

## ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

### 1. Εισαγωγή

#### 1.1 Ορισμός του προβλήματος

##### 1.1.1 Στόχοι

#### 1.2 Κατηγοριοποίηση των VRP προβλημάτων

##### 1.2.1 Προβλήματα VRP με περιορισμούς χωρητικότητας και απόστασης (Capacitated and Distance-Constraint VRP (CVRP))

##### 1.2.2 Προβλήματα VRP με Χρονικά Παράθυρα (VRP with Time Windows (VRPTW))

##### 1.2.3 Προβλήματα VRP with Backhauls (VRPB)

##### 1.2.4 Προβλήματα VRP με παράδοση και Παραλαβή Προϊόντων (VRP with Pickup and Delivery(VRPPD))

#### 1.3 Επίλυση ενός VRP προβλήματος

#### 1.4 Εγκατάσταση ενός συστήματος μοντελοποίησης της εφοδιαστικής αλυσίδας

##### 1.4.1 Πόσο ποιοτικές είναι οι προτεινόμενες από το μοντέλο λύσεις

##### 1.4.2 Η ενσωμάτωση περιορισμών μέσα στο μοντέλο

##### 1.4.3 Εφαρμογή και προβλήματα εκμάθησης

##### 1.4.4 Ευρετικοί Αλγόριθμοι

###### *1.4.4.1 Επεξεργασία αλγορίθμων που ήδη υπάρχουν στο εμπόριο*

###### *1.4.4.2 Χρήση μαθηματικών μοντέλων*

###### *1.4.4.2 Διαδοχικοί Ευρετικοί Αλγόριθμοι*

#### 1.5 Γενικότερα οφέλη και κέρδη από την εγκατάσταση ενός συστήματος διαχείρισης εφοδιαστικής αλυσίδας

#### 1.6 Συμπεράσματα

### 2. VRP Προβλήματα με Πολλαπλές Αποθήκες (multi-depot VRP problems(MDVRP))

#### 2.1 Μοντελοποίηση ενός προβλήματος με Πολλαπλές Αποθήκες

### 3. Ένα πραγματικό MDVRP πρόβλημα

#### 3.1 Παρουσίαση του προβλήματος-Δεδομένα

#### 3.2 Περιγραφή του αλγόριθμου επίλυσης

##### 3.2.1 Αλγόριθμος για την μεταφορά των προϊόντων από τις αποθήκες στους πελάτες

##### 3.2.2 Αλγόριθμος για την μεταφορά των προϊόντων από την κεντρική αποθήκη στις υπο-αποθήκες

### ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α

### ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β

### ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

## 1. Εισαγωγή

Εντυπωσιακή είναι η πρόοδος που έχει σημειωθεί τις τελευταίες δεκαετίες στην επίλυση προβλημάτων που αφορούν στην διαχείριση της εφοδιαστικής αλυσίδας (Logistics) . Πιο συγκεκριμένα, η διαχείριση της αποτελεί έναν από τους πιο επιτυχημένους τομείς της επιχειρησιακής έρευνας (Operations Research). Καινοτόμοι αλγόριθμοι έχουν παίξει σημαντικό ρόλο στην ελαχιστοποίηση του κόστους της μεταφοράς των προϊόντων, ενώ και η ευρεία χρήση ηλεκτρονικών υπολογιστών με εντυπωσιακές πλέον δυνατότητες συμβάλουν στην δημιουργία ενός ιδιαίτερα ευνοϊκού περιβάλλοντος για την οικονομικότερη μεταφορά των προϊόντων.

Ενδεικτικό της σπουδαιότητας της εφαρμογής μιας επιστημονικά τεκμηριωμένης μεθόδου για την διαχείριση της εφοδιαστικής αλυσίδας είναι το γεγονός ότι παρατηρήθηκε μείωση του κόστους των συνολικών μεταφορών για μια εταιρία της τάξεως 5-20%. Με τον όρο συνολικές μεταφορές εννοούνται οι μεταφορές που μπορούν να πραγματοποιηθούν σε όλα τα στάδια παραγωγής και διανομής ενός προϊόντος και το κόστος των οποίων αποτελεί το 10-20% του συνολικού κόστους του προϊόντος.

Η επιτυχία της εφαρμογής των μεθόδων της επιχειρησιακής έρευνας εξαρτάται από τη χρήση του κατάλληλου συστήματος ηλεκτρονικού υπολογιστή τόσο από άποψη εξαρτημάτων (Hardware) όσο και από άποψη λογισμικού (Software). Όμως εξίσου σημαντικός για την αποτελεσματικότητα της εφαρμογής μιας μεθόδου είναι ο εντοπισμός όλων των παραγόντων που επηρεάζουν την διαχείριση της εφοδιαστικής αλυσίδας και η εισαγωγή των παραγόντων αυτών με τέτοιο τρόπο στην μοντελοποίηση του προβλήματος, ώστε ο αλγόριθμος να αποδίδει τελικά με όσο το δυνατό πιο ρεαλιστικό τρόπο την πραγματικότητα.

Στην παρούσα εργασία γίνεται μια προσπάθεια παρουσίασης προβλημάτων που αφορούν στη διανομή προϊόντων μεταξύ αποθηκών και πελατών. Τα προβλήματα αυτά είναι γνωστά ως Vehicle Routing Problems (VRPs). Τυπικά παραδείγματα

τέτοιων περιπτώσεων είναι η διανομή των παιδιών με το σχολικό λεωφορείο, οι διαδρομές των πωλητών και η διανομή ατόμων με κινητικά προβλήματα.

### **1.1 Ορισμός του προβλήματος**

Για τον ορισμό του προς λύση προβλήματος ο ειδικός πρέπει να λάβει υπόψη τόσο τη φύση του προβλήματος διανομής, όσο και το μέγεθος της προς εξέταση εταιρίας. Ενδεικτικές πληροφορίες σχετικές με τις δραστηριότητες διανομής παρατίθενται στη συνέχεια :

- Το μέγεθος του στόλου των οχημάτων που χρησιμοποιείται από την εταιρία.
- Ο αριθμός των οδηγών.
- Ο αριθμός των διαδρομών που πραγματοποιούνται καθημερινά και ο μέσος αριθμός στάσεων ανά διαδρομή.
- Οι διαδρομές εντός και εκτός πόλεως.
- Το συνολικό ετήσιο κόστος των δραστηριοτήτων διανομής.
- Το κόστος των πληρωμάτων και των οχημάτων ως ποσοστό του συνολικού κόστους.
- Οι μελλοντικές απαιτήσεις και προβλέψεις στον τομέα ενδεχόμενων βλαβών.
- Η τρέχουσα υπολογιστική δύναμη της εταιρίας για τη δυνατότητα υποστήριξης του δικτύου διανομής.
- Ο συνδυασμός δρομολογίων με άλλες δραστηριότητες.

Βάσει αυτών των πληροφοριών επιτυγχάνεται μία πρώτη εκτίμηση του μεγέθους των εσόδων της εταιρίας που θα χρησιμοποιηθούν για τη μελέτη και λειτουργία του συστήματος διανομής. Έτσι, επιτρέπεται στον ειδικό να υπολογίσει το κόστος του συστήματος διανομής που δικαιολογούν οι απαιτήσεις της εταιρίας. Συγκρίνοντας την τωρινή πρακτική της εταιρίας σε ότι αφορά στη διανομή των προϊόντων της με το τελειοποιημένο σύστημα διανομής προκύπτουν τα οφέλη από την εφαρμογή.

Εκτός των πληροφοριών που προαναφέρθηκαν σχετικά με τα γενικά χαρακτηριστικά του συστήματος διανομής της εταιρίας ο ειδικός πρέπει να λαμβάνει υπόψη του τα ακόλουθα χαρακτηριστικά των πελατών και των οχημάτων. Συγκεκριμένα, σχετικά με τα χαρακτηριστικά των πελατών :

- Το σημείο του γραφήματος διανομής (road graph), εκτενέστερη παρουσίαση του οποίου παρατίθεται στη συνέχεια, στο οποίο βρίσκεται ο πελάτης.
- Η ποσότητα των αγαθών (demand), ενδεχομένως διαφορετικού είδους, τα οποία πρέπει είτε να παραδοθούν είτε να συλλεχθούν από τον πελάτη.
- Οι χρονικές περίοδοι (time windows) κατά τη διάρκεια της ημέρας στις οποίες ο πελάτης μπορεί να εξυπηρετηθεί (όπως για παράδειγμα εξαιτίας συγκεκριμένων περιόδων κατά τις οποίες ο πελάτης είναι ανοιχτός ή η τοποθεσία του είναι προσπελάσιμη βάσει συγκοινωνιακών περιορισμών).
- Ο χρόνος που απαιτείται για την παράδοση ή τη συλλογή των προϊόντων από τον πελάτη (unloading or loading times), πιθανότατα εξαρτώμενος από το είδος του οχήματος.
- Το είδος του οχήματος που μπορεί να χρησιμοποιηθεί από το στόλο της εταιρίας για την εξυπηρέτηση κάποιου πελάτη (όπως για παράδειγμα εξαιτίας περιορισμών πρόσβασης ή ειδικών απαιτήσεων στη φόρτωση και εκφόρτωση των προϊόντων).

Μερικές φορές δεν είναι δυνατή η πλήρης ικανοποίηση των απαιτήσεων του κάθε πελάτη. Σε αυτές τις περιπτώσεις η ποσότητα των αγαθών που διανέμονται ή συλλέγονται μπορεί να μειωθεί ή ένα σύνολο πελατών να μην εξυπηρετηθεί. Για την αντιμετώπιση αυτών των καταστάσεων διάφορες προτεραιότητες ή ποινές που σχετίζονται με τη μερική ή την πλήρη έλλειψη εξυπηρέτησης μπορούν να ανατεθούν στους πελάτες.

Κατ' αναλογία, τα χαρακτηριστικά των οχημάτων που διαμορφώνουν το σύστημα τροφοδοσίας είναι τα εξής :

- Η αποθήκη στην οποία επιστρέφει το όχημα (home depot) και η πιθανότητα τερματισμού της διαδρομής του οχήματος σε αποθήκη διαφορετική αυτής από την οποία ξεκίνησε.
- Η χωρητικότητα του οχήματος εκφρασμένη στο μέγιστο βάρος ή όγκο ή αριθμό παλετών που μπορεί να φορτωθεί στο όχημα.
- Η πιθανή υποδιαίρεση των οχημάτων σε ομάδες, κάθε μία από τις οποίες χαρακτηρίζεται από τη χωρητικότητα και από το είδος των προϊόντων που μπορεί να μεταφέρει.
- Οι διαθέσιμοι από τα οχήματα μηχανισμοί για τη φόρτωση και την εκφόρτωση.
- Το σύνολο των δρόμων που είναι προσπελάσιμοι από το όχημα.
- Τα συσχετιζόμενα με την χρησιμοποίηση του οχήματος κόστη.

Για τη μοντελοποίηση του προβλήματος επιβάλλονται από σωματεία και κανονισμούς της εταιρίας αρκετοί περιορισμοί σχετικά με τους οδηγούς. Ενδεικτικά αναφέρονται τα εξής :

- Οκτώ ώρες ύπνου την ημέρα υποχρεωτικά.
- Όχι περισσότερες από δέκα ώρες συνεχόμενης οδήγησης.
- Όχι περισσότερες από έξι ημέρες οδήγησης εβδομαδιαίως.
- Όχι περισσότερες από δεκαπέντε ώρες οδήγησης ημερησίως.

Ανάλογοι περιορισμοί αφορούν και στις διαδρομές, οι οποίοι εξαρτώνται από τη φύση των προς μεταφορά αγαθών, το επίπεδο της εξυπηρέτησης και τα χαρακτηριστικά των πελατών και των οχημάτων. Τυπικά παραδείγματα είναι τα εξής :

- Κατά μήκος της διαδρομής το φορτίο που φέρει το όχημα δεν πρέπει να υπερβαίνει τη χωρητικότητα του οχήματος.
- Οι πελάτες που εξυπηρετούνται σε μία διαδρομή μπορεί να απαιτούν αποκλειστικά παράδοση ή παραλαβή ή και τα δύο.
- Η εξυπηρέτηση των πελατών να γίνεται σε συγκεκριμένα χρονικά διαστήματα.

Επιπλέον περιορισμοί τίθενται σχετικά με τη σειρά εξυπηρέτησης του κάθε πελάτη. Ένα είδος τέτοιων περιορισμών απαιτεί ο εν λόγω πελάτης να εξυπηρετείται ταυτόχρονα με μία ομάδα πελατών στην ίδια διαδρομή είτε πριν είτε μετά από τους υπόλοιπους πελάτες. Αυτή είναι η περίπτωση, για παράδειγμα, των γνωστών ως VRP με παράδοση και παραλαβή (pick-up and delivery problems), κατά τα οποία στη διάρκεια μίας διαδρομής μπορούν να πραγματοποιηθούν παραλαβές και διανομές αγαθών, και τα αγαθά που συλλέγονται πρέπει να παραδοθούν σε επόμενους πελάτες της ίδιας διαδρομής. Ένα άλλο είδος τέτοιου περιορισμού επιβάλλει ότι αν πελάτες διαφορετικού είδους εξυπηρετούνται στην ίδια διαδρομή, η σειρά με την οποία πραγματοποιείται η επίσκεψη των πελατών είναι προκαθορισμένη. Αυτή η περίπτωση παρουσιάζεται, για παράδειγμα, στο γνωστό ως VRP with Backhauls, όπου και πάλι οι διαδρομές ενδέχεται να περιλαμβάνουν τόσο συλλογή όσο και παράδοση αγαθών, αλλά περιορισμοί σχετικοί με τη φόρτωση και εκφόρτωση και δυσκολίες στην αναδιοργάνωση του φορτίου του οχήματος κατά μήκος της διαδρομής, επιτάσσει ότι όλες οι παραδόσεις πρέπει να πραγματοποιηθούν πριν τις επί μέρους συλλογές.

Σε μερικές εφαρμογές το κάθε όχημα μπορεί να πραγματοποιεί πάνω από μία διαδρομή κατά τη διάρκεια της μέρας ή οι διαδρομές μπορούν να διαρκέσουν πάνω από μία εργάσιμη μέρα. Επιπροσθέτως, μερικές φορές είναι απαραίτητη η χρήση στοχαστικών μεταβλητών σε περιπτώσεις όπου οι απαιτήσεις των πελατών δεν είναι δυνατό να είναι εκ των προτέρων γνωστές.

Το δίκτυο των διαδρομών που χρησιμοποιείται για τη μεταφορά των αγαθών περιγράφεται γενικά μέσω ενός γραφήματος του οποίου τα τόξα (arcs) αντιστοιχούν σε τμήματα δρόμου και οι κόμβοι (vertices) στις τοποθεσίες των πελατών. Τα τόξα, κατ' επέκταση και τα γραφήματα, μπορεί να είναι μονής ή διπλής κατεύθυνσης (directed or undirected), αναλόγως του αν μπορούν να διασχιστούν μόνο προς μία κατεύθυνση (που μπορεί να οφείλεται στους ισχύοντες κυκλοφοριακούς περιορισμούς) ή όχι. Κάθε τόξο σχετίζεται με ένα κόστος το οποίο αντιστοιχεί στο μήκος του και τον χρόνο που απαιτείται για να το διασχίσει κάποιο όχημα. Ο χρόνος βέβαια, εξαρτάται από το είδος του οχήματος ή την χρονική περίοδο κατά την οποία πραγματοποιείται η διέλευση.

Η εκτίμηση του συνολικού κόστους των διαδρομών και ο έλεγχος των περιορισμών που προκύπτουν σε αυτές απαιτεί την γνώση του κόστους (travel cost) και του χρόνου (travel time) που απαιτείται για διανυθεί η απόσταση μεταξύ ενός ζεύγους πελατών ή μεταξύ πελάτη και αποθήκης. Το τελικό γράφημα των διαδρομών είναι συνήθως πολύ αραιό αλλά γενικά μετασχηματίζεται σε ένα πλήρες γράφημα (complete graph) του οποίου οι κόμβοι είναι οι τοποθεσίες που αντιστοιχούν στους πελάτες και στις αποθήκες. Για κάθε ζεύγος κόμβων  $i$  και  $j$  του πλήρους γραφήματος σχηματίζεται ένα τόξο  $(i, j)$  του οποίου το κόστος  $c_{ij}$  αντιστοιχεί στο κόστος της συντομότερης διαδρομής που ξεκινά από τον κόμβο  $i$  και καταλήγει στον κόμβο  $j$  του γραφήματος του οδικού δικτύου. Αντίστοιχα, ο χρόνος  $t_{ij}$  που σχετίζεται με το τόξο  $(i, j)$  του πλήρους γραφήματος υπολογίζεται από το άθροισμα των χρόνων των τόξων που ανήκουν στη συντομότερη διαδρομή από τον κόμβο  $i$  στον  $j$  στο γράφημα του οδικού δικτύου.

### **1.1.1 Στόχοι**

Οι στόχοι που τίθενται στην περίπτωση επίλυσης των VRP προβλημάτων είναι οι ακόλουθοι :

- Η ελαχιστοποίηση του συνολικού κόστους μεταφοράς των προϊόντων, το οποίο εξαρτάται από την συνολική διανυθείσα απόσταση ή από το συνολικό χρόνο που απαιτείται για την μεταφορά των προϊόντων, και του πάγιου κόστους το οποίο σχετίζεται με τον αριθμό των οχημάτων και των οδηγών που θα χρησιμοποιηθούν για την μοντελοποίηση του προβλήματος.
- Η ελαχιστοποίηση του αριθμού των οχημάτων ή των οδηγών που απαιτούνται για την εξυπηρέτηση όλων των πελατών.
- Η ισορροπία μεταξύ των διαδρομών που θα προκύψουν στο τελικό μοντέλο σχετικά με τις ώρες που απαιτούνται για να διανυθούν αυτές ή μεταξύ των φορτίων που αντιστοιχούν σε κάθε διαδρομή.
- Η ελαχιστοποίηση των ποινών που αφορούν μερική ικανοποίηση των πελατών.

ή οποιοσδήποτε συνδυασμός των παραπάνω στόχων, στον οποίο η σημαντικότητα του καθενός ορίζεται με τη χρήση βαρών.

## **1.2 Κατηγοριοποίηση των VRP προβλημάτων**

Τα VRP προβλήματα όπως ειπώθηκε, αναφέρονται στην διανομή προϊόντων από τις αποθήκες των εταιριών σε κάθε πελάτη τους. Ανάλογα όμως με τις ιδιαιτερότητες και τους περιορισμούς του κάθε προβλήματος προκύπτουν επιπλέον κατηγοριοποιήσεις των VRP προβλημάτων. Οι περιπτώσεις αυτές θα εξετασθούν στη συνέχεια:

### **1.2.1 Προβλήματα VRP με περιορισμούς χωρητικότητας και απόστασης (Capacitated and Distance-Constraint VRP (CVRP))**

Πρόκειται για την βασική περίπτωση των VRP προβλημάτων. Όλοι οι πελάτες αντιστοιχούν σε παραδόσεις προϊόντων, οι ποσότητες των οποίων είναι γνωστές εκ των προτέρων. Τα οχήματα είναι όμοια μεταξύ τους, το σημείο εκκίνησης τους είναι η κεντρική αποθήκη και έτσι μόνο περιορισμοί χωρητικότητας προκύπτουν από τα οχήματα. Η μεταβλητή προς ελαχιστοποίηση και ο σκοπός της



μοντελοποίησης του προβλήματος είναι η ελαχιστοποίηση του συνολικού κόστους για την εξυπηρέτηση όλων των πελατών.

Ένα CVRP πρόβλημα μπορεί να περιγραφεί με τη χρήση ενός γραφήματος  $G = (V, A)$  το οποίο έστω ότι είναι πλήρες. Όπου  $V = \{0, \dots, n\}$  είναι οι κόμβοι του γραφήματος και  $A$  είναι το σύνολο των τόξων. Οι κόμβοι  $1, \dots, n$  αντιστοιχούν στους πελάτες ενώ ο κόμβος  $0$  αντιστοιχεί στην αποθήκη της εταιρίας. Κάποιες φορές ως αποθήκη χαρακτηρίζεται ο  $n + 1$  κόμβος.

Ένα κόστος  $c_{ij}$ , σχετίζεται με κάθε τόξο  $(i, j) \in A$  και παριστάνει το κόστος πραγματοποίησης της διαδρομής από τον κόμβο  $i$  κόμβο  $j$ . Γενικά, δεν είναι επιτρεπτή η χρήση των διαδρομών-τόξων που αρχίζουν και τελειώνουν στον ίδιο κόμβο (loop arcs  $(i, i)$ ) και αυτό στην πράξη εφαρμόζεται θέτοντας το κόστος τέτοιου είδους διαδρομών  $c_{ii} = +\infty$  για κάθε  $i \in V$ . Αν το γράφημα  $G$  είναι κατευθυνόμενο (directed) ο πίνακας  $c$  στον οποίο αποθηκεύονται τα κόστη είναι μη συμμετρικός και το αντίστοιχο πρόβλημα ονομάζεται μη συμμετρικό (asymmetric) CVRP (ACVRP). Στην αντίθετη περίπτωση ισχύει  $c_{ij} = c_{ji}$  για κάθε τόξο  $(i, j) \in A$ , το πρόβλημα ονομάζεται συμμετρικό (symmetric) VRP (SVRP), και το σύνολο των τόξων αντικαθίσταται από ένα μικρότερο, μη κατευθυνόμενων τόξων  $E$ . Έτσι με δεδομένο κάποιο τόξο  $e \in E$ , αρκεί να προσδιοριστεί με  $\alpha(e)$  και  $\beta(e)$  τα σημεία της αρχής και του τέλους του τόξου. Επομένως ένα γράφημα  $G$ , αν είναι μη κατευθυνόμενο θα προσδιορίζεται από ένα σύνολο τόξων  $A$  αν τα τόξα προσδιορίζονται από τα σημεία αρχής και τέλους με τον εξής τρόπο:  $(i, j)$ ,  $i, j \in V$ , ενώ αν θέλουμε να δηλώσουμε το τόξο με έναν και μόνο δείκτη  $e$  τότε το σύνολο των τόξων θα συμβολίζεται με το γράμμα  $E$ .

Το γράφημα  $G$  θεωρείται ότι είναι πάντα πλήρες. Θεωρώντας ένα κόμβο του γραφήματος  $i$ , συμβολίζουμε με  $\Delta^+(i)$  τους κόμβους οι οποίοι έπονται του  $i$ , προσδιορίζοντας έτσι ένα σύνολο κόμβων  $j$  οι οποίοι σε συνδυασμό με τον κόμβο  $i$  σχηματίζουν τόξα  $(i, j) \in A$ . Επομένως οι κόμβοι που ανήκουν στο  $\Delta^+(i)$  αποτελούν πιθανά σημεία στα οποία είναι δυνατό να καταλήξει ένα τόξο το οποίο

ξεκινά από τον κόμβο  $i$ . Όμοια συμβολίζουμε με  $\Delta^-(i)$  ένα σύνολο κόμβων  $j$  οι οποίοι προηγούνται του κόμβου  $i$  και τα τόξα  $(j,i) \in A$  δηλαδή από το σύνολο των κόμβων  $j$  είναι δυνατό να οδηγηθούμε άμεσα στον κόμβο  $i$ . Δεδομένου ενός συνόλου κόμβων  $S \subseteq V$ , συμβολίζεται με  $\delta(S)$  και  $E(S)$  το σύνολο των τόξων τα οποία έχουν το ένα μόνο ή και τα δύο αντίστοιχα άκρα τους στο  $S$ .

Γενικά τα κόστη  $c_{ij}$  ικανοποιούν την τριγωνική ανισότητα:

$$c_{ik} + c_{kj} \geq c_{ij} \text{ για κάθε } i,j,k \in V$$

Σύμφωνα με την παραπάνω σχέση δεν συμβάλει στην βελτιστοποίηση της λύσης του προβλήματος το να παρεκκλίνει κανείς από την διαδρομή που ενώνει άμεσα δύο κόμβους ενός γραφήματος. Η παρουσία της τριγωνικής ανισότητας είναι ορισμένες φορές απαραίτητη στον αλγόριθμο βελτιστοποίησης ενός CVRP προβλήματος, και συνήθως επιτυγχάνεται με την προσθήκη μιας ικανοποιητικά μεγάλης θετικής ποσότητας  $M$  ως κόστος για κάθε τόξο. Η δραστική όμως παραμόρφωση των δεδομένων μπορεί να παράγει λανθασμένα πάνω και κάτω όρια σε σχέση με τα πραγματικά κόστη. Πρέπει να σημειωθεί ότι όταν το κόστος του κάθε τόξου αντιστοιχεί στο κόστος της συντομότερης διαδρομής στο γράφημα στον προκύπτον πίνακα με τα κόστη ισχύει η τριγωνική ανισότητα.

