



**Αποτελεσματικός σχεδιασμός και βελτιστοποίηση  
κατασκευών με μεταβαλλόμενη πυκνότητα πλεγματικές  
δομές προσθετικώς κατασκευασμένες**

**Μια πιλοτική μελέτη**

**Βασίλειος Γ. Λιλιόπουλος**

Διπλωματική εργασία που υποβλήθηκε για τη μερική εκπλήρωση των απαιτήσεων  
απόκτησης του Διπλώματος Μηχανικού

από τη

**Σχολή Μηχανικών Παραγωγής και Διοίκησης**

**Εξεταστική Επιτροπή**

Γεώργιος Σταυρουλάκης, Καθηγητής,  
Σχολή Μηχανικών Παραγωγής και Διοίκησης, Πολυτεχνείο Κρήτης (Επιβλέπων)  
Αριστομένης Αντωνιάδης, Καθηγητής,  
Σχολή Μηχανικών Παραγωγής και Διοίκησης, Πολυτεχνείο Κρήτης  
Παναγιώτης Αλευράς, Επίκουρος Καθηγητής,  
Σχολή Μηχανικών Παραγωγής και Διοίκησης, Πολυτεχνείο Κρήτης

**Πολυτεχνείο Κρήτης**

Χανιά, 2025





# **Efficient design and optimization of structures with variable density lattices additively manufactured**

## **A pilot study**

Vasileios G. Liliopoulos

Thesis submitted in partial fulfillment of the requirements

for the Diploma of Engineering degree

from the

**School of Production Engineering and Management**

### **Examination Committee**

Georgios Stavroulakis, Professor,

School of Production Engineering and Management, Technical University of Crete (Supervisor)

Aristomenis Antoniadis, Professor,

School of Production Engineering and Management, Technical University of Crete

Panagiotis Alevras, Assistant Professor,

School of Production Engineering and Management, Technical University of Crete

**Technical University of Crete**

Chania, Greece, 2025





Στην οικογένειά μου

## Ευχαριστίες

Πρώτα απ' όλα, θα ήθελα να εκφράσω την ειλικρινή ευγνωμοσύνη μου στον επιβλέποντα καθηγητή μου, Δρ. Γεώργιο Σταυρουλάκη, Καθηγητή του Πολυτεχνείου Κρήτης, για την υπομονή του, τις πολύτιμες παρατηρήσεις, τις χρήσιμες συμβουλές και την καθοδήγησή του καθ' όλη τη διάρκεια αυτής της εργασίας. Η συνεισφορά του υπήρξε καθοριστική για την ολοκλήρωσή της με επιτυχία.

Επιπλέον, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον Δρ. Ιωάννη Ντιντάκη, Λέκτορα του Ελληνικού Μεσογειακού Πανεπιστημίου, για τα χρήσιμα σχόλια και τις εποικοδομητικές του παρατηρήσεις, οι οποίες βελτίωσαν σημαντικά το αποτέλεσμα της εργασίας.

Ιδιαίτερες ευχαριστίες εκφράζω επίσης στους Δρ. Αριστομένη Αντωνιάδη, Καθηγητή και Δρ. Παναγιώτη Αλευρά, Επίκουρο Καθηγητή του Πολυτεχνείου Κρήτης, για τον χρόνο που αφιέρωσαν και τη συμβολή τους στην αξιολόγηση της παρούσας διπλωματικής εργασίας.

Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά την οικογένειά μου, και ιδιαίτερα τον αδελφό μου, Σωτήρη, για την αμέριστη ηθική και υλική υποστήριξή τους καθ' όλη τη διάρκεια των σπουδών μου στο Πολυτεχνείο Κρήτης. Η ενθάρρυνσή τους αποτέλεσε πολύτιμη πηγή δύναμης και έμπνευσης.

## Περίληψη

Η προσθετική κατασκευή, σε συνδυασμό με την ανάπτυξη νέων υλικών, επιτρέπει την παραγωγή δομών με πολύπλοκη γεωμετρία και τοπολογία, οι οποίες είναι πρακτικά αδύνατο να κατασκευαστούν με συμβατικές τεχνολογίες παραγωγής. Μεταξύ αυτών είναι και οι πλεγματικές δομές, μια κατηγορία κυτταρικών δομών, με μεγάλο εύρος εφαρμογών που εκτείνεται και αξιοποιείται σε διάφορους κλάδους και βιομηχανίες. Οι δομές αυτές προσφέρουν ένα πρόσθετο εργαλείο στη βελτιστοποίηση του σχεδιασμού προϊόντων, επιδιώκοντας τη μείωση του βάρους και της χρήσης υλικών διατηρώντας παράλληλα τις μηχανικές ιδιότητες μιας κατασκευής, όπως είναι η υψηλή αντοχή.

Στην παρούσα εργασία, παρουσιάζεται μια διαδικασία βελτιστοποίησης της δομής μιας κατασκευής με την εισαγωγή πλεγματικών δομών σε συνδυασμό με την τοπολογικά βελτιστοποιημένη λύση. Η μέθοδος αυτή χρησιμοποιεί την τεχνική τοπολογικής βελτιστοποίησης SIMP (Solid Isotropic Material with Penalization) για τον προσδιορισμό της βέλτιστης κατανομής του υλικού στον χώρο σχεδιασμού και τη σχεδίαση ενός πλέγματος μεταβαλλόμενης πυκνότητας στην υπό μελέτη γεωμετρία της κατασκευής, εκμεταλλευόμενη πλήρως τις ενδιάμεσες πυκνότητες που προκύπτουν από την τοπολογική βελτιστοποίηση. Με αυτόν τον τρόπο το αποτέλεσμα της τοπικής πυκνότητας του υλικού μετατρέπεται σε τοπικό πάχος των δομικών στοιχείων για την επιλεγμένη από τον χρήστη πλεγματική δομή. Η υλοποίηση και αξιολόγηση της μεθοδολογίας αυτής επιτυγχάνεται χρησιμοποιώντας ένα γαλλικό κλειδί και το εξειδικευμένο λογισμικό nTop. Η μελέτη περιλαμβάνει τη στατική ανάλυση πεπερασμένων στοιχείων, την τοπολογική βελτιστοποίηση με και χωρίς κατασκευαστικούς περιορισμούς προεξοχών, τη σύγκριση της απόδοσης των βελτιστοποιημένων σχεδιασμών με τη συμβατική συμπαγή δομή και την προετοιμασία τους για προσθετική κατασκευή. Ο προκύπτων βελτιστοποιημένος σχεδιασμός μπορεί στη συνέχεια να χρησιμοποιηθεί για τριδιάστατη εκτύπωση και πειραματικές δοκιμές.

**Λέξεις κλειδιά:** Ανάλυση πεπερασμένων στοιχείων, Τοπολογική βελτιστοποίηση, Μέθοδος SIMP, Πλεγματικές δομές, Προσθετική κατασκευή, Γαλλικό κλειδί

## Abstract

Additive manufacturing, combined with advances in material science, enables the production of structures with complex geometry and topology, which are practically impossible to produce with conventional manufacturing technologies. Among these are lattice structures, a class of cellular structures with a broad spectrum of applications that span and are exploited across various sectors and industries. These structures provide an additional tool in product design optimization, seeking to reduce weight and material usage while maintaining the desirable mechanical properties of a structure, such as high strength.

In this work, a structural optimization process that integrates lattice structures with a topologically optimized base design was presented. This method uses the SIMP (Solid Isotropic Material with Penalization) topology optimization technique to determine the optimal material distribution in the design space and design a variable density lattice within the target geometry of the structure, fully leveraging the intermediate densities obtained from the topology optimization. In this way, the local density result is translated into corresponding local thickness of the structural elements, based on the user-selected lattice type. The implementation and evaluation of this methodology are carried out using an adjustable wrench and nTop design and analysis software. This study comprises static finite element analysis, topology optimization with and without overhang manufacturing constraints, a performance comparison between the optimized designs and the initial solid structure, and preparation for additive manufacturing. The resulting optimized design is then suitable for 3D printing, experimental testing and validation.

**Keywords:** Finite Element Analysis, Topology optimization, SIMP Method, Lattice structures, Additive manufacturing, Adjustable wrench

# Περιεχόμενα

Ευχαριστίες .....	vi
Περίληψη .....	vii
Abstract.....	viii
Περιεχόμενα.....	ix
Κατάλογος Πινάκων.....	xi
Κατάλογος Σχημάτων .....	xii
<b>1 Εισαγωγή.....</b>	<b>1</b>
1.1 Γενικά .....	1
1.2 Περιγραφή του προβλήματος.....	1
1.3 Στόχος της μελέτης.....	2
1.4 Μεθοδολογία .....	2
1.5 Οργάνωση και δομή της εργασίας.....	3
<b>2 Βελτιστοποίηση των κατασκευών .....</b>	<b>5</b>
2.1 Εισαγωγή .....	5
2.2 Μαθηματική περιγραφή του προβλήματος βελτιστοποίησης .....	6
2.3 Κατηγορίες βελτιστοποίησης κατασκευών .....	7
2.4 Τοπολογική βελτιστοποίηση .....	9
2.4.1 Κατηγορίες τοπολογικής βελτιστοποίησης.....	11
2.4.1.1 Μέθοδοι δικτυωμάτων (Truss-Based Methods) .....	12
2.4.1.2 Μέθοδοι πυκνότητας (Density Based Methods).....	13
2.4.1.3 Μέθοδοι συνόλου στάθμης (Level Set Methods) .....	21
<b>3 Πλεγματικές δομές.....</b>	<b>23</b>
3.1 Εισαγωγή .....	23
3.2 Κατηγορίες πλεγματικών δομών .....	25
3.3 Διαβαθμισμένες πλεγματικές δομές .....	31
3.4 Ιδιότητες των πλεγματικών δομών .....	33
3.5 Προσθετική κατασκευή πλεγματικών δομών.....	36
3.6 Εφαρμογές των πλεγματικών δομών .....	47
3.6.1 Ιατρική .....	47
3.6.2 Αυτοκινητοβιομηχανία.....	49
3.6.3 Αεροδιαστημική και αεροναυπηγική βιομηχανία .....	51
3.6.4 Συσσκευές διαχείρισης της θερμότητας .....	52

3.6.5 Διήθηση και διαχωρισμός .....	54
3.6.6 Πλεγματικές δομές μεταϋλικών .....	55
3.6.7 Ηλεκτρόδια μπαταριών .....	56
<b>4 Σχεδιασμός και βελτιστοποίηση γαλλικού κλειδιού με πλεγματικές δομές μεταβαλλόμενης πυκνότητας – Μια πιλοτική μελέτη.....</b>	<b>57</b>
4.1 Εισαγωγή .....	57
4.2 Λογισμικό σχεδίασης nTop .....	59
4.3 Το γαλλικό κλειδί .....	61
4.4 Στατική ανάλυση της κατασκευής με πεπερασμένα στοιχεία – Αρχική ανάλυση .....	63
4.4.1 Παραδοχές και εισαγωγή της γεωμετρίας.....	63
4.4.2 Διακριτοποίηση με πεπερασμένα στοιχεία (Discretization) .....	64
4.4.3 Υλικό κατασκευής.....	68
4.4.4 Οριακές συνθήκες και φορτίσεις .....	69
4.4.5 Επίλυση του προβλήματος των πεπερασμένων στοιχείων .....	72
4.4.6 Αποτελέσματα της στατικής ανάλυσης.....	73
4.5 Τοπολογική βελτιστοποίηση .....	75
4.5.1 Τοπολογική βελτιστοποίηση απουσία του περιορισμού προεξοχών .....	81
4.5.2 Τοπολογική βελτιστοποίηση με χρήση του περιορισμού προεξοχών .....	84
4.6 Πλεγματικές δομές μεταβαλλόμενης πυκνότητας .....	87
4.7 Αξιολόγηση του νέου σχεδιασμού.....	92
4.7.1 Σχεδιασμός χωρίς τη χρήση του περιορισμού προεξοχών κατά το στάδιο της τοπολογικής βελτιστοποίησης.....	92
4.7.2 Σχεδιασμός με χρήση του περιορισμού προεξοχών κατά το στάδιο της τοπολογικής βελτιστοποίησης .....	95
4.8 Προετοιμασία της προσθετικής κατασκευής του γαλλικού κλειδιού.....	99
4.9 Ανάλυση ευαισθησίας δυνάμεων επαφής .....	101
<b>5 Συζήτηση και συμπεράσματα.....</b>	<b>111</b>
<b>Παράρτημα .....</b>	<b>115</b>
<b>Βιβλιογραφία .....</b>	<b>125</b>

## Κατάλογος Πινάκων

Πίνακας 4.1: Βασικές παράμετροι καθορισμού του πλέγματος.....	67
Πίνακας 4.2: Φυσικές και μηχανικές ιδιότητες του Ανοξείδωτου Χάλυβα C465 [85].....	69
Πίνακας 4.3: Χαρακτηριστικά μεγέθη κοχλία M20 εξαγωνικής κεφαλής [86], [87]...	70
Πίνακας 4.4: Παράμετροι ελέγχου της επαναληπτικής διαδικασίας της τοπολογικής βελτιστοποίησης.....	80
Πίνακας 4.5: Τιμές σύγκλισης της ενδοτικότητας και του κλάσματος όγκου κατά την τοπολογική βελτιστοποίηση, χωρίς και με τη χρήση του περιορισμού των προεξοχών .....	86
Πίνακας 4.6: Βασικά χαρακτηριστικά μεγέθη για τη δημιουργία του νέου πλέγματος πεπερασμένων στοιχείων.....	93
Πίνακας 4.7: Μέγιστες μετατοπίσεις και τάσεις στην κατασκευή πριν και μετά τη δημιουργία των νέων σχεδιασμών με πλεγματικές δομές.....	97
Πίνακας 4.8: Μεταβολή της μάζας των εξαρτημάτων της κατασκευής χωρίς και με τη χρήση του περιορισμού των προεξοχών. ....	98

## Κατάλογος Σχημάτων

Σχήμα 2.1: Κατηγορίες βελτιστοποίησης κατασκευών. α) Βελτιστοποίηση μεγέθους, β) βελτιστοποίηση σχήματος και γ) τοπολογική βελτιστοποίηση. Οι αρχικές κατασκευές πριν τη βελτιστοποίηση εντοπίζονται στα αριστερά, ενώ οι βέλτιστες λύσεις στα δεξιά [2].....	9
Σχήμα 2.2: Πρόβολος Michell – Μία από τις πρώτες προτεινόμενες λύσεις σε ένα πρόβλημα τοπολογικής βελτιστοποίησης [8] .....	10
Σχήμα 2.3: Τοπολογική βελτιστοποίηση δικτυώματος [12].....	13
Σχήμα 2.4: Απεικόνιση του μοτίβου σκακιέρας (αριστερά), των φιλτραρισμένων πυκνοτήτων (κέντρο) και των διακριτών πυκνοτήτων ύστερα από την προβολή Heaviside (δεξιά) [17] .....	18
Σχήμα 2.5: Διάγραμμα ροής της επαναληπτικής διαδικασίας της τοπολογικής βελτιστοποίησης.....	19
Σχήμα 2.6: Τοπολογική βελτιστοποίηση προβόλου με τη μέθοδο SIMP: Αρχικός σχεδιασμός (αριστερά), Τελικός σχεδιασμός (δεξιά) .....	21
Σχήμα 3.1: Αρχιτεκτονικά υλικά στο εσωτερικό των οστών του ράμφους (άνω) και της πτέρυγας (κάτω) πτηνών [24] .....	23
Σχήμα 3.2: Περιοδική πλεγματική δομή τύπου Octet.....	26
Σχήμα 3.3: Απεικόνιση βαθμωτών πλεγματικών δομών με κλιμάκωση του πάχους των ράβδων των κυψελίδων και σταθερό μέγεθος κυψελίδας (αριστερά), και κλιμάκωση του μεγέθους των κυψελίδων διατηρώντας σταθερό το πάχος των ράβδων σε κάθε κυψελίδα (δεξιά).....	26
Σχήμα 3.4: Παραδείγματα περιοδικής (πάνω) και σύμμορφης (κάτω) δομής πλέγματος σε πεντάλ πέδησης.....	27
Σχήμα 3.5: Πλεγματική δομή Voronoi .....	28
Σχήμα 3.6: Παραδείγματα γεωμετριών μοναδιαίων κυψελίδων δοκών.....	29
Σχήμα 3.7: Παραδείγματα φυλλοειδών (πάνω) και σκελετικών (κάτω) κυψελίδων TPMS .....	30
Σχήμα 3.8: Τύποι μοναδιαίων κυψελίδων κελύφους .....	30
Σχήμα 3.9: Παραδείγματα φυσικών δομών με βαθμωτή πορώδη αρχιτεκτονική: (α) Εξωτερική και εσωτερική δομή μπαμπού, (b) Εγκάρσια τομή μπαμπού με διαβάθμιση της χωρικής πυκνότητας των ινών από την εσωτερική έως την εξωτερική επιφάνεια [40], (c) Τομή ανθρώπινου μηριαίου οστού με διαφοροποίηση του φλοιώδους (συμπαγούς) και δοκιδωτού (σπογγώδους) οστού, (d) Μεγέθυνση της σπογγώδους δομής στο εσωτερικό του οστού με εμφανείς διατάξεις μεταβλητού μεγέθους και πάχους [42].....	33
Σχήμα 3.10: Στρέβλωση/κυματισμός (waviness) και διακύμανση της διατομής (varying cross-section) των δοκών πλεγμάτων [57] .....	42



Σχήμα 3.11: Προσθετικά κατασκευασμένες πλεγματικές δομές με εμφανές το φαινόμενο των «σκαλοπατιών» [59] .....	43
Σχήμα 3.12: Κατευθυντήριες οδηγίες τοποθέτησης υποστηρικτικών δομών για διάφορες προεξοχές και χαρακτηριστικά [63].....	44
Σχήμα 3.13: Φαινόμενο των «σκαλοπατιών» και προσκόλληση σωματιδίων σκόνης υλικού κατά την προσθετική κατασκευή [65] .....	45
Σχήμα 3.14: Σύγκριση άνω (αριστερά) και κάτω (δεξιά) επιφανειακής ποιότητας δοκιμίων που κατασκευάστηκαν με SLM [23] .....	45
Σχήμα 3.15: Παραδείγματα εμφάνισης πορώδους σε κράμα αλουμινίου κατασκευασμένο με Laser-PBF λόγω έλλειψης σύντηξης των σωματιδίων του υλικού (αριστερά) και εγκλεισμάτων αερίου (δεξιά) [66] .....	46
Σχήμα 3.16: Κυπελλοειδής κοτύλη ισχιακού εμφυτεύματος με εξωτερική πλεγματική δομή κατασκευασμένη με τεχνολογία προσθετικής κατασκευής [24] .....	48
Σχήμα 3.17: Εμφύτευμα τιτανίου ειδικά κατασκευασμένο για ασθενή με καρκίνο στο στέρνο, πριν και μετά τη χειρουργική επέμβαση αποκατάστασής του [70] .....	49
Σχήμα 3.18: Βραχίονας ελέγχου συστήματος ανάρτησης αγωνιστικού αυτοκινήτου με χρήση πλεγματικών δομών για τη μείωση του βάρους του [72].....	50
Σχήμα 3.19: Συσκευές απορρόφησης ενέργειας τετραγωνικής διατομής με διάφορους τύπους πλέγματος στο εσωτερικό τους, πριν και μετά την παραμόρφωσή τους [73].....	51
Σχήμα 3.20: Τετραπλός προωθητήρας διαστημικού σκάφους κατασκευασμένος από Ti-6Al-4V εξ' ολοκλήρου με προσθετική κατασκευή [75] .....	52
Σχήμα 3.21: Κυλινδροκεφαλή με εσωτερικές πλεγματικές δομές. Ο νέος σχεδιασμός προκαλεί μείωση του βάρους κατά 66%, ενώ με την αύξηση του εμβαδού η ψύξη είναι αποτελεσματικότερη [26].....	53
Σχήμα 3.22: Εναλλάκτης θερμότητας (Intercooler) αγωνιστικού αυτοκινήτου κατασκευασμένος από κράμα αλουμινίου AlSi10Mg με χρήση τεχνολογίας PBF [76] .....	53
Σχήμα 3.23: Μεταλλικό καλούπι με προσαρμοσμένο σύστημα ψύξης και πλεγματικές δομές στο εσωτερικό του, κατασκευασμένο με μέθοδο Laser-PBF για τη χύτευση αντικειμένων με έγχυση [77] .....	54
Σχήμα 3.24: Κωνικά φίλτρα πλεγματικών δομών [78] .....	55
Σχήμα 3.25: Μεταλλικό μικροπλέγμα με αντιστρεπτή παραμόρφωση και αυξητική συμπεριφορά [24] .....	56
Σχήμα 4.1: Γενικό διάγραμμα ροής εργασιών για τη δημιουργία πλεγματικών δομών μεταβαλλόμενης πυκνότητας.....	57
Σχήμα 4.2: Απεικόνιση του «ηTop Notebook» (αριστερά) και η χρωματική διάκριση των κατηγοριών εξόδου (δεξιά) .....	60

Σχήμα 4.3: Βασικές διαστάσεις του γαλλικού κλειδιού ISO 6787 - B 22.5 x 255 με μέγιστο άνοιγμα σιαγόνων 30 mm .....	61
Σχήμα 4.4: Όψεις του γαλλικού κλειδιού .....	62
Σχήμα 4.5: Αναλυτική απεικόνιση συναρμολόγησης (Exploded view) του γαλλικού κλειδιού .....	62
Σχήμα 4.6: Απλοποιημένος σχεδιασμός του γαλλικού κλειδιού .....	64
Σχήμα 4.7: Τετραεδρικό στοιχείο 10 κόμβων.....	68
Σχήμα 4.8: Πλέγμα πεπερασμένων στοιχείων του γαλλικού κλειδιού όπως αυτό δημιουργείται από το πλέγμα επιφάνειας με απεικόνιση των εσωτερικών του στοιχείων ύστερα από τομή .....	68
Σχήμα 4.9: Φορτίσεις (πράσινο) και στηρίξεις (κόκκινο) στο γαλλικό κλειδί.....	70
Σχήμα 4.10: Μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων (FE Model) και οριακές συνθήκες (Boundary Conditions). Η θέση και η κατεύθυνση κάθε επιβαλλόμενης δύναμης στις σιαγόνες φαίνεται με κίτρινο χρώμα. Η πάκτωση απεικονίζεται με κόκκινο χρώμα. Με ανοιχτό κίτρινο χρώμα παρουσιάζονται οι συνδέσεις των πλεγμάτων των δύο σωμάτων. ....	72
Σχήμα 4.11: Διάγραμμα ροής εργασιών για την ανάλυση κατασκευών με πεπερασμένα στοιχεία στο nTop .....	73
Σχήμα 4.12: Ολική μετατόπιση του γαλλικού κλειδιού εξαιτίας των επιβαλλόμενων φορτίων και περιορισμών .....	74
Σχήμα 4.13: Τάσεις von Mises στο γαλλικό κλειδί εξαιτίας των επιβαλλόμενων φορτίων και περιορισμών .....	75
Σχήμα 4.14: Παθητικές περιοχές του χώρου σχεδιασμού του γαλλικού κλειδιού ....	77
Σχήμα 4.15: Διάγραμμα ροής εργασιών τοπολογικής βελτιστοποίησης στο nTop....	80
Σχήμα 4.16: Βέλτιστη κατανομή πυκνότητας στοιχείων του γαλλικού κλειδιού (χωρίς τη χρήση του περιορισμού προεξοχής) και εσωτερική απεικόνισή της (κάτω) .....	82
Σχήμα 4.17: Μεταβολή της ενδοτικότητας κατά τη διάρκεια της τοπολογικής βελτιστοποίησης (χωρίς τη χρήση του περιορισμού προεξοχής).....	83
Σχήμα 4.18: Μεταβολή του κλάσματος όγκου κατά τη διάρκεια της τοπολογικής βελτιστοποίησης (χωρίς τη χρήση του περιορισμού προεξοχής).....	84
Σχήμα 4.19: Βέλτιστη κατανομή πυκνότητας στοιχείων του γαλλικού κλειδιού (με χρήση του περιορισμού προεξοχής) και εσωτερική απεικόνισή της (κάτω).....	85
Σχήμα 4.20: Μεταβολή της ενδοτικότητας κατά τη διάρκεια της τοπολογικής βελτιστοποίησης (με χρήση του περιορισμού προεξοχής).....	86
Σχήμα 4.21: Μεταβολή του κλάσματος όγκου κατά τη διάρκεια της τοπολογικής βελτιστοποίησης (με χρήση του περιορισμού προεξοχής).....	87
Σχήμα 4.22: Πλαίσιο (Frame) και όγκος πλήρωσης με πλέγμα (Infill Volume) στη λαβή του γαλλικού κλειδιού (καφέ απόχρωση) .....	88

Σχήμα 4.23: Εδροκεντρωμένη κυβική δομή (FCC) .....	89
Σχήμα 4.24: Συνάρτηση ράμπας – Μεταβολή του πάχους της πλεγματικής δομής (Thickness) συναρτήσει του πεδίου πυκνότητας της τοπολογικής βελτιστοποίησης (TopOpt Density).....	90
Σχήμα 4.25: Διάγραμμα ροής εργασιών για τη δημιουργία πλεγματικών δομών μεταβαλλόμενης πυκνότητας στο nTop.....	91
Σχήμα 4.26: Τελικοί σχεδιασμοί του γαλλικού κλειδιού με τοποθέτηση πλεγματικών δομών στο εσωτερικό τους, χωρίς (πάνω) και με τη χρήση του περιορισμού προεξοχών (κάτω).....	91
Σχήμα 4.27: Μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων και οριακές συνθήκες (χωρίς τη χρήση του περιορισμού προεξοχών).....	93
Σχήμα 4.28: Ολική μετατόπιση του γαλλικού κλειδιού με πλεγματικές δομές (χωρίς τη χρήση του περιορισμού προεξοχών) .....	94
Σχήμα 4.29: Τάσεις von Mises στο γαλλικό κλειδί με πλεγματικές δομές (χωρίς τη χρήση του περιορισμού προεξοχών).....	95
Σχήμα 4.30: Μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων και οριακές συνθήκες (με χρήση του περιορισμού προεξοχών).....	95
Σχήμα 4.31: Ολική μετατόπιση του γαλλικού κλειδιού με πλεγματικές δομές (με χρήση του περιορισμού προεξοχών).....	96
Σχήμα 4.32: Τάσεις von Mises στο γαλλικό κλειδί με πλεγματικές δομές (με χρήση του περιορισμού προεξοχών).....	97
Σχήμα 4.33: Προσανατολισμοί και όγκοι των υποστηρικτικών δομών (αριστερά) της σταθερής σιαγόνας – λαβής του γαλλικού κλειδιού και η βέλτιστη επιλογή τους (δεξιά) για τις περιπτώσεις σχεδιασμών χωρίς (πάνω) και με τη χρήση του περιορισμού των προεξοχών (κάτω).....	100
Σχήμα 4.34: Ισοϋψείς καμπύλες στρωμάτων τμήματος της κατασκευής του γαλλικού κλειδιού .....	101
Σχήμα 4.35: Νέες φορτίσεις (πράσινο) και στηρίξεις (κόκκινο) στο γαλλικό κλειδί.....	102
Σχήμα 4.36: Ολική μετατόπιση του γαλλικού κλειδιού εξαιτίας των νέων επιβαλλόμενων φορτίων και περιορισμών .....	104
Σχήμα 4.37: Τάσεις von Mises στο γαλλικό κλειδί εξαιτίας των νέων επιβαλλόμενων φορτίων και περιορισμών .....	105
Σχήμα 4.38: Βέλτιστη κατανομή πυκνότητας στοιχείων του γαλλικού κλειδιού (χωρίς τη χρήση του περιορισμού προεξοχής) και εσωτερική απεικόνισή της (κάτω) για τις νέες συνθήκες φόρτισης.....	106
Σχήμα 4.39: Μεταβολή της ενδοτικότητας κατά τη διάρκεια της τοπολογικής βελτιστοποίησης (χωρίς τη χρήση του περιορισμού προεξοχής) για τις νέες συνθήκες φόρτισης.....	107

Σχήμα 4.40: Μεταβολή του κλάσματος όγκου κατά τη διάρκεια της τοπολογικής βελτιστοποίησης (χωρίς τη χρήση του περιορισμού προεξοχής) για τις νέες συνθήκες φόρτισης.....	107
Σχήμα 4.41: Βέλτιστη κατανομή πυκνότητας στοιχείων του γαλλικού κλειδιού (με χρήση του περιορισμού προεξοχής) και εσωτερική απεικόνισή της (κάτω) για τις νέες συνθήκες φόρτισης.....	108
Σχήμα 4.42: Μεταβολή της ενδοτικότητας κατά τη διάρκεια της τοπολογικής βελτιστοποίησης (με χρήση του περιορισμού προεξοχής) για τις νέες συνθήκες φόρτισης .....	110
Σχήμα 4.43: Μεταβολή του κλάσματος όγκου κατά τη διάρκεια της τοπολογικής βελτιστοποίησης (με χρήση του περιορισμού προεξοχής) για τις νέες συνθήκες φόρτισης .....	110

# 1 Εισαγωγή

## 1.1 Γενικά

Ο σχεδιασμός αντικειμένων κατά τον 21<sup>ο</sup> αιώνα διαμορφώνεται όλο και περισσότερο από τη ζήτηση για ελαφριές κατασκευές υψηλής απόδοσης που μπορούν να χρησιμοποιούν αποτελεσματικά τα υλικά, διατηρώντας παράλληλα τη δομική τους ακεραιότητα. Οι παραδοσιακές προσεγγίσεις σχεδιασμού, οι οποίες βασίζονται συνήθως σε εμπειρικές μεθοδολογίες δοκιμής και λάθους, οδηγούν συχνά σε κατασκευές περιττού βάρους και κόστους υλικών. Η πρόκληση αυτή είναι ιδιαίτερα έντονη στους κλάδους της ιατρικής, της αεροδιαστημικής και της αυτοκινητοβιομηχανίας, όπου η μείωση του βάρους μπορεί να οδηγήσει σε βελτίωση της απόδοσης και εξοικονόμηση κόστους και καυσίμων.

Η εμφάνιση νέων τεχνολογιών παραγωγής, όπως η προσθετική κατασκευή, έχει αλλάξει ριζικά τον σχεδιασμό καθώς εξαλείφονται πολλοί από τους γεωμετρικούς περιορισμούς που τίθενται από τις συμβατικές διαδικασίες κατασκευής, παρέχοντας μ' αυτόν τον τρόπο νέες δυνατότητες για τη δημιουργία πολύπλοκων δομών που προηγουμένως ήταν αδύνατο ή οικονομικά ανέφικτο να παραχθούν. Μεταξύ αυτών, οι πλεγματικές δομές έχουν αναδειχθεί ως μια ιδιαίτερα υποσχόμενη λύση για την επίτευξη βέλτιστων λόγων αντοχής-βάρους, τη βελτιστοποίηση των δυνατοτήτων απορρόφησης ενέργειας, θερμικής και ακουστικής συμπεριφοράς, ενώ παράλληλα επιτρέπουν μέσω ελεγχόμενου πορώδους τη λειτουργική τους προσαρμογή.

Ταυτόχρονα, η πρόοδος στις μεθόδους υπολογιστικής βελτιστοποίησης, και ιδιαίτερα στην τοπολογική βελτιστοποίηση, προσφέρει στους μηχανικούς ισχυρά εργαλεία για τον συστηματικό προσδιορισμό της βέλτιστης κατανομής υλικών σε έναν δεδομένο χώρο σχεδιασμού. Ο συνδυασμός αυτών των υπολογιστικών μεθόδων με τη γεωμετρική ελευθερία που προσφέρει η προσθετική κατασκευή δημιουργεί πρωτοφανείς ευκαιρίες για τον σχεδιασμό δομών που δεν είναι μόνο ελαφρύτερες αλλά και καλύτερα προσαρμοσμένες στις συγκεκριμένες συνθήκες φόρτισης και στις λειτουργικές τους απαιτήσεις.

## 1.2 Περιγραφή του προβλήματος

Η ανάπτυξη ελαφριών και ταυτόχρονα δομικά αποδοτικών εξαρτημάτων αποτελεί κύρια πρόκληση στον μηχανολογικό σχεδιασμό. Αν και οι μέθοδοι τοπολογικής βελτιστοποίησης, όπως η μέθοδος SIMP, μπορούν να προσδιορίσουν αποτελεσματικά τη βέλτιστη κατανομή υλικών εντός ενός χώρου σχεδιασμού, τα αποτελέσματα αυτά δεν μπορούν να κατασκευαστούν άμεσα και συνήθως είναι αναγκαία η περαιτέρω επεξεργασία τους. Η τοπολογική βελτιστοποίηση παράγει κατανομές πυκνότητας με ενδιάμεσες τιμές που δεν αντιπροσωπεύουν με σαφή τρόπο την ύπαρξη στερεού υλικού ή κενού και δημιουργεί πολύπλοκες γεωμετρίες που είναι δύσκολο να ερμηνευθούν και να κατασκευαστούν. Επομένως, η

ιδιαιτερότητα αυτή εντοπίζεται στη μετατροπή των μαθηματικά βέλτιστων αποτελεσμάτων σε πρακτικά, κατασκευάσιμα σχέδια.

Οι πλεγματικές δομές μεταβαλλόμενης πυκνότητας προσφέρουν μια εναλλακτική λύση σε αυτό το πρόβλημα αφού ουσιαστικά λειτουργούν ως μετατροπέας των αποτελεσμάτων της βελτιστοποίησης σε κατασκευάσιμους σχεδιασμούς. Έτσι, η προσέγγιση αυτή διατηρεί τα οφέλη μείωσης του βάρους που εντοπίζονται από τη βελτιστοποίηση, ενώ παράλληλα δημιουργεί δομές με προβλέψιμη μηχανική συμπεριφορά και συμβατότητα με τις απαιτήσεις της προσθετικής κατασκευής.

Η παρούσα πιλοτική μελέτη αντιμετωπίζει την έλλειψη ολοκληρωμένων μεθοδολογιών που συνδυάζουν άμεσα την τοπολογική βελτιστοποίηση με πλεγματικές δομές μεταβαλλόμενης πυκνότητας για την αντικατάσταση στερεών όγκων υλικού. Η μελέτη εξετάζει αν αυτή η προσέγγιση μπορεί να λειτουργήσει στην πράξη, επιτρέποντας στους μηχανικούς να διερευνήσουν νέες δυνατότητες σχεδιασμού, να μειώσουν τη χρήση υλικών και να δημιουργήσουν καινοτόμα, αποδοτικά προϊόντα που μπορούν να κατασκευαστούν αξιόπιστα μέσω προσθετικής κατασκευής.

### **1.3 Στόχος της μελέτης**

Ο κύριος στόχος αυτής της πιλοτικής μελέτης είναι να αναπτυχθεί και να παρουσιαστεί μια αποτελεσματική μεθοδολογία για τον σχεδιασμό και τη βελτιστοποίηση κατασκευών που ενσωματώνουν πλέγματα μεταβαλλόμενης πυκνότητας κατάλληλα για προσθετική κατασκευή. Η εργασία επικεντρώνεται στη χρήση των μεθόδων τοπολογικής βελτιστοποίησης, και ειδικότερα της μεθόδου SIMP, για τον σχεδιασμό διαβαθμισμένων πλεγμάτων με στόχο τη δημιουργία ελαφριών και υψηλής απόδοσης εξαρτημάτων. Χρησιμοποιώντας ως αντικείμενο μελέτης ένα γαλλικό κλειδί, η μεθοδολογία θα αξιολογηθεί ως προς τη μείωση της μάζας, τη διατήρηση της δομικής ακαμψίας, τον αντίκτυπο των περιορισμών προσθετικής κατασκευής στη διαδικασία, και την ανάγκη ύπαρξης υποστηρικτικών δομών. Η επιλογή του λογισμικού nTop γίνεται λόγω των προηγμένων δυνατοτήτων του στη δημιουργία και βελτιστοποίηση πλεγματικών δομών, καθώς και της ευκολίας χειρισμού περιορισμών προσθετικής κατασκευής. Τελικός σκοπός είναι η δημιουργία μιας ολοκληρωμένης ροής εργασιών με πρακτική αξία που θα επιτρέπει τον βέλτιστο σχεδιασμό και την προετοιμασία αντικειμένων για κατασκευή.

### **1.4 Μεθοδολογία**

Η εργασία υιοθετεί μια ολοκληρωμένη μεθοδολογία που συνδυάζει την τοπολογική βελτιστοποίηση με τη χρήση πλεγματικών δομών. Η προσέγγιση του θέματος είναι δομημένη αρχικά γύρω από μία περιεκτική βιβλιογραφική ανασκόπηση που εξετάζει τις υπάρχουσες μεθόδους βελτιστοποίησης των κατασκευών, εστιάζοντας στη

μέθοδο τοπολογικής βελτιστοποίησης SIMP, τις πλεγματικές δομές και ιδίως τις διαμορφώσεις μεταβαλλόμενης πυκνότητας. Ακολουθώντας, αυτές οι θεωρητικές έννοιες εφαρμόζονται με τη χρήση εξειδικευμένου λογισμικού (nTop) για τη δημιουργία πρακτικών ρών εργασίας σχεδιασμού που μετατρέπουν τα αποτελέσματα της τοπολογικής βελτιστοποίησης σε σχέδια με βάση το πλέγμα, εξετάζοντας δύο περιπτώσεις σχετικά με την εφαρμογή ή μη κατασκευαστικού περιορισμού για τις προεξέχουσες γεωμετρίες. Αυτό επιτυγχάνεται χρησιμοποιώντας ένα γαλλικό κλειδί ως αντιπροσωπευτικό μηχανικό εξάρτημα για την παρουσίαση της ροής εργασιών του σχεδιασμού, της βελτιστοποίησης και της προετοιμασίας για κατασκευή. Τελικό βήμα αποτελεί η συγκριτική αξιολόγηση της αποτελεσματικότητας των βελτιστοποιημένων σχεδιασμών πλέγματος μεταβαλλόμενης πυκνότητας με τον αρχικό συμπαγή σχεδιασμό μέσω ανάλυσης με πεπερασμένα στοιχεία σχετικά με τη μείωση του βάρους, την κατανομή των τάσεων και τη δυσκαμψία, ενώ παρουσιάζεται η διαδικασία τοποθέτησης υποστηρικτικών δομών και ο τεμαχισμός σε στρώματα για την προσθετική τους κατασκευή.

## 1.5 Οργάνωση και δομή της εργασίας

Η παρούσα εργασία αποτελείται από πέντε κεφάλαια, ξεκινώντας από τη θεωρητική προσέγγιση του θέματος έως την υλοποίηση μιας πρακτικής εφαρμογής – πιλοτικής μελέτης, παρέχοντας ένα ολοκληρωμένο αποτέλεσμα:

**Κεφάλαιο 1:** Εισαγωγή – Παρουσιάζεται το πλαίσιο της εργασίας εξηγώντας τα κίνητρα για τη χρήση πλεγματικών δομών μεταβαλλόμενης πυκνότητας ως εργαλείο σχεδιασμού και βελτιστοποίησης κατασκευών. Παράλληλα, προσδιορίζεται με σαφήνεια ο στόχος, η μεθοδολογία καθώς και η κύρια συνεισφορά της εργασίας.

**Κεφάλαιο 2:** Θεωρητικό πλαίσιο βελτιστοποίησης των κατασκευών – Διατυπώνεται το θεωρητικό πλαίσιο των μεθόδων βελτιστοποίησης των κατασκευών, εστιάζοντας στη βελτιστοποίηση της τοπολογίας και ειδικότερα στη μέθοδο SIMP.

**Κεφάλαιο 3:** Δομές πλέγματος – Επισκόπηση των βασικών κατηγοριών και ιδιοτήτων των πλεγματικών δομών. Ιδιαίτερη έμφαση δίνεται στις δομές μεταβαλλόμενης πυκνότητας. Ακόμη, γίνεται αναφορά στις μεθόδους προσθετικής κατασκευής, συμπεριλαμβανομένων των δυνατοτήτων και των περιορισμών της κάθε διαδικασίας, αλλά και σε διάφορες εφαρμογές των πλεγματικών δομών.

**Κεφάλαιο 4:** Πιλοτική μελέτη – Πρακτική εφαρμογή των παραπάνω θεωρητικών εννοιών μέσω του σχεδιασμού και της βελτιστοποίησης ενός γαλλικού κλειδιού που ενσωματώνει πλέγματα μεταβαλλόμενης πυκνότητας με τη βοήθεια του λογισμικού nTop. Παρουσιάζεται η πλήρης ροή εργασιών από την αρχική ανάλυση πεπερασμένων στοιχείων και τη βελτιστοποίηση της τοπολογίας έως τον τελικό σχεδιασμό της κατασκευής με πλέγμα και την προετοιμασία για κατασκευή. Η ανάλυση περιλαμβάνει συγκριτική αξιολόγηση των δύο σεναρίων βελτιστοποίησης (με και χωρίς περιορισμούς προεξοχών).

**Κεφάλαιο 5:** Συμπεράσματα και μελλοντικές επεκτάσεις – Συνοψίζονται τα βασικά στοιχεία της μελέτης και εξάγονται συμπεράσματα σχετικά με την αποτελεσματικότητα της προτεινόμενης μεθοδολογίας. Ακόμη, προσδιορίζονται οι περιορισμοί της παρούσας εργασίας και οι ευκαιρίες για μελλοντική ανάπτυξη.

Τέλος, περιλαμβάνεται παράρτημα που παρέχει λεπτομερή καταγραφή των διαδικασιών σχεδιασμού και βελτιστοποίησης, μέσω του λογισμικού nTop, παρέχοντας πρόσθετες τεχνικές λεπτομέρειες για τους ενδιαφερόμενους αναγνώστες που επιθυμούν να εφαρμόσουν παρόμοιες μεθοδολογίες.



## 2 Βελτιστοποίηση των κατασκευών

### 2.1 Εισαγωγή

Σε μια εποχή όπου οι φυσικοί πόροι είναι ολοένα και πιο σπάνιοι και η ζήτηση για προϊόντα υψηλής απόδοσης και χαμηλού κόστους αυξάνεται συνεχώς σε ένα περιβάλλον τεχνολογικού ανταγωνισμού, οι μηχανικοί ωθούνται στην αναζήτηση νέων τεχνικών ώστε τα παραγόμενα προϊόντα να είναι «καλύτερα». Από αυτήν την άποψη, η βελτιστοποίηση, η οποία μπορεί να οριστεί ως η διαδικασία εύρεσης του καλύτερου, χρησιμεύει ως ένα πολύτιμο εργαλείο στη φαρέτρα του μηχανικού για τον σχεδιασμό νέων βιώσιμων προϊόντων. Συνεπώς, βασικός σκοπός στον μηχανολογικό σχεδιασμό είναι να βρεθεί η καλύτερη δυνατή λύση σε ένα συγκεκριμένο πρόβλημα.

Ο μηχανολογικός σχεδιασμός υπήρξε κατά κανόνα μια επαναληπτική διαδικασία δοκιμής και λάθους (trial and error). Η διαδικασία αυτή ξεκινάει από έναν πρωταρχικό σχεδιασμό που βασίζεται στη δημιουργικότητα, την πρότερη εμπειρία, τη διαίσθηση και τις γνώσεις του μηχανικού-σχεδιαστή. Κατόπιν ακολουθεί μια ανάλυση για την αξιολόγηση της απόδοσης του σχεδιασμού. Με βάση τις πληροφορίες που παρέχονται απ' αυτήν την ανάλυση, αναπτύσσεται ένας νέος σχεδιασμός. Έτσι, τα βήματα: σχεδιασμός – ανάλυση – νέος σχεδιασμός (design – analysis – new design) επαναλαμβάνονται έως ότου να μην είναι δυνατή μια περαιτέρω βελτίωση.

Παρ' όλα αυτά, η ταχεία πρόοδος που σημειώθηκε στην τεχνολογία των υπολογιστών τις τελευταίες δεκαετίες παράλληλα με την ανάπτυξη αποδοτικών αλγορίθμων έχει φέρει επανάσταση στην κλασική διαδικασία σχεδιασμού. Πλέον, η βελτιστοποίηση εισάγεται στη διαδικασία σχεδιασμού αντί των διαισθητικών ευρετικών και επαναλαμβανόμενων δοκιμών της παραδοσιακής μεθόδου με αποτέλεσμα να δημιουργούνται κατασκευές με εξελιγμένα χαρακτηριστικά και μειωμένο κόστος σχεδιασμού και παραγωγής σε σχετικά σύντομο χρονικό διάστημα. Αντικείμενο της βελτιστοποίησης κατασκευών (structural optimization) είναι η εύρεση της «καλύτερης δυνατής» ή «βέλτιστης» δομής που ικανοποιεί όλες τις απαιτήσεις που επιβάλλονται από τη λειτουργικότητα και τις συνθήκες κατασκευής. Ένα τέτοιο πρόβλημα βελτιστοποίησης μπορεί να οριστεί ως ο προσδιορισμός του καλύτερου δυνατού σχεδιασμού από ένα σύνολο σχεδιασμών, εντός ενός καθορισμένου στόχου (objective) και ενός συνόλου περιορισμών (constraints).

Στην ανάλυση κατασκευών (structural analysis), η γεωμετρία και οι διαστάσεις μιας κατασκευής, η οποία καταπονείται από κάποιες δράσεις, είναι γνωστές. Σκοπός αυτής της ανάλυσης είναι ο προσδιορισμός της συμπεριφοράς και της απόκρισης (π.χ. τάσεις, μετατοπίσεις, συχνότητες κ.λπ.) της κατασκευής. Αντίθετα, στη βελτιστοποίηση των κατασκευών ορισμένες διαστάσεις και γεωμετρικές ή υλικές ιδιότητες της κατασκευής είναι άγνωστες. Για να πραγματοποιηθεί αυτό, είναι απαραίτητο να βρεθεί το ελάχιστο (ή το μέγιστο) μιας προκαθορισμένης αντικειμενικής συνάρτησης που υπόκειται σε ορισμένους περιορισμούς και

δεσμεύσεις. Η αντικειμενική συνάρτηση σχετίζεται συνήθως με το βάρος ή τη δυσκαμψία της κατασκευής, το κόστος του υλικού ή κάποια άλλη έννοια. Οι περιορισμοί μπορεί να είναι γεωμετρικοί (geometrical) δηλαδή σχετικοί με το πλάτος ή το ύψος της κατασκευής ή σχετικοί με την συμπεριφορά της (behavioral) όπως περιορισμοί στις τάσεις, τις μετατοπίσεις και τις φυσικές συχνότητες. Οι συνήθειες μαθηματικές και υπολογιστικές τεχνικές για την επίλυση προβλημάτων βέλτιστου σχεδιασμού μπορούν να ταξινομηθούν σε διαισθητικές (intuitive), μεθόδους που βασίζονται σε κριτήρια βελτιστότητας (optimality criteria) και μεθόδους που βασίζονται στον μαθηματικό προγραμματισμό (mathematical programming) [1].

## 2.2 Μαθηματική περιγραφή του προβλήματος βελτιστοποίησης

Ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης αναζητά την ελάχιστη ή μέγιστη τιμή μιας συνάρτησης  $f(x)$  και το διάνυσμα μεταβλητών  $x = (x_1, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n$  που την προσδιορίζει. Εδώ, η  $f$  καλείται αντικειμενική συνάρτηση ή συνάρτηση κόστους. Οι ποσότητες  $x_i, i = 1, \dots, n$  είναι οι μεταβλητές του προβλήματος βελτιστοποίησης, που συνήθως ονομάζονται μεταβλητές ή παράμετροι σχεδιασμού (design variables) και  $n$  είναι ο αριθμός των μεταβλητών αυτών. Ακόμη, κάθε διάνυσμα  $x$  στον  $n$ -διάστατο χώρο σχεδιασμού  $\mathbb{R}^n$  αντιπροσωπεύει έναν μοναδικό σχεδιασμό (single design).

Το μαθηματικό μοντέλο του προβλήματος βελτιστοποίησης, στην πιο γενική του μορφή, μπορεί να διατυπωθεί ως εξής:

$$\begin{array}{ll} \text{Ελαχιστοποίηση} & f(x) \\ \text{έτσι ώστε} & h_j(x) = 0, \quad j = 1, 2, \dots, n_h \quad \text{Περιορισμοί ισότητας} \\ & g_k(x) \leq 0, \quad k = 1, 2, \dots, n_g \quad \text{Περιορισμοί ανισότητας} \\ & x_i^l \leq x_i \leq x_i^u, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad \text{Μεταβλητές σχεδιασμού} \end{array} \quad (1)$$

όπου  $h_j, g_k$  είναι οι συναρτήσεις των ισोटικών και ανισοτικών περιορισμών.  $n_h, n_g$  και  $n$  είναι ο αριθμός των περιορισμών ισότητας, των περιορισμών ανισότητας και των μεταβλητών σχεδιασμού, αντίστοιχα. Οι τιμές  $x_i^l$  και  $x_i^u$  είναι τα κάτω και άνω όρια μιας μεταβλητής σχεδιασμού  $x_i$ .

Σημειώνεται ότι, ο όρος εφικτό πεδίο (feasible domain) μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να περιγράψει το σύνολο των μεταβλητών σχεδιασμού που ικανοποιούν όλους τους περιορισμούς ισότητας, και αντίστοιχα, μη εφικτό πεδίο (infeasible domain) το σύνολο αυτών που παραβιάζουν τουλάχιστον έναν. Ως εκ τούτου συναντώνται είτε γραμμικά προβλήματα βελτιστοποίησης, όπου τόσο οι περιορισμοί ισότητας όσο και οι περιορισμοί ανισότητας είναι γραμμικές συναρτήσεις των μεταβλητών σχεδιασμού είτε μη γραμμικά προβλήματα βελτιστοποίησης (αποτελούν τα περισσότερα από τα προβλήματα βελτιστοποίησης), όπου τουλάχιστον ένας από τους περιορισμούς είναι μη γραμμική συνάρτηση των μεταβλητών σχεδιασμού [1].

## 2.3 Κατηγορίες βελτιστοποίησης κατασκευών

Οι μέθοδοι βελτιστοποίησης επιδιώκουν να βελτιώσουν τον σχεδιασμό μιας κατασκευής προσαρμόζοντας τις τιμές των μεταβλητών σχεδιασμού προκειμένου να επιτευχθούν οι επιθυμητοί στόχοι, που συνήθως σχετίζονται με τη δομική απόδοση ή το βάρος, όσο το δυνατόν καλύτερα χωρίς να παραβιάζονται οι περιορισμοί. Έχει αναπτυχθεί μια πληθώρα από τύπους προβλημάτων βελτιστοποίησης που διαφοροποιούνται ανάλογα με τους στόχους (objectives) και το πεδίο εφαρμογής του προβλήματος. Παρακάτω διακρίνονται οι τρεις βασικές κατηγορίες προβλημάτων βελτιστοποίησης, κατά σειρά αυξανόμενης πολυπλοκότητας και πεδίου εφαρμογών [2]:

- Βελτιστοποίηση μεγέθους (Size optimization) – όπου προσδιορίζονται οι τιμές των διαστάσεων
- Βελτιστοποίηση σχήματος (Shape optimization) – όπου αλλάζουν τα σχήματα επιφανειών
- Βελτιστοποίηση τοπολογίας ή Τοπολογική βελτιστοποίηση (Topology optimization) – όπου διερευνώνται οι κατανομές του υλικού

Η έρευνα σχετικά με τη βελτιστοποίηση των κατασκευών αρχικά επικεντρώθηκε σε προβλήματα βελτιστοποίησης μεγέθους/διαστάσεων. Αυτά τα προβλήματα περιλαμβάνουν, για παράδειγμα, την εύρεση του βέλτιστου εμβαδού διατομής των μελών ενός δικτύωματος ή πλαισίου ή του πάχους μιας πλάκας. Έτσι, οι βέλτιστες τιμές αυτών των μεταβλητών σχεδιασμού ελαχιστοποιούν (ή μεγιστοποιούν) ένα φυσικό μέγεθος, όπως η μέση ενδοτικότητα (εξωτερικό έργο) (compliance), η μέγιστη τάση, η παραμόρφωση, ο όγκος ή το βάρος, ενώ ταυτόχρονα ικανοποιούνται οι συνθήκες ισορροπίας και άλλοι αναγκαίοι περιορισμοί σχεδιασμού. Σε τέτοιου είδους προβλήματα οι παραπάνω ποσότητες μπορούν να οριστούν και ως περιορισμοί. Κύριο χαρακτηριστικό αυτών των προβλημάτων είναι ότι ο χώρος σχεδιασμού και το σχήμα της κατασκευής είναι γνωστά εκ των προτέρων και σταθερά καθ' όλη τη διάρκεια της διαδικασίας βελτιστοποίησης [1], [2], [3].

Στη συνέχεια εξετάστηκε η βελτιστοποίηση του σχήματος, η οποία αποτελεί μια γενίκευση της βελτιστοποίησης μεγέθους. Η μέθοδος αυτή βελτιστοποιεί το σχήμα μιας κατασκευής μεταβάλλοντας τις οριακές καμπύλες ή επιφάνειες που ορίζουν την περιοχή βελτιστοποίησης. Κατά συνέπεια, ως μεταβλητές σχεδιασμού χρησιμοποιούνται οι θέσεις των σημείων ελέγχου τους. Πρακτικά, η τεχνική αυτή μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τη βελτίωση της κατανομής των τάσεων σε μια κατασκευή. Ακόμη, αξίζει να σημειωθεί ότι σε αυτά τα προβλήματα βελτιστοποίησης το σχήμα του χώρου σχεδιασμού μεταβάλλεται συνεχώς, ενώ η τοπολογία<sup>1</sup> του

---

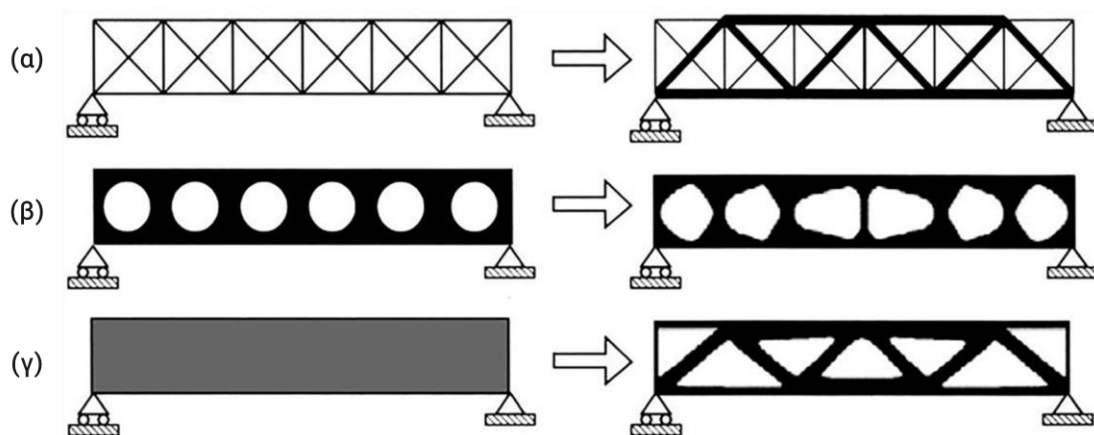
<sup>1</sup> Η τοπολογία αποτελεί κλάδο των μαθηματικών που ασχολείται με εκείνες τις ιδιότητες των αντικειμένων που δεν επηρεάζονται όταν υφίστανται συνεχείς μετασχηματισμούς ή παραμορφώσεις. Με τον όρο «συνεχής μετασχηματισμός» νοείται το τράβηγμα, η έκταση, η συστολή, η κάμψη ή η σύνθλιψη χωρίς να «σχίζονται» ή να «ενώνονται» σημεία μεταξύ τους [4].

παραμένει σταθερή. Έτσι, για παράδειγμα, δεν θα δημιουργηθούν νέες οπές στο σώμα μιας κατασκευής αλλά θα διατηρηθεί η αρχική της διάταξη [1], [2], [3], [5].

Παρ' όλα αυτά, οι μέθοδοι βελτιστοποίησης μεγέθους και σχήματος συχνά οδηγούν σε μη βέλτιστα αποτελέσματα, καθώς υποφέρουν από το γεγονός ότι δεν έχουν απαραίτητα μια βέλτιστη αρχική τοπολογία. Οι τεχνικές αυτές είναι περισσότερο περιορισμένες από την άποψη ότι ο μηχανικός-σχεδιαστής πρέπει να καθορίσει την τοπολογία της προτεινόμενης δομής, η οποία στη συνέχεια είναι σταθερή καθ' όλη τη διάρκεια της διαδικασίας βελτιστοποίησης. Για να ξεπεραστεί, λοιπόν, αυτή η ανεπάρκεια των παραπάνω μεθόδων πρέπει να εξεταστεί η βελτιστοποίηση της τοπολογίας, η οποία αποτελεί και τη γενικότερη μορφή βελτιστοποίησης των κατασκευών. Στη βελτιστοποίηση της τοπολογίας καθορίζεται το συνολικό σχήμα, η διάταξη των στοιχείων του σχήματος και η συνδεσιμότητα του χώρου σχεδιασμού. Η ευελιξία που παρέχεται από μια τέτοια ολιστική μέθοδο βελτιστοποίησης επιτρέπει στον μηχανικό-σχεδιαστή να διερευνήσει νέες απρόβλεπτες διαμορφώσεις και κατανομές υλικών. Και σε αυτή την περίπτωση, φυσικά μεγέθη όπως η ενδοτικότητα ή ο όγκος της κατασκευής ελαχιστοποιούνται, υπό περιορισμούς, για παράδειγμα, όσον αφορά τον όγκο, την ενδοτικότητα, την τάση, την ενέργεια παραμόρφωσης κτλ. [1], [3]. Συχνά, στη βιβλιογραφία, η βελτιστοποίηση της τοπολογίας αναφέρεται και ως βελτιστοποίηση διάταξης (layout optimization) ή γενικευμένη βελτιστοποίηση σχήματος (generalized shape optimization). Η σημασία αυτού του είδους βελτιστοποίησης έγκειται στο γεγονός ότι η επιλογή της κατάλληλης τοπολογίας μιας κατασκευής στην εννοιολογική φάση του σχεδιασμού της είναι συνήθως ο πιο καθοριστικός παράγοντας για την αποτελεσματικότητα ενός νέου προϊόντος. Για τον λόγο αυτό, η βελτιστοποίηση της τοπολογίας είναι περισσότερο πολύτιμη ως εργαλείο προ-επεξεργασίας για τη βελτιστοποίηση μεγέθους και σχήματος [6].

Στο Σχήμα 2.1 παρουσιάζονται, μέσω τριών παραδειγμάτων, οι τρεις διαφορετικές κατηγορίες βελτιστοποίησης των κατασκευών. Για κάθε περίπτωση απεικονίζεται στα αριστερά η αρχική κατασκευή, ενώ στα δεξιά η βελτιστοποιημένη.

Συγκεκριμένα, στο Σχήμα 2.1 (α), αριστερά, παρουσιάζεται η δομή ενός δικτυώματος πριν τη διαδικασία βελτιστοποίησης του μεγέθους/διαστάσεων των δομικών μελών του, ενώ δεξιά της εντοπίζεται η βελτιστοποιημένη κατασκευή. Σε αυτό παρατηρούνται παχύτερες δοκοί σε συγκεκριμένη διάταξη, έτσι ώστε η κατασκευή να αντέχει τις επιβαλλόμενες φορτίσεις. Ακολουθεί στο Σχήμα 2.1 (β) η περίπτωση της βελτιστοποίησης του σχήματος μιας δομής η οποία περιλαμβάνει έξι οπές κατά μήκος του σώματός της. Με τη νέα διαμόρφωση των οπών επιτυγχάνεται, ύστερα από τη βελτιστοποίηση, η καλύτερη δυνατή κατανομή των τάσεων στο εσωτερικό της. Τέλος, στο Σχήμα 2.1 (γ) με τη βοήθεια της τοπολογικής βελτιστοποίησης προσδιορίζεται η βέλτιστη κατανομή του υλικού και συνεπώς η βέλτιστη δομή μιας αρχικά συμπαγούς κατασκευής.

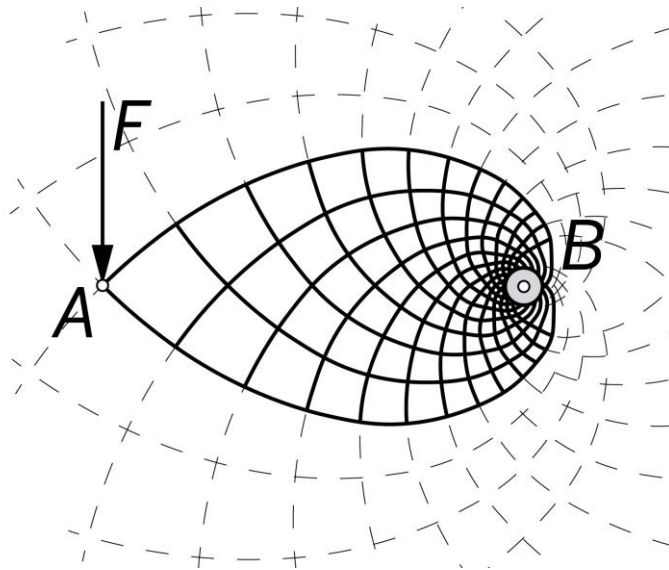


Σχήμα 2.1: Κατηγορίες βελτιστοποίησης κατασκευών. α) Βελτιστοποίηση μεγέθους, β) βελτιστοποίηση σχήματος και γ) τοπολογική βελτιστοποίηση. Οι αρχικές κατασκευές πριν τη βελτιστοποίηση εντοπίζονται στα αριστερά, ενώ οι βέλτιστες λύσεις στα δεξιά [2].

Στην παρούσα εργασία η τοπολογική βελτιστοποίηση θα χρησιμοποιηθεί ως η κύρια μέθοδος σχεδιασμού και βελτιστοποίησης κατασκευών λόγω των εγγενών οφελών που παρέχει και τα οποία αναλύονται στη συνέχεια.

## 2.4 Τοπολογική βελτιστοποίηση

Η τοπολογική βελτιστοποίηση αποτελεί μια πτυχή της δομικής βελτιστοποίησης η οποία αναπτύχθηκε σημαντικά τις τελευταίες δεκαετίες. Οι ρίζες της ωστόσο εντοπίζονται στις αρχές του 20<sup>ου</sup> αιώνα με την εφεύρεση των δομών Michell (Σχήμα 2.2). Συγκεκριμένα, ο Αυστραλός μηχανικός A. G. M. Michell ανέπτυξε μια θεωρία σχεδιασμού για την τοπολογία δομών λεπτών ράβδων με ελάχιστο βάρος για δεδομένους περιορισμούς τάσεων [6]. Έκτοτε και μέχρι τα μέσα της δεκαετίας του 1980 ο τομέας αυτός δεν σημείωσε σημαντική ανάπτυξη, ενώ ορόσημο υπήρξε η εργασία των Bendsoe και Kikuchi [7] για την αρχή μιας νέας εποχής στη βελτιστοποίηση των κατασκευών.



Σχήμα 2.2: Πρόβλημα Michell – Μία από τις πρώτες προτεινόμενες λύσεις σε ένα πρόβλημα τοπολογικής βελτιστοποίησης [8]

Σκοπός της τοπολογικής βελτιστοποίησης είναι η εύρεση της βέλτιστης διάταξης μιας δομής μέσα σε μια καθορισμένη περιοχή προκειμένου να επιτευχθεί η καλύτερη δομική απόδοση. Η «διάταξη» αυτή περιλαμβάνει πληροφορίες σχετικά με την τοπολογία, το σχήμα και το μέγεθος της κατασκευής. Στην ουσία πρόκειται για ένα μαθηματικό εργαλείο που εστιάζει στην επίτευξη μιας βέλτιστης κατανομής του υλικού εντός ενός διαθέσιμου χώρου σχεδίασης. Τα μόνα γνωστά μεγέθη σε αυτό το πρόβλημα βελτιστοποίησης είναι τα εφαρμοζόμενα φορτία, οι συνθήκες στήριξης, ο όγκος της κατασκευής και ενδεχομένως κάποιοι πρόσθετοι περιορισμοί σχεδιασμού, όπως η θέση και το μέγεθος των προδιαγεγραμμένων οπών ή των σταθερών περιοχών. Αντιθέτως, το μέγεθος, το σχήμα και η συνδεσιμότητα που θα αποκτήσει η κατασκευή παραμένουν άγνωστα και ζητούμενα [2].

Τις περισσότερες φορές κατά τη διάρκεια της διαδικασίας βελτιστοποίησης σε κάθε επανάληψη εκτελούνται αναλύσεις με πεπερασμένα στοιχεία, πράγμα που σημαίνει ότι η τοπολογική βελτιστοποίηση μπορεί να είναι μια υπολογιστικά απαιτητική μέθοδος.

Στόχος είναι οι λύσεις που προκύπτουν από αυτήν τη μέθοδο να οδηγούν σε σχεδόν πλήρως εντατικές (fully stressed) κατασκευές ή κατασκευές που έχουν σταθερή ενέργεια παραμόρφωσης (strain energy) σε όλη τους τη γεωμετρία, με βάση πάντα τις καθορισμένες συνθήκες φόρτισης [3].

Η τοπολογική βελτιστοποίηση πρωτοξεκίνησε και αναδείχθηκε μέσα από τον τομέα της δομικής μηχανικής. Πλέον χρησιμοποιείται με επιτυχία σε διάφορους επιστημονικούς και τεχνολογικούς κλάδους, όπως είναι η ακουστική, η οπτική, ο ηλεκτρομαγνητισμός, η ρευστοδυναμική, η μεταφορά θερμότητας, άλλα και συνδυασμοί τους [9]. Παρ' όλα αυτά η βασική ιδέα παραμένει η ίδια. Με γνώμονα λοιπόν αυτήν τη μοναδική ευελιξία που παρουσιάζεται, η τοπολογική

βελτιστοποίηση βρίσκει εφαρμογή σε πολλές βιομηχανίες. Ενδεικτικά παραδείγματα αποτελούν η αυτοκινητοβιομηχανία, η αεροδιαστημική, η βιοϊατρική, αλλά και τα έργα πολιτικού μηχανικού [2].

Σήμερα η τοπολογική βελτιστοποίηση συνιστά ένα χρήσιμο και σημαντικό εργαλείο κατά τη διαδικασία ανάπτυξης ενός προϊόντος. Μερικά από τα οφέλη αυτής της μεθόδου είναι τα ακόλουθα [10]:

- Δημιουργία δομών χαμηλού βάρους
- Εξοικονόμηση μεγάλης ποσότητας υλικών
- Εξοικονόμηση ενέργειας επεξεργασίας
- Δημιουργία σχεδίου έτοιμου για παραγωγή
- Μείωση του χρόνου εισαγωγής του προϊόντος στην αγορά
- Μείωση της ανάγκης για φυσικά πρωτότυπα
- Μείωση των φυσικών δοκιμών του προϊόντος

Σημειώνεται ακόμη πως αποτελεί σύνηθες φαινόμενο η παραγόμενη δομή μιας κατασκευής, ύστερα από τη διαδικασία βελτιστοποίησης, να έχει ένα πολύπλοκο σχήμα το οποίο είναι εξαιρετικά δύσκολο να κατασκευαστεί με κάποια από τις συμβατικές τεχνολογίες παραγωγής (π.χ. τórνευση, φραιζάρισμα). Γί' αυτόν τον λόγο, η προσθετική κατασκευή θεωρείται ως η πλέον κατάλληλη τεχνολογία παραγωγής [3]. Η τοπολογική βελτιστοποίηση συνδέεται στενά με την έννοια του σχεδιασμού για προσθετική κατασκευή (Design for Additive Manufacturing) μιας και εκμεταλλεύεται πλήρως τα βασικά πλεονεκτήματα της προσθετικής κατασκευής, όπως η πολυπλοκότητα, η εξατομίκευση και η ενοποίηση εξαρτημάτων.

