



ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΚΑΙ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Μελέτη των δυνατοτήτων επιτάχυνσης των Διαφορικών
Εξελικτικών αλγορίθμων

ΠΕΤΡΑΚΟΠΟΥΛΟΥ ΦΩΤΕΙΝΗ - ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΑ

Επιβλέπων:
Νικόλος Ιωάννης, Λέκτορας
Χανιά 2005



Αφιερώνεται
στον αδερφό μου,

Πετρακόπουλο Παναγιώτη

ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ	3
ΠΡΟΛΟΓΟΣ	8
ΜΕΡΟΣ Ι.....	
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1 ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΑ.....	11
1.1 Εισαγωγή	17
1.2 Ολική Βελτιστοποίηση.....	16
1.3 Μονοκριτήρια Βελτιστοποίηση	18
1.4 Πολυκριτήρια Βελτιστοποίηση.....	20
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 ΕΞΕΛΙΚΤΙΚΟΙ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ	28
ΕΙΣΑΓΩΓΗ	28
2.1 Χαρακτηριστικά Εξελικτικών Αλγορίθμων	29
2.2 Κατηγορίες Εξελικτικών Αλγορίθμων	30
2.2.1 Γενετικοί Αλγόριθμοι	31
2.2.2 Εξελικτικός Προγραμματισμός.....	33
2.2.3 Εξελικτικές Στρατηγικές.....	34
2.2.4 Γενετικός Προγραμματισμός	34
2.3 Εφαρμογές Εξελικτικών Αλγορίθμων.....	36
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 ΔΙΑΦΟΡΙΚΟΙ ΕΞΕΛΙΚΤΙΚΟΙ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ.....	37
ΕΙΣΑΓΩΓΗ	37
3.1 Βασικές αρχές και χαρακτηριστικά των Διαφορικών Εξελικτικών Αλγορίθμων.....	38
3.2 Παραλλαγές των Διαφορικών Εξελικτικών Αλγορίθμων.....	45
3.2.1 Η μέθοδος PDE (Pareto Frontier DEAs)	45
3.2.2 Ο Αλγόριθμος SPDE (Self-adaptive PDEA)	46
3.2.3 Ο Αλγόριθμος VEDE(Vector Evaluated DE)	47
3.2.4 Η μέθοδος NSDE (non-dominated Sorting DE)	49
3.2.5 Η μέθοδος SADE (Simplified Atavistic DE)	50
3.2.6 Ο Αλγόριθμος HDE (Hybrid DE)	51

3.2.7	Ο Αλγόριθμος CHDE (Co-evolutionary Hybrid DE)	54
3.3	Συγκρίσεις και διαφορές	55
3.3.1	Σύγκριση των Διαφορικών Εξελικτικών Αλγορίθμων με άλλες μεθόδους βελτιστοποίησης	55
3.3.2	Σύγκριση των Γενετικών και των Εξελικτικών Αλγορίθμων με τους Διαφορικούς Εξελικτικούς Αλγορίθμους	56
3.3.3	Υπάρχουν τελικά καλύτερες μέθοδοι;	57
ΜΕΡΟΣ II	
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4	ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΤΗΣ ΕΡΕΥΝΑΣ	59
ΕΙΣΑΓΩΓΗ	59
4.1	Επιλογή κατάλληλων τύπων επιχιασμού και μετάλλαξης	66
4.1.1	Πρώτη υποπερίπτωση πρώτου μέρους σύγκρισης.....	68
4.1.2	Δεύτερη υποπερίπτωση πρώτου μέρους σύγκρισης	72
4.1.3	Τρίτη υποπερίπτωση πρώτου μέρους σύγκρισης	76
4.1.4	Δεύτερο μέρος σύγκρισης	80
4.1.5	Συμπεράσματα	83
4.2	Επιλογή κατάλληλου συνδυασμού μεγέθους πληθυσμού και μεταβλητών σχεδίασης.....	84
4.2.1	Πραγματοποίηση σύγκρισης	87
4.2.2	Συμπεράσματα	91
4.3	Εξέταση ευρωστίας των Διαφορικών Εξελικτικών Αλγορίθμων	93
4.3.1	Πραγματοποίηση σύγκρισης	94
4.3.2	Συμπεράσματα	97
4.4	Επιλογή κατάλληλου συνδυασμού συντελεστών μετάλλαξης και επιχιασμού	98
4.4.1	Πραγματοποίηση σύγκρισης	98
4.4.2	Συμπεράσματα	103
4.4.3	Τροποποιήσεις στη λειτουργία του Διαφορικού Εξελικτικού Αλγορίθμου	104
4.5	Εύρεση βέλτιστων τιμών των συντελεστών μετάλλαξης και επιχιασμού για διαφορετικούς συνδυασμούς μεγέθους πληθυσμού-πλήθους μεταβλητών σχεδίασης.....	106
4.5.1	Πρώτο μέρος σύγκρισης	107
4.5.2	Δεύτερο μέρος σύγκρισης	111
4.5.3	Συμπεράσματα	116

4.6 Δυναμική αλλαγή των συντελεστών μετάλλαξης και επιχιασμού	118
4.6.1 Παρουσίαση της μεθόδου των J. Lui και J. Lampinen.....	119
4.6.1.1 Παρουσίαση σύγκρισης.....	120
4.6.1.2 Συμπεράσματα	123
4.6.1.3 Προσπάθεια βελτίωσης της μεθόδου των J. Lui και J. Lampinen	123
4.6.2 Παρουσίαση νέας μεθόδου	124
4.6.2.1 Παρουσίαση σύγκρισης.....	125
4.6.2.2 Συμπεράσματα	127
4.6.3 Συμπεράσματα	127
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ	129
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ.....	131
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α.....	140

Θα ήθελα να ευχαριστήσω,

τον καθηγητή μου, Λέκτορα, κύριο *Ιωάννη Νικολό*,
για τη συμβολή και τη συμπαράστασή του στη διεκπεραίωση της διπλωματικής μου
εργασίας και για την ευκαιρία που μου έδωσε να ασχοληθώ με μία εργασία με
μεγάλο ερευνητικό ενδιαφέρον,

όλα τα παιδιά του Γραφείου μας,

*Αμοιραλή Λευτέρη, Βαλάκο Γιάννη, Ζωγράφο Λευτέρη, Κοϊνη Γεωργία, Μπριτάκη
Αθηνά, Ντιπτένη Μαρίνα, Παπαδόπουλο Φώτη και Σαρακηνό Σωτήρη* για την
αμέριστη συμπαράσταση και υπομονή που έδειξαν κατά τη διάρκεια
πραγματοποίησης της συγκεκριμένης εργασίας,

τους φίλους μου,

*Βασιλακάκο Βασίλη, Ζερβόπουλο Θανάση, Μαυρουδή Ελένη, Μπαλαντάνη
Δημήτρη, Νταή Ηλία, για την εμπύχωση, επιμονή και υπομονή που μου έδειξαν και
ειδικά τον Παπαντωνίου Λουκά* για τη βοήθεια και τη στήριξη που μου παρείχε
οποτεδήποτε τη χρειάστηκα.

*Τέλος, θέλω να ευχαριστήσω τους γονείς μου για όλα όσα μου παρέχουν όλα αυτά
τα χρόνια.*

Πρόλογος

Στις φυσικές επιστήμες, με τον όρο εξέλιξη νοούνται οι αλλαγές στα χαρακτηριστικά των έμβιων οργανισμών στο πέρασμα των χρόνων, με ταυτόχρονη εμφάνιση νέων ειδών [www.20].

Ο τρόπος με τον οποίο λειτουργεί η φύση είναι αξιοθαύμαστος και αξιοζήλευτος, αφού δύναται, με κάποιο πολύ ενδιαφέροντα αλλά ακόμα μη απόλυτα κατανοητό, από τον άνθρωπο, τρόπο, να εξελίσσει όλα τα είδη των ζωντανών οργανισμών με την πάροδο του χρόνου. Κάθε γενιά κατέχει παρόμοιες δυνατότητες με την προηγούμενη, αλλά οι ικανότητές της αποδεικνύονται βελτιωμένες. Αυτό το γεγονός έχει ως αποτέλεσμα οι γενιές που βρίσκονται σε μεγάλη απόσταση μεταξύ τους να διαφέρουν σε πολλούς τομείς δυνατοτήτων και το είδος γενικά, με τον καιρό, να οδηγείται σε βελτίωση.

Τα προβλήματα που αντιμετωπίζει πλέον ο άνθρωπος, μπορεί να είναι πολυδιάστατα και πολύπλοκα. Εξαιτίας του γεγονότος αυτού, έχει παρατηρηθεί μία έξαρση στην αναζήτηση τρόπων επίλυσης προβλημάτων που δεν είναι δυνατό να επιλυθούν με άλλους, ήδη υπάρχοντες τρόπους ή η επίλυσή τους με τους τρόπους αυτούς δεν είναι ικανοποιητική. Εδώ και κάποιες δεκαετίες έχουν γίνει προσπάθειες, πολλές από τις οποίες επιτυχημένες, μίμησης των διαδικασιών της φύσης από υπολογιστικά προγράμματα, με στόχο να βρεθεί κάποιος εύκολος και αποδοτικός τρόπος χειρισμού των υπάρχοντων προβλημάτων. Όπως η φύση λειτουργεί τόσο αποδοτικά και σωστά, γιατί να μην είναι δυνατή η μίμηση των λειτουργιών της από ένα υπολογιστικό πρόγραμμα για την επίλυση δυσεπίλυτων προβλημάτων;

Μία ομάδα πολύ υποσχόμενων αλγορίθμων, που χρησιμοποιούνται για βελτιστοποίηση προβλημάτων, είναι οι Εξελικτικοί Αλγόριθμοι. Λειτουργούν ως υπολογιστική απεικόνιση των πιο χαρακτηριστικών λειτουργιών της διαδικασίας της εξέλιξης στη φύση, όπως της διασταύρωσης ή επιχiasμού (crossover) και της μετάλλαξης (mutation). Δημιουργούν αρχικά έναν πληθυσμό τυχαία επιλεγμένων εναλλακτικών λύσεων, στον οποίο εφαρμόζουν τις προαναφερθείσες λειτουργίες, δημιουργώντας έτσι μία νέα γενιά ατόμων. Καθώς οι λειτουργίες συνεχίζονται, δημιουργούν την μία γενιά μετά την άλλη, βελτιώνοντας κάθε φορά τα χαρακτηριστικά του πληθυσμού (σε σχέση με το πρόβλημα που επιλύεται).

Στην παρούσα μελέτη το ενδιαφέρον επικεντρώνεται στη χρησιμοποίηση και αξιολόγηση ενός συγκεκριμένου είδους Εξελικτικών Αλγορίθμων, που ονομάζονται Διαφορικοί Εξελικτικοί Αλγόριθμοι. Αντικείμενο της εργασίας είναι η διερεύνηση των δυνατοτήτων επιτάχυνσης της σύγκλισής τους με κατάλληλη προσαρμογή των λειτουργικών τους παραμέτρων. Όπως θα φανεί στο κείμενο που ακολουθεί, η βέλτιστη ρύθμιση των παραμέτρων δεν είναι ούτε εύκολη ούτε αυτονόητη. Παρ'

όλα αυτά, από τα αποτελέσματα της εργασίας μπορούν να εξαχθούν μερικά χρήσιμα συμπεράσματα για τον τρόπο με τον οποίο μπορεί να αυξηθεί η ταχύτητα σύγκλισης των Διαφορικών Εξελικτικών αλγορίθμων, με κατάλληλη ρύθμιση των παραμέτρων τους.

Στο πρώτο κεφάλαιο της μελέτης αναφέρεται τι σημαίνει και πως ορίζεται η ολική βελτιστοποίηση, ορίζονται τα είδη της βελτιστοποίησης σε μονοκριτήρια και πολυκριτήρια. Στο δεύτερο κεφάλαιο γίνεται εκτενής αναφορά στον τομέα των Εξελικτικών Αλγορίθμων, στον τρόπο που λειτουργούν και στα είδη που διακρίνονται.

Στο τρίτο κεφάλαιο παρουσιάζεται το είδος των Εξελικτικών Αλγορίθμων που απασχόλησαν τη συγκεκριμένη έρευνα, δηλαδή οι Διαφορικοί Εξελικτικοί Αλγόριθμοι, ενώ αναφέρονται ταυτόχρονα οι παραλλαγές που έχουν προταθεί έως σήμερα.

Στο τέταρτο κεφάλαιο της μελέτης γίνεται μία αναλυτική παρουσίαση της έρευνας που πραγματοποιήθηκε σχετικά με τις βέλτιστες στρατηγικές επιλογής παραμέτρων για την επιτάχυνση της σύγκλισης των Διαφορικών Εξελικτικών Αλγορίθμων.

Τέλος, στο πέμπτο κεφάλαιο παρατίθενται συγκεντρωτικά τα αποτελέσματα της έρευνας και προτείνονται μελλοντικές της επεκτάσεις.

Μέρος Ι

Μέθοδοι Βελτιστοποίησης

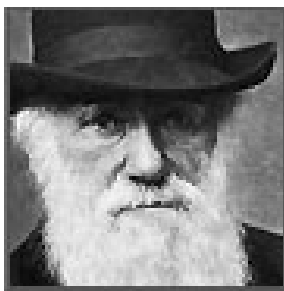
1

1.1 Εισαγωγή

Στις φυσικές επιστήμες, ως εξέλιξη νοούνται οι αλλαγές στα χαρακτηριστικά των έμβιων οργανισμών στο πέρασμα των χρόνων, συμπεριλαμβανομένης και της εμφάνισης νέων ειδών. Με την πρόοδο της σύγχρονης Γενετικής τη δεκαετία του '40, η εξέλιξη διατυπώθηκε λεπτομερέστερα, ως μία αλλαγή στην αλληλουχία των αλληλόμορφων (διαφορετικές μορφές του ίδιου γονιδίου) σε ένα πληθυσμό από τη μία γενιά στην επόμενη [www.20].

Η βιολογική εξέλιξη αναφέρεται σε όλες τις αλλαγές που παρουσιάζονται σε έναν πληθυσμό στη διάρκεια του χρόνου [www.20]. Αυτές οι αλλαγές πραγματοποιούνται στους οργανισμούς σε γενετικό επίπεδο, καθώς τα γονίδια αυτών μεταλλάσσονται και/ ή υπόκεινται σε επιχiasμό κατά τη διάρκεια της αναπαραγωγικής διαδικασίας, οπότε περνούν στις επόμενες γενιές.

Κάποιες φορές, τα άτομα αυτά κληρονομούν νέα χαρακτηριστικά, τα οποία και τους χαρίζουν μεγαλύτερες πιθανότητες επιβίωσης και αναπαραγωγής από τα υπόλοιπα άτομα του περιβάλλοντός τους. Τα χαρακτηριστικά που ενεργούν θετικά, και συνεπώς αυξητικά στην πιθανότητα επιβίωσης των ατόμων, τείνουν να παρουσιάζουν μεγαλύτερη συχνότητα εμφάνισης στον πληθυσμό, ενώ αυτά που είναι ελαττωματικά ή κατέχουν συγκριτικά μειονεκτική θέση, τείνουν να ελαττωθούν. Αυτή η διαδικασία της διαφοροποίησης της επιβίωσης και της αναπαραγωγής των ατόμων είναι γνωστή ως *Φυσική Επιλογή* [www.3].

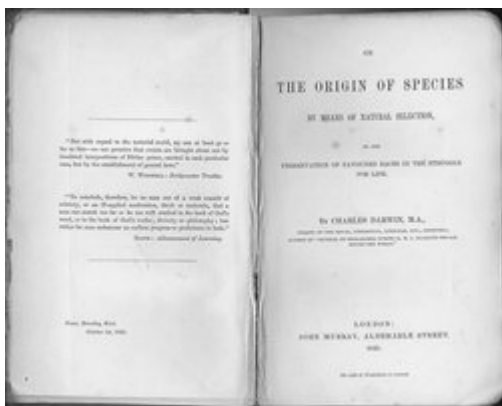


Εικόνα 1.1: Charles Darwin [www.3]

Ο Κάρολος Δαρβίνος (12 Φεβρουαρίου 1809 - 19 Απριλίου 1882) ήταν ένας Βρετανός φυσιοδίφης, που έγινε γνωστός ως ο πρώτος που διατύπωσε την θεωρία της εξέλιξης μέσω της φυσικής επιλογής. Ήταν ο πρώτος που στήριξε τη θεωρία της οργανικής εξέλιξης με επαρκή αποδεικτικά στοιχεία και καθόρισε με ποιον τρόπο η διεργασία της φυσικής επιλογής επιφέρει την προσαρμογή των ατόμων στο περιβάλλον τους, αλλά απέφυγε για χρόνια να

δημοσιεύσει τις ανακαλύψεις του [www.5].

Από όσα παρατηρούσε, ήταν απόλυτα πεπεισμένος ότι η αφήγηση της Δημιουργίας στη Βίβλο ήταν έκδηλα σφαλερή. Είχε υιοθετήσει τον κριτικό τρόπο σκέψης, και όσο συνειδητοποιούσε τη μεγάλη σημασία της θεωρίας της εξέλιξης μέσω της φυσικής επιλογής, τόσο περισσότερο αφοσιωνόταν στη μελέτη αυτής. [www.1].



Εικόνα 1.2: Η Προέλευση των Ειδών, 1859 [www.1]

Η θεωρία της εξελικτικής επιλογής του Δαρβίνου υποστηρίζει ότι η ποικιλομορφία στα είδη παρουσιάζεται τυχαία και η επιβίωση ή η εξαφάνιση του κάθε οργανισμού καθορίζεται από την ικανότητα αυτού να προσαρμοστεί στο περιβάλλον του. Σχετικές θεωρίες διατυπώθηκαν στο βιβλίο του, με τίτλο «Η Προέλευση των Ειδών», 1859 (Εικόνες 1.2 και 1.3) [www.5].

Μία έκφραση του Δαρβίνου που έχει απαθανατιστεί μέσα από τις σελίδες του εν λόγω βιβλίου, είναι η εξής:

«Αν ο άνθρωπος με την υπομονή μπορεί να επιλέγει ποικιλίες πιο χρήσιμες σ' αυτόν, γιατί να αποτύχει η φύση στην επιλογή ποικιλιών χρήσιμων, στα ζώοντα είδη της, κάτω από μεταβαλλόμενες συνθήκες ζωής;» [Darwin, 1859]

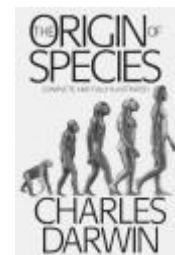
Μετά τη δημοσίευση αυτού του βιβλίου, ο Δαρβίνος συνέχισε να γράφει για τη βοτανική, τη γεωλογία και τη ζωολογία μέχρι το θάνατό του το 1882 [www.5].

Η εργασία του Δαρβίνου είχε τρομερό αντίκτυπο στη θρησκευτική σκέψη. Πολλοί άνθρωποι αντιτάχθηκαν στην ιδέα της εξέλιξης, λόγω του ότι ερχόταν σε αντίθεση με τις θρησκευτικές τους πεποιθήσεις. Ο ίδιος απέφευγε να μιλάει για τις θεολογικές και κοινωνιολογικές απόψεις της δουλειάς του, ενώ άλλοι συγγραφείς χρησιμοποίησαν τις θεωρίες του για να υποστηρίξουν τα δικά τους πιστεύω και τις δικές τους απόψεις για την κοινωνία [www.5]. Η διαμάχη, όσον αφορά στην ορθότητα της θεωρίας του συνεχίζεται έως σήμερα.



Εικόνα 1.4 [www.2]

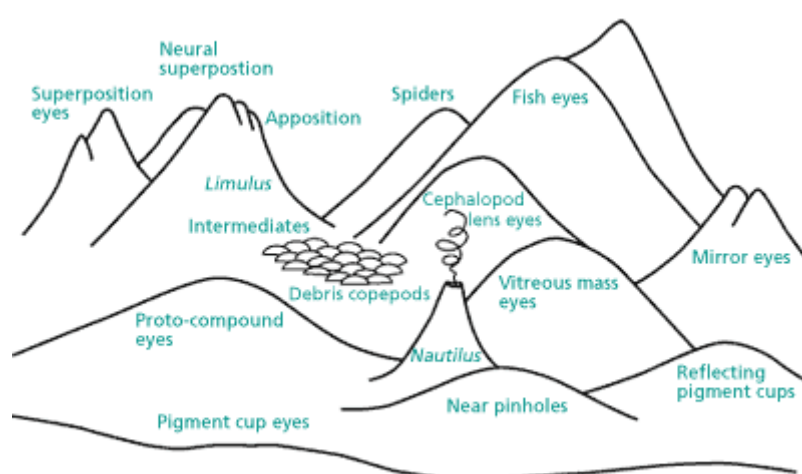
Όταν οι σκεπτικιστές επιτίθενται στη θεωρία της εξέλιξης του Δαρβίνου, εστιάζουν συχνά στο όργανο του ματιού. Ο ίδιος ο Δαρβίνος ομολόγησε ότι θα ήταν "παράλογο" να θεωρηθεί ότι το ανθρώπινο μάτι εξελίχθηκε μέσω της αυθόρμητης μετάλλαξης και της φυσικής επιλογής. Οι επιστήμονες στο Ευρωπαϊκό Μοριακό Εργαστήριο της Βιολογίας (European Molecular Biology



Εικόνα 1.3: «Η Προέλευση των Ειδών», 1859 [www.4]

Laboratory, EMBL), αντιμετώπισαν τη σημαντική πρόκληση του Δαρβίνου με μια εξελικτική μελέτη, που δημοσιεύτηκε στο περιοδικό Science, διευκρινίζοντας την εξελικτική προέλευση του ανθρώπινου ματιού. Περισσότερες λεπτομέρειες αναφέρονται στην πηγή [www.6].

Ο Δαρβίνος στο βιβλίο του «Η Προέλευση των Ειδών» το 1859, παραδέχεται ότι: «Η υπόθεση ότι το μάτι με όλες τις ασυναγώνιστες ικανότητές του για τη ρύθμιση της εστίασης σε διαφορετικές αποστάσεις, για την αναγνώριση των διαφορετικών ποσών φωτός και για τη διόρθωση της σφαιρικής και χρωματικής παρέκκλισης, θα μπορούσε να έχει διαμορφωθεί από τη φυσική επιλογή, φαίνεται, ομολογώ ελεύθερα, παράλογο στον υψηλότερο βαθμό» [Darwin, 1859].



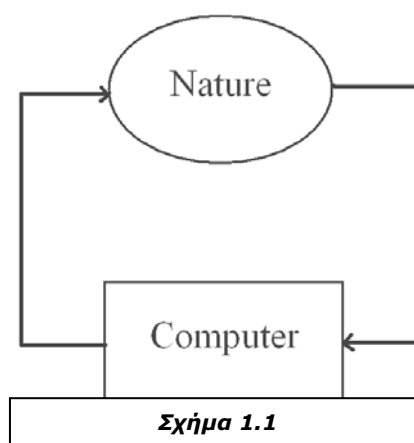
Εικόνα 1.5: Ένα πιθανό τοπίο της εξέλιξης των ματιών, που δημιουργήθηκε από τον Mike Land. Το ύψος αντιπροσωπεύει την οπτική ποιότητα και την εξελικτική απόσταση των επίγειων πεδίων. Ο Land γράφει ότι «το σκαρφάλωμα των λόφων είναι απλό, αλλά η μετάβαση από μια κορυφή σε μια άλλη είναι σχεδόν αδύνατη» [Dawkins, 1996].

Τα μάτια υπάρχουν σε ποικίλες μορφές, μεγέθη, σχέδια και θέσεις στο σώμα, ανάλογα με τον εκάστοτε ζωντανό οργανισμό, αλλά όλα παρέχουν παρόμοιες πληροφορίες για το μήκος κύματος και την ένταση του φωτός στους ιδιοκτήτες τους. Αντίθετα, όλα τα μάτια διαθέτουν τον ίδιο μηχανισμό απορρόφησης φωτονίων. Παρά τα νέα συμπεράσματα, που απορρέουν από τις ισχυρές μοριακές τεχνικές, όλα τα στοιχεία ακόμα συγκλίνουν στο γεγονός ότι τα μάτια έχουν μια πολυφυλετική προέλευση, με την εξαίρεση ότι περιέχουν ομόλογα μόρια αρμόδια για πολλά δομικά, λειτουργικά και αναπτυξιακά χαρακτηριστικά γνωρίσματα (Εικόνα 1.5). Δεδομένου ότι οι ομόλογες αναπτυξιακές διαδικασίες πρέπει να παράγουν τις ομόλογες δομές, τα βασικά στοιχεία (αρμόδια για την ανάπτυξη των μη ομογενών ματιών) παραμένουν ελλιπή. Η κατανόηση του τι καθιστά τα μάτια διαφορετικά μπορεί να είναι μεγαλύτερη πρόκληση από αυτή για την εύρεση του τι έχουν από κοινού [www.6].

Εμπνευσμένοι από το έργο και τα αποτελέσματα των θεωριών του Δαρβίνου, πολλοί ερευνητές εφαρμόζουν τις αρχές της φυσικής εξέλιξης στην επιστήμη, με αποτέλεσμα την εμφάνιση ενός νέου κύματος αλγορίθμων πολύ χρήσιμων στην αντιμετώπιση απαιτητικών και δυσεπίλυτων προβλημάτων.

Χαρακτηριστικά ο David Stephens [www.21] αναφέρει τα παρακάτω:

«Δεν είμαι βιολόγος, είμαι ειδικός στην επιστήμη των υπολογιστών, αλλά πιστεύω ότι έχω κάτι ενδιαφέρον να προσθέσω στο θέμα της εξέλιξης και της προβλεψιμότητας. Το ωραίο με την εξέλιξη για μένα είναι ότι είναι ένας αλγόριθμος. Οι αλγόριθμοι είναι επαναληπτικές διαδικασίες, που μπορούν να μοντελοποιηθούν και να προγραμματιστούν σε έναν υπολογιστή, χωρίς όμως να έχουν την ικανότητα της σκέψης. Σήμερα υπάρχουν συναρπαστικοί αλγόριθμοι, που βασίζονται στην εξέλιξη και χρησιμοποιούνται στην επιστήμη των υπολογιστών. Αυτοί οι αλγόριθμοι είναι χρήσιμοι στο λογισμικό των υπολογιστών κυρίως επειδή έχουν προβλέψιμα αποτελέσματα. Ένα παράδειγμα της χρήσης της εξέλιξης στο λογισμικό που γνωρίζω είναι οι *Εξελικτικοί Αλγόριθμοι (Evolutionary Algorithms, EA)*. Αυτοί οι αλγόριθμοι είναι χρήσιμοι σε περιπτώσεις που ο χρήστης είναι σε θέση να καθορίσει μία καλύτερη λύση συγκρινόμενη με άλλες, αλλά ο υπολογισμός της βέλτιστης είναι δύσκολος, αδύνατος ή απαιτεί πολύ χρόνο. Σε αυτές τις περιπτώσεις ένας Εξελικτικός Αλγόριθμος κάνει τον υπολογιστή να παράγει συνεχώς καλύτερες λύσεις μέχρι τελικά να επιτευχθεί μία, η οποία να είναι αρκετά ικανοποιητική σε ότι αφορά τις απαιτήσεις που έχουν τεθεί, έστω κι αν αυτή δεν είναι η βέλτιστη όλων» [www.21].



Σχήμα 1.1

Ο όρος Εξελικτικός Αλγόριθμος χρησιμοποιείται για να περιγράψει οποιονδήποτε ευρετικό αλγόριθμο βελτιστοποίησης, που χρησιμοποιεί μηχανισμούς εμπνευσμένους από τη βιολογική εξέλιξη, όπως την Επιλογή, τη Μετάλλαξη και τον Επιχιασμό (Διασταύρωση). Οι υποψήφιες λύσεις του προβλήματος προς βελτιστοποίηση παίζουν το ρόλο των ατόμων σε έναν πληθυσμό και η συνάρτηση καταλληλότητας (fitness function) δημιουργεί το περιβάλλον μέσα στο οποίο οι λύσεις «ζουν». Η εξέλιξη του πληθυσμού λαμβάνει χώρα μετά την επαναλαμβανόμενη εφαρμογή των προαναφερθέντων τελεστών [www.1].

Οι Εξελικτικοί Αλγόριθμοι είναι πλέον πολύ διάσημοι και ευρέως χρησιμοποιούμενοι, λόγω του γεγονότος ότι είναι εύκολοι στην υλοποίηση και στη χρήση, ενώ εφαρμόζονται σε ένα ευρύ πεδίο διαφορετικών προβλημάτων. Η συνεχόμενη έρευνα στο συγκεκριμένο αντικείμενο οδήγησε τόσο στην ανακάλυψη

κάποιων αδυναμιών τους, όπως η πρόωρη σύγκλιση, αλλά και σε βελτιώσεις τους, με στόχο την υπερνίκηση εμποδίων που μπορεί αυτοί να αντιμετωπίσουν. Οι χρήστες τους είναι πολύ δύσκολο να έχουν μία πλήρη εποπτεία των βέλτιστων επιλογών παραμέτρων και τύπου αλγορίθμου, αφού η επίδοση των διάφορων μεθόδων Εξελικτικών Αλγορίθμων εξαρτάται από το εκάστοτε πρόβλημα και τις εκάστοτε χρησιμοποιούμενες παραμέτρους.

Μέσα από την προσπάθεια για βελτίωση των Εξελικτικών Αλγορίθμων δημιουργήθηκαν οι *Διαφορικοί Εξελικτικοί Αλγόριθμοι* (*Differential Evolution, DE – Δ.Ε.*), οι οποίοι αποτελούν μέρος της ευρύτερης ομάδας των Εξελικτικών Αλγορίθμων, αλλά μπορούν και λειτουργούν πιο αξιόπιστα, χωρίς να παρουσιάζουν ιδιαίτερες αδυναμίες σε εμπόδια, στα οποία οι άλλοι αλγόριθμοι αντιμετωπίζουν δυσκολίες.

Συγκρινόμενοι με άλλες μορφές Εξελικτικών Αλγορίθμων, οι Δ.Ε. αλγόριθμοι είναι σχετικά άγνωστοι, αν και έχουν εμφανιστεί εδώ και ένα αρκετά μεγάλο διάστημα. Είναι αλγόριθμοι, οι οποίοι παρουσιάζουν γενικά μία εκπληκτική συμπεριφορά και αξιοπιστία, απαιτώντας τη ρύθμιση ελάχιστων παραμέτρων. Μπορούν να χρησιμοποιηθούν στην επίλυση δύσκολων πραγματικών προβλημάτων και εμφανίζουν εύρωστη συμπεριφορά και ταχύτατη σύγκλιση.

Τα προβλήματα που υπάρχουν στη φύση ή δημιουργούνται από τον άνθρωπο για έλεγχο των αλγορίθμων, ποικίλουν στη μορφή, στα χαρακτηριστικά, στο βαθμό δυσκολίας και στις απαιτήσεις. Σε πολλά πραγματικά προβλήματα περιέχονται δύο βασικές δυσκολίες [Zitzler E., 1999]:

- α) πολλαπλές και αντικρουόμενες αντικειμενικές συναρτήσεις και
- β) πεδία αναζήτησης ιδιαίτερα πολύπλοκα.

Από τη μία μεριά οι διάφορες ανταγωνιστικές μέθοδοι αντί για μία μοναδική βέλτιστη λύση, αποδίδουν μία ομάδα «συμβιβαστικών» λύσεων. Οι λύσεις αυτές είναι γνωστές με το όνομα «*βέλτιστο κατά Pareto μέτωπο*». Από την άλλη μεριά το πεδίο αναζήτησης μπορεί να είναι τόσο μεγάλο και τόσο πολύπλοκο, που να μην είναι δυνατό να επιλυθεί με κάποιες μεθόδους. Έτσι δημιουργείται η ανάγκη δυναμικών στρατηγικών βελτιστοποίησης, που θα δύνανται να αντιμετωπίζουν και τα δύο είδη δυσκολιών [Zitzler E., 1999].

Από το 1985 και έπειτα έχουν προταθεί διάφορες εξελικτικές μέθοδοι για πολυκριτήρια βελτιστοποίηση, ικανές να αναζητούν πολλαπλές κατά Pareto βέλτιστες λύσεις. Παρόλη όμως την ποικιλία υπάρχει μία έλλειψη διεξοδικής και συγκριτικής μελέτης στην βιβλιογραφία με αποτέλεσμα κατά τον Eckart Zitzler, να μένουν αναπάντητα κάποια σημαντικά ερωτήματα, όπως:

- αν κάποιες τεχνικές είναι γενικά ανώτερες από άλλες,
- ποιοι αλγόριθμοι ταιριάζουν σε ποια είδη προβλημάτων και

- ποια συγκεκριμένα προτερήματα και μειονεκτήματα έχουν κάποιες μέθοδοι.

1.2 Η Ολική Βελτιστοποίηση στα προβλήματα του μηχανικού

Ο στόχος της *Ολικής Βελτιστοποίησης* είναι να βρεθεί η ολικά βέλτιστη λύση (των ενδεχομένως μη γραμμικών) μοντέλων, υπό την (πιθανή ή γνωστή) παρουσία πολλαπλών τοπικών βέλτιστων. Τυπικά, η ολική βελτιστοποίηση επιδιώκει την ολική λύση (ή τις ολικές λύσεις) ενός μοντέλου βελτιστοποίησης που υπόκειται σε περιορισμούς [www.10].

Μη γραμμικά μοντέλα παρατηρούνται σε πολλές εφαρμογές, όπως για παράδειγμα στη μηχανική, στη βιοτεχνολογία, στην ανάλυση δεδομένων, στην περιβαλλοντική διαχείριση, στον οικονομικό σχεδιασμό, στον διαδικαστικό έλεγχο, στη διαχείριση του κινδύνου, στην επιστημονική μοντελοποίηση και αλλού, ενώ η λύση τους απαιτεί συχνά μια προσέγγιση ολικής αναζήτησης. Μερικά παραδείγματα εφαρμογής περιλαμβάνουν, το σχεδιασμό εξοπλισμού ακουστικής, τον σχεδιασμό θεραπείας καρκίνου, τη μοντελοποίηση της χημικής διαδικασίας, την ανάλυση δεδομένων, την ταξινόμηση και την απεικόνιση, την οικονομική και χρηματική πρόβλεψη, την εκτίμηση και τη διαχείριση του περιβαλλοντικού κινδύνου, το σχεδιασμό βιομηχανικών προϊόντων, το σχεδιασμό εξοπλισμού λέιζερ, την μοντελοποίηση της καταλληλότητας δεδομένων (βαθμολόγηση), τη συσκευασία, καθώς και άλλα προβλήματα χειρισμού αντικειμένων, τη διαχείριση χαρτοφυλακίων, τα πιθανά ενεργειακά μοντέλα στην υπολογιστική φυσική και τη χημεία, τον έλεγχο διεργασίας, το σχεδιασμό και τους χειρισμούς ρομπότ, τα συστήματα μη γραμμικών εξισώσεων και ανισοτήτων και τη διαχείριση συστημάτων κατεργασίας υδάτινων αποβλήτων [www.10].

Ενώ είναι συχνό φαινόμενο στη φύση των προβλημάτων να παρουσιάζουν πολλαπλά βέλτιστα, οι μηχανικοί χρησιμοποιούν τις διαθέσιμες τεχνικές ολικής βελτιστοποίησης μόλις τα τελευταία χρόνια, παρόλο που μολονότι για πάνω από 30 έτη έχουν χρησιμοποιηθεί στα προβλήματα μηχανολογικού σχεδιασμού οι παραδοσιακές μέθοδοι τοπικής βελτιστοποίησης, που βασίζονται στην κλίση της συνάρτησης που βελτιστοποιείται.

Πώς μπορεί όμως η ολική βελτιστοποίηση να χρησιμοποιηθεί στο μηχανολογικό σχεδιασμό, λαμβάνοντας υπόψη πρακτικά στοιχεία και πώς πρέπει να αναπτυχθούν τα εργαλεία βελτιστοποίησης έτσι ώστε αυτά να είναι χρήσιμα στους μηχανικούς;

Οι μηχανικοί επιδιώκουν πάντα να βελτιστοποιούν τα σχέδιά τους με στόχο τη λήψη και υλοποίηση του φτηνότερου και γενικά βέλτιστου σχεδίου. Επίσης, στην πράξη, οι μηχανικοί τείνουν να συγκρίνουν πολύ μικρό αριθμό σχεδιάσεων. Έτσι, υπήρξε από την κοινότητα των μηχανικών μια πραγματικά μεγάλη ανάγκη εύρεσης πρακτικών και αποδοτικών μεθόδων βελτιστοποίησης, αφού ακόμη και οι

μηχανικοί αυτοί που χρησιμοποιούσαν τοπικές μεθόδους βελτιστοποίησης βασιζόμενες στην κλίση, δήλωναν ανικανοποίητοι από τα αποτελέσματα, λόγω του ότι τα προβλήματά τους παρουσίαζαν πολλά τοπικά βέλτιστα. Οι ολικές μέθοδοι βελτιστοποίησης είχαν χρησιμοποιηθεί από λίγους μηχανικούς, ίσως εν μέρει επειδή οι μέθοδοι αυτές ήταν σχετικά καινούργιες. Επιπλέον, πολλοί εν ενεργεία μηχανικοί δεν θεωρούσαν τα προβλήματα σχεδίασης ως επίσημα προβλήματα βελτιστοποίησης. Εντούτοις οι νεότερες μέθοδοι αποδείχθηκαν αρκετά δυναμικές, και με την πρόοδο της τεχνολογίας των υπολογιστών, αποδείχθηκαν και πολύ πρακτικές [www.9].

Για να γίνει κατανοητό πώς η ολική βελτιστοποίηση χρησιμοποιήθηκε στην πράξη, είναι σημαντικό να εξεταστεί η σχεδίαση από την άποψη του μηχανικού. Πολλές φορές οι μηχανικοί αντιμετωπίζουν πολύ αυστηρές προθεσμίες, με αποτέλεσμα να πρέπει να ανταποκριθούν πολύ γρήγορα στις εκάστοτε αλλαγές του σχεδιασμού. Αυτό έχει ως συνέπεια να ενδιαφέρονται αρχικά για ένα οποιοδήποτε εφικτό σχέδιο και στη συνέχεια για ένα βέλτιστο σχέδιο. Επιπλέον, ο καθορισμός του προβλήματος αλλάζει σχετικά συχνά. Για παράδειγμα τη μια στιγμή το ζητούμενο βελτιστοποίησης μπορεί να σχετίζεται με την ελαχιστοποίηση του βάρους μιας κατασκευής ενώ την επόμενη στιγμή μπορεί να σχετίζεται με τη μεγιστοποίηση της ακαμψίας για δεδομένο βάρος κατασκευής [www.9].

Η διαδικασία της βελτιστοποίησης συνήθως είναι αποτελεσματικότερη στην αρχή της διαδικασίας του σχεδιασμού (conceptual design phase), όταν δηλαδή λαμβάνονται οι αποφάσεις που καθορίζουν σε μεγάλο βαθμό τη μορφή και το τελικό κόστος του προϊόντος.

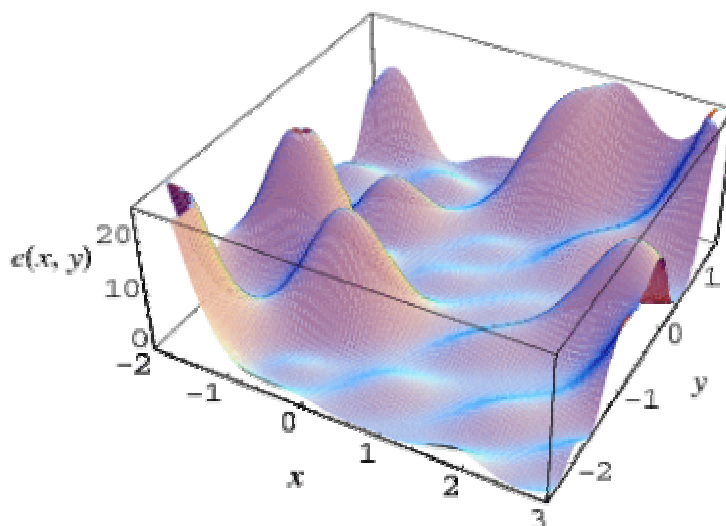
Για να διατυπωθεί το πρόβλημα της ολικής βελτιστοποίησης, γίνεται υπόθεση ότι η αντικειμενική συνάρτηση f και οι περιορισμοί g είναι συνεχείς συναρτήσεις, τα όρια που σχετίζονται με το διάνυσμα μεταβλητών απόφασης είναι πεπερασμένα, και το εφικτό σύνολο D είναι μη μηδενικό.

Ως παράδειγμα δίδεται η νόρμα της συνάρτησης σφάλματος για την επίλυση των Εξισώσεων 1.1 και 1.2.

$$x - \sin(2x + 3y) - \cos(3x - 5y) = 0 \quad (1.1)$$

$$y - \sin(x - 2y) + \cos(x + 3y) = 0 \quad (1.2)$$

Δεδομένου ότι επιθυμούμε να βρούμε το ολικό ελάχιστο λάθος και όχι μόνο ένα "τοπικά ελάχιστο", πρέπει να γίνει ολική αναζήτηση στη διδιάστατη περιοχή του κύβου (Εικόνα 1.6) [www.8].



Εικόνα 1.6: Διδιάστατη περιοχή ολικής αναζήτησης [www.8]

Παρόμοια πολύπλοκη δομή παρουσιάζουν πολλά μη γραμμικά προβλήματα βελτιστοποίησης [www.8].

Εάν χρησιμοποιηθούν οι παραδοσιακές μέθοδοι τοπικής αναζήτησης για τη λύση αυτού του προβλήματος, τότε ανάλογα με την αφετηρία της αναζήτησης, θα βρούμε συχνά τοπικές βέλτιστες λύσεις ποικίλης ποιότητας (οι "κοιλάδες" στην Εικόνα 1.6 θα μπορούσαν εύκολα να παγιδέψουν τις τοπικές μεθόδους αναζήτησης). Έτσι, προκειμένου να βρεθεί η ολικά βέλτιστη λύση, απαιτείται διαδικασία ολικής αναζήτησης [www.8].

Η βελτιστοποίηση μπορεί να διαχωριστεί σε δύο επιμέρους μέρη, ανάλογα με το πλήθος των στόχων που επιθυμείται να βελτιστοποιηθούν. Οι δύο αυτές κατηγορίες αναφέρονται στη βιβλιογραφία ως μονοκριτήρια και πολυκριτήρια βελτιστοποίηση και στη συνέχεια (παράγραφοι 1.3 και 1.4) παρουσιάζεται μία σύντομη περιγραφή τους.

1.3 Μονοκριτήρια Βελτιστοποίηση

Στη μονοκριτήρια βελτιστοποίηση υπάρχει μία μοναδική αντικειμενική συνάρτηση, με βάση την οποία πραγματοποιείται η συνολική αξιολόγηση των υποψήφιων λύσεων. Η αξία της λύσης ορίζεται μέσω της αντικειμενικής συνάρτησης (objective function) για προβλήματα μεγιστοποίησης, ή της συνάρτησης κόστους (cost function) για προβλήματα ελαχιστοποίησης (τυπική διάκριση).

Ας υποθέσουμε ότι μια αεροπορική βιομηχανία επιχειρεί να βελτιώσει τα αεροδυναμικά χαρακτηριστικά του πτερυγίου ενός αεροσκάφους σε δεδομένη ταχύτητα πτήσης και δεδομένη γωνία προσβολής. Το πρόβλημα

αυτό ανήκει στην κατηγορία των προβλημάτων βελτιστοποίησης με περιορισμούς, στα οποία επιδιώκουμε να αυξήσουμε / μειώσουμε μια αντικειμενική συνάρτηση, της μορφής:

$$F = F(U, \beta_i), \quad i = 1 \dots n \quad (1.3)$$

όπου β είναι το διάνυσμα των παραμέτρων σχεδίασης του πτερυγίου, n , ο συνολικός αριθμός των παραμέτρων σχεδίασης και U , το διάνυσμα κατάστασης.

Μία αντικειμενική συνάρτηση, που θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί, είναι ο λόγος της άνωσης προς την αντίσταση της πτέρυγας. Οι περιορισμοί του προβλήματος μπορεί να σχετίζονται με τα αεροδυναμικά ή και τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά του πτερυγίου. Επίσης, οι περιορισμοί μπορεί να είναι περιορισμοί ισότητας ή ανισότητας της μορφής των σχέσεων (1.4) και (1.5):

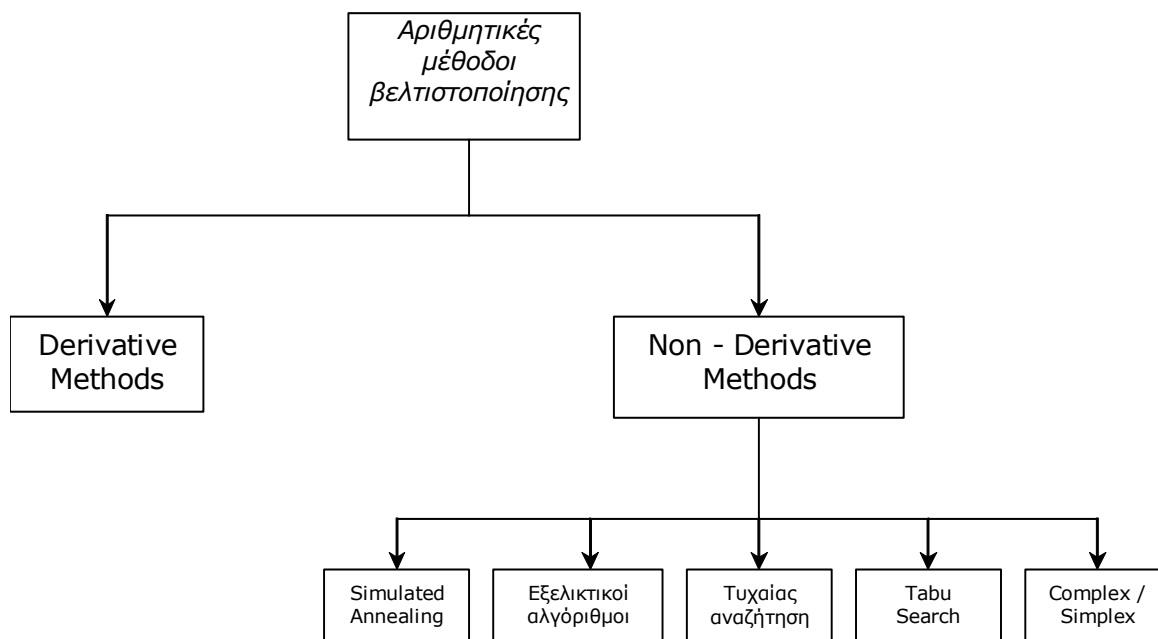
$$R(U, \beta_i) = 0, \quad i = 1 \dots n \quad (1.4)$$

$$G(U, \beta_i) < 0, \quad i = 1 \dots n \quad (1.5)$$

Ο σκοπός του προβλήματος βελτιστοποίησης είναι η εύρεση των β_i , έτσι ώστε να ελαχιστοποιείται ή να μεγιστοποιείται (ανάλογα με το πρόβλημα) η αντικειμενική συνάρτηση F . Στο παράδειγμα που προαναφέρθηκε, προφανώς μας ενδιαφέρει η μεγιστοποίηση της αντικειμενικής συνάρτησεως [Χριστόπουλος, 2003].

Για την αντιμετώπιση προβλημάτων μονοκριτήριας βελτιστοποίησης έχει αναπτυχθεί ένας σημαντικός αριθμός μεθόδων. Θα πρέπει να τονιστεί ότι πολλές από τις μεθόδους αυτές απαιτούν τον υπολογισμό τουλάχιστον της πρώτης παραγώγου της αντικειμενικής συνάρτησης. Το γεγονός αυτό αποτελεί και το μεγάλο μειονέκτημα αυτών των μεθόδων, λόγω του ότι σε ένα μεγάλο αριθμό πραγματικών προβλημάτων μηχανολογικής σχεδίασης, ο υπολογισμός των παραγώγων είναι αρκετά δύσκολος ή κάποιες φορές ακόμη και αδύνατος [Χριστόπουλος, 2003].

Οι ευθείς αριθμητικές μέθοδοι βελτιστοποίησης, που χρησιμοποιούνται για την επίλυση προβλημάτων βελτιστοποίησης μηχανολογικού σχεδιασμού, μπορούν να ταξινομηθούν σε κατηγορίες, σύμφωνα με το Σχήμα 1.2 [Χριστόπουλος, 2003].



Σχήμα 1.2: Ταξινόμηση αριθμητικών μεθόδων βελτιστοποίησης [Χριστόπουλος, 2003].

Οι μέθοδοι που δεν απαιτούν τη γνώση παραγώγων (Non – Derivative methods) είναι πιο κατάλληλες για την επίλυση προβλήματος βελτιστοποίησης μηχανολογικού σχεδιασμού, διότι δεν απαιτούν τον υπολογισμό καμίας παραγώγου των αντικειμενικών συναρτήσεων κατά την διάρκεια της διαδικασίας βελτιστοποίησης. Θα πρέπει να τονισθεί, ότι ο υπολογισμός των παραγώγων των αντικειμενικών συναρτήσεων είναι μια αρκετά πολύπλοκη διαδικασία, εξαιτίας της πολυπλοκότητας που εμφανίζουν πολλές αντικειμενικές συναρτήσεις. Αυτή η πολυπλοκότητα αυξάνεται δραματικά, ειδικά σε περιπτώσεις επίλυσης προβλημάτων βελτιστοποίησης σύνθετης σχεδίασης, όπου το προϊόν έχει μεγάλο αριθμό παραμέτρων σχεδίασης (κλασσικό παράδειγμα τα προϊόντα της αεροπορικής βιομηχανίας) [Χριστόπουλος, 2003].

1.4 Πολυκριτήρια Βελτιστοποίηση

Η *Πολυκριτήρια Βελτιστοποίηση (Multi-objective Optimization, MOO)* αντιμετωπίζει προβλήματα, στα οποία υπάρχουν παραπάνω από ένα κριτήρια (αντικειμενικές συναρτήσεις). Εκτός από την πρόκληση του πλήθους των στόχων βελτιστοποίησης, καλείται ταυτόχρονα και να εξισορροπήσει τα κριτήρια αυτά που μπορεί να έρχονται σε αντίθεση μεταξύ τους, να είναι δηλαδή αλληλοσυγκρουόμενα.

Η γενική μορφή ενός προβλήματος πολυκριτήριας βελτιστοποίησης μπορεί να περιγραφεί μέσω των σχέσεων 1.6 και 1.7:

$$\min F(x) = [f_1(\bar{x}), f_2(\bar{x}), \dots, f_n(\bar{x})] \quad (1.6)$$

$$\bar{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T, \quad x \in S \quad (1.7)$$

όπου f_1, f_2, \dots, f_n , είναι το σύνολο των αντικειμενικών συναρτήσεων, x_1, x_2, \dots, x_n , οι παράμετροι βελτιστοποίησης (π.χ. οι μεταβλητές σχεδίασης) και $S \in R^n$, το διάστημα τιμών των παραμέτρων [Χριστόπουλος, 2003]. Τα *Πολυκριτήρια Προβλήματα* (*Multi-Objective Problems, MOPs*) συναντώνται σε διάφορες εφαρμογές και είναι ένας τομέας ιδιαίτερα ενδιαφέρων και σημαντικός που αξίζει να μελετηθεί, λόγω του πολυκριτηρίου χαρακτήρα όλων των πραγματικών προβλημάτων [Abbass H. A., Sarker R., Newton C., 2001].

Τα συγκεκριμένα προβλήματα, όπως προαναφέρθηκε, μπορεί να επιδιώκουν την βελτιστοποίηση αντικρουόμενων αντικειμενικών συναρτήσεων. Σε αυτή την περίπτωση είναι σχεδόν αδύνατο να υπάρξει μία μοναδική βέλτιστη λύση, που να ικανοποιεί και να βελτιστοποιεί ταυτόχρονα όλα τα δοθέντα κριτήρια. Ο στόχος στα πολυκριτήρια προβλήματα βελτιστοποίησης είναι η εύρεση ενός διανύσματος των μεταβλητών σχεδίασης x^* , το οποίο θα ελαχιστοποιεί ή θα μεγιστοποιεί το σύνολο των αντικειμενικών συναρτήσεων, ταυτόχρονα. Ωστόσο, αυτό το σενάριο είναι ιδανικό και σπάνια μπορεί να επιτευχθεί, ιδιαίτερα σε περιπτώσεις αληθινών προβλημάτων βελτιστοποίησης. Στις περιπτώσεις των αληθινών προβλημάτων βελτιστοποίησης, η εύρεση ενός διανύσματος x^* , το οποίο θα βελτιστοποιεί ταυτόχρονα όλες τις αντικειμενικές συναρτήσεις είναι εξαιρετικά δύσκολη, ως απίθανη. Επιπλέον, όπως προαναφέρθηκε, στην πλειοψηφία των αληθινών προβλημάτων βελτιστοποίησης, υπάρχουν αντικρουόμενες αντικειμενικές συναρτήσεις και συνεπώς η εύρεση μιας και μόνο βέλτιστης λύσης είναι αδύνατη. Δεν υπάρχει καμία ουτοπική «απάντηση» ή κάποιο βέλτιστο με την παραδοσιακά αναμενόμενη έννοια. Αντί αυτού, υπάρχει μια μεγάλη οικογένεια εναλλακτικών λύσεων και διαφορετικές ισορροπίες μεταξύ των διάφορων στόχων. Αυτή η ποικιλομορφία των λύσεων αποκλείει τις μεμονωμένες «σωστές» ή «λανθασμένες» αποφάσεις. Αντί αυτού, η απόφαση βασίζεται στην πλήρη εικόνα της κατάστασης. Με άλλα λόγια, τα σύνθετα συστήματα απαιτούν σύνθετες επιλογές με σύνθετες εφαρμογές.

Ένα πρόβλημα που προκύπτει εντούτοις, είναι σε ποια κριτήρια να δοθεί προτεραιότητα και πώς να ομαλοποιηθούν και να σταθμιστούν οι συνεισφορές των διάφορων στόχων, έτσι ώστε να επιτευχθεί ένα γενικά κατάλληλο μέτρο;

Ως παράδειγμα, επιλέγοντας ένα αυτοκίνητο, πώς συγκρίνουμε στόχους, όπως το μέγεθος και το χρώμα; Είναι η ταχύτητα περισσότερο σημαντικός παράγοντας από το κόστος και κατά πόσο; Πώς μπορούμε να ποσοτικοποιήσουμε συγκεχυμένους στόχους όπως η ομορφιά ή η άνεση; Επιπλέον, οι διάφορες λύσεις μπορούν να αλληλεπιδράσουν ή να συγκρουστούν η μια με την άλλη, ενώ ταυτόχρονα η αύξηση μίας μπορεί να προκαλέσει τη μείωση κάποιας άλλης, γεγονός που μπορεί να συμβεί με μη γραμμικούς τρόπους. Αυτό το στάδιο χαρτογράφησης είναι από μόνο του προβληματικό, δεδομένου ότι το σύνολο των λύσεων που προκύπτουν εξαρτάται ιδιαίτερα από την κατανομημένη αξία της συνάρτησης και από τον τρόπο με τον οποίο χρησιμοποιούνται και ορίζονται τα βάρη. Μόνο εάν αυτό το στάδιο είναι επαρκές, οι λύσεις θα είναι επίσης επαρκείς, με αποτέλεσμα, να είναι εύκολος ο ορισμός των επιβλαβών ή ακατάλληλων παραγόντων που μπορούν να οδηγήσουν σε ποσοτικά ακριβείς λύσεις που στην πραγματικότητα είναι υποβέλτιστες ή παραπλανητικές [www.23].

Κατά συνέπεια, ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης πολλαπλών στόχων απαιτεί δύο υποπροβλήματα. Ένα για να καθιερωθεί μια μοντελοποίηση του προβλήματος σε μια κατάλληλη μαθηματική μορφή, αποκαλούμενη «αντικειμενική συνάρτηση» (δηλαδή καθορισμό του πεδίου απόφασης), και αφετέρου ένα δεύτερο για να αναζητήσει και να εντοπίσει στο διάστημα αυτό τις αποδεκτές λύσεις.

Ο τομέας των προβλημάτων βελτιστοποίησης πολλαπλών στόχων είναι εξαιρετικά σύνθετος και από μαθηματική άποψη δύσκολος, με πολλά εκκρεμή ερωτήματα. Ακόμα, δεδομένου ότι αποκτάμε περισσότερη γνώση των σύνθετων συστημάτων, σε όλους τους τομείς της ζωής και της έρευνας, έχουμε την ανάγκη να καταλάβουμε πώς οι στόχοι εξελίσσονται δυναμικά. Έξω από το μαθηματικό χώρο, τα ανθρώπινα συστήματά σχετίζονται έντονα με τέτοιες μη γραμμικές τιμές συσχέτισης, προσφέροντας μία περαιτέρω περιπλοκή πολλαπλών επιπέδων, όπως για παράδειγμα, του περιβάλλοντος, της ανθρώπινης φυσιολογίας, της ψυχολογίας και της κοινωνιολογίας, όπου οι στόχοι εμφανίζουν συχνά εξάρτηση από τον εσωτερικό, αλλά και από τον εξωτερικό χώρο [www.23].

Έχοντας κατά νου ότι τα τεχνητά συστήματα ενσωματώνονται σχετικά καλά στη ζωή και τον πολιτισμό του ανθρώπου, και αρχίζουν να προσαρμόζονται στις ανάγκες αυτού, πρέπει να πραγματοποιείται προσεκτική μείωση της πολυπλοκότητας των μοντέλων, προκειμένου να προκύπτουν «ποσοτικές» λύσεις. Μια λύση σε λανθασμένο πρόβλημα μπορεί να έχει χειρότερες συνέπειες από το να μη βρεθεί καμία λύση, ειδικά εάν αυτή επιβληθεί έπειτα στον «πραγματικό κόσμο» σαν είναι η «πραγματική». Πρέπει να γίνεται σαφής διευκρίνιση, στη διατύπωση του μοντέλου, των υποθέσεων που έχουν λάβει χώρα, δεδομένου ότι στα σύνθετα συστήματα οι απλοποιήσεις δεν είναι πάντα έγκυρες. Πολλές πραγματικές

καταστάσεις απαιτούν να λαμβάνονται υπόψη πολλοί περισσότεροι στόχοι, από εκείνους που αντιμετωπίζονται σε ένα μεγάλο μέρος της βιβλιογραφίας της πολυκριτήριας βελτιστοποίησης.

Στην Πολυκριτήρια Βελτιστοποίηση αναζητείται ένα σύνολο εναλλακτικών λύσεων, οι οποίες αποτελούν το λεγόμενο βέλτιστο μέτωπο κατά Pareto. Αυτό αναφέρεται σε μία υποπεριοχή του πεδίου λύσεων και αποτελείται από τις λεγόμενες «μη κυριαρχούμενες» (non-dominated) λύσεις. Οι μη κυριαρχούμενες λύσεις είναι οι λύσεις που αποδείχτηκαν ανώτερες των υπολοίπων, δηλαδή αυτές που δεν υπερνικούνται από κάποια άλλη λύση, αφού οι τιμές της αντικειμενικής συνάρτησης αυτών είναι καλύτερες από τις αντίστοιχες των υπόλοιπων λύσεων.

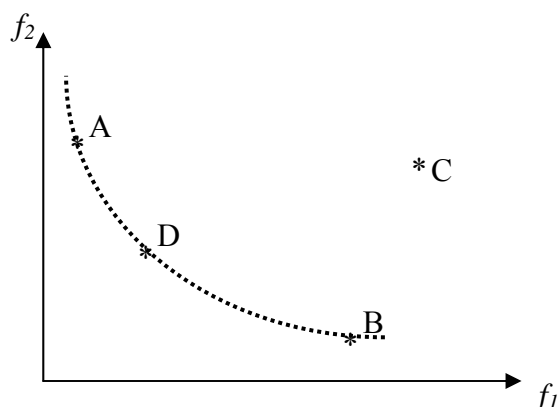
Ο πιο κοινός και ευρέως αποδεκτός ορισμός της ευνοϊκότερης συνθήκης, είναι αυτός που αρχικά διατυπώθηκε από τον Francis Ysidro Edgeworth και αργότερα γενικεύτηκε από τον Vilfredo Pareto [Cvetkovic D. and Coello Coello C. A., 2004]:

Ορισμός: Ένα διάνυσμα από μεταβλητές απόφασης x^* που ανήκει στο f είναι βέλτιστο κατά Pareto αν δεν υπάρχει άλλο x που ανήκει στο f τέτοιο ώστε $f_i(x) \leq f_i(x^*)$ για όλα τα $i=1,...,k$ και $f_j(x) < f_j(x^*)$ για τουλάχιστον ένα j .