Ένας άλλος τρόπος για τον προσδιορισμό των κοστών  $c_{ij}$  είναι η χρήση συντεταγμένων οι οποίες προσδιορίζουν την θέση των κόμβων. Έτσι το κόστος  $c_{ij}$  προκύπτει με την εφαρμογή Ευκλείδειου θεωρήματος για την εύρεση της απόστασης μεταξύ των κόμβων  $i, j$ , η οποία ταυτίζεται με το κόστος  $c_{ij}$ . Στην περίπτωση αυτή ο πίνακας με τα κόστη είναι συμμετρικός, ικανοποιεί την τριγωνική ανισότητα και το προκύπτον πρόβλημα ονομάζεται Ευκλείδειο SCVRP. Για την εφαρμογή αυτή της μεθόδου θα πρέπει να αναφερθεί μια πρακτική λεπτομέρεια. Κατά τον υπολογισμό των αποστάσεων με το Ευκλείδειο θεώρημα πιθανή εφαρμογή στρογγυλοποίησης προς τον πλησιέστερο ακέραιο μπορεί να έχει ως αποτέλεσμα την παραβίαση της τριγωνικής ανισότητας. Για τον λόγο αυτό η οποιαδήποτε στρογγυλοποίηση θα πρέπει να εφαρμόζεται προς τον αμέσως μεγαλύτερο ακέραιο (round up).

Όπως έχει ήδη αναφερθεί ο κάθε πελάτης  $i$  ( $i = 1, \dots, n$ ), σχετίζεται με μία γνωστή, μη αρνητική ποσότητα προϊόντων προς παράδοση  $d_i$ , ενώ στην αποθήκη αντιστοιχεί μια εικονική ποσότητα προς παράδοση  $d_0 = 0$ . Δεδομένου ενός υποσυνόλου κόμβων  $S \subseteq V$ , ως  $d(S)$  ορίζεται η συνολική ζήτηση των πελατών που αντιστοιχούν στους κόμβους του υποσυνόλου  $S$ , δηλαδή  $d(S) = \sum_{i \in S} d_i$ .

Έστω ότι στην αποθήκη είναι διαθέσιμη ομάδα από  $K$  όμοια οχήματα, το κάθε ένα με χωρητικότητα  $C$ . Για να είναι εφικτή η λύση του προβλήματος υποθέτουμε ότι  $d_i \leq C$  για κάθε  $i = 1, \dots, n$ . Κάθε όχημα μπορεί να πραγματοποιήσει το πολύ μία διαδρομή και θεωρούμε ότι ο αριθμός των οχημάτων  $K$  δεν είναι μικρότερος από την τιμή  $K_{\min}$ , όπου  $K_{\min}$  είναι ο ελάχιστος αριθμός οχημάτων που απαιτούνται για την εξυπηρέτηση όλων των πελατών. Η τιμή του  $K_{\min}$  μπορεί να προσδιοριστεί λύνοντας το γνωστό ως Bin Packing Problem (BPP) που σχετίζεται με το CVRP, το οποίο υπολογίζει τον ελάχιστο αριθμό οχημάτων, το κάθε ένα με χωρητικότητα  $C$ , που απαιτείται για την φόρτωση και μεταφορά  $n$  μονάδων προϊόντος.

Έτσι δεδομένου ενός συνόλου κόμβων  $S \subseteq V$ , με  $r(S)$  συμβολίζεται ο ελάχιστος αριθμός οχημάτων που απαιτείται για την εξυπηρέτηση όλων των πελατών του συνόλου  $S$ . Επομένως, προκύπτει η εξής ισότητα  $r(V \setminus \{0\}) = K_{\min}$ . Συχνά η ποσότητα  $r(S)$  αντικαθίσταται με το κοινότοπο κάτω όριο του BPP:

$$\lceil d(S) / C \rceil$$

όπου:

$d(S)$  = η συνολική ποσότητα προϊόντων προς μεταφορά

$C$  = η χωρητικότητα του κάθε φορτηγού

Στόχος της επίλυσης ενός CVRP προβλήματος είναι η εύρεση ενός συνόλου από  $K$  διαδρομές των οχημάτων, η πραγματοποίηση των οποίων θα απαιτεί το ελάχιστο δυνατό κόστος, το οποίο θα υπολογίζεται ως το άθροισμα των κοστών των τόξων

που ανήκουν στις διαδρομές. Για την εγκυρότητα των υπολογισμών θα πρέπει να ικανοποιούνται οι εξής περιορισμοί:

- Κάθε διαδρομή θα πρέπει να επισκέπτεται τον κόμβο-αποθήκη.
- Το άθροισμα των απαιτήσεων των πελατών που εξυπηρετούνται σε μια διαδρομή να μην ξεπερνά την χωρητικότητα του οχήματος.
- Κάθε πελάτης θα πρέπει να επισκέπτεται από ακριβώς ένα όχημα.

Μια μεγάλη ποικιλία από CVRP προβλήματα έχει αναπτυχθεί στην βιβλιογραφία, ανάλογα με τις ιδιαιτερότητες του κάθε προβλήματος το οποίο γίνεται κάθε φορά η προσπάθεια να προσεγγιστεί όσο το δυνατό πιο ρεαλιστικά. Έτσι στην περίπτωση που ο αριθμός των διαθέσιμων οχημάτων  $K$  είναι μεγαλύτερος από τον ελάχιστο αριθμό οχημάτων που απαιτείται για την ικανοποίηση όλων των πελατών,  $K_{\min}$ , τότε είναι πιθανό κάποια από τα οχήματα να μείνουν αχρησιμοποίητα, αφού το πολύ  $K$  διαδρομές είναι δυνατό να πραγματοποιηθούν. Σε μια τέτοια περίπτωση ένα πάγιο κόστος λαμβάνεται υπόψη και σχετίζεται με την χρήση των οχημάτων, ενώ ένας επιπλέον περιορισμός, ο οποίος απαιτεί την ελαχιστοποίηση του αριθμού των οχημάτων που χρησιμοποιούνται, εισάγεται στην μοντελοποίηση του προβλήματος με σκοπό την ελαχιστοποίηση του συνολικού κόστους. Μια άλλη περίπτωση, η οποία συχνά παρουσιάζεται σε CVRP προβλήματα είναι αυτή κατά την οποία τα διαθέσιμα οχήματα της εταιρίας δεν είναι ίδια μεταξύ τους και έχουν για παράδειγμα διαφορετικές χωρητικότητες  $C_k$ ,  $k = 1, \dots, K$ .

Μια από τις παραλλαγές των CVRP προβλημάτων είναι το γνωστό ως VRP με περιορισμούς απόστασης (Distance Constraint VRP, DVRP), όπου οι περιορισμοί που αφορούν στη χωρητικότητα του οχήματος έχουν αντικατασταθεί με περιορισμούς σχετικούς με την απόσταση που αυτό διανύει. Υπό τη νέα μορφή, το όχημα δεν θα πρέπει να κινηθεί σε απόσταση μήκους μεγαλύτερο μιας ποσότητας  $T$ . Πιο συγκεκριμένα μια μη αρνητική ποσότητα  $w_{ij}$  αντιστοιχεί σε κάθε τόξο  $(i,j)$  του γραφήματος και το άθροισμα αυτών κατά την πραγματοποίηση μιας διαδρομής

θα πρέπει να είναι μικρότερο του  $T$ . Αν τα  $K$  οχήματα είναι διαφορετικά μεταξύ τους τότε ορίζονται  $K$  διαφορετικά μέγιστα επιτρεπόμενα μήκη  $T_k$  με  $k=1, \dots, K$ .

Ανάλογη παραλλαγή μπορεί να προκύψει με χρήση ως μεταβλητής απόφασης τον χρόνο και τότε το πρόβλημα ονομάζεται VRP με περιορισμούς χρονικής διάρκειας (Time Constraint VRP, TVRP). Σε αυτή την περίπτωση οι αποστάσεις μετρώνται με βάση τον χρόνο και κάθε τόξο συνδέεται με μια μη αρνητική ποσότητα  $t_{ij}$ , η οποία είναι ο χρόνος που απαιτείται για να διανύσει το όχημα την απόσταση αυτή. Σε ένα TVRP πρόβλημα εισέρχεται ένας επιπλέον παράγοντας, ο χρόνος εξυπηρέτησης  $s_i$ , του κάθε πελάτη  $i$ , ο οποίος έχει να κάνει με τον χρόνο κατά τον οποίο το όχημα είναι σταθμευμένο σε κάθε πελάτη. Εναλλακτικά, ο χρόνος εξυπηρέτησης του κάθε πελάτη μπορεί να προστεθεί στα τόξα και έτσι για κάθε τόξο  $(i,j)$ , ο τελικός χρόνος που απαιτείται για να διανυθεί από ένα όχημα δίνεται από την σχέση:  $t_{i,j} = t'_{i,j} + s_i/2 + s_j/2$ .

Όπου  $t'_{i,j}$  είναι ο πραγματικός χρόνος που απαιτείται για να διανυθεί το τόξο  $(i,j)$ .

Ένα CVRP πρόβλημα είναι μια γενικότερη περίπτωση του γνωστού ως πρόβλημα του περιπλανώμενου πωλητή (Traveling Salesman Problem (TSP)). Το TSP περιγράφει την διαδρομή ενός πωλητή στην προσπάθεια του να εξυπηρετήσει τους πελάτες του. Επομένως ένα CVRP πρόβλημα ταυτίζεται με το TSP για  $C \geq d(V)$  και  $K = 1$  και η επίλυση του μπορεί να βασιστεί στους περιορισμούς και στην γενική μεθοδολογία του TSP.

Ένα CVRP πρόβλημα θα μπορούσε να μοντελοποιηθεί με την χρήση μαθηματικών σχέσεων ως εξής:

$$\min \sum_{i \in V} \sum_{j \in V} c_{ij} \sum_{k=1}^K x_{ijk} \quad (1.2.1.1)$$

$$\sum_{k=1}^K y_{ik} = 1 \quad , \forall i \in V \setminus \{0\}, \quad (1.2.1.2)$$

$$\sum_{k=1}^K y_{0k} = K \quad (1.2.1.3)$$

$$\sum_{j \in V} x_{ijk} = \sum_{j \in V} x_{jik} = y_{ik} \quad , \forall i \in V, k = 1, \dots, K \quad (1.2.1.4)$$

$$\sum_{k=1}^K x_{0jk} = \sum_{k=1}^K x_{b0k} \quad , \forall j, b \in V \quad (1.2.1.5)$$

$$\sum_{i \in V} d_i y_{ik} \leq C \quad , \forall k = 1, \dots, K \quad (1.2.1.6)$$

$$\sum_{i \in S} \sum_{j \in S} c_{ij} x_{ijk} = D \quad , \begin{cases} S \subseteq V \\ k = 1, \dots, K \end{cases} \quad (1.2.1.7)$$

$$\sum_{i \in S} \sum_{j \notin S} x_{ijk} \geq y_{hk} \quad \begin{cases} \forall S \subseteq V \setminus \{0\}, h \in S \\ k = 1, \dots, K \end{cases} \quad (1.2.1.8)$$

$$y_{ik} \in \{0, 1\}, \quad \forall i \in V, k = 1, \dots, K \quad (1.2.1.9)$$

$$x_{ijk} \in \{0, 1\}, \quad \forall i, j \in V, k = 1, \dots, K \quad (1.2.1.10)$$

όπου:

$x_{ij}$ : Η μεταβλητή  $x_{ij}$  παίρνει την τιμή 0 αν το τόξο  $\{i, j\}$  δεν ανήκει στην βέλτιστη λύση και την τιμή 1 αν το τόξο ανήκει στην βέλτιστη διαδρομή.

$X_{0j}$ : Η μεταβλητή  $x_{0j}$  παίρνει την τιμή 0 αν το τόξο  $\{0, j\}$  δεν ανήκει στην βέλτιστη λύση, την τιμή 1 αν το τόξο ανήκει στην βέλτιστη διαδρομή και την τιμή 2 εφόσον το όχημα πραγματοποιεί διαδρομή για την εξυπηρέτηση ενός και μόνο πελάτη.

$c_e$ : Το κόστος για να διασχίσει το όχημα το τόξο  $i, j$ .

$V$ : Το σύνολο των κόμβων.

- S: Ένα υποσύνολο κόμβων.
- $r(S)$ : Ο ελάχιστος αριθμός οχημάτων που απαιτούνται για την εξυπηρέτηση του υπο-συνόλου των κόμβων S.
- K: Το σύνολο των οχημάτων.
- $d_i$ : Η ποσότητα των προϊόντων που απαιτεί ο κάθε πελάτης

Η σχέση (2.1) είναι η προς ελαχιστοποίηση συνάρτηση, η οποία ανάλογα με το τι εκφράζει η μεταβλητή  $c_{ij}$  ελαχιστοποιεί τον χρόνο ή την απόσταση που απαιτούνται για την εξυπηρέτηση όλων των πελατών.

Όσον αφορά τους περιορισμούς, η σχέση (2.2) φροντίζει ώστε ο κάθε πελάτης να επισκέπτεται μόνο μια φορά. Η σχέση (2.3) εξασφαλίζει ότι και τα K διαθέσιμα οχήματα χρησιμοποιούνται για την επίλυση του προβλήματος. Η σχέση (2.4) υποχρεώνει το όχημα που μπαίνει σε έναν πελάτη για να τον εξυπηρετήσει να φεύγει από αυτόν. Η σχέση (2.5) εξασφαλίζει ότι κάθε ένα όχημα  $k$  που φεύγει από την αποθήκη (κόμβος 0), προς τον πελάτη στον κόμβο  $j$  θα επιστρέψει και πάλι στην αποθήκη  $i$  μετά τον τελευταίο πελάτη που θα εξυπηρετήσει, έστω ότι αυτός είναι ο πελάτης  $b$ . Ο Περιορισμός (2.6) είναι περιορισμός που αφορά την χωρητικότητα του οχήματος ενώ ο (2.7) θέτει όρια χιλιομετρικά ή χρονικά στην απόσταση που μπορεί να διανύσει ένα όχημα κατά την διάρκεια μιας διαδρομής. Τέλος η σχέση (2.8) εξασφαλίζει την συνέχεια της διαδρομής του οχήματος  $k$ .

### **1.2.2 Προβλήματα VRP με Χρονικά Παράθυρα (VRP with Time Windows (VRPTW))**

Τα προβλήματα VRP με χρονικά παράθυρα (VRPTW) αποτελούν μια προέκταση των CVRP μόνο που σε αυτή την περίπτωση εκτός από τους περιορισμούς χωρητικότητας, που παρουσιάστηκαν στην προηγούμενη παράγραφο, σε κάθε πελάτη  $i$ , αντιστοιχεί ένα χρονικό περιθώριο  $[a_i, b_i]$  μέσα στο οποίο πρέπει να

πραγματοποιηθεί η εξυπηρέτηση του. Δεδομένα για την επίλυση τέτοιου είδους προβλημάτων θα πρέπει να θεωρούνται:

- i. Η χρονική στιγμή κατά την οποία το όχημα αναχωρεί από την αποθήκη.
- ii. Ο χρόνος  $t_{ij}$  που απαιτείται για να διανυθεί κάθε τόξο  $(i,j) \in A$ .
- iii. Ο χρόνος  $s_i$  που απαιτείται για την εξυπηρέτηση του κάθε πελάτη  $i$ .

Κάθε πελάτης θα πρέπει να εξυπηρετηθεί κατά την διάρκεια του καθορισμένου χρονικού διαστήματος που του αντιστοιχεί και το όχημα θα πρέπει να σταματά σε κάθε κόμβο  $i$  για χρόνο ίσο με  $s_i$ . Σε περίπτωση που το όχημα φθάσει στον προορισμό  $i$  νωρίτερα από την χρονική στιγμή  $a_i$ , επιτρέπεται γενικά η παραμονή του στην περιοχή του πελάτη μέχρι τη χρονική στιγμή που θα είναι δυνατή η έναρξη της εξυπηρέτησης αυτού.

Για τον καθορισμό των χρονικών διαστημάτων κατά τα οποία είναι δυνατή η εξυπηρέτηση του κάθε πελάτη θεωρούμε ότι τα οχήματα αναχωρούν από την αποθήκη την χρονική στιγμή μηδέν και προσαρμόζουμε έτσι τα χρονικά "παράθυρα" πάνω σε αυτό το δεδομένο. Επιπλέον, το γεγονός της ύπαρξης χρονικών "παραθύρων" έχει ως αποτέλεσμα τον προσανατολισμό της σειράς εξυπηρέτησης των πελατών με τέτοιο τρόπο, ώστε τα VRPTW προβλήματα να αντιμετωπίζονται ως μη συμμετρικά παρόλο που οι αρχικοί πίνακες με τα κόστη ή τους χρόνους μπορεί να είναι συμμετρικοί.

Συμπερασματικά θα λέγαμε ότι τα VRPTW προβλήματα επιλύονται με την εύρεση  $K$  απλών διαδρομών, οι οποίες πραγματοποιούνται με το ελάχιστο δυνατό κόστος, ικανοποιώντας και τις εξής προϋποθέσεις:

- Κάθε διαδρομή θα πρέπει να επισκέπτεται τον κόμβο-αποθήκη.
- Το άθροισμα των απαιτήσεων των πελατών που εξυπηρετούνται σε μια διαδρομή να μην ξεπερνά την χωρητικότητα του οχήματος.
- Κάθε πελάτης θα πρέπει να επισκέπτεται από ακριβώς ένα όχημα.



- Η εξυπηρέτηση του κάθε πελάτη  $i$ , πραγματοποιείται κατά το χρονικό διάστημα  $[a_i, b_i]$ , και το όχημα σταματά στον πελάτη για χρόνο  $s_i$ .

Το VRPTW αποτελεί μια προέκταση του CVRP και ταυτίζεται με αυτό όταν  $a_i = 0$  και  $b_i = +\infty$ . Όμοια το TSP με χρονικά παράθυρα (TSP with Time Windows TSPTW)) είναι μια ειδική περίπτωση του VRPTW κατά την οποία  $C \geq d(V)$  και  $K = 1$ .

Για την δημιουργία του μαθηματικού μοντέλου ενός προβλήματος VRPTW αρκεί σε σχέση με το μοντέλο που δημιουργήθηκε στην προηγούμενη παράγραφο να προστεθεί ένα επιπλέον περιορισμός ο οποίος θα αφορά την χρονική στιγμή που εξυπηρετείται ο πελάτης και οποίος θα πρέπει να είναι ο εξής:

$$a_i \leq t_{ik} \leq b_i, \quad \begin{cases} \forall i \in V \setminus \{0\} \\ k = 1, \dots, K \end{cases}$$

όπου:

$t_{ik}$ : Η χρονική στιγμή που εξυπηρετείται ο πελάτης  $i$  από το όχημα  $k$ .

Επομένως ο επιπλέον περιορισμός εξασφαλίζει ότι ο πελάτης  $i$  θα εξυπηρετηθεί μέσα στο χρονικό διάστημα που επιθυμεί.

### 1.2.3 Προβλήματα VRP with Backhauls (VRPB)

Τα VRPB προβλήματα αποτελούν και αυτά προέκταση των CVRP, μόνο που σε αυτή την περίπτωση το σύνολο των πελατών  $V \setminus \{0\}$  χωρίζεται σε δυο μικρότερα σύνολα. Το πρώτο υποσύνολο,  $L$ , αποτελείται από  $n$  Linehaul πελάτες, ο κάθε ένας από τους οποίους απαιτεί να του παραδοθεί μια συγκεκριμένη ποσότητα προϊόντων. Το δεύτερο υποσύνολο,  $B$ , περιέχει  $m$  Backhaul πελάτες, ο κάθε ένας από τους οποίους επιστρέφει κάποια ποσότητα προϊόντων. Οι πελάτες είναι αριθμημένοι με τον εξής τρόπο:  $L = \{1, \dots, n\}$  και  $B = \{n + 1, \dots, n + m\}$ . Διαδρομές μόνο με Backhaul πελάτες δεν είναι γενικά αποδεκτές.

Στα VRPB προβλήματα υπάρχει ένας περιορισμός, ο οποίος δίνει στο ένα υποσύνολο πελατών προτεραιότητα σε σχέση με το άλλο. Έτσι, εφόσον υπάρχουν ταυτόχρονα Linehaul και Backhaul πελάτες σε ένα παράδειγμα όλοι οι Linehaul πελάτες πρέπει να εξυπηρετηθούν πρώτα. Σε κάθε πελάτη αντιστοιχεί μια μη αρνητική ποσότητα προϊόντων,  $d_i$ , που ανάλογα με το είδος του πελάτη  $i$ , είναι είτε προς παράδοση είτε προς παραλαβή. Όμοια με τις προηγούμενες περιπτώσεις που εξετάστηκαν και τα VRPB προβλήματα κατηγοριοποιούνται ανάλογα με τον αν ο πίνακας με τα κόστη είναι συμμετρικός ή όχι. Τόσο στην περίπτωση του μη Συμμετρικού (Asymmetric) όσο και στην περίπτωση του συμμετρικού (Symmetric) VRP with Backhauls σκοπός της μοντελοποίησης του προβλήματος είναι η εύρεση  $K$  απλών διαδρομών, οι οποίες θα ελαχιστοποιούν το κόστος για την ικανοποίηση των πελατών, ενώ ταυτόχρονα θα ικανοποιούνται και τα εξής:

- Κάθε διαδρομή θα πρέπει να επισκέπτεται τον κόμβο-αποθήκη.
- Το άθροισμα των απαιτήσεων των Linehaul και των Backhaul πελατών ξεχωριστά δεν θα πρέπει να ξεπερνά την χωρητικότητα του οχήματος  $C$ .
- Κάθε πελάτης θα πρέπει να επισκέπτεται από ακριβώς ένα όχημα.
- Σε κάθε διαδρομή όλοι οι Linehaul πελάτες πρέπει να προηγούνται των Backhaul πελατών, εφόσον οι τελευταίοι υπάρχουν.

Έστω ότι  $K_L$  και  $K_B$  ο ελάχιστος οχημάτων που απαιτούνται για την εξυπηρέτηση όλων των Linehaul των Backhaul πελατών αντίστοιχα. Αυτές οι τιμές μπορούν να υπολογιστούν εφαρμόζοντας όπως έχει ήδη αναφερθεί τη μέθοδο Bin Packing Problem (BPP), για κάθε ένα από τα δύο υποσύνολα ξεχωριστά. Για να εξασφαλιστεί εφικτή λύση για το πρόβλημα θα πρέπει να ισχύει για τον ελάχιστο αριθμό οχημάτων,  $K$ , που θα χρησιμοποιηθούν τελικά από την εταιρία για την εξυπηρέτηση όλων των πελατών, η εξής συνθήκη:  $K \geq \max \{K_L, K_B\}$ .

Τα SVRPB και τα AVRPB προβλήματα είναι υποπεριπτώσεις των αντίστοιχων CVRP και ταυτίζονται με αυτά όταν  $B = \emptyset$ . Δηλαδή όταν δεν υπάρχουν πελάτες

που έχουν προϊόντα να επιστρέψουν. Επιπλέον ειδική περίπτωση του VRPB αποτελεί το TSP with Backhauls, κατά την οποία ισχύει  $C \geq \max \{d(L), d(B)\}$  και  $K = 1$ . Τέλος, επιπλέον προέκταση όλων αυτών αποτελούν προβλήματα στα οποία παρουσιάζονται τόσο χρονικά παράθυρα όσο και πελάτες που επιστρέφουν προϊόντα και τα προβλήματα αυτά είναι τα VRP with Backhauls and Time Windows.

Και στην περίπτωση των VRPB είναι εύκολη η κατασκευή του μαθηματικού μοντέλου με βάση την μοντελοποίηση της παραγράφου 1.2.1 για την περίπτωση ενός προβλήματος CVRP. Η σχέση που πρέπει να τροποποιηθεί στην περίπτωση αυτή είναι η (1.2.1.6). Πιο συγκεκριμένα θα πρέπει η οι πελάτες να χωριστούν σε δύο υποσύνολα  $S_1$  και  $S_2$ . Το  $S_1$  θα αναφέρεται σε Linehaul πελάτες και το  $S_2$  σε Backhaul. Έτσι η σχέση (1.2.1.6) θα σπάσει σε δύο:

$$\sum_{i \in V} d_i y_{ik} \leq C, \begin{cases} \forall k = 1, \dots, K \\ i \in S_1 \end{cases}$$

$$\sum_{i \in V} d_i y_{ik} \leq C, \begin{cases} \forall k = 1, \dots, K \\ i \in S_2 \end{cases}$$

Με την πρώτη σχέση εξασφαλίζεται ότι το όχημα πρώτα θα παραδίδει σε Linehaul πελάτες την ποσότητα με την οποία αποχωρεί από την αποθήκη και στην συνέχεια θα εξυπηρετεί Backhaul πελάτες έχοντας όλη την χωρητικότητα του οχήματος διαθέσιμη για φόρτωση.

