



## ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ

Σχολή Μηχανικών  
Παραγωγής και Διοίκησης

*Διπλωματική Εργασία*

**Βελτιστοποίηση χωροθέτησης σταθμών ανεφοδιασμού  
υδρογόνου και δρομολόγησης υδρογονοκίνητων  
οχημάτων στην εφοδιαστική αλυσίδα**

**Δημήτριος Μαρουλίδης**

Χανιά, Σεπτέμβριος 2025

*Στη γιαγιά μου.*

# Ευχαριστίες

Θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον επιβλέποντα καθηγητή μου, Ιωάννη Μαρινάκη, για την πολύτιμη καθοδήγηση, την υποστήριξη και την εξαιρετική συνεργασία του καθ' όλη τη διάρκεια εκπόνησης της διπλωματικής μου εργασίας.

Επίσης, θα ήθελα να εκφράσω την ευγνωμοσύνη μου στους γονείς μου για την αμέριστη υποστήριξη και την εμπιστοσύνη που μου έδειξαν σε όλη τη διάρκεια των σπουδών μου, στην αδελφή και στον αδελφό μου για την έμπνευση και τη δύναμη που μου έδωσαν για να φέρω εις πέρας τη συγγραφή της παρούσας διπλωματικής καθώς και στην ευρύτερη οικογένειά μου για τη δική τους συμβολή και υποστήριξη στην ακαδημαϊκή μου πορεία.

Τέλος θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τους φίλους μου για τις συμβουλές και τη βοήθεια που μου έδωσαν σε όλη την διάρκεια των σπουδών μου και ειδικότερα στην προετοιμασία της παρούσας διπλωματικής εργασίας.

Η παρούσα διπλωματική διερευνά τη βέλτιστη χωροθέτηση σταθμών ανεφοδιασμού υδρογόνου και στρατηγικές δρομολόγησης υδρογονοκίνητων οχημάτων στο πλαίσιο σχεδιασμού και βελτιστοποίησης της εφοδιαστικής αλυσίδας. Δεδομένης της εκτεταμένης αυτονομίας των οχημάτων με κυψέλες καυσίμου υδρογόνου, έναντι των ηλεκτρικών αυτοκινήτων με μπαταρία, η μελέτη επικεντρώνεται στην αντιμετώπιση των προκλήσεων των προβλημάτων δρομολόγησης οχημάτων (vehicle routing problem, VRP), ιδίως στις υπεραστικές μεταφορές. Με τη χρήση προσομοιώσεων η παρούσα έρευνα επιδιώκει τη βελτιστοποίηση του δικτύου διανομής υδρογόνου και τον σχεδιασμό αποτελεσματικών λύσεων δρομολόγησης για την ενίσχυση της βιωσιμότητας και της ανάπτυξης των συστημάτων μεταφοράς με υδρογόνο. Μέσω αυστηρής ανάλυσης και μοντελοποίησης, η διπλωματική στοχεύει να συμβάλει στην πρόοδο των βιώσιμων υποδομών μεταφορών και να υποστηρίξει τη μετάβαση σε μία οικονομία βασισμένη στο υδρογόνο.

This thesis investigates the optimal placement of hydrogen refuelling stations and hydrogen vehicle routing strategies in the context of supply chain planning and optimization. Given the extensive autonomy of hydrogen fuel cell vehicles compared to battery electric cars, the study focuses on addressing the challenges of vehicle routing problem (VRP), especially in long-distance transportation. Using simulations, this research seeks to optimize the hydrogen distribution network and design efficient routing solutions to enhance the sustainability and deployment of hydrogen transportation systems. Through rigorous analysis and modelling, the thesis aims to contribute to the advancement of sustainable transport infrastructure and support the transition to a hydrogen-based economy.

# Περιεχόμενα

<b>1. Εισαγωγή</b>	<b>8</b>
<b>2. Υδρογονοκίνητα οχήματα</b>	<b>11</b>
2.1. Περιγραφή και τρόπος λειτουργίας οχημάτων που κινούνται με υδρογόνο . . . . .	11
2.1.1. Βασικά εξαρτήματα ηλεκτρικών οχημάτων υδρογόνου . .	12
2.2. Περιγραφή του καυσίμου . . . . .	13
2.2.1. Αναμόρφωση ατμού . . . . .	14
2.2.2. Ηλεκτρόλυση νερού . . . . .	16
2.3. Λειτουργία κυψέλης καυσίμου . . . . .	16
2.3.1. Συγκρότημα ηλεκτροδίου μεμβράνης (MEA) . . . . .	18
<b>3. Θεωρία</b>	<b>20</b>
3.1. Πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων (Vehicle Routing Problem ή VRP) . . . . .	20
3.2. Διατύπωση προβλήματος και βασική σημειογραφία . . . . .	24
3.3. Πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων με χρονικά παράθυρα (VRP with Time Windows ή VRPTW) . . . . .	26
3.4. Βασικές μορφοποιήσεις για το VRP . . . . .	27
3.4.1. Μορφοποίηση ροής οχημάτων για το CVRP . . . . .	28
3.4.2. Μορφοποίηση για το CVRPTW . . . . .	29
3.5. Αλγόριθμοι επίλυσης του CVRPTW . . . . .	30
3.5.1. Ακριβείς μέθοδοι . . . . .	31
3.5.2. Κατασκευαστικές ευρετικές μέθοδοι . . . . .	32
3.5.3. Ευρετικές μέθοδοι βελτίωσης . . . . .	33
3.5.4. Μεθευρετικές μέθοδοι . . . . .	34
3.5.5. Μηχανική μάθηση και σύγχρονες προσεγγίσεις . . . . .	36
<b>4. Μεθοδολογία</b>	<b>38</b>
4.1. Μεθοδολογικό πλαίσιο προσέγγισης γενετικού αλγορίθμου και αναζήτησης μεταβλητής γειτονιάς (VNS) . . . . .	38
4.2. Αναπαράσταση του προβλήματος και κωδικοποίηση . . . . .	39
4.2.1. Κωδικοποίηση χρωμοσωμάτων . . . . .	39
4.2.2. Διαδικασία αποκωδικοποίησης χρωμοσωμάτων . . . . .	41
4.2.3. Υπολογισμός καταλληλότητας (fitness) χρωμοσωμάτων . .	43
4.2.4. Πλεονεκτήματα και θέματα της κωδικοποίησης . . . . .	44
4.3. Στοιχεία γενετικού αλγορίθμου . . . . .	45
4.3.1. Αρχικοποίηση πληθυσμού . . . . .	45
4.3.2. Μηχανισμός επιλογής . . . . .	45
4.3.3. Τελεστής διασταύρωσης . . . . .	46

4.3.4.	Τελεστής μετάλλαξης . . . . .	47
4.4.	Ενσωμάτωση τοπικής αναζήτησης . . . . .	47
4.4.1.	Τελεστές τοπικής αναζήτησης . . . . .	48
4.4.2.	Στρατηγική ενσωμάτωσης . . . . .	49
4.5.	Παράμετροι αλγορίθμου και ανάλυση ευαισθησίας . . . . .	51
4.5.1.	Παράμετροι γενετικού αλγορίθμου . . . . .	51
4.5.2.	Παράμετροι αναζήτησης μεταβλητής γειτονιάς . . . . .	52
4.5.3.	Ανάλυση ευαισθησίας παραμέτρων . . . . .	52
<b>5.</b>	<b>Αποτελέσματα</b>	<b>54</b>
5.1.	Ανάλυση ευαισθησίας . . . . .	54
5.1.1.	Ανάλυση μεγέθους πληθυσμού . . . . .	54
5.1.2.	Ανάλυση αριθμού γενεών . . . . .	55
5.1.3.	Ανάλυση πιθανότητας διασταύρωσης . . . . .	55
5.1.4.	Ανάλυση πιθανότητας μετάλλαξης . . . . .	55
5.1.5.	Πλήρης διαφορική ανάλυση . . . . .	55
5.1.6.	Επιλογή παραμέτρων και στατιστική ανάλυση . . . . .	56
5.2.	Αποτελέσματα παραδειγμάτων αναφοράς Solomon-100 . . . . .	60
5.2.1.	Απόδοση αλγορίθμου . . . . .	60
5.2.2.	Ανάλυση κατηγοριών προβλημάτων . . . . .	60
5.2.3.	Αναλυτικά αποτελέσματα . . . . .	62
5.2.4.	Στατιστική ανάλυση . . . . .	64
5.2.5.	Σύγκριση με τη βιβλιογραφία . . . . .	65
5.3.	Σύνοψη . . . . .	65
	<b>Βιβλιογραφία</b>	<b>66</b>
	<b>Παράρτημα Α'. Λύσεις των προβλημάτων Solomon-100</b>	<b>69</b>
A'.1.	Αναλυτικές λύσεις . . . . .	70
A'.1.1.	Κατηγορία C1 (συσταδοποιημένοι πελάτες, μικρά χρονικά παράθυρα) . . . . .	70
A'.1.2.	Κατηγορία C2 (συσταδοποιημένοι πελάτες, μεγάλα χρονικά παράθυρα) . . . . .	74
A'.1.3.	Κατηγορία R1 (τυχαία κατανεμημένοι πελάτες, μικρά χρονικά παράθυρα) . . . . .	78
A'.1.4.	Κατηγορία R2 (τυχαία κατανεμημένοι πελάτες, μεγάλα χρονικά παράθυρα) . . . . .	85
A'.1.5.	Κατηγορία RC1 (τυχαία κατανεμημένοι και συσταδοποιημένοι πελάτες, μικρά χρονικά παράθυρα) . . . . .	90
A'.1.6.	Κατηγορία RC2 (τυχαία κατανεμημένοι και συσταδοποιημένοι πελάτες, μεγάλα χρονικά παράθυρα) . . . . .	94

# Κεφάλαιο 1

## Εισαγωγή

Ο τομέας των μεταφορών αντιμετωπίζει προκλήσεις άνευ προηγουμένου στον εικοστό πρώτο αιώνα, λόγω της ανάγκης μείωσης των εκπομπών αερίων του θερμοκηπίου και της διατήρησης της αποδοτικότητας των λειτουργιών εφοδιαστικής. Καθώς οι παγκόσμιες εφοδιαστικές αλυσίδες γίνονται ολοένα και πιο περίπλοκες και οι περιβαλλοντικοί κανονισμοί αυστηρότεροι, η ανάγκη για βιώσιμες λύσεις μεταφορών καθίσταται πιο επιτακτική από ποτέ. Οι υπεραστικές εμπορευματικές μεταφορές, που αποτελούν τη ραχοκοκαλιά του σύγχρονου εμπορίου, συμβάλλουν σημαντικά στις εκπομπές άνθρακα, ενώ ταυτόχρονα απαιτούν υψηλά επίπεδα λειτουργικής αποδοτικότητας για να παραμείνουν οικονομικά βιώσιμες.

Τα παραδοσιακά εμπορικά οχήματα με πετρελαιοκινητήρες, αν και αξιόπιστα και καθιερωμένα στην αγορά, αντιμετωπίζουν αυξανόμενη πίεση από περιβαλλοντικές πολιτικές και τη δημόσια απαίτηση για καθαρότερες εναλλακτικές. Αυτό έχει προκαλέσει έντονο ενδιαφέρον για τεχνολογίες εναλλακτικών καυσίμων, με τα οχήματα κυψελών καυσίμου υδρογόνου να αναδεικνύονται ως ιδιαίτερα υποσχόμενη λύση για μεγάλες αποστάσεις. Σε αντίθεση με τα ηλεκτρικά οχήματα μπαταρίας, τα οποία περιορίζονται από την αυτονομία και την υποδομή φόρτισης στις βαριές εφαρμογές, τα οχήματα κυψελών καυσίμου προσφέρουν τη δυνατότητα λειτουργίας για μεγάλες αποστάσεις με σχετικά γρήγορους χρόνους ανεφοδιασμού, καθιστώντας τα κατάλληλα για υπεραστικές μεταφορές, όπου η αποδοτικότητα είναι κρίσιμη.

Ωστόσο, η ενσωμάτωση της τεχνολογίας κυψελών καυσίμου στα εμπορικά δίκτυα μεταφορών δημιουργεί νέες προκλήσεις στη βελτιστοποίηση της εφοδιαστικής. Τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά των οχημάτων υδρογόνου – όπως οι απαιτήσεις υποδομής ανεφοδιασμού, οι λειτουργικοί περιορισμοί και οι επιδόσεις – απαιτούν έναν ουσιαστικό επαναπροσδιορισμό των παραδοσιακών μεθόδων δρομολόγησης οχημάτων. Το πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων με περιορισμούς χωρητικότητας και χρονικά παράθυρα (Capacitated Vehicle Routing Problem with Time Windows ή CVRPTW), ένα καθιερωμένο πρόβλημα βελτιστοποίησης στην εφοδιαστική, πρέπει να προσαρμοστεί στα νέα τεχνολογικά δεδομένα.

Το CVRPTW αποτελεί μια από τις πλέον πρακτικά σημαντικές επεκτάσεις του κλασσικού προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων, καθώς ενσωματώνει πε-



ριορισμούς χωρητικότητας και χρονικών παραθύρων εξυπηρέτησης, θεμελιώδεις στη λειτουργία της εφοδιαστικής. Όταν εφαρμόζεται σε οχήματα κυψελών καυσίμου υδρογόνου προστίθενται επιπλέον επίπεδα πολυπλοκότητας, όπως η κατανάλωση υδρογόνου, η διαθεσιμότητα σταθμών ανεφοδιασμού και τα ειδικά χαρακτηριστικά λειτουργίας των κυψελών καυσίμου. Αυτοί οι παράγοντες συνθέτουν ένα δύσκολο πρόβλημα βελτιστοποίησης που απαιτεί σύνθετες αλγοριθμικές προσεγγίσεις.

Η παρούσα εργασία στοχεύει να καλύψει το κενό μεταξύ της αναδυόμενης τεχνολογίας υδρογόνου και των υφιστάμενων μεθόδων βελτιστοποίησης δρομολόγησης, αναπτύσσοντας και αξιολογώντας μια υβριδική αλγοριθμική προσέγγιση ειδικά σχεδιασμένη για το CVRPTW στο πλαίσιο των υπεραστικών μεταφορών με υδρογόνο. Η έρευνα αναγνωρίζει ότι οι μονοδιάστατες μεθοδολογίες, παρότι αποδοτικές υπολογιστικά, συχνά αδυνατούν να αποτυπώσουν την πλήρη πολυπλοκότητα των πραγματικών σεναρίων δρομολόγησης, ιδιαίτερα υπό τους πολλαπλούς περιορισμούς της τεχνολογίας υδρογόνου.

