

ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
ΤΜΗΜΑ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ
ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ



ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΕΛΕΓΧΟΥ ΜΕΤΑΤΡΟΠΕΩΝ
DC/AC (ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΕΙΣ) ΜΕ ΧΡΗΣΗ ΓΕΝΕΤΙΚΩΝ
ΑΛΓΟΡΙΘΜΩΝ

Τσιτσόπουλος Νικόλαος

Εξεταστική επιτροπή:

Κ. Καλαϊτζάκης (Επιβλέπων Καθηγητής)

Α. Σαμέλης (Επικ. Καθηγητής)

Ε. Κουτρούλης (Διδάσκων ΠΔ 407/80)

Χανιά, Ιούνιος 2006

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Θα ήθελα να ευχαριστήσω τον καθηγητή Κ. Καλαϊτζάκη για την επίβλεψη της εργασίας, τον καθηγητή Α. Σαμέλη για την συμμετοχή του στην επιτροπή και ιδιαιτέρως ευχαριστώ τον δρ. Ε. Κουτρούλη για την βοήθειά του κατά την διάρκεια εκπόνησης της εργασίας.

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Στην παρούσα εργασία παρουσιάζεται μια νέα προσέγγιση στο πρόβλημα απαλοιφής αρμονικών από την ημιτονοειδή έξοδο ενός αντιστροφέα. Για την μετατροπή της τάσης από DC σε AC χρησιμοποιείται η μέθοδος Pulse Width Modulation (PWM) με προεπιλεγμένες τις γωνίες μεταγωγής. Για την βελτιστοποίηση της κυματομορφής της τάσης εξόδου ενός αντιστροφέα DC/AC υπολογίζονται εκείνες οι γωνίες μεταγωγής (switching angles) που έχουν ως αποτέλεσμα την ελάχιστη τιμή της ολικής αρμονικής παραμόρφωσης (Total Harmonic Distortion, THD). Η εύρεση των γωνιών αυτών απαιτεί την λύση μη γραμμικών εξισώσεων. Οι εξισώσεις αυτές λύνονται με την χρήση γενετικών αλγορίθμων, μέσω των οποίων η εύρεση της ολικά βέλτιστης λύσης επιτυγχάνεται σε πολύ λίγο χρόνο. Για την εφαρμογή και πειραματική επιβεβαίωση της μεθόδου χρησιμοποιείται κύκλωμα πλήρους γέφυρας, όπου ο έλεγχος των διακοπών γίνεται με μικροελεγκτή. Τα αποτελέσματα δείχνουν μείωση του παράγοντα THD που προκύπτει σε σχέση με άλλες μεθόδους βελτιστοποίησης.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ	6
2. ΥΠΑΡΧΟΥΣΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ ΓΙΑ ΤΗΝ ΑΠΑΛΟΙΦΗ ΑΡΜΟΝΙΚΩΝ	9
3. ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΕΙΣ DC-AC ΔΙΑΚΟΠΤΙΚΟΥ ΤΥΠΟΥ	37
3.1 Στρατηγική διαμόρφωσης εύρους παλμών	38
3.1.1 Μονοφασικοί αντιστροφεείς με μισή γέφυρα.....	45
3.1.2 Μονοφασικοί αντιστροφεείς με πλήρη γέφυρα	45
3.1.3 Διαμόρφωση PWM με διπολική τάση εξόδου	46
3.1.4 Διαμόρφωση PWM με μονοπολική τάση εξόδου	47
3.2 Προσομοίωση PWM με διπολική και μονοπολική τάση εξόδου	50
4. ΓΕΝΕΤΙΚΟΙ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ	56
4.1 Βασικές αρχές γενετικών αλγορίθμων.....	56
4.2 Η κωδικοποίηση των μεταβλητών	59
4.3 Οι γενετικές πράξεις.....	59
4.4 Αντικειμενική συνάρτηση και συνάρτηση προσαρμογής (Objective function και Fitness Function)	63
4.5 Μηχανισμός επιλογής	64
4.6 Επιλογή πιθανοτήτων διασταύρωσης και μετάλλαξης	67
4.7 Χειρισμός περιορισμών	68
4.8 Σύγκληση και τερματισμός του αλγορίθμου	69
4.9 Προβλήματα των γενετικών αλγορίθμων.....	70
4.10 Ανακεφαλαίωση	70
5. Η ΜΕΘΟΔΟΣ ΠΟΥ ΑΝΑΠΤΥΧΘΗΚΕ ΣΤΗΝ ΠΑΡΟΥΣΑ ΕΡΓΑΣΙΑ.....	72
5.1 Σειρές Fourier.....	72
5.2 Κυματομορφή δύο επιπέδων	73
5.3 Κυματομορφή τριών επιπέδων	75

5.4	Αρμονική παραμόρφωση	76
5.5	Οι γενετικοί αλγόριθμοι για την ελαχιστοποίηση της αρμονικής παραμόρφωσης.....	77
6.	ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	83
6.1	Θεωρητικά αποτελέσματα	83
6.1.1	Κυματομορφή PWM δύο επιπέδων	83
6.1.2	Κυματομορφή PWM τριών επιπέδων.....	105
6.2	Πειραματικά αποτελέσματα	133
7.	ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ	140
8.	ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ	142

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Κατά την μετατροπή της τάσης από συνεχή σε εναλλασσόμενη με την χρήση αντιστροφών προκύπτει μια κυματομορφή τάσης που δεν είναι καθαρά ημιτονοειδής. Η τάση αυτή περιέχει αρμονικές σε συχνότητες πολλαπλάσιες της βασικής που προκαλούν την παραμόρφωσή της. Το πρόβλημα που εξετάζεται στην εργασία αυτή είναι η ελαχιστοποίηση της ολικής αρμονικής παραμόρφωσης (Total Harmonic Distortion, THD) της τάσης εξόδου ενός μετατροπέα dc/ac (inverter, αντιστροφή). Ο παράγοντας THD εκφράζει το άθροισμα των rms τιμών των αρμονικών σαν ποσοστό της rms τιμής της βασικής συνιστώσας:

$$THD = \frac{\sqrt{V_2^2 + V_3^2 + V_4^2 \dots}}{V_1} \quad (1)$$

όπου $V_2, V_3 \dots$ είναι οι rms τιμές των αρμονικών και V_1 η rms τιμή της βασικής συνιστώσας της τάσης εξόδου. Επιδιώκεται ο παράγοντας THD να έχει μικρή τιμή, έτσι ώστε στην έξοδο των αντιστροφών να μην απαιτούνται ογκώδη και ακριβά φίλτρα για την παραγωγή ημιτονοειδούς τάσης εξόδου με χαμηλή τιμή αρμονικής παραμόρφωσης.

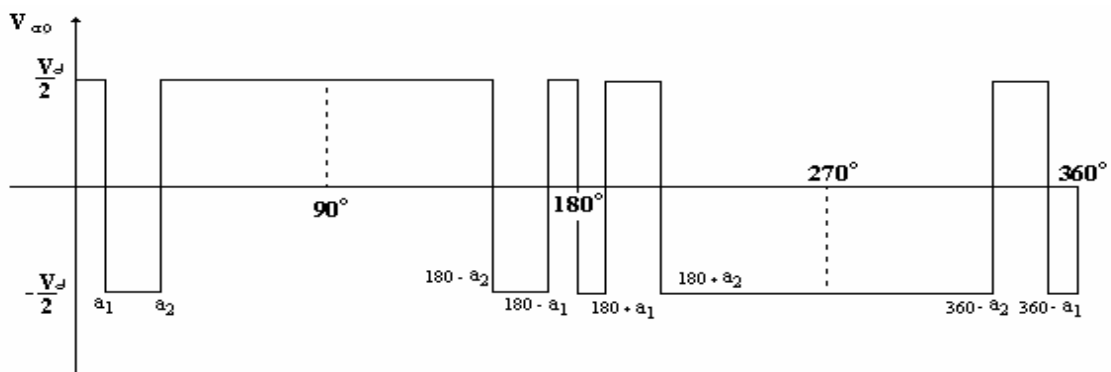
Οι αντιστροφείς χρησιμοποιούνται για την παραγωγή εναλλασσόμενης τάσης με επιθυμητή συχνότητα και πλάτος από μια πηγή συνεχούς τάσης. Βρίσκουν εφαρμογή σε συστήματα αδιάλειπτης παροχής ισχύος (Uninterruptible Power Supplies, UPS), συστήματα ελέγχου ταχύτητας εναλλασσόμενων ηλεκτρικών μηχανών, συστήματα ελέγχου θερμοκρασίας με επαγωγή, συστήματα ελέγχου τάσης εξόδου αιολικών μηχανών και φωτοβολταϊκών συστημάτων μετατροπής ενέργειας, συστήματα μεταφοράς ηλεκτρικής ενέργειας, κ.λ.π.

Για να γίνει μετατροπή της τάσης χρησιμοποιείται η τεχνική της διαμόρφωσης εύρους παλμών (Pulse Width Modulation, PWM). Μια τυπική PWM κυματομορφή δύο επιπέδων είναι αυτή του Σχ.1. Η γωνίες α_1, α_2 είναι οι γωνίες που καθορίζουν την θέση και το εύρος των παλμών της κυματομορφής. Το V_d είναι η τάση που εφαρμόζεται στον αντιστροφή και από αυτήν εξαρτάται η τιμή της τάσης εξόδου.

Για να βελτιωθεί η ποιότητα της παραγόμενης τάσης, και άρα να μειωθεί η παραμόρφωση της τάσης εξόδου, ζητείται να βρεθούν εκείνες οι γωνίες α_1, α_2 που έχουν ως αποτέλεσμα την ελαχιστοποίηση του παράγοντα THD. Παράλληλα, οι

γωνίες α_1 , α_2 πρέπει να εξασφαλίζουν ότι θα παράγεται η επιθυμητή rms τιμή της τάσης εξόδου.

Για την εύρεση των γωνιών βελτιστοποίησης της PWM κυματομορφής χρησιμοποιούνται οι γενετικοί αλγόριθμοι (ΓΑ). Είναι αλγόριθμοι έρευνας οι οποίοι βασίζονται στις αρχές της φυσικής επιλογής και της γενετικής. Ξεκινώντας από τυχαίες αρχικές λύσεις, καταλήγουν στην ολικά βέλτιστη λύση χωρίς να πέφτουν στις “παγίδες” των τοπικών ακρότατων της αντικειμενικής συνάρτησης. Αρκετοί αλγόριθμοι βελτιστοποίησης, για να φτάσουν στην βέλτιστη λύση, απαιτούν αρχικοποίηση με τιμές κοντά στις βέλτιστες. Οι περισσότερες άλλες μέθοδοι βελτιστοποίησης της PWM κυματομορφής, βασίζονται στον μετασχηματισμό των αρχικών μη-γραμμικών εξισώσεων σε γραμμικές. Αντίθετα στους ΓΑ, για την λύση του προβλήματος χρησιμοποιούνται απευθείας οι μη γραμμικές εξισώσεις που προκύπτουν από την ανάλυση σε σειρές Fourier.



Σχήμα 1. Κυματομορφή δύο επιπέδων

Πολλές μέθοδοι βελτιστοποίησης της κυματομορφής PWM, για λόγους ευκολίας στον υπολογισμό προσπαθούν να μηδενίσουν ορισμένες από τις αρμονικές που προκύπτουν. Στην παρούσα εργασία το ζητούμενο είναι να ελαχιστοποιηθεί ο παράγοντας THD συνολικά χωρίς να δίνεται ιδιαίτερη σημασία για την ελαχιστοποίηση κάποιων συγκεκριμένων αρμονικών. Για τον παράγοντα THD λαμβάνονται υπόψη και ελαχιστοποιούνται οι 50 πρώτες περιττές αρμονικές οι οποίες έχουν σημαντική επίδραση στην τιμή της ολικής αρμονικής παραμόρφωσης, ενώ άλλες μέθοδοι ελαχιστοποιούν τις 10 πρώτες μονές αρμονικές. Ο χρόνος που απαιτείται για να βρεθεί η ολικά βέλτιστη λύση χρησιμοποιώντας την μέθοδο που αναπτύχθηκε στα πλαίσια της παρούσας

εργασίας μεταβάλλεται ανάλογα με τον αριθμό των γωνιών α_i και είναι της τάξης των μερικών δευτερολέπτων.

Τα θεωρητικά αποτελέσματα δείχνουν μια σημαντική μείωση του παράγοντα THD σε σχέση με τα αποτελέσματα άλλων τεχνικών. Για την πειραματική επιβεβαίωση της μεθόδου, γίνεται έλεγχος μιας πλήρους γέφυρας με μικροελεγκτή, όπου υπάρχουν αποθηκευμένες οι βέλτιστες γωνίες έναυσης, για κάθε τιμή της βασικής συνιστώσας, όπως έχουν υπολογιστεί από τον αλγόριθμο.

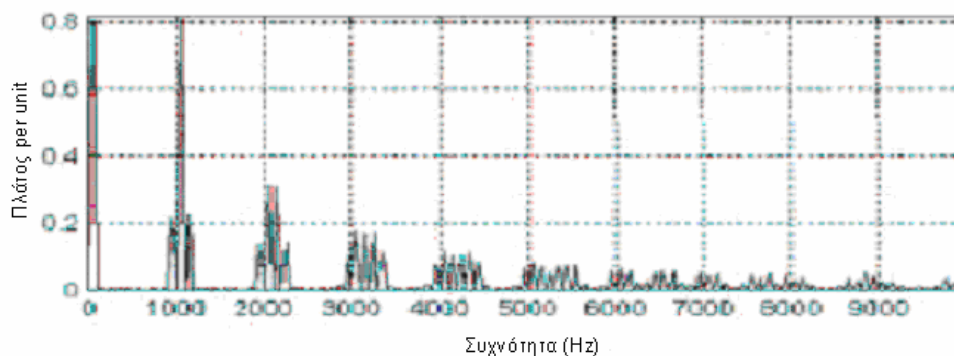
Στο κεφάλαιο 2 παρουσιάζονται μερικές άλλες εργασίες που ασχολούνται με το πρόβλημα της βελτιστοποίησης της PWM κυματομορφής με διάφορες άλλες προσεγγίσεις. Στο Κεφ. 3 αναλύονται οι αρχές λειτουργίας των μετατροπών DC/AC. Στο Κεφ. 4 γίνεται περιγραφή των γενετικών αλγορίθμων και παρουσιάζονται οι βασικές αρχές και ιδιότητες τους. Στο Κεφ. 5 παρουσιάζεται η μέθοδος που αναπτύχθηκε και γίνεται ανάλυση για PWM κυματομορφή τριών και δύο επιπέδων. Στο Κεφ. 6 παρουσιάζονται τα θεωρητικά αποτελέσματα και τα αποτελέσματα των μετρήσεων ενώ στο Κεφ.7 γίνεται η μεταξύ τους σύγκριση καθώς και σύγκριση με προσομοιώσεις για τις unipolar SPWM και bipolar SPWM μεθόδους καθώς και με τα αποτελέσματα των άλλων μεθόδων.

2. ΥΠΑΡΧΟΥΣΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ ΓΙΑ ΤΗΝ ΑΠΑΛΟΙΦΗ ΑΡΜΟΝΙΚΩΝ

Για την λύση του προβλήματος της απαλοιφής αρμονικών έχουν προταθεί διάφορες τεχνικές. Μερικές από αυτές παρουσιάζονται παρακάτω.

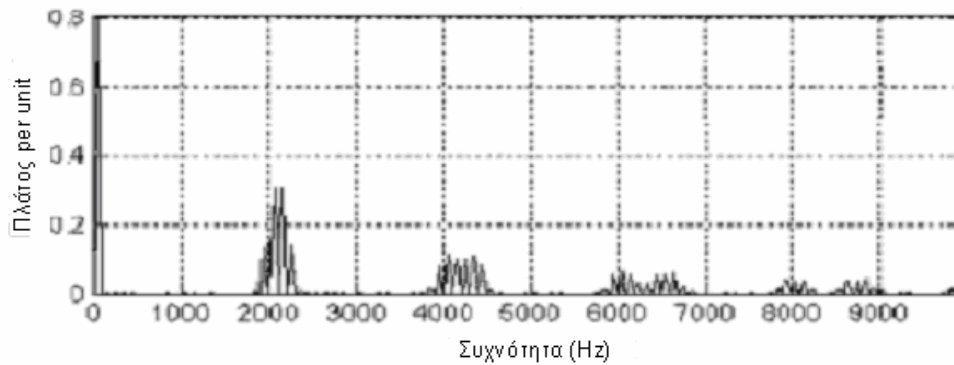
Στην εργασία [1] παρουσιάζεται μια μέθοδος που προσπαθεί να βελτιώσει την μονοπολική διαμόρφωση SPWM (για μονοφασικούς inverters). Η SPWM διαμόρφωση μπορεί να κατηγοριοποιηθεί σε i) Natural sampled (analogue sine-triangle), ii) Regular sampled (digital sine-triangle) και iii) Space Vector Modulation (SVM). Οι Natural Sampled (NS) και Regular Sampled (RS) μπορούν να χωριστούν σε διαμόρφωση εύρους παλμών δύο και τριών επιπέδων [two-level (bipolar) και three-level (unipolar) PWM].

Για την προσομοίωση των κυματομορφών της NS και της RS χρησιμοποιείται συντελεστής διαμόρφωσης πλάτους $m_a=0.8$ ($=V_{ref}/V_{dc}$) και συντελεστής διαμόρφωσης συχνότητας (frequency modulation index, $m_f = f_{sw}/f_1$) $m_f=21$, $f_1=50$ Hz. Γενικότερα, ο m_f πρέπει να είναι περιττός ακέραιος αριθμός για να μην υπάρχει δημιουργία άρτιων αρμονικών. Στο Σχήμα 2 παρουσιάζεται το φάσμα της NS διπολικής διαμόρφωσης. Η τιμή της ολικής αρμονικής παραμόρφωσης είναι περίπου 140%.



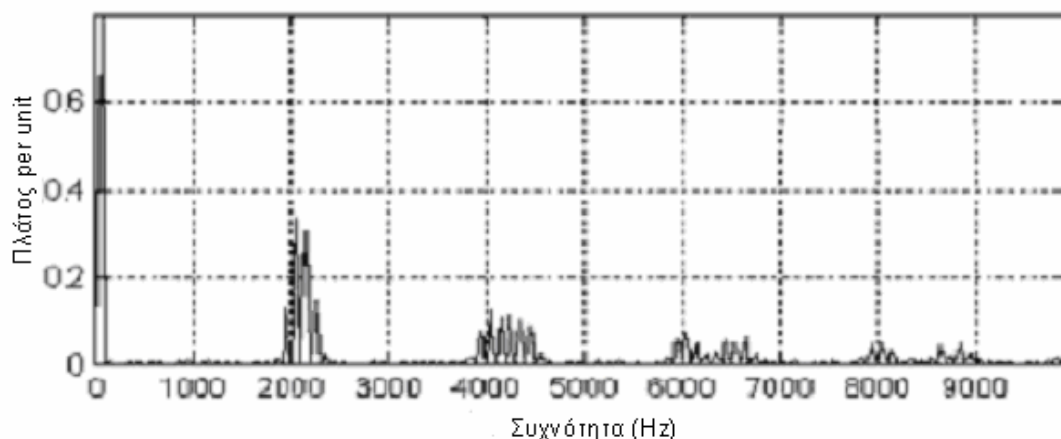
Σχήμα 2. Το φάσμα της διπολικής διαμόρφωσης

Στο Σχήμα 3 παρουσιάζεται το φάσμα της NS μονοπολικής διαμόρφωσης.



Σχήμα 3. Το φάσμα της μονοπολικής διαμόρφωσης

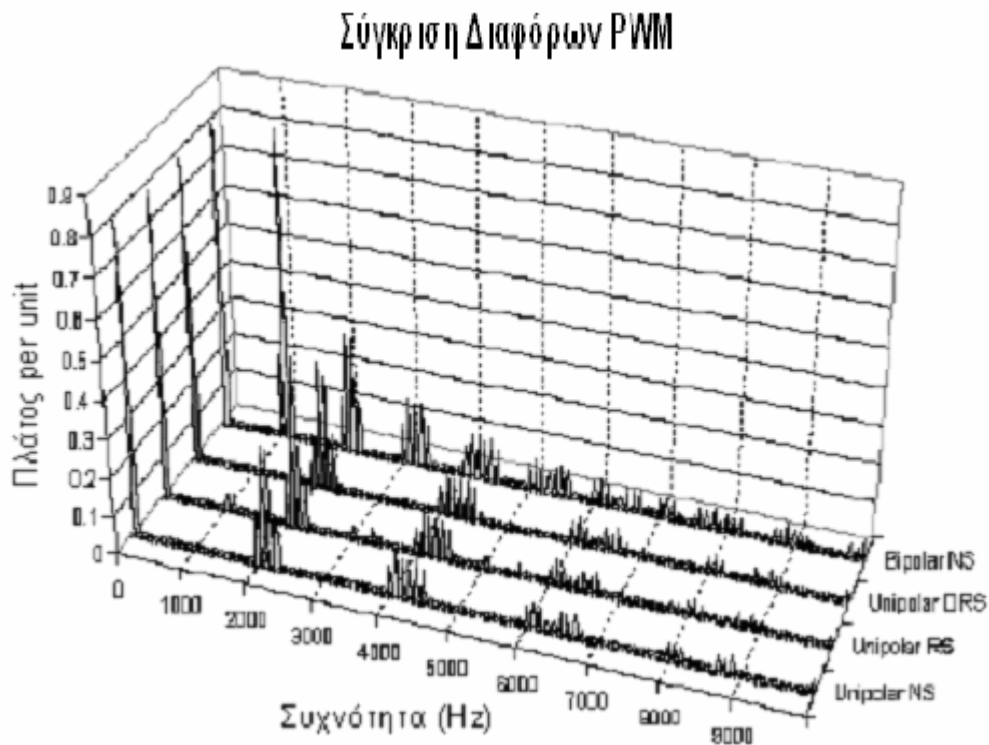
Η ολική αρμονική παραμόρφωση για την παραπάνω περίπτωση είναι περίπου 72%. Η μονοπολική NS SPWM διαμόρφωση δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε σύστημα ελέγχου με μικροελεγκτές, μικροεπεξεργαστές ή/ και DSP. Για τις εφαρμογές όπου χρησιμοποιούνται τα παραπάνω, εφαρμόζεται η RS μονοπολική SPWM. Το κύριο μειονέκτημα του RS μονοπολικού SPWM είναι η παρουσία μερικών περιττών αρμονικών στις πλευρικές ζώνες συχνοτήτων. Για να αντισταθμιστεί αυτό το μειονέκτημα, στην μέθοδο που παρουσιάζεται στο [1], γίνεται διπλασιασμός στο ρυθμό δειγματοληψίας της τάσης αναφοράς V_{ref} , αλλά διατηρείται η ίδια συχνότητα έναυσης (switching frequency). Στο Σχήμα 4 παρουσιάζεται το φάσμα της κυματομορφής της νέας μεθόδου, Double Regular Sampling (DRS). Η τιμή της ολικής αρμονικής παραμόρφωσης είναι περίπου 73% για $m_a=0.8$, $m_f=21$.



Σχήμα 4. Το φάσμα για την DRS μονοπολική διαμόρφωση

Στο Σχήμα 5 παρουσιάζεται η σύγκριση διαφορετικών μονοπολικών και διπολικών μεθόδων PWM, με $m_f=21$ και $m_a=0.8$. Η DRS μονοπολική διαμόρφωση έχει όλα

τα πλεονεκτήματα της διαμόρφωσης unipolar NS. Επιπλέον, μπορεί να εφαρμοστεί εύκολα χρησιμοποιώντας μικροελεγκτές / μικροεπεξεργαστές. Το μειονέκτημα της DRS PWM διαμόρφωσης, είναι η ανάγκη να διπλασιαστεί ο ρυθμός δειγματοληψίας της V_{ref} και να γίνει $2 \cdot f_{sw}$. Αυτό μπορεί να οδηγήσει σε περιορισμό της switching frequency λόγω της ταχύτητας μετατροπής Analog / Digital .



Σχήμα 5. Το φάσμα για τις διαμορφώσεις bipolar NS, unipolar RS, unipolar DRS, unipolar NS PWM

Η RS unipolar SPWM με διπλασιασμό του ρυθμού δειγματοληψίας της τάσης αναφοράς προτείνεται για τις εφαρμογές που απαιτούν μικρότερο φίλτρο καθώς το κόστος και το μέγεθος του φίλτρου είναι σημαντικοί παράγοντες, όπως σε μετατροπείς για παροχές ισχύος σε απομακρυσμένες περιοχές, Remote Area Power Supplies.

Στο [2] παρουσιάζεται μια μέθοδος για real-time και on-line υπολογισμό των γωνιών μιας κυματομορφής PWM από την οποία έχουν απαλειφθεί κάποιες αρμονικές. Ο στόχος είναι να υπολογίζονται οι γωνίες που οδηγούν στην απαλοιφή αρμονικών με την χρήση γραμμικών εξισώσεων. Στην μέθοδο αυτή, η γραφική αναπαράσταση της λύσης (δηλαδή των γωνιών της κυματομορφής που

οδηγούν σε απαλοιφή αρμονικών και έχουν υπολογιστεί από την λύση των μη-γραμμικών εξισώσεων Fourier με την μέθοδο conjugate gradient descent) χωρίζεται σε τμήματα. Τα τμήματα αυτά επιλέγονται με τέτοιο τρόπο ώστε να περιγράφονται από γραμμικές εξισώσεις. Στην πιο απλή περίπτωση έχουμε δύο τμήματα. Το πρόβλημα εντοπίζεται στην επιλογή του σημείου που θα χωρίσει τα δύο αυτά τμήματα (break-point). Διαπιστώνεται πως η μεγαλύτερη απόκλιση από την πραγματική λύση εμφανίζεται όταν ο συντελεστής διαμόρφωσης M είναι 0.4. Έτσι οι εξισώσεις που προκύπτουν επιλέγοντας το σημείο αυτό σαν break-point είναι οι παρακάτω:

για $0 < M \leq 0.4$

$$\begin{aligned} \alpha_i &= \alpha_{0,i} - \frac{V_i}{0.4} (\alpha_{0,i} - \alpha_{0.4,i}) \quad i \text{ odd} \\ \alpha_i &= \alpha_{0,i} + \frac{V_i}{0.4} (\alpha_{0,i} - \alpha_{0.4,i}) \quad i \text{ even} \end{aligned} \quad (2)$$

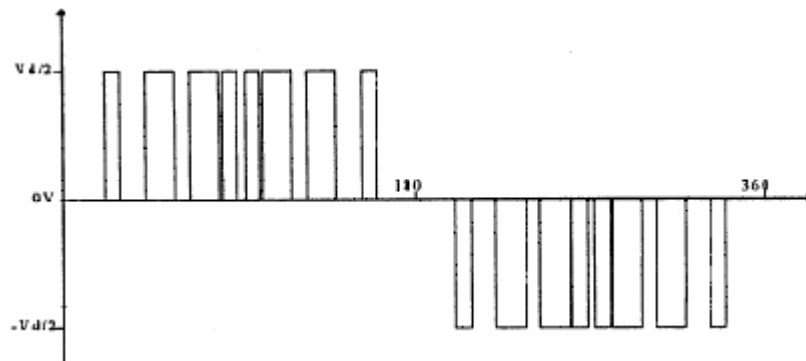
για $0.4 < M \leq 0.85$

$$\begin{aligned} \alpha_i &= \alpha_{0.4,i} - \frac{\alpha_{0.4,i} - \alpha_{0.85,i}}{0.85 - 0.4} (V_i - 0.4) \quad i \text{ odd} \\ \alpha_i &= \alpha_{0.4,i} + \frac{\alpha_{0.4,i} - \alpha_{0.85,i}}{0.85 - 0.4} (V_i - 0.4) \quad i \text{ even} \end{aligned} \quad (3)$$

όπου α_i είναι οι γωνίες έναυσης, V_i είναι η τιμή της τάσης της βασικής συνιστώσας και $\alpha_{0,i}$, $\alpha_{0.4,i}$, $\alpha_{0.85,i}$ είναι σταθερές της εξίσωσης.

Η υλοποίηση της μεθόδου είναι έτσι εύκολη με μικροελεγκτή αφού είναι απλό να επιλέξει μια από τις δύο παραπάνω εξισώσεις για να υπολογίσει τις γωνίες.

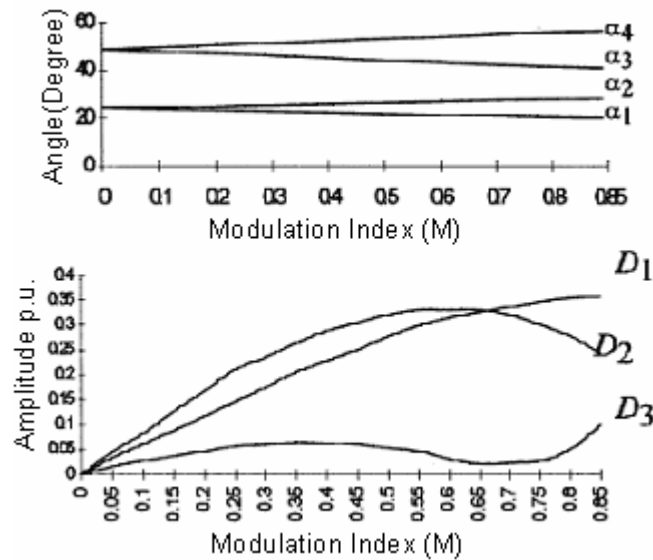
Η Pulse Width Modulation – Specific Harmonics Elimination (PWM-SHE) κυματομορφή για τέσσερις παλμούς ανά τέταρτο περιόδου φαίνεται στο Σχήμα 6.



Σχήμα 6. PWM-SHE κυματομορφή με τέσσερις παλμούς ανά τέταρτο περιόδου

Η κυματομορφή αυτή, παρουσιάζει συμμετρία μισού και τετάρτου κύματος. Για την δημιουργία της κυματομορφής, μόνο το πρώτο μέρος των 60° (για κάθε ημιπερίοδο) καθορίζεται. Το τελευταίο κομμάτι των 60° είναι ο καθρέφτης του πρώτου. Το κομμάτι από 60° – 120° δημιουργείται διπλώνοντας το πρώτο και το τελευταίο μέρος των 60° γύρω από τα σημεία των 60° και 120° αντιστοίχως.

Σύμφωνα με τη βασική αρχή της απαλοιφής συγκεκριμένων αρμονικών, σε μία κυματομορφή PWM, κάθε αρμονική μπορεί να απαλειφθεί επιλέγοντας τις κατάλληλες γωνίες. Παράλληλα είναι δυνατό να επιλέγουμε και το πλάτος της βασικής αρμονικής, V_1 . Έτσι, για τις N γωνίες, $\alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_N$, που επιλέγουμε πρέπει να έχουμε στην έξοδο την επιλεγμένη V_1 και $V_i = 0$, όπου V_i τα πλάτη των αρμονικών. Αυτό καθορίζει ένα σύστημα μη-γραμμικών εξισώσεων, που προκύπτουν από την ανάλυση Fourier.



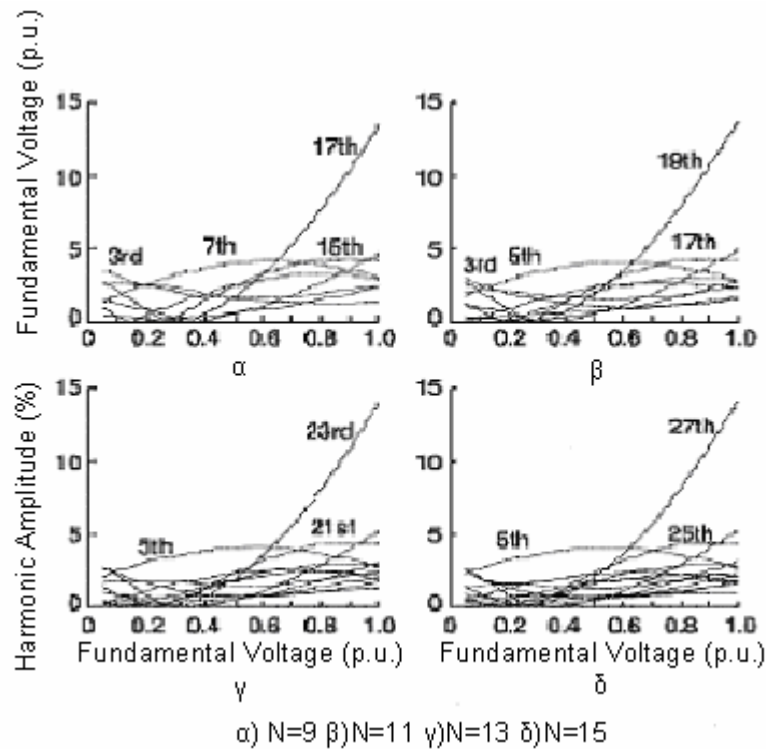
Σχήμα 7. Αποτελέσματα της μεθόδου conjugate gradient για τις γωνίες μεταγωγής

Στο Σχήμα 7, παρουσιάζονται οι λύσεις για τις γωνίες μεταγωγής του PWM-SHE, υπολογισμένες με την μέθοδο conjugate gradient. Από την γραφική αναπαράσταση τους, φαίνεται πως οι χαρακτηριστικές είναι σχεδόν ευθείες και άρα οι λύσεις εξαρτώνται με γραμμική σχέση από το συντελεστή διαμόρφωσης πλάτους M όπως προβλέπεται από τις εξισώσεις (2) και (3). Επίσης παρατηρούμε πως καθώς οι γωνίες N αυξάνονται, η γραμμικότητα είναι καλύτερη. Η συγκεκριμένη PWM-SHE τεχνική είναι καλύτερη σε σχέση με άλλες τεχνικές απαλοιφής αρμονικών που υπολογίζουν τις γωνίες μέσω γραμμικών εξισώσεων. Γενικά, στο τελικό σημείο ($M=0.85$), τα τρία πλάτη των αρμονικών είναι $a_{D1}=0.36$ p.u., $a_{D2}=0.25$ p.u. και $a_{D3}=0.1$ p.u. αντίστοιχα. Προηγούμενες μελέτες έχουν δείξει ότι για να απαλειφθούν οι ίδιες αρμονικές, οι κυματομορφές PWM-SHE χρειάζονται περίπου το μισό αριθμό μεταγωγών ανά περίοδο σε σύγκριση με μια κυματομορφή SPWM. Αυτό είναι σημαντικό σε μετατροπείς μεγάλης ισχύος.

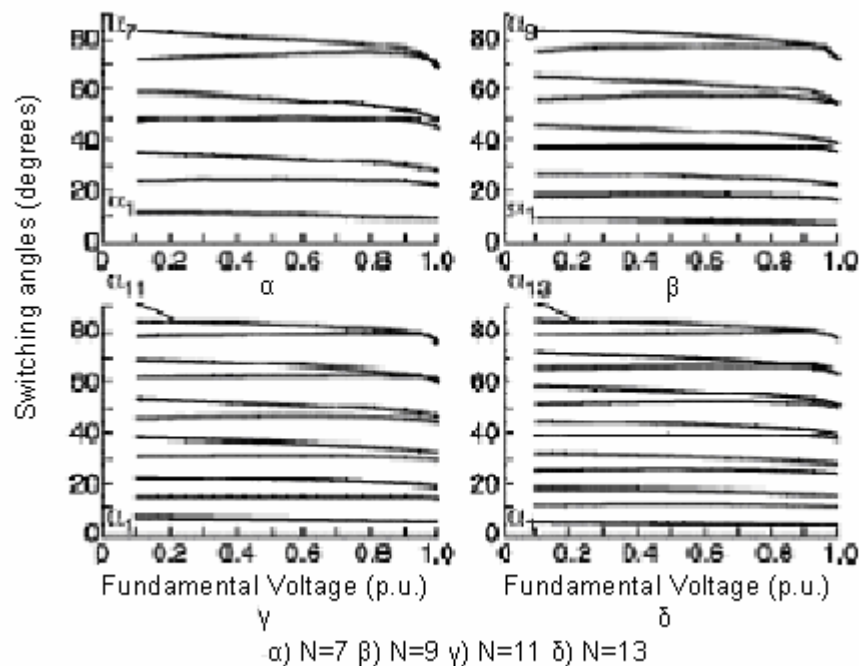
Στην εργασία [3] παρουσιάζεται μέθοδος PWM απαλοιφής / ελαχιστοποίησης αρμονικών για μονοφασικούς αντιστροφείς. Αναπτύσσονται εξισώσεις που περιγράφουν τις τιμές των γωνιών μιας κυματομορφής δύο επιπέδων (Σχ. 1), που έχουν ως αποτέλεσμα την μικρότερη ολική αρμονική παραμόρφωση. Η μέθοδος αυτή βασίζεται στην μέθοδο regular sampled και είναι κατάλληλη για την εφαρμογή με χρήση χαμηλού κόστους DSP. Βασίζεται στην παρατήρηση πως σε μια κυματομορφή δύο επιπέδων, οι τιμές των γωνιών που προκύπτουν ως λύση από την μέθοδο regular sampling (RS) μπορούν να ομαδοποιηθούν και να

περιγράφουν από απλές εξισώσεις. Έτσι σε μια κυματομορφή σαν αυτή του Σχ. 1 οι γωνίες $\alpha_1, \alpha_3, \alpha_5 \dots$ στις οποίες η κυματομορφή μεταβαίνει στην τιμή $-V_d$, έχουν ίδιο σχήμα χαρακτηριστικών όταν αναπαριστούνται σε σχέση με το πλάτος της βασικής συνιστώσας. Το ίδιο ισχύει και για τις $\alpha_1, \alpha_3, \alpha_5 \dots$ στις οποίες η κυματομορφή μεταβαίνει στην τιμή $+V_d$. Έτσι με μια διαδικασία curve-fitting σε Matlab υπολογίζονται οι εξισώσεις εκείνες που συσχετίζουν τις γωνίες μεταγωγής με τον βαθμό διαμόρφωσης και τον αριθμό των γωνιών. Με την διαδικασία curve-fitting βρίσκονται οι συντελεστές των εξισώσεων που δίνουν το μικρότερο δυνατό σφάλμα στον υπολογισμό των γωνιών (σε σχέση με αυτές που υπολογίζονται από την RS). Οι εξισώσεις είναι διαφορετικές για κάθε ομάδα γωνιών. Οι γωνίες που προκύπτουν με την μέθοδο, έχουν μέγιστη απόκλιση μέχρι 0.7° για πλάτη της βασικής αρμονικής από 0.1-0.8 p.u. Η απόκλιση μικραίνει καθώς αυξάνει ο αριθμός των γωνιών.

Στο Σχήμα 8 παρουσιάζονται οι αρμονικές της κυματομορφής PWM για $N = 9, 11, 13$ και 15 . Οι υπόλοιπες αρμονικές είναι κανονικοποιημένες ως προς τη θεμελιώδη τάση V_1 . Φαίνεται ότι όλα τα πλάτη των αρμονικών είναι μικρότερα από το 5% της βασικής στο εύρος τιμών από 0.1 - 0.7 p.u της βασικής. Μεταξύ $V_1 = 0.7-1$ p.u., για κάθε τιμή του N , μια αρμονική γίνεται μεγαλύτερη ενώ οι άλλες παραμένουν σε μικρές τιμές. Αυτό είναι αναμενόμενο αφού, σε αυτές τις υψηλότερες τιμές της V_1 , οι χαρακτηριστικές των γωνιών στο Σχήμα 9 αποκλίνουν από την ευθεία που υπάρχει για μικρότερες τιμές.



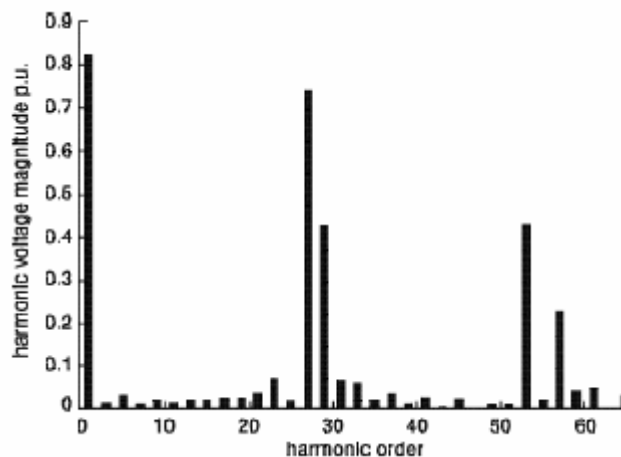
Σχήμα 8. Αρμονικές για (a) $N = 9$, (b) $N = 1$, (c) $N = 13$ (d) $N = 15$



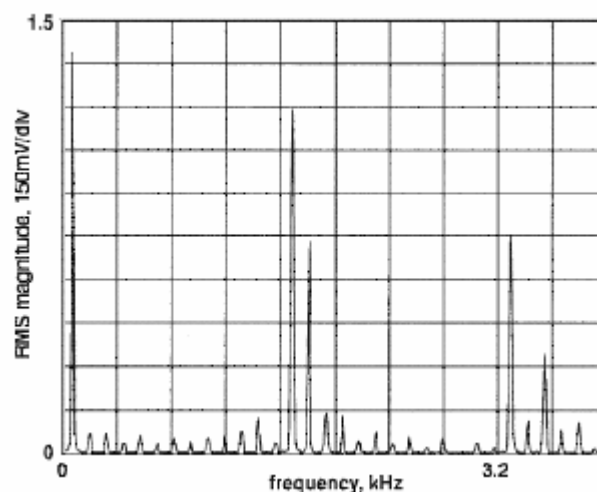
Σχήμα 9. Χαρακτηριστικές των γωνιών

Η προσομοίωση του HEPWM πραγματοποιήθηκε σε Matlab. Στο Σχήμα 10 παρουσιάζεται το προβλεφθέν φάσμα τάσης για $N = 13$ και $M = 0,8$ per unit. Τα πλάτη των αρμονικών της τάσης είναι σε απόλυτες τιμές και παρουσιάζονται ως

ρ.υ τιμές. Μπορεί να φανεί ότι, μετά από τη θεμελιώδη τάση, οι επόμενες σημαντικές αρμονικές είναι η 27^η και 29^η. Ενώ τα πλάτη των χαμηλότερων αρμονικών δεν είναι πάνω από το 5% της βασικής συνιστώσας. Για την υλοποίηση χρησιμοποιήθηκε ένα σύστημα βασισμένο στο χαμηλού κόστους TMS320C50 DSP. Ο DSP χρησιμοποιήθηκε σαν PWM controller για μονοφασική τάση, με ένα RL φορτίο σε σειρά ($R = 21\Omega$, $L = 178\text{mH}$). Η PWM μέθοδος σχεδιάστηκε έτσι ώστε η υλοποίηση να απαιτεί απλή τροποποίηση της διαδικασίας regular-sampling. Στο Σχήμα 11 παρουσιάζεται το πειραματικό αποτέλεσμα.



Σχήμα 10. Προσομοιωμένο φάσμα τάσης για $N = 13$, $M = 0,8$



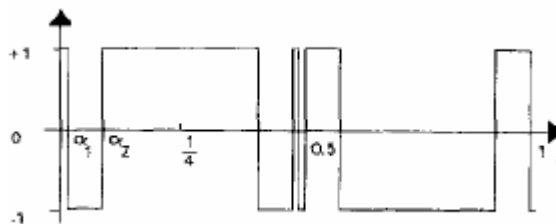
Σχήμα 11. Πειραματικό φάσμα για $N = 13$, $M = 0,8$

Στην εργασία [4], παρουσιάζεται μια μέθοδος απαλοιφής επιλεγμένων αρμονικών σε μια κυματομορφή PWM με την χρήση ορθογώνιων συναρτήσεων. Πρώτα εφαρμόζονται συναρτήσεις block-pulse και στην συνέχεια χρησιμοποιούνται οι

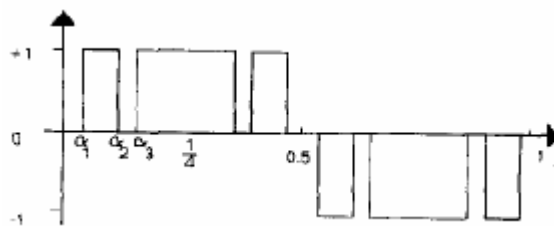
σχέσεις μεταξύ αυτών των συναρτήσεων με τις συναρτήσεις Walsh και με τις σειρές Fourier για την απαλοιφή αρμονικών σε έναν PWM αντιστροφέα. Από αυτή την διαδικασία προκύπτει ένα σύνολο γραμμικών εξισώσεων που αντικαθιστά το σύστημα των μη-γραμμικών εξισώσεων που προκύπτουν από την προσέγγιση του προβλήματος με σειρά Fourier. Κανονικά, η λύση του προβλήματος αυτού με τις μη-γραμμικές συναρτήσεις, απαιτεί την μέθοδο λύσης Newton–Raphson η οποία χρησιμοποιεί πίνακες. Ο αλγόριθμός Newton–Raphson απαιτεί αρχικές τιμές για τις γωνίες και δεν υπάρχει πάντα σύγκλιση στην ελάχιστη τιμή της ολικής αρμονικής παραμόρφωσης.

Στην εργασία [4] σκοπός είναι η απαλοιφή των αρμονικών με την χρήση βηματικών ορθογωνίων συναρτήσεων. Οι γραμμικές συναρτήσεις που προκύπτουν αντικαθιστούν τις μη-γραμμικές συναρτήσεις που δίνει η ανάλυση Fourier. Γενικά, οι αλγόριθμοι που βασίζονται σε block-pulse συναρτήσεις είναι πιο γρήγοροι και πιο εύκολοι στην λύση από αυτούς που βασίζονται σε ανάλυση Fourier. Στο Σχ.12 φαίνεται η κυματομορφή που προκύπτει για την απαλοιφή της πέμπτης αρμονικής σε έναν inverter μισής γέφυρας (όπου $\alpha_1 = 22.499^\circ$ και $\alpha_2 = 41.039^\circ$).

Στο Σχ.13 φαίνεται η κυματομορφή που προκύπτει για την απαλοιφή την πέμπτης και έβδομης αρμονικής σε έναν inverter πλήρους γέφυρας (όπου $\alpha_1 = 52,803^\circ$, $\alpha_2 = 64,505^\circ$ και $\alpha_3 = 77,362^\circ$)



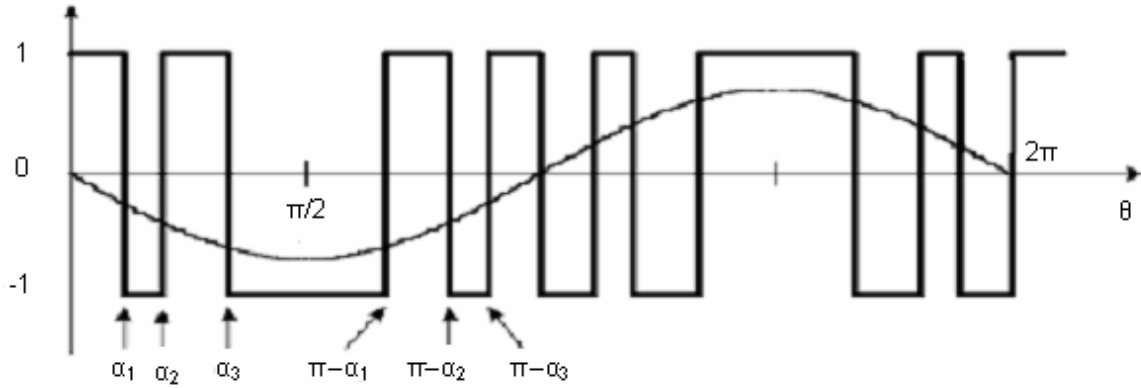
Σχήμα 12. Κυματομορφή για απαλοιφή πέμπτης αρμονικής



Σχήμα 13. Κυματομορφή για απαλοιφή πέμπτης και έβδομης αρμονικής

Οι block-pulse συναρτήσεις χρησιμοποιούνται για την επιλεκτική απαλοιφή αρμονικών. Η ανάλυση των PWM κυματομορφών με αυτόν τον τρόπο αντικαθιστά τις μη-γραμμικές εξισώσεις των σειρών Fourier με γραμμικές εξισώσεις. Σε σύγκριση με την μέθοδο συναρτήσεων Walsh, η συγκεκριμένη μέθοδος μειώνει το πλήθος των συνδυασμών που πρέπει να γίνουν για εκείνη την περίπτωση που σε ένα διάστημα πρέπει να υπάρχουν περισσότερες από μία γωνίες. Η μέθοδος είναι γρηγορότερη από άλλες που βασίζονται σε σειρές Fourier.

Στην εργασία [5], παρουσιάζεται μια τεχνική ελαχιστοποίησης της παραμόρφωσης που χρησιμοποιεί και στοιχεία τυχαίας αναζήτησης για να βρει όλα τα πιθανά σύνολα λύσεων. Η δυσκολία που υπάρχει στο πρόβλημα απαλοιφής συγκεκριμένων αρμονικών από τις κυματομορφές PWM, είναι να βρεθούν αριθμητικές λύσεις των μη-γραμμικών (transcendental) εξισώσεων Fourier οι οποίες περιέχουν τριγωνομετρικούς όρους. Στόχος είναι να αναπτυχθεί μια τεχνική ελαχιστοποίησης συνδυασμένη με τυχαία αναζήτηση, την οποία εφαρμόζοντας άμεσα στο σύνολο των transcendental εξισώσεων, θα έχει αποτελέσματα όλες οι λύσεις να λαμβάνονται σε ένα σχετικά απλό βήμα. Η προτεινόμενη μέθοδος είναι τύπου βελτιστοποίησης, και δεν ψάχνει τις τιμές γωνιών που κάνουν τις αρμονικές μηδέν, αλλά προσπαθεί να βρει εκείνες που ελαχιστοποιούν την αρμονική παραμόρφωση. Αυτή η προσέγγιση θα μπορούσε να υπολογίσει τις γωνίες ακόμα και πέρα από το σημείο όπου άλλες μέθοδοι δεν συγκλίνουν. Όταν δεν υπάρχουν φυσικές λύσεις στο πρόβλημα απαλοιφής π.χ., σε ορισμένες περιοχές υπερδιαμόρφωσης, η προτεινόμενη μέθοδος μπορεί να βρει τις πιο κοντινές εναλλακτικές γωνίες όπου το πλάτος των αρμονικών είναι όσο το δυνατόν μικρότερο. Στην συνέχεια παρουσιάζεται η προτεινόμενη προσέγγιση για την διπολική κυματομορφή του Σχ. 14.



Σχήμα 14. Κυματομορφή δύο επιπέδων με τρεις γωνίες ανά τέταρτο περιόδου

Η κυματομορφή του Σχ.14, έχει συμμετρία τετάρτου κύματος. Οι σειρές Fourier για την κυματομορφή, δίνουν για την απαλοιφή N περιπτώσεων αρμονικών το σύστημα των εξισώσεων:

$$\begin{aligned}
 1 + 2 \sum_{i=1}^{N+1} (-1)^i \cos(\alpha_i) - M &= 0 \\
 1 + 2 \sum_{i=1}^{N+1} (-1)^i \cos(5\alpha_i) &= 0 \\
 &\dots \\
 1 + 2 \sum_{i=1}^{N+1} (-1)^i \cos(n\alpha_i) - M &= 0
 \end{aligned} \tag{4}$$

όπου $n = 3N+1, 0 \leq M \leq 1$

Το πλάτος της βασικής αρμονικής είναι V_1 και $V_1 = 4M/\pi$.

Προτείνεται ότι η ακόλουθη συνάρτηση πρέπει να ελαχιστοποιείται αρχικά:

$$\text{Min} \left[\left(1 + 2 \sum_{i=1}^{N+1} (-1)^i \cos(\alpha_i) - M \right)^2 + \left(1 + 2 \sum_{i=1}^{N+1} (-1)^i \cos(5\alpha_i) - M \right)^2 + \dots + \left(1 + 2 \sum_{i=1}^{N+1} (-1)^i \cos(n\alpha_i) - M \right)^2 \right] \tag{5}$$

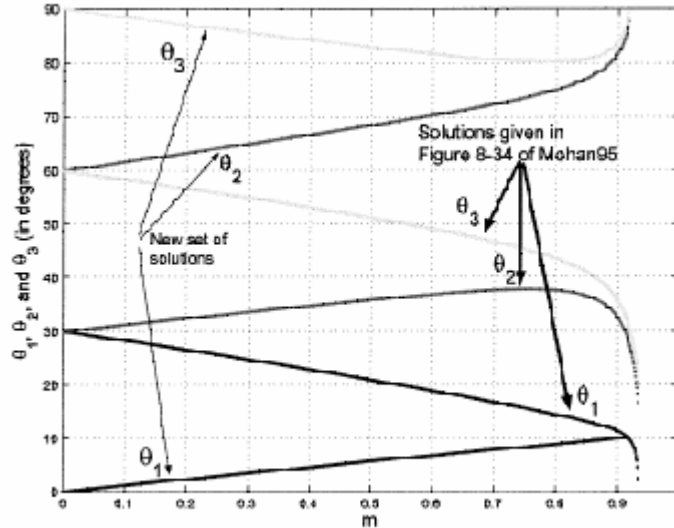
Το πρόβλημα ελαχιστοποίησης, για να βρεθεί το πρώτο σύνολο λύσεων για μια τιμή του M , μπορεί να εξεταστεί χρησιμοποιώντας γενετικό αλγόριθμο ή τον αλγόριθμο Nelder-Mead. Η προτεινόμενη τεχνική σε συνδυασμό με τυχαία αναζήτηση βρίσκει όλες τις λύσεις για μια τιμή του M , π.χ. για $M = 0.1$ και έπειτα τις χρησιμοποιεί σαν αρχικές τιμές για να βρει όλες τις λύσεις για τις τιμές του M . Έτσι, για την επόμενη τιμή του M , χρησιμοποιούνται ως αρχικές τιμές οι λύσεις από την προηγούμενη τιμή του M . Σε αυτήν την φάση, ένας επαναληπτικός αλγόριθμος όπως αυτός των Newton–Raphson μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να

λάβουμε τις επιθυμητές λύσεις για τις γωνίες. Αυτό γίνεται προκειμένου να βελτιωθεί περαιτέρω η ταχύτητα της μεθόδου. Σημειώνεται ότι η μέθοδος βρίσκει όλα τα σύνολα λύσεων όπως περιγράφονται από την (4). Το πλεονέκτημα αυτής της μεθόδου είναι πως δεν απαιτείται μετατροπή του προβλήματος σε σύνολο πολυωνυμικών εξισώσεων, και έχουμε περαιτέρω μείωση της υπολογιστικής ή/ και ανθρώπινης προσπάθειας. Επιπλέον, η εύρεση μιας βέλτιστης λύσης, είναι πάντα εγγυημένη ακόμα και όταν άλλες μέθοδοι δεν μπορούν να συγκλίνουν. Αυτό συμβαίνει γιατί το πρόβλημα διατυπώνεται κατά τέτοιο τρόπο ώστε οι εξισώσεις δεν πρέπει κατ' ανάγκη να γίνουν μηδέν, αλλά αρκεί να ελαχιστοποιηθούν.

