



**ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ & ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ**

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

**ΕΚΤΙΜΗΣΗ ΤΗΣ ΠΑΡΑΜΕΝΟΥΣΑΣ
ΔΙΑΡΚΕΙΑΣ ΖΩΗΣ ΑΤΡΑΚΤΩΝ
ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΑΕΡΙΟΣΤΡΟΒΙΛΩΝ
ΓΙΑ ΜΕΙΩΣΗ ΤΟΥ ΚΟΣΤΟΥΣ
ΑΝΤΙΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ**

ΑΝΔΡΟΜΑΧΗ-ΕΥΣΕΒΙΑ ΖΟΥΡΙΑΚΗ

ΧΑΝΙΑ, ΙΟΥΛΙΟΣ 2006

Περιεχόμενα

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ	- 2 -
ΠΕΡΙΛΗΨΗ.....	- 3 -
1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....	- 4 -
1.1 Περιγραφή αεριοστρόβιλου για παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας.....	- 8 -
1.2 Λειτουργική Εμπειρία (GE)	- 14 -
1.3 Ανάλυση Έναρξης μιας Ρωγμής.....	- 19 -
1.4 Πρόβλεψη της Διάρκειας Ζωής σε Κόπωση.....	- 23 -
1.5 Μελέτη μηχανικής διάταξης για ακραίες αστοχίες	- 26 -
1.6 Μελέτη δημιουργίας μιας ρωγμής λόγω κόπωσης	- 30 -
1.7 Έλεγχος Θραύσης και Κόπωσης	- 34 -
1.8 Το περιεχόμενο της εργασίας	- 36 -
2. ΑΝΑΛΥΣΗ ΑΠΛΟΥ ΔΥΝΑΜΙΚΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ.....	- 37 -
2.1 Εισαγωγή.....	- 37 -
2.2 Δυναμικό Μοντέλο Τριών Βαθμών Ελευθερίας Ατράκτου σε στρέψη.....	- 37 -
2.3 Υπολογισμός συνεχών αποκρίσεων του συστήματος στο πεδίο του χρόνου	- 41 -
2.4 Πεδίο συχνοτήτων – Υπολογισμός ιδιοσυχνοτήτων σε στρέψη	- 64 -
3. ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΕΣ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗΣ ΤΩΝ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ ΡΩΓΜΗΣ.	- 66 -
3.1 Δακτυλιοειδής ρωγή στρέψης	- 66 -
3.2 Υπολογισμός συντελεστή K_{III} για το πρόβλημα στρέψης της ατράκτου	- 68 -
4. ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΣΤΡΕΨΗΣ.....	- 75 -
5. ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ.....	- 78 -
5.1 Η διαδικασία της επένδυσης	- 78 -
5.2 Η αναφορά της επένδυσης σε μια χρονοσειρά ταμειακών ροών (εισροές–εκροές) -	78 -
5.3 Μεταβλητές της επένδυσης.....	- 78 -
5.4 Υπολογισμός των παραμέτρων	- 80 -
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ.....	- 84 -

Περίληψη

Στη μελέτη ενός στρεφόμενου συστήματος είναι απαραίτητη η πρόβλεψη της δυναμικής συμπεριφοράς των ατράκτων / αξόνων που υπόκεινται σε στρέψη. Η μελέτη περιλαμβάνει τον υπολογισμό των ιδιοσυχνοτήτων και των κρίσιμων αριθμό στροφών, καθώς και των αποκρίσεων σε επιτάχυνση – επιβράδυνση (μεταβατικά φαινόμενα). Πολλά δυναμικά συστήματα στροφείων αποτελούνται από άξονες / στοιχεία ατράκτων, τα οποία είναι επιρρεπή σε εγκάρσιες ρωγμές λόγω κόπωσης.

Η άτρακτος (στροφέιο) που μελετάται στην εργασία αυτή υπόκειται μόνο σε στρέψη. Από τη στιγμή εμφάνισης μιας ρωγμής στο μοντέλο του συστήματος, υπάρχει δυνατότητα προσδιορισμού και ταξινόμησης σημαντικών χαρακτηριστικών, που ονομάζονται δείκτες επίδοσης (performance index). Αυτοί οι δείκτες μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την χρονική πρόβλεψη επικείμενης αστοχίας σε συστήματα παρακολούθησης σε πραγματικό χρόνο (on - line monitoring systems). Στην παρούσα εργασία το στροφέιο με ή χωρίς ρωγμή μοντελοποιήθηκε ως σύστημα στοιχείων συγκεντρωμένων ιδιοτήτων τεσσάρων βαθμών ελευθερίας (4 DOFs) που αποτελείται από ισοδύναμα στοιχεία αποθήκευσης δυναμικής ενέργειας (ισοδύναμα στρεπτικά ελατήρια) και στοιχεία αποθήκευσης δυναμικής ενέργειας (ισοδύναμες ροπές αδράνειας). Μέσω επίλυσης των εξισώσεων Lagrange που προέκυψαν υπολογίστηκε η δυναμική συμπεριφορά της ατράκτου, καθώς και οι εξωτερικές ροπές που ασκούνται σε αυτή.

Στη συνέχεια υπολογίστηκε ο συντελεστής έντασης των τάσεων και από το διάγραμμα Paris του υλικού εκτιμήθηκε η διάρκεια ζωής της ατράκτου.

Στο τελευταίο κεφάλαιο της εργασίας παρουσιάζεται, επιπλέον, μια οικονομική μελέτη για το κόστος αντικατάστασης της ατράκτου πρώτα κατά την θραύση της και έπειτα λαμβάνοντας υπόψη την προβλεπόμενη διάρκεια ζωής της.

1. Εισαγωγή

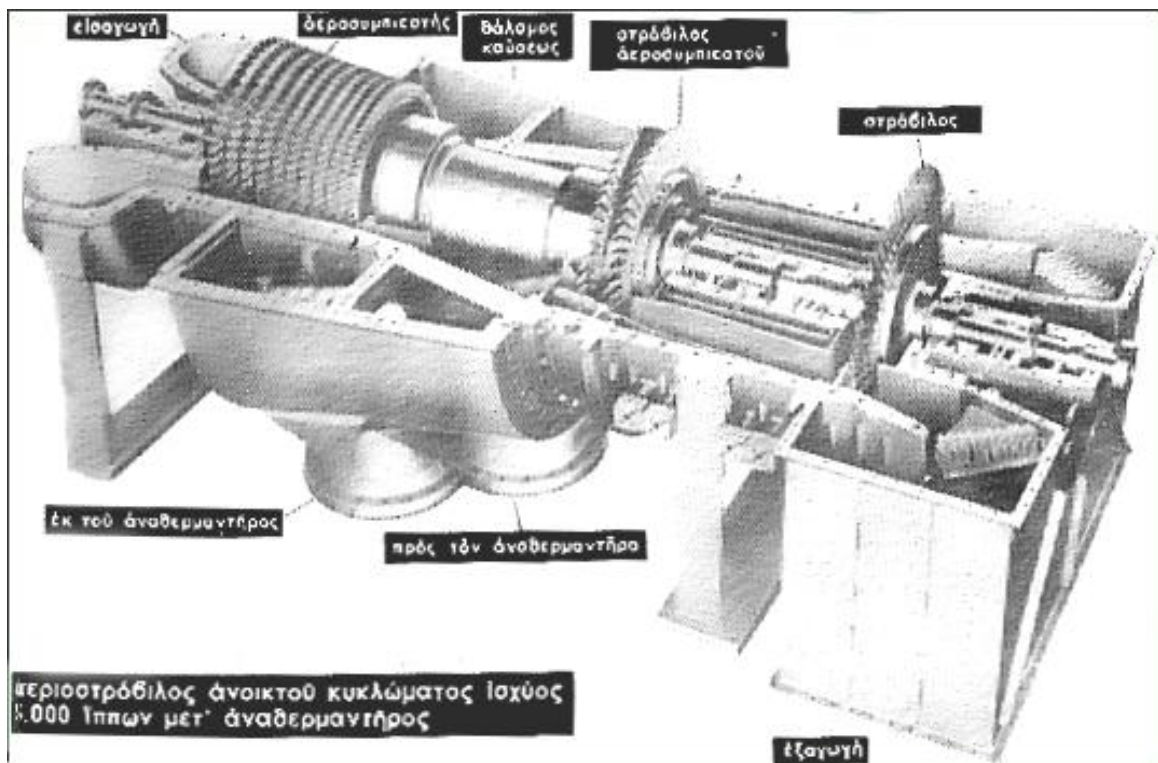
Η εμφάνιση της ηλεκτρικής ενέργειας αποτέλεσε τη βάση για την ανάπτυξη των διαφόρων βιομηχανιών. Η ηλεκτρική ενέργεια συγκριτικά με τις άλλες μορφές ενέργειας παρουσιάζει πολύτιμα πλεονεκτήματα: Πρώτα απ' όλα έχει τη δυνατότητα να μετατραπεί απ' ευθείας σε οποιαδήποτε άλλη μορφή ενέργειας και μάλιστα να μεταφερθεί σε μεγάλες αποστάσεις με σχετικά μικρές απώλειες, χρησιμοποιώντας συνήθως εναέριους ηλεκτρικούς αγωγούς μέσω των ηλεκτρικών δικτύων. Παρουσιάζει όμως το σοβαρό μειονέκτημα ότι δεν μπορεί να αποθηκευτεί σε μεγάλες ποσότητες με χαμηλό κόστος.

Η διανομή του ηλεκτρικού ρεύματος, αποτελεί το τελικό στάδιο της διοχέτευσης της ηλεκτρικής ενέργειας από τα εργοστάσια παραγωγής στους κατά τόπους μικρούς ή μεγάλους καταναλωτές.

Στους σταθμούς παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας μετατρέπεται μια πρωτογενής μορφή ενέργειας σε ηλεκτρική. Οι μεγάλοι θερμικοί σταθμοί παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας κατασκευάζονται σαν ένα σύνολο από μονάδες που εργάζονται παράλληλα, και είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους. Σε κάθε μονάδα υπάρχει ένα ηλεκτροπαραγωγό ζεύγος, το οποίο αποτελείται από μία κινητήρια μηχανή που συνήθως είναι στροβιλομηχανή και από μια κινούμενη γεννήτρια, και μετατρέπει την ενέργεια από θερμική ή υδραυλική σε ηλεκτρική.

Ένας αεριοστρόβιλος είναι μια κινητήρια μηχανή που χαρακτηρίζεται από ένα στρεφόμενο μέρος, συνήθως πτερυγοφόρο από τον οποίο εξασφαλίζεται η εκμετάλλευση της κινητικής ενέργειας της ροής ενός ρευστού (νερού, αέρα) και της θερμικής του ενέργειας (ατμός, καυσαέριο). Η λειτουργία των στροβίλων στηρίζεται στο φαινόμενο της δράσης και αντίδρασης.

Ο στρόβιλος περιλαμβάνει κατ' αρχήν δύο μέρη: Ένα σταθερό μέρος που ονομάζεται κέλυφος και είναι διαμορφωμένο κατά τέτοιο τρόπο ώστε να κατευθύνει το ρεύμα του χρησιμοποιούμενου ρευστού ώστε να ελαχιστοποιεί την πτώση πίεσης και τις απώλειες στην είσοδο του στροβίλου, και ένα κινητό μέρος, το οποίο περιστρέφεται και χαρακτηρίζεται γενικά ως στροφείο, ενώ ειδικότερα, ανάλογα με τη μορφή του, καλείται τύμπανο, τροχός, κλπ. Τόσο το σταθερό όσο και το στρεφόμενο μέρος του στροβίλου διαθέτουν πτερύγια ή αυλακώσεις ή σκαφίδια. Εφόσον αυτά ανήκουν στο κέλυφος καλούνται κατευθυντήρια και εφόσον ανήκουν στο στροφείο καλούνται κινητά. Το ρευστό που χρησιμοποιείται στους στροβίλους αποτελεί βάση διάκρισης αυτών σε κατηγορίες. Έτσι αεριοστρόβιλοι καλούνται οι στρόβιλοι που λειτουργούν με θερμό καυσαέριο, ατμοστρόβιλοι οι στρόβιλοι που λειτουργούν με ατμό και υδροστρόβιλοι οι στρόβιλοι στους οποίους η κινητική ενέργεια του νερού μετατρέπεται σε περιστροφική κίνηση.



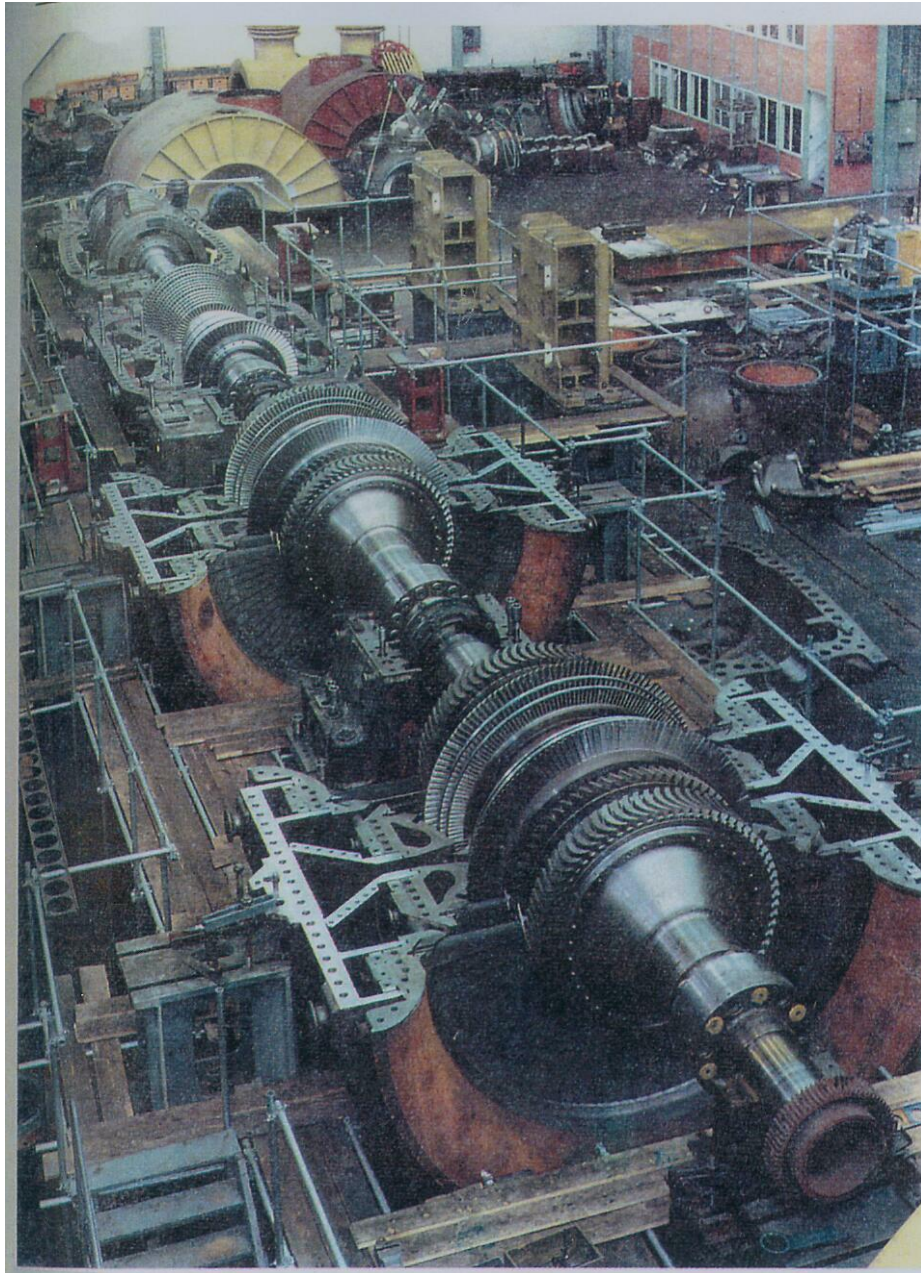
Σχ1. Αεριοστρόβιλος ανοικτού κυκλώματος με αναθερμαντήρα

Ο αεριοστρόβιλος ανήκει στις κινητήριες θερμικές μηχανές που χρησιμοποιούν ως εργαζόμενη ουσία τον αέρα ή κάποιο άλλο αέριο. Η μηχανή αυτή αναρροφά τον αέρα από την ατμόσφαιρα μέσω του συμπιεστή, τον εισάγει με υψηλή πίεση στους θαλάμους καύσεως όπου χρησιμοποιείται για την καύση του υγρού ή αερίου καυσίμου. Τέλος, χρησιμοποιεί την εκτόνωση των καυσαερίων υψηλής πίεσης για την κίνηση ενός στροβίλου.

Οι αεριοστρόβιλοι κατατάσσονται ανάλογα με τα χαρακτηριστικά τους στις ακόλουθες κατηγορίες:

1. Ανάλογα με την αρχή στην οποία στηρίζεται η λειτουργία τους διακρίνονται σε στροβίλους:
 - α. Δράσεως
 - β. Αντιδράσεως
 - γ. Μικτούς
2. Ανάλογα με τη θέση του άξονά τους διακρίνονται σε:
 - α. Οριζόντιους
 - β. Κατακόρυφους
3. Ανάλογα με τη διεύθυνση ροής του αερίου στο εσωτερικό τους κατατάσσονται σε:
 - α. Στροβίλους με αξονική ροή, όταν το αέριο από την είσοδό του στο στρόβιλο έως την έξοδό του ρέει παράλληλα προς τον άξονα του στροβίλου
 - β. Στροβίλους ακτινικής ροής, στους οποίους το αέριο ρέει ακτινικά, δηλαδή κατά διεύθυνση κάθετη προς τον άξονα του στροβίλου από το κέντρο προς την περιφέρειά του και αντίστροφα
 - γ. Στροβίλους περιφερειακής ή εφαπτομενικής ροής, όταν η ροή του αερίου ακολουθεί τη διεύθυνση της εφαπτομένης της περιφέρειας του τροχού.
4. Ανάλογα με την πίεση του αέρα με το οποίο λειτουργούν διακρίνονται σε:
 - α. Υψηλής πίεσεως
 - β. Μέσης πίεσεως
 - γ. Χαμηλής πίεσεως

δ. Στρόβιλοι συμπυκνωμάτων



Σχ 2. Διακρίνονται η αντλία σε κοινό άξονα με τους στροβίλους ΥΠ, ΜΠ, και ΧΠ. Κάθε στρόβιλος είναι διπλής εκροής. Ο αέρας εισέρχεται στην μέση του στροβίλου και εξέρχεται από τα δύο άκρα του. Το πάνω μέρος των κελυφών δεν έχει συναρμολογηθεί. Έχουν τοποθετηθεί ένα μέρος των σταθερών και ένα μέρος των περιστρεφόμενων πτερυγίων.

Ένα τέτοιο τμήμα στροβίλου (υψηλής, μέσης ή χαμηλής πίεσης) αποτελείται από ένα σταθερό τροχό με σταθερά πτερύγια, τα οποία ονομάζονται οδηγητικά πτερύγια, και οδηγούν τον αέρα πάνω σε κινητά πτερύγια που είναι στερεωμένα στο δρομέα του στροβίλου. Οι καμπυλότητες των πτερυγίων είναι τέτοιες ώστε, το εξερχόμενο ρεύμα αέρα από τα σταθερά πτερύγια να πέφτει πάνω στα κινούμενα πτερύγια, χωρίς στροβιλισμούς και κρούσεις στις επιφάνειες προσβολής. Υπάρχουν πολλά σταθερά και κινούμενα πτερύγια ανά τμήμα. Ο αέρας εισέρχεται σε κάθε τμήμα και οδηγείται σταδιακά από σταθερά σε κινητά πτερύγια και αντίστροφα. Τέτοια ζεύγη στεφανιών σταθερών και κινητών πτερυγίων (βαθμίδες) υπάρχουν

πολλά. Κάθε ζεύγος πτερυγίων (βαθμίδα) έχει και μία ορισμένη διαφορά πίεσης. Η μετατροπή της ενέργειας σε μια βαθμίδα μπορεί να γίνει κατά δύο τρόπους :

α. Η εκτόνωση να γίνεται κυρίως στα σταθερά πτερύγια.

β. Η εκτόνωση να γίνεται και στα σταθερά και στα κινητά πτερύγια.

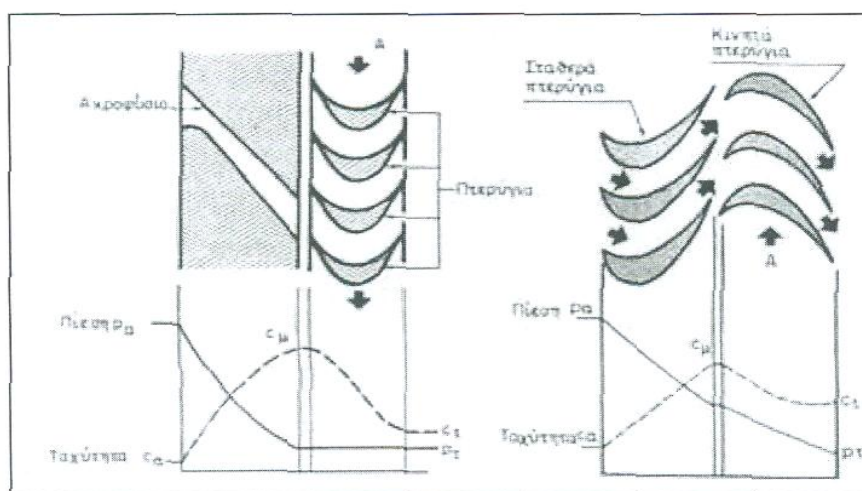


Σχ. 3. Στρεφόμενα πτερύγια στροβίλου. Πάνω είναι ο δρομέας μέσης και κάτω ο δρομέας χαμηλής πίεσης

Σύμφωνα λοιπόν με τα παραπάνω οι αεριοστροβίλοι διακρίνονται σε δύο βασικές κατηγορίες:

1. Στους στροβίλους δράσεως, στους οποίους το αέριο περνά πρώτα από τα ακροφύσια όπου εκτονώνεται, και ένα μέρος της θερμικής και δυναμικής του ενέργειας μετατρέπεται σε κινητική οπότε και ελαττώνεται η θερμοκρασία και η πίεσή του και αυξάνει αντίστοιχα η ταχύτητά του. Κατά τη διαδρομή του αερίου μέσα από τα πτερύγια η πίεσή του παραμένει σταθερή ενώ η ταχύτητά του ελαττώνεται.
2. Στους στροβίλους αντιδράσεως, στους οποίους το αέριο διέρχεται πρώτα από σταθερά πτερύγια. Εκεί εκτονώνεται όπως περίπου και στα ακροφύσια, με αποτέλεσμα να ελαττωθούν πάλι η θερμοκρασία και η πίεσή του και να αυξηθεί η ταχύτητά του. Στη

συνέχεια εισέρχεται στα αυλάκια των κινητών πτερυγίων ενός τυμπάνου, όπου και παράγει ένα ποσό έργου δράσεως περιστρέφοντας το στροφείο. Λόγω όμως του ειδικού σχήματος των κινητών πτερυγίων αντιδράσεως, εκτονώνεται πάλι μέσα στα συγκλίνοντα αυλάκια τους, οπότε ελαττώνεται πάλι η θερμοκρασία και η πίεσή του και αυξάνει η ταχύτητά του. Ταυτόχρονα λόγω της εκτονώσεώς του αυτής, παράγεται μια δύναμη που έχει κατεύθυνση αντίθετη από αυτή με την οποία εξέρχεται από τα κινητά αυτά πτερύγια. Έτσι παράγεται το έργο της αντιδράσεως. Στο ακόλουθο σχήμα παριστάνονται γραφικά οι μεταβολές της πίεσης p και της ταχύτητας c κατά τη δίοδο του αερίου μέσα από τα ακροφύσια και τα πτερύγια δράσεως για στρόβιλο δράσεως και στρόβιλο αντιδράσεως αντίστοιχα.



Σχ. 4. Μεταβολή της πίεσης p και της ταχύτητας c κατά τη δίοδο του αερίου μέσα από τα ακροφύσια και τα πτερύγια δράσεως για στρόβιλο δράσεως και στρόβιλο αντιδράσεως αντίστοιχα.

Ο βαθμός απόδοσης μετατροπής της ενέργειας εξαρτάται από τη σχετική ταχύτητα των πτερυγίων ως προς την ταχύτητα του αέρα και είναι μέγιστος για μια ορισμένη σχετική ταχύτητα. Ο βαθμός απόδοσης των στροβίλων δράσης είναι μεγαλύτερος από ότι στους στροβίλους αντίδρασης όσον αφορά το τμήμα των πτερυγίων. Αν ληφθούν υπόψη όλοι οι παράγοντες που διαμορφώνουν τον βαθμό απόδοσης οι δύο μορφές στροβίλων είναι ισοδύναμες και έτσι κατασκευάζονται και οι δύο τύποι.

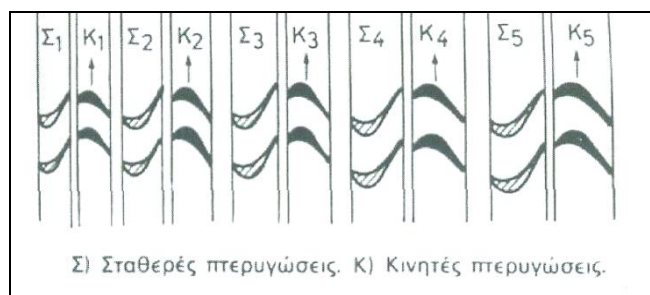
Η εργασία αυτή ασχολείται μόνο με τους στροβίλους αντιδράσεως.

1.1 Περιγραφή αεριοστρόβιλου για παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας

1.1.1 Η διαβάθμιση στους στροβίλους

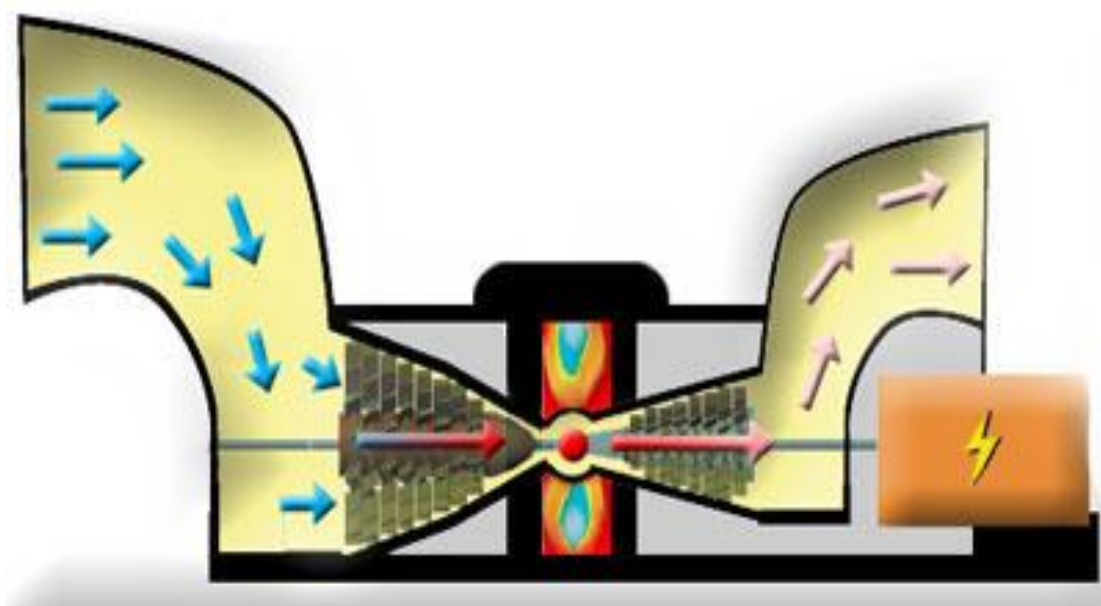
Η θερμοκρασία του αέρα εξαρτάται από την πίεση και την υπερθέρμανσή του. Για να έχουμε λοιπόν υψηλή απόδοση πρέπει να χρησιμοποιούμε υψηλές πιέσεις και υψηλή υπερθέρμανση του αέρα κατά την είσοδό του στη μηχανή. Παράλληλα στο εσωτερικό πρέπει να επικρατεί πολύ χαμηλή πίεση. Έτσι θα έχουμε πολύ μεγάλη εκτόνωση του αέρα, οπότε αυτός εξερχόμενος από τη μηχανή θα έχει πολύ χαμηλή πίεση, τόσο χαμηλή όσο είναι αναγκαία για να ρέει προς αυτό. Οι στρόβιλοι αντιδράσεως είναι στρόβιλοι με διαβάθμιση πιέσεως. Στο

σχήμα που ακολουθεί παριστάνεται η κάτοψη στροβίλου Parson's με πέντε διαβαθμίσεις πίεσεως.



Σχ 5. Κάτοψη στροβίλου Parson's με πέντε διαβαθμίσεις πίεσεως.

Οι αεριοστρόβιλοι χρησιμοποιούνται όπως αναφέραμε για την παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας. Στο σχήμα παρακάτω φαίνεται η διαδικασία παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας με αεριοστρόβιλο:

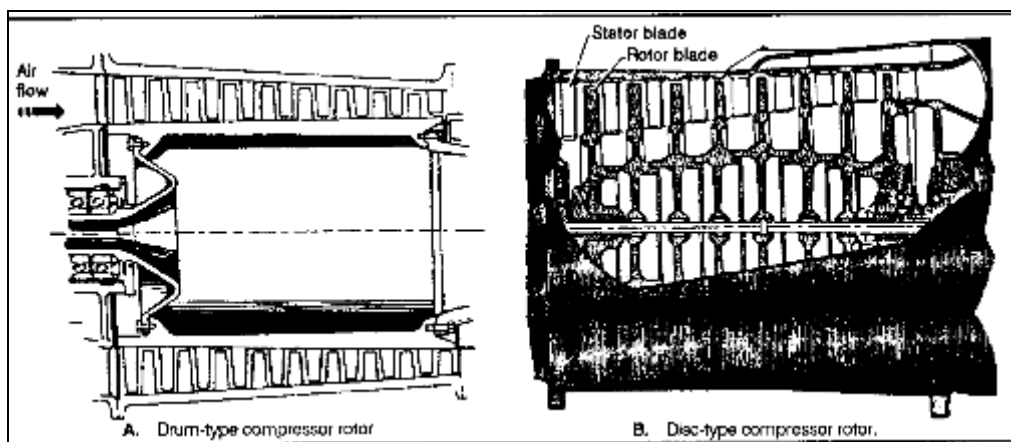


Σχήμα 6. Διαδικασία παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας με αεριοστρόβιλο

Οι υπερμεγέθεις σωλήνες εισαγωγής και εξαγωγής που φαίνονται στο σχήμα θέλουν να διευκρινίσουν τα τεράστια ποσά αέρα που απαιτούνται. Αφού ο αέρας απορροφηθεί, συμπιέζεται και θερμαίνεται με την ίδια διαδικασία που έχει περιγραφεί παραπάνω για τους αεριοστρόβιλους. Ο στρόβιλος οδηγεί μια γεννήτρια (στο δεξί μέρος του σχήματος) για την παραγωγή του ηλεκτρικού ρεύματος. Τα κόκκινα βέλη σημαίνουν "υψηλή πίεση, υψηλή θερμοκρασία", ενώ τα μπλε "χαμηλή πίεση, χαμηλή θερμοκρασία".