Η μεθοδολογία βασίζεται σε έναν καινοτόμο υβριδικό αλγόριθμο δύο φάσεων, που συνδυάζει τις δυνατότητες ολικής αναζήτησης των γενετικών αλγορίθμων με τα πλεονεκτήματα τοπικής βελτιστοποίησης της αναζήτησης μεταβλητής γειτονιάς (Variable Neighborhood Search ή VNS). Οι γενετικοί αλγόριθμοι διακρίνονται για την εξερεύνηση μεγάλων χώρων λύσεων, ενώ η VNS επιτρέπει την βελτίωση της ποιότητας των λύσεων. Η διαδοχική εφαρμογή τους αξιοποιεί τα πλεονεκτήματα κάθε μεθόδου και περιορίζει τις αδυναμίες τους.

Η φάση του γενετικού αλγορίθμου χρησιμοποιεί χρωμοσώματα βασισμένα στη μετάθεση για την αναπαράσταση των λύσεων, με ειδική συνάρτηση αποκωδικοποίησης που μεταφράζει αυτές τις αναπαραστάσεις σε εφικτές διαδρομές, τηρώντας τους περιορισμούς που σχετίζονται με τη λειτουργία των οχημάτων υδρογόνου. Αυτή η προσέγγιση παρέχει την απαραίτητη ευελιξία για τη διαχείριση των πολύπλοκων αλληλεπιδράσεων περιορισμών, διατηρώντας παράλληλα την υπολογιστική αποδοτικότητα.

Η φάση VNS αξιοποιεί τις λύσεις του γενετικού αλγορίθμου, εφαρμόζοντας συστηματική εξερεύνηση γειτονιάς για την εύρεση βελτιώσεων που μπορεί να αγνοήθηκαν κατά την ολική αναζήτηση. Αυτό το στάδιο τοπικής βελτιστοποίησης είναι κρίσιμο για την αντιμετώπιση των ευαίσθητων περιορισμών και καταστάσεων που χαρακτηρίζουν τη δρομολόγηση οχημάτων υδρογόνου, όπου μικρές τροποποιήσεις στις διαδρομές μπορούν να προσφέρουν σημαντικές βελτιώσεις.

Για την ενίσχυση της αξιοπιστίας και της πρακτικής εφαρμοσιμότητας της προτεινόμενης προσέγγισης, η εργασία περιλαμβάνει ανάλυση ευαισθησίας των παραμέτρων του γενετικού αλγορίθμου. Αναγνωρίζεται ότι η απόδοση των μεθόδων εξαρτάται έντονα από τις παραμέτρους τους, και ότι οι βέλτιστες ρυθμίσεις ποικίλλουν ανάλογα με τα χαρακτηριστικά κάθε προβλήματος. Η ανάλυση ευαισθησίας προσφέρει ουσιαστικές γνώσεις για τη συμπεριφορά του αλγορίθμου και καθοδηγεί στην επιλογή κατάλληλων παραμέτρων για παρόμοια προβλήματα.

Η πειραματική αξιολόγηση της προτεινόμενης μεθόδου πραγματοποιείται με χρήση των παραδειγμάτων αναφοράς Solomon-100, ενός ευρέως αναγνωρισμέ-

νου συνόλου στον χώρο της εφοδιαστικής. Η αξιολόγηση του συνόλου των 56 παραδειγμάτων διασφαλίζει τη στατιστική εγκυρότητα και την αντιπροσωπευτικότητα των αποτελεσμάτων σε διαφορετικά χαρακτηριστικά προβλημάτων.

Η δομή της διπλωματικής αντανακλά τη διεπιστημονική φύση του ερευνητικού ερωτήματος, ξεκινώντας από την ανάλυση της τεχνολογίας κυψελών καυσίμου και επιπτώσεών της στις εμπορευματικές μεταφορές, ακολουθούμενη από επισκόπηση της θεωρίας προβλημάτων δρομολόγησης και των υφιστάμενων μεθόδων επίλυσης. Το κεφάλαιο της μεθοδολογίας περιγράφει την υλοποίηση του υβριδικού αλγορίθμου, της αναζήτησης μεταβλητής γειτονιάς και το πειραματικό πλαίσιο, ενώ το κεφάλαιο των αποτελεσμάτων παρουσιάζει τόσο την ανάλυση ευαισθησίας όσο και την αξιολόγηση των παραδειγμάτων αναφοράς.

Η έρευνα συμβάλλει στη διερεύνηση της γνώσης στο πεδίο της βιώσιμης μεταφοράς και της θεωρίας συνδυαστικής βελτιστοποίησης, προσφέροντας θεωρητικές γνώσεις και πρακτικά εργαλεία για την αντιμετώπιση των προκλήσεων που προκύπτουν από τη δρομολόγηση οχημάτων υδρογόνου. Τα ευρήματα έχουν σημασία τόσο για την ακαδημαϊκή κοινότητα όσο και για επαγγελματίες μεταφορών και υπεύθυνους χάραξης πολιτικής που επιδιώκουν βιώσιμες λύσεις εφοδιαστικής στην πράξη.

Καθώς ο τομέας μεταφορών μεταβαίνει σε πιο βιώσιμες τεχνολογίες, η ανάγκη για προηγμένα εργαλεία βελτιστοποίησης που να διαχειρίζονται την πολυπλοκότητα αυτών των νέων συστημάτων καθίσταται ολοένα και πιο κρίσιμη. Η παρούσα εργασία αποτελεί ένα βήμα προς την ανάπτυξη τέτοιων εργαλείων, θέτοντας τα θεμέλια για μελλοντική έρευνα και πρακτικές εφαρμογές στο αναδυόμενο πεδίο της βελτιστοποίησης βιώσιμων μεταφορών.

# Κεφάλαιο 2

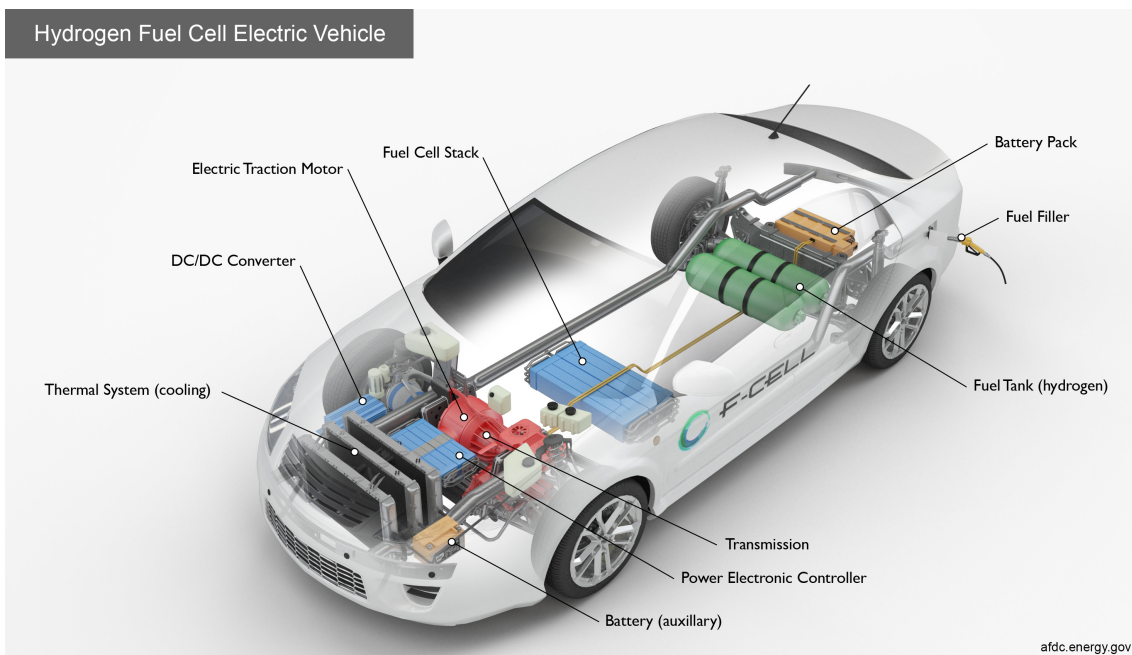
## Υδρογονοκίνητα οχήματα

### 2.1. Περιγραφή και τρόπος λειτουργίας οχημάτων που κινούνται με υδρογόνο

Όπως όλα τα ηλεκτρικά οχήματα, τα ηλεκτρικά οχήματα κυψέλης καυσίμου (Fuel Cell Electric Vehicles ή FCEV) χρησιμοποιούν κινητήρες που λειτουργούν με ηλεκτρική ενέργεια. Σε αντίθεση με άλλα ηλεκτρικά οχήματα, τα FCEV «παράγουν» ηλεκτρική ενέργεια χρησιμοποιώντας μια κυψέλη καυσίμου, αντί να χρησιμοποιούν ηλεκτρική ενέργεια από μπαταρίες (Battery Electric Vehicle, BEV). Κατά τον σχεδιασμό του οχήματος ο κατασκευαστής ορίζει την ισχύ του οχήματος από το μέγεθος των ηλεκτρικών κινητήρων (ή του κινητήρα) που λαμβάνουν ηλεκτρική ενέργεια από έναν συνδυασμό κυψέλης υδρογόνου και μπαταρίας, κατάλληλου μεγέθους [1].

Παρόλο που οι κατασκευαστές μπορούν να σχεδιάσουν ένα FCEV με δυνατότητα φόρτισης της μπαταρίας από τον τοίχο, τα περισσότερα FCEV σήμερα χρησιμοποιούν την μπαταρία για να ανακτήσουν ενέργεια κατά το φρενάρισμα, παρέχοντας επιπλέον ενέργεια σε μικρής διάρκειας επιταχύνσεις και εξομαλύνοντας την ηλεκτρική ενέργεια που παρέχεται από την κυψέλη καυσίμου, δίνοντας τη δυνατότητα ρελαντί ή απενεργοποίησης της κυψέλης κατά τη διάρκεια χαμηλών απαιτήσεων ισχύος.

Η ποσότητα αποθηκευμένης ενέργειας σε ένα FCEV καθορίζεται από το μέγεθος της δεξαμενής υδρογόνου. Αυτό διαφέρει από τα ηλεκτρικά οχήματα μπαταρίας (BEV), όπου η διαθέσιμη ποσότητα ισχύος και ενέργειας σχετίζεται στενά με το μέγεθος της μπαταρίας.



Σχήμα 2.1.: Σχεδιάγραμμα ηλεκτρικού οχήματος που κινείται με υδρογόνο.

### 2.1.1. Βασικά εξαρτήματα ηλεκτρικών οχημάτων υδρογόνου

**Battery (auxiliary)** Στα ηλεκτρικά αυτοκίνητα, η χαμηλής τάσης βοηθητική μπαταρία παρέχει ρεύμα για την εκκίνηση του αυτοκινήτου πριν ενεργοποιηθεί η μπαταρία κίνησης. Επίσης παρέχει ρεύμα στα αξεσουάρ του αυτοκινήτου.

**Battery pack** Η υψηλής τάσης μπαταρία κίνησης αποθηκεύει ανακτημένη ενέργεια από το φρενάρισμα και παρέχει επιπλέον ισχύ στον ηλεκτρικό κινητήρα.

**DC/DC converter** Η συσκευή μετατρέπει το ρεύμα υψηλής τάσης από την μπαταρία κίνησης σε χαμηλής τάσης για να τροφοδοτήσει τα αξεσουάρ του αυτοκινήτου και να φορτίσει τη βοηθητική μπαταρία.

**Ηλεκτρικός κινητήρας (FCEV)** Χρησιμοποιώντας ισχύ από την κυψέλη καυσίμου και την μπαταρία κίνησης, ο κινητήρας περιστρέφει τους τροχούς του οχήματος. Μερικά οχήματα χρησιμοποιούν ηλεκτρογεννήτριες που κινούν το όχημα και ανακτούν ενέργεια κατά την επιβράδυνση.

**Fuel cell stack** Ένα συγκρότημα μεμονωμένων ηλεκτροδίων μεμβράνης που χρησιμοποιούν υδρογόνο και οξυγόνο για την παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας.

**Fuel filler** Η οπή στην οποία εισέρχεται το ακροφύσιο μιας αντλίας καυσίμου προκειμένου να γεμίσει τη δεξαμενή καυσίμου του οχήματος.

**Fuel tank (hydrogen)** Αποθηκεύει αέριο υδρογόνο μέχρι να το χρειαστεί η κυψέλη καυσίμου.

**Power electronics controller (FCEV)** Η μονάδα διαχειρίζεται τη ροή ηλεκτρικής ενέργειας που εξέρχεται της κυψέλης καυσίμου και της μπαταρίας κίνησης, ελέγχοντας την ταχύτητα του ηλεκτροκινητήρα και τη ροπή που παράγει.

**Thermal system (cooling) - (FCEV)** Αυτό το σύστημα διατηρεί τη θερμοκρασία στο σωστό εύρος λειτουργίας της κυψέλης καυσίμου, του ηλεκτροκινητήρα, των ηλεκτρονικών ισχύος και λοιπών εξαρτημάτων.

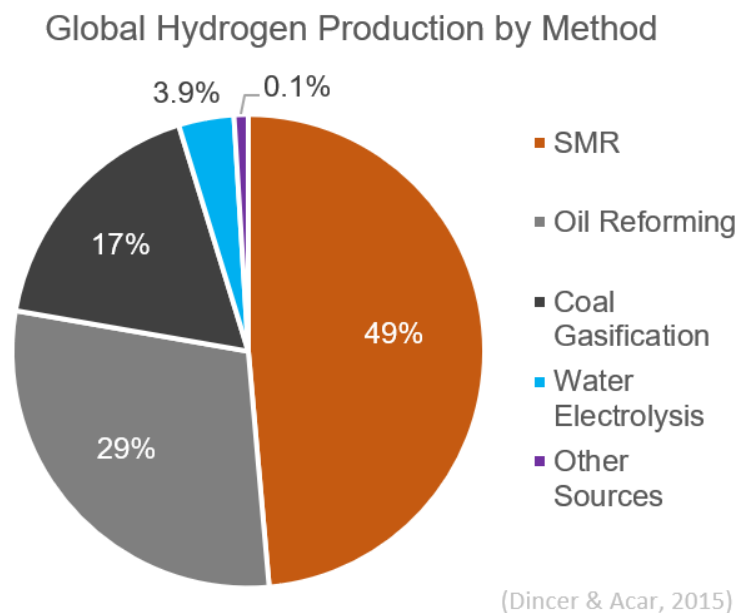
**Transmission (electric)** Το κιβώτιο μετάδοσης κίνησης μεταδίδει την μηχανική κίνηση του ηλεκτροκινητήρα στους τροχούς του οχήματος.

