



ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ  
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝΤΟΣ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ:

**ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗ ΥΠΟΓΕΙΩΝ ΥΔΑΤΩΝ ΜΕ ΣΥΝΔΥΑΣΜΟ  
ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ ΚΑΙ ΓΕΝΕΤΙΚΩΝ ΑΛΓΟΡΙΘΜΩΝ**

**ΑΛΕΞΟΠΟΥΛΟΥ ΒΑΣΙΛΕΙΑ**

ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΕΠΙΤΡΟΠΗ:

ΚΑΡΑΤΖΑΣ ΓΕΩΡΓΙΟΣ (ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ)  
ΝΙΚΟΛΑΪΔΗΣ ΝΙΚΟΛΑΟΣ  
ΤΣΑΝΗΣ ΙΩΑΝΝΗΣ

Χανιά, Οκτώβρης 2005

## **Ευχαριστίες**

Ολοκληρώνοντας την παρούσα Διπλωματική εργασία θα ήθελα να ευχαριστήσω:

Τον επιβλέποντα καθηγητή κ.Καρατζά Γεώργιο για το ενδιαφέρον θέμα που μου ανέθεσε και την πολύτιμη βοήθειά του καθ'όλη τη διάρκεια εκπόνησης της εργασίας.

Τον μεταπτυχιακό φοιτητή Στέφανο Καρτεράκη για την σημαντική συμβολή του στην εργασία αυτή και το αδιάκοπο ενδιαφέρον που επέδειξε όποτε του ζητήθηκε βοήθεια.

Τον καθηγητή του τμήματος Μηχανικών Παραγωγής και Διοίκησης κ. Νικολό Ιωάννη για την παραχώρηση του λογισμικού πακέτου του Διαφορικού Εξελικτικού Αλγόριθμου που ο ίδος έχει αναπτύξει.

Τον συμφοιτητή μου και πολύ καλό μου φίλο Κυριτσάκα Γρηγόρη, για την εξαιρετική συνεργασία κατά τη διάρκεια της εκπόνησης των διπλωματικών μας εργασιών και την υποστήριξή του σε όλο αυτό το διάστημα.

## ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ

<b>ΠΕΡΙΛΗΨΗ.....</b>	<b>1</b>
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1: ΥΠΟΓΕΙΑ ΥΔΑΤΑ – ΥΦΑΛΜΥΡΩΣΗ ΥΠΟΓΕΙΩΝ ΥΔΑΤΩΝ.....</b>	<b>3</b>
1.1 Εισαγωγή.....	3
1.2 Διαχείριση των Υπογείων Υδάτων.....	4
1.3 Το Φαινόμενο της Υφαλμύρωσης Υπογείων Υδάτων.....	5
1.4 Μηχανισμός της Υφαλμύρωσης.....	6
1.5 Βασικά Μέσα και Δραστηριότητες για τον εντοπισμό της Υφαλμύρωσης.....	8
1.6 Μέθοδοι Ελέγχου της Υφαλμύρωσης.....	8
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2: ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΗΣ ΠΕΡΙΟΧΗΣ ΜΕΛΕΤΗΣ.....</b>	<b>10</b>
2.1 Γεωγραφική θέση της περιοχής –Γενικά Στοιχεία.....	10
2.2 Γεωλογικά Χαρακτηριστικά.....	12
2.2.1 Υδρογεωλογία της περιοχής.....	12
2.2.2 Σεισμικότητα της περιοχής.....	13
2.2.3 Εδαφος.....	13
2.3 Περιγραφή του Φυσικού Περιβάλλοντος.....	13
2.3.1 Κλιματικά Στοιχεία.....	13
2.3.2 Χλωρίδα – Πανίδα.....	17
2.3.3 Γεωμορφολογία της περιοχής.....	17
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΡΟΗΣ ΥΠΟΓΕΙΩΝ ΥΔΑΤΩΝ.....</b>	<b>18</b>
3.1 Εισαγωγή.....	18
3.2 Βασικές Εξισώσεις και Αριθμητικές Μέθοδοι.....	18
3.2.1 Βασικές Εξισώσεις.....	18
3.2.2 Αριθμητικές Μέθοδοι.....	21
3.3 Θεμελιώδες Μοντέλο και σχεδιασμός πλέγματος.....	22
3.3.1 Κατασκευή του Θεμελιώδους Μοντέλου.....	22
3.3.2 Τύποι Μοντέλων.....	24
3.3.2.1 Δισδιάστατα χωρικά μοντέλα.....	24
3.3.2.2 Ημι-τρισδιάστατα μοντέλα.....	27
3.3.2.3 Κάθετων τομών και Πλήρη τρισδιάστατα μοντέλα.....	27

3.3.3 Κατασκευή πλέγματος.....	28
3.4 Οριακές συνθήκες.....	31
3.4.1 Είδη ορίων.....	31
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4: ΘΕΩΗΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ ΓΙΑ ΤΟ ΜΟΝΤΕΛΟ PTC (Princeton Transport Code).....</b>	32
4.1 Εισαγωγή.....	32
4.2 Βασικές Εξισώσεις.....	32
4.3 Ο Αλγόριθμος Επίλυσης του PTC.....	33
4.4 Τρισδιάστατη ροή υπογείων υδάτων.....	34
4.4.1 Βασικές Εξισώσεις.....	34
4.4.2 Εφαρμογή της μεθόδου πεπερασμένων στοιχείων.....	34
4.4.3 Εφαρμογή της μεθόδου πεπερασμένων διαφορών.....	37
4.4.4 Η Κάθετη Παράγωγος.....	37
4.4.5 Η Χρονική Παράγωγος.....	39
4.5 Οριακές Συνθήκες.....	39
4.6 Τρισδιάστατη μεταφορά ρύπων.....	41
4.6.1 Βασικές Εξισώσεις.....	41
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5: ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΟΣ Argus One ΣΤΗΝ ΥΠΟ ΜΕΛΕΤΗ ΠΕΡΙΟΧΗ – ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΤΗΣ ΖΩΝΗΣ ΥΦΑΛΜΥΡΩΣΗ.....</b>	43
5.1 Εισαγωγή.....	43
5.2 Επεξεργασία και Εισαγωγή των δεδομένων της περιοχής στο μοντέλο.....	43
5.3 Αποτελέσματα του μοντέλου – Προσδιορισμός της ζώνης Υφαλμύρωσης.....	49
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6: ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΜΕΘΟΔΩΝ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ ΣΤΟ ΥΠΟ ΜΕΛΕΤΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑ.....</b>	52
6.1 Ορισμός του προβλήματος βελτιστοποίησης.....	52
6.2 Έλεγχος Γραμμικής συμπεριφοράς συστήματος Υπογείων Υδάτων.....	54
6.3 Μέθοδος SIMPLEX.....	62
6.3.1 Εφαρμογή της Μεθόδου Simplex στο υπό μελέτη πρόβλημα βελτιστοποίησης.....	64
6.4 ΓΕΝΕΤΙΚΟΙ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ.....	72
6.4.1 Εισαγωγή στους Γενετικούς Αλγόριθμους.....	72
6.4.2 Διαφορές των Γενετικών Αλγόριθμων με τις Παραδοσιακές Μεθόδους.....	

Αναζήτησης και Βελτιστοποίησης.....	73
6.4.3 Ορολογία δανεισμένη από τη Βιολογία.....	75
6.4.4 Ερμηνεία της λειτουργίας των Γενετικών Αλγορίθμων.....	76
6.4.5 Πλεονεκτήματα των Γενετικών Αλγορίθμων.....	78
6.5 Ο χρησιμοποιούμενος Διαφορικός Εξελικτικός Αλγόριθμος (Differential Evolution Algorithm-DE algorithm).....	80
6.6 Εφαρμογή του Διαφορικού Εξελικτικού Αλγόριθμου στο υπό μελέτη πρόβλημα.....	83
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7: ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΤΩΝ ΔΥΟ ΜΕΘΟΔΩΝ ΚΑΙ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ.....</b>	<b>93</b>
7.1 Σχολιασμός των αποτελεσμάτων.....	93
7.2 Σύγκριση των δύο μεθόδων βελτιστοποίησης.....	95
<b>ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ.....</b>	<b>97</b>
<b>ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ.....</b>	<b>99</b>

## **ΠΕΡΙΛΗΨΗ**

Στην παρούσα διπλωματική εργασία γίνεται συνδυασμός μεθόδων προσομοίωσης και βελτιστοποίησης με σκοπό την ορθολογική διαχείριση ενός συστήματος υπογείων υδάτων στο οποίο υπάρχει έντονο πρόβλημα υφαλμύρωσης του υπόγειου υδροφορέα. Η μέθοδος προσομοίωσης που χρησιμοποιήθηκε είναι το μοντέλο PTC (Princeton Transport Code), ενώ για τη βελτιστοποίηση εφαρμόστηκαν δύο διαφορετικές μέθοδοι, οι οποίες συγκρίθηκαν μεταξύ τους, η μέθοδος Simplex και οι Γενετικοί Αλγόριθμοι. Συγκεκριμένα η περιοχή που μελετήθηκε είναι η ευρύτερη περιοχή της ΒΙ.ΠΕ. του Ηρακλείου Κρήτης.

Αρχικά αναλύθηκε το φαινόμενο της υφαλμύρωσης, οι τρόποι ελέγχου του φαινομένου και περιγράφηκε μια σχέση για τον προσδιορισμό του μετώπου της υφαλμύρωσης με τον υπόγειο υδροφορέα. Στη συνέχεια έγινε μια σύντομη περιγραφή της περιοχής μελέτης όσον αφορά τα γεωλογικά και υδρογεωλογικά χαρακτηριστικά της, τα στοιχεία φυσικού περιβάλλοντος και τη μορφολογία.

Στο κεφάλαιο 3 περιγράφηκε το θεωρητικό υπόβαθρο στο οποίο στηρίζεται η μοντελοποίηση της ροής των υπογείων υδάτων με χρήση αριθμητικών μεθόδων, με πιο λεπτομερή περιγραφή των μεθόδων πεπερασμένων στοιχείων και πεπερασμένων διαφορών. Στο κεφάλαιο 4 δίνονται οι βασικές θεωρητικές πληροφορίες (βασικές εξισώσεις, οριακές συνθήκες κ.τ.λ.) για το χρησιμοποιούμενο μοντέλο PTC.

Έπειτα γίνεται αναλυτική περιγραφή των στοιχείων που εισάγονται στο μοντέλο PTC και από τα αποτελέσματα της προσομοίωσης της περιοχής για χρονικό διάστημα 2 χρόνων, προσδιορίζεται το μέτωπο της υφαλμύρωσης με βάση τους μέγιστους ημερήσιους ρυθμούς άντλησης των υπό εξέταση πηγαδιών.

Στην επόμενη ενότητα ορίζεται το πρόβλημα βελτιστοποίησης το οποίο έχει ως στόχο την εύρεση των μέγιστων δυνατών παροχών άντλησης των πηγαδιών για τις οποίες το φαινόμενο της υφαλμύρωσης θα περιοριστεί. Πρίν την εφαρμογή των μεθόδων βελτιστοποίησης, λόγω του ότι ο υδροφορέας είναι ελεύθερος γίνεται έλεγχος της γραμμικής ή μη απόκρισής του ως προς τη μεταβολή της παροχής άντλησης των πηγαδιών. Από τον έλεγχο αυτό συμπεραίνουμε ότι το σύστημα έχει γραμμική συμπεριφορά. Επομένως απαιτείται εφαρμογή του αλγόριθμου Simplex μια μοναδική φορά από όπου προκύπτει η βέλτιστη λύση για το γραμμικό σύστημα υπογείων υδάτων.

Στη συνέχεια γίνεται εφαρμογή των γενετικών αλγόριθμων και συγκεκριμένα του Διαφορικού Εξελικτικού αλγόριθμου. Οι αλγόριθμοι αυτοί βασίζονται στη μίμηση των διαδικασιών της φυσικής εξέλιξης και ως μέθοδοι βελτιστοποίησης, έχουν αποδειχτεί τόσο εμπειρικά όσο και θεωρητικά ότι παρέχουν εύρωστη αναζήτηση σε περίπλοκους χώρους.

Από τα αποτελέσματα των δύο μοντέλων προέκυψε ότι οι λύσεις τους σχεδόν ταυτίζονται παρά το γεγονός ότι η φιλοσοφία τους και ο τρόπος αναζήτησης της βέλτιστης λύσης είναι τελείως διαφορετικά. Τέλος συγκρίνονται οι δύο μέθοδοι ως προς την ταχύτητα και την απόδοση απ'όπου συμπεραίνουμε ότι η μέθοδος των γενετικών αλγορίθμων μπορεί να δώσει αξιόπιστα και ποιοτικά αποτελέσματα σε προβλήματα βελτιστοποίησης.

## **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1:**

### **ΥΠΟΓΕΙΑ ΥΔΑΤΑ- ΤΟ ΦΑΙΝΟΜΕΝΟ ΤΗΣ ΥΦΑΛΜΥΡΩΣΗΣ**



## **1. ΥΠΟΓΕΙΑ ΥΔΑΤΑ – ΥΦΑΛΜΥΡΩΣΗ ΥΠΟΓΕΙΩΝ ΥΔΑΤΩΝ**

### **1.1 Εισαγωγή**

Το νερό είναι απαραίτητο στοιχείο για τη ζωή των ανθρώπων, των ζώων και των φυτών, και έχει ποικίλες χρήσεις όπως, οικιακές, αγροτικές, βιομηχανικές κ.τ.λ. Η ολική ποσότητα του νερού στη γη εκτιμάται σε  $1,45 \times 10^9 \text{ km}^3$ , από τα οποία το 94% βρίσκεται στη θάλασσα και το 6% είναι γλυκό νερό που βρίσκεται στην επιφάνεια της γής ή στους υπόγειους υδροφορείς. Από το σύνολο του γλυκού νερού το  $1/3$  είναι πάγοι και δεν είναι δυνατον να τους εκμεταλλευτούμε με τη σημερινή τεχνολογία, ενώ τα  $2/3$  ( $60 \times 10^6 \text{ km}^3$ ) είναι δυνητικοί υδατικοί πόροι από τους οποίους όλο το νερό, εκτός μιας μικρής ποσότητας ( $28 \times 10^4 \text{ km}^3$ ), βρίσκεται στους υπόγειους υδροφορείς. Πιο συγκεκριμένα ο υδροφορέας είναι μια υπεδάφια μονάδα πορώδους υλικού κορεσμένη σε νερό, ικανή να αποθηκεύει και να μεταφέρει σημαντικές ποσότητες νερού σε πηγάδια. Οι περισσότεροι υδροφορείς εκτείνονται σε μεγάλη έκταση και μπορούν να θεωρηθούν σαν υπόγειες δεξαμενές. Οι υδροφορείς ταξινομούνται με βάση τη θέση του υδροφόρου ορίζοντα ως: *περιορισμένοι και ελεύθεροι υδροφορείς*.

Ο περιορισμένος υδροφορέας περιέχει νερό υπό πίεση μεγαλύτερη της ατμοσφαιρικής και καλύπτεται στην άνω και κάτω επιφάνειά του από ένα περιοριστικό στρώμα, το οποίο καθυστερεί την κίνηση του νερού. Στον ελεύθερο υδροφορέα, ο υδροφόρος ορίζοντας ταυτίζεται με το ανώτερο όριο του υδροφορέα. Υπάρχουν μόνιμα και ανανεώσιμα αποθέματα νερού στους υπόγειους υδροφορείς. Το περιεχόμενο των μόνιμων αποθεμάτων των υδροφόρων στρωμάτων αλλάζει σε μια περίοδο πολλών χιλιάδων ετών (π.χ. μεταλλεύματα) σε αντίθεση με τους ανανεώσιμους υδατικούς πόρους οι οποίοι υπάρχουν τόσο στο έδαφος όπου ανανεώνουν τα αποθέματά τους μέσα στον ετήσιο υδρολογικό κύκλο, όσο και στην ατμόσφαιρα και στους ποταμούς όπου ο χρόνος ανανέωσής τους είναι δέκα ημέρες. Τα υπόγεια νερά παρ'όλο που είναι περισσότερο προστατευμένα από τα επιφανειακά, υπόκεινται στην επίδραση διαφόρων πηγών ρύπανσης και ο κίνδυνος υποβαθμισής τους είναι μεγαλύτερος, γιατί η απορρύπανση είναι πολύ δυσκολότερη απ'ότι στα επιφανειακά. Επίσης λόγω του μεγάλου όγκου των υπογείων υδάτων και της μικρής σχετικά ταχύτητας αυτών, θα πρέπει να λαμβάνεται υπόψη ότι η ρύπανση είναι μια διαδικασία σχετικά αργή και σε πολλές περιπτώσεις παίρνει χρόνια για να διαγνωστεί.

Οι αριθμοί που αναφέρθηκαν παραπάνω δείχνουν ότι δεν θα υπήρχε πρόβλημα έλλειψης νερού στον πλανήτη εάν ήταν δυνατό να χρησιμοποιηθεί όλο το νερό που είναι διαθέσιμο. Αυτό όμως δεν συμβαίνει γιατί οι ποσότητες του νερού που θεωρούνται υδατικοί πόροι δεν είναι κατανεμημένοι στην επιφάνεια της γής σε αντιστοιχία με τη γεωγραφική και χρονική κατανομή της ζήτησης του νερού. Επίσης η συνεχής αύξηση του πληθυσμού και η μεγάλη βιομηχανική ανάπτυξη, τα οποία συνεπάγονται αυξημένη ζήτηση νερού, έχουν οδηγήσει σε υπεράντληση των υπογείων υδατικών πόρων και υποβάθμιση της ποιότητάς τους. Από τα παραπάνω συμπεραίνουμε ότι το πρόβλημα της υποβάθμισης των υδατικών πόρων είναι πολύ σημαντικό τόσο σε τοπικό όσο και διεθνές επίπεδο και καθίσταται απαραίτητη η ορθολογική διαχείριση τους. [14]

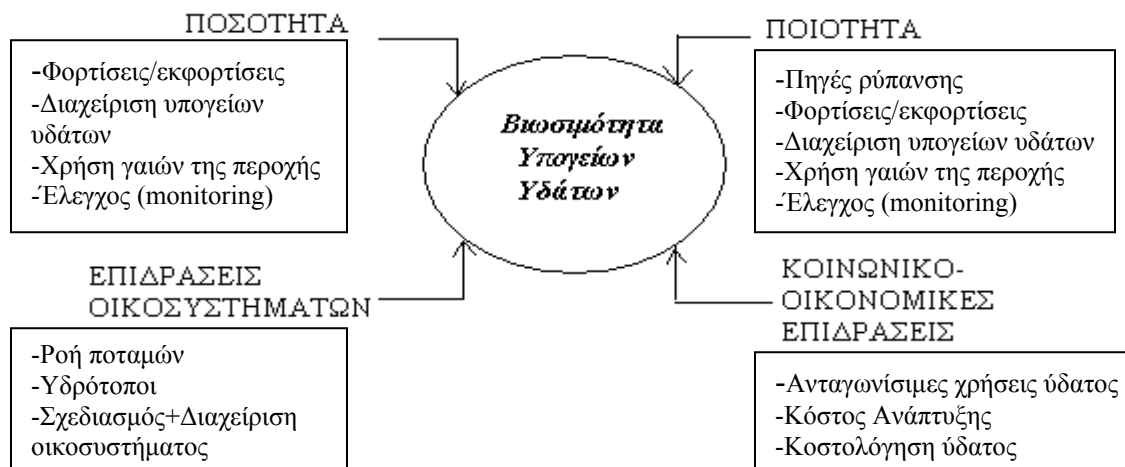
## **1.2 Διαχείριση των Υπογείων Υδάτων**

Τα υπόγεια ύδατα ως υδατικός πόρος παίζουν σημαντικό ρόλο στην ανάπτυξη και αειφορική ύπαρξη των οικοσυστημάτων, αλλά και στην αγροτική, βιομηχανική και οικιστική ανάπτυξη. Η διαχείριση των υπογείων υδάτων θα πρέπει να βασίζεται στην πλήρη κατανόηση των χαρακτηριστικών των υπογείων υδάτων αλλά και της κλίμακας του συστήματος στο οποίο εφαρμόζεται η διαχείριση (τοπικά ή περιφερειακά συστήματα). Επίσης καθίσταται απαραίτητη η γνώση μεθόδων βελτιστοποίησης.

Οι βασικές κατηγορίες διαχείρισης των υπογείων υδάτων είναι: η ποσοτική διαχείριση (Groundwater quantity management), η ποιοτική διαχείριση (Groundwater quality management) και η διαχείριση φαινομένου υφαλμύρωσης (Saltwater intrusion).

Ο βασικός σκοπός της διαχείρισης των υπογείων υδάτων είναι η προστασία του υδατικού αυτού πόρου, και η διαβεβαίωση ότι η χρήση του υπογείου ύδατος για διάφορους ενεργειακούς σκοπούς (ύδρευση, άρδευση) δεν επηρεάζει τη βιώσιμη ανάπτυξη του συστήματος. Καταστάσεις στις οποίες απαιτείται άμεση επέμβαση διαχείρισης είναι:

- ο Σημαντική μείωση του αποθηκευμένου ύδατος
- ο Μείωση των υδραυλικών υψών (ή πιέσεων)
- ο Σημαντική μείωση των εισροών του συστήματος
- ο Χειροτέρευση της ποιότητας του ύδατος
- ο Αλλαγή χρήσης γης όσον αφορά την υπερκείμενη του υδροφορέα περιοχή
- ο Κοινωνικοοικονομικές επιδράσεις (π.χ. οικιστική ανάπτυξη της περιοχής). [10]



**Σχήμα 1.1** Παράγοντες από τους οποίους εξαρτάται η βιωσιμότητα των Υπογείων Υδάτων[10]

### 1.3 Το Φαινόμενο της Υφαλμύρωσης Υπογείων Υδάτων

Με τον όρο υφαλμύρωση υπογείων υδάτων εννοούμε την αύξηση της αλατότητας του υπογείου νερού για δεδομένη τοποθεσία και βάθος. Η εκμετάλλευση και διαχείριση των υπογείων νερών παράκτιων υδροφορέων είναι άμεσα συνδεδεμένη με το φαινόμενο της διείσδυσης θαλασσινού νερού σε αυτούς, όπου το αλμυρό νερό αντικαθιστά ίσες ποσότητες γλυκού νερού με αποτέλεσμα την υφαλμύρωση των υπογείων υδάτων. Οι αιτίες που προκαλούν το φαινόμενο της υφαλμύρωσης είναι φυσικές, ανθρωπογενείς ή συνδυασμός και των δύο παραπάνω. Στις φυσικές πηγές συγκαταλέγονται: το νερό και η άλμη που βρίσκονται σε κατώτερα γεωλογικά στρώματα, οι κλιματικές αλλαγές, τα υπολείμματα εξάτμισης νερού σε παλιρροιακές λίμνες, η ανύψωση της στάθμης της θάλασσας, οι μεταβολές του φυσικού εμπλουτισμού του υδροφορέα και το θαλασσινό νερό που διείσδυσε στους υδροφορείς κατά το παρελθόν.

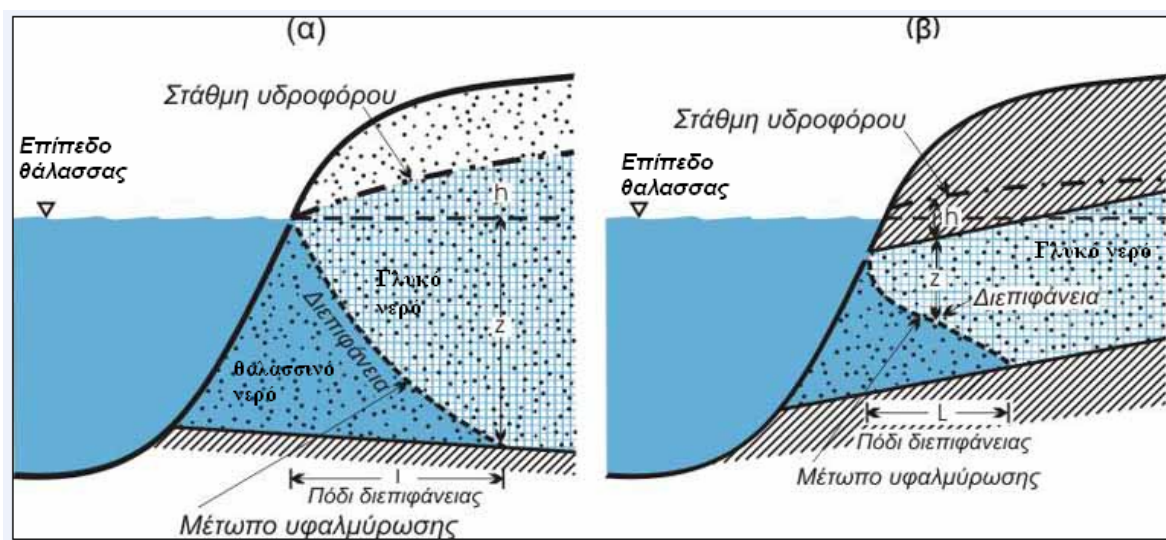
Ανθρωπογενείς πηγές είναι: το αλάτι που χρησιμοποιείται για την τήξη του πάγου στους δρόμους, προϊόντα διήθησης χωματερών και λύματα υψηλής αλατότητας, το νερό από αρδευόμενη γή που καταλήγει σε ρυάκια καθώς και οι υπεραντλήσεις υδροφορέων. Σε περίπτωση φρεάτων κοντά στη θάλασσα, όταν ο ρυθμός άντλησης υπερβεί το ρυθμό φυσικής ή τεχνητής επαναφόρτισης του υδροφορέα, τότε το θαλασσινό νερό εισρέει στους υδροφορείς αλλοιώνοντας την ποιότητα του υπόγειου νερού.

Η υφαλμύρωση υπογείου υδροφορέα αποτελεί τη συνηθέστερη αιτία μόλυνσης του γλυκού νερού και οδηγεί σε απώλεια του υδροφορέα ως υδατικού πόρου αφού καθίσταται ακατάλληλος για ύδρευση, άρδευση και βιομηχανικές χρήσεις. Στην Ελλάδα

το πρόβλημα αυτό έχει ιδιαίτερη σημασία γιατί διαθέτει μεγάλο αριθμό νησιών και παράκτιων περιοχών αλλά και λόγω της εξάρτησης της υδροδότησης στις περιοχές αυτές από τους υπόγειους υδροφορείς. [15],[5]

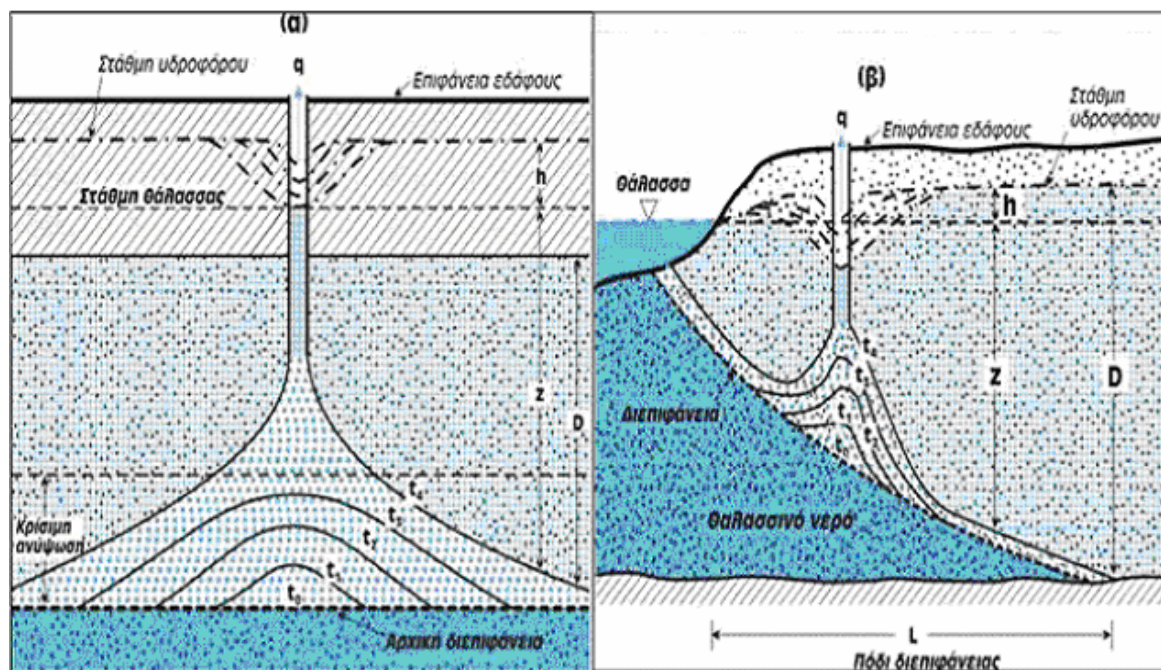
## 1.4 Μηχανισμός της Υφαλμύρωσης

Η υφαλμύρωση των υπογείων υδροφορέων αποτελεί ειδική περίπτωση υπόγειας ροής και παρατηρείται τόσο σε ελεύθερους όσο και σε περιορισμένους υδροφορείς. Η εισροή του θαλασσινού νερού στους υπόγειους υδροφορείς χαρακτηρίζεται από μόνιμη ή συνηθέστερα μη μόνιμη ροή. Το θαλασσινό νερό είναι βαρύτερο από το γλυκό νερό των υδροφορέων, και γι αυτό τείνει να κινείται κάτω από το στρώμα του γλυκού νερού. Το γλυκό νερό όμως έχει υδραυλική κλίση η οποία μειώνεται προς την ακτή (λόγω του συνεχούς εμπλουτισμού από τις κατακρημνίσεις), με αποτέλεσμα το νερό να κινείται προς τη θάλασσα. Χωρίς την επίδραση της αντίθετης κίνησης του γλυκού νερού, το θαλασσινό νερό θα κινούνταν σταδιακά προς το εσωτερικό μέχρι να καταλάβει ολόκληρο τον υδροφορέα που βρίσκεται κάτω από τη στάθμη της θάλασσας. Λόγω όμως αυτής της αντίστασης που προβάλλει το γλυκό νερό στην εισροή του θαλασσινού, και με την προϋπόθεση ότι δεν υπάρχουν ανθρωπογενείς επεμβάσεις, επιτυγχάνεται μετά από ένα χρονικό διάστημα μια κατάσταση ισορροπίας, η οποία απεικονίζεται στο Σχήμα.1.2 ως η διεπιφάνεια του μετώπου της υφαλμύρωσης με τον υπόγειο υδροφορέα.



**Σχήμα 1.2.** Μέτωπο υφαλμύρωσης σε κατάσταση φυσικής ισορροπίας (α):σε ελεύθερο και (β): σε περιορισμένο υδροφορέα (Πηγή:[www.geo.auth.gr/763/ch.5.html](http://www.geo.auth.gr/763/ch.5.html))

Σε περίπτωση διατάραξης της ισορροπίας από ανθρωπογενείς παρεμβάσεις π.χ. πηγάδι άντλησης κοντά στο μέτωπο της υφαλμύρωσης, τότε η διεπιφάνεια του μετώπου μετατοπίζεται όπως απεικονίζεται στο Σχήμα.1.3.



Σχήμα 1.3. Ανύψωση της διεπιφάνειας του μετώπου υφαλμύρωσης λόγω άντλησης σε (α): περιορισμένο και (β): ελεύθερο υδροφόρα (Πηγή: [www.geo.auth.gr/763/ch.5.html](http://www.geo.auth.gr/763/ch.5.html))

Στους παράκτιους υδροφορείς η θέση της διεπιφάνειας μεταξύ γλυκού και αλμυρού νερού καθορίζεται από τη διαφορά πυκνοτήτων μεταξύ γλυκού και αλμυρού νερού.

Μια ευρέως αποδεκτή και απλή θεωρία για την προσέγγιση της διεπιφάνειας δίνεται από τη σχέση των Ghyben-Herzberg η οποία προκύπτει από την υδροστατική ισορροπία μεταξύ αλμυρού και γλυκού νερού:

$$\xi = \frac{\rho_f}{\rho_s - \rho_f} h_f \approx 40h_f$$

όπου

$\xi$ : η θέση της διεπιφάνειας κάτω από τη στάθμη της θάλασσας

$h_f$ : το υδραυλικό ύψος του γλυκού νερού πάνω από τη στάθμη της θάλασσας

$\rho_f$ : η πυκνότητα του γλυκού νερού ( $1\text{g/cm}^3$ ) και

$\rho_s$ : η πυκνότητα του θαλασσινού νερού ( $1,025\text{g/cm}^3$ )

Γενικά το αλμυρό νερό είναι κατα 2,5% βαρύτερο του γλυκού, το οποίο σημαίνει ότι μια στήλη αλμυρού νερού 40 μέτρων απαιτεί για εξισορρόπηση 41 μέτρα γλυκού ύδατος.

Η παραπάνω σχέση υποδηλώνει ότι για κάθε μέτρο υδραυλικού ύψους του γλυκού νερού πάνω από τη στάθμη της θάλασσας, η διεπιφάνεια του μετώπου της υφαλμύρωσης με τον υπόγειο υδροφορέα ωθείται 40 μέτρα προς τα κάτω. Ωστόσο λόγος 40:1 δεν ισχύει σε παραθαλάσσιες περιοχές, με αυξημένη άντληση γιατί τότε το υδραυλικό ύψος του υδροφορέα μειώνεται σημαντικά με αποτέλεσμα το θαλασσινό νερό να εισχωρεί σε μεγάλο βάθος μέσα στον υδροφορέα. [5],[10]

### **1.5 Βασικά Μέσα και Δραστηριότητες για τον εντοπισμό της Υφαλμύρωσης**

Είναι κριτικής σημασίας να γνωρίζουμε που βρίσκεται το μέτωπο της υφαλμύρωσης. Αυτό επιτυγχάνεται με:

- Χρήση προχωρημένης τεχνολογίας γεωφυσικών μεθόδων σε συνδυασμό με όργανα διάνυξης υψηλής ακρίβειας και προχωρημένης τεχνολογικής ανάπτυξης
- Χαρτογράφηση των γεωχημικών δεδομένων και ανάλυση των ισοτόπων
- Τεστ άντλησης γεωτρήσεων στο πεδίο
- Προσδιορισμός της ηλικίας του υφάλμυρου νερού που βρίσκεται εντός του υδροφορέα.[10]

### **1.6 Μέθοδοι Ελέγχου της Υφαλμύρωσης**

Πρέπει να τονισθεί ότι το φαινόμενο της υφαλμύρωσης δεν μπορεί να θεωρηθεί αναστρέψιμο, γι αυτό η αντιμετώπισή του συνδέεται πρακτικά με πρόβλεψη και ορθή διαχείριση.

Τα κύρια μέτρα αντιμετώπισης της διείσδυσης του αλμυρού νερού εντός των υδροφορέων είναι:

1. Έλεγχος της αντλητικής δραστηριότητας, της οποίας ο συνολικός όγκος δεν πρέπει να υπερβαίνει τη φυσική επαναφόρτιση του υδροφορέα. Εάν η άντληση από ένα πηγάδι σε παράκτιο υδροφορέα μειωθεί ή μετατοπιστεί η θέση του πηγαδιού, τότε η στάθμη του υδροφορέα μπορεί να αυξηθεί και άρα να αυξηθεί η κίνηση του νερού προς τη θάλασσα, περιορίζοντας με αυτόν τον τρόπο εν μέρει το φαινόμενο της υφαλμύρωσης.

2. Τεχνητή αναπλήρωση από φυσικά επιφανειακά ύδατα ή επεξεργασμένα υγρά λύματα ή από πηγάδια εμπλουτισμού. Η μέθοδος αυτή έχει σαν αποτέλεσμα την αύξηση της εκροής του υπόγειου υδροφορέα και την απώθηση του μετώπου του θαλασσινού νερού. Ιδιαίτερα εάν ο εμπλουτισμός λαμβάνει χώρα κοντά στην ακτή, λόγω της αύξησης του επιπέδου του υπόγειου υδροφορέα, δημιουργείται ένα τοπικό φράγμα γλυκού νερού που προστατεύει την πτώση του υδροφόρου ορίζοντα στην ενδοχώρα. Ο τεχνικός εμπλουτισμός απαιτεί τόσο για την ελληνική όσο και για την ευρωπαϊκή νομοθεσία το εισαγόμενο νερό να είναι στα επίπεδα του πόσιμου ύδατος.
3. Συντήρηση επιμήκους ανύψωσης γλυκού νερού. Η μέθοδος αυτή έχει μεγάλη σημασία γιατί έτσι προλαμβάνεται η θαλάσσια διείσδυση. Μπορεί να επιτευχθεί με αποφυγή άντλησης του υδροφορέα κατά μήκος της ακτής.
4. Ανάπτυξη υποθαλάσσιων φραγμών. Με την κατασκευή ενός αδιαπέρατου υποθαλάσσιου φράγματος κατά μήκος της ακτής είναι δυνατόν το φαινόμενο να προληφθεί ή και να περιοριστεί.
5. Άντληση θαλασσινού νερού από την περιοχή υφαλμύρωσης έτσι ώστε να περιοριστεί η εξάπλωση του φαινομένου. Προϋπόθεση για την εφαρμογή αυτής της τεχνικής είναι να βρεθεί τρόπος διάθεσης του θαλασσινού νερού.
6. Ταυτόχρονη άντληση και στα δύο στρώματα, για να αποφευχθεί η δημιουργία της αιχμής του μετώπου. Η μέθοδος αυτή είναι παραλλαγή της παραπάνω μεθόδου.
7. Η τεχνική της “κρυσταλλοποίησης”, είναι η δημιουργία κρυστάλλων μεγάλου μεγέθους μεταξύ των κόκκων του πορώδους, οι οποίοι λειτουργούν ουσιαστικά σαν ασπίδα για την υφαλμύρωση αφού μειώνουν την υδροπερατότητα των υδροφόρων υπογείων στρωμάτων.

Γενικά στην περίπτωση υφαλμύρωσης και σε κάθε περίπτωση ρύπανσης των υπογείων υδάτων η δημόσια πληροφόρηση αποτελεί το ισχυρότερο εργαλείο διαχείρισης της ποιότητας των υδάτων. [10], [6]

## **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2:**

### **ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΗΣ ΠΕΡΙΟΧΗΣ ΜΕΛΕΤΗΣ**



## 2. ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΗΣ ΠΕΡΙΟΧΗΣ ΜΕΛΕΤΗΣ

### 2.4 Γεωγραφική θέση της περιοχής –Γενικά Στοιχεία

Η περιοχή που μελετάται στην παρούσα εργασία είναι η ευρύτερη περιοχή της Βιομηχανικής Περιοχής του Ηρακλείου Κρήτης. Συγκεκριμένα η περιοχή εκτείνεται στην παράκτια ζώνη της Κρήτης, ανατολικά της πόλης του Ηρακλείου μέχρι την πεδινή ζώνη της λεκάνης Καρτερού, ανατολικά του αεροδρομίου και προς το εσωτερικό, από το ύψος της Κνωσσού μέχρι την περιοχή του οικισμού Σκαλάνι. Η περιοχή καλύπτει μια έκταση 6 χιλιομέτρων περίπου προς τα νότια και 4,5 περίπου χιλιομέτρων κατά μήκος της ακτογραμμής. Στο μέσον της περιοχής μελέτης δεσπόζει μια λοφοσειρά που εκτείνεται από το Σκαλάνι μέχρι το αεροδρόμιο και την παράκτια ζώνη Νέας Αλικαρνασσού. Σε μια ελαφρά επικλινή πλαγιά της κεντρικής ράχης με προσανατολισμό προς τα βόρεια, βρίσκεται η ΒΙ.ΠΕ. Η βιομηχανική περιοχή εκτείνεται σε απόσταση περίπου 1,5km από την ακτογραμμή, στα δυτικά οριοθετείται από την εθνική οδό Ηρακλείου-Αχαρνών και την οικιστική περιοχή της Νέας Αλικαρνασσού ενώ στα βόρεια από την εθνική οδό Ηρακλείου-Αγίου Νικολάου. Μετά την εθνική οδό προς τα βόρεια βρίσκονται οι στρατιωτικές εγκαταστάσεις της Σ.Ε.Α.Π. και το αεροδρόμιο ‘Νίκος Καζαντζάκης’.[13]



Σχήμα 2.1. Τοποθεσία περιοχής μελέτης (Πηγή: [www.axiosvivos.gr](http://www.axiosvivos.gr))



## **2.5 Γεωλογικά Χαρακτηριστικά**

### **2.5.1 Υδρογεωλογία της περιοχής**

Οι γεωλογικοί σχηματισμοί στη λεκάνη του Ηρακλείου είναι οι εξής:

- ο Επικρατούν νεογενείς αποθέσεις, κυρίως φυλλώδεις μάργες, άργιλοι, γύψοι και μαργαϊκοί ασβεστόλιθοι (Σχηματισμός Αγ. Βαρβάρας).
- ο Εμφανίζονται επίσης ανθρακικοί σχηματισμοί του προγενούς (ασβεστόλιθοι, δολομιτικοί ασβεστόλιθοι και δολομίτες) στη ζώνη της Τριπόλεως, νότια του Δήμου Νέας Αλικαρνασσού.
- ο Ανατολικά και δυτικά της ακτογραμμής εντοπίζονται αλλουβιακές αποθέσεις, θαλάσσιες άμμοι και εντονη παρουσία ρηγμάτων, τα οποία φτάνουν μέχρι την ενδοχώρα.

Η διαμόρφωση των υδροφορέων και των υδρογεωλογικών ενοτήτων εξαρτάται από τρεις βασικούς παράγοντες: την βροχόπτωση, τους γεωλογικούς σχηματισμούς που είναι περατοί από το νερό και το στεγανό υπόβαθρο με κατάλληλη τεκτονική μορφή (ή το επίπεδο της θάλασσας όταν πρόκειται για υπόβαθρο ανθρακικών πετρωμάτων). Όταν και οι τρεις παραπάνω παράγοντες είναι ευνοϊκοί, τα νερά της βροχής κατεισδύουν στα πετρώματα, συγκεντρώνονται στους πόρους (καρστικά και τεκτονικά διάκενα), διαμορφώνοντας υπόγειους υδροφορείς, υδρογεωλογικές ενότητες και λεκάνες υδρογεωλογικών ενοτήτων.

Επομένως στην περιοχή μελέτης οι γεωλογικοί σχηματισμοί με υδρογεωλογικό ενδιαφέρον είναι κυρίως οι μαργαϊκοί ασβεστόλιθοι, οι οποίοι λόγω του καρστ και των ρογμών τους θεωρούνται διαπερατοί από το νερό. Αυτοί μόνο οι σχηματισμοί θεωρείται ότι μπορούν να έχουν υδροφορείς, μιας και οι λοιποί γεωλογικοί σχηματισμοί (φυλλώδεις μάργες και άργιλοι) είναι αδιαπέρατοι λόγω της σύστασης και της κοκκομετρίας τους, και δεν επιτρέπουν στο νερό της βροχής να κατεισδύσει σε βάθος.

Συγκεκριμένα η ΒΙ.ΠΕ. Ηρακλείου Κρήτης βρίσκεται στην περιοχή της Νέας Αλικαρνασσού σε γεωλογικό περιβάλλον ασβεστολιθικών πετρωμάτων, στα οποία αναπτύσσεται καρστική υδροφορία στο επίπεδο της στάθμης της θάλασσας που τροφοδοτείται από τα ανάντη (νότια) και εκφορτίζεται στην παράκτια ζώνη. Η καρστική υδροφορία της περιοχής είναι σε μεγάλο ποσοστό ποιοτικά βεβαρυμένη και υφάλμυρη και το νερό της που αντλείται από τις πολλές υδρογεωτρήσεις που έχουν ανορυχθεί

χρησιμοποιείται μόνο για δευτερεύουσες χρήσεις. Η καρστική υδροφορία είναι η σημαντικότερη υπόγεια υδροφορία της περιοχής.

