



Πολυτεχνείο Κρήτης  
Σχολή Μηχανικών Παραγωγής και Διοίκησης  
Εργαστήριο Στροβιλομηχανών & Ρευστοδυναμικής

---

Συγκριτική μελέτη των τεχνικών “Αρμονικών Συναρτήσεων” και “Freeform Deformation” για την ταυτόχρονη μορφοποίηση γεωμετρίας και υπολογιστικού πλέγματος

Comparison of “Harmonic Functions” and “Freeform Deformation” techniques for the concurrent geometry and computational grid deformation

---

από τον

**Γεώργιο Αντωνακάκη**

Μεταπτυχιακή Διπλωματική Εργασία

Πρόγραμμα Μεταπτυχιακών Σπουδών  
«Σχεδίαση και Παραγωγή Προϊόντων»

Επιβλέπων: Καθ. Ιωάννης Κ. Νικολός

Χανιά, Σεπτέμβριος 2025





Πολυτεχνείο Κρήτης  
Σχολή Μηχανικών Παραγωγής και Διοίκησης  
Εργαστήριο Στροβιλομηχανών & Ρευστοδυναμικής

---

Συγκριτική μελέτη των τεχνικών “Αρμονικών Συναρτήσεων” και “Freeform Deformation” για την ταυτόχρονη μορφοποίηση γεωμετρίας και υπολογιστικού πλέγματος

Comparison of “Harmonic Functions” and “Freeform Deformation” techniques for the concurrent geometry and computational grid deformation

---

από τον

**Γεώργιο Αντωνακάκη**

Μεταπτυχιακή Διπλωματική Εργασία

**Εγκρίθηκε από:**

Δρ. Ιωάννης Κ. Νικολός

---

Καθηγητής, Επιβλέπων

Δρ. Ανάργυρος Δελής

---

Καθηγητής

Δρ. Γεώργιος Αραμπατζής

---

Αναπληρωτής Καθηγητής

Χανιά, Σεπτέμβριος 2025



*“ Η πορεία προς τα άστρα ξεκινά από τη Γη!”*

Sergey Korolev (1907-1966)



## Ευχαριστίες

Θα ήθελα να εκφράσω την ειλικρινή μου ευγνωμοσύνη στον Καθηγητή μου, Ιωάννη Νικολό, για την καθοδήγηση και την ευκαιρία που μου έδωσε να ασχοληθώ με το CFD και, ιδιαίτερα, με τις τεχνικές μορφοποίησης του πλέγματος. Η στήριξή του υπήρξε καθοριστική για την ολοκλήρωση της διπλωματικής μου εργασίας.

Επίσης, θα ήθελα να ευχαριστήσω τη σύζυγό μου, Ευδοξία, και τον γιο μου, Άλκη, χωρίς τους οποίους, πιθανότατα, θα είχα ολοκληρώσει τη διπλωματική μου ένα χρόνο νωρίτερα! Ευχαριστώ τέλος τους γονείς μου, για τις θυσίες και την αμέριστη στήριξή τους, που μου επέτρεψαν να σπουδάσω και να γίνω Μηχανολόγος Μηχανικός, και στη συνέχεια να ολοκληρώσω το μεταπτυχιακό μου στη Σχολή Μηχανικών Παραγωγής και Διοίκησης, του Πολυτεχνείου Κρήτης.





# Abstract

The optimization of an airfoil's aerodynamic shape aims at improving the value of an objective function under specific constraints. A typical example is the maximization of the lift-to-drag ratio while maintaining structural strength. This process requires the generation of a computational grid and the solution of CFD models, which entails high computational cost. Since every geometric modification demands a new mesh, the iterative process becomes increasingly computational expensive, making mesh adaptation methods essential.

This dissertation investigates and compares two mesh morphing techniques: Free-Form Deformation (FFD) and the Amended Harmonic Functions Method (AHFM). FFD is based on a parametric NURBS lattice, where the displacement of control points enables smooth geometric deformation. In contrast, the AHFM employs the B-spline basis functions as harmonic functions along the mesh boundary. The B-spline curve used as boundary is also the geometry to be deformed. boundary deformations are transmitted to the interior of the computational mesh.

The comparison is carried out on an airfoil subjected to various deformations, with mesh quality evaluated using metrics such as aspect ratio, skewness, and orthogonal quality. Results indicate that both methods are effective, though they exhibit different advantages. FFD performs well across the full range of deformations, but its main drawbacks are the high computational cost and the approximate representation of the airfoil's Cartesian coordinates. Conversely, AHFM offers consistency for minor deformations, improved computational efficiency and exact coordinate determination through analytical relations, though it shows limitations under large deformations.

The study highlights the significance of mesh adaptation in aerodynamic shape optimization and suggests directions for future research, particularly focusing on further improvements to the AHFM algorithm.



## Περίληψη

Η βελτιστοποίηση του αεροδυναμικού σχήματος μίας αεροτομής στοχεύει στη βελτίωση της τιμής μιας αντικειμενικής συνάρτησης υπό συγκεκριμένους περιορισμούς. Ένα χαρακτηριστικό παράδειγμα αποτελεί η μεγιστοποίηση του λόγου άνωσης προς αντίσταση με ταυτόχρονη διατήρηση της κατασκευαστικής αντοχής. Η διαδικασία αυτή απαιτεί τη δημιουργία υπολογιστικού πλέγματος και την επίλυση μοντέλων CFD, γεγονός που συνεπάγεται υψηλό υπολογιστικό κόστος. Καθώς η αλλαγή γεωμετρίας επιβάλλει τη συνεχή αναδημιουργία του πλέγματος, η διαδικασία επιβαρύνεται σημαντικά, καθιστώντας αναγκαία τη χρήση μεθόδων προσαρμογής του πλέγματος.

Η παρούσα εργασία εξετάζει και συγκρίνει δύο μεθόδους μορφοποίησης: την Ελεύθερη Παραμόρφωση (Free-Form Deformation, FFD) και την Τροποποιημένη Μέθοδο Αρμονικών Συναρτήσεων (TMAΣ). Η FFD βασίζεται σε παραμετρικό επίπεδο τύπου NURBS, όπου η μετακίνηση σημείων ελέγχου επιτρέπει την ομαλή παραμόρφωση της γεωμετρίας. Αντίθετα, η TMAΣ αξιοποιεί μη γραμμικές συναρτήσεις βάσης B-Spline, οι οποίες εφαρμόζονται σε καμπύλη B-Spline που χρησιμοποιείται ως όριο για την επίλυση της εξίσωσης Laplace, επιτρέποντας τη μετάδοση των παραμορφώσεων στο εσωτερικό του πλέγματος.

Η σύγκριση πραγματοποιείται σε αεροτομή υπό διαφορετικά ποσοστά παραμόρφωσης, με αξιολόγηση μετρικών ποιότητας πλέγματος όπως το aspect ratio, η λοξότητα (skewness) και η ορθογωνική ποιότητα. Τα αποτελέσματα δείχνουν ότι και οι δύο μέθοδοι είναι αποτελεσματικές, παρουσιάζοντας όμως διαφορετικά πλεονεκτήματα. Η FFD αποδίδει καλά σε όλο το εύρος παραμορφώσεων, αλλά έχει ως βασικά μειονεκτήματα το υψηλό υπολογιστικό κόστος και την προσεγγιστική αναπαράσταση των καρτεσιανών συντεταγμένων. Αντίθετα, η TMAΣ παρουσιάζει καλύτερη υπολογιστική αποδοτικότητα και ακριβή προσδιορισμό των συντεταγμένων μέσω αναλυτικών σχέσεων, εμφανίζοντας όμως αδυναμίες σε μεγάλες παραμορφώσεις.

Η εργασία αναδεικνύει τη σημασία της προσαρμογής πλέγματος στη βελτιστοποίηση αεροδυναμικών σχημάτων και προτείνει κατευθύνσεις για μελλοντική έρευνα, με έμφαση στη βελτίωση του αλγορίθμου της TMAΣ.



# Περιεχόμενα

Ευχαριστίες .....	vii
Abstract .....	ix
Περίληψη .....	xi
Περιεχόμενα.....	xiii
Λίστα Εικόνων.....	xv
Λίστα Πινάκων .....	xvii
Λίστα Διαγραμμάτων.....	xviii
1. Εισαγωγή .....	1
1.1 Βελτιστοποίηση Αεροδυναμικού Σχήματος .....	1
1.2 Ανάγκη για Μορφοποίηση του Πλέγματος .....	2
1.3 Βιβλιογραφική Ανασκόπηση Μεθόδων Μορφοποίησης Πλέγματος.....	3
1.4 Ποιότητα Πλέγματος .....	6
1.5 Σύγκριση των Μεθόδων.....	9
1.6 Δομή της Μεταπτυχιακής Εργασίας.....	9
2. Μέθοδος Ελεύθερης Παραμόρφωσης (FFD).....	13
2.1 Εισαγωγή στην Μέθοδο της Ελεύθερης Παραμόρφωσης (FFD) .....	13
2.2 Μεθοδολογία Ελεύθερης Παραμόρφωσης (FFD) .....	13
2.3 Αλγόριθμος Ελεύθερης Παραμόρφωσης.....	16
2.4 Εφαρμογή της Μεθόδου Ελεύθερης Παραμόρφωσης (FFD) .....	21
3. Τροποποιημένη Μέθοδο Αρμονικών Συντεταγμένων (TMAΣ).....	27
3.1 Εισαγωγή στην Τροποποιημένη Μέθοδο Αρμονικών Συντεταγμένων .....	27
3.2 Αρμονικές Συναρτήσεις.....	28
3.3 Μεθοδολογία των Τροποποιημένων Αρμονικών Συντεταγμένων .....	30

3.4	Επίλυση του Laplace.....	32
3.5	Αλγόριθμος της Τροποποιημένης Μεθόδου Αρμονικών Συντεταγμένων...	33
3.6	Εφαρμογή της Τροποποιημένης Μεθόδου Αρμονικών Συντεταγμένων .....	36
4.	Σύγκριση των δύο Μεθόδων.....	41
4.1	Μεθοδολογία της Σύγκρισης .....	41
4.2	Σύγκριση με παραμόρφωση 5% .....	44
4.3	Σύγκριση με παραμόρφωση 10% .....	50
4.4	Σύγκριση με παραμόρφωση 30% .....	56
4.5	Σύγκριση με παραμόρφωση -5% .....	60
5.	Συμπεράσματα .....	65
5.1	Συμπεράσματα από την Σύγκριση των Παραμορφώσεων.....	65
5.2	Μελλοντική Έρευνα .....	66
	Βιβλιογραφία .....	68

## Λίστα Εικόνων

Εικ. 1.1 Βελτιστοποίηση Πτέρυγας [2].....	1
Εικ. 1.2 Διάγραμμα Ροής Αεροδυναμικού Σχεδιασμού [1].....	2
Εικ. 1.3 Διάγραμμα Ροής Αεροδυναμικού Σχεδιασμού με την Χρήση Βελτιστοποίησης .....	3
Εικ. 1.4 Ο Ρατατούι με εμφανές το πολύγωνο ελέγχου [3] .....	3
Εικ. 1.5 Skewness [17].....	8
Εικ. 1.6 Διανύσματα για τον υπολογισμό της Orthogonal Quality [18].....	8
Εικ. 2.1 Λειτουργία quadtree αλγορίθμου για την εύρεση του σημείου Α μετά από 5 επαναλήψεις .....	16
Εικ. 2.2 Μέρος 1ο Αρχείου με Μη-Δομημένο Πλέγμα .....	18
Εικ. 2.3 Μέρο 2ο Αρχείου με Μη-Δομημένο Πλέγμα.....	19
Εικ. 2.4 Παράμετροι για την FFD Μορφοποίηση .....	19
Εικ. 2.5 Διάνυσμα Μεταβολής Σημείων Ελέγχου .....	19
Εικ. 2.6 2 Μέρος 1ο Αρχείο .PLT Παραμορφωμένο Πλέγμα .....	21
Εικ. 2.7 Μέρος 2ο Αρχείο .PLT Παραμορφωμένο Πλέγμα .....	21
Εικ. 2.8 Παραμετρικός Χώρος, με μπλε το παραμορφωμένο πλέγμα, με μαύρο το αρχικό πλέγμα και με κόκκινο το Πολύγωνο Ελέγχου.....	22
Εικ. 2.9 Το Πλέγμα Γύρω από την Παραμορφωμένη Αεροτομή .....	22
Εικ. 2.10 Χείλος Προσβολής Παραμορφωμένης και Αρχικής Αεροτομής (FFD) .....	23
Εικ. 2.11 Χείλος Εκφυγής Παραμορφωμένης και Αρχικής Αεροτομής (FFD).....	24
Εικ. 3.1 Σχηματική Αναπαράσταση της Αρχής της Μέσης Τιμής .....	28
Εικ. 3.2 Αριστερά ένα πεδίο αξονοσυμμετρικής ροής $\Omega$ γύρω διαχύτη, που χρησιμοποιείται σε ανεμογεννήτρια με διαχύτη. Ο άξονας συμμετρίας είναι ο άξονας X. Η δισδιάστατη γεωμετρία του διαχύτη ορίζεται με μία καμπύλη B-Spline 3ης τάξης με 11 σημεία ελέγχου. Δεξιά Σχηματική αναπαράσταση ανεμογεννήτριας με διαχύτη [14].....	30
Εικ. 3.3 Σχηματική αναπαράσταση διανυσμάτων μεταβολής σημείων ελέγχου και αεροτομής .....	31
Εικ. 3.4 Πολύγωνα ελέγχου από διαφορετικά στοιχεία [14] .....	32
Εικ. 3.5 Αρχείο με όνομα "INP_CENTRAL.DAT " .....	33
Εικ. 3.6 Αρχείο με όνομα "INP.DAT " .....	34
Εικ. 3.7 Το πλέγμα γύρω από την Παραμορφωμένη Αεροτομής μέθοδος ΤΜΑΣ....	36

Εικ. 3.8 Χείλος Προσβολής Παραμορφωμένης και Αρχικής Αεροτομής (TMAΣ) ....	37
Εικ. 3.9 Χείλος Εκφυγής Παραμορφωμένης και Αρχικής Αεροτομής (TMAΣ).....	38
Εικ. 4.1 Πλέγμα Γύρω από την Παραμορφωμένη Αεροτομή με τις Δύο Μεθόδους. Μπλε το Πλέγμα της FFD, Μαύρο το Πλέγμα της TMAΣ και με Κόκκινο η αρχική αεροτομή για Παραμόρφωση 5%. ....	45
Εικ. 4.2 Χείλος Προσβολής με τις Δύο Μεθόδους για 5% παραμόρφωση. ....	45
Εικ. 4.3 Χείλος Εκφυγής με τις Δύο Μεθόδους για 5% παραμόρφωση.....	46
Εικ. 4.4 Επιφάνεια Αναρρόφησης με τις Δύο Μεθόδους για 5% παραμόρφωση. ....	46
Εικ. 4.5 Χείλος Εκφυγής Aspect Ratio για παραμόρφωση 5% .....	48
Εικ. 4.6 Με μπλε το πλέγμα της FFD, μαύρο το πλέγμα της TMAΣ και με κόκκινο η αρχική αεροτομή για παραμόρφωση 10%. ....	51
Εικ. 4.7 Χείλος Προσβολής με τις Δύο Μεθόδους για 10% παραμόρφωση. ....	51
Εικ. 4.8 Χείλος Εκφυγής με τις Δύο Μεθόδους για 10% παραμόρφωση.....	52
Εικ. 4.9 Επιφάνεια Αναρρόφησης με τις Δύο Μεθόδους για 10% παραμόρφωση .....	52
Εικ. 4.10 Χείλος Εκφυγής Aspect Ratio για παραμόρφωση 10% .....	54
Εικ. 4.11 Πλέγμα Γύρω από την Παραμορφωμένη Αεροτομή με τις Δύο Μεθόδους. Μπλε το Πλέγμα της FFD, Μαύρο το Πλέγμα της TMAΣ και με Κόκκινο η Αρχική Αεροτομή για Παραμόρφωση 30%. ....	57
Εικ. 4.12 Χείλος Προσβολής με τις Δύο Μεθόδους για 30% Παραμόρφωση. ....	58
Εικ. 4.13 Χείλος Εκφυγής με τις Δύο Μεθόδους για 30% Παραμόρφωση.....	58
Εικ. 4.14 Πλέγμα Γύρω από την Παραμορφωμένη Αεροτομή με τις Δύο Μεθόδους. Μπλε το Πλέγμα της FFD, Μαύρο το Πλέγμα της TMAΣ και με Κόκκινο η Αρχική Αεροτομή για Παραμόρφωση -5%. ....	61
Εικ. 4.15 Χείλος Προσβολής με τις Δύο Μεθόδους για -5% Παραμόρφωση.....	61
Εικ. 4.16 Χείλος Εκφυγής με τις Δύο Μεθόδους για -5% Παραμόρφωση .....	62
Εικ. 5.1 Aspect Ratio Harmonics Functions και FFD στο χείλος προσβολής με 5% παραμόρφωση .....	66



## Λίστα Πινάκων

Πίνακας 4-1 Μετατόπιση Σημείων Ελέγχου FFD σε 3 Περιπτώσεις *Η μετατόπιση αντιπροσωπεύει ποσοστό επι της χορδής της αεροτομής.....	41
Πίνακας 4-2 Μετατόπιση Σημείων Ελέγχου ΤΜΑΣ σε 3 Περιπτώσεις.....	42
Πίνακας 4-3 Aspect Ratio Αρχικού, Αρμονικών και FFD πλέγματος για παραμόρφωση 5%. ....	47
Πίνακας 4-4 Skewness Αρχικού, Αρμονικών και FFD πλέγματος για παραμόρφωση 5%. ....	49
Πίνακας 4-5 Orthogonal Quality Αρχικού, Αρμονικών και FFD πλέγματος για παραμόρφωση 5%.....	49
Πίνακας 4-6 Aspect Ratio Αρχικού, Αρμονικών και FFD, του πλέγματος για παραμόρφωση 10%.....	53
Πίνακας 4-7 Skewness Αρχικού, Αρμονικών και FFD πλέγματος για παραμόρφωση 10%. ....	55
Πίνακας 4-8 Orthogonal Quality Αρχικού, Αρμονικών και FFD πλέγματος για παραμόρφωση 10%.....	55
Πίνακας 4-9 Aspect Ratio Αρχικού, Αρμονικών και FFD πλέγματος για παραμόρφωση 30%. ....	59
Πίνακας 4-10 Skewness Αρχικού, Αρμονικών και FFD πλέγματος για παραμόρφωση 30%. ....	59
Πίνακας 4-11 Orthogonal Quality Αρχικού, Αρμονικών και FFD πλέγματος για παραμόρφωση 30%.....	60
Πίνακας 4-12 Aspect Ratio Αρχικού, Αρμονικών και FFD πλέγματος για παραμόρφωση -5%. ....	62
Πίνακας 4-13 Skewness Αρχικού, Αρμονικών και FFD πλέγματος για παραμόρφωση -5%.....	63
Πίνακας 4-14 Orthogonal Quality Αρχικού, Αρμονικών και FFD πλέγματος για παραμόρφωση -5%. ....	63

## Λίστα Διαγραμμάτων

Διάγραμμα 2-1 Διάγραμμα Ροής Αλγορίθμου FFD Παραμόρφωσης Πλέγματος.....	17
Διάγραμμα 3-1 Διάγραμμα Ροής Αλγορίθμου Τροποποιημένης Μεθόδου Αρμονικών Συντεταγμένων.....	35
Διάγραμμα 3-2 Διάγραμμα Σημείων Ελέγχου Τροποποιημένης Μεθόδου Αρμονικών Συντεταγμένων.....	35
Διάγραμμα 4-1 Σημεία Ελέγχου FFD.....	43
Διάγραμμα 4-2 Σημεία Ελέγχου ΤΜΑΣ.....	43





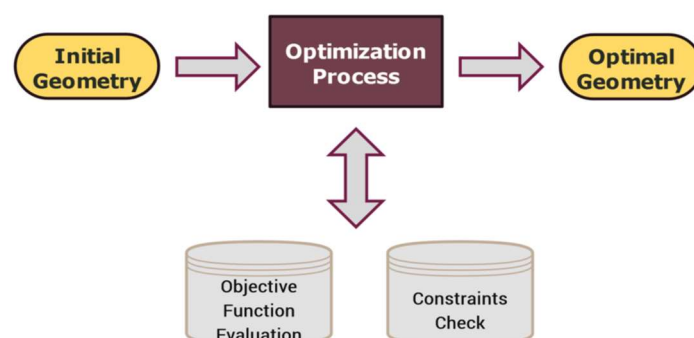
# 1. Εισαγωγή

## 1.1 Βελτιστοποίηση Αεροδυναμικού Σχήματος

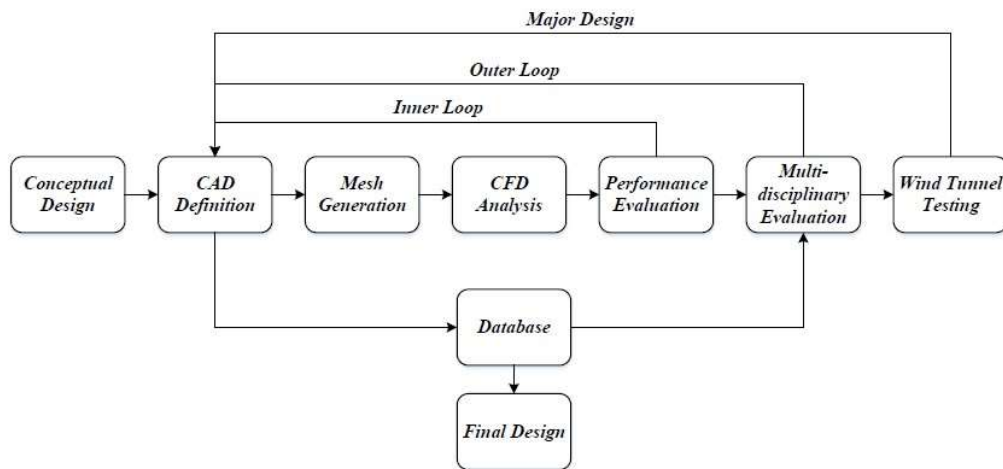
Γενικά ο αεροδυναμικός σχεδιασμός είναι μια κρίσιμη διαδικασία και εξαιρετικά ακριβή. Μεγάλο μέρος του κόστους αλλά και του χρόνου για τον σχεδιασμό ενός νέου αεροσκάφους ή πτέρυγας καταλαμβάνουν οι δοκιμές σε πραγματικές συνθήκες, δηλαδή σε αεροδυναμική σήραγγα. Ωστόσο η χρήση υπολογιστικών μεθόδων όπως η χρήση λογισμικών CFD έχει μειώσει κατά πολύ την χρήση της σήραγγας. Στην Εικ. 1.2 [1] φαίνεται ποια μπορεί να είναι η διαδικασία αυτή.

Επιπλέον, η βελτιστοποίηση του αεροδυναμικού σχήματος, ενός προφίλ αεροτομής αποτελεί κρίσιμο στάδιο στον σχεδιασμό αεροσκαφών και αεροδιαστημικών οχημάτων. Μέσω αυτής της διαδικασίας, αναζητούνται τρόποι βελτίωσης της απόδοσης, μείωσης της αντίστασης και του θορύβου, και γενικά της βελτίωσης της αεροδυναμικής απόδοσης του αεροσκάφους. Κυρίως σκοπός μιας τέτοιας διαδικασίας είναι η βελτιστοποίηση του λόγου άνωσης προς την αντίσταση διατηρώντας την αντοχή μίας πτέρυγας στην καταπόνηση από τις δυνάμεις της πτήσης. Το διάγραμμα ροής μίας διαδικασίας βελτιστοποίησης φαίνεται στην Εικ. 1.1 [2]

Η διαδικασία σχεδιασμού ενός βέλτιστου αεροδυναμικού σχήματος χαρακτηρίζεται από περισσότερες από μία πιθανές λύσεις. Ως αποτέλεσμα, πραγματοποιείται μία πολυκριτηριακή βελτιστοποίηση, όπου η βέλτιστη λύση αντιπροσωπεύει αυτή που συνολικά ικανοποιεί όσο το δυνατόν καλύτερα την αεροδυναμική απόδοση και αντοχή.



Εικ. 1.1 Βελτιστοποίηση Πτέρυγας [2]



Εικ. 1.2 Διάγραμμα Ροής Αεροδυναμικού Σχεδιασμού [1]

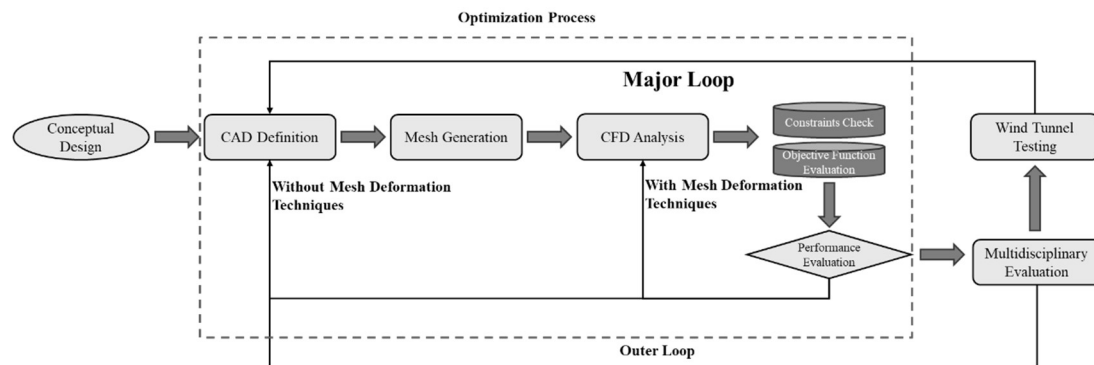
## 1.2 Ανάγκη για Μορφοποίηση του Πλέγματος

Η διαδικασία της βελτιστοποίησης αποτελεί μια επαναληπτική διαδικασία Εικ. 1.3. Για την αξιολόγηση κάθε λύσης είναι αναγκαίος ο υπολογισμός του ροϊκού πεδίου γύρω από την αεροτομή με ακρίβεια. Αυτό απαιτεί την επίλυση μη γραμμικών μερικά διαφορικών εξισώσεων (τις εξισώσεις του Euler για ροές χωρίς ιξώδες διαφορετικά τις Navier-Stokes). Οι εξισώσεις αυτές δεν διαθέτουν αναλυτικές λύσεις.

Για την επίλυση τέτοιου είδους εξισώσεων είναι αναγκαία η εφαρμογή πεπερασμένων διαφορών ή πεπερασμένων όγκων ή άλλων μορφών διακριτοποίησης. Η διακριτοποίηση αυτή απαιτεί την διακριτοποίηση του χώρου ή της επιφάνειας ώστε οι ΜΠΔ να λύνονται τοπικά. Η παραπάνω διακριτοποίηση αποτελείται από τριγωνικά τετραγωνικά στοιχεία ή από εξάεδρα τετράεδρα ή πρισματικά στοιχεία στις δύο ή τρεις διαστάσεις αντίστοιχα. Τα στοιχεία είναι ενωμένα μεταξύ τους δημιουργώντας έτσι ένα πλέγμα.

Η δημιουργία του υπολογιστικού πλέγματος η επιλογή των στοιχείων απαιτεί και αυτή υπολογιστικό χρόνο. Κατά την βελτιστοποίηση, η δημιουργία του πλέγματος θα συμβεί όσες φορές δημιουργείται νέα γεωμετρία, δηλαδή σε κάθε πιθανή λύση. Προς αποφυγή

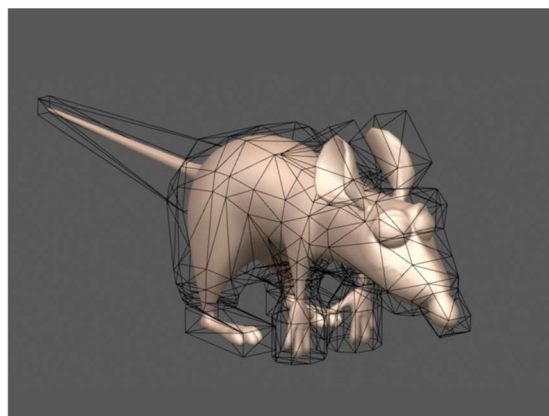
αυτού και για την εξοικονόμηση υπολογιστικού χρόνου συνίσταται η χρήση μεθόδου για την προσαρμογή του πλέγματος στο κάθε φορά νέο σχήμα της πτέρυγας κατά την διαδικασία βελτιστοποίησης. Η διαδικασία αυτή διακρίνεται στην Εικ. 1.3, όπου η χρήση μεθόδων μορφοποίησης του πλέγματος εξοικονομεί τουλάχιστον δύο διαδικασίες (Cad Definition και Mesh Generation) και υπολογιστικό χρόνο που είναι και το πιο σημαντικό. Ακολουθούν μερικές μέθοδοι μορφοποίησης του πλέγματος.



Εικ. 1.3 Διάγραμμα Ροής Αεροδυναμικού Σχεδιασμού με την Χρήση Βελτιστοποίησης

## 1.3 Βιβλιογραφική Ανασκόπηση Μεθόδων Μορφοποίησης Πλέγματος

### 1.3.1 Μέθοδος Αρμονικών Συντεταγμένων (Harmonic Functions)



Εικ. 1.4 Ο Ρατατούι με εμφανές το πολύγωνο ελέγχου [3]

Οι αρμονικές συντεταγμένες χρησιμοποιούνται για την κίνηση, παραμόρφωση, άρθρωση χαρακτήρων σε εικόνες που παράγονται με την βοήθεια υπολογιστή. Οι

αρμονικές συντεταγμένες ορίζονται ως λύσεις της εξίσωσης του Laplace. Οι συναρτήσεις που αποτελούν λύσεις της εξίσωσης του Laplace ονομάζονται αρμονικές συναρτήσεις, έτσι το καινούργιο σύστημα που κατασκευάστηκε ονομάζεται “αρμονικές συντεταγμένες”. Η χρήση τους παρουσιάζεται για πρώτη φορά από την Pixar Animations [4]. Οι αρμονικές συντεταγμένες έρχονται ως γενίκευση των Βαρυκεντρικών συντεταγμένων (barycentric coordinates) [5]. Βασίζονται στις συντεταγμένες μέσης τιμής [6] και παρουσιάζουν καλύτερη συμπεριφορά, όπως θα δειχθεί παρακάτω.

### (1) Συνεισφορά Αρμονικών Συντεταγμένων

Η δημιουργία των αρμονικών συντεταγμένων γεννήθηκε ως ανάγκη προκειμένου να διορθώσει βασικά μειονεκτήματα των συντεταγμένων μέσης τιμής (mean value coordinates). Σύμφωνα με τον Joshi [3] τα δύο κύρια μειονεκτήματα είναι:

- 1) Εσωτερική Τοποθέτηση (Interior Locality): Πρέπει οι συντεταγμένες να μειώνονται συναρτήσει της απόστασης μεταξύ του πολυγώνου ελέγχου και των σημείων ελέγχου, όταν η απόσταση μετράτε εντός του πολυγώνου ελέγχου.
- 2) Μη- αρνητικότητα: Αυτό σημαίνει ότι τα σημεία ελέγχου κινούνται στην ίδια κατεύθυνση με τα σημεία του πολυγώνου ελέγχου. Είναι αναγκαίο να εξασφαλιστεί η μη-αρνητικότητα στο εσωτερικό του πολυγώνου ελέγχου ακόμα και όταν η επιφάνεια ελέγχου παρουσιάζει κοίλη συμπεριφορά.

#### 1.3.2 Μέθοδος Ελευθέρης Παραμόρφωσης (FFD)

Η μέθοδος της ελεύθερης παραμόρφωσης ή αλλιώς Freeform Deformation (FFD) θεωρείται μία από τις ισχυρότερες και πιο διαδεδομένες μεθόδους παραμετροποίησης και παραμόρφωσης γεωμετρικών σχημάτων στις δύο αλλά και στις τρεις διαστάσεις. Χρησιμοποιείται σε ένα ευρύ φάσμα εφαρμογών με εξέχουσες την τρισδιάστατη απεικόνιση κινουμένων σχεδίων αλλά και στον βέλτιστο σχεδιασμό προϊόντων.



Δομική ιδιότητα της FFD είναι η παραμόρφωση ολόκληρου του χώρου ή επιπέδου που περικλείει το γεωμετρικό σχήμα ενδιαφέροντος, συνακόλουθα παραμορφώνεται και το δισδιάστατο ή τρισδιάστατο σχήμα που μας ενδιαφέρει. Αντιθέτως άλλες μέθοδοι παραμορφώνουν άμεσα το αντικείμενο, η FFD παραμορφώνει το πλέγμα που έχει ορισθεί γύρω από το αντικείμενο και συνακόλουθα των χώρο μέσα στον οποίο υπάρχει το αντικείμενο. Το πλέγμα της FFD έχει σχήμα κύβου όταν πρόκειται τρισδιάστατο αντικείμενο και τετραγώνου όταν πρόκειται για διδιάστατο [7].

### **(1) Παραλλαγές της Μεθόδου Ελεύθερης Παραμόρφωσης**

Ο Barr [8], αρχικά μελέτησε και ανέπτυξε νέες ιεραρχικές λειτουργίες μοντελοποίησης στερεών για να προσομοιώσει μορφοποιήσεις γεωμετρικών αντικειμένων. Αργότερα, οι Sederberg και Parry [9], βασιζόμενοι στο [8], εισήγαγαν την πρώτη έκδοση της FFD (κλασικό FFD) για την παραμόρφωση στερεών γεωμετρικών αντικειμένων με ελεύθερο τρόπο. Στην προσέγγισή τους, το πλέγμα ορίζεται από ένα τρισδιάστατο τανυστή, γινόμενο των πολωνύμων Bernstein. Οι παράμετροι ελέγχου είναι οι συντελεστές των πολωνύμων. Αλλάζοντας τους παραμέτρους ελέγχου, το αντικείμενο που ενσωματώνεται στο πλέγμα παραμορφώνεται. Στη συνέχεια ο Griessmair και ο Purgathofer [10] τροποποίησαν την κλασική προσέγγιση FFD που προτάθηκε από τους Sederberg και Parry, χρησιμοποιώντας B-Spline αντί για τα πολυώνυμα Bernstein για την κατασκευή του παραμετρικού χώρου.

Ο Coquillart [11] πρότεινε την τεχνική Extended Free-Form Deformation (EFFD) για τον μοντελοποίηση επιφανειών παρόμοιων με ύφασμα. Για την επίτευξη αυτού του στόχου, υπήρξε ο πρώτος που εισήγαγε τη χρήση πλεγμάτων αυθαίρετης τοπολογίας, επιτρέποντας καλύτερη αντιστοίχιση ανάμεσα στα αντικείμενα προς παραμόρφωση και στον παραμετρικό χώρο (FFD lattice).

Οι Lamousin και Waggenspack [12] εισήγαγαν την τεχνική μορφοποίησης με την χρήση NURBS (NURBS-based FFD, NFFD), στην οποία η κατασκευή του πλέγματος υλοποιείται με την βοήθεια συναρτήσεων βάσης B-Spline ορισμένες σε μη ομοιόμορφο διάλυσμα κόμβων. Η συνδυασμένη χρήση των ρητών συναρτήσεων βάσης B-Spline με τα μη-ομοιόμορφα διανύσματα κόμβων παρέχει επιπλέον λειτουργικότητα για τον έλεγχο των παραμορφώσεων του αντικειμένου προς παραμόρφωση.

Αργότερα, οι Song και Yang [13], βασιζόμενοι στο έργο των Sederberg κ.ά. [9] σχετικά με τη θεωρία T-Splines, εισήγαγαν μια νέα έκδοση FFD, η οποία ονομάζεται weighted-

TFFD (w-TFFD). Σε αυτήν την προσέγγιση, το πλέγμα FFD δημιουργείται από τρισδιάστατους βαρυκεντρικούς όγκους από T-Spline που επιτρέπουν T-Junctions. Οι βαρυκεντρικοί όγκοι από T-Spline είναι μια φυσική γενίκευση των όγκων NURBS αλλά επιτρέπουν πιο ευέλικτα πλέγματα ελέγχου. Έτσι, το w-TFFD διαθέτει πολλές από τις αρετές των παραδοσιακών FFDs, όντας πιο προσαρμοστικό σε αντικείμενα με αυθαίρετη τοπολογία ή πολύπλοκο σχήμα.

### 1.3.3 Τροποποιημένη Μέθοδος Αρμονικών Συνταταγμένων (Amended Harmonic Functions)

Με την χρήση μεθόδων βελτιστοποίησης όλο και περισσότερο δείχνει να είναι τεράστιας σημασίας η παραμόρφωση της γεωμετρίας ταυτόχρονα με το υπολογιστικό πλέγμα, αφού όπως εύκολα μπορεί να γίνει αντιληπτό μειώνει τον υπολογιστικό χρόνο. Σε ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης μίας αεροτομής το υπολογιστικό πλέγμα πρέπει να λυθεί για κάθε υποψήφια λύση. Είναι σημαντικό προκειμένου η αξιολόγηση κάθε λύσης να είναι αντικειμενική, να εφαρμοσθεί η κατάλληλη διακριτοποίηση του πεδίου ροής.

Για τον σκοπό αυτό προτείνεται μια τροποποιημένη μέθοδο αρμονικών συντεταγμένων [14]. Σε αυτήν την μέθοδο χρησιμοποιούνται συναρτήσεις βάσης B-Spline σαν αρμονικές συναρτήσεις κατά μήκος του ορίου του υπολογιστικού πλέγματος. Το όριο αυτό είναι επίσης η γεωμετρία προς παραμόρφωση.

## 1.4 Ποιότητα Πλέγματος

### 1.4.1 Εισαγωγή

Για την αντικειμενική σύγκριση των δύο μεθόδων εφαρμόστηκαν τρία κριτήρια αξιολόγησης της ποιότητας του παραγόμενου πλέγματος μετά από την εφαρμογή όμοιας μετατόπισης. Τα κριτήρια είναι: 1) Aspect Ratio, 2) Skewness, και 3) Orthogonal Quality. Τα μετρητικά που θα χρησιμοποιηθούν είναι ίδια με την διδακτορική διατριβή του Στρόφυλα [15]. Ακολουθεί η μεθοδολογία υπολογισμού για

κάθε μία ποσότητα. Τα μετρητικά αυτά αφορούν και χαρακτηρίζουν το κάθε στοιχείο του πλέγματος.

### 1.4.2 Aspect Ratio

Το πρώτο μετρητικό που θα εξεταστεί είναι το Aspect Ratio, ή αλλιώς η αναλογία των πλευρών, ενός διδιάστατου στοιχείου σχήματος τριγώνου. Συγκεκριμένα, το Aspect Ratio ορίζεται ως ο λόγος της διαμέτρου του περιγεγραμμένου κύκλου (δηλαδή της μεγαλύτερης διάστασης του στοιχείου) προς τον λόγο του ήμισυ της περιμέτρου προς την επιφάνεια του στοιχείου. Ο δείκτης αυτός χρησιμοποιείται για την εκτίμηση της ποιότητας των στοιχείων, καθώς υψηλές τιμές υποδηλώνουν έντονα επιμήκη κελιά που ενδέχεται να μειώσουν την αριθμητική ακρίβεια. [16]:

$$Q_k = \alpha_2 \frac{h_{max} P_k}{S_k} \quad (1)$$

- $\alpha_2 = 3/2$ : Συντελεστής για ισόπλευρο διδιάστατο τρίγωνο
- $h_{max}$ : Διάμετρος του κύκλου που περιέχει το στοιχείο, η μεγαλύτερη πλευρά του δηλαδή.
- $P_k$ : το ήμισυ της περιμέτρου του στοιχείου
- $S_k$ : Η επιφάνεια του στοιχείου.

Για του υπολογισμούς της παρούσας εργασίας και για την αξιολόγηση των πλεγμάτων θα χρησιμοποιηθεί η αντίστροφη ποσότητα του παραπάνω μετρητικού δηλαδή  $1/Q_k$ . Οι τιμές της ποσότητας αυτής κυμαίνονται στο  $[0,1]$ . Τιμή ίση με ένα έχει το ισόπλευρο τρίγωνο που θεωρείται το τέλειο στοιχείο όσον αφορά τα τριγωνικά στοιχεία.

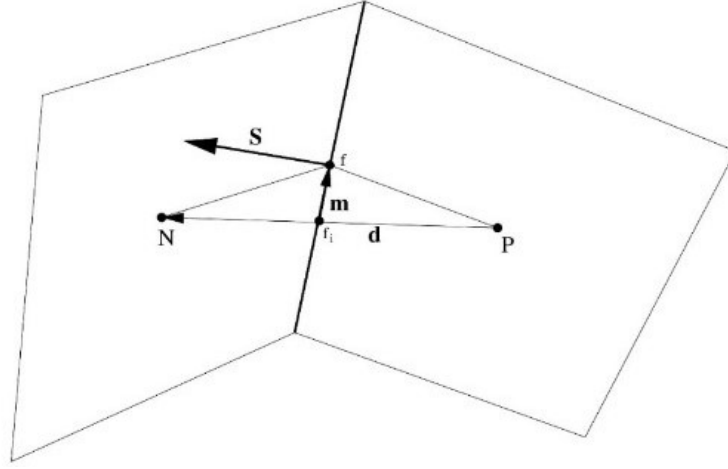
Το Aspect Ratio (Αναλογία Διαστάσεων) μετρά τη σχέση του μήκους προς το πλάτος ενός στοιχείου (π.χ. ενός τριγώνου). Όταν το Aspect Ratio είναι πολύ μεγάλο (δηλαδή το στοιχείο είναι "μακρόστενο"), μπορεί να προκαλέσει σημαντικά προβλήματα στην ακρίβεια και σταθερότητα των αριθμητικών υπολογισμών. Συγκεκριμένα:

- **Μειώνει την ακρίβεια** των αποτελεσμάτων, καθώς τα αριθμητικά σχήματα υποθέτουν σχεδόν πάντα κανονικά στοιχεία.
- **Προκαλεί προβλήματα στην σύγκλιση** ειδικά σε μη γραμμικά προβλήματα.
- **Επηρεάζει τη σταθερότητα** του επιλύτη, ιδιαίτερα σε δυναμικές ροές ή ροές με υψηλές ταχύτητες (π.χ. ρευστά με τυρβώδη ροή).

### 1.4.3 Skewness

Skewness ή λοξότητα είναι το μέτρο της απόστασης του σημείου που τέμνει η ευθεία που ενώνει τα δύο κέντρα βάρους δύο στοιχείων με το μέσο της συνορεύουσας πλευράς (εφόσον πρόκειται για διδιάστατα στοιχεία [17]).

Το μετρητικό αυτό δεν επηρεάζει την ακρίβεια του πλέγματος, εκτός αν πάρει μεγάλες τιμές, αλλά την σύγκλιση. Πάντα μικρότερες τιμές είναι επιθυμητές.

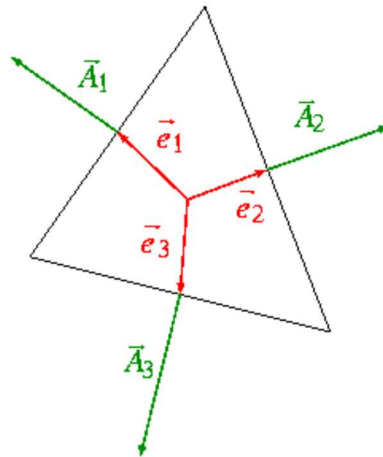


Εικ. 1.5 Skewness [17]

$$\psi = \frac{\left| \vec{m} \right|}{\left| \vec{d} \right|} \quad (2)$$

#### 1.4.4 Orthogonal Quality

Η Ορθογωνική ποιότητα με βάση το Ansys Meshing User's Guide [18] είναι η ελάχιστη ποσότητα από τις τρεις πλευρές:



Εικ. 1.6 Διανύσματα για τον υπολογισμό της Orthogonal Quality [18]

$$\frac{A_i e_i}{|A_i| |e_i|} \quad (3)$$

- $A_i$ : edge normal vector
- $e_i$ : είναι ένα διάνυσμα από το βαρύκεντρο του τριγώνου στο μέσο της κάθε πλευράς του.

Στην ουσία η Ορθογωνική Ποιότητα είναι ένα μέτρο του πόσο κάθετα είναι τα στοιχεία ενός πλέγματος μεταξύ τους, ιδιαίτερα του πόσο καλά ευθυγραμμισμένα είναι οι πλευρές των στοιχείων σε σχέση με το διάνυσμα που συνδέει τα κέντρα γειτονικών στοιχείων μεταξύ τους. Παίζει καθοριστικό ρόλο στην ακρίβεια και σταθερότητα της λύσης.

## 1.5 Σύγκριση των Μεθόδων

Για την σύγκριση των δύο μεθόδων θα δημιουργηθούν παραμορφώσεις παράγωγα της χορδής μίας αεροτομής με δοσμένο πλέγμα. Οι δύο μέθοδοι θα υποβληθούν σε ίδιες κατά τον δυνατόν παραμορφώσεις. Για την σύγκριση τους θα χρησιμοποιηθούν εικόνες με τα δύο πλέγματα καθώς επίσης και αξιολόγηση τους με βάση τα μετρητικά. Αυτό θα κάνει εύκολη την σύγκριση τους στα ίδια σημεία και θα είναι και μία πρώτη ένδειξη για την συμπεριφορά τους. Επιπλέον θα κάνει ευκολότερη την εξήγηση της ποιότητας τους αλλά και που βρίσκονται τα στοιχεία με τα χειρότερα αποτελέσματα.

Στην συνέχεια θα κατασκευαστούν πίνακες με τα μετρητικά. Οι πίνακες θα περιέχουν το εύρος της τιμής της ποιότητας των αριθμό των στοιχείων και το ποσοστό επί του συνόλου. Αυτό θα αφορά το αρχικό πλέγμα τις αρμονικές συντεταγμένες αλλά και την FFD.

## 1.6 Δομή της Μεταπτυχιακής Εργασίας

Η δομή της παρούσας μεταπτυχιακής εργασίας έχει σχεδιαστεί με σκοπό τη συστηματική παρουσίαση της διαδικασίας βελτιστοποίησης του αεροδυναμικού σχήματος μέσω μεθόδων μορφοποίησης πλέγματος. Το πρώτο κεφάλαιο εισάγει το αντικείμενο της εργασίας, περιγράφοντας τη σημασία της βελτιστοποίησης του σχήματος σε αεροδυναμικές εφαρμογές, καθώς και την ανάγκη για αποδοτικές και ακριβείς τεχνικές παραμόρφωσης του πλέγματος. Επιπλέον, παρουσιάζεται μια εκτενής βιβλιογραφική ανασκόπηση υφιστάμενων μεθόδων, εξετάζεται η ποιότητα του

πλέγματος, και πραγματοποιείται συγκριτική ανάλυση των μεθόδων αυτών, κλείνοντας με μια συνοπτική παρουσίαση της διάρθρωσης της εργασίας.

Στη συνέχεια, τα επόμενα τρία κεφάλαια εστιάζουν σε δύο κύριες μεθόδους παραμόρφωσης πλέγματος: τη Μέθοδο Ελεύθερης Παραμόρφωσης (FFD) και την Τροποποιημένη Μέθοδο Αρμονικών Συντεταγμένων (TMAΣ). Κάθε μέθοδος παρουσιάζεται αναλυτικά, με περιγραφή της θεωρητικής της βάσης, της ακολουθούμενης μεθοδολογίας, των υλοποιημένων αλγορίθμων, καθώς και της εφαρμογής της σε συγκεκριμένα παραδείγματα. Το τέταρτο κεφάλαιο αφιερώνεται στη συγκριτική αξιολόγηση των δύο μεθόδων υπό διαφορετικά επίπεδα παραμόρφωσης, ενώ το πέμπτο κεφάλαιο συνοψίζει τα βασικά συμπεράσματα της μελέτης και εντοπίζει πιθανές κατευθύνσεις για μελλοντική έρευνα.







## 2. Μέθοδος Ελεύθερης Παραμόρφωσης (FFD)

### 2.1 Εισαγωγή στην Μέθοδο της Ελεύθερης Παραμόρφωσης (FFD)

Η Μέθοδος Ελεύθερης Παραμόρφωσης (Free-Form Deformation - FFD) αποτελεί ένα ισχυρό εργαλείο στον τομέα της κίνησης και παραμόρφωσης χαρακτήρων που παράγονται με την βοήθεια υπολογιστή. Επιπλέον χρησιμοποιείται και στον τομέα του CFD για την μορφοποίηση του πλέγματος. Η FFD επιτρέπει τον εύκολο και αποδοτικό μετασχηματισμό ενός γεωμετρικού μοντέλου μέσω της παραμόρφωσης ενός πλέγματος που περιβάλλει το μοντέλο. Στο πλαίσιο αυτού του κεφαλαίου, εξετάζεται λεπτομερώς τη μεθοδολογία της FFD, παρουσιάζοντας τη θεωρητική της βάση και τα βήματα υλοποίησής της. Επιπλέον, παρέχονται παραδείγματα εφαρμογής της μεθόδου.

### 2.2 Μεθοδολογία Ελεύθερης Παραμόρφωσης (FFD)

Σύμφωνα με τον Lamousin και Waggenspack [19] υπάρχουν τέσσερα βασικά βήματα για την εφαρμογή οποιασδήποτε παραλλαγής της μεθόδου ελεύθερης παραμόρφωσης.

Όσον αφορά την παρούσα εργασία θα χρησιμοποιηθεί μία FFD κατάλληλη για τις δύο διαστάσεις. Η βασική ιδέα της FFD είναι η παραμόρφωση του χώρου που περιέχει ένα αντικείμενο και έτσι και η παραμόρφωση του αντικείμενου.

#### Βήμα 1:

Το πρώτο βήμα αποτελείτε από την κατασκευή του παραμετρικού πλέγματος κύβος εάν πρόκειται για 3-D (τετράγωνο εάν πρόκειται για 2-D). Με την κατασκευή του εν λόγω πλέγματος θα δημιουργηθούν και τα σημεία ελέγχου στους κόμβους του. Το πλέγμα από την κατασκευή του θα περιέχει το αντικείμενο ενδιαφέροντος εντός του. Στην γενική τρισδιάστατη περίπτωση το πλέγμα ορίζει ένα παραμετρικό σύστημα συντεταγμένων με τις αντίστοιχες συντεταγμένες να είναι  $u$ ,  $v$ ,  $w$  ( $u$ ,  $v$  για την διδιάστατη περίπτωση). Τα σημεία ελέγχου χρησιμοποιούνται για να ορίσουν έναν

χώρο NURBS (Non-uniform rational B-Splines). Καμπύλες NURBS ορίζονται σε κάθε διεύθυνση, βαθμού σύμφωνα με:

$$1 \leq p \leq a, \quad 1 \leq m \leq b, \quad 1 \leq n \leq c \quad (7)$$

Όπου το  $p$ ,  $m$ ,  $n$  ορίζουν τον βαθμό των συναρτήσεων βάσης των B-Splines στις  $u$ ,  $v$  και  $w$  κατευθύνσεις αντίστοιχα, ενώ ο αριθμός των σημείων ελέγχου ή η τάξη θα είναι  $a+1$ ,  $b+1$ ,  $c+1$ . Τα αντίστοιχα διανύσματα κόμβων είναι:

$$\mathbf{U} = (u_0, u_1, \dots, u_q), \quad q = a + p + 1 \quad (7)$$

$$\mathbf{V} = (v_0, v_1, \dots, v_r), \quad r = b + m + 1 \quad (8)$$

$$\mathbf{W} = (w_0, w_1, \dots, w_s), \quad s = c + n + 1 \quad (9)$$

Φυσικά εννοείται ότι αν πρόκειται για δύο διαστάσεις αφαιρείτε ο περιορισμός ( $1 \leq n \leq c$ ) από την (7) και το διάνυσμα  $\mathbf{W}$ . Οι κόμβοι των παραπάνω διανυσμάτων υπολογίζονται με σύμφωνα με,

$$u_i = \begin{cases} 0, & 0 \leq i \leq p \\ i - p, & p < i \leq (q - p - 1) \\ q - 2p, & q - p - 1 < i \leq q \end{cases} \quad (10)$$

Τα  $\mathbf{V}$  και  $\mathbf{W}$  υπολογίζονται αντίστοιχα. Στην συνέχεια σε κάθε παραμετρική διεύθυνση εφαρμόζονται οι συναρτήσεις βάσης των B-Splines, για τον ορισμό τους θα χρησιμοποιηθούν οι αναδρομικές σχέσεις Cox-deBoor.

$$N_{i,0}(u) = \begin{cases} 1, & \text{εάν } u_i \leq u \leq u_{i+1} \\ 0, & \text{διαφορετικά} \end{cases} \quad (11)$$

$$N_{i,p}(u) = \frac{u - u_i}{u_{i+p} - u_i} N_{i,p-1}(u) + \frac{u_{i+p+1} - u}{u_{i+p+1} - u_{i+1}} N_{i+1,p-1}(u) \quad (12)$$

Οι καρτεσιανές συντεταγμένες σε έναν χώρο NURBS υπολογίζεται με την [20]:

$$R(u, v, w) = \frac{\sum_{i=0}^a \sum_{j=0}^b \sum_{k=0}^c G_{ijk} P_{ijk} N_{i,p} N_{j,m} N_{k,n}}{\sum_{i=0}^a \sum_{j=0}^b \sum_{k=0}^c G_{ijk} N_{i,p} N_{j,m} N_{k,n}} \quad (13)$$

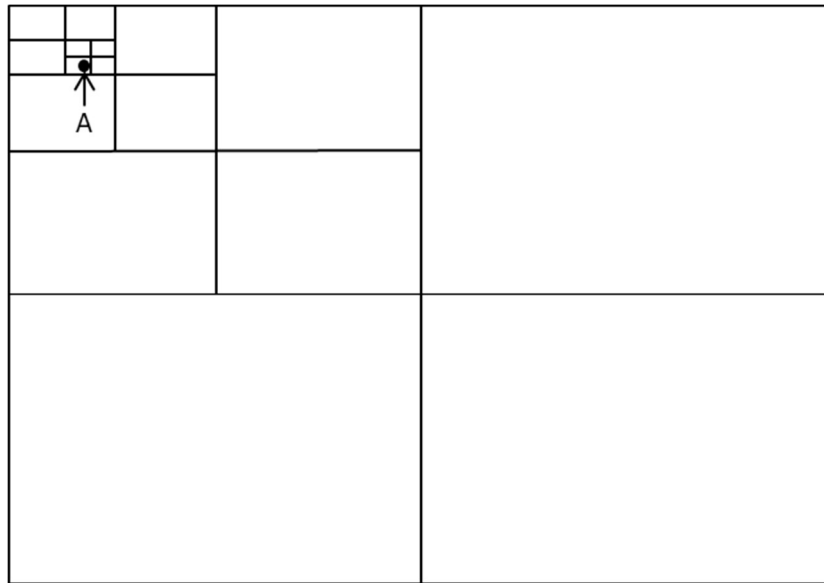
Παρόμοια σχέση χρησιμοποιείται για την εύρεση των καρτεσιανών συντεταγμένων στις δύο διαστάσεις [20].

$$R(u, v) = \frac{\sum_{i=0}^a \sum_{j=0}^b G_{ij} P_{ij} N_{i,p} N_{j,m}}{\sum_{i=0}^a \sum_{j=0}^b G_{ij} N_{i,p} N_{j,m}} \quad (14)$$

Βήμα 2:

Για την ενσωμάτωση του αντικειμένου προς παραμόρφωση είναι αναγκαία η ανάθεση μοναδικών παραμετρικών συντεταγμένων ( $u, v, w$ ) σε κάθε σημείο ( $x, y, z$ ). Τονίζεται επιπλέον όπως αναφέρθηκε και παραπάνω ότι οι συντεταγμένες των σημείων δεν αλλάζουν κατά την παραμόρφωση. Η προσέγγιση των σημείων του αντικειμένου επιτυγχάνεται με την βοήθεια μίας επαναληπτικής διαδικασίας. Θα χρησιμοποιηθεί ένας τετράδενδρος (quadtree) αλγόριθμος (οκτάδενδρος για 3-D) για την προσέγγιση των καρτεσιανών συντεταγμένων. Για κάθε σημείο του αντικείμενου θα εκτελεστεί ο παρακάτω αλγόριθμος:

- i. Το παραμετρικό επίπεδο χωρίζεται σε τέσσερα ίσα μέρη (οκτώ στην περίπτωση 3D).
- ii. Οι καρτεσιανές συντεταγμένες των κορυφών που δημιουργούνται υπολογίζονται χρησιμοποιώντας την Εξ. 13 για την τρισδιάστατη περίπτωση ή την εξίσωση (14) για την δισδιάστατη περίπτωση.
- iii. Αυτές οι συντεταγμένες συγκρίνονται με τις καρτεσιανές συντεταγμένες του υπό εξέταση σημείου του αντικείμενου, προκειμένου να προσδιοριστεί το τετράγωνό στο οποίο βρίσκεται το σημείο (κύβος στην τρισδιάστατη περίπτωση).
- iv. Το τελευταίο τετράγωνο χωρίζεται σε τέσσερα νέα ίσα μέρη (οκτώ στην περίπτωση 3D) και τα βήματα ii έως iv επαναλαμβάνονται για προκαθορισμένο αριθμό επαναλήψεων ή μέχρι να επιτευχθεί η επιθυμητή ακρίβεια. Οι επιθυμητές παραμετρικές συντεταγμένες του σημείου αναζήτησης ορίζονται ως οι παραμετρικές συντεταγμένες του κέντρου του τετραγώνου, στο οποίο βρίσκεται το σημείο.



Εικ. 2.1 Λειτουργία quadtree αλγορίθμου για την εύρεση του σημείου A μετά από 5 επαναλήψεις

**Βήμα 3:** Η παραμόρφωση του αντικειμένου ενδιαφέροντος μπορεί να επιτευχθεί με την μετατόπιση των σημείων ελέγχου του παραμετρικού πλέγματος που δημιουργήθηκε στο βήμα 1. Ιδιαίτερα εάν αποτελείτε από ρητές B-Splines αρκεί μόνο η αλλαγή των βαρών για την παραμόρφωση του πλέγματος και εν συνεχεία του αντικειμένου.

**Βήμα 4:** Σε αυτό το σημείο θα γίνει η αξιολόγηση της παραμόρφωσης. Προς επίτευξη του στόχου αυτού πρέπει να υπολογιστούν οι καρτεσιανές συντεταγμένες των σημείων του αντικείμενου. Οι παραμετρικές συντεταγμένες δεν έχουν μεταβληθεί, αυτό το οποίο έχει παραμορφωθεί είναι το παραμετρικό πλέγμα.

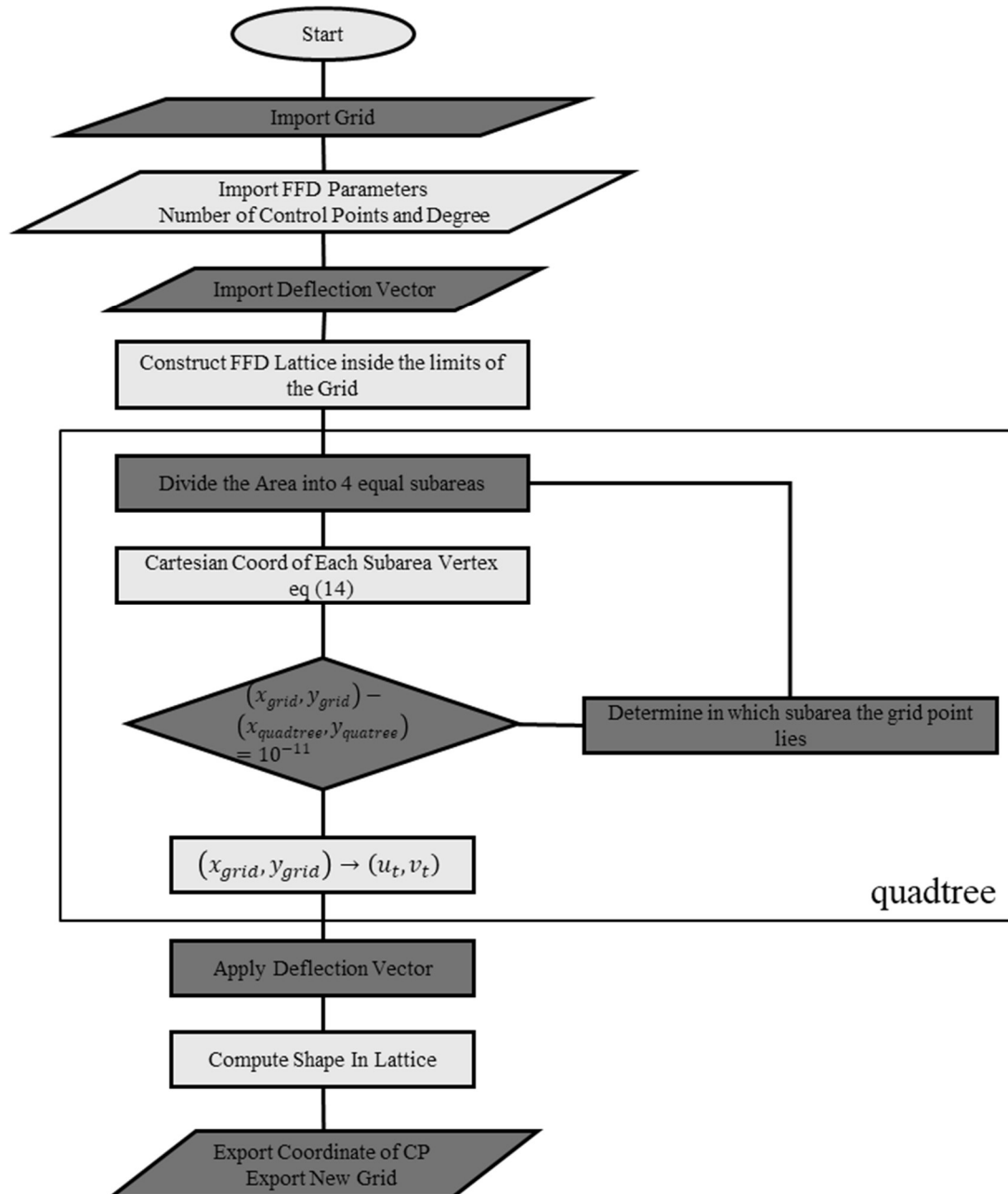
## 2.3 Αλγόριθμος Ελεύθερης Παραμόρφωσης

### 2.3.1 Διάγραμμα ροής

Η αρχική μορφή του αλγόριθμου που χρησιμοποιήθηκε προέρχεται από τον Λελούδα Σταύρο [2]. Ο αλγόριθμος στην αρχική του μορφή παραμόρφωνε μία αεροτομή. Με ορισμένες προσθήκες και αλλαγές όμως εύκολα μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την μορφοποίηση ενός πλέγματος.

Πρόκειται για έναν αρκετά πολυπλοκο αλγόριθμο που γραμμένο με βάση τον αντικειμενικοστραφή προγραμματισμό. Με βάση αυτή την αρχή ο αλγόριθμος

οργανώνει τα δεδομένα που χρησιμοποιεί σε δομές (struct) και κλάσεις (class). Σε δομές ανοίκουν τα δεδομένα που αφορούν την δημιουργία του παραμετρικού επιπέδου και του πλέγματος. Τέλος δημιουργείται μία κλάση η οποία περιέχει τις προαναφερθείσες δομές αλλά και συναρτήσεις αναγκαίες για την δημιουργία του νέου παραμορφωμένου πλέγματος. Ακολουθεί το διαγραμμα ροής του αλγορίθμου Διάγραμμα 2-1.



Διάγραμμα 2-1 Διάγραμμα Ροής Αλγορίθμου FFD Παραμόρφωσης Πλέγματος

### 2.3.2 Προσαρμογές σε Αλγόριθμο FFD για Αεροδυναμικές Εφαρμογές

#### (1) Εισαγωγή Δεδομένων Πλέγματος

Αρχικά ο κώδικας αφού δεσμεύσει χώρο στην μνήμη για την δημιουργία της κλάσης που περιέχει την δημιουργία του νέου πλέγματος εισάγει το αρχικό πλέγμα. Το αρχείο έχει κατάληξη .dpl και δημιουργήθηκε από τον αλγόριθμο Delaundo 5.4 [21]. Ο αλγόριθμος δημιουργεί μη δομημένο πλέγμα κατά την μέθοδο Delaunay (Delaunay triangulation). Η δημιουργία τριγώνων κατά Delaunay βασίζεται σε απλές γεωμετρικές θεωρήσεις [22]. Η μορφή του αρχείου φαίνεται στην Εικ. 2.2 και στην Εικ. 2.3.

Το αρχείο έχει δύο μέρη. Στο πρώτο μέρος Εικ. 2.2 στην επικεφαλίδα φαίνεται ο αλγόριθμος που δημιούργησε το πλέγμα, «67910» είναι τα εσωτερικά στοιχεία του πλέγματος, «0» είναι οι προηγούμενες επαναλήψεις ενώ «1» είναι μία μεταβλητή ελέγχου σύγκλισης. Ακολούθως κάθε γραμμή που αρχίζει με τον αριθμό 3 αντιπροσωπεύει ένα τριγωνικό στοιχείο με τρεις κόμβους. Οι πρώτοι τρεις αριθμοί είναι οι δείκτες των κόμβων που αποτελούν το στοιχείο ενώ οι τρεις επόμενοι αριθμοί είναι οι δείκτες των τριών γειτονικών κόμβων. Τέλος ο τελευταίος αριθμός είναι ο δείκτης του στοιχείου.

unstructured grid data by Delaundo 5.4							
67910 0 1							
3	941	205	206	68116	2008	918	1
3	826	32	33	67943	1669	106	2
3	34312	34307	34308	267	230	42	3
3	1126	90	91	68001	1554	72	4
3	1633	959	1426	2735	4283	2864	5
3	803	44	45	67955	1562	1608	6
3	2811	1816	2117	225	5622	3748	7
3	1427	1218	1219	2439	3328	3495	8
3	932	240	241	68151	2342	35	9
3	1113	490	491	68401	1542	2184	10

Εικ. 2.2 Μέρος 1ο Αρχείου με Μη-Δομημένο Πλέγμα

Αφού ολοκληρωθούν τα στοιχεία αρχίζει το δεύτερο μέρος του αρχείου με τους κόμβους του πλέγματος. Στο δεύτερο μέρος Εικ. 2.3 «34313» είναι ο αριθμός των κόμβων, η επόμενη σειρά σχετίζεται με ιδιότητες των κόμβων. Οι επόμενες γραμμές του αρχείου αφορούν τους κόμβους αυτούς καθ' αυτούς. Ο πρώτος αριθμός είναι η συντεταγμένη x και ο επόμενος η συντεταγμένη y. Οι επόμενη τέσσερις αριθμοί

αφορούν κάποιες ιδιότητες των κόμβων ξεχωριστά ενώ ο τελευταίος αριθμός είναι ο δείκτης του κάθε κόμβου.

3	33954	33869	33953	67728	1135	67904	67908
3	33977	33922	33875	67740	1209	67735	67909
3	33974	33927	34012	67888	1085	1267	67910
34313							
1. 1. 1. 1. 0. 0.							
-0.1790068E+00	0.1154298E+01	1.	1.	1.	1.		1
-0.1626258E+00	0.1155345E+01	1.	1.	1.	1.		2
-0.1459704E+00	0.1156512E+01	1.	1.	1.	1.		3
-0.1290408E+00	0.1157800E+01	1.	1.	1.	1.		4
-0.1118368E+00	0.1159209E+01	1.	1.	1.	1.		5
-0.9435846E-01	0.1160738E+01	1.	1.	1.	1.		6
-0.7660582E-01	0.1162388E+01	1.	1.	1.	1.		7

Εικ. 2.3 Μέρο 2ο Αρχείου με Μη-Δομημένο Πλέγμα

## (2) Εισαγωγή Παραμέτρων FFD

Ο αλγόριθμός για την δημιουργία του παραμετρικού επιπέδου θα χρειαστεί τον αριθμό των σημείων ελέγχου και τον βαθμό των B-Splines σε κάθε διεύθυνση. Αυτό επιτυγχάνεται με ένα αρχείο κατάληξης .txt της μορφής Εικ. 2.4.

```
10 --> Number Of CP in X direction
2  --> Degree in X direction
4  --> Number Of CP in Y direction
2  --> Degree in Y direction
```

Εικ. 2.4 Παράμετροι για την FFD Μορφοποίηση

Στη συνέχεια εισάγεται το διάνυσμα μεταβολής των σημείων ελέγχου στην διεύθυνση y. Η μορφή του φαίνεται στην Εικ. 2.5. Έχουν τον ίδιο αριθμό με τα σημεία ελέγχου με αντίστοιχες θέσεις. Αντίστοιχο είναι και το αρχείο για το διάνυσμα μεταβολής στη διεύθυνση x

0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.000	0.000	0.000	2.000	2.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

Εικ. 2.5 Διάνυσμα Μεταβολής Σημείων Ελέγχου

### **(3) Δημιουργία Παραμετρικού Επίπεδου με την μέθοδο FFD**

Σε αυτό το μέρος του αλγορίθμου δημιουργείται το παραμετρικό επίπεδο που αποτελεί την καρδιά της μεθόδου. Στο παραμετρικό επίπεδο πρέπει να ενσωματωθεί το πλέγμα που έχει εισαχθεί προς παραμόρφωση. Αυτό θα γίνει με την βοήθεια ενός τετράδενδρου αλγορίθμου.

### **(4) Τετράδενδρος Αλγόριθμος**

Ο τετραδενδρος αλγόριθμος είναι υπεύθυνος για την ενσωμάτωση των σημείων του πλέγματος στο παραμετρικό επίπεδο. Σε αυτό το σημείο αποδίδονται και οι παραμετρικές συντεταγμένες στους κόμβους. Έχει περιγράψει ενδελεχώς παραπάνω ενώ στο Διάγραμμα 2-1 φαίνεται και το διάγραμμα ροής.

### **(5) Παραμόρφωση του Πλέγματος**

Στο τμήμα αυτό του αλγορίθμου σκοπός είναι να εφαρμοστεί καταρχήν η μετατόπιση των σημείων ελέγχου από το διάνυσμα μετατόπισης. Εν συνεχεία και με την χρήση της σχέσης (13) για το επίπεδο υπολογίζονται οι νέες συντεταγμένες των κόμβων με την παραμόρφωση.

### **(6) Εξαγωγή Δεδομένων Νέου Πλέγματος**

Η εξαγωγή των δεδομένων προσαρμόστηκε πλήρως ώστε να μπορεί να εξάγεται πλέον το παραμορφωμένο πλέγμα σε δύο μορφές αρχείων για την καλύτερη διαχείριση του. Αρχικά το νέο πλέγμα εξάγεται στην μορφή .dpl με την ίδια δομή όπως αναφέρθηκε παραπάνω. Επιπλέον αυτού όμως εξάγεται και στην μορφή .PLT. Εικ. 2.6 και Εικ. 2.7. Στο πρώτο μέρος του αρχείου παρατίθενται οι επικεφαλίδες κατάλληλες ώστε το αρχείο αυτό να είναι συμβατό με το Tecplot. Οι επικεφαλίδες αυτές αναφέρονται στις μεταβλητές που ακολουθούν όπως φαίνεται στην πρώτη σειρά. Στην δεύτερη σειρά αποδίδεται το είδος των στοιχείων (TRIANGLE στην δική μας περίπτωση) ο αριθμός των κόμβων και ο αριθμός των στοιχείων. Στην συνέχεια ακολουθούν οι συντεταγμένες του κάθε κόμβου (X,Y) το Q αποτελεί μία ποσότητα που χρειάζονται οι αρμονικές συντεταγμένες και τέλος ο δείκτης κάθε κόμβου Εικ. 2.6.



VARIABLES = "X", "Y", "Q", "N"				
ZONE F=FEPOINT, ET=TRIANGLE, N= 34313 E= 67910				
	-0.179006799991637	1.300676871272560	0.0000000000000000	0
	-0.162625799992788	1.302137460232108	0.0000000000000000	1
	-0.145970399997572	1.303722208501243	0.0000000000000000	2
	-0.129040800005896	1.305430756337700	0.0000000000000000	3
	-0.111836800005727	1.307261388566619	0.0000000000000000	4
	-0.094358459990366	1.309211024565738	0.0000000000000000	5
	-0.076605819992740	1.311279073129291	0.0000000000000000	6
	-0.058578859996891	1.313463570046370	0.0000000000000000	7
	-0.040277569990040	1.315762458249306	0.0000000000000000	8
	-0.021701959990524	1.318172294686043	0.0000000000000000	9
	-0.002852030990450	1.320692107973285	0.0000000000000000	10

Εικ. 2.6 2 Μέρος 1ο Αρχείο .PLT Παραμορφωμένο Πλέγμα

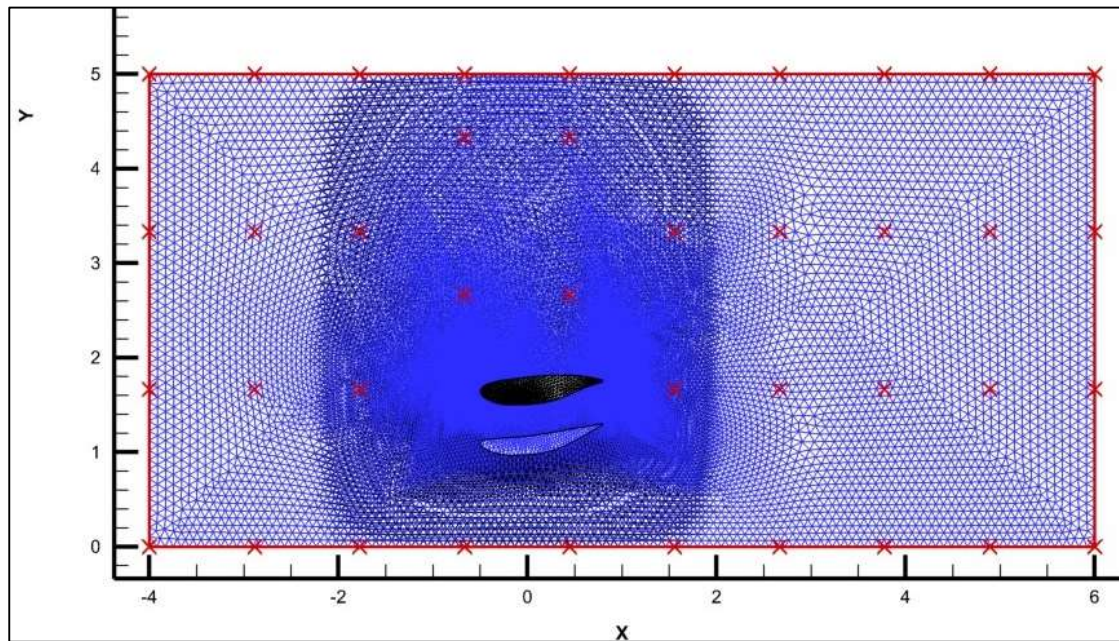
Στο δεύτερο μέρος του αρχείου μετά τους κόμβους αναφέρονται οι κόμβοι από τους οποίους αποτελείται κάθε τριγωνικό στοιχείο. Εικ. 2.7.

	0.889645700009674	1.519345741269474	0.0000000000000000	34311
	0.891075699997601	1.522904125328049	0.0000000000000000	34312
941	205	206		
826	32	33		
34312	34307	34308		
1126	90	91		
1633	959	1426		
803	44	45		
2811	1816	2117		
1427	1218	1219		
932	240	241		
1113	490	491		
1268	235	757		
1428	1145	1146		

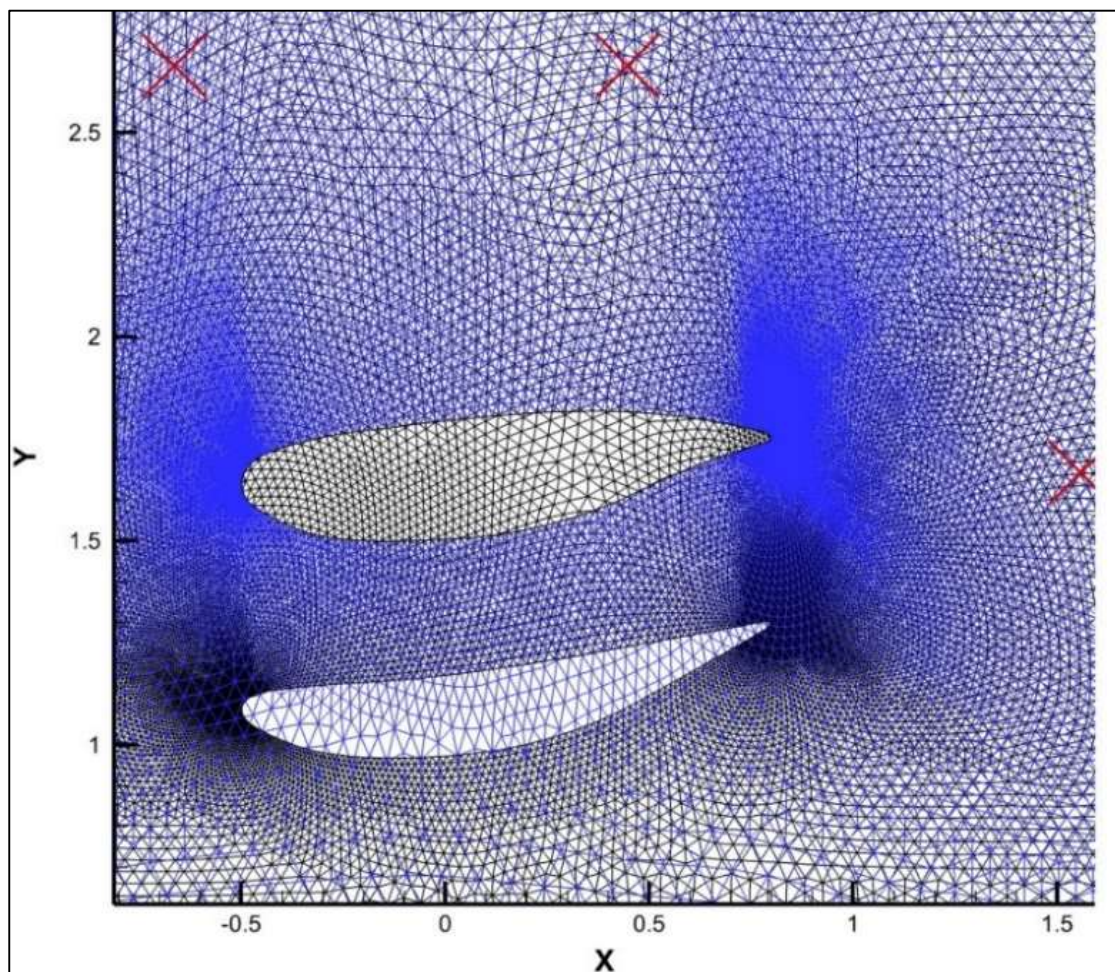
Εικ. 2.7 Μέρος 2ο Αρχείο .PLT Παραμορφωμένο Πλέγμα

## 2.4 Εφαρμογή της Μεθόδου Ελεύθερης Παραμόρφωσης (FFD)

Αποκρυστάλλωση των παραπάνω είναι η παραμόρφωση του πλέγματος γύρω από την αεροτομή Εικ. 2.8. Με κόκκινο διακρίνονται τα σημεία ελέγχου, τα οποία έχουν μετακινηθεί πάνω από την αεροτομή. Με μπλε φαίνεται το παραμορφωμένο πλέγμα ενώ με μαύρο το αρχικό. Εικ. 2.9 φαίνεται η αρχική και η τελική αεροτομή.

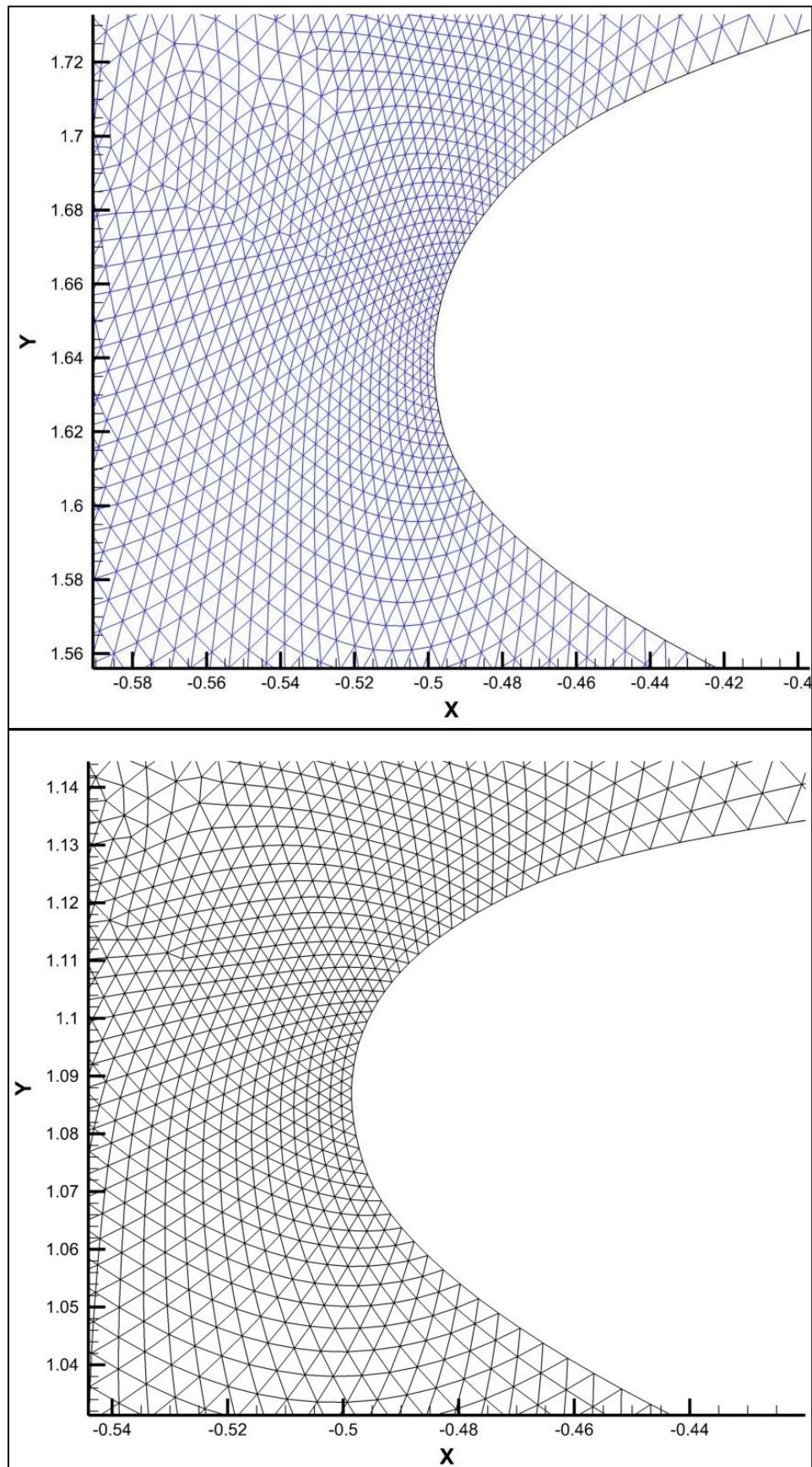


Εικ. 2.8 Παραμετρικός Χώρος, με μπλε το παραμορφωμένο πλέγμα, με μαύρο το αρχικό πλέγμα και με κόκκινο το Πολύγωνο Ελέγχου

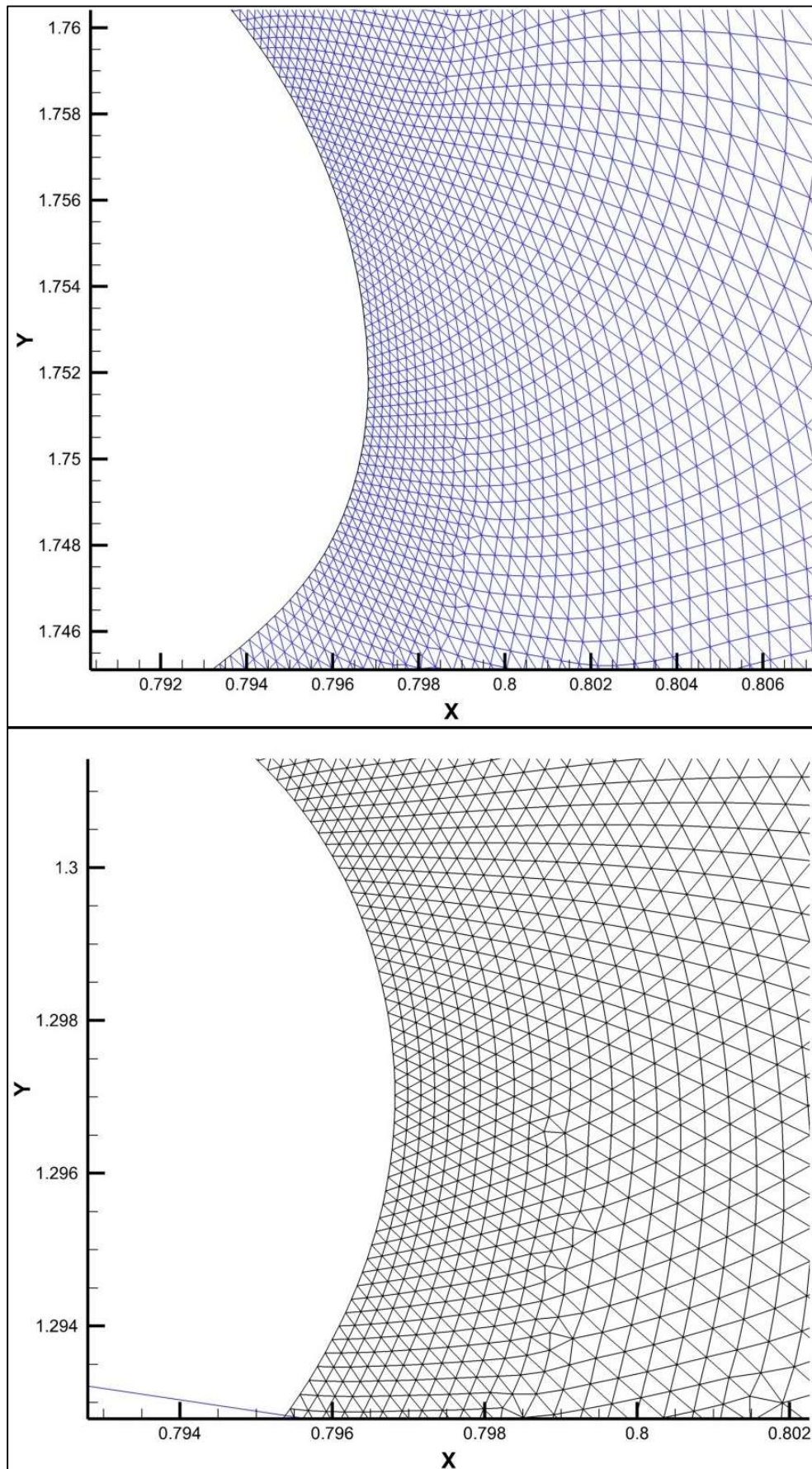


Εικ. 2.9 Το Πλέγμα Γύρω από την Παραμορφωμένη Αεροτομή





Εικ. 2.10 Χείλος Προσβολής Παραμορφωμένης και Αρχικής Αεροτομής (FFD)



Εικ. 2.11 Χείλος Εκφυγής Παραμορφωμένης και Αρχικής Αεροτομής (FFD)





### 3. Τροποποιημένη Μέθοδο Αρμονικών Συντεταγμένων (ΤΜΑΣ)

#### 3.1 Εισαγωγή στην Τροποποιημένη Μέθοδο Αρμονικών Συντεταγμένων

Στο παρόν κεφάλαιο, παρουσιάζεται μια τροποποιημένη μέθοδος της κλασικής μεθόδου των αρμονικών συντεταγμένων για την παραμόρφωση διδιάστατων γεωμετριών και του αντίστοιχου υπολογιστικού πλέγματος, με σκοπό τη χρήση της στην βελτιστοποίηση του αεροδυναμικού σχήματος. Στην κλασική μεθοδολογία των Joshi κ.ά. [3] οι συναρτήσεις που χρησιμοποιούνται ως συνοριακές συνθήκες για την επίλυση της εξίσωσης του Laplace (προκειμένου να παραχθούν οι αρμονικές συναρτήσεις) είναι γραμμικές συναρτήσεις βάσης B-Spline που εφαρμόζονται σε ένα τμηματικά γραμμικό πολύγωνο ελέγχου, το οποίο περικλείει τη γεωμετρία που θα παραμορφωθεί.

Στην προτεινόμενη μεθοδολογία, οι συναρτήσεις που χρησιμοποιούνται ως συνοριακές συνθήκες μπορούν να είναι μη γραμμικές συναρτήσεις βάσης B-Spline, εφαρμοσμένες σε μια μη γραμμική συνοριακή καμπύλη (την B-Spline καμπύλη του ορίου). Πράγματι, οι συναρτήσεις βάσης των B-Spline της αντίστοιχης συνοριακής B-Spline καμπύλης χρησιμοποιούνται ως αρμονικές συναρτήσεις κατά μήκος του συνοριακού πλέγματος, ταυτόχρονα με τη γεωμετρία που πρόκειται να παραμορφωθεί (τη B-Spline καμπύλη). Έτσι, οποιαδήποτε παραμόρφωση της B-Spline του συνόρου, μέσω της μετακίνησης των σημείων ελέγχου της καμπύλης, μπορεί να μεταδοθεί με επιτυχία στο εσωτερικό του υπολογιστικού πλέγματος, με αποτέλεσμα την ταυτόχρονη παραμόρφωση της B-Spline καμπύλης και ολόκληρου του υπολογιστικού πλέγματος. Τα κύρια πλεονέκτημα αυτής της μεθόδου είναι ότι το πολύγωνο ελέγχου της B-Spline του ορίου είναι το πολύγωνο ελέγχου του πλέγματος και μέσω αυτού ελέγχεται η συνολική παραμόρφωση. Επιπλέον, το παραμορφωμένο όριο παραμένει παραμετρική καμπύλη B-Spline.



### 3.2 Αρμονικές Συναρτήσεις

Μια από τις θεμελιώδεις διαφορικές εξισώσεις είναι η εξίσωση του Laplace (15).

$$\nabla h_i^2 = \frac{\partial^2 h_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h_i}{\partial y^2} = 0 \quad (15)$$

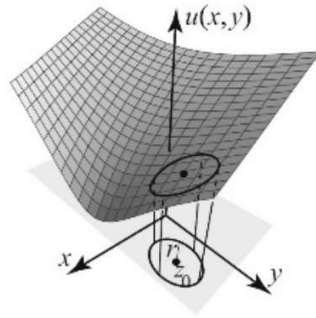
Οι συναρτήσεις που είναι δύο φορές παραγωγίσιμες  $h: \Omega \rightarrow \mathbb{R}$  και ικανοποιούν την εξίσωση του Laplace στο ανοιχτό υποσύνολο  $\Omega \in \mathbb{R}^n$  ονομάζονται αρμονικές. Αρκετά φυσικά φαινόμενα, όπως η κατανομή θερμοκρασίας σε μόνιμη κατάσταση και η ροή ρευστού μπορούν να περιγραφούν από την εξίσωση του Laplace. Η εφαρμογή του Laplace σε μία συνάρτηση δίνει το μέτρο της διαφοράς μεταξύ της τιμής της συνάρτησης σε ένα σημείο και την γειτονιά αυτού [23]. Έτσι συναρτήσεις που δεν μεταβάλλονται απότομα έχουν μικρό Λαπλασιανό, ενώ συναρτήσεις με μηδενικό Λαπλασιανό μεταβάλλονται με κανονικό τρόπο.

#### 3.2.1 Βασικές Ιδιότητες

Σύμφωνα με τους Ασμαρ και Γραφάκος [23] οι βασικές ιδιότητες των αρμονικών συντεταγμένων είναι:

**Αρχή της μέσης τιμής (Mean Value Property):** Η τιμή μιας αρμονικής συνάρτησης στο εσωτερικό σημείο ενός χωρίου ισούται με τον μέσο όρο των τιμών της πάνω σε κύκλο γύρω από το σημείο αυτό. Αναλυτικότερα αν  $u$  είναι αρμονική στο χώρο  $\Omega$  τότε για κάθε δίσκο  $D(z_0, r) \subset \Omega$ :

$$u(z_0) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} u(z_0 + re^{-i\theta}) d\theta \quad (16)$$



Εικ. 3.1 Σχηματική Αναπαράσταση της Αρχής της Μέσης Τιμής



**Αρχή του Μέγιστου και Ελάχιστου (Maximum–Minimum Principle):** Μία μη σταθερή αρμονική συνάρτηση δεν μπορεί να λάβει μέγιστη ή ελάχιστη τιμή στο εσωτερικό του χωρίου, αλλά μόνο στο σύνορο

**Ομαλότητα:** Οι αρμονικές συναρτήσεις είναι απείρως διαφορίσιμες στο εσωτερικό του χωρίου.

**Σχέση με αναλυτικές συναρτήσεις:** Αν  $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$  είναι αναλυτική στο  $\Omega$ , τότε τα πραγματικό και φανταστικό μέρος της  $(u, v)$  είναι αρμονικές συναρτήσεις.

Κυρίως η αρχή της μέσης τιμής και η αρχή του μέγιστου και ελάχιστου εξασφαλίζουν ότι η λύση ενός προβλήματος με δεδομένες συνοριακές συνθήκες είναι μοναδική και ομαλή, κάτι που έχει άμεση εφαρμογή στη διαμόρφωση αρμονικών συντεταγμένων.

### 3.2.2 Οριακές Συνθήκες Dirichlet

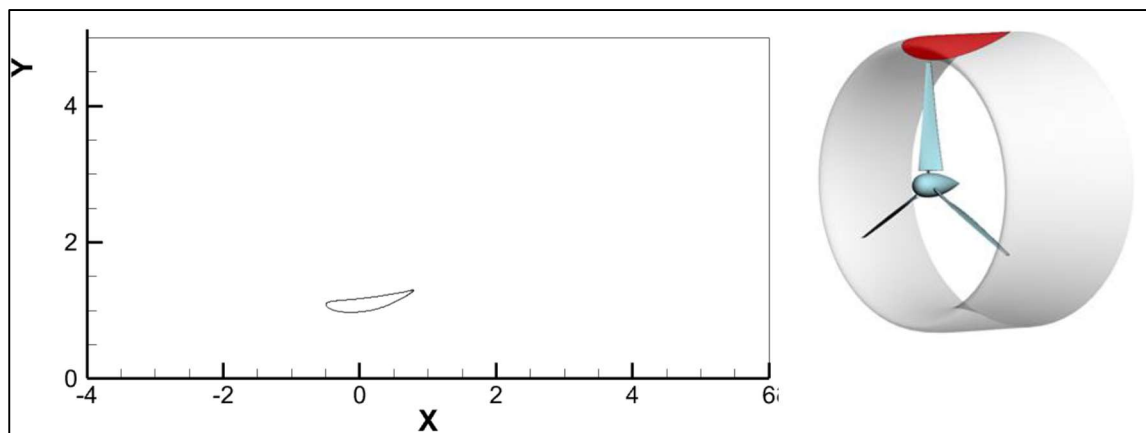
Για να καθορίσουμε τις αρμονικές συντεταγμένες σε ένα επίπεδο  $\Omega$ , πρέπει να λυθεί η εξίσωση του Laplace στο εσωτερικό του  $\Omega$  με την προϋπόθεση ότι η  $u(x, y)$  είναι μια δεδομένη συνάρτηση  $b(x, y)$  στο όριο της  $\Omega$  μια τέτοια προϋπόθεση είναι γνωστή ως οριακή συνθήκη. Ένα πρόβλημα που αποτελείται από μια μερική διαφορική εξίσωση μαζί με καθορισμένες συνοριακές συνθήκες είναι γνωστό ως πρόβλημα συνοριακών τιμών. Η ειδική περίπτωση που περιλαμβάνει την εξίσωση του Laplace με καθορισμένες συνοριακές τιμές είναι γνωστή ως πρόβλημα Dirichlet. Η λύση του προβλήματος Dirichlet θα είναι οι αρμονικές συναρτήσεις.

### 3.3 Μεθοδολογία των Τροποποιημένων Αρμονικών Συντεταγμένων

Ορίζεται μία B-Spline παραμετρική καμπύλη βαθμού  $p$  [20]:

$$C(u) = \sum_{i=0}^n N_{i,p}(u)P_i, \quad a \leq u \leq b \quad (17)$$

Όπου  $P_i$  είναι τα  $n+1$  σημεία ελέγχου και οι  $N_{i,p}(u)$  είναι συναρτήσεις βάσης B-Spline βαθμού  $p$ , ενώ το  $u$  είναι παράμετρος που παίρνει τιμές στο διάστημα  $[a,b]$ .



Εικ. 3.2 Αριστερά ένα πεδίο αξονοσυμμετρικής ροής  $\Omega$  γύρω διαχύτη, που χρησιμοποιείται σε ανεμογεννήτρια με διαχύτη. Ο άξονας συμμετρίας είναι ο άξονας  $X$ . Η διδιάστατη γεωμετρία του διαχύτη ορίζεται με μία καμπύλη B-Spline 3<sup>ης</sup> τάξης με 11 σημεία ελέγχου. Δεξιά Σχηματική αναπαράσταση ανεμογεννήτριας με διαχύτη [14].

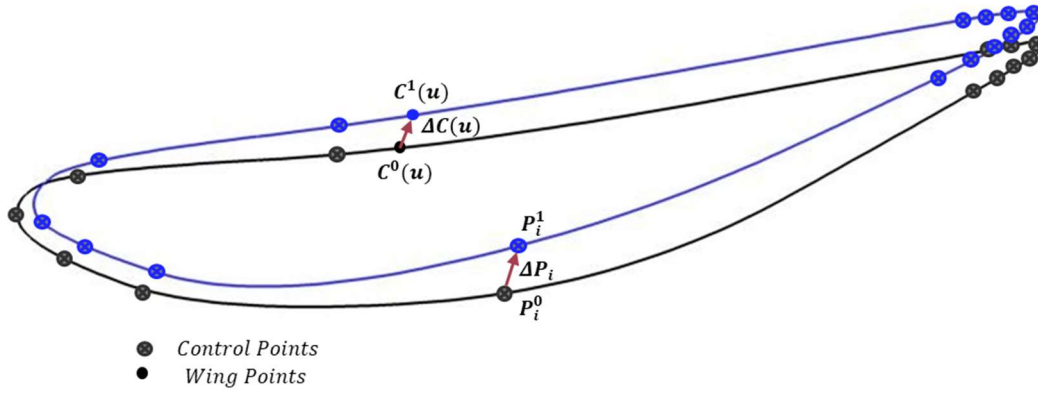
Η καμπύλη B-Spline χρησιμοποιείται σαν εσωτερικό όριο  $\partial\Omega_j$  (Εικ. 3.2) του διδιάστατου πεδίου ροής. Γενικά οι καμπύλες B-Spline έχουν την δυνατότητα παραμόρφωσης χρησιμοποιώντας την προτεινόμενη μεθοδολογία. Στόχος είναι οι ταυτόχρονη παραμόρφωση της γεωμετρίας που βελτιστοποιείται μαζί με το υπολογιστικό πλέγμα γύρω από αυτήν απλά μετακινώντας τα σημεία ελέγχου  $P_i$  (χωρίς την χρήση πολυγώνου ελέγχου). Αυτό είναι και το κύριο πλεονέκτημα της προτεινόμενης μεθοδολογίας.

Το διάνυσμα μετατόπισης  $\Delta C(u)$  Εικ. 3.3 για ένα σημείο που ανήκει στην καμπύλη B-Spline μπορεί να υπολογιστεί συναρτήσει όλων των διανυσμάτων μετατόπισης  $\Delta P_i$  Εικ. 3.1 των  $n+1$  σημείων ελέγχου  $P_i, i=0, \dots, n$ . Αν  $C^0(u)$  είναι η αρχική θέση σημείου που ανήκει στην καμπύλη B-Spline για παράμετρο  $u$  και  $C^1(u)$  είναι η τελική θέση.

Επιπλέον αν  $\mathbf{P}_i^0$  και  $\mathbf{P}_i^1$  είναι η αρχική και η τελική θέση των σημείων ελέγχου αντίστοιχα τότε το  $\Delta \mathbf{C}(\mathbf{u})$  μπορεί να υπολογιστεί:

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{C}(\mathbf{u}) &= \mathbf{C}^1(\mathbf{u}) - \mathbf{C}^0(\mathbf{u}) = \sum_{i=0}^n N_{i,p} \mathbf{P}_i^1 - \sum_{i=0}^n N_{i,p} \mathbf{P}_i^0 = \sum_{i=0}^n N_{i,p} (\mathbf{P}_i^1 - \mathbf{P}_i^0) \\ &= \sum_{i=0}^n N_{i,p} \Delta \mathbf{P}_i \end{aligned} \quad (18)$$

$$\Delta \mathbf{P}_i = (\mathbf{P}_i^1 - \mathbf{P}_i^0), \quad i = 0, \dots, n \quad (19)$$



Εικ. 3.3 Σχηματική αναπαράσταση διανυσμάτων μεταβολής σημείων ελέγχου και αεροτομής

Έστω τώρα  $n+1$  αρμονικές συναρτήσεις  $F_i, i = 0, \dots, n$  μέσα στο πεδίο ροής  $\Omega$  (Εικ. 3.2), κάθε μία από τις οποίες προκύπτει ως λύση της εξίσωσης του Laplace  $\Delta F_i(r) = \nabla^2 F_i(r) = 0$  μέσα στο αρχικό πεδίο ροής,  $\mathbf{r}$  είναι το διάνυσμα θέσης για κάθε σημείο, με τις οριακές συνθήκες (Dirichlet) να ορίζονται στο όριο της καμπύλης B-Spline ως:

$$F_i(\mathbf{C}^0(\mathbf{u})) = N_{i,p}(\mathbf{u}), \quad a \leq u \leq b, \quad i = 0, \dots, n \quad (20)$$

$F_i = 0$  για όλα τα απαραμόρφωτα όρια. Έτσι οι οριακές συνθήκες ορίζονται μόνο για τα όρια του υπολογιστικού πεδίου που πρόκειται να παραμορφωθούν. Οι αρμονικές συντεταγμένες ορίζονται με την βοήθεια των διανυσμάτων μετατόπισης  $\Delta \mathbf{P}_i$  όλων των σημείων ελέγχου και όχι των σημείων ελέγχου  $\mathbf{P}_i$  αυτών κάθε αυτών αντίθετα με την κλασική μέθοδο. Για τον υπολογισμό των αρμονικών Συναρτήσεων μπορεί να χρησιμοποιηθεί το υπολογιστικό πλέγμα που χρησιμοποιείται για την επίλυση του πεδίου ροής.

Τέλος αφού υπολογιστούν όλες οι λύσεις  $F_i$  της εξίσωσης του Laplace για κάθε διαφορετικό σετ (Dirichlet) οριακών συνθηκών, μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την

παρεμβολή εντός του υπολογιστικού πλέγματος διακριτών μετατοπίσεων των σημείων ελέγχου του ορίου της καμπύλης B-Spline:

$$\Delta C(r) = \sum_{i=0}^n \tilde{F}_i(r) \Delta P_i \quad (21)$$

Όπου  $\mathbf{r}$  είναι το διάνυσμα θέσης για κάθε σημείο μέσα στο πεδίο ροής  $\Omega$ .

### 3.4 Επίλυση του Laplace

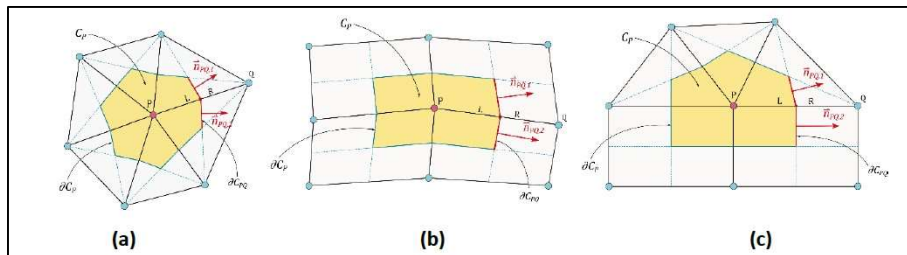
Η μερική διαφορική εξίσωση του Laplace, μπορεί να γραφεί [24]:

$$\nabla^2 F = 0, \quad (22)$$

Οι λύσεις της διαφορικής εξίσωσης του Laplace είναι οι αρμονικές συναρτήσεις, μία λύση αποτελεί και η βαθμωτή συνάρτηση  $F(x, y)$ . Η εξίσωση 20 μπορεί και να γραφεί [25]:

$$\frac{\partial F}{\partial t} + \frac{\partial G}{\partial x} + \frac{\partial H}{\partial y} = 0, \quad (23)$$

Όπου το  $F$  είναι ένας χρονικός όρος προκειμένου να προβλεφθεί η μη μόνιμη κατάσταση και οι όροι  $G$  και  $H$  είναι οι μερικές παράγωγοι της  $F$  στην  $x$  και  $y$  διεύθυνση. Για την επίλυση της παραπάνω διαφορικής εξίσωσης καταstrώνεται ένα μοντέλο διακριτοποίησης με την βοήθεια της μεθόδου των πεπερασμένων όγκων σε αδόμητα πλέγματα. Αυτό σημαίνει ότι οι μεταβλητές ορίζονται μέσα στα όρια των στοιχείων τριγωνικού ή τετράπλευρου σχήματος. Τα σημεία ορισμού των μεταβλητών είναι τα κέντρα βάρους των πολύγωνων ελέγχου. Τα πολύγωνα ελέγχου είναι τα πολύγωνα που ορίζονται από τις διαμέσους (ευθεία από το μέσο της πλευράς στο κέντρο βάρους) των στοιχείων του πλέγματος.



Εικ. 3.4 Πολύγωνα ελέγχου από διαφορετικά στοιχεία [14]

### 3.5 Αλγόριθμος της Τροποποιημένης Μεθόδου Αρμονικών Συντεταγμένων

Βήμα 1<sup>ο</sup>: Στο πρώτο βήμα του αλγορίθμου μορφοποίησης εισάγονται στον αλγόριθμο τα απαραίτητα στοιχεία που αφορούν την μορφή τις ιδιότητες του πλέγματος και την μεταβολή των σημείων ελέγχου. Αρχικά ο αλγόριθμος διαβάζει από ένα αρχείο κατάληξης .DAT και της μορφής όπως φαίνεται στην Εικ. 3.5 , το όνομα του αρχείου εξόδου της μορφής .PLT, τον αριθμό των ορίων που πρόκειται να μορφοποιηθούν, τον αριθμό των σημείων ελέγχου μέσω των οποίων θα παραμορφωθεί το όριο και το διάνυσμα της μεταβολής για κάθε σημείο ελέγχου.

```

OUT_CENTRAL.PLT      ! The name of the output file (i.e. "OUT_CENTRAL.PLT")
1                    ! Number of boundaries
14                   ! Number of Control Points
0.   -0.15           ! The deflection (Δx, Δy) of each control point
0.   -0.15
0.   -0.15
0.   -0.15
0.   -0.15
0.   -0.15
0.   -0.15
0.   -0.15
0.   -0.15
0.   -0.15
0.   -0.15
0.   -0.15
0.   -0.15
0.   -0.15
0.   -0.15

```

Εικ. 3.5 Αρχείο με όνομα "INP\_CENTRAL.DAT "

Σε επόμενο στάδιο για την εισαγωγή των στοιχείων του πλέγματος εισάγεται από αρχείο κατάληξης και πάλι .DAT και μορφής της Εικ. 3.6, αν πρόκειται για αμιγώς τριγωνικό ή υβριδικό πλέγμα, καθώς και το όνομα του αρχείου με το αδόμητο πλέγμα από το αρχείο "DELAUNDO.F".

```

0          !0:STEADY, 1:UNSTEADY
1.0        !SCALING FACTOR
0          !0:TRIANGULAR, 1:HYBRID
TRI        !OUTPUT FILE
Diff_TE_2nd_b.dpl !GRID FILE
0.2        !CFL
10000      !MAXIMUM ITERATIONS
1.0D-15    !MAXIMUM RESIDUAL
3.0        !TIME STEP FOR OUTPUT
1          !1:1ST ORDER SCHEME, 2:2ND ORDER
4          !NUMBER OF MULTIGRID LEVELS (1: NON-MULTIGRID)
1          !TYPE OF AGGLOMERATION (ISOTROPIC:1-4, DIRECTIONAL:5-10)
0          !NUMBER OF ITERATIONS IN EACH MULTIGRID LEVEL OF PRELIMINARY STAGE
5          !NUMBER OF BOUNDARIES
4 4 4 4 4  !TYPE OF BOUNDARIES
0          !NUMBER OF GRID REFINEMENTS
1000       !ITERATION OF REFINEMENT

```

Εικ. 3.6 Αρχείο με όνομα "INP.DAT "

Βήμα 2<sup>ο</sup>: Προκειμένου να εκτελεσθεί ο αλγόριθμος μορφοποίησης του πλέγματος (Mesh Morphing) πρέπει να έχει εκτελεσθεί ο αλγόριθμος για την επίλυση της διαφορικής εξίσωσης του Laplace (εξίσωση 23). Τα αρχεία είναι της μορφής .PLT και αποτελούν τις λύσεις της εξίσωσης του Laplace σε κάθε όριο και για κάθε σημείο ελέγχου στο αδόμητο πλέγμα όπως περιγράφεται στο κεφάλαιο 3.4. Από τα αρχεία αυτά εισάγονται στον αλγόριθμο οι συντεταγμένες των σημείων των κόμβων x,y, το μητρώο του κάθε κόμβου και οι συνδέσεις αυτών ίδια σε κάθε αρχείο. Επιπλέον ο αλγόριθμος διαβάζει την λύση της εξίσωσης Laplace σε κάθε κόμβο για κάθε όριο και για κάθε σημείο ελέγχου. Οι τιμές αυτές Q αποθηκεύονται σε έναν τρισδιάστατο πίνακα της μορφής (24) για ανάκληση στην συνέχεια της διαδικασίας.

$$H(KB, KH, NN) = Q(NN), \quad (24)$$

Όπου KB είναι το όριο, KH είναι το σημείο ελέγχου και NN ο κόμβος.

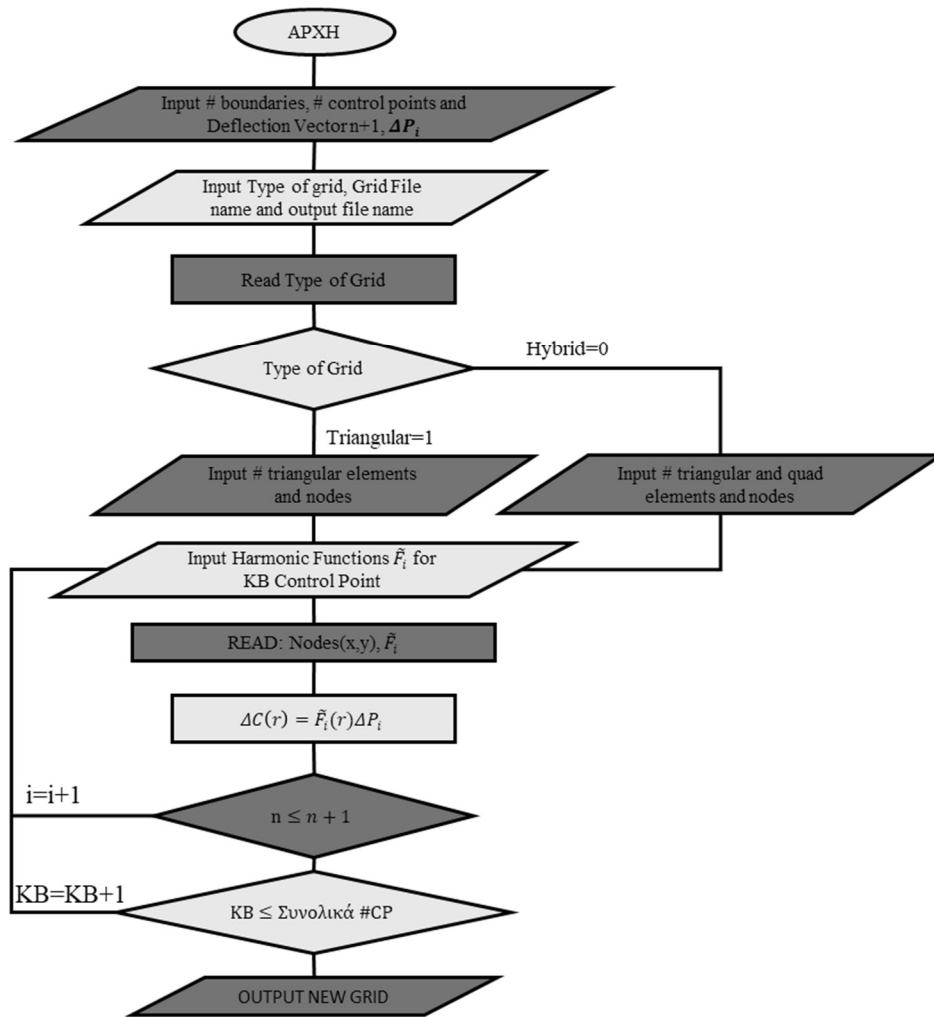
Βήμα 3<sup>ο</sup>: Στο 3<sup>ο</sup> βήμα θα γίνει ο υπολογισμός των καινούργιων συντεταγμένων των κόμβων. Αποτέλεσμα της όλης παραπάνω διαδικασίας είναι η εφαρμογή της σχέσης (21). Αυτό σημαίνει ότι:

$$XN(NN) = XN(NN) + H(KB, KH, NN) \cdot X\_CP(KB, KH) \quad (25)$$

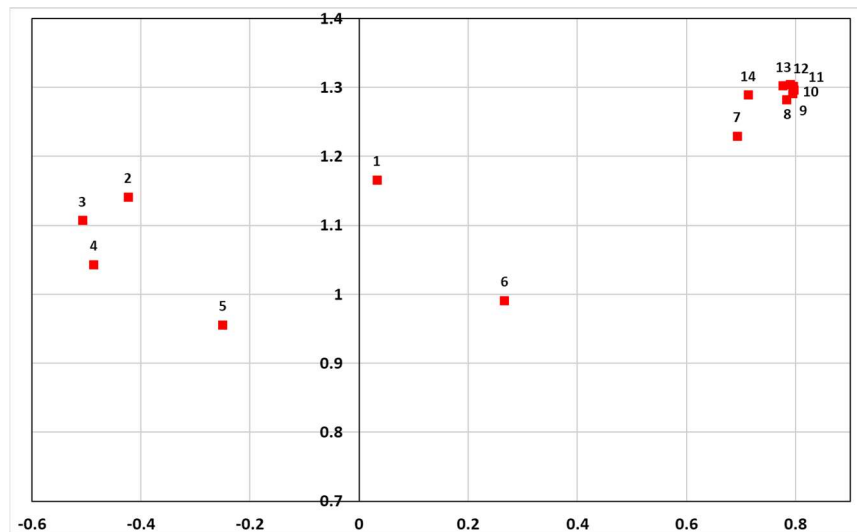
Όπου XN οι συντεταγμένες των κόμβων και  $X\_CP(KB, KH)$  το διάνυσμα μεταβολής όπως διαβάστηκε στο βήμα 1.

Βήμα 4<sup>ο</sup>: Στο βήμα αυτό γίνεται η δημιουργία του αρχείου εξόδου του αλγορίθμου. Στο αρχείο εξόδου περιέχεται όλα τα απαραίτητα στοιχεία του προηγούμενου αλλά και του νέου πλέγματος. Το αρχείο εξόδου θα είναι κατάληξης .PLT.

Τέλος από εδώ και πέρα η Τροποποιημένη Μέθοδο Αρμονικών Συντεταγμένων θα αναφέρετε ως αρμονικές συντεταγμένες ή ΤΜΑΣ.



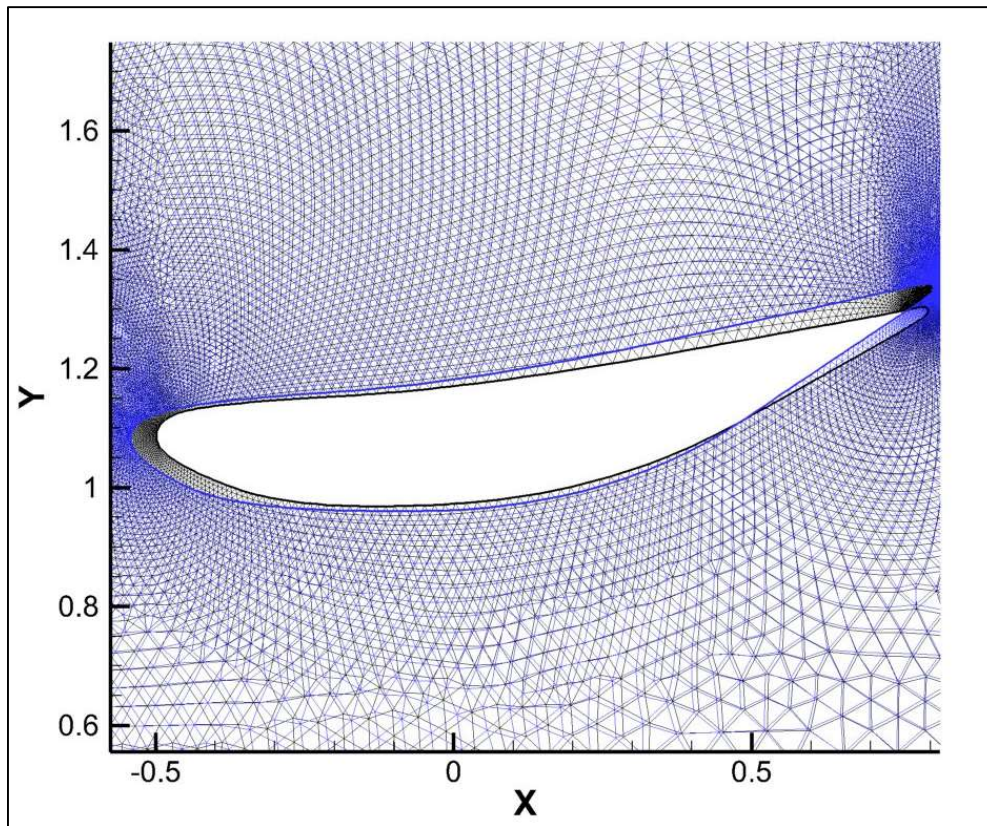
Διάγραμμα 3-1 Διάγραμμα Ροής Αλγορίθμου Τροποποιημένης Μεθόδου Αρμονικών Συντεταγμένων



Διάγραμμα 3-2 Διάγραμμα Σημείων Ελέγχου Τροποποιημένης Μεθόδου Αρμονικών Συντεταγμένων



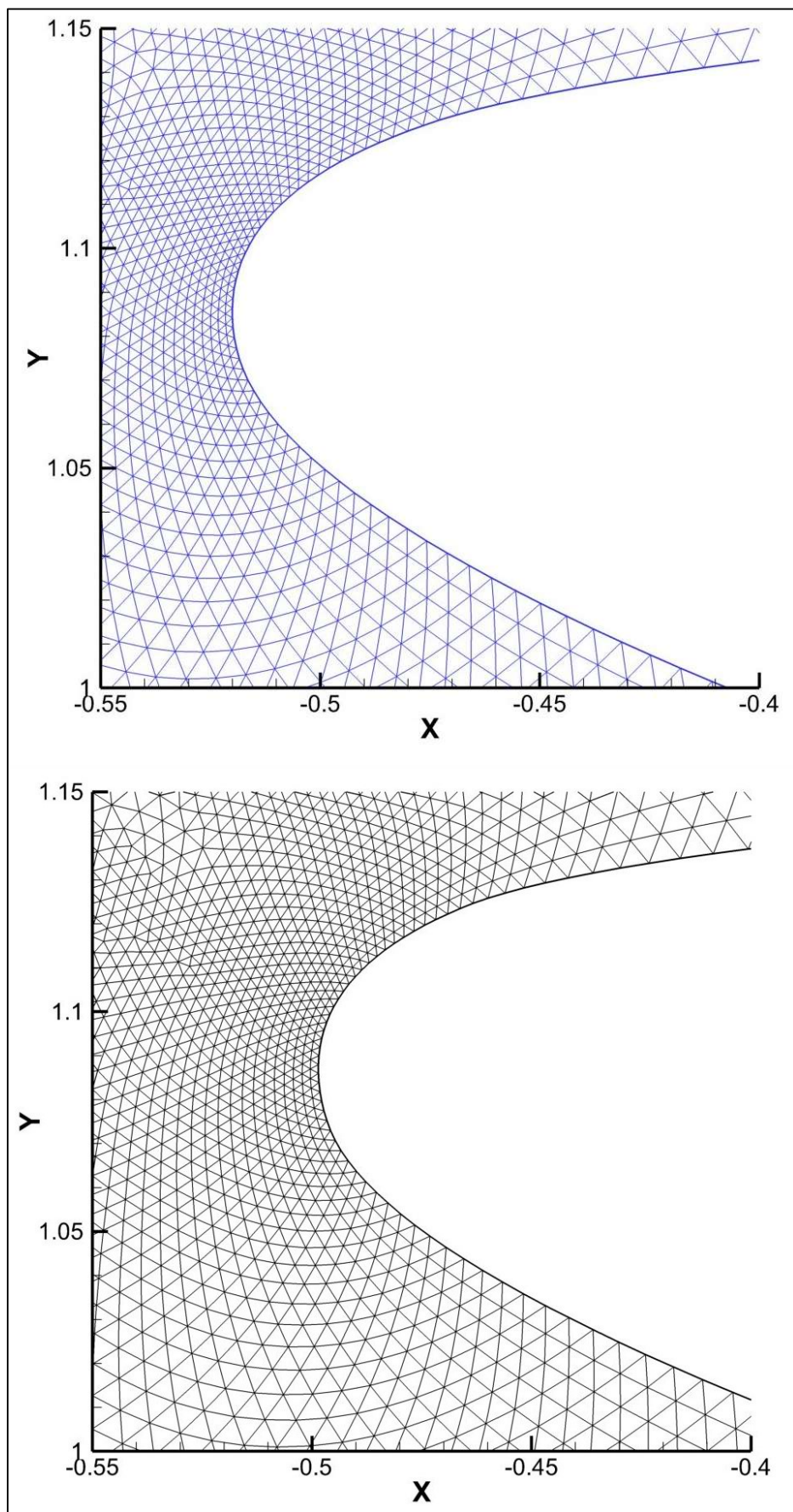
### 3.6 Εφαρμογή της Τροποποιημένης Μεθόδου Αρμονικών Συντεταγμένων



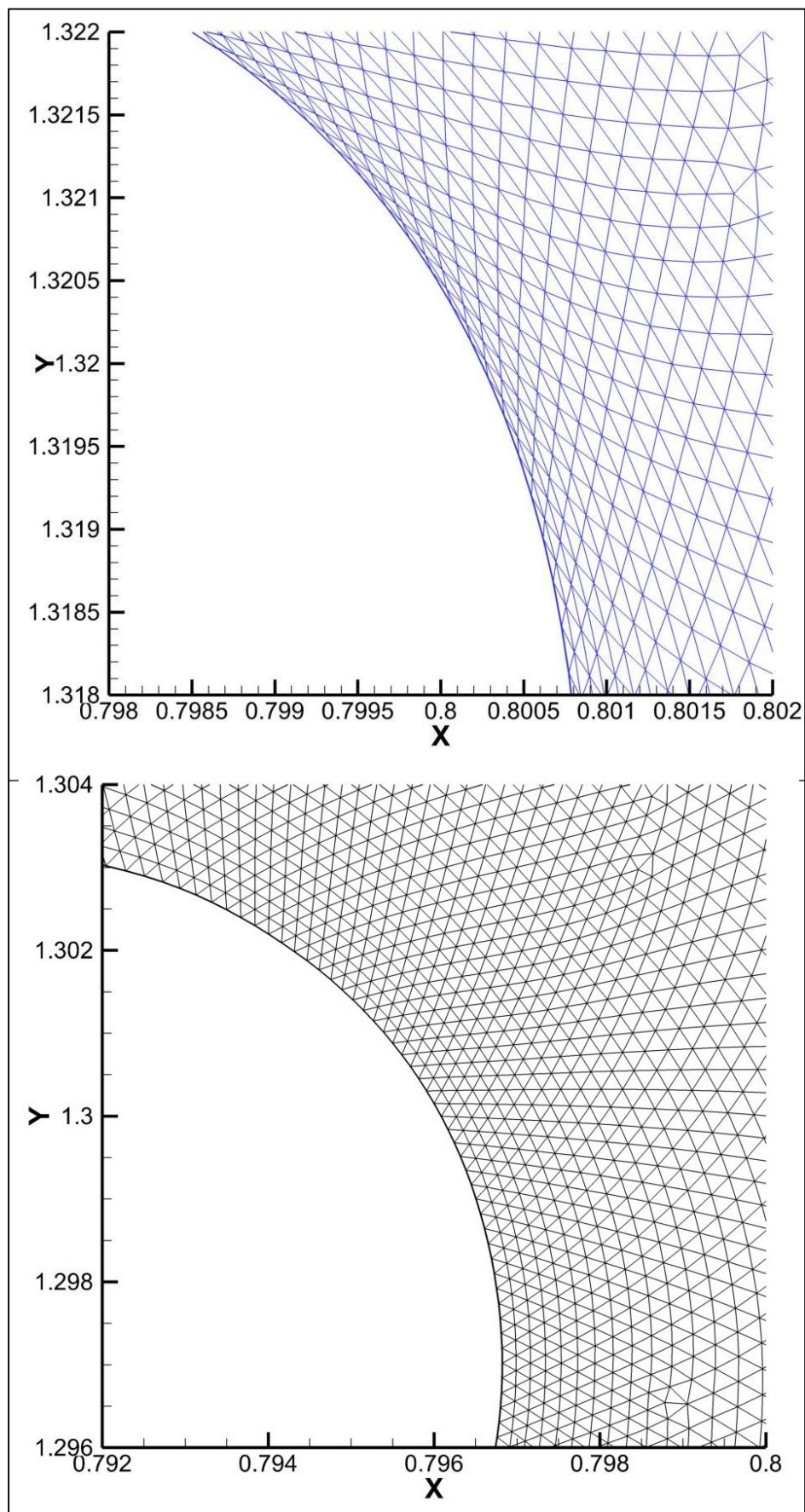
Εικ. 3.7 Το πλέγμα γύρω από την Παραμορφωμένη Αεροτομής μέθοδος ΤΜΑΣ

Στην Εικ. 3.7 διακρίνεται η αρχική και η παραμορφωμένη αεροτομή. Στις Εικ. 3.8 και Εικ. 3.9 διακρίνεται το χείλος προσβολής και εκβολής στην παραμορφωμένη και στην αρχική αεροτομή. Η συμπεριφορά που συναντάται είναι διαφορετική από την μέθοδο ελεύθερης παραμόρφωσης. Είναι εμφανές ότι στο χείλος εκφυγής Εικ. 3.9 η ποιότητα του πλέγματος υποβαθμίζεται.





Εικ. 3.8 Χείλος Προσβολής Παραμορφωμένης και Αρχικής Αεροτομής (TMAΣ)



Εικ. 3.9 Χείλος Εκφυγής Παραμορφωμένης και Αρχικής Αεροτομής (TMAΣ)





## 4. Σύγκριση των δύο Μεθόδων

### 4.1 Μεθοδολογία της Σύγκρισης

Προκειμένου να είναι δυνατή μία σύγκριση μεταξύ των δύο μεθόδων χρειάστηκε η ίδια αεροτομή να υποβληθεί στην ίδια παραμόρφωση και τα πλέγματα να συγκριθούν μεταξύ τους. Αρχικά παραμορφώνεται η αεροτομή και το πλέγμα που την περιβάλλει με την μέθοδο της FFD, η παραμόρφωση αυτή γίνεται ο στόχος για την μέθοδο των αρμονικών συντεταγμένων. Με τη βοήθεια του λογισμικού Tecplot 360 2011 έγινε προσπάθεια τα δύο πλέγματα να έχουν την ίδια παραμόρφωση.

Για την σύγκριση των δύο πλεγμάτων, μετά την παραμόρφωση, αναπτύχθηκε κώδικας για τον υπολογισμό των μεγεθών του κεφαλαίου «1.4 Ποιότητα Πλέγματος». Οι δύο μέθοδοι θα συγκριθούν κάτω από ιδίες συνθήκες με βάση τα μετρητικά του Κεφαλαίου 1.4. θα συγκριθούν σε τρεις περιπτώσεις με παραμόρφωση 5%, 10% και 30%. Η αεροτομή θα παραμορφωθεί στην επιφάνεια αναρρόφησης, στην επιφάνεια πίεσης καθώς και στο χείλος προσβολής και εκφυγής. Στον Πίνακα 4-1 διακρίνονται τα σημεία ελέγχου της FFD με την μετατόπιση σε ποσοστό επι της χορδής στην x και y διεύθυνση. Στον Πίνακα 4-2 διακρίνονται τα σημεία ελέγχου της TMAΣ με την αντίστοιχη μετατόπιση.

**ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗ ΣΗΜΕΙΩΝ ΕΛΕΓΧΟΥ FFD**

ΣΗΜΕΙΟ	Μετατόπιση(%)*					
	X			Y		
	Περίπτωση 1 <sup>η</sup>	Περίπτωση 2 <sup>η</sup>	Περίπτωση 3 <sup>η</sup>	Περίπτωση 1 <sup>η</sup>	Περίπτωση 2 <sup>η</sup>	Περίπτωση 3 <sup>η</sup>
<b>26</b>	-5	-10	-30	0	0	0
<b>34</b>	0	0	0	-5	-10	-30
<b>35</b>	0	0	0	5	10	30
<b>42</b>	5	10	30	0	0	0

Πίνακας 4-1 Μετατόπιση Σημείων Ελέγχου FFD σε 3 Περιπτώσεις  
\*Η μετατόπιση αντιπροσωπεύει ποσοστό επι της χορδής της αεροτομής

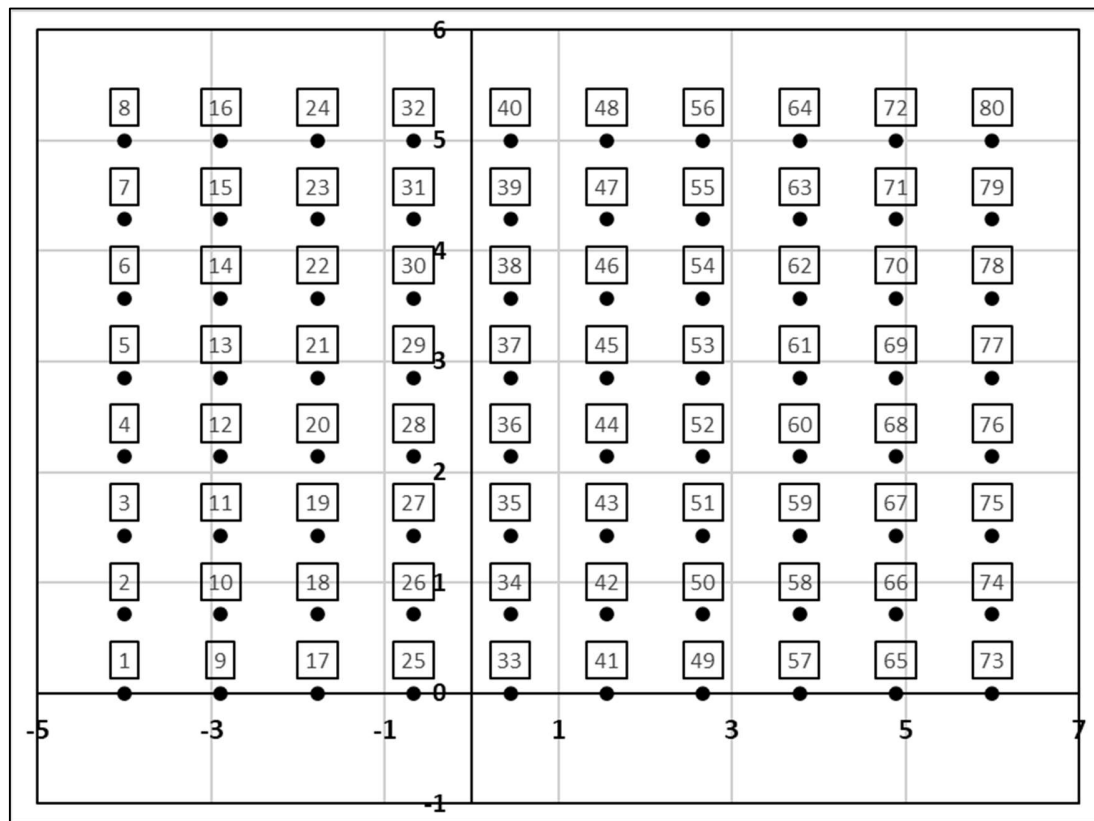
**ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗ ΣΗΜΕΙΩΝ ΕΛΕΓΧΟΥ ΤΜΑΣ**

<b>ΣΗΜΕΙΟ</b>	<b>X</b>			<b>Y</b>		
	Περίπτωση	Περίπτωση	Περίπτωση	Περίπτωση	Περίπτωση	Περίπτωση
	1 <sup>η</sup>	2 <sup>η</sup>	3 <sup>η</sup>	1 <sup>η</sup>	2 <sup>η</sup>	3 <sup>η</sup>
<b>1</b>	0	0	0	0.01	0.01	0.01
<b>2</b>	0	0	0	0.005	0.005	0.005
<b>3</b>	-0.02	-0.04	-0.04	0.004	0.004	0.004
<b>4</b>	-0.025	-0.05	-0.05	0	0	0
<b>5</b>	-0.05	-0.10	-0.10	0	0	0
<b>6</b>	0	0	0	-0.01	-0.025	-0.025
<b>7</b>	0.08	0.016	0.016	0.025	0.035	0.035
<b>8</b>	0	0	0	0.0125	0.030	0.030
<b>9</b>	0	0	0	0.015	0.0305	0.0305
<b>10</b>	0.0035	0.009	0.009	0.016	0.034	0.034
<b>11</b>	0.50	0.010	0.010	0.020	0.038	0.038
<b>12</b>	0.003	0.006	0.006	0.020	0.039	0.039
<b>13</b>	0.001	0.002	0.002	0.020	0.039	0.039
<b>14</b>	0	0	0	0.020	0.037	0.037

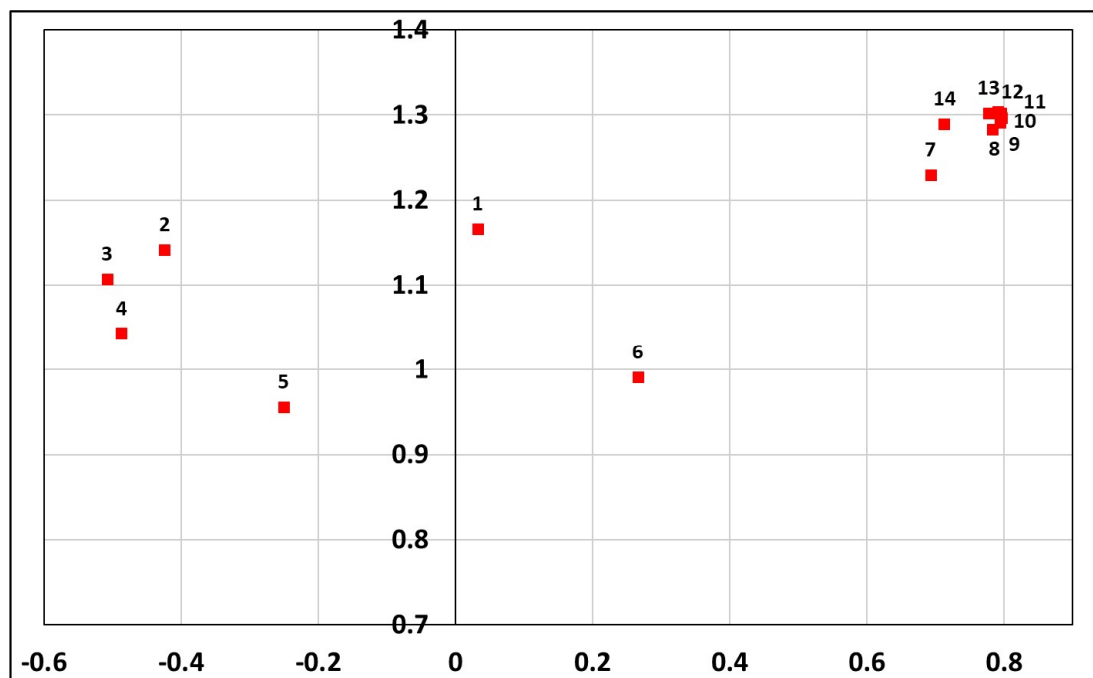
Πίνακας 4-2 Μετατόπιση Σημείων Ελέγχου ΤΜΑΣ σε 3 Περιπτώσεις

Στο Διάγραμμα 4-1 και στο Διάγραμμα 4-2 διακρίνονται τα σημεία ελέγχου των δύο μεθόδων όπως χρησιμοποιήθηκαν για την σύγκριση. Προκειμένου να υπάρχει η δυνατότητα ελέγχου της επιφάνειας πίεσης της αεροτομής και αναρρόφησης χρησιμοποιήθηκε πιο πυκνό πλέγμα σημείων ελέγχου για την FFD. Για την μέθοδο ΤΜΑΣ τα σημεία ελέγχου είναι τα σημεία επι της αεροτομής και διατηρήθηκαν σταθερά σε αριθμό.

Τέλος θα παρουσιαστούν τα πλέγματα που προκύπτουν μετά τις παραμορφώσεις με εικόνες στα κρίσιμα σημεία καθώς και πίνακες με τα μετρητικά των πλεγμάτων και τα αντίστοιχα στατιστικά.



Διάγραμμα 4-1 Σημεία Ελέγχου FFD



Διάγραμμα 4-2 Σημεία Ελέγχου TMAΣ

## 4.2 Σύγκριση με παραμόρφωση 5%

### 4.2.1 Σύγκριση πλεγμάτων σε παραμόρφωση 5%

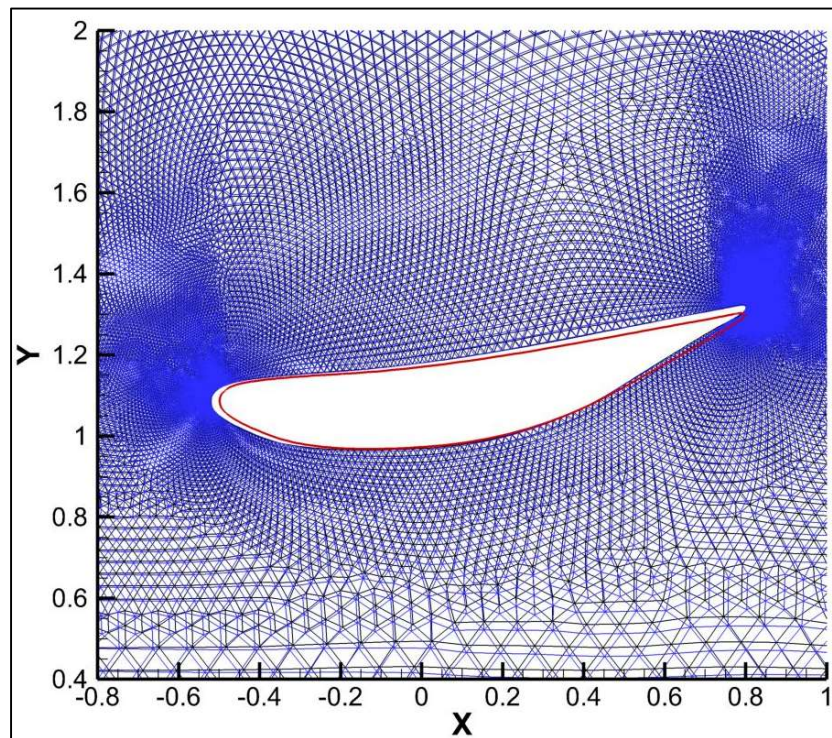
Για την σύγκριση των δύο μεθόδων ακολουθούν εικόνες με το πλέγμα που προέκυψε και από της δύο μεθόδους. Οι εικόνες προέρχονται από τα κρίσιμα σημεία μιας αεροτομής, δηλαδή από το χείλος εκφυγής το χείλος προσβολής και την επιφάνεια αναρρόφησης. Στις εικόνες που ακολουθούν περιέχονται και τα δύο πλέγματα ώστε να γίνει ευκολότερη η σύγκριση μεταξύ τους.

Στην Εικ. 4.1 διακρίνεται το πλέγμα γύρω από την αεροτομή και με τις δύο μεθόδους. Με μπλε χρώμα είναι το πλέγμα που ανήκει στην FFD ενώ με μαύρο χρώμα το πλέγμα που ανήκει στην ΤΜΑΣ. Με κόκκινο περίγραμμα διακρίνεται η αρχική θέση της αεροτομής.

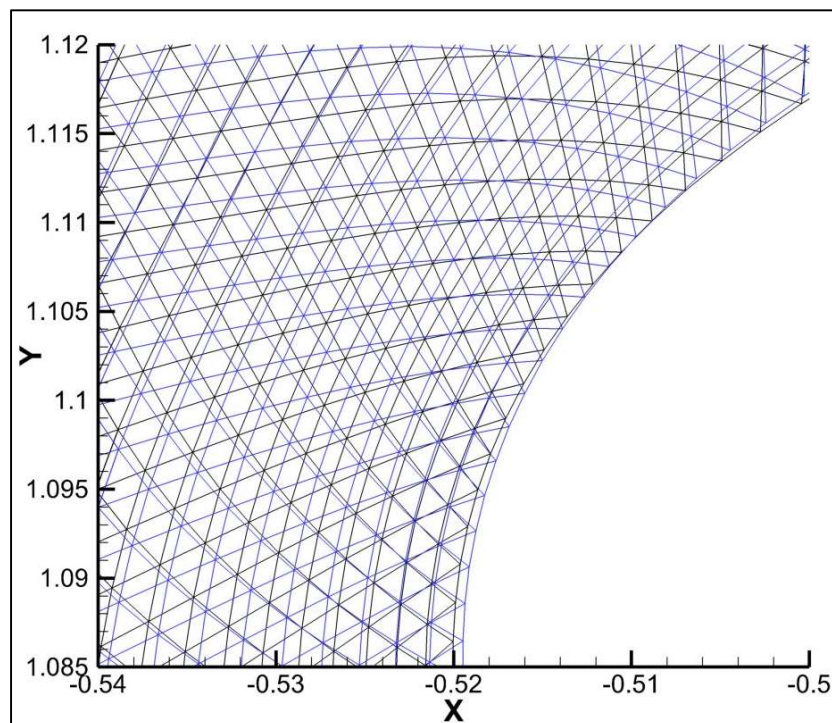
Ακολουθούν η Εικ. 4.2 και η Εικ. 4.3 το χείλος προσβολής και εκφυγής. Στην Εικ. 4.2 και Εικ. 4.4 οι δύο μέθοδοι έχουν παρόμοια απόδοση. Αντιθέτως στην Εικ. 4.3 προκύπτουν εντελώς διαφορετικά πλέγματα. Σε αυτό το σημείο η ΤΜΑΣ έχει δυσκολία να κρατήσει το μέγεθος των στοιχείων σταθερό. Τα οποία δείχνουν να συμπιέζονται.

Η FFD από την πρώτη εικόνα δείχνει να διατηρεί καλύτερα την ποιότητα του πλέγματος. Ωστόσο στα υπόλοιπα σημεία της αεροτομής και οι δύο μέθοδοι διατηρούν την ίδια εικόνα. Η απόδοση των δύο μεθόδων θα γίνει πιο κατανοητή με την παρουσίαση των πινάκων των μετρητικών στο επόμενο κεφάλαιο.

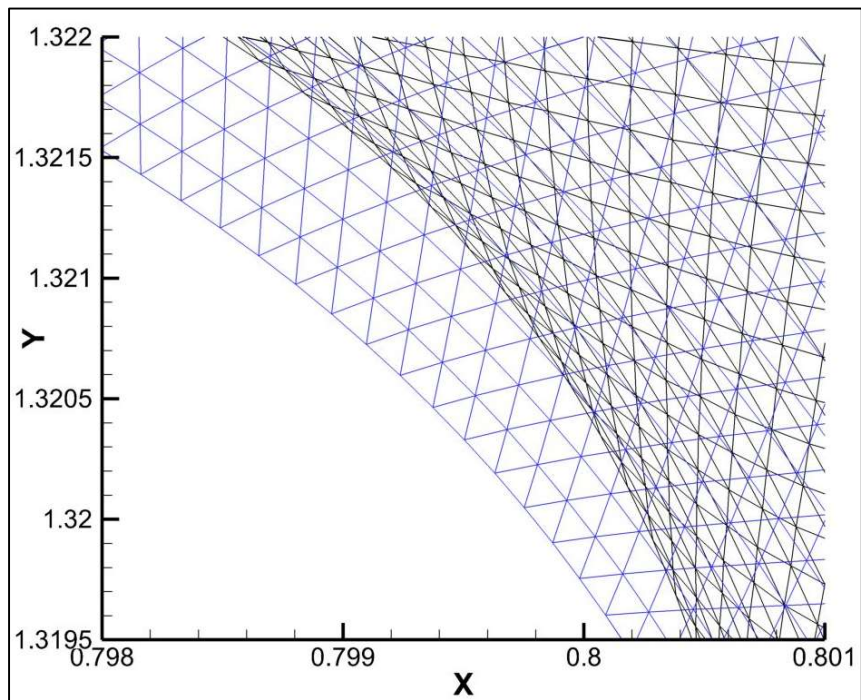




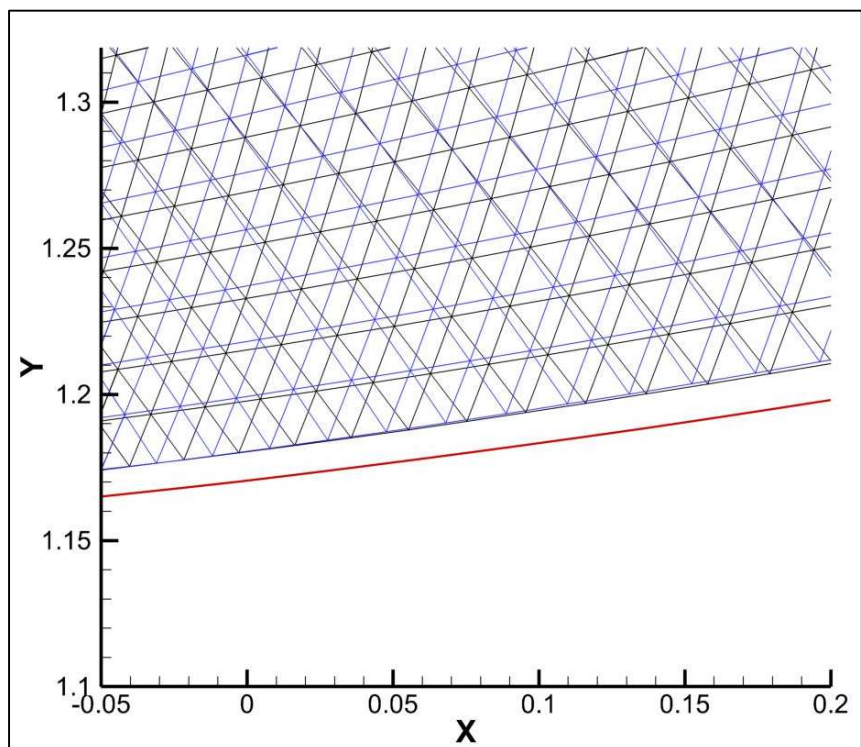
Εικ. 4.1 Πλέγμα Γύρω από την Παραμορφωμένη Αεροτομή με τις Δύο Μεθόδους. Μπλε το Πλέγμα της FFD, Μαύρο το Πλέγμα της TMAΣ και με Κόκκινο η αρχική αεροτομή για Παραμόρφωση 5%.



Εικ. 4.2 Χείλος Προσβολής με τις Δύο Μεθόδους για 5% παραμόρφωση.



Εικ. 4.3 Χείλος Εκφυγής με τις Δύο Μεθόδους για 5% παραμόρφωση.



Εικ. 4.4 Επιφάνεια Αναρρόφησης με τις Δύο Μεθόδους για 5% παραμόρφωση.

#### 4.2.2 Σύγκριση Μετρητικών σε Παραμόρφωση 5%

##### (1) Aspect Ratio

INTERVAL	ASPECT RATIO					
	Original		Harmonics		FFD	
	# of Elements	Percentage	# of Elements	Percentage	# of Elements	Percentage
[0.0 - 0.1]	0	0	0	0	0	0
[0.1 - 0.2]	0	0	0	0	0	0
[0.2 - 0.3]	0	0	0	0	0	0
[0.3 - 0.4]	0	0	0	0	0	0
[0.4 - 0.5]	0	0	0	0	0	0
[0.5 - 0.6]	0	0	0	0	0	0
[0.6 - 0.7]	0	0	158	0.232661	0	0
[0.7 - 0.8]	84	0.123693	1149	1.69195	96	0.141364
[0.8 - 0.9]	8920	13.135	12195	17.9576	9551	14.0642
[0.9 - 1.0]	58906	86.7413	54408	80.1178	58263	85.7944

Πίνακας 4-3 Aspect Ratio Αρχικού, Αρμονικών και FFD πλέγματος για παραμόρφωση 5%.

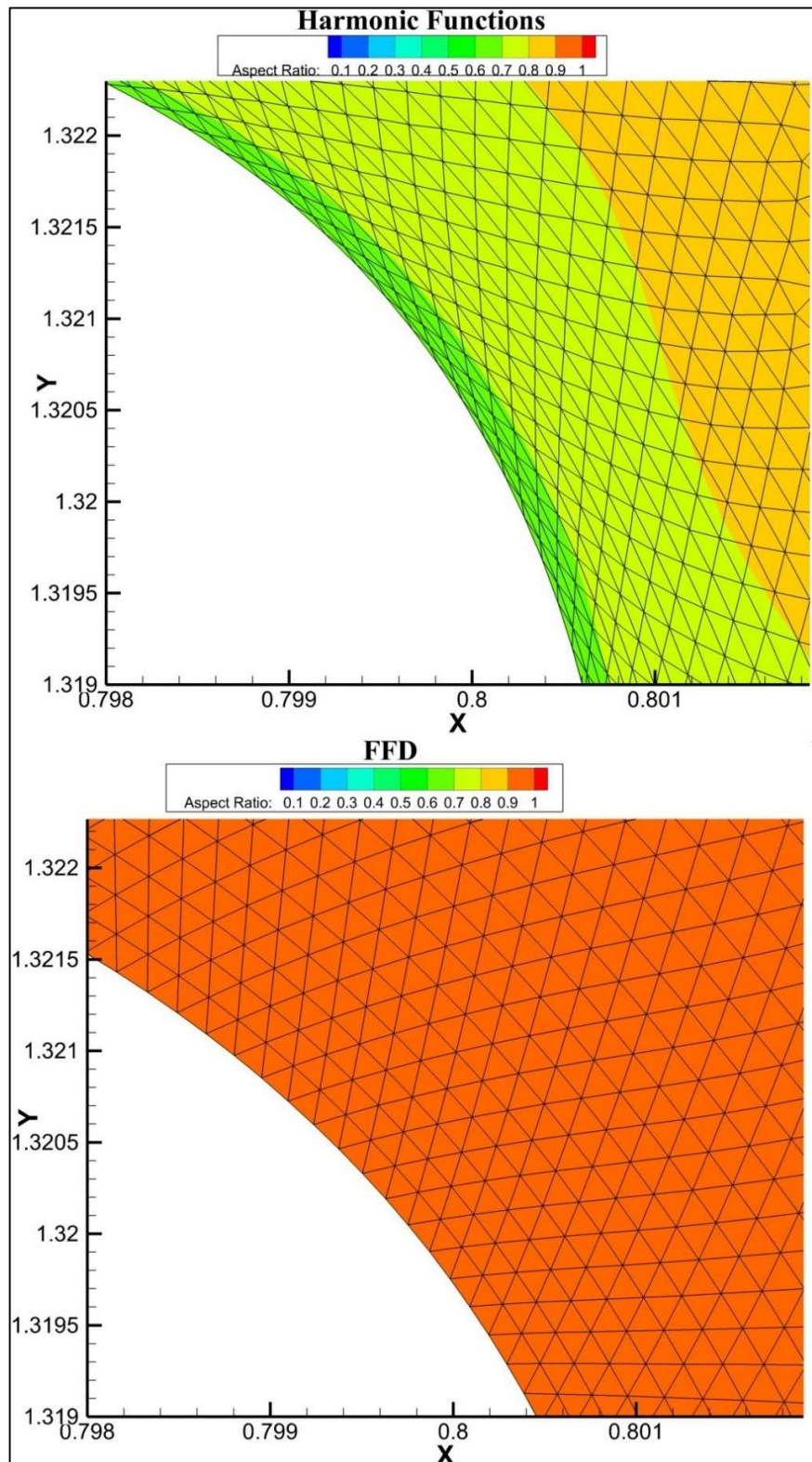
Όσον αφορά το μετρητικό του “Aspect Ratio” διακρίνεται ότι με την παραμόρφωση με την βοήθεια αρμονικών συντεταγμένων δημιουργούνται στοιχεία με χαμηλό Aspect Ratio της τάξης του 0.6-0.7 και 0.7-0.8. Τα συγκεκριμένα στοιχεία είναι βέβαιο ότι παρουσιάζονται στο χείλος εκφυγής της αεροτομής, σε ένα από τα σημαντικότερα σημεία δηλαδή.

Από την άλλη η παραμόρφωση με την βοήθεια FFD δημιουργεί σαφώς καλύτερο πλέγμα. Τα μετρητικά είναι ελαφρώς χειρότερα σε σχέση με το αρχικό πλέγμα. Η μικρή αύξηση των στοιχείων με μικρότερο Aspect Ratio με την χρήση της FFD δεν θα επηρέαζε σημαντικά τα αποτελέσματα του πεδίου ροής.

Ακολουθεί η Εικ. 4.5 είναι εύκολα διακριτή η μείωση της ποιότητας του πλέγματος στο συγκεκριμένο σημείο. Έχουμε την δημιουργία τριών ζωνών μείωσης του Aspect Ratio. Η εικόνα στα υπόλοιπα σημεία είναι παρόμοια και με τις δύο μεθόδους.

Η μείωση του Aspect Ratio είναι αποτέλεσμα της συμπίεσης των στοιχείων στο συγκεκριμένο σημείο. Η συμπίεση προκαλεί μείωση του ύψους του τριγώνου και άρα μείωση του Aspect Ratio





Εικ. 4.5 Χείλος Εκφυγής Aspect Ratio για παραμόρφωση 5%

**(2) Skewness****SKEWNESS**

INTERVAL	Original		Harmonics		FFD	
	# of Elements	Percentage	# of Elements	Percentage	# of Elements	Percentage
[0.0 - 0.1]	63179	93.0334	63138	92.9731	63152	92.9937
[0.1 - 0.2]	4234	6.23472	4310	6.34664	4269	6.28626
[0.2 - 0.3]	488	0.718598	455	0.670004	480	0.706818
[0.3 - 0.4]	9	0.013253	7	0.010308	9	0.013253
[0.4 - 0.5]	0	0	0	0	0	0
[0.5 - 0.6]	0	0	0	0	0	0
[0.6 - 0.7]	0	0	0	0	0	0
[0.7 - 0.8]	0	0	0	0	0	0
[0.8 - 0.9]	0	0	0	0	0	0
[0.9 - 1.0]	0	0	0	0	0	0

Πίνακας 4-4 Skewness Αρχικού, Αρμονικών και FFD πλέγματος για παραμόρφωση 5%.

Η λοξότητα ή skewness δεν επηρεάζεται. Αυτό συμβαίνει γιατί το μέγεθος της παραμόρφωσης είναι μικρό για το συγκεκριμένο μετρητικό. Η διαφορές είναι ελάχιστες και δεν οδηγούν σε συγκεκριμένο συμπέρασμα.

**(3) Orthogonal Quality****ORTHOGONAL QUALITY**

INTERVAL	Original		Harmonic		FFD	
	# of Elements	Percentage	# of Elements	Percentage	# of Elements	Percentage
[0.0 - 0.1]	0	0	0	0	0	0
[0.1 - 0.2]	0	0	0	0	0	0
[0.2 - 0.3]	0	0	23	0.033868	0	0
[0.3 - 0.4]	0	0	37	0.054484	0	0
[0.4 - 0.5]	0	0	62	0.091297	0	0
[0.5 - 0.6]	0	0	105	0.154616	0	0
[0.6 - 0.7]	0	0	176	0.259167	0	0
[0.7 - 0.8]	3	0.004418	356	0.524223	5	0.007363
[0.8 - 0.9]	315	0.463849	1186	1.74643	358	0.527168
[0.9 - 1.0]	67592	99.5317	65965	97.1359	67547	99.4655

Πίνακας 4-5 Orthogonal Quality Αρχικού, Αρμονικών και FFD πλέγματος για παραμόρφωση 5%.

Αντιθέτως η ορθογωνική ποιότητα παρουσιάζει παρόμοια εικόνα με το Aspect Ratio παραπάνω. Στο πλέγμα με παραμόρφωση με την βοήθεια της FFD τα μεγέθη διατηρούνται

σχετικά σταθερά. Εκεί που υπάρχουν διαφορές είναι όταν η παραμόρφωση γίνεται με τις αρμονικές συντεταγμένες. Εκ πρώτης όψεως η αύξηση των στοιχείων με μικρή ορθογωνική ποιότητα είναι μικρή. Τα στοιχεία αυτά βρίσκονται όμως στο σύνολο τους στο χείλος εκφυγής και δεν δείχνουν να επηρεάζαν αρκετά τα αποτελέσματα ενός πεδίου ροής.

### **4.3 Σύγκριση με παραμόρφωση 10%**

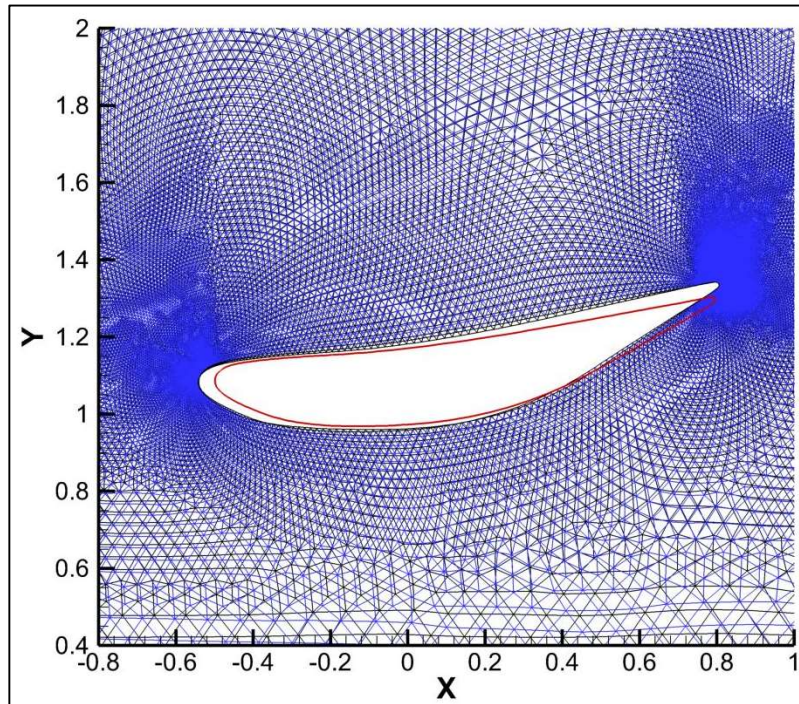
#### **4.3.1 Σύγκριση πλεγμάτων σε παραμόρφωση 10%**

Όπως και παραπάνω για την σύγκριση των δύο μεθόδων ακολουθούν εικόνες με το πλέγμα που προέκυψε και από της δύο μεθόδους. Οι εικόνες προέρχονται από τα κρίσιμα σημεία μίας αεροτομής.

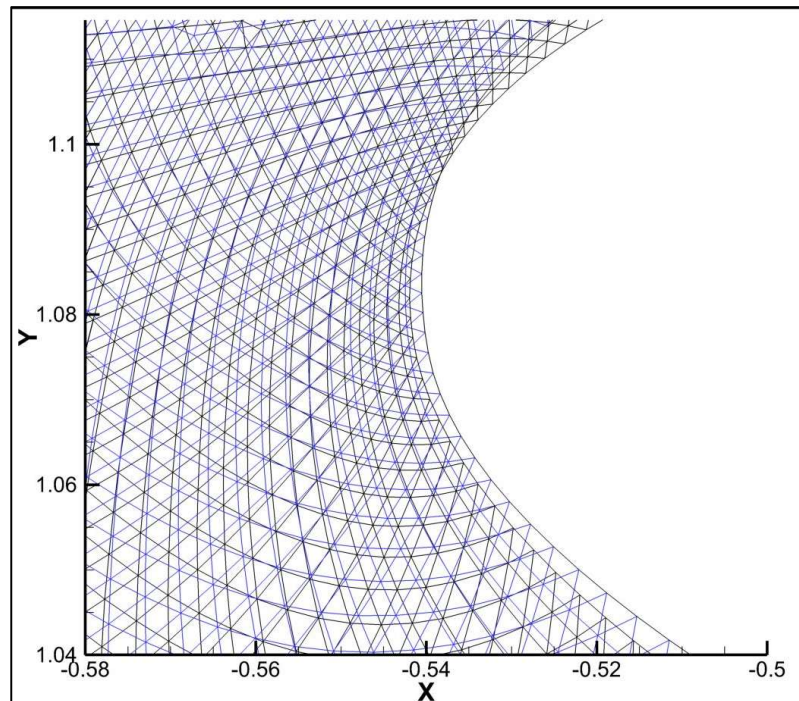
Στην Εικ. 4.6 διακρίνεται το πλέγμα γύρω από την αεροτομή και με τις δύο μεθόδους. Με μπλε χρώμα είναι το πλέγμα που ανήκει στην FFD ενώ με μαύρο χρώμα το πλέγμα που ανήκει στην TMAΣ. Με κόκκινο περίγραμμα διακρίνεται η αρχική θέση της αεροτομής πριν από την 10% παραμόρφωση.

Ακολουθούν η Εικ. 4.7 και η Εικ. 4.8 το χείλος προσβολής και εκβολής. Όπως και παραπάνω στην Εικ. 4.7 οι δύο μέθοδοι έχουν παρόμοια απόδοση, ενώ στην Εικ. 4.8 όμως όχι. Η συμπεριφορά της TMAΣ παραμένει ίδια παρουσιάζοντας εντονότερα στοιχεία από την παραμόρφωση με 5%. Τα στοιχεία έχουν συμπιεστεί και όπως θα φανεί και παρακάτω δημιουργούνται και εκφυλισμένα στοιχεία.

Στην Εικ. 4.8 η FFD διατηρεί καλύτερη ποιότητα πλέγματος. Ωστόσο στα υπόλοιπα σημεία της αεροτομής και οι δύο μέθοδοι διατηρούν την ίδια εικόνα. Η απόδοση των δύο μεθόδων θα γίνει πιο κατανοητή με την παρουσίαση των πινάκων των μετρητικών.

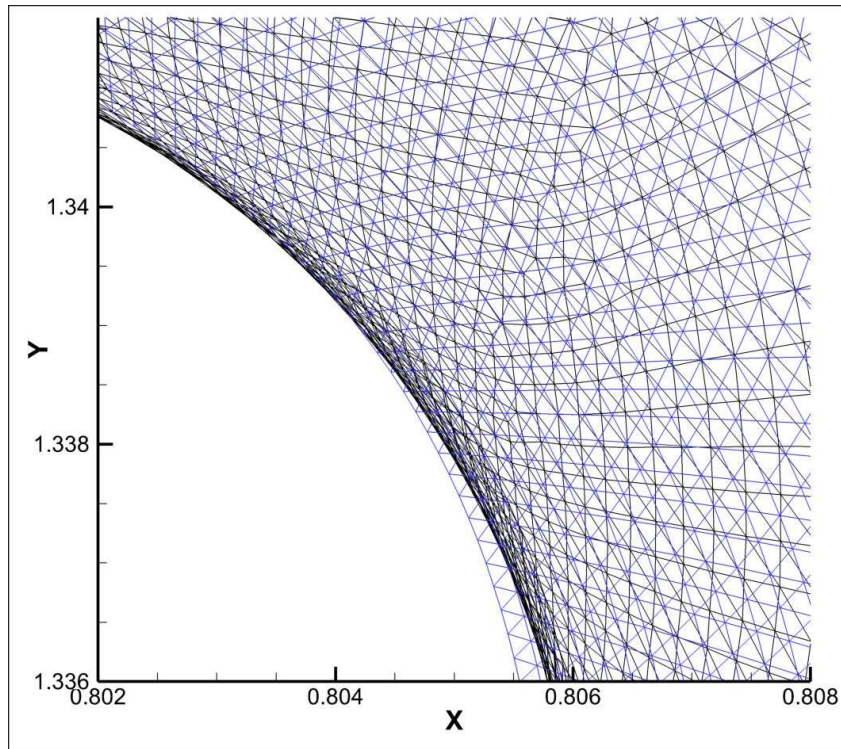


Εικ. 4.6 Με μπλε το πλέγμα της FFD, μαύρο το πλέγμα της TMAΣ και με κόκκινο η αρχική αεροτομή για παραμόρφωση 10%.

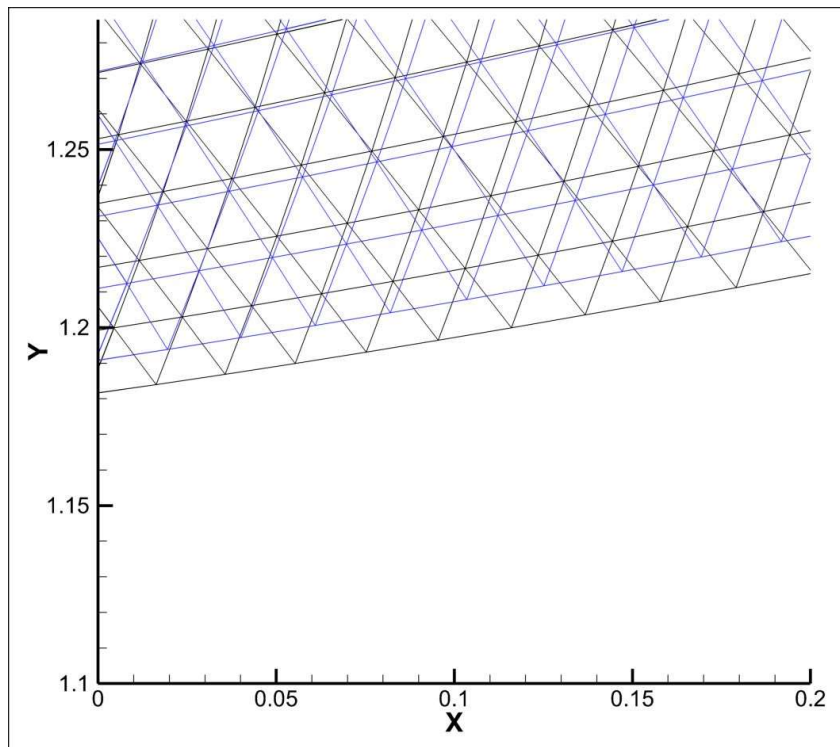


Εικ. 4.7 Χείλος Προσβολής με τις Δύο Μεθόδους για 10% παραμόρφωση.





Εικ. 4.8 Χείλος Εκφυγής με τις Δύο Μεθόδους για 10% παραμόρφωση



Εικ. 4.9 Επιφάνεια Αναρρόφησης με τις Δύο Μεθόδους για 10% παραμόρφωση



## 4.3.2 Σύγκριση Μετρητικών σε Παραμόρφωση 10%

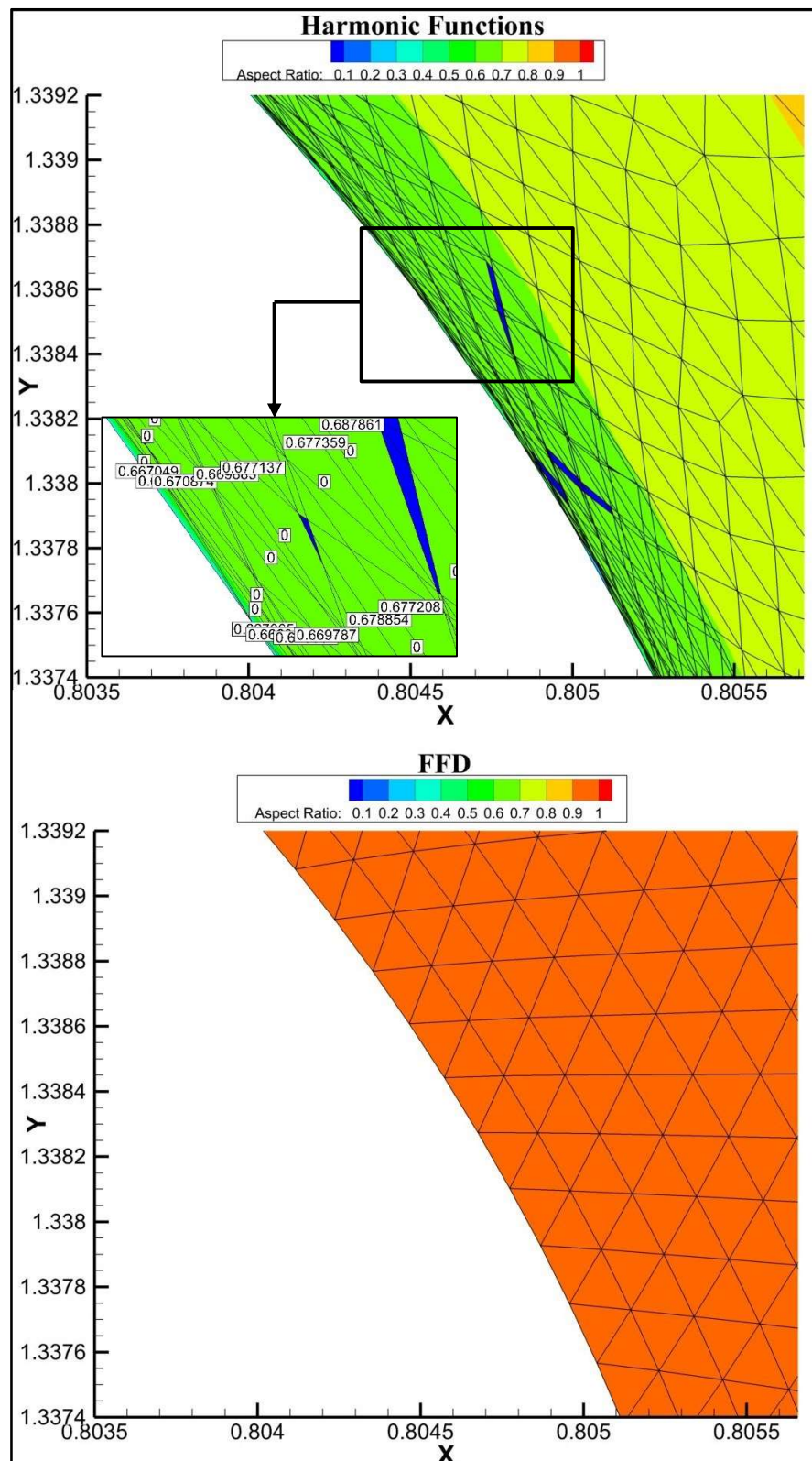
## (1) Aspect Ratio

INTERVAL	ASPECT RATIO					
	Original		Harmonics		FFD	
	# of Elements	Percentage	# of Elements	Percentage	# of Elements	Percentage
[0.0 - 0.1]	0	0	358	0.527168	0	0
[0.1 - 0.2]	0	0	0	0	0	0
[0.2 - 0.3]	0	0	0	0	0	0
[0.3 - 0.4]	0	0	0	0	0	0
[0.4 - 0.5]	0	0	0	0	0	0
[0.5 - 0.6]	0	0	0	0	0	0
[0.6 - 0.7]	0	0	883	1.30025	0	0
[0.7 - 0.8]	84	0.123693	2500	3.68134	117	0.172287
[0.8 - 0.9]	8920	13.135	14924	21.9761	11343	16.703
[0.9 - 1.0]	58906	86.7413	49245	72.5151	56450	83.1247

Πίνακας 4-6 Aspect Ratio Αρχικού, Αρμονικών και FFD, του πλέγματος για παραμόρφωση 10%.

Σημείο μεγαλύτερου ενδιαφέροντος και στην παραμόρφωση με 10% είναι στο χείλος εκφυγής, αφού συγκεντρώνει το μεγαλύτερο μέρος των στοιχείων με χαμηλή ποιότητα όσον αφορά την ΤΜΑΣ. Όπως ευκολά διακρίνει κανείς στον πίνακα παραπάνω ο αριθμός των στοιχείων με Aspect Ratio από 0.0-0.1 αυξήθηκε ραγδαία όπως και ο αριθμός των στοιχείων με 0.6-0.7 όπως και παραπάνω το σύνολο αυτών των στοιχείων υπάρχουν για την ΤΜΑΣ στο χείλος εκφυγής. Στην Εικ. 4.10 επιπλέον υπάρχουν εκφυλισμένα στοιχεία στο χείλος εκφυγής. Στην ουσία δεν ορίζεται μηδενικό aspect ratio, ωστόσο όταν ο κώδικας συναντάει αρνητικό εμβαδόν και άρα εκφυλισμένο στοιχείο μηδενίζει το Aspect ratio.

Σε ότι αφορά την FFD η απόδοση της είναι για άλλη μια φορά πολύ καλή, αφού τα στοιχεία της ποιότητας του πλέγματος όσον αφορά το Aspect Ratio είναι παρόμοια με το αρχικό πλέγμα. Με μικρή αύξηση των στοιχείων στο εύρος του 0.7-0.9.



Εικ. 4.10 Χείλος Εκφυγής Aspect Ratio για παραμόρφωση 10%

**(2) Skewness****SKEWNESS**

INTERVAL	Original		Harmonics		FFD	
	# of Elements	Percentage	# of Elements	Percentage	# of Elements	Percentage
[0.0 - 0.1]	63179	93.0334	62596	92.1749	63091	92.9038
[0.1 - 0.2]	4234	6.23472	4576	6.73833	4293	6.3216
[0.2 - 0.3]	488	0.718598	568	0.836401	517	0.761302
[0.3 - 0.4]	9	0.013253	48	0.070682	9	0.013253
[0.4 - 0.5]	0	0	15	0.022088	0	0
[0.5 - 0.6]	0	0	7	0.010308	0	0
[0.6 - 0.7]	0	0	10	0.014725	0	0
[0.7 - 0.8]	0	0	3	0.004418	0	0
[0.8 - 0.9]	0	0	8	0.01178	0	0
[0.9 - 1.0]	0	0	1	0.001473	0	0

Πίνακας 4-7 Skewness Αρχικού, Αρμονικών και FFD πλέγματος για παραμόρφωση 10%.

Αποτέλεσμα της εικόνας των στοιχείων στο χείλος εκφυγής εκτός από την μείωση του aspect ratio είναι και η αύξηση της λοξότητας αυτών. Όπως φαίνεται στον πίνακα παραπάνω έχουν αυξηθεί τα στοιχεία με λοξότητα από 0.4-1.0. Σχεδόν εξολοκλήρου συναντώνται στο χείλος εκφυγής. Η αύξηση της λοξότητας διακρίνεται καλύτερα και στην Εικ. 4.10, τα στοιχεία έχουν συμπιεσθεί από την κίνηση της αεροτομής προς τα πάνω και την διόγκωση της.

**(3) Orthogonal Quality****ORTHOGONAL QUALITY**

INTERVAL	Original		Harmonic		FFD	
	# of Elements	Percentage	# of Elements	Percentage	# of Elements	Percentage
[0.0 - 0.1]	0	0	226	0.332793	0	0
[0.1 - 0.2]	0	0	203	0.298925	0	0
[0.2 - 0.3]	0	0	237	0.348991	0	0
[0.3 - 0.4]	0	0	259	0.381387	0	0
[0.4 - 0.5]	0	0	263	0.387277	0	0
[0.5 - 0.6]	0	0	356	0.524223	0	0
[0.6 - 0.7]	0	0	490	0.721543	0	0
[0.7 - 0.8]	3	0.004418	822	1.21043	14	0.020616
[0.8 - 0.9]	315	0.463849	2434	3.58416	488	0.718598
[0.9 - 1.0]	67592	99.5317	62620	92.2103	67408	99.2608

Πίνακας 4-8 Orthogonal Quality Αρχικού, Αρμονικών και FFD πλέγματος για παραμόρφωση 10%.

Είναι προφανές ότι έχει επηρεαστεί και η ορθογωνική ποιότητα. Όσον αφορά τις αρμονικές συντεταγμένες είναι ολοφάνερό ότι έχουμε μείωση της ποιότητας του

πλέγματος. Εντυπωσιακή παραμένει η απόδοση της FFD με μικρή αύξηση των στοιχείων με χειρότερη ορθογωνική ποιότητα.

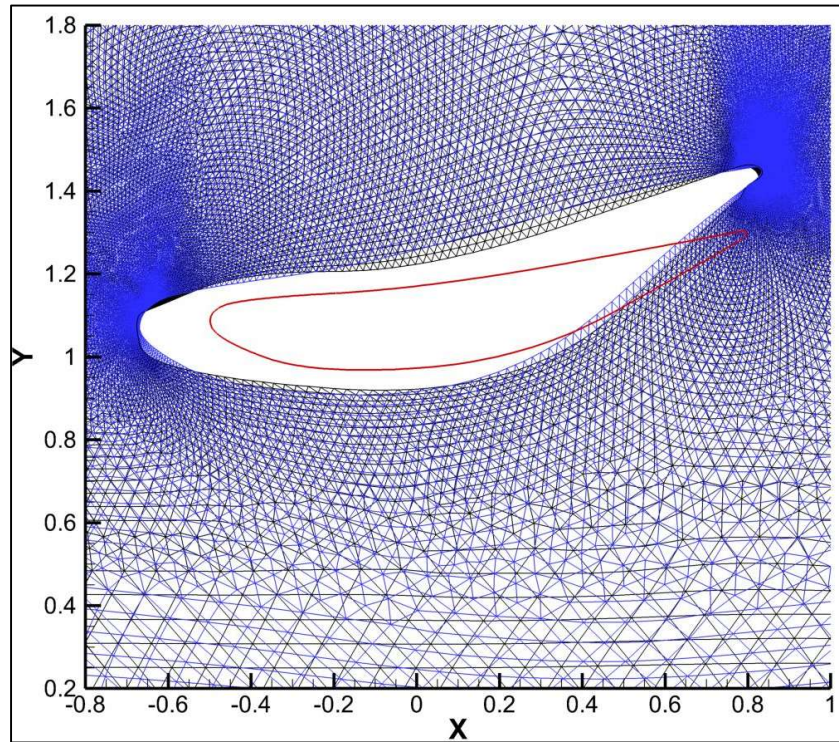
#### **4.4 Σύγκριση με παραμόρφωση 30%**

##### **4.4.1 Σύγκριση πλεγμάτων σε παραμόρφωση 30%**

Όπως και παραπάνω για την σύγκριση των δύο μεθόδων ακολουθούν εικόνες με το πλέγμα που προέκυψε και από της δύο μεθόδους. Οι εικόνες προέρχονται από τα κρίσιμα σημεία μίας αεροτομής. Στην Εικ. 4.11 διακρίνεται το πλέγμα γύρω από την αεροτομή και με τις δύο μεθόδους.

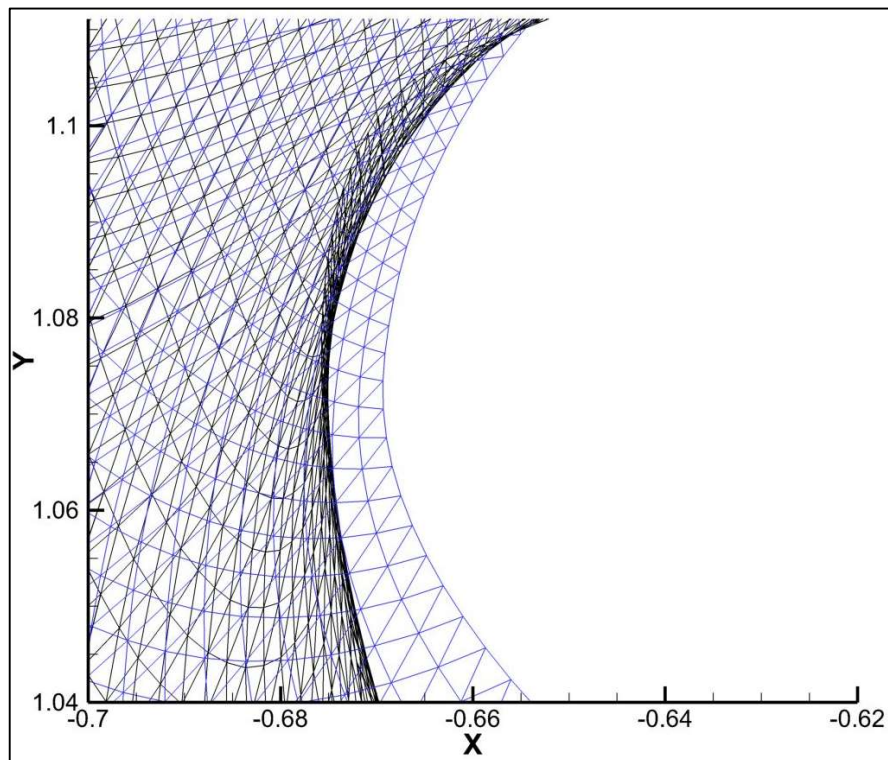
Ακολουθούν η Εικ. 4.12 και η Εικ. 4.13 το χείλος προσβολής και εκβολής, όπως και παραπάνω. Τα φαινόμενα που συναντήθηκαν παραπάνω εδώ γίνονται εντονότερα. Επιπλέον η μέθοδο ΤΜΑΣ παρουσιάζει εκφυλισμένα στοιχεία και στο χείλος προσβολής πράγμα που συμβαίνει πρώτη φορά.

Εκ πρώτης όψεως η FFD δεν φαίνεται να έχει εμφανή προβλήματα στην παραμόρφωση του πλέγματος.

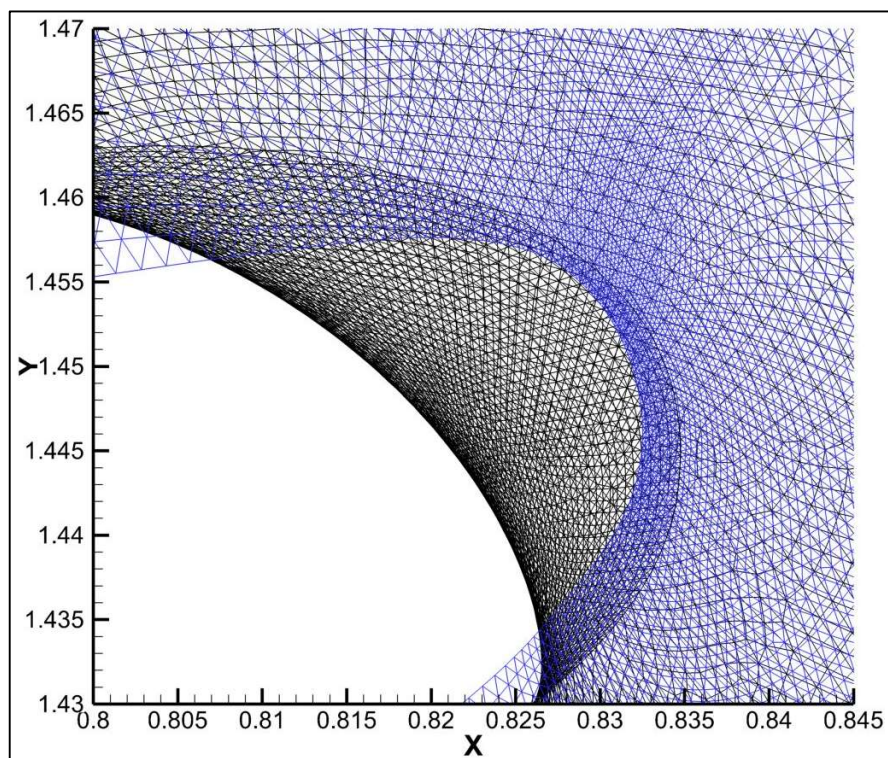


Εικ. 4.11 Πλέγμα Γύρω από την Παραμορφωμένη Αεροτομή με τις Δύο Μεθόδους. Μπλε το Πλέγμα της FFD, Μαύρο το Πλέγμα της TMAΣ και με Κόκκινο η Αρχική Αεροτομή για Παραμόρφωση 30%.





Εικ. 4.12 Χείλος Προσβολής με τις Δύο Μεθόδους για 30% Παραμόρφωση.



Εικ. 4.13 Χείλος Εκφυγής με τις Δύο Μεθόδους για 30% Παραμόρφωση

## 4.4.2 Σύγκριση Μετρητικών σε Παραμόρφωση 30%

## (1) Aspect Ratio, Skewness και Orthogonal Quality

INTERVAL	ASPECT RATIO					
	Original		Harmonics		FFD	
	# of Elements	Percentage	# of Elements	Percentage	# of Elements	Percentage
[0.0 - 0.1]	0	0	5101	7.51141	0	0
[0.1 - 0.2]	0	0	0	0	0	0
[0.2 - 0.3]	0	0	0	0	0	0
[0.3 - 0.4]	0	0	0	0	0	0
[0.4 - 0.5]	0	0	0	0	0	0
[0.5 - 0.6]	0	0	0	0	0	0
[0.6 - 0.7]	0	0	2569	3.78295	0	0
[0.7 - 0.8]	84	0.123693	6883	10.1355	2851	4.1982
[0.8 - 0.9]	8920	13.135	16127	23.7476	36240	53.3647
[0.9 - 1.0]	58906	86.7413	37230	54.8226	28819	42.437

Πίνακας 4-9 Aspect Ratio Αρχικού, Αρμονικών και FFD πλέγματος για παραμόρφωση 30%.

INTERVAL	SKEWNESS					
	Original		Harmonics		FFD	
	# of Elements	Percentage	# of Elements	Percentage	# of Elements	Percentage
[0.0 - 0.1]	63179	93.0334	60659	89.3226	62462	91.9776
[0.1 - 0.2]	4234	6.23472	5382	7.9252	4676	6.88558
[0.2 - 0.3]	488	0.718598	1036	1.52555	747	1.09999
[0.3 - 0.4]	9	0.013253	244	0.359299	23	0.033868
[0.4 - 0.5]	0	0	129	0.189957	2	0.002945
[0.5 - 0.6]	0	0	63	0.09277	0	0
[0.6 - 0.7]	0	0	55	0.08099	0	0
[0.7 - 0.8]	0	0	30	0.044176	0	0
[0.8 - 0.9]	0	0	32	0.047121	0	0
[0.9 - 1.0]	0	0	16	0.023561	0	0

Πίνακας 4-10 Skewness Αρχικού, Αρμονικών και FFD πλέγματος για παραμόρφωση 30%.

Οι πίνακες των μετρητικών που παρουσιάστηκαν και στις προηγούμενες παραμορφώσεις βοηθάνε να δημιουργηθεί μια καλύτερη εικόνα για τα παραμορφωμένα πλέγματα. Ο Πίνακας 4-9 δίνει το μέγεθος των εκφυλισμένων στοιχείων για τις αρμονικές συντεταγμένες. Ο παραπάνω πίνακας Skewness και ο παρακάτω πίνακας για την ορθογωνική ποιότητα πέραν από τα προβλήματα που αντιμετωπίζουν οι αρμονικές συντεταγμένες δείχνουν την μείωση της ποιότητας για την FFD αφού ακόμα και μικρή

αύξηση των στοιχείων με μειωμένη ορθογωνική ποιότητα (Πίνακας 4-11) μπορεί να οδηγήσει σε μείωση της ακρίβειας.

ORTHOGONAL QUALITY

INTERVAL	Original		Harmonics		FFD	
	# of Elements	Percentage	# of Elements	Percentage	# of Elements	Percentage
[0.0 - 0.1]	0	0	975	1.43572	0	0
[0.1 - 0.2]	0	0	909	1.33854	0	0
[0.2 - 0.3]	0	0	992	1.46076	0	0
[0.3 - 0.4]	0	0	1063	1.56531	0	0
[0.4 - 0.5]	0	0	1221	1.79797	0	0
[0.5 - 0.6]	0	0	1514	2.22942	0	0
[0.6 - 0.7]	0	0	1943	2.86114	47	0.069209
[0.7 - 0.8]	3	0.004418	3265	4.80783	718	1.05728
[0.8 - 0.9]	315	0.463849	5800	8.54072	8732	12.8582
[0.9 - 1.0]	67592	99.5317	50228	73.9626	58413	86.0153

Πίνακας 4-11 Orthogonal Quality Αρχικού, Αρμονικών και FFD πλέγματος για παραμόρφωση 30%.

## 4.5 Σύγκριση με παραμόρφωση -5%

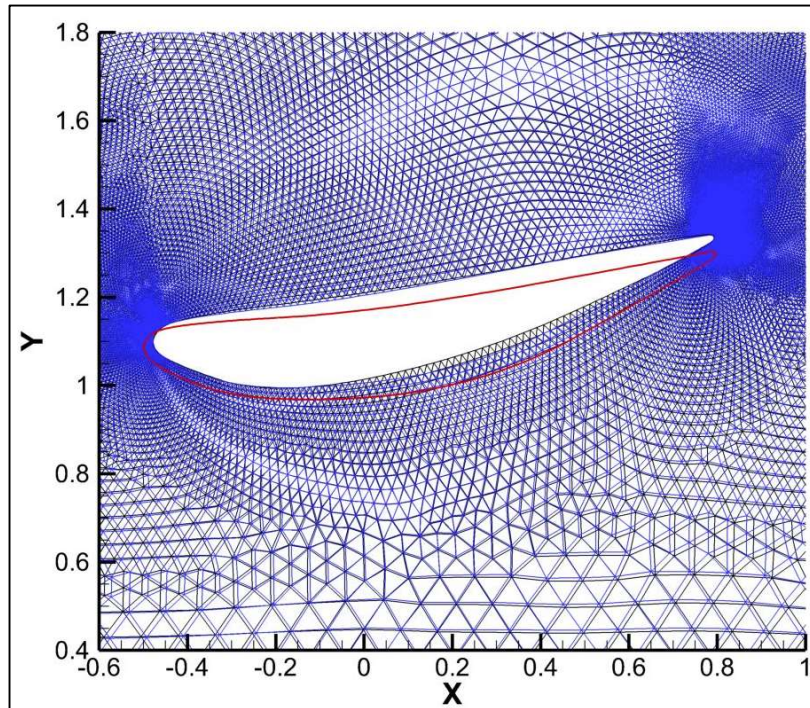
### 4.5.1 Σύγκριση πλεγμάτων σε παραμόρφωση -5%

Όπως και παραπάνω για την σύγκριση των δύο μεθόδων ακολουθούν εικόνες με το πλέγμα που προέκυψε και από της δύο μεθόδους. Οι εικόνες προέρχονται από τα κρίσιμα σημεία μιας αεροτομής. Στην Εικ. 4.14 διακρίνεται το πλέγμα γύρω από την αεροτομή και με τις δύο μεθόδους, με κόκκινο είναι η αρχική πτέρυγα.

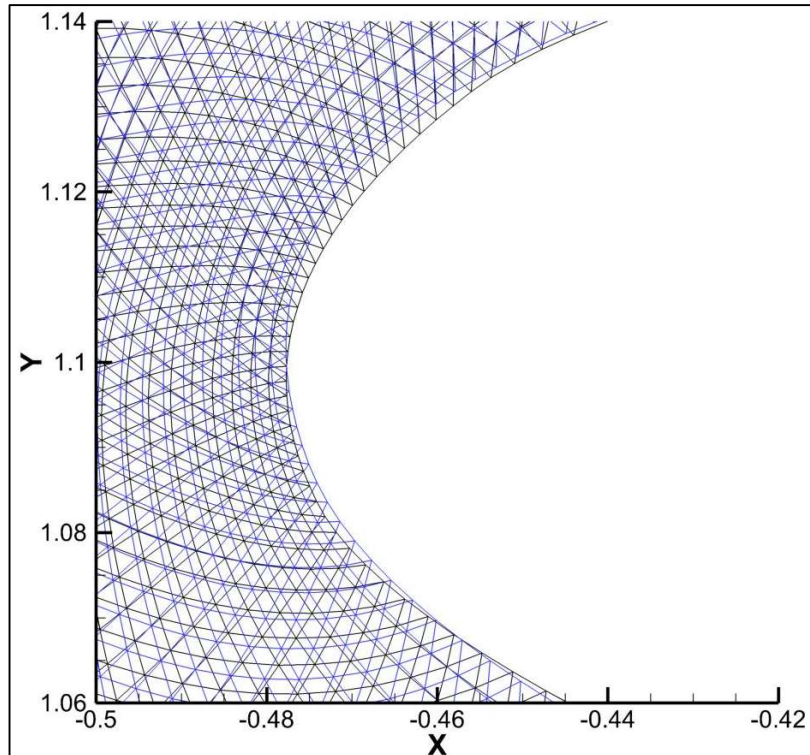
Ακολουθούν το χείλος προσβολής και εκβολής (Εικ. 4.15 και Εικ. 4.16), όπως και παραπάνω. Η συμπεριφορά της ΤΜΑΣ δείχνει να είναι καλύτερη και στα δύο κρίσιμα σημεία. Τα στοιχεία μοιάζουν εν πολλύς να έχουν κρατήσει το σχήμα τους και να μην έχουν εκφυλιστεί.

Στην συγκεκριμένη παραμόρφωση έγινε προσπάθεια αντί για εφελκυσμό της αεροτομής να υπάρχει μία σμίκρυνση, αποτέλεσμα αυτού και δύο μέθοδοι εκ πρώτης όψεως να έχουν τα ίδια αποτελέσματα.

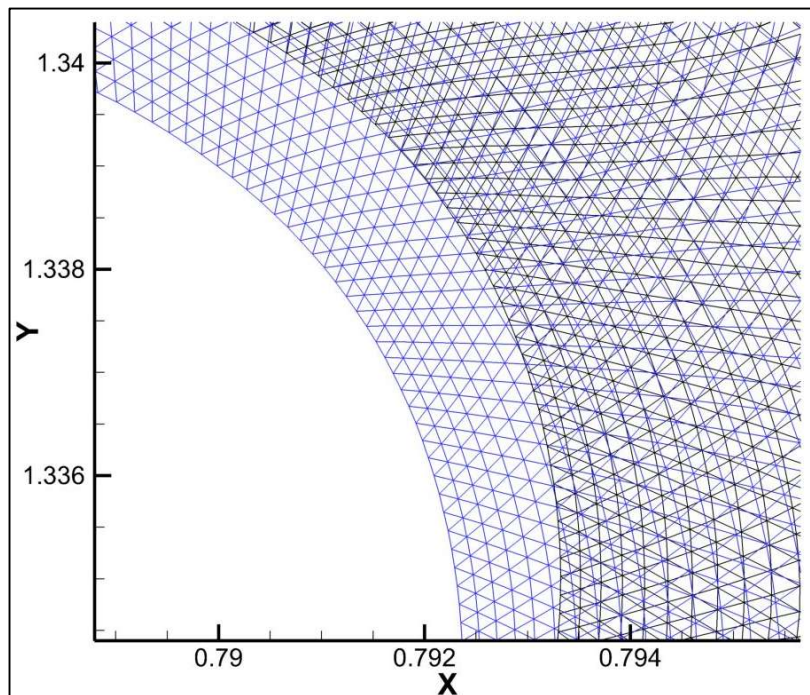




Εικ. 4.14 Πλέγμα Γύρω από την Παραμορφωμένη Αεροτομή με τις Δύο Μεθόδους. Μπλε το Πλέγμα της FFD, Μαύρο το Πλέγμα της ΤΜΑΣ και με Κόκκινο η Αρχική Αεροτομή για Παραμόρφωση -5%.



Εικ. 4.15 Χείλος Προσβολής με τις Δύο Μεθόδους για -5% Παραμόρφωση.



Εικ. 4.16 Χείλος Εκφυγής με τις Δύο Μεθόδους για -5% Παραμόρφωση

#### 4.5.2 Σύγκριση Μετρητικών σε Παραμόρφωση -5%

##### (1) Aspect Ratio, Skewness και Orthogonal Quality

INTERVAL	ASPECT RATIO					
	Original		Harmonics		FFD	
	# of Elements	Percentage	# of Elements	Percentage	# of Elements	Percentage
[0.0 - 0.1]	0	0	0	0	0	0
[0.1 - 0.2]	0	0	0	0	0	0
[0.2 - 0.3]	0	0	0	0	0	0
[0.3 - 0.4]	0	0	0	0	0	0
[0.4 - 0.5]	0	0	0	0	0	0
[0.5 - 0.6]	0	0	0	0	0	0
[0.6 - 0.7]	0	0	0	0	0	0
[0.7 - 0.8]	84	0.123693	94	0.138418	78	0.114858
[0.8 - 0.9]	8920	13.135	11919	17.5512	8779	12.9274
[0.9 - 1.0]	58906	86.7413	55897	82.3104	59053	86.9577

Πίνακας 4-12 Aspect Ratio Αρχικού, Αρμονικών και FFD πλέγματος για παραμόρφωση -5%.

SKEWNESS						
INTERVAL	Original		Harmonics		FFD	
	# of Elements	Percentage	# of Elements	Percentage	# of Elements	Percentage
[0.0 - 0.1]	63179	93.0334	63128	92.9583	63163	93.0099
[0.1 - 0.2]	4234	6.23472	4278	6.29951	4238	6.24061
[0.2 - 0.3]	488	0.718598	493	0.725961	498	0.733324
[0.3 - 0.4]	9	0.013253	11	0.016198	11	0.016198
[0.4 - 0.5]	0	0	0	0	0	0
[0.5 - 0.6]	0	0	0	0	0	0
[0.6 - 0.7]	0	0	0	0	0	0
[0.7 - 0.8]	0	0	0	0	0	0
[0.8 - 0.9]	0	0	0	0	0	0
[0.9 - 1.0]	0	0	0	0	0	0

Πίνακας 4-13 Skewness Αρχικού, Αρμονικών και FFD πλέγματος για παραμόρφωση -5%.

ORTHOGONAL QUALITY						
INTERVAL	Original		Harmonics		FFD	
	# of Elements	Percentage	# of Elements	Percentage	# of Elements	Percentage
[0.0 - 0.1]	0	0	0	0	0	0
[0.1 - 0.2]	0	0	0	0	0	0
[0.2 - 0.3]	0	0	0	0	0	0
[0.3 - 0.4]	0	0	0	0	0	0
[0.4 - 0.5]	0	0	0	0	0	0
[0.5 - 0.6]	0	0	0	0	0	0
[0.6 - 0.7]	0	0	0	0	0	0
[0.7 - 0.8]	3	0.004418	6	0.008835	5	0.007363
[0.8 - 0.9]	315	0.463849	478	0.703873	317	0.466794
[0.9 - 1.0]	67592	99.5317	67426	99.2873	67588	99.5258

Πίνακας 4-14 Orthogonal Quality Αρχικού, Αρμονικών και FFD πλέγματος για παραμόρφωση -5%.

Η πρώτη εικόνα που δημιουργήθηκε από την εικόνα του πλέγματος αυτή καθ' αυτή επιβεβαιώνεται και από τα μετρητικά. Όσον αφορά την ΤΜΑΣ παρουσιάζει παρόμοια συμπεριφορά με την FFD χωρίς κανένα εκφυλισμένο στοιχείο.

Συγκεκριμένα και στα τρία μετρητικά οι μεταβολές που παρατηρούνται στην ποιότητα του πλέγματος από το αρχικό στην ΤΜΑΣ και την FFD είναι από αμελητέες έως ελάχιστες.



## 5. Συμπεράσματα

### 5.1 Συμπεράσματα από την Σύγκριση των Παραμορφώσεων

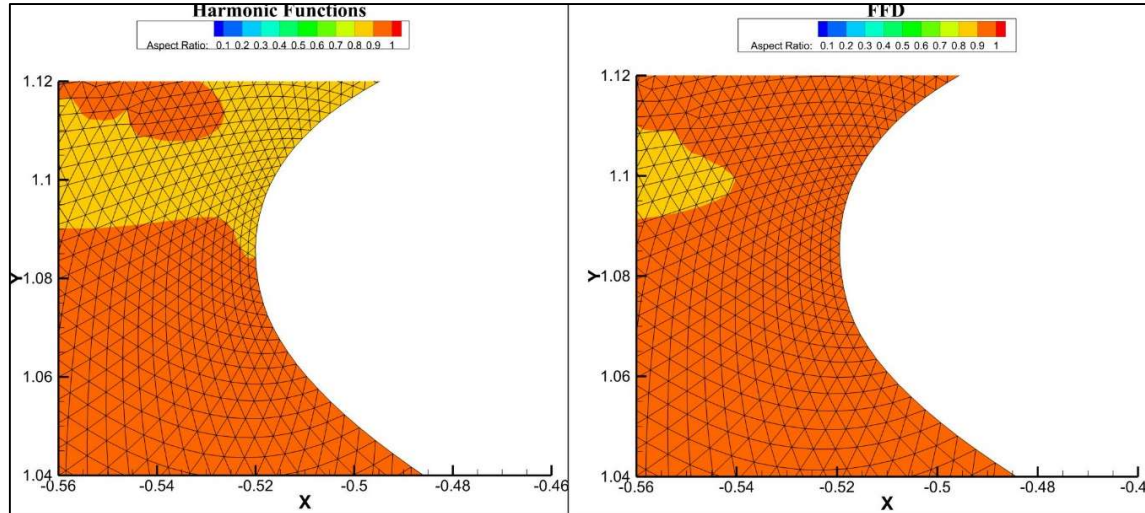
Αρχικά αξίζει να επισημανθεί ότι η μέθοδος FFD αποδίδει εξαιρετικά εκτός από τις περιπτώσεις πολύ μεγάλων μετατοπίσεων και παραμορφώσεων της πτέρυγας. Αυτό συμβαίνει διότι έχει το πλεονέκτημα τοποθετήσει σημείων ελέγχου μέσα στο πλέγμα. Στην ουσία η FFD για την περίπτωση της παρούσας εργασίας τουλάχιστον δημιουργεί ένα ολόκληρο επίπεδο μέσα στο οποίο συμβαίνει η μετατόπιση. Η πλειάδα των σημείων ελέγχου επιτρέπει καλύτερο έλεγχο του πλέγματος και των μετατοπίσεων των κόμβων.

Από την άλλη η παραμόρφωση του πλέγματος με την TMAΣ ειδικά όταν πρόκειται για μέτριες με μεγάλες παραμορφώσεις (10% και 30%) δημιουργεί πλέγματα με εκφυλισμένα στοιχεία και ελλιπής συνολικά ποιότητα. Αυτό συμβαίνει διότι η TMAΣ έχει στην ουσία ένα κινούμενο σύνορο την πτέρυγα με 14 σημεία ελέγχου. Το σύνολο των οποίων συγκεντρώνονται επι της αεροτομής. Η εικόνα που δημιουργεί η TMAΣ ιδιαίτερα στο χείλος εκφυγής (Εικ. 4.3, Εικ. 4.8 και Εικ. 4.13) είναι σαν συμπιέζει του κόμβους τον έναν πάνω στον άλλο, σαν να μην υπάρχει αρκετή κίνηση δηλαδή από τους κόμβους όσο απομακρυνόμαστε από την αεροτομή ώστε να δημιουργηθεί αρκετός χώρος για την παραμορφωμένη αεροτομή.

Αντιθέτως η εικόνα είναι σαφώς καλύτερη στο χείλος προσβολής για την TMAΣ με 5%, -5% και 10% παραμόρφωση (Εικ. 4.2 και Εικ. 4.7) αλλά και στην επιφάνεια αναρρόφησης (Εικ. 4.4 και Εικ. 4.9). όπως αποδεικνύει και το Aspect Ratio παρακάτω Εικ. 5.1. Αυτό δείχνει και τις δυνατότητες της TMAΣ ιδιαίτερα σε μικρές και ομοιόμορφες παραμορφώσεις.

Το συμπέρασμα αυτό ενισχύεται από την τελευταία παραμόρφωση κεφαλαίο 4.5 (παραμόρφωση -5%). Η TMAΣ παρουσιάζει παρόμοια συμπεριφορά με την FFD. Οι μεταβολές στην ποιότητα του πλέγματος δεν είναι παρά ελάχιστες και συγκρίσιμες πάλι

με την FFD. Η συγκεκριμένη παραμόρφωση εκτός από μικρή έχει και την τάση να συμπιέζει την αεροτομή και να δημιουργεί μικρότερο εμβαδόν.



Εικ. 5.1 Aspect Ratio Harmonics Functions και FFD στο χείλος προσβολής με 5% παραμόρφωση

## 5.2 Μελλοντική Έρευνα

Όπως φάνηκε στην παρούσα εργασία, η Τροποποιημένη Μέθοδος Αρμονικών Συντεταγμένων εμφανίζει συγκεκριμένα προβλήματα, όσον αφορά στην ποιότητα του παραμορφούμενου πλέγματος, όταν εφαρμόζονται μεγάλες παραμορφώσεις στα όρια του πλέγματος. Η κύρια αιτία του προβλήματος βρίσκεται στο ότι η παραμόρφωση του πλέγματος επάγεται μόνο από την παραμόρφωση του παραμορφούμενου ορίου. Αντιθέτως, στην FFD η παραμόρφωση του πλέγματος στηρίζεται σε κόμβους ελέγχου που βρίσκονται εντός του πλέγματος, προκαλώντας πιο ομαλές παραμορφώσεις.

Η μελλοντική έρευνα μπορεί να στοχεύσει σε έναν συνδυασμό των δύο μεθόδων, ώστε να διατηρηθούν τα θετικά χαρακτηριστικά και των δύο, χωρίς τα αρνητικά χαρακτηριστικά της ΤΜΑΣ σε μεγάλες παραμορφώσεις. Ο τρόπος συνδυασμού τους θα αποτελέσει αντικείμενο μελλοντικής έρευνας.





## Βιβλιογραφία

- [1] J. Ren, Aerodynamic shape optimization by multi-fidelity modeling and manifold mapping, Ames, Iowa: Iowa State University, 2016.
- [2] S. N. Leloudas, On the Optimal Design of Airfoils, Chania: Technical University of Crete, 2015.
- [3] P. Joshi, M. Meyer, T. DeRose, B. Green και T. Sanocki, «Harmonic Coordinates for Character Articulation,» *Pixar Technical Memo #06-02b*, January 2007.
- [4] M. M. Tony DeRose, «Harmonic Coordinates,» *Pixar Technical Memo*, 02 2005.
- [5] S. S. J. W. Tao Ju, «Mean Value Coordinates for Closed Triangular Meshes,» *Rice University*.
- [6] M. S. Floater, «Mean value coordinates,» *Computer Aided Geometric Design*, pp. 19-27, March 2003.
- [7] E. I. Amoiralis και I. K. Nikolos, «Freeform Deformation Versus B-Spline Representation in Inverse Airfoil Design,» *Journal of Computing and Information Science in Engineering*, June 2008.
- [8] A. H. Barr, «Global and local deformations of solid primitives,» *ACM SIGGRAPH Computer Graphics*, τόμ. 18, αρ. 3, pp. 21-30, 01 January 1984.
- [9] T. W. Sederberg και S. R. Parry, «Free-Form Deformation of Solid Geometric Model,» σε *Proceedings of the 13th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques*, New York, 1986.
- [10] J. Greissmair και W. Purgathofer, «Deformation of solids with trivariate B-splines,» *Proceedings of Eurographics*, pp. 137-148, 01 September 1989.
- [11] S. Coquillart, «Extended Free-Form Deformation: A Sculpturing Tool for 3D Geometric Modelling,» *Comput Graph*, τόμ. 24, αρ. 4, 1990.
- [12] H. Lamousin και J. Wggenpack, «NURBS-based free-form deformations,» *IEEE Comput. Graph. Appl*, pp. 59-65, 1994.
- [13] W. Song και X. Yang, «Free-Form Deformation With Weighted T-Spline,» *The Visual Computer: International Journal of Computer Graphics*, pp. 139-151, 2005.
- [14] I. K. Nikolos, G. N. Lygidakis, S. N. Leloudas και S. Tavla, «Application of B-Spline basis Functions as Harmonic Functions for the Concurrent Shape and Mesh Morphing of Airfoils,» *Global Power & Propulsion*, 12-14 September 2022.
- [15] G. Strofylas, «Development of computational tools, based on Radial Basis Functions and Differential Evolution, for the parametric design of aeroelastic systems,» Technical University of Crete, Chania, 2021.
- [16] J. P. Frey και P.-L. George, Mesh Generation., Hoboken, NJ 07030, USA: ISTE Ltd and John Wiley & Sons, Inc, 2000.



- [17] «cfmesh.com,» Creative Fields Ltd, [Ηλεκτρονικό]. Available: <https://cfmesh.com/is-it-always-the-mesh-part-1-discretisation-basics-and-mesh-quality-metrics/>. [Πρόσβαση 21 September 2024].
- [18] ANSYS, ANSYS Meshing User's Guide, Canonsburg, PA 15317: Ansys, 2016.
- [19] J. H. Lamousin και W. J. Waggenspack, «“NURBS-based free-form deformations,» *IEEE Computer Graphics and Applications*, pp. 59-65, November 1994.
- [20] L. Piegl και W. Tiller, *The NURBS Book*, Berlin: Springer-Verlag, 1997.
- [21] «github,» 2024. [Ηλεκτρονικό]. Available: <https://github.com/cpraveen/taxis/blob/master/extern/delaundo/std/delaundo.f>. [Πρόσβαση 2024].
- [22] Κ. ΓΙΑΝΝΑΚΟΓΛΟΥ, *ΕΝΟΤΗΤΑ ΜΑ- ΓΕΝΕΣΗ ΜΗ-ΔΟΜΗΜΕΝΩΝ ΠΛΑΓΜΑΤΩΝ*, Αθήνα: Τμήμα Μηχανολόγων Ε.Μ.Π., 2024.
- [23] N. H. Asmar και L. Grafakos, *Complex Analysis with Applications*, San Francisco: Springer Nature Switzerland AG, 2018.
- [24] M. Svärd και J. Nordström, «Stability of finite volume approximations for the Laplacian operator on quadrilateral and triangular grids,» *Applied Numerical Mathematics*, αρ. 51, pp. 101-125, October 2004.
- [25] I. K. Nikolos και A. I. Delis, «An unstructured node-centered finite volume scheme for shallow water flows with wet/dry fronts over complex topography.,» *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, τόμ. 198, αρ. 47, p. 3723–3750., 1 October 2009.
- [26] H. Jasak, «Error Analysis and Estimation for the Finite Volume Method with Applications to Fluid Flows,» Imperial College of Science, Technology and Medicine, London, 1996.
- [27] P. M. Knupp, «Algebraic mesh quality metrics for unstructured initial meshes,» *FINITE ELEMENTS IN ANALYSIS AND DESIGN*, αρ. 39, pp. 217-241, 11 September 2001.
- [28] H. BOROCHAKI, F. HECHT και J. P. FREY, «MESH GRADATION CONTROL,» *INTERNATIONAL JOURNAL FOR NUMERICAL METHODS IN ENGINEERING*, pp. 131-141, 1998.