## 2.2. Περιγραφή του καυσίμου

Τα ηλεκτρικά οχήματα κυψέλης καυσίμου (FCEV) χρησιμοποιούν αέριο μοριακό υδρογόνο ( $H_2$ ) για να παράγουν ηλεκτρική ενέργεια μέσω της κυψέλης καυσίμου. Το μοριακό υδρογόνο χρησιμοποιείται ως μεταφορέας ενέργειας. Το ατομικό υδρογόνο είναι το πιο κοινό χημικό στοιχείο στο σύμπαν. Όμως δεν συναντάται ποτέ στη φύση μόνο του· είναι πάντα ενωμένο με άλλα στοιχεία και αυτή η μεγάλη του κλίση να ενώνεται με άλλα στοιχεία είναι που το κάνει καλό μεταφορέα ενέργειας. Για να χρησιμοποιηθεί το υδρογόνο όμως πρέπει να διαχωριστεί από τις ενώσεις του και να σχηματιστεί μοριακό υδρογόνο.

Το υδρογόνο παράγεται με τρεις τρόπους, κυρίως: ο πρώτος είναι η αναμόρφωση ατμού φυσικού αερίου (natural gas steam reformation), ο δεύτερος είναι η ηλεκτρόλυση νερού και ο τρίτος είναι μονοβάθμια πυρόλυση μεθανίου φυσικού αερίου.

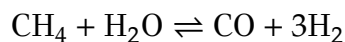
Το υδρογόνο που παράγεται από αναμόρφωση ατμού ονομάζεται «γκρι» όταν το παραγόμενο από την αντίδραση μονοξείδιο του άνθρακα απελευθερώνεται στην ατμόσφαιρα και «μπλε» όταν το (περισσότερο) μονοξείδιο του άνθρακα συλλέγεται και αποθηκεύεται κάτω από την επιφάνεια της Γης (γεωλογικά). Το «πράσινο» υδρογόνο παράγεται είτε με θερμοχημική διάσπαση του νερού χρησιμοποιώντας θερμική ηλιακή ενέργεια, ηλεκτρική ενέργεια χαμηλών ή μηδενικών εκπομπών άνθρακα, ή απορριπτόμενη θερμότητα [2], είτε με ηλεκτρόλυση νερού χρησιμοποιώντας ηλεκτρική ενέργεια χαμηλών ή μηδενικών εκπομπών άνθρακα. Το μηδενικών εκπομπών άνθρακα «τιρκουάζ» υδρογόνο παράγεται από μονοβάθμια πυρόλυση μεθανίου που προέρχεται από φυσικό αέριο [3].



Σχήμα 2.2.: Παγκόσμια παραγωγή υδρογόνου ανά μέθοδο παραγωγής.  
Alexpreeves, CC BY-SA 4.0, μέσω Wikimedia Commons.

### 2.2.1. Αναμόρφωση ατμού

Η αναμόρφωση ατμού βασίζεται στην παρακάτω αντίδραση [4]:



Το μεγαλύτερο ποσοστό της παγκόσμιας παραγωγής υδρογόνου προέρχεται από την αναμόρφωση ατμού φυσικού αερίου [5]. Η διαδικασία πραγματοποιείται σε δύο στάδια: την προ-αναμόρφωση και την αναμόρφωση. Κατά την προ-αναμόρφωση οι μεγαλύτεροι υδρογονάνθρακες, όπως προπάνιο, βουτάνιο ή νάφθα, διασπώνται σε μεθάνιο, η οποία επιτρέπει την αποδοτικότερη αναμόρφωση στη συνέχεια.

Η ονοματοδοτική αντίδραση της αναμόρφωσης ατμού είναι η εξής:



Μέσω της αντίδρασης μετατόπισης ύδατος-αερίου (water-gas shift reaction, WGSR) απελευθερώνεται επιπλέον υδρογόνο από την αντίδραση νερού και μονοξειδίου του άνθρακα, που δημιουργήθηκε από την αντίδραση 2.2.1, σύμφωνα με την παρακάτω αντίδραση:



Επιπλέον έχουν μελετηθεί και άλλες αντιδράσεις που παρατηρούνται κατά την αναμόρφωση ατμού, όπως η άμεση αναμόρφωση ατμού (direct steam reforming, DSR):



Καθώς οι αντιδράσεις αυτές είναι ιδιαίτερα ενδόθερμες (εκτός από την WGSR, η οποία είναι ελαφρώς εξώθερμη), πρέπει να προστεθεί μεγάλη ποσότητα θερμότητας στον αντιδραστήρα για να διατηρηθεί σταθερή η θερμοκρασία. Οι βέλτιστες συνθήκες λειτουργίας του αντιδραστήρα περιγράφουν εύρος θερμοκρασίας λειτουργίας 800°C με 900°C, σε μέση πίεση 20 με 30 bar [6]. Επίσης απαιτείται υψηλή περίσσεια ατμού, σύμφωνα με τον (μοριακό) λόγο ατμού προς άνθρακα. Τυπικές τιμές του λόγου ατμού προς άνθρακα είναι 2,5 : 1 με 3 : 1 [6].

Η αντίδραση πραγματοποιείται σε αντιδραστήρες πολλαπλών σωληνοειδών πακτωμένων κρεβατιών (multitubular packed bed reactors), που είναι ένας τύπος αντιδραστήρα ροής με βύσμα (plug flow reactor). Οι αντιδραστήρες αποτελούνται από μια συστοιχία μακρόστενων σωλήνων που βρίσκονται μέσα στο θάλαμο καύσης ενός μεγάλου βιομηχανικού κλιβάνου, που παρέχει την απαραίτητη ενέργεια για να διατηρείται σταθερή η θερμοκρασία λειτουργίας του αντιδραστήρα. Τα σχέδια των κλιβάνων ποικίλλουν και κατηγοριοποιούνται ανάλογα με τη διαμόρφωση του καυστήρα και την κατεύθυνσή του, σε άνω, κάτω και πλευρικούς καυστήρες.

Στο εσωτερικό των σωλήνων μείγμα υδατικού ατμού και μεθανίου έρχεται σε επαφή με έναν καταλύτη νικελίου. Προτιμώνται καταλύτες με μεγάλο λόγο επιφάνειας προς όγκο λόγω των περιορισμών διάχυσης που επιβάλλει η υψηλή θερμοκρασία λειτουργίας. Παραδείγματα σχημάτων καταλυτών που χρησιμοποιούνται είναι ακτινωτοί τροχοί, οδοντωτοί τροχοί και δακτύλιοι με οπές (π.χ. δακτύλιοι Raschig). Επιπλέον αυτά τα σχήματα έχουν μικρή πτώση πίεσης, γεγονός που πλεονεκτεί για τη συγκεκριμένη εφαρμογή.

Η αναμόρφωση ατμού φυσικού αερίου έχει 65% με 75% απόδοση.

Οι Ηνωμένες Πολιτείες της Αμερικής παράγουν 9 με 10 εκατομμύρια τόνους υδρογόνου ετησίως, κυρίως με τη μέθοδο της αναμόρφωσης ατμού φυσικού αερίου [7]. Η παγκόσμια παραγωγή αμμωνίας, με χρήση υδρογόνου που προέρχεται από αναμόρφωση ατμού, ήταν 144 εκατομμύρια τόνοι το 2018 [8]. Η κατανάλωση ενέργειας έχει μειωθεί από 100 GJ/τόνο αμμωνίας το 1920, σε 27 GJ μέχρι το 2019.

Σε παγκόσμιο επίπεδο, σχεδόν το 50% του υδρογόνου παράγεται με τη μέθοδο αναμόρφωσης ατμού [5]. Είναι, επί του παρόντος, η λιγότερο δαπανηρή μέθοδος παραγωγής υδρογόνου που είναι διαθέσιμη όσον αφορά το κόστος κεφαλαίου [9].

Στην προσπάθεια απανθρακοποίησης της παραγωγής υδρογόνου εφαρμόζονται στον κλάδο μέθοδοι δέσμευσης και αποθήκευσης άνθρακα (carbon capture and storage, CCS), οι οποίες έχουν τη δυνατότητα να απομακρύνουν έως και το 90% του διοξειδίου του άνθρακα που παράγεται από τη διαδικασία [9]. Παρόλα αυτά, η εφαρμογή αυτής της τεχνολογίας παραμένει προβληματική, δαπανηρή και αυξάνει σημαντικά την τιμή πώλησης του παραγόμενου υδρογόνου [9][10].

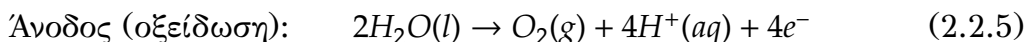
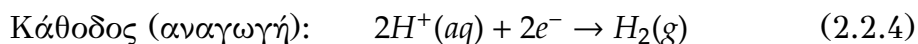
Μια εναλλακτική για την μείωση των εκπομπών διοξειδίου του άνθρακα κατά την παραγωγή υδρογόνου με αναμόρφωση ατμού είναι η χρήση βιοαερίου, αντί φυσικού αερίου, ως παροχή μεθανίου για τη διαδικασία [11][12].

### 2.2.2. Ηλεκτρόλυση νερού

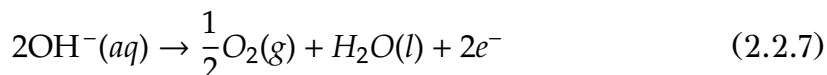
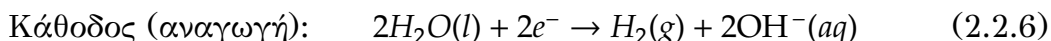
Η παραγωγή υδρογόνου μέσω ηλεκτρόλυσης νερού βασίζεται στον διαχωρισμό του μορίου του νερού ( $H_2O$ ) σε οξυγόνο και υδρογόνο με την εφαρμογή ηλεκτρικού πεδίου μεταξύ δύο ηλεκτροδίων βυθισμένα σε νερό.

Σε καθαρό νερό, στην αρνητικά φορτισμένη κάθοδο, λαμβάνει χώρα μια αντίδραση αναγωγής, με ηλεκτρόνια ( $e^-$ ) από την κάθοδο να παρέχονται στα κατιόντα υδρογόνου για να σχηματιστεί αέριο υδρογόνο. Στη θετικά φορτισμένη άνοδο, λαμβάνει χώρα μια αντίδραση οξείδωσης, δημιουργώντας αέριο οξυγόνο και παρέχοντας ηλεκτρόνια στην άνοδο για να ολοκληρωθεί το κύκλωμα.

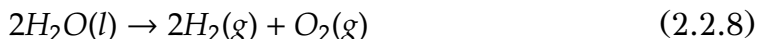
Οι δύο μισές αντιδράσεις, η αναγωγή και η οξείδωση, συνδέονται μεταξύ τους για να σχηματίσουν ένα ισορροπημένο σύστημα. Για να εξισορροπηθεί κάθε «ημιαντίδραση», το νερό πρέπει να είναι όξινο ή βασικό. Παρουσία οξέος, οι εξισώσεις είναι οι εξής:



Παρουσία βάσης, οι εξισώσεις είναι οι εξής:



Ο συνδυασμός οποιωνδήποτε δύο ζευγών «ημιαντιδράσεων» δίνει την ίδια συνολική διάσπαση του νερού σε υδρογόνο και οξυγόνο:



Ο αριθμός των παραγόμενων μορίων υδρογόνου είναι διπλάσιος από τον αριθμό των μορίων οξυγόνου, καθώς το οξυγόνο και το υδρογόνο είναι διατομικά μόρια και τα μόρια νερού περιέχουν διπλάσια άτομα υδρογόνου από τα άτομα οξυγόνου. Υποθέτοντας ίση θερμοκρασία και πίεση για τα δύο αέρια, ο όγκος είναι ανάλογος των moles, οπότε παράγεται διπλάσιος όγκος υδρογόνου από τον όγκο οξυγόνου. Ο αριθμός ηλεκτρονίων που ωθούνται μέσω του νερού είναι διπλάσιος από τον αριθμό παραγόμενων μορίων υδρογόνου και τετραπλάσιος από τον αριθμό μορίων οξυγόνου.

Η ηλεκτρόλυση νερού απαιτεί ελάχιστη διαφορά δυναμικού ανάμεσα στα δύο ηλεκτρόδια 1,23V, αν και σε αυτήν την τάση απαιτείται εξωτερική θερμότητα για την εκτέλεση της αντίδρασης. Τυπικά απαιτείται τάση 1,5V.

### 2.3. Λειτουργία κυψέλης καυσίμου

Μια κυψέλη καυσίμου χρησιμοποιεί τη χημική ενέργεια του υδρογόνου ή άλλων καυσίμων για την καθαρή και αποδοτική παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας. Εάν το καύσιμο είναι υδρογόνο, τα προϊόντα της διαδικασίας είναι ηλεκτρικό ρεύμα, νερό και θερμότητα.



Οι κυψέλες καυσίμου μπορούν να χρησιμοποιηθούν σε ένα μεγάλο εύρος εφαρμογών, παρέχοντας ενέργεια για εφαρμογές σε πολλούς τομείς, συμπεριλαμβανομένων των μεταφορών, των βιομηχανικών/εμπορικών/οικιστικών κτηρίων και της μακροπρόθεσμης αποθήκευσης ενέργειας στο δίκτυο διανομής ηλεκτρικού ρεύματος.