#### **2.4.1 Κατηγορίες τοπολογικής βελτιστοποίησης**

Τα τελευταία τριάντα χρόνια η τοπολογική βελτιστοποίηση έχει γίνει ένα ενεργό πεδίο έρευνας στην αναζήτηση νέων αποτελεσματικών μεθόδων για τη δημιουργία αντισυμβατικών σχεδίων που διέπονται από διαφορετικές φυσικές αρχές.

Μια πρώτη διάκριση περιλαμβάνει δύο κατηγορίες, ανάλογα με τον τύπο της δομής (ή τον χώρο σχεδιασμού) που πρόκειται να βελτιστοποιηθεί:

- i) Διακριτή και
- ii) Συνεχής τοπολογική βελτιστοποίηση

Η τοπολογική βελτιστοποίηση διακριτών δομών, όπως τα δικτυώματα και τα πλαίσια, επικεντρώνεται στην αναζήτηση της βέλτιστης χωρικής διάταξης, του αριθμού και της συνδεσιμότητας των δομικών μελών από τις οποίες αποτελούνται. Αντίθετα, η τοπολογική βελτιστοποίηση συνεχών δομών επιδιώκει την εύρεση των βέλτιστων σχεδιασμών προσδιορίζοντας τις βέλτιστες θέσεις και γεωμετρίες των κοιλοτήτων (οπών) στις εκάστοτε περιοχές σχεδιασμού μεταβάλλοντας ταυτόχρονα το σχήμα των ορίων τους [6].

Έτσι, για τα προβλήματα τοπολογικής βελτιστοποίησης έχουν αναπτυχθεί τρεις βασικές προσεγγίσεις-μεθοδολογίες, οι οποίες αναλύονται παρακάτω [3]:

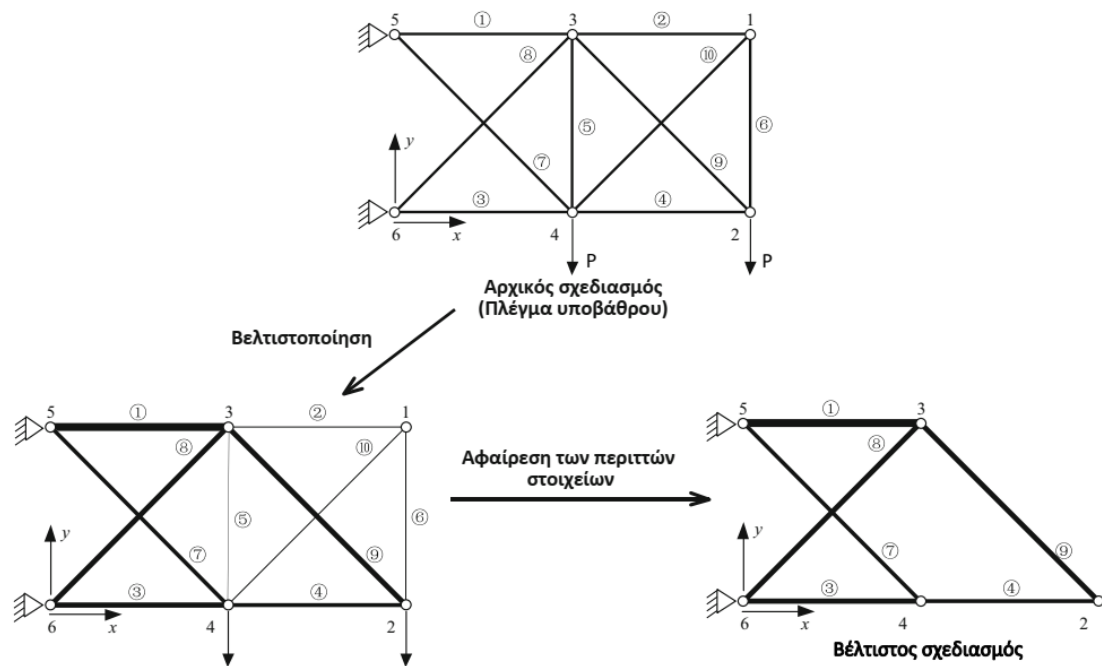
- Μέθοδοι δικτυωμάτων (Truss-Based Methods)
- Μέθοδοι πυκνότητας (Density-Based Methods) και
- Μέθοδοι συνόλου στάθμης (Level Set Methods)

#### **2.4.1.1 Μέθοδοι δικτυωμάτων (Truss-Based Methods)**

Η βασική προσέγγιση που ακολουθούν οι περισσότερες τεχνικές τοπολογικής βελτιστοποίησης δομών, όπως τα δικτυώματα και τα πλαίσια, έχει ως αρχή τη χρήση ενός πλέγματος υποβάθρου (ground structure). Με βάση αυτήν την προσέγγιση, ένα πλέγμα από δοκούς ορίζεται μεταξύ ενός συνόλου κόμβων εντός ενός δεδομένου όγκου αναφοράς, όπου μερικές φορές αυτό το πλέγμα αναπαριστά ένα πλήρες γράφημα (π.χ. ground truss), ενώ άλλες φορές βασίζεται σε επαναλαμβανόμενες μοναδιαίες κυψελίδες. Συνήθως, η διάμετρος ή το εμβαδόν διατομής των δομικών μελών από τα οποία αποτελούνται αυτές οι κατασκευές είναι μερικές από τις μεταβλητές σχεδιασμού που μπορούν να χρησιμοποιηθούν στο εν λόγω πρόβλημα. Κατά τη διάρκεια, λοιπόν, της τοπολογικής τους βελτιστοποίησης, αρχικά εντοπίζονται οι σημαντικότερες δοκοί του προβλήματος, έπειτα προσδιορίζεται το μέγεθός τους (π.χ. η διάμετρο τους) και στη συνέχεια αφαιρούνται όσες απ' αυτές έχουν ένα ελάχιστο μετρητικό μέγεθος ή μηδενική τιμή, μιας και δεν πληρούν τις απαιτήσεις της μελέτης. Ως εκ τούτου, η συνδεσιμότητα των κόμβων χαρακτηρίζεται μεταβλητή, και επομένως θεωρείται πως η τοπολογία της κατασκευής αλλάζει [11]. Ακόμη, αξίζει να σημειωθεί πως η ποιότητα των αποτελεσμάτων της βελτιστοποίησης αποτελεί συχνά ισχυρή συνάρτηση του αρχικού πλέγματος των δοκών, ενώ οι προκύπτουσες διατάξεις θα μοιάζουν με πλεγματικές δομές (lattice structures), στις οποίες είναι εμφανείς οι διαφοροποιήσεις στις διαμέτρους των δοκών [3].

Στο επόμενο σχήμα (Σχήμα 2.3), παρουσιάζεται μια τυπική δομή δέκα δοκών ως παράδειγμα της παραπάνω διαδικασίας. Οι απαραίτητες για την κατασκευή δοκοί αναπαρίστανται με σκούρο έντονο χρώμα, ενώ οι λιγότερο σημαντικές με λιγότερο έντονο χρώμα. Ταυτόχρονα, οι δοκοί που θεωρούνται περιττές απεικονίζονται χωρίς κάποια αλλαγή και τελικώς αφαιρούνται από την κατασκευή. Πέραν αυτών, η χρωματική ένταση αντικατοπτρίζει και το αντίστοιχο πάχος των δοκών. Αποτέλεσμα της βελτιστοποίησης είναι η δημιουργία ενός ελαφρύτερου σχεδιασμού με παράλληλη διατήρηση της αντοχής του στο επιβαλλόμενα φορτία.





Σχήμα 2.3: Τοπολογική βελτιστοποίηση δικτύωματος [12]

Παρά το γεγονός ότι αυτή η μέθοδος λειτουργεί ικανοποιητικά, απαιτείται προσοχή μιας και πρόκειται για μια υπολογιστικά δαπανηρή μέθοδο, ιδιαίτερα σε περιπτώσεις όπου υπάρχουν πολλές μεταβλητές σχεδιασμού.

#### 2.4.1.2 Μέθοδοι πυκνότητας (Density Based Methods)

Έπειτα από την πρωτοποριακή εισαγωγή της μεθόδου της ομογενοποίησης στην τοπολογική βελτιστοποίηση [7], προτείνεται η μέθοδος Solid Isotropic Material with Penalization (SIMP), ως ένας απλός και εύκολος τρόπος μείωσης της πολυπλοκότητάς της. Σήμερα, η SIMP είναι η πλέον δημοφιλής και ευρέως χρησιμοποιούμενη μέθοδος τοπολογικής βελτιστοποίησης με βάση την πυκνότητα. Άλλες μέθοδοι είναι η RAMP (Rational Approximation of Material Properties) και η SINH.

Χαρακτηριστικό αυτών των προσεγγίσεων αποτελεί το γεγονός ότι λειτουργούν σε ένα σταθερό πλέγμα πεπερασμένων στοιχείων με βασικό στόχο την ελαχιστοποίηση μιας αντικειμενικής συνάρτησης προσδιορίζοντας αν κάθε στοιχείο θα πρέπει να αποτελείται από στερεό υλικό ή κενό. Στη δομική τοπολογική βελτιστοποίηση, αυτός ο στόχος είναι συνήθως η ενδοτικότητα με ταυτόχρονη προσθήκη περιορισμών στην ποσότητα του υλικού που μπορεί να χρησιμοποιηθεί.

Η ύπαρξη ή η απουσία υλικού σε κάθε στοιχείο του πλέγματος διαμορφώνει ένα δυαδικό πρόβλημα ακέραιου προγραμματισμού μεγάλης κλίμακας, το οποίο είναι εξαιρετικά δύσκολο να επιλυθεί. Ως εκ τούτου είναι επιθυμητή η «χαλάρωση» του προβλήματος με αντικατάσταση των διακριτών τιμών με συνεχείς τιμές και με τον καθορισμό ενός μέσου το οποίο επαναληπτικά οδηγεί σε μία διακριτή λύση

στερεών/κενών. Αυτό επιτυγχάνεται με τη χρήση μιας συνάρτησης παρεμβολής στην οποία οι συνεχείς μεταβλητές σχεδιασμού εκφράζονται ως η (σχετική) πυκνότητα του κάθε στοιχείου ( $\rho_e$ ), ενώ χρησιμοποιούνται μέθοδοι για την καταστολή των ενδιάμεσων τιμών πυκνότητας προκειμένου να προκύψουν λύσεις τοπολογίας «0/1», «μαύρου/άσπρου» ή «στερεού/κενού». Τονίζεται πως η επιλογή τους αποτελεί μια κρίσιμη και ουσιώδη πτυχή των μεθόδων πυκνότητας για την αποτύπωση των φυσικών μεγεθών του προβλήματος ως συνάρτηση των συνεχών μεταβλητών σχεδιασμού. Έτσι, οι τιμές της πυκνότητας κυμαίνονται μεταξύ 0 και 1, δημιουργώντας μια συνεχή κατανομή υλικού στον διακριτοποιημένο χώρο σχεδιασμού. Τα στοιχεία που λαμβάνουν τιμή 0 αντιστοιχούν σε κενό, ενώ τα στοιχεία με τιμή 1 σε πλήρως πυκνό υλικό (στερεό). Ενδιάμεσες τιμές υποδεικνύουν την ύπαρξη μερικώς πυκνού υλικού το οποίο αντιστοιχίζεται με την παρουσία ενός πορώδους σύνθετου υλικού [13]. Εν γένει, τα υλικά ενδιάμεσης πυκνότητας δεν είναι επιθυμητά δεδομένου ότι είναι δύσκολο να κατασκευαστούν. Παρ' όλα αυτά, τα τελευταία χρόνια, με την ανάπτυξη των μεθόδων προσθετικής κατασκευής, οι ενδιάμεσες πυκνότητες έχουν αρχίσει να αξιοποιούνται στη δημιουργία νέων σχεδιασμών με τη βοήθεια πορώδων δομών όπως οι πλεγματικές [14], [15].

Για τον σκοπό αυτό, στην παρούσα εργασία περιγράφεται συνοπτικά η μέθοδος SIMP, στην περίπτωση της γραμμικής ελαστικότητας, η οποία χρησιμοποιείται μετέπειτα για τον σχεδιασμό κατασκευών υψηλής δυσκαμψίας και χαμηλού βάρους σε συνδυασμό με πλεγματικές δομές (Κεφάλαιο 4). Στη μέθοδο SIMP, ανεξάρτητα από την τιμή της πυκνότητας, το υλικό εντός κάθε στοιχείου θεωρείται ισότροπο και ομογενές. Οι μηχανικές ιδιότητες του υλικού, όπως ο τανυστής ελαστικότητας, προσδιορίζονται χρησιμοποιώντας μια συνάρτηση παρεμβολής ενός νόμου δύναμης (power law) μεταξύ κενού και στερεού. Ο νόμος δύναμης τιμωρεί τις ενδιάμεσες τιμές πυκνότητας έτσι ώστε να προκύψει μια λύση με κατανομή υλικού 0/1.

Επομένως, σε ένα στοιχείο  $e$ , η σχέση μεταξύ της μεταβλητής σχεδιασμού της πυκνότητας και της ιδιότητας του υλικού, η οποία εκφράζεται διαμέσου του μέτρου ελαστικότητας του Young, είναι:

$$E_e = E_e(\rho_e) = \rho_e^p E_0, \quad \rho_e \in (0, 1] \quad (2)$$

όπου  $E_0$  είναι το μέτρο ελαστικότητας του στερεού υλικού και  $p$  είναι η παράμετρος ποινικοποίησης (penalization parameter). Η παράμετρος αυτή παίζει καθοριστικό ρόλο στη διαμόρφωση της βέλτιστης διάταξης του υλικού, ελέγχοντας την εμφάνιση των ενδιάμεσων πυκνοτήτων και επηρεάζοντας την ομαλότητα της μετάβασης μεταξύ κενών και στερεών περιοχών. Επιλέγοντας πολύ χαμηλές ή πολύ υψηλές τιμές της  $p$  είτε προκαλείται υπερβολικά μεγάλη εμφάνιση περιοχών ενδιάμεσης πυκνότητας υλικού (γκρίζες περιοχές) είτε η βέλτιστη λύση συγκλίνει σε κάποιο τοπικό ελάχιστο και εμποδίζει την παρουσία ορισμένων επιθυμητών λεπτομερειών στον νέο σχεδιασμό. Συνήθως λαμβάνει τιμές  $p \geq 3$ . Παρ' όλα αυτά, σημειώνεται ότι η ιδανική τιμή εξαρτάται από το επιμέρους μοντέλο που εξετάζεται και τις ρυθμίσεις της βελτιστοποίησης. Με αυτήν την επιλογή οι ενδιάμεσες πυκνότητες αντιστοιχούν σε χαμηλές τιμές δυσκαμψίας συγκριτικά με τον όγκο του διαθέσιμου υλικού και

επομένως είναι λιγότερο πιθανό να εμφανιστούν στη βέλτιστη τοπολογία. Μολονότι το πρόβλημα βελτιστοποίησης θεωρείται ένα πρόβλημα στερεού/κενού, για υπολογιστικούς λόγους, στην συγκεκριμένη περίπτωση, αντιμετωπίζεται ως ένα πρόβλημα όπου το κενό παριστάνεται από ένα πολύ «μαλακό» υλικό. Οπότε, η πυκνότητα μεταβάλλεται μεταξύ ενός μικρού αριθμού  $\rho_{min}$  και της μονάδας,  $0 < \rho_{min} \leq \rho_e \leq 1$ . Μέσω αυτής της μοντελοποίησης αποφεύγεται η εμφάνιση ιδιομορφιών στους πίνακες των πεπερασμένων στοιχείων και διασφαλίζεται η αριθμητική σταθερότητα της διαδικασίας βελτιστοποίησης [13].

Μία εναλλακτική εκδοχή για την παραπάνω προσέγγιση δίνεται από την ακόλουθη σχέση:

$$E_e = E_e(\rho_e) = E_{min} + \rho_e^p (E_0 - E_{min}), \quad \rho_e \in [0, 1] \quad (3)$$

όπου  $E_{min}$  είναι η ελάχιστη τιμή του μέτρου ελαστικότητας ενός πολύ «μαλακού» υλικού το οποίο προσομοιάζει το κενό, και η οποία χρησιμοποιείται για την αποφυγή εμφάνισης ιδιομορφιών στους πίνακες των πεπερασμένων στοιχείων. Το μέτρο ελαστικότητας των στοιχείων λαμβάνει τιμές στο διάστημα  $0 < E_{min} \leq E_e \leq E_0$ , με την ελάχιστη τιμή του να κυμαίνεται τις περισσότερες φορές μεταξύ  $10^{-3}$  και  $10^{-9}$ . Από αυτήν την τροποποιημένη μοντελοποίηση αναδεικνύονται μερικά οφέλη έναντι της κλασσικής διατύπωσης (2), και τα οποία περιλαμβάνουν, μεταξύ άλλων, την ανεξαρτησία μεταξύ της ελάχιστης τιμής του μέτρου ελαστικότητας του υλικού και της παραμέτρου ποινικοποίησης  $p$  καθώς και τη δυνατότητα τα στοιχεία να αποκτούν μηδενική πυκνότητα.

Σύμφωνα με τη θεώρηση ότι ο λόγος του Poisson είναι σταθερός και ανεξάρτητος από τη μεταβλητή σχεδιασμού  $\rho_e$  και λαμβάνοντας υπ' όψιν τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων, προκύπτει ότι το μητρώο δυσκαμψίας ενός στοιχείου  $e$  ορίζεται ως:

$$\mathbf{k}_e = \mathbf{k}_e(\rho_e) = E_e(\rho_e) \mathbf{k}_e^0 \quad (4)$$

όπου  $\mathbf{k}_e^0$  είναι το μητρώο δυσκαμψίας του στοιχείου  $e$  για μοναδιαίο μέτρο ελαστικότητας του Young. Το συνολικό μητρώο δυσκαμψίας  $\mathbf{K}$  προκύπτει από τη συρραφή των αντίστοιχων μητρώων δυσκαμψίας  $\mathbf{k}_e$  των επιμέρους στοιχείων, πλήθους  $n$  [16]:

$$\mathbf{K} = \sum_{e=1}^n \mathbf{k}_e(\rho_e) = \sum_{e=1}^n E_e(\rho_e) \mathbf{k}_e^0 \quad (5)$$

Η θεμελιώδης μαθηματική διατύπωση του προβλήματος βελτιστοποίησης της τοπολογίας μιας δομής, με βάση τη μέθοδο SIMP, περιγράφεται από μια αντικειμενική συνάρτηση, ένα σύνολο περιορισμών και μια διακριτοποιημένη αναπαράσταση του χώρου σχεδιασμού. Στόχος του προβλήματος είναι να βρεθεί η κατανομή της πυκνότητας του υλικού σε αυτόν τον χώρο και να προκύψει μια δύσκαμπτη και ταυτόχρονα ελαφριά κατασκευή.

Η αντικειμενική συνάρτηση είναι αυτή που ορίζει και μετρά τη δυσκαμψία της κατασκευής μέσω της ενδοτικότητας. Η ενδοτικότητα εκφράζεται από το έργο που παράγουν τα ασκούμενα φορτία, και το οποίο ισοδυναμεί με τη συνολική ενέργεια παραμόρφωσης (total strain energy). Πρόκειται, δηλαδή, για μια έννοια αντίστροφη της δυσκαμψίας. Επομένως, ελαχιστοποιώντας την ενδοτικότητα, ελαχιστοποιείται η παραμόρφωση της κατασκευής, εξαιτίας των εφαρμοζόμενων φορτίων, και τελικά μεγιστοποιείται η δυσκαμψία της. Σε μια κατασκευή ορίζεται ως:

$$C = C(\boldsymbol{\rho}) = \mathbf{F}^T \mathbf{U}(\boldsymbol{\rho}) \quad (6)$$

όπου  $\boldsymbol{\rho}$  είναι το διάνυσμα των πυκνοτήτων των στοιχείων του χώρου σχεδιασμού, ενώ  $\mathbf{F}$  και  $\mathbf{U}(\boldsymbol{\rho}) = \mathbf{U}$  είναι το συνολικό διάνυσμα των επικόμβιων δυνάμεων και μετατοπίσεων, αντίστοιχα. Λαμβάνοντας υπ' όψιν τη δομική ισορροπία μιας γραμμικά ελαστικής δομής, στατικά φορτισμένης, για την οποία ισχύει ότι:

$$\mathbf{KU} = \mathbf{F} \quad (7)$$

προκύπτει ότι:

$$C = \mathbf{U}^T \mathbf{KU} \quad (8)$$

Κάθε στοιχείο  $e$  έχει ενδοτικότητα ίση με:

$$c_e = c_e(\rho_e) = \mathbf{u}_e^T \mathbf{k}_e \mathbf{u}_e \quad (9)$$

όπου  $\mathbf{u}_e$  και  $\mathbf{k}_e$  το διάνυσμα των επικόμβιων μετατοπίσεων και το μητρώο δυσκαμψίας του στοιχείου, αντιστοίχως. Τελικά, η συνολική ενδοτικότητα συνάγεται από το άθροισμα των επιμέρους ενδοτικοτήτων των  $n$  στοιχείων:

$$C = \sum_{e=1}^n c_e = \sum_{e=1}^n \mathbf{u}_e^T \mathbf{k}_e \mathbf{u}_e \stackrel{(4)}{=} \sum_{e=1}^n E_e(\rho_e) \mathbf{u}_e^T \mathbf{k}_e^0 \mathbf{u}_e \quad (10)$$

Επίσης, ο συνολικός όγκος που καταλαμβάνει μια κατασκευή, κατά τη διάρκεια της διαδικασίας σχεδιασμού, αντιστοιχεί στην ποσότητα του υλικού που χρησιμοποιείται και εκφράζεται ως:

$$V = V(\boldsymbol{\rho}) = \sum_{e=1}^n \rho_e v_e \quad (11)$$

όπου  $v_e$  είναι ο όγκος του στοιχείου  $e$ .

Ενσωματώνοντας στο πρόβλημα της βελτιστοποίησης έναν περιορισμό όγκου, είναι δυνατόν να ελεγχθεί και να περιοριστεί η ποσότητα του υλικού που θα υπάρξει στον βέλτιστο σχεδιασμό. Επομένως, ο όγκος που καταλαμβάνει το βελτιστοποιημένο υλικό πρέπει να είναι ένα κλάσμα  $\alpha$  του συνολικού όγκου του χώρου σχεδιασμού  $V_0$ , για το οποίο ισχύει:

$$\frac{V}{V_0} \leq a \Leftrightarrow V = \sum_{e=1}^n \rho_e v_e \leq a V_0 \quad (12)$$

Ως εκ τούτου, το πρόβλημα της τοπολογικής βελτιστοποίησης, με χρήση της τροποποιημένης προσέγγισης SIMP, διαμορφώνεται ως εξής:

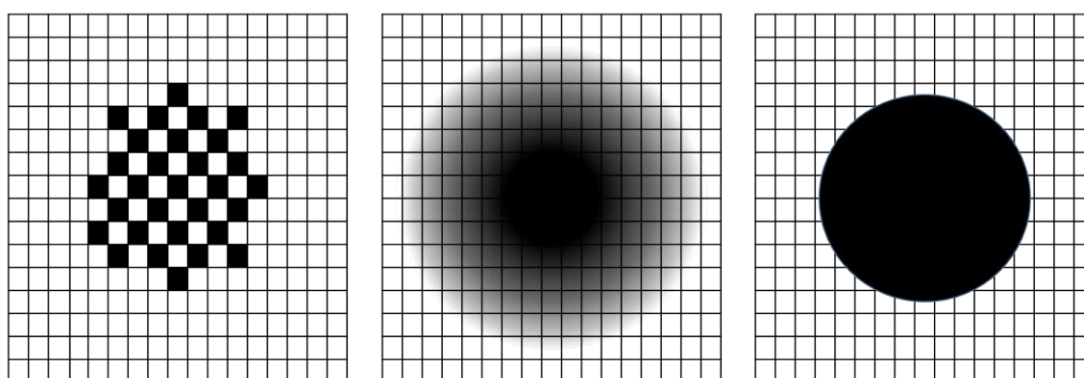
$$\begin{aligned} \text{Ελαχιστοποίηση} \quad & C(\boldsymbol{\rho}) = \mathbf{F}^T \mathbf{U} = \mathbf{U}^T \mathbf{K} \mathbf{U} = \sum_{e=1}^n E_e(\rho_e) \mathbf{u}_e^T \mathbf{k}_e^0 \mathbf{u}_e, \\ \text{έτσι ώστε} \quad & \mathbf{K} \mathbf{U} = \mathbf{F}, \\ & \frac{V(\boldsymbol{\rho})}{V_0} \leq a \Leftrightarrow \sum_{e=1}^n \rho_e v_e \leq a V_0, \\ & 0 \leq \rho_e \leq 1, \quad e = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (13)$$

Σημειώνεται, ακόμη, ότι είναι δυνατή η προσθήκη επιπλέον περιορισμών στο πρόβλημα σχεδιασμού, οι οποίοι συνήθως σχετίζονται με τη διαδικασία παραγωγής της υπό βελτιστοποίηση δομής, και περιλαμβάνουν μεταξύ άλλων τον έλεγχο της γωνίας προεξοχής κατά την προσθετική κατασκευή, ένα ελάχιστο μέγεθος χαρακτηριστικών ή την επιβολή συμμετρίας.

Η μέθοδος SIMP βασίζεται σε επαναλαμβανόμενα βήματα ανάλυσης και επικαιροποίησης του σχεδιασμού που βελτιστοποιείται, με το παραπάνω μη γραμμικό πρόβλημα να επιλύεται με τη βοήθεια αλγορίθμων κλίσης (gradient-based algorithms). Οι τεχνικές που χρησιμοποιούνται συνήθως για την εύρεση ενός ελαχίστου της αντικειμενικής συνάρτησης είναι η μέθοδος των κριτηρίων βελτιστότητας (Optimality Criteria Method – OCM), η μέθοδος των κινούμενων ασυμπτωτών (Method of Moving Asymptotes – MMA) ή άλλοι αλγόριθμοι μαθηματικού προγραμματισμού [9]. Η διαδικασία της βελτιστοποίησης εξαρτάται από τον τρόπο με τον οποίο οι αλλαγές στις μεταβλητές σχεδιασμού επηρεάζουν τις τιμές της αντικειμενικής συνάρτησης και των περιορισμών. Ο προσδιορισμός αυτών των επιδράσεων αναφέρεται ως ανάλυση ευαισθησίας (sensitivity analysis) και περιλαμβάνει τον υπολογισμό των παραγώγων της αντικειμενικής συνάρτησης και των συναρτήσεων των περιορισμών σε σχέση με τις μεταβλητές σχεδιασμού. Με τη βοήθεια των πληροφοριών ευαισθησίας οι παραπάνω αλγόριθμοι καθορίζουν κατάλληλες κατευθύνσεις αναζήτησης προκειμένου να εντοπιστούν καλύτεροι σχεδιασμοί κατά τη διάρκεια των επαναλήψεων της βελτιστοποίησης [2].

Η μέθοδος SIMP, παρ' ότι αποτελεί ένα ισχυρό εργαλείο βελτιστοποίησης της τοπολογίας, αντιμετωπίζει εγγενείς προκλήσεις που μπορούν να επηρεάσουν την αξιοπιστία και την ευρωστία των λύσεων της. Δύο σημαντικά ζητήματα που ανακύπτουν είναι η εξάρτηση από το πλέγμα (mesh dependence) και η εμφάνιση μοτίβων σκακιέρας (checkerboard patterns). Η εξάρτηση από το πλέγμα προκύπτει λόγω της ευαισθησίας των αποτελεσμάτων της βελτιστοποίησης στο πλέγμα των πεπερασμένων στοιχείων που χρησιμοποιείται στην ανάλυση, οδηγώντας σε

διαφοροποιήσεις στα βέλτιστα σχέδια όταν χρησιμοποιούνται διαφορετικές διακριτοποιήσεις του χώρου σχεδιασμού. Αντίθετα, τα μοτίβα σκακίερας, τα οποία χαρακτηρίζονται από εναλλαγές μεταξύ περιοχών υψηλής και χαμηλής πυκνότητας, θυμίζοντας σκακίερα, μπορούν να οδηγήσουν σε μη ρεαλιστικούς και μη κατασκευάσιμους σχεδιασμούς. Η παρουσία αυτού του φαινομένου σχετίζεται με την προσέγγιση των πεπερασμένων στοιχείων και την κακή αριθμητική μοντελοποίηση, η οποία οδηγεί σε ανακρίβειες, ιδίως στην εκτίμηση της δυσκαμψίας αυτών των μοτίβων. Για την εξάλειψη αυτών των προβλημάτων από τα αποτελέσματα της τοπολογικής βελτιστοποίησης μπορούν να χρησιμοποιηθούν διάφορες αποτελεσματικές στρατηγικές. Μια από τις πιο συνηθισμένες προσεγγίσεις είναι η χρήση τεχνικών κανονικοποίησης (regularization) και συγκεκριμένα η εφαρμογή μεθόδων φιλτραρίσματος (filtering). Σ' αυτές περιλαμβάνονται τα φίλτρα ευαισθησίας και πυκνότητας, τα οποία τροποποιούν είτε την τιμή ευαισθησίας είτε την τιμή πυκνότητας ενός στοιχείου με βάση την ευαισθησία ή την πυκνότητα των γειτονικών στοιχείων. Ένα μοτίβο σκακίερας είναι ουσιαστικά ένα μικρό χαρακτηριστικό στην τοπολογία που μπορεί να αφαιρεθεί με την επιβολή μιας ελάχιστης κλίμακας μήκους. Η εισαγωγή μιας τέτοιας κλίμακας μέσω των τεχνικών φιλτραρίσματος, η οποία καθορίζει την περιοχή εφαρμογής τους, μπορεί να μετριάσει ταυτόχρονα και την εξάρτηση των λύσεων από το πλέγμα, διασφαλίζοντας ότι τα χαρακτηριστικά του βέλτιστου σχεδιασμού δεν είναι μικρότερα από ένα ορισμένο μέγεθος. Παρ' όλα αυτά, τα σχήματα κανονικοποίησης αποτυγχάνουν εγγενώς να εξαλείψουν τους σχεδιασμούς που περιέχουν ενδιάμεσες τιμές πυκνότητας, μιας και η ύπαρξή τους εντείνεται περαιτέρω από τη χρήση τέτοιων μεθόδων. Επομένως, για την απόκτηση αμιγώς ασπρόμαυρων σχεδιασμών με σαφή όρια, απαιτείται η μετεπεξεργασία του χώρου σχεδιασμού μέσω μεθόδων προβολής (projection methods), όπως η προβολή Heaviside [13] (Σχήμα 2.4).

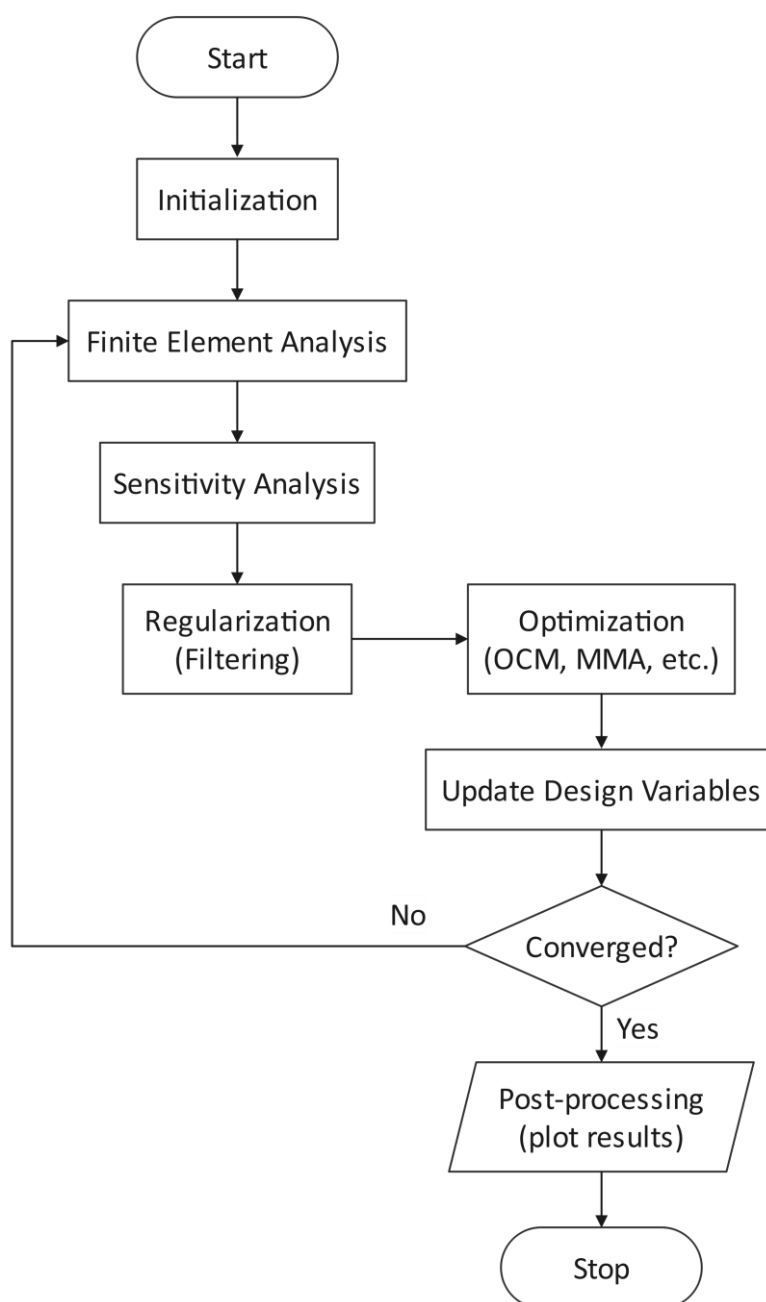


Σχήμα 2.4: Απεικόνιση του μοτίβου σκακίερας (αριστερά), των φιλτραρισμένων πυκνοτήτων (κέντρο) και των διακριτών πυκνοτήτων ύστερα από την προβολή Heaviside (δεξιά) [17]

Άλλες τεχνικές που μπορούν να αξιοποιηθούν έτσι ώστε να αποφευχθούν σχηματισμοί σκακίερας περιλαμβάνουν τη χρήση πεπερασμένων στοιχείων

υψηλότερης τάξης αλλά και την προσαρμογή (αύξηση) του εκθέτη ποινικοποίησης στο μοντέλο υλικού της μεθόδου SIMP, η επιτρέπει τον έλεγχο εμφάνισης ενδιάμεσων πυκνοτήτων και τη σύγκλιση προς μία ρεαλιστική διακριτή λύση 0/1 [2], [13].

Η βελτιστοποίηση ακολουθεί μια υπολογιστική διαδικασία για την εύρεση της βέλτιστης κατανομής της πυκνότητας του υλικού  $\rho$ . Στο Σχήμα 2.5 παρουσιάζονται τα βασικά βήματα που ακολουθούνται.

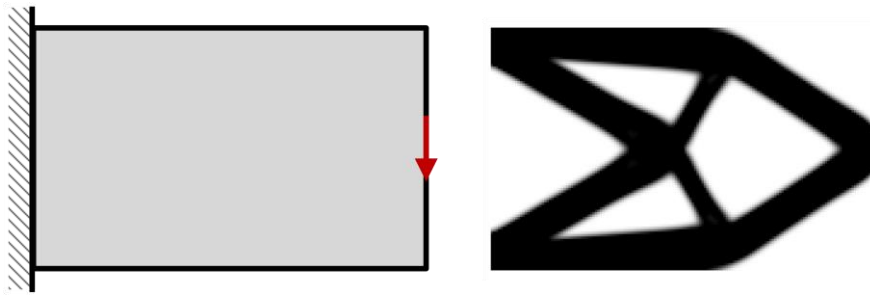


Σχήμα 2.5: Διάγραμμα ροής της επαναληπτικής διαδικασίας της τοπολογικής βελτιστοποίησης

Το πρώτο βήμα (Initialization) της διαδικασίας είναι ο καθορισμός της αντικειμενικής συνάρτησης, των περιορισμών και του χώρου σχεδιασμού, ο οποίος επιτρέπει την εφαρμογή των φορτίσεων και των οριακών συνθηκών στην εξεταζόμενη κατασκευή. Παράλληλα, εντός αυτού του χώρου, ορίζονται οι περιοχές κενού/στερεού που πρέπει να παραμείνουν αμετάβλητες κατά τη διάρκεια της βελτιστοποίησης. Στη συνέχεια, ο χώρος σχεδιασμού διακριτοποιείται και κατασκευάζεται το πλέγμα των πεπερασμένων στοιχείων, το οποίο παραμένει σταθερό καθ' όλη τη διαδικασία σχεδιασμού. Σημειώνεται, ακόμη, πως είναι επιθυμητή μια αρκετά πυκνή διακριτοποίηση προκειμένου να περιγράφεται ικανοποιητικά η δομή. Έπειτα, ακολουθεί η επαναληπτική διαδικασία υπολογισμού του πεδίου πυκνότητας. Η βελτιστοποίηση αρχικοποιείται μέσω ενός αρχικού σχεδιασμού – εκτίμηση, εκχωρώντας τιμές πυκνότητας σε κάθε στοιχείο του πλέγματος (συνήθως ομοιόμορφα). Γι' αυτήν την κατανομή πυκνότητας, υπολογίζονται με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων οι μετατοπίσεις (7) (Finite Element Analysis). Πλέον είναι εφικτός ο υπολογισμός των τιμών της αντικειμενικής συνάρτησης και της συνάρτησης περιορισμού καθώς και η εκτέλεση μιας ανάλυσης ευαισθησίας (Sensitivity Analysis). Επόμενο βήμα είναι η κανονικοποίηση του πεδίου πυκνότητας (π.χ. φιλτράρισμα ευαισθησίας) για τη βελτίωση της αριθμητικής σταθερότητας και τη διασφάλιση της σύγκλισης, περιορίζοντας έτσι το φάσμα των πιθανών εφικτών λύσεων (Regularization). Με βάση τα παραπάνω, το υλικό στον χώρο σχεδιασμού ανακατανέμεται χρησιμοποιώντας μια τεχνική βελτιστοποίησης όπως η MMA (Optimization) και οι μεταβλητές σχεδιασμού στα στοιχεία ενημερώνονται αντίστοιχα διασφαλίζοντας ότι ικανοποιούνται όλοι οι περιορισμοί (Update Design Variables). Αφού λοιπόν υπολογιστεί ο ενημερωμένος σχεδιασμός, ελέγχεται η ικανοποίηση των κριτηρίων σύγκλισης και τερματισμού της διαδικασίας βελτιστοποίησης, για παράδειγμα, μέσω της απόλυτης ή σχετικής διαφοράς μεταξύ της αντικειμενικής συνάρτησης ή των μεταβλητών σχεδιασμού σε σχέση με τον προηγούμενο σχεδιασμό ή της συμπλήρωσης του μέγιστου επιτρεπόμενου αριθμού επαναλήψεων (Converged?). Εάν δεν υπάρχει σημαντική μεταβολή συγκριτικά με την προηγούμενη επανάληψη ή έχει επιτευχθεί το όριο επαναλήψεων, η διαδικασία συγκλίνει και ολοκληρώνεται με την εξαγωγή των αποτελεσμάτων και την τελική κατανομή του υλικού (Post-processing/Plot results). Διαφορετικά, ο παραπάνω βρόχος επανάληψης ξεκινά εκ νέου [2]. Αξίζει να σημειωθεί πως μόλις επέλθει η σύγκλιση, η τελική κατανομή πυκνότητας μπορεί να μετατραπεί σε μία διακριτοποιημένη γεωμετρία με την εφαρμογή μιας τιμής κατωφλίου (threshold). Αυτή η τιμή καθορίζει ποια στοιχεία θεωρούνται στερεά (παρουσία υλικού) και ποια θεωρούνται κενά (απουσία υλικού). Κατ' αυτόν τον τρόπο η προκύπτουσα γεωμετρία αντιπροσωπεύει τη βέλτιστη λύση σχεδιασμού και μπορεί πλέον να κατασκευαστεί ή να χρησιμοποιηθεί σε περαιτέρω αναλύσεις.

Ένα τυπικό παράδειγμα τοπολογικής βελτιστοποίησης ενός 2D προβόλου (160 mm x 100 mm) με εφαρμογή ενός σημειακού φορτίου στο μέσο του ελεύθερου άκρου του απεικονίζεται στο Σχήμα 2.6.





Σχήμα 2.6: Τοπολογική βελτιστοποίηση προβόλου με τη μέθοδο SIMP:  
Αρχικός σχεδιασμός (αριστερά), Τελικός σχεδιασμός (δεξιά)

#### 2.4.1.3 Μέθοδοι συνόλου στάθμης (Level Set Methods)

Η μέθοδος συνόλου στάθμης (ΜΣΣ) είναι μια αριθμητική τεχνική που χρησιμοποιείται για την παρακολούθηση της κίνησης διεπαφανειών ή ορίων και σχημάτων. Η μέθοδος αυτή μπορεί να θεωρηθεί ως μια εξελιγμένη μορφή της κλασσικής βελτιστοποίησης σχήματος, η οποία ξεπερνάει τον περιορισμό της σταθερής τοπολογίας [18], ενώ παράλληλα αποτελεί τη νεότερη προσέγγιση επίλυσης προβλημάτων τοπολογικής βελτιστοποίησης σε σχέση με τις άλλες δύο (μέθοδοι δικτυωμάτων και πυκνότητας). Αντί, λοιπόν, της προβληματικής ρητής αναπαράστασης των ορίων/συνόρων (π.χ. με τη χρήση splines), που συναντάται στη βελτιστοποίηση του σχήματος, οι ΜΣΣ είναι σε θέση μέσω της πεπλεγμένης περιγραφής τους, να αντιμετωπίζουν με ευκολία ακόμη και τις πιο απαιτητικές τοπολογικές αλλαγές. Αυτό επιτυγχάνεται με τη βοήθεια της συνάρτησης συνόλου στάθμης (level set function), της οποίας το περίγραμμα (ή η καμπύλη) μηδενικής στάθμης ορίζει το εκάστοτε όριο. Κατά τη διάρκεια της βελτιστοποίησης αυτό το περίγραμμα μετατοπίζεται προς μια ευνοϊκή κατεύθυνση με βάση την ανάλυση ευαισθησίας σχήματος, ενώ η πεπλεγμένη περιγραφή της διεπιφάνειας επιτρέπει τις τοπολογικές του αλλαγές [19]. Με αυτόν τον τρόπο ένα σύνορο μπορεί να διαιρεθεί σε τμήματα για να σχηματίσει πολλαπλά σύνορα, ή και το αντίστροφο [20]. Έτσι, μπορούν να δημιουργηθούν νέες οπές ή να συγχωνευθούν ήδη υπάρχουσες και να σχηματιστούν νέες συνδέσεις στο εσωτερικό του χώρου σχεδιασμού προκειμένου να επιτευχθεί ο βέλτιστος σχεδιασμός. Βασικό γνώρισμα αυτής της διαδικασίας αποτελεί το γεγονός ότι οι προκύπτοντες σχεδιασμοί χαρακτηρίζονται από σαφή και ευκρινή γεωμετρικά όρια, ενώ είναι απαλλαγμένοι από μοτίβα σκακιέρας και γκρίζες περιοχές ενδιάμεσων φάσεων του υλικού (grayscale) [21]. Κατά συνέπεια, η τεχνική αυτή μπορεί να αποτελέσει μια ενδιαφέρουσα εναλλακτική λύση στις μεθόδους πυκνότητας.

Εκτός από τις παραπάνω υλοποιήσεις, υπάρχουν και άλλες μέθοδοι τοπολογικής βελτιστοποίησης που προσπαθούν να λύσουν το πρόβλημα της βέλτιστης διάταξης του υλικού. Μερικές από τις πιο γνωστές είναι οι: Evolutionary (π.χ. Evolutionary Structural Optimization – ESO, Bi-directional Evolutionary Structural Optimization – BESO), Topological derivatives, Phase field, Bio-inspired cellular division, κ.ά. [9], [13].



### 3 Πλεγματικές δομές

#### 3.1 Εισαγωγή

Τα κυτταρικά ή αλλιώς αρχιτεκτονικά υλικά αποτελούν μια κατηγορία υλικών τα οποία είναι συνδυασμός δύο ή περισσότερων υλικών, ή υλικών και κενού, κατασκευασμένα με τέτοιο τρόπο έτσι ώστε να έχουν χαρακτηριστικά που δεν προσφέρει κανένα υλικό από μόνο του. Η δομή τους σχεδιάζεται εξολοκλήρου από την αρχή και γι' αυτό ονομάζονται αρχιτεκτονικά υλικά (architected or architected materials) [22].

Η φύση αξιοποιεί αυτά τα υλικά σε περιπτώσεις για τις οποίες απαιτείται η ύπαρξη υψηλής αντοχής και ακαμψίας, με ταυτόχρονη χαμηλή πυκνότητα, ενώ ο άνθρωπος μιμούμενος τη δομή τους, συνθέτει νέες, οι οποίες αποτελούν μια ελκυστική επιλογή για τον σχεδιασμό και τη δημιουργία νέων κατασκευών, εξαιτίας των ιδιοτήτων που παρέχει η πορώδης δομή τους [23]. Στο Σχήμα 3.1 παρουσιάζεται ένα παράδειγμα πορώδους δομής που εμφανίζεται στο ζωικό βασίλειο. Συγκεκριμένα, απεικονίζεται η εσωτερική δικτυωτή δομή οστών πτηνών, η οποία συνδυάζει ελαφρότητα και αντοχή.



Σχήμα 3.1: Αρχιτεκτονικά υλικά στο εσωτερικό των οστών του ράμφους (άνω) και της πτέρυγας (κάτω) πτηνών [24]

Οι κυτταρικές δομές (cellular structures) αποτελούνται από αφρούς (foams), κυψελοειδή (honeycombs), και πλέγματα (lattices). Στην παρούσα εργασία αναλύονται οι πλεγματικές δομές.

Ένα πλέγμα συγκροτείται από ένα συνδεδεμένο δίκτυο ράβδων. Στη δομική μηχανική, ένα πλέγμα δικτυωμάτων ή ένα χωρικό πλαίσιο νοείται ως μια συστοιχία ευθύγραμμων ραβδωτών μελών που συνδέονται στα άκρα τους με αρθρώσεις ή είναι σταθερά ενωμένα στις μεταξύ τους συνδέσεις. Σκοπός τους είναι να δημιουργήσουν δύσκαμπτες, ισχυρές φέρουσες κατασκευές χρησιμοποιώντας όσο το δυνατόν λιγότερο υλικό, ώστε να έχουν μικρό βάρος. Η λέξη πλέγμα συναντάται επίσης στην κρυσταλλογραφία, και αποδίδεται ως ένα υποθετικό πλέγμα/δίκτυο (grid) συνδεδεμένων γραμμών με τριδιάστατη μεταφορική συμμετρία, όπου οι τομές τους ορίζουν τις θέσεις των ατόμων στον κρύσταλλο, ενώ η μοναδιαία κυψελίδα και τα στοιχεία συμμετρίας του χαρακτηρίζουν την κρυσταλλική τάξη.

Με ανάλογο τρόπο με αυτόν που περιγράφηκε παραπάνω, συνεπάγεται ότι τα πλεγματικά υλικά (lattice materials) αποτελούνται από μια συνδεδεμένη διάταξη από δοκούς ή πλάκες, και τα οποία χαρακτηρίζονται από μια τυπική κυψελίδα με ορισμένα στοιχεία συμμετρίας, όπου μερικά από αυτά έχουν μεταφορική συμμετρία, όπως και στο κρυσταλλικό πλέγμα. Ωστόσο, εντοπίζεται μια ουσιώδης διαφορά μεταξύ των πλεγματικών υλικών και των πλεγμάτων που συναντώνται στη μηχανική (όπως τα δικτυώματα και τα πλαίσια) και αφορά εκείνη της κλίμακας. Η κλίμακα της μοναδιαίας κυψελίδας των πλεγματικών υλικών είναι αυτή των χιλιοστών ή των μικρομέτρων, επιτρέποντάς τους να θεωρούνται και δομές αλλά και υλικά. Αυτό σημαίνει πως μπορούν να αναλυθούν με τις κλασσικές μεθόδους της μηχανικής, όπως ακριβώς αναλύεται και ένα χωρικό πλαίσιο. Μια πλεγματική δομή θα πρέπει επομένως να αντιμετωπίζεται ως ένα υλικό με το δικό του σύνολο μηχανικών ιδιοτήτων, γεγονός που επιτρέπει την άμεση σύγκρισή τους με τις ιδιότητες του πλήρως πυκνού, μονολιθικού υλικού [25].

Παρ' όλα αυτά, ακόμη δεν έχει διαμορφωθεί μια ενιαία αντίληψη όσον αφορά τον ορισμό των πλεγματικών δομών. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι η τοπολογία των δομών των πλεγμάτων δεν περιορίζονται μόνο στην αλλαγή του μεγέθους των ράβδων και στον τρόπο σύνδεσης των κυψελίδων.

Σε γενικές γραμμές, οι πλεγματικές δομές ορίζονται ως οι τριδιάστατες δομές που αποτελούνται από διαδοχικές και επαναλαμβανόμενες διατεταγμένες κυψελίδες που συνδέονται μεταξύ τους, και οι οποίες μπορούν να θεωρηθούν ως μια δομή πορώδους υλικού που αποτελείται από διασυνδεδεμένες δοκούς και κόμβους στον τριδιάστατο χώρο.

Κάποιοι από τους ορισμούς των πλεγματικών δομών που αναφέρονται συχνότερα στη βιβλιογραφία αναφέρονται παρακάτω.

Οι Tao et al. ορίζουν την πλεγματική δομή ως μια αρχιτεκτονική που αποτελείται από μια σειρά χωρικών περιοδικών μοναδιαίων κυψελίδων με ακμές και έδρες [26]. Οι Dong et al. την παρουσιάζουν ως τη δομή που ομοιάζει με δικτύωμα με διασυνδεδεμένες δοκούς και κόμβους στον τριδιάστατο χώρο [27], ενώ οι Seharang et al. αναφέρουν τη δομή πλέγματος ως την πορώδη και κοίλη δομή που σχηματίζεται με τη διάταξη μοναδιαίων κυψελίδων στον τριδιάστατο χώρο [28]. Επιπλέον, οι Helou et al. ορίζουν την πλεγματική δομή ως την μοναδιαία κυψελίδα που καταλαμβάνει τον χώρο και είναι ικανή να διαταχθεί κατά μήκος οποιουδήποτε άξονα χωρίς κενά μεταξύ των κυψελίδων [29].

Κοινό σημείο των παραπάνω ορισμών αποτελεί το γεγονός ότι η πλεγματική δομή είναι μια τριδιάστατη δομή χώρου. Ωστόσο, υπάρχουν ακόμη κάποιες ατέλειες. Για παράδειγμα, ο ορισμός της πλεγματικής δομής των Tao et al. δίνει έμφαση μόνο στη διάταξη των περιοδικών μοναδιαίων κυψελίδων, αγνοώντας τις απεριοδικές. Επίσης, υπάρχουν δομές για τις οποίες είναι αδύνατη η διάκριση περιοδικής και απεριοδικής διάταξης μοναδιαίων κυψελίδων. Χαρακτηριστική είναι η διαβαθμισμένη πλεγματική δομή (gradient lattice structure).

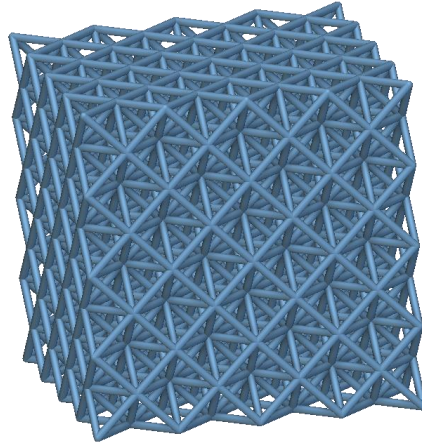
Συνοψίζοντας τα παραπάνω, παρατίθεται ο ορισμός της πλεγματικής δομής.

Η πλεγματική δομή είναι μια πορώδης τριδιάστατη δομή που συγκροτείται και διατάσσεται από μοναδιαίες κυψελίδες με διαφορετικές τοπολογικές γεωμετρίες, και αποτελεί κατηγορία των κυτταρικών δομών [30].

### **3.2 Κατηγορίες πλεγματικών δομών**

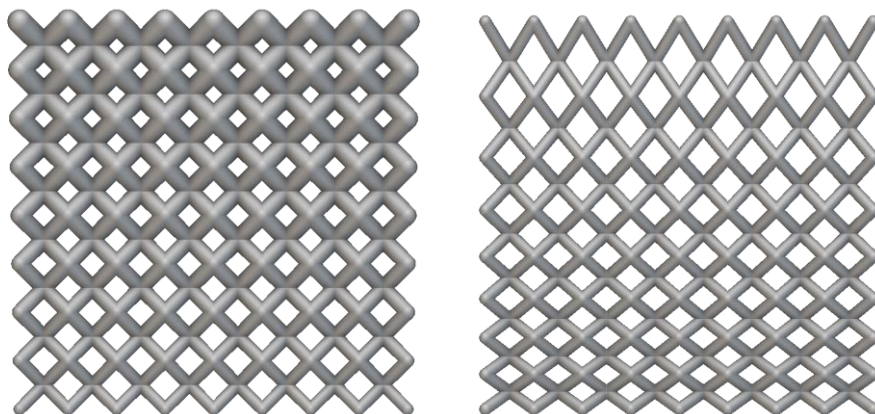
Οι πλεγματικές δομές παρουσιάζουν σύνθετες γεωμετρικές διατάξεις που μπορούν να τροποποιηθούν για να επιτευχθούν τα απαιτούμενα επίπεδα απόδοσης ελαχιστοποιώντας παράλληλα το βάρος. Στη βιβλιογραφία συναντώνται ποικίλα πλαίσια κατηγοριοποίησής τους, συχνά προσαρμοσμένα σε συγκεκριμένους κλάδους, όπως η βιοϊατρική, η αεροδιαστημική, κ.ά. Αυτές οι ταξινομήσεις βασίζονται κυρίως στη γεωμετρία, την περιοδικότητα της μοναδιαίας κυψελίδας ή άλλα χαρακτηριστικά. Επομένως, η κατανόηση αυτών των διαφορών είναι ζωτικής σημασίας για την επιλογή της κατάλληλης δομής πλέγματος για μια δεδομένη εφαρμογή.

Οι πλεγματικές δομές μπορούν να ταξινομηθούν βάσει του τρόπου διάταξης των μοναδιαίων κυψελίδων, δηλαδή του μοτίβου επανάληψής τους. Διακρίνονται σε τρεις κατηγορίες. Η πρώτη κατηγορία αφορά τις περιοδικές (periodic) δομές πλέγματος που αποτελούνται από επαναλαμβανόμενες μοναδιαίες κυψελίδες στον τριδιάστατο χώρο με συγκεκριμένο σχήμα, τοπολογία και μέγεθος. Μία τυπική περιοδική πλεγματική δομή με τοπολογία κυψελίδων Octet παρουσιάζεται στο Σχήμα 3.2 [30].



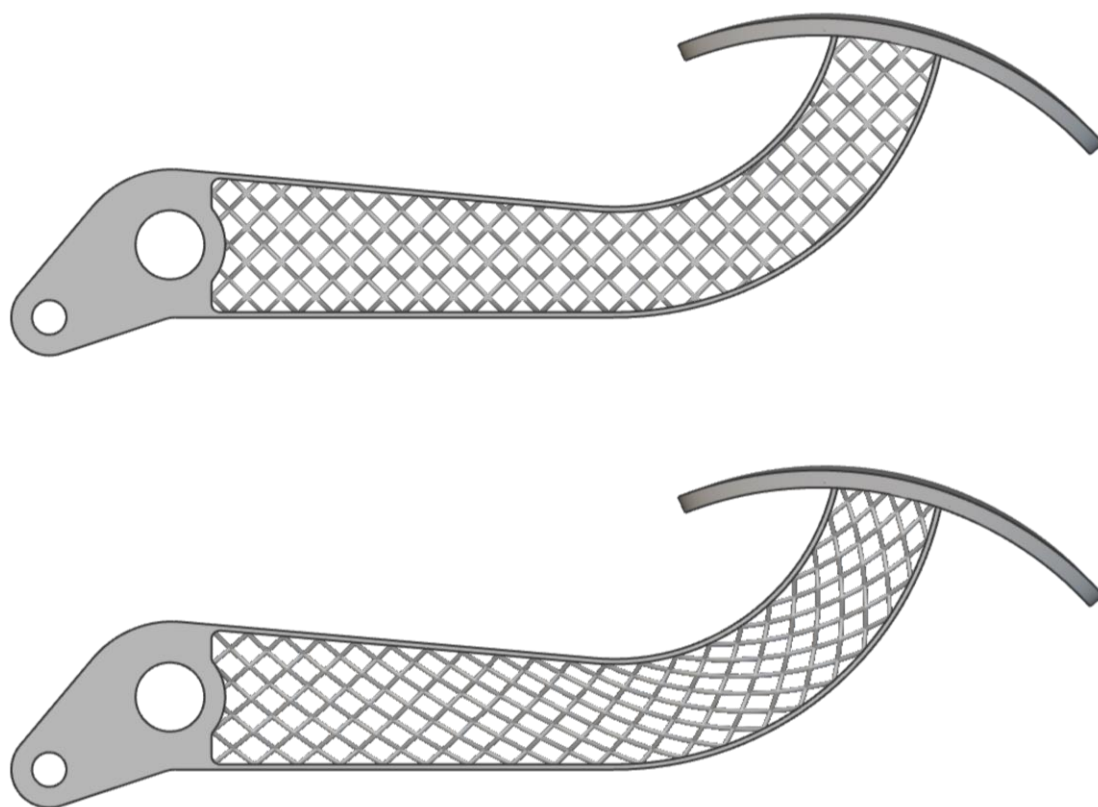
Σχήμα 3.2: Περιοδική πλεγματική δομή τύπου Octet

Αντίθετα, οι ψευδο-περιοδικές (pseudo-periodic) δομές πλέγματος χαρακτηρίζονται από κυψελίδες με κοινή τοπολογία, αλλά μεταβλητά μεγέθη και σχήματα, τα οποία προσαρμόζονται στις εκάστοτε σχεδιαστικές απαιτήσεις [30]. Στον σχεδιασμό των ψευδο-περιοδικών πλεγματικών δομών συναντώνται δύο βασικές προσεγγίσεις. Μια από αυτές περιλαμβάνει τις παραμορφωμένες ή βαθμωτές (warped/gradient) δομές, όπου οι μοναδιαίες κυψελίδες παραμορφώνονται συστηματικά είτε μέσω διαβάθμισης του μεγέθους τους κατά μήκος μιας συγκεκριμένης κατεύθυνσης είτε μέσω μεταβολής του πάχους των στοιχείων τους (π.χ. ράβδοι ή τοιχώματα) διατηρώντας το μέγεθος της κυψελίδας (Σχήμα 3.3) (βλ. επόμενη ενότητα για περισσότερες λεπτομέρειες) [31]. Η παραμόρφωση αυτή καθοδηγείται από αποτελέσματα ανάλυσης πεπερασμένων στοιχείων, κλίσεις (gradients) ή άλλες λειτουργικές απαιτήσεις [32].



Σχήμα 3.3: Απεικόνιση βαθμωτών πλεγματικών δομών με κλιμάκωση του πάχους των ράβδων των κυψελίδων και σταθερό μέγεθος κυψελίδας (αριστερά), και κλιμάκωση του μεγέθους των κυψελίδων διατηρώντας σταθερό το πάχος των ράβδων σε κάθε κυψελίδα (δεξιά)

Παράλληλα ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζουν και οι σύμμορφες (conformal) πλεγματικές δομές, μια υποκατηγορία των ψευδο-περιοδικών δομών που χαρακτηρίζεται από την ικανότητά τους να προσαρμόζονται σε πολύπλοκες γεωμετρίες μεταβάλλοντας μη ομοιογενώς τις διαστάσεις και τα σχήματα των κυψελίδων ώστε να εναρμονίζονται στο μακροσκοπικό σχήμα του χώρου σχεδιασμού [30]. Ένα βασικό πλεονέκτημα των σύμμορφων δομών έναντι των περιοδικών είναι η διατήρηση της ακεραιότητας των κυψελίδων στα όρια της κατασκευής, αποτρέποντας την εμφάνιση μερικώς ολοκληρωμένων κυψελίδων, όπως γίνεται αντιληπτό στο Σχήμα 3.4. Χάρη σε αυτά τα χαρακτηριστικά, οι ψευδο-περιοδικές δομές ενισχύουν τη συνολική δομική ακαμψία και αντοχή, καθιστώντας τες ιδιαίτερα αποτελεσματικές για την ενίσχυση πολύπλοκων επιφανειών. Οι προσαρμοστικές τους ιδιότητες προσφέρουν σημαντική ευελιξία επιτρέποντας τη χρήση τους σε εφαρμογές που απαιτούν εξειδικευμένες μηχανικές ιδιότητες ή γεωμετρική προσαρμογή [33].

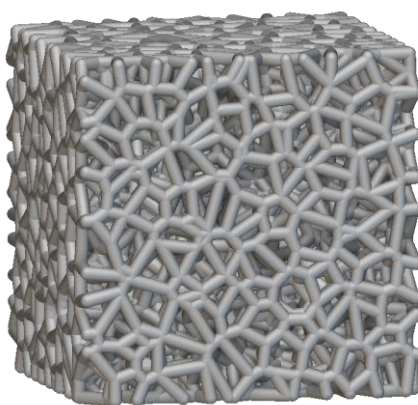


Σχήμα 3.4: Παραδείγματα περιοδικής (πάνω) και σύμμορφης (κάτω) δομής πλέγματος σε πεντάλ πέδησης

Ακολούθως, οι τυχαίες ή άτακτες (randomized ή disordered) πλεγματικές δομές αποτελούν την τρίτη κατηγορία αυτής της ταξινόμησης και χαρακτηρίζονται από τυχαία κατανεμημένες κυψελίδες των οποίων τα σχήματα, τα μεγέθη και οι τοπολογίες μεταβάλλονται ελεύθερα στον χώρο σχεδιασμού, χωρίς κάποιο



επαναλαμβανόμενο μοτίβο [30]. Συχνά μοντελοποιούνται χρησιμοποιώντας διαγράμματα Voronoi τα οποία εμφανίζουν στοχαστικά χαρακτηριστικά εξαιτίας της μη ομοιόμορφης γεωμετρικής τους οργάνωσης. Λόγω της ομοιότητάς τους με φυσικά κυτταρικά υλικά, όπως το δοκιδωτό οστό (trabecular bone), έχουν ευρείες εφαρμογές στη βιοϊατρική [34]. Παρ' όλα αυτά, η ακανόνιστη διάταξή τους καθιστά δυσκολότερα ελέγξιμες τις μηχανικές τους ιδιότητες σε σύγκριση με τις περιοδικές και ψευδο-περιοδικές πλεγματικές δομές [35], γεγονός που περιορίζει τη χρήση τους σε μηχανολογικές εφαρμογές όπου απαιτείται ακριβής έλεγχος της μηχανικής συμπεριφοράς. Ένα παράδειγμα άτακτης δομής πλέγματος απεικονίζεται στο Σχήμα 3.5.



Σχήμα 3.5: Πλεγματική δομή Voronoi

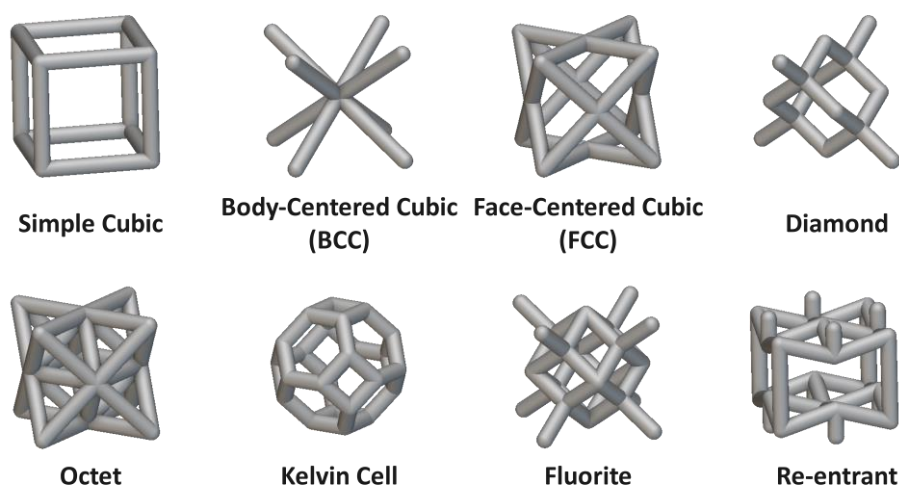
Σε αρκετές περιπτώσεις, είναι δυνατός ένας συνδυασμός των παραπάνω κατηγοριών [31], καθώς ο σχεδιασμός των πλεγματικών δομών μπορεί να περιλαμβάνει στοιχεία τόσο από περιοδικές όσο και από ψευδο-περιοδικές ή άτακτες διατάξεις, ανάλογα με τις απαιτήσεις της εκάστοτε εφαρμογής.

Σε μία άλλη διάκριση οι πλεγματικές δομές μπορούν να ταξινομηθούν βάσει των γεωμετρικών χαρακτηριστικών της μοναδιαίας κυψελίδας από την οποία αποτελούνται. Σύμφωνα με αυτήν την ταξινόμηση οι πλεγματικές δομές διαχωρίζονται σε πλέγματα δοκών (strut-based), επιφάνειας (surface-based) και κελύφους (shell-based), καθένα από τα οποία προσφέρει μοναδικές μηχανικές ιδιότητες και εφαρμογές [36].