Στην εργασία [6] για την απαλοιφή των αρμονικών γίνεται μετατροπή των εξισώσεων που ορίζουν το πρόβλημα, σε ένα ισοδύναμο σύνολο πολυωνυμικών εξισώσεων. Κατόπιν, χρησιμοποιώντας τη μέθοδο των resultants, μπορούν να βρεθούν όλες οι λύσεις σε αυτό το ισοδύναμο πρόβλημα. Μαζί με την απαλοιφή των επιλεγμένων αρμονικών είναι δυνατό να παραχθεί στην έξοδο η επιθυμητή τάση εξόδου. Στα αποτελέσματά της, παρουσιάζονται λύσεις που δεν έχουν αναφερθεί προηγουμένως στην βιβλιογραφία.

Έχουμε μια κυματομορφή σαν και αυτή του Σχ. 14 με τρεις γωνίες θ_1 , θ_2 , θ_3 . Η γωνία θ_1 αντιστοιχεί στην χρονική στιγμή $(\theta_1/2\pi)T$, όπου T η περίοδος της κυματομορφής. Οι εξισώσεις που προκύπτουν από την ανάλυση Fourier είναι το σύστημα εξισώσεων (6), μπορούν να λυθούν με την μέθοδο Newton-Raphson. Τα αποτελέσματα που προκύπτουν φαίνονται στο Σχ.15.

$$\begin{aligned} 1 - 2\cos(\theta_1) + 2\cos(\theta_2) - 2\cos(\theta_3) &= -m \\ 1 - 2\cos(5\theta_1) + 2\cos(5\theta_2) - 2\cos(5\theta_3) &= 0 \\ 1 - 2\cos(7\theta_1) + 2\cos(7\theta_2) - 2\cos(7\theta_3) &= 0 \end{aligned} \tag{6}$$



Σχήμα 15. Αποτελέσματα από την μέθοδο Newton-Raphson

Η μέθοδος αυτή είναι ικανή για την εύρεση όλων των λύσεων και όχι μόνο δίνει τις αναφερόμενες λύσεις, αλλά και ένα νέο σύνολο λύσεων, που παράγει μια χαμηλότερη αρμονική παραμόρφωση λόγω της απαλοιφής της 11^{ης} και 13^{ης} αρμονικής.

Το σύστημα (6) με την χρήση τριγωνομετρικών ταυτοτήτων γίνεται:

$$\begin{aligned}\cos(5\theta) &= 5\cos(\theta) - 20\cos^3(\theta) + 16\cos^5(\theta) \\ \cos(7\theta) &= -7\cos(\theta) + 56\cos^3(\theta) \\ &\quad - 112\cos^5(\theta) + 64\cos^7(\theta)\end{aligned}\quad (7)$$

και ορίζοντας:

$$x_1 = \cos(\theta_1), x_2 = \cos(\theta_2), x_3 = \cos(\theta_3) \quad (8)$$

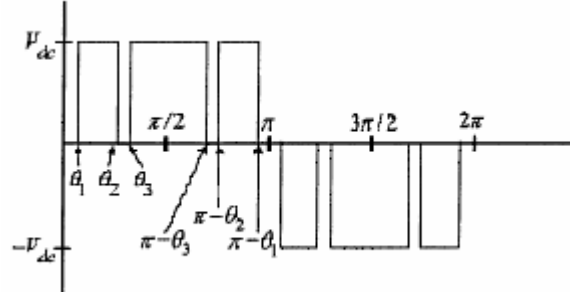
οι όροι του συστήματος (6) μετατρέπονται στο ισοδύναμο πολυωνυμικό σύστημα (9) και έχουμε:

$$\begin{aligned}p_1 @ 1 + m - 2x_1 + 2x_2 - 2x_3 &= 0 \\ p_5 @ 1 + 2\sum_{i=1}^3 (-1)^i (5x_i - 20x_i^3 + 15x_i^5) &= 0 \\ p_7 @ 1 + 2\sum_{i=1}^3 (-1)^i (-7x_i + 56x_i^3 - 112x_i^5 + 64x_i^7) &= 0\end{aligned}\quad (9)$$

όπου $m @ V_1 / 4(V_{dc} / \pi)$ και $0 \leq x_3 \leq x_2 \leq x_1 \leq 1$

Στην συνέχεια το πολυωνυμικό σύστημα (9) λύνεται με την μέθοδο των resultants .

Για την περίπτωση της μονοπολικής κυματομορφής του σχήματος 16 οι εξισώσεις που προκύπτουν από την ανάλυση Fourier είναι το σύστημα εξισώσεων 10



Σχήμα 16. Κυματομορφή τριών επιπέδων για τρεις γωνίες

$$\begin{aligned} \cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) + \cos(\theta_3) &= m \\ \cos(5\theta_1) - \cos(5\theta_2) + \cos(5\theta_3) &= 0 \\ \cos(7\theta_1) - \cos(7\theta_2) - \cos(7\theta_3) &= 0 \end{aligned} \quad (10)$$

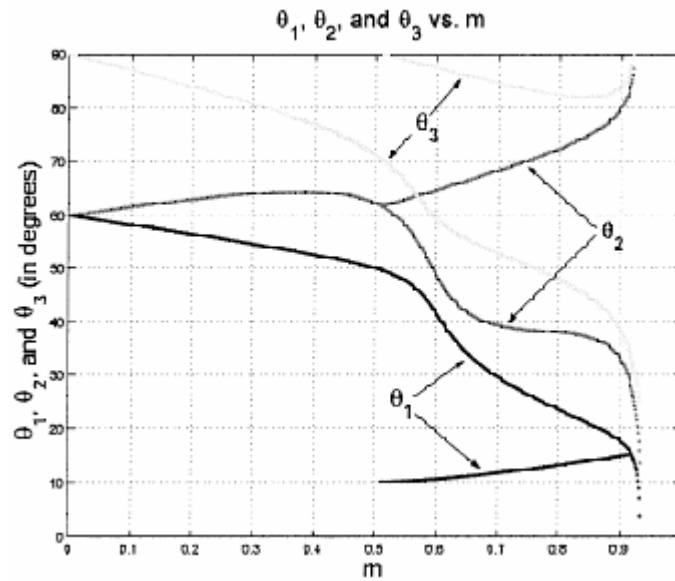
όπου $m = V_1 / 4(V_{dc} / \pi)$

Το αρχικό σύστημα μετασχηματίζεται στο σύστημα πολυωνύμων εξισώσεων (11) με την χρήση των τριγωνομετρικών ταυτοτήτων, όπως γίνεται και στην προηγούμενη περίπτωση, ως εξής:

$$\begin{aligned} p_1 @ x_1 - x_2 + x_3 - m &= 0 \\ p_5 @ \sum_{i=1}^3 (-1)^{i-1} (5x_i - 20x_i^3 + 15x_i^5) &= 0 \\ p_7 @ 1 + 2 \sum_{i=1}^3 (-1)^{i-1} (-7x_i + 56x_i^3 - 112x_i^5 + 64x_i^7) &= 0 \end{aligned} \quad (11)$$

Τα πολυώνυμα του συστήματος (11) λύνονται με την μέθοδο των resultants.

Οι λύσεις που παίρνουμε για τρεις γωνίες είναι αυτές που φαίνονται στο Σχήμα 17 και οι λύσεις για πέντε γωνίες φαίνονται στο Σχ. 18.

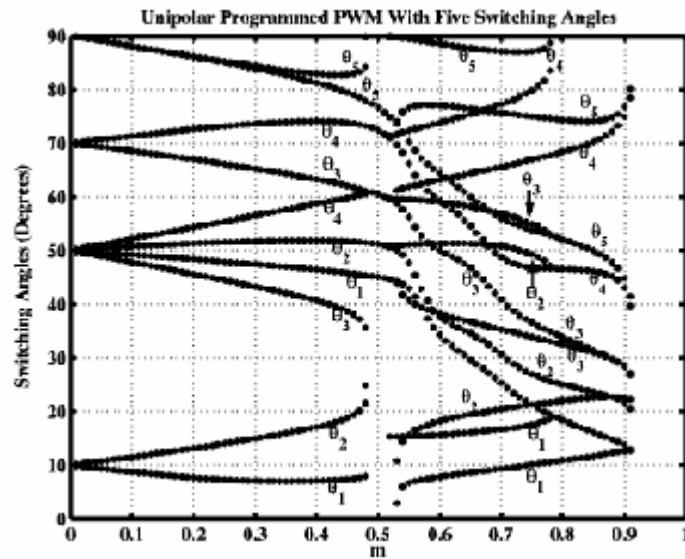


Σχήμα 17. Λύσεις για τρεις γωνίες

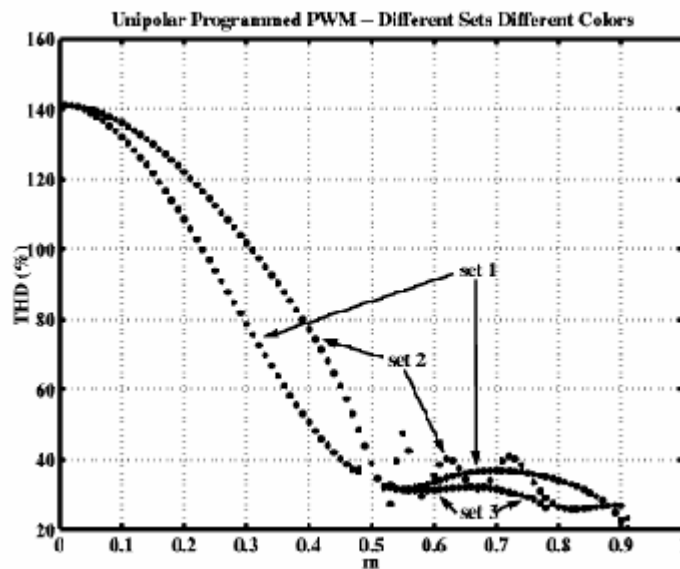
Η ολική αρμονική παραμόρφωση (Total Harmonic Distortion, THD) μιας κυματομορφής, υπολογίζεται ως εξής :

$$THD = \sqrt{\frac{V_5^2 + V_7^2 + V_{11}^2 + V_{13}^2 + V_{17}^2 + \dots + V_{31}^2}{V_1^2}} \quad (12)$$

Τα V_5 , V_7 κ.τ.λ. είναι οι αρμονικές και V_1 η βασική συνιστώσα. Σ' αυτή την περίπτωση για τον υπολογισμό του THD λαμβάνονται υπόψη οι μονές αρμονικές. Για τιμές του $0.55 \leq m \leq 0.9$ το THD είναι περίπου 32%.



Σχήμα 18. Λύσεις για πέντε γωνίες



Σχήμα 19. Τιμή THD για διάφορα σύνολα λύσεων

Τα πειραματικά αποτελέσματα της παραπάνω μεθόδου είναι τα παρακάτω:

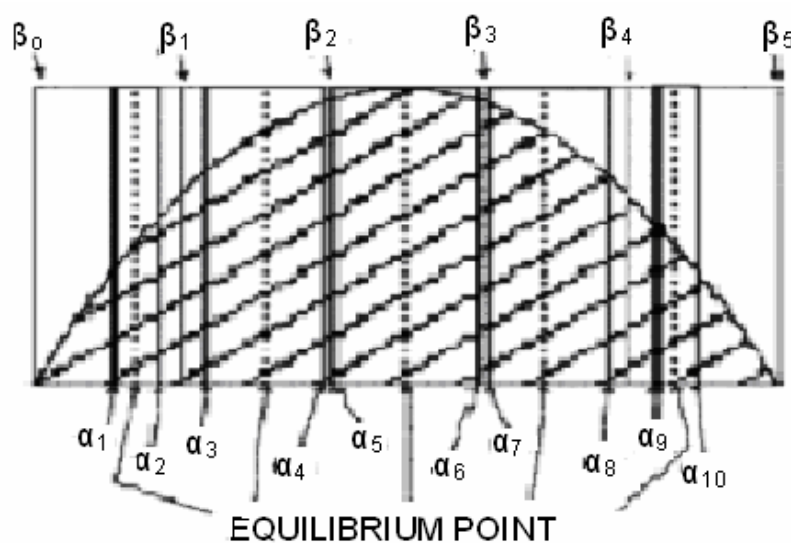
- i) η τιμή του THD για την περίπτωση με $m=0.7$, $f=42\text{Hz}$ και πέντε γωνίες όπως υπολογίζεται από την σχέση (12) είναι περίπου 30%.
- ii) η τιμή του THD για την περίπτωση που έχουμε $m=0.5$, $f=30\text{Hz}$ και πέντε γωνίες, όπως υπολογίζεται από την σχέση (12) που δίνεται, είναι περίπου 41%.

Στην εργασία [7] παρουσιάζεται μια τεχνική απαλοιφής αρμονικών σε μια κυματομορφή PWM για dc/ac αντιστροφείς. Οι γωνίες μεταγωγής καθορίζονται με βάση σημεία ισορροπίας (equilibrium points), τα οποία λαμβάνονται με τον

υπολογισμό του κέντρου (centroid) της περιοχής κάτω από την καμπύλη του ημίτονου της τάσης, μέσα σε ένα χρονικό διάστημα που καθορίζεται με τη μέθοδο ίσων περιοχών. Ως εκ τούτου, δεν είναι απαραίτητο να λυθεί ένα σύνολο μη γραμμικών εξισώσεων για την εύρεση των γωνιών. Η τεχνική αυτή έχει την ικανότητα να μειώνει τις αρμονικές χαμηλής τάξης. Η προτεινόμενη μέθοδος Centroid PWM (CPWM) είναι κατάλληλη για online εφαρμογές ελέγχου. Το πρώτο βήμα είναι η διαίρεση της μισής περιόδου των ημιτονοειδών σημάτων σε χρονικά τμήματα. Το εμβαδόν της περιοχής κάτω από την ημιτονοειδή καμπύλη μέσα σε κάθε χρονικό τμήμα υπολογίζεται από την

$$\text{Area} = V_p \int_{\beta_{n-1}}^{\beta_n} \sin(\omega t) d\omega t = V_p (\cos\beta_{n-1} - \cos\beta_n) \quad (13)$$

όπου V_p είναι το πλάτος του ημιτονοειδούς σήματος και β_n και β_{n-1} είναι τα όρια της ημιτονοειδούς συνάρτησης που αναλύουμε. Με βάση τον εμβαδόν που υπολογίζεται από την (13), παράγονται ορθογώνιοι παλμοί από τάσεις των οποίων το εμβαδόν, είναι ίσο με τις αντίστοιχες ημιτονοειδείς περιοχές. Ο ορθογώνιος παλμός $\alpha_{2n} - \alpha_{2n-1}$ αντιστοιχεί στο διάστημα μετάβασης, στον αντίστοιχο χρόνο $\beta_n - \beta_{n-1}$. Για ένα δεδομένο διάστημα μετάβασης οι γωνίες μετατροπής υπολογίζονται με βάση το σημείο ισορροπίας στην αντίστοιχη ημιτονοειδή περιοχή. Η προαναφερθείσα μεθοδολογία παρουσιάζεται σχηματικά στο Σχ.20.



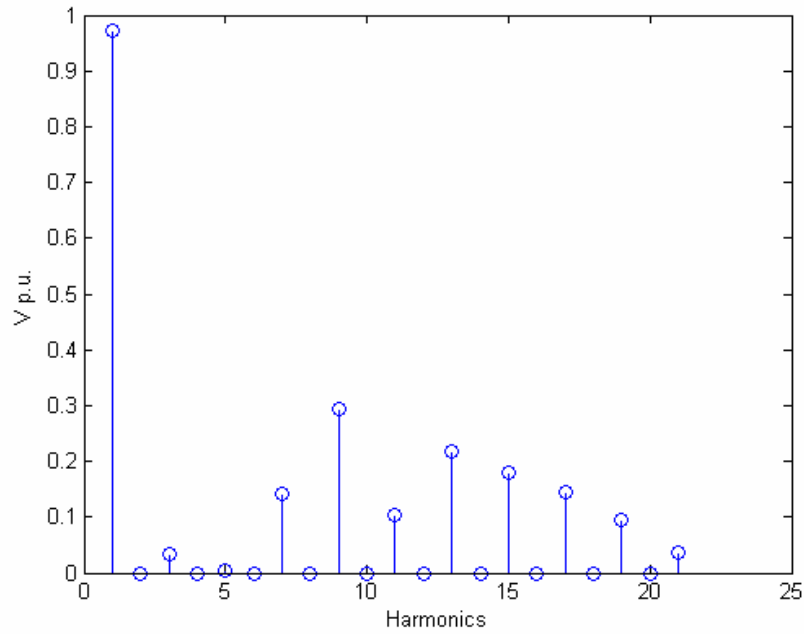
Σχήμα 20. Η μέθοδος υπολογισμού CPWM

Το THD που προκύπτει από την μέθοδο CPWM είναι χαμηλότερο από το THD που υπολογίζεται από την μέθοδο EAPWM (Equals areas PWM, [10]), αλλά μεγαλύτερο κατά 4% από το THD της HEPWM μεθόδου (των πιο συχνά χρησιμοποιούμενων μεθόδων).

Πίνακας 1. THD για N=5			
THD%	Μέθοδος		
	CPWM	EAPWM	HEPWM
	43.78	49.37	39.74

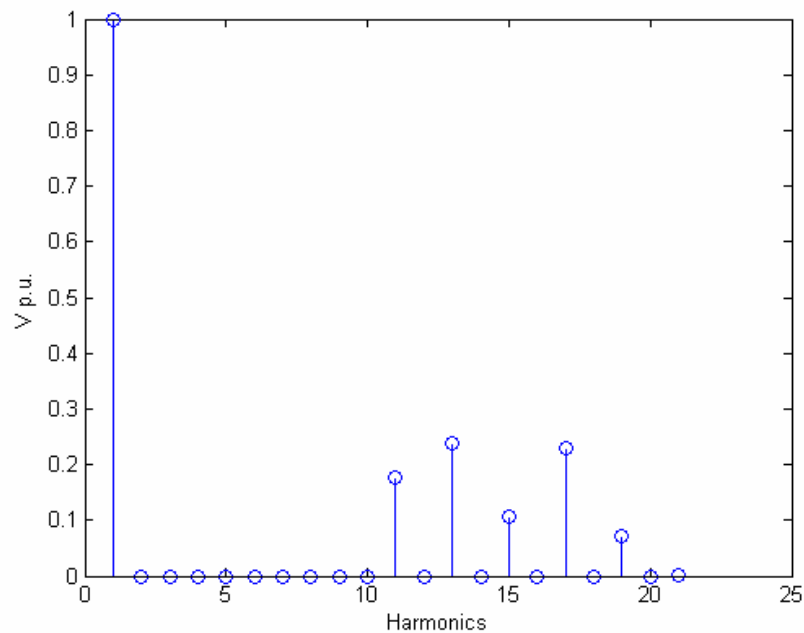
Η μέθοδος CPWM δεν μηδενίζει συγκεκριμένες αρμονικές αλλά τελικά οι αρμονικές που προκύπτουν είναι μικρότερες ή προσεγγίζουν το 5% της τιμής της βασικής συνιστώσας. Η απόδοσή της είναι πολύ παρόμοια με την τεχνική HEPWM και καλύτερη από την τεχνική EAPWM. Επιπλέον, ο χρόνος υπολογισμού των γωνιών είναι γρηγορότερος με την μέθοδο CPWM επειδή δεν απαιτεί την λύση συνόλου μη-γραμμικών εξισώσεων. Επιπλέον, εάν είναι απαραίτητο, για εύρεση διαφόρων τιμών εύρους της τάσης εξόδου για τον ίδιο αριθμό παλμών, η μέθοδος CPWM βρίσκει τις γωνίες άμεσα χωρίς να υπολογίσει το σημείο ισορροπίας πάλι. Η τεχνική CPWM μπορεί να εφαρμοστεί σε online έλεγχο, δεδομένου ότι δεν είναι απαραίτητο να αποθηκευθούν μεγάλα lookup tables ούτε να χρησιμοποιηθούν σύνθετοι αλγόριθμοι για τον υπολογισμό των γωνιών.

Το φάσμα της κυματομορφής της μεθόδου EAPWM είναι αυτό του σχήματος 21. Η κυματομορφή από την οποία προκύπτει το φάσμα έχει 5 παλμούς ανά ημιπερίοδο και $m_a=1$.



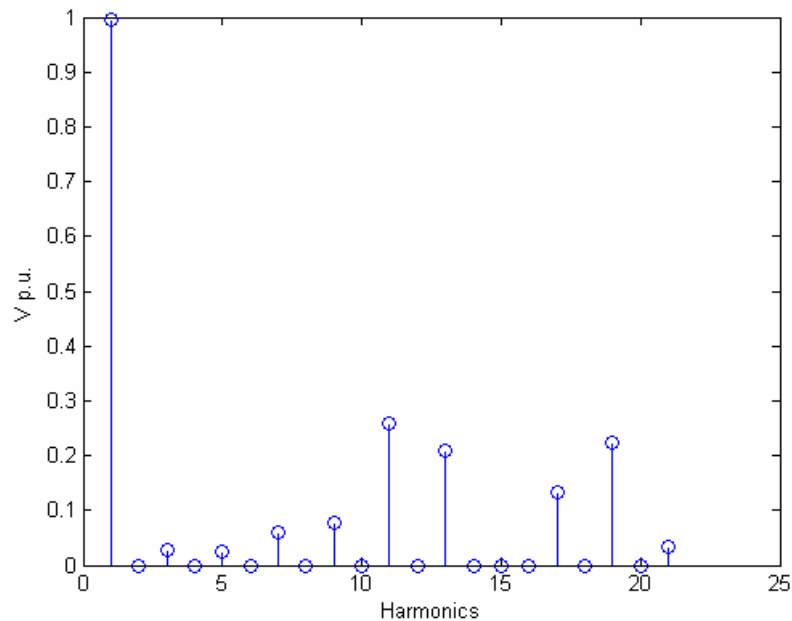
Σχ. 21. Τα φάσμα της κυματομορφής της μεθόδου EAPWM.

Στο Σχ. 22 παρουσιάζεται το φάσμα της κυματομορφής της μεθόδου HEPWM με 5 παλμούς ανά ημιπερίοδο και $m_a=1$.



Σχ. 22. Τα φάσμα της κυματομορφής της μεθόδου HEPWM.

Στο Σχ. 23 παρουσιάζεται το φάσμα της κυματομορφής της μεθόδου CPWM με 5 παλμούς ανά ημιπερίοδο και $m_a=1$.



Σχ. 23. Τα φάσμα της κυματομορφής της μεθόδου CPWM.

Στην εργασία [9] παρουσιάζονται οι βασικές αλγεβρικές ιδιότητες του προβλήματος βελτιστοποίησης της PWM κυματομορφής για τους μονοφασικούς αναστροφείς. Αποδεικνύεται ότι οι μη-γραμμικές εξισώσεις που δίνονται από την τυποποιημένη μαθηματική διατύπωση του προβλήματος μπορούν να επαναδιατυπωθούν, και ότι η επιδιωκόμενη λύση μπορεί να βρεθεί από τις ρίζες ενός πολυωνύμου $P(x)$, για την λύση του οποίου υπάρχουν διαθέσιμοι αλγόριθμοι. Η αναδιατύπωση βασίζεται στις ταυτότητες Newton, την θεωρία προσέγγισης Padé, και στις ιδιότητες των συμμετρικών συναρτήσεων. Επειδή σε πολλές εφαρμογές PWM υπάρχει σχετικά αρκετός χρόνος (ένα χρονικό πλαίσιο μερικών χιλιοστών του δευτερολέπτου) για υπολογισμούς η μέθοδος αυτή μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την δημιουργία σε πραγματικό χρόνο μιας κυματομορφής PWM, ακόμη και για εκατοντάδες παλμούς.

Μια PWM κυματομορφή είναι περιοδική και παρουσιάζει τις συμμετρίες $f(t) = f(\pi - t)$ και $f(t) = -f(2\pi - t)$. Έτσι μπορεί να γραφτεί με σειρές Fourier ως εξής:

$$f(t) = \sum_{k=1}^{\infty} f_{2k-1} \cos(2k-1)t \quad (15)$$

$$\mu f_k = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi/2} f(t) \cos(kt) dt$$

Για την κυματομορφή δύο επιπέδων, από την ανάλυση Fourier προκύπτει το παρακάτω σύστημα εξισώσεων:

$$\begin{aligned} \cos \alpha_1 - \cos \alpha_2 + \cos \alpha_3 - \dots \cos \alpha_n &= h_1 \\ \cos 3\alpha_1 - \cos 3\alpha_2 + \cos 3\alpha_3 - \dots \cos 3\alpha_n &= h_3 \\ \cos(2n-1)\alpha_1 - \cos(2n-1)\alpha_2 \\ &+ \cos(2n-1)\alpha_3 - \dots \cos(2n-1)\alpha_n = h_{2n-1} \end{aligned} \quad (16)$$

όπου $h_k = k\pi f_k / 4E$ και $0 < \alpha_1 < \alpha_2 < \dots < \alpha_n < \pi/2$

Με $\beta_i = \alpha_i$ για περιττό i και $\beta_i = \pi - \alpha_i$ για άρτιο i οι παραπάνω εξισώσεις γίνονται:

$$\begin{aligned} \cos \beta_1 + \cos \beta_2 + \cos \beta_3 + \dots \cos \beta_n &= h_1 \\ \cos 3\beta_1 + \cos 3\beta_2 + \cos 3\beta_3 + \dots \cos 3\beta_n &= h_3 \\ \cos(2n-1)\beta_1 + \cos(2n-1)\beta_2 \\ &+ \cos(2n-1)\beta_3 + \dots \cos(2n-1)\beta_n = h_{2n-1} \end{aligned} \quad (17)$$

Με $\cos(nt) = T_n(\cos t)$, όπου T_n το πολυώνυμο n Chebyshev και με $x_i = \cos \beta_i$ έχουμε:

$$\begin{aligned} T_1(x_1) + T_1(x_2) + \dots + T_1(x_n) &= h_1 \\ T_3(x_1) + T_3(x_2) + \dots + T_3(x_n) &= h_3 \\ T_{2n-1}(x_1) + T_{2n-1}(x_2) + \dots + T_{2n-1}(x_n) &= h_{2n-1} \end{aligned}$$

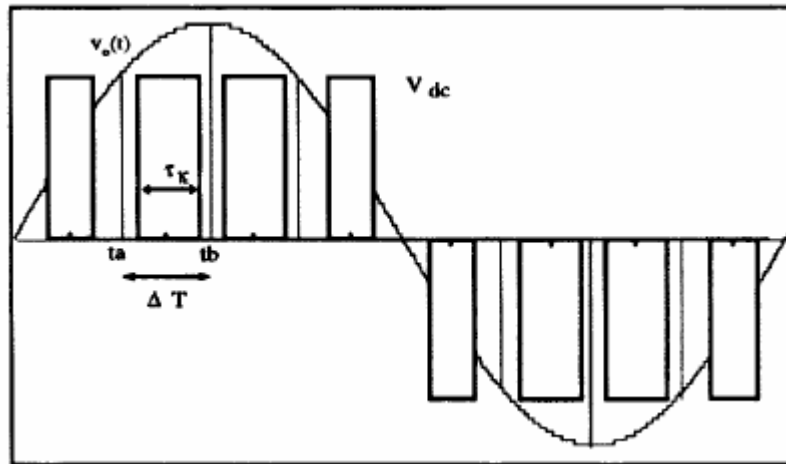
$$T_{2n-1}(x) = \sum_{m=1}^k c_{k,m} x^{2m-1} \quad (18)$$

Έτσι καταλήγουμε στο παρακάτω σύστημα εξισώσεων:

$$\sum_{m=1}^k c_{k,m} s_{2m-1} = h_{2k-1} \quad (19)$$

όπου $s_m = \sum_{i=1}^n x_i^m$. Το (19) είναι σύστημα γραμμικών εξισώσεων. Στην συνέχεια το σύστημα μπορεί να λυθεί με τις ταυτότητες Newton ή και κάποιους άλλους αλγόριθμους.

Στην εργασία [15] παρουσιάζονται 3 μέθοδοι για την παραγωγή μιας κυματομορφής PWM με μικρή αρμονική παραμόρφωση τάσης στις οποίες οι αρμονικές 3, 5 και 7 έχουν πολύ μικρά πλάτη. Η πρώτη απ αυτές είναι η Equal Sampling Technique (EST). Η βασική ιδέα του Equal Sampling Technique είναι πως το εύρος του παλμού καθορίζεται κάνοντας το εμβαδόν κάτω από την κυματομορφή PWM ίσο με το εμβαδόν που βρίσκεται κάτω από το σήμα αναφοράς.

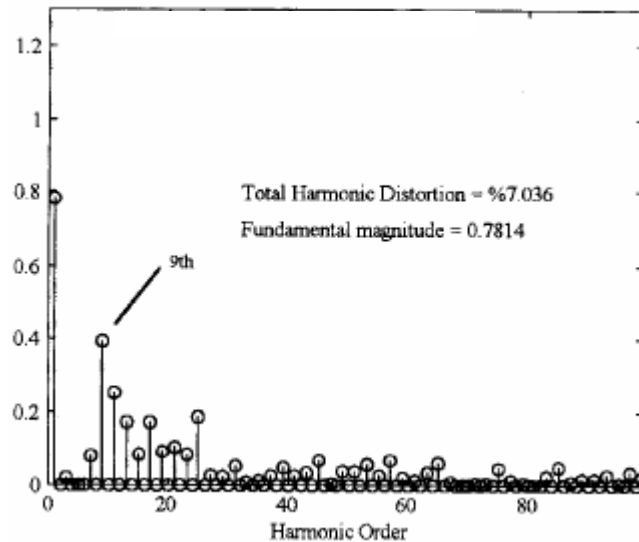


Σχ. 24. Equal Sampling Technique

Κάνοντας το εμβαδόν κάτω από την PWM κυματομορφή ίσο με αυτό κάτω από το σήμα αναφοράς καταλήγουμε στην παρακάτω εξίσωση που δίνει το πλάτος του παλμού:

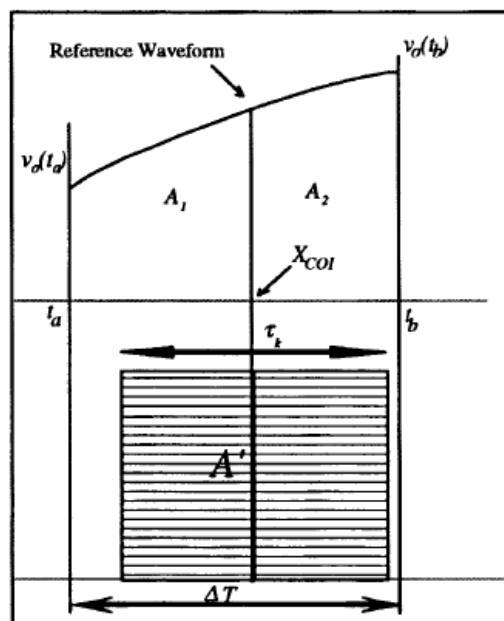
$$\tau_k = \frac{V_m}{V_{dc}} \int_{t_b}^{t_a} \sin \omega t dt = \frac{M}{\omega} [\cos \omega t_a - \cos \omega t_b] \quad (20)$$

όπου $M = \frac{V_m}{V_{dc}}$ και V_m είναι η μέγιστη τιμή της επιθυμητής τάσης εξόδου $v_o(t)$ και V_{dc} είναι η dc είσοδος. Το πλάτος του παλμού στο EST είναι ανάλογο του M και αντιστρόφως ανάλογο της συχνότητας εξόδου. Στο Σχ. 25 παρουσιάζεται το φάσμα της κυματομορφής EST με 5 παλμούς ανά ημιπερίοδο και $m_a=0.8$. Η ολική αρμονική παραμόρφωση της τάσης είναι 79.40%.



Σχ. 25. Το φάσμα της κυματομορφής της μεθόδου EST

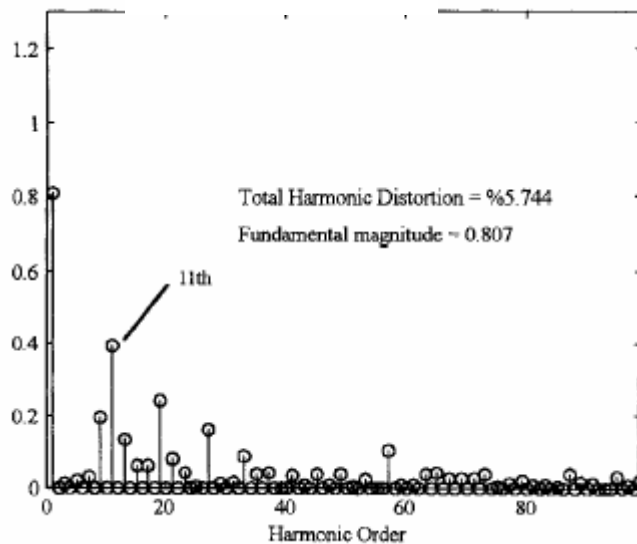
Μια άλλη μέθοδος που παρουσιάζεται είναι η centroid based technique. Βασίζεται στην EST και επιπλέον ο παλμός PWM είναι ευθυγραμμισμένος με το κέντρο ολοκλήρωσης της επιφάνειας του σήματος αναφοράς. Το κέντρο ολοκλήρωσης χωρίζει την περιοχή κάτω από το σήμα αναφοράς σε δύο ίσες περιοχές. Δηλαδή τώρα πρέπει τα εμβαδά A ($=A_1 + A_2$) και A' (στο Σχ. 26) να είναι ίσα. Επιπλέον, η θέση του παλμού καθορίζεται με τέτοιο τρόπο ώστε το κέντρο των δύο περιοχών να είναι ευθυγραμμισμένο.



Σχ. 26. Centroid Based Technique

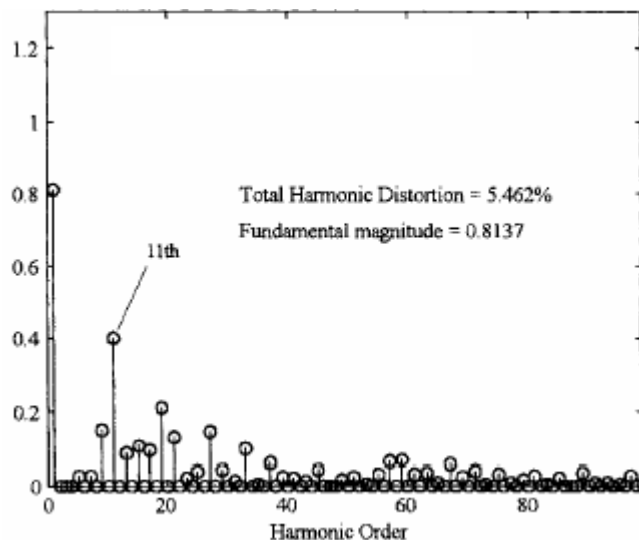
Η modified CBT είναι τροποποίηση της προηγούμενης μεθόδου. Σκοπό έχει να υπολογίσει με ακρίβεια το κέντρο ολοκλήρωσης.

Στο Σχ. 27 παρουσιάζεται το φάσμα της κυματομορφής CBT με 5 παλμούς ανά ημιπερίοδο και $m_a=0.8$. Η ολική αρμονική παραμόρφωση της τάσης είναι 71.91%.



Σχ. 27. Το φάσμα της κυματομορφής της μεθόδου CBT

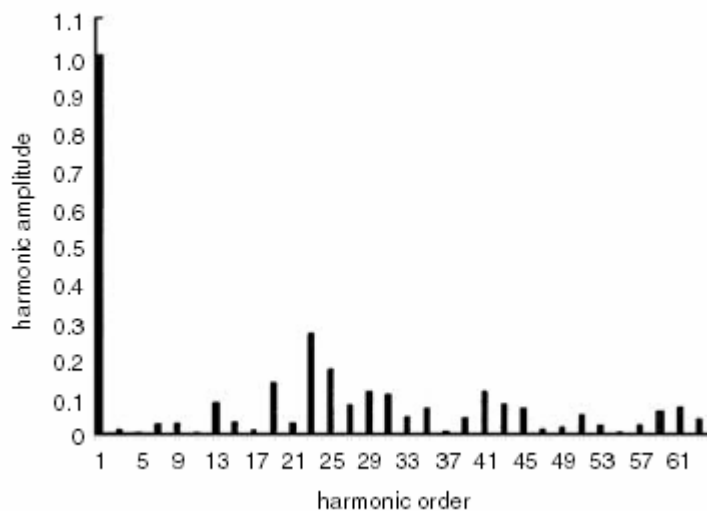
Στο Σχ. 28 παρουσιάζεται το φάσμα της κυματομορφής MCBT με 5 παλμούς ανά ημιπερίοδο και $m_a=0.8$. Η ολική αρμονική παραμόρφωση της τάσης είναι 73.32%.



Σχ. 28. Το φάσμα της κυματομορφής της μεθόδου EST

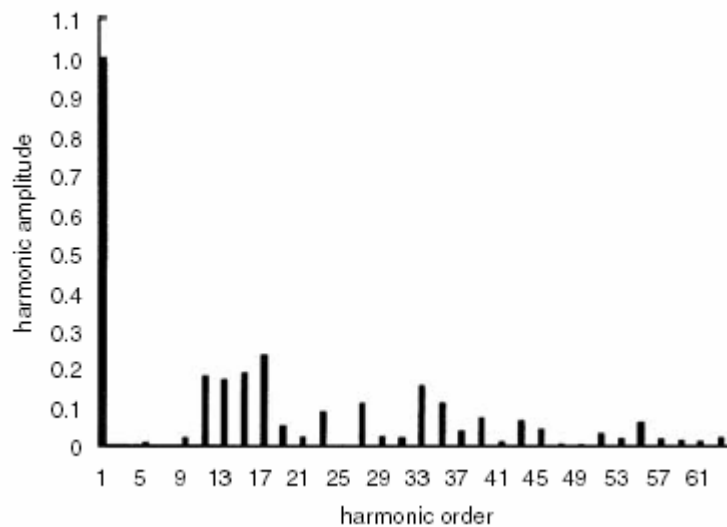
Στην εργασία [16] παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της εφαρμογής των μεθόδων Harmonic Minimization PWM (HMPWM), Regular Sampled PWM (RSPWM) και Regular Sampled Harmonic Elimination (RSHEPWM).

Στην μέθοδο HMPWM σκοπός είναι να ελαχιστοποιηθούν όλες οι αρμονικές της τάσης. Για την δημιουργία της PWM κυματομορφής λύνονται οι εξισώσεις Fourier που προκύπτουν από την ανάλυση μιας κυματομορφής τριών επιπέδων. Για την εφαρμογή της μεθόδου χρησιμοποιούνται lookup table όπου αποθηκεύονται οι γωνίες που προκύπτουν από την επίλυση των εξισώσεων. Το φάσμα της κυματομορφής της μεθόδου Exact HMPWM με $FR=14$ (7 παλμούς ανά ημιπερίοδο) και $M=1$ p.u. παρουσιάζεται στο Σχ. 29. Η ολική αρμονική παραμόρφωση τάσης είναι περίπου 49.7%.



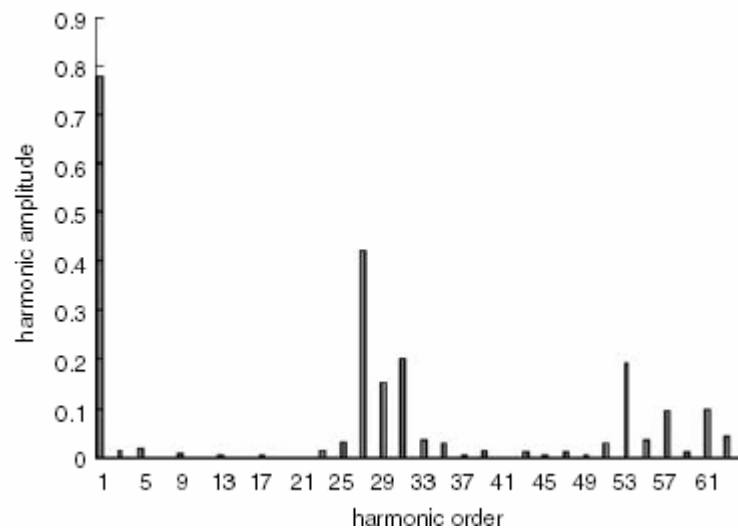
Σχ. 29. Το φάσμα της κυματομορφής που προκύπτει από την Exact HMPWM

Σε αντίθεση με τις HEPWM και HMPWM στις οποίες οι γωνίες μεταγωγής υπολογίζονται από μη-γραμμικές εξισώσεις, στην RSPWM οι γωνίες ορίζονται από γραμμικές εξισώσεις. Αυτό απλοποιεί την διαδικασία δημιουργίας της κυματομορφής, η οποία μπορεί να δημιουργείται σε πραγματικό χρόνο με την χρήση DSP ή μικροελεγκτή. Η RSPWM είναι η βάση για άλλες μεθόδους που προσεγγίζουν τις γωνίες που παράγονται από τις HEPWM και HMPWM. Είναι ευκολότερες στην εφαρμογή τους και επιτρέπουν την εύρεση των γωνιών σε πραγματικό χρόνο. Στο Σχ. 30 παρουσιάζεται το φάσμα της κυματομορφής που προκύπτει από την μέθοδο RSPWM ($FR=14$, $M=1$ p.u.). Έχει ολική αρμονική παραμόρφωση τάσης 47.4%.



Σχ. 30. Το φάσμα της κυματομορφής που προκύπτει από την RSPWM

Η RSHEPWM είναι μια τροποποίηση της μεθόδου RSPWM. Για την παραγωγή της κυματομορφής PWM χρησιμοποιούνται δύο σήματα αναφοράς τα οποία έχουν διαφορά φάσης μεταξύ τους. Σε μονοφασικά συστήματα, η μέθοδος αυτή προσεγγίζει την HEPWM για τάσεις της βασικής συνιστώσας μέχρι $V_1 = 0.8$ p.u. Επειδή με αυτή την μέθοδο οι γωνίες μεταγωγής της κυματομορφής PWM υπολογίζονται σε πραγματικό χρόνο και δεν χρειάζεται η χρήση lookup table και έτσι η εφαρμογή της RSHEPWM είναι ευκολότερη από τη εφαρμογή της HEPWM. Στο Σχ. 31 παρουσιάζεται το φάσμα της κυματομορφής που προκύπτει από την μέθοδο RS HEPWM (FR=26, M=0.8 p.u.). Έχει ολική αρμονική παραμόρφωση τάσης 54.7%.



Σχ. 31. Το φάσμα της κυματομορφής που προκύπτει από την RSHEPWM

3. ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΕΙΣ DC-AC ΔΙΑΚΟΠΤΙΚΟΥ ΤΥΠΟΥ

Οι αντιστροφείς διακοπτικού τύπου χρησιμοποιούνται σε ac κινητήρια συστήματα και σε ac τροφοδοτικά αδιάλειπτης λειτουργίας, όπου αντικειμενικός σκοπός είναι η παραγωγή μιας ημιτονοειδούς ac τάσης εξόδου, με ελεγχόμενα τόσο το πλάτος όσο και την συχνότητα της.

Οι αντιστροφείς μπορούν να διαιρεθούν σε δύο κυρίως κατηγορίες. Σε αυτούς που ως είσοδό τους είναι μια πηγή dc τάσης (τέτοιοι αντιστροφείς αναφέρονται ως αντιστροφείς πηγής τάσης, voltage source inverters, VSI) και σε αντιστροφείς πηγής ρεύματος (current source inverters, CSI), όπου η είσοδος του αντιστροφέα είναι μια πηγή dc ρεύματος. Σήμερα οι CSI χρησιμοποιούνται μόνο για ac κινητήρια συστήματα μεγάλης ισχύος.

Επίσης, οι δύο παραπάνω κατηγορίες μπορούν να υποδιαιρεθούν σε:

- i) μονοφασικούς αντιστροφείς σε συνδεσμολογία ημιγέφυρας,
- ii) μονοφασικούς αντιστροφείς σε συνδεσμολογία γέφυρας και
- iii) τριφασικούς αντιστροφείς σε συνδεσμολογία ημιγέφυρας

Οι αντιστροφείς πηγής τάσης μπορούν να χωριστούν στις παρακάτω τρεις γενικές κατηγορίες:

1. *Αντιστροφείς με διαμόρφωση εύρους παλμών.* Στους αντιστροφείς αυτούς η dc τάση εισόδου έχει σταθερό πλάτος. Επομένως, ο αντιστροφέας πρέπει να ελέγχει το πλάτος και την συχνότητα της ac τάσης εξόδου. Αυτό επιτυγχάνεται με την διαμόρφωση του εύρους των παλμών της εξόδου του αντιστροφέα και έτσι τέτοιοι αντιστροφείς ονομάζονται αντιστροφείς με διαμόρφωση εύρους παλμών (Pulse Width Modulation, PWM). Υπάρχουν διάφορες μέθοδοι διαμόρφωσης PWM των διακοπών του αντιστροφέα με σκοπό την επίτευξη ac τάσεων εξόδου που να πλησιάζουν την ημιτονοειδή κυματομορφή.
2. *Αντιστροφείς με τετραγωνική κυματομορφή.* Στους αντιστροφείς αυτούς, για τον έλεγχο του πλάτους της ac τάσης εξόδου, ελέγχεται το πλάτος της dc τάσης εισόδου. Έτσι, ο αντιστροφέας πρέπει να ελέγξει μόνο τη συχνότητα της τάσης εξόδου. Η ac τάση εξόδου έχει μια κυματομορφή παρόμοια με

τετραγωνική και για αυτό τον λόγο οι αντιστροφείς αυτοί ονομάζονται αντιστροφείς με τετραγωνική κυματομορφή.

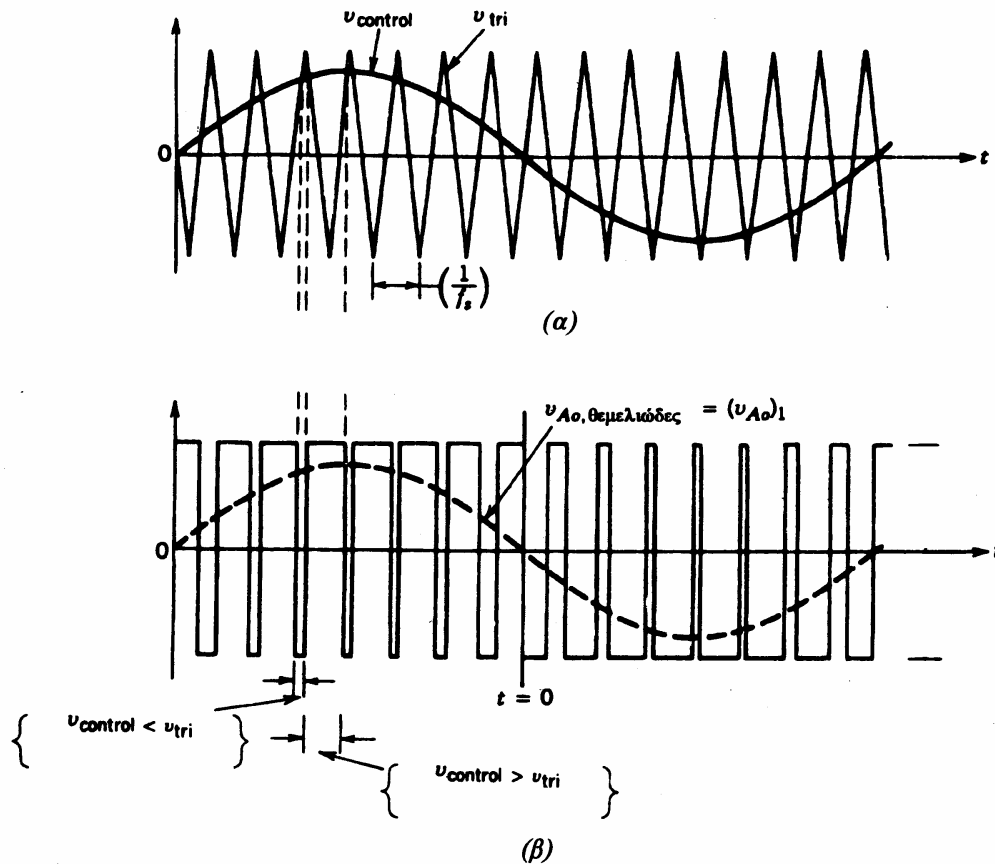
3. *Μονοφασικοί αντιστροφείς με απαλοιφή τάσης.* Στην περίπτωση αντιστροφών με μονοφασική έξοδο είναι δυνατός ο έλεγχος του πλάτους και της συχνότητας της τάσης εξόδου του μετατροπέα αν και η είσοδος του αντιστροφέα είναι μια σταθερή dc τάση και στους διακόπτες του μετατροπέα δεν επιβάλλεται διαμόρφωση PWM (η κυματομορφή της τάσης εξόδου είναι σχεδόν τετραγωνική). Επομένως, οι μονοφασικοί αντιστροφείς με απαλοιφή τάσης συνδυάζουν τα χαρακτηριστικά των δύο προηγούμενων αντιστροφών. Πρέπει να σημειωθεί ότι η τεχνική της απαλοιφής τάσης (voltage cancellation technique) λειτουργεί μόνο στους μονοφασικούς και όχι στους τριφασικούς αντιστροφείς.

3.1 Στρατηγική διαμόρφωσης εύρους παλμών

Για την παραγωγή μιας ημιτονοειδούς τάσης εξόδου σε μια επιθυμητή συχνότητα, συγκρίνεται ένα ημιτονοειδές σήμα ελέγχου στην επιθυμητή συχνότητα με μια τριγωνική κυματομορφή όπως φαίνεται στο Σχήμα 32(α). Η συχνότητα της τριγωνικής κυματομορφής καθορίζει τη συχνότητα μετάβασης του αντιστροφέα και διατηρείται σταθερή, όπως και το πλάτος της, \hat{V}_{tri} . Η συχνότητα f_s της τριγωνικής κυματομορφής u_{tri} του Σχ.32(α) καθορίζει την συχνότητα με την οποία αλλάζουν κατάσταση οι διακόπτες του αντιστροφέα και λέγεται συχνότητα μετάβασης (switching frequency). Ακόμη ονομάζεται και φέρουσα συχνότητα (carrier frequency). Το σήμα ελέγχου $u_{control}$ χρησιμοποιείται για την διαμόρφωση της σχετικής διάρκειας αγωγής και έχει μια συχνότητα f_1 , η οποία είναι η επιθυμητή θεμελιώδης συχνότητα της τάσης εξόδου του αντιστροφέα (η f_1 ονομάζεται και συχνότητα διαμόρφωσης, modulating frequency). Η τάση εξόδου του αντιστροφέα δεν θα είναι μια τέλεια ημιτονοειδής κυματομορφή, αλλά θα περιέχει αρμονικές της f_1 . Ο συντελεστής διαμόρφωσης πλάτους (amplitude modulation ratio), m_a , ορίζεται ως εξής:

$$m_a = \frac{\hat{V}_{control}}{\hat{V}_{tri}} \quad (21)$$

όπου $\hat{V}_{control}$ είναι το πλάτος του σήματος ελέγχου. Το πλάτος \hat{V}_{tri} του τριγωνικού σήματος διατηρείται σταθερό.



Σχήμα 32. Διαμόρφωση εύρους παλμών (PWM)

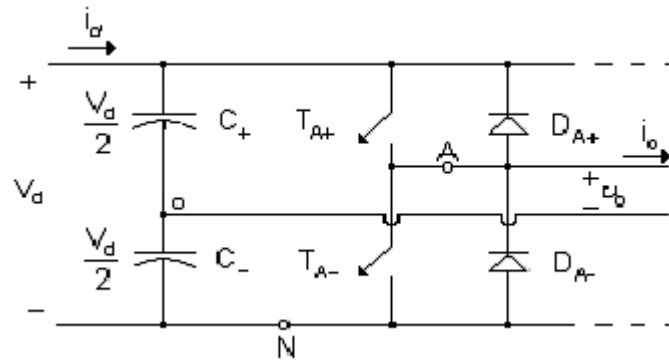
Ο συντελεστής διαμόρφωσης συχνότητας (frequency modulation ratio), m_f , ορίζεται ως $m_f = f_s / f_1$.