Οι κυψέλες καυσίμου παρουσιάζουν πολλά πλεονεκτήματα έναντι των συμβατικών τεχνολογιών των μηχανών εσωτερικής καύσης, που χρησιμοποιούνται σε σταθμούς παραγωγής ενέργειας και οχήματα. Οι κυψέλες καυσίμου μπορούν να λειτουργήσουν με υψηλότερη απόδοση από τις μηχανές εσωτερικής καύσης και μπορούν να μετατρέψουν τη χημική ενέργεια του καυσίμου απευθείας σε ηλεκτρική ενέργεια με απόδοση που μπορεί να ξεπεράσει το 60%. Έχουν χαμηλότερες ή μηδενικές εκπομπές άνθρακα σε σύγκριση με τις μηχανές εσωτερικής καύσης. Οι κυψέλες καυσίμου υδρογόνου εκπέμπουν μόνο νερό, αντιμετωπίζοντας κρίσιμες κλιματικές προκλήσεις καθώς δεν υπάρχουν εκπομπές διοξειδίου του άνθρακα. Επίσης, δεν εκλύονται ατμοσφαιρικοί ρύποι που προκαλούν προβλήματα υγείας στον τόπο λειτουργίας της κυψέλης καυσίμου και είναι αθόρυβες κατά τη λειτουργία τους αφού έχουν ελάχιστα κινούμενα μέρη.

Οι κυψέλες καυσίμου παράγουν ηλεκτρική ενέργεια και θερμότητα για όσο χρόνο παρέχεται το καύσιμο. Μια κυψέλη καυσίμου αποτελείται από δύο ηλεκτρόδια – ένα αρνητικό ηλεκτρόδιο (ή άνοδος) και ένα θετικό ηλεκτρόδιο (ή κάθοδος) – που περιστοιχίζουν έναν ηλεκτρολύτη. Το καύσιμο, όπως το υδρογόνο, διοχετεύεται στην άνοδο και αέρας διοχετεύεται στην κάθοδο. Στην κυψέλη καυσίμου υδρογόνου, ένας καταλύτης στην άνοδο διαχωρίζει τα μόρια υδρογόνου σε πρωτόνια και ηλεκτρόνια, τα οποία ακολουθούν διαφορετικές διαδρομές προς την κάθοδο. Τα ηλεκτρόνια διέρχονται από ένα εξωτερικό κύκλωμα, δημιουργώντας ηλεκτρικό ρεύμα. Τα πρωτόνια μετακινούνται διαμέσου του ηλεκτρολύτη προς την κάθοδο, όπου ενώνονται με το οξυγόνο και τα ηλεκτρόνια για να παραγάγουν νερό και θερμότητα.

Η κύρια αρχιτεκτονική κυψέλης καυσίμου που ερευνάται και χρησιμοποιείται σε οχήματα είναι η κυψέλη καυσίμου μεμβράνης πολυμερικού ηλεκτρολύτη (Polymer Electrolyte Membrane, PEM). Οι κυψέλες καυσίμου PEM αποτελούνται από στρώματα διαφορετικών υλικών. Τα κύρια μέρη μιας τέτοιας κυψέλης καυσίμου περιγράφονται παρακάτω.

Η καρδιά μιας κυψέλης καυσίμου PEM είναι το συγκρότημα ηλεκτροδίου μεμβράνης (membrane electrode assembly, MEA), το οποίο περιλαμβάνει τη μεμβράνη, τα στρώματα καταλύτη και τα στρώματα διάχυσης αερίων (gas diffusion layers, GDL).

Εξαρτήματα που χρησιμοποιούνται στην ενσωμάτωση ενός MEA σε μια κυψέλη καυσίμου περιλαμβάνουν παρεμβύσματα, τα οποία παρέχουν στεγανοποίηση γύρω από το MEA για την αποφυγή διαρροής αερίων, και διπολικές πλάκες, οι οποίες χρησιμοποιούνται για την συναρμολόγηση μεμονωμένων μονάδων κυψελών καυσίμου PEM σε μία συστοιχία κυψελών και για τον σχηματισμό οδούσεων παροχής αερίου καυσίμου και αέρα.

### 2.3.1. Συγκρότημα ηλεκτροδίου μεμβράνης (MEA)

Η μεμβράνη, τα στρώματα καταλύτη (άνοδος και κάθοδος) και τα μέσα διάχυσης σχηματίζουν το συγκρότημα ηλεκτροδίου μεμβράνης (MEA) μιας κυψέλης καυσίμου PEM.

#### Μεμβράνη Πολυμερικού Καταλύτη (PEM)

Η μεμβράνη πολυμερικού ηλεκτρολύτη, ή PEM, (που ονομάζεται επίσης και μεμβράνη ανταλλαγής πρωτονίων) – ένα ειδικά επεξεργασμένο υλικό που μοιάζει με την μεμβράνη προστασίας τροφίμων – άγει μόνο θετικά φορτισμένα ιόντα και εμποδίζει τα ηλεκτρόνια. Η PEM είναι το κλειδί λειτουργίας των κυψελών καυσίμου· επιτρέπει την διέλευση μόνο των απαραίτητων ιόντων (πρωτονίων) μεταξύ της ανόδου και της καθόδου. Στις εφαρμογές στον τομέα μεταφορών η μεμβράνη αυτή είναι πολύ λεπτή – σε κάποιες περιπτώσεις έχει πάχος μικρότερο των 20  $\mu\text{m}$ .

#### Στρώματα καταλύτη

Ένα στρώμα καταλύτη προστίθεται στις δύο πλευρές της μεμβράνης – στο στρώμα ανόδου στη μία πλευρά και στο στρώμα καθόδου στην άλλη. Τα συμβατικά καταλυτικά στρώματα περιλαμβάνουν σωματίδια λευκόχρυσου μεγέθους νανομέτρου, διασκορπισμένα σε φορέα άνθρακα μεγάλης επιφάνειας. Έπειτα ο καταλύτης αναμιγνύεται με ένα ιοντοαγώγιμο πολυμερές (ιονομερές) και παρεμβάλλεται μεταξύ της μεμβράνης και των GDL. Στην πλευρά της ανόδου ο καταλύτης λευκόχρυσου επιτρέπει τη διάσπαση των μορίων υδρογόνου σε πρωτόνια και ηλεκτρόνια. Στην πλευρά της καθόδου ο καταλύτης επιτρέπει την αναγωγή του οξυγόνου αντιδρώντας με τα πρωτόνια που καταφθάνουν από την άνοδο, παράγοντας νερό. Το αναμειγμένο ιονομερές στα στρώματα καταλύτη επιτρέπει στα πρωτόνια να διαπερνούν τα στρώματα αυτά.

#### Στρώματα διάχυσης αερίων (GDL)

Τα GDL βρίσκονται εκτός των καταλυτικών στρωμάτων και διευκολύνουν τη μεταφορά των αντιδρώντων στο καταλυτικό στρώμα, καθώς και την απομάκρυνση του νερού που προκύπτει από τη λειτουργία της κυψέλης καυσίμου. Κάθε GDL αποτελείται από ένα φύλλο χαρτιού άνθρακα, στο οποίο οι ίνες άνθρακα είναι μερικώς επικαλυμμένες με πολυτετραφθοροαιθυλένιο (PTFE). Τα αέρια διαχέονται γρήγορα μέσω των πόρων του GDL. Οι πόροι αυτοί διατηρούνται ανοικτοί από το υδρόφοβο PTFE, το οποίο αποτρέπει την υπερβολική συσσώρευση νερού. Σε πολλές περιπτώσεις η εσωτερική επιφάνεια του GDL επικαλύπτεται με ένα λεπτό στρώμα άνθρακα μεγάλης επιφάνειας αναμειγμένο με PTFE, το οποίο ονομάζεται μικροπορώδες στρώμα. Το μικροπορώδες στρώμα βοηθά στη ρύθμιση της ισορροπίας μεταξύ της κατακράτησης νερού (που απαιτείται για τη διατήρηση της αγωγιμότητας της μεμβράνης) και της

απελευθέρωσης νερού (που απαιτείται για να διατηρούνται οι πόροι ανοικτοί ώστε το υδρογόνο και το οξυγόνο να μπορούν να διαχέονται στα ηλεκτρόδια).

# Κεφάλαιο 3

## Θεωρία

### 3.1. Πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων (Vehicle Routing Problem ή VRP)

Το πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων (Vehicle Routing Problem ή VRP) είναι ένα από τα πιο σημαντικά προβλήματα στον τομέα διαχείρισης εφοδιαστικής αλυσίδας, της εφοδιαστικής (logistics), της συνδυαστικής βελτιστοποίησης, των μεταφορών, και γενικότερα της επιχειρησιακής έρευνας. Το ενδιαφέρον για το συγκεκριμένο πρόβλημα έχει αυξηθεί τα τελευταία χρόνια τόσο από θεωρητική όσο και από πρακτική άποψη. Υπάρχουν διάφοροι λόγοι για αυτήν την αύξηση. Από πρακτική άποψη, το πρόβλημα είναι ένα από τα σημαντικότερα προβλήματα στη διαχείριση της εφοδιαστικής αλυσίδας και, ως εκ τούτου, η βέλτιστη επίλυσή του, δηλαδή η εύρεση του βέλτιστου συνόλου διαδρομών θα βοηθήσει τους υπεύθυνους λήψης αποφάσεων να μειώσουν το κόστος της εφοδιαστικής αλυσίδας και να αυξήσουν το κέρδος τους. Επίσης κατά τη διατύπωση του προβλήματος οι αποφασίζοντες μπορούν να προσομοιώσουν ολόκληρο το δίκτυο και να προσθέσουν οποιονδήποτε από τους περιορισμούς που αφορούν τους πελάτες, τα οχήματα, τις διαδρομές, καθώς και τις συνθήκες κυκλοφορίας του δικτύου και την κατανάλωση ενέργειας των οχημάτων. Με αυτόν τον τρόπο θα μπορούσε κάποιος να επιλύσει ένα ρεαλιστικό πρόβλημα και να βρει ένα σχεδόν βέλτιστο σύνολο λύσεων.

Στην παρούσα διπλωματική εργασία εξετάζεται η διανομή αγαθών με τη χρήση υδρογονοκίνητων οχημάτων. Η διανομή αγαθών αφορά την εξυπηρέτηση ενός συνόλου πελατών από ένα σύνολο οχημάτων, τα οποία βρίσκονται σε μία αποθήκη, και πραγματοποιούν τις κινήσεις τους χρησιμοποιώντας ένα κατάλληλο οδικό δίκτυο. Συγκεκριμένα η επίλυση του VRP απαιτεί τον προσδιορισμό ενός συνόλου διαδρομών, καθεμία εκτελούμενη από ένα όχημα, που εκκινεί και τερματίζει στην αποθήκη του, έτσι ώστε όλες οι απαιτήσεις των πελατών να ικανοποιούνται, οι επιχειρησιακοί περιορισμοί να πληρούνται και το ολικό κόστος μεταφοράς να ελαχιστοποιείται. Σε αυτήν την ενότητα περιγράφονται τα τυπικά χαρακτηριστικά των προβλημάτων δρομολόγησης και προγραμματισμού, λαμβάνοντας υπόψη τα κύρια συστατικά τους (οδικό δίκτυο, πελάτες, αποθήκες, οχήματα και οδηγοί), τους διαφορετικούς λειτουργικούς

περιορισμούς που δύναται να επιβληθούν στην κατασκευή των διαδρομών και τους πιθανούς στόχους προς επίτευξη στη διαδικασία βελτιστοποίησης.

Το οδικό δίκτυο, που χρησιμοποιείται για τη μεταφορά αγαθών, περιγράφεται γενικά από έναν γράφο, του οποίου οι ακμές αναπαριστούν τα τμήματα οδών και οι κορυφές (ή κόμβοι) του συμβολίζουν τις διασταυρώσεις οδών και τις τοποθεσίες αποθηκών και πελατών. Οι γράφοι μπορεί να είναι κατευθυνόμενοι ή μη κατευθυνόμενοι ανάλογα με τον τρόπο κίνησης στις ακμές, δηλαδή αν αυτές είναι μονής ή διπλής κατεύθυνσης, αντίστοιχα. Κάθε ακμή χαρακτηρίζεται από ένα κόστος, το οποίο γενικά συμβολίζει το μήκος της, και έναν χρόνο ταξιδιού, ο οποίος εξαρτάται πιθανώς από τον τύπο του οχήματος ή από τη χρονική περίοδο που διασχίζεται η ακμή.

Οι πελάτες έχουν τα εξής τυπικά χαρακτηριστικά:

- Κόμβος ή κορυφή του γράφου στον οποίο βρίσκεται ο πελάτης.
- Ποσότητα αγαθών (ζήτηση ή demand), πιθανώς και διαφορετικών τύπων, που πρέπει να παραδοθεί ή να παραληφθεί στον πελάτη.
- Περίοδοι της ημέρας (χρονικά παράθυρα ή time windows) κατά τη διάρκεια των οποίων ο πελάτης μπορεί να εξυπηρετηθεί (λόγω συγκεκριμένων περιόδων που ο πελάτης είναι λειτουργεί ή επειδή η τοποθεσία του είναι προσβάσιμη συγκεκριμένες ώρες λόγω κυκλοφοριακών περιορισμών, παραδείγματος χάριν).
- Χρόνοι που απαιτούνται για την παράδοση ή παραλαβή αγαθών στην τοποθεσία του πελάτη (χρόνοι εκφόρτωσης και φόρτωσης, αντίστοιχα), πιθανώς ανάλογα και με τον τύπο του οχήματος εξυπηρέτησης.
- Υποσύνολο των διαθέσιμων οχημάτων που μπορούν να εξυπηρετήσουν τον πελάτη (για παράδειγμα, λόγω ύπαρξης περιορισμών πρόσβασης στην τοποθεσία του πελάτη ή περιορισμών φορτοεκφόρτωσης).

Μερικές φορές είναι αδύνατη η πλήρης ικανοποίηση της ζήτησης κάθε πελάτη. Σε αυτές τις περιπτώσεις, η ποσότητα των αγαθών προς παράδοση ή παραλαβή δύναται να μειωθεί, ή μπορεί να μην εξυπηρετηθεί ένα υποσύνολο πελατών. Για την αντιμετώπιση αυτών των καταστάσεων, μπορούν να αποδοθούν στους πελάτες διαφορετικές προτεραιότητες ή πέναλτι σχετιζόμενα με τη μερική ή πλήρη έλλειψη εξυπηρέτησης.