Οι πλεγματικές δομές δοκών αποτελούνται από μοναδιαίες κυψελίδες δοκών (struts/beams) οι οποίες συνδέονται σε κόμβους (nodes), διαμορφώνοντας ένα ανοιχτό δίκτυο κυψελίδων που μοιάζει με δικτύωμα [36]. Η διάταξη και ο αριθμός των δοκών και των κόμβων είναι τα κύρια χαρακτηριστικά που καθορίζουν τη δομή ενός δικτυωτού πλέγματος. Χρησιμοποιούνται ευρέως για τον απλό σχεδιασμό τους και τον υψηλό λόγο αντοχής-βάρους (strength-to-weight ratio) που διαθέτουν [36]. Μερικά παραδείγματα κυψελίδων απεικονίζονται στο Σχήμα 3.6. Αξίζει να σημειωθεί

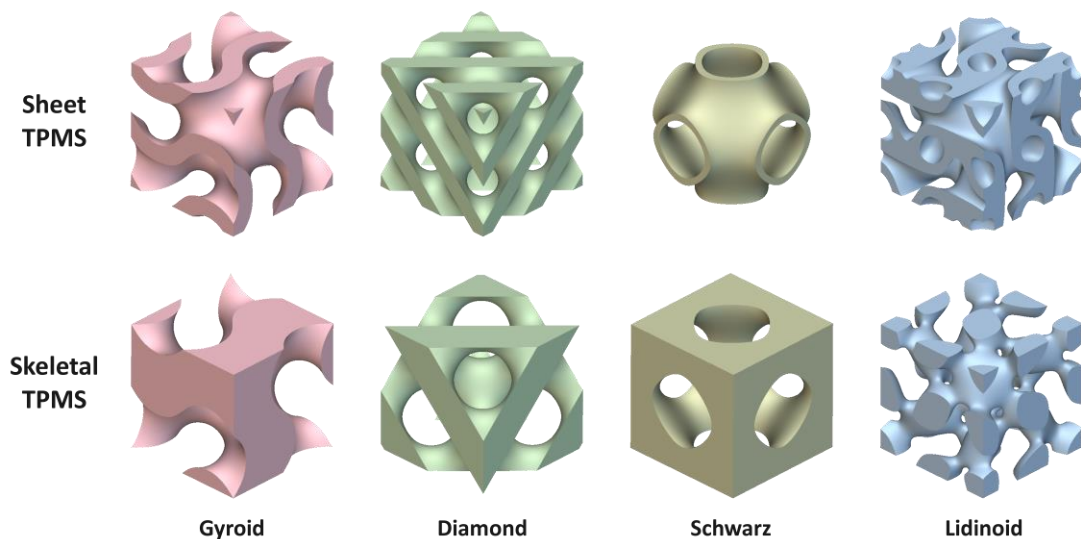


ότι πολλές από αυτές τις τοπολογίες έχουν πάρει το όνομά τους από ανάλογες κρυσταλλικές δομές, ενώ έχουν αναπτυχθεί και άλλες χρησιμοποιώντας μεθόδους τοπολογικής βελτιστοποίησης για να μεγιστοποιήσουν την αποτελεσματικότητα της κατανομής του υλικού [23].



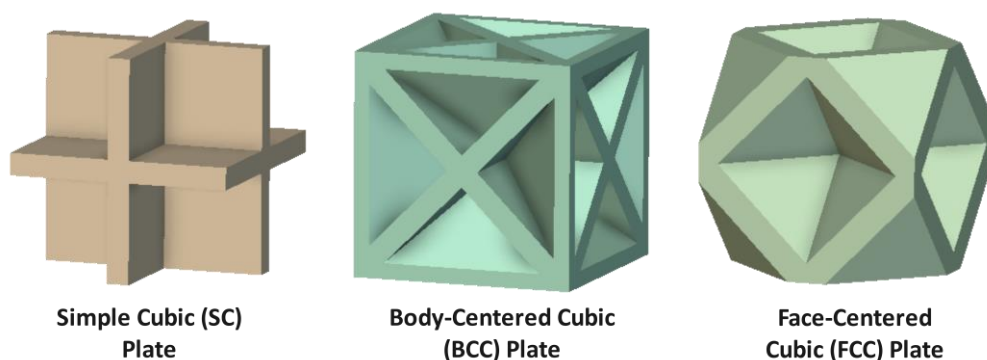
Σχήμα 3.6: Παραδείγματα γεωμετρικών μοναδιαίων κυψελίδων δοκών

Από την άλλη πλευρά, οι δομές επιφάνειας βασίζονται σε κυψελίδες τριπλών περιοδικών ελάχιστων επιφανειών (Triply Periodic Minimal Surfaces – TPMS), οι οποίες ορίζονται από πεπλεγμένες εξισώσεις (π.χ.  $F(x, y, z) = 0$ ), δημιουργώντας έτσι ομαλές, περιοδικές επιφάνειες με μηδενική μέση καμπυλότητα [36]. Μια περαιτέρω διάκριση περιλαμβάνει τις φυλλοειδείς δομές TPMS (sheet-TPMS), που αποτελούνται από συμπαγή τοιχώματα τα οποία σχηματίζονται με πάχυνση της ελάχιστης επιφάνειας, και τις σκελετικές δομές TPMS (skeletal-TPMS), όπου η ελάχιστη επιφάνεια χωρίζει τον χώρο σε δύο διακριτές αλλά αλληλοσυνδεόμενες περιοχές, από τις οποίες μόνο η μία διατηρείται και στερεοποιείται, ενώ η άλλη αφαιρείται, δημιουργώντας έτσι ένα συμπαγές δίκτυο που μοιάζει με τον σκελετό της αρχικής περιοχής [31]. Στο Σχήμα 3.7 απεικονίζονται ορισμένες από τις πιο γνωστές κυψελίδες TPMS. Τα πλέγματα TPMS παρουσιάζουν αυξημένη δυσκαμψία και αντοχή σε κόπωση σε σύγκριση με τα πλέγματα δοκών [36]. Παράλληλα, ο συνεχής και ομαλός σχεδιασμός τους μειώνει τις συγκεντρώσεις τάσεων και διευκολύνει την προσθετική κατασκευή τους καθώς κάθε στρώμα υλικού μπορεί να στηρίζεται φυσικά στο προηγούμενο χάρη στις σταδιακά μεταβαλλόμενες κλίσεις της επιφάνειας [23]. Ακόμη, θεωρούνται ιδιαίτερα αποτελεσματικά σε βιοϊατρικές εφαρμογές εμφυτευμάτων και εφαρμογές θερμικής διαχείρισης όπως οι εναλλάκτες θερμότητας [23].



Σχήμα 3.7: Παραδείγματα φυλλοειδών (πάνω) και σκελετικών (κάτω) κυψελίδων TPMS

Τα πλέγματα κελύφους συνιστούν μια πρόσφατη ιδέα στον σχεδιασμό των πλεγματικών δομών. Αποτελούνται από κυψελίδες λεπτότοιχων πλακών (plates) αντί για δοκούς ή συνεχείς επιφάνειες, σχηματίζοντας κλειστούς πόρους που βελτιώνουν σημαντικά τις ελαστικές ιδιότητες και τη φέρουσα ικανότητά τους. Στο Σχήμα 3.8 διακρίνονται μερικές μοναδιαίες κυψελίδες αυτού του είδους. Η παρουσία κλειστών πόρων σε αυτές τις δομές εμποδίζει τη ροή ρευστού ή θερμότητας, γεγονός που τις καθιστά ακατάλληλες για χρήση σε εφαρμογές εναλλακτών θερμότητας. Επιπλέον, η κατασκευή πλεγματικών δομών κελύφους παρουσιάζει τεχνικές προκλήσεις, ιδίως όσον αφορά την απομάκρυνση της πούδρας υλικού όταν χρησιμοποιούνται τεχνολογίες προσθετικής κατασκευής [36].



Σχήμα 3.8: Τύποι μοναδιαίων κυψελίδων κελύφους

Πέρα από τις παραπάνω συμβατικές ταξινομήσεις, οι υβριδικές (hybrid) δομές πλέγματος συνδυάζουν χαρακτηριστικά όπως δοκούς, επιφάνειες και πλάκες για την

επίτευξη νέων μοναδικών ιδιοτήτων. Για παράδειγμα, τα πλέγματα σωλήνων (tube lattices) αντικαθιστούν τις συμπαγείς δοκούς με κοίλους κυλινδρικούς ή πρισματικούς σωλήνες. Άλλοι συνδυασμοί περιλαμβάνουν υβριδικές κυψελίδες TPMS και σωλήνων, TPMS και πλακών, TPMS και δοκών ή δοκών και πλακών. Τέλος, ο υβριδισμός παρατηρείται και κατά τη διάταξη των κυψελίδων, όπου διαφορετικές μοναδιαίες κυψελίδες συνδυάζονται μέσα σε ένα επαναλαμβανόμενο μοτίβο [31], [37].

### 3.3 Διαβαθμισμένες πλεγματικές δομές

Η εξέλιξη σε βάθος εκατομμυρίων ετών έχει δείξει πως οι οργανισμοί έχουν προσαρμοστεί με βέλτιστο τρόπο σε συγκεκριμένα περιβάλλοντα κατανέμοντας αποτελεσματικά τη μάζα τους [38]. Κατ' αυτόν τον τρόπο η φύση αποτελεί πηγή έμπνευσης και δημιουργίας καινοτόμων σχεδιασμών. Στο μπαμπού η διαβαθμισμένη πυκνότητα των ινών από την εσωτερική προς την εξωτερική επιφάνεια αυξάνει την αντίσταση στην κάμψη [39], με την πορώδη δομή να το καθιστά ελαφρύ μεταφέροντας παράλληλα τις απαραίτητες θρεπτικές ουσίες στα κύτταρά του (Σχήμα 3.9 (a)-(b)) [40]. Αντίστοιχα, τα ανθρώπινα οστά διαθέτουν ένα άκαμπτο συμπαγές εξωτερικό τμήμα και έναν πορώδη πυρήνα [41] εξυπηρετώντας στην ελαχιστοποίηση βάρους, τη μεγιστοποίηση της αντοχής σε πολλαπλές διευθύνσεις φόρτισης, αλλά και στις μεταβολικές διεργασίες (Σχήμα 3.9 (c)-(d)) [42]. Αυτή η αποτελεσματική κατανομή υλικού οδηγεί στην έννοια της λειτουργικής διαβάθμισης, η οποία προκύπτει από τις φυσικές προσαρμογές κατά τις οποίες οι οργανισμοί αναπτύσσουν βελτιστοποιημένες δομές για την ταυτόχρονη ικανοποίηση διαφόρων απαιτήσεων [41].

Οι λειτουργικά διαβαθμισμένες πλεγματικές δομές (Functionally Graded Lattice Structures – FGLS) αποτελούν μια τεχνική εφαρμογή αυτής της αρχής αντιπροσωπεύοντας μια προηγμένη κατηγορία μηχανικών δομών που χαρακτηρίζονται από μεταβλητή κατανομή πορώδους σε ολόκληρο το πεδίο σχεδιασμού [43]. Αυτή η σχεδιαστική προσέγγιση προσφέρει σημαντικά πλεονεκτήματα σε σχέση με τις ομοιόμορφες δομές πλέγματος (Uniform Lattice Structures – ULS) που διατηρούν σταθερό το ποσοστό πορώδους τους. Τα διαβαθμισμένα πλέγματα διακρίνονται για τις χωρικά μεταβαλλόμενες ιδιότητες που προσφέρουν και την ικανότητα ελέγχου της συμπεριφοράς τους επιτυγχάνοντας συγκεκριμένες επιδόσεις [38], [41].

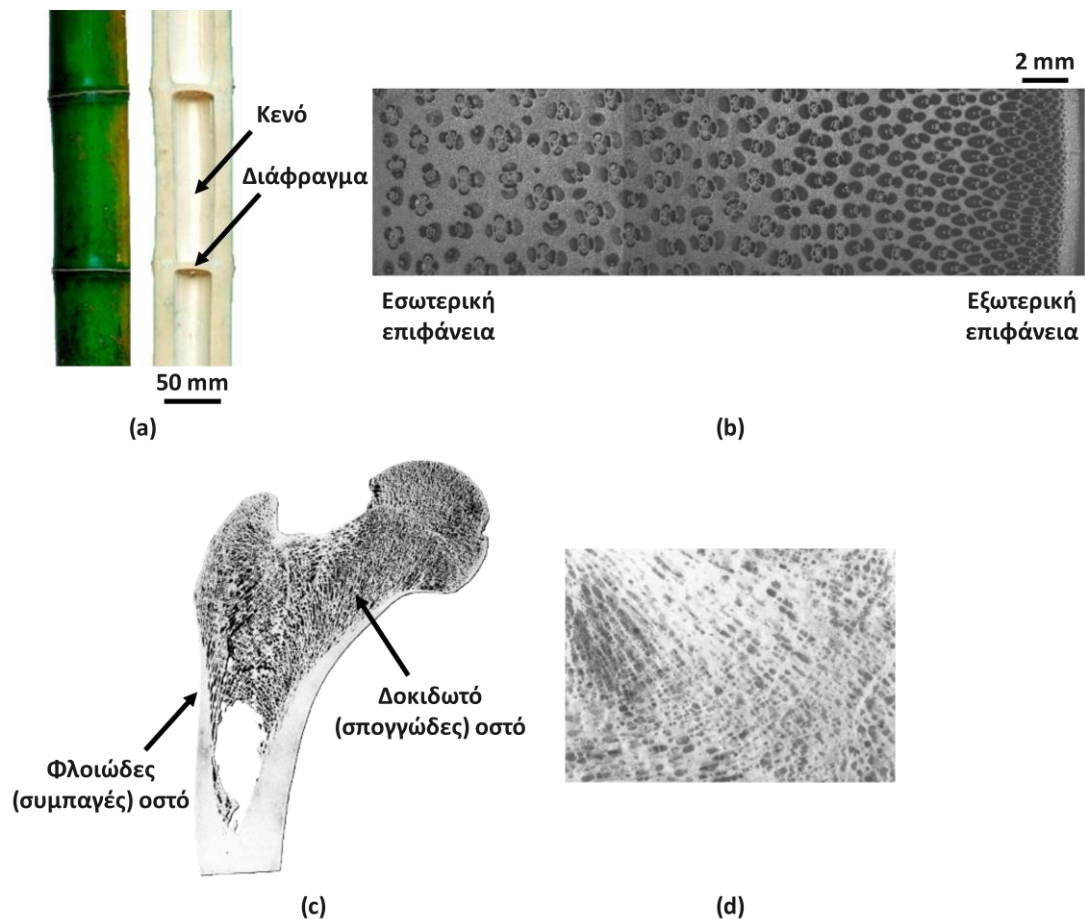
Σύμφωνα με τη στρατηγική σχεδιασμού, οι δύο βασικές μορφές διαβαθμισμένων πλεγματικών δομών περιλαμβάνουν τη διαβάθμιση του μεγέθους των μοναδιαίων κυψελίδων (size grading) με ταυτόχρονη διατήρηση του πάχους των στοιχείων τους (ράβδοι, τοιχώματα) και τη διαβάθμιση του πάχους των στοιχείων τους (thickness grading) διατηρώντας σταθερό το μέγεθος κάθε κυψελίδας (Σχήμα 3.3) [41]. Ο συνδυασμός αυτών των δύο μορφών δημιουργεί τις πλεγματικές δομές διπλής διαβάθμισης (dual grading) όπου είναι δυνατή η διαβάθμιση τόσο του μεγέθους όσο

και του πάχους των στοιχείων των μοναδιαίων κυψελίδων [44]. Πέρα από αυτές τις μορφές, υπάρχει και η στοχαστική διαβάθμιση (stochastic grading) η οποία εισάγει τυχαιότητα στην κατανομή του πορώδους προκειμένου να μιμηθεί τη φυσική μεταβλητότητα [41].

Ανάλογα με τον τρόπο μετάβασης από μια πυκνότητα σε άλλη, οι διαβαθμισμένες πλεγματικές δομές μπορούν να ταξινομηθούν σε συνεχείς διαβαθμίσεις (continuous grading), βηματικές (ή στρωματικές) διαβαθμίσεις (stepwise grading) και υβριδικές διαβαθμίσεις (hybrid grading). Οι συνεχείς διαβαθμίσεις χαρακτηρίζονται από μία διάταξη συνεχώς μεταβαλλόμενων στρωμάτων μοναδιαίων κυψελίδων με ομαλές μεταβάσεις οι οποίες καθοδηγούνται συνήθως από γραμμικές ή πολυωνυμικές συναρτήσεις [38]. Αυτή η προσέγγιση προσφέρει μία ομαλή κατανομή τάσεων και είναι ιδανική για εφαρμογές που απαιτούν μια ομοιόμορφη κατανομή φορτίου. Από την άλλη πλευρά οι βηματικές διαβαθμίσεις εισάγουν διακριτές αυξήσεις αλλαγών της πυκνότητας, συχνά με σύνολα πανομοιότυπων στρωμάτων μοναδιαίων κυψελίδων πριν από τη μεταβολή [38]. Αυτή η μέθοδος είναι συχνά ευκολότερη στην κατασκευή και προτιμάται όταν απαιτούνται διακριτές ζώνες με συγκεκριμένες μηχανικές ιδιότητες [43]. Επιπλέον, οι υβριδικές διαβαθμίσεις συνδυάζουν πολλαπλούς τύπους τοπολογιών μοναδιαίων κυψελίδων επιτρέποντας με αυτόν τον τρόπο τον συνδυασμό διαφορετικών λειτουργικών χαρακτηριστικών σε μια ενιαία δομή [38].

Ο σχεδιασμός των διαβαθμισμένων πλεγματικών δομών ελέγχεται συνήθως από αποτελέσματα ανάλυσης πεπερασμένων στοιχείων, τοπολογικής βελτιστοποίησης, κατανομές θερμοκρασίας ή συγκεκριμένες λειτουργικές απαιτήσεις (π.χ. μεγιστοποίηση της ακαμψίας για δεδομένη ποσότητα υλικού) [32]. Συγκεκριμένα, μέθοδοι τοπολογικής βελτιστοποίησης, όπως η μέθοδος SIMP, χρησιμοποιούνται ευρέως για να καθορίσουν την κατανομή της πυκνότητας των πλεγματικών δομών [38] (βλ. Κεφάλαιο 4).

Με αυτές τις μεθόδους, η διαβάθμιση των πλεγματικών δομών αποτελεί μια συστηματική και ελεγχόμενη διαδικασία που βασίζεται σε επιστημονικές αρχές και υπολογιστικά εργαλεία, και η οποία επιτρέπει τη δημιουργία δομών βέλτιστης απόδοσης για συγκεκριμένες εφαρμογές.



Σχήμα 3.9: Παραδείγματα φυσικών δομών με βαθμωτή πορώδη αρχιτεκτονική: (a) Εξωτερική και εσωτερική δομή μπαμπού, (b) Εγκάρσια τομή μπαμπού με διαβάθμιση της χωρικής πυκνότητας των ινών από την εσωτερική έως την εξωτερική επιφάνεια [40], (c) Τομή ανθρώπινου μηριαίου οστού με διαφοροποίηση του φλοιώδους (συμπαγούς) και δοκιδωτού (σπογγώδους) οστού, (d) Μεγέθυνση της σπογγώδους δομής στο εσωτερικό του οστού με εμφανείς διατάξεις μεταβλητού μεγέθους και πάχους [42]

### 3.4 Ιδιότητες των πλεγματικών δομών

Οι πλεγματικές δομές, ως μια καινοτόμος σχεδιαστική προσέγγιση, έχουν συγκεντρώσει το ενδιαφέρον των μηχανικών λόγω των μοναδικών ιδιοτήτων που προσφέρουν και των ποικίλων εφαρμογών τους σε διάφορους τομείς της μηχανικής. Συγκεκριμένα, οι δομές αυτές παρουσιάζουν εξαιρετικά μηχανικά χαρακτηριστικά, όπως ο ελαφρύς σχεδιασμός, ο υψηλός λόγος αντοχής-βάρους, η δυνατότητα απορρόφησης ενέργειας, και η προσαρμόσιμη ακαμψία ανάλογα με τις απαιτήσεις της εκάστοτε εφαρμογής. Από θερμική άποψη, ο υψηλός λόγος εμβαδού επιφάνειας-όγκου ενισχύει τη μεταφορά θερμότητας, ενώ η ελεγχόμενη θερμική αγωγιμότητα επιτρέπει τη βελτιστοποίηση της ροής θερμότητας σε συγκεκριμένες κατευθύνσεις. Παράλληλα, οι ακουστικές ιδιότητες των πλεγματικών δομών προσφέρουν επιλεκτική εξασθένιση συχνοτήτων, απορρόφηση ήχου, και απόσβεση κραδασμών, καθιστώντας τις ιδανικές για εφαρμογές μείωσης θορύβου και ελέγχου ακουστικής

[26], [32], [45]. Αυτός ο συνδυασμός πολλαπλών λειτουργικών ιδιοτήτων σε μία ενιαία δομή επιτρέπει στους μηχανικούς να σχεδιάζουν κατασκευές που ανταποκρίνονται ταυτόχρονα σε μηχανικές, θερμικές, ακουστικές ή άλλες απαιτήσεις με βέλτιστη χρήση υλικών.

Διάφοροι παράγοντες επηρεάζουν τις ιδιότητες και την απόδοση των πλεγματικών δομών [46]. Η γεωμετρία και η τοπολογία της μοναδιαίας κυψελίδας, αλλά και η διάταξη των κυψελίδων στον χώρο καθορίζουν τον τρόπο με τον οποίο κατανέμονται οι δυνάμεις στο πλέγμα. Οι διαφοροποιήσεις στο πάχος, το μήκος και τη συνδεσιμότητα των δοκών ή των τοιχωμάτων καθώς και το μέγεθος της κυψελίδας επηρεάζουν σημαντικά τη δυσκαμψία, την αντοχή και τη δυνατότητα απορρόφησης ενέργειας [41]. Συγκεκριμένα, η αύξηση του πάχους των δοκών ενισχύει τη δυσκαμψία και την αντοχή μέσω μεγαλύτερης διατομής, ενώ μεγαλύτερα μήκη μειώνουν αυτές τις ιδιότητες λόγω αυξημένης ευαισθησίας σε φαινόμενα λυγισμού. Παράλληλα, η υψηλή συνδεσιμότητα βελτιώνει την κατανομή των φορτίων, ενώ για δεδομένη σχετική πυκνότητα, μικρότερα μεγέθη κυψελίδων παρέχουν περισσότερα σημεία στήριξης και μία περισσότερο ομοιόμορφη κατανομή των τάσεων [47]. Η σχετική πυκνότητα (relative density –  $\rho^*$ ), που ορίζεται ως ο λόγος της πυκνότητας του πλέγματος ( $\rho_l$ ) προς την πυκνότητα του στερεού υλικού ( $\rho_s$ ) από το οποίο είναι κατασκευασμένο ( $\rho^* = \rho_l / \rho_s$ ), είναι εξίσου σημαντική, καθώς οι υψηλότερες πυκνότητες συνήθως ενισχύουν τη δυσκαμψία και την αντοχή, ενώ οι χαμηλότερες πυκνότητες συμβάλλουν στην εξοικονόμηση βάρους και στη βελτίωση της απορρόφησης ενέργειας [36]. Σημειώνεται ότι η σχετική πυκνότητα και το πορώδες (porosity –  $P$ ) είναι δύο συμπληρωματικές έννοιες που περιγράφουν το ίδιο φυσικό χαρακτηριστικό μιας δομής πλέγματος από διαφορετικές οπτικές γωνίες (παρουσία ή απουσία στερεού υλικού), ενώ συνδέονται άμεσα με την εξίσωση:

$$P = 1 - \rho^* \quad (14)$$

Επιπλέον, οι ιδιότητες του υλικού κατασκευής, όπως το μέτρο ελαστικότητας, το όριο διαρροής και η ολκιμότητα επηρεάζουν άμεσα τη συνολική συμπεριφορά της πλεγματικής δομής [26], [36]. Παράλληλα, η τεχνολογία παραγωγής (π.χ. προσθετική κατασκευή) επηρεάζει την τραχύτητα της επιφάνειας, την ακρίβεια των διαστάσεων και την εμφάνιση ατελειών, οι οποίες με τη σειρά τους έχουν συνέπειες στην αντοχή της κατασκευής λόγω κόπωσης αλλά και τη συνολική της απόδοση [36].

Πολλές από τις πλεγματικές δομές χαρακτηρίζονται από ανισοτροπία, δηλαδή παρουσιάζουν διαφορετικές ιδιότητες σε διαφορετικές κατευθύνσεις του χώρου. Αυτό το φαινόμενο προκύπτει από το σχήμα και τη γεωμετρική διάταξη της μοναδιαίας κυψελίδας του πλέγματος, με συνέπεια ο προσανατολισμός της εφαρμοζόμενης φόρτισης να επηρεάζει σημαντικά τη μηχανική απόκριση [23]. Η ιδιαιτερότητα αυτή μπορεί να αξιοποιηθεί σχεδιαστικά για τη βελτιστοποίηση της απόδοσης σε συγκεκριμένες κατευθύνσεις, επιτρέποντας την ανάπτυξη δομών με προσαρμοσμένες ιδιότητες που ανταποκρίνονται στις απαιτήσεις κάθε εφαρμογής.

Αναφορικά με τη μηχανική συμπεριφορά, οι πλεγματικές δομές δοκών μπορούν να διακριθούν σύμφωνα με τον μηχανισμό παραμόρφωσης των μοναδιαίων κυψελίδων τους σε δομές κυριαρχούμενες από έκταση (stretch-dominated) και δομές κυριαρχούμενες από κάμψη (bending-dominated). Στα πλέγματα που κυριαρχεί η έκταση, οι δυνάμεις μεταφέρονται κυρίως μέσω αξονικού εφελκυσμού ή θλίψης, με αποτέλεσμα την επίτευξη υψηλής δυσκαμψίας και αντοχής, καθιστώντας τα ιδανικά για εφαρμογές ελαφρού σχεδιασμού [26]. Παρ' όλα αυτά τείνουν να αστοχούν ξαφνικά, συχνά με καταστροφικό τρόπο μέσω λυγισμού των δοκών ή θραύσης στους κόμβους, με περιορισμένη ικανότητα απορρόφησης ενέργειας μετά την αρχική αστοχία. Αντίθετα, οι δομές που κυριαρχούνται από την κάμψη είναι πιο εύκαμπτες και παραμορφώνονται κυρίως μέσω κάμψης των δοκών τους, προσφέροντας αυξημένη απορρόφηση ενέργειας παρά τη χαμηλότερη δυσκαμψία που παρουσιάζουν. Οι δομές αυτές επιδεικνύουν προοδευτική αστοχία με σταδιακή κατάρρευση των επιμέρους στρωμάτων, επιτρέποντας την απορρόφηση μεγάλης ποσότητας ενέργειας κατά τη διάρκεια της παραμόρφωσης [36], [46], [48], [49]. Γενικότερα, οι δομές με κυρίαρχη την έκταση εμφανίζουν υψηλότερο μέτρο ελαστικότητας και όριο διαρροής συγκριτικά με δομές κυριαρχούμενες από κάμψη για την ίδια σχετική πυκνότητα [46], [49].

Το κριτήριο ευστάθειας του Maxwell (Maxwell's stability criterion) χρησιμοποιείται για τη διάκριση μεταξύ αυτών των συμπεριφορών, αξιολογώντας τη συνδεσιμότητα των κόμβων των μοναδιαίων κυψελών (δηλ. τον αριθμό των δοκών που συναντώνται σε κάθε κόμβο). Εκφράζεται μαθηματικά από τον αριθμό Maxwell ( $M$ ). Συγκεκριμένα, σε ένα 3D πλέγμα ο αριθμός αυτός ισούται με:

$$M = s - 3n + 6 \quad (15)$$

όπου  $s$  είναι ο αριθμός των δοκών (στοιχεία σύνδεσης) και  $n$  ο αριθμός των κόμβων στη μοναδιαία κυψελίδα. Όταν  $M < 0$  υποδεικνύει δομή κυριαρχούμενη από κάμψη (χαμηλή συνδεσιμότητα), ενώ όταν  $M \geq 0$  πρόκειται για δομή κυριαρχούμενη από έκταση (υψηλή συνδεσιμότητα). Για παράδειγμα η δομή octet αναμένεται να παρουσιάσει συμπεριφορά κυριαρχούμενη από έκταση αφού  $M = 0$  ( $s = 36, n = 14$ ) [23], [46].

Οι μηχανικές ιδιότητες των πλεγματικών δομών εξαρτώνται θεμελιωδώς από τη σχετική πυκνότητα κάθε μοναδιαίας κυψελίδας και μπορούν να προβλεφθούν από το μοντέλο Gibson-Ashby σύμφωνα με τη σχέση:

$$\frac{A_l}{A_s} = C_A \cdot \left(\frac{\rho_l}{\rho_s}\right)^{n_A} \quad (16)$$

όπου  $A_l$  και  $A_s$  αντιπροσωπεύουν τη μηχανική ιδιότητα (π.χ. μέτρο ελαστικότητας, όριο διαρροής κ.ά.) της πλεγματικής δομής και του στερεού υλικού, αντίστοιχα. Οι σταθερές  $C_A$  και  $n_A$  εξαρτώνται από το είδος της κυψελίδας και προσδιορίζονται από πειραματικά αποτελέσματα [23]. Επιπλέον, οι τιμές του εκθέτη  $n_A$  καθορίζουν τη συμπεριφορά της δομής. Συγκεκριμένα, για ιδανικές δομές κυριαρχούμενες από έκταση είναι  $n_E = n_{\sigma_y} = 1$  στις περιπτώσεις του μέτρου ελαστικότητας ( $E$ ) και της

αντοχής ( $\sigma_y$ ), υποδεικνύοντας γραμμική κλιμάκωση με τη σχετική πυκνότητα. Αντιθέτως, για ιδανικές δομές κυριαρχούμενες από κάμψη είναι  $n_E = 2$  για την περίπτωση του μέτρου ελαστικότητας και  $n_{\sigma_y} = 3/2$  για την περίπτωση της αντοχής [23].

Ωστόσο, είναι σημαντικό να σημειωθεί ότι οι θεωρητικές προβλέψεις συχνά αποκλίνουν από την πραγματική συμπεριφορά. Το κριτήριο Maxwell παρέχει μια αρχική κατηγοριοποίηση που εστιάζει στην εσωτερική δομή της κυψελίδας, αλλά δεν λαμβάνει υπόψη παράγοντες όπως τον προσανατολισμό της δομής, την κατεύθυνση φόρτισης, ή τις ιδιότητες του υλικού κατασκευής [32], [47]. Επιπλέον, πειραματικά δεδομένα καταδεικνύουν ότι οι ατέλειες κατασκευής, όπως για παράδειγμα η διακύμανση στο πάχος των δοκών, και οι τοπικές συγκεντρώσεις τάσεων στους κόμβους, μπορούν να μειώσουν σημαντικά την πραγματική αντοχή σε σύγκριση με τις θεωρητικές προβλέψεις [49]. Σε αρκετές περιπτώσεις, ο μορφολογικός συνδυασμός κυψελίδων που κυριαρχούνται από έκταση και κάμψη είναι ικανός να εξασφαλίσει μια ισορροπία μεταξύ της δυσκαμψίας και της απορρόφησης ενέργειας [41], [46], παρέχοντας έτσι βέλτιστες λύσεις για εφαρμογές όπου απαιτούνται πολλαπλές λειτουργίες.

Παρ' όλα αυτά, ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζει η κατηγορία των διαβαθμισμένων πλεγματικών δομών (FGLS). Σε αντίθεση με τις ομοιόμορφες πλεγματικές δομές, οι FGLS διαθέτουν μια στρατηγική διαβάθμιση των ιδιοτήτων που επιτυγχάνεται με τη μεταβολή της σχετικής πυκνότητας ή του μεγέθους των μοναδιαίων κυψελίδων σε όλο τον όγκο τους. Αυτή η διαβάθμιση επιτρέπει τον τοπικό έλεγχο της δυσκαμψίας, της αντοχής ή άλλων ιδιοτήτων, καθιστώντας τις ιδανικές για προηγμένες εφαρμογές της μηχανικής [38]. Ιδιαίτερα ελκυστική είναι η δυνατότητα ταυτόχρονης διαβάθμισης πολλαπλών ιδιοτήτων, δημιουργώντας πολυλειτουργικές δομές που βελτιστοποιούν παράλληλα μηχανικές, θερμικές ή άλλες ιδιότητες [50]. Χαρακτηριστικό παράδειγμα αποτελεί η μεταβολή της σχετικής πυκνότητας των κυψελίδων σε διάφορες περιοχές μιας κατασκευής παρέχοντας έτσι υψηλή δυσκαμψία και αντοχή σε περιοχές με συγκεντρωμένο φορτίο, ενώ διατηρείται παράλληλα χαμηλό βάρος και ενισχυμένη απορρόφηση ενέργειας σε άλλα τμήματά της [36]. Πέραν αυτών, οι FGLS επιδεικνύουν αυξημένη απορρόφηση ενέργειας καθώς οι διαβαθμισμένες περιοχές παραμορφώνονται διαδοχικά υπό φορτίο, αποτρέποντας μια καταστροφική αστοχία [38], [51]. Τέλος, η υιοθέτηση ενός διαβαθμισμένου πορώδους βελτιστοποιεί στοχευμένα την απαγωγή θερμότητας και την αντοχή σε θερμικές καταπονήσεις [38].

### 3.5 Προσθετική κατασκευή πλεγματικών δομών

Η πλεγματικές δομές αποτελούν σύνθετες, πορώδεις κατασκευές οι οποίες παρέχουν αξιοσημείωτες ιδιότητες χρησιμοποιώντας ελάχιστο υλικό [30]. Ωστόσο, οι συμβατικές τεχνολογίες κατασκευής, όπως η χύτευση, οι μορφοποιήσεις με παραμόρφωση, οι τεχνικές αφαίρεσης υλικού και η συγκόλληση περιορίζονται στην



παραγωγή απλών τοπολογιών πλέγματος, συνήθως μεγάλης κλίμακας, απαιτώντας συχνά χρονοβόρες διαδικασίες, πολλαπλά βήματα συναρμολόγησης, αυξημένη κατανάλωση ενέργειας και σπατάλη υλικών [28], [30], [48]. Έτσι, η προσθετική κατασκευή (Additive Manufacturing – AM) έχει αναδειχθεί ως ανταγωνιστική εναλλακτική λύση στις παραπάνω τεχνικές, επιτρέποντας την παραγωγή ιδιαίτερα πολύπλοκων δομών για ένα ευρύ φάσμα μεγεθών, με μεγάλη ακρίβεια [36], [45], ακόμη και με μεταβλητή πυκνότητα, χωρίς να απαιτούνται εργαλεία ή να αυξάνεται το κόστος ανάλογα με την πολυπλοκότητα της γεωμετρίας [33], [52]. Η AM ορίζεται ως η διαδικασία συνένωσης υλικών, συνήθως στρώμα πάνω σε στρώμα, για τη δημιουργία αντικειμένων από τριδιάστατα μοντέλα δεδομένων [27], επιτρέποντας την τοποθέτηση υλικού ακριβώς εκεί όπου χρειάζεται ανάλογα με τον λειτουργικό τους σκοπό [33].

Έχουν αναπτυχθεί διάφορες τεχνολογίες AM για την κατασκευή πολυμερικών, μεταλλικών και κεραμικών δομών πλέγματος:

**1. Σύντηξη πούδρας/σκόνης υλικού σε κλίνη (Powder Bed Fusion – PBF):**

Εστιασμένη πηγή θερμικής ενέργειας (δέσμη laser ή ηλεκτρονίων) συνενώνει επιλεκτικά μέσω σύντηξης περιοχές σκόνης υλικού που βρίσκεται πάνω σε μια επιφάνεια τραπεζιού [53]. Οι πιο διαδεδομένες μέθοδοι PBF για την κατασκευή πλεγματικών δομών είναι:

- **Επιλεκτική σύντηξη με laser (Selective Laser Sintering – SLS):** Χρησιμοποιεί μία δέσμη laser για την επιλεκτική συσσωμάτωση σωματιδίων υλικού (20 – 80  $\mu\text{m}$ ) δημιουργώντας δεσμούς χωρίς την πλήρη τήξη τους, με πάχος στρώματος που συνήθως κυμαίνεται μεταξύ 50 και 200  $\mu\text{m}$  [48], ενώ μπορεί να επεξεργαστεί διάφορα υλικά όπως πολυμερή, μέταλλα, κεραμικά και σύνθετα υλικά [26], [48], με κυρίαρχη την κατασκευή πολυμερών. Η μέθοδος αυτή είναι κατάλληλη για τη δημιουργία μοντέλων ταχείας πρωτοτυποποίησης αλλά και λειτουργικών εξαρτημάτων μικρότερου όγκου. Ένα βασικό πλεονέκτημα είναι ότι δεν απαιτούνται υποστηρικτικές δομές κατά τη διάρκεια της κατασκευής λόγω της περιβάλλουσας σκόνης που παρέχει στήριξη [26], [29]. Η χαμηλή ταχύτητα κατασκευής, οι περιορισμένες δυνατότητες ως προς το μέγεθος των παραγόμενων αντικειμένων, η υψηλή χρήση ενέργειας, το αρχικό κόστος κτήσης της μηχανής AM, η πιθανή επιφανειακή τραχύτητα λόγω μερικής τήξης των σωματιδίων και η τάση δημιουργίας ρωγμών σε ψαθυρά ή υψηλής θερμοκρασίας υλικά αποτελούν μερικούς από τους περιορισμούς αυτής της μεθόδου [48].
- **Επιλεκτική τήξη με laser (Selective Laser Melting – SLM):** Ουσιαστικά πρόκειται για μία μέθοδο με όμοια διαδικασία με την SLS. Η βασική τους διαφορά είναι ότι στην SLM η σκόνη υλικού (15 – 40  $\mu\text{m}$ ) τήκεται πλήρως σε μια υγρή ομογενή μάζα με χρήση laser υψηλής ισχύος, ενώ στην SLS πραγματοποιείται σύντηξη του υλικού σε συμπαγή μάζα χωρίς να προηγηθεί πλήρης ρευστοποίηση. Επίσης, όλη η διαδικασία πραγματοποιείται σε θάλαμο με αδρανές αέριο (αργό ή άζωτο) για να

αποτραπεί η οξείδωση κατά την τήξη [48], [53]. Τα συνήθη υλικά εργασίας περιλαμβάνουν τιτάνιο, χαλκό, αλουμίνιο, κοβάλτιο, χρώμιο, ανοξείδωτο χάλυβα, εργαλειοχάλυβα και υπερκράματα [48], [54]. Η SLM παράγει πλήρως λειτουργικές και σχεδόν πλήρως πυκνές δομές, αυξημένης πολυπλοκότητας όπως οι FGLS [28] με υψηλή ανάλυση [23]. Συγκριτικά με την SLS, η SLM είναι συχνά ταχύτερη όμως παρουσιάζει υψηλότερο ενεργειακό κόστος [48].

- **Άμεση σύντηξη μετάλλου με laser (Direct Metal Laser Sintering – DMLS):** Αποτελεί παραλλαγή της μεθόδου SLS αλλά με τη χρήση πούδρας μετάλλων (τυπικά κράματα ανοξείδωτου χάλυβα, χάλυβα μαρτενγήρανσης, κοβαλτίου-χρωμίου, Inconel 625 και 718, και τιτάνιο Ti-6Al-v4) και σε ειδικό θάλαμο με αδρανές αέριο [53], [54]. Θεωρείται κατάλληλη διαδικασία για την παραγωγή πρωτοτύπων και κατασκευών έτοιμων για χρήση, υψηλής ακρίβειας και καλής τελικής ποιότητας επιφανείας με άριστες μηχανικές ιδιότητες. Παρ' όλα αυτά, υφίστανται περιορισμοί στο μέγεθος του παραγόμενου αντικειμένου και δεδομένης της μερικής τήξης της σκόνης υλικού εισάγονται αντίστοιχα προβλήματα με αυτά της μεθόδου SLS [48]. Ακόμη, πρόσθετες υποστηρικτικές δομές είναι απαραίτητες για τον περιορισμό της παραμόρφωσης του προϊόντος.
- **Τήξη με δέσμη ηλεκτρονίων (Electron Beam Melting – EBM):** Κύριο χαρακτηριστικό της διαδικασίας και βασική διαφορά από τις παραπάνω τρεις τεχνολογίες είναι η χρήση υψηλής ενέργειας δέσμης ηλεκτρονίων για την τήξη των σωματιδίων της σκόνης υλικού σε περιβάλλον κενού. Επιπλέον, η διαδικασία απαιτεί θερμοκρασίες κλίνης σκόνης άνω των 870K, γεγονός που βοηθάει στην εξάλειψη παραμενουσών τάσεων στην τελική κατασκευή [48]. Μπορεί να επεξεργαστεί αγωγίμα μέταλλα και κράματα με υψηλό σημείο τήξης – συνήθως κράματα τιτανίου, κοβαλτίου-χρωμίου, τιτανίου-αργιλιδίου, νικελίου-χρωμίου (Inconel 625 και 718), ανοξείδωτο χάλυβα, χαλκό και αλουμίνιο. Η EBM παράγει υψηλής πυκνότητας δομές με καλές μηχανικές ιδιότητες [48], [53]. Η υψηλή ταχύτητα σάρωσης και οι δυνατότητες προθέρμανσης της σκόνης υλικού επιτρέπουν ταχύτερους ρυθμούς κατασκευής σε σύγκριση με τις μεθόδους που βασίζονται σε laser, ενώ η ποιότητα της επιφάνειας είναι ελαφρώς τραχύτερη λόγω των υψηλότερων θερμοκρασιών επεξεργασίας και των μεγαλύτερων μεγεθών σωματιδίων σκόνης που χρησιμοποιούνται [55]. Το περιβάλλον κενού αποτρέπει επίσης την οξείδωση, καθιστώντας την EBM ιδιαίτερα κατάλληλη για ιατρικές και αεροδιαστημικές εφαρμογές, ενώ απαιτούνται λιγότερες υποστηρικτικές δομές. Άλλα μειονεκτήματα αποτελούν το υψηλό κόστος του εξοπλισμού καθώς και ο περιορισμός κατασκευής εξαρτημάτων μικρότερου μεγέθους [53].

2. **Πολυμερισμός με φως σε κάδο (VAT Photopolymerization – VPP):** Υγρό φωτοπολυμερές στερεοποιείται επιλεκτικά μέσα σε μια δεξαμενή μέσω πολυμερισμού που προκαλείται από την παρουσία φωτός [53].

- **Στερεολιθογραφία (Stereolithography – SLA):** Χρησιμοποιεί υπεριώδεις φως για την κατασκευή δομών υψηλής ακρίβειας (10 – 25  $\mu\text{m}$ ) και γεωμετρικής πολυπλοκότητας με ανώτερη ποιότητα επιφάνειας [24], [48]. Πρόκειται για μία ακριβή διαδικασία με σχετικά αργή ταχύτητα κατασκευής, περιορισμένο εύρος υλικών (κυρίως ρητίνη) και μηχανικές ιδιότητες, ιδανική για την κατασκευή πρωτοτύπων. Ακόμη, απαιτεί την προσθήκη υποστηρικτικών δομών για τα προεξέχοντα χαρακτηριστικά και περαιτέρω επεξεργασία της παραγόμενης δομής για τον καθαρισμό της από μη στερεοποιημένο υλικό [48], [53].
  - **Επεξεργασία με ψηφιακό φως (Digital Light Processing – DLP):** Παρόμοια διαδικασία με την SLA. Η βασική διαφορά έγκειται στην πηγή της ακτινοβολίας, με την DLP να χρησιμοποιεί πιο συμβατικές πηγές φωτός, όπως λάμπα ηλεκτρικού τόξου ή συσκευή ψηφιακών μικροκαθρεπτών, για την προβολή της εικόνας της διατομής και την ταυτόχρονη σκλήρυνση ολόκληρων στρωμάτων υλικού σε ένα μόνο πέρασμα αντί για σάρωση σημείο προς σημείο, επιτρέποντας έτσι την ταχύτερη επεξεργασία του. Είναι ικανή να παράγει εξαιρετικά πολύπλοκες δομές με υψηλή ανάλυση και ακρίβεια [37], [45].
3. **Εξώθηση υλικού (Material Extrusion – MEX):** Υλικό διανέμεται επιλεκτικά μέσω ενός ακροφυσίου ή στομίου με εξώθηση [53].
- **Εναπόθεση τηγμένου υλικού (Fused Deposition Modeling – FDM):** Υλικό τήκεται και εξωθείται με σταθερή πίεση και συνεχή ροή μέσω ενός θερμαινόμενου ακροφυσίου και εναποτίθεται στρώμα-στρώμα σε κλίνη [48]. Συνήθη υλικά που χρησιμοποιούνται είναι τα θερμοπλαστικά πολυμερή (π.χ. ABS, TPU, PLA, PC) τα οποία προστίθενται στη μηχανή κατασκευής με τη μορφή νήματος (filament), ενώ συναντώνται και νήματα με συνδυασμούς θερμοπλαστικού υλικού και μεταλλικών σωματιδίων επιτρέποντας τη δημιουργία μεταλλικών εξαρτημάτων [36], [53], [54]. Η διαδικασία απαιτεί δομές στήριξης για τις προεξοχές οι οποίες κατασκευάζονται από το ίδιο ή διαφορετικό υλικό και αφαιρούνται μηχανικά ή διαλύονται συνήθως σε νερό. Η FDM είναι μία τεχνική χαμηλού κόστους, ευρέως διαδεδομένη χάρις στην απλή της λειτουργία που χρησιμοποιείται τόσο για την παραγωγή πρωτοτύπων όσο και λειτουργικών προϊόντων. Λόγω της διαδικασίας κατασκευής, η FDM έχει το πλεονέκτημα ότι δεν αφήνει υπολείμματα υλικών, γεγονός που επιτρέπει τη δημιουργία δομών με πλήρως κλειστές κυψελίδες [37]. Ωστόσο, η ακρίβεια των δομών και η ταχύτητα κατασκευής είναι σχετικά περιορισμένες, με την ποιότητα του τελικού μοντέλου να περιορίζεται σημαντικά από το μέγεθος της διατομής του ακροφυσίου [48], [53], [54].
4. **Άμεση εναπόθεση ενέργειας (Directed Energy Deposition – DED):** Εστιασμένη θερμική ενέργεια (δέσμη laser, ηλεκτρονίων, ή τόξο πλάσματος) συνενώνει υλικά (συνήθως σκόνη ή σύρμα) με τήξη καθώς εναποτίθενται [53].

- **Προσθετική κατασκευή με σύρμα και τόξο (Wire and arc additive manufacturing – WAAM):** Χρησιμοποιεί ηλεκτρικό τόξο για να λιώσει σύρμα υλικού και να το εναποθέσει στρώμα προς στρώμα σε καθορισμένη επιφάνεια, όπου στερεοποιείται. Πρόκειται για μια διαδικασία παρόμοια με την συγκόλληση τηκόμενου ηλεκτροδίου, αλλά αυτοματοποιημένη και ελεγχόμενη από ένα πρόγραμμα υπολογιστή με τη χρήση ενός ρομποτικού βραχίονα. Η διαδικασία αυτή είναι αποτελεσματική για την παραγωγή μεγάλου μεγέθους δομών (1000 – 3000 mm) με μέτρια πολυπλοκότητα [48]. Μπορεί να χρησιμοποιηθεί σχεδόν οποιοδήποτε μέταλλο σε ελεγχόμενες ατμοσφαιρικές συνθήκες (αδρανές αέριο ή κενό) για την αποφυγή οξείδωσης, επιτρέποντας υψηλούς ρυθμούς εναπόθεσης υλικού σε σύγκριση με άλλες μεθόδους AM [48], [53]. Επιπλέον, θεωρείται μια οικονομικά αποδοτική μέθοδος AM [48]. Παρ' όλα αυτά, η WAAM παρουσιάζει χαμηλή ακρίβεια διαστάσεων, ανάλυση χαρακτηριστικών και ποιότητα επιφάνειας που απαιτεί εκτεταμένη μετεπεξεργασία για να επιτευχθεί το επιθυμητό επιφανειακό αποτέλεσμα. Σημειώνεται ακόμη ότι η ακρίβεια περιορίζεται από τη διάμετρο του σύρματος, τα χαρακτηριστικά του τόξου και τη θερμική παραμόρφωση [48].
- **Μορφοποίηση σε τελική μορφή με laser (Laser Engineered Net Shaping – LENS):** Αντίστοιχη διαδικασία με τη μέθοδο WAAM, με τη διαφορά ότι χρησιμοποιείται σκόνη υλικού και δέσμη laser για την τήξη του [36]. Η τεχνική αυτή παράγει γεωμετρίες αρκετά κοντά στο τελικό του σχήμα ώστε να ελαχιστοποιείται η ανάγκη για μεταγενέστερη κατεργασία. Ακόμη, μπορεί να παράγει εξαρτήματα με πολλαπλά υλικά μέσω πολλαπλών ακροφυσίων [36].

Κάθε μέθοδος AM παρουσιάζει μοναδικά πλεονεκτήματα όσον αφορά την ανάλυση, τις επιλογές υλικών, την ταχύτητα κατασκευής και το κόστος, με την επιλογή να εξαρτάται τελικά από τις συγκεκριμένες απαιτήσεις της εκάστοτε εφαρμογής.

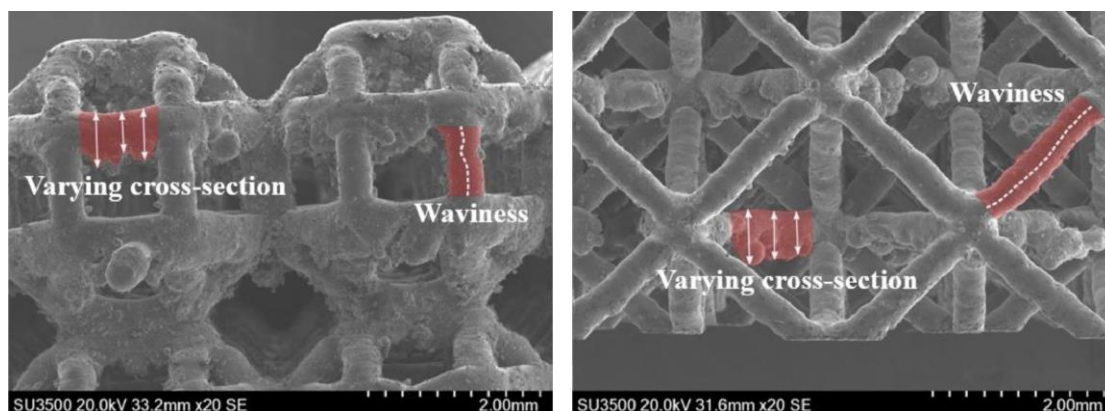
Η προσθετική κατασκευή ξεκινά με τη δημιουργία ή την εισαγωγή ενός τριδιάστατου ψηφιακού μοντέλου σε σύστημα CAD (Computer-Aided Design), το οποίο στη συνέχεια εξάγεται ως αρχείο πλέγματος (mesh) (π.χ. STL – Stereolithography, AMF – Additive Manufacturing Format, 3MF – 3D Manufacturing Format). Το αρχείο αυτό «τεμαχίζεται» (slicing) από εξειδικευμένο λογισμικό σε λεπτά οριζόντια στρώματα (layers) συγκεκριμένου πάχους (ανάλογα με την επιθυμητή ακρίβεια και τις δυνατότητες της μηχανής AM) και μετατρέπεται σε εντολές μηχανής (π.χ. G-code) για τη δημιουργία της τροχιάς του εργαλείου εναπόθεσης του υλικού. Έπειτα, η μηχανή AM κατασκευάζει το αντικείμενο στρώμα προς στρώμα, ενώ δημιουργούνται στηρίγματα για τις προεξοχές, όπου είναι αναγκαίο. Μόλις ολοκληρωθεί η κατασκευή, το τεμάχιο αφαιρείται, απομακρύνονται τα στηρίγματα και καθαρίζεται από τυχόν εναπομένονσα σκόνη ή μη σκληρυμένο υλικό. Επιπλέον, το τεμάχιο υφίσταται μετεπεξεργασία για τη βελτίωση της ποιότητας της επιφάνειας, της αντοχής και της ακρίβειας των διαστάσεων πριν από κάθε τελική χρήση [3], [48].

Κατά τον σχεδιασμό πλεγματικών δομών με AM είναι αναγκαίο να λαμβάνονται υπ' όψιν διάφορες παράμετροι προκειμένου να διασφαλιστεί η επιτυχής κατασκευή και η βέλτιστη απόδοση. Μία βασική παράμετρος αφορά το ελάχιστο μέγεθος χαρακτηριστικών (minimum feature size) το οποίο αντιπροσωπεύει τη μικρότερη γεωμετρική λεπτομέρεια που μπορεί να παραχθεί αξιόπιστα από μια συγκεκριμένη τεχνολογία AM. Αυτή η κρίσιμη παράμετρος διαφέρει σημαντικά στις διάφορες μεθόδους AM και επηρεάζεται τόσο από τις δυνατότητες της μηχανής AM όσο και από τις ιδιότητες του υλικού. Το ελάχιστο μέγεθος χαρακτηριστικών καθορίζεται από το μέγεθος της δέσμης laser ή ηλεκτρονίων, την διάμετρο των σωματιδίων της σκόνης υλικού, την ισχύ της δέσμης μέσω της οποίας πραγματοποιείται διάχυση της θερμότητας αλλά και την ταχύτητα σάρωσης της. Η θερμική αγωγιμότητα του υλικού κατασκευής επηρεάζει τη διάδοση της θερμότητας και επομένως το μέγεθος της περιοχής τήξης, ενώ η ρευστότητα και η επιφανειακή τάση του τηγμένου υλικού καθορίζουν την ικανότητα σχηματισμού λεπτών χαρακτηριστικών. Σε μεθόδους εξώθησης υλικού, όπως η FDM, τα ελάχιστα χαρακτηριστικά περιορίζονται γενικά από τη διάμετρο του ακροφυσίου [26], [48].

Μία άλλη κρίσιμη παράμετρος της διαδικασίας AM αποτελεί ο προσανατολισμός της κατασκευής ο οποίος επηρεάζει σημαντικά τον χρόνο κατασκευής, την ποιότητα των εκτυπωμένων δομών, τις απαιτήσεις για υποστηρικτικά στοιχεία αλλά και τις μηχανικές ιδιότητες. Ο προσανατολισμός με τον οποίο κατασκευάζεται ένα αντικείμενο καθορίζει τον τρόπο με τον οποίο στοιβάζονται τα στρώματα του υλικού και επηρεάζει άμεσα το συνολικό ύψος κατασκευής, το οποίο προσδιορίζει τον αριθμό των απαιτούμενων στρωμάτων και συνεπώς τον χρόνο κατασκευής. Επιπλέον, ο κατάλληλος προσανατολισμός μπορεί να μειώσει τις διαδρομές εναπόθεσης υλικού και να επιτρέψει την ταυτόχρονη κατασκευή περισσότερων αντικειμένων στην ίδια πλατφόρμα κατασκευής καθώς και να μειώσει τις απαιτήσεις σε υποστηρικτικές δομές οι οποίες καθορίζονται από τις γωνίες των προεξοχών σε σχέση με την κατεύθυνση κατασκευής. Ακόμη, η γεωμετρική σχέση κάθε επιφάνειας με τον άξονα κατασκευής καθορίζει δομικά τη βέλτιστη ή χειρότερη δυνατή τραχύτητά της. Όσον αφορά τις μηχανικές ιδιότητες, ο προσανατολισμός επηρεάζει τον τρόπο εκδήλωσης της ανισοτροπίας του υλικού λόγω AM, καθώς η συνοχή μεταξύ των στρωμάτων αποτελεί συχνά το αδύναμο σημείο της κατασκευής όταν οι δυνάμεις εφαρμόζονται κάθετα στα στρώματα. Ευθυγραμμίζοντας τα στρώματα με την κατεύθυνση των αναμενόμενων φορτίσεων μπορεί να βελτιωθεί η αντοχή της κατασκευής. Επομένως, η στρατηγική επιλογή του μπορεί να βελτιστοποιήσει ένα ή περισσότερα από αυτά τα χαρακτηριστικά. Ωστόσο, κανένας μοναδικός προσανατολισμός δεν εγγυάται την ταυτόχρονη βελτίωσή τους και συνεπώς πρέπει να τίθενται οι κατάλληλοι συμβιβασμοί ανάλογα με τις προτεραιότητες της κάθε εφαρμογής [3], [56].

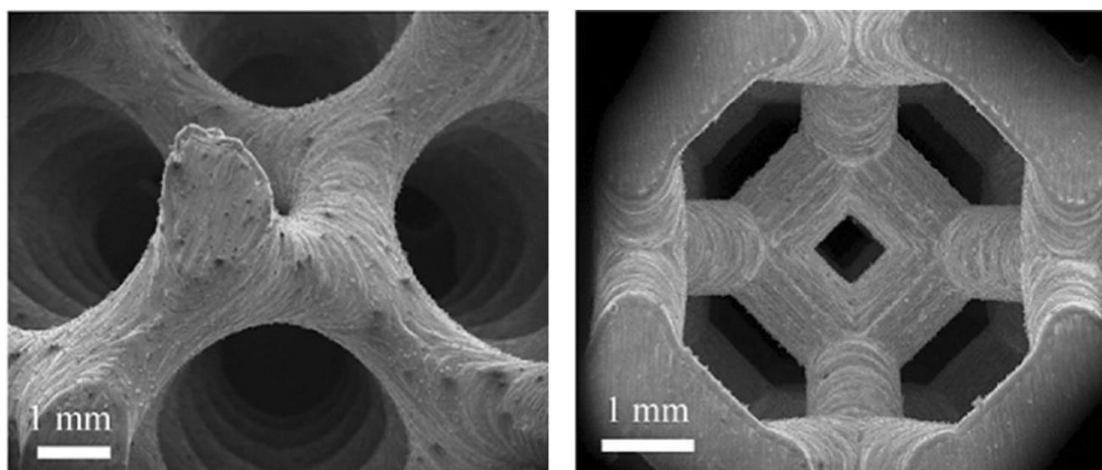
Παρά την ευελιξία και τα πλεονεκτήματα της AM, οι πλεγματικές δομές αντιμετωπίζουν προκλήσεις που σχετίζονται με τη διαστατική τους ακρίβεια. Συχνά, παρατηρούνται αποκλίσεις μεταξύ της γεωμετρίας όπως κατασκευάστηκε και της γεωμετρίας όπως σχεδιάστηκε [48], [49]. Η ακρίβεια ποικίλλει σε όλες τις τεχνολογίες

AM, με τη PBF να επιτυγχάνει γενικά μεγαλύτερη ακρίβεια [49]. Οι αποκλίσεις εκδηλώνονται κυρίως με τη διακύμανση του πάχους των δοκών ή των τοιχωμάτων των κυψελίδων του πλέγματος ή την εμφάνιση στρεβλώσεων (Σχήμα 3.10). Συχνά, οφείλονται στη συρρίκνωση του υλικού κατά την ψύξη του και στην κυμάτωση των δοκών λόγω παραμενουσών θερμικών τάσεων, στη συσσώρευση περίσσειας υλικού στους κόμβους των κυψελίδων, στην προσκόλληση μη λιωμένων σωματιδίων υλικού και στην επιφανειακή τραχύτητα [23], [49].



Σχήμα 3.10: Στρέβλωση/κυματισμός (waviness) και διακύμανση της διατομής (varying cross-section) των δοκών πλεγμάτων [57]

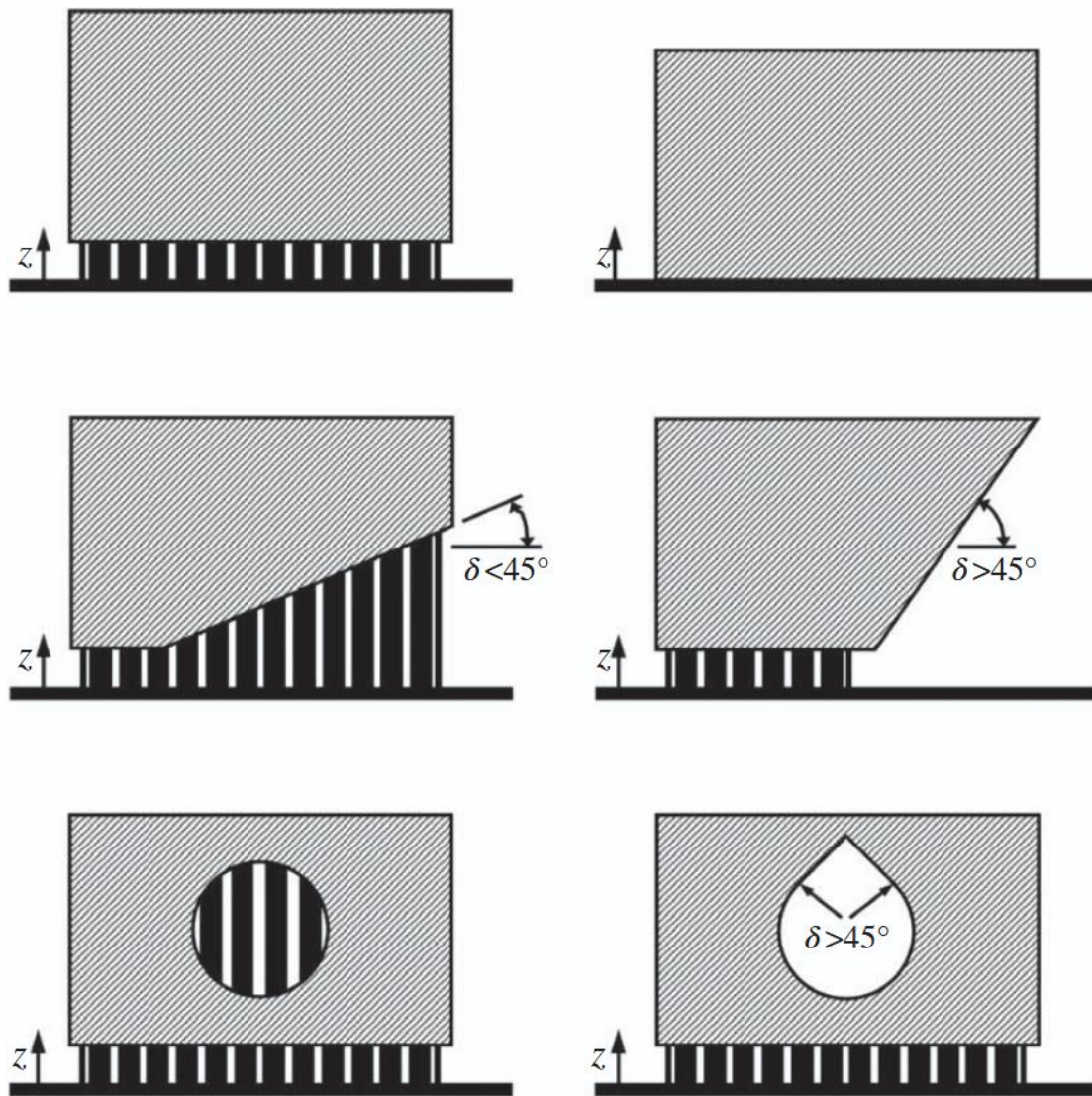
Πρόσθετες προκλήσεις αυτού του είδους προκύπτουν από το φαινόμενο των «σκαλοπατιών» (staircase effect) [23], [47] σε γωνιακές ή καμπύλες επιφάνειες όπου λόγω της διαδικασίας κατασκευής ανά στρώμα μειώνεται η συμβατότητα μεταξύ της προβλεπόμενης και της κατασκευασμένης γεωμετρίας (Σχήμα 3.11). Επιπλέον, η εφαρμογή μεταγενέστερης επεξεργασίας, όπως η αφαίρεση των δομών στήριξης και η θερμική επεξεργασία μπορούν να μεταβάλουν περαιτέρω τις διαστάσεις. Οι ατέλειες αυτές θέτουν σε κίνδυνο την αντοχή και τη δυσκαμψία των δομών αυτών, επηρεάζοντας ιδιαίτερα τον τρόπο παραμόρφωσης και αστοχίας τους [23], [49]. Έτσι, η βελτιστοποίηση των παραμέτρων ελέγχου της διαδικασίας της AM, όπως της ισχύος της δέσμης laser, της ταχύτητας του ακροφυσίου ή της δέσμης laser, του πάχους στρώματος του υλικού αλλά και του προσανατολισμού της δομής έχει αποδειχθεί κρίσιμη για τη βελτίωση της ακρίβειας των διαστάσεων και την ενίσχυση της ποιότητας των κατασκευαζόμενων δομών πλέγματος [23], [47], [58].



Σχήμα 3.11: Προσθετικά κατασκευασμένες πλεγματικές δομές με εμφανές το φαινόμενο των «σκαλοπατιών» [59]

Οι περισσότερες μέθοδοι AM απαιτούν επαφή μεταξύ των διαδοχικών στρωμάτων του υλικού κατασκευής, γεγονός που καθιστά αναγκαία την ύπαρξη δομών στήριξης (support structures) όταν οι εν λόγω διεπαφές είναι ανεπαρκείς [48]. Οι δομές αυτές είναι απαραίτητες για την επιτυχή κατασκευή μεγάλων προεξοχών (overhangs), την αποτροπή της κατάρρευσης του τηκόμενου υλικού, την απαγωγή της θερμότητας και την αποφυγή παραμορφώσεων [28], [60]. Στο Σχήμα 3.12 παρουσιάζονται διάφοροι τρόποι εφαρμογής δομών στήριξης. Ωστόσο, οι δομές στήριξης παρουσιάζουν σημαντικές προκλήσεις και μειονεκτήματα παρά την αναγκαιότητά τους, αφού επιβραδύνουν τη διαδικασία κατασκευής, αυξάνουν την κατανάλωση υλικού και επομένως του κόστους παραγωγής, ενώ απαιτούν μετεπεξεργασία για την αφαίρεσή τους [60]. Η αφαίρεση των στηρίξεων είναι ιδιαίτερα προβληματική στις δομές πλέγματος, όπου μπορεί να είναι δύσκολη ή και αδύνατη λόγω της γεωμετρικής πολυπλοκότητας που παρουσιάζουν [26], [61]. Η διαδικασία αφαίρεσης μπορεί να οδηγήσει σε δομική στρέβλωση που επηρεάζει σημαντικά τη μηχανική απόδοση [61] και δυνητικά καταστρέφει τη δομή [28]. Τονίζεται ότι οι διάφορες τεχνολογίες AM έχουν διαφορετικές απαιτήσεις υποστήριξης [62]. Οι περιορισμοί κατασκευασιμότητας συχνά περιλαμβάνουν μια ελάχιστη γωνία κλίσης για τις προεξέχουσες επιφάνειες (συνήθως  $45^\circ$ ) [23], [28]. Για την αντιμετώπιση, λοιπόν, αυτών των προκλήσεων, έχουν αναπτυχθεί διάφορες προσεγγίσεις, όπως η βελτιστοποίηση σχήματος, η βελτιστοποίηση της κατεύθυνσης κατασκευής αλλά και η βελτιστοποίηση τοπολογίας χωρίς προεξοχές [60].