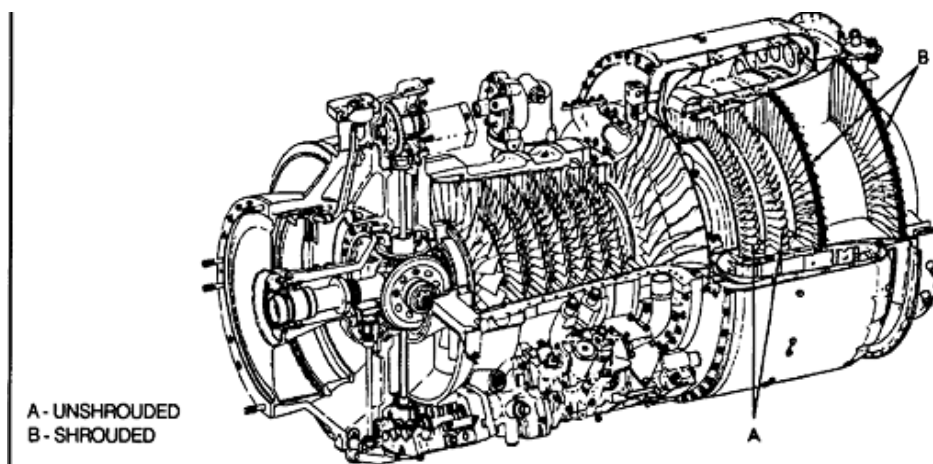
Οι αεριοστρόβιλοι εξάγουν κινητική ενέργεια από τα διαστελλόμενα αέρια καθώς τα αέρια εξέρχονται από τους καυστήρες. Μετατρέπουν την ενέργεια αυτή σε παρεχόμενη ισχύ από τον άξονα για να θέσουν σε λειτουργία τον συμπιεστή και τα υπόλοιπα μηχανικά εξαρτήματα. Ο συμπιεστής αυξάνει την πίεση της συνολικής ποσότητας του αέρα που παραλαμβάνεται από

τον αγωγό παροχής αέρα και έπειτα τον μεταφέρει στους καυστήρες στην απαιτούμενη ποσότητα και πίεση. Επίσης παρέχει τον αέρα ψύξης για ποικίλες εφαρμογές στις μηχανές.



Σχ 7. Συμπιεστής αξονικής ροής

Οι στρόβιλοι μπορεί να είναι είτε απλής βαθμίδας είτε πολλαπλών βαθμίδων. Στην περίπτωση που ο στρόβιλος έχει περισσότερες από μία βαθμίδες, τα σταθερά πτερύγια είναι τοποθετημένα μεταξύ κάθε πτερωτής της ατράκτου και στην κατεύθυνση αέρα κάθε στροφάλου της ατράκτου. Επίσης τοποθετούνται στην είσοδο και στην έξοδο του στροβίλου. Οι βαθμίδες μπορεί ή όχι να λειτουργούν ανεξάρτητα η μία από την άλλη ανάλογα με τον τύπο της μηχανής και τις ενεργειακές απαιτήσεις του στροβίλου. [2]



Σχ 8. Πτερύγια στροβίλου

Τα πιο επικίνδυνα και ακριβά μηχανολογικά εξαρτήματα είναι οι άτρακτοι και όλα εκείνα που συνδέονται με τις διόδους θερμού αέρα. Η διόδος για τον αέρα σχεδιάζεται έτσι ώστε να συνδέει τον εισερχόμενο αέρα με τον συμπιεστή με όσο το δυνατό λιγότερες απώλειες ενέργειας. Για να συμβεί αυτό θα πρέπει η ροή του αέρα στο συμπιεστή να είναι τέτοια ώστε να έχουμε τη μέγιστη λειτουργική απόδοση.

Η ποσότητα του αέρα που διέρχεται στη μηχανή εξαρτάται από:

- Την ταχύτητα περιστροφής του συμπιεστή
- Την πυκνότητα του αέρα στο περιβάλλον
- Την υγρασία του αέρα

- Την γεωμετρία του στομίου εισόδου και τη γεωμετρία των πτερυγίων

Τα στόμια εισόδου αέρα διακρίνονται στις ακόλουθες κατηγορίες:

- Με πτερύγια
- Δακτυλιοειδή
- Κωνοδοειδή

Πρακτικά όλες οι μεγάλες μηχανές σε τέτοια διάταξη είναι μοναδικές στο να ψύχουν τα περισσότερο θερμικά καταπονούμενα τμήματα των οδηγών πτερυγίων στα οποία εισέρχονται τα αέρια και την πρώτη βαθμίδα των πτερυγίων της ατράκτου. Αυτό επιτυγχάνεται συνδέοντας τον συμπιεστή του αέρα ψύξης μέσω των διόδων που υπάρχουν στη μηχανή στην περιοχή του στρόβιλου. Παρόλο που ο αέρας ψύξης όταν έρχεται από τον συμπιεστή είναι θερμός, θεωρείται ψυχρός σε σχέση με τη θερμοκρασία λήψης αερίων στο στρόβιλο. Για αυτό το λόγο αυτός ο αέρας χρησιμοποιείται για την ψύξη των πτερυγίων. Η ψύξη είναι απαραίτητη και αυτό γιατί αρκετή ενέργεια αποσπάται από τα καυσαέρια κατά την πρώτη ή την πρώτη και τη δεύτερη βαθμίδα του στρόβιλου έτσι ώστε να μειώσει τη θερμοκρασία σε ένα ανεκτό επίπεδο.

1.1.2 Σχεδιασμός αεριοστροβίλων

Ο αεριοστρόβιλος λειτουργεί βασιζόμενος στην αρχή του κύκλου Joule / Brayton όπου ο συμπιεσμένος αέρας αναμιγνύεται με καύσιμο και καίγεται υπό σταθερή πίεση. Η θερμότητα που προέρχεται από το καύσιμο των καυσίμων διαστέλλει τον αέρα και η μεγάλη ταχύτητα των θερμών καυσαερίων περιστρέφει τον στρόβιλο.

Μεγάλοι αεριοστρόβιλοι για την παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας δεν λειτουργούν με απλό κύκλο, αλλά συνήθως λειτουργούν με συνδυασμένο κύκλο, εξασφαλίζοντας έτσι υψηλότερη ενεργειακή απόδοση.

Τα ζεύγη οδοντώσεων Hirth είναι σχεδιασμένα ώστε τα δόντια που κλειδώνουν να έχουν τέτοιο σχήμα που να μπορούν με ασφάλεια να μεταδώσουν τη μέγιστη δυνατή ροπή, χωρίς να επηρεάζεται από την τριβή μεταξύ των επιφανειών των δοντιών που έρχονται σε επαφή.



Σχ 9. Άξονας αεριοστροβίλου με οδοντώσεις V

Ο αέρας για την ψύξη των βαθμίδων των κινούμενων πτερυγίων εξάγεται από κατάλληλα μέρη του συμπιεστή και με διαφορετικά επίπεδα πίεσης. Αντίθετα από τις συγκολλημένες ατράκτους, οι τύποι δισκοειδών ατράκτων προσαρμόζονται από μόνοι τους στο να παρέχουν εσωτερικές διόδους δια μέσου των οποίων ο εξαγόμενος αέρας οδηγείται από τον συμπιεστή στον στρόβιλο παραγωγής ενέργειας. Ο εξαγόμενος αυτός αέρας ρέει, θερμαίνοντας τους κυλίνδρους κάποιων δίσκων του συμπιεστή, προωθώντας έτσι την γρήγορη εξίσωση της θερμοκρασίας τους καθ' όλο το μήκος τους κατά την διάρκεια της εκκίνησης. Ο περιορισμός της αναφερόμενης αυτής θερμικής κίνησης μεταξύ γειτονικών εξαρτημάτων ατράκτου φέρει ως αποτέλεσμα πολύ υψηλές πιέσεις οι οποίες μπορούν να οδηγήσουν την άτρακτο σε εκκεντρικότητα και κύρτωση, με άμεση συνέπεια χαμηλή λειτουργική επίδοση, ή ακόμα και αστοχία.

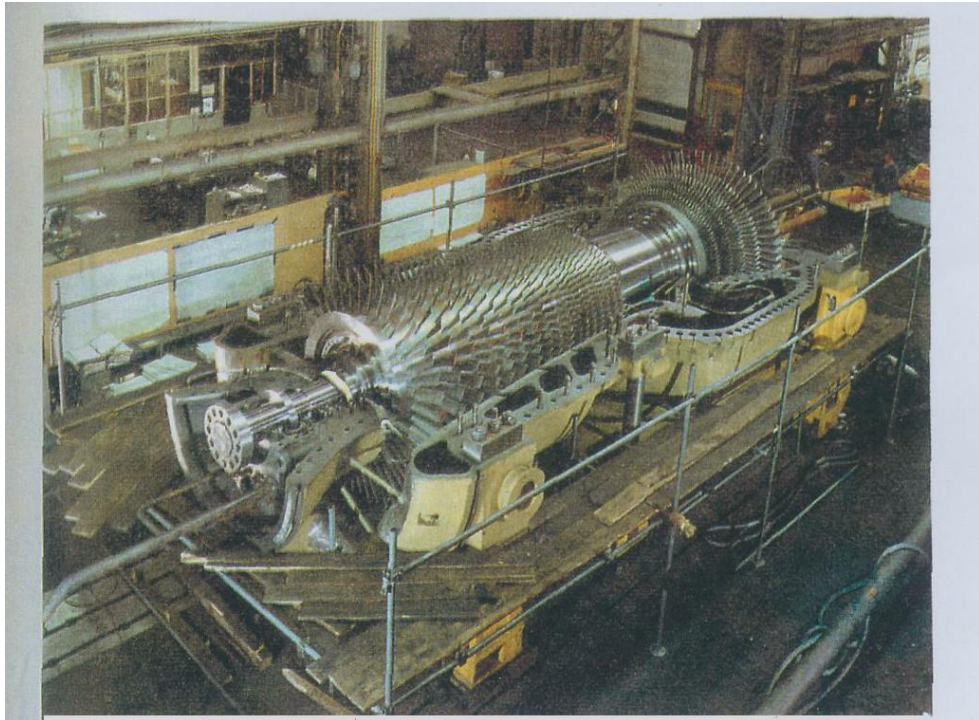


Σχ 10. Δόντια Hirth στηριγμένα σε τροφείο

Η απόσταση μεταξύ των κεντρικών οπών του δίσκου και των συνδετικών αξονίσκων επιτρέπει στην κυκλοφορία του αέρα να θερμάνει τα ελάσματα και τα κέντρα των τροχών του δίσκου τόσο γρήγορα όσο και τα εξωτερικά άκρα στην περίπτωση της εκκίνησης, με αποτέλεσμα να ελαχιστοποιεί τις θερμικές τάσεις.

Ο σκοπός ενός σωστού σχεδιασμού είναι το να εξασφαλίζει ένα χαμηλό συντονισμό ηλεκτρικής γεννήτριας περιστρεφόμενου συστήματος με μία μόνο απλή υποσυγχρονισμένη κρίσιμη ταχύτητα, ώστε να ελαχιστοποιήσει την ευαισθησία στις ταλαντώσεις κάτω από οποιοσδήποτε συνθήκες λειτουργίες.

Ο αεριοστρόβιλος που χρησιμοποιείται είναι παρόμοιος με αυτόν που παρουσιάζεται στο ακόλουθο σχήμα.



Σχ 11. Αεριοστροβίλο, με αεροσυμπιεστή υπό συναρμολόγηση

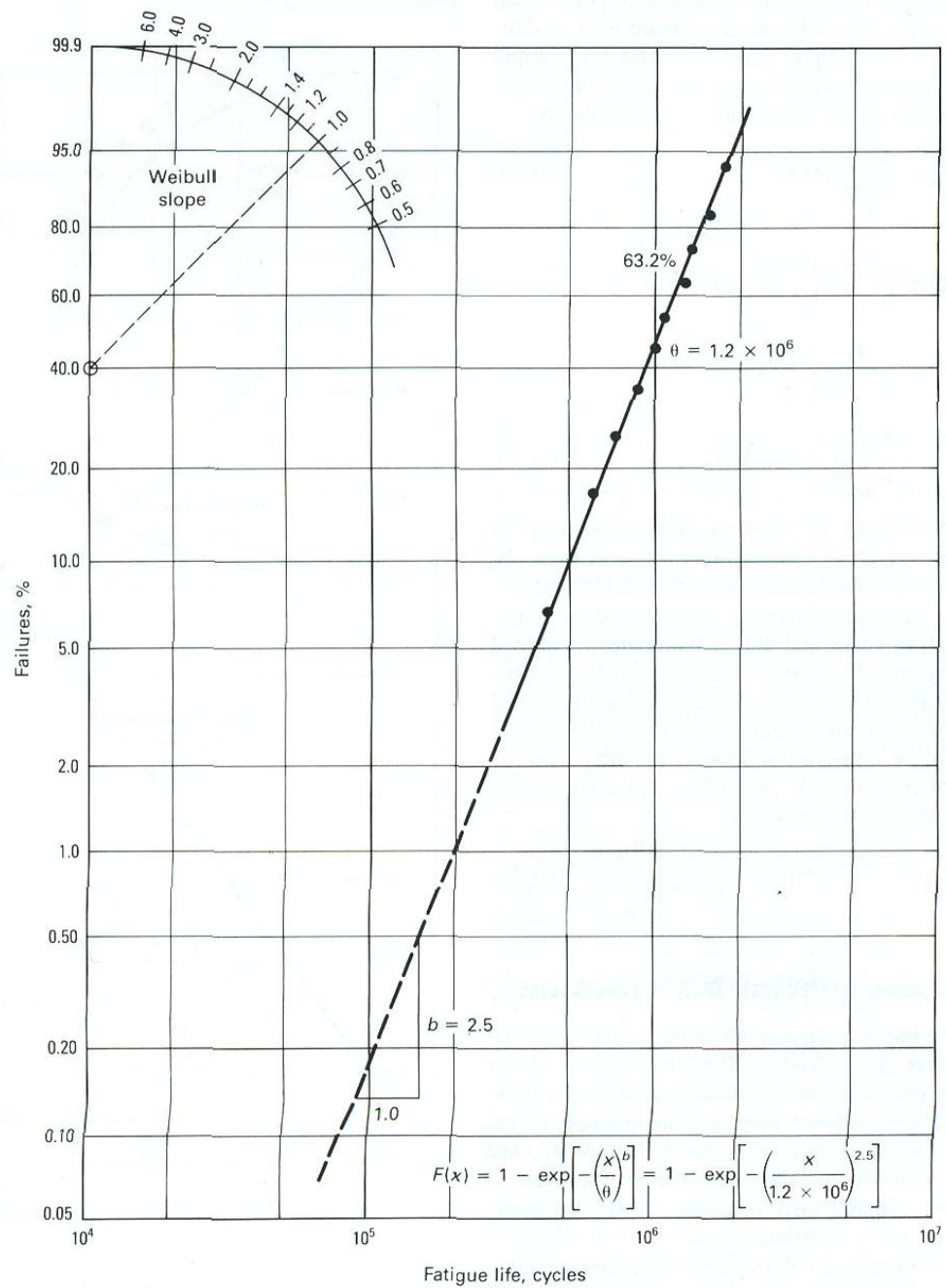
1.2 Λειτουργική Εμπειρία (GE)

Ένα σύστημα περιστροφής αεριοστροβίλου φορτίζεται σύμφωνα με το χρόνο μέσω των αλλαγών στα επίπεδα πίεσης ως αποτέλεσμα των διαδικασιών εκκίνησης και σταματήματος.

Ως μέτρο της ζωής ενός αεριοστροβίλου χρησιμοποιούμε τις ώρες λειτουργίας. Ενώ η βάση των ωρών λειτουργίας μπορεί να χρησιμοποιηθεί για μηχανές ελάχιστου φορτίου λειτουργώντας με καλή ποιότητα καυσίμου, τα τελευταία χρόνια έχουν παρουσιαστεί πιο εξεζητημένες έννοιες υπολογισμού της ζωής τους, βασιζόμενες στις συνεχείς μετρήσεις των επιδόσεων των μηχανικών παραμέτρων.

Η κατανομή Weibull συχνά χρησιμοποιείται σαν ένα μοντέλο υπολογισμού φαινομένων όπως η διάρκεια ζωής και η αντοχή. Αυτή η κατανομή προσδιορίζει επίσης και τη μηδενική πιθανότητα που αντιστοιχεί στις αρνητικές τιμές των μετρήσεων. Στο ακόλουθο διάγραμμα παρουσιάζεται ένα σύνολο δεδομένων που αφορά τις δύο παραμέτρους της κατανομής Weibull: α και β . Παρατηρούμε ότι οι κατανεμημένες τιμές της διάρκειας ζωής σε κόπωση βρίσκονται πάνω σε μία ευθεία γραμμή.

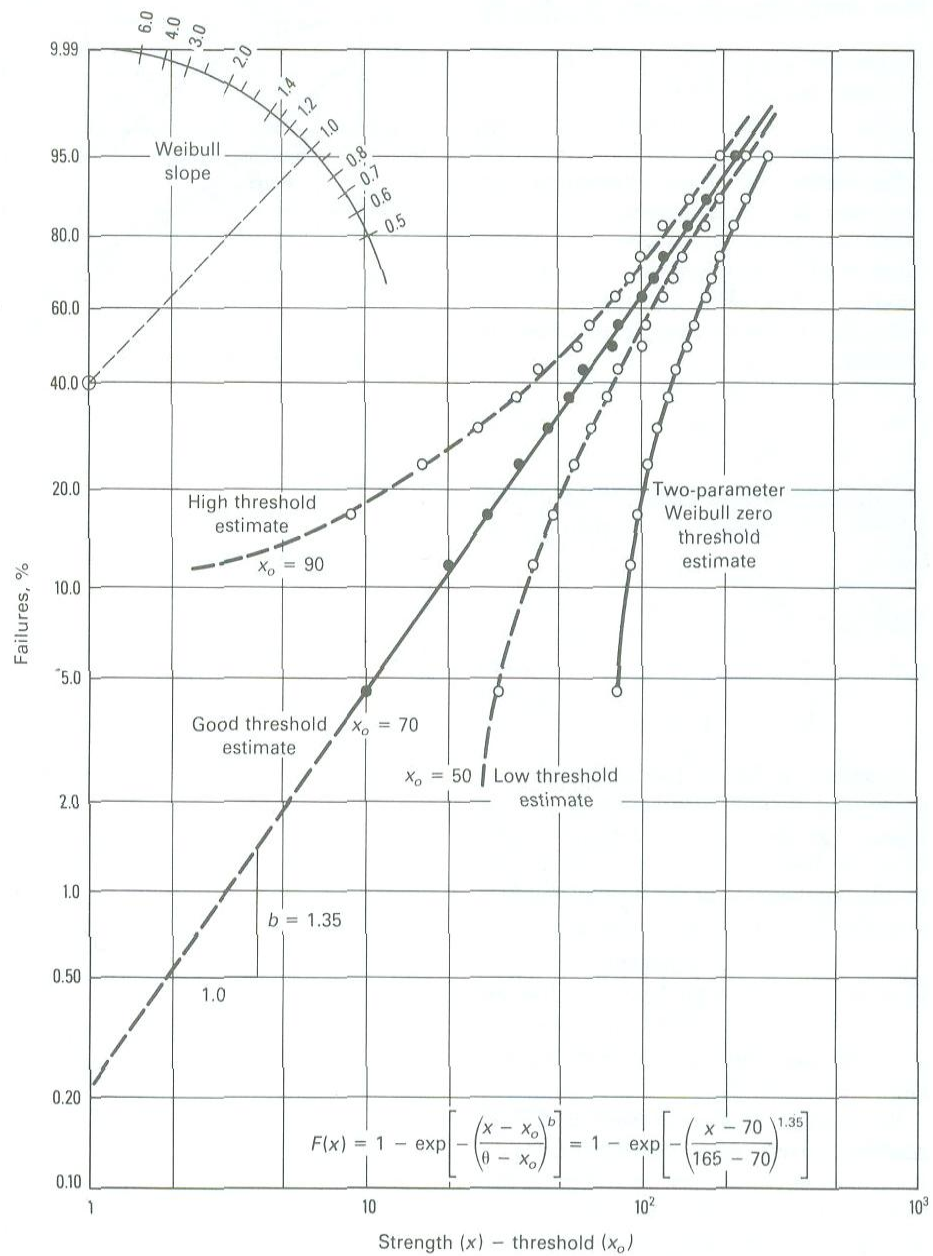
Η τρίτη παράμετρος της κατανομής Weibull είναι απλά μια προέκταση των άλλων δύο παραμέτρων περιλαμβάνοντας μία οριακή μη μηδενική τιμή. [4]



Σχ 12. Σύνολο δεδομένων των δύο παραμέτρων της κατανομής Weibull

Στο Σχήμα 13 απεικονίζονται οι διασκορπισμένες τιμές της δύναμης σε κλίμακα από 80 μέχρι 290. Αυτά τα δεδομένα εντοπίστηκαν σύμφωνα με τις δύο παραμέτρους της κατανομής Weibull. Το όριο φαίνεται να είναι μόνο υψηλό ή χαμηλό αν και τα δεδομένα παρουσιάζουν σημαντικά μη γραμμικές τάσεις.

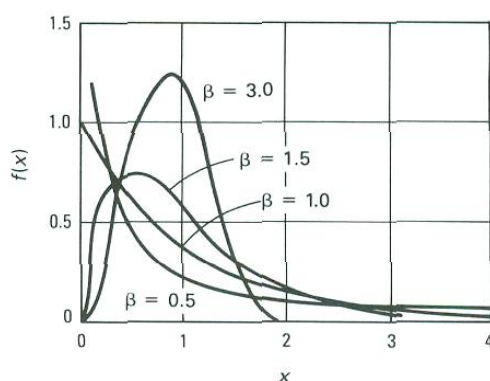
Threshold value (x_o) = 70



Σχ 13. Διασκορπισμένες τιμές της δύναμης σε κλίμακα από 80 μέχρι 290 και όρια τιμών

Δίνοντας τιμές στις παραμέτρους α και β στη συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της κατανομής Weibull παίρνουμε το ακόλουθο διάγραμμα.

$\alpha = 1$, and $\beta = 0.5, 1.0, 1.5$, and 3.0 .



Σχήμα 14.

Με την πολυπλοκότητα των μηχανισμών βλάβης, γίνεται κατανοητός ο λόγος που οι ώρες λειτουργίας χρησιμοποιούνται ως μέτρο σχετικό με τη χαμηλή διάρκεια ζωής των μηχανών.

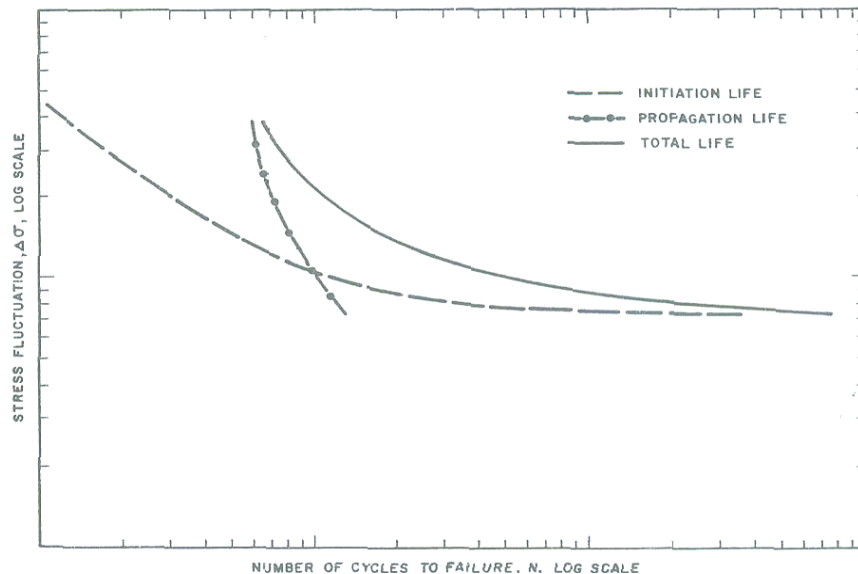
Year	Maximum output	Turbine inlet temperature
1970	58 MW	850 ^o C
1975	77 MW	900 ^o C
1980	83 MW	1000 ^o C
1985	96 MW	1100 ^o C
1990	150 MW	1200 ^o C
1993	200 MW+	1300 ^o C

Σχ 15. Ενδεικτική παρουσίαση της αξιοποίησης των αεριοστροβίλων σε σχέση με την απόδοση και την θερμοκρασία λήψης καυσίμου τους.

Η διάρκεια ζωής των κατασκευαστικών δοκιμών καθορίζεται από τα άθροισμα των παρερχόμενων κύκλων που απαιτούνται για να ξεκινήσει μια ρωγμή λόγω κόπωσης και για τη διάδοσή της από ένα μη κρίσιμο σημείο έως το κρίσιμο σημείο. Συνεπώς, η διάρκεια ζωής των κατασκευαστικών δοκιμών μπορεί να θεωρηθεί ότι χωρίζεται σε τρία συνεχόμενα στάδια: 1. έναρξη ρωγμής λόγω κόπωσης, 2. διάδοση της ρωγμής, και 3. αστοχία. Το στάδιο της αστοχίας αντιπροσωπεύει τις τελικές καταστάσεις της διάρκειας ζωής των κατασκευαστικών δοκιμών. Ο σχεδιασμός της καμπύλης κοπώσεως βασίζεται στην πρόβλεψη της κυκλικής διάρκειας ζωής έχοντας ως δεδομένη την ονομαστική τάση που εφαρμόζεται μέχρι να εμφανιστεί η αστοχία, όπως αυτή καθορίζεται από εργαστηριακές μελέτες.

Για διάφορες τιμές του λόγου $R = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{\min}}$, όπου σ_{\max} , σ_{\min} είναι η μέγιστη και η ελάχιστη τάση αντίστοιχα, αναπαριστάμε την καμπύλη της τάσης συναρτήσει των αριθμών των κύκλων για διάφορες τιμές του R και παίρνουμε τις καμπύλες Woehler που φαίνονται στο Σχ.16.

Ο αριθμός των κύκλων που αντιστοιχεί στο όριο αντοχής, αντιπροσωπεύει την έναρξη της διάρκειας ζωής, ενώ ο αριθμός των κύκλων που καταναλώνεται στην έναρξη ρωγμής σε υψηλή τιμή της εφαρμοζόμενης εναλλασσόμενης τάσης είναι αμελητέα.



Σχ 16. Καμπύλη $\sigma-N$ (Woehler)

Η εμπειρία έχει δείξει ότι οι αστοχίες είναι πιθανότερο να συμβούν κατά την διάρκεια των πρώτων 36 μηνών της περιόδου λειτουργίας, με μεγαλύτερο ρυθμό τους πρώτους 12 μήνες. Για αυτό το λόγο είναι προτιμότερο σε μια περίοδο εμφάνισης αστοχιών, αυτές να αποκαθίστανται πριν να ξεκινήσουν. Αυτό όμως δεν είναι πάντοτε πρακτικό, και έτσι συστήνονται ως κατάλληλες περίοδοι αφαιρέσεων και απαγορεύσεων η διάρκεια των περιόδων αρχικής λειτουργίας που είναι οι 2500 ώρες. Η GE ισχυρίζεται επίσης ότι πάνω από 300 χρόνια χρειάστηκαν για το σχεδιασμό της τελευταίας μονάδας στροβίλων. [3]

Οι κίνδυνοι που σχετίζονται με τις εγκαταστάσεις αεριοστροβίλων εμπίπτουν σε τρεις κύριες κατευθύνσεις:

- Ο κίνδυνος εγκατάστασης που περιλαμβάνει το κόστος
- Ο κίνδυνος λειτουργίας και τοποθέτησης
- Ο κίνδυνος απώλειας που ακολουθεί από ζημιά στο εργοστάσιο κατά τη διάρκεια λειτουργίας

Δύο επιπλέον κίνδυνοι συνδέονται με τον κίνδυνο εγκατάστασης και τον κίνδυνο λειτουργίας και τοποθέτησης

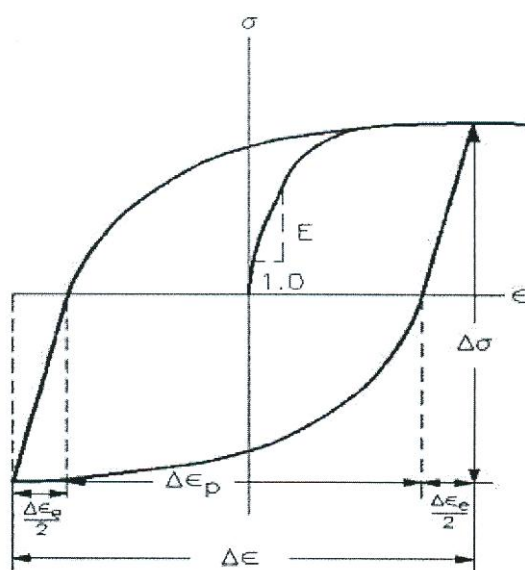
- Απώλεια ή ζημιά στο περιβάλλον εργασίας
- Νόμιμη υποχρέωση απώλειας ή ζημιάς της τρίτης ομάδας ιδιοκτησίας και / ή ατόμων

Γενικά μια αστοχία συμβαίνει όταν ένα υλικό υποβάλλεται σε φορτίσεις για μία χρονική περίοδο. Τυπικά χρονικοί μηχανισμοί οι οποίοι μπορούν να αλλοιώσουν τις φυσικές ιδιότητες

των υλικών περιλαμβάνουν: την θερμική, μηχανική ή ηλεκτρική κόπωση, την αντοχή, την οξείδωση, τη διάβρωση, την ευθραυστότητα, τη διάχυση, τη χημική αντίδραση, τη θραύση, την επιφανειακή μόλυνση κλπ. Αυτές οι αστοχίες μπορεί να προέλθουν από την έκθεση σε οποιοδήποτε συνδυασμό των ακόλουθων: θερμότητα, υγρασία, δόνηση, εκπομπή ακτινοβολίας, μηχανική σύγκρουση, υπερθέρμανση, επιθεώρηση, ηλεκτρομαγνητική παρεμβολή, κλπ.

1.3 Ανάλυση Έναρξης μιας Ρωγμής

Η κόπωση είναι ο λόγος που συμβαίνουν οι αστοχίες πολλών κατασκευών. Ρωγμές λόγω κόπωσης εμφανίζονται μετά από ένα συγκεκριμένο αριθμό κύκλων στα επίπεδα ονομαστικής τάσης τα οποία συνήθως είναι κάτω από την αντοχή των υλικών σε εφελκυσμό.