Οι διαδρομές που εκτελούνται ξεκινούν και τελειώνουν σε μία ή περισσότερες αποθήκες, που βρίσκονται σε κόμβους του γράφου που αναπαριστά το οδικό δίκτυο. Κάθε αποθήκη χαρακτηρίζεται από τον αριθμό και τον τύπο των οχημάτων της και από τη συνολική ποσότητα αγαθών που μπορεί να διαχειριστεί. Σε κάποιες εφαρμογές στον πραγματικό κόσμο, οι πελάτες έχουν χωριστεί από πριν μεταξύ των αποθηκών, και τα οχήματα πρέπει να επιστρέφουν στην αποθήκη-βάση τους στο τέλος της διαδρομής. Σε αυτές τις περιπτώσεις το συνολικό VRP μπορεί να χωριστεί σε επιμέρους ξεχωριστά προβλήματα δρομολόγησης οχημάτων, το καθένα σχετιζόμενο με διαφορετική αποθήκη.

Η μεταφορά των αγαθών πραγματοποιείται με έναν στόλο οχημάτων, του οποίου η σύνθεση και το μέγεθος μπορεί να είναι σταθερά ή να προσδιορίζονται σύμφωνα με τις απαιτήσεις των πελατών. Τυπικά χαρακτηριστικά των οχημάτων είναι τα εξής:

- Αποθήκη-βάση του οχήματος, και η πιθανότητα τερματισμού της διαδρομής σε άλλη αποθήκη από τη βάση του.
- Χωρητικότητα (capacity) του οχήματος, εκφρασμένη ως η μέγιστη μάζα, ή όγκος, ή αριθμός παλετών που μπορεί να φορτωθεί στο όχημα.
- Πιθανή διαμερισματοποίηση του οχήματος, με κάθε διαμέρισμα να χαρακτηρίζεται από τη χωρητικότητα και τον τύπο αγαθών που μπορεί να μεταφέρει.
- Συσκευές διαθέσιμες για τις διαδικασίες φορτοεκφόρτωσης.
- Υποσύνολο των ακμών του οδικού γραφου που μπορεί να διασχίσει το όχημα.
- Κόστη που σχετίζονται με τη χρήση του οχήματος (ανά μονάδα απόστασης, ανά μονάδα χρόνου, ανά διαδρομή, κλπ).

Η εργασία των οδηγών οχημάτων μπορεί να υπόκειται σε περιορισμούς συλλογικών συμβάσεων εργασίας ή σε περιορισμούς της εταιρίας (για παράδειγμα, περίοδοι εργασίας μέσα στην ημέρα, αριθμός και διάρκεια διαλειμμάτων κατά την εργασία, μέγιστη διάρκεια εργασίας και δυνατότητα υπερωρίας). Στο VRP οι περιορισμοί των οδηγών περιλαμβάνονται στους περιορισμούς των οχημάτων τους.

Οι διαδρομές που προκύπτουν από την επίλυση του VRP πρέπει να πληρούν ορισμένους επιχειρησιακούς περιορισμούς, οι οποίοι διαφέρουν ανάλογα με τη φύση των μεταφερόμενων αγαθών, το επίπεδο ποιότητας της εξυπηρέτησης και τα χαρακτηριστικά πελατών και οχημάτων. Ακολουθούν μερικά παραδείγματα επιχειρησιακών περιορισμών: α) κατά το μήκος κάθε διαδρομής ο φόρτος του οχήματος της δεν μπορεί να υπερβαίνει τη συνολική χωρητικότητα του οχήματος, β) μπορεί να απαιτείται μόνο παράδοση ή μόνο παραλαβή ή παράδοση και παραλαβή από τους πελάτες μιας διαδρομής, γ) οι πελάτες μπορούν να εξυπηρετηθούν μόνο κατά τα χρονικά τους παράθυρα και τις περιόδους εργασίας των οδηγών των οχημάτων που εξυπηρετούν τους πελάτες. Επιπλέον μπορούν να επιβληθούν περιορισμοί προτεραιότητας για τον καθορισμό της σειράς με την οποία θα εξυπηρετηθούν οι πελάτες μιας διαδρομής. Ένας τύπος περιορισμού προτεραιότητας απαιτεί έναν πελάτη να εξυπηρετηθεί στην ίδια διαδρομή με ένα υποσύνολο άλλων πελατών και ο πελάτης να έχει εξυπηρετηθεί πριν (ή μετά) από τους πελάτες αυτού του υποσυνόλου. Περιορισμοί αυτού του τύπου εμφανίζονται στα προβλήματα παραλαβής και παράδοσης (pickup and delivery problems), στα οποία εφαρμόζεται παραλαβή και παράδοση αγαθών, και τα αγαθά που παραλαμβάνονται από πελάτες πρέπει να μεταφερθούν και να παραδοθούν σε επόμενους πελάτες της διαδρομής, από το ίδιο όχημα. Άλλος τύπος περιορισμού προτεραιότητας επιβάλλει ότι εάν

εξυπηρετούνται πελάτες διαφορετικού τύπου στην ίδια διαδρομή, η σειρά επίσκεψης των πελατών είναι σταθερή. Η συγκεκριμένη κατάσταση προκύπτει, για παράδειγμα, στο λεγόμενο VRP with Backhauls, όπου πάλι, εκτελείται παράδοση και παραλαβή αγαθών αλλά λόγω περιορισμών στις διαδικασίες φορτοεκφόρτωσης και στη δυσκολία αναδιάταξης του φορτίου του οχήματος κατά μήκος της διαδρομής, όλες οι παραδόσεις πρέπει να εκτελεστούν πριν από τις παραλαβές.

Ο υπολογισμός του συνολικού κόστους των διαδρομών και ο έλεγχος ικανοποίησης των επιχειρησιακών περιορισμών στους οποίους υπόκεινται, όπως αναπτύχθηκαν παραπάνω, απαιτεί τη γνώση του κόστους και του χρόνου μετάβασης μεταξύ κάθε ζεύγους πελατών ή ζεύγους αποθήκης και πελάτη. Για την επίτευξη αυτού, ο γράφος που αναπαριστά το οδικό δίκτυο (ο οποίος είναι συνήθως πολύ αραιός) μετατρέπεται σε πλήρη, του οποίου η ακμές είναι αυτές που αντιστοιχούν στους πελάτες και τις αποθήκες. Σημειώνεται εδώ πως πλήρης γράφος χαρακτηρίζεται αυτός στον οποίο κάθε κόμβος συνδέεται με ακμή με κάθε άλλο κόμβο. Για κάθε ζεύγος κόμβων  $i$  και  $j$  του πλήρους γράφου, ορίζεται η ακμή  $(i, j)$  της οποίας το κόστος  $c_{ij}$  ισούται με το κόστος της μικρότερης διαδρομής που ξεκινά από τον κόμβο  $i$  και τερματίζει στον κόμβο  $j$  του αρχικού γράφου του οδικού δικτύου. Ο χρόνος μετάβασης  $t_{ij}$ , που σχετίζεται με κάθε ακμή  $(i, j)$  του πλήρους γράφου, υπολογίζεται αθροίζοντας τους χρόνους μετάβασης κάθε ακμής που ανήκει στη συντομότερη διαδρομή από τον κόμβο  $i$  στον κόμβο  $j$  του αρχικού γράφου. Από εδώ και στο εξής θα χρησιμοποιείται ο πλήρης γράφος, αντί για τον αρχικό γράφο που αναπαριστά το οδικό δίκτυο, ο οποίος μπορεί να είναι κατευθυνόμενος ή μη ανάλογα με την ύπαρξη συμμετρίας ή μη στους αντίστοιχους πίνακες κόστους και χρόνου μετάβασης.

Υπάρχουν αρκετοί, και συχνά αντίθετοι, στόχοι στα προβλήματα δρομολόγησης οχημάτων. Ακολουθούν οι τυπικοί στόχοι:

- Ελαχιστοποίηση του ολικού κόστους μεταφοράς, το οποίο εξαρτάται από την ολική διανυόμενη απόσταση (ή τον ολικό χρόνο ταξιδιού) και από τα σταθερά κόστη που σχετίζονται με τα οχήματα (και τους αντίστοιχους οδηγούς) που χρησιμοποιούνται.
- Ελαχιστοποίηση του αριθμού οχημάτων (ή οδηγών) που απαιτούνται για την εξυπηρέτηση όλων των πελατών.
- Εξισορρόπηση των διαδρομών, σχετικά με τον χρόνο ταξιδιού και το φορτίο των οχημάτων.
- Ελαχιστοποίηση των ποινών που σχετίζονται με τη μερική εξυπηρέτηση πελατών.

Τέλος μπορεί να χρησιμοποιηθεί και σταθμισμένος συνδυασμός των παραπάνω στόχων.

Σε μερικές εφαρμογές, τα οχήματα μπορούν να εκτελέσουν παραπάνω από μία διαδρομή στο εξεταζόμενο χρονικό περίοδο ή μια διαδρομή μπορεί να διαρκεί πάνω από μία ημέρα. Επιπλέον, κάποιες φορές είναι απαραίτητη η

εξέταση μιας στοχαστικής ή χρονικά εξαρτώμενης δυναμικής εναλλακτικής του VRP, στις οποίες υπάρχει μόνο μερική γνώση εξαρχής για τις απαιτήσεις των πελατών ή για τα κόστη μεταφοράς (ή τους χρόνους ταξιδιού) που σχετίζονται με τις ακμές του γράφου του οδικού δικτύου. Επιπλέον η παραλλαγή του VRP που προκύπτει όταν υπάρχει ένα μόνο όχημα στην αποθήκη και δεν υφίστανται άλλοι επιχειρησιακοί περιορισμοί δεν είναι άλλη από το γνωστό πρόβλημα του πλανόδιου πωλητή (Travelling Salesman Problem ή TSP).

Το πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων εκφράστηκε πρώτα από τους Dantzig και Ramser το 1959 [16]. Στο άρθρο τους περιγράφουν το πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων στο πλαίσιο παράδοσης υγρών καυσίμων από βυτιοφόρα. Από τότε το VRP έχει μελετηθεί εκτενώς και είναι από τα σημαντικότερα προβλήματα στη συνδυαστική βελτιστοποίηση. Λόγω της ευρείας εφαρμογής του έχουν προκύψει και μελετηθεί πολλές παραλλαγές, σύμφωνα με τα παραπάνω, και πολλοί αλγόριθμοι επίλυσης. Η σχολιασμένη βιβλιογραφία των Μαρινάκη και Μυγδαλά [17] συγκεντρώνει τη βιβλιογραφία που αναφέρεται στις παραπάνω παραλλαγές και λύσεις του VRP.

### 3.2. Διατύπωση προβλήματος και βασική σημειογραφία

Σε αυτήν την ενότητα παρουσιάζεται η μαθηματική διατύπωση του προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων (VRP) καθώς και της επέκτασής του, δηλαδή το πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων με χρονικά παράθυρα (VRPTW), χρησιμοποιώντας τη θεωρία γράφων, και εξηγείται η βασική σημειογραφία που χρησιμοποιείται στις επόμενες ενότητες.

Η βασική μορφή του VRP είναι το Capacitated VRP. Στο CVRP, όλοι οι πελάτες αναμένουν παράδοση αγαθών και η ζήτηση κάθε πελάτη είναι ντετερμινιστική, γνωστή εκ των προτέρων και δεν χωρίζεται (πρέπει να ικανοποιηθεί μονομιάς). Τα οχήματα είναι όμοια μεταξύ τους και έχουν ως βάση τους μία κεντρική αποθήκη. Στόχος του προβλήματος είναι η ελαχιστοποίηση του συνολικού κόστους εξυπηρέτησης όλων των πελατών.

Το CVRP περιγράφεται με τη θεωρία γράφων ως εξής: Έστω  $G = (V, A)$  ένας πλήρης γράφος, όπου  $V = \{0, \dots, n\}$  είναι το σύνολο κορυφών (ή κόμβων) και  $A$  το σύνολο τόξων. Οι κορυφές  $i = 1, 2, \dots, n$  αντιστοιχούν σε πελάτες και η κορυφή  $i = 0$  αντιστοιχεί στην αποθήκη. Μερικές φορές η κορυφή  $i = n + 1$  αντιστοιχίζεται επίσης στην αποθήκη.

Κάθε τόξο  $(i, j) \in A$  αντιστοιχίζεται με ένα μη αρνητικό κόστος,  $c_{ij}$ , το οποίο αντιπροσωπεύει το κόστος μετάβασης από την κορυφή  $i$  στην κορυφή  $j$ . Γενικά δεν επιτρέπονται τα τόξα που εκκινούν και τερματίζουν στην ίδια κορυφή,  $(i, i)$ , και αυτό εξασφαλίζεται θέτοντας  $c_{ii} = +\infty$  για κάθε  $i \in V$ . Αν ο  $G$  είναι κατευθυνόμενος γράφος τότε ο πίνακας κόστους  $c$  είναι μη συμμετρικός και το πρόβλημα ονομάζεται μη συμμετρικό πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων (Asymmetric VRP ή ACVRP). Στην αντίθετη περίπτωση, όπου ο  $G$  δεν είναι κατευθυνόμενος, ισχύει  $c_{ij} = c_{ji}$  για όλα τα τόξα  $(i, j) \in A$ , το πρόβλημα ονομάζεται συμμετρικό πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων (Symmetric VRP ή SCVRP).



και το σύνολο τόξων  $A$  αντικαθίσταται από το σύνολο ακμών  $E$ , οι οποίες δεν είναι κατευθυνόμενες όπως τα τόξα. Δεδομένης μιας ακμής  $e \in E$ , τα  $\alpha(e)$  και  $\beta(e)$  συμβολίζουν τις τερματικές κορυφές της, ή αλλιώς τους κόμβους στα άκρα της. Στις επόμενες ενότητες το σύνολο ακμών μη κατευθυνόμενου γράφου  $G$  θα συμβολίζεται με  $A$  όταν γίνεται λόγος για ακμές με τα σημεία αρχής και τέλους τους  $(i, j) \in V$  και με  $E$  όταν οι ακμές καταδεικνύονται μόνο με έναν αριθμό  $e$ .