Σε ένα αντιστροφέα με ένα σκέλος, όπως αυτός του Σχ. 33, οι διακόπτες T_{A+} και T_{A-} ελέγχονται με βάση τη σύγκριση των $v_{control}$ και v_{tri} και προκύπτει η ακόλουθη τάση εξόδου, ανεξάρτητα από την φορά του ρεύματος εξόδου i_o :

$$v_{control} > v_{tri}, \quad T_{A+} \text{ είναι on,} \quad v_{A0} = 1/2 V_d$$

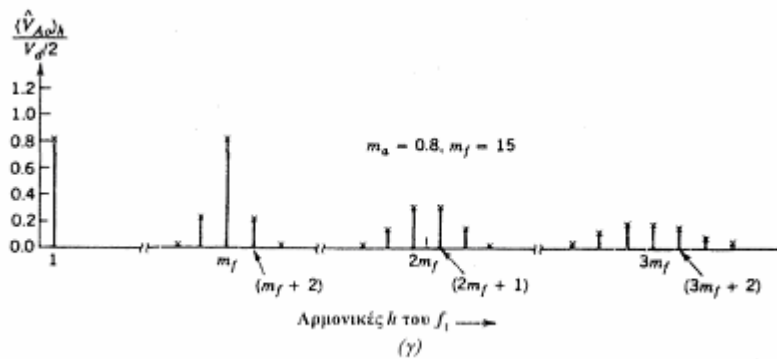
$$v_{control} < v_{tri}, \quad T_{A-} \text{ είναι on,} \quad v_{A0} = -1/2 V_d$$

Εφόσον οι δύο διακόπτες δεν είναι ποτέ ταυτόχρονα ανοιχτοί, η τάση εξόδου v_{A0} κυμαίνεται μεταξύ δύο τιμών ($V_d/2$ και $-V_d/2$). Η v_{A0} και η θεμελιώδης συχνότητα



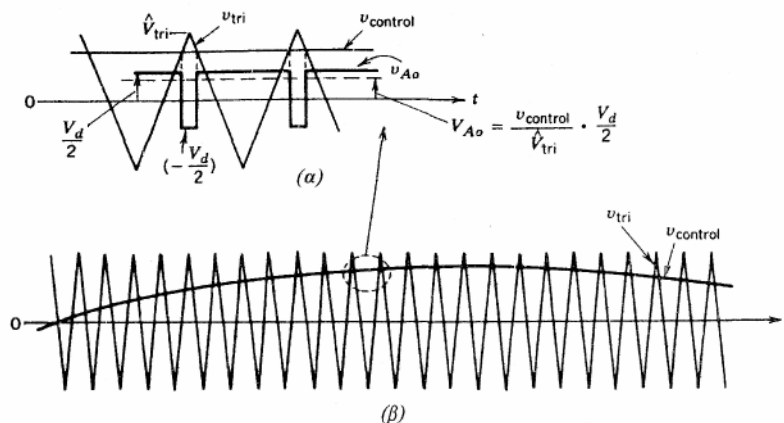
Σχήμα 33. Αντιστροφείας με μισή γέφυρα

της (καμπύλη με διακεκομμένη γραμμή) φαίνονται στο Σχ. 32 (β), το οποίο σχεδιάζεται για $m_f=15$ και $m_a=0.8$.



Σχήμα 34. Το φάσμα της κυματομορφής PWM του Σχ.21

Το φάσμα της v_{Ao} , του Σχ. 32 φαίνεται στο Σχ. 34, όπου σχεδιάζονται οι κανονικοποιημένες αρμονικές τάσεις $(\hat{V}_{Ao})_h / \frac{1}{2}V_d$ που έχουν σημαντικά πλάτη. Αυτή η παράσταση (για $m_a \leq 1.0$) επιδεικνύει τρία σημαντικά στοιχεία:



Σχήμα 35. Ημιτονοειδής διαμόρφωση PWM

1. Το πλάτος της θεμελιώδους συχνότητας, $(\hat{V}_{Ao})_1$, είναι m_a φορές το $V_d/2$. Αυτό εξηγείται θεωρώντας αρχικά ένα σταθερό $u_{control}$, όπως φαίνεται στο Σχ. 35. Έτσι προκύπτει μια κυματομορφή εξόδου u_{Ao} . Η μέση τάση εξόδου στο διάστημα μιας περιόδου μετάβασης $T_s=1/f_s$, V_{Ao} εξαρτάται από τον λόγο του $u_{control}$ προς το πλάτος της τριγωνικής κυματομορφής, δηλαδή:

$$V_{Ao} = \frac{u_{control}}{\hat{V}_{tri}} \frac{V_d}{2} \quad \text{και} \quad u_{control} \leq \hat{V}_{tri} \quad (22)$$

Υποθέτοντας μεγάλο m_f , δηλαδή το $u_{control}$ παραμένει σταθερό κατά την διάρκεια περιόδου μετάβασης, η παραπάνω εξίσωση δείχνει πως η τιμή της u_{Ao} , μεταβάλλεται από μια περίοδο μετάβασης στην άλλη. Αυτή η στιγμιαία τιμή είναι ίδια με την θεμελιώδη συνιστώσα της u_{Ao} .

Η προηγούμενη ανάλυση δείχνει το λόγο για τον οποίο το $u_{control}$ επιλέγεται ημιτονοειδές, ώστε να παράγεται ημιτονοειδής τάση εξόδου με λιγότερες αρμονικές. Ας θεωρηθεί ημιτονοειδής μεταβολή της τάσης ελέγχου στη συχνότητα $f_1 = \omega_1 / 2\pi$, η οποία είναι η επιθυμητή (ή η θεμελιώδης) συχνότητα της εξόδου του αντιστροφέα:

$$u_{control} = \hat{V}_{control} \sin \omega_1 t \quad (23)$$

όπου $\hat{V}_{control} < \hat{V}_{tri}$.

Από τις εξισώσεις (21) και (22) προκύπτει

$$\begin{aligned} (u_{Ao})_1 &= \frac{\hat{V}_{control}}{\hat{V}_{tri}} \sin \omega_1 t \frac{V_d}{2} \\ &= m_a \sin \omega_1 t \frac{V_d}{2} \end{aligned} \quad (24)$$

επομένως

$$(\hat{V}_{Ao})_1 = m_a \frac{V_d}{2} \quad (25)$$

Η σχέση αυτή δείχνει πως σε μια ημιτονοειδή διαμόρφωση PWM το πλάτος της θεμελιώδους συνιστώσας της τάσης εξόδου μεταβάλλεται γραμμικά με τον m_a , με την προϋπόθεση ότι $m_a \leq 1.0$. Για το λόγο αυτό η περιοχή τιμών του m_a από 0 έως 1 αναφέρεται ως γραμμική περιοχή.

2. Οι αρμονικές της τάσης εξόδου του αντιστροφέα εμφανίζονται ως πλευρικές ζώνες, με κέντρο τη συχνότητα μετάβασης και τις πολλαπλάσιές της, δηλαδή γύρω από τις αρμονικές m_f , $2m_f$, $3m_f$ κ.ο.κ.

Για ένα συντελεστή διαμόρφωσης συχνότητας $m_f \geq 9$, τα πλάτη των αρμονικών είναι σχεδόν ανεξάρτητα από τον m_f , αν και ο m_f καθορίζει τις συχνότητες στις οποίες εμφανίζονται. Θεωρητικά, οι συχνότητες στις οποίες εμφανίζονται οι αρμονικές μπορούν να εκφραστούν ως $f_h = (jm_f \pm k)f_1$, δηλαδή η αρμονική τάξη h αντιστοιχεί στην k -τάξης πλευρική ζώνη της, j -φορές το συντελεστή διαμόρφωσης συχνότητας m_f , $h = jm_f \pm k$ όπου η θεμελιώδης συχνότητα αντιστοιχεί στο $h=1$. Για περιττές τιμές του j , οι αρμονικές υπάρχουν μόνο για άρτιες τιμές του k . Για άρτιες τιμές του j , οι αρμονικές υπάρχουν μόνο για περιττές τιμές του k .

3. Ο συντελεστής m_f πρέπει να είναι περιττός ακέραιος. Η επιλογή μιας περιττής ακέραιης τιμής για τον m_f έχει ως αποτέλεσμα μια περιττή συμμετρία [$f(-t) = -f(t)$], όπως επίσης μια συμμετρία μισού κύματος [$f(t) = -f(t+T_s/2)$] με την αρχή του χρόνου όπως φαίνεται στο Σχ. 32(β), το οποίο σχεδιάζεται για $m_f = 15$. Επομένως, υπάρχουν μόνο περιττές αρμονικές, ενώ οι άρτιες αρμονικές εξαφανίζονται από την κυματομορφή της u_{Ao} . Επίσης, στην ανάλυση Fourier μόνο οι συντελεστές της σειράς ημίτονων είναι διάφοροι του μηδενός, ενώ αυτοί της σειράς συνημίτονων είναι μηδενικοί. Το φάσμα σχεδιάζεται στο Σχ. 34.

Οι αρμονικές με υψηλή συχνότητα φιλτράρονται ευκολότερα από τις αρμονικές με χαμηλή συχνότητα. Άρα είναι επιθυμητή η χρήση όσο το δυνατό υψηλότερων συχνοτήτων μετάβασης. Από την άλλη μεριά οι απώλειες μετάβασης στους διακόπτες του αντιστροφέα αυξάνουν ανάλογα προς τη συχνότητα μετάβασης f_s . Στις περισσότερες εφαρμογές, η συχνότητα μετάβασης επιλέγεται είτε χαμηλότερη των 6 kHz είτε υψηλότερη των 20 kHz, ώστε να είναι πάνω από την ακουστική περιοχή συχνοτήτων. Αν η βέλτιστη συχνότητα μετάβασης προκύψει μέσα στην περιοχή αυτή τα μειονεκτήματα της αύξησής της στα 20 kHz αντισταθμίζονται από το γεγονός ότι δεν υπάρχει ακουστικός θόρυβος για f_s μεγαλύτερο από 20 kHz. Έτσι, σε εφαρμογές των 50 ή 60 Hz, όπως τα ac κινητήρια συστήματα (μέχρι

200Hz), ο συντελεστής διαμόρφωσής συχνότητας (m_f) μπορεί να έχει τιμή μικρότερη ή ίση από 9 για συχνότητες μετάβασης μικρότερες από 2kHz.

Μικρός m_f ($m_f \leq 21$)

- Συγχρονισμένη διαμόρφωση PWM. Για μικρές τιμές του m_f , το σήμα της τριγωνικής κυματομορφής και το σήμα ελέγχου πρέπει να είναι συγχρονισμένα μεταξύ τους (συγχρονισμένη διαμόρφωση PWM), όπως στο Σχ. 32(α). Ο λόγος που χρησιμοποιείται η συγχρονισμένη και όχι η ασύγχρονη διαμόρφωση PWM, είναι πως η δεύτερη έχει ως αποτέλεσμα υποαρμονικές της θεμελιώδους συχνότητας, οι οποίες είναι τελείως ανεπιθύμητες στις περισσότερες εφαρμογές. Αυτό σημαίνει πως η συχνότητα της τριγωνικής κυματομορφής εξαρτάται από την επιθυμητή συχνότητα του αντιστροφέα. Δηλαδή αν η συχνότητα του u_{control} (άρα και η συχνότητα εξόδου του αντιστροφέα) είναι 65.42Hz και $m_f=15$, η συχνότητα της τριγωνικής κυματομορφής θα πρέπει να είναι ακριβώς 981.3 Hz ($=15 \cdot 65.42$).
- Ο συντελεστής m_f πρέπει να είναι περιττός ακέραιος. Όπως εξετάστηκε προηγουμένως πρέπει να είναι περιττός ακέραιος, εκτός από την περίπτωση μονοφασικών αντιστροφέων PWM με μονοπολική τάση εξόδου.

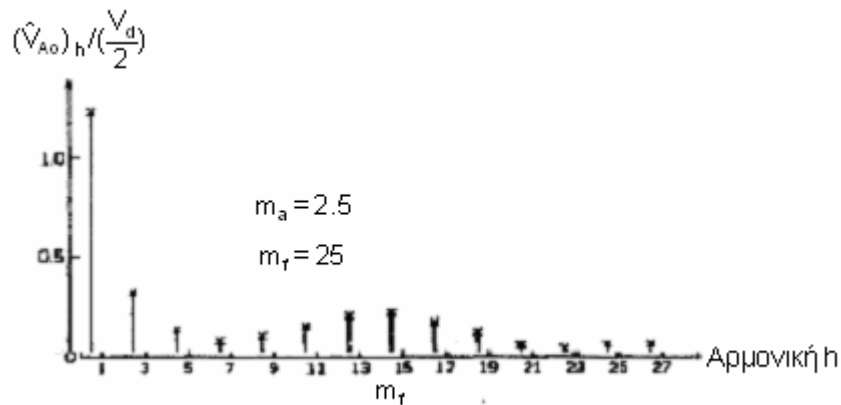
Μεγάλος m_f ($m_f \geq 21$)

- Τα πλάτη των υποαρμονικών που οφείλονται σε ασύγχρονη διαμόρφωση PWM είναι μικρά, όταν οι τιμές του m_f είναι μεγάλες. Επομένως, σε μεγάλες τιμές του m_f , μπορεί να χρησιμοποιηθεί η ασύγχρονη διαμόρφωση PWM, όπου η συχνότητα της τριγωνικής κυματομορφής διατηρείται σταθερή, ενώ αλλάζει η συχνότητα u_{control} , έχοντας ως αποτέλεσμα μη ακέραιες τιμές του m_f . Ωστόσο, αν ο αντιστροφέας τροφοδοτεί φορτίο, όπως ένας ac κινητήρας, οι υποαρμονικές στην μηδενική ή κοντά στην μηδενική συχνότητα, παρά το μικρό πλάτος, προκαλούν μεγάλα, εντελώς ανεπιθύμητα, ρεύματα. Επομένως η ασύγχρονη διαμόρφωση πρέπει να αποφεύγεται.

Υπερδιαμόρφωση ($m_a > 1$)

Έχει θεωρηθεί πως $m_a < 1$ γεγονός που αντιστοιχεί σε μια ημιτονοειδή διαμόρφωση PWM στη γραμμική περιοχή. Επομένως, το πλάτος της θεμελιώδους συνιστώσας της τάσης μεταβάλλεται γραμμικά με τον m_a , όπως προκύπτει από την (24). Στην περιοχή με $m_a \leq 1$ η διαμόρφωση PWM ωθεί τις αρμονικές σε μια

περιοχή υψηλών συχνοτήτων γύρω από την συχνότητα μετάβασης και τις πολλαπλάσιές της. Παρά το επιθυμητό αυτό χαρακτηριστικό της ημιτονοειδούς διαμόρφωσης PWM στη γραμμική περιοχή, ένα από τα μειονεκτήματα είναι ότι το μέγιστο δυνατό πλάτος της θεμελιώδους συνιστώσας δεν είναι τόσο υψηλό όσο το επιθυμητό. Αυτό είναι φυσική συνέπεια των αιχμών στην κυματομορφή της τάσης εξόδου στο Σχ. 32(β).



Σχήμα 36. Αρμονικές υπερδιαμόρφωσης για $m_a=2.5$, $m_f=25$

Για την παραπέρα αύξηση του πλάτους της θεμελιώδους συνιστώσας της τάσης εξόδου, ο m_a αυξάνει πάνω από την τιμή 1, έχοντας ως αποτέλεσμα την υπερδιαμόρφωση. Η υπερδιαμόρφωση κάνει την τάση εξόδου να έχει περιέχει περισσότερες αρμονικές στις πλευρικές ζώνες σε σύγκριση με την γραμμική περιοχή (με $m_a \leq 1.0$), όπως φαίνεται στο Σχ. 36. Οι αρμονικές που υπερισχύουν στη γραμμική περιοχή μπορεί να μην υπερισχύουν κατά την υπερδιαμόρφωση. Στην περιοχή υπερδιαμόρφωσης το πλάτος της θεμελιώδους συνιστώσας δεν μεταβάλλεται γραμμικά με τον συντελεστή m_a . Το πηλίκο $(\hat{V}_{Ao})_h / \frac{1}{2} V_d$ στην περιοχή υπερδιαμόρφωσης, ακόμη και για μεγάλες τιμές του m_f , εξαρτάται από τον m_f , αντίθετα με όσα συμβαίνουν στην γραμμική περιοχή, που είναι σχεδόν ανεξάρτητο του m_f .

Η λειτουργία στην περιοχή υπερδιαμόρφωσης αποφεύγεται σε εφαρμογές αδιάλειπτης παροχής ισχύος, εξαιτίας της αυστηρής απαίτησης ελαχιστοποίησης της παραμόρφωσης της τάσης εξόδου. Η υπερδιαμόρφωση συνήθως χρησιμοποιείται σε επαγωγικά κινητήρια συστήματα.

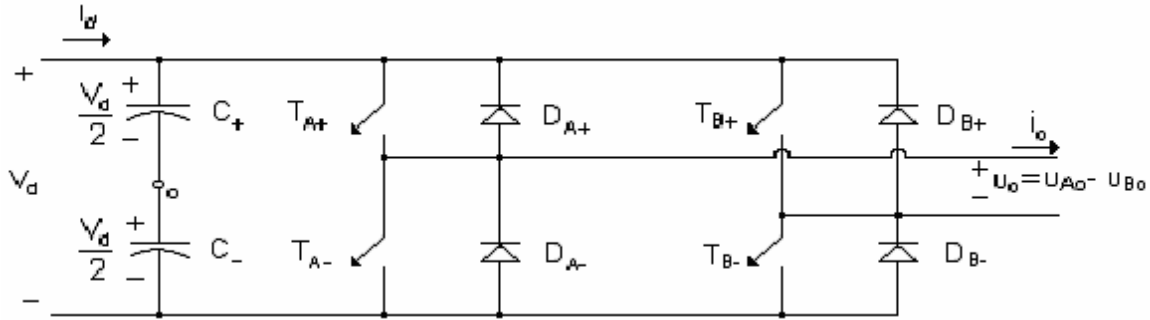
3.1.1 Μονοφασικοί αντιστροφείς με μισή γέφυρα

Στο Σχ. 33 παρουσιάζεται το διάγραμμα του αντιστροφέα με μισή γέφυρα. Εδώ, στα άκρα της dc εισόδου συνδέονται σε σειρά δύο πυκνωτές. Το σημείο σύνδεσης των πυκνωτών βρίσκεται στο μισό δυναμικό, οπότε στα άκρα του κάθε πυκνωτή αναπτύσσεται τάση ίση με $V_d/2$. Οι χωρητικότητες που θα χρησιμοποιηθούν πρέπει να είναι επαρκώς μεγάλες, ώστε το δυναμικό στο σημείο 'ο' παραμένει να σταθερό σε σχέση με το δυναμικό του αγωγού N.

Θεωρώντας μετάβαση με διαμόρφωση PWM, η κυματομορφή της τάσης εξόδου θα είναι ακριβώς όπως στο Σχ. 32(β). Πρέπει να σημειωθεί ότι, ανεξάρτητα από τις καταστάσεις των διακοπών, το ρεύμα μοιράζεται εξίσου μεταξύ των δύο πυκνωτών C_+ και C_- . Όταν ο διακόπτης T_+ είναι κλειστός, άγει είτε ο T_+ είτε η D_+ ανάλογα με τη φορά του ρεύματος εξόδου και το i_o μοιράζεται εξίσου μεταξύ των δύο πυκνωτών. Παρόμοια, όταν ο διακόπτης T_- είναι κλειστός, άγει είτε ο T_- είτε η D_- ανάλογα με τη φορά του ρεύματος εξόδου και το i_o μοιράζεται εξίσου μεταξύ των δύο πυκνωτών. Επομένως, οι πυκνωτές C_+ και C_- είναι ουσιαστικά συνδεδεμένοι παράλληλα στην πορεία του i_o . Αυτό εξηγεί γιατί το σημείο 'ο' παραμένει στο μισό δυναμικό. Εφόσον το i_o πρέπει να περάσει από τον παράλληλο συνδυασμό των C_+ και C_- , στην μόνιμη κατάσταση ισορροπίας δεν έχει dc συνιστώσα. Επομένως, οι πυκνωτές αυτοί λειτουργούν ως πυκνωτές αποκοπής του dc.

3.1.2 Μονοφασικοί αντιστροφείς με πλήρη γέφυρα

Ένας αντιστροφέας με πλήρη γέφυρα φαίνεται στο Σχ. 37. Ο αντιστροφέας αυτός αποτελείται από δύο αντιστροφείς ενός σκέλους και προτιμάται σε σχέση με άλλες διατάξεις σε υψηλότερες απαιτήσεις ισχύος. Με την ίδια dc τάση εισόδου, η μέγιστη τάση εξόδου του αντιστροφέα με πλήρη γέφυρα είναι διπλάσια εκείνης του αντιστροφέα με μισή γέφυρα. Αυτό σημαίνει πως για την ίδια ισχύ, το ρεύμα εξόδου και τα ρεύματα των διακοπών είναι το μισό εκείνων του αντιστροφέα με μισή γέφυρα. Σε υψηλά επίπεδα ισχύος, αυτό είναι ιδιαίτερο πλεονέκτημα, εφόσον απαιτεί λιγότερους παραλληλισμούς ημιαγωγικών στοιχείων.



Σχήμα 37. Αντιστροφέας με πλήρη γέφυρα

3.1.3 Διαμόρφωση PWM με διπολική τάση εξόδου

Τα ζεύγη των διακοπών (T_{A+} , T_{B-}) και (T_{A-} , T_{B+}) από τα δύο σκέλη του Σχ.37 αλλάζουν κατάσταση ως ζεύγη διακοπών 1 και 2 αντίστοιχα. Με το είδος αυτό της μετάβασης με διαμόρφωση PWM, η κυματομορφή της τάσης εξόδου του σκέλους A ταυτίζεται με την έξοδο του βασικού αντιστροφέα ενός σκέλους και καθορίζεται κατά τον ίδιο τρόπο, με σύγκριση του u_{control} και της u_{tri} στο Σχ.38(α). Η έξοδος του σκέλους B του αντιστροφέα είναι αντίθετη της εξόδου του σκέλους A. Για παράδειγμα, όταν ο T_{A+} κλειστός και η u_{A0} ισούται με $+V_d/2$, ο T_{B-} είναι επίσης κλειστός και $u_{B0} = -V_d/2$. Επομένως $u_{B0}(t) = -u_{A0}(t)$ και

$$u_o(t) = u_{A0}(t) - u_{B0}(t) = 2u_{A0}(t) \quad (26)$$

Η κυματομορφή της u_o φαίνεται στο Σχ. 27(β). Από το σχήμα φαίνεται πως όταν $V_{\text{control}} < V_{\text{tri}}$, είναι $u_o = V_d$ και όταν $V_{\text{control}} > V_{\text{tri}}$ τότε $u_o = -V_d$. Το πλάτος της θεμελιώδους συνιστώσας της τάσης εξόδου μπορεί να βρεθεί από τις εξισώσεις (24) και (26) και είναι:

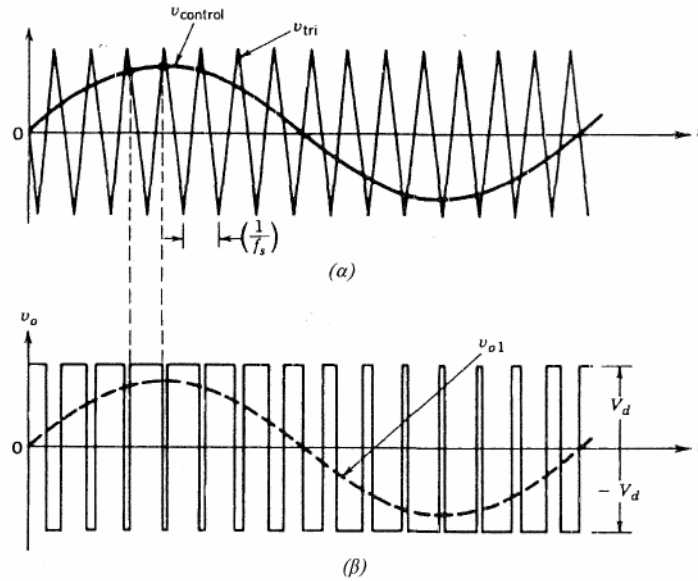
$$\hat{V}_{o1} = m_a V_d \quad (m_a \leq 1.0) \quad (27)$$

και

$$V_d < \hat{V}_{o1} < \frac{4}{\pi} V_d \quad (m_a > 1.0) \quad (28)$$

Στο Σχ. 38(β) παρατηρείται ότι η τάση εξόδου u_o μεταβαίνει μεταξύ των επιπέδων τάσης $-V_d$ και $+V_d$. Αυτός είναι ο λόγος για τον οποίο αυτή η μορφή μετάβασης ονομάζεται διαμόρφωση PWM με διπολική τάση εξόδου. Επίσης, επειδή το σήμα

αναφοράς που χρησιμοποιείται είναι ημιτονοειδής, η μέθοδος αυτή αναφέρεται και ως διπολική Sinusoidal Pulse Width Modulation (bipolar SPWM).



Σχήμα 38. Διαμόρφωση PWM με διπολική τάση εξόδου

3.1.4 Διαμόρφωση PWM με μονοπολική τάση εξόδου

Στη διαμόρφωση PWM με μονοπολική τάση εξόδου οι διακόπτες στα δύο σκέλη του αντιστροφέα με πλήρη γέφυρα του Σχ. 37, δεν αλλάζουν κατάσταση ταυτόχρονα, όπως στην προηγούμενη διάταξη διαμόρφωσης PWM. Εδώ, τα σκέλη A και B του αντιστροφέα με πλήρη γέφυρα ελέγχονται ξεχωριστά με σύγκριση της u_{tri} με τα $u_{control}$ και $-u_{control}$ αντίστοιχα. Όπως φαίνεται στο Σχ. 39(α), η σύγκριση του $u_{control}$ με την τριγωνική κυματομορφή έχει ως αποτέλεσμα τα ακόλουθα λογικά σήματα για τον έλεγχο των διακοπών του σκέλους A :

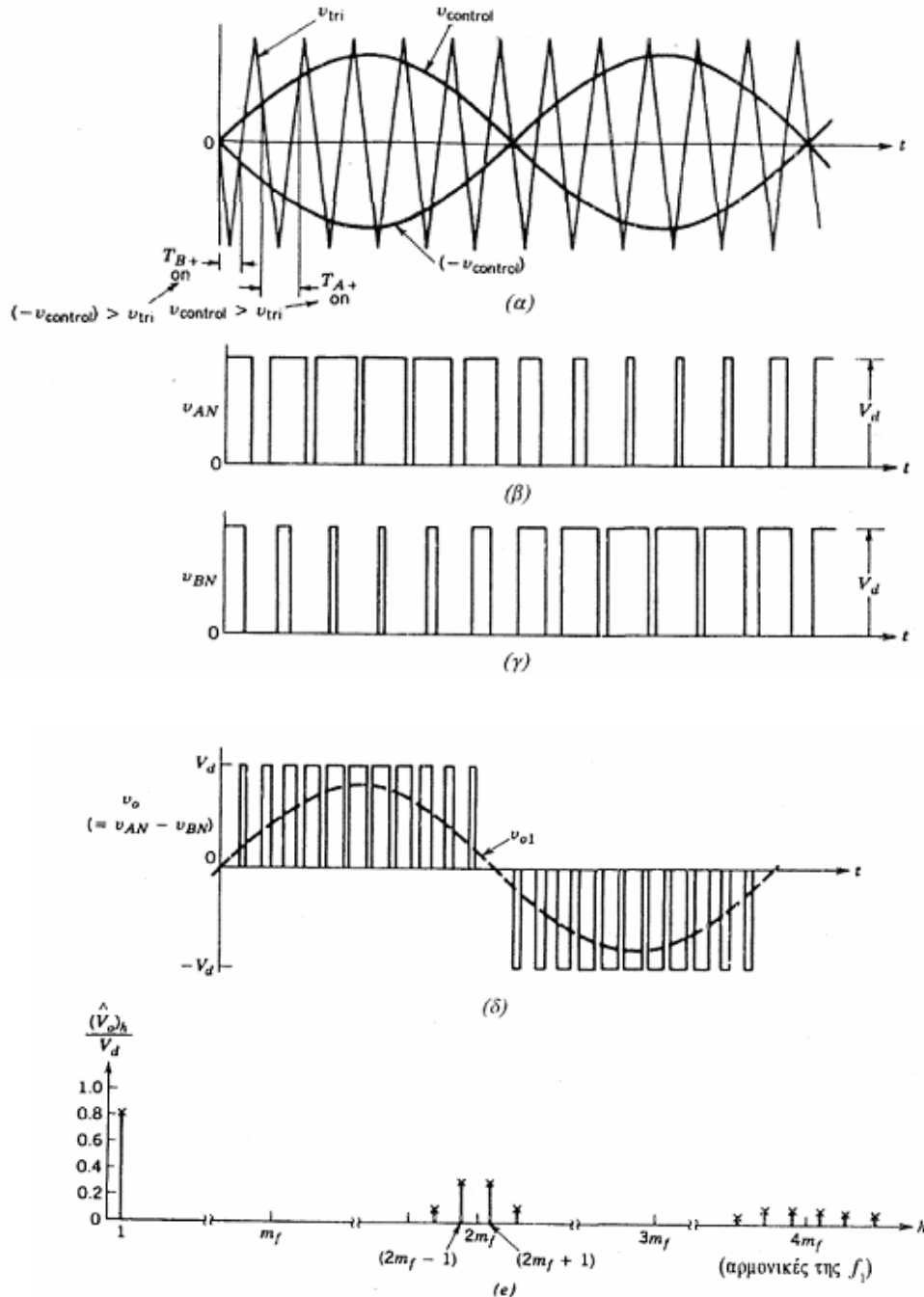
$$\begin{aligned} u_{control} > u_{tri} : & \quad T_{A+} \text{ κλειστός και } V_{AN} = V_d \\ u_{control} < u_{tri} : & \quad T_{A-} \text{ κλειστός και } V_{AN} = 0 \end{aligned} \quad (29)$$

Η τάση εξόδου του σκέλους A του αντιστροφέα σε σχέση με τον αγωγό N που φέρει την αρνητική τάση φαίνεται στο Σχ. 39(β). Για τον έλεγχο των διακοπών του σκέλους B, το $-u_{control}$ συγκρίνεται με την ίδια τριγωνική κυματομορφή, δίνοντας τα ακόλουθα αποτελέσματα:

$$-u_{control} > u_{tri} : \quad T_{B+} \text{ κλειστός και } V_{BN} = V_d$$

$$-U_{\text{control}} < U_{\text{tri}} : T_B\text{- κλειστός και } V_{BN} = 0 \quad (30)$$

Εξαιτίας των διόδων που συνδέονται αντιπαράλληλα προς τους διακόπτες, οι τάσεις που δίνονται από τις εξισώσεις (29) και (30) είναι ανεξάρτητες από την φορά του ρεύματος εξόδου i_o .



Σχήμα 39. Διαμόρφωση PWM με μονοπολική τάση εξόδου

Από τις κυματομορφές του Σχ. 39 φαίνεται ότι υπάρχουν τέσσερις συνδυασμοί κλειστών διακοπών και των αντίστοιχων επιπέδων τάσης:

1. T_{A+}, T_B - κλειστοί: $u_{AN} = V_d, u_{BN} = 0, u_o = V_d$

2. T_{A-} , T_{B+} κλειστοί: $u_{AN} = 0$, $u_{BN} = V_d$, $u_o = -V_d$
3. T_{A+} , T_{B+} κλειστοί: $u_{AN} = V_d$, $u_{BN} = V_d$, $u_o = 0$
4. T_{A-} , T_{B-} κλειστοί: $u_{AN} = 0$, $u_{BN} = 0$, $u_o = 0$

Παρατηρείται ότι όταν και οι δύο επάνω διακόπτες T_{A+} και T_{B+} είναι κλειστοί, η τάση εξόδου είναι μηδέν. Το ρεύμα εξόδου κυκλοφορεί σ'ένα βρόχο μέσω των (T_{A+} και D_{B+}) ή (D_{A+} και T_{B+}), ανάλογα με την φορά του i_o . Κατά την διάρκεια αυτού του χρονικού διαστήματος το ρεύμα εισόδου i_d είναι μηδέν. Κάτι ανάλογο συμβαίνει όταν και οι διακόπτες T_{A-} και T_{B-} είναι κλειστοί.

Σ'αυτή την διάταξη διαμόρφωσης PWM, όταν συμβαίνει μια μετάβαση η τάση εξόδου αλλάζει μεταξύ των επιπέδων τάσης 0 και $+V_d$ ή μεταξύ 0 και $-V_d$. Για τον λόγο αυτό, αυτή η μορφή διαμόρφωσης ονομάζεται διαμόρφωση εύρους παλμού με μονοπολική τάση εξόδου, σε αντίθεση με την διάταξη PWM με διπολική τάση εξόδου όπου η τάση εξόδου μεταβάλλεται μεταξύ $+V_d$ και $-V_d$. Η μονοπολική PWM διαμόρφωση αναφέρεται ως unipolar SPWM. Η διάταξη αυτή έχει το πλεονέκτημα του διπλασιασμού της συχνότητας μετάβασης όσον αφορά τις αρμονικές εξόδου, σε σύγκριση με την διπολική διάταξη. Επίσης τα άλματα της τάσης εξόδου σε κάθε μετάβαση μειώνονται σε $2V_d$ από V_d .

Το πλεονέκτημα του διπλασιασμού της συχνότητας μετάβασης εμφανίζεται στο φάσμα της τάσης εξόδου, όπου οι χαμηλότερες αρμονικές εμφανίζονται ως πλευρικές ζώνες σε συχνότητα διπλάσια της θεμελιώδους. Αυτό είναι εύκολο να γίνει κατανοητό σ' ένα μονοφασικό αντιστροφέα, αν επιλεγεί άρτιος συντελεστής διαμόρφωσης συχνότητας m_f (ο m_f πρέπει να είναι περιττός στη διαμόρφωση PWM με διπολική τάση εξόδου). Οι κυματομορφές της τάσης u_{AN} και u_{BN} μετατοπίζονται κατά 180° από την θεμελιώδη συχνότητα f_1 , η μία σε σχέση με την άλλη. Επομένως, οι αρμονικοί όροι στη συχνότητα μετάβασης στις u_{AN} και u_{BN} έχουν την ίδια φάση ($\varphi_{AN} - \varphi_{BN} = 180^\circ m_f = 0^\circ$, εφόσον οι κυματομορφές είναι κατά 180° μετατοπισμένες και ο m_f είναι άρτιος). Αυτό έχει ως αποτέλεσμα την απαλοιφή του αρμονικού όρου στην συχνότητα μετάβασης στη τάση εξόδου $u_o = u_{AN} - u_{BN}$. Επίσης, εξαλείφονται οι πλευρικές ζώνες των αρμονικών της συχνότητας μετάβασης. Κατά παρόμοιο τρόπο εξαλείφεται η άλλη κύρια αρμονική με συχνότητα διπλάσια της θεμελιώδους, ενώ οι πλευρικές ζώνες της παραμένουν. Οι σχέσεις (27) και (28) ισχύουν και για την μονοπολική διάταξη.

3.2 Προσομοίωση PWM με διπολική και μονοπολική τάση εξόδου

Η τάση εξόδου των αντιστροφών αποτελείται από την βασική συνιστώσα και από τις ανώτερες αρμονικές συνιστώσες (ανεπιθύμητες συνιστώσες). Οι αρμονικές αυτές, πρέπει να εξαλειφθούν ή να μειωθούν ώστε να έχουμε τάση εξόδου που να πλησιάζει σε ημιτονοειδή κυματομορφή όσο το δυνατό περισσότερο. Η ύπαρξη των αρμονικών αυτών προκαλεί την αρμονική παραμόρφωση. Ένας δείκτης, που αποδίδει ποσοτικά την παραμόρφωση αυτή, είναι ο συντελεστής Ολικής Αρμονικής Παραμόρφωσης (Total Harmonic Distortion, THD factor). Ο συντελεστής THD ορίζεται ως

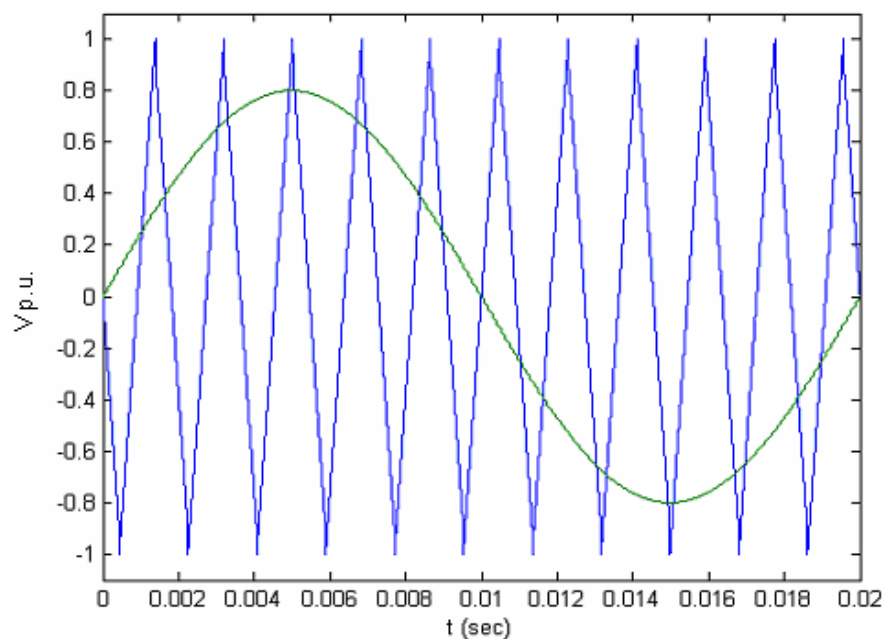
$$\text{THD}\% = \frac{1}{\hat{V}_{O,1}} \left[\sum_{n=3,5}^{\infty} (\hat{V}_{O,n})^2 \right]^{1/2} \times 100 \quad (31)$$

όπου $\hat{V}_{O,1}$ είναι το πλάτος της βασικής συνιστώσας της τάσης εξόδου και $\hat{V}_{O,n}$ = πλάτος της n-οστής αρμονικής της τάσης εξόδου. Στην σχέση (31) δεν λαμβάνονται υπόψη οι άρτιες αρμονικές γιατί όπως αναφέρεται και στην συνέχεια (στην παράγραφο 5.1) οι κυματομορφές των σχημάτων 38(β) και 39(δ) παρουσιάζουν περιττή συμμετρία και συμμετρία μισού κύματος που έχει ως αποτέλεσμα οι άρτιοι όροι να είναι 0.

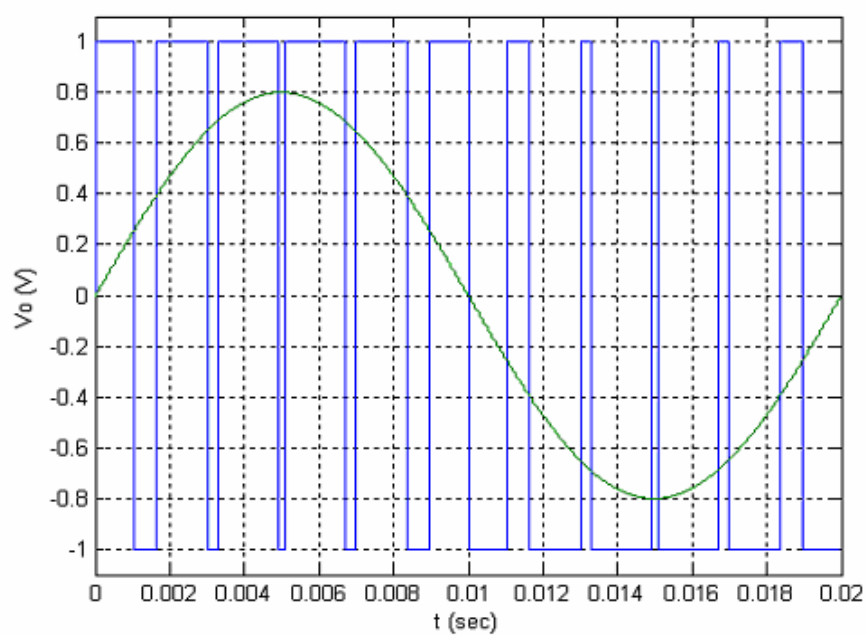
Στην συνέχεια παρουσιάζεται ένα παράδειγμα διπολικής και ένα παράδειγμα μονοπολικής κυματομορφής καθώς και το φάσμα των αρμονικών τους. Στο διάγραμμα του φάσματος, παρατηρούμε, πως οι αρμονικές εμφανίζονται στις συχνότητες m_f , $m_f \pm 2$, $m_f \pm 4$, $2m_f \pm 1$, $2m_f \pm 3$, $2m_f \pm 5$, $3m_f$, $3m_f \pm 2$, $3m_f \pm 4$, $3m_f \pm 6$, $4m_f \pm 1$, $4m_f \pm 3$, $4m_f \pm 5$, $4m_f \pm 7$.

Παράδειγμα διπολικής κυματομορφής SPWM

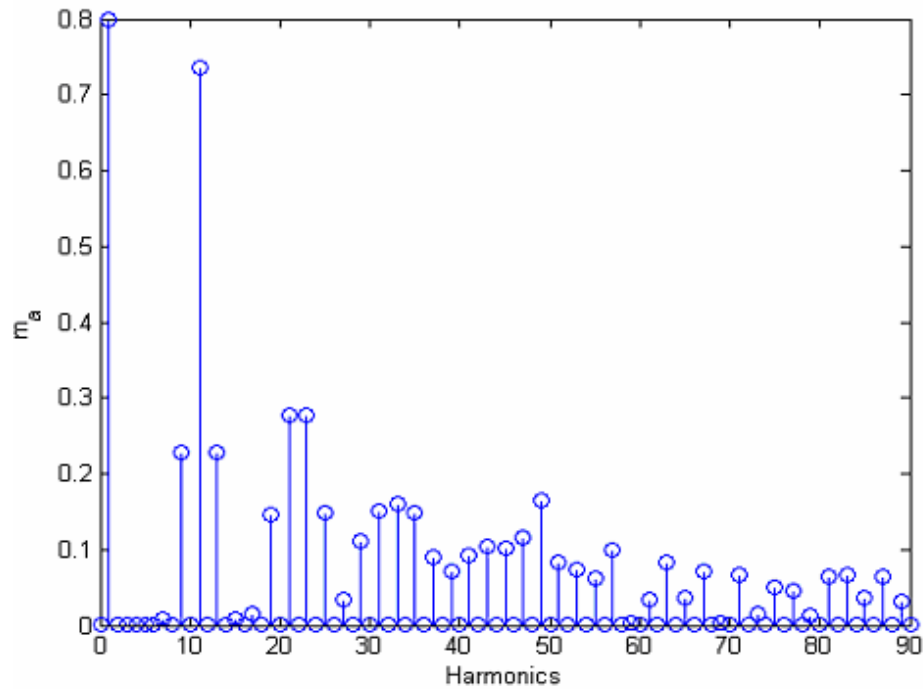
Στα σχήματα 40-42, φαίνεται η σύγκριση του σήματος αναφοράς με την τριγωνική τάση, η κυματομορφή PWM που δημιουργείται από την σύγκρισή τους και τέλος το φάσμα της. Το παράδειγμα έγινε με $m_a = 0.8$, $m_f = 11$ και $f_1 = 50$ Hz.



Σχήμα 40. Σύγκριση ημίτονου με την τριγωνική κυματομορφή



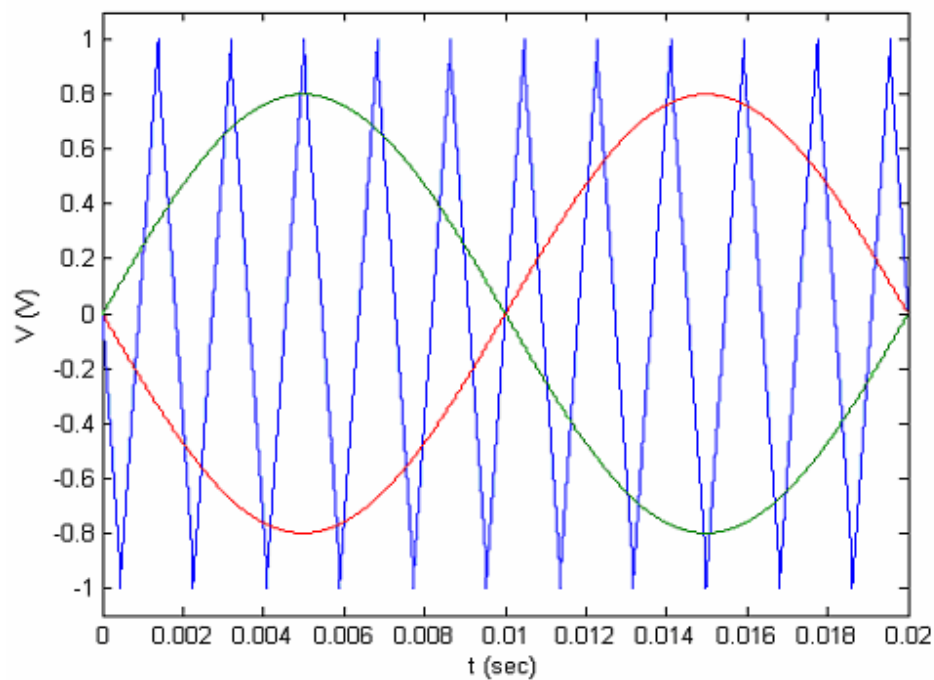
Σχήμα 41. Η PWM κυματομορφή που προκύπτει από την σύγκριση στο Σχ. 29



Σχήμα 42. Φάσμα του παραπάνω PWM για $m_a = 0.8$, $m_f = 11$

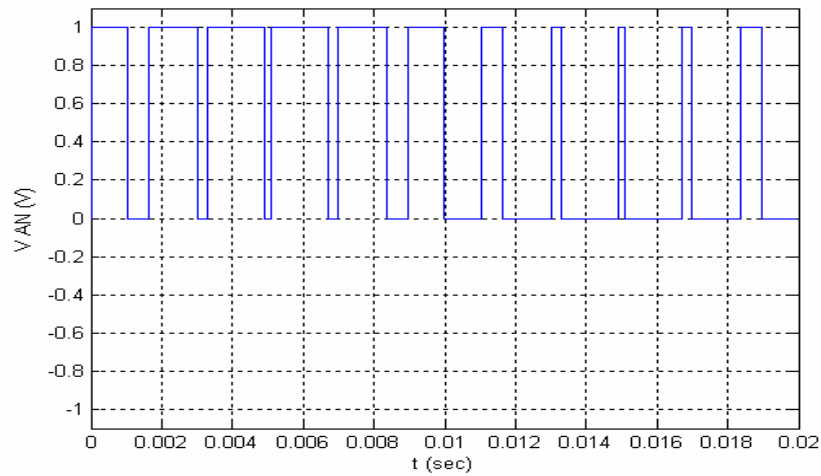
Παράδειγμα μονοπολικής κυματομορφής SPWM

Στα παρακάτω διαγράμματα παρουσιάζεται ο τρόπος δημιουργίας της μονοπολικής PWM κυματομορφής. Επιλέγεται και εδώ $m_a=0.8$, $m_f=11$ και $f_1=50$ Hz



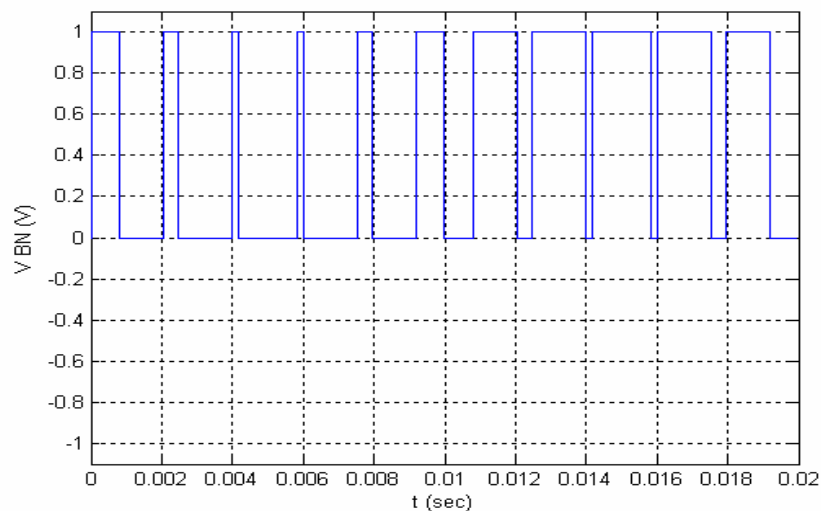
Σχήμα 43. Σύγκριση του ημίτονου $v(t)$ και του $-v(t)$ με την τριγωνική κυματομορφή

Η τάση V_{AN} είναι 1 όταν η ημιτονοειδής τάση $v(t)$ είναι μεγαλύτερη από την τριγωνική. Η σύγκρισή τους έχει ως αποτέλεσμα την παρακάτω κυματομορφή.



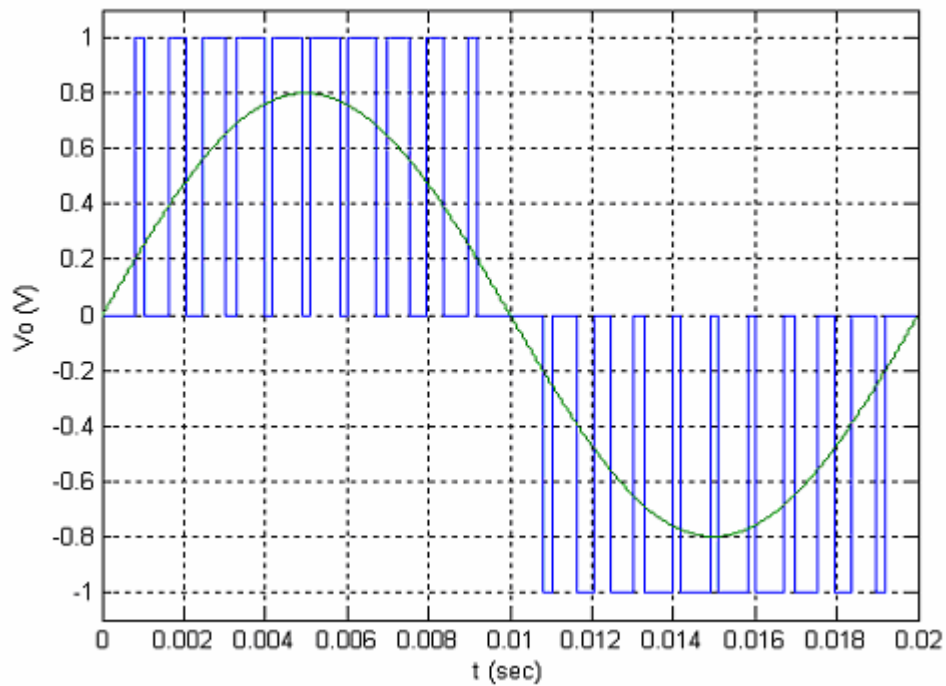
Σχήμα 44. Αποτέλεσμα της σύγκρισης του σήματος $v(t)$ και της τριγωνικής κυματομορφής

Η V_{BN} είναι 1 όταν η ημιτονοειδής τάση $-v(t)$ είναι μεγαλύτερη από την τριγωνική. Η σύγκρισή τους έχει ως αποτέλεσμα την παρακάτω κυματομορφή.



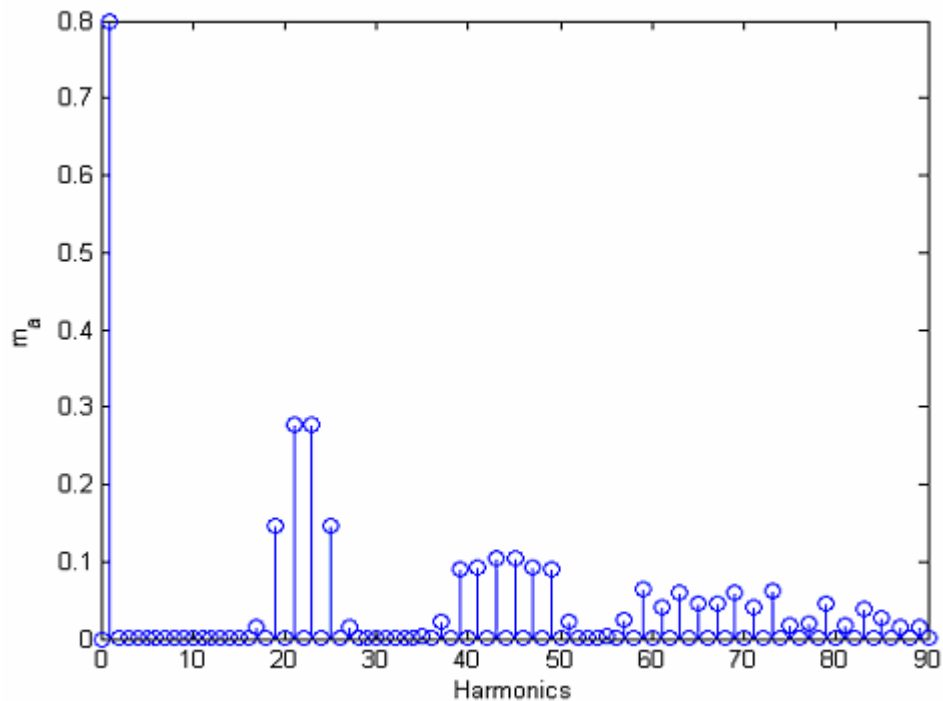
Σχήμα 45. Αποτέλεσμα της σύγκρισης $-v(t)$ και τριγωνικής κυματομορφής

Το τελικό σήμα εξόδου, V_o , προκύπτει αφαιρώντας τις δύο προηγούμενες κυματομορφές $v_o(t) = v_{AN}(t) - v_{BN}(t)$ και φαίνεται στο Σχήμα 46.



Σχήμα 46. Το τελικό σήμα για την μονοπολική διαμόρφωση PWM.

Το φάσμα της μονοπολικής PWM φαίνεται στο Σχήμα 47.



Σχήμα 47. Φάσμα της μονοπολικής διαμόρφωσης PWM

Στους Πίνακες 2 και 3 που ακολουθούν, καταγράφονται οι τιμές του THD(%) που προέκυψαν ως αποτέλεσμα των προσομοιώσεων για διάφορες τιμές του m_f και του m_a στην γραμμική περιοχή ($m_a < 1$). Οι προσομοιώσεις έγιναν με την χρήση του λογισμικού Matlab.