Σχ 19. Τάση καταπόνησης στον βρόχο υστέρησης

Εκτεταμένες πειραματικές μελέτες έχουν δείξει ότι η εναρκτήρια περίοδος της κόπωσης σχετίζεται με το σχηματισμό πυρήνων και τη συσσώρευση διαταραχών.[14]

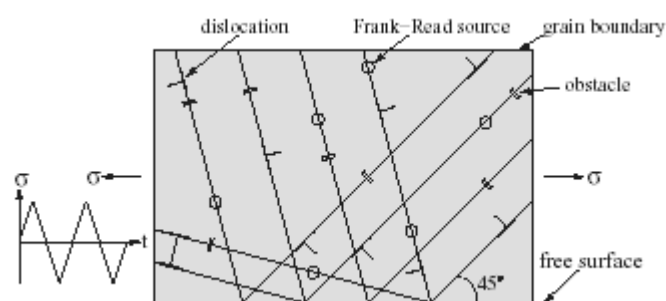
Στην ελεύθερη επιφάνεια του κρυστάλλου, ο αμετάβλητος μηχανισμός διαταραχών αφήνει πίσω εσοχές και εξοχές. Σε πολλές περιπτώσεις οι προεξοχές είναι επίσης ορατές. Αυτές είναι αποτέλεσμα του πολλαπλασιασμού των διαταραχών μεταβαλλόμενης φοράς και μπορεί να φτάσουν ύψη έως και μερικά μικρόμετρα. Αυτές οι προεξοχές εμφανίζονται να είναι σε πολλές περιπτώσεις οι συνεχείς πλευρές του σχηματισμού πυρήνα σε μια ρωγμή λόγω κόπωσης. Σύμφωνα με τους Basinski & Basinski [15] τα σπασίματα σχηματίζουν πυρήνα περισσότερο συχνά στην περιοχή σχετικά λεπτών προεξοχών, οι οποίες καθορίζουν αργότερα τη διάρκεια κόπωσης και επομένως είναι λιγότερο πιθανό να περιέχουν βαθιές εσοχές.

Άλλοι επιστήμονες συνδέουν το σχηματισμό πυρήνα σε ρωγμές λόγω κόπωσης με τις επιφάνειες ολίσθησης. Βασιζόμενοι στο ελλiptές διπολικό μοντέλο του Essman [16] οι προσομοιώσεις των Repetto & Ortiz [17] οδηγούν στο συμπέρασμα ότι οι μυτερές γωνίες καθώς και οι επιφάνειες των υλικών είναι οι περιοχές στις οποίες δημιουργούνται πυρήνες σπασίματος.

Εδώ παρουσιάζουμε κάποια αποτελέσματα δυναμικών προσομοιώσεων των διαταραχών, που θα μας βοηθήσουν να κατανοήσουμε τη διαδικασία δημιουργίας πυρήνων σε ρωγμές που προέρχονται από κόπωση. Σε αυτή την προσέγγιση, η κίνηση των διαταραχών ελέγχεται από τις ελαστικές αλληλεπιδράσεις των διαταραχών και τις συνθήκες ορίων σε συνεργασία με κάποιους δομικούς κανόνες.

1.3.1 Μοντέλο

Μελετάμε μία ημιάπειρη, δύο κατευθύνσεων ταινία όπου υποθέτουμε ότι οι απλοί κόκκοι τοποθετούνται στην ελεύθερη επιφάνεια ώστε η πλαστική ροή συμβαίνει μέσα σε αυτούς τους κόκκους, αλλά όχι στους περιβάλλοντες κόκκους, οι οποίοι θεωρούνται ότι είναι λιγότερο ευνοϊκά προσανατολισμένοι, όπως φαίνεται και στο σχήμα 3. Οι ορθογώνιοι κόκκοι έχουν τρία συστήματα σφάλματος κατά 60° το ένα από το άλλο, ένα από τα οποία είναι ομαλά προσανατολισμένο κατά 45° στην ελαστική περιοχή. Η ελάχιστη τάση, παράλληλη στην ελεύθερη επιφάνεια, προσαρμόζεται στη μεταβολή του χρόνου σε μια μορφή οδοντωτής τροχιάς με $\sigma_{\min} = -\sigma_{\max}$.



Σχήμα 20: Παρουσιάζεται η περιοχή ενός μονοκρυστάλλου παράλληλη στην ελεύθερη επιφάνειά του, η οποία καταπονείται από εναλλασσόμενη εφελκυστική – στρεπτική τάση στο άπειρο και στην οποία εφαρμόζονται οι αρχές της δυναμικής ανάλυσης πεπερασμένων διαταραχών.

Η πλαστική ροή στο εσωτερικό των κόκκων προέρχεται από την κίνηση ενός αριθμού ξεχωριστών διαταραχών, ενώ τα γύρω υλικά παραμένουν ελαστικά. Όλες οι διαταραχές βρίσκονται από τον τύπο του διανύσματος Burgers στην επίπεδη επιφάνεια του μοντέλου. Από τους τομείς των ιδιαίτερων φορτίσεων, σε συνδυασμό με την εικόνα της τάσης στην ελεύθερη επιφάνεια [18] και την ομοειδή εφαρμοζόμενη τάση σ , οι Peach-Koehler δυνάμεις κάθε διαταραχής υπολογίζονται για κάθε στιγμή σύμφωνα με τη σχέση:

$$f^I = n_i^I \left(\sum_{1+I} \sigma_{ij}^I + \sigma_{ij}^I + \sigma_{ij}^I \right) b_i^I$$

όπου n^I είναι το κάθετο επίπεδο στην επιφάνεια ολίσθησης το οποίο περιέχει την διαταραχή I μαζί με το διάνυσμα Burgers b_i^I . Αυτή η δύναμη επιδρά στο μηχανισμό της διαταραχής σύμφωνα με την γραμμική σχέση τριβής:

$$\nu^I = \frac{f^I}{B}, \text{ όπου } B \text{ είναι ο συντελεστής τριβής, για τη διαταραχή που έχει ομαλή ταχύτητα.}$$

Πρόσθετα, ενσωματώνουμε τη γενιά των δίπολων διαταραχών για προκαθορισμένες πηγές δύο διευθύνσεων Frank-Read, όταν οι κάθετες φορτίσεις υπερβαίνουν την πηγή έντασης τ_{nuc} για επαρκώς διαρκή χρόνο t_{nuc} . [19] Οι διαταραχές εξαφανίζονται όταν η απόσταση μεταξύ δύο διαταραχών αντίθετης κατεύθυνσης είναι μικρότερη από την κρίσιμη απόσταση η οποία

θεωρείται ίση με 6b. Επιπλέον, οι διαταραχές μπορούν να διαφύγουν από τον κρύσταλλο στη ελεύθερη επιφάνεια, αφήνοντας μια μόνιμα παραμορφωμένη περιοχή.

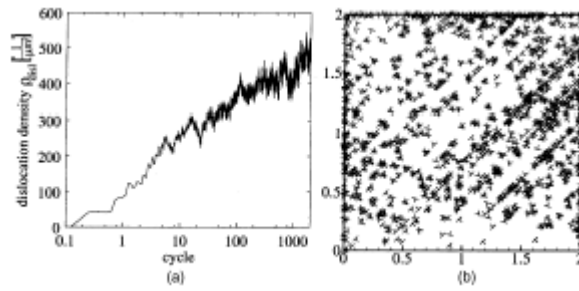
Τελικά, οι διαταραχές μπορούν να εντοπιστούν στα εμπόδια που έχουν επισημανθεί. Τα εμπόδια αυτά μπορεί να είναι είτε μικρά κατακρημνίσματα, είτε μεγάλης έκτασης διαταραχές. Τα όρια των κόκκων θεωρούμε ότι είναι αδιαπέραστα από τις διαταραχές, για αυτό αντιπροσωπεύουν όρια κόκκων μεγάλης γωνίας.

Η δυναμική μιας διαταραχής προσομοιώνεται σε μια πολιτική σταδιακών μεταλλαγών χρησιμοποιώντας άμεσα το χρόνο σταδιακής ανάμιξης του Euler. Το απαιτούμενο βήμα χρόνου είναι αρκετά μικρό ώστε να καλύψει γεγονότα όπως η δομή σχηματισμού πυρήνων και ο σχηματισμός ενώσεων. Η στρατηγική διαταραχής που αναπτύσσεται είναι αποτέλεσμα υπολογισμών.

1.3.2 Αποτελέσματα

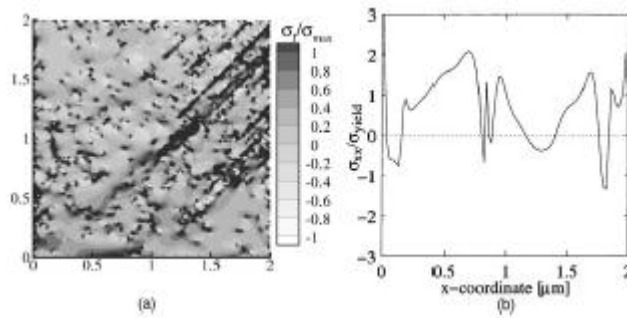
Τα αποτελέσματα αναφέρονται σε κόκκους μεγέθους $2\mu\text{m} \times 2\mu\text{m}$, και οι ελαστικές ιδιότητες έχουν επιλεγεί κατάλληλα ώστε να εκπροσωπούν αυτές του αλουμινίου. Ο κόκκος αρχικά είναι μια απλή διαταραχή, με πηγές διαταραχής και εμπόδια που τυχαία διανέμονται σε συνολικά 201 επίπεδες επιφάνειες ολίσθησης. Οι ισχύεις των πηγών επιλέγονται τυχαία για μια διαταραχή Gaussian και έχουν μια μέση τιμή $\tau_{\text{nuc}} = 50\text{MPa}$ και απόκλιση $0.02\tau_{\text{nuc}}$. Όλα τα εμπόδια έχουν ισχύ ίση με 150MPa . Η κορυφή της κυκλικής τάσης λαμβάνεται ίση με $\sigma_{\text{max}} = 150\text{MPa}$.

Κατά τη διάρκεια της αυξανόμενης διακλάδωσης του πρώτου κύκλου, η αντίδραση του κόκκου είναι ελαστική και οι δυνάμεις συνάφειας στις επίπεδες επιφάνειες ολίσθησης αυξάνουν γραμμικά. Όταν οι δυνάμεις αυτές φτάσουν την τιμή της ισχύος της εξασθενημένης διαταραχής της πηγής, δημιουργείται μία δίπολη διαταραχή και μία από τις δύο διαταραχές γλιστρά κατά μήκος της ελεύθερης επιφάνειας, ενώ η άλλη πηγαίνει προς την αντίθετη κατεύθυνση. Με περαιτέρω φορτίσεις, ολοένα και περισσότερες διαταραχές σχηματίζουν πυρήνες έως ότου φτάσουν την πρώτη μέγιστη ελαστική τάση η οποία αντιστοιχεί σε περίπου 180 διαταραχές και τελικά να εισχωρήσουν εντός των κόκκων. Κατά τη διάρκεια της αποφόρτισης κάποιες διαταραχές γλιστρούν πίσω και εξαφανίζονται. Κατά το στάδιο συμπίεσης, η πυκνότητα της διαταραχής αυξάνει περισσότερο και μειώνεται διαδοχικά ξανά όταν αποφορτίζετε από τη μέγιστη φόρτιση συμπίεσης. Παρ' όλα αυτά, μετά από ένα απλό κύκλο υπάρχει ένα δίκτυο πυκνότητας διαταραχής. Αυτή η πυκνότητα συγκεντρώνεται με περισσότερες περιστροφές, όπως φαίνεται στο Σχ 21α. Η πυκνότητα της συγκεντρωμένης διαταραχής αρχικά αυξάνεται λογαριθμικά με τον αριθμό των κύκλων, αλλά μετά από 100 περίπου κύκλους ελαττώνεται.

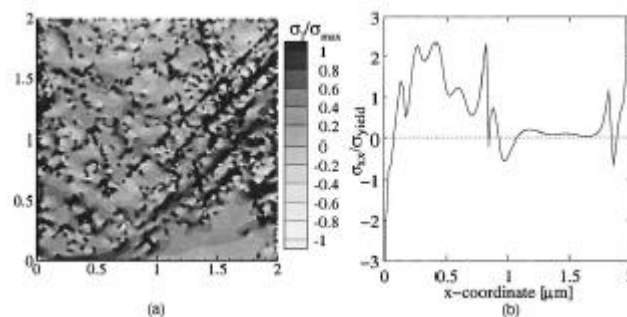


Σχήμα 21: (a) Πυκνότητα διαταραχής έναντι του αριθμού των κύκλων (σε λογαριθμική κλίμακα) σε κόκκους μεγέθους $2\mu\text{m} \times 2\mu\text{m}$. (b) Κατανομή διαταραχών μετά από 1897 κύκλους για κόκκους ίδιου μεγέθους.

Οι ρωγμές λόγω κόπωσης συχνά σχηματίζουν πυρήνες μέσα ή κοντά στην τομή της επιφάνειας ολίσθησης των περυγίων και ακολουθούν την προηγούμενη αντίστροφη επιφάνεια ολίσθησης. Στο μοντέλο του σχήματος 20, είναι αυτό που έχει κλίση 45° . Για να ελέγξουμε ένα ενδεχόμενο σχηματισμό πυρήνα πάνω στη ρωγμή, θεωρούμε ότι η διανομή της μέγιστης συνεχούς ελαστικής τάσης είναι σ_1 . Μετά τους 869 και 1897 κύκλους στη μηδενικά εφαρμοζόμενη τάση, η διαταραχή της διανομής αναπτύσσεται και δημιουργεί ένα επίπεδο συνεχούς τάσης όπως φαίνεται στα σχήματα 22a και 23a αντίστοιχα. Στο εσωτερικό των περισσότερων κόκκων οι τάσεις είναι σε σειρά, υπάρχουν όμως και περιοχές όπου εφαρμόζονται μέγιστες τάσεις, αλλά είναι πολύ μικρές ώστε να προκαλέσουν σπάσιμο των ενδοατομικών δεσμών.



Σχήμα 22: Πρώτη κύρια τάση έχει κανονικοποιηθεί από τη μέγιστη εφαρμοζόμενη τάση πάνω στους κόκκους μετά από 325 κύκλους. Η ελεύθερη επιφάνεια είναι στο κάτω μέρος.



Σχήμα 23: Περιστροφή της κρυσταλλικής δομής των κόκκων, ω , μετά από 325 κύκλους.

Η δημιουργία πυρήνων σπασίματος συχνά παρατηρείται να εμφανίζεται στις προεξοχές. Μετά τις προσομοιώσεις που συνεχίστηκαν για πάνω από 2000 κύκλους, αρχίσαμε πράγματι να βλέπουμε προεξοχές σε διαστάσεις της τάξεως του μικρομέτρου [20], και ταξινομήσαμε κατά μέγεθος τους κόκκους όπως προκύπτει και πειραματικά. Διαδοχικά, ανακαλύψαμε την

απόκλιση της ελαστικής τάσης που ήταν παράλληλη στην ελεύθερη επιφάνεια για να δούμε αν θα μπορούσαμε να βρούμε τις ενδείξεις της λογαριθμικής ιδιομορφίας, όπως αυτή θεωρήθηκε από τους Brown & Ogin.[21] Το αξιοπρόσεκτο αποτέλεσμα ήταν ότι πράγματι υπήρχαν πολλές ελαστικές φορτίσεις κατά μήκος της ελεύθερης επιφάνειας πράγμα που φαίνεται και από τις κατανομές που παρουσιάζονται στα σχήματα 22b και 23b. Συγκριτικά με τους 869 κύκλους, οι μεγάλες φορτίσεις στους 1897 κύκλους είναι περισσότερο εντοπιζόμενες, αλλά ανεπαρκούς ιδιομορφίας ώστε να προκαλέσουν μοριακό διαχωρισμό.

1.3.3 Συμπεράσματα

Τα πρώτα αποτελέσματα παρουσιάζουν την εξέλιξη των στρατηγικών διαταραχής, που οδηγεί στη συσσώρευση των φορτίσεων στους κόκκους και στα όρια των κόκκων. Οι φορτίσεις κοπώσεως είναι πολύ χαμηλές και οι στρατηγικές δεν αποφασίζονται επαρκώς όπως προκύπτει και από τη σύγκρισή τους με τα πειράματα.[22] Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι μόνο ένας σχετικά μικρός αριθμός κύκλων έχει προσομοιωθεί.

Η πυκνότητα των διαταραχών αυξάνεται αρχικά λογαριθμικά και βαθμιαία δείχνει κορεσμένη, δείχνοντας ότι μεγάλου αριθμού διαταραχές εμφανίζονται στην κόπωση των υλικών. Οι πυκνότητες υπολογίζονται ότι είναι περίπου ίσες με το ένα τέταρτο του μισού των πυκνοτήτων που βρέθηκαν από τα πειράματα. Μια περαιτέρω αύξηση της πυκνότητας των διαταραχών ίσως εμφανιστεί σε επόμενους κύκλους.

Το μοντέλο αυτό είναι υπολογιστικά πολύ ακριβό, κι έτσι δημιουργείται η ανάγκη για την επιτάχυνση των μεθόδων. Πίσω από τις μεθόδους που δεν μεταβάλλουν το μοντέλο, χρειάζονται άλλες μέθοδοι οι οποίες υπολογίζουν κατά μέσο όρο το χρονικό διάστημα για ταχύτερους υπολογισμούς. Αυτές οι κατά μέσο όρο προσεγγίσεις πρέπει να αναφέρονται στην κατάσταση στην οποία η αλληλεπίδραση της διαταραχής μπορεί ακόμα να ερμηνευτεί επακριβώς.

Στο μοντέλο κόπωσης, πρέπει να περιέχονται συνεκτικές επιφάνειες. Στη συνέχεια είναι απαραίτητη η εφαρμογή μιας τελικής μεθόδου στοιχείων, που θα διορθώνει τις συνθήκες σπασιμάτων των κόκκων, πράγμα που θα οδηγήσει σε περαιτέρω αύξηση των εξόδων υπολογισμού.

1.4 Πρόβλεψη της Διάρκειας Ζωής σε Κόπωση

1.4.1 Προσέγγιση της Αντοχής σε Θραύση και της Διάδοσης της Ρωγμής

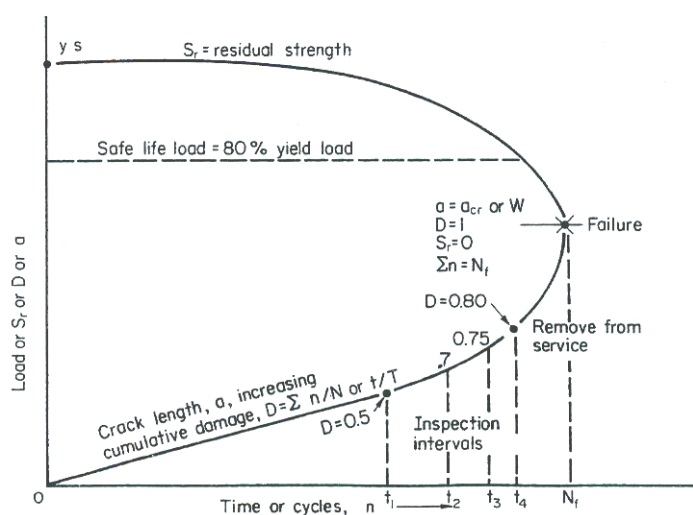
Αυτή η μέθοδος σχεδιασμού, επιλογής υλικών και πρόβλεψης ζωής εξελίχθηκε κάπως ραγδαία περίπου πριν από 30 χρόνια, κυρίως λόγω των προσπαθειών του Irwin και των συναδέλφων του. Η μέθοδος αυτή είναι αποτελεσματική και ασχολείται με υλικά κάθε τύπου και γεωμετρίας. Η ανάπτυξη αυτής της μεθόδου σε κάθε κατάσταση παρουσιάζει ιδιαίτερο ενδιαφέρον. Ο λόγος που η μέθοδος αυτή είναι τόσο δημοφιλής και έχουν γίνει τεράστιες προσπάθειες επέκτασή της είναι ότι παρέχει κατανοητές εξηγήσεις για τις περισσότερες περιπτώσεις.

Μία από τις δύο βασικές προϋποθέσεις της μηχανικής αστοχιών είναι ότι μια ρωγμή μεγαλώνει με ένα αργό και σταθερό τρόπο είτε έχουμε στατικές είτε έχουμε κυκλικές φορτίσεις. Η άλλη προϋπόθεση είναι ότι υπάρχει μια ιδιότητα των υλικών που ονομάζεται

αντίσταση σε θραύση, η οποία αντιτίθεται στην ανάπτυξη της ρωγμής. Η αντίσταση σε θραύση καθορίζεται σε μεγάλο βαθμό από το μέγεθος: $\sigma \times \sqrt{\mu\eta\kappa\omicron\varsigma}$

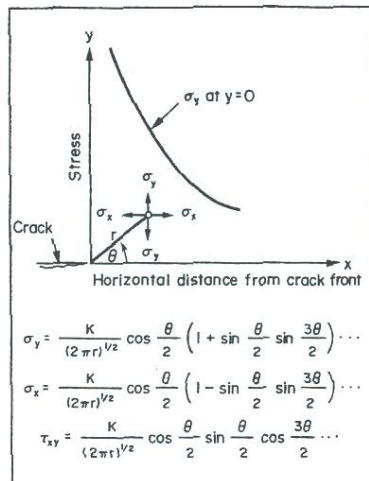
Μια περιγραφή της περιοχής ελαστικής παραμόρφωσης, η οποία βρίσκεται στην άκρη της ρωγμής, χρησιμοποιώντας αριθμητικές μεθόδους είναι απαραίτητη. Για αυτό το λόγο, υπάρχει ο συντελεστής τάσης-έντασης, ο οποίος συμβολίζεται με K ή J, και είναι μια ανεξάρτητη παράμετρος που περιγράφει τη συμπεριφορά της περιοχής ελαστικής παραμόρφωσης.

Οι K και J αναφέρονται και οι δύο στην εφαρμοζόμενη τάση και το μέγεθος της ρωγμής. Έτσι για κάθε επίπεδο εφαρμοζόμενης τάσης και κάθε μέγεθος ρωγμής υπάρχει ένα αντίστοιχο επίπεδο εφαρμοζόμενης έντασης τάσεων. Οι μέγιστες τιμές των K και J που συμβολίζονται αντίστοιχα με K_C και J_C , ονομάζονται αντίσταση των υλικών σε θραύση. Τα γεγονότα που συμβαίνουν κατά τη διάρκεια ανάπτυξης μιας ρωγμής φαίνονται στο διάγραμμα 7.

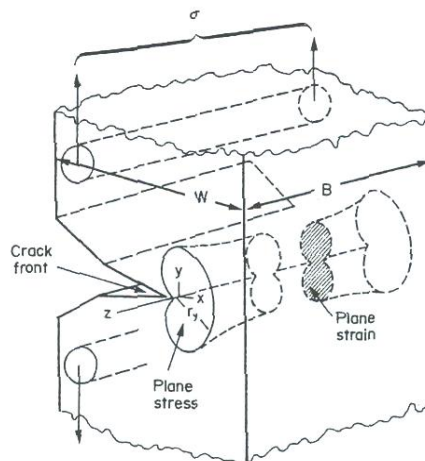


Σχ 24. Γεγονότα κατά την ανάπτυξη μιας ρωγμής

Η γενική σχέση που συνδέει την εφαρμοζόμενη ένταση τάσεων και την εφαρμοζόμενη παραμόρφωση φαίνεται στα Σχήματα 25a και 25b.



Σχ 25a. Σχέση μεταξύ του συντελεστή K και των τάσεων στην περιοχή της ρωγμής

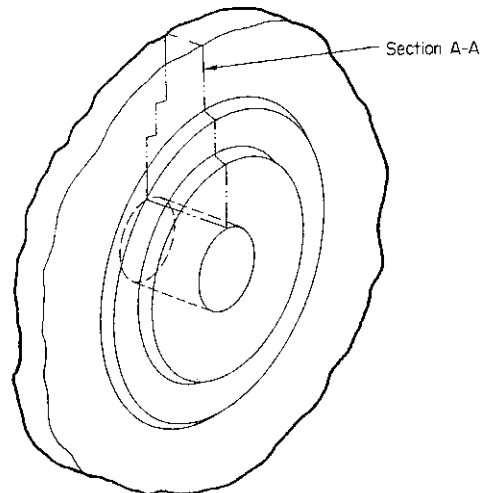


Σχ 25b. Εμφάνιση πλαστικής περιοχής δοκιμίου που υπόκειται σε ένταση

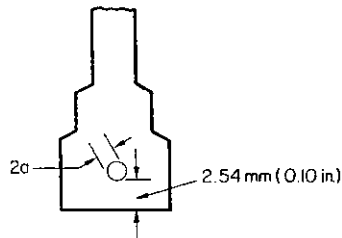
Τα δεδομένα για επίλυση τα οποία δίνονται από τη μέθοδο της μηχανικής θραύσης παρουσιάζονται παρακάτω και αποτελούνται από τρία αντικείμενα για ξεχωριστά συστήματα μετάλλων διαφόρων κραμάτων.

1. Το πιο πιθανό μέγεθος αρχικής ρωγμής, a_i
2. Οι σταθερές C και m για την εξίσωση του ρυθμού αύξησης της ρωγμής
3. Η αντίσταση σε θραύση K_{IC} J_{IC}

Κάθε αναλυτική μέθοδος που διατυπώνεται για να καλύψει μια πολύπλοκη περιοχή όπως είναι ο έλεγχος των ορίων στους τροχούς στροβίλων απαιτεί μερικές υποθέσεις και απλοποιήσεις ώστε η τεχνική να γίνει πιο εύχρηστη. Παρόλο που υπάρχει δυνατότητα επιλογής οποιουδήποτε μοντέλου ραγίσματος, επιλέγονται μόνο τα μικρού σχήματος εσωτερικά ραγίσματα, τα οποία κλείνουν σε μια μονότονη και προσανατολισμένη κάθετο στην επαφόμενη τάση, όπως παρουσιάζεται και στα σχήματα 27a, 27b.



(a) Three-dimensional sketch of a typical turbine wheel



(b) Section A-A showing location assumed for the penny-shaped flow.

Σχ 27. α) Σκαρίφημα σε τρεις διαστάσεις ενός τροχού αεριοστροβίλου, β) Εντοπισμός ελαττώματος

1.4.2 Ο Μηχανισμός της Κόπωσης

Έρευνες έδειξαν ότι οι φυσικές όψεις μιας παραμόρφωσης αποκαλύπτουν τέσσερα «σιωπηλά» σημεία τα οποία εμφανίζονται περίπου ίδια στα περισσότερα μέταλλα ή κράματα μετάλλων. Τα σημεία αυτά είναι:

1. Η επιφάνεια ολίσθησης σε ένα ατομικό δικτυωτό επίπεδο
2. Η κλίση της πλαστικής τάσης
3. Η τιμή στο 1% της πλαστικής τάσης προκαλεί αστοχία στους 1000 κύκλους περίπου
4. Τα κατασκευαστικά μέταλλα και κράματα μετάλλων διακρίνονται σε δύο κατηγορίες:
 - a. εκείνα που κυκλικά η ένταση δυναμώνει, και
 - b. σε εκείνα των οποίων η ένταση κυκλικά ελαττώνεται

1.5 Μελέτη μηχανικής διάταξης για ακραίες αστοχίες

Ο σταθερός όρος της κρίσιμης έντασης των τάσεων για ένα συγκεκριμένο υλικό σε δεδομένη θερμοκρασία και η εκτίμηση του βάρους σχετίζεται με την ονομαστική τάση και το μέγεθος του ραγίσματος ως εξής:

$$K_{IC}, K_C, K_{IC}(t), K_{Id} = C\sigma\sqrt{a}$$

όπου $K_{IC}, K_C, K_{IC}(t), K_{Id}$: οι συντελεστές έντασης τάσεων του υλικού
σε συγκεκριμένη θερμοκρασία και εκτίμηση βάρους
 C : σταθερά που είναι συνάρτηση των γεωμετριών της
θραύσης και του δείγματος
 σ : ονομαστική εφαρμοζόμενη τάση, χρησιμοποιώντας
κλασσικές μεθόδους μελέτης
 a : μέγεθος ρωγμής ως μία κρίσιμη κατεύθυνση για
συγκεκριμένη γεωμετρία ρωγμής.

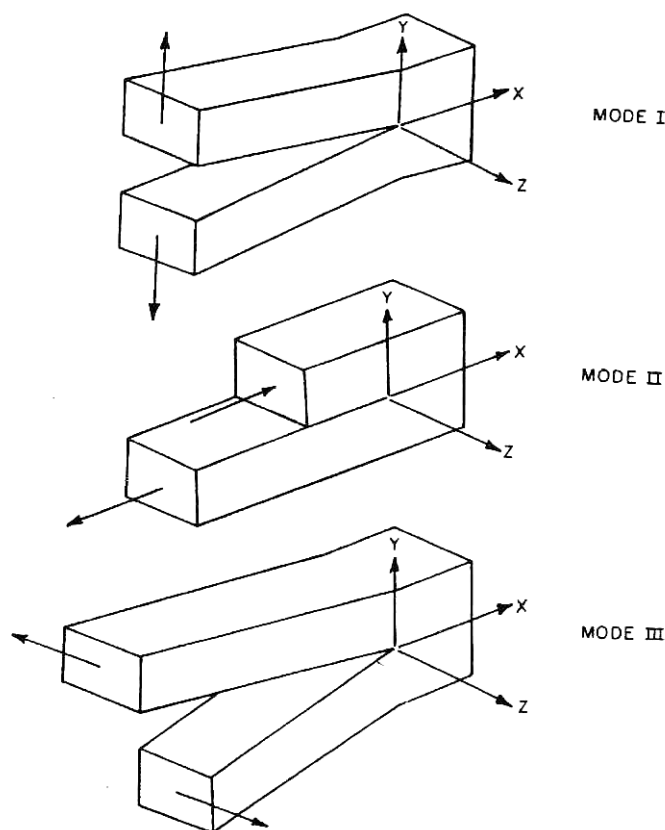
Έτσι το μέγιστο μήκος ρωγμής ενός κατασκευαστικού μέλους που μπορεί να ανέρχεται σε ένα συγκεκριμένο επίπεδο πίεσης είναι:

$$a = \left[\frac{K_{IC}, K_C, K_{IC}(t), K_{Id}}{C\sigma} \right]^2$$

Επομένως, ο μηχανικός μπορεί να αναλύσει την ασφάλεια μιας μεθόδου η οποία χρησιμοποιείται ώστε να αποφευχθεί μία αστοχία λόγω οξείας θραύσης με τον ακόλουθο τρόπο:

1. Προσδιορισμός των τιμών μιας κατάλληλης κρίσιμης τιμής K , της δύναμης στην θερμοκρασία εξυπηρέτησης και του εκτιμημένου βάρους για τα υλικά που χρησιμοποιούνται στη μέθοδο.
2. Επιλογή των πιθανών τύπων ελαττωμάτων που μπορεί να αναλυθεί ότι υπάρχουν σε ένα μέλος. Στο ακόλουθο σχήμα φαίνονται τα μοντέλα μηχανικών αστοχιών που περιγράφουν τρεις ή περισσότερους τύπους ελαττωμάτων που συμβαίνουν σε κατασκευαστικά μέλη.
3. Προσδιορισμός της σχέσης μεταξύ του μεγέθους της αστοχίας λόγω στρέψης και της ποικιλίας των πιθανών επιπέδων καταπόνησης, χρησιμοποιώντας την κατάλληλη έκφραση της K_I και την κατάλληλη κρίσιμη τιμή της K_C .