#### **1.2.4 Προβλήματα VRP με παράδοση και Παραλαβή Προϊόντων (VRP with Pickup and Delivery(VRPPD))**

Στη βασική έκδοση του το VRP με Παράδοση και Παραλαβή, ο κάθε πελάτης σχετίζεται με δύο ποσότητες,  $d_i$  και  $p_i$ , οι οποίες αντιπροσωπεύουν τις απαιτήσεις του πελάτη  $i$ , για παράδοση και παραλαβή προϊόντων, αντίστοιχα. Μερικές φορές χρησιμοποιείται μόνο μια μεταβλητή απαίτησης,  $d_i$ , για κάθε πελάτη  $i$ , η οποία είναι ίση με  $d_i = d_i' - p_i$  και εκφράζει την καθαρή διαφορά μεταξύ των ποσοτήτων

προς παράδοση και παραλαβή για τον κάθε πελάτη. Σε αυτήν την περίπτωση, η μεταβλητή  $d_i$  είναι πιθανό να είναι ακόμη και αρνητική. Για κάθε πελάτη  $i$ , η μεταβλητή  $O_i$ , υποδηλώνει τον κόμβο από τον οποίο προήλθε η ποσότητα του προϊόντος που εφοδιάστηκε, ενώ η μεταβλητή  $D_i$ , τον προορισμό της ποσότητας του προϊόντος που παρέδωσε.

Σε κάθε πελάτη η παράδοση των προϊόντων προηγείται της παραλαβής. Έτσι το φορτίο που φέρει το όχημα πριν φτάσει στον κάθε πελάτη προσδιορίζεται εάν από το αρχικό φορτίο αφαιρεθούν όλες οι ποσότητες που έχουν παραδοθεί σε προηγούμενους σταθμούς και προστεθούν όλες εκείνες που παραλήφθηκαν.

Ένα VRPPD πρόβλημα έχει ως στόχο την εύρεση μιας ομάδας από ακριβώς  $K$  διαδρομές, οι οποίες ικανοποιούν τις απαιτήσεις των πελατών και ελαχιστοποιούν το κόστος, ενώ ταυτόχρονα:

- Κάθε διαδρομή θα πρέπει να επισκέπτεται τον κόμβο-αποθήκη.
- Το φορτίο που υπάρχει στο όχημα κατά την διάρκεια της διαδρομής θα πρέπει ανά πάσα στιγμή να είναι μη αρνητικό, ενώ δεν πρέπει ποτέ να ξεπεράσει την χωρητικότητα του οχήματος  $C$ .
- Κάθε πελάτης θα πρέπει να επισκέπτεται από ακριβώς ένα όχημα.
- Για κάθε πελάτη  $i$ , ο πελάτης  $O_i$ , όταν είναι διαφορετικός από την αποθήκη, πρέπει να εξυπηρετείται στην ίδια διαδρομή και πριν από τον πελάτη  $i$ .
- Για κάθε πελάτη  $i$ , ο πελάτης  $D_i$ , όταν είναι διαφορετικός από την αποθήκη, πρέπει να εξυπηρετείται στην ίδια διαδρομή και μετά από τον πελάτη  $i$ .

Αρκετές φορές ο προορισμός των προϊόντων που προέρχονται από έναν πελάτη ή η προέλευση των προϊόντων που καταλήγουν σε ένα πελάτη είναι η αποθήκη. Τότε δεν υπάρχει λόγος να γίνεται κάποια ιδιαίτερη αναφορά με χρήση των μεταβλητών

$O_i$  και  $D_i$ . Τέτοιου είδους προβλήματα είναι γνωστά ως VRP με Ταυτόχρονη Παράδοση και Παραλαβή, (VRP Simultaneous Pick and Delivery (VRPSPD)).

Τα VRPPD και VRPSPD είναι ειδικές περιπτώσεις των CVRP προβλημάτων και ταυτίζονται με αυτά όταν  $O_i = D_i = 0$  και  $p_i = 0$  για κάθε  $i \in V$ . Επιπλέον, το TSP με Παράδοση και Παραλαβή αποτελεί ειδική περίπτωση του VRPSPD και ταυτίζεται με αυτό για  $K=1$ . Τέλος, και στην περίπτωση των VRPPD προβλημάτων είναι πιθανό να υπάρχουν χρονικά παράθυρα και τότε προκύπτουν τα VRP με Παράδοση και Παραλαβή και χρονικά παράθυρα (VRP With Pick and Delivery and Time Windows (VRPPDTW)).

Το μαθηματικό μοντέλο για την περιγραφή ενός VRPPD προβλήματος μπορεί να προσεγγισθεί από τον ευρετικό αλγόριθμο της παραγράφου 1.2.1 χωρίς καμία απολύτως αλλαγή, με την χρήση της μεταβλητής  $d_i$ , η οποία αντιστοιχεί στην διαφορά μεταξύ των ποσοτήτων για παράδοση και παραλαβή για τον κάθε πελάτη  $i$ . Στην περίπτωση όμως που για κάθε πελάτη  $i$  υπάρχουν οι μεταβλητές  $O_i$  και  $D_i$ , υποδηλώνουν τον κόμβο από τον οποίο προήλθε η ποσότητα του προϊόντος που εφοδιάστηκε ο πελάτης  $i$ , και τον προορισμό της ποσότητας του προϊόντος που παρέδωσε αντίστοιχα, τότε τα δεδομένα είναι πολύ συγκεκριμένα και δεν απαιτείται κάποιος ευρετικός αλγόριθμος αφού η πορεία της κάθε ποσότητας είναι προκαθορισμένη.

### **1.3 Επίλυση ενός VRP προβλήματος**

Μετά την παρουσίαση κάποιων γενικότερων προβλημάτων VRP, στη συνέχεια θα εξεταστεί ο τρόπος επίλυσης ενός τέτοιου προβλήματος. Ένα κατάλληλο μοντέλο εφοδιαστικής αλυσίδας πρέπει να διατυπωθεί από έναν αποτελεσματικό αλγόριθμο, οι ικανότητες του οποίου πρέπει να αξιολογηθούν μετά την εγκατάσταση του. Είναι γεγονός ότι η μοντελοποίηση ενός προβλήματος επηρεάζεται πλέον άμεσα από τα ήδη υπάρχοντα μοντέλα εφοδιαστικής αλυσίδας που κυκλοφορούν στο εμπόριο.

Στις μέρες μας ο ειδικός μπορεί να εντοπίσει τη λύση, σε μια μεγάλη ποικιλία προβλημάτων, μέσα στον αξιόλογο όγκο βιβλιογραφίας που έχει δημιουργηθεί.

Μπορεί στο εμπόριο να διατίθεται μια ευρεία γκάμα από συστήματα για την επίλυση προβλημάτων της εφοδιαστικής αλυσίδας, αλλά τα περισσότερα πακέτα ασχολούνται με τυποποιημένα προβλήματα και μάλιστα μόνο με την παραλαβή ή την παράδοση προϊόντων. Παρόλα αυτά, οι διάφορες εκδόσεις του εμπορίου ασχολούνται με διάφορα χαρακτηριστικά των VRP προβλημάτων, τα οποία θα παρουσιαστούν στον παρακάτω πίνακα (θα πρέπει να τονιστεί ότι τα χαρακτηριστικά αυτά δεν υπάρχουν μόνο σε μια έκδοση αλλά σε πολλά διαφορετικά πακέτα):

#### **Χαρακτηριστικά**

Διαφορετικού είδους οχήματα  
Παράδοση και Συλλογή προϊόντων, Backhauls

Χρονικά παράθυρα

Χρόνοι Φόρτωσης-Εκφόρτωσης  
Ταχύτητες που αναπτύσσονται στις διαδρομές

#### **Αντικειμενικές Συναρτήσεις**

Ελαχιστοποίηση της Απόστασης  
Ελαχιστοποίηση του Χρόνου  
Ελαχιστοποίηση του Αριθμού των Οχημάτων  
Ελαχιστοποίηση του Συνολικού Κόστους

#### **Πληροφορίες σχετικές με τη διαδρομή**

Χωρητικότητα  
Χρήση Υπερωριών  
Χρόνοι έναρξης και τερματισμού (Χρονικά Παράθυρα)  
Βάρδιες, σε περίπτωση ύπαρξης 2 οδηγών  
Προκαθορισμένες στάσεις  
Πολλαπλές Διαδρομές από ένα Όχημα

#### **Πληροφορίες στην έξοδο του συστήματος**

Δρομολόγιο Οχήματος  
Εκμετάλλευση Οχήματος  
Εκμετάλλευση Οδηγού  
Γραφήματα των Διαδρομών  
Αντιστοίχιση  
Χάρτης Οδικού Δικτύου

Εφόσον όμως κανένα από τα προγράμματα τα οποία κυκλοφορούν στο εμπόριο δε μπορεί να θεωρηθεί ικανό να αποτυπώσει την εικόνα του προβλήματος, τότε πρέπει να γίνει τροποποίηση των υπάρχοντων μοντέλων από τον ειδικό ή πρέπει ένα κατάλληλο μοντέλο να δημιουργηθεί από την αρχή.

Η πρώτη περίπτωση, δηλαδή η μετατροπή ενός υπάρχοντος μοντέλου μπορεί να παρουσιαστεί με την χρήση ενός παραδείγματος. Έστω, λοιπόν, εταιρία, η οποία πραγματοποιεί παράδοση και παραλαβή γραμμμάτων και γενικότερα εγγράφων. Η περιοχή όπου πραγματοποιείται ο εφοδιασμός είναι χωρισμένη σε μικρότερες περιοχές και η κάθε μια από αυτές αντιστοιχεί σε έναν οδηγό. Χωρισμένη είναι επίσης και η μέρα εργασίας σε τέσσερις χρονικές περιόδους: 8-10 ΠΜ, 10 ΠΜ-1 ΜΜ 1-3 ΜΜ και 3-5 ΜΜ. Κατά την διάρκεια κάθε μίας από αυτές τις χρονικές περιόδους το όχημα πρέπει να καλύψει την περιοχή του, πραγματοποιώντας τις απαραίτητες παραδόσεις και παραλαβές, και να επιστρέψει στην αποθήκη. Κάποια δέματα συλλέγονται και παραδίδονται στην ίδια χρονική περίοδο και άλλα όχι. Επομένως, έτσι όπως έχουν τα δεδομένα του προβλήματος το όχημα μπορεί να πραγματοποιεί διαδρομές σε συγκεκριμένη και περιορισμένη περιοχή και η αποθήκη λειτουργεί ως σημείο ανεφοδιασμού των δεμάτων που μετακινούνται σε συγκεκριμένες περιοχές. Με μια πρώτη ματιά το πρόβλημα αυτό δεν αντιστοιχεί σε κανένα από τα προβλήματα που περιγράφηκαν έως τώρα και επομένως ξεφεύγει από τις δυνατότητες ενός συστήματος που κυκλοφορεί στο εμπόριο. Παρόλα αυτά οι ακόλουθες επισημάνσεις μπορούν να βοηθήσουν στην κατάταξη αυτού του προβλήματος σε μια γενικότερη κατηγορία:

- Η χωρητικότητα των οχημάτων δεν αποτελεί περιοριστικό παράγοντα, αφού τα προς μεταφορά αντικείμενα είναι μικρού όγκου και βάρους.
- Αυτό που πρέπει να τηρείται κατά την διάρκεια μιας διαδρομής είναι αυτή να πραγματοποιείται μέσα στο διάστημα που διαρκεί το χρονικό παράθυρο στο οποίο ανήκει.
- Αλλαγές σε πραγματικό χρόνο είναι σπάνιες.
- Ο τρόπος που έχουν διαμορφωθεί οι περιοχές πρέπει να παραμένει σταθερός.

Λαμβάνοντας υπόψη αυτά τα χαρακτηριστικά, ο ειδικός θα μπορούσε να χωρίσει το πρόβλημα σε ξεχωριστά προβλήματα με γνώμονα τα τέσσερα χρονικά διαστήματα. Η μόνη διαφορά που υπάρχει από μια κλασσική περίπτωση VRP με

παράδοση και παραλαβή, είναι ότι στην περίπτωση που μόλις περιγράφηκε, δεν συμβαίνουν ταυτόχρονα οι παραλαβές και οι παραδόσεις των προϊόντων. Αντίθετα, ο ειδικός θα πρέπει να προβλέψει ώστε οι παραλαβές των δεμάτων να γίνουν πριν τις παραδόσεις. Επίσης, θα πρέπει να εντοπιστούν τα δέματα που θα πρέπει να διανεμηθούν από τα οχήματα στην ίδια διαδρομή απ'όπου παρελήφθησαν. Τελικά, αν ο αριθμός τέτοιων δεμάτων δεν είναι πολύ μεγάλος, τότε και η βασική μορφή VRP προβλημάτων μπορεί να αποτελεί μια καλή βάση για τον ειδικό ώστε να κάνει τις απαραίτητες τροποποιήσεις.

Βέβαια υπάρχει και η περίπτωση κατά την οποία το πρόβλημα πρέπει να μοντελοποιηθεί από την αρχή. Τότε δύο είναι τα θέματα τα οποία απαιτούν άμεση απάντηση πριν αρχίσει η μοντελοποίηση του προβλήματος:

1. Το επίπεδο των πληροφοριών το οποίο θα επεξεργάζεται το μοντέλο.
2. Ο παράγοντας που θα αποτελέσει την αντικειμενική συνάρτηση του προβλήματος.

Στο σημείο αυτό θα εξεταστούν μερικά παραδείγματα ώστε να γίνει πιο κατανοητός ο τρόπος επιλογής της αντικειμενικής συνάρτησης ενός προβλήματος. Ο ειδικός πρέπει να επιλέξει αν η συνάρτηση προς ελαχιστοποίηση αφορά στην απόσταση που διανύουν τα οχήματα ή στους οδηγούς που θα χρησιμοποιεί η εταιρία ή στα οχήματα που θα πραγματοποιήσουν τις μεταφορές ή σε οτιδήποτε αυτός θεωρεί ότι μπορεί να ελαχιστοποιήσει περισσότερο το κόστος στο πρόβλημα που θα μοντελοποιήσει.

Έτσι, σε εφαρμογές στις οποίες οι οδηγοί εγγυημένα εργάζονται ένα ελάχιστο αριθμό ωρών κάθε μέρα, είναι πιθανότερο, το κέρδος για την εταιρία να προκύψει από την μείωση των χρησιμοποιούμενων οδηγών. Κάτι τέτοιο θα μπορούσε να πραγματοποιηθεί εάν επιτυχανόταν μια συμφωνία με τους οδηγούς ώστε αυτοί να εργάζονται και ένα συγκεκριμένο αριθμό υπερωριών όποτε αυτό κρίνεται απαραίτητο.



Μια άλλη ιδιαίτερη περίπτωση είναι αυτή κατά την οποία οι αποστάσεις μεταξύ των πελατών είναι ιδιαίτερα μικρές. Ένα χαρακτηριστικό παράδειγμα τέτοιας εφαρμογής είναι ο εφοδιασμός των υπεραγορών (supermarket). Ο χρόνος που απαιτείται για την εκφόρτωση των προϊόντων είναι σε αυτή την περίπτωση άμεσα συγκρίσιμος με αυτόν που σπαταλά το όχημα για να διανύσει τις αποστάσεις μεταξύ των πελατών. Έτσι η ελαχιστοποίηση του χρόνου εκφόρτωσης μπορεί να αποτελέσει μεταβλητή προς ελαχιστοποίηση.

Σε περιπτώσεις VRP προβλημάτων με χρονικά παράθυρα είναι πολύ κρίσιμη η χρονική διάρκεια των χρονικών παραθύρων καθώς και ο αριθμός των πελατών οι οποίοι έχουν κοινά χρονικά παράθυρα. Σε αυτού του είδους τα προβλήματα χαρακτηριστικό παράδειγμα αποτελεί η διανομή των μαθητών στα σχολεία με την χρήση λεωφορείων. Αρκετά από τα σχολεία έχουν κοινή ώρα έναρξης των μαθημάτων και έτσι δημιουργείται χρονική περίοδος αιχμής που αυξάνει σημαντικά τις ανάγκες σε οχήματα. Σε τέτοιες περιπτώσεις η βελτιστοποίηση μπορεί να επιτευχθεί εάν αυξηθεί το χρονικό διάστημα των χρονικών παραθύρων με αποτέλεσμα την μείωση των αναγκών τις ώρες αιχμής.

Τα παραδείγματα που προηγήθηκαν αποδεικνύουν ότι ο προσδιορισμός της κατάλληλης κάθε φορά αντικειμενικής συνάρτησης για ένα πραγματικό και πολύπλοκο πρόβλημα αποτελεί από μόνος του μια δύσκολη διαδικασία. Σε πολλές περιπτώσεις η ίδια η αντικειμενική συνάρτηση μπορεί να είναι πολύπλοκα κατασκευασμένη. Για παράδειγμα σε πρόβλημα VRP δεν αρκεί μόνο να μειωθεί η συνολική απόσταση που διανύει ο στόλος των οχημάτων αλλά πρέπει να υπάρχει και μια ισορροπία ανάμεσα στις διαδρομές που θα πραγματοποιηθούν, να είναι δηλαδή αυτές όσο το δυνατό ισομεγέθεις. Γενικά, όσο οι περιορισμοί του προβλήματος αυξάνονται και η λύση του προβλήματος αποτελεί αποτέλεσμα αλληλεπίδρασης μικρότερων μοντέλων, η αντικειμενική συνάρτηση έχει τον ρόλο του ελεγκτή της ποιότητας της λύσης και δεν αποτυπώνει το κόστος της λειτουργίας του μοντέλου.

## **1.4 Εγκατάσταση ενός συστήματος μοντελοποίησης της εφοδιαστικής αλυσίδας**

Η εγκατάσταση και η εφαρμογή ενός συστήματος εφοδιαστικής αλυσίδας απαιτεί διαρκή επικοινωνία του ειδικού με τον πελάτη για την σωστή εφαρμογή του μοντέλου. Σε ότι αφορά στη διαδικασία εφαρμογής δεν υπάρχουν αρκετές πληροφορίες στην σύγχρονη βιβλιογραφία για την αντιμετώπιση πιθανών προβλημάτων. Το γεγονός αυτό οφείλεται είτε στην έλλειψη ενδιαφέροντος και ερεθισμάτων από τους ειδικούς για την πραγματοποίηση μιας τέτοιας προσπάθειας είτε στο απόρρητο που αποκαλούνται οι εταιρίες κατά την διαδικασία εγκατάστασης. Παρόλα αυτά, στη συνέχεια θα παρουσιαστούν κάποια θέματα σχετικά με τη διαδικασία εγκατάστασης.

### **1.4.1 Πόσο ποιοτικές είναι οι προτεινόμενες από το μοντέλο λύσεις**

Ένα σημαντικό θέμα το οποίο επηρεάζει όλα τα στάδια της σχεδίασης του μοντέλου αλλά και το στάδιο της εγκατάστασης του είναι η ποιότητα των προτεινόμενων από το μοντέλο λύσεων (quality of solutions). Για παράδειγμα, όταν το μοντέλο επεξεργαστεί τα δεδομένα του προβλήματος εξάγει τις διαδρομές που ελαχιστοποιούν την απόσταση που θα διανύσει ο στόλος των οχημάτων. Τις διαδρομές αυτές εξετάζει κάποιος έμπειρος διανομέας του πελάτη. Έτσι εφόσον στις προτεινόμενες διαδρομές υπάρχουν κάποιες των οποίων η πορεία διασταυρώνεται σε κάποια σημεία, ο διανομέας αμφισβητεί την εγκυρότητα τους ως βέλτιστες. Τέτοια φαινόμενα μπορούν να παρουσιαστούν, και εξαρτώνται από την πολυπλοκότητα του μοντέλου. Χαρακτηριστικό παράδειγμα πολυπλοκότητας αποτελεί ένα πρόβλημα VRP με Backhauls. Σε μια τέτοια περίπτωση, ο αλγόριθμος που περιγράφει το πρόβλημα και λαμβάνει υπόψη όλους τους πιθανούς περιορισμούς, είναι πιθανότατα πολύ δύσκολο να σχεδιαστεί. Τα αποτελέσματα ενός πολύπλοκου αλγορίθμου αξιολογούνται τελικά από τον διανομέα, βάσει κάποιων εμπειρικών δεδομένων που έχει συλλέξει. Αποτέλεσμα όλων αυτών είναι να δημιουργούνται κάποιες τριβές ανάμεσα στον σχεδιαστή του αλγορίθμου και τον διανομέα του προβλήματος. Ο τελευταίος εξαιτίας της διαμάχης χάνει την

εμπιστοσύνη του στο μοντέλο, γεγονός το οποίο έχει αρνητικές συνέπειες στη σωστή εφαρμογή του.

#### **1.4.2 Η ενσωμάτωση περιορισμών μέσα στο μοντέλο**

Η εισαγωγή των κατάλληλων περιορισμών για την μοντελοποίηση ενός προβλήματος είναι, όπως έχει ήδη αναφερθεί, μια πολύ δύσκολη διαδικασία για τον ειδικό. Ο ειδικός πρέπει να απαντήσει σε ερωτήματα όπως: Ποιους περιορισμούς πρέπει να εντάξει με σαφήνεια στον αλγόριθμο που θα δημιουργήσει και πως πρέπει να είναι σχεδιασμένο το μοντέλο για να οδηγήσει σε εφικτές λύσεις. Οι απαντήσεις σε τέτοιου είδους ερωτήματα εξαρτώνται από την φύση του προβλήματος και από τις περιπτώσεις απειθαρχίας που παρατηρούνται κατά την εφαρμογή του μοντέλου από τον πελάτη.

Για την κατανόηση αυτών των προβλημάτων θα εξεταστεί η περίπτωση εφαρμογής ενός VRP με χρονικά παράθυρα. Είναι πιθανό η λύση που προτείνεται από τον αλγόριθμο να παραβιάζει κάποιον από τους χρονικούς περιορισμούς. Σε αυτή την περίπτωση μπορεί να παρέμβει ο πελάτης και να κάνει δεκτή την λύση εφόσον δεν θεωρήσει σημαντική την παραβίαση του συγκεκριμένου περιορισμού στον βαθμό στον οποίο πραγματοποιείται. Τέτοια φαινόμενα έχουν ως αποτέλεσμα την δημιουργία "χαλαρών" περιορισμών (soft constraints). Οι ειδικοί υποστηρίζουν ότι οι διανομείς παραβιάζουν συνεχώς τα όρια των χρονικών παραθύρων, ενώ τα χρονικά παράθυρα που θέτουν ως είσοδο στους αλγόριθμους, κατόπιν οδηγιών από τον πελάτη, είναι ιδιαίτερα συντηρητικά. Για να εξαλειφθεί όσο το δυνατό το φαινόμενο των "χαλαρών" περιορισμών οι ειδικοί εφαρμόζουν ποινές για όσους παραβιάζουν τα χρονικά παράθυρα τα οποία έχουν τεθεί στις εισόδους των αλγορίθμων. Όμως και η εφαρμογή των ποινών γεννά νέα ερωτήματα για τον ειδικό ο οποίος θα πρέπει να αποφασίσει το μέγεθος των ποινών αφού τελικά η προσαρμογή τους επηρεάζει το τελικό αποτέλεσμα του μοντέλου και μπορεί να οδηγήσει σε λανθασμένη υποτίμηση της αποτελεσματικότητας του.

### **1.4.3 Εφαρμογή και προβλήματα εκμάθησης**

Με την εγκατάσταση του συστήματος της εφοδιαστικής αλυσίδας υπάρχει κρίσιμη περίοδος προσαρμογής (burn-in period) για την επιτυχία του μοντέλου, κατά την οποία πραγματοποιούνται κάποιες αλλαγές στην σχεδίαση του, βασισμένες σε παρατηρήσεις που έγιναν τις πρώτες μέρες λειτουργίας του. Όταν ο ειδικός σχεδιάζει τον αλγόριθμο ελπίζει να προβλέψει όλα τα πιθανά προβλήματα και να τα αντιμετωπίσει με την χρήση των κατάλληλων παραμέτρων. Παρόλα αυτά όμως τις περισσότερες φορές προκύπτουν απρόβλεπτες επιπλοκές.