Ο ορισμός αυτός δηλώνει ότι το x^* είναι βέλτιστο κατά Pareto αν δεν υπάρχει κάποιο άλλο εφικτό διάνυσμα μεταβλητών απόφασης x που να ανήκει στο f και το οποίο δύναται να μειώσει κάποιο κριτήριο του προβλήματος, χωρίς ταυτόχρονα να επιφέρει μία αύξηση σε κάποιο άλλο. Όπως προκύπτει από τα παραπάνω, συνήθως δεν είναι δυνατή μία μοναδική λύση, αλλά αντιθέτως ένα σύνολο λύσεων, το οποίο, όπως προαναφέρθηκε, ονομάζεται βέλτιστο μέτωπο κατά Pareto [Cvetkovic D. and Coello Coello C. A., 2004].

Για την κατανόηση του βέλτιστου μετώπου Pareto θεωρούμε το Σχήμα 1.3. Ένα πολυκριτήριο πρόβλημα βελτιστοποίησης έχει τουλάχιστον δύο αντικειμενικές συναρτήσεις, f_1 και f_2 . Έστω, ότι σε ένα αληθινό πρόβλημα, η συνάρτηση f_1 εκφράζει την πιθανότητα εμφάνισης ατυχημάτων σε μια βιομηχανία, ενώ η συνάρτηση f_2 εκφράζει το κόστος ανάπτυξης και υλοποίησης ενός νέου προγράμματος για την πρόληψη των ατυχημάτων στην βιομηχανική μονάδα. Σκοπός του αποφασίζοντα είναι να επιλέξει μια λύση, η οποία θα του εξαλείφει την πιθανότητα πρόκλησης ατυχήματος και παράλληλα θα έχει πολύ χαμηλό κόστος [Χριστόπουλος, 2003].

Παρατηρώντας το Σχήμα 1.3 είναι προφανές ότι το σημείο A αντιπροσωπεύει μια λύση, η οποία είναι οικονομικά συμφέρουσα, αλλά η πιθανότητα πρόκλησης



Σχήμα 1.3: Το σύνολο βέλτιστων λύσεων Pareto [Χριστόπουλος, 2003]

ατυχήματος είναι μεγαλύτερη, σε σχέση πάντα με τις υπόλοιπες λύσεις. Από την άλλη πλευρά, το σημείο B του προβλήματος, αντιστοιχεί σε μια λύση, στην οποία η πιθανότητα πρόκλησης ατυχήματος είναι περιορισμένη, αλλά το κόστος υλοποίησης της είναι υψηλό. Η τελική επιλογή της καλύτερης λύσης εξαρτάται από τον αποφασίζοντα και μπορεί να είναι διαφορετική από

άτομο σε άτομο. Εάν και οι δύο αντικειμενικές συναρτήσεις είναι σημαντικές για τον αποφασίζοντα, τότε κανένας δεν μπορεί να πει ότι η λύση A είναι καλύτερη από τη B ή το αντίθετο. Οι λύσεις αυτές χαρακτηρίζονται ως μη – κυριαρχούμενες (non-dominated), αφού δεν υπάρχει κάποιος τρόπος να θεωρηθεί ότι η μία είναι απολύτως καλύτερη από την άλλη. Το σύνολο των λύσεων, που ανήκουν στη διακεκομμένη γραμμή του Σχήματος 1.3, είναι γνωστές ως *Pareto – βέλτιστες λύσεις* και είναι μη συγκρίσιμες μεταξύ τους [Χριστόπουλος, 2003].

Παρατηρώντας το γράφημα του Σχήματος 1.3, είναι προφανές ότι υπάρχουν λύσεις, οι οποίες δεν ανήκουν στο σύνολο Pareto, όπως για παράδειγμα η λύση στην οποία αντιστοιχεί το σημείο C. Συγκρίνοντας τη λύση αυτή με τη λύση A δεν θα μπορούσε κανείς να αναφέρει ποια από τις δύο θεωρεί απολύτως καλύτερη της άλλης. Κάτι τέτοιο, όμως, δεν οδηγεί στο συμπέρασμα ότι η λύση C ανήκει στο σύνολο Pareto, διότι υπάρχει μια άλλη λύση, η D, η οποία υπερτερεί της λύσης C και ως προς τις δύο αντικειμενικές συναρτήσεις. Έτσι, η λύση C χαρακτηρίζεται ως *κατώτερη* ή *κυριαρχούμενη* (inferior - dominated) [Χριστόπουλος, 2003].

Το βέλτιστο μέτωπο Pareto P_1 περιέχει λύσεις για τις οποίες ισχύουν οι ακόλουθες δύο προτάσεις [Χριστόπουλος, 2003]:

1. Κάθε δύο λύσεις του P_1 πρέπει μεταξύ τους να είναι μη κυριαρχούμενες (non – dominated).
2. Κάθε λύση η οποία δεν ανήκει στο P_1 κυριαρχείται από τουλάχιστον μία λύση που ανήκει στο P_1 .

Σκοπός της διαδικασίας της πολυκριτήριας βελτιστοποίησης είναι [Χριστόπουλος, 2003]:

- Να βρεθεί ένα σύνολο λύσεων όσο το δυνατόν πιο κοντά στο βέλτιστο μέτωπο Pareto.

- Να βρεθεί ένα σύνολο λύσεων με όσο το δυνατόν μεγαλύτερη διασπορά και ποικιλομορφία, ώστε το συγκεκριμένο μέτωπο να εμφανίζει τη μεγαλύτερη δυνατή κάλυψη.

Στον κόσμο γύρω από μας είναι σπάνιο ένα οποιοδήποτε πρόβλημα να ορίζεται από μια μοναδική αξία ή ένα μοναδικό στόχο. Για να θεωρηθεί μία οποιαδήποτε λύση επαρκής, είναι απαραίτητο αρχικά, να επιτευχθούν ή να βελτιστοποιηθούν οι γενικά πολλαπλοί στόχοι ή οι πολλαπλές παράμετροι.

Για την εύρεση λύσης των πολυκριτήριων προβλημάτων έχουν δοκιμαστεί διάφορες μέθοδοι οι οποίες θα αναφερθούν στη συνέχεια. Ανάλογα με το πώς συνδυάζονται η βελτιστοποίηση και η διαδικασία της απόφασης (decision process) (πότε ο αποφασίζων δηλώνει την προτίμησή του, όσον αφορά στην αντικειμενική συνάρτηση), οι πολυκριτήριες μέθοδοι βελτιστοποίησης μπορούν να ταξινομηθούν ευρέως σε τρεις κατηγορίες [Zitzler E., 1999]:

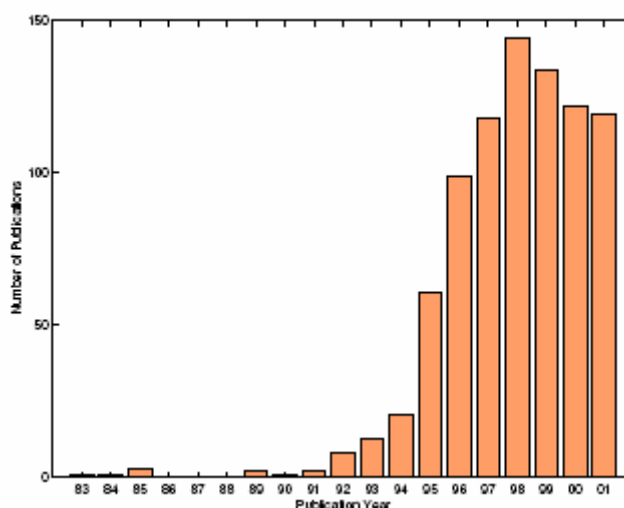
- Λήψη απόφασης πριν την αναζήτηση: Οι στόχοι του πολυκριτήριου προβλήματος συναθροίζονται σε μία ενιαία αντικειμενική συνάρτηση, που περιλαμβάνει «σιωπηρά» τις προτιμήσεις του αποφασίζοντα,
- Αναζήτηση πριν από τη λήψη απόφασης: Η βελτιστοποίηση εκτελείται χωρίς καμία δοθείσα πληροφορία προτίμησης. Το αποτέλεσμα της διαδικασίας αναζήτησης είναι ένα σύνολο (ιδεατό βέλτιστο μέτωπο Pareto) υποψηφίων λύσεων, από τις οποίες οι τελικές επιλογές γίνονται από τον αποφασίζοντα και
- Λήψη απόφασης κατά τη διάρκεια της αναζήτησης: Ο αποφασίζων μπορεί να δώσει τις προτιμήσεις του κατά τη διάρκεια της διαδικασίας βελτιστοποίησης. Μετά από κάθε βήμα βελτιστοποίησης, παρουσιάζεται ένα πλήθος εναλλακτικών λύσεων, βάσει των οποίων ο αποφασίζων καθορίζει κάποιες συμπληρωματικές πληροφορίες προτίμησης καθοδηγώντας ανάλογα την αναζήτηση.

Οι συμβατικές μέθοδοι της Επιχειρησιακής Έρευνας που επιτυγχάνουν την εύρεση του μετώπου Pareto εστιάζουν συνήθως στην ταξινόμηση των στόχων, δηλαδή, προσπαθούν να μειώσουν το διάστημα της σχεδίασης με μια ευκολότερα διοικούμενη μαθηματική μορφή. Οι συνηθέστερες των συμβατικών μεθόδων είναι:

- Στοχαστικές (*Stochastic*): Πολύ γενικές, αλλά αξιόπιστες μέθοδοι (π.χ. τυχαίος περίπατος, Προσομοιωμένη Ανόπτηση, Monte Carlo και Tabu Search),
- Γραμμικός Προγραμματισμός (*Linear Programming*): Γρήγορη μέθοδος, αλλά περιορίζεται μόνο σε γραμμικές περιπτώσεις,

- Βασιζόμενη στην κλίση/ Hill Climbing: Μη γραμμική, εφαρμοζόμενη σε διαφορίσιμες συναρτήσεις,
- Simplex Based: Μη γραμμική για μη συνεχείς συναρτήσεις,
- Διαδοχική Βελτιστοποίηση (*Sequential Optimisation*): Κατατάσσει τους στόχους ανάλογα με την προτίμηση και τους βελτιστοποιεί με τη σειρά,
- Μέθοδος Ολικού Κριτηρίου (*Global Criterion*): Ελαχιστοποιεί την απόσταση από ένα ιδεατό διάνυσμα,
- Προγραμματισμός Στόχων (*Goal Programming*): Ελαχιστοποιεί την απόκλιση από τους περιορισμούς στόχων.

Στον αντίποδα των παραπάνω, η τεχνική της Εξελικτικής Πολυκριτήριας Βελτιστοποίησης (Evolutionary Multi-objective Optimization, EMOO) μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να επιλύσει σύνθετα προβλήματα βελτιστοποίησης (MOP, Multi-objective Optimization Problems) ή πολλαπλών στόχων συνδυαστικά προβλήματα βελτιστοποίησης (MOCO, Multi-objective Combinatorial Optimization problems), χρησιμοποιώντας μορφές Εξελικτικών Αλγορίθμων που ονομάζονται Πολικριτήριοι Εξελικτικοί Αλγόριθμοι (Multi-objective Evolutionary Algorithms, MOEA). Στους MOEAs επιθυμείται να παραχθούν όλες οι βέλτιστες λύσεις κατά Pareto σε ένα ενιαίο τρέξιμο.



Εικόνα 1.7: Στατιστική έρευνα δημοσιεύσεων σχετικών με Εξελικτικούς Αλγορίθμους για τα έτη 1983-2001 [Coello Coello, C.A., 2002]

Το παραπάνω Σχεδιάγραμμα της Εικόνας 1.7, δείχνει το πλήθος των εκδόσεων που σχετίζονται με EMOO ανά έτος, για τα έτη 1983-2001. Από αυτό παρατηρείται, ότι κατά τη διάρκεια των ετών 1994-2001 εκδόθηκαν τρεις φορές περισσότερες δημοσιεύσεις απ' ότι στα έτη 1983-1993.

Υπάρχει, λοιπόν μία φανερά έντονη αύξηση του ενδιαφέροντος της επιστημονικής κοινότητας για τον συγκεκριμένο τομέα της βελτιστοποίησης.

2

Εισαγωγή

Οι *Εξελικτικοί Αλγόριθμοι (EA)*, είναι ένας γενικός όρος που χρησιμοποιείται για να δείξει οποιοδήποτε μεθευρετικό αλγόριθμο βελτιστοποίησης, τυχαίας αναζήτησης, βασισμένο σε πληθυσμούς. Είναι αλγόριθμοι που χρησιμοποιούν μηχανισμούς που εμπνέονται από τη βιολογική εξέλιξη, όπως αυτοί της αναπαραγωγής, της μετάλλαξης και του επανασυνδυασμού. Οι υποψήφιες λύσεις στο πρόβλημα βελτιστοποίησης διαδραματίζουν το ρόλο των ατόμων σε έναν πληθυσμό, και η συνάρτηση κόστους καθορίζει το περιβάλλον μέσα στο οποίο οι λύσεις "ζουν". Η εξέλιξη του πληθυσμού πραγματοποιείται με την επαναληπτική εφαρμογή των προαναφερθέντων μηχανισμών των EA [www.1].

Οι περισσότερες από τις διαφορετικές τεχνικές των EA είναι παρόμοιες στη σκέψη, αλλά διαφέρουν στις λεπτομέρειες της εφαρμογής τους και της φύσης του ιδιαίτερου προβλήματος στο οποίο έχουν εφαρμοστεί. Επειδή δεν κάνουν καμία υπόθεση για το πεδίο της συνάρτησης προσαρμογής (fitness landscape) οι EA θεωρούνται γενικά ότι αποδίδουν ικανοποιητικά και με συνέπεια σε όλους τους τύπους προβλημάτων. Αυτό αποδεικνύεται από την επιτυχία τους σε τομείς διαφορετικούς μεταξύ τους, όπως η μηχανική, η τέχνη, η βιολογία, τα οικονομικά, η γενετική, η επιχειρησιακή έρευνα, η ρομποτική, οι κοινωνικές επιστήμες, η φυσική, η χημεία, και άλλους [www.1].

Οι EA, εκτός από τη χρήση τους ως μέθοδοι βελτιστοποίησης, έχουν εφαρμοστεί και ως πειραματικό πλαίσιο επεξεργασίας, με στόχο την επικύρωση των θεωριών για τη βιολογική εξέλιξη και τη φυσική επιλογή [www.1].

Ένας περιορισμός των EA είναι η έλλειψη μιας σαφούς διάκρισης γονότυπου-φαινοτύπου. Στη φύση, το γονιμοποιημένο κύτταρο υποβάλλεται σε μια σύνθετη διαδικασία, γνωστή ως εμβρυογένεση, για να γίνει ένας ώριμος φαινότυπος. Αυτή η έμμεση κωδικοποίηση θεωρείται ότι καταστεί τη γενετική αναζήτηση πιο εύρωστη (δηλαδή, μειώνει την πιθανότητα των μοιραίων μεταλλάξεων), και επίσης βελτιώνει την ικανότητα εξέλιξης του οργανισμού [www.1].

2.1 Χαρακτηριστικά των Εξελικτικών Αλγορίθμων

Οι ΕΑ παρουσιάζουν σαφή πλεονεκτήματα, διότι δεν απαιτούν κυρτότητα, κοιλότητα και συνέχεια της εκάστοτε συνάρτησης, αλλά ενώ είναι επιτυχείς στην εφαρμογή τους, οι λύσεις τους διαφέρουν από αλγόριθμο σε αλγόριθμο [Abbass H. A., Sarker R., Newton C., 2001]. Ένας εξελικτικός αλγόριθμος για βελτιστοποίηση διαφέρει από μία «κλασσική» μέθοδο βελτιστοποίησης σε αρκετά σημεία [www.16]:

Τύχη : Αρχικά βασίζεται στην τυχαία δειγματοληψία. Αυτό καθιστά τον ΕΑ μία μη-ντετερμινιστική μέθοδο, η οποία μπορεί να καταλήξει σε παραπλήσιες αλλά διαφοροποιημένες λύσεις σε διαφορετικά τρεξίματα του αλγορίθμου ακόμα και όταν δεν υπάρξει αλλαγή του μοντέλου. Αντιθέτως, οι ντετερμινιστικές μέθοδοι καταλήγουν πάντα στην ίδια λύση.

Πληθυσμός : Αντίθετα από μία κλασσική μέθοδο βελτιστοποίησης, που διατηρεί μία μόνο βέλτιστη λύση που έχει βρεθεί μέχρι εκείνο το σημείο, σε έναν ΕΑ διατηρείται ένας ολόκληρος πληθυσμός από υποψήφιες λύσεις. Αυτή η χρήση του πληθυσμού βοηθά τον ΕΑ να αποφεύγει την παγίδευση σε τοπικά βέλτιστα.

Μετάλλαξη : Εμπνευσμένος από το DNA των ζωντανών οργανισμών στην φυσική εξέλιξη, ο ΕΑ πραγματοποιεί περιοδικές τυχαίες αλλαγές ή μεταλλάξεις σε ένα ή περισσότερα μέλη του πληθυσμού, αποδίδοντας μία νέα υποψήφια λύση, η οποία μπορεί να είναι είτε καλύτερη είτε χειρότερη από τα υπάρχοντα μέλη. Υπάρχουν πολλοί διαφορετικοί τρόποι για την πραγματοποίηση μίας μετάλλαξης.

Επιχιασμός : Εμπνευσμένος από το ρόλο της σεξουαλικής αναπαραγωγής στην εξέλιξη των ζωντανών οργανισμών, ένας ΕΑ επιχειρεί να συνδυάσει στοιχεία από τις υπάρχουσες λύσεις, με στόχο να δημιουργήσει μία νέα λύση με κάποια χαρακτηριστικά από τον κάθε γονιό. Και εδώ υπάρχουν πολλοί διαφορετικοί τρόποι πραγματοποίησης του επιχιασμού.

Επιλογή : Εμπνευσμένος από τον ρόλο της φυσικής επιλογής στην εξέλιξη, ένας ΕΑ πραγματοποιεί μία διαδικασία επιλογής, κατά την οποία τα πιο αποδοτικά μέλη του πληθυσμού επιβιώνουν, ενώ τα λιγότερο αποδοτικά μέλη εξοντώνονται. Η διαδικασία της επιλογής οδηγεί τον αλγόριθμο σε καλύτερες λύσεις.

Διαδικασία Εξελικτικού Αλγορίθμου

Κάθε άτομο αξιολογείται από μια συνάρτηση προσαρμογής, έτσι ώστε να ορίζεται μια πραγματική αξία, η οποία και αποτελεί ένα μέτρο για το πόσο ικανοποιητικά ή όχι θα αποδώσει αυτό στο πρόβλημα. Έπειτα, αρχίζει μια επαναληπτική διαδικασία, κατά την οποία εφαρμόζεται ένα σύνολο τελεστών στον πληθυσμό, προκειμένου να παραχθούν τα νέα άτομα. Στη συνέχεια πραγματοποιείται μια νέα αξιολόγηση του πληθυσμού για τον υπολογισμό της εκάστοτε συνάρτησης προσαρμογής. Οι κύριοι εξελικτικοί τελεστές που απευθύνονται στον πληθυσμό είναι ο επιχιασμός

(διασταύρωση) και η μετάλλαξη. Επίσης, εφαρμόζεται ένας τελεστής επιλογής, που μπορεί να τροποποιήσει τον αριθμό ατόμων από λ ή $\lambda + \mu$ σε μ , όπου $\lambda, \mu \in \mathbb{N}$ και λ το πλήθος των απογόνων. Η επαναληπτική διαδικασία συνεχίζεται έως ότου ικανοποιηθεί κάποιο δεδομένο κριτήριο τερματισμού του αλγορίθμου [www.12].

Θα ήταν χρήσιμο να αναφερθεί ότι οι ΕΑ σύμφωνα με τον Goldberg [Goldberg, 1989] διαφέρουν από τις συμβατικές διαδικασίες αναζήτησης σε τέσσερα σημεία:

1. Λειτουργούν με κωδικοποίηση κάποιων παραμέτρων και όχι με αυτές καθαυτές τις παραμέτρους (στους γενετικούς αλγορίθμους),
2. Αναζητούν λύση μέσα από ένα πληθυσμό σημείων και όχι από ένα μοναδικό σημείο,
3. Χρησιμοποιούν πληροφορίες από την αντικειμενική συνάρτηση (την οποία και προσπαθούν να βελτιστοποιήσουν) και όχι από παραγώγους και άλλα βοηθήματα και
4. Χρησιμοποιούν κανόνες μετάβασης μη αιτιοκρατικούς, βασισμένους σε πιθανότητες.

Οι κύριοι λόγοι της μεγάλης επιτυχίας των εν λόγω αλγορίθμων συνοψίζονται στη συνέχεια [Michalewicz, 1994]:

- Παρουσιάζουν μία πρωτοφανή ισορροπία (σε σχέση με τους υπόλοιπους τυχαίους αλγορίθμους) μεταξύ της ικανότητας εξερεύνησης του πεδίου λύσεων (exploration) και της άσκησης πίεσης για εύρεση της βέλτιστης λύσης (exploitation).
- Είναι από τη φύση τους παράλληλοι αλγόριθμοι,
- Έχουν μεγάλη προσαρμοστικότητα στα διαφορετικά προβλήματα που καλούνται να επιλύσουν.
- Είναι πολύ εύκολο να τροποποιηθούν οι τελεστές διαφοροποίησης των χρωμοσωμάτων, και να προσαρμοσθούν στα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά του προβλήματος.

Στη παράγραφο 2.2 που ακολουθεί, γίνεται εκτενής αναφορά στους ΕΑ, στον τρόπο που αυτοί κατηγοριοποιούνται, και στα είδη αλγορίθμων που έχουν προέλθει από αυτούς ή έχουν αναπτυχθεί παράλληλα με αυτούς.

2.2 Κατηγορίες Εξελικτικών Αλγορίθμων

Οι Εξελικτικοί Αλγόριθμοι έχουν εμφανιστεί με τρεις διαφορετικές μορφές, οι οποίες έχουν ακολουθήσει διακριτή πορεία και έχουν παρουσιάσει ισχυρές αλληλεπιδράσεις μεταξύ τους. Οι μορφές αυτές είναι: οι *Γενετικοί Αλγόριθμοι* (*Genetic Algorithms, GA*), ο *Εξελικτικός Προγραμματισμός* (*Evolutionary Programming, EP*) και οι *Εξελικτικές Στρατηγικές* (*Evolution Strategies, ES*). Ως

παρακλάδι των Γενετικών Αλγορίθμων εξελίχθηκε πρόσφατα ο *Γενετικός Προγραμματισμός (Genetic Programming, GP)*.

2.2.1 Γενετικοί Αλγόριθμοι

Οι *Γενετικοί Αλγόριθμοι, ΓΑ (Genetic Algorithms, GAs)*, έχουν εφαρμοστεί με πολλούς διαφορετικούς τρόπους. Η συνάρτηση που ελαχιστοποιείται καλείται αντικειμενική συνάρτηση και τα δεδομένα εισόδου σε αυτή που επιτρέπεται να ποικίλουν προκειμένου να φθάσουν στο βέλτιστο, καλούνται παράμετροι. (Μπορούν να υπάρξουν και άλλα δεδομένα εισόδου στη συνάρτηση, ανάλογα με το εκάστοτε δεδομένο πρόβλημα βελτιστοποίησης) [www.18].



Εικόνα 2.1:
Έλικο DNA
[www.4]

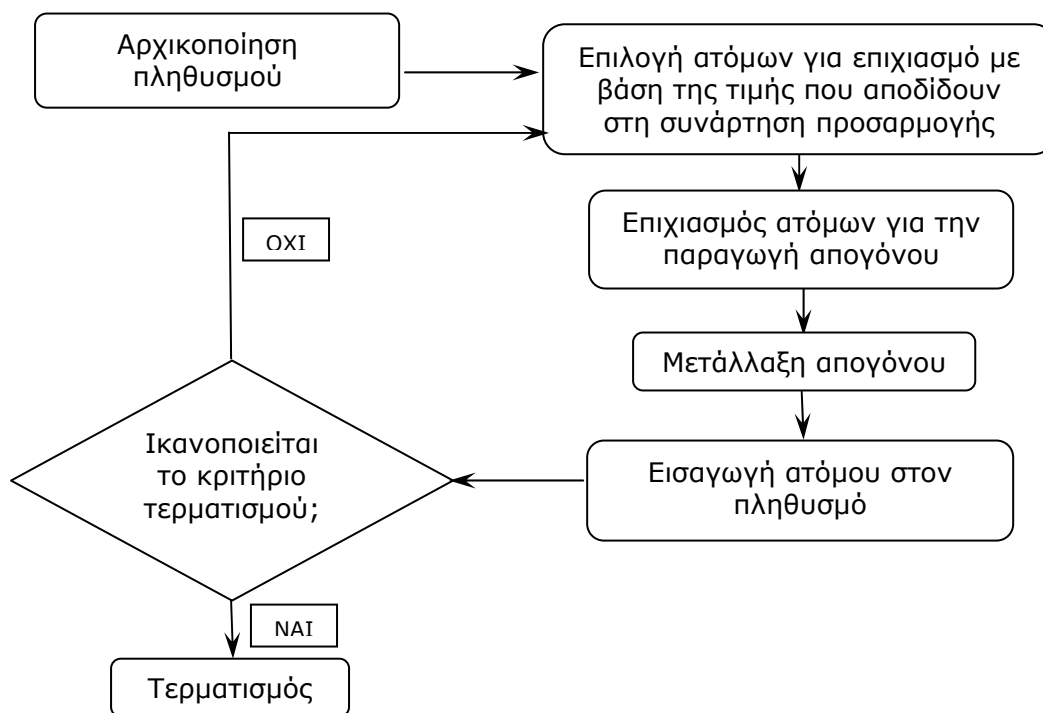
Οι ΓΑ ξεκίνησαν από το κίνημα της Επιστήμης αυτομάτου ελέγχου στην δεκαετία του 1950, αλλά αναγνωρίστηκαν και αναλύθηκαν περισσότερο από τα μέσα της δεκαετίας του 1980, βοηθώντας και στιγματίζοντας πολλές πτυχές της ανθρώπινης ζωής και ασχολίας. Για παράδειγμα, προβλήματα τόσο διαφορετικά μεταξύ τους, όπως ο σχεδιασμός στροβιλοαντιδραστήρα, ο σχεδιασμός και η βελτιστοποίηση ηλεκτρομαγνητικών κεραιών, ο προγραμματισμός έργου, η σύνθεση συστημάτων ελέγχου, η σύνθεση μουσικής, η δομική βελτιστοποίηση και ταξινόμηση και η αυτοματοποιημένη παραγωγή λογισμικού έχουν αντιμετωπιστεί με επιτυχία [www.18].

Οι Γενετικοί Αλγόριθμοι ανακαλύφθηκαν από τον John Holland και αναπτύχθηκαν από τον ίδιο, τους φοιτητές του και τους συναδέλφους του. Αυτό είχε και σαν αποτέλεσμα την έκδοση του βιβλίου του, με τον τίτλο "Adaption in Natural and Artificial Systems" το έτος 1975 [Νικολός, 2004].

Ο Holland είχε ως στόχο, όχι το σχεδιασμό αλγορίθμων που να επιλύουν συγκεκριμένα προβλήματα, αλλά περισσότερο να εξετάσει κατά γενικό τρόπο το φαινόμενο της προσαρμογής, όπως αυτό παρατηρείται στη φύση, και να αναπτύξει τρόπους, ώστε να γίνει δυνατό μηχανισμοί της φυσικής προσαρμογής να προσαρμοσθούν σε υπολογιστικά συστήματα. Ο Holland [Holland, 1992] παρουσιάζει τους γενετικούς αλγορίθμους ως μια αφηρημένη έννοια, που πηγάζει από τη βιολογική εξέλιξη και εκθέτει το θεωρητικό περίγραμμα της προσαρμογής πίσω από τους αλγορίθμους αυτούς [Νικολός, 2004].

Η κύρια εφαρμογή των ΓΑ αποδείχθηκε η βελτιστοποίηση προβλημάτων. Εμπνευσμένοι, λοιπόν, από τη θεωρία του Δαρβίνου για την εξέλιξη, οι Γενετικοί Αλγόριθμοι, επιδιώκουν την επίλυση προβλημάτων με μία εξελικτική διαδικασία αποφέροντας τελικά την καλύτερη και πιο κατάλληλη λύση. Οι εν λόγω αλγόριθμοι προσομοιάζουν περισσότερο από τις υπόλοιπες τεχνικές τη φυσική γενετική διαδικασία, η λύση εξελίσσεται σε

όλη τη διάρκεια της διαδικασίας και ο αλγόριθμος καταλήγει στο πέρας της λειτουργίας του, στη βέλτιστη μορφή αυτής.



Σχήμα 2.1: Διάγραμμα ροής των Γενετικών Αλγορίθμων [www.4]

Οι μηχανισμοί των Γενετικών Αλγορίθμων είναι απλοί:

- 1) Διατήρηση ενός πληθυσμού λύσεων χαρακτηριζόμενα ως τεχνητά χρωμοσώματα,
- 2) Επιλογή των καλύτερων λύσεων για Επιχiasμό (Crossover) και ανασυνδυασμό των γονιδίων των διασταυρωμένων χρωμοσωμάτων,
- 3) Πραγματοποίηση μετάλλαξης και άλλων τελεστών, που συντελούν στην αύξηση της ποικιλομορφίας των εναλλακτικών λύσεων-χρωμοσωμάτων και
- 4) Χρήση του δημιουργούμενου απογόνου για αντικατάσταση μη κατάλληλων λύσεων.

Σε αντίθεση με άλλους αλγορίθμους, οι ΓΑ δημιουργούν ένα πληθυσμό λύσεων κάθε στιγμή και απαιτούνται τρεις επιμέρους διαδικασίες [www.19]:

- Η επιλογή των γονέων,
- Η επιλογή τελεστή ζευγαρώματος των γονέων και
- Η επιλογή τελεστή επιβίωσης του καταλληλότερου ατόμου -λύσης.

Ο τυπικός Γενετικός Αλγόριθμος επιλέγει δύο γονείς από τον πληθυσμό και αναμιγνύει τα γονίδια αυτών, έτσι ώστε να δημιουργηθεί μια νέα λύση. Αυτή η λύση μπορεί να εισαχθεί ή όχι στον πληθυσμό ανάλογα με το πόσο καλή είναι η τιμή που αποδίδει στην εκάστοτε αντικειμενική συνάρτηση.

Τρεις πτυχές του τυποποιημένου αλγορίθμου που μπορεί να είναι προβληματικές είναι οι εξής [www.19]:

- Δυαδική κωδικοποίηση των γονιδίων,
- Πληθυσμοί εκφρασμένοι σε γενιές και
- Μη κατάλληλος συσχετισμός των παραμέτρων κατά τη διαδικασία του ζευγαρώματος.

Ο τυπικός αλγόριθμος κωδικοποιεί τα γονίδια ως δυαδικές σειρές, με τρόπο παρόμοιο, με αυτόν που κωδικοποιεί το DNA των ζωντανών οργανισμών τις πληροφορίες που κατέχει. Αυτή η μέθοδος είναι αποδοτική, εάν οι παράμετροι είναι πραγματικά δυαδικές. Αντίθετα, εάν οι παράμετροι είναι πραγματικοί αριθμοί, οι φυσικές αποστάσεις μεταξύ των σημείων καταστρέφονται στο μετασχηματισμό. Έπειτα, αυτός ο τύπος αλγορίθμου, χρησιμοποιεί μια προσέγγιση στην επιλογή των λύσεων που επιβιώνουν, που βασίζεται σε γενιές και διαμορφώνεται πάλι όπως και στους ζωντανούς οργανισμούς. Όμως, η γενετική των ζωντανών οργανισμών χρησιμοποιείται για να περιγράψει τους υγιείς πληθυσμούς και δεν προορίζεται για να παράγει ένα μεμονωμένο ανώτερο άτομο, όπως επιθυμούμε στη βελτιστοποίηση. Τέλος, η γενετική διαδικασία του τυπικού αλγορίθμου χρησιμοποιεί μια διαδικασία «διασταύρωσης», όπως κάνουν και τα χρωμοσώματα στους ζωντανούς οργανισμούς. Κατά την κωδικοποίηση, ένα παιδί είναι πιθανό να πάρει δύο παραμέτρους μόνο από το έναν απ' τους γονείς του, αν οι παράμετροι αυτοί βρίσκονται κοντά ή μία στην άλλη. Αντίθετα, όταν οι παράμετροι έχουν μεγάλη απόσταση μεταξύ τους, το παιδί είναι πιθανό να πάρει μία από κάθε γονέα. Περιληπτικά, συμπεραίνεται ότι, ο τυπικός αλγόριθμος δεν ψάχνει την απόσταση ανάμεσα στις παραμέτρους τόσο αποτελεσματικά, όσο θα μπορούσε. Και τα τρία προβλήματα που προαναφέρθηκαν, είναι αποτέλεσμα του ότι η φυσική διαδικασία ακολουθείται πολύ στενά. Μπορούμε να εμπνευστούμε από τη φύση, χωρίς όμως να τη μιμηθούμε δουλικά [www.19].

2.2.2 Εξελικτικός Προγραμματισμός

Ο *Εξελικτικός Προγραμματισμός* αναπτύχθηκε από τον Fogel [Fogel, 1962], με σκοπό να διερευνήσει τη δυνατότητα εξέλιξης τεχνητής νοημοσύνης, με την έννοια ότι η μηχανή θα μπορεί να προβλέπει αλλαγές στο περιβάλλον της και θα αντιδρά κατάλληλα. Οι εξελισσόμενοι πληθυσμοί είναι Μηχανές Πεπερασμένου Βαθμού κατάστασης (Finite State Machines, FSM), η δομή των οποίων μπορεί να μεταβληθεί μέσα από την εξελικτική διαδικασία, με σκοπό αυτές να καταστούν ικανές να προβλέπουν γεγονότα με βάση ήδη γνωστών δεδομένων από προηγούμενες παρατηρήσεις. Μία FSM έχει την ικανότητα να μετατρέπει μια σειρά συμβόλων εισόδου σε μία σειρά συμβόλων εξόδου, με βάση μία πεπερασμένη λίστα καταστάσεων και μία

πεπερασμένη λίστα κανόνων. Η ιδέα ήταν οι μηχανές να εξελίσσονται μαζί με το περιβάλλον τους, ώστε να προσαρμόζονται σε αυτό. Η αξιολόγηση της FSM σε σχέση με το περιβάλλον μετράται με βάση την ποιότητα πρόβλεψης που επιτυγχάνει: κάθε σύμβολο εξόδου συγκρίνεται με το επόμενο σύμβολο εισόδου και η ποιότητα της πρόβλεψης ποσοτικοποιείται με τη βοήθεια κάποιας συνάρτησης [Νικολός, 2004].

Στη θεωρία των υπολογιστών, μια FSM είναι μια αφηρημένη μηχανή που έχει μόνο ένα πεπερασμένο, σταθερό ποσό μνήμης, ενώ οι εσωτερικές καταστάσεις της μηχανής δεν φέρνουν καμία περαιτέρω δομή. Οι FSMs χρησιμοποιούνται ευρέως στο σχεδιασμό ψηφιακών συστημάτων, στη τεχνολογία λογισμικού, στην υπολογιστική μελέτη και στις γλώσσες [www.1].

2.2.3 Εξελικτικές Στρατηγικές - ΕΣ

Τα τελευταία χρόνια η χρήση των ΕΣ (*Evolutionary Strategies, ESs*) για την επίλυση κυρίως προβλημάτων με πολλαπλές αντικειμενικές συναρτήσεις (γνωστά σαν Vector Optimization Problems, VOPs) έχει τραβήξει την προσοχή πολλών επιστημόνων. Οι Εξελικτικές Στρατηγικές παρουσιάστηκαν στη δεκαετία του 1960 από τον I. Rechenberg, στην εργασία του με τον τίτλο "Evolution Strategies".

Από τον Rechenberg, οι ΕΣ παρουσιάστηκαν ως μέθοδοι βελτιστοποίησης των παραμέτρων αεροδυναμικών σωμάτων κατά τη διάρκεια πειραμάτων σε αεροδυναμική σήραγγα [Rechenberg, 1965], [Rechenberg, 1973]. Η ιδέα του Rechenberg εξελίχθηκε περαιτέρω από τον Schwefel [Schwefel 1975], [Schwefel 1977]. Οι Εξελικτικές Στρατηγικές χρησιμοποιούν κωδικοποίηση πραγματικών αριθμών και μόνο τη διαδικασία της μετάλλαξης ως τεχνική διαφοροποίησης των χρωμοσωμάτων, ενώ προσομοιάζουν με τεχνικές hill-climbing. Ο χώρος των Εξελικτικών Στρατηγικών παρέμεινε ένας ενεργός χώρος έρευνας και αναπτύχθηκε ανεξάρτητα από αυτόν των Γενετικών Αλγορίθμων, αν και πρόσφατα έχουν παρουσιάσει μια μορφή αλληλεπίδρασης μεταξύ τους [Νικολός, 2004].

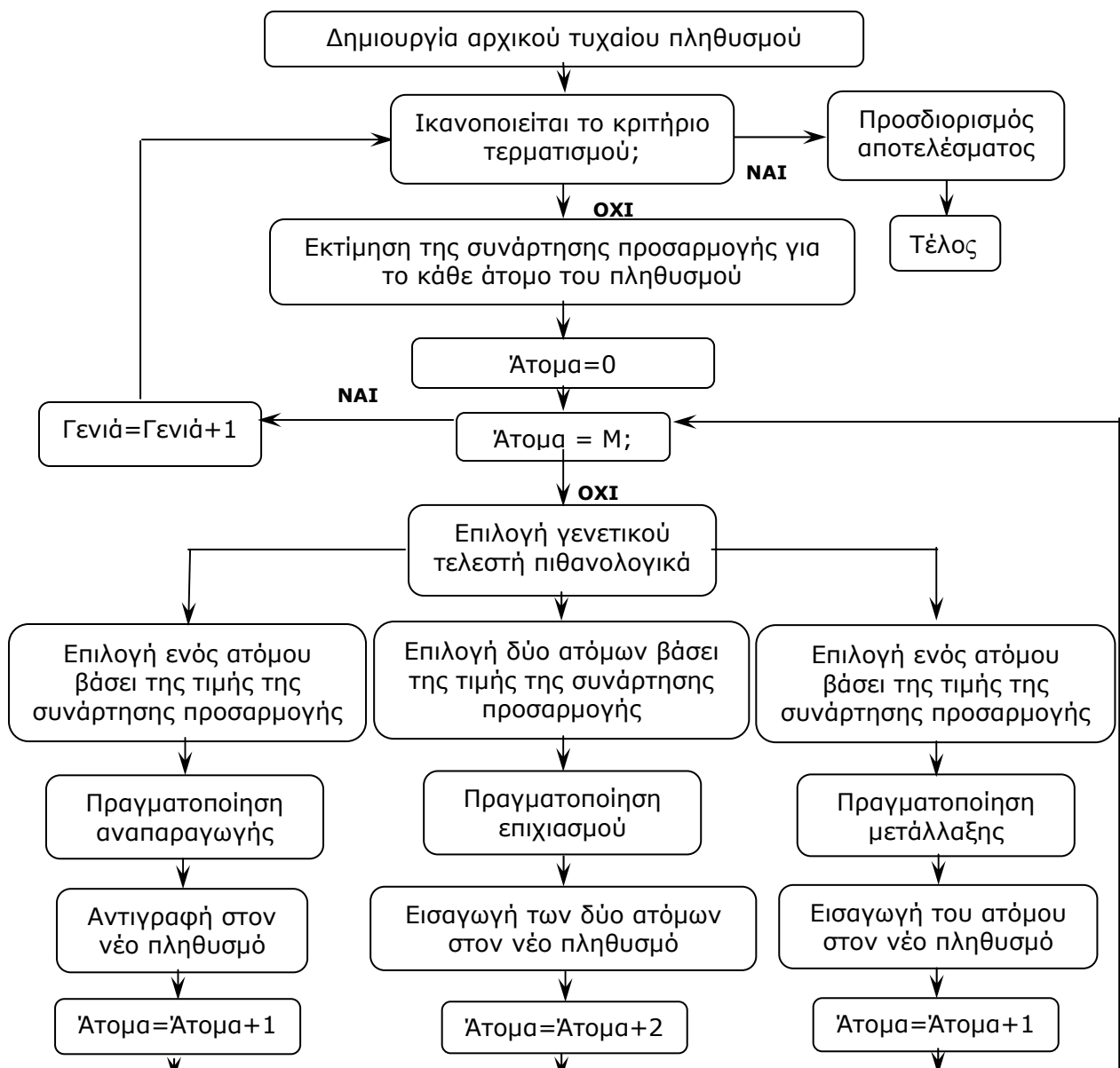
2.2.4 Γενετικός Προγραμματισμός - ΓΠ

Ο Γενετικός Προγραμματισμός (*Genetic Programming, GP*), είναι ένας κλάδος των γενετικών αλγορίθμων και αναπτύχθηκε από τον Koza [Koza, 1992], ο οποίος αντιπροτείνει στις εξελικτικές μεθόδους, την εξερεύνηση πιθανών διαφορετικών προγραμμάτων που δύνανται να λύσουν το εκάστοτε πρόβλημα [Νικολός, 2004]. Η κύρια διαφορά, λοιπόν, μεταξύ του γενετικού προγραμματισμού και των γενετικών αλγορίθμων είναι η παρουσίαση της λύσης. Ο γενετικός προγραμματισμός παρουσιάζει προγράμματα υπολογιστών, σε ψευδοκώδικα ή σε σχήματα, ως λύση. Οι ΓΑ δημιουργούν μια σειρά αριθμών που

αντιπροσωπεύει τη λύση. Έτσι, στο ΓΠ οι διακριτές λύσεις που ανταγωνίζονται μεταξύ τους είναι κάποιο είδος προγραμμάτων (που περιέχουν τόσο δομές δεδομένων, όσο και συναρτήσεις). Αυτό υποδεικνύει ότι ο GP είναι ισχυρότερος από τους ΓΑ και είναι χρήσιμος στην εύρεση των λύσεων όπου οι μεταβλητές αλλάζουν συνεχώς [www.17].

Λόγω των παραπάνω προαναφερθέντων χαρακτηριστικών, ο ΓΠ διαφέρει αρκετά από τους τυπικούς Γενετικούς Αλγορίθμους και ως εκ τούτου μπορεί να θεωρηθεί ως ξεχωριστή και ιδιαίτερη κατηγορία Εξελικτικών Αλγορίθμων.

Στο Σχήμα 2.2 φαίνεται μία αναλυτική μορφή του διαγράμματος ροής αλγορίθμου Γενετικού Προγραμματισμού.



Σχήμα 2.2: Διάγραμμα ροής Γενετικού Προγραμματισμού [www.17]

2.3 Εφαρμογές των Εξελικτικών Αλγορίθμων

Οι ΕΑ καταλαμβάνουν ένα ευρύ φάσμα εφαρμογών σε διάφορους τομείς της επιστήμης όπως τα μαθηματικά, την ιατρική, τη μηχανική και τις πολιτικές επιστήμες. Χρησιμοποιήθηκαν προς την κατεύθυνση της μηχανικής μάθησης, της τεχνητής ζωής, του επιστημονικού προγραμματισμού και φυσικά προς τη βελτιστοποίηση [Νικολός, 2004].

Στο βιβλίο του Goldberg [Goldberg D.E., 1989] περιέχεται μια ιστορική αναφορά σε ορισμένα προβλήματα που εμφανίστηκαν από το 1967 και μετά, όταν ο Bagley [Bagley, 1967] πρώτος δημοσίευσε μια εφαρμογή των ΓΑ για την επίλυση ενός παιγνίου που ονομαζόταν «εξάπιο» (ή hex rawn καλύτερα στα αγγλικά). Πέρα από αυτή την εφαρμογή, οι συγκεκριμένοι αλγόριθμοι χρησιμοποιήθηκαν από τον Rosenberg [Rosenberg, 1967], για την εξομοίωση ενός πληθυσμού μονοκυτταρικών οργανισμών με διαπερατή μεμβράνη και κλασσική γενετική δομή (ένα γονίδιο, ένα ένζυμο) και από τον Box [Box, 1957] σε διοικητικές τεχνικές (management), με στόχο οι, λιγότερο έμπειροι και σχετικοί με την τεχνολογία, εργάτες, να είναι σε θέση να εκτελέσουν συγκεκριμένες λειτουργίες. Τέλος, οι ΓΑ χρησιμοποιήθηκαν από πολλούς άλλους επιστήμονες σε προβλήματα Βιολογίας, Μηχανολογίας, Επιστήμης των Υπολογιστών, Επιχειρησιακής Έρευνας, Φυσικών Επιστημών, Κοινωνικών Επιστημών κ.α [Νικολός, 2004].

Όπως επισημαίνεται και από τη Melanie Mitchell, ακριβώς όπως οι ΓΑ είναι τεχνικές αναζήτησης «γενικού στόχου», έτσι και οι μελετητές τους πρέπει να ασχολούνται με πολλούς κλάδους, και να είναι διαθέσιμοι να ξεφύγουν από την επιστήμη τους, προκειμένου να ακολουθήσουν μια πολλά υποσχόμενη εφαρμογή ή ένα μοντέλο [Νικολός, 2004].

3

Διαφορικοί Εξελικτικοί (ΔΕ) Αλγόριθμοι, (Differential Evolution, DE)

Εισαγωγή

Οι Διαφορικοί Εξελικτικοί Αλγόριθμοι δημιουργήθηκαν από τις προσπάθειες του



Εικόνα 3.1:
Rainer Storn

Ken Price να επιλύσει το πολυωνυμικό πρόβλημα Chebychev που είχε προταθεί από τον Rainer Storn (Εικόνα 3.1). Μία αιφνίδια επαναστατική πρόοδος συνέβη, όταν ο Ken Price σκέφτηκε να χρησιμοποιήσει διαφορές διανυσμάτων για να διαταράξει τον διανυσματικό πληθυσμό. Από αυτή την ιδέα προκλήθηκε ένας ασταμάτητος διάλογος, ανταλλαγή απόψεων και ακατάπαυστος στοχασμός των δύο προαναφερθέντων επιστημόνων. Προσομοιώσεις σε υπολογιστές και από τις

δύο μεριές απέφεραν τελικά ουσιαστικές βελτιώσεις, που συνέθεσαν την σημερινή εικόνα των Διαφορικών Εξελικτικών Αλγορίθμων [www.7]. Αλγόριθμοι ευπροσάρμοστο, εύρωστοι και αποτελεσματικοί, που τα τελευταία χρόνια έχουν βρει εφαρμογή τόσο σε πραγματικά, όσο και σε τεχνητά προβλήματα βελτιστοποίησης.

Οι ΔΕ Αλγόριθμοι ανήκουν στην ευρύτερη ομάδα των Εξελικτικών Αλγορίθμων, και έχουν παρουσιάσει ελκυστικά χαρακτηριστικά γνωρίσματα κατά τη βελτιστοποίηση συνεχών συναρτήσεων [Storn R. και Price K., 1995]. Ο Rainer Storn έχει εκθέσει εντυπωσιακά αποτελέσματα, παρουσιάζοντας τους ΔΕ Αλγορίθμους να υπερτερούν άλλων εξελικτικών μεθόδων και να προσδίδουν ιδιαίτερη υπολογιστική ευελιξία. Η “κοινωνία των DE” εξελίσσεται από τα πρώτα χρόνια εξέλιξης των συγκεκριμένων αλγορίθμων, 1994- 1996, και από τότε ερευνητές τους αναλύουν και εργάζονται πάνω στη χρήση αυτών [www.7].

Οι ΔΕ αλγόριθμοι κέρδισαν την 3^η θέση στον Πρώτο Διεθνή Διαγωνισμό στον Εξελικτικό Τομέα (First International Contest on Evolutionary Computation) (1stICEO), που πραγματοποιήθηκε στη Nagoya τον Μάιο του 1996 (οι πρώτες δύο θέσεις δόθηκαν σε μη-γενετικού τύπου αλγορίθμους που δεν είναι πάντοτε

εφαρμόσιμοι, αλλά επέλυσαν το δοθέν πρόβλημα πιο γρήγορα από τους ΔΕ αλγόριθμους). Οι ΔΕ αλγόριθμοι, αποδείχτηκαν δηλαδή, οι καλύτεροι γενετικού τύπου αλγόριθμοι για την επίλυση πραγματικών τιμών συναρτήσεων του 1^{ου} ICEO, υπερνικώντας άλλους ως τότε γνωστούς και ευρέως χρησιμοποιούμενους αλγόριθμους [www.7].

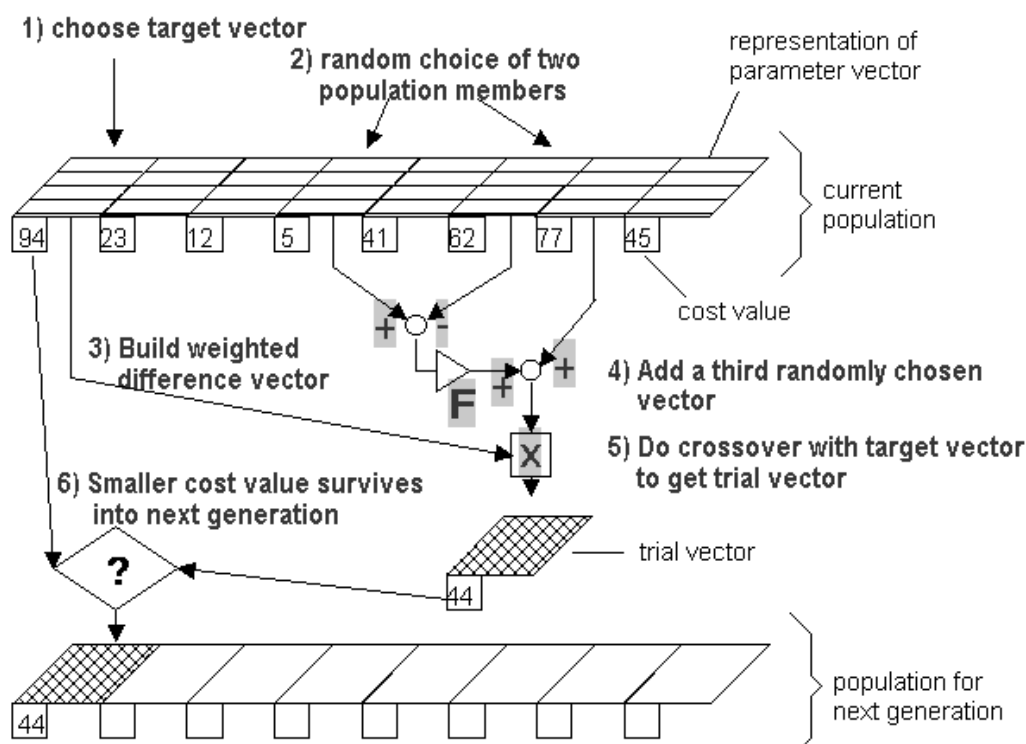
3.1 Βασικές Αρχές και χαρακτηριστικά των ΔΕ Αλγορίθμων

Οι ΔΕ αλγόριθμοι αποτελούν έναν τύπο Εξελικτικής Στρατηγικής, που αναπτύχθηκε για να μπορεί να χειρίζεται ικανοποιητικά, προβλήματα βελτιστοποίησης σε συνεχή πεδία ορισμού, και αποτελούν μία πρόσφατη ανακάλυψη στον τομέα των αλγορίθμων βελτιστοποίησης [Storn R., Price K., 1997].

Η κρίσιμη ιδέα πίσω από το ΔΕ Αλγόριθμο είναι ένα σχήμα παραγωγής διανυσμάτων δοκιμαστικών παραμέτρων [www.7]. Ένας σταθερός αριθμός διανυσμάτων αρχικοποιείται τυχαία, κατόπιν εξελίσσεται κατά την πάροδο του χρόνου και τέλος διερευνάει το πεδίο αναζήτησης με στόχο την εύρεση του ελαχίστου της αντικειμενικής συνάρτησης. Σε κάθε επανάληψη, που αποκαλείται γενιά, τα νέα διανύσματα παράγονται από το συνδυασμό διανυσμάτων που επιλέγονται τυχαία από τον τρέχοντα πληθυσμό (*μετάλλαξη*). Τα παραγόμενα διανύσματα διασταυρώνονται στη συνέχεια με ένα προκαθορισμένο διάνυσμα στόχων. Αυτή η λειτουργία καλείται *επιχιασμός* και παράγει το δοκιμαστικό διάνυσμα. Τέλος, το δοκιμαστικό διάνυσμα γίνεται αποδεκτό στην επόμενη γενιά εάν και μόνο εάν παράγει μια μείωση της αντικειμενικής συνάρτησης. Αυτός ο τελευταίος τελεστής αναφέρεται ως επιλογή [www.8]. Βασικά, ο ΔΕ Αλγόριθμος προσθέτει τη σταθμισμένη διαφορά μεταξύ δύο διανυσμάτων του πληθυσμού σε ένα τρίτο διάνυσμα [www.7].

Ο ΔΕ αλγόριθμος είναι μία μέθοδος αναζήτησης, η οποία αξιοποιεί NP D-διάστατα διανύσματα παραμέτρων:

$$V_n(x_1, x_2, \dots, x_D) \quad n=1,2,\dots, NP$$



Σχήμα 3.1: Διαδικασία λειτουργίας Διαφορικού Εξελικτικού Αλγορίθμου [www.7]

όπου D είναι το πλήθος των μεταβλητών σχεδίασης προς βελτιστοποίηση και NP το μέγεθος του πληθυσμού που πρέπει να είναι αναλογικό με το πλήθος των παραμέτρων D ($NP=2D$ ή $NP=10D$ κ.λπ.). Τα αρχικά διανύσματα μεταβλητών σχεδίασης επιλέγονται τυχαία, ώστε να καλύπτουν ομοιόμορφα ολόκληρο το πεδίο παραμέτρων και σε κάθε γενιά κρατούνται NP διαφορετικές λύσεις, με σκοπό τον καθορισμό της σύνθεσης της επόμενης γενιάς.

Οι ΔΕ Αλγόριθμοι μπορούν να διακριθούν από τις ιδιότητες των τελεστών μετάλλαξης και επιχiasμού. Ο γενικός τύπος που τους χαρακτηρίζει είναι ο $DE/x/y/z$, όπου x είναι το τυχαίο (*random*) ή το καλύτερο (*best*) διάνυσμα προς μετάλλαξη, y το πλήθος των διαφορετικών διανυσμάτων και z το σχήμα του χρησιμοποιούμενου Επιχiasμού [Gamperle R., Muller S. D., Koumoutsakos, P., 2002].

Αναλυτικά η γενική διαδικασία που ακολουθείται σε έναν Διαφορικό Εξελικτικό Αλγόριθμο απεικονίζεται στο Σχήμα 3.1 και περιγράφεται ως εξής [Storn R., Price K., 1995]:

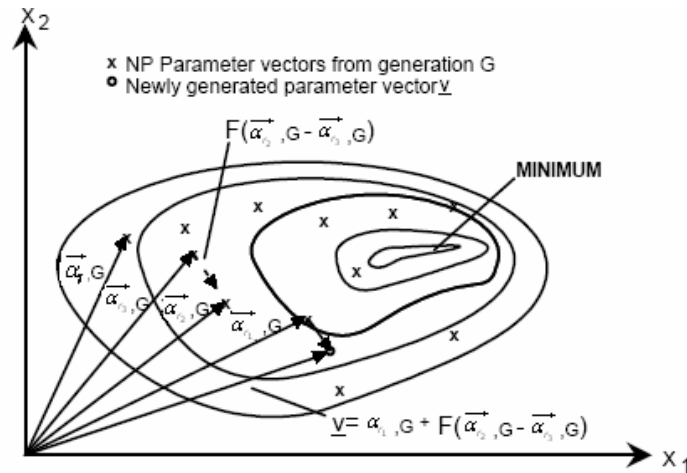
- Τυχαία Επιλογή NP διανυσμάτων πιθανών λύσεων
- Επιλογή τριών τυχαίων, ξεχωριστών εναλλακτικών λύσεων για κάθε άτομο του πληθυσμού και με βάση αυτές τη δημιουργία του διανύσματος της *Μετάλλαξης*. Το διάνυσμα αυτό, δημιουργείται προσθέτοντας το διάνυσμα διαφοράς μεταξύ των δύο εκ των τριών ατόμων στο τρίτο, το οποίο ονομάζεται *δότης*:

$$\vec{v}_i = \vec{\alpha}_{r_1} + F(\vec{\alpha}_{r_2} - \vec{\alpha}_{r_3}), \quad i = 1, 2, \dots, \mu \quad (3.1)$$

όπου οι τυχαίοι δείκτες $r_1, r_2, r_3 \in [1, 2, \dots, NP]$ είναι διαφορετικοί μεταξύ τους και επίσης διαφορετικοί από το δείκτη i . Το $F \in [0, 1]$, είναι μια πραγματική σταθερή παράμετρος ελέγχου της διαταραχής, που έχει επιπτώσεις στη διαφορική παραλλαγή μεταξύ των δύο διανυσμάτων (Σχήμα 3.2). Μεγαλύτερες τιμές του F ή/ και του μεγέθους NP του πληθυσμού τείνουν να αυξήσουν την ολική ικανότητα αναζήτησης του αλγορίθμου, επειδή με αυτό τον τρόπο εξερευνώνται περισσότερες περιοχές του διαστήματος αναζήτησης.

Στη μετάλλαξη ισχύει ότι το μέγεθος του πληθυσμού παραμένει σταθερό:

$$m_{\{F\}} : I^{NP} \rightarrow I^{NP}.$$



Σχήμα 3.2: Απεικόνιση της διαδικασίας της Μετάλλαξης [Storn R., Price K., 1995]

Στο Σχήμα 3.2 φαίνονται τα τρία διαφορετικά διανύσματα που παίζουν ρόλο στη μετάλλαξη των Διαφορικών Εξελικτικών Αλγορίθμων. Όπως φαίνεται, γίνεται επιλογή δύο αρχικών διανυσμάτων, των οποίων η διαφορά προστίθεται σε ένα τρίτο. Το παραγόμενο διάνυσμα (\vec{v}_i) συγκρίνεται με την εκάστοτε προσωρινή λύση και αξιολογείται ανάλογα.

Τα δύο είδη ΔΕ αλγορίθμων που θεωρούνται πιο αποδοτικά είναι το DE/rand/1/bin και το DE/best/2/bin. Ο Διαφορικός Εξελικτικός Αλγόριθμος που δηλώνεται με τη μορφή DE/rand/1/bin αντιπροσωπεύει έναν αλγόριθμο, στον οποίο το διάνυσμα μεταλλάξεων επιλέγεται τυχαία από τον πληθυσμό, ενώ εξετάζεται μόνο ένα διάνυσμα διαφοράς στη λειτουργία της μετάλλαξης όπως περιγράφεται από την Εξίσωση 3.2. Ο δεύτερος DE αλγόριθμος περιγράφεται σύντομα ως DE/best/2/bin.

Σε αυτήν την περίπτωση τα μεταλλαγμένα διανύσματα περιγράφονται με την Εξίσωση 3.5 που ακολουθεί [Gamperle R., Muller S. D., Koumoutsakos P., 2002]:

$$\vec{v}_i = \vec{\alpha}_{best} + F(\vec{\alpha}_{r_1} + \vec{\alpha}_{r_2} - \vec{\alpha}_{r_3} - \vec{\alpha}_{r_4}) \quad (3.2)$$

Όπου $\vec{\alpha}_{best}$ είναι η τρέχουσα καλύτερη λύση στον πληθυσμό.

Οι R. Gamperle, S. D. Muller και P. Koumoutsakos χρησιμοποίησαν τέσσερις διαφορετικές συναρτήσεις για να ελέγξουν και να συγκρίνουν τους δύο αλγόριθμους DE/rand/1/bin και DE/best/2/bin, με στόχο την εκτίμηση των τιμών των παραμέτρων και της αξιολόγησης και σύγκρισης των δύο τεχνικών.

Από τη σύγκριση αυτή, αποδεικνύεται ότι ο DE/best/2/bin είναι καλύτερος από τον DE/rand/1/bin, όσον αφορά την ταχύτητα σύγκλισης και την ολική βελτιστοποίηση. Έπειτα, με την χρήση αυτού, παράγονται περισσότερα διαφορετικά διανύσματα.

Στην συγκεκριμένη μελέτη των R. Gamperle, S. D. Muller και P. Koumoutsakos, γίνεται προσπάθεια επιλογής κατάλληλων μεταβλητών με στόχο τα βέλτιστα αποτελέσματα. Συγκεκριμένα το μέγεθος του πληθυσμού, μετά από δοκιμές, εκτιμήθηκε ανάμεσα σε 3D και 8D και διαπιστώθηκε ότι όσο πιο μεγάλος είναι ο πληθυσμός τόσο μεγαλύτερη είναι η πιθανότητα να βρούμε το ολικό βέλτιστο. Δυστυχώς όμως, ο μεγάλος πληθυσμός προϋποθέτει και μεγαλύτερο αριθμό εκτιμήσεων της συνάρτησης.