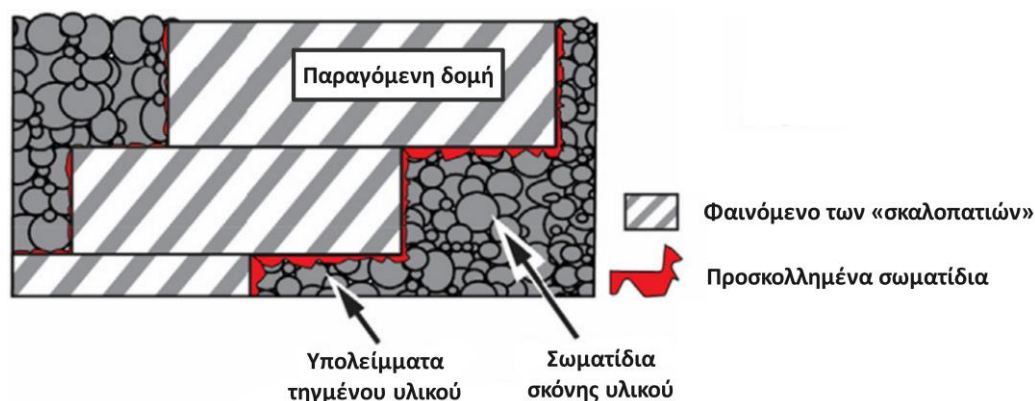


Σχήμα 3.12: Κατευθυντήριες οδηγίες τοποθέτησης υποστηρικτικών δομών για διάφορες προεξοχές και χαρακτηριστικά [63]

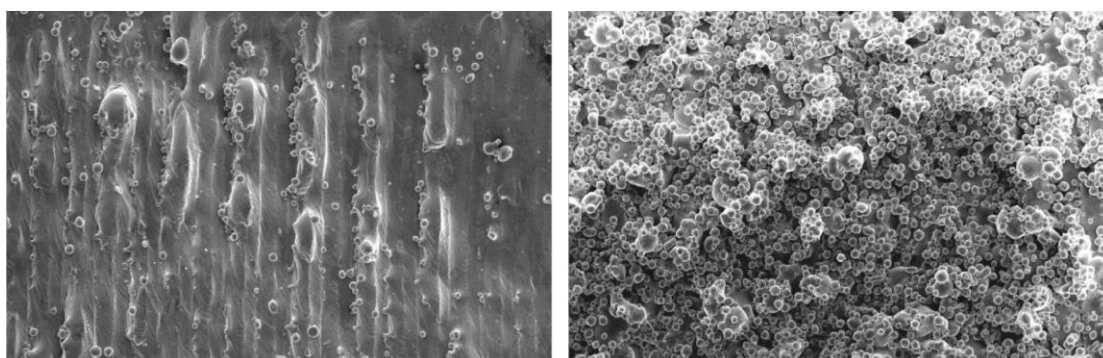
Η επιφανειακή τραχύτητα αποτελεί μία ακόμη βασική πρόκληση στην ΑΜ. Η «στρωματική» φύση της ΑΜ δημιουργεί εγγενή προβλήματα τραχύτητας, συμπεριλαμβανομένου του φαινομένου των «σκαλοπατιών» και της προσκόλλησης σωματιδίων σκόνης υλικού λόγω διάχυσης θερμότητας κοντά στην πηγή ενέργειας (Σχήμα 3.13) [23], [64]. Η μορφολογία της επιφάνειας μιας δομής εξαρτάται σε μεγάλο βαθμό από τις παραμέτρους της διαδικασίας ΑΜ (π.χ. ταχύτητα κατασκευής, πάχος στρώματος, διαδρομή εργαλείου) καθώς και από τον προσανατολισμό της σε σχέση με το επίπεδο κατασκευής. Επιφάνειες στραμμένες προς τα πάνω παρουσιάζουν συνήθως πιο ομαλά χαρακτηριστικά αφού βρίσκονται σε άμεση επαφή με την πηγή ενέργειας της διαδικασίας ΑΜ και σχεδόν όλα τα σωματίδια που έρχονται σε επαφή μ' αυτή λιώνουν. Αντίθετα, οι κάτω επιφάνειες, που δεν υποστηρίζονται, εμφανίζουν μεγαλύτερη τραχύτητα και σχηματισμό υπολειμμάτων τηγμένου υλικού (Σχήμα 3.14), διότι η διαφορά μεταξύ του πάχους στρώματος και



του βάθους τήξης του υλικού προκαλεί την προσκόλληση των μη λιωμένων σωματιδίων σε αυτές. Το φαινόμενο αυτό μπορεί να μετριαστεί με την αύξηση της γωνίας κλίσης αυτών των επιφανειών [23], [49]. Πέρα από το αισθητικό αποτέλεσμα, τέτοιες ατέλειες δημιουργούν συγκέντρωση τάσεων η οποία επηρεάζει τη δομική ακεραιότητα της κατασκευής αφού μειώνεται η αντοχή σε κόπωση και ευνοείται η ανάπτυξη ρωγμών [36], [49]. Ωστόσο, σε ορισμένες εφαρμογές, όπως τα βιοϊατρικά εμφυτεύματα, η αυξημένη επιφανειακή τραχύτητα μπορεί να είναι ωφέλιμη αφού ενισχύει την προσκόλληση και ανάπτυξη κυττάρων [23].



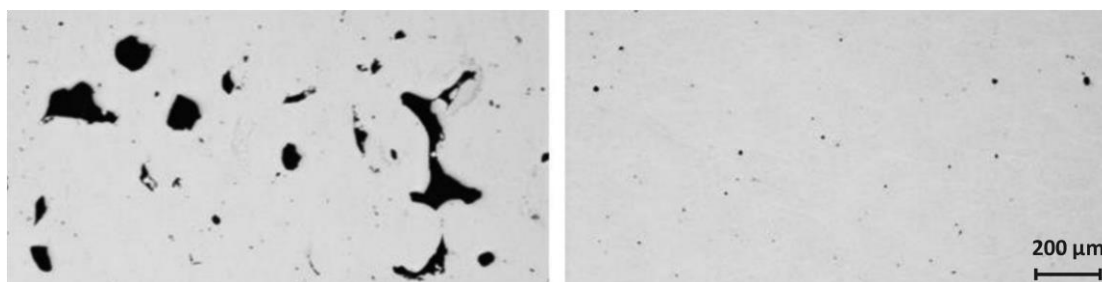
Σχήμα 3.13: Φαινόμενο των «σκαλοπατιών» και προσκόλληση σωματιδίων σκόνης υλικού κατά την προσθετική κατασκευή [65]



Σχήμα 3.14: Σύγκριση άνω (αριστερά) και κάτω (δεξιά) επιφανειακής ποιότητας δοκιμίων που κατασκευάστηκαν με SLM [23]

Άλλα κατασκευαστικά προβλήματα περιλαμβάνουν την ύπαρξη πόρων, μικρορωγμών και εγκλεισμάτων στο εσωτερικό των δοκών ή των τοιχωμάτων του πλέγματος όταν οι παράμετροι της διαδικασίας AM δεν είναι κατάλληλα προσαρμοσμένες. Το πορώδες σχηματίζεται όταν φυσαλίδες αερίου παγιδεύονται μέσα στο τήγμα υλικού εξαιτίας της υπερβολικής ισχύος της δέσμης laser σε σχέση με την ταχύτητα σάρωσης ή όταν δεν παρέχεται επαρκής ενέργεια για την πλήρη τήξη του στρώματος σκόνης και τη σύνδεσή του με τα προηγούμενα στρώματα. Στο

Σχήμα 3.15 απεικονίζονται δύο τύποι πορώδους που συναντώνται στην AM μεταλλικών δομών. Η εμφάνιση αυτών των ελαττωμάτων ενεργεί ως συγκεντρωτής τάσεων και θέτει σε κίνδυνο την δομική ακεραιότητα και την αντοχή σε κόπωση της κατασκευής [49], [59]. Επιπλέον, οι παραμένουσες τάσεις, που δημιουργούνται από τους ταχείς θερμικούς κύκλους κατά την τήξη και τη στερεοποίηση του υλικού, συμβάλλουν στη στρέβλωση, στη ρηγμάτωση και στην ελάττωση των μηχανικών ιδιοτήτων, αν και στρατηγικές όπως βελτιστοποιημένα μοτίβα σάρωσης ή προθέρμανση της κλίνης μπορούν να μετριάσουν αυτές τις επιπτώσεις [49].



Σχήμα 3.15: Παραδείγματα εμφάνισης πορώδους σε κράμα αλουμινίου κατασκευασμένο με Laser-PBF λόγω έλλειψης σύντηξης των σωματιδίων του υλικού (αριστερά) και εγκλεισμάτων αερίου (δεξιά) [66]

Επόμενο βήμα μετά την AM είναι η επεξεργασία των κατασκευασμένων δομών ώστε να καταστούν πλήρως λειτουργικά αντικείμενα. Η μετεπεξεργασία των AM πλεγματικών δομών είναι απαραίτητη για την αντιμετώπιση των προβλημάτων που προκύπτουν από τη διαδικασία κατασκευής καθώς η τραχύτητα της επιφάνειας, οι μηχανικές ιδιότητες και η ακρίβεια των διαστάσεων τις περισσότερες φορές δεν ανταποκρίνονται στις απαιτήσεις της τελικής χρήσης αμέσως μετά την κατασκευή. Παρά την αναγκαιότητά της αυξάνει τον χρόνο παράδοσης του προϊόντος και προσθέτει επιπλέον κόστος. Μία βασική πρόκληση είναι η αφαίρεση των δομών στήριξης, η οποία συχνά επιτυγχάνεται μέσω μηχανικής κοπής ή χημικής διάλυσης [45], [67]. Η απομάκρυνση εναπομένουσας, ανεπιθύμητης παγιδευμένης σκόνης υλικού είναι αναγκαία για την αποφυγή φραγμού ωφέλιμων γεωμετριών (π.χ. οπές/κοιλότητες) της κατασκευής ή πυροσυσσωμάτωσης σε ενδεχόμενη θερμική επεξεργασία [68]. Συνήθεις μέθοδοι περιλαμβάνουν πεπιεσμένο αέρα και χημική διάλυση, ενώ η σωστή απομάκρυνση επιτρέπει την ανακύκλωση της σκόνης υλικού και τη διατήρηση των μηχανικών ιδιοτήτων της κατασκευής [28]. Οι τεχνικές επεξεργασίας της επιφάνειας, όπως η αμμοβολή (sandblasting), η χημική χάραξη (chemical etching) ή η ηλεκτροχημική στίλβωση (electrochemical polishing) μπορούν να βελτιώσουν την τραχύτητα της επιφάνειας και να απομακρύνουν υπολείμματα σκόνης, αλλά απαιτείται προσεκτική εξισορρόπηση μεταξύ της αποτελεσματικότητας, της προσβασιμότητας σε σύνθετες γεωμετρίες και των πιθανών επιπτώσεων στις μηχανικές ιδιότητες [36], [59], [69]. Οι διεργασίες θερμικής επεξεργασίας, όπως η θερμή ισοστατική συμπίεση (Hot Isostatic Pressing – HIP), είναι

συχνά απαραίτητες αφού ενισχύουν την αντοχή του υλικού ομογενοποιώντας τη μικροδομή του, εξαλείφουν παραμένουσες τάσεις, ενώ συμβάλλουν καθοριστικά στο κλείσιμο του εσωτερικού πορώδους [23], [36], [69]. Η επιλογή των κατάλληλων μεθόδων μετεπεξεργασίας εξαρτάται σε μεγάλο βαθμό από τη συγκεκριμένη τεχνολογία AM που χρησιμοποιείται, τις ιδιότητες του υλικού κατασκευής, τη γεωμετρία του τεμαχίου και τις απαιτήσεις της προβλεπόμενης εφαρμογής.

### **3.6 Εφαρμογές των πλεγματικών δομών**

Οι πρόσφατες εξελίξεις στις τεχνολογίες προσθετικής κατασκευής αλλά και η ανάπτυξη στον τομέα των υλικών έχουν οδηγήσει στη χρήση των πλεγματικών δομών. Το εύρος των εφαρμογών τους είναι αρκετά εκτεταμένο με τα οφέλη τους να αξιοποιούνται σε διάφορους κλάδους και βιομηχανίες. Οι εξαιρετικές ιδιότητες που εμφανίζουν οι δομές αυτές παρέχουν πρωτοφανείς ευκαιρίες για τη δημιουργία κατασκευών και προϊόντων με βελτιωμένα χαρακτηριστικά και αποδόσεις.

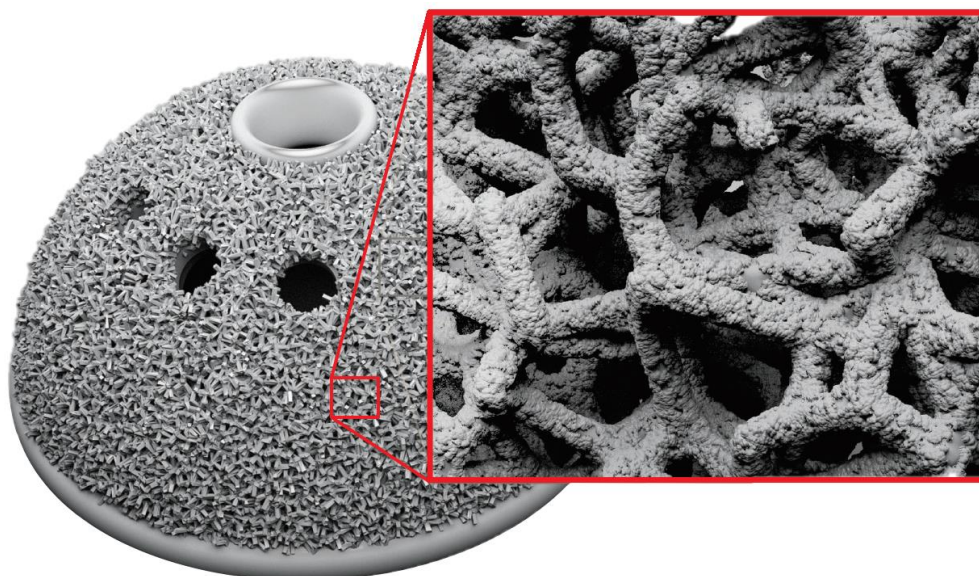
Στην παρούσα ενότητα παρουσιάζονται ενδεικτικά μερικές από τις εφαρμογές που απορρέουν από τις ιδιότητες των δομών αυτών.

#### **3.6.1 Ιατρική**

Οι πλεγματικές δομές χρησιμοποιούνται σε μεγάλο βαθμό στον τομέα της ιατρικής λόγω των ευέλικτων μηχανικών ιδιοτήτων και των δομικών χαρακτηριστικών που παρουσιάζουν, ενώ έχουν την δυνατότητα να ικανοποιούν συγκεκριμένες απαιτήσεις. Αυτές οι δομές θεωρούνται, λοιπόν, κατάλληλες για χρήση σε ιατρικές εφαρμογές αφού διαθέτουν υψηλή αντοχή, μπορούν να σχεδιαστούν και να προσαρμοστούν στο σχήμα των ανθρώπινων ιστών και οστών για να αντικαταστήσουν τα προβληματικά μέρη, ενώ χαρακτηριστικό τους είναι η βιοσυμβατότητα. Παράλληλα, μέσω αυτών των δομών είναι εφικτή η ελαχιστοποίηση των απαιτήσεων σε υλικό κατά την εμφύτευση τους, μειώνοντας δραστικά την επεμβατικότητα και τον χρόνο αποκατάστασης [29], [30].

Οι τεχνολογίες προσθετικής κατασκευής μπορούν και προσφέρουν δυνατότητες δημιουργίας ιατρικών εξαρτημάτων με πολύπλοκες γεωμετρίες που μπορούν εύκολα να εξατομικευτούν. Η χρήση των πλεγματικών δομών, ως παραλλαγή κυτταρικού υλικού, προτιμάται για παράδειγμα σε ένα ορθοπεδικό εμφύτευμα: μια ιατρική συσκευή που κατασκευάζεται για να αντικαταστήσει μια άρθρωση ή ένα κατεστραμμένο οστό. Το εμφύτευμα πρέπει να είναι σε θέση να προσομοιάζει τις μηχανικές ιδιότητες των ανθρώπινων οστών για να μην δημιουργείται το φαινόμενο μεταφοράς δυνάμεων «stress shield». Σ' αυτό το φαινόμενο ένα εμφύτευμα παραλαμβάνει το μεγαλύτερο μέρος του φορτίου που ασκεί το σώμα στην άρθρωση και έτσι τα υπόλοιπα οστά σταματούν να λαμβάνουν το σύνηθες φορτίο τους. Αποτέλεσμα αυτού, σύμφωνα με τον νόμο του Wolff, είναι η μη σωστή ανάπτυξη και συρρίκνωσή τους [26].

Επιπλέον, είναι εξίσου σημαντικό να αναφερθεί ότι η συγκεκριμένη κατηγορία αρχιτεκτονικών υλικών χρησιμοποιείται προκειμένου να προάγει την οστεοενσωμάτωση (osseointegration), δηλαδή την ανάπτυξη και σύνδεση του ζώντος οστού στο εμφύτευμα, με την οποία εξασφαλίζονται υψηλές επιδόσεις αφού επιτυγχάνεται η λειτουργική του σταθερότητα. Στο Σχήμα 3.16 παρουσιάζεται μια τεχνητή κυπελλοειδής κοτύλη (acetabular cup) εμφυτεύματος ισχίου, στην οποία έχει προστεθεί πλεγματική δομή ώστε να εξασφαλίζεται η οστεοενσωμάτωση.



Σχήμα 3.16: Κυπελλοειδής κοτύλη ισχιακού εμφυτεύματος με εξωτερική πλεγματική δομή κατασκευασμένη με τεχνολογία προσθετικής κατασκευής [24]

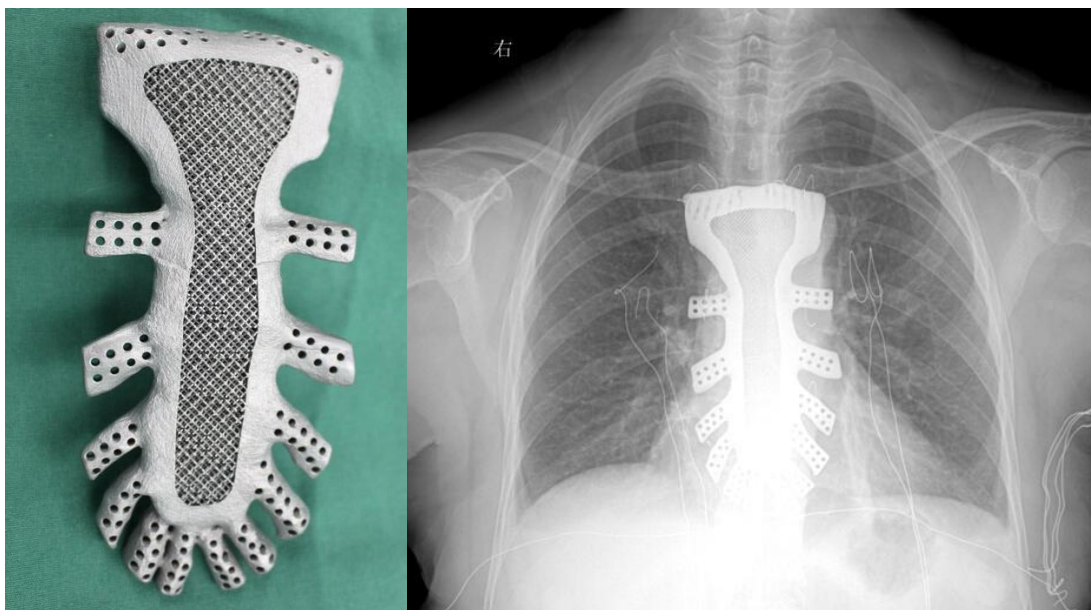
Παράλληλα με όσα περιγράφονται προηγουμένως, οι πλεγματικές δομές μπορούν να εφαρμοστούν και ως ικριώματα (scaffolds) για την αναδημιουργία και την αντικατάσταση ιστών, χόνδρων και οστών. Όλα τα ικριώματα χρειάζονται ένα διασυνδεδεμένο δίκτυο πόρων για την ανάπτυξη των κυττάρων, τη μεταφορά των θρεπτικών ουσιών και των μεταβολικών αποβλήτων. Η προσθετική κατασκευή είναι ιδιαίτερα χρήσιμη και αποτελεσματική για τέτοιου είδους εφαρμογές, διότι προσφέρει τη δυνατότητα ταχείας παραγωγής ικριωμάτων που ανταποκρίνονται στις ειδικές απαιτήσεις ενός ασθενούς από την άποψη του μεγέθους και της γεωμετρίας του ελαττωματικού ιστού, καθώς και των βιολογικών χαρακτηριστικών. Εκτός των απαιτήσεων της βιοσυμβατότητας και των κατάλληλων επιφανειακών ιδιοτήτων για την προσκόλληση των κυττάρων, τα ικριώματα πρέπει συνήθως να ταιριάζουν με τις μηχανικές ιδιότητες των ιστών στο σημείο της εμφύτευσης [24].

Η ικανότητα παραγωγής τέτοιων εξαρτημάτων υψηλής ποιότητας που προσαρμόζονται σε πολύπλοκες, ειδικές για τον ασθενή επιφάνειες καθιστά τη μέθοδο SLM ιδανική για την κατασκευή ιατρικών εμφυτευμάτων. Τα μικροπλέγματα



(microlattices) τιτανίου ή κραμάτων αυτού, όπως το Ti-6Al-4V, που παράγονται με τις μεθόδους EBM και SLM, χρησιμοποιούνται συχνά σε βιοϊατρικές εφαρμογές λόγω των εξαιρετικών μηχανικών και χημικών τους ιδιοτήτων σε σχέση με τη βιοσυμβατότητα [23], [55].

Στο επόμενο σχήμα (Σχήμα 3.17) παρουσιάζεται ένα εμφύτευμα τιτανίου που τοποθετήθηκε στη θωρακική περιοχή ενός ασθενή με καρκίνο. Η κατασκευή αυτή είναι πλέον σε θέση να προστατεύει ζωτικά όργανα της περιοχής, όπως η καρδιά.



Σχήμα 3.17: Εμφύτευμα τιτανίου ειδικά κατασκευασμένο για ασθενή με καρκίνο στο στήθος, πριν και μετά τη χειρουργική επέμβαση αποκατάστασής του [70]

### 3.6.2 Αυτοκινητοβιομηχανία

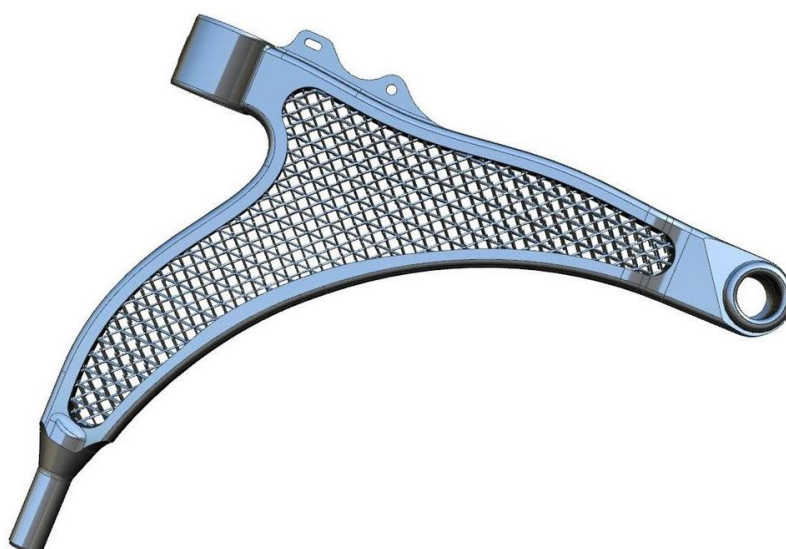
Στις κύριες απαιτήσεις-επιδιώξεις της αυτοκινητοβιομηχανίας συμπεριλαμβάνονται η αυξημένη ασφάλεια του οχήματος, η χαμηλή κατανάλωση καυσίμου, η μείωση του βάρους, η βελτίωση της άνεσης των επιβατών, η μείωση του μεγέθους των αυτοκινήτων και των κινητήρων, η υψηλή ασφάλεια κατά τη σύγκρουση και η μείωση των εκπομπών θορύβου από τα αυτοκίνητα [45].

Ωστόσο, το χαμηλό βάρος των οχημάτων αποτελεί τον κύριο στόχο σχεδιασμού, ο οποίος συνεπάγεται μικρότερη ποσότητα υλικού, μικρότερη κατανάλωση καυσίμου και ταυτόχρονα υψηλότερες επιδόσεις. Για παράδειγμα, το βάρος που αφαιρείται από το πλαίσιο ενός οχήματος επιτρέπει τη χρήση μικρότερου και ελαφρύτερου κινητήρα, καθώς και ελαφρύτερων φρένων και αναρτήσεων. Πλέον, ολόκληρο το όχημα ζυγίζει σημαντικά λιγότερο και το πλαίσιο μπορεί να επανεξεταστεί για περαιτέρω ελάφρυνση. Μέσω αυτής της διαδικασίας εξοικονόμησης μάζας (mass decomponing) επιτυγχάνονται μερικές από τις παραπάνω σχεδιαστικές απαιτήσεις

[71]. Μια μείωση στο βάρος των εξαρτημάτων ενός αυτοκινήτου κατά 10% μπορεί να προσφέρει 6-8% εξοικονόμηση στην κατανάλωση καυσίμων. Με αυτόν τον τρόπο, το ελαφρύτερο όχημα εκπέμπει χαμηλότερα ποσά διοξειδίου του άνθρακα, ρυπαίνοντας σε μικρότερο ποσοστό το περιβάλλον [65].

Χρησιμοποιώντας τις παραδοσιακές μεθόδους παραγωγής, οι πολύπλοκες γεωμετρίες που απαιτούνται για την επίτευξη τέτοιων στόχων, μπορεί να είναι ακριβές ή αδύνατο να παραχθούν με μία συγκεκριμένη τεχνολογία. Ωστόσο, με τη χρήση των τεχνολογιών προσθετικής κατασκευής μπορούν να παραχθούν εύκολα, ενώ σε συνδυασμό με τις πλεγματικές δομές, καθίστανται ελαφρύτερες και λιγότερο δαπανηρές από τις συμπαγείς.

Στο ακόλουθο σχήμα (Σχήμα 3.18) παρουσιάζεται ένας βραχίονας ελέγχου του συστήματος ανάρτησης ενός αγωνιστικού αυτοκινήτου. Ο σχεδιασμός της εσωτερικής δομής πλέγματος αποσκοπεί στη μείωση του βάρους του συστήματος ανάρτησης, βελτιώνοντας σημαντικά την απόδοση ολόκληρου του αυτοκινήτου.

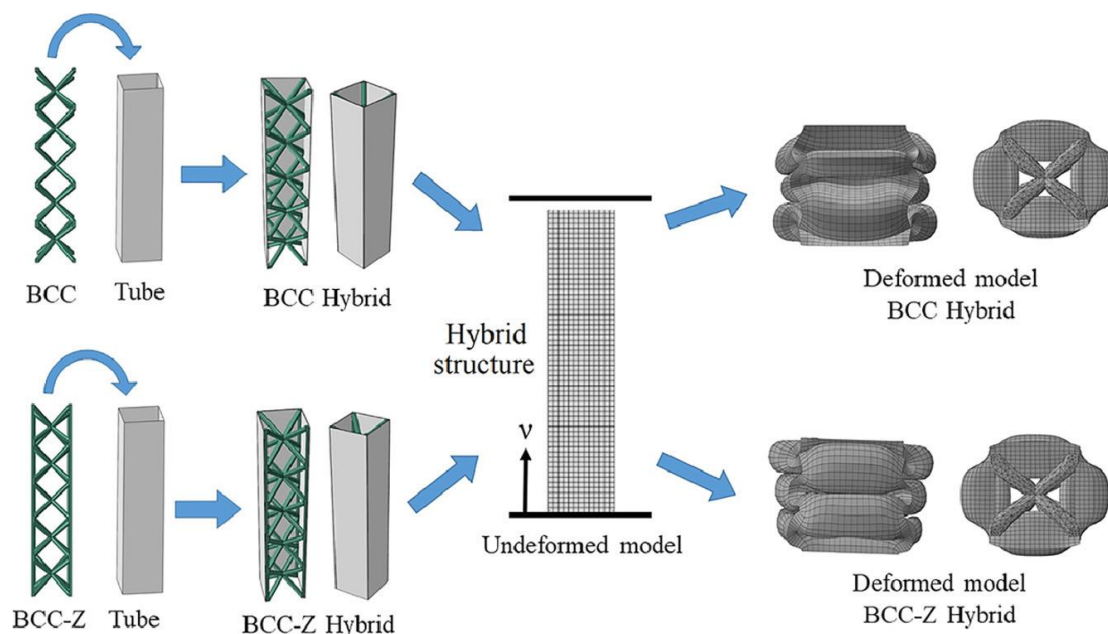


Σχήμα 3.18: Βραχίονας ελέγχου συστήματος ανάρτησης αγωνιστικού αυτοκινήτου με χρήση πλεγματικών δομών για τη μείωση του βάρους του [72]

Σε ένα κρουστικό γεγονός, κυτταρικά υλικά, όπως οι πλεγματικές δομές, είναι σε θέση να υποστούν πλαστική παραμόρφωση μετά τη μετατροπή της κινητικής ενέργειας και τη μεταφορά της ορμής. Με αυτόν τον τρόπο έχουν τη δυνατότητα να απορροφούν ενέργεια, γεγονός που παρουσιάζει ιδιαίτερο ενδιαφέρον για την αυτοκινητοβιομηχανία, αφού κατά τον σχεδιασμό ενός οχήματος είναι υποχρεωτική η χρήση υλικών απορρόφησης ενέργειας για την προστασία των επιβατών από κάποια πρόσκρουση. Χαρακτηριστικό είναι πως αυτή τους η συμπεριφορά επηρεάζεται μεταβάλλοντας την τοπολογία των κυψελίδων του πλέγματος, τη

σύνθεση του κράματος από το οποίο αποτελούνται, αλλά και τη σχετική πυκνότητα [55].

Στο Σχήμα 3.19 παρουσιάζεται μια κατασκευή απορρόφησης ενέργειας του συστήματος του προφυλακτήρα ενός αυτοκινήτου. Σκοπός της είναι η αντοχή και προστασία από πρόσκρουση (crashworthiness).



Σχήμα 3.19: Συσκευές απορρόφησης ενέργειας τετραγωνικής διατομής με διάφορους τύπους πλέγματος στο εσωτερικό τους, πριν και μετά την παραμόρφωσή τους [73]

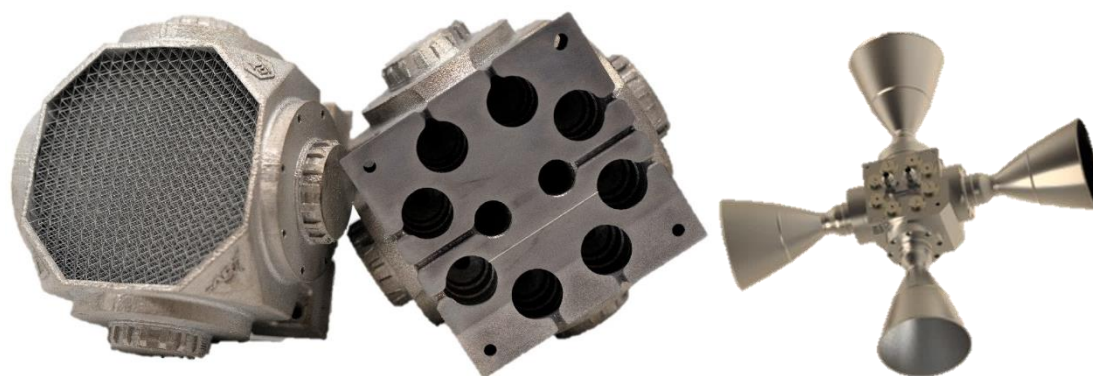
### 3.6.3 Αεροδιαστημική και αεροναυπηγική βιομηχανία

Όπως και στην αυτοκινητοβιομηχανία, έτσι και στην αεροδιαστημική και αεροναυπηγική, πρωταρχικός στόχος είναι η κατασκευή ενός ελαφρύτερου αεροσκάφους με ταυτόχρονη διατήρηση της αξιοπιστίας και της ασφάλειάς του. Η μείωση του βάρους, λοιπόν, ενός αεροσκάφους είναι πολύ σημαντική προκειμένου να αυξηθεί η εμβέλειά του αλλά και να μειωθεί το αντίστοιχο κόστος των καυσίμων. Ελάττωση στο βάρος ενός αεροπλάνου κατά ένα κιλό μπορεί να συμβάλει στην εξοικονόμηση καυσίμων αξίας έως και 3000\$ ετησίως [74], ενώ σύμφωνα με την Airbus αποτρέπεται η εκπομπή 25 τόνων διοξειδίου του άνθρακα κατά τη διάρκεια της ζωής του [3].

Λόγω του χαμηλού τους βάρους και της υψηλής τους αντοχής, οι πλεγματικές δομές, σε συνδυασμό με τις τεχνολογίες προσθετικής κατασκευής, θεωρούνται οι πλέον κατάλληλες για αξιοποίηση σε αυτούς τους κλάδους της βιομηχανίας. Γι' αυτόν τον λόγο, χρησιμοποιούνται συχνά στον δομικό σχεδιασμό αεροσκαφών, πυραύλων, δορυφόρων, διαστημικών τηλεσκοπίων και άλλων εφαρμογών της αεροδιαστημικής. Μερικά παραδείγματα στα οποία υπάρχουν τέτοιες δομές είναι τα πτερύγια ενός

αεριοστρόβιλου, οι πτέρυγες του αεροσκάφους, οι προσαρμογείς ωφέλιμου φορτίου πυραύλων (payload adapters), τα κελύφη της ατράκτου του αεροσκάφους (fuselage skin) και οι δοκοί τους [29], [30].

Στο Σχήμα 3.20 παρουσιάζεται ένας τετραπλός προωθητήρας (thruster) του συστήματος ελέγχου αντίδρασης (reaction control system) ενός διαστημικού σκάφους, που χρησιμοποιείται για τον έλεγχο της θέσης και τη διατήρηση της τροχιάς του. Με την χρήση πλεγματικών δομών στο εσωτερικό του επιτυγχάνεται σημαντική μείωση στο βάρος και το κόστος του.



Σχήμα 3.20: Τετραπλός προωθητήρας διαστημικού σκάφους κατασκευασμένος από Ti-6Al-4V εξ' ολοκλήρου με προσθετική κατασκευή [75]

Συμπληρωματικά με τα παραπάνω, μικροπλέγματα μπορούν να χρησιμοποιηθούν ως υλικό πυρήνα σε δομές σάντουιτς (sandwich structures) για την κατασκευή των ατράκτων και των πτερύγων των αεροσκαφών. Οι δομές σάντουιτς έχουν τη δυνατότητα να απορροφούν ενέργεια σε περιπτώσεις κρούσεων και κραδασμών [55], ενώ μπορούν να χρησιμοποιηθούν ακόμη και ως θερμικοί ελεγκτές αλλαγής φάσης (phase-change thermal controllers), εξαρτήματα με υψηλή σημασία για τη διαχείριση της θερμοκρασίας σε διάφορα ηλεκτρονικά συστήματα των διαστημοπλοίων [23].

#### 3.6.4 Συσκευές διαχείρισης της θερμότητας

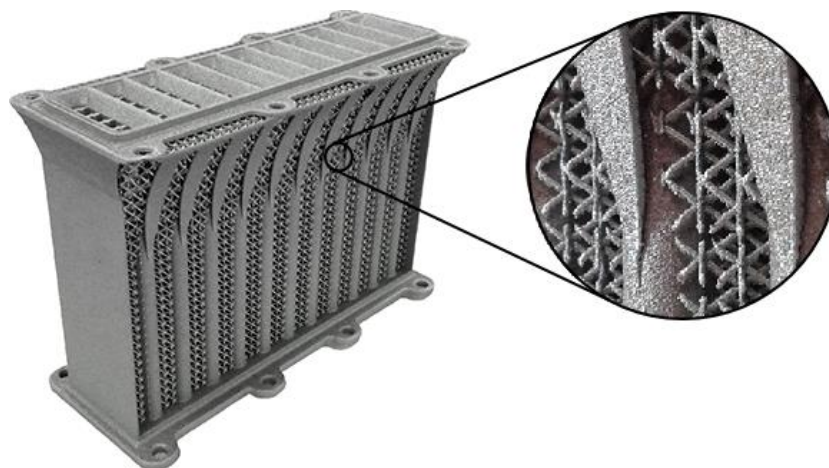
Εκτός από την ανάπτυξη κατασκευών χαμηλού βάρους, οι πλεγματικές δομές δύναται να χρησιμοποιηθούν και για την αύξηση της μεταφοράς θερμότητας εξαιτίας του μεγάλου εμβαδού επιφάνειας και του μεγάλου αριθμού πόρων που παρουσιάζουν. Στο Σχήμα 3.21 παρουσιάζεται μια τοπολογικά βελτιστοποιημένη κυλινδροκεφαλή ενός κινητήρα με εσωτερικές δομές πλέγματος που αναπτύχθηκε μέσω της τεχνολογίας SLM. Χρησιμοποιώντας πλέγματα στον σχεδιασμό της κυλινδροκεφαλής αυξάνεται σημαντικά το εμβαδόν της επιφάνειας απαγωγής θερμότητας, και ταυτόχρονα μειώνονται οι κραδασμοί και το βάρος της [26].





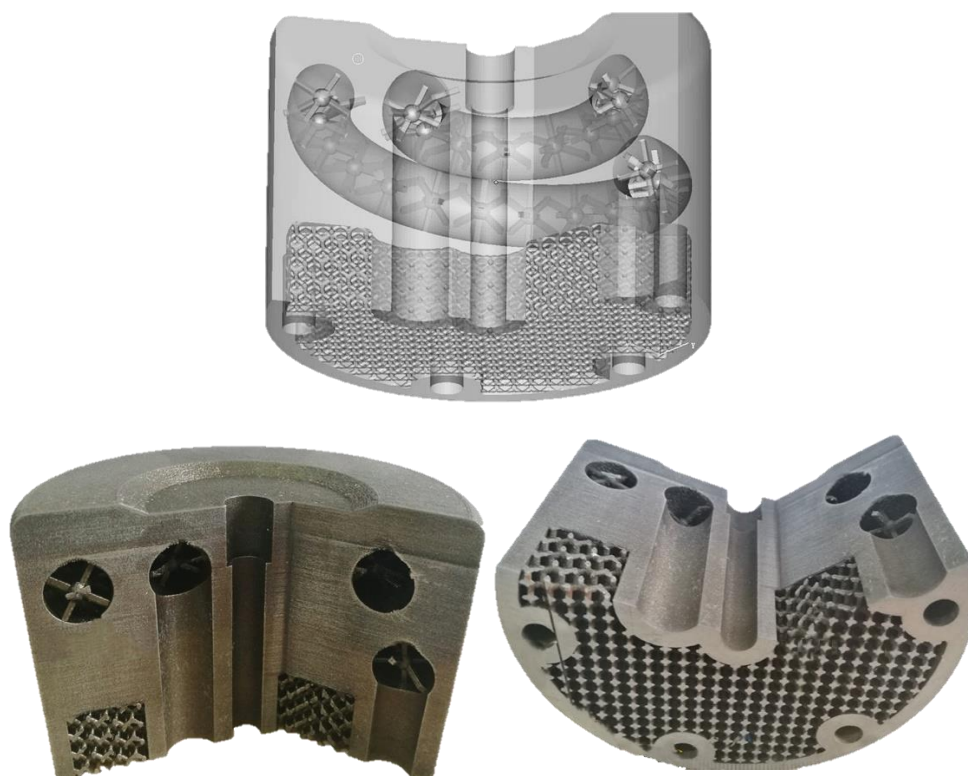
Σχήμα 3.21: Κυλινδροκεφαλή με εσωτερικές πλεγματικές δομές. Ο νέος σχεδιασμός προκαλεί μείωση του βάρους κατά 66%, ενώ με την αύξηση του εμβαδού η ψύξη είναι αποτελεσματικότερη [26].

Άλλες χρήσεις των πλεγματικών δομών που αφορούν τη θερμική διαχείριση (thermal management) βρίσκουν εφαρμογή σε εναλλάκτες θερμότητας (heat exchangers) (Σχήμα 3.22), πλάκες ψύξης (cold plates) και σωλήνες θερμότητας (heat pipes), κατασκευές μεγάλου ενδιαφέροντος, ιδίως για ψύξη υψηλής απόδοσης. Τα ρευστά διέρχονται μέσα από αυτές τις δομές και συγχρόνως ψύχουν την κατασκευή ενδιαφέροντος [24].



Σχήμα 3.22: Εναλλάκτης θερμότητας (Intercooler) αγωνιστικού αυτοκινήτου κατασκευασμένος από κράμα αλουμινίου AlSi10Mg με χρήση τεχνολογίας PBF [76]

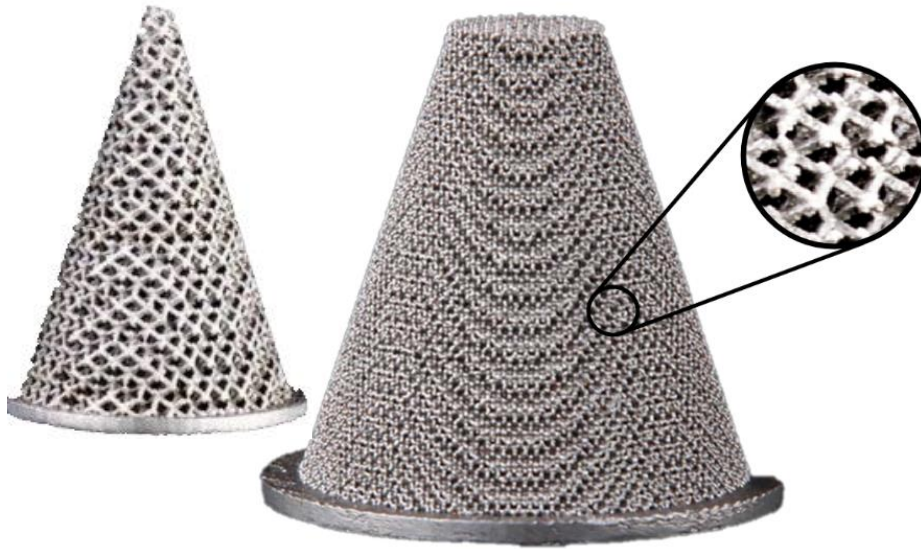
Ακόμη, με τη βοήθεια της προσθετικής κατασκευής, είναι δυνατή η δημιουργία σύμμορφων καναλιών ψύξης (conformal cooling channels) που ακολουθούν το σχήμα ενός καλουπιού, και ενσωματώνουν δομές πλέγματος για την ταχύτερη και αποδοτικότερη ψύξη κατά τη διαδικασία της χύτευσης ενός αντικειμένου (Σχήμα 3.23) [77].



Σχήμα 3.23: Μεταλλικό καλούπι με προσαρμοσμένο σύστημα ψύξης και πλεγματικές δομές στο εσωτερικό του, κατασκευασμένο με μέθοδο Laser-PBF για τη χύτευση αντικειμένων με έγχυση [77]

### 3.6.5 Διήθηση και διαχωρισμός

Πέραν αυτών, η ύπαρξη πορώδους καθιστά τις πλεγματικές δομές κατάλληλες για χρήση σε εφαρμογές διήθησης και διαχωρισμού. Στο Σχήμα 3.24 παρουσιάζονται κωνικά φίλτρα από ανοξείδωτο ατσάλι με πλέγμα που κατασκευάστηκε με τη διαδικασία SLM. Με τη βοήθεια επομένως της προσθετικής κατασκευής και των πλεγματικών δομών, είναι εφικτή η επίτευξη ενός καλού επιπέδου διήθησης και αντοχής, διατηρώντας παράλληλα μια μέγιστη ανοιχτή επιφάνεια (open area) για την εξασφάλιση αποτελεσματικής διήθησης [78].



Σχήμα 3.24: Κωνικά φίλτρα πλεγματικών δομών [78]

### 3.6.6 Πλεγματικές δομές μεταϋλικών

Ο όρος μηχανικό μεταϋλικό (metamaterial) χρησιμοποιείται για να περιγράψει αρχιτεκτονικά υλικά με ασυνήθιστες μηχανικές ιδιότητες. Αυτά τα υλικά παρουσιάζουν αντιστρεπτή παραμόρφωση που οφείλεται στην αρχιτεκτονική τους και όχι στην χημική τους σύσταση.

Μικροπλέγματα κατασκευασμένα από εξαιρετικά λεπτότοιχους κοίλους σωλήνες έχουν την ικανότητα να λυγίζουν και να παραμορφώνονται κατά τη φόρτισή τους και να επανέρχονται κατά την αποφόρτισή τους ανεξάρτητα από το υλικό από το οποίο αποτελούνται. Στο επόμενο σχήμα (Σχήμα 3.25), παρουσιάζεται αυτό το φαινόμενο με μικροπλέγματα ψαθυρού νανοκρυσταλλικού νικελίου τα οποία εμφανίζουν αυξητική συμπεριφορά.

Τα αυξητικά υλικά είναι μια κατηγορία μηχανικών μεταϋλικών με αρνητικό λόγο Poisson που μπορούν να κατασκευαστούν μέσω της προσθετικής κατασκευής. Η χρήση τέτοιου είδους δομών βρίσκει εφαρμογή σε συστήματα απορρόφησης ηχητικών κυμάτων και ενέργειας από κρούσεις και εκρήξεις [24], [29].



Σχήμα 3.25: Μεταλλικό μικροπλέγμα με αντιστρεπτή παραμόρφωση και αυξητική συμπεριφορά [24]

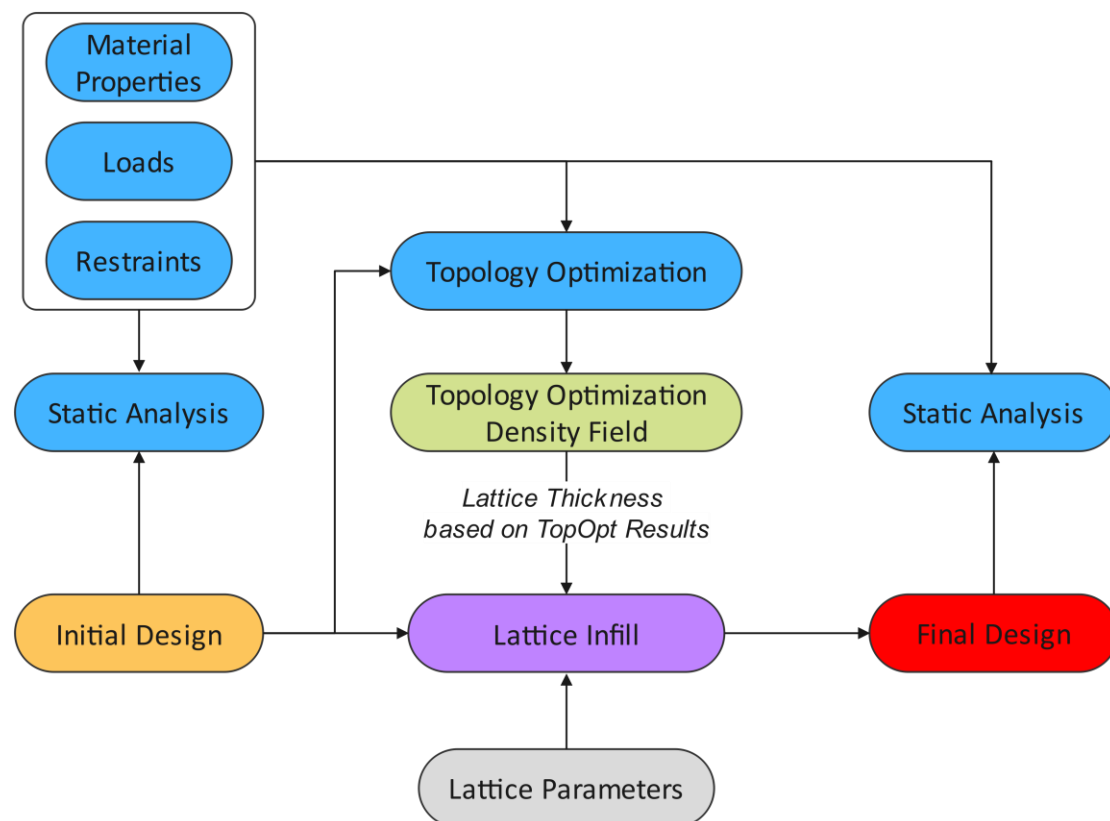
### 3.6.7 Ηλεκτρόδια μπαταριών

Ενδιαφέρον παρουσιάζει η εφαρμογή των πλεγματικών δομών στο εσωτερικό μπαταριών ιόντων λιθίου προκειμένου να βελτιωθεί η απόδοσή τους. Η τριδιάστατη εκτύπωση ηλεκτροδίων με μικροπλέγμα που έχει συγκεκριμένο πορώδες επιτρέπει στο λίθιο να μεταφέρεται αποτελεσματικά μέσα στη μπαταρία και να βελτιώνει σημαντικά τη χωρητικότητα και τους ρυθμούς φόρτισης-εκφόρτισης. Οι μπαταρίες μπορούν έτσι να έχουν υψηλή χωρητικότητα για το ίδιο βάρος, ή διαφορετικά, για την ίδια χωρητικότητα, ένα πολύ μειωμένο βάρος [79].

## 4 Σχεδιασμός και βελτιστοποίηση γαλλικού κλειδιού με πλεγματικές δομές μεταβαλλόμενης πυκνότητας – Μια πιλοτική μελέτη

### 4.1 Εισαγωγή

Το κεφάλαιο αυτό παρουσιάζει μια πιλοτική μελέτη από την οποία καταφαίνεται ο τρόπος συνδυασμού των πλεγματικών δομών με την τοπολογική βελτιστοποίηση. Από αυτήν τη σύνθεση μπορούν να δημιουργηθούν πλεγματικές δομές μεταβαλλόμενης πυκνότητας, οι οποίες έχουν τη δυνατότητα να αντικαταστήσουν στερεούς όγκους έτσι ώστε να προκύψουν ελαφριές αλλά και ισχυρές κατασκευές. Σημαντικό χαρακτηριστικό αυτών των δομών είναι ότι μπορούν να παραχθούν εύκολα με μεθόδους προσθετικής κατασκευής. Η διαδικασία σχεδιασμού τέτοιων δομών αποτελείται από τέσσερα κύρια στάδια τα οποία περιγράφονται συνοπτικά με το επόμενο διάγραμμα ροής εργασιών (Σχήμα 4.1).



Σχήμα 4.1: Γενικό διάγραμμα ροής εργασιών για τη δημιουργία πλεγματικών δομών μεταβαλλόμενης πυκνότητας

Το πρώτο στάδιο περιλαμβάνει τη στατική ανάλυση των πεπερασμένων στοιχείων (Static Analysis) για την αρχική γεωμετρία της υπό βελτιστοποίηση κατασκευής. Τα αποτελέσματα που λαμβάνονται από αυτήν την ανάλυση παρέχουν πολύτιμες

πληροφορίες σχετικά με τη δομική συμπεριφορά του αρχικού σχεδιασμού. Μέσω αυτής εντοπίζονται οι περιοχές υψηλών τάσεων, πιθανά σημεία αστοχιών και αδυναμιών της κατασκευής, ενώ ο μηχανικός κατανοεί την παραμόρφωση που αυτή υφίσταται υπό την επίδραση των εφαρμοζόμενων φορτίων. Η στατική ανάλυση μπορεί να ανιχνεύσει πιθανά σφάλματα και προβλήματα νωρίς, πριν την τοπολογική βελτιστοποίηση της κατασκευής. Για παράδειγμα, η λανθασμένη επιβολή οριακών συνθηκών και φορτίσεων είναι μερικά από τα σημαντικότερα ζητήματα που μπορούν να εντοπιστούν και να διορθωθούν. Ταυτόχρονα, η εκτέλεση μιας τέτοιας ανάλυσης, στην αρχή της παραπάνω διαδικασίας, παρέχει ένα μέτρο σύγκρισης του αρχικού σχεδιασμού με τον βελτιστοποιημένο αναφορικά με τη συμπεριφορά του. Εκτός αυτών, οι τιμές των τάσεων και των μετακινήσεων που προκύπτουν μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την καθοδήγηση και τον περιορισμό της διαδικασίας της τοπολογικής βελτιστοποίησης.

Επόμενο στάδιο αποτελεί η τοπολογική βελτιστοποίηση (Topology Optimization) της κατασκευής. Πρωταρχικός στόχος αυτής της υπολογιστικής μεθόδου είναι η εύρεση της βέλτιστης κατανομής του υλικού σε έναν δεδομένο χώρο σχεδιασμού ικανοποιώντας συγκεκριμένα κριτήρια. Συνήθως, αυτά περιλαμβάνουν την ελαχιστοποίηση της ενδοτικότητας (μεγιστοποίηση της δυσκαμψίας) της κατασκευής με παράλληλη ελαχιστοποίηση της χρήσης του υλικού και την προσθήκη κάποιων κατασκευαστικών περιορισμών. Η προκύπτουσα κατανομή του υλικού εκφράζεται σε όρους πυκνότητας των πεπερασμένων στοιχείων του χώρου σχεδιασμού (Topology Optimization Density Field), όπου η υψηλότερη πυκνότητα εμφανίζεται σε κρίσιμες για την κατασκευή περιοχές.

Στη συνέχεια επιλέγεται η περιοχή της κατασκευής η οποία θα αντικατασταθεί από κάποια πλεγματική δομή (Lattice Infill). Για να σχεδιαστεί μια τέτοια δομή ορίζονται ο τύπος, το μέγεθος, ο προσανατολισμός της μοναδιαίας κυψελίδας καθώς και το ελάχιστο και μέγιστο πάχος που μπορεί να λάβει κάθε ράβδος της (Lattice Parameters). Αξιοποιώντας την κατανομή της πυκνότητας, από το προηγούμενο στάδιο, και μέσω συνάρτησης η οποία μεταβάλλει σταδιακά το πάχος των ράβδων, δημιουργείται η κατανομή του πάχους. Το τελικό αποτέλεσμα είναι μια κατασκευή στην οποία η δομή πλέγματος έχει παχύτερες ράβδους στις περιοχές μεγαλύτερης πυκνότητας, λεπτότερες στις περιοχές χαμηλότερης πυκνότητας και ενδιάμεσου πάχους στις υπόλοιπες περιοχές.

Τελευταίο στάδιο, μετά τη δημιουργία του τελικού σχεδιασμού, αποτελεί η αξιολόγηση της συμπεριφοράς του αλλά και της ίδιας της διαδικασίας βελτιστοποίησης που ακολουθήθηκε. Η αξιολόγηση αυτή πραγματοποιείται με μια νέα στατική ανάλυση η οποία περιλαμβάνει τις ίδιες ιδιότητες υλικού, τα ίδια εφαρμοζόμενα φορτία και οριακές συνθήκες με την αρχική ανάλυση. Από αυτήν ελέγχεται αν πληρούνται οι επιθυμητές απαιτήσεις επίδοσης (performance) για την κατασκευή, όπως για παράδειγμα αν είναι αποδεκτά τα επίπεδα των αναπτυσσόμενων τάσεων και ικανοποιητικές οι μετατοπίσεις που εμφανίζονται. Στην περίπτωση όμως που η απόκριση δεν είναι εντός των αποδεκτών ορίων και στόχων



τότε εξετάζονται πιθανές αλλαγές στη διαδικασία της βελτιστοποίησης ή και στις παραμέτρους που χαρακτηρίζουν την πλεγματική δομή. Αξίζει να σημειωθεί ότι η παράλειψη της στατικής ανάλυσης μετά τη βελτιστοποίηση εγκυμονεί τον κίνδυνο ανάπτυξης μη ρεαλιστικών σχεδίων με χαμηλή αποτελεσματικότητα.

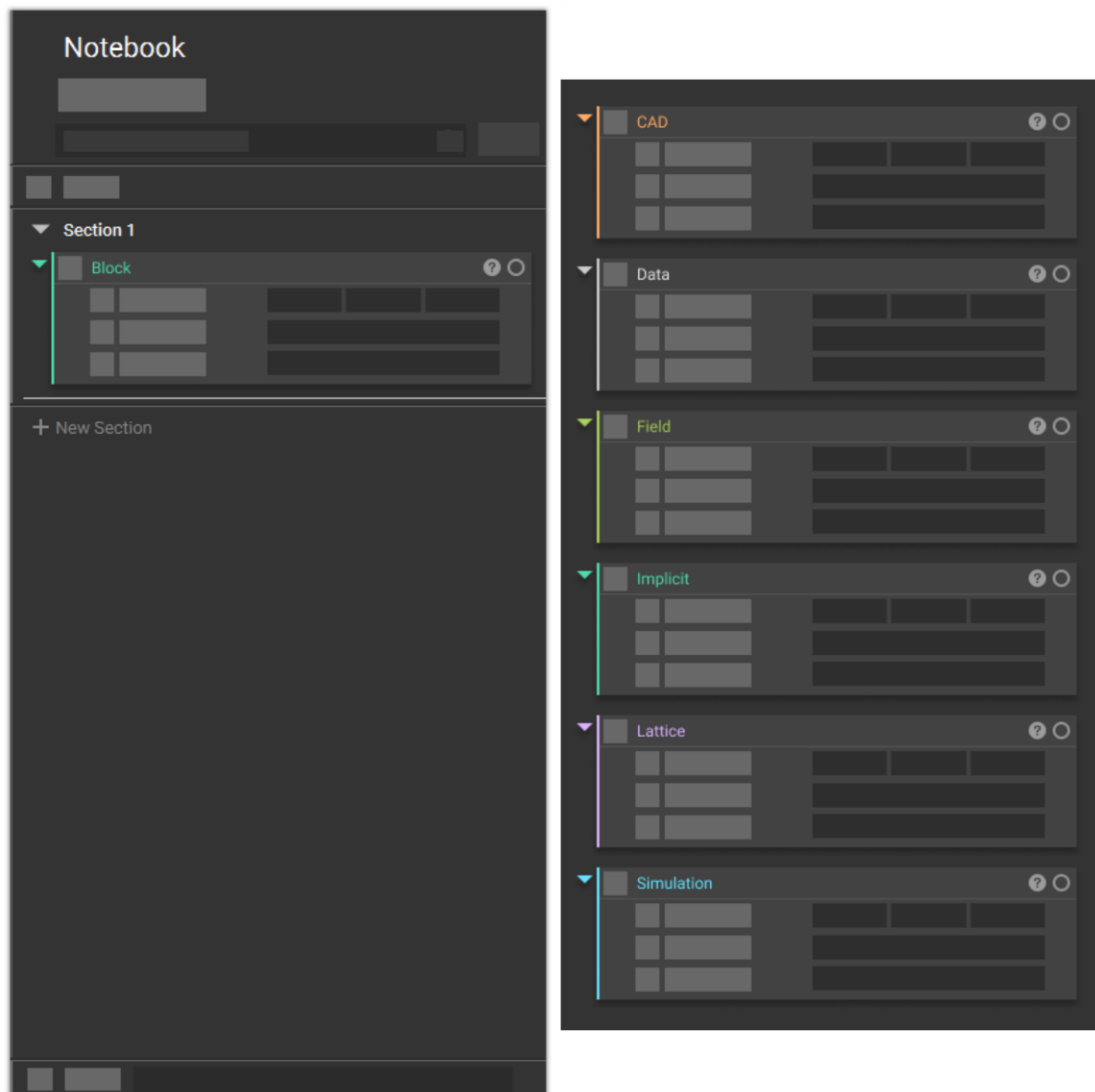
Ως εκ τούτου, η παραπάνω διαδικασία δημιουργίας βέλτιστων δομών επιτρέπει στους σχεδιαστές-μηχανικούς να διερευνήσουν νέες δυνατότητες σχεδιασμού, να μειώσουν τη χρήση υλικών, να βελτιώσουν και να δημιουργήσουν καινοτόμα και αποδοτικά προϊόντα. Παρακάτω θα εξεταστούν δύο περιπτώσεις δημιουργίας κατασκευών με πλεγματικές δομές μεταβαλλόμενης πυκνότητας. Όλες οι αναλύσεις της κατασκευής με πεπερασμένα στοιχεία (Finite Element Analysis – FEA), η τοπολογική βελτιστοποίηση καθώς και η δημιουργία των πλεγματικών δομών πραγματοποιούνται με το λογισμικό nTop (nTopology). Η λεπτομερής ροή εργασιών που ακολουθείται για την υλοποίηση της μελέτης με τη βοήθεια του nTop παρουσιάζεται στο Παράρτημα.

## 4.2 Λογισμικό σχεδίασης nTop

Το nTop χρησιμοποιεί έναν διαφορετικό τρόπο περιγραφής και αναπαράστασης ενός στερεού μοντέλου καθώς δεν βασίζεται στη συνοριακή αναπαράσταση (Boundary Representation – B-Rep), όπως συμβαίνει στα συνήθη συστήματα CAD (Computer Aided Design), αλλά σε πεπλεγμένες συναρτήσεις (implicit functions). Με την πεπλεγμένη αναπαράσταση χρειάζεται μία και μόνο μαθηματική συνάρτηση για να ορίσει ένα τριδιάστατο αντικείμενο. Έτσι, με αυτήν την προσέγγιση το εν λόγω λογισμικό είναι σε θέση να χειριστεί και να δημιουργήσει τάχιστα πολύπλοκα μοντέλα, όπως οι πλεγματικές δομές [80]. Επιπλέον, κάθε φυσικό μέγεθος μπορεί να περιγραφεί ως ένα πεδίο· από τα αποτελέσματα μιας προσομοίωσης και τα πειραματικά δεδομένα μέχρι τη γεωμετρία ενός στερεού σώματος. Ένα πεδίο είναι ένας κανόνας που αντιστοιχίζει μια τιμή σε κάθε σημείο του τριδιάστατου χώρου. Χάρη σε αυτήν την ιδιότητα το nTop δίνει στον μηχανικό τη μοναδική δυνατότητα να δημιουργεί βελτιστοποιημένες δομές μέσω μιας μεθοδολογίας γενετικού σχεδιασμού (generative design) η οποία αναφέρεται ως σχεδιασμός με βάση ένα πεδίο τιμών (Field-Driven Design) [81] και βασίζεται στην πεπλεγμένη μοντελοποίηση. Για παράδειγμα, το πεδίο πυκνότητας που προκύπτει από την τοπολογική βελτιστοποίηση χρησιμοποιείται για την άμεση μεταβολή του πάχους των ράβδων των πλεγματικών δομών, με αποτέλεσμα να δημιουργούνται παχύτερα πλέγματα σε περιοχές με μεγαλύτερη πυκνότητα.

Ο σχεδιασμός και η ανάλυση στο λογισμικό αυτό διαμορφώνεται και υλοποιείται μέσω του «nTop Notebook». Σ' αυτό αποτυπώνεται η ροή εργασιών (workflow) που ακολουθείται χρησιμοποιώντας ένα σύνολο από «Blocks», καθένα από τα οποία εκτελεί μια συγκεκριμένη λειτουργία. Το σύστημα αυτό («Block System») παρέχει ένα γραφικό περιβάλλον προγραμματισμού το οποίο περιλαμβάνει μια βιβλιοθήκη από Blocks. Τα «Blocks» αποτελούν τα θεμελιώδη στοιχεία που δημιουργούν και

τροποποιούν τη γεωμετρία, τα δεδομένα εισόδου ή τα δεδομένα εξόδου. Ουσιαστικά πρόκειται για συναρτήσεις που λαμβάνουν ένα σύνολο εισόδων (inputs) και με κατάλληλους υπολογισμούς παράγουν μια έξοδο (output) που στη συνέχεια μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως είσοδος σε άλλα «Blocks». Η διάταξη με την οποία τοποθετούνται τα Blocks στο «Notebook» δεν είναι απαραίτητο να είναι σειριακή, μιας και μπορούν να εκτελούνται παράλληλα πολλαπλές διεργασίες. Οποιοδήποτε Block ή είσοδος μπορεί να μετατραπεί σε μεταβλητή (variable), επιτρέποντας τον εύκολο και γρήγορο χειρισμό τους από τον χρήστη. Επιπλέον, κάθε Block που ενσωματώνεται στο «Notebook» διακρίνεται χρωματικά από τα υπόλοιπα. Διαφορετικά χρώματα αντιπροσωπεύουν διαφορετικές κατηγορίες εξόδου. Διακρίνονται έξι βασικές κατηγορίες: CAD, Data, Field, Implicit, Lattice, Simulation, οι οποίες απεικονίζονται στο Σχήμα 4.2. Αναλυτική περιγραφή αυτών των κατηγοριών εντοπίζεται στον οδηγό του λογισμικού [82].

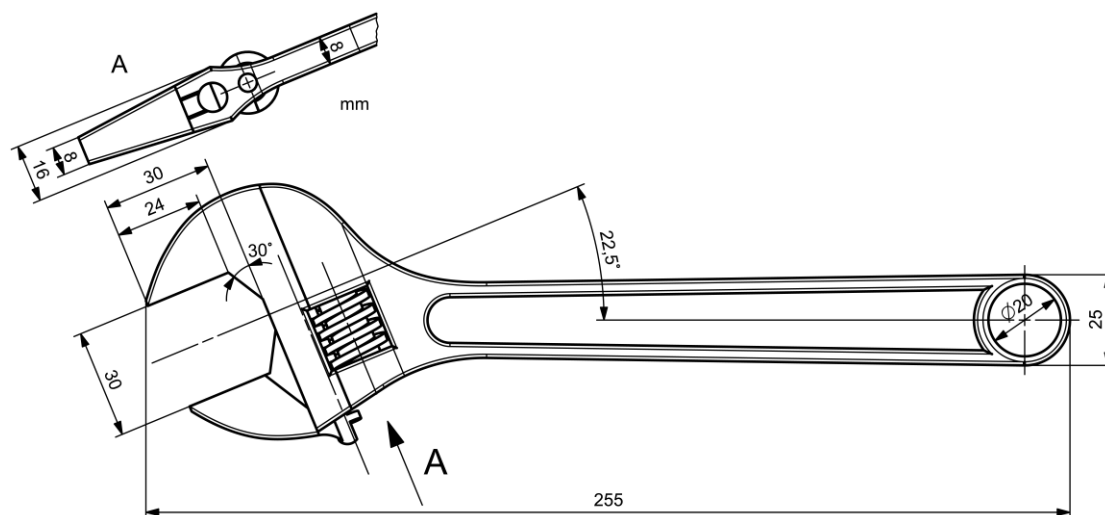


Σχήμα 4.2: Απεικόνιση του «nTop Notebook» (αριστερά) και η χρωματική διάκριση των κατηγοριών εξόδου (δεξιά)



### 4.3 Το γαλλικό κλειδί

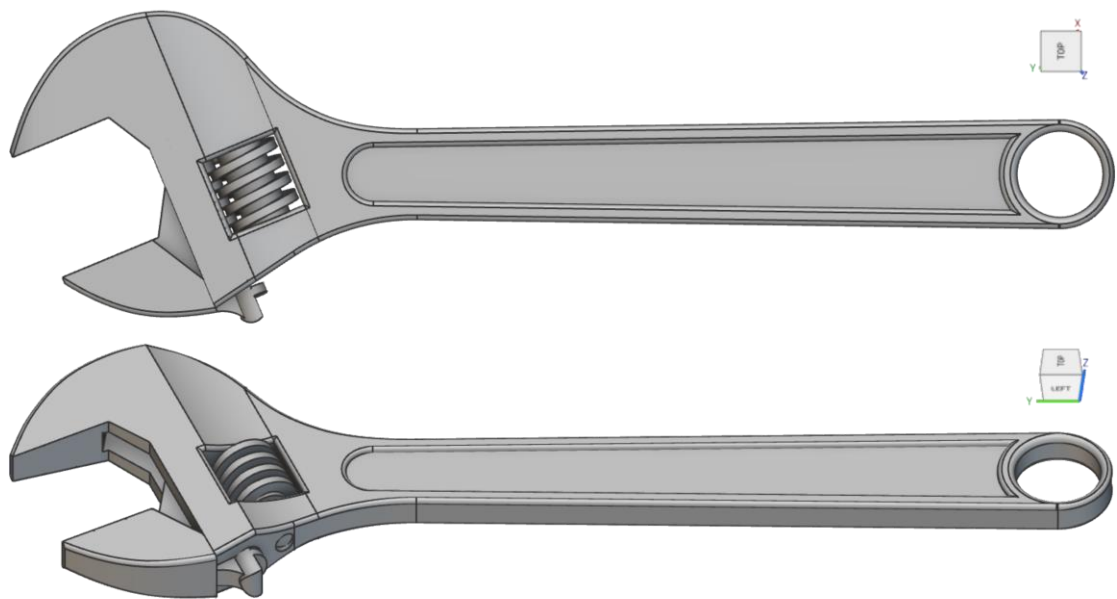
Για τις ανάγκες αυτής της εργασίας επιλέγεται ως κατασκευή αναφοράς ένα γαλλικό κλειδί (adjustable wrench), το οποίο κατασκευάζεται με τα χαρακτηριστικά που παρουσιάζονται στο παρακάτω σχήμα (Σχήμα 4.3) και απορρέουν από το πρότυπο ISO 6787:2018 [83].



Σχήμα 4.3: Βασικές διαστάσεις του γαλλικού κλειδιού ISO 6787 - B 22.5 x 255 με μέγιστο άνοιγμα σιαγόνων 30 mm

Συγκεκριμένα, πρόκειται για ένα εργαλείο χειρός το οποίο χρησιμοποιείται για την σύσφιξη ή απόσφιξη κοχλιών ή περικοχλίων με διαφορετικά μεγέθη κεφαλής. Ένα τέτοιο κλειδί περιλαμβάνει μια σταθερή και μια κινητή σιαγόνα. Η θέση της κινητής σιαγόνας ρυθμίζεται με την περιστροφή ενός κοχλία που εφαρμόζει στην οδοντωτή ράβδο που υπάρχει στη μια της πλευρά, και προσαρμόζεται στο εκάστοτε μέγεθος κεφαλής (βλ. Σχήμα 4.4).

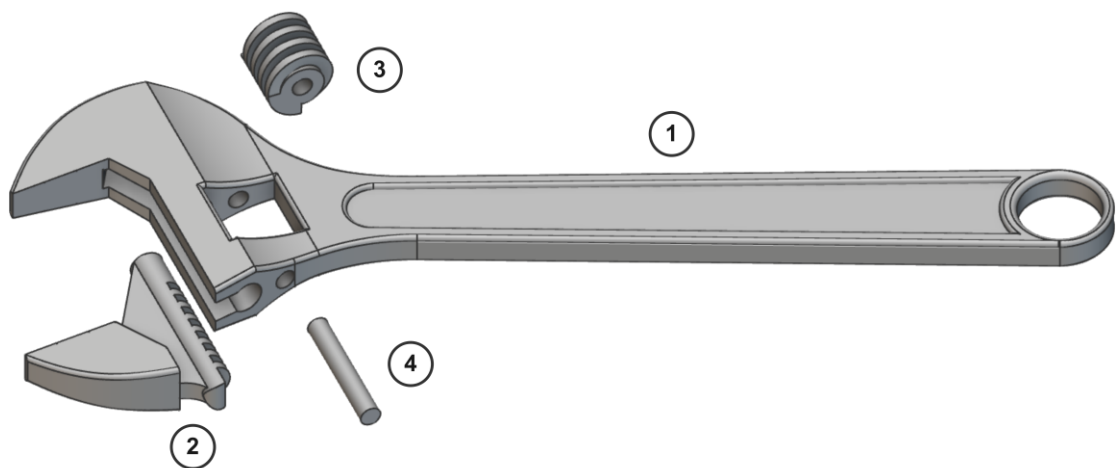
Το γαλλικό κλειδί επιλέχθηκε ως αντιπροσωπευτικό μηχανικό εξάρτημα για την παρούσα πιλοτική μελέτη λόγω των συγκεκριμένων χαρακτηριστικών του που το καθιστούν ιδανικό για την παρουσίαση της προτεινόμενης μεθοδολογίας. Η γεωμετρία του παρουσιάζει σαφείς και καθορισμένες συνθήκες φόρτισης με εύκολα αναγνωρίσιμα σημεία εφαρμογής δυνάμεων στις σιαγόνες του εργαλείου, ενώ ταυτόχρονα περιλαμβάνει εκτεταμένους στερεούς όγκους υλικού που είναι κατάλληλοι για αντικατάσταση από πλεγματικές δομές. Επιπλέον, το γαλλικό κλειδί αποτελεί ένα πραγματικό μηχανικό εξάρτημα με συγκεκριμένες λειτουργικές απαιτήσεις όπως η αντοχή, η δυσκαμψία και η αξιοπιστία, γεγονός που επιτρέπει την αξιολόγηση της πρακτικής εφαρμοσιμότητας της μεθόδου σε πραγματικές συνθήκες σχεδιασμού. Η ευρεία χρήση του εργαλείου το καθιστά ένα εύκολα κατανοητό παράδειγμα εφαρμογής, ενώ το μέγεθός του είναι συμβατό με τις διαθέσιμες μηχανές AM.



Σχήμα 4.4: Όψεις του γαλλικού κλειδιού

Το γαλλικό κλειδί αποτελείται από τα ακόλουθα τέσσερα μέρη (Σχήμα 4.5), τα οποία έχουν σχεδιαστεί με το λογισμικό Siemens NX:

- |                        |                |         |        |
|------------------------|----------------|---------|--------|
| ①                      | ②              | ③       | ④      |
| Σταθερή σιαγόνα – λαβή | Κινητή σιαγόνα | Κοχλίας | Πείρος |



Σχήμα 4.5: Αναλυτική απεικόνιση συναρμολόγησης (Exploded view) του γαλλικού κλειδιού

Για την αποφυγή καταστροφής της κινητής σιαγόνας του κλειδιού, αλλά και για λόγους ασφαλείας, είναι προτιμότερο το γαλλικό κλειδί, κατά τη χρήση του, να

τοποθετείται έτσι ώστε η δύναμη να ασκείται στη σταθερή σιαγόνα και όχι στην κινητή, αφού μπορεί να αντέξει πολύ καλύτερα τις καταπονήσεις που υφίσταται.

#### **4.4 Στατική ανάλυση της κατασκευής με πεπερασμένα στοιχεία – Αρχική ανάλυση**

Πρώτο στάδιο στη διαδικασία που ακολουθείται αποτελεί η ανάλυση της κατασκευής με τη χρήση πεπερασμένων στοιχείων. Μέσω αυτής της ανάλυσης ελέγχεται η δομική επάρκεια της κατασκευής και αξιολογείται η συμπεριφορά της στα επιβαλλόμενα φορτία. Για την περίπτωση που μελετάται επιλέγεται η γραμμική στατική ανάλυση. Σ' αυτήν τη θεώρηση η σχέση μεταξύ των επιβαλλόμενων φορτίσεων σε ένα σώμα και της απόκρισής του θεωρείται γραμμική, με τις φορτίσεις αυτές να μην μεταβάλλονται χρονικά. Όταν χρησιμοποιείται μια τέτοια ανάλυση εμμέσως υποδηλώνεται ότι οι παραμορφώσεις είναι μικρές, οι φορτίσεις και οι οριακές συνθήκες παραμένουν αμετάβλητες ως προς το μέγεθος και την κατεύθυνση τους κατά τη διάρκεια της ανάλυσης, οι ιδιότητες των υλικών είναι ελαστικές, ενώ η σχέση μεταξύ φορτίων και μετατοπίσεων ακολουθεί το νόμο του Hooke.

Η μέθοδος αποτελείται από πέντε βασικά στάδια:

- |                  |                                                                                                                                                                                             |
|------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Στάδιο 1°</b> | Κατασκευή/εισαγωγή της γεωμετρίας.                                                                                                                                                          |
| <b>Στάδιο 2°</b> | Προσομοίωση (διακριτοποίηση) της κατασκευής με ένα σύνολο στοιχείων που συνδέονται σε συνοριακούς κόμβους.                                                                                  |
| <b>Στάδιο 3°</b> | Ορισμός των μηχανικών και φυσικών ιδιοτήτων του υλικού.                                                                                                                                     |
| <b>Στάδιο 4°</b> | Επιβολή των οριακών συνθηκών.                                                                                                                                                               |
| <b>Στάδιο 5°</b> | Επιλογή του τρόπου επίλυσης του προβλήματος (π.χ. γραμμικό) και υπολογισμός των κομβικών μετατοπίσεων και της κατανομής των τάσεων των στοιχείων, για δεδομένες μετατοπίσεις στους κόμβους. |
| <b>Στάδιο 6°</b> | Ερμηνεία και γραφική αναπαράσταση των αποτελεσμάτων της ανάλυσης (μετατοπίσεις και τάσεις) με βάση τις δεδομένες παραδοχές του προβλήματος.                                                 |

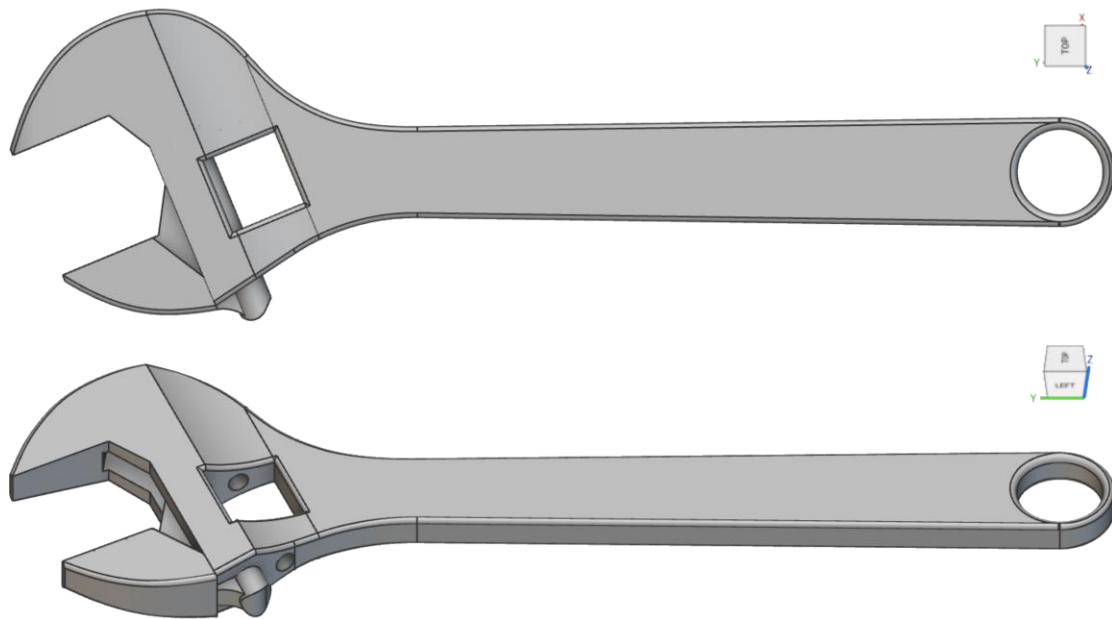
Η στατική ανάλυση του γαλλικού κλειδιού παρουσιάζεται λεπτομερώς στις επόμενες παραγράφους.

##### **4.4.1 Παραδοχές και εισαγωγή της γεωμετρίας**

Η ανάπτυξη ενός αποτελεσματικού μοντέλου ανάλυσης πεπερασμένων στοιχείων μπορεί να είναι μια επίπονη διαδικασία για πολλούς μηχανικούς. Το μοντέλο αυτό πρέπει να είναι μεν απλό αλλά παράλληλα να διαθέτει και την απαραίτητη πολυπλοκότητα ώστε να παρέχει έγκυρα αποτελέσματα. Το γεγονός αυτό δημιουργεί σε πολλές περιπτώσεις προβλήματα στα οποία είτε υπάρχουν μοντέλα που είναι συχνά αρκετά απλουστευμένα για να παρέχουν μια ακριβή ανάλυση είτε είναι πολύ περίπλοκα και δυσχεραίνουν την επεξεργασία τους.

Έτσι, ένα σημαντικό βήμα για τη βελτίωση ενός μοντέλου FEA είναι η απλοποίηση της γεωμετρίας του. Η υιοθέτηση ενός μοντέλου CAD, που δημιουργείται κατά τη διαδικασία σχεδιασμού ενός προϊόντος, ως είσοδος σε μια μελέτη με πεπερασμένα στοιχεία, αποτελεί ένα συνηθισμένο λάθος. Τις περισσότερες φορές ένα μοντέλο CAD περιλαμβάνει έναν αρκετά μεγάλο αριθμό λεπτομερειών, οι οποίες θα απαιτούσαν ώρες ή ημέρες επεξεργασίας για να ενσωματωθούν σε μια τέτοια ανάλυση. Παράλληλα, η συμπερίληψη αυτής της περιττής πληροφορίας στην FEA μπορεί να οδηγήσει σε πλέγματα κακής ποιότητας, μη αποδοτικούς χρόνους εκτέλεσης προσομοιώσεων και σε ανακριβή αποτελέσματα.

Δεδομένου ότι κάποια εξαρτήματα (ή χαρακτηριστικές περιοχές τους) έχουν αμελητέα επίδραση στη συνολική συμπεριφορά και αποτελεσματικότητα της κατασκευής, πραγματοποιούνται μερικές απλοποιήσεις στη γεωμετρία της. Συγκεκριμένα, αφαιρούνται ολοκληρωτικά από το μοντέλο ο κοχλίας και ο πείρος του κλειδιού, ενώ οι οδοντώσεις της κινητής σιαγόνας και οι λεπτομέρειες στη λαβή συμπληρώνονται με υλικό (βλ. Σχήμα 4.6). Οι αλλαγές αυτές βοηθούν στην αποφυγή σφαλμάτων κατά τη διαδικασία γέννησης του πλέγματος των πεπερασμένων στοιχείων (finite element mesh) και δεν επηρεάζουν τον στόχο της μελέτης.



Σχήμα 4.6: Απλοποιημένος σχεδιασμός του γαλλικού κλειδιού

#### 4.4.2 Διακριτοποίηση με πεπερασμένα στοιχεία (Discretization)

Αφού εισάγεται η παραπάνω γεωμετρία του κλειδιού (CAD Body) στο λογισμικό και δημιουργείται η πεπλεγμένη αναπαράστασή της (Implicit Body), το επόμενο στάδιο είναι η διαίρεσή της σε συνδεδεμένα αλλά μη επικαλυπτόμενα στοιχεία. Αυτό επιτυγχάνεται με την ψηφιοποίησή της σε σημεία/κόμβους (nodes) τα οποία

συνδέονται κατάλληλα μεταξύ τους για τη δημιουργία των στοιχείων (elements). Η συλλογή αυτών των κόμβων και των στοιχείων συνιστά το πλέγμα των πεπερασμένων στοιχείων (Finite Element Mesh) [53]. Αυτό το δίκτυο των πεπερασμένων στοιχείων επηρεάζει άμεσα το αποτέλεσμα της ανάλυσης που πρόκειται να πραγματοποιηθεί αφού η λύση του συνεχούς μέσου προσεγγίζεται με χωρισμό σε διακριτά μέρη (διακριτοποίηση). Όσο πιο πυκνό είναι το πλέγμα (μεγαλύτερος αριθμός στοιχείων) και με καλή αναλογία πλευρών δίχως πολύ μικρές ή πολύ μεγάλες γωνίες τόσο πιο ακριβή τα αποτελέσματα της ανάλυσης, αλλά και τόσο πιο χρονοβόρα η επίλυση. Κατά την μετάβαση από ένα αραιότερο πλέγμα σε ένα πυκνότερο, η μεταβολή των αποτελεσμάτων όλο και μειώνεται. Έτσι, όταν τα αποτελέσματα διαδοχικών διακριτοποιήσεων τείνουν να έχουν μια σταθερή τιμή (ύπαρξη αμελητέων διαφοροποιήσεων) τότε πρόκειται για μια καλή προσέγγιση και η περαιτέρω πύκνωση του δικτύου δεν είναι επιθυμητή [84].

Υπάρχουν δύο βασικοί τύποι πλέγματος που χρησιμοποιούνται για τη δημιουργία των αναλύσεων:

- Πλέγμα επιφάνειας (Surface mesh)
- Πλέγμα όγκου/στερεού (Volume/Solid mesh)

Τα πλέγματα επιφάνειας χρησιμοποιούν διδιάστατα στοιχεία (2D) – συνήθως τρίγωνα ή τετράπλευρα – για να προσεγγίσουν την εξωτερική επιφάνεια ενός τριδιάστατου σώματος. Τα πλέγματα επιφάνειας χρησιμοποιούνται συνήθως σε εφαρμογές παραγωγής ή απεικόνισης αντικειμένων και προσομοίωσης CAE (Computer Aided Engineering – Ανάλυση με χρήση υπολογιστή). Από την άλλη, τα πλέγματα όγκου, χρησιμοποιούν τριδιάστατα στοιχεία (3D) – συνήθως τετράεδρα, εξάεδρα και πολύεδρα – για να καθορίσουν τόσο την επιφάνεια όσο και την εσωτερική δομή ενός σώματος. Τα πλέγματα επιφάνειας μπορούν να μετατραπούν σε πλέγματα όγκου για την εκτέλεση αναλύσεων με FE ή CFD (Computational Fluid Dynamics – Εφαρμογές υπολογιστικής ρευστοδυναμικής).

Κάθε πλέγμα επιφάνειας αποτελεί μια συλλογή από κορυφές (vertices), ακμές (edges) και έδρες (faces) που ορίζει ένα πολυεδρικό αντικείμενο. Προκειμένου να προσδιοριστεί ένα «καθαρό» πλέγμα (clean mesh), τέσσερις βασικές ιδιότητες πρέπει να το χαρακτηρίζουν, δηλαδή αυτό πρέπει να είναι:

- Κλειστό (closed): Ένα πλέγμα θεωρείται κλειστό όταν όλες οι ακμές του έχουν περισσότερες από μία γειτονικές έδρες (χωρίς να υπάρχουν ακμές συνόρων (boundary edges)).
- Manifold (πολύπτυχο): Κάθε ακμή μοιράζεται μεταξύ ακριβώς δύο εδρών και γύρω από κάθε κορυφή υπάρχει ένας κλειστός βρόγχος εδρών.
- Προσανατολισμένο (oriented): Ο προσανατολισμός μιας έδρας ορίζει το εσωτερικό του αντικειμένου και το εξωτερικό του προς τον περιβάλλοντα χώρο. Προσδιορίζεται από το κάθετο προς την έδρα διάνυσμα όπου ο εξωτερικός χώρος είναι προς την κατεύθυνση του κάθετου διανύσματος.

- Μη αυτοτεμνόμενο (non self-intersecting): Ένα τμήμα ενός πλέγματος επιφάνειας δεν πρέπει να διασταυρώνεται και να επικαλύπτεται με ένα άλλο του τμήμα, δηλαδή τουλάχιστον δύο στοιχεία του δεν πρέπει να τέμνονται μεταξύ τους.

Τα δύο σώματα του γαλλικού κλειδιού, τα οποία εμπλέκονται στις αναλύσεις που πραγματοποιούνται παρακάτω, είναι συμμετρικά ως προς το επίπεδο XY. Επομένως, είναι δόκιμο να δημιουργηθεί ένα συμμετρικό πλέγμα πεπερασμένων στοιχείων προκειμένου να μειωθεί ο χρόνος επεξεργασίας του. Γι' αυτόν τον λόγο οι γεωμετρίες των σωμάτων τέμνονται στη μέση και διατηρείται μόνο η μία εξ αυτών.

Αρχικά η πεπλεγμένη αναπαράσταση της ημίσειας γεωμετρίας των δύο σωμάτων (κινητή και σταθερή σιαγόνα – λαβή) μετατρέπεται σε ένα ακανόνιστο πλέγμα επιφάνειας (Mesh from Implicit Body) με τριγωνικά στοιχεία το οποίο περιγράφει την εξωτερική τους επιφάνεια. Αυτή η πρωταρχική διακριτοποίηση δημιουργείται από έναν τριδιάστατο πλέγμα/κάνναβο (grid) από voxels που εντοπίζεται σε όλον τον περιβάλλοντα όγκο (ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο) (bounding box) του αντικειμένου. Τα voxels που τέμνονται με το εκάστοτε σώμα διατηρούνται και δημιουργείται ένα πλέγμα από τις ακμές των voxels.

Για να απομακρυνθούν πιθανές ατέλειες που υπάρχουν στο παραπάνω πλέγμα, να μειωθεί ο αριθμός των στοιχείων του ή και να μεταβληθεί τοπικά η πυκνότητά του, χρησιμοποιείται μια επανα-πλεγματοποίηση της επιφάνειας (Remesh Surface). Με την επανα-πλεγματοποίηση υπάρχει μεγαλύτερος έλεγχος στο μέγεθος, στο σχήμα και στην ομοιομορφία των στοιχείων συγκριτικά με την αρχική διακριτοποίηση. Εκτός αυτού, η εν λόγω διαδικασία είναι ιδιαίτερα σημαντική καθώς καθιστά ευκολότερη τη δημιουργία πλεγμάτων όγκου τα οποία χρησιμοποιούνται μετέπειτα σε αναλύσεις με πεπερασμένα στοιχεία. Παρακάτω αναλύονται μερικές από τις βασικότερες παραμέτρους (Πίνακας 4.1) που οδηγούν στη γένεση αυτού του νέου πλέγματος επιφάνειας (Σχήμα 4.8):

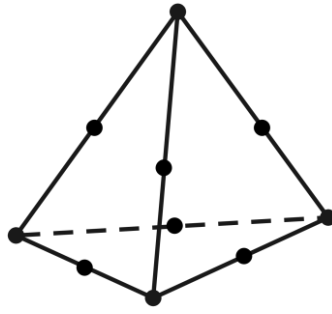
Edge length	1.5 mm	Καθορίζει προσεγγιστικά το επιθυμητό μήκος των ακμών των στοιχείων του πλέγματος.
Shape	Triangle	Το σχήμα των στοιχείων του παραγόμενου πλέγματος (τριγωνικά στοιχεία).
Span angle	5 deg	Αναπροσαρμόζει και βελτιώνει τα στοιχεία που βρίσκονται πάνω σε καμπύλες επιφάνειες, ελέγχοντας τον τρόπο με τον οποίο προσαρμόζονται σε αυτές. Η παράμετρος αυτή σηματοδοτεί τη μέγιστη δυνατή γωνία στην οποία επιτρέπεται να εκτείνονται τα στοιχεία που βρίσκονται σε καμπύλες επιφάνειες. Η μείωση της γωνίας αυτής θα βελτιώσει το πλέγμα σε περιοχές τοπικής καμπυλότητας, δημιουργώντας περισσότερα και μικρότερα στοιχεία που ακολουθούν καλύτερα την καμπύλη της επιφάνειας.

Growth rate	1.5	Ο ρυθμός με τον οποίο μπορεί να αυξηθεί το μέγεθος των γειτονικών στοιχείων. Λαμβάνει τιμές μεγαλύτερες του 1. Όσο μικρότερος είναι αυτός ο αριθμός, τόσο πιο ομοιόμορφο είναι το πλέγμα.
Feature angle	15 deg	Ελέγχει τον βαθμό στον οποίο οι καμπύλες επιφάνειες μετατρέπονται σε επίπεδες ακμές σε ένα πλέγμα. Η τιμή αυτή αντιπροσωπεύει τη μέγιστη επιτρεπόμενη γωνία μεταξύ δύο γειτονικών επιπέδων που ορίζουν μια ακμή. Η μείωσή της θα παράγει ένα πλέγμα του οποίου οι ακμές είναι καλύτερα ευθυγραμμισμένες με την επιφάνεια εισόδου βοηθώντας στη διατήρηση περισσότερων γεωμετρικών λεπτομερειών.
Min edge length	0.5 mm	Το ελάχιστο επιτρεπόμενο μήκος ακμών των παραγόμενων στοιχείων στο πλέγμα εξόδου.
Min feature size	0.075 mm	Το ελάχιστο μέγεθος των μικρών χαρακτηριστικών. Χρησιμοποιείται για τον έλεγχο της διαγραφής μικρών χαρακτηριστικών με τιμές μικρότερες από αυτή. Προτεινόμενη τιμή περίπου ίση με το 5% του μήκους ακμής (για τιμή ίση με μηδέν δεν πραγματοποιεί διαγραφή χαρακτηριστικών).

Πίνακας 4.1: Βασικές παράμετροι καθορισμού του πλέγματος

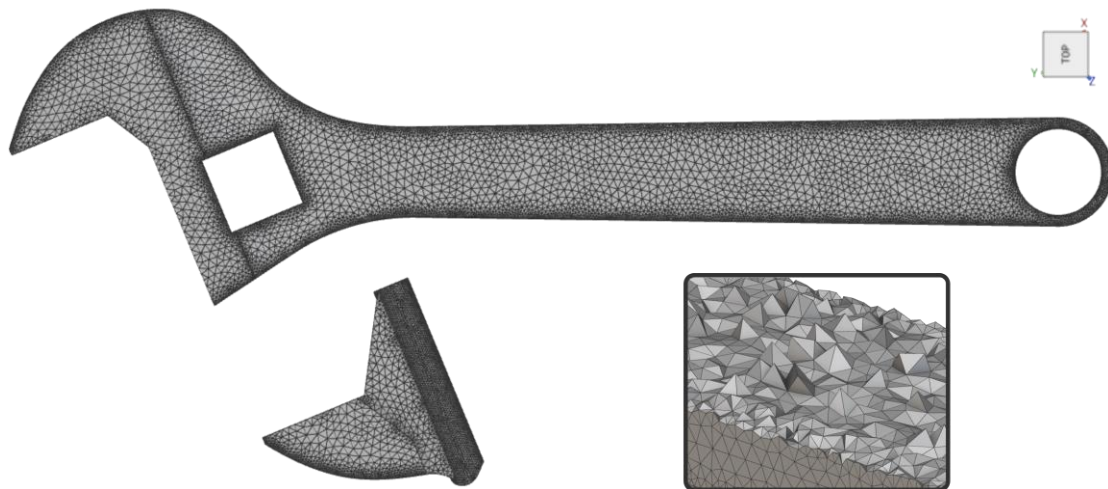
Επόμενο στάδιο στη διαδικασία της διακριτοποίησης αποτελεί η μετατροπή του πλέγματος επιφάνειας σε πλέγμα όγκου ή στερεών στοιχείων (Volume Mesh). Η ποιότητα αυτού του 3D πλέγματος εξαρτάται σε μεγάλο βαθμό από την ποιότητα του 2D πλέγματος από το οποίο δημιουργείται. Για τη δημιουργία λοιπόν του 3D πλέγματος χρησιμοποιούνται τετραεδρικά (tetrahedral) στοιχεία, με τα ίδια χαρακτηριστικά μεγέθη με το πλέγμα επιφάνειας (Edge length: 1.5 mm, Growth rate: 1.5).

Ακολούθως το πλέγμα όγκου μετατρέπεται σε πλέγμα πεπερασμένων στοιχείων (FE Volume Mesh). Κατά τη μετατροπή αυτή προστίθενται εντός του πλέγματος σημεία ολοκλήρωσης (integration points). Κάθε στοιχείο αποτελείται από γωνιακούς και ενδιάμεσους εξωτερικούς κόμβους, οι οποίοι ορίζονται από τη γεωμετρική του τάξη (geometric order). Έτσι, τα τετράεδρα τετραγωνικής τάξης (2<sup>ου</sup> βαθμού) (quadratic) που χρησιμοποιούνται για τη δημιουργία αυτού του πλέγματος παριστάνονται με δέκα κόμβους – τέσσερις γωνιακούς και έξι στο μέσο των ακμών του – επιδιώκοντας την επίτευξη μεγαλύτερης ακρίβειας (Σχήμα 4.7).



Σχήμα 4.7: Τετραεδρικό στοιχείο 10 κόμβων

Το τελικό πλέγμα των πεπερασμένων στοιχείων για κάθε σώμα που προκύπτει ύστερα από τον κατοπτρισμό και τη συνένωσή του με το παραπάνω (Mirror FE Mesh), παρουσιάζεται στο Σχήμα 4.8 και αποτελείται από 276,008 στοιχεία και 429,394 κόμβους. Όπως είναι φανερό, αυτό προσαρμόζεται στη γεωμετρία των δύο σωμάτων, δηλαδή τα στοιχεία του μικραίνουν σε περιοχές απότομης αλλαγής της γεωμετρίας και αραιώνουν στο εσωτερικό των επιφανειών και των όγκων όπου δεν υπάρχει ιδιαίτερη ανάγκη για λεπτή διαμέριση.



Σχήμα 4.8: Πλέγμα πεπερασμένων στοιχείων του γαλλικού κλειδιού όπως αυτό δημιουργείται από το πλέγμα επιφάνειας με απεικόνιση των εσωτερικών του στοιχείων ύστερα από τομή

#### 4.4.3 Υλικό κατασκευής

Ως υλικό σχεδιασμού (Material) επιλέγεται να χρησιμοποιηθεί ο Ανοξείδωτος Χάλυβας C465 (Stainless Steel C465). Αυτό το κράμα χάλυβα προσφέρει εξαιρετική αντοχή, αντίσταση σε θραύση καθώς και υψηλή ανθεκτικότητα σε διάβρωση. Ακόμη, θεωρείται κατάλληλο για την προσθετική κατασκευή σύνθετων μεταλλικών εξαρτημάτων με δυνατότητα δημιουργίας αρκετά μικρών λεπτομερειών. Πρόκειται



για ένα ισотροπικό υλικό το οποίο έχει τις ακόλουθες φυσικές και μηχανικές ιδιότητες (Πίνακας 4.2):

Πυκνότητα	8 g/cc
Μέτρο ελαστικότητας	195 GPa
Λόγος Poisson	0.28
Όριο διαρροής	1500 MPa
Όριο θραύσης	1600 MPa

Πίνακας 4.2: Φυσικές και μηχανικές ιδιότητες του Ανοξείδωτου Χάλυβα C465 [85]

Οι παραπάνω ιδιότητες του υλικού ορίζονται ως χαρακτηριστικά των στερεών πεπερασμένων στοιχείων (FE Solid Attribute) και εκχωρούνται στο πλέγμα κάθε συστατικού μέρους της κατασκευής (FE Components).


Για να δημιουργηθεί το μοντέλο των πεπερασμένων στοιχείων (FE Model) όλα τα συστατικά μέρη του κλειδιού συνδέονται κατάλληλα στις προβλεπόμενες θέσεις (FE Connectors). Αυτό επιτυγχάνεται μέσω ενός περιορισμού που συνδέει άκαμπτα δύο περιοχές δύο διαφορετικών πλεγμάτων μεταξύ τους, κάνοντάς τες να συμπεριφέρονται ουσιαστικά ως ενιαία μονάδα (Tie Constraint). Επιλέγονται, δηλαδή, οι οριακές περιοχές του πλέγματος FE που τέμνονται με το εκάστοτε πεπλεγμένο σώμα (FE Boundary by Body) και για τις οποίες ζητείται να μην υπάρχει σχετική κίνηση μεταξύ τους. Έπειτα, αναζητούνται εντός μιας καθορισμένης απόστασης ανοχής οι επιτρεπόμενες κομβικές συνδέσεις μεταξύ της ανεξάρτητης και της εξαρτημένης περιοχής. Έτσι, δύο κόμβοι δύο διαφορετικών πλεγμάτων που ενώνονται μεταξύ τους μπορούν για παράδειγμα να έχουν τις αντίστοιχες μεταφορικές και περιστροφικές κινήσεις ίδιες.

Το μοντέλο των πεπερασμένων στοιχείων καθώς και οι συνδέσεις μεταξύ των δύο πλεγμάτων του (κίτρινα σημεία στα σημεία επαφής των δύο σωμάτων) απεικονίζονται στο Σχήμα 4.10.

#### 4.4.4 Οριακές συνθήκες και φορτίσεις

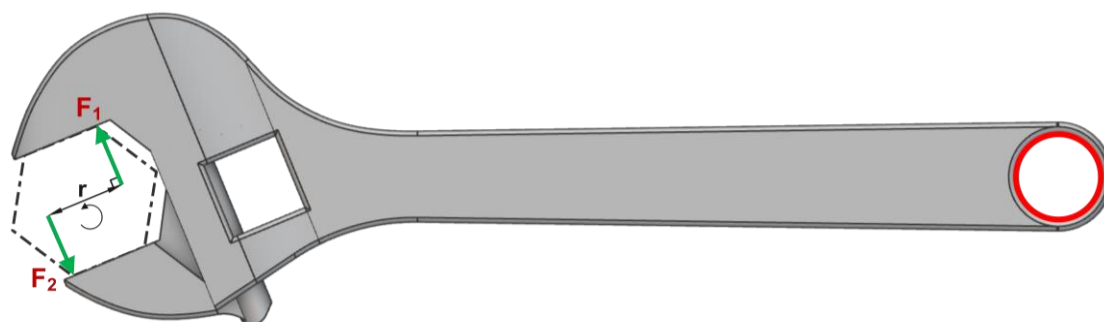
Το γαλλικό κλειδί φορτίζεται με τη ροπή σύσφιγξης (tightening torque) ενός κοχλία, σε μια προσπάθεια προσομοίωσης της χρήσης του σε πραγματικές συνθήκες. Πιο συγκεκριμένα, στις σιαγόνες του κλειδιού εφαρμόζονται ίσες και αντίθετες δυνάμεις (ζεύγος δυνάμεων) που έχουν ως σύνολο τη ροπή σύσφιγξης του κοχλία. Επιπλέον, ο κρίκος του κλειδιού στηρίζεται σταθερά, περιορίζοντας μ' αυτόν τον τρόπο τις μετακινήσεις και τις περιστροφές στην εν λόγω περιοχή (πάκτωση). Ως εκ τούτου, μπορεί να θεωρηθεί ότι ο ίδιος ο κοχλίας είναι αυτός που περιστρέφεται κι όχι το κλειδί. Η ανάλυση βασίζεται στο μέγιστο άνοιγμα των σιαγόνων, καθώς αυτό αντιπροσωπεύει το χειρότερο σενάριο φόρτισης.

Βάσει, λοιπόν, του μέγιστου ανοίγματος των σιαγόνων του κλειδιού (30 mm), επιλέγεται για τον υπολογισμό των δυνάμεων που ασκούνται σ' αυτό, ένας χαλύβδινος μετρικός κοχλίας με κανονικό σπείρωμα (metric coarse thread) και εξαγωνική κεφαλή, με τα εξής χαρακτηριστικά (Πίνακας 4.3):

	Μετρικό κανονικό σπείρωμα	M20
	Ονομαστική διάμετρος d=D	20 mm
	Βήμα P	2.5 mm
	Διατομή A <sub>s</sub>	245 mm <sup>2</sup>
	Άνοιγμα κλειδιού s	30 mm
	Διαγώνιος εξαγώνου e	33.5 mm
	Κατηγορία αντοχής <sup>2</sup>	8.8

Πίνακας 4.3: Χαρακτηριστικά μεγέθη κοχλία M20 εξαγωνικής κεφαλής [86], [87]

Η επαφή μεταξύ κοχλία και σιαγόνων λαμβάνει χώρα στις γωνίες της εξαγωνικής κεφαλής του κοχλία, ενώ για λόγους απλούστευσης οι δυνάμεις που ασκούνται από τον κοχλία στις σιαγόνες του κλειδιού έχουν διεύθυνση κάθετη στην επιφάνεια της κάθε σιαγόνας (απουσία τριβής), όπως φαίνεται στο Σχήμα 4.9 παρακάτω.



Σχήμα 4.9: Φορτίσεις (πράσινο) και στηρίξεις (κόκκινο) στο γαλλικό κλειδί

Κατά συνέπεια, για τον υπολογισμό του μεγέθους των δυνάμεων που ασκούνται στις σιαγόνες ( $F_1$  και  $F_2$ ) επιλέγεται ως ροπή σύσφιγξης η μέγιστη ροπή που μπορεί να δεχτεί ο κοχλίας. Η ροπή αυτή δίνεται από τη σχέση [88], [89]:

$$T = K \cdot F \cdot D \quad (17)$$

όπου:

<sup>2</sup> Οι χαλύβδινοι κοχλίες κατατάσσονται σε κατηγορίες αναλόγως της αντοχής τους. Το σύμβολο της κατηγορίας αντοχής τους αποτελείται από δύο αριθμούς, χωρισμένους με τελεία. Ο πρώτος αριθμός, αριστερά της τελείας, αντιστοιχεί στο 1/100 του ορίου θραύσης σε MPa. Ο δεύτερος αριθμός, δεξιά της τελείας, αντιστοιχεί στο 10-πλάσιο του λόγου μεταξύ του ορίου διαρροής και του ορίου θραύσης.

- $T$  η μέγιστη ροπή σύσφιγξης του κοχλίου,
- $K$  ο συντελεστής ροπής, ο οποίος εξαρτάται από το υλικό και το μέγεθος του κοχλίου καθώς και την ύπαρξη ή όχι λιπαντικών ουσιών στο σπείρωμα. Συνήθως, λαμβάνει τιμές από 0.15 (ύπαρξη λίπανσης) έως 0.2 (ξηρές συνθήκες),
- $F$  η μέγιστη αξονική δύναμη στον κοχλίο που λαμβάνεται ίση με  $F = 1.2 \cdot F_i$ , όπου  $F_i$  είναι το φορτίο ασφαλείας<sup>3</sup> (proof load) του κοχλίου επί έναν συντελεστή ασφαλείας. Επιλέγεται ο συντελεστής αυτός να είναι αυξημένος και ίσος με 1.2 προκειμένου να αστοχήσει πρώτα ο κοχλίας και όχι το κλειδί,
- $D$  η ονομαστική διάμετρος του κοχλίου.

Επομένως, για φορτίο ασφαλείας  $F_i = 147000 \text{ N}$  (ISO 898-1:2013/Πίνακας 5) είναι:

$$F = 1.2 \cdot 147000 = 176400 \text{ N}$$

ενώ για  $K = 0.2$  και  $D = 20 \text{ mm}$  προκύπτει πως η μέγιστη ροπή σύσφιγξης είναι:

$$T = 0.2 \cdot 176400 \cdot 0.020 = 705.6 \text{ Nm}$$

Συμβατικά επιλέγεται οι δυνάμεις που ασκούνται στο γαλλικό κλειδί να εφαρμόζονται, η μεν  $F_1$  στο τελευταίο 1/3 της σταθερής σιαγόνας και η δε  $F_2$  στο πρώτο 1/3 της κινητής σιαγόνας, αντιπροσωπεύοντας τις τυπικές θέσεις επαφής όπου οι γωνίες της εξαγωνικής κεφαλής του κοχλίου έρχονται σε επαφή με τις επιφάνειες των σιαγόνων. Έτσι, η κάθετη απόσταση μεταξύ των δύο δυνάμεων είναι  $r = 16 \text{ mm}$ .

Οπότε, οι δυνάμεις που ασκούνται στις σιαγόνες υπολογίζονται από τη σχέση:

$$T = F_1 \cdot r = F_2 \cdot r \quad (18)$$

από την οποία προκύπτει ότι έχουν μέτρο:

$$F_1 = \frac{T}{r} = \frac{705.6}{0.016} = 44100 \text{ N} = F_2$$

Σημειώνεται ακόμη πως το βάρος της κατασκευής θεωρείται αμελητέο σε σχέση με το μέγεθος των παραπάνω δυνάμεων και συνεπώς δεν λαμβάνεται υπ' όψιν στις αναλύσεις που εκτελούνται μετέπειτα.

Κάθε εφαρμοζόμενη δύναμη (Force) επιβάλλεται σε συγκεκριμένη περιοχή της γεωμετρίας της κατασκευής, ενώ μέσω ενός διανύσματος (Vector) καθορίζεται το μέγεθος και η κατεύθυνσή της. Οι περιοχές του πλέγματος FE που εφάπτονται με τις CAD επιφάνειες του κλειδιού είναι αυτές που ορίζουν το σημείο επιβολής μιας δύναμης (FE Face Boundary). Αυτή η δύναμη κατανέμεται ομοιόμορφα στους επιλεγμένους κόμβους, δηλαδή διαιρείται με τον συνολικό αριθμό των κόμβων και το αποτέλεσμα αυτό αντιστοιχίζεται σε κάθε κόμβο ξεχωριστά. Με ανάλογο τρόπο ορίζονται και οι περιορισμοί μετακινήσεων και περιστροφών ( $U_x = U_y = U_z = 0$ ,

<sup>3</sup> Το φορτίο ασφαλείας είναι το μέγιστο φορτίο εφελκυσμού που εφαρμόζεται στον κοχλίο χωρίς να υπάρξει διαρροή.

$R_x = R_y = R_z = 0$ ) στους επιλεγμένους κόμβους των στοιχείων των αντίστοιχων CAD επιφανειών (FE Fixed Faces). Η απεικόνιση των οριακών συνθηκών (Boundary Conditions) παρουσιάζεται στο Σχήμα 4.10.



Σχήμα 4.10: Μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων (FE Model) και οριακές συνθήκες (Boundary Conditions). Η θέση και η κατεύθυνση κάθε επιβαλλόμενης δύναμης στις σιαγόνες φαίνεται με κίτρινο χρώμα. Η πάκτωση απεικονίζεται με κόκκινο χρώμα. Με ανοιχτό κίτρινο χρώμα παρουσιάζονται οι συνδέσεις των πλεγμάτων των δύο σωμάτων.

Τα κίτρινα βέλη στις σιαγόνες του κλειδιού αναπαριστούν τη θέση και την κατεύθυνση της εφαρμοζόμενης δύναμης ( $F_1$  και  $F_2$ ), ενώ οι κόκκινοι κώνοι στον κρίκο την περιοχή περιορισμού των μετακινήσεων και των περιστροφών (πάκτωση).

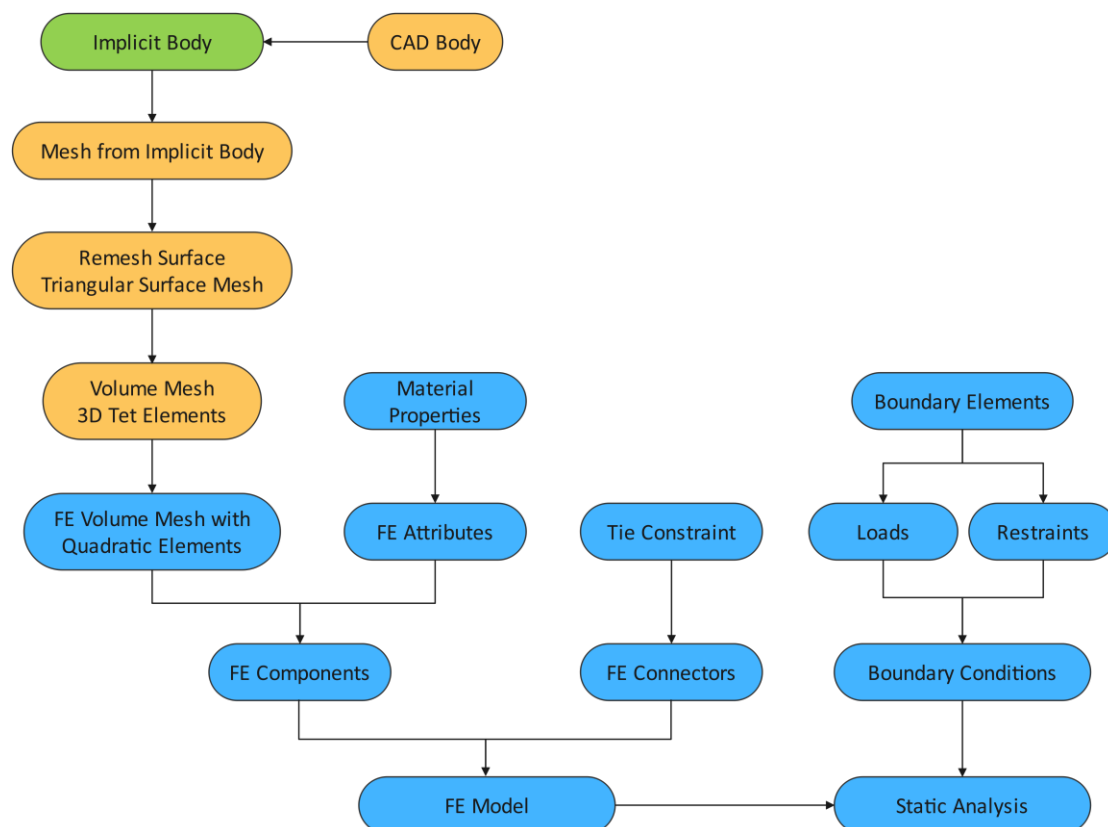
#### 4.4.5 Επίλυση του προβλήματος των πεπερασμένων στοιχείων

Χρησιμοποιώντας τη στατική ανάλυση πεπερασμένων στοιχείων (Static Analysis) για το μοντέλο FE που υπόκειται σ' ένα σύνολο οριακών συνθηκών, υπολογίζονται οι μετατοπίσεις (Displacements) και οι τάσεις (Stresses). Το κύριο αποτέλεσμα της μελέτης μιας κατασκευής είναι οι μετατοπίσεις στους κόμβους του πλέγματος οι οποίες προκύπτουν άμεσα από την επίλυση της μητρωικής εξίσωσης ισορροπίας<sup>4</sup> της κατασκευής, ενώ στη συνέχεια υπολογίζονται οι τάσεις (ή άλλα μεγέθη που ενδιαφέρουν τον αναλυτή).

<sup>4</sup> Μητρωική εξίσωση ισορροπίας:  $\{F\} = [K]\{u\}$  όπου,

- $\{u\}$  το διάνυσμα των άγνωστων κομβικών μετατοπίσεων της διακριτοποιημένης κατασκευής
- $[K]$  το ολικό μητρώο δυσκαμψίας της κατασκευής
- $\{F\}$  το διάνυσμα των εφαρμοζόμενων φορτίων

Η μοντελοποίηση του γαλλικού κλειδιού με πεπερασμένα στοιχεία, όπως αυτή προκύπτει από τα παραπάνω στάδια, υλοποιείται στο nTop. Το επόμενο διάγραμμα ροής εργασιών (Σχήμα 4.11) περιγράφει τη διαδικασία που αναπτύσσεται στο «nTop Notebook» με τη βοήθεια κατάλληλων Blocks.

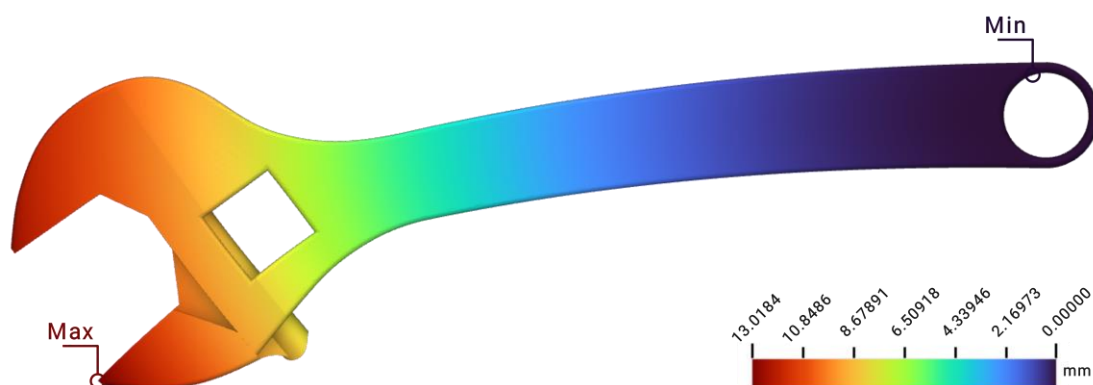


Σχήμα 4.11: Διάγραμμα ροής εργασιών για την ανάλυση κατασκευών με πεπερασμένα στοιχεία στο nTop

#### 4.4.6 Αποτελέσματα της στατικής ανάλυσης

Μόλις ολοκληρωθεί ο υπολογισμός των ζητούμενων μεγεθών, είναι εφικτή η απεικόνιση και η προβολή των αποτελεσμάτων με τη βοήθεια τριδιάστατων χρωματικών χαρτών (colormaps). Το πρώτο αποτέλεσμα που ελέγχεται είναι η γραφική αναπαράσταση των μετατοπίσεων των κόμβων της κατασκευής. Η μορφή της κατασκευής υπό την επίδραση φορτίων σε συνάρτηση με τις επικρατούσες οριακές συνθήκες δίνει μια πρώτη εικόνα των αποτελεσμάτων. Συχνά, η χρήση μιας κλίμακας παραμόρφωσης (deformation scale) βοηθάει στην οπτική επιθεώρηση της συμπεριφοράς της κατασκευής χωρίς η ίδια να επηρεάζει το μέγεθος των αποτελεσμάτων. Ακολούθως, ελέγχεται το διάγραμμα της κατανομής των τάσεων von Mises. Η χρήση ενός χρωματικού κώδικα καθιστά ευκολότερη την αναγνώριση των κρίσιμων περιοχών της κατασκευής, ενώ η θέση των ελάχιστων και των μέγιστων τιμών στα γραφήματα επισημαίνεται με μπλε και κόκκινες ενδείξεις αντίστοιχα.

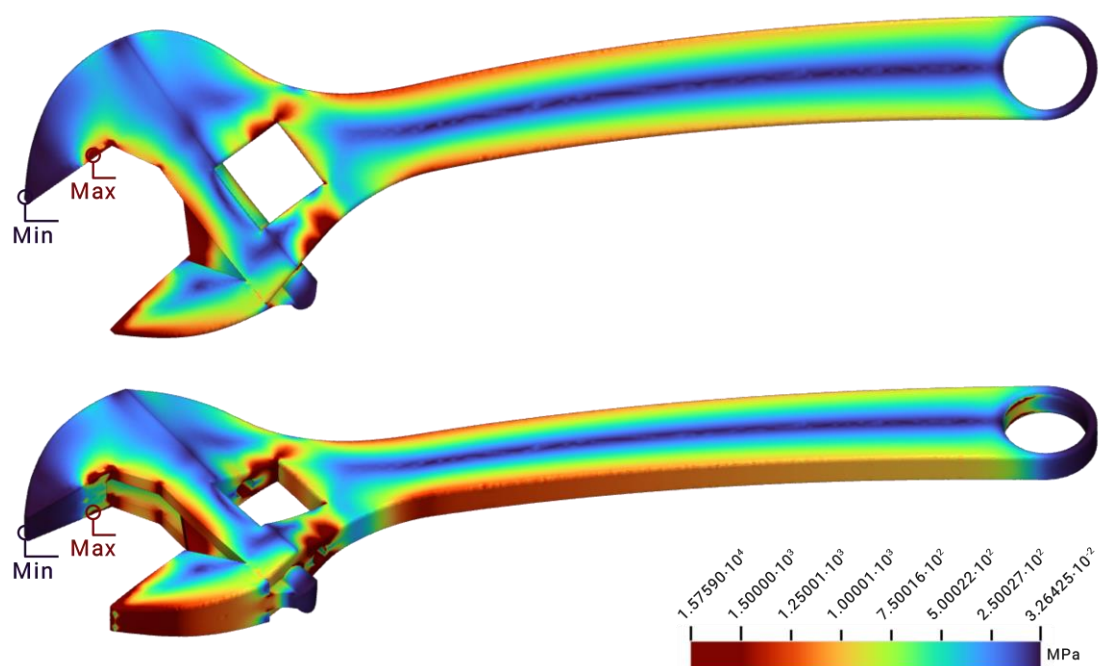
Από το γράφημα των μετατοπίσεων του Σχήματος 4.12, παρατηρείται ότι το γαλλικό κλειδί παραμορφώνεται κατά τρόπο ρεαλιστικό και αναμενόμενο σύμφωνα με τα επιβαλλόμενα φορτία και τους περιορισμούς. Με την εφαρμογή ενός ζεύγους δυνάμεων στη σιαγόνα του κλειδιού και την πάκτωση του κρίκου της λαβής, η κατασκευή τείνει να καμφθεί προς τα κάτω, ενώ οι σιαγόνες απομακρύνονται η μία από την άλλη. Σημειώνεται πως η παραμορφωμένη κατασκευή απεικονίζεται σε κλίμακα (deformation scale = 3). Οι μέγιστες τιμές των μετατοπίσεων εντοπίζονται στις σιαγόνες του κλειδιού (κόκκινοι χρωματισμοί). Αντίθετα, κοντά στον κρίκο της λαβής αυτές ελαττώνονται, για να μηδενιστούν στις περιοχές όπου έχουν επιβληθεί οι αντίστοιχες οριακές συνθήκες (μπλε χρωματισμοί). Συγκεκριμένα, η μέγιστη μετατόπιση συναντάται στο άκρο της κινητής σιαγόνας και ισούται με 13.0184 mm.



Σχήμα 4.12: Ολική μετατόπιση του γαλλικού κλειδιού εξαιτίας των επιβαλλόμενων φορτίων και περιορισμών

Στο Σχήμα 4.13 παρουσιάζεται γραφικά η κατανομή των τάσεων von Mises στο γαλλικό κλειδί. Λόγω της συμμετρίας του πλέγματος των πεπερασμένων στοιχείων και των οριακών συνθηκών ως προς το επίπεδο ΧΥ, η κατανομή των τάσεων είναι συμμετρική. Η χρωματική κλίμακα που χρησιμοποιείται για την περιγραφή της, μεταβάλλεται μεταξύ μπλε και κόκκινων αποχρώσεων οι οποίες υποδεικνύουν αντίστοιχα τις χαμηλές και υψηλές τιμές των τάσεων στην κατασκευή. Για τον ευκολότερο εντοπισμό των πλέον κρίσιμων τάσεων, η χρωματική κλίμακα προσαρμόζεται κατάλληλα, ούτως ώστε οι τάσεις που υπερβαίνουν το όριο διαρροής του υλικού να απεικονίζονται με έντονα κόκκινες αποχρώσεις. Κατ' αυτόν τον τρόπο, οι υψηλότερες συγκεντρώσεις τάσεων παρατηρούνται κυρίως στη σιαγόνα του κλειδιού, στις οπές στις οποίες εφαρμόζει ο πείρος, σε περιοχές επαφής μεταξύ κινητής και σταθερής σιαγόνας, αλλά και σε σημεία του κρίκου της λαβής όπου υφίσταται ο περιορισμός της σταθερής στήριξης. Μερικές από τις αιτίες εμφάνισης αυτών των σημαντικά υψηλών τάσεων αποτελούν η απλουστευμένη μοντελοποίηση, οι απότομες αλλαγές στη γεωμετρία, η ύπαρξη αιχμηρών γωνιών και όχι καμπύλων τμημάτων μεταξύ ακμών. Η μέγιστη τάση εμφανίζεται στη σταθερή σιαγόνα, στην

περιοχή της εφαρμοζόμενης δύναμης, και ισούται με  $1.57590 \cdot 10^4$  MPa, τιμή η οποία ξεπερνά κατά πολύ το όριο διαρροής του υλικού.



Σχήμα 4.13: Τάσεις von Mises στο γαλλικό κλειδί εξαιτίας των επιβαλλόμενων φορτίων και περιορισμών

## 4.5 Τοπολογική βελτιστοποίηση

Η τοπολογική βελτιστοποίηση (TopOpt) είναι μια υπολογιστική (επαναληπτική) διαδικασία σχεδιασμού η οποία καθορίζει το βέλτιστο σχήμα μιας κατασκευής εντός των ορίων ενός χώρου σχεδιασμού, με βάση ένα σύνολο στόχων και περιορισμών. Το μοντέλο των πεπερασμένων στοιχείων (FE Model) το οποίο περιέχει το πλέγμα και τις ιδιότητες του υλικού της κατασκευής ορίζει τον χώρο σχεδιασμού (design space) ή αλλιώς τον όγκο που μπορεί αυτή να καταλάβει μετά τη βελτιστοποίηση.

Προκειμένου να προσδιοριστεί η βέλτιστη κατανομή του υλικού στον χώρο σχεδιασμού χρησιμοποιείται η μέθοδος Solid Isotropic Material with Penalization (SIMP), η οποία περιγράφηκε αναλυτικά σε προηγούμενο κεφάλαιο. Η επιλογή αυτή οφείλεται σε σημαντικό βαθμό στην υπολογιστική απλότητα και αποτελεσματικότητα της μεθόδου, η οποία ευνοεί με τη σειρά της την ευρεία εξάπλωσή της τόσο σε εμπορικά όσο και σε ακαδημαϊκά περιβάλλοντα. Η διαδικασία της βελτιστοποίησης λειτουργεί αποδίδοντας μια τιμή μεταξύ 0 και 1 σε όλα τα στοιχεία του πλέγματος, με τις υψηλότερες τιμές να δίνονται στα στοιχεία τα οποία συνεισφέρουν περισσότερο στην επίτευξη του στόχου της βελτιστοποίησης. Οι τιμές αυτές αναφέρονται ως πυκνότητα των στοιχείων της βελτιστοποίησης και αντιπροσωπεύουν τη σχετική ποσότητα υλικού που υπάρχει σε κάθε στοιχείο. Σε ένα



στοιχείο, για παράδειγμα, το οποίο βρίσκεται μακριά από οποιοδήποτε εφαρμοζόμενο φορτίο, συνήθως εκχωρείται μια τιμή πυκνότητας κοντά στο 0, επειδή η τοποθέτηση υλικού εκεί δεν συνεισφέρει στον στόχο της βελτιστοποίησης. Από την άλλη πλευρά, τα στοιχεία που βρίσκονται κοντά στις φορτιζόμενες επιφάνειες λαμβάνουν τιμή πυκνότητας κοντά στο 1, διότι η ύπαρξη υλικού εκεί είναι πιθανότατα απαραίτητη για τη στήριξη του φορτίου. Κατά κανόνα, στα φορτισμένα στοιχεία δίνεται πάντα πυκνότητα ίση με 1. Ο αλγόριθμος βελτιστοποίησης προσαρμόζει επαναληπτικά τις τιμές πυκνότητας προκειμένου να βρεθεί η βέλτιστη κατανομή του υλικού η οποία ικανοποιεί τους στόχους και τους περιορισμούς του προβλήματος. Κατά τη διάρκεια αυτών των επαναλήψεων, η κατανομή της πυκνότητας μεταβάλλεται, με τις τιμές πυκνότητας να αυξάνονται ή να μειώνονται σε διάφορες περιοχές του χώρου σχεδιασμού. Υψηλότερες τιμές πυκνότητας υποδεικνύουν περιοχές συγκέντρωσης υλικού, ενώ χαμηλότερες τιμές υποδεικνύουν περιοχές όπου το υλικό μπορεί να απομακρυνθεί.

Καθοριστικό στοιχείο στη διαδικασία της βελτιστοποίησης αποτελεί η επιλογή της αντικειμενικής συνάρτησης (Objective) και των περιορισμών (Constraints). Η αντικειμενική συνάρτηση χαρακτηρίζεται από την απόκριση σχεδιασμού (Design Response) η οποία ζητείται να ελαχιστοποιηθεί ή να μεγιστοποιηθεί. Η απόκριση αυτή είναι ουσιαστικά ένας τρόπος περιγραφής του αντικειμένου που προκύπτει. Στην περίπτωση του γαλλικού κλειδιού ελαχιστοποιείται η ενδοτικότητα (Structural Compliance Response) της κατασκευής για ένα σύνολο οριακών συνθηκών. Η απόκριση αυτή μετρά την ενέργεια παραμόρφωσης (strain energy) και υπολογίζεται με την επίλυση μιας γραμμικής στατικής ανάλυσης πεπερασμένων στοιχείων και την ολοκλήρωση του παραγόμενου πεδίου πυκνότητας ενέργειας παραμόρφωσης στην περιοχή ενδιαφέροντος. Επισημαίνεται ότι η ενδοτικότητα αποτελεί ένα μέτρο της δυσκαμψίας (stiffness) της κατασκευής και ορίζεται ως το αντίστροφό της.

Ακολούθως ορίζονται οι περιορισμοί του προβλήματος βελτιστοποίησης, οι οποίοι διαμορφώνουν ένα σύνολο κανόνων επί του νέου σχεδιασμού. Χωρίς περιορισμούς, το πιθανότερο είναι πως η βελτιστοποίηση θα καταλήξει σε ένα αντικείμενο που είτε γεμίζει πλήρως τον χώρο σχεδιασμού είτε οδηγεί σε ένα εντελώς άδειο χώρο. Οι περιορισμοί που χρησιμοποιούνται αφορούν πρωτίστως τον καθορισμό των ιδιοτήτων της βελτιστοποιημένης δομής (primary constraints). Ο ορισμός του κλάσματος όγκου (Volume Fraction Constraint) χρησιμοποιείται για να περιορίσει την ποσότητα του υλικού που μπορεί να χρησιμοποιηθεί στον νέο σχεδιασμό. Εκφράζεται ως ο λόγος του επιθυμητού όγκου της βελτιστοποιημένης γεωμετρίας προς τον όγκο του χώρου σχεδιασμού και λαμβάνει τιμές από 0 μέχρι 1.

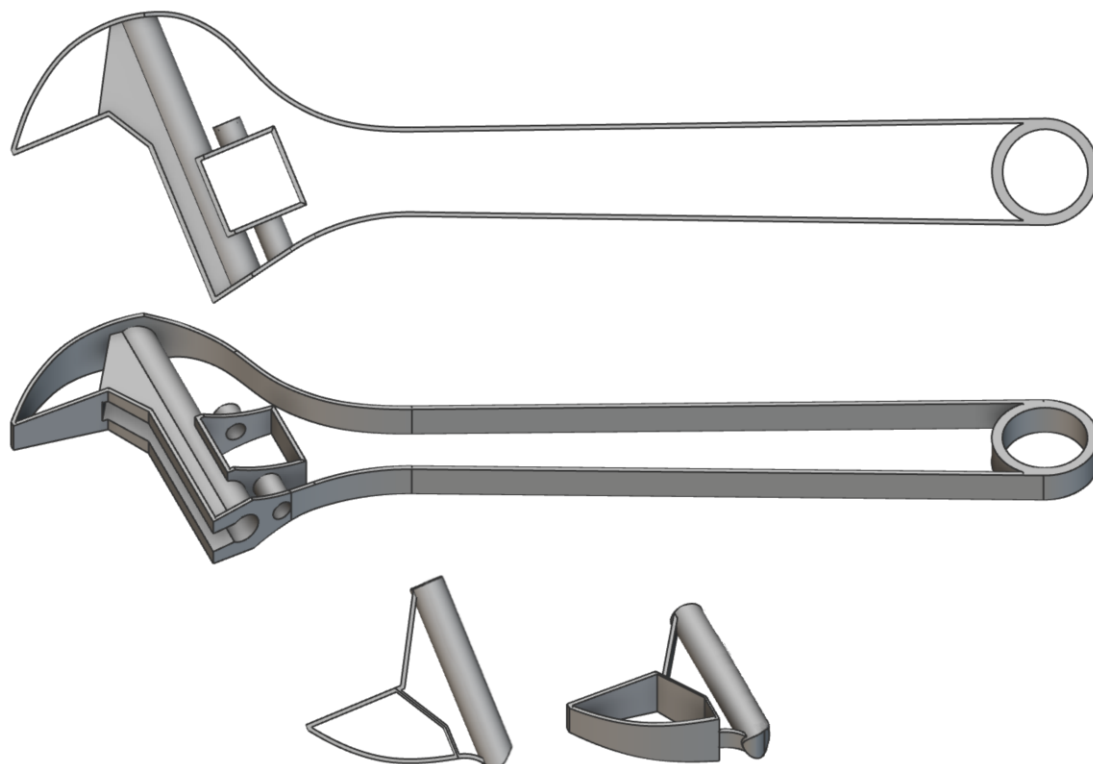
Για την υπό μελέτη περίπτωση του γαλλικού κλειδιού η ανάθεση τιμής ίσης με 0.5 έχει ως αποτέλεσμα τον περιορισμό του τελικού όγκου του κλειδιού κατά 50% ή λιγότερο. Η επιλογή αυτού του αριθμού αποτελεί μια σημαντική παράμετρο στη διαδικασία της τοπολογικής βελτιστοποίησης καθώς επηρεάζει άμεσα το συνολικό βάρος και τη δυσκαμψία της βελτιστοποιημένης δομής. Η τιμή αυτή επιλέχθηκε ώστε να εξισορροπεί τη μείωση βάρους με τη διατήρηση επαρκούς δυσκαμψίας και



αντοχής στις συνθήκες φόρτισης. Στο πλαίσιο αυτής της πιλοτικής μελέτης, η συγκεκριμένη τιμή χρησιμεύει ως αντιπροσωπευτική παράμετρος για την παρουσίαση της προτεινόμενης μεθοδολογίας, ενώ μελλοντικές εργασίες θα μπορούσαν να διερευνήσουν την επίδραση των διαφορετικών τιμών του κλάσματος όγκου στην τελική απόδοση της βελτιστοποιημένης κατασκευής.

Η δεύτερη κατηγορία (secondary) περιορισμών περιλαμβάνει τον ορισμό κανόνων για τη γεωμετρία του βέλτιστου σχεδιασμού (γεωμετρικοί περιορισμοί). Ο ορισμός παθητικών περιοχών (Passive Regions Constraint) στον χώρο σχεδιασμού, η συμμετρία της τοπολογικά βελτιστοποιημένης λύσης ως προς ένα επίπεδο (Planar Symmetry Constraint), καθώς επίσης και ο έλεγχος της ύπαρξης προεξοχών (Overhang Constraint) αποτελούν μερικούς από τους περιορισμούς που επιβάλλονται.

Οι παθητικές περιοχές που επιλέγονται είναι καθορισμένες περιοχές του χώρου σχεδιασμού οι οποίες παραμένουν σταθερές κατά τη διάρκεια της βελτιστοποίησης και αντιστοιχίζονται κατάλληλα με στοιχεία του πλέγματος FE (FE CAD Region). Τα στοιχεία εντός αυτής της περιοχής εξακολουθούν να λαμβάνονται υπόψη στους υπολογισμούς καθ' όλη τη διάρκεια της βελτιστοποίησης, αλλά με την πυκνότητά τους να διατηρείται ίση με 1. Κατά συνέπεια, η τοπολογία αυτών των περιοχών δεν μεταβάλλεται. Στο Σχήμα 4.14 απεικονίζονται οι σταθερές περιοχές του χώρου σχεδιασμού των δύο σωμάτων του γαλλικού κλειδιού.



Σχήμα 4.14: Παθητικές περιοχές του χώρου σχεδιασμού του γαλλικού κλειδιού

Παρατηρώντας την κατασκευή είναι φανερό πως είναι συμμετρική ως προς το επίπεδο XY. Η προσθήκη, επομένως, του αντίστοιχου περιορισμού στη διαμόρφωση του προβλήματος βελτιστοποίησης θα δημιουργήσει ένα συμμετρικό αποτέλεσμα στο οποίο η πυκνότητα των στοιχείων θα είναι ίδια και στις δύο πλευρές εκατέρωθεν του επιπέδου συμμετρίας. Με τη χρήση ενός συμμετρικού πλέγματος FE ως προς το επίπεδο που χωρίζει το κάθε σώμα του κλειδιού επιτυγχάνεται μια καλύτερη λύση, βελτιώνοντας τη διαδικασία σύγκλισης και μειώνοντας το υπολογιστικό κόστος, διατηρώντας ταυτόχρονα την ακρίβεια της λύσης.