Επειδή οι υδροφορείς αυτοί είναι τοπικής κλίμακας δεν αναμένονται σημαντικά αποθέματα νερού. [12],[13]

### **2.5.2 Σεισμικότητα της περιοχής**

Η Κρήτη λόγω της γεωγραφικής της θέσης κατατάσσεται από άποψης σεισμικής επικινδυνότητας στην κατηγορία ΙΙΙ, σε σύνολο τεσσάρων για όλη τη χώρα. (Μελέτη Περιβαλλοντικών Επιπτώσεων νέας εθνικής οδού Ηρακλείου –Λασιθίου)

### **2.5.3 Εδαφος**

Τα εδάφη στην περιοχή μελέτης είναι στο μεγαλύτερο τμήμα τους αποτέλεσμα της δράσης των διεργασιών διάβρωσης. Το μητρικό πέτρωμα των εδαφών είναι κυρίως ο ασβεστόλιθος που είναι και το κυρίαρχο πέτρωμα στην περιοχή. (Μελέτη Περιβαλλοντικών Επιπτώσεων νέας εθνικής οδού Ηρακλείου –Λασιθίου)

## **2.6 Περιγραφή του Φυσικού Περιβάλλοντος**

### **2.6.1 Κλιματικά Στοιχεία**

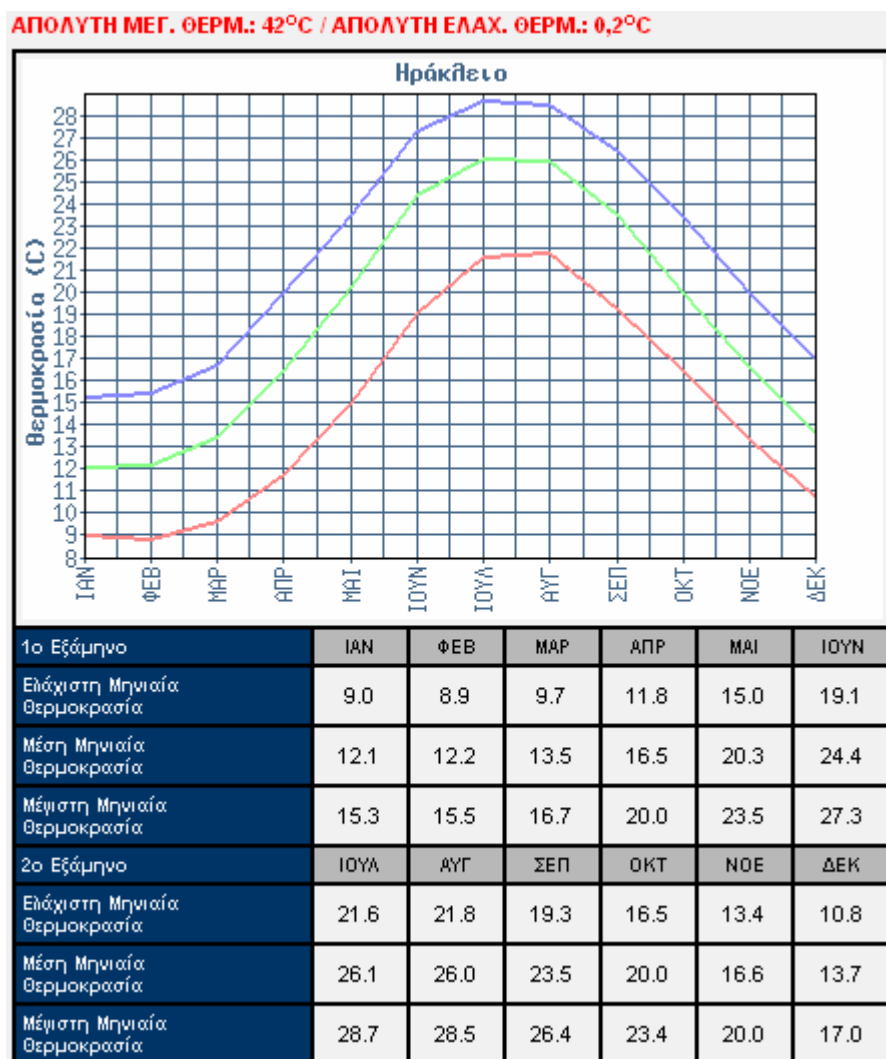
Το κλίμα της Κρήτης είναι Μεσογειακό προς το θαλάσσιο {Marine Mediterranean}. Στα ορεινά όμως τείνει προς τον Ηπειρωτικό τύπο κλίματος {Continental Mediterranean}. Ο ετήσιος μέσος όρος θερμοκρασίας κυμαίνεται μεταξύ 14 και 15°C.

Το κλίμα της Κρήτης θεωρείται προνομιούχο, από την άποψη της ηπιότητας του κλίματος και των μεταβολών, το οποίο οφείλεται στην κεντρική θέση που κατέχει η Κρήτη στην ανατολική Μεσόγειο. Ο Χειμώνας είναι ήπιος, αρχίζει συνήθως στα μέσα Δεκεμβρίου ενώ ο ψυχρότερος μήνας του έτους είναι ο Ιανουάριος, που θερμομετρικά τουλάχιστον διαφέρει ελάχιστα από τον Φεβρουάριο. Η θερμομετρική διαφορά των μηνών αυτών όμως τόσο από το Δεκέμβριο όσο και από το Μάρτιο είναι αισθητή.

Οι πεδινές περιοχές της Κρήτης, ιδιαίτερα στο ανατολικό τμήμα της, είναι από τις θερμότερες περιοχές της Ελλάδας με μακρά ηλιοφάνεια κατά τους μήνες Οκτώβριο μέχρι Απρίλιο. Η ηλιοφάνεια διαρκεί όλους τους μήνες του έτους, με θερμότερους μήνες να είναι ο Ιούλιος και ο Αύγουστος. Το καλοκαίρι, λόγω της θαλάσσιας αύρας και των

ετήσιων ανέμων, είναι σχετικά δροσερό και διαρκεί από τον Ιούνιο μέχρι τον Σεπτέμβριο. Η νέφωση είναι γενικά μικρή και μειώνεται από τα δυτικά προς τα ανατολικά. [5]

Όσο αφορά συγκεκριμένα την περιοχή μελέτης, στο παρακάτω διάγραμμα παρουσιάζεται η μετάβολή της θερμοκρασίας στη διάρκεια ενός έτους και παρατίθενται οι τιμές της ελάχιστης, μέσης και μέγιστης μηνιαίας θερμοκρασίας.

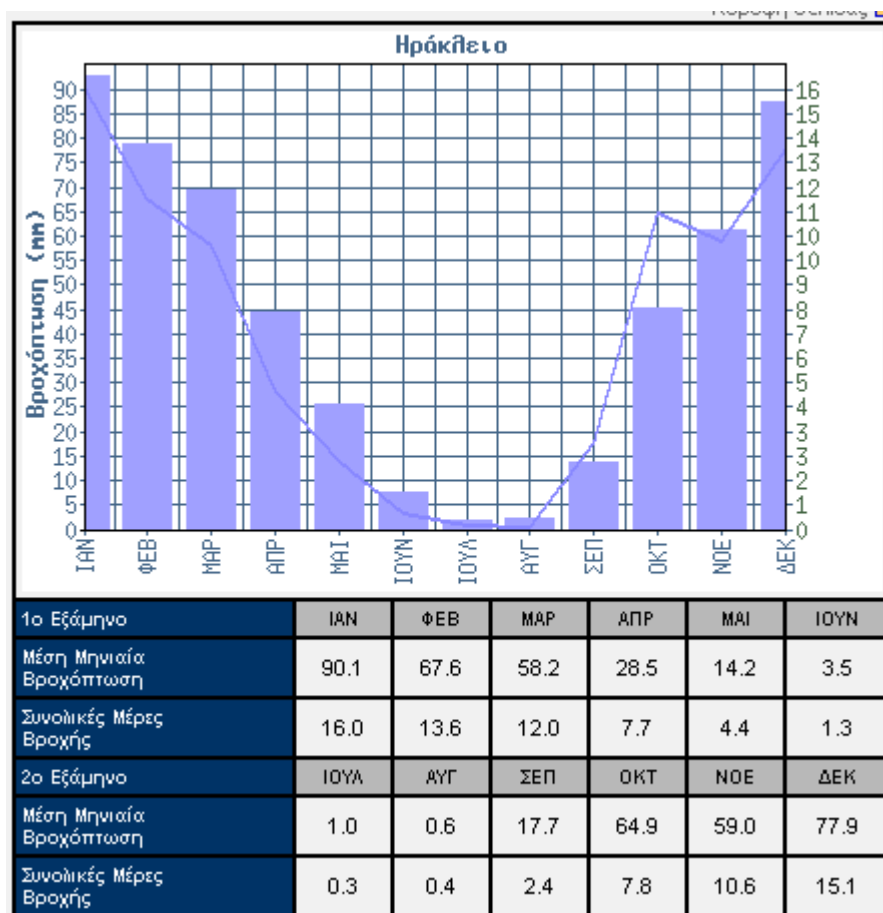


**Σχήμα.2.3.** Ετήσια κατανομή της θερμοκρασίας στην περιοχή του Ηρακλείου

(Πηγή: EMY, [www.emy.gr](http://www.emy.gr))

### Κατακρημνίσεις

Οι βροχές αυξάνονται από τα ανατολικά προς τα δυτικά και από την παράκτια προς την ηπειρωτική χώρα. Η περίοδος των βροχοπτώσεων είναι κυρίως τους χειμερινούς μήνες και το ετήσιο ύψος βροχόπτωσης είναι 485,5mm. Η κατανομή των βροχοπτώσεων στη διάρκεια του έτους παρουσιάζει ελάχιστο στους μήνες Ιούνιο έως Αύγουστο (0,7mm), μέγιστο των Ιανουάριο (90,1mm) και ένα δευτερεύον μέγιστο τον Οκτώβριο (64,8mm). Οι χιονοπτώσεις στην περιοχή είναι σπάνιο φαινόμενο. (Σχήμα 2.4) [5]



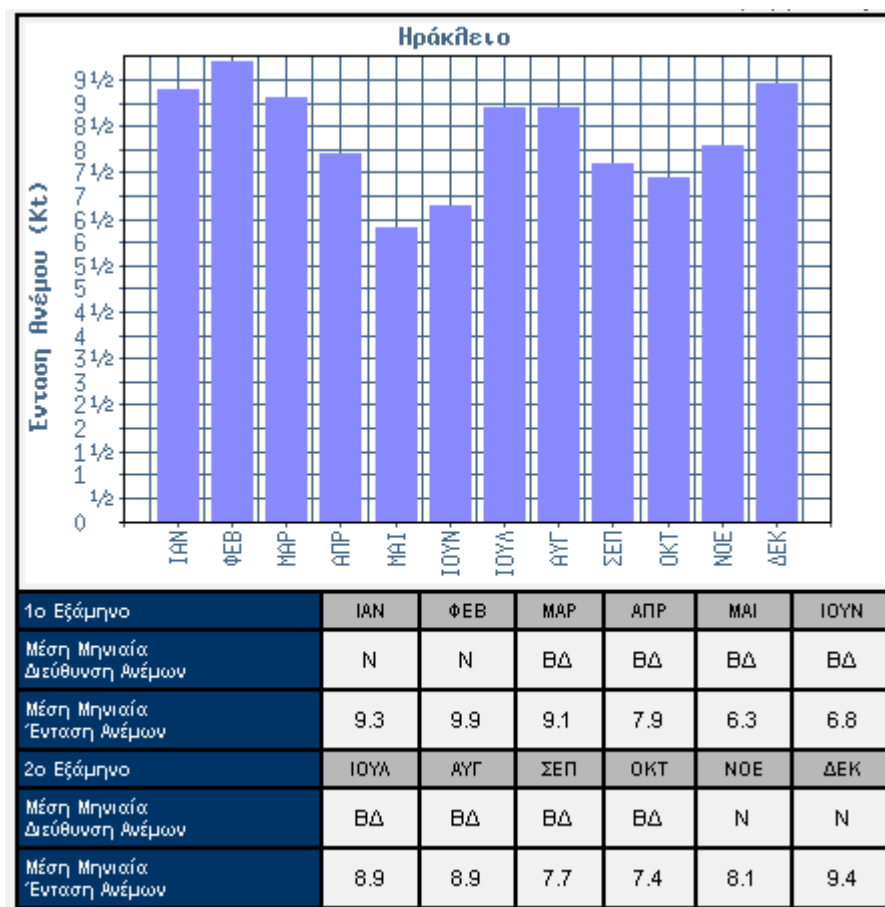
Σχήμα 2.4. Ετήσια κατανομή της βροχόπτωσης στην περιοχή του Ηρακλείου.

(Πηγή: EMY, [www.emy.gr](http://www.emy.gr))

### Ανεμολογικά Στοιχεία

- Οι επικρατούντες άνεμοι στην περιοχή είναι αυτοί του βορείου τομέα (51%), επίσης αξιόλογη είναι και η παρουσία των νοτίων ανέμων ενώ η συχνότητα των

- νηνεμίων είναι πολύμικρή (17,5%). Κατά τους χειμερινούς μήνες υπερέχουν οι νότιοι άνεμοι ενώ από τον Μάρτιο και μετά επικρατούν οι βορειοδυτικοί.
- Οι μέγιστες εντάσεις στην περιοχή φτάνουν μέχρι και τα 10 Beauforts (σπάνια φαινόμενα), και έχουν διεύθυνση κυρίως νότια ή νοτιοδυτική.
  - Αρκετά ισχυροί άνεμοι (3 και 4 Beauforts) πνέουν σε σχετικά μεγάλη συχνότητα (43%) από τους οποίους τη μεγαλύτερη συχνότητα έχουν οι βορειοδυτικοί άνεμοι (20%). [5]



**Σχήμα 2.5.** Ετήσια μεταβολή της έντασης του ανέμου στην περιοχή του Ηρακλείου.

(Πηγή: EMY, [www.emy.gr](http://www.emy.gr))

Γενικά στοιχεία για το κλίμα της περιοχής μελέτης δίνονται από τον μετεωρολογικό σταθμό του Ηρακλείου 754 (Γεωγραφικό πλάτος 35° 20' Γεωγραφικό μήκος 25° 11' Ε ). [5]

### **2.6.2 Χλωρίδα – Πανίδα**

#### Χλωρίδα

Στην ευρύτερη περιοχή υπάρχουν τα οικοσυστήματα της πεδινής και ημιορεινής ζώνης, ενώ επικρατεί κυρίως αυτοφυής υποβαθμισμένη βλάστηση. Η δασική βλάστηση της παράκτιας περιοχής κατατάσσεται στην «Θερμομεσογειακή διάπλαση Ανατολικής Μεσογείου» ενώ ένα τμήμα της έκτασης προς τα ορεινά της ευρύτερης περιοχής μελέτης χαρακτηρίζεται ως «Μέσο-μεσογειακή διάπλαση της Αριάς, τύπος Βαλκανικός και Ανατολικής Μεσογείου». Οι διαφορετικοί τύποι χρήσης γης φιλοξενούν αντοίστοιχα την χαρακτηριστική τους βλάστηση. Το λιγοστό πεδινό έδαφος χαρακτηρίζεται από καλλιέργεια ελιάς και από μικρές άγονες ή χέρσες εκτάσεις και μικρή περιοχή γής υψηλής παραγωγικότητας (θερμοκήπια κλπ). Οι ορεινές και λοφώδεις περιοχές αποτελούμενες από ημιβραχώδη ή ασβεστολιθικά εδάφη χαρακτηρίζονται ως γυμνές εκτάσεις σε συνθήκες έντονης υποβάθμισης, ή το πολύ ως κατάλοιπα παλαιότερων δασικών εκτάσεων. [5]

#### Πανίδα

Οι οικοκλιματικές συνθήκες της Κρήτης είναι ευνοϊκές για την ανάπτυξη της πανίδας, ιδιαίτερα για τα αρθρόποδα, τα έντομα, τα αραχνοειδή και τα μαλάκια (σαλιγκάρια). Λόγω όμως της αλόγιστης εκμετάλλευσης των οικοσυστημάτων από τον άνθρωπο και της υποβάθμισης της φυτικής βλάστησης, ο αριθμός των ζώων στις ανώτερες τάξεις, πτηνά και θηλαστικά, είναι περιορισμένος. Επίσης δεν υπάρχουν σπάνια ή προστατευόμενα είδη. [5]

### **2.6.3 Γεωμορφολογία της περιοχής**

Η ΒΙ.ΠΕ βρίσκεται σε μια περιοχή λοφώδη που διασχίζεται από πολλές παράλληλες μισογαγγείες και ρεύματα με γενική κατεύθυνση από νότο προς το βορρά. Η περιοχή έχει έντονο ανάγλυφο που είναι υποβαθμισμένο σε χαρακτηριστικά σημεία. Είναι πλούσιο σε χώνους (δολίνες) που οφείλονται στην ασβεστολιθική σύσταση των πετρωμάτων και στην τεκτονική τους. Στην περιοχή εκτός από τις μικρής έκτασης πεδινές περιοχές υπάρχουν ακόμα, ορεινές και λοφώδεις, κυρίως δασικές περιοχές και παραθαλάσσιες αμμώδεις και βραχώδεις περιοχές. Έτσι η κατανομή των ορεινών όγκων με τη δαντελωτή μορφή των ακτών δημιουργούν συνθήκες μεγάλης ποικιλίας μικροτοπίων.[5]



**ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3:**  
**ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΤΗΣ ΡΟΗΣ ΥΠΟΓΕΙΩΝ**  
**ΥΔΑΤΩΝ**

### 3 ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΡΟΗΣ ΥΠΟΓΕΙΩΝ ΥΔΑΤΩΝ

#### 3.1 Εισαγωγή

Το καλύτερο εργαλείο το οποίο βρίσκεται στη διάθεση των υδρογεωλόγων, για την πρόβλεψη της συμπεριφοράς των συστημάτων ροής υπογείων υδάτων, είναι ένα *μοντέλο ροής υπογείων υδάτων*.

Ένα μοντέλο είναι κάθε εργαλείο το οποίο αναπαριστά προσεγγιστικά μια κατάσταση στο πεδίο. Τα μοντέλα διακρίνονται σε *φυσικά μοντέλα*, όπως οι εργαστηριακές δεξαμενές άμμου, τα οποία προσομοιώνουν την υπόγεια ροή άμεσα, και σε *μαθηματικά μοντέλα* τα οποία προσομοιώνουν την υπόγεια ροή έμμεσα.

Ένα ολοκληρωμένο μαθηματικό μοντέλο αποτελείται από:

την *βασική εξίσωση*, η οποία αναπαριστά τις φυσικές διεργασίες που λαμβάνουν χώρα στο σύστημα, *τις εξισώσεις των οριακών συνθηκών* οι οποίες περιγράφουν τα υδραυλικά ύψη και τη ροή κατά μήκος των ορίων του μοντέλου, καθώς επίσης, σε προβλήματα μη σταθερών χρονικά συνθηκών, από *τις εξισώσεις των αρχικών συνθηκών* οι οποίες περιγράφουν την αρχική κατανομή των υδραυλικών υψών στο σύστημα.

Τα μαθηματικά μοντέλα επιλύονται με *αναλυτικές ή αριθμητικές μεθόδους*. Εκτός από τις εφαρμογές στην υδραυλική φρεάτων, οι αναλυτικές λύσεις δεν χρησιμοποιούνται ευρέως σε πρακτικές εφαρμογές. Αντίθετα οι αριθμητικές λύσεις είναι πιο ευπροσάρμοστες και με τη χρήση υπολογιστών είναι πιο εύκολο να χρησιμοποιηθούν ακόμα και από τις πιο περίπλοκες αναλυτικές λύσεις. [3]

#### 3.2 Βασικές Εξισώσεις και Αριθμητικές Μέθοδοι

##### 3.2.1 Βασικές Εξισώσεις

Τα συστήματα υπογείων υδάτων προσεγγίζονται από δύο θεωρήσεις:

- ο *τη θεώρηση του υδροφορέα*
- ο *τη θεώρηση του συστήματος ροής*

Η *θεώρηση του υδροφορέα* βασίζεται στην έννοια του περιορισμένου και του ελεύθερου υδροφορέα, και είναι κατάλληλη για αναλύσεις της ροής προς πηγάδια άντλησης καθώς επίσης είναι η βάση για πολλές αναλυτικές λύσεις συμπεριλαμβανομένων των μεθόδων Thiem, Theis και Jacob. Γίνεται επίσης η

παραδοχή ότι η υπόγεια ροή είναι αυστηρά οριζόντια μέσω των υδροφορέων και κάθετη δια μέσου των περιοριστικών στρωμάτων. Η θεώρηση του υδροφορέα χρησιμοποιείται στην προσομοίωση της δισδιάστατης οριζόντιας ροής σε περιορισμένους και ελεύθερους υδροφορείς, ενώ οι περιορισμένοι υδροφορείς με διαρροή προσομοιώνονται με βάση την ημι-τριδιάστατη προσέγγιση. Στη θεώρηση αυτή τα υδραυλικά ύψη των περιοριστικών στρωμάτων δεν υπολογίζονται στη διαδικασία της προσομοίωσης.

Η γενική μορφή της βασικής εξίσωσης για τη θεώρηση του υδροφορέα είναι:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( T_x \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( T_y \frac{\partial h}{\partial y} \right) = S \frac{\partial h}{\partial t} - R + L \quad (3.1)$$

$$\text{όπου } L = -K_z' \frac{h_{\text{source}} - h}{b'}$$

Οι όροι στο αριστερό μέλος της εξίσωσης αντιπροσωπεύουν την οριζόντια ροή μέσω του υδροφορέα, όπου:

h: το υδραυλικό ύψος

$T_x, T_y$ : οι συνιστώσες του συντελεστή μεταβασιμότητας στους άξονες x και y

S: ο συντελεστής αποθήκευτικότητας

R: ο όρος δεξαμενής/πηγής ο οποίος καθορίζεται ως θετικός σε περίπτωση εμπλουτισμού, ενώ σε περίπτωση άντλησης ισχύει  $R = -W$ , όπου W είναι ο ρυθμός άντλησης.

L: δηλώνει τη διαρροή μέσω ενός περιοριστικού στρώματος

$K_z$ : η κάθετη υδραυλική αγωγιμότητα του περιοριστικού στρώματος

$b'$ : το πάχος του στρώματος και

$h_{\text{source}}$ : το υδραυλικό ύψος της πηγής που βρίσκεται στην άλλη πλευρά του περιοριστικού στρώματος.

Όταν η εξίσωση (3.1) εφαρμόζεται σε ελεύθερο υδροφορέα τότε χρησιμοποιούνται οι παραδοχές Dupuit σύμφωνα με τις οποίες: 1) οι γραμμές ροής είναι οριζόντιες και οι ισοδυναμικές γραμμές είναι κάθετες, 2) η οριζόντια υδραυλική κλίση είναι ίση με τη κλίση του υδροφόρου ορίζοντα και ανεξάρτητη του βάθους.

Η **θεώρηση του συστήματος ροής** αφορά στη τρισδιάστατη κατανομή των υδραυλικών υψών, της υδραυλικής αγωγιμότητας και των ιδιοτήτων της αποθηκευτικότητας σε κάθε σημείο μέσα στο σύστημα. Η θεώρηση αυτή επιτρέπει τόσο οριζόντιες όσο και κάθετες συνιστώσες ροής στο σύστημα, δίνοντας με αυτό τον τρόπο τη δυνατότητα χειρισμού της ροής σε δύο ή τρεις διαστάσεις.

Η γενική μορφή της βασικής εξίσωσης για τη θεώρηση του συστήματος ροής είναι:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( K_x \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( K_y \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( K_z \frac{\partial h}{\partial z} \right) = S_s \frac{\partial h}{\partial t} - R^* \quad (3.2)$$

όπου:

$K_x, K_y, K_z$ : οι συνιστώσες της υδραυλικής αγωγιμότητας

$S_s$ : η ειδική αποθήκευτικότητα

$R^*$ : ο γενικός όρος δεξαμενής/πηγής ο οποίος καθορίζεται ως θετικός σε περίπτωση εμπλουτισμού, και καθορίζει τον όγκο των εισροών στο σύστημα ανά μονάδα όγκου υδροφορέα, ανά μονάδα χρόνου. Σε περίπτωση άντλησης ισχύει  $R^* = -W$ .

Η εξίσωση (3.1) απορρέει από τη μαθηματική σύνδεση ενός υδατικού ισοζυγίου με το νόμο του Darcy.

Σύμφωνα με το υδατικό ισοζύγιο που εκφράζει την αρχή διατήρησης της μάζας ισχύει:

$$\text{Εξοδος} - \text{Είσοδος} = \text{Αλλαγή στην Αποθήκευση} \quad (3.3)$$

Ο νόμος του Darcy χρησιμοποιείται για τον προσδιορισμό της σχέσης μεταξύ της ροής  $q$  και του υδραυλικού ύψους  $h$ . Στις τρεις διαστάσεις ο νόμος του Darcy γράφεται

$$q_x = -K_x \frac{\partial h}{\partial x}, \quad q_y = -K_y \frac{\partial h}{\partial y}, \quad q_z = -K_z \frac{\partial h}{\partial z} \quad (3.4)$$

Στις εξισώσεις (3.1) και (3.2) θεωρείται ότι οι συνιστώσες  $K_x, K_y, K_z$ , (ή  $T_x, T_y$ ) είναι παράλληλες με τους άξονες  $x, y, z$ . Εάν η γεωλογία είναι τέτοια, ώστε να μην επιτρέπει την ευθυγράμμιση των κύριων διευθύνσεων της υδραυλικής αγωγιμότητας με ένα ορθογωνικό σύστημα συντεταγμένων, τότε απαιτείται μια τροποποιημένη μορφή της βασικής εξίσωσης του συστήματος που χρησιμοποιεί το διάνυσμα της υδραυλικής αγωγιμότητας στη παρακάτω μορφή:

$$\bar{K} = \begin{bmatrix} K_{xx} & K_{xy} & K_{xz} \\ K_{yx} & K_{yy} & K_{yz} \\ K_{zx} & K_{zy} & K_{zz} \end{bmatrix}$$

Τα στοιχεία του πίνακα μπορούν να μετρηθούν κατά τη διάρκεια ενός τεστ άντλησης, αλλά όταν οι κύριες διευθύνσεις είναι γνωστές, γίνεται μετάθεση των συντεταγμένων έτσι ώστε να μηδενίζονται τα στοιχεία που βρίσκονται εκτός της κυρίας διαγωνίου. [3]

### 3.2.2 Αριθμητικές Μέθοδοι

Υπάρχουν πέντε αριθμητικές μέθοδοι οι οποίες χρησιμοποιούνται στην μοντελοποίηση της κίνησης των υπογείων υδάτων:

- i. Πεπερασμένων διαφορών (finite differences)
- ii. Πεπερασμένων στοιχείων (finite elements)
- iii. Ολοκληρωμένες πεπερασμένες διαφορές (Integrated finite differences)
- iv. Μέθοδος της οριακής ολοκληρωμένης εξίσωσης (Boundary Integral equation method)
- v. Αναλυτικά στοιχεία (Analytic elements)

Οι δύο πρώτες μέθοδοι χρησιμοποιούνται πιο συχνά στην επίλυση προβλημάτων ροής, ενώ οι δύο τελευταίες είναι σχετικά καινούριες μέθοδοι και δεν έχουν χρησιμοποιηθεί ευρέως.

Ένα πρόγραμμα ή κωδικας στον υπολογιστή επιλύει μια ομάδα από αλγεβρικές εξισώσεις οι οποίες παράγονται από την προσέγγιση των μερικών διαφορικών εξισώσεων οι οποίες σχηματίζουν το μαθηματικό μοντέλο. Οι διαδικασίες προσέγγισης όπως οι μέθοδοι πεπερασμένων διαφορών, και πεπερασμένων στοιχείων επιδρούν στο μαθηματικό μοντέλο και το αλλάζουν σε μια φόρμα η οποία μπορεί να επιλυθεί γρήγορα από τον υπολογιστή. Η ομάδα των αλγεβρικών εξισώσεων που παράγεται με αυτό τον τρόπο μπορεί να εκφραστεί και σαν εξίσωση πίνακα.

Η επιλογή ανάμεσα σε μια μέθοδο πεπερασμένων διαφορών και μια μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων εξαρτάται από το πρόβλημα που πρέπει να λυθεί καθώς και από την προτίμηση του χρήστη. Η μέθοδος των πεπερασμένων διαφορών είναι εύκολη ως προς την κατανόηση αλλά και τον προγραμματισμό, καθώς επίσης χρειάζονται

λιγότερα δεδομένα εισόδου για την κατασκευή του πλέγματος του μοντέλου. Αντίθετα η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων έχει μεγαλύτερη ικανότητα στην προσέγγιση ορίων με ακανόνιστα σχήματα, είναι ευκολότερη στην προσαρμογή του μεγέθους ξεχωριστών στοιχείων αλλά και της θέσης των ορίων. Επίσης η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων είναι καλύτερη σε σχέση με τη μέθοδο των πεπερασμένων διαφορών στο να χειριστεί εσωτερικά όρια καθώς και να προσομοιώσει σημειακές πηγές, δεξαμενές, επιφάνειες διαρροής και κινούμενους υδροφόρους ορίζοντες.

Στην πραγματικότητα έχει αποδειχτεί από πολλούς επιστήμονες (Pinder και Gray (1976), Wang και Anderson (1977) ) ότι η μέθοδος των πεπερασμένων διαφορών αποτελεί ειδική περίπτωση της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων. Παρ'όλα αυτά υπάρχει μια βασική διαφορά ανάμεσα στις δύο μεθόδους: η μέθοδος των πεπερασμένων διαφορών υπολογίζει μια τιμή για το υδραυλικό ύψος σε κάθε κόμβο η οποία είναι επίσης το μέσο υδραυλικό ύψος του κελιού το οποίο περιβάλλει τον κόμβο. Με αυτό τον τρόπο δεν γίνεται καμία εκτίμηση για τη μεταβολή του υδραυλικού ύψους από τον ένα κόμβο στον επόμενο. Αντίθετα η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων προσδιορίζει ακριβώς την διακύμανση του υδραυλικού ύψους σε ένα στοιχείο με τη μέθοδο της παρεμβολής. Τα υδραυλικά ύψη υπολογίζονται στους κόμβους για ευκολία, αλλά είναι καθορισμένα παντού με χρήση βασικών συναρτήσεων. [3]

### **3.3 Θεμελιώδες Μοντέλο και σχεδιασμός πλέγματος**

#### **3.3.1 Κατασκευή του Θεμελιώδους Μοντέλου**

Το θεμελιώδες μοντέλο είναι μια γραφική αναπαράσταση του συστήματος ροής των υπογείων υδάτων, το οποίο συνήθως έχει τη μορφή διαγράμματος με κουτιά ή διατομής. Η φύση του μοντέλου θα καθορίσει τις διαστάσεις του αριθμητικού μοντέλου και το σχεδιασμό του πλέγματος. Ο σκοπός της κατασκευής του θεμελιώδους μοντέλου είναι η απλοποίηση του προβλήματος του πεδίου, καθώς και η οργάνωση των δεδομένων που προέρχονται από το πεδίο έτσι ώστε το σύστημα να μπορεί να αναλυθεί πιο εύκολα. Οι απλοποιήσεις είναι απαραίτητες λόγω του ότι μια πλήρης αναπαράσταση του συστήματος του πεδίου δεν είναι εφικτή. Στην πράξη είναι επιθυμητό το θεμελιώδες μοντέλο να έχει απλοποιηθεί όσο περισσότερο γίνεται, ενώ ταυτόχρονα να διατηρεί αρκετή πολυπλοκότητα έτσι ώστε να αναπαριστά επαρκώς τη συμπεριφορά του

συστήματος. Είναι κριτικής σημασίας το θεμελιώδες μοντέλο να αποτελεί μια έγκυρη αναπαράσταση των σημαντικών υδρογεωλογικών συνθηκών του συστήματος.

Υπάρχουν τρία βήματα για τη κατασκευή του θεμελιώδους μοντέλου, τα οποία περιγράφονται παρακάτω:

a. Καθορισμός των υδροστρωματογραφικών μονάδων.

Γεωλογικές πληροφορίες, όπως γεωλογικοί χάρτες και διατομές, πηγάδια και γεωλογικά καρότα, συνδυάζονται με πληροφορίες ως προς τις υδρογεωλογικές ιδιότητες του συστήματος, για τον καθορισμό των υδροστρωματογραφικών μονάδων του θεμελιώδους μοντέλου. Με απλά λόγια οι υδροστρωματογραφικές μονάδες αποτελούνται από γεωλογικές μονάδες με παρόμοιες υδρογεωλογικές ιδιότητες. Αρκετοί γεωλογικοί σχηματισμοί είναι δυνατόν να συνδυάζονται μέσα σε μία μοναδική υδροστρωματογραφική μονάδα ή ένας γεωλογικός σχηματισμός μπορεί να υποδιαιρείται σε υδροφορείς και περιοριστικές μονάδες. Οι γεωλόγοι βασίζονται σε στρωματογραφικές πληροφορίες και στην κατανόηση της ιστορίας της εναπόθεσης του ιζήματος, για να ανακατασκευάσουν το περιβάλλον της εναπόθεσης. Η έννοια της υδροστρωματογραφικής μονάδας χρησιμοποιείται κυρίως για προσομοίωση γεωλογικών συστημάτων σε τοπική κλίμακα. Σε μικρότερες κλίμακες όμως αυτό είναι δύσκολο να γίνει γιατί για να οριστούν οι υδροστρωματογραφικές μονάδες σε αυτή τη κλίμακα, απαιτούνται λεπτομερείς (ως προς την τοποθεσία) πληροφορίες για τη στρωματογραφία και την υδραυλική αγωγιμότητα, οι οποίες είναι σπάνια διαθέσιμες. [3]

b. Εκτίμηση του Υδρολογικού Ισοζυγίου

Οι πηγές νερού προς το σύστημα μαζί με τις αναμενόμενες διευθύνσεις ροής του νερού και τα σημεία εξόδου πρέπει να αποτελούν μέρος του θεμελιώδους μοντέλου. Το υδατικό ισοζύγιο, το οποίο βασίζεται σε μετρήσεις πεδίου, παρουσιάζει τα μεγέθη των εισροών και εκροών του υπόγειου υδροφορέα καθώς και τις αλλαγές στην αποθηκευτικότητα του συστήματος. Οι εισροές περιλαμβάνουν φορτίση του υπόγειου υδροφορέα από τη βροχή, από επιφανειακά ύδατα, την επιφανειακή και υπόγεια απορροή. Οι εκροές περιλαμβάνουν τις πηγές, την ροή προς χειμάρρους, την υπόγεια απορροή, την εξατμισοδιαπνοή και την άντληση. [3]

c. Καθορισμός του συστήματος ροής

Για την μοντελοποίηση της κίνησης των υπογείων υδάτων μέσα στο σύστημα χρησιμοποιούνται υδρολογικές πληροφορίες δηλαδή μετρήσεις για τη βροχή, την εξάτμιση, την επιφανειακή απορροή, σε συνδυασμό με δεδομένα για τα υδραυλικά ύψη, και γεωχημικά δεδομένα. Μετρήσεις του επιπέδου του νερού, χρησιμοποιούνται για την εκτίμηση της γενικής διεύθυνσης της υπόγειας ροής, της τοποθεσίας των περιοχών φόρτισης και αποφόρτισης του υδροφορέα, της σύνδεσης μεταξύ υδροφορέων και συστημάτων επιφανειακών υδάτων. Ο καθορισμός του συστήματος ροής μπορεί να βασιστεί μόνο σε φυσικά υδρολογικά στοιχεία, ενώ στοιχεία χημείας του νερού χρησιμοποιούνται για να αναγνωριστούν οι πηγές και η ποσότητα εμπλουτισμού, να εκτιμηθούν οι ρυθμοί υπόγειας ροής και να οριστούν τοπικά, ενδιάμεσα και περιφερειακά συστήματα ροής. [3]

### **3.3.2 Τύποι Μοντέλων**

Υπάρχουν πολλοί τρόποι να ταξινομήσουμε τα μοντέλα ροής υπογείων υδάτων. Τα μοντέλα διακρίνονται σε μεταβατικών ή σταθερών συνθηκών, περιορισμένου ή ελεύθερου υδροφορέα και θεωρούνται μιας, δύο ή τριών χωρικών διαστάσεων. Για την κατασκευή του πλέγματος ενός αριθμητικού μοντέλου χρησιμοποιούνται τα μοντέλα τα οποία ταξινομούνται με βάση τις χωρικές διαστάσεις. Τα μοντέλα αυτά διακρίνονται σε: Δισδιάστατα χωρικά, ημι-τρισδιάστατα, κάθετων τομών και πλήρη τρισδιάστατα. Τα δισδιάστατα χωρικά και ημι-τρισδιάστατα μοντέλα χρησιμοποιούν την θεώρηση του υδροφορέα ενώ τα κάθετων τομών και πλήρη τρισδιάστατα μοντέλα την θεώρηση του συστήματος ροής. [3]

#### **3.3.2.1 Δισδιάστατα χωρικά μοντέλα**

Οι δισδιάστατες χωρικές προσομοιώσεις αφορούν τέσσερις διαφορετικούς τύπους υδροφορέων. Οι υδροφορείς αυτοί περιγράφονται παρακάτω:

a. Περιορισμένοι Υδροφορείς

Κατά την προσομοίωση περιορισμένων υδροφορέων, οι συντελεστές μεταβασιμότητας και αποθηκευτικότητας καθορίζονται για κάθε κόμβο, κελί ή στοιχείο. Μεταβολές στην



μεταβασιμότητα μπορεί να αντιπροσωπεύουν αλλαγές είτε στην υδραυλική αγωγιμότητα είτε στο πάχος του υδροφορέα. Σε ένα δισδιάστατο χωρικό μοντέλο, η ανισοτροπία στη μεταβασιμότητα εκφράζεται από τη διαφορά ανάμεσα στη μεταβασιμότητα στον  $x$  και στον  $y$  άξονα ( $T_x$  και  $T_y$ ). Τα δεδομένα εισόδου του μοντέλου μπορεί να αποτελούνται από τους δύο πίνακες μεταβασιμότητας ή από τον πίνακα  $T_x$  και έναν ανισοτροπικό παράγοντα που υπολογίζει τον πίνακα  $T_y$  από τον πίνακα  $T_x$ . Η μεταβασιμότητα μπορεί να εκτιμηθεί από βιβλιογραφικές τιμές της υδραυλικής αγωγιμότητας και από εκτιμήσεις του πάχους του υδροφορέα. [3]

b. Περιορισμένοι Υδροφορείς με διαρροή

Σε ένα σύστημα περιορισμένου υδροφορέα με διαρροή το περιορισμένο στρώμα και ο παρακείμενος υδροφορέας που διαρρέει στον περιορισμένο υδροφορέα δεν αναπαρίστανται ρητά στο μοντέλο αλλά προσομοιώνονται μέσω ενός όρου διαρροής. Ο όρος της διαρροής είναι μία συνάρτηση του συντελεστή διαρροής ( $L$ ) η οποία είναι ο λόγος της κατακόρυφης υδραυλικής αγωγιμότητας ( $K_z'$ ) του περιορισμένου στρώματος ως προς το πάχος του περιορισμένου στρώματος ( $b'$ ).

$$L = K_z' / b' \quad (3.5)$$

Οι τιμές της διαρροής καθώς και η διανομή του υδραυλικού ύψους στον υδροφορέα πηγή καθορίζονται από πίνακες.

Η πηγή του νερού στον περιορισμένο υδροφορέα με διαρροή μπορεί να είναι ένας άλλος περιορισμένος υδροφορέας ή ένας ελεύθερος υδροφορέας ή ακόμα ένα επιφανειακό στρώμα νερού. Το μοντέλο γενικά υποθέτει ότι το υδραυλικό ύψος στη πηγή είναι σταθερό με το χρόνο, με άλλα λόγια, οι υδρολογικές πιέσεις στον περιορισμένο υδροφορέα με διαρροή δεν ασκούν καμία επίδραση στο υδραυλικό ύψος στον υδροφορέα πηγή. Άλλη μία παραδοχή που γίνεται στην προσομοίωση των υδροφορέων αυτών είναι ότι δεν υπάρχει καμία απελευθέρωση νερού από την αποθηκευμένη ποσότητα μέσα στο περιορισμένο στρώμα. Η παροδική απελευθέρωση νερού από το περιοριστικό στρώμα μπορεί να θεωρηθεί ότι συμβαίνει κατά την περίοδο:

$$t_s = S'_s b'^2 / 2K'_z$$

όπου  $S_s$  και  $K_z$  είναι αντίστοιχα η ειδική αποθηκευτικότητα και η κάθετη υδραυλική αγωγιμότητα του περιορισμένου στρώματος και  $b$  είναι το πάχος του περιορισμένου στρώματος. [3]

#### c. Ελεύθεροι Υδροφορείς

Οι περισσότερες εφαρμογές μοντελοποίησης που αφορούν ελεύθερους υδροφορείς χρησιμοποιούν τις παραδοχές Dupuit, οι οποίες εγγυόνται την οριζόντια ροή θεωρώντας ότι δεν υπάρχει αλλαγή του υδραυλικού ύψους με το βάθος. Η χρήση των παραδοχών Dupuit έχει ως αποτέλεσμα τη μετατροπή ενός τρισδιάστατου προβλήματος σε δισδιάστατο χωρικό πρόβλημα και ενός δισδιάστατου προβλήματος καθέτων τομών σε μονοδιάστατο πρόβλημα. Το μοντέλο υπολογίζει την ανύψωση του υδροφόρου ορίζοντα σε κάθε κόμβο. Οι προσομοιώσεις που περιλαμβάνουν έναν ελεύθερο υδροφορέα απαιτούν πίνακες που καθορίζουν την υδραυλική αγωγιμότητα, την ειδική απόδοση και την ανύψωση του επιπέδου αναφοράς. Επειδή οι προσομοιώσεις γίνονται συνήθως βάση της δισδιάστατης χωρικής άποψης, οι τιμές της υδραυλικής αγωγιμότητας πρέπει να υπολογίζονται κατά μέσο όρο κατακόρυφα όταν χρησιμοποιούνται σημειακά δεδομένα ή να παίρνονται από τεστ άντλησης. Οι τιμές της ειδικής απόδοσης μπορούν επίσης να παρθούν από τεστ άντλησης, τα οποία όμως δεν είναι πάντα αξιόπιστα. Η ειδική απόδοση κυμαίνεται από 0,1 έως 0,4.