Πίνακας 2. Οι Τιμές του THD% για την διπολική διαμόρφωση SPWM						
m_f m_a	9	11	15	21	25	31
0,50	249.57	249.55	249.59	249.54	249.63	249.50
0,55	223.09	223.09	223.05	222.98	223.04	222.97
0,60	200.48	200.43	200.41	200.49	200.45	200.50
0,65	181.03	180.93	180.98	180.93	180.97	181.09
0,70	163.89	163.87	164.03	164.01	163.95	163.95
0,75	148.73	148.78	148.77	148.72	148.71	148.78
0,80	135.10	135.00	135.05	135.02	135.06	134.99
0,85	122.50	122.53	122.54	122.49	122.51	122.53
0,9	110.88	110.95	110.98	110.98	110.92	110.94
0,95	100.17	110.95	101.47	101.68	101.55	101.60
0,99	94.39	95.19	94.49	94.89	95.13	95.05

Πίνακας 3. Οι Τιμές του THD% για την μονοπολική διαμόρφωση SPWM						
m_f m_a	9	11	15	21	25	
0,50	118.16	118.47	118.81	119.01	119.07	119.07
0,55	108.54	108.89	109.19	109.39	109.44	109.48
0,60	99.82	100.14	100.47	100.67	100.72	100.79
0,65	91.78	92.13	92.47	92.65	92.71	92.77
0,70	84.30	84.66	85.02	85.19	85.25	85.30
0,75	77.24	77.62	77.96	78.14	78.20	78.27
0,80	70.51	70.88	71.21	71.43	71.48	71.50
0,85	63.96	64.33	64.70	64.89	64.95	65.01
0,9	63.96	57.90	58.30	58.51	58.56	58.61
0,95	57.50	52.48	52.97	53.16	53.25	53.28
0,99	51.95	48.88	49.10	49.40	49.51	49.55

4. ΓΕΝΕΤΙΚΟΙ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ

4.1 Βασικές αρχές γενετικών αλγορίθμων

Οι γενετικοί αλγόριθμοι είναι αλγόριθμοι αναζήτησης (heuristic search) βασισμένοι στις αρχές της φυσικής επιλογής και της γενετικής. Συνδυάζουν στοιχεία κατευθυνόμενης και στοχαστικής αναζήτησης. Είναι ένας έξυπνος τρόπος για την αξιοποίηση της τυχαίας αναζήτησης, με σκοπό την λύση των προβλημάτων βελτιστοποίησης. Ο τρόπος αναζήτησης που χρησιμοποιούν οι γενετικοί αλγόριθμοι, βασίζεται σε πληροφορίες που δημιουργούνται από τον ίδιο τον αλγόριθμο. Προσομοιώνουν διαδικασίες της φύσης, απαραίτητες για την εξέλιξη. Συγκεκριμένα ακολουθούν την βασική ιδέα για την κληροδότηση και κληρονόμηση χαρακτηριστικών καθώς και την επιβίωση του καταλληλότερου. Δηλαδή οι γενετικοί αλγόριθμοι (ΓΑ) μιμούνται την βιολογική εξέλιξη και την χρησιμοποιούν ως στρατηγική για την λύση των προβλημάτων. Δεδομένου ενός προβλήματος προς λύση, η είσοδος στον ΓΑ είναι ένα σύνολο πιθανών λύσεων, κωδικοποιημένων με κάποιο τρόπο. Υπάρχει μια τιμή που χρησιμοποιείται για την αξιολόγηση της υποψήφιας λύσης. Το σύνολο των αρχικών λύσεων πολλές φορές επιλέγεται τυχαία.

Οι ΓΑ φτάνουν στη βέλτιστη λύση ανεξάρτητα από το αν οι συναρτήσεις που περιγράφουν το πρόβλημα είναι γραμμικές ή μη-γραμμικές, διακριτού ή συνεχούς χρόνου, πολλών ή λίγων ακρότατων, υποκείμενες σε ανισοτικούς ή μη περιορισμούς, NP ή non-NP complete.

Χρησιμοποιείται ορολογία δανεισμένη από την γενετική. Σε ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης το σύνολο των πιθανών λύσεων ονομάζεται πληθυσμός, που αποτελείται από τα άτομα. Στους γενετικούς αλγόριθμους, σε αντίθεση με ότι συμβαίνει στην φύση, κάθε άτομο αποτελείται από ένα χρωμόσωμα. Δηλαδή χρωμόσωμα είναι η πιθανή λύση του προβλήματος. Κάθε χρωμόσωμα αποτελείται από ένα σύνολο γονιδίων. Το κάθε γονίδιο αναπαριστά και μια μεταβλητή της συνάρτησης προς βελτιστοποίηση. Αν για παράδειγμα η συνάρτηση είναι η $f(x,y)$, τότε κάθε χρωμόσωμα του πληθυσμού, δηλαδή κάθε πιθανή λύση αυτής, θα έχει τη μορφή $[x \ y]$. Ένα σύνολο χρωμοσωμάτων συγκεκριμένου πλήθους καλείται γενεά.

Το σημαντικότερο πλεονέκτημα των γενετικών αλγορίθμων, είναι πως είναι ενδογενώς παράλληλοι. Οι περισσότεροι από τους άλλους αλγόριθμους είναι σειριακοί και μπορούν να ερευνούν το χώρο των πιθανών λύσεων μόνο προς μία κατεύθυνση κάθε φορά, και αν η λύση στην οποία θα καταλήξουν αποδειχτεί πως δεν είναι η ολικά βέλτιστη πρέπει να αρχίσουν μια νέα αναζήτηση. Όμως, οι ΓΑ έχοντας πολλαπλούς απογόνους, μπορούν να αναζητούν την λύση σε πολλές περιοχές του χώρου των δυνατών λύσεων ταυτόχρονα. Αν μια κατεύθυνση αποδειχτεί “αδιέξοδη”, την διαγράφουν και συνεχίζουν προς μια άλλη που φαίνεται να έχει περισσότερες προοπτικές. Σε κάθε επανάληψη έτσι, έχουν μεγαλύτερη πιθανότητα να βρουν την βέλτιστη λύση.

Ο παραλληλισμός αυτός τους επιτρέπει να αξιολογούν πολλές λύσεις μαζί. Έτσι οι ΓΑ είναι ιδιαίτερα αποδοτικοί στην λύση προβλημάτων όπου το σύνολο το πιθανών λύσεων είναι τεράστιο για να διερευνηθεί εις βάθος σε λογικά χρονικά πλαίσια.

Και τα τέσσερα βασικά χαρακτηριστικά των ΓΑ – παραλληλισμός, επιλογή, μετάλλαξη και διασταύρωση – δουλεύουν μαζί για να αποφεύγουν τα τοπικά βέλτιστα και να ανακαλύπτουν το ολικό βέλτιστο.

Το χαρακτηριστικό που ξεχωρίζει τους ΓΑ από άλλους αλγόριθμους (hill-climbers and simulated annealing) είναι η διασταύρωση. Χωρίς αυτή κάθε άτομο είναι απομονωμένο, διερευνώντας μόνο τις πιθανές λύσεις που είναι κοντά σε αυτό, χωρίς να λαμβάνει υπόψη τι έχουν καταφέρει τα άλλα άτομα. Έτσι με την διασταύρωση, υπάρχει μεταφορά πληροφορίας, και τα άτομα επωφελούνται.

Οι ΓΑ πετυχαίνουν να κρατήσουν την ισορροπία ανάμεσα στην αναζήτηση και την εκμετάλλευση (exploration vs. exploitation) του χώρου των πιθανών λύσεων και βρίσκουν τις καλές λύσεις σε λογικό χρόνο και με λογική υπολογιστική προσπάθεια.

Ένα από τα βασικά πλεονεκτήματα, που αρχικά μπορεί να φαίνεται σαν μειονέκτημα είναι πως οι ΓΑ δεν είναι εξειδικευμένοι για κάθε πρόβλημα που λύνεται. Προχωρούν στα τυφλά και κάνουν τυχαίες αλλαγές στις υποψήφιες λύσεις τους και στην συνέχεια χρησιμοποιούν την συνάρτηση προσαρμογής για να διαπιστώσουν αν οι αλλαγές αυτές οδηγούν σε βελτίωση.

Ο γενετικός αλγόριθμος πρέπει να έχει τα παρακάτω στοιχεία:

- Γενετική αναπαράσταση των πιθανών λύσεων του προβλήματος,
- Έναν τρόπο δημιουργίας του αρχικού πληθυσμού,
- Μια συνάρτηση αξιολόγησης που παίζει το ρόλο του περιβάλλοντος ,
- Γενετικούς τελεστές, που αλλάζουν την σύνθεση των απογόνων και
- Διάφορες άλλες απαραίτητες παραμέτρους (μέγεθος πληθυσμού, πιθανότητες των γενετικών πράξεων κ.α.)

Τα βήματα ενός απλού ΓΑ είναι τα παρακάτω:

1. τυχαία αρχικοποίηση του πληθυσμού $P(t)$
2. καθορισμός της καταλληλότητας του πληθυσμού
3. loop :
 - (i) επιλογή των γονέων από τον πληθυσμό $P(t)$
 - (ii) διασταύρωση των γονέων για την δημιουργία του πληθυσμού $P(t+1)$
 - (iii) μετάλλαξη στον πληθυσμό $P(t+1)$
 - (iv) καθορισμός της καταλληλότητας του πληθυσμού $P(t+1)$
4. τερματισμός όταν η λύση είναι αρκετά καλή

Ο γενετικός αλγόριθμος διατηρεί ένα σύνολο πιθανών λύσεων $P(t) = \{x^t_1 \dots x^t_n\}$, τα χρωμοσώματα. Κάθε λύση αξιολογείται και δίνει τον βαθμό καταλληλότητας. Στην συνέχεια δημιουργείται ένας νέος πληθυσμός (κατά την επανάληψη $t+1$) επιλέγοντας τα περισσότερα κατάλληλα άτομα. Κάποια από αυτά τα άτομα υπόκεινται σε διαφοροποιήσεις διαμέσου των τελεστών της διασταύρωσης και της μετάλλαξης για την δημιουργία νέων πιθανών λύσεων. Κατά την διασταύρωση συνδυάζονται τα χαρακτηριστικά δύο χρωμοσωμάτων με την ανταλλαγή γονιδίων. Με την μετάλλαξη έχουμε αλλαγή σε ένα ή περισσότερα γονίδια και έτσι προστίθενται κάποιες επιπλέον πιθανές λύσεις στον πληθυσμό. Οι γενετικοί αλγόριθμοι διατηρώντας ένα πλήθος πιθανών λύσεων (σε αντίθεση με άλλες μεθόδους) έχουν την δυνατότητα για αναζήτηση της βέλτιστης λύσης σε πολλές κατευθύνσεις και ευνοούν την δημιουργία και ανταλλαγή πληροφοριών ανάμεσα σε αυτές.

4.2 Η κωδικοποίηση των μεταβλητών

Για την αναπαράσταση των μεταβλητών, στα περισσότερα προβλήματα χρησιμοποιείται η κωδικοποίηση με την χρήση ακολουθιών δυαδικών ψηφίων. Έτσι, μια μεταβλητή αναπαρίσταται από ένα ή περισσότερα δυαδικά ψηφία. Αν και ο τρόπος αυτός μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε πολλά προβλήματα παρουσιάζει ένα σημαντικό μειονέκτημα. Όταν οι μεταβλητές του προβλήματος κυμαίνονται σε πολύ μεγάλο εύρος τιμών απαιτούνται πολλά bits για την κωδικοποίηση. Το μειονέκτημα αυτό γίνεται πιο δύσκολο να αντιμετωπιστεί, όταν μεγαλώνει ο αριθμός των μεταβλητών του προβλήματος. Σε αυτές τις περιπτώσεις, τα χρωμοσώματα που δημιουργούνται είναι μεγάλου μήκους και ο χώρος αναζήτησης για τον αλγόριθμο είναι τεράστιος. Τότε η αποτελεσματικότητα των γενετικών αλγορίθμων είναι μικρή. Ένα άλλο πρόβλημα εμφανίζεται και στις περιπτώσεις που έχουμε πραγματικές μεταβλητές, εξαιτίας της δυσκολίας στην κωδικοποίηση πραγματικών αριθμών σε δυαδικό σύστημα.

Για να αντιμετωπιστεί αυτό το πρόβλημα μπορεί να χρησιμοποιηθεί η floating point αναπαράσταση. Όταν χρησιμοποιείται αυτή η αναπαράσταση κάθε γονίδιο αναπαρίσταται από έναν floating point αριθμό. Σε αυτή την περίπτωση όμως είναι απαραίτητη η τροποποίηση του τελεστή μετάλλαξης, ενώ οι τελεστές της επιλογής και της διασταύρωσης παραμένουν οι ίδιοι. Έτσι λοιπόν όταν ένα γονίδιο επιλεγεί για μετάλλαξη τότε η νέα του τιμή επιλέγεται τυχαία μέσα από το επιτρεπτό εύρος τιμών του.

Όπως αναφέρεται στο [10], έγιναν μετρήσεις που δείχνουν πως η floating point αναπαράσταση είναι γρηγορότερη και παρέχει μεγαλύτερη ακρίβεια, ειδικά όταν το εύρος τιμών των πιθανών λύσεων είναι μεγάλο. Επιπλέον η floating point αναπαράσταση διευκολύνει την δημιουργία τελεστών, συγκεκριμένων για το κάθε πρόβλημα προς επίλυση, όπου αυτό απαιτείται. Με αυτή την αναπαράσταση, έχουμε εύρεση της βέλτιστης λύσης σε λιγότερες γενεές.

4.3 Οι γενετικές πράξεις

Όλος ο πληθυσμός υπόκειται σε ένα σύνολο πράξεων που οδηγούν στην διαμόρφωση των επόμενων γενεών. Οι καλές λύσεις είναι αυτές που

αναπαράγονται και χρησιμοποιούνται και στην επόμενη γενεά ενώ οι υπόλοιπες δεν χρησιμοποιούνται για τον σχηματισμό της νέας γενεάς. Αυτό γίνεται με σκοπό τα καινούρια χρωμοσώματα να δίνουν μεγαλύτερη βέλτιστη τιμή. Προσομοιώνεται μια διαδικασία παρόμοια με τη φυσική διαδικασία της «επιβίωσης του ισχυρότερου», όλος ο πληθυσμός εξελίσσεται και ο αλγόριθμος φτάνει πιο κοντά στην λύση του προβλήματος.

Ειδικότερα, οι τρεις πράξεις του βασικού γενετικού αλγόριθμου είναι η επιλογή, η διασταύρωση και η μετάλλαξη.

- Επιλογή

Ο μηχανισμός της επιλογής (selection) είναι η διαδικασία επιλογής κάποιων χρωμοσωμάτων που θα υπάρχουν και στις επόμενες γενεές. Είναι ένα από τα σημαντικότερα σημεία των γενετικών αλγορίθμων.

Η βασική ιδέα είναι να προτιμηθούν τα καλύτερα χρωμοσώματα και να τους επιτραπεί έτσι να δώσουν τα γονίδιά τους τις επόμενες γενεές. Το κατά πόσο ένα χρωμόσωμα και τα γονίδιά του είναι χρήσιμα, εξαρτάται από την καταλληλότητά του (fitness). Η καταλληλότητα γενικά μπορεί να καθοριστεί από την αντικειμενική συνάρτηση ή με υποκειμενικό τρόπο.

Έχουν προταθεί αρκετοί τρόποι για την πράξη της επιλογής. Εδώ έχει επιλεγεί ο τρόπος του τροχού της ρουλέτας. Παρουσιάζεται στην παράγραφο 4.5 μαζί με τα βασικά σημεία κάποιων άλλων μεθόδων. Το κοινό χαρακτηριστικό τους είναι πως χρησιμοποιούν τη συνάρτηση προσαρμογής για να καθορίσουν το αν ένα χρωμόσωμα θα επιβιώσει ή όχι. Γενικά, ένα χρωμόσωμα με μεγαλύτερη τιμή της συνάρτησης προσαρμογής έχει μεγαλύτερη πιθανότητα να επιβιώσει σε σχέση με αυτό που έχει μικρότερη τιμή.

- Διασταύρωση

Απλή διασταύρωση (simple crossover, SC)

Ο τελεστής της διασταύρωσης (crossover) λαμβάνει χώρα ανάμεσα σε δυο χρωμοσώματα ως εξής: έστω τα χρωμοσώματα $s_v^t = \langle v_1, v_2 \dots v_m \rangle$ και $s_w^t = \langle \omega_1, \omega_2 \dots \omega_m \rangle$. Αφού επιλεγεί το k γονίδιο τυχαία, ως σημείο διασταύρωσης, τα επόμενα γονίδια ανταλλάσσονται και δημιουργούνται δύο νέα χρωμοσώματα. Δηλαδή θα έχουμε $s_v^{t+1} = \langle v_1 \dots v_k, \omega_{k+1} \dots \omega_m \rangle$ και $s_w^{t+1} = \langle \omega_1 \dots \omega_k, v_{k+1} \dots v_m \rangle$.

Εδώ έχουμε μόνο ένα σημείο διασταύρωσης, είναι όμως δυνατό να έχουμε και περισσότερα.

Απλή αριθμητική διασταύρωση (single arithmetical crossover, SAC)

Οι απόγονοι του χρωμοσώματος $s_v^t = \langle v_1, v_2 \dots v_m \rangle$ τώρα θα είναι $s_v^{t+1} = \langle v_1 \dots v'_k \dots v_m \rangle$ και του $s_\omega^t = \langle \omega_1, \omega_2 \dots \omega_m \rangle$ θα είναι $s_\omega^{t+1} = \langle \omega_1 \dots \omega'_k \dots \omega_m \rangle$, ενώ για τα v'_k και ω'_k θα ισχύει $v'_k = \alpha \omega_k + (1-\alpha) v_k$ και $\omega'_k = \alpha v_k + (1-\alpha) \omega_k$. Το k επιλέγεται τυχαία ενώ τα α επιλέγεται ως εξής

$$a \in \begin{cases} [\max(\alpha, \beta), \min(\gamma, \delta)], & v_k > \omega_k \\ [0, 0] & , v_k = \omega_k \\ [\max(\gamma, \delta), \min(\alpha, \beta)], & v_k < \omega_k \end{cases} \quad (32)$$

$$\begin{aligned} \alpha &= (l_{(k)}^{s_v^t} - \omega_k) / (v_k - \omega_k), & \beta &= (u_{(k)}^{s_v^t} - v_k) / (\omega_k - v_k) \\ \gamma &= (l_{(k)}^{s_\omega^t} - v_k) / (\omega_k - v_k), & \delta &= (u_{(k)}^{s_\omega^t} - \omega_k) / (v_k - \omega_k) \end{aligned} \quad (33)$$

Ο παραπάνω τρόπος εξασφαλίζει πως τα νέα χρωμοσώματα θα βρίσκονται μέσα στο πεδίο εφικτών λύσεων. Τα εύρος των τιμών του κάθε γονιδίου είναι $[l_{(k)}^{s_v^t}, u_{(k)}^{s_v^t}]$

Ολική αριθμητική διασταύρωση (whole arithmetical crossover, WAC)

Ως ολική αριθμητική διασταύρωση, ορίζεται ο γραμμικός συνδυασμός δύο χρωμοσωμάτων. Έτσι οι απόγονοι των χρωμοσωμάτων θα είναι $s_v^{t+1} = \alpha s_\omega^t + (1-\alpha) s_v^t$ και $s_\omega^{t+1} = \alpha s_v^t + (1-\alpha) s_\omega^t$. Το α είναι σταθερό και έχει τιμές στο διάστημα $[0,1]$. Έτσι είναι βέβαιο πως οι απόγονοι θα βρίσκονται μέσα στο πεδίο των πιθανών λύσεων.

Οι τρεις παραπάνω γενετικοί τελεστές εφαρμόζονται με τη σειρά που παρουσιάστηκαν. Τα χρωμοσώματα που συμμετέχουν σε ένα είδος διασταύρωσης δεν μπορούν να επιλεγούν και να ξανασυμμετάσχουν σε άλλο είδος διασταύρωσης. Ο δεύτερος και ο τρίτος τελεστής εγγυώνται πως τα χρωμοσώματα που θα προκύψουν θα είναι σύμφωνα με το σύνολο των περιορισμών, κάτι που δεν συμβαίνει με τον τελεστή απλής διασταύρωσης.

●Μετάλλαξη

Ο τελεστής της μετάλλαξης εφαρμόζεται μετά τον τελεστή της διασταύρωσης και αλλάζει τυχαία κάποια από τα γονίδια ενός χρωμοσώματος. Πάντα σε κάθε ένα

χρωμόσωμα μόνο ένα γονίδιο μεταλλάσσεται. Για τη μετάλλαξη χρησιμοποιούνται οι παρακάτω τελεστές :

Ομοιόμορφη μετάλλαξη (uniform mutation, UM)

Έστω το χρωμόσωμα $s_v^t = \langle v_1, v_2 \dots v_m \rangle$. Το κάθε γονίδιο έχει μια ίδια, μικρή πιθανότητα να μεταλλαχθεί. Το αποτέλεσμα της εφαρμογής του τελεστή θα είναι $s_v^{t+1} = \langle v_1 \dots v_k' \dots v_m \rangle$, όπου το v_k' είναι μία από τις επιτρεπτές τιμές.

Boundary μετάλλαξη (boundary mutation, BM)

Το γονίδιο του χρωμοσώματος που έχει τυχαία επιλεγεί, παίρνει την μέγιστη ή την ελάχιστη δυνατή τιμή με την ίδια πιθανότητα.

Μη ομοιόμορφη μετάλλαξη (non-uniform mutation, NUM)

Ο τελεστής αυτός χρησιμοποιείται για fine local tuning. Εδώ έχουμε

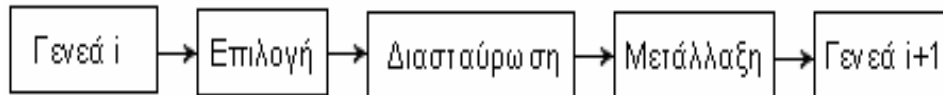
$$v_k' = \begin{cases} v_k + \Delta(t, u_{(k)}^{s_v^t} - v_k), \text{ με πιθανότητα } 1/2 \\ v_k - \Delta(t, v_k - l_{(k)}^{s_v^t}), \text{ με πιθανότητα } 1/2 \end{cases} \quad (34)$$

Το επιτρεπτό εύρος του γονιδίου είναι $[l_{(k)}^{s_v^t}, u_{(k)}^{s_v^t}]$. Η συνάρτηση $\Delta(t, y)$ επιστρέφει μια τιμή στο διάστημα $(0, y)$ τέτοια ώστε η πιθανότητα να είναι το $\Delta(t, y)$ κοντά στο 0 να αυξάνει με το t . Όπου t αριθμός της γενεάς. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα, η εφαρμογή του τελεστή να κάνει αναζήτηση αρχικά σε όλο το σύνολο των τιμών ομοιόμορφα, όταν το t είναι μικρό και τοπικά με την αύξηση του t . Έτσι δικαιολογείται και ο χαρακτηρισμός του τελεστή ως μη ομοιόμορφου αφού η δράση του δεν παραμένει σταθερή αλλά μεταβάλλεται στην διάρκεια εκτέλεσης του αλγορίθμου.

Ο λόγος που αναπτύχθηκε ο τελεστής αυτός είναι γιατί, γενικά, οι ΓΑ παρουσιάζουν κάποια δυσκολία στην τοπική αναζήτηση σε αριθμητικές εφαρμογές. Έτσι με την χρήση του τελεστή NUM αντιμετωπίζεται το μειονέκτημα αυτό και βελτιώνεται το fine local tuning, ειδικά σε προβλήματα που απαιτούν μεγάλη ακρίβεια.

Οι τελεστές της μετάλλαξης εφαρμόζονται αμέσως μετά τις πράξεις της διασταύρωσης με τη σειρά που αναφέρονται. Κάθε χρωμόσωμα μπορεί να πάρει μέρος σε μία από τις παραπάνω γενετικές πράξεις. Τα χρωμοσώματα που θα προκύψουν από την εφαρμογή των γενετικών τελεστών θα βρίσκονται μέσα στο επιτρεπτό πεδίο τιμών.

Ο κύκλος της εξέλιξης, δηλαδή η διαδοχή των γενετικών πράξεων, συνεχίζεται μέχρι ο αλγόριθμος να φτάσει σε κάποια μια συνθήκη τερματισμού. Η συνθήκη μπορεί να είναι το πλήθος των συνολικών εκτελέσεων του αλγορίθμου (αριθμός γενεών) ή μια προκαθορισμένη τιμή της συνάρτησης του προβλήματος. Στο παρακάτω σχήμα παρουσιάζεται ο βασικός γενετικός αλγόριθμος για μία εφαρμογή του.



Σχήμα 48. Ο βασικός γενετικός αλγόριθμος

4.4 Αντικειμενική συνάρτηση και συνάρτηση προσαρμογής (Objective function και Fitness Function)

Αντικειμενική συνάρτηση ενός προβλήματος (Objective function) είναι η συνάρτηση που ορίζει το πρόβλημα και η συνάρτηση την οποία επιθυμούμε να βελτιστοποιήσουμε. Η αντικειμενική συνάρτηση μπορεί να παίρνει θετικές και αρνητικές τιμές. Συνάρτηση προσαρμογής (Fitness Function) είναι μια συνάρτηση που προέρχεται από την αντικειμενική συνάρτηση μέσω κάποιας αντιστοιχίας - μετατροπής και η οποία χρησιμοποιείται από τον γενετικό αλγόριθμο για την πράξη της επιλογής. Η συνάρτηση προσαρμογής μπορεί να παίρνει μόνο μη αρνητικές τιμές. Επειδή η συνάρτηση αυτή παίρνει μόνο μη αρνητικές τιμές οι γενετικοί αλγόριθμοι μπορούν να χρησιμοποιηθούν μόνο σε προβλήματα μεγιστοποίησης. Έτσι αν θέλουμε να ελαχιστοποιήσουμε μια συνάρτηση f , παίρνουμε ως συνάρτηση προς μεγιστοποίηση την g , όπου $g = -f$ δηλαδή $\min f(x) = \max g(x) = \max\{-f(x)\}$. Με αυτό τον τρόπο τα προβλήματα ελαχιστοποίησης μεταβάλλονται σε προβλήματα μεγιστοποίησης.

Για να μην παίρνουν τα προβλήματα μεγιστοποίησης αρνητικές τιμές κάνουμε την παρακάτω μετατροπή και μετατρέπουμε την αντικειμενική συνάρτηση σε συνάρτηση προσαρμογής:

$$g(x) = \begin{cases} f(x) + C_{\min}, & \text{αν } f(x) + C_{\min} > 0 \\ 0 & , \text{αλλιώς} \end{cases} \quad (35)$$

Το C_{\min} μπορεί να είναι μια παράμετρος εισόδου ή η απόλυτη τιμή της ελάχιστης τιμής της $f(x)$ για την τρέχουσα γενεά. Μετατροπή πρέπει να γίνει και στην περίπτωση που έχουμε πρόβλημα ελαχιστοποίησης, για να μην παίρνει η αντικειμενική συνάρτηση αρνητικές τιμές. Αυτό γίνεται ως εξής:

$$g(x) = \begin{cases} C_{\max} - f(x), & \text{αν } C_{\max} - f(x) > 0 \\ 0 & , \text{αλλιώς} \end{cases} \quad (36)$$

Το C_{\max} μπορεί και εδώ να είναι παράμετρος εισόδου αλλά πιο σωστό είναι να επιλέγεται ως η μέγιστη τιμή της $g(X)$ για κάθε γενεά.

4.5 Μηχανισμός επιλογής

Η διαδικασία της επιλογής αποτελεί ένα πολύ σημαντικό, ίσως το σημαντικότερο, σημείο ενός γενετικού αλγορίθμου. Μέσω της επιλογής προκύπτει ένα σύνολο ατόμων, τα οποία θα συμμετάσχουν στις πράξεις της διασταύρωσης και της μετάλλαξης για να δώσουν ένα νέο πληθυσμό. Για να γίνει η επιλογή υπάρχουν διάφορες μέθοδοι. Μερικές από τις σημαντικότερες είναι:

Elitist selection: τα καταλληλότερα άτομα είναι βέβαιο πως θα επιλεγούν.

Fitness-proportionate selection: τα καταλληλότερα άτομα είναι πιθανότερο αλλά όχι βέβαιο πως θα επιλεγούν.

Scaling selection: καθώς η καταλληλότητα του πληθυσμού βελτιώνεται, αυξάνεται και η δύναμη της διαδικασίας επιλογής και γίνεται περισσότερο αυστηρή. Αυτή η μέθοδος βοηθά στο να γίνει η επιλογή του καλύτερου αργότερα, όταν τα άτομα έχουν μικρές διαφορές μεταξύ τους.

Tournament selection: επιλέγονται υποσύνολα του πληθυσμού και τα άτομα του κάθε υποσυνόλου συγκρίνονται μεταξύ τους. Μόνο ένα άτομο από κάθε υποσύνολο επιλέγεται για αναπαραγωγή.

Rank selection: κάθε άτομο κατατάσσεται σε σειρά ανάλογη της καταλληλότητάς του και η επιλογή βασίζεται περισσότερο σε αυτή την κατάταξη παρά στην διαφορά καταλληλότητας. Το πλεονέκτημα της μεθόδου είναι πως μπορεί να εμποδίσει τα πολύ κατάλληλα άτομα να κυριαρχήσουν νωρίς σε βάρος των άλλων, γεγονός που θα μειώσει την ποικιλότητα του πληθυσμού και θα δυσκολέψει την εύρεση της λύσης.

Generational selection: οι απόγονοι των ατόμων από κάθε γενεά αποτελούν ολοκληρωτικά την επόμενη χωρίς να γίνεται διατήρηση των ατόμων από γενεά σε γενεά.

Steady-state selection: οι απόγονοι των ατόμων που επιλέγονται τοποθετούνται στον υπάρχοντα πληθυσμό, αντικαθιστώντας κάποια από τα λιγότερο κατάλληλα άτομα. Κάποια άτομα διασφαλίζουν την ύπαρξή τους.

Hierarchical selection: τα άτομα περνούν από πολλές διαδικασίες επιλογής σε κάθε γενεά. Οι αρχικές αξιολογήσεις δεν είναι πολύ αυστηρές αλλά γρήγορες ενώ οι επόμενες είναι περισσότερο αυστηρές. Το πλεονέκτημα της μεθόδου είναι πως τελικά έχουμε μικρότερο χρόνο υπολογισμού, αφού οι κακές λύσεις διαγράφονται αρχικά χωρίς να γίνεται αυστηρός έλεγχος τους.

Στην παρούσα εργασία, επιλέγεται ο πιο διαδεδομένος μηχανισμός επιλογής χρωμοσωμάτων που είναι ο μηχανισμός του τροχού της ρουλέτας. Αρχικά υπολογίζεται η συνάρτηση προσαρμογής f_i για όλα τα χρωμοσώματα μιας γενεάς (N το πλήθος των χρωμοσωμάτων ανά γενεά). Στη συνέχεια υπολογίζεται το άθροισμα $\sum_{i=1}^N f_i$ και για κάθε χρωμόσωμα βρίσκεται η πιθανότητα επιλογής του p_i .

Η πιθανότητα αυτή δίνεται από τη σχέση :

$$p_i = \frac{f_i}{\sum_{i=1}^N f_i} \quad (37)$$

Αφού έχουν υπολογιστεί οι πιθανότητες p_i , ακολουθεί η τυχαία γέννηση αριθμών για N φορές μέσα στο διάστημα $[0,1]$. Ένα χρωμόσωμα επιλέγεται αν ο τυχαίος αριθμός που γεννήθηκε είναι μικρότερος από την πιθανότητα του χρωμοσώματος αυτού και μεγαλύτερη από την αμέσως μικρότερη πιθανότητα χρωμοσώματος. Ο αναμενόμενος αριθμός ενός χρωμοσώματος δίνεται από τη σχέση :

$$n_i = \frac{f_i}{\bar{f}} = N p_i \quad (38)$$

όπου \bar{f} είναι η μέση τιμή της συνάρτησης προσαρμογής.

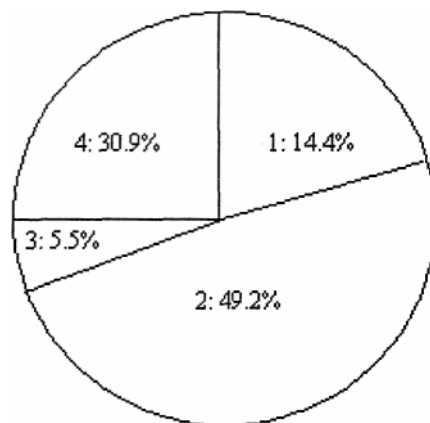
Για να γίνει πιο σαφής ο μηχανισμός αυτός ακολουθεί ένα παράδειγμα. Έστω η συνάρτηση προσαρμογής μιας μεταβλητής $f(x) = x^2$ και έστω ότι έχουμε τα εξής τέσσερα χρωμοσώματα: [13], [24], [8] και [19] (δηλαδή $n=4$). Στον Πίνακα 4

φαίνονται οι τιμές της συνάρτησης, οι πιθανότητες επιλογής των χρωμοσωμάτων, ο αναμενόμενος αριθμός επιλογής κάθε χρωμοσώματος και ο πραγματικός αριθμός επιλογής όπως προέκυψε από τις γεννήσεις τεσσάρων τυχαίων αριθμών.

Όπως βλέπουμε το χρωμόσωμα [24] επιλέγεται 2 φορές, τα [13] και [19] 2 φορές και το [8] καμία φορά. Τα αποτελέσματα αυτά είναι πολύ κοντά στα αναμενόμενα τα οποία βρίσκονται στην τέταρτη στήλη του πίνακα. Το Σχήμα 49 δείχνει την κατανομή των πιθανοτήτων p_i . Επειδή η γέννηση ενός τυχαίου αριθμού για την επιλογή ενός χρωμοσώματος μοιάζει με τη ρίψη της μπίλιας στη ρουλέτα, η μέθοδος αυτή ονομάστηκε μέθοδος του τροχού της ρουλέτας

Πίνακας 4. Επιλογή τροχού ρουλέτας				
x	$f(x)=x^2$	p_i	n_i	n_i actual
13	169	0.14	0.58	1
24	576	0.49	1.97	2
8	64	0.06	0.22	0
19	361	0.31	1.23	1
Sum	1170	1	4	4
Average	293	0.25	1	1
Max	576	0.49	1.97	2

Όσο μεγαλύτερη επιφάνεια κατέχει ένα χρωμόσωμα στη ρουλέτα τόσο μεγαλύτερη πιθανότητα έχει να επιλεγθεί για να δώσει απογόνους στην επόμενη γενεά.



Σχήμα 49. Κατανομή πιθανοτήτων επιλογής χρωμοσωμάτων

4.6 Επιλογή πιθανοτήτων διασταύρωσης και μετάλλαξης

Για την επιλογή των πιθανοτήτων διασταύρωσης και μετάλλαξης, λαμβάνεται υπόψη το μέγεθος του πληθυσμού. Στο πρόβλημα που εξετάζεται ο πληθυσμός έχει μέγεθος 40 ατόμων. Τα μεγέθη πιθανοτήτων που προτείνονται στην βιβλιογραφία παρουσιάζονται στην συνέχεια.

Η πιθανότητα απλής διασταύρωσης (SC) είναι $p_{sc} = 10\%$. Η επιλογή των χρωμοσωμάτων θα που διασταυρωθούν γίνεται ως εξής : σε κάθε χρωμόσωμα αντιστοιχίζεται ένας τυχαίος αριθμός, num ($0 \leq num \leq 1$). Αν για κάποιο χρωμόσωμα ισχύει $num \leq p_{sc}$, αυτό επιλέγεται για διασταύρωση. Αν ο αριθμός των χρωμοσωμάτων προς διασταύρωση δεν είναι άρτιος επιλέγεται ακόμη ένα χρωμόσωμα. Η διασταύρωση γίνεται μεταξύ του πρώτου χρωμοσώματος με το δεύτερο, του τρίτου με το τέταρτο κ.ο.κ.

Πιθανότητες διασταύρωσης

Η πιθανότητα απλής αριθμητικής διασταύρωσης (SAC) είναι $p_{sac} = 10\%$. Για την επιλογή των χρωμοσωμάτων που θα συμμετάσχουν σε αυτή ακολουθείται η ίδια διαδικασία με την SC. Εδώ, αν $p_{sc} \leq num \leq p_{sac} + p_{sc}$ το χρωμόσωμα συμμετέχει στην SAC.

Η πιθανότητα ολικής αριθμητικής διασταύρωσης (WAC) είναι $p_{wac} = 10\%$. Εδώ, για να επιλεγεί ένα χρωμόσωμα πρέπει να ισχύει $p_{sac} + p_{sc} \leq num \leq p_{wac} + p_{sac} + p_{sc}$. Το α επιλέγεται ίσο με 0.25.

Αν ο αριθμός των χρωμοσωμάτων προς διασταύρωση δεν είναι άρτιος επιλέγεται ακόμη ένα χρωμόσωμα. Η διασταύρωση γίνεται μεταξύ του πρώτου χρωμοσώματος με το δεύτερο, του τρίτου με το τέταρτο κ.ο.κ.

Πιθανότητες μετάλλαξης

Η πιθανότητα ομοιόμορφης μετάλλαξης (UM) είναι $p_{um} = 10\%$. Για την επιλογή των χρωμοσωμάτων στα οποία θα εφαρμοστεί ο τελεστής της μετάλλαξης, επιλέγεται τυχαία πάλι ένας αριθμός num ($0 \leq num \leq 1$). Αν $num \leq p_{um}$ τότε το χρωμόσωμα υπόκειται σε μετάλλαξη.

Η πιθανότητα boundary μετάλλαξης (BM) είναι $p_{bm} = 3\%$. Για να επιλεγεί ένα χρωμόσωμα πρέπει να ισχύει $p_{um} \leq num \leq p_{um} + p_{bm}$.

Η πιθανότητα μη ομοιόμορφης μετάλλαξης (NUM) είναι $p_{num}=10\%$. Για να επιλεγεί ένα χρωμόσωμα πρέπει να ισχύει $p_{um} + p_{bm} \leq num \leq p_{um} + p_{um} + p_{bm}$.

4.7 Χειρισμός περιορισμών

Συνήθως τα προβλήματα βελτιστοποίησης που εξετάζονται με τους ΓΑ, έχουν κάποιους περιορισμούς, όσον αφορά τις μεταβλητές του προβλήματος. Στην εξέλιξη της εκτέλεσης του αλγορίθμου δημιουργούνται λύσεις που δεν είναι σύμφωνες με τους περιορισμούς που τίθενται από το πρόβλημα. Υπάρχουν κάποιοι μηχανισμοί για την διαχείριση αυτών των λύσεων.

Ένας τρόπος για την διαχείριση των εκάστοτε περιορισμών, είναι η χρήση μιας *penalty function*. Το πρόβλημα λύνεται αρχικά σαν να μην υπάρχουν οι περιορισμοί. Εν συνεχεία αν προκύψει κάποιο χρωμόσωμα το οποίο παραβιάζει τους περιορισμούς, η πιθανότητα αυτού του χρωμοσώματος να επιλεγεί μέσα από την πράξη της επιλογής πρέπει να μειωθεί. Ο περιορισμός της πιθανότητας αυτής γίνεται προσθέτοντας στην συνάρτηση προσαρμογής μια συνάρτηση *penalty* που ουσιαστικά μειώνει την τιμή προσαρμογής του συγκεκριμένου χρωμοσώματος. Υπάρχουν πολλές λύσεις για την επιλογή της *penalty function*. Μπορεί να είναι απλά μια σταθερά αλλά μπορεί και να εξαρτάται από το κατά πόσο ένα χρωμόσωμα παραβιάζει τους περιορισμούς. Όσο πιο πολύ παραβιάζεται ένας περιορισμός τόσο μεγαλύτερη ποινή επιβάλλεται.

Μια παραλλαγή των μεθόδων *penalty* είναι οι μέθοδοι της διαγραφής των λύσεων που παραβιάζουν τους περιορισμούς. Οι μέθοδοι αυτοί δηλαδή εφαρμόζουν την έσχατη ποινή (*death penalty*).

Για αρκετά προβλήματα η εφαρμογή των μεθόδων *penalty* (απλών ή *death*) δεν επιδρά θετικά στην απόδοση του αλγορίθμου. Τέτοια προβλήματα είναι αυτά στα οποία η γέννηση εφικτών λύσεων γίνεται με ρυθμό σχετικά μικρό σε σχέση με το ρυθμό γέννησης λύσεων που παραβιάζουν τους περιορισμούς. Έτσι ο αλγόριθμος πρέπει να δαπανά αρκετό χρόνο στην εύρεση των ανέφικτων λύσεων και στην εφαρμογή της *penalty function*.

Μια άλλη κατηγορία μεθόδων για διαχείριση περιορισμών είναι αυτή που βασίζεται σε *repair algorithms*. Αυτοί οι αλγόριθμοι έχουν σκοπό να διορθώσουν τις ανέφικτες λύσεις ώστε να ικανοποιούν τους περιορισμούς. Όπως είναι εύκολα κατανοητό αυτοί οι αλγόριθμοι πρέπει να προσαρμόζονται στα δεδομένα του

εκάστοτε προβλήματος. Η βασική ιδέα της διόρθωσης είναι το χρωμόσωμα να διορθωθεί έτσι ώστε να μη χάσει την ομοιότητα με τους γονείς του.

Σε κάποια προβλήματα η εύρεση τέτοιων αλγορίθμων μπορεί να είναι δυσκολότερη και από την αντιμετώπιση ολόκληρου του υπόλοιπου προβλήματος.

4.8 Σύγκληση και τερματισμός του αλγορίθμου

Άλλο ένα σημαντικό πρόβλημα για του ΓΑ είναι το κριτήριο λήξης της εκτέλεσης. Δηλαδή αν είναι βέβαιο πως με την εφαρμογή του αλγορίθμου για ορισμένο αριθμό επαναλήψεων έχει προκύψει η βέλτιστη λύση. Σύμφωνα με την θεωρία, οι γενετικοί αλγόριθμοι προσεγγίζουν την περιοχή της ολικά βέλτιστης λύσης και δε πέφτουν στην παγίδα τοπικών βέλτιστων.

Το πιο απλό κριτήριο για τον τερματισμό του αλγορίθμου είναι να έχουμε τόσες επαναλήψεις όσες και το πλήθος των γενεών. Το κρίσιμο πλήθος γενεών πέρα από το οποίο είναι σίγουρο ότι ο αλγόριθμος έχει συγκλίνει στη βέλτιστη λύση προκύπτει μετά από την εξέταση ενός μεγάλου εύρους προβλημάτων.

Ένα άλλο κριτήριο που χρησιμοποιείται συχνά είναι το κριτήριο «σύγκλισης του πληθυσμού». Ένας πληθυσμός θεωρείται ότι έχει συγκλίνει όταν η διαφορά της μέσης τιμής της συνάρτησης κόστους του από τη βέλτιστη τιμή είναι μικρότερη από κάποιο ποσοστό της βέλτιστης τιμής.

Η ύπαρξη του τελεστή της μη ομοιόμορφης μετάλλαξης προϋποθέτει την εκ των προτέρων γνώση του συνολικού αριθμού γενεών. Αυτό σημαίνει ότι πολλές φορές δε μπορεί να χρησιμοποιηθεί το κριτήριο της «σύγκλισης του πληθυσμού» γιατί σε αυτή την περίπτωση δεν είναι γνωστός ο συνολικός αριθμός επαναλήψεων. Σε αυτές τις περιπτώσεις είναι δυνατή η χρήση ενός σύνθετου κριτηρίου. Χρησιμοποιείται το κριτήριο «σύγκλισης του πληθυσμού» θέτοντας και ένα μέγιστο αριθμό επαναλήψεων. Αν το κριτήριο σύγκλισης του πληθυσμού ικανοποιηθεί πριν την εκτέλεση του συνολικού αριθμού γενεών, ο αλγόριθμος λήγει διαφορετικά εκτελείται μέχρι να ολοκληρωθούν όλες οι επαναλήψεις.

4.9 Προβλήματα των γενετικών αλγορίθμων

Οι ΓΑ, μπορούν να μας δώσουν την ολικά βέλτιστη λύση και να μην καταλήγουν σε τοπικά βέλτιστα της συνάρτησης. Πολλές φορές δεν συμβαίνει το ίδιο και στην πράξη. Αυτό οφείλεται στους παρακάτω τρεις λόγους:

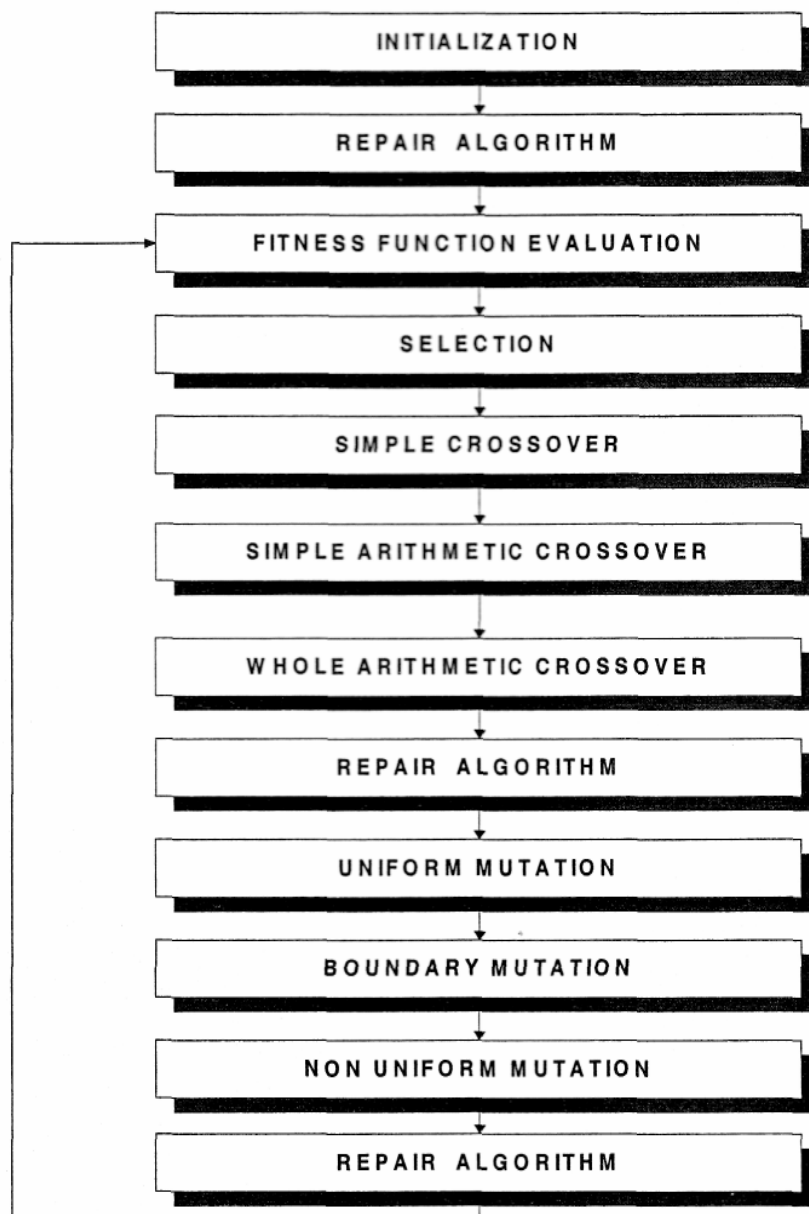
- Λόγω της κωδικοποίησης του προβλήματος, έχουμε αλλαγές στο σύνολο των πιθανών λύσεων σε σχέση με τις πιθανές λύσεις του πραγματικού προβλήματος
- Υπάρχει ένα όριο στον υποθετικά απεριόριστο αριθμό επαναλήψεων (γενεών) και
- Υπάρχει όριο στο, επίσης, υποθετικά μη περιορισμένο μέγεθος του πληθυσμού.

Οι παραπάνω περιορισμοί έχουν ως αποτέλεσμα, μερικές φορές, να υπάρχει σύγκλιση σε ένα τοπικό βέλτιστο και ο αλγόριθμος να σταματά λόγω της σύγκλισης σε αυτό. Το πρόβλημα αυτό παρατηρείται όχι μόνο στους ΓΑ αλλά και σε άλλους αλγόριθμους. Όταν συμβεί κάτι τέτοιο ο ΓΑ αποτυγχάνει να βρει την βέλτιστη λύση γιατί η πληροφορία που δημιουργείται σε ένα κομμάτι του πληθυσμού χάνεται. Ένα γνωστό πρόβλημα των ΓΑ είναι η πρόωρη σύγκλιση (*premature convergence*). Αν ένα άτομο που είναι περισσότερο κατάλληλο από τα άλλα και δίνει πολύ μικρότερη τιμή στην συνάρτηση προσαρμογής από τα υπόλοιπα άτομα της γενεάς του, εμφανιστεί γρήγορα, οδηγεί τον αλγόριθμο σε σύγκλιση σε ένα τοπικό βέλτιστο. Αυτό το πρόβλημα εμφανίζεται κυρίως όταν ο πληθυσμός είναι μικρός.

4.10 Ανακεφαλαίωση

Η αρχικοποίηση του πληθυσμού μπορεί να γίνει με τυχαίο τρόπο ή όχι. Στην συνέχεια, σε κάθε γενεά αξιολογείται κάθε χρωμόσωμα. Επιλέγεται ο νέος πληθυσμός και εφαρμόζονται οι γενετικές πράξεις της διασταύρωσης και της μετάλλαξης. Μετά από κάποιες γενεές ο αλγόριθμος τερματίζεται. Ανάμεσα στα βήματα του αλγορίθμου εφαρμόζεται ο αλγόριθμος repair για να επιβεβαιωθεί η συμβατότητα του κάθε χρωμοσώματος με τους περιορισμούς του προβλήματος.

Το διάγραμμα που ακολουθεί απεικονίζει τα βήματα του γενετικού αλγορίθμου.



Σχήμα 50. Τα βήματα του γενετικού αλγορίθμου

5. Η ΜΕΘΟΔΟΣ ΠΟΥ ΑΝΑΠΤΥΧΘΗΚΕ ΣΤΗΝ ΠΑΡΟΥΣΑ ΕΡΓΑΣΙΑ

5.1 Σειρές Fourier

Γενικά, μια μη ημιτονοειδής κυματομορφή $f(t)$, που επαναλαμβάνεται με γωνιακή συχνότητα ω , μπορεί να εκφραστεί ως εξής :

$$f(t) = F_0 + \sum_{h=1}^{\infty} f_h(t) = \frac{1}{2} \alpha_0 + \sum_{h=1}^{\infty} \{ \alpha_h \cos(h\omega t) + b_h \sin(h\omega t) \} \quad (39)$$

όπου $F_0 = \alpha_0/2$ είναι η μέση τιμή της κυματομορφής και τα α_h και b_h δίνονται από τις σχέσεις:

$$\alpha_h = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(t) \cos(h\omega t) d(\omega t) \quad (40)$$

και

$$b_h = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(t) \sin(h\omega t) d(\omega t) \quad (41)$$

Από τις εξισώσεις (39) και (40), η μέση τιμή είναι:

$$F_0 = \frac{1}{2} \alpha_0 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(t) d(\omega t) = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt \quad (42)$$

όπου $\omega = 2\pi/T$.

Στην εξίσωση (39) κάθε συνιστώσα μπορεί να παρασταθεί ως στρεφόμενο διάνυσμα $\mathbf{F}_h = F_h e^{j\phi_h}$ όπου το ενεργό πλάτος και η φάση ϕ_h δίνονται αντίστοιχα από τις σχέσεις:

$$F_h = \frac{\sqrt{\alpha_h^2 + b_h^2}}{\sqrt{2}} \quad (43)$$

$$\tan(\phi_h) = \frac{-b_h}{\alpha_h}$$

Η ενεργός τιμή της συνάρτησης $f(t)$ μπορεί να εκφραστεί σε σχέση με τις ενεργές τιμές των όρων της σειράς Fourier ως εξής:

$$F = (F_o^2 + \sum_{h=1}^{\infty} F_h^2)^{1/2} \quad (44)$$

Συχνά, χρησιμοποιώντας τη συμμετρία των κυματομορφών, είναι δυνατή η απλοποίηση των υπολογισμών των a_h και b_h στις παραπάνω εξισώσεις. Οι κυματομορφές που χρησιμοποιούνται και παρουσιάζονται στα σχήματα Σχ. 26 και Σχ. 27 εμφανίζουν περιττή συμμετρία [$f(-t) = -f(t)$] και συμμετρία μισού κύματος [$f(t) = -f(t+T/2)$]. Επίσης πρέπει να σημειωθεί πως οι κυματομορφές που παρουσιάζονται στα σχήματα 26 και 27 έχουν μηδενική μέση τιμή. Τότε οι συντελεστές Fourier δίνονται από τις παρακάτω σχέσεις:

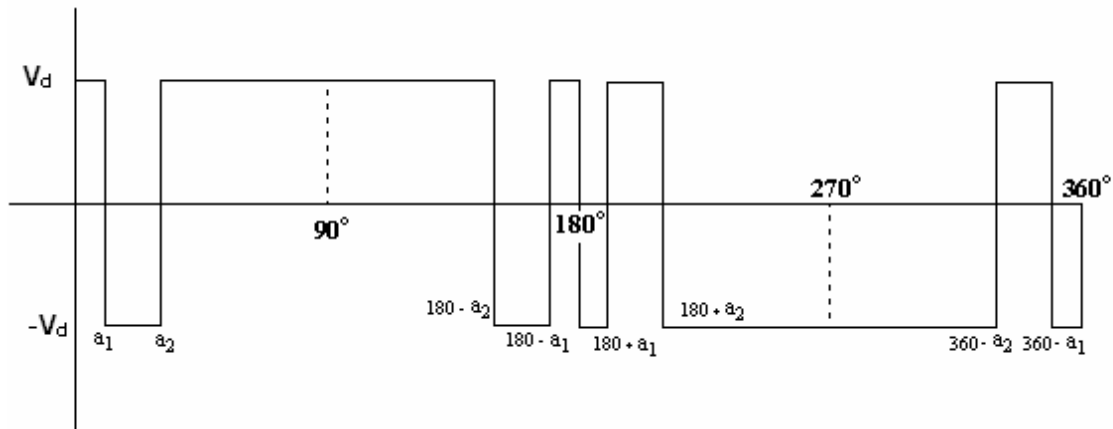
$$a_o = 0 \quad (45)$$

$$a_h = 0 \quad (46)$$

$$b_h = \begin{cases} \frac{4}{\pi} \int_0^{\pi/2} f(t) \sin(h\omega t) d(\omega t) & \text{για } h \text{ περιττό} \\ 0 & \text{για } h \text{ άρτιο} \end{cases} \quad (47)$$

5.2 Κυματομορφή δύο επιπέδων

Στο ακόλουθο σχήμα παρουσιάζεται μια PWM κυματομορφή δύο επιπέδων ($+V_d$ και $-V_d$).