Παράλληλα με τους παραπάνω περιορισμούς εφαρμόζεται κι ο περιορισμός στη γωνία προεξοχής. Ένας τέτοιος περιορισμός αξιοποιείται συνήθως για την προσθετική κατασκευή δομών και ελέγχει τη μέγιστη γωνία προεξοχής που παράγει η τοπολογική βελτιστοποίηση. Με αυτόν τον τρόπο απορρίπτεται η δημιουργία σχεδιασμών με γωνία κλίσης κάτω από ένα καθορισμένο ποσό σε σχέση με το επίπεδο κατασκευής. Αφού οριστεί η επιθυμητή κατεύθυνση κατασκευής, μέσω ενός διανύσματος, κάθετα στο επίπεδο κατασκευής και με κατεύθυνση στον θετικό άξονα Z (Build Direction), καθορίζεται η μέγιστη επιτρεπόμενη γωνία προεξοχής (Overhang Angle) που προβλέπεται από τη διαδικασία κατασκευής. Η γωνία αυτή, που μετριέται από το επίπεδο κατασκευής, επιλέγεται να είναι ίση με  $40^\circ$  σύμφωνα με τις οδηγίες σχεδιασμού του υλικού κατασκευής [90]. Γενικά, προεξοχές με γωνία μικρότερη από αυτήν είναι δύσκολο να εκτυπωθούν και συνήθως είναι αναγκαία η προσθήκη υποστηρικτικών δομών για να είναι κατασκευάσιμες. Εκτός αυτών, οι υποστηρικτικές δομές αυξάνουν τον χρόνο παραγωγής του προϊόντος καθώς και τις ανάγκες σε υλικό, ενώ απαιτούν και μια πρόσθετη επεξεργασία για να απομακρυνθούν. Έτσι, συνιστάται να αποφεύγονται οι προεξοχές στο μοντέλο όπου είναι δυνατόν για να μειωθεί το κόστος και ο χρόνος κατασκευής του.

Τελευταίο βήμα πριν την έναρξη της διαδικασίας της τοπολογικής βελτιστοποίησης αποτελεί ο ορισμός μιας σειράς τιμών σε βασικές παραμέτρους οι οποίες ελέγχουν την αλγοριθμική διαδικασία και περιγράφονται παρακάτω (Πίνακας 4.4).

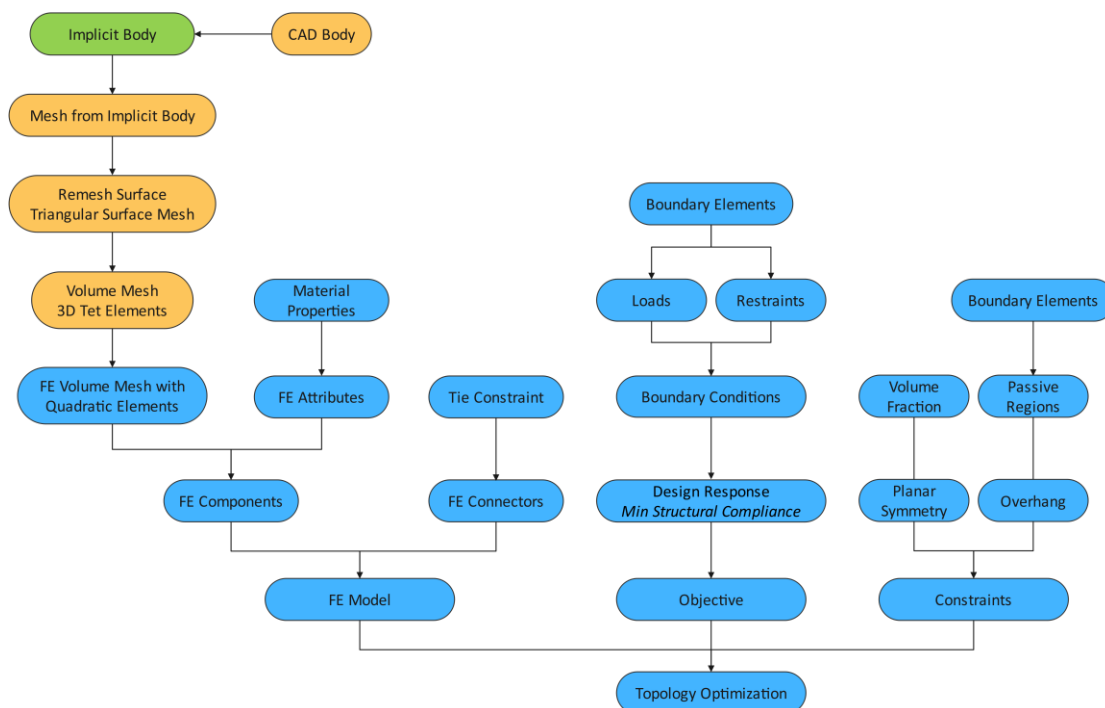
Max iterations	200	Η παράμετρος αυτή καθορίζει το μέγιστο όριο στον αριθμό των επαναλήψεων που επιχειρούνται κατά διαδικασία της βελτιστοποίησης. Ταυτόχρονα περιορίζεται και ο μέγιστος χρόνος υπολογισμού που δαπανάται για αυτή τη διαδικασία.
Min objective change	0.001	Η αντικειμενική συνάρτηση αποτελεί ένα μέτρο του πόσο καλά επιτυγχάνεται ο στόχος της βελτιστοποίησης. Όταν η μεταβολή της αντικειμενικής συνάρτησης μεταξύ διαδοχικών επαναλήψεων πέσει κάτω από αυτόν τον αριθμό, η τοπολογική βελτιστοποίηση θεωρείται ολοκληρωμένη (εφόσον ικανοποιούνται οι περιορισμοί). Η μείωση αυτού του αριθμού θα έχει ως αποτέλεσμα μια πιο ακριβή λύση, αλλά με μεγαλύτερο χρόνο υπολογισμού.

Min density change	0.01	Ορίζει ένα κατώφλι σύγκλισης της διαδικασίας βελτιστοποίησης, αναφορικά με τη μεταβολή της πυκνότητας των στοιχείων από τη μία επανάληψη στην επόμενη. Η μείωση αυτού του αριθμού θα έχει και πάλι ως αποτέλεσμα μια πιο ακριβή λύση, αλλά με μεγαλύτερο χρόνο υπολογισμού.
Boundary penalty	0.5	Καθορίζει τη στρατηγική που θα ακολουθήσει ο αλγόριθμος για την προσθήκη του υλικού στον χώρο σχεδιασμού. Παίρνει τιμές από 0 έως 1, επηρεάζοντας τις τιμές της πυκνότητας στα άκρα του χώρου σχεδιασμού. Μια τιμή ίση με 1 θα μειώσει την πυκνότητα στα άκρα. Έτσι, το υλικό θα είναι πλήρως περιορισμένο στα όρια του χώρου σχεδιασμού όπου δεν εφαρμόζονται φορτία ή περιορισμοί. Αντίθετα, μια τιμή ίση με 0 θα αυξήσει την πυκνότητα. Αυτό επιτρέπει την ύπαρξη μη μηδενικών πυκνοτήτων στα άκρα. Σε αυτή την περίπτωση δεν επιβάλλεται καμία ποινή στα όρια. Επομένως, οι μικρότερες τιμές θα αφαιρέσουν περισσότερο εσωτερικό υλικό από μια κατασκευή, ενώ οι μεγαλύτερες θα αφαιρέσουν περισσότερο υλικό στα άκρα. Η προεπιλεγμένη τιμή 0.5 εφαρμόζει έναν συνδυασμό και των δύο μεθόδων ο οποίος θεωρείται κατάλληλος για τις περισσότερες περιπτώσεις.
Save increment	1	Ελέγχει την ποσότητα των δεδομένων που αποθηκεύονται και είναι προσβάσιμα μετά την ολοκλήρωση της τοπολογικής βελτιστοποίησης. Όσο αυξάνεται ο αριθμός αυτός τόσο μειώνεται το μέγεθος του αρχείου μετά την ολοκλήρωση της βελτιστοποίησης. Η προεπιλεγμένη τιμή 1 αποθηκεύει τα αποτελέσματα για όλες τις επαναλήψεις, ενώ η τιμή 0 αποθηκεύει μόνο την πρώτη και την τελευταία επανάληψη. Για οποιαδήποτε τιμή, N, μεγαλύτερη από 1, αποθηκεύονται τα αποτελέσματα για κάθε N επαναλήψεις. Η τελευταία επανάληψη αποθηκεύεται πάντα.
Filter size	(Optional) mm	Προαιρετική παράμετρος που καθορίζει ένα ελάχιστο μέγεθος χαρακτηριστικών (min feature size) που θα υπάρχει στο αποτέλεσμα της τοπολογικής βελτιστοποίησης (προς αποφυγή μοτίβων σκακιέρας). Εάν δεν δοθεί κάποια συγκεκριμένη τιμή, λαμβάνεται υπ' όψιν η προεπιλεγμένη τιμή, δηλαδή 2 φορές το μέσο μέγεθος του στοιχείου.
Initial density	(Optional)	Προαιρετική παράμετρος που καθορίζει την αρχική πυκνότητα των στοιχείων και μπορεί να λάβει οποιαδήποτε τιμή από το 0 έως το 1, παρέχοντας μια αρχική εκτίμηση για το πως θα διαμορφωθεί το αποτέλεσμα πριν από την έναρξη της διαδικασίας. Αν

δεν εκχωρηθεί κάποια τιμή, οι πυκνότητες σε όλα τα στοιχεία θεωρούνται ίσες με 0.5 ή λαμβάνουν τιμές τέτοιες ώστε να ικανοποιείται ο επιθυμητός περιορισμός του όγκου.

Πίνακας 4.4: Παράμετροι ελέγχου της επαναληπτικής διαδικασίας της τοπολογικής βελτιστοποίησης

Στο διάγραμμα ροής εργασιών που παρουσιάζεται παρακάτω (Σχήμα 4.15) περιγράφεται συνοπτικά η διαδικασία που ακολουθείται στο «nTop Notebook» για τη δημιουργία της τοπολογικής βελτιστοποίησης με τη βοήθεια κατάλληλων Blocks. Εφόσον σε προηγούμενο στάδιο έχει εκτελεστεί ήδη η στατική ανάλυση της κατασκευής, το μοντέλο των πεπερασμένων στοιχείων (FE Model) και οι οριακές συνθήκες (Boundary Conditions) παραμένουν ίδια και για την τοπολογική βελτιστοποίηση.



Σχήμα 4.15: Διάγραμμα ροής εργασιών τοπολογικής βελτιστοποίησης στο nTop

Στη συνέχεια εξετάζονται δύο περιπτώσεις τοπολογικής βελτιστοποίησης για την περίπτωση μελέτης του γαλλικού κλειδιού. Η πρώτη αφορά τη βελτιστοποίηση απουσία του περιορισμού για τη γωνία προεξοχής, ενώ η δεύτερη παρουσία αυτού. Η μελέτη αυτών των δύο προσεγγίσεων επιτρέπει την αξιολόγηση της επίδρασης του κατασκευαστικού περιορισμού στην τελική απόδοση του σχεδιασμού και την αποτίμηση της χρησιμότητάς του στο πλαίσιο των πλεγματικών δομών μεταβαλλόμενης πυκνότητας.

Μετά την ολοκλήρωση της επαναληπτικής διαδικασίας προκύπτουν τα αποτελέσματα της τοπολογικής βελτιστοποίησης τα οποία περιλαμβάνουν, μεταξύ άλλων, την απεικόνιση της βέλτιστης κατανομής της πυκνότητας των στοιχείων του χώρου σχεδιασμού καθώς και τις γραφικές παραστάσεις της αντικειμενικής συνάρτησης (ενδοτικότητα) και του περιορισμού (κλάσμα όγκου) σε σχέση με τις επαναλήψεις που πραγματοποιήθηκαν. Τονίζεται ότι ο αριθμός των επαναλήψεων που απαιτούνται για τη σύγκλιση της διαδικασίας σε μια βέλτιστη λύση εξαρτάται από το είδος της ανάλυσης, την πολυπλοκότητα του μοντέλου και την ποιότητα του πλέγματος των πεπερασμένων στοιχείων.

Η προκύπτουσα κατανομή της πυκνότητας των στοιχείων του πλέγματος παρέχει μια οπτική αναπαράσταση της βέλτιστης λύσης η οποία αποδίδεται χρωματικά με μπλε και κόκκινες αποχρώσεις. Στοιχεία με μπλε χρωματισμούς υποδηλώνουν χαμηλή πυκνότητα (τιμές κοντά στο 0), ενώ οι κόκκινοι χρωματισμοί υποδεικνύουν υψηλή πυκνότητα (τιμές κοντά στη 1). Κατ' αναλογία τα ενδιάμεσα χρώματα αντιπροσωπεύουν ενδιάμεσες πυκνότητες. Το Σχήμα 4.16 και το Σχήμα 4.19 απεικονίζουν αυτές τις βέλτιστες κατανομές για τις δύο περιπτώσεις που εξετάζονται στην παρούσα εργασία.

Η διαδικασία βελτιστοποίησης συγκλίνει σε μια βέλτιστη λύση όταν παρουσιάζονται τα ακόλουθα χαρακτηριστικά:

- i) Η μεταβολή της αντικειμενικής συνάρτησης είναι πολύ μικρή (Min objective change), με τη γραφική της παράσταση να παρουσιάζει μια σχεδόν οριζόντια γραμμή.
- ii) Όλοι οι περιορισμοί ικανοποιούνται ή είναι ανενεργοί (ικανοποιούνται αλλά δεν πλησιάζουν την τιμή ορίου).
- iii) Οι μεταβολές των περιορισμών είναι πολύ μικρές, με τη γραφική τους παράσταση να παρουσιάζει μια σχεδόν οριζόντια γραμμή.

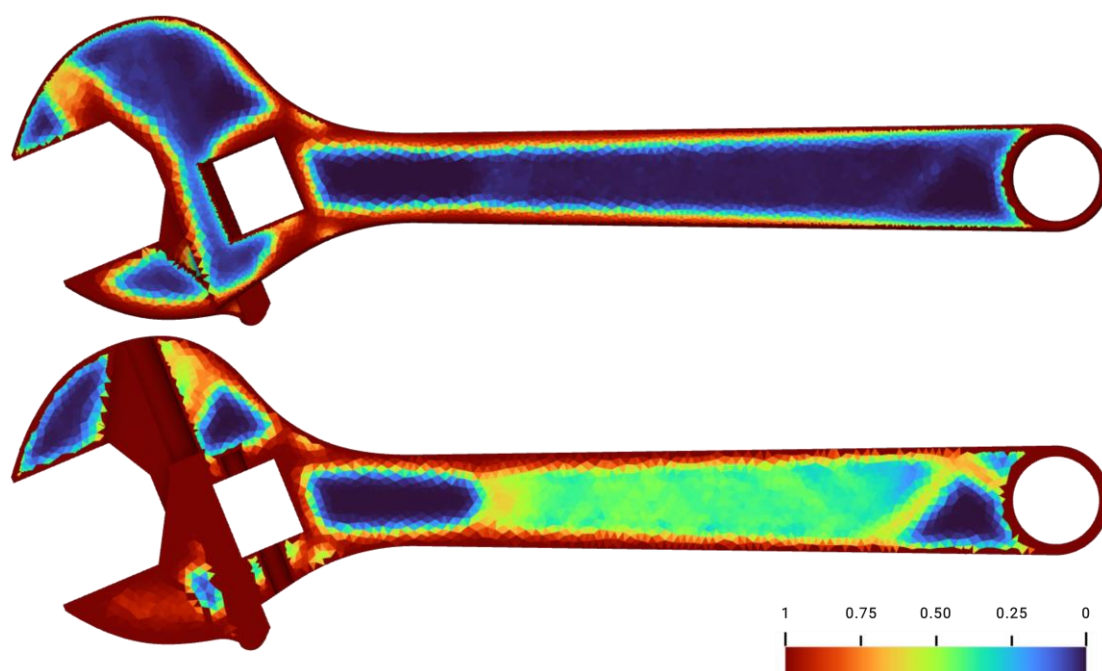
Εκτός των παραπάνω, ένα επιπλέον μέτρο αξιολόγησης της ποιότητας της βελτιστοποίησης αποτελεί ο έλεγχος των τιμών των περιορισμών και της αντικειμενικής συνάρτησης στο τέλος της βελτιστοποίησης.

#### **4.5.1 Τοπολογική βελτιστοποίηση απουσία του περιορισμού προεξοχών**

Η μεγαλύτερη συγκέντρωση υλικού (κόκκινες αποχρώσεις) σ' αυτή την περίπτωση παρατηρείται στη σιαγόνα του κλειδιού αλλά και στην περιοχή μεταξύ της κεφαλής και της λαβής του, όπως είναι φανερό από την κατανομή πυκνότητας στο Σχήμα 4.16. Οι περιοχές αυτές είναι υπεύθυνες για την ανάληψη των εφαρμοζόμενων φορτίων και καταπονούνται περισσότερο συγκριτικά με τις υπόλοιπες. Συνεπώς, ο αλγόριθμος βελτιστοποίησης δίνει προτεραιότητα στην προσθήκη υλικού σε αυτές τις περιοχές για την ενίσχυση της φέρουσας ικανότητάς τους και τη διασφάλιση της συνολικής δομικής ακεραιότητας. Αντιθέτως, οι λιγότερο κρίσιμες περιοχές που παρουσιάζουν

μικρότερη πυκνότητα (μπλε χρωματισμοί) δεν συνεισφέρουν στην επίτευξη της επιθυμητής απόδοσης της κατασκευής.

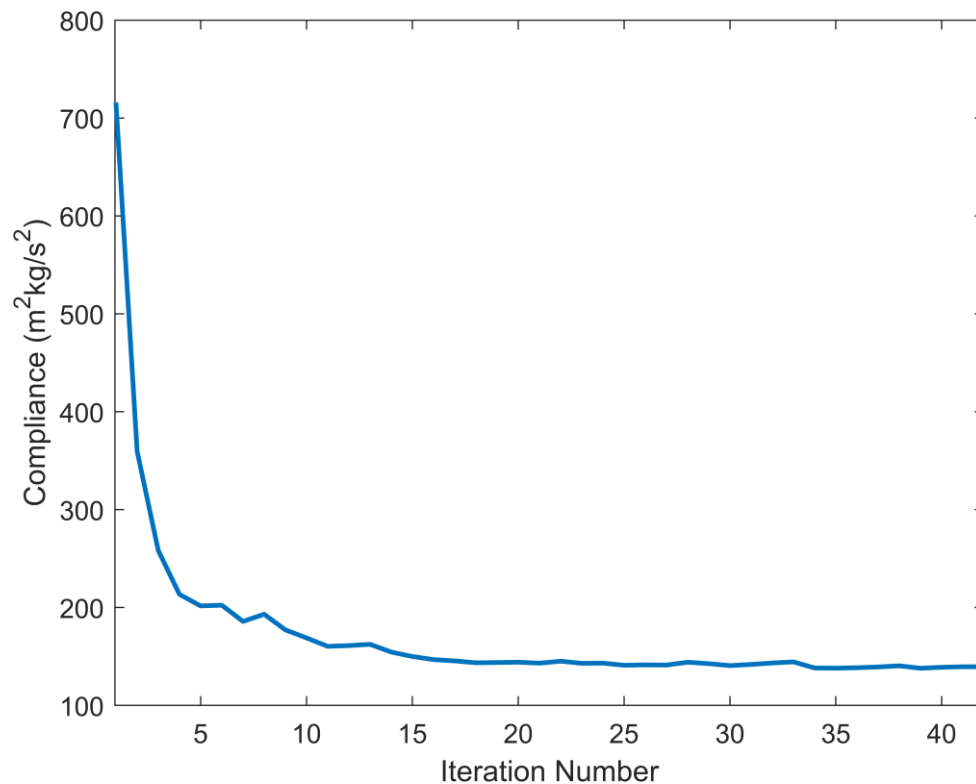
Η διαδικασία της βελτιστοποίησης ολοκληρώνεται ύστερα από 42 επαναλήψεις. Στο Σχήμα 4.17 παρουσιάζεται η μεταβολή της ενδοτικότητας σε σχέση με τον αριθμό των επαναλήψεων που εκτελούνται. Από τη γραφική παράσταση γίνεται αντιληπτό ότι η αντικειμενική συνάρτηση μειώνεται καθώς αυξάνεται ο αριθμός επαναλήψεων. Η ενδοτικότητα κατά την εξέλιξη της διαδικασίας σταθεροποιείται και συγκλίνει σε μια ελάχιστη τιμή μετά από ορισμένο αριθμό επαναλήψεων, γεγονός που υποδηλώνει ότι η δυσκαμψία έχει φθάσει στη μέγιστη τιμή της. Συγκεκριμένα, η ενδοτικότητα της αρχικής δομής (Επανάληψη 1) είναι ίση με 715.82 Nm, ενώ στο τέλος της βελτιστοποίησης (Επανάληψη 42) ισούται με 139.53 Nm. Κατά την πρώτη επανάληψη παρατηρείται μια αρκετά υψηλή τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης η οποία στη συνέχεια φθίνει ραγδαία. Αυτό οφείλεται κυρίως στην αρχική κατανομή του υλικού στον χώρο σχεδιασμού, η οποία είναι συχνά ομοιόμορφη και επομένως ακατάλληλη να αντέξει τα επιβαλλόμενα φορτία. Αποτέλεσμα αυτού είναι η ύπαρξη μιας σημαντικής παραμόρφωσης που έχει ως επακόλουθο τη συγκριτικά μεγάλη τιμή ενδοτικότητας. Παρόλα αυτά καθώς προχωρά η βελτιστοποίηση, η κατανομή του υλικού αναπροσαρμόζεται και σταδιακά η ενδοτικότητα μειώνεται, οδηγώντας σε σχεδιασμούς με βελτιωμένη δομική απόδοση.



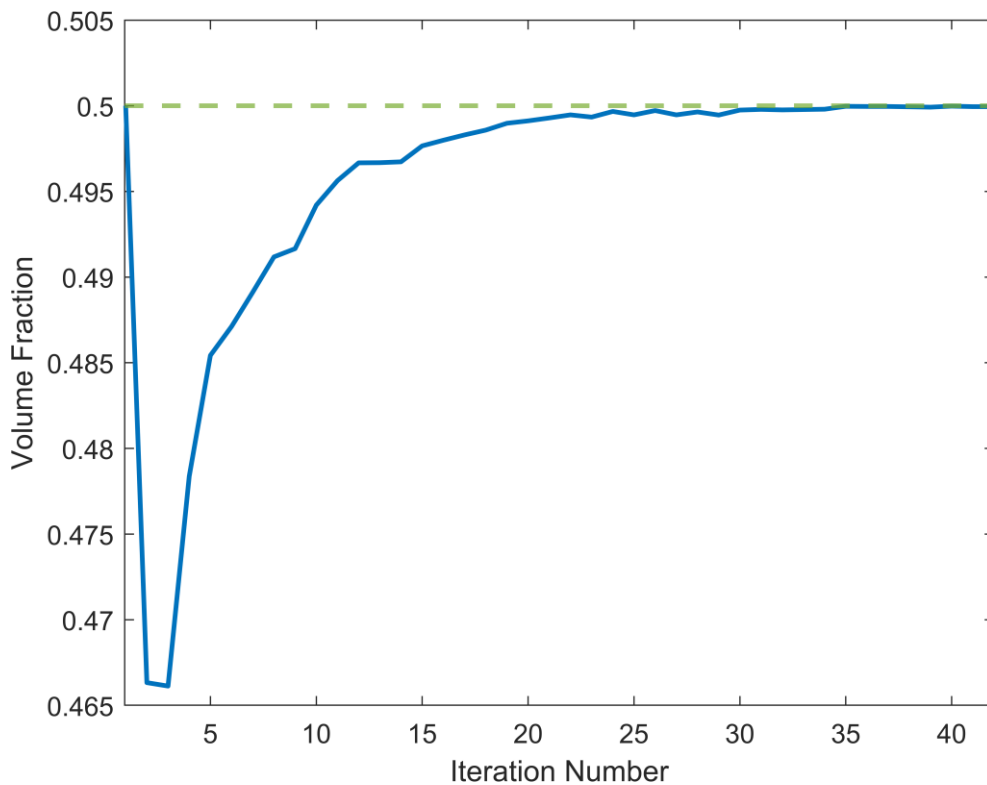
Σχήμα 4.16: Βέλτιστη κατανομή πυκνότητας στοιχείων του γαλλικού κλειδιού (χωρίς τη χρήση του περιορισμού προεξοχής) και εσωτερική απεικόνισή της (κάτω)

Στο διάγραμμα του Σχήματος 4.18 απεικονίζεται η γραφική παράσταση της μεταβολής του κλάσματος όγκου της κατασκευής σε σχέση με τον αριθμό των

επαναλήψεων. Το κλάσμα όγκου ελαττώνεται στις πρώτες επαναλήψεις της βελτιστοποίησης καθώς ο αλγόριθμος ανακατανέμει το υλικό, ενώ στη συνέχεια αυξάνεται έως την επίτευξη της σύγκλισης. Στην πρώτη επανάληψη ισούται με 0.5, ενώ στο τέλος της διαδικασίας καταλήγει να είναι ίσο με 0.49995. Αυτή η μικρή απόκλιση από την τιμή στόχο του περιορισμού οφείλεται στα κριτήρια σύγκλισης του αλγορίθμου και στον τρόπο με τον οποίο ο αλγόριθμος εξισορροπεί την ελαχιστοποίηση της ενδοτικότητας με την τήρηση του περιορισμού όγκου.



Σχήμα 4.17: Μεταβολή της ενδοτικότητας κατά τη διάρκεια της τοπολογικής βελτιστοποίησης (χωρίς τη χρήση του περιορισμού προεξοχής)

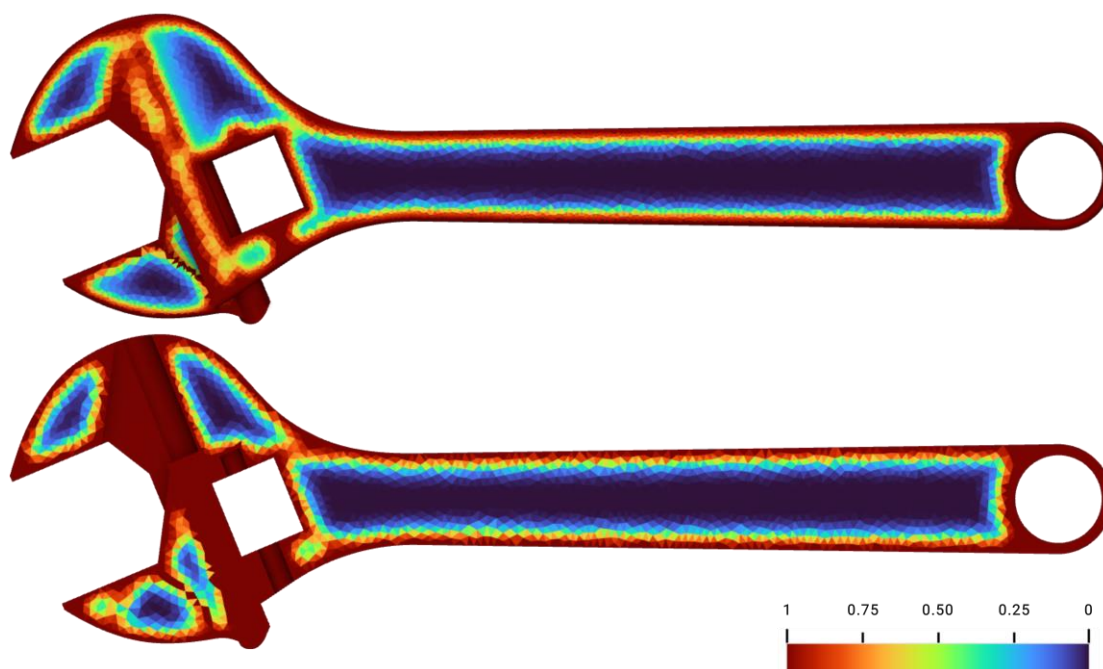


Σχήμα 4.18: Μεταβολή του κλάσματος όγκου κατά τη διάρκεια της τοπολογικής βελτιστοποίησης (χωρίς τη χρήση του περιορισμού προεξοχής)

#### 4.5.2 Τοπολογική βελτιστοποίηση με χρήση του περιορισμού προεξοχών

Με παρόμοιο τρόπο με αυτόν που περιγράφηκε προηγουμένως αποδίδεται και στην περίπτωση της χρήσης του περιορισμού των προεξοχών η κατανομή της πυκνότητας. Ωστόσο, η χρήση του περιορισμού της γωνίας προεξοχής εξαλείφει πολλές από τις περιοχές υψηλής συγκέντρωσης υλικού, όπως είναι φανερό από το Σχήμα 4.19. Αυτό συμβαίνει διότι οι σχεδιασμοί που δημιουργούνται παραβιάζουν το ανώτατο όριο της γωνίας προεξοχής των  $40^\circ$  και επομένως απορρίπτονται από τη βέλτιστη λύση.





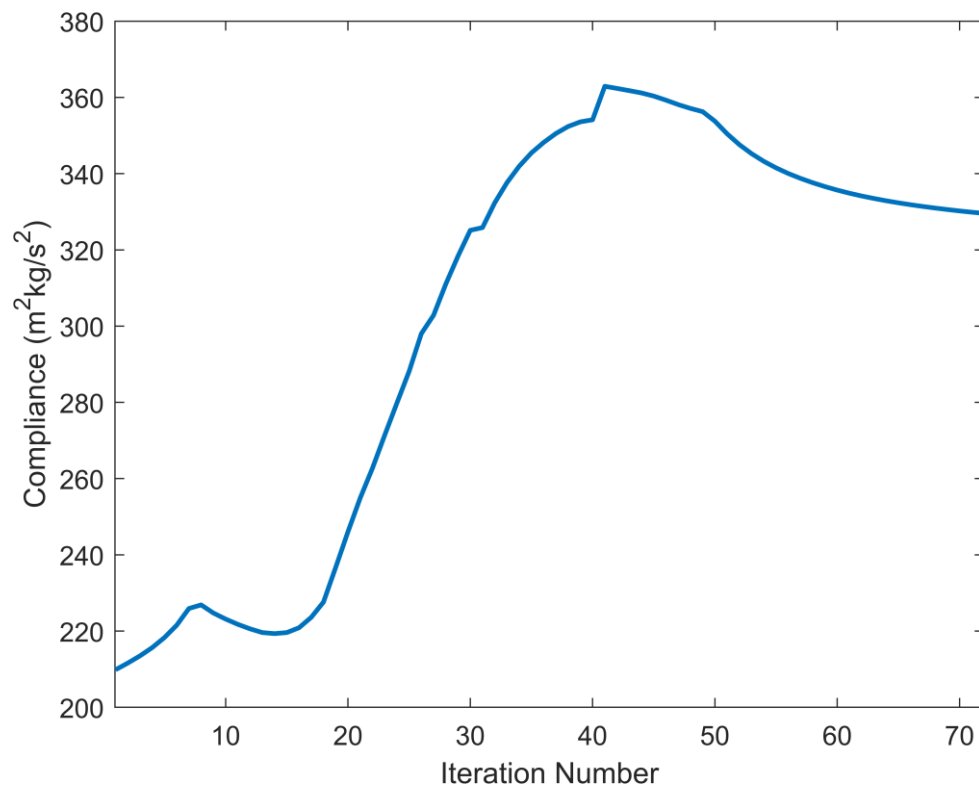
Σχήμα 4.19: Βέλτιστη κατανομή πυκνότητας στοιχείων του γαλλικού κλειδιού (με χρήση του περιορισμού προεξοχής) και εσωτερική απεικόνισή της (κάτω)

Πλέον ο αλγόριθμος βελτιστοποίησης συγκλίνει στη βέλτιστη λύση έπειτα από 72 επαναλήψεις. Ο αριθμός αυτός είναι μεγαλύτερος συγκριτικά με τον αντίστοιχο της προαναφερθείσας περίπτωσης τοπολογικής βελτιστοποίησης, διότι ο αλγόριθμος προσπαθεί να διαχειριστεί την ύπαρξη προεξοχών.

Η ενδοτικότητα συναρτήσει του αριθμού των επαναλήψεων της τοπολογικής βελτιστοποίησης αναπαρίσταται γραφικά στο διάγραμμα του Σχήματος 4.20. Η αντικειμενική συνάρτηση, παρά τις μικρές αυξομειώσεις που οφείλονται στη διαδικασία αναδιανομής του υλικού στον χώρο σχεδιασμού καθώς ο αλγόριθμος αναζητά τη βέλτιστη λύση, ακολουθεί μια ανοδική πορεία μέχρις ότου επιτευχθεί η σταθεροποίησή της. Αρχικά (Επανάληψη 1) η ενδοτικότητα ισούται με 209.85 Nm, ενώ στο τέλος της διαδικασίας (Επανάληψη 72) λαμβάνει την τιμή των 329.57 Nm. Η σύγκλιση της αντικειμενικής συνάρτησης σε μεγαλύτερη τιμή μετά από ορισμένο αριθμό επαναλήψεων αντιστοιχεί σε μείωση της δυσκαμψίας της κατασκευής. Στην προσπάθεια του ο αλγόριθμος να αναπροσαρμόσει την κατανομή του υλικού αφαιρεί όλους τους σχεδιασμούς που παραβιάζουν τον περιορισμό προεξοχών. Έτσι, με την αφαίρεση υλικού (μείωση της πυκνότητας) μειώνεται η αντίσταση της κατασκευής στην παραμόρφωση λόγω των επιβαλλομένων φορτίων και άρα αυξάνεται η ενδοτικότητά της.

Αντίθετα από την αύξηση της ενδοτικότητας, το κλάσμα όγκου της κατασκευής αρχικά μειώνεται απότομα και στη συνέχεια συγκλίνει ομαλά ικανοποιώντας τον αντίστοιχο περιορισμό (Σχήμα 4.21). Στην πρώτη επανάληψη το κλάσμα όγκου ισούται με 0.53923 και ακολούθως ελαττώνεται στο 0.5. Αυτό οφείλεται στη

συνεχόμενη αναπροσαρμογή της κατανομής της πυκνότητας των στοιχείων στον χώρο σχεδιασμού.

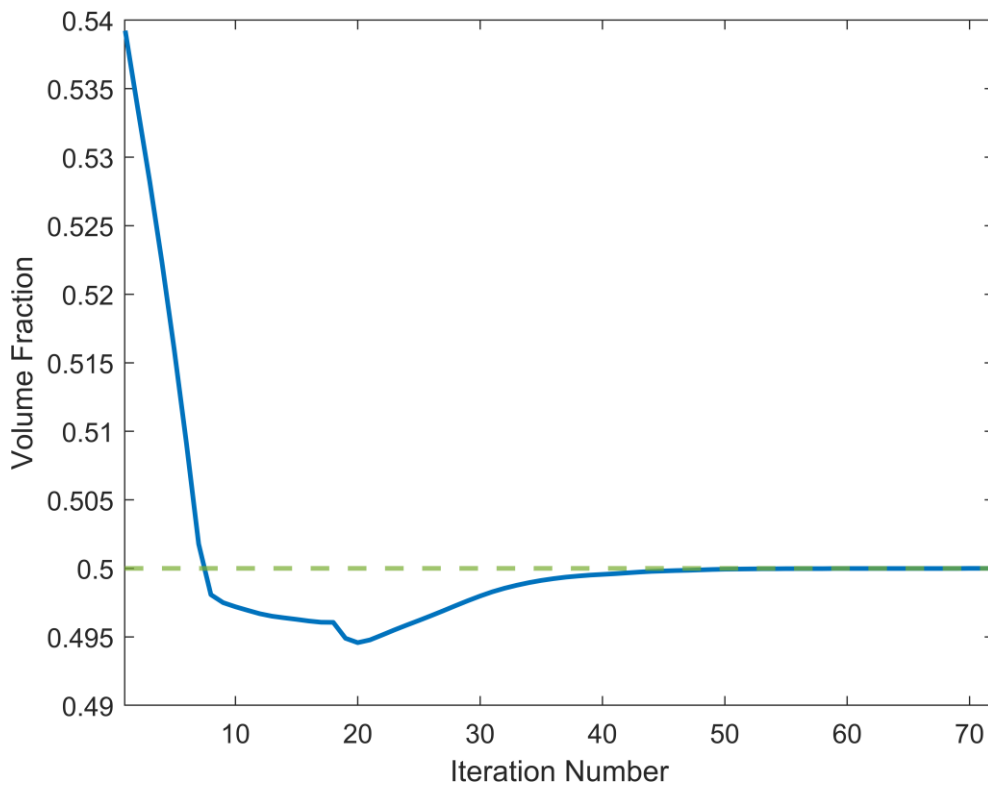


Σχήμα 4.20: Μεταβολή της ενδοτικότητας κατά τη διάρκεια της τοπολογικής βελτιστοποίησης (με χρήση του περιορισμού προεξοχής)

Στον συγκεντρωτικό Πίνακα 4.5 αναφέρονται οι τιμές διαφόρων μεγεθών (ενδοτικότητα, κλάσμα όγκου) που προκύπτουν από την τοπολογική βελτιστοποίηση των δύο περιπτώσεων που μελετήθηκαν, χωρίς και με τη χρήση του περιορισμού των προεξοχών, αντίστοιχα.

	Χωρίς τη χρήση του περιορισμού προεξοχών	Με τη χρήση του περιορισμού προεξοχών
Αριθμός Επαναλήψεων	42	72
Ενδοτικότητα (Nm)	139.53	329.57
Κλάσμα Όγκου	0.49995	0.5

Πίνακας 4.5: Τιμές σύγκλισης της ενδοτικότητας και του κλάσματος όγκου κατά την τοπολογική βελτιστοποίηση, χωρίς και με τη χρήση του περιορισμού των προεξοχών



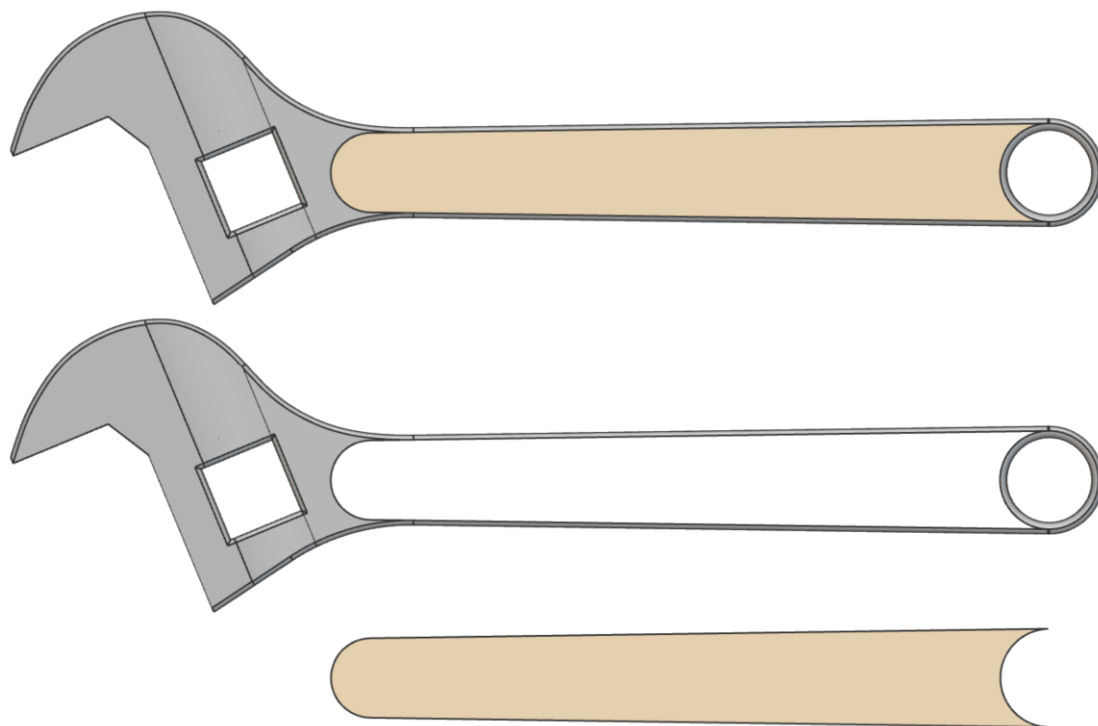
Σχήμα 4.21: Μεταβολή του κλάσματος όγκου κατά τη διάρκεια της τοπολογικής βελτιστοποίησης (με χρήση του περιορισμού προεξοχής)

#### 4.6 Πλεγματικές δομές μεταβαλλόμενης πυκνότητας

Η τοπολογική βελτιστοποίηση σε συνδυασμό με τις πλεγματικές δομές αποτελεί ένα καινοτόμο και ισχυρό εργαλείο για τον σχεδιασμό κατασκευών. Αξιοποιώντας τη βέλτιστη κατανομή του υλικού στον χώρο σχεδιασμού είναι δυνατόν να μεταβληθεί κατάλληλα η πυκνότητα των πλεγματικών δομών έτσι ώστε να ικανοποιηθούν συγκεκριμένες σχεδιαστικές απαιτήσεις, οι οποίες επιτρέπουν για παράδειγμα την επίτευξη ελαφριών και ισχυρών κατασκευών.

Τα αποτελέσματα της τοπολογικής βελτιστοποίησης για το γαλλικό κλειδί (Σχήμα 4.16) έδειξαν ξεκάθαρα ότι η περιοχή της λαβής εμφανίζει κυρίως στοιχεία μικρής και ενδιάμεσης πυκνότητας υλικού (μπλε και πράσινες/κίτρινες αποχρώσεις αντίστοιχα). Αυτό υποδηλώνει ότι η λαβή, υπό τα εξεταζόμενα φορτία λειτουργίας, δεν αποτελεί κρίσιμη περιοχή για την ανάληψη φορτίων και συνεπώς συνεισφέρει σε μικρό βαθμό – αν όχι ελάχιστο – στη συνολική μηχανική απόδοση της κατασκευής. Με αυτόν τον τρόπο περιοχές που αρχικά ήταν συμπαγείς και δεν συνεισφέρουν ιδιαίτερα στην απόδοση της κατασκευής μπορούν να αντικατασταθούν με πλεγματικές δομές μεταβαλλόμενης πυκνότητας αξιοποιώντας τις τιμές ενδιάμεσης πυκνότητας υλικού και βελτιώνοντας την αποδοτικότητά της μέσω μείωσης βάρους χωρίς να επηρεάζεται αρνητικά η αντοχή.

Ο στερεός όγκος που θα αντικατασταθεί και θα πληρωθεί από την πλεγματική δομή εντοπίζεται στο εσωτερικό της λαβής του γαλλικού κλειδιού και διακρίνεται χρωματικά από την υπόλοιπη, όπως φαίνεται παρακάτω (Σχήμα 4.22). Η επιλογή αυτή γίνεται λαμβάνοντας υπ' όψιν τις γεωμετρικές ιδιαιτερότητες της κατασκευής και την κατανομή της πυκνότητας του υλικού στην εν λόγω περιοχή.

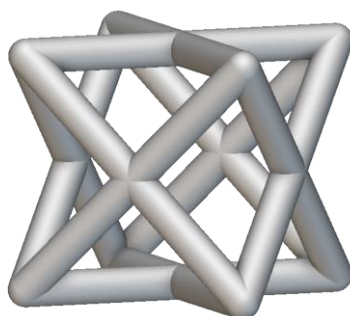


Σχήμα 4.22: Πλαίσιο (Frame) και όγκος πλήρωσης με πλέγμα (Infill Volume) στη λαβή του γαλλικού κλειδιού (καφέ απόχρωση)

Το βασικό στοιχείο το οποίο ουσιαστικά ορίζει μια πλεγματική δομή είναι η μοναδιαία κυψελίδα (Unit Cell). Πρόκειται για τη μικρότερη γεωμετρική διαμόρφωση που όταν επαναλαμβάνεται στις τρεις διαστάσεις δημιουργεί μια πλεγματική δομή. Ο τύπος, το μέγεθος, ο προσανατολισμός και το πάχος των δοκών κάθε μοναδιαίας κυψελίδας είναι μερικές από τις παραμέτρους που καθορίζουν τις ιδιότητες ενός πλέγματος (μηχανικές, θερμικές κ.α.). Μεταβάλλοντάς τες, η συνολική συμπεριφορά της δομής προσαρμόζεται ανάλογα έτσι ώστε να παρέχονται συγκεκριμένα χαρακτηριστικά στην κατασκευή.

Η εδροκεντρωμένη κυβική δομή (Face Centered Cubic – FCC) αποτελεί τον τύπο της κυψελίδας (Lattice Type) που χρησιμοποιείται για να αντικαταστήσει τον στερεό όγκο του γαλλικού κλειδιού (βλ. Σχήμα 4.22, Σχήμα 4.23). Η επιλογή της βασίζεται στην καλή αναλογία αντοχής-βάρους που παρουσιάζει, επιτρέποντας τον ελαφρύ σχεδιασμό χωρίς συμβιβασμό αντοχής και στην επαρκή ακαμψία που προσφέρει για τη μεταφορά των επιβαλλόμενων φορτίων [46]. Το μέγεθος της μοναδιαίας

κυψελίδας (Lattice Size) ορίζεται στα  $8\text{ mm} \times 8\text{ mm} \times 8\text{ mm}$  προκειμένου να εναρμονιστεί με το πάχος της λαβής του κλειδιού (8 mm). Επιπλέον, το συγκεκριμένο μέγεθος εξασφαλίζει αποτελεσματική αναπαράσταση και κατασκευή των πλεγμάτων μεταβαλλόμενης πυκνότητας, επιτυγχάνοντας την επιθυμητή ισορροπία μεταξύ αφαίρεσης υλικού και διατήρησης της απαιτούμενης δυσκαμψίας της κατασκευής, ενώ διατηρεί διαχειρίσιμο το υπολογιστικό κόστος για την FEA της τελικής πλεγματικής δομής. Σημειώνεται ότι στην παρούσα μελέτη, η FCC δομή τοποθετείται με τον προκαθορισμένο προσανατολισμό σε ευθυγράμμιση με τους άξονες XYZ του συστήματος συντεταγμένων, χωρίς συστηματική βελτιστοποίηση του προσανατολισμού της.



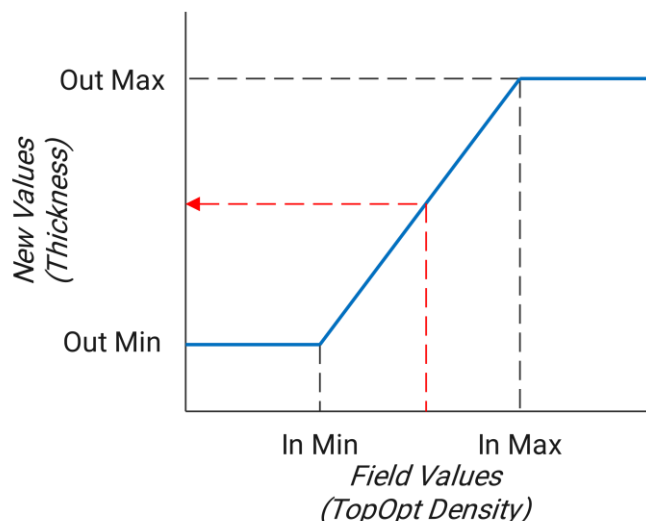
Σχήμα 4.23: Εδροκεντρωμένη κυβική δομή (FCC)

Το πρώτο πράγμα που χρειάζεται να καθοριστεί σε μια πλεγματική δομή μεταβαλλόμενης πυκνότητας είναι η ελάχιστη και η μέγιστη τιμή του πάχους (Min & Max Thickness) των ράβδων της. Οι τιμές αυτές λαμβάνονται ίσες με 2 mm και 10 mm αντίστοιχα. Η ελάχιστη τιμή των 2 mm επιλέγεται σύμφωνα με τις οδηγίες σχεδιασμού και κατασκευής του υλικού για τη δημιουργία δομικών στοιχείων έτσι ώστε να διασφαλίζεται η δομική τους ακεραιότητα [90], ενώ η μέγιστη τιμή των 10 mm καθορίζεται έτσι ώστε να αντιστοιχεί σε κυψελίδα πλήρους υλικού.

Για να μεταβληθεί, λοιπόν, το πάχος των ράβδων μεταξύ αυτών των ορίων χρησιμοποιείται η συνάρτηση κλίσης ή ράμπας (Ramp). Η συνάρτηση ράμπας είναι μια μαθηματική συνάρτηση η οποία αντιστοιχίζει τις τιμές του πεδίου πυκνότητας (τιμές εισόδου) της τοπολογικής βελτιστοποίησης (Topology Optimization Density Field) με τις τιμές του πάχους των ράβδων (τιμές εξόδου) της πλεγματικής δομής (Σχήμα 4.24). Υπενθυμίζεται ότι το βαθμωτό πεδίο (Scalar Field) της κατανομής της πυκνότητας λαμβάνει τιμές από 0 έως 1. Ελάχιστη τιμή εισόδου-πυκνότητας (In Min) ίση με 0 οδηγεί με τη βοήθεια της παραπάνω συνάρτησης σε ελάχιστη τιμή εξόδου-πάχους (Out Min) ίση με 2 mm. Από την άλλη, για μέγιστη τιμή εισόδου (In Max) ίση με 1, η αντίστοιχη τιμή εξόδου (Out Max) είναι ίση με 10 mm. Κατ' αναλογία υπολογίζονται και όλες οι ενδιάμεσες τιμές.

Αξίζει να σημειωθεί ότι η μορφή της συνάρτησης ράμπας εξαρτάται από τα επιθυμητά χαρακτηριστικά μετάβασης από το ελάχιστο στο μέγιστο πάχος. Για μια

ομαλότερη μετάβαση εντός αυτού του εύρους τιμών επιλέγεται αντί της απλής γραμμικής παρεμβολής ένας διαφορετικός τύπος ράμπας ο οποίος εμφανίζει συνέχεια καμπυλότητας C2 (Curvature Continuity (C2)).

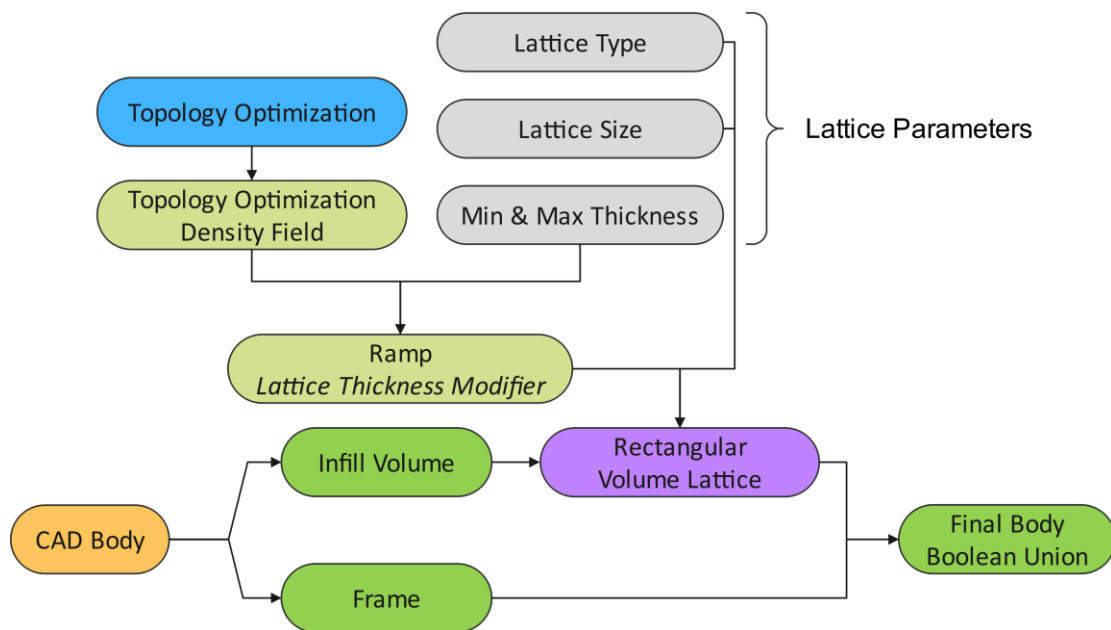


Σχήμα 4.24: Συνάρτηση ράμπας – Μεταβολή του πάχους της πλεγματικής δομής (Thickness) συναρτήσει του πεδίου πυκνότητας της τοπολογικής βελτιστοποίησης (TopOpt Density)

Αφού έχουν προσδιοριστεί όλες οι βασικές παράμετροι της μοναδιαίας κυψελίδας, αλλά και ο τρόπος με τον οποίο μεταβάλλεται η πυκνότητά της, μπορεί πλέον να δημιουργηθεί μια περιοδική πλεγματική δομή, για τον επιλεγμένο όγκο (Rectangular Volume Lattice) του κλειδιού, στην οποία η μοναδιαία κυψελίδα διατάσσεται κατά μήκος των ορθογώνιων συντεταγμένων. Το τελικό αποτέλεσμα αυτής της διαδικασίας είναι μια πλεγματική δομή με μεταβαλλόμενο πάχος ράβδων, όπου οι παχύτερες ράβδοι εντοπίζονται στις περιοχές με τη μεγαλύτερη πυκνότητα και οι λεπτότερες στις περιοχές με τη χαμηλότερη πυκνότητα, όπως αυτή καθορίζεται από την τοπολογική βελτιστοποίηση.

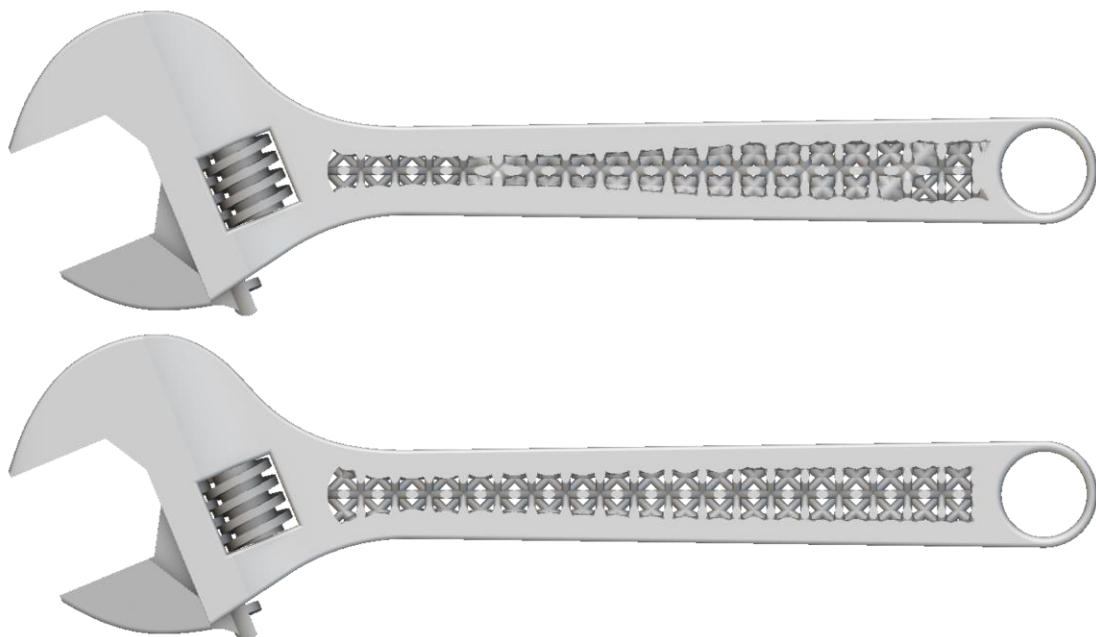
Τελευταίο βήμα για τη δημιουργία της τελικής κατασκευής (Final Body) αποτελεί η συνένωση (Boolean Union) της πλεγματικής δομής με το εξωτερικό σώμα/πλαίσιο της λαβής του γαλλικού κλειδιού (Frame).

Ένα συνοπτικό διάγραμμα της ροής των εργασιών που ακολουθούνται στο «nTop Notebook» το οποίο περιγράφει τη δημιουργία πλεγματικής δομής μεταβαλλόμενης πυκνότητας απεικονίζεται παρακάτω στο Σχήμα 4.25.



Σχήμα 4.25: Διάγραμμα ροής εργασιών για τη δημιουργία πλεγματικών δομών μεταβαλλόμενης πυκνότητας στο nTop

Οι νέοι σχεδιασμοί του γαλλικού κλειδιού για τις δύο περιπτώσεις που εξετάζονται, χωρίς και με τη χρήση του περιορισμού προεξοχών παρουσιάζονται στο Σχήμα 4.26. Μπορεί κανείς να παρατηρήσει πως οι τελικοί σχεδιασμοί για κάθε περίπτωση ακολουθούν τα αποτελέσματα του πεδίου πυκνότητας της τοπολογικής βελτιστοποίησης.



Σχήμα 4.26: Τελικοί σχεδιασμοί του γαλλικού κλειδιού με τοποθέτηση πλεγματικών δομών στο εσωτερικό τους, χωρίς (πάνω) και με τη χρήση του περιορισμού προεξοχών (κάτω)

## 4.7 Αξιολόγηση του νέου σχεδιασμού

Σε αυτό το στάδιο ο προκύπτων σχεδιασμός ελέγχεται προκειμένου να διαπιστωθεί ότι πληροί τις επιθυμητές απαιτήσεις σχετικά με τη δομική συμπεριφορά του. Έτσι, εκτελείται μια ακόμη στατική ανάλυση στην οποία οι ιδιότητες του χρησιμοποιούμενου υλικού, οι εφαρμοζόμενες φορτίσεις και οι οριακές συνθήκες είναι ίδιες με την αρχική στατική ανάλυση πριν τη διαδικασία βελτιστοποίησης. Για τη δημιουργία του πλέγματος και του μοντέλου των πεπερασμένων στοιχείων ακολουθείται μια αντίστοιχη ροή εργασιών με αυτή που περιγράφηκε προηγουμένως.

Η ανάλυση κατασκευών που περιλαμβάνουν πλεγματικές δομές αποτελεί πολλές φορές ένα σύνθετο και απαιτητικό έργο, κυρίως λόγω της πολύπλοκης γεωμετρίας που εμφανίζουν. Η μεγαλύτερη πρόκληση συναντάται κατά τη διακριτοποίηση της κατασκευής με στερεά πεπερασμένα στοιχεία. Μια τέτοια προσέγγιση δίνει τη δυνατότητα εκτέλεσης ακριβών αναλύσεων επιτρέποντας την καλύτερη κατανόηση της συμπεριφοράς και της απόδοσης αυτών των δομών. Εναλλακτικές μέθοδοι προσομοίωσης περιλαμβάνουν τη χρήση μονοδιάστατων στοιχείων δοκού (beam elements) και τεχνικών ομογενοποίησης (homogenization), οι οποίες προσφέρουν μειωμένο υπολογιστικό κόστος αλλά με περιορισμένη ακρίβεια.

Παρακάτω εξετάζονται οι δύο περιπτώσεις σχεδιασμών που προέκυψαν.

### 4.7.1 Σχεδιασμός χωρίς τη χρήση του περιορισμού προεξοχών κατά το στάδιο της τοπολογικής βελτιστοποίησης

Η διαδικασία της διακριτοποίησης ακολουθεί την ίδια πορεία με την αντίστοιχη του αρχικού σχεδιασμού. Κατά συνέπεια, το πλέγμα των πεπερασμένων στοιχείων για κάθε σώμα του κλειδιού (σταθερή σιαγόνα – λαβή, κινητή σιαγόνα) προκύπτει από τη μετατροπή του πλέγματος επιφάνειας σε πλέγμα στερεών στοιχείων με τα ακόλουθα χαρακτηριστικά μεγέθη να ελέγχουν τη γένεσή του (Πίνακας 4.6).

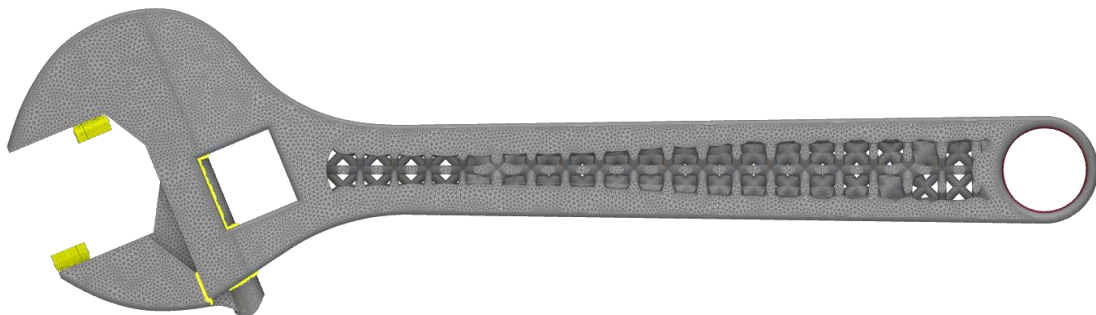
Το νέο πλέγμα που προσαρμόζεται με ικανοποιητική ακρίβεια στη γεωμετρία των δύο σωμάτων αποτελείται από 1,354,458 στοιχεία και 1,980,892 κόμβους (Σχήμα 4.27).



	Σταθερή σιαγόνα – λαβή	Κινητή σιαγόνα
<b>Surface mesh</b>		
Edge length	0.7 mm	0.7 mm
Shape	Triangle	Triangle
Span angle	5 deg	10 deg
Growth rate	1.5	1.5
Feature angle	10 deg	5 deg
Min edge length	0.5 mm	0.05 mm
Min feature size	0.035 mm	0.035 mm
<b>Volume mesh</b>		
Element type	Tetrahedral	Tetrahedral
Geometric order	Quadratic	Quadratic

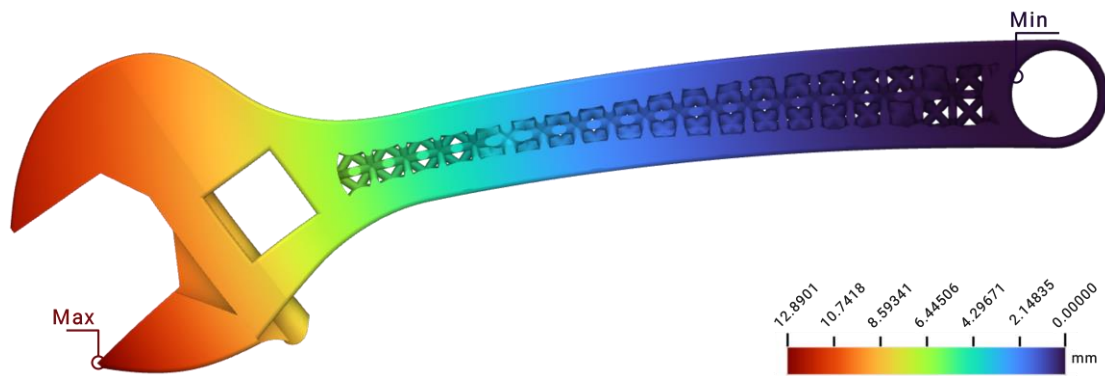
Πίνακας 4.6: Βασικά χαρακτηριστικά μεγέθη για τη δημιουργία του νέου πλέγματος πεπερασμένων στοιχείων

Χρησιμοποιώντας τη στατική ανάλυση για το παραπάνω μοντέλο FE και το ίδιο σύνολο οριακών συνθηκών, υπολογίζονται οι μετατοπίσεις και οι τάσεις. Επισημαίνεται ότι στα παρακάτω γραφήματα αυτών των μεγεθών η παραμορφωμένη κατασκευή απεικονίζεται σε υπέρθεση (deformation scale = 3).



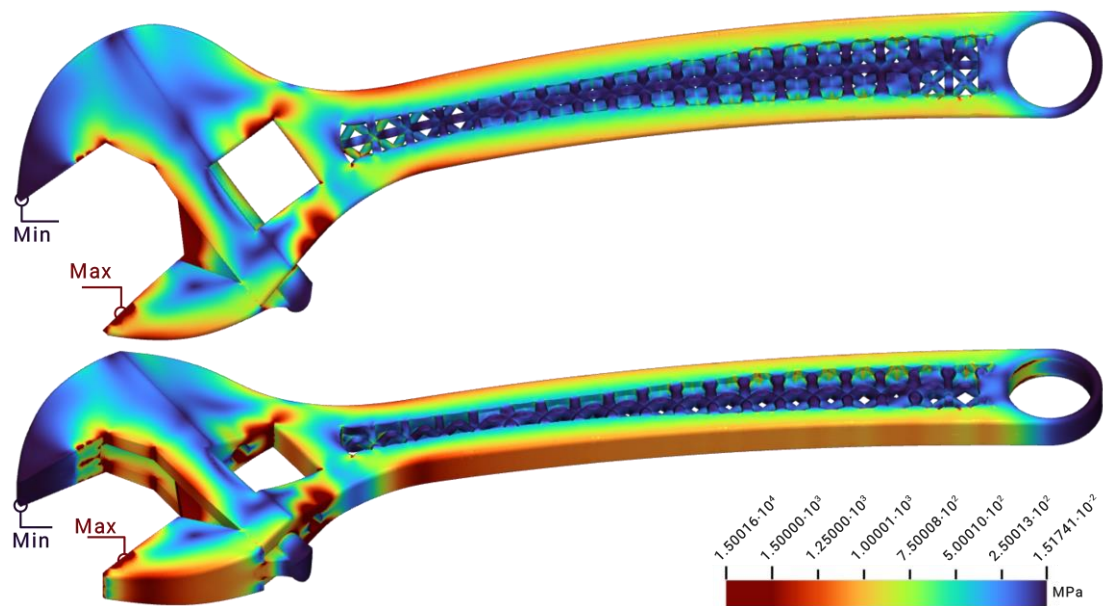
Σχήμα 4.27: Μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων και οριακές συνθήκες (χωρίς τη χρήση του περιορισμού προεξοχών)

Από το ακόλουθο γράφημα των μετατοπίσεων (Σχήμα 4.28), διαπιστώνεται ότι η νέα βελτιστοποιημένη κατασκευή παραμορφώνεται κατά τρόπο ανάλογο με αυτόν του αρχικού σχεδιασμού. Συγκεκριμένα, το γαλλικό κλειδί κάμπτεται προς τα κάτω, και παράλληλα οι σιαγόνες του τείνουν να απομακρυνθούν η μία από την άλλη. Κατά συνέπεια, οι μέγιστες τιμές των μετατοπίσεων παρατηρούνται, όπως αναμένεται, στις σιαγόνες του κλειδιού (κόκκινοι χρωματισμοί), με τη μέγιστη μετατόπιση να εντοπίζεται στο άκρο της κινητής σιαγόνας και να είναι ίση με 12.8901 mm. Οι μετατοπίσεις μειώνονται σταδιακά πλησίον του κρίκου του κλειδιού και μηδενίζονται στην περιοχή της σταθερής στήριξης της κατασκευής (μπλε χρωματισμοί).