Όταν δεν είναι κατάλληλο να χρησιμοποιηθούν οι παραδοχές Dupuit, αντί για δισδιάστατα χωρικά μοντέλα πρέπει να χρησιμοποιηθούν δισδιάστατα μοντέλα καθέτων τομών ή πλήρως τρισδιάστατα μοντέλα. [3]

#### d. Μικτά συστήματα υδροφορέων

Ένα μικτό σύστημα υδροφορέων αποτελείται από διάφορους συνδυασμούς των παραπάνω τριών τύπων υδροφορέων. Ένας υδροφορέας μπορεί να μεταβάλεται χωρικά από ελεύθερες σε περιορισμένες συνθήκες ή μπορεί να υποστεί την αντίθετη μεταβολή ως αποτέλεσμα άντλησης. [3]

### 3.3.2.2 Ημι-τριδιάστατα μοντέλα

Ένα ημι-τριδιάστατο μοντέλο προσομοιώνει μια σειρά υδροφορέων με αδιαπέρατα στρώματα που παρεμβαίνουν μεταξύ των υδροφορέων. Όπως και στα διδιάστατα χωρικά μοντέλα περιορισμένων υδροφορέων με διαρροή, τα περιορισμένα στρώματα δεν αναπαρίστανται ρητά στο ημι-τριδιάστατο μοντέλο, ούτε τα υδραυλικά ύψη υπολογίζονται στα αδιαπέρατα στρώματα. Η επίδραση ενός περιορισμένου στρώματος προσομοιώνεται μέσω ενός όρου διαρροής ( $L_{ij}$ ) το οποίο αντιπροσωπεύει την κατακόρυφη ροή ανάμεσα σε δύο υδροφορείς. Ο όρος της διαρροής είναι μία συνάρτηση του συντελεστή διαρροής ( $L$ ) όπως εκφράζεται στην εξίσωση (3.5) και της διαφοράς του υδραυλικού ύψους κατά μήκος του περιορισμένου στρώματος. Η περίπτωση απελευθέρωσης αποθηκευμένου νερού ανάμεσα στα αδιαπέρατα στρώματα τυπικά δεν λαμβάνεται υπ' όψιν σε αυτή την προσέγγιση. Σε ένα ήμι-τριδιάστατο μοντέλο το υδραυλικό ύψος της μονάδας νερού πάνω από το ανώτερο αδιαπέρατο στρώμα (συνήθως ένας ελεύθερος υδροφορέας) μπορεί να υπολογιστεί άμεσα από το μοντέλο.

Αγνοώντας την οριζόντια ροή στα αδιαπέρατα στρώματα προκαλείται μια διαφορά μικρότερη από 5% στα υδραυλικά ύψη των μοντελοποιημένων στρωμάτων, όταν ο βαθμός διαφοράς της υδραυλικής αγωγιμότητας μεταξύ του υδροφορέα και των περιοριστικών στρωμάτων είναι τουλάχιστον δύο τάξεις μεγέθους (Neuman και Witherspoon, 1969). Όταν υπάρχει μικρότερη διαφορά από δύο τάξεις μεγέθους μεταξύ της υδραυλικής αγωγιμότητας των αδιαπέρατων στρωμάτων και των υδροφορέων, προτιμάται ένα πλήρες τριδιάστατο μοντέλο. [3]

### 3.3.2.3 Κάθετων τομών και Πλήρη τριδιάστατα μοντέλα

Τα διδιάστατα μοντέλα κάθετων τομών και τα πλήρως τριδιάστατα μοντέλα προσομοιώνουν το σύστημα με βάση την θεώρηση συστήματος ροής. Τα πλήρως τριδιάστατα μοντέλα ουσιαστικά έχουν τις ίδιες απαιτήσεις σε πίνακες όπως και τα διδιάστατα χωρικά μοντέλα με τη διαφορά ότι οι πίνακες παραμέτρων πρέπει να καθορίζονται για κάθε στρώμα του μοντέλου. Τα μοντέλα κάθετων τομών είναι ένας ειδικός τύπος μοντέλων των οποίων τα δεδομένα εισόδου μπορεί να δομηθούν όμοια με αυτά των διδιάστατων χωρικών μοντέλων περιορισμένων υδροφορέων ή των πλήρως τριδιάστατων μοντέλων.

Τα μοντέλα καθέτων τομών και τα πλήρως τρισδιάστατα μοντέλα χρησιμοποιούνται για την προσομοίωση ελεύθερων υδροφορέων όταν οι κατακόρυφες κλίσεις του υδραυλικού ύψους είναι σημαντικές. Στα μοντέλα αυτά ο υδροφόρος ορίζοντας αποτελεί μέρος του ορίου. Αμφότερα τα μοντέλα πεπερασμένων διαφορών και πεπερασμένων στοιχείων μπορούν να προσομοιώσουν υδροφορείς σε κάθετη τομή, ενώ για τη κίνηση του υδροφόρου ορίζοντα είναι προτιμότερο να χρησιμοποιηθεί ένα μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων. Τα πλήρως τρισδιάστατα μοντέλα μπορεί να χρησιμοποιηθούν για την αναπαράσταση παροδικής απελευθέρωσης αποθηκευμένου νερού ανάμεσα από τα αδιαπέρατα στρώματα, λαμβάνοντας το αδιαπέρατο στρώμα σαν στρώμα με προσδιορισμένη τιμή ειδικής αποθηκευτικότητας. [3]

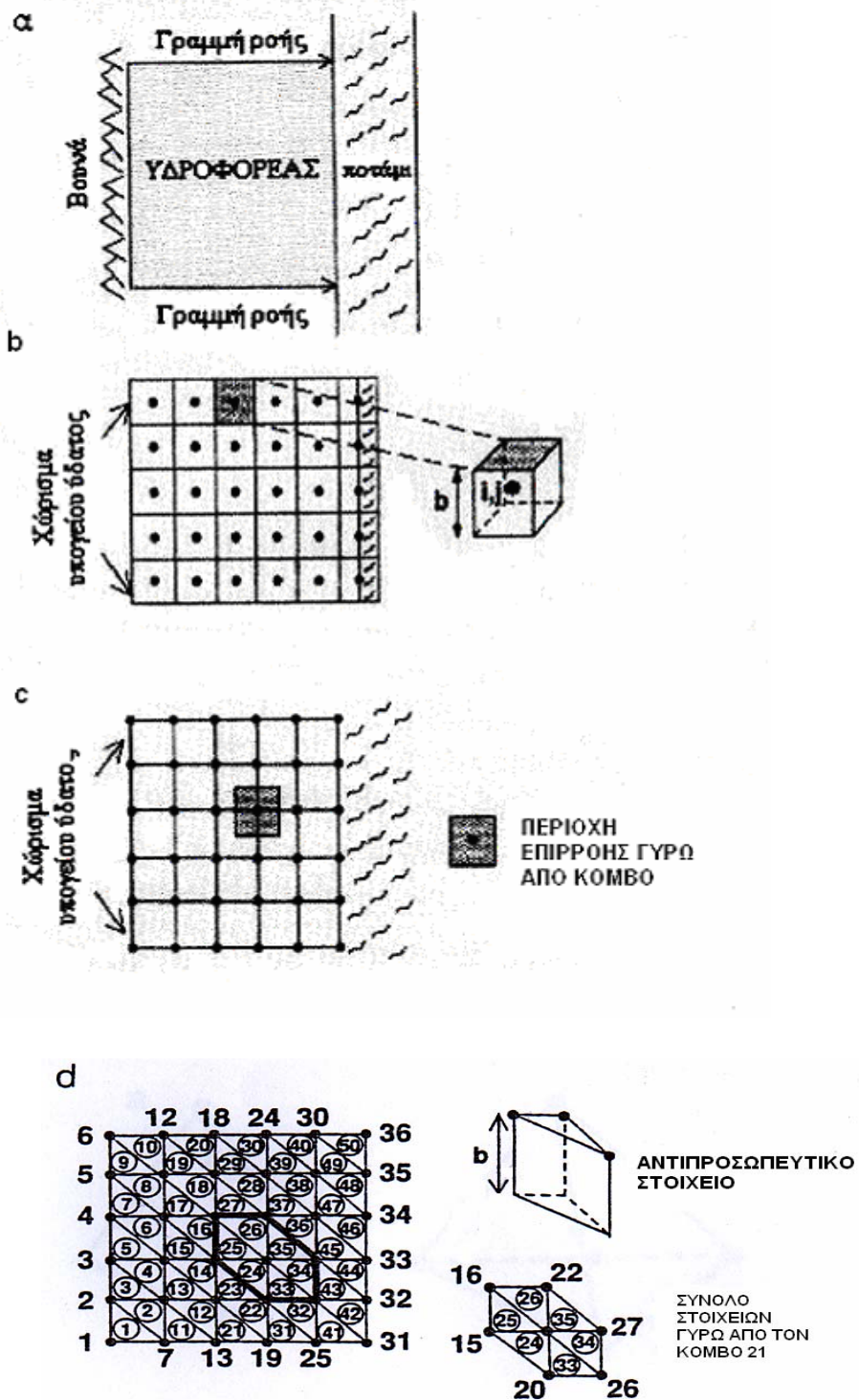
### 3.3.3 Κατασκευή πλέγματος

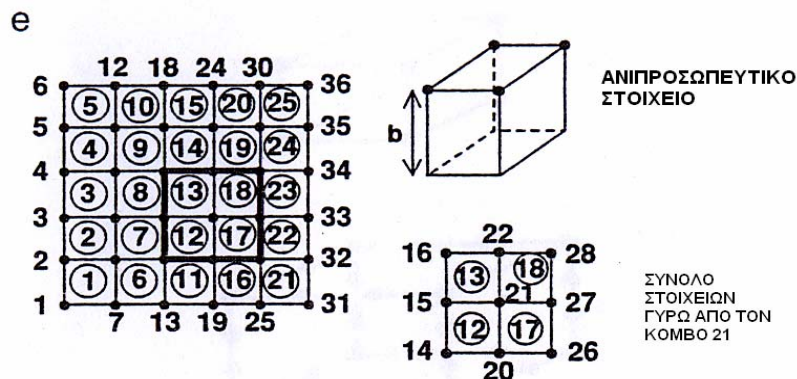
Σε ένα αριθμητικό μοντέλο το πεδίο του προβλήματος αντικαθίσταται από ένα διακριτοποιημένο πεδίο το οποίο αποτελείται από ένα πίνακα κόμβων και τα αντίστοιχα κελιά πεπερασμένων διαφορών ή πεπερασμένων στοιχείων. Το πλέγμα των κόμβων αποτελεί το πλαίσιο εργασίας του αριθμητικού μοντέλου. Η επιλογή μοντέλου είτε πεπερασμένων διαφορών είτε πεπερασμένων στοιχείων επηρεάζει τη δομή του πλέγματος.

#### Τύποι πλέγματος

Υπάρχουν δύο τύποι πλέγματος πεπερασμένων διαφορών: το *στοιχειο-κεντρικό* (*block-centered*) (σχήμα.3.1b) και το *δικτυο-κεντρικό* (*mesh centered*) πλέγμα (σχήμα 3.1c). Η διαφορά μεταξύ τους εγκείται στον τρόπο με τον οποίο χειρίζονται τις οριακές συνθήκες ροής. Στα στοιχειο-κεντρικά πλέγματα οι οριακές συνθήκες ροής τοποθετούνται πάντα στα άκρα των τετραγώνων ενώ στα δικτυο-κεντρικά οι οριακές συνθήκες συμπίπτουν με ένα κόμβο.

Το μοντέλο των πεπερασμένων στοιχείων επιτρέπει μεγαλύτερη ευχέρεια στο σχεδιασμό του πλέγματος. Τα δισδιάστατα στοιχεία είναι τριγωνικά ή τετραγωνικά (σχήμα 3.1d,e) ενώ τα τρισδιάστατα είναι τετραεδρα, εξάεδρα ή πρίσματα. Η συνάρτηση της παρεμβολής η οποία προσδιορίζει τα υδραυλικά ύψη μέσα στο στοιχείο, καθορίζει εάν το στοιχείο θα είναι γραμμικό, τετραγωνικό ή κυβικό. Το πιο συχνά χρησιμοποιούμενο στοιχείο είναι το γραμμικό.





**Σχήμα 3.1 :** Δισδιάστατο πλέγμα πεπερασμένων διαφορών και πεπερασμένων στοιχείων (Mary P. Anderson, William W. Woessner, Applied Groundwater Modeling, Academic Press, 1992)

Συγκεκριμένα όπως φαίνεται στο Σχήμα 3.1α στην περιοχή του προβλήματος, ορίζονται οριακές συνθήκες μηδενικής ροής για την έκταση των βουνών και κατα μήκος των γραμμών ροής. Το ποτάμι διαπερνά πλήρως των υδροφορέα και μπορεί να αναπαρασταθεί από οριακή συνθήκη σταθερού υδραυλικού ύψους.

Στο σχήμα 3.1b απεικονίζεται το στοιχειο- κεντρικό πλέγμα πεπερασμένων διαφορών. Οριακές συνθήκες μηδενικής ροής ορίζονται στις πλευρές των τετραγώνων. Η οριακή συνθήκη σταθερού υδραυλικού ύψους του ποταμού εγκαθίσταται πάνω σε κόμβους.

Στο Σχήμα 3.1c παρουσιάζεται το δίκτυο-κεντρικό πλέγμα πεπερασμένων διαφορών. Αμφότερες οι οριακές συνθήκες μηδενικής ροής και σταθερού υδραυλικού ύψους τοποθετούνται ακριβώς πάνω στους κόμβους.

Στα Σχήματα 3.1d και 3.1e απεικονίζονται το τριγωνικό πλέγμα πεπερασμένων στοιχείων και το τετραγωνικό πλέγμα πεπερασμένων στοιχείων αντίστοιχα. Στα δύο αυτά σχήματα οι αριθμοί των κόμβων αναγράφονται, ενώ σε κύκλο είναι οι αριθμοί των στοιχείων. Αμφότερες οι οριακές συνθήκες μηδενικής ροής και καθορισμένου υδραυλικού ύψους τοποθετούνται ακριβώς πάνω στους κόμβους των πλεγμάτων.

Σε ένα μοντέλο πεπερασμένων διαφορών είναι σημαντικό να προσανατολιστεί το πλέγμα έτσι ώστε να ελαχιστοποιηθούν οι κόμβοι οι οποίοι πέφτουν εκτός των ορίων της μοντελοποιημένης επιφάνειας. Οι κόμβοι αυτοί ονομάζονται ανενεργοί ενώ αυτοί που βρίσκονται εντός της μοντελοποιημένης επιφάνειας ονομάζονται ενεργοί. Τα πλέγματα πεπερασμένων στοιχείων δεν έχουν ανενεργούς κόμβους γιατί τα στοιχεία ταιριάζουν ακριβώς στα όρια της περιοχής. [3]

### 3.4 Οριακές συνθήκες

#### 3.4.1 Είδη ορίων

Οι οριακές συνθήκες είναι μαθηματικές εξισώσεις οι οποίες καθορίζουν την εξαρτημένη μεταβλητή (υδραυλικό ύψος) ή την παράγωγο αυτής (ροή) στα όρια του πεδίου ελέγχου του προβλήματος. Η σωστή επιλογή των οριακών συνθηκών είναι ένα κρίσιμο βήμα στο σχεδιασμό του μοντέλου.

Τα φυσικά όρια των συστημάτων ροής υπογείων υδάτων δημιουργούνται από την παρουσία ενός αδιαπέρατου στρώματος (βράχου) ή ενός μεγάλου στρώματος επιφανειακού νερού. Επιπλέον όρια δημιουργούνται ως αποτέλεσμα υδρολογικών συνθηκών. Τα όρια αυτά είναι νοητά και καλούνται υδραυλικά ή υδρογεωλογικά όρια. Τα υδρογεωλογικά όρια αναπαρίστανται από τους παρακάτω τρεις τύπους μαθηματικών συνθηκών:

- 1ος τύπος οριακών συνθηκών: **Συνθήκες σταθερού υδραυλικού ύψους (συνθήκες Dirichlet)** για τις οποίες το υδραυλικό ύψος είναι δεδομένο.
- 2ος τύπος οριακών συνθηκών: **Συνθήκες σταθερής ροής (συνθήκες Neumann)**, για τις οποίες η ροή (παράγωγος του υδραυλικού ύψους) διαμέσου του ορίου είναι δεδομένη.
- 3ος τύπος οριακών συνθηκών: **Συνθήκες ροής εξαρτώμενης από το υδραυλικό ύψος (Cauchy ή μικτές οριακές συνθήκες)** για τις οποίες η ροή διαμέσου του ορίου υπολογίζεται με βάση μια δεδομένη τιμή του υδραυλικού ύψους. Αυτός ο τύπος οριακών συνθηκών καλείται και ως μικτές οριακές συνθήκες λόγω του ότι συσχετίζει τα οριακά υδραυλικά ύψη με την οριακή ροή.

Η τοποθεσία μιας οριακής συνθήκης μέσα στο πλέγμα εξαρτάται από το αν χρησιμοποιείται στοιχείο-κεντρικό (block-centered) ή δικτυο-κεντρικό (mesh centered) πλέγμα πεπερασμένων διαφορών ή πλέγμα πεπερασμένων στοιχείων. [3]

## **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4:**

**ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟ ΥΠΟΒΑΘΡΟ ΤΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ**

**"PTC" (Princeton Transport Code)**



#### 4. ΘΕΩΗΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ ΓΙΑ ΤΟ ΜΟΝΤΕΛΟ PTC (Princeton Transport Code)

##### 4.1 Εισαγωγή

Το **PTC (Princeton Transport Code)** είναι ένα υβριδικό τρισδιάστατο μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων και πεπερασμένων διαφορών το οποίο προσομοιώνει την ροή υπογείων υδάτων και τη μεταφορά ρύπων. Το PTC είναι γραμμένο σε γλώσσα προγραμματισμού FORTRAN 77. [4]

##### 4.2 Βασικές Εξισώσεις

Ο κώδικας PTC χρησιμοποιεί το παρακάτω σύστημα μερικών διαφορικών εξισώσεων για την αναπαράσταση την ροής υπογείων υδάτων, όπως αυτή περιγράφεται από:

Τα υδραυλικά ύψη  $h$ ,

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( K_{xx} \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( K_{yy} \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( K_{zz} \frac{\partial h}{\partial z} \right) - S \frac{\partial h}{\partial t} + Q = 0 \quad (4.1)$$

Τις συνιστώσες της ταχύτητας των υπογείων υδάτων,

$$V_x = -K_{xx} \frac{\partial h}{\partial x}, \quad V_y = -K_{yy} \frac{\partial h}{\partial y}, \quad V_z = -K_{zz} \frac{\partial h}{\partial z} \quad (4.2)$$

Τη μεταφορά ρύπου η οποία περιγράφεται από τη συγκέντρωση  $c$ ,

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x} \left[ D_{xx} \frac{\partial c}{\partial x} + D_{xy} \frac{\partial c}{\partial y} + D_{xz} \frac{\partial c}{\partial z} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ D_{yx} \frac{\partial c}{\partial x} + D_{yy} \frac{\partial c}{\partial y} + D_{yz} \frac{\partial c}{\partial z} \right] + \\ & \frac{\partial}{\partial z} \left[ D_{zx} \frac{\partial c}{\partial x} + D_{zy} \frac{\partial c}{\partial y} + D_{zz} \frac{\partial c}{\partial z} \right] - \left[ V_x \frac{\partial c}{\partial x} + V_y \frac{\partial c}{\partial y} + V_z \frac{\partial c}{\partial z} \right] \\ & + Q(c^w - c) - \theta [1 + E(c)] \left( \frac{\partial c}{\partial t} \right) = 0 \end{aligned} \quad (4.3)$$

Οι εξισώσεις αυτές προκύπτουν από την αρχή διατήρησης της μάζας και το νόμο του Darcy.

Όπου:

C: η συγκέντρωση της διαλυμένης ουσίας μέσα στο νερό,  $[M^3T^{-1}]$

$D_{ij}$ : ο τανυστής του συντελεστή διασποράς,  $[L^2T^{-1}]$

$V_i$ : η μέση ταχύτητα του ύδατος στις τρεις διαστάσεις,  $[LT^{-1}]$

x,y,z: η διαμήκης, εγκάρσια και κατακόρυφη απόσταση, L

t: ο χρόνος, T

Η επεξήγηση των υπολοίπων συμβόλων που χρησιμοποιούνται στις παραπάνω εξισώσεις γίνεται στα επόμενα κεφάλαια.

Η επίλυση των εξισώσεων αυτών ακολουθεί την εξής διαδικασία: αρχικά επίλυση της (4.1) ως προς το υδραυλικό ύψος h, έπειτα υπολογίζουμε τις ταχύτητες του Darcy από την (4.2) και τέλος επιλύουμε την (4.3) ως προς τη συγκέντρωση c. [4]

### **4.3 Ο Αλγόριθμος Επίλυσης του PTC**

Η επίλυση του συστήματος εξισώσεων (4.1)-(4.3) για περίπλοκα φυσικά συστήματα απαιτεί γενικά εφαρμογή των αριθμητικών μεθόδων. Για συστήματα σε κλίμακα πεδίου, ο υπολογιστικός φόρτος που απαιτείται για την επίλυση αυτών των τρισδιάστατων εξισώσεων είναι μεγάλος. Για το λόγο αυτό το PTC χρησιμοποιεί ένα μοναδικό αλγόριθμο διαχωρισμού ο οποίος μειώνει σημαντικά τον υπολογιστικό φόρτο.

Ο αλγόριθμος αυτός περιλαμβάνει διαχωρισμό της περιοχής ελέγχου σε παράλληλα οριζόντια επίπεδα. Μέσα σε καθένα από τα επίπεδα χρησιμοποιείται διακριτοποίηση πεπερασμένων στοιχείων [Pinder and Gray, 1977] η οποία επιτρέπει ορθή απεικόνιση πεδίων ακανόνιστου σχήματος. Τα επίπεδα συνδέονται κάθετα με διακριτοποίηση πεπερασμένων διαφορών. Κατά τη διάρκεια μιας επανάληψης δεδομένου χρόνου, όλοι οι υπολογισμοί γίνονται σε δύο βήματα. Στο πρώτο βήμα όλες οι οριζόντιες διακριτοποιήσεις πεπερασμένων στοιχείων και επιλύονται ανεξάρτητα η μια από την άλλη. Στο δεύτερο βήμα, επιλύονται οι κάθετες εξισώσεις οι οποίες συνδέουν τα επίπεδα. [4]

## 4.4 Τρισδιάστατη ροή υπογείων υδάτων

### 4.4.1 Βασικές Εξισώσεις

Το PTC καθορίζει τα χαρακτηριστικά της ροής ενός συστήματος υπογείων υδάτων επιλύοντας την παρακάτω μερική διαφορική εξίσωση ως προς το υδραυλικό ύψος:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( K_{xx} \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( K_{yy} \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( K_{zz} \frac{\partial h}{\partial z} \right) - S \frac{\partial h}{\partial t} + \sum_{i=1}^r Q_i \delta(x - x_i) \delta(y - y_i) \delta(z - z_i) = 0 \quad (4.4)$$

όπου

$h$  : το υδραυλικό ύψος [L]

$K_{xx}$  : η υδραυλική αγωγιμότητα στη x οριζόντια διεύθυνση [ $LT^{-1}$ ]

$K_{yy}$  : η υδραυλική αγωγιμότητα στη y οριζόντια διεύθυνση [ $LT^{-1}$ ]

$K_{zz}$  : η υδραυλική αγωγιμότητα στη z κατακόρυφη διεύθυνση [ $LT^{-1}$ ]

$S$  : ο συντελεστής ειδικής αποθηκευτικότητας [ $L^{-1}$ ]

$Q_i$  : είναι ο όρος πηγής/δεξαμενής στη θέση  $i$  [ $L^3T^{-1}$ ] (για αντλίες: θετικός σε περίπτωση εμπλουτισμού)

$\delta(\cdot)$  : η συνάρτηση δέλτα του Dirac

$r$  : ο αριθμός των σημείων πηγών/δεξαμενών

Για ευκολία ο τελευταίος όρος της εξίσωσης (4.4) συμβολίζεται ως  $Q$

Η βασική εξίσωση επιλύεται αριθμητικά από το μοντέλο PTC χρησιμοποιώντας μεθόδους πεπερασμένων διαφορών και πεπερασμένων στοιχείων. [4]

### 4.4.2 Εφαρμογή της μεθόδου πεπερασμένων στοιχείων

Για την επίλυση της εξίσωσης (4.4) το PTC προσεγγίζει του όρους της εξίσωσης που περιέχουν παραγώγους ως προς  $x$  και  $y$  χρησιμοποιώντας τη μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων. Πεπερασμένα στοιχεία χρησιμοποιούνται ευρέως στο οριζόντιο επίπεδο. (π.χ. Pinder and Gray, 1977).

Η μέθοδος αυτή υποθέτει ότι υπάρχει ένα απεριόριστο σύνολο συναρτήσεων το οποίο αναπαριστά ακριβώς την λύση της μερικής διαφορικής εξίσωσης που περιγράφει την ροή υπογείων υδάτων.

Μια πεπερασμένη μορφή προσέγγισης της σειράς αυτής είναι η εξής:

$$h(x, y, z, t) \sim \hat{h}(x, y, z, t) = \sum_{i=1}^N h_i(z, t) \omega_i(x, y) \quad (4.5)$$

όπου

$h$  : το υδραυλικό ύψος [L]

$\hat{h}$  : η σειρά που προσεγγίζει το  $h$  [L]

$h_i$  : ένας απροσδιόριστος συντελεστής [L]

$\omega_i$  : μια συνάρτηση βάσης (ή παρεμβολής) [αδιάστατη] και

$N$  : ο αριθμός των κόμβων στο δίκτυο πεπερασμένων στοιχείων.

Η προσεγγιστική σειρά (4.5) παρέχει μια ακριβή αναπαράσταση όσο το  $N$  προσεγγίζει το άπειρο (το  $\hat{h}$  προσεγγίζει το  $h$ ). Με προσεκτική επιλογή των συναρτήσεων βάσης  $\omega_i$  ο απροσδιόριστος συντελεστής  $h_i$  γίνεται η τιμή του υδραυλικού ύψους στους κόμβους με συντεταγμένες  $(x, y, z)$ . Ένα κλειδί για την υπολογιστική αποδοτικότητα της μεθόδου είναι η τμηματική χρήση της συνεχούς συνάρτησης βάσης, η οποία είναι μη μηδενική μόνο πάνω από μια μικρή υποπεριοχή του ολικού πεδίου. Ενώ υπάρχουν πολλοί τύποι συναρτήσεων βάσης [Lapidus and Pinder, 1982] το PTC χρησιμοποιεί γραμμικές βασικές συναρτήσεις μεταξύ γειτονικών κόμβων πεπερασμένων στοιχείων.

Στη μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων παρατηρείται ότι ενώ ο διαφορικός τελεστής  $L$  ως προς  $h$  ισούται με το μηδέν, όταν λειτουργεί ως προς τη προσεγγιστική συνάρτηση παρουσιάζεται σφάλμα. Η εξίσωση (4.4) ξαναγράφεται με μαθηματικό τρόπο ως εξής:

$$L(h) = 0 \quad (4.6)$$

ενώ

$$L(\hat{h}) = R \quad (4.7)$$

όπου  $R$  το υπολειμματικό σφάλμα.

Για την επίλυση της εξίσωσης (4.5) χρησιμοποιώντας τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων προσπαθούμε να ελαχιστοποιήσουμε το υπολειμματικό σφάλμα R. Αυτό επιτυγχάνεται θεωρώντας αρχικά ένα ολοκληρωμένο σύνολο συναρτήσεων  $w_j$ . Επιδιώκοντας να είναι το σφάλμα R ορθογωνικό σε όλες τις πιθανές τιμές του  $w_j$ , ουσιαστικά το R υποχρεώνεται να τείνει στο μηδέν και τέλος λαμβάνεται η λύση της εξίσωσης (4.5). Δηλαδή ισχύει:

$$L(\hat{h}) = L(h) \quad \text{όταν } R=0 \quad (4.8)$$

Τέλος θεωρώντας ένα πεπερασμένο υποσύνολο τιμών  $w_i$ ,  $i=1,2,\dots,N$  και με βάση μια σειρά υπολογισμών προκύπτει η ακόλουθη εξίσωση:

$$\begin{aligned} & \iint_{\Omega} [K_{xx} (\sum_{j=1}^N h_j \frac{\partial w_j}{\partial x}) \frac{\partial w_i}{\partial x} + K_{yy} (\sum_{j=1}^N h_j \frac{\partial w_j}{\partial y}) \frac{\partial w_i}{\partial y} \\ & - \frac{\partial}{\partial z} (K_{zz} \frac{\partial}{\partial z} \sum_{j=1}^N h_j w_j) w_i + S \frac{\partial}{\partial t} (\sum_{j=1}^N h_j w_j) w_i - Q w_i] dx dy \\ & - \int_{\sigma} \left[ K_{xx} \frac{\partial \hat{h}}{\partial x} l_x + K_{yy} \frac{\partial \hat{h}}{\partial y} l_y \right] w_i d\sigma = 0 \end{aligned} \quad (4.9)$$

όπου:

$$i=1,2,\dots,N$$

$\Omega$ : η περιοχή ολοκλήρωσης που καλύπτει ολόκληρη την οριζόντια τομή της περιοχής ροής και

$l_x, l_y$ : τα συνημίτονα κατεύθυνσης των γωνιών που σχηματίζονται μεταξύ του κανονικού ορίου  $\sigma$  (το  $d\sigma$  αντιπροσωπεύει ένα μικρό μήκος του ορίου) και των αξόνων x και y.

Από τα παραπάνω προκύπτει ότι στο οριζόντιο επίπεδο, σε δεδομένο χρόνο, η διακριτοποίηση πεπερασμένων στοιχείων, όπως συνοψίζεται στην σχέση (4.9), μας παρέχει N εξισώσεις με N αγνώστους συντελεστές (υδραυλικά ύψη) οι οποίοι ορίζονται στη σχέση (4.5). Η μέθοδος πεπερασμένων στοιχείων παρέχει τον τρόπο για τη μετατροπή των παραγώγων των αγνώστων υδραυλικών υψών ως προς x και y σε παραγώγους των γνωστών βασικών συναρτήσεων. [4]

#### 4.4.3 Εφαρμογή της μεθόδου πεπερασμένων διαφορών

Χρησιμοποιώντας σημειογραφία πινάκων και διανυσμάτων στήλης η εξίσωση (4.9) γράφεται ως εξής:

$$Ah + B \frac{\partial h}{\partial t} - v + f = 0 \quad (4.10)$$

όπου A και B είναι (NxN) τετραγωνικοί πίνακες και τα h,  $\partial h/\partial t$ , v, f είναι διανύσματα στήλης μήκους N. Τα στοιχεία των A, B, v και f είναι:

$$A_{ij} = \iint_{\Omega} [K_{xx} \frac{\partial \omega_i}{\partial x} \frac{\partial \omega_j}{\partial x} + K_{yy} \frac{\partial \omega_i}{\partial y} \frac{\partial \omega_j}{\partial y}] dx dy \quad (4.11a)$$

$$B_{ij} = \iint_{\Omega} S \omega_i \omega_j dx dy \quad (4.11b)$$

$$f_i = - \iint_{\Omega} Q \omega_i dx dy - \int_{\sigma} [K_{xx} \frac{\partial \hat{h}}{\partial x} l_x + K_{yy} \frac{\partial \hat{h}}{\partial y} l_y] \omega_i d\sigma \quad (4.11c)$$

$$v_i = \sum_{j=1}^N [\iint_{\Omega} \frac{\partial}{\partial z} (K_{xx} \frac{\partial h_j}{\partial z}) \omega_i \omega_j dx dy] \quad (4.11d)$$

#### 4.4.4 Η Κάθετη Παράγωγος

Το βασικό χαρακτηριστικό αυτού του κώδικα είναι η χρήση ενός κεντρικού διαχωριστικού σχήματος για τις χωρικές παραγώγους στη z διεύθυνση της εξίσωσης (4.11d). Η κάθετη διακριτοποίηση επιτυγχάνεται με την επανάληψη των οριζόντιων πλεγμάτων πεπερασμένων στοιχείων σε επίπεδα, με τους κόμβους να βρίσκονται ο ένας πάνω στον άλλο (Σχήμα 4.1).

Αυτό σημαίνει ότι στην κάθετη διεύθυνση μπορεί να χρησιμοποιηθεί μια μονοδιάστατη εξίσωση πεπερασμένων διαφορών ώστε να προσεγγίσει τη εξίσωση (4.11d). Χρησιμοποιώντας τον κάθετο δείκτη k, όπου k=1 για το επίπεδο της βάσης, η προσέγγιση μπορεί να γραφτεί σε μορφή πινάκων ως εξής:

$$v \cong C_k^+ (h_{k+1} - h_k) - C_k^- (h_k - h_{k-1}) \quad (4.12)$$

όπου ο αρμονικός μέσος των ιδιοτήτων των γειτονικών επιπέδων χρησιμοποιείται για τον καθορισμό των στοιχείων του  $C_k^+$ , κάθετου όρου μεταξύ των επιπέδων k και k+1, και  $C_k^-$ , κάθετου όρου μεταξύ των επιπέδων k και k-1

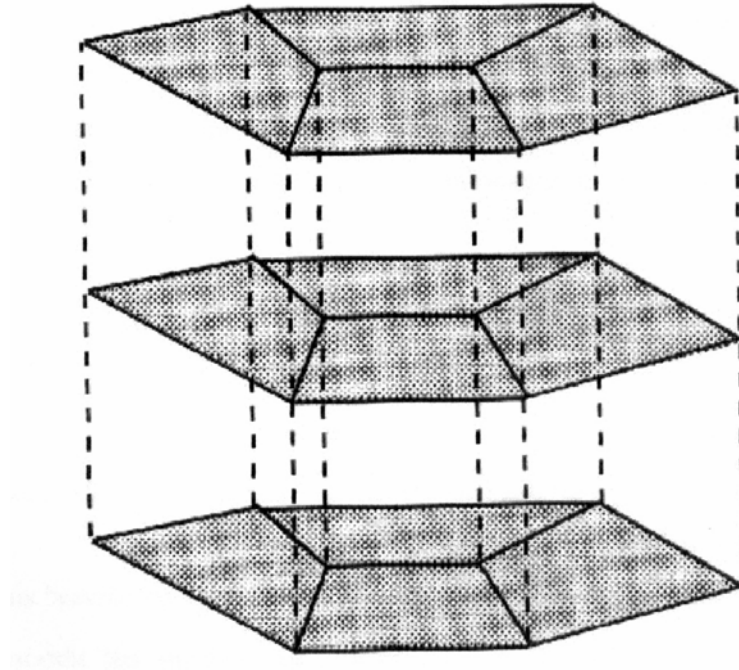
$$C_{ij;k}^{\pm} = \iint_{\Omega} \frac{2}{\Delta z_k [\Delta z_{k\pm 1} / (K_{zz})_k + \Delta z_k / (K_{zz})_{k\pm 1}]} \omega_i \omega_j dx dy \quad (4.13)$$

όπου  $(\Delta z_k)$  είναι το πάχος του  $k^{o\upsilon}$  επιπέδου στο σημείο προσέγγισης. Ο αρμονικός μέσος δίνει τα πιο ρεαλιστικά αποτελέσματα στις ετερογενείς καταστάσεις που συναντώνται συνήθως.

Με αντικατάσταση της εξίσωσης (4.12) στην (4.10) προκύπτει η ακόλουθη έκφραση για ένα τυπικό  $k^{o}$  επίπεδο:

$$A_k h_k + B_k \frac{\partial h_k}{\partial t} - [C_k^+ (h_{k+1} - h_k) - C_k^- (h_k - h_{k-1})] + f_k = 0 \quad (4.14)$$

όπου το  $h_k$  αντιπροσωπεύει το διάνυσμα h των υδραυλικών υψών στο  $k^{o}$  επίπεδο,  $k=1,2,\dots,M$ , και όπου M ο αριθμός των επιπέδων στη διεύθυνση z.



**Σχήμα 4.1:** Σχηματική αναπαράσταση των οριζόντιων δικτύων πεπερασμένων στοιχείων τα οποία βρίσκονται το ένα πάνω από το άλλο, παράγοντας την τρισδιάστατη διακριτοποίηση.  
(Πηγή: Princeton Transport Code Manual)

#### 4.4.5 Η Χρονική Παράγωγος

Η συνεπαγόμενη “προς τα πίσω” προσέγγιση της χρονικής παραγώγου παρέχει την πιο ακριβή λύση για τα προβλήματα ροής υπογείων υδάτων, για ένα δεδομένο κόστος. Στην “προς τα πίσω” διαφορική απεικόνιση χρησιμοποιείται ένα 1ης τάξης διορθωμένο πλάνο για την προσέγγιση της χρονικής παραγώγου και οι χωρικές παράγωγοι γράφονται με βάση το νέο χρονικό επίπεδο. Εφαρμόζοντας το πλάνο αυτό στη χρονική παράγωγο στην εξίσωση (2.11) έχει ως αποτέλεσμα για κάθε επίπεδο την παρακάτω σχέση:

$$A_k h_k^{(t+\Delta t)} + \frac{(B_D)_k}{\Delta t} [h_k^{(t+\Delta t)} - h_k^t] - [C_k^+ (h_{k+1} - h_k) - C_k^- (h_k - h_{k-1})]^{t+\Delta t} + f_k^t = 0 \quad (4.15)$$

Η εξίσωση (4.15) είναι η πλήρης διακριτοποίηση της (4.4) και παρέχει  $M \times N$  εξισώσεις στους  $N$  αγνώστους της (4.5) πάνω σε κάθε ένα από τα  $M$  επίπεδα. [4]

#### 4.5 Οριακές Συνθήκες

Το PTC χρησιμοποιεί τρεις τύπους οριακών συνθηκών στην εξίσωση ροής: τις συνθήκες Dirichlet (σταθερού υδραυλικού ύψους), Neumann (σταθερής ροής) και τις συνθήκες τρίτου τύπου (διαρροής). Η προεπιλεγμένη οριακή συνθήκη για όλα τα όρια είναι η μηδενικής ροής. Επιλέγοντας διαφορετικές οριακές συνθήκες εντός του πεδίου εργασίας ο χρήστης μπορεί να αναπαραστήσει διαφορετικές υδρολογικές συνθήκες.

##### ➤ Οριακές συνθήκες Σταθερού Υδραυλικού Ύψους

Οι συνθήκες σταθερού υδραυλικού ύψους επιτυγχάνονται προσδιορίζοντας τους κόμβους και τις τιμές των υδραυλικών υψών που είναι ορισμένα σε αυτούς. Ο κώδικας αυτομάτως ορίζει ως σταθερές τις στήλες και τις γραμμές του πίνακα συντελεστών που σχετίζεται με αυτούς τους κόμβους. Όταν οι κόμβοι σταθερού υδραυλικού ύψους απαλειφθούν από την εξίσωση του πίνακα τότε μένουν  $(N \times M - N_c)$  εξισώσεις με  $(N \times M - N_c)$  αγνώστους, όπου  $N_c$  είναι ο συνολικός αριθμός των κόμβων με οριακές συνθήκες σταθερού υδραυλικού ύψους).



➤ *Οριακές συνθήκες Σταθερής Ροής*

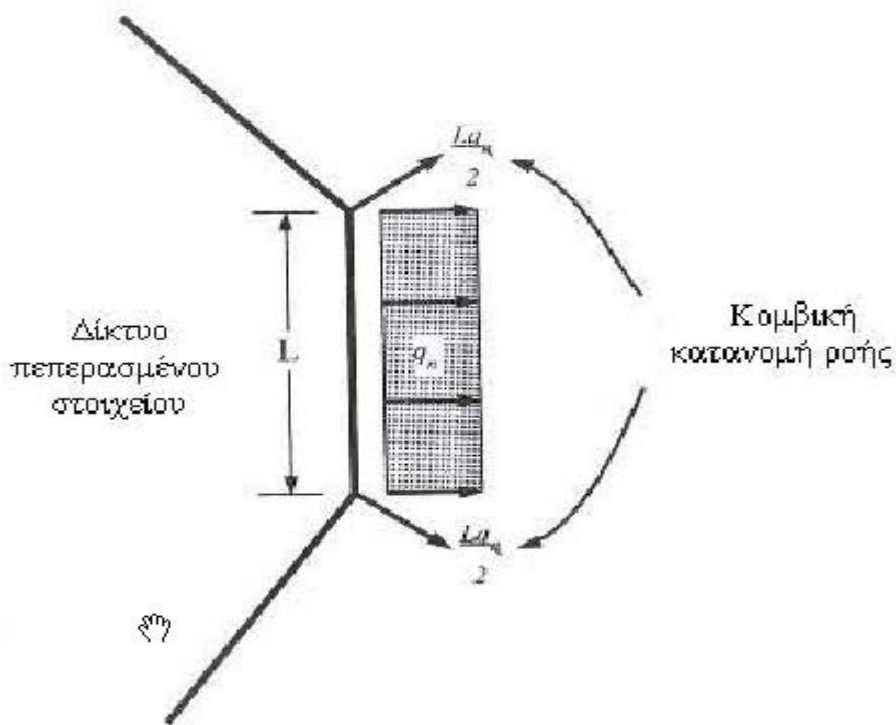
Η μέθοδος πεπερασμένων στοιχείων παρέχει έναν απλό τρόπο για τον καθορισμό οριακών συνθηκών σταθερής ροής. Από τη σχέση (4.9) προκύπτει ένας οριακός όρος που μπορεί να γραφεί ως εξής:

$$-\int_{\sigma} [K_{xx} \frac{\partial \hat{h}}{\partial x} l_x + K_{yy} \frac{\partial \hat{h}}{\partial y} l_y] \omega_i d\sigma = -\int_{\sigma} q_n \omega_i d\sigma \quad (4.16)$$

όπου:  $q_n$ : η κανονική ροή δια μέσου μιας μονάδας επιφάνειας (μήκος x ύψος) του κάθετου ορίου  $\sigma$ .

Όταν η ροή  $q_n$  θεωρείται σταθερή κατά μήκος ενός στοιχείου μήκους  $L$  τότε η ολοκλήρωση της σχέσης (4.16) δίνει την κομβική κατανομή (Σχήμα 4.2).

Επομένως, αρκεί ο χρήστης να ορίσει την ογκομετρική ροή σε ένα κόμβο για να αναπαραστήσει τη ροή κατα μήκος ενός ορίου.