Ένα σημαντικός παράγοντας στην περίοδο αυτή είναι η μάθηση κάποιων λειτουργιών που επιβάλει η εφαρμογή του συστήματος. Εάν για παράδειγμα οι διανομείς αρνούνται να εκτελέσουν κάποιες συγκεκριμένες διαδρομές γιατί δεν είναι οικίες σε αυτούς, το σύστημα θα πρέπει να υιοθετήσει τις διαδρομές που τους είναι πιο γνώριμες. Κάτι τέτοιο είναι πραγματοποιήσιμο εάν ο αλγόριθμος επιστρέφει περισσότερες από μια εναλλακτικές διαδρομές όταν αυτό είναι εφικτό. Μια άλλη εναλλακτική για την επίλυση της μάθησης των διαδρομών είναι η περαιτέρω σμίκρυνση των περιοχών, των οποίων τους πελάτες θα εξυπηρετεί ένας διανομέας. Με την πάροδο όμως του καιρού και όσο οι διανομείς θα εξοικειώνονται με τις διαδρομές στις οποίες είναι αρμόδιοι, οι περιοχές που θα τους ανατίθενται θα μεγαλώνουν ωστόσο να ανταποκρίνονται σε αυτές που προτείνει ο αλγόριθμος.

Μια ακόμη μέθοδος για την γρηγορότερη εξοικείωση των οδηγών των οχημάτων με τις νέες διαδρομές που πιθανότατα θα τους ανατεθούν είναι να επιλεγούν κάποιες υποψήφιες διαδρομές που είναι εμπειρικά γνωστές ως σύντομες. Ύστερα οι διαδρομές αυτές να εισαχθούν στο σύστημα ώστε αυτό να μας υποδείξει την καλύτερη σε κάθε περίπτωση. Έτσι οι τελικές διαδρομές που προκύπτουν είναι ήδη γνωστές στους διανομείς ενώ έχουν και την έγκριση του μοντέλου.

#### **1.4.4 Ευρετικοί Αλγόριθμοι**

Τα τελευταία χρόνια έχει πραγματοποιηθεί αλματώδης πρόοδος στην ανάπτυξη νέων ευρετικών αλγορίθμων, οι οποίοι διαχειρίζονται με αποτελεσματικότητα πραγματικά και πολύπλοκα μοντέλα. Η πραγματικότητα είναι ότι αυτή η ανάπτυξη οφείλεται κατά κύριο λόγο στις πρακτικές εφαρμογές. Με το ρίσκο της υπεραπλούστευσης θα ήταν δυνατό να ειπωθεί ότι τρεις είναι οι κύριες τάσεις μέσα από τις οποίες πραγματοποιείται η εμπλούτιση του εμπορίου από λογισμικά επίλυσης VRP προβλημάτων. Οι τάσεις αυτές είναι:

##### **1.4.4.1 Επεξεργασία αλγορίθμων που ήδη υπάρχουν στο εμπόριο**

Με τον τρόπο αυτό ήδη υπάρχοντα μοντέλα τα οποία έχουν αποδειχθεί αποτελεσματικά κατά την περίοδο της χρησιμοποίησης τους εμπλουτίζονται και είναι δυνατό να χρησιμοποιηθούν σε πολυπλοκότερα προβλήματα. Χαρακτηριστικά παραδείγματα μοντέλων που αποτέλεσαν βάση ανάπτυξης άλλων είναι αυτά του Solomon το οποίο και αφορούσε προβλήματα VRPTW και των Clark και Wright το οποίο αφορούσε πρόβλημα αποθήκευσης προϊόντων. Το μεγάλο πλεονέκτημα τέτοιων προσπαθειών έγκειται στο γεγονός ότι μειώνεται σημαντικά το κόστος για την ανάπτυξη του αλγορίθμου επίλυσης.

##### **1.4.4.2 Χρήση μαθηματικών μοντέλων**

Η δεύτερη βασική κατεύθυνση είναι η χρήση των μαθηματικών μοντέλων ως πλαίσιο για την ανάπτυξη ευρετικών μοντέλων. Από πρακτική άποψη δύο είδη τέτοιων μοντέλων αποδείχθηκαν ιδιαίτερα επιτυχημένα. Το πρώτο είναι το Generalized Assignment Heuristic των Fisher και Jaikumar το οποίο είναι ιδιαίτερα αποτελεσματικό για πολύπλοκα προβλήματα διανομής προϊόντων κατά τα οποία ο παράγοντας συσκευασία παίζει σημαντικό ρόλο ενώ το δεύτερο είδος είναι περισσότερο χρήσιμο για μοντέλα των οποίων οι πιθανές διαδρομές μπορούν να περιοριστούν από την ύπαρξη πολλών περιορισμών (VRPTW, περιορισμοί στην διάρκεια μιας διαδρομής, περιορισμοί χωρητικότητας).

#### 1.4.4.2 Διαδοχικοί Ευρετικοί Αλγόριθμοι

Σε αυτές τις περιπτώσεις το πρόβλημα αποτελείται από άλλα μικρότερα προβλήματα στα οποία και διασπάτε ώστε να πραγματοποιηθεί διαδοχική επίλυση του προβλήματος σε στάδια με την χρήση απλούστερων αλγορίθμων. Χαρακτηριστικά παραδείγματα Διαδοχικών Ευρετικών Αλγορίθμων αποτελούν αυτά των Beasley, Raft και των Perl και Daskin.

### **1.5 Γενικότερα οφέλη και κέρδη από την εγκατάσταση ενός συστήματος διαχείρισης εφοδιαστικής αλυσίδας**

Η αξιολόγηση των κερδών, από την εφαρμογή ενός συστήματος διαχείρισης της εφοδιαστικής αλυσίδας, καθώς και άλλων ωφελειών που αποκομίζει μια εταιρία είναι μια διαδικασία απαραίτητη να πραγματοποιηθεί αλλά πολλές φορές παραμελείται. Κατά κανόνα, η μέτρηση της ωφέλειας της εταιρίας πραγματοποιείται με σύγκριση της καταστάσεων που επικρατούσαν πριν και μετά την εγκατάσταση του συστήματος.

Μια πρώτη σύγκριση μπορεί να γίνει εάν παρθούν δεδομένα σχετικά με τις διανομές που ίσχυαν κατά το παρελθόν και χρησιμοποιηθούν ως δεδομένα για το σύστημα. Τα αποτελέσματα που εξάγει το σύστημα παρατήθονται απέναντι από τα πραγματικά στοιχεία που ίσχυαν εκείνη την περίοδο για να αποδειχθεί εάν και κατά πόσο θα βελτιωθεί η κατάσταση με την χρήση του μοντέλου. Μια τέτοιου είδους σύγκριση πραγματοποιείται συνήθως πριν εγκατασταθεί το μοντέλο.

Το νέο σύστημα μπορεί να αξιολογηθεί πιο ολοκληρωμένα εάν λειτουργήσει παράλληλα με το σύστημα που προϋπήρχε και καταγραφούν τα αποτελέσματα από την χρήση και των δύο. Βέβαια μόνο το ένα σετ των διαδρομών πραγματοποιείται, κάνοντας την άμεση σύγκριση στο δρόμο αδύνατη.

Γενικότερα η πλήρης αξιολόγηση ενός συστήματος είναι μια πολύπλοκη διαδικασία γιατί πρέπει να απαντηθούν ερωτήματα όπως:

- Τα κέρδη τα οποία αποκομίζει η εταιρία αφορούν μόνο το επιχειρησιακό μέρος ή περιλαμβάνουν και εξοικονόμηση κεφαλαίου εξαιτίας της μείωσης του απαραίτητου εξοπλισμού;
- Στην δεύτερη περίπτωση πως θα επενδυθούν τα χρήματα που εξοικονομούνται;
- Πως μελλοντικές στρατηγικές αποφάσεις μπορούν να επηρεάσουν το σύστημα διαχείρισης της εφοδιαστικής αλυσίδας (για παράδειγμα η αλλαγή της τοποθεσίας μιας αποθήκης);

## **1.6 Συμπεράσματα**

Είναι φανερό πως ο τομέας της Διαχείρισης της Εφοδιαστικής Αλυσίδας είναι ένας από τους γρηγορότερα εξελισσόμενους τομείς της επιχειρησιακής έρευνας. Η πρόοδος που έχει πραγματοποιηθεί στα λίγα σχετικά χρόνια ύπαρξης του είναι εντυπωσιακή, ιδιαίτερα λόγω της ύπαρξης μιας πλούσια γκάμας αλγοριθμικού υλικού. Επομένως εξαιτίας της εντυπωσιακής αυτής προόδου, θα πρέπει πλέον οι ερευνητές να είναι ευχαριστημένοι αν τα επόμενα χρόνια η πρόοδος που θα πραγματοποιηθεί στον τομέα τους είναι ο ίδιος με αυτόν της προηγούμενης δεκαετίας.

*Στην συνέχεια* θα γίνει παρουσίαση των VRP προβλημάτων με πολλαπλές αποθήκες, θα αναπτυχθεί ένας ευρετικός αλγόριθμος για την επίλυση τέτοιου είδους προβλημάτων και θα επιλυθεί ένα παράδειγμα διαχείρισης της εφοδιαστικής αλυσίδας μιας εταιρίας. Για την επίλυση του προβλήματος θα αναπτυχθούν δυο ξεχωριστοί αλγόριθμοι σε γλώσσα προγραμματισμού Fortran90, αφού η διακίνηση των προϊόντων γίνεται σε δύο στάδια. Αρχικά από την κεντρική αποθήκη στις υπο-αποθήκες και ύστερα από τις υπο-αποθήκες στους πελάτες της εταιρίας. Το πρώτο στάδιο είναι περίπτωση CVRP μοντέλου και το δεύτερο πρόβλημα VRP με πολλαπλές αποθήκες MDVRP.

## 2. VRP Προβλήματα με Πολλαπλές Αποθήκες (multi-depot VRP problems(MDVRP))

Η παρούσα εργασία θα ασχοληθεί με την επίλυση ενός προβλήματος εφοδιαστικής αλυσίδας με πολλαπλές αποθήκες. Τέτοια προβλήματα απασχολούν εταιρίες με πολλούς πελάτες διασκορπισμένους σε μια μεγάλη έκταση, η εξυπηρέτηση των οποίων πραγματοποιείται οικονομικότερα, με την ύπαρξη παραπάνω της μιας αποθήκης. Σε αυτού του είδους τα προβλήματα ο ειδικός που θα επιφορτιστεί τον σχεδιασμό των δρομολογίων θα πρέπει να φροντίσει επιπλέον, σε σχέση με τα απλά VRP προβλήματα, να εντοπίσει κάθε φορά την κοντινότερη από τις αποθήκες η οποία θα είναι σε θέση να εξυπηρετήσει τον εκάστοτε πελάτη.

### 2.1 Μοντελοποίηση ενός προβλήματος με Πολλαπλές Αποθήκες

Ένα πρόβλημα εφοδιαστικής αλυσίδας με Πολλαπλές Αποθήκες μπορεί να μοντελοποιηθεί ως εξής:

Ελαχιστοποίηση

$$\min \sum_{i=1}^{depots} \sum_{j=1}^{nodes} c'_{ij} \sum_{k=1}^K x_{ijk} + \sum_{i=1}^{nodes} \sum_{j=1}^{nodes} c_{ij} \sum_{k=1}^K x_{ijk} \quad (2.1)$$

υπό

$$\sum_{k=1}^K y_{ik} = 1, \forall i=1, \dots, nodes \quad (2.2)$$

$$\sum_{i=1}^{depots} \sum_{k=1}^K y_{ik} = K \quad (2.3)$$

$$\sum_{j=1}^{nodes} x_{jik} = \sum_{j=1}^{nodes} x_{ijk} = y_{ik}, \begin{cases} \forall i = 1, \dots, nodes \\ k = 1, \dots, K \end{cases} \quad (2.4)$$



$$\sum_{k=1}^K x_{ijk} = \sum_{k=1}^K x_{bik} , \begin{cases} \forall i = 1, \dots, \text{depots} \\ \forall j, b \in V \end{cases} \quad (2.5)$$

$$\sum_{i \in S} d_i y_{ik} \leq C , \begin{cases} S \subseteq V \\ k = 1, \dots, K \end{cases} \quad (2.6)$$

$$\sum_{i \in S} \sum_{j \in S} c_{ij} x_{ijk} = D , \begin{cases} S \subseteq V \\ k = 1, \dots, K \end{cases} \quad (2.7)$$

$$\sum_{i \in S_1} \sum_{j \notin S_1} x_{ijk} \geq y_{hk} , \begin{cases} \forall S_1 \subseteq V, h \in S_1 \\ k = 1, \dots, K \end{cases} \quad (2.8)$$

$$y_{ik} \in \{0,1\} , \begin{cases} \forall i = 1, \dots, \text{nodes} \\ k = 1, \dots, K \end{cases} \quad (2.9)$$

$$x_{ijk} \in \{0,1\} , \begin{cases} i, = 1, \dots, \text{nodes} \\ j = 1, \dots, \text{nodes} \\ k = 1, \dots, K \end{cases} \quad (2.10)$$

όπου

depots: Ο αριθμός των αποθηκών από τις οποίες διανέμονται τα προϊόντα.

nodes : Ο αριθμός των προς εξυπηρέτηση πελατών.

K : Ο αριθμός των φορτηγών που απαιτούνται για την πλήρη εξυπηρέτηση των πελατών.

C : Η χωρητικότητα του κάθε οχήματος.

D : Η μέγιστη επιτρεπόμενη τιμή κόστους (το μέγεθος αυτό μπορεί να είναι χρόνος ή απόσταση) που μπορεί να επιτραπεί σε ένα όχημα να διανύσει κατά την διάρκεια μιας διαδρομής.

c' <sub>ij</sub> : Το κόστος για την μεταφορά των προϊόντων από την αποθήκη i στον πελάτη j. Στην περίπτωση δηλαδή που το όχημα εξυπηρετεί τον πρώτο του πελάτη μετά την έξοδο του από την αποθήκη.

- $c'_{ij}$  : Το κόστος για την μεταφορά των προϊόντων από τον πελάτη  $i$  στον πελάτη  $j$  όταν το όχημα εξυπηρετεί μια σειρά από πελάτες.
- $d_i$  : Η ποσότητα των προϊόντων που απαιτεί ο κάθε πελάτης.
- $x_{ijk}$  : Η μεταβλητή  $x_{ijk}$  παίρνει την τιμή 1 όταν το τόξο  $\{i,j\}$  διασχίζεται από το όχημα  $k$  ενώ σε αντίθετη περίπτωση είναι ίση με 0.
- $y_{ik}$  : Η μεταβλητή  $y_{ik}$  παίρνει την τιμή 1 αν ο πελάτης  $i$  εξυπηρετείται από τον όχημα  $k$ .
- $S$  : Ένα υποσύνολο πελατών των οποίων τις ανάγκες το όχημα καλύπτει σε μια διαδρομή αφού ο συνολικός όγκος των προϊόντων των συγκεκριμένων πελατών είναι μικρότερος από των χωρητικότητα του οχήματος.
- $S_1$  : Ένα υποσύνολο πελατών.

Η σχέση (2.1) είναι η προς ελαχιστοποίηση συνάρτηση η οποία αποτελείται από δύο αθροίσματα. Το πρώτο εκφράζει το κόστος μεταφοράς των προϊόντων όταν το όχημα πραγματοποιεί την πρώτη του διαδρομή από την αποθήκη προς κάποιο πελάτη ενώ το δεύτερο εκφράζει το κόστος για την μεταφορά των προϊόντων μεταξύ πελατών κατά την διάρκεια μια διαδρομής.

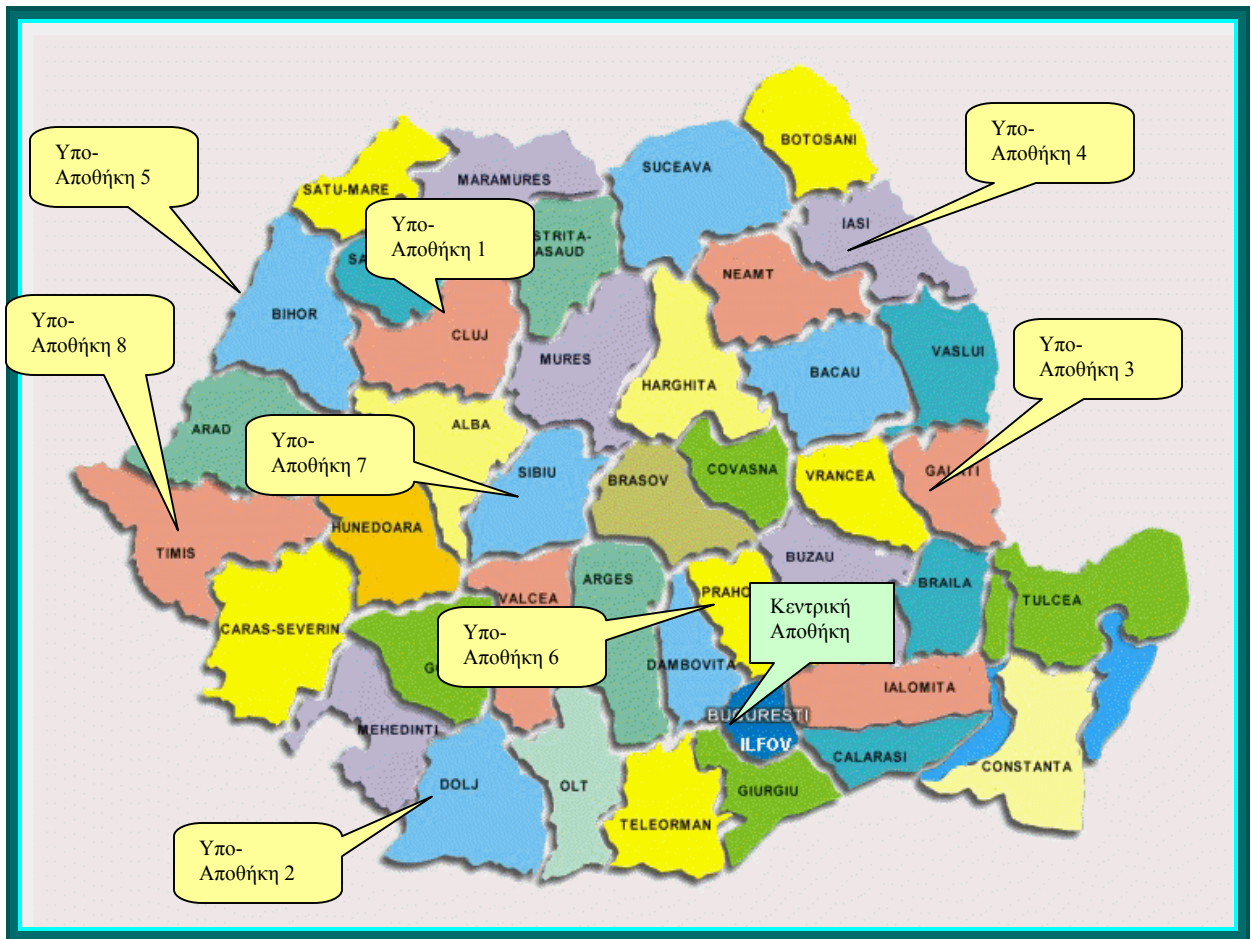
Όσον αφορά τους περιορισμούς, η σχέση (2.2) φροντίζει ώστε ο κάθε πελάτης να επισκέπτεται μόνο μια φορά. Η σχέση (2.3) εξασφαλίζει ότι και τα  $K$  διαθέσιμα οχήματα χρησιμοποιούνται για την επίλυση του προβλήματος. Η σχέση (2.4) υποχρεώνει το όχημα που μπαίνει σε έναν πελάτη για να τον εξυπηρετήσει να φεύγει από αυτόν. Η σχέση (2.5) εξασφαλίζει ότι κάθε ένα όχημα  $k$  που φεύγει από την αποθήκη  $i$  προς τον πελάτη στον κόμβο  $j$  θα επιστρέψει και πάλι στην αποθήκη  $i$  μετά τον τελευταίο πελάτη που θα εξυπηρετήσει, έστω ότι αυτός είναι ο πελάτης  $b$ . Ο Περιορισμός (2.6) είναι περιορισμός που αφορά την χωρητικότητα του οχήματος ενώ ο (2.7) θέτει όρια χιλιομετρικά ή χρονικά στην απόσταση που μπορεί να διανύσει ένα όχημα κατά την διάρκεια μιας διαδρομής. Τέλος η σχέση (2.8) εξασφαλίζει την συνέχεια της διαδρομής του οχήματος  $k$ .

### **3. Ένα πραγματικό MDVRP πρόβλημα**

Στο τρίτο μέρος της εργασίας θα παρουσιαστεί ένα πραγματικό MDVRP πρόβλημα το οποίο αφορά Ελληνική εταιρία η οποία διαθέτει τα προϊόντα της στην αγορά της Ρουμανίας. Αρχικά θα γίνει παρουσίαση των δεδομένων του προβλήματος και των παραδοχών οι οποίες έγιναν για την απλοποίησή του, ώστε να είναι εφικτή η μοντελοποίηση του και η επίλυση με την βοήθεια του προγραμματισμού. Στο τέλος του τρίτου κεφαλαίου θα παρουσιαστούν τα αποτελέσματα τα οποία θα περιγράφουν ουσιαστικά ένα δίκτυο διανομής προϊόντων.

#### **3.1 Παρουσίαση του προβλήματος-Δεδομένα**

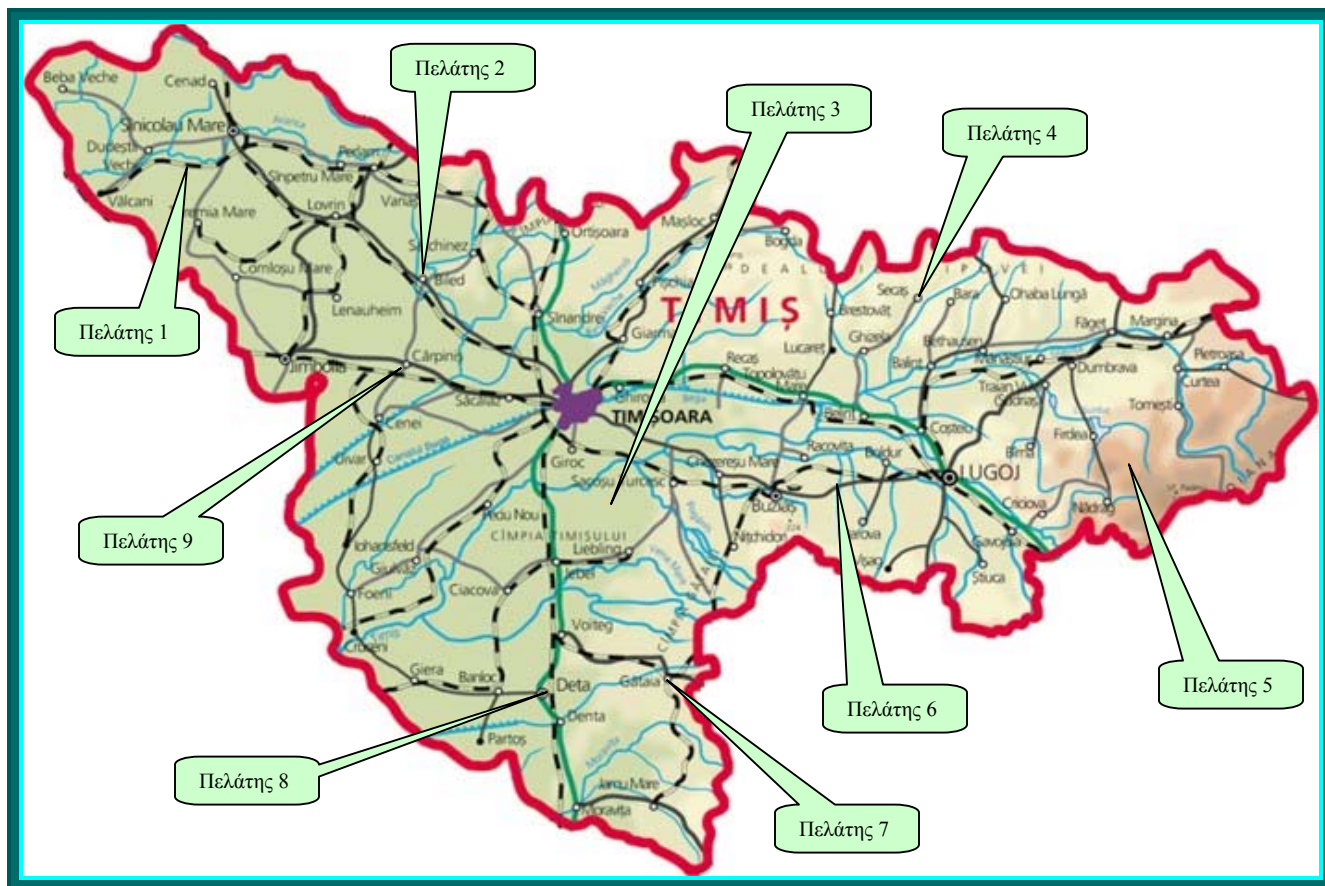
Η εταιρία για την οποία πρέπει να δημιουργηθεί το δίκτυο διανομής των προϊόντων βρίσκεται στην Ελλάδα αλλά τα προϊόντα της διατίθενται και στην Ρουμανία. Έτσι τα προϊόντα ξεκινούν από την Ελλάδα και καταλήγουν στην κεντρική αποθήκη στην περιοχή του Ilfov. Από εδώ ξεκινά ουσιαστικά το δίκτυο το οποίο πρέπει να δημιουργηθεί. Από την κεντρική αποθήκη στο Ilfov τα προϊόντα διοχετεύονται σε 8 υπο-αποθήκες στις εξής περιοχές Iasi, Galati, Ploiesti, Craiova, Timisoara, Sibiu, Cluj, Oradea (Οι θέσεις της κάθε αποθήκης στον χάρτη της Ρουμανίας παρουσιάζεται στην εικόνα 3.1.1). Η κάθε μία από αυτές στις υπο-αποθήκες διανέμει τα προϊόντα σε πελάτες της εταιρίας. Εδώ θα πρέπει να διευκρινιστεί ότι και η κεντρική αποθήκη στο Ilfov, εκτός από την τροφοδοσία των υπο-αποθηκών, τροφοδοτεί με προϊόντα και πελάτες. Ουσιαστικά αυτό που πρέπει να υπολογιστεί αρχικά είναι από ποια αποθήκη θα εξυπηρετείται ο κάθε πελάτης ώστε να είναι γνωστές οι ανάγκες της κάθε αποθήκης και ύστερα σε δεύτερη φάση να υπολογιστεί το κόστος της μεταφοράς των προϊόντων από την κεντρική αποθήκη στις υπο-αποθήκες.



