμα θα εμφανίσει στο *παράθυρο ελέγχου προγράμματος* μια σύντομη αναφορά που συνοψίζει το μέγεθος του μοντέλου και το χρόνο που απαιτήθηκε για την ανάλυση.

Μπορούμε τώρα να επιστρέψουμε στην κύρια σελίδα και να επιλέξουμε **POST PROCESS** για να μπούμε στην σελίδα postprocessing. Καλό θα είναι επίσης να κάνουμε **RESET** (αυτό μας βοηθά να ξαναδούμε όλο το μοντέλο μας, αν έχουμε κάνει zoom in ή zoom out).

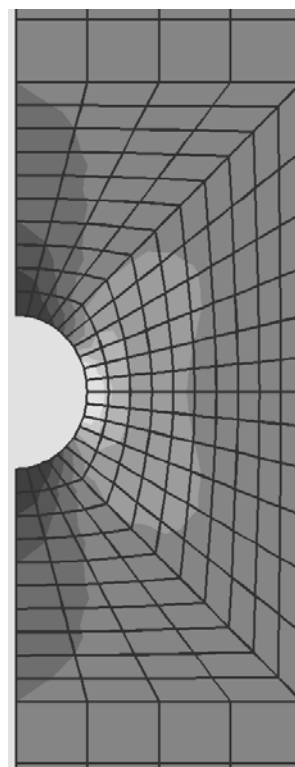
Το πρώτο πράγμα που θα δούμε είναι το παραμορφωμένο πλέγμα, γιατί είναι ένας γρήγορος τρόπος για να ελέγξουμε αν οι συνοριακές συνθήκες έχουν εφαρμοσθεί σωστά. Για το πρόβλημα

της πλάκας με την οπή, το παραμορφωμένο πλέγμα πρέπει να είναι όπως στο σχήμα 3.13.



Σχ. 3.13.  
Παραμορφωμένο  
πλέγμα.

Μπορούμε τώρα να επιστρέψουμε από αυτήν τη σελίδα και να μπούμε στη σελίδα **CONTOUR**. Αυτή μας επιτρέπει να εμφανίσουμε έγχρωμες stress contours. Ιδιαίτερα μας ενδιαφέρουν οι τάσεις στη διεύθυνση Y, σχήμα 3.14.



Σχ. 3.14. Καμπύλες  
τάσεων (Stress  
contours).



### *Έναρξη ρωγμής*

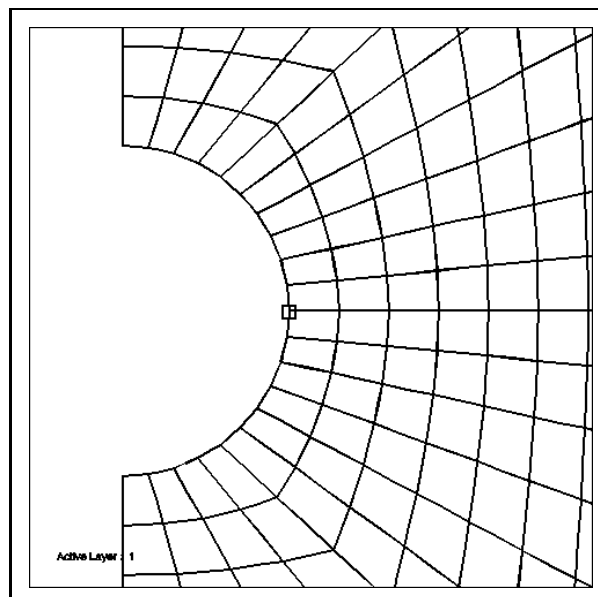
Σ' αυτό το σημείο θα βάλουμε μια ρωγμή στην πλάκα. Πρώτα όμως, δημιουργούμε ένα αρχείο επανεκκίνησης για να αποθηκεύσουμε την αναλυμένη διαμόρφωση χωρίς ρωγμή. Αυτό το αρχείο, αν θέλουμε, μπορούμε να το χρησιμοποιήσουμε για να εξετάσουμε διαφορετικές τοποθετήσεις για τη ρωγμή.

Για να ξεκινήσουμε μια καινούρια ρωγμή, από την κύρια σελίδα επιλέγουμε **MODIFY** και **NEW CRACK**. Η επιλογή μας για την πρόσοψη της ρωγμής (crack face) είναι **NON-COHESIVE**. Μια ρωγμή μπορεί να ξεκινά από μια ακμή κάποιας κατασκευής (**EDGE CRACK**) ή να είναι τελείως εσωτερική (**INT CRACK**). Γι' αυτήν την κατασκευή, επιλέγουμε **EDGE CRACK**. Χρειάζεται τώρα να ορίσουμε το σημείο απ' όπου ξεκινά η ρωγμή.

Οι καμπύλες τάσεων έδειξαν ότι οι υψηλότερες τάσεις αναπτύσσονται στο δεξί μέρος της οπής. Αυτό είναι και το πιθανότερο σημείο έναρξης μιας ρωγμής, οπότε εδώ είναι που θα ξεκινήσουμε. Αν όμως είχε παρατηρηθεί ρηγμάτωση σε άλλο μέρος, ή αν υπάρχουν άλλοι λόγοι που να μας κάνουν να πιστεύουμε ότι μπορεί κάπου αλλού να υπάρχει ρωγμή (λόγω ελαττώματος της κατασκευαστικής διαδικασίας, για παράδειγμα), η ρωγμή μπορεί να ξεκινήσει εκεί.

Στην επιλογή του σημείου έναρξης της ρωγμής, θα διευκολυνθούμε αν κάνουμε **Zoom** και **Pan** για να δούμε τη θέση της ρωγμής. Επιλέγουμε τον κόμβο στο μέσον της δεξιάς πλευράς της οπής για να γίνει το σημείο έναρξης της ρωγμής (το "στόμα" της ρωγμής). Μετά την επιλογή του κόμβου, επιλέγουμε **DONE** (σχ. 3.15). Θέλουμε τώρα να ορίσουμε το άκρο της

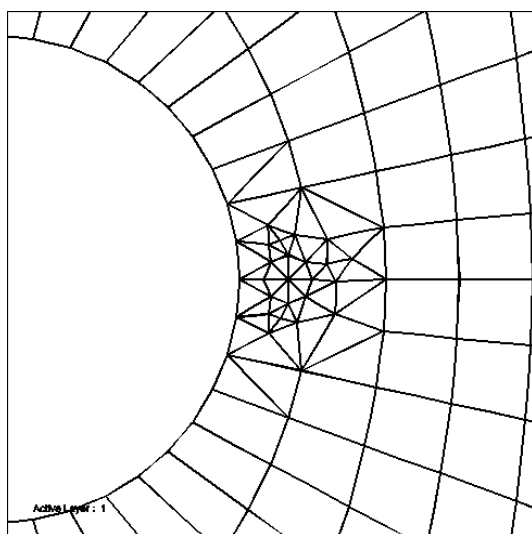
ρωγμής. Αυτό μπορούμε να το κάνουμε ορίζοντας τις ακριβείς συντεταγμένες του σημείου αυτού ή απλά κάνοντας κλικ σε κάποιο σημείο της πλάκας. Στην παρούσα ανάλυση, αφού θέλουμε η ρωγμή να είναι κάθετη (normal) προς στην οπή, και επιθυμούμε να επιλέξουμε, αυθαίρετα, το αρχικό μήκος ρωγμής να είναι 0.10, επιλέγουμε **KEY POS** και εισάγουμε τις συντεταγμένες του άκρου της οπής:  $X = 0.60$ ,  $Y = 0.0$ . Το πρόγραμμα θα μας ζητήσει τώρα τον ελάχιστο αριθμό στοιχείων κατά μήκος της επέκτασης της ρωγμής (crack extension). Εδώ, είναι αρκετά ασφαλές να θέσουμε την τιμή 2. Ο πραγματικός αριθμός των στοιχείων που τοποθετούνται κατά μήκος της επέκτασης της ρωγμής (crack extension) είναι συνάρτηση της τοπικής πυκνότητας του πλέγματος. Ένα πυκνότερο πλέγμα θα οδηγήσει σε χρήση περισσότερων στοιχείων, δίνοντάς μας έτσι μια ακριβέστερη τιμή για τον συντελεστή συγκέντρωσης τάσεων.



Σχ. 3.15. Επιλογή του σημείου έναρξης της ρωγμής.

Το πρόγραμμα θα σβήσει τώρα έναν αριθμό στοιχείων. Κάνουμε κλικ οπουδήποτε στο παράθυρο του FRANC2D/L και το πρόγραμμα θα τοποθετήσει τη ρωγμή. Με ένα ακόμα κλικ, το πρόγραμμα θα εισάγει τα στοιχεία του άκρου της ρωγμής. Με ένα

τρίτο κλικ, το FRANC2D/L θα εμφανίσει ένα πλέγμα που θα γεμίσει την περιοχή κοντά στη νέα ρωγμή. Με την επιλογή **ACCEPT**, ενημερώνεται η δομή δεδομένων του προγράμματος για να συμπεριλάβει τα νέα στοιχεία. Το νέο πλέγμα φαίνεται στο σχήμα 3.16.



3.16. Πλέγμα με ρωγμή.

*Ανάλυση τάσεων και ανάλυση θραύσης*

Τώρα έχουμε μια νέα, ρηγματωμένη κατασκευή, συνεπώς, πρέπει να πραγματοποιηθεί μια νέα ανάλυση τάσεων. Για να τη διεξάγουμε, επιστρέφουμε στην κύρια σελίδα του προγράμματος και επιλέγουμε **ANALYSIS** και **DIRECT STIFF**.

Μπορούμε να κάνουμε postprocessing στο αποτέλεσμα της ανάλυσης. Αν επιλέξουμε **DEFORMED MESH**, θα δούμε το άνοιγμα της ρωγμής.

Το σημαντικότερο όμως είναι ότι μπορούμε να υπολογίσουμε τους συντελεστές συγκέντρωσης τάσης. Για να το κάνουμε αυτό, επιλέγουμε **FRACT MECH**. Οι συντελεστές συγκέντρωσης

τάσεων υπολογίζονται από το FRANC2D/L με διάφορες μεθόδους. Η μέθοδος Modified Crack Closure (**MD CRACK-CLOS**) συνήθως μας δίνει τα πιο ακριβή αποτελέσματα. Ο συντελεστής συγκέντρωσης τάσεων για το παράδειγμά μας είναι  $14710 \text{ psi} \cdot \text{in}^{1/2}$ .

Εδώ, καλό θα είναι να αποθηκεύσουμε ένα αρχείο επανεκκίνησης. Το FRANC2D/L έχει, όπως γράφουμε αλλού, τη δυνατότητα να προσομοιώσει τη διάδοση (propagation) μιας ρωγμής, αλλά αυτό ξεφεύγει από τους σκοπούς αυτής της διπλωματικής.

## *2. Πλάκα με ρωγμή και μπάλωμα*

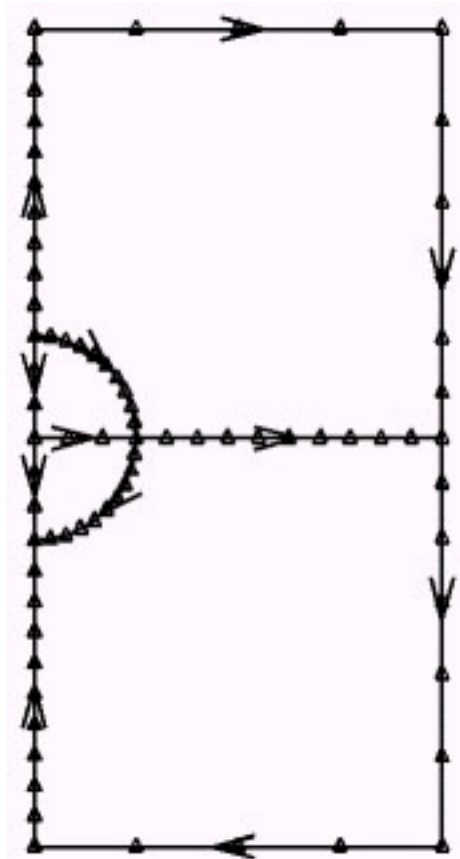
### *Κατασκευή του μπαλώματος*

Ξεκινάμε ξανά το CASCAS. Φτιάχνουμε τον κύκλο όπως και στο παράδειγμα χρήσης του CASCAS, αλλά αυτή τη φορά η πλάκα θα έχει διαστάσεις 4 ίντσες κατακόρυφα και 2 ίντσες οριζόντια. Ουσιαστικά, κάνουμε ό,τι κάναμε και στο αρχικό παράδειγμα, αλλά έχουμε μόνον τις περιοχές επάνω και κάτω από την οπή, άρα και ίδιο αριθμό υποδιαρέσεων και ίδιο πλέγμα (απαραίτητη προϋπόθεση για να μπορέσει το πρόγραμμα να τοποθετήσει συγκολλητικό υλικό μεταξύ του μπαλώματος και της πλάκας). Αφού τελειώσουμε με τις υποδιαίρεσεις (subdivisions) και το πλέγμα, θα τροποποιήσουμε τη γεωμετρία του μπαλώματος. Συγκεκριμένα, το μπάλωμα δε θα έχει οπή. Για να κάνουμε αυτήν την αλλαγή, θα πάμε στη σελίδα **GEOMETRY** και θα προσθέσουμε δυο ακτινικές γραμμές από το κέντρο της οπής

προς τη διάμετρό της, συγγραμμικές με την αριστερή ακμή του μπαλώματος. Επιστρέφουμε στην κυρίως σελίδα.

Επιλέγουμε **SUBREGIONS**. Με **GET LINE**, θα χαράξουμε μια γραμμή από το κέντρο της οπής προς τη διάμετρό της, συγγραμμική με τη γραμμή που χωρίζει το υπόλοιπο μέρος του μπαλώματος στις δύο υποπεριοχές στις οποίες εφαρμόσαμε πλέγμα **BILINEAR 4 SIDE**. Επιστρέφουμε πάλι στην κύρια σελίδα.

Επιλέγουμε **SUBDIVIDE**. Ορίζουμε **NUM SEGMENTS 3** και κάνουμε κλικ στις τρεις ακτινικές γραμμές. Για να δούμε τις

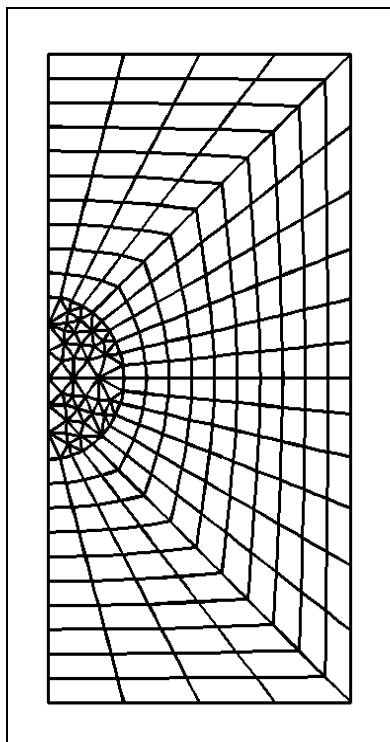


Σχ. 3.17. Το μπάλωμα με τις υποδιαιρέσεις.

γραμμές πιο καθαρά, μπορούμε να κάνουμε **ZOOM**. Τότε, θα δούμε ότι η απεικόνιση στην οθόνη θα είναι όμοια με το σχήμα 3.17. Επιστρέφουμε άλλη μια φορά στην κύρια σελίδα.

Από εκεί, πάμε στη σελίδα **MESH**. Η καλύτερη επιλογή για την κυκλική αυτή περιοχή είναι η **TRANSITION**. Κάνουμε λοιπόν κλικ στο επάνω τεταρτοκύκλιο, επιλέγουμε **GENERATE INT PT** και θα δημιουργηθεί το πλέγμα. Επαναλαμβάνουμε για το κάτω τεταρτοκύκλιο και το πλέγμα θα πρέπει να είναι όπως στο σχήμα 3.18.

Με την εντολή **WRITE MESH** αποθηκεύουμε το αρχείο, δίνοντάς του το όνομα patch, χωρίς κατάληξη. Το CASCA θα δημιουργήσει το αρχείο patch.inp.



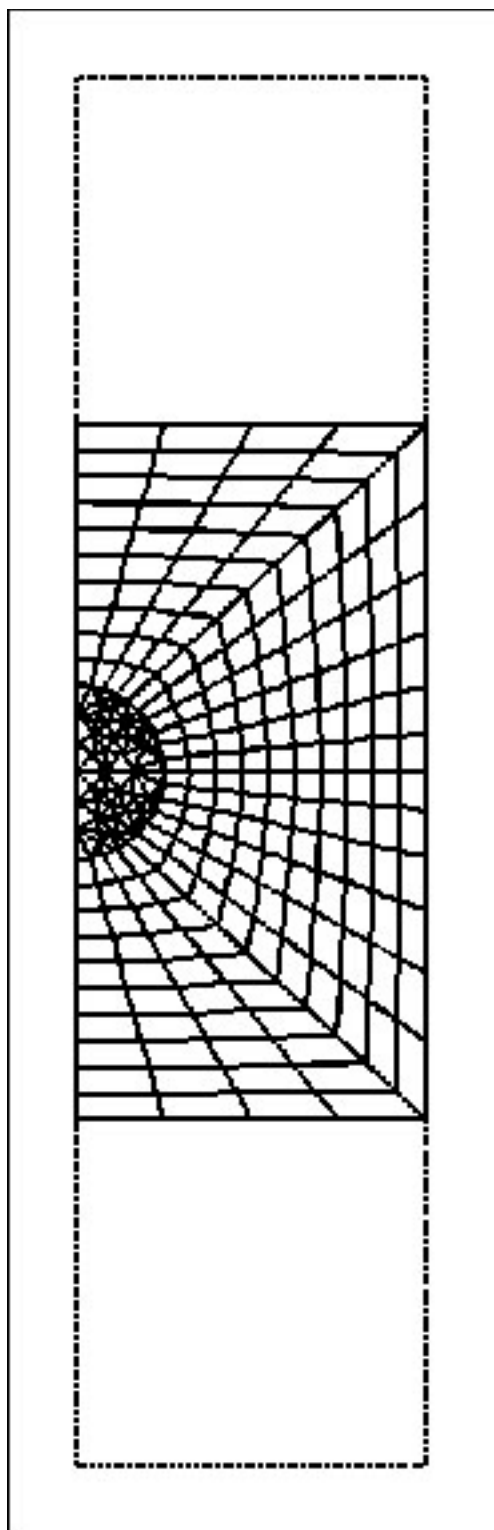
Σχ. 3.18. Πλέγμα του μπαλώματος.

### *Ένωση των πλεγμάτων των δυο στρώσεων*

Για να εισάγουμε το πρόβλημα στο FRANC2D/L, είμαστε υποχρεωμένοι να ενώσουμε τις δυο στρώσεις σε ένα πρόβλημα. Για να το κάνουμε αυτό, χρησιμοποιούμε το πρόγραμμα CasToFra που παρέχεται με το FRANC2D/L. Τρέχουμε λοιπόν το πρόγραμμα castofra.exe. Θα μας ζητήσει τον αριθμό των στρώσεων. Έχουμε δυο στρώσεις, οπότε δίνουμε 2. Επίσης, θα μας ζητήσει τα ονόματα των

αρχείων και συγκεκριμένα θα μας ζητήσει πρώτα το αρχείο που αντιστοιχεί στην πρώτη στρώση (πληκτρολογούμε patch.inp, αφού το μπάλωμα θα μπει από πάνω) και μετά το αρχείο που αντιστοιχεί στη δεύτερη (plate.inp). Όταν μας ζητήσει το όνομα του output file που θα δημιουργήσει, δίνουμε, π.χ. repair.inp και, τέλος, θα μας ζητηθεί ένας τίτλος για το πρόβλημα. Ο τίτλος δε μας επηρεάζει καθόλου, οπότε, μπορούμε να δώσουμε ό,τι θέλουμε.

### Προσομοίωση με το FRANC2D/L

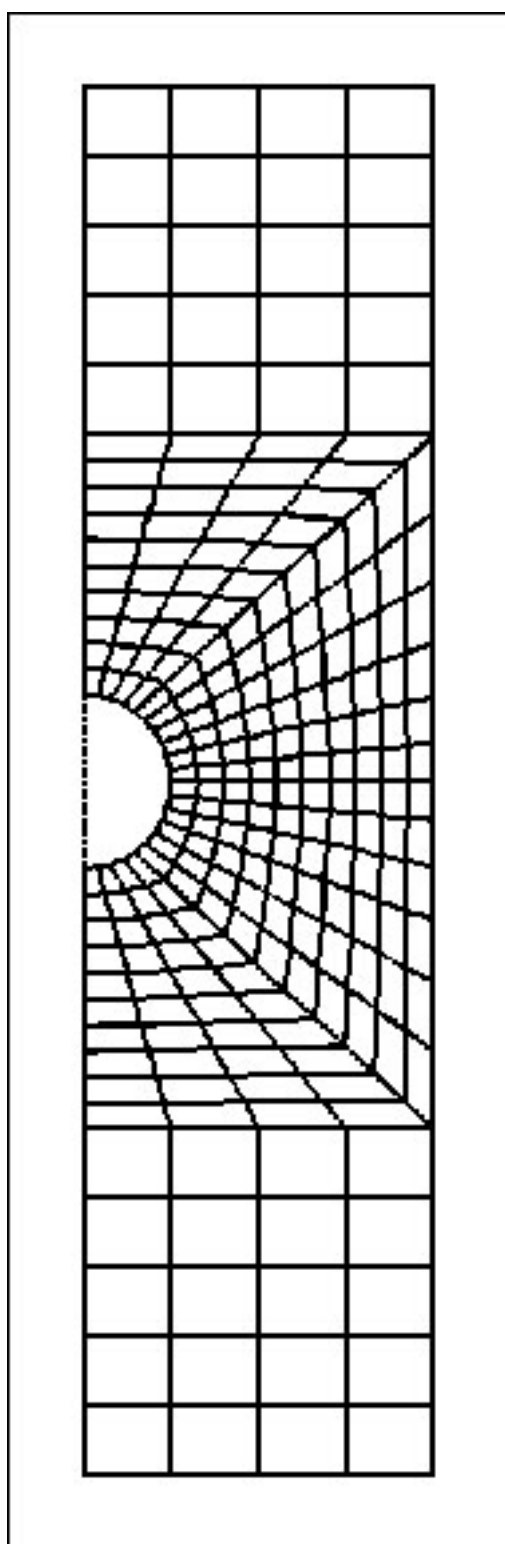


Σχ. 3.19. Στρώση (layer) του μπαλώματος

Τώρα, θα τρέξουμε το FRANC2D/L. Θα μας ζητήσει όνομα αρχείου και θα δώσουμε το repair.inp που δημιουργήσαμε προηγουμένως.

Στην οθόνη θα δούμε την απεικόνιση του σχ. 3.19. Βλέπουμε την πρώτη στρώση (το μπάλωμα) και από τη δεύτερη, την πλάκα, θα δούμε μόνον το περίγραμμα. Για να δούμε τη δεύτερη στρώση, επιλέγουμε - **LAYER** +. Τότε, θα δούμε την απεικόνιση του σχήματος 3.20. Η πρώτη στρώση (layer 1) είναι αυτή που μπαίνει από πάνω, με τις πρόσθετες να τοποθετούνται από κάτω της, κατ'αύξοντα αριθμό (θα βοηθηθούμε αν τη διάταξη αυτήν την παραλληλίσουμε με τη διάταξη ενός υπόγειου πολυώροφου γκαράζ - 1<sup>ο</sup> υπόγειο, 2<sup>ο</sup> , 3<sup>ο</sup> κ.ο.κ.). Για κάθε στρώση, ορίζουμε ανεξάρτητα τις συνοριακές συνθήκες. Επίσης, κάθε στρώση έχει το δικό της





Σχ. 3.20. Στρώση (layer) της πλάκας.

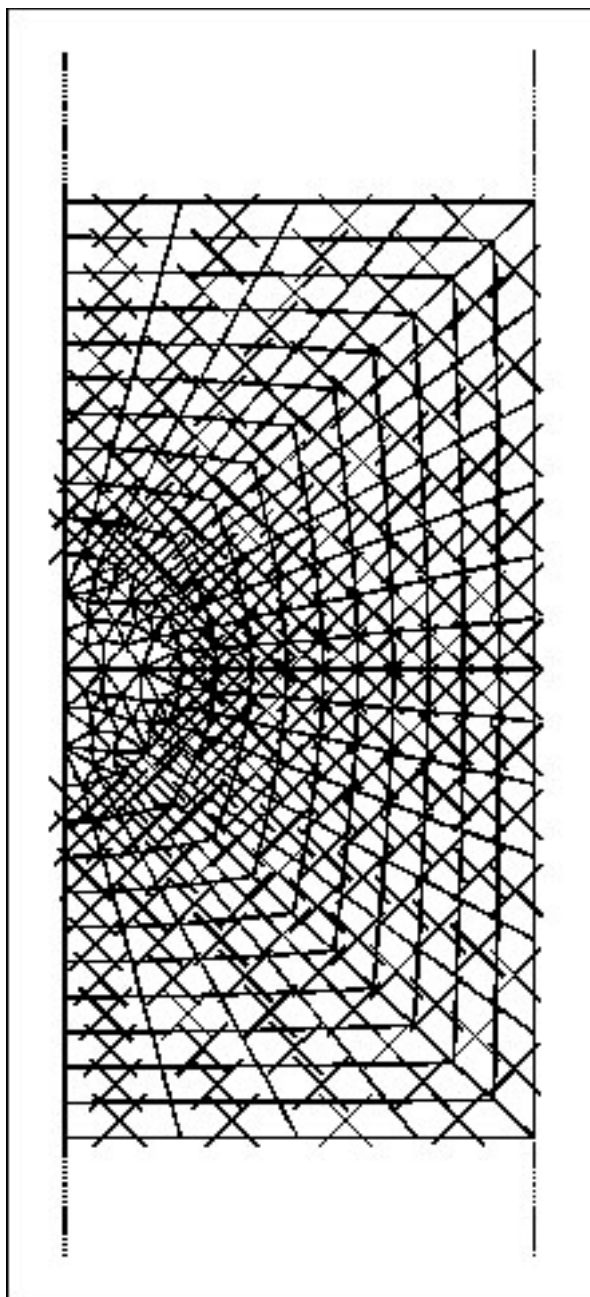
υλικό, με τις δικές του ιδιότητες.

Βλέποντας τη δεύτερη στρώση (layer 2), ορίζουμε τις ιδιότητές του υλικού της και τις συνοριακές συνθήκες (fixities και φορτία) όπως ακριβώς στο παράδειγμα της ρωγμής που ξεκινά από οπή (σελ.), με μια μόνο διαφορά: στον ορισμό των ιδιοτήτων του υλικού, επιλέγουμε - **MAT** + για να πάμε στο υλικό της layer 2. Και στα δυο υλικά (1 και 2) θα δώσουμε τις ίδιες ακριβώς ιδιότητες του παραδείγματος 1 (ρωγμή που ξεκινά από οπή).

Επίσης, θα χρησιμοποιήσουμε συγκολλητικό υλικό για να συνδέσουμε τις δυο layers. Έτσι, από τη σελίδα **MATERIAL**, θα επιλέξουμε **NEW MAT** και **ADHESIVE**. Ορίζουμε πάχος (thickness) 0.005 ίντσες και μέτρο διάτμησης **G** 10000 psi. Επιστρέφουμε στην **PRE-PROCESS** σελίδα.

Τώρα, μένει να ορίσουμε τις συνοριακές συνθήκες για το μπάλωμα. Με την επιλογή - **LAYER** +, πάμε στο μπάλωμα. Θα

θέσουμε, κατά τα γνωστά, X fixity κατά μήκος της αριστερής ακμής (εδώ μπορούμε απλά να ξεκινήσουμε από το κάτω άκρο της αριστερής ακμής και να τερματίσουμε στο επάνω ή αντίστροφα) και Y fixity στο μεσαίο κόμβο της δεξιάς ακμής του.



Σχ. 3.21. Στοιχεία συγκολλητικού υλικού.

Τέλος, πρέπει να βάλουμε το συγκολλητικό υλικό. Το συγκολλητικό υλικό τοποθετείται από το FRANC2D/L στην επάνω στρώση. Αφού σιγουρευτούμε ότι βλέπουμε την layer 1, πάμε στη σελίδα **MODIFY**, όπου επιλέγουμε **ADD ADHESIVE** και **TOGGLE ALL**, για να δείξουμε ότι όλα τα στοιχεία του μπαλώματος θα συνδεθούν με την πλάκα με το συγκολλητικό υλικό. Το FRANC2D/L, ανάλογα με την έκδοση, θα δείξει ποια στοιχεία έχουν συγκολλητικό υλικό είτε με τον αριθμό υλικού που αντιστοιχεί στο συγκολλητικό υλικό είτε με ένα X (σχ. 3.21).

Τώρα είναι μια καλή στιγμή για να αποθηκεύσουμε τη μέχρι τώρα δουλειά μας με την επιλογή **WRITE FILE**.

### *Ανάλυση τάσεων και postprocessing*

Είμαστε έτοιμοι τώρα να κάνουμε ανάλυση τάσεων. Ακολουθούμε πάλι την ίδια διαδικασία του παραδείγματος 1. Όταν τελειώσουμε με την ανάλυση και το postprocessing, επιστρέφουμε στην αρχική σελίδα.

### *Εναρξη ρωγμής*

Τώρα, θα δημιουργήσουμε τη ρωγή στην πλάκα. Πρώτα όμως, καλό θα είναι να φτιάξουμε ένα αρχείο επανεκκίνησης, για να αποθηκεύσουμε την αναλυμένη διαμόρφωση χωρίς ρωγή.

Σιγουρευόμαστε ότι βλέπουμε την πλάκα (layer 2). Μετά, κάνουμε ακριβώς τα ίδια βήματα του παραδείγματος 1. Σημειώνουμε ότι το FRANC2D/L θα προσαρμόσει και το πλέγμα του μπαλώματος ώστε να είναι ίδιο με αυτό της πλάκας, όταν τοποθετήσουμε τη ρωγή. Φυσικά, δεν υπάρχει ρωγή στο μπάλωμα.