**Σχήμα 4.2.** Κομβική κατανομή της ροής διαμέσου ενός στοιχείου μήκους  $L$   
(Πηγή: Princeton Transport Code Manual)

➤ *Οριακές συνθήκες Τρίτου Τύπου*

Οι οριακές συνθήκες διαρροής προκύπτουν με αντικατάσταση στη (4.11c) την σχέση:

$$Q = k_L (h_{j,L}^t - h_{j,k}^t) \quad (4.17)$$

όπου:

$h_{j,k}^t$  : είναι το άγνωστο υδραυλικό ύψος στον κόμβο j στο επίπεδο k το χρόνο t

$h_{j,L}^t$  : το αντίστοιχο υδραυλικό ύψος στο σημείο αναφοράς της διαρροής

$k_L$ : η αγωγιμότητα της διαρροής (υδραυλική αγωγιμότητα δια απόσταση)

Ο όρος της αγωγιμότητας ολοκληρώνεται επιφανειακά έτσι ώστε να αναπαριστά την κάθετη διαρροή. Με κατάλληλο όμως καθορισμό από το χρήστη της παραμέτρου  $k_L$ , μπορεί να οριστεί οποιαδήποτε διαρροή. [4]

#### 4.6 Τρισδιάστατη μεταφορά ρύπων

Στην παράγραφο αυτή περιγράφεται αναλυτικά η εξίσωση μεταφοράς ρύπων (4.3)

##### 4.6.1 Βασικές Εξισώσεις

Η εξίσωση μεταφοράς ρύπων είναι η εξής:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x} \left[ D_{xx} \frac{\partial c}{\partial x} + D_{xy} \frac{\partial c}{\partial y} + D_{xz} \frac{\partial c}{\partial z} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ D_{yx} \frac{\partial c}{\partial x} + D_{yy} \frac{\partial c}{\partial y} + D_{yz} \frac{\partial c}{\partial z} \right] + \\ & \frac{\partial}{\partial z} \left[ D_{zx} \frac{\partial c}{\partial x} + D_{zy} \frac{\partial c}{\partial y} + D_{zz} \frac{\partial c}{\partial z} \right] - \left[ V_x \frac{\partial c}{\partial x} + V_y \frac{\partial c}{\partial y} + V_z \frac{\partial c}{\partial z} \right] \\ & + Q(c^w - c) - \theta [1 + E(c)] \left( \frac{\partial c}{\partial t} \right) = 0 \end{aligned} \quad (4.18)$$

Οι όροι της διασποράς της εξίσωσης (4.18) καθορίζονται από τις ακόλουθες σχέσεις (σύμφωνα με τους Burnett και Frind [1987]).

$$\begin{aligned} D_{xx} &= (a_L V_x^2 + a_T V_y^2 + a_V V_z^2) / V + D_M \\ D_{yy} &= (a_T V_x^2 + a_L V_y^2 + a_V V_z^2) / V + D_M \\ D_{zz} &= (a_V V_x^2 + a_V V_y^2 + a_L V_z^2) / V + D_M \\ D_{yx} &= D_{xy} = (a_L - a_T) V_x V_y / V \\ D_{yz} &= D_{zy} = (a_L - a_V) V_y V_z / V \\ D_{zx} &= D_{xz} = (a_L - a_V) V_z V_x / V \end{aligned} \quad (4.19)$$

όπου

$D_M$  : ο συντελεστής μοριακής διάχυσης, που είναι γενικά μικρός [ $L^2/T$ ]

$\alpha_L$  : ο συντελεστής διαμήκους διασποράς [ $L$ ]

$\alpha_T$  : ο συντελεστής οριζόντιας εγκάρσιας διασποράς [ $L$ ]

$\alpha_V$  : ο συντελεστής κάθετης εγκάρσιας διασποράς [ $L$ ]

$V$  : το μέτρο της ταχύτητας [ $L/T$ ] ( $V \equiv \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2}$ )

$c$  : η χημική συγκέντρωση στο σημείο (x,y,z) τη χρονική στιγμή t [ $ML^{-3}$ ]

$\theta$  : το πορώδες του υδροφορέα [αδιάστατο]

$E(c)$  : η συνάρτηση που αντιπροσωπεύει τις ιδιότητες της χημικής προσρόφησης

$Q$  : η ισχύς (πηγής/δεξαμενής) της άντλησης [ $1/T$ ]

( $Q \equiv Q_i \delta(x - x_i) \delta(y - y_i) \delta(z - z_i)$ )

$Q_i$  : ο ρυθμός ογκομετρικής εγχυσης/εκκένωσης [ $L^{-3}T^{-1}$ ] στο σημείο (x,y,z)

$c^w$  : η συγκέντρωση του αντλούμενου υγρού στο σημείο ( $x_i, y_i, z_i$ )

$\delta(\ )$  : η συνάρτηση δέλτα του Dirac

Σε όλες τις περιπτώσεις άντλησης ρευστού ( $Q_i \leq 0$ ) υποθέτουμε ότι η συγκέντρωση του αντλούμενου (υγρού) νερού  $c^w$  στην αντλία είναι ίσο με τη συγκέντρωση του περιβάλλοντος νερού  $c$ . Συνεπώς για όλες τις αντλίες εκκένωσης ο όρος  $Q(c^w - c)$  της εξίσωσης (3.1) ισούται με μηδέν. Για το λόγο αυτό ο κώδικας διατηρεί τον όρο που περιέχει το  $Q$  ,στην εξίσωση (4.18), μόνο όταν η αντλία εμπλουτίζει τον υδροφορέα ( $Q_i \geq 0$ ) με διάλυμα. Στην περίπτωση αυτή ο όρος  $c^w$  αντιπροσωπεύει τη συγκέντρωση του διαλύματος εμπλουτισμού. [4]

## **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5:**

ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΟΣ Argus One  
ΣΤΗΝ ΥΠΟ ΜΕΛΕΤΗ ΠΕΡΙΟΧΗ -  
ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΤΗΣ ΖΩΝΗΣ ΥΦΑΛΜΥΡΩΣΗΣ

## **5. ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΟΣ Argus One ΣΤΗΝ ΥΠΟ ΜΕΛΕΤΗ ΠΕΡΙΟΧΗ – ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΤΗΣ ΖΩΝΗΣ ΥΦΑΛΜΥΡΩΣΗΣ**

### **5.1 Εισαγωγή**

Για την προσομοίωση της κίνησης των υπογείων υδάτων στην περιοχή μελέτης χρησιμοποιήθηκε το πρόγραμμα Argus One (Student Version) σε συνδυασμό με το μοντέλο PTC. Το Argus One είναι ένα πρόγραμμα που δημιουργεί πλέγματα πεπερασμένων στοιχείων ή πεπερασμένων διαφορών και απεικονίζει με απλό γραφικό τρόπο τα αποτελέσματα. Το Argus One συνεργάζεται με το PTC για την έκδοση των αποτελεσμάτων.

Για την επίλυση του προβλήματος απαιτείται η εισαγωγή στο μοντέλο μιας σειράς δεδομένων που περιγράφουν τις συνθήκες που επικρατούν στην περιοχή. Τα δεδομένα αυτά αναφέρονται στον τύπο του υδροφορέα, σε στοιχεία υψομέτρου και υδραυλικής αγωγιμότητας, αρχικές και οριακές συνθήκες, βροχόπτωση, θέση και παροχή πηγαδιών άντλησης κ.τ.λ. Με τον τρόπο αυτό δημιουργείται ένα ομοίωμα της περιοχής βάση του οποίου το μοντέλο υπολογίζει το υδραυλικό ύψος του υπόγειου υδροφορέα σε όλα τα σημεία της περιοχής, την ταχύτητα του νερού στη x και y κατεύθυνση καθώς επίσης (έαν έχουμε εισάγει την παράμετρο της ρύπανσης) και τη συγκέντρωση ενός ρύπου ο οποίος διακινείται μέσα στο υπόγειο νερό.

### **5.2 Επεξεργασία και Εισαγωγή των δεδομένων της περιοχής στο μοντέλο**

Αρχικά εισάγεται στο μοντέλο ο χάρτης της περιοχής και τροποποιείται στην κατάλληλη κλίμακα. Στην προκειμένη περίπτωση εισάγαμε τον γεωλογικό χάρτη της περιοχής ο οποίος απεικονίζει επίσης τις θέσεις των πηγαδιών και τις ισοϋψείς της περιοχής.

Καθορίζεται ο τύπος του πλέγματος (τριγωνικός ή ορθογωνικός), ο αριθμός των επιπέδων εργασίας (layers) και το είδος του υδροφορέα. Συγκεκριμένα επιλέξαμε ο κάναβος να είναι τριγωνικός αφού καλύπτει με μεγαλύτερη ακρίβεια την εκάστοτε περιοχή απ'ότι ο ορθογωνικός, ο υδροφορέας είναι ελεύθερος και η περιοχή μελέτης χωρίζεται σε δύο στρώματα, ξεκινώντας την αρίθμηση από τον πυθμένα προς τα πάνω.

Η προσομοίωση πραγματοποιείται για 2 χρόνια τα οποία είναι χωρισμένα σε δύο περιόδους, τη θερινή (1η και 3η περίοδος) και τη χειμερινή (2η και 4η περίοδος) με διάρκεια 180 μέρες έκαστη για κάθε χρονιά. Ορίζονται 100 χρονικά βήματα για κάθε περίοδο.

Βάση του χάρτη σχεδιάζεται μια κλειστή γραμμή η οποία αντιπροσωπεύει το περίγραμμα της περιοχής και καθορίζεται η πυκνότητα των τριγώνων του πλέγματος ίση με 200.

Στη συνέχεια, πάλι με τη βοήθεια του χάρτη, σχεδιάζονται στο δεύτερο στρώμα (layer2) οι ισουψείς καμπύλες και δίνονται στο μοντέλο οι τιμές των υψομέτρων της περιοχής. Στα απόλυτα υψόμετρα που δίνονται στο χάρτη προστέθηκαν 30 μέτρα, λόγω του ότι το επίπεδο αναφοράς βρίσκεται 30 μέτρα κάτω από την επιφάνεια της θάλασσας. Με γραμμική παρεμβολή (interpolation method) δημιουργείται το ανάγλυφο της περιοχής. Το αρχικό υδραυλικό ύψος στην επιφάνεια της θάλασσας ορίζεται 50m. Επίσης δίνεται τιμή για το πορώδες ίση με 0,3 και για την ειδική αποθηκευτικότητα ίση με 0,001.

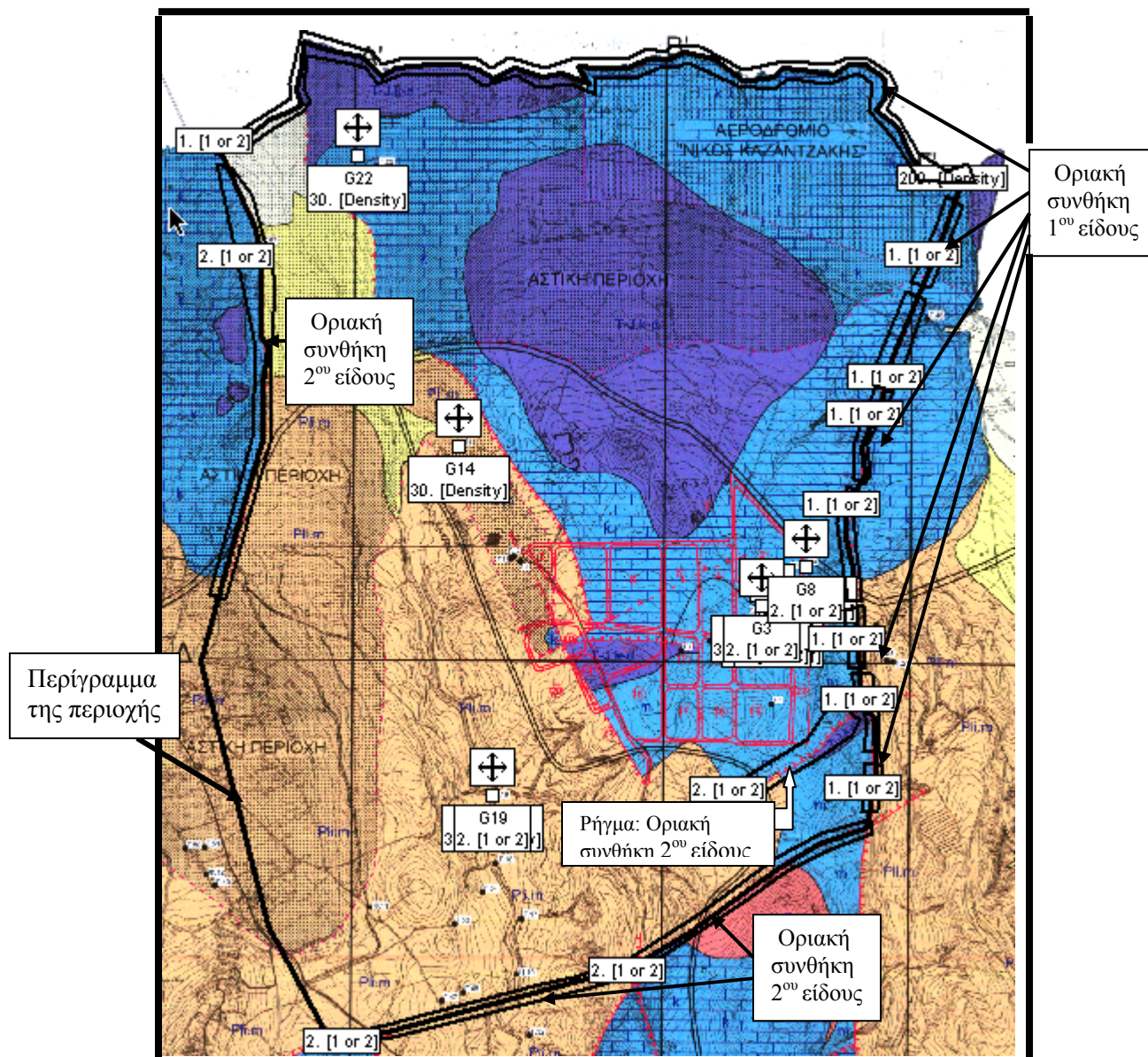
### *Βροχόπτωση*

Εισάγεται η παράμετρος της βροχόπτωσης, η οποία ουσιαστικά εκφράζει τη διήθηση του νερού της βροχόπτωσης μέσω του εδάφους προς τον υπόγειο υδροφόρο. Σύμφωνα με την υδρογεωλογική μελέτη του βορείου νομού Ηρακλείου το ποσοστό του όγκου της βροχόπτωσης που διηθείται είναι 11% για αδιαπέρατους σχηματισμούς και 23% για διαπερατούς. Με βάση το παραπάνω στοιχείο, τη γεωλογία της περιοχής και μετρήσεις από παρακαείμενα βροχόμετρα, η τιμή της βροχόπτωσης για τη χειμερινή περίοδο που εισήχθη στο μοντέλο και για τις δύο χρονιές ισούται με 0,00018m/d. Η θερινή περίοδος είναι κατά βάση ξηρή, οπότε η τιμή της βροχόπτωσης θεωρήθηκε μηδενική.

### *Οριακές Συνθήκες*

Οι οριακές συνθήκες διακρίνονται σε 1<sup>ου</sup> τύπου, οι οποίες υποδηλώνουν σταθερό υδραυλικό ύψος ή σταθερή συγκέντρωση, 2<sup>ου</sup> τύπου, που υποδηλώνουν σταθερή ροή και 3<sup>ου</sup> τύπου που υποδηλώνουν διαρροή. Στο συγκεκριμένο πρόβλημα ορίσαμε οριακή συνθήκη 1<sup>ου</sup> είδους κατα μήκος της ακτής όπου το υδραυλικό ύψος ισούται με 30m, όσο είναι και το ύψος της θάλασσας σε εκείνο το σημείο, καθώς και κατα μήκος του ρήγματος στο ανατολικό όριο της περιοχής όπου τα υδραυλικά ύψη έχουν κι αυτά τιμές κοντά στο επίπεδο της θάλασσας. Το ρήγμα επομένως αποτελεί την κύρια δίοδο υφάλμυρου νερού προς το εσωτερικό της περιοχής. Οριακή συνθήκη 2<sup>ου</sup> είδους ορίσαμε στο νότιο σύνορο της περιοχής όπου υπάρχουν διαπερατά πετρώματα και γίνεται η παραδοχή εισροής σταθερού όγκου γλυκού νερού ανά μονάδα χρόνου από το εσωτερικό της ενδοχώρας προς την ακτή, αλλά και στο δυτικό όριο της περιοχής κοντά στα

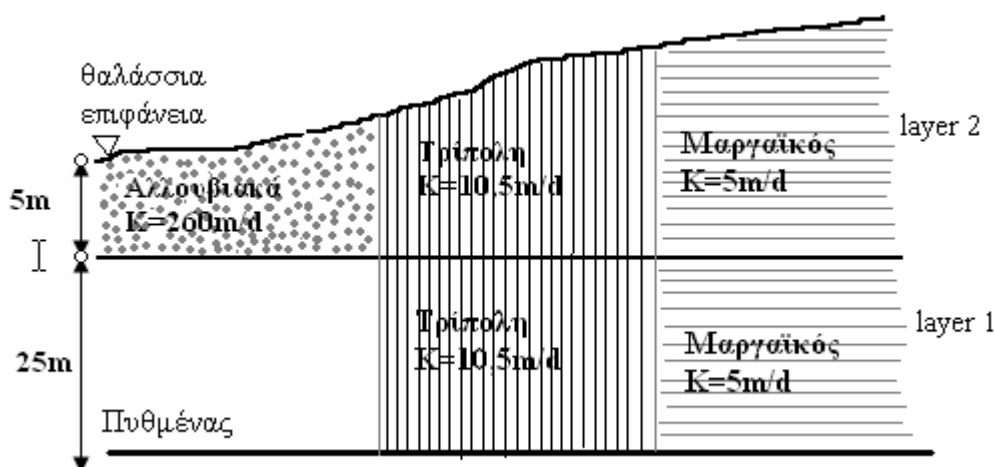
αλλουβιακά πετρώματα, τα οποία έχουν υψηλή υδραυλική αγωγιμότητα και άρα αναμένεται μεγάλη εισροή ύδατος. Επίσης τα πηγάδια άντλησης αντιστοιχούν σε οριακή συνθήκη 2<sup>ου</sup> τύπου αφού αντλούν με σταθερή παροχή. Οι τιμές της παροχής άντλησης κάθε πηγαδιού παρατίθενται σε παρακάτω παράγραφο. Εντός της βιομηχανικής περιοχής εντοπίζεται ένα επιπλέον ρήγμα. Στο σημείο αυτό λόγω του ότι το ρήγμα λειτουργεί σαν πολλά πηγάδια άντλησης ταυτόχρονα, ορίζεται οριακή συνθήκη 2<sup>ου</sup> είδους, και η τιμή της παροχής άντλησης τίθεται ίση με 50m<sup>3</sup>/day. Οι παραπάνω τιμές είναι ίδιες και για τις τέσσερις χρονικές περιόδους της προσομοίωσης.



Σχήμα 5.1. Γεωλογικός χάρτης της περιοχής με τις οριακές συνθήκες και τα πηγάδια άντλησης

### Υδραυλική Αγωγιμότητα

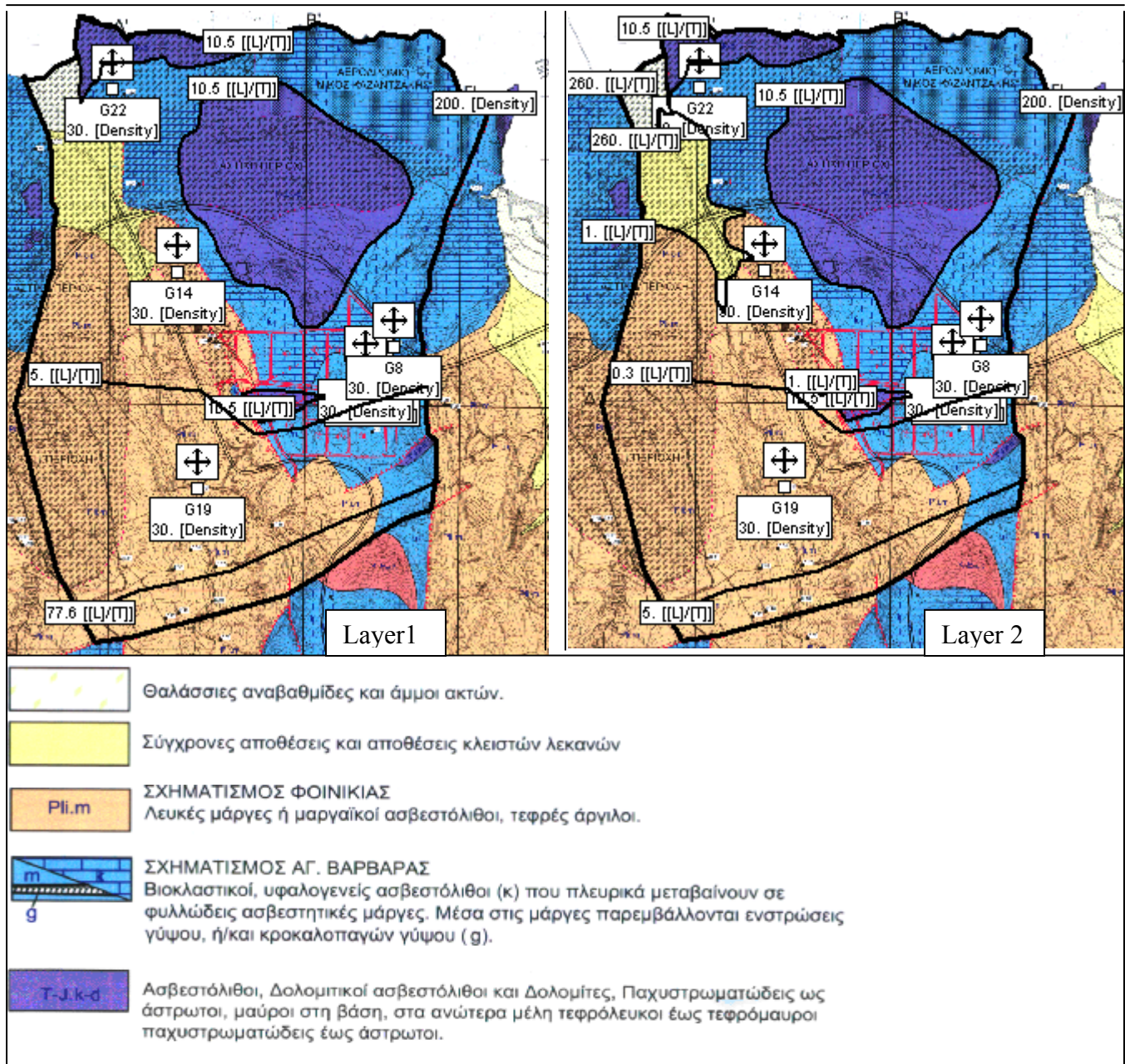
Το πρώτο στρώμα (layer1) έχει πάχος 25m και αποτελείται από μαργαϊκό ασβεστόλιθο και από ασβεστόλιθο της Τρίπολης. Το δεύτερο στρώμα εκτείνεται πάνω από το πρώτο, έχει πάχος 5m στην επιφάνεια της θάλασσας και αποτελείται από τους δύο σχηματισμούς που απαρτίζεται το πρώτο στρώμα καθώς και από αλλουβιακά ιζήματα. Εισάγονται οι τιμές της υδραυλικής αγωγιμότητας για κάθε γεωλογικό σχηματισμό σε κάθε ένα από τα στρώματα (Σχήμα 4.3). Η υδραυλική αγωγιμότητα έχει την ίδια τιμή στις διεύθυνσεις  $x$  και  $y$  ενώ στη  $z$  ισούται με το 10% της αντίστοιχης τιμής στη  $x$  και  $y$  διεύθυνση.



**Σχήμα 5.2.** Γεωλογικοί σχηματισμοί και υδραυλική αγωγιμότητα των πετρωμάτων του υπο μελέτη υδροφορέα

Για την καλύτερη προσομοίωση της υπόγειας ροής και λόγω του ότι η υδραυλική αγωγιμότητα επηρεάζει σημαντικά τη ροή του υφάλμυρου ύδατος έγιναν κάποιες τροποποιήσεις όσο αφορά την υδραυλική αγωγιμότητα του μαργαϊκού ασβεστόλιθου και στα δύο στρώματα. Ενώ λοιπόν, η γενική τιμή της υδραυλικής αγωγιμότητας στο πρώτο και δεύτερο στρώμα είναι αντίστοιχα  $77.6\text{m/d}$  και  $5\text{m/d}$ , σχεδιάστηκαν σε κάθε στρώμα δύο διαβαθμίσεις οι οποίες, χρησιμοποιώντας τη μέθοδο της παραμβολής, δημιουργούν μια τάση μείωσης της υδραυλικής αγωγιμότητας από το νότο προς το βορρά. Το γεγονός αυτό επιβεβαιώνεται από τις παρακείμενες γεωτρήσεις που αποδεικνύουν ότι το νερό διεισδύει κυρίως από το νότο, όπου και η υδραυλική αγωγιμότητα των πετρωμάτων αναμένεται μεγαλύτερη.





Σχήμα 5.3. Οι υδραυλικές αγωγιμότητες των πετρωμάτων στο πρώτο και στο δεύτερο στρώμα.

#### Πηγάδια άντλησης

Εισάγονται στο πλαίσιο εργασίας οι γεωτρήσεις σύμφωνα με την ακριβή θέση στην οποία βρίσκονται στο χάρτη και ανάλογα με το στρώμα στο οποίο αντιστοιχούν. Το στρώμα στο οποίο βρίσκεται κάθε πηγάδι καθορίζεται από το βάθος στο οποίο φτάνει η κάθε γεώτρηση. Συγκεκριμένα εισάγουμε έξι γεωτρήσεις από τις οποίες οι τέσσερις

(Γ19, Γ8, Γ4, Γ3) είναι βαθιά πηγάδια και βρίσκονται στο πρώτο στρώμα, ενώ οι άλλες δύο είναι ρηχά πηγάδια και γι αυτό εισάγονται στο δεύτερο στρώμα. Το πηγάδι Γ19 θεωρείται κλειστό και δεν έχει ληφθεί υπόψη στους περαιτέρω υπολογισμούς γι αυτό και δεν αναφέρεται στον παρακάτω πίνακα. (Η θέση των πηγαδιών φαίνεται στο Σχήμα 5.3)

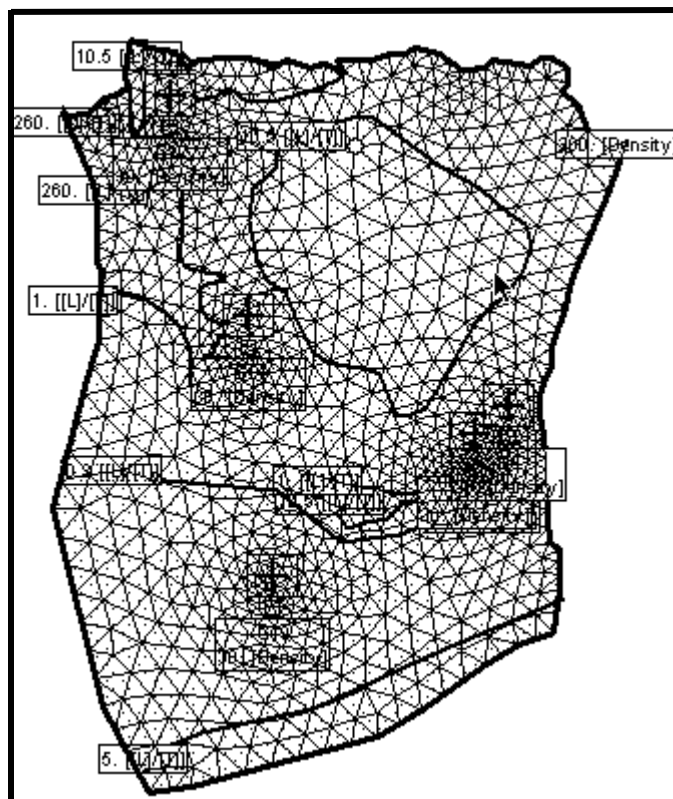
Πίνακας 5.1. Στοιχεία των πηγαδιών άντλησης

Αριθμός Γεώτρησης	Περιοχή	Ιδιοκτήτης	Απόλυτο Υψόμετρο (m)	Βάθος (m)	Παροχή άντλησης (m <sup>3</sup> /d)
<b>Γ22</b>	Νέα Αλικαρνασσός	Δήμος Νέας Αλικαρνασσού	22	25	<b>576</b>
<b>Γ14</b>	Νέα Αλικαρ- νασσός (ρέμα)	TRANΣ ΜΠΕΤΟΝ Α.Ε.	36	-	<b>480</b>
<b>Γ8</b>	ΒΙ.ΠΕ	ΕΤΒΑ ΒΙ.ΠΕ Α.Ε.	82,50	108	<b>1920</b>
<b>Γ4</b>	ΒΙ.ΠΕ	ΕΤΒΑ ΒΙ.ΠΕ Α.Ε.	92,50	120	<b>1920</b>
<b>Γ3</b>	ΒΙ.ΠΕ	ΚΟΝΙΟΡΔΟΥ ΑΦΟΙ Α.Ε.	93	-	<b>1920</b>

Το πηγάδι Γ22 προέκυψε σαν συνδυασμός των γεωτρήσεων Γ21, Γ22 και Γ23. Επειδή οι γεωτρήσεις αυτές βρίσκονται πολύ κοντά η μία στην άλλη και αντλούν με πολύ μικρή παροχή, θεωρήσαμε μία γεώτρηση η οποία βρίσκεται στη θέση των τριών αυτών πηγαδιών και αντλεί το άθροισμα των παροχών τους. Τα πηγάδια όπως προαναφέρθηκε, αντιστοιχούν σε οριακή συνθήκη 2<sup>ου</sup> τύπου και αντλούν με την ίδια παροχή τόσο το χειμώνα όσο και το καλοκαίρι. Οι τιμές της παροχής στα πηγάδια εισάγονται με αρνητικό πρόσημο για να δηλώσουν άντληση.

Πρέπει να διευκρινίσουμε ότι έχουμε ορίσει ως μονάδα μήκους το μέτρο και ως μονάδα χρόνου την ημέρα.

Αφού έχει ολοκληρωθεί η εισαγωγή των δεδομένων στο μοντέλο, δημιουργείται το τριγωνικό πλέγμα πεπερασμένων στοιχείων, το οποίο για την περιοχή μελέτης αποτελείται από 1047 κόμβους και 1961 στοιχεία. Παρατηρείται επίσης πύκνωση του πλέγματος στα σημεία που βρίσκονται τα πηγάδια. (Σχήμα 5.4)



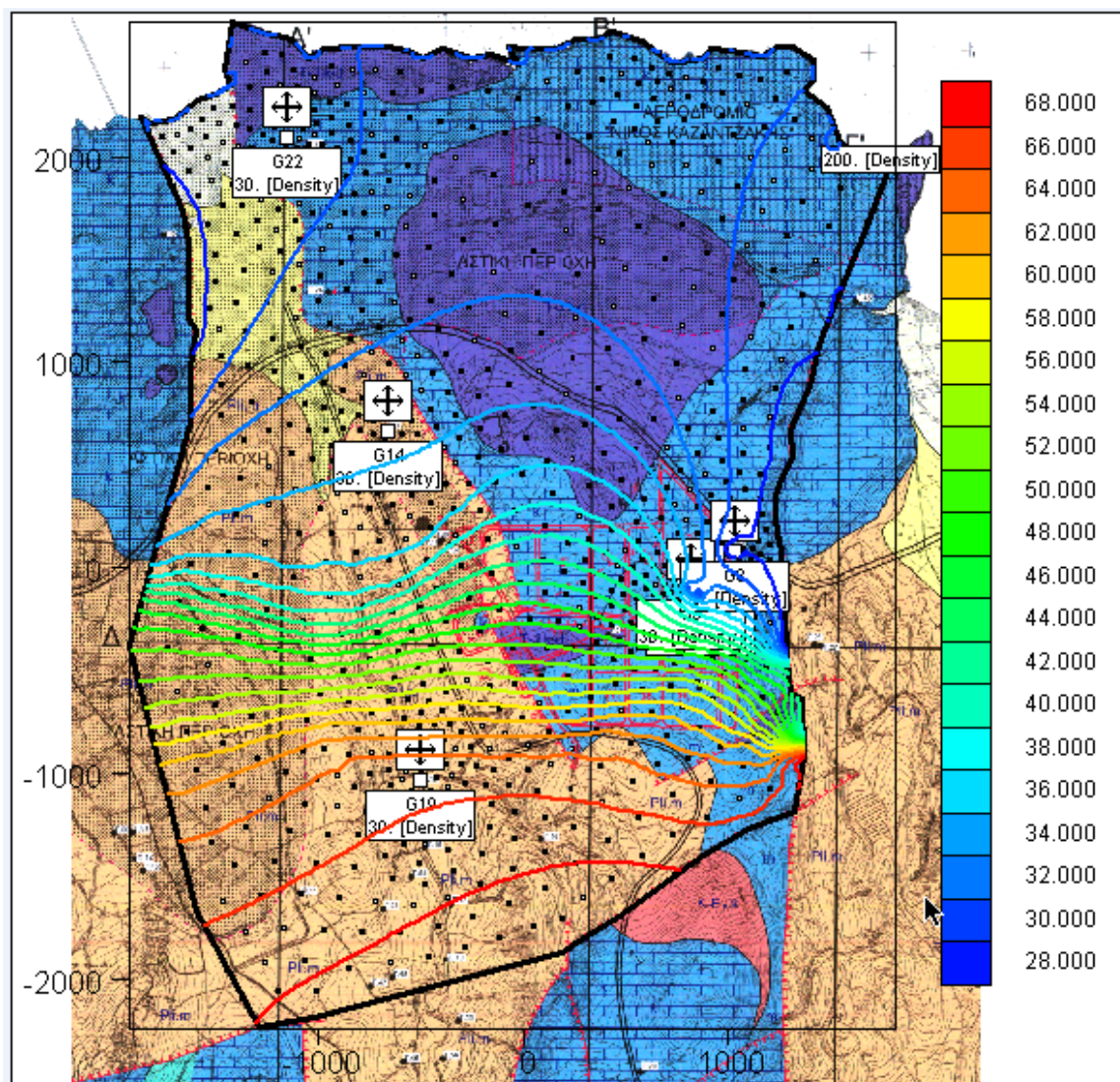
**Σχήμα 5.4.** Το πλέγμα τριγωνικών πεπερασμένων στοιχείων

Το μοντέλο είναι έτοιμο να ‘τρέξει’. Μετά την ολοκλήρωση της διαδικασίας προσομοίωσης της υπόγειας ροής και για τις τέσσερις χρονικές περιόδους, προκύπτουν τα αρχεία εξόδου του μοντέλου τα οποία περιέχουν τις τιμές του υδραυλικού ύψους και της ταχύτητα του νερού στη x και y κατεύθυνση σε κάθε κόμβο του πλέγματος.

### 5.3 Αποτελέσματα του μοντέλου – Προσδιορισμός της ζώνης Υφαλμύρωσης

Με βάση το αρχείο εξόδου το οποίο αναφέρεται στην τελευταία περίοδο προσομοίωσης, δηλαδή στη χειμερινή περίοδο του δεύτερου έτους, αναπαρίστανται πάνω στην περιοχή μελέτης τα διαγράμματα των γραμμών ίσου υδραυλικού ύψους του υπόγειου υδροφορέα. Με αυτό τον τρόπο δίνεται μια καλύτερη εικόνα της κατάστασης των υπογείων υδάτων και της κατανομής των υδραυλικών υψών.

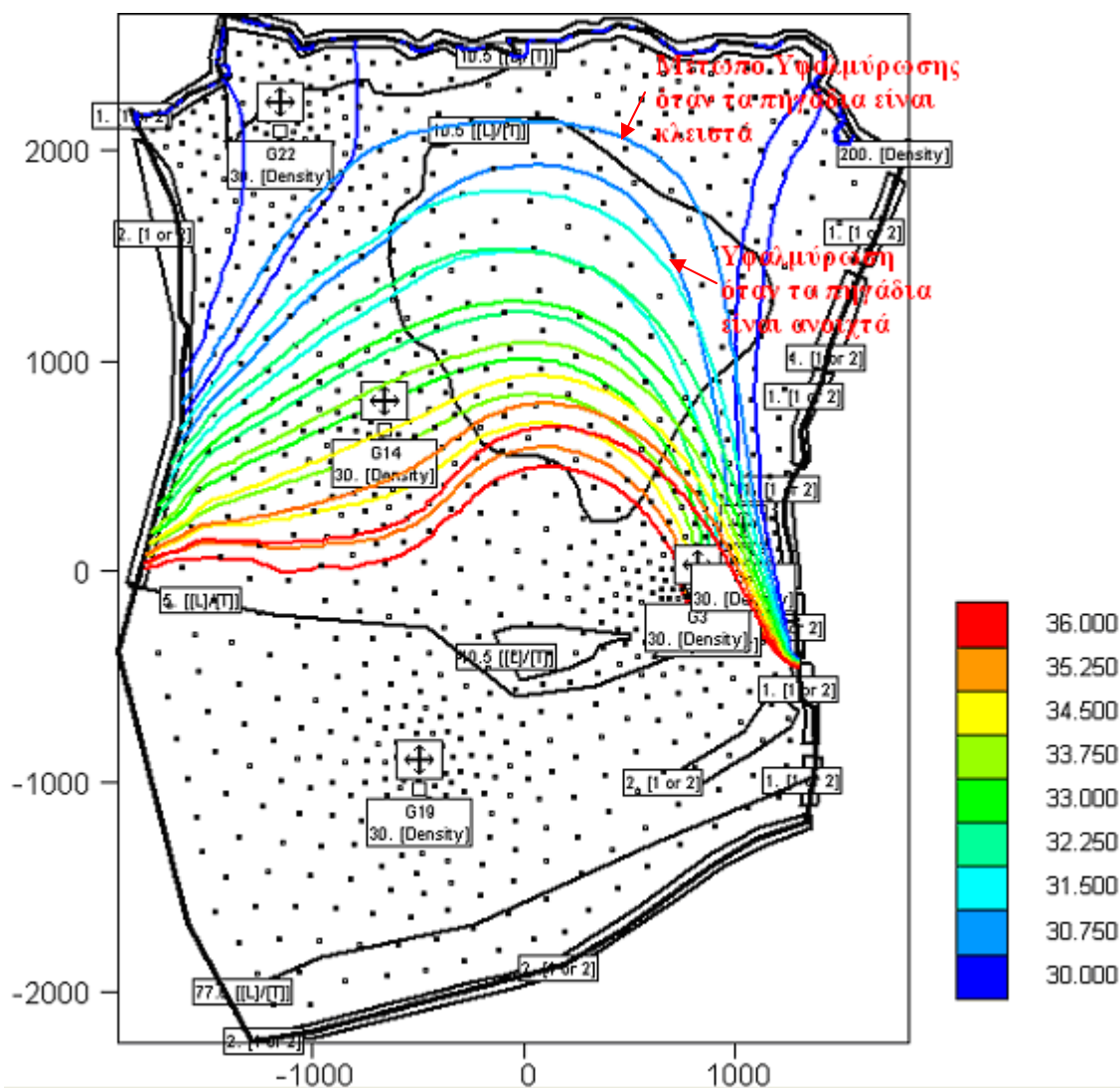




Σχήμα 5.5. Γραφική αναπαράσταση των υδραυλικών υψών του υπόγειου υδροφορέα στο τέλος της 4ης περιόδου προσομοίωσης

Από τη σχέση των Ghyben-Herzberg:  $\xi \approx 40h_f$ , που περιγράφηκε στο Κεφάλαιο 1 μπορούμε να προσδιορίσουμε την θέση της διεπιφάνειας της υφαλμύρωσης. Το πάχος του υδροφορέα από την επιφάνεια της θάλασσας μέχρι τον πυθμένα (δηλαδή η θέση της διεπιφάνειας κάτω από τη στάθμη της θάλασσας) ισούται με  $\xi = 30\text{m}$ , άρα το υδραυλικό ύψος του γλυκού νερού πάνω από τη στάθμη της θάλασσας υπολογίζεται ίσο με  $h_f = 30/40 = 0.75\text{m}$ . Επομένως το υδραυλικό ύψος της διεπιφάνειας του μεταξύ του θαλασσινού και του γλυκού νερού του υπόγειου υδροφορέα θα είναι  $h = 30 + 0.75 \Rightarrow h = 30.75\text{m}$ . Η τιμή αυτή του υδραυλικού ύψους είναι ουσιαστικά η ένδειξη του μετώπου της υφαλμύρωσης και υποδεικνύει ότι τα σημεία με μικρότερο υδραυλικό ύψος

βρίσκονται εντός της ζώνης υφαλμύρωσης. Για να γίνει καλύτερα αντιληπτό κατά πόσο η αντλητική δραστηριότητα επηρεάζει το φαινόμενο της υφαλμύρωσης παρουσιάζονται σε παράθεση στο ίδιο διάγραμμα οι ισοδυναμικές γραμμές στην περίπτωση που όλα τα πηγάδια είναι κλειστά και στην περίπτωση που όλα τα πηγάδια είναι ανοιχτά και αντλούν με τη μέγιστη παροχή. Παρατηρούμε μετατόπιση της ισοδυναμικής γραμμής των 30,75m προς την ενδοχώρα στην περίπτωση που τα πηγάδια λειτουργούν, το οποίο σημαίνει μετατόπιση του μετώπου της υφαλμύρωσης και άρα επιδείνωση του προβλήματος. (Η θέση του μετώπου υφαλμύρωσης είναι σε κάθε περίπτωση η γαλάζια γραμμή που αντιστοιχεί στην τιμή 30,75)



**Σχήμα 5.6.** Ταυτόχρονη παράθεση των γραφημάτων υδραυλικών υψών του υδροφορέα όταν όλα τα πηγάδια είναι κλειστά και όταν όλα τα πηγάδια αντλούν με τη μέγιστη παροχή.

## **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6:**

ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΜΕΘΟΔΩΝ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ ΣΤΟ  
ΥΠΟ ΜΕΛΕΤΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑ-

ΜΕΘΟΔΟΣ SIMPLEX ΚΑΙ ΓΕΝΕΤΙΚΟΙ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ

## **6. ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΜΕΘΟΔΩΝ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ ΣΤΟ ΥΠΟ ΜΕΛΕΤΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑ**

### **6.1 Ορισμός του προβλήματος βελτιστοποίησης**

Η υπάρχουσα κατάσταση των υπογείων υδάτων όπως περιγράφηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο κρίνεται αρκετά δυσμενής ως προς το πρόβλημα της υφαλμύρωσης και επομένως καθίσταται απαραίτητη η λήψη κάποιου μέτρου για το περιορισμό της περαιτέρω εξάπλωσης του φαινομένου της υφαλμύρωσης. Η μέθοδος που θεωρείται κατάλληλη είναι ο έλεγχος της αντλητικής δραστηριότητας στην περιοχή, ο συνολικός όγκος της οποίας δεν πρέπει να υπερβαίνει τη φυσική επαναφόρτιση του υδροφορέα. Εάν η άντληση από ένα πηγάδι σε παράκτιο υδροφορέα μειωθεί, τότε η στάθμη του υδροφορέα μπορεί να αυξηθεί και άρα να αυξηθεί η κίνηση του νερού προς τη θάλασσα, περιορίζοντας με αυτόν τον τρόπο εν μέρει το φαινόμενο της υφαλμύρωσης. Για το λόγο αυτό το πρόβλημα της διαχείρισης των υπογείων υδάτων της υπό μελέτη περιοχής μετατρέπεται σε πρόβλημα βελτιστοποίησης έχοντας ως στόχο τη μεγιστοποίηση των παροχών άντλησης των πηγάδιών χωρίς να ενταθεί το φαινόμενο της υφαλμύρωσης.

Πρέπει να τονίσουμε ότι στο παρόν πρόβλημα ο στόχος που τίθεται εξυπηρετεί απλά και μόνο τις ανάγκες βελτιστοποίησης και έχει ρεαλιστικά, αλλά όχι πραγματικά χαρακτηριστικά.

Για τον ορισμό του προβλήματος βελτιστοποίησης ακολουθείται η εξής διαδικασία:

Στο Σχήμα 6.1 επιλέγονται έξι σημεία παρατήρησης μεταξύ των μετώπων της υφαλμύρωσης (ισοδυναμικές γραμμές με τιμή 30,75 των γραφημάτων) στην περίπτωση που όλα τα πηγάδια είναι κλείστα και όλα τα πηγάδια είναι ανοιχτά και αντλούν με τη μέγιστη παροχή. Τα σημεία αυτά αντιστοιχούν στους εξής κόμβους του πλέγματος του μοντέλου: 834, 812, 776, 758, 691 και 587. Η νοητή καμπύλη που σχηματίζουν οι κόμβοι μεταξύ τους θεωρείται πως είναι η οριακά επιτρεπτή θέση για τη μετατόπιση του μετώπου της υφαλμύρωσης προς την ενδοχώρα. Δεδομένου ότι το φαινόμενο της υφαλμύρωσης εμφανίζεται σε υδραυλικό ύψος 30,75m, το ελάχιστο επιτρεπτό υδραυλικό ύψος στους κόμβους παρατήρησης είναι 30,75m. Με τον τρόπο αυτό ορίζεται ο περιορισμός του προβλήματος βελτιστοποίησης. Πρέπει να τονίσουμε επίσης ότι τα πηγάδια άντλησης δεν μπορούν να έχουν τιμές παροχής μεγαλύτερες από τις αντίστοιχες μέγιστες τιμές τους αλλά ούτε μπορούν να έχουν τιμές μικρότερες του μηδενός.