Εικόνα 3.1.1

Η μεγαλύτερη δυσκολία στην μοντελοποίηση του προβλήματος ήταν ο όγκος των πελατών. Η εταιρία παρέδιδε τα προϊόντα της σε 8.498 πελάτες. Θα ήταν επομένως ιδιαίτερα χρονοβόρα και επίμονη διαδικασία, αν όχι αδύνατη, ο υπολογισμός των αποστάσεων μεταξύ των πελατών. Για τον λόγο αυτό οι πελάτες ενώθηκαν μεταξύ τους με κριτήριο την γεωγραφική τους θέση. Έτσι τελικά προέκυψαν μόλις 144 πελάτες ο καθένας από τους οποίους αντιπροσωπεύει κάποιον αριθμό πραγματικών πελατών, αλλά εξαιτίας των γεωγραφικών κριτηρίων με τα οποία έγινε η ένωση, η διαδρομή που θα προκύψει τελικά για τους 144 πελάτες προσεγγίζει εκείνη που θα γινόταν αν ήταν εφικτή η λύση με το πραγματικό αριθμό πελατών. Στις περισσότερες των περιπτώσεων ο ένας πελάτης που προέκυψε

αντιστοιχούσε σε 65 πραγματικούς πελάτες. Έτσι για παράδειγμα στην περιοχή της Timisoara οι 583 πελάτες προσεγγίσθηκαν με 9 όπως φαίνεται και στην εικόνα 3.1.2 που ακολουθεί.



Για του 144 πελάτες υπολογίσθηκαν οι ποσότητες προϊόντων που έπρεπε να διανεμηθούν στον καθένα. Οι ποσότητες αυτές παρουσιάζονταν ως μονάδες προϊόντος στην αρχική τους μορφή. Έχοντας όμως ως δεδομένο τον όγκο της κάθε μονάδας, οι ποσότητες που διανέμονταν σε κάθε πελάτη τροποποιήθηκαν σε όγκο προϊόντων. Η μετατροπή αυτή ήταν αναγκαία ώστε ανά πάσα στιγμή να μπορεί γίνει άμεσα η σύγκριση μεταξύ του όγκου της καρότσας και του όγκου των προϊόντων που αναλογούσε στους πελάτες που εξυπηρετούσε το εκάστοτε φορτηγό.

Επιπλέον διαχειριζόμενοι τα προϊόντα με βάση τον όγκο τους λυνόταν ένα ακόμη πρόβλημα. Τα προϊόντα που ήταν προς παράδοση ήταν δύο ειδών (Retail Products and Paper). Βέβαια αυτές οι δυο κατηγορίες εμπεριέχουν διάφορα προϊόντα της εταιρίας. Η μετατροπή όμως των μονάδων από το κάθε είδος που απαιτούσε ο πελάτης σε όγκο προϊόντων, έκανε εφικτή την πρόσθεση τους κάνοντας ακόμη πιο απλό το πρόβλημα. Για να είναι μάλιστα εφικτή η παράδοση των προϊόντων, στην περίπτωση που ένα φορτηγό εξυπηρετεί πολλούς πελάτες σε σειρά, έχει προβλεφθεί και έχει χρησιμοποιηθεί το 80% της χωρητικότητας του οχήματος.

Τελικά για τους 144 πελάτες προέκυψε ο παρακάτω πίνακας ο οποίος περιγράφει τις απαιτήσεις του καθενός:

Customer Name	Units of Retail Products	Units of Paper	Volume of Retail Products(m <sup>2</sup> )	Volume of Paper(m <sup>2</sup> )	Total Volume(m <sup>2</sup> )
Customer 1	809	91	13,44558	7,721636	21,167216
Customer 2	394	3	6,54828	0,254559429	6,802839429
Customer 3	159	13	2,64258	1,103090857	3,745670857
Customer 4	1424	129	23,66688	10,94605543	34,61293543
Customer 5	665	88	11,0523	7,467076571	18,51937657
Customer 6	865	143	14,3763	12,13399943	26,51029943
Customer 7	721	51	11,98302	4,327510286	16,31053029
Customer 8	3659	398	60,81258	33,77155086	94,58413086
Customer 9	795	4	13,2129	0,339412571	13,55231257
Customer 10	289	66	4,80318	5,600307429	10,40348743
Customer 11	213	42	3,54006	3,563832	7,103892
Customer 12	321	41	5,33502	3,478978857	8,813998857
Customer 13	965	219	16,0383	18,58283829	34,62113829
Customer 14	568	92	9,44016	7,806489143	17,24664914
Customer 15	131	18	2,17722	1,527356571	3,704576571
Customer 16	3245	297	53,9319	25,20138343	79,13328343
Customer 17	342	9	5,68404	0,763678286	6,447718286
Customer 18	616	70	10,23792	5,93972	16,17764
Customer 19	1700	401	28,254	34,02611029	62,28011029
Customer 20	892	130	14,82504	11,03090857	25,85594857
Customer 21	300	48	4,986	4,072950857	9,058950857
Customer 22	308	56	5,11896	4,751776	9,870736
Customer 23	698	182	11,60076	15,443272	27,044032
Customer 24	953	94	15,83886	7,976195429	23,81505543
Customer 25	650	52	10,803	4,412363429	15,21536343
Customer 26	1660	133	27,5892	11,285468	38,874668
Customer 27	225	29	3,7395	2,460741143	6,200241143
Customer 28	457	130	7,59534	11,03090857	18,62624857

Customer 29	425	90	7,0635	7,636782857	14,70028286
Customer 30	2954	403	49,09548	34,19581657	83,29129657
Customer 31	2496	129	41,48352	10,94605543	52,42957543
Customer 32	239	30	3,97218	2,545594286	6,517774286
Customer 33	425	28	7,0635	2,375888	9,439388
Customer 34	296	38	4,91952	3,224419429	8,143939429
Customer 35	315	47	5,2353	3,988097714	9,223397714
Customer 36	260	65	4,3212	5,515454286	9,836654286
Customer 37	1970	123	32,7414	10,43693657	43,17833657
Customer 38	206	53	3,42372	4,497216571	7,920936571
Customer 39	474	106	7,87788	8,994433143	16,87231314
Customer 40	1006	87	16,71972	7,382223429	24,10194343
Customer 41	1599	152	26,57538	12,89767771	39,47305771
Customer 42	501	7	8,32662	0,593972	8,920592
Customer 43	367	12	6,09954	1,018237714	7,117777714
Customer 44	394	40	6,54828	3,394125714	9,942405714
Customer 45	1463	268	24,31506	22,74064229	47,05570229
Customer 46	2312	283	38,42544	24,01343943	62,43887943
Customer 47	292	30	4,85304	2,545594286	7,398634286
Customer 48	351	50	5,83362	4,242657143	10,07627714
Customer 49	637	86	10,58694	7,297370286	17,88431029
Customer 50	441	75	7,32942	6,363985714	13,69340571
Customer 51	188	53	3,12456	4,497216571	7,621776571
Customer 52	324	83	5,38488	7,042810857	12,42769086
Customer 53	1808	136	30,04896	11,54002743	41,58898743
Customer 54	577	5	9,58974	0,424265714	10,01400571
Customer 55	675	18	11,2185	1,527356571	12,74585657
Customer 56	539	22	8,95818	1,866769143	10,82494914
Customer 57	2463	148	40,93506	12,55826514	53,49332514
Customer 58	489	18	8,12718	1,527356571	9,654536571
Customer 59	9627	1010	160,00074	85,70167429	245,7024143
Customer 60	277	35	4,60374	2,96986	7,5736
Customer 61	2414	67	40,12068	5,685160571	45,80584057
Customer 62	838	9	13,92756	0,763678286	14,69123829
Customer 63	797	3	13,24614	0,254559429	13,50069943
Customer 64	624	0	10,37088	0	10,37088
Customer 65	1223	9	20,32626	0,763678286	21,08993829
Customer 66	5216	723	86,68992	61,34882229	148,0387423
Customer 67	562	91	9,34044	7,721636	17,062076
Customer 68	598	66	9,93876	5,600307429	15,53906743
Customer 69	519	21	8,62578	1,781916	10,407696
Customer 70	481	17	7,99422	1,442503429	9,436723429
Customer 71	471	86	7,82802	7,297370286	15,12539029
Customer 72	251	29	4,17162	2,460741143	6,632361143
Customer 73	593	89	9,85566	7,551929714	17,40758971
Customer 74	1400	209	23,268	17,73430686	41,00230686
Customer 75	1343	288	22,32066	24,43770514	46,75836514
Customer 76	1538	300	25,56156	25,45594286	51,01750286

Customer 77	6657	1042	110,63934	88,41697486	199,0563149
Customer 78	12768	464	212,20416	39,37185829	251,5760183
Customer 79	839	51	13,94418	4,327510286	18,27169029
Customer 80	483	39	8,02746	3,309272571	11,33673257
Customer 81	673	96	11,18526	8,145901714	19,33116171
Customer 82	2102	370	34,93524	31,39566286	66,33090286
Customer 83	2400	226	39,888	19,17681029	59,06481029
Customer 84	1350	120	22,437	10,18237714	32,61937714
Customer 85	248	4	4,12176	0,339412571	4,461172571
Customer 86	354	5	5,88348	0,424265714	6,307745714
Customer 87	1803	124	29,96586	10,52178971	40,48764971
Customer 88	1146	58	19,04652	4,921482286	23,96800229
Customer 89	1261	121	20,95782	10,26723029	31,22505029
Customer 90	2840	249	47,2008	21,12843257	68,32923257
Customer 91	296	41	4,91952	3,478978857	8,398498857
Customer 92	232	44	3,85584	3,733538286	7,589378286
Customer 93	872	76	14,49264	6,448838857	20,94147886
Customer 94	2705	93	44,9571	7,891342286	52,84844229
Customer 95	414	36	6,88068	3,054713143	9,935393143
Customer 96	315	175	5,2353	14,8493	20,0846
Customer 97	1035	169	17,2017	14,34018114	31,54188114
Customer 98	417	60	6,93054	5,091188571	12,02172857
Customer 99	1035	199	17,2017	16,88577543	34,08747543
Customer 100	82757	5788	1375,42134	491,1299909	1866,551331
Customer 101	2338	41	38,85756	3,478978857	42,33653886
Customer 102	924	164	15,35688	13,91591543	29,27279543
Customer 103	4899	489	81,42138	41,49318686	122,9145669
Customer 104	477	0	7,92774	0	7,92774
Customer 105	800	49	13,296	4,157804	17,453804
Customer 106	477	18	7,92774	1,527356571	9,455096571
Customer 107	388	43	6,44856	3,648685143	10,09724514
Customer 108	670	81	11,1354	6,873104571	18,00850457
Customer 109	1737	83	28,86894	7,042810857	35,91175086
Customer 110	459	35	7,62858	2,96986	10,59844
Customer 111	562	223	9,34044	18,92225086	28,26269086
Customer 112	78097	5867	1297,97214	497,8333891	1795,805529
Customer 113	2201	328	36,58062	27,83183086	64,41245086
Customer 114	300	10	4,986	0,848531429	5,834531429
Customer 115	485	35	8,0607	2,96986	11,03056
Customer 116	459	30	7,62858	2,545594286	10,17417429
Customer 117	949	83	15,77238	7,042810857	22,81519086
Customer 118	273	28	4,53726	2,375888	6,913148
Customer 119	654	55	10,86948	4,666922857	15,53640286
Customer 120	348	53	5,78376	4,497216571	10,28097657
Customer 121	750	93	12,465	7,891342286	20,35634229
Customer 122	3766	285	62,59092	24,18314571	86,77406571
Customer 123	265	3	4,4043	0,254559429	4,658859429
Customer 124	344	31	5,71728	2,630447429	8,347727429



Customer 125	358	77	5,94996	6,533692	12,483652
Customer 126	498	87	8,27676	7,382223429	15,65898343
Customer 127	1577	235	26,20974	19,94048857	46,15022857
Customer 128	3126	258	51,95412	21,89211086	73,84623086
Customer 129	1599	1	26,57538	0,084853143	26,66023314
Customer 130	340	34	5,6508	2,885006857	8,535806857
Customer 131	827	145	13,74474	12,30370571	26,04844571
Customer 132	974	144	16,18788	12,21885257	28,40673257
Customer 133	490	86	8,1438	7,297370286	15,44117029
Customer 134	110	32	1,8282	2,715300571	4,543500571
Customer 135	418	55	6,94716	4,666922857	11,61408286
Customer 136	1949	222	32,39238	18,83739771	51,22977771
Customer 137	2434	138	40,45308	11,70973371	52,16281371
Customer 138	447	36	7,42914	3,054713143	10,48385314
Customer 139	254	40	4,22148	3,394125714	7,615605714
Customer 140	413	64	6,86406	5,430601143	12,29466114
Customer 141	1491	108	24,78042	9,164139429	33,94455943
Customer 142	529	9	8,79198	0,763678286	9,555658286
Customer 143	304	25	5,05248	2,121328571	7,173808571
Customer 144	878	105	14,59236	8,90958	23,50194

Ο υπολογισμός των αποστάσεων μεταξύ των πελατών, μεταξύ των πελατών και των αποθηκών αλλά και μεταξύ της κεντρικής αποθήκης και των υπο-αποθηκών ήταν το επόμενο βήμα. Για τον υπολογισμό αυτών των αποστάσεων χρησιμοποιήθηκε το πρόγραμμα Autoroute της Microsoft. Οι πίνακες των αποστάσεων που χρησιμοποιήθηκαν για την επίλυση του MDVRP είναι τρεις:

Ο πρώτος πίνακας παρουσιάζει τις αποστάσεις μεταξύ των πελατών. Ο πίνακας αυτός είναι μεγέθους 144 x 144 αφού τόσοι είναι και οι πελάτες της εταιρίας. Εξαιτίας του μεγάλου όγκου του πίνακα αυτού στο σημείο αυτό θα παρατεθεί ένα μικρό μόνο μέρος του. Ουσιαστικά από τον παρακάτω πίνακα έχουν παραληφθεί 141 στήλες:

			Customer Name	Customer 1	Customer 2	Customer 3
			County Name	VASLUI	VRANCEA	VRANCEA
Customer Name	County Name	Location		BOGDANA	CAMPURI	MARASESTI
Customer 1	VASLUI	BOGDANA		0,0	148,7	111,2
Customer 2	VRANCEA	CAMPURI		148,7	0,0	39,4
Customer 3	VRANCEA	MARASESTI		111,2	39,4	0,0
Customer 4	VRANCEA	COTESTI		150,3	50,9	46,7
Customer 5	VALCEA	MALAIA		442,5	314,8	359,2
Customer 6	VALCEA	LADESTI		458,0	330,4	657,8
Customer 7	TELEORMAN	TALPA		420,0	321,8	296,7
Customer 8	TIMISOARA	NERAU		705,4	600,2	644,6

Customer 9	TIMISOARA	BILED	663,5	558,3	602,8
Customer 10	TIMISOARA	SECAS	614,7	509,6	553,8
Customer 11	TIMISOARA	HODOS	587,2	482,0	526,1
Customer 12	TIMISOARA	CADAR	640,5	535,3	579,8
Customer 13	TIMISOARA	CARPINIS	662,5	557,2	601,7
Customer 14	TIMISOARA	DETA	667,9	562,7	607,1
Customer 15	TIMISOARA	GATAIA	649,2	544,0	588,3
Customer 16	TIMISOARA	FIBIS	628,8	523,6	568,0
Customer 17	SUSEAVA	COSTANA	196,9	271,3	241,3
Customer 18	SUSEAVA	OSTRA	222,7	290,1	267,3
Customer 19	SUSEAVA	ARGEL	304,0	365,1	332,1
Customer 20	SATU-MARE	TURT	504,4	502,0	518,3
Customer 21	SATU-MARE	ARDUD	520,2	511,0	525,7
Customer 22	SATU-MARE	CAREI	539,4	520,0	541,0
Customer 23	SATU-MARE	CAUAS	538,7	504,1	524,9
Customer 24	SALAJ	CRASNA	472,9	474,1	496,8
Customer 25	SALAJ	HIDA	438,8	404,1	426,8
Customer 26	SIBIU	BAZNA	360,4	279,7	302,4
Customer 27	SIBIU	AGNITA	363,0	235,4	279,7
Customer 28	SIBIU	SADU	390,7	262,9	307,3
Customer 29	SIBIU	ORLAT	410,0	282,2	326,7
Customer 30	SIBIU	PAUCA	403,9	302,4	346,8
Customer 31	PLOIESTI	AZUGA	291,7	144,6	183,9
Customer 32	PLOIESTI	BREAZA	327,0	179,8	203,7
Customer 33	PLOIESTI	PLOPENI	300,3	201,9	176,6
Customer 34	PLOIESTI	MANESTI	311,6	208,5	183,4
Customer 35	PLOIESTI	FULGA	242,7	164,4	139,3
Customer 36	PLOIESTI	BUCOV	280,1	181,6	156,5
Customer 37	PLOIESTI	MIZIL	230,0	151,7	126,4
Customer 38	OLT	SLATINA	459,0	331,3	375,5
Customer 39	OLT	CARACAL	499,5	371,7	372,2
Customer 40	NEAMT	ROMAN	82,5	156,8	126,9
Customer 41	NEAMT	HANGU	167,7	219,1	189,2
Customer 42	MURES	REGHIN	301,2	266,5	289,2
Customer 43	MURES	DEDA	291,2	267,4	288,4
Customer 44	MURES	TARNAVENI	345,1	288,4	311,1
Customer 45	MURES	SIGHISOARA	317,6	212,2	254,4
Customer 46	MARAMURES	BISTRA	382,4	427,6	396,2
Customer 47	MARAMURES	BORSA	332,0	377,2	345,8
Customer 48	MARAMURES	LAPUS	421,9	392,8	426,5
Customer 49	MARAMURES	BUDESTI	390,5	424,4	420,7
Customer 50	MEHEDINTI	BALTA	583,5	133,8	499,1
Customer 51	MEHEDINTI	JIANA	633,0	505,4	548,7
Customer 52	MEHEDINTI	VRATA	613,9	486,2	533,2
Customer 53	IASI	SIPOTE	141,6	245,4	215,4
Customer 54	IASI	PASCANI	124,2	198,7	168,7
Customer 55	IASI	POPESTI	98,0	223,6	186,9
Customer 56	IASI	TIBANA	74,1	193,0	163,3

Customer 57	IASI	COROPCENI	55,7	196,9	159,2
Customer 58	IALOMITA	SLOBOZIA	277,3	208,2	174,8
Customer 59	ILFOV	SIGANESTI	300,8	202,4	176,9
Customer 60	ILFOV	SNAGOV	326,8	212,7	187,4
Customer 61	ILFOV	PERIS	324,2	217,2	191,8
Customer 62	ILFOV	CORBEANCA	327,4	220,2	195,0
Customer 63	ILFOV	BUFTEA	336,4	229,4	204,0
Customer 64	ILFOV	MOGOSOAIA	339,8	232,8	207,4
Customer 65	ILFOV	OTOPENI	332,3	225,2	199,8
Customer 66	ILFOV	AFUMATI	309,1	210,6	185,5
Customer 67	ILFOV	CHIAJNA	335,4	237,0	211,7
Customer 68	ILFOV	BRANESTI	315,1	213,8	191,4
Customer 69	ILFOV	JILAVA	342,3	234,9	212,5
Customer 70	ILFOV	<i>ORASTI(CALARASI)</i>	338,6	240,0	214,9
Customer 71	ILFOV	<i>FUNDENI(CALARASI)</i>	331,6	229,8	204,6
Customer 72	ILFOV	<i>MARIUTA(CALARASI)</i>	333,3	201,7	176,5
Customer 73	ILFOV	<i>CATUNU(DAMBOVITA)</i>	312,5	214,0	188,9
Customer 74	ILFOV	<i>TARTASESTI(DAMBOVITA)</i>	406,8	255,3	230,1
Customer 75	ILFOV	<i>VARASTI(GIURGIU)</i>	349,2	250,7	225,5
Customer 76	ILFOV	<i>DOMNESTI(GIURGIU)</i>	344,8	246,3	221,1
Customer 77	ILFOV	<i>VIDRA(GIURGIU)</i>	342,6	244,1	219,9
Customer 78	ILFOV	<i>MIHAILESTI(GIURGIU)</i>	359,7	261,1	236,0
Customer 79	HENEDOARA	BRAD	486,9	403,0	437,7
Customer 80	HENEDOARA	DOBRA	515,1	408,0	452,0
Customer 81	HENEDOARA	CALAN	485,4	378,4	422,5
Customer 82	HENEDOARA	BARU	532,3	401,9	446,1
Customer 83	GIURGIU	GREACA	407,1	260,8	238,2
Customer 84	GALATI	GOHOR	80,6	84,0	47,0
Customer 85	GALATI	CUCA	99,8	113,7	76,1
Customer 86	GALATI	LIESTI	116,3	84,8	47,3
Customer 87	GALATI	BALENI	94,8	108,7	71,1
Customer 88	GORJ	TISMANA	548,5	420,9	463,9
Customer 89	GORJ	STOINA	542,1	414,6	457,6
Customer 90	CRAIOVA	GOESTI	528,4	400,7	443,6
Customer 91	CRAIOVA	CERATU	543,4	415,7	458,6
Customer 92	CRAIOVA	BISTRETU	588,4	468,2	450,4
Customer 93	CRAIOVA	MURTA	550,9	423,3	433,7
Customer 94	CRAIOVA	CALAFAT	596,1	468,5	502,0
Customer 95	DAMBOVITA	FIENI	335,2	188,0	227,3
Customer 96	DAMBOVITA	ULMI	343,1	221,2	217,7
Customer 97	DAMBOVITA	PETRESTI	395,0	254,4	271,3
Customer 98	CARAS-SEVERIN	RESITA	610,0	504,7	547,0
Customer 99	CARAS-SEVERIN	ANINA	635,1	529,9	499,6
Customer 100	CONSTANTA	OLTINA	393,2	310,1	276,7
Customer 101	CALARASI	CURCANI	367,0	240,9	215,7
Customer 102	CLUJ	BOBALNA	418,1	383,5	406,0
Customer 103	CLUJ	GHERLA	389,1	354,4	377,0
Customer 104	CLUJ	GEACA	356,2	321,5	344,1

Customer 105	CLUJ	FRATA	379,3	344,7	367,3
Customer 106	CLUJ	DEJ	398,2	363,5	386,1
Customer 107	CLUJ	BELIS	452,6	418,0	440,5
Customer 108	CLUJ	VISTEA	413,0	378,4	401,0
Customer 109	CLUJ	BURU	406,4	363,9	383,1
Customer 110	BUZAU	SIRIU	251,5	123,0	162,4
Customer 111	BUZAU	ALBESTI	225,1	146,7	119,7
Customer 112	BRASOV	FAGARAS	321,0	173,9	237,5
Customer 113	BOTOSANI	DOROHAI	224,8	299,3	301,8
Customer 114	BRAILA	ROMANU	192,8	152,5	118,5
Customer 115	BRAILA	VIZIRU	220,8	162,3	137,1
Customer 116	BRAILA	IANCA	188,6	133,8	108,5
Customer 117	BRAILA	TATARU	255,7	180,5	155,2
Customer 118	BISTRITA-NASAU	MATEI	368,4	334,1	356,7
Customer 119	BISTRITA-NASAU	MONOR	334,3	310,4	331,3
Customer 120	BISTRITA-NASAU	SALVA	383,8	350,5	373,0
Customer 121	BISTRITA-NASAU	ROMULI	362,0	407,2	375,6
Customer 122	ORADEA	TARCEA	553,1	518,6	541,1
Customer 123	ORADEA	BRUSTURI	528,1	493,5	516,0
Customer 124	ORADEA	SANMARTIN	546,0	511,3	533,9
Customer 125	ORADEA	SALONTA	576,9	542,2	560,0
Customer 126	ORADEA	NUCET	518,0	462,4	491,0
Customer 127	ORADEA	HOLOD	534,7	513,1	522,7
Customer 128	BACAU	BUHUSI	105,7	140,7	110,7
Customer 129	BACAU	LISKI	124,4	78,9	65,2
Customer 130	BACAU	AGAS	154,3	133,6	119,2
Customer 131	BACAU	FLORESTI	85,6	79,9	50,0
Customer 132	ARAD	CERMEI	586,5	515,0	546,6
Customer 133	ARAD	SIRIA	599,3	519,4	550,1
Customer 134	ARAD	DEZNA	574,5	492,5	525,3
Customer 135	ARAD	BATA	566,1	460,8	503,1
Customer 136	ARAD	HORIA	615,4	530,0	566,2
Customer 137	ARGES	COLIBASI	381,2	253,4	295,7
Customer 138	ARGES	PITESTI	390,2	262,4	306,5
Customer 139	ARGES	RECEA	443,1	315,4	359,4
Customer 140	ARGES	SUICI	388,9	261,1	305,3
Customer 141	ARGES	RUCAR	316,7	169,5	208,7
Customer 142	ALBA	MOGOS	484,8	406,8	431,4
Customer 143	ALBA	ALBAC	498,2	420,2	449,0
Customer 144	ALBA	VINGARD	415,3	322,2	365,6

Ο δεύτερος πίνακας αφορά τις αποστάσεις μεταξύ αποθηκών και πελατών:

Location	Depots								
	CLUJ	CRAIOVA	GALATI	IASI	ORADEA	PLOIESTI	SIBIU	TIMISOARA	ILFOV
BOGDANA	394,2	509,6	137	90,5	540,5	285,8	394,9	636,9	324
CAMPURI	359,4	381,8	133,4	231,5	505,7	187,3	267,1	531,5	225,5
MARASESTI	382,1	433,8	101	194	528,5	162,1	288,3	552,8	200,4
COTESTI	407,3	405,4	108,1	233,1	553,7	133,6	280	579,5	171,9
MALAIA	234,4	164,7	443,3	457,7	320,4	242,8	77,7	270,9	219,2
LADESTI	278,2	70,3	432,3	485,3	372,1	231,8	134,6	322,7	208,2
TALPA	372,4	150,3	320,3	483	507,5	116,3	226,3	468,9	96,2
NERAU	335,6	383	709,5	675,5	189,3	617,6	332,9	68,5	558,6
BILED	310	341,1	667,6	633,6	163,7	575,7	291	26,6	516,8
SECAS	259,5	292,3	618,8	584,8	162,1	526,9	242,2	59,2	467,9
HODOS	262,7	264,8	593,1	557,3	205,6	499,4	214,7	49,7	440,4
CADAR	316	343,6	644,6	610,6	205,4	588,2	268	41	529,2
CARPINIS	321,7	340,1	666,5	632,5	175,4	574,6	290	25,5	515,7
DETA	343,4	311,3	672	638	206,6	555,9	295,4	42,5	496,9
GATAIA	324,7	292,6	653,2	619,2	217,5	537,1	276,7	53,2	478,2
FIBIS	260,2	341,3	632,9	598,6	139,5	493,7	256,3	29,6	510,8
COSTANA	304,7	549,8	342,8	149,9	432	399,7	355,4	588,3	438
OSTRA	259,6	539,2	368,6	175,8	386,9	384,9	334,2	543,2	445,1
ARGEL	261,5	541,1	433,6	240,7	388,7	423	336,1	545,1	483,2
TURT	173,4	511,4	611,2	441,1	168,5	519,6	322,1	332,9	569,7
ARDUD	139,4	486,8	620,3	456,9	115,6	501,8	297,5	280	545,1
CAREI	148,4	495,9	629,3	476,1	97,5	510,8	306,6	261,9	554,1
CAUAS	132,5	479,9	613,4	492,1	91,3	494,8	290,6	255,7	538,2
CRASNA	83	451,4	583,4	489,8	85,2	464,9	241,2	249,6	508,3
HIDA	43	390,4	515,3	419,8	130,2	405,3	201,1	294,6	448,6
BAZNA	109,2	267,1	389,1	330,5	255,5	251,3	62,2	286,9	309,7
AGNITA	144,8	251,9	344,7	348,3	291,2	205,5	47	331,2	286,4
SADU	161,9	194,9	372,4	401,1	302,5	233,1	15,8	285,7	237,5
ORLAT	153	220	391,6	394,8	272,4	252,4	15,1	255,6	262,6
PAUCA	110,9	240,1	411,8	374	250,6	272,5	35,2	253,6	282,7
AZUGA	276,8	272,4	273,4	319	423,2	74,8	163,8	428,3	133,8
BREAZA	312,1	244,4	257,5	354,3	458,5	42,1	199,1	463,6	101
PLOPENI	337,3	309,8	220,7	363	483,6	17,4	224,3	488,7	76,3
MANESTI	376,1	318,2	232	374,3	522,5	75,1	255,1	574,9	58,1
FULGA	393,8	340,9	177,2	325,5	540,1	38,7	280,8	597,6	73
BUCOV	351	298,1	194,4	342,8	497,4	5,7	238,1	554,8	64,7
MIZIL	381	328,1	164,4	312,8	527,4	35,7	268,1	584,8	86
SLATINA	321,1	50,6	407	486,3	430	206,5	175	365,1	182,9
CARACAL	351	52,7	410,2	526,8	461,4	247	204,9	367,2	171,7
ROMAN	295,4	453,2	228,4	83,7	441,7	285,3	310,9	538,1	323,6
HANGU	243,7	474	299,9	138	390,1	329,6	265,9	493,2	389,8
REGHIN	93	341,4	375,9	282,2	239,4	284,3	136,5	364,5	344,5
DEDA	117,7	366,2	376,8	257,5	264,1	309	161,2	389,2	369,2
TARNAVENI	90,5	275,7	397,6	315,2	236,8	259,8	70,7	291,8	318,3
SIGHISOARA	147	289,8	341,1	295,7	293,4	217,7	84,9	333,4	277,9
BISTRA	189,2	603,6	497,6	319,1	257,1	485,5	306,8	421,5	545,7
BORSA	159,6	553,2	447,2	268,8	298,4	435,1	277,2	462,7	495,4
LAPUS	110,7	446,1	521,6	375	281,1	425,7	256,8	445,4	504,4
BUDESTI	142,1	628	522	343,5	322,8	509,9	288,3	487,2	535,8
BALTA	321	139,5	557,8	610,8	360,4	392,6	228	216,1	333,7
IANA	386,2	93,7	546,3	660,3	383,8	350,7	277,5	240,5	327,1

VRATA	498	87,3	561,9	641,2	495,7	396,7	292,2	352,3	337,7
SIPOTE	451	612,7	302,5	51,1	597,3	424,3	455,6	682,8	462,6
PASCANI	305,4	495	270,2	69,8	451,8	327,1	324,8	552,1	365,3
POPESTI	358,3	520	227,4	33,9	504,7	352,2	362,9	590,1	390,4
TIBANA	353,6	494,1	203,4	36,6	500	332,1	369,2	596,4	370,4
COROPCENI	409,9	525,1	185	34,7	556,3	313,8	410,4	641,7	352
SLOBOZIA	469,8	351,8	125,9	360,1	647,1	124,5	365,9	608,5	118,3
SIGANESTI	374	268,3	215,2	363,5	520,3	23,6	282,4	525	35,3
SNAGOV	391,3	270	209,9	389,5	565,3	34	284,1	526,7	36,6
PERIS	388,8	271,3	244,6	387	566,6	38,4	285,4	528	37,9
CORBEANCA	391,9	255,5	247,8	390,1	550,8	41,6	269,6	512,2	22
BUFTEA	393	232,8	256,8	399,1	528,1	50,6	246,9	489,5	19,6
MOGOSOAIA	402,7	242,5	260,21	402,6	537,9	54	256,6	499,2	13,5
OTOPENI	405,7	245,5	252,7	395	540,8	46,5	259,6	502,2	12,4
AFUMATI	408,6	248,4	204,2	371,8	543,8	63,2	262,5	505,2	15
CHIAJNA	400,6	240,4	235,4	398,1	535,7	69,8	254,5	497,1	11,3
BRANESTI	412,3	252,1	210,2	377,8	547,4	72,6	266,2	508,8	18,6
JILAVA	398,4	238,2	242,3	405	533,5	71	252,3	494,9	12
ORASTI(CALARASI)	416,7	256,5	233,7	401,3	551,8	84,5	270,6	513,2	22,5
FUNDENI(CALARASI)	416,7	256,1	223,5	394,3	551,4	77,5	270,2	512,8	22,7
MARIUTA(CALARASI)	427,1	266,9	195,4	396	562,3	83,9	281	523,6	33,5
CATUNU(DAMBOVITA)	390,5	230,3	232,9	375,3	525,6	26,7	244,4	487	41,4
TARTASESTI(DAMBOVITA)	371,3	211,1	306,9	469,5	506,4	55,4	225,2	467,8	30,2
VARASTI(GIURGIU)	427,3	267,1	249,3	411,9	562,5	95,1	281,3	523,9	29,9
DOMNESTI(GIURGIU)	389,9	229,7	244,9	407,5	525	79,3	243,8	486,4	20,8
VIDRA(GIURGIU)	412,8	252,6	242,7	405,4	547,9	88,5	266,7	509,3	23
MIHAILESTI(GIURGIU)	397,8	237,6	259,7	442,4	532,9	80,2	251,7	494,3	21,3
BRAD	150,3	270	514,2	457	138,7	375	137,6	174,3	385,2
DOBRA	190,6	266,1	519,1	485,1	173,6	379,9	142,5	121,9	397
CALAN	160,9	217,9	489,5	455,5	194,1	350,3	112,9	173,3	348,8
BARU	200,6	178,1	533,1	495,2	230,6	368	136,3	181,2	309
GREACA	463,2	236,7	307,1	469,8	598,3	110,9	317,1	559,7	49
GOHOR	396,1	448,5	105,9	163,4	542,4	201,6	333,8	598,2	239,8
CUCA	506	494,8	37,2	182,6	652,4	221,8	413,8	678,2	261,3
LIESTI	426,2	452,4	53,7	199,1	572,5	160,6	333,9	598,3	198,9
BALENI	517,5	504,2	48,6	177,6	663,8	210,4	425,2	689,6	270,7
TISMANA	286,1	120,7	522,8	575,8	325,5	357,7	193	226,7	298,7
STOINA	287,9	45,5	516,5	569,4	355,9	351,3	194,8	306,7	292,3
GOESTI	354,2	18,8	476,4	555,7	427,5	311,2	223,8	333,3	252,3
CERATU	369,2	33,8	491,4	570,7	442,5	326,2	238,8	348,3	267,3
BISTRETU	442,4	65,5	488,5	623	501,1	309	270,5	357,7	250
MURTA	376,7	41,3	498,9	578,2	450	333,7	246,2	355,8	274,8
CALAFAT	421,9	86,5	544,1	623,4	449,5	378,9	291,5	306,2	320
FIENI	320,3	228,9	282,3	362,5	466,6	65,8	207,3	471,7	134,2
ULMI	353,5	205,9	263,5	395,7	499,9	57,3	220	505	73,8
PETRESTI	325,9	165,7	295,1	457,7	461	90,5	179,8	422,4	70,9
RESITA	285,4	249,4	614	580	250,3	497,9	237,4	94,5	439
ANINA	310,5	224,3	659,3	605,1	275,4	494,2	262,5	123	435,2
OLTINA	574,6	414,4	227,8	455,9	709,7	230,3	428,5	671,1	176,4
CURCANI	445,1	284,9	226,4	429,7	580,2	112,9	299	541,6	50,9
BOBALNA	53,3	388,7	492,8	378	165,1	395,4	199,4	329,4	447
GHERLA	46,3	381,8	463,7	370,1	192,7	361,7	188,3	336,1	435,9
GEACA	53,4	360,4	430,8	337,2	199,7	328,8	155,4	343,2	403
FRATA	44,3	335,2	454	360,3	190,7	334,7	145,6	312,2	393,2
DEJ	57,7	393,1	472,9	358,1	185	375,5	203,8	347,5	451,4

BELIS	58,4	393,8	527,3	433,6	120,6	408,7	189,4	244,4	452,1
VISTEA	6,8	354,3	487,7	394	131,8	369,2	165	318,1	412,5
BURU	48,1	303	473,1	376,5	168,4	335,3	113,7	280,1	361,3
SIRIU	319,2	312	211,4	297,5	465,6	97	197,3	461,7	156
ALBESTI	425,7	342,2	128,8	307,9	572	80,9	303,7	598,9	108,7
FAGARAS	186,9	248,7	302,7	348,3	333,2	163,5	73,9	338,3	223,7
DOROHAI	338,9	618,5	403,7	139	466,2	460,6	413,5	622,5	498,9
ROMANU	491,6	435,1	41,4	275,6	638	167,4	399,4	663,8	186,5
VIZIRU	487	408,3	69,4	303,6	633,3	156,4	365	665	174,9
IANCA	458,4	380,4	72,3	271,4	604,7	127,8	336,4	600,8	146,9
TATARU	509	391,1	104,3	338,5	686,4	143,6	405,2	647,8	138,6
MATEI	75	409	443,4	341	274,4	351,9	168	410,4	412,1
MONOR	112,1	364,1	419,8	300,5	258,5	307	159,2	387,2	367,2
SALVA	102,8	425,4	459,8	320,5	230,1	368,2	220,4	392,6	428,4
ROMULI	129,7	583,1	477,1	298,7	292,7	465	247,3	457	525,3
TARCEA	157,7	467,8	627,8	514,6	59,1	509,3	305,1	223,5	552,6
BRUSTURI	126,2	428,1	602,8	509,1	32,6	484,2	280	197	527,6
SANMARTIN	144,1	403,3	620,7	527	5,5	502,1	275,8	169,8	523,3
SALONTA	175	410,6	651,6	557,9	36,4	520,5	283,1	128	530,7
NUCET	123,8	341,7	571,6	499	86,2	432,4	195	183	442,6
HOLOD	141,7	373,3	622,4	515,8	34,7	483,1	245,8	165,3	493,4
BUHUSI	280,5	437	212,2	119,4	426,8	269,1	296	523,3	307,4
LISKI	316,9	366,5	166,7	170,4	463,2	222,1	251,8	516,2	261,9
AGAS	316,9	398,5	221,4	200,3	463,2	255,2	274	522,5	315,4
FLORESTI	375,5	427,9	134,6	168,4	521,9	208,4	313,2	577,6	246,7
CERMEI	193,5	385	624,3	567,5	72,8	485,1	247,8	119,5	495,3
SIRIA	219,4	350	628,6	569,4	107,8	489,4	252	84,4	506,5
DEZNA	194,6	357,5	601,8	544,5	98,1	462,6	225,2	139,4	472,8
BATA	239,6	317,1	570,1	536,1	168	430,9	193,5	88,6	448
HORIA	235,6	360,7	639,3	585,5	124	500,1	262,8	64,6	517,2
COLIBASI	290,6	130,4	349,1	408,5	425,7	148,6	144,5	387,1	125
PITESTI	279,6	119,4	338,2	417,5	414,7	137,6	133,5	376,1	114
RECEA	332,5	126,1	391,1	470,4	467,6	137,4	178,6	429	123,5
SUICI	225	149,3	392,8	416,2	360,2	192,3	78,9	322	168,7
RUCAR	285	192,9	298,4	344	431,4	119,5	151,1	394,2	187,5
MOGOS	106,6	313,1	516,1	454,8	174,3	376,9	121,6	231	387,1
ALBAC	81,8	326,5	529,6	468,3	128,2	390,4	153	225,1	400,6
VINGARD	108,1	243,6	431,5	385,4	236,1	292,3	54,9	230,2	302,5

Τέλος για την επίλυση του MDVRP χρειάστηκε και ένας πίνακας ο οποίος παρουσιάζει και τις αποστάσεις μεταξύ των αποθηκών:

	CLUJ	CRAIOVA	GALATI	IASI	ORADEA	PLOIESTI	SIBIU	TIMISOARA	ILFOV
CLUJ	0,0	342,4	475,9	382,2	145,7	357,3	153,1	296,8	393,7
CRAIOVA	342,4	0,0	457,6	536,9	408,7	292,4	205,0	314,5	233,5
GALATI	475,9	457,6	0,0	219,8	615,2	200,1	376,6	641,0	224,1
IASI	382,2	536,9	219,8	0,0	521,5	348,5	379,8	607,0	386,8
ORADEA	145,7	408,7	615,2	521,5	0,0	496,7	281,2	164,4	528,8
PLOIESTI	357,3	292,4	200,1	348,5	496,7	0,0	237,4	549,1	58,9
SIBIU	153,1	205,0	376,6	379,8	281,2	237,4	0,0	264,4	247,6

<b>TIMISOARA</b>	296,8	314,5	641,0	607,0	164,4	549,1	264,4	0,0	490,2
<b>ILFOV</b>	393,7	233,5	224,1	386,8	528,8	58,9	247,6	490,2	0,0

Τα δεδομένα του παραπάνω πίνακα χρησιμοποιήθηκαν και για το δεύτερο μέρος επίλυσης του προβλήματος, για την μεταφορά δηλαδή των προϊόντων από την κεντρική αποθήκη στις υπο-αποθήκες.

### **3.2 Περιγραφή του αλγόριθμου επίλυσης**

Ο όγκος των δεδομένων που έπρεπε να επεξεργαστούν, όπως παρουσιάστηκαν παραπάνω είναι τέτοιος που η χρήση του προγραμματισμού είναι αναγκαία. Το μοντέλο επίλυσης του προβλήματος αναπτύχθηκε σε Fortran 90. Η μοντελοποίηση του προβλήματος πραγματοποιήθηκε με την δημιουργία δύο ξεχωριστών προγραμμάτων. Το πρώτο καθορίζει από ποια από τις εννέα αποθήκες θα εξυπηρετηθεί ο κάθε πελάτης ενώ το δεύτερο τον τρόπο με τον οποίο θα γίνει η διανομή από την κεντρική αποθήκη στις υπο-αποθήκες.

#### **3.2.1 Αλγόριθμος για την μεταφορά των προϊόντων από τις αποθήκες στους πελάτες**

Όπως έχει ήδη αναφερθεί και παραπάνω στην διανομή των προϊόντων από τις αποθήκες προς τους πελάτες συμμετέχει και η κεντρική αποθήκη. Έτσι τα προϊόντα μεταφέρονται στους 144 πελάτες από εννέα διαφορετικά σημεία.

Το πρόγραμμα είναι εύκολο να χρησιμοποιηθεί και για την επίλυση άλλων όμοιων προβλημάτων αρκεί να πραγματοποιηθεί με τον κατάλληλο τρόπο η πληροφόρηση του για τα δεδομένα που ισχύουν στην εκάστοτε περίπτωση. Η εισαγωγή των δεδομένων στο πρόγραμμα γίνεται με την χρήση αρχείου notepad στο οποίο τα δεδομένα είναι τοποθετημένα με την εξής σειρά:

- Ο αριθμός των πελατών.



- Ο αριθμός των αποθηκών.
- Οι απαιτήσεις του κάθε πελάτη. Μπροστά από την κάθε ποσότητα υπάρχει και ο αριθμός του πελάτη. Για παράδειγμα:
 

1	20,345
2	30,875 κτλ.
- Ο πίνακας με τις αποστάσεις μεταξύ των πελατών.
- Ο πίνακας με τις αποστάσεις μεταξύ των αποθηκών και των πελατών και
- Ο πίνακας με τις αποστάσεις μεταξύ των αποθηκών.

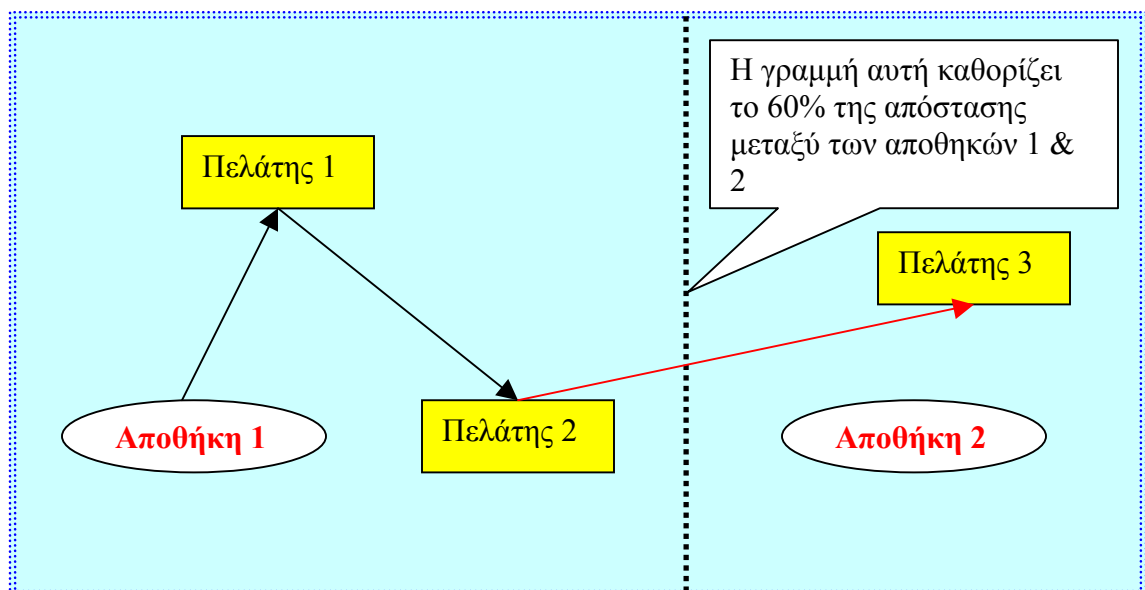
Το πρόγραμμα πλέον για να λειτουργήσει πρέπει να προσδιοριστούν οι επιθυμητές τιμές σε μια σειρά από μεταβλητές οι οποίες είναι:

- Η συνολική χωρητικότητα του οχήματος μου θα μεταφέρει τα προϊόντα.
- Η εκμεταλλεύσιμη χωρητικότητα. (στην επίλυση του συγκεκριμένου προβλήματος χρησιμοποιείται το 80 % της συνολικής χωρητικότητας του οχήματος ώστε να είναι δυνατή η εκφόρτωση κάποιου συγκεκριμένου προϊόντος που θα επιθυμεί ο πελάτης).
- Η συνολική απόσταση που μπορεί να διανύσει ένα φορτηγό κατά την διάρκεια μιας διαδρομής. (εδώ η συνολική απόσταση είναι ίση με 400 χιλιόμετρα στα οποία συμπεριλαμβάνεται και η απόσταση που χρειάζεται το φορτηγό για να γυρίσει στην βάση του).

Αρχικά το πρόγραμμα εξυπηρετεί τους πελάτες που έχουν ποσότητες προς παραλαβή μεγαλύτερες από την εκμεταλλεύσιμη χωρητικότητα του φορτηγού. Έτσι τα φορτηγά που θα εξυπηρετήσουν τους εναπομείναντες πελάτες έχουν την δυνατότητα να εξυπηρετήσουν πάνω από έναν κατά την διάρκεια μίας διαδρομής τους. Ο αλγόριθμος ξεκινά έτσι και ελέγχει για κάθε μια αποθήκη ποιος είναι ο επόμενος πελάτης τον οποίο θα εξυπηρετήσει. Την πρώτη φορά που θα αντιστοιχίσει το πρόγραμμα κάποιον πελάτη σε μια αποθήκη το μόνο που θα εξετάσει είναι να είναι αυτός ο πελάτης ο κοντινότερος σε αυτή. Στη συνέχεια θα πρέπει να εξεταστεί αν το φορτηγό πληροί κάποιες προϋποθέσεις ώστε να

εξυπηρετήσει παραπάνω πελάτες κατά την διάρκεια της διαδρομής του. Αυτές οι προϋποθέσεις είναι:

- Να υπάρχει περίσσειμα ποσότητας προϊόντων μέσα στο φορτηγό μετά την εξυπηρέτηση του προηγούμενου πελάτη. Η ποσότητα αυτή μάλιστα θα πρέπει να είναι μεγαλύτερη από το 60% της ποσότητας που απαιτεί ο επόμενος πελάτης.
- Η απόσταση μεταξύ του επόμενου πελάτη και της αποθήκης στην οποία ανήκει το φορτηγό που πρόκειται να τον εξυπηρετήσει θα πρέπει να είναι μικρότερη του 60% της απόστασης μεταξύ της αποθήκης στην οποία ανήκει το φορτηγό και της αποθήκης η οποία είναι η κοντινότερη στον επόμενο πελάτη. Έτσι, στο παράδειγμα που φαίνεται στο σχήμα 3.2.1 που ακολουθεί, το φορτηγό που ξεκίνησε από την αποθήκη 1 εξυπηρετεί αρχικά τον πελάτη 1, στην συνέχεια τον πελάτη 2, αλλά δεν μπορεί να εξυπηρετήσει και τον πελάτη 3, πραγματοποιώντας την διαδρομή που φαίνεται από το κόκκινο χρώματος βέλος, ακόμη και αν υπάρχει χωρητικότητα στο φορτηγό.



Σχήμα 3.2.1

Με τον τρόπο αυτό δημιουργούνται τμήματα μέσα στα οποία μπορούν τα κινηθούν τα οχήματα της κάθε αποθήκης και αποφεύγονται οι άνευ λόγου μεγάλες διαδρομές.

- Η συνολική απόσταση που θα διανύσει το όχημα θα πρέπει να είναι μικρότερη των 400 χιλιομέτρων.

Αν κάποια από τις παραπάνω προϋποθέσεις δεν ικανοποιείται τότε νέο όχημα ξεκινά από την αποθήκη. Εφόσον ο κοντινότερος πελάτης που θα εντοπιστεί από τον αλγόριθμο βρίσκεται πλησιέστερα σε μια άλλη αποθήκη, δεν υπάρχει λόγος να μην εξυπηρετηθεί από αυτή και επομένως η αποθήκη για την οποία πραγματοποιούταν η αναζήτηση νέου πελάτη έχει ολοκληρώσει την αποστολή της.

Στο τέλος κάθε επανάληψης που πραγματοποιείται στον βρόχο που συμβαίνουν οι αναθέσεις των πελατών στις αποθήκες, σε κάθε αποθήκη έχει ανατεθεί και ένας πελάτης. Στην συνέχεια εξετάζεται αν κάποιος πελάτης συμβαίνει να έχει ανατεθεί ταυτόχρονα σε δύο αποθήκες. Τότε συγκρίνονται οι αποστάσεις που πρέπει να γίνουν για να εξυπηρετηθεί από την κάθε μια. Στην αποθήκη από την οποία συμβαίνει να πρέπει να διανυθούν τα περισσότερα χιλιόμετρα ανατίθεται νέος πελάτης.

Πλέον η κάθε μια από τις αποθήκες έχει συγκεκριμένους πελάτες να εξυπηρετήσει. Οι αντιστοιχίες πελάτη-αποθήκης αποθηκεύονται και επαναλαμβάνεται η διαδικασία της επόμενης ανάθεσης, ωστόσο δεν υπάρχει κάποιος πελάτης που να μην έχει εξυπηρετηθεί.

Τελικά ο αλγόριθμος δίνει τις εξής απαντήσεις στην έξοδο του:

- Πόσα οχήματα χρειάζεται η αποθήκη για την ικανοποίηση των αναγκών των πελατών της.
- Ποιους πελάτες εξυπηρετεί το κάθε φορτηγό και κατά επέκταση ποιους πελάτες εξυπηρετεί η κάθε αποθήκη.
- Τι όγκο προϊόντων μεταφέρει το κάθε όχημα.

- Πόση είναι η συνολική απόσταση που διανύει.
- Σε ξεχωριστό αρχείο τέλος υπολογίζει την συνολική ποσότητα προϊόντων που χρειάζεται κάθε μια από τις υπο-αποθήκες. Το αρχείο αυτό δέχεται ως είσοδο το δεύτερο πρόγραμμα το οποίο στην ουσία λύνει ένα VRP πρόβλημα μεταξύ της κεντρικής αποθήκης στο Ιλφον και των υπόλοιπων υπο-αποθηκών.

Τα αποτελέσματα του πρώτου αλγορίθμου παρουσιάζονται αναλυτικά στο Παράρτημα Α.

### **3.2.2 Αλγόριθμος για την μεταφορά των προϊόντων από την κεντρική αποθήκη στις υπο-αποθήκες**

Αυτό που έχει απομείνει πλέον για την ολοκληρωτική επίλυση του προβλήματος, είναι η μεταφορά των προϊόντων από την κεντρική αποθήκη στις υπο-αποθήκες. Στην περίπτωση αυτή ο αλγόριθμος που δημιουργήθηκε ακολούθησε την γενικότερη λογική του προηγούμενου αλγορίθμου, μόνο που πλέον η πολυπλοκότητα ήταν πολύ μικρότερη αφού υπήρχε μόνο μια αποθήκη που θα έπρεπε να εξυπηρετήσει τους πελάτες - υπο-αποθήκες.

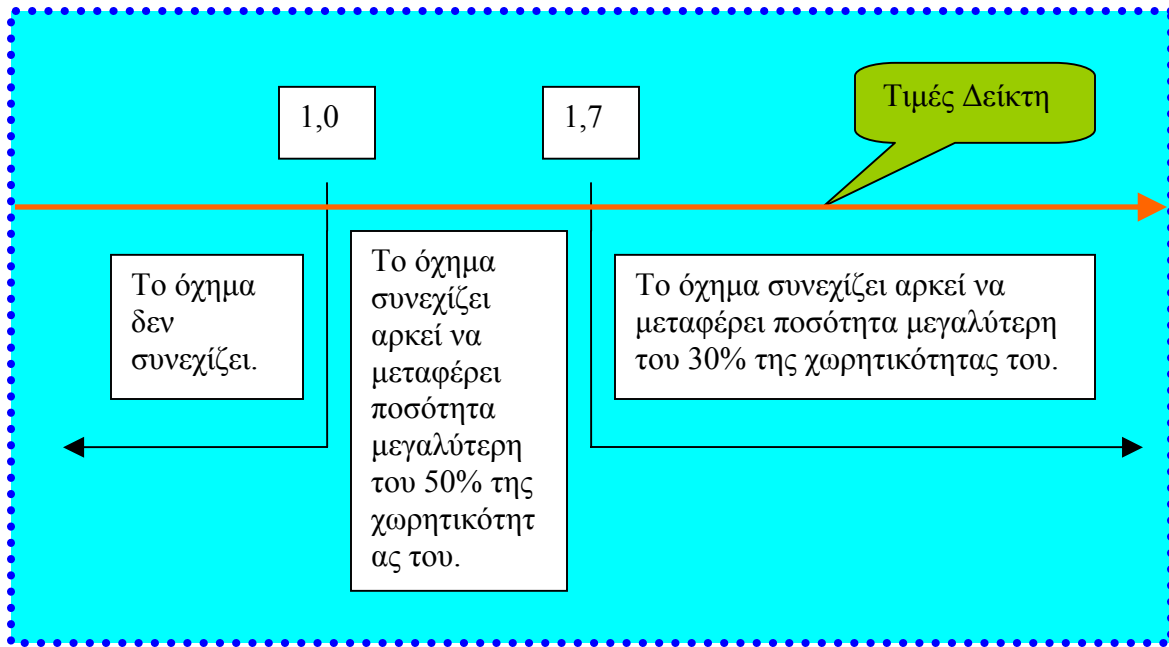
Έτσι ξεκινώντας από την πιο μακρινή υπο-αποθήκη ο αλγόριθμος καλύπτει τις ανάγκες της κάθε μιας εξ αυτών. Για την κάθε μια υπο-αποθήκη αρχικά υπολογίζεται πόσα οχήματα με πλήρη εκμετάλλευση της χωρητικότητας τους χρειάζονται. Αν οι απαιτήσεις της υπο-αποθήκης σε προϊόντα δεν είναι ακέραιο πολλαπλάσιο της χωρητικότητας του φορτηγού τότε το τελευταίο όχημα που θα φτάσει στην υπο-αποθήκη θα καλύψει πλήρως τις ανάγκες της και κάποια ποσότητα προϊόντων θα περισσέψει. Θα πρέπει να καθοριστεί υπό ποιες προϋποθέσεις η ποσότητα αυτή που έχει απομείνει στο όχημα συμφέρει να μεταφερθεί στην κοντινότερη υπο- αποθήκη που δεν έχει εξυπηρετηθεί.

Παρατηρώντας τις αποστάσεις μεταξύ των υπο-αποθηκών και των υπο-αποθηκών και της κεντρικής αποθήκης συγκεντρώθηκαν σε έναν πίνακα τα εξής στοιχεία:

Στην πρώτη γραμμή παρουσιάζονται για κάθε μία από τις υπο-αποθήκες η απόστασή τους από την κοντινότερη υπο-αποθήκη ενώ στην δεύτερη γραμμή η απόσταση της κάθε υπο-αποθήκης από την κεντρική αποθήκη. Τέλος στην τρίτη σειρά υπολογίζεται ο λόγος της δεύτερης προς την πρώτη γραμμή. Ο λόγος αυτός αποτελεί έναν δείκτη για την τελική απόφαση.

	CLUJ	CRAIOVA	GALATI	IASI	ORADEA	PLOIESTI	SIBIU	TIMISOARA
Απόσταση από την Πλησιέστερη Υπο-αποθήκη	145,7	205	200,1	219,8	145,7	200,1	153,1	264,4
Απόσταση από την Κεντρική Αποθήκη	393,7	233,5	224,1	386,8	528,8	58,9	247,6	490,2
Δείκτης	2,7	1,14	1,12	1,76	3,63	0,29	1,62	1,85

Έτσι αν ο δείκτης αυτός είναι μικρότερος της μονάδας τότε η ποσότητα που έχει παραμείνει στο όχημα δεν μεταφέρεται στην κοντινότερη υπο-αποθήκη αφού όπως φανερώνει ο λόγος είναι προτιμότερο η μεταφορά των προϊόντων να γίνει από την κεντρική αποθήκη. Ύστερα από δοκιμές καθορίστηκε ότι όταν ο δείκτης είναι από 1 έως 1,7 η διαδρομή με την υπόλοιπη ποσότητα στο όχημα να πραγματοποιείται όταν η ποσότητα που έχει απομείνει είναι τουλάχιστον ίση με το μισό της χωρητικότητας του οχήματος, ενώ όταν ο δείκτης είναι μεγαλύτερος του 1,7 αρκεί η ποσότητα να είναι μεγαλύτερη του 30% της συνολικής χωρητικότητας του οχήματος. Τα παραπάνω παρουσιάζονται εν συντομία στο σχήμα 3.2.2 που ακολουθεί.



Ο αλγόριθμος στην έξοδο του υπολογίζει:

- Τα γεμάτα φορτηγά που χρειάζεται η κάθε αποθήκη.
- Τις διαδρομές που κάνουν τα φορτηγά τα οποία είτε δεν φεύγουν με πλήρη εκμετάλλευση της χωρητικότητας τους είτε εξυπηρετούν 2 υπο-αποθήκες κατά την διαδρομή τους. Σε αυτές τις περιπτώσεις αναφέρονται και οι ποσότητες που μεταφέρθηκαν.
- Τα συνολικά χιλιόμετρα που διανύθηκαν για την ικανοποίηση των αναγκών όλων των υπο-αποθηκών.
- Το σύνολο των οχημάτων που απαιτούνται.

Τα αποτελέσματα του δεύτερου αλγορίθμου παρουσιάζονται αναλυτικά στο Παράρτημα Β.

## ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α

\*\*\*\*\*  
\*\*\*\*\*Depot 1 \*\*\*\*\*  
\*\*\*\*\*

Truck 1 of depot 1  
services customer: 108 with quantity 18.0085045700000  
and customer: 25 with quantity 15.2153634300000

The TOTAL QUANTITY which is being transferred is 33.2238680000000

whereas the TOTAL KM which are covered from the truck are 90.10000

Truck 2 of depot 1  
services customer: 105 with quantity 17.4538040000000  
services customer: 104 with quantity 7.927740000000000  
services customer: 103 with quantity 2.914566900000000  
and customer: 106 with quantity 9.45509657100000

The TOTAL QUANTITY which is being transferred is 37.7512074710000

whereas the TOTAL KM which are covered from the truck are 187.2000

Truck        3 of depot        1  
services customer:        109 with quantity 35.9117508600000  
and customer:        142 with quantity 9.55565828600000

The TOTAL QUANTITY which is being transferred is 45.4674091460000

whereas the TOTAL KM which are covered from the truck are 221.9000

Truck        4 of depot        1  
services customer:        102 with quantity 29.2727954300000  
and customer:        120 with quantity 10.2809765700000

The TOTAL QUANTITY which is being transferred is 39.5537720000000

whereas the TOTAL KM which are covered from the truck are 221.1000

Truck        5 of depot        1  
services customer:        107 with quantity 10.0972451400000  
and customer:        143 with quantity 7.17380857100000

The TOTAL QUANTITY which is being transferred is 17.2710537110000

whereas the TOTAL KM which are covered from the truck are 176.6000



Truck        6 of depot        1  
services customer:        118 with quantity 6.913148000000000  
services customer:        119 with quantity 15.5364028600000  
services customer:        42 with quantity 8.920592000000000  
and customer:        43 with quantity 7.117777714000000

The TOTAL QUANTITY which is being transferred is 38.4879205740000

whereas the TOTAL KM which are covered from the truck are 303.5000

Truck        7 of depot        1  
services customer:        24 with quantity 23.8150554300000

The TOTAL QUANTITY which is being transferred is 23.8150554300000

whereas the TOTAL KM which are covered from the truck are 166.0000

Truck        8 of depot        1  
services customer:        48 with quantity 10.0762771400000  
services customer:        49 with quantity 17.8843102900000  
and customer:        46 with quantity 2.438879430000000

The TOTAL QUANTITY which is being transferred is 30.3994668600000

whereas the TOTAL KM which are covered from the truck are 391.5000

Truck 9 of depot 1  
services customer: 121 with quantity 20.3563422900000  
and customer: 47 with quantity 7.39863428600000

The TOTAL QUANTITY which is being transferred is 27.7549765760000

whereas the TOTAL KM which are covered from the truck are 319.2000

Whereas, Depot 1 services with 3  
fully capacitated trucks it's customers

More analytically:

Customer 46 is serviced with 1 fully capacitated trucks  
And the km which are covered every time are: 189.2000  
Customer 103 is serviced with 2 fully capacitated trucks  
And the km which are covered every time are: 46.30000

TOTAL VEHICLES AND QUANTITIES OF PRODUCTS FOR THE DEPOT

1

-----  
Depot 1 has 12 trucks

The total quantity which is managed from the depot is 473.724729768000

\*\*\*\*\*

\*\*\*\*\*Depot 2\*\*\*\*\*

\*\*\*\*\*

Truck 1 of depot 2

services customer: 94 with quantity 52.8484422900000

The TOTAL QUANTITY which is being transferred is 52.8484422900000

whereas the TOTAL KM which are covered from the truck are 173.0000

Truck 2 of depot 2

services customer: 90 with quantity 8.32923257000000

services customer: 89 with quantity 31.2250502900000

and customer: 91 with quantity 8.39849885700000

The TOTAL QUANTITY which is being transferred is 47.9527817170000

whereas the TOTAL KM which are covered from the truck are 158.7000

Truck        3 of depot        2  
services customer:        93 with quantity 20.9414788600000  
services customer:        39 with quantity 16.8723131400000  
and customer:        38 with quantity 7.92093657100000

The TOTAL QUANTITY which is being transferred is 45.7347285710000

whereas the TOTAL KM which are covered from the truck are 175.5000

Truck        4 of depot        2  
services customer:        92 with quantity 7.58937828600000  
services customer:        52 with quantity 12.4276908600000  
services customer:        51 with quantity 7.62177657100000  
and customer:        50 with quantity 13.6934057100000

The TOTAL QUANTITY which is being transferred is 41.3322514270000

whereas the TOTAL KM which are covered from the truck are 395.5000

Truck        5 of depot        2  
services customer:        6 with quantity 26.5102994300000

The TOTAL QUANTITY which is being transferred is 26.5102994300000

whereas the TOTAL KM which are covered from the truck are 140.6000

Truck 6 of depot 2  
services customer: 88 with quantity 23.9680022900000

The TOTAL QUANTITY which is being transferred is 23.9680022900000

whereas the TOTAL KM which are covered from the truck are 241.4000

Whereas, Depot 2 services with 1  
fully capacitated trucks it's customers

More analytically:

Customer 90 is serviced with 1 fully capacitated trucks  
And the km which are covered every time are: 18.80000

TOTAL VEHICLES AND QUANTITIES OF PRODUCTS FOR THE DEPOT

2

-----  
Depot        2 has        7 trucks

The total quantity which is managed from the depot is 298.346505725000

\*\*\*\*\*  
\*\*\*\*\*Depot        3 \*\*\*\*\*  
\*\*\*\*\*

Truck        1 of depot        3

services customer:        85 with quantity 4.46117257100000

and customer:        87 with quantity 40.4876497100000

The TOTAL QUANTITY which is being transferred is 44.9488222810000

whereas the TOTAL KM which are covered from the truck are 97.20000

Truck        2 of depot        3

services customer:        114 with quantity 5.83453142900000

services customer:        116 with quantity 10.1741742900000

services customer:        115 with quantity 11.0305600000000

and customer:        117 with quantity 20.9607342810000

The TOTAL QUANTITY which is being transferred is 48.0000000000000

whereas the TOTAL KM which are covered from the truck are 248.8000

Truck        3 of depot        3  
services customer:        86 with quantity   6.30774571400000  
services customer:        3 with quantity   3.74567085700000  
services customer:        2 with quantity   6.80283942900000  
and customer:        4 with quantity   31.14374400000000

The TOTAL QUANTITY which is being transferred is   48.00000000000000

whereas the TOTAL KM which are covered from the truck are   299.4000

Truck        4 of depot        3  
services customer:        117 with quantity   1.85445657900000  
and customer:        58 with quantity   9.65453657100000

The TOTAL QUANTITY which is being transferred is   11.5089931500000

whereas the TOTAL KM which are covered from the truck are   269.4000

Truck        5 of depot        3  
services customer:        84 with quantity   32.6193771400000

The TOTAL QUANTITY which is being transferred is 32.6193771400000

whereas the TOTAL KM which are covered from the truck are 211.8000

Truck 6 of depot 3

services customer: 4 with quantity 3.46919143000000

and customer: 129 with quantity 26.6602331400000

The TOTAL QUANTITY which is being transferred is 30.1294245700000

whereas the TOTAL KM which are covered from the truck are 363.5000

Truck 7 of depot 3

services customer: 131 with quantity 26.0484457100000

The TOTAL QUANTITY which is being transferred is 26.0484457100000

whereas the TOTAL KM which are covered from the truck are 269.2000



TOTAL VEHICLES AND QUANTITIES OF PRODUCTS FOR THE DEPOT

3

-----  
Depot        3 has        7 trucks

The total quantity which is managed from the depot is 241.255062851000

\*\*\*\*\*

\*\*\*\*\*Depot        4 \*\*\*\*\*

\*\*\*\*\*

Truck        1 of depot        4

services customer:        57 with quantity 53.4933251400000

The TOTAL QUANTITY which is being transferred is 53.4933251400000

whereas the TOTAL KM which are covered from the truck are 69.40000

Truck        2 of depot        4

services customer:        55 with quantity 12.7458565700000

services customer:        56 with quantity 10.8249491400000

and customer:        40 with quantity 24.1019434300000

The TOTAL QUANTITY which is being transferred is 47.6727491400000

whereas the TOTAL KM which are covered from the truck are 199.9000

Truck 3 of depot 4  
services customer: 53 with quantity 41.5889874300000  
and customer: 54 with quantity 6.41101257000000

The TOTAL QUANTITY which is being transferred is 48.0000000000000

whereas the TOTAL KM which are covered from the truck are 190.4000

Truck 4 of depot 4  
services customer: 54 with quantity 3.60299314000000  
and customer: 41 with quantity 39.4730577100000

The TOTAL QUANTITY which is being transferred is 43.0760508500000

whereas the TOTAL KM which are covered from the truck are 276.0000

Truck 5 of depot 4  
services customer: 1 with quantity 21.1672160000000

The TOTAL QUANTITY which is being transferred is 21.1672160000000

whereas the TOTAL KM which are covered from the truck are 181.0000

Truck 6 of depot 4  
services customer: 128 with quantity 13.8462308600000

The TOTAL QUANTITY which is being transferred is 13.8462308600000

whereas the TOTAL KM which are covered from the truck are 238.8000

Truck 7 of depot 4  
services customer: 113 with quantity 4.412450860000001  
and customer: 17 with quantity 6.447718286000000

The TOTAL QUANTITY which is being transferred is 10.8601691460000

whereas the TOTAL KM which are covered from the truck are 340.1000

Truck 8 of depot 4  
services customer: 18 with quantity 16.17764000000000

The TOTAL QUANTITY which is being transferred is 16.17764000000000

whereas the TOTAL KM which are covered from the truck are 351.6000

Truck 9 of depot 4  
services customer: 130 with quantity 8.53580685700000

The TOTAL QUANTITY which is being transferred is 8.53580685700000

whereas the TOTAL KM which are covered from the truck are 400.6000

Truck 10 of depot 4  
services customer: 19 with quantity 2.28011029000000

The TOTAL QUANTITY which is being transferred is 2.28011029000000

whereas the TOTAL KM which are covered from the truck are 481.4000

Whereas, Depot 4 services with 3  
fully capacitated trucks it's customers

More analytically:

Customer 19 is serviced with 1 fully capacitated trucks

And the km which are covered every time are: 240.7000

Customer 113 is serviced with 1 fully capacitated trucks

And the km which are covered every time are: 139.0000

Customer 128 is serviced with 1 fully capacitated trucks

And the km which are covered every time are: 119.4000

#### TOTAL VEHICLES AND QUANTITIES OF PRODUCTS FOR THE DEPOT

4

-----  
Depot 4 has 13 trucks

The total quantity which is managed from the depot is 445.109298283000

\*\*\*\*\*

\*\*\*\*\*Depot 5\*\*\*\*\*

\*\*\*\*\*

Truck 1 of depot 5

services customer: 124 with quantity 8.34772742900000

and customer: 127 with quantity 39.6522725710000

The TOTAL QUANTITY which is being transferred is 48.0000000000000

whereas the TOTAL KM which are covered from the truck are 69.40000

Truck        2 of depot        5  
services customer:        123 with quantity 4.65885942900000  
services customer:        122 with quantity 26.7740657100000  
and customer:        22 with quantity 9.870736000000000

The TOTAL QUANTITY which is being transferred is 41.3036611390000

whereas the TOTAL KM which are covered from the truck are 213.0000

Truck        3 of depot        5  
services customer:        127 with quantity 6.497955999000001  
services customer:        125 with quantity 12.48365200000000  
and customer:        132 with quantity 28.40673257000000

The TOTAL QUANTITY which is being transferred is 47.3883405690000

whereas the TOTAL KM which are covered from the truck are 181.2000

Truck        4 of depot        5  
services customer:        126 with quantity 15.6589834300000  
and customer:        134 with quantity 4.54350057100000

The TOTAL QUANTITY which is being transferred is 20.2024840010000

whereas the TOTAL KM which are covered from the truck are 272.2000

Truck 5 of depot 5

services customer: 23 with quantity 27.0440320000000

and customer: 21 with quantity 9.05895085700000

The TOTAL QUANTITY which is being transferred is 36.1029828570000

whereas the TOTAL KM which are covered from the truck are 251.5000

Truck 6 of depot 5

services customer: 20 with quantity 25.8559485700000

The TOTAL QUANTITY which is being transferred is 25.8559485700000

whereas the TOTAL KM which are covered from the truck are 337.0000

Whereas, Depot 5 services with 1  
fully capacitated trucks it's customers

More analytically:

Customer 122 is serviced with 1 fully capacitated trucks

And the km which are covered every time are: 59.10000

#### TOTAL VEHICLES AND QUANTITIES OF PRODUCTS FOR THE DEPOT

5

-----  
Depot 5 has 7 trucks

The total quantity which is managed from the depot is 278.853417136000

\*\*\*\*\*

\*\*\*\*\*Depot 6\*\*\*\*\*

\*\*\*\*\*

Truck 1 of depot 6

services customer: 31 with quantity 52.4295754300000

The TOTAL QUANTITY which is being transferred is 52.4295754300000

whereas the TOTAL KM which are covered from the truck are 149.6000



Truck        2 of depot        6  
services customer:        36 with quantity 9.83665428600000  
services customer:        33 with quantity 9.43938800000000  
services customer:        32 with quantity 6.51777428600000  
services customer:        95 with quantity 9.93539314300000  
and customer:        96 with quantity 12.2707902850000