Σχήμα 51. PWM κυματομορφή δύο επιπέδων

Εφαρμόζοντας την ανάλυση Fourier και χρησιμοποιώντας τις απλοποιημένες σχέσεις, αφού υπάρχει περιττή συμμετρία μισού κύματος, έχουμε:

$$\hat{V}_{ao,h} = \frac{4}{\pi} \left[\int_0^{a_1} V_d \sin(h\omega t) d\omega t - \int_{a_1}^{a_2} V_d \sin(h\omega t) d\omega t + \int_{a_2}^{90} V_d \sin(h\omega t) d\omega t \right] \Rightarrow$$

$$\hat{V}_{ao,h} = \frac{4}{\pi} V_d \frac{1}{h} [-\cos(ha_1) + \cos(0) - \cos(ha_2) - \cos(ha_1) + \cos(ha_2) - \cos(90)] \Rightarrow \quad (48)$$

$$\hat{V}_{ao,h} = \frac{4V_d}{h\pi} [1 - 2\cos(ha_1) + 2\cos(ha_2)] \quad (49)$$

Γενικεύοντας την σχέση 49 για k γωνίες, καταλήγουμε στην παρακάτω σχέση:

$$\hat{V}_{ao,h} = \frac{4V_d}{h\pi} \left[1 + 2 \sum_{k=1}^m (-1)^k \cos(ha_k) \right] \quad (50)$$

Έστω b_h το πλάτος της h συνιστώσας

$$b_h = \frac{4V_d}{\pi h} + \frac{8V_d}{\pi h} \sum_{k=1}^m (-1)^k \cos(ha_k) \quad (51)$$

και b_1 πλάτος της πρώτης, θεμελιώδους συνιστώσας. Θέτουμε

$$b_1 = \sqrt{2}V_1 \quad (52)$$

με V_1 την rms τιμή της τάσης της βασικής συνιστώσας. Τότε, από τις σχέσεις (49) και (50) έχουμε:

$$\begin{aligned} b_1 &= \frac{4V_d}{\pi} + \frac{8V_d}{\pi} \sum_{k=1}^m (-1)^k \cos(a_k) \Rightarrow \\ \sqrt{2}V_1 &= \frac{4V_d}{\pi} + \frac{8V_d}{\pi} \sum_{k=1}^m (-1)^k \cos(a_k) \Rightarrow \\ \sum_{k=1}^m (-1)^k \cos(a_k) &= \frac{\pi\sqrt{2}V_1 - 4V_d}{8V_d} \end{aligned} \quad (53)$$

Υπάρχει ο παρακάτω περιορισμός:

$$a_k < a_{k+1} < 90^\circ \quad (54)$$

Έτσι για την σχέση (52) θα ισχύει ότι:

$$\sum_{k=1}^m (-1)^k \cos(na_k) < 0 \quad (55)$$

άρα και:

$$\frac{\pi\sqrt{2}V_1 - 4V_d}{8V_d} < 0 \Rightarrow$$

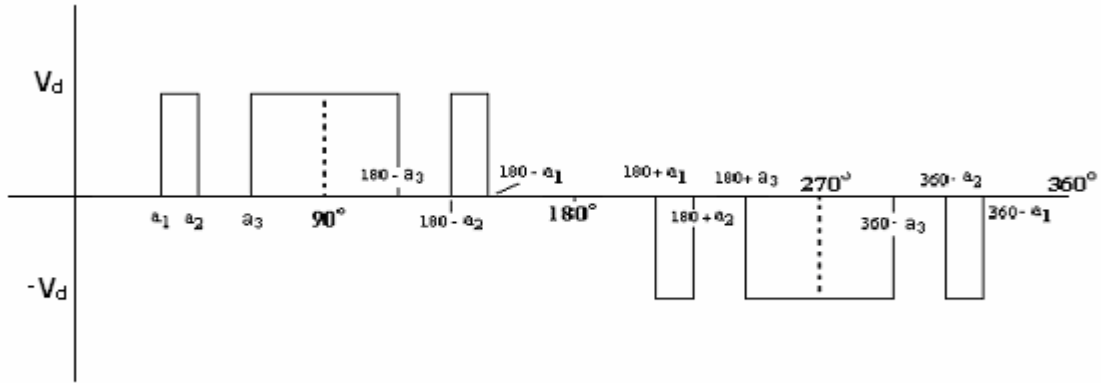
$$\pi\sqrt{2}V_1 - 4V_d < 0 \Rightarrow$$

$$V_1 < \frac{4V_d}{\pi\sqrt{2}} \quad (56)$$

Επομένως, η μέγιστη rms τιμή της βασικής συνιστώσας είναι $V_1 = 0.9V_d$.

5.3 Κυματομορφή τριών επιπέδων

Στο παρακάτω σχήμα παρουσιάζεται μία PWM κυματομορφή τριών επιπέδων ($+V_d$, $-V_d$ και 0).



Σχήμα 52. PWM κυματομορφή τριών επιπέδων

Εφόσον και εδώ υπάρχει περιττή συμμετρία μισού κύματος, μπορούν να εφαρμοστούν οι απλοποιημένες εξισώσεις για την ανάλυση Fourier.

$$\hat{V}_{ao,h} = \frac{4}{\pi} \left[\int_{a_1}^{a_2} V_d \sin(h\omega t) d\omega t + \int_{a_3}^{90} V_d \sin(h\omega t) d\omega t \right] \Rightarrow$$

$$\hat{V}_{ao,h} = \frac{4}{\pi} V_d \frac{1}{h} [-\cos(ha_2) + \cos(ha_1) - \cos(90) + \cos(ha_3)] \Rightarrow$$

$$\hat{V}_{ao,h} = \frac{4V_d}{h\pi} [\cos(ha_1) - \cos(ha_2) + \cos(ha_3)] \quad (57)$$

Γενικεύοντας την εξ. 57 για k γωνίες καταλήγουμε στην παρακάτω σχέση:

$$\hat{V}_{ao,h} = \frac{4V_d}{h\pi} \left[\sum_{k=1}^m (-1)^{k+1} \cos(h\alpha_k) \right] \quad (58)$$

Θέτουμε το πλάτος της πρώτης συνιστώσας $b_1 = \sqrt{2}V_1$, όπου V_1 η rms τιμή της βασικής συνιστώσας.

Από την σχέση (58), για $h = 1$ έχουμε:

$$\begin{aligned} \sqrt{2}V_1 &= \frac{4V_d}{\pi} \left[\sum_{k=1}^m (-1)^{k+1} \cos(\alpha_k) \right] \Rightarrow \\ \frac{\sqrt{2}V_1\pi}{4V_d} &= \left[\sum_{k=1}^m (-1)^{k+1} \cos(\alpha_k) \right] \end{aligned} \quad (60)$$

Και εδώ ισχύει ο περιορισμός (54), άρα θα ισχύει ότι

$$\begin{aligned} 0 \leq \frac{\sqrt{2}V_1\pi}{4V_d} &= \left[\sum_{k=1}^m (-1)^{k+1} \cos(\alpha_k) \right] \leq 1 \Rightarrow \\ \frac{\sqrt{2}V_1\pi}{4V_d} &\leq 1 \Rightarrow \\ V_1 &\leq \frac{4V_d}{\pi\sqrt{2}} \end{aligned} \quad (61)$$

Επομένως η rms τιμή της V_1 δεν μπορεί να είναι πάνω από $0.9V_d$.

5.4 Αρμονική παραμόρφωση

Η αρμονική παραμόρφωση μιας περιοδικής κυματομορφής οφείλεται στην ύπαρξη των αρμονικών συχνοτήτων που είναι πολλαπλάσια της θεμελιώδους συχνότητας. Μια περιοδική κυματομορφή τάσης (με μηδενική μέση τιμή), όπως οι PWM κυματομορφές των σχημάτων 51 και 52, μπορούν να γραφτούν σαν το άθροισμα της βασικής συνιστώσας με τις αρμονικές συνιστώσες:

$$V(t) = V_1(t) + \sum_{h \neq 1}^{\infty} V_h(t) \quad (62)$$

Η ενεργός τιμή της $V(t)$ σύμφωνα με τη σχέση 44 δίνεται από τη σχέση:

$$V_{\text{rms}} = \left(V_1^2 + \sum_{h=2}^{\infty} V_h^2 \right)^{1/2} \quad (63)$$

Ο συντελεστής αρμονικής παραμόρφωσης της τάσης, που έχει οριστεί στην παράγραφο 3.3 μπορεί να γραφτεί και ως εξής:

$$\text{THD} = \frac{V_{\text{dis}}}{V_1} \quad (64)$$

όπου V_{dis} είναι η ενεργός τιμή της τάσης παραμόρφωσης και V_1 είναι η ενεργός τιμή της θεμελιώδους συνιστώσας. Έτσι από τις σχέσεις (63) και (64) προκύπτει:

$$\text{THD} = \frac{\sqrt{\sum_{h=2}^{\infty} V_h^2}}{V_1} \quad (65)$$

Η σχέση (65) με την χρήση της (43) γίνεται:

$$\text{THD} = \frac{\sqrt{\sum_{h=2}^{\infty} (a_h^2 + b_h^2)}}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}} \quad (66)$$

Εφόσον στις δύο κυματομορφές που χρησιμοποιούνται για την PWM διαμόρφωση ισχύουν οι απλοποιήσεις λόγω συμμετρίας η σχέση (66) γίνεται:

$$\text{THD} = \frac{\sqrt{\sum_{h=2}^{\infty} b_h^2}}{b_1} \quad (67)$$

Η τελευταία σχέση δίνει την ολική αρμονική παραμόρφωση συναρτήσει των συντελεστών Fourier της κυματομορφής. Σημειώνεται πως το h παίρνει περιττές τιμές.

5.5 Οι γενετικοί αλγόριθμοι για την ελαχιστοποίηση της αρμονικής παραμόρφωσης

Το πρόβλημα της ελαχιστοποίησης της αρμονικής παραμόρφωσης εξετάστηκε και για τα δύο είδη κυματομορφών των σχημάτων 51 και 52.

Για την PWM κυματομορφή δύο επιπέδων (Σχ. 51), ως αντικειμενική συνάρτηση, δηλαδή ως συνάρτηση βελτιστοποίησης του γενετικού αλγορίθμου λαμβάνεται ολική αρμονική παραμόρφωση, THD, που υπολογίζεται από την εξίσωση (67), όπου

$$b_h = \frac{4V_d}{\pi h} + \frac{8V_d}{\pi h} \sum_{k=1}^m (-1)^k \cos(h\alpha_k) \quad (68)$$

$$\text{και } b_1 = \sqrt{2}V_d$$

Στην άλλη περίπτωση, της PWM κυματομορφής τριών επιπέδων (Σχ. 52), ως αντικειμενική συνάρτηση, λαμβάνεται και πάλι η εξίσωση (67), όπου

$$b_h = \frac{4V_d}{\pi} \left[\sum_{k=1}^m (-1)^{k+1} \cos(\alpha_k) \right] \quad (69)$$

$$\text{και } b_1 = \sqrt{2}V_d$$

Και για τις δύο περιπτώσεις, στον γενετικό αλγόριθμο δίνονται ως είσοδοι ο αριθμός των αρμονικών h , ο αριθμός των γωνιών α_k και η επιθυμητή rms τιμή του πλάτους της θεμελιώδους συνιστώσας b_1 , V_1 . Η τιμή του V_1 , όπως έχει δείχθει προηγουμένως, στην παράγραφο 5.2 για την κυματομορφή δύο επιπέδων και στην παράγραφο 5.3 για την κυματομορφή τριών επιπέδων μπορεί να πάρει τιμές από 0 έως $0.9V_d$.

Και στις δύο περιπτώσεις οι μεταβλητές βελτιστοποίησης της αντικειμενικής συνάρτησης, είναι οι γωνίες α_k . Ως συνάρτηση προσαρμογής (fitness function) λαμβάνεται η εξίσωση (67) με την ανάλογη συνάρτηση για το b_h (εξ. 68 ή εξ. 69), αντίστοιχα για κάθε περίπτωση που εξετάζεται, αλλά με αντίθετο πρόσημο. Αυτό γίνεται, γιατί όπως έχει αναφερθεί προηγουμένως στην παράγραφο 4.4, οι γενετικοί αλγόριθμοι μπορούν να χρησιμοποιηθούν μόνο για μεγιστοποίηση συναρτήσεων. Έτσι λαμβάνοντας την κάθε συνάρτηση με αντίθετο πρόσημο, το πρόβλημα μετατρέπεται από πρόβλημα ελαχιστοποίησης, σε πρόβλημα μεγιστοποίησης. Επειδή η αντικειμενική συνάρτηση δεν μπορεί να πάρει αρνητικές τιμές, δεν χρειάζεται να γίνει η μετατροπή με βάση την σχέση 36.

Σε κάθε γενεά υπάρχουν 40 χρωμοσώματα. Τα χρωμοσώματα έχουν τη μορφή $[a_1 \ a_2 \ a_3 \ \dots]$ όπου τα a_k είναι floating point αριθμοί, αφού για την κωδικοποίηση του

προβλήματος έχει επιλεγεί η FP αναπαράσταση στον γενετικό αλγόριθμο. Οι περιορισμοί που συσχετίζονται με τις μεταβλητές βελτιστοποίησης a_k είναι οι εξής :

$$0 < a_i < \frac{\pi}{2} \text{ για } i = 1 \text{ έως } N$$

και

(70)

$$a_i < a_{i+1} \text{ για } i = 1 \text{ έως } N-1$$

Ο αλγόριθμος πρέπει με κάποιο τρόπο να εξασφαλίζει πως το πλάτος της βασικής συνιστώσας θα είναι το επιθυμητό. Αυτό γίνεται ως εξής: οι γενετικές πράξεις εκτελούνται, λαμβάνοντας υπόψη τις γωνίες (γονίδια) a_2 έως a_i και στην συνέχεια, στο τέλος της κάθε πράξης, υπολογίζεται η γωνία a_1 .

Για την κυματομορφή PWM δύο επιπέδων η γωνία a_1 υπολογίζεται από την (53) ως εξής:

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^m (-1)^k \cos(\alpha_k) &= \frac{\pi \sqrt{2} V_1 - 4}{8} \Leftrightarrow \\ -\cos(\alpha_1) + \sum_{k=2}^m (-1)^k \cos(\alpha_k) &= \frac{\pi \sqrt{2} V_1 - 4}{8} \Leftrightarrow \\ \cos(\alpha_1) &= \frac{4 - \pi \sqrt{2} V_1}{8} + \sum_{k=2}^m (-1)^k \cos(\alpha_k) \Rightarrow \\ \alpha_1 &= \arccos \left[\frac{4 - \pi \sqrt{2} V_1}{8} + \sum_{k=2}^m (-1)^k \cos(\alpha_k) \right] \end{aligned} \quad (71)$$

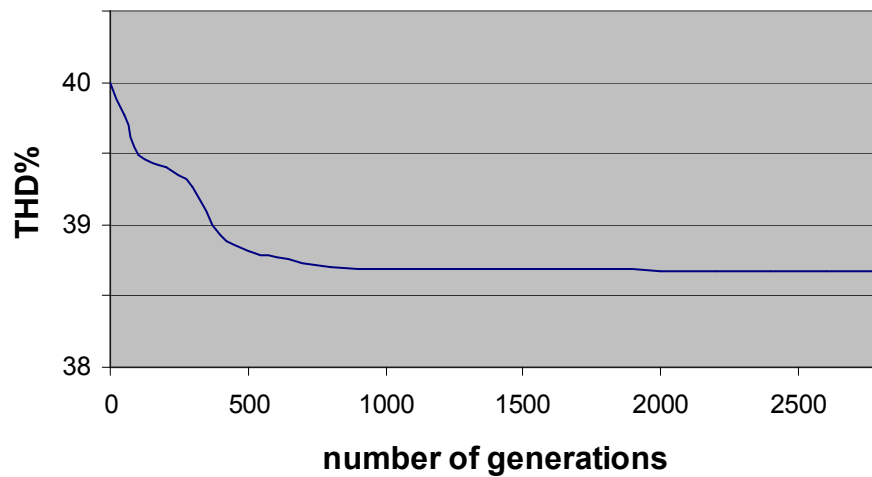
Για την κυματομορφή PWM τριών επιπέδων η γωνία a_1 υπολογίζεται από την σχέση (60) ως εξής:

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{2} V_1 \pi}{4} &= \left[\sum_{k=1}^m (-1)^{k+1} \cos(\alpha_k) \right] \Leftrightarrow \\ \frac{\sqrt{2} V_1 \pi}{4} &= \cos(\alpha_1) + \sum_{k=2}^m (-1)^{k+1} \cos(\alpha_k) \Rightarrow \\ \alpha_1 &= \arccos \left[\frac{\sqrt{2} V_1 \pi}{4} - \sum_{k=2}^m (-1)^{k+1} \cos(\alpha_k) \right] \end{aligned} \quad (72)$$

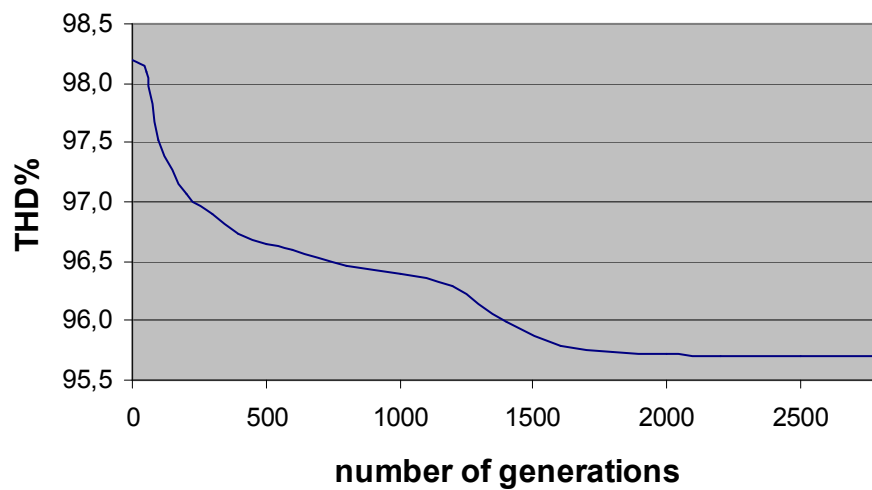
Και για τις δύο περιπτώσεις των PWM κυματομορφών η γωνία α_1 πρέπει να είναι σύμφωνη με τους περιορισμούς (εξισώσεις 70) που ισχύουν. Στους περιορισμούς αυτούς πρέπει να υπακούουν και οι υπόλοιπες γωνίες. Αν κάτι τέτοιο δεν συμβαίνει, το χρωμόσωμα αντικαθίσταται από τον γονέα του. Αυτός δηλαδή είναι ο repair algorithm που έχει προβλεφθεί και υλοποιείται από τον γενετικό αλγόριθμο. Η ολική αρμονική παραμόρφωση υπολογίζεται για τα χρωμοσώματα εκείνα που δίνουν την απαιτούμενη τιμή της βασικής συνιστώσας.

Για το υπολογισμό της ολικής αρμονικής παραμόρφωσης από την σχέση 67 λαμβάνονται υπόψη οι 50 πρώτες περιττές αρμονικές. Επιλέγονται τόσες αρμονικές γιατί με την αύξηση του αριθμού τους στο διάστημα από 1 έως 50 παρατηρείται μεγάλη διαφορά στα αποτελέσματα του αλγορίθμου. Από 50 αρμονικές και πάνω τόσο η τιμή της ολικής αρμονικής παραμόρφωσης όσο και οι τιμές των γωνιών δεν αλλάζουν αισθητά ενώ μεγαλώνει κατά πολύ ο χρόνος εκτέλεσης του αλγορίθμου.

Ο αλγόριθμος τερματίζεται μετά από 2000 γενεές. Για μεγαλύτερο αριθμό επαναλήψεων του αλγορίθμου, δηλαδή για περισσότερες από 2000 γενεές, δεν παρατηρείται περαιτέρω βελτίωση στην ελάχιστη τιμή της ολικής αρμονικής παραμόρφωσης. Αυτό φαίνεται και στα Σχήματα 53 και 54 όπου παρουσιάζεται η ελάχιστη τιμή της ολικής αρμονικής παραμόρφωσης στην οποία καταλήγει ο αλγόριθμος σε σχέση με τον αριθμό των επαναλήψεων, δηλαδή τον αριθμό των γενεών. Και στις δύο περιπτώσεις έχουμε $n=4$ και $V_1=0.7V_d$.



Σχήμα 53. Η τιμή του THD σε σχέση με τον αριθμό των γενεών για την κυματομορφή τριών επιπέδων



Σχήμα 54. Η τιμή του THD σε σχέση με τον αριθμό των γενεών για την κυματομορφή δύο επιπέδων

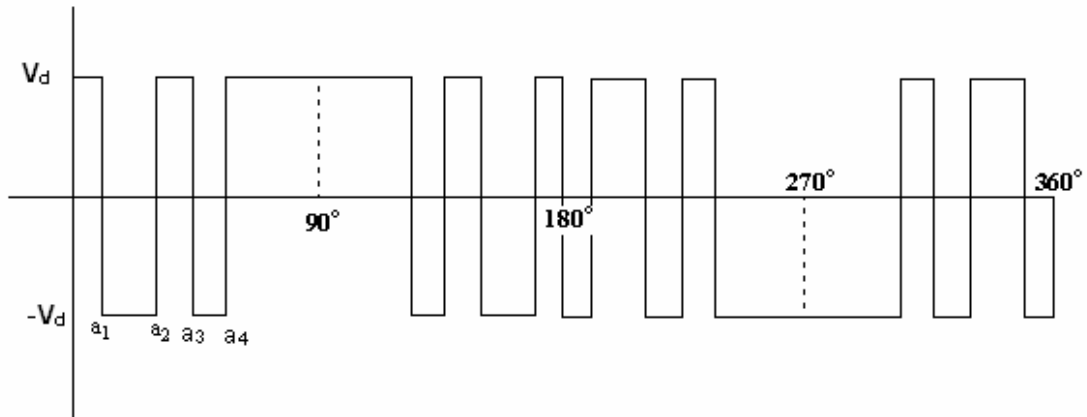
6. ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

6.1 Θεωρητικά αποτελέσματα

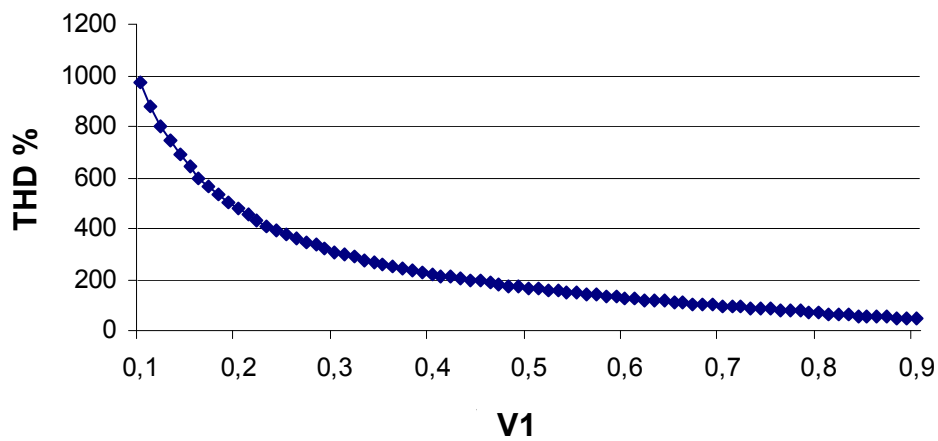
Στην συνέχεια παρουσιάζονται τα αποτελέσματα που προκύπτουν από την εκτέλεση του γενετικού αλγόριθμου. Υπάρχουν τα αποτελέσματα που προκύπτουν για διαφορετικό αριθμό γωνιών έναυσης ανά τέταρτο περιόδου. Στα διαγράμματα παρουσιάζονται οι γωνίες έναυσης και η τιμή του THD% σε σχέση με το πλάτος τάσης της βασικής αρμονικής. Οι αρμονικές που ελαχιστοποιούνται είναι οι 50 πρώτες περιπτώσεις και η εκτέλεση του αλγορίθμου σταματά μετά από 2000 γενεές για τους λόγους που παρουσιάστηκαν στην παράγραφο 5.5. Η τελική βέλτιστη λύση είναι η ίδια που βρίσκεται και με την γραμμική αναζήτηση, δηλαδή με την δοκιμή όλων των πιθανών τιμών. Ο χρόνος που απαιτείται για να υπολογιστεί η βέλτιστη λύση για μία κυματομορφή με τέσσερις παλμούς ανά ημιπερίοδο είναι περίπου 20 sec, για 10 παλμούς 30 sec., ενώ για 100 παλμούς 250 sec. Ο αντίστοιχος χρόνος που απαιτείται για την εύρεση της λύσης με την γραμμική αναζήτηση είναι της τάξης των αρκετών ωρών. Η υλοποίηση του αλγορίθμου έχει γίνει σε c++ με Microsoft Visual Studio 6.0 ενώ ο Η/Υ που έτρεξε ο αλγόριθμος είναι Intel Pentium III, 800 MHz, 128 MB ram.

6.1.1 Κυματομορφή PWM δύο επιπέδων

Στα σχήματα που ακολουθούν παρουσιάζονται τα αποτελέσματα για την βελτιστοποίηση της κυματομορφής δύο επιπέδων του Σχ. 51. Στα διαγράμματα που ακολουθούν παρουσιάζεται η ολική αρμονική παραμόρφωση σε σχέση με την τιμή της βασικής συνιστώσας V_1 , οι γωνίες έναυσης των διακοπών σε σχέση με την V_1 . Τα διαγράμματα σχεδιάζονται για 4 περιπτώσεις κυματομορφών με 4, 5, 7, 10 και γωνίες ανά ημιπερίοδο. Το V_d είναι η τάση τροφοδοσία της πλήρους γέφυρας. Στο Σχ. 55 φαίνεται η κυματομορφή PWM δύο επιπέδων που προκύπτει για 4 γωνίες ανά τέταρτο περιόδου.

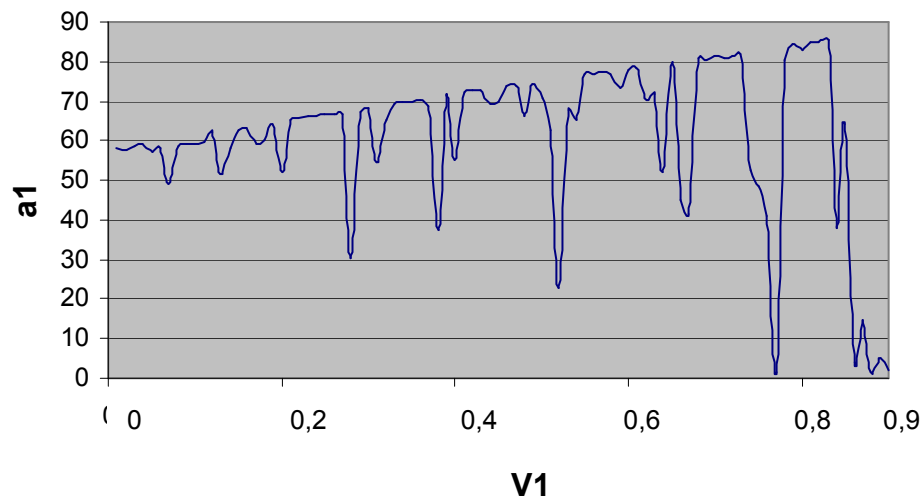


Σχήμα 55. Κυματομορφή δύο επιπέδων με 4 γωνίες ανά τέταρτο περιόδου

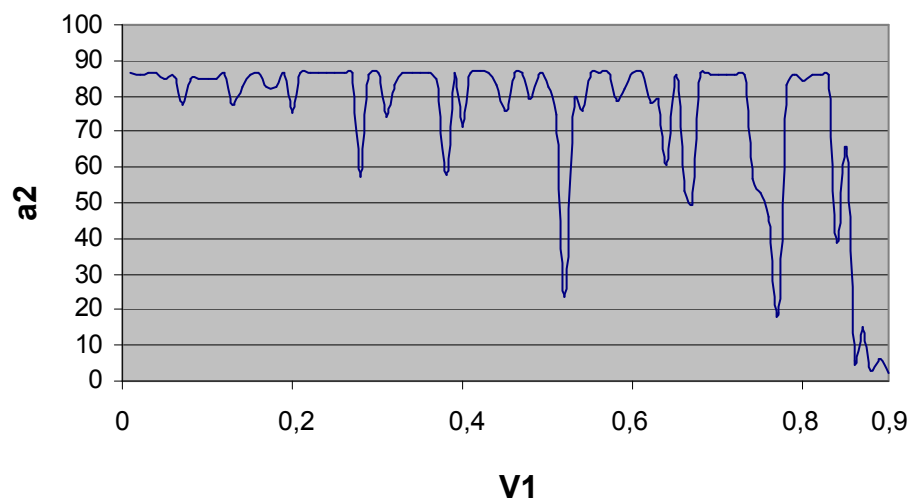


Σχήμα 56. THD σε σχέση με την τάση V_1 , $n=4$

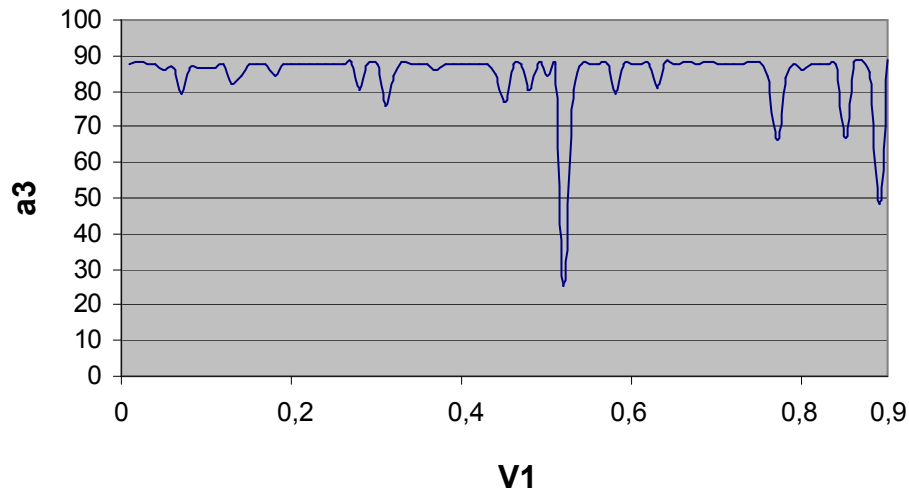
Η ελάχιστη τιμή του THD είναι 46 % όταν η τιμή του V_1 είναι $0.89V_d$.



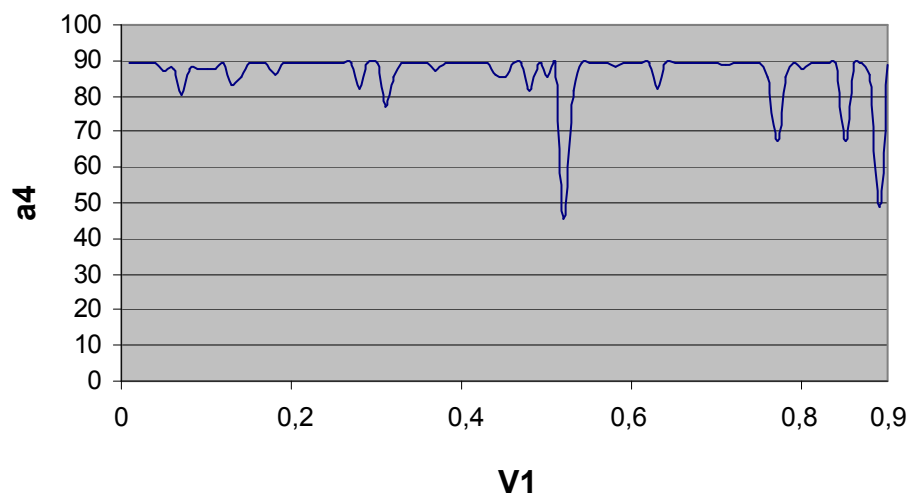
Σχήμα 57. Η γωνία α_1 σε σχέση με την τάση V_1



Σχήμα 58. Η γωνία α_2 σε σχέση με την τάση V_1

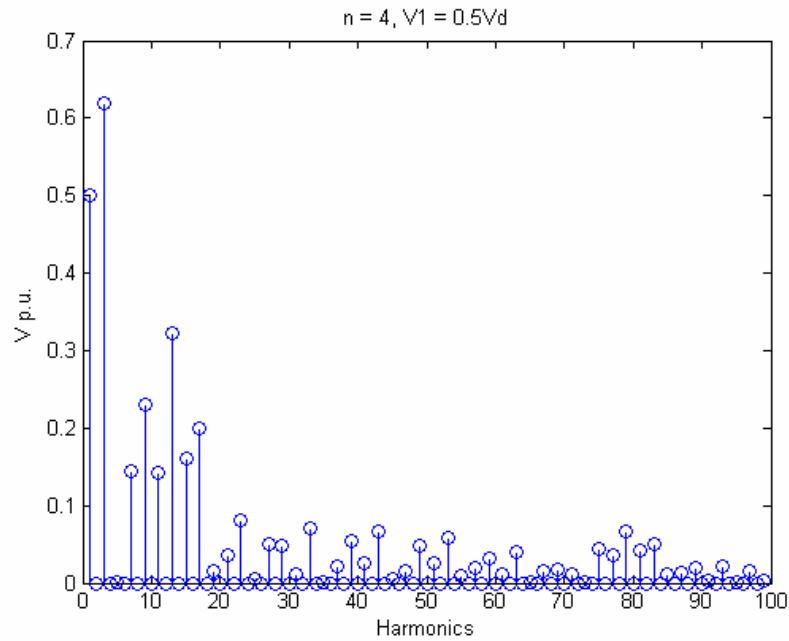


Σχήμα 59. Η γωνία α_3 σε σχέση με την τάση V_1

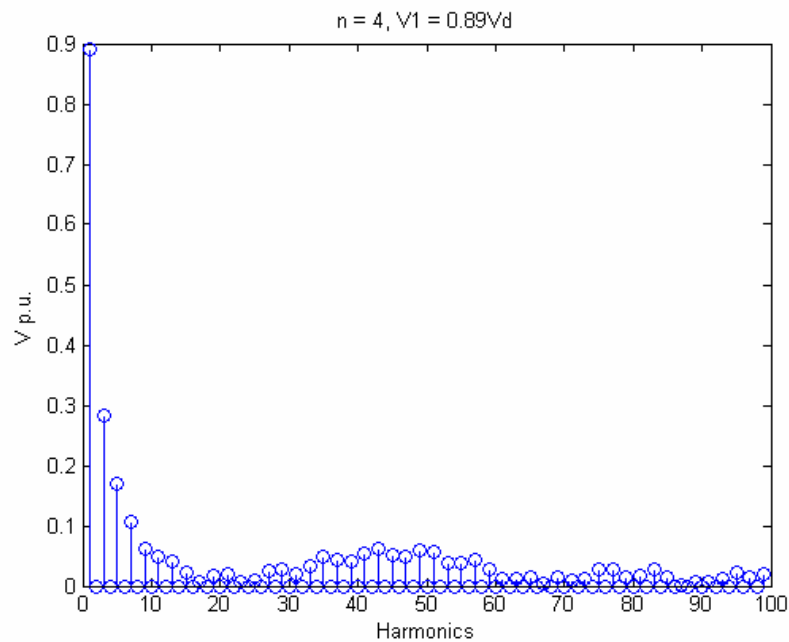


Σχήμα 60. Η γωνία α_4 σε σχέση με την τάση V_1

Στα σχήματα 61 και 62 παρουσιάζεται το φάσμα της κυματομορφής με τέσσερις παλμούς ανά ημιπερίοδο, που προκύπτει από την βελτιστοποίηση, για $V_1=0.5V_d$ και $V_1=0.89V_d$ που είναι η περίπτωση με τον χαμηλότερο συντελεστή ολικής αρμονικής παραμόρφωσης.

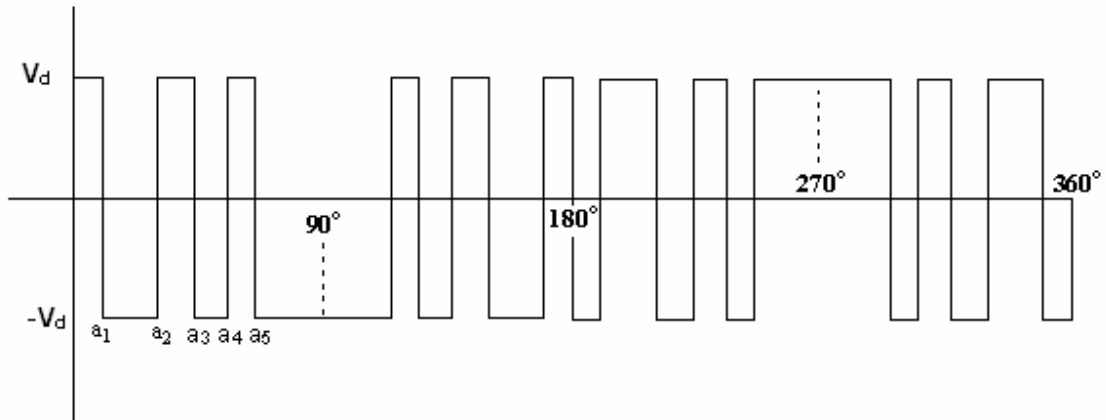


Σχήμα 61. Φάσμα PWM δύο επιπέδων με $V_1=0.5V_d$, $n=4$, THD=167%



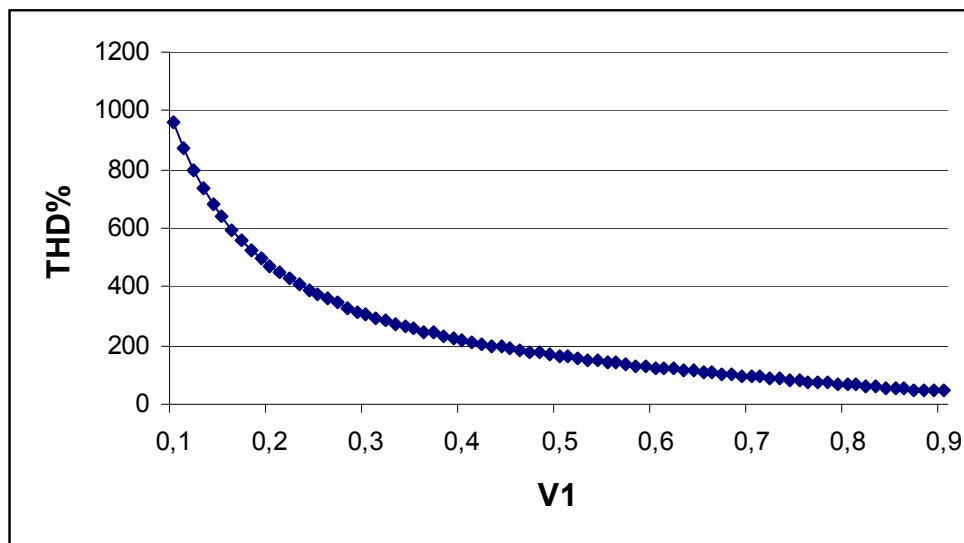
Σχήμα 62. Φάσμα PWM δύο επιπέδων με $V_1=0.89V_d$, $n=4$, THD=46%

Στο Σχ. 63 φαίνεται η κυματομορφή PWM δύο επιπέδων που προκύπτει για 5 γωνίες ανά τέταρτο περιόδου.



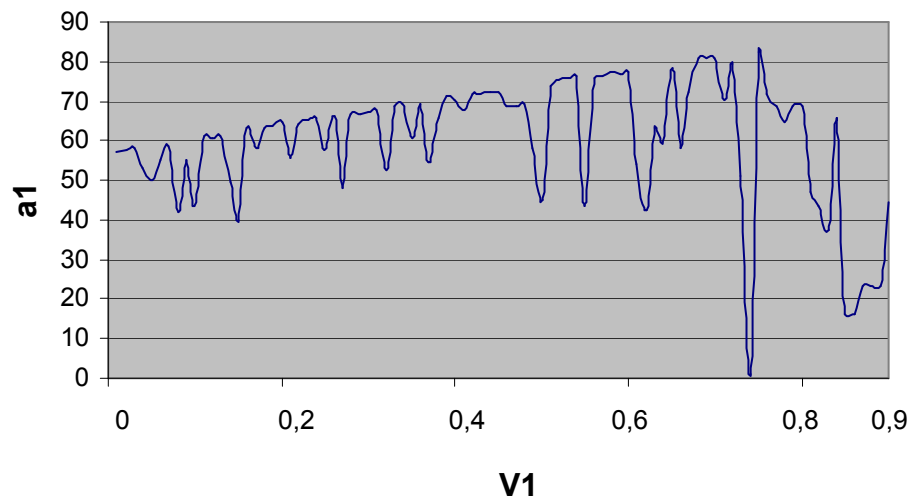
Σχήμα 63. Κυματομορφή PWM δύο επιπέδων για 5 γωνίες ανά τέταρτο περιόδου.

Στο σχήμα 64 φαίνεται η τιμή του THD σε σχέση με την τάση της βασικής συνιστώσας για 5 παλμούς ανά ημιπερίοδο. Η ελάχιστη τιμή του THD είναι 47.8% όταν η τιμή του V_1 είναι $0.9V_d$.

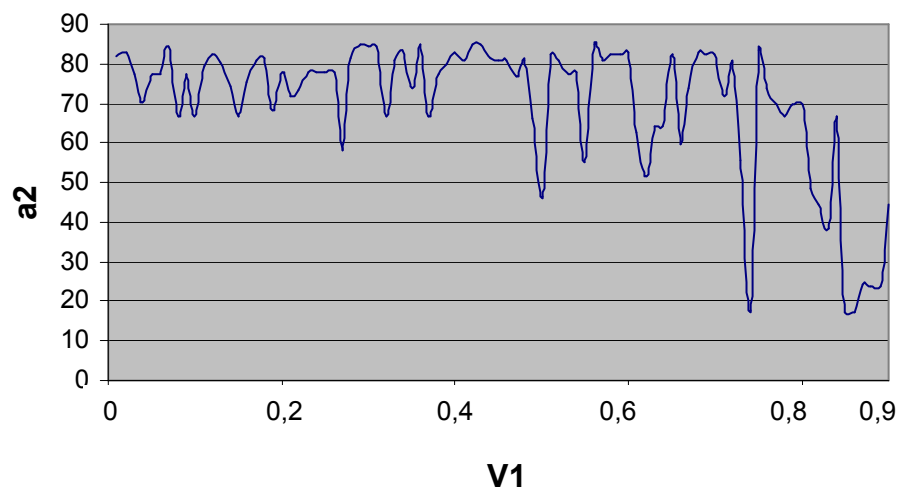


Σχήμα 64. THD σε σχέση με την τάση V_1 , $n=5$

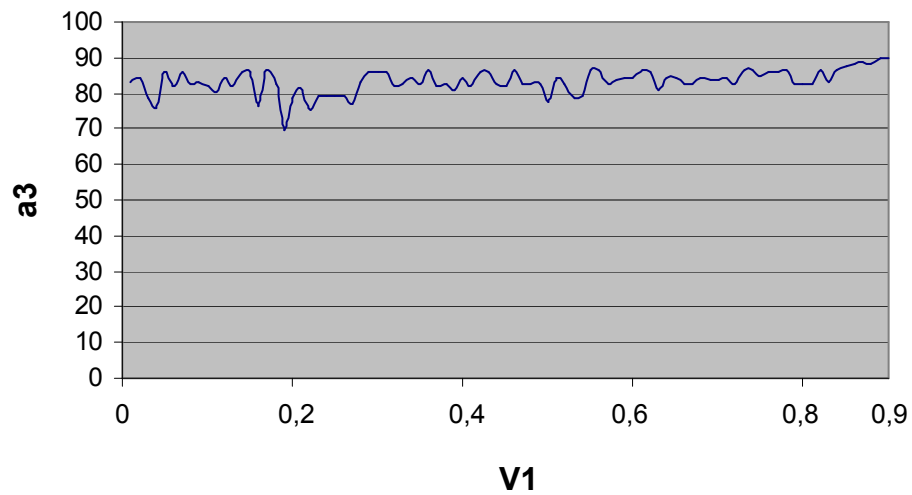
Στα σχήματα 65-69 φαίνονται οι τιμές των γωνιών σε μοίρες σε σχέση με την V_1 .



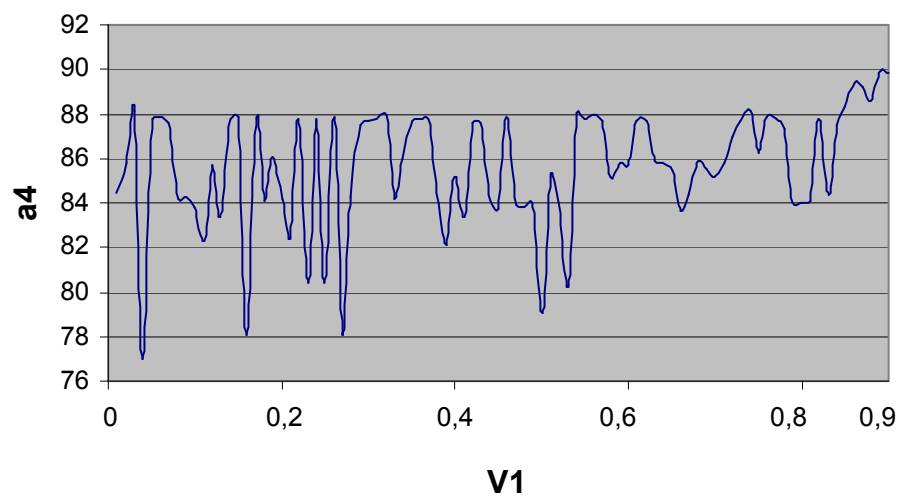
Σχήμα 65. Η γωνία α_1 σε σχέση με την τάση V_1



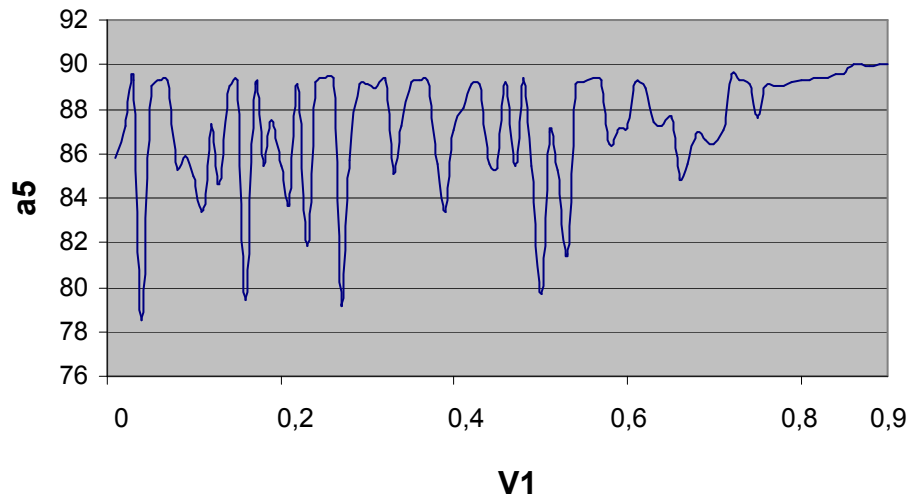
Σχήμα 66. Η γωνία α_2 σε σχέση με την τάση V_1



Σχήμα 67. Η γωνία α_3 σε σχέση με την τάση V_1

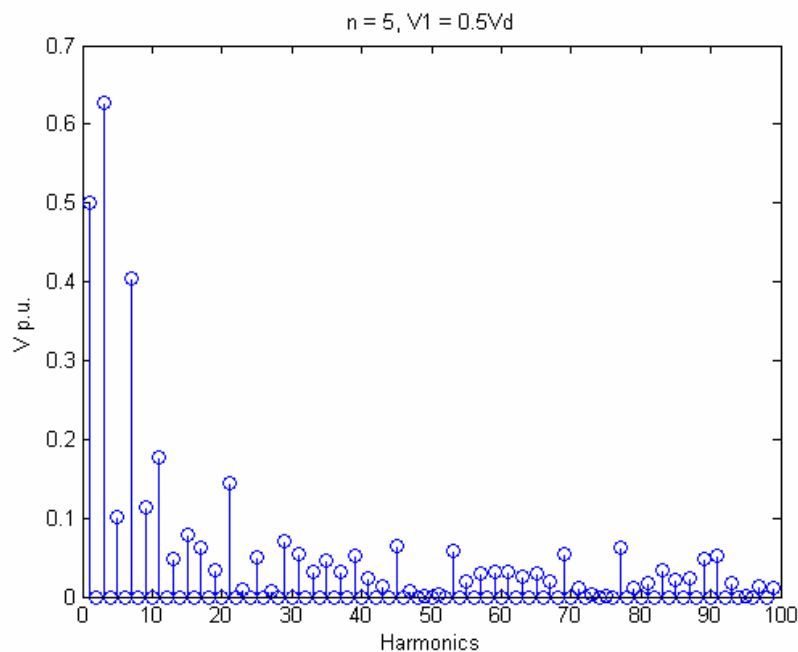


Σχήμα 68. Η γωνία α_4 σε σχέση με την τάση V_1

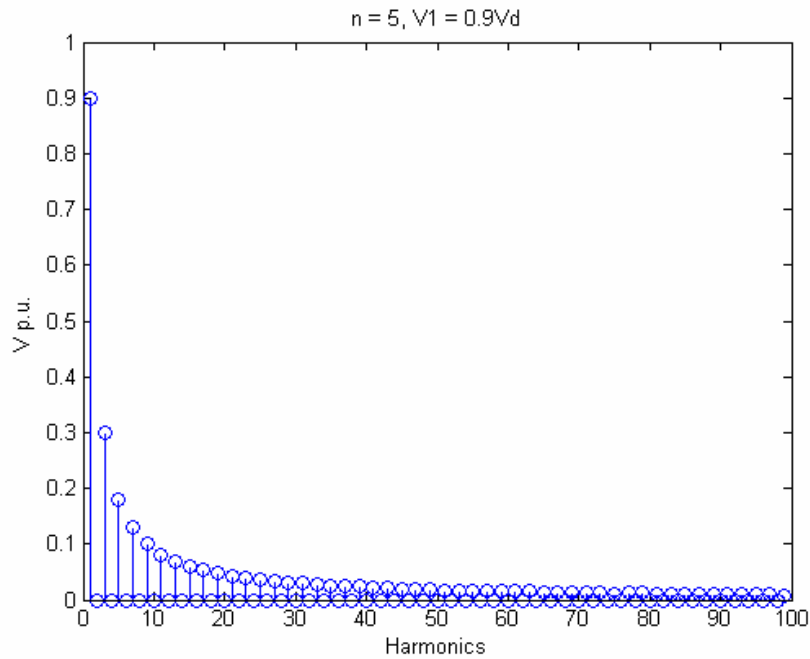


Σχήμα 69. Η γωνία α_5 σε σχέση με την τάση V_1

Στα σχήματα 70 και 71 παρουσιάζεται το φάσμα της κυματομορφής με πέντε παλμούς ανά ημιπερίοδο, για $V_1=0.5V_d$ και $V_1=0.9V_d$ που είναι η περίπτωση με τον χαμηλότερο συντελεστή ολικής αρμονικής παραμόρφωσης.

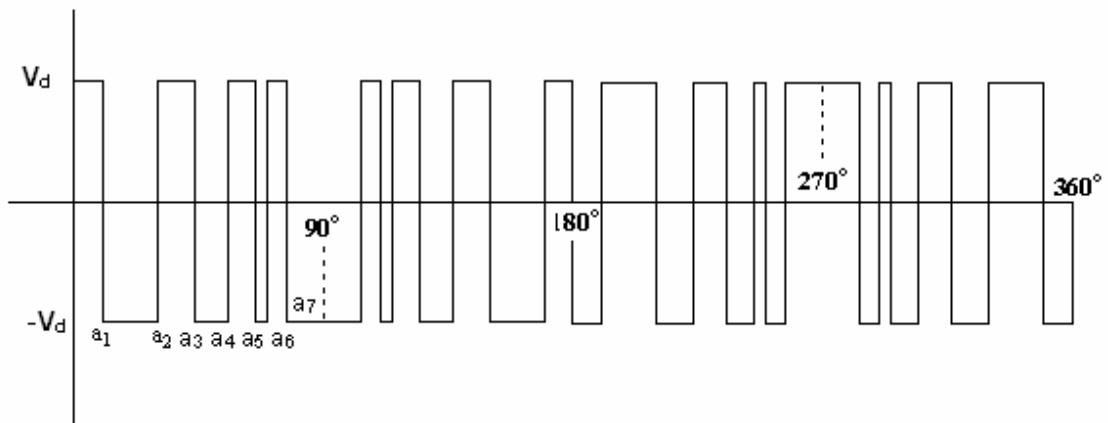


Σχήμα 70. Φάσμα PWM δύο επιπέδων με $V_1=0.5V_d$, $n=5$, THD=166.1%



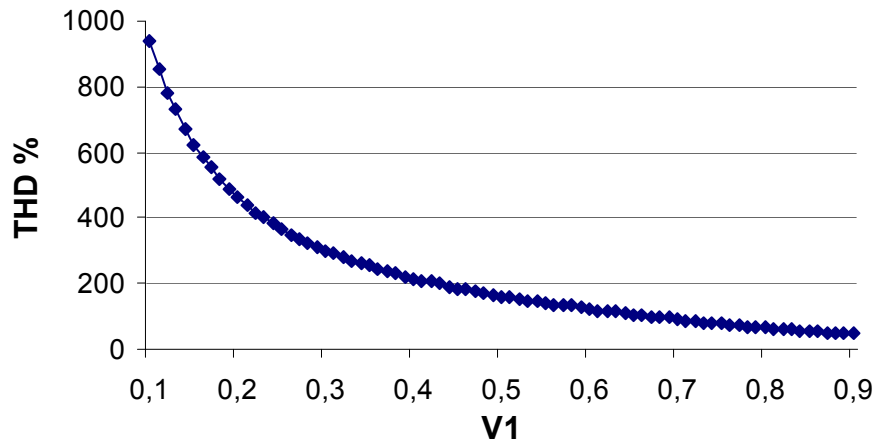
Σχήμα 71. Φάσμα PWM δύο επιπέδων με $V_1=0.9V_d$, $n=5$, THD=47.8%

Στο Σχ. 72 φαίνεται η κυματομορφή PWM δύο επιπέδων που προκύπτει για 7 γωνίες ανά τέταρτο περιόδου.