Το πρόβλημα εκφράζεται με μαθηματικούς όρους ως εξής:



**Αντικειμενική Συνάρτηση:**  $f = \max \sum_{i=1}^5 q_i = q_1 + q_2 + q_3 + q_4 + q_5$

**Περιορισμοί:**  $H_{834}, H_{812}, H_{776}, H_{758}, H_{691}, H_{587} \geq 30,75\text{m}$

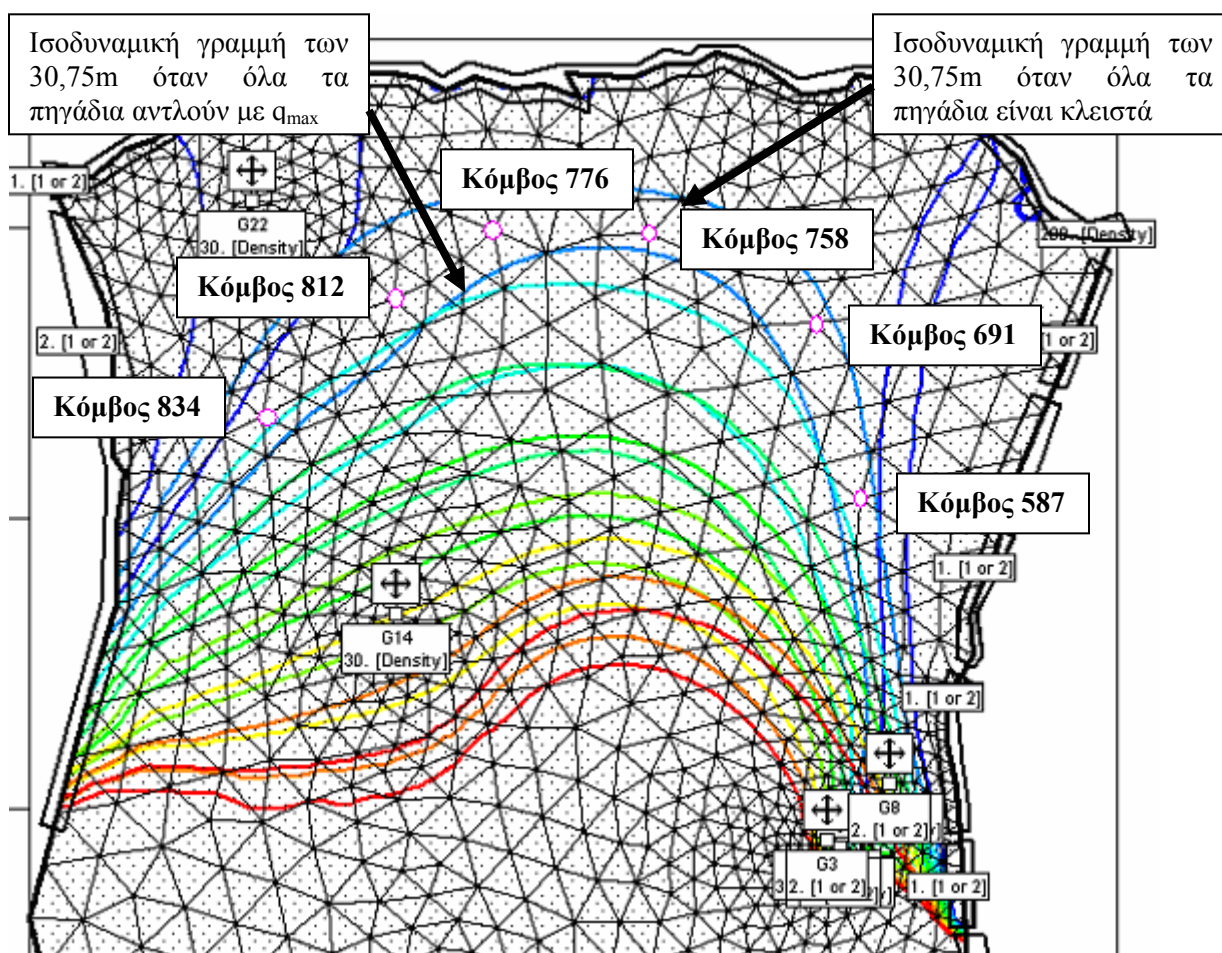
$$0 \leq q_1 \leq 1920$$

$$0 \leq q_2 \leq 1920$$

$$0 \leq q_3 \leq 1920$$

$$0 \leq q_4 \leq 587$$

$$0 \leq q_5 \leq 480$$



**Σχήμα 6.1.** Απεικόνιση σε παράθεση των γραφημάτων των ισοδυναμικών γραμμών στην περίπτωση που όλα τα πηγάδια είναι κλειστά και όλα τα πηγάδια είναι ανοιχτά και αντλούν με τη μέγιστη παροχή. Σημειώνεται η θέση των έξι κόμβων παρατήρησης

Για την επίλυση του προβλήματος αυτού εφαρμόζονται στο επόμενο κεφάλαιο δύο μέθοδοι βελτιστοποίησης: η μέθοδος Simplex και ο Διαφορικός Εξελικτικός Αλγόριθμος.



## 6.2 Έλεγχος Γραμμικής συμπεριφοράς συστήματος Υπογείων Υδάτων

Σε πολλές περιπτώσεις τα συστήματα υπογείων υδάτων έχουν μη γραμμική απόκριση στην άντληση, δηλαδή το υδραυλικό τους ύψος δεν μεταβάλλεται γραμμικά σε σχέση με την παροχή άντλησης. Η μη γραμμική συμπεριφορά ενός υδροφορέα εκφράζεται από τη μαθηματική σχέση Dupuit – Forchheimer που αναφέρεται σε ακτινική ροή του ύδατος σε ένα πηγάδι μεγάλου βάθους με ακτίνα επιρροής  $R$  σε ομογενή ελεύθερο υδροφορέα:

$$h^2 = H^2 + \frac{\ln(\frac{r}{R})}{\pi K} Q \Rightarrow h = \sqrt{H^2 + \frac{\ln(\frac{r}{R})}{\pi K} Q}$$

Παρατηρούμε ότι το υδραυλικό ύψος  $h$  εξαρτάται από την τετραγωνική ρίζα της παροχής άντλησης  $Q$ .

Αντίθετα η γραμμική συμπεριφορά ενός υδροφορέα εκφράζεται από τη παρακάτω σχέση για περιορισμένους υδροφορείς.

$$h = H + \frac{\ln(\frac{r}{R})}{2\pi K b} Q ,$$

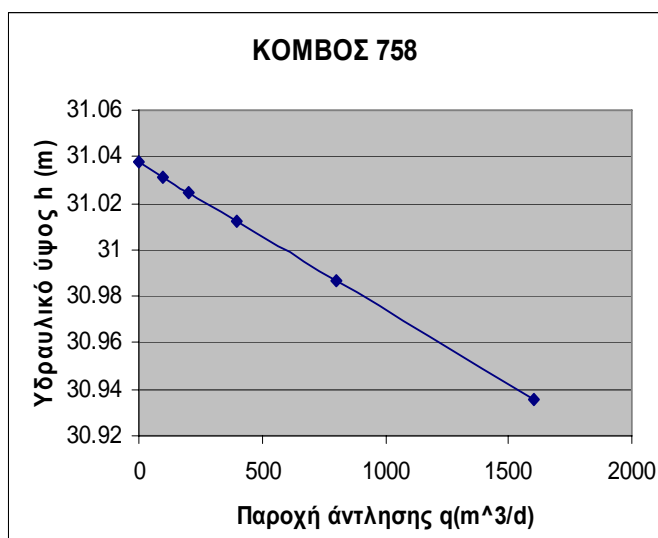
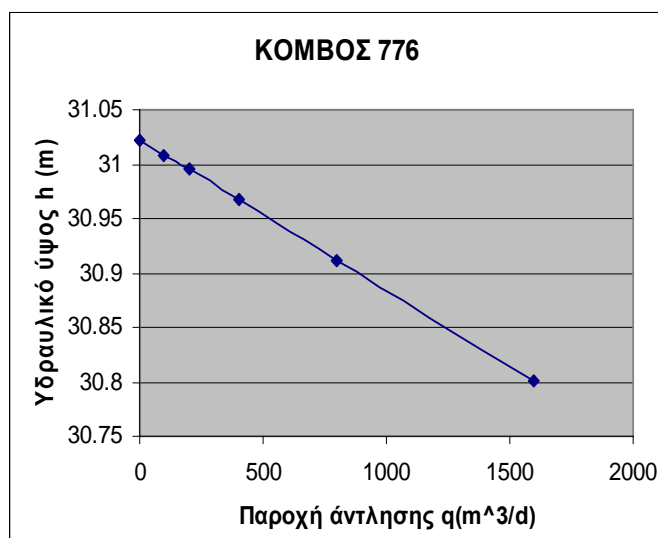
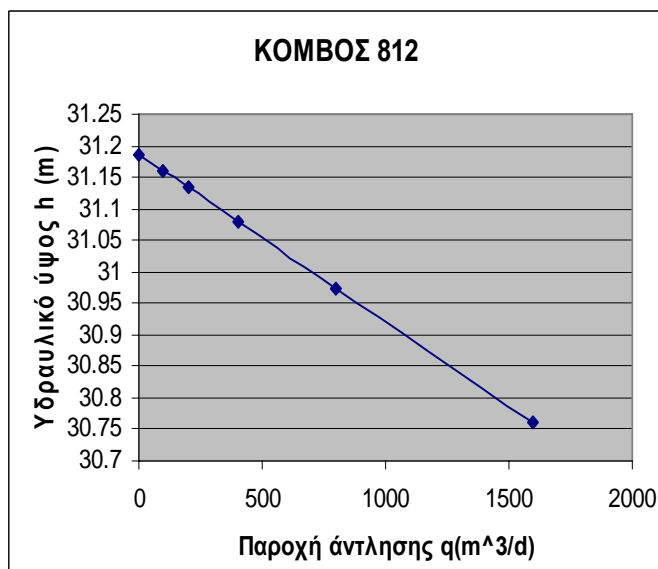
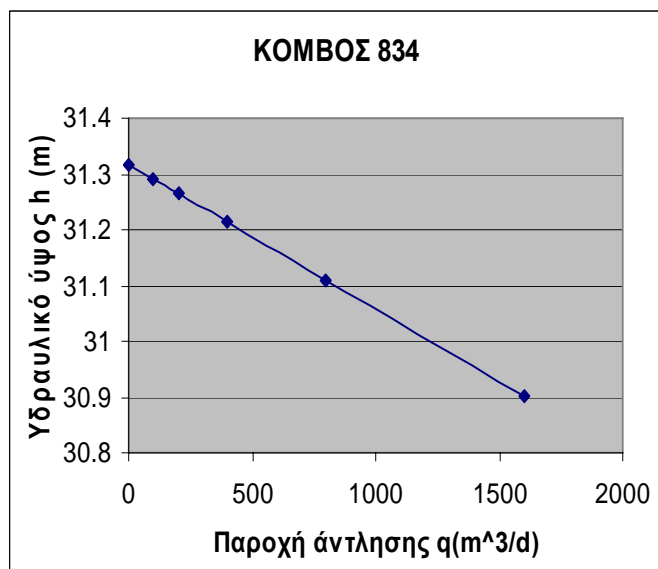
όπου το υδραυλικό ύψος  $h$  εξαρτάται άμεσα από την τιμή της παροχής άντλησης  $Q$ .

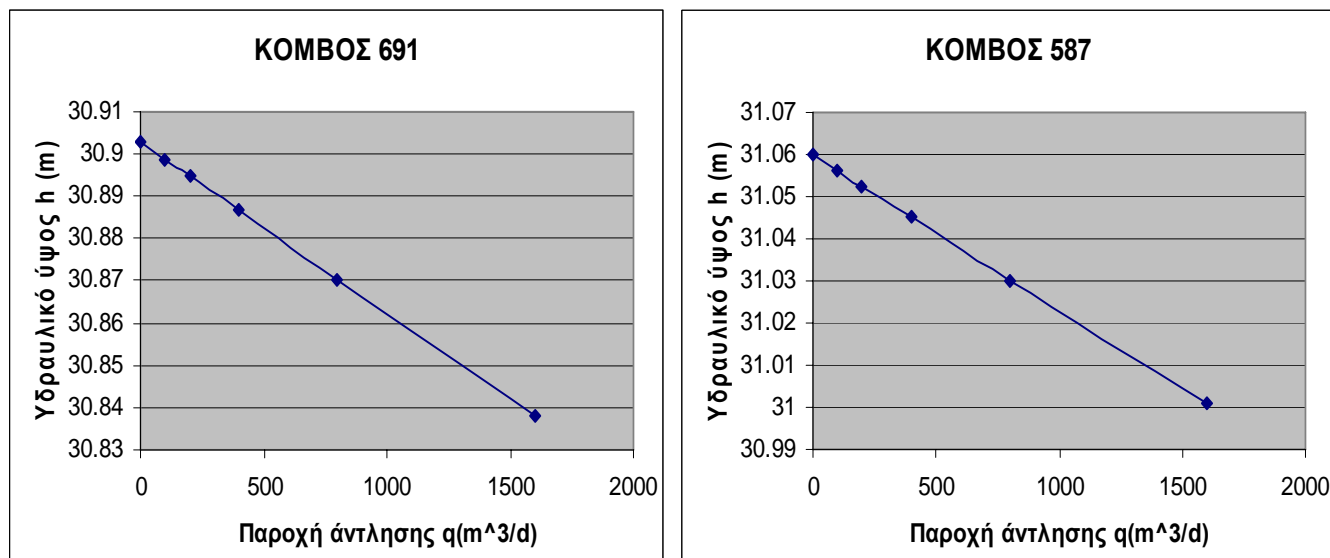
Το φαινόμενο της μη γραμμικής συμπεριφορά ενός υδροφορέα παρατηρείται κυρίως στους ελεύθερους υδροφορείς. Αυτή η φυσική συμπεριφορά έχει άμεσο αντίκτυπο στις μαθηματικές εξισώσεις επίλυσης του συστήματος υπογείων υδάτων και σε κάθε σχετικό πρόβλημα βελτιστοποίησης. Λόγω του ότι ο υδροφορέας που μελετάμε είναι ελεύθερος και για να επιλέξουμε τη σωστή μέθοδο βελτιστοποίησης του συστήματος υπογείων υδάτων ελέγχουμε την συμπεριφορά του υδροφορέα όταν μεταβάλλεται η παροχή άντλησης των πηγαδιών. Ο έλεγχος γραμμικότητας του υδροφορέα επιτυγχάνεται εξετάζοντας την επίδραση των διαφόρων αλλαγών της παροχής άντλησης στην κατασταση των υπογείων υδάτων της υπό μελέτη περιοχής. Στο συγκεκριμένο πρόβλημα ακολουθείται μια διαδικασία κατά την οποία μεταβάλλεται η παροχή άντλησης κάθε πηγαδιού εναλλάξ για σταθερές τιμές της παροχής, θέτοντας τα υπόλοιπα πηγάδια κλειστά, και παρατηρείται η μεταβολή που προκαλείται στο υδραυλικό ύψος σε κάθε ένα από τους έξι προεπιλεγμένους κόμβους παρατήρησης. Στη συνέχεια η μεταβολή αυτή του υδραυλικού ύψους ως προς την παροχή άντλησης παριστάνεται γραφικά και ελέγχεται η γραμμικότητα ή όχι του υδροφορέα.[10],[6]

## 1. ΠΗΓΑΔΙ Γ22

Παροχή άντλησης $q(m^3/d)$	Υδραυλικό Ύψος $h$ (m)					
	Κόμβος 834	Κόμβος 812	Κόμβος 776	Κόμβος 758	Κόμβος 691	Κόμβος 587
0	31.3168065	31.1869267	31.0225549	31.0378122	30.902961	31.0598894
100	31.2909403	31.160463	31.0087073	31.0313839	30.8988706	31.0561665
200	31.2650516	31.1339731	30.9948516	31.0249571	30.8947833	31.0524477
400	31.2132122	31.0809199	30.9671178	31.0121096	30.8866191	31.0450234
800	31.1093296	30.9745582	30.9115783	30.9864491	30.8703394	31.0302355
1600	30.9012743	30.7612822	30.8004231	30.9353843	30.8380587	31.0009824

Με βάση τις τιμές του πίνακα κατασκευάζουμε τα παρακάτω διαγράμματα μεταβολής του υδραυλικού ύψους στα έξι σημεία παρατήρησης ως προς την παροχή άντλησης του πηγαδιού.

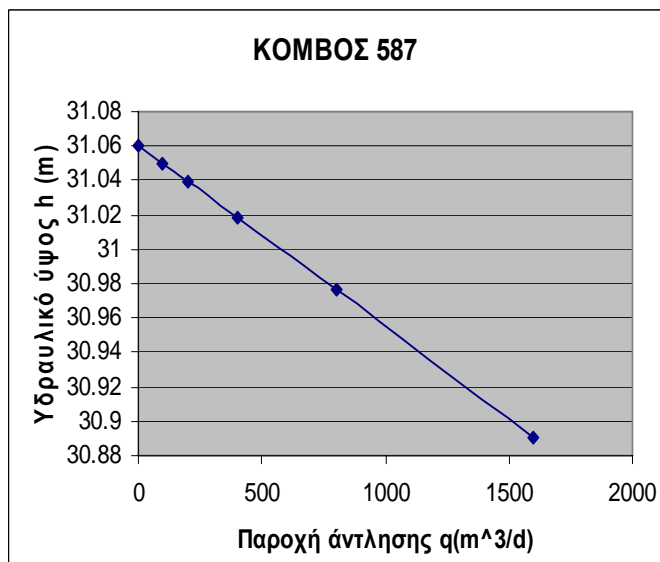
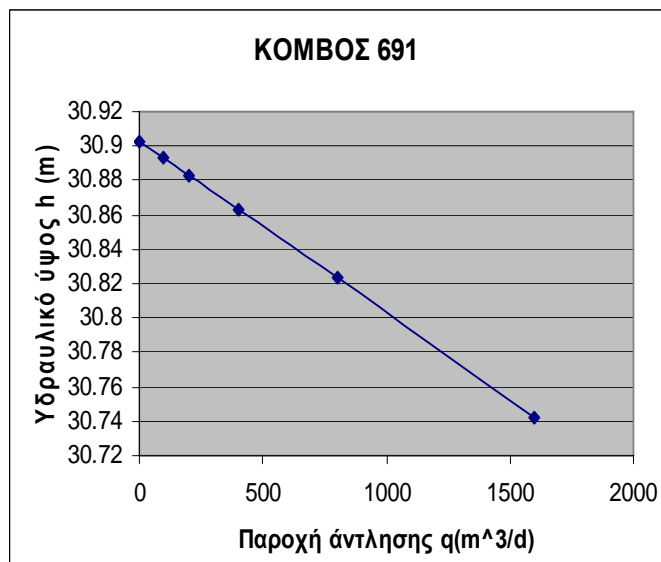
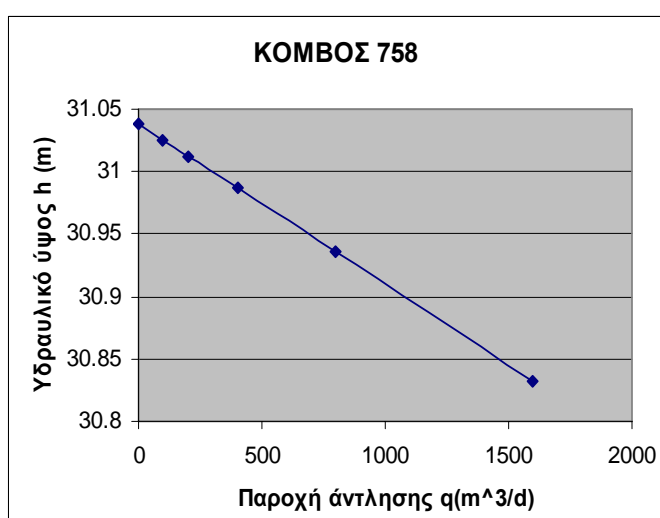
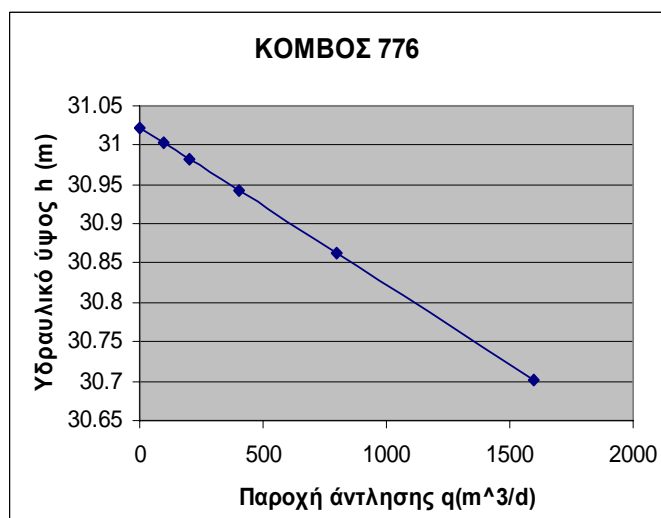
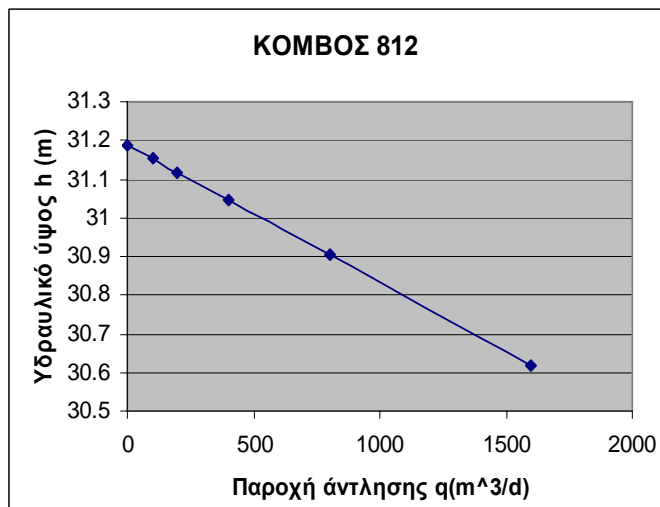
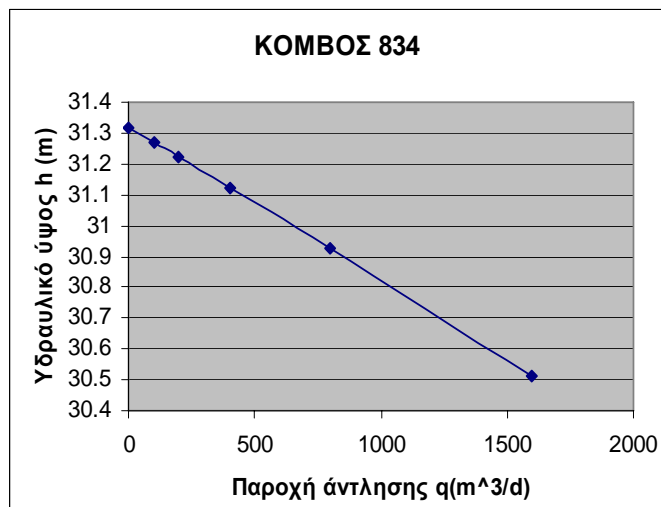




## 2. ΠΗΓΑΔΙ Γ14

	Υδραυλικό Υψος $h$ (m)					
Παροχή άντλησης $q$ (m³/d)	Κόμβος 834	Κόμβος 812	Κόμβος 776	Κόμβος 758	Κόμβος 691	Κόμβος 587
0	31.3168065	31.1869267	31.0225549	31.0378122	30.902961	31.0598894
100	31.2686154	31.1522555	31.0028385	31.0252195	30.8930996	31.0494926
200	31.220175	31.1174768	30.9830745	31.0125981	30.8832167	31.0390737
400	31.1225289	31.0475921	30.9434018	30.9872682	30.8633856	31.0181683
800	30.9240416	30.9064796	30.8634621	30.9362497	30.8234541	30.9760799
1600	30.5130633	30.6185858	30.701074	30.8326906	30.7424476	30.8907264

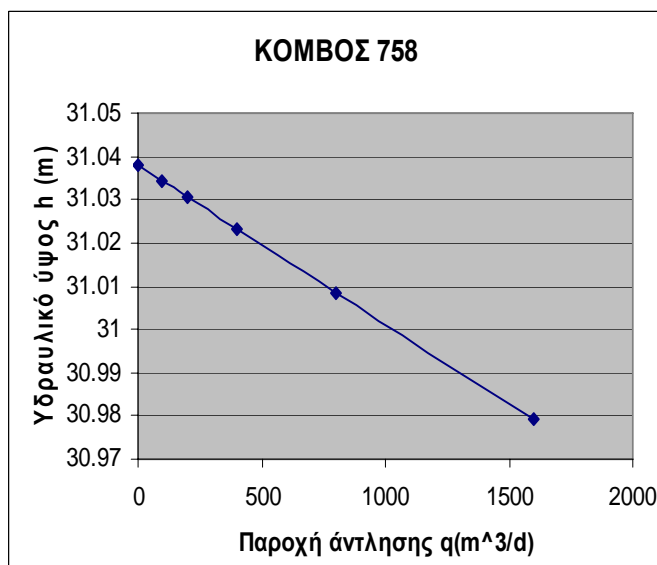
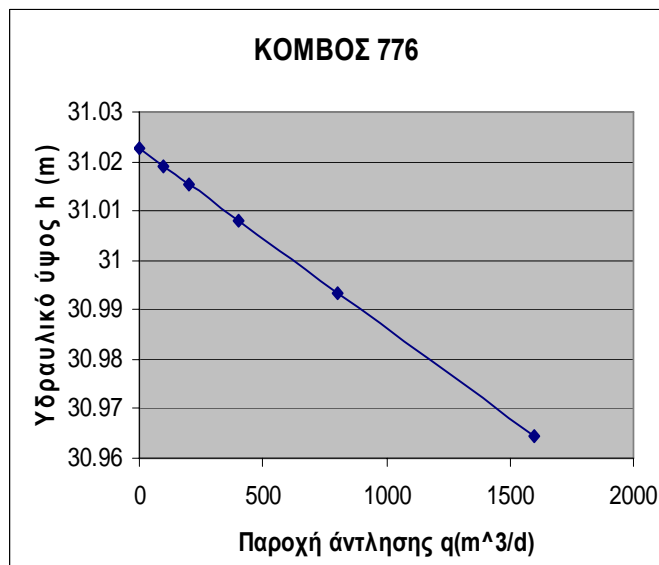
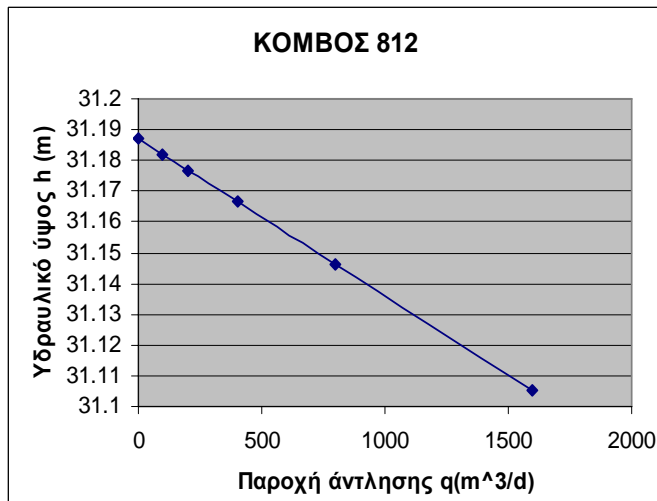
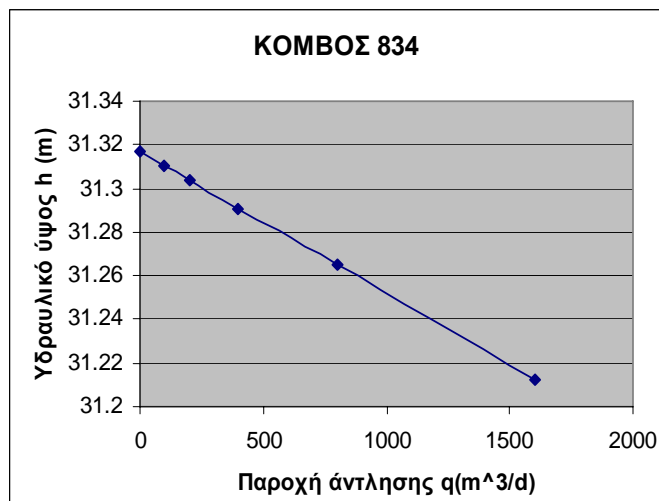
Με βάση τις τιμές του πίνακα κατασκευάζουμε τα παρακάτω διαγράμματα μεταβολής του υδραυλικού ύψους στα έξι σημεία παρατήρησης ως προς την παροχή άντλησης του πηγαδιού.

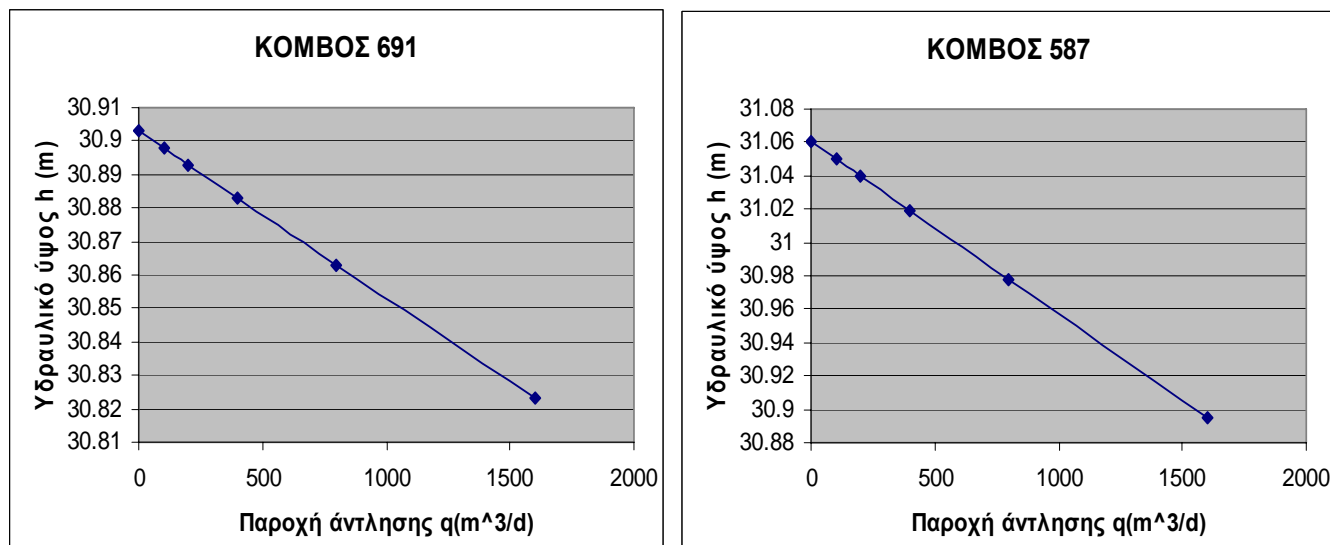


### 3. ΠΗΓΑΔΙ Γ.8

	Υδραυλικό Ύψος $h$ (m)					
Παροχή άντλησης $q(m^3/d)$	Κόμβος 834	Κόμβος 812	Κόμβος 776	Κόμβος 758	Κόμβος 691	Κόμβος 587
0	31.3168065	31.1869267	31.0225549	31.0378122	30.902961	31.0598894
100	31.3103151	31.1818125	31.0189231	31.0341488	30.8979652	31.049573
200	31.3038218	31.1766979	31.0152914	31.0304859	30.8929702	31.039257
400	31.2908293	31.1664677	31.0080287	31.0231614	30.8829826	31.0186268
800	31.2648217	31.1460037	30.9935057	31.0085182	30.8630175	30.9773747
1600	31.2127193	31.1050649	30.964473	30.9792586	30.8231336	30.8949152

Με βάση τις τιμές του πίνακα κατασκευάζουμε τα παρακάτω διαγράμματα μεταβολής του υδραυλικού ύψους στα έξι σημεία παρατήρησης ως προς την παροχή άντλησης του πηγαδιού.

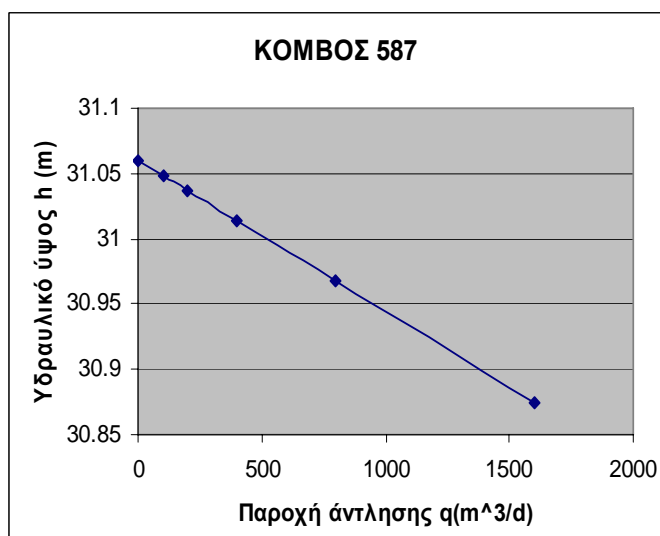
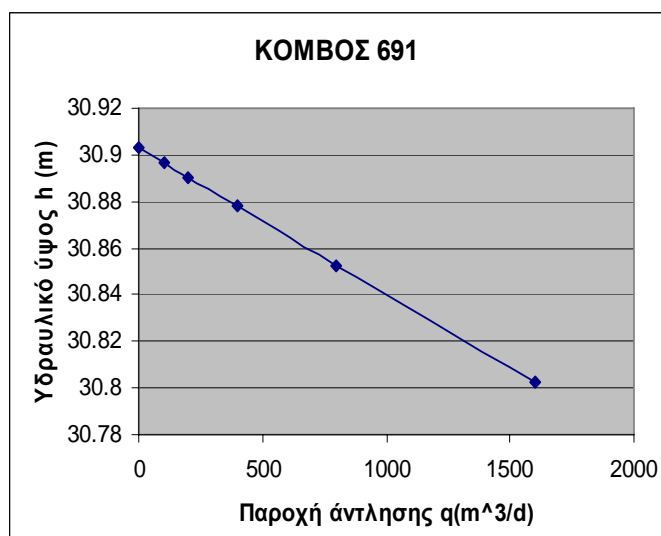
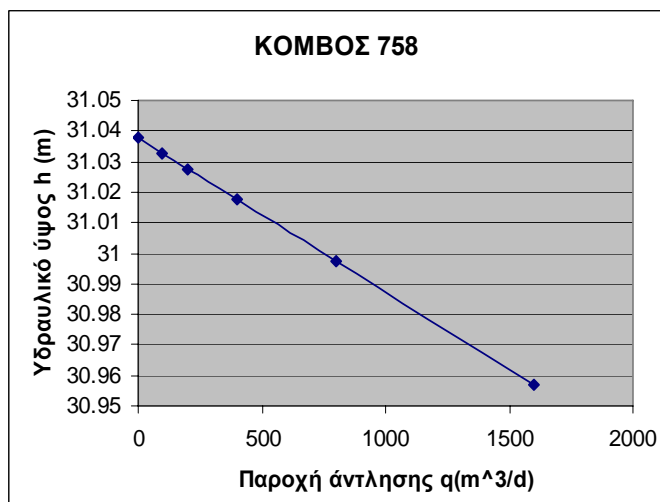
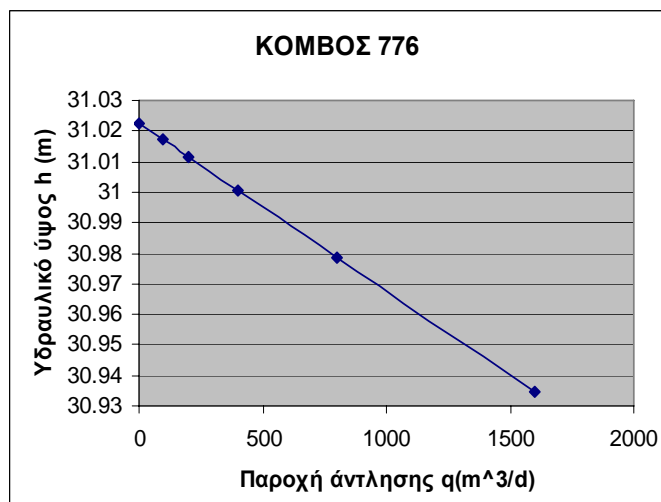
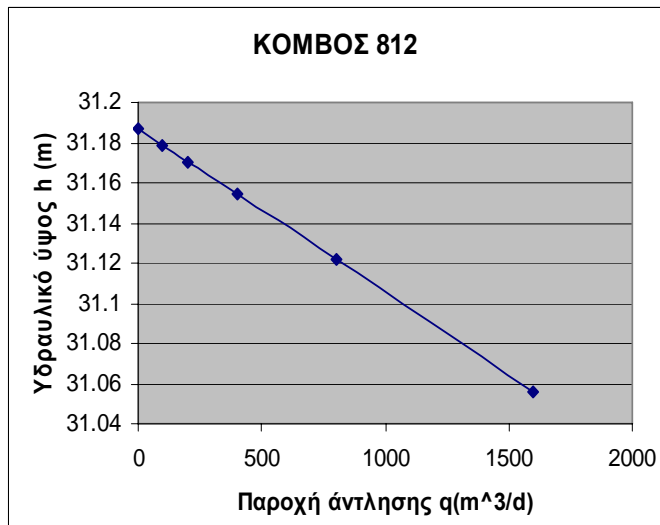
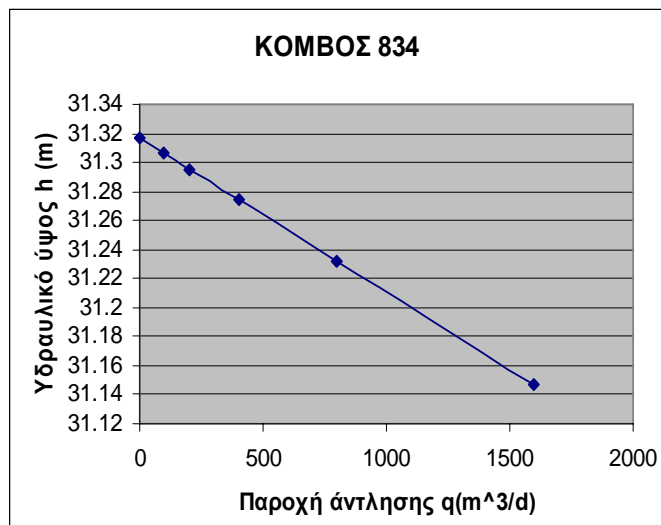




#### 4. ΠΗΓΑΔΙ Γ.4

Παροχή άντλησης $q(m^3/d)$	Υδραυλικό Υψος $h(m)$					
	Κόμβος 834	Κόμβος 812	Κόμβος 776	Κόμβος 758	Κόμβος 691	Κόμβος 587
0	31.3168065	31.1869267	31.0225549	31.0378122	30.902961	31.0598894
100	31.3062071	31.1787732	31.0170543	31.0327417	30.8966809	31.0483208
200	31.2956007	31.1706175	31.0115532	31.0276712	30.8904014	31.0367523
400	31.2743671	31.1542999	31.0005497	31.0175306	30.8778441	31.013616
800	31.2318169	31.1216401	30.9785381	30.9972515	30.8527372	30.9673473
1600	31.1463867	31.0562279	30.9344998	30.9567048	30.8025598	30.8748352

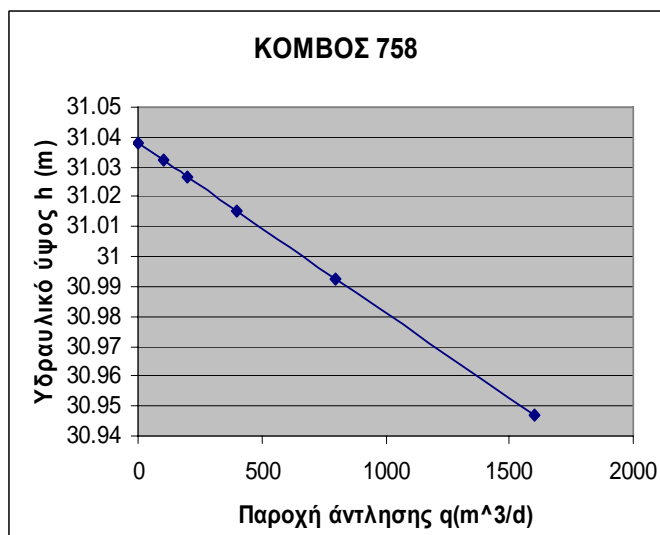
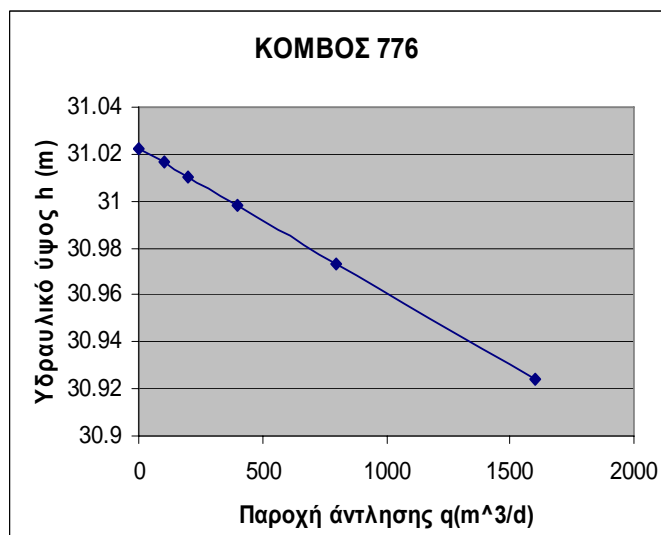
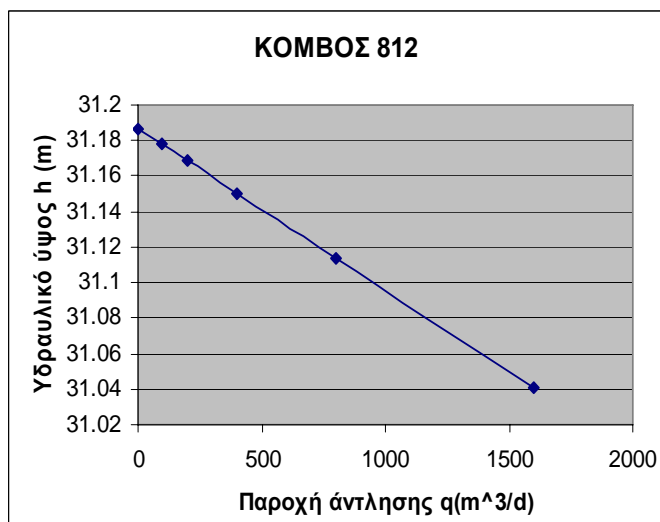
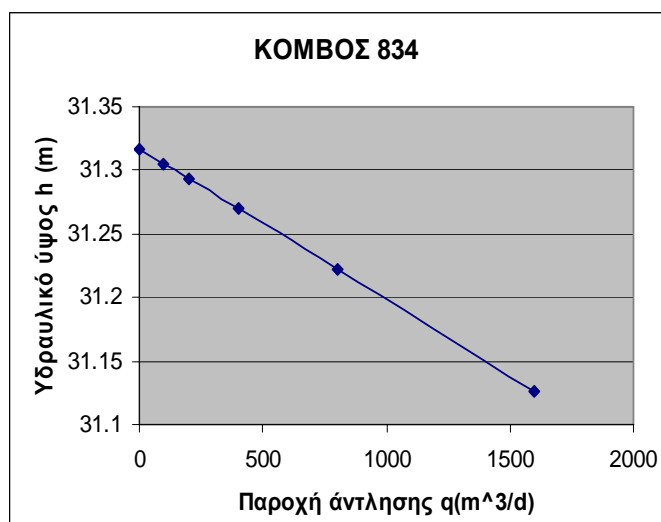
Με βάση τις τιμές του πίνακα κατασκευάζουμε τα παρακάτω διαγράμματα μεταβολής του υδραυλικού ύψους στα έξι σημεία παρατήρησης ως προς την παροχή άντλησης του πηγαδιού.