The TOTAL QUANTITY which is being transferred is 48.0000000000000

whereas the TOTAL KM which are covered from the truck are 187.1000

Truck        3 of depot        6  
services customer:        59 with quantity 5.70241429999999  
and customer:        60 with quantity 7.57360000000000

The TOTAL QUANTITY which is being transferred is 13.2760143000000

whereas the TOTAL KM which are covered from the truck are 68.00000

Truck        4 of depot        6  
services customer:        73 with quantity 17.4075897100000

The TOTAL QUANTITY which is being transferred is 17.4075897100000

whereas the TOTAL KM which are covered from the truck are 53.40000

Truck        5 of depot        6  
services customer:        37 with quantity 43.1783365700000

The TOTAL QUANTITY which is being transferred is 43.1783365700000

whereas the TOTAL KM which are covered from the truck are 71.40000

Truck        6 of depot        6  
services customer:        35 with quantity 9.22339771400000  
and customer:        111 with quantity 28.2626908600000

The TOTAL QUANTITY which is being transferred is 37.4860885740000

whereas the TOTAL KM which are covered from the truck are 177.5000

Truck        7 of depot        6  
services customer:        96 with quantity 7.81380971500000  
and customer:        141 with quantity 33.9445594300000

The TOTAL QUANTITY which is being transferred is 41.7583691450000

whereas the TOTAL KM which are covered from the truck are 249.2000

Truck 8 of depot 6  
services customer: 110 with quantity 10.5984400000000

The TOTAL QUANTITY which is being transferred is 10.5984400000000

whereas the TOTAL KM which are covered from the truck are 194.0000

Whereas, Depot 6 services with 4  
fully capacitated trucks it's customers

More analytically:

Customer 59 is serviced with 4 fully capacitated trucks  
And the km which are covered every time are: 23.60000

TOTAL VEHICLES AND QUANTITIES OF PRODUCTS FOR THE DEPOT  
6

-----  
Depot 6 has 12 trucks

The total quantity which is managed from the depot is 504.134413729000

\*\*\*\*\*  
\*\*\*\*\*Depot 7 \*\*\*\*\*  
\*\*\*\*\*

Truck 1 of depot 7  
services customer: 112 with quantity 55.8055290000000

The TOTAL QUANTITY which is being transferred is 55.8055290000000

whereas the TOTAL KM which are covered from the truck are 147.8000

Truck 2 of depot 7  
services customer: 29 with quantity 14.7002828600000  
services customer: 28 with quantity 18.6262485700000  
and customer: 30 with quantity 14.6734685700000

The TOTAL QUANTITY which is being transferred is 48.0000000000000

whereas the TOTAL KM which are covered from the truck are 132.2000

Truck 3 of depot 7

services customer: 30 with quantity 8.617828000000000  
and customer: 144 with quantity 23.501940000000000

The TOTAL QUANTITY which is being transferred is 32.119768000000000

whereas the TOTAL KM which are covered from the truck are 113.7000

Truck 4 of depot 7  
services customer: 27 with quantity 6.200241143000000  
and customer: 45 with quantity 41.7997588570000

The TOTAL QUANTITY which is being transferred is 48.000000000000000

whereas the TOTAL KM which are covered from the truck are 171.0000

Truck 5 of depot 7  
services customer: 26 with quantity 38.874668000000000  
and customer: 44 with quantity 9.125332000000000

The TOTAL QUANTITY which is being transferred is 48.000000000000000

whereas the TOTAL KM which are covered from the truck are 151.6000

Truck        6 of depot        7  
services customer:        44 with quantity 0.817073713999999  
and customer:        45 with quantity 5.25594343300000

The TOTAL QUANTITY which is being transferred is 6.07301714700000

whereas the TOTAL KM which are covered from the truck are 212.2000

Truck        7 of depot        7  
services customer:        5 with quantity 18.5193765700000  
services customer:        140 with quantity 12.2946611400000  
and customer:        138 with quantity 10.4838531400000

The TOTAL QUANTITY which is being transferred is 41.2978908500000

whereas the TOTAL KM which are covered from the truck are 316.9000

Truck        8 of depot        7  
services customer:        81 with quantity 19.3311617100000  
services customer:        82 with quantity 6.330902859999999  
and customer:        79 with quantity 18.2716902900000

The TOTAL QUANTITY which is being transferred is 43.9337548600000

whereas the TOTAL KM which are covered from the truck are 382.0000

Whereas, Depot 7 services with 31  
fully capacitated trucks it's customers

More analytically:

Customer 30 is serviced with 1 fully capacitated trucks

And the km which are covered every time are: 35.20000

Customer 82 is serviced with 1 fully capacitated trucks

And the km which are covered every time are: 136.3000

Customer 112 is serviced with 29 fully capacitated trucks

And the km which are covered every time are: 73.90000

TOTAL VEHICLES AND QUANTITIES OF PRODUCTS FOR THE DEPOT  
7

-----  
Depot 7 has 39 trucks

The total quantity which is managed from the depot is 2183.22995985700

\*\*\*\*\*

\*\*\*\*\*Depot 8\*\*\*\*\*

\*\*\*\*\*

Truck 1 of depot 8

services customer: 136 with quantity 51.2297777100000

The TOTAL QUANTITY which is being transferred is 51.2297777100000

whereas the TOTAL KM which are covered from the truck are 129.2000

Truck 2 of depot 8

services customer: 13 with quantity 34.6211382900000

and customer: 9 with quantity 13.3788617100000

The TOTAL QUANTITY which is being transferred is 48.0000000000000

whereas the TOTAL KM which are covered from the truck are 63.80000

Truck 3 of depot 8

services customer: 9 with quantity 0.173450859999997

services customer: 8 with quantity 34.5841308600000

and customer: 16 with quantity 13.2424182800000

The TOTAL QUANTITY which is being transferred is 48.0000000000000



whereas the TOTAL KM which are covered from the truck are 197.0000

Truck	4 of depot	8
services customer:	16 with quantity	5.89086515000000
services customer:	10 with quantity	10.4034874300000
services customer:	11 with quantity	7.10389200000000
services customer:	12 with quantity	8.81399885700000
and customer:	14 with quantity	15.7877565630000

The TOTAL QUANTITY which is being transferred is 48.0000000000000

whereas the TOTAL KM which are covered from the truck are 270.0000

Truck	5 of depot	8
services customer:	14 with quantity	1.45889257700000
services customer:	15 with quantity	3.70457657100000
services customer:	98 with quantity	12.0217285700000
and customer:	99 with quantity	30.8148022820000

The TOTAL QUANTITY which is being transferred is 48.0000000000000

whereas the TOTAL KM which are covered from the truck are 257.1000

Truck        6 of depot        8  
services customer:        133 with quantity 15.4411702900000

The TOTAL QUANTITY which is being transferred is 15.4411702900000

whereas the TOTAL KM which are covered from the truck are 168.8000

Truck        7 of depot        8  
services customer:        135 with quantity 11.6140828600000  
and customer:        80 with quantity 11.3367325700000

The TOTAL QUANTITY which is being transferred is 22.9508154300000

whereas the TOTAL KM which are covered from the truck are 259.5000

Truck        8 of depot        8  
services customer:        99 with quantity 3.27267314800000

The TOTAL QUANTITY which is being transferred is 3.27267314800000

whereas the TOTAL KM which are covered from the truck are 246.0000

Whereas, Depot 8 services with 2  
fully capacitated trucks it's customers

More analytically:

Customer 8 is serviced with 1 fully capacitated trucks

And the km which are covered every time are: 68.50000

Customer 16 is serviced with 1 fully capacitated trucks

And the km which are covered every time are: 29.60000

#### TOTAL VEHICLES AND QUANTITIES OF PRODUCTS FOR THE DEPOT

8

-----  
Depot 8 has 10 trucks

The total quantity which is managed from the depot is 404.894436578000

\*\*\*\*\*  
\*\*\*\*\*Depot 9 \*\*\*\*\*  
\*\*\*\*\*

Truck 1 of depot 9

services customer: 76 with quantity 51.0175028600000

The TOTAL QUANTITY which is being transferred is 51.0175028600000

whereas the TOTAL KM which are covered from the truck are 41.60000

Truck 2 of depot 9  
services customer: 83 with quantity 59.0648102900000

The TOTAL QUANTITY which is being transferred is 59.0648102900000

whereas the TOTAL KM which are covered from the truck are 98.00000

Truck 3 of depot 9  
services customer: 137 with quantity 52.1628137100000

The TOTAL QUANTITY which is being transferred is 52.1628137100000

whereas the TOTAL KM which are covered from the truck are 250.0000

Truck 4 of depot 9  
services customer: 67 with quantity 17.0620760000000  
services customer: 64 with quantity 10.3708800000000  
and customer: 63 with quantity 13.5006994300000

The TOTAL QUANTITY which is being transferred is 40.9336554300000

whereas the TOTAL KM which are covered from the truck are 57.40000

Truck 5 of depot 9

services customer: 69 with quantity 10.4076960000000

and customer: 77 with quantity 19.0563149000000

The TOTAL QUANTITY which is being transferred is 29.4640109000000

whereas the TOTAL KM which are covered from the truck are 46.00000

Truck 6 of depot 9

services customer: 65 with quantity 21.0899382900000

and customer: 62 with quantity 14.6912382900000

The TOTAL QUANTITY which is being transferred is 35.7811765800000

whereas the TOTAL KM which are covered from the truck are 44.00000

Truck 7 of depot 9

services customer: 66 with quantity 28.0387423000000

and customer: 68 with quantity 15.5390674300000

The TOTAL QUANTITY which is being transferred is 43.5778097300000

whereas the TOTAL KM which are covered from the truck are 43.00000

Truck 8 of depot 9

services customer: 78 with quantity 11.5760183000000

and customer: 75 with quantity 36.4239817000000

The TOTAL QUANTITY which is being transferred is 48.0000000000000

whereas the TOTAL KM which are covered from the truck are 88.20000

Truck 9 of depot 9

services customer: 70 with quantity 9.43672342900000

services customer: 75 with quantity 10.3343834400000

services customer: 71 with quantity 15.1253902900000

and customer: 72 with quantity 6.63236114300000

The TOTAL QUANTITY which is being transferred is 41.5288583020000

whereas the TOTAL KM which are covered from the truck are 117.3000

Truck        10 of depot        9  
services customer:        74 with quantity 41.0023068600000

The TOTAL QUANTITY which is being transferred is 41.0023068600000

whereas the TOTAL KM which are covered from the truck are 60.40000

Truck        11 of depot        9  
services customer:        61 with quantity 45.8058405700000

The TOTAL QUANTITY which is being transferred is 45.8058405700000

whereas the TOTAL KM which are covered from the truck are 75.80000

Truck        12 of depot        9  
services customer:        101 with quantity 42.3365388600000  
and customer:        34 with quantity 5.66346114000000

The TOTAL QUANTITY which is being transferred is 48.0000000000000

whereas the TOTAL KM which are covered from the truck are 229.4000

Truck        13 of depot        9  
services customer:        34 with quantity 2.48047828900000  
services customer:        97 with quantity 31.5418811400000  
and customer:        7 with quantity 13.9776405710000

The TOTAL QUANTITY which is being transferred is 48.0000000000000

whereas the TOTAL KM which are covered from the truck are 279.3000

Truck        14 of depot        9  
services customer:        7 with quantity 2.33288971900000  
and customer:        139 with quantity 7.61560571400000

The TOTAL QUANTITY which is being transferred is 9.94849543300000

whereas the TOTAL KM which are covered from the truck are 257.6000

Truck        15 of depot        9  
services customer:        100 with quantity 6.55133099999989

The TOTAL QUANTITY which is being transferred is 6.55133099999989

whereas the TOTAL KM which are covered from the truck are 352.8000



Whereas, Depot 9 services with 40  
fully capacitated trucks it's customers

More analytically:

Customer 66 is serviced with 2 fully capacitated trucks

And the km which are covered every time are: 15.00000

Customer 77 is serviced with 3 fully capacitated trucks

And the km which are covered every time are: 23.00000

Customer 78 is serviced with 4 fully capacitated trucks

And the km which are covered every time are: 21.30000

Customer 100 is serviced with 31 fully capacitated trucks

And the km which are covered every time are: 176.4000

#### TOTAL VEHICLES AND QUANTITIES OF PRODUCTS FOR THE DEPOT

9

-----

Depot 9 has 55 trucks

The total quantity which is managed from the depot is 3000.83861166500

Όλα τα παραπάνω παρουσιάζονται συνοπτικά στον πίνακα που ακολουθεί:

	Depot 1		Trucks:12	Quantity:473,72
	Customers	Quantity per customer	Total Quantity	Total km
Truck 1	108	18,00	33,22	90,1
	25	15,21		
Truck 2	105	17,45	37,75	187,2
	104	7,92		
	103	2,91		
	106	9,45		
Truck 3	109	35,91	45,46	221,9
	142	9,55		
Truck 4	102	29,27	39,55	221,1
	120	10,28		
Truck 5	107	10,09	17,27	176,6
	143	7,17		
Truck 6	118	6,91	38,48	303,5
	119	15,53		
	42	8,92		
	43	7,11		
Truck 7	24	23,81	23,81	166,0
Truck 8	48	10,07	30,39	391,5
	49	17,88		
	46	2,43		
Truck 9	121	20,35	27,75	319,2
	47	7,39		
Truck 10	46	60,00	60,00	189,2
Truck 11	103	60,00	60,00	46,3
Truck 12	103	60,00	60,00	46,3
	Depot 2		Trucks:7	Quantity:298,34
	Customers	Quantity per customer	Total Quantity	Total km
Truck 1	94	52,85	52,85	173,0
Truck 2	90	8,32	47,95	158,7
	89	31,22		
	91	8,39		
Truck 3	93	20,94	45,73	175,5
	39	16,87		
	38	7,92		
Truck 4	92	7,58	41,33	395,5
	52	12,42		
	51	7,62		
	50	13,69		
Truck 5	6	26,51	26,51	140,6

Truck 6	88	23,96	23,96	241,4
Truck 7	90	60,00	60,00	18,8
	<b>Depot 3</b>		<b>Trucks:7</b>	<b>Quantity:241,25</b>
	<b>Customers</b>	<b>Quantity per customer</b>	<b>Total Quantity</b>	<b>Total km</b>
Truck 1	85	4,46	44,94	97,2
	87	40,48		
Truck 2	114	5,83	48,00	248,8
	116	10,17		
	115	11,03		
	117	20,96		
Truck 3	86	6,30	48,00	299,4
	3	3,74		
	2	6,80		
	4	31,14		
Truck 4	117	1,85	11,50	269,4
	58	9,65		
Truck 5	84	32,61	32,61	211,8
Truck 6	4	3,46	30,12	363,5
	129	26,66		
Truck 7	131	26,05	26,05	269,2
	<b>Depot 4</b>		<b>Trucks:13</b>	<b>Quantity:445,10</b>
	<b>Customers</b>	<b>Quantity per customer</b>	<b>Total Quantity</b>	<b>Total km</b>
Truck 1	57	53,49	53,49	69,4
Truck 2	55	12,74	47,67	199,9
	56	10,82		
	40	24,10		
Truck 3	53	41,58	48,00	190,4
	54	6,41		
Truck 4	54	3,60	43,08	276,0
	41	39,47		
Truck 5	1	21,16	21,16	181,0
Truck 6	128	13,84	13,84	238,8
Truck 7	113	4,41	10,86	340,1
	17	6,44		
Truck 8	18	16,17	16,17	351,6
Truck 9	130	8,53	8,53	400,6
Truck 10	19	2,28	2,28	481,4
Truck 11	19	60,00	60,00	240,7
Truck 12	113	60,00	60,00	139,0
Truck 13	128	60,00	60,00	119,4
	<b>Depot 5</b>		<b>Trucks:7</b>	<b>Quantity:278,85</b>
	<b>Customers</b>	<b>Quantity per customer</b>	<b>Total Quantity</b>	<b>Total km</b>
Truck 1	124	8,34	48,00	69,4

	127	39,65		
Truck 2	123	4,65	41,30	213,0
	122	26,77		
	22	9,87		
Truck 3	127	6,49	47,38	181,2
	125	12,48		
	132	28,40		
Truck 4	126	15,65	20,20	272,2
	134	4,54		
Truck 5	23	27,04	36,10	251,5
	21	9,05		
Truck 6	20	25,85	25,85	337,0
Truck 7	122	60,00	60,00	59,1
	<b>Depot 6</b>		<b>Trucks:12</b>	<b>Quantity:504,13</b>
	<b>Customers</b>	<b>Quantity per customer</b>	<b>Total Quantity</b>	<b>Total km</b>
Truck 1	31	52,42	52,42	149,6
Truck 2	36	9,83	48,00	187,1
	33	9,43		
	32	6,51		
	96	12,27		
Truck 3	59	5,70	13,27	68,0
	60	7,57		
Truck 4	73	17,40	17,40	53,4
Truck 5	37	43,17	43,17	71,4
Truck 6	35	9,22	37,48	177,5
	111	28,26		
Truck 7	96	7,81	41,75	249,2
	141	33,94		
Truck 8	110	10,60	10,60	194,0
Truck 9	59	60,00	60,00	23,6
Truck 10	59	60,00	60,00	23,6
Truck 11	59	60,00	60,00	23,6
Truck 12	59	60,00	60,00	23,6
	<b>Depot 7</b>		<b>Trucks:39</b>	<b>Quantity:2183,23</b>
	<b>Customers</b>	<b>Quantity per customer</b>	<b>Total Quantity</b>	<b>Total km</b>
Truck 1	112	55,80	55,80	147,8
Truck 2	29	14,70	48,00	132,2
	28	18,62		
	30	14,67		
Truck 3	30	8,61	32,12	113,7
	144	23,50		
Truck 4	27	6,20	48,00	171,0
	45	41,79		

Truck 5	26	38,80	48,00	151,6
	44	9,13		
Truck 6	44	0,81	6,73	212,2
	45	5,25		
Truck 7	5	18,52	41,29	316,9
	140	12,29		
	138	10,48		
Truck 8	81	19,33	43,93	382,0
	82	6,33		
	79	18,27		
Truck 9	30	60,00	60,00	35,2
Truck 10	82	60,00	60,00	136,3
Truck 11-39	112	60,00	60,00	73,9
	<b>Depot 8</b>		<b>Trucks:10</b>	<b>Quantity:404,89</b>
	<b>Customers</b>	<b>Quantity per customer</b>	<b>Total Quantity</b>	<b>Total km</b>
Truck 1	136	51,23	51,23	129,2
Truck 2	13	34,62	48,00	63,8
	9	13,38		
Truck 3	9	0,17	48,00	197,0
	8	34,58		
	16	13,24		
Truck 4	16	5,89	48,00	270,0
	10	10,40		
	11	7,10		
	12	8,81		
	14	15,78		
Truck 5	14	3,70	48,00	257,1
	15	3,70		
	98	12,20		
	99	30,81		
Truck 6	133	15,44	15,44	168,8
Truck 7	135	11,61	22,95	259,5
	80	11,33		
Truck 7	99	3,27	3,27	246,0
Truck 8	8	60,00	60,00	68,5
Truck 9	16	60,00	60,00	29,6
	<b>Depot 9</b>		<b>Trucks:55</b>	<b>Quantity:3000,83</b>
	<b>Customers</b>	<b>Quantity per customer</b>	<b>Total Quantity</b>	<b>Total km</b>
Truck 1	76	51,01	51,01	41,6
Truck 2	83	59,06	59,06	98,0
Truck 3	137	52,16	52,16	250,0
Truck 4	67	17,06	40,93	57,4
	64	100,37		

	63	13,50		
<b>Truck 5</b>	69	10,40	29,46	46,0
	77	19,05		
<b>Truck 6</b>	65	21,08	35,78	44,0
	62	14,69		
<b>Truck 7</b>	66	28,03	43,58	43,0
	68	15,56		
<b>Truck 8</b>	78	11,57	48,00	88,2
	75	36,42		
<b>Truck 9</b>	70	9,43	41,52	117,3
	75	10,33		
	71	15,12		
	72	6,63		
<b>Truck 10</b>	74	41,02	41,02	60,4
<b>Truck 11</b>	61	45,20	45,20	75,8
<b>Truck 12</b>	101	42,33	48,00	229,4
	34	5,66		
<b>Truck 13</b>	34	2,48	48,00	279,3
	97	31,54		
	7	13,97		
<b>Truck 14</b>	7	2,33	9,94	257,6
	139	7,61		
<b>Truck 15</b>	100	6,55	6,55	352,8
<b>Truck 16</b>	66	60,00	60,00	15,0
<b>Truck 17</b>	66	60,00	60,00	15,0
<b>Truck 18</b>	77	60,00	60,00	23,0
<b>Truck 19</b>	77	60,00	60,00	23,0
<b>Truck 20</b>	77	60,00	60,00	23,0
<b>Truck 21</b>	78	60,00	60,00	21,3
<b>Truck 22</b>	78	60,00	60,00	21,3
<b>Truck 23</b>	78	60,00	60,00	21,3
<b>Truck 24</b>	78	60,00	60,00	21,3
<b>Truck 25-55</b>	100	60,00	60,00	176,4

## ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β

Sub-Depot	1 needs	7 fully capacitated trucks
Sub-Depot	2 needs	4 fully capacitated trucks
Sub-Depot	3 needs	3 fully capacitated trucks
Sub-Depot	4 needs	7 fully capacitated trucks
Sub-Depot	5 needs	4 fully capacitated trucks
Sub-Depot	6 needs	7 fully capacitated trucks
Sub-Depot	7 needs	35 fully capacitated trucks
Sub-Depot	8 needs	6 fully capacitated trucks

-----Additionally-----

A truck begins from Ilfov services at first depot 5.0000000000000000  
with quantity 38.8534171360000 and then sub-depot  
1.0000000000000000 with quantity 21.1465828640000

A truck services depot 8.0000000000000000  
with quantity 44.8944365780000

A truck begins from Ilfov services at first depot 1.0000000000000000  
with quantity 32.5781469040000 and then sub-depot  
7.0000000000000000 with quantity 27.4218530960000

A truck begins from Ilfov services at first depot 4.0000000000000000  
with quantity 25.1092982830000 and then sub-depot  
3.0000000000000000 with quantity 34.8907017170000

A truck services depot 7.0000000000000000  
with quantity 55.8081067609996

A truck services depot 2.0000000000000000  
with quantity 58.3465057250000

A truck begins from Ilfov services at first depot 3.0000000000000000  
with quantity 26.3643611340000 and then sub-depot  
6.0000000000000000 with quantity 33.6356388660000

A truck services depot 6.0000000000000000  
with quantity 50.4987748630000

The totally demanded km needed for all the customers' service are  
47645.80  
whereas the totally demanded trucks needed are: 81

Όλα τα παραπάνω συνοψίζονται στον πίνακα που ακολουθεί:

	Number of Full Capacitated Trucks Which Services only 1 Sub-Depot			
Sub- Depot 1	7			
Sub- Depot 2	4			
Sub- Depot 3	3			
Sub- Depot 4	7			
Sub- Depot 5	4			
Sub- Depot 6	7			
Sub- Depot 7	35			
Sub- Depot 8	6			
	Presentation of itineraries whose trucks aren't fully capacitated or services 2 customers in the row			
	1 <sup>st</sup> Sub Depot	Quantity	2nd Sub Depot	Quantity
	5	38,85	1	21,14
	1	32,57	7	27,42
	4	25,10	3	34,89
	3	26,36	6	33,63
	8	44,89		
	7	55,81		
	2	58,34		



6	50,49		
---	-------	--	--

## BIBΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

[1] *Jean-Francois Cordeau, Michel Gendreau and Gilbert Laporte, A Tabu Search Heuristic for Periodic and Multi-Depot Vehicle Routing Problems, 1995.*

[2] *Stefan Irnich, A Multi-Depot Pickup and Delivery Problem with a Single Hub and Heterogeneous Vehicles.*

[3] *Robert T. Sumichrast and Ina S. Markham, A Heuristic and Lower Bound for a Multi-Depot Routing Problem, 1994.*

[4] *Paolo Toth and Daniel Vigo, An Overview of Vehicle Routing Problem.*

[5] *B. L. Golden and A. A. Assad, Vehicle routing: Methods and Studies, Elsevier Science Publishers B.V., North Holland, 1988.*

[6] *Bruce L. Golden, Edward A. Wasil, James P. Kelly and I-Ming, The impact of Metaheuristics on Solving the Vehicle Routing Problem: Algorithms, Problem sets, and Computational Results.*