Ο γράφος  $G$  πρέπει να είναι ισχυρά συνεκτικός και θεωρείται γενικά πως είναι πλήρης. Δεδομένης κορυφής  $i$ ,  $\Delta^+(i)$  είναι η έξω γειτονιά της  $i$ , που αποτελείται από όλες τις κορυφές  $j$  για τις οποίες τα τόξα  $(i, j) \in A$ , δηλαδή αποτελείται από τις κορυφές οι οποίες είναι προσβάσιμες από την  $i$ . Αντίστοιχα,  $\Delta^-(i)$  είναι η έσω γειτονιά της κορυφής  $i$ , η οποία αποτελείται από όλες τις κορυφές  $j$  για τις οποίες τα τόξα  $(j, i) \in A$ , δηλαδή το σύνολο των κορυφών από τις οποίες είναι προσβάσιμη η  $i$ . Δεδομένου συνόλου κορυφών  $S \subseteq V$ , τα  $\delta(S)$  και  $E(S)$  δηλώνουν το σύνολο ακμών  $e \in E$  που έχουν το ένα ή και τα δύο τους άκρα στο  $S$ , αντίστοιχα. Επίσης όταν εξετάζεται μία κορυφή  $i$ , τότε θα γράφεται  $\delta(i)$  αντί για  $\delta(\{i\})$  και οι δύο τρόποι γραφής ταυτίζονται.

Σε αρκετές εφαρμογές στον πραγματικό κόσμο ο πίνακας κόστους ικανοποιεί την τριγωνική ανισότητα.

$$c_{ik} + c_{kj} \geq c_{ij} \quad \text{για } \forall i, j, k \in V \quad (3.2.1)$$

Με άλλα λόγια, δεν είναι συμφέρουσα η επιλογή άλλης διαδρομής από την απευθείας σύνδεση δύο κορυφών  $i$  και  $j$ . Η τριγωνική ανισότητα απαιτείται από κάποιους αλγόριθμους επίλυσης του CVRP.

Σε ορισμένες εφαρμογές δίνονται οι συντεταγμένες σημείων στο επίπεδο που αντιστοιχούν στις κορυφές - κόμβους του προβλήματος και το κόστος μετάβασης  $c_{ij}$ , κάθε τόξου  $(i, j) \in A$  ορίζεται ως η Ευκλείδεια απόσταση μεταξύ των δύο σημείων που αντιστοιχούν στις κορυφές. Σε αυτές τις περιπτώσεις ο πίνακας κόστους είναι συμμετρικός και ικανοποιεί την τριγωνική ανισότητα. Σημειώνεται εδώ πως η στρογγυλοποίηση του κόστους των τόξων που προκύπτει από τον υπολογισμό της Ευκλείδειας απόστασης, η οποία είναι πραγματικός αριθμός, μπορεί να οδηγήσει σε παραβίαση της τριγωνικής ανισότητας. Το πρόβλημα λύνεται εύκολα με την στρογγυλοποίηση προς τα πάνω του κόστους κάθε τόξου.

Κάθε πελάτης  $i$  ( $i = 1, \dots, n$ ) αντιστοιχίζεται με μια μη αρνητική ζήτηση,  $d_i$ , προς παράδοση και η αποθήκη αντιστοιχίζεται με μία εικονική ζήτηση  $d_0 = 0$ . Δεδομένου ενός συνόλου κορυφών  $S \subseteq V$ , ορίζεται το  $d(S) = \sum_{i \in S} d_i$  ως η συνολική ζήτηση των πελατών του συνόλου  $S$ .

Υπάρχουν  $K$  όμοια οχήματα στην αποθήκη, καθένα χωρητικότητας  $C$ . Για να είναι εφικτή η λύση του προβλήματος, θεωρείται πως  $d_i \leq C$  για κάθε  $i = 1, \dots, n$ . Κάθε όχημα εκτελεί μία διαδρομή το πολύ και θεωρείται, πάλι για την εφικτότητα της λύσης, πως ο αριθμός οχημάτων  $K$  δεν είναι μικρότερος από  $K_{min}$ , τον ελάχιστο αριθμό οχημάτων που απαιτείται για την εξυπηρέτηση όλων των πελατών. Ο  $K_{min}$  υπολογίζεται από την επίλυση του σχετιζόμενου με το CVRP προβλήματος πακετοποίησης σε κάδους (Bin Packing Problem, BPP), στο οποίο στόχος είναι η εύρεση του ελάχιστου αριθμού κάδων, χωρητικότητας  $C$ , που

απαιτούνται για τη φόρτωση  $n$  αντικειμένων, βάρους το καθένα  $d_i$ ,  $i = 1, \dots, n$ . Σημειώνεται εδώ πως ενώ το BPP είναι NP-δύσκολο πρόβλημα, περιπτώσεις με εκατοντάδες στοιχεία μπορούν να λυθούν βέλτιστα, πολύ αποτελεσματικά (βλέπε π.χ. το βιβλίο των Martello και Toth [19]).

Δεδομένου συνόλου  $S \subseteq V \setminus \{0\}$ , ορίζεται το  $r(S)$  ως ο ελάχιστος αριθμός οχημάτων που απαιτούνται για την εξυπηρέτηση όλων των πελατών του  $S$  (είναι δηλαδή η βέλτιστη λύση του BPP για το σύνολο  $S$ ). Ισχύει πως  $r(V \setminus \{0\}) = K_{min}$ . Συχνά το  $r(S)$  αντικαθίσταται από το κατώτερο όριο του BPP,

$$\lceil d(S)/C \rceil \quad (3.2.2)$$

που είναι πολύ πιο εύκολο να υπολογιστεί.

Στόχος του CVRP είναι η εύρεση συλλογής  $K$  ακριβώς απλών κυκλωμάτων - διαδρομών (που καθένα αντιστοιχεί σε ένα όχημα) ελάχιστου κόστους, το οποίο ορίζεται ως το άθροισμα του κόστους κάθε τόξου που απαρτίζει το κύκλωμα, τέτοια ώστε:

1. Κάθε κύκλωμα επισκέπτεται τον κόμβο της αποθήκης.
2. Κάθε κόμβος πελατών προσεγγίζεται από μία μόνο διαδρομή.
3. Το σύνολο της ζήτησης των κόμβων κάθε διαδρομής δεν ξεπερνά τη χωρητικότητα  $C$  του οχήματος.

Τέλος το CVRP είναι NP-δύσκολο πρόβλημα (με ισχυρή έννοια) και αποτελεί γενίκευση του προβλήματος του πλανόδιου πωλητή (Travelling Salesman Problem ή TSP), στο οποίο στόχος είναι η εύρεση απλού κύκλου - διαδρομής που να επισκέπτεται όλες τις κορυφές (κόμβους) του  $G$  και εμφανίζεται όταν  $K = 1$  και  $d(V) \leq C$ . Επομένως όλες οι χαλαρώσεις περιορισμών που προτείνονται για το TSP στη βιβλιογραφία εφαρμόζονται και στο CVRP.

### 3.3. Πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων με χρονικά παράθυρα (VRP with Time Windows ή VRPTW)

Το πρόβλημα με το οποίο ασχολείται η παρούσα διπλωματική εργασία είναι το πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων με χρονικά παράθυρα (Vehicle Routing Problem with Time Windows ή VRPTW). Πρόκειται για επέκταση του CVRP, της προηγούμενης ενότητας, με περιορισμούς χωρητικότητας, στο οποίο κάθε πελάτης  $i$  σχετίζεται με ένα χρονικό διάστημα  $[a_i, b_i]$ , που ονομάζεται χρονικό παράθυρο (time window). Δίνονται επιπλέον, η στιγμή κατά την οποία ξεκινούν τα οχήματα από την αποθήκη, ο χρόνος ταξιδιού,  $t_{ij}$ , για κάθε τόξο  $(i, j) \in A$  (ή  $t_e$  για κάθε  $e \in E$ ) και ένας πρόσθετος χρόνος εξυπηρέτησης,  $s_i$ , για κάθε πελάτη  $i$ . Η εξυπηρέτηση του πελάτη πρέπει να ξεκινήσει μέσα στο χρονικό παράθυρο και το όχημα να μείνει στον πελάτη για  $s_i$  χρονικές στιγμές. Στην περίπτωση πρώιμης άφιξης του οχήματος στον πελάτη, αυτό επιτρέπεται να

περιμένει μέχρι τη στιγμή  $\alpha_i$ , δηλαδή μέχρι να ξεκινήσει η εξυπηρέτηση του πελάτη.

Κανονικά οι πίνακες κόστους μετάβασης και χρόνου ταξιδιού (που περιέχουν τα κόστη μετάβασης και τους χρόνους ταξιδιού για κάθε τόξο του  $G$ ) ταυτίζονται και όλα τα οχήματα εκκινούν από την αποθήκη τη χρονική στιγμή 0. Επιπλέον, λόγω της ύπαρξης των χρονικών παραθύρων, προκαλείται ένας προσανατολισμός κάθε διαδρομής, ακόμη κι αν οι αρχικοί πίνακες είναι συμμετρικοί. Επομένως το VRPTW μοντελοποιείται ως μη συμμετρικό πρόβλημα.

Στόχος του VRPTW είναι η εύρεση συλλογής  $K$  ακριβώς απλών κυκλωμάτων - διαδρομών ελάχιστου κόστους, όπως και στο VRP, τέτοια ώστε:

1. Κάθε κύκλωμα επισκέπτεται τον κόμβο της αποθήκης.
2. Κάθε κόμβος πελατών προσεγγίζεται από μία μόνο διαδρομή.
3. Το σύνολο της ζήτησης των κόμβων κάθε διαδρομής δεν ξεπερνά τη χωρητικότητα  $C$  του οχήματος.
4. Για κάθε πελάτη  $i$ , η εξυπηρέτηση ξεκινά μέσα στο χρονικό παράθυρο  $[\alpha_i, \beta_i]$  και το όχημα σταματά εκεί για  $s_i$  χρονικές στιγμές.

Επειδή το CVRPTW επεκτείνει το CVRP και λόγω των επιπλέον περιορισμών που εισάγουν τα χρονικά παράθυρα, το CVRPTW είναι και αυτό NP-δύσκολο πρόβλημα (με την ισχυρή έννοια). Το CVRP προκύπτει από το CVRPTW όταν  $\alpha_i = 0$ ,  $\beta_i = +\infty$  για κάθε  $i \in V \setminus \{0\}$ .

### 3.4. Βασικές μορφοποιήσεις για το VRP

Στην παρούσα ενότητα παρουσιάζονται οι κύριες μορφοποιήσεις μαθηματικού προγραμματισμού για τα VRP που αναφέρθηκαν παραπάνω. Υπάρχουν τρεις βασικές προσεγγίσεις στη μορφοποίηση του CVRP, που αναφέρονται στη βιβλιογραφία. Οι μορφοποιήσεις της πρώτης προσέγγισης, που λέγονται μορφοποιήσεις ροής οχημάτων και είναι από τις πιο πολυχρησιμοποιούμενες για τα βασικά VRP, χρησιμοποιούν ακέραιες μεταβλητές που συσχετίζονται με κάθε τόξο ή ακμή του γράφου και μετρούν τον αριθμό των φορών που ένα όχημα διασχίζει αυτό το τόξο ή αυτήν την ακμή. Είναι ιδιαίτερα χρήσιμες στις περιπτώσεις όπου το συνολικό κόστος της λύσης μπορεί να εκφραστεί ως το άθροισμα του κόστους που σχετίζεται με κάθε τόξο της λύσης, και όταν οι πιο σχετικοί περιορισμοί αφορούν την απευθείας μετάβαση των οχημάτων από τον έναν πελάτη στον επόμενο εντός της διαδρομής, ώστε να μπορούν να μοντελοποιηθούν αποτελεσματικά μέσω κατάλληλου ορισμού του συνόλου των τόξων και κόστους τους. Τουναντίον οι μορφοποιήσεις αυτές δεν μπορούν να χρησιμοποιηθούν σε αρκετές εφαρμογές στον πραγματικό κόσμο, όπως όταν το κόστος μιας λύσης εξαρτάται από τη συνολική σειρά επίσκεψης των πελατών ή από τον τύπο του οχήματος που έχει αντιστοιχισθεί σε μια διαδρομή.

Η δεύτερη κατηγορία μορφοποιήσεων, που λέγονται μορφοποιήσεις ροής προϊόντων, χρησιμοποιεί επιπλέον ακέραιες μεταβλητές που συσχετίζονται με

τα τόξα ή τις ακμές και αφορούν τη ροή των αγαθών κατά μήκος των διαδρομών που διανύουν τα οχήματα.

Οι μορφοποιήσεις της τελευταίας κατηγορίας έχουν εκθετικό αριθμό δυαδικών μεταβλητών, που καθεμία τους αντιστοιχεί σε διαφορετική εφικτή διαδρομή. Έτσι το πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων προτυποποιείται ως πρόβλημα τμηματοποίησης συνόλου, στο οποίο στόχος είναι ο καθορισμός συλλογής διαδρομών ελαχίστου κόστους, οι οποίες επισκέπτονται κάθε πελάτη μία φορά και ικανοποιούν, πιθανώς, επιπλέον περιορισμούς. Κύριο πλεονέκτημα της προσέγγισης είναι η ύπαρξη μεγάλου εύρους σχετικά με το καθορισμό του κόστους κάθε διαδρομής, π.χ. ανάλογα με τη σειρά των κόμβων σε μια διαδρομή ή με τον τύπο οχήματος κάθε διαδρομής, σε αντίθεση με τις μορφοποιήσεις ροής οχημάτων.

Παρακάτω αναπτύσσεται η μορφοποίηση ροής οχημάτων για το CVRP και στην επόμενη ενότητα για το CVRPTW.

### 3.4.1. Μορφοποίηση ροής οχημάτων για το CVRP

Η μορφοποίηση ροής οχημάτων για το VRP χρησιμοποιεί  $O(n^2)$  δυαδικές μεταβλητές  $x$  που δείχνουν εάν διασχίζεται ένα τόξο στη βέλτιστη λύση. Δηλαδή η μεταβλητή  $x_{ij}$  λαμβάνει την τιμή 1 αν το τόξο  $(i, j) \in A$  ανήκει στη βέλτιστη λύση, αλλιώς λαμβάνει την τιμή 0.

$$\min \sum_{i \in V} \sum_{j \in V} c_{ij} x_{ij} \quad (3.4.1)$$

υπό τους περιορισμούς:

$$\sum_{i \in V} x_{ij} = 1 \quad \forall j \in V \setminus \{0\} \quad (3.4.2)$$

$$\sum_{j \in V} x_{ij} = 1 \quad \forall i \in V \setminus \{0\} \quad (3.4.3)$$

$$\sum_{i \in V} x_{i0} = K \quad (3.4.4)$$

$$\sum_{j \in V} x_{0j} = K \quad (3.4.5)$$

$$\sum_{i \notin S} \sum_{j \in S} x_{ij} \geq r(S) \quad S \subseteq V \setminus \{0\}, S \neq \emptyset \quad (3.4.6)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall i, j \in V \quad (3.4.7)$$

Οι περιορισμοί (3.4.2) και (3.4.3) επιβάλλουν πως υπάρχει μόνο ένα τόξο που εισέρχεται και ένα που εξέρχεται από τον κόμβο κάθε πελάτη, στην τελική λύση, αντίστοιχα. Το αντίστοιχο συμβαίνει στην αποθήκη με τους περιορισμούς (3.4.4) και (3.4.5), οι οποίοι επιβάλλουν την ύπαρξη  $K$  τόξων που εισέρχονται και  $K$  τόξων που εξέρχονται του κόμβου της αποθήκης (δηλαδή τόσα τόξα όσα οχήματα και, συνεπώς, διαδρομές). Σημειώνεται εδώ πως ανάμεσα στους  $2|V|$  περιορισμούς των (3.4.2) - (3.4.5) ένας τυχαίος περιορισμός μπορεί να παραλειφθεί γιατί εννοείται από τους υπόλοιπους  $2|V| - 1$  περιορισμούς.

Οι περιορισμοί (3.4.6) εξασφαλίζουν τη συνδεσιμότητα της λύσης και τις απαιτήσεις χωρητικότητας των οχημάτων. Συγκεκριμένα ορίζουν πως κάθε τομή  $(V \setminus S, S)$  που ορίζεται από το σύνολο πελατών  $S$ , διασχίζεται από  $r(S)$  τουλάχιστον τόξα ( $r(S)$  είναι ο μικρότερος απαιτούμενος αριθμός οχημάτων για την εξυπηρέτηση του συνόλου  $S$ ). Οι περιορισμοί (3.4.6) παραμένουν σε ισχύ ακόμα κι αν το  $r(S)$  αντικατασταθεί από το κατώτερο όριο του BPP (3.2.2) [20].

Οι περιορισμοί (3.4.6) αυξάνονται εκθετικά ανάλογα με το πλήθος πελατών. Αυτό σημαίνει πως η απευθείας επίλυση του γραμμικού προγράμματος (3.4.1) - (3.4.7) μέσω χαλάρωσης των ακέραιων μεταβλητών είναι πολύ δύσκολη. Το πρόβλημα μπορεί να αποφευχθεί εν μέρει με τη χρήση μερικών μόνο περιορισμών και την εφαρμογή των υπολοίπων μόνο αν χρειάζεται, χρησιμοποιώντας κατάλληλες διαδικασίες διαχωρισμού. Εναλλακτικά οι περιορισμοί (3.4.6) μπορούν να αντικατασταθούν από τους (3.4.8) - (3.4.9), οι οποίοι αυξάνονται πολυωνυμικά με το πλήθος πελατών:

$$u_i - u_j + Cx_{ij} \leq C - d_j \quad \forall i, j \in V \setminus \{0\}, i \neq j, \text{ τέτοια ώστε } d_i + d_j \leq C \quad (3.4.8)$$

$$d_i \leq u_i \leq C \quad \forall i \in V \setminus \{0\} \quad (3.4.9)$$

όπου η  $u_i, i \in V \setminus \{0\}$  είναι μια νέα συνεχής μεταβλητή που συμβολίζει το φορτίο του οχήματος μετά την επίσκεψη στον πελάτη  $i$ . Οι περιορισμοί (3.4.8) - (3.4.9) εξασφαλίζουν, όπως και η οικογένεια περιορισμών (3.4.6), τη συνδεσιμότητα και τους περιορισμούς χωρητικότητας του μη συμμετρικού CVRP.

### 3.4.2. Μορφοποίηση για το CVRPTW

Συνεχίζοντας από την περιγραφή της ενότητας 3.3, το CVRPTW ορίζεται στον γράφο  $G = (V, A)$ , στον οποίο η αποθήκη συμβολίζεται από τους κόμβους 0 και  $n + 1$ . Όλες οι εφικτές διαδρομές αντιστοιχούν σε μονοπάτια του  $G$  που ξεκινούν από τον κόμβο 0 και τερματίζουν στον κόμβο  $n + 1$ . Οι κόμβοι της αποθήκης συσχετίζονται με ένα χρονικό παράθυρο,  $[a_0, b_0] = [a_{n+1}, b_{n+1}] = [E, L]$ , όπου τα  $E$  και  $L$  συμβολίζουν τη νωρίτερη δυνατή αναχώρηση από την αποθήκη και την αργότερη δυνατή άφιξη σε αυτήν, αντίστοιχα. Επιπλέον οι κόμβοι 0 και  $n + 1$  συσχετίζονται με μηδενικές ζητήσεις και χρόνους εξυπηρέτησης, δηλαδή  $d_0 = d_{n+1} = 0$  και  $s_0 = s_{n+1} = 0$ . Η επίλυση του προβλήματος είναι εφικτή μόνο όταν  $a_0 = E \leq \min_{i \in V \setminus \{0\}} b_i - t_{0i}$  και  $b_{n+1} = L \geq \min_{i \in V \setminus \{0\}} a_i + s_i + t_{i0}$ . Επιπλέον μπορεί ένα τόξο  $(i, j) \in A$  να αφαιρεθεί από το  $A$  λόγω χρονικών περιορισμών, αν  $a_i + s_i + t_{ij} \geq b_j$ , λόγω περιορισμών χωρητικότητας, αν  $d_i + d_j \geq C$ , ή για άλλους λόγους.

Στο γραμμικό πρόγραμμα του CVRPTW χρησιμοποιούνται δύο είδη μεταβλητών: οι μεταβλητές ροής οχημάτων  $x_{ijk}, (i, j) \in A, k \in K$ , οι οποίες λαμβάνουν την τιμή 1 αν το τόξο  $(i, j)$  διασχίζεται από το όχημα  $k$ , και την τιμή 0 αλλιώς, και οι χρονικές μεταβλητές  $w_{ik}, i \in V, k \in K$ , που ορίζουν την έναρξη της εξυπηρέτησης του κόμβου  $i$  από το όχημα  $k$ .

$$\min \sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in A} c_{ij} x_{ijk} \quad (3.4.10)$$

υπό τους περιορισμούς:

$$\sum_{k \in K} \sum_{j \in \Delta^+(i)} x_{ijk} = 1 \quad \forall i \in N \quad (3.4.11)$$

$$\sum_{j \in \Delta^+(0)} x_{0jk} = 1 \quad \forall k \in K \quad (3.4.12)$$

$$\sum_{i \in \Delta^-(j)} x_{ijk} - \sum_{i \in \Delta^+(j)} x_{ijk} = 0 \quad \forall k \in K, j \in N \quad (3.4.13)$$

$$\sum_{i \in \Delta^-(n+1)} x_{i,n+1,k} = 1 \quad \forall k \in K \quad (3.4.14)$$

$$x_{ijk}(w_{ik} + s_i + t_{ij} - w_{jk}) \leq 0 \quad \forall k \in K, (i, j) \in A \quad (3.4.15)$$

$$a_i \sum_{j \in \Delta^+(i)} x_{ijk} \leq w_{ik} \leq b_i \sum_{j \in \Delta^+(i)} x_{ijk} \quad \forall k \in K, i \in N \quad (3.4.16)$$

$$E \leq w_{ik} \leq L \quad \forall k \in K, i \in \{0, n+1\} \quad (3.4.17)$$

$$\sum_{i \in N} d_i \sum_{j \in \Delta^+(i)} x_{ijk} \leq C \quad \forall k \in K \quad (3.4.18)$$

$$x_{ijk} \geq 0 \quad \forall k \in K, (i, j) \in A \quad (3.4.19)$$

$$x_{ijk} \in \{0, 1\} \quad \forall k \in K, (i, j) \in A \quad (3.4.20)$$

Η αντικειμενική συνάρτηση (3.4.10) του παραπάνω προγράμματος εκφράζει το συνολικό κόστος της λύσης. Οι περιορισμοί (3.4.11) εκφράζουν πως κάθε πελάτης εξυπηρετείται από ένα μόνο όχημα. Σημειώνεται πως  $N$  είναι το σύνολο των πελατών,  $N = V \setminus \{0, n+1\}$ . Οι περιορισμοί (3.4.12) - (3.4.14) χαρακτηρίζουν τη ροή στο μονοπάτι που ακολουθεί το όχημα  $k$ . Οι περιορισμοί (3.4.15) - (3.4.17) και (3.4.18) εξασφαλίζουν τη χρονική και χωρητική εφικτότητα του προγράμματος, αντίστοιχα. Τέλος οι περιορισμοί (3.4.20) εξασφαλίζουν τη δυαδικότητα των μεταβλητών  $x_{ijk}$ .

Λόγω της δυαδικότητας των μεταβλητών  $x_{ijk}$  οι περιορισμοί (3.4.16) μπορούν να γραμμικοποιηθούν ως εξής:

$$w_{ik} + s_i + t_{ij} - w_{jk} \leq (1 - x_{ijk}) M_{ij} \quad \forall k \in K, (i, j) \in A \quad (3.4.21)$$

όπου  $M_{ij}$  μεγάλες σταθερές. Οι σταθερές  $M_{ij}$  μπορούν αντικατασταθούν περαιτέρω από το  $\max\{b_i + s_i + t_{ij} - a_j, 0\}$ ,  $(i, j) \in A$ , και οι περιορισμοί (3.4.16) ή (3.4.21) χρειάζεται να εφαρμόζονται μόνο για τα τόξα  $(i, j) \in A$  όπου  $M_{ij} > 0$ . στις υπόλοιπες περιπτώσεις, όπου  $\max\{b_i + s_i + t_{ij} - a_j, 0\} = 0$ , οι περιορισμοί ικανοποιούνται για όλες τις τιμές των μεταβλητών  $w_{ik}$ ,  $w_{jk}$  και  $x_{ijk}$ .

### 3.5. Αλγόριθμοι επίλυσης του CVRPTW

Το πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων με χρονικά παράθυρα (CVRPTW) έχει προσελκύσει σημαντικό ερευνητικό ενδιαφέρον λόγω της πρακτικής του σημασίας και της υπολογιστικής του πολυπλοκότητας. Έχουν αναπτυχθεί διάφορες προσεγγίσεις επίλυσης, από ακριβείς αλγορίθμους που εγγυώνται βέλτιστες

λύσεις για μικρά προβλήματα, έως ευρετικές και μεθευρετικές μεθόδους που παρέχουν καλές λύσεις για μεγαλύτερα προβλήματα του πραγματικού κόσμου. Η ενότητα αυτή παρέχει μια επισκόπηση των κυριότερων αλγοριθμικών προσεγγίσεων που συναντώνται στη βιβλιογραφία.

### 3.5.1. Ακριβείς μέθοδοι

#### Branch-and-Bound

Η μέθοδος διακλάδωσης και φραγμού (Branch and Bound) είναι μια μέθοδος συστηματικής απαρίθμησης που διαχωρίζει τον χώρο λύσεων σε μικρότερα υποπροβλήματα, χρησιμοποιώντας φραγμούς για να αποκλείσει περιοχές που είναι αδύνατο να περιέχουν βέλτιστες λύσεις. Για το CVRPTW, η διακλάδωση περιλαμβάνει αποφάσεις για την ανάθεση πελατών σε οχήματα ή την επιλογή τόξων στις διαδρομές. Οι φραγμοί προκύπτουν από χαλαρώσεις του αρχικού προβλήματος, όπως αυτές του γραμμικού προγραμματισμού ή αυτές Λαγκρανζιανών προσεγγίσεων. Ενώ θεωρητικά η μέθοδος είναι ικανή στην εύρεση βέλτιστων λύσεων, η εκθετική αύξηση του δένδρου διακλάδωσης καθιστά τη μέθοδο πρακτικά ανεφάρμοστη για προβλήματα με περισσότερους από 25 με 50 πελάτες, λόγω των αυστηρών χρονικών παραθύρων που δημιουργούν πολυάριθμους μη εφικτούς κλάδους.

#### Branch-and-Cut

Η μέθοδος διακλάδωσης και τομής (Branch and Cut) ενισχύει το βασικό σχήμα διακλάδωσης και φραγμού (Branch and Bound) με τη δυναμική δημιουργία τομών κατά τη διάρκεια της επίλυσης. Οι τομές αυτές περιορίζουν τη χαλάρωση του γραμμικού προγράμματος με την προσθήκη ανισοτήτων που εξαλείφουν της κλασματικές λύσεις χωρίς να αφαιρούν εφικτές ακέραιες λύσεις. Οι συνήθεις τομές για το CVRPTW περιλαμβάνουν τομές χωρητικότητας, ανισότητες χτένας (comb inequalities), και τομές ειδικά για χρονικά παράθυρα. Η μέθοδος εναλλάσσει μεταξύ της επίλυσης χαλαρώσεων γραμμικών προγραμμάτων, δημιουργίας τομών, και διακλάδωσης μέχρι να βρεθεί ακέραια λύση. Παρά τη σημαντική θεωρητική πρόοδο, η μέθοδος περιορίζεται σε μικρά και μεσαία προβλήματα λόγω της υπολογιστικού κόστους και της ενδογενούς πολυπλοκότητας του προβλήματος.

#### Branch-and-Price (παραγωγή στηλών)

Η μέθοδος της διακλάδωσης και τιμολόγησης (Branch and Price) συνδυάζει τη μέθοδο διακλάδωσης και φραγμού (Branch and Bound) με την παραγωγή στηλών, όπου το κύριο πρόβλημα περιέχει μόνο ένα υποσύνολο των μεταβλητών (στηλών), και νέες μεταβλητές εισάγονται δυναμικά μέσω της λύσης υποπροβλημάτων τιμολόγησης. Στο CVRPTW, κάθε στήλη αντιστοιχεί σε μία εφικτή διαδρομή, και το υποπρόβλημα τιμολόγησης είναι το πρόβλημα συντομότερης διαδρομής με περιορισμούς πόρων (Elementary Shortest Path Problem

with Resource Restraints ή ESPPRC). Το κύριο πρόβλημα επιλέγει τον βέλτιστο συνδυασμό διαδρομών, ενώ το υποπρόβλημα τιμολόγησης εντοπίζει νέες υποσχόμενες διαδρομές. Η προσέγγιση έχει δείξει εξαιρετική απόδοση, ειδικά σε σχέση με άλλες ακριβείς μεθόδους, επιλύοντας προβλήματα μέχρι 100 πελατών βέλτιστα. Ωστόσο, το υποπρόβλημα τιμολόγησης είναι από μόνο του NP-δύσκολο, και η σύγκλιση μπορεί να είναι εξαιρετικά αργή, απαιτώντας συχνά τη χρήση τεχνικών επιτάχυνσης, όπως σταθεροποίηση δυαδικών τιμών.