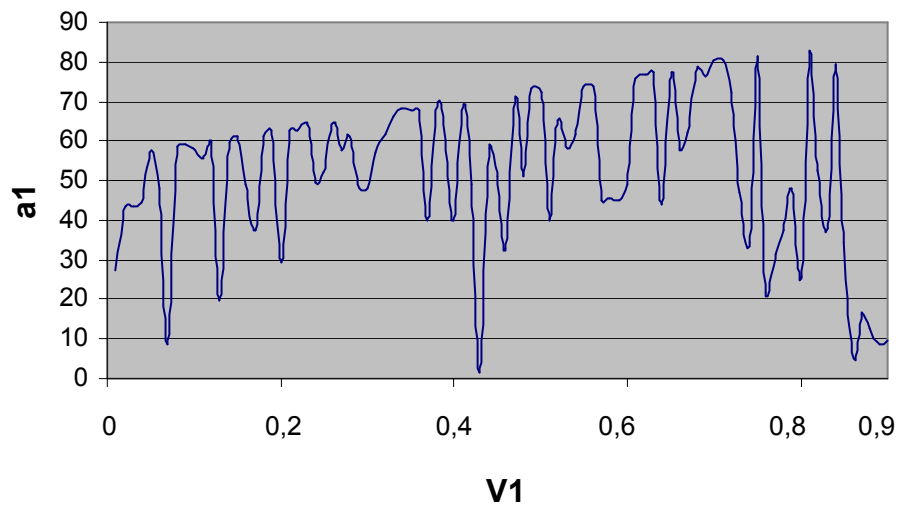
Σχήμα 72. Κυματομορφή PWM δύο επιπέδων για 7 γωνίες ανά τέταρτο περιόδου.

Στο σχήμα 73 φαίνεται η τιμή του THD σε σχέση με την τάση της βασικής συνιστώσας για 7 παλμούς ανά ημιπερίοδο. Η ελάχιστη τιμή του THD είναι 46.97% όταν η τιμή του V_1 είναι $0.89V_d$.

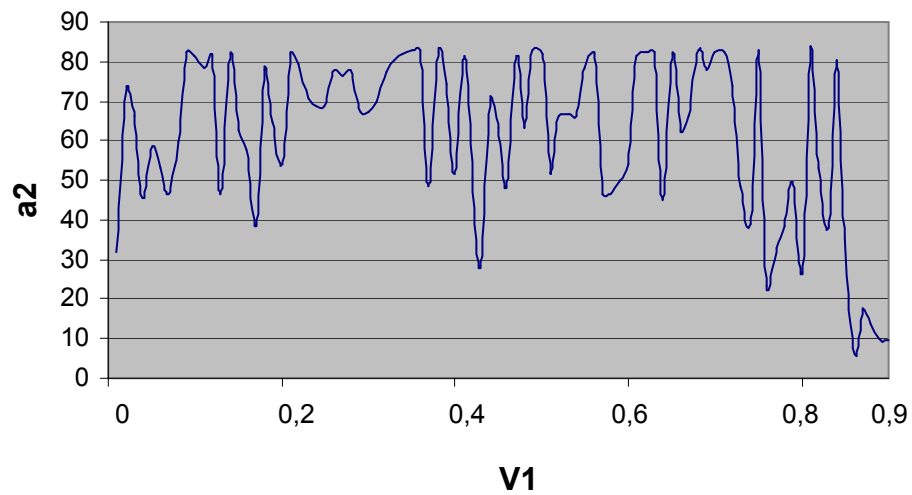


Σχήμα 73. THD σε σχέση με την τάση V_1 , $n=7$

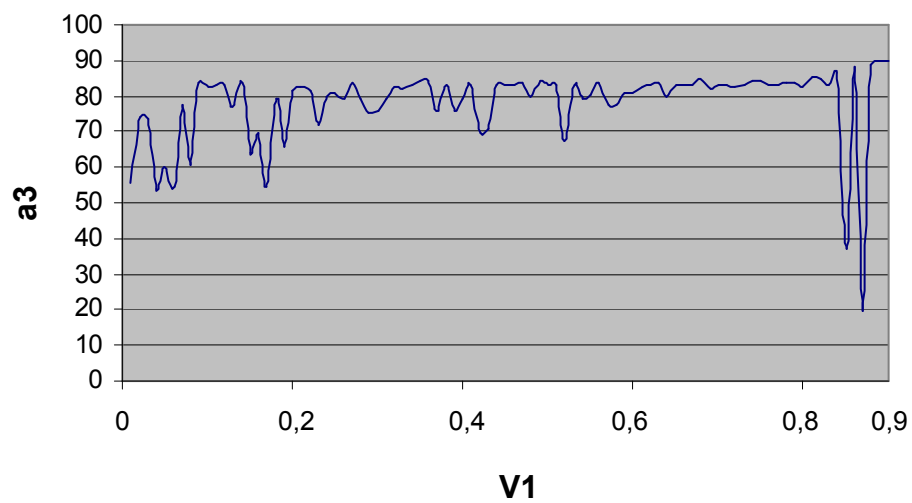
Στα σχήματα 74- 80 φαίνεται η κάθε μία από τις 7 γωνίες σε σχέση με την V_1 .



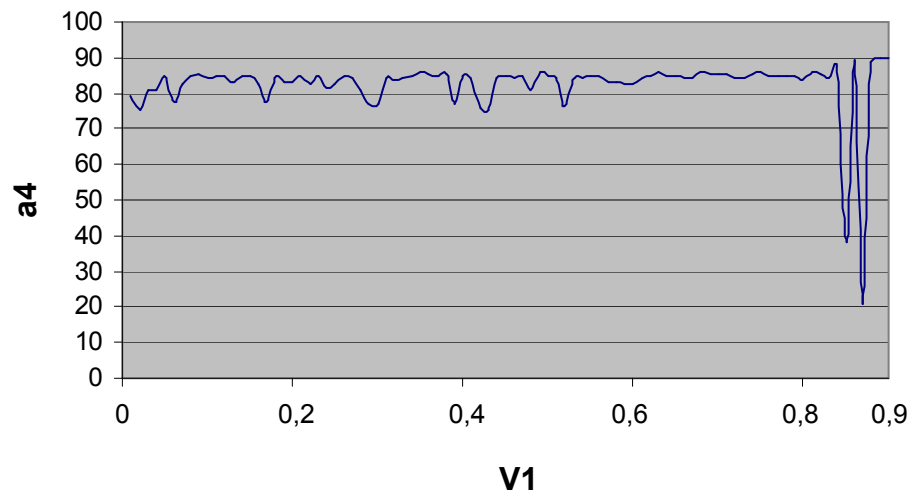
Σχήμα 74. Η γωνία α_1 σε σχέση με την τάση V_1



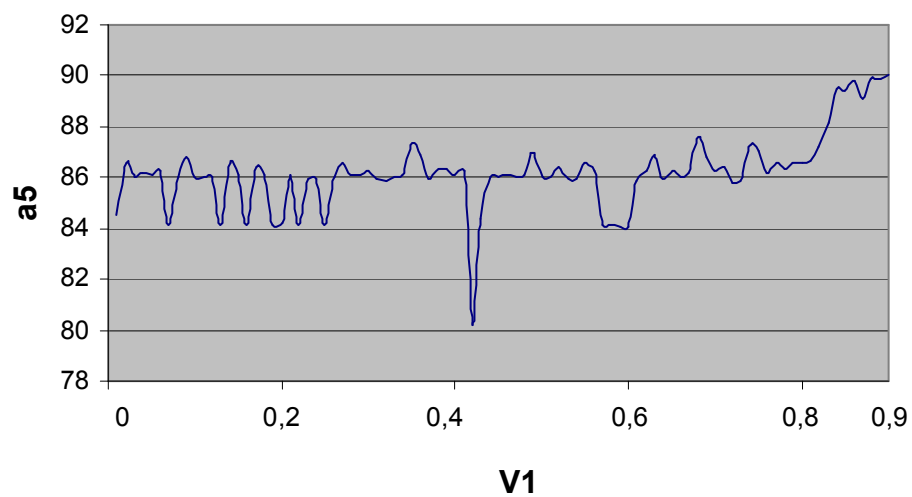
Σχήμα 80. Η γωνία a_2 σε σχέση με την τάση V_1



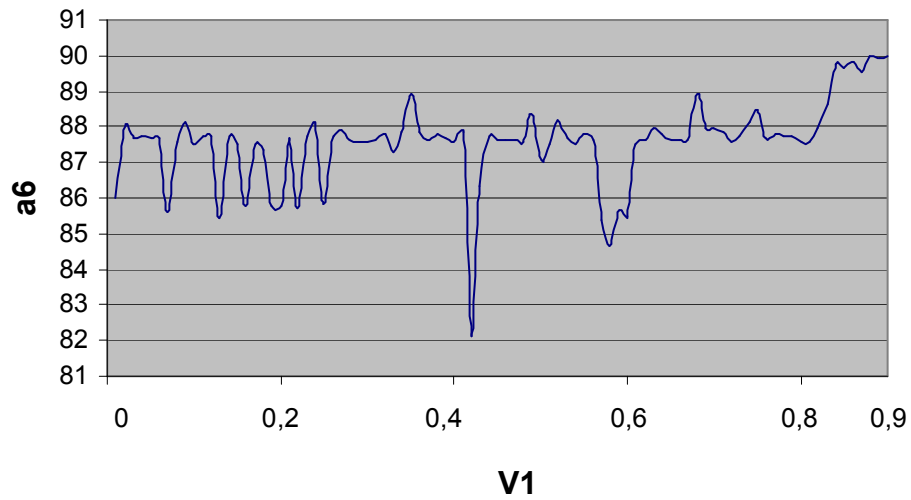
Σχήμα 81. Η γωνία a_3 σε σχέση με την τάση V_1



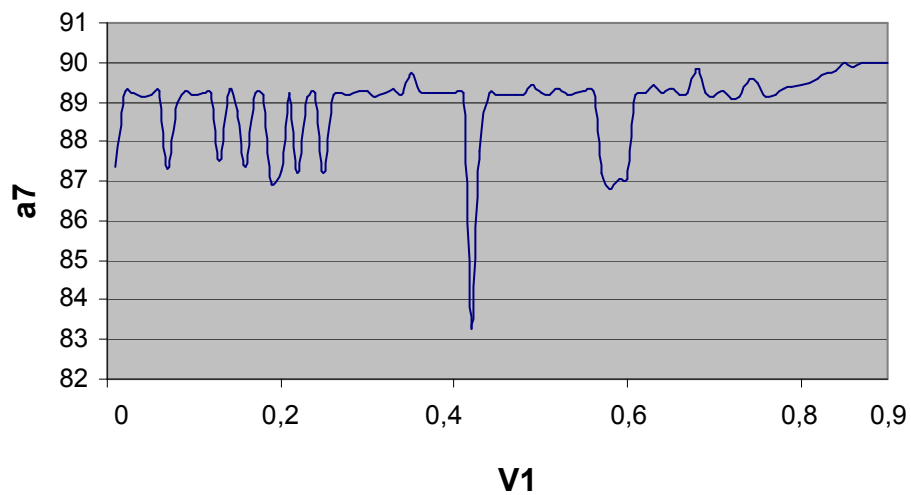
Σχήμα 82. Η γωνία α_4 σε σχέση με την τάση V_1



Σχήμα 83. Η γωνία α_5 σε σχέση με την τάση V_1

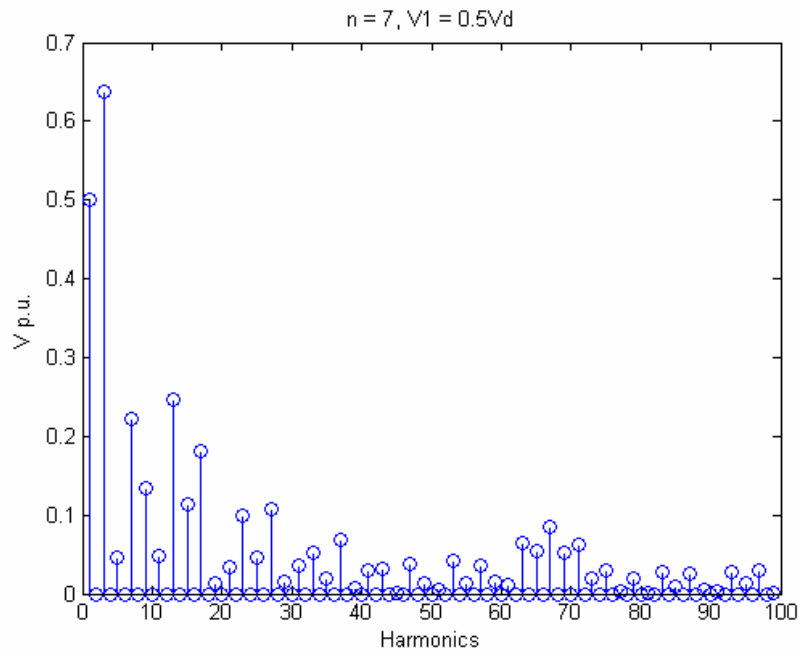


Σχήμα 84. Η γωνία α_6 σε σχέση με την τάση V_1

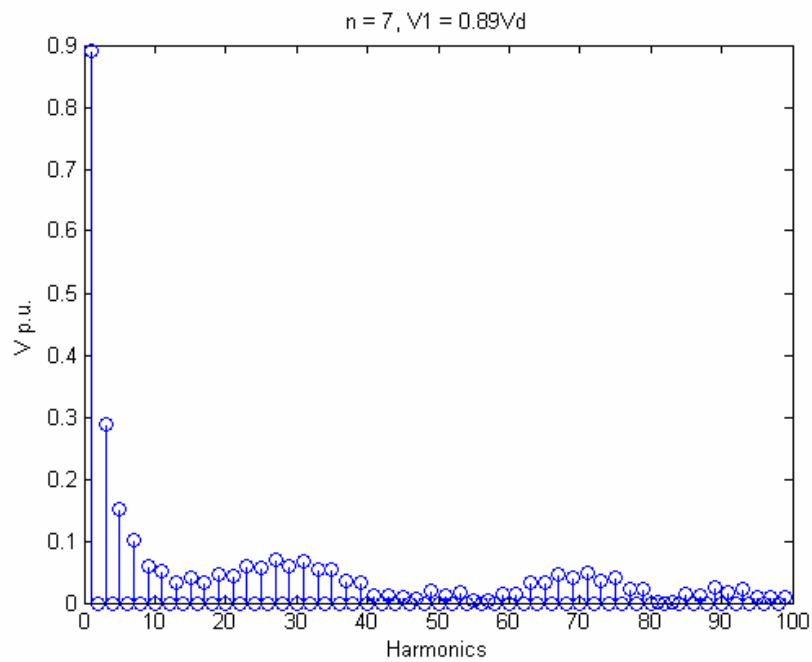


Σχήμα 85. Η γωνία α_7 σε σχέση με την τάση V_1

Στα σχήματα 86 και 87 παρουσιάζεται το φάσμα της κυματομορφής για 7 παλμούς όταν $V_1 = 0.5V_d$ και όταν $V_1 = 0.89V_d$.

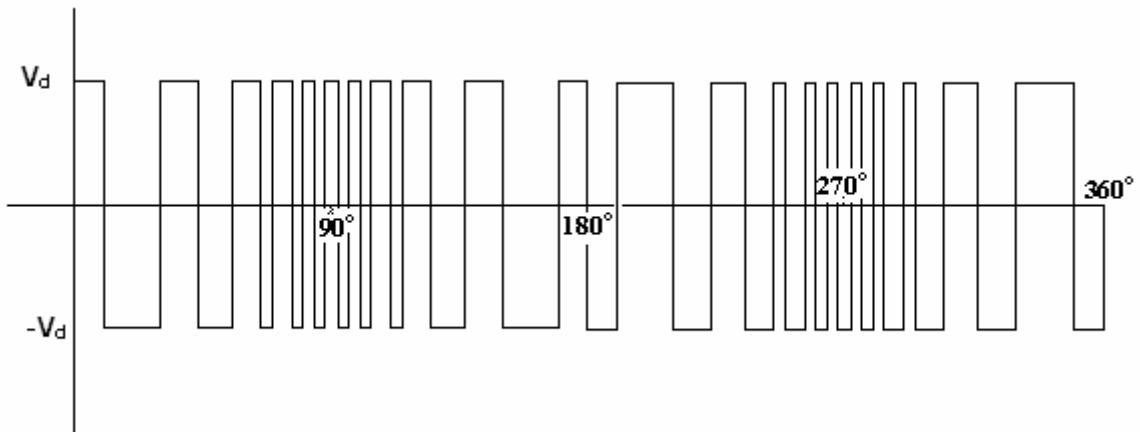


Σχήμα 86. Φάσμα PWM δύο επιπέδων με $V_1=0.5V_d$, $n=7$, THD=161.6%



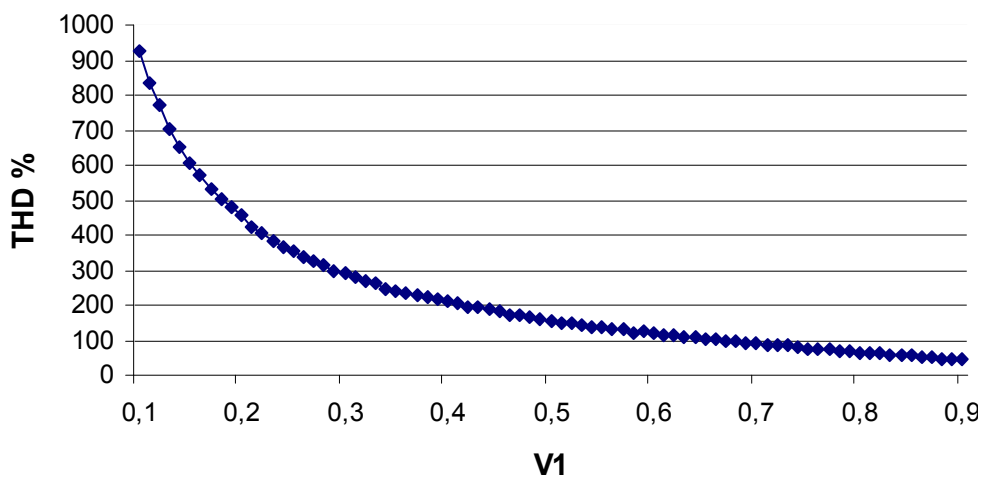
Σχήμα 87. Φάσμα PWM δύο επιπέδων με $V_1=0.89V_d$, $n=7$, THD=46.97%

Στο Σχ. 88 φαίνεται η κυματομορφή PWM δύο επιπέδων που προκύπτει για 10 γωνίες ανά τέταρτο περιόδου.



Σχήμα 88. Κυματομορφή PWM δύο επιπέδων για 10 γωνίες ανά τέταρτο περιόδου.

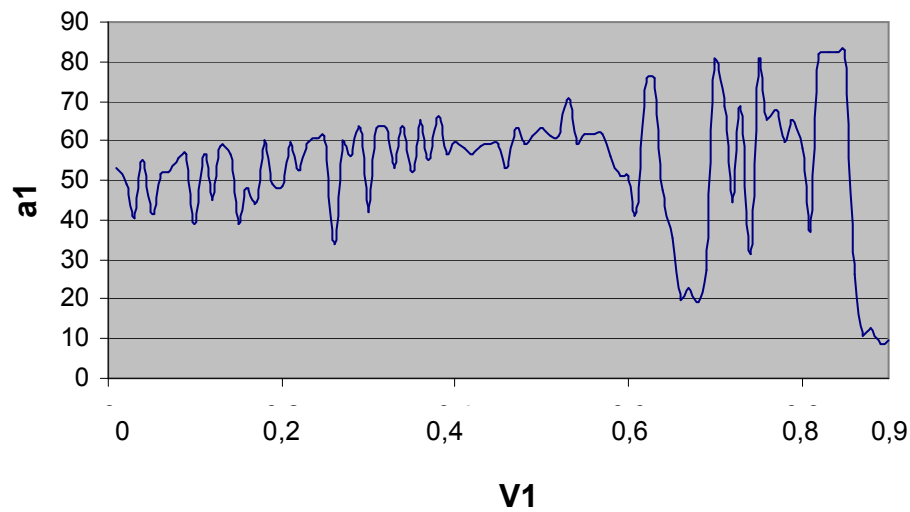
Στο σχήμα 89 φαίνεται η τιμή του THD σε σχέση με την τιμή της βασικής συνιστώσας V_1 .



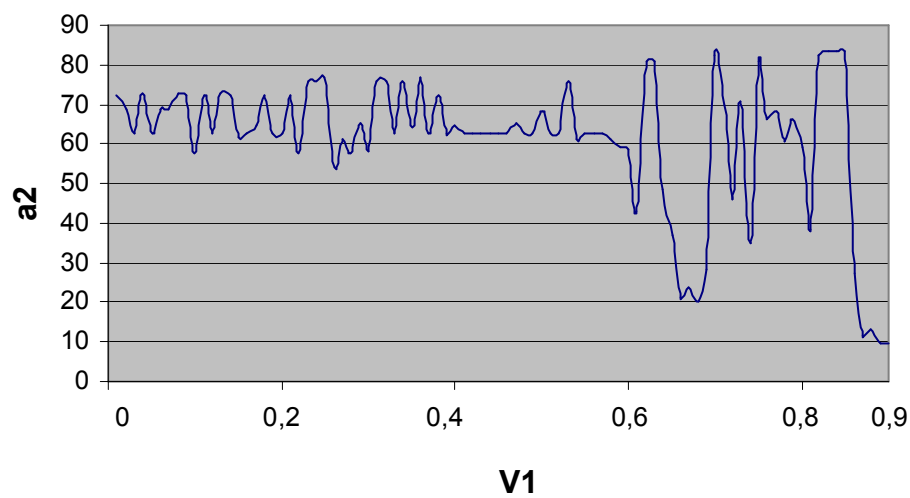
Σχήμα 89. THD σε σχέση με την τάση V_1 , $n=10$

Η ελάχιστη τιμή του THD είναι 46.89 % όταν η τιμή του V_1 είναι $0.89V_d$.

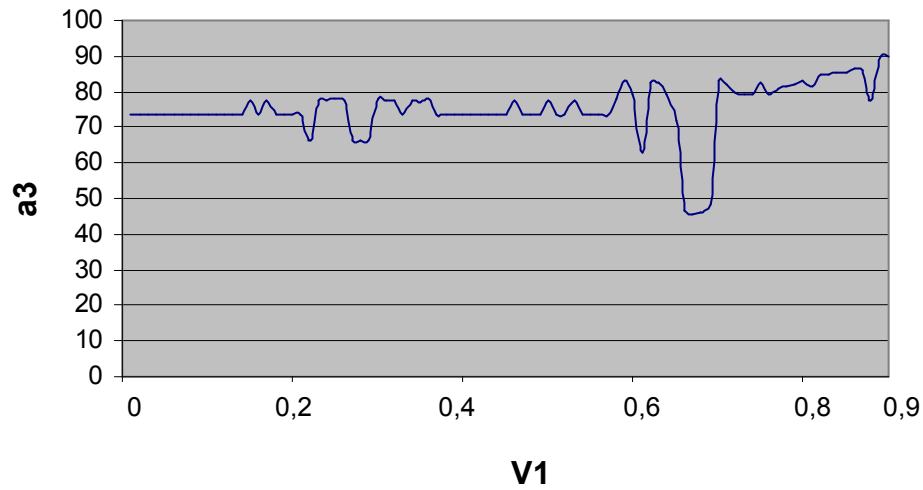
Στα σχήματα 90-99 παρουσιάζονται οι τιμές των 10 γωνιών σε σχέση με την V_1 .



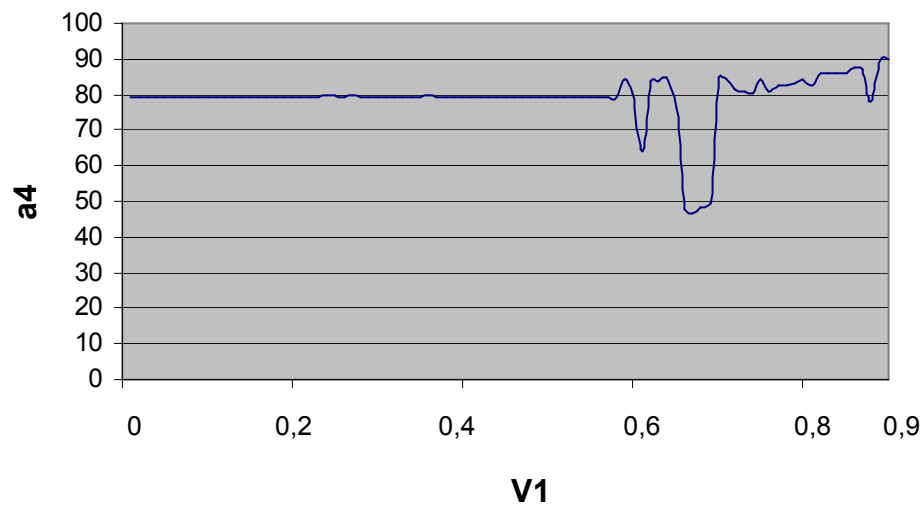
Σχήμα 90. Η γωνία α_1 σε σχέση με την τάση V_1



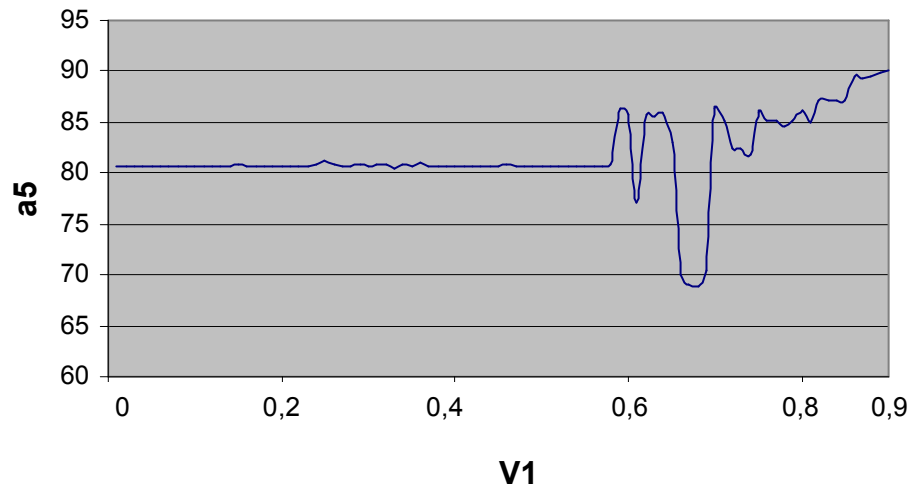
Σχήμα 91. Η γωνία α_2 σε σχέση με την τάση V_1



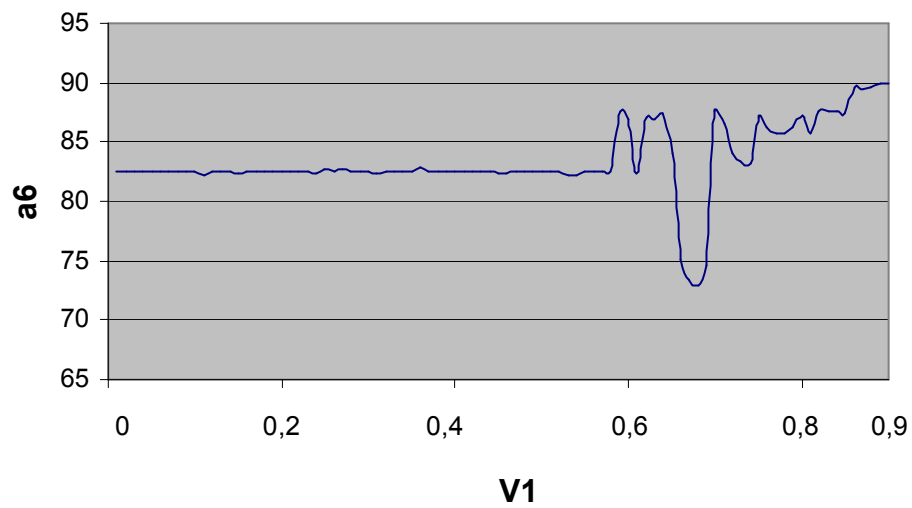
Σχήμα 92. Η γωνία α_3 σε σχέση με την τάση V_1



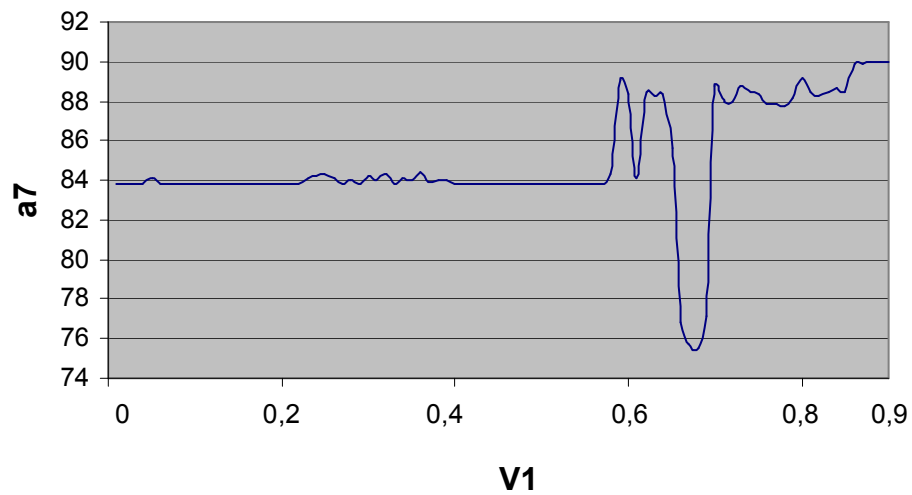
Σχήμα 93. Η γωνία α_4 σε σχέση με την τάση V_1



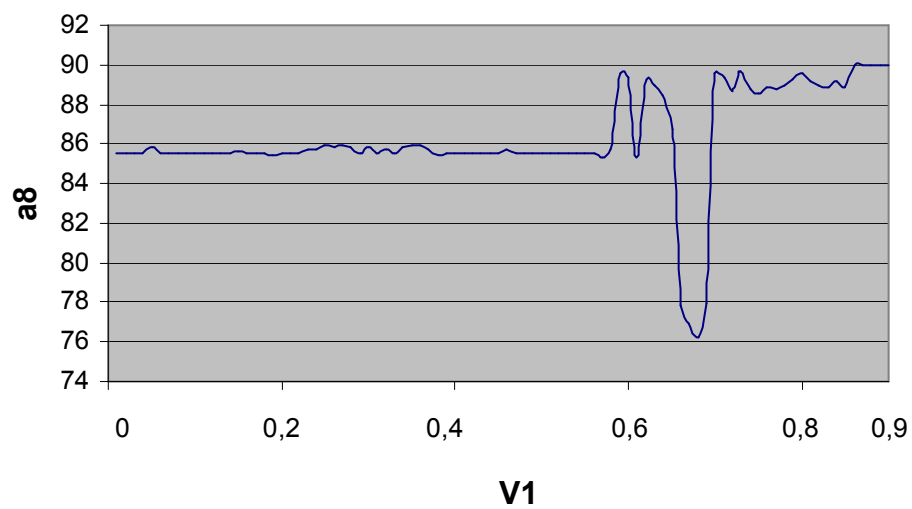
Σχήμα 94. Η γωνία α_5 σε σχέση με την τάση V_1



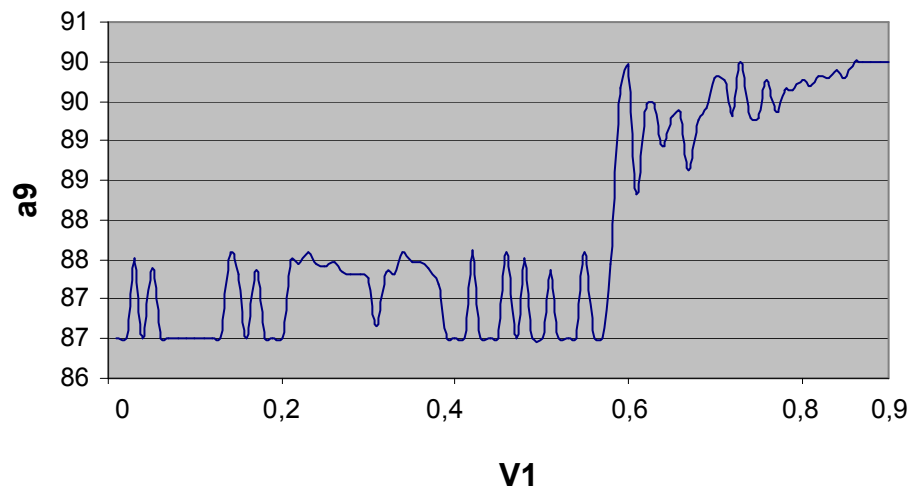
Σχήμα 95. Η γωνία α_6 σε σχέση με την τάση V_1



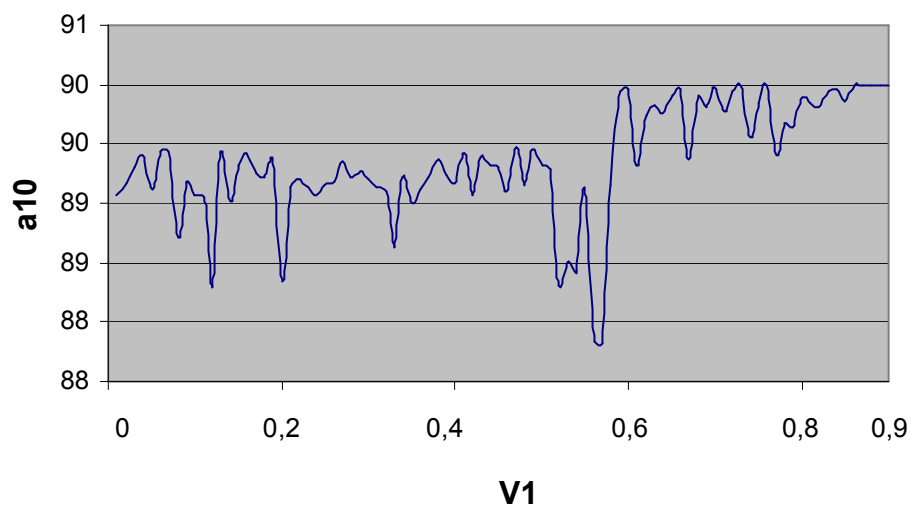
Σχήμα 96. Η γωνία α_7 σε σχέση με την τάση V_1



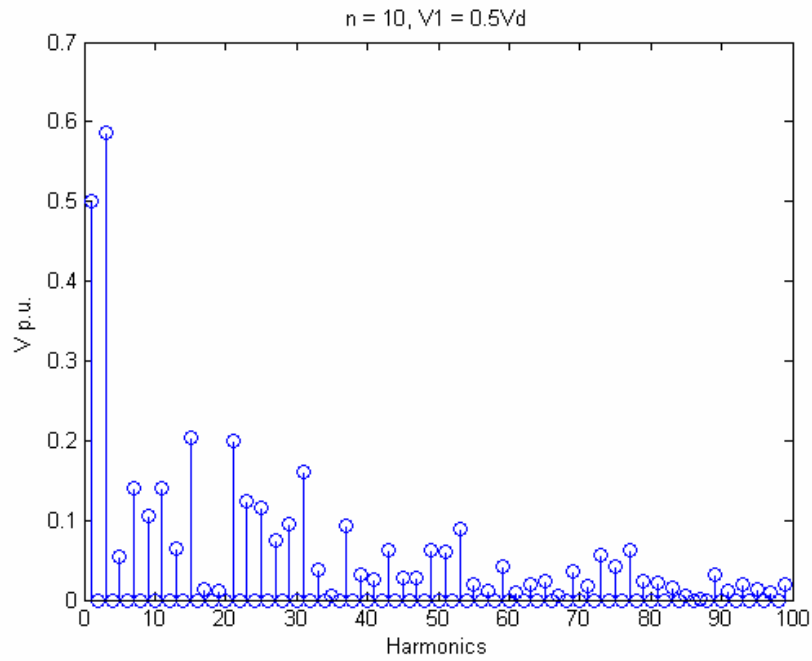
Σχήμα 97. Η γωνία α_8 σε σχέση με την τάση V_1



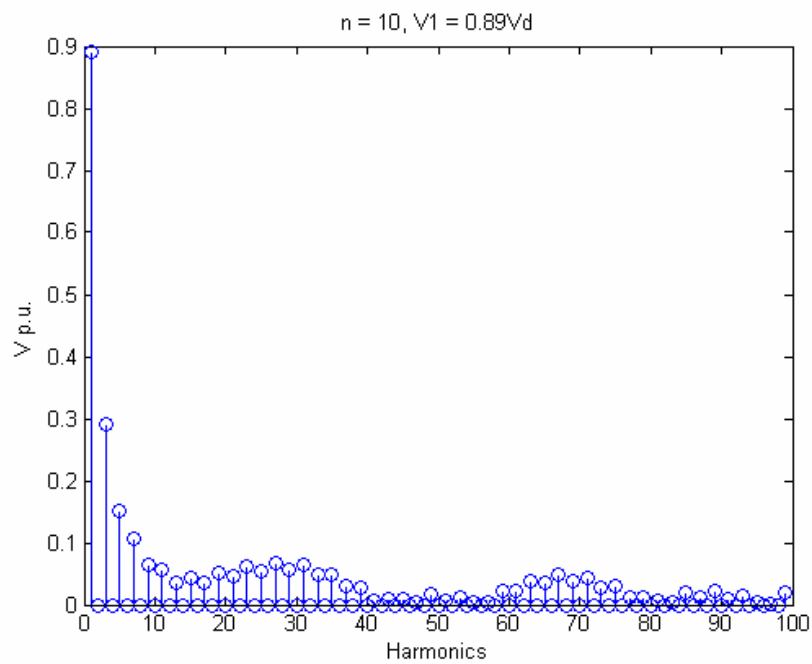
Σχήμα 98. Η γωνία α_9 σε σχέση με την τάση V_1



Σχήμα 99. Η γωνία α_{10} σε σχέση με την τάση V_1



Σχήμα 100. Φάσμα PWM δύο επιπέδων με $V_1=0.5V_d$, $n=10$, THD=155.2%

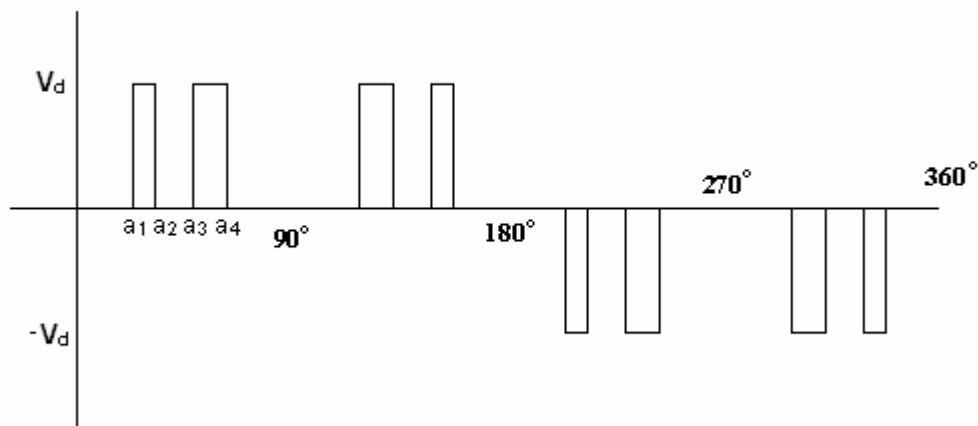


Σχήμα 101. Φάσμα PWM δύο επιπέδων με $V_1=0.89V_d$, $n=10$, THD=46.89%

6.1.2 Κυματομορφή PWM τριών επιπέδων

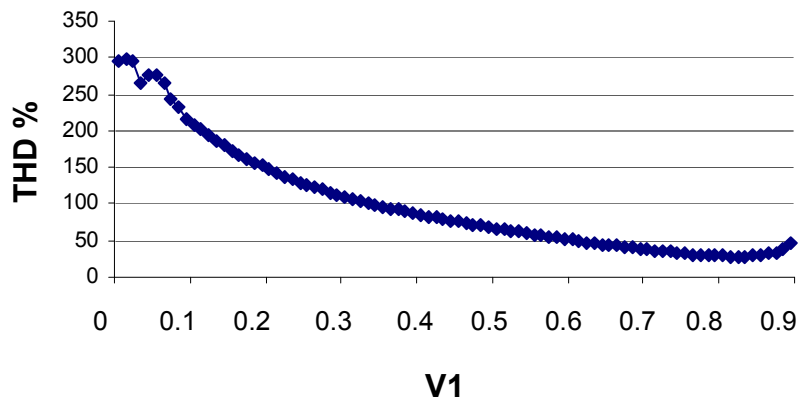
Στα σχήματα που ακολουθούν παρουσιάζονται τα αποτελέσματα για την βελτιστοποίηση της κυματομορφής δύο επιπέδων του Σχ. 52. Στα διαγράμματα που ακολουθούν παρουσιάζεται και πάλι η ολική αρμονική παραμόρφωση σε σχέση με την τιμή της βασικής συνιστώσας V_1 , οι γωνίες έναυσης των διακοπών σε σχέση με την V_1 για $n = 4, 5, 7, 10$.

Στο Σχ. 102 φαίνεται η κυματομορφή PWM τριών επιπέδων που προκύπτει για 4 γωνίες ανά τέταρτο περιόδου.



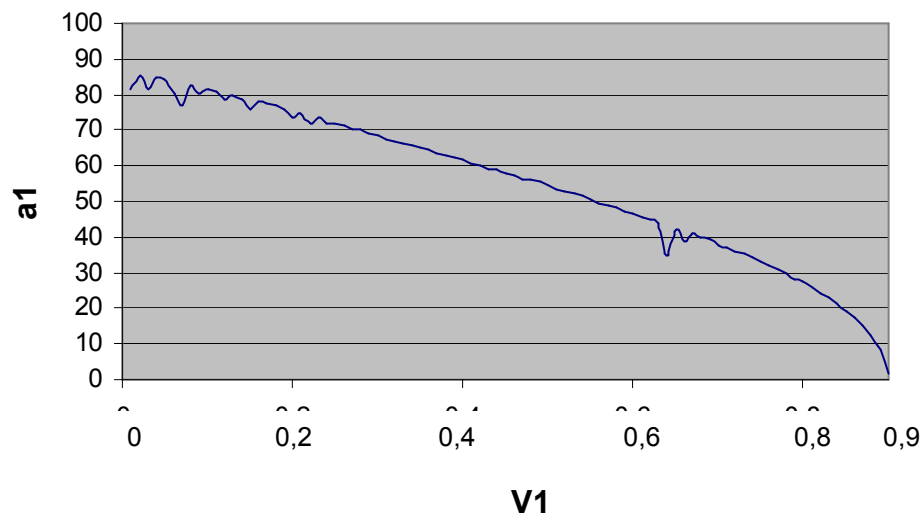
Σχ. 102. Κυματομορφή PWM τριών επιπέδων για 4 γωνίες ανά τέταρτο περιόδου.

Στο Σχ. 103 φαίνεται η τιμή της ολικής αρμονικής παραμόρφωσης σε σχέση με την βασική συνιστώσα V_1 . Η ελάχιστη τιμή του THD σημειώνεται όταν η τιμή του V_1 είναι $0.82V_d$ και είναι 28.5%.

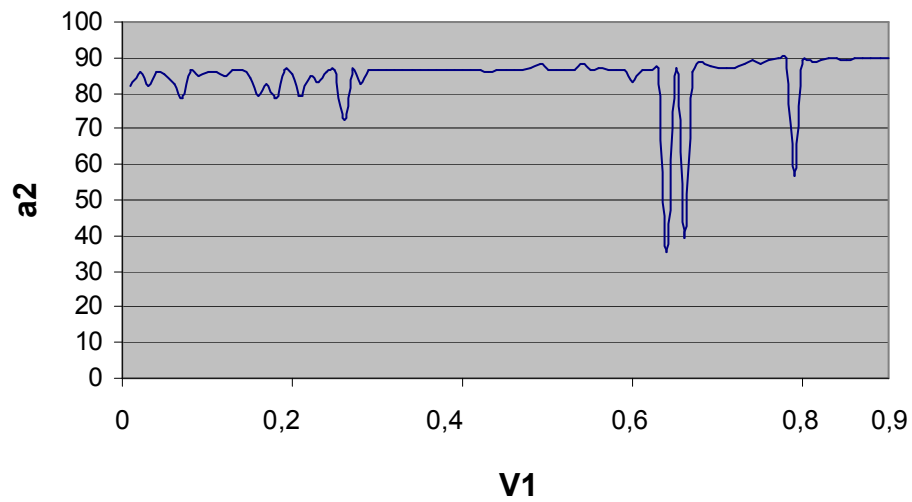


Σχήμα 103. THD σε σχέση με την τάση V_1 , $n=4$

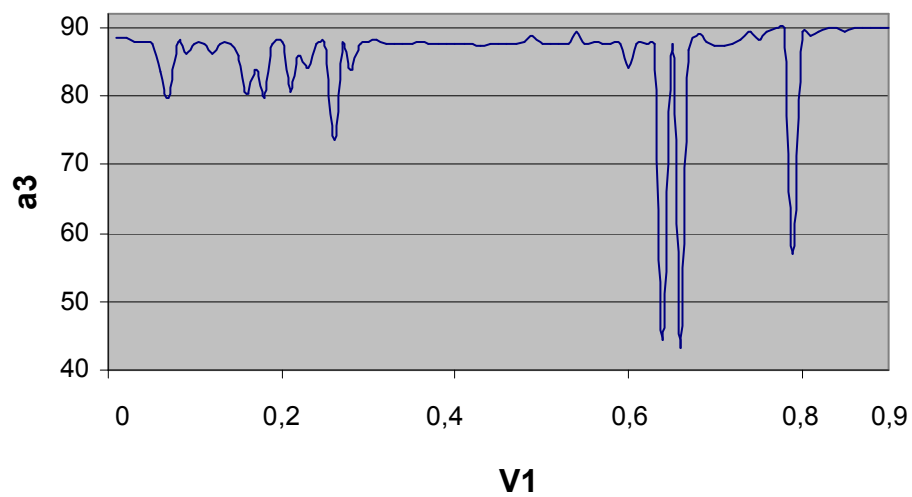
Στα σχήματα 104-107 παρουσιάζονται οι τιμές των τεσσάρων γωνιών που απαιτούνται για να σχηματιστούν οι παλμοί, σε σχέση με την V_1 .



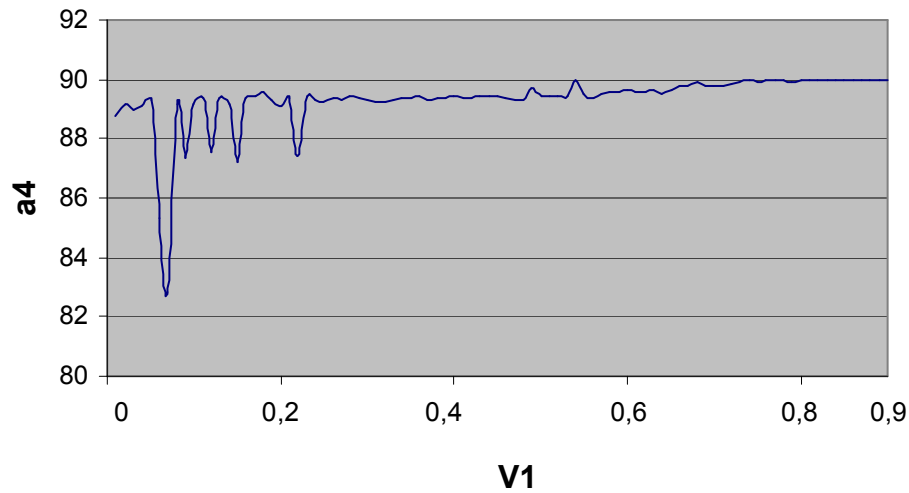
Σχήμα 104. Η γωνία α_1 σε σχέση με την τάση V_1



Σχήμα 105. Η γωνία α_2 σε σχέση με την τάση V_1

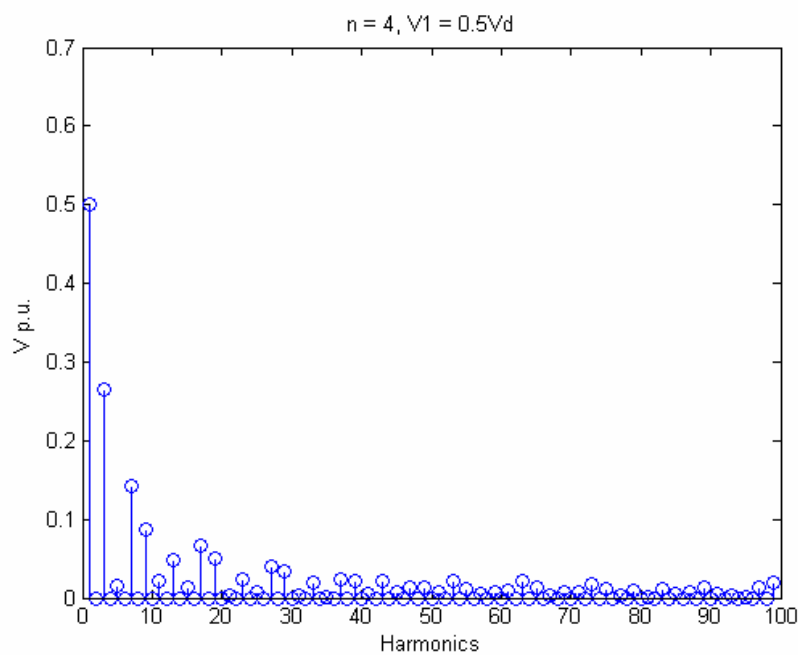


Σχήμα 106. Η γωνία α_3 σε σχέση με την τάση V_1

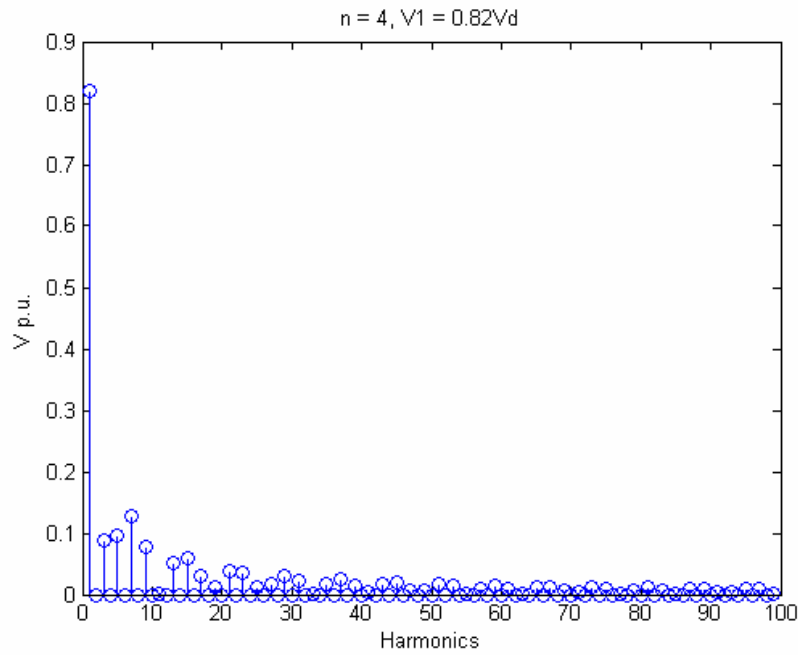


Σχήμα 107. Η γωνία α_4 σε σχέση με την τάση V_1

Στα σχήματα 108 και 109 παρουσιάζεται το φάσμα της κυματομορφής για τέσσερις παλμούς όταν η V_1 είναι $0.5V_d$ και το φάσμα της περίπτωσης με την χαμηλότερη ολική αρμονική παραμόρφωση για $V_1 = 0.82V_d$

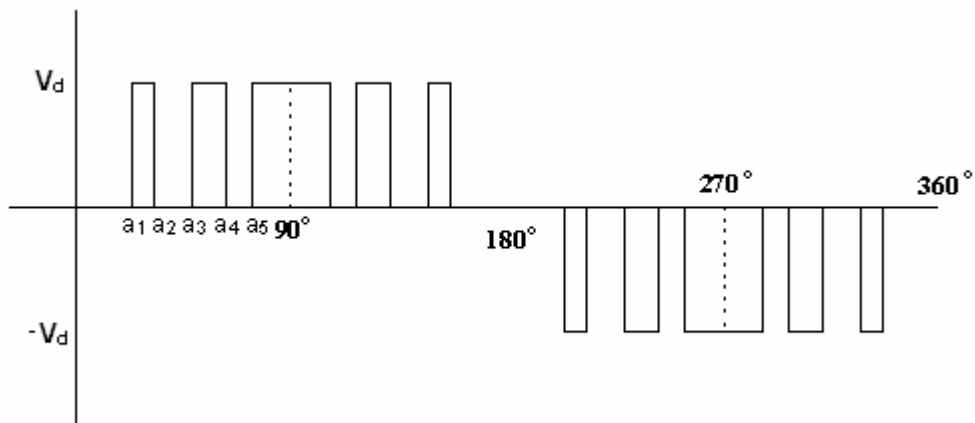


Σχήμα 108. Φάσμα PWM τριών επιπέδων με $V_1=0.5V_d$, $n=4$, THD=68.2%



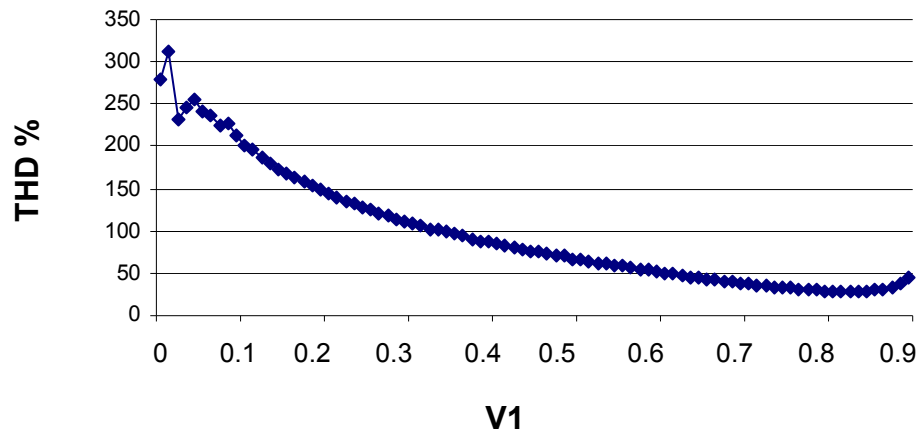
Σχήμα 109. Φάσμα PWM τριών δύο επιπέδων με $V_1=0.82V_d$, $n=4$, THD=28.5%

Στο Σχ. 110 φαίνεται η κυματομορφή PWM τριών επιπέδων που προκύπτει για 5 γωνίες ανά τέταρτο περιόδου.