Στη συνέχεια παρουσιάζονται οι τρεις βασικοί τύποι μετατόπισης των επιφανειών με ρωγμή.



Σχ 28. Τρεις βασικοί τύποι μετατόπισης επιφανειών με ρωγμή

Ο Mode I χαρακτηρίζεται από τοπικές μετατοπίσεις οι οποίες είναι συμμετρικές σε σχέση με τα επίπεδα $x-y$ και $x-z$. Ο Mode I είναι γνωστός και ως opening mode και συμβαίνει κατά τον εφελκυσμό ή τη θλίψη.

Ο Mode II χαρακτηρίζεται από τοπικές μετατοπίσεις οι οποίες είναι συμμετρικές σε σχέση με το επίπεδο $x-y$ και ασύμμετρες ως προς το επίπεδο $x-z$. Ο Mode II είναι γνωστό και ως sliding mode και συμβαίνει κατά τη συνεπίπεδη διάτμηση.

Ο Mode III χαρακτηρίζεται από τοπικές μετατοπίσεις οι οποίες είναι ασύμμετρες σε σχέση και με τα δύο επίπεδα $x-y$ και $x-z$. Ο Mode III είναι γνωστό και ως tearing mode και συμβαίνει κατά τη διάτμηση σε κάθετο επίπεδο.

Υπάρχουν και άλλοι τύποι μετατόπισης επιφανειών με ρωγμή αλλά αποτελούν συνδυασμό των τριών βασικών τύπων που αναλύονται παραπάνω.

Χρησιμοποιώντας μια μέθοδο η οποία αναπτύχθηκε από τους Westergaard [77] και Irwin [78] βρήκαμε ότι η τάση και η μετατόπιση στην περιοχή των ρωγμών δίνονται από τις ακόλουθες σχέσεις ανάλογα με το είδος της μετατόπισης.

Mode I

$$\sigma_x = \frac{K_I}{(2\pi r)^{1/2}} \cos \frac{\Theta}{2} \left[1 - \sin \frac{\Theta}{2} \sin \frac{3\Theta}{2} \right]$$

$$\sigma_y = \frac{K_I}{(2\pi r)^{1/2}} \cos \frac{\Theta}{2} \left[1 + \sin \frac{\Theta}{2} \sin \frac{3\Theta}{2} \right]$$

$$\tau_{xy} = \frac{K_I}{(2\pi r)^{1/2}} \sin \frac{\Theta}{2} \cos \frac{\Theta}{2} \cos \frac{3\Theta}{2}$$

$$\sigma_z = \nu(\sigma_x + \sigma_y), \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0$$

$$u = \frac{K_I}{G} \left[\frac{r}{2\pi} \right]^{1/2} \cos \frac{\Theta}{2} \left[1 - 2\nu + \sin^2 \frac{\Theta}{2} \right]$$

$$v = \frac{K_I}{G} \left[\frac{r}{2\pi} \right]^{1/2} \sin \frac{\Theta}{2} \left[2 - 2\nu - \cos^2 \frac{\Theta}{2} \right]$$

$$w = 0$$

Mode II

$$\sigma_x = -\frac{K_{II}}{(2\pi r)^{1/2}} \sin \frac{\Theta}{2} \left[2 + \cos \frac{\Theta}{2} \cos \frac{3\Theta}{2} \right]$$

$$\sigma_y = \frac{K_{II}}{(2\pi r)^{1/2}} \sin \frac{\Theta}{2} \cos \frac{\Theta}{2} \cos \frac{3\Theta}{2}$$

$$\tau_{xy} = \frac{K_{II}}{(2\pi r)^{1/2}} \cos \frac{\Theta}{2} \left[1 - \sin \frac{\Theta}{2} \sin \frac{3\Theta}{2} \right]$$

$$\sigma_z = \nu(\sigma_x + \sigma_y), \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0$$

$$u = \frac{K_{II}}{G} \left[\frac{r}{2\pi} \right]^{1/2} \sin \frac{\Theta}{2} \left[2 - 2\nu + \cos^2 \frac{\Theta}{2} \right]$$

$$\nu = \frac{K_{II}}{G} \left[\frac{r}{2\pi} \right]^{1/2} \cos \frac{\Theta}{2} \left[-1 + 2\nu + \sin^2 \frac{\Theta}{2} \right]$$

$$w = 0$$

Mode III

$$\tau_{xz} = -\frac{K_{III}}{(2\pi r)^{1/2}} \sin \frac{\Theta}{2}$$

$$\tau_{yz} = \frac{K_{III}}{(2\pi r)^{1/2}} \cos \frac{\Theta}{2}$$

$$\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = \tau_{xy} = 0$$

$$w = \frac{K_{III}}{G} \left[2 \frac{r}{\pi} \right]^{1/2} \sin \frac{\Theta}{2}$$

$$u = \nu = 0$$

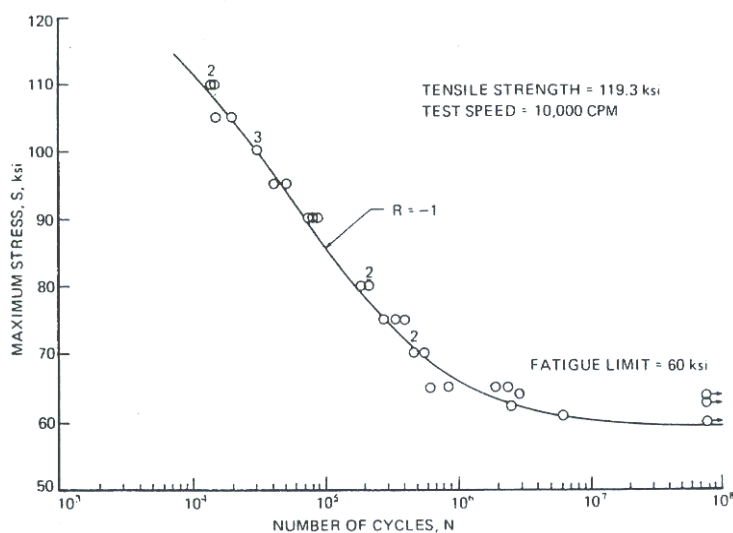
όπου u, ν, w είναι οι μετατοπίσεις κατά τους άξονες x, y, z αντίστοιχα, r είναι οι συνιστώσες της τάσης, θ είναι οι συντεταγμένες των συνιστωσών r και G είναι ο συντελεστής της δύναμης συνάφειας της ελαστικότητας. Η ν αντιστοιχεί στο λόγο του Poisson.

1.6 Μελέτη δημιουργίας μιας ρωγμής λόγω κόπωσης

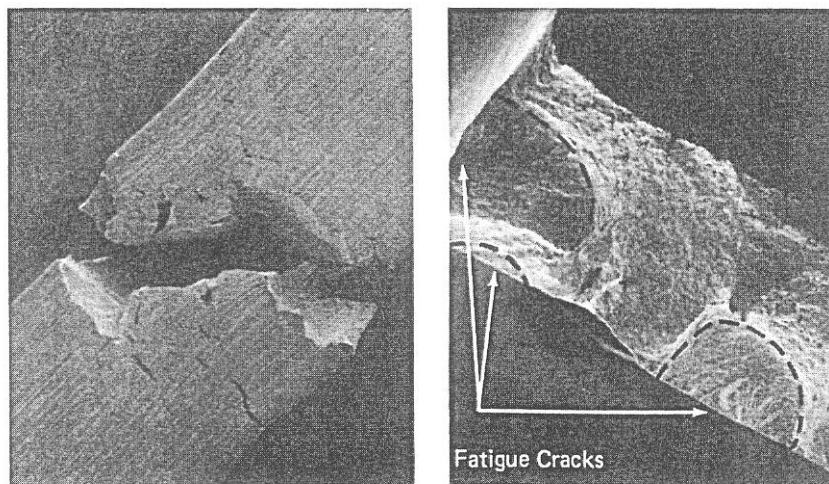
1.6.1 Stress-Life tests

Προσεγγίσεις της διάρκειας ζωής λόγω κόπωσης συχνά είναι απαραίτητες στο μηχανικό σχεδιασμό ώστε να εξασφαλίσουν την αντίσταση στη θραύση. Μια παρόμοια ανάγκη υπάρχει στην ανίχνευση προβλημάτων θραύσης τα οποία εμφανίζονται στα πρωτότυπα ή στα υπό κατασκευή μοντέλα μηχανών, μέσων μεταφοράς και δομικών στοιχείων. Εκτεταμένες εργαστηριακές έρευνες κόπωσης γίνονται για τη μελέτη της συμπεριφοράς των μετάλλων ελέγχοντας μια σειρά από δοκίμια στρέψης, κάμψης ή εφελκυσμού. Σε κάθε έλεγχο, το δοκίμιο υπόκειται σε εναλλασσόμενες τάσεις οι οποίες ποικίλουν μεταξύ σταθερών ορίων μέγιστης και ελάχιστης τάσης έως ότου εμφανιστεί η αστοχία. Τα αποτελέσματα των ελέγχων

αυτών παριστάνονται από μια καμπύλη σ_{\max} -N (Σχ. 29), όπου το σ_{\max} αντιπροσωπεύει τη μέγιστη τάση σε ένα κύκλο και το N αντιπροσωπεύει τον αριθμό των κύκλων που απαιτούνται ώστε να προκληθεί η αστοχία.



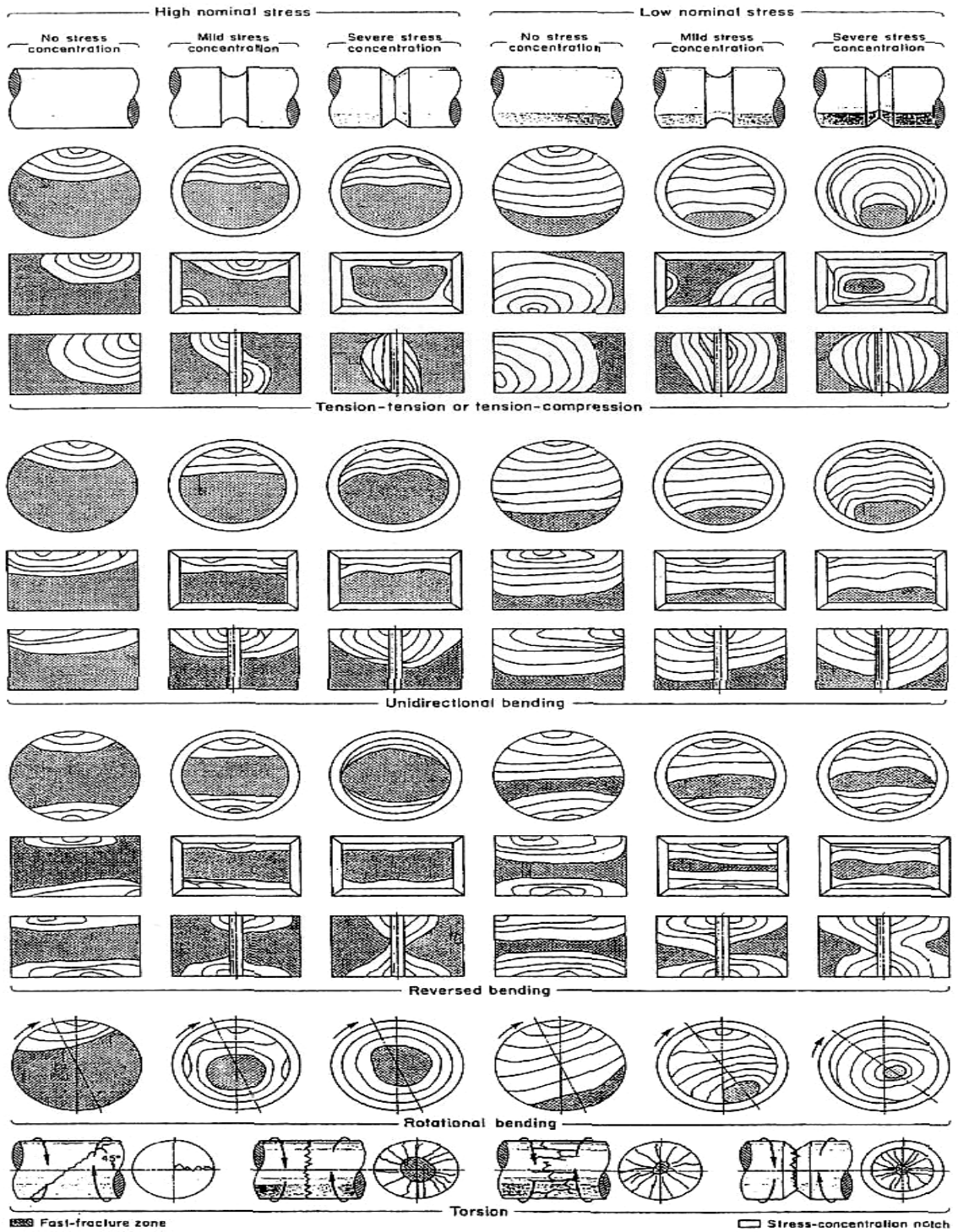
Σχ 29. Διάγραμμα σ_{\max} -N που προκύπτει από περιστρεφόμενη δοκό που υπόκειται σε ελέγχους κόπωσης



Σχ 30. Πολλαπλή έναρξη ρωγμής λόγω κόπωσης σε λείο δοκίμιο

1.6.2 Χαρακτηριστικά ρωγμών λόγω κόπωσης

Η γεωμετρία ενός δοκιμίου, το είδος της φόρτισης, καθώς και άλλοι συντελεστές, επηρεάζουν σημαντικά την περιοχή έναρξης δημιουργίας ρωγμής λόγω κόπωσης, το ρυθμό της διάδοσης της ρωγμής καθώς και το σχήμα της μεταδιδόμενης ρωγμής. Στο Σχ. 31 παρουσιάζονται σχηματικά αυτές οι παρατηρήσεις για λεία δοκίμια και για δοκίμια με εγκοπές τα οποία υποβάλλονται σε ποικίλες φορτίσεις.

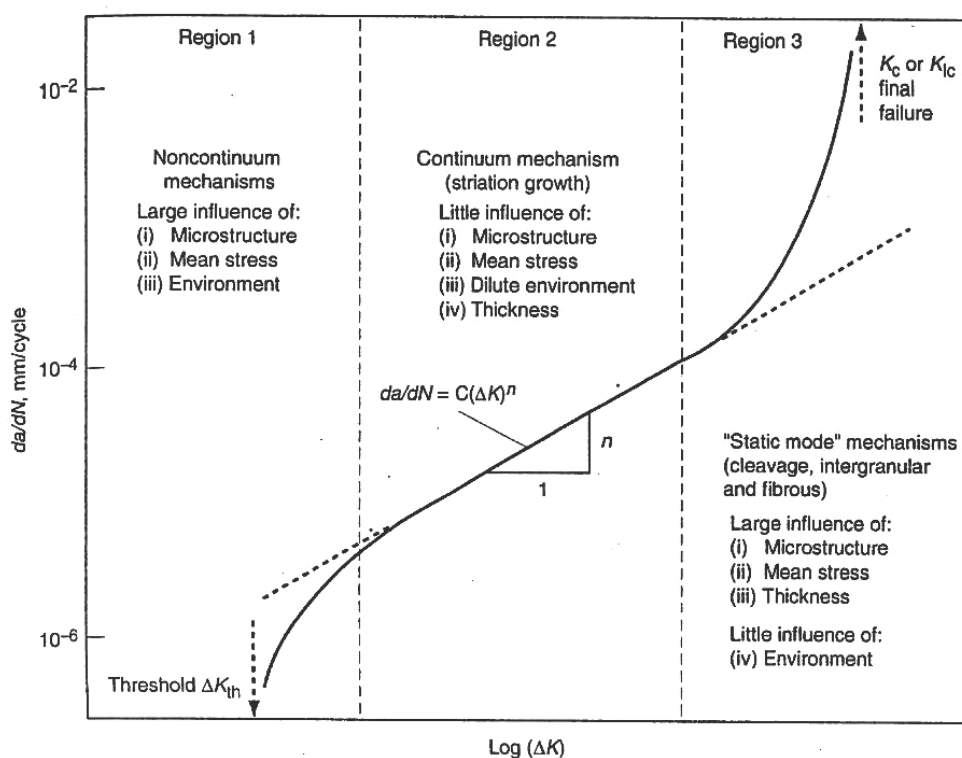


Σχήμα.31.

1.6.3 Δοκιμές ανάπτυξης ρωγμής λόγω κόπωσης

Το 1963 οι Paris και Erdogan [81] δημοσίευσαν μια μελέτη η οποία περιείχε δεδομένα σχετικά με το ποσοστό αύξησης του μήκους μιας ρωγμής λόγω κόπωσης, και απέδειξαν ότι υπάρχει συσχέτιση του λόγου $\frac{da}{dN}$ και της παραμέτρου έντασης – τάσεων ΔK . Η παράμετρος ΔK εξαρτάται από το είδος της φόρτισης, το μήκος και τη γεωμετρία της ρωγμής. Τα δεδομένα για την ενδιάμεση αύξηση του ποσοστού αύξησης μιας ρωγμής λόγω κόπωσης μπορούν να υπολογιστούν από την ακόλουθη σχέση, η οποία είναι γνωστή και ως εξίσωση του Paris:

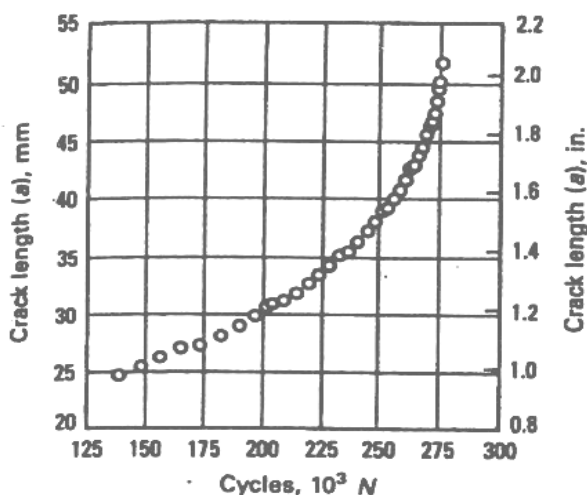
$\frac{da}{dN} = C(\Delta K)^m$, όπου C, m είναι σταθερές οι οποίες μπορούν να υπολογιστούν από την log-log καμπύλη του λόγου $\frac{da}{dN}$ και του συντελεστή έντασης – τάσεων ΔK , όπως φαίνεται στο ακόλουθο σχήμα.



Σχήμα 32. Γραφική παράσταση του ρυθμού ανάπτυξης μιας ρωγμής λόγω κόπωσης, da/dN , συναρτήσει της μεταβολής του συντελεστή έντασης τάσεων ΔK

Όπως φαίνεται και στο Σχ. 32 υπάρχουν τρεις περιοχές που περιγράφουν το ρυθμό διάδοσης μιας ρωγμής λόγω κόπωσης. Στην περιοχή 1 διακρίνουμε το όριο της ανάπτυξης μιας ρωγμής λόγω κόπωσης που αντιστοιχεί στη μεταβολή του συντελεστή έντασης – τάσεων μέσω του οποίου δεν μεταδίδονται οι ρωγμές. Η εξίσωση του Paris εφαρμόζεται στην περιοχή 2. Στην περιοχή 3 έχουμε υψηλούς ρυθμούς ανάπτυξης της ρωγμής και η μέγιστη τιμή του συντελεστή έντασης – τάσεων K_{max} , φτάνει την κρίσιμη τιμή K_c για στατική αστοχία.

Το παραπάνω διάγραμμα (Σχ. 32) αναπαριστά τη μεταβολή του ρυθμού ανάπτυξης της ρωγμής λόγω κόπωσης συναρτήσει του συντελεστή έντασης – τάσεων όπως προκύπτει από μια σειρά δεδομένων της μορφής του Σχήματος 33, χρησιμοποιώντας την κάθετη σε εφαπτόμενο τόξο, το επαυξημένο πολυώνυμο και τις μεθόδους μεταβολής της διαφοράς πέντε σημείων.



Σχήμα 33. Δεδομένα ελέγχου του μήκους μιας ρωγμής συναρτήσει των κύκλων ζωής

1.7 Έλεγχος Θραύσης και Κόπωσης

Πιθανές μέθοδοι αστοχίας που συνήθως εμφανίζονται είναι:

1. υπερβολική πλαστική παραμόρφωση
2. κάμψη ή γενικά αστάθεια, είτε ελαστική είτε πλαστική
3. αύξηση της θραύσης πριν το κρίσιμο σημείο, που οδηγεί στην καταστροφή του τεμαχίου ή σε ασταθή ανάπτυξη της θραύσης
4. επέκταση ασταθούς θραύσης που οδηγεί είτε σε μερική είτε σε ολική αστοχία των μελών.

Από τις τέσσερις παραπάνω μεθόδους οι μηχανικοί επικεντρώνονται στις δύο πρώτες και ισχυρίζονται ότι η κατάλληλη επιλογή των υλικών και μελέτη των επιπέδων πίεσης εμποδίζουν την χρήση των άλλων δύο μεθόδων. Όμως για ένα καλό σχέδιο μελέτης, πρέπει να μελετούνται όλες οι πιθανές μέθοδοι.

Μερικές από τις μεθόδους που χρησιμοποιούνται πρόσφατα για να εμποδίσουν τα βλαβερά αποτελέσματα της διάδοσης μιας αστοχίας στα κατασκευαστικά υλικά παρουσιάζονται παρακάτω.

1. Διαχωρισμός του περιβάλλοντος και του υλικού.
2. Μεταβολή του περιβάλλοντος. Επιτυγχάνεται αυξάνοντας το pH του περιβάλλοντος ή μειώνοντας τη θερμοκρασία, τον ρυθμό ροής και τη συγκέντρωση του περιβάλλοντος
3. Εφαρμογή καθοδικής προστασίας. Επιτυγχάνεται από εξωτερικά επιβαλλόμενα αρνητικά ενδεχόμενα.
4. Μεταβολή των χαρακτηριστικών της επιφάνειας ενός υλικού. Επιτυγχάνεται προκαλώντας ευνοϊκές τάσεις συμπίεσης στην επιφάνεια ενός υλικού που εκτίθεται στο περιβάλλον

5. Αντικατάσταση των υλικών με πιο ανθεκτικά.
6. Σχεδιασμός των συνιστωσών που εμποδίζουν τη δημιουργία ή την διάδοση ρωγμών σε ένα κρίσιμο σημείο. Επιτυγχάνεται χρησιμοποιώντας συγκεκριμένα δεδομένα πανομοιότυπα με αυτά που σχετίζονται με την αποφυγή αστοχιών λόγω κόπωσης.

Υπάρχουν τρεις γενικές προσεγγίσεις σχεδιασμού για την ελαχιστοποίηση της πιθανότητας αστοχίας ενός κατασκευαστικού μέλους:

1. Μείωση του επιπέδου ελαστικής φόρτισης
2. Ελαχιστοποίηση των αρχικών ασυνεχειών
3. Χρήση υλικών με βελτιωμένη δύναμη θραύσης

1.8 Το περιεχόμενο της εργασίας

Όπως ήδη γνωρίζουμε, η γεωμετρία ενός δοκιμίου, το είδος της φόρτισης, καθώς και άλλοι συντελεστές επηρεάζουν την περιοχή έναρξης δημιουργίας ρωγμής λόγω κόπωσης, το ρυθμό της διάδοσης της ρωγμής και το σχήμα της μεταδιδόμενης ρωγμής. [27].

Στην εργασία αυτή γίνεται ανάλυση της συμπεριφοράς μιας ρωγμής που εμφανίζεται σε μια άτρακτο, λαμβάνοντας υπόψη όλους αυτούς τους παράγοντες με σκοπό την πρόβλεψη της διάρκειας ζωής της ώστε να ελαχιστοποιηθεί το κόστος αντικατάστασής της. Συγκεκριμένα, η άτρακτος που μελετάται, καταπονείται από στρέψη. Καταπονήσεις λόγω εφελκυσμού δεν υπάρχουν, ενώ οι καταπονήσεις λόγω κάμψης θεωρούνται αμελητέες λόγω της ύπαρξης κατάλληλα τοποθετημένου εξομαλυντή τάσεων.

Ως μέτρο ζωής μιας ατράκτου χρησιμοποιούνται οι ώρες λειτουργίας. Ο σχεδιασμός της καμπύλης κοπώσεως βασίζεται στην πρόβλεψη της κυκλικής διάρκειας ζωής έχοντας ως δεδομένη την ονομαστική τάση που εφαρμόζεται μέχρι να εμφανιστεί η αστοχία. Ο αριθμός των κύκλων που αντιστοιχεί στο όριο αντοχής, αντιπροσωπεύει την έναρξη της διάρκειας ζωής. Σκοπός αυτής της εργασίας είναι η πρόβλεψη της διάρκειας ζωής της ατράκτου από τη στιγμή εμφάνισης της ρωγμής έως τη στιγμή της αστοχίας.

Για την μελέτη της συμπεριφοράς της ατράκτου εφαρμόζεται ένα μοντέλο ρωγμής. Στην συνέχεια υπολογίζεται ο συντελεστής έντασης των τάσεων, ο οποίος συμβολίζεται με K , και περιγράφει τη συμπεριφορά της περιοχής ελαστικής παραμόρφωσης. Ο συντελεστής αυτός αναφέρεται στην εφαρμοζόμενη τάση και το μέγεθος της ρωγμής. Από την καμπύλη κοπώσεως που προκύπτει βρίσκουμε την ονομαστική και την προβλεπόμενη διάρκεια ζωής της ατράκτου.

Περιμένοντας ότι μια τέτοια πρόβλεψη θα αποφέρει και οικονομικές αλλαγές, εφαρμόζουμε δύο σενάρια ώστε να δούμε το πόσο ελαχιστοποιείται το κόστος αντικατάστασης της ατράκτου αν γνωρίζουμε εκ των προτέρων την διάρκεια ζωής της. Σύμφωνα λοιπόν με το πρώτο σενάριο που εφαρμόζουμε η αντικατάσταση της ατράκτου γίνεται με τη θραύση της, ενώ στο δεύτερο σενάριο η αντικατάστασή της γίνεται βάσει της προβλεπόμενης διάρκειας ζωής της. Όπως προκύπτει από την οικονομική μελέτη, η οποία παρουσιάζεται και σε σχετικό κεφάλαιο, υπάρχει σημαντική ελαχιστοποίηση του κόστους αντικατάστασης της ατράκτου.

2. Ανάλυση Απλού Δυναμικού Μοντέλου

2.1 Εισαγωγή

Ο τομέας της μηχανικής που ασχολείται με τις αστοχίες των υλικών, βασίζεται σε πειράματα και παρατηρήσεις προκειμένου να προτείνει χρήσιμες εκφράσεις των δυνάμεων που προκαλούν την ανάπτυξη και επέκταση των ρωγμών. Αρχές που ήδη έχουν αναπτυχθεί και σχετίζονται με τα σπασίματα, προέρχονται από παρατηρήσεις και είναι σχετικά απλές και μακροσκοπικές. Οι μηχανικοί των υλικών (materials engineers) συχνά χρειάζεται να μελετήσουν μακροσκοπικά την συμπεριφορά των ρωγμών, σε σχέση με τη σύνθεση, τη μικροδομή και άλλα χαρακτηριστικά μικρής κλίμακας. Η επέκταση του τομέα της μηχανικής που ασχολείται με την αντοχή των υλικών, στις παραπάνω περιοχές μέσω της ανάπτυξης κατάλληλων μοντέλων ανάλυσης είναι ιδιαίτερα χρήσιμη.

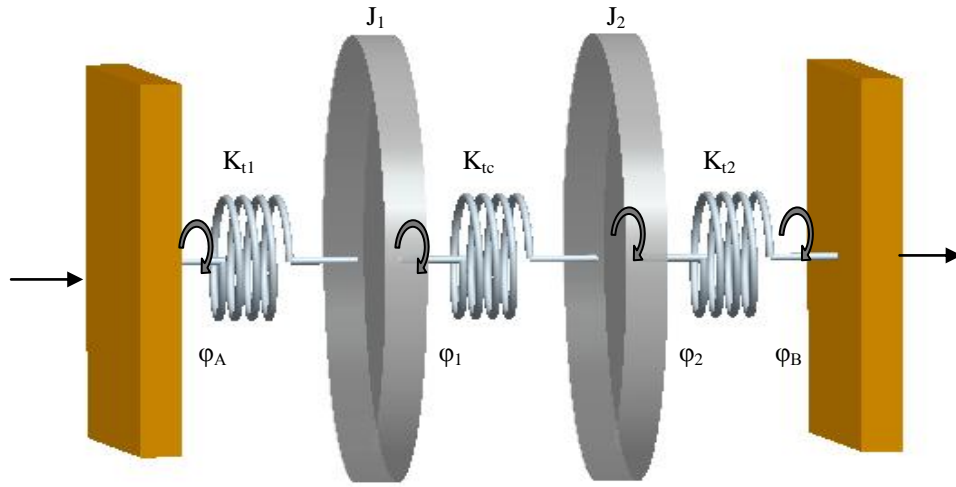
Για τη δημιουργία μιας σύνδεσης μεταξύ του μικροσκοπικού με τον μακροσκοπικό κόσμο, χρησιμοποιούνται οι νόμοι του Lagrange. Έτσι λοιπόν, αν εκφραστεί η κινητική και η δυναμική ενέργεια ενός συστήματος μεμονωμένα σε σχέση με τα γενικευμένα ζεύγη συντεταγμένων και τις παραγώγους τους συναρτήσει του χρόνου, τότε προκύπτουν αμέσως οι συναρτήσεις των δυνάμεων του συστήματος, εκφρασμένες συναρτήσει των συντεταγμένων, χρησιμοποιώντας τις εξισώσεις Lagrange. Η συνάρτηση Lagrange για ένα σύστημα ορίζεται ως η διαφορά της κινητικής και της δυναμικής ενέργειας εκφρασμένες ως συνάρτηση των θέσεων και των ταχυτήτων. Οι εξισώσεις Lagrange ισχύουν και για συστήματα στα οποία κάθε μέλος αντιπροσωπεύει ένα βαθμό ελευθερίας και κάθε μέλος μπορεί επίσης να μεταβάλλεται ανεξάρτητα από τα άλλα.

Στο κεφάλαιο αυτό γίνεται ανάλυση ενός μοντέλου ρωγμής από το οποίο φαίνεται και η συμπεριφορά μιας ατράκτου με ρωγμή.