- Επόμενο βήμα του αλγορίθμου είναι η πραγματοποίηση *Επιχiasμού* μεταξύ του αρχικού ($\vec{\alpha}_i$) και του ενδιάμεσου (\vec{v}_i) χρωμοσώματος, με αποτέλεσμα τη δημιουργία του τελικού $\vec{\alpha}_i$ χρωμοσώματος. Η Διαδικασία πραγματοποιείται ως εξής:
 - ο Για κάθε γονίδιο παράγεται ένας τυχαίος αριθμός, που ανήκει στο διάστημα $[0,1]$. Αν ο τυχαίος αριθμός του j γονιδίου είναι μικρότερος ή ίσος με την πιθανότητα Επιχiasμού Cr , τότε το γονίδιο περνάει στην επόμενη γενιά του ενδιάμεσου χρωμοσώματος. Σε αντίθετη περίπτωση, στην επόμενη γενιά περνάει το γονίδιο του αρχικού χρωμοσώματος.
 - ο Για να είναι βέβαιο ότι έστω και ένα καινούριο γονίδιο θα περάσει στον νέο πληθυσμό, ορίζεται και ικανοποιείται μία ανάλογη, επιβαλλόμενη συνθήκη.

Επομένως, η διαδικασία του Επιχiasμού $r_{\{CR\}} : I^2 \rightarrow I$ συνδυάζει το προηγουμένως μεταλλαγμένο διάνυσμα $\vec{v}_i = [v_{1i}, v_{2i}, \dots, v_{Di}]$ με το λεγόμενο διάνυσμα στόχου (μία

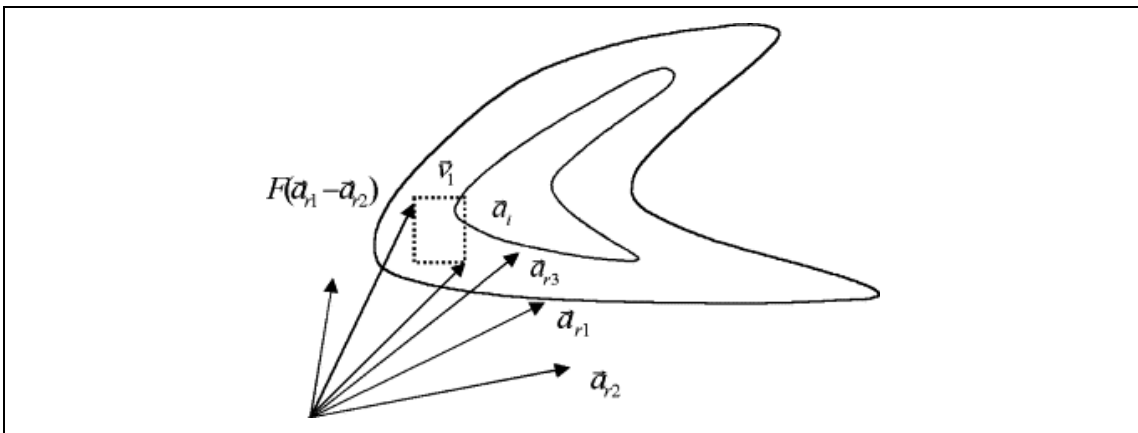
λύση ενός γονέα από τον παλιό πληθυσμό) $\vec{\alpha}_i = [\alpha_{1i}, \alpha_{2i}, \dots, \alpha_{Di}]$ για να παράγει το τελικό, δοκιμαζόμενο διάνυσμα $\vec{\alpha}'_i = [\alpha'_{1i}, \alpha'_{2i}, \dots, \alpha'_{Di}]$ με βάση την παρακάτω σχέση 3.3:

$$\vec{\alpha}'_{ji} = \begin{cases} v_{ji}, & \text{εάν } (randb(j) \leq Cr) \text{ ή } j = rnbr(i) \\ \alpha_{ji}, & \text{εάν } (rand(j) > Cr) \text{ και } j \neq rnbr(i) \end{cases} \quad j = 1, 2, \dots, D \text{ και } i = 1, 2, \dots, \mu \quad (3.3)$$

όπου $randb(j) \in [0,1]$ είναι η j αξιολόγηση μιας ομοιόμορφης τυχαίας γεννήτριας αριθμών και $rnbr(i) \in 1, 2, \dots, D$ είναι ένας τυχαία επιλεγμένος δείκτης. $Cr \in [0,1]$ είναι η παράμετρος επιχiasμού, που αυξάνει την ποικιλομορφία των ατόμων στον πληθυσμό.

Στο Σχήμα 3.3, το $\vec{\alpha}'_i$ μπορεί να λάβει την τιμή μιας εκ των τριών διανυσμάτων των γωνιών του σχηματιζόμενου κύβου, που αντιπροσωπεύεται από το σχεδιασμένο ορθογώνιο, εκτός από αυτή του διανύσματος $\vec{\alpha}_i$. Μεγαλύτερες τιμές του Cr προκαλούν ένα διάνυσμα $\vec{\alpha}'_i$ πλησιέστερο στη μορφή με το μεταλλαγμένο διάνυσμα \vec{v}_i και συντελούν στην αύξηση της ταχύτητας σύγκλισης του αλγορίθμου.

Όπως μπορεί να φανεί από την Εξίσωση (3.2), κάθε μέλος του πληθυσμού παίζει μία φορά το ρόλο του διανύσματος στόχου. Είναι σημαντικό να συνειδητοποιηθεί ότι ακόμα και όταν $Cr = 0$, η Εξίσωση (3.2) εξασφαλίζει ότι τα διανύσματα του γονέα και του παιδιού διαφέρουν τουλάχιστον σε ένα γονίδιο (μεταβλητή σχεδίασης).



Σχήμα 3.3: Απεικόνιση της διαδικασίας του Επιχιασμού

- Στη συνέχεια της λειτουργίας του αλγορίθμου εφαρμόζεται ο τελεστής της επιλογής $s: I^{NP} \rightarrow I^{NP}$, ο οποίος συγκρίνει τη συνάρτηση κόστους από το

διάνυσμα στόχου $\vec{\alpha}_i$ με αυτή του σχετικού δοκιμαστικού διανύσματος $\vec{\alpha}'_i$, $i=1,2,\dots,\mu$, καθορίζει ποιο από τα δύο είναι καλύτερο και επιλέγει ποιο θα περάσει στην επόμενη γενιά. Αν η τιμή της συνάρτησης προσαρμογής του $\vec{\alpha}'_i$ είναι μικρότερη από την αντίστοιχη του $\vec{\alpha}_i$, τότε το δεύτερο αντικαθίσταται από το πρώτο στην επόμενη γενιά. Σε αντίθετη περίπτωση, το $\vec{\alpha}_i$ παραμένει και εισέρχεται αυτό στην επόμενη γενιά. Έτσι,

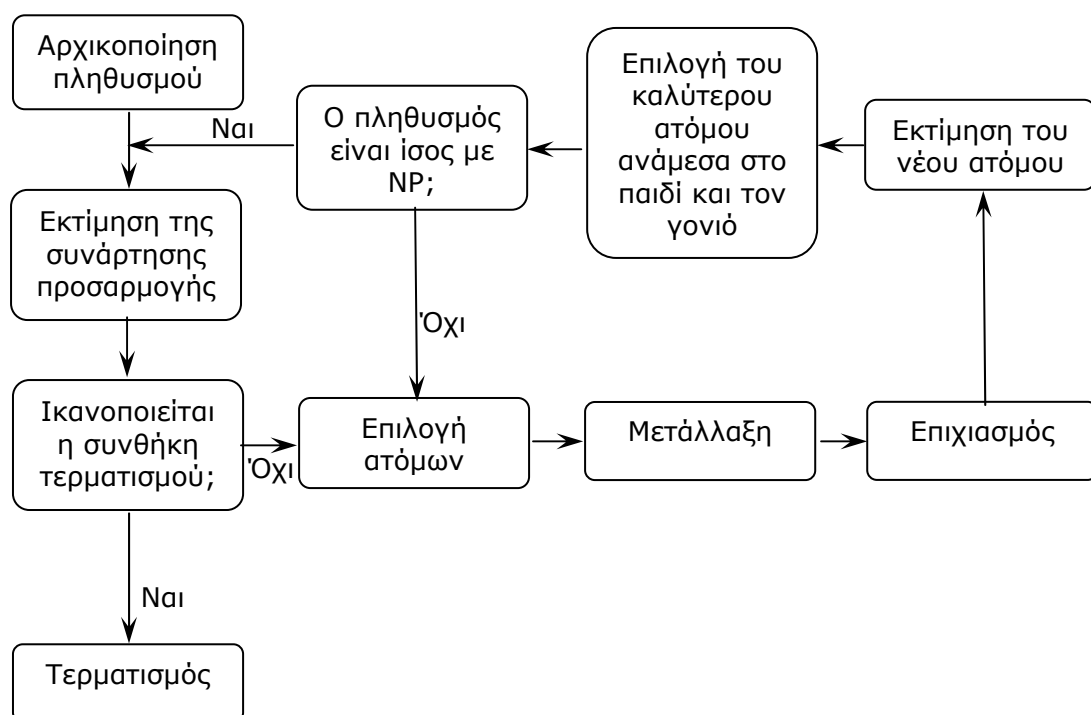
$$\text{Αν } \Phi(\vec{\alpha}'_i(G)) < \Phi(\vec{\alpha}_i(G), \text{ τότε } \vec{\alpha}_i(G+1) := \vec{\alpha}'_i(G) \quad (3.4)$$

$$\text{Αλλιώς, } \vec{\alpha}_i(G+1) := \vec{\alpha}_i(G) \quad (3.5)$$

όπου το G δηλώνει τον τρέχων πληθυσμό και η $\Phi(\dots)$ είναι η συνάρτηση προσαρμογής (αντικειμενική συνάρτηση ή συνάρτηση κόστους).

Οι τρεις παράμετροι του αλγορίθμου που οδηγούν την αναζήτηση του αλγορίθμου, είναι το μέγεθος του πληθυσμού (NP), η σταθερά του επιχιασμού (Cr) και ο διαφορικός παράγοντας μετάλλαξης (F), οι οποίοι παραμένουν σταθεροί κατά τη διάρκεια μιας βελτιστοποίησης.

Στο Σχήμα 3.4 που ακολουθεί, φαίνεται ένα διάγραμμα ροής των βασικών λειτουργιών του Διαφορικού Εξελικτικού Αλγορίθμου, για να γίνουν πιο κατανοητές οι λειτουργίες του και η σειριακή τους εφαρμογή.



Σχήμα 3.4: Διάγραμμα ροής του Διαφορικού Εξελικτικού Αλγορίθμου

Στους ΔΕ Αλγορίθμους, ένα από τα βασικά προβλήματα που αντιμετωπίζεται, είναι το ότι είναι δυνατό να αποδοθεί κάποια λύση, η οποία δεν ανήκει στο πεδίο των εφικτών λύσεων, αλλά αποδόθηκε από τον αλγόριθμο, λόγω του ότι με τη χρήση της λύσης αυτής επιτυγχάνεται στη συνάρτηση προσαρμογής καλύτερη και πιο ικανοποιητική τιμή από ότι με τις υπόλοιπες εναλλακτικές. Οι αλγόριθμοι αυτοί δηλαδή, δεν ασκούν πίεση για την εύρεση της περιοχής εφικτών λύσεων [Lampinen J., 2001].

Για να αντιμετωπιστούν και να ξεπεραστούν τέτοιου είδους προβλήματα που παρουσιάζονται, πραγματοποιούνται κάποιες αλλαγές στον τυπικό και σχετικά απλό τύπο του ΔΕ αλγορίθμου, οι οποίες σχετίζονται με αλλαγές στη διαδικασία της επιλογής για τη διαχείριση των συναρτήσεων που εκφράζουν τους περιορισμούς. Επίσης, μπορεί να γίνει και εισαγωγή περισσότερων περιορισμών, έτσι ώστε το πιθανό χρωμόσωμα (άτομο ή λύση) του ενδιαμέσου πληθυσμού να αντικαθιστά το αρχικό αν και μόνο αν ικανοποιεί όλους τους δοθέντες περιορισμούς και βελτιώνει την τιμή της συνάρτησης κόστους. Με τον τρόπο αυτό, πραγματοποιείται αύξηση της πίεσης εύρεσης της περιοχής εφικτών λύσεων και βελτιώνεται η αποδοτικότητα και η αξιοπιστία του αλγορίθμου [Lampinen J., 2001].

Δεδομένου, λοιπόν ότι αρχικά οι ΔΕ αλγόριθμοι σχεδιάστηκαν για να επιλύουν τα στατικά προβλήματα βελτιστοποίησης χωρίς περιορισμούς, απαιτείται μια τροποποίηση προκειμένου να χρησιμοποιηθούν περιορισμοί για τους ελέγχους. Μια τεχνική «ψαλιδίσματος», που έχει εισαχθεί για την εγγύηση της παραγωγής και διατήρησης μόνο των εφικτών δοκιμαστικών διανυσμάτων, μετά τη μετάλλαξη και τον επιχιασμό, περιγράφεται από την Εξίσωση 3.6:

$$\alpha'_{ji}(g) = \begin{cases} \beta_j, & \text{εάν } \alpha'_{ji}(g) > \beta_j \\ \alpha_j, & \text{εάν } \alpha'_{ji}(g) > \alpha_j \end{cases}, \quad j=1,2,\dots,d \text{ και } i=1,2,\dots,\mu \quad (3.6)$$

Όπου τα α_j και β_j αντιπροσωπεύουν τα κατώτατα και ανώτατα όρια των μεταβλητών ελέγχου, αντίστοιχα.

Τα πιο σημαντικά *πλεονεκτήματα* που έχουμε με τη χρήση των ΔΕ αλγορίθμων είναι τα παρακάτω:

- Δεν απαιτείται μία αρχική εφικτή λύση για την έναρξη της λειτουργίας τους,
- Η χρήση τους είναι εύκολη, αφού απαιτείται μόνο η αρχική επιλογή των παραμέτρων που χαρακτηρίζουν τον αλγόριθμο, και οι οποίοι στη συνέχεια παραμένουν συνήθως αμετάβλητοι,
- Είναι εύρωστοι και αξιόπιστοι,
- Αποδίδουν λύση σε αρκετά μικρό χρονικό διάστημα,

- Είναι απλοί στη χρήση τους,
- Η λειτουργία τους γίνεται εύκολα κατανοητή και
- Είναι εύκολοι στον προγραμματισμό.

3.2 Παραλλαγές των Διαφορικών Εξελικτικών Αλγόριθμων κυρίως για Πολυκριτήρια Προβλήματα (Multi-Objective Problems, MOPs)

Εκτός, από την αρχική μορφή των DE Αλγορίθμων γίνεται και χρήση παραλλαγών αυτών, για την επίλυση πιο απαιτητικών και πολύπλοκων προβλημάτων, όπου η τυπική και απλή μορφή τους συναντά δυσκολίες. Οι δυσκολίες αυτές μπορεί να σχετίζονται με τη διαχείριση περιορισμών, την επίτευξη αποκλειστικά εφικτών λύσεων, τη στασιμότητα σε τοπικά βέλτιστα κ.λπ. Μελέτες πάνω στο θέμα της στασιμότητας των Διαφορικών Εξελικτικών Αλγορίθμων έχουν πραγματοποιηθεί από πολλούς ερευνητές, όπως για παράδειγμα από τους Jouni Lampinen και Ivan Zelinka [Lampinen J. and Zelinka I. 2000].

Οι μέθοδοι, που περιγράφονται στις επόμενες παραγράφους, έχουν δοκιμαστεί σε προβλήματα που αφορούν κυρίως τον πολυκριτήριο προγραμματισμό και τα αποτελέσματά τους στο, σύνολό τους, κρίθηκαν ιδιαίτερα ικανοποιητικά.

3.2.1 Η μέθοδος PDE (Pareto Frontier Differential Evolution)

Για την επίλυση Πολυκριτήριων Προβλημάτων δημιουργήθηκε και χρησιμοποιήθηκε η μέθοδος βελτιστοποίησης PDE (Pareto Frontier DEAs). Η μέθοδος αυτή [Abbass H. A., Sarker R. και Newton C., 2001] είναι παρόμοια με τους Διαφορικούς Εξελικτικούς Αλγορίθμους, με τη διαφορά ότι ο αρχικός πληθυσμός και η παράμετρος F της μετάλλαξης έχουν Γκαουσιανή κατανομή (0.5, 0.15) και (0,1) αντίστοιχα. Επίσης, στη νέα αυτή μέθοδο, γίνεται αναπαραγωγή μόνο σε μη κυριαρχούμενες λύσεις κάθε γενιάς και ο απόγονος εισέρχεται στο νέο πληθυσμό αν, και μόνο αν, κυριαρχεί του γονιού του.

Διαδικασία PDE

- Δημιουργία τυχαίου αρχικού πληθυσμού Γκαουσιανής κατανομής με μέση τιμή 0.5 και διασπορά 0.15.
- Απομάκρυνση των κυριαρχούμενων λύσεων από τον πληθυσμό, Αναπαραγωγή των εναπομεινάντων, μη κυριαρχούμενων, λύσεων. Αν το πλήθος των μη κυριαρχούμενων λύσεων είναι μεγάλο, χρησιμοποιείται η παρακάτω συνάρτηση απόστασης πλησιέστερου γείτονα για την απομάκρυνση των γονέων που βρίσκονται πολύ κοντά ο ένας στον άλλο:

$$D(x) = \frac{(\min \|x - x^i\| + \min \|x - x^j\|)}{2} \quad (3.7)$$

όπου $x \neq x^i \neq x^j$.

Η Εξίσωση 3.7, δείχνει ότι η μικρότερη απόσταση μεταξύ γειτονικών λύσεων πρέπει είναι η μέση ευκλείδεια απόσταση μεταξύ των δύο πιο κοντινών σημείων. Οι μη κυριαρχούμενες λύσεις με τη μικρότερη απόσταση πλησιέστερου γείτονα απομακρύνονται από τον πληθυσμό, έως ότου το συνολικό πλήθος των λύσεων να φτάσει στην αποδεκτή και επιθυμητή τιμή.

- Πραγματοποίηση τυχαίας επιλογής τριών γονέων, οι οποίοι και παράγουν έναν απόγονο
- Ο απόγονος εισέρχεται στον πληθυσμό αν και μόνο αν κυριαρχεί του αρχικού προγόνου του. Αν κάτι τέτοιο δεν συμβαίνει, πραγματοποιείται νέα επιλογή.

Στην βιβλιογραφική πηγή [Abbass H. A., Sarker R. και Newton C., 2001], αποδείχτηκε ότι ο PDE υπερέχει της μεθόδου SPEA (Strength Pareto EA) [Zitzler E. και Thiele L., 1999], ενώ η κατανομή των σημείων του είναι πιο ομοιόμορφη. Ένα πολύ σημαντικό συμπέρασμα είναι ότι η τιμή της παραμέτρου επιχιασμού έχει επίπτωση στις λύσεις και η χαμηλή τιμή του έχει ως αποτέλεσμα μεγάλο πλήθος μη κυριαρχούμενων λύσεων.

Από την άλλη πλευρά, ο PDE, όπως επισημάνεται [Abbass H. A., 2002], είναι ένας αρκετά υποσχόμενος Αλγόριθμος, αλλά παρουσιάζει και ένα καθόλου αμελητέο μειονέκτημα. Το μειονέκτημα αυτό αφορά όλους τους Διαφορικούς Εξελικτικούς Αλγορίθμους και σχετίζεται με τις τιμές των εκάστοτε τελεστών. Η επιλογή των κατάλληλων τιμών των συντελεστών επιχιασμού και μετάλλαξης δεν είναι εύκολη, εκτός αν πραγματοποιηθούν πολλά τρεξίματα του αλγορίθμου με κάθε φορά διαφορετικές τιμές των εν λόγω συντελεστών, και τελικά επιλεχθούν οι τιμές για τις οποίες παρουσιάζονται τα πιο ικανοποιητικά αποτελέσματα.

3.2.2 Ο Αλγόριθμος SPDE (Self-adaptive PDEA)

Για αντιμετώπιση του προβλήματος της επιλογής τιμών των συντελεστών μετάλλαξης και επιχιασμού που παρουσιάζει ο PDE, δημιουργήθηκε ο SPDE (Self-adaptive Pareto Differential Evolution algorithm). Ο Αλγόριθμος αυτός παρουσιάζει ακριβώς την ίδια λειτουργία με τον PDE, με τη διαφορά ότι σε αυτόν οι τιμές των τελεστών επιχιασμού και μετάλλαξης κληρονομούνται από τους γονείς. Ο SPDE έχει σαν στόχο τη εύρεση μετώπου λύσεων όσο το δυνατόν πλησιέστερου στο πραγματικό βέλτιστο κατά Pareto μέτωπο και όσο το δυνατόν καλύτερης

βελτιστοποίησης του πλήθους των βέλτιστων λύσεων στο μέτωπο αυτό [Abbass H. A., 2002].

Ο SPDE δοκιμάστηκε και συγκρίθηκε με την τεχνική στατιστικής σύγκρισης των Knowles και Corne [Abbass H. A., 2002], με πλήθος άλλων μεθόδων (FFGA, NSGA, SPEA, HLGA, RAND, VEGA, NPGA, SOEA, PAES98, PAES.gray, PAES98.gray, PAES20 και PAES98mut3p). Τα αποτελέσματα της σύγκρισης απέδειξαν την ανωτερότητα της μεθόδου, αφού δεν απαιτεί μεγάλο πλήθος εκτιμήσεων της αντικειμενικής συνάρτησης και το μέγεθος του πληθυσμού δεν έχει μεγάλη επίπτωση στην απόδοση του αλγορίθμου [Abbass H. A., 2002].

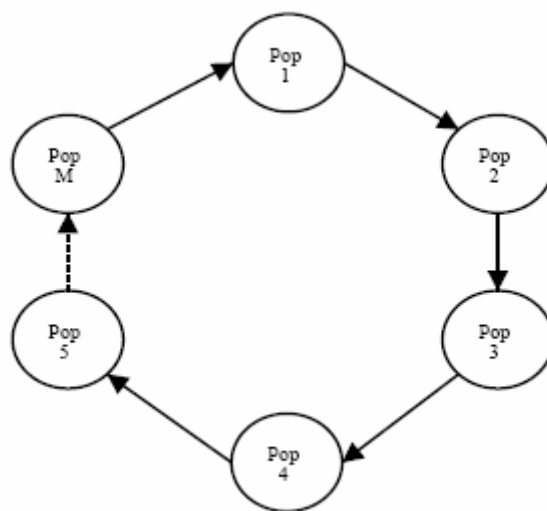
3.2.3 Ο Αλγόριθμος VEDE (*Vector Evaluated DE*)

Ο VEDE (*Vector Evaluated DE*) [Parsopoulos K.E., Tasoulis D.K., Pavlidis N.G., Plagianakos V.P. και Vrahatis M.N., 2004] είναι μία παραλλαγή των ΔΕ Αλγορίθμων. Αρχική έμπνευσή του υπήρξε ο VEGA (Vector Evaluated GA) και όπως όλοι οι ΔΕ Αλγόριθμοι, είναι ευαίσθητος σε αλλαγές, που σχετίζονται με το μέγεθος του πληθυσμού.

Σε αυτό τον Αλγόριθμο κάθε πληθυσμός αξιολογείται με μία από τις αντικειμενικές συναρτήσεις του προβλήματος και μεταξύ των πληθυσμών μοιράζονται πληροφορίες με μεταναστεύσεις των καλύτερων ατόμων.

Αλγόριθμος VEDE

- Αρχικά οι πληθυσμοί τοποθετούνται σε κυκλικό σχήμα.
- Σε κάθε γενιά, το καλύτερο άτομο του ενός πληθυσμού πηγαίνει στον επόμενο και από κάθε άτομο παράγεται με μετάλλαξη απόγονός του στην επόμενη γενιά.



Σχήμα 3.5: Απεικόνιση της κυκλικής τοποθέτησης [Parsopoulos K.E., Tasoulis D.K., Pavlidis N.G., Plagianakos V.P. και Vrahatis M.N., 2004]

Μεταξύ των δύο αλγορίθμων VEDE και VEGA, αποδείχτηκε ότι υπερτερεί ο πρώτος, ενώ παρατηρήθηκε ότι η αύξηση του μεγέθους του πληθυσμού έχει ως αποτέλεσμα την μείωση της απόδοσης και των δύο αλγορίθμων.

Ο VEDE μπορεί εύκολα να παραλληλοποιηθεί. Με χρήση της τεχνικής αυτής πολλά μικρά υποπροβλήματα λύνουν ένα μεγάλο, πετυχαίνοντας έτσι καλύτερη απόδοση και χαμηλότερο κόστος για τους χρήστες. Ο χρόνος εκτέλεσης μειώνεται, η απόδοση του αλγορίθμου αυξάνεται, αλλά την ίδια στιγμή παρουσιάζεται και υψηλό κόστος υλικού εξοπλισμού.

Σε μία προσπάθεια για μείωση του χρόνου εκτέλεσης, καλύτερης παρουσίασης των αποτελεσμάτων και ταυτόχρονη αύξηση της απόδοσης των διαφόρων αλγορίθμων, η Παράλληλη Επεξεργασία εφαρμόστηκε, αναλύθηκε και αξιολογήθηκε από τους [Tasoulis D.K., Pavlidis N.G., Plagianakos V.P. και Vrahatis M.N., 2004]. Όπως επισημάνθηκε, οι ΔΕ αλγόριθμοι μπορούν εύκολα να μετατραπούν σε παράλληλη διαδικασία, λόγω του ότι σε αυτούς κάθε άτομο του πληθυσμού αξιολογείται ανεξάρτητα. Η μοναδική φάση που απαιτεί επικοινωνία με άλλα άτομα είναι η αναπαραγωγή, αλλά και αυτή μπορεί να μετατραπεί σε παράλληλη διαδικασία για ζευγάρια ατόμων.

Στην παραλληλοποίηση, οι πληθυσμοί μπορούν να μοιραστούν σε διάφορες μηχανές, με τις μεταναστεύσεις να λαμβάνουν χώρα από κόμβο σε κόμβο. Για τον σκοπό αυτό χρησιμοποιήθηκε [Tasoulis D.K., Pavlidis N.G., Plagianakos V.P. και Vrahatis M.N., 2004], η τεχνική PVM (*Parallel Virtual Machine*).

Η διαδικασία ενός παράλληλου αλγορίθμου περιγράφεται ως εξής [Tasoulis D.K., Pavlidis N.G., Plagianakos V.P. και Vrahatis M.N., 2004]:

- ο *Στον κύριο Κόμβο (master node)*

- Παραγωγή N υποπληθυσμών σε ξεχωριστούς επεξεργαστές

- Για κάθε γενιά

- Επιλογή ενός ατόμου από κάθε υποπληθυσμό

- Απόφαση για κάθε άτομο αν θα μεταναστεύσει, βάσει της συνάρτησης προσαρμογής

- Μεταφορά των ατόμων που θα μεταναστεύσουν στον επόμενο υποπληθυσμό της κυκλικής τοποθέτησης

- Αν το κριτήριο τερματισμού για την αντικειμενική συνάρτηση ικανοποιηθεί, πραγματοποιείται αποστολή σήματος τερματισμού σε όλους τους υποπληθυσμούς

- ο *Σε κάθε υποπληθυσμό*

- Για κάθε γενιά

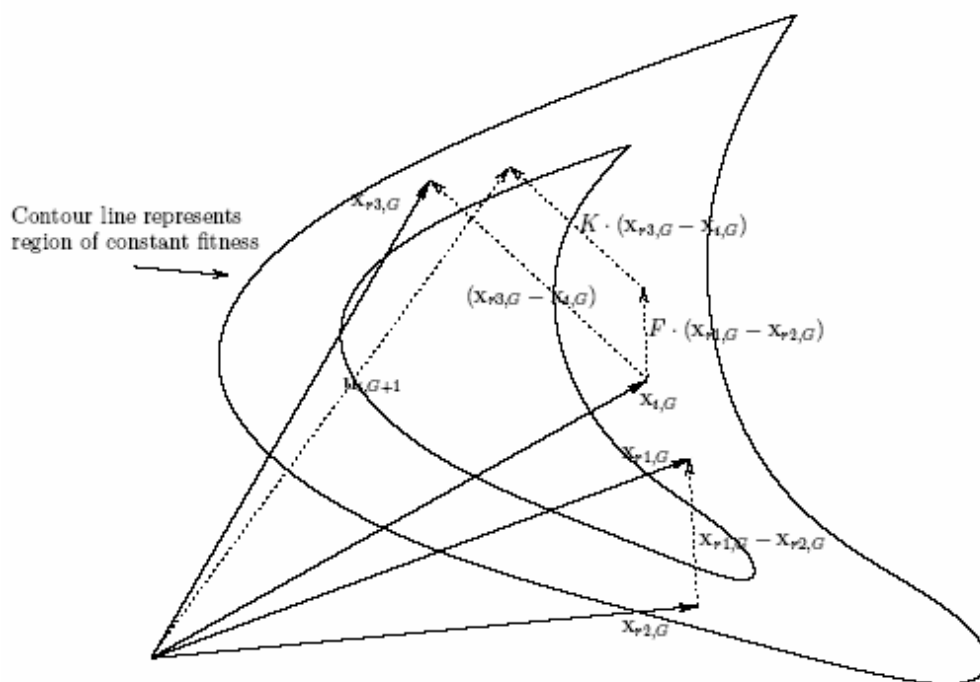
- Πραγματοποίηση ενός βήματος του ΔΕ αλγορίθμου

Αποστολή του καλύτερου ατόμου στον κύριο κόμβο
 Παραλαβή του ατόμου στο οποίο ασκείται ο τελεστής της
 μετανάστευσης (αν υπάρχει) και αντιστοίχισή του σε τυχαίο άτομο
 Αν ληφθεί κάποιο σήμα τερματισμού, πραγματοποιείται ο
 τερματισμός της διαδικασίας

3.2.4 Ο Αλγόριθμος NSDE (Non-dominated Sorting DE)

Μία επιπλέον παραλλαγή των ΔΕ Αλγορίθμων είναι η *NSDE (Non-dominated Sorting DE)*, γνωστή ως *DE/ Current-to-rand/1* [Iorio A.W. και Li X., 2004]. Η μέθοδος δεν χρησιμοποιεί την πιθανότητα επιχiasμού.

Η μέθοδος NSDE συγκρίθηκε με τη μέθοδο NSGA-II (Non-dominated Sorting GA) σε προβλήματα περιστροφής και παρουσίασε καλύτερη σύγκλιση και ταχύτητα. Η μόνη διαφορά μεταξύ της μεθόδου NSDE και αυτή της NSGA-II είναι στη μέθοδο παράγωγής των νέων ατόμων. Είναι προφανές ότι η αιτία της κακής απόδοσης του NSGA-II στα προβλήματα περιστροφής είναι οι τελεστές της μετάλλαξης και του επιχιασμού, που δεν είναι κατάλληλοι για αυτό τον τύπο προβλημάτων. Ο NSDE αλγόριθμος χρησιμοποιεί τα αυτοσυσχετιζόμενα βήματα των Διαφορικών Εξελικτικών Αλγορίθμων, για τους οποίους έχει αποδειχτεί ότι μπορούν και παρέχουν περιστρεφόμενη αμετάβλητη συμπεριφορά στα πολλαπλών στόχων προβλήματα βελτιστοποίησης.



Σχήμα 3.6: Απεικόνιση των απαραίτητων προσθέσεων και αφαιρέσεων για τη δημιουργία της νέας υποψήφιας λύσης στον DE/ Current-to-rand/1 [Iorio A.W. και Li X., 2004]

3.2.5 Η μέθοδος SADE (*Simplified Atavistic Differential Evolution*)

Η μέθοδος *SADE* (*Simplified Atavistic Differential Evolution*) [Hrstka O. και Kuceronova A., 2000] είναι ένας συνδυασμός των Διαφορικών Εξελικτικών και των Γενετικών Αλγορίθμων. Είναι βασισμένη στην απλουστευμένη μορφή του διαφορικού τελεστή και σε ένα αλγοριθμικό σχέδιο παρόμοιο με του τυποποιημένου Γενετικού Αλγορίθμου.

Η απλουστευμένη έκδοση του διαφορικού τελεστή έχει εφαρμοστεί για τον ίδιο σκοπό που χρησιμοποιείται η διασταύρωση στον τυποποιημένο Γενετικό Αλγόριθμο, ενώ χρησιμοποιείται τελεστής μετάλλαξης.

Ο απλουστευμένος διαφορικός τελεστής μπορεί να γραφτεί ως εξής:

$$\overrightarrow{\alpha_{r_i}}(G+1) = \overrightarrow{\alpha_{r_1}}(G) + Cr(\overrightarrow{\alpha_{r_2}}(G)\overrightarrow{\alpha_{r_3}}(G)) \quad (3.8)$$

όπου $\overrightarrow{\alpha_{r_1}}$, $\overrightarrow{\alpha_{r_2}}$ και $\overrightarrow{\alpha_{r_3}}$ είναι τα τρία τυχαία επιλεγόμενα χρωμοσώματα, το Cr η πιθανότητα επιχiasμού και $\overrightarrow{\alpha_{r_i}}$ το i -οστό χρωμόσωμα στη γενιά G .

Σε αντίθεση με τους Διαφορικούς Εξελικτικούς Αλγόριθμους, η συγκεκριμένη μέθοδος χρησιμοποιεί αλγοριθμικό σχήμα παρόμοιο με αυτό του τυποποιημένου ΓΑ:

1. Παράγεται τυχαία ο αρχικός πληθυσμός και υπολογίζεται η συνάρτηση προσαρμογής για όλα τα χρωμοσώματα του πληθυσμού.
2. Δημιουργούνται διάφορα νέα χρωμοσώματα χρησιμοποιώντας κάποιο είδος μετάλλαξης (τοπική ή μη).
3. Δημιουργούνται άλλα νέα χρωμοσώματα χρησιμοποιώντας τον απλουστευμένο διαφορικό τελεστή που αναφέρθηκε, και το πλήθος των χρωμοσωμάτων διπλασιάζεται.
4. Ορίζονται οι τιμές της συνάρτησης προσαρμογής σε όλα τα νεοδημιουργημένα χρωμοσώματα.
5. Εφαρμόζεται στον διπλασιασμένο πληθυσμό ο τελεστής επιλογής και τα άτομα μειώνονται στο αρχικό επιθυμητό πλήθος.
6. Πραγματοποιείται επανάληψη των βημάτων 2-5, έως ότου να επιτευχθεί κάποιο δεδομένο κριτήριο τερματισμού.

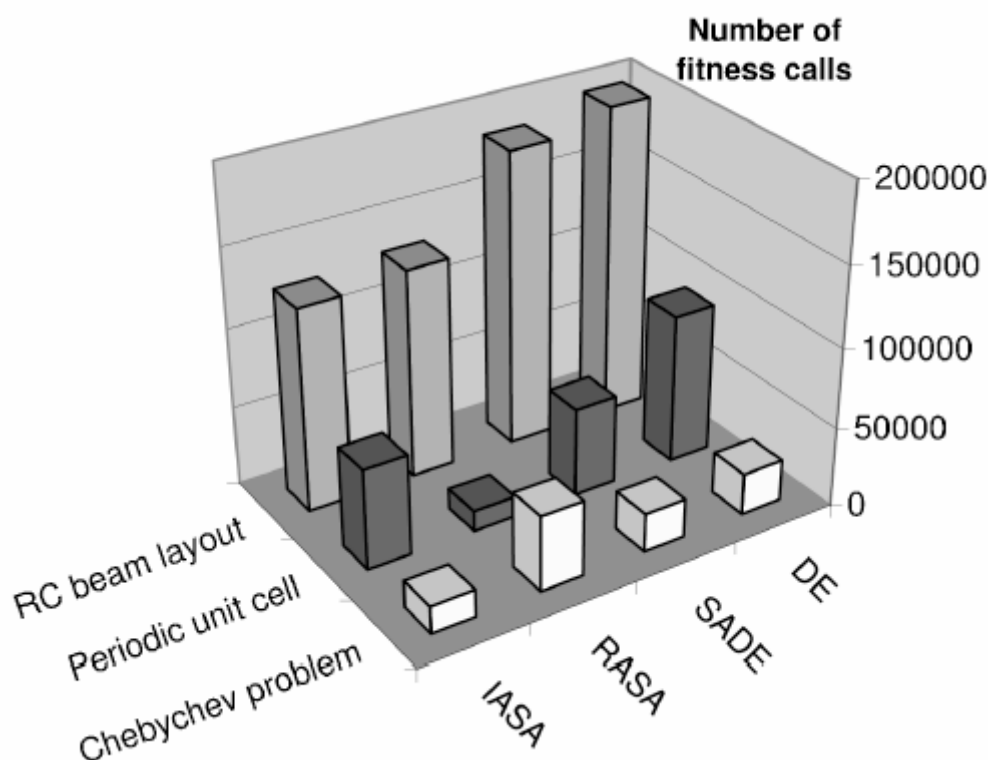
Στην Εικόνα 3.2 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της αξιολόγησης του αλγορίθμου [Kuceronova A., Leps M. και Zeman J., 2003]. Με βάση τα αποτελέσματα διαφορετικών προβλημάτων, αντιπαρατέθηκαν η μέθοδος SADE, ο

απλός ΔΕ αλγόριθμος, η μέθοδος IASA (*Integer Augmented Simulated Annealing*) και η μέθοδος RASA (*Real valued Augment Simulated Annealing*).

Τα συμπεράσματα που εξήχθησαν από τις συγκρίσεις της έρευνας που πραγματοποιήθηκε είναι τα εξής [Kuceron A., Leps M. και Zeman J., 2003]:

- Η απόδοση και η ευρωστία της μεθόδου SADE ήταν ουσιαστικά καλύτερες από αυτές του απλού ΔΕ αλγορίθμου.
- Οι πιο αποτελεσματικές μέθοδοι SADE και RASA χρησιμοποιούν παραλλαγές τοπικής μετάλλαξης, αποδεικνύοντας, τη σημαντικότητα του τελεστή αυτού, ειδικά σε πολυδιάστατες συναρτήσεις.

Επομένως, από πρακτική άποψη η μέθοδος SADE φαίνεται να είναι η πιο εύχρηστη εναλλακτική λύση, αφού εκτός της επιβεβαιωμένης καλής και αποδοτικής συμπεριφοράς που παρουσίασε στις δοκιμές που πραγματοποιήθηκαν, απαιτεί απλές και μικρού πλήθους παραμέτρους.



Εικόνα 3.2: Αποτελέσματα σύγκρισης SADE, DE, RASA, IASA σχετικά με το πλήθος του απαιτούμενου πλήθους εκτιμήσεων της συνάρτησης προσαρμογής για την επίτευξη κάποιας συγκεκριμένης αποδεκτής τιμής [Kuceron A., Leps M. και Zeman J., 2003].

3.2.6 Ο Υβριδικός Διαφορικός Εξελικτικός Αλγόριθμος (HDE)

Ο Υβριδικός ΔΕ (HDE) παρουσιάστηκε από τους [Chiou, J. P. και Wang, F. S., 1998], με στόχο να μειώσει τον υπολογιστικό χρόνο. Συνδυάζει τοπικό και γενικό έλεγχο και χρησιμοποιείται για την επίλυση μη γραμμικών προβλημάτων. Έχει

εφαρμοστεί σε πολλά πρακτικά προβλήματα, όπως την αναγνώριση παραμέτρων (parameter identification) και το βέλτιστο έλεγχο (optimal control) και η διαφορά του με τον απλό Διαφορικό Εξελικτικό Αλγόριθμο, είναι το ότι στους ήδη υπάρχοντες βασικούς τελεστές προστίθενται δύο νέοι, οι οποίοι λειτουργούν ως τελεστές ανταλλαγής:

- *Ο Τελεστής Επιτάχυνσης* που προστέθηκε λόγω της παρατήρησης ότι στον απλό ΔΕ αλγόριθμο μετά από αρκετές γενιές, οι τελεστές της μετάλλαξης και του επιχιασμού δεν βελτιώνουν επιπλέον την αντικειμενική συνάρτηση. Η εφαρμογή του τελεστή αυτού γίνεται με τον εξής τρόπο:

$$x_b^N = x_b^{G+1} - p_a \nabla_x f(x) \Big|_{x_b^{G+1}} \quad (3.9)$$

όπου x_b^N είναι η τρέχουσα καλύτερη λύση και $p_a \in (0,1]$ το μέγεθος του βήματος που μπορεί να είναι προκαθορισμένο (αρχικά τίθεται ίσο με 1 για να παραχθεί το νέο άτομο x_b^N).

Στη συνέχεια, συγκρίνεται η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης $f(x_b^N)$ με την τιμή της $f(x_b^{G+1})$. Αν ισχύει ότι $f(x_b^N) < f(x_b^{G+1})$, τότε το νέο άτομο προστίθεται στον πληθυσμό για να αντικαταστήσει το χειρότερο. Αντίθετα, αν κάτι τέτοιο δεν ισχύει, τότε το βήμα p_a μειώνεται και η διαδικασία επαναλαμβάνεται μέχρι να ικανοποιηθεί κάποια συνθήκη τερματισμού.

- *Ο Τελεστής Μετανάστευσης* που εξερευνά όλο τον χώρο των πιθανών λύσεων, μειώνει την πίεση επιλογής (selection pressure), αποφεύγει τα τοπικά βέλτιστα και χρησιμοποιείται όταν ο βαθμός ποικιλομορφίας του παραγόμενου διαφοροποιημένου πληθυσμού είναι μικρότερος από μία δεδομένη και ανεκτή τιμή.

Τα νέα γονίδια παράγονται με βάση την Εξίσωση 3.10:

$$x_{ji}^{G+1} = \left\{ \begin{array}{l} x_{jb}^{G+1} + p(x_j^L - x_{jb}^{G+1}), \text{ εάν ένας τυχαίος αριθμός} < (x_j^{G+1} - x_j^L) / (x_j^U - x_j^L) \\ x_{jb}^{G+1} + p(x_j^U - x_{jb}^{G+1}), \text{ αλλιώς} \end{array} \right\} \quad (3.10)$$

όπου p είναι ένας τυχαίος αριθμός στο διάστημα $[0,1]$.

Ο τελεστής της μετανάστευσης πραγματοποιείται αν και μόνο αν δεν ικανοποιείται ένα δεδομένο μέτρο ικανοποιητικής διαφοροποίησης του πληθυσμού.

Το μέτρο της ικανοποιητικής διαφοροποίησης συμβολίζεται με το γράμμα n και ορίζεται στην Εξίσωση 3.11:

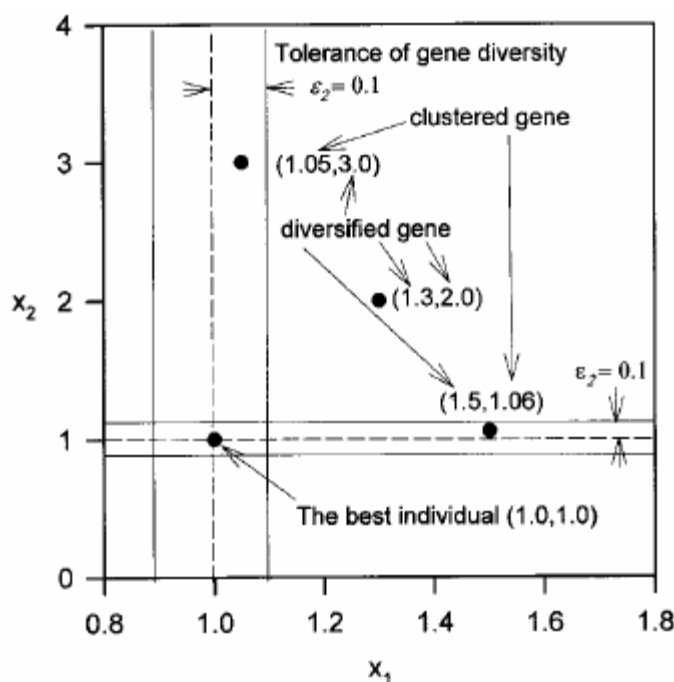
$$n = \left\{ \sum_{i=1}^{N_p} \left(\sum_{j=1}^{n_c} dx_{ji} \right) \right\} / (n_c (N_p - 1)) \quad (3.11)$$

όπου το dx_{ji} ορίζεται ως εξής:

$$dx_{ji} = \left\{ \begin{array}{l} 0, \quad |x_{ji}^{G+1} - x_{bj}^{G+1}| < \varepsilon_2 \text{ με } j, b_j = 1, \dots, n_c \text{ και } i=1, \dots, N_p \\ 1, \text{ αλλιώς} \end{array} \right\} \quad (3.12)$$

όπου $\varepsilon_2 \in [0,1]$ είναι μία τιμή ανοχής που αφορά τη διαφοροποίηση των γονιδίων και ορίζεται από το χρήστη.

Αν το μέτρο της ικανοποιητικής διαφοροποίησης n του πληθυσμού είναι μικρότερο από μία τιμή ανοχής $\varepsilon_1 \in [0,1]$ που δίνεται από το χρήστη, τότε πραγματοποιείται η μετανάστευση για να αποφευχθεί το τοπικό ελάχιστο.



Εικόνα 3.3: Απεικόνιση των συγκεντρωμένων γονιδίων και των διαφοροποιημένων ατόμων όσον αφορά το καλύτερο άτομο [Lin Y.- C., Hwang K.-S. και Wang F.-S., 2000]

ΔΕ Αλγόριθμος	Υβριδικός ΔΕ (HDE) Αλγόριθμος
1) Αρχικός πληθυσμός	1) Αρχικός πληθυσμός
2) Μετάλλαξη	2) Μετάλλαξη
3) Επιχiasμός	3) Επιχiasμός
4) Εκτίμηση και επιλογή	4) Εκτίμηση και επιλογή
5) Επανάληψη βημάτων 2-4	5) Επιτάχυνση (αν χρειάζεται)
	6) Μετανάστευση (αν χρειάζεται)
	Επανάληψη βημάτων 2-6

Πίνακας 3.1: Λειτουργίες του DE και του HDE [Lin Y.- C., Hwang K.-S. και Wang F.-S., 2000]

Στον Πίνακα 3.1 παρουσιάζονται οι λειτουργίες του απλού και του Υβριδικού Διαφορικού Εξελικτικού Αλγορίθμου για να γίνουν πιο κατανοητές οι μεταξύ τους διαφορές.

3.2.7 Ο Συνεξελεγκτικός Αλγόριθμος (CHDE)

Ο Συνεξελεγκτικός Αλγόριθμος [Lin Y.-C, Hwang K.-S. και Wang F.-S., 2000] βασίζεται στον HDE και χρησιμοποιείται για την επίλυση Προβλημάτων Μικτού Ακεραίου Προγραμματισμού. Στο λογισμικό του έχει 2 κύκλους Εξελικτικών Αλγορίθμων, από τις οποίες ο εξωτερικός εκτελεί απλή ελαχιστοποίηση

πραγματικών αριθμών και ο εξωτερικός εκτελεί σύνθετη ελαχιστοποίηση. Και οι δύο κύκλοι των χρησιμοποιούμενων ΔΕ αλγορίθμων που συνθέτουν τον CHDE, βασίζονται στον HDE έχουν ως αποτέλεσμα την απόδοση καλύτερων τελικών λύσεων.

Το υπολογιστικό σχήμα που χρησιμοποιείται στον συγκεκριμένο αλγόριθμο περιγράφεται ως εξής [Lin Y.-C, Hwang K.-S. και Wang F.-S., 2000]:

$G=0$

$\text{Int_Pop}(G)$ = τυχαίος αρχικός πληθυσμός μεγέθους NP

For (για) όλα τα άτομα του πληθυσμού

$\text{Real_Pop}(G)$ = τυχαίος αρχικός πληθυσμός πραγματικών τιμών για κάθε άτομο του $\text{Int_Pop}(G)$

Εξέλιξη του $\text{Real_Pop}(G)$ με τον HDE του εσωτερικού κύκλου

Τέλος *for*

Εκτίμηση της συνάρτησης προσαρμογής για κάθε άτομο του $\text{Int_Pop}(G)$

While (όσο) δεν ικανοποιείται το κριτήριο τερματισμού κάνε:

Παραγωγή $\text{Int_Pop}'(G)$ με την εφαρμογή των τελεστών του HDE στον $\text{Int_Pop}(G)$

For όλα τα άτομα του πληθυσμού

$\text{Real_Pop}'(G)$ = τυχαίος αρχικός πληθυσμός πραγματικών τιμών για κάθε άτομο του $\text{Int_Pop}'(G)$

Εξέλιξη του $\text{Real_Pop}'(G)$ με τον HDE του εσωτερικού κύκλου

Τέλος *for*

Εκτίμηση της συνάρτησης προσαρμογής για κάθε άτομο του $\text{Int_Pop}'(G)$

Επιλογή του $\text{Int_Pop}(G+1)$ από $\{\text{Int_Pop}'(G) \cup \text{Int_Pop}(G)\}$

$G=G+1$

Τέλος *While*

Στον εσωτερικό κύκλο πραγματοποιούνται οι παρακάτω διεργασίες:

$G=0$

$\text{Real_Pop}(G)$ =τυχαία επιλεγμένος πληθυσμός πραγματικών τιμών μεγέθους NP'

Εκτίμηση της συνάρτησης προσαρμογής για κάθε άτομο του $\text{Real_Pop}(G)$

While (όσο) δεν ικανοποιείται το κριτήριο τερματισμού κάνε

Παραγωγή $\text{Real_Pop}'(G)$ με εφαρμογή των τελεστών του HDE στον $\text{Real_Pop}(G)$

Εκτίμηση της συνάρτησης προσαρμογής για κάθε άτομο του $\text{Real_Pop}'(G)$

Επιλογή του $\text{Real_Pop}(G+1)$ από $\{\text{Real_Pop}'(G) \cup \text{Real_Pop}(G)\}$

$G=G+1$

Τέλος *While*

3.3 Συγκρίσεις και διαφορές

Οι Διαφορικοί Εξελικτικοί Αλγόριθμοι έχουν συγκριθεί με πολλές διαφορετικές μεθόδους βελτιστοποίησης, έχουν αποδειχτεί ως ένα ιδιαίτερα σημαντικό εργαλείο του τομέα αυτού, αλλά σε συγκεκριμένες περιπτώσεις έχουν παρουσιάσει και κάποιες σημαντικές ελλείψεις.

3.3.1 Σύγκριση των Διαφορικών Εξελικτικών Αλγορίθμων με άλλες μεθόδους βελτιστοποίησης

α) Οι [Lui J., Wang S., Ware A. S., 2002] έκαναν εφαρμογή των μεθόδων των Γενετικών Αλγορίθμων, των Διαφορικών Εξελικτικών Αλγορίθμων και των αλγορίθμων βελτιστοποίησης Levenberg-Marquadt σε τρία διαφορετικά τεστ. Τα συμπεράσματα που εξάγονται από αυτή την έρευνα, είναι ότι η μέθοδος Levenberg-Marquadt είναι πιο αποτελεσματική στην ελαχιστοποίηση, ενώ οι αλγόριθμοι DE και GA ήταν εξίσου αποτελεσματικοί μόνο σε συγκεκριμένες περιπτώσεις και μετά από την πραγματοποίηση μεγαλύτερου αριθμού επαναλήψεων.

β) Οι [Krink T., Filipic B., Fogel G.B., Thomsen R., 2004] εφάρμοσαν τυπικές μορφές των αλγορίθμων *DE*, των *PSO (Particle Swarm Optimization)* και των *EA* σε συναρτήσεις δοκιμασίας επιδόσεων, σε εκδοχές με και χωρίς θόρυβο.

- Οι *DE*, όπως έχει ήδη αναφερθεί, είναι αλγόριθμοι βασιζόμενοι σε πληθυσμούς,
- Η *PSO* είναι μία τεχνική αναζήτησης που εμπνεύστηκε από τα σμήνη των ζώων και την ανθρώπινη κοινωνική συμπεριφορά και
- Οι *EA* εμπεριέχουν ένα πληθυσμό εναλλακτικών λύσεων με τελεστές επιλογής και διαφοροποίησης.

Τα αποτελέσματα των εφαρμογών και των τριών διαφορετικών αλγορίθμων απέδωσαν, όπως ήταν αναμενόμενο, καλύτερα αποτελέσματα στις εκδοχές των συναρτήσεων προς βελτιστοποίηση χωρίς θόρυβο. Σε αυτές τις εφαρμογές τα πιο ικανοποιητικά αποτελέσματα επήλθαν από τον αλγόριθμο *DE*, ο οποίος και απέδωσε το καλύτερο αποτέλεσμα όσον αφορά την ακρίβεια, τη διακύμανση του τελικού αποτελέσματος και την ταχύτητα σύγκλισης.

Αντίθετα με τα αποτελέσματα του *DE* για τις δοκιμές χωρίς την εμφάνιση θορύβου, στις δοκιμές όπου υπήρξε θόρυβος, η απόδοσή του παρατηρήθηκε πολύ χειρότερη από αυτή του *EA* και σχετικά συγκρίσιμη με αυτή του *PSO*.

3.3.2 Σύγκριση των Γενετικών και των Εξελικτικών Αλγορίθμων με τους Διαφορικούς Εξελικτικούς Αλγορίθμους

Οι Διαφορικοί Εξελικτικοί Αλγόριθμοι, είναι σημαντικά πιο γρήγοροι στην αριθμητική βελτιστοποίηση (numerical optimization) και διαθέτουν μεγαλύτερη αξιοπιστία στην εύρεση του ολικού βέλτιστου.

Ανάμεσα στους Διαφορικούς Εξελικτικούς και τους απλούς Εξελικτικούς αλγόριθμους, υπάρχει η διαφορά ότι στους πρώτους πραγματοποιείται αρχικά η μετάλλαξη και έπειτα ο επιχιασμός, ενώ στους δεύτερους γίνεται το αντίστροφο.

Έτσι, η βασική διαφορά μεταξύ των Γενετικών και των Διαφορικών Εξελικτικών Αλγορίθμων έγκειται στο γεγονός ότι οι Γενετικοί βασίζονται στον επιχιασμό, ενώ οι Εξελικτικοί Αλγόριθμοι χρησιμοποιούν την μετάλλαξη ως βασικό μηχανισμό αναζήτησης. Επιπροσθέτως, η διαδικασία της μετάλλαξης στον Διαφορικό Εξελικτικό Αλγόριθμο στηρίζεται σε μία ιδιαίτερη μορφή, που σχετίζεται με διαφορές διανυσμάτων.

Σε αντίθεση με τους Γενετικούς που χρησιμοποιούν κάποια συγκεκριμένη εφαρμογή, όπως αυτή της ρουλέτας, για την επιλογή των ατόμων, οι Διαφορικοί Εξελικτικοί Αλγόριθμοι πραγματοποιούν τυχαία επιλογή των ατόμων.

3.3.3 Υπάρχουν τελικά καλύτερες μέθοδοι;

Υπάρχουν πολλές μέθοδοι σύγκρισης της λειτουργίας των διαφορετικών αλγορίθμων με πιο γνωστή αυτή των *Knowles και Corne*. Αυτή η μέθοδος είναι μία ανάλυση κατανομής της προσέγγισης του μετώπου Pareto και στη συνέχεια παρουσιάζεται ενδεικτικά η μεθοδολογία της.

Για όλους τους αλγορίθμους πραγματοποιείται η εξής διαδικασία:

- Από την ένωση των σημείων που συνιστούν το μέτωπο Pareto ενός αλγορίθμου δημιουργείται μία επιφάνεια.
- Σχηματίζεται μία γραμμή από την αρχή του συστήματος συντεταγμένων που τέμνει την πραγματοποιημένη επιφάνεια.
- Η τομή της γραμμής και της επιφάνειας ενός αλγορίθμου, πλησιέστερη στην αρχή του συστήματος συντεταγμένων, επιβάλλεται-υπερτερεί .

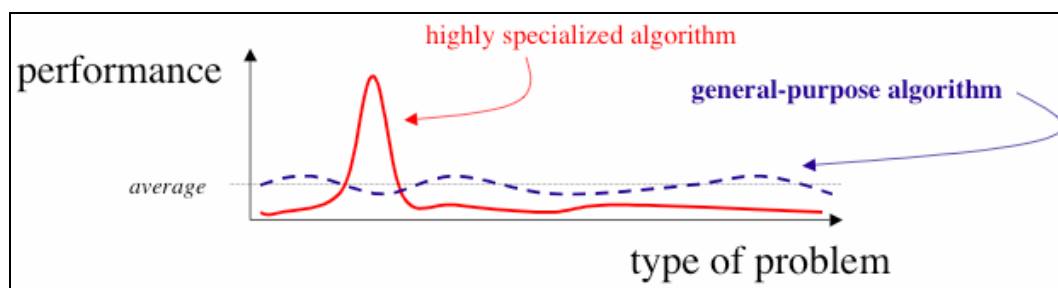
Από την άλλη πλευρά, υπήρξαν και επιστήμονες, οι οποίοι εναντιώθηκαν στη θεωρία της Εξέλιξης. Η ομάδα των επιστημόνων αυτών, με πιο γνωστό τον William Dembski, θέλησε να αποδείξει ότι η εξέλιξη δεν είναι καλύτερη από την τυχαία επιλογή των βέλτιστων εκβάσεων, και διατύπωσε το λεγόμενο *No Free Lunch Theorem (NFTL)* [www.1].

Το θεώρημα No Free Lunch στον τομέα της συνδυαστικής βελτιστοποίησης δηλώνει ότι [www.1]:

«[...] όλοι οι αλγόριθμοι που ψάχνουν για το ακρότατο όριο μιας συνάρτησης κόστους λειτουργούν κατά μέσο όρο με ακριβώς τον ίδιο τρόπο σε όλες τις πιθανές συναρτήσεις κόστους».

Το θεώρημα αυτό πήρε το όνομά του από τη φράση «there ain't no such thing as a free lunch», και εξηγεί γιατί, πέρα από το σύνολο όλων των από μαθηματική άποψη πιθανών προβλημάτων, ένας αλγόριθμος αναζήτησης θα αποφέρει αποτελέσματα κατά μέσον όρο ίδια με τα αποτελέσματα οποιουδήποτε άλλου. Αυτό, εξηγεί, οφείλεται στις υποθέσεις που πραγματοποιούν οι αλγόριθμοι αναζήτησης, οι οποίες μερικές φορές δεν είναι οι σωστές [www.1].

Το θεώρημα χρησιμοποιείται ως επιχείρημα ενάντια στη χρησιμοποίηση των αλγορίθμων γενικής αναζήτησης, όπως των Γενετικών Αλγορίθμων και τη μέθοδο της Προσομοιωμένης Ανόπτησης (Simulated Annealing) [www.1].



Εικόνα 3.4: Απεικόνιση του No Free Lunch Theorem [www.1]

Ένας τρόπος να απεικονιστεί το NFLT παρουσιάζεται στην Εικόνα 3.4, όπου με την κόκκινη γραμμή συμβολίζεται ο εξαιρετικά ειδικευμένος αλγόριθμος, ενώ με την μπλε ένας γενικής-χρήσης αλγόριθμος [www.1].

Εναλλακτικά, το θεώρημα καθορίζει ότι «μια γενικής χρήσης καθολική στρατηγική βελτιστοποίησης είναι θεωρητικά αδύνατη, και ο μόνος τρόπος που μία στρατηγική μπορεί να ξεπεράσει κάποια άλλη, είναι εάν είναι ειδικευμένη στο συγκεκριμένο πρόβλημα υπό εξέταση» [www.1].

Πρέπει να αναφερθεί, τέλος, ότι οι αντίπαλοι της άποψης του William Dembski, δηλώνουν ότι τα συγκεκριμένα θεωρήματα δεν είναι σχετικά για να μπορούν να ασκούν κριτική στον τομέα της εξέλιξης [www.1].

Για περισσότερες πληροφορίες και λεπτομέρειες για το Θεώρημα No Free Lunch συστήνονται οι εργασίες των David W. και Joshua D. Knowles [Knowles D. W. and Knowles J. D., I, 2003] [Knowles D. W. and Knowles J. D., II, 2003].