Σχήμα 4.28: Ολική μετατόπιση του γαλλικού κλειδιού με πλεγματικές δομές (χωρίς τη χρήση του περιορισμού προεξοχών)

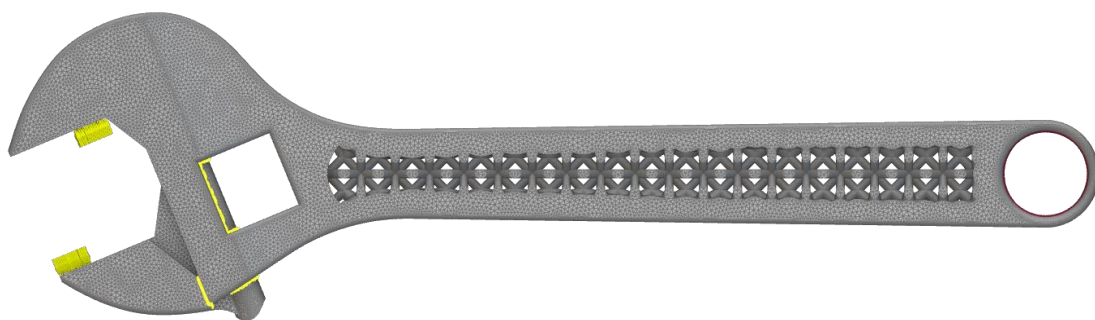
Στο Σχήμα 4.29 παρουσιάζεται γραφικά η κατανομή των τάσεων von Mises του νέου γαλλικού κλειδιού. Προκειμένου να εντοπιστούν σημεία συγκέντρωσης τάσεων και περιοχές πιθανής εμφάνισης πλαστικής συμπεριφοράς, η χρωματική κλίμακα που χρησιμοποιείται για την περιγραφή της κατανομής αυτής έχει προσαρμοστεί έτσι ώστε το ανώτερο όριο να αντιστοιχίζεται με το όριο διαρροής του υλικού. Μπλε αποχρώσεις υποδηλώνουν χαμηλά επίπεδα τάσεων, ενώ κόκκινες αποχρώσεις υψηλές τάσεις. Αξίζει να σημειωθεί ότι οι τάσεις που υπερβαίνουν το όριο διαρροής του υλικού απεικονίζονται με έντονα κόκκινες αποχρώσεις. Κατ' αντιστοιχία με την κατανομή των τάσεων του αρχικού σχεδιασμού, οι υψηλότερες συγκεντρώσεις τάσεων παρατηρούνται κατά κύριο λόγο στη σιαγόνα του κλειδιού, στις οπές που εφαρμόζει ο πείρος, σε σημεία του κρίκου της λαβής όπου υφίσταται ο περιορισμός της σταθερής στήριξης, αλλά και σε σημεία επαφής μεταξύ κινητής και σταθερής σιαγόνας. Η μέγιστη τάση εμφανίζεται στο άκρο της κινητής σιαγόνας, στην περιοχή της εφαρμοζόμενης δύναμης, και ισούται με  $1.50016 \cdot 10^4$  MPa, τιμή η οποία ξεπερνά και σε αυτήν την περίπτωση το όριο διαρροής του υλικού. Τονίζεται ακόμη ότι οι αναπτυσσόμενες τάσεις στην πλεγματική δομή είναι μικρότερες του ορίου διαρροής, γεγονός που διασφαλίζει ότι το υλικό θα διατηρήσει το αρχικό του σχήμα και τη λειτουργικότητά του παρά την καταπόνηση που υφίσταται.



Σχήμα 4.29: Τάσεις von Mises στο γαλλικό κλειδί με πλεγματικές δομές (χωρίς τη χρήση του περιορισμού προεξοχών)

#### 4.7.2 Σχεδιασμός με χρήση του περιορισμού προεξοχών κατά το στάδιο της τοπολογικής βελτιστοποίησης

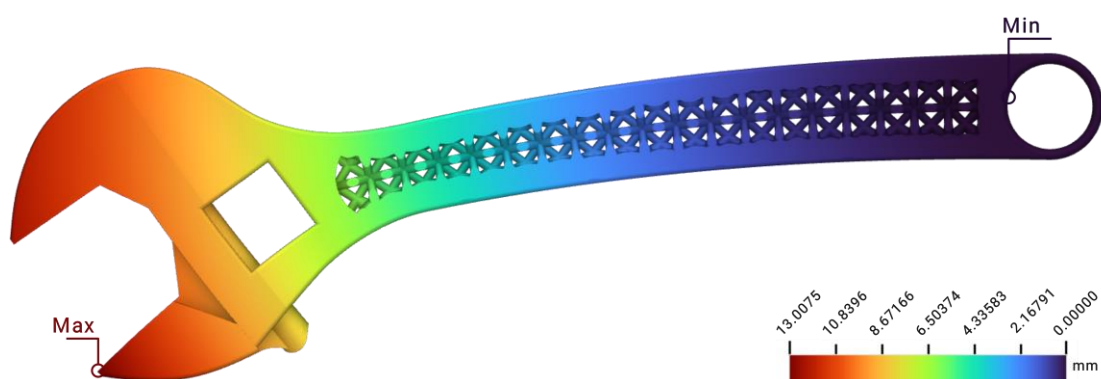
Για τον σχηματισμό του πλέγματος των πεπερασμένων στοιχείων χρησιμοποιείται η ίδια διαδικασία με αυτή που περιγράφηκε στις παραπάνω περιπτώσεις με τα ίδια χαρακτηριστικά μεγέθη (Πίνακας 4.6) να ελέγχουν τη δημιουργία του. Έτσι, το πλέγμα των σωμάτων αποτελείται από 1,317,184 στοιχεία και 1,951,251 κόμβους (Σχήμα 4.30).



Σχήμα 4.30: Μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων και οριακές συνθήκες (με χρήση του περιορισμού προεξοχών)

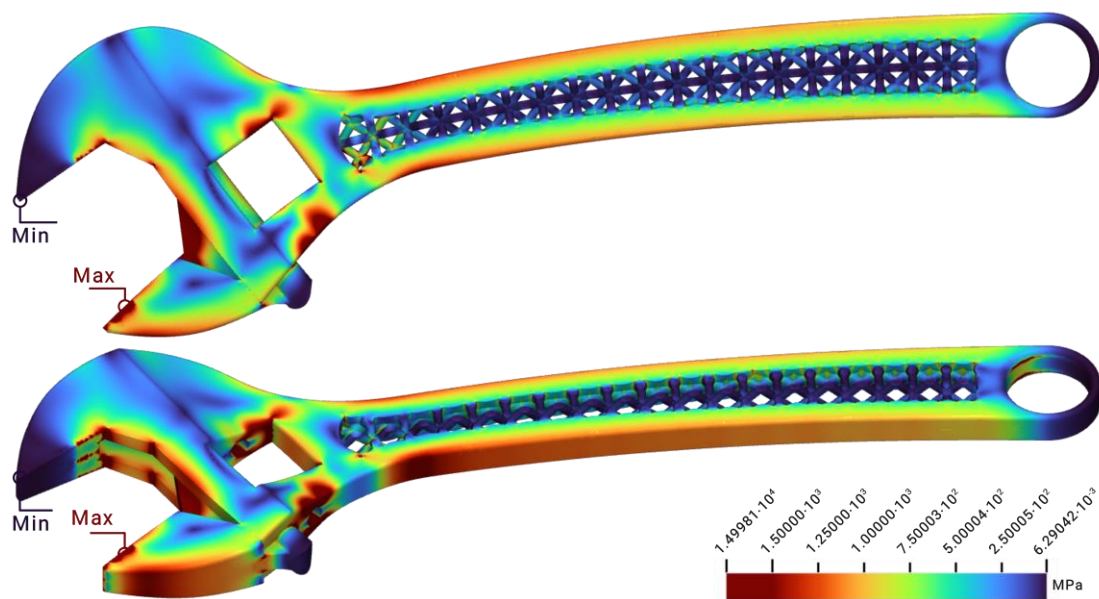
Από την εκτέλεση της στατικής ανάλυσης για το παραπάνω μοντέλο προκύπτουν οι μετατοπίσεις και οι τάσεις. Επισημαίνεται ότι στα παρακάτω γραφήματα η παραμορφωμένη κατασκευή απεικονίζεται σε υπέρθεση (deformation scale = 3).

Σύμφωνα με το γράφημα των μετατοπίσεων (Σχήμα 4.31) ο νέος σχεδιασμός παραμορφώνεται και σε αυτήν την περίπτωση με όμοιο τρόπο με αυτόν του αρχικού, δίχως αξιοσημείωτες μεταβολές. Η μέγιστη μετατόπιση εντοπίζεται στο άκρο της κινητής σιαγόνας και είναι ίση με 13.0075 mm. Σε όλη την υπόλοιπη κατασκευή οι μετατοπίσεις είναι μικρότερες, με την ελάχιστη τιμή τους να εμφανίζεται στην περιοχή της σταθερής στήριξης.



Σχήμα 4.31: Ολική μετατόπιση του γαλλικού κλειδιού με πλεγματικές δομές (με χρήση του περιορισμού προεξοχών)

Στο Σχήμα 4.32 απεικονίζεται το διάγραμμα της κατανομής των τάσεων von Mises της κατασκευής. Μπλε αποχρώσεις υποδηλώνουν χαμηλά επίπεδα τάσεων, ενώ κόκκινες αποχρώσεις υψηλές τάσεις. Σημειώνεται ότι οι τάσεις που υπερβαίνουν το όριο διαρροής του υλικού απεικονίζονται με έντονα κόκκινες αποχρώσεις. Οι υψηλότερες συγκεντρώσεις τάσεων παρατηρούνται κυρίως σε πέντε περιοχές: στη σιαγόνα του κλειδιού, στις οπές που εφαρμόζει ο πείρος, σε σημεία του κρίκου της λαβής όπου υφίσταται ο περιορισμός της σταθερής στήριξης, στην περιοχή που βρίσκεται μεταξύ του κάτω μέρους της κεφαλής και της λαβής του κλειδιού, αλλά και σε σημεία επαφής μεταξύ κινητής και σταθερής σιαγόνας. Η μέγιστη τάση παρατηρείται στο άκρο της κινητής σιαγόνας, στην περιοχή της εφαρμοζόμενης δύναμης, και είναι ίση με  $1.49981 \cdot 10^4$  MPa, υπερβαίνοντας το όριο διαρροής του υλικού. Τέλος, οι τάσεις που αναπτύσσονται στην πλεγματική δομή είναι μικρότερες του ορίου διαρροής, γεγονός που διασφαλίζει ότι το υλικό θα διατηρήσει το αρχικό του σχήμα και τη λειτουργικότητά του παρά την καταπόνηση που υφίσταται.



Σχήμα 4.32: Τάσεις von Mises στο γαλλικό κλειδί με πλεγματικές δομές (με χρήση του περιορισμού προεξοχών)

Ο Πίνακας 4.7 παρουσιάζει συνοπτικά τις τιμές των μέγιστων μετατοπίσεων και τάσεων που εμφανίζονται στην κατασκευή πριν και μετά τη δημιουργία των νέων σχεδιασμών με πλεγματικές δομές καθώς και το ποσοστό μεταβολής τους συγκριτικά με τον αρχικό σχεδιασμό.

	Μέγιστη Μετατόπιση (mm)	Μέγιστη Τάση von Mises (MPa)
<b>Αρχικός Σχεδιασμός</b>	13.0184	$1.57590 \cdot 10^4$
<b>Χωρίς τη χρήση του περιορισμού προεξοχών</b>	12.8901	$1.50016 \cdot 10^4$
<b>Μεταβολή %</b>	- 0.9855	- 4.8061
<b>Με τη χρήση του περιορισμού προεξοχών</b>	13.0075	$1.49981 \cdot 10^4$
<b>Μεταβολή %</b>	- 0.0837	- 4.8284

Πίνακας 4.7: Μέγιστες μετατοπίσεις και τάσεις στην κατασκευή πριν και μετά τη δημιουργία των νέων σχεδιασμών με πλεγματικές δομές

Συγκρίνοντας τις μέγιστες μετατοπίσεις των νέων σχεδιασμών με αυτές του αρχικού σχεδιασμού παρατηρείται μικρή μείωση των τιμών τους. Συγκεκριμένα, για τον σχεδιασμό για τον οποίο δεν χρησιμοποιείται ο κατασκευαστικός περιορισμός των προεξοχών κατά το στάδιο της τοπολογικής βελτιστοποίησης, η μεταβολή είναι ίση με -0.9855%. Αντίθετα, για την περίπτωση του σχεδιασμού στον οποίο λαμβάνεται υπ' όψιν ο κατασκευαστικός περιορισμός των προεξοχών, παρουσιάζεται ακόμη μικρότερη μεταβολή, η οποία ισούται με -0.0837%. Κατά συνέπεια, οι νέοι

σχεδιασμοί του γαλλικού κλειδιού θεωρούνται, παρά την αφαίρεση υλικού, ελαφρώς πιο δύσκαμπτοι σε σχέση με τον αρχικό σχεδιασμό. Μεταξύ των τελικών σχεδιασμών τη μεγαλύτερη δυσκαμψία παρουσιάζει το γαλλικό κλειδί το οποίο σχεδιάζεται χωρίς την εφαρμογή του κατασκευαστικού περιορισμού.

Ομοίως, παρατηρείται μικρή μείωση στις μέγιστες τάσεις von Mises μεταξύ του αρχικού σχεδιασμού και των νέων βελτιστοποιημένων σχεδιασμών με πλεγματικές δομές. Η μέγιστη τάση στον σχεδιασμό για τον οποίο δεν χρησιμοποιείται ο κατασκευαστικός περιορισμός των προεξοχών κατά το στάδιο της τοπολογικής βελτιστοποίησης, είναι μικρότερη κατά -4.8061% σε σχέση με τον αρχικό. Από την άλλη πλευρά, για τον σχεδιασμό στον οποίο λαμβάνεται υπ' όψιν ο κατασκευαστικός περιορισμός των προεξοχών, παρουσιάζεται μεταβολή κατά -4.8284%. Από τη σύγκριση των δύο τελικών σχεδιασμών την υψηλότερη μέγιστη τάση παρουσιάζει το γαλλικό κλειδί το οποίο σχεδιάζεται χωρίς τη χρήση του κατασκευαστικού περιορισμού.

Στον επόμενο πίνακα (Πίνακας 4.8), παρουσιάζεται η μάζα κάθε μέρους της κατασκευής πριν και μετά τη δημιουργία των νέων σχεδιασμών. Αρχικά το γαλλικό κλειδί έχει μάζα ίση με 490.8299 g, ενώ μετά τη βελτιστοποίηση η μάζα του ισούται με 447.7891 g για τον σχεδιασμό όπου δεν υφίσταται ο περιορισμός των προεξοχών, και με 425.0016 g για τον σχεδιασμό με χρήση του περιορισμού των προεξοχών. Η σταθερή σιαγόνα – λαβή είναι το μόνο τμήμα της κατασκευής στο οποίο πραγματοποιούνται μεταβολές στον σχεδιασμό του μέσω της χρήσης πλεγματικών δομών μεταβαλλόμενης πυκνότητας. Από την άλλη πλευρά, οι μάζες των υπόλοιπων τμημάτων του κλειδιού παραμένουν σταθερές (Κινητή σιαγόνα: 59.7561 g, Κοχλίας: 19.8669 g, Πείρος: 5.0258 g).

Συγκεκριμένα, για τον σχεδιασμό που πραγματοποιείται χωρίς τη χρήση του περιορισμού των προεξοχών κατά το στάδιο της τοπολογικής βελτιστοποίησης η μεταβολή της μάζας είναι ίση με -10.5965%, συγκριτικά με τον αρχικό. Αντίθετα, για τον σχεδιασμό που πραγματοποιείται με χρήση του περιορισμού των προεξοχών η μεταβολή της μάζας είναι μεγαλύτερη, και ισούται με -16.2066%. Επομένως, το γαλλικό κλειδί που σχεδιάζεται λαμβάνοντας υπ' όψιν τον κατασκευαστικό περιορισμό των προεξοχών αποτελεί την ελαφρότερη κατασκευή, η οποία ωστόσο έχει μικρότερη δυσκαμψία.

Μάζα (g)	Σχεδιασμός	Σταθερή σιαγόνα – Λαβή	Γαλλικό κλειδί
	Αρχικός	406.1812	490.8299
Χωρίς τη χρήση του περιορισμού προεξοχών	Τελικός	363.1404	447.7891
	Μεταβολή %	- 10.5965	- 8.7690
Με τη χρήση του περιορισμού προεξοχών	Τελικός	340.3529	425.0016
	Μεταβολή %	- 16.2066	-13.4116

Πίνακας 4.8: Μεταβολή της μάζας των εξαρτημάτων της κατασκευής χωρίς και με τη χρήση του περιορισμού των προεξοχών.

#### 4.8 Προετοιμασία της προσθετικής κατασκευής του γαλλικού κλειδιού

Αφού ολοκληρώθηκε ο σχεδιασμός και η μελέτη των νέων γαλλικών κλειδιών (με πλεγματικές δομές), επόμενο βήμα είναι η προετοιμασία της κατασκευής τους. Η ιδιαίτερα περίπλοκη γεωμετρία που παρουσιάζεται λόγω των πλεγματικών δομών διαβαθμισμένης πυκνότητας στη σταθερή σιαγόνα – λαβή καθώς και η υψηλή ακρίβεια που απαιτείται, προκρίνει ως καταλληλότερη διαδικασία παραγωγής την επιλογή της προσθετικής κατασκευής.

Διάφορες μέθοδοι προσθετικής κατασκευής μπορούν να χρησιμοποιηθούν για τη δημιουργία αυτών των μεταλλικών εξαρτημάτων. Μερικές απ' αυτές απαιτούν τη χρήση υποστηρικτικών δομών (π.χ. SLM), οι οποίες πολλές φορές είναι δύσκολο να αφαιρεθούν, ενώ άλλες όπως η EBM και η SLS απαιτούν λιγότερες ή και καθόλου υποστηρικτικές δομές.

Παρακάτω παρουσιάζονται δύο βασικές πτυχές για την προετοιμασία της προσθετικής κατασκευής εξαρτημάτων τα οποία χρήζουν προσθήκης υποστηρικτικών δομών. Αυτές περιλαμβάνουν την εύρεση του ελάχιστου αριθμού υποστηρικτικών δομών και τον τεμαχισμό της κατασκευής σε επίπεδα. Αυτά τα προπαρασκευαστικά βήματα βελτιστοποιούν τη διαδικασία της προσθετικής κατασκευής, μειώνοντας τη σπατάλη υλικών και αυξάνοντας την ποιότητα εκτύπωσης.

Ο ελάχιστος όγκος των περιοχών στήριξης που απαιτούνται για τη σταθερή σιαγόνα – λαβή υπολογίζεται από την αναζήτηση του βέλτιστου προσανατολισμού της παραγόμενης δομής (Minimum Support Orientations). Αυτό αρχικά επιτυγχάνεται με την εύρεση ενός αριθμού υποψήφιων προσανατολισμών που προσπαθούν να ελαχιστοποιήσουν τον όγκο των περιοχών στήριξης. Επομένως, λαμβάνοντας υπ' όψιν το επίπεδο κατασκευής (επίπεδο XY), τη γωνία προεξοχής των 40° κάτω από την οποία απαιτείται η στήριξη της κατασκευής, την επιθυμητή απόσταση κάθε υποψήφιου προσανατολισμού από το επίπεδο κατασκευής προς το σώμα (1 mm) προκειμένου να εξασφαλίζεται η σταθερή σύνδεση της δομής με τη βάση κατασκευής, η αποτελεσματική απαγωγή θερμότητας και η ασφαλής αφαίρεση των υποστηρικτικών χωρίς βλάβη της κύριας γεωμετρίας, καθώς και το ελάχιστο μέγεθος χαρακτηριστικών (0.5 mm) που χρησιμοποιείται για τη διακριτοποίηση του όγκου του σώματος των υποστηρικτικών, εκλέγονται πέντε προσανατολισμοί. Έπειτα, για κάθε μία από τις παραπάνω επιλογές προσανατολισμού δημιουργείται ο όγκος των υποστηρικτικών δομών (Manufacturing Support Volume). Από την ταξινόμησή τους με βάση τον αριθμό των voxels από τα οποία απαρτίζονται, απομονώνεται ο προσανατολισμός εκείνος που ελαχιστοποιεί τα υποστηρικτικά. Επισημαίνεται ότι για λόγους απλότητας δεν επιλέγεται κάποιο συγκεκριμένο είδος υποστηρικτικής δομής για την αντικατάσταση των παραπάνω όγκων.





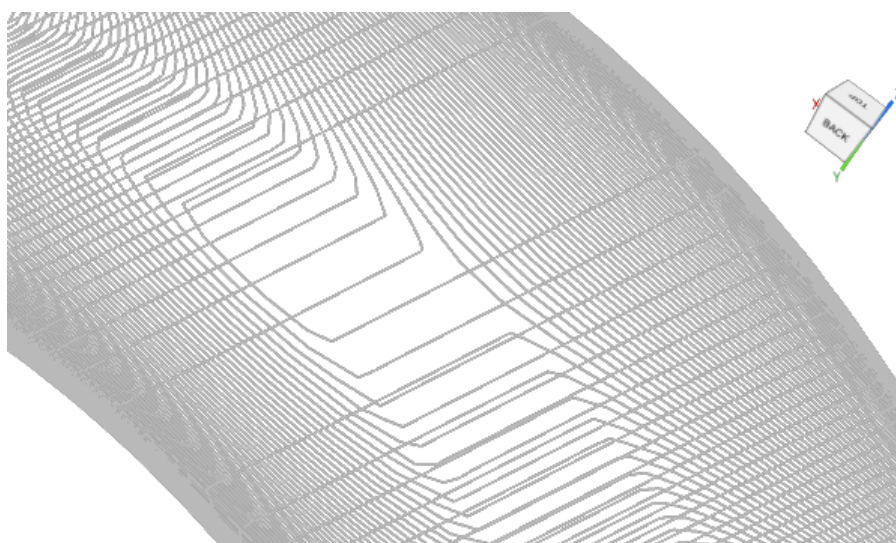
Σχήμα 4.33: Προσανατολισμοί και όγκοι των υποστηρικτικών δομών (αριστερά) της σταθερής σιαγόνας – λαβής του γαλλικού κλειδιού και η βέλτιστη επιλογή τους (δεξιά) για τις περιπτώσεις σχεδιασμών χωρίς (πάνω) και με τη χρήση του περιορισμού των προεξοχών (κάτω)

Ο όγκος των περιοχών των δομών στήριξης χαρακτηρίζεται από τον αριθμό των voxels. Ως εκ τούτου, η πρώτη από τις παραπάνω βέλτιστες διατάξεις της κατασκευής (Σχήμα 4.33 – πάνω δεξιά) αποτελείται από 424,440 voxels, ενώ η δεύτερη (Σχήμα 4.33 – κάτω δεξιά) από 459,261 voxels. Δεδομένου ότι κάθε σχεδιασμός αξιολογήθηκε στον δικό του βέλτιστο προσανατολισμό που ελαχιστοποιεί τα υποστηρικτικά, η διαφορά αυτή αντικατοπτρίζει τη συνδυασμένη επίδραση τόσο των γεωμετρικών χαρακτηριστικών της κάθε πλεγματικής δομής όσο και του αντίστοιχου βέλτιστου προσανατολισμού της.



Μόλις καθοριστούν οι βέλτιστοι προσανατολισμοί της κατασκευής που ελαχιστοποιούν τις στηρίξεις, το επόμενο βήμα στη διαδικασία παραγωγής είναι ο τεμαχισμός. Ο τεμαχισμός είναι η διαδικασία διαίρεσης του ψηφιακού τριδιάστατου μοντέλου σε μια σειρά διδιάστατων στρωμάτων – επιπέδων, καθένα από τα οποία αντιπροσωπεύει ένα φυσικό στρώμα που θα εκτυπωθεί κατά τη διάρκεια της διαδικασίας της προσθετικής κατασκευής. Με βάση τις οδηγίες σχεδιασμού που παρέχονται από το υλικό κατασκευής [90] που πρόκειται να χρησιμοποιηθεί ορίζονται μερικές σημαντικές παράμετροι οι οποίες καθορίζουν το αποτέλεσμα της εκτύπωσης. Αυτές περιλαμβάνουν την απόσταση μεταξύ των επιπέδων (Layer height = 0.04 mm) και το ελάχιστο μέγεθος χαρακτηριστικών (Feature size = 0.5 mm) που χρησιμοποιείται για την ακριβή αποτύπωση των λεπτομερειών που υπάρχουν σε μια κατασκευή η οποία περιλαμβάνει πλεγματικές δομές. Παρόλα αυτά, οι μικρές τιμές των παραπάνω παραμέτρων οδηγούν συνήθως σε μεγάλους χρόνους εκτύπωσης.

Στην επόμενη εικόνα (Σχήμα 4.34) παρουσιάζεται ένα μέρος (σε μεγέθυνση) από τη διαίρεση της σταθερής σιαγόνας – λαβής του γαλλικού κλειδιού και του όγκου των υποστηρικτικών δομών σε στρώματα. Ειδικότερα, παρουσιάζονται οι ισοϋψείς καμπύλες στρωμάτων που αντιστοιχούν σε τμήμα του κρίκου του κλειδιού.



Σχήμα 4.34: Ισοϋψείς καμπύλες στρωμάτων τμήματος της κατασκευής του γαλλικού κλειδιού

#### 4.9 Ανάλυση ευαισθησίας δυνάμεων επαφής

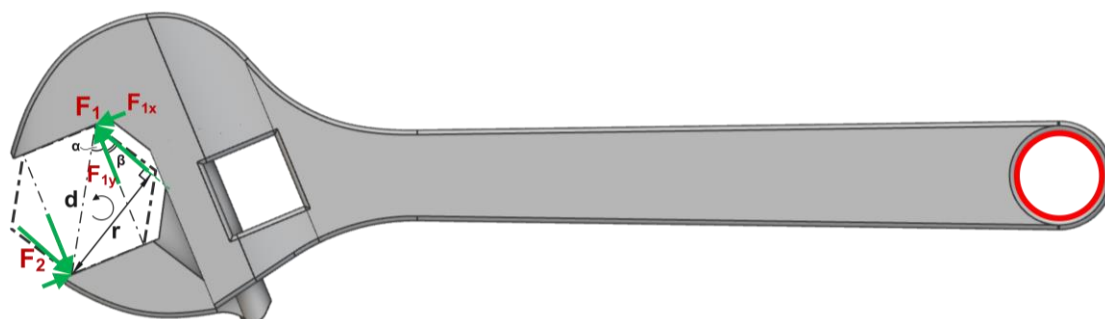
Η αρχική ανάλυση του γαλλικού κλειδιού βασίστηκε στην παραδοχή ότι οι δυνάμεις επαφής μεταξύ του κοχλία και των σιαγόνων του κλειδιού εφαρμόζονται κάθετα στην επιφάνεια επαφής, χωρίς την ύπαρξη τριβής. Στην πραγματικότητα, οι δυνάμεις επαφής είναι πολυπλοκότερες και αποκλίνουν από την ιδανική κάθετη διεύθυνση. Μικρές οριζόντιες συνιστώσες μπορεί να προκύψουν από την πλημμελή

ευθυγράμμιση των σιαγόνων και του κοχλία, τον τρόπο με τον οποίο ο χρήστης χειρίζεται το κλειδί, καθώς και την τριβή στις επιφάνειες επαφής.

Για τον σκοπό αυτό, εξετάζεται η περίπτωση όπου η οριζόντια συνιστώσα των δυνάμεων επαφής αντιστοιχεί στο 10% της κάθετης συνιστώσας, διατηρώντας σταθερή τη συνολική ροπή σύσφιγξης (705.6 Nm). Αυτή η επιλογή αντιπροσωπεύει μια μικρή αλλά σημαντική απόκλιση από τις ιδανικές συνθήκες, επαρκή για την αξιολόγηση της ευαισθησίας της μεθοδολογίας.

Συγκεκριμένα, η ανάλυση επικεντρώνεται στην αξιολόγηση της επίδρασης των τροποποιημένων οριακών συνθηκών στις μετατοπίσεις και τις τάσεις της κατασκευής, στην επικύρωση της αξιοπιστίας της μεθοδολογίας τοπολογικής βελτιστοποίησης υπό διαφορετικές συνθήκες φόρτισης, στη διερεύνηση της ευαισθησίας των βελτιστοποιημένων σχεδιασμών σε μικρές αλλαγές των φορτίων καθώς και στην επιβεβαίωση της ορθότητας των αρχικών παραδοχών και της προσέγγισης που ακολουθήθηκε. Η σύγκριση των αποτελεσμάτων θα καταδείξει εάν οι αρχικές απλουστεύσεις επηρεάζουν ουσιαστικά τον τελικό βελτιστοποιημένο σχεδιασμό και θα παράσχει μεγαλύτερη εμπιστοσύνη στη μεθοδολογία που αναπτύχθηκε.

Οι θέσεις εφαρμογής των φορτίσεων και των στηρίξεων παραμένουν ίδιες με την αρχική ανάλυση, όπως φαίνεται στο Σχήμα 4.35.



Σχήμα 4.35: Νέες φορτίσεις (πράσινο) και στηρίξεις (κόκκινο) στο γαλλικό κλειδί

Σύμφωνα με την παραδοχή της νέας ανάλυσης, η οριζόντια συνιστώσα των δυνάμεων επαφής ορίζεται ως:

$$F_x = 0.1 \cdot F_y \quad (19)$$

Για τον υπολογισμό του μεγέθους και της διεύθυνσης των νέων δυνάμεων που ασκούνται στις σιαγόνες ( $F_1$  και  $F_2$ ) χρησιμοποιούνται οι γεωμετρικές σχέσεις του Σχήματος 4.35.

Η γωνία μεταξύ της γραμμής που ενώνει τα σημεία εφαρμογής των δύο δυνάμεων (διαγώνιος κοχλία) και της κάθετης γραμμής στην επιφάνεια της σιαγόνας που διέρχεται από το σημείο εφαρμογής της δύναμης είναι:

$$\alpha = \tan^{-1} \left( \frac{0.016}{0.030} \right) \cong 28.07^\circ$$

ενώ η γωνία απόκλισης της δύναμης από την κάθετη γραμμή στην επιφάνεια της σιαγόνας που διέρχεται από το σημείο εφαρμογής της είναι:

$$\beta = \tan^{-1} \left( \frac{F_x}{F_y} \right) \stackrel{(20)}{=} \tan^{-1}(0.1) \cong 5.71^\circ$$

Εφαρμόζοντας στη συνέχεια το Πυθαγόρειο θεώρημα, υπολογίζεται το μήκος της γραμμής που ενώνει τα σημεία εφαρμογής των δύο δυνάμεων (διαγώνιος κοχλία):

$$d = \sqrt{0.016^2 + 0.030^2} = 0.034 \text{ m}$$

Οπότε, η νέα κάθετη απόσταση μεταξύ των δύο δυνάμεων, λαμβάνοντας υπόψη την τροποποιημένη διεύθυνσή τους, είναι:

$$r = d \cdot \sin(\alpha + \beta) \cong 0.0189 \text{ m}$$

Διατηρώντας την ίδια ροπή σύσφιξης (705.6 Nm), το μέγεθος των δυνάμεων που ασκούνται στις σιαγόνες του κλειδιού υπολογίζεται από τη σχέση:

$$T = F_1 \cdot r = F_2 \cdot r \tag{21}$$

από την οποία προκύπτει ότι:

$$F_1 = \frac{T}{r} = \frac{705.6}{0.0189} \cong 37322.1 \text{ N} = F_2$$

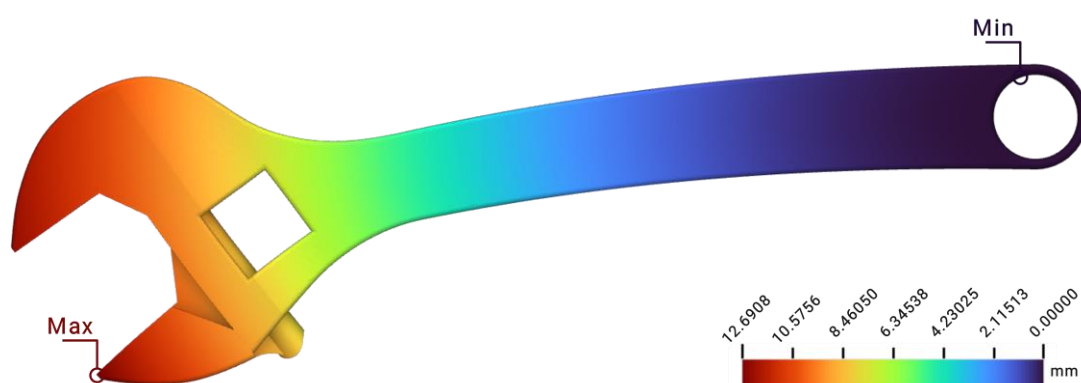
Σύμφωνα με το Πυθαγόρειο θεώρημα προκύπτουν οι συνιστώσες των δυνάμεων:

$$F^2 = F_x^2 + F_y^2 \stackrel{(22)}{\Rightarrow} \begin{cases} F_x = 3713.68 \text{ N} \\ F_y = 37136.8 \text{ N} \end{cases}$$

Η στατική ανάλυση πεπερασμένων στοιχείων υλοποιείται ακολουθώντας την ίδια μεθοδολογία και τις ίδιες παραμέτρους του μοντέλου (πλέγμα FE, ιδιότητες του υλικού) με την αρχική ανάλυση, τροποποιώντας μόνο το μέγεθος και τη διεύθυνση των εφαρμοζόμενων δυνάμεων σύμφωνα με τις νέες συνθήκες φόρτισης. Με αυτόν τον τρόπο εξασφαλίζεται η δυνατότητα άμεσης και αξιόπιστης σύγκρισης των αποτελεσμάτων μεταξύ των δύο σεναρίων ανάλυσης.

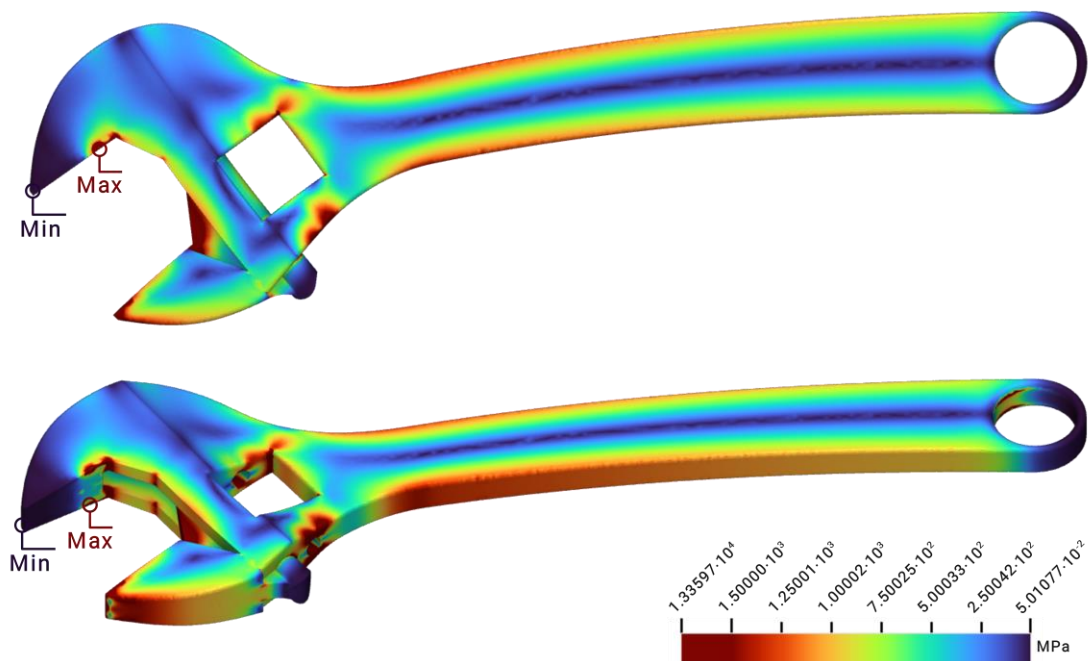
Από το γράφημα των μετατοπίσεων του Σχήματος 4.36, παρατηρείται ότι με την εφαρμογή του νέου ζεύγους δυνάμεων στη σιαγόνα του κλειδιού και την πάκτωση του κρίκου της λαβής, το γαλλικό κλειδί τείνει να καμφθεί προς τα κάτω, ενώ οι σιαγόνες απομακρύνονται η μία από την άλλη, όπως ακριβώς και στην αρχική ανάλυση. Η παραμορφωμένη κατασκευή απεικονίζεται σε κλίμακα (deformation scale = 3), με τις μέγιστες τιμές των μετατοπίσεων να εντοπίζονται στις σιαγόνες του

κλειδιού (κόκκινοι χρωματισμοί), ενώ κοντά στον κρίκο της λαβής ελαττώνονται, για να μηδενιστούν στις περιοχές όπου έχουν επιβληθεί οι αντίστοιχες οριακές συνθήκες (μπλε χρωματισμοί). Η μέγιστη μετατόπιση συναντάται στο άκρο της κινητής σιαγόνας και ισούται με 12.6908 mm. Παρατηρείται, λοιπόν, ότι η εισαγωγή της οριζόντιας συνιστώσας των δυνάμεων επηρεάζει σε μικρό βαθμό το μέγεθος της μέγιστης μετατόπισης και συγκεκριμένα προκαλεί μείωση 2.52%.



Σχήμα 4.36: Ολική μετατόπιση του γαλλικού κλειδιού εξαιτίας των νέων επιβαλλόμενων φορτίων και περιορισμών

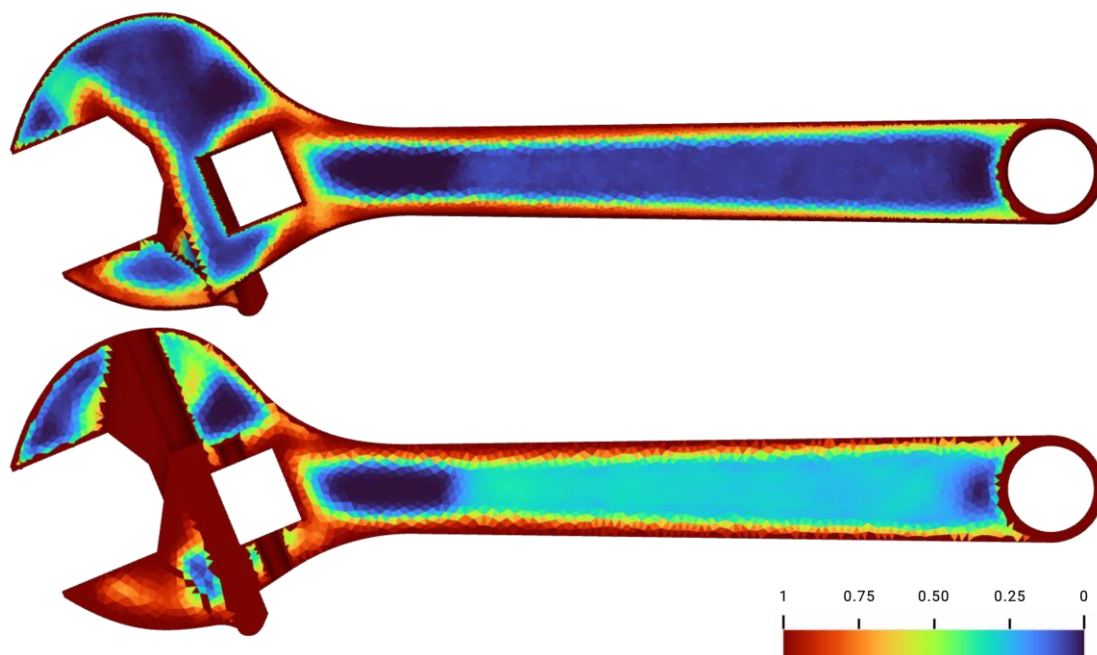
Στο Σχήμα 4.37 παρουσιάζεται γραφικά η κατανομή των τάσεων von Mises στο γαλλικό κλειδί, η οποία απεικονίζει πολύ μικρές τοπικές διαφοροποιήσεις συγκριτικά με την αρχική κατανομή. Αυτές οι διαφορές εντοπίζονται κυρίως στις περιοχές γύρω από τα σημεία εφαρμογής των δυνάμεων, γεγονός που οφείλεται στην αλλαγή της διεύθυνσης και του μεγέθους των εφαρμοζόμενων δυνάμεων. Η χρωματική κλίμακα που χρησιμοποιείται για την περιγραφή της, μεταβάλλεται μεταξύ μπλε και κόκκινων αποχρώσεων οι οποίες υποδεικνύουν αντίστοιχα τις χαμηλές και υψηλές τιμές των τάσεων στην κατασκευή, ενώ για τον ευκολότερο εντοπισμό των πλέον κρίσιμων τάσεων προσαρμόζεται κατάλληλα, ούτως ώστε οι τάσεις που υπερβαίνουν το όριο διαρροής του υλικού να απεικονίζονται με έντονα κόκκινες αποχρώσεις. Οι υψηλότερες συγκεντρώσεις τάσεων παρατηρούνται στις ίδιες κρίσιμες περιοχές, δηλαδή στη σιαγόνα του κλειδιού, στις οπές στις οποίες εφαρμόζει ο πείρος, σε περιοχές επαφής μεταξύ κινητής και σταθερής σιαγόνας, αλλά και σε σημεία του κρίκου της λαβής όπου υφίσταται ο περιορισμός της σταθερής στήριξης. Η μέγιστη τάση εμφανίζεται στη σταθερή σιαγόνα, στην περιοχή της εφαρμοζόμενης δύναμης, και ισούται με  $1.33597 \cdot 10^4$  MPa, τιμή μειωμένη κατά 15.22% συγκριτικά με την αρχική ανάλυση, η οποία ωστόσο ξεπερνά κατά πολύ το όριο διαρροής του υλικού.



Σχήμα 4.37: Τάσεις von Mises στο γαλλικό κλειδί εξαιτίας των νέων επιβαλλόμενων φορτίων και περιορισμών

Στη συνέχεια εξετάζονται οι δύο περιπτώσεις τοπολογικής βελτιστοποίησης (απουσία και παρουσία του περιορισμού προεξοχών ( $40^\circ$ )) για τις νέες συνθήκες φόρτισης ακολουθώντας την ίδια μεθοδολογία με την αρχική βελτιστοποίηση. Οι παράμετροι βελτιστοποίησης (κλάσμα όγκου 50%, κριτήρια σύγκλισης, πλέγμα FE) παραμένουν αμετάβλητες, επιτρέποντας την άμεση σύγκριση των αποτελεσμάτων. Από την ολοκλήρωση της επαναληπτικής διαδικασίας προκύπτει για κάθε περίπτωση η νέα απεικόνιση της βέλτιστης κατανομής της πυκνότητας των στοιχείων του χώρου σχεδιασμού καθώς και οι γραφικές παραστάσεις της αντικειμενικής συνάρτησης (ενδοτικότητα) και του περιορισμού (κλάσμα όγκου) σε σχέση με τις επαναλήψεις που πραγματοποιήθηκαν.

Συγκεκριμένα, για την περίπτωση της τοπολογικής βελτιστοποίησης, απουσία του περιορισμού προεξοχών, η μεγαλύτερη συγκέντρωση υλικού (κόκκινες αποχρώσεις) παρατηρείται στη σιαγόνα του κλειδιού και στην περιοχή μεταξύ της κεφαλής και της λαβής του, όπως είναι φανερό από την κατανομή πυκνότητας στο Σχήμα 4.38. Παρά το γεγονός ότι αυτή η νέα λύση παράγει μία παρόμοια κατανομή πυκνότητας υλικού συγκριτικά με την αντίστοιχη περίπτωση της αρχικής τοπολογικής βελτιστοποίησης, παρατηρούνται κάποιες μικρές διαφορές. Η νέα τοπολογία χαρακτηρίζεται από περισσότερο σταδιακές μεταβάσεις πυκνότητας και αυξημένες τιμές ενδιάμεσης πυκνότητας (κίτρινες-πράσινες αποχρώσεις), ιδιαίτερα στην περιοχή της λαβής αλλά και τοπικά σε περιοχές της σιαγόνας του κλειδιού.

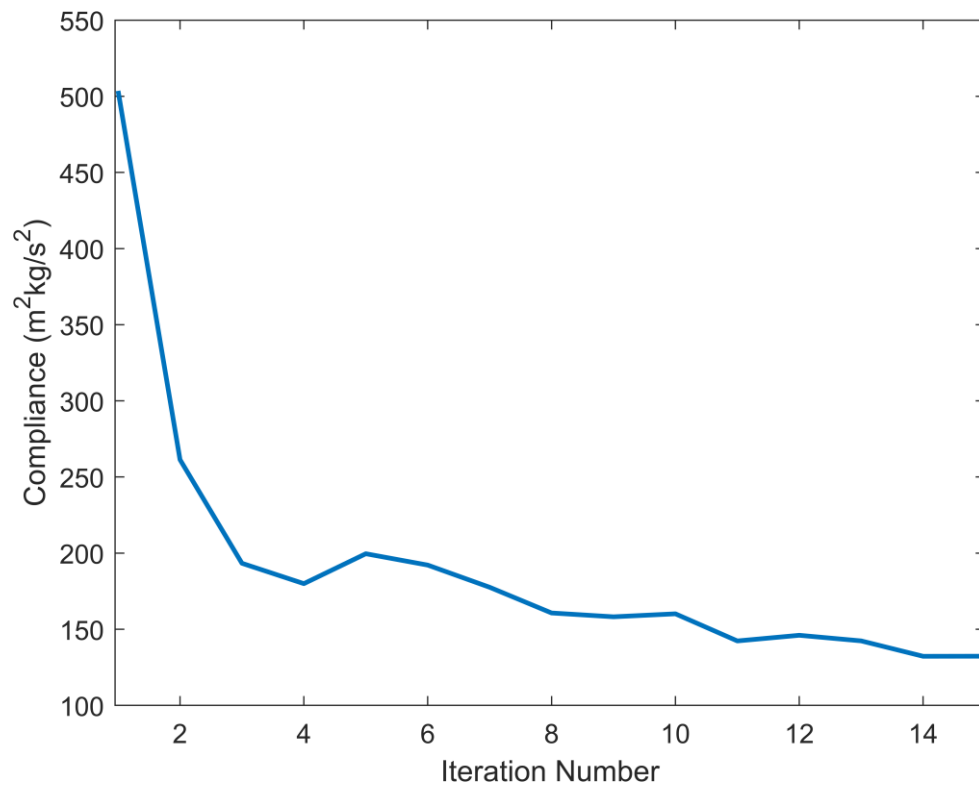


Σχήμα 4.38: Βέλτιστη κατανομή πυκνότητας στοιχείων του γαλλικού κλειδιού (χωρίς τη χρήση του περιορισμού προεξοχής) και εσωτερική απεικόνισή της (κάτω) για τις νέες συνθήκες φόρτισης

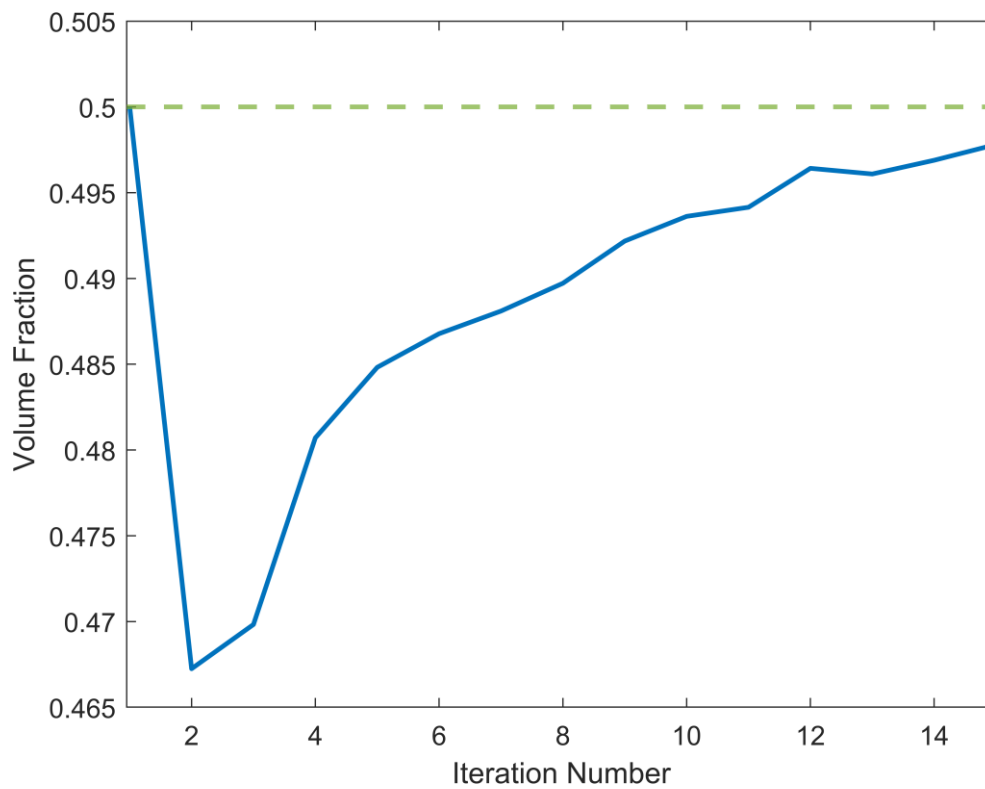
Η διαδικασία της βελτιστοποίησης ολοκληρώνεται σε μόλις 15 επαναλήψεις. Στο Σχήμα 4.39 παρουσιάζεται η μεταβολή της ενδοτικότητας σε σχέση με τον αριθμό των επαναλήψεων που εκτελούνται. Η γραφική παράσταση ακολουθεί αντίστοιχη πορεία με την περίπτωση των αρχικών φορτίσεων. Παρατηρείται, δηλαδή, η ίδια σταδιακή μείωση της αντικειμενικής συνάρτησης, με αρχική απότομη πτώση που ακολουθείται από σύγκλιση προς την ελάχιστη τιμή, επιβεβαιώνοντας την αποτελεσματική βελτιστοποίηση της δομής. Αρχικά, η ενδοτικότητα είναι ίση με 503.56 Nm (Επανάληψη 1), ενώ στο τέλος της βελτιστοποίησης (Επανάληψη 15) ισούται με 132.32 Nm, επιτυγχάνοντας βελτίωση 5.17% έναντι της αντίστοιχης τιμής των αρχικών συνθηκών φόρτισης (139.53 Nm). Οι νέες συνθήκες φόρτισης επιτυγχάνουν ταχύτερη σύγκλιση και ελαφρώς καλύτερη δομική απόδοση.

Στο διάγραμμα του Σχήματος 4.40 απεικονίζεται η γραφική παράσταση της μεταβολής του κλάσματος όγκου της κατασκευής σε σχέση με τον αριθμό των επαναλήψεων. Όπως και στην περίπτωση των αρχικών φορτίσεων, το κλάσμα όγκου ελαττώνεται στις πρώτες επαναλήψεις της βελτιστοποίησης καθώς ο αλγόριθμος ανακατανέμει το υλικό, ενώ στη συνέχεια αυξάνεται έως την επίτευξη της σύγκλισης. Στην πρώτη επανάληψη ισούται με 0.5, ενώ στο τέλος της διαδικασίας καταλήγει να είναι ίσο με 0.49781. Αυτή η μικρή απόκλιση από την τιμή στόχο του περιορισμού οφείλεται στα κριτήρια σύγκλισης του αλγορίθμου και στον τρόπο με τον οποίο ο αλγόριθμος εξισορροπεί την ελαχιστοποίηση της ενδοτικότητας με την τήρηση του περιορισμού όγκου.



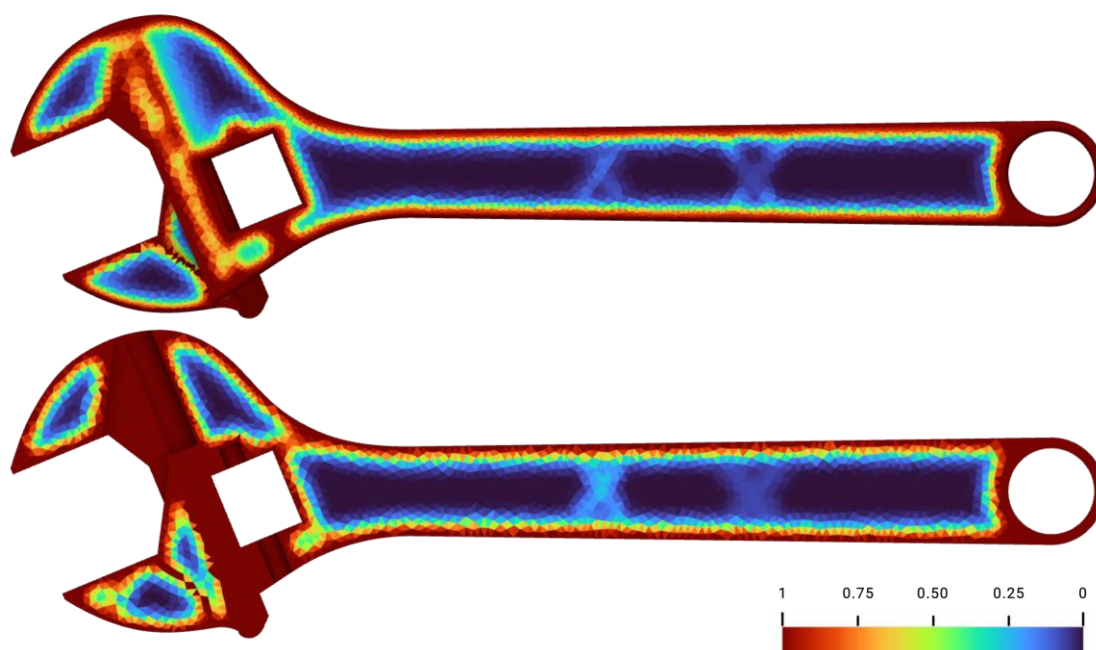


Σχήμα 4.39: Μεταβολή της ενδοτικότητας κατά τη διάρκεια της τοπολογικής βελτιστοποίησης (χωρίς τη χρήση του περιορισμού προεξοχής) για τις νέες συνθήκες φόρτισης



Σχήμα 4.40: Μεταβολή του κλάσματος όγκου κατά τη διάρκεια της τοπολογικής βελτιστοποίησης (χωρίς τη χρήση του περιορισμού προεξοχής) για τις νέες συνθήκες φόρτισης

Μεταβαίνοντας στην περίπτωση της βελτιστοποίησης με χρήση του περιορισμού των προεξοχών, η κατανομή της πυκνότητας (Σχήμα 4.41) παρουσιάζει σημαντικές διαφορές. Η εφαρμογή του περιορισμού της γωνίας προεξοχής οδηγεί σε ουσιαστικές αλλαγές στην κατανομή του υλικού, εξαλείφοντας πολλές από τις περιοχές υψηλής συγκέντρωσης υλικού που παραβιάζουν το ανώτατο όριο των 40°. Σε σχέση με την αντίστοιχη περίπτωση των αρχικών φορτίσεων, η νέα κατανομή υλικού χαρακτηρίζεται από μία μικρής έκτασης συσσώρευση υλικού σε συγκεκριμένες περιοχές της λαβής του κλειδιού με μοτίβα πυκνότητας που σέβονται τον κατασκευαστικό περιορισμό. Η υπόλοιπη τοπολογία παραμένει σχεδόν ίδια.



Σχήμα 4.41: Βέλτιστη κατανομή πυκνότητας στοιχείων του γαλλικού κλειδιού (με χρήση του περιορισμού προεξοχής) και εσωτερική απεικόνισή της (κάτω) για τις νέες συνθήκες φόρτισης

Η διαδικασία βελτιστοποίησης τερματίζεται λόγω επίτευξης του μέγιστου ορίου των 200 επαναλήψεων χωρίς να συγκλίνει τυπικά στη βέλτιστη λύση. Ο αριθμός αυτός είναι πολύ μεγαλύτερος σε σχέση με τον αντίστοιχο της προαναφερθείσας περίπτωσης τοπολογικής βελτιστοποίησης, διότι ο αλγόριθμος προσπαθεί να διαχειριστεί την ύπαρξη προεξοχών. Από τη γραφική παράσταση της ενδοτικότητας συναρτήσει του αριθμού των επαναλήψεων της βελτιστοποίησης (Σχήμα 4.42) παρατηρείται μια ανοδική πορεία των τιμών της. Η ενδοτικότητα αρχικά ισούται με 178.96 Nm (Επανάληψη 1) και σταθεροποιείται στην τιμή των 264.82 Nm (Επανάληψη 200), επιτυγχάνοντας μείωση 19.65% έναντι της αντίστοιχης περίπτωσης των αρχικών συνθηκών φόρτισης (329.57 Nm). Η αύξηση των τιμών της ενδοτικότητας αντιστοιχεί σε μείωση της δυσκαμψίας της κατασκευής καθώς ο αλγόριθμος αφαιρεί υλικό (μείωση της πυκνότητας) για την ικανοποίηση του

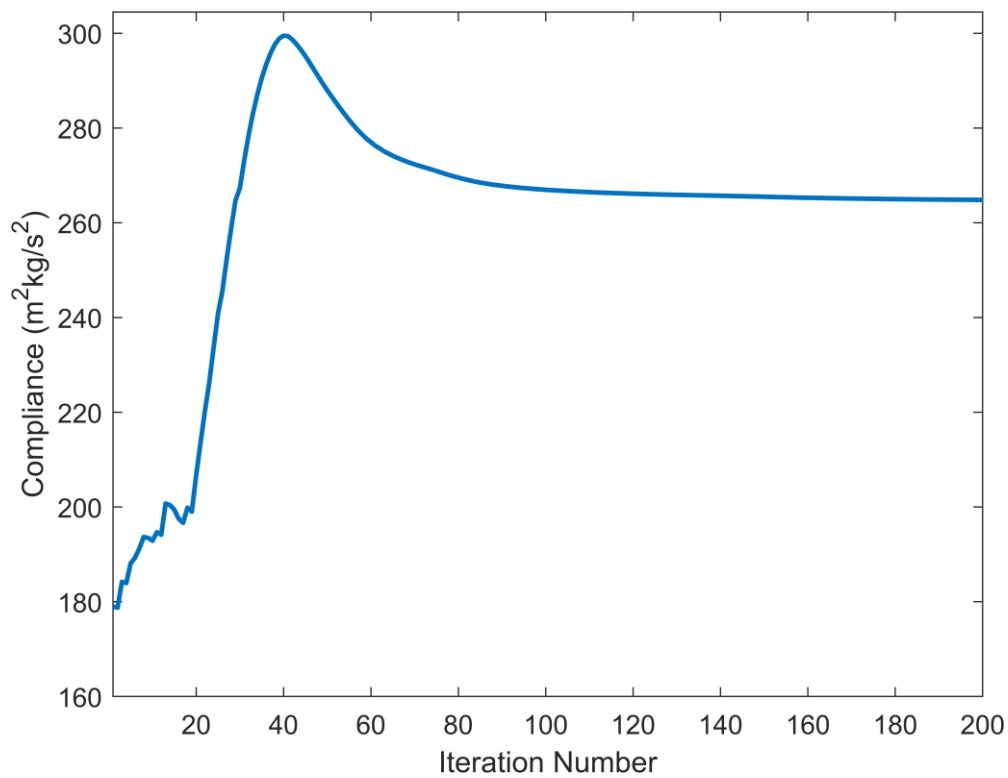


κατασκευαστικού περιορισμού. Η χαμηλότερη τελική τιμή που επιτυγχάνεται σε αυτή τη νέα περίπτωση βελτιστοποίησης οφείλεται κυρίως στην ύπαρξη μικρής συσσώρευσης υλικού σε περιοχές της λαβής του κλειδιού.

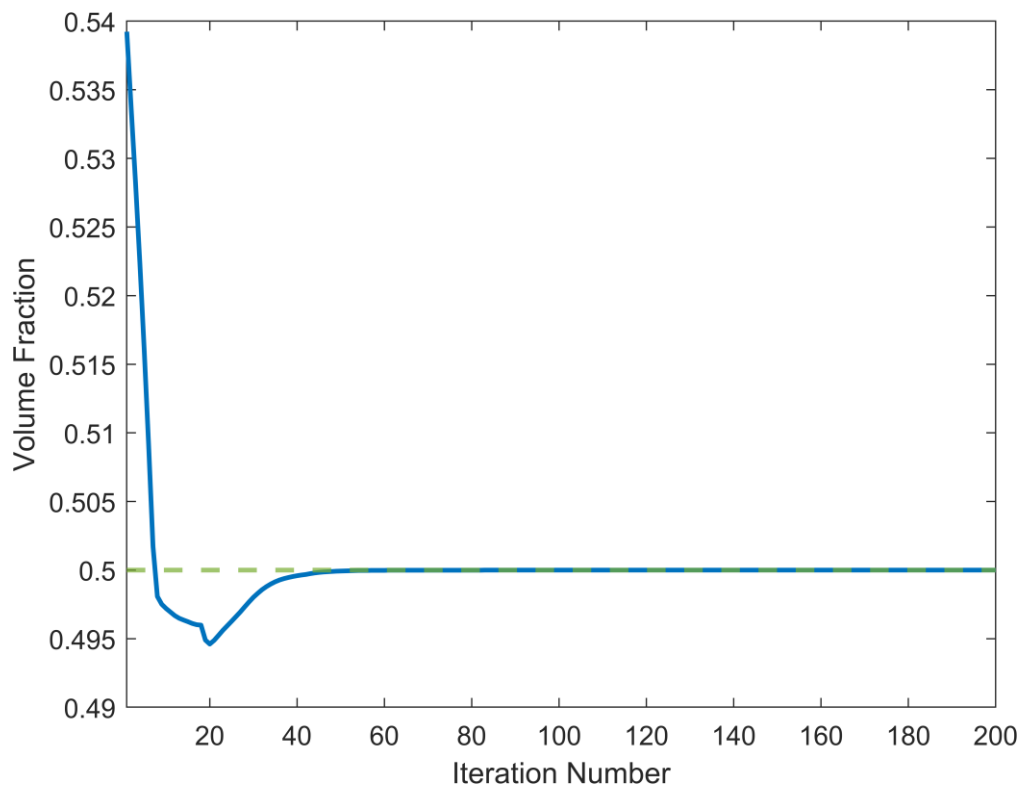
Στο Σχήμα 4.43 απεικονίζεται το διάγραμμα του κλάσματος όγκου της κατασκευής το οποίο ακολουθεί παρόμοια πορεία με την περίπτωση των αρχικών φορτίσεων κατά την οποία αρχικά μειώνεται απότομα και στη συνέχεια συγκλίνει ομαλά ικανοποιώντας τον αντίστοιχο περιορισμό. Στην πρώτη επανάληψη το κλάσμα όγκου ισούται με 0.53923 και ακολούθως ελαττώνεται στο 0.5. Αυτό οφείλεται στη συνεχόμενη αναπροσαρμογή της κατανομής της πυκνότητας των στοιχείων στον χώρο σχεδιασμού.

Αξίζει να σημειωθεί ότι παρά την απουσία τυπικής σύγκλισης, οι γραφικές παραστάσεις παρουσιάζουν σαφή σταθεροποίηση (πλατώ), υποδεικνύοντας ουσιαστικά μία πρακτική σύγκλιση της λύσης. Το πλατώ καταδεικνύει ότι περαιτέρω επαναλήψεις θα έχουν ως αποτέλεσμα μόνο οριακές βελτιώσεις. Στην πράξη, μια τέτοια λύση θεωρείται αποδεκτή.

Από την ανάλυση ευαισθησίας προκύπτει ότι η εισαγωγή μικρών οριζόντιων συνιστωσών στις αρχικές δυνάμεις δεν οδηγεί σε ουσιαστικές αλλαγές στη συμπεριφορά της κατασκευής και στα αποτελέσματα της τοπολογικής βελτιστοποίησης. Η κατανομή του υλικού και οι κρίσιμες περιοχές παραμένουν σχεδόν σταθερές παρουσιάζοντας μικρές διαφοροποιήσεις, ενώ οι μεταβολές στις μετατοπίσεις, τις τάσεις και την ενδοτικότητα είναι περιορισμένες και δεν αλλοιώνουν τα συμπεράσματα. Επομένως, η μεθοδολογία εμφανίζει χαμηλή ευαισθησία σε μικρές αποκλίσεις από τις ιδανικές συνθήκες φόρτισης, επιβεβαιώνοντας την καταλληλότητα της αρχικής παραδοχής των κάθετων δυνάμεων επαφής για την παρούσα εφαρμογή.



Σχήμα 4.42: Μεταβολή της ενδοτικότητας κατά τη διάρκεια της τοπολογικής βελτιστοποίησης (με χρήση του περιορισμού προεξοχής) για τις νέες συνθήκες φόρτισης



Σχήμα 4.43: Μεταβολή του κλάσματος όγκου κατά τη διάρκεια της τοπολογικής βελτιστοποίησης (με χρήση του περιορισμού προεξοχής) για τις νέες συνθήκες φόρτισης

## 5 Συζήτηση και συμπεράσματα

Η παρούσα μελέτη ανέπτυξε με επιτυχία μια ολοκληρωμένη μεθοδολογία για τον σχεδιασμό και τη βελτιστοποίηση δομών με πλέγματα μεταβαλλόμενης πυκνότητας, αξιοποιώντας πλήρως τα αποτελέσματα της τοπολογικής βελτιστοποίησης (SIMP). Σε αντίθεση με παραδοσιακές προσεγγίσεις που απαιτούν εκτεταμένη μετεπεξεργασία των αποτελεσμάτων της SIMP, η προτεινόμενη μέθοδος αξιοποιεί άμεσα τις ενδιάμεσες πυκνότητες για τη δημιουργία κατασκευάσιμων σχεδιασμών. Η διαδικασία υλοποιήθηκε στο λογισμικό nTop με αντικείμενο μελέτης ένα γαλλικό κλειδί από ανοξείδωτο χάλυβα C465, εξετάζοντας δύο σενάρια: με και χωρίς εφαρμογή του περιορισμού των προεξοχών για προσθετική κατασκευή.

Η ενσωμάτωση και αντικατάσταση του συμπαγούς υλικού με πλέγμα FCC διαβαθμισμένου πάχους (2 – 10 mm) μείωσε τη μάζα της σταθερής σιαγόνας – λαβής κατά 10.6% (χωρίς τη χρήση του περιορισμού προεξοχών) και κατά 16.2% (με χρήση του περιορισμού προεξοχών 40°), διατηρώντας παράλληλα τη δομική ακεραιότητα στις περιοχές του πλέγματος, ενώ η συνολική μάζα του γαλλικού κλειδιού μειώθηκε κατά 8.8% και 13.4% αντίστοιχα. Η υιοθέτηση του περιορισμού των προεξοχών στη διαδικασία της τοπολογικής βελτιστοποίησης, πριν την εφαρμογή της πλεγματικής δομής στη λαβή του κλειδιού, αύξησε την ενδοτικότητα της κατασκευής κατά 136% (329.57 Nm έναντι 139.53 Nm). Ωστόσο, η επιβολή ενός τέτοιου κατασκευαστικού περιορισμού επηρεάζει μόνο την κατανομή του υλικού στις κυψελίδες (πάχος δοκών) της πλεγματικής δομής, ενώ οι απαιτήσεις για υποστηρικτικές δομές καθορίζονται αποκλειστικά από τη γεωμετρία των δοκών της πλεγματικής δομής και όχι από την κατανομή πυκνότητας της τοπολογικής βελτιστοποίησης. Επομένως, ο περιορισμός των προεξοχών δεν προσφέρει πρακτικά οφέλη στην προσθετική κατασκευή των σχεδιασμών αυτών αλλά αντιθέτως υποβαθμίζει τη δομική τους απόδοση.

Πέραν αυτών και οι δύο βελτιστοποιημένοι σχεδιασμοί παρουσίασαν συγκρίσιμες μετατοπίσεις (12.89 & 13.01 mm) και 4.8% χαμηλότερη τάση von Mises έναντι του αρχικού συμπαγούς σχεδιασμού. Ταυτόχρονα, οι συγκεντρώσεις τάσεων παρέμειναν κοντά στα σημεία φόρτισης (σιαγόνες), ενώ οι περιοχές πλέγματος διατηρήθηκαν κάτω από το όριο διαρροής του υλικού (1500 MPa).