2.2 Δυναμικό Μοντέλο Τριών Βαθμών Ελευθερίας Ατράκτου σε στρέψη

Πολλά ενδιαφέροντα μοντέλα μπορούν να δημιουργηθούν από τα κλασσικά μηχανικά προβλήματα στα οποία μελετώνται απλές κινήσεις των σωμάτων. Υπάρχουν πολλοί τρόποι με τους οποίους μπορούν να δημιουργηθούν μοντέλα από τέτοιου είδους απλά συστήματα. Το πιο διαδεδομένο μοντέλο είναι οι εξισώσεις Euler – Lagrange. Για να εφαρμοστούν αυτές οι εξισώσεις, πρέπει να υπολογιστεί η ενέργεια του συστήματος που μελετάται. Υπάρχουν τρία είδη ενέργειας:

- η δυναμική ενέργεια η οποία αντιπροσωπεύει την αποθηκευμένη ενέργεια κατά τη μεταβολή μήκους ενός γραμμικού ελατηρίου ή τη μεταβολή μιας γωνίας στροφής ενός στρεπτικού ελατηρίου,
- η κινητική ενέργεια η οποία προέρχεται από τη γραμμική κίνηση της μάζας ή από την περιστροφική κίνηση μιας ροπής αδράνειας και
- η ενέργεια διάχυσης που οφείλεται στην τριβή (Coulomb, ιξώδης τριβή, τριβή υστέρησης).



Σχήμα 34.

Η κινητική και η δυναμική ενέργεια του συστήματος είναι:

$$E_K = \frac{1}{2} J_1 \dot{\varphi}_1^2 + \frac{1}{2} J_2 \dot{\varphi}_2^2 \quad (1)$$

$$E_P = \frac{1}{2} K_{t_1} (\varphi_1 - \varphi_A)^2 + \frac{1}{2} K_{t_c} (\varphi_2 - \varphi_1)^2 + \frac{1}{2} K_{t_2} (\varphi_B - \varphi_2)^2 \quad (2)$$

όπου J_1, J_2 οι ροπές αδράνειας του συστήματος, $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_A, \varphi_B$ οι γωνίες στρέψης και $K_{t_1}, K_{t_2}, K_{t_c}$ οι σταθερές των τριών ελατηρίων αντίστοιχα.

Εφαρμόζουμε εξισώσεις Lagrange και έχουμε:

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial E_K}{\partial \dot{q}_i} \right] - \frac{\partial E_K}{\partial q_i} + \frac{\partial E_P}{\partial q_i} = M_{t_i} \quad (3)$$

όπου q_i είναι ανεξάρτητες ποσότητες οι οποίες καθορίζουν τη θέση κάθε σώματος του δυναμικού μας συστήματος, $\frac{\partial E_K}{\partial q_i}$ είναι η μερική παράγωγος της κινητικής ενέργειας ως προς

q_i , $\frac{\partial E_P}{\partial q_i}$ η μερική παράγωγος της δυναμικής ενέργειας ως q_i και M_{t_i} οι δυνάμεις του συστήματος.

Οι εξισώσεις Lagrange εφαρμόζονται για τις ακόλουθες περιπτώσεις:

- Για $q_i = \varphi_1$:

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial E_K}{\partial \dot{\varphi}_1} \right] - \frac{\partial E_K}{\partial \varphi_1} + \frac{\partial E_P}{\partial \varphi_1} = M_{t_1} \rightarrow$$

$$J_1 \ddot{\varphi}_1 + \frac{1}{2} K_{t_1} 2(\varphi_1 - \varphi_A) + \frac{1}{2} K_{t_c} 2(\varphi_2 - \varphi_1)(-1) = M_{t_1} \rightarrow$$

$$J_1 \ddot{\varphi}_1 + K_{t_1} (\varphi_1 - \varphi_A) - K_{t_c} (\varphi_2 - \varphi_1) = M_{t_1} \quad (4)$$

- Για $q_i = \varphi_2$:

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial E_K}{\partial \dot{\varphi}_2} \right] - \frac{\partial E_K}{\partial \varphi_2} + \frac{\partial E_P}{\partial \varphi_2} = M_{t_2} \rightarrow$$

$$J_2 \ddot{\varphi}_2 + \frac{1}{2} K_{t_c} 2(\varphi_2 - \varphi_1) + \frac{1}{2} K_{t_2} 2(\varphi_B - \varphi_2)(-1) = M_{t_2} \rightarrow$$

$$J_2 \ddot{\varphi}_2 + K_{t_c} (\varphi_2 - \varphi_1) - K_{t_2} (\varphi_B - \varphi_2) = M_{t_2} \quad (5)$$

Κάθε ροπή αδράνειας του συστήματος αντιστοιχεί σε έναν βαθμό ελευθερίας $\varphi_i(t)$ (γωνία στρέψης). Η μαθηματική μοντελοποίηση του δυναμικού συστήματος σε μητρωϊκή μορφή είναι:

$$\begin{bmatrix} J_1 & 0 \\ 0 & J_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\varphi}_1 \\ \ddot{\varphi}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{t_1} + K_{t_2} & -K_{t_c} \\ -K_{t_c} & K_{t_1} + K_{t_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{t_1} \\ M_{t_2} \end{bmatrix} \quad (6)$$

όπου $\boldsymbol{\varphi}(t) = (\varphi_1, \varphi_2)^T$ το 2x1 διάνυσμα των γωνιών στροφής $\varphi_i(t)$

$\ddot{\boldsymbol{\varphi}}(t) = \left(\ddot{\varphi}_1(t), \ddot{\varphi}_2(t) \right)^T$ το 2x1 διάνυσμα των γωνιακών επιταχύνσεων $\ddot{\varphi}_i(t)$

$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} J_1 & 0 \\ 0 & J_2 \end{bmatrix}$ είναι το μητρώο των ροπών αδράνειας του συστήματος

$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} K_{t_1} + K_{t_2} & -K_{t_c} \\ -K_{t_c} & K_{t_1} + K_{t_2} \end{bmatrix}$ είναι το μητρώο δυσκαμψίας

$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} M_{t_1} \\ M_{t_2} \end{bmatrix}$ είναι το μητρώο των στρεπτικών ροπών του συστήματος

Αν στις εξισώσεις (4) και (5) που προέκυψαν από τις σχέσεις Lagrange θέσουμε όπου:

$$\left. \begin{array}{l} \varphi_1 = y_1 \\ \varphi_2 = y_2 \\ \dot{\varphi}_1 = y_3 \\ \dot{\varphi}_2 = y_4 \end{array} \right\} \quad (7)$$

το σύστημα γίνεται:

$$\left. \begin{array}{l} J_1 \dot{y}_3 + (K_{t_1} + K_{t_c}) y_1 - K_{t_c} y_2 = M_{t_1} \\ J_2 \dot{y}_4 + (K_{t_c} + K_{t_2}) y_2 - K_{t_c} y_1 = M_{t_2} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \dot{y}_1 = y_3 \\ \dot{y}_2 = y_4 \\ y_3 = -\frac{(K_{t_1} + K_{t_c})}{J_1} y_1 + \frac{K_{t_c}}{J_1} y_2 + \frac{M_{t_1}}{J_1} \\ y_4 = -\frac{(K_{t_c} + K_{t_2})}{J_2} y_2 + \frac{K_{t_c}}{J_2} y_1 + \frac{M_{t_2}}{J_2} \end{array}$$

Για να απλοποιήσουμε το σύστημα αυτό, το γράφουμε σε μητρωϊκή μορφή όπως παρουσιάζεται στη συνέχεια:

$$\dot{Y}(t) = AY(t) + F(t) \quad (8)$$

όπου ο πρώτος όρος αντιπροσωπεύει την πρώτη παράγωγο κάθε όρου του μητρώου των αποκρίσεων και ισούται με το άθροισμα του γινομένου του μητρώου A, που περιέχει τους συντελεστές δυσκαμψίας K συναρτήσει των ροπών αδράνειας κάθε μάζας, με το μητρώο των αποκρίσεων και το μητρώο των στρεπτικών ροπών του συστήματος. Αναλυτικότερα έχουμε:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{(K_{t_1} + K_{t_c})}{J_1} & \frac{K_{t_c}}{J_1} & 0 & 0 \\ \frac{K_{t_c}}{J_2} & -\frac{(K_{t_c} + K_{t_2})}{J_2} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ M_{t_1} \\ M_{t_2} \end{bmatrix} \quad (9)$$

2.3 Υπολογισμός συνεχών αποκρίσεων του συστήματος στο πεδίο του χρόνου

Η συνεχής απόκριση του συστήματος στο πεδίο του χρόνου υπολογίζεται από τη σχέση:

$$Y(t) = e^{At}Y(0) + e^{At} \int_0^t e^{-As} F(s) ds \quad (10)$$

και επειδή το μητρώο A είναι 4×4 το e^{At} θα δίνεται από τη σχέση:

$$e^{At} = a_3 A^3 t^3 + a_2 A^2 t^2 + a_1 A t + a_0 I \quad (11)$$

Το αρχικό διάνυσμα για $F(0) = 0$ είναι $Y(0) = [0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$ Άρα η εξίσωση (10) γίνεται:

$$Y(t) = e^{At} \int_0^t e^{-As} F(s) ds \quad (12)$$

Το μητρώο A θα είναι:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{(K_{t_1} + K_{t_c})}{J_1} & \frac{K_{t_c}}{J_1} & 0 & 0 \\ \frac{K_{t_c}}{J_2} & -\frac{(K_{t_c} + K_{t_2})}{J_2} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (13)$$

Στη συνέχεια υπολογίζουμε και τα μητρώα A^2 και A^3 :

$$\begin{aligned}
A^2 &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{(K_{t_1} + K_{t_c})}{J_1} & \frac{K_{t_c}}{J_1} & 0 & 0 \\ \frac{K_{t_c}}{J_2} & -\frac{(K_{t_c} + K_{t_2})}{J_2} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{(K_{t_1} + K_{t_c})}{J_1} & \frac{K_{t_c}}{J_1} & 0 & 0 \\ \frac{K_{t_c}}{J_2} & -\frac{(K_{t_c} + K_{t_2})}{J_2} & 0 & 0 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} -\frac{(K_{t_1} + K_{t_c})}{J_1} & \frac{K_{t_c}}{J_1} & 0 & 0 \\ \frac{K_{t_c}}{J_2} & -\frac{(K_{t_c} + K_{t_2})}{J_2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{(K_{t_1} + K_{t_c})}{J_1} & \frac{K_{t_c}}{J_1} \\ 0 & 0 & \frac{K_{t_c}}{J_2} & -\frac{(K_{t_c} + K_{t_2})}{J_2} \end{bmatrix} \tag{14}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
A^3 = & \begin{bmatrix} -\frac{(K_{t_1} + K_{t_c})}{J_1} & \frac{K_{t_c}}{J_1} & 0 & 0 \\ \frac{K_{t_c}}{J_2} & -\frac{(K_{t_c} + K_{t_2})}{J_2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{(K_{t_1} + K_{t_c})}{J_1} & \frac{K_{t_c}}{J_1} \\ 0 & 0 & \frac{K_{t_c}}{J_2} & -\frac{(K_{t_c} + K_{t_2})}{J_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{(K_{t_1} + K_{t_c})}{J_1} & \frac{K_{t_c}}{J_1} & 0 & 0 \\ \frac{K_{t_c}}{J_2} & -\frac{(K_{t_c} + K_{t_2})}{J_2} & 0 & 0 \end{bmatrix} \\
& \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\frac{(K_{t_1} + K_{t_c})}{J_1} & \frac{K_{t_c}}{J_1} \\ 0 & 0 & \frac{K_{t_c}}{J_2} & -\frac{(K_{t_c} + K_{t_2})}{J_2} \\ \frac{(K_{t_1} + K_{t_c})^2}{J_1^2} + \frac{K_{t_c}^2}{J_1 J_2} & -\frac{K_{t_c}(K_{t_1} + K_{t_c})}{J_1^2} - \frac{K_{t_c}(K_{t_c} + K_{t_2})}{J_1 J_2} & 0 & 0 \\ -\frac{K_{t_c}(K_{t_1} + K_{t_c})}{J_1 J_2} - \frac{K_{t_c}(K_{t_c} + K_{t_2})}{J_2^2} & \frac{K_{t_c}^2}{J_1 J_2} + \frac{(K_{t_c} + K_{t_2})^2}{J_2^2} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (15)
\end{aligned}$$

Αφού λοιπόν γνωρίζουμε τα μητρώα A , A^2 , A^3 και I αντικαθιστούμε στην εξίσωση (11) και υπολογίζουμε το μητρώο e^{At} :

$$e^{At} = \begin{bmatrix} -\frac{(K_{t_1} + K_{t_c})}{J_1} a_2 t^2 + a_0 & \frac{K_{t_c}}{J_1} a_2 t^2 & -\frac{(K_{t_1} + K_{t_c})}{J_1} a_3 t^3 + a_1 t & \frac{K_{t_c}}{J_1} a_3 t^3 \\ \frac{K_{t_c}}{J_2} a_2 t^2 & -\frac{(K_{t_c} + K_{t_2})}{J_2} a_2 t^2 + a_0 & \frac{K_{t_c}}{J_2} a_3 t^3 & -\frac{(K_{t_c} + K_{t_2})}{J_2} a_3 t^3 + a_1 t \\ \left[\frac{(K_{t_1} + K_{t_c})^2}{J_1^2} + \frac{K_{t_c}^2}{J_1 J_2} \right] a_3 t^3 + \left[-\frac{(K_{t_1} + K_{t_c})}{J_1} \right] a_1 t & \left[-\frac{K_{t_c} (K_{t_1} + K_{t_c})}{J_1^2} - \frac{K_{t_c} (K_{t_c} + K_{t_2})}{J_1 J_2} \right] a_3 t^3 + \frac{K_{t_c}}{J_1} a_1 t & \left[-\frac{(K_{t_1} + K_{t_c})}{J_1} \right] a_2 t^2 + a_0 & \frac{K_{t_c}}{J_1} a_2 t^2 \\ \left[-\frac{K_{t_c} (K_{t_1} + K_{t_c})}{J_1 J_2} - \frac{K_{t_c} (K_{t_c} + K_{t_2})}{J_2^2} \right] a_3 t^3 + \frac{K_{t_c}}{J_2} a_1 t & \left[\frac{K_{t_c}^2}{J_1 J_2} + \frac{(K_{t_c} + K_{t_2})^2}{J_2^2} \right] a_3 t^3 + \left[-\frac{(K_{t_c} + K_{t_2})}{J_2} \right] a_1 t & \frac{K_{t_c}}{J_2} a_2 t^2 & -\frac{(K_{t_c} + K_{t_2})}{J_2} a_2 t^2 + a_0 \end{bmatrix}$$

Το ολοκλήρωμα της σχέσης (13) που μας δίνει την συνεχή απόκριση του συστήματος γίνεται:

$$\int_0^t e^{-As} F(s) ds = \int_0^t (-a_3 A^3 s^3 + a_2 A^2 s^2 - a_1 A s + a_0 I) \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ M_{t_1}(s) \\ M_{t_2}(s) \end{pmatrix} ds \quad (17)$$

Η άτρακτος είναι κατασκευασμένη από χάλυβα (St-50), που έχει μήκος 6330mm και διάμετρο 600mm.

$$\left. \begin{aligned} M_t &= K_t \times \varphi \\ G &= \frac{32 M_t L}{\pi \varphi d^4} \end{aligned} \right\} G = \frac{32 K_t \varphi L}{\pi \varphi d^4} \rightarrow K_t = \frac{G \pi d^4}{32 L} \text{ όμως } G = \frac{E}{2(1+\nu)},$$

$$\text{Άρα } K_t = \frac{E \pi d^4}{64 L (1+\nu)} \quad (18)$$

όπου G είναι το μέτρο δυσκαμψίας του υλικού, E το μέτρο ελαστικότητας, d η διάμετρος της ατράκτου, L το μήκος της ατράκτου και ν ο λόγος του Poisson. Για το χάλυβα από τον οποίο είναι κατασκευασμένη η άτρακτος τα παραπάνω μεγέθη παίρνουν τις ακόλουθες τιμές:

$$\begin{aligned} E &= 210 \text{ GPa} \\ \nu &= 0.3 \\ d &= 600 \text{ mm} \\ L &= 6330 \text{ mm} \end{aligned}$$

Με αντικατάσταση λοιπόν έχουμε:

$$K_{t_1} = \frac{210 \times 10^3 \frac{N}{mm^2} \times \pi \times 600^4 mm^4}{64 \times 6330 mm \times (1+0.3)} \rightarrow K_{t_1} = 1.6235 \times 10^{11} Nmm \quad (19)$$

$$K_{t_c} = \frac{210 \times 10^3 \frac{N}{mm^2} \times \pi \times 600^4 mm^4}{64 \times (6330 - \frac{20}{100} 6330) mm \times (1+0.3)} \rightarrow K_{t_c} = 2.03 \times 10^{11} Nmm \quad (20)$$

Οι ροπές αδράνειας του συστήματος υπολογίζονται ως εξής:

$$\begin{aligned} J_1 &= \frac{\pi}{32} \times \rho \times L \times D_1^4 = \frac{\pi}{32} \times 7.85 \times 10^{-6} \frac{kg}{mm^3} \times 6330 mm \times 600^4 mm^4 \rightarrow \\ &\rightarrow J_1 = 632 \times 10^6 kg mm^2 \end{aligned} \quad (21)$$

$$J_2 = \frac{\pi}{32} \times \rho \times L \times D_1^4 = \frac{\pi}{32} \times 7.85 \times 10^{-6} \frac{kg}{mm^3} \times (6330 - \frac{20}{100} 6330) mm \times 600^4 mm^4 \rightarrow$$

$$\rightarrow J_2 = 506 \times 10^6 kgmm^2 \quad (22)$$

Σύμφωνα λοιπόν με όσα έχουμε υπολογίσει παραπάνω, προκύπτει ότι:

$$e^{At} = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} & x_{14} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} & x_{24} \\ x_{31} & x_{32} & x_{11} & x_{12} \\ x_{41} & x_{42} & x_{21} & x_{22} \end{bmatrix} \quad (23)$$

όπου:

$$x_{11}(t) = \left[\frac{-(1.6235 \times 10^{11} + 2.03 \times 10^{11})}{(632 \times 10^6)} \right] a_2 t^2 + a_0 = -578.08 a_2 t^2 + a_0$$

$$x_{12}(t) = \frac{(2.03 \times 10^{11})}{632 \times 10^6} a_2 t^2 = 321.2 a_2 t^2$$

$$x_{13}(t) = \left[\frac{-(1.6235 \times 10^{11} + 2.03 \times 10^{11})}{(632 \times 10^6)} \right] a_3 t^3 + a_1 t = -578.08 a_3 t^3 + a_1 t$$

$$x_{14}(t) = \frac{(2.03 \times 10^{11})}{632 \times 10^6} a_3 t^3 = 321.2 a_3 t^3$$

$$x_{21}(t) = \frac{(2.03 \times 10^{11})}{506 \times 10^6} a_2 t^2 = 401.2 a_2 t^2$$

$$x_{22}(t) = \left[\frac{-(1.6235 \times 10^{11} + 2.03 \times 10^{11})}{(506 \times 10^6)} \right] a_2 t^2 + a_0 = -722.035 a_2 t^2 + a_0$$

$$x_{23}(t) = \frac{(2.03 \times 10^{11})}{506 \times 10^6} a_3 t^3 = 401.2 a_3 t^3$$

$$x_{24}(t) = \left[\frac{-(1.6235 \times 10^{11} + 2.03 \times 10^{11})}{(506 \times 10^6)} \right] a_3 t^3 + a_1 t = -722.035 a_3 t^3 + a_1 t$$

$$x_{31}(t) = \left[\frac{(1.6235 \times 10^{11} + 2.03 \times 10^{11})^2}{(632 \times 10^6)^2} + \frac{(2.03 \times 10^{11})^2}{(632 \times 10^6)(506 \times 10^6)^2} \right] a_3 t^3 + \left[\frac{-(1.6235 \times 10^{11} + 2.03 \times 10^{11})}{(632 \times 10^6)} \right] a_1 t =$$

$$= 334182.78 a_3 t^3 - 578.08 a_1 t$$

$$x_{32}(t) = \left[\frac{-(1.6235 \times 10^{11} + 2.03 \times 10^{11})(2.03 \times 10^{11})}{(632 \times 10^6)^2} - \frac{(2.03 \times 10^{11})(1.6235 \times 10^{11} + 2.03 \times 10^{11})}{(632 \times 10^6)(506 \times 10^6)} \right] a_3 t^3 + \left[\frac{(2.03 \times 10^{11})}{(632 \times 10^6)} \right] a_1 t =$$

$$= -417602.16 a_3 t^3 + 321.2 a_1 t$$

$$x_{33}(t) = \frac{-(1.6235 \times 10^{11} + 2.03 \times 10^{11})}{(632 \times 10^6)^2} a_2 t^2 + a_0 =$$

$$= -578.08 a_2 t^2 + a_0 = x_{11}(t)$$

$$x_{34}(t) = \frac{(2.03 \times 10^{11})}{632 \times 10^6} a_2 t^2 = 321.2 a_2 t^2 = x_{12}(t)$$

$$x_{41}(t) = \left[\frac{-(1.6235 \times 10^{11} + 2.03 \times 10^{11})(2.03 \times 10^{11})}{(632 \times 10^6)(506 \times 10^6)} - \frac{(2.03 \times 10^{11})(1.6235 \times 10^{11} + 2.03 \times 10^{11})}{(506 \times 10^6)^2} \right] a_3 t^3 + \left[\frac{(2.03 \times 10^{11})}{(506 \times 10^6)} \right] a_1 t =$$

$$= -521590.052 a_3 t^3 + 401.2 a_1 t$$

$$x_{42}(t) = \left[\frac{(2.03 \times 10^{11})^2}{(632 \times 10^6)(506 \times 10^6)} + \frac{(1.6235 \times 10^{11} + 2.03 \times 10^{11})^2}{(506 \times 10^6)^2} \right] a_3 t^3 - \left[\frac{(1.6235 \times 10^{11} + 2.03 \times 10^{11})}{(506 \times 10^6)} \right] a_1 t =$$

$$= 650197.2541 a_3 t^3 - 722.035 a_1 t$$

$$x_{43}(t) = \frac{(2.03 \times 10^{11})}{(506 \times 10^6)^2} a_2 t^2 = 401.2 a_2 t^2 = x_{21}(t)$$

$$x_{44}(t) = -\frac{(1.6235 \times 10^{11} + 2.03 \times 10^{11})}{(506 \times 10^6)} a_2 t^2 + a_0 = -722.035 a_2 t^2 + a_0 = x_{22}(t)$$

Το μητρώο A λοιπόν με αντικατάσταση γίνεται:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{(1.6235 \times 10^{11} + 2.03 \times 10^{11})}{632 \times 10^6} & \frac{2.03 \times 10^{11}}{632 \times 10^6} & 0 & 0 \\ \frac{2.03 \times 10^{11}}{506 \times 10^6} & -\frac{(1.6235 \times 10^{11} + 2.03 \times 10^{11})}{506 \times 10^6} & 0 & 0 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -577.765 & 321.2 & 0 & 0 \\ 401.2 & 722.035 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (24)$$

Υπολογίζουμε αντίστοιχα και τα μητρώα A^2 και A^3 . Επομένως:

$$A^2 = \begin{bmatrix} -577.765 & 321.2 & 0 & 0 \\ 401.2 & 722.035 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -577.765 & 321.2 \\ 0 & 0 & 401.2 & 722.035 \end{bmatrix} \quad (25)$$

$$A^3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -577.765 & 321.2 \\ 0 & 0 & 401.2 & 722.035 \\ 462598.4 & -417266 & 0 & 0 \\ -521582.25 & 650368 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (26)$$

Αφού γνωρίζουμε όλα τα απαραίτητα μεγέθη αντικαθιστούμε και υπολογίζουμε το e^{At} .

$$e^{At} = \begin{pmatrix} -578.08a_2t^2 + a_0 & 321.2a_2t^2 & -578.08a_3t^3 + a_1t & 321.2a_3t^3 \\ 401.2a_2t^2 & -722.035a_2t^2 + a_0 & 401.2a_3t^3 & -722.035a_3t^3 + a_1t \\ 334182.78a_3t^3 - 578.08a_1t & -417602.16a_3t^3 + 321.2a_1t & -578.08a_2t^2 + a_0 & 321.2a_2t^2 \\ -521590.52a_3t^3 + 401.2a_1t & 650197.2541a_3t^3 - 722.035a_1t & 401.2a_2t^2 & -722.035a_2t^2 + a_0 \end{pmatrix} \quad (27)$$

$$e^{-At} = \begin{pmatrix} -578.08a_2t^2 + a_0 & 321.2a_2t^2 & 578.08a_3t^3 - a_1t & -321.2a_3t^3 \\ 401.2a_2t^2 & -722.035a_2t^2 + a_0 & -401.2a_3t^3 & 722.035a_3t^3 - a_1t \\ -334182.78a_3t^3 + 578.08a_1t & 417602.16a_3t^3 - 321.2a_1t & -578.08a_2t^2 + a_0 & 321.2a_2t^2 \\ 521590.52a_3t^3 - 401.2a_1t & -650197.2541a_3t^3 + 722.035a_1t & 401.2a_2t^2 & -722.035a_2t^2 + a_0 \end{pmatrix} \quad (28)$$

Επίσης ο πίνακας που περιέχει τις ροπές στρέψεις που είναι και οι δυνάμεις του συστήματος που μελετάμε καθώς και το τελικό ολοκλήρωμα που πρέπει να υπολογίσουμε παρουσιάζονται στη συνέχεια:

$$F(s) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ M_{t_1}(s) \\ M_{t_2}(s) \end{bmatrix} \quad (29)$$

$$Y(t) = e^{At} \int_0^t e^{-As} F(s) ds \quad (30)$$

$$\int_0^t e^{-As} F(s) ds = \int_0^t \begin{bmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} & \beta_{13} & \beta_{14} \\ \beta_{21} & \beta_{22} & \beta_{23} & \beta_{24} \\ \beta_{31} & \beta_{32} & \beta_{33} & \beta_{34} \\ \beta_{41} & \beta_{42} & \beta_{43} & \beta_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ M_{t_1}(s) \\ M_{t_2}(s) \end{bmatrix} ds = \int_0^t \begin{bmatrix} \beta_{13}M_{t_1}(s) + \beta_{14}M_{t_2}(s) \\ \beta_{23}M_{t_1}(s) + \beta_{24}M_{t_2}(s) \\ \beta_{33}M_{t_1}(s) + \beta_{34}M_{t_2}(s) \\ \beta_{43}M_{t_1}(s) + \beta_{44}M_{t_2}(s) \end{bmatrix} ds \quad (31)$$

$$= \int_0^t \begin{bmatrix} (578.08a_3s^3 - a_1s)M_{t_1}(s) + (-321.2a_3s^3)M_{t_2}(s) \\ (-401.2a_3s^3)M_{t_1}(s) + (722.035a_3s^3 - a_1s)M_{t_2}(s) \\ (-578.08a_2s^2 + a_0)M_{t_1}(s) + (321.2a_2s^2)M_{t_2}(s) \\ (401.2a_2s^2)M_{t_1}(s) + (-722.035a_2s^2 + a_0)M_{t_2}(s) \end{bmatrix} ds$$

Θέτω όπου $M_{t_1}(s) = f_1s$ και $M_{t_2}(s) = f_2s$ και προκύπτει:

$$\int_0^t e^{-As} F(s) ds = \int_0^t \begin{bmatrix} (578.08a_3s^4 - a_1s^2)f_1 + (-321.2a_3s^4)f_2 \\ (-401.2a_3s^4)f_1 + (722.035a_3s^4 - a_1s^2)f_2 \\ (-578.08a_2s^3 + a_0s)f_1 + (321.2a_2s^3)f_2 \\ (401.2a_2s^3)f_1 + (-722.035a_2s^3 + a_0s)f_2 \end{bmatrix} ds = \quad (32)$$

$$= \begin{bmatrix} (115.6a_3t^5 - 0.33a_1t^3)f_1 + (-64.24a_3t^5)f_2 \\ (80.24a_3t^5)f_1 + (144.407a_3t^5 - 0.33a_1t^3)f_2 \\ (144.5a_2t^4 + 0.5a_0t^2)f_1 + (80.3a_2t^4)f_2 \\ (100.3a_2t^4)f_1 + (-180.51a_2t^4 + 0.5a_0t^2)f_2 \end{bmatrix}$$

Επομένως οι αποκρίσεις για το σύστημά μας θα είναι:

$$Y(t) = \begin{bmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} & \gamma_{13} & \gamma_{14} \\ \gamma_{21} & \gamma_{22} & \gamma_{23} & \gamma_{24} \\ \gamma_{31} & \gamma_{32} & \gamma_{33} & \gamma_{34} \\ \gamma_{41} & \gamma_{42} & \gamma_{43} & \gamma_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_{11} \\ \delta_{21} \\ \delta_{31} \\ \delta_{41} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma_{11}\delta_{11} + \gamma_{12}\delta_{21} + \gamma_{13}\delta_{31} + \gamma_{14}\delta_{41} \\ \gamma_{21}\delta_{11} + \gamma_{22}\delta_{21} + \gamma_{23}\delta_{31} + \gamma_{24}\delta_{41} \\ \gamma_{31}\delta_{11} + \gamma_{32}\delta_{21} + \gamma_{33}\delta_{31} + \gamma_{34}\delta_{41} \\ \gamma_{41}\delta_{11} + \gamma_{42}\delta_{21} + \gamma_{43}\delta_{31} + \gamma_{44}\delta_{41} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{bmatrix} \quad (33)$$

Κάνοντας λοιπόν τις κατάλληλες αντικαταστάσεις προκύπτουν οι ακόλουθες εξισώσεις για τον υπολογισμό των αποκρίσεων:

$$\begin{aligned}
y_1 &= (-578.08a_2t^2 + a_0) \left[(115.6a_3t^5 - 0.33a_1t^3) f_1 + (-64.24a_3t^5) f_2 \right] + (321.2a_2t^2) \left[(80.24a_3t^5) f_1 + (144.407a_3t^5 - 0.33a_1t^3) f_2 \right] + \\
&+ (-578.08a_3t^3 + a_1t) \left[(144.441a_2t^4 + 0.5a_0t^2) f_1 + (80.3a_2t^4) f_2 \right] + (321.2a_3t^3) \left[(100.3a_2t^4) f_1 + (-180.51a_2t^4 + 0.5a_0t^2) f_2 \right] = \\
&= \left[(66826.05a_2a_3t^7 + 190.76a_1a_2t^5 + 115.6a_0a_3t^5 - 0.33a_0a_1t^3) f_1 + (37135.8a_2a_3t^7 - 64.24a_0a_3t^5) f_2 \right] + \left[(25773.1a_2a_3t^7) f_1 + (46383.3a_2a_3t^7 - 105.9a_1a_2t^5) f_2 \right] + \\
&+ \left[(-83532.56a_2a_3t^7 - 289a_0a_3t^5 + 144.5a_1a_2t^5 + 0.5a_0a_1t^3) f_1 + (-46419.8a_2a_3t^7 + 80.3a_1a_2t^5) f_2 \right] + \left[(32216.36a_2a_3t^7) f_1 + (-57979.812a_2a_3t^7 + 160.6a_0a_3t^5) f_2 \right] \\
&\rightarrow y_1 = \left[-92369a_2a_3t^7 + (335.26a_1a_2 - 173.4a_0a_3)t^5 + 0.17a_0a_1t^3 \right] f_1 + \left[-20880.5a_2a_3t^7 + (96.36a_0a_3 - 25.6a_1a_2)t^5 \right] f_2 \quad (34)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
y_2 = & (401.2a_2t^2) \left[(115.6a_3t^5 - 0.33a_1t^3)f_1 + (-64.24a_3t^5)f_2 \right] + (-722.035a_2t^2 + a_0) \left[(80.24a_3t^5)f_1 + (144.407a_3t^5 - 0.33a_1t^3)f_2 \right] + \\
& + (401.2a_3t^3) \left[(144.5a_2t^4 + 0.5a_0t^2)f_1 + (80.3a_2t^4)f_2 \right] + (-722.035a_3t^3 + a_1t) \left[(100.3a_2t^4)f_1 + (-180.51a_2t^4 + 0.5a_0t^2)f_2 \right] = \\
= & \left[(46378.7a_2a_3t^7 - 132.4a_1a_2t^5)f_1 + (-25773.1a_2a_3t^7)f_2 \right] + \left[(-57936.1a_2a_3t^7 + 80.24a_0a_3t^5)f_1 + (-104267a_2a_3t^7 + 238.27a_1a_2t^5 + 144.407a_0a_3t^5 - 0.33a_0a_1t^3)f_2 \right] \\
& + \left[(57973.4a_2a_3t^7 + 200.6a_0a_3t^5)f_1 + (32216.36a_2a_3t^7)f_2 \right] + \left[(-72420.11a_2a_3t^7 + 100.3a_1a_2t^5)f_1 + (130334.54a_2a_3t^7 - 361.017a_0a_3t^5 - 180.51a_1a_2t^5 + 0.5a_0a_1t^3)f_2 \right] \\
\rightarrow y_2 = & \left[-26004.11a_2a_3t^7 + (-32.1a_1a_2 + 280.84a_0a_3)t^5 \right] f_1 + \left[32510.8a_2a_3t^7 + (57.76a_1a_2 - 216.61a_0a_3)t^5 + 0.17a_0a_1t^3 \right] f_2 \quad (35)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
y_3 = & \left(334182.78a_3t^3 - 578.08a_1t\right) \left[\left(115.6a_3t^5 - 0.33a_1t^3\right)f_1 + \left(-64.24a_3t^5\right)f_2 \right] + \left(-417602.16a_3t^3 + 321.2a_1t\right) \left[\left(80.24a_3t^5\right)f_1 + \left(144.407a_3t^5 - 0.33a_1t^3\right)f_2 \right] + \\
& + \left(-578.08a_2t^2 + a_0\right) \left[\left(144.5a_2t^4 + 0.5a_0t^2\right)f_1 + \left(80.3a_2t^4\right)f_2 \right] + \left(321.2a_2t^2\right) \left[\left(100.3a_2t^4\right)f_1 + \left(-180.51a_2t^4 + 0.5a_0t^2\right)f_2 \right] = \\
= & \left[\left(38631529.37a_3^2t^8 - 110280.32a_1a_3t^6 - 66826.05a_1a_3t^6 + 190.77a_1^2t^4\right)f_1 + \left(-21467901.8a_3^2t^8 + 37135.86a_1a_3t^6\right)f_2 \right] + \\
& + \left[\left(-33508397.32a_3^2t^8 + 25773.1a_1a_3t^6\right)f_1 + \left(-60304675.12a_3^2t^8 + 137808.71a_1a_3t^6 + 46383.53a_1a_3t^6 - 106a_1^2t^4\right)f_2 \right] + \\
& + \left[\left(-83532.56a_2^2t^6 - 289a_0a_2t^4 + 144.5a_0a_2t^4 + 0.5a_0^2t^2\right)f_1 + \left(-46419.824a_2^2t^6 + 80.3a_0a_2t^4\right)f_2 \right] + \left[\left(32216.36a_2^2t^6\right)f_1 + \left(-57979.8a_2^2t^6 + 160.6a_0a_2t^4\right)f_2 \right] \\
\rightarrow y_3 = & \left[5123132.1a_3^2t^8 + \left(-151333.3a_1a_3 - 51316.24a_2^2\right)t^6 + \left(190.77a_1^2 - 144.54a_0a_2\right)t^4 + 0.5a_0^2t^2 \right] f_1 + \\
& + \left[-81772577a_3^2t^8 + \left(221328.1a_1a_3 - 104399.63a_2^2\right)t^6 + \left(-106a_1^2 + 241a_0a_2\right)t^4 \right] f_2
\end{aligned} \tag{36}$$

$$\begin{aligned}
y_4 = & \left(-521590.52a_3t^3 + 401.2a_1t\right)\left[\left(115.6a_3t^5 - 0.33a_1t^3\right)f_1 + \left(-64.24a_3t^5\right)f_2\right] + \left(-650197.25a_3t^3 - 722.035a_1t\right)\left[\left(80.24a_3t^5\right)f_1 + \left(144.407a_3t^5 - 0.33a_1t^3\right)f_2\right] + \\
& + \left(401.2a_2t^2\right)\left[\left(144.5a_2t^4 + 0.5a_0t^2\right)f_1 + \left(80.3a_2t^4\right)f_2\right] + \left(-722.035a_2t^2 + a_0\right)\left[\left(100.3a_2t^4\right)f_1 + \left(-180.51a_2t^4 + 0.5a_0t^2\right)f_2\right] = \\
= & \left[\left(-60295864.11a_3^2t^8 + 172124.87a_1a_3t^6 + 46378.72a_1a_3t^6 - 132.4a_1^2t^4\right)f_1 + \left(33506975a_3^2t^8 - 25773.1a_1a_3t^6\right)f_2\right] + \\
& + \left[\left(52171827.7a_3^2t^8 - 57936.1a_1a_3t^6\right)f_1 + \left(93893034.3a_3^2t^8 - 214565.1a_1a_3t^6 - 104266.91a_1a_3t^6 + 238.27a_1^2t^4\right)f_2\right] + \\
& + \left[\left(57973.4a_2^2t^6 + 200.6a_0a_2t^4\right)f_1 + \left(32216.36a_2^2t^6\right)f_2\right] + \left[\left(-72420.11a_2^2t^6 + 100.3a_0a_2t^4\right)f_1 + \left(130334.54a_2^2t^6 - 361.017a_0a_2t^4 - 180.51a_0a_2t^4 + 0.5a_0^2t^2\right)f_2\right] \\
\rightarrow y_4 = & \left[-8124036.41a_3^2t^8 + \left(160567.5a_1a_3 - 14446.7a_2^2\right)t^6 + \left(-132.4a_1^2 + 300.9a_0a_2\right)t^4\right]f_1 + \\
& + \left[127400009.3a_3^2t^8 + \left(-344605.11a_1a_3 + 162551a_2^2\right)t^6 + \left(238.27a_1^2 - 541.527a_0a_2\right)t^4 + 0.5a_0^2t^2\right]f_2
\end{aligned} \tag{37}$$

όπου y_1, y_2, y_3, y_4 είναι οι λύσεις της εξίσωσης $Y(t) = e^{At} \int_0^t e^{-As} F(s) ds$.

Στη συνέχεια από τις εξισώσεις (33), (34), (35), (36) οι δυνάμεις του συστήματος υπολογίζονται ως εξής:

$$M_{t_1} = y_1 K_{t_1}, \quad M_{t_2} = y_2 K_{t_2}, \quad M_{t_3} = y_3 K_{t_3}$$

Είναι προφανές ότι οι μετρούμενες δυνάμεις είναι διαφορετικές από τις δυνάμεις συμπίεσης. Για αυτό το λόγο χρησιμοποιούμε τις σχέσεις που παρουσιάζονται στη συνέχεια για να υπολογίσουμε την κάθε δύναμη.

- $\frac{M_{t_1}}{M_{t_2}} = \frac{y_1}{y_2} \rightarrow M_{t_1} = M_{t_2} \frac{y_1}{y_2}$ αν αντικαταστήσουμε τις σχέσεις (33) και (34) παίρνουμε τα εξής:

$$M_{t_1} = M_{t_2} \frac{\left[-92369.15a_2a_3t^7 + (335.26a_1a_2 - 173.4a_0a_3)t^5 + 0.17a_0a_1t^3 \right]f_1 + \left[-20880.5a_2a_3t^7 + (96.36a_0a_3 - 25.6a_1a_2)t^5 \right]f_2}{\left[-26004.11a_2a_3t^7 + (-32.1a_1a_2 + 280.84a_0a_3)t^5 \right]f_1 + \left[32510.8a_2a_3t^7 + (-216.61a_0a_3 + 57.76a_1a_2)t^5 + 0.17a_0a_1t^3 \right]f_2} \quad (38)$$

- $\frac{M_{t_1}}{M_{t_3}} = \frac{y_1}{y_3} \frac{K_{t_1}}{K_{t_3}} \rightarrow M_{t_1} = M_{t_3} \frac{y_1}{y_3} \frac{K_{t_3}}{K_{t_1}} = 1.25M_{t_3} \frac{y_1}{y_3}$ αν αντικαταστήσουμε τις σχέσεις (33) και (35) παίρνουμε τα εξής:

$$M_{t_1} = M_{t_3} \frac{\left[6403915.125a_3^2t^8 + (-189166.625a_1a_3 - 64145.3a_2^2)t^6 + (238.46a_1^2 - 180.675a_0a_2)t^4 + 0.625a_0^2t^2 \right]f_1 + \left[-102215721.3a_3^2t^8 + (276660.125a_1a_3 - 130499.54a_2^2)t^6 + (-132.5a_1^2 + 301.25a_0a_2)t^4 \right]f_2}{\left[-92369.15a_2a_3t^7 + (335.26a_1a_2 - 173.4a_0a_3)t^5 + 0.17a_0a_1t^3 \right]f_1 + \left[-20880.5a_2a_3t^7 + (96.36a_0a_3 - 25.6a_1a_2)t^5 \right]f_2} \quad (39)$$

- $\frac{M_{t_2}}{M_{t_3}} = \frac{y_2}{y_3} \frac{K_{t_2}}{K_{t_3}} \rightarrow M_{t_2} = 0.8M_{t_3} \frac{y_2}{y_3}$ αν αντικαταστήσουμε τις σχέσεις (34) και (35) παίρνουμε τα εξής:

$$M_{t_2} = M_{t_3} \frac{\left[-20803.3a_2a_3t^7 + (-25.7a_1a_2 + 224.67a_0a_3)t^5 \right]f_1 + \left[26008.64a_2a_3t^7 + (46.21a_1a_2 - 173.3a_0a_3)t^5 + 0.136a_0a_1t^3 \right]f_2}{\left[5123132.1a_3^2t^8 + (-151333.3a_1a_3 - 51316.24a_2^2)t^6 + (190.77a_1^2 - 144.54a_0a_2)t^4 + 0.5a_0^2t^2 \right]f_1 + \left[-81772577a_3^2t^8 + (221328.1a_1a_3 - 104399.63a_2^2)t^6 + (-106a_1^2 + 241a_0a_2)t^4 \right]f_2} \quad (40)$$

Οι εξισώσεις (33), (34), (35) και (36) μπορούν να παραγοντοποιηθούν ως εξής:

$$y_1 = (-92369.15a_2a_3f_1 - 20880.5a_2a_3f_2)t^7 + (335.26a_1a_2f_1 - 173.4a_0a_3f_1 + 96.36a_0a_3f_2 - 25.6a_1a_2f_2)t^5 + 0.17a_0a_1f_1t^3 \quad (41)$$

$$y_2 = (-26004.11a_2a_3f_1 + 32510.8a_2a_3f_2)t^7 + (-32.1a_1a_2f_1 + 280.84a_0a_3f_1 + 57.76a_1a_2f_2 - 216.6a_0a_3f_2)t^5 + 0.17a_0a_1f_2t^3 \quad (42)$$

$$y_3 = (5123132.1a_3^2f_1 - 81772577a_3^2f_2)t^8 + (-151333.3a_1a_3f_1 - 51316.24a_2^2f_1 + 221328.1a_1a_3f_2 - 104399.63a_2^2f_2)t^6 + (190.77a_1^2f_1 - 144.54a_0a_2f_1 - 106a_1^2f_2 + 241a_0a_2f_2)t^4 + 0.5a_0^2f_1t^2 \quad (43)$$

$$y_4 = (-8124036.41a_3^2f_1 + 127400009.3a_3^2f_2)t^8 + (160567.5a_1a_3f_1 - 14446.7a_2^2f_1 - 34605.11a_1a_3f_2 + 162551a_2^2f_2)t^6 + (-132.4a_1^2f_1 + 300.9a_0a_2f_1 + 238.27a_1^2f_2 - 541.527a_0a_2f_2)t^4 + 0.5a_0^2f_1t^2 \quad (44)$$

όπου οι συντελεστές a_1, a_2, a_3 υπολογίζονται από πειραματικά δεδομένα. Για την επίλυση των εξισώσεων (41), (42), (43) και (44) χρησιμοποιούμε τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων. Οι εκτιμήσεις των συναρτήσεων y_1, y_2, y_3, y_4 είναι της ακόλουθης μορφής:

$$\hat{y}_1 = H_7 t^7 + H_5 t^5 + H_3 t^3 \quad (45)$$

$$\hat{y}_2 = H_7 t^7 + H_5 t^5 + H_3 t^3 \quad (46)$$

$$\hat{y}_3 = H_8 t^8 + H_6 t^6 + H_4 t^4 + H_2 t^2 \quad (47)$$

$$\hat{y}_4 = H_8 t^8 + H_6 t^6 + H_4 t^4 + H_2 t^2 \quad (48)$$

Συνδυάζοντας τις εξισώσεις (41), (42), (43) και (44) με τις εξισώσεις (45), (46), (47) και (48) αντίστοιχα, παίρνουμε τα ακόλουθα:

$$\left. \begin{aligned} H_7 &= (-92369.15 f_1 - 20880.5 f_2) a_2 a_3 \\ H_5 &= (335.26 f_1 - 5.6 f_2) a_1 a_2 + (-173.4 f_1 + 96.36 f_2) a_0 a_3 \\ H_3 &= (0.17 f_1) a_0 a_1 \\ H_7 &= (-26004.11 f_1 + 32510.8 f_2) a_2 a_3 \\ H_5 &= (-32.1 f_1 + 57.76 f_2) a_1 a_2 + (280.84 f_1 - 216.6 f_2) a_0 a_3 \\ H_3 &= (0.17 f_2) a_0 a_1 \end{aligned} \right\} \quad (49)$$

$$\left. \begin{aligned}
H_8 &= (5123132.1f_1 - 81772577f_2)a_3^2 \\
H_6 &= (-151333.3f_1 + 221328.1f_2)a_1a_3 + (-51316.24f_1 - 104399.63f_2)a_2^2 \\
H_4 &= (190.77f_1 - 106f_2)a_1^2 + (-144.54f_1 + 241f_2)a_0a_2 \\
H_2 &= (0.5f_1)a_0^2 \\
H_8 &= (-8124036.4f_1 + 127400009.3f_2)a_3^2 \\
H_6 &= (160567.5f_1 - 344605.11f_2)a_1a_3 + (-14446.7f_1 + 162551f_2)a_2^2 \\
H_4 &= (-132.4f_1 + 238.27f_2)a_1^2 + (300.9f_1 - 541.527f_2)a_0a_2 \\
H_2 &= (0.5f_2)a_0^2
\end{aligned} \right\} \quad (50)$$

Έχοντας σκοπό την ελαχιστοποίηση της διαφοράς $y_i - \hat{y}_i$, με $i = 1, \dots, 4$ εφαρμόζουμε τις εξισώσεις Lagrange, σύμφωνα με τις οποίες ισχύουν τα ακόλουθα:

$$\frac{\partial}{\partial H_7} \sum_{i=1}^N (y_1 - \hat{y}_1)^2 = 0 \quad \frac{\partial}{\partial H_7} \sum_{i=1}^N (y_2 - \hat{y}_2)^2 = 0 \quad \frac{\partial}{\partial H_5} \sum_{i=1}^N (y_1 - \hat{y}_1)^2 = 0 \quad \frac{\partial}{\partial H_5} \sum_{i=1}^N (y_2 - \hat{y}_2)^2 = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial H_3} \sum_{i=1}^N (y_1 - \hat{y}_1)^2 = 0 \quad \frac{\partial}{\partial H_3} \sum_{i=1}^N (y_2 - \hat{y}_2)^2 = 0 \quad \frac{\partial}{\partial H_8} \sum_{i=1}^N (y_3 - \hat{y}_3)^2 = 0 \quad \frac{\partial}{\partial H_8} \sum_{i=1}^N (y_4 - \hat{y}_4)^2 = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial H_6} \sum_{i=1}^N (y_3 - \hat{y}_3)^2 = 0 \quad \frac{\partial}{\partial H_6} \sum_{i=1}^N (y_4 - \hat{y}_4)^2 = 0 \quad \frac{\partial}{\partial H_4} \sum_{i=1}^N (y_3 - \hat{y}_3)^2 = 0 \quad \frac{\partial}{\partial H_4} \sum_{i=1}^N (y_4 - \hat{y}_4)^2 = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial H_2} \sum_{i=1}^N (y_3 - \hat{y}_3)^2 = 0 \quad \frac{\partial}{\partial H_2} \sum_{i=1}^N (y_4 - \hat{y}_4)^2 = 0$$

Στη συνέχεια υπολογίζουμε τα αθροίσματα:

$$\begin{bmatrix} 289354.23 & 1184259.13 & 451645 \\ 142597.5 & 176085.32 & 29358 \\ 68637.26 & 89621.61 & 1258.17 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_7 \\ H_5 \\ H_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 94586.35 \\ 1895017.2 \\ 295894.67 \end{bmatrix} \quad (51)$$

$$\begin{bmatrix} 165758 & 764115 & 981753 & 13142.64 \\ 53546.5 & 1175.63 & 13576.3 & 3485.24 \\ 31573.34 & 8549.56 & 134204.2 & 1653.55 \\ 45117.23 & 51825 & 36915.14 & 11738.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_8 \\ H_6 \\ H_4 \\ H_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 54768.25 \\ 1933.43 \\ 78192.43 \\ 2114.5 \end{bmatrix} \quad (52)$$

Για την επίλυση του συστήματος εξισώσεων (51) και (52) καταστρώθηκε κώδικας στο πρόγραμμα Matlab. Από την επίλυση προέκυψαν οι ακόλουθες τιμές των παραμέτρων:

$$H_7 = 32.6019, H_5 = -22.2210, H_3 = 39.4728 \quad (53)$$

$$H_8 = -4.6907, H_6 = -1.2011, H_4 = 1.5324, H_2 = 18.6929$$

Από τις εξισώσεις (49), (50) και (53) με αντικατάσταση παίρνουμε:

$$a_0^2 = \frac{37.3858}{f_1}, \quad a_0 a_1 = \frac{232.193}{f_1}, \quad a_3^2 = \frac{-4.6907}{5123132.1 f_1 - 81772577 f_2}$$

$$a_2 a_3 = \frac{32.6019}{-92369.15 f_1 - 20880.5 f_2}, \quad a_1^2 = \frac{682.6 f_1 - 1199.146 f_2}{38265.6 f_1^2 - 68854.56 f_1 f_2 - 21.2 f_2^2}$$

$$a_0 a_2 = \frac{149014.445 f_1^2 - 426922.8 f_1 f_2 + 285688 f_2^2}{11514119.04 f_1^3 - 41440192.7 f_1^2 f_2 + 37280224.2 f_1 f_2^2 + 11480.37 f_2^3}$$

$$a_1 a_2 = \frac{-10093.67 f_1 + 6954.515 f_2}{88588.3 f_1^2 - 66701.4 f_1 f_2 - 20.54 f_2^2}$$

$$a_0 a_3 = \frac{-2292527.614 f_1^2 + 2288422.2 f_1 f_2 - 401236.4 f_2^2}{24879138.17 f_1^3 - 37921532.86 f_1^2 f_2 + 14442421.8 f_1 f_2^2 + 4449.17 f_2^3}$$

$$a_2^2 = \frac{-374624.05 f_1 + 679742.4 f_2}{-1.043 \times 10^{10} f_1^2 - 1.11 \times 10^{10} f_1 f_2}$$

$$a_1 a_3 = \frac{7087918737 f_1^2 + 8.41 \times 10^{10} f_1 f_2 - 1.105 \times 10^{10} f_2^2}{-1.67 \times 10^{15} f_1^3 + 1.8 \times 10^{15} f_1^2 f_2 + 3.8 \times 10^{15} f_1 f_2^2}$$

Απλοποιώντας κατάλληλα τις εξισώσεις (38), (39) και (40) παίρνουν την παρακάτω μορφή την οποία θα χρησιμοποιήσουμε για να μελετήσουμε το πώς μεταβάλλεται ο λόγος διεγέρσεων του συστήματός μας:

$$M_{t_1} = M_{t_2} \frac{\left((-92369.15f_1 - 20880.5f_2)a_2a_3\right)t^4 + \left(\left((335.26f_1 - 25.6f_2)a_1a_2\right) + \left((-173.4f_1 + 96.36f_2)a_0a_3\right)\right)t^2 + (0.17f_1a_0a_1)}{\left((-26004.11f_1 + 32510.8f_2)a_2a_3\right)t^4 + \left(\left((-32.1f_1 + 57.76f_2)a_1a_2\right) + \left((280.84f_1 - 216.61f_2)a_0a_3\right)\right)t^2 + (0.17f_2a_0a_1)} \quad (54)$$

$$M_{t_3} = M_{t_1} \frac{((6403915.125f_1 - 102215721.3f_2)a_3^2)t^6 + (((-189166.625f_1 + 276660.125f_2)a_1a_3) + ((-64145.3f_1 - 130499.54f_2)a_2^2)t^4 + (((238.46f_1 - 132.5f_2)a_1^2) + ((-180.675f_1 + 301.25f_2))a_0a_2)t^2 + (0.625f_1a_0^2))}{((-92369.15f_1 - 20880.5f_2)a_2a_3)t^5 + (((335.26f_1 - 25.6f_2)a_1a_2) + (-173.4f_1 + 96.36f_2)a_0a_3)t^3 + (0.17f_1a_0a_1)t} \quad (55)$$

$$M_{t_2} = M_{t_3} \frac{\left((-20803.3f_1 + 26008.64f_2)a_2a_3\right)t^5 + \left(\left((-25.7f_1 + 46.21f_2)a_1a_2\right) + \left((224.67f_1 - 173.3f_2)a_0a_3\right)\right)t^3 + (0.136f_2a_0a_1)t}{\left((5123132.1f_1 - 81772577f_2)a_3^2\right)t^6 + \left(\left((-151333.3f_1 + 221328.1f_2)a_1a_3\right) + \left((-51316.24f_1 - 104399.63f_2)a_2^2\right)\right)t^4 + \left(\left((190.77f_1 - 106f_2)a_1^2\right) + \left((-144.54f_1 + 241f_2)a_0a_2\right)\right)t^2 + (0.5f_1a_0^2)} \quad (56)$$

Γνωρίζουμε ότι $\varphi_1 = y_1 = \dot{\varphi}_1 = y_1$, $\varphi_2 = y_2$, $\dot{\varphi}_1 = y_3$, $\dot{\varphi}_2 = y_4$ (εξ.7) επομένως θα ισχύουν κατά αντιστοιχία και τα ακόλουθα:

$$\varphi_1 = y_1 = (-92369.15a_2a_3f_1 - 20880.5a_2a_3f_2)t^7 + (335.26a_1a_2f_1 - 173.4a_0a_3f_1 + 96.36a_0a_3f_2 - 25.6a_1a_2f_2)t^5 + 0.17a_0a_1f_1t^3 \quad (57)$$

$$\varphi_2 = y_2 = (-26004.11a_2a_3f_1 + 32510.8a_2a_3f_2)t^7 + (-32.1a_1a_2f_1 + 280.84a_0a_3f_1 + 57.76a_1a_2f_2 - 216.6a_0a_3f_2)t^5 + 0.17a_0a_1f_2t^3 \quad (58)$$

$$\dot{\varphi}_1 = y_3 = (-5123132.1a_3^2f_1 - 81772577a_3^2f_2)t^8 + (-151333.3a_1a_3f_1 - 51316.24a_2^2f_1 + 221328.1a_1a_3f_2 - 104399.63a_2^2f_2)t^6 + (190.77a_1^2f_1 - 144.54a_0a_2f_1 - 106a_1^2f_2 + 241a_0a_2f_2)t^4 + 0.5a_0^2f_1t^2 \quad (59)$$

$$\dot{\varphi}_2 = y_4 = (-8124036.41a_3^2f_1 + 127400009.3a_3^2f_2)t^8 + (160567.5a_1a_3f_1 - 14446.7a_2^2f_1 - 344605.11a_1a_3f_2 + 162551a_2^2f_2)t^6 + (-132.4a_1^2f_1 + 300.9a_0a_2f_1 + 238.27a_1^2f_2 - 541.527a_0a_2f_2)t^4 + 0.5a_0^2f_1t^2 \quad (60)$$

2.4 Πεδίο συχνοτήτων – Υπολογισμός ιδιοσυχνοτήτων σε στρέψη

Από την διαφορική εξίσωση ισορροπίας του δυναμικού συστήματος σύμφωνα με την οποία ισχύει:

$$\mathbf{M} \ddot{\boldsymbol{\varphi}} + \mathbf{K} \boldsymbol{\varphi} = \mathbf{M}_t \quad \text{λαμβάνουμε την αντίστοιχη ομογενή διαφορική εξίσωση:}$$

$$\mathbf{M} \ddot{\boldsymbol{\varphi}} + \mathbf{K} \boldsymbol{\varphi} = \mathbf{0} \quad (61)$$

Η χαρακτηριστική εξίσωση για τον υπολογισμό των ιδιοτιμών είναι:

$$\det \left| \mathbf{M} \lambda^2 \mathbf{I} + \mathbf{K} \right| = 0 \rightarrow \begin{vmatrix} J_1 \lambda^2 + (K_{t_1} + K_{t_c}) & -K_{t_c} \\ -K_{t_c} & J_2 \lambda^2 + (K_{t_c} + K_{t_2}) \end{vmatrix} = 0 \quad (62)$$

Λύνουμε λοιπόν την ορίζουσα και στη συνέχεια βρίσκουμε τις λύσεις του τριωνύμου που προκ.ύπτει. Έτσι έχουμε:

$$\rightarrow [J_1 \lambda^2 + (K_{t_1} + K_{t_c})][J_2 \lambda^2 + (K_{t_c} + K_{t_2})] - K_{t_c}^2 = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow J_1 J_2 \lambda^4 + J_1 \lambda^2 (K_{t_c} + K_{t_2}) + J_2 \lambda^2 (K_{t_1} + K_{t_c}) + (K_{t_c} + K_{t_2})(K_{t_1} + K_{t_c}) - K_{t_c}^2 = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow J_1 J_2 \lambda^4 + [J_1 (K_{t_c} + K_{t_2}) + J_2 (K_{t_1} + K_{t_c})] \lambda^2 + [(K_{t_c} + K_{t_2})(K_{t_1} + K_{t_c}) - K_{t_c}^2] = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow 3.198 \times 10^{17} \lambda^4 + 4.1577 \times 10^{20} \lambda^2 + 9.227 \times 10^{22} = 0 \rightarrow$$

$$\Theta \acute{\epsilon} \tau \omega \quad a = \lambda^2 \rightarrow 3.198 \times 10^{17} a^2 + 4.1577 \times 10^{20} a + 9.227 \times 10^{22} = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} a_1 = -283.94 \\ a_2 = -1016.2 \end{array} \right. \quad (63)$$

$$\text{Άρα οι ιδιοτιμές του συστήματος είναι : } \lambda_{1,2} = \pm\sqrt{\alpha_1} \left. \begin{array}{l} \lambda_1 = 17i \\ \lambda_2 = -17i \end{array} \right\} \quad \left. \begin{array}{l} \lambda_{3,4} = \pm\sqrt{\alpha_2} \\ \lambda_3 = 32i \\ \lambda_4 = -32i \end{array} \right\} \quad (64)$$

Η γενική λύση της ομογενούς διαφορικής εξίσωσης (61) είναι η:

$$\begin{aligned} \varphi(t) &= \sum_{i=1}^4 e^{\lambda_i t} = e^{\lambda_1 t} + e^{\lambda_2 t} + e^{\lambda_3 t} + e^{\lambda_4 t} = \\ &= [\cos(17t) + i \sin(17t)] + [\cos(17t) - i \sin(17t)] + [\cos(32t) + i \sin(32t)] + [\cos(32t) - i \sin(32t)] = \\ &= 2[\cos(17t) + \cos(32t)] = 2[\cos(\omega_1 t) + \cos(\omega_2 t)] \end{aligned} \quad (65)$$

Άρα οι ιδιοσυχνότητες του συστήματος είναι :

$$\omega_1 = 17 \quad \text{και} \quad \omega_2 = 32 \quad (66)$$

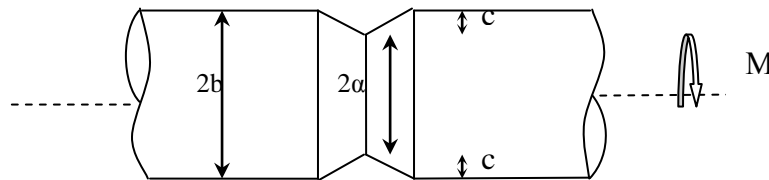
3. Διαδικασίες προσέγγισης των προβλημάτων ρωγμής.

Αστοχία λόγω κόπωσης δομικών στοιχείων και στοιχείων εξοπλισμού κατά τη διάρκεια κυκλικών φορτίσεων έχει αποτελέσει κύριο πρόβλημα μελέτης και θέμα σε μεγάλο αριθμό ανακαλύψεων. Η πλειοψηφία των δεδομένων αστοχίας σχετίζεται με την απαιτούμενη τάση για να προκληθεί μια αστοχία σε ένα δεδομένο αριθμό κύκλων. Η μεθοδολογία της μηχανικής αστοχιών ενισχύει την κατανόηση της έναρξης και της διάδοσης μιας ρωγμής λόγω κόπωσης και βοηθά στην επίλυση του προβλήματος της μελέτης για την πρόβλεψη των αστοχιών λόγω κόπωσης.

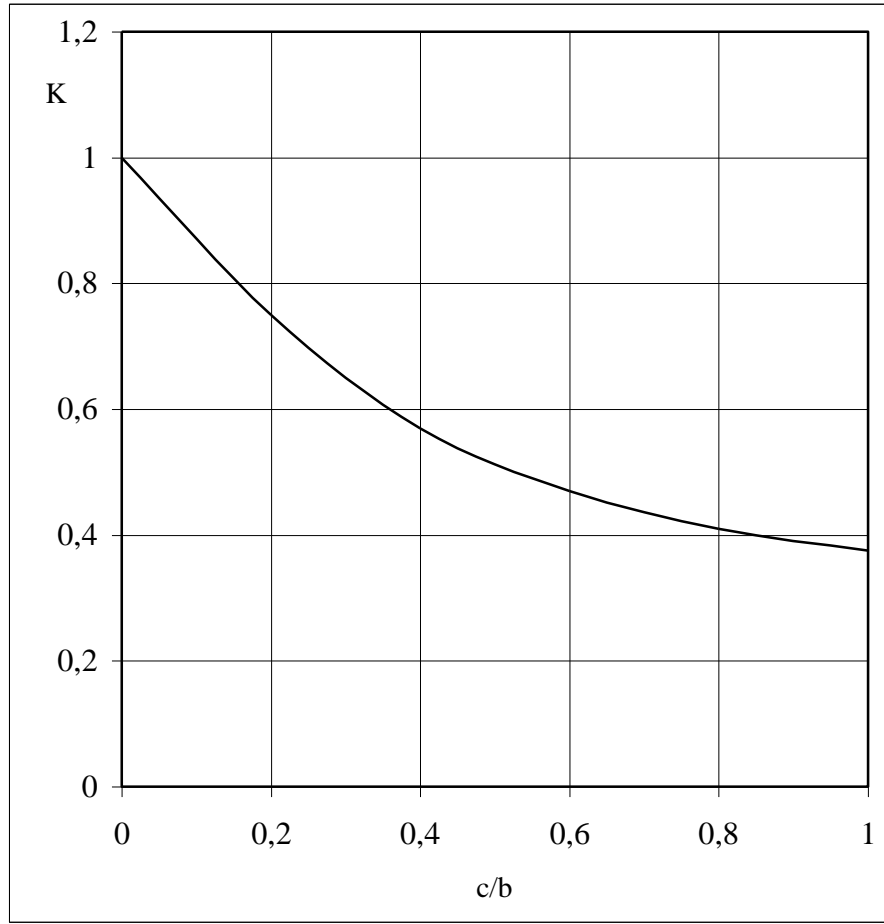
Οι εξισώσεις των τάσεων δείχνουν ότι το μέγεθος της ελαστικής περιοχής παραμόρφωσης περιγράφεται από την παράμετρο K η οποία αντιπροσωπεύει το συντελεστή έντασης των τάσεων, και αναφέρεται στην εφαρμοζόμενη τάση και στο μέγεθος της ρωγμής. Στο κεφάλαιο αυτό, υπολογίζεται αναλυτικά ο συντελεστής έντασης των τάσεων για το πρόβλημα μιας ατράκτου σε στρέψη και στη συνέχεια υπολογίζεται η διάρκεια ζωής της ατράκτου.

3.1 Δακτυλιοειδής ρωγμή στρέψης

Έχουμε μια κυλινδρική ράβδο ακτίνας b με μια δακτυλιοειδή ρωγμή μήκους c στην επιφάνεια, κάθετη στον άξονα. Στη ράβδο εφαρμόζεται στρέψη M όπως φαίνεται και στο Σχ 35. [29]



Σχήμα 35.



Σχ 36. Τιμές του K_{III} για κυλινδρικές ράβδους με ρωγμή δακτυλιοειδούς ακμής

Στην περίπτωση της στρέψης M για ρωγμή μικρού βάθους c , η διατμητική τάση $\tau_{z\varphi}$ υπολογίζεται από τη σχέση:

$$\tau_{z\varphi} = \frac{2M}{\pi b^3} \frac{c^{\frac{1}{2}}}{(2r)^{\frac{1}{2}}} \left[1 + O\left(\frac{c}{b}\right) \right] \quad \text{για } \frac{c}{b} \rightarrow 0 \quad (67)$$

όπου M η στρεπτική ροπή, b η ακτίνα της ράβδου, c το βάθος της ρωγμής και $O\left(\frac{c}{b}\right)$ το σύμβολο του Landau [80] το οποίο δηλώνει την τάξη του πολυωνύμου όταν το $\frac{c}{b} \rightarrow 0$

Στο άλλο άκρο του διαστήματος της παραμέτρου όπου $\frac{c}{b} \rightarrow 0$ προκύπτει:

$$\tau_{z\varphi} = \frac{3}{8} \frac{2M}{\pi a^3} \frac{a^{\frac{1}{2}}}{(2r)^{\frac{1}{2}}} \left[1 + O\left(\frac{a^5}{b^5}\right) \right] \quad \text{για } \frac{a}{b} \rightarrow 0 \quad (68)$$

όπου η εκτίμηση του σφάλματος λαμβάνεται μεταφέροντας τις μετατοπίσεις κατά μήκος της κυλινδρικής επιφάνειας, όπου $\rho = b$, στο πρόβλημα απείρου μήκους. Όπου c είναι το μήκος της ρωγμής.

Ορίζουμε τον συντελεστή έντασης τάσεων K_{III} στην περίπτωση της στρέψης ως:

$$\tau_{z\varphi} = k \frac{2M}{\pi a^3} \left(\frac{ac}{b} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{1}{(2r)^{\frac{1}{2}}} \left[K_{III} = k \frac{2M}{\pi a^3} \left(\frac{ac}{b} \right)^{\frac{1}{2}} \right] \quad (69)$$

και η ακριβής εξίσωση για το πρόβλημα απείρου μήκους είναι:

$$k = 1 + O\left(\frac{c}{b}\right) \quad \text{για} \quad \frac{c}{b} \rightarrow 0 \quad (70)$$

$$k = \frac{3}{8} \left[1 + \frac{1}{2} \frac{a}{b} + \frac{3}{8} \frac{a^2}{b^2} + \frac{5}{16} \frac{a^3}{b^3} + \frac{35}{128} \frac{a^4}{b^4} + O\left(\frac{a^5}{b^5}\right) \right] \quad \text{για} \quad \frac{a}{b} \rightarrow 0$$

Η ακόλουθη πολωνυμική συνάρτηση πέμπτου βαθμού αποτελεί την προσεγγιστική σχέση υπολογισμού του αδιάστατου συντελεστή k .

$$k = \frac{3}{8} \left[1 + \frac{1}{2} \frac{a}{b} + \frac{3}{8} \left(\frac{a}{b} \right)^2 + \frac{5}{16} \left(\frac{a}{b} \right)^3 + \frac{35}{128} \left(\frac{a}{b} \right)^4 + 0.208 \left(\frac{a}{b} \right)^5 \right] \quad (71)$$

Η ακρίβεια που δίνει η παραπάνω σχέση εκτιμάται ότι είναι καλύτερη του 1%. [29]

Η ονομαστική ροπή M_{tl} που καταπονεί την άτρακτο δίνεται από τη σχέση:

$$M_{tl} (Nmm) = \frac{3}{\pi} \times 10^{10} \frac{P(MW)}{\omega(rpm)}$$

όπου P : η ονομαστική ισχύς σε (MW)

ω : η γωνιακή ταχύτητα σε (rpm)

θέτοντας $P = 50MW$ και $\omega = 10000$ rpm

3.2 Υπολογισμός συντελεστή K_{III} για το πρόβλημα στρέψης της ατράκτου

Όπως έχει ήδη αναφερθεί σε προηγούμενο κεφάλαιο η άτρακτος που μελετάμε έχει διάμετρο 600mm. Από το σχήμα 33 βλέπουμε ότι τα μεγέθη που χρειάζονται για τον υπολογισμό του συντελεστή K είναι η διάμετρος της ατράκτου και το μήκος της ρωγμής.

Αφού η διάμετρος μας είναι 600mm θα ισχύει ότι $2b = D \rightarrow b = 300mm$

Ακόμα ισχύει ότι:

$$2b = 2a + 2c \rightarrow b = a + c \rightarrow c = b - a \quad 2b = 2a + 2c \rightarrow b = a + c \rightarrow c = b - a \quad (72)$$

Από την εξίσωση (71) παρατηρούμε ότι για να υπολογίσουμε τον ζητούμενο συντελεστή K χρειάζεται πρώτα να βρούμε το πηλίκο $\frac{a}{b}$. Επομένως από την εξίσωση (72) βλέπουμε ότι ισχύει: $\frac{a}{b} = 1 - \frac{c}{b}$, για $b \neq 0$ που ισχύει πάντα αφού το b αντιστοιχεί στην ακτίνα της ατράκτου· ένα μέγεθος που είναι πάντα θετικό και διάφορο του μηδενός.

Άρα η εξίσωση (71) παίρνει την ακόλουθη μορφή:

$$K = \frac{3}{8} \left[1 + \frac{1}{2} \left(1 - \frac{c}{b} \right) + \frac{3}{8} \left(1 - \frac{c}{b} \right)^2 + \frac{5}{16} \left(1 - \frac{c}{b} \right)^3 + \frac{35}{128} \left(1 - \frac{c}{b} \right)^4 + 0.208 \left(1 - \frac{c}{b} \right)^5 \right] \quad (73)$$

Όπως φαίνεται και στο σχήμα 33, το μήκος της ρωγμής μπορεί να πάρει μέγιστη τιμή ίση με τη ακτίνα της ατράκτου όπου θα έχει συμβεί και η αστοχία, και ελάχιστη τιμή μηδέν όπου δεν θα έχει δημιουργηθεί ρωγμή στην άτρακτό μας.

Για διάφορες τιμές των παραμέτρων a και c , οι τιμές του συντελεστή K_{III} στο πρόβλημα της στρέψης καθώς και οι αντίστοιχες τιμές της διατμητικής τάσης παρουσιάζονται στον πίνακα (Σχ.37) που ακολουθεί:

c(mm)	b(mm)	a(mm)	k	T (Nmm)	K_{III} (MPa m^{1/2})	$\tau_{z\varphi}$ (MPa)
5	300	295	0,974	47770700	0,08	2,56
10	300	290	0,949	47770700	0,12	3,68
15	300	285	0,924	47770700	0,14	4,59
20	300	280	0,901	47770700	0,17	5,39
25	300	275	0,878	47770700	0,19	6,15
30	300	270	0,856	47770700	0,22	6,88
35	300	265	0,836	47770700	0,24	7,60
40	300	260	0,815	47770700	0,26	8,31
45	300	255	0,796	47770700	0,29	9,03
50	300	250	0,778	47770700	0,31	9,77
55	300	245	0,760	47770700	0,33	10,53
60	300	240	0,743	47770700	0,36	11,32
65	300	235	0,726	47770700	0,38	12,15
70	300	230	0,710	47770700	0,41	13,01
75	300	225	0,695	47770700	0,44	13,93
80	300	220	0,681	47770700	0,47	14,90
85	300	215	0,667	47770700	0,50	15,93
90	300	210	0,653	47770700	0,54	17,03
95	300	205	0,640	47770700	0,58	18,22
100	300	200	0,628	47770700	0,62	19,49
105	300	195	0,616	47770700	0,66	20,88
110	300	190	0,604	47770700	0,71	22,38

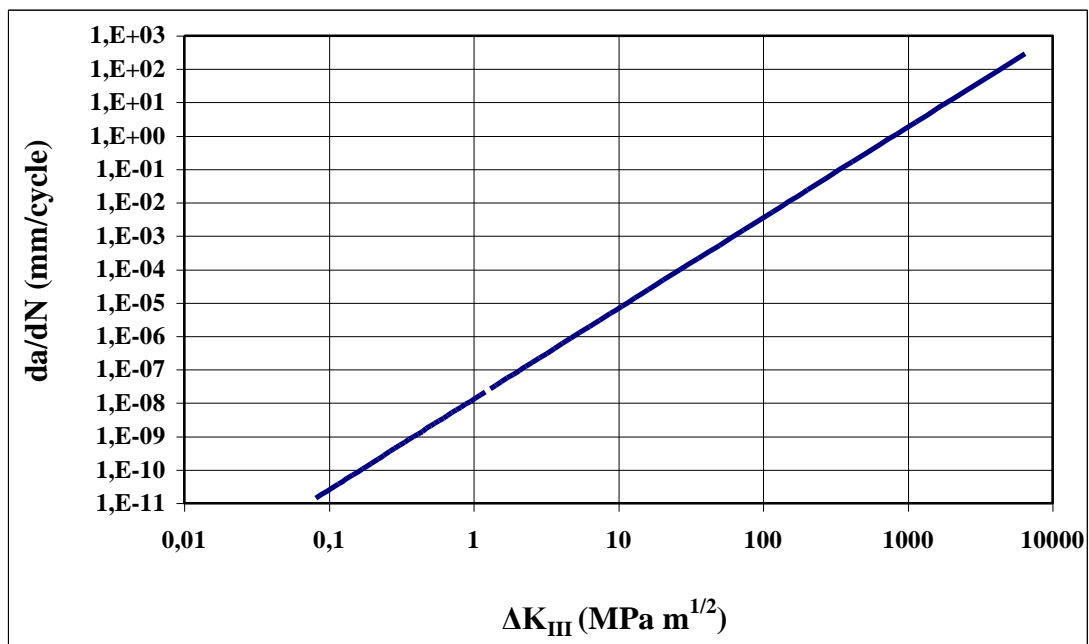
115	300	185	0,593	47770700	0,76	24,01
120	300	180	0,583	47770700	0,82	25,80
125	300	175	0,573	47770700	0,88	27,76
130	300	170	0,563	47770700	0,95	29,92
135	300	165	0,553	47770700	1,02	32,30
140	300	160	0,544	47770700	1,10	34,95
145	300	155	0,536	47770700	1,20	37,89
150	300	150	0,527	47770700	1,30	41,18
155	300	145	0,519	47770700	1,42	44,87
160	300	140	0,512	47770700	1,55	49,02
165	300	135	0,504	47770700	1,70	53,73
170	300	130	0,497	47770700	1,87	59,08
175	300	125	0,490	47770700	2,06	65,20
180	300	120	0,483	47770700	2,28	72,23
185	300	115	0,477	47770700	2,54	80,36
190	300	110	0,471	47770700	2,84	89,83
195	300	105	0,465	47770700	3,19	100,93
200	300	100	0,459	47770700	3,60	114,05
205	300	95	0,453	47770700	4,10	129,67
210	300	90	0,448	47770700	4,69	148,45
215	300	85	0,443	47770700	5,41	171,26
220	300	80	0,438	47770700	6,30	199,30
225	300	75	0,433	47770700	7,40	234,21
230	300	70	0,428	47770700	8,80	278,30
235	300	65	0,424	47770700	10,59	334,96
240	300	60	0,419	47770700	12,93	409,17
245	300	55	0,415	47770700	16,08	508,60
250	300	50	0,411	47770700	20,40	645,45
255	300	45	0,407	47770700	26,55	839,96
260	300	40	0,403	47770700	35,64	1127,57
265	300	35	0,399	47770700	49,76	1574,43
270	300	30	0,395	47770700	73,16	2314,67
275	300	25	0,392	47770700	115,40	3651,26
280	300	20	0,388	47770700	201,60	6378,49
285	300	15	0,385	47770700	413,85	13093,78
290	300	10	0,381	47770700	1140,44	36082,22
295	300	5	0,378	47770700	6451,31	204111,85
					$\tau_{z\phi min}$	2,56
					$\tau_{z\phi max}$	204111,85
					$\Delta\tau_{z\phi}$	204109,28

Σχήμα 37

Για ένα δεδομένο υλικό η συμπεριφορά του μήκους μιας ρωγμής περιγράφεται από την σχέση μεταξύ του ρυθμού αύξησης της ρωγμής ανά κύκλο da/dN και του ρυθμού της έντασης των τάσεων ΔK . Η σχέση αυτή, που είναι γνωστή και ως εξίσωση του Paris, είναι:

$$\frac{da}{dN} = C (\Delta K)^m, \text{ όπου } C, m \text{ είναι σταθερές}$$

Κάνοντας λοιπόν τους κατάλληλους υπολογισμούς χρησιμοποιώντας το πρόγραμμα Microsoft Excel, προκύπτει το ακόλουθο γράφημα από το οποίο βρίσκουμε την μεταβολή του συντελεστή έντασης – τάσεων συναρτήσει της μεταβολής του μήκους της ρωγμής ανά κύκλο, της ατράκτου που μελετάται.



Σχήμα 38

Η ανάπτυξη μιας ρωγμής μπορεί να προκληθεί από κυκλική φόρτιση. Η μηχανική ανάλυση της ανάπτυξης μιας ρωγμής γίνεται χρησιμοποιώντας τον συντελεστή έντασης τάσεων K από τη μηχανική κοπώσεως. Ο συντελεστής K ποσοτικοποιείται μέσω της σχέσης που ακολουθεί, η οποία συνδυάζει το μήκος της ρωγμής, τις φορτίσεις και την υπάρχουσα γεωμετρία.

$$K = F \tau_{z\phi} \sqrt{\pi a}$$

όπου $a \equiv c$: είναι το μήκος της ρωγμής, $\tau_{z\phi}$ η ονομαστική τάση και F είναι η αδιάστατη συνάρτηση γεωμετρίας. Η τιμή της F επηρεάζεται από το σχετικό μήκος της ρωγμής $a = \frac{a}{b}$, όπου b είναι το

πλάτος του αντικειμένου και βρίσκεται ότι είναι $F=1,12$ αν $\frac{a}{b} \leq 1$ [25].

Αν θεωρήσουμε μια αυξανόμενη ρωγμή το μήκος της οποίας μεγαλώνει κατά Δa κατά την εφαρμογή ενός αριθμού κύκλων ΔN , τότε ο ρυθμός αύξησης ανά κύκλο δίνεται από το πηλίκο $\Delta a / \Delta N$ ή για μικρά διαστήματα από το πηλίκο da / dN .

Λόγω της αύξησης του συντελεστή έντασης των τάσεων με το μήκος της ρωγμής κατά τη διάρκεια σταθερής μεταβολής της τάσης, $\Delta\tau_{z\varphi}$, και λόγω του ότι ο ρυθμός ανάπτυξης της ρωγμής da/dN εξαρτάται από το ΔK , ο ρυθμός ανάπτυξης δεν είναι σταθερός αλλά αυξάνεται με την αύξηση του μήκους της ρωγμής.

Η μεταβολή της τάσης $\Delta\tau_{z\varphi}$ υπολογίζεται από τη σχέση $\Delta\tau_{z\varphi} = \tau_{z\varphi \max} - \tau_{z\varphi \min}$, όπου $\tau_{z\varphi \max}$, $\tau_{z\varphi \min}$ είναι αντίστοιχα η μέγιστη και η ελάχιστη ονομαστική τάση και υπολογίζονται από τη σχέση (69).

Η διάρκεια ζωής σε κύκλους συναρτήσει της ανάπτυξης της ρωγμής, υπολογίζεται αριθμητικά:

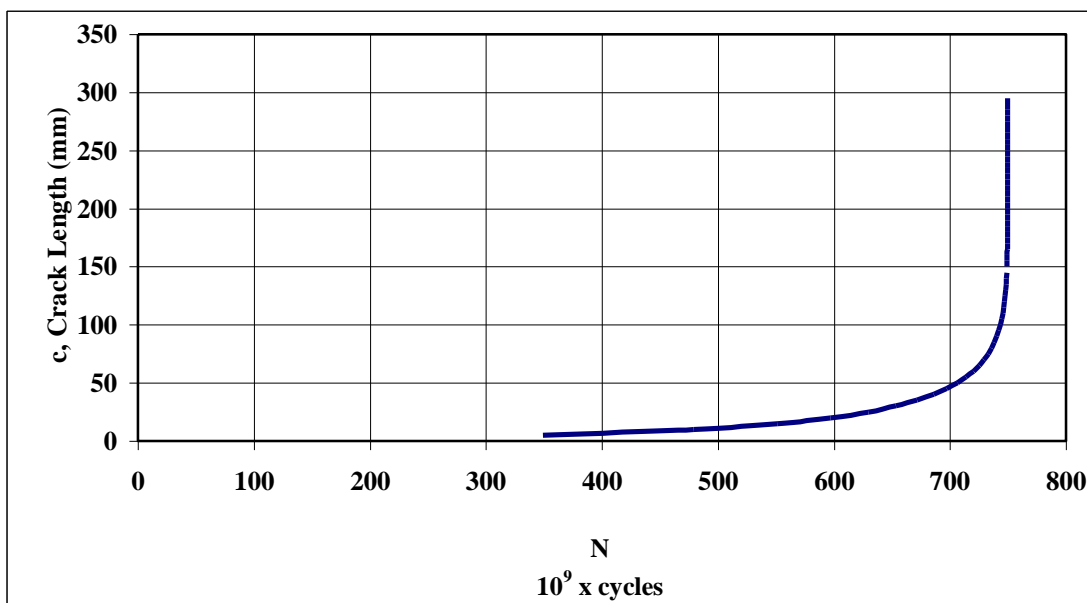
T (Nmm)	K_{III}	$\tau_{z\varphi}$(MPa)	da/dN (mm/cycle)	ΔN cycles	N cycles	N*10⁹ cycles
47770700	0,08	2,56	1,433E-11	3,490E+11	3,490E+11	349,0
47770700	0,12	3,68	3,837E-11	1,303E+11	4,793E+11	479,3
47770700	0,14	4,59	6,973E-11	7,171E+10	5,510E+11	551,0
47770700	0,17	5,39	1,083E-10	4,615E+10	5,972E+11	597,2
47770700	0,19	6,15	1,547E-10	3,233E+10	6,295E+11	629,5
47770700	0,22	6,88	2,096E-10	2,385E+10	6,534E+11	653,4
47770700	0,24	7,60	2,743E-10	1,823E+10	6,716E+11	671,6
47770700	0,26	8,31	3,502E-10	1,428E+10	6,859E+11	685,9
47770700	0,29	9,03	4,393E-10	1,138E+10	6,972E+11	697,2
47770700	0,31	9,77	5,438E-10	9,194E+09	7,064E+11	706,4
47770700	0,33	10,53	6,666E-10	7,501E+09	7,139E+11	713,9
47770700	0,36	11,32	8,110E-10	6,165E+09	7,201E+11	720,1
47770700	0,38	12,15	9,814E-10	5,095E+09	7,252E+11	725,2
47770700	0,41	13,01	1,183E-09	4,226E+09	7,294E+11	729,4
47770700	0,44	13,93	1,422E-09	3,515E+09	7,329E+11	732,9
47770700	0,47	14,90	1,707E-09	2,929E+09	7,359E+11	735,9
47770700	0,50	15,93	2,048E-09	2,442E+09	7,383E+11	738,3
47770700	0,54	17,03	2,456E-09	2,036E+09	7,403E+11	740,3
47770700	0,58	18,22	2,949E-09	1,696E+09	7,420E+11	742,0
47770700	0,62	19,49	3,545E-09	1,411E+09	7,435E+11	743,5
47770700	0,66	20,88	4,269E-09	1,171E+09	7,446E+11	744,6
47770700	0,71	22,38	5,155E-09	9,699E+08	7,456E+11	745,6
47770700	0,76	24,01	6,243E-09	8,009E+08	7,464E+11	746,4
47770700	0,82	25,80	7,586E-09	6,591E+08	7,471E+11	747,1
47770700	0,88	27,76	9,256E-09	5,402E+08	7,476E+11	747,6
47770700	0,95	29,92	1,134E-08	4,408E+08	7,480E+11	748,0
47770700	1,02	32,30	1,397E-08	3,580E+08	7,484E+11	748,4
47770700	1,10	34,95	1,729E-08	2,891E+08	7,487E+11	748,7
47770700	1,20	37,89	2,154E-08	2,322E+08	7,489E+11	748,9
47770700	1,30	41,18	2,699E-08	1,852E+08	7,491E+11	749,1
47770700	1,42	44,87	3,407E-08	1,467E+08	7,492E+11	749,2
47770700	1,55	49,02	4,334E-08	1,154E+08	7,494E+11	749,4

47770700	1,70	53,73	5,558E-08	8,996E+07	7,495E+11	749,5
47770700	1,87	59,08	7,193E-08	6,952E+07	7,495E+11	749,5
47770700	2,06	65,20	9,399E-08	5,320E+07	7,496E+11	749,6
47770700	2,28	72,23	1,241E-07	4,028E+07	7,496E+11	749,6
47770700	2,54	80,36	1,659E-07	3,015E+07	7,496E+11	749,6
47770700	2,84	89,83	2,244E-07	2,228E+07	7,497E+11	749,7
47770700	3,19	100,93	3,079E-07	1,624E+07	7,497E+11	749,7
47770700	3,60	114,05	4,290E-07	1,166E+07	7,497E+11	749,7
47770700	4,10	129,67	6,078E-07	8,226E+06	7,497E+11	749,7
47770700	4,69	148,45	8,776E-07	5,697E+06	7,497E+11	749,7
47770700	5,41	171,26	1,294E-06	3,865E+06	7,497E+11	749,7
47770700	6,30	199,30	1,953E-06	2,561E+06	7,497E+11	749,7
47770700	7,40	234,21	3,026E-06	1,652E+06	7,497E+11	749,7
47770700	8,80	278,30	4,834E-06	1,034E+06	7,497E+11	749,7
47770700	10,59	334,96	7,995E-06	6,254E+05	7,497E+11	749,7
47770700	12,93	409,17	1,377E-05	3,632E+05	7,497E+11	749,7
47770700	16,08	508,60	2,485E-05	2,012E+05	7,497E+11	749,7
47770700	20,40	645,45	4,745E-05	1,054E+05	7,497E+11	749,7
47770700	26,55	839,96	9,702E-05	5,154E+04	7,497E+11	749,7
47770700	35,64	1127,57	2,158E-04	2,317E+04	7,497E+11	749,7
47770700	49,76	1574,43	5,342E-04	9,361E+03	7,497E+11	749,7
47770700	73,16	2314,67	1,521E-03	3,288E+03	7,497E+11	749,7
47770700	115,40	3651,26	5,242E-03	9,538E+02	7,497E+11	749,7
47770700	201,60	6378,49	2,384E-02	2,097E+02	7,497E+11	749,7
47770700	413,85	13093,78	1,680E-01	2,976E+01	7,497E+11	749,7
47770700	1140,44	36082,22	2,633E+00	1,899E+00	7,497E+11	749,7
47770700	6451,31	204111,85	2,909E+02	1,719E-02	7,497E+11	749,7

Σχήμα 39

Από τους κατασκευαστές της ατράκτου που χρησιμοποιούνται στο σταθμό του ΑΗΣ ΧΑΝΙΩΝ γνωρίζουμε ότι η διάρκεια ζωής της ατράκτου είναι οι 100000 ώρες, και επίσης ότι ένα έτος αντιστοιχεί σε 8000 ώρες.

Χρησιμοποιώντας το πρόγραμμα Microsoft Excel, προκύπτει το διάγραμμα της διάρκειας ζωής της ατράκτου συναρτήσει της ανάπτυξης της ρωγμής. Έτσι έχουμε:



Σχήμα 40

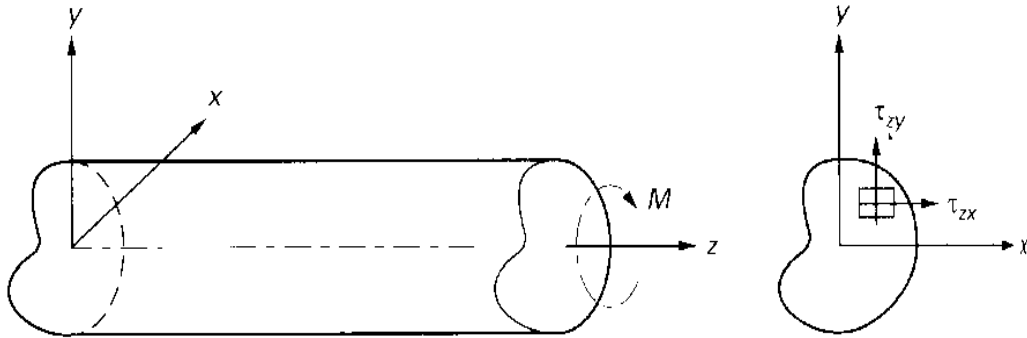
Με τη βοήθεια του παραπάνω διαγράμματος (Σχ. 40) και των αριθμητικών αποτελεσμάτων που παρουσιάζονται στο Σχ. 39, παρατηρείτε ότι εφαρμόζοντας μια σταθερή στρεπτική ροπή, εκτιμάται η ονομαστική διάρκεια της ατράκτου στους 750×10^9 κύκλους περίπου. Αυτοί οι κύκλοι ζωής, αντιστοιχούν περίπου σε 244 χρόνια. Αν αυξήσουμε την στρεπτική ροπή κατά 200%, 300%, και 400% θα παρατηρήσουμε ότι η ονομαστική διάρκεια ζωής της ατράκτου θα μειώνεται. Η μεταβολή αυτή, παρουσιάζεται στον ακόλουθο πίνακα (Σχ. 41).

T (σε Nmm)	N (σε εκατομμύρια κύκλους)	Διάρκεια ζωής σε έτη
100%	749	244
200%	100	34
300%	38	13
400%	17	6

Σχήμα 41

4. Προβλήματα στρέψης

Μία συμπαγής πρισματική άτρακτος αυθαίρετης εγκάρσιας τομής όπως φαίνεται στο σχήμα 42 έχει όλες τις τάσεις εκτός από τις τ_{zx} και τ_{zy} ίσες με μηδέν όταν η άτρακτος υπόκειται σε στρέψη. Επομένως:



Σχ 42. Άτρακτος υπό στρέψη και οι δυνάμεις συνάφειας που δημιουργούνται στην άτρακτο

$$\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \sigma_{zz} = \tau_{xy} = 0 \quad (82)$$

Η συνάρτηση φ του Prandtl θεωρείται η καταλληλότερη μέθοδος για την ανάλυση της εξαγωγής της μεταφοράς της τάσης πάνω στην άτρακτο. Η συνάρτηση αυτή λαμβάνεται έτσι ώστε:

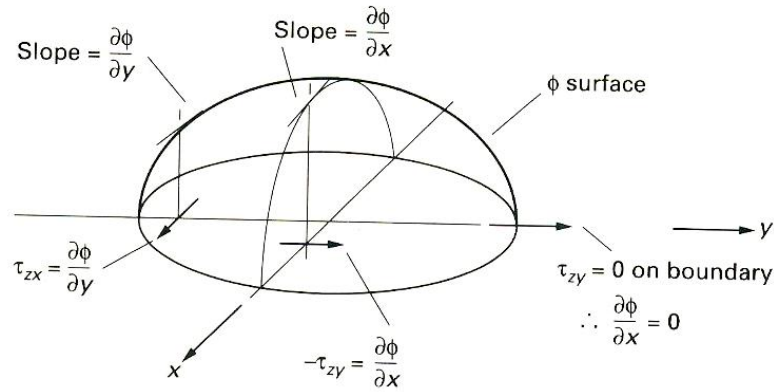
$$\tau_{zx} = \frac{\partial \varphi}{\partial y} \quad \text{και} \quad \tau_{zy} = -\frac{\partial \varphi}{\partial x} \quad (83)$$

όπου η φ μπορεί να θεωρηθεί ως μια επικαλυμμένη επιφάνεια εγκάρσιας διατομής της ατράκτου όπως φαίνεται στο σχήμα 42.

Η ρυθμιστική διαφορική εξίσωση που αφορά την άτρακτο όπως προκύπτει από τις μετατοπίσεις των διατμητικών τάσεων είναι:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} = -2G\theta_1 \quad (84)$$

όπου G είναι ο συντελεστής διάτμησης του υλικού και θ_1 είναι η συστροφή για κάθε μονάδα μήκους της ατράκτου εξαιτίας της εφαρμοζόμενης στρέψης.



Σχ 43. Η επιφάνεια ϕ και οι δυνάμεις συνάφειας που σχετίζονται με την κλίση της

Καθώς οι διατμητικές τάσεις που είναι κάθετες στο όριο της ατράκτου πρέπει να ισούνται με μηδέν, πρέπει και η κλίση της επιφάνειας στο σημείο αυτό να ισούται με μηδέν. Κατά συνέπεια η τιμή της ϕ πρέπει να είναι σταθερή γύρω από το όριο. Για την απλοποίηση των διαδικασιών, επιλέγεται η ακόλουθη οριακή συνθήκη: $\phi=0$

Η στρέψη που δρα στην εγκάρσια διατομή της ατράκτου μπορεί να βρεθεί αθροίζοντας τις διατμητικές τάσεις σε κάθε τμήμα και εύκολα υπολογίζεται ότι είναι:

$$M = 2 \int_A \phi dA \quad (85)$$

όπου A είναι η περιοχή εγκάρσιας τομής της ατράκτου.

Οι συντελεστές $M = \sum_{e=1}^E 2 \int_{A^{(e)}} \Phi^{(e)} dA$ $K_x = K_y = 1$ και $Q = -2G\theta_1$ ενώ $K_z = q = h = 0$. Έτσι το τελικό σύστημα εξισώσεων προκύπτει από τις γενικές εξισώσεις πεπερασμένων στοιχείων οι οποίες μπορούν να εφαρμοστούν απευθείας για τη επίλυση των προβλημάτων στρέψης.

Ο πίνακας των κλίσεων ορίζεται ως:

$$\{g\} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial \phi}{\partial x} \\ \frac{\partial \phi}{\partial y} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\tau_{zy} \\ \tau_{zx} \end{Bmatrix} \quad (86)$$

και ο πίνακας των ιδιοτήτων του υλικού $[D]$ είναι:

$$[D] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (87)$$

Τα στοιχεία των χαρακτηριστικών εξισώσεων για τα προβλήματα στρέψης θα είναι:

$$\sum_{e=1}^E \left(\int_{V^{(e)}} [B^{(e)}]^T [B^{(e)}] dr \{ \Phi^e \} - \int_{V^e} 2G\theta_1 [N^e]^T dV \right) = 0$$

ή (88)

$$\sum_{e=1}^E \left([k^{(e)}] \{ \Phi^{(e)} \} - \{ F^{(e)} \} \right) = 0$$

Η στρέψη που μεταδίδεται βρίσκεται από την εξίσωση (85) και υπολογίζεται ως εξής:

$$M = \sum_{e=1}^E 2 \int_{A^{(e)}} \Phi^{(e)} dA \quad (89)$$

αν η εγκάρσια τομή της ατράκτου μοντελοποιείται με Ε στοιχεία.

Έτσι η ανάλυση των προβλημάτων στρέψης γίνεται με την μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων, επιλύοντας τη συνάρτηση τάσης φ σύμφωνα με τα ακόλουθα βήματα:

- a) Διάρθρωση της εγκάρσιας τομής της ατράκτου σε στοιχειώδη τμήματα
- b) Υπολογισμός κάθε στοιχειώδους συνάρτησης μέσω της εξίσωσης (88)
- c) Σύστημα στοιχειωδών εξισώσεων για την παραγωγή των εξισώσεων του συστήματος
- d) Ενσωμάτωση των οριακών συνθηκών και επίλυση των εξισώσεων του συστήματος για να βρούμε την διανομή της συνάρτησης τάσης φ.
- e) Υπολογισμός των διατμητικών τάσεων για κάθε στοιχειώδες τμήμα μέσω της εξίσωσης (86)
- f) Υπολογισμός της στρέψης από την εξίσωση (89)

Στο σημείο αυτό πρέπει να επισημάνουμε ότι οι διατμητικές τάσεις βρίσκονται από την κλίση φ της επιφάνειας, έτσι ώστε αν η γραμμική διανομή της φ να θεωρηθεί ότι βρίσκεται πάνω από κάθε στοιχειώδες τμήμα. Με αυτό τον τρόπο η μέθοδος θα προβλέψει τις σταθερές τιμές της τάσης για κάθε στοιχειώδες τμήμα.

5. Οικονομική Ανάλυση

5.1 Η διαδικασία της επένδυσης

Προκειμένου να μελετήσουμε την μεταβολή του κόστους αντικατάστασης μιας ατράκτου, στο κεφάλαιο αυτό εφαρμόζονται δύο σενάρια. Το πρώτο σενάριο αναφέρεται στην αντικατάσταση της ατράκτου κατά τη θραύση και το δεύτερο στην αντικατάσταση της ατράκτου λαμβάνοντας υπόψη την προβλεπόμενη διάρκεια ζωής της.

Η διαδικασία απόφασης της επένδυσης περιλαμβάνει τα ακόλουθα στάδια:

- Φάση της αντίληψης
- Φάση της διαπίστωσης
- Φάσεις της εκτίμησης και της επιλογής

Στην πρώτη φάση γίνεται αντιληφτεί η ανάγκη για την πραγματοποίηση μιας επένδυσης. Το γεγονός ότι ένα εξάρτημα από ένα μηχάνημα έχει χαλάσει, οδηγεί στην πρόταση για αντικατάστασή του. Από το στάδιο της αντίληψης περνάμε στη φάση της διαπίστωσης όπου πρέπει να πραγματοποιηθεί η απογραφή και η ανάλυση όλων των πιθανών λύσεων και στη συνέχεια η κάθε λύση να αποτελέσει ένα επενδυτικό έργο το οποίο θα βρίσκεται σε ανταγωνισμό με τα άλλα επενδυτικά έργα. Στις τελευταίες φάσεις της διαδικασίας απόφασης μιας επένδυσης γίνεται η ανάλυση των επενδύσεων και των παραλλαγών τους με στοιχεία ποσοτικά και ποιοτικά και συγκρίνονται οι προτεινόμενες λύσεις ώστε χρησιμοποιώντας ένα ή περισσότερα κριτήρια να επιτρέψουν την ταξινόμησή τους έτσι ώστε να επιλέξουμε την καλύτερη στο τέλος.

5.2 Η αναφορά της επένδυσης σε μια χρονοσειρά ταμειακών ροών (εισροές–εκροές)

Οι διάφορες επενδύσεις της επιχείρησης χαρακτηρίζονται από μια μεγάλη ετερογένεια τόσο από την άποψη της φύσης τους όσο και από την άποψη του σκοπού που εξυπηρετούν. Η χρηματοοικονομική προσέγγιση μέσα από μια προοπτική σύγκρισης, προσπαθεί να μειώσει στο μέγιστο αυτή την ετερογένεια και στηρίζεται σε μια πολύ απλή παρουσίαση των επενδύσεων: μια χρονοσειρά ταμειακών ροών (cash-flows).

Η πρώτη από τις ταμειακές ροές αποτελεί την αρχική δαπάνη της επένδυσης I. Μερικές φορές ένα επενδυτικό έργο δεν πραγματοποιείται κατά ανάγκη σε μια χρονική περίοδο.

Η έννοια του βιολογικού κύκλου ζωής ενός επενδυτικού έργου επιτρέπει την πραγματοποίηση μιας πρώτης ταξινόμησης των κατανομών των ταμειακών ροών των διαφόρων επενδυτικών έργων.

5.3 Μεταβλητές της επένδυσης

Σκοπός μας είναι να ελαχιστοποιήσουμε το κόστος για την αγορά μιας ατράκτου χρησιμοποιώντας ως δεδομένη τη διάρκεια ζωής της, την οποία υπολογίσαμε σε προηγούμενο κεφάλαιο. Για το σκοπό αυτό εφαρμόζουμε δύο σενάρια.

Σύμφωνα με το πρώτο σενάριο θα υπολογίσουμε το Κέρδος ή τη Ζημία του σταθμού κατά την θραύση της ατράκτου η οποία θα συμβεί σε χρόνο $t = L_a$ όπου L_a είναι ο βέλτιστος χρόνος ζωής της ατράκτου. Φυσικά πρέπει να επισημάνουμε ότι κατά τη θραύση μιας ατράκτου υπάρχει και ο κίνδυνος θραύσης και άλλων εξαρτημάτων πάνω ή γύρω από αυτήν.

Το δεύτερο σενάριο το οποίο θα μελετήσουμε αφορά την αντικατάσταση της ατράκτου σύμφωνα όμως με την προβλεπόμενη διάρκεια ζωής της. Αυτό σημαίνει ότι γνωρίζουμε το πότε ακριβώς θα αντικαταστήσουμε την άτρακτό μας πριν αυτή σπάσει επομένως δεν χρειάζεται να ανησυχούμε και για μια ενδεχόμενη καταστροφή άλλων εξαρτημάτων.

Οι μεταβλητές που θα χρησιμοποιήσουμε στα σενάρια μας είναι οι ακόλουθες:

L : Διάρκεια ζωής σε μέρες

L_0 : Ονομαστική εναπομένουσα διάρκεια ζωής: αντιστοιχεί στο χρόνο παραγγελίας

L_a : Σφάλμα εκτίμησης πραγματικής διάρκειας ζωής

T_1 : Χρόνος παραγγελίας – αποστολής

T_2 : Χρόνος αντικατάστασης

C_1 : Κόστος αγοράς που περιλαμβάνει την αγορά, τη μεταφορά, την εγκατάσταση και τον έλεγχο

C_2 : Κόστος αποθήκευσης ανά ημέρα

C_3 : Σταθερά έξοδα σταθμού ανά ημέρα, που περιλαμβάνουν τα εργατικά, τα τηλέφωνα και γενικά έξοδα

του σταθμού (όπως φως, νερό, κλπ)

C_4 : Σταθερά έξοδα σταθμού ανά ημέρα, που καταναλώνονται για την αγορά καυσίμων

C_5 : Επιπλέον κόστος παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας από άλλο σταθμό ανά ημέρα

p_1 : Έσοδα ανά πώληση ρεύματος του σταθμού ανά ημέρα

i : Επιτόκιο

Στη συνέχεια παρουσιάζονται αναλυτικά τα δύο σενάρια:

Σενάριο 1 ^ο Αντικατάσταση με τη θραύση	Σενάριο 2 ^ο Αντικατάσταση βάσει της προβλεπόμενης διάρκειας ζωής
$t = L_a$ Έξοδα: $C_1 + (C_3 + C_5)(T_1 + T_2)$ Έσοδα: 0 Κέρδος / Ζημία: $P = -[C_1 + (C_3 + C_5)(T_1 + T_2)]$	$t = 0$ Έξοδα: $C_1(1 + i(L_a/365))$ $C_2(L_a - L_0)$ $(C_4 + C_5)T_2$ $C_4 L_a$ Έσοδα: $p_1 L_a + \text{έσοδα από τόκους}$ Κέρδος / Ζημία: $P = p_1 L_a + \text{έσοδα από τόκους} - [C_1(1 + i(L_a/365)) + C_2(L_a - L_0) + (C_4 + C_5)T_2 + C_4 L_a]$

5.4 Υπολογισμός των παραμέτρων

Το κόστος αγοράς C_1 σύμφωνα με πληροφορίες που πήραμε από τον ΑΗΣ ΧΑΝΙΩΝ, είναι:
 $C_1 = 6603\text{€}$

Ο χρόνος παραγγελίας – αποστολής είναι $T_1=4$ μήνες ενώ ο χρόνος αντικατάστασης αντιστοιχεί σε 40 μέρες. Άρα $T_2=1.33$ μήνες

Για να υπολογίσουμε το κόστος αποθήκευσης ανά ημέρα ακολουθούμε την εξής διαδικασία:
Έστω ότι η αποθήκη που θα χρησιμοποιήσουμε για την φύλαξη της ατράκτου είναι 600τ.μ. Το ενοίκιο κάθε μήνα ανέρχεται στα 3500€. Επομένως :

$$\left. \begin{array}{l} \text{Για 30 ημέρες πληρώνουμε 3500€} \\ \text{Για 1 ημέρα πληρώνουμε } x = ; \end{array} \right\} x = 116,67\text{€ τα 600τ.μ.}$$

Η άτρακτός μας που έχει μήκος 6330mm καταλαμβάνει περίπου 15τ.μ. Άρα:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Την 1 ημέρα τα 600τ.μ. κοστίζουν 116,67€} \\ \text{Τα 15τ.μ. κοστίζουν } C_2 = ; \end{array} \right\} C_2 = 3 \text{ € / ημέρα}$$

Τα σταθερά έξοδα του σταθμού το μήνα ανέρχονται στα 150000€. Επομένως τα σταθερά έξοδα του σταθμού ανά ημέρα θα είναι $C_3 = \frac{150000}{30} \rightarrow C_3 = 5000 \text{ € / ημέρα}$

Στην Κρήτη έχουμε αεριοστροβιλικούς σταθμούς οι οποίοι έχουν μικρό κόστος εγκατάστασης αλλά και μικρό σχετικά βαθμό απόδοσης. Το πλεονέκτημά τους είναι η γρήγορη εκκίνηση. Σε 3-5 λεπτά μπορεί να ξεκινήσουν και η ρύθμιση της αποδιδόμενης ισχύος δεν είναι προβληματική. Έτσι αεριοστρόβιλοι προτιμούνται για σκοπούς ρύθμισης ισχύος κάλυψης αιχμών ζήτησης αφού η χρήση ενός ατμοηλεκτρικού σταθμού θα ήταν ασύμφορη ή αδύνατη λόγω του μεγάλου επενδυτικού κόστους και λόγω των συνεχών και μεγάλων μεταβολών του φορτίου.

Για να υπολογίσουμε το κόστος παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας από άλλο σταθμό την ημέρα χρησιμοποιώντας τη σχέση:

$$C_5 = C_4 \left(1 - \frac{\eta_{\text{ΑΗΣΕΦΕΔΡ.ΛΙΝ/ΤΟΣ}}}{\eta_{\text{ΑΗΣΧΑΝΙΩΝ}}} \right) = C_4 \left(1 - \frac{\eta_{\text{ΑΕ}}}{\eta_{\text{IGT}}} \right)$$

όπου $\eta_{\text{ΑΗΣΧΑΝΙΩΝ}}$, $\eta_{\text{ΑΗΣΕΦΕΔΡ.ΛΙΝ/ΤΟΣ}}$ είναι αντίστοιχα ο μέσος βαθμός απόδοσης των IGT και των ΑΕ.

Από δεδομένα που προέκυψαν από την [3], [75] βρήκαμε ότι ο μέσος βαθμός απόδοσης των IGT είναι 44% και των ΑΕ είναι 33,8%.

Επομένως:

$$C_5 = C_4 \left(1 - \frac{33.8}{44} \right) = 0.23 C_4$$

όπου το C_4 αποτελεί το μέρος των σταθερών εξόδων που καταναλώνει ο σταθμός σε καύσιμα και ανέρχεται στα 37800€.

$$\text{Επομένως, } C_5 = 0.23C_4 = 0.23 \times 37800 \rightarrow C_5 = \mathbf{8763 \text{ € / ημέρα}}$$

Το επιτόκιο λαμβάνοντας υπόψη ότι πρόκειται να κάνουμε μία επένδυση αντικατάστασης ενός εξαρτήματος μηχανής το θεωρήσαμε $i = 6\%$.

Για να υπολογίσουμε τα έσοδα ανά πώληση ρεύματος του σταθμού ανά ημέρα χρειάζεται να γνωρίζουμε τις ώρες λειτουργίας του σταθμού κατά μέσο όρο κάθε μέρα. Στη συνέχεια θα υπολογίσουμε τις ώρες λειτουργίας 1 μονάδας του σταθμού την ημέρα και αφού γνωρίζουμε και την χρέωση της 1kW θα υπολογίσουμε και το ζητούμενο έσοδο για το σταθμό. Αναλυτικά λοιπόν έχουμε:

Οι ώρες λειτουργίας του σταθμού κατά μέσο όρο ανά ημέρα είναι 14h, και η συνολική ισχύς του ανέρχεται στα 200MW. Άρα η μονάδα των 50MW στην οποία βρίσκεται και ο στρόβιλος με την άτρακτό μας θα λειτουργεί $y = \frac{50 \times 14}{200} \rightarrow y = \mathbf{3.5 \text{ h / ημέρα}}$

Η 1kWh κοστίζουν 0.6987 € / h

$$\text{Άρα τα 50MW κοστίζουν } \omega = \frac{50 \times 0.6987}{10^{-3}} = 50 \times 0.6987 \rightarrow \omega = \mathbf{34935 \text{ € / h}}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Επομένως την 1h το κόστος της μονάδας είναι } 35000\text{€} \\ \text{Τις 3,5 h το κόστος είναι } p_1 = ; \end{array} \right\} p_1 = \mathbf{122273\text{€}}$$

Για να υπολογίσουμε τα έσοδα από τους τόκους πολλαπλασιάζουμε τα σταθερά έξοδα του σταθμού επί 3,5% που είναι το επιτόκιο που δίνει η τράπεζα για τις επενδύσεις.

$$\text{Επομένως: } \text{εσοδα απο τοκους} = \frac{3.5}{100} \times 150000 = 5250\text{€}$$

Πριν την εφαρμογή των δύο σεναρίων ανάγουμε τα παραπάνω κόστη στα 50MW που αντιστοιχούν στην ισχύ μίας μονάδας του σταθμού στην οποία βρίσκεται και η άτρακτος που μελετάται σε αυτή την εργασία. Έτσι έχουμε:

$$C_1 = \frac{6603 \times 50}{200} \rightarrow C_1 = \mathbf{1650.75 \text{ €}}$$

$$C_2 = \frac{3 \times 50}{200} \rightarrow C_2 = \mathbf{0.75 \text{ €}}$$

$$C_3 = \frac{5000 \times 50}{200} \rightarrow C_3 = \mathbf{1250 \text{ €}}$$

$$C_4 = \frac{37800 \times 50}{200} \rightarrow C_4 = 9450 \text{ €}$$

$$C_5 = \frac{8763 \times 50}{200} \rightarrow C_5 = 2190.75 \text{ €}$$

$$\text{εσοδα απο τοκους} = \frac{5250 \times 50}{200} \rightarrow \text{εσοδα απο τοκους} = 1312.5 \text{ €}$$

Εφαρμόζοντας λοιπόν τα σενάρια που αναφέραμε παραπάνω θα έχουμε:

Σενάριο 1^ο

Κέρδος / Ζημία:

$$P = -[1650.75 + ((1250 + 2190.75) \times (124 + 41.23))] \rightarrow$$

$$P = -570154.6 \text{ €}$$

Σενάριο 2^ο

Κέρδος / Ζημία:

$$P' = [(p_1 L_a) + \text{εσοδα απο τοκους}] -$$

$$\left[\left(C_1 \left(1 + i \frac{L_a}{365} \right) \right) + (C_2 (L_a - L_0)) + ((C_4 + C_5) T_2) + (C_4 L_a) \right] \rightarrow$$

$$P' = [(733635 \times L_a) + \text{εσοδα απο τοκους}] -$$

$$\left[\left(1650.75 \left(1 + 0.06 \frac{L_a}{365} \right) \right) + (0.75 \times (L_a - L_0)) + 479946 + (9450 \times L_a) \right]$$

$$P' = [(733635 \times L_a) + 1312.5] -$$

$$\left[\left(1650.75 \left(1 + 0.06 \frac{L_a}{365} \right) \right) + (0.75 \times (L_a - L_0)) + 479946 + (9450 \times L_a) \right]$$

Η καμπύλη που περιγράφει την συμπεριφορά του μήκους της ρωγμής περιγράφεται από την σχέση μεταξύ του ρυθμού της αύξησης του μήκους της ρωγμής ανά κύκλο και της διακύμανσης της έντασης των τάσεων. Από υπολογισμούς που έγιναν σε προηγούμενο κεφάλαιο (Σχ. 39, 40) βρήκαμε ότι η πραγματική διάρκεια ζωής της ατράκτου εκτιμάται στα $L_0 \approx 244y$.

Επομένως το κόστος της ατράκτου σύμφωνα με το δεύτερο σενάριο όπου η αντικατάσταση της ατράκτου γίνεται λαμβάνοντας υπόψη την προβλεπόμενη διάρκεια ζωής της θα είναι:

$$P' = [(733635 \times 12.4) + 1312.5] -$$

$$\left[\left(1650.75 \left(1 + 0.06 \frac{12.4}{365} \right) \right) + (0.75 \times (12.4 - 4)) + 479946 + (9450 \times 12.4) \right] \rightarrow$$

$$P' = 7\,885\,296 \text{ €}$$

Από την εφαρμογή των δύο σεναρίων παρατηρούμε ότι έχουμε κέρδος της τάξεως των 7.333.481 € / ημέρα αν η αντικατάσταση της ατράκτου γίνει λαμβάνοντας υπόψη την προβλεπόμενη διάρκεια ζωής της.

Βιβλιογραφία

1. Πέτρος Ντοκόπουλος, “Εισαγωγή στα συστήματα ηλεκτρικής ενέργειας”, Τόμος 1
2. www.tiscali.co.uk/montecarlo/Powerplants, “Gas turbine engines” Chapter 3, Principles, Operation and Construction
3. K. D. Sinfield, “Industrial Gas turbine development and operating experience”, *IMIA Conference*, September 1993
4. J.F. Lawless, “Statistical Models and Methods for Lifetime Data”, *John Wiley&Sons*, New York, 1982
5. www.electricity-today.com
6. Manfred J. Janssen and John S. Joyce, “Generation: Gas turbine design”, *Part one: 35-Year Old Splined-Disc Rotor Design for Large Gas Turbines*, October 1996
7. Russel H. Jones, “Stress-Corrosion Cracking”, *Materials Performance and Evaluation*
8. Michel Lalanne, Guy Ferraris, “Rotor dynamics Prediction in Engineering”, Second Edition
9. Laura – Nadina Manoiu, “Ageing and Structural Integrity for Steam Turbine Rotors”, *Book of Abstracts, International Conference Nuclear Energy in Central Europe*, Slovenia, September 2000
10. EMRC NISA/ENDURE, “Crack Initiation Analysis”
11. www.phys.rug.nl/-steffen/work/content.htm
12. S. Brinckmann, E. Van der Giessen, “Towards Understanding Fatigue Crack Initiation: A Discrete Dislocation Dynamics Study”, *Proceedings of the 9th International Conference on the Mechanical Behavior of Materials*, Switzerland, 2003
13. S. Brinckmann, E. Van der Giessen, “A Discrete Dislocation Dynamics Study aiming at understanding Fatigue Crack Initiation”, *Materials Science and Engineering A*, 2003
14. Suresh, S., “Fatigue Materials”, *Cambridge UK: Cambridge University Press*, 1998
15. Basinski, Z. S., Basinski S. J., “Low amplitude fatigue of copper single crystals” – II. Surface observations, *Acta metallurgica*, **3**, 1907-1317, 1985
16. Essman, U., Gosele, U., Mughrabi, H., “A model of extrusions and intrusions in fatigued metals”, I. Point-defect production and the growth of extrusions., *Philosophical Magazine A*, **44**, 405-426, 1981
17. Repetto, E. A., Ortiz, M., “A micromechanical model of cyclic deformation and fatigue – crack nucleation of f.c.c. single crystals”, *Acta metaliria*, **45**, 2577-2595, 1997
18. Hirth, J. P. Lothe, “Theory of Dislocations”, *New York McGraw Hill*, 1968
19. Van der Gressen, E., Needleman, A., “Discrete dislocation plasticity: a simple planar model”, *Modeling Stimulation in Materials Science and Engineering*, **3**, 689-735, 1995
20. S. Brinckmann, E. Van der Gressen, in: S.N.Atluri, D.E.Beskos, D. Polyzos (Eds.), “Advances in Computational and Experimental Engineering and Sciences”, *ICCES03*, 2003
21. L.M. Brown, S.L. Ogin, in: B.A.Bilby, K.J. Miller, J.R.Willis (Eds), “Fundamental of Deformation and Fracture”, *Proceeding of the Esheiby Memorial Symposium*, 501-528, 1984
22. Mughrabi, H., “Dislocation wall and cell structures and long-range internal stresses in deformed metal crystals”, *Acta metallurgica*, **31**, 1367-137, 1983
23. Carl C. Osgood, “Fatigue Design”, Second Edition
24. John M. Barson, Stanley T. Rolfe, “Fracture and Fatigue Control in Structures”, *Applications of Fracture Mechanics*, Third Edition
25. Norman E. Dowling, “Mechanical Behavior of Materials”, *Engineering Methods for Deformation, Fracture and Fatigue*
26. Daniel J. Inman, “Engineering Vibration”, *Prentice-Hall International, Inc*

27. John R. Newby, Joseph R. Davis, Sunniva K. Refsnes, Deborah A. Dieerich, Heather J. Frissell, Diane M. Jenkins, William H. Cubberly, Robert L. Stedfeld, Kathleen Mills, Bonnie R. Sanders and Terri L. Weintraub, "ASM Handbook", **8**, Fatigue and Fracture, Failure Analysis and Prevention
28. John R. Newby, Joseph R. Davis, Sunniva K. Refsnes, Deborah A. Dieerich, Heather J. Frissell, Diane M. Jenkins, William H. Cubberly, Robert L. Stedfeld, Kathleen Mills, Bonnie R. Sanders and Terri L. Weintraub, "ASM Handbook", **16**, Machining
29. George C. Sih, "Mechanics of fracture", **1**, Methods of analysis and solutions of crack problems
30. Elst van, H. C., "Crack-extension susceptibility of high-strength steels", *De Ingenieur*, **82**, W131, 1970
31. Bueckner, H. F., "ASTM-STP 381", **82**, 1965
32. Itzhak Green, Cody Casey, "Crack Detection in a Rotor Dynamic System by Vibration Monitoring", *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, **12**, 425-436, April 2005
33. www.mathworld.wolfram.com
34. Zdzislaw Meglicki, "Lagrange's Equations", 2001/02/26
35. Richard Fitzpatrick, "Lagrange's Equations", 2005/12/06
36. Mark Tuckerman, "The Lagrangian formulation of classical mechanics", 2003/01/08
37. Ζουριδάκη Ευσεβία, Λούτας Δημήτριος, "Παραγωγή Ενέργεια με αεριοστρόβιλους", *TUC*, June 2003
38. Εγκυκλοπαίδεια "ΠΑΠΥΡΟΣ ΛΑΡΟΥΣ", **1**, 452, 1963
39. ΕΓΚΥΚΛΟΠΑΙΔΕΙΑ ΠΑΠΥΡΟΣ ΛΑΡΟΥΣ, **12**, 73, 1963
40. ΕΓΚΥΚΛΟΠΑΙΔΕΙΑ ΠΑΠΥΡΟΣ ΛΑΡΟΥΣ, **6**, 508, 1963
41. <http://www.nyethermodynamics.com/primer/primer.htm>
42. <http://www.rom.gr/ROM7/ships/details/p/p122.htm>
43. <http://travel.howstuffworks.com/turbine.htm/printable>
44. <http://www.aircraftenginedesign.com/enginepics.html>
45. <http://auto.howstuffworks.com/engine.htm/printable>
46. <http://www.mtu-friedrichshafen.com/en/pr/grossal.htm>
47. <http://www.mtu-friedrichshafen.com/en/pr/gross16.htm>
48. <http://www.mtu-friedrichshafen.com/en/pr/pr.htm>
49. <http://www.cinar.gr/drast.html>
50. <http://www.rom.gr/ROM7/g5.htm>
51. <http://ceigt.ist.rwth-aachen.de/eumigt/mplayers.html>
52. <http://ceigt.ist.rwth-aachen.de/eumigt/industry.html>
53. <http://ceigt.ist.rwth-aachen.de/eumigt/environment.html>
54. <http://ceigt.ist.rwth-aachen.de/eumigt/he.html>
55. <http://ceigt.ist.rwth-aachen.de/eumigt/le.html>
56. <http://ceigt.ist.rwth-aachen.de/eumigt/turbine.html>
57. <http://ceigt.ist.rwth-aachen.de/eumigt/market.html>
58. <http://ceigt.ist.rwth-aachen.de/eumigt/cha1.html>
59. <http://www.netl.doe.gov/scng/enduse/enduse/central.html>
60. http://www.ec.gc.ca/energ/industry/comb_src_e.htm
61. http://www.ec.gc.ca/energ/industry/combined_e.htm
62. http://www.ec.gc.ca/energ/industry/stat_gas_turb_e.htm
63. http://www.ec.gc.ca/energ/industry/indus ecol_e.htm
64. http://www.aiaa.org/images/about/02_TC_Highlights/aiaa-tes.pdf
65. <http://ww2.asme.org/techpubs/template.cfm?title=Journal%20of%20Engineering%20for%20Gas%20Turbines%20and%20Power#toc>
66. <http://www.gepower.com/home/index.html>
67. http://www.prattein.gr/m990212/title10_right.htm

68. <http://www.f-e-e.org/cgi-bin/fee/cal/files.cgi?FromMonth=1&FromYear=1995&ToMonth=12&ToYear>
69. http://www.eere.energy.gov/der/industrial_turbines/pdfs/turbine.pdf
70. <http://www.powermfg.com/news.asp>
71. http://www.thinkquest.org/library/lib/site_sum_outside.html
72. <http://www.mie.uth.gr/labs/lte/grk/links/links.htm>
73. <http://www.afme.com>
74. M. J. Fagan, "Finite Element Analysis", Theory and Practice, 138-148, 1992
75. K. Ζοπουνίδης, "Βασικές Αρχές και Σύγχρονα Θέματα του Χρηματοοικονομικού Μάνατζμεντ", 209-214, 2003
76. John M. Barsom, Stanley T. Rolfe, "Fracture and Fatigue Control in Structures", Applications of Fracture Mechanics, Third Edition, 1999
77. Westergaard H. M., "Bearing Pressures and Cracks", *Transactions, ASME, Journal of Applied Mechanics*, 1939
78. Irwin, G. R., "Analysis of Stresses and Strains Near the End of Cracks Handbook, Del Research Corporation, St. Louis, MO, 1985
79. Lee S. Langston, "Good Times with a Double Edge", *ASME, Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 2001
80. Γ. Δ. Ακριβής, Β. Α. Δουγάλης, "Εισαγωγή στην Αριθμητική Ανάλυση", Τέταρτη Έκδοση, 2002
81. P. C. Paris & F. Erdogan, J. Basis Engineering (Trans ASME), Series D, **85**, 528-534, 1963