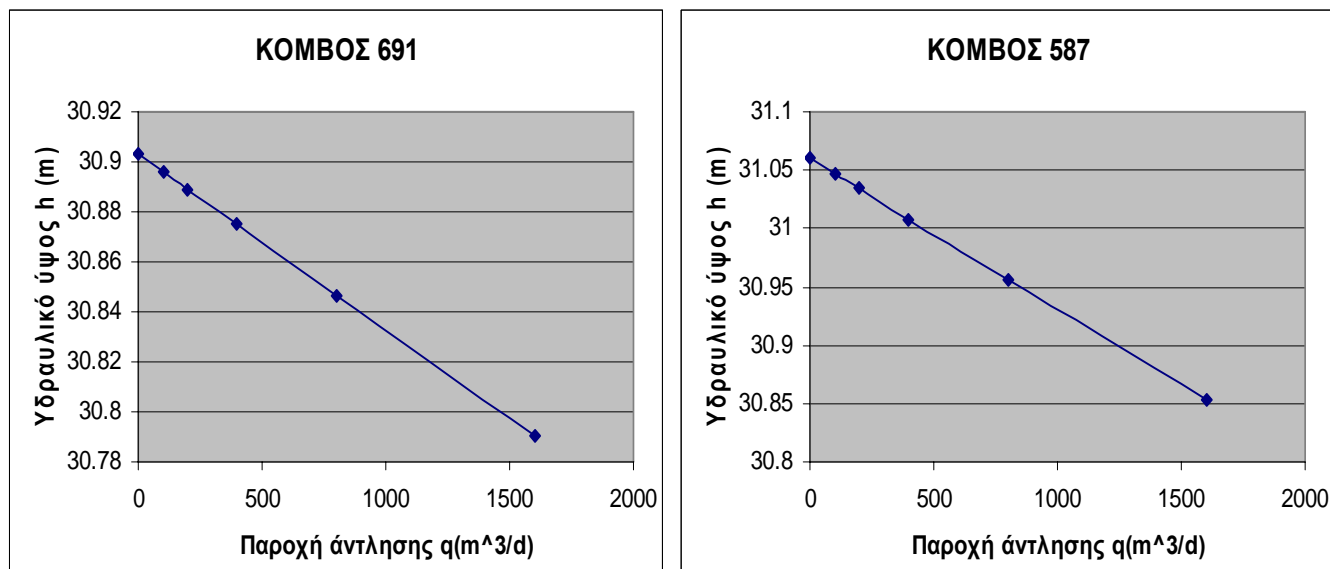
### 5. ΠΗΓΑΔΙ Γ.3

	Υδραυλικό Ύψος $h$ (m)					
Παροχή άντλησης $q$ (m <sup>3</sup> /d)	Κόμβος 834	Κόμβος 812	Κόμβος 776	Κόμβος 758	Κόμβος 691	Κόμβος 587
0	31.3168065	31.1869267	31.0225549	31.0378122	30.902961	31.0598894
100	31.3049932	31.177832	31.0164116	31.0321411	30.8959385	31.0469895
200	31.2931701	31.1687338	31.0102672	31.0264696	30.8889159	31.0340884
400	31.2694951	31.1505271	30.997975	31.0151252	30.8748706	31.0082824
800	31.2220287	31.1140728	30.9733774	30.9924316	30.8467803	30.9566572
1600	31.1266288	31.041005	30.9241326	30.9470284	30.790605	30.8533617

Με βάση τις τιμές του πίνακα κατασκευάζουμε τα παρακάτω διαγράμματα μεταβολής του υδραυλικού ύψους στα έξι σημεία παρατήρησης ως προς την παροχή άντλησης του πηγαδιού.







Ενώ στην πραγματικότητα το σύστημα των υπογείων υδάτων είναι μη γραμμικό, από τα παραπάνω διαγράμματα προκύπτει ότι ο υδροφορέας έχει γραμμική ή σχεδόν γραμμική συμπεριφορά ως προς την άντληση.

### 6.3 ΜΕΘΟΔΟΣ SIMPLEX

Ο γραμμικός προγραμματισμός ορίζεται σαν το μαθηματικό μοντέλο που στοχεύει στη βελτιστοποίηση (μεγιστοποίηση ή ελαχιστοποίηση), μιας ή περισσότερων γραμμικών συναρτήσεων (κριτήρια βελτιστοποίησης) αγνώστων πραγματικών μεταβλητών, των οποίων το πεδίο οριοθετείται έμμεσα από γραμμικούς περιορισμούς των μεταβλητών αυτών. Οι άγνωστες μεταβλητές πρέπει να επιλέγονται έτσι ώστε να προσδιορίζουν απόλυτα το αντικείμενο απόφασης του προβλήματος και ονομάζονται γι αυτό το σκοπό μεταβλητές απόφασης.

Η μέθοδος Simplex λύνει προβλήματα της μορφής :

$$\max/\min f(x) = c^T x \quad (\text{αντικειμενική συνάρτηση})$$

$$\text{έτσι ώστε } A \cdot x \leq b \quad (\text{περιορισμοί})$$

$$x \geq 0$$

όπου  $x$ :  $n \times 1$  μεταβλητές απόφασης,

$c$ :  $n \times 1$  διάνυσμα,  $b$ :  $m \times 1$  διάνυσμα

$A$ :  $m \times n$  μητρώο συντελεστών

Η μέθοδος Simplex είναι η ευρύτερα διαδεδομένη μέθοδος για την αντιμετώπιση γραμμικών προβλημάτων. Είναι μια πολύ αποτελεσματική μέθοδος, που χρησιμοποιείται για την επίλυση μεγάλων προβλημάτων σε ηλεκτρονικούς υπολογιστές.

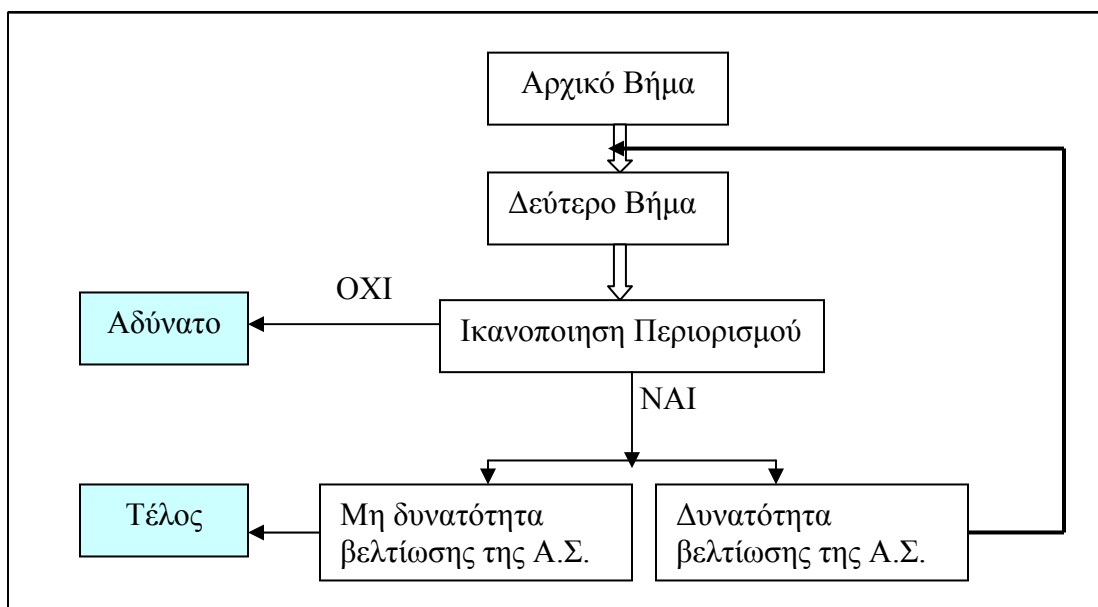
Η φιλοσοφία της μεθόδου είναι σχετικά απλή: πρόκειται για μια περιήγηση στις κορυφές του υπερπολυέδρου  $A$  των λύσεων του γραμμικού προβλήματος βελτιώνοντας σε κάθε βήμα (από κορυφή σε κορυφή) την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης. Επειδή το υπερπολυέδρο  $A$  είναι ένα κυρτό σύνολο, αυτή η περιήγηση θα σταματήσει σε μια κορυφή πέρα από την οποία δεν υπάρχει άλλη βελτίωση, δηλαδή σε μια βέλτιστη λύση.

Η εφαρμογή της μεθόδου προϋποθέτει την διατύπωση του προβλήματος σε πρότυπη μορφή, δηλαδή τη μετατροπή όλων των ανισοτικών εξισώσεων σε ισότητες:

$$\max/\min z = c^T x$$

$$\text{έτσι ώστε } A \cdot x = b \quad x \geq 0$$

Για το σκοπό αυτό εισάγεται σε κάθε εξίσωση μια θετική μεταβλητή απόκλισης (slack variable), προστιθέμενη όταν ο περιορισμός είναι του τύπου  $\leq$  ή αφαιρούμενη όταν ο προσδιορισμός είναι τύπου  $\geq$ . Οι μεταβλητές απόκλισης των περιορισμών  $1, 2, \dots, m$  συμβολίζονται αντίστοιχα ως  $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_m$  και εκφράζουν το πόσο απέχει μια λύση από κάθε περιορισμό δηλαδή κατά πόσο εξαντλείται κάθε οριακή εξίσωση. Το νέο γραμμικό πρόβλημα είναι ισοδύναμο με το αρχικό, λόγω του ότι υπάρχει μονοσήμαντη αντιστοιχία μεταξύ των λύσεων των δύο επιμέρους γραμμικών προβλημάτων. [11],[6]



Σχήμα 6.2. Σχηματική Διάταξη τρόπου λειτουργίας της Μεθόδου Simplex. [11]

### 6.3.1 Εφαρμογή της Μεθόδου Simplex στο υπό μελέτη πρόβλημα βελτιστοποίησης

Το υπό μελέτη σύστημα υπογείων υδάτων, όπως αποδείχτηκε στην παράγραφο 6.1, χαρακτηρίζεται από γραμμική μεταβολή του υδραυλικού ύψους ως προς την παροχή. Επομένως χρειάζεται μία και μόνο εκτέλεση του αλγόριθμου Simplex η οποία θα δώσει τη βέλτιστη λύση του προβλήματος.

Η επίλυση του προβλήματος με τη χρήση γραμμικού προγραμματισμού ακολουθεί τα εξής βήματα:

#### **ΒΗΜΑ 1:**

Επιλέγονται πέντε τυχαίες αρχικές τιμές της παροχής για τα αντίστοιχα πέντε πηγάδια

$$\text{άντλησης της περιοχής μελέτης: } \vec{Q}_0 = \begin{bmatrix} Q_8 \\ Q_4 \\ Q_3 \\ Q_{22} \\ Q_{14} \end{bmatrix}$$

όπου  $Q_8$  η παροχή του πηγαδιού Γ8,

$Q_4$  η παροχή του πηγαδιού Γ4,

$Q_3$  η παροχή του πηγαδιού Γ3,

$Q_{22}$  η παροχή του πηγαδιού Γ22 και

$Q_{14}$  η παροχή του πηγαδιού Γ14

Οι τιμές αυτές εισάγονται στο PTC και προσομοιώνεται η ροή των υπογείων υδάτων για τις τέσσερις χρονικές περιόδους. Από το αρχείο εξόδου για το τέλος της τέταρτης

$$\text{περιόδου προκύπτουν τα υδραυλικά ύψη στους έξι κόμβους παρατήρησης } \vec{H}_0 = \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \\ H_3 \\ H_4 \\ H_5 \\ H_6 \end{bmatrix}$$

Στη συνέχεια από το διάνυσμα των αρχικών παροχών μεταβάλλεται η παροχή του

πρώτου πηγαδιού άντλησης (Γ8) κατά  $\Delta Q_1$ , και το διάνυσμα γίνεται:  $\vec{Q}_1 = \begin{bmatrix} Q_8 + \Delta Q_1 \\ Q_4 \\ Q_3 \\ Q_{22} \\ Q_{14} \end{bmatrix}$

Η νέα αυτή πεντάδα τιμών για τις παροχές άντλησης εισάγεται και πάλι στο PTC, από όπου προκύπτει ένα νέο διάνυσμα υδραυλικών υψών των κόμβων παρατήρησης:

$$\vec{H}_1 = \begin{bmatrix} H'_1 \\ H'_2 \\ H'_3 \\ H'_4 \\ H'_5 \\ H'_6 \end{bmatrix}.$$

Από τις τιμές του υδραυλικού ύψους και της παροχής προκύπτει το διάνυσμα της κλίσης του υδραυλικού ύψους ως προς την παροχή.

$$\left( \frac{\partial H}{\partial Q} \right)_1 = \begin{bmatrix} \frac{H'_1 - H_1}{\Delta Q_1} \\ \frac{H'_2 - H_2}{\Delta Q_1} \\ \frac{H'_3 - H_3}{\Delta Q_1} \\ \frac{H'_4 - H_4}{\Delta Q_1} \\ \frac{H'_5 - H_5}{\Delta Q_1} \end{bmatrix}$$

Η ίδια ακριβώς διαδικασία επαναλαμβάνεται για κάθε ένα από τα πέντε πηγάδια άντλησης εναλλάξ. Μεταβάλλουμε, δηλαδή, διαδοχικά την παροχή άντλησης του κάθε πηγαδιού κατά μία τιμή  $\Delta Q_i$ , ενώ διατηρούμε τις υπόλοιπες παροχές στις αρχικές τους τιμές. Προκύπτουν με τον τρόπο αυτό πέντε διανύσματα παροχών,  $\vec{Q}_1, \vec{Q}_2, \vec{Q}_3, \vec{Q}_4, \vec{Q}_5$  τα

οποία εισάγονται διαδοχικά στο PTC, από όπου προκύπτουν πέντε νέα διανύσματα υδραυλικών υψών των κόμβων παρατήρησης.  $\vec{H}_1, \vec{H}_2, \vec{H}_3, \vec{H}_4, \vec{H}_5$ . Στη συνέχεια υπολογίζουμε τα πέντε διανύσματα της κλίσης του υδραυλικού ύψους ως προς την παροχή,  $\left(\frac{\partial \vec{H}}{\partial Q}\right)_1, \left(\frac{\partial \vec{H}}{\partial Q}\right)_2, \left(\frac{\partial \vec{H}}{\partial Q}\right)_3, \left(\frac{\partial \vec{H}}{\partial Q}\right)_4, \left(\frac{\partial \vec{H}}{\partial Q}\right)_5$

Μετά την ολοκλήρωση της παραπάνω διαδικασίας κατασκευάζουμε τον τελικό πίνακα απόκρισης (response matrix) ο οποίος έχει αριθμό στηλών ίσο με τον αριθμό των πηγαδιών άντλησης και αριθμό γραμμών ίσο με το πλήθος των κόμβων παρατήρησης (δηλαδή είναι ένας 6x5 πίνακας). Στον πίνακα αυτό παρουσιάζονται συνολικά οι μεταβολές του υδραυλικού ύψους προς τις αντίστοιχες μεταβολές της παροχής άντλησης..

$$A = \left[ \left(\frac{\partial \vec{H}}{\partial Q}\right)_1 \left(\frac{\partial \vec{H}}{\partial Q}\right)_2 \left(\frac{\partial \vec{H}}{\partial Q}\right)_3 \left(\frac{\partial \vec{H}}{\partial Q}\right)_4 \left(\frac{\partial \vec{H}}{\partial Q}\right)_5 \right] \Rightarrow$$

$$A = \begin{bmatrix} \frac{H'_1 - H_1}{\Delta Q_1} & \frac{H'_1 - H_1}{\Delta Q_2} & \frac{H'_1 - H_1}{\Delta Q_3} & \frac{H'_1 - H_1}{\Delta Q_4} & \frac{H'_1 - H_1}{\Delta Q_5} \\ \frac{H'_2 - H_2}{\Delta Q_1} & \frac{H'_2 - H_2}{\Delta Q_2} & \frac{H'_2 - H_2}{\Delta Q_3} & \frac{H'_2 - H_2}{\Delta Q_4} & \frac{H'_2 - H_2}{\Delta Q_5} \\ \frac{H'_3 - H_3}{\Delta Q_1} & \frac{H'_3 - H_3}{\Delta Q_2} & \frac{H'_3 - H_3}{\Delta Q_3} & \frac{H'_3 - H_3}{\Delta Q_4} & \frac{H'_3 - H_3}{\Delta Q_5} \\ \frac{H'_4 - H_4}{\Delta Q_1} & \frac{H'_4 - H_4}{\Delta Q_2} & \frac{H'_4 - H_4}{\Delta Q_3} & \frac{H'_4 - H_4}{\Delta Q_4} & \frac{H'_4 - H_4}{\Delta Q_5} \\ \frac{H'_5 - H_5}{\Delta Q_1} & \frac{H'_5 - H_5}{\Delta Q_2} & \frac{H'_5 - H_5}{\Delta Q_3} & \frac{H'_5 - H_5}{\Delta Q_4} & \frac{H'_5 - H_5}{\Delta Q_5} \\ \frac{H'_6 - H_6}{\Delta Q_1} & \frac{H'_6 - H_6}{\Delta Q_2} & \frac{H'_6 - H_6}{\Delta Q_3} & \frac{H'_6 - H_6}{\Delta Q_4} & \frac{H'_6 - H_6}{\Delta Q_5} \end{bmatrix} \quad (\text{Response matrix})$$

Εφαρμόζουμε τη μέθοδο που περιγράφηκε παραπάνω με τα πραγματικά δεδομένα του υπό μελέτη προβλήματος, για να κατασκευάσουμε τον πίνακα απόκρισης. Σημειώνεται ότι οι τιμές των υδραυλικών υψών που χρησιμοποιήσαμε πάρθηκαν από το πρώτο στρώμα του μοντέλου προσομοίωσης μιας και σ' αυτό το στρώμα ανήκει η πλειονοψηφία των πηγαδιών που μελετάμε.

1. Δίνουμε τυχαίες αρχικές τιμές της παροχής άντλησης των πηγαδιών.

$$\vec{Q}_0 = \begin{bmatrix} Q_8 \\ Q_4 \\ Q_3 \\ Q_{22} \\ Q_{14} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1200 \\ 980 \\ 1500 \\ 350 \\ 240 \end{bmatrix} \text{ Με εφαρμογή στο ptc προκύπτει } \rightarrow \vec{H}_0 = \begin{bmatrix} H_{834} \\ H_{812} \\ H_{776} \\ H_{758} \\ H_{691} \\ H_{587} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 30.7381167 \\ 30.7270399 \\ 30.7346342 \\ 30.8052207 \\ 30.6375396 \\ 30.5899665 \end{bmatrix}$$

1. Μεταβάλλουμε μόνο την παροχή  $Q_8$  κατά +10% ενώ διατηρούμε τις υπόλοιπες παροχές στις αρχικές τιμές τους. Άρα  $Q_8 + \Delta Q_1 = 1200 + 0,1 \cdot 1200 = 1320 \text{ m}^3/\text{d}$

$$\vec{Q}_1 = \begin{bmatrix} Q_8 + \Delta Q_1 \\ Q_4 \\ Q_3 \\ Q_{22} \\ Q_{14} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1320 \\ 980 \\ 1500 \\ 350 \\ 240 \end{bmatrix} \text{ Με εφαρμογή στο ptc προκύπτει } \rightarrow \vec{H}_1 = \begin{bmatrix} H'_{834} \\ H'_{812} \\ H'_{776} \\ H'_{758} \\ H'_{691} \\ H'_{587} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 30.729976 \\ 30.7207612 \\ 30.730228 \\ 30.8008103 \\ 30.6315506 \\ 30.5775628 \end{bmatrix}$$

2. Μεταβάλλουμε μόνο την παροχή  $Q_4$  κατά +10% ενώ διατηρούμε τις υπόλοιπες παροχές στις αρχικές τιμές τους. Άρα  $Q_4 + \Delta Q_2 = 980 + 0,1 \cdot 980 = 1078 \text{ m}^3/\text{d}$

$$\vec{Q}_2 = \begin{bmatrix} Q_8 \\ Q_4 + \Delta Q_2 \\ Q_3 \\ Q_{22} \\ Q_{14} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1200 \\ 1078 \\ 1500 \\ 350 \\ 240 \end{bmatrix} \text{ Με εφαρμογή στο ptc προκύπτει } \rightarrow \vec{H}_2 = \begin{bmatrix} H'_{834} \\ H'_{812} \\ H'_{776} \\ H'_{758} \\ H'_{691} \\ H'_{587} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 30.7272487 \\ 30.7188585 \\ 30.7291774 \\ 30.8002279 \\ 30.6313854 \\ 30.5786095 \end{bmatrix}$$

3. Μεταβάλλουμε μόνο την παροχή  $Q_3$  κατά +10% ενώ διατηρούμε τις υπόλοιπες παροχές στις αρχικές τιμές τους. Άρα  $Q_3 + \Delta Q_3 = 1500 + 0,1 \cdot 1500 = 1650 \text{ m}^3/\text{d}$

$$\vec{Q}_3 = \begin{bmatrix} Q_8 \\ Q_4 \\ Q_3 + \Delta Q_3 \\ Q_{22} \\ Q_{14} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1200 \\ 980 \\ 1650 \\ 350 \\ 240 \end{bmatrix} \text{ Με εφαρμογή στο ptc προκύπτει } \rightarrow \vec{H}_3 = \begin{bmatrix} H'_{834} \\ H'_{812} \\ H'_{776} \\ H'_{758} \\ H'_{691} \\ H'_{587} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 30.7195441 \\ 30.7130484 \\ 30.7252903 \\ 30.7966582 \\ 30.6269861 \\ 30.5705432 \end{bmatrix}$$

4. Μεταβάλλουμε μόνο την παροχή  $Q_{22}$  κατά +10% ενώ διατηρούμε τις υπόλοιπες παροχές στις αρχικές τιμές τους. Άρα  $Q_{22} + \Delta Q_4 = 350 + 0,1 \cdot 350 = 385 \text{ m}^3/\text{d}$

$$\vec{Q}_4 = \begin{bmatrix} Q_8 \\ Q_4 \\ Q_3 \\ Q_{22} + \Delta Q_4 \\ Q_{14} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1200 \\ 980 \\ 1500 \\ 385 \\ 240 \end{bmatrix} \text{ Με εφαρμογή στο ptc προκύπτει } \rightarrow \vec{H}_4 = \begin{bmatrix} H'_{834} \\ H'_{812} \\ H'_{776} \\ H'_{758} \\ H'_{691} \\ H'_{587} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 30.7285986 \\ 30.7174731 \\ 30.7296671 \\ 30.8029248 \\ 30.6360814 \\ 30.5886354 \end{bmatrix}$$

5. Μεταβάλλουμε μόνο την παροχή  $Q_{14}$  κατά +10% ενώ διατηρούμε τις υπόλοιπες παροχές στις αρχικές τιμές τους. Άρα  $Q_{14} + \Delta Q_5 = 240 + 0,1 \cdot 240 = 264 \text{ m}^3/\text{d}$

$$\vec{Q}_5 = \begin{bmatrix} Q_8 \\ Q_4 \\ Q_3 \\ Q_{22} \\ Q_{14} + \Delta Q_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1200 \\ 980 \\ 1500 \\ 350 \\ 264 \end{bmatrix} \text{ Με εφαρμογή στο ptc προκύπτει } \rightarrow \vec{H}_5 = \begin{bmatrix} H'_{834} \\ H'_{812} \\ H'_{776} \\ H'_{758} \\ H'_{691} \\ H'_{587} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 30.7258431 \\ 30.7183936 \\ 30.7297568 \\ 30.8021099 \\ 30.6351026 \\ 30.587385 \end{bmatrix}$$

Άρα ο πίνακας απόκρισης προκύπτει ως εξής:

$$A = \begin{matrix} & \frac{\partial \bar{H}}{\partial Q_1} & \frac{\partial \bar{H}}{\partial Q_2} & \frac{\partial \bar{H}}{\partial Q_3} & \frac{\partial \bar{H}}{\partial Q_4} & \frac{\partial \bar{H}}{\partial Q_5} \\ \begin{bmatrix} -0.0000678392 & -0.000110898 & -0.000123817 & -0.000271946 & -0.0005114 \\ -0.0000523225 & -0.0000834837 & -0.0000932767 & -0.000273337 & -0.000360263 \\ -0.0000367183 & -0.0000556816 & -0.0000622927 & -0.000141917 & -0.000203225 \\ -0.0000367533 & -0.0000509469 & -0.0000570833 & -0.0000655971 & -0.000129617 \\ -0.0000499083 & -0.000062798 & -0.0000703567 & -0.0000416629 & -0.000101542 \\ -0.000103364 & -0.000115888 & -0.000129489 & -0.0000380314 & -0.000107562 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

## ΒΗΜΑ 2:

Το πρόβλημα βελτιστοποίησης όπως ορίστηκε στην παράγραφο 6.1. πρέπει να υποστεί ορισμένες τροποποιήσεις ως προς τον τρόπο έκφρασης της αντικειμενικής συνάρτησης και των περιορισμών έτσι ώστε να είναι δυνατή η εφαρμογή της μεθόδου Simplex στο συγκεκριμένο πρόβλημα. Αρχικά το πρόβλημα πρέπει να μετατραπεί από πρόβλημα μεγιστοποίησης στο ισοδύναμο πρόβλημα ελαχιστοποίησης. Η μέθοδος Simplex θα κλιθεί να ελαχιστοποιήσει την αρνητική συνολική παροχή και επομένως η αντικειμενική συνάρτηση θα πάρει τη μορφή:

$$f(x) = \max \sum_{i=1}^5 q_i \Rightarrow z = \min(-f(x))$$

Σύμφωνα με τον περιορισμό θα πρέπει το ελάχιστο επιτρεπτό υδραυλικό ύψος σε κάθε κόμβο παρατήρησης να ισούται με 30,75m. Είναι αναγκαίο όμως ο περιορισμός να εκφράζεται με βάση τη μεταβλητή απόφασης x (στο συγκεκριμένο πρόβλημα η μεταβλητή απόφασης είναι η παροχή q) επομένως γίνονται οι εξής μετασχηματισμοί:

Θέτω  $H_{ref}=30,75m$  και επομένως ο περιορισμός γραφεται ως:

$$H \geq H_{ref} \Rightarrow H_0 + \Delta H \geq H_{ref}$$

Το  $\Delta H$  μπορεί να εκφραστεί συναρτήσει του πίνακα απόκρισης ως:  $\Delta H = A \cdot \Delta Q$

$$\text{Οπότε: } H_0 + A \cdot \Delta Q \geq H_{ref} \Rightarrow$$



$$\begin{aligned}
 H_0 + A \cdot (Q - Q_0) &\geq H_{ref} \Rightarrow \\
 H_0 + A \cdot Q - A \cdot Q_0 &\geq H_{ref} \Rightarrow \\
 A \cdot Q &\geq H_{ref} + A \cdot Q_0 - H_0 \\
 -A \cdot Q &\leq H_0 - H_{ref} - A \cdot Q_0
 \end{aligned}$$

Θέτω:  $b = H_0 - H_{ref} - A \cdot Q_0$

Οπότε:  $A \cdot Q \geq b$

Όπου:  $Q_0$  είναι το διάνυσμα των αρχικών τυχαίων τιμών παροχής και  $H_0$  το αντίστοιχο αρχικό διάνυσμα υδραυλικών υψών και  $Q$  είναι το εκάστοτε διαφοροποιημένο διάνυσμα των παροχών και  $H$  τα υδραυλικά ύψη που προκύπτουν από το ptc βάση της παροχής  $Q$ .

Η μέθοδος Simplex επιλύεται με χρήση του μαθηματικού πακέτου Matlab 7.1.

Η βασική εντολή ονομάζεται **linprog** (linear programming) και γράφεται στη μορφή:

**[x, fval] = linprog (f, A, b, Aeq, beq, LB, UB)**

όπου

**x**: είναι οι μεταβλητές απόφασης, δηλαδή στο πρόβλημα η παροχή  $q$  των πηγαδιών άντλησης

**fval**: η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης

**f**: το διάνυσμα της αντικειμενικής συνάρτησης που περιέχει τους συντελεστές των μεταβλητών απόφασης. Λόγω του ότι έχουμε μετατρέψει το πρόβλημα από πρόβλημα μεγιστοποίησης σε πρόβλημα ελαχιστοποίησης, το διάνυσμα της αντικειμενικής συνάρτησης θα περιέχει τους αρνητικούς συντελεστές των μεταβλητών απόφασης.

**A**: ο πίνακας των περιορισμών ανισότητας, ο οποίος όπως αποδείχθηκε παραπάνω είναι ο αρνητικός του πίνακα απόκρισης  $A$ .

**b**: το διάνυσμα των περιορισμών ανισότητας, το οποίο σύμφωνα με τα παραπάνω είναι ο πίνακας στήλη των τιμών  $H_0 - H_{ref} - A \cdot Q_0$ .

**Aeq, beq**: ο πίνακας και το διάνυσμα αντίστοιχα των περιορισμών ισότητας

**LB** (lower bound): είναι το διάνυσμα των κατώτερων ορίων των μεταβλητών απόφασης. Στο πρόβλημα τα πηγάδια άντλησης δεν μπορούν να έχουν τιμές παροχής μικρότερες του μηδενός, άρα  $LB^T = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$

**UB**(upper bound): είναι το διάνυσμα των ανώτερων ορίων των μεταβλητών απόφασης

Τα πηγάδια άντλησης δεν μπορούν να έχουν τιμές παροχής παροχής μεγαλύτερες από τις αντίστοιχες μέγιστες τιμές τους, άρα άρα  $UB^T = [1920 \ 1920 \ 1920 \ 576 \ 480]$

Με βάση τα παραπάνω η δομή του m-file που επιλύει το πρόβλημα βελτιστοποίησης είναι η εξής:

```
% Problema grammikou programmatismou
%Euresi beltistis paroxis gia ta pigadia tis BIPE-Irakleiou
% Arxika orizetai h antikeimenikh sunartisi
f=[-1;-1;-1;-1;-1];
% Orizetai o periorismos anisotitas A*q>=b
A=[-0.0000678392 -0.000110898 -0.000123817 -0.000271946 -0.0005114
-0.0000523225 -0.0000834837 -0.0000932767 -0.000273337 -0.000360263
-0.0000367183 -0.0000556816 -0.0000622927 -0.000141917 -0.000203225
-0.0000367533 -0.0000509469 -0.0000570833 -0.0000655971 -0.000129617
-0.0000499083 -0.000062798 -0.0000703567 -0.0000416629 -0.000101542
-0.000103364 -0.000115888 -0.000129489 -0.0000380314 -0.000107562];
b=[0.5818167;0.4436399;0.2751342;0.2889207;0.1534396;0.3109665];
% Dinontai oi maximum kai minimum times tis parametrou q
LB=zeros(5,1);
UB=[1920;1920;1920;576;480];
% EFARMOZETAI I METHODOS SIMPLEX
[q,fval]=linprog(f,-A,b,[],[],LB,UB);
% YPOLOGIZONTAI OI VELTISTES TIMES PAROXHS ANTILISIS |
% GIA TA 5 PIGADIA
q
Q=sum(q)
```

Το τελικό αποτέλεσμα που προκύπτει από τη μέθοδο Simplex είναι οι πέντε βέλτιστες τιμές παροχής άντλησης για τα αντίστοιχα πηγάδια και η συνολική παροχή. Οι τιμές αυτές εκφράζουν την μέγιστη δυνατή αντλητική δραστηριότητα, έτσι ώστε να μην επιδεινωθεί το πρόβλημα της υπαλμύρωσης στην περιοχή.

Αποτελέσματα Μεθόδου Simplex	
Πηγάδι άντλησης	Βέλτιστη τιμή Παροχής $q(m^3/d)$
Γ8	1920
Γ4	535
Γ3	0
Γ22	576
Γ14	0
<b>Άθροισμα ΣQ</b>	<b>3031</b>

## **6.4 ΓΕΝΕΤΙΚΟΙ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ**

### **6.4.1 Εισαγωγή στους Γενετικούς Αλγόριθμους**

Τα τελευταία τριάντα χρόνια, λόγω των περιορισμένων δυνατοτήτων των κλασικών μεθόδων αναζήτησης και βελτιστοποίησης αλλά και της συνεχώς αυξανόμενης ανάγκης για παραγωγή λογισμικού που να μπορεί να εκμεταλλεύεται πιο αποδοτικά τις τεράστιες δυνατότητες του υλικού, έχει παρατηρηθεί ένα συνεχώς αυξανόμενο ενδιαφέρον για την ανάπτυξη συστημάτων επίλυσης προβλημάτων βασισμένων στις αρχές της Γενετικής εξέλιξης και της κληρονομικότητας. Σύμφωνα με το μηχανισμό εξέλιξης των οργανισμών, ο οποίος βασίζεται στον κανόνα της φυσικής επιλογής, οι οργανισμοί που δεν μπορούν να επιβιώσουν στο περιβάλλον τους πεθαίνουν, ενώ οι υπόλοιποι πολλαπλασιάζονται μέσω της αναπαραγωγής. Οι απόγονοι παρουσιάζουν μικρές διαφοροποιήσεις από τους προγόνους τους, ενώ συνήθως υπερισχύουν αυτοί που συγκεντρώνουν τα καλύτερα χαρακτηριστικά.

Η θεωρία αυτή της εξέλιξης (evolution) έχει χρησιμοποιηθεί σε μια κατηγορία αλγορίθμων επίλυσης προβλημάτων, που ονομάζονται Εξελικτικοί Αλγόριθμοι (evolutionary algorithms). Οι Εξελικτικοί αλγόριθμοι εμφανίζονται σε τρεις διαφορετικές μορφές, οι οποίες ακολουθούν διακριτή πορεία, αλλά με ισχυρές αλληλεπιδράσεις μεταξύ τους: **τους Γενετικούς Αλγόριθμους** (Genetic Algorithms – GA), τον **Εξελικτικό Προγραμματισμό** (Evolutionary Programming – EP) και τις **Εξελικτικές Στρατηγικές** (Evolutionary Strategies – ES).

Η πρώτη εμφάνιση των Γενετικών Αλγορίθμων χρονολογείται στις αρχές του 1950 όταν διάφοροι βιολόγοι επιστήμονες αποφάσισαν να χρησιμοποιήσουν υπολογιστές στην προσπάθειά τους να προσομοιώσουν πολύπλοκα βιολογικά συστήματα. Η συστηματική τους ανάπτυξη όμως, που τους οδήγησε στη μορφή με την οποία είναι γνωστοί σήμερα πραγματοποιήθηκε στις αρχές του 1970 από τον John Holland, και τους συνεργάτες του στο Πανεπιστήμιο του Michigan. Οι στόχοι της ερευνάς του Holland ήταν δύο: 1) να εξετάσει και να εξηγήσει το φαινόμενο της προσαρμογής των φυσικών συστημάτων και 2) να σχεδιάσει τεχνητά συστήματα λογισμικού που θα χρησιμοποιούν τους σημαντικούς αυτούς μηχανισμούς της φυσικής προσαρμογής.

Αυτού του είδους τα συστήματα λειτουργούν διατηρώντας ένα πληθυσμό κωδικοποιημένων πιθανών λύσεων και εφαρμόζοντας πάνω σ' αυτό διάφορες διαδικασίες επίλογής του καλύτερου, καθώς και διάφορους γενετικούς τελεστές. Οι

τελεστές αυτοί αντιγράφουν τον τρόπο με τον οποίο αναπαράγονται και μεταλλάσσονται τα χρωμοσώματα των κυττάρων των ζωντανών οργανισμών. Έτσι περνώντας από γενιά σε γενιά, τα συστήματα αυτά δημιουργούν συνεχώς νέους πληθυσμούς πιθανών λύσεων χρησιμοποιώντας, τόσο κομμάτια και στοιχεία από την προηγούμενη γενιά, όσο και εντελώς καινούρια κομμάτια που δοκιμάζονται για τυχόν καλή απόδοσή τους. Με αυτόν τον τρόπο αξιοποιούν τις πληροφορίες που τους παρέχει το περιβάλλον τους.

Το κεντρικό θέμα της έρευνας πάνω στους γενετικούς αλγόριθμους είναι η **ευρωστία (robustness)**, δηλαδή η ισορροπία ανάμεσα στην αποδοτικότητα και τη δύναμη οι οποίες είναι απαραίτητες για την επιβίωση σε πολλά διαφορετικά περιβάλλοντα.

Οι συνέπειες της ευρωστίας στα τεχνητά συστήματα είναι πολλαπλές. Εάν ένα τεχνητό σύστημα μπορεί να είναι πιο εύρωστο, οι ανάγκες για δαπανηρούς ανασχεδιασμούς μπορεί να μειωθούν ή και να εξαιρεθούν. Εάν επιτευχθούν υψηλά επίπεδα προσαρμογής, τα υπάρχοντα συστήματα θα μπορούν να εκτελούν τις λειτουργίες τους περισσότερο χρόνο και καλύτερα. Οι γενετικοί αλγόριθμοι έχουν αποδειχτεί τόσο εμπειρικά όσο και θεωρητικά ότι παρέχουν εύρωστη αναζήτηση σε περίπλοκους χώρους. Έχοντας εδραιωθεί σαν έγκυρη προσέγγιση στα προβλήματα που απαιτούν αποτελεσματική και αποδοτική αναζήτηση, οι γενετικοί αλγόριθμοι βρίσκουν όλο και μεγαλύτερη εφαρμογή στους επιστημονικούς κύκλους αλλά και στους κύκλους των επιχειρήσεων και των μηχανικών. Ο λόγος γι' αυτό είναι ξεκάθαρος: οι γενετικοί αλγόριθμοι είναι απλοί όσο αφορά το υπολογιστικό μέρος, αλλά ισχυροί στην αναζήτηση για βελτίωση των λύσεων. Επίσης δεν περιορίζονται από αυστηρές περιορισμούς όσο αφορά τον χώρο αναζήτησης (περιορισμοί συνέχειας, υπαρξη παραγώγων, υπαρξη ενός μόνο μέγιστου κ.τ.λ.). [1],[2],[8]

#### **6.4.2 Διαφορές των Γενετικών Αλγόριθμων με τις Παραδοσιακές Μεθόδους Αναζήτησης και Βελτιστοποίησης**

Στη βιβλιογραφία αναφέρονται κατά κύριο λόγο τρεις μέθοδοι αναζήτησης και βελτιστοποίησης που παρουσίασαν αξιόλογα αποτελέσματα, όσον αφορά την εφαρμογή τους σε υπολογιστικές μηχανές και κυριάρχησαν για πολλά χρόνια :

- Μέθοδοι βασισμένες στη μαθηματική ανάλυση (calculus-based methods)
- Απαριθμωτικές (enumerative) ή τυχαίες (random) μέθοδοι
- Μέθοδοι επαναληπτικής αναζήτησης (iterated search)

Οι συμβατικές αυτές μέθοδοι βελτιστοποίησης δεν έχουν την ισχύ για να αντεπεξέλθουν σε μεγάλο αριθμό προβλημάτων, χωρίς αυτό να σημαίνει ότι είναι δεν είναι χρήσιμες. Πολλές από τις υπάρχουσες μεθόδους φαίνονται να ανταποκρίνονται εκπληκτικά καλά σε πολλές εφαρμογές. Παρ'όλα αυτά οι μέθοδοι αποδεικνύονται κατώτερες των περιστάσεων σε προβλήματα περισσότερο πολύπλοκα, αποδεικνύοντας ότι είναι αποτελεσματικές μόνο σε ένα σχετικά στενό φάσμα προβλημάτων

Οι γενετικοί αλγόριθμοι πλεονεκτούν αισθητά στη λύση προβλημάτων βελτιστοποίησης από τις παραπάνω μεθόδους. Συγκεκριμένα οι γενετικοί αλγόριθμοι διαφέρουν από τις συμβατικές διαδικασίες αναζήτησης σε τέσσερα θεμελιώδη σημεία.

- 1) Οι γενετικοί αλγόριθμοι δουλεύουν με μια κωδικοποίηση ενός συνόλου τιμών που μπορούν να λάβουν οι μεταβλητές και όχι με τις ίδιες τις μεταβλητές του προβλήματος. Στην κλασική προσέγγιση των γενετικών αλγορίθμων είναι απαραίτητο η καθορισμένη φυσική παράμετρος του προβλήματος βελτιστοποίησης να είναι κωδικοποιημένη, δηλαδή να αναπαρίσταται με μια πεπερασμένου μήκους συμβολοσειρά ενός πεπερασμένου αλφάβητου.
- 2) Οι γενετικοί αλγόριθμοι κάνουν αναζήτηση σε ένα πληθυσμό σημείων ταυτόχρονα και όχι σε ένα μοναδικό σημείο. Σε πολλές μεθόδους βελτιστοποίησης, η επεξεργασία γίνεται βήμα προς βήμα, πηγαίνοντας προσεκτικά από σημείο σε σημείο του πεδίου ορισμού του προβλήματος. Αυτό ενέχει αρκετούς κινδύνους, ο κυριότερος από τους οποίους είναι να περιοριστεί η αναζήτηση σε μια περιοχή τοπικού ακρότατου, που δεν είναι ολικό. Οι γενετικοί αλγόριθμοι εξαλείφουν αυτόν τον κίνδυνο ενεργώντας ταυτόχρονα πάνω σε ένα ευρύ σύνολο σημείων. Έτσι μπορούν να "ανεβαίνουν" πολλούς λόφους (hill-climbing) την ίδια στιγμή, ελαχιστοποιώντας την πιθανότητα να βρουν μια λάθος κορυφή.
- 3) Οι γενετικοί αλγόριθμοι χρησιμοποιούν μόνο την πληροφορία της αντικειμενικής συνάρτησης (objective function) και καμία άλλη παράμετρο ή επιπρόσθετη πληροφορία. Πολλές μέθοδοι αναζήτησης απαιτούν αρκετές

βοηθητικές πληροφορίες για τη συνάρτηση που επεξεργάζονται. Τέτοιου είδους πληροφορίες δεν προαπαιτούνται από τους γενετικούς αλγόριθμους. Το ψάξιμό τους είναι κατά κάποιο τρόπο "τυφλό". Αξιοποιούν μόνο όση πληροφορία περιέχεται στην αντικειμενική συνάρτηση πράγμα που τους προσδίδει μεγάλη ευελιξία.

- 4) Οι γενετικοί αλγόριθμοι χρησιμοποιούν πιθανοτικούς κανόνες μετάβασης και όχι ντετερμινιστικούς (αιτιοκρατικούς). Η χρήση πιθανοτικών κανόνων μετάβασης είναι κυρίαρχο γνώρισμα των γενετικών αλγόριθμων, χωρίς αυτό να σημαίνει ότι η όλη διαδικασία βαδίζει στην τύχη. Το στοιχείο της τύχης χρησιμοποιείται ως οδηγός για αναζήτηση σε περιοχές που αναμένεται να δώσουν καλά αποτελέσματα.