Μέρος ΙΙ

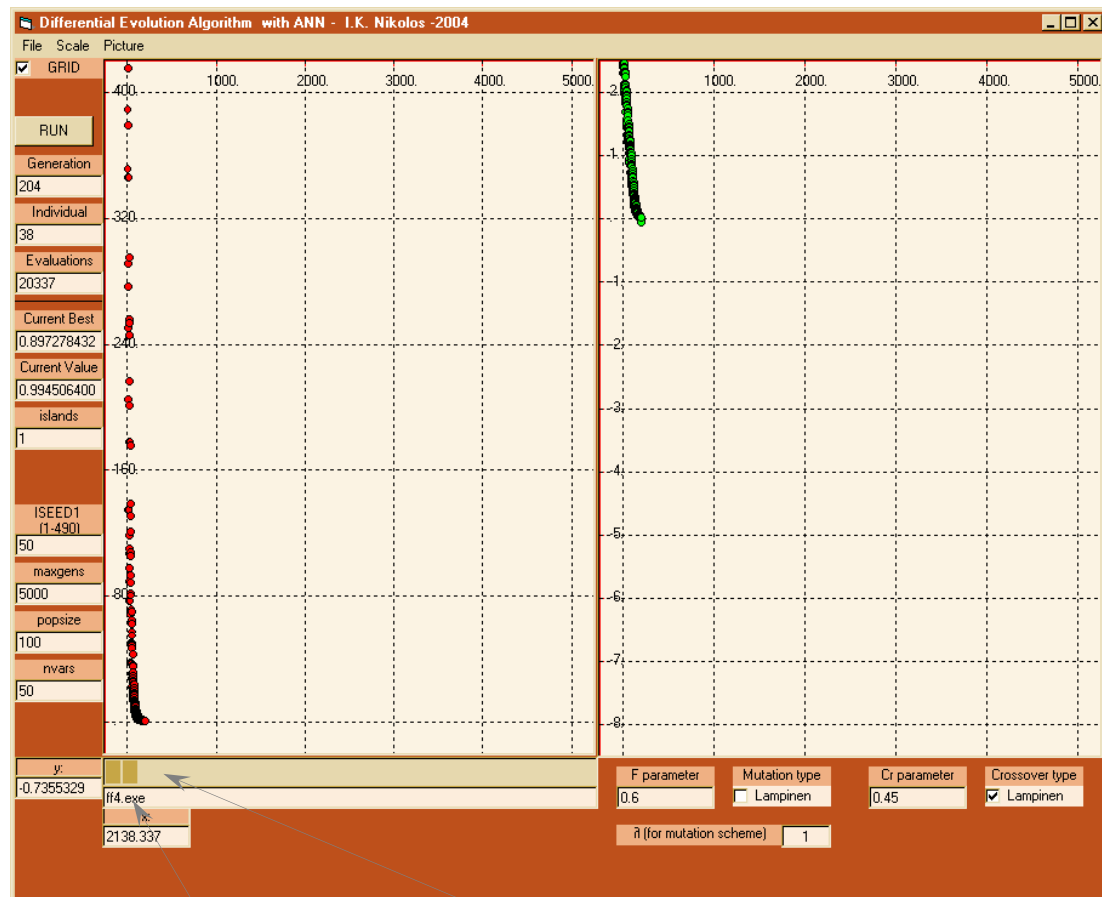
Παρουσίαση της Έρευνας

4

Εισαγωγή

Οι Διαφορικοί Εξελικτικοί Αλγόριθμοι (Differential Evolution, DE) αναλύονται λεπτομερώς στο Κεφάλαιο 3 της εργασίας αυτής. Στη συνέχεια, παρατίθεται μία περιγραφή των βασικών λειτουργιών του Διαφορικού Εξελικτικού Αλγορίθμου [Nikolos, 2004] που χρησιμοποιήθηκε στη συγκεκριμένη μελέτη και αναλύονται τα δεδομένα εισόδου που προσφέρουν στο χρήστη τη δυνατότητα εναλλαγής τους.

Το γραφικό περιβάλλον (ή φόρμα) του λογισμικού που χρησιμοποιήθηκε έχει τη μορφή που εμφανίζεται στην Εικόνα 4.1 και τα χαρακτηριστικά του και οι δυνατότητες που παρέχει στο χρήστη αναλύονται στη συνέχεια με βάση την αναφορά στις Εικόνες 4.1 έως και 4.3.



Εικόνα 4.1: Μορφή φόρμας του Διαφορικού Εξελικτικού Αλγορίθμου

Ονομασία χρησιμοποιούμενης
συνάρτησης προς βελτιστοποίηση

Μπάρα υπόδειξης προόδου του
Διαφορικού Εξελικτικού Αλγορίθμου

Τα Δεδομένα που εμφανίζονται πάνω στη φόρμα αφορούν τιμές οι οποίες είναι δυνατό να εναλλάσσονται και να προσαρμόζονται στις επιθυμίες του χρήστη, αλλά και τιμές οι οποίες δεν ρυθμίζονται, αλλά προσφέρουν στο χρήστη τη γνώση των μέχρι στιγμής λειτουργιών και αποτελεσμάτων του αλγορίθμου.

Στην Εικόνα 4.2 παρουσιάζεται το αριστερό μέρος του γραφικού περιβάλλοντος του αλγορίθμου, εμπλουτισμένο με επεξηγήσεις για τις διαφορετικές επιλογές και λειτουργίες του Διαφορικού Εξελικτικού Αλγορίθμου.

RUN	Κουμπι επιλογής εκκίνησης του Αλγορίθμου
Generation	Η γενιά που εξετάζεται αυτή τη στιγμή
204	
Individual	Το τρέχων άτομο που εξετάζεται
38	
Evaluations	Το πλήθος των, μέχρι στιγμής, αξιολογήσεων
20337	
Current Best	Η τρέχουσα, ευρεθείσα καλύτερη τιμή της συνάρτησης προσαρμογής
0.897278432	
Current Value	Η τρέχουσα τιμή της συνάρτησης προσαρμογής
0.994506400	
islands	Το πλήθος των νήσων
1	
ISEED1 (1-490)	Ο πρώτος σπόρος της γεννήτριας τυχαίων αριθμών με εύρος τιμών (1-490) Ο επιλεγμένος πρώτος σπόρος στο συγκεκριμένο παράδειγμα (50)
50	
maxgens	Το μέγιστο πλήθος γενεών που είναι δυνατό να επιλέξει ο χρήστης
5000	
popsize	Το μέγεθος του πληθυσμού που χρησιμοποιείται
100	
nvars	Το πλήθος των παραμέτρων (μεταβλητών) σχεδίασης
50	

Εικόνα 4.2: Μορφή αριστερού μέρους φόρμας του Διαφορικού Εξελικτικού Αλγορίθμου

Στην Εικόνα 4.3 που ακολουθεί, παρουσιάζονται κάποια επιπλέον στοιχεία του γραφικού περιβάλλοντος, του εν χρήσει, Διαφορικού Εξελικτικού Αλγορίθμου, και τα οποία παρουσιάζονται στο κάτω δεξιό μέρος της φόρμας της συνολικής Εικόνας 4.1.

Cr parameter 0.45	Τιμή της πιθανότητας Επιχιασμού
Crossover type <input checked="" type="checkbox"/> Lampinen	Τύπος Επιχιασμού (Εδώ είναι επιλεγμένος ο τύπος DE2)
F parameter 0.6	Τιμή του συντελεστή F για την Μετάλλαξη
Mutation type <input type="checkbox"/> Lampinen	Τύπος Μετάλλαξης (εδώ είναι επιλεγμένος ο Απλός τύπος)
λ (for mutation scheme) 1	Τιμή του λ για τον απλό τύπο Μετάλλαξης

Εικόνα 4.3: Επιπλέον στοιχεία φόρμας του Διαφορικού Εξελικτικού Αλγορίθμου

Τα στοιχεία που απασχόλησαν τη συγκεκριμένη έρευνα ήταν τα εξής:

- Η αναλογία του μεγέθους του πληθυσμού (*popsize*) με το πλήθος των μεταβλητών σχεδίασης (*nvars*) (Εικόνα 4.2)
- Ο πρώτος σπόρος (*ISEED1*) που δίνεται στη γεννήτρια τυχαίων αριθμών (Εικόνα 4.2)
- Η σχέση και οι τιμές των συντελεστών της μετάλλαξης (*F*) και της πιθανότητας επιχιασμού (*Cr*) (Εικόνα 4.3) και
- Η επίδοση δύο διαφορετικών τύπων μετάλλαξης και επιχιασμού, που αναλύονται στην παράγραφο 4.1, (Εικόνα 4.3) καθώς και ο βέλτιστος συνδυασμός τους.

Οι τρεις βασικοί συντελεστές που φαίνεται ότι κυρίως επηρεάζουν τον τρόπο σύγκλισης και γενικά την απόδοση του αλγορίθμου, είναι ο συντελεστής της Μετάλλαξης *F*, η πιθανότητα Επιχιασμού *Cr* και το μέγεθος του πληθυσμού.

Με χρήση της απλής λογικής και χωρίς την απαίτηση πολλών εξειδικευμένων γνώσεων πάνω στο εξεταζόμενο αντικείμενο, θα πραγματοποιηθεί μία πρωταρχική και λογική πρόβλεψη της συμπεριφοράς του αλγορίθμου σε κάποιες απορρέουσες αλλαγές, έτσι ώστε να γίνουν πιο κατανοητές οι δοκιμές και τα συμπεράσματα που ακολουθούν. Οι συντελεστές *F* και *Cr* επηρεάζουν τις δύο βασικές λειτουργίες του αλγόριθμου. Όπως είναι εύκολα κατανοητό, τα αποτελέσματα και η τελική αποδοτικότητα του αλγόριθμου θα διαφοροποιηθεί με την εναλλαγή της πιθανότητας Επιχιασμού *Cr* ή του συντελεστή *F* της Μετάλλαξης, αφού η

οποιαδήποτε πραγματοποιούμενη εναλλαγή, επιφέρει αλλαγή στη μορφή του σχηματιζόμενου πληθυσμού. Χρησιμοποιώντας απλή λογική, είναι εύκολο να γίνει κατανοητό το γεγονός ότι η λειτουργία και η συμπεριφορά του αλγορίθμου επηρεάζεται έντονα από τους συντελεστές αυτούς, αφού αυτοί ρυθμίζουν το μέγεθος της διαφοροποίησης των υπάρχοντων ατόμων. Αυτοί θα αποφασίσουν αν η νέα γενιά που θα σχηματιστεί θα είναι παρόμοια με την προηγούμενη ή αν και κατά πόσο θα διαφέρει. Αυτοί θα αποφασίσουν αν μία γενιά θα εξελιχθεί ή θα παραμείνει ίδια. Από τα παραπάνω, διαφαίνεται η σημασία των συντελεστών αυτών, και η επιτακτική ανάγκη της περαιτέρω μελέτης τους.

Το πώς ακριβώς μπορεί ο αλγόριθμος να αντιδράσει σε κάποια αλλαγή των συντελεστών F και Cr , δεν είναι εξαρχής απόλυτα προβλέψιμο και θα παρατηρηθεί και θα αναλυθεί λεπτομερώς μέσα από τις δοκιμές που θα ακολουθήσουν στη συνέχεια του κεφαλαίου.

Όσον αφορά την εναλλαγή στο μέγεθος του πληθυσμού, είναι δυνατό εξαρχής να υπάρξει κάποια ιδέα του τρόπου με τον οποίο ο αλγόριθμος θα αντιδράσει. Αυτό που είναι βέβαιο, είναι ότι ένα μεγάλο πλήθος ατόμων θα απαιτήσει περισσότερο χρόνο διερεύνησης από ότι ένα μικρότερο, καθώς επίσης ότι δεν θα οδηγήσει εύκολα τον αλγόριθμο σε παγίδευση σε τοπικά βέλτιστα, αφού η πιθανότητα να παρουσιαστούν εναλλακτικές λύσεις καλύτερες από την τρέχουσα είναι πολύ μεγαλύτερη.

Ένα από τα χαρακτηριστικά, για το οποίο ο Διαφορικός Εξελικτικός Αλγόριθμος είναι ευρέως γνωστός, είναι η ευρωστία του. Ως ευρωστία χαρακτηρίζεται η δυνατότητά του να αποφέρει σχεδόν ταυτόσημες λύσεις όσες φορές κι αν αυτός κληθεί να ολοκληρώσει ένα τρέξιμο, όταν σε αυτόν εφαρμοστούν τα ίδια δεδομένα εισόδου. Αν και η λειτουργία του αλγορίθμου στηρίζεται σε τυχαίες επιλογές και η επιλογή των διοχετευόμενων σπόρων είναι επίσης τυχαία, τα αποτελέσματα παραμένουν σχεδόν ίδια όταν τα αρχικά δεδομένα που εισάγονται δεν μεταβάλλονται, ενώ η σύγκλιση είναι παρόμοια.

Στην έρευνα που πραγματοποιήθηκε και παρουσιάζεται, αναλύεται λεπτομερώς η συμπεριφορά του Αλγορίθμου σε διαφορετικά δεδομένα και γίνεται διεξοδική ανάλυση και σύγκριση των αποτελεσμάτων, σε μία προσπάθεια κατανόησης των αναγκών και λειτουργιών του Αλγορίθμου για να μπορέσει να μας προσφέρει τη βέλτιστη δυνατή λειτουργία.

Στο συγκεκριμένο κεφάλαιο παρουσιάζεται η μελέτη που πραγματοποιήθηκε και απαρτίζεται από εκατοντάδες διαφορετικές δοκιμές. Στόχος των δοκιμών αυτών υπήρξε η διεξαγωγή συμπερασμάτων για τη βελτίωση και την επανεξέταση των Διαφορικών Εξελικτικών αλγορίθμων, οι οποίοι αποτελούν πλέον ένα ευρέως γνωστό, εύχρηστο και αξιόπιστο εργαλείο αντιμετώπισης προβλημάτων

βελτιστοποίησης. Πραγματοποιήθηκε μία έρευνα εις βάθος, στις αλλαγές της συμπεριφοράς των εν λόγω αλγορίθμων σε αλλαγές των τιμών των παραγόντων που δύναται επηρεάσουν την απόδοσή του και τα συμπεράσματα που διεξήχθησαν, αποτελούν σημαντικό εργαλείο για την κατανόηση και τη σωστή και αποδοτικότερη χρήση αυτών.

Ένας πρώτος στόχος, ήταν να ξεκαθαριστεί η σύνθετη εικόνα από τις ήδη υπάρχουσες δημοσιεύσεις και έρευνες σχετικές με τους Διαφορικούς Εξελικτικούς Αλγορίθμους, να απορριφθούν περιττές ή μη αποδοτικές τεχνικές και να δοθούν αποτελέσματα μέσα από εξειδικευμένα, ολοκληρωμένα και σωστή έρευνα και σύγκριση, τα οποία να μπορούν να θεωρηθούν αξιόπιστα και ιδιαίτερης βαρύτητας στην μελλοντική χρήση των αλγορίθμων.

Η πρωταρχική σκέψη που όρισε και τον αρχικό στόχο της εργασίας που παρατίθεται, ήταν η εύρεση μίας μεθόδου δυναμικής προσαρμογής των συντελεστών F και Cr , έτσι ώστε να είναι δυνατή η αντιμετώπιση του κάθε προβλήματος με τον πιο κατάλληλο, προσιτό και ξεχωριστό τρόπο. Για να προσανατολιστεί η προσπάθεια εύρεσης ενός τέτοιου τρόπου, απαιτείται να λάβει χώρα μία εκτενέστατη μελέτη σχετικά με τον τρόπο που λειτουργεί ο αλγόριθμος με διαφορετικές τιμές των συντελεστών F και Cr . Οι προσπάθειες επικεντρώθηκαν και στηρίχθηκαν στις επαναλαμβανόμενες δοκιμές, μέσω των οποίων παρατηρήθηκαν οι αλλαγές της συμπεριφοράς του αλγορίθμου. Οι προσπάθειες αυτές, παρά το γεγονός ότι, δυστυχώς, δεν απέδωσαν καρπούς όσον αφορά την εύρεση μιας ιδιαίτερα αποδοτικής δυναμικής μεθόδου προσαρμογής του αλγορίθμου, εν τούτοις οδήγησαν σε πολύ σημαντικά συμπεράσματα. Τα συμπεράσματα αυτά μπορούν και πρέπει να χρησιμοποιηθούν σε μελλοντικές έρευνες, αφού μπορούν να καθοδηγήσουν και να δώσουν πολύ σημαντικές πληροφορίες σε κάποιον που θα θελήσει να ασχοληθεί με το θέμα της περαιτέρω βελτιστοποίησης των Διαφορικών Εξελικτικών Αλγορίθμων.

Στις συγκρίσεις και παρουσιάσεις των Γραφημάτων 4.1 - 4.62 που ακολουθούν, μία καμπύλη θα θεωρείται καλύτερη από κάποια άλλη, αν η ταχύτητα σύγκλισής της είναι καλύτερη, δηλαδή αν αποδίδει κάποια τιμή στη συνάρτηση προσαρμογής σε μικρότερο χρονικό διάστημα – σε λιγότερες γενιές. Σε περίπτωση που και οι δύο καμπύλες παρουσιάζουν παρόμοια ταχύτητα σύγκλισης, ως βέλτιστη θα χαρακτηρίζεται αυτή που παρουσιάζει πιο ικανοποιητική αντιμετώπιση ως προς την αποφυγή τοπικών βέλτιστων. Παγίδευση σε τοπικά βέλτιστα, παρουσιάζεται όταν μία καμπύλη γίνεται σχεδόν παράλληλη με τον άξονα x . Αυτό δείχνει, ότι ο αλγόριθμος έχει φτάσει σε κάποιο σημείο, όπου πλέον δεν είναι δυνατή η περαιτέρω βελτίωση της συνάρτησης προσαρμογής. Πολλές φορές, βέβαια, η στασιμότητα μπορεί να είναι και παροδική. Γι' αυτό το λόγο, για να θεωρηθεί ότι ο

αλγόριθμος έχει παγιδευτεί σε κάποιο τοπικό βέλτιστο, θα πρέπει αυτός να αποδίδει την ίδια, ή σχεδόν την ίδια, τιμή στη συνάρτηση προσαρμογής για πολλές, συνεχόμενες επαναλήψεις.

4.1 Επιλογή κατάλληλων τύπων επιχιασμού και μετάλλαξης

Πρωταρχικό μέλημα της μελέτης είναι η δοκιμασία και η σύγκριση των δύο πιο ευρέως χρησιμοποιούμενων και αποδοτικών τύπων Μετάλλαξης και Επιχιασμού που αναφέρονται στην μέχρι τώρα Βιβλιογραφία.

Και τα δύο διαφορετικά σχήματα που θα παρουσιαστούν αναφέρονται από τους Storn και Price [Storn R., Price K., 1995].

► Το πρώτο σχήμα που χρησιμοποιείται, παρουσιάστηκε στην Παράγραφο 3.1.1 και αφορά τον Διαφορικό Εξελικτικό Αλγόριθμο DE/rand/1/bin. Σε αυτό τον τύπο μετάλλαξης επιλέγονται τρία τυχαία διανύσματα $r_1, r_2, r_3 \in [1, 2, \dots, NP]$. Τα διανύσματα αυτά υπόκεινται στην Εξίσωση 4.1, η οποία ορίζεται ως εξής:

$$\vec{v}_i = \vec{\alpha}_{r_1} + F(\vec{\alpha}_{r_2} - \vec{\alpha}_{r_3}), \quad i = 1, 2, \dots, \mu \quad (4.1)$$

Ο επιχιασμός πραγματοποιείται μεταξύ του αρχικού ($\vec{\alpha}_i$) και του ενδιάμεσου (\vec{v}_i) χρωμοσώματος, με αποτέλεσμα τη δημιουργία του τελικού χρωμοσώματος $\vec{\alpha}'_i = [\alpha'_{1i}, \alpha'_{2i}, \dots, \alpha'_{Di}]$.

$$\vec{\alpha}'_{ji} = \begin{cases} v_{ji}, & \text{εάν } (randb(j) \leq Cr) \text{ ή } j = rnbr(i) \\ \alpha_{ji}, & \text{εάν } (rand(j) > Cr) \text{ και } j \neq rnbr(i) \end{cases} \quad j = 1, 2, \dots, D \text{ και } i = 1, 2, \dots, \mu \quad (4.2)$$

Αυτές οι μορφές της μετάλλαξης και του επιχιασμού θα αναφέρονται στη συνέχεια της παρουσίασης ως τύποι DE2.

► Το δεύτερο σχήμα του Διαφορικού Εξελικτικού Αλγορίθμου λειτουργεί με τον ίδιο τρόπο που λειτουργεί και το πρώτο, αλλά παράγει το μεταλλαγμένο διάνυσμα σύμφωνα με την Εξίσωση 4.3:

$$\vec{v}_i = \vec{\alpha}_i + \lambda \cdot (\vec{\alpha}_{best} - \vec{\alpha}_i) + F(\vec{\alpha}_{r_2} - \vec{\alpha}_{r_3}) \quad (4.3)$$

Στην Εξίσωση 4.2 εισάγεται μία νέα μεταβλητή με τον συμβολισμό λ . Η ιδέα πίσω από το λ είναι να ενισχυθεί η απληστία του σχεδίου, με την ενσωμάτωση του τρέχοντος καλύτερου διανύσματος $\vec{\alpha}_{best}$.

Ο επιχιασμός πραγματοποιείται όπως ακριβώς και στο πρώτο σχήμα, με τη διαφορά ότι εδώ η Εξίσωση 4.2 εκφράζεται ως εξής:

$$\vec{\alpha}'_{ji} = \begin{cases} v_{ji}, & \text{εάν } (randb(j) \leq Cr) \\ \alpha_{ji}, & \text{εάν } (rand(j) > Cr) \end{cases} \quad j = 1, 2, \dots, D \text{ και } i = 1, 2, \dots, \mu \quad (4.4)$$

Αυτοί οι τύποι μετάλλαξης και επιχιασμού θα αναφέρονται στη συνέχεια σαν «απλοί» τύποι.

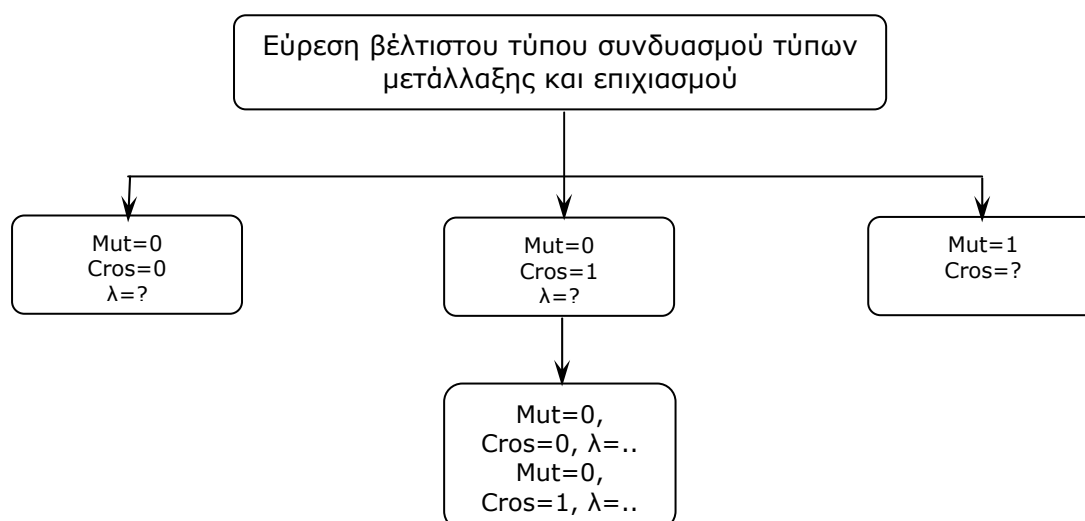
Στην παρούσα έρευνα, δοκιμάστηκαν και οι δύο τύποι (απλός και DE2) από την κάθε διεργασία, σε όλους τους δυνατούς συνδυασμούς τους και τελικά επιλέχθηκε ο πιο αποδοτικός.

Η σύγκριση που πραγματοποιήθηκε, χωρίστηκε σε δύο μέρη:

Το πρώτο μέρος αποτέλεσαν οι συγκρίσεις των διάφορων εναλλακτικών επιλογών, ενώ το δεύτερο μέρος αποτέλεσε η σύγκριση των καλύτερων δυνατών επιλογών που εξήχθησαν στο πρώτο μέρος.

Το πρώτο μέρος με τη σειρά του, χωρίστηκε σε τρία επιμέρους τμήματα: Το πρώτο τμήμα σχετίστηκε με την επιλογή των απλών τύπων μετάλλαξης και επιχiasμού (Mutation, Crossover=0), ενώ το δεύτερο με τον απλό τύπο μετάλλαξης και τον τύπο επιχiasμού DE2 (Mutation=απλός=0, Crossover=DE2=1). Σε αυτές τις δύο υποκατηγορίες του πρώτου μέρους, ο απλός τύπος της μετάλλαξης που χρησιμοποιήθηκε απαιτούσε το βέλτιστο προσδιορισμό του συντελεστή λ . Τα δύο αναφερθέντα υπομέρη έδωσαν ως αποτέλεσμα τις δύο πιο αποδοτικές τιμές του συντελεστή λ για τον εκάστοτε συνδυασμό μετάλλαξης και επιχiasμού. Τέλος, στο τρίτο και τελευταίο τμήμα του πρώτου μέρους, συγκρίθηκαν οι περιπτώσεις εξέλιξης του τύπου μετάλλαξης DE2 (Mutation=DE2). Σε αυτό το μέρος, έγινε δυνατός ο προσδιορισμός της καλύτερης επιλογής του τύπου του επιχiasμού, με δεδομένο τον τύπο μετάλλαξης.

Στο δεύτερο μέρος της συνολικής σύγκρισης, αντιπαρατέθηκαν οι τρεις βέλτιστες επιλογές από κάθε υποκατηγορία του πρώτου μέρους. Η διαδικασία που ακολουθήθηκε και περιγράφηκε παρουσιάζεται στο Σχήμα 4.2 που ακολουθεί.



Σχήμα 4.1: Ακολουθία διαδικασιών με στόχο την εύρεση του βέλτιστου συνδυασμού μετάλλαξης και επιχiasμού

Οι δοκιμές που πραγματοποιήθηκαν, είχαν ως σταθερές τιμές τις $F = 0.6$, $Cr = 0.45$ και $ISEED1 = 50$. Ο αλγόριθμος εφαρμόστηκε σε πέντε διαφορετικές συναρτήσεις (Παράρτημα Α) με πλήθος μεταβλητών σχεδίασης ($nvars$) 50 και μέγεθος πληθυσμού ($popsize$) 100 (βάσει της λογικής που θα εξεταστεί στην παράγραφο 4.2), δηλαδή ίσο με το διπλάσιο του πλήθους των μεταβλητών σχεδίασης ($popsize = 2 * nvars$).

Στα Σχεδιαγράμματα 4.1 μέχρι 4.20 που ακολουθούν, παρουσιάζονται γραφικά και τα δύο μέρη της σύγκρισης, καθώς και τα απαρτίζοντα υπομέρη της πρώτης φάσης. Η σειρά με την οποία εμφανίζονται τα γραφήματα είναι αυτή που περιγράφηκε, δηλαδή τα πρώτα πέντε Γραφήματα 4.1 ως 4.4, είναι η πρώτη υποκατηγορία του πρώτου μέρους σύγκρισης, τα επόμενα πέντε η δεύτερη υποκατηγορία κ.ο.κ. Τα πέντε σχεδιαγράμματα που αναφέρονται, σχετίζονται με τις πέντε διαφορετικές συναρτήσεις του Παραρτήματος Α.

Γραφικά, στον άξονα x απεικονίζονται οι γενιές, ενώ στον άξονα y η εκάστοτε τιμή της συνάρτησης προσαρμογής.

Τα σύμβολα που παρουσιάζονται σε όλα τα Γραφήματα 4.1 - 4.20 είναι παρόμοια, και έχουν ως εξής:

- Με O συμβολίζεται ο απλός τύπος μετάλλαξης ή επιχιασμού,
- Με I συμβολίζεται ο τύπος μετάλλαξης ή επιχιασμού $DE2$ και
- Με L συμβολίζεται ο συντελεστής λ που σχετίζεται με τον απλό τύπο μετάλλαξης.

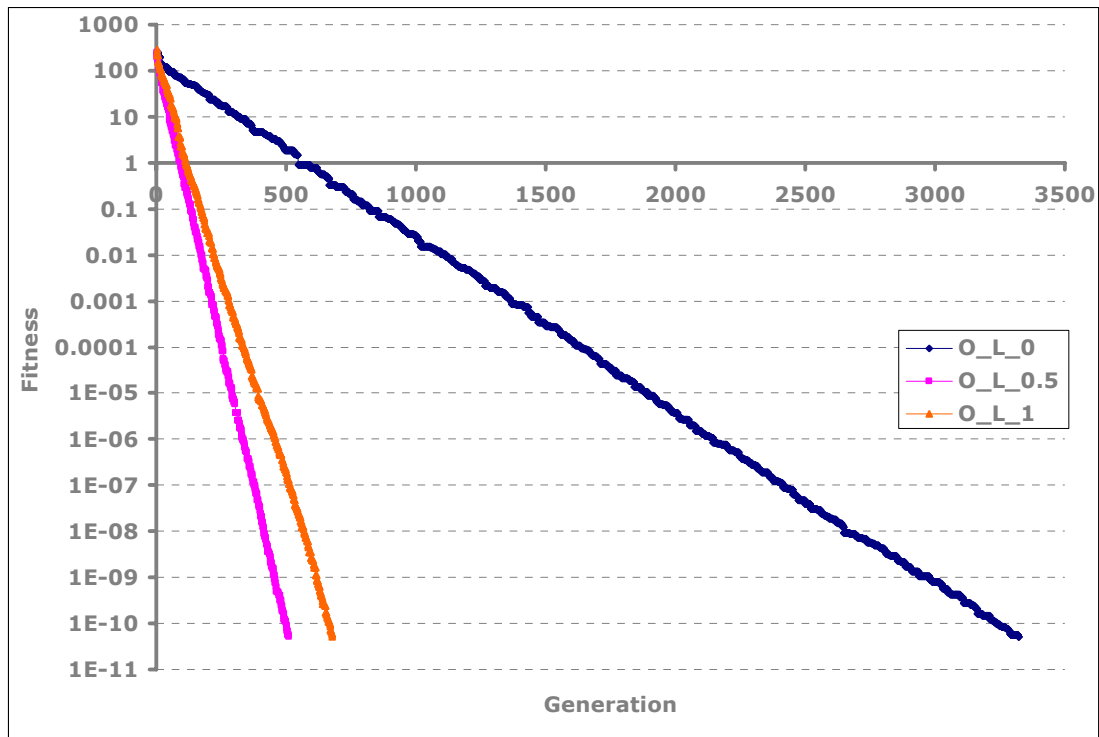
Εκτός από τα σύμβολα αυτά καθαυτά, παίζει ρόλο και η θέση, στην οποία αυτά αναγράφονται. Η πρώτη θέση αφορά πάντα την μετάλλαξη, ενώ η δεύτερη τον επιχιασμό. Έτσι για παράδειγμα, ο συμβολισμός $OI_L_0.5$ διαφέρει από τον IO , αφού ο πρώτος αφορά τον απλό τύπο μετάλλαξης και τον τύπο επιχιασμού $DE2$, ενώ ο δεύτερος αφορά τον απλό τύπο επιχιασμού και τον τύπο μετάλλαξης $DE2$. Όταν χρησιμοποιείται ο απλός τύπος της μετάλλαξης, απαιτείται και ο προσδιορισμός του συντελεστή λ . Έτσι, στο πρώτο συμβολισμό προσδιορίζεται ο $\lambda = 0.5$, ενώ στον δεύτερο δεν αναφέρεται καθόλου.

Τέλος, οι «μοναχικοί» συμβολισμοί O και I αποτελούν συντομογραφίες των OO και II αντίστοιχα. Για παράδειγμα ο συμβολισμός O_L_0 δείχνει ότι χρησιμοποιείται ο απλός τύπος, τόσο για την μετάλλαξη (με $\lambda = 0$), όσο και για τον επιχιασμό.

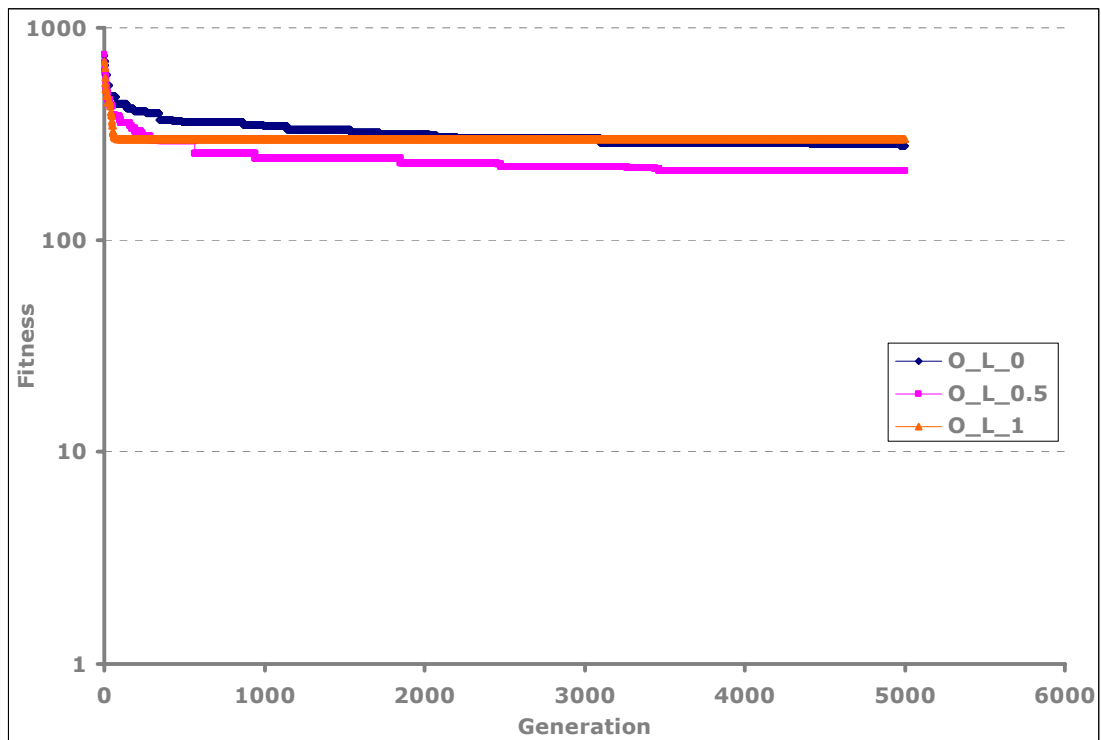
4.1.1 Πρώτη υποπερίπτωση πρώτου μέρους σύγκρισης

Στα Γραφήματα 4.1 έως 4.5 που ακολουθούν, παρουσιάζονται τα αποτελέσματα με τη χρήση του απλού τύπου μετάλλαξης και επιχιασμού και κάθε γράφημα αναφέρεται στη βελτιστοποίηση διαφορετικής συνάρτησης (Παράρτημα Α). Λόγω

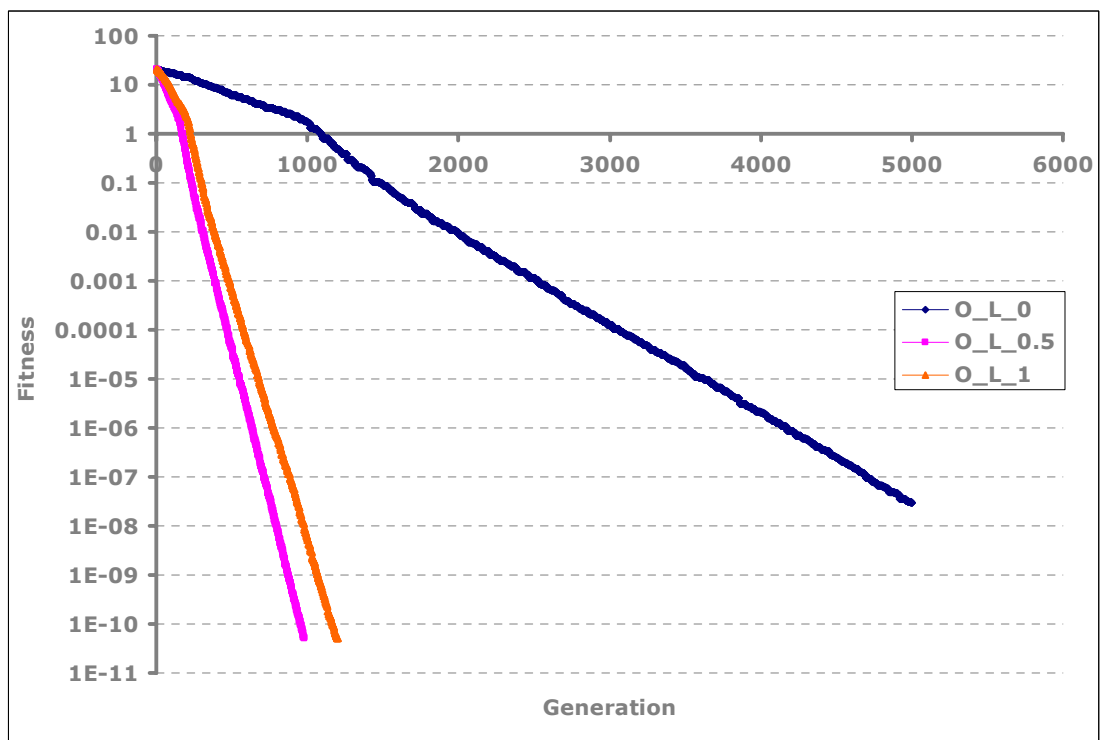
του ότι γίνεται χρήση του απλού τύπου μετάλλαξης, θα πρέπει να διερευνηθεί, ποια τιμή του συντελεστή λ είναι η βέλτιστη. Ο συντελεστής αυτός λαμβάνει τιμές από 0 έως 1. Ενδεικτικά, στην πραγματοποιούμενη σύγκριση που παρουσιάζεται εδώ, χρησιμοποιήθηκαν η ενδιάμεση και οι ακραίες τιμές του διαστήματος εφικτών τιμών (0, 0.5 και 1).



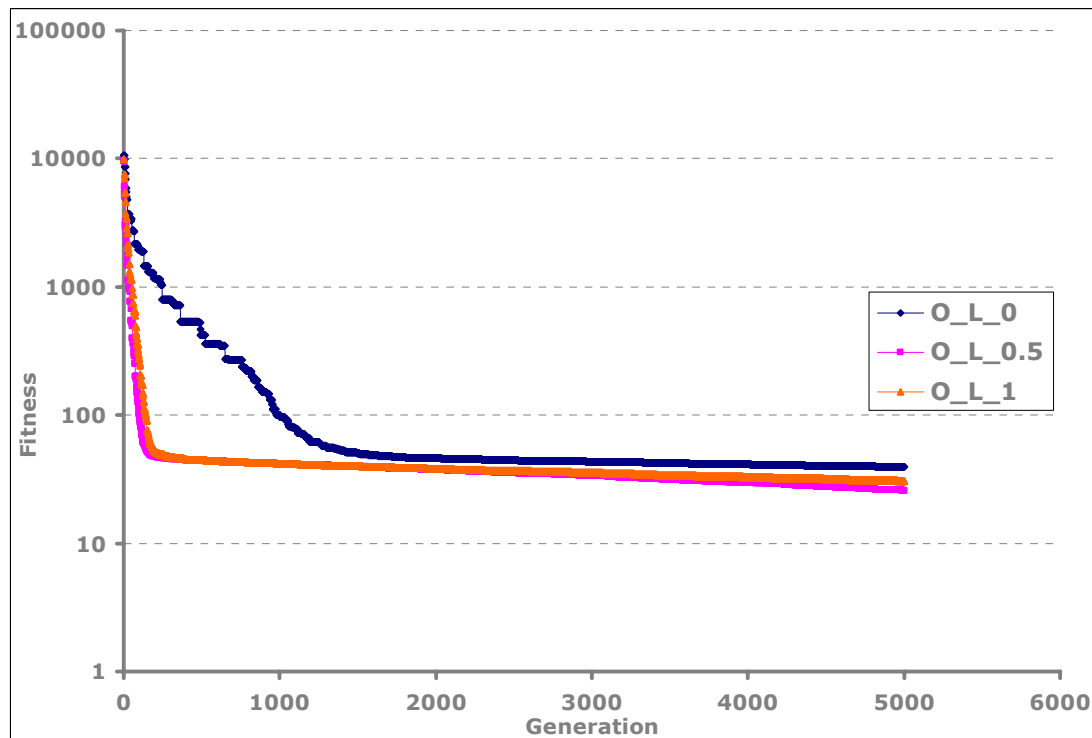
Γράφημα 4.1: Συνάρτηση ff_0 , πρώτη υποπερίπτωση πρώτου μέρους



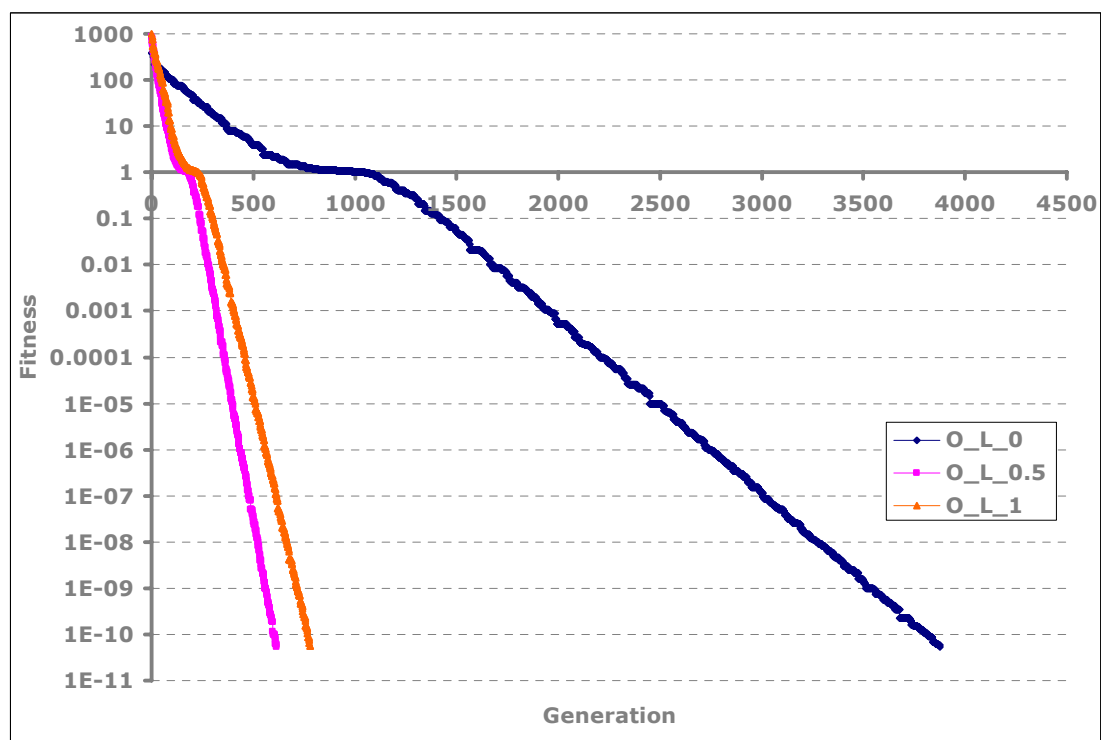
Γράφημα 4.2: Συνάρτηση $ff1$, πρώτη υποπερίπτωση πρώτου μέρους



Γράφημα 4.3: Συνάρτηση $ff2$, πρώτη υποπερίπτωση πρώτου μέρους



Γράφημα 4.4: Συνάρτηση $ff3$, πρώτη υποπερίπτωση πρώτου μέρους



Γράφημα 4.5: Συνάρτηση $ff4$, πρώτη υποπερίπτωση πρώτου μέρους

Από τη σύγκριση των καμπύλων στα Γραφήματα 4.1 ως 4.5, παρατηρείται ότι στις περισσότερες περιπτώσεις των χρησιμοποιούμενων συναρτήσεων προς

βελτιστοποίηση, τα καλύτερα αποτελέσματα επιτυγχάνονται, με χρήση του συντελεστή απλής μετάλλαξης $\lambda=0.5$.

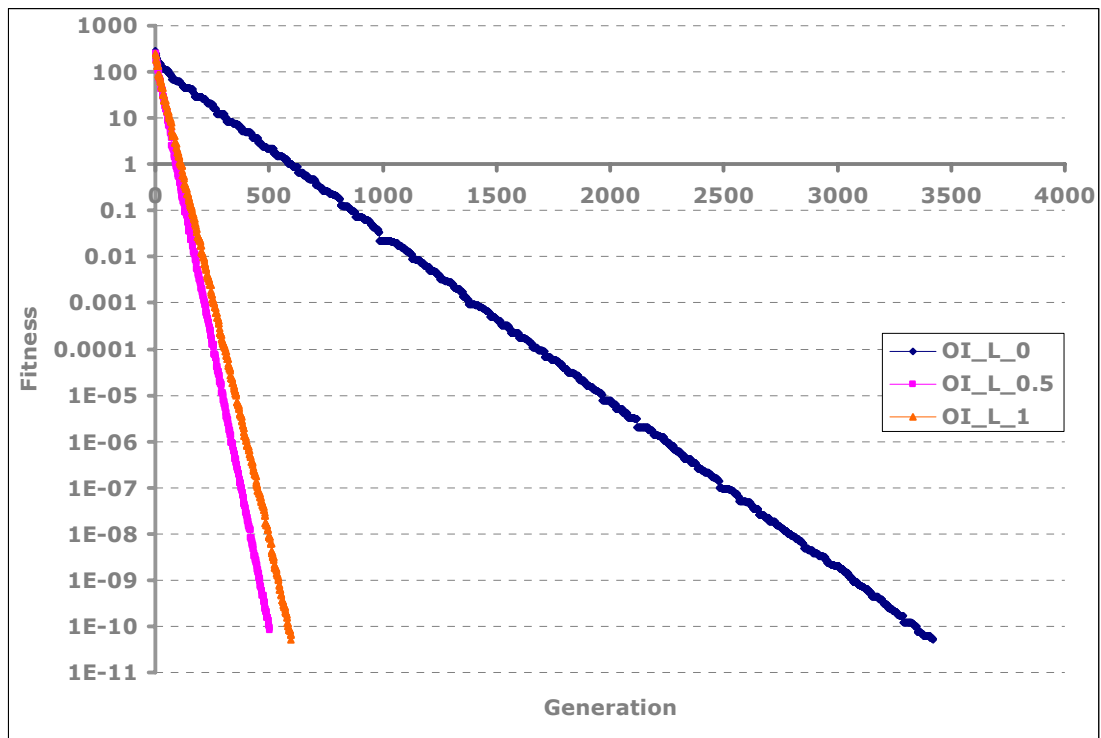
Συγκεκριμένα, για τις συναρτήσεις ff0, ff2, ff4, ο αλγόριθμος με τιμή του λ ίση με 0.5, αποφέρει πολύ ικανοποιητικά αποτελέσματα, παρουσιάζοντας εντυπωσιακή ταχύτητα σύγκλισης.

Αντίθετα, στις συναρτήσεις ff1 και ff3, η ίδια καμπύλη δεν απέφερε ιδιαίτερα καλά αποτελέσματα. Σε αυτές τις συναρτήσεις, παρατηρείται μία έντονη στασιμότητα της διαδικασία της βελτιστοποίησης σε κάποιο τοπικό ελάχιστο. Παρόλα αυτά όμως, και για τη συνάρτηση ff1, η καμπύλη που σχηματίστηκε με $\lambda=0.5$, παρέχει, έστω και λίγο, καλύτερα αποτελέσματα, αφού αποδίδει στη συνάρτηση κόστους ελαφρώς μικρότερη τιμή από την αντίστοιχη τιμή που αποδίδουν οι άλλες δύο εναλλακτικές, εξεταζόμενες επιλογές. Τέλος, για τη συνάρτηση ff3 οι καμπύλες λύσεων που δημιουργήθηκαν με $\lambda=0$ και $\lambda=0.5$ σχεδόν ταυτίζονται, με ίσως λίγο καλύτερη επίδοση και πάλι, από αυτή που σχηματίστηκε με $\lambda=0.5$.

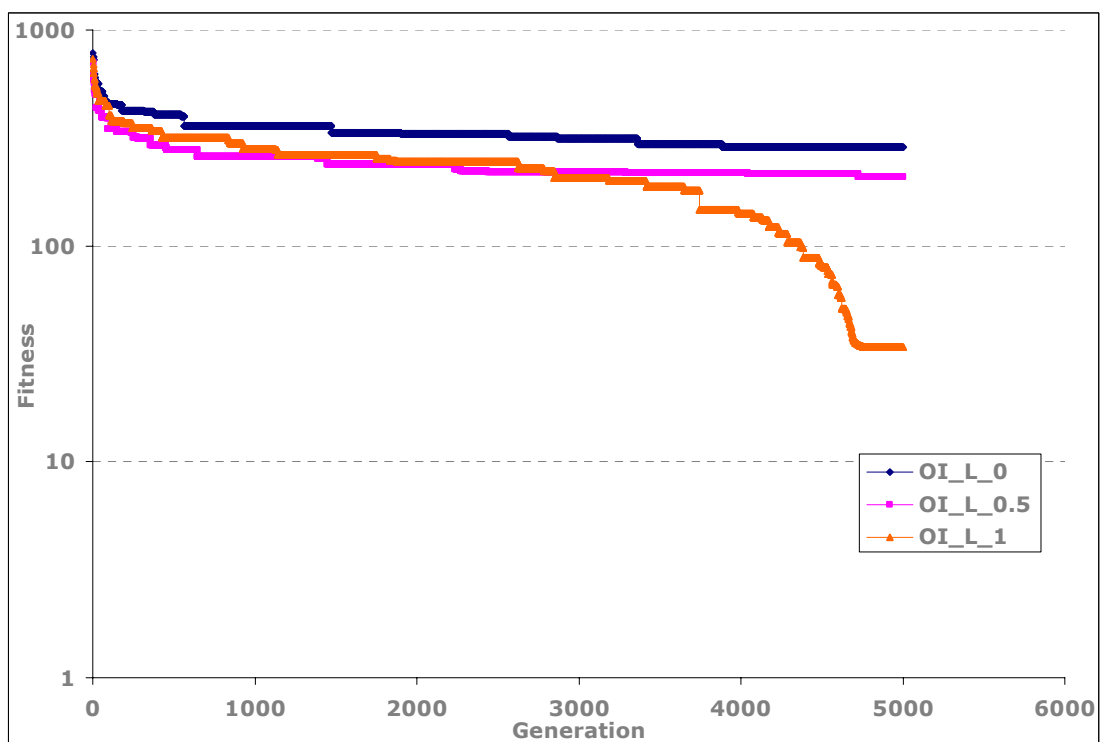
Η, συνολικά, καλύτερη επιλογή που ξεχώρισε ($\lambda=0.5$), θα συγκριθεί στο δεύτερο μέρος της σύγκρισης (Παράγραφος 4.1.4) με τις υπόλοιπες δύο που θα αναδειχθούν από τις επόμενες δύο υποκατηγορίες του πρώτου μέρους σύγκρισης (Παράγραφοι 4.1.2 και 4.1.3).

4.1.2 Δεύτερη υποπερίπτωση πρώτου μέρους σύγκρισης

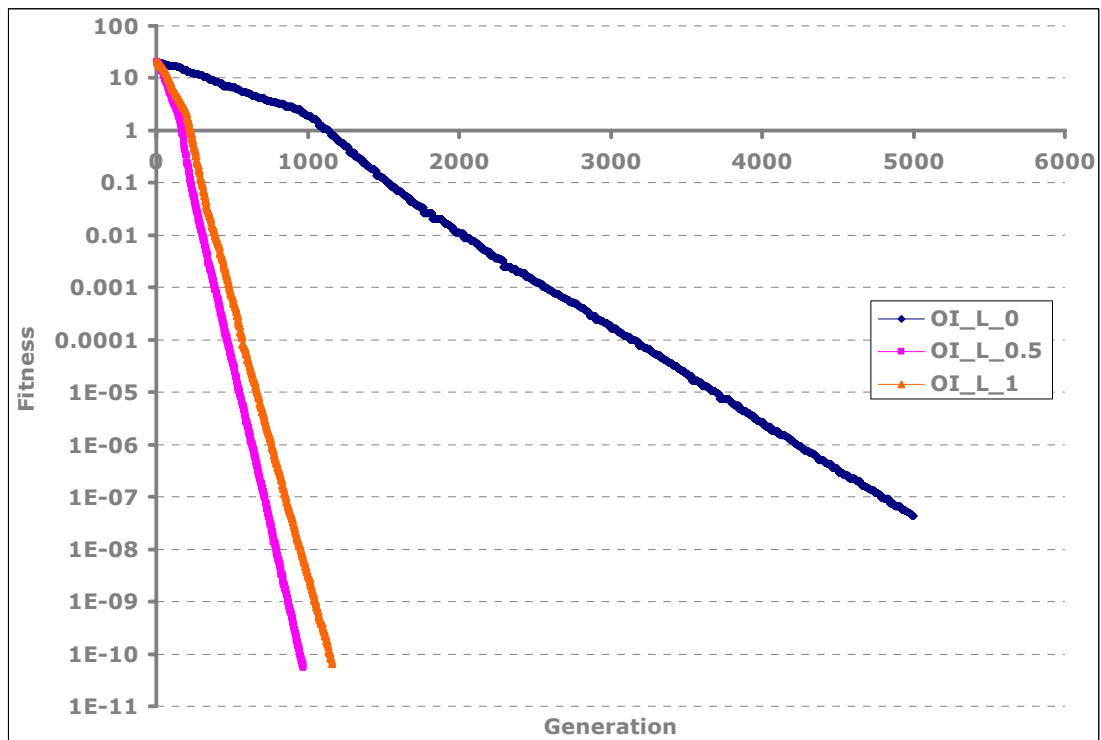
Στα επόμενα Γραφήματα 4.6 ως 4.10, παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της βελτιστοποίησης των πέντε διαφορετικών συναρτήσεων, με χρήση του απλού τύπου μετάλλαξης και του τύπου επιχιασμού DE2. Λόγω του ότι και εδώ χρησιμοποιείται ο απλός τύπος μετάλλαξης, πραγματοποιούνται, όπως και στην παράγραφο 4.1.1, δοκιμές με τρεις αντιπροσωπευτικές τιμές του συντελεστή λ (0, 0.5 και 1).



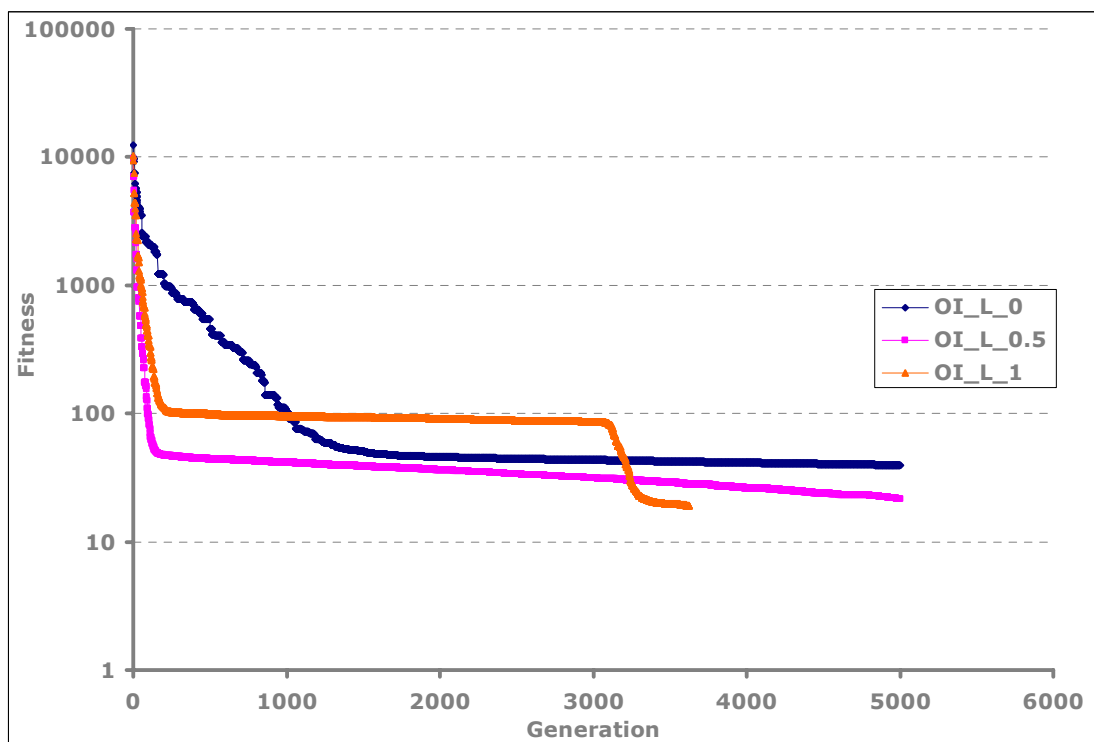
Γράφημα 4.6: Συνάρτηση $ff0$, δεύτερη υποπερίπτωση πρώτου μέρους



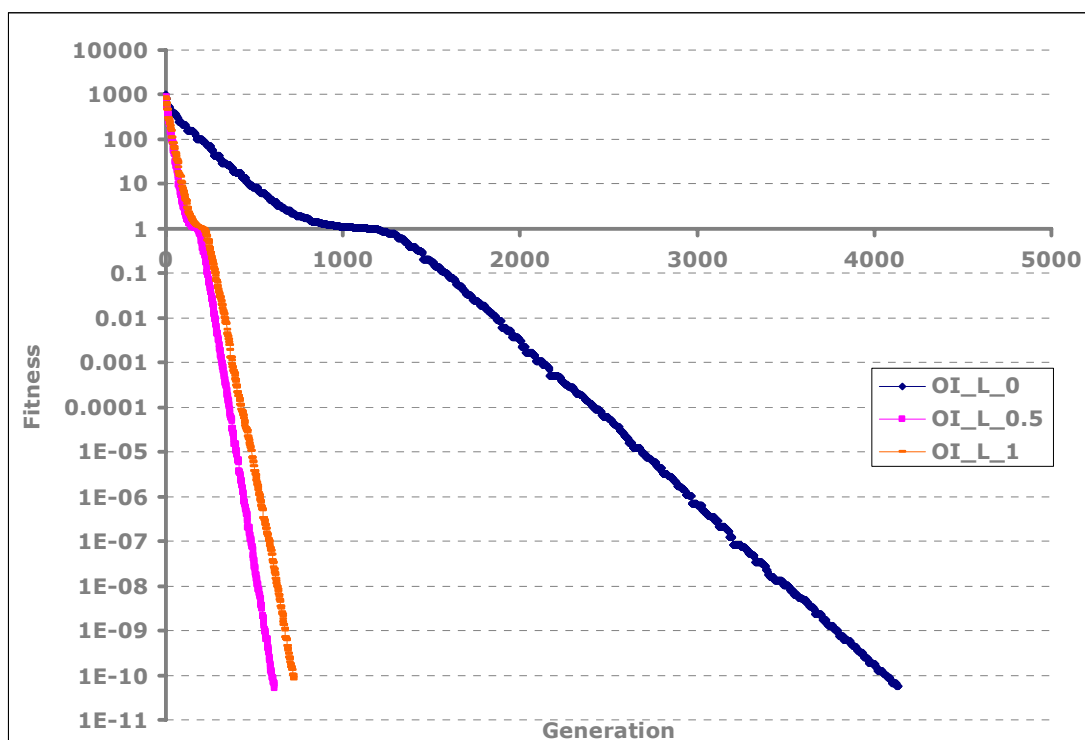
Γράφημα 4.7: Συνάρτηση $ff1$, δεύτερη υποπερίπτωση πρώτου μέρους



Γράφημα 4.8: Συνάρτηση $ff2$, δεύτερη υποπερίπτωση πρώτου μέρους



Γράφημα 4.9: Συνάρτηση $ff3$, δεύτερη υποπερίπτωση πρώτου μέρους



Γράφημα 4.10: Συνάρτηση ff4, δεύτερη υποπερίπτωση πρώτου μέρους

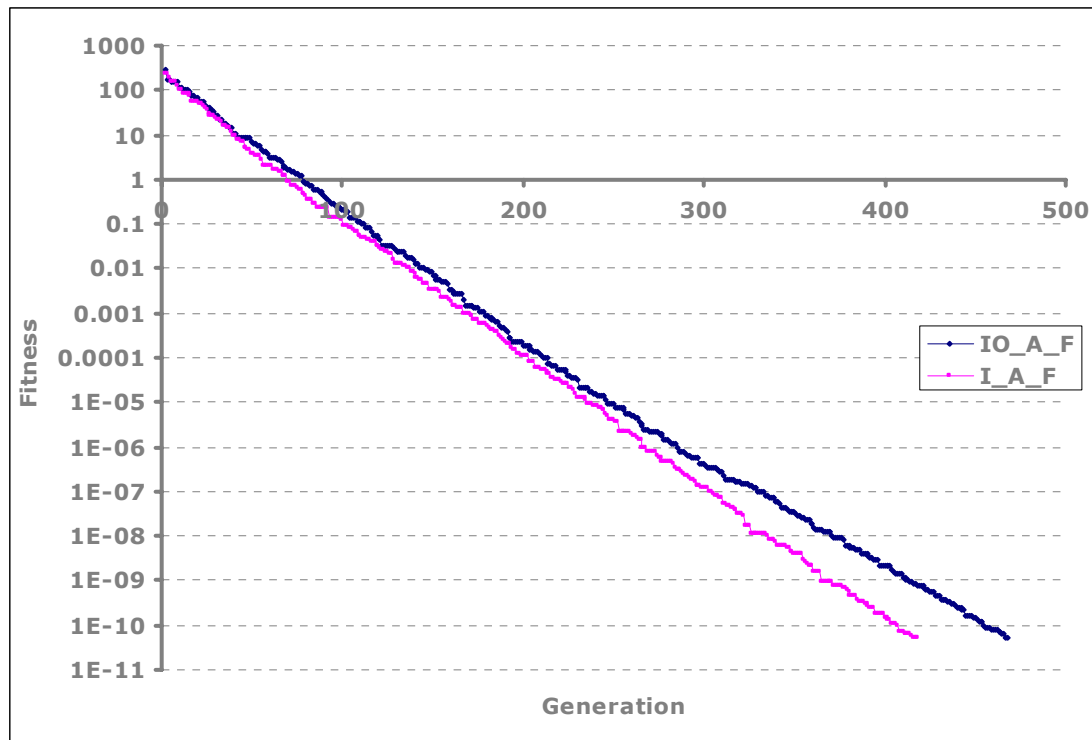
Στα πέντε Γραφήματα 4.6 – 4.10 που προηγούνται, παρατηρείται ότι για τις συναρτήσεις ff0, ff2 ff4 η πιο αποδοτική καμπύλη είναι αυτή που σχηματίστηκε με τιμή του συντελεστή απλής μετάλλαξης $\lambda=0.5$. Και στις τρεις αυτές συναρτήσεις, η καμπύλη αυτή δεν έχει μεγάλη διαφορά από αυτή που σχηματίστηκε με $\lambda=1$, αλλά δεν παύει να είναι ελαφρώς καλύτερη.

Για τις συναρτήσεις ff1 και ff3, τα πράγματα παρουσιάζονται λίγο διαφορετικά. Στην ff1, φαίνεται τελικά να ξεχωρίζει και να υπερτερεί η επιλογή της τιμής του λ ίση με 1, ενώ μέχρι ένα μεγάλο ποσοστό επαναλήψεων, φαινόταν η επιλογή αυτή να παρουσιάζει παρόμοια αποδοτικότητα με αυτή της επιλογής του λ ίση με 0.5. Τέλος, και στη συνάρτηση ff3, είναι δύσκολο να ξεχωρίσει κάποια καμπύλη εις βάρος κάποιας άλλης, αφού και οι δύο εναλλακτικές επιλογές αποφέρουν παρόμοια συνολικά αποτελέσματα. Αρχικά, η επιλογή $\lambda=0.5$ παρουσιάζει καλύτερη ταχύτητα σύγκλισης, αλλά, τελικά, η καμπύλη που σχηματίζεται με $\lambda=1$, παρουσιάζει μία απότομη και έντονη βελτίωση, με αποτέλεσμα, τελικά, να αποδεικνύεται πιο αποδοτική.

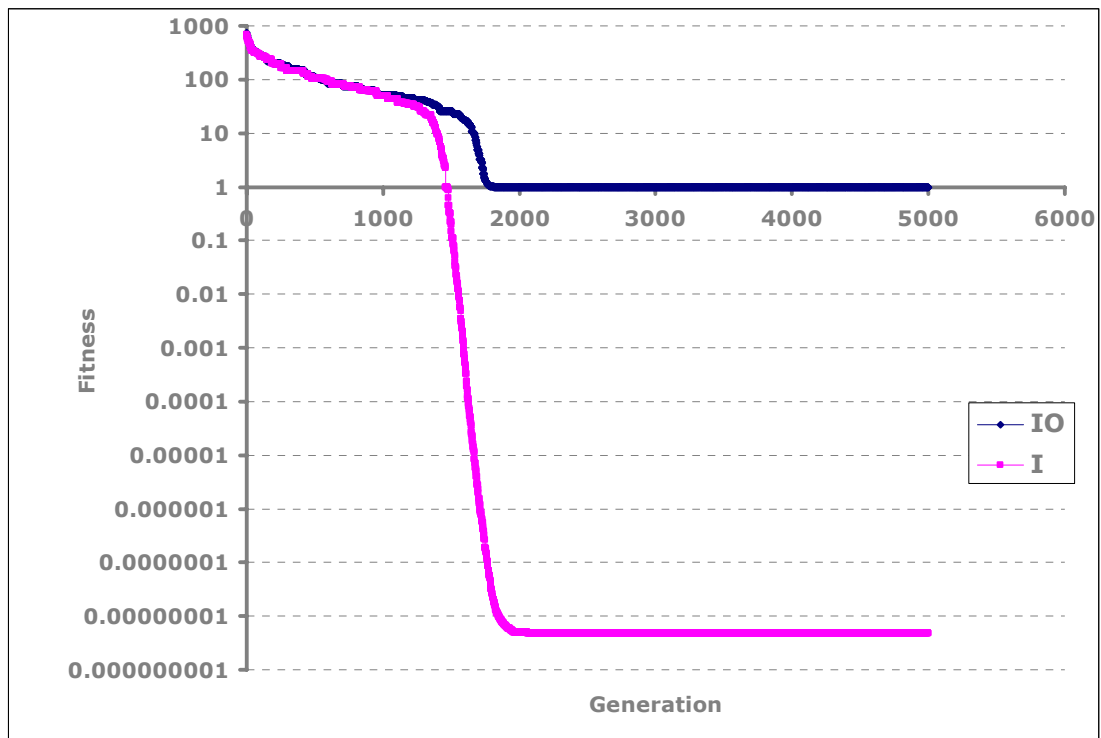
Συμπεραίνεται, λοιπόν, όπως και στην περίπτωση που εξετάστηκε στην παράγραφο 4.1.2, ότι τα καλύτερα αποτελέσματα με τον απλό τύπο μετάλλαξης και τον τύπο επιχιασμού DE2, αποδίδονται για $\lambda=0.5$.

4.1.3 Τρίτη υποπερίπτωση πρώτου μέρους σύγκρισης

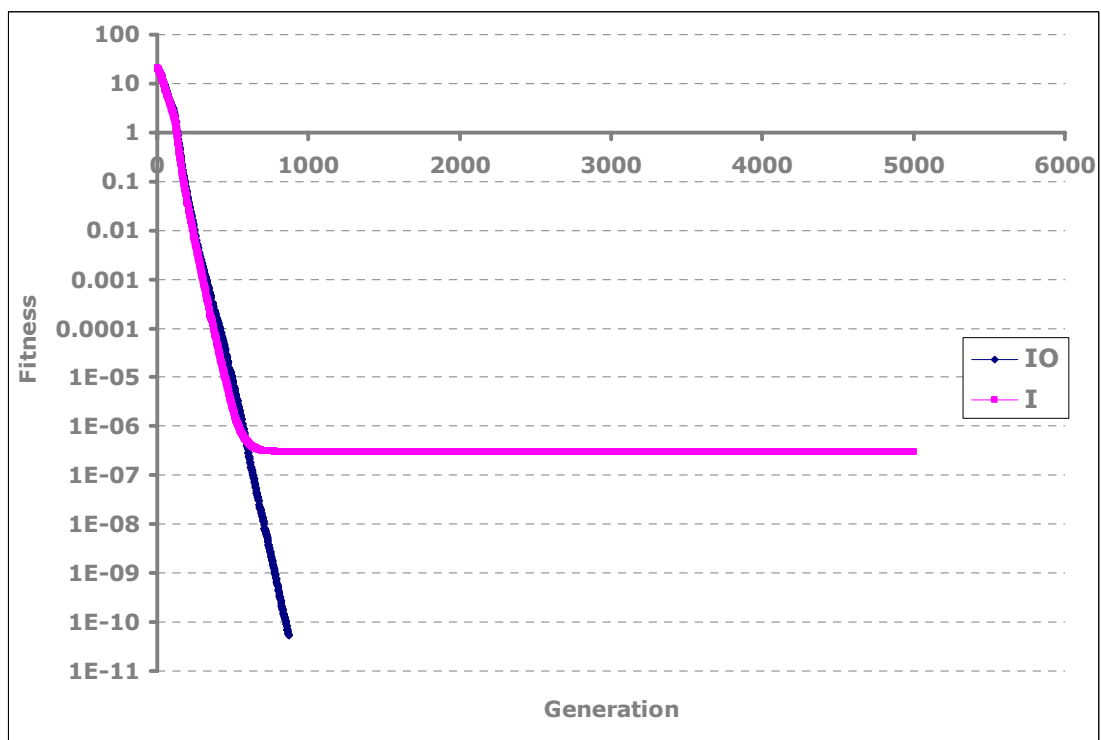
Στα επόμενα Γραφήματα 4.11 ως 4.15, που αποτελούν την τρίτη και τελευταία υποκατηγορία του πρώτου μέρους της σύγκρισης, αντιπαραβάλλονται η καμπύλη που σχηματίστηκε με τύπο μετάλλαξης DE2 και τον απλό τύπο επιχιασμού, με αυτή που σχηματίστηκε με χρήση μετάλλαξης και επιχιασμού τύπου DE2.



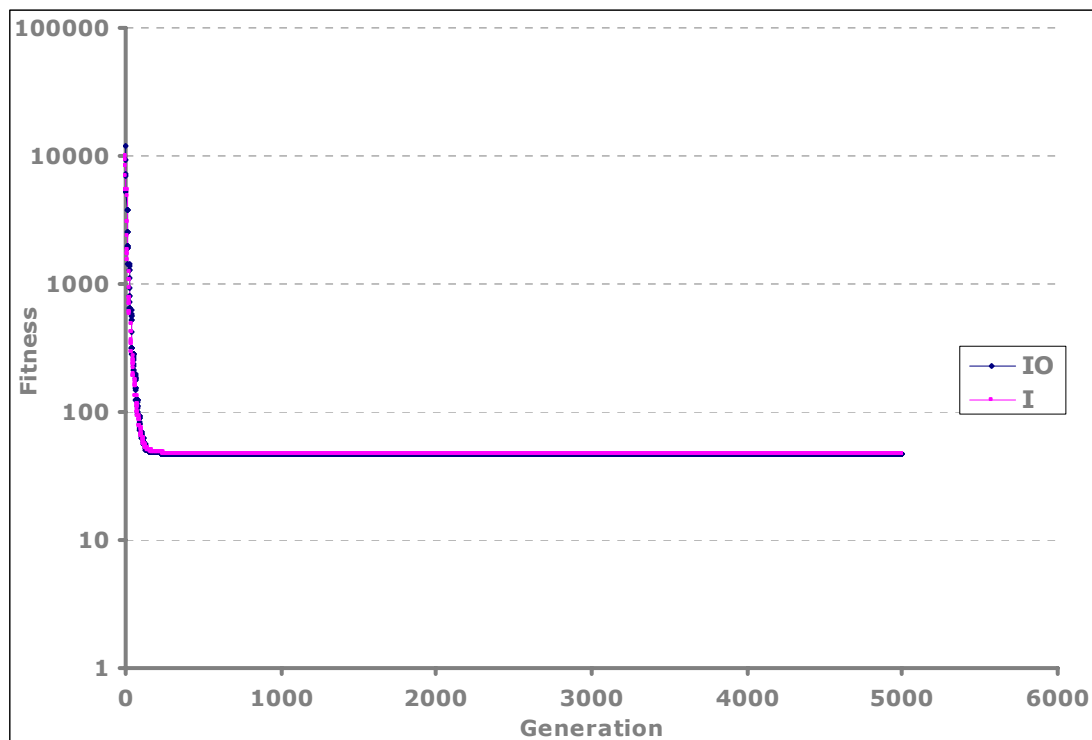
Γράφημα 4.11: Συνάρτηση ff0, τρίτη υποπερίπτωση πρώτου μέρους



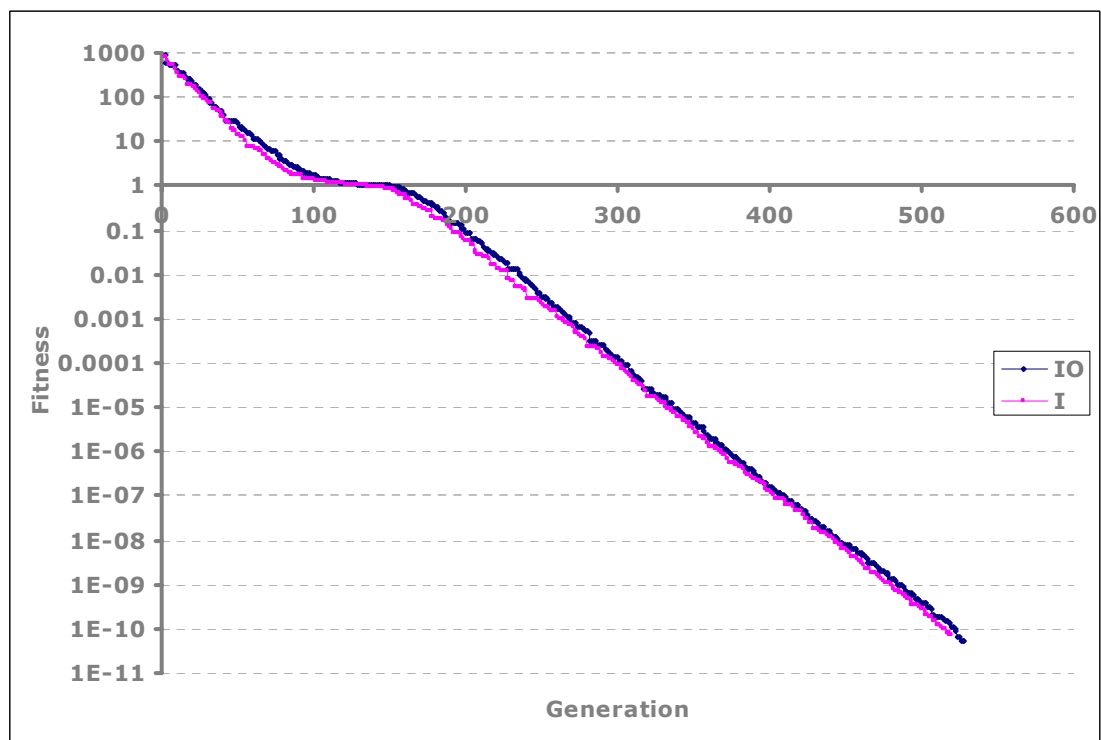
Γράφημα 4.12: Συνάρτηση ff1, τρίτη υποπερίπτωση πρώτου μέρους



Γράφημα 4.13: Συνάρτηση ff2, τρίτη υποπερίπτωση πρώτου μέρους



Γράφημα 4.14: Συνάρτηση $ff3$, τρίτη υποπερίπτωση πρώτου μέρους



Γράφημα 4.15: Συνάρτηση $ff4$, τρίτη υποπερίπτωση πρώτου μέρους

Στα Γραφήματα 4.11 - 4.15, παρατηρείται, ότι για τις συναρτήσεις $ff0$ και $ff1$ η καμπύλη που σχηματίστηκε με τύπους μετάλλαξης και επιχιασμού DE2 εμφανίζεται

πιο αποδοτική από αυτή που σχηματίστηκε με τον απλό τύπο επιχιασμού και τον τύπο μετάλλαξης DE2.

Αντίθετα, στη συνάρτηση ff2, η καμπύλη που δημιουργήθηκε με τους απλούς τύπους επιχιασμού και μετάλλαξης, αποδείχτηκε σχετικά καλύτερη -όσον αφορά την παγίδευση του αλγορίθμου σε κάποιο τοπικό βέλτιστο- από αυτή που δημιουργήθηκε με μετάλλαξη και επιχιασμό τύπου DE2. Βέβαια, πρέπει να αναφερθεί, ότι η καμπύλη που σχηματίστηκε με τύπους μετάλλαξης και επιχιασμού DE2, αποδίδει μία αρκετά ικανοποιητική τιμή στη συνάρτηση κόστους και θα μπορούσε να θεωρηθεί και αυτή μία σχετικά καλή και αποδοτική επιλογή των τύπων των βασικών διαδικασιών διαφοροποίησης του αλγορίθμου.

Τέλος, στις συναρτήσεις ff3 και ff4 οι δύο καμπύλες παρουσιάζουν ακριβώς την ίδια συμπεριφορά, με αποτέλεσμα να μην είναι δυνατός ο χαρακτηρισμός κάποιας ως βέλτιστης.

Αποδεικνύεται, λοιπόν, ότι ο αλγόριθμος, σε γενικές γραμμές, παρουσιάζει καλύτερη συμπεριφορά όταν σε αυτόν εφαρμόζονται οι τύποι μετάλλαξης και επιχιασμού DE2.

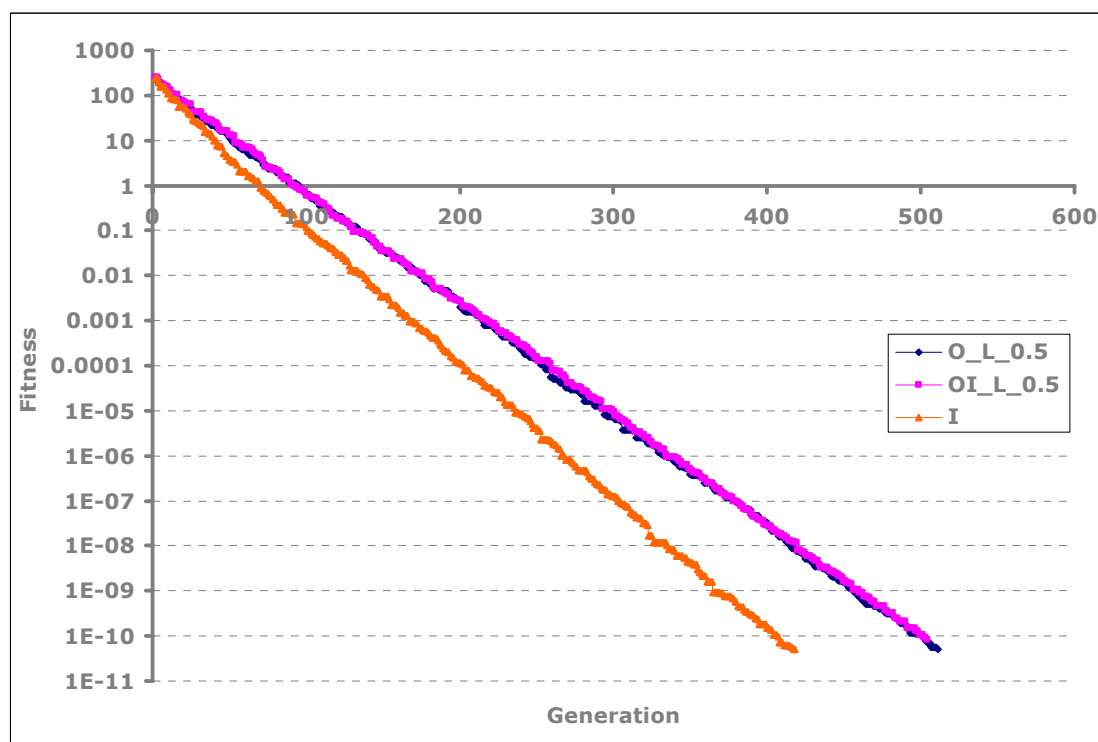
4.1.4 Δεύτερο μέρος σύγκρισης

Τα τελευταία πέντε Γραφήματα 4.16 - 4.20 που ακολουθούν, αποτελούν το δεύτερο μέρος της σύγκρισης που πραγματοποιήθηκε, και εμπεριέχουν τις καλύτερες καμπύλες που ξεχώρισαν από το πρώτο μέρος σύγκρισης.

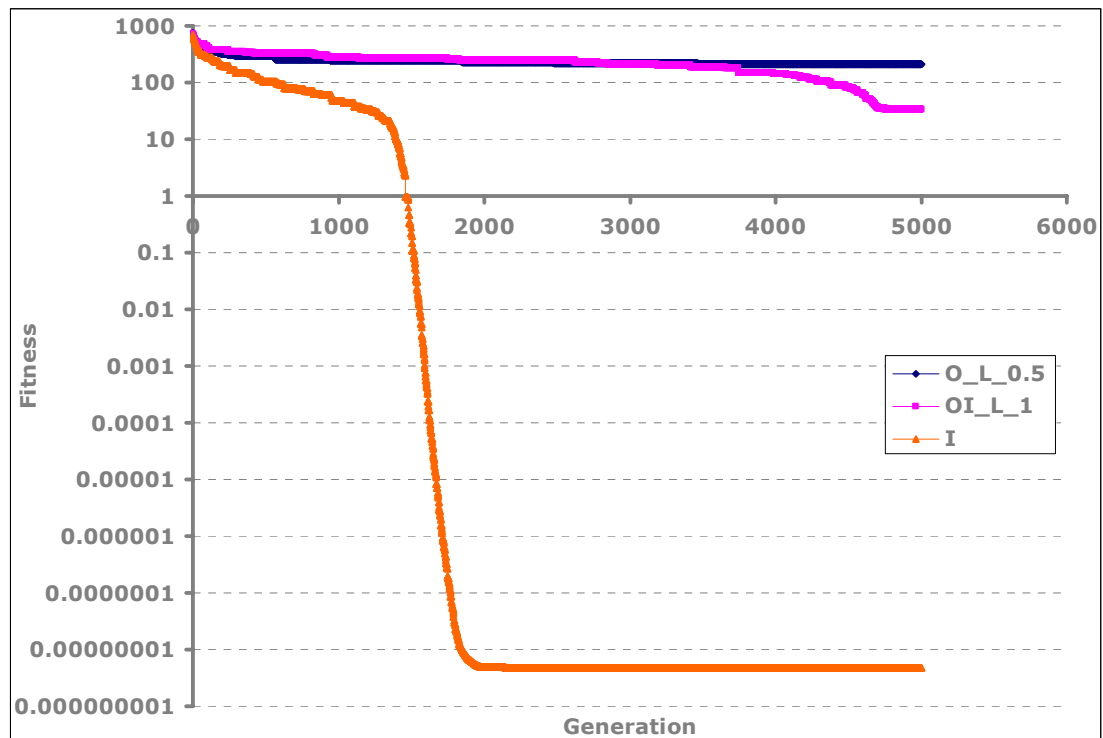
Οι συγκεκριμένες καμπύλες δημιουργήθηκαν ως εξής:

- Απλό τύπο επιχιασμού και μετάλλαξης με $\lambda=0.5$,
- Απλό τύπο μετάλλαξης με $\lambda=0.5$ και τύπο επιχιασμού DE2 και
- Τύπο μετάλλαξης και επιχιασμού DE2

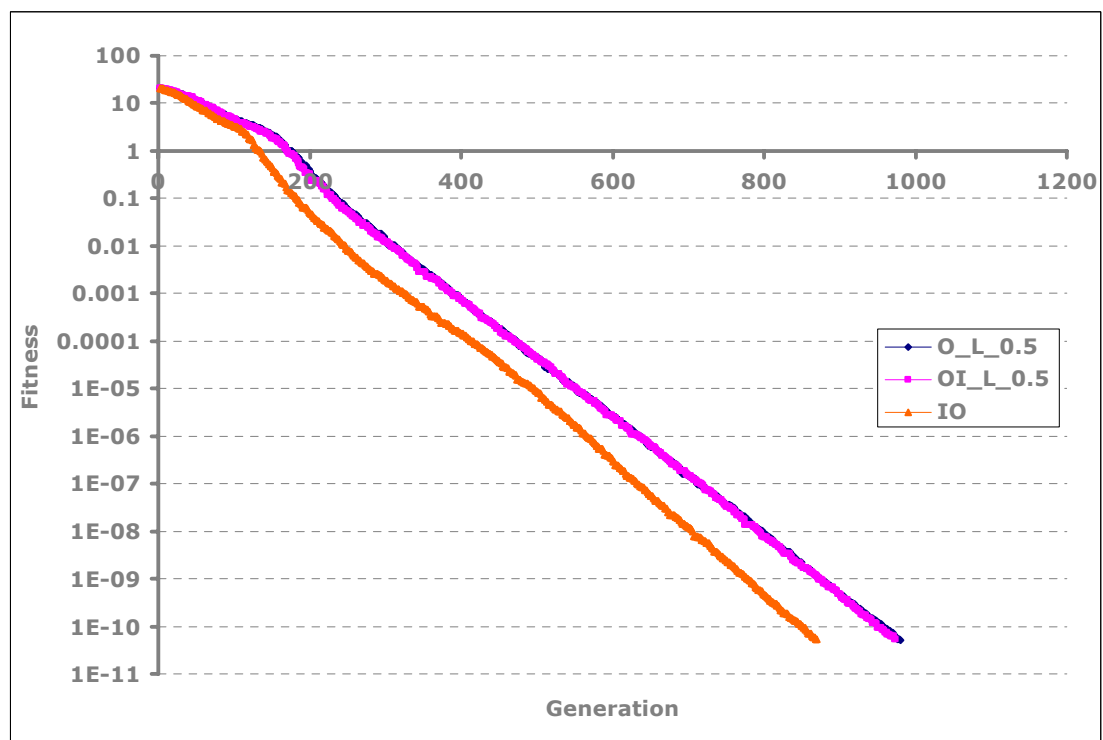
Στις δοκιμές πραγματοποιήθηκε μία μόνο εξαίρεση που αφορά τη συνάρτηση ff2, στην οποία, αντί για την τρίτη επιλογή χρησιμοποιήθηκε η επιλογή με τύπο μετάλλαξης DE2 και τύπο επιχιασμού απλό. Αυτό πραγματοποιήθηκε, λόγω του γεγονότος ότι στη συνάρτηση αυτή, ο συγκεκριμένος συνδυασμός μετάλλαξης και επιχιασμού απέδωσαν καλύτερα αποτελέσματα.



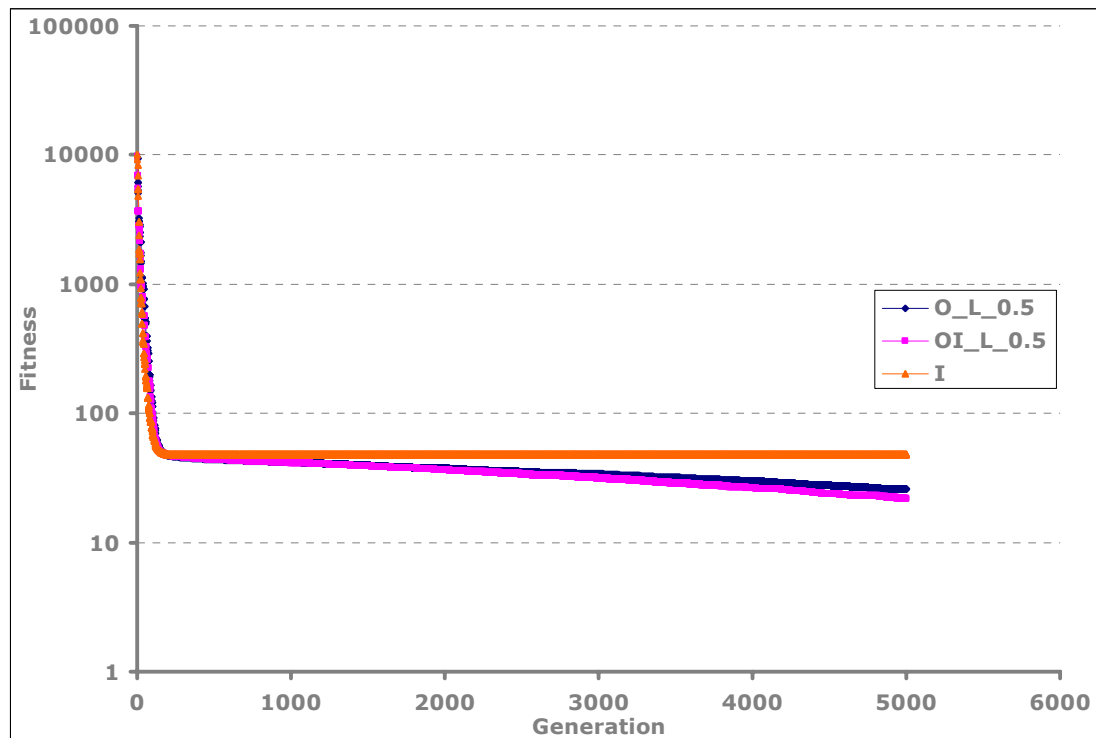
Γράφημα 4.16: Συνάρτηση ff0, δεύτερο μέρος σύγκρισης



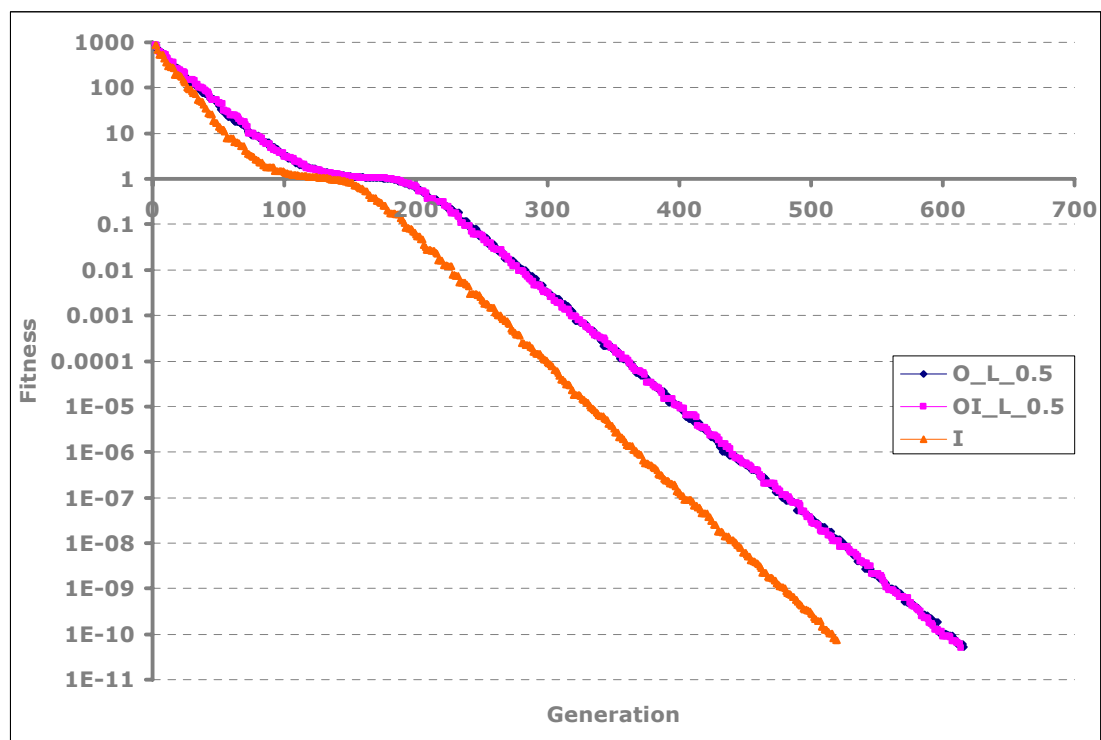
Γράφημα 4.17: Συνάρτηση $ff1$, δεύτερο μέρος σύγκρισης



Γράφημα 4.18: Συνάρτηση $ff2$, δεύτερο μέρος σύγκρισης



Γράφημα 4.19: Συνάρτηση $ff3$, δεύτερο μέρος σύγκρισης



Γράφημα 4.20: Συνάρτηση $ff4$, δεύτερο μέρος σύγκρισης

Από τα προηγούμενα Γραφήματα 4.16 - 4.20, παρατηρείται ότι στις περισσότερες περιπτώσεις, η χρήση των τύπων μετάλλαξης και επιχιασμού DE2 είναι πιο αποδοτική από τους υπόλοιπους συνδυασμούς.

Στις συναρτήσεις ff0, ff1 και ff4, η εν λόγω καμπύλη υπερτερεί των υπολοίπων, ενώ στη συνάρτηση ff3 παρουσίασε ελαφρώς χειρότερα αποτελέσματα από αυτή με τον απλό τύπο μετάλλαξης ($\lambda=0.5$).

Τέλος, στη συνάρτηση ff2, καλύτερα αποτελέσματα παρουσιάζονται με στην καμπύλη με μετάλλαξη τύπου DE2 και απλό τύπο επιχιασμού.

4.1.5 Συμπεράσματα

Συμπερασματικά, από το σύνολο των Γραφημάτων 4.1 - 4.20 που προηγήθηκαν, παρατηρείται ότι:

- Στις περιπτώσεις όπου ο τύπος της μετάλλαξης είναι DE2, ο πιο αποδοτικός τύπος επιχιασμού είναι επίσης DE2.
- Στην περίπτωση που χρησιμοποιείται ο απλός τύπος μετάλλαξης, ανεξάρτητα από τον τύπο του επιχιασμού που χρησιμοποιήθηκε, πιο ικανοποιητικά αποτελέσματα επιτυγχάνονται όταν ο συντελεστής λ είναι ανάμεσα στις τιμές 0.5 και 1.

Συμπερασματικά, μετά από σύγκριση των πιο αποδοτικών καμπύλων που σχηματίζονται με όλους τους δυνατούς συνδυασμούς, αποδεικνύεται ότι σε γενικές γραμμές, τα βέλτιστα αποτελέσματα επιτυγχάνονται με τη χρήση μετάλλαξης και επιχιασμού τύπου DE2.

4.2 Επιλογή κατάλληλου συνδυασμού μεγέθους πληθυσμού και μεταβλητών σχεδίασης

Στις μέχρι σήμερα έρευνες, παρουσιάζονται αντιφάσεις όσον αφορά στη χρήση του πιο αποδοτικού συνδυασμού μεγέθους πληθυσμού και πλήθους μεταβλητών σχεδίασης. Κάποιοι ερευνητές υποστηρίζουν, ότι καλύτερα αποτελέσματα επιτυγχάνονται όταν ο πληθυσμός είναι διπλάσιος από το πλήθος των μεταβλητών σχεδίασης. Άλλοι υποστηρίζουν ότι για να είναι αποδοτικός ο αλγόριθμος, θα πρέπει ο πληθυσμός να είναι ίσος με το πλήθος των μεταβλητών, ενώ κάποιοι άλλοι ότι ο πληθυσμός θα πρέπει να είναι δεκαπλάσιος από το πλήθος των μεταβλητών. Στη συνέχεια της έρευνας θα γίνει προσπάθεια να ξεκαθαριστεί και να διαχωριστεί η πιο συμφέρουσα και αποδοτική επιλογή από τις προαναφερθείσες εναλλακτικές.

Από τα συμπεράσματα της Παραγράφου 4.1.5 που προηγήθηκε, αποδεικνύεται ότι η γενικά πιο συμφέρουσα επιλογή για τους τύπους μετάλλαξης και επιχιασμού είναι ο τύπος Lampinen. Έτσι, στις δοκιμές που θα ακολουθήσουν, θα χρησιμοποιηθεί αυτός ο τύπος των τελεστών του αλγορίθμου. Τα συνολικά δεδομένα εισόδου των δοκιμών που θα πραγματοποιηθούν, παρουσιάζονται στον Πίνακα 4.1.

Όνομα μεταβλητής	Δεδομένες τιμές μεταβλητών για τις εφαρμογές
Τύπος Μετάλλαξης	Lampinen
Συντελεστής F	0.6
Τύπος Επιχιασμού	Lampinen
Πιθανότητα Cr	0.45
Πρώτος σπόρος γεννήτριας τυχαίων αριθμών ($ISEED1$)	50
Μέγεθος πληθυσμού ($popsize$)	50, 100, 500
Πλήθος μεταβλητών σχεδίασης ($nvars$)	50

Πίνακας 4.1: Δεδομένα δοκιμών για εύρεση βέλτιστης αναλογίας πληθυσμού-πλήθους μεταβλητών σχεδίασης

Στον Πίνακα 4.1, φαίνονται ότι οι τρεις εναλλακτικές τιμές που θα χρησιμοποιηθούν για το μέγεθος του πληθυσμού θα είναι 50, 100 και 500, ενώ το πλήθος των μεταβλητών θα παραμείνει σε όλες τις δοκιμές 50. Έτσι, θα επιτευχθεί ίσο, διπλάσιο και δεκαπλάσιο μέγεθος του πληθυσμού σε σχέση με το πλήθος των μεταβλητών.

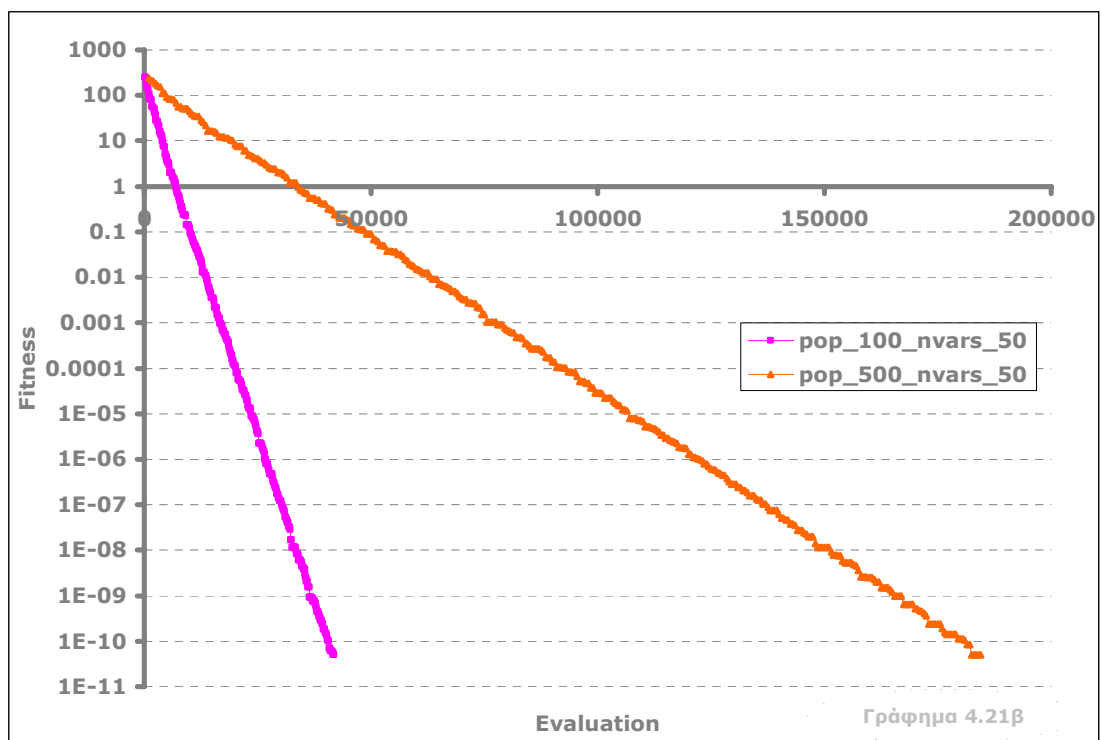
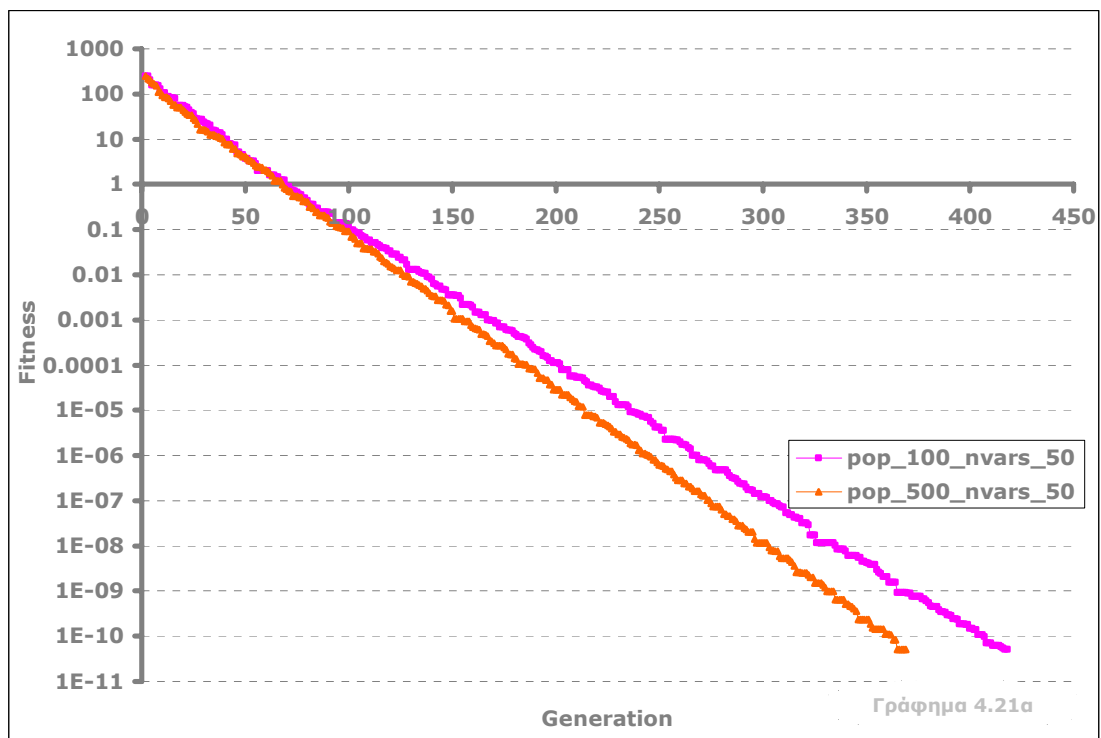
Η σύγκριση θα πραγματοποιηθεί σε ένα και μοναδικό στάδιο, ξεχωριστά για κάθε συνάρτηση του Παραρτήματος Α. Στο εκάστοτε γράφημα θα παρουσιάζονται και οι τρεις συγκρινόμενες καμπύλες διαφορετικών πληθυσμών.

Μία επισήμανση που πρέπει να γίνει, αφορά στο σύστημα συντεταγμένων που θα χρησιμοποιηθεί. Στον y άξονα θα υπάρχει η τιμή που λαμβάνει η συνάρτηση προσαρμογής, ενώ στον x , σε αντίθεση με τις προηγούμενες παρουσιάσεις του Κεφαλαίου 4, θα αναφέρεται το πλήθος των εκτιμήσεων και όχι οι γενιές. Αυτό θα συμβεί, γιατί όταν για παράδειγμα, πραγματοποιούνται δύο δοκιμές, με διαφορετικό μέγεθος πληθυσμού, μπορεί και οι δύο να προσδίδουν την ίδια τιμή στη συνάρτηση προσαρμογής μετά το πέρασμα ίδιου αριθμού γενεών, αλλά στην πραγματικότητα, η δοκιμή με τον μεγαλύτερο πληθυσμό θα έχει πραγματοποιήσει περισσότερες αξιολογήσεις. Στη συνέχεια δίνεται ένα γραφικό παράδειγμα για να γίνει κατανοητή και πιο εμφανής η διαφορά και η σύγκριση αυτή.

Στο Γράφημα 4.21 οι συμβολισμοί αναπαρίστανται ως εξής:

- Με τη λέξη *pop* περιγράφεται ο πληθυσμός και
- Με τη λέξη *nvars* περιγράφεται το πλήθος των μεταβλητών σχεδίασης.

Έτσι, για παράδειγμα ο συμβολισμός *pop_100_nvars_50*, αναφέρεται σε πληθυσμό ίσο με 100 και 50 μεταβλητές σχεδίασης.



Γράφημα 4.21: Σύγκριση γραφημάτων με καμπύλες διαφορετικού μεγέθους πληθυσμού

Γράφημα 4.21α) Σύγκριση καμπύλων με βάση το πλήθος των γενεών

Γράφημα 4.21β) Σύγκριση καμπύλων με βάση το πλήθος των εκτιμήσεων (evaluations)

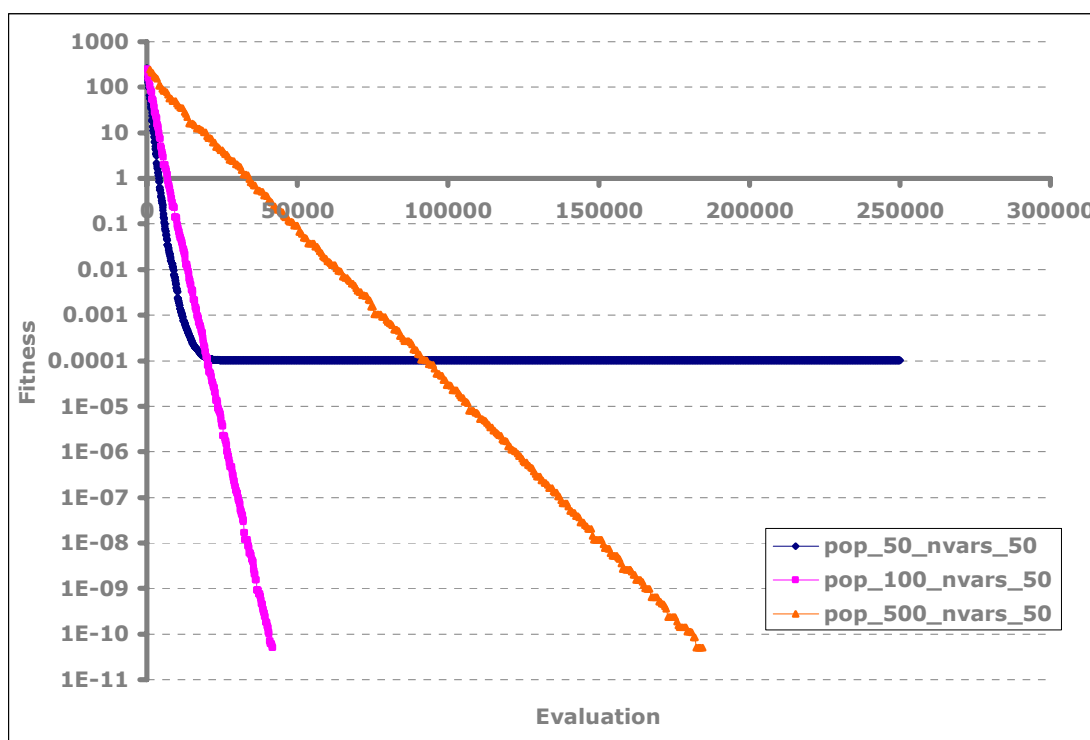
Στα Γράφημα 4.21, έχουν πραγματοποιηθεί δοκιμές με πλήθος μεταβλητών σχεδίασης 50 και πληθυσμό 50 και 100. Στο Γράφημα 4.21α, οι καμπύλες εκφράζονται συναρτήσει του πλήθους των γενεών, ενώ στο Γράφημα 4.21β συναρτήσει του πλήθους των εκτιμήσεων.

Στο Σχεδιάγραμμα 4.21α, φαίνεται ότι ο αλγόριθμος με πληθυσμό 500 αποδεικνύεται πιο αποδοτικός. Στην πραγματικότητα όμως, αυτό που συμβαίνει είναι το αντίθετο και απεικονίζεται στο Σχεδιάγραμμα 4.21β.

Το γεγονός που διαφοροποιεί με αυτό τον τρόπο τα δεδομένα, γίνεται κατανοητό με το εξής παράδειγμα: όταν το πρόγραμμα έχει φτάσει στη τριακοσιοστή γενιά, με πληθυσμό 500 έχει πραγματοποιήσει $300 \times 500 = 150.000$ εκτιμήσεις, ενώ με πληθυσμό 100 έχει πραγματοποιήσει μόλις $300 \times 100 = 30.000$ εκτιμήσεις. Παρατηρείται, λοιπόν ότι η επιλογή του μικρότερου πληθυσμού έχει σαν αποτέλεσμα 5 φορές μικρότερο πλήθος εκτιμήσεων. Το συμπέρασμα αυτό είναι πολύ σημαντικό, διότι το μικρό πλήθος συνολικών εκτιμήσεων συνεπάγεται και την εξοικονόμηση πολύτιμου χρόνου από τον χρήστη.

4.2.1 Παρουσίαση σύγκρισης

Στη συνέχεια παρουσιάζονται συνολικά πέντε γραφήματα (4.22 – 4.26), καθένα από τα οποία αντιστοιχεί και σε μία διαφορετική συνάρτηση του Παραρτήματος Α.



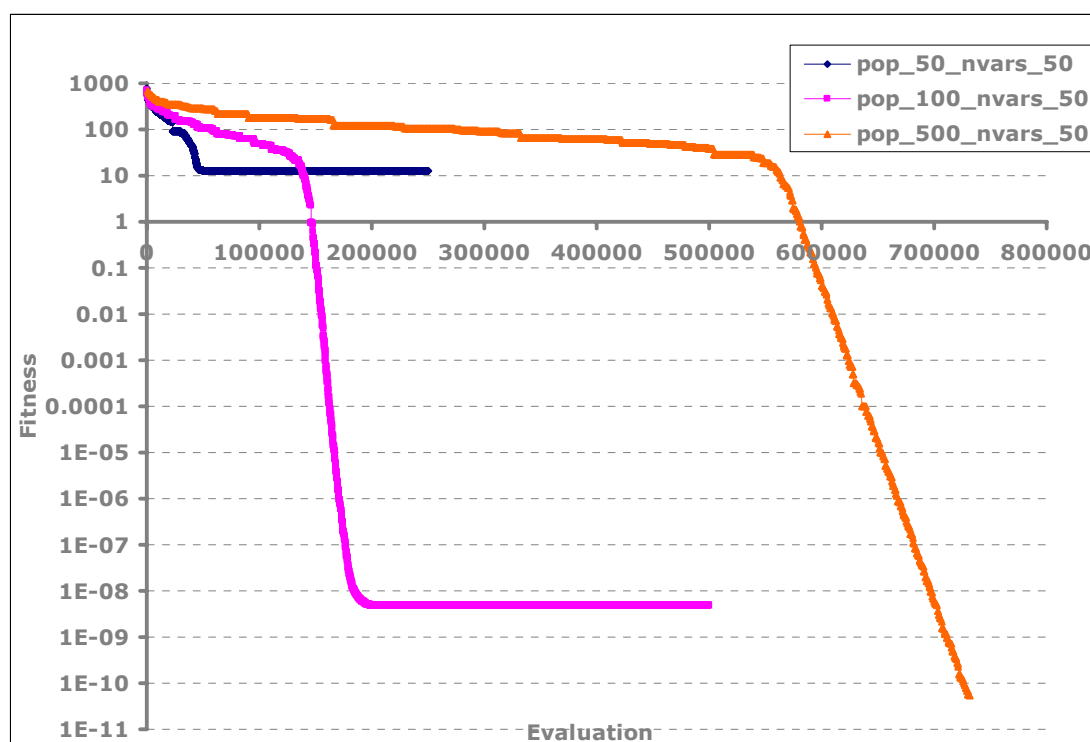
Γράφημα 4.22: Συνάρτηση ff0 – σύγκριση καμπύλων σχηματιζόμενων με χρήση διαφορετικών πληθυσμών

Στο παραπάνω Γράφημα 4.22, παρατηρείται ότι η καμπύλη που σχηματίστηκε με πληθυσμό 100 είναι πολύ πιο ικανοποιητική από τις υπόλοιπες. Με την επιλογή αυτή, ο αλγόριθμος δεν παγιδεύεται σε κάποιο τοπικό βέλτιστο και συγκλίνει εντυπωσιακά γρήγορα.

Η καμπύλη που σχηματίστηκε με πληθυσμό 50, παρουσιάζει στασιμότητα σε κάποιο τοπικό βέλτιστο, με αποτέλεσμα να θεωρηθεί μη αποδοτική επιλογή.

Τέλος, η καμπύλη που σχηματίστηκε με πληθυσμό 500, δεν σταθεροποιήθηκε σε κάποιο τοπικό βέλτιστο, αλλά παρουσίασε αρκετά μικρότερη ταχύτητα σύγκλισης από τη βέλτιστη επιλογή του πληθυσμού 100.

Χαρακτηριστικά, η καμπύλη που δημιουργήθηκε με πληθυσμό 100 προσδίδει τη βέλτιστη τιμή στη συνάρτηση προσαρμογής μετά από 41.800 επαναλήψεις, ενώ η συνάρτηση που σχηματίστηκε με πληθυσμό 50, φτάνει την τιμή αυτή μετά από περίπου 184.500 εκτιμήσεις. Συμπεραίνεται, λοιπόν, ότι η επιλογή του διπλάσιου πληθυσμού είναι πιο συμφέρουσα, αφού αποφέρει τη βέλτιστη τιμή σε $184.500/41.800=4.4$ φορές λιγότερο χρόνο.

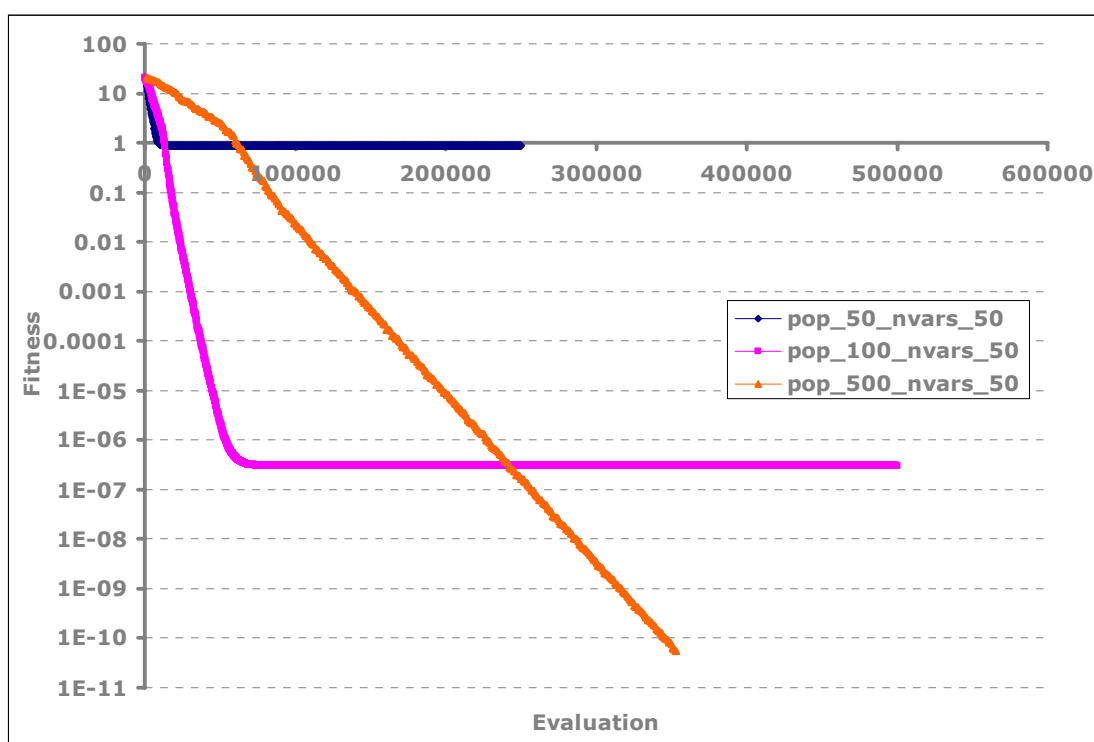


Γράφημα 4.23: Συνάρτηση ff1 – σύγκριση καμπύλων σχηματιζόμενων με χρήση διαφορετικών πληθυσμών

Στο Γράφημα 4.23 που αναφέρεται στη συνάρτηση ff1, η καμπύλη που σχηματίζεται με πληθυσμό 100 παγιδεύτηκε και κόλλησε σε κάποιο τοπικό βέλτιστο, ενώ η ανταγωνίστριά της που σχηματίστηκε με πληθυσμό 500 δεν αντιμετώπισε κάποια τέτοια δυσκολία. Παρόλα αυτά, η τιμή στην οποία

παγιδεύτηκε η πρώτη καμπύλη και βρέθηκε μετά από 210.000 επαναλήψεις δεν έχει μεγάλη διαφορά από τη βέλτιστη τιμή που αποδόθηκε από τη δεύτερη. Τέλος, η λίγο καλύτερη τιμή που αποδόθηκε στη συνάρτηση προσαρμογής με χρήση του πληθυσμού 500, βρέθηκε μετά από 702.500 εκτιμήσεις, δηλαδή, σε σχεδόν 3.5 φορές μεγαλύτερο χρονικό διάστημα.

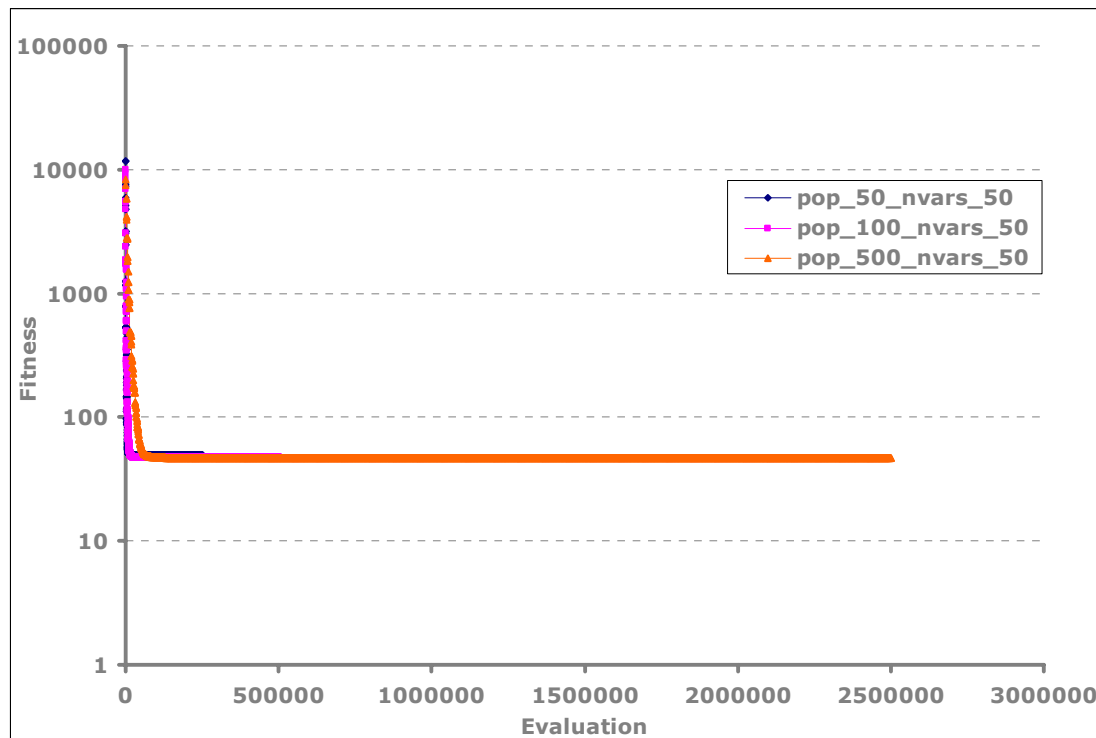
Παρατηρείται λοιπόν, ότι η καμπύλη με μεγαλύτερο πληθυσμό μπορεί να μην εμποδίζεται από κάποιο τοπικό βέλτιστο, αλλά χρειάζεται πολύ περισσότερο χρόνο για να καταλήξει σε κάποια ωφέλιμη λύση.



Γράφημα 4.24: Συνάρτηση ff2 – σύγκριση καμπύλων σχηματιζόμενων με χρήση διαφορετικών πληθυσμών

Για τη συνάρτηση ff2, τα αποτελέσματα της οποίας απεικονίζονται στο Γράφημα 4.24, ισχύουν περίπου τα ίδια πράγματα με τη συνάρτηση ff1. Ο αλγόριθμος με την επιλογή πληθυσμού ίσου με 100, παγιδεύτηκε σε κάποιο τοπικό βέλτιστο, με αποτέλεσμα να «κολλήσει» και να σταθεροποιηθεί η τιμή της συνάρτησης προσαρμογής.

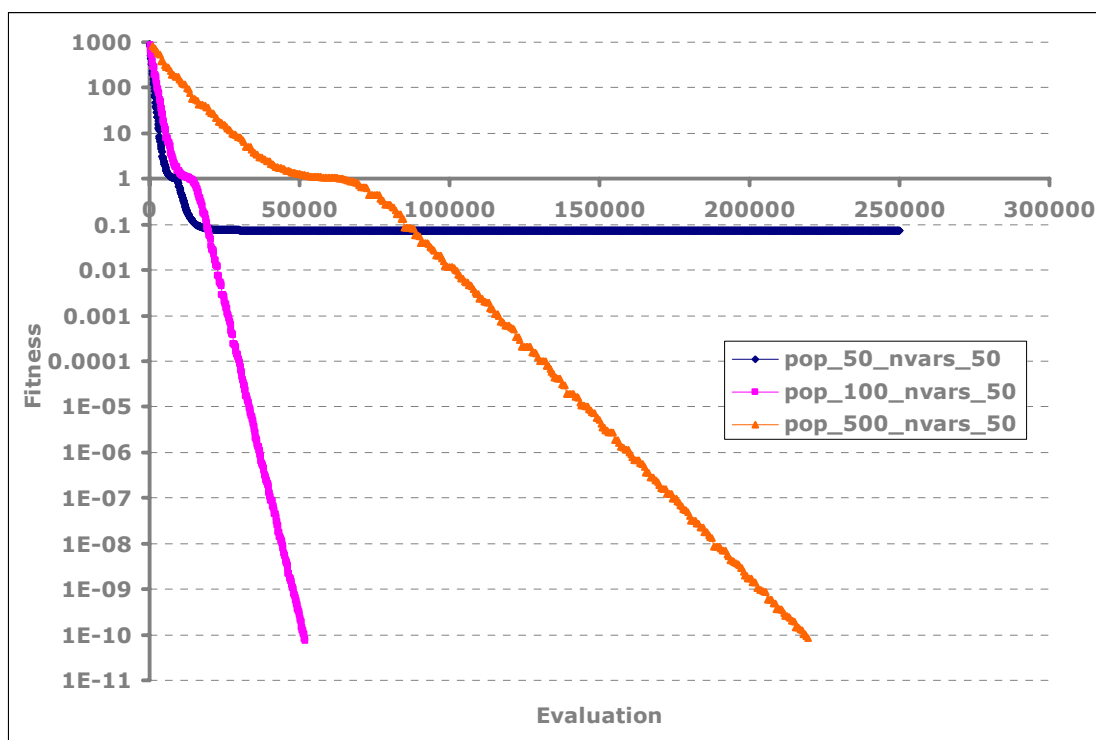
Αντίθετα, η περίπτωση με πληθυσμό 500 δεν αντιμετώπισε παρόμοιο πρόβλημα, αλλά και πάλι χρειάστηκε πολύ περισσότερο χρόνο για να δώσει κάποια ικανοποιητική λύση.



Γράφημα 4.25: Συνάρτηση ff3 – σύγκριση καμπύλων σχηματιζόμενων με χρήση διαφορετικών πληθυσμών

Στο Γράφημα 4.25 που προηγείται και αναφέρεται στη συνάρτηση ff3, παρατηρείται ότι και οι τρεις εναλλακτικές επιλογές διαφορετικών πληθυσμών, παγιδεύονται σε κάποιο τοπικό βέλτιστο, δημιουργώντας καμπύλες σχεδόν ταυτόσημες. Έτσι, δεν είναι δυνατός ο χαρακτηρισμός κάποιας ως βέλτιστη.

Το αποτέλεσμα αυτό, δείχνει ότι η συνάρτηση ff3 είναι αρκετά πολύπλοκη, γεγονός που καθιστά αδύνατη τη βελτιστοποίησή της με κάποια από τις εξεταζόμενες εναλλακτικές επιλογές.



Γράφημα 4.26: Συνάρτηση ff4 – σύγκριση καμπύλων σχηματιζόμενων με χρήση διαφορετικών πληθυσμών

Η περίπτωση που περιγράφεται από το Γράφημα 4.26, αναφέρεται στη συνάρτηση ff4, η οποία και παρουσιάζει παρόμοια συμπεριφορά με τη συνάρτηση ff0 που παρουσιάστηκε στο Γράφημα 4.22.

Ο αλγόριθμος και με τις δύο επιλογές πληθυσμών, 100 και 500, αποδίδει κάποια ικανοποιητική τιμή στη συνάρτηση προσαρμογής, αλλά και πάλι με το μικρότερο πληθυσμό απαιτείται πολύ λιγότερος χρόνος.

Συγκεκριμένα, με πληθυσμό 100 επιτυγχάνεται βέλτιστη τιμή της συνάρτησης προσαρμογής $7.35 \cdot 10^{-11}$ σε 51.900 επαναλήψεις, ενώ με πληθυσμό 500 επιτυγχάνεται βέλτιστη τιμή της συνάρτησης ίση με $8.5 \cdot 10^{-11}$ σε 219.500 επαναλήψεις.

4.2.2 Συμπεράσματα

Από το σύνολο των προηγθέντων Γραφημάτων 4.22 ως 4.26, δημιουργείται ένα πολύ σημαντικό ερώτημα:

Τι είναι αυτό που τελικά ενδιαφέρει περισσότερο; Η ταχύτητα σύγκλισης του αλγορίθμου ή η ικανότητά του να αποφεύγει τα εκάστοτε εμφανιζόμενα εμπόδια τοπικών βέλτιστων;

Συνήθως, αυτό που απασχολεί τη πλειοψηφία των ερευνητών που ενασχολούνται με τέτοιου είδους αλγορίθμους, είναι η επίτευξη ικανοποιητικού αποτελέσματος σε σχετικά μικρό χρόνο.

Στα αποτελέσματα των δοκιμών και συγκρίσεων που πραγματοποιήθηκαν, παρατηρήθηκε ότι η εκλογή πληθυσμού διπλάσιου των μεταβλητών σχεδίασης, αποφέρει, σε μικρό σχετικά χρόνο, αρκετά ικανοποιητικά αποτελέσματα. Από την άλλη πλευρά, σε ορισμένες περιπτώσεις, ο αλγόριθμος παγιδεύεται σε κάποιο τοπικό βέλτιστο. Αν για τον χρήστη του προγράμματος είναι ιδιαίτερα σημαντική η ικανότητα του αλγορίθμου να αποφεύγει τυχόν στασιμότητα σε τοπικά βέλτιστα, τότε θα πρέπει να εφαρμοστεί πληθυσμός δεκαπλάσιος του πλήθους των μεταβλητών σχεδίασης, έχοντας κατά νου ότι η συγκεκριμένη επιλογή θα έχει αρνητική επίπτωση στην ταχύτητα σύγκλισης του αλγορίθμου. Σε κάθε περίπτωση, θα πρέπει να εξετάζεται τι είναι πιο σημαντικό για τον εκάστοτε χρήστη και να πραγματοποιείται ανάλογα, η πιο συμφέρουσα επιλογή.

Στη συγκεκριμένη έρευνα, αυτό που θεωρείται πιο αποδοτικό είναι η χρήση του διπλάσιου πληθυσμού. Με την επιλογή αυτή, ο αλγόριθμος μπορεί να εμφανίζει σε ορισμένες περιπτώσεις στασιμότητα, αλλά η στασιμότητα αυτή πραγματοποιείται σε σχετικά ικανοποιητικές τιμές της συνάρτησης προσαρμογής. Επιπλέον, το πιο σημαντικό είναι το ότι η συγκεκριμένη επιλογή, αποδίδει στο πρόγραμμα πολύ ικανοποιητική ταχύτητα σύγκλισης.

4.3 Εξέταση της ευρωστίας των Διαφορικών Εξελικτικών Αλγορίθμων

Το τρίτο μέλημα της πραγματοποιούμενης έρευνας, είναι η εξέταση της ευρωστίας των Διαφορικών Εξελικτικών Αλγορίθμων. Στο υπολογιστικό λογισμικό, ευρωστία είναι η προσαρμοστικότητα του συστήματος, όταν σε αυτό ασκείται κάποιο είδος πίεσης σε περίπτωση παρουσίας κάποιου λανθασμένου δεδομένου εισαγωγής.

Οι αλγόριθμοι που εξετάζουμε, λειτουργούν με μία γεννήτρια παραγωγής τυχαίων αριθμών. Η γεννήτρια αυτή, παράγει μία σειρά αριθμών που δεν παρουσιάζουν κάποια διακριτή μορφή και έτσι η σειρά αυτή μπορεί και να χαρακτηριστεί τυχαία. Οι αριθμοί που παράγονται επηρεάζουν τις βασικές λειτουργίες του αλγορίθμου, καθιστώντας τον έτσι, τυχαία εξελισσόμενο. Από το γεγονός αυτό προκύπτει το εξής ερώτημα:

«Πως είναι δυνατή η βελτίωση και τελικά η βελτιστοποίηση των παραγόμενων λύσεων, μέσα από μία σειρά τυχαίων επιλογών και διαδικασιών;».

Στην πραγματικότητα, η λειτουργία του αλγορίθμου δεν είναι απόλυτα τυχαία, αφού ορίζεται και περιορίζεται από κάποιες βασικές λειτουργίες, όπως αυτές της μετάλλαξης, του επιχiasμού και της επιλογής.

Η εξέλιξη δεν είναι τυχαία. Η γενετική ποικιλομορφία, στην οποία δρα η φυσική επιλογή, μπορεί να γίνεται τυχαία, η φυσική επιλογή όμως, δεν είναι καθόλου τυχαία. Η επιτυχημένη επιβίωση και ανάπτυξη του εκάστοτε ατόμου, είναι άμεσα συνδεδεμένη με τις λειτουργίες των χαρακτηριστικών που κληρονομεί. Το κατά πόσον το άτομο αυτό θα επιβιώσει και θα αναπτυχθεί, εξαρτάται από το αν έχει γονίδια που παράγουν χαρακτηριστικά, τα οποία προσαρμόζονται εύκολα στο περιβάλλον.

Για να ερευνηθεί η ευρωστία του αλγορίθμου που μας απασχολεί, θα μελετηθεί η συμπεριφορά του σε αλλαγές του αρχικού σπόρου ISEED1 της γεννήτριας τυχαίων αριθμών. Για να χαρακτηριστεί, τελικά, ο αλγόριθμος ως εύρωστος, θα πρέπει με διάφορες τιμές του αρχικού σπόρου και σταθερά τα υπόλοιπα δεδομένα εισόδου, τα αποτελέσματα του προγράμματος να είναι παρόμοια μεταξύ τους.

Για την κάθε μία συνάρτηση του Παραρτήματος Α, πραγματοποιήθηκαν εικοσιένα διαφορετικά τρεξίματα με χρήση κάθε φορά διαφορετικού ISEED1, με στόχο να εξεταστεί η συμπεριφορά του αλγορίθμου. Η τιμή του αρχικού σπόρου κυμαίνεται στο διάστημα [1, 490] και αντιστοιχεί στη θέση σε έναν πίνακα με 490 τιμές αρχικών σπόρων. Οι τιμές επιλέχθηκαν ώστε να καλύπτουν όλο αυτό το δυνατό εύρος. Οι τιμές αυτές ξεκινούν από το 1 και με βήμα 25 επιλέγονται από όλο το διάστημα είκοσι μία τιμές.

Η αναλογία μέγεθος πληθυσμού–πλήθους μεταβλητών σχεδίασης που θα χρησιμοποιηθεί, θα αποφασιστεί βάσει της παραγράφου 4.2. Συγκεκριμένα το μέγεθος πληθυσμού θα είναι 100 και διπλάσιο των μεταβλητών σχεδίασης.

Τα συνολικά δεδομένα εισόδου του προγράμματος αναγράφονται στον Πίνακα 4.2 που ακολουθεί:

Όνομα μεταβλητής	Δεδομένες τιμές μεταβλητών για τις εφαρμογές
Τύπος Μετάλλαξης	Lampinen
Συντελεστής F	0.6
Τύπος Επιχιασμού	Lampinen
Πιθανότητα C_r	0.45
Μέγεθος πληθυσμού ($popsize$)	100
Πλήθος μεταβλητών σχεδίασης ($nvars$)	50

Πίνακας 4.2: Δεδομένα δοκιμών για απόδειξη ευρωστίας του Εξελικτικού Διαφορικού Αλγόριθμου

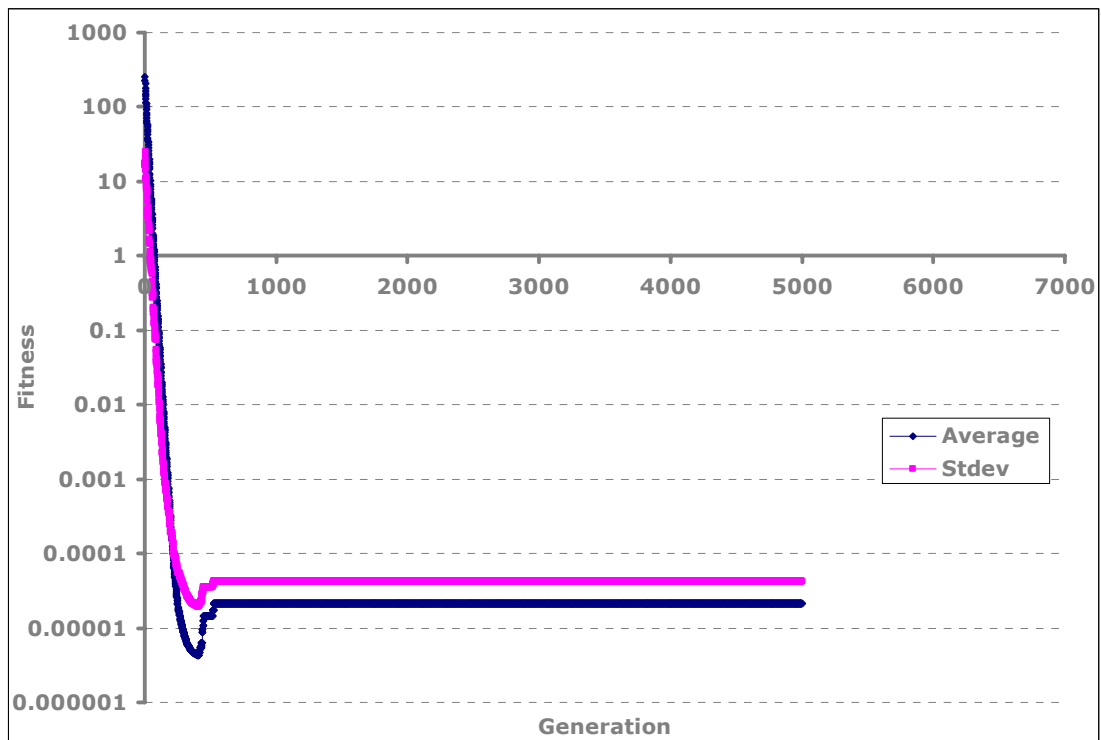
Για την κάθε χρησιμοποιούμενη συνάρτηση του Παραρτήματος Α, δίδονται δύο διαφορετικά σχεδιαγράμματα. Το πρώτο παρουσιάζει τη μέση τιμή και των είκοσι μία δοκιμών, για να παρουσιαστεί η σύγκλιση του αλγορίθμου, και το δεύτερο παρουσιάζει την τυπική απόκλιση των διαφορετικών τιμών για τη σύγκριση των ξεχωριστών δοκιμών.

Η τυπική απόκλιση είναι το «φυσικό» μέτρο της στατιστικής διασποράς, αν για κέντρο των δεδομένων θεωρηθεί η μέση τιμή. Η στατιστική διασπορά ή στατιστική μεταβλητότητα είναι ποσοτικοί μετρητές της μεταβλητότητας διαφορετικών μελών ενός πληθυσμού.

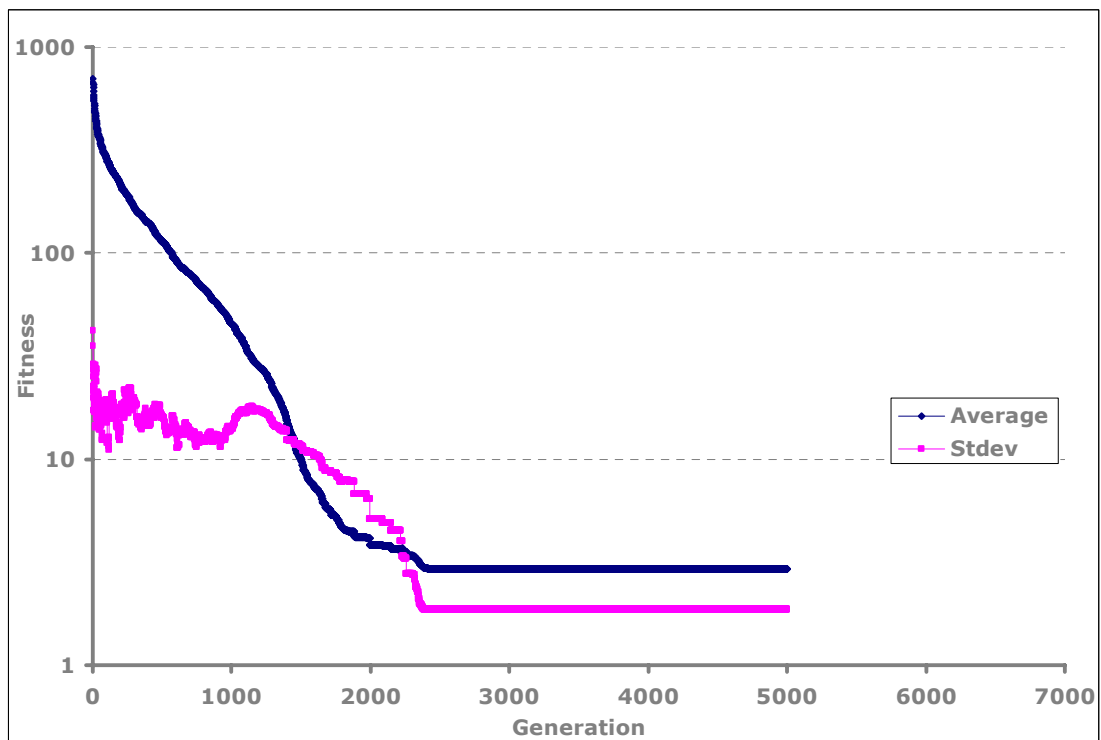
4.3.1 Παρουσίαση σύγκρισης

Στα Γραφήματα 4.27 ως 4.31 που παρουσιάζονται στη συνέχεια, οι συμβολισμοί που χρησιμοποιούνται, ερμηνεύονται ως εξής:

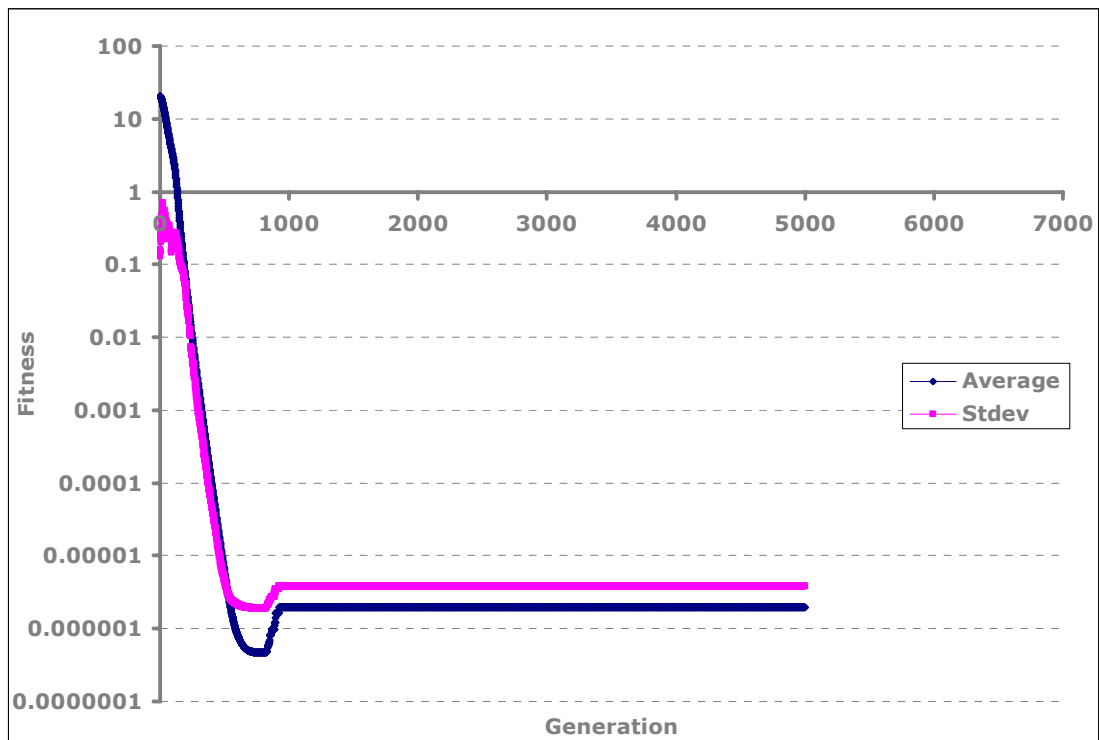
- Average είναι η καμπύλη των μέσων τιμών και
- Stdev είναι η τυπική απόκλιση των διαφορετικών τιμών.



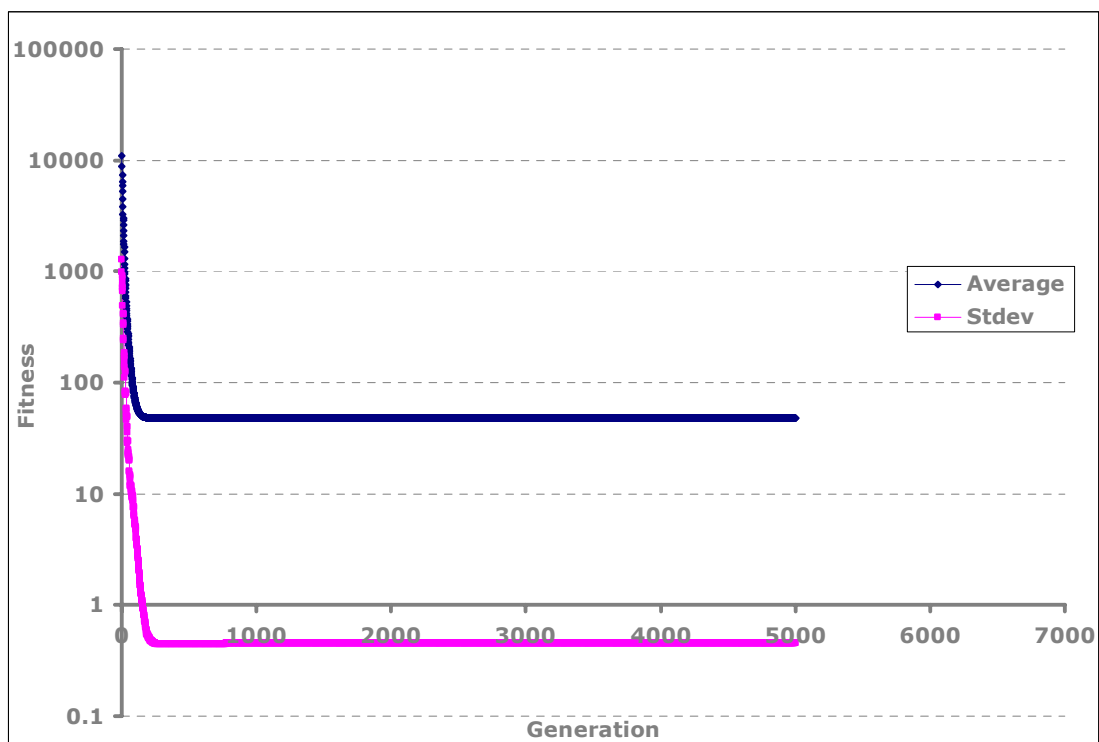
Γράφημα 4.27: Μέση τιμή και τυπική απόκλιση της συνάρτησης $ff0$



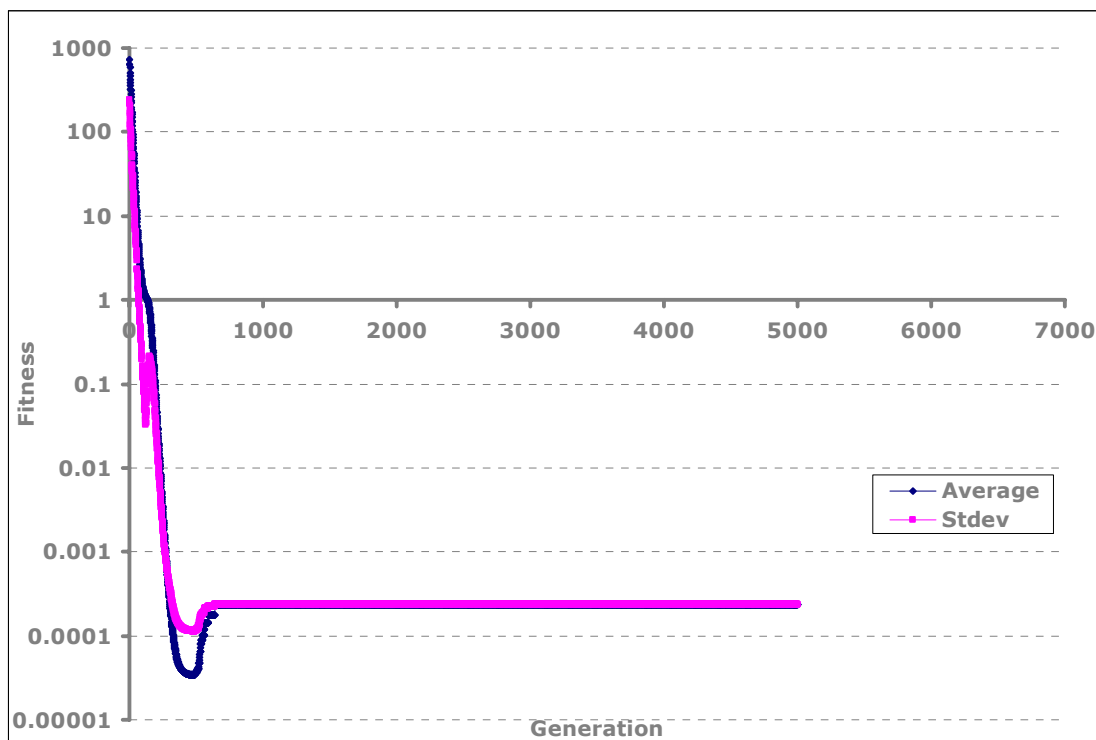
Γράφημα 4.28: Μέση τιμή και τυπική απόκλιση της συνάρτησης $ff1$



Γράφημα 4.29: Μέση τιμή και τυπική απόκλιση της συνάρτησης $ff2$



Γράφημα 4.30: Μέση τιμή και τυπική απόκλιση της συνάρτησης $ff3$



Γράφημα 4.31: Μέση τιμή και τυπική απόκλιση της συνάρτησης ff4

4.3.2 Συμπεράσματα

Με τα Γραφήματα 4.27 μέχρι 4.31, πραγματοποιείται σύγκριση της μέσης τιμής με την τυπική διασπορά των πέντε διαφορετικών συναρτήσεων του Παραρτήματος Α. Για να είναι ικανοποιητικά τα αποτελέσματα και να μπορεί να θεωρηθεί ο αλγόριθμος εύρωστος, θα πρέπει η τυπική διασπορά να τείνει στο μηδέν.

Συνήθως, στους αρχικούς πληθυσμούς η τυπική απόκλιση λαμβάνει μεγαλύτερες τιμές από αυτές που λαμβάνει στη συνέχεια. Αυτό το φαινόμενο οφείλεται στο γεγονός, ότι για να επιτευχθεί μία αποδεκτή και ικανοποιητική λύση, απαιτείται κάποιο αρχικό, ελάχιστο πλήθος επαναλήψεων. Στη συνέχεια των επαναλήψεων, η τυπική απόκλιση σχεδόν μηδενίζεται. Αυτό δείχνει που σημαίνει ότι όλες οι διαφορετικές δοκιμές τείνουν στη μέση τιμή, δηλαδή, αποφέρουν το ίδιο τελικό αποτέλεσμα.

4.4 Επιλογή κατάλληλου συνδυασμού συντελεστών μετάλλαξης (F) και επιχιασμού (Cr)

Το επόμενο, εξίσου μέγιστης σημασίας τμήμα της έρευνας, επικεντρώθηκε στη μελέτη των αλλαγών που επιφέρουν οι εκάστοτε εναλλαγές των βασικών συντελεστών F και Cr των χαρακτηριστικών λειτουργιών (μετάλλαξης και επιχιασμού) του αλγορίθμου. Κατά καιρούς, έχουν προταθεί πολλές διαφορετικές τιμές για τις δύο αυτές μεταβλητές, με αποτέλεσμα να μην υπάρχει κάποια σταθερή, ικανοποιητική και αδιαμφισβήτητη απόδοση τιμών.

Στην παράγραφο αυτή, θα εξεταστούν και θα συγκριθούν τα αποτελέσματα του αλγορίθμου με διαφορετικές τιμές του συντελεστή μετάλλαξης F και της πιθανότητας επιχιασμού Cr , για να προσδιοριστεί, τελικά, η πιο σωστή επιλογή. Η επιλογή αυτή θα πρέπει να οδηγεί τον αλγόριθμο σε πιο ικανοποιητική και αποδοτική συμπεριφορά, βοηθώντας τον να παρουσιάζει ταχεία σύγκλιση και αποφυγή ενδεχόμενων τοπικών βέλτιστων.

Στην παράγραφο 4.4.1, παρουσιάζονται πέντε διαφορετικά σχεδιαγράμματα (4.32 – 4.36), καθένα από τα οποία αναφέρεται σε διαφορετική συνάρτηση του Παραρτήματος Α. Το κάθε ένα από αυτά τα σχεδιαγράμματα, επίσης, αποτελείται από επτά διαφορετικά ζεύγη των συντελεστών μετάλλαξης και επιχιασμού F και Cr .

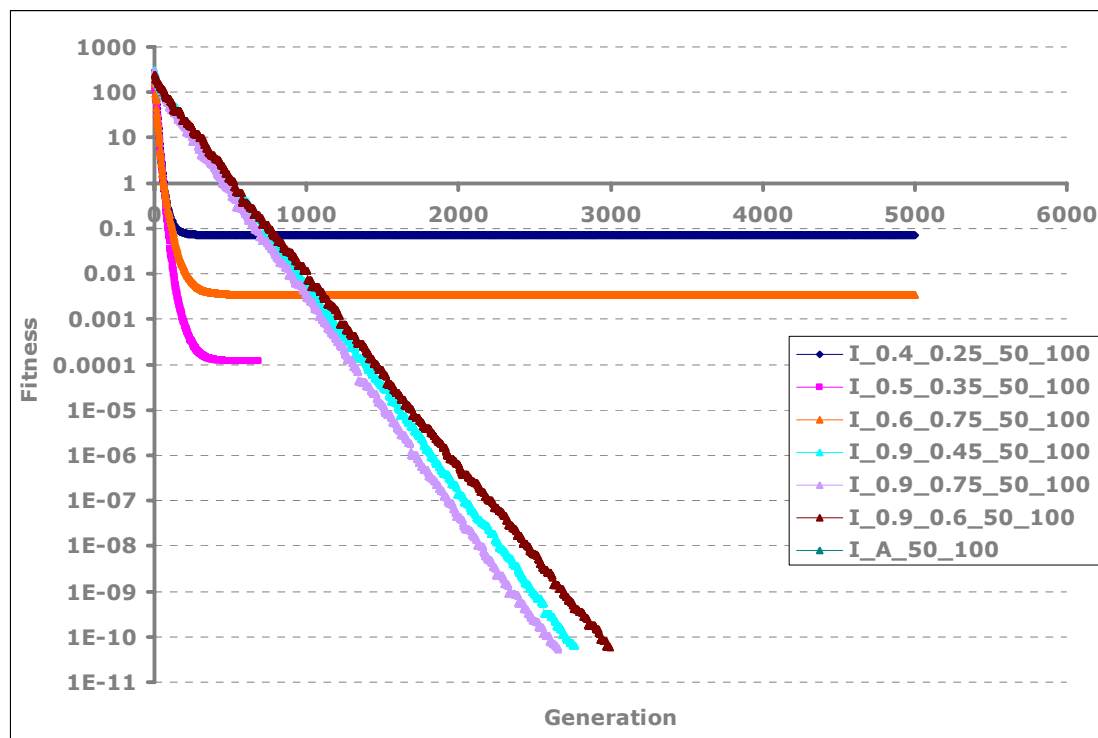
4.4.1 Πραγματοποίηση σύγκρισης

Στα Γραφήματα 4.32 μέχρι 4.36, οι συμβολισμοί που παρουσιάζονται είναι οι εξής:

- I : Τύποι μετάλλαξης και επιχιασμού DE2 και
- A : Τιμές συντελεστών μετάλλαξης και επιχιασμού 0.6 και 0.45 αντίστοιχα.

Στις καμπύλες που δε χρησιμοποιούνται οι συμβολισμοί αυτοί, η εξήγηση των ονομασιών δίνεται με το εξής παράδειγμα:

$I_{0.4_0.25_50_100}$: I_F_Cr _Πλήθος μεταβλητών σχεδίασης_Μέγεθος πληθυσμού.

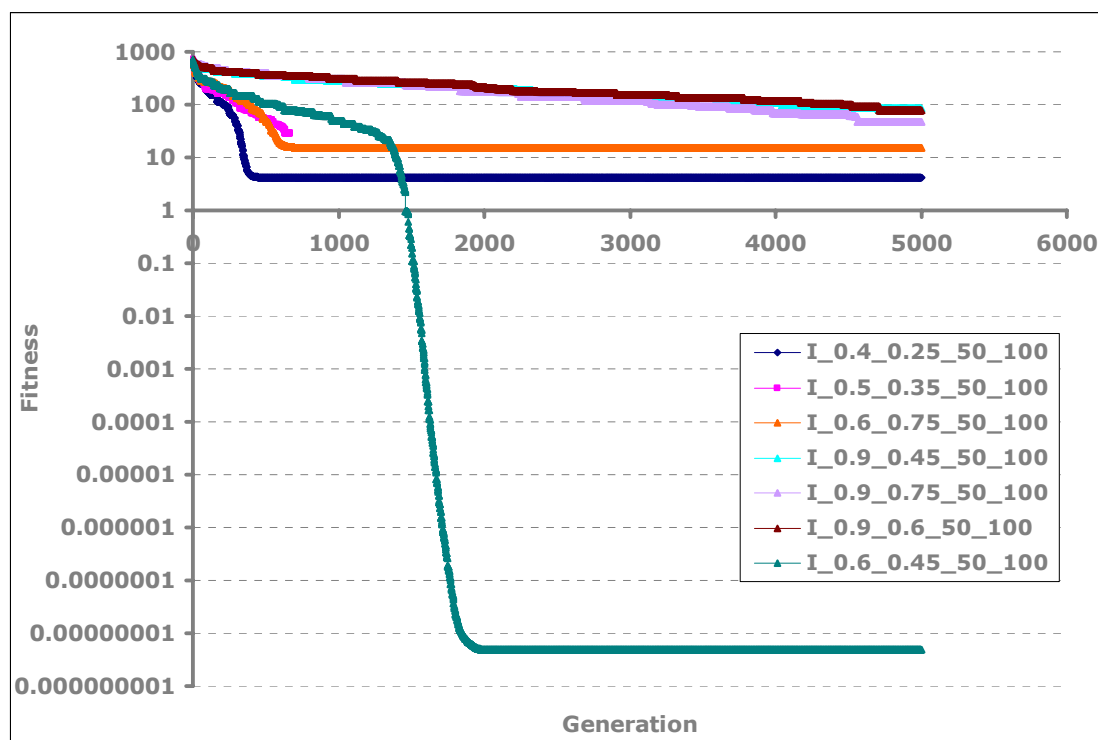


Γράφημα 4.32: Συνάρτηση $ff0$, σύγκριση διαφορετικών συνδυασμών τιμών συντελεστή μετάλλαξης F και πιθανότητας επιχiasμού Cr

Στο Γράφημα 4.32, παρατηρείται ότι ο αλγόριθμος για τρία διαφορετικά ζεύγη των συντελεστών μετάλλαξης και επιχiasμού, παγιδεύεται σε τοπικά βέλτιστα. Η συμπεριφορά αυτή του αλγορίθμου, καθιστά τη χρήση των τιμών αυτών μη αποδοτική. Στη συνέχεια όμως, οι υπόλοιποι τέσσερις συνδυασμοί δεν εμφανίζουν τέτοιου είδους πρόβλημα και επιτυγχάνουν μία ικανοποιητική βέλτιστη λύση. Η διαφορά των τεσσάρων αυτών δοκιμών έγκειται στην ταχύτητα σύγκλισης, η οποία και παρουσιάζει ποικιλομορφία ανάλογα με τον συνδυασμό των συντελεστών μετάλλαξης και επιχiasμού που χρησιμοποιούνται.

Βέλτιστη επιλογή των τιμών συντελεστών που μας απασχολούν είναι $F=0.6$ και $Cr=0.45$. Με τη χρήση των τιμών αυτών ο αλγόριθμος, όχι μόνο αποφεύγει τον κίνδυνο στασιμότητας λόγω κάποιου τοπικού βέλτιστου, αλλά εμφανίζει και καλή ταχύτητα σύγκλισης. Συγκεκριμένα, με τις τιμές αυτές επιτυγχάνεται η βέλτιστη λύση μετά από μόλις 418 επαναλήψεις. Από την άλλη, με την δεύτερη καλύτερη επιλογή των συντελεστών, $F=0.9$ και $Cr=0.75$, η ίδια λύση επιτυγχάνεται μετά από 2656 επαναλήψεις. Παρατηρείται, λοιπόν ένα μεγάλο όφελος στην ταχύτητα σύγκλισης με τη βέλτιστη επιλογή των συντελεστών, στην οποία απαιτούνται περίπου 6.5 φορές λιγότερες επαναλήψεις.

Τέλος, κάτι που αξίζει να αναφερθεί, είναι το ότι οι τρεις δοκιμές με $F=0.9$, αποφέρουν παρόμοια αποτελέσματα, άσχετα με την τιμή της πιθανότητας επιχiasμού Cr .

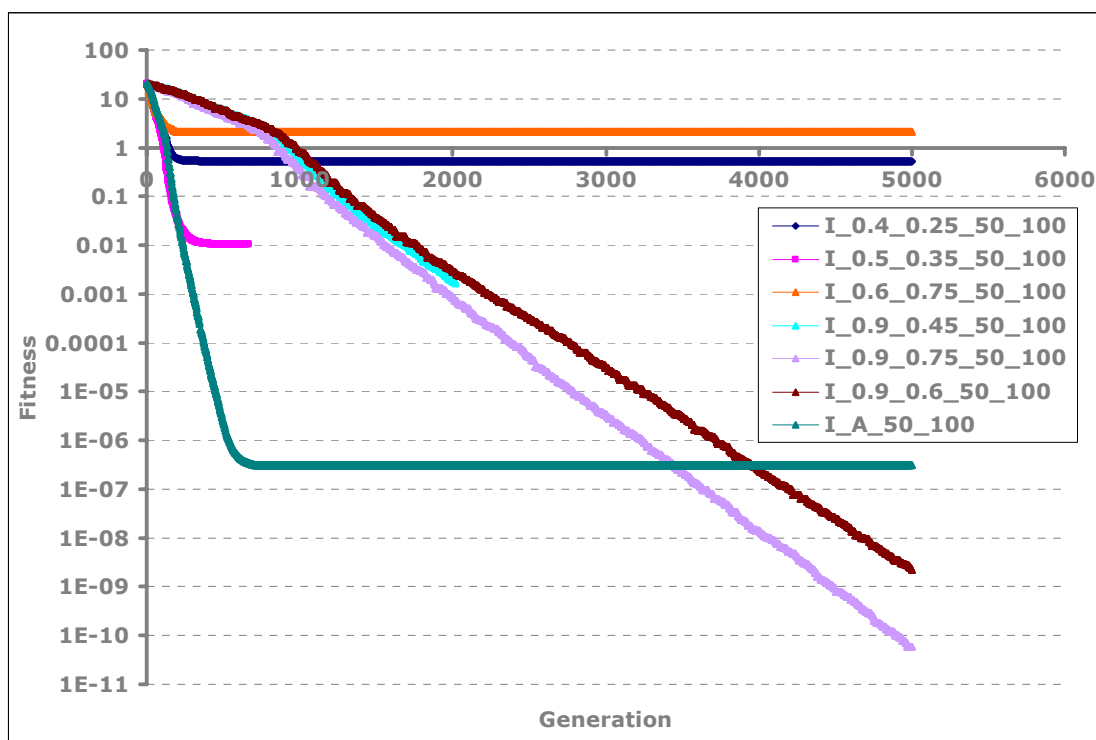


Γράφημα 4.33: Συνάρτηση ff1, σύγκριση διαφορετικών συνδυασμών τιμών συντελεστή μετάλλαξης F και πιθανότητας επιχιασμού Cr

Στο Γράφημα 4.33 που αφορά τη συνάρτηση ff1, είναι εμφανές ότι η καλύτερη επιλογή των τιμών των συντελεστών μετάλλαξης και επιχιασμού είναι 0.6 και 0.45 αντίστοιχα. Ο αλγόριθμος με τη χρήση των συγκεκριμένων τιμών, παρουσιάζει πολύ ικανοποιητική συμπεριφορά και επιτυγχάνει μία βέλτιστη τιμή, η οποία δεν είναι δυνατό τα επιτευχθεί με κανένα άλλο συνδυασμό των εν λόγω συντελεστών. Η ταχύτητα σύγκλισης της συγκεκριμένης δοκιμής αρχικά, παρουσιάζεται μη ικανοποιητική, αλλά τελικά η μορφή της αναδεικνύεται ως βέλτιστη και μάλιστα με πολύ μεγάλη διαφορά ποιότητας από τις υπόλοιπες.

Η βέλτιστη τιμή, η οποία επιτυγχάνεται με την αποδεδειγμένα καλύτερη επιλογή των τιμών των συντελεστών, είναι η $4.85 \cdot 10^{-9}$. Ταυτόχρονα, η τιμή που επιτυγχάνεται από την αμέσως καλύτερη επιλογή ($F=0.4$ και $Cr=0.25$), είναι η 4.1055. Παρατηρείται, λοιπόν, μία πολύ σημαντική διαφορά 9 τάξεων.

Τέλος, και εδώ παρατηρείται ότι οι τρεις δοκιμές με $F=0.9$ και διαφορετικά Cr, παρουσιάζουν παρόμοια αποτελέσματα. Η διαφορά που πρέπει να επισημανθεί, είναι ότι για τη συγκεκριμένη συνάρτηση, οι τιμές που αποδίδουν οι δοκιμές αυτές στη συνάρτηση προσαρμογής δεν είναι άξιες σύγκρισης με τις αντίστοιχες τιμές που αποδίδονται από τις υπόλοιπες.

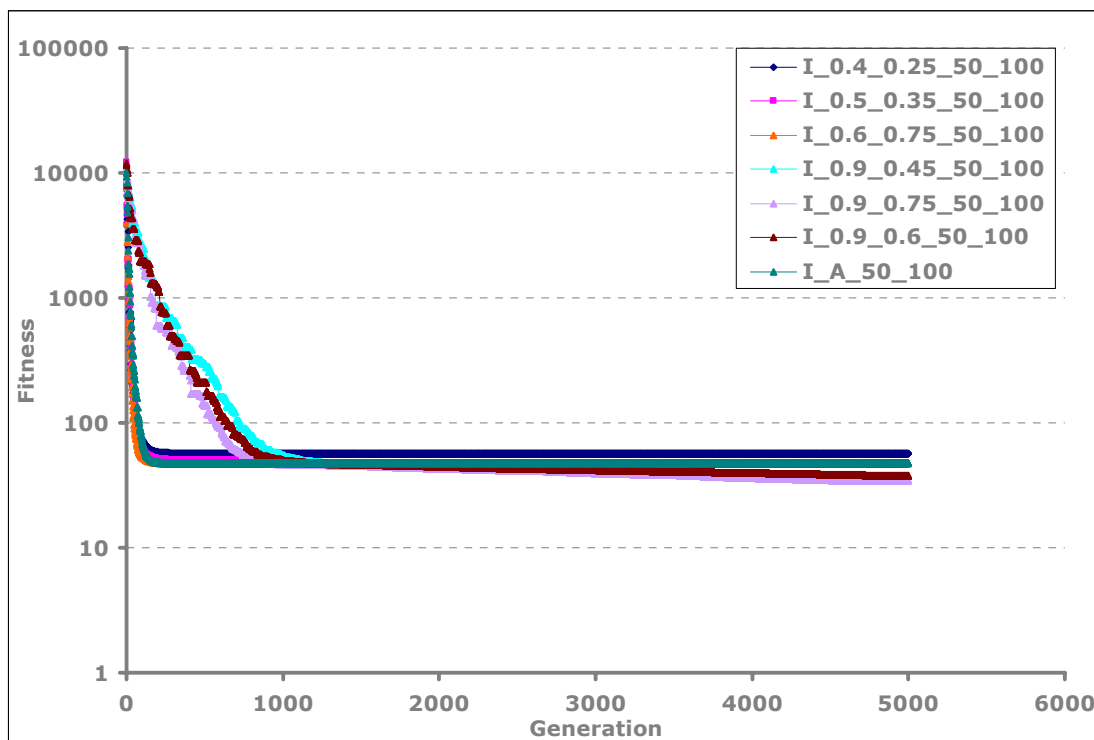


Γράφημα 4.34: Συνάρτηση ff2, σύγκριση διαφορετικών συνδυασμών τιμών συντελεστή μετάλλαξης F και πιθανότητας επιχιασμού Cr

Στο παραπάνω Γράφημα 4.34 παρατηρείται ότι η πλειοψηφία των δοκιμών αποδεικνύονται επιρρεπείς σε παγιδεύσεις σε τοπικά βέλτιστα και μόνο τρεις συνδυασμοί των συντελεστών αποφέρουν καλά αποτελέσματα αποφεύγοντας τα τοπικά ελάχιστα.

Η προηγουμένως βέλτιστη επιλογή $F=0.6$ και $Cr=0.45$ παγιδεύεται σε κάποιο τοπικό βέλτιστο, το οποίο όμως, θα μπορούσε να χαρακτηριστεί ως σχετικά ικανοποιητικό. Επίσης, η ταχύτητα σύγκλισής της συγκεκριμένης εφαρμογής, είναι εντυπωσιακή. Συγκεκριμένα η εν λόγω καμπύλη αποδίδει την τιμή $3.059 \cdot 10^{-7}$ μετά από 917 επαναλήψεις, τη στιγμή που η δεύτερη καλύτερη καμπύλη με $F=0.9$ και $Cr=0.75$, αποδίδει την ίδια λύση μετά από 3440 επαναλήψεις. Επισημαίνεται στο σημείο αυτό, ότι η βέλτιστη λύση της δεύτερης καμπύλης αποδεικνύεται καλύτερη κατά περίπου 3.5 τάξεις μεγέθους.

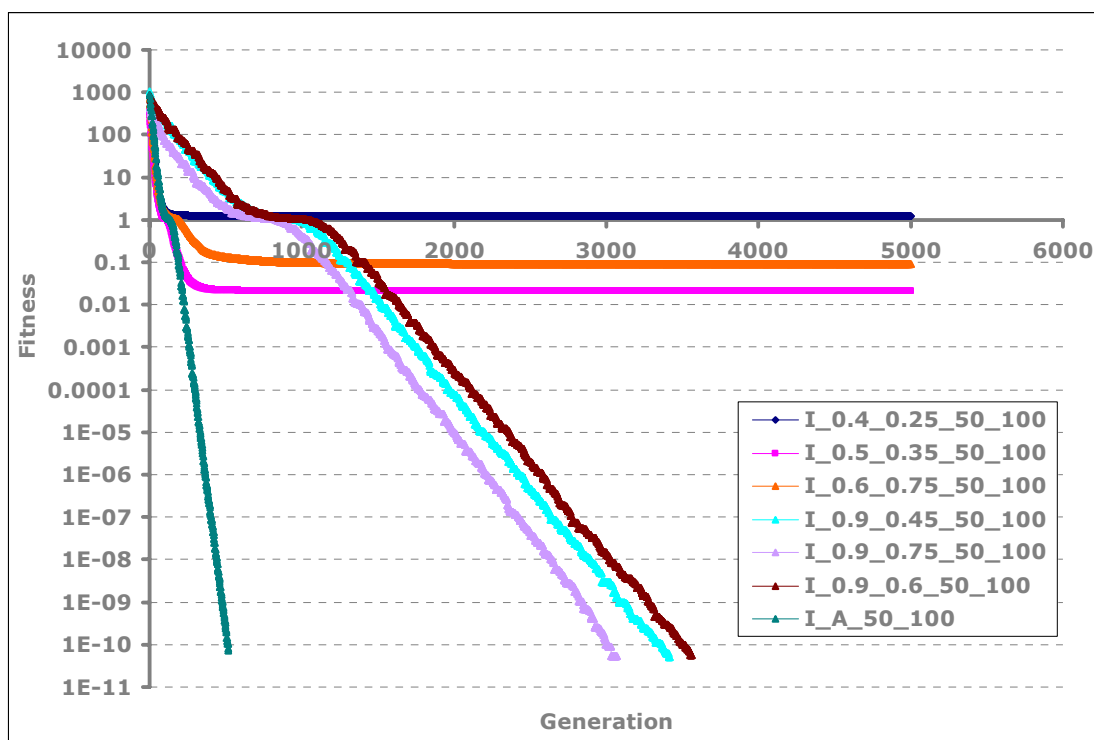
Τέλος, και σε αυτή τη συνάρτηση, οι τρεις διαφορετικές δοκιμές με $F=0.9$ και διαφορετικά Cr , παρουσιάζουν όμοια συμπεριφορά και αποδίδουν παρόμοια αποτελέσματα. Η δοκιμή στην οποία χρησιμοποιήθηκαν οι τιμές $F=0.9$ και $Cr=0.75$ υπερτερεί των υπολοίπων δύο εναλλακτικών, όπως ακριβώς και στις προηγούμενες συναρτήσεις, ff0 και ff1.



Γράφημα 4.35: Συνάρτηση $ff3$, σύγκριση διαφορετικών συνδυασμών τιμών συντελεστή μετάλλαξης F και πιθανότητας επιχιασμού Cr

Από το Γράφημα 4.35, που αφορά τη συνάρτηση $ff3$, παρατηρείται μία γενική συμπεριφορά και των επτά διαφορετικών δοκιμών. Ο αλγόριθμος φαίνεται να παγιδεύεται σε κάποιο ισχυρό τοπικό βέλτιστο, με όλες τις εναλλακτικές επιλογές των συντελεστών. Λίγο καλύτερη συμπεριφορά, βάσει της βέλτιστης επιτευχθείσας τιμής, παρουσιάζει ο αλγόριθμος με χρήση των τιμών $F=0.9$ και $Cr=0.75$.

Κάτι που αξίζει αναφοράς, είναι το γεγονός ότι στη συγκεκριμένη συνάρτηση οι τρεις δοκιμές με $F=0.9$ και διαφορετικά Cr , εκτός του ότι εμφανίζουν παρόμοια συμπεριφορά μεταξύ τους, παρουσιάζουν και καλύτερη, πιο ικανοποιητική, συμπεριφορά από τη δοκιμή με $F=0.6$ και $Cr=0.45$.



Γράφημα 4.36: Συνάρτηση $ff4$, σύγκριση διαφορετικών συνδυασμών τιμών συντελεστή μετάλλαξης F και πιθανότητας επιχiasμού Cr

Από το Γράφημα 4.36 που προηγείται, παρατηρείται ότι η δοκιμή που απέδωσε τα καλύτερα αποτελέσματα είναι αυτή που πραγματοποιήθηκε με $F=0.6$ και $Cr=0.45$. Η επιλογή αυτή επιτυγχάνει τη βέλτιστη λύση σε περίπου 400 επαναλήψεις, σε αντίθεση με τη δεύτερη καλύτερη επιλογή με τιμές $F=0.9$ και $Cr=0.75$, η οποία επιτυγχάνει την ίδια τιμή μετά από περίπου 3000 επαναλήψεις.

4.4.2 Συμπεράσματα

Στα Γραφήματα 4.32 μέχρι 4.36, παρατηρείται ότι σχεδόν για όλες τις διαφορετικές συναρτήσεις, ο αλγόριθμος λειτουργεί πιο ικανοποιητικά όταν γίνεται χρήση των τιμών $F=0.6$ και $Cr=0.45$. Η δεύτερη καλύτερη εναλλακτική λύση είναι αυτή που πραγματοποιείται για τιμές των συντελεστών $F=0.9$ και $Cr=0.75$.

Τα σημαντικότερα συμπεράσματα που εξάγονται από τις συγκρίσεις της Παραγράφου 4.3, είναι τα εξής:

- Οι δοκιμές με ζεύγη τιμών των συντελεστών μετάλλαξης και επιχiasμού πρωτίστως 0.6 - 0.45 και δευτερευόντως 0.9 - 0.75, αποδίδουν τα βέλτιστα αποτελέσματα.
- Οι τιμές 0.6 και 0.45 αποδεικνύονται στις περισσότερες περιπτώσεις ιδιαίτερα αποτελεσματικές. Αποδίδουν στον αλγόριθμο εντυπωσιακή ταχύτητα σύγκλισης και ικανοποιητική ευελιξία εύρεσης του ολικού ή ενός πολύ κοντινού βέλτιστου.

- Ταυτόχρονα μικρότερες τιμές από τις 0.6 και 0.45 και στους δύο συντελεστές, όχι μόνο δεν επιφέρουν καλύτερα αποτελέσματα, αλλά καθιστούν τον αλγόριθμο επιρρεπή σε παγιδεύσεις σε τοπικά βέλτιστα. Μία ιδιαίτερα μη ικανοποιητική λύση, δίνεται για τιμές των συντελεστών $F=0.4$ και $Cr=0.25$. Για λίγο μεγαλύτερες τιμές των δύο συντελεστών, δηλαδή για $F=0.5$ και $Cr=0.35$, η συμπεριφορά του αλγορίθμου βελτιώνεται ελαφρώς, χωρίς όμως και πάλι να θεωρείται αρκετά ικανοποιητική.
- Όταν ο συντελεστής μετάλλαξης ισούται με 0.6 και η πιθανότητα επιχiasμού με 0.75, η απόδοση του αλγορίθμου χειροτερεύει δραστικά, δίνοντας συνήθως μία από τις δύο εκάστοτε χειρότερες εναλλακτικές λύσεις.
- Ο αλγόριθμος παρουσιάζεται πιο ευαίσθητος σε ενδεχόμενες αλλαγές του συντελεστή μετάλλαξης F , από ότι σε αλλαγές της πιθανότητας επιχiasμού Cr , κυρίως όταν η τιμή του συντελεστή της μετάλλαξης που χρησιμοποιείται είναι μεγάλη ($F=0.9$). Για παράδειγμα, με $F=0.9$ και $Cr=0.45$ η απόδοση του αλγορίθμου μπορεί να βελτιωθεί με μία μείωση του συντελεστή F κατά 0.3 και εξίσωσή του με 0.6. Αντίθετα, στις περιπτώσεις που ο αλγόριθμος λειτουργεί με μικρές τιμές του συντελεστή μετάλλαξης, ($F=0.6$), οποιαδήποτε αλλαγή της πιθανότητας Cr μπορεί να επιφέρει πιο έντονη αλλαγή στην αποδοτικότητα του αλγορίθμου.

4.4.3 Τροποποιήσεις στη λειτουργία του Διαφορικού Εξελικτικού Αλγορίθμου

Εκτός από τις συγκρίσεις που πραγματοποιήθηκαν και παρουσιάστηκαν στην παράγραφο 4.4.1, έγινε και πλήθος τροποποιήσεων στον κώδικα του αλγορίθμου. Οι τροποποιήσεις αυτές είχαν ως στόχο τη μελέτη της αντίδρασης του αλγορίθμου, όταν σε αυτόν αλλάζουν απότομα οι τιμές των συντελεστών τη στιγμή που αυτός κινδυνεύει να παγιδευτεί σε κάποια υποβέλτιστη λύση. Έτσι, πραγματοποιήθηκαν μειώσεις ή αυξήσεις των εν λόγω συντελεστών σε ζωτικά σημεία της λειτουργίας του αλγορίθμου.

Από τα συμπεράσματα της Παραγράφου 4.4.2, διαφαίνεται μία τάση του αλγορίθμου να παγιδεύεται σε τοπικά βέλτιστα, κυρίως όταν οι τιμές των συντελεστών των διαδικασιών της μετάλλαξης και του επιχiasμού είναι μικρές. Με βάση την παρατήρηση αυτή, έγινε προσπάθεια χρησιμοποίησης μικρών τιμών στην αρχή της λειτουργίας του αλγορίθμου, έτσι ώστε να επιτευχθεί ικανοποιητική ταχύτητα σύγκλισης, μέχρι το σημείο που ο αλγόριθμος τείνει να «κολλήσει» σε κάποιο τοπικό βέλτιστο. Για τον σκοπό αυτό, χρησιμοποιήθηκαν μεγαλύτερες τιμές των συντελεστών μετάλλαξης και επιχiasμού, με στόχο να βοηθηθεί ο αλγόριθμος να αποφύγει ενδεχόμενη στασιμότητα.

Δυστυχώς, οι δοκιμές αυτές δεν απέφεραν τα αναμενόμενα αποτελέσματα. Ο αλγόριθμος εμφανίζει ιδιόρρυθμη συμπεριφορά σε απότομες αλλαγές των βασικών του συντελεστών και αποδίδει διαφορετικά, από τα αναμενόμενα, αποτελέσματα.

Όταν στο πρόγραμμα εμφανίζονται εξαρχής μεγάλες τιμές στους συντελεστές μετάλλαξης και επιχιασμού, αυτό λειτουργεί ικανοποιητικά και δύναται να αποφύγει την παγίδευση σε τοπικά βέλτιστα. Αντίθετα, όταν αυτές οι τιμές εφαρμοστούν απότομα στη μέση της λειτουργίας του, με στόχο την αποφυγή ενός τοπικού ελάχιστου, ο αλγόριθμος δεν προλαβαίνει να προσαρμοστεί.

Αυτή η συμπεριφορά του αλγορίθμου θα μπορούσε επεξηγηθεί ως εξής: Ο αλγόριθμος μέχρι το σημείο της αλλαγής έχει εξελιχθεί με κάποιο συγκεκριμένο τρόπο και έχει παράγει κάποιες λύσεις. Οι λύσεις αυτές είναι διαφορετικές από αυτές που θα είχαν προκύψει αν στον αλγόριθμο είχαν εφαρμοστεί οι -εν λόγω- τιμές από την αρχή της λειτουργίας του. Έτσι, συμπεραίνεται ότι μπορεί ο αλγόριθμος να είναι ιδιαίτερα αποδοτικός με σχετικά μεγάλες τιμές των συντελεστών μετάλλαξης και επιχιασμού, αλλά αν οι τιμές αυτές εφαρμοστούν κατά τη διάρκεια της λειτουργίας του, ο αλγόριθμος παύει να είναι εξίσου αποδοτικός, γιατί ήδη έχει παγιδευτεί σε μία περιοχή και η διασπορά του πληθυσμού είναι μικρή.

Αυτό το συμπέρασμα είναι πολύ σημαντικό, γιατί αποδεικνύει την πολυπλοκότητα και μη προβλεψιμότητα του αλγορίθμου σε επιφερόμενες αλλαγές. Οι Διαφορικοί Εξελικτικοί Αλγόριθμοι μπορεί να είναι κατανοητοί όσον αφορά τη γενική, τυπική τους λειτουργία, αλλά η περαιτέρω βελτίωσή τους παρουσιάζεται ιδιαίτερα δύσκολη και αβέβαια, ειδικά όσον αφορά τους συντελεστές των βασικών τους λειτουργιών που εξετάστηκαν.

4.5 Εύρεση βέλτιστων τιμών των συντελεστών μετάλλαξης και επιχιασμού για διαφορετικούς συνδυασμούς μεγέθους πληθυσμού-πλήθους μεταβλητών σχεδίασης

Στην παράγραφο αυτή γίνεται μελέτη της συμπεριφοράς του αλγορίθμου, με διάφορους συνδυασμούς πληθυσμού-πλήθους μεταβλητών σχεδίασης, στις διαφορετικές τιμές των συντελεστών F και Cr . Το εύρος τιμών του συντελεστή μετάλλαξης F ορίζεται στο διάστημα $[0.4, 0.9]$, ενώ το εύρος τιμών της πιθανότητας επιχιασμού στο διάστημα $[0.25, 0.75]$.

Τα δεδομένα που χρησιμοποιήθηκαν στις δοκιμές παρουσιάζονται στον Πίνακα 4.3 που ακολουθεί:

Όνομα μεταβλητής	Δεδομένες τιμές μεταβλητών για τις εφαρμογές
Τύπος Μετάλλαξης	Lampinen
Συντελεστής F	0.4, 0.6, 0.9
Τύπος Επιχιασμού	Lampinen
Πιθανότητα Cr	0,25, 0.45, 0.75
Πρώτος σπόρος γεννήτριας τυχαίων αριθμών ($ISEED1$)	50
Μέγεθος πληθυσμού ($popsize$)	50, 500
Πλήθος μεταβλητών σχεδίασης ($nvars$)	50

Πίνακας 4.3: Δεδομένα δοκιμών για εύρεση βέλτιστου συνδυασμού συντελεστών μετάλλαξης και επιχιασμού σε διαφορετικές αναλογίες πληθυσμού-πλήθους μεταβλητών σχεδίασης

Οι συνδυασμοί των συντελεστών μετάλλαξης και επιχιασμού που χρησιμοποιήθηκαν είναι 0.4-0.25, 0.6-0.45, 0.9-0.75 (Η πρώτη τιμή αντιστοιχεί στο συντελεστή μετάλλαξης, ενώ η δεύτερη στην πιθανότητα επιχιασμού). Αυτά τα ζεύγη τιμών, εφαρμόστηκαν ξεχωριστά στους δύο διαφορετικούς συνδυασμούς πληθυσμού- μεταβλητών σχεδίασης που μελετήθηκαν και στην παράγραφο 4.2.

Η σύγκριση πραγματοποιείται σε δύο μέρη:

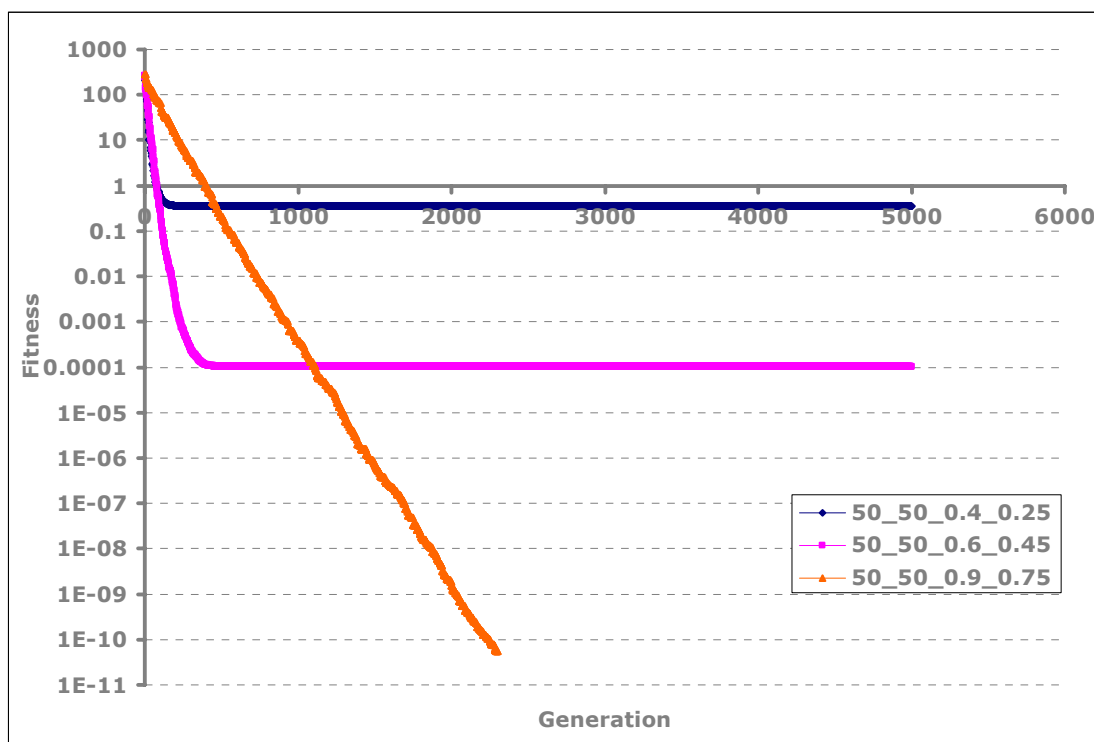
- Στο πρώτο μέρος συγκρίνονται τα ζεύγη των συντελεστών μετάλλαξης και επιχιασμού για πληθυσμό ίσο με το πλήθος των μεταβλητών σχεδίασης και
- Στο δεύτερο μέρος συγκρίνονται τα ίδια ζεύγη των συντελεστών για πληθυσμό δεκαπλάσιο του πλήθους των μεταβλητών σχεδίασης.

Στα Γραφήματα 4.37 έως 4.46 που ακολουθούν, τα σύμβολα και οι αριθμοί στις ονομασίες των καμπυλών είναι παρόμοια και μπορούν να γίνουν κατανοητά με το εξής απλό παράδειγμα:

50_50_0.4_0.25: Πλήθος μεταβλητών σχεδίασης_Μέγεθος πληθυσμού_ F _ Cr .

4.5.1 Πρώτο μέρος σύγκρισης

Στη παράγραφο αυτή, παρουσιάζονται τα αποτελέσματα με χρήση επτά διαφορετικών συνδυασμών των συντελεστών μετάλλαξης και επιχιασμού σε μέγεθος πληθυσμού ίσο με το πλήθος των μεταβλητών σχεδίασης. Οι σύγκριση πραγματοποιήθηκε και για τις πέντε συναρτήσεις του Παραρτήματος Α.

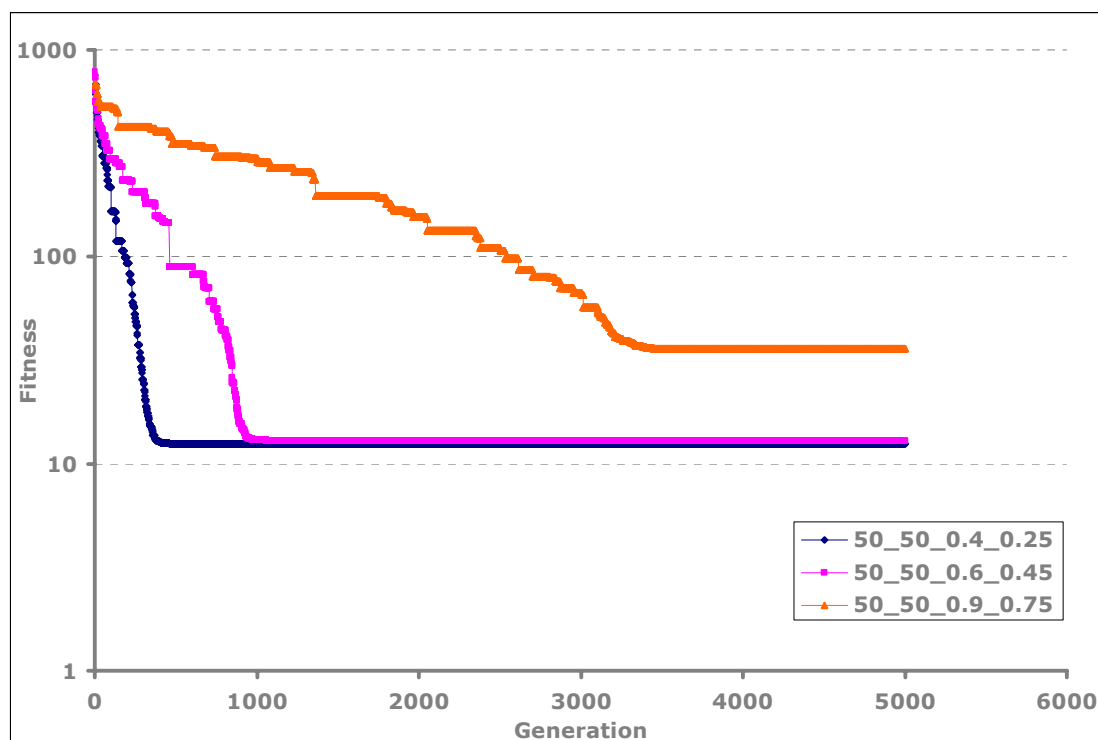


Γράφημα 4.37: Συνάρτηση ff_0 , Βέλτιστη τιμή F και Cr για πληθυσμό 50

Από το Γράφημα 4.37, παρατηρούμε ότι για μέγεθος πληθυσμού ίσο με το πλήθος των μεταβλητών σχεδίασης, η καλύτερη καμπύλη επιτυγχάνεται με $F=0.9$ και $Cr=0.75$. Με τις τιμές αυτές, ο αλγόριθμος δεν παγιδεύεται σε κάποιο τοπικό βέλτιστο και εμφανίζει αρκετά ικανοποιητική ταχύτητα σύγκλισης.

Η δεύτερη καλύτερη λύση επιτυγχάνεται με $F=0.6$ και $Cr=0.45$, η οποία παρουσιάζει καλής ποιότητας σύγκλιση, αλλά παγιδεύεται σε κάποια υποβέλτιστη λύση και εμφανίζει στασιμότητα στην τιμή αυτή.

Τέλος, τελευταία στη σειρά προτίμησης, έρχεται η καμπύλη που σχηματίζεται με $F=0.4$ και $Cr=0.25$. Η επιλογή αυτή, είναι της ίδιας μορφής με την δεύτερη καλύτερη εναλλακτική, με την διαφορά ότι στη χειρίστη επιλογή η στασιμότητα εμφανίζεται σε χειρότερη τιμή.

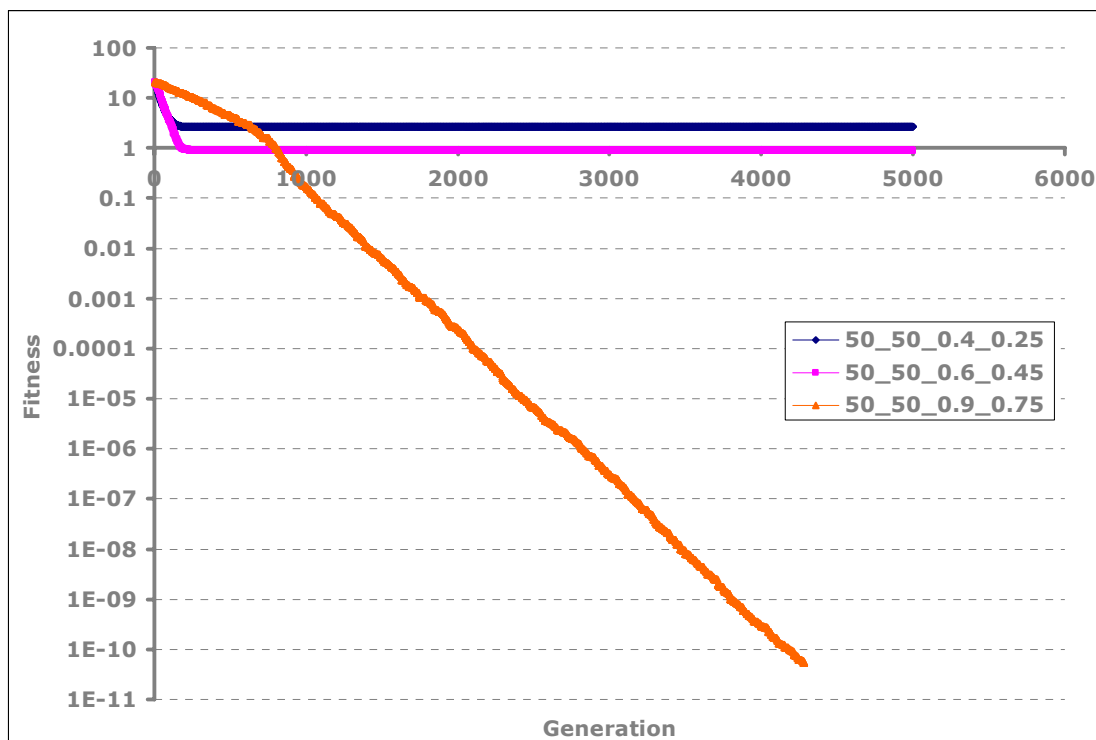


Γράφημα 4.38: Συνάρτηση $ff1$, Βέλτιστη τιμή F και Cr για πληθυσμό 50

Στο Γράφημα 4.38 που προηγείται, φαίνεται ότι και οι τρεις διαφορετικοί συνδυασμοί που εξετάζονται παγιδεύονται τελικά σε κάποιο τοπικό βέλτιστο.

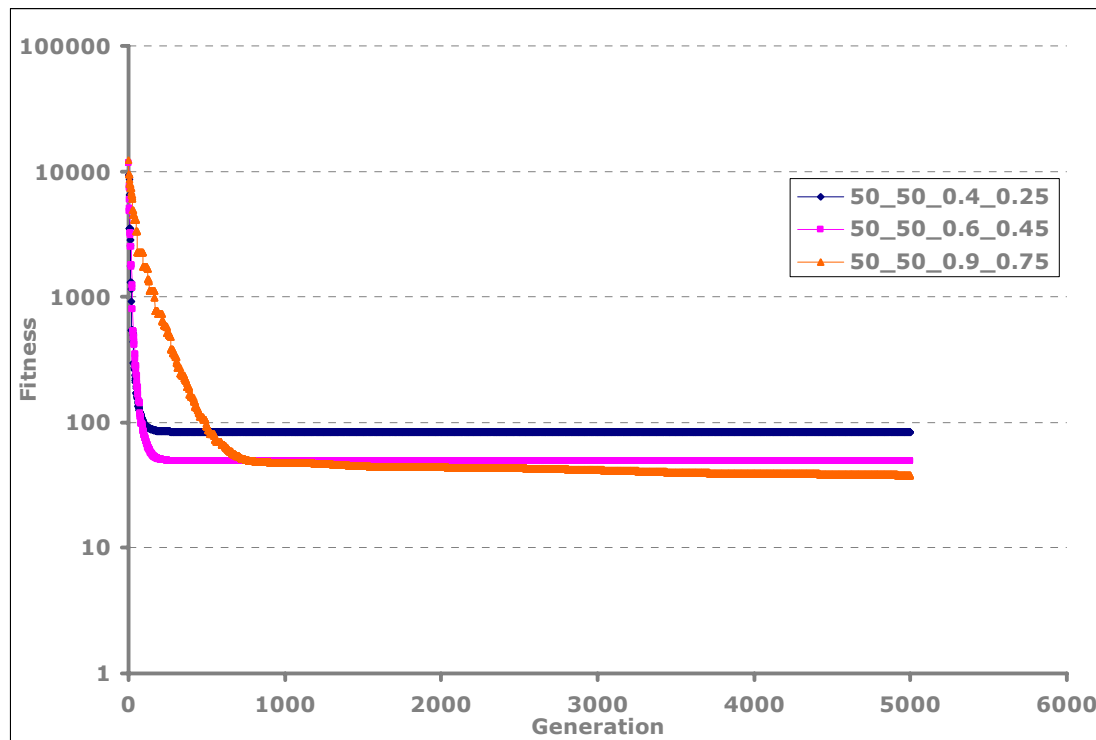
Η βέλτιστη επιλογή των συντελεστών μετάλλαξης και επιχιασμού είναι 0.4 και 0.25 αντίστοιχα και η καμπύλη που διαμορφώνεται με αυτές τις τιμές, είναι παρόμοιας μορφής με αυτή που διαμορφώνεται με χρήση των τιμών 0.6 και 0.45. Η διαφορά που εμφανίζεται μεταξύ των δύο προαναφερθέντων επιλογών, είναι ότι η τελευταία εμφανίζει ελαφρώς μικρότερη ταχύτητα σύγκλισης.

Τέλος, τα χειρότερα αποτελέσματα φαίνεται να παρέχονται με τιμές των συντελεστών $F=0.9$ και $Cr=0.75$. Με τις τιμές αυτές, ο αλγόριθμος εμφανίζει μη ικανοποιητική ταχύτητα σύγκλισης και παγιδεύεται σε χειρότερο τοπικό βέλτιστο από αυτό που επιτυγχάνεται με τους άλλους δύο εναλλακτικούς συνδυασμούς.



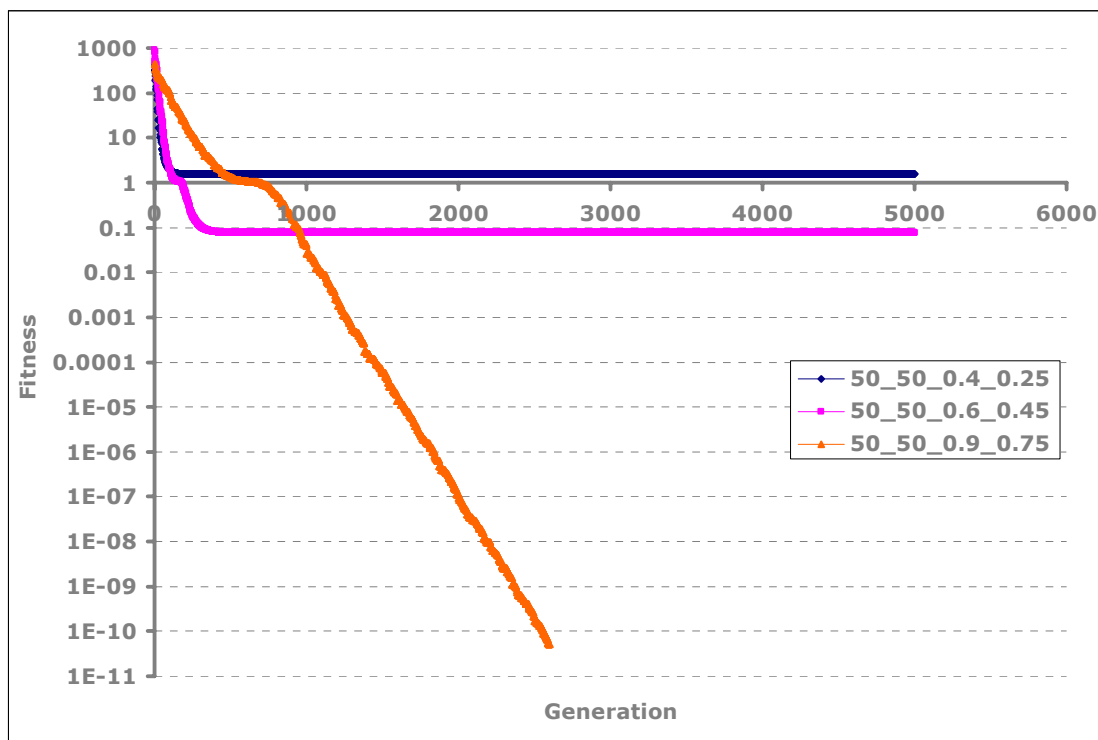
Γράφημα 4.39: Συνάρτηση $ff2$, Βέλτιστη τιμή F και Cr για πληθυσμό 50

Στο Γράφημα 4.39, παρατηρείται ότι η βέλτιστη συμπεριφορά του αλγόριθμου επιτυγχάνεται με τιμές συντελεστών $F=0.9$ και $Cr=0.75$. Με τις τιμές αυτές, ο αλγόριθμος δεν παγιδεύεται σε τοπικά βέλτιστα, ενώ παρουσιάζει και πολύ καλή ποιότητα σύγκλισης. Η βέλτιστη αυτή καμπύλη παρουσιάζει αρχικά μικρότερη ταχύτητα σύγκλισης, αλλά στη συνέχεια τα αποτελέσματά της είναι εντυπωσιακά. Οι υπόλοιποι δύο συνδυασμοί παρουσιάζουν παρόμοια αποτελέσματα μεταξύ τους, αφού και οι δύο οδηγούν το πρόγραμμα σε παγίδευση σε τοπικά βέλτιστα. Από τις δύο αυτές εναλλακτικές, λίγο καλύτερα αποτελέσματα στη συνάρτηση προσαρμογής επιτυγχάνονται με την επιλογή συντελεστών $F=0.6$ και $Cr=0.45$.



Γράφημα 4.40: Συνάρτηση $ff3$, Βέλτιστη τιμή F και Cr για πληθυσμό 50

Στο Γράφημα 4.40 που προηγείται, παρατηρείται μία μη ικανοποιητική συμπεριφορά και των τριών εξεταζόμενων συνδυασμών των συντελεστών F και Cr . Με τις τιμές $F=0.6$ και $Cr=0.45$, καθώς και με τις τιμές $F=0.9$ και $Cr=0.75$, παρουσιάζονται παρόμοια αποτελέσματα. Παρόλα αυτά, ανάμεσα στις δύο, καλύτερη αρχική ταχύτητα σύγκλισης παρουσιάζει η καμπύλη που δημιουργήθηκε με τιμές συντελεστών μετάλλαξης και επιχιασμού 0.6 και 0.45 αντίστοιχα. Τέλος, η καμπύλη με $F=0.4$ και $Cr=0.25$ παγιδεύεται σε μία ελαφρώς υποβέλτιστη λύση.

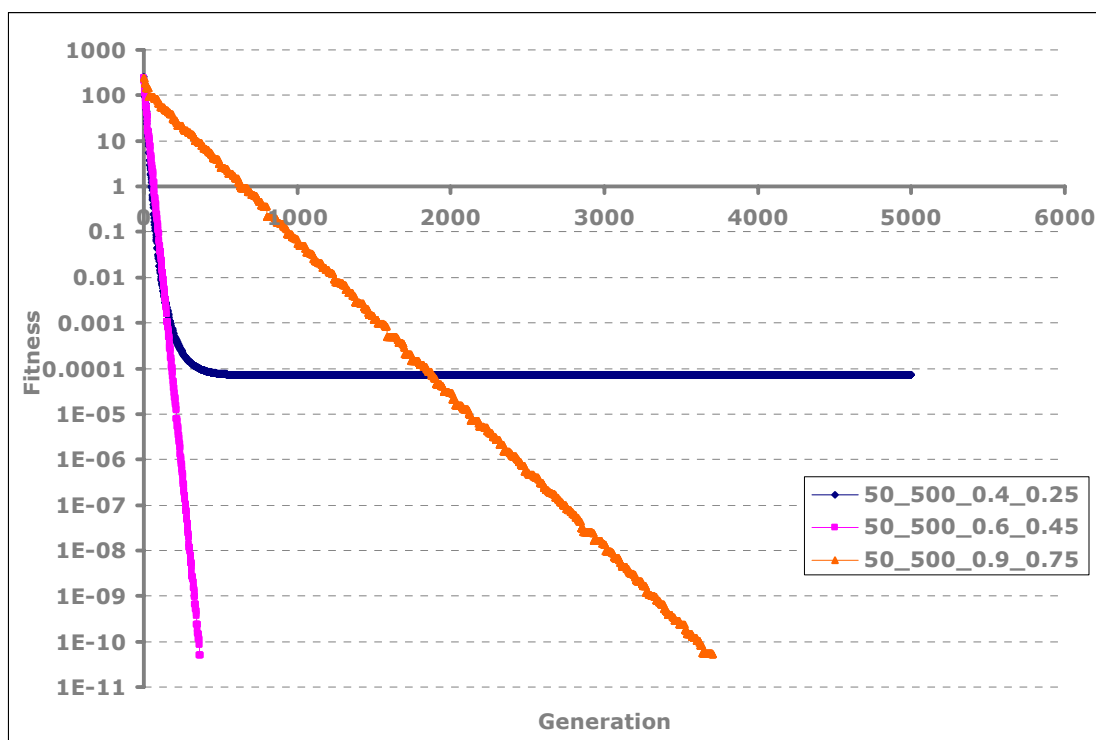


Γράφημα 4.41: Συνάρτηση ff4, Βέλτιστη τιμή F και Cr για πληθυσμό 50

Από το Γράφημα 4.41, φαίνεται ότι ο αλγόριθμος συμπεριφέρεται πιο ικανοποιητικά με τιμές των συντελεστών μετάλλαξης και επιχiasμού 0.9 και 0.75 αντίστοιχα. Η συγκεκριμένη καμπύλη, παρουσιάζει, αρχικά, μικρότερη ταχύτητα σύγκλισης, αλλά τελικά επιτυγχάνει μία βέλτιστη τιμή της συνάρτησης προσαρμογής ίση με $5.11 \cdot 10^{-11}$ στην 2599^η επανάληψη, τη στιγμή που η βέλτιστη επιτυγχάνουσα τιμή στις άλλες συναρτήσεις είναι περίπου $7.5 \cdot 10^{-2}$. Παρατηρείται λοιπόν, ότι με τη χρήση της βέλτιστη επιλογής, επιτυγχάνεται μία τιμή περίπου εννέα τάξεων μικρότερη.

4.5.2 Δεύτερο μέρος σύγκρισης

Στη συγκεκριμένη παράγραφο, γίνεται παρουσίαση των διαφορετικών αποτελεσμάτων για τις πέντε συναρτήσεις του Παραρτήματος Α, με χρήση πληθυσμού δεκαπλάσιου του πλήθους των μεταβλητών σχεδίασης (50).

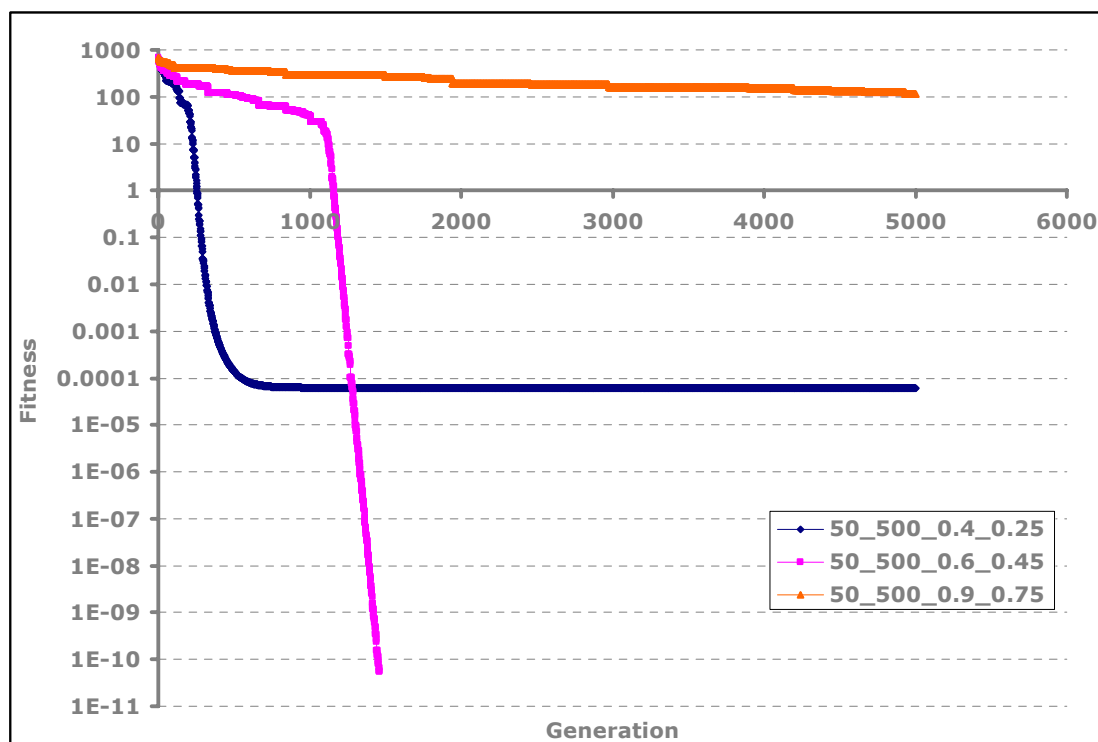


Γράφημα 4.42: Συνάρτηση $ff0$, Βέλτιστη τιμή F και Cr για πληθυσμό 500

Στο Γράφημα 4.42, παρατηρείται ότι τα καλύτερα και πιο ικανοποιητικά αποτελέσματα επιτυγχάνονται με επιλογή των συντελεστών $F=0.6$ και $Cr=0.45$. Με τις τιμές αυτές, ο αλγόριθμος επιτυγχάνει την καλύτερη σύγκλιση και δεν παγιδεύεται σε τοπικά βέλτιστα.

Αρκετά ικανοποιητικά αποτελέσματα παρέχονται και με την καμπύλη που δημιουργήθηκε με τις τιμές των συντελεστών $F=0.9$ και $Cr=0.75$. Βέβαια, με την επιλογή αυτή, παρουσιάζεται αρκετά μικρότερη ταχύτητα σύγκλισης. Χαρακτηριστικά, η βέλτιστη τιμή στην πρώτη περίπτωση, επιτυγχάνεται στην 369^η επανάληψη, ενώ στην δεύτερη η ίδια τιμή επιτυγχάνεται στην 3709^η επανάληψη. Φαίνεται, δηλαδή, ότι ο βέλτιστος συνδυασμός των τιμών των συντελεστών χρειάστηκε σχεδόν δέκα φορές λιγότερες επαναλήψεις για την επίτευξη της, εν λόγω, τιμής.

Τέλος, η τρίτη, σε απόδοση, επιλογή των τιμών $F=0.4$ και $Cr=0.25$, εμφανίζει αρχικά παρόμοια σύγκλιση με τη βέλτιστη επιλογή ανάθεσης συντελεστών, αλλά τελικά παγιδεύεται γρήγορα σε κάποιο τοπικό βέλτιστο, αποδίδοντας στη συνάρτηση προσαρμογής μία σταθερή, υποβέλτιστη τιμή.

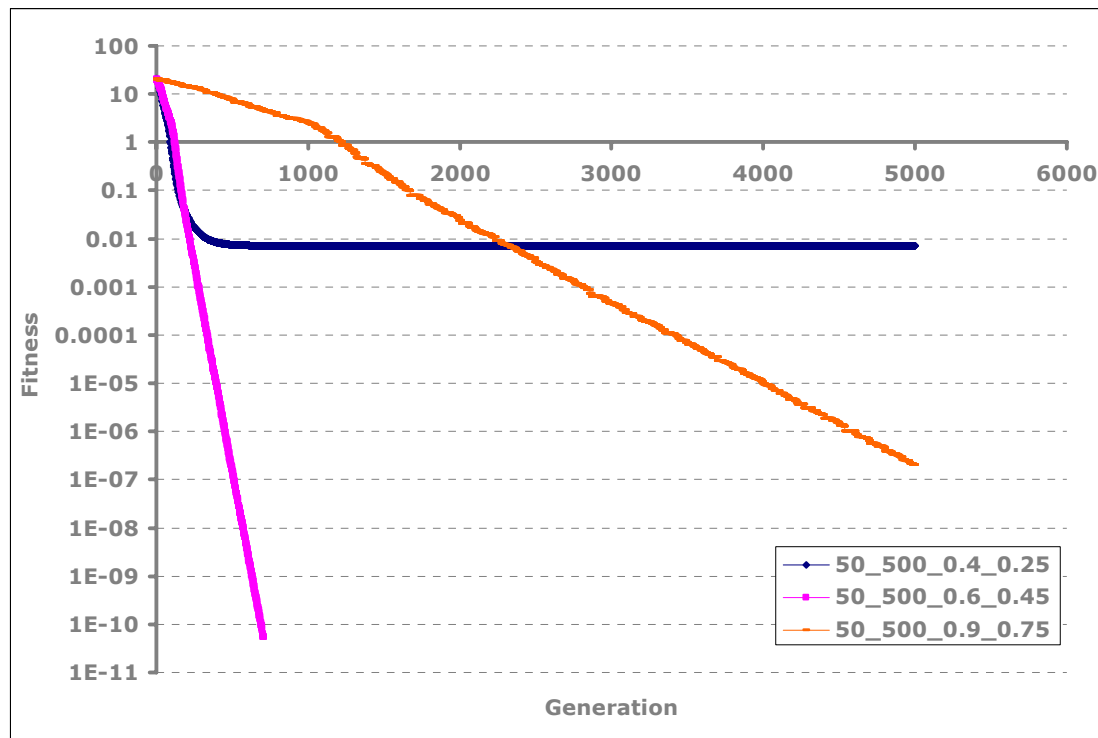


Γράφημα 4.43: Συνάρτηση ff1, Βέλτιστη τιμή F και Cr για πληθυσμό 500

Από το Γράφημα 4.43, παρατηρείται ότι όταν επιδιώκεται βελτίωση της συνάρτησης ff1 με χρήση πληθυσμού 500, η καλύτερη επιλογή είναι η χρήση των τιμών $F=0.6$ και $Cr=0.45$. Με τις τιμές αυτές, ο αλγόριθμος παρουσιάζει εξαιρετική συμπεριφορά, ξεπερνώντας ενδεχόμενες παγίδες τοπικών βέλτιστων. Χαρακτηριστικά, η εν λόγω καμπύλη, δίνει μία βέλτιστη λύση ίση με $5.45 \cdot 10^{-11}$ σε 1463 επαναλήψεις, τη στιγμή που η καμπύλη που σχηματίστηκε με τιμές $F=0.4$ και $Cr=0.25$, δίνει βέλτιστη τιμή ίση με $6.2 \cdot 10^{-5}$.

Από την άλλη πλευρά, η καμπύλη λύσεων που σχηματίστηκε με τιμές των συντελεστών μετάλλαξης και επιχiasμού 0.4 και 0.25, επιτυγχάνει την τιμή $6.3 \cdot 10^{-5}$ μετά από μόλις 853 επαναλήψεις, ενώ η καμπύλη που αποδείχτηκε βέλτιστη, την ίδια στιγμή επιτυγχάνει τιμή ίση με 50.30.

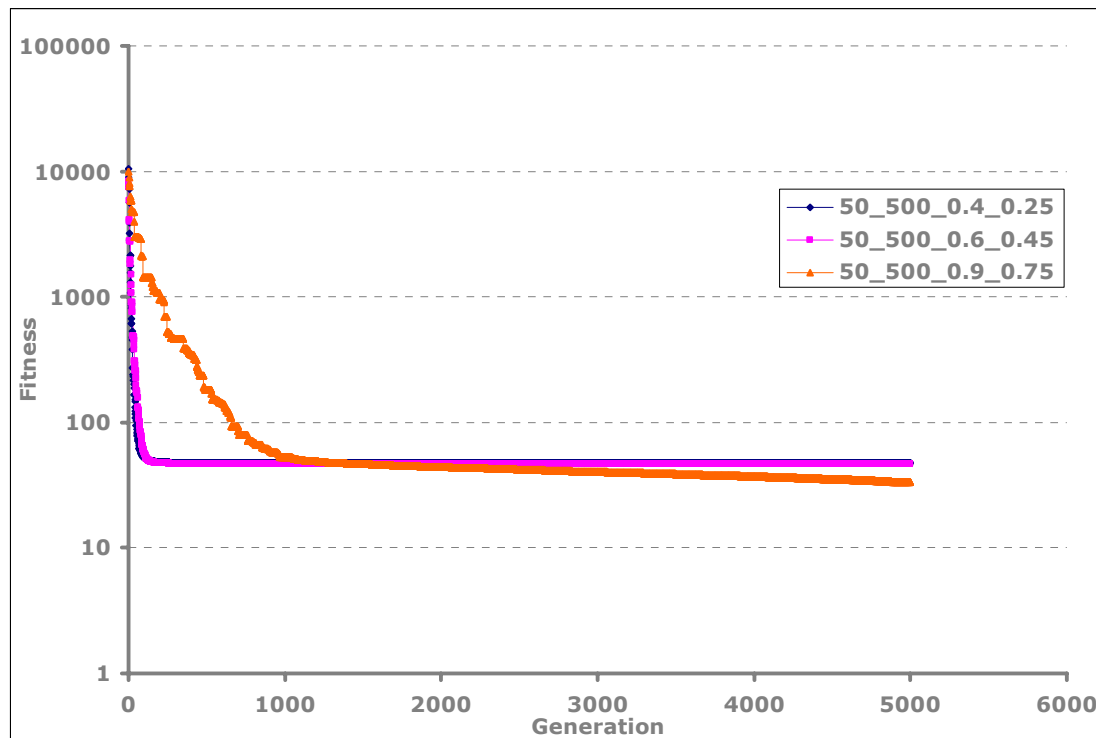
Ενώ λοιπόν, αρχικά, η τελικά βέλτιστη επιλογή, παρουσιάζει μη ικανοποιητική ταχύτητα σύγκλισης, σχετικά με την καμπύλη τιμών $F=0.4$ και $Cr=0.25$, στη συνέχεια εξελίσσεται σε μία καμπύλη λύσεων με πολύ εντυπωσιακή μορφή.



Γράφημα 4.44: Συνάρτηση $ff2$, Βέλτιστη τιμή F και Cr για πληθυσμό 500

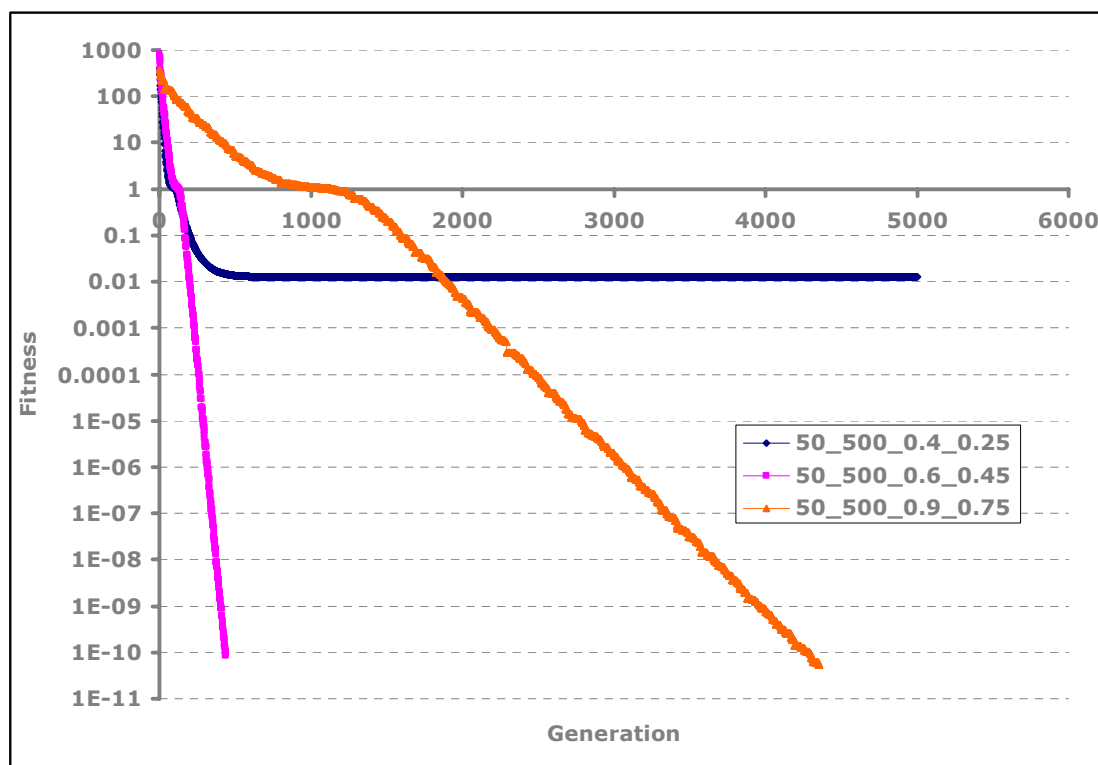
Από το Γράφημα 4.44 που προηγείται, παρατηρείται ότι τα πιο ικανοποιητικά αποτελέσματα, επιτυγχάνονται με τιμές των συντελεστών μετάλλαξης και επιχιασμού 0.6 και 0.45 αντίστοιχα. Με τις τιμές αυτές, ο αλγόριθμος εμφανίζει πολύ καλή ταχύτητα και ποιότητα σύγκλισης. Χαρακτηριστικά, στην εν λόγω καμπύλη, μετά από περίπου 495 επαναλήψεις, επιτυγχάνεται η τιμή που με την καμπύλη χρήσης συντελεστών $F=0.9$ και $Cr=0.75$, αποδίδεται μετά από 5000 επαναλήψεις. Με την πρώτη επιλογή δηλαδή, απαιτήθηκαν περίπου 10 φορές λιγότερες επαναλήψεις του αλγορίθμου.

Τέλος, η επιλογή των τιμών $F=0.4$ και $Cr=0.25$, οδηγεί τον αλγόριθμο, μετά από λίγες σχετικά επαναλήψεις, σε παγίδευση από κάποια υποβέλτιστη, μη ικανοποιητική λύση.



Γράφημα 4.45: Συνάρτηση ff3, Βέλτιστη τιμή F και Cr για πληθυσμό 500

Στο Γράφημα 4.45, παρατηρούμε ότι όλες οι εναλλακτικές επιλογές των τιμών των τελεστών μετάλλαξης και επιχiasμού, παρουσιάζουν δυσκολίες στην αντιμετώπιση τοπικών βέλτιστων. Ο αλγόριθμος, και με τα τρία ζεύγη τιμών, παγιδεύεται σε κάποιο μη βέλτιστο ελάχιστο. Έτσι, οι τρεις δημιουργούμενες καμπύλες παρουσιάζουν παρόμοια μορφή, αποδίδοντας στη συνάρτηση προσαρμογής μία υποβέλτιστη τιμή που αντιστοιχεί σε κάποιο ισχυρό τοπικό ελάχιστο. Ανάμεσα στις τρεις, ξεχωρίζει ελαφρώς η επιλογή τιμών των συντελεστών μετάλλαξης και επιχiasμού $F=0.9$ και $Cr=0.75$, γιατί προσδίδει στη συνάρτηση προς βελτιστοποίηση λίγο καλύτερη τελική τιμή.



Γράφημα 4.46: Συνάρτηση ff4, Βέλτιστη τιμή F και Cr για πληθυσμό 500

Στο Γράφημα 4.46 που προηγείται, παρατηρείται ότι ο αλγόριθμος λειτουργεί πιο αποδοτικά όταν σε αυτόν εφαρμόζονται οι τιμές $F=0.6$ και $Cr=0.45$. Με τις τιμές αυτές, η βελτιστοποίηση πραγματοποιείται με τον καλύτερο δυνατό τρόπο, παρουσιάζοντας εντυπωσιακή ταχύτητα σύγκλισης.

Αρκετά καλά αποτελέσματα επιτυγχάνονται και με τη χρήση των τιμών 0.9 και 0.75, με τη διαφορά ότι η ταχύτητα σύγκλισης του αλγορίθμου παρουσιάζεται αρκετά μειωμένη.

Τέλος, η τρίτη εναλλακτική επιλογή των τιμών 0.4 και 0.25, οδηγεί τον αλγόριθμο σε κάποια μη βέλτιστη λύση στις σχετικά αρχικές επαναλήψεις.

4.5.3 Συμπεράσματα

Από τις παρουσιάσεις των παραγράφων 4.5.1 και 4.5.2 που προηγήθηκαν, εξήχθησαν κάποια σημαντικά συμπεράσματα, που αφορούν τη χρήση των κατάλληλων τιμών των συντελεστών μετάλλαξης και επιχιασμού, όταν ο πληθυσμός που χρησιμοποιείται στον αλγόριθμο είναι ίσος ή δεκαπλάσιος του πλήθους των μεταβλητών σχεδίασης.

Όταν ο πληθυσμός επιλέγεται να είναι ίσος με το πλήθος των μεταβλητών σχεδίασης, η βέλτιστη επιλογή των συντελεστών μετάλλαξης και επιχιασμού αποδεικνύεται η $F=0.9$ και $Cr=0.75$. Με τις τιμές αυτές, ο αλγόριθμος παρουσιάζει αρκετά αποδοτική συμπεριφορά, αποφεύγοντας τον κίνδυνο στασιμότητας σε τοπικά βέλτιστα και διατηρώντας ικανοποιητική ταχύτητα σύγκλισης. Σε κάποιες

από τις δοκιμές που παρουσιάστηκαν και σχολιάστηκαν στην παράγραφο 4.5.1, παρουσιάζεται κάποια αρχική, μη ικανοποιητική, μορφή της ταχύτητας σύγκλισης του αλγόριθμου, η οποία στη συνέχεια βελτιώνεται. Τελικά, τα αποτελέσματα που επιτυγχάνονται ανταμείβουν πλήρως τον χρήστη και δικαιολογούν τον λίγο μεγαλύτερο χρόνο αναμονής που απαιτείται.

Για μέγεθος πληθυσμού δεκαπλάσιο του πλήθους των μεταβλητών σχεδίασης, το πιο ικανοποιητικό ζεύγος των συντελεστών μετάλλαξης και επιχιασμού αποδεικνύεται το $F=0.6$ και $Cr=0.45$. Με τη χρήση των τιμών αυτών, ο αλγόριθμος, επιτυγχάνει την επίτευξη ιδιαίτερα ικανοποιητικών τελικών λύσεων σε σχετικά μικρό πλήθος επαναλήψεων. Επίσης, οι δοκιμές με τιμές $F=0.9$ και $Cr=0.75$ παρουσιάζουν καλή ποιότητα σύγκλισης, χωρίς τις περισσότερες φορές να σταθεροποιούνται σε κάποια υποβέλτιστη λύση. Με τις εν λόγω τιμές όμως, ο αλγόριθμος αργεί να συγκλίνει και για την επίτευξη μίας λύσης απαιτεί μεγάλο πλήθος επαναλήψεων.

4.6 Δυναμική αλλαγή των συντελεστών μετάλλαξης και επιχιασμού

Εκτός από τη μελέτη χρήσης σταθερών τιμών των συντελεστών μετάλλαξης και επιχιασμού, έχουν πραγματοποιηθεί από κάποιους ερευνητές και κάποιες προσπάθειες, περιορισμένης σημασίας και δυναμικής, που σχετίζονται με τη δυναμική εναλλαγή των εν λόγω συντελεστών. Κάποιες σημαντικές μελέτες έχουν πραγματοποιηθεί από τους [Lui J. and Lampinen J., A, 2002] [Lui J. and Lampinen J., B, 2002], [Zaharie D., 2002] και Tomislav Smuc [Smuc T., 2002]. Δυναμική αλλαγή νοείται η αυτόματη και προσχεδιασμένη αλλαγή των τιμών αυτών κατά τη διάρκεια της λειτουργίας του προγράμματος, με στόχο την καλύτερη προσαρμογή του αλγορίθμου στις απαιτήσεις του εκάστοτε προβλήματος, που αυτός εφαρμόζεται.

Στη συγκεκριμένη εργασία, πραγματοποιήθηκε μία προσπάθεια εύρεσης κάποιου συγκεκριμένου τρόπου σκέψης, βάσει του οποίου θα προσαρμόζονται οι τιμές των συντελεστών F και Cr . Κάποιου τρόπου που να προσδίδει στον αλγόριθμο την ικανότητα να αξιολογεί το μέγεθος της δυσκολίας του εκάστοτε προβλήματος και να αντιδρά ανάλογα.

Κατά τη διεξαγωγή των δοκιμών που παρουσιάστηκαν στην παράγραφο 4.4, παρατηρήθηκε ότι ο αλγόριθμος τείνει να παρουσιάζει καλύτερη ταχύτητα σύγκλισης, αλλά και να παγιδεύεται εύκολα σε τοπικά βέλτιστα όταν οι τιμές των δύο συντελεστών είναι, ταυτόχρονα, μικρές. Αντίθετα, όταν οι τιμές αυτών είναι σχετικά μεγάλες, ο αλγόριθμος παρουσιάζει αύξηση της ικανότητάς του να αποφεύγει τοπικά ελάχιστα, αλλά συγχρόνως εμφανίζει και χειρότερη ποιότητα σύγκλισης.

Η κύρια δομή της συγκεκριμένης παραγράφου είναι η εξής:

- Στην παράγραφο 4.6.1, παρουσιάζεται η λογική της μεθόδου που αναφέρεται στη δημοσίευση των Liu J. και Lampinen J. τον Ιούνιο του 2004 [Lui J. and Lampinen J., 2004]. Η τεχνική αυτή, στη συνέχεια, συγκρίνεται με τα αποτελέσματα που επιφέρει ο αλγόριθμος, όταν σε αυτόν εφαρμόζονται οι σταθερές, βέλτιστες τιμές που εξήχθησαν από την παράγραφο 4.4 της συγκεκριμένης έρευνας.
- Στην παράγραφο 4.6.1.3, επιχειρείται μία βελτίωση της δοκιμαζόμενης τεχνικής, η οποία και συγκρίνεται με την αρχική της μορφή.
- Στην παράγραφο 4.6.2, παρουσιάζεται και συγκρίνεται με τις προηγούμενες τεχνικές μία καινούργια μέθοδος, η οποία βασίζεται σε μία αρκετά απλή σκέψη και εφαρμογή.

Οι δοκιμές που παρουσιάζονται σε όλη την παράγραφο 4.6, αναφέρονται και πάλι στις πέντε συναρτήσεις του Παραρτήματος Α.

Η διαφορά της παραγράφου αυτής, είναι ότι έγινε χρήση των απλών τύπων μετάλλαξης ($\lambda=0$) και επιχιασμού, έτσι ώστε να είναι δυνατή η σύγκριση των εκάστοτε αποτελεσμάτων με τα αποτελέσματα που προήλθαν από τη δημοσίευση των [Lui J. and Lampinen J., 2004].

4.6.1 Παρουσίαση της μεθόδου των Lui J. και Lampinen J.

Στη μέθοδο των Lui J. και Lampinen J. χρησιμοποιήθηκαν οι συντελεστές PC και FC που ορίζονται στις Εξισώσεις 4.5 και 4.6:

$$PC = \sqrt{\frac{1}{NP} \sum_{i=1}^{NP} \sum_{j=1}^D (x_{j,i}^{(n)} - x_{j,i}^{(n-1)})^2} \quad (4.5)$$

$$FC = \sqrt{\frac{1}{NP} \sum_{i=1}^{NP} (f_i^{(n)} - f_i^{(n-1)})^2} \quad (4.6)$$

όπου NP το μέγεθος του πληθυσμού και D το πλήθος των μεταβλητών σχεδίασης.

Ο συντελεστής PC ορίζει τη μέση τετραγωνική ρίζα της διαφοράς δύο πραγματοποιηθέντων γενιών όσον αφορά τα μέλη του πληθυσμού, ενώ ο συντελεστής FC ορίζει τη μέση τετραγωνική ρίζα της διαφοράς δύο πραγματοποιηθέντων γενιών όσον αφορά την τιμή της συνάρτησης προσαρμογής. Για τη μετατροπή των συντελεστών PC και FC στο διάστημα $[0,1]$ χρησιμοποιήθηκαν οι μεταβλητές των Εξισώσεων 4.7 και 4.8 που ορίζονται ως εξής:

$$d_{11} = 1 - (1 + PC) \cdot e^{-PC} \quad (4.7)$$

$$d_{12} = 1 - (1 + FC) \cdot e^{-FC} \quad (4.8)$$

Τέλος, οι συντελεστές της μετάλλαξης και του επιχιασμού ορίζονται ως εξής:

$$F = 0.6 + 0.3 \cdot dd_1 \quad (4.9)$$

$$Cr = 0.45 + 0.3 \cdot dd_1 \quad (4.10)$$

όπου dd_1 είναι η μεγαλύτερη από τις τιμές d_{11} και d_{12} .

Ως ελάχιστες τιμές των συντελεστών μετάλλαξης και επιχιασμού τέθηκαν οι 0.6 και 0.45 αντίστοιχα, που προήλθαν από τα συμπεράσματα της παράγραφο 4.4, όπου και αποδείχτηκε ότι μικρότερες τιμές των συντελεστών δεν αποδίδουν θετικά στη λειτουργία του αλγορίθμου. Ως μέγιστες τιμές τέθηκαν οι 0.9 και 0.75 (όταν

$dd_1 = 1$) που προήλθαν από την παρουσίαση των αποτελεσμάτων της δημοσίευσης των Lui J. και Lampinen J. [Lui J. and Lampinen J., 2004].

Από τις Εξισώσεις 4.5 και 4.6, παρατηρείται ότι η τιμή των συντελεστών PC και FC θα ακολουθεί μία αύξουσα πορεία κατά τη διάρκεια της λειτουργίας του αλγορίθμου. Από αυτό προκύπτει ότι και οι μεταβλητές d_{11} και d_{12} των Εξισώσεων 4.7 και 4.8, θα μειώνονται, με αποτέλεσμα να μειώνονται ανάλογα και οι συντελεστές της μετάλλαξης και του επιχιασμού (Εξισώσεις 4.9 και 4.10).

Στην παράγραφο 4.6.1.1, παρουσιάζεται η σύγκριση της μεθόδου των Lui J. και Lampinen J., με τις βέλτιστες σταθερές τιμές των συντελεστών που βρέθηκαν στην παράγραφο 4.4, καθώς και με τις σταθερές τιμές των συντελεστών (0.9, 0.9) που χρησιμοποιήθηκαν για σύγκριση στη δημοσιευμένη, προς εξέταση έρευνα.

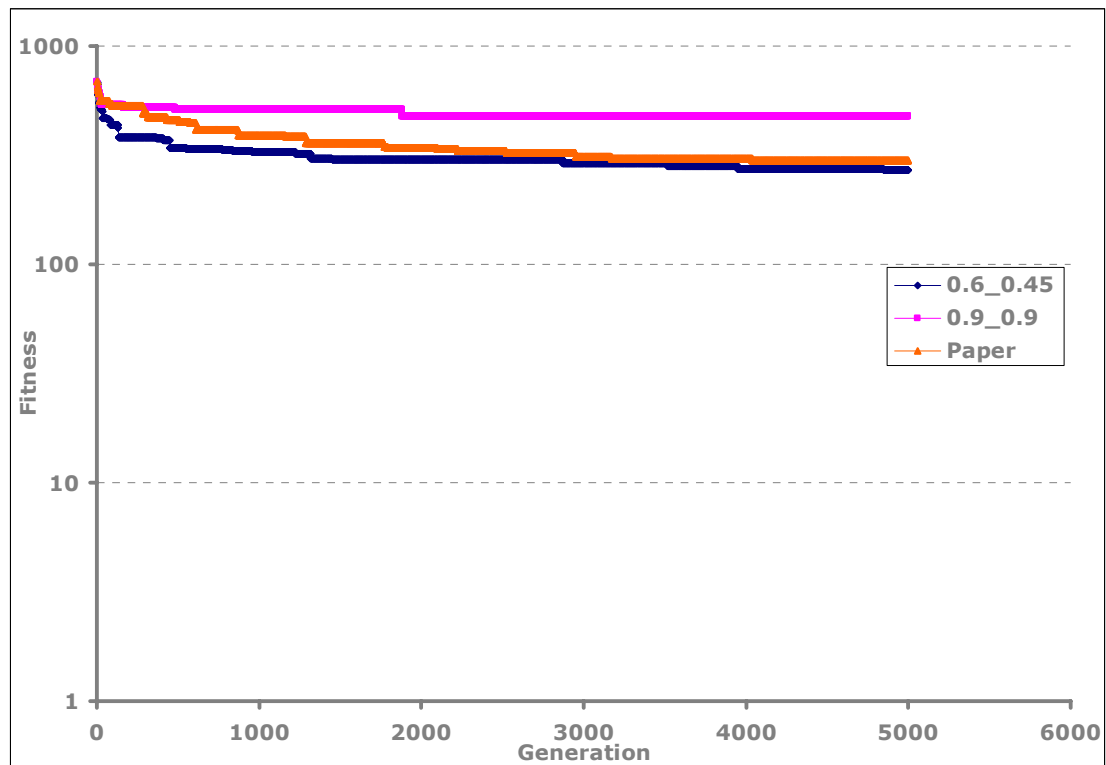
4.6.1.1 Παρουσίαση σύγκρισης

Στα Γραφήματα 4.47 έως 4.50 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα που αφορούν τις συναρτήσεις $ff1$ έως $ff4$ του Παραρτήματος Α.

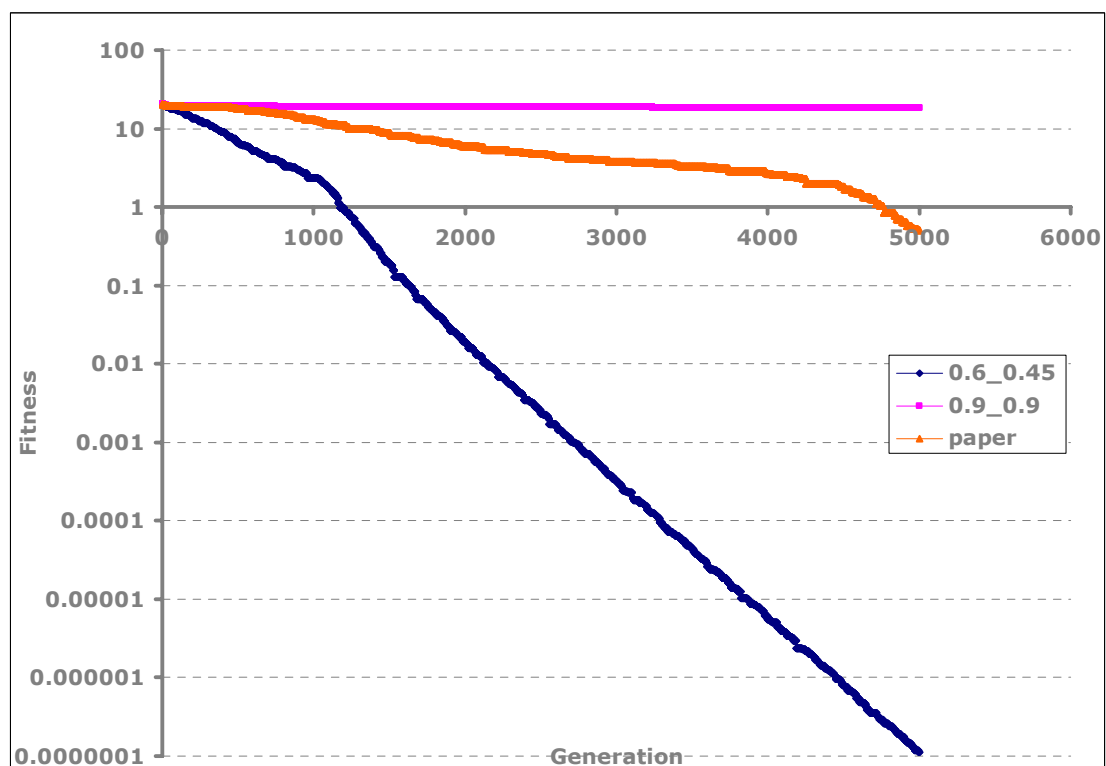
Ο συμβολισμός των καμπύλων που παρουσιάζονται στα Γραφήματα 4.47 έως 4.50 είναι ο εξής:

- Η καμπύλη με την ονομασία *paper* αναφέρεται στη μέθοδο των Lui J. και Lampinen J.,
- Η καμπύλη με την ονομασία *0.6_0.45* αναφέρεται στη λειτουργία του αλγορίθμου με σταθερές τιμές των συντελεστών μετάλλαξης και επιχιασμού 0.6 και 0.45 αντίστοιχα και
- Η καμπύλη με την ονομασία *0.9_0.9* αναφέρεται στη λειτουργία του αλγορίθμου με σταθερές τιμές των συντελεστών 0.9 και 0.9.

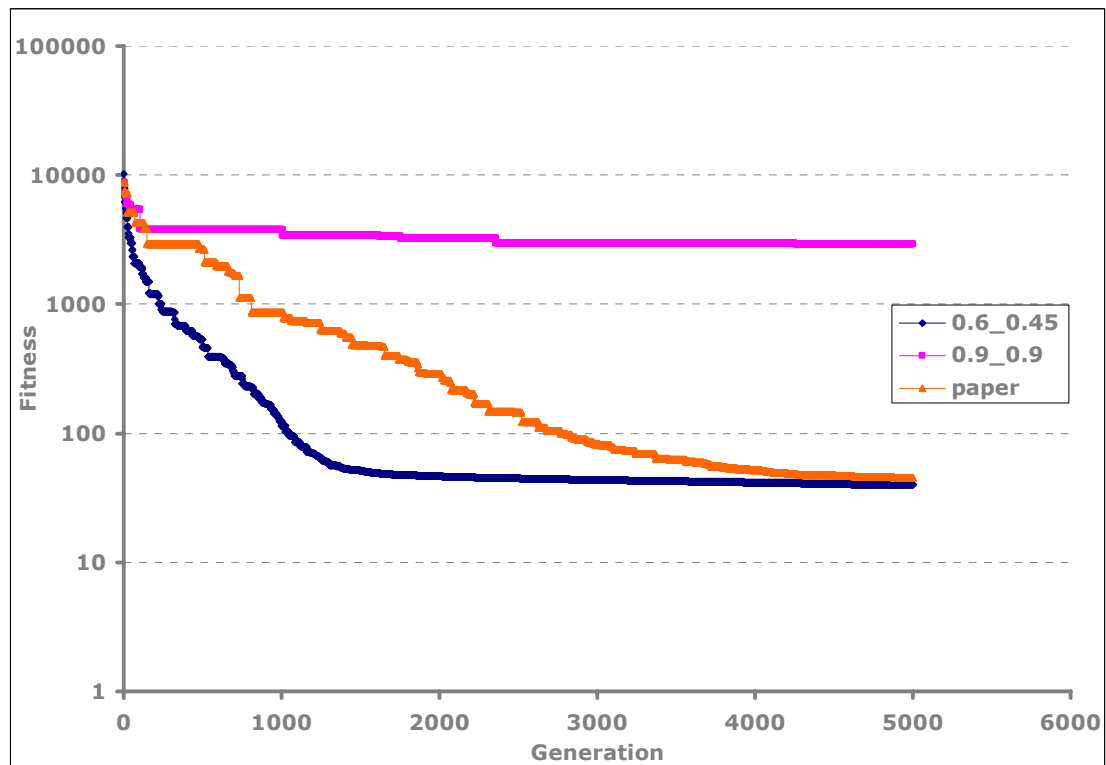
Η καμπύλη *paper* είναι παρόμοιας μορφής με την αντίστοιχη της, προς εξέταση, έρευνας των Lui J. και Lampinen J..



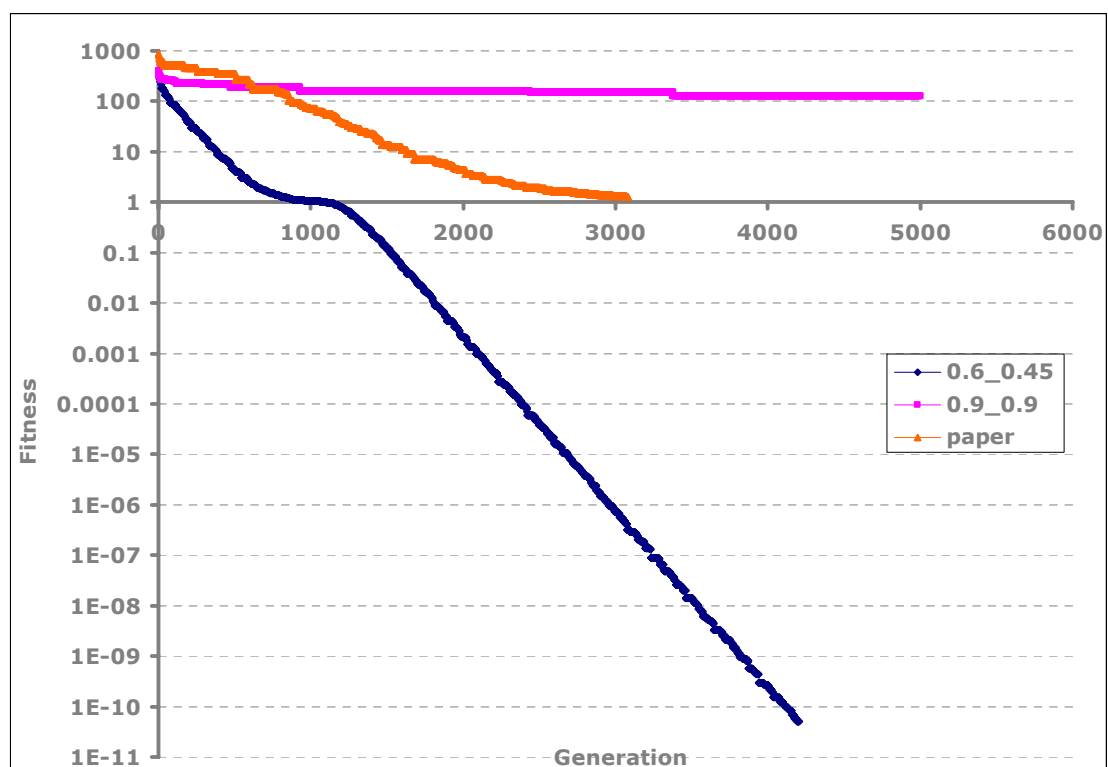
Γράφημα 4.47: Σύγκριση μεθόδου Lampinen J.- Lui J. με τις σταθερές τιμές των συντελεστών $F=0.6$ - $Cr=0.45$ και $F=0.9$ - $Cr=0.9$ για τη συνάρτηση ff1



Γράφημα 4.48: Σύγκριση μεθόδου Lampinen J.- Lui J. με τις σταθερές τιμές των συντελεστών $F=0.6$ - $Cr=0.45$ και $F=0.9$ - $Cr=0.9$ για τη συνάρτηση ff2



Γράφημα 4.49: Σύγκριση μεθόδου Lampinen J.- Lui J. με τις σταθερές τιμές των συντελεστών $F=0.6$ - $Cr=0.45$ και $F=0.9$ - $Cr=0.9$ για τη συνάρτηση ff3



Γράφημα 4.50: Σύγκριση μεθόδου Lampinen J.- Lui J. με τις σταθερές τιμές των συντελεστών $F=0.6$ - $Cr=0.45$ και $F=0.9$ - $Cr=0.9$ για τη συνάρτηση ff4

4.6.1.2 Συμπεράσματα

Στα Γραφήματα 4.47 έως 4.50, παρατηρείται ότι ο αλγόριθμος εμφανίζει πολύ καλύτερη συμπεριφορά όταν λειτουργεί με τις σταθερές τιμές $F=0.6$ και $Cr=0.45$. Με χρήση των τιμών 0.9 και 0.9 στους συντελεστές μετάλλαξης και επιχιασμού, τα αποτελέσματα που αποφέρει ο αλγόριθμος είναι γενικά μη ικανοποιητικά. Έτσι, είναι απόλυτα λογικό, η απόδοσή τους σε σχέση με τα αποτελέσματα της μεθόδου των Lui J. και Lampinen J. [Lui J. and Lampinen J., 2004], να μειονεκτεί. Με την αντιπαράθεση αυτή των κακώς επιλεγμένων εναλλακτικών, αποδίδονται στη νέα μέθοδο των Lui J. και Lampinen J. [Lui J. and Lampinen J., 2004] «τιμές», οι οποίες στην πραγματικότητα είναι παραπλανητικές.

4.6.1.3 Προσπάθειας βελτίωσης της μεθόδου των Lui J. και Lampinen J.

Η μέθοδος που παρουσιάστηκε, παρουσιάζει κάποια σημεία, τα οποία χρήζουν βελτίωσης. Με βάσει την μέχρι τώρα εμπειρία επισημαίνεται ότι για να είναι δυνατή και αποδοτική η λειτουργία του αλγορίθμου, θα πρέπει οι τιμές των συντελεστών μετάλλαξης και επιχιασμού να μεταβάλλονται παρουσιάζοντας αυξητική πορεία.

Στη μέθοδο των Lui J. και Lampinen J. [Lui J. and Lampinen J., 2004] οι συντελεστές στην αρχή της λειτουργίας του αλγορίθμου λάμβαναν τις μέγιστες τιμές. Οι τιμές αυτές αποδείχτηκαν από την παράγραφο 4.4, χαμηλής και μη ικανοποιητικής ταχύτητας. Με τον τρόπο αυτό, ο αλγόριθμος δεν μπόρεσε να εκμεταλλευτεί και να αξιοποιήσει τις ελάχιστες τιμές, οι οποίες όπως αποδείχτηκε, και πάλι στην παράγραφο 4.4, προσφέρουν πολύ καλή ποιότητα σύγκλισης στις αρχικές επαναλήψεις.

Στην παράγραφο αυτή, πραγματοποιήθηκε προσπάθεια βελτίωσης της υπό μελέτη μεθόδου των Lui J. και Lampinen J. [Lui J. and Lampinen J., 2004] που μελετάται. Η βελτίωση έγκειται στην νέα έκφραση των συντελεστών F και Cr , που περιγράφονται στις Εξισώσεις 4.11 και 4.12:

$$F = 0.9 - 0.3 \cdot dd_1 \quad (4.11)$$

$$Cr = 0.75 - 0.3 \cdot dd_1 \quad (4.12)$$

Με τις Εξισώσεις 4.11 και 4.12 παρουσιάζεται η, πλέον, αύξουσα δυναμική πορεία των συντελεστών, καθώς και η «φραγή» του συντελεστή της μετάλλαξης στο διάστημα $[0.6, 0.9]$ και του συντελεστή του επιχιασμού στο διάστημα $[0.45, 0.75]$. Από εφαρμογή και σύγκριση των διαφορετικών αποτελεσμάτων, παρατηρήθηκε ότι η προσπάθεια βελτίωσης της μεθόδου των Lui J. και Lampinen J. [Lui J. and Lampinen J., 2004] δεν παρουσιάζει καλύτερη απόδοση από την αρχική της εκδοχή. Συμπεραίνεται, λοιπόν, ότι η προσπάθεια βελτίωσης του αλγορίθμου με

τον συγκεκριμένο τρόπο σκέψης, δεν αποδίδει τα αναμενόμενα αποτελέσματα και δε χρίζει περαιτέρω ανάλυσης και έρευνας.

Στην παράγραφο 4.6.2 που έπεται, παρουσιάζεται μία νέα μέθοδος χειρισμού των συντελεστών μετάλλαξης και επιχιασμού του Διαφορικού Εξελικτικού Αλγορίθμου, η οποία είναι ανεξάρτητη από τα εκάστοτε αποτελέσματα του αλγορίθμου.

4.6.2 Παρουσίαση Νέας Μεθόδου

Στις προσπάθειες εύρεσης ενός δυναμικού τρόπου εναλλαγής των συντελεστών μετάλλαξης και επιχιασμού, έτσι ώστε ο αλγόριθμος να προσαρμόζεται σε κάθε προκύπτον πρόβλημα δεν απέδωσαν καρπούς.

Στην προσπάθεια εύρεσης ενός απλού και μη ειδικευμένου, αποδοτικότερου δυναμικού τρόπου εναλλαγής των συντελεστών μετάλλαξης και επιχιασμού του Διαφορικού Εξελικτικού Αλγορίθμου, δοκιμάστηκε μία απλή και λογική μαθηματική έκφραση των εν λόγω συντελεστών. Η έκφραση αυτή περιγράφεται από τις Εξισώσεις 4.13 και 4.14:

$$F = 0.6 + (generation / max\ gens) \cdot 0.3 \quad (4.13)$$

$$Cr = 0.45 + (generation / max\ gens) \cdot 0.3 \quad (4.14)$$

Οι Εξισώσεις 4.13 και 4.14 δείχνουν ότι οι συντελεστές τις μετάλλαξης και του επιχιασμού αυξάνονται ανάλογα με τις γενιές.

Με τη Νέα Μέθοδο πραγματοποιούνται και επιτυγχάνονται τα εξής:

- Οι τιμές των συντελεστών μετάλλαξης ακολουθούν αύξουσα πορεία,
- Ο συντελεστής F της μετάλλαξης φράσσεται στο διάστημα $[0.6, 0.9]$,
- Η πιθανότητα επιχιασμού Cr φράσσεται στο διάστημα $[0.6, 0.45]$ και
- Το βήμα αύξησης των συντελεστών εξαρτάται από το πλήθος των γενεών που δίνονται από το χρήστη, και έτσι, πραγματοποιείται μία ομοιόμορφη αλλαγή αυτών καθ' όλη τη διάρκεια της λειτουργίας του αλγορίθμου.

Οι τρεις πρώτες προαναφερθείσες λειτουργίες της Νέας Μεθόδου θα μπορούσαν να αποδοθούν και σαν χαρακτηριστικά της βελτιωμένης έκδοσης των Lui J. και Lampinen J.. Αυτό που διαφέρει όμως, είναι το τέταρτο σημείο, το οποίο αναφέρεται στον τρόπο αύξησης των συντελεστών.

Στη μέθοδο των Lui J. και Lampinen J. [Lui J. and Lampinen J., 2004], οι συντελεστές F και Cr εξαρτώνται από τις τετραγωνικές ρίζες των διαφορών των αντικειμενικών συναρτήσεων ή των ατόμων δύο γενιών. Οι τιμές αυτών των μεγεθών όμως, αν και ακολουθούν φθίνουσα πορεία, δεν εμφανίζουν ομοιόμορφο βήμα μείωσης, ενώ εξαρτώνται από τα εκάστοτε αποτελέσματα του αλγορίθμου.

Στη Νέα Μέθοδο, γίνεται προσπάθεια αποφυγής σύνδεσης της τεχνικής με τα αποτελέσματα του αλγορίθμου και απλά επιδιώκεται μία ομαλή και προβλέψιμη αύξηση των συντελεστών.

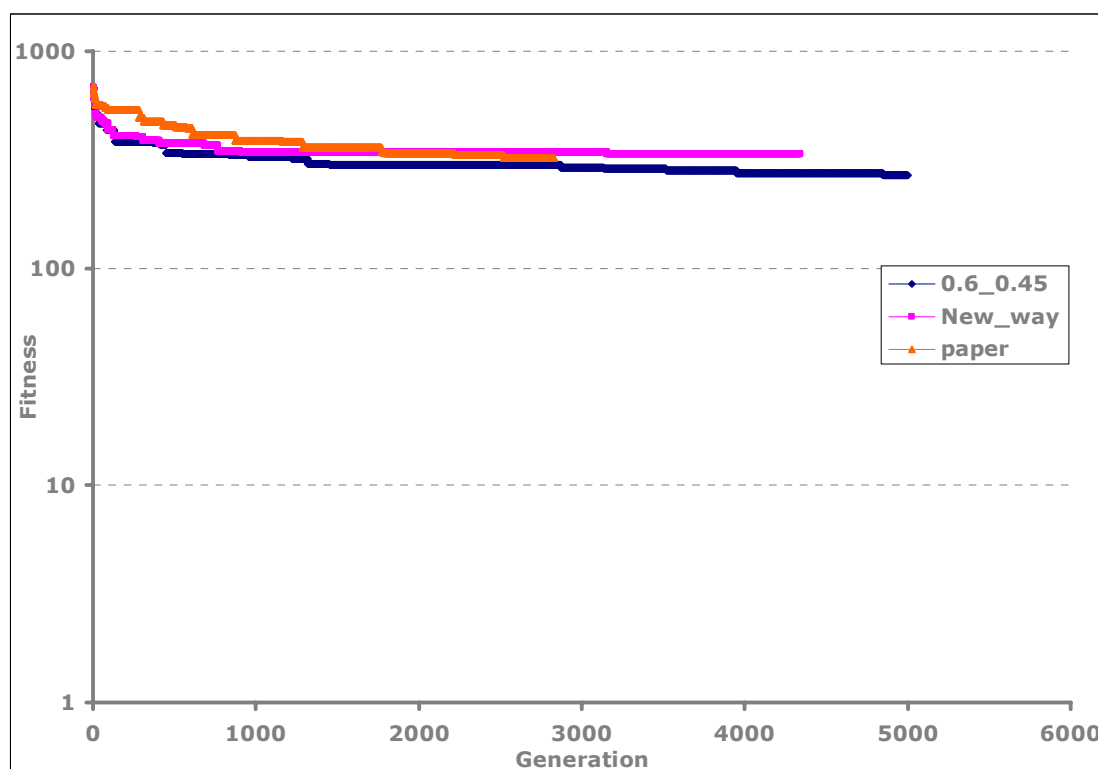
Στην παράγραφο 4.6.2.1 που έπεται, πραγματοποιείται σύγκριση μεταξύ της Μεθόδου των Lui J. και Lampinen J. και της επιλογής σταθερών συντελεστών $F=0.6$ και $Cr=0.45$.

4.6.2.1 Παρουσίαση σύγκρισης

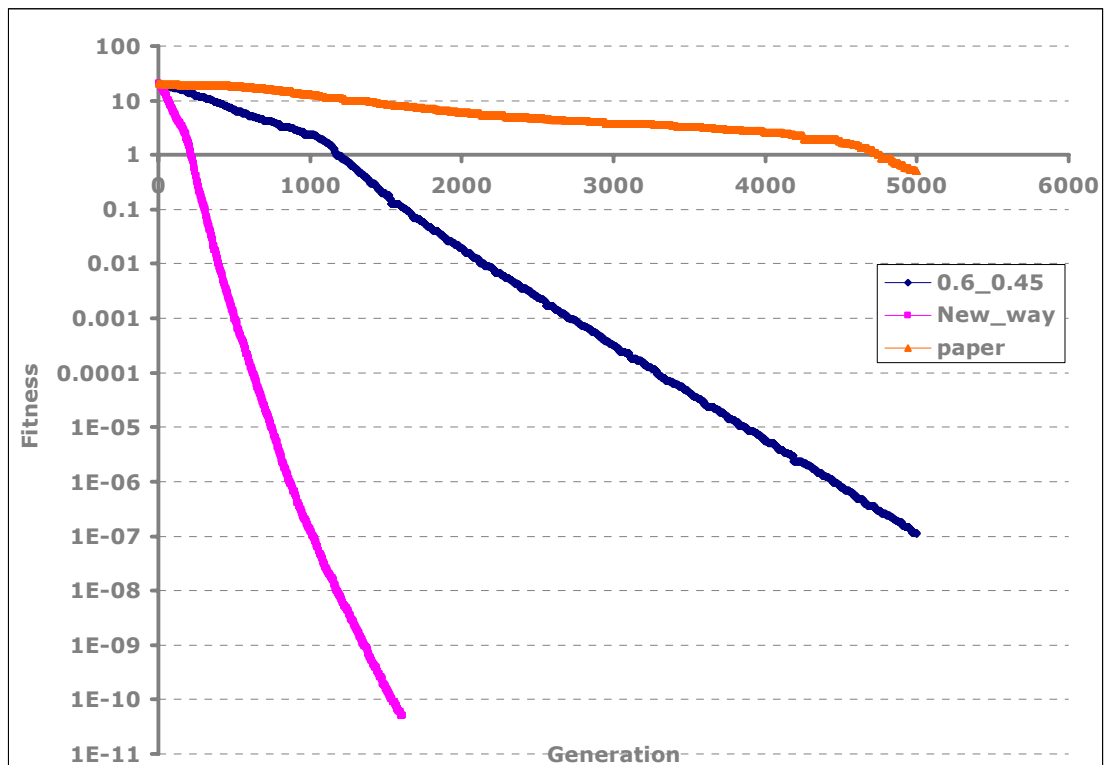
Στα Σχεδιαγράμματα 4.51 ως 4.54, παρουσιάζονται οι συναρτήσεις ff1 έως ff4 του Παραρτήματος Α. Η επεξήγηση των συμβολισμών έχει ως εξής:

- Με *paper* συμβολίζεται η μέθοδος των Lui J. και Lampinen J.,
- Με *New_way* συμβολίζεται η Νέα Μέθοδος και
- Με *0.6_0.45* συμβολίζεται η καμπύλη που σχηματίστηκε με σταθερές τιμές των συντελεστών μετάλλαξης και επιχiasμού 0.6 και 0.45 αντίστοιχα.

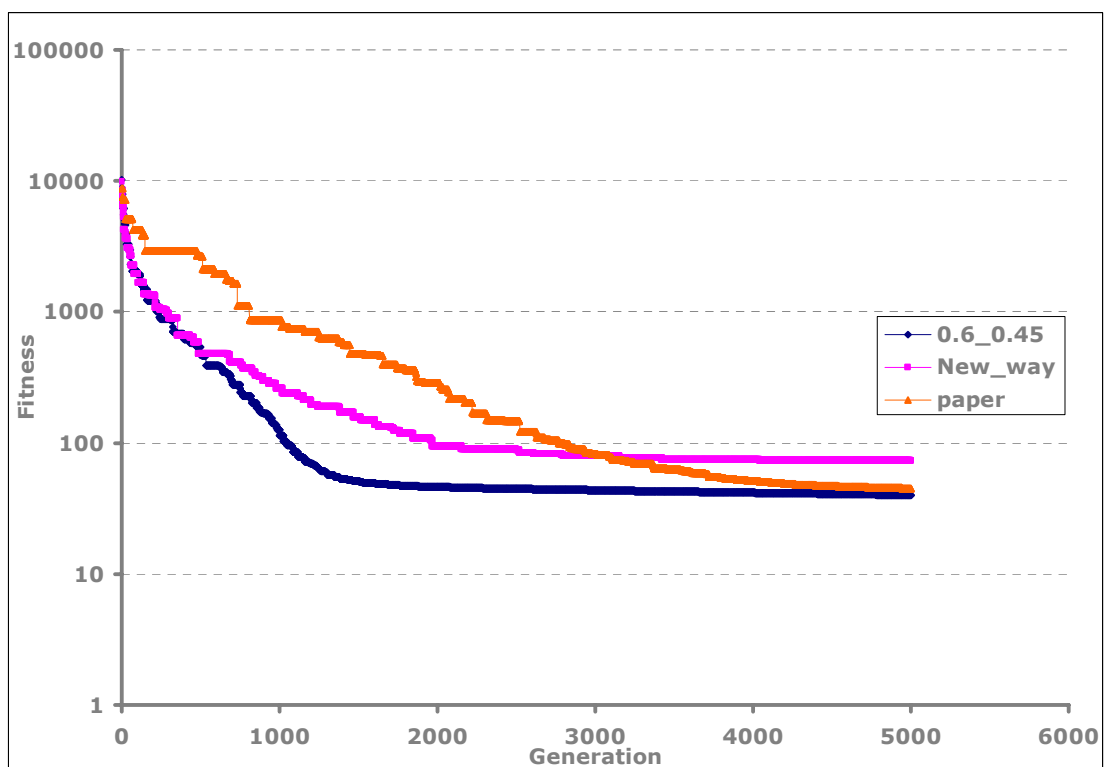
Η καμπύλη με την ονομασία *paper* παρουσιάζει παρόμοια αποτελέσματα με αυτά που προκύπτουν στην έρευνα των Lui J. και Lampinen J..



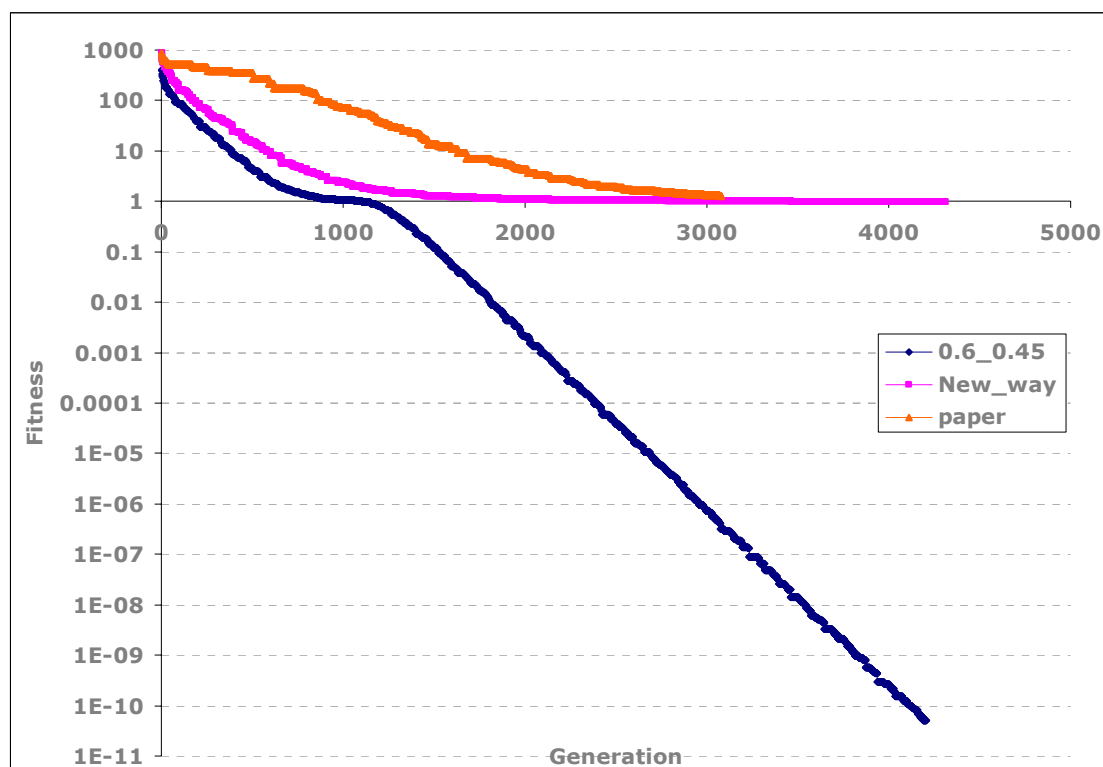
Γράφημα 4.51: Σύγκριση της μεθόδου των Lui J. και Lampinen J. με τις σταθερές τιμές των συντελεστών $F=0.6$ - $Cr=0.45$ και τη Νέα Μέθοδο για τη συνάρτηση ff1



Γράφημα 4.52: Σύγκριση της μεθόδου των Lui J. και Lampinen J. με τις σταθερές τιμές των συντελεστών $F=0.6$ - $Cr=0.45$ και τη Νέα Μέθοδο για τη συνάρτηση $ff2$



Γράφημα 4.53: Σύγκριση της μεθόδου των Lui J. και Lampinen J. με τις σταθερές τιμές των συντελεστών $F=0.6$ - $Cr=0.45$ και τη Νέα Μέθοδο για τη συνάρτηση $ff3$



Γράφημα 4.54: Σύγκριση της μεθόδου των Lui J. και Lampinen J. με τις σταθερές τιμές των συντελεστών $F=0.6$ - $Cr=0.45$ και τη Νέα Μέθοδο για τη συνάρτηση ff4

4.6.2.2 Συμπεράσματα

Από τα Σχεδιαγράμματα 4.51 ως 4.54, παρατηρείται ότι η Νέα Μέθοδος αποδίδει παρόμοια ή και κάποιες φορές, αρκετά καλύτερα αποτελέσματα από την τεχνική των Lui J. και Lampinen J.. Και πάλι η καμπύλη με τις σταθερές τιμές 0.6 και 0.45, υπερέχει όλων.

Επιπροσθέτως, η Νέα Μέθοδος στη συνάρτηση ff2, αποδίδει ιδιαίτερα καλά αποτελέσματα, υπερνικώντας ακόμα και τη βέλτιστη σταθερή επιλογή των συντελεστών 0.6 και 0.45.

4.6.3 Συμπεράσματα

Από τις Παραγράφους 4.6.1 ως 4.6.2.2, παρατηρείται ότι η εύρεση ενός αποδοτικού τύπου δυναμικής προσαρμογής των συντελεστών μετάλλαξης F και επιχιασμού Cr είναι ιδιαίτερα δύσκολη και πολύπλοκη διαδικασία.

Το σύνολο των συγκρίσεων και αποτελεσμάτων, που αναφέρθηκαν και αναλύθηκαν σε όλη την Παράγραφο 4.6, αποδίδουν ως τελική, βέλτιστη επιλογή των συντελεστών μετάλλαξης και επιχιασμού, στις σταθερές τιμές 0.6 και 0.45 αντίστοιχα. Με τις τιμές αυτές, ο αλγόριθμος αντιδρά με ιδιαίτερη ευελιξία και αποδίδει ικανοποιητικά αποτελέσματα σε πλήθος διαφορετικών προβλημάτων.

Επιπροσθέτως, η Νέα Μέθοδος, που χρησιμοποιεί δυναμική εναλλαγή των συντελεστών μετάλλαξης και επιχιασμού με μία απλή μαθηματική σχέση, αποδεικνύεται αρκετά αποτελεσματική και ικανοποιητικά αποδοτική.

Για να γίνει πραγματικότητα η προσαρμογή του Διαφορικού Εξελικτικού Αλγορίθμου, με βάσει τους βασικούς του συντελεστές, θα πρέπει το λογισμικό να αποφασίζει και να λειτουργεί ανάλογα με τα τρέχοντα αποτελέσματα του αλγορίθμου. Ο τρόπος με τον οποίο αυτά τα αποτελέσματα θα χρησιμοποιηθούν επωφελώς από τον αλγόριθμο, αποτελεί πρόκληση για την ερευνητική – επιστημονική οικογένεια και είναι ένα από τα προς επίλυση προβλήματα που προφανώς θα την απασχολήσουν στο άμεσο μέλλον.

5

Συμπεράσματα και μελλοντικά σχέδια

Στη συγκεκριμένη διπλωματική εργασία εξετάστηκαν και αναλύθηκαν οι Διαφορικοί Εξελικτικοί Αλγόριθμοι, μία σχετικά νέα μορφή αλγορίθμων, που έχουν δανειστεί πολλά από τη φιλοσοφία των Γενετικών Αλγορίθμων και των Εξελικτικών Στρατηγικών, ενώ αποτελούν τμήμα της ευρύτερης ομάδας των Εξελικτικών Αλγορίθμων.

Παρά το γεγονός ότι οι Διαφορικοί Εξελικτικοί Αλγόριθμοι είναι πλέον ευρέως γνωστοί και συγκεντρώνουν ολοένα και περισσότερα θετικά σχόλια από επιστήμονες ανά τον κόσμο, οι μελέτες που αφορούν την εκτεταμένη και αναλυτική διερεύνηση της συμπεριφοράς τους βρίσκεται ακόμα σε πρωταρχικό στάδιο. Παρατηρείται ένας συνωστισμός ιδεών και προτάσεων χωρίς τελικά να ξεκαθαρίζεται η εικόνα των βέλτιστων δυνατών ρυθμίσεών τους.

Η ανάλυση των Διαφορικών Εξελικτικών Αλγορίθμων ξεκίνησε με τη λεπτομερή παρουσίαση της λειτουργίας τους και παρατέθηκαν κάποιες χρησιμοποιούμενες παραλλαγές τους.

Στην συγκεκριμένη έρευνα που παρουσιάστηκε, μελετήθηκε και αναλύθηκε λεπτομερώς η συμπεριφορά των εν λόγω αλγορίθμων. Μέσα από αυτή τη μελέτη, εξήχθησαν οι βέλτιστες τιμές των δεδομένων εισόδου που πρέπει να έχει ο αλγόριθμος, έτσι ώστε αυτός να προσφέρει στον εκάστοτε χρήστη τη βέλτιστη δυνατή λειτουργία. Επιπροσθέτως, μελετήθηκε η αξιοπιστία και η απόδοση του αλγορίθμου σε διαφορετικά δεδομένα, ενώ πραγματοποιήθηκε και διεξοδική ανάλυση και σύγκριση των εκάστοτε αποτελεσμάτων, σε μία προσπάθεια κατανόησης των αναγκών και απαιτήσεών του.

Η έρευνα εστιάστηκε στην εύρεση κάποιου τρόπου βελτίωσης και αντιμετώπισης των παρατηρούμενων ελαττωμάτων των αλγορίθμων, με τελικό στόχο την προσαρμογή του λογισμικού σε οποιοδήποτε πρόβλημα αυτό κλήθηκε να αντιμετωπίσει.

Πραγματοποιήθηκαν εκατοντάδες «τρεξιμάτων» με στόχο την εξαγωγή σημαντικών αποτελεσμάτων και συμπερασμάτων και δοκιμάστηκαν και

συγκρίθηκαν μεγάλο πλήθος δεδομένων που υπάρχουν στη μέχρι σήμερα βιβλιογραφία.

Το βασικό και πιο σημαντικό αποτέλεσμα που προέκυψε από το σύνολο της έρευνας, είναι ο βέλτιστος συνδυασμός των συντελεστών μετάλλαξης και επιχiasμού. Αποδείχτηκε ότι οι τιμές $F=0.6$ και $Cr=0.45$ προσδίδουν στον αλγόριθμο ιδιαίτερη ευελιξία και ικανότητα να λειτουργεί με ικανοποιητικό τρόπο στις περισσότερες των περιπτώσεων. Η λειτουργία του αλγορίθμου με την εφαρμογή των εν λόγω τιμών, αποδείχτηκε ικανοποιητική, στην πλειοψηφία των χρησιμοποιούμενων συναρτήσεων και των μεγεθών πληθυσμών. Επίσης, η απόδοση των συγκεκριμένων, σταθερών τιμών αποδείχτηκε βέλτιστη επιλογή συγκριτικά με πιθανές δυναμικές προσαρμογές του αλγορίθμου, όπως αυτή των [Lui J., Lampinen J., 2004].

Με την μελέτη και εφαρμογή των διάφορων τεχνικών βελτιστοποίησης του αλγορίθμου, αποδείχτηκε ότι η δυναμική εναλλαγή των συντελεστών μετάλλαξης και επιχiasμού, δεν δύναται να αποδώσει σημαντικά αποτελέσματα. Η συμπεριφορά του αλγορίθμου, παρουσιάζεται ιδιαίτερα δυσνόητη και εξαρτώμενη από πολλούς παράγοντες και πολλές παραμέτρους, που ο προσδιορισμός τους, καθώς και η ταυτόχρονη επίβλεψή τους θα μπορούσε να χαρακτηριστεί εξαιρετικά δύσκολη ή ακόμα και αδύνατη.

Σαν μελλοντικός στόχος της ερευνητικής διαδικασίας, θα μπορούσε να αναφερθεί η μελέτη της συμπεριφοράς του αλγορίθμου όταν σε αυτόν εναλλάσσεται δυναμικά το μέγεθος του πληθυσμού. Αυτή η εκδοχή, παρουσιάζεται ιδιαίτερα υποσχόμενη και περισσότερο κατανοητή και απτή, αφού ο πληθυσμός παίζει σαφή και ιδιαίτερα σημαντικό ρόλο στη λειτουργία του αλγορίθμου. Αυτό που πρέπει να εξεταστεί είναι η σχέση μεταξύ πληθυσμού και διάστασης του προβλήματος, ενώ από ότι φαίνεται η σχέση των F και Cr θα ρυθμιστεί σε συνάρτηση του πληθυσμού. Όπως φάνηκε στην παρούσα μελέτη, με μεγάλους πληθυσμούς είναι δυνατή η μείωση των F και Cr , ενώ σε πολύ μικρούς πληθυσμούς κάτι τέτοιο δεν ενδείκνυται. Αυτό είναι αποτέλεσμα του γεγονότος ότι οι δύο αυτές παράμετροι με την μείωσή τους μειώνουν την ποικιλομορφία, οπότε για μικρό μέγεθος πληθυσμού υπάρχει αυξημένος κίνδυνος εγκλωβισμού σε τοπικά βέλτιστα.

Έτσι μάλλον είναι καλύτερο να επικεντρωθεί κανείς πρωτίστως στον τρόπο καθορισμού του πληθυσμού και έπειτα στον τρόπο καθορισμού των παραμέτρων F , Cr .

Πολύτιμες και ουσιαστικές πηγές δεδομένων για τη μελέτη μπορούν θεωρηθούν οι σχετικές έρευνες των [Zaharie D., 2004] [Zaharie D., B', 2002] και [Sastry, K., 2001].

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Ελληνική

[Νικολός, 2004], Νικολός Ι.Κ., "Ανάπτυξη Συστημάτων και Σχεδίαση Προϊόντων με τη χρήση ευφυών μεθόδων βελτιστοποίησης", *Σημειώσεις Μαθήματος, Πολυτεχνείο Κρήτης*, Χανιά, 2004.

[Χριστόπουλος, 2003], Χριστόπουλος Βασίλειος, "Βελτιστοποίηση της Γεωμετρίας Στροβίλου Αξονικής ροής με χρήση Εξελικτικών Αλγορίθμων", *Διπλωματική εργασία, Πολυτεχνείο Κρήτης*, Χανιά 2003.

Διεθνής

[Abbass H. A., 2002] [14], Abbass Hussein A., "The Self-Adaptive Pareto Differential Evolution Algorithm", *Proceedings of the 2002 Congress on Evolutionary Computation*, CEC'02, Honolulu, Hawaii, Vol.1, pp.831-836. ISBN 0-7803-7282-4 May 12-17 2002.

[Abbass H. A., Sarker R., Newton C., 2001], Abbass, Hussein A., Sarker, Ruhul and Newton, Charles. "PDE: a Pareto-frontier differential evolution approach for multi-objective optimization problems", In: *Proceedings of the 2001 Congress on Evolutionary Computation*, Seoul, South Korea, Vol. 2, pp. 971-978. IEEE, Piscataway, NJ, USA. ISBN 0-7803-6657-3, 27-30 May 2001.

[Bagley, 1967], Bagley, J.D., "The Behaviour of Adaptive Systems which Employ Genetic and Correlation Algorithms", *Doctoral Dissertation, University of Michigan*, Dissertation Abstracts International, 28(12), 5106B, (University Microfilms No. 68-7556), 1967.

[Box, 1957], Box, G.E.P., "Evolutionary Operation: A method for Increasing Industrial productivity", *Journal of the Royal Statistical Society, C*, 6(2), pp.81-101, 1957.

[Chiou, J. P. και Wang, F. S, 1998], Chiou, Ji-Pyng and Wang, Feng-Sheng. "A hybrid method of differential evolution with application to optimal control problems of a bioprocess system", *The 1998 IEEE International Conference on Evolutionary Computation Proceedings, IEEE World Congress on Computational Intelligence*, pp. 627-632. IEEE, New York, NY, USA, 1998.

[Cvetkovic D. and Coello Coello C. A., 2004], Cvetkovic Dragan and Coello Coello Carlos A., "Human preferences and their Applications in Evolutionary Multi-objective Optimisation", Yaochu Jin, (editor), *Knowledge Incorporation In Evolutionary Computation*, pages 479-503, Springer, 2004.

[Darwin, 1859], C. R. Darwin, *The Origin of Species*, Harmondsworth, 1859.

[Fogel, 1962], L. J. Fogel, *Autonomous automata*, Ind. Res., vol. 4, pp. 14-19, 1962.

[Gamperle R., Muller S. D., Koumoutsakos P., 2002], Gamperle R., Muller S. D., Koumoutsakos P.: "A Parameter Study for Differential Evolution", A. Grmela, N. E. Mastorakis, (editors), *Advances in Intelligent Systems, Fuzzy Systems, Evolutionary Computation*, WSEAS Press, 293-298, 2002.

[Goldberg 1989], D. E. Goldberg. *Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning*. Addison-Wesley Publishing Company, Reading, Massachusetts, 1989.

[Holland, 1992], J. H. Holland, "Adaptation in Natural and Artificial Systems: An Introductory Analysis with Applications to Biology", *Control and Artificial Intelligence*, MIT Press, 1992.

[Iorio, Li και Li, X., 2004], Iorio, A.W. and Li, X., "Solving rotated multi-objective optimization problems using differential evolution", in *AI 2004: Advances in Artificial Intelligence*, Proceedings, pp. 861--872, Springer-Verlag, Lecture Notes in Artificial Intelligence Vol. 3339, 2004.

[Knowles D. W. and Knowles J. D., I, 2003], Knowles David W. and Knowles Joshua D., "No Free Lunch and Free Leftovers Theorems for Multiobjective Optimisation Problems", *Evolutionary Multi-Criterion Optimization (EMO 2003) Second International Conference*, Faro, Portugal, Proceedings, pp. 327-341, Springer LNCS. April 2003.

[Knowles D. W. and Knowles J. D., II, 2003], Knowles David and Knowles Joshua, "Some Multiobjective Optimizers are Better than Others", in *Proceedings of the 2003 Congress on Evolutionary Computation (CEC'2003)*, Volume 4, pp. 2506-2512, IEEE Press, 2003.

[Kucerova A., Leps M., Zeman J., 2003], Kucerova Anna, Leps Matej, Zeman Jan, "Applying genetic algorithms to several problems of engineering practice", in Bugeda, G. Desideri, J.-A. Periaux, J. Shoenauer, and Winter G., (editors), *Evolutionary Methods for Design, Optimization and Control: Applications to Industrial and Societal Problems*, EUROGEN 2003, pages 126-127. International Center for Numerical Methods in Engineering (CIMNE), 2003.

[Krink T, Filipic B., Fogel G.B., Thomsen R., 2004], Krink Thiemo, Filipic Bogdan, Fogel Gary B., Thomsen Rene, *Noisy Optimization Problems - A Particular Challenge for Differential Evolution?*, 0-7803-8515-2/04/\$20.00 ©2004 IEEE.

[Lampinen J., 2001], Lampinen J., "Solving Problems Subject to Multiple Nonlinear Constraints by the Differential Evolution". In R. M. . P. Osmera, (editor), *Proceedings of MENDEL 2001, 7th International Conference on Soft Computing*, pages 50--57, June 2001.

[Lampinen J. and Zelinka I. 2000], Lampinen Jouni and Zelinka Ivan. "On Stagnation of the Differential Evolution Algorithm". In: Ošmera, Pavel (ed.). *Proceedings of MENDEL 2000, 6th International Mendel Conference on Soft Computing*, June 7.-9. 2000, Brno, Czech Republic. Brno University of Technology, Faculty of Mechanical Engineering, Institute of Automation and Computer Science, Brno (Czech Republic), pp. 76-83. ISBN 80-214-1609-2, 2000.

Available via Internet: <http://www.lut.fi/~jlampine/MEND2000.ps>.

[Lin Y.-C., Hwang K.-S. και Wang F.-S., 2000], Lin Y.-C., Hwang K.-S. και Wang F.-S., "Co -Evolutionary Hybrid Differential Evolution for Mixed-Integer Optimization Problems", Department of Electrical Engineering, Department of Chemical Engineering, National Chung Cheng University, Chiayi 621, Taiwan, Eng. Opt., 2001, Vol. 00, pp. 1 ± 20, 2000

[Lui J., Wang S., Ware A. S., 2002], Lui J., Wang S., Ware A. S., "A comparison of genetic, differential evolution, and Levenberg-Marquadt optimization algorithms applied to stellarator optimization", *J. Lui 44th Annual Meeting of the APS Divison of Plasma Physics*, November 11 - 15, Orlando, Conferences Florida, 2002.

[Liu J. and Lampinen J., A, 2002] Liu Junhong and Lampinen Jouni, "On Setting the Control Parameter of the Differential Evolution Method". In: Matoušek, Radek and Ošmera, Pavel (eds.), *Proceedings of MENDEL 2002, 8th International Mendel Conference on Soft Computing*, Brno, Czech Republic, pp. 11–18. Brno University of Technology, Faculty of Mechanical Engineering, Brno (Czech Republic). ISBN 80-214-2135-5, June 5.–7. 2002.

[Liu J. and Lampinen J., B, 2002], Liu Junhong and Lampinen Jouni, "Adaptive Parameter Control of Differential Evolution". In: Matoušek, Radek and Ošmera, Pavel (eds.) (2002). *Proceedings of MENDEL 2002, 8th International Mendel Conference on Soft Computing*, Brno, Czech Republic, pp. 19–26. Brno University of Technology, Faculty of Mechanical Engineering, Brno (Czech Republic). ISBN 80-214-2135-5, June 5.–7. 2002.

[Lui J., Lampinen J., 2004], Lui Junhong, Lampinen Juni, "Differential Evolution algorithm as a tool of training radial basis function networks", 2004, 6 s., *GECCO 2004, genetic and evolutionary computation conference*, Seattle, Washington, USA, June 26-30 2004.

[Michalewicz, 1994], Z. Michalewicz, *Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Programs*, (2nd ed.), Springer-Verlag, 1994.

[Nikolos, 2004], Nikolos, "Inverse Design of Aerodynamics Shapes using Differential Evolution coupled with Artificial Neural Network", *ERCOFTAC, Design Optimization: Methods and Applications*, Athens, Mar.31-Apr. 2, 2004.

[Parsopoulos K.E., Tasoulis D.K., Pavlidis N.G., Plagianakos V.P. και Vrahatis M.N., 2004], Parsopoulos K.E., Tasoulis, D.K., Pavlidis, N.G., Plagianos, V.P., Vrahatis, M.N., "Vector Evaluated Differential Evolution for Multiobjective Optimization", *Proceedings of the IEEE 2004 Congress on Evolutionary Computation*, Portland, USA, pp. 204-211, ISBN: 0-7803-8516-0, IEEE Catalog Number: 04TH8753C, 2004.

[Rechenberg, 1965], Rechenberg I., "Cybernetic solution path of an experimental problem", *Royal Aircraft Establishment*, Library translation No. 1122, Farnborough, Hants., U.K., Aug. 1965.

[Rosenberg, 1967], Rosenberg, R.S., "Simulation of Genetic Populations with Biochemical Properties", *Doctoral Dissertation, University of Michigan*, Dissertation Abstracts International, 28(7), 2732B, (University Microfilms No. 67-17,836), 1967.

[Sastry, K., 2001], Sastry, K., "Efficient cluster optimization using a hybrid extended compact genetic algorithm with a seeded population", *Workshop Proceedings of the Genetic and Evolutionary Computation Conference*, 222—225, 2001.

[Schwefel, 1975], Schwefel H.-P., "Evolutionsstrategie und numerische Optimierung", *Ph.D. thesis, T.U. Berlin*, 1975.

[Smuc T., 2002], Smuc Tomislav, "Sensitivity of Differential Evolution Algorithm to Values of Control Parameters", *Proceedings of the International Conference on Artificial Intelligence*, Las Vegas, USA, pp. 1087-1093, 2002.

[Storn R., Price K., 1995], Storn Rainer and Price Kenneth, "Differential Evolution-a Simple and Efficient Adaptive Scheme for Global Optimization over Continuous Spaces", *Technical Report TR-95-012, ICSI*, ftp.icsi.berkeley.edu, March 1995.

[Storn R., Price K., 1997], Storn Rainer and Price Kenneth, "Differential Evolution– A simple evolution strategy for fast optimization". *Dr. Dobb's Journal* 22(4):18–24 and 78, April 1997.

[Tasoulis D.K., Pavlidis N.G., Plagianakos V.P. και Vrahatis M.N., 2004], Tasoulis D.K., Pavlidis N.G., Plagianakos V.P., και Vrahatis M.N.. "Parallel differential evolution". In *Congress on Evolutionary Computation (CEC 2004)*, Portland, Oregon, 2004.

[Coeelo Coello, C. A., 2002], Carlos A. Coello Coello, "Evolutionary Multiobjective Optimization: Past, Present and future", *CINVESTAV-IPN*, Mexico, 2002

[Zaharie D., 2002], Zaharie D., "Critical Values for the control parameters of differential evolution algorithms", *Proc. of MENDEL'2002 – 8th Conference on Soft Computing*, Brno, 5-7 iunie, pg. 62-67, 2002.

[Zaharie D., B', 2002], Zaharie D., "Parameter Adaptation in Differential Evolution by Controlling the Population Diversity", *Analele Univ. Timisoara*, vol. XXXX, issue 2, 2002.

[Zaharie D., 2004], Zaharie D., "A Multipopulation Differential Evolution Algorithm for Multimodal Optimization", in R. Matousek, P. Osmera (eds.), *Proc. of Mendel 2004*, 10th International Conference on Soft Computing, Brno, june 2004.

[Zitzler E., 1999], Zitzler E., "Evolutionary Algorithms for Multiobjective Optimization: Methods and Applications". *PhD Thesis*, Swiss Federal Institute of Technology (ETH) Zurich. TIK-Schriftenreihe Nr. 30, Diss ETH No. 13398, Shaker Verlag, Germany, ISBN 3-8265-6831-1, Supervisors: Lothar Thiele, Kalyanmoy Deb, December 1999

[Zitzler, E. και Thiele L., 1999], Zitzler, E. and Thiele L. (1999). "Multiobjective evolutionary algorithms: A comparative case study and the strength pareto approach". *IEEE Transactions on Evolutionary Computation* 3 (4), 257–271, 1999.

[www.1], Wales Jimmy, encyclopedia, wikipedia the free encyclopedia, 2001, 14 Σεπτεμβρίου 2005.

<<http://wikipedia.org>>

[www.2], Parker Philip M., dictionary, Webster's Online Dictionary, 2000, 14 Σεπτεμβρίου 2005.

<<http://websters-online-dictionary.org>>

[www.3], WGBH/NOVA Science Unit and Clear Blue Sky Productions, Public Broadcasting Service (PBS), Evolution, 2001, 14 Σεπτεμβρίου 2005.

<<http://pbs.org/wgbh/evolution>>

[www.4], Brin Sergey, Larry Page, Google, Εικόνες, 1998, 14 Σεπτεμβρίου 2005.

<<http://google.com.gr>>

[www.5], Chew Robin, Bena Internet Publishing Services, Charles Darwin, 1996, 14 Σεπτεμβρίου 2005.

<[http2\(www2\)://.lucidcafe.com/lucidcafe/library/96feb/darwin.html](http2(www2)://.lucidcafe.com/lucidcafe/library/96feb/darwin.html)>

[www.6], European Molecular Biology Laboratory, EMBL Heidelberg, 2004, 14 Σεπτεμβρίου 2005.

<<http://embl-heidelberg.de>>

[www.7], Ahlers Franz Josef, Walter Di Carlo, Claudio Fleiner, Lester Godwin, Mick (Mikal Keenan), Rituraj Deb Nath, Arnold Neumaier, James R. Phillips, Kenneth Price, Rainer Storn, Peter Turney, Feng-Sheng Wang, Jim Van Zandt, Differential evolution(DE), 2000, 14 Σεπτεμβρίου 2005.

<<http://icsi.berkeley.edu/~storn/index.html>>

[www.8], Weisstein Eric, Wolfram research, mathworld, 1998, 14 Σεπτεμβρίου 2005.

<<http://mathworld.wolfram.com>>

[www.9], Informatics Lab., Pohang University of Science and Technology (POSTECH), Global Optimization, 2003, 21 Σεπτεμβρίου 2005.

<<http://dreamlab.postech.ac.kr/main/research/go.htm>>

[www.10], Pintér János D., *Nonlinear systems modeling and optimization: software implementations and applications*. Modeling and Simulation 3, 2, 17-18, 2004.
<<http://modelingandsimulation.org/issue10/pinter.html>>

[www.12], Cruz I. L. Lopez, Willigenburg L. G. Van and Straten G. Van,
<<http://sciencedirect.com/science>>

[www.16], Frontline Systems, Inc., What is a Genetic or Evolutionary Algorithm?, 1990, 19 Σεπτεμβρίου 2005.
<<http://www.solver.com/gabasics.htm>>

[www.17], Fernandez Jaime, The Genetic Programming notebook, The GP tutorial, 1996, 20 Σεπτεμβρίου 2005.
<<http://www.geneticprogramming.com/Tutorial/index.html>>

[www.18], Laboratory Director David E. Goldberg, Illinois Genetic Algorithm Laboratory, about illigal, 20 Σεπτεμβρίου 2005.
<<http://www.illigal.ge.uiuc.edu/about.html>>

[www.19], Burns Patrick, An Introduction to Genetic Algorithms, Introduction, 2002, 20 Σεπτεμβρίου 2005.
<<http://www.burns-stat.com/pages/Tutor/genetic.html>>

[www.20], Wales Jimmy, The Free Dictionary by Farlex, Evolution, 2001, 20 Σεπτεμβρίου 2005.
<<http://encyclopedia.thefreedictionary.com/evolution>>

[www.21], Stephens David, Recovery from Mormonism, Evolution Algorithms and Predictability, 1998, 19 Σεπτεμβρίου 2005.
<<http://exmormon.org/boards/honestboard/messages/245.html>>

[www.22], Pohlheim Hartmut, the GEA Toolbox – Examples of objective functions, 1997, 22 Σεπτεμβρίου 2005.
<http://www.systemtechnik.tu-ilmenau.de/~pohlheim/GA_Toolbox/fcnindex.html>

[www.23], Lucas Chris, Practical Multiobjective Optimisation, Introduction, 2002, 22
Σεπτεμβρίου 2005.

<<http://www.calresco.org/lucas/pmo.htm>>

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α

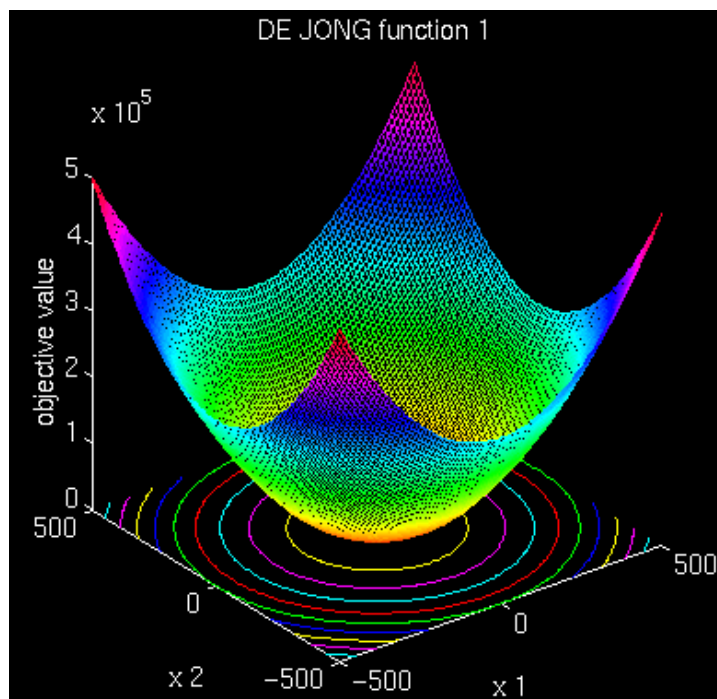
Στο Παράρτημα αυτό παρατίθενται οι πέντε συναρτήσεις, που χρησιμοποιήθηκαν για τη σύγκριση και τη μελέτη των Διαφορικών Εξελικτικών Αλγορίθμων, σε όλη την έκταση της έρευνας που πραγματοποιήθηκε. Οι γραφικές τους παραστάσεις αναφέρονται σε διάσταση 2 (δεν μπορεί να γίνει γραφική τους απεικόνιση για μεγαλύτερη διάσταση).

> Συνάρτηση ff0

First De Jong Function (Sphere function, Συνάρτηση σφαίρας)

$$f(x) = \sum_{j=1}^D x_j^2,$$

$x_j \in [-5.12, 5.12], j = 1 : D$ (D η διάσταση του προβλήματος)



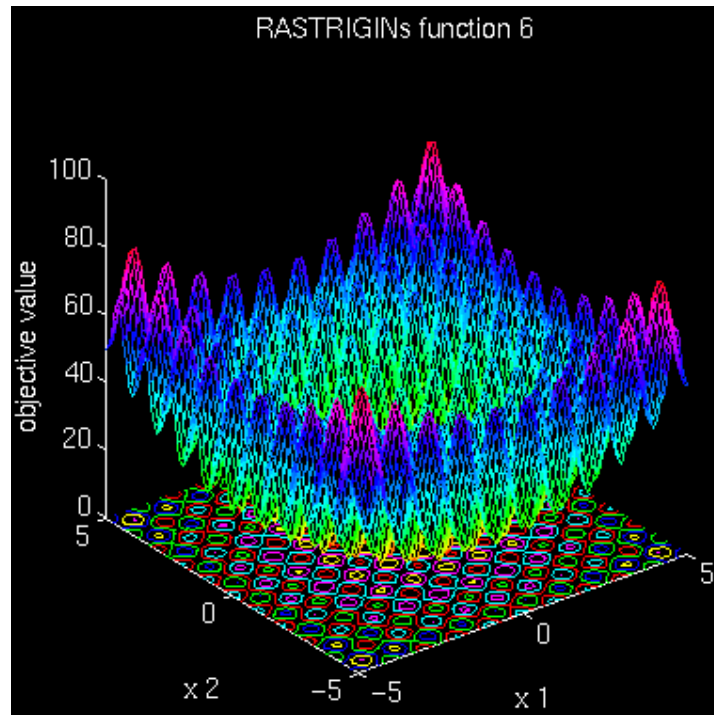
Εικόνα Α.1: Απεικόνιση της συνάρτησης της σφαίρας για δύο μεταβλητές σχεδίασης
[www.22]

› Συνάρτηση ff1

Συνάρτηση Rastrigin's

$$f(x) = \sum_{j=1}^D (x_j^2 - 10 \cos(2\pi \cdot x_j)) + 10 \cdot D$$

$$x_j \in [-5.12, 5.12], j = 1 : D$$



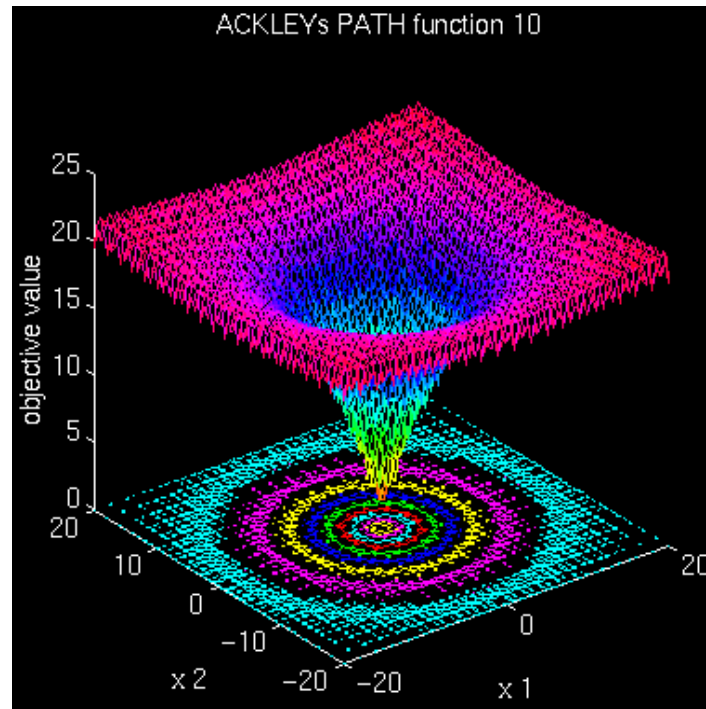
Εικόνα Α.2: Απεικόνιση της συνάρτησης Rastrigin's για δύο μεταβλητές σχεδίασης
[www.22]

› Συνάρτηση ff2

Συνάρτηση Ackley's Path

$$f(x) = -c_1 \cdot \exp(-c_2 \cdot \sqrt{\frac{1}{D} \cdot \sum_{j=1}^D x_j^2}) - \exp(\frac{1}{D} \cdot \sum_{j=1}^D \cos(c_3 \cdot x_j)) + c_1 + \exp(1)$$

$x_j \in [-32.768, 32.768]$, $j = 1 : D$, και $c_1=20$, $c_2=0.2$, $c_3=2 \cdot \pi$.



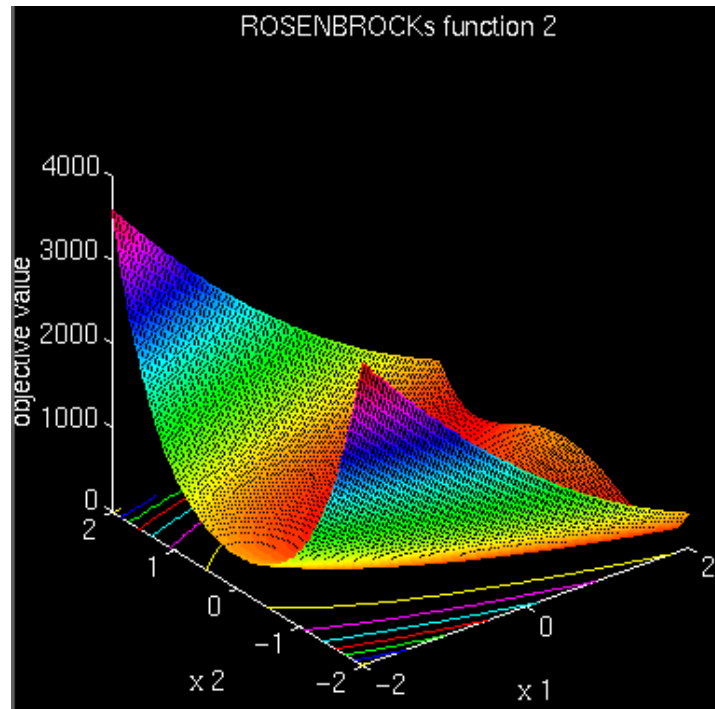
Σχήμα Α.3: Απεικόνιση της συνάρτησης Ackley's Path για δύο μεταβλητές σχεδίασης [www.22]

› Συνάρτηση ff3

Συνάρτηση «*Modified second De Jon*» (*Rosenbrock's valley*)

$$f(x) = \sum (100 \cdot (x_{j+1} - x_j^2)^2 + (1 - x_j)^2),$$

$$x_j \in [-2.048, 2.047], j = 1 : D.$$



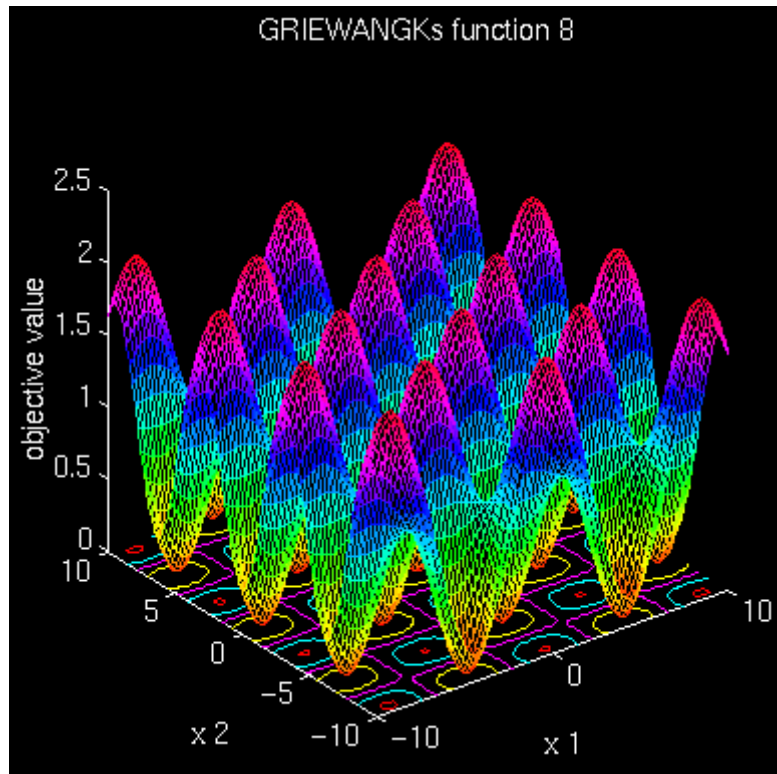
Εικόνα Α.4: Απεικόνιση της συνάρτησης *Rosenbrock's valley* για δύο μεταβλητές σχεδίασης
[www.22]

› Συνάρτηση ff4

Συνάρτηση Griewangk's

$$f(x) = \frac{1}{4000} \cdot \sum_{j=1}^D x_j^2 - \prod_{j=1}^D \left(\cos\left(\frac{x_j}{\sqrt{j}}\right) \right) + 1,$$

$$x_j \in [-600, 600], j = 1 : D$$



Σχήμα Α.5: Απεικόνιση της συνάρτησης Griewangk's για δύο μεταβλητές σχεδίασης [www.22]