Τα ευρήματα αυτής της μελέτης τονίζουν τη σκοπιμότητα των πλεγμάτων μεταβαλλόμενης πυκνότητας ως ελαφρών εναλλακτικών λύσεων σε στερεές δομές, παρουσιάζοντας καλύτερο λόγο αντοχής-βάρους. Η μείωση μάζας στον βελτιστοποιημένο σχεδιασμό μεταφράζεται σε σημαντικά οφέλη για βιομηχανικές εφαρμογές, συμπεριλαμβανομένης της μείωσης του κόστους υλικών. Οι ενδιάμεσες πυκνότητες της μεθόδου SIMP αποδεικνύονται ιδανικές για τη διαβάθμιση του πάχους των πλεγμάτων, ενώ οι δυνατότητες σχεδιασμού του nTop απλοποίησαν τη μετάβαση από την προσομοίωση στην παραγωγή. Με αυτόν τον τρόπο η ροή εργασιών που ακολουθήθηκε μπορεί να προσφέρει στον μηχανικό ένα πρακτικό εργαλείο για την ενσωμάτωση προηγμένων τεχνικών βελτιστοποίησης στην καθημερινή πρακτική σχεδίαση.

Επιπλέον, η αξιοπιστία της προτεινόμενης μεθοδολογίας και των αποτελεσμάτων της επιβεβαιώθηκε μέσω μιας ανάλυσης ευαισθησίας κατά την οποία εξετάστηκε η επίδραση της μεταβολής των επιβαλλόμενων φορτίσεων. Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι οι αποκλίσεις από τις ιδανικές συνθήκες φόρτισης, που προσομοιώνουν κατά κάποιον τρόπο ρεαλιστικές συνθήκες λειτουργίας, οδήγησαν σε μικρές διαφοροποιήσεις στη δομική συμπεριφορά χωρίς ουσιαστικά να αλλοιώνουν τη βέλτιστη κατανομή υλικού ή τα συμπεράσματα της μελέτης. Κατά συνέπεια, η μεθοδολογία εμφανίζει χαμηλή ευαισθησία σε μικρές αποκλίσεις από τις ιδανικές συνθήκες φόρτισης, επιβεβαιώνοντας την επάρκεια των αρχικών παραδοχών που υιοθετήθηκαν.

Παρά τα θετικά αποτελέσματα, η μελέτη έχει ορισμένους περιορισμούς που αξίζει να αναφερθούν και πρέπει να ληφθούν υπόψη κατά την ερμηνεία των αποτελεσμάτων. Η έρευνα επικεντρώθηκε αποκλειστικά στη χρήση γραμμικής στατικής ανάλυσης, παραλείποντας μία πιθανή εφαρμογή μη γραμμικής ανάλυσης η οποία όμως είναι αδύνατο να υλοποιηθεί καθώς δεν υποστηρίζεται μέχρι στιγμής από το λογισμικό nTop. Η κατανομή του υλικού στον χώρο σχεδιασμού εξαρτάται άμεσα από το κλάσμα όγκου που ορίζεται και επομένως διαφορετικά όρια όγκου θα παράγουν διαφορετικές κατανομές υλικού και ενδεχομένως άλλα μοτίβα πλέγματος. Στην εργασία αυτή επιλέχθηκε ένα σταθερό κλάσμα χωρίς να αξιολογηθούν άλλες τιμές του. Ακόμη, εξετάστηκε μόνο ένας τύπος πλέγματος (FCC) από ένα ευρύ φάσμα διαφορετικών πιθανών επιλογών (Octet, Gyroid κ.λπ.) και με συγκεκριμένο μέγεθος και προσανατολισμό, ο οποίος ενδεχομένως επηρεάζει την αντοχή των κυψελίδων του. Η επιλογή αυτή, αν και δικαιολογημένη για μια πιλοτική μελέτη, πιθανώς περιορίζει τη γενικότητα των συμπερασμάτων. Τέλος, δεν πραγματοποιήθηκαν φυσικές δοκιμές εκτυπωμένων πρωτοτύπων του γαλλικού κλειδιού για την πειραματική αξιολόγηση του σχεδιασμού.

Κάθε ένας από αυτούς τους περιορισμούς καθορίζει μια σημαντική κατεύθυνση για μελλοντική διερεύνηση. Τα αποτελέσματα της εργασίας θέτουν τη βάση για περαιτέρω ανάπτυξη και εφαρμογή της προτεινόμενης μεθοδολογίας, προσφέροντας νέες δυνατότητες για τον σχεδιασμό καινοτόμων, ελαφρών και αποδοτικών κατασκευών που αξιοποιούν πλήρως τις δυνατότητες της προσθετικής κατασκευής. Άμεση προτεραιότητα αποτελεί η πειραματική επαλήθευση με την κατασκευή πρωτοτύπων και δοκιμών που θα επιβεβαιώσουν την πραγματική συμπεριφορά των σχεδιασμών. Κάτι τέτοιο μπορεί να περιλαμβάνει δοκιμές φόρτισης, μετρήσεις διαστατικής ακρίβειας αλλά και αξιολόγηση της επίδρασης των παραμέτρων προσθετικής κατασκευής στις μηχανικές ιδιότητες. Παράλληλα, η επέκταση της υπολογιστικής ανάλυσης σε μη γραμμικά φαινόμενα μπορεί να προσφέρει μια πιο ολοκληρωμένη εικόνα της συμπεριφοράς του σχεδιασμού σε πραγματικές συνθήκες λειτουργίας. Η συγκριτική μελέτη διαφορετικών τύπων πλέγματος και των επιδράσεων του προσανατολισμού και του μεγέθους των κυψελίδων αποτελεί μία ουσιαστική επέκταση για την ανάπτυξη γενικότερων οδηγιών σχεδιασμού. Ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζουν οι υβριδικές στρατηγικές διαβάθμισης που συνδυάζουν μεταβολές στο πάχος και το μέγεθος των κυψελίδων

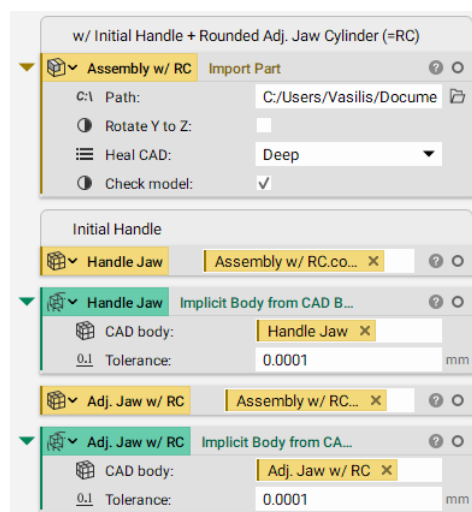
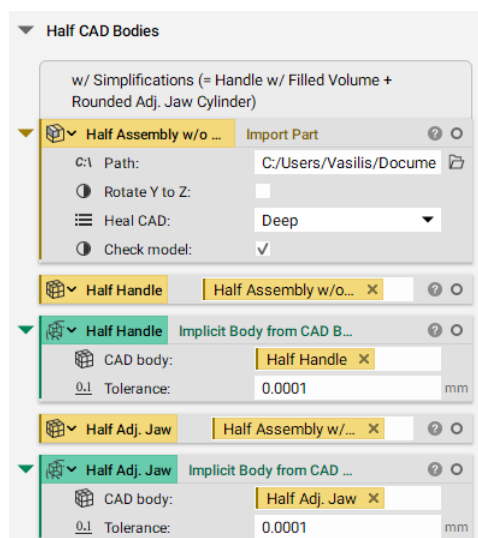
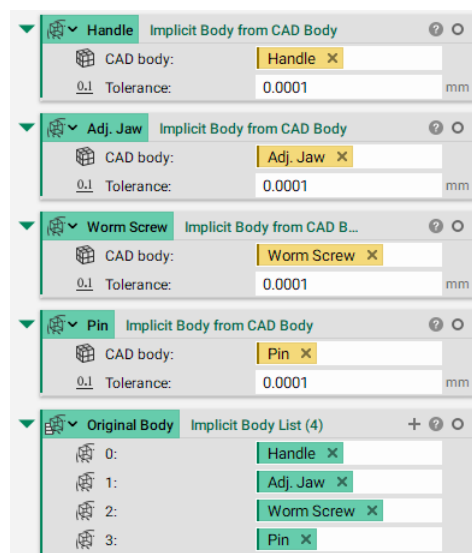
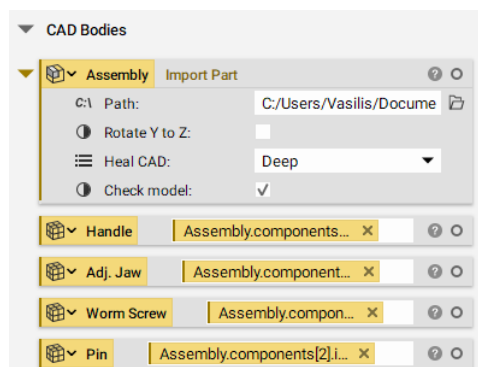
για βελτιστοποίηση της δυσκαμψίας και της αντοχής. Τέλος, η ενσωμάτωση πολυκριτήριας βελτιστοποίησης που θα λαμβάνει υπόψη όχι μόνο τη μηχανική απόδοση αλλά και το κόστος κατασκευής, τον χρόνο παραγωγής, και άλλες πρακτικές παραμέτρους, μπορεί να καταστήσει τη μεθοδολογία ακόμη πιο ελκυστική για βιομηχανικές εφαρμογές.

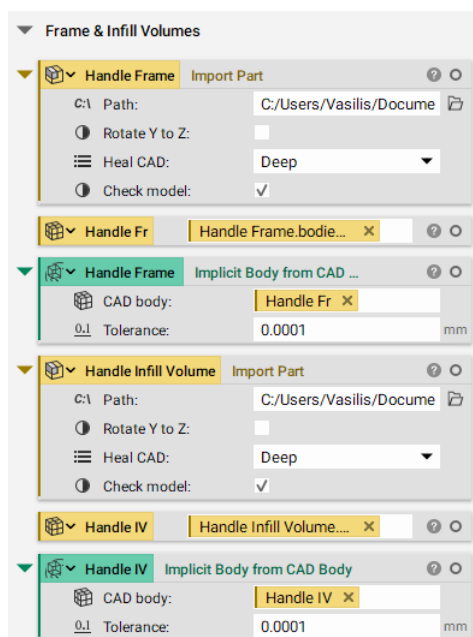
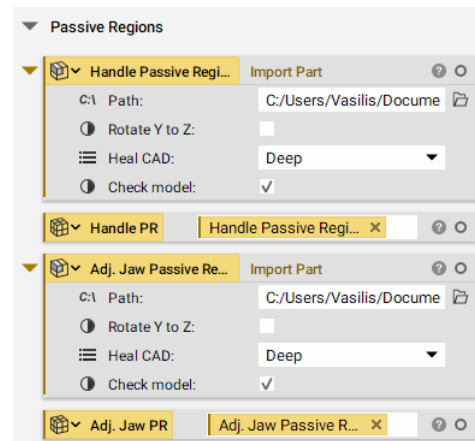
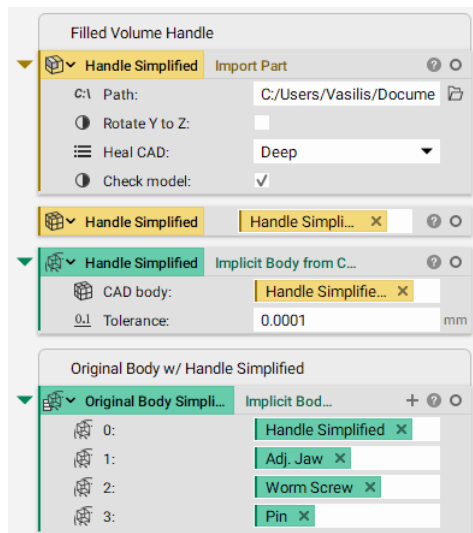


## Παράρτημα

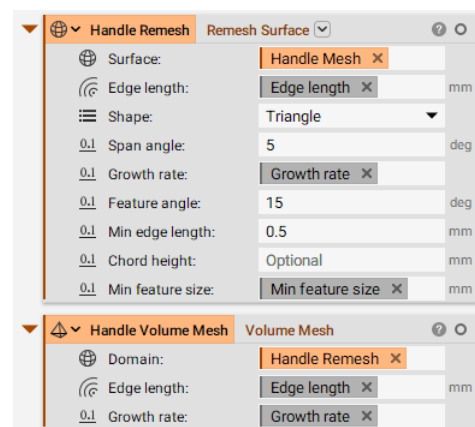
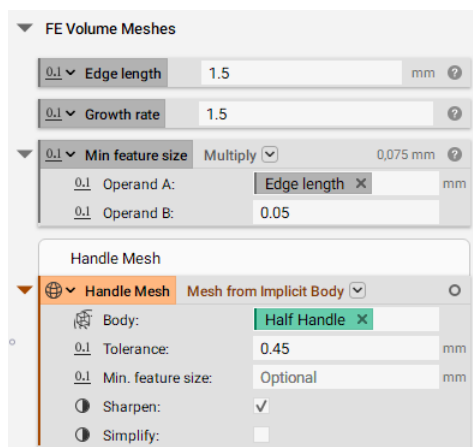
Παρακάτω παρουσιάζεται η ροή εργασιών (από τα αριστερά προς τα δεξιά) που ακολουθείται στο «nTop Notebook» για την περίπτωση του σχεδιασμού του γαλλικού κλειδιού με χρήση των περιορισμών προεξοχής.

### Γεωμετρία σωμάτων και περιοχών της κατασκευής

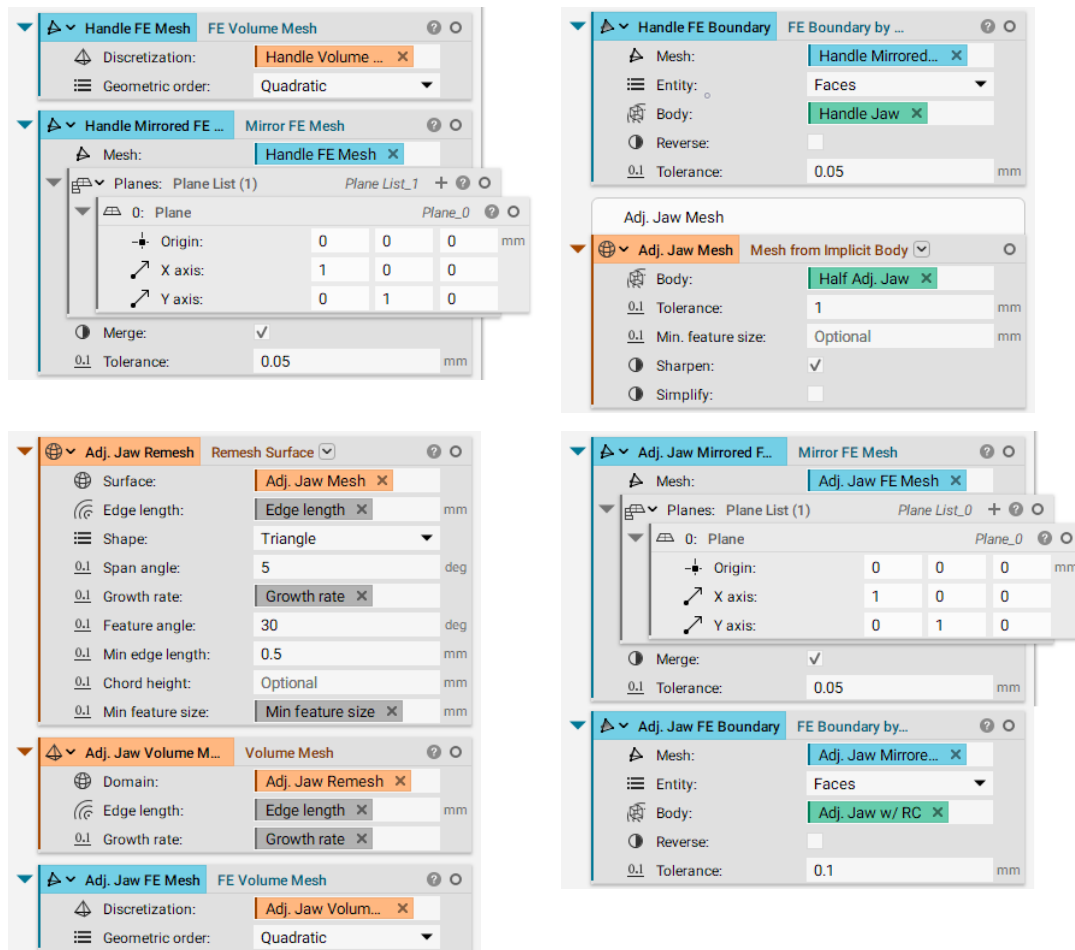




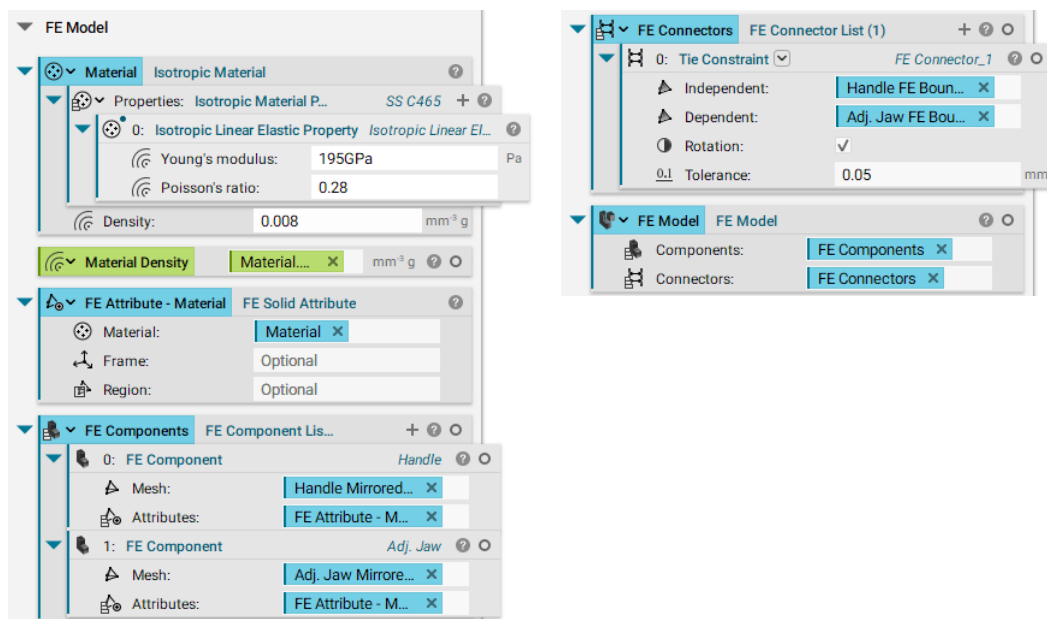
## Δημιουργία πλέγματος πεπερασμένων στοιχείων

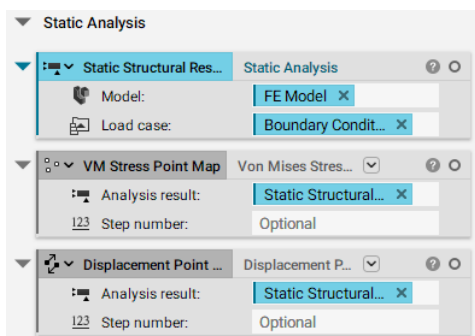
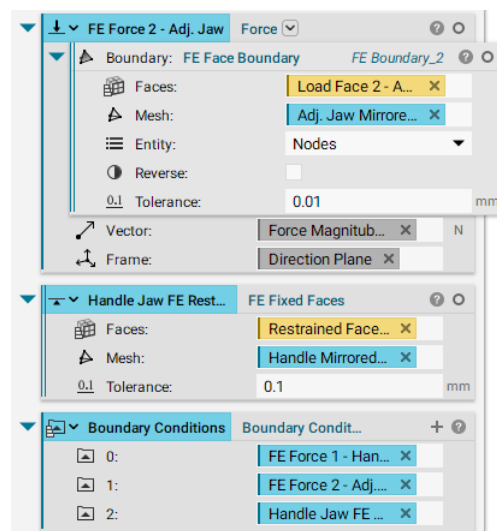
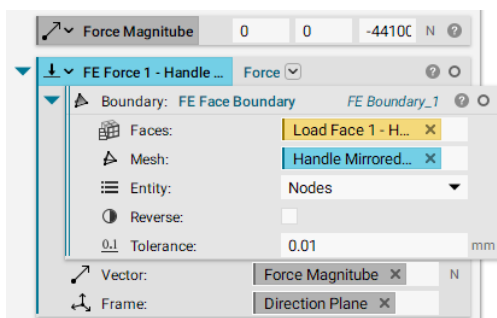
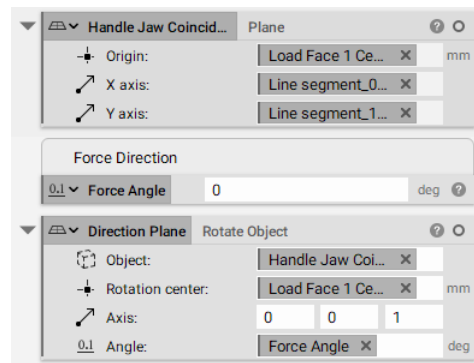
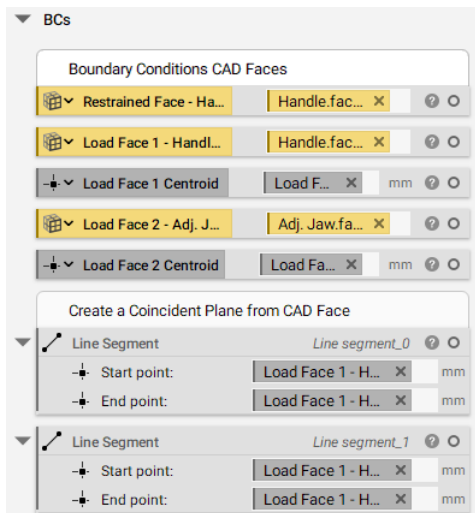




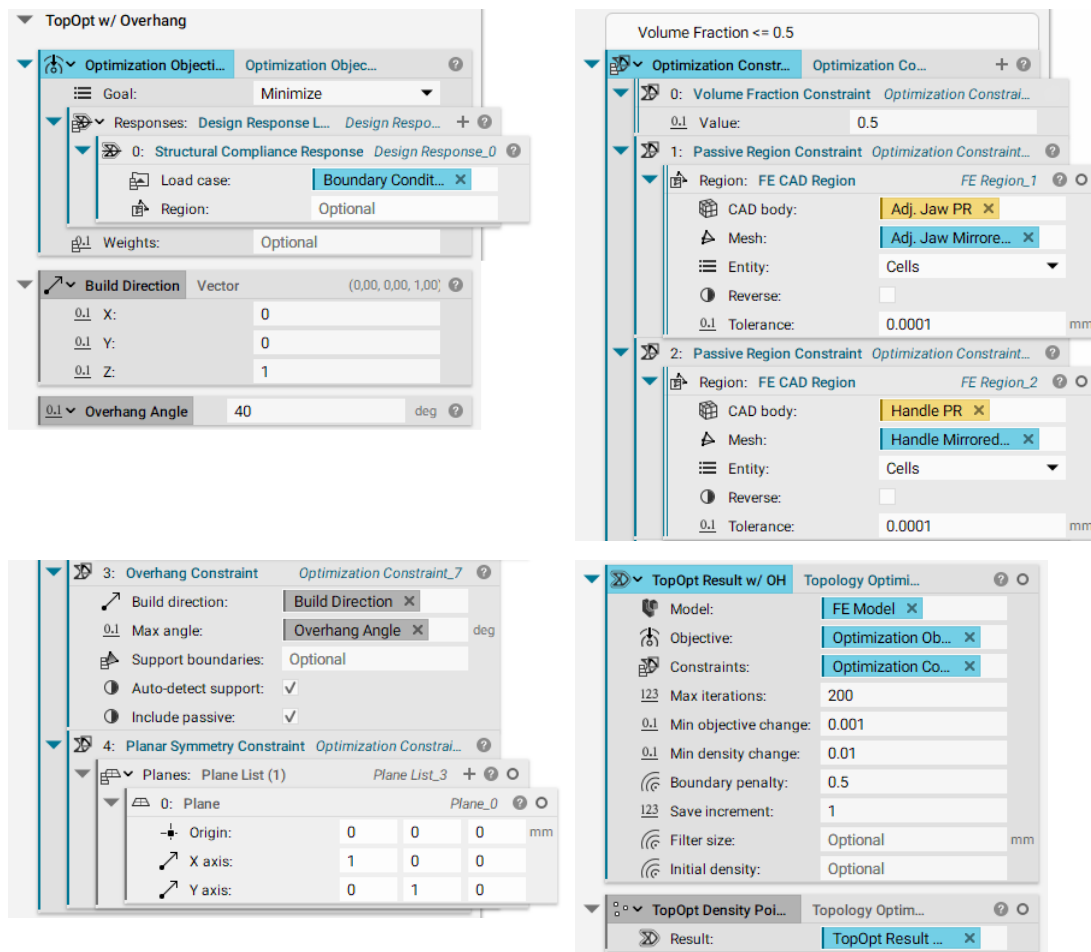


## Μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων, Οριακές συνθήκες, Αρχική στατική ανάλυση

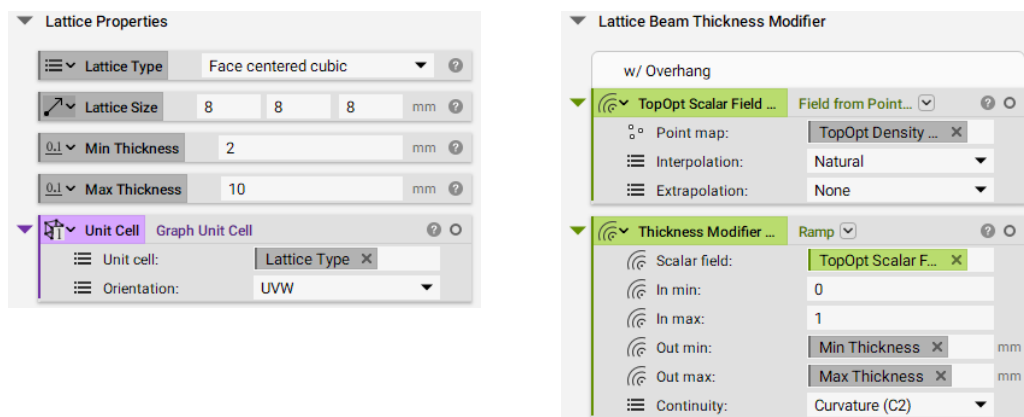


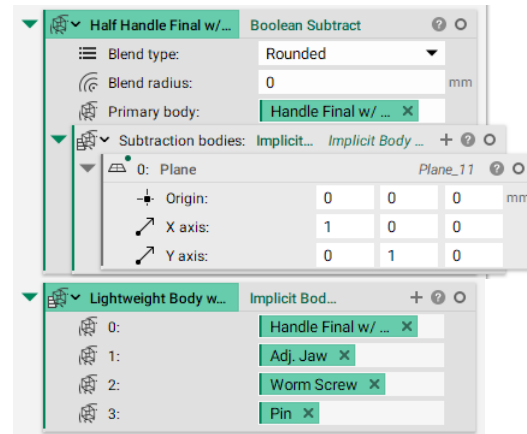
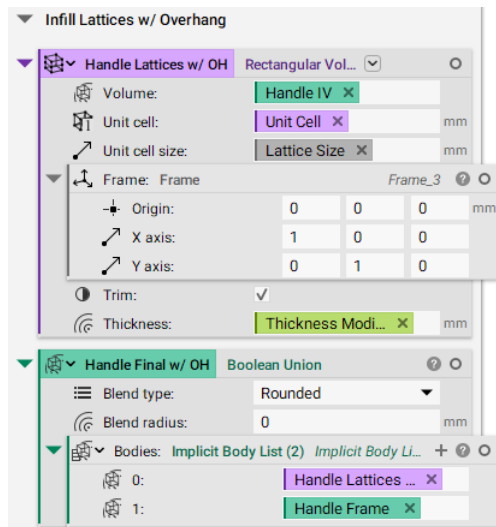


## Τοπολογική βελτιστοποίηση

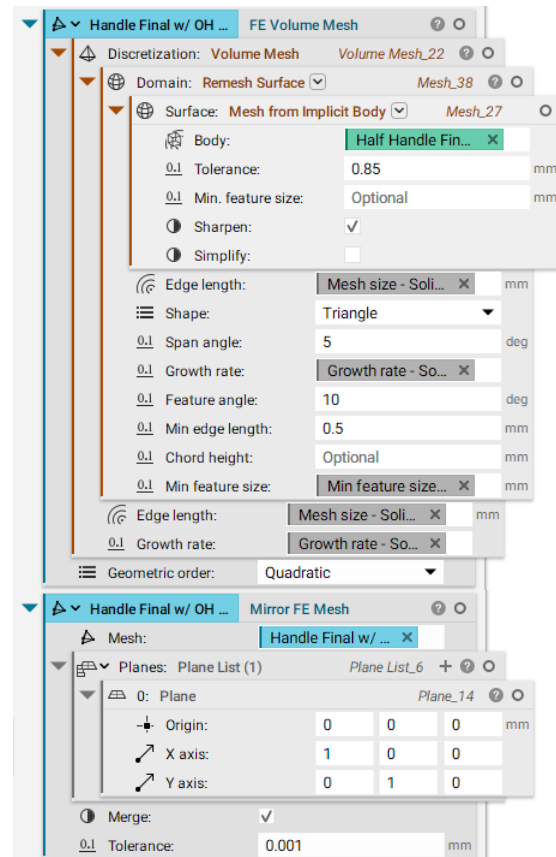
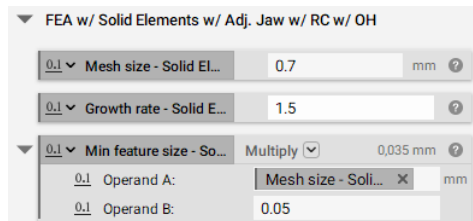


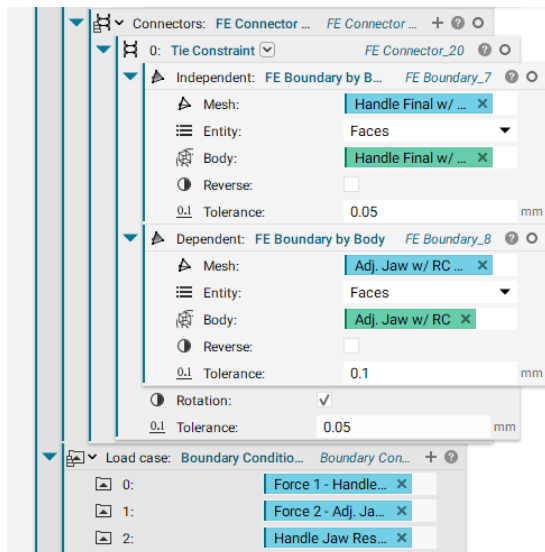
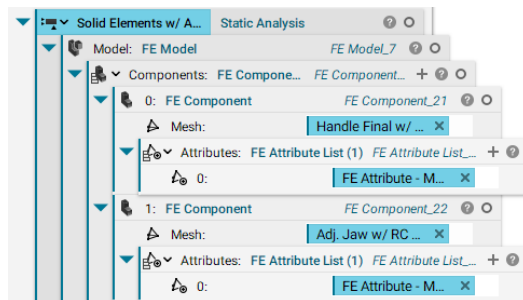
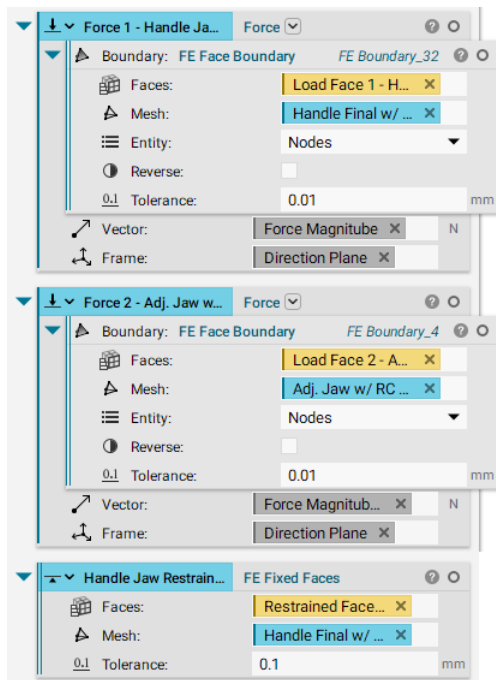
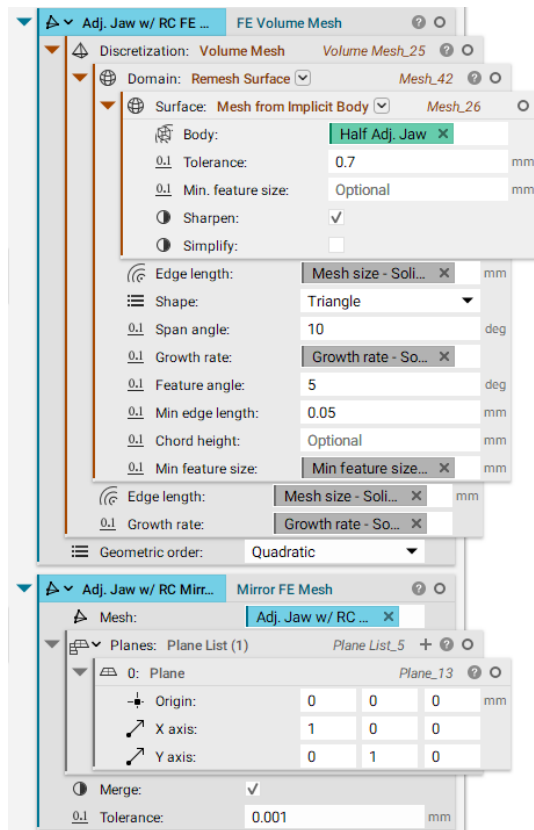
## Πλεγματικές δομές μεταβαλλόμενης πυκνότητας





## Αξιολόγηση του νέου σχεδιασμού





## Υπολογισμός μάζας κατασκευής

**Mass Properties w/ OH**

Original (w/ Handle Simplified)

**Handle Simplified M...** Mass Properties fr...  
 Body: Handle Simplified  
 Density: Material Dens... mm<sup>3</sup> g  
 Relative error: 0.01

**Handle Simplified M...** Multiply  
 Operand A: Handle Simplifie... g  
 Operand B: 1

**Adj. Jaw Mass Prop...** Mass Properties fr...  
 Body: Adj. Jaw  
 Density: Material Dens... mm<sup>3</sup> g  
 Relative error: 0.01

**Adj. Jaw Mass** Multiply  
 Operand A: Adj. Jaw Mass ... g  
 Operand B: 1

**Worm Screw Mass ...** Mass Properties fr...  
 Body: Worm Screw  
 Density: Material Dens... mm<sup>3</sup> g  
 Relative error: 0.01

**Worm Screw Mass** Multiply  
 Operand A: Worm Screw M... g  
 Operand B: 1

**Pin Mass Properties** Mass Properties from...  
 Body: Pin  
 Density: Material Dens... mm<sup>3</sup> g  
 Relative error: 0.01

**Pin Mass** Multiply  
 Operand A: Pin Mass Prope... g  
 Operand B: 1

**Original Simplified ...** Add  
 Operand A: 490,8299 g

**Operands: Scalar List (4)** Scalar List\_1  
 0: Handle Simplifie... g  
 1: Adj. Jaw Mass ... g  
 2: Worm Screw M... g  
 3: Pin Mass ... g

**Final**

**Handle Final Mass ...** Mass Properties fr...  
 Body: Handle Final w/ ...  
 Density: Material Dens... mm<sup>3</sup> g  
 Relative error: 0.01

**Handle Final Mass ...** Multiply  
 Operand A: Handle Final Ma... g  
 Operand B: 1

**Final Mass w/ OH** Add  
 Operand A: 425,0016 g

**Operands: Scalar List (4)** Scalar List\_3  
 0: Handle Final Ma... g  
 1: Adj. Jaw Mass ... g  
 2: Worm Screw M... g  
 3: Pin Mass ... g

**Final Simplified (w/ Handle Simplified)**

**% Weight Saved w/ ...** Weight Savings (4)  
 Lightweight body: Lightweight Bod...  
 Original body: Original Body Si...

**Overall Weight Save...** Multiply  
 Operand A: Divide  
 Operand B: result\_17 0,1341

**Operand A: Subtract** result\_18 65,8283 g  
 Operand A: Original Simplifi... g  
 Operand B: Final Mass w/ OH g

**Operand B:** Original Simplifi... g

**Operand B:** 100

## Προετοιμασία της προσθετικής κατασκευής: Εύρεση ελάχιστου αριθμού υποστηρικτικών δομών, Τεμαχισμός σε στρώματα

**Supports w/o OH**

**Build Plane** Plane from Normal

Origin: 0 200 -8.6 mm

Normal: 0 0 1

**Feature Size** 0.5 mm

Handle Minimum Support Orientation - All Regions

1. Select the body to orient

2. Generate Minimum Support Orientations options

2a. Populate Minimum Support Orientation (MSO) block

**Handle Min Support...** Minimum Support ... BETA

Body: Handle Final w/... x

Build plane: Build Plane x

Offset: 1 mm

Overhang angle: Overhang Angle x deg

Min overhang angle: Optional deg

Support region: All Regions

Candidates: 500

Feature size: Feature Size x mm

**2b. Generate/Display a List of possible Orientation**

**Handle Display Ori...** Transform Obj...

Object: Handle Final w/... x

Transform: Handle Min Sup... x

**3. Generate a List of Manufacturing Support Volumes**

**Handle Support Vol...** Manufacturing ...

Body: Handle Display ... x

Build plane: Build Plane x

Feature size: Feature Size x mm

Overhang angle: Overhang Angle x deg

Min overhang angle: Optional deg

Support region: All Regions

**4. Isolate the optimal orientation**

**Handle Sort Voxel b...** Sort (5)

List: Handle Display ... x

Proxy: Handle Support ... x

**5. Isolate the optimal build volume**

**Handle All Regions -...** Manufacturing ...

Body: Handle All Regio... x

Build plane: Build Plane x

Feature size: Feature Size x mm

Overhang angle: Overhang Angle x deg

Min overhang angle: Optional deg

Support region: All Regions

**Full Slice Stack** Merge Slice Stacks

Slice stacks: Slice stack List... Slice stack Lis... + ? O

**0: Slice Body** Slice stack\_4

Body: Handle All Regio... x

Layer height: 0.04 mm

Feature size: 0.5 mm

Include negative Z: ☐

Frame: Frame Frame\_6

Origin: 0 0 -8.6 mm

X axis: 1 0 0

Y axis: 0 1 0

Boundary: Optional

**1: Slice Body** Slice stack\_5

Body: Handle Final Su... x

Layer height: 0.04 mm

Feature size: 0.5 mm

Include negative Z: ☐

Frame: Frame Frame\_7

Origin: 0 0 -8.6 mm

X axis: 1 0 0

Y axis: 0 1 0

Boundary: Optional

Η ονοματολογία των εντολών που χρησιμοποιούνται στην παραπάνω ροή εργασιών απεικονίζεται πλήρως στις επόμενες λίστες.

<b>CAD Bodies</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Assembly</li> <li>Handle</li> <li>Adj. Jaw</li> <li>Worm Screw</li> <li>Pin</li> <li>Handle</li> <li>Adj. Jaw</li> <li>Worm Screw</li> <li>Pin</li> <li>Original Body</li> </ul>	<b>Half CAD Bodies</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Half Assembly w/o WS + P</li> <li>Half Handle</li> <li>Half Handle</li> <li>Handle Mirrored</li> <li>Half Adj. Jaw</li> <li>Half Adj. Jaw</li> <li>Assembly w/ RC</li> <li>Handle Jaw</li> <li>Handle Jaw</li> <li>Adj. Jaw w/ RC</li> <li>Adj. Jaw w/ RC</li> <li>Handle Simplified</li> <li>Handle Simplified</li> <li>Handle Simplified</li> <li>Original Body Simplified</li> </ul>	<b>Passive Regions</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Handle Passive Regions</li> <li>Handle PR</li> <li>Adj. Jaw Passive Regions</li> <li>Adj. Jaw PR</li> </ul> <b>Frames &amp; Infill Volumes</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Handle Frame</li> <li>Handle Fr</li> <li>Handle Infill Volume</li> <li>Handle IV</li> <li>Handle Frame</li> <li>Handle IV</li> </ul>	<b>FE Volume Meshes</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Edge length</li> <li>Growth rate</li> <li>Min feature size</li> <li>Handle Mesh</li> <li>Handle Remesh</li> <li>Handle Volume Mesh</li> <li>Handle FE Mesh</li> <li>Handle Mirrored FE Mesh</li> <li>Handle FE Boundary</li> <li>Adj. Jaw Mesh</li> <li>Adj. Jaw Remesh</li> <li>Adj. Jaw Volume Mesh</li> <li>Adj. Jaw FE Mesh</li> <li>Adj. Jaw Mirrored FE Mesh</li> <li>Adj. Jaw FE Boundary</li> </ul>
<b>FE Model</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Material</li> <li>Material Density</li> <li>FE Attribute - Material</li> <li>FE Components</li> <li>FE Connectors</li> <li>FE Model</li> </ul>	<b>BCs</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Restrained Face - Handle Jaw</li> <li>Load Face 1 - Handle Jaw</li> <li>Load Face 1 Centroid</li> <li>Load Face 2 - Adj. Jaw</li> <li>Load Face 2 Centroid</li> <li>Line segment_0</li> <li>Line segment_1</li> <li>Handle Jaw Coincident Plane</li> <li>Force Angle</li> <li>Direction Plane</li> <li>Force Magnitude</li> <li>FE Force 1 - Handle Jaw</li> <li>FE Force 2 - Adj. Jaw</li> <li>Handle Jaw FE Restraint</li> <li>Boundary Conditions</li> </ul>	<b>Static Analysis</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Static Structural Result</li> <li>VM Stress Point Map</li> <li>Displacement Point Map</li> </ul>	<b>TopOpt w/ Overhang</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Optimization Objective</li> <li>Build Direction</li> <li>Build Direction Visualization</li> <li>Overhang Angle</li> <li>Optimization Constraints w/ OH</li> <li>TopOpt Result w/ OH</li> <li>TopOpt Density Point Map w/ OH</li> </ul>
<b>Lattice Properties</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Lattice Type</li> <li>Lattice Size</li> <li>Min Thickness</li> <li>Max Thickness</li> <li>Unit Cell</li> </ul> <b>Lattice Beam Thickness Modifier</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>TopOpt Scalar Field w/ OH</li> <li>Thickness Modifier w/ OH</li> </ul> <b>Infill Lattices w/ Overhang</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Handle Lattices w/ OH</li> <li>Handle Final w/ OH</li> <li>Half Handle Final w/ OH</li> <li>Lightweight Body w/ OH</li> </ul>	<b>FEA w/ Solid Elements w/ RC Adj. J...</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Mesh Size - Solid Elements</li> <li>Growth rate - Solid Elements</li> <li>Min feature size - Solid Elements</li> <li>Handle Final w/ OH FE Mesh</li> <li>Handle Final w/ OH Mirrored FE ...</li> <li>Adj. Jaw w/ RC FE Mesh</li> <li>Adj. Jaw w/ RC Mirrored FE Mesh</li> <li>Force 1 - Handle Jaw - Solid Ele...</li> <li>Force 2 - Adj. Jaw w/ RC - Solid E...</li> <li>Handle Jaw Restraint - Solid Ele...</li> <li>Solid Elements w/ Adj. Jaw w/ R...</li> <li>VM Stress Point Map w/ RC w/o ...</li> </ul>	<b>Mass Properties w/ OH</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Handle Simplified Mass Properties</li> <li>Handle Simplified Mass</li> <li>Adj. Jaw Mass Properties</li> <li>Adj. Jaw Mass</li> <li>Worm Screw Mass Properties</li> <li>Worm Screw Mass</li> <li>Pin Mass Properties</li> <li>Pin Mass</li> <li>Original Simplified Mass</li> <li>Handle Simplified Mass Properties</li> <li>Handle Simplified Mass</li> <li>Original Simplified Mass</li> <li>Handle Final Mass Properties w/...</li> <li>Handle Final Mass w/ OH</li> <li>Final Mass w/ OH</li> <li>% Weight Saved w/ OH Simplified</li> <li>Overall Weight Saved w/ OH Sim...</li> </ul>	<b>Supports w/ OH</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Build Plane</li> <li>Feature Size</li> <li>Handle Min Support Orientation - ...</li> <li>Handle Display Orientation - w/ OH</li> <li>Handle Support Volumes - w/ OH</li> <li>Handle Sort Voxel by Proxy - w/ OH</li> <li>Handle All Regions - Final - w/ OH</li> <li>Handle All Regions - Final Suppor...</li> <li>Full Slice Stack</li> </ul>



## Βιβλιογραφία

- [1] B. Hassani and E. Hinton, *Homogenization and Structural Topology Optimization: Theory, Practice, and Software*. London ; New York: Springer, 1999.
- [2] M. P. Bendsøe and O. Sigmund, *Topology Optimization: Theory, Methods, and Applications*, 2nd ed. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2004.
- [3] I. Gibson, D. Rosen, B. Stucker, and M. Khorasani, *Additive manufacturing technologies*, Third edition. Cham, Switzerland: Springer, 2021.
- [4] D. Löwen, "Topology Optimization using the SIMP method," Seminar Thesis, RWTH Aachen University, Aachen, 2016.
- [5] W. Zhang, J. Zhu, and T. Gao, *Topology optimization in engineering structure design*. London, UK : Oxford, UK: ISTE Press Ltd ; Elsevier Ltd, 2016.
- [6] H. A. Eschenauer and N. Olhoff, "Topology optimization of continuum structures: A review\*," *Applied Mechanics Reviews*, vol. 54, no. 4, pp. 331–390, Jul. 2001, doi: 10.1115/1.1388075.
- [7] M. P. Bendsøe and N. Kikuchi, "Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 71, no. 2, pp. 197–224, Nov. 1988, doi: 10.1016/0045-7825(88)90086-2.
- [8] A. G. M. Michell, "LVIII. The limits of economy of material in frame-structures," *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, vol. 8, no. 47, pp. 589–597, Nov. 1904, doi: 10.1080/14786440409463229.
- [9] O. Sigmund and K. Maute, "Topology optimization approaches: A comparative review," *Struct Multidisc Optim*, vol. 48, no. 6, pp. 1031–1055, Dec. 2013, doi: 10.1007/s00158-013-0978-6.
- [10] A. W. Gebisa and H. G. Lemu, "A case study on topology optimized design for additive manufacturing," *IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng.*, vol. 276, p. 012026, Dec. 2017, doi: 10.1088/1757-899X/276/1/012026.
- [11] P. W. Christensen and A. Klarbring, *An Introduction to Structural Optimization*. in Solid Mechanics and Its Applications, no. 153. Dordrecht: Springer, 2009.
- [12] H. An, S. Chen, and H. Huang, "Multi-objective optimization of a composite stiffened panel for hybrid design of stiffener layout and laminate stacking sequence," *Struct Multidisc Optim*, vol. 57, no. 4, pp. 1411–1426, Apr. 2018, doi: 10.1007/s00158-018-1918-2.
- [13] J. D. Deaton and R. V. Grandhi, "A survey of structural and multidisciplinary continuum topology optimization: post 2000," *Struct Multidisc Optim*, vol. 49, no. 1, pp. 1–38, Jan. 2014, doi: 10.1007/s00158-013-0956-z.
- [14] O. Amir and Y. Mass, "Topology optimization for staged construction," *Struct Multidisc Optim*, vol. 57, no. 4, pp. 1679–1694, Apr. 2018, doi: 10.1007/s00158-017-1837-7.
- [15] L. Cheng, P. Zhang, E. Biyikli, J. Bai, J. Robbins, and A. To, "Efficient design optimization of variable-density cellular structures for additive manufacturing: theory and experimental validation," *RPJ*, vol. 23, no. 4, pp. 660–677, Jun. 2017, doi: 10.1108/RPJ-04-2016-0069.

- [16] K. Liu and A. Tovar, "An efficient 3D topology optimization code written in Matlab," *Struct Multidisc Optim*, vol. 50, no. 6, pp. 1175–1196, Dec. 2014, doi: 10.1007/s00158-014-1107-x.
- [17] Engström, Jakob, "A study of Heaviside projection methods in finite strain plasticity topology optimization." in TFHF-16/5215. 2016.
- [18] M. Yulin and W. Xiaoming, "A level set method for structural topology optimization and its applications," *Advances in Engineering Software*, vol. 35, no. 7, pp. 415–441, Jul. 2004, doi: 10.1016/j.advengsoft.2004.06.004.
- [19] N. P. Van Dijk, G. H. Yoon, F. Van Keulen, and M. Langelaar, "A level-set based topology optimization using the element connectivity parameterization method," *Struct Multidisc Optim*, vol. 42, no. 2, pp. 269–282, Aug. 2010, doi: 10.1007/s00158-010-0485-y.
- [20] M. Y. Wang, X. Wang, and D. Guo, "A level set method for structural topology optimization," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 192, no. 1–2, pp. 227–246, Jan. 2003, doi: 10.1016/S0045-7825(02)00559-5.
- [21] N. P. Van Dijk, K. Maute, M. Langelaar, and F. Van Keulen, "Level-set methods for structural topology optimization: a review," *Struct Multidisc Optim*, vol. 48, no. 3, pp. 437–472, Sep. 2013, doi: 10.1007/s00158-013-0912-y.
- [22] M. Ashby, "Designing architected materials," *Scripta Materialia*, vol. 68, no. 1, pp. 4–7, Jan. 2013, doi: 10.1016/j.scriptamat.2012.04.033.
- [23] T. Maconachie *et al.*, "SLM lattice structures: Properties, performance, applications and challenges," *Materials & Design*, vol. 183, p. 108137, Dec. 2019, doi: 10.1016/j.matdes.2019.108137.
- [24] T. A. Schaedler and W. B. Carter, "Architected Cellular Materials," *Annu. Rev. Mater. Res.*, vol. 46, no. 1, pp. 187–210, Jul. 2016, doi: 10.1146/annurev-matsci-070115-031624.
- [25] M. F. Ashby, "The properties of foams and lattices," *Phil. Trans. R. Soc. A.*, vol. 364, no. 1838, pp. 15–30, Jan. 2006, doi: 10.1098/rsta.2005.1678.
- [26] W. Tao and M. C. Leu, "Design of lattice structure for additive manufacturing," in *2016 International Symposium on Flexible Automation (ISFA)*, Cleveland, OH, USA: IEEE, Aug. 2016, pp. 325–332. doi: 10.1109/ISFA.2016.7790182.
- [27] G. Dong, Y. Tang, and Y. F. Zhao, "A Survey of Modeling of Lattice Structures Fabricated by Additive Manufacturing," *Journal of Mechanical Design*, vol. 139, no. 10, Aug. 2017, doi: 10.1115/1.4037305.
- [28] A. Seharing, A. H. Azman, and S. Abdullah, "A review on integration of lightweight gradient lattice structures in additive manufacturing parts," *Advances in Mechanical Engineering*, vol. 12, no. 6, p. 168781402091695, Jun. 2020, doi: 10.1177/1687814020916951.
- [29] M. Helou and S. Kara, "Design, analysis and manufacturing of lattice structures: an overview," *International Journal of Computer Integrated Manufacturing*, vol. 31, no. 3, pp. 243–261, Mar. 2018, doi: 10.1080/0951192X.2017.1407456.
- [30] C. Pan, Y. Han, and J. Lu, "Design and Optimization of Lattice Structures: A Review," *Applied Sciences*, vol. 10, no. 18, p. 6374, Sep. 2020, doi: 10.3390/app10186374.
- [31] A. Ahmad, L. Belluomo, M. Bici, and F. Campana, "Bird's Eye View on Lattice Structures: Design Issues and Applications for Best Practices in Mechanical

- Design,” *Metals*, vol. 13, no. 10, Art. no. 10, Oct. 2023, doi: 10.3390/met13101666.
- [32] P. Dal Fabbro *et al.*, “Analysis of a Preliminary Design Approach for Conformal Lattice Structures,” *Applied Sciences*, vol. 11, no. 23, Art. no. 23, Jan. 2021, doi: 10.3390/app112311449.
- [33] G. Savio, S. Rosso, R. Meneghello, and G. Concheri, “Geometric Modeling of Cellular Materials for Additive Manufacturing in Biomedical Field: A Review,” *Applied Bionics and Biomechanics*, vol. 2018, pp. 1–14, 2018, doi: 10.1155/2018/1654782.
- [34] Y. Tang, G. Dong, and Y. F. Zhao, “A hybrid geometric modeling method for lattice structures fabricated by additive manufacturing,” *Int J Adv Manuf Technol*, vol. 102, no. 9–12, pp. 4011–4030, Jun. 2019, doi: 10.1007/s00170-019-03308-x.
- [35] G. Dong, D. Tessier, and Y. F. Zhao, “Design of Shoe Soles Using Lattice Structures Fabricated by Additive Manufacturing,” *Proceedings of the Design Society: International Conference on Engineering Design*, vol. 1, no. 1, pp. 719–728, Jul. 2019, doi: 10.1017/dsi.2019.76.
- [36] L.-Y. Chen, S.-X. Liang, Y. Liu, and L.-C. Zhang, “Additive manufacturing of metallic lattice structures: Unconstrained design, accurate fabrication, fascinated performances, and challenges,” *Materials Science and Engineering: R: Reports*, vol. 146, p. 100648, Oct. 2021, doi: 10.1016/j.mser.2021.100648.
- [37] X. Li *et al.*, “3D-Printed Lattice Structures for Sound Absorption: Current Progress, Mechanisms and Models, Structural-Property Relationships, and Future Outlook,” *Advanced Science*, vol. 11, no. 4, p. 2305232, 2024, doi: 10.1002/advs.202305232.
- [38] J. Noronha *et al.*, “Additively Manufactured Functionally Graded Lattices: Design, Mechanical Response, Deformation Behavior, Applications, and Insights,” *JOM*, vol. 75, no. 12, pp. 5729–5754, Dec. 2023, doi: 10.1007/s11837-023-06190-x.
- [39] C. Liu, Z. Du, W. Zhang, Y. Zhu, and X. Guo, “Additive Manufacturing-Oriented Design of Graded Lattice Structures Through Explicit Topology Optimization,” *Journal of Applied Mechanics*, vol. 84, no. 081008, Jun. 2017, doi: 10.1115/1.4036941.
- [40] S. Mannan, J. Paul Knox, and S. Basu, “Correlations between axial stiffness and microstructure of a species of bamboo,” *R. Soc. open sci.*, vol. 4, no. 1, p. 160412, Jan. 2017, doi: 10.1098/rsos.160412.
- [41] C. Bhat, M. J. Prajapati, A. Kumar, and J.-Y. Jeng, “Additive Manufacturing-Enabled Advanced Design and Process Strategies for Multi-Functional Lattice Structures,” *Materials*, vol. 17, no. 14, p. 3398, Jul. 2024, doi: 10.3390/ma17143398.
- [42] D. Taylor, “Failure Processes in Hard and Soft Tissues,” in *Comprehensive Structural Integrity*, Elsevier, 2003, pp. 35–95. doi: 10.1016/B0-08-043749-4/09012-1.
- [43] A. Goel and S. Anand, “Design of Functionally Graded Lattice Structures using B-splines for Additive Manufacturing,” *Procedia Manufacturing*, vol. 34, pp. 655–665, Jan. 2019, doi: 10.1016/j.promfg.2019.06.193.
- [44] K. G. Mostafa, G. A. Momesso, X. Li, D. S. Nobes, and A. J. Qureshi, “Dual Graded Lattice Structures: Generation Framework and Mechanical Properties

- Characterization,” *Polymers*, vol. 13, no. 9, Art. no. 9, Jan. 2021, doi: 10.3390/polym13091528.
- [45] A. Nazir, K. M. Abate, A. Kumar, and J.-Y. Jeng, “A state-of-the-art review on types, design, optimization, and additive manufacturing of cellular structures,” *Int J Adv Manuf Technol*, vol. 104, no. 9–12, pp. 3489–3510, Oct. 2019, doi: 10.1007/s00170-019-04085-3.
- [46] Y. Li, D. Jiang, R. Zhao, X. Wang, L. Wang, and L.-C. Zhang, “High Mechanical Performance of Lattice Structures Fabricated by Additive Manufacturing,” *Metals*, vol. 14, no. 10, Art. no. 10, Oct. 2024, doi: 10.3390/met14101165.
- [47] L. Riva, P. S. Ginestra, and E. Ceretti, “Mechanical characterization and properties of laser-based powder bed-fused lattice structures: a review,” *Int J Adv Manuf Technol*, vol. 113, no. 3, pp. 649–671, Mar. 2021, doi: 10.1007/s00170-021-06631-4.
- [48] N. Khan and A. Riccio, “A systematic review of design for additive manufacturing of aerospace lattice structures: Current trends and future directions,” *Progress in Aerospace Sciences*, vol. 149, p. 101021, Aug. 2024, doi: 10.1016/j.paerosci.2024.101021.
- [49] M. Benedetti, A. du Plessis, R. O. Ritchie, M. Dallago, S. M. J. Razavi, and F. Berto, “Architected cellular materials: A review on their mechanical properties towards fatigue-tolerant design and fabrication,” *Materials Science and Engineering: R: Reports*, vol. 144, p. 100606, Apr. 2021, doi: 10.1016/j.mser.2021.100606.
- [50] T. Decker and S. Kedziora, “Local Thickness Optimization of Functionally Graded Lattice Structures in Compression,” *Applied Sciences*, vol. 13, no. 23, Art. no. 23, Jan. 2023, doi: 10.3390/app132312969.
- [51] N. Top, İ. Şahin, and H. Gökçe, “The Mechanical Properties of Functionally Graded Lattice Structures Derived Using Computer-Aided Design for Additive Manufacturing,” *Applied Sciences*, vol. 13, no. 21, Art. no. 21, Jan. 2023, doi: 10.3390/app132111667.
- [52] P. Zhang *et al.*, “Efficient Design-Optimization of Variable-Density Hexagonal Cellular Structure by Additive Manufacturing: Theory and Validation,” *Journal of Manufacturing Science and Engineering*, vol. 137, no. 021004, Apr. 2015, doi: 10.1115/1.4028724.
- [53] N. Μπιλάλης and E. Μαραβελάκης, *Συστήματα CAD/CAM και Τρισδιάστατη Μοντελοποίηση*, 3η Έκδοση. Κριτική, 2020.
- [54] Z. Xu, S. M. J. Razavi, and M. R. Ayatollahi, “Functionally Graded Lattice Structures: Fabrication Methods, Mechanical Properties, Failure Mechanisms and Applications,” in *Comprehensive Structural Integrity (Second Edition)*, M. H. F. Aliabadi and W. O. Soboyejo, Eds., Oxford: Elsevier, 2022, pp. 433–466. doi: 10.1016/B978-0-12-822944-6.00019-0.
- [55] M. G. Rashed, M. Ashraf, R. A. W. Mines, and P. J. Hazell, “Metallic microlattice materials: A current state of the art on manufacturing, mechanical properties and applications,” *Materials & Design*, vol. 95, pp. 518–533, Apr. 2016, doi: 10.1016/j.matdes.2016.01.146.
- [56] M. K. Thompson *et al.*, “Design for Additive Manufacturing: Trends, opportunities, considerations, and constraints,” *CIRP Annals*, vol. 65, no. 2, pp. 737–760, Jan. 2016, doi: 10.1016/j.cirp.2016.05.004.

- [57] L. Liu, P. Kamm, F. García-Moreno, J. Banhart, and D. Pasini, "Elastic and failure response of imperfect three-dimensional metallic lattices: the role of geometric defects induced by Selective Laser Melting," *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, vol. 107, pp. 160–184, Oct. 2017, doi: 10.1016/j.jmps.2017.07.003.
- [58] D. Mahmoud and M. A. Elbestawi, "Lattice Structures and Functionally Graded Materials Applications in Additive Manufacturing of Orthopedic Implants: A Review," *Journal of Manufacturing and Materials Processing*, vol. 1, no. 2, Art. no. 2, Dec. 2017, doi: 10.3390/jmmp1020013.
- [59] I. Echeta, X. Feng, B. Dutton, R. Leach, and S. Piano, "Review of defects in lattice structures manufactured by powder bed fusion," *Int J Adv Manuf Technol*, vol. 106, no. 5, pp. 2649–2668, Jan. 2020, doi: 10.1007/s00170-019-04753-4.
- [60] J. Liu *et al.*, "Current and future trends in topology optimization for additive manufacturing," *Struct Multidisc Optim*, vol. 57, no. 6, pp. 2457–2483, Jun. 2018, doi: 10.1007/s00158-018-1994-3.
- [61] Y. Wang, L. Zhang, S. Daynes, H. Zhang, S. Feih, and M. Y. Wang, "Design of graded lattice structure with optimized mesostructures for additive manufacturing," *Materials & Design*, vol. 142, pp. 114–123, Mar. 2018, doi: 10.1016/j.matdes.2018.01.011.
- [62] K. M. Nsiempba, M. Wang, and M. Vlasea, "Geometrical Degrees of Freedom for Cellular Structures Generation: A New Classification Paradigm," *Applied Sciences*, vol. 11, no. 9, Art. no. 9, Jan. 2021, doi: 10.3390/app11093845.
- [63] E. Toyserkani, D. Sarker, O. Ibhadode, F. Liravi, P. Russo, and K. Taherkhani, *Metal additive manufacturing*. Hoboken, NJ: Wiley, 2022. doi: 10.1002/9781119210801.
- [64] Z. Xiao, Y. Yang, R. Xiao, Y. Bai, C. Song, and D. Wang, "Evaluation of topology-optimized lattice structures manufactured via selective laser melting," *Materials & Design*, vol. 143, pp. 27–37, Apr. 2018, doi: 10.1016/j.matdes.2018.01.023.
- [65] I. Yadroitsev, I. Yadroitsava, A. du Plessis, and E. MacDonald, Eds., *Fundamentals of laser powder bed fusion of metals*. in Additive manufacturing materials and technologies. Amsterdam Kidlington, Oxford Cambridge, MA: Elsevier, 2021.
- [66] R. Leach and S. Carmignato, Eds., *Precision metal additive manufacturing*, First edition. Boca Raton London New York: CRC Press, 2021.
- [67] I. Flores, N. Kretschmar, A. H. Azman, S. Chekurov, D. B. Pedersen, and A. Chaudhuri, "Implications of lattice structures on economics and productivity of metal powder bed fusion," *Additive Manufacturing*, vol. 31, p. 100947, Jan. 2020, doi: 10.1016/j.addma.2019.100947.
- [68] B. Blakey-Milner *et al.*, "Metal additive manufacturing in aerospace: A review," *Materials & Design*, vol. 209, p. 110008, Nov. 2021, doi: 10.1016/j.matdes.2021.110008.
- [69] M. Majeed, H. M. Khan, G. Wheatley, and R. Situ, "Influence of post-processing on additively manufactured lattice structures," *J Braz. Soc. Mech. Sci. Eng.*, vol. 44, no. 9, p. 389, Aug. 2022, doi: 10.1007/s40430-022-03703-8.
- [70] M. Brandt, Ed., *Laser additive manufacturing: materials, design, technologies, and applications*. in Woodhead publishing series in electronic and optical materials, no. Number 88. Amsterdam Boston Heidelberg London New York Oxford Paris San Diego San Francisco Singapore Sydney Tokyo: Elsevier Inc, 2017.

- [71] nTopology, Inc., “Automotive Lightweighting: Radical Gains Through Design,” nTopology. Accessed: Oct. 01, 2022. [Online]. Available: <https://ntopology.com/blog/the-quest-for-lightweighting-automotive/>
- [72] Siemens, “Introducing Lattice in NX.” Accessed: Sep. 30, 2022. [Online]. Available: <https://community.sw.siemens.com/s/article/introducing-lattice-in-nx>
- [73] E. Cetin and C. Baykasoğlu, “Energy absorption of thin-walled tubes enhanced by lattice structures,” *International Journal of Mechanical Sciences*, vol. 157–158, pp. 471–484, Jul. 2019, doi: 10.1016/j.ijmecsci.2019.04.049.
- [74] General Electric Corporation, “Additive Manufacturing, Redefining What’s Possible,” GE Capital.
- [75] nTopology, Inc., “Aerojet Rocketdyne Low-Cost Reaction Control System,” nTopology. Accessed: Sep. 30, 2022. [Online]. Available: <https://ntopology.com/case-studies/aerojet-rocketdyne-low-cost-quad-thruster/>
- [76] Renishaw plc, “Renishaw: Formula Student case study,” Renishaw. Accessed: Sep. 30, 2022. [Online]. Available: <http://www.renishaw.com/en/additive-manufacturing-crosses-the-finishing-line--38971>
- [77] C. Tan *et al.*, “Design and additive manufacturing of novel conformal cooling molds,” *Materials & Design*, vol. 196, p. 109147, Nov. 2020, doi: 10.1016/j.matdes.2020.109147.
- [78] Croft Filters, “Croft Filters – Custom Filtration Solutions for Oil, Gas & Energy, Chemical, Pharmaceuticals and Food & Beverage industries,” Croft Filters. Accessed: Sep. 30, 2022. [Online]. Available: <https://filters.co.uk/>
- [79] M. S. Saleh, J. Li, J. Park, and R. Panat, “3D printed hierarchically-porous microlattice electrode materials for exceptionally high specific capacity and areal capacity lithium ion batteries,” *Additive Manufacturing*, vol. 23, pp. 70–78, Oct. 2018, doi: 10.1016/j.addma.2018.07.006.
- [80] G. Allen, “nTopology Modeling Technology.” nTopology, Inc.
- [81] nTopology, Inc., “Generative Design with Complete Control.”
- [82] nTopology, Inc., “nTop Documentation.”
- [83] International Organization for Standardization, “ISO 6787: Assembly tools for screws and nuts - Adjustable wrenches, Third Edition.” Mar. 2018.
- [84] Γ. Σταυρουλάκης, Α. Μουράντοβα Κονταδάκη, and Μ. Σταυρουλάκη, *Υπολογιστική Μηχανική. Κάλλιπος, Ανοικτές Ακαδημαϊκές Εκδόσεις*, 2015.
- [85] Materialise, “Stainless Steel C465 - Material Properties.” [Online]. Available: <https://www.materialise.com/en/industrial/3d-printing-materials/stainless-steel-c465>
- [86] International Organization for Standardization, “ISO 898-1: Mechanical properties of fasteners made of carbon steel and alloy steel Part 1: Bolts, screws and studs with specified property classes - Coarse thread and fine pitch thread, Fifth Edition.” Jan. 15, 2013.
- [87] International Organization for Standardization, “ISO 4014: Hexagon head bolts - Product grades A and B, Fourth Edition.” Mar. 15, 2011.
- [88] E. Oberg, F. D. Jones, H. L. Horton, H. H. Ryffel, C. J. MacCauley, and L. Brengelman, *Machinery’s Handbook: A reference book for the manufacturing and mechanical engineer, designer, drafter, metalworker, toolmaker, machinist*,

- hobbyist, educator, and student*, 31st Edition. South Norwalk, Connecticut: Industrial Press, Inc, 2020.
- [89] R. L. Mott, E. M. Vavrek, and J. Wang, *Machine Elements in Mechanical Design*, Sixth Edition. NY, NY: Pearson, 2018.
- [90] Materialise, “Stainless Steel C465 - Design Guidelines.” [Online]. Available: <https://www.materialise.com/en/academy/industrial/design-am/stainless-steel-c465>