Τα τέσσερα προαναφερθέντα χαρακτηριστικά συμβάλουν αποφασιστικά ώστε να έχουν οι γενετικοί αλγόριθμοι την πολυπόθητη ιδιότητα της ευρωστίας. [2]

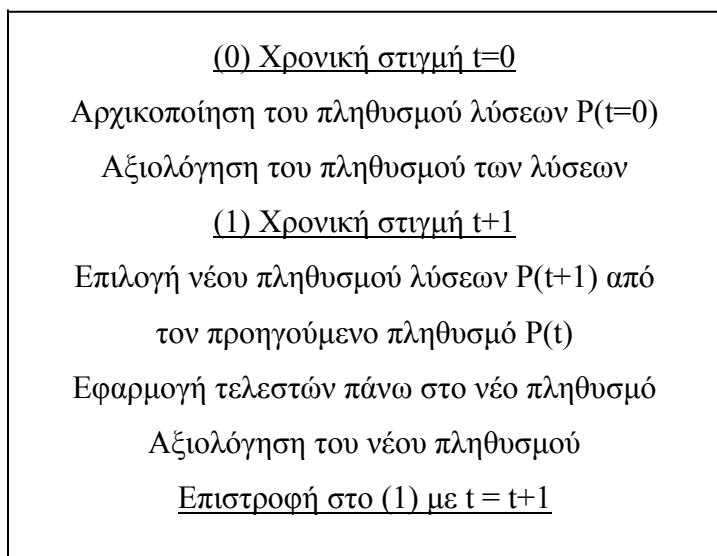
#### **6.4.3 Ορολογία δανεισμένη από τη Βιολογία**

Οι γενετικοί αλγόριθμοι χρησιμοποιούν ορολογία δανεισμένη από το χώρο της Φυσικής Γενετικής. Αναφέρονται σε άτομα (individuals) ή γενότυπους (genotypes) μέσα σε ένα πληθυσμό. Κάθε άτομο ή γενότυπος αποτελείται από χρωμοσώματα (chromosomes). Στους γενετικούς αλγόριθμους αναφερόμαστε συνήθως σε άτομα με ένα μόνο χρωμόσωμα. Τα χρωμοσώματα αποτελούνται από γονίδια (genes) τα οποία είναι διατεταγμένα σε γραμμική ακολουθία, και κάθε ένα από αυτά επηρεάζει την κληρονομικότητα ενός ή περισσότερων χαρακτηριστικών. Το “αποκωδικοποιημένο” περιεχόμενο ενός συγκεκριμένου χρωμοσώματος καλείται φαινότυπος. Κάθε γενότυπος αναπαριστά μια πιθανή λύση σε ένα πρόβλημα. Μια διαδικασία εξέλιξης που εφαρμόζεται σε ένα πληθυσμό αντιστοιχεί σε ένα εκτενές ψάξιμο στο χώρο των πιθανών λύσεων. Απαραίτητη προϋπόθεση για την επιτυχημένη έκβαση ενός τέτοιου ψαξίματος αποτελεί η εξισορρόπηση δύο διαδικασιών οι οποίες είναι προφανώς αντικρουόμενες: της εκμετάλλευσης και διατήρησης των καλύτερων λύσεων και της όσο το δυνατόν καλύτερης εξερεύνησης όλου του διαστήματος. [8]

#### 6.4.4 Ερμηνεία της λειτουργίας των Γενετικών Αλγορίθμων

Οι εξελικτικοί αλγόριθμοι είναι μέθοδος μετάβασης ενός πληθυσμού χρωμοσωμάτων σε ένα νέο πληθυσμό, χρησιμοποιώντας για τη μετάβαση αυτή ένα είδος «φυσικής επιλογής», σε συνδυασμό με τους γενετικούς τελεστές της διασταύρωσης, της μετάλλαξης και της αναστροφής (αν και ο τελευταίος δεν χρησιμοποιείται συχνά).

Αλγοριθμικά, ένας εξελικτικός αλγόριθμος παρουσιάζεται με την εξής διαδοχή βημάτων:



Χρησιμοποιούνται διαδοχικές γενιές ατόμων-λύσεων, με σταθερό (συνήθως) πληθυσμό. Προκειμένου να αρχικοποιήσουμε έναν πληθυσμό λύσεων, παράγουμε τυχαία έναν αριθμό χρωμοσωμάτων, μέσα από το χώρο λύσεων. Αυτό γίνεται μέσα από γεννήτριες τυχαίων αριθμών. Αν βέβαια έχουμε κάποια πληροφορία σχετικά με την κατανομή πιθανών βέλτιστων στο χώρο των λύσεων, τη χρησιμοποιούμε αναλόγως κατά την αρχικοποίηση. Όσο μεγαλύτερη είναι η ποικιλομορφία των πιθανών λύσεων τόσο πιο αποδοτική η λειτουργία του αλγόριθμου.

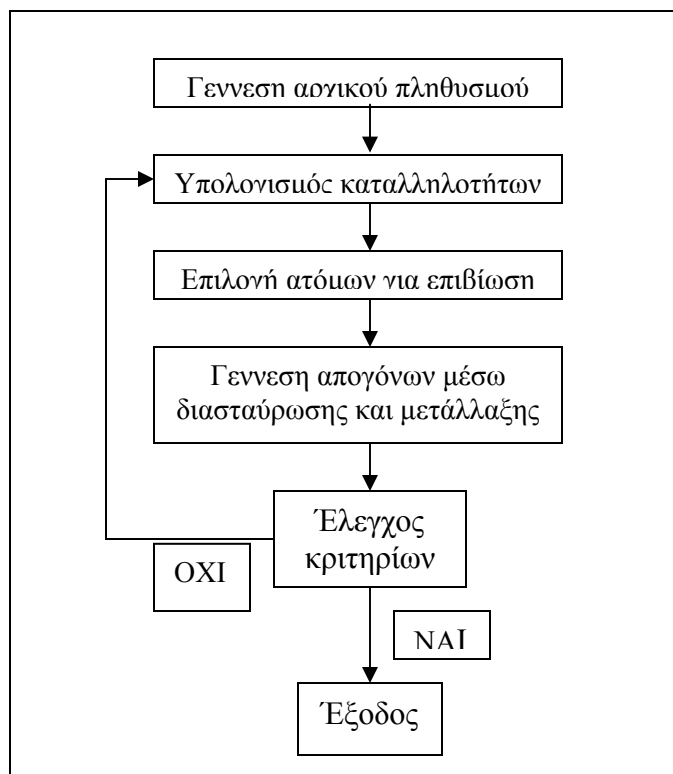
Καθε γενιά αξιολογείται από μια συνάρτηση καταλληλότητας (fitness function ) η οποία παίζει το ρόλο του περιβάλλοντος μέσα στο οποίο εξελίσσεται ο πληθυσμός, ενώ στη συνέχεια με βάση του χρησιμοποιούμενο τελεστή επιλογής δημιουργείται μια ενδιάμεση νέα γενιά. Είναι προφανές ότι ορισμένα χρωμοσώματα θα επιλεγούν περισσότερες από μία φορές ενώ άλλα ενδέχεται να μην επιλεγούν καθόλου. Τα πάντα εξαρτώνται από την τιμή της συνάρτησης καταλληλότητας του κάθε χρωμοσώματος. Ο τελεστής που χρησιμοποιείται στην επιλογή, διαλέγει από τα άτομα ενός πληθυσμού αυτά τα οποία

είναι τα περισσότερο ικανά για επιβίωση- τα περισσότερο προσαρμοσμένα στο περιβάλλον τους, δηλαδή αυτά με τις καλύτερες τιμές στη συνάρτηση καταλληλότητας. Στη συνέχεια η ενδιάμεση γενιά υπόκειται στην εφαρμογή των τελεστών της διασταύρωσης και της μετάλλαξης. Για να καθοριστούν οι τελεστές αυτοί θα πρέπει να οριστούν οι αντίστοιχες παράμετροί τους, οι οποίες αντιστοιχούν στην πιθανότητα να λάβει χώρα καθένα από τα δύο φαινόμενα. Γενικά η πιθανότητα διασταύρωσης παίρνει μεγαλύτερες τιμές από την πιθανότητα μετάλλαξης, λόγω του ότι μεγάλες τιμές πιθανότητας μετάλλαξης οδηγούν τον αλγόριθμο σε αστάθεια. Μέσω της διασταύρωσης, ανταλλάσσονται κάποια τμήματα των χρωμοσωμάτων μεταξύ διαφορετικών ατόμων κάθε γενιάς μιμούμενα έτσι την αντίστοιχη φυσική διαδικασία. Στη φάση της μετάλλαξης μεταλλάσσονται τυχαία οι τιμές τυχαίων γονιδίων ή τμημάτων τους. Πρέπει να τονίσουμε ότι η μετάλλαξη είναι ο μηχανισμός που εξασφαλίζει τη διαφοροποίηση του πεδίου των πιθανών λύσεων, απαραίτητη προϋπόθεση για την διαφυγή από τοπικά βέλτιστα. Σε γενικές γραμμές ο συνδυασμός διασταύρωσης και μετάλλαξης οδηγεί σε συνεχή βελτίωση με τη πάροδο των γενεών. Μετά την ολοκλήρωση των φάσεων της διασταύρωσης και της μετάλλαξης έχει προκύψει η οριστική νέα γενιά η οποία αξιολογείται, ώστε με βάση τη συνάρτηση καταλληλότητας να προκύψει η νέα ομοιόμορφη γενιά κ.ο.κ. Ο αλγόριθμος τερματίζεται όταν επιτευχθεί κάποιο κριτήριο για τη συνάρτηση καταλληλότητας ή μετά από κάποιο συγκεκριμένο αριθμό γενιών. [2],[8]

Η αναζήτηση που εκτελεί ο γενετικός αλγόριθμος στο χώρο των υποψήφιων λύσεων, με στόχο την εύρεση κάποιας λύσης που μεγιστοποιεί (ή ελαχιστοποιεί) την συνάρτηση καταλληλότητας είναι παράλληλη, καθώς σε κάθε υποψήφια λύση μπορεί να εκτελεστεί ξεχωριστή αναζήτηση. Η μέθοδος της αναζήτησης μπορεί να θεωρηθεί σαν αναρρίχηση λόφου (hill climbing), καθώς γίνονται μικρές αλλαγές στις υποψήφιες λύσεις του πληθυσμού και επιλέγονται πάντα οι καλύτερες, βάσει της συνάρτησης καταλληλότητας. Η αναζήτηση επικεντρώνεται στις περισσότερο κατάλληλες λύσεις, χωρίς όμως να αγνοούνται οι υπόλοιπες, καθώς υπάρχει πάντα ο κίνδυνος να παγιδευτεί η διαδικασία σε τοπικό ακρότατο. [9]

Υπάρχουν τέσσερα βασικά θέματα που αφορούν την εφαρμογή των γενετικών αλγόριθμων στην επίλυση προβλημάτων: η αναπαράσταση των λύσεων, η συνάρτηση καταλληλότητας, η επιλογή των ζευγαριών και η διαδικασία της αναπαραγωγής. [9]





Σχήμα 6.3. Γενικό διάγραμμα ροής Γενετικών Αλγόριθμων

#### 6.4.5 Πλεονεκτήματα των Γενετικών Αλγορίθμων

Η χρήση των γενετικών αλγόριθμων σε διάφορες εφαρμογές είναι ελκυστική για αρκετούς λόγους. Οι κυριότεροι είναι οι εξής :

- Μπορούν να λύσουν δύσκολα προβλήματα γρήγορα και αξιόπιστα.

Ένας από τους σημαντικούς λόγους χρήσης των γενετικών αλγόριθμων είναι η μεγάλη τους αποδοτικότητα. Τόσο η θεωρία, όσο και η πράξη έχουν δείξει ότι προβλήματα που έχουν πολλές, δύσκολες στον προσδιορισμό λύσεις μπορούν να αντιμετωπιστούν καλύτερα με τη χρήση γενετικών αλγόριθμων. Είναι δε αξιοσημείωτο ότι συναρτήσεις που παρουσιάζουν μεγάλες διακυμάνσεις και καθιστούν άλλες μεθόδους ανεπαρκείς για την εύρεση των ακρότατών τους, για τους γενετικούς αλγόριθμους δεν αποτελούν σημεία δυσχέρειας.

- Μπορούν εύκολα να συνεργαστούν με τα υπάρχοντα μοντέλα και συστήματα.

Οι γενετικοί αλγόριθμοι προσφέρουν το σημαντικό πλεονέκτημα της χρήσης τους με προσθετικό τρόπο στα μοντέλα που χρησιμοποιούνται σήμερα, χωρίς να απαιτούν την επανασχεδιάσή τους. Μπορούν εύκολα να συνεργαστούν με τον υπάρχοντα κώδικα,

χωρίς μεγάλο κόπο. Αυτό συμβαίνει, διότι χρησιμοποιούν μόνο πληροφορίες της διαδικασίας ή της συνάρτησης που πρόκειται να βελτιστοποιήσουν, δίχως να ενδιαφέρει άμεσα ο ρόλος της μέσα στο σύστημα ή η όλη δομή του συστήματος.

- Είναι εύκολα επεκτάσιμοι και εξελίξιμοι.

Οι γενετικοί αλγόριθμοι είναι ανοιχτοί σε αλλαγές, επεκτάσεις και μετεξελίξεις, ανάλογα με την κρίση του σχεδιαστή. Σε πολλές εφαρμογές, έχουν αναφερθεί λειτουργίες των γενετικών αλγόριθμων που δεν είναι δανεισμένες από τη φύση ή που έχουν υποστεί σημαντικές αλλαγές, πάντα προς όφελος της απόδοσης. Παραλλαγές στο βασικό σχήμα σε ορισμένες περιπτώσεις επιβάλλονται.

- Μπορούν να συμμετέχουν σε υβριδικές μορφές με άλλες μεθόδους.

Αν και η ισχύς των γενετικών αλγόριθμων είναι μεγάλη, σε μερικές ειδικές περιπτώσεις προβλημάτων, όπου άλλες μέθοδοι συμβαίνει να έχουν πολύ υψηλή αποδοτικότητα λόγω εξειδίκευσης, υπάρχει η δυνατότητα χρησιμοποίησης ενός υβριδικού σχήματος γενετικών αλγόριθμων με άλλη μέθοδο. Αυτό είναι αποτέλεσμα της μεγάλης ευελιξίας των γενετικών αλγόριθμων

- Εφαρμόζονται σε πολύ περισσότερα πεδία από κάθε άλλη μέθοδο.

Το χαρακτηριστικό που τους εξασφαλίζει αυτό το πλεονέκτημα είναι, η ελευθερία επιλογής των κριτηρίων που καθορίζουν την επιλογή μέσα στο τεχνικό περιβάλλον. Έτσι, οι γενετικοί αλγόριθμοι μπορούν να χρησιμοποιηθούν στην οικονομία, στο σχεδιασμό μηχανών, στην επίλυση μαθηματικών εξισώσεων, στην εκπαίδευση Νευρωνικών Δικτύων και σε πολλούς άλλους τομείς.

- Δεν απαιτούν περιορισμούς στις συναρτήσεις που επεξεργάζονται.

Ο κύριος λόγος που καθιστά τις παραδοσιακές μεθόδους δύσκαμπτες και ακατάλληλες για πολλά προβλήματα είναι η απαίτηση που έχουν για ύπαρξη περιορισμών. Τέτοιου είδους ιδιότητες είναι αδιάφορες για τους γενετικούς αλγόριθμους πράγμα που τους κάνει κατάλληλους για μεγάλο φάσμα προβλημάτων.

- Δεν ενδιαφέρει η σημασία της υπό εξέταση πληροφορίας.

Η μόνη "επικοινωνία" του γενετικού αλγόριθμου με το περιβάλλον του είναι η αντικειμενική συνάρτηση. Αυτό εγγυάται την επιτυχία του ανεξάρτητα από την σημασία του προβλήματος. Βέβαια, δεν σημαίνει ότι δεν υπάρχουν άλυτα προβλήματα για τους

γενετικούς αλγόριθμους. Όπου όμως δεν τα καταφέρνουν, η αιτία είναι η φύση του χώρου που ερευνούν και όχι το πληροφοριακό περιεχόμενο του προβλήματος.

- Έχουν από τη φύση τους το στοιχείο του παραλληλισμού.

Οι γενετικοί αλγόριθμοι σε κάθε τους βήμα επεξεργάζονται μεγάλες ποσότητες πληροφορίας, αφού κάθε άτομο θεωρείται αντιπρόσωπος πολλών άλλων. Είναι λοιπόν, προφανές ότι μπορούν να καλύψουν με αποδοτικό ψάξιμο μεγάλους χώρους σε μικρούς χρόνους.

- Είναι η μόνη μέθοδος που κάνει ταυτόχρονα εξερεύνηση του χώρου αναζήτησης και εκμετάλλευση της ήδη επεξεργασμένης πληροφορίας.

Ο συνδυασμός αυτός σπάνια συναντάται σε οποιαδήποτε άλλη μέθοδο. Με το τυχαίο ψάξιμο γίνεται καλή εξερεύνηση του χώρου, αλλά δεν γίνεται εκμετάλλευση της πληροφορίας. Αντίθετα, με το hill-climbing γίνεται καλή εκμετάλλευση της πληροφορίας, αλλά όχι καλή εξερεύνηση. Συνήθως τα δύο αυτά χαρακτηριστικά είναι ανταγωνιστικά και το επιθυμητό είναι να συνυπάρχουν και τα δύο προς όφελος της όλης διαδικασίας. Οι γενετικοί αλγόριθμοι επιτυγχάνουν το βέλτιστο συνδυασμό εξερεύνησης και εκμετάλλευσης, πράγμα που τους κάνει ιδιαίτερα αποδοτικούς και ελκυστικούς.[2]

### **6.5 Ο χρησιμοποιούμενος Διαφορικός Εξελικτικός Αλγόριθμος (Differential Evolution Algorithm-DE algorithm)**

Ο Διαφορικός Εξελικτικός Αλγόριθμος που χρησιμοποιείται στο παρόν πρόβλημα στηρίχθηκε στον αλγόριθμο που αναπτύχθηκε από τον [Νικολό Γιάννη,2004]. Ο Δ.Ε. Αλγόριθμος είναι ένας εξαιρετικά απλός στην εφαρμογή και πολλά υποσχόμενος όσο αφορά την αποτελεσματικότητα και την ευρωστία εξελικτικός αλγόριθμος. Μπορεί να αντιμετωπίζει προβλήματα ελαχιστοποίησης χωρίς περιορισμούς, ενώ τα προβλήματα ελαχιστοποίησης με περιορισμούς αντιμετωπίζονται με την εφαρμογή συναρτήσεων τιμωρίας (penalty functions). Έχει δοκιμαστεί σε εντελώς διαφορετικά μεταξύ τους προβλήματα βελτιστοποίησης, με πολύ ικανοποιητικά αποτελέσματα.

Η γενική μορφή του Δ.Ε. Αλγόριθμου περιγράφεται παρακάτω.

Θεωρούμε το πρόβλημα βελτιστοποίησης διατυπωμένο ως εξής:  $\min_x = f(X)$

Όπου:  $X$  είναι ένα διάνυσμα  $n \times 1$  παραμέτρων, το οποίο αναπαριστά ένα χρωμόσωμα και  $f$  : είναι η αντικειμενική συνάρτηση που πρόκειται να ελαχιστοποιηθεί

Σε κάθε γενιά  $G$ , ένας πληθυσμός από  $N_p$  υποψήφιες λύσεις υποβάλλονται σε ειδικές διεργασίες, έτσι ώστε μια υποψήφια λύση να διατυπώνεται ως εξής:

$$X_{i,G}, i = 1, \dots, N_p, G = 1, \dots, m_{gens} \quad (6.1)$$

όπου  $m_{gens}$  είναι ο μέγιστος αριθμός γενιών και ο  $N_p$  παραμένει σταθερός καθ'όλη τη διάρκεια της διαδικασίας βελτιστοποίησης. Το διάνυσμα  $X$  των παραμέτρων στη συγκεκριμένη περίπτωση αναπαριστά μεταβλητές πραγματικών αριθμών. Ωστόσο ο Δ.Ε. αλγόριθμος μπορεί να επεκταθεί έτσι ώστε να χειρίζεται και διακριτές ή ακέραιες μεταβλητές.

Ο Δ.Ε. αλγόριθμος ξεκινά παράγοντας τυχαία, με ομοιόμορφη πιθανότητα τον αρχικό πληθυσμό χρωμοσωμάτων, με τα γονίδια του (μεταβλητές σχεδίασης) να παίρνουν τιμές εντός της επιθυμητής εφικτής περιοχής. Ως κανόνα θεωρούμε ομοιόμορφη κατανομή πιθανοτήτων για όλες τις τυχαίες αποφάσεις. Οι χαμηλότεροι και υψηλότεροι περιορισμοί για κάθε μεταβλητή σχεδίασης επιλέγονται, με τέτοιο τρόπο ώστε να αποφεύγονται συγκεκριμένες ανεπιθύμητες λύσεις.

Η κύρια ιδέα πίσω από τον Δ.Ε. αλγόριθμο είναι ένα νέο σχήμα μετάλλαξης σύμφωνα με το οποίο γεννιούνται δοκιμαστικά διανύσματα μεταβλητών σχεδίασης, από την πρόσθεση του διανύσματος σταθμισμένων διαφορών δύο μελών του πληθυσμού σε ένα τρίτο μέλος που ονομάζεται δότης (donor). Η διαδικασία της μετάλλαξης εφαρμόζεται σε όλα τα μέλη του πληθυσμού. Για κάθε άτομο η διαδικασία της μετάλλαξης ξεκινά με τυχαία επιλογή τριών ατόμων μέσα από τον πληθυσμό, τα οποία συντάσσουν μια τριάδα (triplet). Στην τριάδα αυτή το ένα μέλος επιλέγεται τυχαία να είναι ο δότης, ενώ τα άλλα δύο μέλη χρησιμοποιούνται για την δημιουργία μιας διαταραχής στον δότη. Έτσι το  $i$ -οστό διαταραγμένο άτομο γεννιέται ως:

$$V_{i,G+1} = X_{r3,G} + F(X_{r1,G} - X_{r2,G}) \quad (6.2)$$

όπου

$$r1, r2, r3 \in \{1, \dots, N_p\} \quad r1 \neq r2 \neq r3 \neq i \quad (6.3)$$

είναι τυχαία επιλεγμένα ανάμεσα στις υποψήφιες λύσεις του τρέχοντος πληθυσμού.

Η παράμετρος στάθμισης  $F$ , που εισάγεται στην εξίσωση (6.2), είναι παράμετρος

ελέγχου του Δ.Ε. αλγορίθμου, ορίζεται από το χρήστη και παίρνει τιμές στο μεσοδιάστημα:

$$F \in [0,1+]$$

Η F είναι σταθερή καθ'όλη τη διαδικασία της εξέλιξης και ελέγχει την ενίσχυση της προστιθέμενης διαταραχής στο δότη. Το διαταραγμένο άτομο  $V_{i,G+1}$  και το μέλος  $X_{i,G}$  του αρχικού πληθυσμού υπόκεινται στη διαδικασία της διασταύρωσης, και γεννούν τον ενδιάμεσο πληθυσμό των δοκιμαστικών διανυσμάτων  $U_{i,G+1}$ .

Εάν

$$X_{i,G} = (x_{1,i,G}, \dots, x_{n,i,G})^T \quad V_{i,G} = (v_{1,i,G}, \dots, v_{n,i,G})^T \quad U_{i,G} = (u_{1,i,G}, \dots, u_{n,i,G})^T \quad (6.4)$$

τότε

$$u_{j,i,G+1} = \begin{cases} v_{j,i,G+1} & \text{αν } rand_j \leq C_r \text{ } j = k \\ x_{j,i,G} & \text{διαφορετικά} \end{cases}$$

όπου  $j=1, \dots, n$  και  $k \in \{1, \dots, n\}$  είναι ένας τυχαίος δείκτης που επιλέγεται μία φορά για όλα τα  $N_p$  μέλη του πληθυσμού. Η παράμετρος διασταύρωσης είναι η δεύτερη παράμετρος ελέγχου που ορίζεται από τον χρήστη. Τα άτομα τα οποία θα σχηματίσουν την επόμενη γενιά επιλέγονται μεταξύ του τρέχοντος πληθυσμού και των αντίστοιχων δοκιμαστικών διανυσμάτων, σύμφωνα με τον ακόλουθο κανόνα:

$$X_{i,G+1} = \begin{cases} U_{i,G+1} & \text{αν } f(U_{i,G+1}) \leq f(X_{i,G}) \\ X_{i,G} & \text{διαφορετικά} \end{cases}$$

Ο Διαφορικός Εξελικτικός Αλγόριθμος είναι προγραμματισμένος σε γλώσσα Visual Basic, διαθέτει γραφικό περιβάλλον και έχει τη δυνατότητα να καλεί εξωτερικά προγράμματα για τον υπολογισμό της αντικειμενικής συνάρτησης κάθε υποψήφιας λύσης.[7]

## **6.6 Εφαρμογή του Διαφορικού Εξελικτικού Αλγόριθμου στο υπό μελέτη πρόβλημα**

Ο Διαφορικός Εξελικτικός αλγόριθμος καλείται να επιλύσει το ίδιο πρόβλημα βελτιστοποίησης όπως και η μέθοδος Simplex, επιδιώκεται δηλαδή η εύρεση των μέγιστων δυνατών παροχών άντλησης των πέντε πηγαδιών της περιοχής, χωρίς να διογκωθεί το πρόβλημα της υφαλμύρωσης.

Σε γενικές γραμμές η διαδικασία που ακολουθεί ο γενετικός αλγόριθμος για την επλυση του προβλήματος είναι η εξής: εισάγουμε στον αλγόριθμο πέντε τυχαίες αρχικές τιμές της παροχής. Ο Δ.Ε. αλγόριθμος ξεκινά από αυτόν τον τυχαίο πληθυσμό υποψήφιων λύσεων, οι οποίες όμως βρίσκονται εντός των επιτρεπτών ορίων της παροχής για κάθε πηγάδι άντλησης. Εισάγει τις τιμές αυτές μέσω αυτοματοποιημένης διαδικασίας στο μοντέλο προσομοίωσης της ροής υπογείων υδάτων από το οποίο εξάγονται τα υδραυλικά ύψη στους υπό έλεγχο κόμβους παρατήρησης. Τα υδραυλικά ύψη αξιολογούνται με βάση τους περιορισμούς που έχουν τεθεί από το πρόβλημα βελτιστοποίησης και εξάγεται η συνάρτηση καταλληλότητας κάθε λύσης. Χρησιμοποιώντας ειδικούς τελεστές ο αλγόριθμος παράγει την επόμενη γενιά υποψήφιων λύσεων και ακολουθείται η ίδια διαδικασία όπως για τη πρώτη γενιά.

Στη συνέχεια περιγράφονται αναλυτικά τα επιμέρους βήματα για την εισαγωγή των παραμέτρων του προβλήματος στον αλγόριθμο, και την εξαγωγή των αποτελεσμάτων.

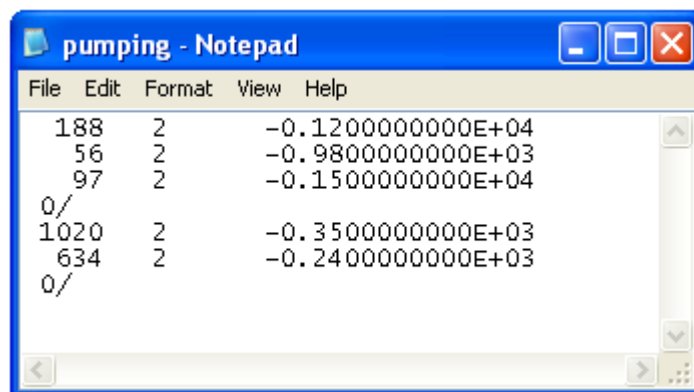
Η δόμηση του προβλήματος με την εισαγωγή των επιμέρους παραμέτρων, τις οποίες ο γενετικός αλγόριθμος θα επεξεργαστεί για να επιλύσει το πρόβλημα γίνεται με τη χρήση καθορισμένων αρχείων ASCII. Τα αρχεία αυτά είναι τα εξής:

1. case.txt
2. chromosome.txt
3. curentbest.txt
4. dokgen.txt
5. evaluation.txt
6. execut.txt
7. fitness.txt
8. initialize.txt
9. neuralout.txt

Το DE.exe είναι το εκτελέσιμο αρχείο του Διαφορικού Εξελικτικού αλγόριθμου.

ΒΗΜΑ 1: Το πρώτο βασικό βήμα για τη δόμηση του αλγόριθμου είναι η δημιουργία του αρχείου **chromosome.txt**. Το αρχείο αυτό περιέχει σε στήλη τον αριθμό των μεταβλητών απόφασης και τις τιμές των μεταβλητών απόφασης. Στο συγκεκριμένο πρόβλημα οι μεταβλητές απόφασης είναι τα πέντε πηγάδια άντλησης στα οποία δίνουμε τυχαίες αρχικές τιμές.

ΒΗΜΑ 2: Για να συνεχιστεί η διαδικασία είναι εξαιρετικά σημαντικό να γίνει η σύνδεση της μεθόδου προσομοίωσης με τη μέθοδο βελτιστοποίησης. Αυτό επιτυγχάνεται με την ενσωμάτωση του PTC στη δομή του Δ.Ε.αλγόριθμου, μέσα από τη δυνατότητα που έχει το PTC να διαβάζει εξωτερικά κάποια δεδομένα εισόδου χωρίς να απαιτείται η χρήση του μοντέλου Argus One. Η σύνδεση αυτή των δύο μεθόδων γίνεται μέσω του αρχείου chromosome.txt, με την προϋπόθεση ότι αυτό έχει μετατραπεί σε μορφή που να μπορεί να διαβαστεί από το PTC. Με σκοπό την κατάλληλη τροποποίηση του chromosome.txt δημιουργείται ένα εκτελέσιμο αρχείο σε γλώσσα προγραμματισμού FORTRAN 77, το οποίο ονομάζεται **'prepro.exe'**. Το αρχείο αυτό διαβάζει τις τιμές της παροχής που περιέχονται στο αρχείο chromosome.txt καθώς και ένα αρχείο NODES.txt, το οποίο έχουμε δημιουργήσει προτίταιρα και περιέχει τους αριθμούς των κόμβων στους οποίους βρίσκονται τα πηγάδια άντλησης. Τελικά το prepro.exe δημιουργεί ένα νέο αρχείο το οποίο ονομάζεται **'pumping'** και περιέχει τις τιμές των μεταβλητών του αρχείου chromosome.txt διατεταγμένες με συγκεκριμένο format: αρχικά αφήνεται ένα κενό, ακολουθεί ο αριθμός του πρώτου κόμβου, αφήνονται τρία κενά, αναγράφεται ο αριθμός 2 που αναφέρεται σε 2<sup>ου</sup> τύπου οριακή συνθήκη, αφού πρόκειται για παροχή, αφήνονται πάλι τρία κενά και γράφεται τελικά η παροχή άντλησης που αντιστοιχεί σε κάθε κόμβο, όπως ακριβώς διαβάστηκε από το αρχείο chromosome.txt, αλλά με αρνητικό πρόσημο (αφού πρόκειται για άντληση). Επειδή στο μοντέλο προσομοίωσης της ροής των υπογείων υδάτων έχουμε δύο επίπεδα, ορίζουμε ξεχωριστά το format για κάθε επίπεδο. Πρώτα γράφουμε τις παροχές των πηγαδιών που βρίσκονται στο πρώτο επίπεδο με τον τρόπο που περιγράφηκε παραπάνω και στην επόμενη γραμμή θέτουμε το σύμβολο **'/0'** που από το PTC αναγνωρίζεται ως το τέλος μιας ενότητας. Έπειτα γράφουμε τις παροχές των δύο πηγαδιών που βρίσκονται στο δεύτερο επίπεδο με τον ίδιο τρόπο όπως και για το πρώτο επίπεδο και στην τελευταία γραμμή θέτουμε και πάλι το σύμβολο **'/0'**. Η τελική δομή του αρχείου **'pumping'** φαίνεται στο Σχήμα 6.4.



File	Edit	Format	View	Help
188	2	-0.1200000000E+04		
56	2	-0.9800000000E+03		
97	2	-0.1500000000E+04		
0/	2	-0.3500000000E+03		
1020	2	-0.2400000000E+03		
634	2	-0.2400000000E+03		
0/	2	-0.2400000000E+03		

**Σχήμα 6.4.** Μορφή του αρχείου *pumping*

Η ανάγνωση του αρχείου ‘pumping’ από το PTC επιτυγχάνεται με κάποιες τροποποιήσεις του κώδικα του PTC μέσα από το αρχείο ‘PTC\_Mesh.run’, το οποίο στην ουσία υποδεικνύει στο μοντέλο ποια αρχεία να διαβάσει και τότε.

ΒΗΜΑ 3: Το PTC μπορεί πλέον να διαβάσει απ’ευθείας μέσω του αρχείου pumping τις τιμές των παροχών των πηγαδιών χωρίς να είναι ανάγκη να χρησιμοποιήσουμε το πρόγραμμα argus one. Μια ακόμη προϋπόθεση για τη σύνδεση του γενετικού αλγόριθμου με το PTC είναι το δεύτερο να τρέχει σε batch mode. Για να επιτευχθεί αυτό απαλείφουμε την εντολή “pause” από το αρχείο ‘run\_ptc.bat’ το οποίο είναι το εκτελέσιμο αρχείο του μοντέλου. Με τον τρόπο αυτό καταργείται οποιαδήποτε παρέμβαση του χρήστη για τη λειτουργία του PTC.

ΒΗΜΑ 4: Το βήμα αυτό αφορά καθαρά τον ορισμό του προβλήματος βελτιστοποίησης, δηλαδή τον ορισμό της αντικειμενικής συνάρτησης και των περιορισμών, με τρόπο ώστε να μπορούν να εισαχθούν στον αλγόριθμο και να επιλυθεί το πρόβλημα. Ο γενετικός αλγόριθμος λειτουργεί ως τεχνική ελαχιστοποίησης οπότε μετατρέπεται και πάλι το πρόβλημα μεγιστοποίησης στο ισοδύναμο πρόβλημα ελαχιστοποίησης ως εξής:

$$f(x) = \max \sum_{i=1}^5 q_i \Rightarrow z = \min \left( \frac{1}{\sum_{i=1}^5 q_i} \right)$$

Λόγω του ότι οι εξελικτικοί αλγόριθμοι δεν μπορούν να δεχθούν εξωτερικούς περιορισμούς, όλοι οι περιορισμοί ενσωματώνονται στην αντικειμενική συνάρτηση, υπο



μορφή συναρτήσεων ποινής (penalty). Ορίζεται με τον τρόπο αυτό ένα μετασχηματισμένο πρόβλημα βελτιστοποίησης χωρίς περιορισμούς της μορφής:

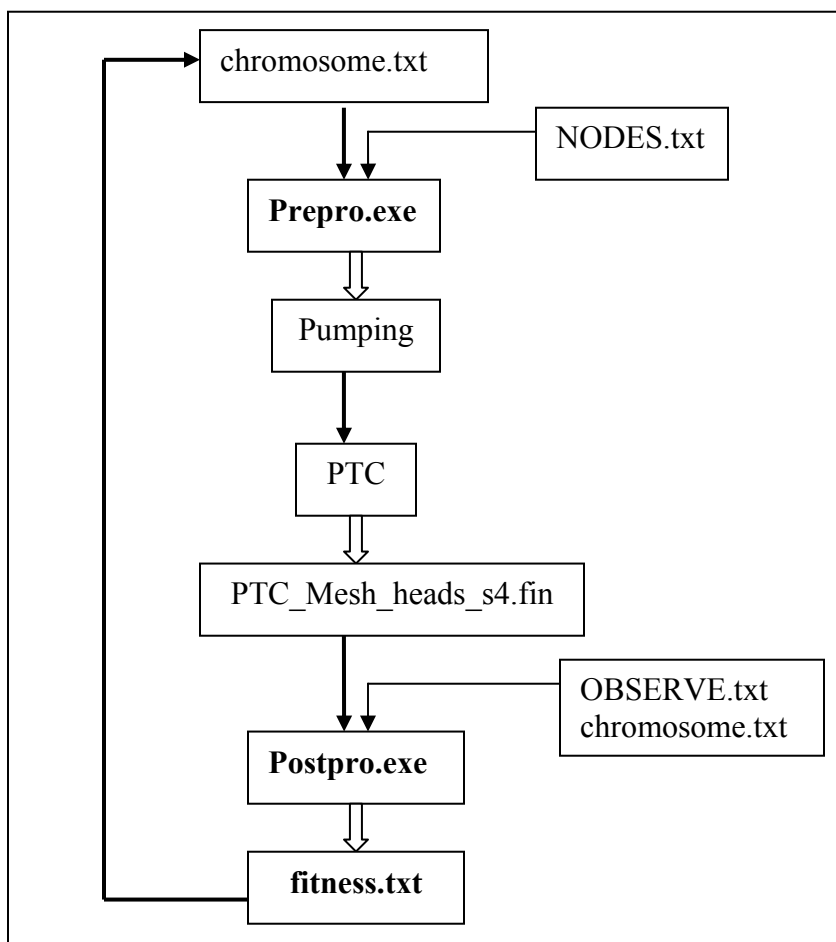
$$\min f = \frac{w_1}{\left(\sum_{i=1}^5 q_i\right)} + w_2 \cdot \sum_{k=1}^6 g(k) + w_3$$

όπου οι όροι  $w_1$  και  $w_2$  είναι αριθμητικοί συντελεστές που επιλέγονται έτσι ώστε να σταθμίζονται οι τιμές των όρων  $\frac{1}{\sum_{i=1}^5 q_i}$  και  $\sum_{k=1}^6 g(k)$  για να είναι τελικά της ίδιας τάξης

μεγέθους. Ο όρος  $w_3$  είναι ένας θετικός αριθμητικός συντελεστής που προστίθεται στην αντικειμενική συνάρτηση σε περίπτωση παραβίασης έστω και ενός περιορισμού, ώστε να αυξάνεται η ποινή για τις λύσεις που παραβιάζουν τους περιορισμούς. Όλα αυτά τα δεδομένα εισάγονται στον γενετικό αλγόριθμο, μέσω και πάλι ενός ανεξάρτητου εκτελέσιμου αρχείου το οποίο δημιουργείται σε γλώσσα προγραμματισμού FORTRAN 77. Το αρχείο αυτό ονομάζεται **postpro.exe** και εξάγει την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης στο τέλος κάθε αξιολόγησης. Αρχικά το **postpro.exe** διαβάζει τις τιμές της παροχής που περιέχονται στο αρχείο **chromosome.txt**, το αρχείο **PTC\_Mesh\_heads\_s4.fin** το οποίο είναι το αρχείο εξόδου του PTC για την 4η περίοδο προσομοίωσης, και περιέχει τις τιμές των υδραυλικών υψών σε κάθε κόμβο του πλέγματος καθώς και το αρχείο **OBSERVE.txt**, το οποίο περιέχει τον αριθμό των πηγαδιών παρατήρησης, τον αριθμό του κόμβου στον οποίο βρίσκεται κάθε πηγάδι παρατήρησης και το ελάχιστο επιτρεπτό υδραυλικό ύψος στους κόμβους αυτούς (δηλαδή την τιμή 30,75 για το συγκεκριμένο πρόβλημα). Με τον τρόπο αυτό το πρόγραμμα διαβάζει τα υδραυλικά ύψη που αντιστοιχούν στους κόμβους παρατήρησης και τα συγκρίνει ξεχωριστά, εάν τηρούν τον περιορισμό για το ελάχιστο επιτρεπτό υδραυλικό ύψος. Στους κόμβους όπου παραβιάζεται ο περιορισμός, προστίθεται στην μεταβλητή  $g(k)$  ποινή η οποία ισούται με τη διαφορά του υδραυλικού ύψους στον εκάστοτε κόμβο από το όριο των 30,75m. Οι επιμέρους ποινές προστίθενται μεταξύ τους και προκύπτει ο όρος  $\sum_{k=1}^6 g(k)$  της αντικειμενικής συνάρτησης.

Επίσης επιλέγουμε  $w_1=10000$  και  $w_2=10$  και  $w_3=5$  το οποίο προστίθεται στην αντικειμενική συνάρτηση όταν παραβιάζεται έστω και ένας περιορισμός. Μετά την

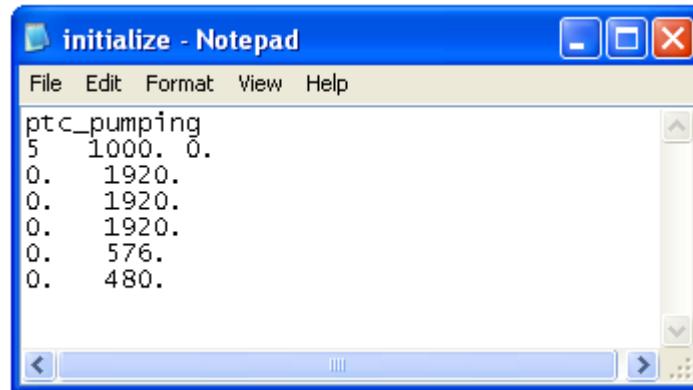
ολοκλήρωση της αξιολόγησης το πρόγραμμα εξαγει την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης σε ένα αρχείο με όνομα `fitness.txt`.