### *Ανάλυση τάσεων και θραύσης*

Αφού η κατασκευή μας έχει αλλάξει, πρέπει να γίνει νέα ανάλυση τάσεων κατά τα γνωστά. Αφού ολοκληρωθεί η ανάλυση τάσεων, μπορούμε να πάμε στην postprocessing σελίδα, όπου μπορούμε να δούμε το παραμορφωμένο πλέγμα (*ΠΡΟΣΟΧΗ: Μας ενδιαφέρει η ΠΛΑΚΑ*), τις καμπύλες τάσεων (stress contours) και, το σημαντικότερο, το συντελεστή συγκέντρωσης τάσεων

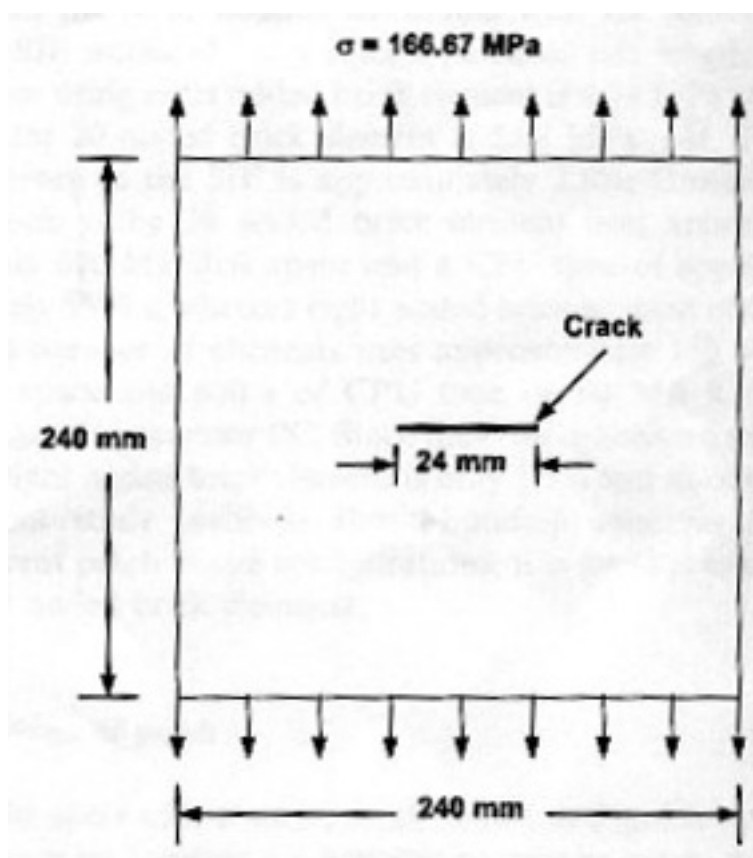
(ακολουθώντας πάντα τη διαδικασία του παραδείγματος 1).  
Αυτός παίρνει την τιμή  $4381 \text{ psi} \cdot \text{in}^{1/2}$ .

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ IV

### ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ - ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

#### Ορισμός του προβλήματος

Καλούμαστε να επισκευάσουμε μια κεντρικά ρηγματωμένη πλάκα από κράμα αλουμινίου, όπως φαίνεται στο σχήμα 4.1. Το



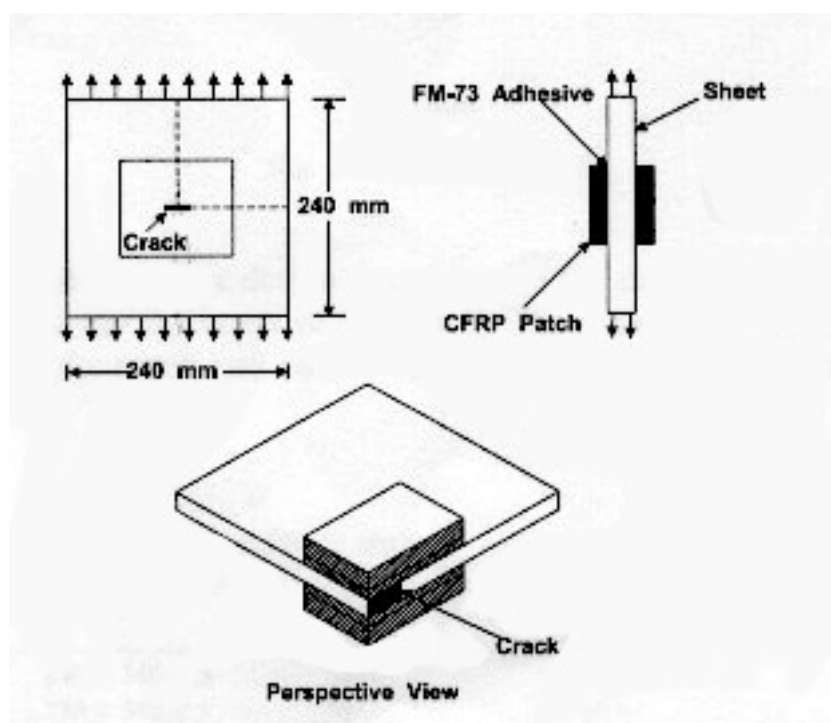
Σχ. 4.1. Γεωμετρία της πλάκας με την κεντρική ρωγμή.

πλάτος και το μήκος της πλάκας είναι 240 mm, ενώ το πάχος της είναι 3 mm. Η πλάκα υποβάλλεται σε μονοαξονική φόρτιση ( $\sigma$ ) 166.67 MPa. Οι ιδιότητες του κράματος αλουμινίου είναι: μέτρο ελαστικότητας  $E = 71709 \text{ MPa}$ , λόγος του Poisson  $\nu = 0.33$ , αντοχή θραύσης σε

επίπεδη παραμόρφωση (plane strain fracture toughness)  $K_{IC} = 32.4 \text{ MPa} \times \text{m}^{1/2}$ , απαιτούμενος (threshold) SIF  $K_{th} = 4.4 \text{ MPa} \times \text{m}^{1/2}$ .

Η πλάκα, υποβαλλόμενη στη μονοαξονική τάση των 166.67 MPa έχει κρίσιμο μήκος ρωγμής ( $2a$ ) 24 mm. Συνεπώς, η πλάκα με αυτό το μήκος ρωγμής, έχει μηδενική ζωή λειτουργίας (fatigue life). Η πλάκα πρέπει να επισκευασθεί ούτως ώστε η ζωή λειτουργίας της να επιστρέψει στο ίδιο επίπεδο με αυτό της πλάκας χωρίς τη ρωγμή, δηλαδή μειώνοντας τον SIF από τα  $32.4 \text{ MPa} \times \text{m}^{1/2}$  στα  $4.4 \text{ MPa} \times \text{m}^{1/2}$ . Αυτό είναι εφικτό με χρήση ενός σύνθετου μπαλώματος συγκολλημένου στην πλάκα. Ο σχεδιασμός του μπαλώματος πρέπει, προφανώς, να είναι τέτοιος ώστε ο συντελεστής συγκέντρωσης τάσεων να μειωθεί στα επίπεδα του απαιτούμενου SIF.

Υπάρχουν δυο τύποι μπαλώματος που μπορούν να χρησιμοποιηθούν. Ο ένας είναι με το μπάλωμα κολλημένο μόνο στη μια πλευρά της πλάκας (μονόπλευρο ή unbalanced μπάλωμα) και ο άλλος είναι η τοποθέτηση μπαλώματος και στις δυο πλευρές της πλάκας (αμφίπλευρο ή balanced) μπάλωμα. Το αμφίπλευρο μπάλωμα έχει βρεθεί ότι είναι πιο αποτελεσματικό από το μονόπλευρο [16, 17], συνεπώς αυτό είναι που επιλέγουμε. Το αμφίπλευρο μπάλωμα είναι συμμετρικό και κατασκευασμένο από πλαστικό ενισχυμένο με ανθρακονήματα απλής διεύθυνσης (Carbon Fibre Reinforced Plastic - CFRP). Οι δε ιδιότητές του είναι:  $E_1 = E_3 = 9 \text{ GPa}$ ,  $E_2 = 135 \text{ GPa}$ ,  $G_{12} = 8 \text{ GPa}$ ,  $\nu_{12} = 0.02$ ,  $\nu_{13} = \nu_{23} = 0.3$ . Το μπάλωμα θα συγκολληθεί στην πλάκα με εποξική κόλλα λεπτού πάχους (epoxy film adhesive) FM-73, το πάχος της οποίας είναι 0.15 mm. Οι ιδιότητες του συγκολλητικού υλικού είναι:  $E = 2158 \text{ MPa}$ ,  $\nu = 0.35$ . Η πλάκα με το μπάλωμα φαίνεται στο σχήμα 4.2.



Σχ. 4.2. Γεωμετρικό μοντέλο της πλάκας με το μπάλωμα.

#### *Επικύρωση (validation) της μεθόδου Modified Crack Closure (MCC)*

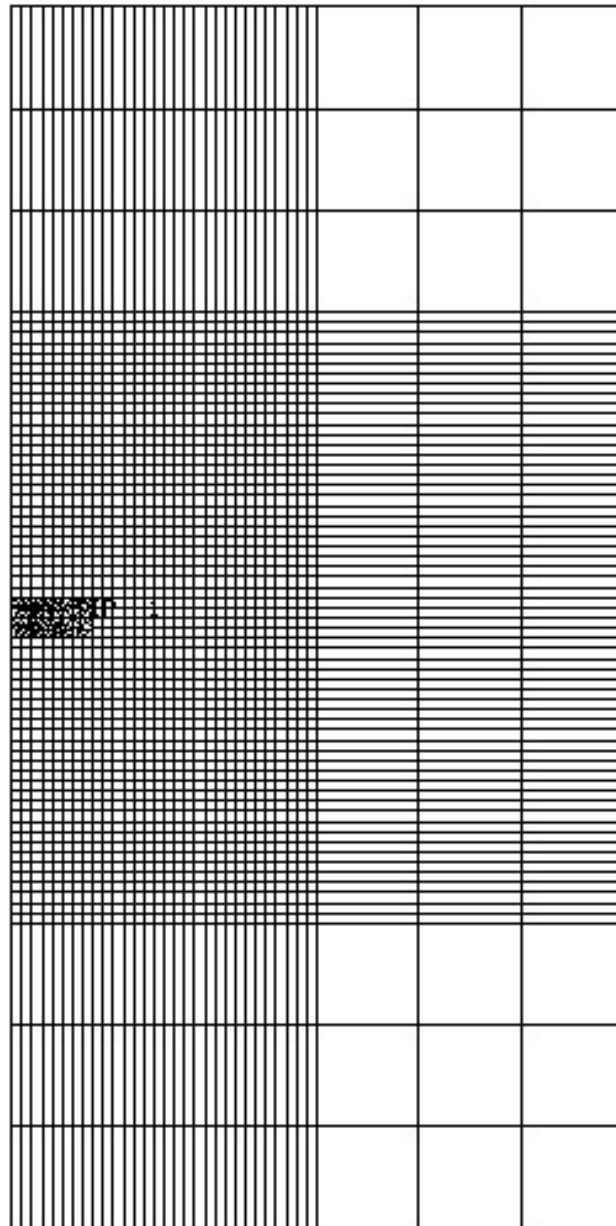
Ο FEM κώδικας που χρησιμοποιούμε για τον υπολογισμό των SIF είναι ο FRANC2D/L (FRacture ANalysis Code 2Dimensional/Layered), με χρήση της μεθόδου Modified Crack Closure (MCC). Επικυρώνουμε τη μέθοδο (πιστοποιούμε δηλαδή την ορθότητά της) συγκρίνοντας τα FEM αποτελέσματα με τη λύση κλειστής μορφής για την πλάκα διαστάσεων 240 x 240 x 3 mm<sup>3</sup> με την κεντρική ρωγμή. Πραγματοποιήθηκε δισδιάστατη ανάλυση (2D), αφού η εφαρμογή που χρησιμοποιούμε είναι έτσι κι αλλιώς δισδιάστατη. Για την ανάλυση, χρησιμοποιήσαμε οκτάκομβα τετράπλευρα στοιχεία (eight-noded quadratic elements). Κοντά στη ρωγμή, το μήκος του στοιχείου είναι 2 mm. Στα σχήματα 4.3.α και 4.3.β φαίνεται το πλέγμα πεπερασμένων στοιχείων της πλάκας, ενώ τα αποτελέσματα της FEM

ανάλυσης και της επίλυσης κλειστής μορφής παρουσιάζονται στον πίνακα 4.1. Τα αποτελέσματα συμπίπτουν και, συνεπώς, πιστοποιούν την ορθότητα και την καταλληλότητα της μεθόδου MCC. Το ίδιο πλέγμα χρησιμοποιείται σε όλες τις μελέτες επισκευής σ'αυτήν την εργασία.

Πίνακας 4.1. Ανάλυση για επικύρωση της μεθόδου MCC

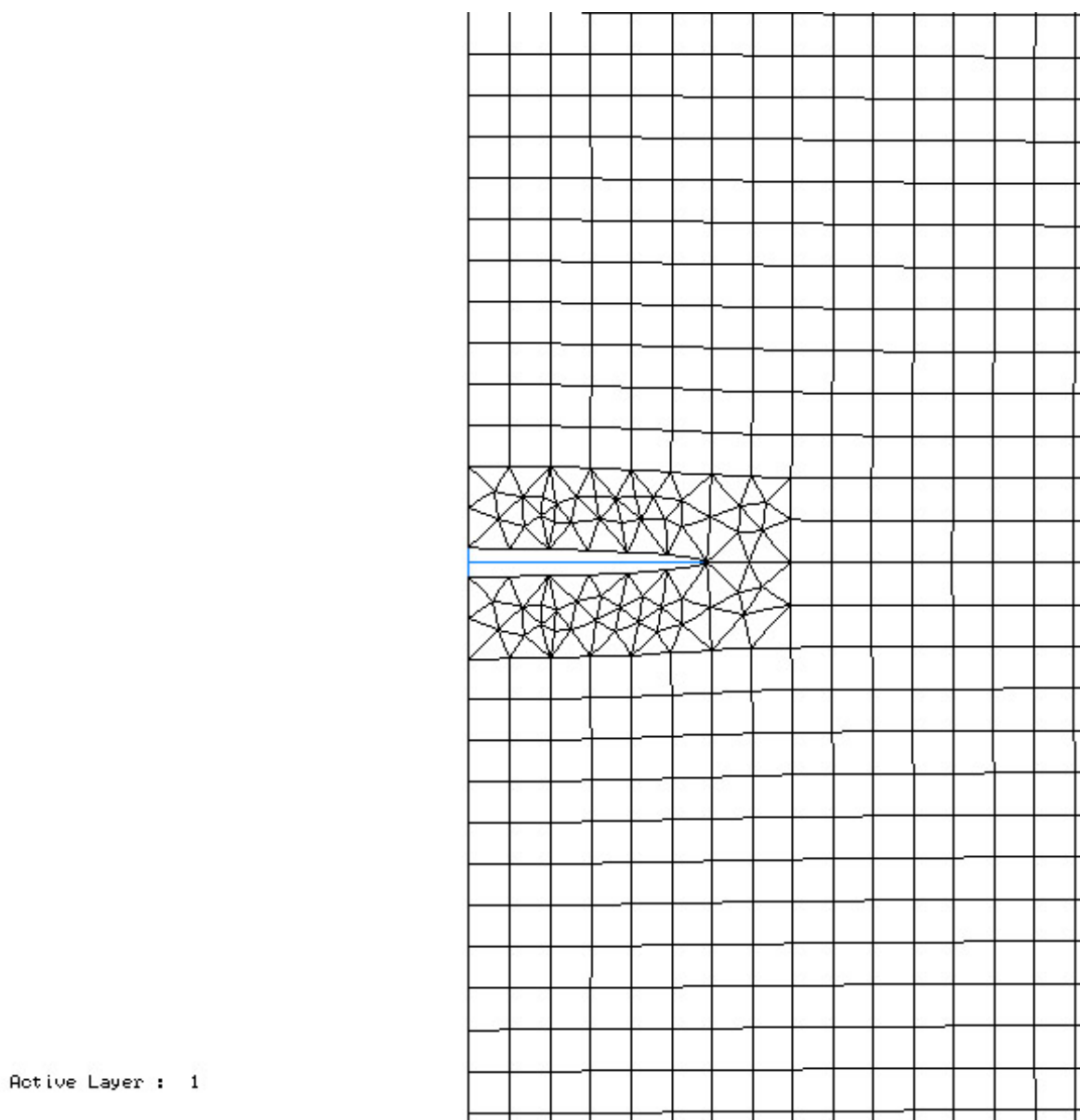
Μέγεθος της πλάκας (cm)	Μήκος ρωγμής (cm)	Εφαρμοζόμενη τάση (MPa)	Τύπος ανάλυσης	Λύση κλειστής μορφής (KN/cm <sup>3/2</sup> )	MCC (KN/cm <sup>3/2</sup> )	Ποσοστό σφάλματος (%)
24 x 24 x 0.3	2.4	166.67	2D	32.63	32.62	0.03





Active Layer : 1

Σχ. 4.3.α. Πλέγμα πεπερασμένων στοιχείων της ρηγματωμένης πλάκας χωρίς μπάλωμα.



Σχήμα 4.3.β. Πλέγμα πεπερασμένων στοιχείων της ρηγματωμένης πλάκας χωρίς μπάλωμα (κοντινή άποψη, παραμορφωμένο πλέγμα).

### Σχεδιασμός του μπαλώματος

Η πλάκα με την κεντρική ρωγή στο σχήμα 4.1 πρέπει να επισκευασθεί με συγκόλληση συμμετρικού, αμφίπλευρου σύνθετου μπαλώματος, έτσι ώστε ο SIF να μειωθεί στην τιμή των  $4.4 \text{ MPa} \times \text{m}^{1/2}$ . Οι μεταβλητές σχεδιασμού είναι η μορφή της

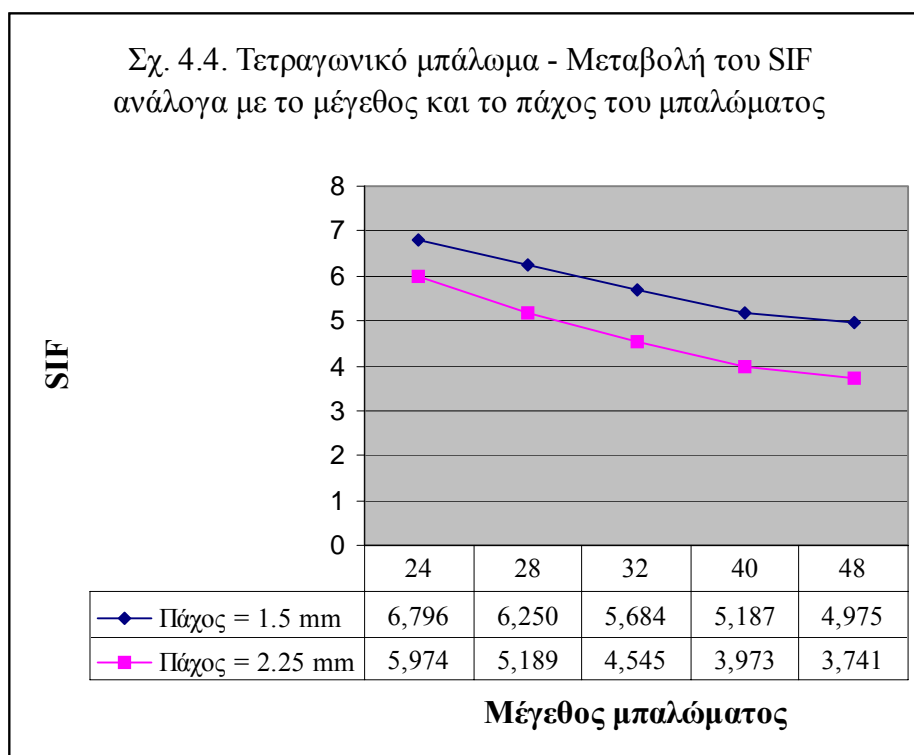
επιφάνειας και το πάχος του μπαλώματος. Οι ιδιότητες του υλικού του μπαλώματος και του συγκολλητικού υλικού, καθώς και το πάχος του συγκολλητικού, θεωρούνται σταθερές. Η γεωμετρία και οι συνοριακές συνθήκες έχουν διπλή συμμετρία, αλλά, λόγω περιορισμών στις δυνατότητες του λογισμικού, θα αναλυθεί η μισή πλάκα και όχι το ένα τέταρτο. Θεωρούμε ότι και το συγκολλητικό υλικό έχει ρηγματωθεί, όπως και η πλάκα. Η ρωγμή μοντελοποιείται όπως και στο παράδειγμα χρήσης του FRANC2D/L.

#### *Τετραγωνικό μπάλωμα*

Στο σχήμα 4.4 παρουσιάζονται οι διαφορετικές τιμές που προκύπτουν για τον SIF ανάλογα με το μέγεθος και το πάχος του μπαλώματος. Χρησιμοποιούμε μπαλώματα με πλευρά 24, 28, 32, 40 και 48 mm, ενώ τα διαφορετικά πάχη είναι δυο: 1.5 και 2.25 mm. Παρατηρούμε ότι:

1. Το πάχος του μπαλώματος παίζει κύριο ρόλο στη διαμόρφωση της τιμής του SIF,
2. Το μήκος της πλευράς του μπαλώματος επηρεάζει λιγότερο την τιμή του SIF.

Τα διαγράμματα stress contour κατά τον άξονα y και τα παραμορφωμένα πλέγματα παρουσιάζονται στο παράρτημα Ι.

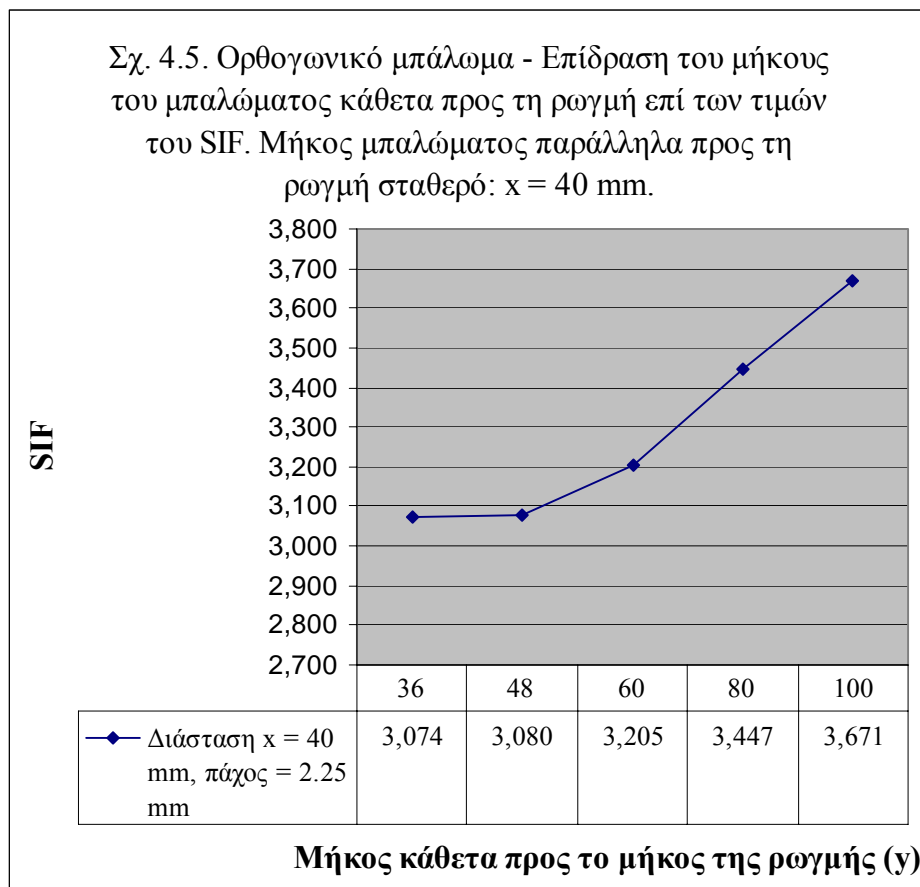


#### Ορθογωνικό μπάλωμα

Αρχικά παίρνουμε την περίπτωση που το μήκος της πλευράς που είναι παράλληλη προς τη ρωγμή (κατά τον άξονα x) είναι 40 mm και μεταβάλλεται το μήκος της πλευράς που βρίσκεται κάθετα στη ρωγμή (κατά τον άξονα y). Οι τιμές που παίρνει το μήκος αυτό είναι 36, 48, 60, 80 και 100 mm. Στο σχ. 4.5 παρουσιάζεται η μεταβολή των SIF ανάλογα με τη διάσταση της y πλευράς. Τα διαγράμματα stress contour κατά τον άξονα y και τα παραμορφωμένα πλέγματα παρουσιάζονται στο παράρτημα II.

Στην περίπτωση τώρα που διατηρούμε σταθερή τη διάσταση της y πλευράς του μπαλώματος (48 mm), αλλά μεταβάλλουμε το μήκος παράλληλα προς το μήκος της ρωγμής καθώς και το πάχος του μπαλώματος (στο μήκος κατά τον άξονα x δίνουμε τις τιμές

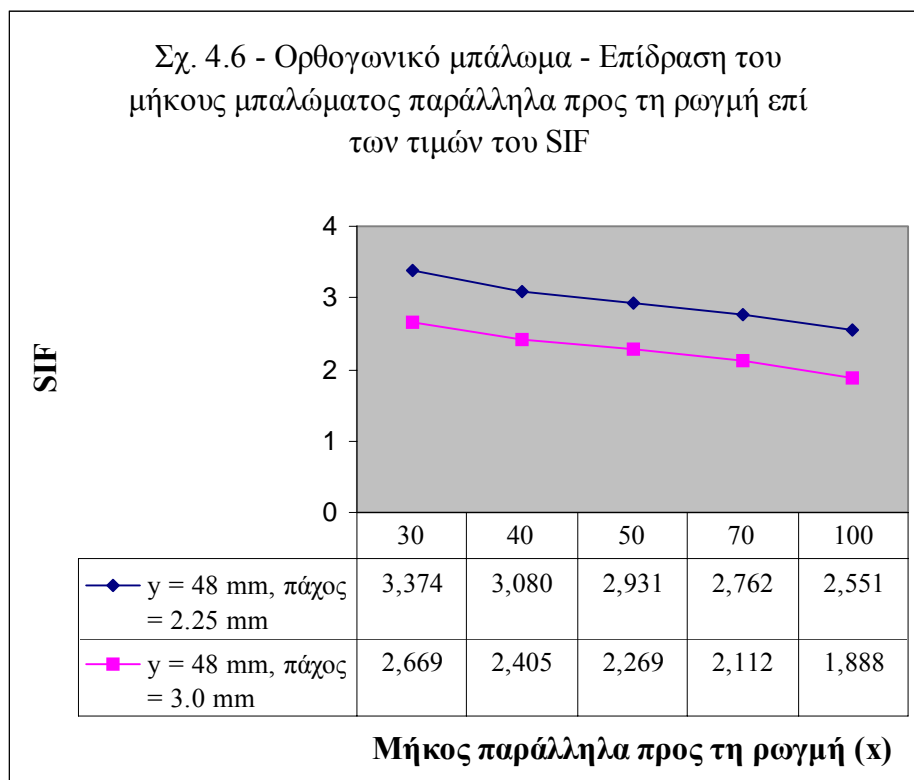
30, 40, 50, 70, 120mm): Στο σχήμα 4.6 βλέπουμε τη μεταβολή του SIF ανάλογα με το μήκος της  $x$  πλευράς και το πάχος του μπαλώματος. Τα διαγράμματα stress contour κατά τον άξονα  $y$  και τα παραμορφωμένα πλέγματα παρατίθενται στο παράρτημα ΙΙΙ.



Από το σχ. 4.5 παρατηρούμε ότι:

1. Υπάρχει βέλτιστο μήκος μπαλώματος κάθετα προς το μήκος της ρωγμής,
2. Ένα ορθογωνικό ( $y < x$ ) μπάλωμα είναι πιο αποτελεσματικό από ένα τετραγωνικό ( $y = x$ ),
3. Ένα μπάλωμα μήκους  $y = 100$  mm στη διεύθυνση κάθετα προς τη ρωγμή είναι λιγότερο αποτελεσματικό και, προφανώς, ακόμα λιγότερο θα είναι ένα μπάλωμα

πλήρους μήκους στη διεύθυνση κάθετα προς το μήκος της ρωγμής.



Από το σχήμα 4.6, παρατηρούμε ότι:

1. Το πάχος του μπαλώματος παίζει πρωταρχικό ρόλο στη διαμόρφωση της τιμής του SIF,
2. Ο SIF μειώνεται καθώς αυξάνεται το μήκος του μπαλώματος κατά μήκος της ρωγμής,
3. Ένα μπάλωμα πλήρους μήκους ( $x = 120 \text{ mm}$ ) κατά μήκος της ρωγμής είναι το πλέον αποτελεσματικό,
4. Ο SIF αυξάνεται έντονα καθώς το μήκος του μπαλώματος κατά μήκος της ρωγμής μειώνεται κάτω από μια συγκεκριμένη τιμή.

### *Επίδραση του πάχους του μπαλώματος*

Από τη μελέτη που διεξήχθη στο θέμα της επισκευής ρηγματωμένης πλάκας με σύνθετα μπαλώματα, καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι η κύρια μεταβλητή σχεδίασης που καθορίζει την αποτελεσματικότητα του μπαλώματος είναι το πάχος. Τα διαγράμματα 4.4 και 4.6 μας δείχνουν ότι αύξηση του πάχους του μπαλώματος, διατηρώντας τις άλλες διαστάσεις του ίδιες, μπορεί να μειώσει τον SIF περισσότερο από 15%.

### *Μετατροπές μονάδων που χρειάστηκαν:*

Το CASCA και το FRANC2D/L απαιτούν οι μονάδες να είναι συμβατές μεταξύ τους, προκειμένου να εξαχθούν σωστά αποτελέσματα. Η αρχή γίνεται από το CASCA, όπου επιλέγουμε ουσιαστικά τη μονάδα μήκους που θα χρησιμοποιήσουμε στο στάδιο του ορισμού των διαστάσεων του τεμαχίου. Συγκεκριμένα, στη δική μας εφαρμογή, η μονάδα μήκους είναι τα εκατοστόμετρα (cm). Δηλαδή, η πλάκα έχει μήκος 24 cm, πλάτος 24 cm και πάχος 0.3 cm. Προφανώς, οι μονάδες που δίδονται αρχικά δεν είναι άμεσα χρησιμοποιήσιμες και πρέπει να γίνουν κάποιες απλές μετατροπές, προκειμένου να έχουμε σωστά αποτελέσματα από το FRANC2D/L.

Γνωρίζουμε ότι  $1 \text{ MPa} = 1 \text{ MN/m}^2 = 1 \text{ MN}/10^4 \text{ cm}^2$ .

Αυτό μας δίνει:

Για την πλάκα αλουμινίου:

$$E = 71709 \text{ MPa} = 71709 \text{ MN}/10^4 \text{ cm}^2 = 7170.9 \text{ KN/cm}^2$$

$$\sigma = 166.67 \text{ MPa} = 166.67 \text{ MN}/10^4 \text{ cm}^2 = 16.667 \text{ KN}/\text{cm}^2$$

$$\nu = 0.33$$

$$K_{Ic} = 32.4 \text{ MPa} \times \text{m}^{1/2} = 32.4 \text{ KN}/\text{cm}^{3/2}$$

$$\text{Threshold SIF } K_{Ic} = 4.4 \text{ KN}/\text{cm}^{3/2} \text{ (ομοίως)}$$

Για το μπάλωμα από CFRP:

Οι ιδιότητες είναι:

$$E_1 = E_3 = 9 \text{ GPa} = 900 \text{ KN}/\text{cm}^2$$

$$E_2 = 135 \text{ GPa} = 13500 \text{ KN}/\text{cm}^2$$

$$G_{12} = 8 \text{ GPa} = 800 \text{ KN}/\text{cm}^2$$

$$\nu_{13} = \nu_{23} = 0.3$$

$$\nu_{12} = 0.02$$

Για το δε συγκολλητικό υλικό, οι ιδιότητες είναι:

$$E = 2158 \text{ MPa}, \text{ άρα } G = 799.259 \text{ MPa} = 79.926 \text{ KN}/\text{cm}^2$$

### Συμπεράσματα

Από τις μελέτες επισκευής που διεξήχθησαν, συμπεραίνουμε ότι η βέλτιστη περίπτωση μπαλώματος είναι το ορθογωνικό, διαστάσεων  $x = 120 \text{ mm}$ ,  $y = 48 \text{ mm}$  και πάχους  $3 \text{ mm}$ , καθώς επιτυγχάνει το χαμηλότερο δυνατό SIF ( $1.888 \text{ KN}/\text{cm}^{3/2}$ ). Υπόψιν ότι στη μελέτη μας εκμεταλλευτήκαμε τη συμμετρία ως προς τον άξονα  $y$ , οπότε το πραγματικό μπάλωμα θα έχει διαστάσεις  $x = 240 \text{ mm}$  (είναι δηλαδή μπάλωμα πλήρους μήκους),  $y = 48 \text{ mm}$  και πάχος  $3 \text{ mm}$ . Όπως όμως βλέπουμε από το σχήμα 4.6, όλα τα ορθογωνικά μπαλώματα με διαστάσεις  $x > y$  στη μελέτη μας καλύπτουν την απαίτησή μας για μείωση του SIF κάτω από τα  $4.4 \text{ KN}/\text{cm}^{3/2}$ . Από την άλλη, συνεχίζοντας στα ορθογώνια μπαλώματα, διατηρώντας σταθερό  $x = 40 \text{ mm}$  και πάχος  $2.25 \text{ mm}$



(σχ. 4.5), όλες οι περιπτώσεις που μελετούμε μας ικανοποιούν, με βέλτιστη την περίπτωση μπαλώματος με  $y = 36 \text{ mm}$ , που μας δίνει  $SIF = 3.074 \text{ KN/cm}^{3/2}$ . Στα δε τετραγωνικά μπαλώματα (σχ. 4.4), το καλύτερο είναι το μπάλωμα πλευράς  $48 \text{ mm}$  και πάχους  $2.25 \text{ mm}$ , μια και επιτυγχάνει  $SIF = 3.741 \text{ KN/cm}^{3/2}$ .

## ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

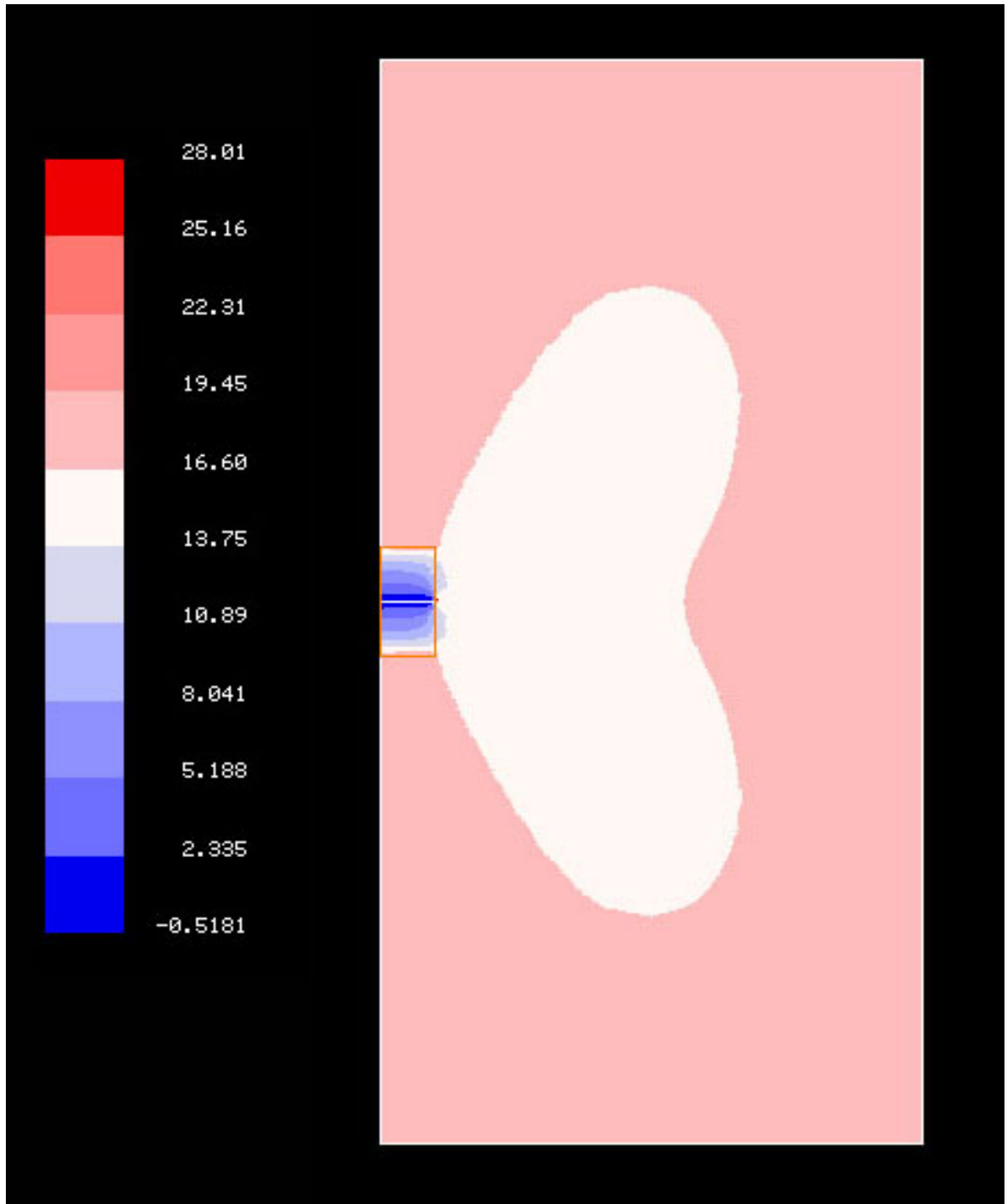
- [1] Baker AA. Joining and repair of aircraft composite structures. In: Mallick PK, editor. Part 14 Composite engineering handbook. New York: Marcel Dekker, 1997.
- [2] Baker AA. Crack. Patching. In: Baker AA, Jones R, editors. Bonded repair of aircraft structures. Dordrecht: Martinus Nijhoff, 1988: pp. 107-73 [chapter 6: Experimental studies, practical applications].
- [3] Baker AA. Repair of cracked or defective metallic aircraft components wirth advanced fibre composites - an overview of Australian work. Compos Struct 1984;153-81.
- [4] Baker AA. Bonded composite repair of metallic aircraft components. AGARD-CP-550 Composite Repair of Military Aircraft Structures, Paper 1, 1994.
- [5] Baker AA, Chester RJ. Recent advances in bonded composite repair technology for metallic aircraft components. In: Chandra T, Dhingra AK, editors. Advanced Composites 93, Proceedings of the International Conference on Advanced Composite Materials 1993:45-9.
- [6] Jones R, Bridgford N, Wallace G, Molent L. Bonded repair of multi-site damage. In: Atluri SN, Sampath SG, Tong P, editors. Structural integrity of ageing airplanes. Berlin: Springer 1991, pp. 199-212.
- [7] Molent L, Callinan RJ, Jones R. Design of an all boron/epoxy doubler reinforcement for F-111C wing pivot fitting: structural aspects. Comp Struct 1989;11:57-83.
- [8] Mitchell RA, Woolley RM, Chwirut DJ. Analysis of composite reinforced cut-outs and cracks. AIAA J 1975;4:744-9.
- [9] Jones R, Callinan RJ. Finite element analysis of patched cracks. J Struct Mech 1979;7(2):107-30.

- [10] Jones R, Callinan RJ. A design study in crack patching . Fibre Sci Technol 1981;14:99-111.
- [11] Jones R, Davis M, Callinan RJ, Mallinson GD. Crack patching analysis and design. J Struct Mech 1982;10(2):177-90.
- [12] Jones R, Callinan RJ. Thermal considerations in the patching of metal sheets with composite overlays. J Struct Mech 1980;8(2):143-9.
- [13] Rose LRF. An application of inclusion analogy for bonded reinforcements. Int J Solids Struct 1981;17:827-38.
- [14] Rose LRF. A cracked plate repaired by bonded reinforcements. Int J Frac 1982;18:135-44.
- [15] Rose LRF. Crack reinforcement by distributed springs. J Mech Phys Solids 1987;35:383-440.
- [16] Mahadesh Kumar A, Ripudaman S. Modelling composite patch repairs to cracked metallic sheet. In: NISA Users' Conference 1995, Bangalore, India.
- [17] Mahadesh Kumar A, Ripudaman S. 3D finite element modelling of a composite patch repair. In: ICF9, Sydney, Australia, 1997:2159-66.
- [18] Mahadesh Kumar A, Hakeem S.A. Optimum design of symmetric composite patch repair to centre cracked metallic sheet. In: Comp Struct 2000;49:285-292.
- [19] Broek, David. The practical use of fracture mechanics. Kluwer Academic Publishers.
- [20] Swenson Daniel, James Mark, Hardeman Brian. CASCA: A Simple 2D Mesh Generator. Version 1.4 User's Guide. May 1997, Kansas State University. Manhattan, Kansas.
- [21] Swenson Daniel, James Mark. FRANC2D/L: A Crack Propagation Simulator for Plane Layered Structures. Version 1.3 User's Guide. Kansas State University. Manhattan Kansas.
- [22] Argyris JH. Energy theorems and structural analysis. Butterworths, London.
- [23] Pian THH, Tong P. Basis of finite element methods for solid continua. In: Int J Num Meth Eng, 1969;1;3-23.

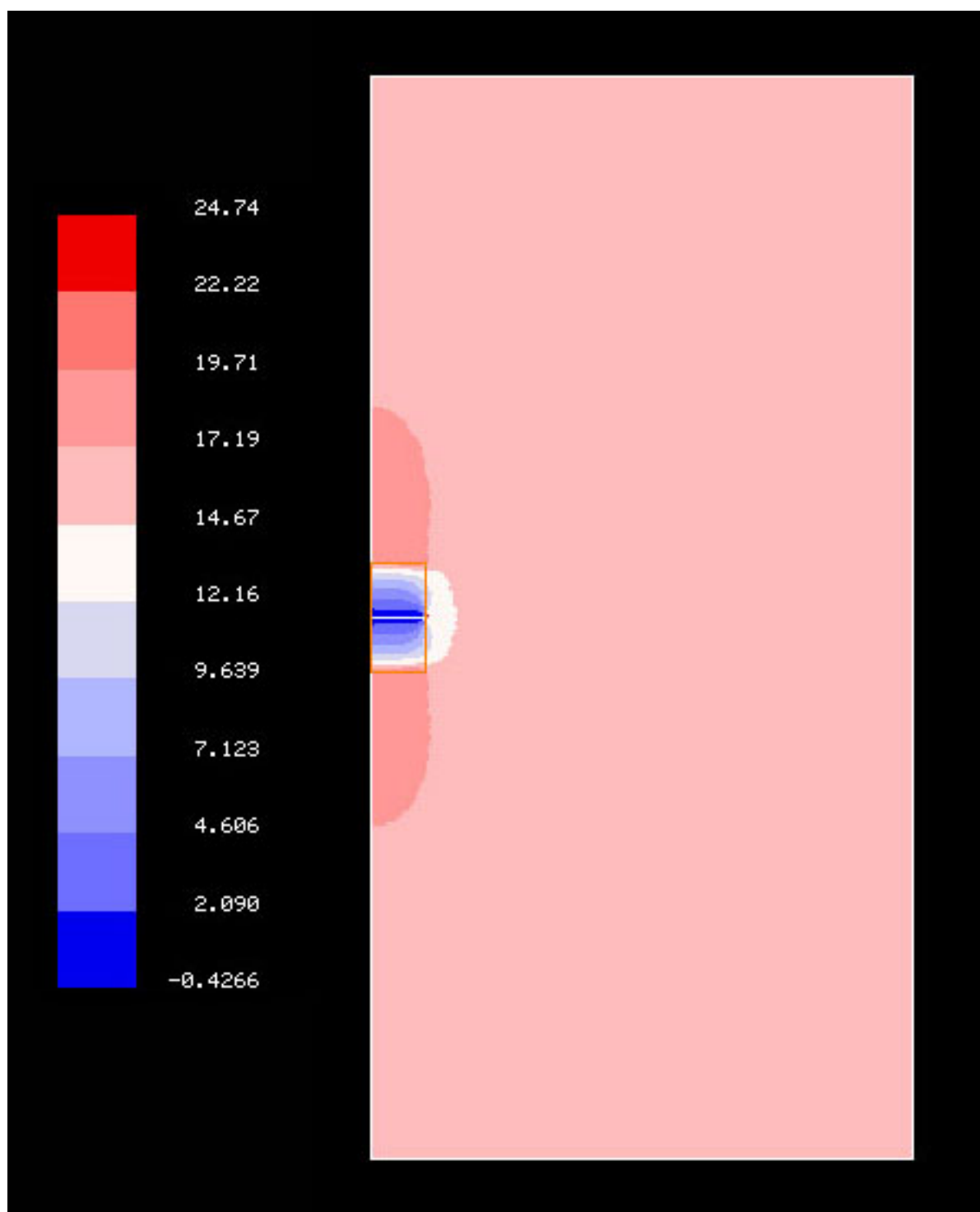
- [24] Argyris JH. Continua and discontinua. In: Proc 1st Conf Matrix  
Methods Struct Mech, Wright-Patterson Air Force Base, 1965, Ohio.

# ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Ι

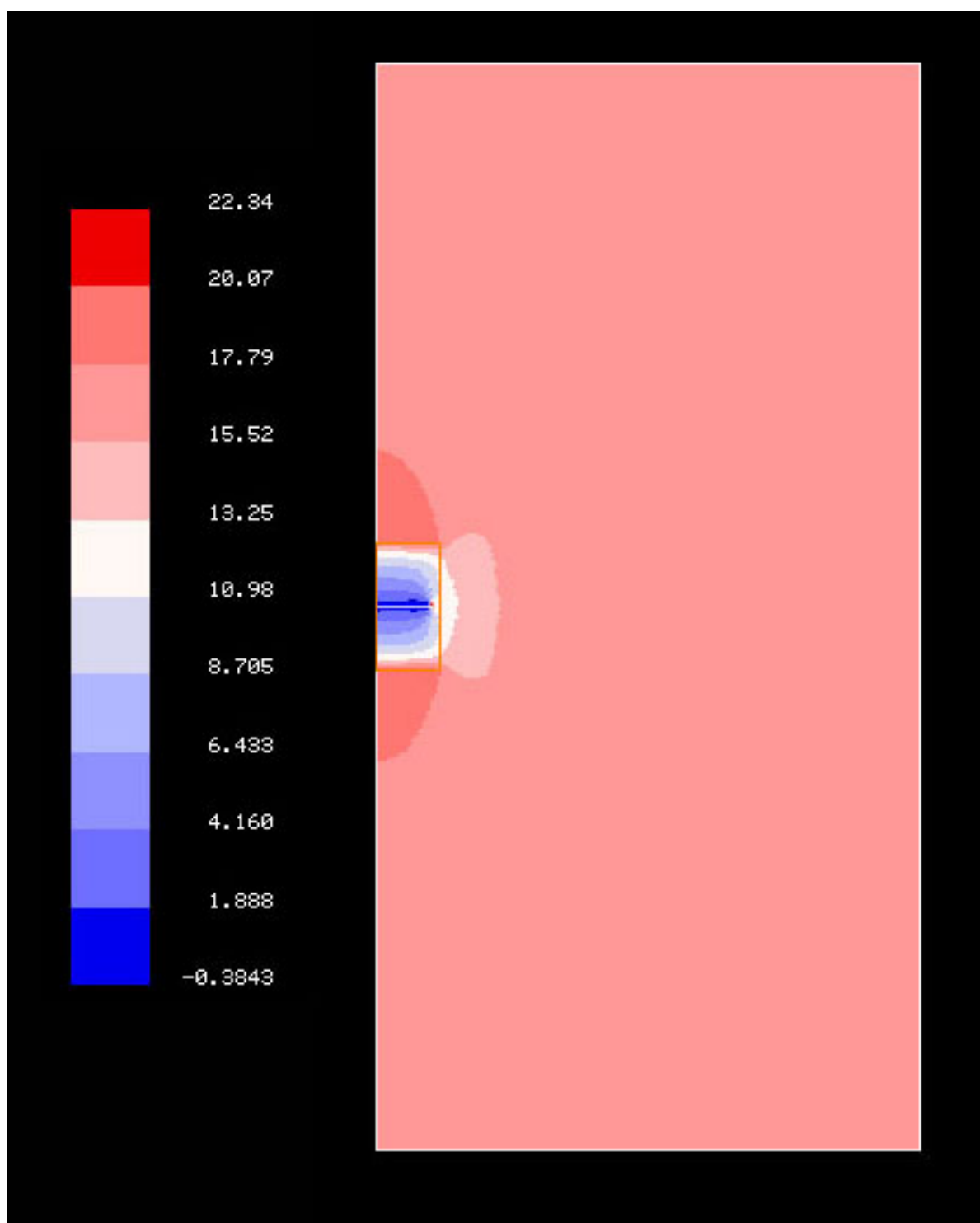
## ΤΕΤΡΑΓΩΝΙΚΟ ΜΠΑΛΩΜΑ



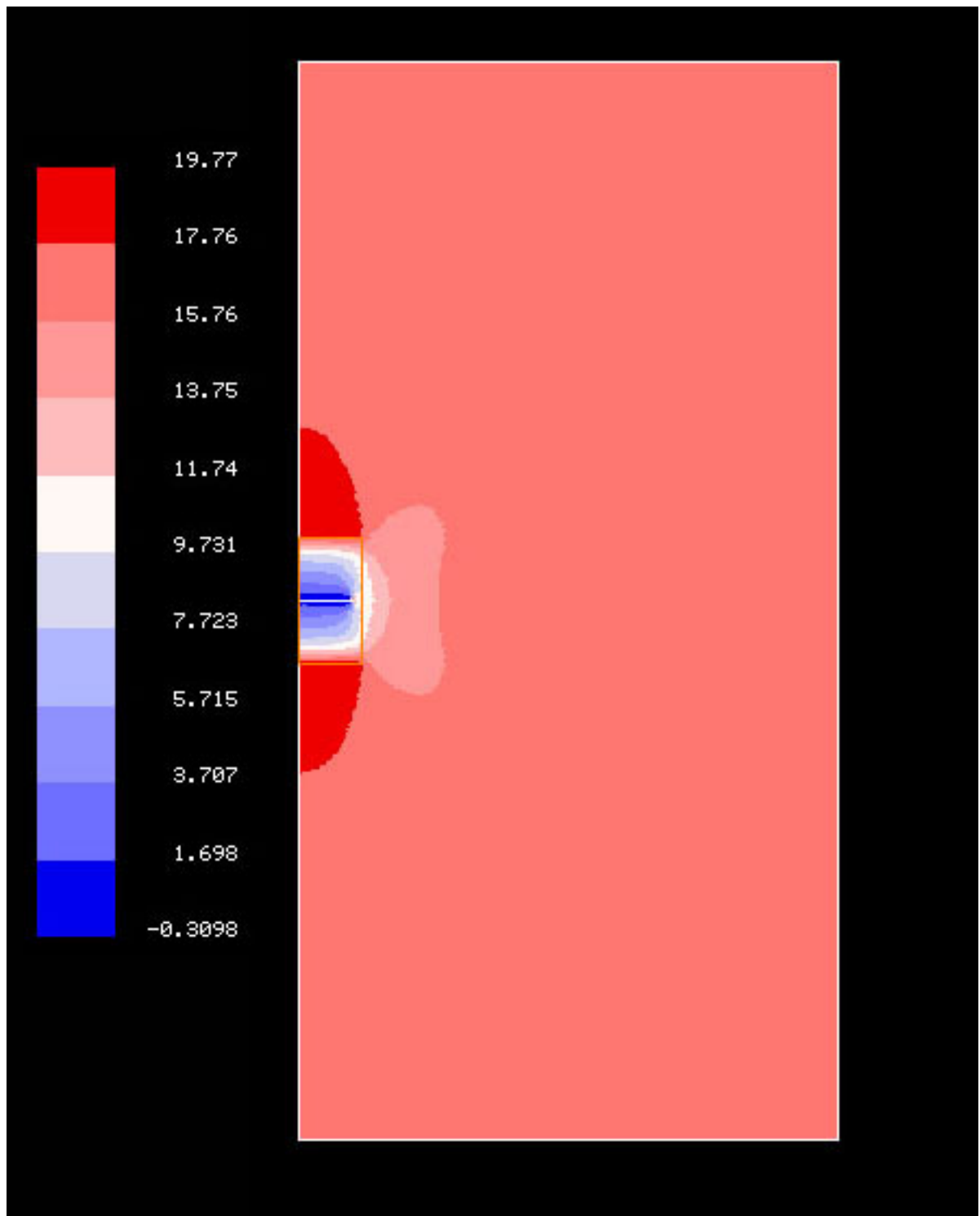
Σχ. 1. Διάγραμμα stress contour κατά τον άξονα y για τη μεταλλική πλάκα με τετραγωνικό μπάλωμα πλευράς 24 mm και πάχους 1.5 mm.



Σχ. 2. Διάγραμμα stress contour κατά τον άξονα y για τη μεταλλική πλάκα με τετραγωνικό μπάλωμα πλευράς 24 mm και πάχους 2.25 mm.

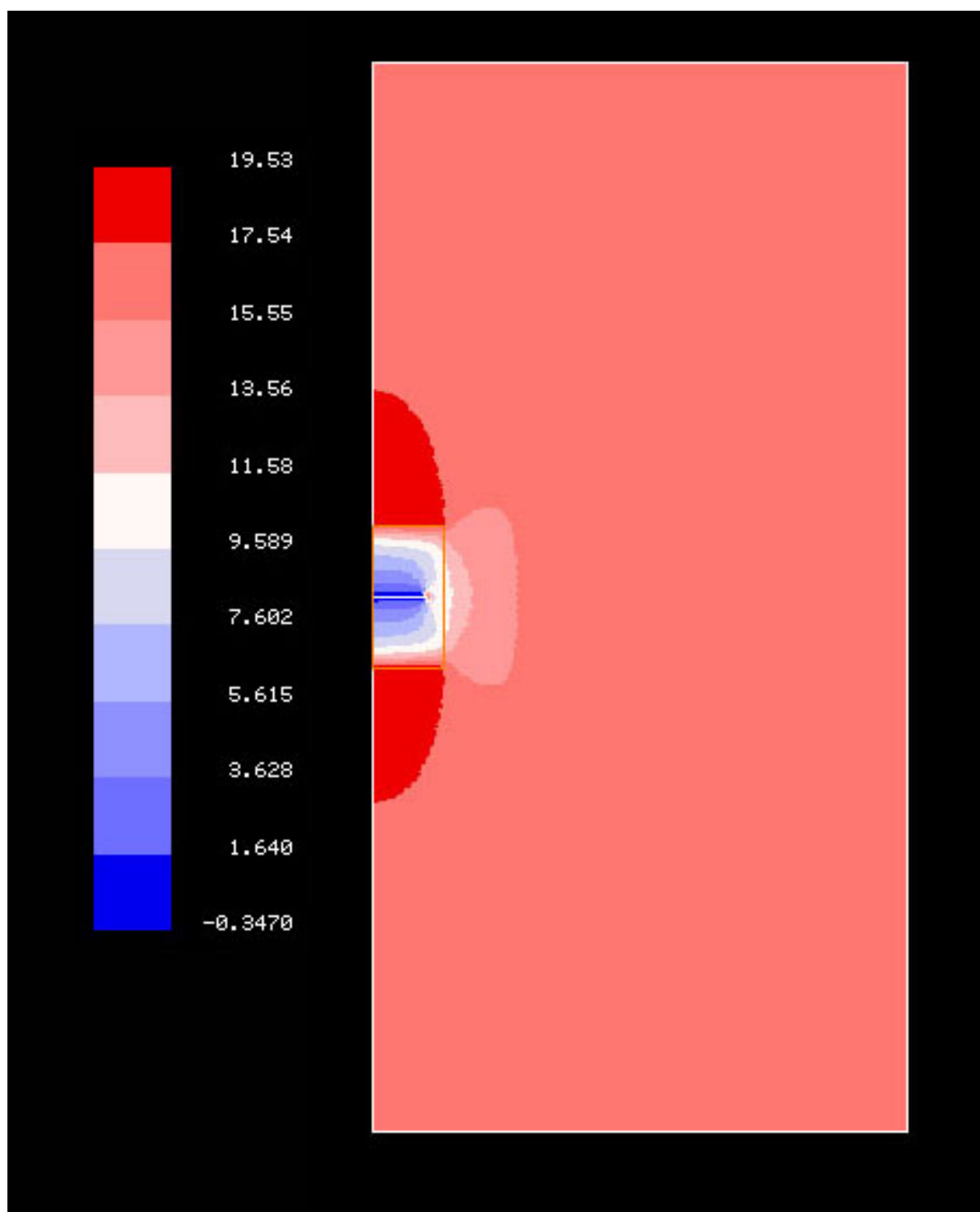


Σχ. 3. Διάγραμμα stress contour κατά τον άξονα y για τη μεταλλική πλάκα με τετραγωνικό μπάλωμα πλευράς 28 mm και πάχους 1.5 mm.

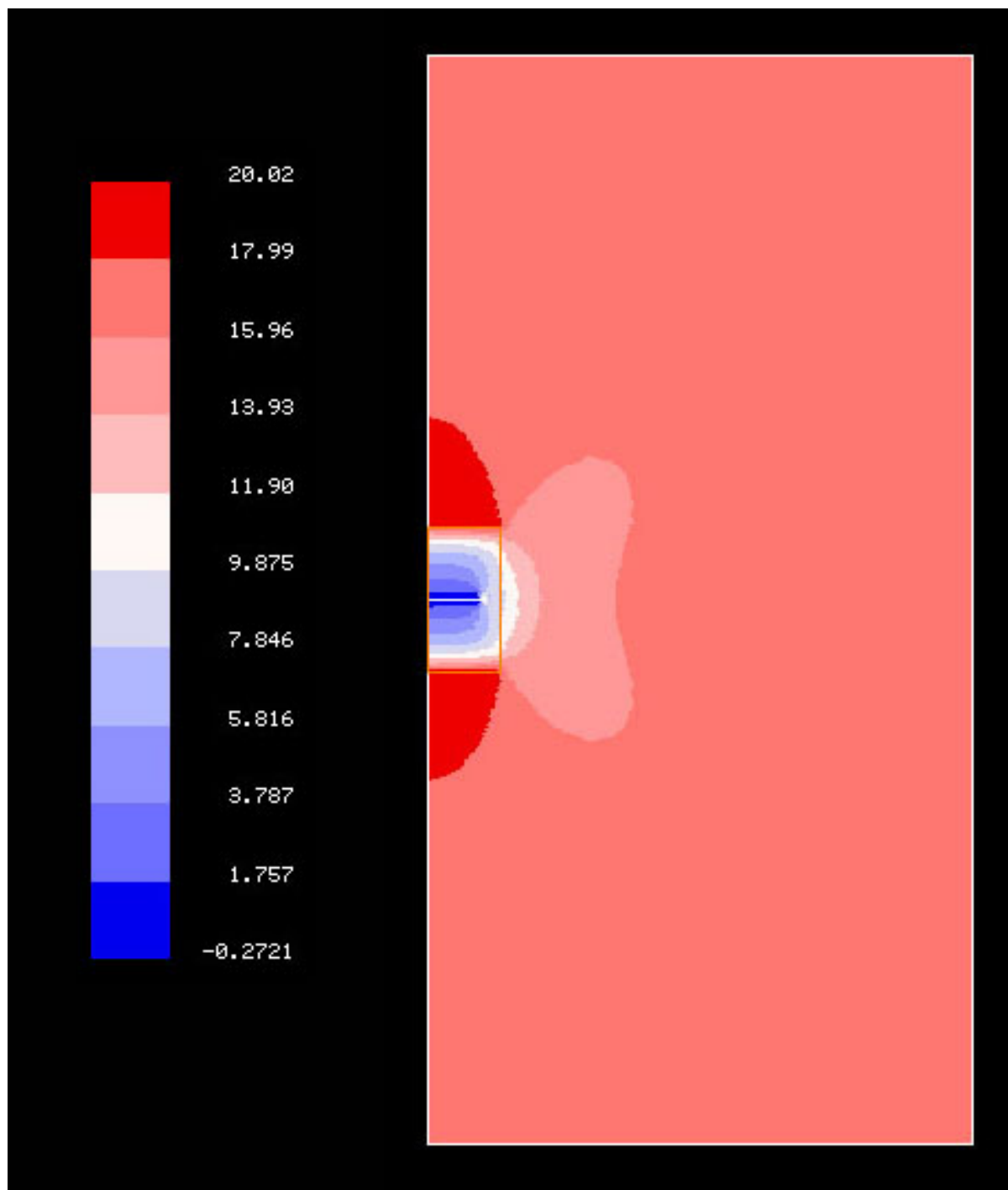


Σχ. 4. Διάγραμμα stress contour κατά τον άξονα y για τη μεταλλική πλάκα με τετραγωνικό μπάlowμα πλευράς 28 mm και πάχους 2.25 mm.

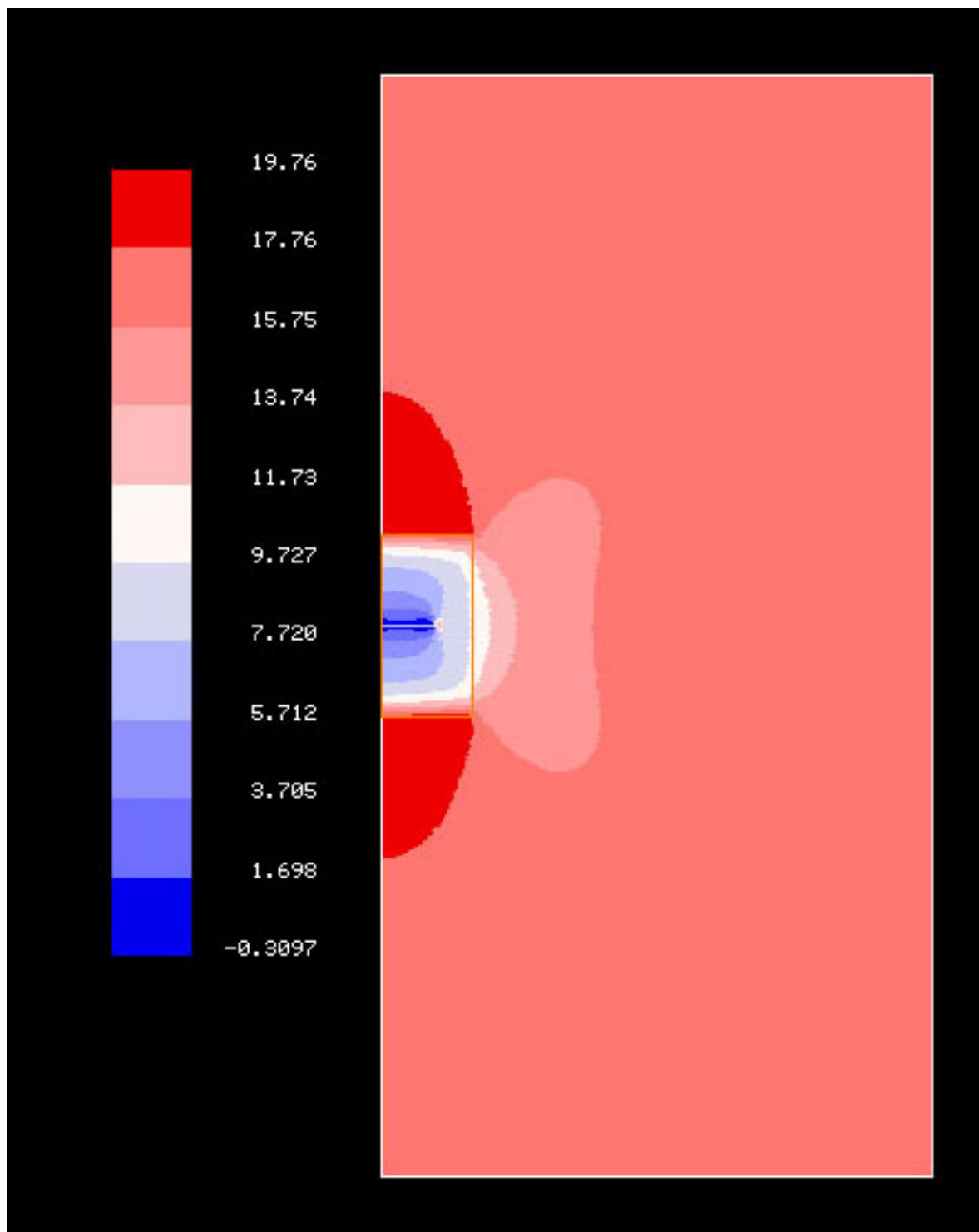




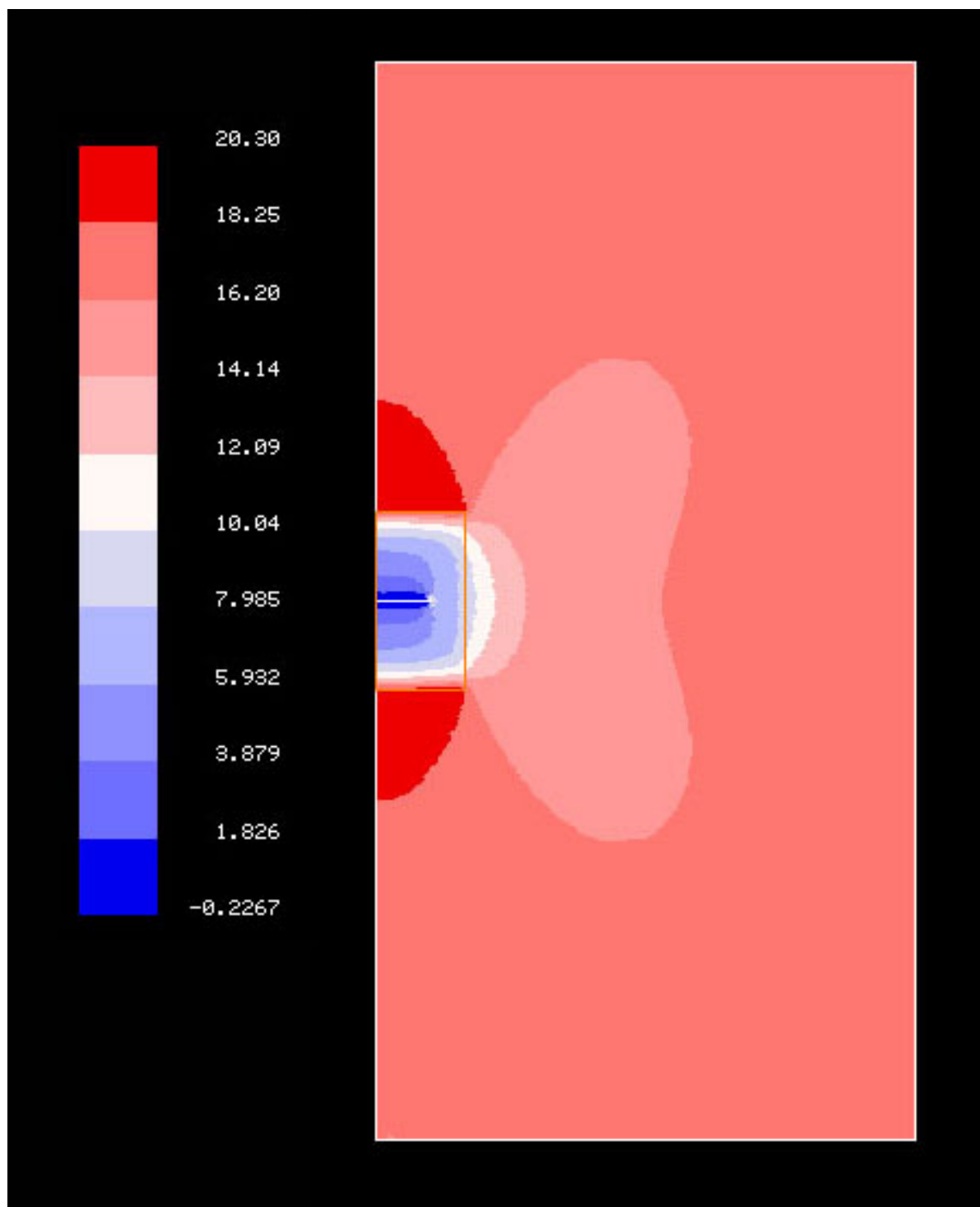
Σχ. 5. Διάγραμμα stress contour κατά τον άξονα  $y$  για τη μεταλλική πλάκα με τετραγωνικό μπάλωμα πλευράς 32 mm και πάχους 1.5 mm.



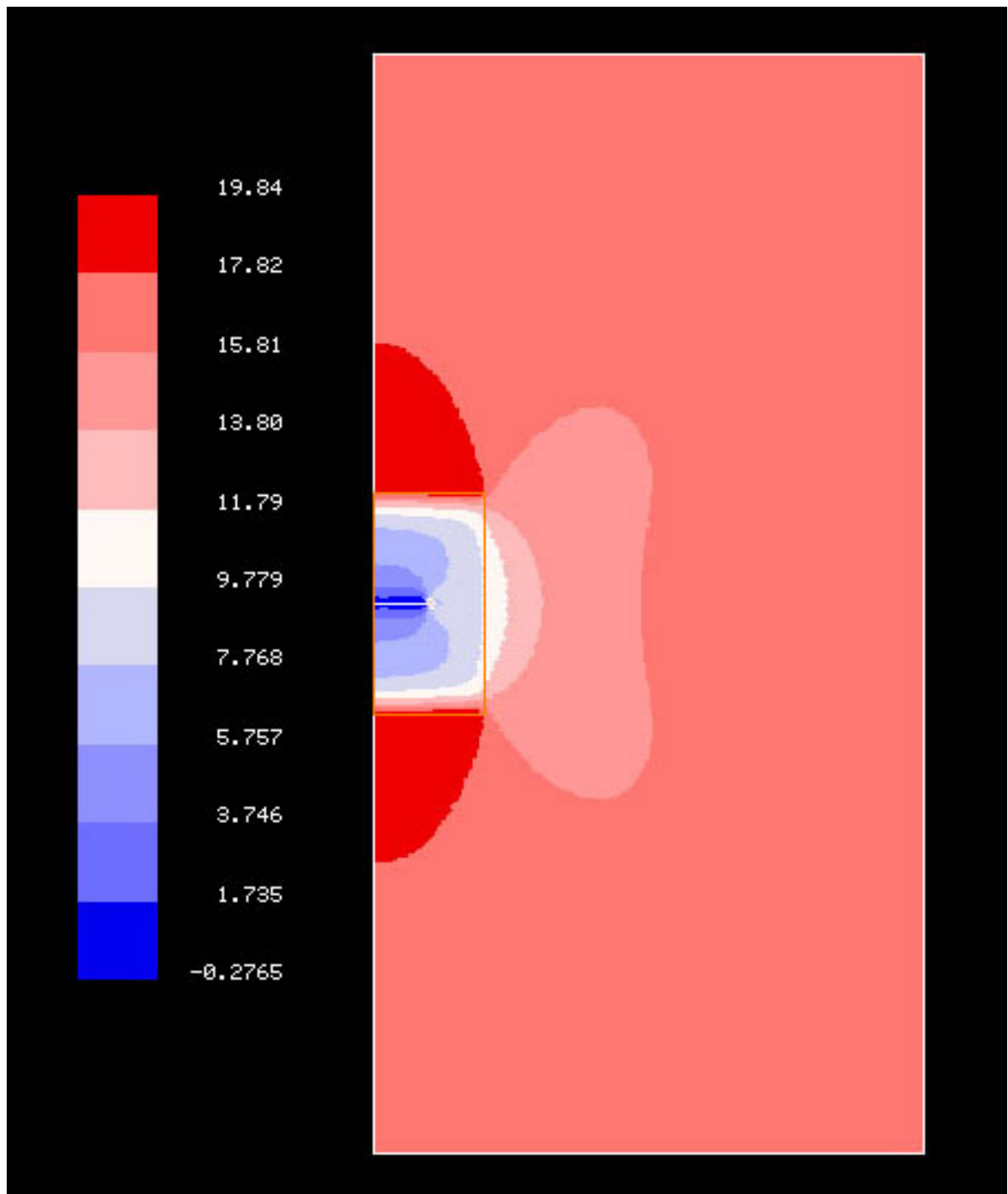
Σχ. 6. Διάγραμμα stress contour κατά τον άξονα y για τη μεταλλική πλάκα με τετραγωνικό μπάλωμα πλευράς 32 mm και πάχους 2.25 mm.



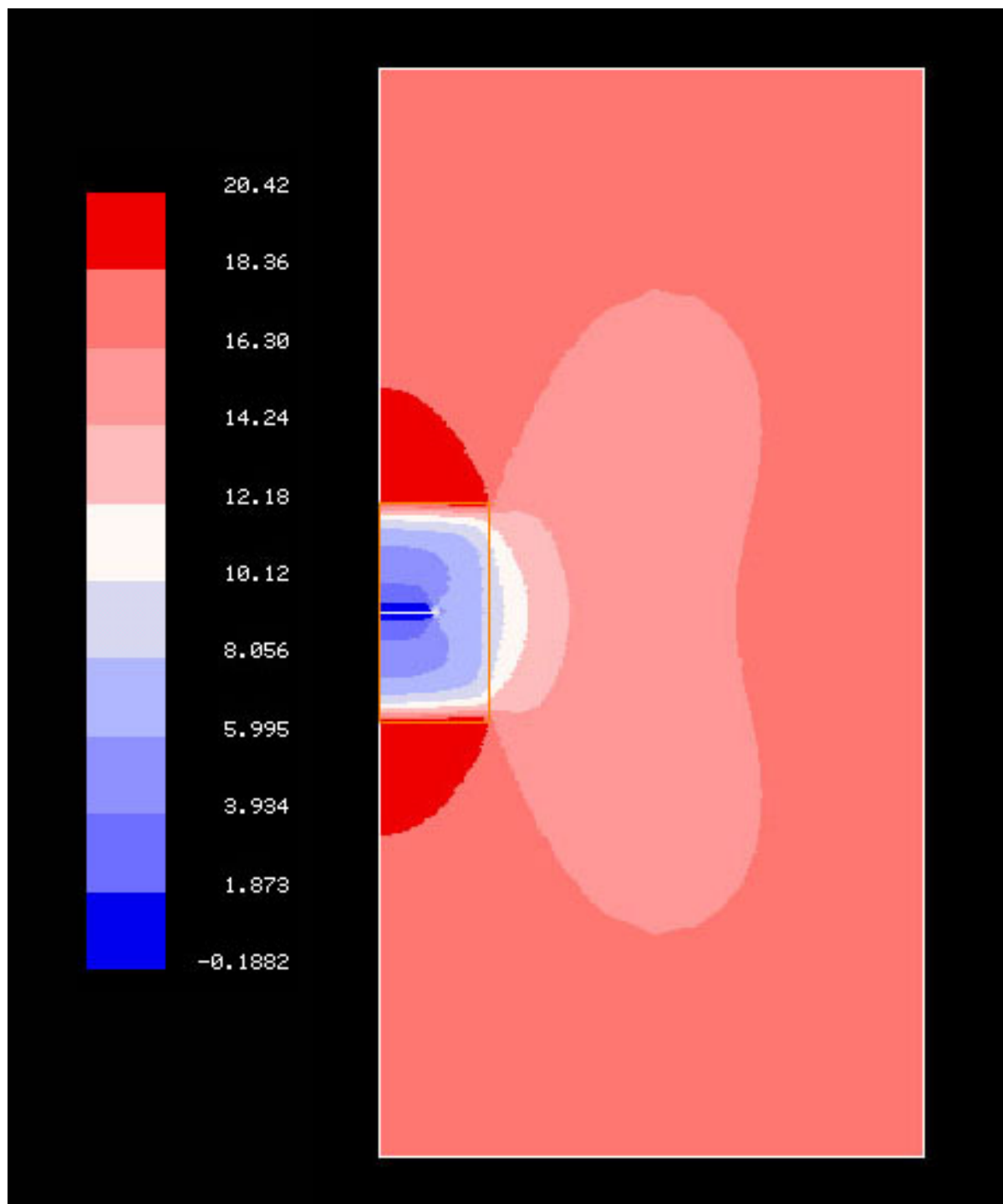
Σχ. 7. Διάγραμμα stress contour κατά τον άξονα y για τη μεταλλική πλάκα με τετραγωνικό μπάλωμα πλευράς 40 mm και πάχους 1.5 mm.



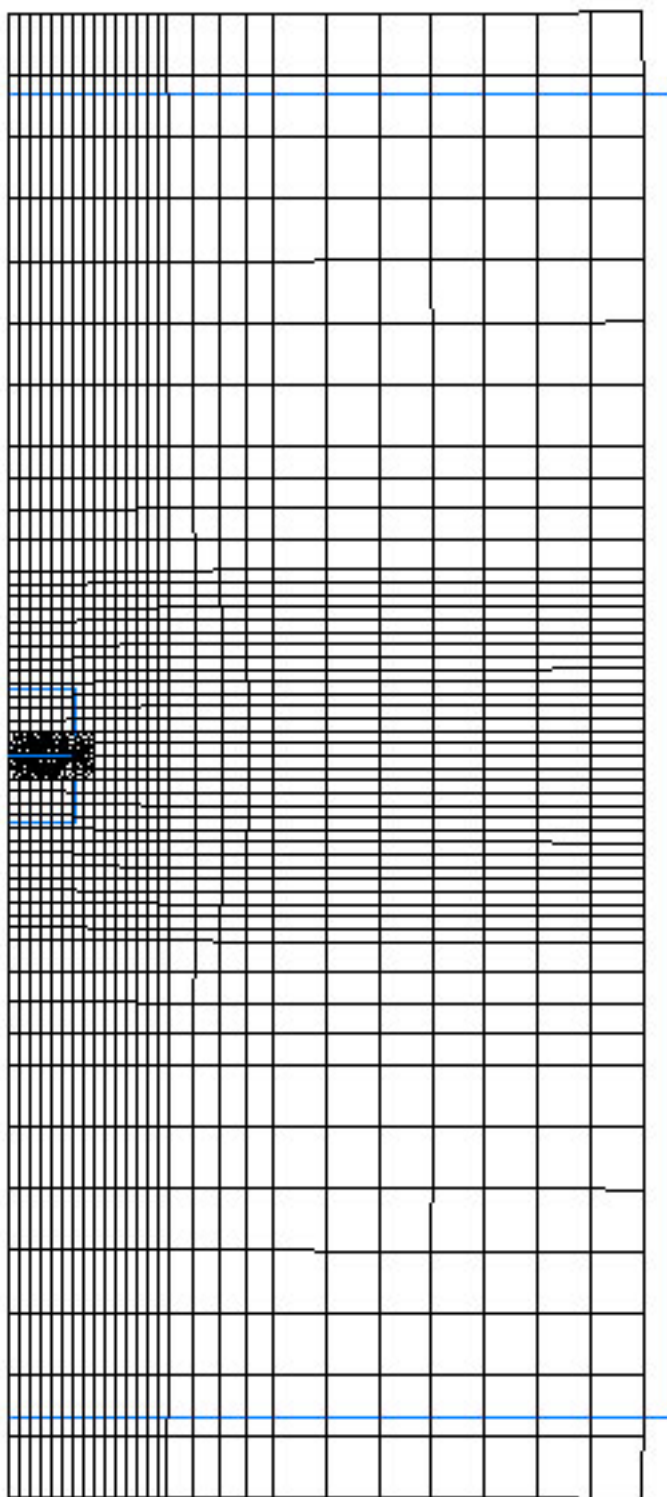
Σχ. 8. Διάγραμμα stress contour κατά τον άξονα y για τη μεταλλική πλάκα με τετραγωνικό μπάλωμα πλευράς 40 mm και πάχους 2.25 mm.



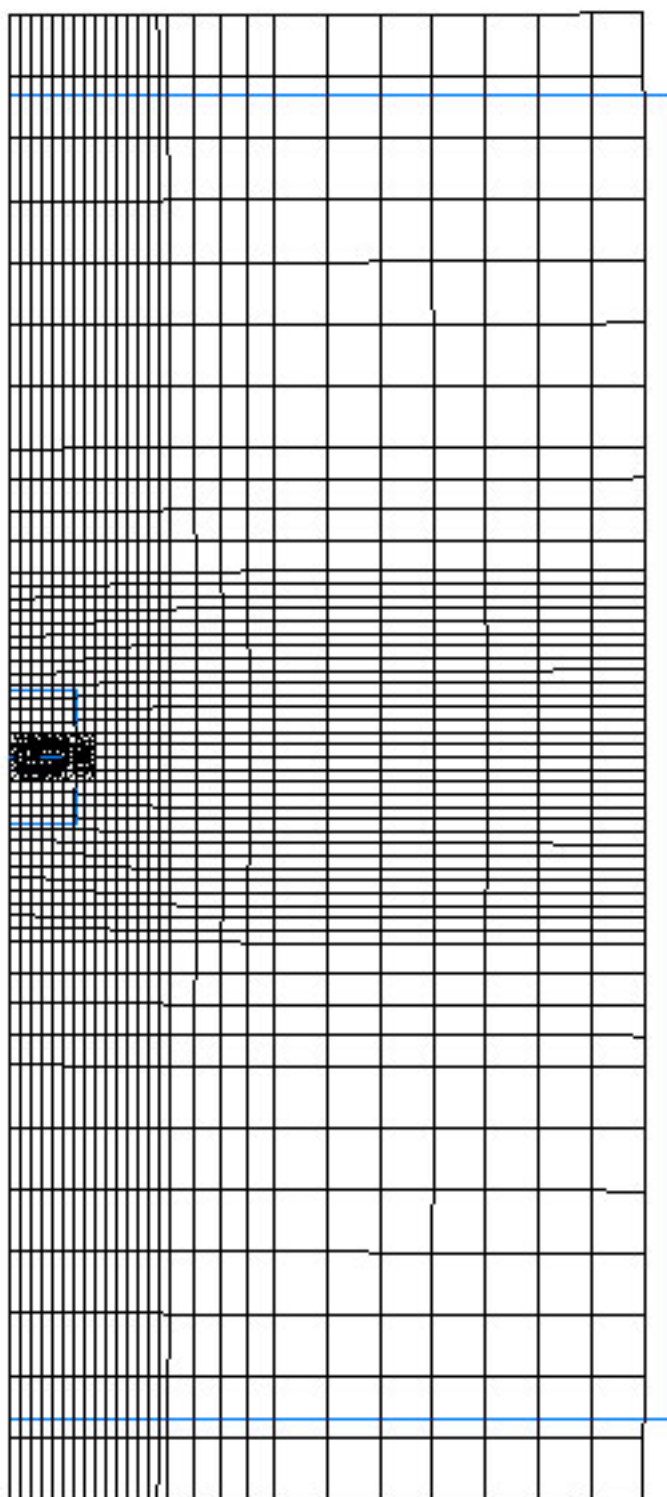
Σχ. 9. Διάγραμμα stress contour κατά τον άξονα y για τη μεταλλική πλάκα με τετραγωνικό μπάλωμα πλευράς 48 mm και πάχους 1.5 mm.



Σχ. 10. Διάγραμμα stress contour κατά τον άξονα y για τη μεταλλική πλάκα με τετραγωνικό μπάλωμα πλευράς 48 mm και πάχους 2.25 mm.

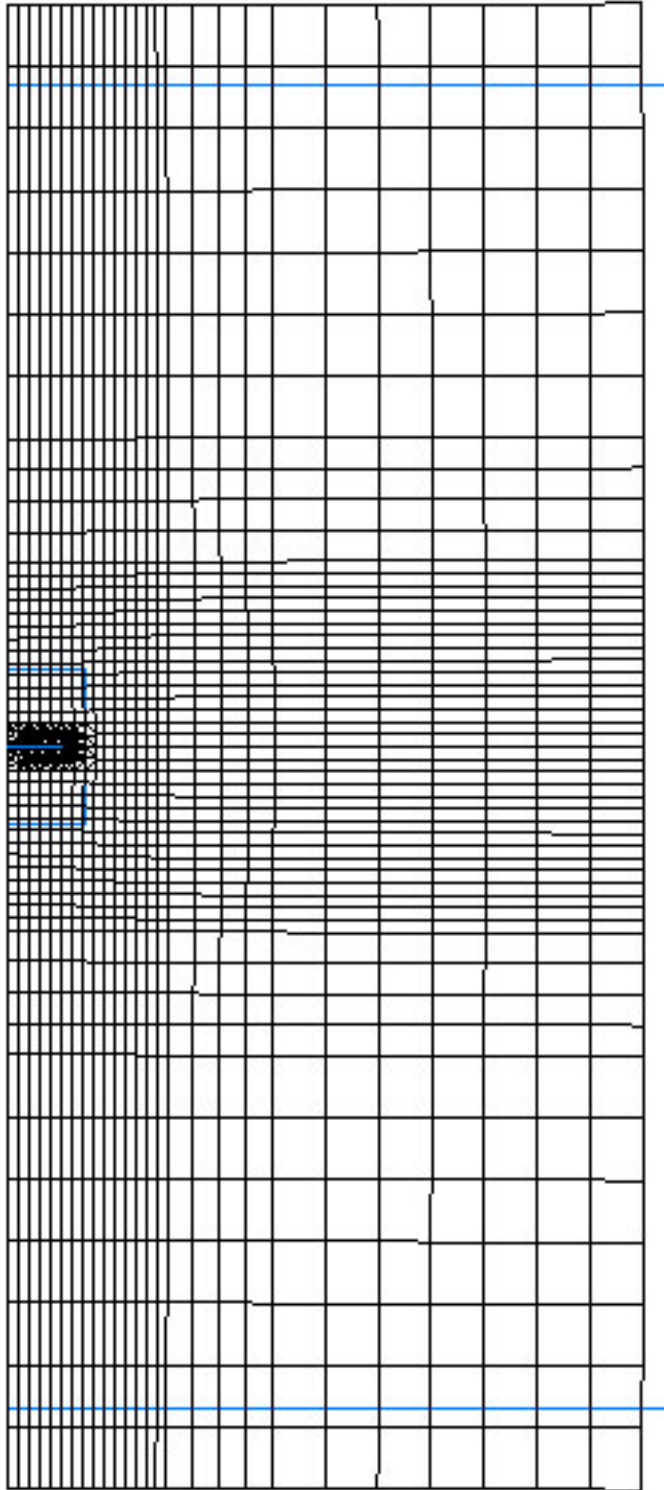


Σχ. 11. Παραμορφωμένο πλέγμα για τη μεταλλική πλάκα με τετραγωνικό μπάλωμα πλευράς 24 mm και πάχους 1.5 mm.

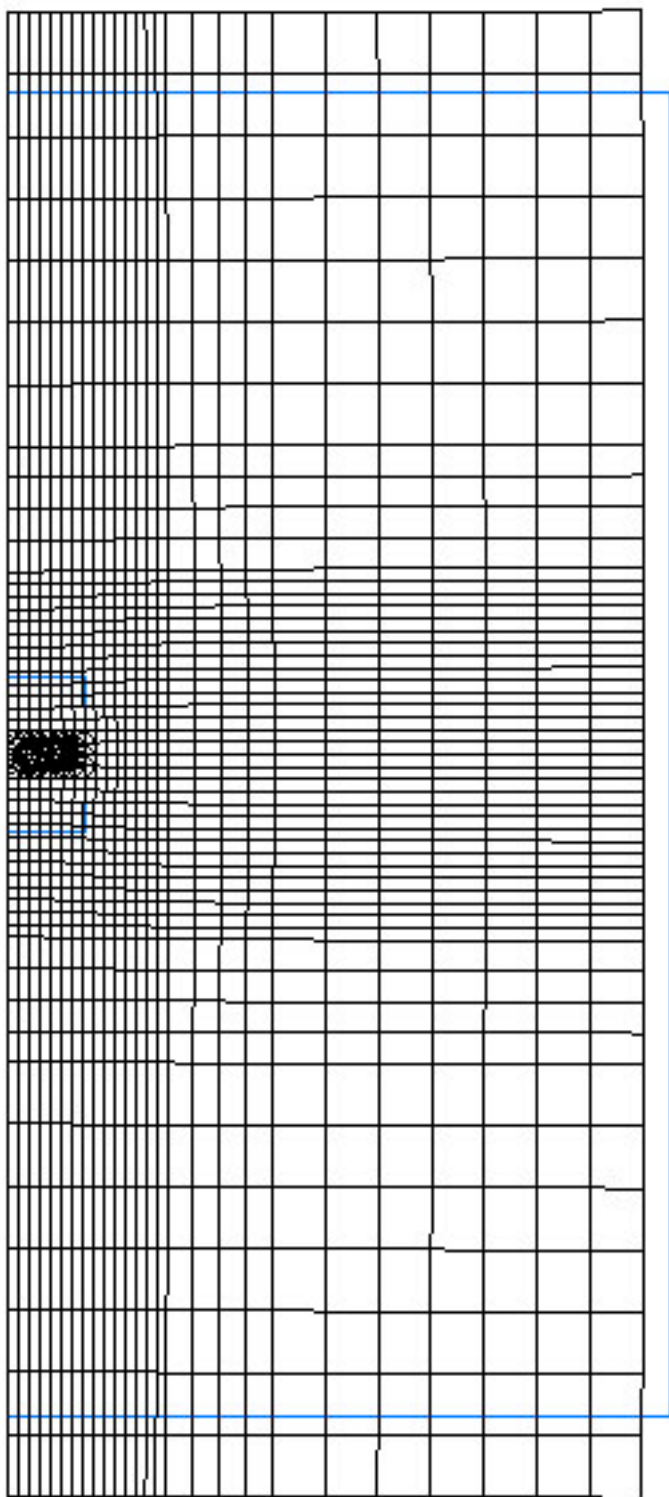


Σχ. 12. Παραμορφωμένο πλέγμα για τη μεταλλική πλάκα με τετραγωνικό μπάλωμα πλευράς 24 mm και πάχους 2.25 mm.

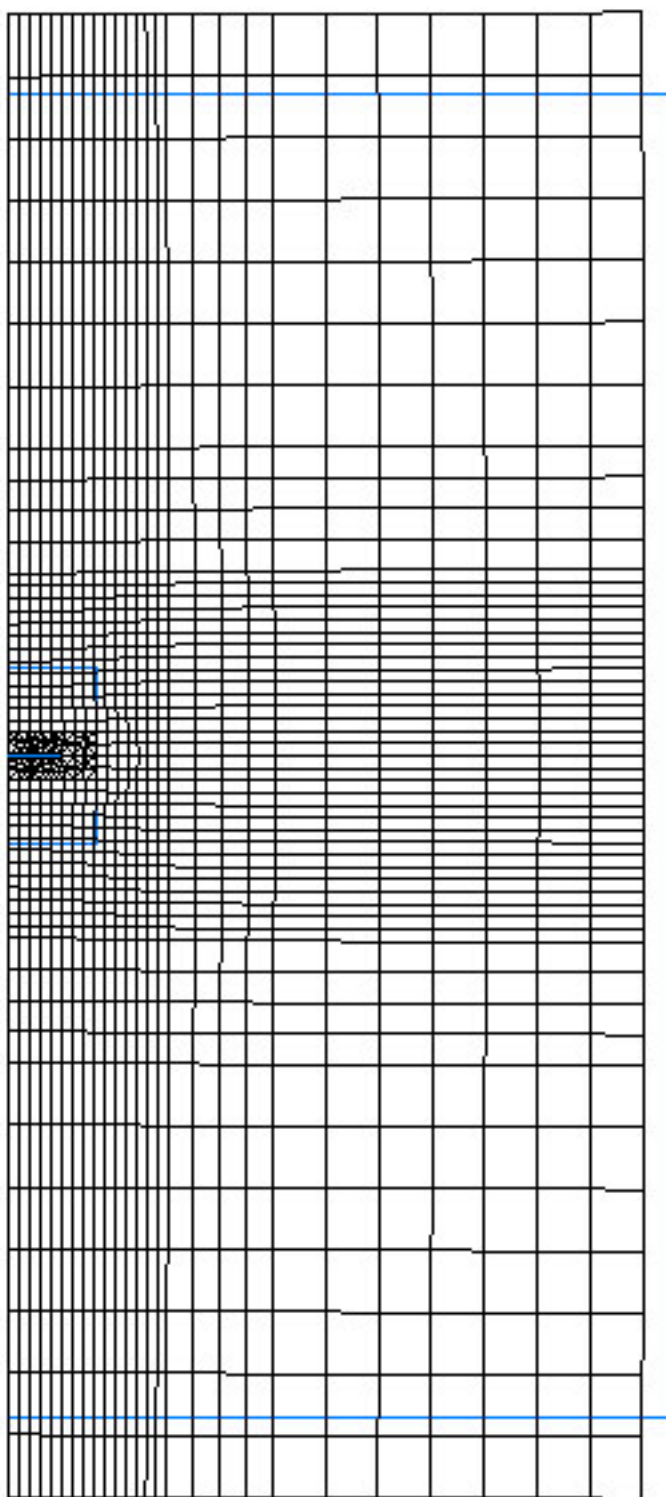




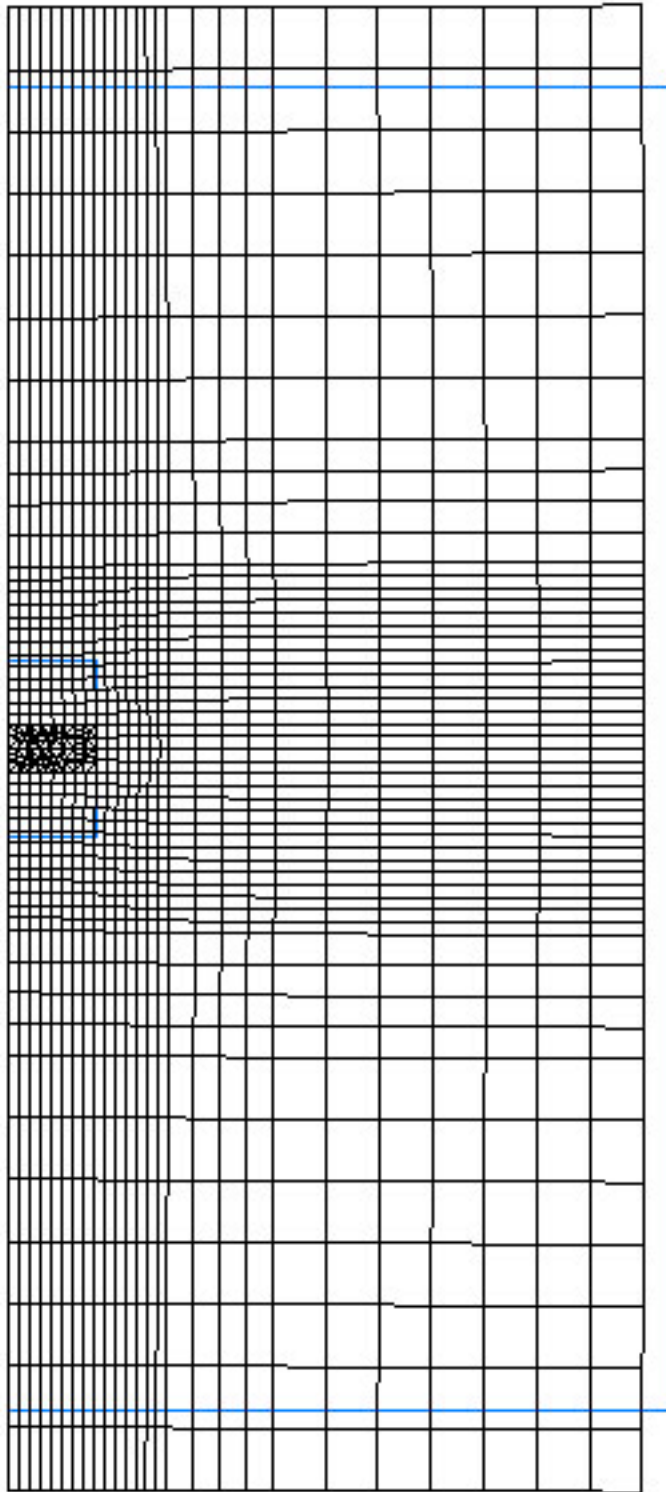
Σχ. 13. Παραμορφωμένο πλέγμα για τη μεταλλική πλάκα με τετραγωνικό μπάλωμα πλευράς 28 mm και πάχους 1.5 mm.



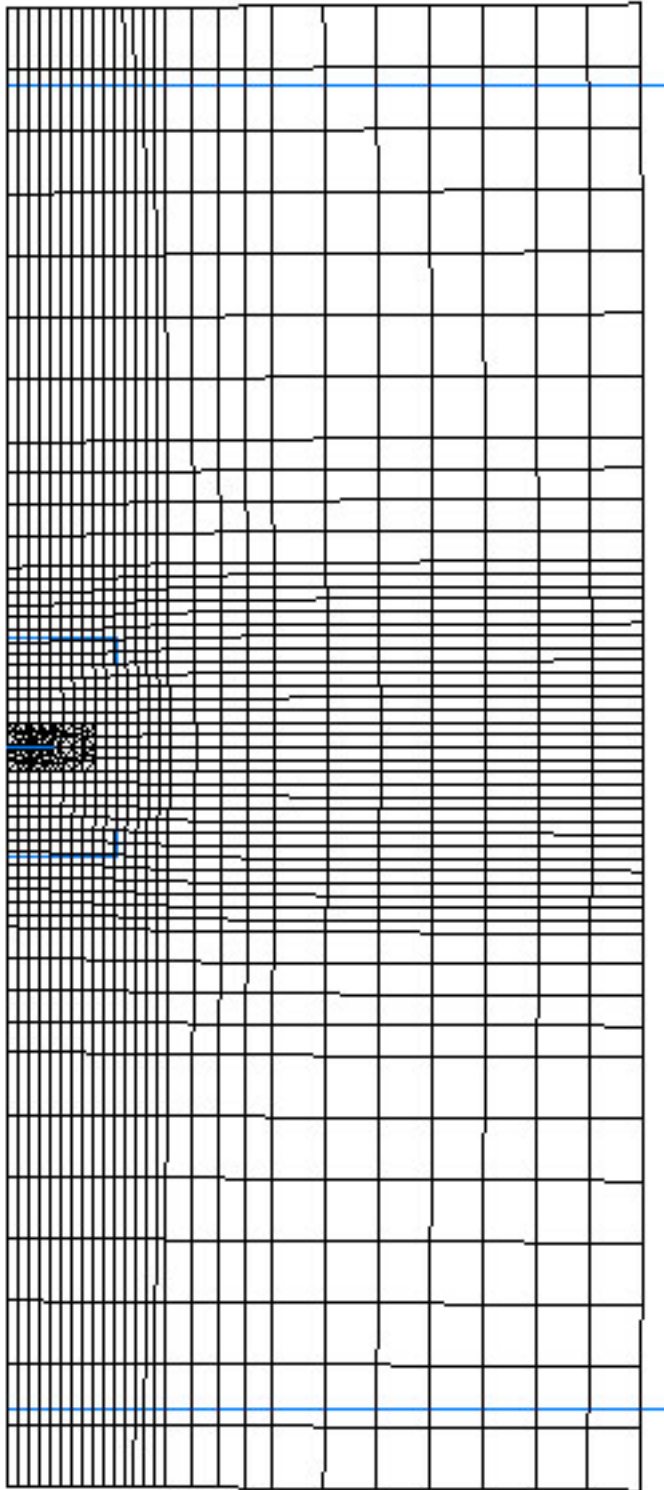
Σχ. 14. Παραμορφωμένο πλέγμα για τη μεταλλική πλάκα με τετραγωνικό μπάλωμα πλευράς 28 mm και πάχους 2.25 mm.



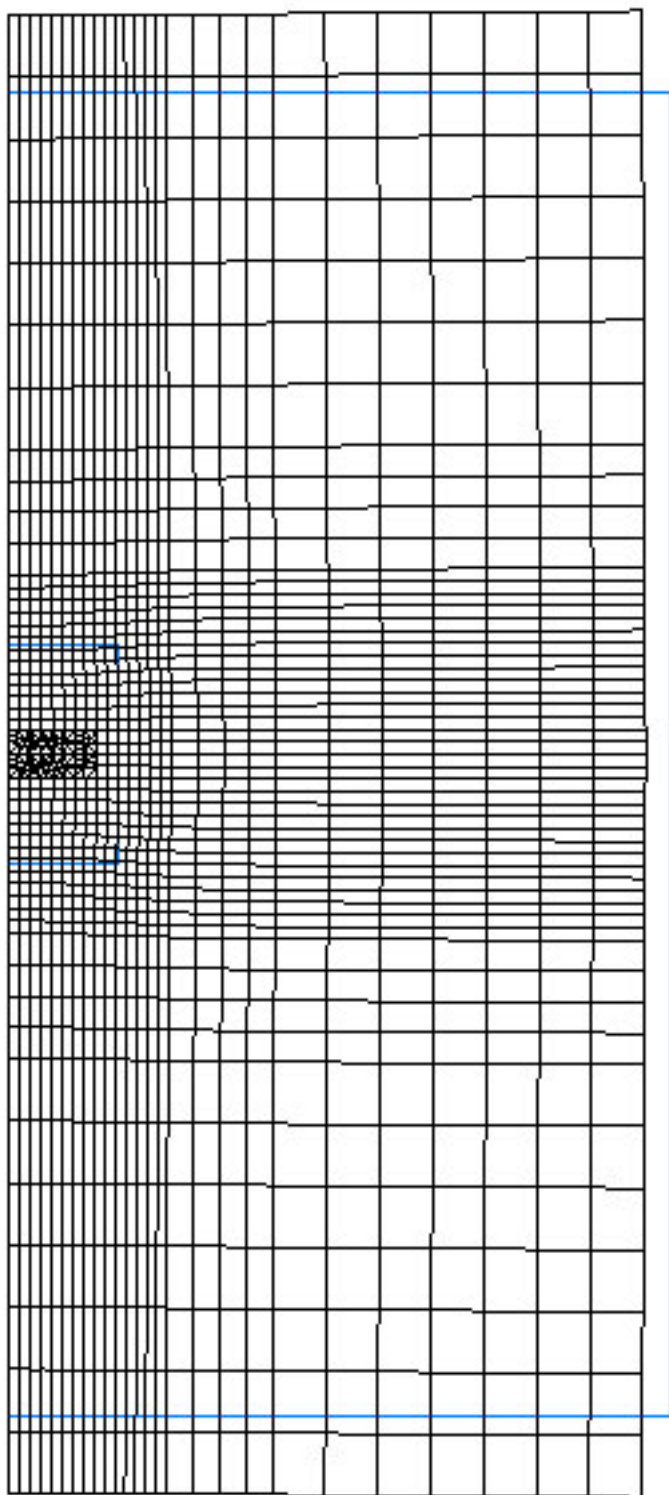
Σχ. 15. Παραμορφωμένο πλέγμα για τη μεταλλική πλάκα με τετραγωνικό μπάλωμα πλευράς 32 mm και πάχους 1.5 mm.



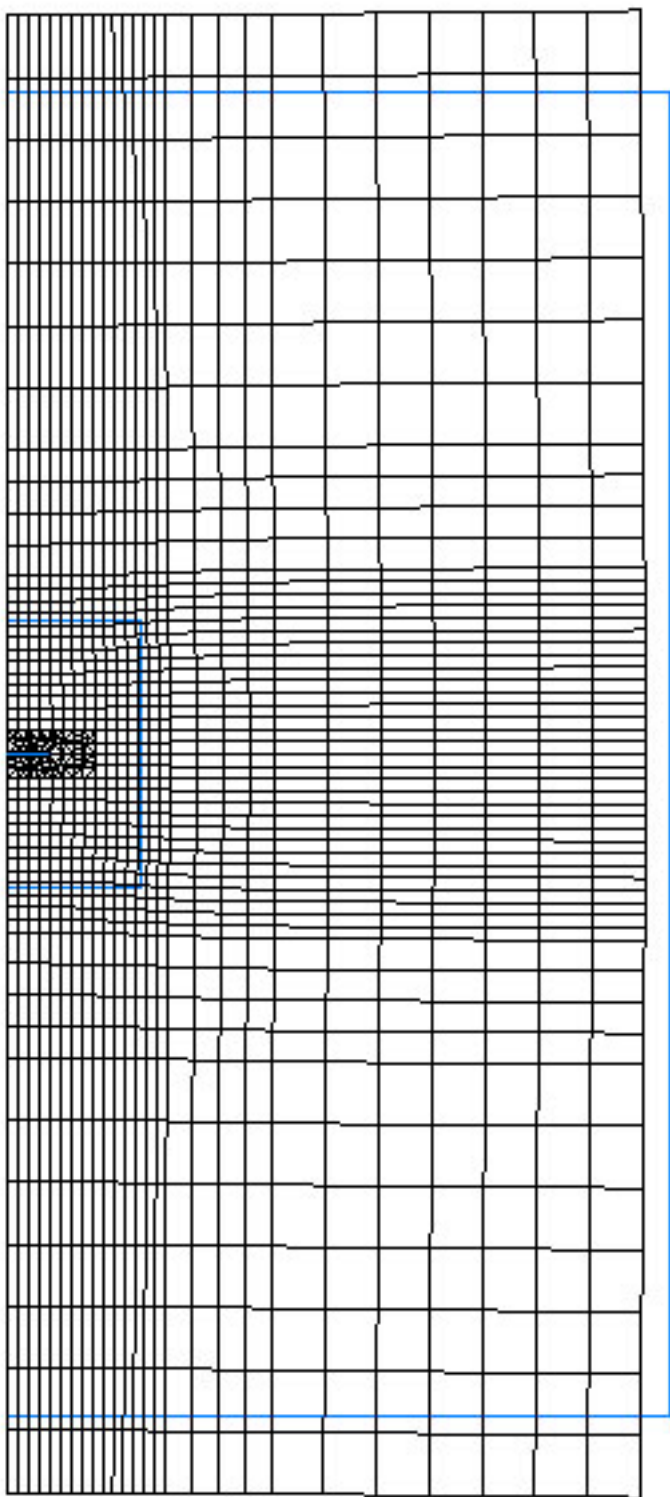
Σχ. 16. Παραμορφωμένο πλέγμα για τη μεταλλική πλάκα με τετραγωνικό μπάλωμα πλευράς 32 mm και πάχους 2.25 mm.



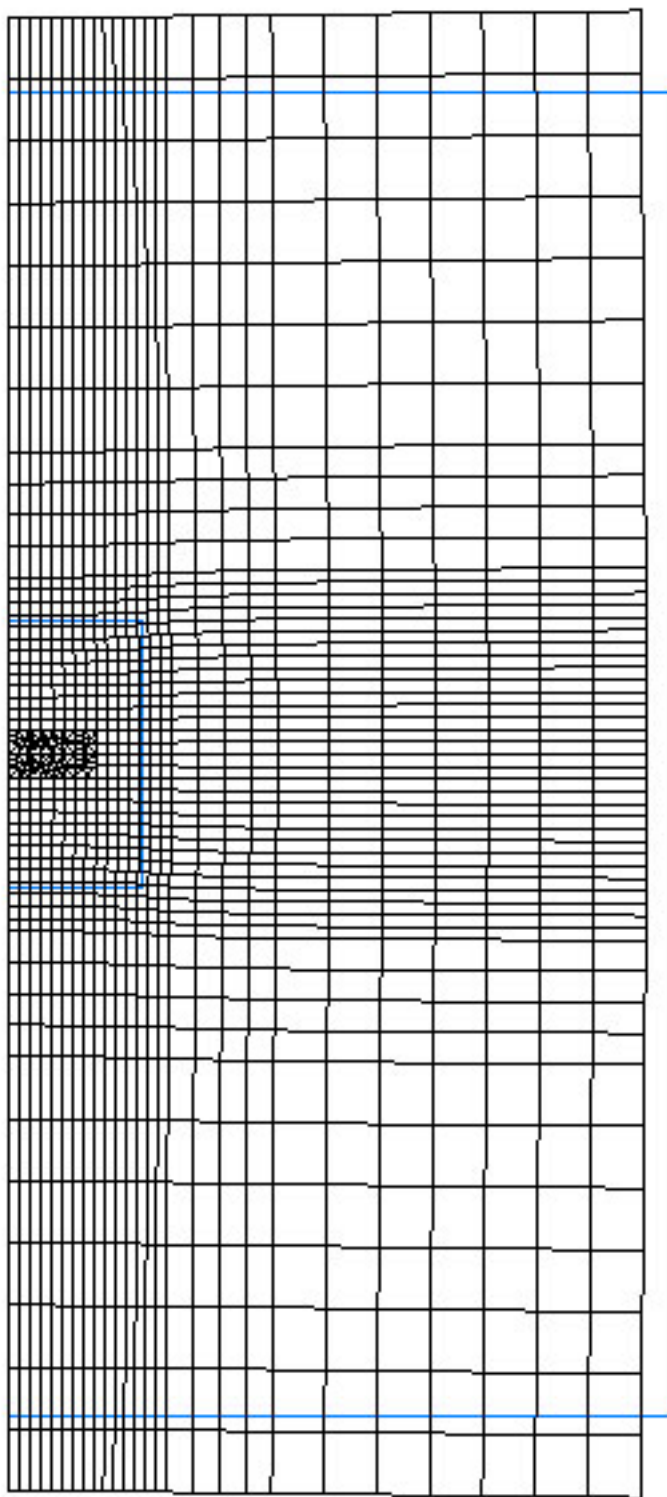
Σχ. 17. Παραμορφωμένο πλέγμα για τη μεταλλική πλάκα με τετραγωνικό μπάλωμα πλευράς 40 mm και πάχους 1.5 mm.



Σχ. 18. Παραμορφωμένο πλέγμα για τη μεταλλική πλάκα με τετραγωνικό μπάλωμα πλευράς 40 mm και πάχους 2.25 mm.



Σχ. 19. Παραμορφωμένο πλέγμα για τη μεταλλική πλάκα με τετραγωνικό μπάλωμα πλευράς 48 mm και πάχους 1.5 mm.

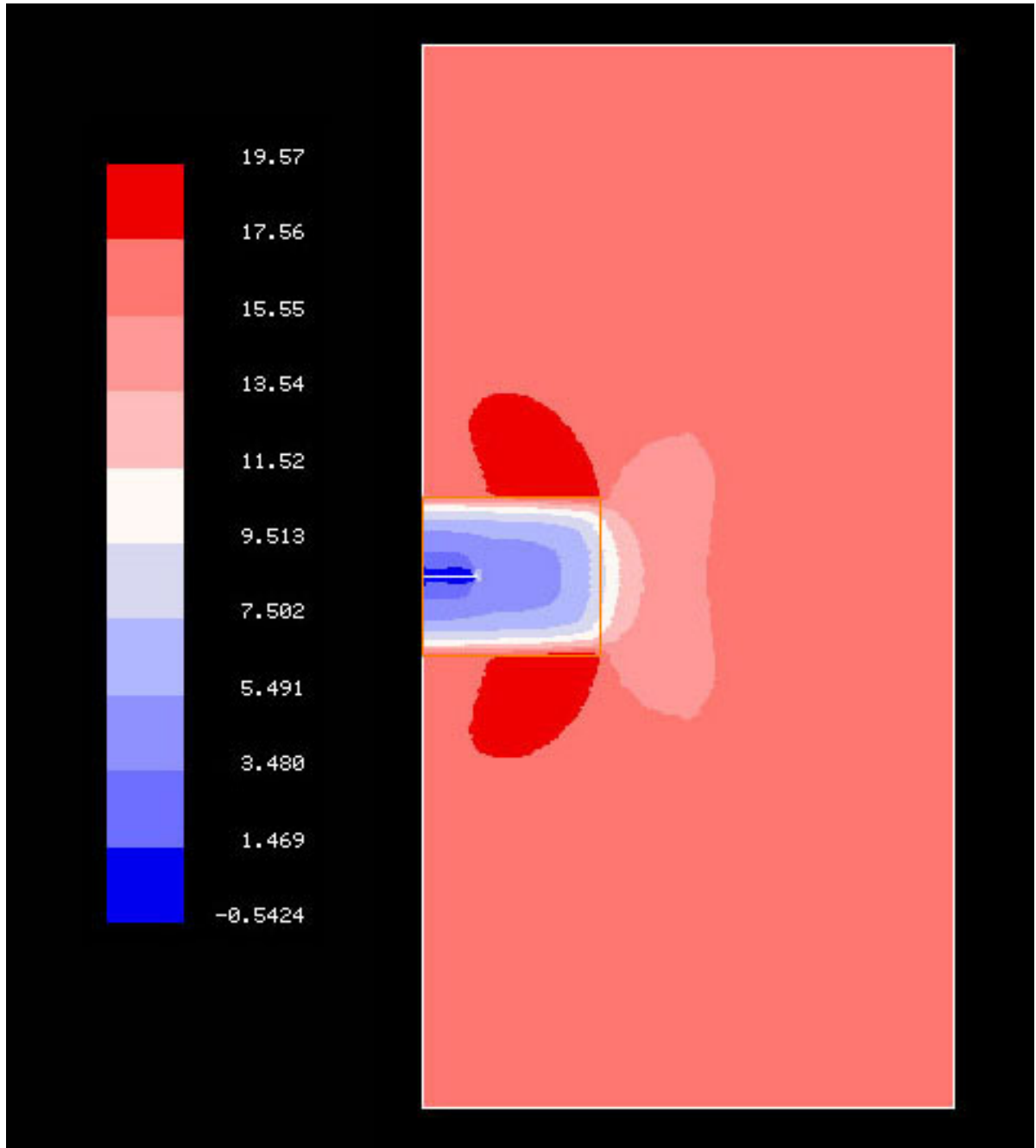


Σχ. 20. Παραμορφωμένο πλέγμα για τη μεταλλική πλάκα με τετραγωνικό μπάλωμα πλευράς 48 mm και πάχους 2.25 mm.

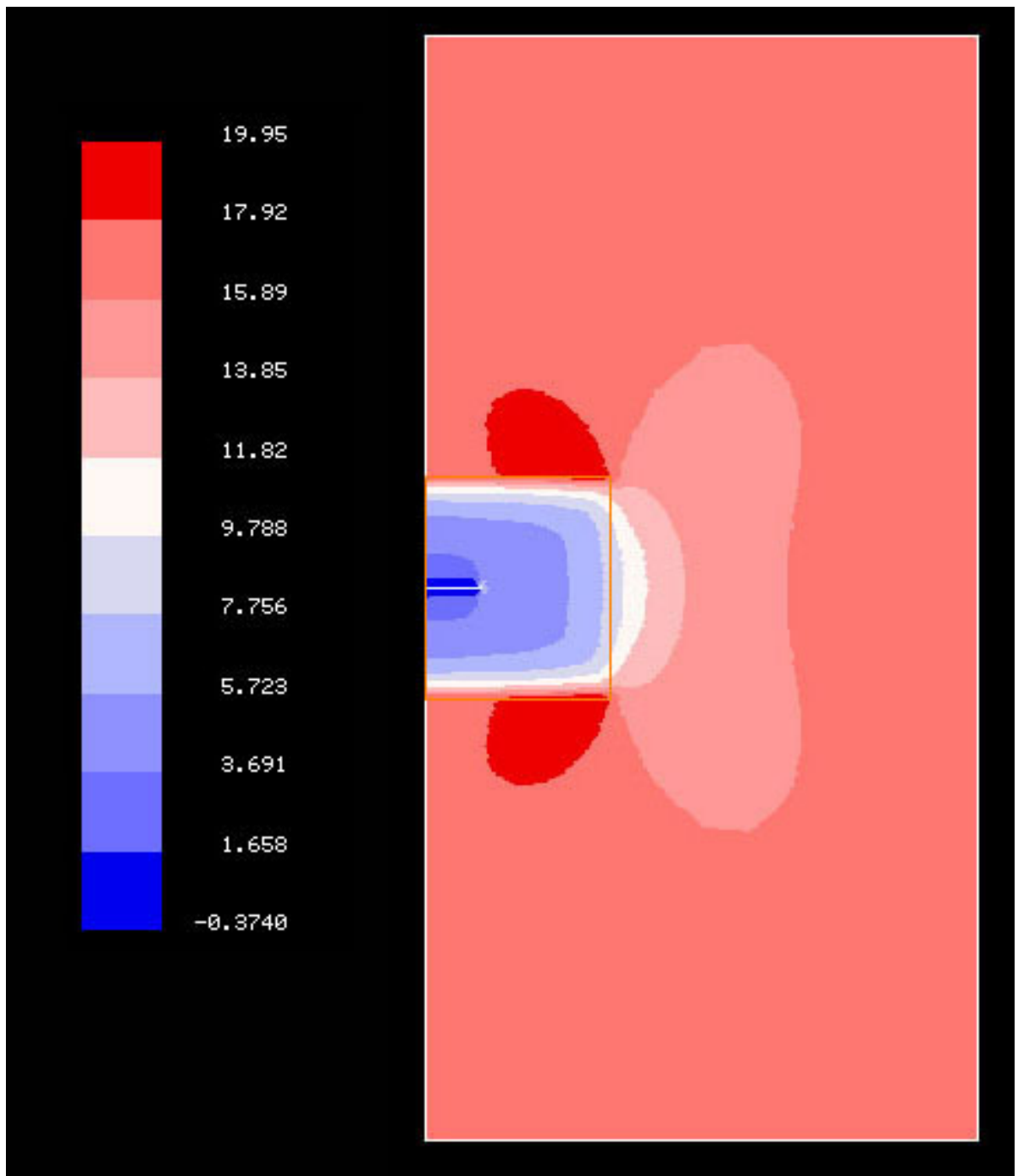


## ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ II

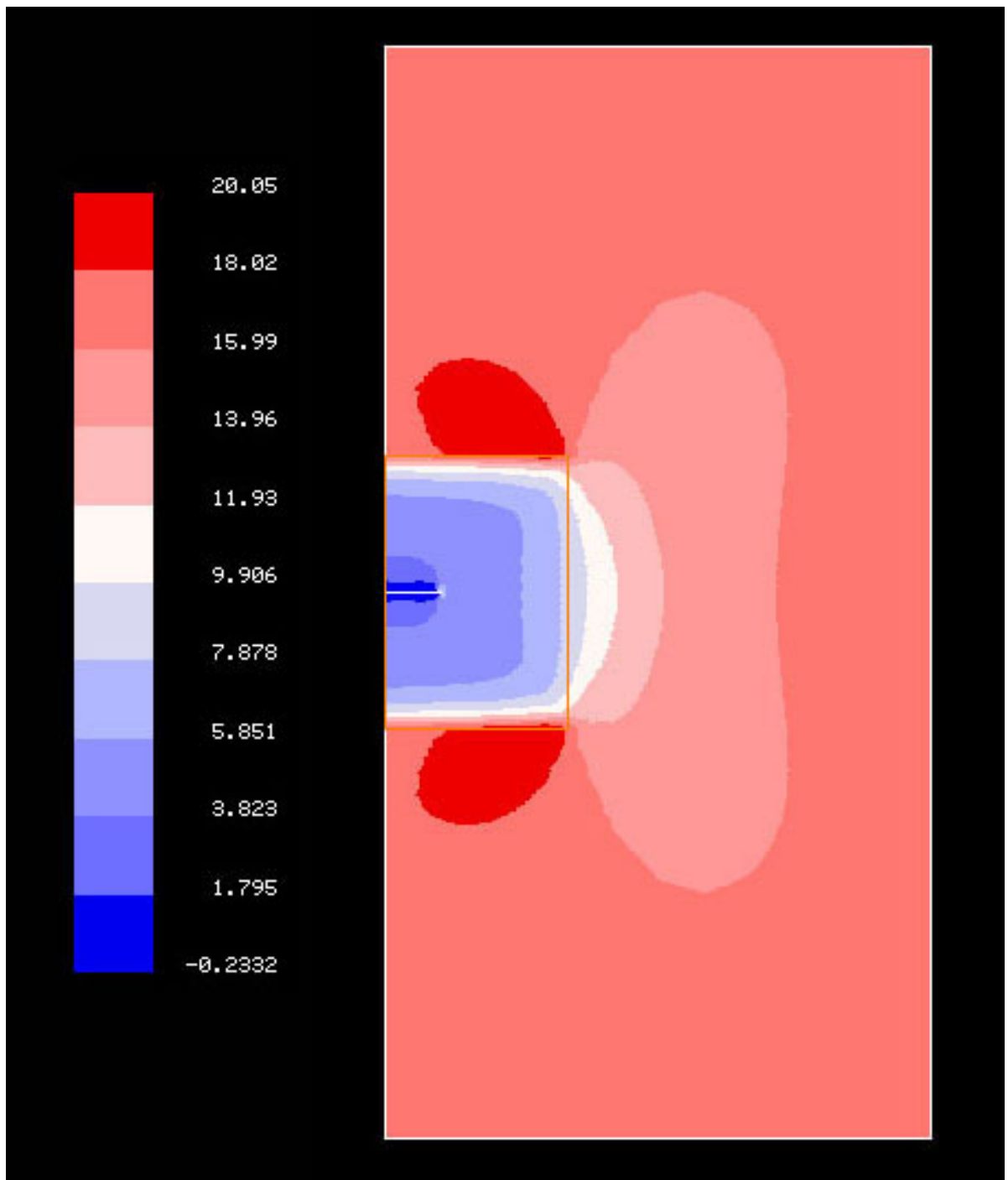
**Ορθογωνικό μπάλωμα με διάσταση  $x = 40$  mm σταθερή και μεταβλητή διάσταση  $y$ .**



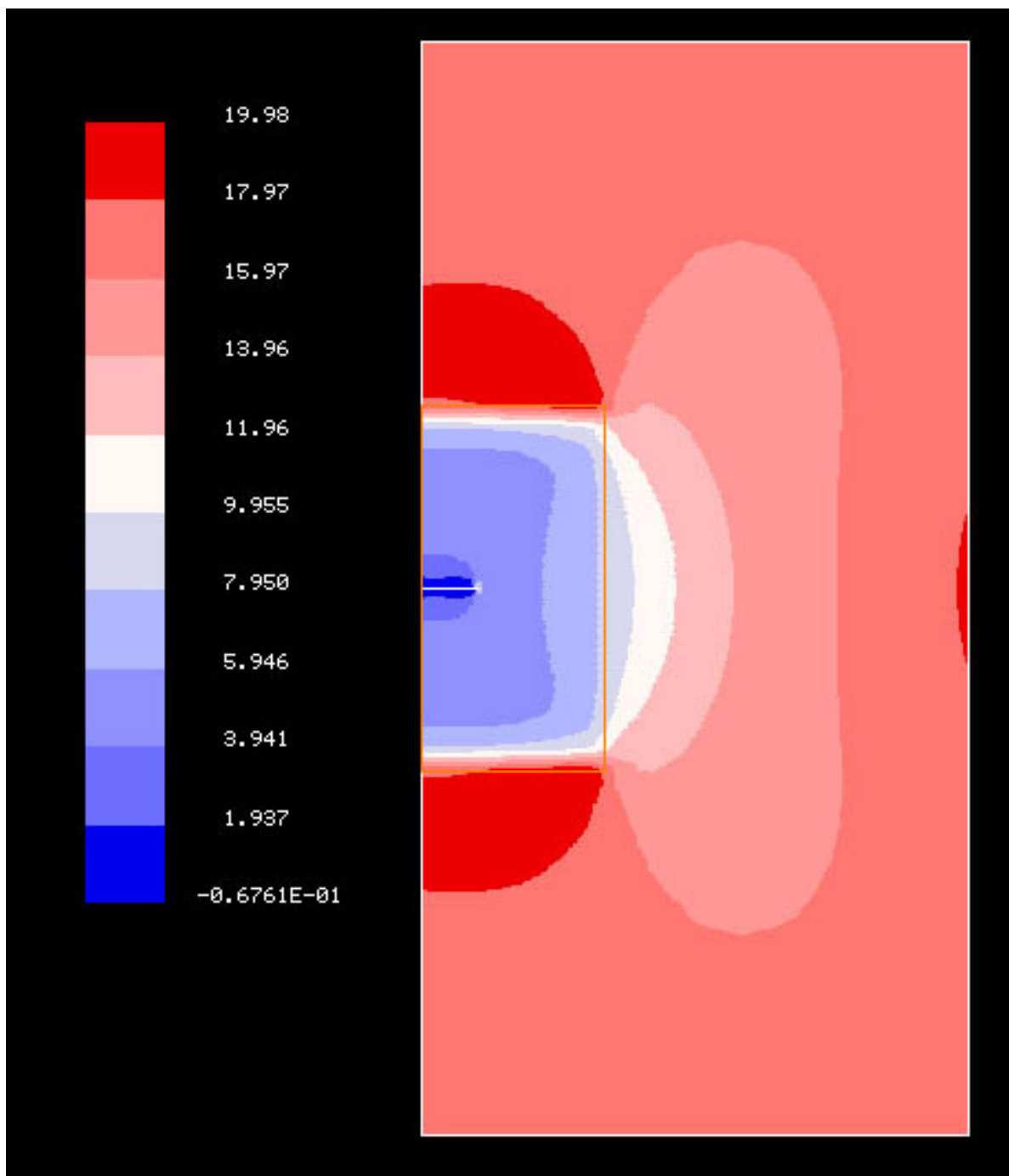
Σχ. 1. Διάγραμμα stress contour κατά τον άξονα  $y$  για τη μεταλλική πλάκα με ορθογωνικό μπάλωμα διαστάσεων  $x = 40$  mm,  $y = 36$  mm.



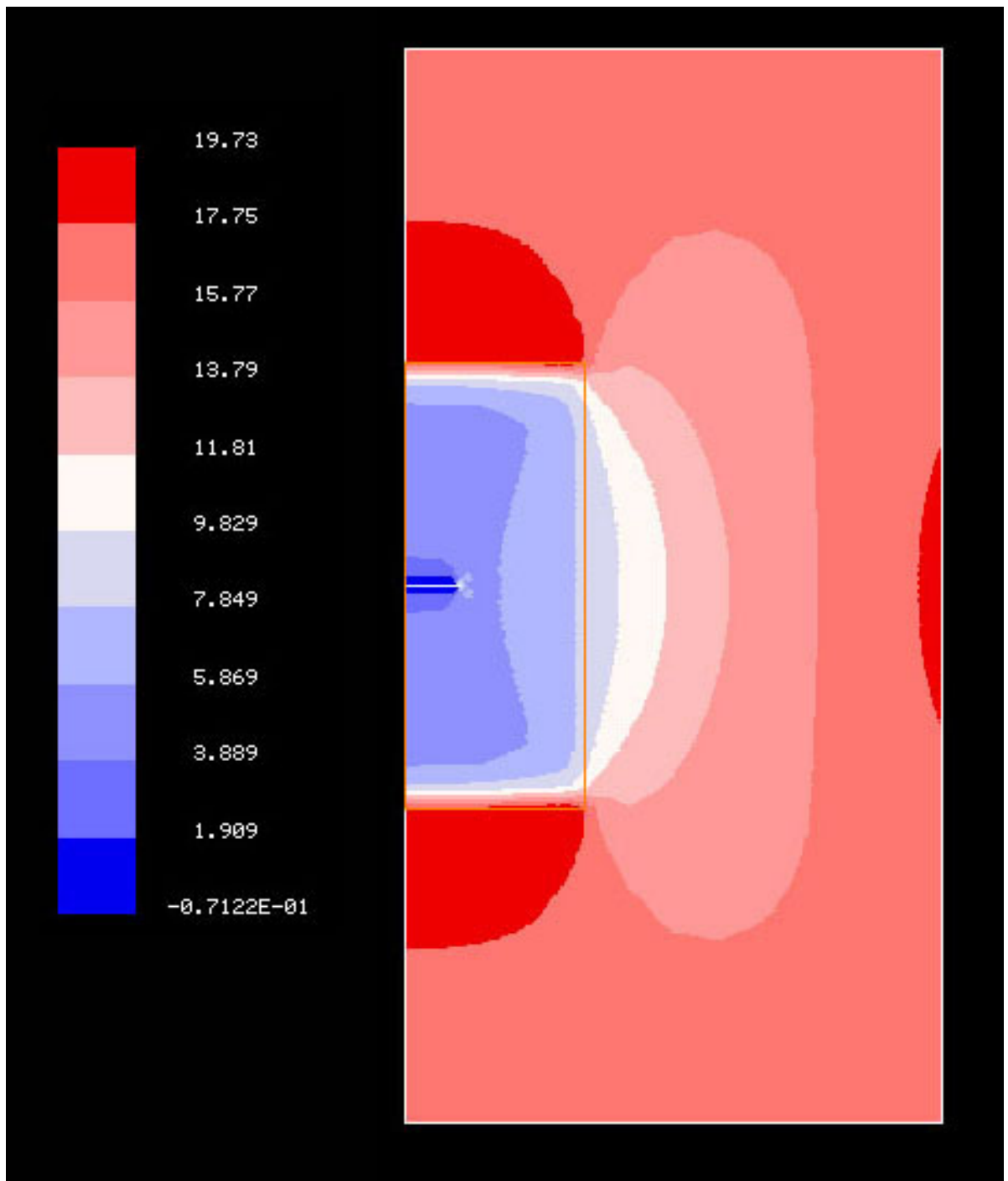
Σχ. 2. Διάγραμμα stress contour κατά τον άξονα y για τη μεταλλική πλάκα με ορθογωνικό μπάlowμα διαστάσεων  $x = 40 \text{ mm}$ ,  $y = 48 \text{ mm}$ .



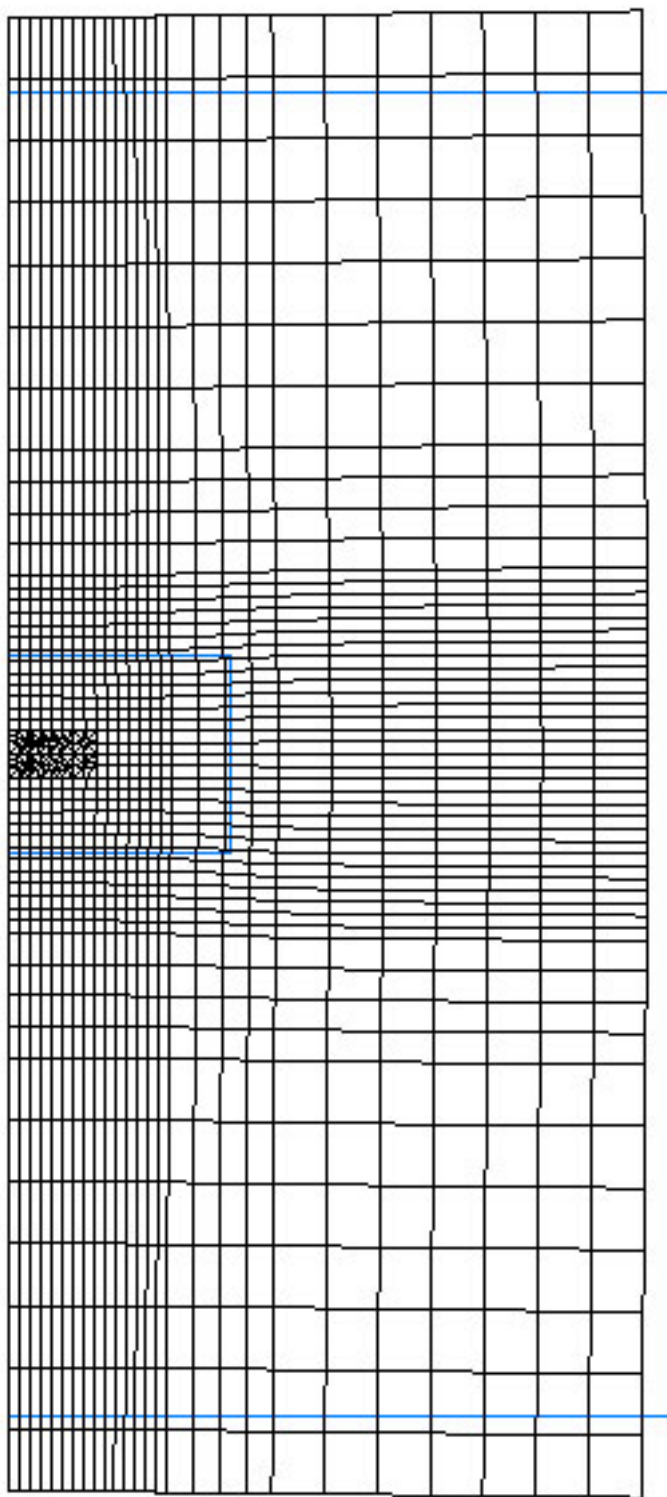
Σχ. 3. Διάγραμμα stress contour κατά τον άξονα  $y$  για τη μεταλλική πλάκα με ορθογωνικό μπάλωμα διαστάσεων  $x = 40 \text{ mm}$ ,  $y = 60 \text{ mm}$ .



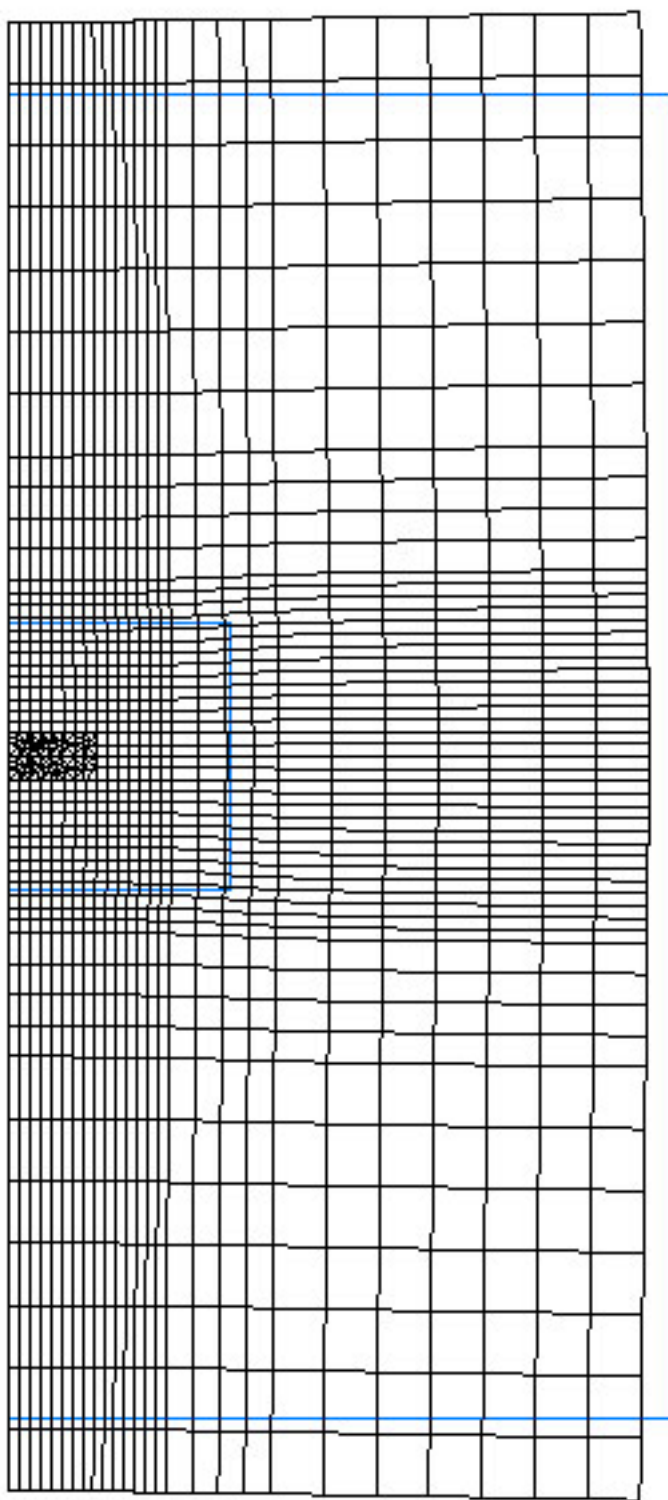
Σχ. 4. Διάγραμμα stress contour κατά τον άξονα y για τη μεταλλική πλάκα με ορθογωνικό μπάlowμα διαστάσεων  $x = 40 \text{ mm}$ ,  $y = 80 \text{ mm}$ .



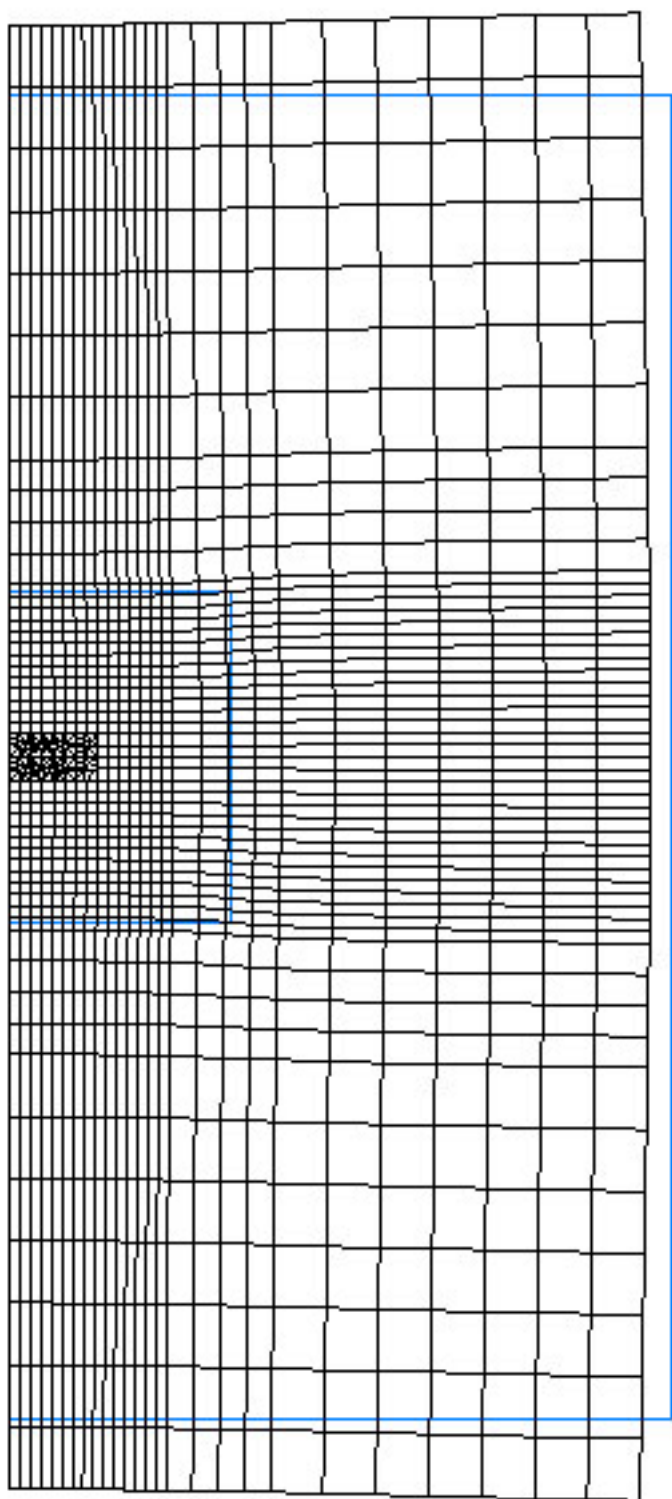
Σχ. 5. Διάγραμμα stress contour κατά τον άξονα y για τη μεταλλική πλάκα με ορθογωνικό μπάλωμα διαστάσεων  $x = 40 \text{ mm}$ ,  $y = 100 \text{ mm}$ .



Σχ. 6. Παραμορφωμένο πλέγμα για τη μεταλλική πλάκα με ορθογωνικό μπάλωμα διαστάσεων  $x = 40 \text{ mm}$ ,  $y = 36 \text{ mm}$ .

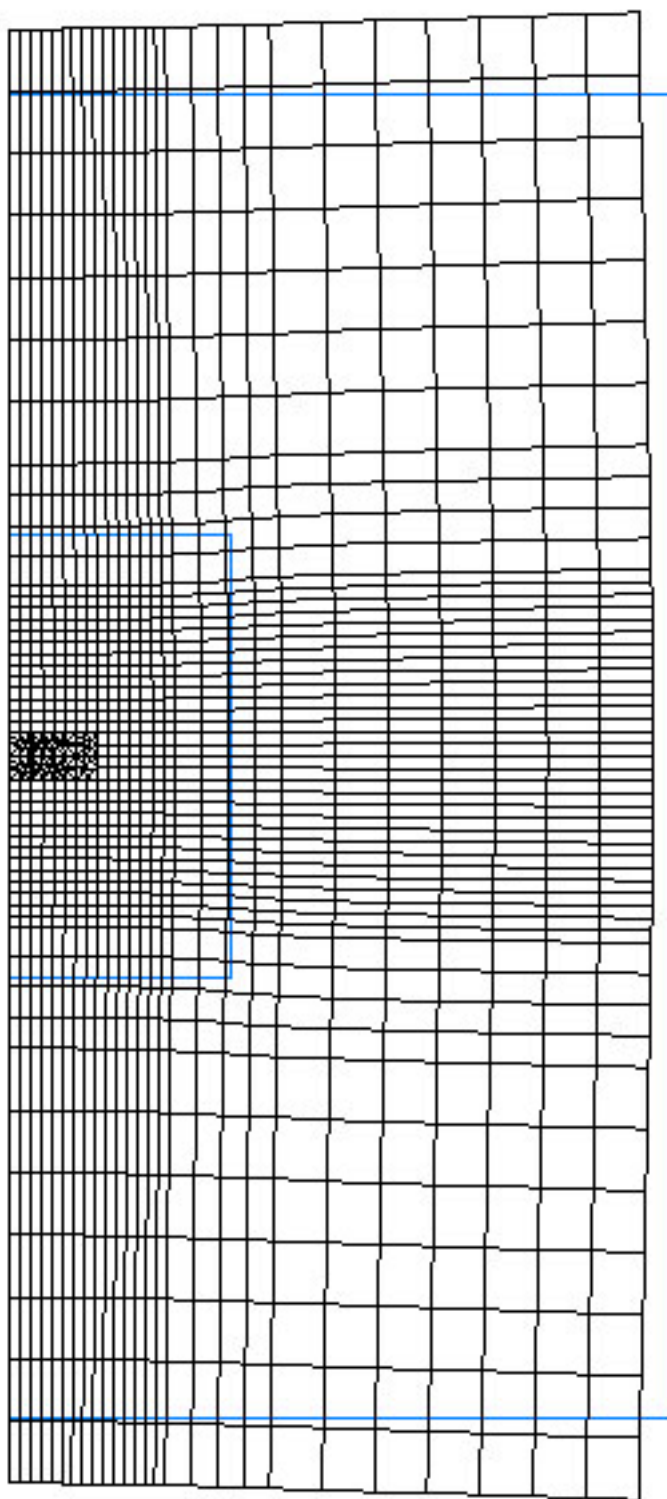


Σχ. 7. Παραμορφωμένο πλέγμα για τη μεταλλική πλάκα με ορθογωνικό μπάλωμα διαστάσεων  $x = 40 \text{ mm}$ ,  $y = 48 \text{ mm}$ .

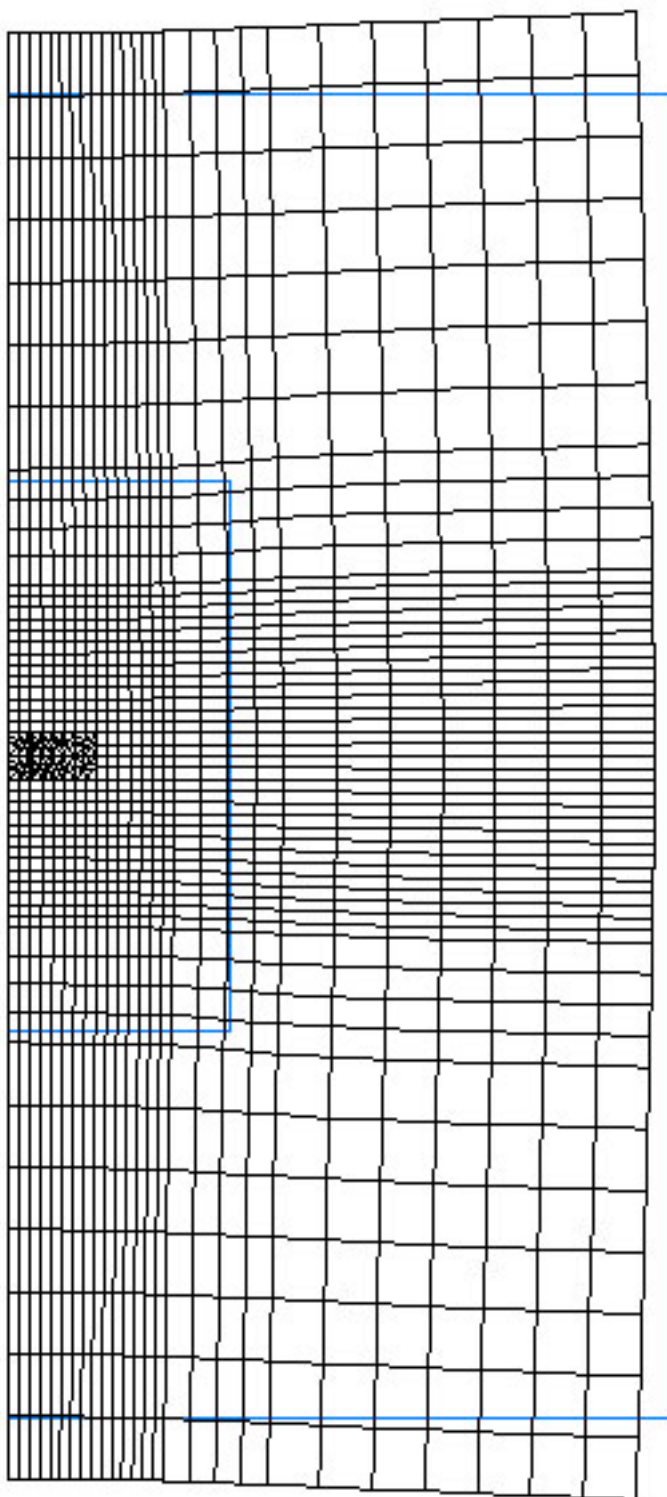


Σχ. 8. Παραμορφωμένο πλέγμα για τη μεταλλική πλάκα με ορθογωνικό μάλωμα διαστάσεων  $x = 40 \text{ mm}$ ,  $y = 60 \text{ mm}$ .





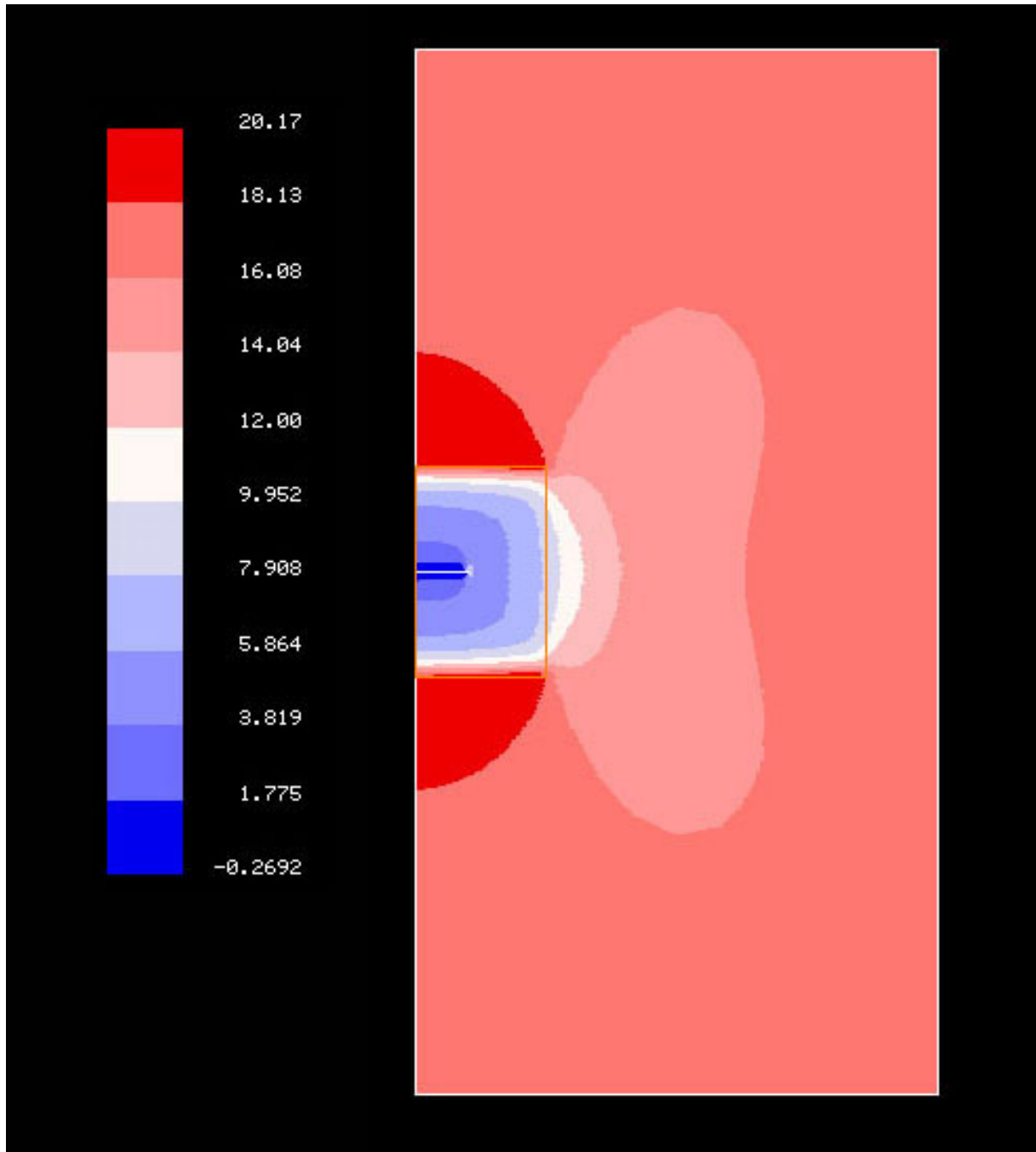
Σχ. 9. Παραμορφωμένο πλέγμα για τη μεταλλική πλάκα με ορθογωνικό μπάλωμα διαστάσεων  $x = 40 \text{ mm}$ ,  $y = 80 \text{ mm}$ .



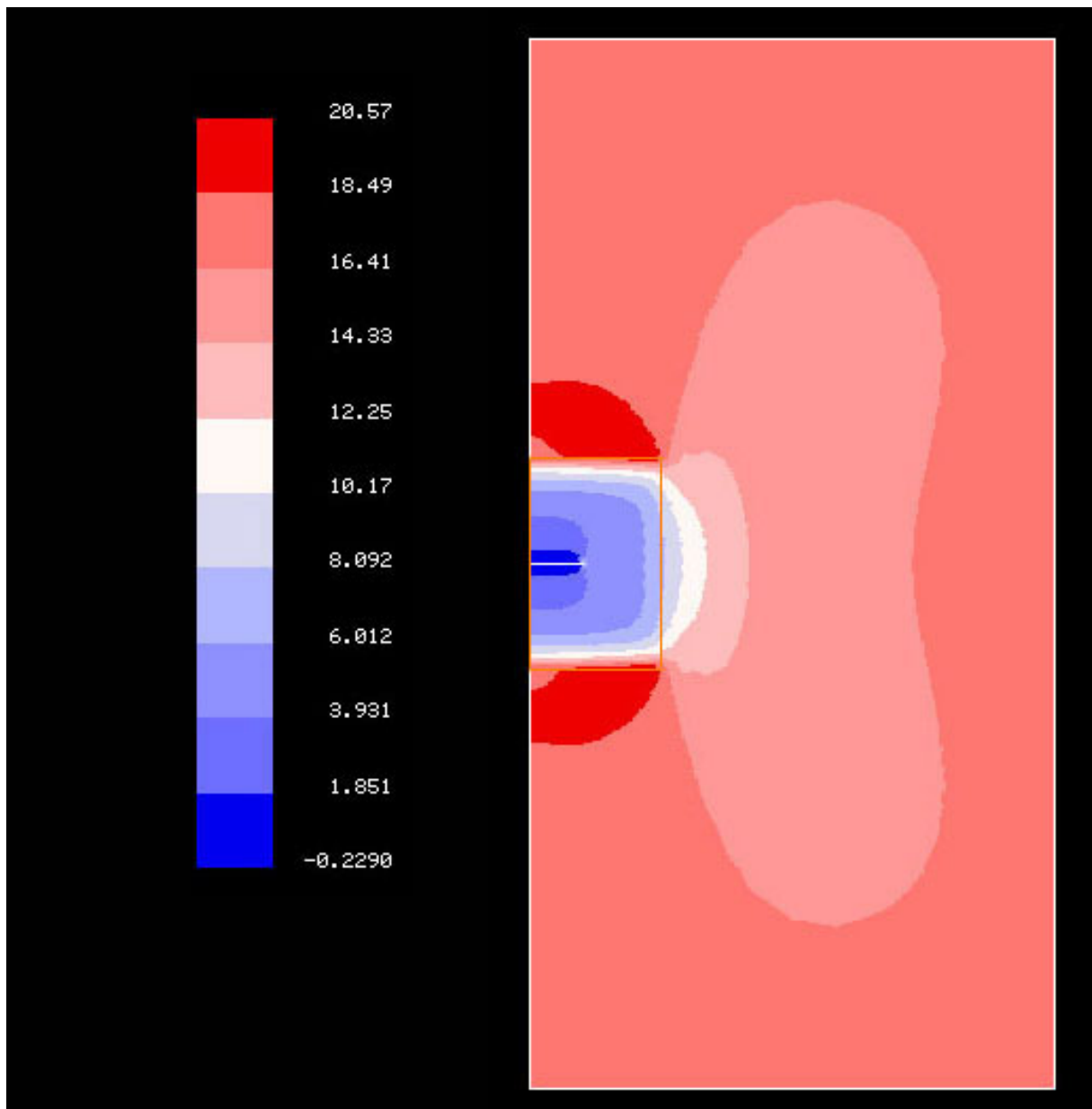
Σχ. 10. Παραμορφωμένο πλέγμα για τη μεταλλική πλάκα με ορθογωνικό μπάλωμα διαστάσεων  $x = 40 \text{ mm}$ ,  $y = 100 \text{ mm}$ .

## ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΙΙΙ

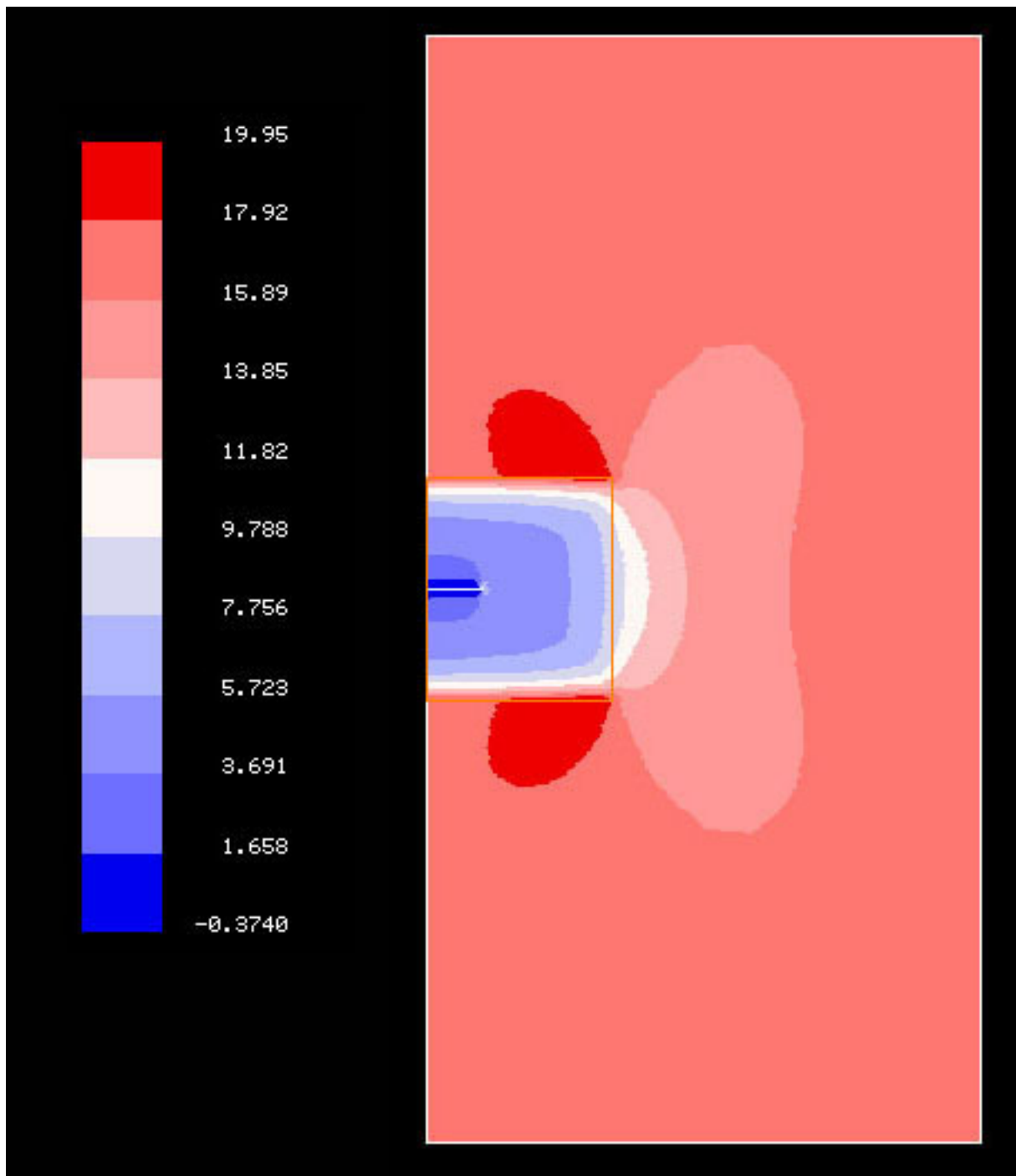
Ορθογωνικό μπάλωμα με πλευρά  $y = 48 \text{ mm}$  σταθερή και πλευρά  $x$  μεταβλητή.



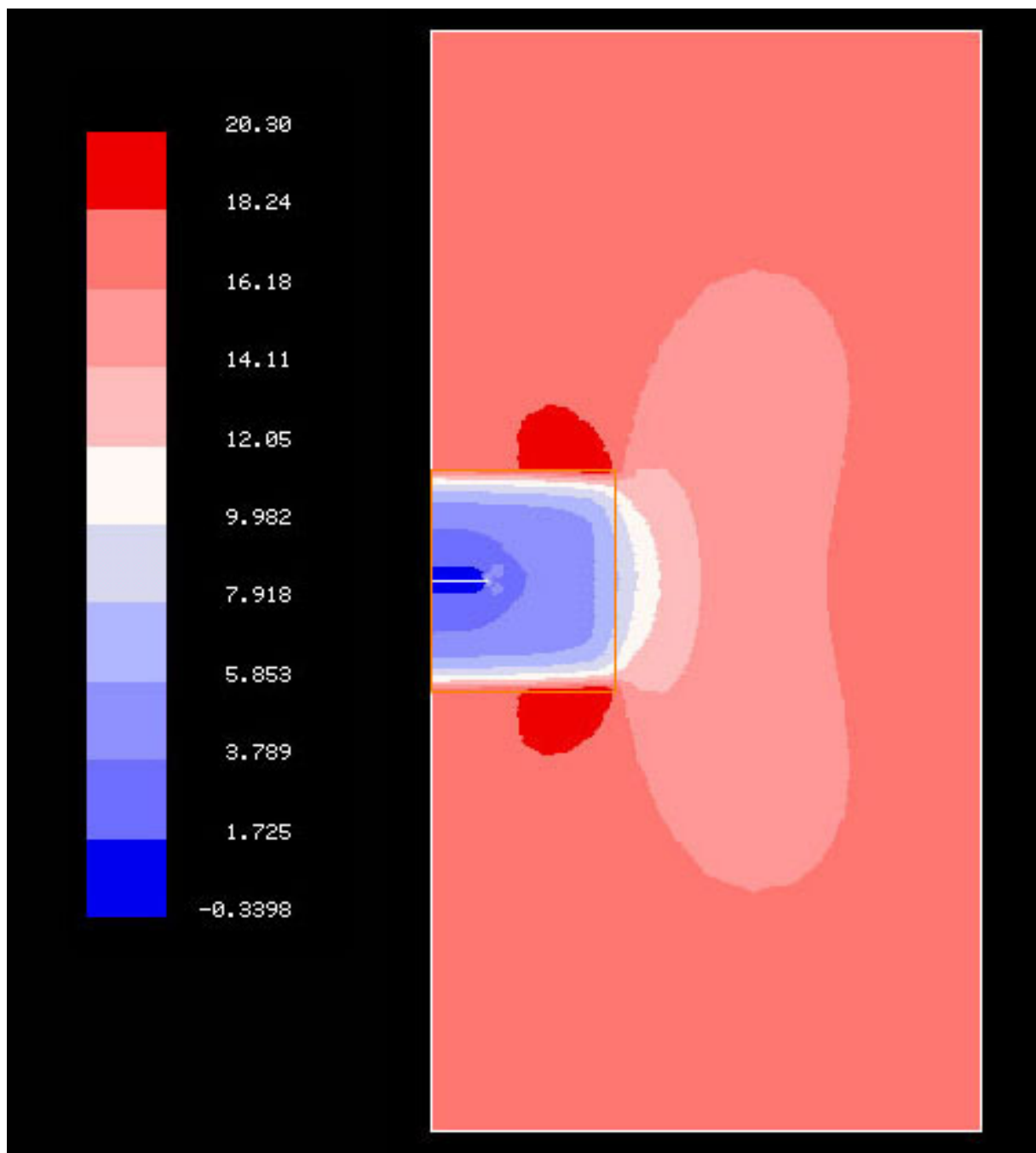
Σχ. 1. Διάγραμμα stress contour για τη μεταλλική πλάκα με μπάλωμα διαστάσεων  $x = 30 \text{ mm}$ ,  $y = 48 \text{ mm}$  και πάχους  $2.25 \text{ mm}$ .



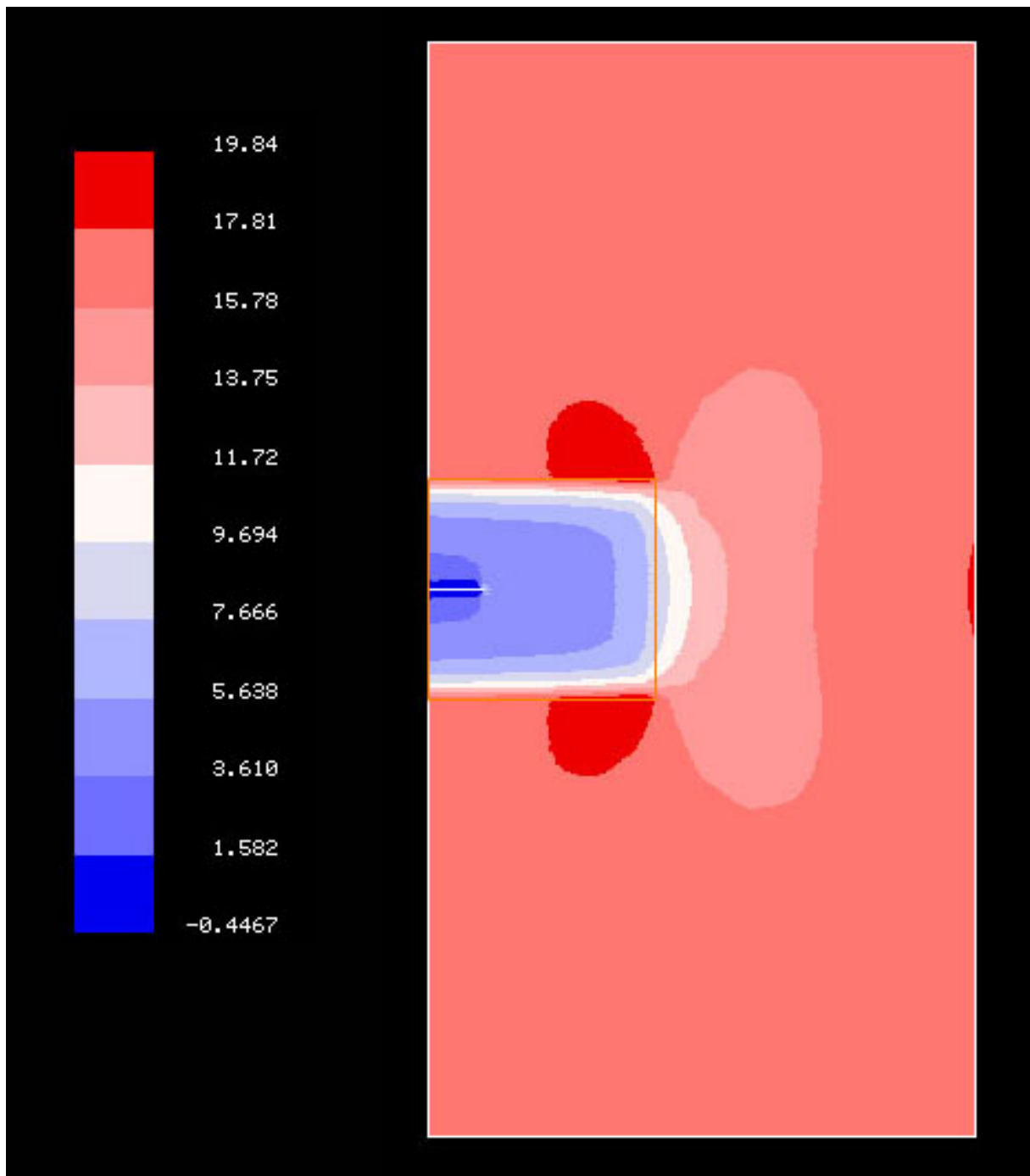
Σχ. 2. Διάγραμμα stress contour για τη μεταλλική πλάκα με μάλωμα διαστάσεων  $x = 30$  mm,  $y = 48$  mm και πάχους 3 mm.



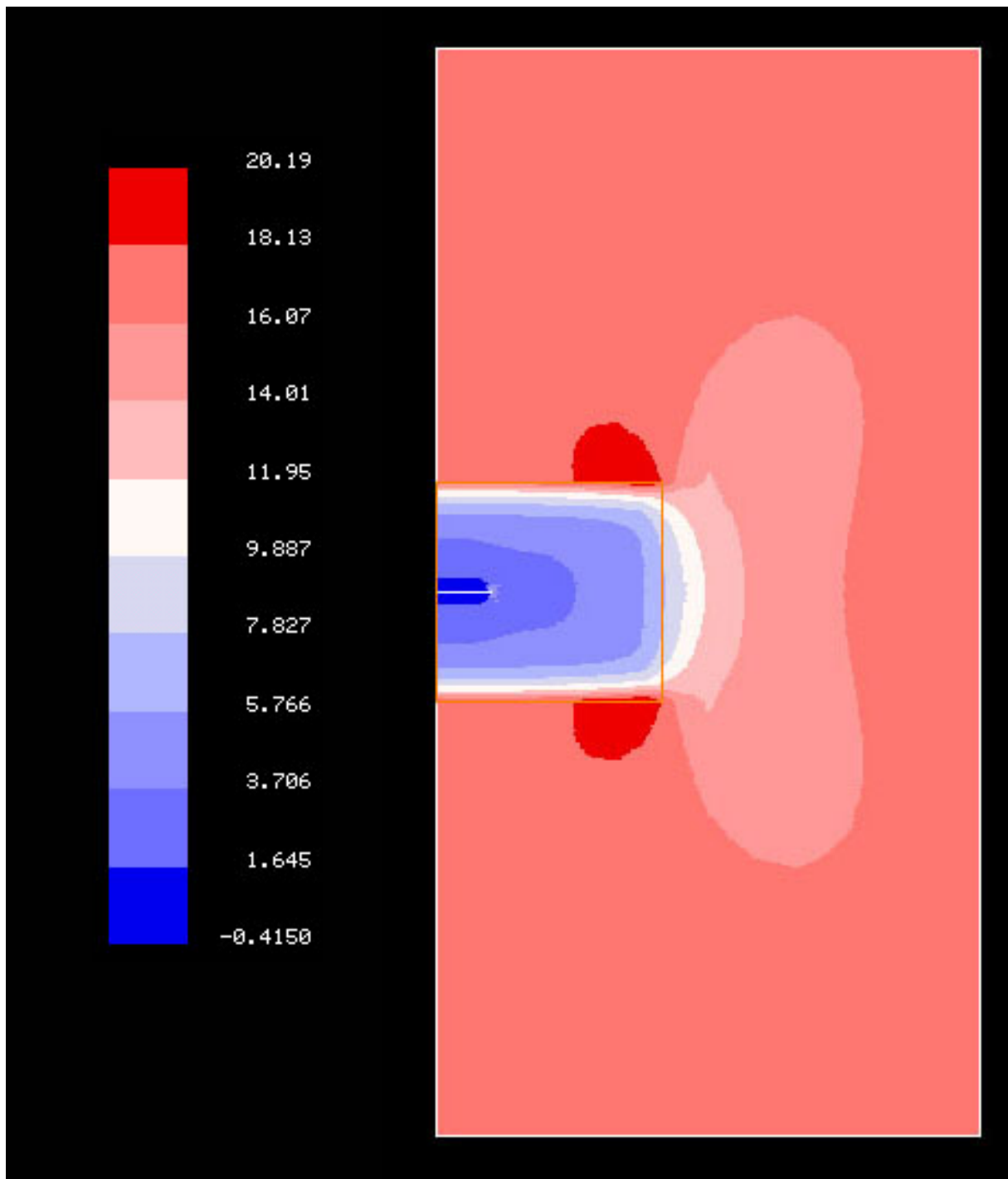
Σχ. 3. Διάγραμμα stress contour για τη μεταλλική πλάκα με μπάλωμα διαστάσεων  $x = 40$  mm,  $y = 48$  mm και πάχους 2.25 mm.



Σχ. 4. Διάγραμμα stress contour για τη μεταλλική πλάκα με μάλωμα διαστάσεων  $x = 40$  mm,  $y = 48$  mm και πάχους 3 mm.

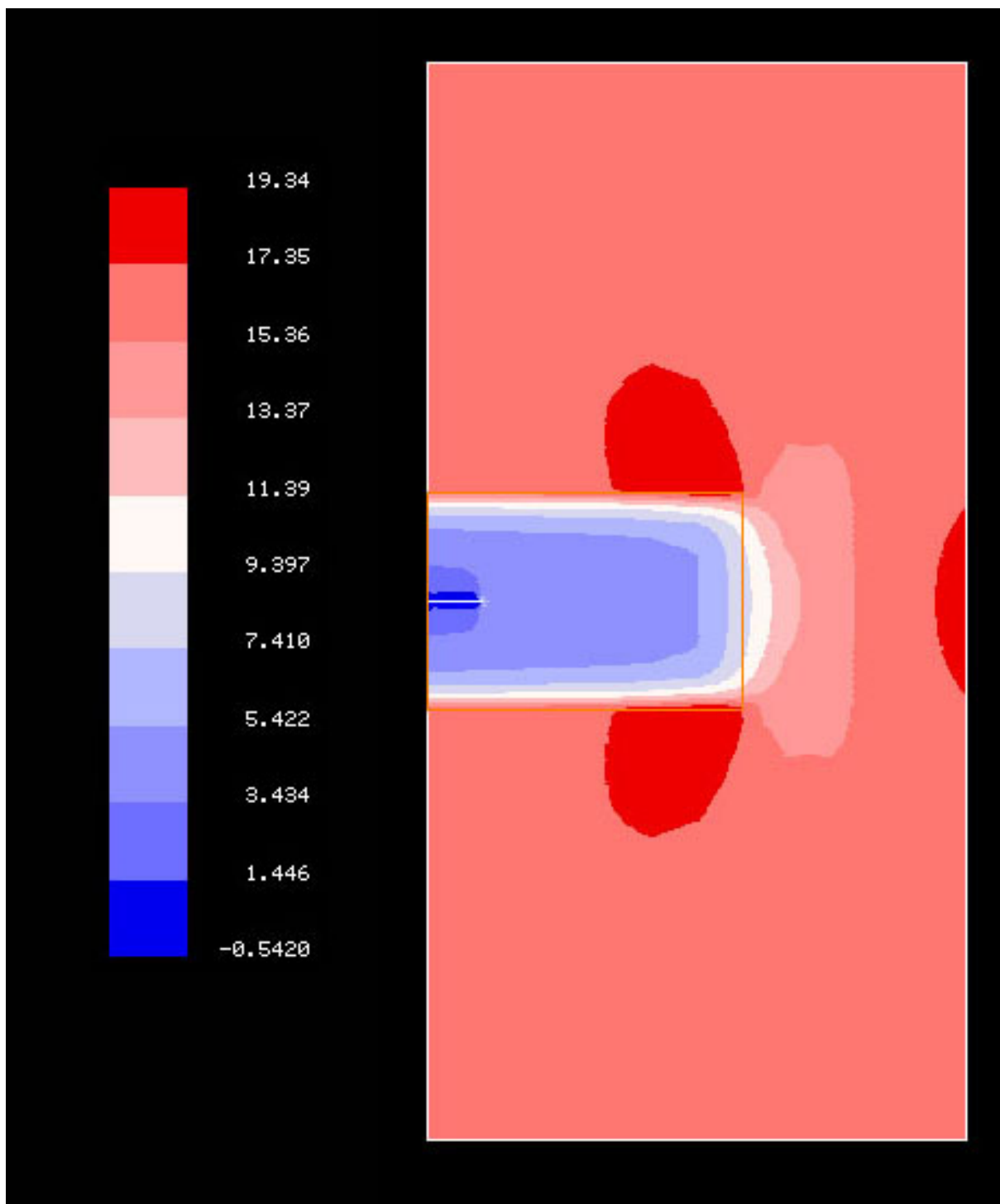


Σχ. 5. Διάγραμμα stress contour για τη μεταλλική πλάκα με μπάλωμα διαστάσεων  $x = 50$  mm,  $y = 48$  mm και πάχους 2.25 mm.

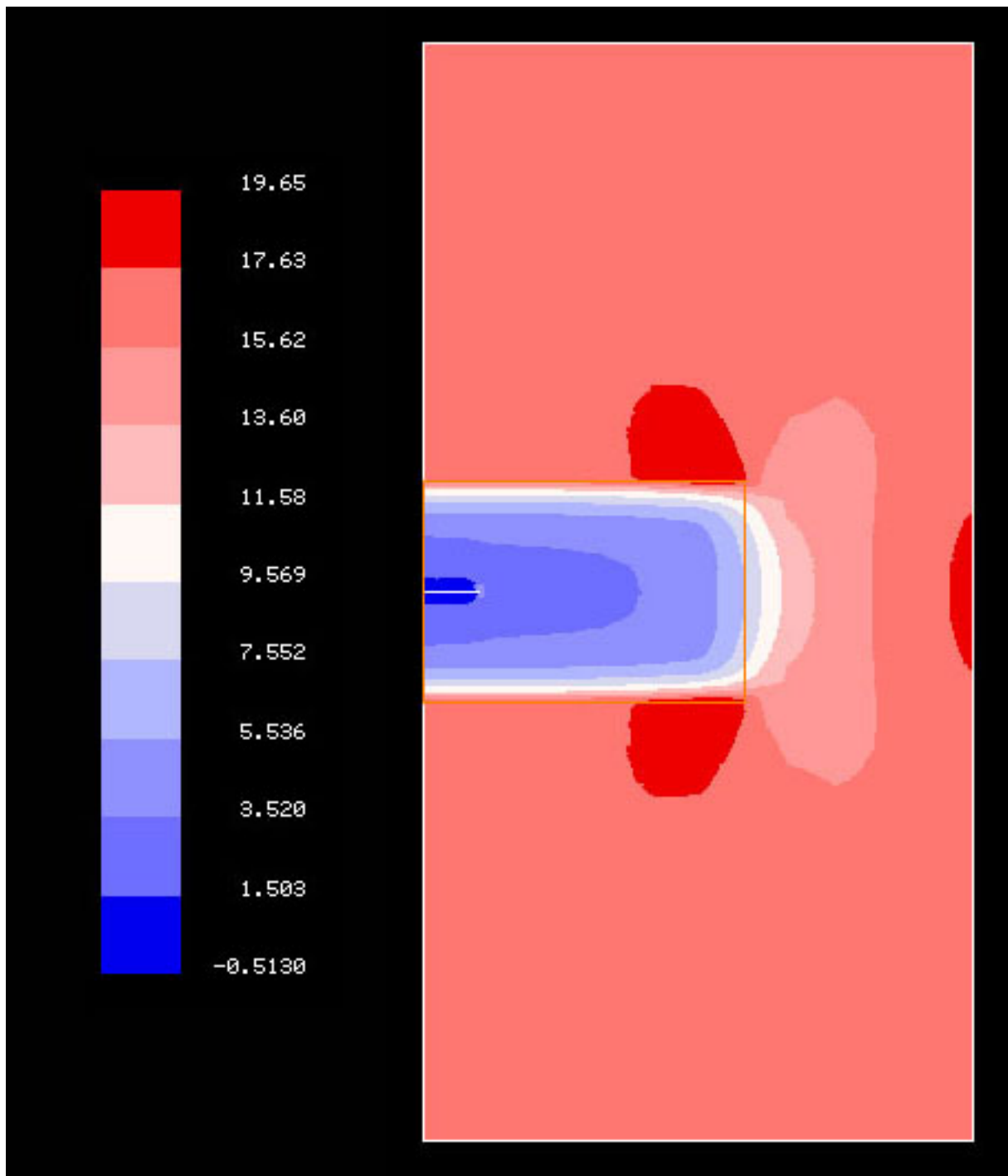


Σχ. 6. Διάγραμμα stress contour για τη μεταλλική πλάκα με μπάλωμα διαστάσεων  $x = 40$  mm,  $y = 48$  mm και πάχους 3 mm.

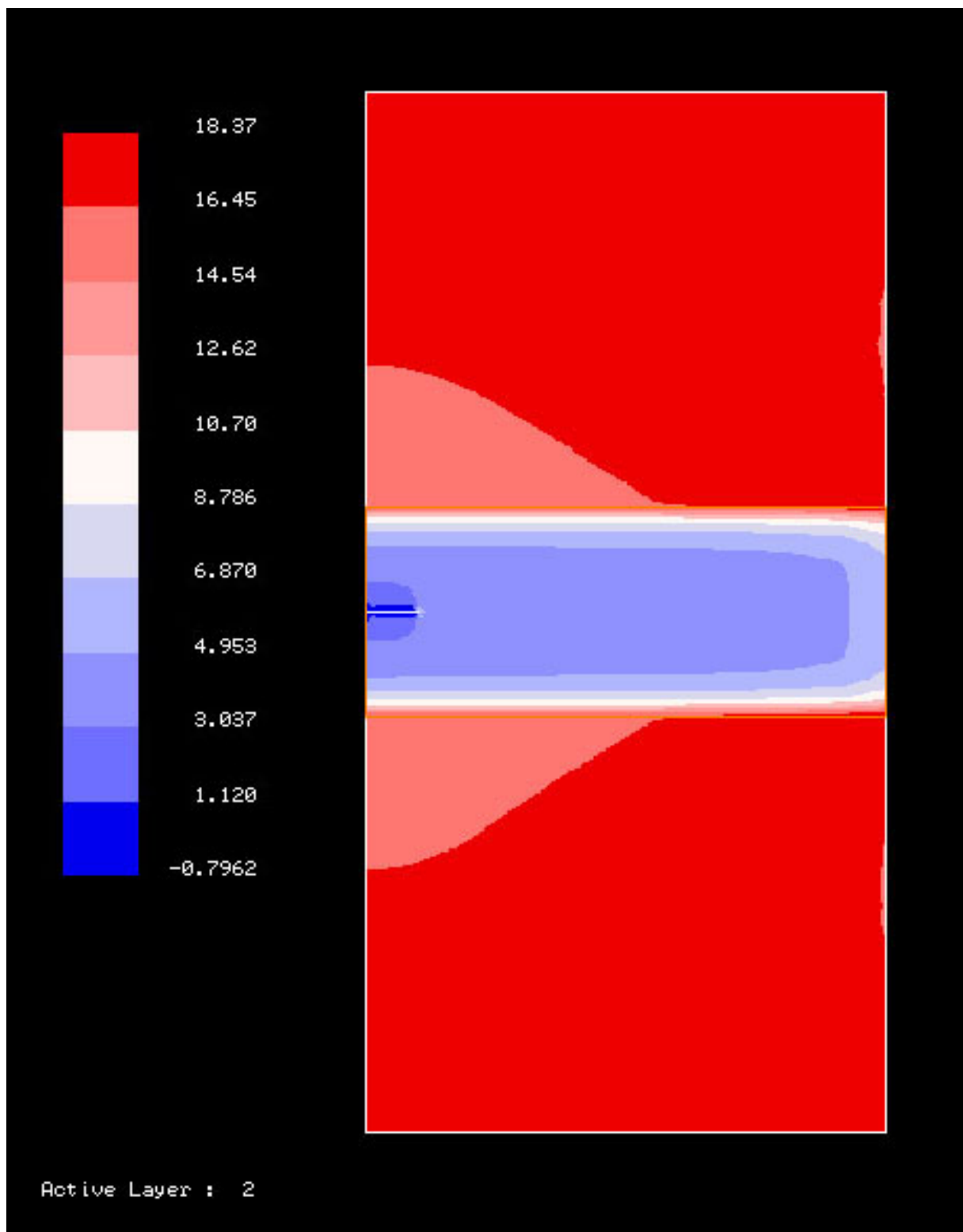




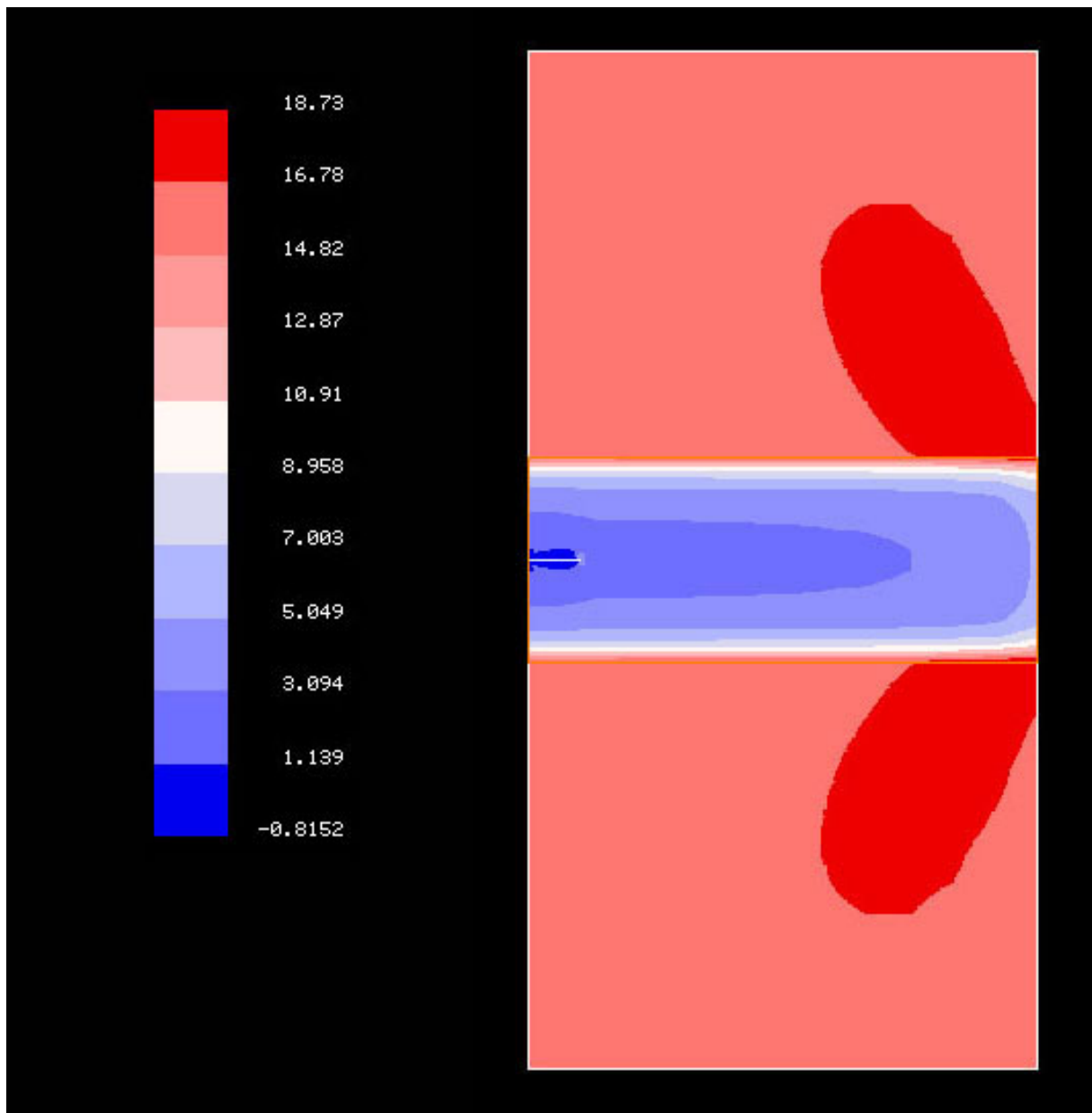
Σχ. 7. Διάγραμμα stress contour για τη μεταλλική πλάκα με μάλωμα διαστάσεων  $x = 70$  mm,  $y = 48$  mm και πάχους 2.25 mm.



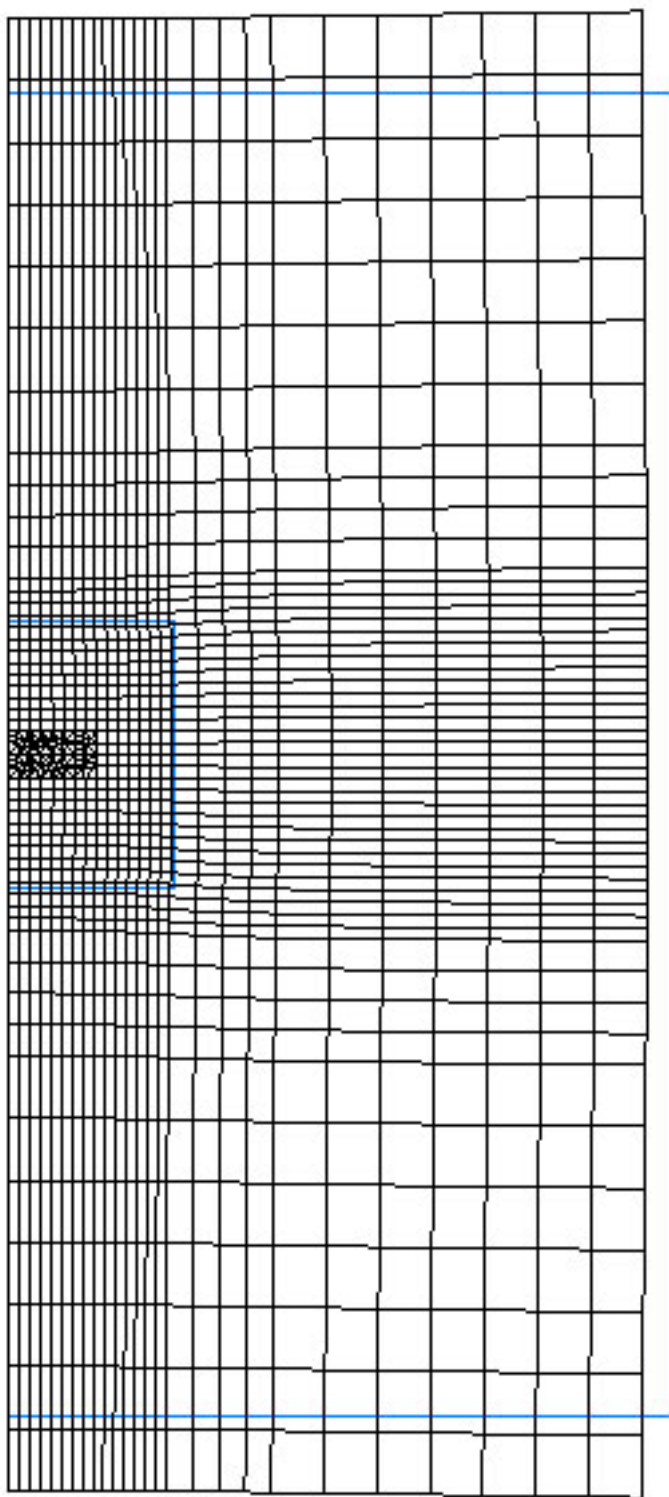
Σχ. 8. Διάγραμμα stress contour για τη μεταλλική πλάκα με μπάλωμα διαστάσεων  $x = 70$  mm,  $y = 48$  mm και πάχους 3 mm.



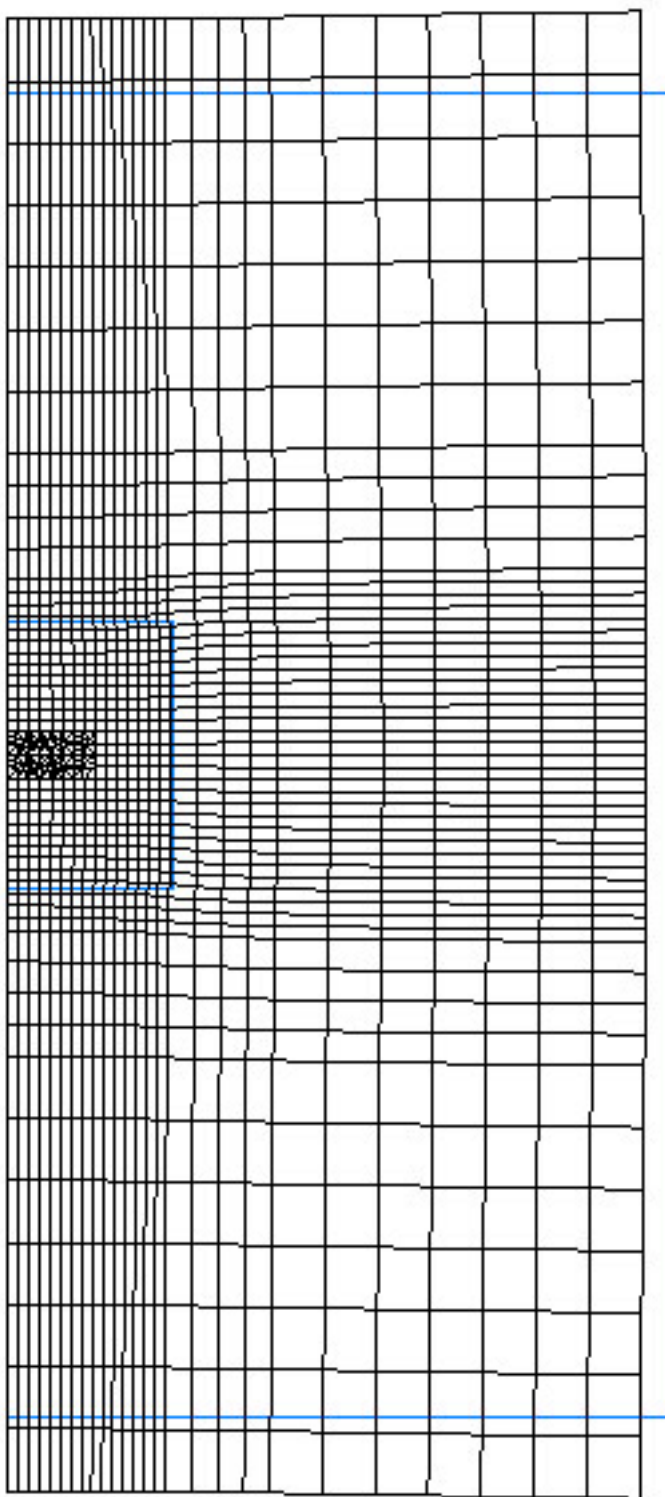
Σχ. 9. Διάγραμμα stress contour για τη μεταλλική πλάκα με μπάλωμα διαστάσεων  $x = 120 \text{ mm}$ ,  $y = 48 \text{ mm}$  και πάχους  $2.25 \text{ mm}$ .



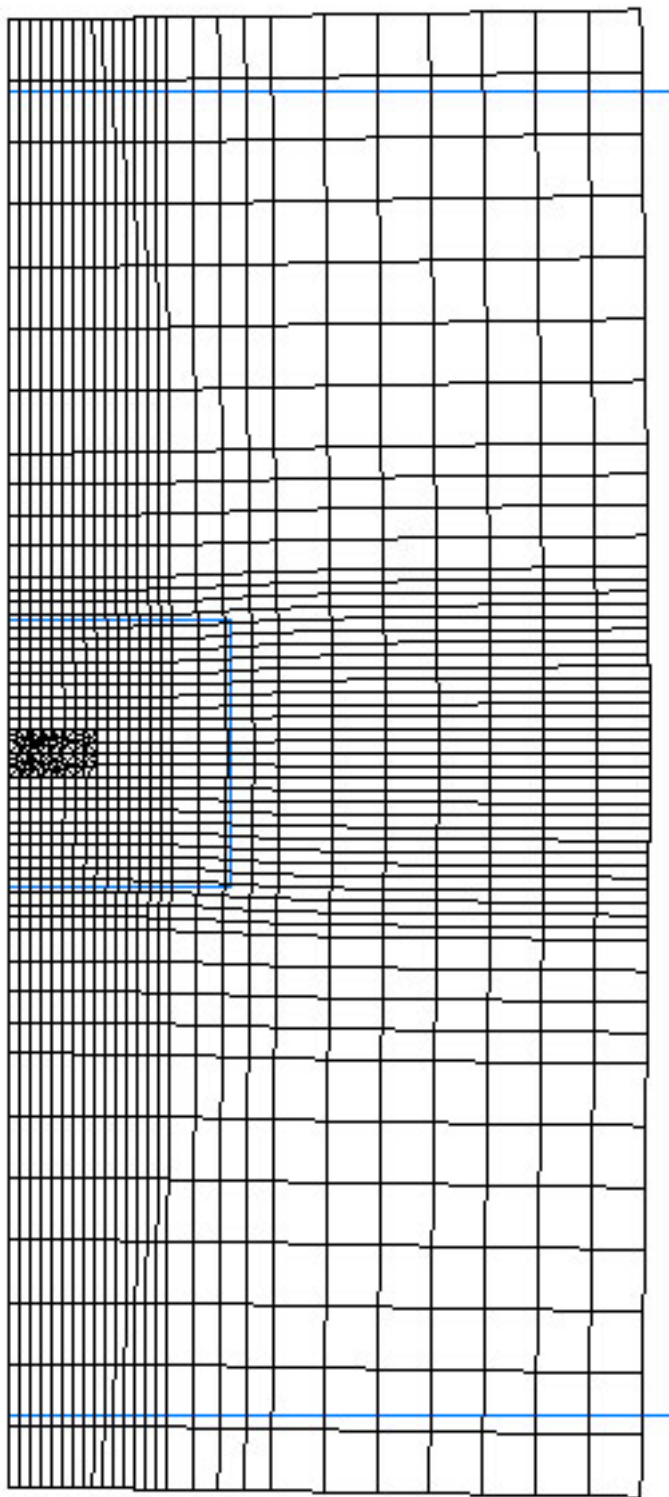
Σχ. 10. Διάγραμμα stress contour για τη μεταλλική πλάκα με μπάλωμα διαστάσεων  $x = 120 \text{ mm}$ ,  $y = 48 \text{ mm}$  και πάχους  $3 \text{ mm}$ .



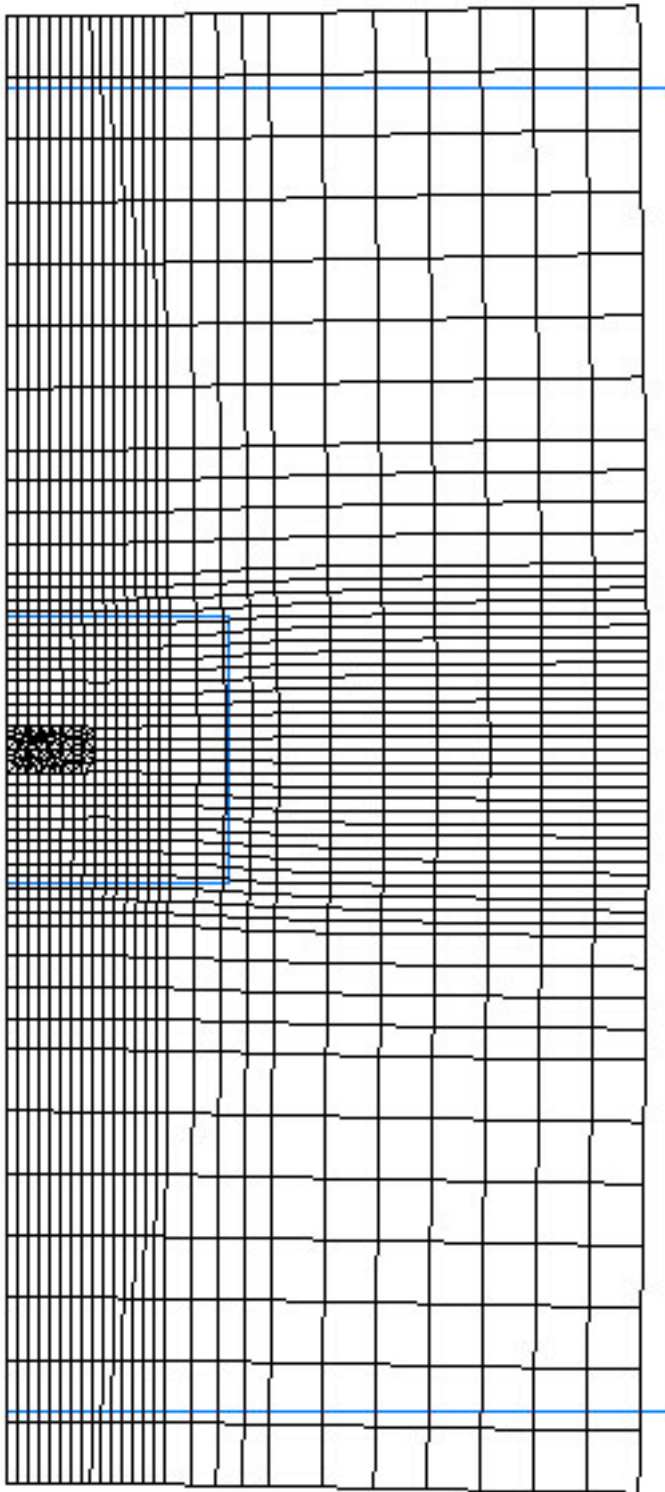
Σχ. 11. Παραμορφωμένο πλέγμα για τη μεταλλική πλάκα με μάλωμα διαστάσεων  $x = 30 \text{ mm}$ ,  $y = 48 \text{ mm}$  και πάχους  $2.25 \text{ mm}$ .



Σχ. 12. Παραμορφωμένο πλέγμα για τη μεταλλική πλάκα με μπάλωμα διαστάσεων  $x = 30 \text{ mm}$ ,  $y = 48 \text{ mm}$  και πάχους  $3 \text{ mm}$ .

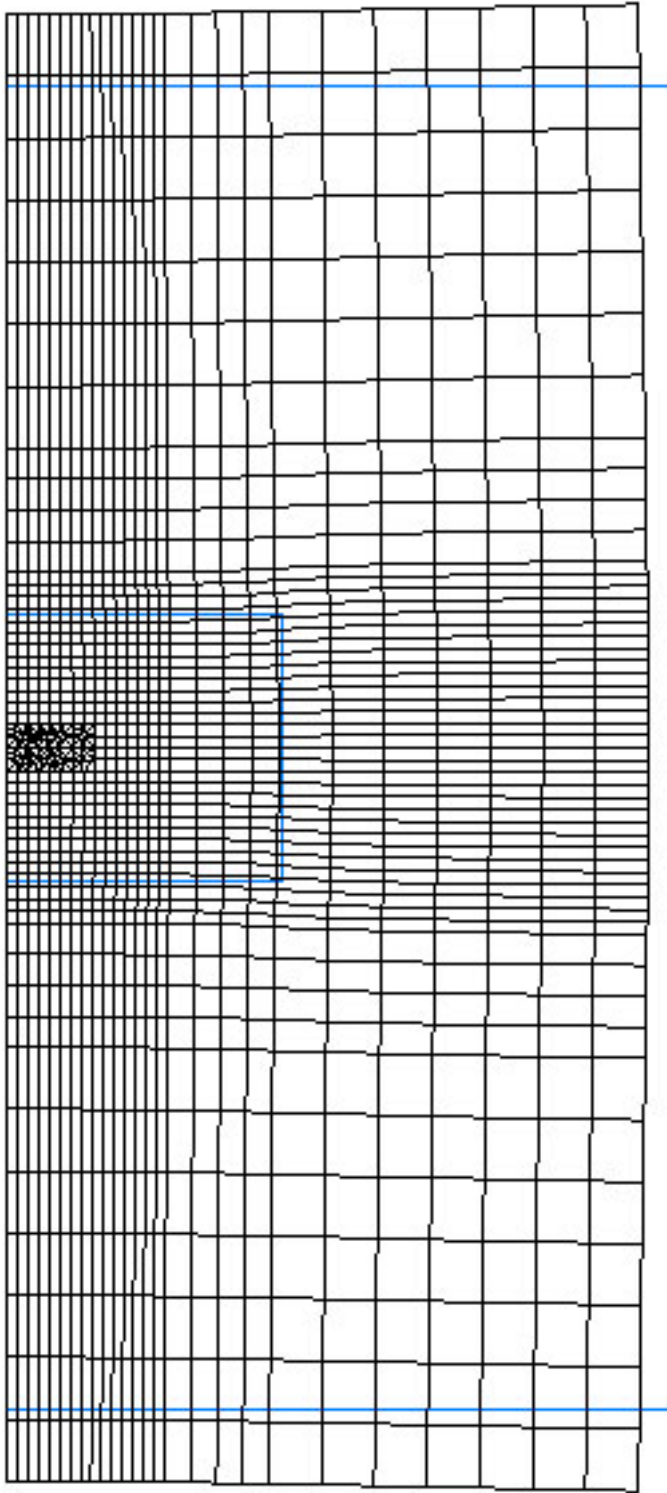


Σχ. 13. Παραμορφωμένο πλέγμα για τη μεταλλική πλάκα με μάλωμα διαστάσεων  $x = 40 \text{ mm}$ ,  $y = 48 \text{ mm}$  και πάχους  $2.25 \text{ mm}$ .

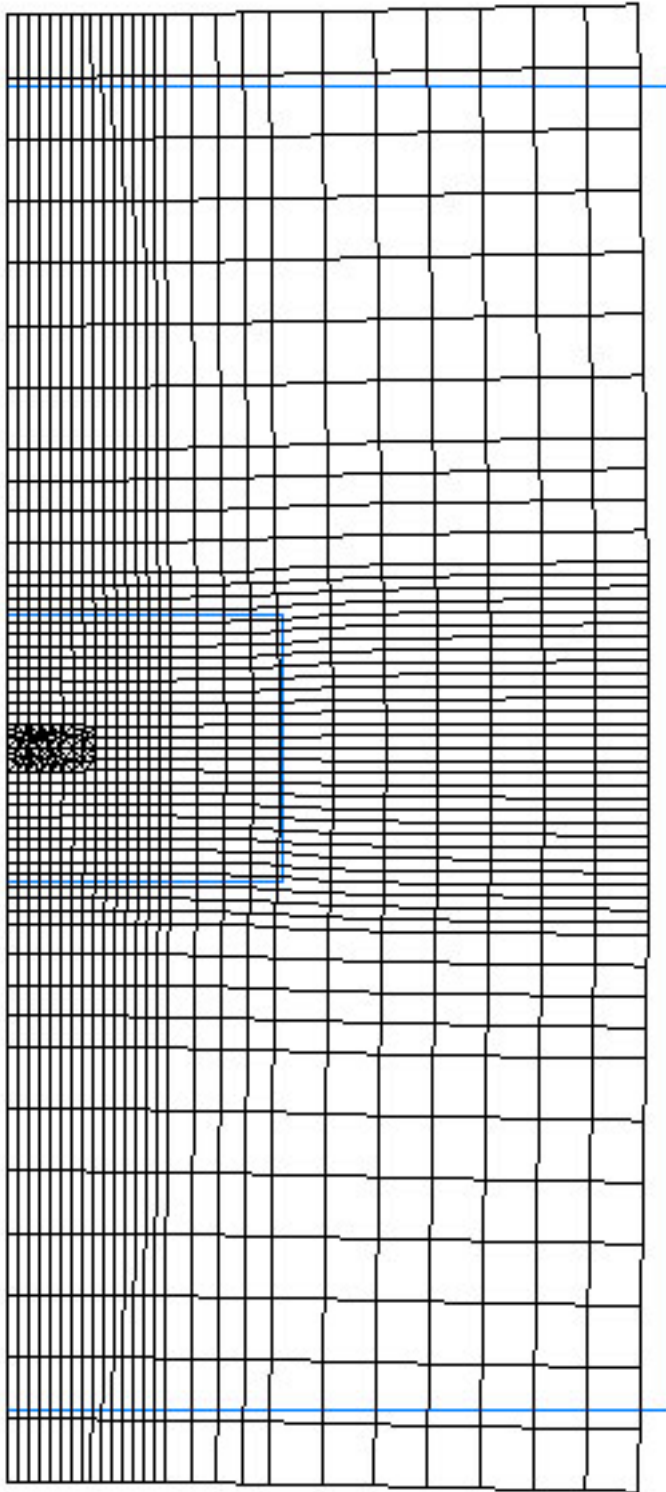


Σχ. 14. Παραμορφωμένο πλέγμα για τη μεταλλική πλάκα με μπάλωμα διαστάσεων  $x = 40 \text{ mm}$ ,  $y = 48 \text{ mm}$  και πάχους  $3 \text{ mm}$ .

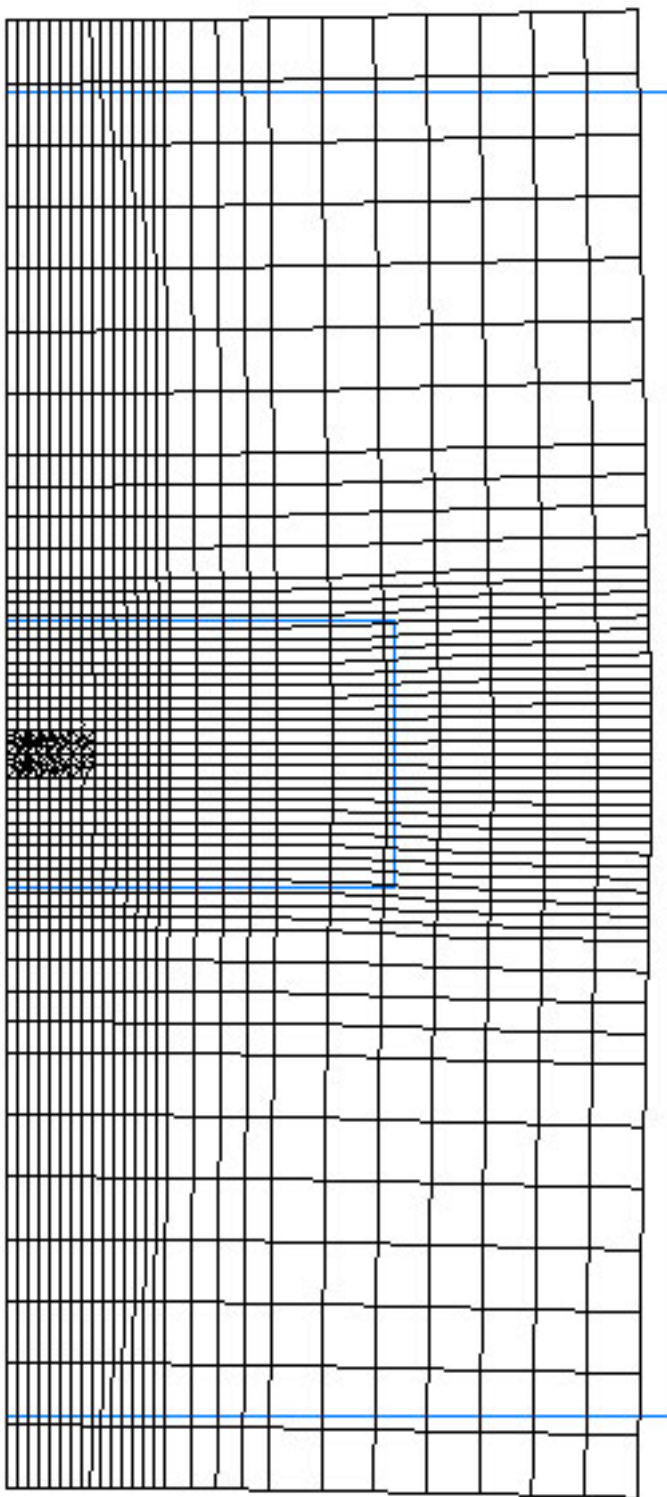




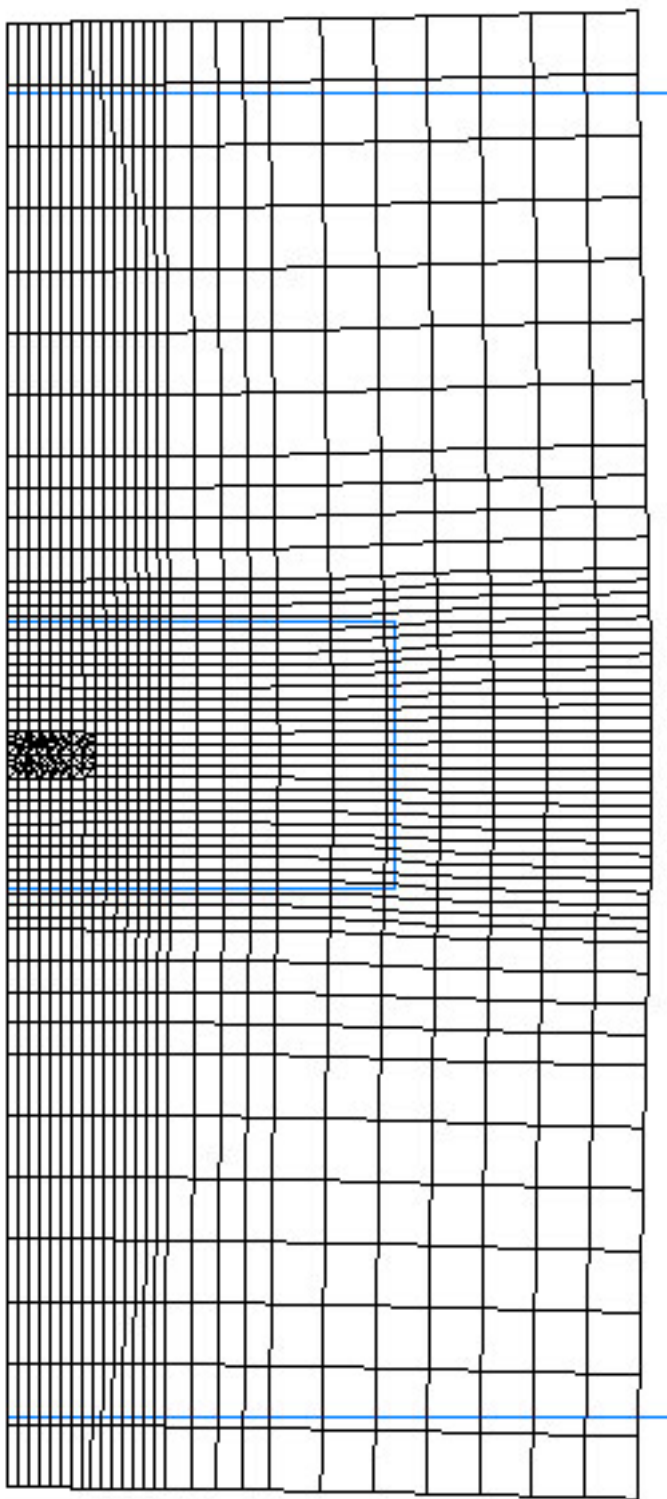
Σχ. 15. Παραμορφωμένο πλέγμα για τη μεταλλική πλάκα με μάλωμα διαστάσεων  $x = 50 \text{ mm}$ ,  $y = 48 \text{ mm}$  και πάχους  $2.25 \text{ mm}$ .



Σχ. 16. Παραμορφωμένο πλέγμα για τη μεταλλική πλάκα με μπάλωμα διαστάσεων  $x = 50 \text{ mm}$ ,  $y = 48 \text{ mm}$  και πάχους  $3 \text{ mm}$ .



Σχ. 17. Παραμορφωμένο πλέγμα για τη μεταλλική πλάκα με μπάλωμα διαστάσεων  $x = 70 \text{ mm}$ ,  $y = 48 \text{ mm}$  και πάχους  $2.25 \text{ mm}$ .

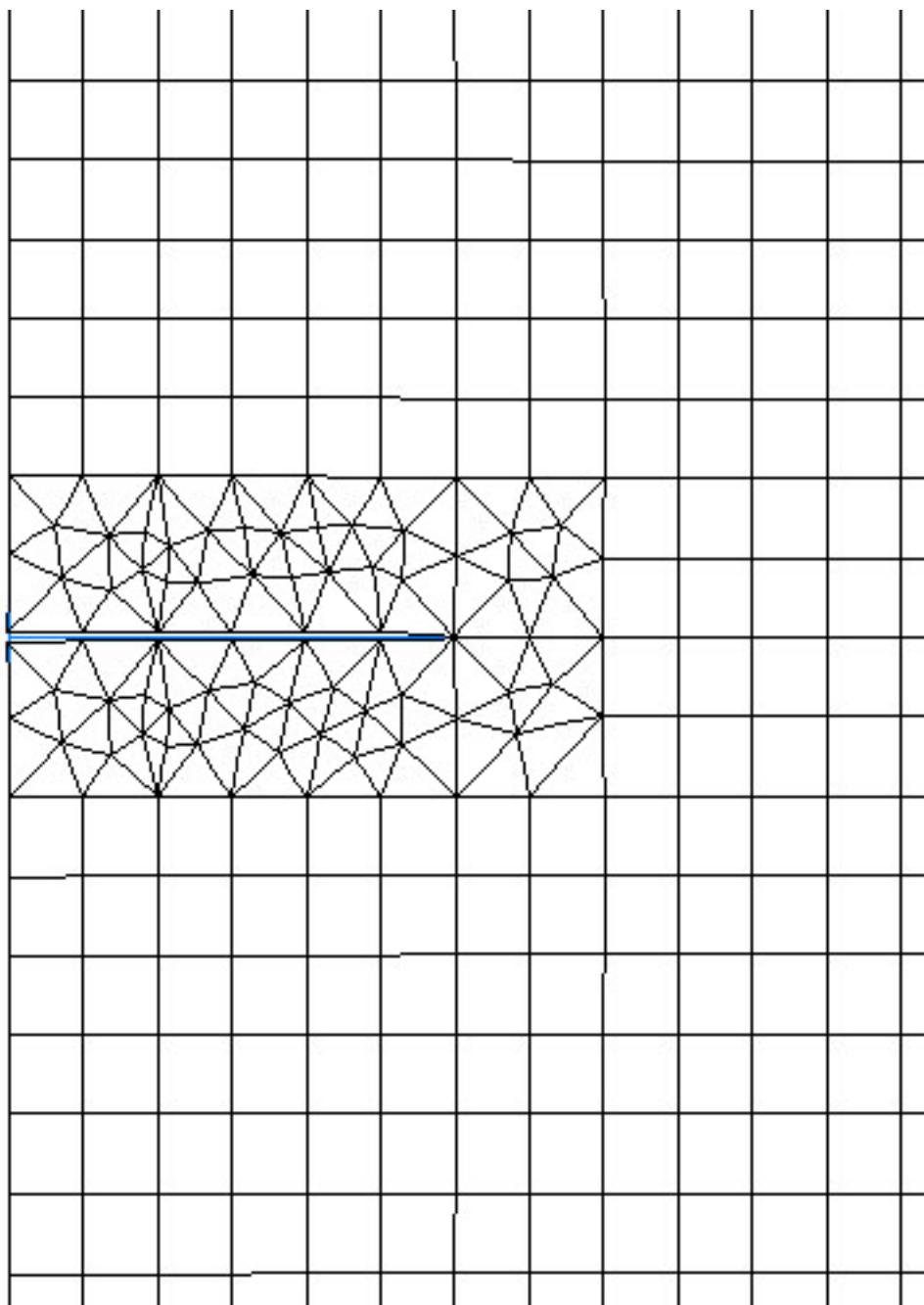


Σχ. 18. Παραμορφωμένο πλέγμα για τη μεταλλική πλάκα με μπάλωμα διαστάσεων  $x = 70 \text{ mm}$ ,  $y = 48 \text{ mm}$  και πάχους  $3 \text{ mm}$ .



Active Layer : 2

Σχ. 19. Παραμορφωμένο πλέγμα (κοντινή άποψη) για τη μεταλλική πλάκα με μπάλωμα διαστάσεων  $x = 120 \text{ mm}$ ,  $y = 48 \text{ mm}$  και πάχους  $2.25 \text{ mm}$ .



Σχ. 20. Παραμορφωμένο πλέγμα (κοντινή άποψη) για τη μεταλλική πλάκα με μπάλωμα διαστάσεων  $x = 120 \text{ mm}$ ,  $y = 48 \text{ mm}$  και πάχους  $3 \text{ mm}$ .