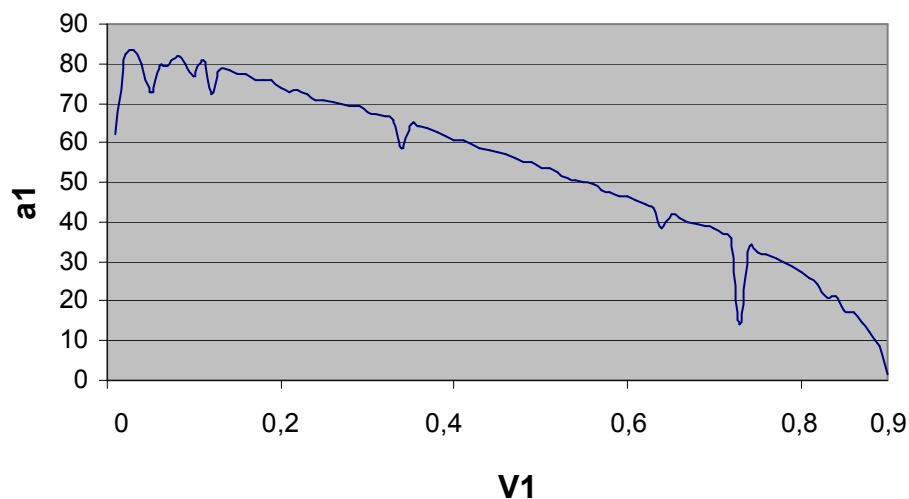
Σχ. 110. Κυματομορφή PWM τριών επιπέδων για 5 γωνίες ανά τέταρτο περιόδου.

Στο Σχ. 111 παρουσιάζεται η τιμή της ολικής αρμονικής παραμόρφωσης σε σχέση με την βασική συνιστώσα V_1 για πέντε παλμούς ανά ημιπερίοδο. Η ελάχιστη τιμή του THD σημειώνεται όταν η τιμή του V_1 είναι $0.82V_d$ και είναι 28.5%.

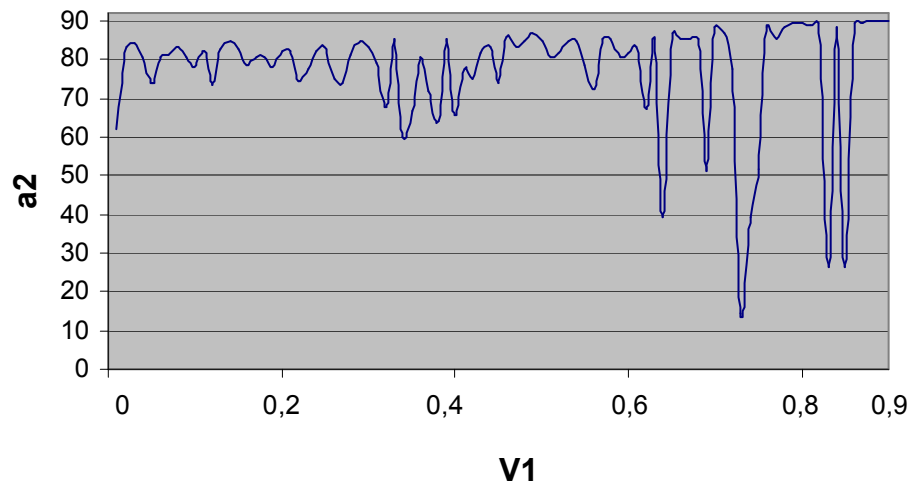


Σχήμα 111. THD σε σχέση με την τάση V_1 , $n=5$

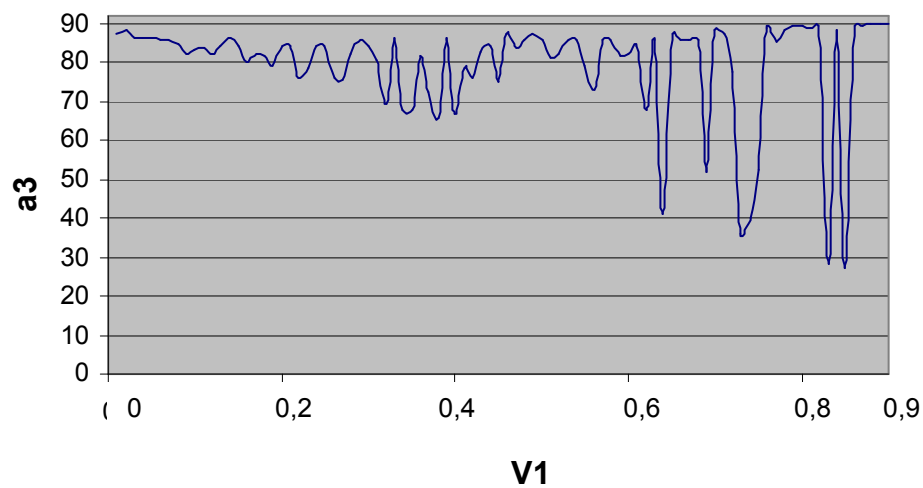
Στα σχήματα 112-116 παρουσιάζονται οι 5 γωνίες που απαιτούνται για την δημιουργία της κυματομορφής με πέντε παλμούς ανά ημιπερίοδο σε σχέση με την τιμή της βασικής συνιστώσας.



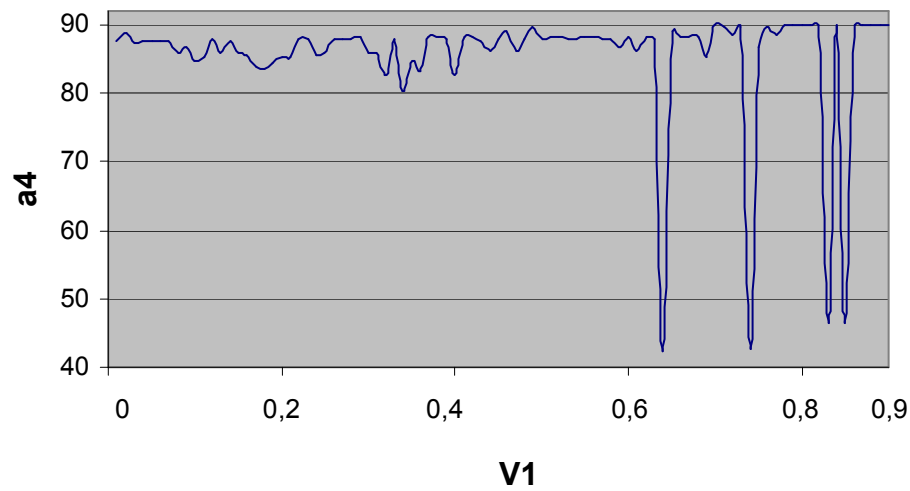
Σχήμα 112. Η γωνία α_1 σε σχέση με την τάση V_1



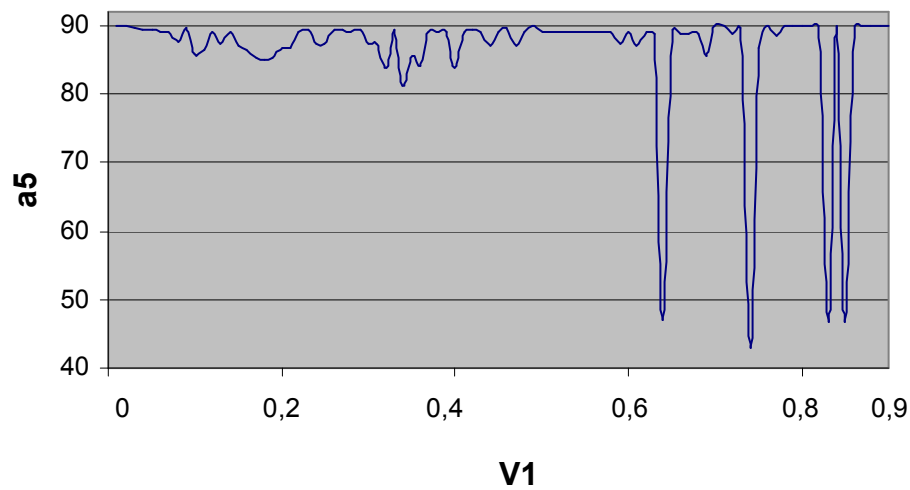
Σχήμα 113. Η γωνία α_2 σε σχέση με την τάση V_1



Σχήμα 114. Η γωνία α_3 σε σχέση με την τάση V_1

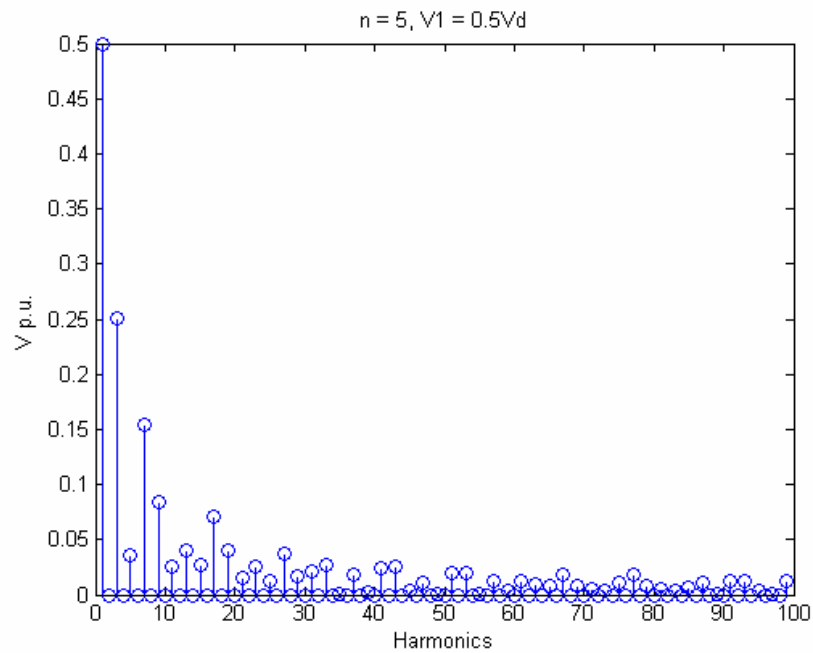


Σχήμα 115. Η γωνία α_4 σε σχέση με την τάση V_1

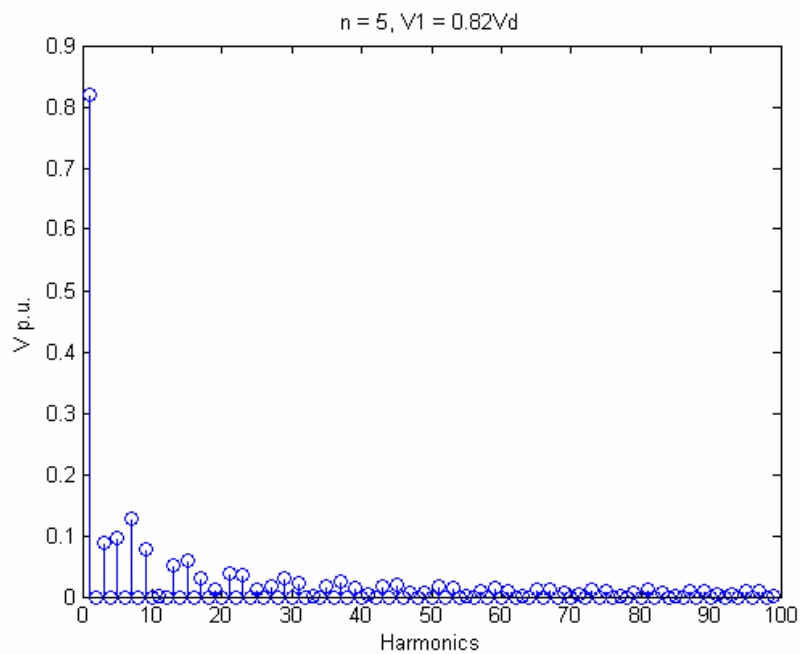


Σχήμα 116. Η γωνία α_5 σε σχέση με την τάση V_1

Στα σχήματα 117 και 118 παρουσιάζονται τα φάσματα της κυματομορφής με πέντε παλμούς ανά ημιπερίοδο για $V_1=0.5V_d$ και για την βέλτιστη περίπτωση $V_1=0.82V_d$.

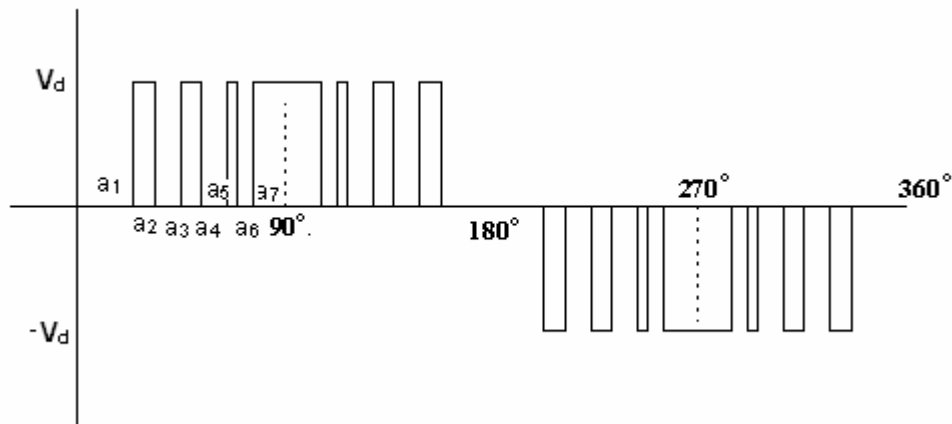


Σχήμα 117. Φάσμα PWM τριών επιπέδων με $V_1=0.5V_d$, $n=5$, THD=67.3%



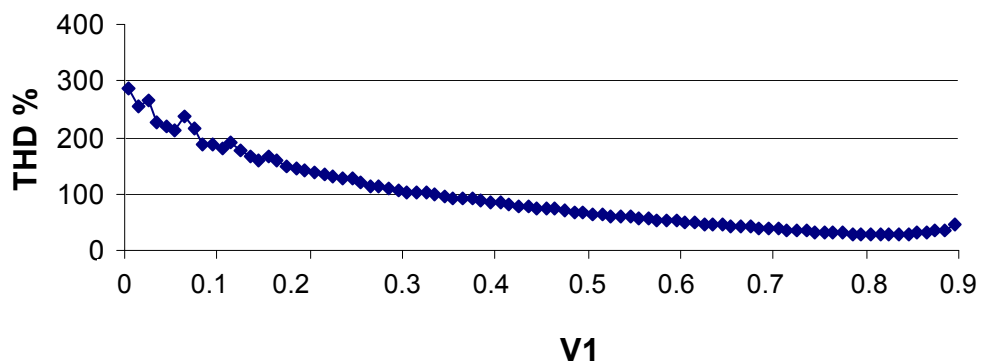
Σχήμα 118. Φάσμα PWM τριών επιπέδων με $V_1=0.82V_d$, $n=5$, THD=28.5%

Στο Σχ. 119 φαίνεται η κυματομορφή PWM τριών επιπέδων που προκύπτει για 7 γωνίες ανά τέταρτο περιόδου.



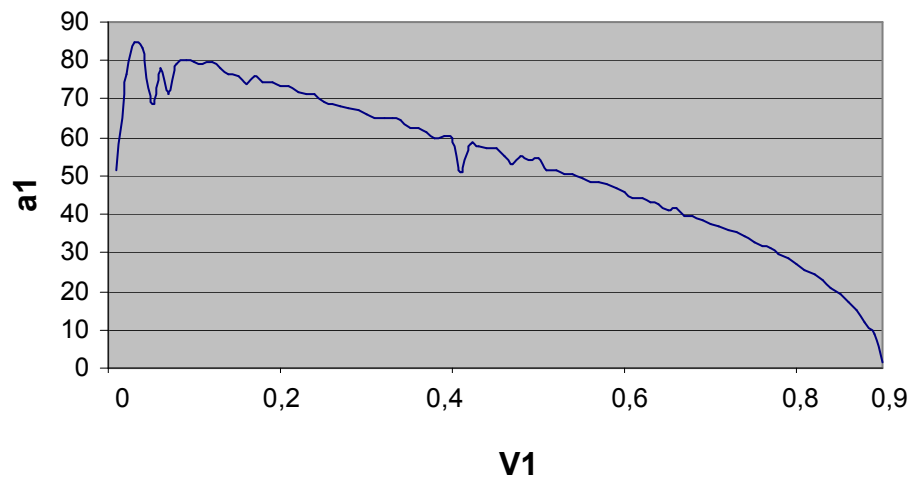
Σχ. 119. Κυματομορφή PWM τριών επιπέδων για 7 γωνίες ανά τέταρτο περιόδου.

Στο Σχ. 120 παρουσιάζεται η ολική αρμονική παραμόρφωση της κυματομορφής PWM με επτά παλμούς ανά ημιπερίοδο. Η ελάχιστη τιμή του THD είναι 28.49% όταν η τιμή του V_1 είναι $V_1=0.83V_d$.

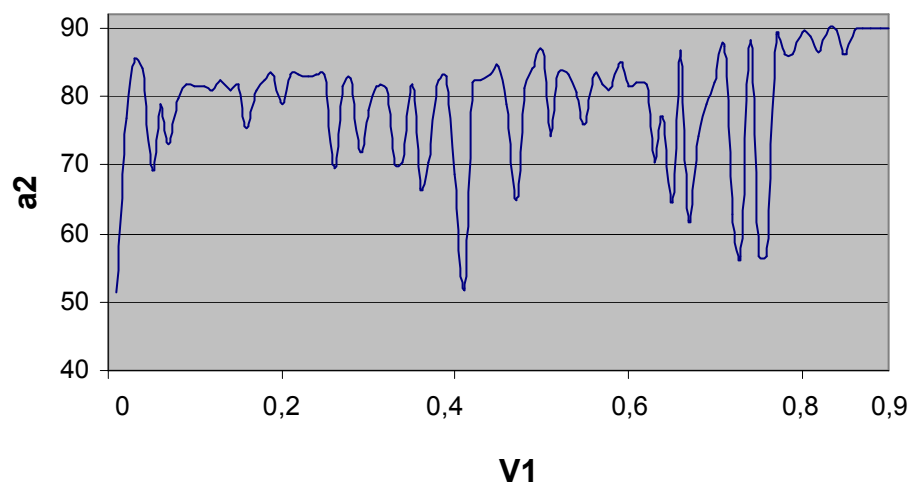


Σχήμα 120. THD σε σχέση με την τάση V_1 , $n=7$

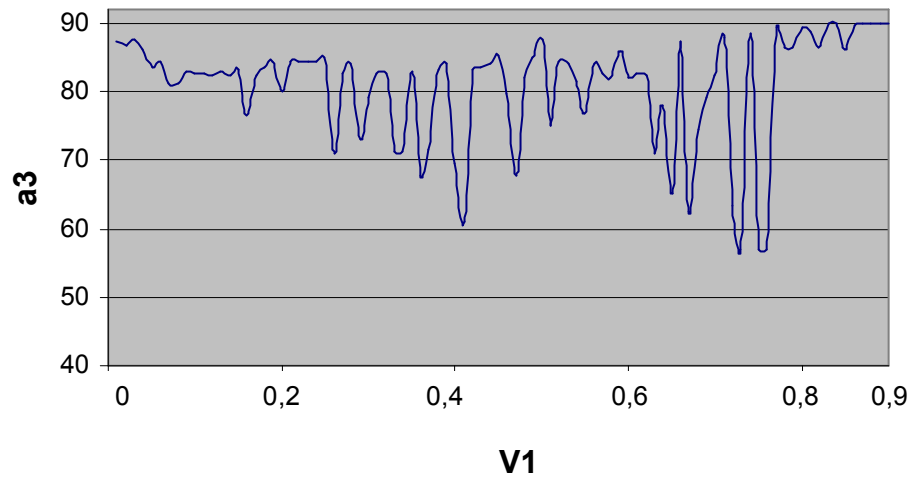
Στα σχήματα 121-127 παρουσιάζονται οι τιμές των γωνιών που απαιτούνται για την δημιουργία της κυματομορφής.



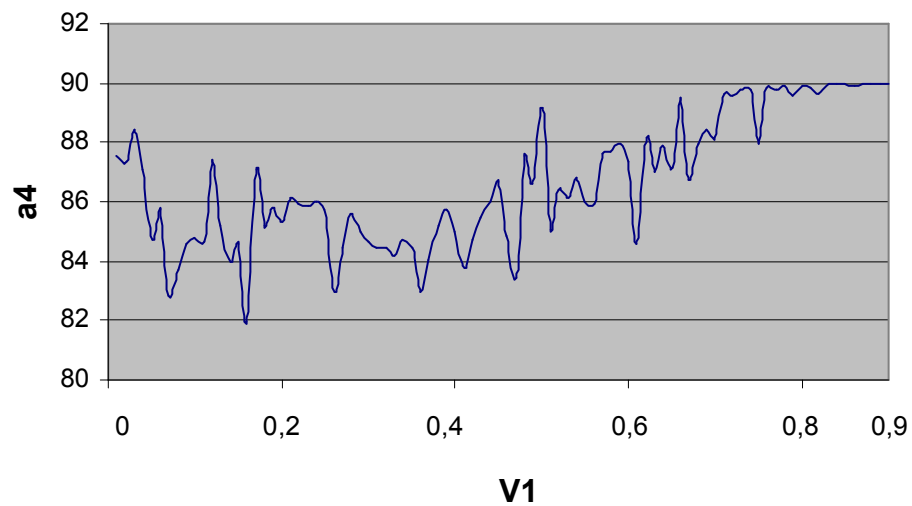
Σχήμα 121. Η γωνία α_1 σε σχέση με την τάση V_1



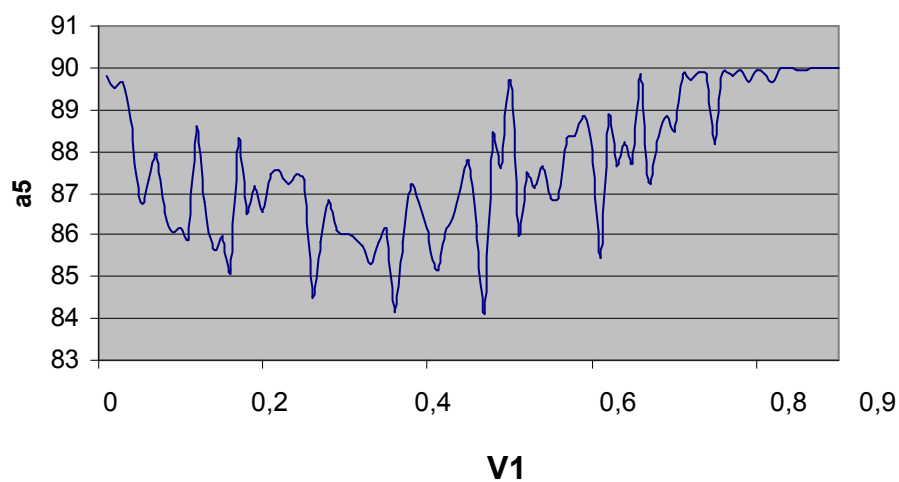
Σχήμα 122. Η γωνία α_2 σε σχέση με την τάση V_1



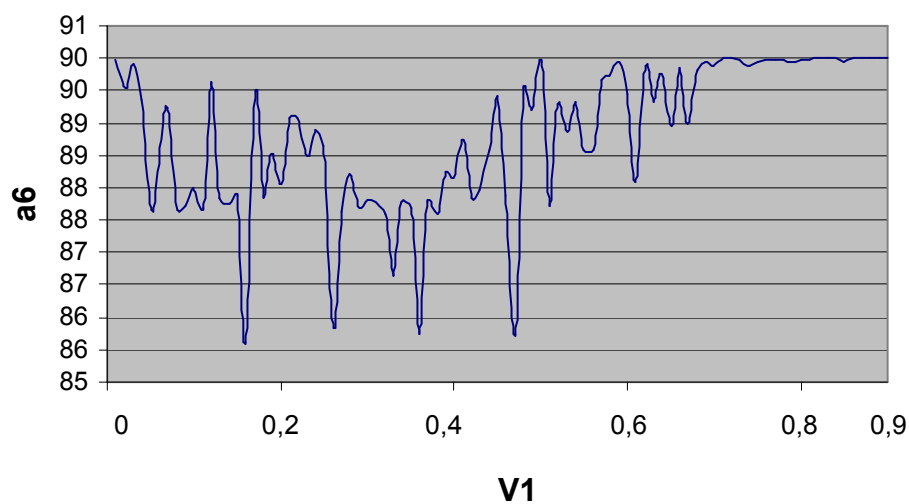
Σχήμα 123. Η γωνία α_3 σε σχέση με την τάση V_1



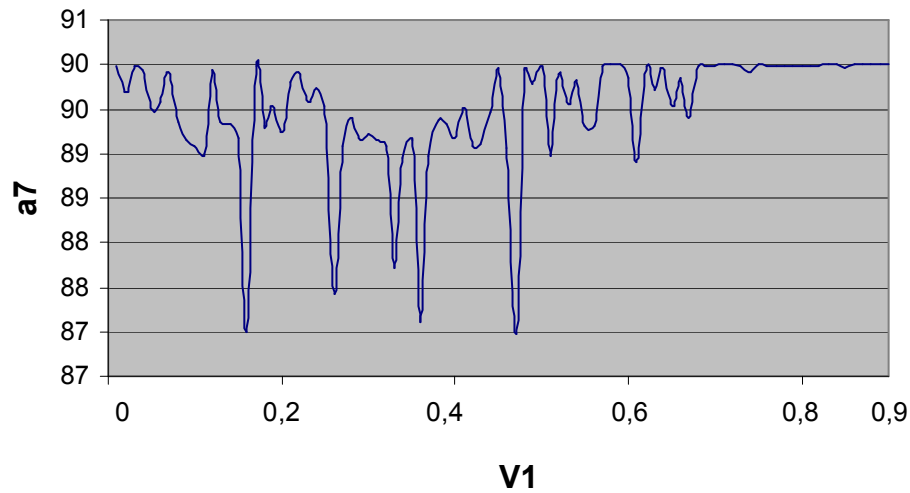
Σχήμα 124. Η γωνία α_4 σε σχέση με την τάση V_1



Σχήμα 125. Η γωνία α_5 σε σχέση με την τάση V_1

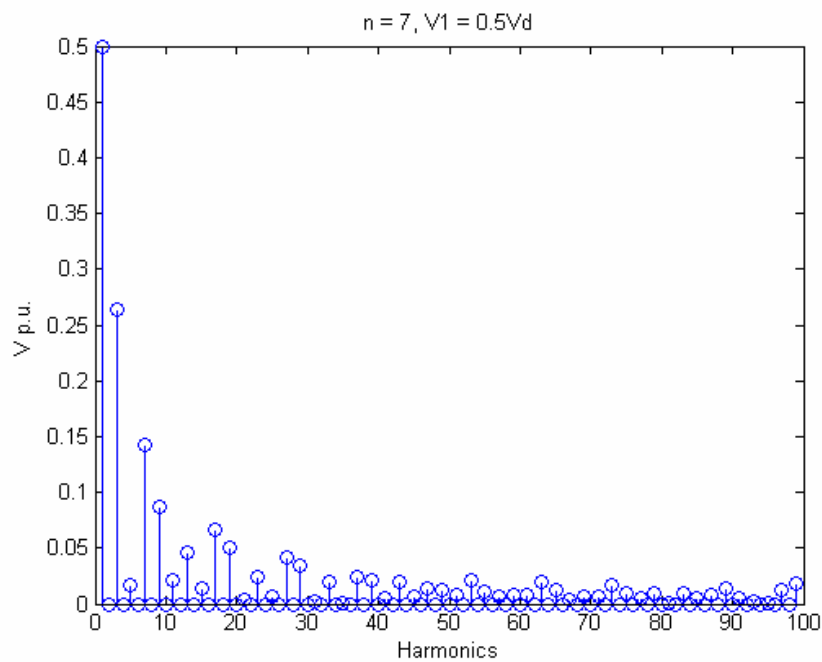


Σχήμα 126. Η γωνία α_6 σε σχέση με την τάση V_1

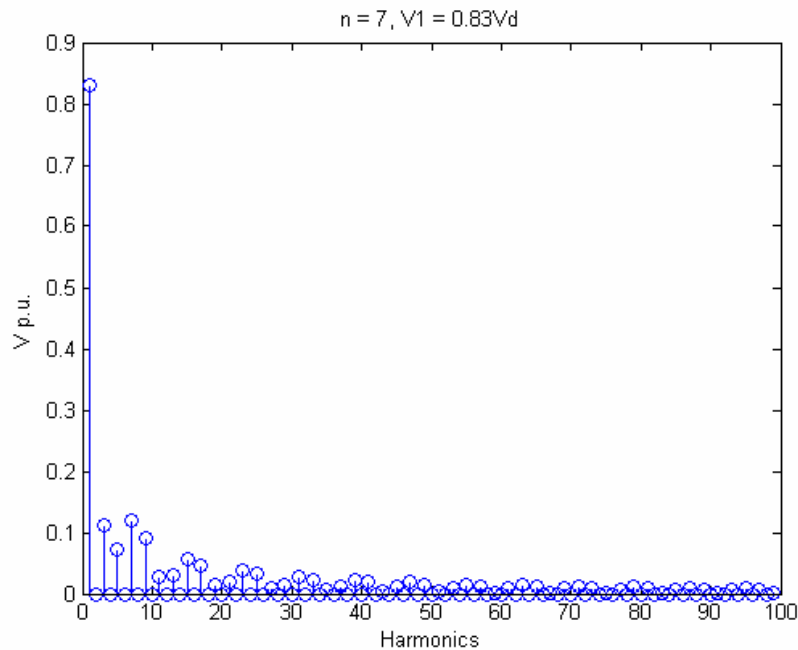


Σχήμα 127. Η γωνία α_7 σε σχέση με την τάση V_1

Στα σχήματα 129-130 παρουσιάζεται το φάσμα της κυματομορφής με επτά παλμούς ανά ημιπερίοδο για δύο περιπτώσεις, για $V_1=0.5V_d$ και για την βέλτιστη που υπάρχει όταν $V_1=0.83V_d$

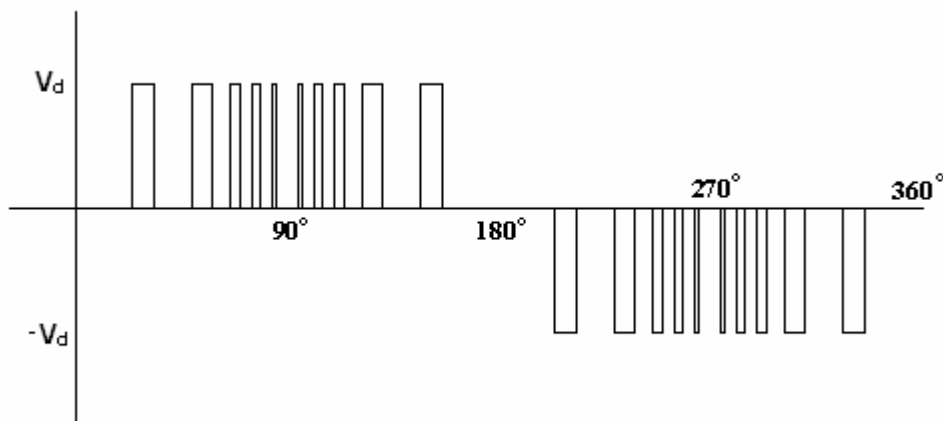


Σχήμα 129. Φάσμα PWM τριών επιπέδων με $V_1=0.5V_d$, $n=7$, THD=68.2%



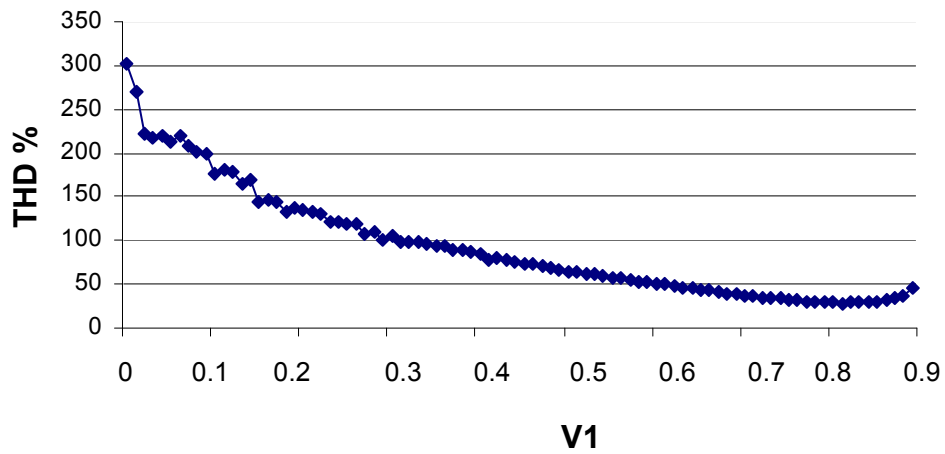
Σχήμα 130. Φάσμα PWM τριών επιπέδων με $V_1=0.83V_d$, $n=7$, THD=28.49%

Στο Σχ. 131 είναι η κυματομορφή PWM δύο επιπέδων που προκύπτει για 10 γωνίες ανά τέταρτο περιόδου.



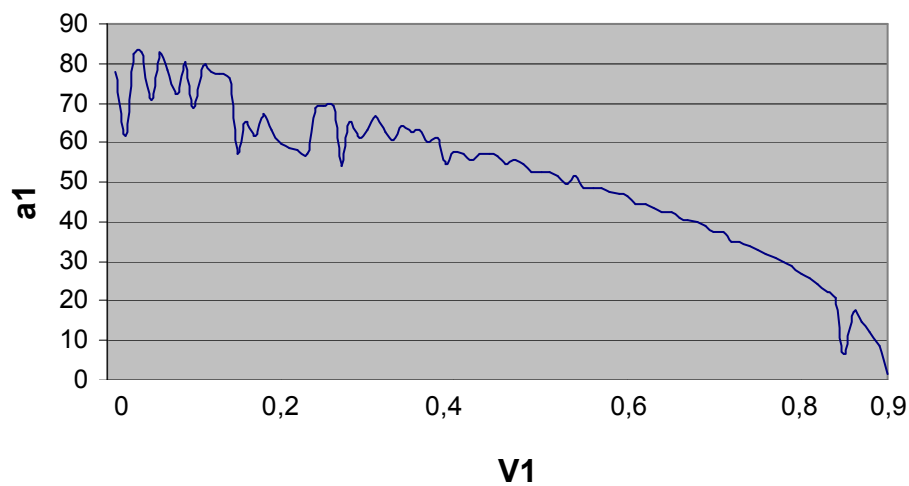
Σχ. 131. Κυματομορφή PWM δύο επιπέδων για 10 γωνίες ανά τέταρτο περιόδου.

Στο Σχ. 132 παρουσιάζονται οι τιμές της ολικής αρμονικής παραμόρφωσης για την κυματομορφή 10 παλμών ανά ημιπερίοδο σε σχέση με την V_1 . Η βέλτιστη τιμή του THD είναι 28.57% όταν η τιμή V_1 είναι $0.82V_d$.

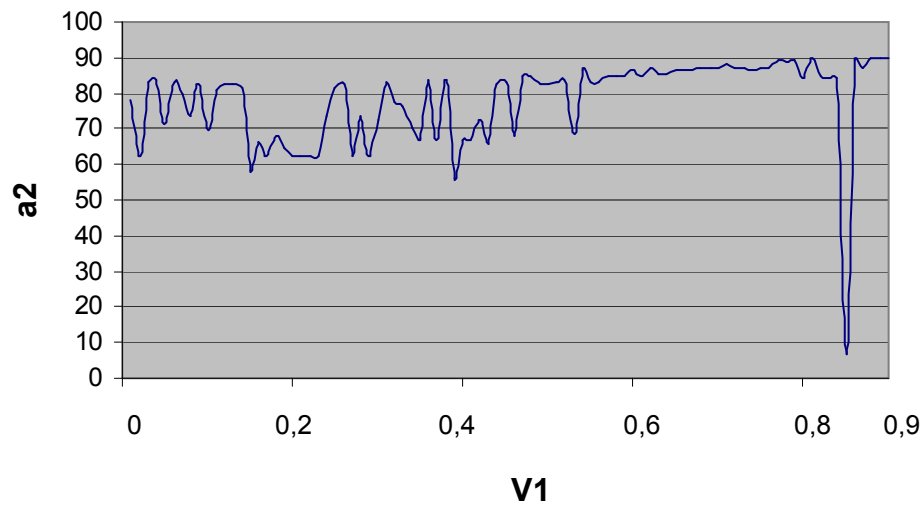


Σχήμα 132. THD σε σχέση με την τάση V_1 , $n=10$

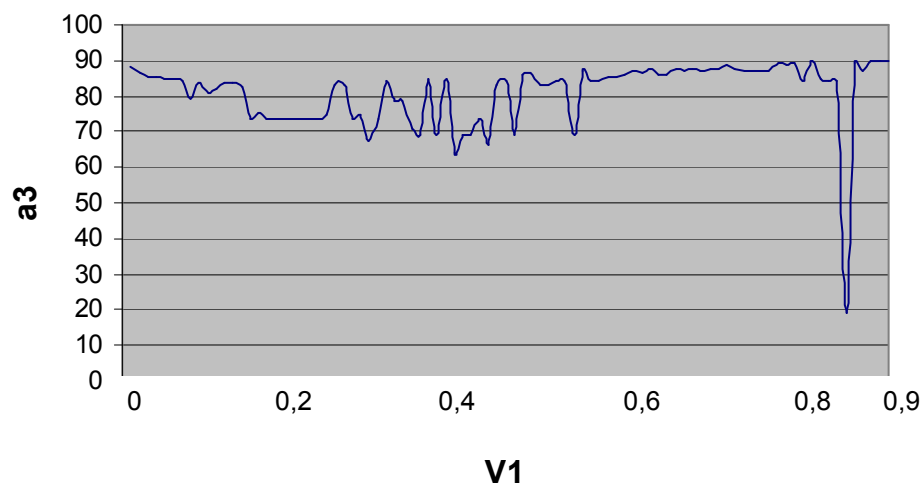
Στα σχήματα 133-142 παρουσιάζονται οι γωνίες που απαιτούνται για να σχηματιστούν οι παλμοί της κυματομορφής σε σχέση με την τιμή της βασικής συνιστώσας V_1 .



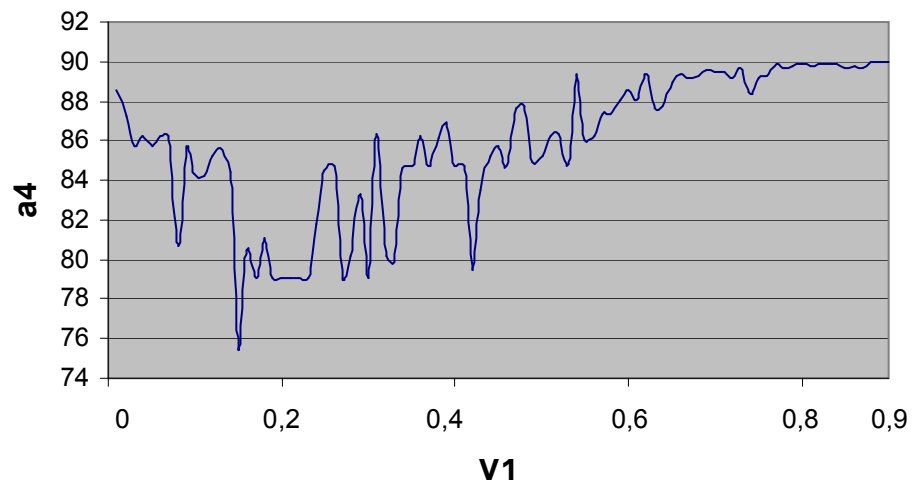
Σχήμα 133. Η γωνία α_1 σε σχέση με την τάση V_1



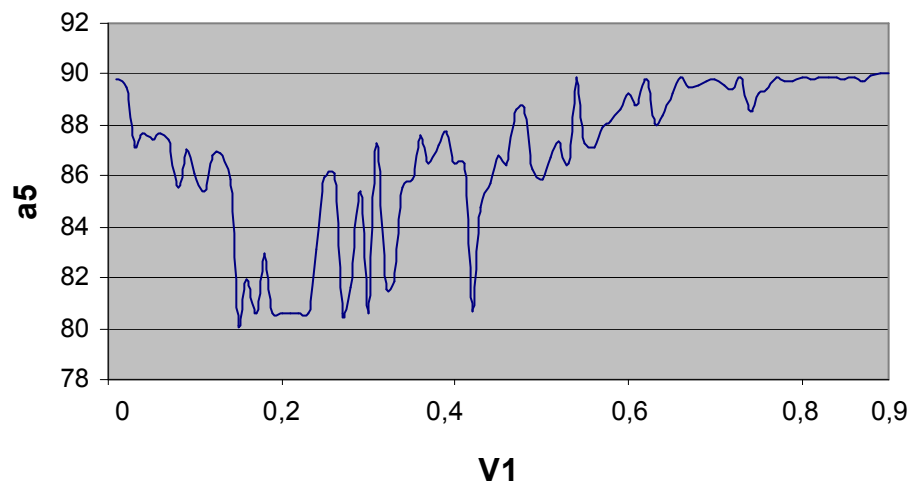
Σχήμα 134. Η γωνία α_2 σε σχέση με την τάση V_1



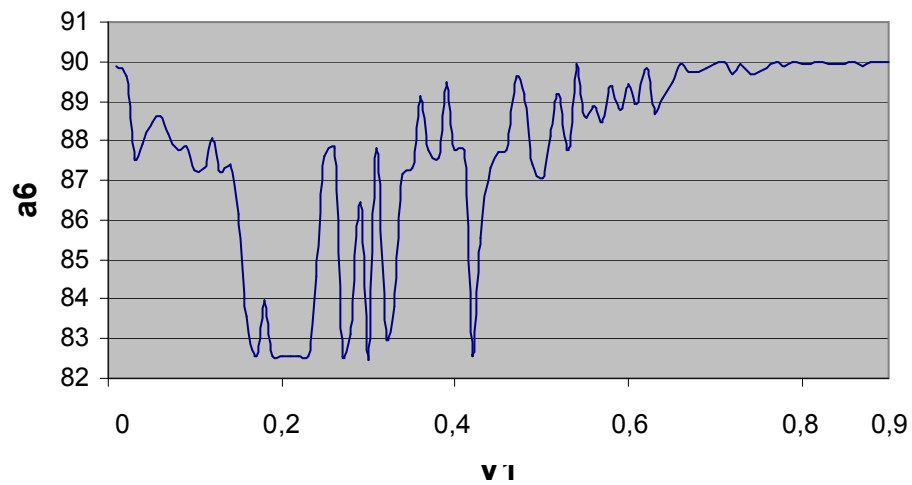
Σχήμα 135. Η γωνία α_3 σε σχέση με την τάση V_1



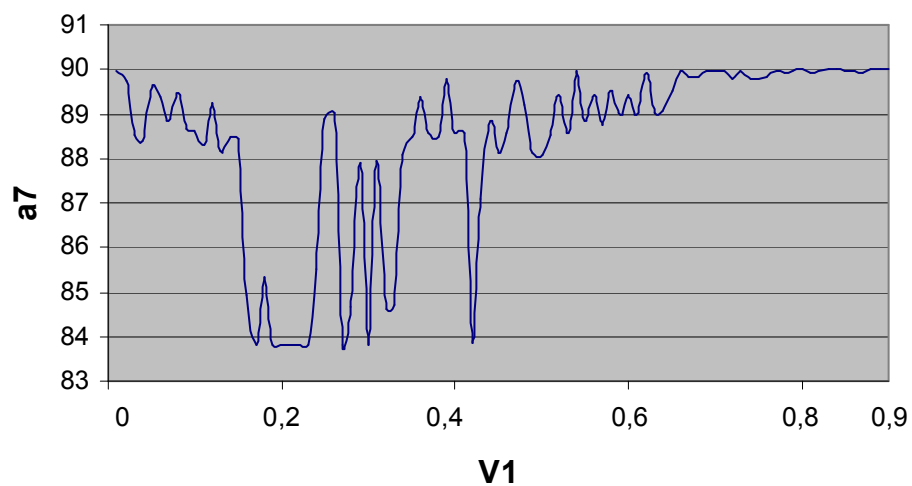
Σχήμα 136. Η γωνία α_4 σε σχέση με την τάση V_1



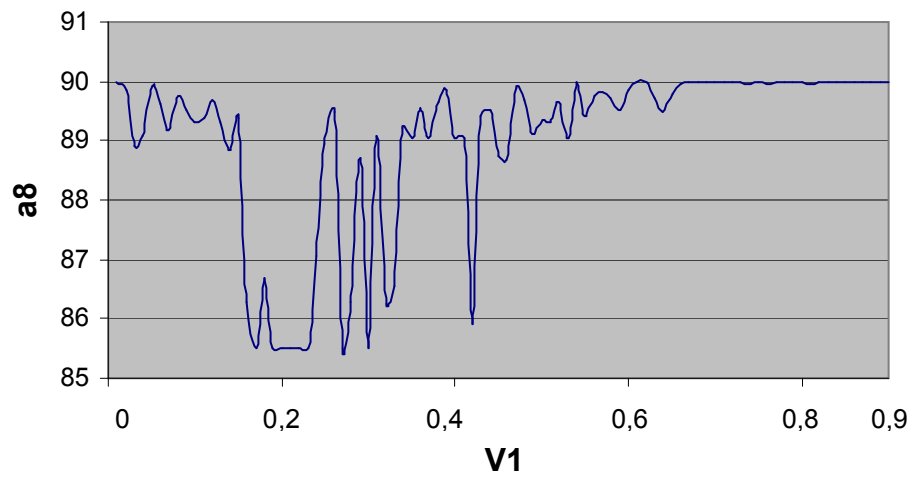
Σχήμα 137. Η γωνία α_5 σε σχέση με την τάση V_1



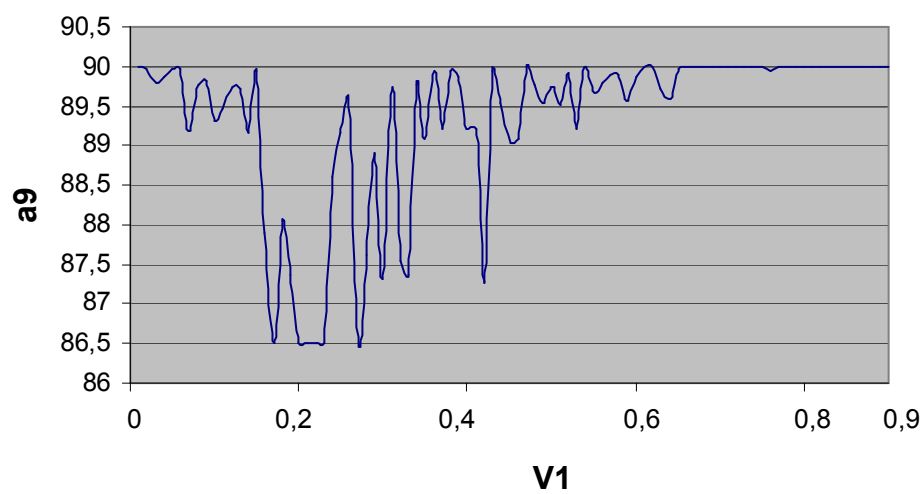
Σχήμα 138. Η γωνία α_6 σε σχέση με την τάση V_1



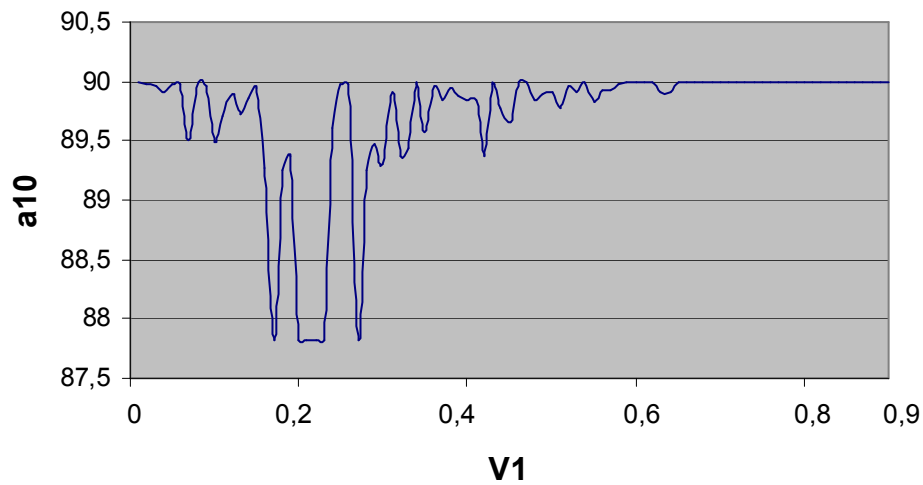
Σχήμα 139. Η γωνία α_7 σε σχέση με την τάση V_1



Σχήμα 140. Η γωνία α_8 σε σχέση με την τάση V_1

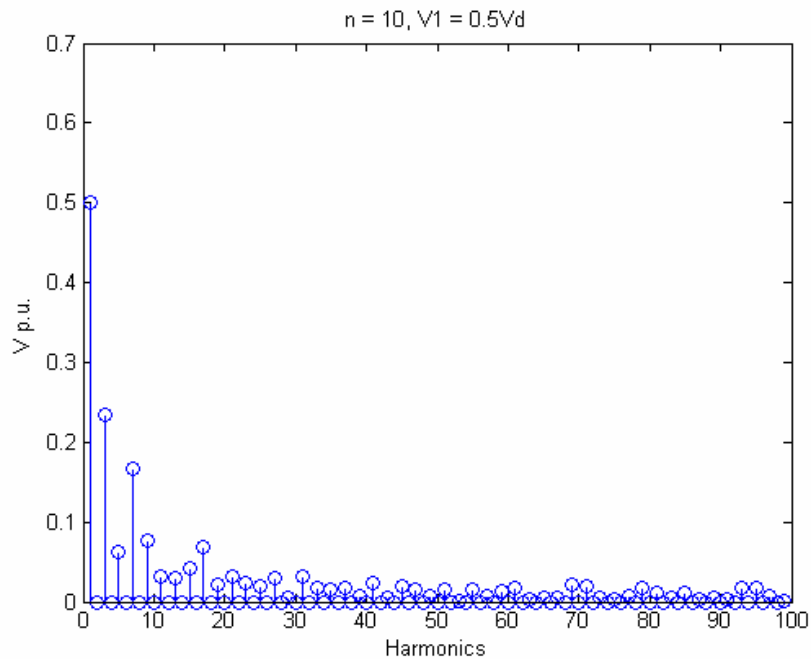


Σχήμα 141. Η γωνία α_9 σε σχέση με την τάση V_1

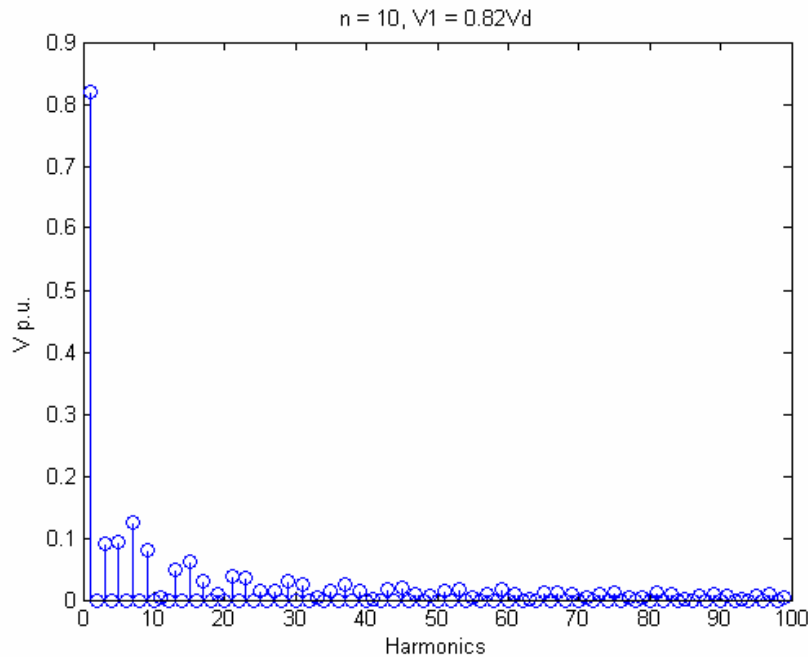


Σχήμα 142. Η γωνία α_{10} σε σχέση με την τάση V_1

Στα σχήματα 143 και 144 παρουσιάζεται το φάσμα της κυματομορφής των 10 παλμών ανά ημιπερίοδο για $V_1=0.5 V_d$ και για $V_1=0.82V_d$ που είναι η περίπτωση όπου έχουμε την ελάχιστη αρμονική παραμόρφωση.