**Σχήμα 6.5.** Συνολική διαδρομή που ακολουθεί ο γενετικός αλγόριθμος

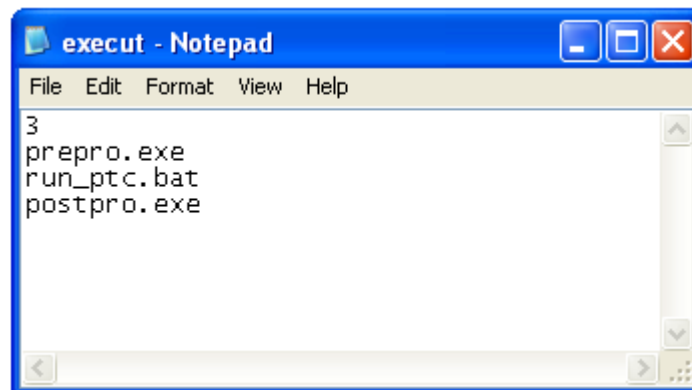
**ΒΗΜΑ 5:** Για την ολοκλήρωση της δόμησης του αλγόριθμου πρέπει να δημιουργηθούν ακόμα δύο αρχεία, το αρχείο **initialize.txt** και το **execut.txt**. Αρχικά καθορίζουμε τις παραμέτρους του αρχείου `initialize.txt`. Το αρχείο αυτό περιλαμβάνει στην πρώτη γραμμή τον αριθμό των μεταβλητών σχεδίασης, μια αναμενόμενη ως μέγιστη τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης και μια αναμενόμενη ως ελάχιστη τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης. Στις επόμενες στήλες καταγράφονται οι ελάχιστες και μέγιστες τιμές που μπορεί να λάβει κάθε μεταβλητή σχεδίασης. Στο συγκεκριμένο πρόβλημα έχουμε 5 μεταβλητές σχεδίασης, ως μέγιστη τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης εκτιμάται η τιμή 1000 και ως ελάχιστη τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης τίθεται το μηδέν. Οι

ελάχιστες και μέγιστες τιμές που μπορεί να λάβει κάθε μεταβλητή σχεδίασης είναι το μηδέν και οι μέγιστες τιμές παροχής άντλησης των πηγαδιών αντίστοιχα. (Σχήμα 6.6)



Σχήμα 6.6. Μορφή αρχείου initialize.txt

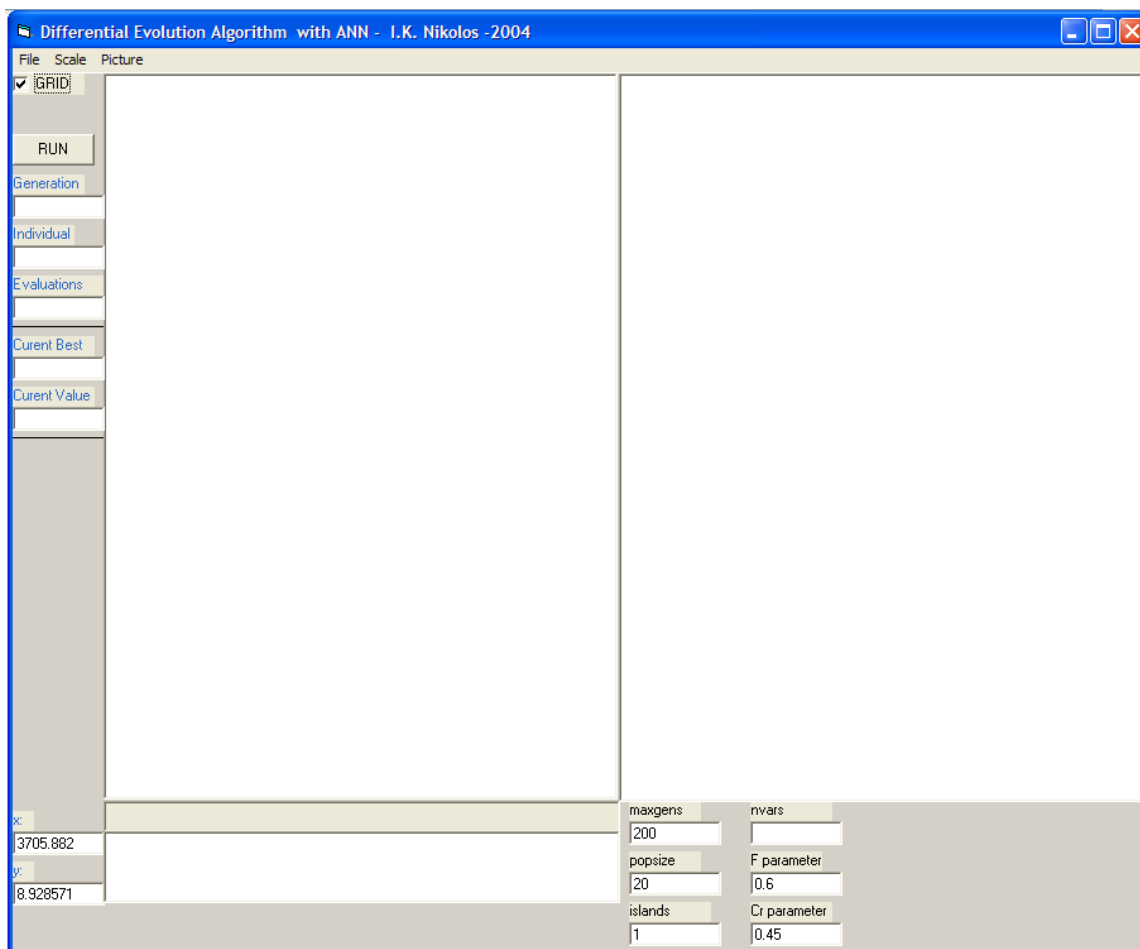
Στη συνέχεια ορίζουμε τις παραμέτρους του αρχείου execut.txt. Το αρχείο αυτό περιέχει τον αριθμό των εκτελέσιμων αρχείων και το όνομα ή τα ονόματα των εκτελέσιμων αρχείων, με τη σειρά που αυτά πρέπει να εφαρμοστούν από τον αλγόριθμο. Στο παρόν πρόβλημα τα εκτελέσιμα αρχεία που θα χρειαστεί να εφαρμόσει ο αλγόριθμος είναι τρία. Το 'prepro.exe', το 'run\_ptc.bat' και το 'postpro.exe'. (Σχήμα 6.7)



Σχήμα 6.7. Μορφή αρχείου execut.txt

ΒΗΜΑ 6: Αφού έχουν οριστεί οι απαραίτητες παράμετροι και έχουν δημιουργηθεί τα εκτελέσιμα αρχεία που θα εφαρμοστούν από τον Δ.Ε. αλγόριθμο, για να ολοκληρωθεί η προετοιμασία του αλγόριθμου, πρέπει ακόμα να οριστούν κάποιες παράμετροι στο γραφικό περιβάλλον του .

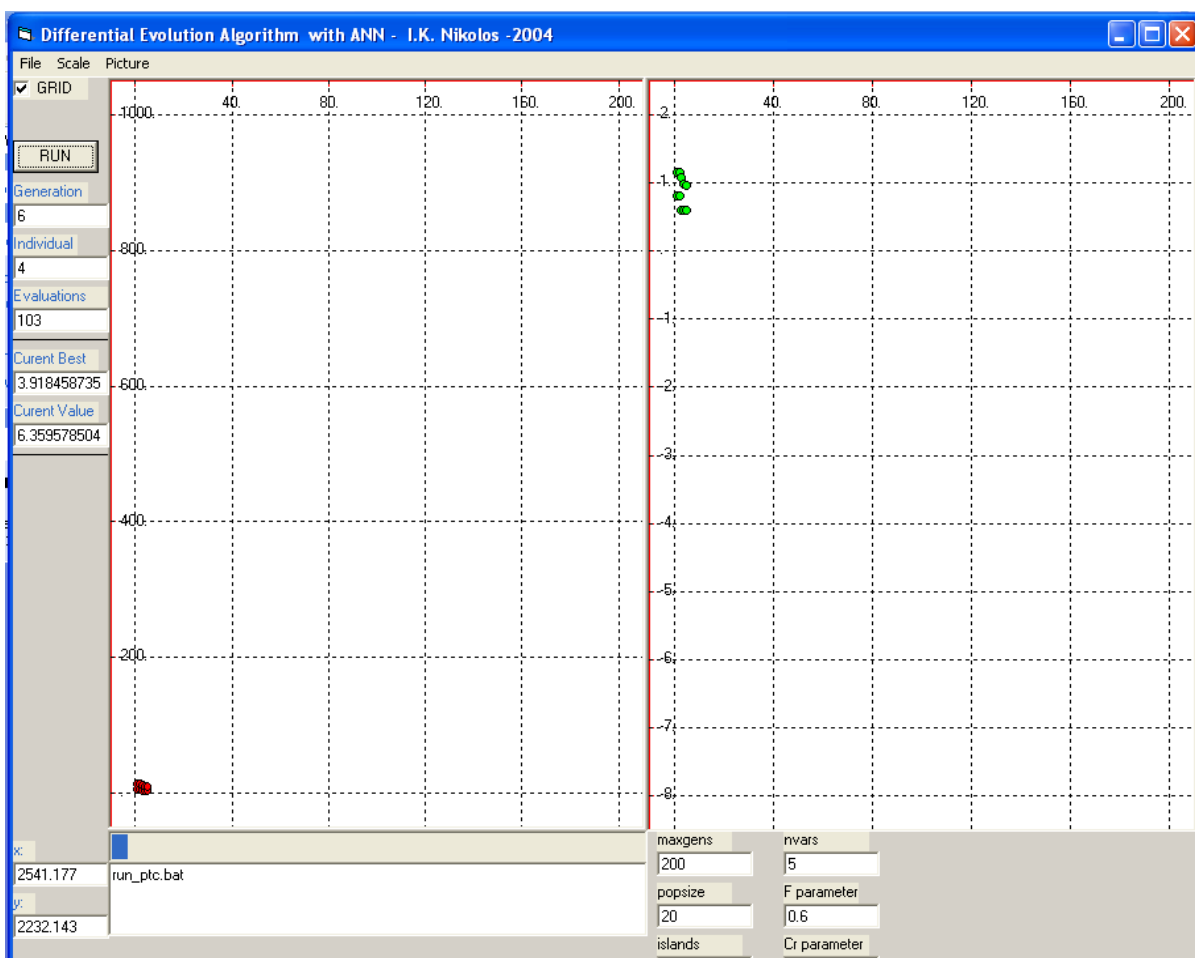
- Επιλέγοντας το GRID ορίζουμε τη γραφική απεικόνιση σε κάναβο.
- Ορίζεται ο αριθμός των γενιών (maxgens) που θα αξιολογήσει ο γενετικός αλγόριθμος. Ως πρώτη δοκιμή επιλέξαμε 200 γενιές.
- Ορίζεται ο αριθμός των ατόμων κάθε γενιάς (πληθυσμός) και η τιμή γράφεται στο πεδίο popsize. Οι αντιπροσωπευτικές τιμές για την παράμετρο αυτή κυμαίνονται συνήθως μεταξύ 2 και 10 φορές τον αριθμό των μεταβλητών σχεδίασης. Επιλέχθηκαν 20 άτομα ανά γενιά (4 φορές τον αριθμό των μεταβλητών σχεδίασης).
- Ορίζεται η παράμετρος F του Δ.Ε. αλγόριθμου με τιμή 0,6.
- Ορίζεται η παράμετρος Cr του Δ. Ε. Αλγόριθμου για το πρόβλημα με τη τιμή 0,45
- Ορίζεται ο αριθμός των νησίδων (islands), οποίος αντιπροσωπεύει λύσεις οι οποίες ενδέχεται να βρίσκονται διάσπαρτες σε διαφορετικά σημεία (σε περίπτωση που ο χώρος λύσεων δεν είναι ενιαίος). Στο πρόβλημα ο αριθμός των islands τίθεται ίσος με 1.



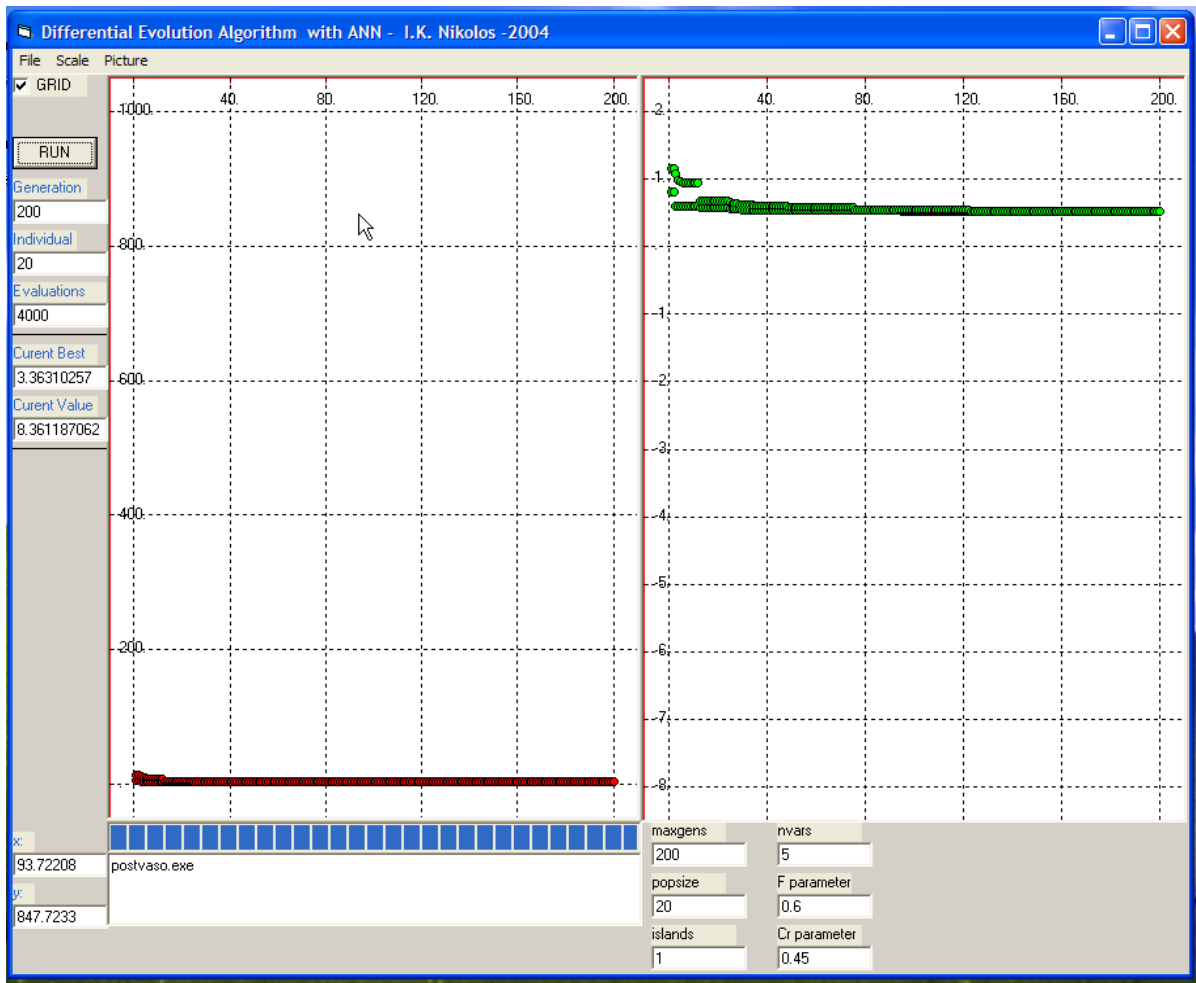
Σχήμα 6.8 Το γραφικό περιβάλλον του γενετικού αλγόριθμου

Η δόμηση του αλγόριθμου έχει πλέον ολοκληρωθεί, έχουν εισαχθεί σε αυτόν όλα τα δεδομένα του προβλήματος βελτιστοποίησης και επομένως είναι έτοιμος να εφαρμοστεί. Κατά τη διάρκεια λειτουργίας του γενετικού αλγόριθμου, εμφανίζονται στο γραφικό περιβάλλον κάποιες πληροφορίες. Συγκεκριμένα :

- Στο πεδίο Generation εμφανίζεται ο αριθμός της γενιάς που αξιολογείται εκείνη τη στιγμή.
- Στο πεδίο Individual εμφανίζεται ο αριθμός του ατόμου που αξιολογείται εκείνη τη στιγμή.
- Στο πεδίο Evaluations εμφανίζεται ο ακριβής αριθμός αξιολογήσεων που έχουν πραγματοποιηθεί έως εκείνη τη στιγμή. Προκύπτει ως το γινόμενο της τιμής του Generation επί το προηγούμενο Individual. Από τα δεδομένα έχουμε ορίσει 200 γενιές με 20 μέλη η καθεμία, το οποίο συνεπάγεται ότι ο αλγόριθμος θα εκτελέσει συνολικά 4000 αξιολογήσεις.(Σχήμα 6.10)



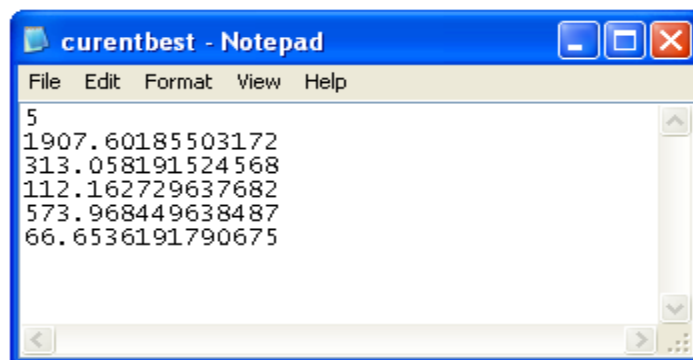
Σχήμα 6.9 Γραφικό περιβάλλον κατά την αξιολόγηση του 4<sup>ου</sup> ατόμου της 6<sup>ης</sup> γενιάς



**Σχήμα 6.10.** Τα αποτελέσματα του γενετικού αλγόριθμου μετά την ολοκλήρωση της αξιολόγησης 200 γενεών.

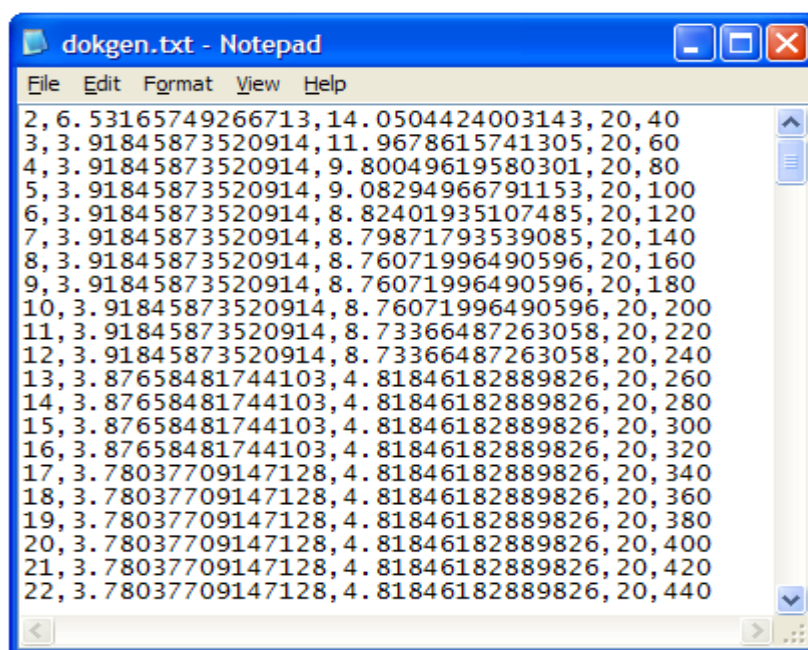
Ο γενετικός αλγόριθμος μετά από λειτουργία περίπου 18 ωρών ολοκλήρωσε την αξιολόγηση των 200 γενεών και τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στα αρχεία curentbest.txt και dokgen.txt

Στο αρχείο curentbest.txt περιέχεται η βέλτιστη λύση η οποία προκύπτει από τη λειτουργία του γενετικού αλγόριθμου. Για το συγκεκριμένο πρόβλημα η λύση αυτή θα είναι οι πέντε βέλτιστες τιμές παροχής άντλησης της τελευταίας γενιάς που αξιολογήθηκε. (Σχήμα 6.11)



Σχήμα 6.11. Μορφή αρχείου curentbest.txt

Στο αρχείο dokgen.txt αναγράφονται με τη σειρά τα αποτελέσματα από την αξιολόγηση κάθε γενιάς. Στην πρώτη στήλη αναγράφεται ο αριθμός της γενιάς, στη δεύτερη στήλη η καλύτερη λύση της κάθε γενιάς και στην τρίτη στήλη η χειρότερη λύση της κάθε γενιάς, στην τέταρτη στήλη ο αριθμός των ατόμων κάθε γενιάς και στην πέμπτη στήλη ο αριθμός των αξιολογήσεων που έχουν γίνει στο τέλος κάθε γενιάς. (Σχήμα 6.12)



Σχήμα 6.12. Μορφή αρχείου dokgen.txt

Πρέπει να τονίσουμε ότι η λύση που προέκυψε από τον γενετικό αλγόριθμο για την αξιολόγηση 200 γενεών επιδέχεται βελτίωση λόγω του ότι δεν έχει επιτευχθεί καλή σύγκλιση των λύσεων. Είναι επιθυμητό να εφαρμοστεί ξανά ο γενετικός αλγόριθμος για μεγαλύτερο αριθμό γενεών.

## **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7:**

### **ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΤΩΝ ΔΥΟ ΜΕΘΟΔΩΝ ΚΑΙ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ**



## 7. ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΤΩΝ ΔΥΟ ΜΕΘΟΔΩΝ ΚΑΙ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

### 7.1 Σχολιασμός των αποτελεσμάτων

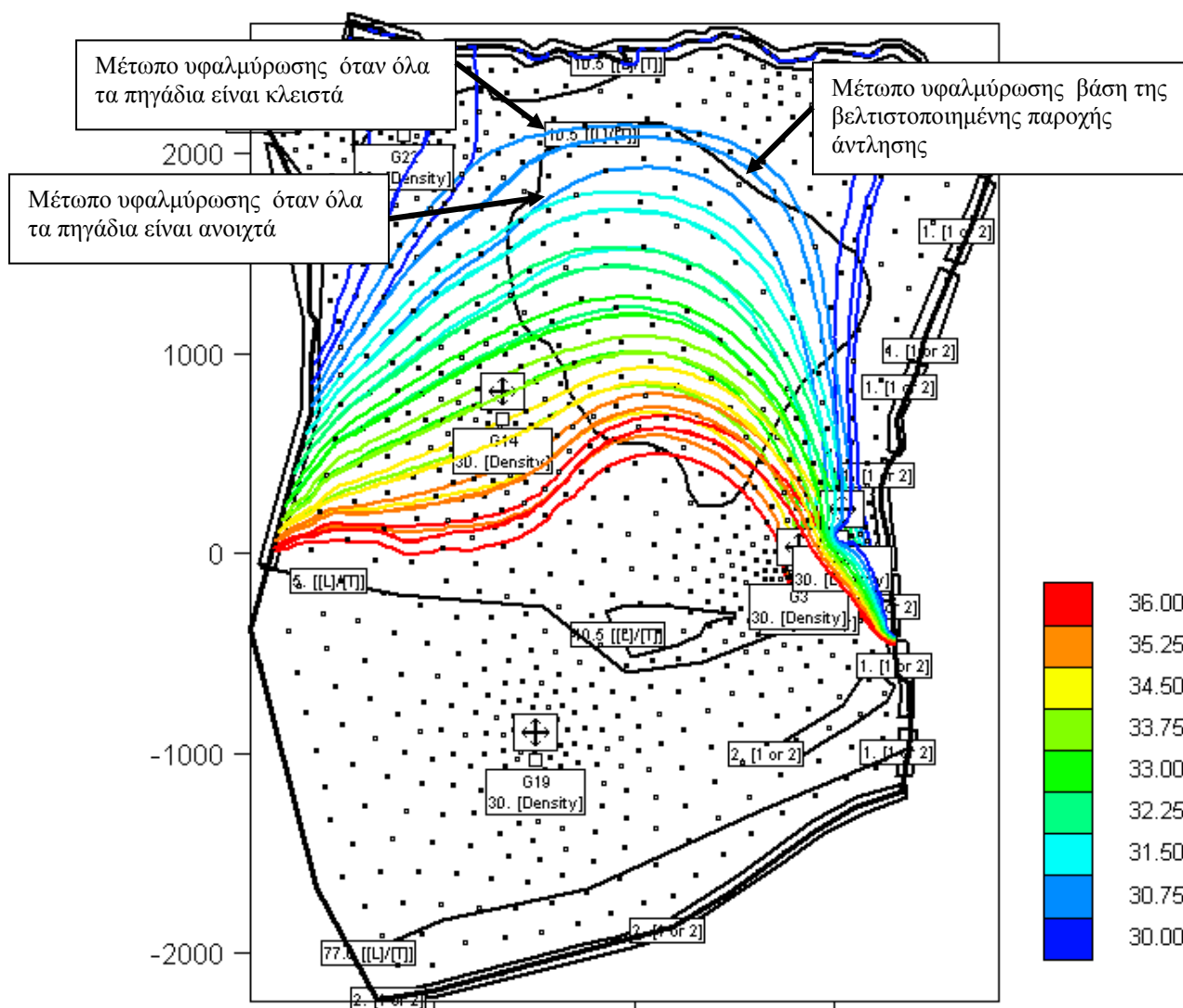
Έχοντας ολοκληρώσει τη διαδικασία εφαρμογής των δύο μεθόδων στο υπάρχον πρόβλημα βελτιστοποίησης, συγκεντρώνουμε τα αποτελέσματα τους στον παρακάτω πίνακα.

Πηγάδι άντλησης	Βέλτιστη τιμή παροχής $q(m^3/d)$	
	Μέθοδος Simplex	Διαφορικός Εξελικτικός Αλγόριθμος
Γ8	1920	1907,6
Γ4	535	313
Γ3	0	112
Γ22	576	574
Γ14	0	66,6
<b>Αθροισμα ΣQ</b>	<b>3031</b>	<b>2973,2</b>

Πίνακας 7.1. Τελικά αποτελέσματα των δύο μεθόδων βελτιστοποίησης

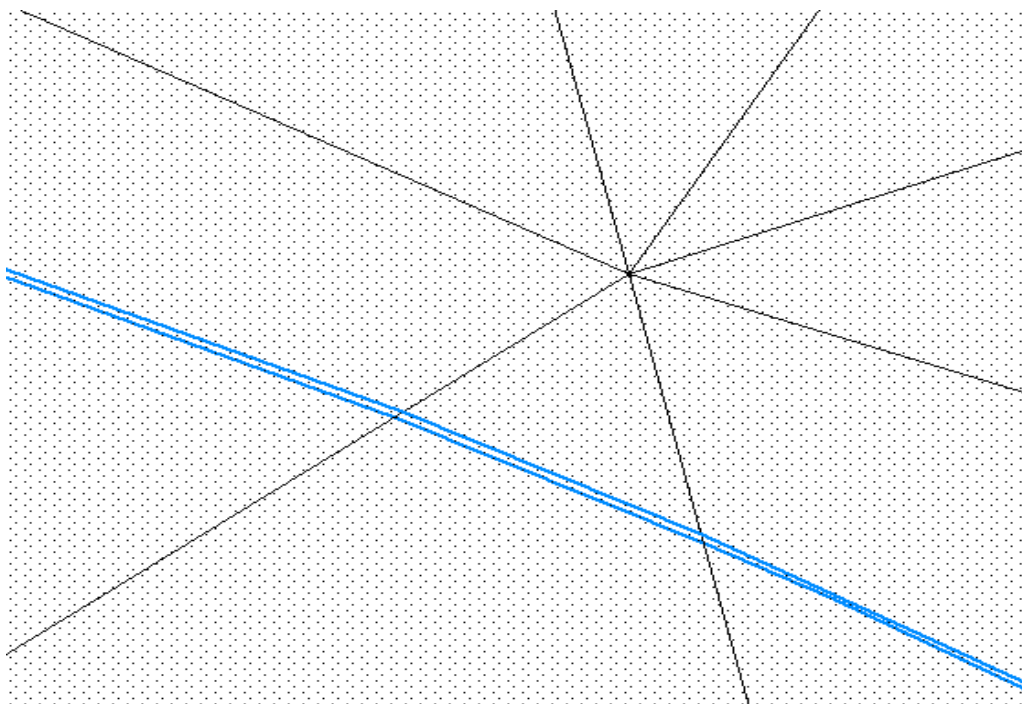
Παρατηρούμε ότι οι λύσεις των δύο μεθόδων είναι αρκετά κοντά. Ειδικά για τα πηγάδια Γ8 και Γ22 οι λύσεις είναι παραπλήσιες, ενώ για το πηγάδι Γ4 οι δύο βέλτιστες λύσεις έχουν μικρή διαφορά μεταξύ τους. Συγκεκριμένα τα πηγάδια Γ8 και Γ22 ορίζονται να αντλούν με τη μέγιστη δυνατή παροχή, γεγονός το οποίο είναι αναμενόμενο αφού και τα δύο πηγάδια βρίσκονται ήδη εντός της ζώνης υφαλμύρωσης. Επίσης το Γ22 βρίσκεται σε σημείο πολύ κοντά στη θάλασσα, και το Γ8 πολύ κοντά στο ρήγμα, απ'όπου παρατηρείται εισροή νερού, και συνεπώς η επίδρασή τους στο μέτωπο της υφαλμύρωσης είναι αμελητέα. Η μόνη εμφανής διαφορά των αποτελεσμάτων των δύο μεθόδων είναι ότι η μέθοδος Simplex θέτει τα πηγάδια Γ3 και Γ14 κλειστά (μηδενική παροχή), ενώ ο Δ.Ε. αλγόριθμος τα θέτει ανοιχτά, αλλά να αντλούν με μικρές τιμές παροχής. Οι βέλτιστες τιμές της συνολικής παροχής άντλησης που προκύπτουν από τις δύο μεθόδους διαφέρουν κατά  $57,8m^3/d$ , αλλά η διαφορά αυτή είναι στην ουσία αμελητέα αφού δεν επιφέρει καμία αλλαγή όσο αφορά τη διαχείριση του υδατικού πόρου, και τη μετατόπιση του μετώπου της υφαλμύρωσης.

Η ταύτιση των δύο λύσεων αποδεικνύεται με εισαγωγή εναλλάξ των δύο βέλτιστων λύσεων στο PTC και παράθεση στο ίδιο διάγραμμα των δύο γραφημάτων ισοδυναμικών γραμμών. Τα βελτιστοποιημένα μέτωπα που προκύπτουν από τη μέθοδο Simplex και τον Δ.Ε.αλγόριθμο συμπίπτουν.



**Σχήμα 7.1.** Γράφημα των μετώπων υφαλμύρωσης όταν όλα τα πηγάδια είναι κλειστά, όταν είναι ανοιχτά και αντλούν με τις μέγιστες παροχές και όταν αντλούν με τις βέλτιστες τιμές που προέκυψαν από τις δύο μεθόδους βελτιστοποίησης.

Συγκεκριμένα για να διακρίνουμε τη διάφορά των δύο μετώπων χρειάστηκε να γίνει η μέγιστη εστίαση στο σημείο του μοντέλου που βρίσκονται τα μέτωπα αλλά και πάλι η διαφορά διακρίνεται ελαχιστα. (Σχήμα 7.2)



**Σχήμα 7.2.** Η διαφορά των δύο βελτιστοποιημένων μετώπων υφαλμύρωσης σε εστίαση (zoom) 1300 στο μοντέλο προσομοίωσης.

## 7.2 Συγκριση των δύο μεθόδων βελτιστοποίησης

Από την εφαρμογή της μεθόδου Simplex και του διαφορικού Εξελικτικού αλγόριθμου στο ίδιο πρόβλημα βελτιστοποίησης προκύπτουν τα εξής συμπεράσματα:

Δεδομένου ότι οι δύο μέθοδοι έβγαλαν σχεδόν τα ίδια αποτελέσματα συμπεραίνουμε ότι η λύση που προέκυψε είναι σφαιρική. Το γεγονός αυτό έχει μεγάλη σημασία δεδομένου ότι η εφαρμογή της μεθόδου Simplex έγινε θεωρώντας γραμμικό πρόβλημα βελτιστοποίησης και έδωσε τη μοναδική βέλτιστη λύση, ενώ ο Διαφορικός Εξελικτικός αλγόριθμος λειτουργεί ανεξάρτητα από τη γραμμικότητα ή μη του υδροφορέα και έδωσε λύση πολύ κοντά στη βέλτιστη χωρίς όμως να ταυτίζεται με αυτή.

Η διαφορά των δύο μεθόδων έγκειται στο χρόνο που απαιτεί η κάθε μέθοδος για την επίλυση του προβλήματος και την εξαγωγή των αποτελεσμάτων καθώς και στον τρόπο εισαγωγής των δεδομένων σε κάθε μέθοδο.

Η μέθοδος Simplex δεν λειτουργεί αυτόματα αλλά απαιτεί σε κάθε βήμα την επέμβαση του χρήστη, γεγονός το οποίο καθιστά την όλη διαδικασία επίπονη για τον χρήστη

καθώς επίσης αυξάνει την πιθανότητα να γίνει κάποιο σφάλμα κατά τη μεταφορά δεδομένων. Όσον αφορά τον χρονική διάρκεια μέχρι την εξάγωγή των αποτελεσμάτων, χρειάστηκαν περίπου 3- 4 ώρες για την προετοιμασία και εφαρμογή του αλγόριθμου της Simplex.

Ο Διαφορικός Εξελικτικός αλγόριθμος αν και απαιτήσε 18 συνεχόμενες ώρες για να επιλύσει το πρόβλημα, δεν χρειάστηκε στο διάστημα αυτό την παραμικρή παρέμβαση του χρήστη. Στην μέθοδο αυτή ο χρήστης πρέπει μόνο να ορίσει τις αρχικές αναγκαίες παραμέτρους και απο κει και πέρα όλες οι διαδικασίες γίνονται αυτοματοποιημένα.

Επίσης ο Δ.Ε. αλγόριθμος έδωσε μια λύση η οποία εξυπηρετεί καλύτερα την κάλυψη των αναγκών της περιοχής σε νερό αφού ο γενετικός αλγόριθμος δεν μηδενίζει την παροχή σε κανένα πηγάδι, ενώ παράλληλα περιορίζει το μέτωπο της υφαλμύρωσης στον ίδιο βαθμό με τη μέθοδο Simplex. Η μέθοδος Simplex αντίθετα μηδενίζει την παροχή σε δύο από τα πέντε πηγάδια, το οποίο πρακτικά δεν μπορεί να εφαρμοστεί αφού τα πηγάδια ανήκουν σε δύο εργοστάσια της ΒΙ.ΠΕ και εξυπηρετούν κάποιες ανάγκες σε νερό.

Απο τα παραπάνω συμπεραίνουμε ότι η μέθοδος των γενετικών αλγορίθμων μπορεί να δώσει αξιόπιστα και ποιοτικά αποτελέσματα.

## **ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ**

1. David E. Goldberg, Genetic Algorithms in Search, Optimization, and machine Learning. University of Alabama.
2. Πανεπιστημιακές Σημειώσεις μαθήματος ‘Υπολογιστική Νοημοσύνη II’ Εργαστήριο αναγνώρισης προτύπων , Πανεπιστήμιο Πατρών.
3. Mary P. Anderson, William W. Woessner, Applied Groundwater Modeling, Academic Press, 1992
4. Princeton Transport Code Manual
5. Ιωάννης Τριχάκης, Προσομοίωση της Υπόγειας Ροής και προσδιορισμός της ζώνης υφαλμύρισης στην Βιομηχανική Περιοχή (ΒΙ.ΠΕ.) Ηρακλείου Κρήτης, Διπλωματική Εργασία, Χανιά 2004
6. Καρτεράκης Στέφανος, Διαχείριση των Υπογείων Υδάτων με χρήση συνδυασμού μεθόδων προσομοίωσης και βελτιστοποίησης, Διπλωματική εργασία μεταπτυχιακών σπουδών, Χανιά 2005
7. Ioannis K. Nikolos, “Inverse Design of Aerodynamic Shapes using Differencial Evolution coupled with Artificial Neural Network”, ERCOFTAC, Design Optimization: Methods and Applications, Athens, Mar.31-Apr.2, 2004.
8. I. Κ.Νικολός, Σημειώσεις Μεταπτυχιακού Μαθήματος “Ανάπτυξη συστημάτων και σχεδίαση προϊόντων με χρήση ευφυών μεθόδων βελτιστοποίησης” Πολυτεχνείο Κρήτης, 2004
9. Βλαχάβας Ιωάννης, Κεφάλας Πέτρος, Βασιλειάδης Νικόλαος, Ρεφανίδης Νικόλαος, Κόκκορας Φώτιος, Σακελλαρίου Ηλίας, «Τεχνητή νοημοσύνη», Εκδόσεις Γαρταγάνη, 2002
10. Πανεπιστημιακές σημειώσεις μαθήματος ‘Ροή Υπογείων Υδάτων και Μεταφορά Ρύπων’. Καρατζάς Γεώργιος, Πολυτεχνείο Κρήτης, 2004
11. Πανεπιστημιακές σημειώσεις μαθήματος ‘Εισαγωγή σε μεθόδους Βελτιστοποίησης’. Καρατζάς Γεώργιος, Πολυτεχνείο Κρήτης, 2004
12. Υδρογεωλογική μελέτη Βορείου Νομού Ηρακλείου, Έργο Υ.ΠΕ.ΧΩ.Δ.Ε., Ι.Γ.Μ.Ε., Παράρτημα Κρήτης
13. Τεχνική Γεωλογική έκθεση για την ΒΙ.ΠΕ. Ηρακλείου Κρήτης, GAMMA-4 Ε.Π.Ε.

14. Θεμιστοκλής Δ. Λέκκας , Περιβαλλοντική Μηχανική Ι - Διαχείριση Υδατικών Πόρων, Πανεπιστήμιο Αιγαίου, Τμήμα Περιβάλλοντος.
15. Δημοσίευση «Υφαλμύρωση παράκτιων Υδροφορέων» Α.Νάνου-Γιάννάρου, Δρ.Πολιτικός Μηχανικός, λέκτορας ΕΜΠ.
16. Ιστοσελίδες  
[www.emy.gr](http://www.emy.gr)  
[www.axiosvivos.gr](http://www.axiosvivos.gr)  
[www.geo.auth.gr/763/ch.5.html](http://www.geo.auth.gr/763/ch.5.html)

## **ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ:**

## ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

Έγιναν επιπλέον δοκιμές λειτουργίας του Διαφορικού Εξελικτικού Αλγόριθμου για διαφορετικούς αριθμούς γενεών και ατόμων, με σκοπό τον έλεγχο της σύγκλισης των λύσεων.

- Έγινε μια πρώτη δοκιμή για 400 γενιές με 20 άτομα η κάθε γενιά, δηλαδή για 8000 αξιολογήσεις. Μετά από συνεχή λειτουργία του αλγόριθμου για περίπου 34 ώρες προέκυψαν τα αποτελέσματα του πίνακα.

Πηγάδι άντλησης	Βέλτιστη λύση Δ. Ε. Αλγόριθμου μετά από 8000 αξιολογήσεις
Γ8	1911,4
Γ4	317,7
Γ3	115,4
Γ22	574,8
Γ14	59,2
Αθροισμα ΣQ	2978,5

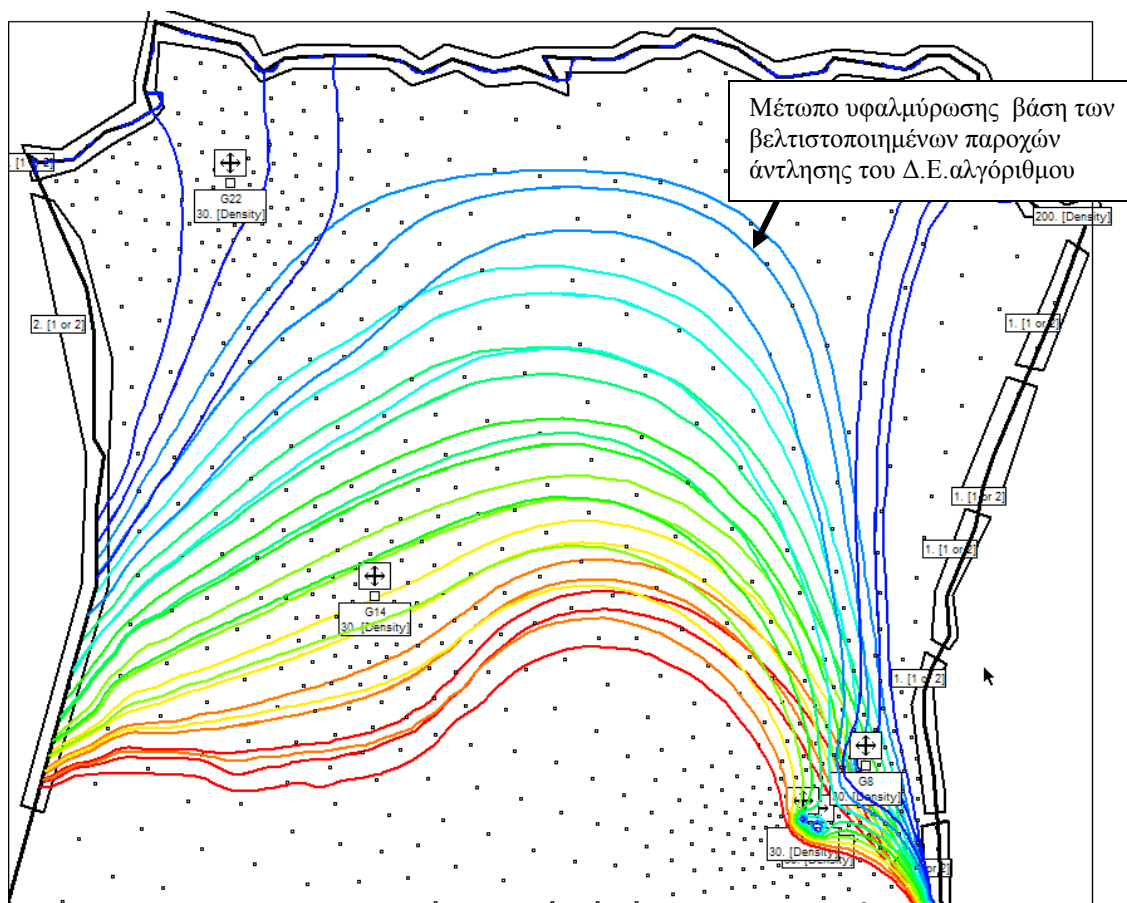
Συγκρίνουμε τα αποτελέσματα αυτά με τα αρχικά αποτελέσματα του γενετικού αλγόριθμου μετά από αξιολόγηση 200 γενεών με 20 άτομα έκαστη. Παρατηρούμε ότι οι λύσεις που προέκυψαν από τη δεύτερη δοκιμή διαφέρουν πολύ λίγο από τα αρχικά αποτελέσματα.

	Βέλτιστη λύση		
Πηγάδι άντλησης	Δ. Ε. Αλγόριθμου μετά από 8000 αξιολογήσεις (400 γενιές)	Δ. Ε. Αλγόριθμου μετά από 4000 αξιολογήσεις (200 γενιές)	Μέθοδος SIMPLEX
Γ8	1911,4	1907,6	1920
Γ4	317,7	313	535
Γ3	115,4	112	0
Γ22	574,8	574	576
Γ14	59,2	66,6	0
Αθροισμα ΣQ	2978,5	2973,2	3031



Πρέπει να τονίσουμε ότι οι δύο αυτές εφαρμογές του Δ.Ε. αλγόριθμοι δίνουν τελικά μια υποβέλτιστη λύση, όπως φαίνεται και από τη σύγκριση με τη μέθοδο Simplex, οι οποίες όμως εξυπηρετούν εξίσου καλά το πρόβλημα βελτιστοποίησης.

Η μέγιστη διαφορά μεταξύ των αποτελεσμάτων των δύο εφαρμογών του Δ.Ε. αλγόριθμου είναι 7,4m<sup>3</sup>/d για το πηγάδι Γ14. Οι διαφορές αυτές είναι αμελητέες καθώς οι νέες τιμές δεν επιφέρουν καμιά βελτίωση στο μέτωπο της υφαλμύρωσης (Σχήμα 1)



Σχήμα 1. Γράφημα των μετώπων υφαλμύρωσης όταν όλα τα πηγάδια είναι κλειστά, όταν είναι ανοιχτά και αντλούν με τις μέγιστες παροχές και όταν αντλούν με τις βέλτιστες τιμές που προέκυψαν από τις δύο εφαρμογές του Δ.Ε. Αλγορίθμου.

Αφού πρακτικά δεν υπάρχει σημαντική διαφορά στην εφαρμογή μίας εκ των δύο λύσεων, επιλέγουμε ως προτιμότερη τη δοκιμή γις τις 4000 αξιολογήσεις γιατί χρειάστηκε περίπου το μισό χρόνο (18 ώρες) για την εξαγωγή των αποτελεσμάτων απ'ότι δεύτερη δοκιμή.

- Η δεύτερη δοκιμή έγινε για 220 γενιές με 30 άτομα η κάθε γενιά δηλαδή ο αλγόριθμος εκτέλεσε 6600 αξιολογήσεις.

Ο αριθμός των αξιολογήσεων είναι μικρότερος από την προηγούμενη δοκιμή, αλλά έχουμε αυξήσει τον αριθμό των ατόμων, γεγονός το οποίο αποδεικνύεται πολύ σημαντικό αφού η λύση που προκύπτει ταυτίζεται με τη βέλτιστη.

Πηγάδι άντλησης	Βέλτιστη λύση Δ. Ε. Αλγόριθμου μετά από 6600 αξιολογήσεις	Μέθοδος SIMPLEX
Γ8	1919,2	1920
Γ4	534,2	535
Γ3	0,01	0
Γ22	575,8	576
Γ14	0	0
Αθροισμα ΣQ	3029,2	3031

Η διαφορά της βέλτιστης αυτής λύσης με τις προηγούμενες εφαρμογές του αλγόριθμου είναι και πάλι μικρή όσο αφορά τη μετατόπιση του μετώπου της υφαλμύρωσης, με τη διαφορά ότι οι προηγούμενες υποβέλτιστες λύσεις εξυπηρετούν καλύτερα την κάλυψη των αναγκών της περιοχής σε νερό αφού δεν μηδενίζουν την παροχή σε κανένα πηγάδι.

Από τις παραπάνω δοκιμές προκύπτει ότι ο γενετικός αλγόριθμος μπορεί να δώσει πολλές εναλλακτικές λύσεις σε ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης.