



**ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ**

**ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΟΡΥΚΤΩΝ ΠΟΡΩΝ**

**ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΤΗΣ ΘΡΑΥΣΤΙΚΗΣ ΣΤΙΒΑΡΟΤΗΤΑΣ  $K_{IC}$  ΤΟΥ  
ΜΑΡΜΑΡΟΥ CARRARA**

**ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ**

**ΓΕΩΡΓΙΟΣ Π. ΜΙΧΑΛΟΠΟΥΛΟΣ**

**ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΕΠΙΤΡΟΠΗ**

**ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΓΕΩΡΓΙΟΣ ΕΞΑΔΑΚΤΥΛΟΣ, (ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ)**

**ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΖΑΧΑΡΙΑΣ ΑΓΙΟΥΤΑΝΤΗΣ**

**ΑΝ. ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΚΩΣΤΑΝΤΙΝΟΣ ΠΡΟΒΙΔΑΚΗΣ**

**ΧΑΝΙΑ**

**ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΣ, 2005**

## ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Το αντικείμενο το οποίο πραγματεύεται η παρούσα διπλωματική εργασία είναι ο υπολογισμός της θραυστικής στιβαρότητας  $K_{IC}$  του μαρμάρου Carrara σε προ – ρηγματωμένο αντιδιαμετρικά φορτιζόμενο κυκλικό δίσκο.

Η θραυστική στιβαρότητα  $K_{IC}$  αποτελεί μια βασική ιδιότητα των υλικών τα εμπεριέχουν ρωγμές, ενδεικτική της αντοχής τους. Το γεγονός το οποίο την καθιστά τόσο σημαντική είναι η περίπτωση κατά την οποία έχουμε υπέρβαση της τιμής από τον συντελεστή εντάσεων των τάσεων  $K_{IC}$ , με αποτέλεσμα την διάδοση της προϋπάρχουσας ρωγμής και την θραύση του πετρώματος.

Για την επίλυση του ανωτέρω προβλήματος πραγματοποιήθηκε μια σειρά δοκιμών αντιδιαμετρικής θλίψης σε προ – ρηγματωμένα κυκλικά δοκίμια που κατασκευάσθηκαν από μάρμαρο Carrara. Με βάση τα πειραματικά αποτελέσματα που προέκυψαν από τις δόκιμες αντιδιαμετρικής θλίψης και την βοήθεια της προτεινόμενης θεωρίας, υπολογίσθηκε η θραυστική στιβαρότητα  $K_{IC}$  για το μάρμαρο Carrara.

## ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Η παρούσα διπλωματική εργασία εκπονήθηκε στο Τμήμα Μηχανικών Ορυκτών Πόρων υπό την επίβλεψη του Καθηγητή Γ. Εξαδάκτυλου, από τον οποίο έγινε και η ανάθεση του θέματος.

Η τριμελής εξεταστική επιτροπή απαρτίζεται από τους Καθηγητή Γ. Εξαδάκτυλο (επιβλέπων καθηγητή), Καθηγητή Ζ. Αγιουτάντη (Πολυτεχνείο Κρήτης) και τον Αν. Καθηγητή Κ. Προβιδάκη.

Στο σημείο αυτό θα ήθελα να ευχαριστήσω τον καθηγητή μου Γ. Εξαδάκτυλο για το ενδιαφέρον και την πολύτιμη βοήθεια που μου προσέφερε καθόλη την διάρκεια της εκπόνησης της εργασίας. Ακόμη θα ήθελα να ευχαριστήσω τον καθηγητή Ζ. Αγιουτάντη για τις χρήσιμες συμβουλές και παρατηρήσεις του. Τέλος, ευχαριστώ τον καθηγητή Κ. Προβιδάκη για την αποδοχή της συμμετοχής του στην εξεταστική επιτροπή.

Ιδιαίτερες ευχαριστίες οφείλω στον διδάκτορα του τμήματος Κ. Κακλή για την βοήθεια στην προετοιμασία, τη διεξαγωγή των εργαστηριακών πειραμάτων καθώς και για την κάθε είδους βοήθεια που μου παρείχε.

# Περιεχόμενα

<b>Περίληψη</b>	<b>I</b>
<b>Πρόλογος</b>	<b>II</b>
<b>1 Εισαγωγή</b>	<b>1</b>
<b>2 Εισαγωγή στη θεωρία της ελαστικότητας και της θραυστομηχανικής</b>	<b>6</b>
2.1 Θεωρία ελαστικότητας	6
2.1.1 Προϋποθέσεις – Περιορισμοί	6
2.1.2 Γενικά	6
2.1.3 Γενικευμένος Νόμος του Hooke	8
2.1.4 Παράμετροι Ελαστικής Συμπεριφοράς	9
2.1.5 Σχέσεις μεταξύ των Ελαστικών Σταθερών	9
2.1.6 Ελαστική Συμπεριφορά σε Τρεις Διαστάσεις	9
2.1.7 Ελαστική Συμπεριφορά σε Δύο διαστάσεις	11
2.1.8 Θεώρηση Επίπεδης Τάσης	11
2.1.9 Θεώρηση Επίπεδης Παραμόρφωσης	12
2.2 Επίπεδη Ελαστική Ανάλυση	14
2.3 Τρόποι Φορτίσεως Ρωγμών	16
2.4 Κατανομή της Τάσης στην Αιχμή της Ρωγμής	19
2.5 Προ- ρηγματωμένος Βραζιλιανός Δίσκος	21
<b>3 Σχεδιασμός εργαστηριακών πειραμάτων αντιδιαμετρικής θλίψης κυκλικών δίσκων με ρωγμή</b>	<b>24</b>
3.1 Προδιαγραφές της Δοκιμής Αντιδιαμετρικής Θλίψης Κυκλικού Δίσκου	24
3.2 Περιγραφή του Εργαστηρίου και του Συστήματος Καταγραφής	24
3.2.1 Συστήματα Φόρτισης	25
3.3.2 Συστήματα Ελέγχου	26
3.3.3 Συστήματα Μέτρησης και Καταγραφής	28
3.3 Κατασκευή Δοκιμίων Έμμεσου Εφελκυσμού με Ρωγμή	28
<b>4 Προσομοίωση της κοπής των πετρωμάτων με περιστροφική διάτρηση</b>	<b>32</b>
4.1 Περιγραφή της Μεθόδου	32
4.2 Σχολιασμός των Αποτελεσμάτων της Προσομοίωσης	33
<b>5 Παρουσίαση και ερμηνεία των αποτελεσμάτων της πειραματικής διαδικασίας καθώς και σχολιασμός αυτών</b>	<b>36</b>
5.1 Εισαγωγή	36
5.2 Κατασκευή Διαγράμματος Φορτίου - Μετατόπισης	36
5.3 Προσδιορισμός Φορτίου Θραύσης	37
5.4 Υπολογισμός Θραυστικής Στιβαρότητας $K_{IC}$	39
5.5 Διάγραμμα Φορτίου Θραύσης $F_C$ – Λόγος $\lambda/R$	40
5.6 Διάγραμμα Θραυστικής Στιβαρότητας $K_{IC}$ – Λόγος $\lambda/R$	41
<b>6 Συμπεράσματα – Προτάσεις</b>	<b>43</b>

<b>Βιβλιογραφία</b>	<b>45</b>
<b>Παράρτημα Α</b>	<b>46</b>
<b>Παράρτημα Β</b>	<b>48</b>

# ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

## ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Στην παρούσα διπλωματική εργασία μελετάται πειραματικά το πρόβλημα του προ – ρηγματωμένου κυκλικού δίσκου, ο οποίος υποβάλλεται σε δοκιμή έμμεσου εφελκυσμού. Στόχος της εργασίας αυτής είναι ο υπολογισμός της θραυστικής στιβαρότητας  $K_{IC}$  καθώς και η εφελκυστική αντοχή του προ – ρηγματωμένου κυκλικού δίσκου.

Η λατομική δραστηριότητα στην Carrara εκτείνεται σε μια περιοχή περίπου 2000 εκταρίων. Στην ευρύτερη περιοχή της Carrara λειτουργούν 90 λατομεία στα οποία παράγονται 10 βασικοί τύποι μαρμάρου. Εκτός αυτών παράγεται και ένας σημαντικός αριθμός δευτερευουσών ποικιλιών. Η ποιότητα του συγκεκριμένου μαρμάρου αλλά και για κάθε τύπο μάρμαρου καθορίζεται σε σημαντικό βαθμό από το χρώμα του. Η παραγωγή του συνόλου των λατομείων της περιοχής ανέρχεται στους 100.000 τόνους/μήνα. Περισσότερο από το 80 % της συνολικής παραγωγής προέρχεται από τις λεκάνες Bianco Ordinario και Bianco Venato. Στην λεκάνη Bianco Ordinario υπάρχουν 60 λατομεία στα οποία παράγονται 50.000 τόνοι μάρμαρο μηνιαίως.

Η εκμετάλλευση του μαρμάρου πραγματοποιούνταν σε πολλά μέτωπα συγχρόνως ακολουθώντας το σχεδιασμό των βαθμίδων. Ένεκεν της πρόσφατης κατολίσθησης που επήλθε και κατά την οποία οι χαμηλότερες βαθμίδες και η πλατεία του λατομείου καλύφθηκαν με 80.000 m<sup>3</sup> μάρμαρο, ολοκληρώνεται μια νέα μελέτη για την αποκατάσταση της εκμετάλλευσης. Στόχος της μελέτης αυτής είναι η παλινόρθωση του αρχικού αμφιθεατρικού σχεδίου της εκμετάλλευσης. Το σημαντικότερο πρόβλημα που δημιουργήθηκε μετά από την καταστροφή είναι η μείωση της συνολικής παραγωγής κατά 25 – 30 %. Το πρόβλημα αυτό προέκυψε γιατί το κοίτασμα του μαρμάρου εμφανίζεται πλέον ρηγματωμένο στο μεγαλύτερο μέρος του. Έτσι προκειμένου να παραχθούν εμπορεύσιμοι όγκοι μαρμάρου είναι απαραίτητο να απομακρυνθούν σημαντικές ποσότητες άχρηστου υλικού.

Πίνακας 1: Φυσικό – μηχανικές ιδιότητες του μαρμάρου Carrara.

Rock type	Origin	Petrographical classification	Mean grain size D [ $\mu m$ ]	Porosity n [%]	Bulk density $\rho$ [g/cm <sup>3</sup> ]	SiO <sub>2</sub> content [%]	Binder material	E [GPa]	$\nu$ [-]	TS [MPa]	$v_p$ [m/s]	UCS [MPa]	c [MPa]	$\phi$ [°]
Lorano marble	Italy, Carrara	Calcitic Marble (homoblastic)	200-250	1.1 $\pm$ 0.1	2.67 $\pm$ 0.1	traces	None	60	0.29	5.6	5200	81.6	19.4	39.2

Nomenclature			
c	peak cohesion of rock	$v_p$	P-wave velocity
UCS	unconfined compressive strength of rock	$\phi$	peak friction angle of rock
n	porosity of the rock		
E	tangent deformation modulus of rock		
$\nu$	tangent Poisson's ratio		
TS	tensile strength of rock		

Η επίδραση του ελαστικού εντατικού πεδίου στην αιχμή της ρωγμής μπορεί να εκφρασθεί ποσοτικά με τον συντελεστή εντάσεως των τάσεων (ΣΕΤ)  $K_I$ . Όταν το εντατικό πεδίο των τάσεων γύρω από την αιχμή της ρωγμής είναι εφελκυστικό, τότε ο συντελεστής εντάσεως των τάσεων συμβολίζεται με  $K_I$ . Η κρίσιμη τιμή του συντελεστή εντάσεως των τάσεων, για την οποία το υλικό αστοχεί στην αιχμή της ρωγμής, καλείται θραυστική στιβαρότητα  $K_{IC}$ . Η θραυστική στιβαρότητα  $K_{IC}$  αποτελεί ιδιότητα - αντοχή του πετρώματος και απομειώνεται κατάλληλα όπως και στην περίπτωση της Αντοχής των Υλικών με τον συντελεστή ασφάλειας  $S$ , δίνοντας το κυριότερο κριτήριο αστοχίας κατασκευών από πετρώματα στα πλαίσια της Θραυστομηχανικής το οποίο διατυπώνεται ως εξής :

$$K_I \leq \frac{K_{IC}}{S_F}$$

όπου  $S_F$  : συντελεστής ασφάλειας

Το 1920, ο A. A. Griffith (Griffith 1920) δημοσίευσε την θεωρία για την διάδοση των ρωγμών. Η θεωρία αυτή προέβλεπε ότι μια προϋπάρχουσα ρωγμή θα διαδοθεί αν ταπεινωνόταν η συνολική ενέργεια ελαστικής παραμόρφωσης του συστήματος. Η ανάλυση των τάσεων που χρησιμοποιήθηκε από τον Griffith για τον υπολογισμό της αποθηκευμένης ελαστικής ενέργειας στο ρηγματωμένο σώμα βασίσθηκε στη δημοσιευμένη το 1913 εργασία του Inglis (1913) που αφορούσε το πρόβλημα μικρής ελλειπτικής οπής σε πλάκα που υποβάλλεται σε μονοαξονικό εφελκυσμό. Ο Griffith έκανε πρώτος την παραδοχή ότι προϋπάρχουσες ρωγμές στα ψαθυρά υλικά, οι οποίες είναι μεγάλες συγκριτικά με τις ατομικές χαρακτηριστικές και μοριακές αποστάσεις. Η βασική αρχή που διατύπωσε στη θεωρία του ο Griffith, ήταν ότι τα στερεά σώματα κατέχουν επιφανειακή ενέργεια όπως και τα ρευστά και για να διαδοθεί μια ρωγμή (η για να αυξηθεί η επιφανειακή της ενέργεια) η αντίστοιχη επιφανειακή ενέργεια πρέπει να αποδοθεί από την εξωτερικά προσδιδόμενη ενέργεια στο ψαθυρό σώμα. Χρησιμοποιώντας την λύση του Inglis ο Griffith, υπολόγισε την αύξηση της ενέργειας παραμόρφωσης και με βάση το ισοζύγιο ενέργειας υπολόγισε την τάση θραύσης ως εξής :



$$\sigma = \sqrt{\frac{2\gamma E}{\pi a}}$$

όπου  $E^* = E$  το μέτρο του Young για συνθήκες επιπέδου εντάσεως και  $E^* = E/(1-\nu^2)$ ,  $\nu$  είναι ο λόγος του Poisson του υλικού,  $[FL^{-2}]$  για συνθήκες επιπέδου παραμορφώσεως και  $a$  το μισό μήκος της ρωγμής  $[L]$ . Μια από τις μεγαλύτερες συνεισφορές του Irwin στη Θραυστομηχανική, είναι ότι κατέδειξε τον καθολικό χαρακτήρα των ασυμπτωτικών πεδίων των τάσεων και των μετατοπίσεων στη γειτονία της αιχμής της ρωγμής σε ένα γραμμικό ελαστικό στερεό. Ο Irwin (1957) έδειξε ότι για μικρή ακτινική απόσταση  $r$  από την αιχμή της ρωγμής ισχύουν οι σχέσεις :

$$\sigma_{ij} = \left( \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \right) f_{ij}$$

όπου  $f_{ij}$  είναι συναρτήσεις της γωνίας  $\theta$  οι οποίες είχαν βρεθεί προηγουμένως από τους Weinghardt, Westergaard και Sneddon για δεδομένες γεωμετρικές ρωγμών και συνθήκες φόρτισης και  $r$  είναι η ακτινική απόσταση από την αιχμή της ρωγμής.. Ο Irwin αποκάλεσε τον συντελεστή  $K$ , Συντελεστή Εντάσεως των Τάσεων.

Το 1958 ο Irwin παρατήρησε ότι στη διατήρηση της ενέργειας τύπου Griffith, πρέπει να ληφθεί υπ' όψη και το έργο της πλαστικής παραμόρφωσης (παραμορφωσιακή ενέργεια που αποθηκεύεται στο σώμα ισούται με την επιφανειακή ενέργεια συν το έργο της πλαστικής παραμόρφωσης). Η ίδια άποψη διατυπώθηκε και από τον Orowan, ο οποίος κατέδειξε ότι εάν τροποποιηθεί η συνθήκη αστοχίας του Griffith έτσι ώστε να λαμβάνεται υπ' όψη το πλαστικό έργο, τότε είναι ικανή και αναγκαία συνθήκη για την πρόβλεψη της ψαθυρής θραύσης.

Έως το 1959 η αρχή των Griffith – Irwin της μηχανικής των οξειών ρωγμών είχε γίνει γνωστή ευρέως και η ASTM (American Society for Testing and Materials) δημιούργησε ειδική επιτροπή για την εξέταση πρακτικών προβλημάτων θραύσεως. Αναγνωρίστηκε επίσης το γεγονός ότι για την μελέτη τέτοιων προβλημάτων πρέπει να σχεδιασθούν δοκίμια με τεχνητές ρωγμές των οποίων στη συνέχεια προσδιορίζεται η θραυστική στιβαρότητα.

Η εκπόνηση της συγκεκριμένης διπλωματικής εργασίας έχει ως στόχο την πειραματική μελέτη της συμπεριφοράς προ – ρηγματωμένων κυκλικών δίσκων του μαρμάρου Carrara, την συλλογή πειραματικών μετρήσεων, την εκτίμηση της θραυστικής στιβαρότητας  $K_{IC}$  του υπόψιν μαρμάρου και την μελέτη του τρόπου με οποίο μεταβάλλεται το φορτίο σε συνάρτηση με το μήκος της ρωγμής.

Η διάρθρωση της εργασίας έχει ως εξής :

Στο κεφάλαιο 2 παρουσιάζονται αναλυτικά η Θεωρία Ελαστικότητας καθώς και το θεωρητικό υπόβαθρο της Θραυστομηχανικής το οποίο χρησιμοποιήθηκε για την εκτίμηση της θραυστικής στιβαρότητας.

Στο κεφάλαιο 3 περιγράφεται η διαδικασία κατασκευής των κυκλικών δίσκων με ρωγμή καθώς και ο εξοπλισμός που χρησιμοποιήθηκε για αυτή και για τη διεξαγωγή των πειραματικών δοκίμων.

Στο κεφάλαιο 4 περιγράφεται η διαδικασία προσομοίωσης της κοπής του μαρμάρου Carrara με περιστροφική διάτρηση, το θεωρητικό υπόβαθρο στο οποίο στηρίχθηκε το όλο εγχείρημα καθώς και τα αποτελέσματα που προκύπτουν.

Στο κεφάλαιο 5 περιγράφονται τα στάδια επεξεργασίας των πειραματικών μετρήσεων, τα αποτελέσματα που προέκυψαν και πραγματοποιείται σχολιασμός αυτών.

Στο κεφαλαία 6 παραθέτονται συμπεράσματα καθώς και προτάσεις που προέκυψαν από την εμπειρία που αποκομίσθη κατά την πορεία διεξαγωγής της εργασίας.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

### ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗ ΘΕΩΡΙΑ ΤΗΣ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ ΚΑΙ ΤΗΣ ΘΡΑΥΣΤΟΜΗΧΑΝΙΚΗΣ

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζονται εκτεταμένα ορισμοί, έννοιες και εξισώσεις της θεωρίας της Ελαστικότητας, καθώς και το θεωρητικό υπόβαθρο της θραυστομηχανικής το οποίο χρησιμοποιήθηκε για τον υπολογισμό της Θραυστικής Στιβαρότητας  $K_{IC}$  σε κυκλικό δίσκο με ρωγή.

#### 2.1 Θεωρία Ελαστικότητας

##### 2.1.1 Προϋποθέσεις – Περιορισμοί

Για την μελέτη των τάσεων και των τροπών σε ελαστικά γεωϋλικά γίνονται οι παρακάτω υποθέσεις που επιβάλλουν συγκεκριμένους περιορισμούς.

1. Το σώμα είναι συνεχές μέσο. Οι τάσεις σε κάθε επίπεδο μέσα στο σώμα και στην επιφάνεια ορίζονται ως ο λόγος δύναμης προς επιφάνεια.
2. Η σχέση μεταξύ των συνιστωσών της τροπής και της προβολής των μετατοπίσεων καθώς και των πρώτων παραγωγών των μετατοπίσεων ως προς τις συντεταγμένες είναι γραμμική.
3. Η σχέση τάσης – τροπής είναι γραμμική, δηλαδή ισχύει ο νόμος του Hooke.
4. Οι αρχικές τάσεις, δηλαδή εκείνες που προϋπάρχουν χωρίς τη δράση εξωτερικών φορτίων αγνοούνται.

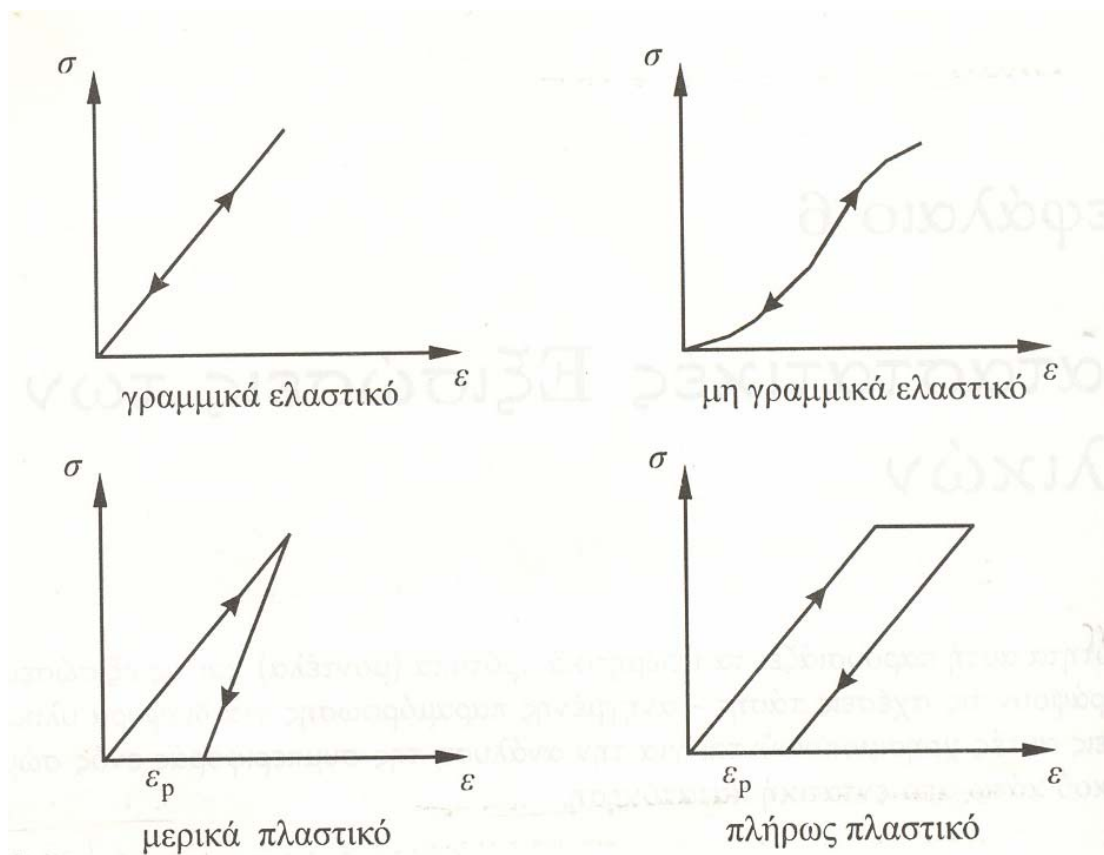
##### 2.1.2 Γενικά

Η εφαρμογή ενός συστήματος εξωτερικών δυνάμεων σε ένα σώμα προκαλεί παραμόρφωση του σώματος. Το μέγεθος των παραμορφώσεων εξαρτάται από α) τη μηχανική συμπεριφορά του υλικού και β) το μέγεθος των δυνάμεων που επιδρούν σε αυτό. Οι σχέσεις αίτιου – αποτελέσματος εκφράζονται από τις καταστατικές εξισώσεις του υλικού. Όταν οι καταστατικές εξισώσεις είναι ανεξάρτητες από το χρόνο, τότε αναφέρονται και ως εξισώσεις τάσης – ανοιγμένης παραμόρφωσης και έχουν την γενική μορφή (Αγιουτάντης, 2002):

$$\sigma_{ij} = f(\varepsilon_{ij}) \quad (2.1)$$

Λόγω του πολύπλοκου τρόπου αντίδρασης των φυσικών υλικών σε εξωτερικές επιδράσεις, η μελέτη της συμπεριφοράς τους είναι δυνατόν να γίνει με υπέρθεση διαφόρων προτύπων (μοντέλων) ανάλογα με την περιοχή τάσεων – παραμορφώσεων που εξετάζεται. Σε κάθε μορφή συμπεριφοράς υλικού αντιστοιχούν και διαφορετικές καταστατικές εξισώσεις. Στη συνέχεια επιχειρείται μια γενική κατάταξη των υλικών ανάλογα με τις παραμέτρους που επηρεάζουν την συμπεριφορά. τους:

- Εάν οι τάσεις εξαρτώνται μόνο από τις παραμορφώσεις, τότε τα υλικά θεωρείται ότι συμπεριφέρονται ελαστικά.
- Εάν οι τάσεις εξαρτώνται και από τον τρόπο φόρτισης, τότε τα υλικά θεωρείται ότι συμπεριφέρονται πλαστικά.
- Εάν οι τάσεις εξαρτώνται και από την ταχύτητα φόρτισης (ή της χρονικές παραγωγούς των παραμορφώσεων), τότε τα υλικά θεωρείται βισκοελαστικά ή βισκοπλαστικά.



Σχήμα 2.1: Τυπικά μοντέλα ελαστικής και πλαστικής συμπεριφοράς (Αγιουτάντης, 2002)

Σε αρκετές περιπτώσεις, οι καταστατικές εξισώσεις απλοποιούνται με την εισαγωγή παραδοχών, ή και προορίζονται πειραματικά. Επίσης, τα προηγούμενα μοντέλα είναι δυνατόν να θεωρηθούν γραμμικά ή μη γραμμικά, ανάλογο με το σαν η καταστατική εξίσωση που περιγράφει το μοντέλο είναι γραμμική ή μη γραμμική. Τυπικές γραφικές παραστάσεις των σχέσεων τάσεις – τροπής για υλικά που συμπεριφέρονται ελαστικά και πλαστικά παρουσιάζονται στο Σχήμα 2.1

### 2.1.3 Γενικευμένος Νόμος του Hooke

Για να προκύψουν οι σχέσεις τάσεις – τροπής πρέπει ένα μοντέλο που να απεικονίζει τις ελαστικές ιδιότητες του μέσου. Θεωρείται ότι οι συνιστώσες του τανυστού τροπής είναι γραμμικές συναρτήσεις των συνιστωσών του τανυστού της τάσης. Αυτές οι συναρτήσεις πρέπει να είναι ομογενείς αφού έχει υποτεθεί ότι η απουσία τάσεων έχει ως αποτέλεσμα οι τροπές να είναι μηδέν, και το αντίστροφο. Τα σώματα που υπακούουν στο γενικευμένο νόμο του Hooke μπορούν να χωριστούν σε ομοιογενή – μη ομοιογενή και σε ισότροπα – ανισότροπα. Ομοιογενές είναι το μέσο του οποίου οι ελαστικές ιδιότητες είναι ίδιες σε όλα τα σημεία του σώματος, ενώ μη ομοιογενές είναι εκείνο που έχει διαφορετικές ελαστικές ιδιότητες σε διαφορετικά σημεία. Ισότροπο ονομάζεται εκείνο το σώμα του οποίου οι ελαστικές ιδιότητες είναι ίδιες σε όλες τις διευθύνσεις σε συγκεκριμένο σημείο, ενώ ανισότροπο είναι το σώμα εκείνο που έχει διαφορετικές ελαστικές ιδιότητες σε διαφορετικές διευθύνσεις σε συγκεκριμένο σημείο (Αγιουτάντης, 2002).

Η καταστατική εξίσωση ελαστικής συμπεριφοράς σε τρεις διαστάσεις δίνεται από τον γενικευμένο νόμο του Hooke και αποδίδεται από την σχέση:

$$\sigma_{ij} = c_{ijkl} \varepsilon_{kl} \quad (2.2)$$

όπου  $c_{ijkl}$  είναι ένας τανυστής τετάρτης τάξης που εξαρτάται από τις ελαστικές σταθερές του σώματος. Όταν υφίσταται συμμετρία των τανυστών  $\sigma_{ij}$  και  $\varepsilon_{kl}$ , από τους  $3^4=81$  όρους του τανυστή  $c_{ijkl}$  μόνο 36 είναι διαφορετικοί. Σημειώνεται ότι η ελαστική συμπεριφορά ενός υλικού μπορεί να είναι γραμμική ή μη γραμμική (Αγιουτάντης, 2002).

#### 2.1.4 Παράμετροι Ελαστικής Συμπεριφοράς

Στην περίπτωση ενός ελαστικού, ισότροπου και ομογενούς υλικού, οι 36 διαφορετικοί όροι του τανυστή  $c_{ijkl}$  είναι δυνατόν να εκφρασθούν ως συνάρτηση μόνο δυο σταθερών ( $\lambda$ ,  $\mu$ ), οι οποίες ονομάζονται σταθερές Lamé. Οι σταθερές αυτές είναι δυνατόν να εκφρασθούν ως δυο άλλων μεγεθών και συγκεκριμένα του λόγου του Poisson ( $\nu$ ) και του μέτρου ελαστικότητας του Young ( $E$ ).

Ο λόγος του Poisson ορίζεται από το λόγο της εγκάρσιας ( $-\epsilon_x$ ) προς την αξονική ( $+\epsilon_y$ ) ανηγμένη παραμόρφωση σε μονοαξονική καταπόνηση:

$$\nu = -\frac{\epsilon_x}{\epsilon_y} \quad (2.3)$$

και κυμαίνεται στα πετρώματα από 0.20 έως 0.35 με θεωρητικό εύρος  $0 \leq \nu \leq 0.5$ . Το μέτρο ελαστικότητας του Young ορίζεται στη γενική περίπτωση από την κλίση της καμπύλης τάσης – παραμόρφωσης.

#### 2.1.5 Σχέσεις μεταξύ των Ελαστικών Σταθερών

Στη θεωρία της ελαστικότητας πολλές φορές οι παραπάνω σχέσεις αναλύονται χρησιμοποιώντας διαφορετικές ελαστικές σταθερές από το μέτρο ελαστικότητας του Young και το λόγο του Poisson. Οι ελαστικές αυτές σταθερές είναι: η σταθερά του Lamé, το μέτρο διάτμησης, το οποίο από πολλούς συμβολίζεται με το  $\mu$ , και το μέτρο συμπίεσης  $K$ . Οι πέντε αυτές σταθερές συνδέονται μεταξύ τους, καθώς υπάρχουν μόνο δυο ανεξάρτητες ελαστικές σταθερές. Η σχέση δίνει την συσχέτιση των  $E$ ,  $\nu$ ,  $K$  με τα  $\lambda$ ,  $\mu$ , ενώ η σχέση συσχετίζει τα  $\lambda$ ,  $\mu$ ,  $K$  με τα  $E$ ,  $\nu$  (Αγιουτάντης, 2002):

$$E = \frac{\mu(3\lambda + 2\mu)}{\lambda + \mu} \quad \nu = \frac{\lambda}{2(\lambda + \mu)} \quad K = \frac{3\lambda + 2\mu}{3} \quad (2.4)$$

$$\lambda = \frac{\nu E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)} \quad \mu = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad K = \frac{E}{3(1 - 2\nu)} \quad (2.5)$$

Σημειώνεται ότι η σταθερά  $\mu$  ταυτίζεται με την σταθερά  $G$ .

#### 2.1.6 Ελαστική Συμπεριφορά σε Τρεις Διαστάσεις

Στην περίπτωση επομένως των ελαστικών, ισότροπων και ομογενών υλικών, οι εξισώσεις που συνδέουν τις τάσεις και τις ανηγμένες παραμορφώσεις δίνονται από τις γενικευμένες εξισώσεις:

$$\sigma_{ij} = \frac{E}{1+\nu} \left[ \varepsilon_{ij} + \frac{\nu}{1-2\nu} \varepsilon_{kk} \delta_{ij} \right] \quad (2.6)$$

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1+\nu}{E} \sigma_{ij} - \frac{\nu}{E} \sigma_{kk} \delta_{ij} \quad (2.7)$$

Χρησιμοποιώντας τον κλασικό συμβολισμό οι παραπάνω σχέσεις λαμβάνουν την εξής μορφή:

$$\sigma_x = \frac{2G}{1-2\nu} \left[ (1-\nu)\varepsilon_x + \nu(\varepsilon_y + \varepsilon_z) \right] \quad (2.8)$$

$$\sigma_y = \frac{2G}{1-2\nu} \left[ (1-\nu)\varepsilon_y + \nu(\varepsilon_x + \varepsilon_z) \right] \quad (2.9)$$

$$\sigma_z = \frac{2G}{1-2\nu} \left[ (1-\nu)\varepsilon_z + \nu(\varepsilon_x + \varepsilon_y) \right] \quad (2.10)$$

$$\begin{aligned} \tau_{xy} &= G\gamma_{xy} \\ \tau_{yz} &= G\gamma_{yz} \\ \tau_{zx} &= G\gamma_{zx} \end{aligned} \quad (2.11)$$

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E} \left[ \sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z) \right] \quad (2.12)$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E} \left[ \sigma_y - \nu(\sigma_x + \sigma_z) \right] \quad (2.13)$$

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E} \left[ \sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y) \right] \quad (2.14)$$

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E} \left[ \sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z) \right] \quad (2.15)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{1}{G} \tau_{xy} \quad \gamma_{yz} = \frac{1}{G} \tau_{yz} \quad \gamma_{zx} = \frac{1}{G} \tau_{zx} \quad (2.16)$$

όπου

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (2.17)$$

είναι το μέτρο διάτμησης ή το μέτρο ακαμψίας του υλικού και  $\gamma_{xy} = 2\varepsilon_{xy}$ .

### 2.1.7 Ελαστική Συμπεριφορά σε Δύο διαστάσεις

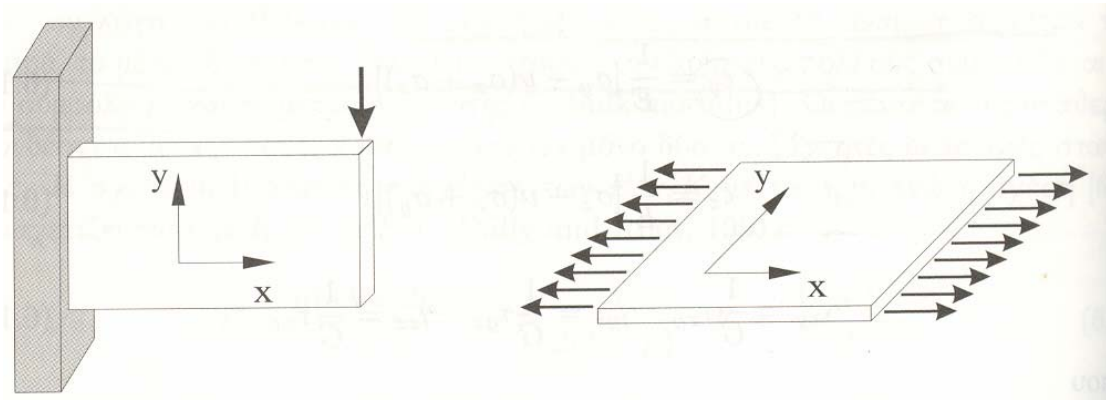
Ο προσδιορισμός της εντατικής κατάστασης ενός σώματος για τις περισσότερες εφαρμογές είναι ένα δύσκολο τρισδιάστατο πρόβλημα. Σε αρκετές, όμως, περιπτώσεις προβλημάτων, που εξετάζονται από τη Μηχανική Πετρωμάτων (π.χ. υποστήριξη στοών, εντατική κατάσταση πρανών, θεμελιώσεις, κλπ), το γεωμετρικό σχήμα του σώματος και ο τρόπος φόρτισης του επιτρέπουν τη μελέτη σε δυο διαστάσεις (x,y). Στις επόμενες παραγράφους εξετάζεται η περίπτωση της επίπεδης τάσης και της επίπεδης ανηγμένης παραμόρφωσης, όπου το σώμα θεωρείται ότι βρίσκεται σε διαξονική ή επίπεδη εντατική κατάσταση. Και στις δυο περιπτώσεις, οι μόνες σημαντικές τάσεις και ανηγμένες παραμορφώσεις είναι αυτές που ανήκουν στο επίπεδο (x,y) και εκφράζονται από τις σχέσεις:

$$\{\sigma\} = \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} \quad \text{και} \quad \{\varepsilon\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (2.18)$$

### 2.1.8 Θεώρηση Επίπεδης Τάσης

Στην περίπτωση που η τρίτη διάσταση (z) ενός σώματος είναι πολύ μικρή σε σχέση με τις άλλες δυο (π.χ. λεπτή επίπεδη πλάκα) και τα φορτία που δέχεται το σώμα ανήκουν στο επίπεδο των άλλων δυο σημαντικών διαστάσεων (επίπεδο x,y), μπορεί να θεωρηθεί ότι οι συνιστώσες τάσης κατά τον τρίτο άξονα είναι πολύ μικρές σε σύγκριση με τις συνιστώσες κατά το επίπεδο φόρτισης (Σχήμα 2.2 ).





Σχήμα 2.2: Παραδοχή επίπεδης τάσης (Αγιουτάντης, 2002)

Η θεώρηση αυτή ονομάζεται θεώρηση επίπεδης τάσης ή επίπεδης έντασης και οι καταστατικές εξισώσεις του ισότροπου υλικού δίνονται από τις σχέσεις [2.19] και που είναι συνάρτηση μόνο των συντεταγμένων  $x$  και  $y$ . Σημειώνεται ότι εφόσον  $\sigma_z=0$ , τότε  $\varepsilon_z \neq 0$ .

$$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon\} \Rightarrow \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (2.19)$$

$$\sigma_z = \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0$$

$$\varepsilon_z = \frac{-\nu}{E}(\sigma_x + \sigma_y)$$

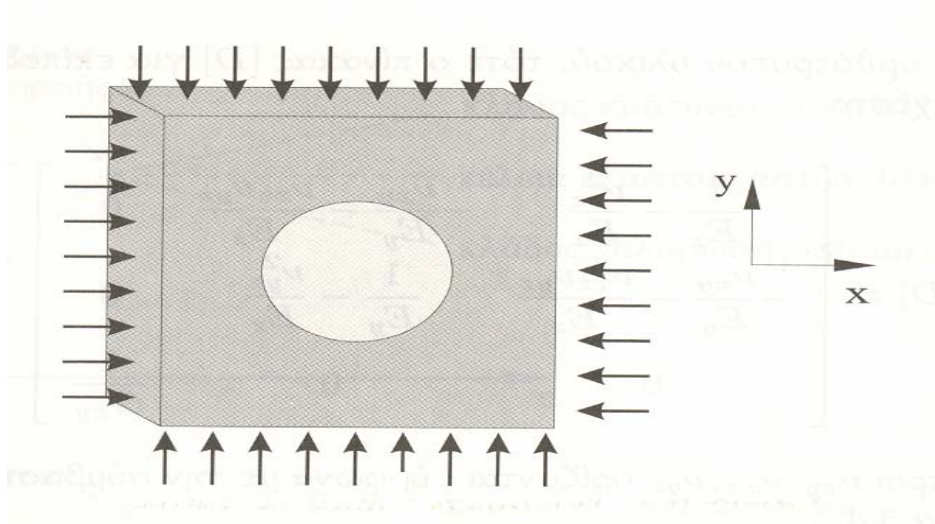
στην περίπτωση ορθότροπου υλικού, τότε ο πίνακας  $[D]$  για επίπεδη τάση δίνεται από την σχέση:

$$[D] = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_x} & -\frac{\nu_{xy}}{E_y} & 0 \\ -\frac{\nu_{xy}}{E_y} & \frac{1}{E_y} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \quad (2.20)$$

### 2.1.9 Θεώρηση Επίπεδης Παραμόρφωσης

Στην περίπτωση που η τρίτη διάσταση ( $z$ ) ενός σώματος δεν είναι μικρή, σε σύγκριση με τις άλλες δυο ( $x, y$ ), όπως θεωρήθηκε προηγουμένως, και τα φορτία που δέχεται το

σώμα είναι πάνω στο επίπεδο  $(x,y)$ , τότε μπορεί να θεωρηθεί η συνιστώσα του διανύσματος μετατοπίσεων  $(u)$  είναι μηδενική κατά την τρίτη διάσταση ( $u_z=0$  και επομένως  $\varepsilon_z=0$ ), καθώς επίσης ότι τα διανύσματα μετατόπισης στο επίπεδο  $x,y$  είναι ανεξάρτητα από την τρίτη διάσταση, δηλαδή  $u_x = f(x,y)$  και  $u_y = f(x,y)$  (Σχήμα 2.3).



Σχήμα 2.3: Παραδοχή επίπεδης παραμόρφωσης (Αγιουτάντης, 2002)

Η θεώρηση αυτή ονομάζεται θεώρηση της ανηγμένης παραμόρφωσης ή θεώρηση της επίπεδης παραμόρφωσης και οι καταστατικές εξισώσεις του ισότροπου υλικού δίνονται από τις σχέσεις [2.21] που είναι συνάρτηση των συντεταγμένων  $x$  και  $y$ . Σημειώνεται ότι, εφόσον  $\varepsilon_z = 0$ , τότε  $\sigma_z \neq 0$ .

$$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon\} \Rightarrow \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & 0 \\ \nu & 1-\nu & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (2.21)$$

$$\varepsilon_z = \gamma_{xz} = \gamma_{yz} = 0$$

$$\sigma_z = \nu(\sigma_x + \sigma_y)$$

στην περίπτωση ορθότροπου υλικού, τότε ο πίνακας  $[D]$  για επίπεδη παραμόρφωση δίνεται από την σχέση (Αγιουτάντης, 2002):

$$[D] = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_x} - \frac{\nu_{xy}^2}{E_z} & -\frac{\nu_{xy}}{E_y} - \frac{\nu_{xz}\nu_{yz}}{E_z} & 0 \\ -\frac{\nu_{xy}}{E_y} - \frac{\nu_{xz}\nu_{yz}}{E_z} & \frac{1}{E_y} - \frac{\nu_{yz}^2}{E_z} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{G_{xy}} \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

## 2.2 Επίπεδη Ελαστική Ανάλυση

Η κατάσταση της τάσης σε μια πλάκα καλείται κατάσταση γενικευμένης επίπεδης τάσης όταν πληρούνται οι παρακάτω συνθήκες:

1. Σε κάθε σημείο της πλάκας υπάρχει ένα επίπεδο συμμετρίας το οποίο είναι παράλληλο με το μέσο επίπεδο.
2. Οι δυνάμεις που εφαρμόζονται κατά την έννοια του πάχους και οι δυνάμεις βαρύτητας, δρουν στα επίπεδα τα οποία είναι παράλληλα στο μέσο επίπεδο και κατανέμεται συμμετρικά σε σχέση με αυτό το επίπεδο.
3. Οι παραμορφώσεις της πλάκας είναι απειροστές.
4. Το μέσο επίπεδο δεν κάμπτεται όταν υφίσταται παραμόρφωση, αλλά παραμένει επίπεδο.

Για την λύση των επίπεδων προβλημάτων ελαστικότητας απαιτείται η ολοκλήρωση του συστήματος των εξισώσεων που συνίσταται από:

α) τις εξισώσεις ισορροπίας [βλ. Εξίσωση (2.23)],

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2.23)$$

β) και την εξίσωση συμβιβαστού των τροπών σε συνθήκες επιπέδου τάσεως (plane stress) και επιπέδου παραμορφώσεως (plane strain) (Timoshenko and Goodier, 1970)

$$\left[ \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right] (\sigma_{xx} + \sigma_{yy}) = 0 \Leftrightarrow \nabla^2 (\sigma_{xx} + \sigma_{yy}) = 0 \quad (2.24)$$

αφού ληφθούν υπόψιν οι συνοριακές συνθήκες του υπόψιν προβλήματος.

Η πρώτη από τις εξισώσεις (2.23) παριστά την ικανή και αναγκαία συνθήκη για την ύπαρξη συναρτήσεως  $B(x, y)$ , τέτοιας ώστε:

$$\frac{\partial B}{\partial x} = -\tau_{xy} \quad , \quad \frac{\partial B}{\partial y} = \sigma_{xx} \quad (2.25)$$

Η δεύτερη από τις εξισώσεις (2.23) είναι η ικανή και αναγκαία συνθήκη για την ύπαρξη συναρτήσεως  $A(x, y)$  τέτοιας ώστε :

$$\frac{\partial A}{\partial x} = \sigma_{yy} \quad , \quad \frac{\partial A}{\partial y} = -\tau_{xy} \quad (2.26)$$

Η σύγκριση των δυο εκφράσεων της  $\tau_{xy}$  καταδεικνύει ότι:

$$\frac{\partial A}{\partial y} = \frac{\partial B}{\partial x} \quad (2.27)$$

Από την σχέση (2.27) προκύπτει η ύπαρξη πραγματικής συναρτήσεως  $U(x, y)$  τέτοιας ώστε:

$$A = \frac{\partial U}{\partial x} \quad , \quad B = \frac{\partial U}{\partial y} \quad (2.28)$$

Αντικαθιστώντας τις ανωτέρω εκφράσεις που δίνουν τα  $A, B$  στις προηγούμενες εξισώσεις (2.25) και (2.26) προκύπτει ότι οι τάσεις μπορούν να εκφραστούν συναρτήσει μιας και μόνο πραγματικής συναρτήσεως  $U(x, y)$  κατά τον ακόλουθο τρόπο:

$$\sigma_{xx} = \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \quad , \quad \tau_{xy} = -\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} \quad , \quad \sigma_{yy} = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \quad (2.29)$$

Η συνάρτηση  $U$  καλείται *συνάρτηση τάσεως* ή *συνάρτηση του Airy*. Μπορεί ναδειχθεί ότι ο συνδυασμός των εξισώσεων (2.23) και (2.24) οδηγεί σε μία μόνο διαρμονική (biharmonic) εξίσωση:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^4 U}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 U}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 U}{\partial y^4} &= 0, \\ \Leftrightarrow \Delta \Delta U &= 0 \Leftrightarrow \nabla^4 U = 0 \end{aligned} \right\} \quad (2.30)$$

Σε πολλά προβλήματα μηχανικής με πρακτικό ενδιαφέρον είναι πιο βολικό να χρησιμοποιούμε τασικές συναρτήσεις με τη μορφή δυο μιγαδικών συναρτήσεων. Οι μιγαδικές αυτές συναρτήσεις ικανοποιούν αυτομάτως τις συνθήκες ισορροπίας και ασυμβίβαστου των τρόπων και βρίσκονται μόνο από τις συνοριακές χύθηκες. Από την άλλη πλευρά η τασική συνάρτηση Airy πρέπει να είναι τέτοια ώστε να ικανοποιεί την συνθήκη συμβιβαστού των τρόπων και τις συνοριακές συνθήκες. Ο Goursat

(1927) κατέδειξε ότι η τασική συνάρτηση Airy μπορεί να εκφρασθεί συναρτήσει δυο αναλυτικών συναρτήσεων του μιγαδικού επιπέδου ως εξής:

$$U = \operatorname{Re} \left[ \bar{z} \phi(z) + \int \psi dz \right] \quad (2.31)$$

Άρα οι τάσεις και οι μετατοπίσεις σε Καρτεσιανό σύστημα  $O(x,y)$  με απουσία καθολικών δυνάμεων μπορούν να εκφραστούν συναρτήσει δύο μιγαδικών αναλυτικών συναρτήσεων  $\phi(z), \psi(z)$  της μιγαδικής μεταβλητής  $z = x + iy$  με τις ακόλουθες σχέσεις:

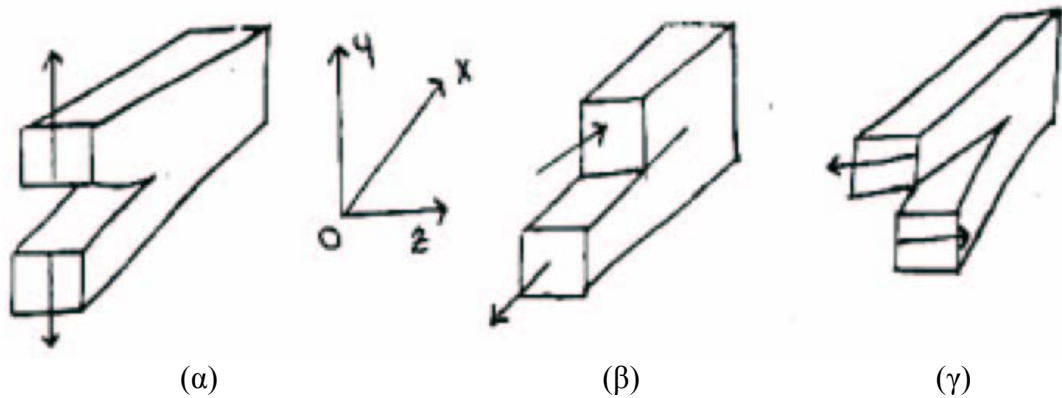
$$\left. \begin{aligned} \sigma_y + \sigma_x &= 2[\phi'(z) + \bar{\phi}'(\bar{z})] = 4\operatorname{Re}\phi'(z) \\ \sigma_y - \sigma_x + 2i\tau_{xy} &= 2[\bar{z}\phi''(z) + \psi'(z)] \\ \sigma_y + i\tau_{xy} &= \phi'(z) + \bar{\phi}'(\bar{z}) + [\bar{z}\phi''(z) + \psi'(z)] \\ 2\mu(u_x + iu_y) &= \kappa\phi(z) - z\bar{\phi}'(\bar{z}) - \bar{\psi}(\bar{z}) \end{aligned} \right\} \quad (2.32)$$

όπου ο τόνος υποδηλώνει παραγώγιση (δηλ.  $\phi' \equiv d\phi/dz$ ), η υπερυψωμένη μπάρα δηλώνει συζυγή μιγαδική ποσότητα, η ποσότητα  $\kappa$  συμβολίζει την σταθερά του Muskhelishvili με  $\kappa = 3 - 4\nu$  για συνθήκη επιπέδου παραμόρφωσης και  $\kappa = (3 - \nu)/(1 + \nu)$  για συνθήκη γενικευμένης επίπεδης τάσης,  $\mu = E/2(1 + \nu)$  είναι το μέτρο διάτμησης (συμβολίζεται και με  $G$ ), και  $E, \nu$  είναι το μέτρο του Young και ο λόγος Poisson, αντίστοιχα, και  $\operatorname{Re}(\cdot)$  συμβολίζει το πραγματικό μέρος της ποσότητας που περικλείει. Μαζί με τις συναρτήσεις  $\phi, \psi$  μπορούν να ορισθούν και τα δυναμικά  $\Phi, \Psi$ , που είναι οι πρώτες παράγωγοι ως προς  $z$  των δυναμικών  $\phi, \psi$ , ως εξής

$$\begin{aligned} \Phi(z) &= \phi'(z), \quad \Psi(z) = \psi'(z), \\ \phi(z) &= \int \Phi(z)dz, \quad \psi(z) = \int \Psi(z)dz \end{aligned} \quad (2.33)$$

### 2.3 Τρόποι Φορτίσεως Ρωγμών

Τα εντατικά πεδία των αιχμών των ρωγμών μπορούν να υποδιαιρεθούν σε τρεις βασικούς τύπους με καθέναν από αυτούς να συναρτάται με ένα τοπικό τύπο παραμόρφωσης (Σχήμα 2.4).



Σχήμα 2.4: Οι βασικοί τρόποι παραμόρφωσης των χειλών των ρωγμών. (α) Τύπος I, (β) τύπος II και (γ) τύπος III (Εξαδάκτυλος, 2004)

Οι τρόποι αυτοί είναι (Εξαδάκτυλος, 2004) :

(α) ο «ανοικτός» τύπος (εφελκυσμός) (τύπος I) που είναι συμμετρικός ως προς τα επίπεδα  $xOy$  και  $xOz$  κατά τον οποίο ισχύει η κάτωθι σχέση στη επιφάνεια της ρωγμής,

$$u_x = u_z = 0 \quad (2.34)$$

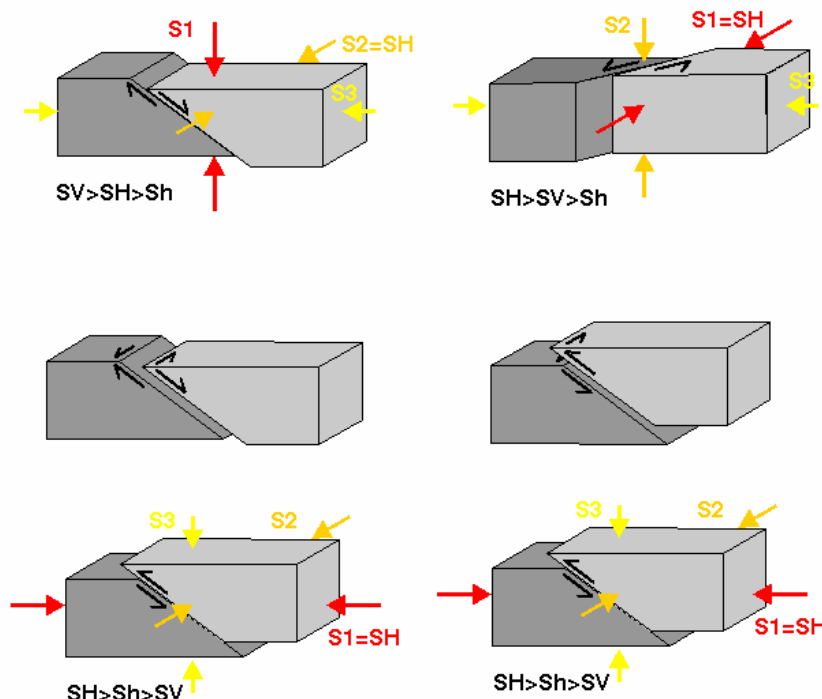
(β) ο τύπος της «ολίσθησης» των χειλών της ρωγμής (τύπος II) που είναι συμμετρικός ως προς το επίπεδο  $xOy$  και αντι-συμμετρικός ως προς το  $xOz$  και στον οποίο ισχύει προς το επίπεδο  $xOz$  και στον οποίο ισχύει η κάτωθι σχέση στην επιφάνεια της ρωγμής,

$$u_y = u_z = 0 \quad (2.35)$$

(γ) ο τύπος του «ψαλιδισμού» ή αντι-επίπεδης ολίσθησης (τύπος III) των χειλών της ρωγμής που είναι αντι-συμμετρικός ως προς τα επίπεδα  $xOy$  και  $xOz$  και στον οποίο ισχύει η κάτωθι σχέση στο επίπεδο της ρωγμής

$$u_x = u_y = 0 \quad (2.36)$$

Στο σημείο αυτό σημειώνεται ότι και στην Τεκτονική Γεωλογία γίνεται παρόμοια ταξινόμηση των βασικών τύπων παραμόρφωσης των ρηγμάτων τα οποία διακρίνονται κυρίως σε τύπους II και III (Σχήμα. 2.5).



Σχήμα 2.5: Ταξινόμηση ρηγμάτων στην Τεκτονική Γεωλογία (Εξαδάκτυλος, 2004)

Η βασική φιλοσοφία της Θραυστομηχανικής βρίσκεται στην παραδοχή ότι το ελαστικό πεδίο τάσεων στη γειτονία της αιχμής της ρωγμής ελέγχει τη συμπεριφορά της. Η επίδραση αυτού του ελαστικού πεδίου τάσεων μπορεί να μετρηθεί με τον συντελεστή εντάσεως των τάσεων (ΣΕΤ), που συμβολίζεται με  $K$ , ή εναλλακτικά από τον ρυθμό εκροής της ενέργειας παραμόρφωσης  $g$  που όπως θα αναφερθεί σε επόμενο κεφάλαιο ορίζεται από τη σχέση:

$$g = \frac{K_I^2(1-\nu)}{2G} + \frac{K_{II}^2(1-\nu)}{2G} + \frac{K_{III}^2}{2G} \quad (2.37)$$

Η κατανόηση αυτών των ποσοτήτων και η σχέση τους είναι βασική για την κατανόηση αυτής της προσέγγισης. Επιπροσθέτως, γίνεται η παραδοχή ότι από όλες τις ρωγμές σε μια κατασκευή ή δοκίμιο, μόνο μια ρωγμή παίζει κρίσιμο ρόλο στην αστοχία. Με άλλα λόγια, ο μηχανισμός που απαιτεί την συνένωση μικρο-ρωγμών σε μακρό-ρωγμή δεν περιλαμβάνεται στη μαθηματική μοντελοποίηση που ακολουθεί.

Αυτό γίνεται διότι είναι επιθυμητή την σύγκριση με τα πειραματικά αποτελέσματα σε προ-ρηγματωμένα δοκίμια με μια τεχνητή ρωγμή και γιατί σε πραγματικές εφαρμογές αστοχίας κατασκευών, αυτή (δηλαδή η αστοχία) εκδηλώνεται συνήθως με μια μόνο ρωγμή. Πρέπει επίσης να τονισθεί ότι η ανάλυση που ακολουθεί είναι ακριβής μόνο για ψαθυρή θραύση που εκκινεί από οξεία ρωγμή.

## 2.4 Κατανομή της Τάσης στην Αιχμή της Ρωγμής

Οι συνιστώσες των τάσεων σε πολικό σύστημα συντεταγμένων  $(r, \theta)$  μπορεί να δειχθεί ότι δίνονται από τις σχέσεις:

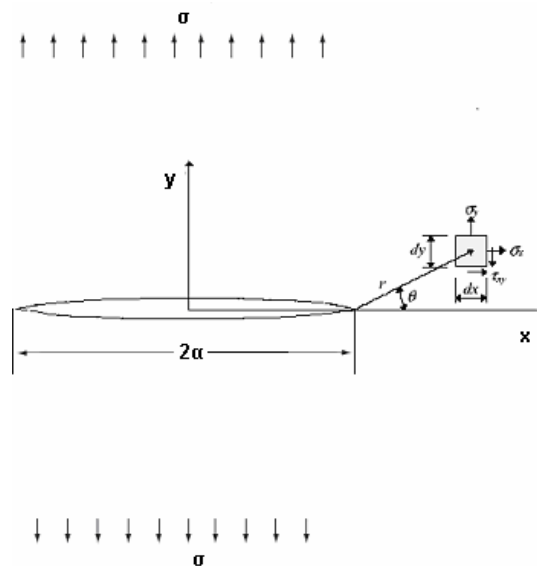
$$\sigma_{rr} + \sigma_{\theta\theta} = \sigma_{xx} + \sigma_{yy} = 4 \operatorname{Re} \phi(z) = 2 [\Phi(z) + \overline{\Phi(z)}] \quad (2.38)$$

και

$$\begin{aligned} \sigma_{\theta\theta} - \sigma_{rr} + 2i\tau_{r\theta} &= e^{2i\theta} (\sigma_{yy} - \sigma_{xx} + 2i\tau_{xy}) = \\ \sigma_{\theta\theta} - \sigma_{rr} + 2i\tau_{r\theta} &= 2 [\bar{z}\Phi'(z) + \Psi(z)] e^{2i\theta} \end{aligned} \quad (2.39)$$

όπου  $\sigma_{rr}$ ,  $\sigma_{\theta\theta}$  και  $\tau_{r\theta}$  οι πολικές τασικές συνιστώσες (Σχ.1)

Η παρούσα εργασία αναφέρεται σε ρωγμές τύπου I ή εφελκυστικές (Σχήμα 2.6).

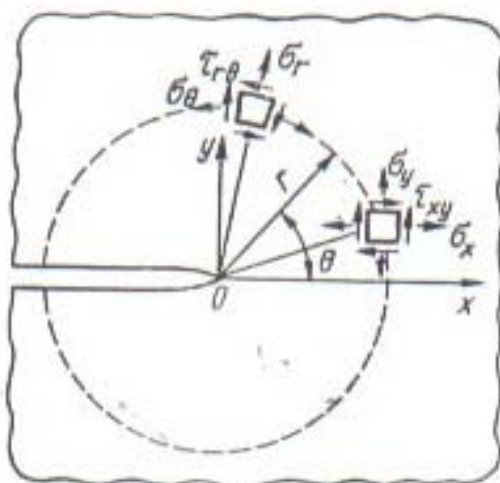


Σχήμα 2.6: Ρωγμή σε σώμα με άπειρη έκταση (Εξαδάκτυλος, 2004)

Το τοπικό εντατικό-παραμορφωσιακό πεδίο γύρω από την αιχμή της ρωγμής (Σχήμα 2.7) βρίσκεται από τη λύση του ακόλουθου προβλήματος συνοριακών τιμών

$$\sigma_{rr}^{\pm} - i\tau_{r\theta}^{\pm} = 0, \quad \theta = \pm\pi \quad (2.40)$$





Σχήμα 2.7: Τοπικό σύστημα πολικών συντεταγμένων με αρχή στην αιχμή της ρωγμής (Εξαδάκτυλος, 2004)

Αν τα μιγαδικά δυναμικά έχουν την μορφή

$$\phi(z) = \sum_{i=1}^n A_n z^{\lambda_n}, \quad \psi(z) = \sum_{i=1}^n \lambda_n B_n z^{\lambda_n-1} \quad (2.41)$$

τότε η λύση των τάσεων τοπικά στην οξεία αιχμή της ρωγμής βρίσκεται από την επίλυση ενός συνηθισμένου προβλήματος ιδιοτιμών ότι είναι:

$$\sigma_x = \sigma \sqrt{\frac{\alpha}{2r}} \cos 2\theta \left[ 1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right] + O(r^{1/2}) \quad (2.42)$$

$$\sigma_y = \sigma \sqrt{\frac{\alpha}{2r}} \cos 2\theta \left[ 1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right] + O(r^{1/2}) \quad (2.43)$$

$$\tau_{xy} = \sqrt{\frac{\alpha}{2r}} \sin \frac{\theta}{2} \cos 2\theta \cos \frac{3\theta}{2} + O(r^{1/2}) \quad (2.44)$$

$$\sigma_z = \begin{cases} 0, \\ \nu(\sigma_x + \sigma_y), \end{cases} \quad (2.45)$$

Οι τοπικές τάσεις μπορούν να γράφουν με την εξής μορφή:

$$\sigma_{ij} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}(\theta) + O(r^{1/2}) \quad (2.46)$$

όπου  $K_I$

$$K_I = \sigma \sqrt{\pi a} \quad (2.47)$$

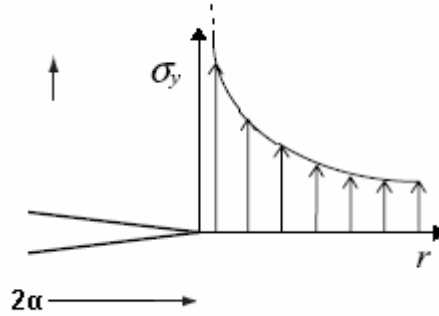
Η κατανομή της τάσης  $\sigma_y$  θα έχει την μορφή που φαίνεται στο Σχήμα.2.8. Η λύση για της μετατοπίσεις δίδεται από τις εξής σχέσεις (Εξαδάκτυλος, 2004):

$$u_x = \frac{K_I}{G} \left( \frac{r}{2\pi} \right)^{1/2} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[ 1 - 2\nu + \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \right] + O\left(r^{1/2}\right), \quad (2.48)$$

$$u_y = \frac{K_I}{G} \left( \frac{r}{2\pi} \right)^{1/2} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[ 2 - 2\nu + \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \right] + O\left(r^{1/2}\right), \quad (2.49)$$

$$u_z = 0, \quad (2.50)$$

$$G = E / 2(1 + \nu) \quad (2.51)$$



Σχήμα 2.8: Κατανομή της ελαστικής τάσης στην οξεία αιχμή της ρωγμής  
(Εξαδάκτυλος, 2004)

Για την περίπτωση εφελκυστικής διάδοσης ρωγμής μπορεί να διατυπωθεί το ακόλουθο κριτήριο θραύσης :

$$K_{IC} = \sigma_c \sqrt{\pi\alpha} \quad (2.52)$$

όπου  $K_{IC}$  είναι ιδιότητα του υλικού που ονομάζεται ‘Θραυστική Στιβαρότητα’.

Για πεπερασμένο σώμα η έκφραση για τον ΣΕΤ γίνεται ως εξής (Εξαδάκτυλος, 2004):

$$K_I = S \left( \frac{\alpha}{w} \right) \sigma \sqrt{\pi\alpha} \quad (2.53)$$

όπου  $S$  είναι διορθωτικός συντελεστής και  $w$  η χαρακτηριστική διάσταση του πεπερασμένου σώματος. Άρα το κριτήριο (2.52) παίρνει τη μορφή (Εξαδάκτυλος, 2004):

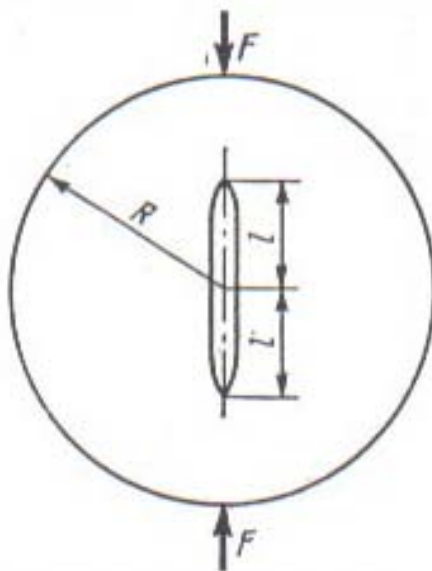
$$K_{IC} = S \sigma_c \sqrt{\pi\alpha} \quad (2.54)$$

## 2.5 Προ- ρηγματωμένος Βραζιλιανός Δίσκος

Στην περίπτωση του βραζιλιανού δίσκου που υποβάλλεται σε συγκεντρωμένο φορτίο  $F$  η εφελκυστική οριζόντια τάση στο κέντρο του δίσκου δίνεται από την σχέση:

$$\sigma = \frac{F}{\pi R t} \quad (2.55)$$

όπου  $t$  είναι το πάχος του δίσκου. Στην περίπτωση του ρηγματωμένου δίσκου σύμφωνα με τις λεπτομέρειες του Σχήματος 2.11, ο συντελεστής έντασης της τάσης εξαρτάται από το λόγο του μήκους της ρωγμής προς την διάμετρο του δίσκου.



Σχήμα 2.9: Ρηγματωμένος Βραζιλιανός δίσκος που υποβάλλεται σε συγκεντρωμένο φορτίο (Εξαδάκτυλος, 2004)

Οι αριθμητικές τιμές του διορθωτικού συντελεστή του ΣΕΤ  $S(\lambda/R)$  της εξίσωσης (2.53) για διάφορους λόγους μήκους ρωγμής προς διάμετρο δίνονται στον Πίνακα. 2.1. Δεν αναμένεται μεγάλη διαφορά των συντελεστών για το συγκεντρωμένο φορτίο (Σχήμα.2.11), με αυτούς που αντιστοιχούν σε κατανεμημένο φορτίο σύμφωνα με την εργαστηριακή δόκιμη ( δηλ. με τη χρήση της ειδικής συσκευής έδρασης του δίσκου).

Πίνακας 2.1: Τιμές διορθωτικού συντελεστή  $S$ , συναρτήσει του λόγου  $\lambda / R$ .

$\lambda / R$	$S = K_I / \sigma \sqrt{\pi \lambda}$
0.1	1.0150
0.2	1.0600
0.3	1.1356
0.4	1.2431
0.5	1.3872
0.6	1.5783
0.7	1.8403
0.8	2.2384
0.9	3.0382

0.96	4.5205
------	--------

Όπως φαίνεται από τον πίνακα 2.1 ο διορθωτικός συντελεστής  $S$ , αυξάνει με την αύξηση του μήκους της ρωγμής, συνεπώς μόλις και εκκινήσει η ρωγμή από την αιχμή της, θα διαδοθεί ασταθώς με μεγάλη ταχύτητα μέχρι να ‘κόψει’ το κυκλικό δοκίμιο στα δυο.

### ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

## ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΑΚΩΝ ΠΕΙΡΑΜΑΤΩΝ

## ΑΝΤΙΔΙΑΜΕΤΡΙΚΗΣ ΘΛΙΨΗΣ ΚΥΚΛΙΚΩΝ ΔΙΣΚΩΝ ΜΕ

## ΡΩΓΜΗ

Στο παρόν κεφάλαιο περιγράφεται όλη η διαδικασία κατασκευής των κυκλικών δίσκων με ρωγμή, καθώς και ο εξοπλισμός που χρησιμοποιήθηκε για αυτήν και για τη διεξαγωγή των πειραμάτων.

### 3.1 Προδιαγραφές της Δοκιμής Αντιδιαμετρικής Θλίψης Κυκλικού Δίσκου

Αρχικός στόχος του πειράματος του κυκλικού δίσκου με ρωγμή είναι η μέτρηση της εφελκυστικής αντοχής των κατάλληλα διαμορφωμένων δοκιμίων μαρμάρου. Το πείραμα αυτό βασίζεται στο γεγονός ότι τα περισσότερα πετρώματα σε εντατική κατάσταση διαξονικής επίπεδης τάσης, αστοχούν σε εφελκυσμό στην μονοαξονική εφελκυστική αντοχή τους, όταν η μια κύρια τάση είναι εφελκυστική και η άλλη κύρια τάση είναι θλιπτική και η απόλυτη τιμή της δεν ξεπερνά τρεις φορές την κύρια εφελκυστική τάση (Bieniawski, 1978).

Σύμφωνα με την προτεινόμενη μέθοδο για τον προσδιορισμό της εφελκυστικής αντοχής με τη δοκιμή αντιδιαμετρικής θλίψης κυκλικού δίσκου με ρωγμή, χρησιμοποιούνται δυο χαλύβδινες σιαγόνες φόρτισης, με τέτοιο τρόπο ώστε το τόξο επαφής με το δίσκο πετρώματος κατά την αστοχία, να είναι περίπου  $10^\circ$  (Σχήμα 3.1 και 3.2). Οι κρίσιμες διαστάσεις των σιαγόνων αυτών είναι η ακτίνα καμπυλότητας τους, το διάκενο, το μήκος των οδηγών τους και το πάχος τους, ως ακολούθως:

- Ακτίνα σιαγόνας / Ακτίνα δοκιμίου = 1.5
- Διάκενο μεταξύ οδηγών και άνω σιαγόνας 0.1 mm
- Διείσδυση οδηγών 25 mm
- Στροφή της μιας σιαγόνας ως προς την άλλη μέχρι  $4 \times 10^{-3}$
- Πάχος σιαγόνας / Πάχος δοκιμίου = 1.1

### 3.2 Περιγραφή του Εργαστηρίου και του Συστήματος Καταγραφής

Το εργαστήριο Μηχανικής Πετρωμάτων του Πολυτεχνείου Κρήτης χρησιμοποιεί συστήματα του οίκου MTS, τα οποία είναι σχεδιασμένα για διάφορους τύπους

δοκίμων υλικών. Για τα συστήματα αυτά, υπάρχει η δυνατότητα λειτουργίας με δυο τρόπους (Κακλής, 2003):

- Μη αυτοματοποιημένη ή τοπική λειτουργία, όπου ο έλεγχος του συστήματος γίνεται από την κονσόλα.
- Αυτοματοποιημένη ή απομακρυσμένη λειτουργία, όπου ο έλεγχος του συστήματος γίνεται κατά μεγάλο μέρος από Η/Υ συνδεδεμένο με την κονσόλα.

Στη συνέχεια περιγράφονται τα συστήματα φόρτισης, έλεγχου, μέτρησης και καταγραφής του Εργαστηρίου.

### 3.2.1 Συστήματα Φόρτισης

Το Εργαστήριο Μηχανικής Πετρωμάτων διαθέτει μια συσκευή φόρτισης τύπου MTS-815, που περιλαμβάνει τα ακόλουθα τμήματα (Κακλής, 2003):

- Πλαίσιο φόρτισης: Στη βάση του πλαισίου φόρτισης είναι ενσωματωμένο υδραυλικό έμβολο επιβολής δυνάμεων. Το μέγιστο φορτίο που μπορεί να επιβάλλει το έμβολο αυτό είναι  $\pm 1600 \text{ kN}$  (τόσο σε θλίψη όσο και σε εφελκυσμό). Η μέγιστη μετατόπιση του εμβόλου είναι  $100 \text{ mm}$  ή  $\pm 50 \text{ mm}$  από μια θέση ισορροπίας. Το έμβολο οδηγείται από υδραυλικό ενεργοποιητή.
- Μορφοτροπείς μέτρησης φορτίου/μετατόπισης: Οι μορφοτροπείς αυτοί είναι ενσωματωμένοι στο έμβολο φόρτισης.
- Άνω και κάτω πλάκες φόρτισης: Οι πλάκες αυτές τοποθετούνται στο άνω μέρος του πλαισίου και επάνω στο έμβολο αντίστοιχα και αποτελούν τις βάσεις για την τοποθέτηση προσθέτου εξοπλισμού.
- Ενδιάμεσες πλάκες φόρτισης: Οι πλάκες αυτές χρησιμεύουν για να μειώσουν το άνοιγμα ανάμεσα στη άνω και κάτω πλάκα για την περίπτωση δοκιμών μικρού ύψους.
- Σφαιρική κεφαλή έδρασης: Η κεφαλή αυτή στερεώνεται στη άνω πλάκα και έχει σαν σκοπό τη μεταφορά φορτίων ακόμη και σε επιφάνειες που δεν είναι απολύτως κάθετες στον άξονα φόρτισης.

Η παροχή υδραυλικής ενέργειας γίνεται μέσω μιας αντλίας συγκεκριμένου όγκου (μοντέλο 506.02F). Η αντλία αυτή εξασφαλίζει υδραυλική ενέργεια με ροή 24.2 lt/min. Το σύστημα παροχής υδραυλικής ενέργειας μπορεί να λειτουργεί είτε αυτόνομα, είτε απομακρυσμένα μέσω ειδικού συστήματος ελέγχου το οποίο στην προκειμένη περίπτωση είναι ενσωματωμένο στη μικροκονσόλα ελέγχου του πλαισίου φόρτισης. Υπάρχουν δυο δυνατότητες λειτουργίας (Κακλής, 2003):

- Χαμηλής πίεσης (με τυπική πίεση εξόδου 150 psi ή 1.03 MPa)
- Υψηλής πίεσης (με τυπική πίεση εξόδου 3000 psi ή 20.68 MPa)

Οι σερβοβαλβίδες (μοντέλο MTS 252) ρυθμίζουν το ρυθμό και την κατεύθυνση της υδραυλικής ροής από και προς τον υδραυλικό ενεργοποιητή. Είναι σχεδιασμένες για χρήση με ενεργοποιητές που απαιτούν ροή 3.8-22.7 lt/min. Σε ένα υδραυλικό σύστημα κλειστού βρόγχου, οι σερβοβαλβίδες χρησιμοποιούν το σήμα ελέγχου από μια συσκευή ηλεκτρονικού ελέγχου για την λειτουργία μιας βαλβίδας. Η βαλβίδα αυτή ρυθμίζει την κίνηση του υδραυλικού ενεργοποιητή. Η σερβοβαλβίδα μετατρέπει το σήμα ελέγχου σε μια φυσική κίνηση ενός εσωτερικού πηνίου, δημιουργώντας έτσι την ελεγχόμενη κίνηση του υγρού από και προς τον ενεργοποιητή (Κακλής, 2003).

### 3.2.2 Συστήματα Ελέγχου

Το σύστημα ελέγχου χρησιμοποιεί τη μικροκονσόλα τύπου MTS 458.20 για τη δημιουργία ενός ελέγχου κλειστού βρόγχου στο σερβουδραυλικό σύστημα. Τα επιπρόσθετα στοιχεία του συστήματος περιλαμβάνουν μορφοτροπείς, ενεργοποιητές, σερβοβαλβίδες, παροχή υδραυλικής πίεσης κλπ. Περιλαμβάνεται εξάλλου πολυλειτουργική οθόνη για τις ενδείξεις του συστήματος και τη ρύθμιση συνθηκών της δοκιμής. Επίσης, παρέχεται η δυνατότητα σύνδεσης και άλλων συσκευών, όπως παλμογράφου ή H/Y (Κακλής, 2003).

Συγκεκριμένα για τον προγραμματισμό / αυτοματοποίηση δοκιμών με έλεγχο δύναμης ή μετατόπισης, χρησιμοποιείται ένα από τα συστήματα επέκτασης της μικροκονσόλας, η Μικρογεννήτρια Παλμών (Μ.Π). Πρόκειται για μια συσκευή παραγωγής κυματορμών, βασισμένη σε μικροεπεξεργαστή. Η έξοδος πλήρους κλίμακας της Μ.Π είναι  $\pm 10$  Volts.

Για τον έλεγχο της συσκευής φόρτισης χρησιμοποιούνται δυο ελεγκτές:

- Ο ελεγκτής μετατόπισης (AC controller) τύπου MTS 458.13
- Ο ελεγκτής δύναμης (DC controller) τύπου MTS 458.11.

Οι ελεγκτές αυτοί είναι συστήματα επέκτασης στη μικροκονσόλα και χρησιμοποιούνται για τον έλεγχο των καναλιών του σερβουδραυλικού συστήματος δοκιμών (Κακλής, 2003).

Οι λειτουργίες που εκτελούνται από ελεγκτές μετατόπισης / δύναμης είναι οι εξής:

- Ρύθμιση και επεξεργασία σήματος μορφοτροπέων,
- Επεξεργασία εντολών,
- Ρυθμίσεις σερβοβρόγχου,
- Ανίχνευση σφάλματος, δηλαδή ανίχνευση απόκλισης της κατάστασης φόρτισης από την επιθυμητή,
- Ανίχνευση ανώτατου ή κατώτατου ορίου στις καταστάσεις φόρτισης / μετατόπισης.

Τα υποσυστήματα της μικροκονσόλας είναι μανδαλωμένα, δηλαδή σε περίπτωση αντικανονικής λειτουργίας ενός υποσυστήματος σταματά όλη η δοκιμή. Οι μανδαλώσεις της μικροκονσόλας χωρίζονται σε δυο κατηγορίες:

- Αυτές που διακόπτουν τη δοκιμή κάτω από προκαθορισμένες συνθήκες και λέγονται μανδαλώσεις προγράμματος.
- Αυτές που σταματούν τη δοκιμή και διακόπτουν την υδραυλική πίεση, εάν εμφανιστούν ανεπιθύμητες συνθήκες και λέγονται υδραυλικές μανδαλώσεις.

Οι αιτίες που μπορούν να προκαλέσουν την ενεργοποίηση των μανδαλώσεων είναι η χαμηλή υδραυλική παροχή, η υψηλή θερμοκρασία, η υπερφόρτιση της υδραυλικής εξόδου, η υπέρβαση του ανωτέρου ή κατωτέρου ορίου δύναμης ή μετατόπισης.

Η βαθμονόμηση των ελεγκτών μετατόπισης / δύναμης γίνεται με ειδικά συστήματα ρύθμισης περιοχής (range cartidges), τα οποία χρησιμοποιούν κάποιο είδος ηλεκτρικής αντιστάθμισης για την αντίστοιχη τιμή εξόδου του κάθε ελεγκτή με την κλίμακα του προσδιοριζόμενου μεγέθους.



### 3.2.3 Συστήματα Μέτρησης και Καταγραφής

Η μέτρηση του αξονικού φορτίου και της αξονικής μετατόπισης γίνεται μέσω γραμμικών μεταβλητών διαφορικών μορφοτροπέων (Linear Variable Differential Transducer, LVDT), που είναι ενσωματωμένοι στη βάση του εμβόλου φόρτισης από την κατασκευάστρια εταιρεία. Επίσης, η μέτρηση του φορτίου γίνεται με εξωτερικό κελί φόρτισης τύπου D-3020-1000 της εταιρείας Maywood Instruments Limited (Κακλής, 2003).

Η καταγραφή γίνεται μέσω Η/Υ που είναι εξοπλισμένος με μια πολυλειτουργική κάρτα αναλογικής και ψηφιακής εισόδου - εξόδου, τύπου PCL816PG της εταιρείας AdvanTech. Η κάρτα αυτή διαθέτει αναλογική είσοδο και έξοδο, όπως επίσης και ψηφιακή είσοδο και έξοδο. Έτσι υπάρχει η δυνατότητα μετατροπής αναλογικού σήματος σε ψηφιακό (αναλογική είσοδος - ψηφιακή έξοδος) ή μετατροπής ψηφιακού σήματος σε αναλογικό (ψηφιακή είσοδος - αναλογική έξοδος). Η λειτουργία της κάρτας για την παρούσα σύνδεση είναι αυτή της μετατροπής αναλογικού – ψηφιακού (Κακλής, 2003).

Η κάρτα διαθέτει 16 κανάλια απλής αναλογικής εισόδου και η διακριτική ικανότητα είναι 16 bits. Οι επιλέξιμες περιοχές εισόδου είναι  $\pm 10\text{ V}$ ,  $\pm 5\text{ V}$ ,  $\pm 2.5\text{ V}$ ,  $\pm 1.25\text{ V}$ ,  $\pm 0.625\text{ V}$ ,  $\pm 0.3125\text{ V}$ . Η μέγιστη ταχύτητα μετατροπής ανέρχεται στα 30 kHz. Η κάρτα διαθέτει επίσης και μετρητή - χρονόμετρο (βασισμένο στον επεξεργαστή INTEL 8253) (Κακλής, 2003).

Η βασική συνδεσμολογία όλων των επιμέρους τμημάτων, που αναφέρθηκαν παραπάνω φαίνεται στο σχήμα. Η κάρτα συλλογής δεδομένων συνδέεται στον Η/Υ μέσω κατάλληλου διαύλου και μέσω της θύρας εισόδου – εξόδου με τους ελεγκτές μετατόπισης δύναμης. Η σύνδεση του ηλεκτρονικού υπολογιστή με την μικρογεννήτρια παλμών γίνεται μέσω σειριακής θύρας RS-232C. Οι μορφοτροπείς της μηχανής επικοινωνούν επίσης με τους ελεγκτές μετατόπισης - δύναμης.

### 3.3 Κατασκευή Δοκιμίων Έμμεσου Εφελκυσμού με Ρωγμή

Η κατασκευή των δοκιμίων μαρμάρου Carrara για την διεξαγωγή των πειραμάτων έμμεσου εφελκυσμού, πραγματοποιήθηκε εξολοκλήρου στο εργαστήριο Μηχανικής Πετρωμάτων. Προκειμένου να εξασφαλισθεί η εγκυρότητα και η επαναληψιμότητα των αποτελεσμάτων της πειραματικής διαδικασίας κατασκευάστηκαν για κάθε λόγο  $\lambda/R$  τρία δοκίμια. Τα γεωμετρικά χαρακτηρίστηκαν των δοκιμίων καθώς και οι λόγοι  $\lambda/R$  που επιλέχθηκαν παραθέτονται στον πίνακα 3.1

Πίνακας 3.1: Διαστάσεις δοκιμίων και τιμές των λόγων  $\lambda/R$

Κωδικός δοκιμίου	Πάχος t (mm)	Διάμετρος D (mm)	$\frac{\text{Μήκος ρωγμής}}{2}$ $\lambda$ (mm)	Λόγος $\lambda/R$	Διάμετρος οπής (mm)
D2	25.7	48	0.72	0.3	3
D3	23.1	48	0.72	0.3	3
D3_1	22.1	48	0.72	0.3	3
D6	25.5	48	0.96	0.4	3
D7	24	48	0.96	0.4	3
D7_1	25.2	48	0.96	0.4	3
D4	24	48	1.2	0.5	3
D5	24.5	48	1.2	0.5	3
D5_1	24.9	48	1.2	0.5	3
D8	22.3	48	1.68	0.7	3
D9	23.75	48	1.68	0.7	3

όπου

$\lambda$ : το μισό μήκος της ρωγμής μετρούμενο από το κέντρο του δοκιμίου.

Η διαδικασία που απαιτείται για την κατασκευή ενός δοκιμίου έμμεσου εφελκυσμού με ρωγμή για τον προσδιορισμό της Θραυστικής Στιβαρότητας  $K_{IC}$ , περιγράφεται λεπτομερώς στις επόμενες παραγράφους.

Το πρώτο στάδιο της προετοιμασίας των δοκιμίων περιλαμβάνει την δημιουργία κυκλικών δίσκων από πυρήνες μαρμάρου Carrara (διάμετρος πυρήνα,  $d=48$  mm). Εδώ θα πρέπει να σημειωθεί ότι δεν χρειάστηκε να πραγματοποιηθεί πυρηνοληψία σε κύβους μαρμάρου, καθώς αυτοί παρελήφθησαν έτοιμοι. Η δημιουργία των κυκλικών δίσκων από τους πυρήνες έγινε με την βοήθεια αδαμαντοφόρου δίσκου κοπής (Σχήμα 3.1).



Σχήμα 3.1: Αδαμαντοφόρος δίσκος κοπής

Στην συνέχεια οι δίσκοι οδηγήθηκαν στο μηχάνημα λείανσης (Σχήμα 3.2) όπου λειάνθηκαν οι βάσεις του δίσκου με σκοπό την επίτευξη παραλληλίας τους καθώς και τη διαμόρφωση του δοκιμίου έτσι ώστε ο λόγος πάχους προς διάμετρο ( $t/D$ ) να γίνει  $\frac{1}{2}$ .

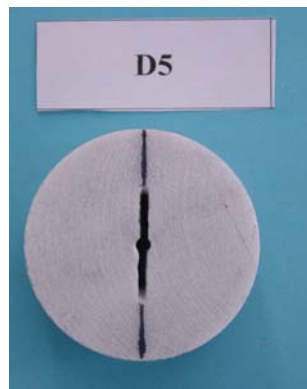


Σχήμα 3.2: Μηχάνημα λείανσης

Το προτελευταίο στάδιο της διαδικασίας δημιουργίας ενός δοκιμίου έμμεσου εφελκυσμού με ρωγή, περιλαμβάνει την δημιουργία οπής (διάμετρος οπής,  $d=3\text{ mm}$ ) στο κέντρο του κυκλικού δίσκου. Η διάνοιξη της οπής έγινε με αδαμαντοφόρο

τρυπάνι. Η επιλογή της διαμέτρου της οπής έγινε έτσι, ώστε η διάμετρος της να είναι ίση ή μεγαλύτερη από την διάμετρο του ‘σύρματος’ πριονισμού (διάμετρος ‘σύρματος’,  $d=1.5\text{ mm}$ ). Έτσι είναι δυνατόν αφενός μεν να μπορεί να περάσει το ‘σύρμα’ πριονισμού μέσα από την οπή και αφετέρου να επιτευχθεί ομοιομορφία στο πάχος της ρωγμής σε όλο το μήκος της.

Τέλος, εφόσον ολοκληρωθεί η παραπάνω διαδικασία, ξεκινάει ο πριονισμός του κυκλικού δίσκου, έτσι ώστε να δημιουργηθεί ρωγμή με ίσο μήκος ( $\lambda$ ) εκατέρωθεν του κέντρου.



Σχήμα 3.3: Τελική μορφή δοκιμίου

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

### ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΤΗΣ ΚΟΠΗΣ ΤΩΝ ΠΕΤΡΩΜΑΤΩΝ ΜΕ ΠΕΡΙΣΤΡΟΦΙΚΗ ΔΙΑΤΡΗΣΗ

Στο κεφάλαιο αυτό περιγράφεται η διαδικασία προσομοίωσης της κοπής του μαρμάρου Carrara με περιστροφική διάτρηση ( $d=5\text{ mm}$ ), το θεωρητικό υπόβαθρο στο οποίο στηρίχθηκε το όλο εγχείρημα καθώς και τα αποτελέσματα που προκύπτουν.

#### 4.1 Περιγραφή της Μεθόδου

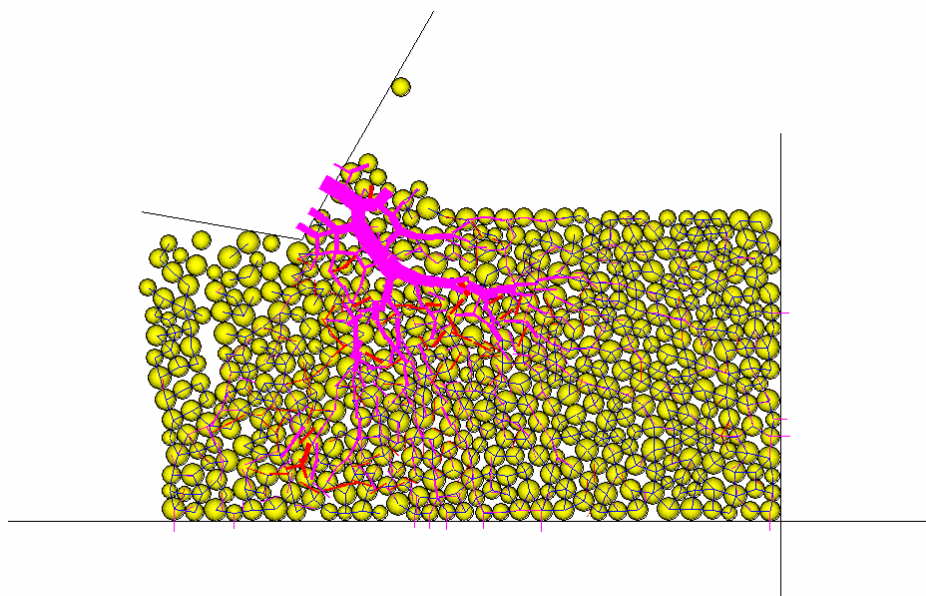
Στη εν λόγω μέθοδο αρχικά γίνονται δοκιμές μικροδιάτρησης σε δοκίμια μαρμάρου Carrara. Στη συνέχεια κατασκευάζεται το αριθμητικό κοκκώδες μοντέλο του μαρμάρου. Το επίπεδο μοντέλο που χρησιμοποιείται για την προσομοίωση του πετρώματος αφορά την προσομοίωση κοκκώδους γεωλικού και απαρτίζεται από 540 σφαιρικά σωματίδια. Η περιστροφική κίνηση του κοπτικού άκρου του τρυπανιού προσομοιώνεται από την οριζόντια κίνηση ενός κοπτικού άκρου γεωμετρίας παρόμοιας με αυτή του πραγματικού κοπτικού άκρου όπως φαίνεται και στο σχήμα 4.1. Η διάτρηση πραγματοποιείται με χαμηλή ταχύτητα ώστε να εξασφαλισθούν ημι – στατικές συνθήκες φόρτισης καθώς και συνθήκες επίπεδης τάσης. Το κοπτικό άκρο παριστάνεται με τοίχωμα δυο εδρών που σχηματίζουν γωνία κοπής  $30^\circ$  και γωνία ανοχής  $10^\circ$ .

Κατά την διάρκεια της προσομοίωσης καταγράφονται οι ακόλουθες παράμετροι σαν συνάρτηση του σχετικού βάθους κοπής  $S/\bar{R}$ :

1. Οι ασκούμενες στο κοπτικό άκρο του τρυπανιού δυνάμεις, ήτοι η οριζόντια δύναμη  $F_x$  και η κατακόρυφη δύναμη  $F_y$ .
2. Η πυκνότητα και η γεωμετρία των μικρορωγμών οι οποίες είναι πιθανόν να συνενωθούν και να δημιουργήσουν μακρορωγή.
3. Το εντατικό πεδίο στο εσωτερικό του κοκκώδους μοντέλου (δυνάμεις θλίψης κατά την επαφή των σωματιδίων, δυνάμεις θλίψης, διάτμησης και εφελκυσμού στο συνδετικό υλικό)

Οι προσομοιώσεις αυτές έδειξαν τα εξής :

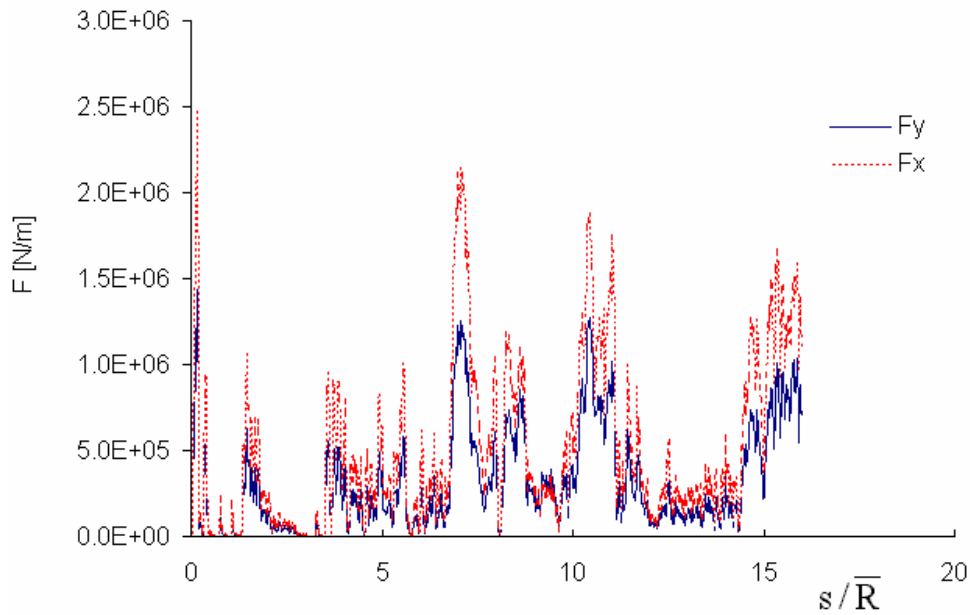
- Αύξηση των δυνάμεων κατά την επαφή του κοπτικού άκρου του τρυπανιού με το κοκκώδες μοντέλο μέχρι να εξαλειφθούν οι δεσμοί συνοχής μεταξύ των σωματιδίων μπροστά από το κοπτικό άκρο και να δημιουργηθούν μικρορωγμές.
- Συνένωση των μικρορωγμών σε μια μακρορωγή.
- Ταχεία εκτόνωση της αποθηκευμένης ενέργειας στο κοπτικό.
- Αύξηση των δυνάμεων ξανά μέχρι να δημιουργηθεί μεγαλύτερη ρωγή. Ο παραπάνω κύκλος επαναλαμβάνεται.



Σχήμα 4.1: Κατανομή των δυνάμεων επαφής (εφαπτομενικές δυνάμεις με το κόκκινο χρώμα και δυνάμεις θλίψης με το μωβ χρώμα).

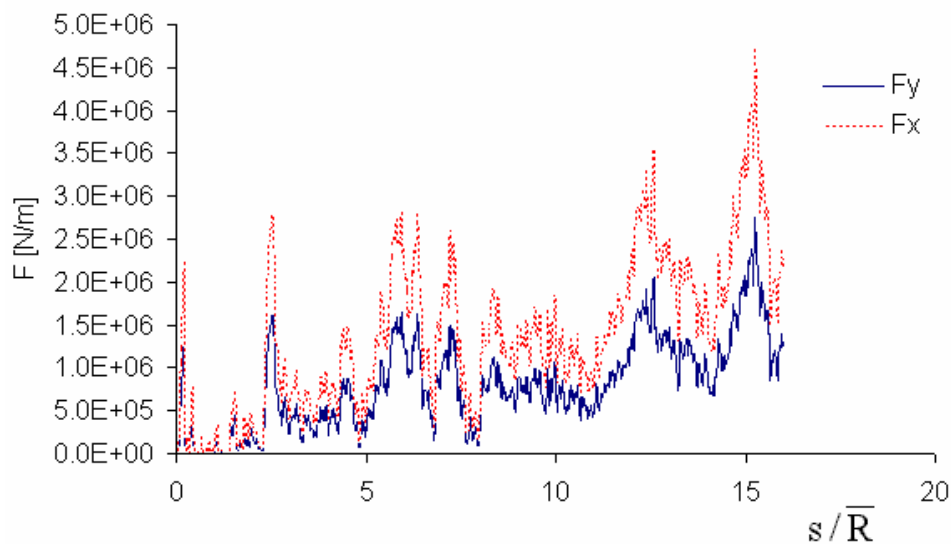
#### 4.2 Σχολιασμός των Αποτελεσμάτων της Προσομοίωσης

Τυπικά αριθμητικά αποτελέσματα των δυνάμεων που αναπτύσσονται κατά την κοπή των πετρωμάτων με αυτές που καταγράφονται κατά την διάρκεια της προσομοίωσης φαίνονται στο διάγραμμα του σχήματος 4.2. Στο ίδιο σχήμα παρουσιάζεται το γράφημα της δύναμης σαν συνάρτηση του σχετικού βάθους κοπής  $S/\bar{R}$ . Στο διάγραμμα αυτό οι τιμές των τοπικών ακρότατων (μεγίστων) αντιστοιχούν στην εξάλειψη των δυνάμεων που αναπτύσσονται μεταξύ των σωματιδίων και στην δημιουργία μικρορωγμών. Στο ίδιο διάγραμμα οι τιμές των ολικών ακρότατων (μεγίστων) υποδεικνύουν την συνένωση των μικρορωγμών σε μακρορωγή.



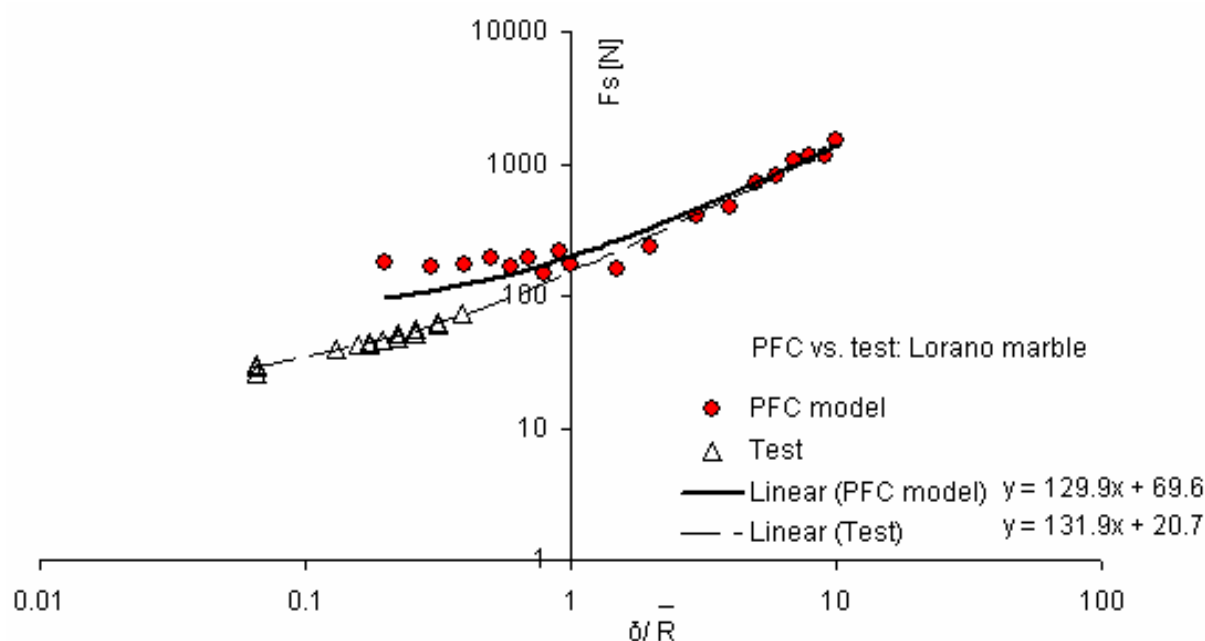
Σχήμα 4.2: Διάγραμμα δύναμης σε συνάρτηση με το σχετικό βάθος  $S/\bar{R}$  ( $S/\bar{R}=3$ ).

Συγκρίνοντας τις τιμές από τα διαγράμματα των σχημάτων 4.2 και 4.3 είναι φανερό ότι οι τιμές στο διάγραμμα του σχήματος 4.3 εμφανίζονται αυξημένες σε σχέση με αυτές του σχήματος 4.2. Τούτο συμβαίνει γιατί καθώς αυξάνεται το βάθος προχώρησης το κοπτικό συναντάει μεγαλύτερη αντίσταση εξαιτίας του ολοένα και αυξανόμενου όγκου που το περιορίζει πλευρικά.



Σχήμα 4.3: Διάγραμμα δύναμης για την περίπτωση όπου το σχετικό βάθος  $S/\bar{R}=9$ .

Στο σχήμα 4.3 απεικονίζεται το διάγραμμα της οριζόντιας δύναμης  $F_x$  που δέχεται το κοπτικό άκρο, τόσο πειραματικά όσο και κατά την προσομοίωση, σαν συνάρτηση του σχετικού βάθους κοπής  $\bar{\delta}/\bar{R}$  για την περίπτωση του μαρμάρου Carrara. Η μέση φαινομενική ακτίνα των σωματιδίων  $\bar{R}$ , για κάθε τύπο μαρμάρου, προσδιορίζεται από την καλύτερη δυνατή ευθεία σε πειραματικά και αριθμητικά δεδομένα της εφαπτομενικής δύναμης  $F_x$ . Έτσι, η τιμή της ορίζεται ίση με 0.23mm.



Σχήμα 4.3: Διάγραμμα μέσης οριζόντιας δύναμης, όπως αυτή προκύπτει τόσο πειραματικά όσο και αριθμητικά, συναρτήσει του σχετικού βάθους κοπής  $\bar{\delta}/\bar{R}$ .

Σύμφωνα με την θεωρία της Θραυστομηχανικής, η θραυστική στιβαρότητα  $K_{IC}$  για το μάρμαρο Carrara δίνεται από την σχέση 4.1.

$$K_{IC} = TS' \sqrt{\pi \bar{R}} \quad (4.1)$$

όπου  $TS'$  είναι η εφελκυστική αντοχή του μαρμάρου Carrara, όπως αυτή προσδιορίζεται από την προσομοίωση της δόκιμης αντιδιαμετρικής θλίψης. Συμπερασματικά η τιμή της θραυστικής στιβαρότητας για το μάρμαρο Carrara με την εν λόγω μέθοδο είναι  $K_{IC} = 0.6 \text{ MPa}\sqrt{m}$ .





## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

### ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΚΑΙ ΕΡΜΗΝΕΙΑ ΤΩΝ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ ΤΗΣ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗΣ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑΣ

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζονται και σχολιάζονται τα αποτελέσματα τα οποία προέκυψαν από την επεξεργασία των μετρήσεων των δοκιμών.

#### 5.1 Εισαγωγή

Όπως αναφέρθηκε στο κεφάλαιο 3, για την πραγματοποίηση των εργαστηριακών δοκιμών επιλέχθηκαν 4 διαφορετικοί λόγοι  $\lambda/R$  ( $\lambda/R$ : λόγος μισού μήκους ρωγμής προς την ακτίνα του δοκιμίου) και για κάθε ένα από αυτούς κατασκευάστηκαν τρία δοκίμια. Εξαιρέση αποτελεί η περίπτωση του λόγου  $\lambda/R=0.7$ , όπου λόγω έλλειψης υλικού (μαρμάρου) κατασκευάστηκαν μόνο δυο δοκίμια. Έπειτα από την προετοιμασία, τα δοκίμια υποβλήθηκαν σε δόκιμη έμμεσου εφελκυσμού. Οι μετρήσεις που προέκυψαν από τις δοκιμές καταγράφηκαν με την βοήθεια καταγραφικού συστήματος και στη συνέχεια ακολούθησε η επεξεργασία τους.

Η διαδικασία που ακολουθήθηκε κατά την επεξεργασία των μετρήσεων περιλαμβάνει τα εξής στάδια :

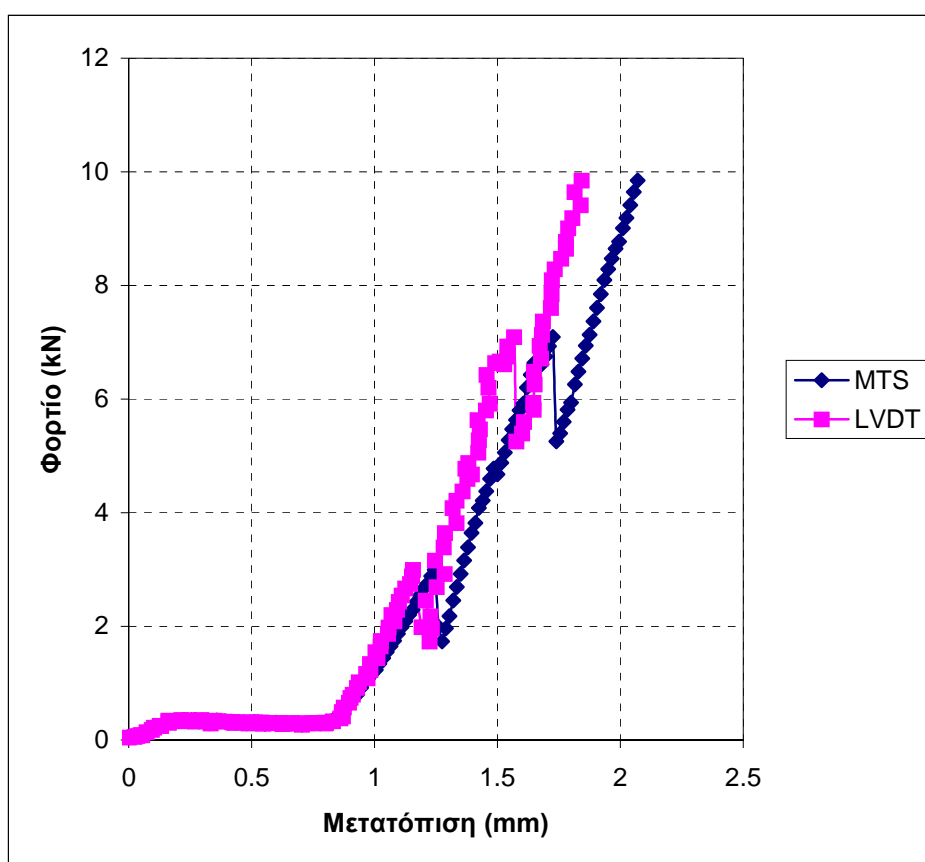
1. Κατασκευή των διαγραμμάτων φορτίου – μετατόπισης
2. Προσδιορισμός του φορτίου θραύσης  $F_c$  από τα διαγράμματα φορτίου – μετατόπισης
3. Υπολογισμός της θραυστικής στιβαρότητας  $K_{IC}$
4. Κατασκευή των διαγραμμάτων φορτίου θραύσης  $F_c$  και θραυστικής στιβαρότητας  $K_{IC}$  σε συνάρτηση με τους λόγους  $\lambda/R$

#### 5.2 Κατασκευή Διαγράμματος Φορτίου - Μετατόπισης

Η διαδικασία αυτή πραγματοποιείται για το σύνολο των δοκιμών και κρίνεται απαραίτητη, διότι από τα διαγράμματα αυτά στην συνέχεια θα προσδιοριστεί το φορτίο θραύσης  $F_c$ . Το φορτίο θραύσης  $F_c$  ορίζεται ως το μέγιστο φορτίο που δέχθηκε το δοκίμιο μέχρι να αστοχήσει στην αιχμή της ρωγμής.

Οι δοκιμές έμμεσου εφελκυσμού πραγματοποιήθηκαν με έλεγχο μετατόπισης με σταθερό ρυθμό ίσο με 0.9 mm/min. Η μέτρηση της αξονικής μετατόπισης γίνεται με δυο τρόπους, μέσω γραμμικών μεταβλητών διαφορικών μορφοτροπέων (LVDT) και μέσω της μετατόπισης του εμβόλου φόρτισης της μηχανής.

Στο σχήμα 5.1 παρουσιάζεται ένα ενδεικτικό διάγραμμα φορτίου – μετατόπισης που αντιστοιχεί στο δοκίμιο με κωδικό D9. Τα υπόλοιπα διαγράμματα παραθέτονται στο παράρτημα της παρούσας εργασίας.



Σχήμα 5.1 : Μεταβολή του φορτίου συναρτήσει της μετατόπισης για την περίπτωση κυκλικού δίσκου με  $\lambda/R=0.3$

### 5.3 Προσδιορισμός Φορτίου Θραύσης

Κατά το δεύτερο στάδιο της εργασίας, προσδιορίστηκαν τα φορτία θραύσης  $F_c$  για το σύνολο των δοκιμών. Οι τιμές τους δίνονται στον πίνακα 5.1.

Πίνακας 5.1: Γεωμετρικά χαρακτηριστικά και αντοχή των κυκλικών δίσκων

Δοκίμιο	Πάχος t (mm)	Ακτίνα R (mm)	Μισό μήκος ρωγμής (mm)	Λόγος (λ/R)	Φορτίο θραύσης F <sub>c</sub> (kN)
D2	25.70	24.00	7.20	0.300	6.46
D3	23.10	24.00	7.20	0.300	7.97
D3_1	22.10	24.00	7.20	0.300	4.31
<b>Μέση τιμή</b>					6.25
<b>Τυπική απόκλιση</b>					1.84
D6	25.50	24.00	9.60	0.400	5.31
D7	24.00	24.00	9.60	0.400	7.25
D7_1	25.20	24.00	9.60	0.400	4.06
<b>Μέση τιμή</b>					5.54
<b>Τυπική απόκλιση</b>					1.61
D4	24.00	24.00	12.00	0.500	4.86
D5	24.50	24.00	12.00	0.500	5.81
D5_1	24.90	24.00	12.00	0.500	6.68
<b>Μέση τιμή</b>					5.78
<b>Τυπική απόκλιση</b>					0.91
D8	22.30	24.00	16.80	0.700	3.36
D9	23.75	24.00	16.80	0.700	3.00
<b>Μέση τιμή</b>					3.18
<b>Τυπική απόκλιση</b>					0.25

Όπως είναι φανερό, οι τιμές των φορτίων F<sub>c</sub>, για δοκίμια με τον ίδιο λόγο λ/R, ενώ θεωρητικά θα έπρεπε να είναι ίδιες, σε αρκετές περιπτώσεις παρουσιάζουν σημαντικές διαφορές. Οι λόγοι που πιθανόν δικαιολογούν τα αποτελέσματα αυτά είναι οι εξής :

1. Διακύμανση του πάχους του δοκιμίου

2. Ανακρίβεια στο μήκος ρωγμής κατά την κατασκευή της
3. Απόκλιση του άξονα φόρτισης από τον μέσο άξονα ρωγμής
4. Ανομοιομορφία του πάχους της ρωγμής κατά το μήκος της

#### 5.4 Υπολογισμός Θραυστικής Στιβαρότητας $K_{IC}$

Ο υπολογισμός της θραυστικής στιβαρότητας  $K_{IC}$  γίνεται σύμφωνα με την σχέση 5.1.

$$K_{IC} = S \frac{F_c}{\pi R t} \sqrt{\pi \lambda} \quad (5.1)$$

όπου S: διορθωτικός συντελεστής

$F_c$ : φορτίο θραύσης

Οι τιμές της θραυστικής στιβαρότητας  $K_{IC}$  που προκύπτουν έπειτα από τους απαραίτητους υπολογισμούς παραθέτονται στον πίνακα 5.2.

Πίνακας 5.2 : Τιμές της θραυστικής στιβαρότητας  $K_{IC}$  του μαρμάρου Carrara

Δείγμα	Μισό μήκος ρωγμής (mm)	Ακτίνα R (mm)	Πάχος t (mm)	Φορτίο θραύσης $F_c$ (kN)	Λόγος $\lambda/R$	$P_t/\pi R t$	Διορθωτικός συντελεστής S	$K_{IC}$ (MPa $\sqrt{m}$ )
D2	7.20	24.00	25.70	6.46	0.300	3.33	1.1356	0.57
D3	7.20	24.00	23.10	7.97	0.300	4.58	1.1356	0.78
D3_1	7.20	24.00	22.10	4.31	0.300	2.59	1.1356	0.44
D6	9.60	24.00	25.50	5.31	0.400	2.76	1.2431	0.60
D7	9.60	24.00	24.00	7.25	0.400	4.01	1.2431	0.86
D7_1	9.60	24.00	25.20	4.06	0.400	2.14	1.2431	0.46
D4	12.00	24.00	24.00	4.86	0.500	2.69	1.3872	0.72
D5	12.00	24.00	24.50	5.81	0.500	3.15	1.3872	0.85
D5_1	12.00	24.00	24.90	6.68	0.500	3.56	1.3872	0.96
D8	16.80	24.00	22.30	3.36	0.700	2.00	1.8403	0.84
D9	16.80	24.00	23.75	3.00	0.700	1.68	1.8403	0.71

Σύμφωνα με την θεωρία, η θραυστική στιβαρότητα  $K_{IC}$ , αποτελεί ιδιότητα του υλικού. Κατά συνέπεια οι υπολογιζόμενες τιμές της θα πρέπει να είναι ίδιες για όλα τα δοκίμια. Στην πράξη, όπως φαίνεται και από τις τιμές του πίνακα 5.2, οι

υπολογιζόμενες τιμές όχι μόνο δεν είναι σταθερές, αλλά παρουσιάζουν μια διακύμανση το εύρος της οποίας κυμαίνεται από  $0.44 \text{ MPa}\sqrt{m}$  μέχρι  $0.96 \text{ MPa}\sqrt{m}$ . Οι πιθανοί λόγοι που μπορούν να αιτιολογήσουν τις διαφορετικές τιμές της  $K_{IC}$ , είναι οι ίδιοι που οδηγούν σε διαφορετικές τιμές φορτίων θραύσης  $F_c$  για τον ίδιο λόγο  $\lambda/R$ . Αυτό ισχύει επειδή η  $K_{IC}$  συνδέεται άμεσα με το φορτίο  $F_c$ , σύμφωνα με την σχέση 5.1.

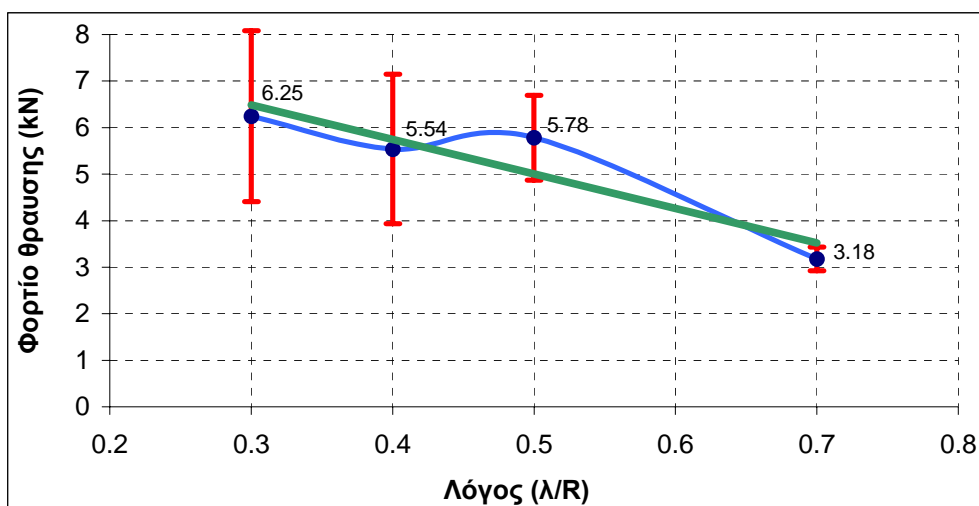
### 5.5 Διάγραμμα Φορτίου Θραύσης $F_c$ – Λόγος $\lambda/R$

Στη συνέχεια κατασκευάζεται το διάγραμμα του φορτίου θραύσης  $F_c$  – λόγος  $\lambda/R$ . Για την κατασκευή του διαγράμματος υπολογίστηκαν οι μέσες τιμές των φορτίων θραύσης  $F_c$  (πίνακας 5.3) για κάθε λόγο  $\lambda/R$ .

Πίνακας 5.3 : Μέσες τιμές φορτίων θραύσης  $F_c$  των προ – ρηγματωμένων κυκλικών δίσκων

Δείγμα	$\lambda/R$	Φορτίο θραύσης $F_c(\text{kN})$	Μέση τιμή	Τυπική απόκλιση
D2	0.3	6.46	6.25	1.84
D3	0.3	7.97		
D3_1	0.3	4.31		
D6	0.4	5.31	5.54	1.61
D7	0.4	7.25		
D7_1	0.4	4.06		
D4	0.5	4.86	5.78	0.91
D5	0.5	5.81		
D5_1	0.5	6.68		
D8	0.7	3.36	3.18	0.25
D9	0.7	3.00		

Το εκτιμώμενο φορτίο θραύσης  $F_c$  μεταβάλλεται κατά τις λεπτομέρειες του σχήματος 5.2.



Σχήμα 5.2 : Μεταβολή του φορτίου θραύσης των προ – ρηγματωμένων κυκλικών δίσκων με τον λόγο  $\lambda/R$

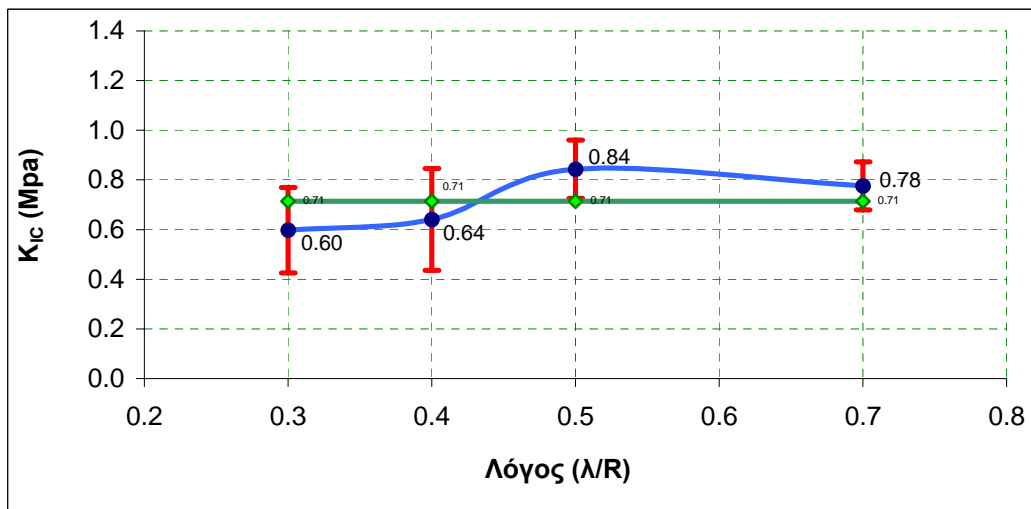
Από το σχήμα 5.2 είναι καταφανής η μείωση του φορτίου  $F_c$  με τον λόγο  $\lambda/R$ , με μοναδική εξαίρεση την αύξηση του στην περίπτωση που λόγος  $\lambda/R$  γίνεται ίσος με 0.5. Η περίπτωση αυτή αντιτίθεται στη θεωρία, η οποία θέλει το φορτίο να μειώνεται καθώς αυξάνει ο λόγος  $\lambda/R$ .

## 5.6 Διάγραμμα Θραυστικής Στιβαρότητας $K_{IC}$ – Λόγος $\lambda/R$

Τέλος, η επεξεργασία των μετρήσεων ολοκληρώνεται με την κατασκευή του διαγράμματος της θραυστικής στιβαρότητας  $K_{IC}$  σε συνάρτηση με τον λόγο  $\lambda/R$ . Για την κατασκευή του διαγράμματος αυτού, υπολογίστηκαν οι μέσες τιμές της θραυστικής στιβαρότητας για κάθε λόγο  $\lambda/R$ . Τα αποτελέσματα των υπολογισμών αυτών παρουσιάζονται στον πίνακα 5.4 και απεικονίζονται στο διάγραμμα του σχήματος 5.3.

Πίνακας 5.3 : Μέσες τιμές θραυστικής στιβαρότητας  $K_{IC}$  του μαρμάρου Carrara ανάλογα με το σχετικό μήκος της αρχικής ρωγμής

Δοκίμιο	$\lambda/R$	$K_{IC} (MPa\sqrt{m})$	Μέση τιμή	Τυπική απόκλιση
D2	0.3	0.57	0.60	0.17
D3	0.3	0.78		
D3_1	0.3	0.44		
D6	0.4	0.60	0.64	0.21
D7	0.4	0.86		
D7_1	0.4	0.46		
D4	0.5	0.72	0.84	0.12
D5	0.5	0.85		
D5_1	0.5	0.96		
D8	0.7	0.84	0.78	0.10
D9	0.7	0.71		



Σχήμα 5.3 : Μεταβολή της θραυστικής στιβαρότητας  $K_{IC}$  συναρτήσει του σχετικού μήκους  $\lambda/R$  της αρχικής ρωγμής

Όπως έχει προαναφερθεί, η εκτιμώμενη τιμή της θραυστικής στιβαρότητας  $K_{IC}$  δεν παραμένει σταθερή σε συνάρτηση με τον λόγο  $\lambda/R$  όπως θα έπρεπε, αλλά μεταβάλλεται. Έτσι, προκειμένου να οριστεί μια και μοναδική τιμή για την  $K_{IC}$ , υπολογίζεται ο μέσος όρος των τιμών της. Κατά συνέπεια η τιμή της  $K_{IC}$  εκτιμάται στα  $0.71 \text{ MPa}\sqrt{m}$ .





## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6

### ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ – ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ

#### 6.1 Συμπεράσματα - Προτάσεις

Η παρούσα εργασία επικεντρώνεται στον προσδιορισμό της θραυστικής στιβαρότητας  $K_{IC}$  σε μάρμαρο Carrara με την βοήθεια του πειράματος αντιδιαμετρικής θλίψης σε προ – ρηγματωμένο κυκλικό δίσκο.

Η εργασία αυτή προέκυψε από την αναγκαιότητα να μετρηθεί η θραυστική στιβαρότητα του μαρμάρου Carrara για να συγκριθεί με την αντίστοιχη τιμή που προέκυψε από τις δοκιμές μικροδιάτρησης στο ίδιο μάρμαρο και την βαθμονόμηση αριθμητικού μοντέλου κοκκώδους πετρώματος πάνω σε αυτές. Η ιδιότητα αυτή των πετρωμάτων εκφράζει την αντίσταση τους στην διάδοση ρωγμών σε αυτά και ως εκ τούτου είναι μεγάλου πρακτικού ενδιαφέροντος όσον αφορά την κοπή (κατεργασία), την εξόρυξη και την αντοχή των.

Από την έως τώρα εμπειρία που αποκομίσθη από την εργασία αυτή μπορούν να εξαχθούν τα κάτωθι συμπεράσματα και προτάσεις:

1. Η προετοιμασία αρχικής οξείας ευθύγραμμης ρωγμής σε κυκλικά δοκίμια παρουσιάζει αρκετά προβλήματα (πχ ευθύγραμμη ρωγμή, γεωμετρία των αιχμών της ρωγμής, απόκλιση της ρωγμής από την ιδεατή νοητή ευθεία κ.λπ.).
2. Η αρχική ιδέα να χρησιμοποιηθούν κυκλικοί δίσκοι με επίπεδα άκρα κατά την έννοια δύο αντί-διαμετρικών τόξων δεν ευδοκίμησε, γιατί πλέον η γεωμετρία του δοκιμίου γίνεται πιο περίπλοκη άρα και η κατεργασία του.
3. Είναι καταρχήν ενθαρρυντικό το γεγονός ότι η τιμή της θραυστικής στιβαρότητας του μαρμάρου Carrara που προέκυψε από τις εργαστηριακές δοκιμές κυκλικού δίσκου είναι σε καλή συμφωνία με αυτήν που προέκυψε ανεξάρτητα από τις δοκιμές μικροδιάτρησης και το αριθμητικό μοντέλο κοκκώδους πετρώματος.
4. Προτείνεται η κατασκευή μεγαλύτερου αριθμού δοκιμίων (τουλάχιστον 6 δοκίμια για κάθε λόγο  $\lambda/R$ ) για την διασφάλιση της επαναληψιμότητας των αποτελεσμάτων που προκύπτουν από την πειραματική διαδικασία.

5. Απαιτείται ο σχεδιασμός ειδικού μηχανήματος κοπής για τη σχετικά εύκολη και ακριβή δημιουργία ρωγμών σε δοκίμια πετρωμάτων στο εργαστήριο.
6. Τα πειράματα πρέπει να συνεχισθούν στον ίδιο αλλά και σε άλλους τύπους πετρωμάτων για την εξαγωγή πιο γενικών συμπερασμάτων.

# Βιβλιογραφία

## Ελληνική

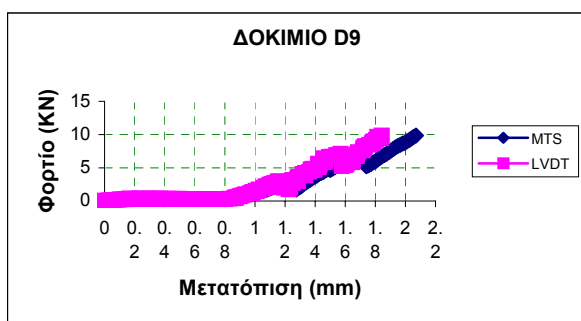
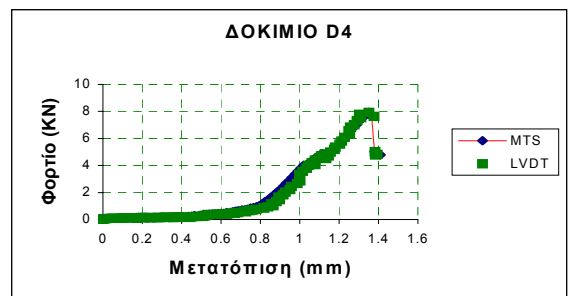
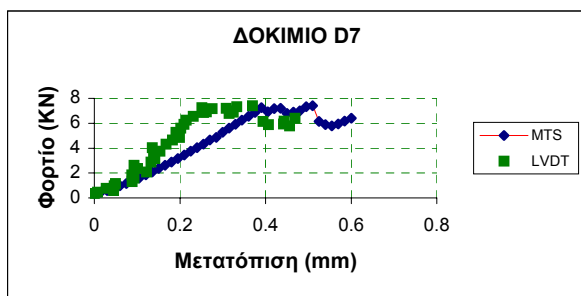
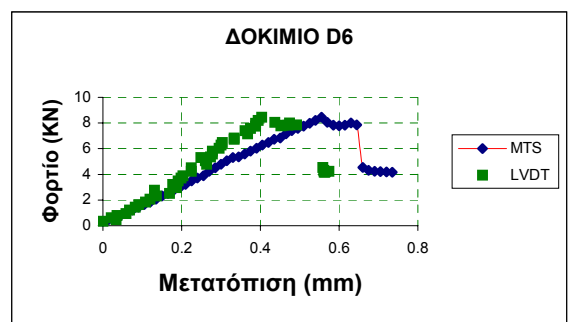
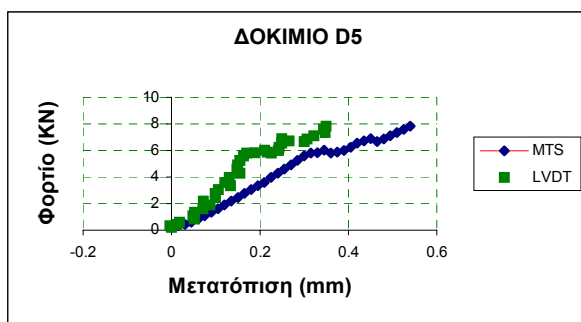
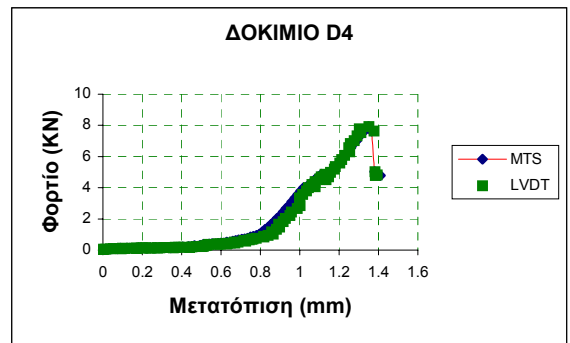
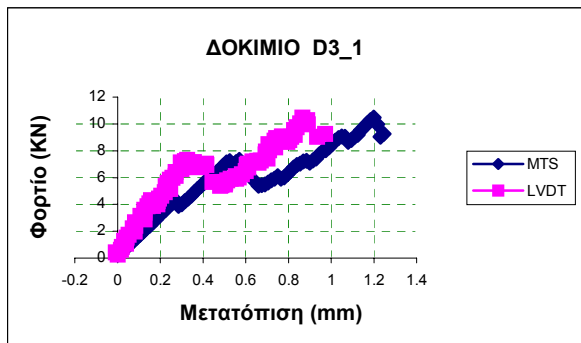
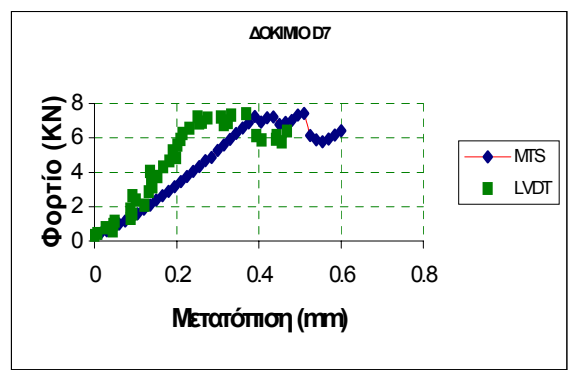
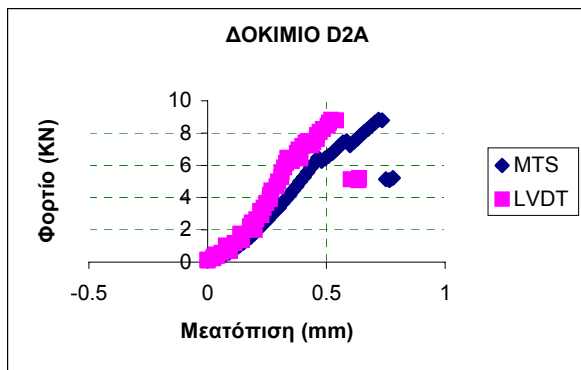
1. Αγιουτάντης Ζ. (2003). Μηχανική Πετρωμάτων, Εκδοτικός Όμιλος Ίων Αθήνα.
2. Κακλής Κ. (2003). Χαρακτηρισμός ανισοτροπίας και αντοχής των πετρωμάτων με την δοκιμή αντιδιαμετρικής θλίψεως δίσκου, Διδακτορική διατριβή, Τμήμα Μηχανικών Ορυκτών Πόρων, Πολυτεχνείο Κρήτης, Χανιά
3. Εξαδάκτυλος Γ. (2004). Εισαγωγή στην θεωρία Ελαστικότητας και στη Θραυστομηχανική, Πανεπιστημιακές σημειώσεις, Τμήμα Μηχανικών Ορυκτών Πόρων, Πολυτεχνείο Κρήτης, Χάνια.

## Διεθνής

1. Rooke D. P and Tweed. (1973). The stress intensity of radial crack in a point loaded disk, Int. J. Eng. Sci., 11, pp 285 – 290.
2. M. C. Stauropoulou, K. F. Giannakopoulos, G. E. Exadaktylos. (2001). A theoretical and experimental study of rock cutting, Journal of the mechanical behaviour of materials, Volume 12, pp 131 – 150.

## ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α

Διαγράμματα φορτίου συναρτήσει της μετατόπισης





## ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β

Φωτογραφίες δοκιμίων