Σχήμα 143. Φάσμα PWM τριών επιπέδων με $V_1=0.5V_d$, $n=10$, THD=66.4%



Σχήμα 144. Φάσμα PWM τριών επιπέδων με $V_1=0.82V_d$, $n=10$, THD= 28.57%

Σύμφωνα με τα θεωρητικά αποτελέσματα, για την περίπτωση που έχουμε την κυματομορφή δύο επιπέδων έχουμε ελάχιστη τιμή της ολικής αρμονικής παραμόρφωσης είναι περίπου 47%. Αυτή η περίπτωση είναι ανάλογη της bipolar SPWM όπου η ελάχιστη τιμή THD είναι 95%. Για την περίπτωση της κυματομορφής τριών επιπέδων η ελάχιστη τιμή της ολικής αρμονικής παραμόρφωσης είναι περίπου 29%. Η unipolar SPWM δίνει THD περίπου 50%. Επίσης στο [1] όπου παρουσιάζεται η DRS μονοπολική διαμόρφωση, το THD για $m_a=0.8$, $m_f=21$ είναι περίπου 73% ενώ με την προτεινόμενη μέθοδο, στην αντίστοιχη περίπτωση είναι 29.5%. Στο [7] αναφέρονται οι τυπικές τιμές για τις HEPWM τεχνικές που είναι 39.7%, 49.4% για την EAPWM και 43.8% για την CPWM που είναι υψηλότερες από την ολική αρμονική παραμόρφωση της κυματομορφής που προκύπτει από τους ΓΑ για 5 παλμούς ανά ημιπερίοδο και πλάτος της βασικής συνιστώσας $0.7V_d$ (THD=35.6%). Τα φάσματα των μεθόδων της εργασίας [15] παρουσιάζονται στα σχήματα 25, 27 και 28. Παρατηρούμε πως οι αρμονικές 7, 9, 11, 13 κ.τ.λ. έχουν σημαντικά πλάτη. Αυτό οδηγεί σε υψηλές τιμές ολικής παραμόρφωσης της τάσης, περίπου 74% και για τις 3 περιπτώσεις, που και είναι κατά πολύ μεγαλύτερη από την παραμόρφωση της κυματομορφής που προκύπτει από τους ΓΑ και είναι 29.2%. Στα φάσματα των μεθόδων της

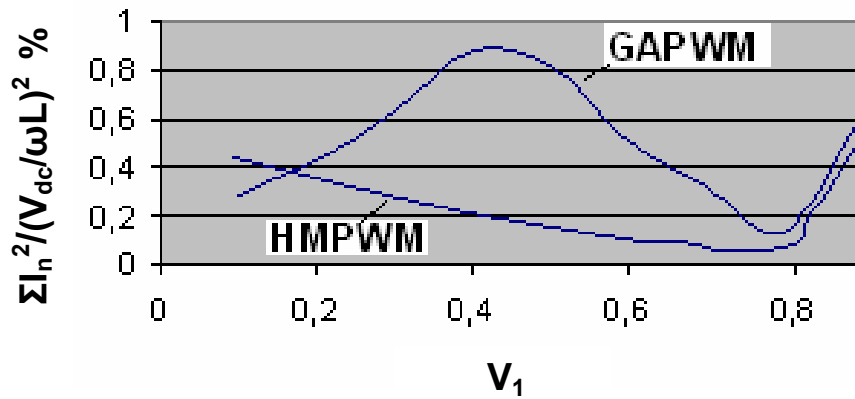
εργασίας [16] που παρουσιάζονται στα σχήματα 29, 30 και 31 βλέπουμε πως οι αρμονικές 3, 5, και 7 δεν έχουν σημαντικά πλάτη. Οι αρμονικές με σημαντικά πλάτη είναι αυτές μετά την 11^η. Στο φάσμα της αντίστοιχης κυματομορφής που προκύπτει από τον ΓΑ για επτά γωνίες (Σχ. 129 και Σχ. 130), οι αρμονικές στις χαμηλές συχνότητες έχουν σημαντικά πλάτη. Η ολική αρμονική παραμόρφωση τάσης της κυματομορφής του ΓΑ είναι 29.21% και είναι κατά πολύ μικρότερη από αυτή των μεθόδων του [16].

Ένας άλλο κριτήριο για την σύγκριση των κυματομορφών είναι η ολική αρμονική παραμόρφωση του ρεύματος που ορίζεται ως εξής:

$$THD_{cur} = \frac{\sqrt{\sum I_n^2}}{I_1} \quad (73)$$

όπου $I_n = V_n / \omega L$ και $I_1 = V_1 / \omega L$.

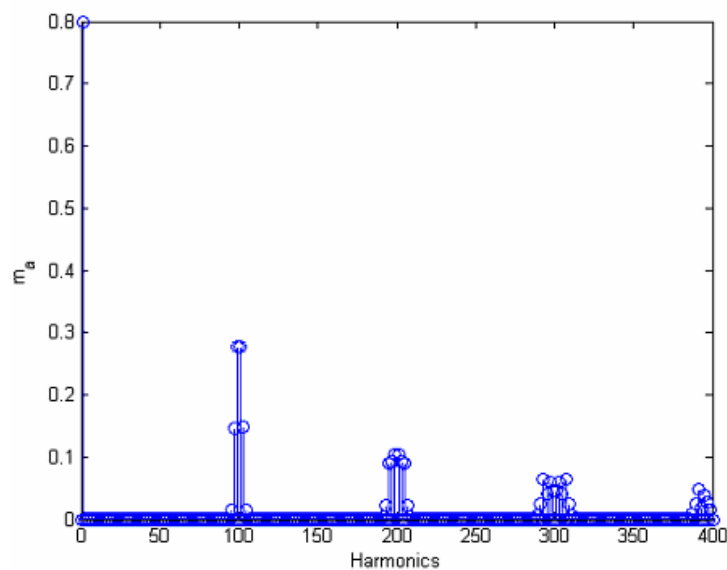
Στα φάσματα των μεθόδων της εργασίας [7] η ολική αρμονική παραμόρφωση ρεύματος είναι 4.73%, 2.92% και 3.58% ενώ για την κυματομορφή των που προκύπτει από τους ΓΑ είναι 4.48%. Η παραμόρφωση του ρεύματος στην εργασία [15] είναι από 5.69% έως 7% και είναι μεγαλύτερη από αυτή της κυματομορφής του ΓΑ που είναι 4.45%. Στα φάσματα των μεθόδων της εργασίας [16] η παραμόρφωση του ρεύματος είναι περίπου 2,2% ενώ της αντίστοιχης κυματομορφής που προκύπτει από τους ΓΑ είναι 4.48%. Η παραμόρφωση του ρεύματος στις κυματομορφές που προκύπτουν από τους ΓΑ είναι σχετικά μεγάλη επειδή υπάρχουν αρμονικές με σημαντικά πλάτη στις χαμηλές συχνότητες. Οι αρμονικές του ρεύματος, όταν η κυματομορφή PWM εφαρμοστεί στην οδήγηση κινητήρων, προκαλούν ωμικές απώλειες στα τυλίγματα του κινητήρα. Στο Σχ. 145 παρουσιάζονται οι απώλειες αυτές ($\sum I_n^2$), κανονικοποιημένες ως προς $(V_{dc}/\omega L)^2$ για την περίπτωση της μεθόδου HMPWM που παρουσιάζεται στην εργασία [16] και την ανάλογη κυματομορφή που προκύπτει από τους γενετικούς αλγορίθμους (για 7 παλμούς ανά ημιπερίοδο) σε σχέση με την τάση της βασικής συνιστώσας.



Σχ. 145. Απώλειες λόγω των αρμονικών ρεύματος

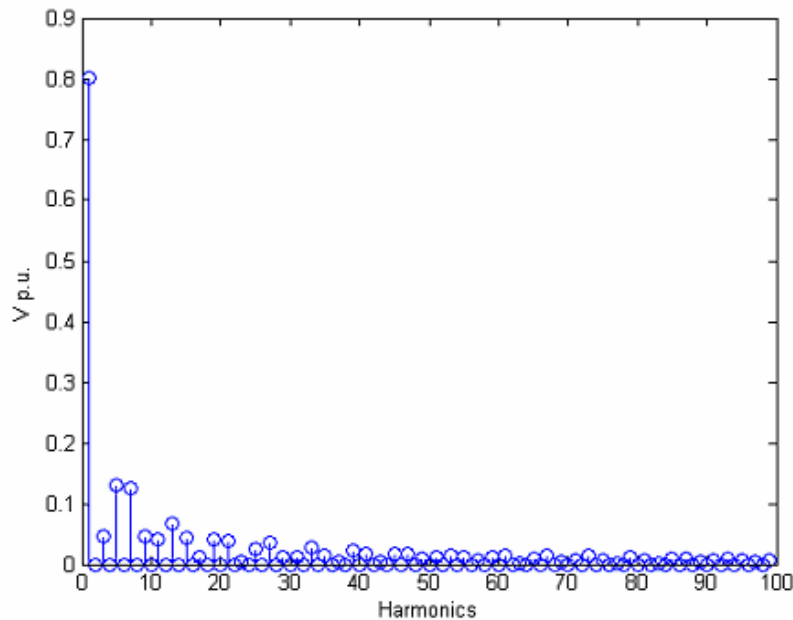
Στην συνέχεια γίνεται σύγκριση των κυματομορφών που προκύπτουν από την μέθοδο unipolar SPWM με αυτές που προκύπτουν από τους ΓΑ για μεγάλες συχνότητες.

Το φάσμα της κυματομορφής της μονοπολικής SPWM διαμόρφωσης με 50 παλμούς ανά ημιπερίοδο ($m_f=50$) και $m_a = 0.8$ είναι αυτό που φαίνεται στο Σχ. 147. Η κυματομορφή αυτή έχει ολική αρμονική παραμόρφωση τάσης ίση με 71.58%.



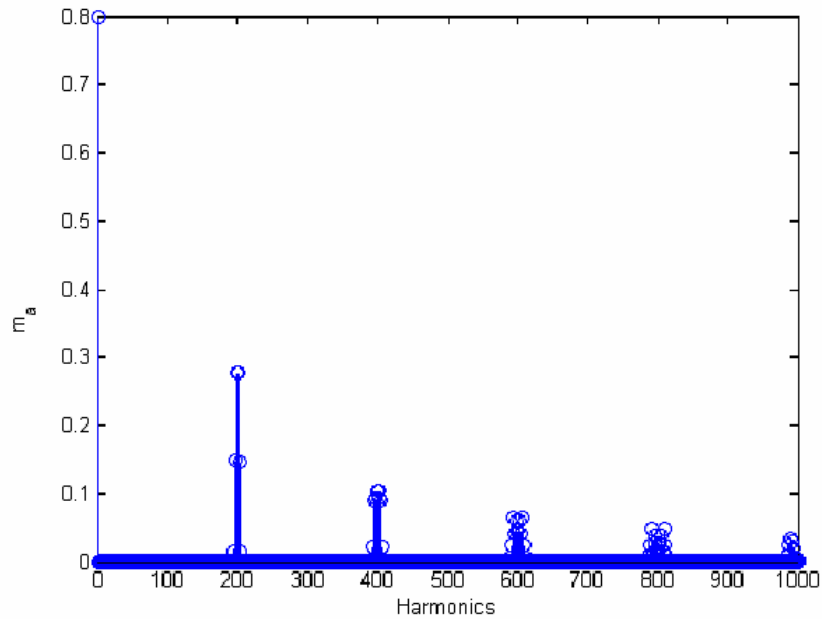
Σχήμα 147. Το φάσμα της μονοπολικής SPWM με $m_f=50$, $m_a = 0.8$

Το φάσμα της unipolar κυματομορφής που προκύπτει από τους ΓΑ για κυματομορφή με 50 παλμούς ανά ημιπερίοδο είναι αυτό του Σχ. 148 και η ολική αρμονική παραμόρφωση τάσης είναι 29.29% και ρεύματος 4.56%.

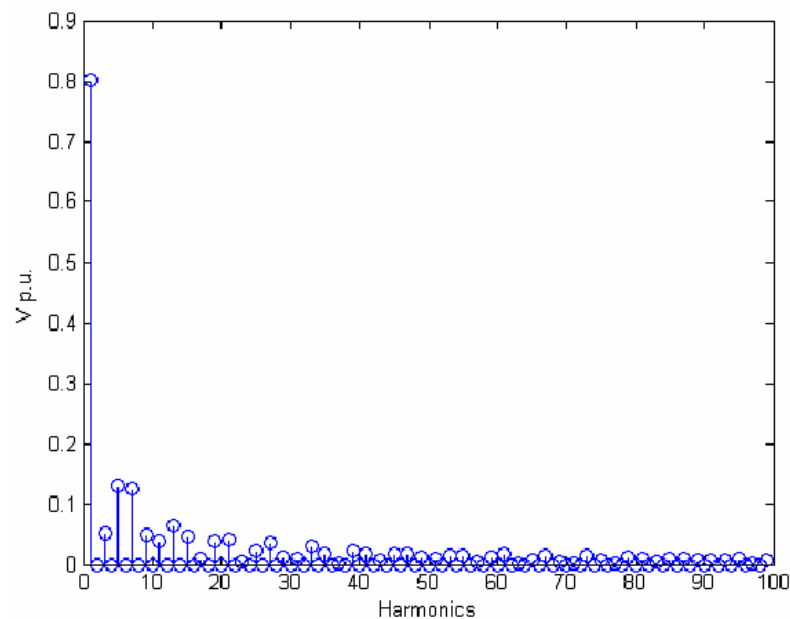


Σχ. 148 .Το φάσμα της κυματομορφής που προκύπτει από τους γενετικούς αλγορίθμους για 50 παλμούς ανά ημιπερίοδο.

Στο Σχ. 149 είναι το φάσμα για την μονοπολική SPWM για $m_f=100$ και $m_a = 0.8$ που έχει ολική αρμονική παραμόρφωση τάσης 71.60%. Το φάσμα της αντίστοιχης κυματομορφής των ΓΑ με 100 παλμούς ανά ημιπερίοδο είναι αυτό του Σχ. 150. Το φάσμα της κυματομορφής που προκύπτει από τους ΓΑ έχει ολική παραμόρφωση τάσης 29.36%.

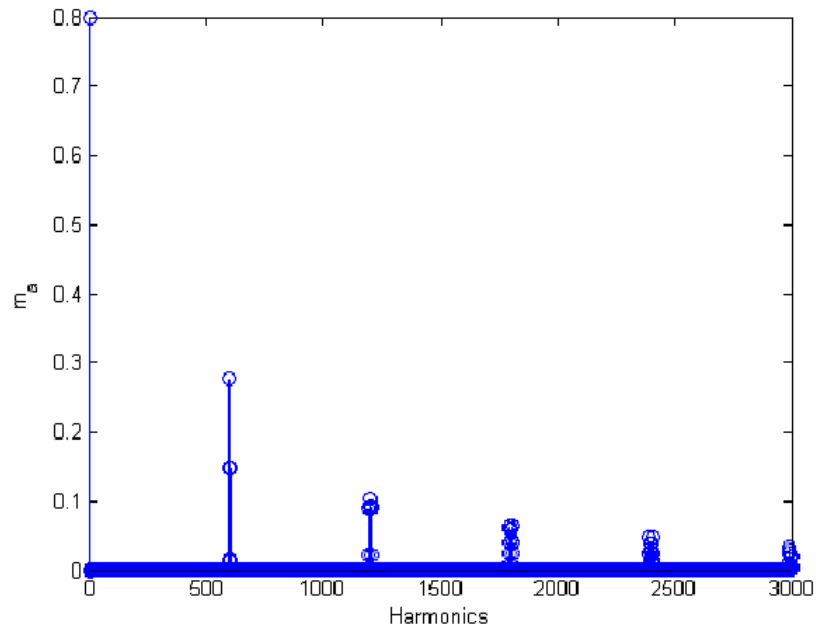


Σχήμα 149. Το φάσμα της μονοπολικής SPWM με $m_f=300$, $m_a=0.8$



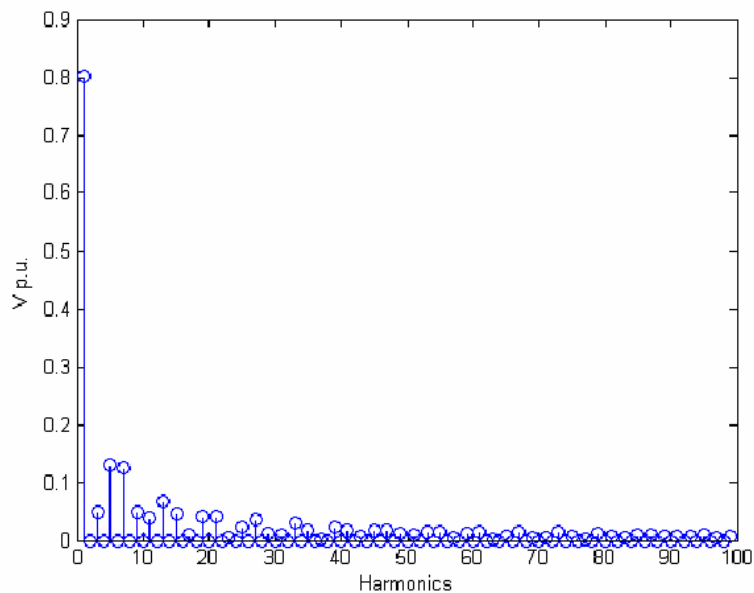
Σχ. 150. Το φάσμα της κυματομορφής που προκύπτει από τους γενετικούς για 100 παλμούς ανά ημιπερίοδο.

Στο Σχ. 151 παρουσιάζεται το φάσμα της μονοπολικής SPWM κυματομορφής για 300 παλμούς ανά ημιπερίοδο για $m_f=300$ και $m_a=0.8$ με ολική αρμονική παραμόρφωση τάσης 71.61%.



Σχήμα 151. Το φάσμα της μονοπολικής SPWM με $m_f=300$, $m_a = 0.8$

Στο Σχ. 152 παρουσιάζεται το φάσμα της κυματομορφής που προκύπτει από τους ΓΑ για 300 παλμούς ανά ημιπερίοδο. Έχει ολική παραμόρφωση τάσης 29.85%.



Σχ. 152. Το φάσμα της κυματομορφής που προκύπτει από τους γενετικούς για 300 παλμούς ανά ημιπερίοδο.

Συγκρίνοντας τα φάσματα των κυματομορφών που προκύπτουν από την εφαρμογή των δύο μεθόδων για μεγάλες συχνότητες και άρα για μεγάλο αριθμό

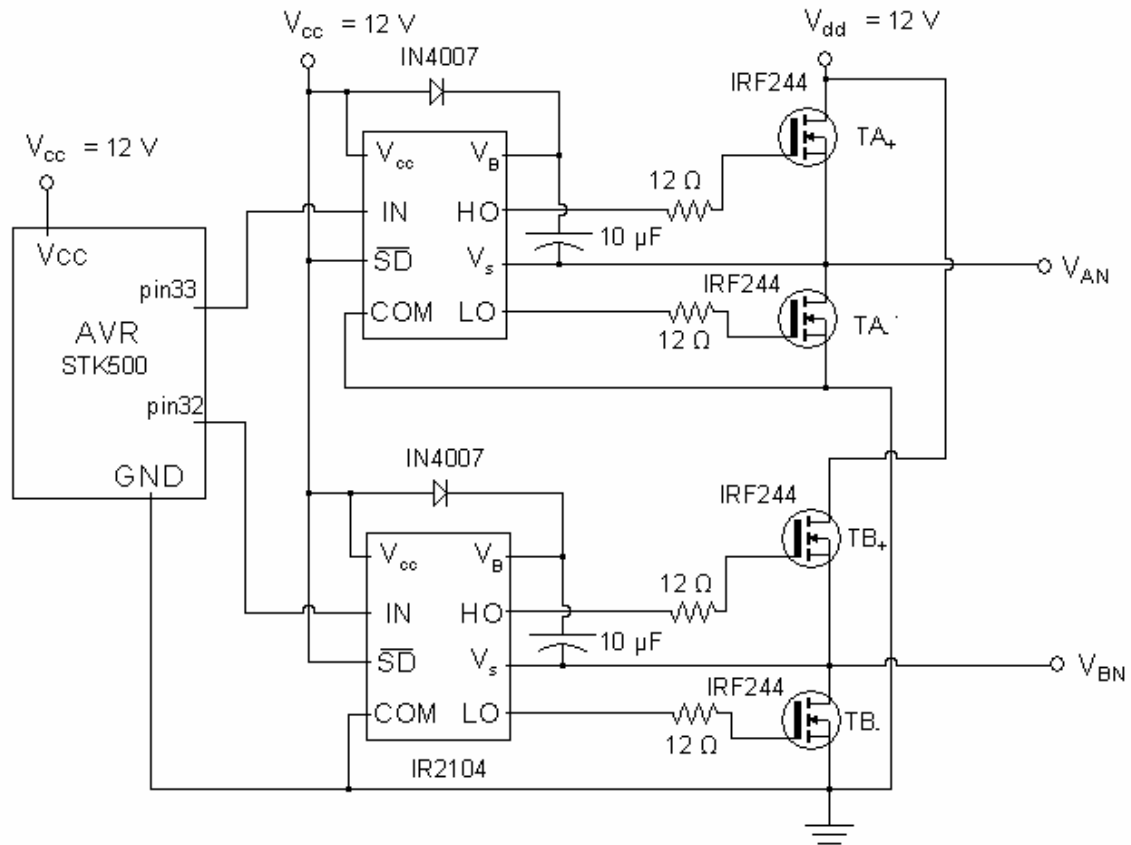
παλμών ανά ημιπερίοδο παρατηρούμε πως η SPWM διαμόρφωση υπερτερεί. Αυτό γιατί εμφανίζει αρμονικές σε υψηλές συχνότητες. Οι αρμονικές αυτές μπορούν εύκολα να αποκοπούν με την χρήση φίλτρου σε αντίθεση με τις αρμονικές που προκύπτουν από την εφαρμογή των ΓΑ οι οποίες εμφανίζονται στις χαμηλές συχνότητες. Αν και οι ΓΑ δίνουν κυματομορφές με χαμηλό THD τάσης έχουν σχετικά υψηλό THD ρεύματος λόγω των αρμονικών στις χαμηλές συχνότητες. Επειδή στην SPWM οι αρμονικές εμφανίζονται στις υψηλές συχνότητες το THD ρεύματος είναι πολύ χαμηλό. Η unipolar SPWM είναι ιδανική για εφαρμογές που είναι δυνατό να έχουμε μεγάλες συχνότητες switching, δηλαδή σε εφαρμογές χαμηλής ισχύος.

Στον Πίνακα 5 που ακολουθεί παρουσιάζονται οι τιμές του THD που προκύπτουν από την γραμμική αναζήτηση σε σχέση με τις τέσσερις γωνίες για την περίπτωση που $V_1=0.5V_d$. Ο ΓΑ βρίσκει την ολικά ελάχιστη τιμή που είναι 68.08 % για $\alpha_1=54.3^\circ$, $\alpha_2=86.68^\circ$, $\alpha_3=87.83^\circ$ και $\alpha_4=89.38^\circ$ και αποφεύγει τα άλλα ελάχιστα που παρατηρούνται.

Πίνακας 5. Τοπικά βέλτιστες τιμές και ολικό ελάχιστο				
α_1	α_2	α_3	α_4	THD%
2.50	3.80	55.60	89.38	72.11
2.60	3.80	55.60	89.38	71.80
2.60	3.90	55.60	89.38	72.09
2.70	3.90	55.60	89.38	71.77
2.70	4.00	55.60	89.38	72.05
52.30	55.20	58.30	89.38	69.20
54.90	57.70	58.30	89.38	68.56
55.0	57.80	58.30	89.38	68.64
55.10	57.90	58.30	89.38	68.76
54.02	86.67	87.83	89.38	68.09
54.03	86.68	87.83	89.38	68.08
54.04	86.68	87.83	89.38	68.10

6.2 Πειραματικά αποτελέσματα

Για την εφαρμογή της μεθόδου υλοποιήθηκε το κύκλωμα που φαίνεται στο Σχήμα 153.



Σχήμα 153. Κύκλωμα πλήρους γέφυρας

Το STK 500 είναι development board για τους μικροελεγκτές της ATMEL. Έχει υποδοχές (sockets) για όλους τους τύπους των μικροελεγκτών. Συνδέεται με τον Η/Υ μέσω σειριακής θύρας και χρησιμοποιείται για τον προγραμματισμό του μικροελεγκτή. Ο μικροελεγκτής για να λειτουργήσει χρησιμοποιεί το clock source του STK 500. Η τάση για να λειτουργεί ο μικροελεγκτής (5V) παρέχεται από το STK 500. Ως διακόπτες χρησιμοποιούνται τα MOSFET IRFZ44, με max χρόνους $t_{d(ON)} = 24 \text{ ns}$, $t_r = 100 \text{ ns}$, $t_{d(OFF)} = 80 \text{ ns}$, $t_f = 74 \text{ ns}$. Το ολοκληρωμένο κύκλωμα IR2104 είναι driver που χρησιμεύει στην μετατροπή της τάσης εξόδου του μικροελεγκτή, σε συμβατή τάση για την οδήγηση των MOSFET. Κατά την υλοποίηση δεν χρειάζεται να γίνει προγραμματισμός για deadtime. Το

ολοκληρωμένο IR2104, περιλαμβάνεται εσωτερικό κύκλωμα παραγωγής deadtime με ελάχιστη τιμή 400 ns. Τα σήματα που εφαρμόζονται στο IR2104 είναι τα εξής: IN είναι η είσοδος που προέρχεται από την έξοδο του μικροελεγκτή. Ο ακροδέκτης V_B είναι το high side floating supply και μπορεί να παίρνει τιμές από -0.3 έως 625 V. Ο ακροδέκτης HO είναι το σήμα ελέγχου του πάνω διακόπτη κάθε ημιγέφυρας με τιμές V_s-V_B και ο ακροδέκτης LO είναι το σήμα ελέγχου του κάτω διακόπτη κάθε ημιγέφυρας με τιμές 0- V_{cc} . Ο ακροδέκτης V_s είναι το high side floating supply return και παίρνει τιμές από - 5 έως 600 V. Το σήμα V_{cc} είναι η τροφοδοσία (10-20 V) και ο ακροδέκτης COM συνδέεται στην γείωση. Το σήμα SD είναι το λογικό σήμα για το shutdown. Όταν SD=1, τότε HO=IN=(LO) και όταν SD=0 τότε HO=IN=LO=0.

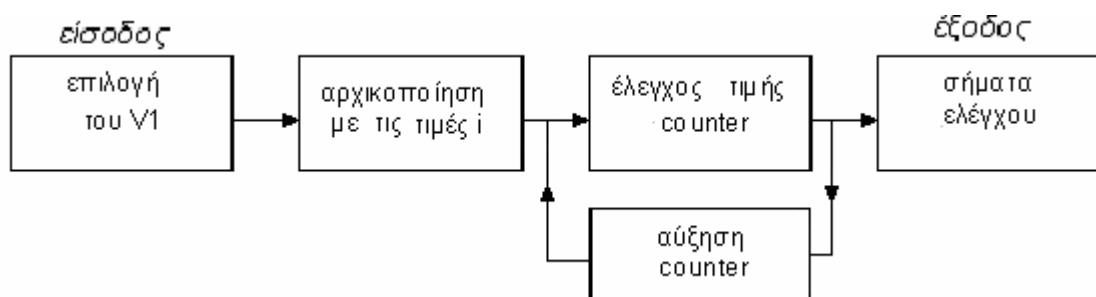
Ο μικροελεγκτής που χρησιμοποιήθηκε είναι ο ATMEGA8515. Για τον έλεγχο των διακοπών ισχύει το ίδιο σχήμα ελέγχου όπως αναφέρεται στην παράγραφο 3.1.4. Στον Πίνακα 6, η πρώτη στήλη είναι η τιμή της τάσης εξόδου και οι υπόλοιπες είναι οι καταστάσεις των διακοπών για να επιτευχθεί η ανάλογη έξοδος.

Πίνακας 6. Σήματα διακοπών				
V_o	T_{A+}	T_{B+}	T_{A-}	T_{B-}
0	on	on	off	off
1	on	off	off	on
-1	off	on	on	off

Τα V_{cc} και V_{dd} είναι 12 V. Για τον προγραμματισμό του μικροελεγκτή, χρησιμοποιήθηκε το STK 500 AVR Flash MCU starter kit. Ο κώδικας αναπτύχθηκε σε C, με compiler ImageCraft, και ο προγραμματισμός έγινε με το AVR studio 4.

Ο μικροελεγκτής για να μπορέσει να παράγει τα σήματα εξόδου για την δημιουργία της κυματομορφής πρέπει να έχει τις χρονικές στιγμές που αλλάζουν κατάσταση οι διακόπτες. Ο μικροελεγκτής για να υπολογίσει τον χρόνο, μετρά τον αριθμό των interrupt που συμβαίνουν με μια ορισμένη συχνότητα. Έτσι ο χρόνος μιας περιόδου αντιστοιχεί σε κάποιο αριθμό από interrupt k. Για να δημιουργηθεί η κυματομορφή από τον μικροελεγκτή, οι γωνίες έναυσης των διακοπών πρέπει να εκφραστούν σαν χρονικά σημεία. Ο αριθμός των interrupt, i, που αντιστοιχούν σε κάθε γωνία a_i , υπολογίζεται ως $i=k*a_i/360$. Για να εξοικονομηθεί μνήμη στον μικροελεγκτή η μετατροπή αυτή γίνεται από πριν και στον μικροελεγκτή αποθηκεύονται οι τιμές του i. Αυτό γιατί οι γωνίες a απαιτούν αποθήκευση σε

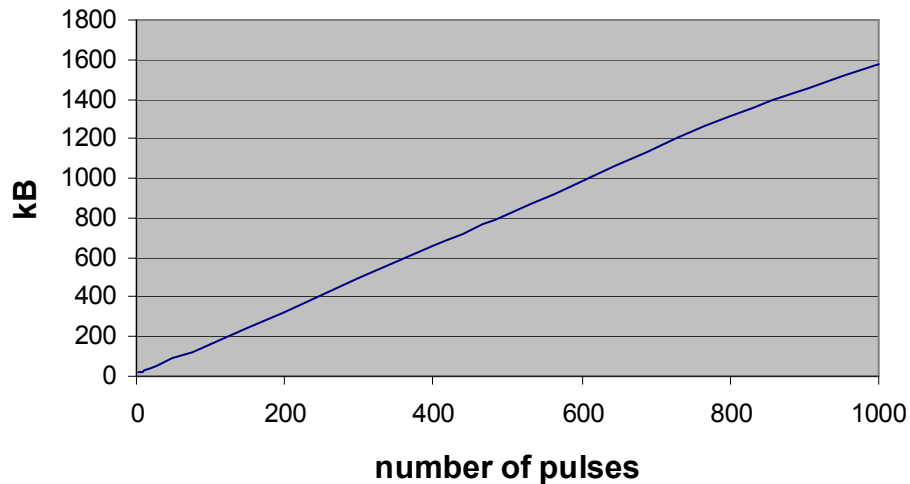
μεταβλητές τύπου double ενώ οι τιμές για το i μεταβλητές τύπου integer. Κάθε φορά που συμβαίνει ένα interrupt αυξάνει ένας μετρητής. Για την δημιουργία της κυματομορφής, γίνεται σύγκριση μεταξύ του μετρητή και των τιμών του i και έτσι υπολογίζεται σε πιο σημείο δημιουργίας κυματομορφής βρίσκεται το πρόγραμμα και δίνεται η ανάλογη έξοδος για την ολοκλήρωσή της. Οι έξοδοι στα pin του μικροελεγκτή σε σχέση με την επιθυμητή έξοδο και την κατάσταση των διακοπών T_{A+} και T_{B+} παρουσιάζονται στον Πίνακα 7. Στο τέλος της περιόδου ο μετρητής μηδενίζεται και η εκτέλεση του προγράμματος ξαναρχίζει. Το flowchart του προγράμματος είναι αυτό που φαίνεται στο σχήμα 154.



Σχήμα 154. Flowchart προγράμματος

Πίνακας 7. Έξοδος του μικροελεγκτή				
V_o	T_{A+}	T_{B+}	pin 33	pin 32
0	on	on	1	1
1	on	off	1	0
-1	off	on	0	1

Για την δημιουργία της κυματομορφής επιλέγεται η επιθυμητή τιμή της τάσης της βασικής συνιστώσας και γίνεται η αρχικοποίηση του προγράμματος με τις ανάλογες τιμές i οι οποίες υπάρχουν αποθηκευμένες στον μικροελεγκτή. Ο συγκεκριμένος μικροελεγκτής έχει 8 kb εσωτερική μνήμη, η οποία είναι αρκετή για την συγκεκριμένη εφαρμογή. Για την περίπτωση που έχουμε 4 παλμούς ανά ημιπερίοδο χρειάζονται 0.4 kB για κάθε τιμή του V_1 και 2 kB για τον κώδικα. Για την περίπτωση με 5 παλμούς χρειάζονται 0.4 kB για κάθε τιμή του V_1 και 2.4 kB για τον κώδικα. Για 10 παλμούς χρειάζονται 0.56 kB για κάθε τιμή του V_1 και 4 kB για τον κώδικα. Στο Σχ. 155 παρουσιάζεται η μνήμη που απαιτείται σε σχέση με τον αριθμό των παλμών όταν επιλέγουμε να αποθηκεύσουμε τις τιμές των γωνιών για 50 διαφορετικές τιμές της βασικής συνιστώσας V_1 .

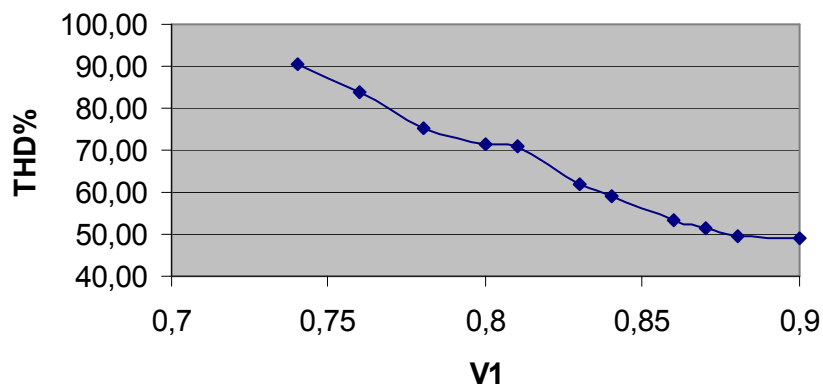


Σχήμα 155. Η απαιτούμενη μνήμη σε σχέση με τον αριθμό των παλμών

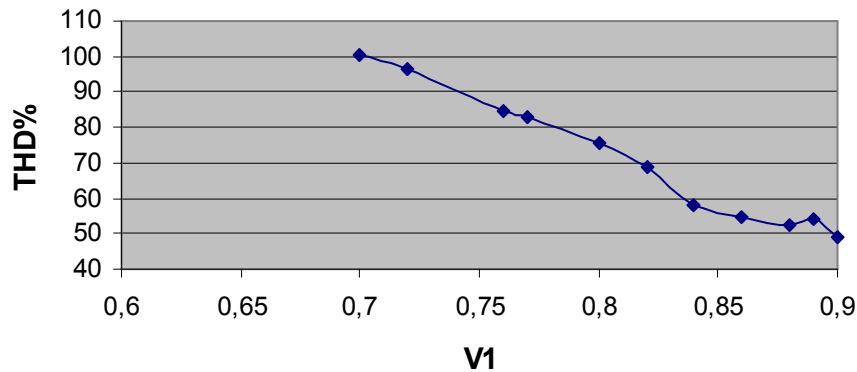
Τα αποτελέσματα των μετρήσεων παρουσιάζονται στα παρακάτω διαγράμματα.

Κυματομορφή δύο επιπέδων

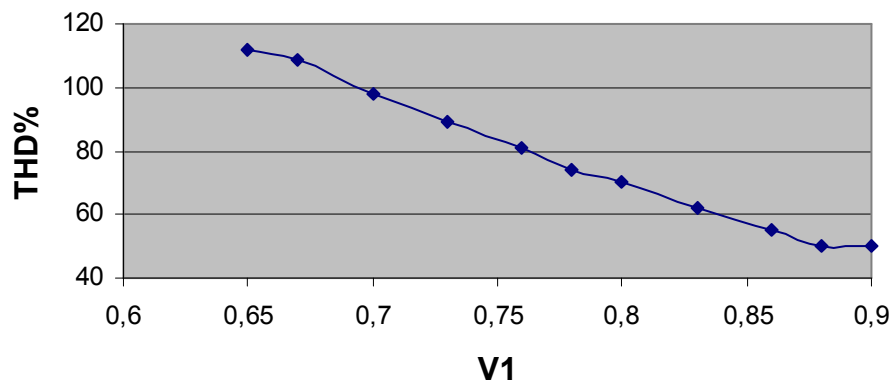
Στα σχήματα 156–158 παρουσιάζεται η τιμή του THD% που μετρήθηκε σε σχέση με την τιμή της βασικής συνιστώσας V_1 για τις περιπτώσεις που έχουμε κυματομορφή με 4, 5 και 10 παλμούς ανά ημιπερίοδο.



Σχήμα 156. THD σε σχέση με την V_1 (ελάχιστη τιμή 48.6% όταν $V_1=0.9V_d$)



Σχήμα 157. THD σε σχέση με την V1(ελάχιστη τιμή 48.6% όταν $V1=0.9V_d$)

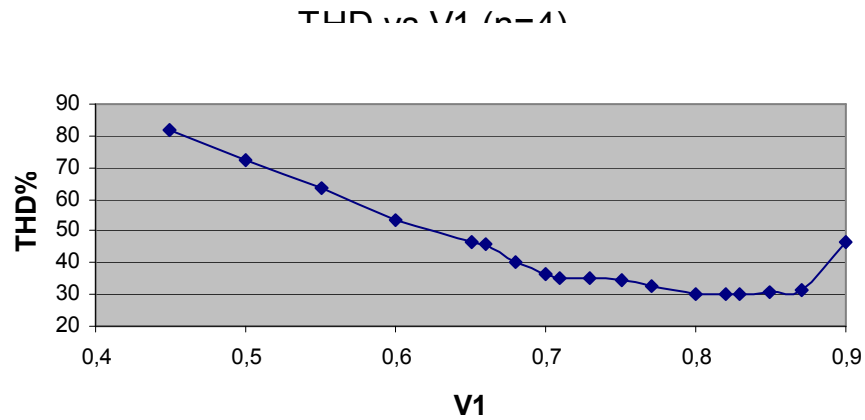


Σχήμα 158. THD σε σχέση με την V1 (ελάχιστη τιμή 49.8% όταν $V1=0.9V_d$)

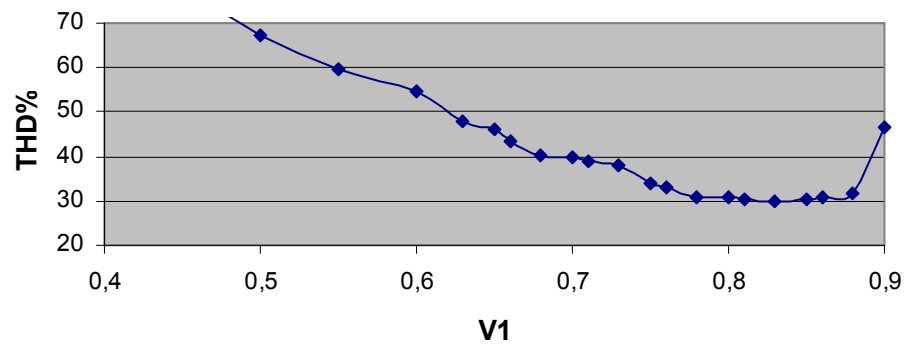
Από τις μετρήσεις διαπιστώνεται πως η τιμή του THD είναι σε κάθε περίπτωση πολύ κοντά στην αναμενόμενη. Η απόκλιση είναι σε κάθε περίπτωση μεταξύ 2% - 7%. Οι μεγαλύτερες αποκλίσεις παρατηρούνται για τις χαμηλότερες τιμές του V1.

Κυματομορφή τριών επιπέδων

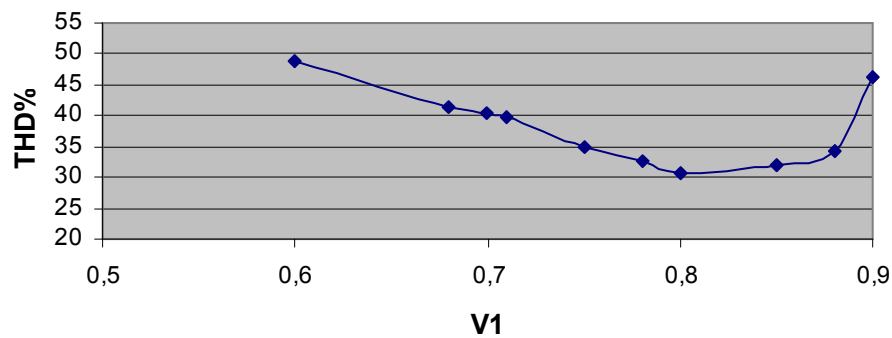
Στα σχήματα 158–160 παρουσιάζεται η τιμή του THD% που μετρήθηκε σε σχέση με την τιμή της βασικής συνιστώσας V_1 για τις περιπτώσεις που έχουμε κυματομορφή με 4, 5 και 10 παλμούς ανά ημιπερίοδο.



Σχήμα 158. THD σε σχέση με την V1 (ελάχιστη τιμή 29.9% όταν $V1=0.83V_d$)



Σχήμα 159. THD σε σχέση με την V1 (ελάχιστη τιμή 30.4% όταν $V1=0.85V_d$)



Σχήμα 160. THD σε σχέση με την V_1 (ελάχιστη τιμή 30.7% όταν $V_1=0.8V_d$)

Στις παραπάνω περιπτώσεις, όπως και στις μετρήσεις για την κυματομορφή δύο επιπέδων, η ολική αρμονική παραμόρφωση έχει μεγαλύτερη τιμή από τις θεωρητικές αναμενόμενες. Εδώ οι αποκλίσεις κυμαίνονται από 1% έως 5%.

Τα πειραματικά αποτελέσματα μπορούν να συγκριθούν με τα αποτελέσματα της μεθόδου που παρουσιάζεται στην εργασία [6]. Εκεί η ελάχιστη τιμή της ολικής αρμονικής παραμόρφωσης μετρήθηκε να είναι 30% (υπολογίζοντας τις μονές αρμονικές από την 5^η έως την 31^η αν και υπάρχουν και οι υπόλοιπες περιττές).

7. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Στην εργασία αυτή αναπτύχθηκε μια νέα μέθοδος για την βελτιστοποίηση της κυματομορφής εξόδου ενός μονοφασικού DC/AC αντιστροφέα με εφαρμογή των γενετικών αλγόριθμων. Ο νέος τρόπος υπολογισμού των γωνιών μεταγωγής της πλήρους γέφυρας, με απευθείας χρήση των μη-γραμμικών εξισώσεων που προκύπτουν από την ανάλυση Fourier, έχει ως αποτέλεσμα την εύρεση των γωνιών εκείνων που δίνουν τιμή για τον παράγοντα THD χαμηλότερη από τις άλλες μεθόδους. Συγκεκριμένα επιτυγχάνεται ελάχιστη τιμή THD περίπου 47% για την περίπτωση που έχουμε την κυματομορφή δύο επιπέδων. Αυτή η περίπτωση είναι ανάλογη της bipolar SPWM όπου η ελάχιστη τιμή THD είναι 95%. Για την περίπτωση της κυματομορφής τριών επιπέδων η ελάχιστη τιμή του THD περίπου 29%. Η unipolar SPWM δίνει THD περίπου 50%. Στο [1] όπου παρουσιάζεται η DRS μονοπολική διαμόρφωση, το THD για $m_a=0.8$, $m_f=21$ είναι περίπου 73% ενώ με την προτεινόμενη μέθοδο, στην αντίστοιχη περίπτωση είναι 29.5%. Στο [6], όπου το THD υπολογίζεται σαν το άθροισμα της rms τιμής του πλάτους των αρμονικών 5, 7, 11,..., 31 είναι 30%. Στην περίπτωση αυτή δεν λαμβάνονται υπόψη στον υπολογισμό του THD κάποιες αρμονικές που όμως υπάρχουν, όπως η 3^η και η 15^η. Στο [7] αναφέρονται οι τυπικές τιμές για τις HEPWM τεχνικές που είναι 39.7%, 49.4% για την EAPWM και 43.8% για την CPWM που είναι υψηλότερες από τα αποτελέσματα που παρουσιάστηκαν στο τέλος της παραγράφου 6.1.2. Επίσης και στο [15] και [16] παρουσιάζονται κάποιες μέθοδοι που έχουν μεγαλύτερη αρμονική παραμόρφωση από τις κυματομορφές που προκύπτουν από τους ΓΑ.

Τα πειραματικά αποτελέσματα επιβεβαιώνουν τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων. Οι τιμές του THD που μετρήθηκαν στο κύκλωμα που κατασκευάστηκε, έχουν μικρή απόκλιση από τις θεωρητικές τιμές. Αυτό οφείλεται στο ότι στον υπολογισμό των γωνιών για την ελαχιστοποίηση του THD δεν λαμβάνεται υπόψη το dead time που όμως πρέπει να εφαρμοστεί στην γέφυρα. Το dead time παίζει σημαντικότερο ρόλο στην περίπτωση της κυματομορφής δύο επιπέδων. Αυτό συμβαίνει γιατί οι διακόπτες αλλάζουν κατάσταση ταυτόχρονα, κάτι που δεν συμβαίνει στην κυματομορφή τριών επιπέδων. Αυτός είναι ο λόγος που στην πρώτη περίπτωση έχουμε μεγαλύτερη απόκλιση από τις θεωρητικές τιμές. Επίσης η απόκλιση από την θεωρητική τιμή του THD οφείλεται και στην

μετατροπή των γωνιών που είναι τιμές floating point σε αριθμό interrupt που είναι ακέραιος και έχει ως αποτέλεσμα εφαρμογή γωνιών έναυσης λίγο διαφορετικών από τις βέλτιστες. Από τις προσομοιώσεις που έγιναν επιβεβαιώνεται η δυνατότητα των γενετικών αλγορίθμων να αποφεύγουν τα τοπικά βέλτιστα και να βρίσκουν την ολικά βέλτιστη λύση.

Η μέθοδος που αναπτύχθηκε μπορεί να εφαρμοστεί σε περιπτώσεις όπου η συχνότητα switching πρέπει να είναι μικρή, δηλαδή σε εφαρμογές μεγάλης ισχύος. Συγκεκριμένα, μπορεί να εφαρμοστεί στην οδήγηση κινητήρων όπου η κυματομορφή PWM εφαρμόζεται χωρίς την χρήση κάποιου φίλτρου για την αποκοπή των αρμονικών. Οι κυματομορφές που προκύπτουν από την εφαρμογή των γενετικών αλγορίθμων έχουν σχεδόν την ίδια αρμονική παραμόρφωση ρεύματος και πολύ μικρότερη παραμόρφωση τάσης με τις προηγούμενες μεθόδους. Στους επαγωγικούς κινητήρες η ύπαρξη αρμονικών προκαλεί απώλειες τόσο στον χαλκό όσο και στον πυρήνα. Οι απώλειες στον χαλκό οφείλονται στις αρμονικές του ρεύματος. Εδώ αυτές παραμένουν σχεδόν ίδιες ή αυξάνονται λίγο. Οι απώλειες του σιδήρου οφείλονται στις αρμονικές τάσης, οι οποίες εδώ μειώνονται κατά πολύ. Επειδή οι απώλειες χαλκού και πυρήνα είναι της ίδιας τάξης, συνολικά οι κυματομορφές που δημιουργούνται με την χρήση των ΓΑ είναι καταλληλότερες για την οδήγηση κινητήριων συστημάτων από τις κυματομορφές που δημιουργούνται με τις άλλες μεθόδους.

Στο μέλλον μπορούν να γίνουν ορισμένες τροποποιήσεις για την εφαρμογή της μεθόδου. Μια πιθανή βελτίωση που μπορεί να γίνει είναι η ολοκλήρωση του συστήματος ελέγχου ώστε να μην απαιτείται μεσολάβηση υπολογιστή για τον προγραμματισμό του AVR κάθε φορά που αλλάζουμε την τιμή της βασικής συνιστώσας εξόδου. Αυτό μπορεί να γίνει με την προσθήκη εξωτερικής μνήμης στον μικροελεγκτή. Επίσης είναι δυνατό να εξοικονομηθεί μνήμη με την περιγραφή των γωνιών που έχουν βρεθεί από τους γενετικούς αλγόριθμους με γραμμικές εξισώσεις. Να γίνει δηλαδή κάτι ανάλογο με αυτό που περιγράφεται στο [3] και έχει αναφερθεί στο Κεφ.2. Έτσι δεν θα είναι απαραίτητη η αποθήκευση όλων των προϋπολογισμένων τιμών των γωνιών.

8. ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [1] N.Mohan, T.Underland, W.Robbins “Ηλεκτρονικά Ισχύος”, β έκδοση, εκδόσεις Α.Τζιόλα 1996
- [2] Zbigniew Michalewicz, “ Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Programs ” 2nd edition, 1994.
- [3] Ποτηράκης Αντώνιος, “ Ανάπτυξη λογισμικού διαστασιολόγησης υβριδικού συστήματος ανανεώσιμων πηγών ενέργειας “. ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ, ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ, 2003
- [4] J.Nazarzadeh, M.Razzaghi. K.Y.Nikraves, “Harmonic elimination in pulse-width modulated inverters using piecewise constant orthogonal functions”. Electric Power Systems Research, vol. 40 (1997), pages 45–49
- [5] Vassilios G. Agelidis, Senior Member, IEEE, Anastasios Balouktsis, Member, IEEE, and Ioannis Balouktsis, “On Applying a Minimization Technique to the Harmonic Elimination PWM Control: The Bipolar Waveform”. IEEE POWER ELECTRONICS LETTERS, VOL. 2, NO. 2, JUNE 2004
- [6] John N. Chiasson, Leon M. Tolbert, Keith J. McKenzie, Zhong Du, “A Complete Solution to the Harmonic Elimination Problem”. IEEE TRANSACTIONS ON POWER ELECTRONICS, VOL. 19, NO. 2, MARCH 2004
- [7] R. A. Villarreal-Ortiz, M. Hernández-Angeles, C. R. Fuerte-Esquivel, R. O. Villanueva-Chávez, “Centroid PWM Technique for Inverter Harmonics Elimination”. IEEE TRANSACTIONS ON POWER DELIVERY, VOL. 20, NO. 2, APRIL 2005
- [8] Ali. I. Maswood, T.G. Neo, M.A. Rahman “An Online Optimal Approach to PWM-SHE Gating Signal Generation”. IEEE Power Engineering Review, September 2001
- [9] Dariusz Czarkowski, David V. Chudnovsky, Gregory V. Chudnovsky, Ivan W. Selesnick, “ Solving the Optimal PWM Problem for Single-Phase Inverters ”. IEEE TRANSACTIONS ON CIRCUITS AND SYSTEMS—I: FUNDAMENTAL THEORY AND APPLICATIONS, VOL. 49, NO. 4, APRIL 2002
- [10] J. W. Chen and T. J. Liang, “A novel algorithm in solving nonlinear equations for programmed PWM inverter to eliminate harmonics,” in Proc. 23rd Int. Conf. In-

dustrial Electronics, Control, Instrumentation., vol. 2, Nov. 9–14, 1997, pp. 698–703.

[12] Hooman Dehbonei, Lawrence Borle, Chem V Nayar, “Optimal Voltage Harmonic Mitigation in Single- Phase Pulse Width Modulation”.

[13] A.I. Maswood , M.H. Rashid, Liu Jian, “Optimal PWM-SHE switching on NPC inverter: a winning match for high power conversion”. Electric Power Systems Research, vol. 48 (1998), pages 19–24

[14] S.R.Bowes, D.Holliday, S.Grewal,”Regular-sampled harmonic elimination PWM control of single-phase two-level inverters”. IEE Proc.-Electr. Power Appl., Vol. 148, No. 4, July 2001

[15] Ali Yazdian-Varjani, Sarath Perera, Joe F,” A Centroid-Based PWM Switching Technique for Full-Bridge Inverter Applications”. IEEE TRANSACTIONS ON POWER ELECTRONICS, VOL. 13, NO. 1, JANUARY 1998

[16] S.R. Bowes, D. Holliday, S. Grewal, “Comparison of single-phase three-level pulse width modulation strategies”.IEE Proc.-Electr. Power Appl., Vol. 151, No. 2, March 2004