## Dynamic Programming

Οι προσεγγίσεις δυναμικού προγραμματισμού διασπούν το CVRPTW σε μικρότερα υποπροβλήματα, αξιοποιώντας τη δομή του προβλήματος. Ο χώρος καταστάσεων περιλαμβάνει συνήθως πληροφορίες για την τρέχουσα θέση, χρόνο και την διαθέσιμη χωρητικότητα, με μεταβάσεις που αναπαριστούν επισκέψεις σε πελάτες ή κινήσεις οχημάτων. Αν και η άψογη θεωρητικά, η μέθοδος υποφέρει από το πρόβλημα της διαστατικότητας, καθώς ο χώρος καταστάσεων μεγαλώνει εκθετικά με το μέγεθος του προβλήματος. Οι πρακτικές εφαρμογές συνήθως χρησιμοποιούν προσεγγιστικές τεχνικές ή οι περιορισμούς του χώρου καταστάσεων, περιορίζοντας την εφαρμογή τους σε μικρά προβλήματα ή ως μέρη άλλων αλγορίθμων.

### 3.5.2. Κατασκευαστικές ευρετικές μέθοδοι

#### Nearest Neighbor

Οι αλγόριθμοι πλησιέστερου γείτονα (Nearest Neighbor Algorithms) κατασκευάζουν διαδρομές προοδευτικά, επιλέγοντας τον πλησιέστερο πελάτη που δεν έχει εξυπηρετηθεί και ικανοποιεί τους περιορισμούς χωρητικότητας και χρονικών παραθύρων. Ο βασικός αλγόριθμος ξεκινά από την αποθήκη, προσθέτει επανειλημμένως τον κοντινότερο εφικτό πελάτη στη διαδρομή, μέχρι να μη μπορούν να εξυπηρετηθούν άλλοι πελάτες, οπότε ξεκινά νέα διαδρομή. Παράλλαγές του περιλαμβάνουν τη χρήση διαφορετικών τρόπων υπολογισμού της απόστασης, την ενσωμάτωση επείγουσας φύσης των χρονικών παραθύρων ή τη χρήση πολλαπλών κριτηρίων για την επιλογή πελατών. Αν και υπολογιστικά αποδοτικές, με πολυπλοκότητα  $O(n^2)$ , οι μέθοδοι συχνά οδηγούν σε χαμηλής ποιότητας λύσεις λόγω της άπληστης (greedy) φύσης τους και την αδυναμία να λάβουν υπόψη τους παγκόσμιες βελτιστοποιήσεις.

#### Αλγόριθμος εξοικονόμησης (Savings Algorithm)

Ο αλγόριθμος εξοικονόμησης Clarke-Wright, που αρχικά σχεδιάστηκε για το VRP, έχει προσαρμοστεί στο CVRPTW μέσω της ενσωμάτωσης ελέγχου εφικτότητας χρονικών παραθύρων. Η μέθοδος υπολογίζει τιμές εξοικονόμησης από τη συγχώνευση διαδρομών που εξυπηρετούν μεμονωμένους πελάτες, τις κατατάσσει με φθίνουσα σειρά και επιχειρεί να συγχωνεύσει διαδρομές αναλόγως. Οι περιορισμοί χρονικών παραθύρων ελέγχονται κατά τη διαδικασία συγχώνευσης και οι μη εφικτές συγχωνεύσεις απορρίπτονται. Επεκτάσεις της μεθόδου



περιλαμβάνουν παράλληλες και σειριακές εκδοχές, καθώς και τροποποιήσεις που λαμβάνουν υπόψη τη στενότητα των χρονικών παραθύρων κατά τον υπολογισμό της εξοικονόμησης. Ο αλγόριθμος προσφέρει ικανοποιητική ποιότητα λύσεων με μέτριες υπολογιστικές απαιτήσεις, αλλά ενδέχεται να δυσκολευτεί σε προβλήματα με αυστηρούς χρονικούς περιορισμούς.

### **Μέθοδοι εισαγωγής (Insertion Heuristics)**

Οι ευρετικές μέθοδοι εισαγωγής ξεκινούν με μερικές διαδρομές και εισάγουν επαναληπτικά μη δρομολογημένους πελάτες στις πλέον ευνοϊκές θέσεις. Το κόστος εισαγωγής λαμβάνει συνήθως υπόψη την αύξηση της απόστασης ταξιδιού και ενδεχόμενες παραβιάσεις των χρονικών παραθύρων. Συνήθεις παραλλαγές περιλαμβάνουν τη φθηνότερη εισαγωγή (ελαχιστοποίηση της αύξησης κόστους), την πλησιέστερη εισαγωγή (με βάση την εγγύτητα), και την πιο απομακρυσμένη εισαγωγή (προτεραιότητα σε απομακρυσμένους πελάτες). Οι περιορισμοί των χρονικών παραθύρων επηρεάζουν σημαντικά τη δυνατότητα εισαγωγής και τους σχετικούς υπολογισμούς κόστους. Οι μέθοδοι οδηγούν συχνά σε καλύτερες λύσεις από τον αλγόριθμο πλησιέστερου γείτονα, αλλά απαιτούν μεγαλύτερη υπολογιστική προσπάθεια λόγω της ανάγκης αξιολόγησης πολλών θέσεων εισαγωγής για κάθε πελάτη.

### **Προσεγγίσεις Route-First, Cluster-Second**

Αυτές οι μέθοδοι χωρίζουν το πρόβλημα σε δύο φάσεις: πρώτα προσδιορίζεται η σειρά όλων των πελατών (αγνοώντας τη χωρητικότητα του οχήματος), και έπειτα η ακολουθία χωρίζεται σε εφικτές διαδρομές. Η φάση καθορισμού της σειράς χρησιμοποιεί συχνά ευρετικές του TSP ή ταξινόμηση με βάση τα χρονικά παράθυρα, ενώ η φάση διαχωρισμού δημιουργεί διαδρομές που σέβονται τους περιορισμούς χωρητικότητας και χρόνου. Η προσέγγιση μπορεί μερικές φορές να εντοπίσει καλές λύσεις επειδή εξετάζει πρώτα την παγκόσμια ακολουθία των πελατών πριν την ανάθεση σε οχήματα, αλλά μπορεί επίσης να χάσει ευκαιρίες για καλύτερη χωρική ομαδοποίηση πελατών σε μεμονωμένες διαδρομές.

## **3.5.3. Ευρετικές μέθοδοι βελτίωσης**

### **Μέθοδοι τοπικής αναζήτησης**

Οι αλγόριθμοι τοπικής αναζήτησης ξεκινούν από μια αρχική λύση και την βελτιώνουν σταδιακά εξερευνώντας τη δομή της τοπικής της γειτονιάς. Στο CVRPTW, συνηθισμένες λειτουργίες γειτονιάς περιλαμβάνουν μετακινήσεις τύπου 2-opt και 3-opt (αναδιάταξη της σειράς των πελατών εντός των διαδρομών), μετακινήσεις πελατών μεταξύ διαδρομών και ανταλλαγές διαδρομών. Οι χρονικοί περιορισμοί πρέπει να επαληθεύονται σε κάθε κίνηση, ενώ μη εφικτές κινήσεις είτε απορρίπτονται είτε επιδιορθώνονται. Η αναζήτηση συνεχίζεται μέχρι να μην εντοπίζεται άλλη βελτιωτική κίνηση (τοπικό βέλτιστο). Αν και εγγυώνται την εύρεση τοπικών βελτίστων, οι μέθοδοι εξαρτώνται σε μεγάλο

βαθμό από την ποιότητα της αρχικής λύσης και ενδέχεται να παγιδευτούν σε κακά τοπικά βέλτιστα.

### **Αναζήτηση μεταβλητής γειτονιάς (Variable Neighborhood Search ή VNS)**

Η αναζήτηση μεταβλητής γειτονιάς (Variable Neighborhood Search ή VNS) εξερευνά διαφορετικές δομές γειτονιάς για να ξεφεύγει από τοπικά βέλτιστα. Η μέθοδος εναλλάσσει διαφορετικούς τύπους κινήσεων (π.χ. βελτιστοποίηση εντός διαδρομής, ανταλλαγές πελατών μεταξύ διαδρομών, συγχώνευση/διαχωρισμός διαδρομών) και εφαρμόζει τοπική αναζήτηση σε κάθε γειτονιά. Για το CVRPTW, οι δομές γειτονιάς σχεδιάζονται προσεκτικά ώστε να σέβονται τους χρονικούς περιορισμούς, ενσωματώνοντας συχνά εξειδικευμένους τελεστές για τη διαχείριση των χρονικών παραθύρων. Η VNS έχει επιδείξει καλή απόδοση στο CVRPTW, συνδυάζοντας τα πλεονεκτήματα πολλών τύπων γειτονιάς και παρέχοντας έναν συστηματικό τρόπο αποφυγής τοπικών βελτίστων.

### **3.5.4. Μεθευρετικές μέθοδοι**

#### **Προσομοιωμένη Ανόπτηση**

Η προσομοιωμένη ανόπτηση (Simulated Annealing ή SA) εμπνέεται από τη φυσική διαδικασία ανόπτησης και δέχεται τόσο βελτιωτικές όσο και επιδεινωτικές κινήσεις βάσει μιας θερμοκρασιακά εξαρτώμενης πιθανότητας. Για το CVRPTW ο αλγόριθμος ξεκινά με υψηλή θερμοκρασία, επιτρέποντας πολλές επιδεινωτικές κινήσεις, και σταδιακά «ψύχεται» ώστε να επικεντρωθεί σε βελτιωτικές κινήσεις. Η μέθοδος χρησιμοποιεί παρόμοιες λειτουργίες γειτονιάς με την τοπική αναζήτηση, αλλά μπορεί να διαφύγει από τοπικά βέλτιστα, αποδεχόμενη κινήσεις που προσωρινά επιδεινώνουν τη λύση. Η ρύθμιση των παραμέτρων (πλάνο ψύξης, αρχική θερμοκρασία) είναι κρίσιμη για την απόδοση. Η SA έχει παρουσιάσει μέτρια επιτυχία στο CVRPTW και απαιτεί συνήθως μεγάλο χρόνο εκτέλεσης για να επιτύχει καλά αποτελέσματα, ενώ είναι ευαίσθητη στις ρυθμίσεις των παραμέτρων της.

#### **Αναζήτηση Tabu**

Η αναζήτηση Tabu διατηρεί μια δομή μνήμης (λίστα tabu) για να αποφεύγει την επανάληψη και να ενθαρρύνει την εξερεύνηση νέων περιοχών λύσεων. Οι πρόσφατα πραγματοποιημένες κινήσεις θεωρούνται tabu για συγκεκριμένο αριθμό επαναλήψεων, εξαναγκάζοντας τον αλγόριθμο να εξερευνήσει διαφορετικά μέρη του χώρου λύσεων. Στο CVRPTW, η λίστα tabu συνήθως περιλαμβάνει αντιστοιχίσεις πελατών-οχημάτων ή τύπους κινήσεων. Προηγμένες υλοποιήσεις περιλαμβάνουν κριτήρια φιλοδοξίας (επιτρέποντας κινήσεις tabu εάν βελτιώνουν τη βέλτιστη γνωστή λύση), στρατηγικές εντατικοποίησης και διαφοροποίησης, και προσαρμοσμένη διάρκεια tabu. Η αναζήτηση tabu έχει αποδείξει εξαιρετική απόδοση σε προβλήματα CVRPTW και έχει οδηγήσει σε πολλές από τις καλύτερες γνωστές λύσεις στη βιβλιογραφία.

### **Βελτιστοποίηση αποικίας μυρμηγκιών (Ant Colony Optimization ή ACO)**

Η ACO εμπνέεται από τη συμπεριφορά αναζήτησης τροφής των μυρμηγκιών και χρησιμοποιεί ίχνη φερομονών για να καθοδηγήσει την κατασκευή λύσεων. Στο CVRPTW, τεχνητά μυρμήγκια δημιουργούν διαδρομές επιλέγοντας πιθανολογικά πελάτες βάσει συγκέντρωσης φερομονών και ευρετικής πληροφορίας (όπως απόσταση και επείγον χρονικού παραθύρου). Τα ίχνη φερομονών ενημερώνονται βάσει της ποιότητας της λύσης, με καλύτερες λύσεις να αφήνουν περισσότερες φερομόνες. Η μέθοδος χειρίζεται φυσικά την κατασκευαστική πλευρά του προβλήματος δρομολόγησης, ενώ ενσωματώνει γνώση από προηγούμενες επαναλήψεις. Η ACO έχει επιδείξει καλή απόδοση στο CVRPTW, ιδίως όταν συνδυάζεται με διαδικασίες τοπικές αναζήτησης, αν και απαιτεί προσεκτική ρύθμιση παραμέτρων και μπορεί να είναι υπολογιστικά απαιτητική.

### **Βελτιστοποίηση σμήνους σωματιδίων (Particle Swarm Optimization ή PSO)**

Η PSO προσομοιώνει την κοινωνική συμπεριφορά σμήνων πουλιών ή κοπαδιών ψαριών, όπου τα σωματίδια κινούνται στον χώρο λύσεων καθοδηγούμενα από τη δική τους καλύτερη θέση και τη συνολική καλύτερη θέση του σμήνους. Η προσαρμογή της PSO στο CVRPTW απαιτεί διακριτές αναπαραστάσεις και εξειδικευμένους τελεστές καθώς ο αρχικός αλγόριθμος σχεδιάστηκε για συνεχή βελτιστοποίηση. Έχουν προταθεί διάφορα σχήματα κωδικοποίησης, όπως αναπαραστάσεις βάσει προτεραιότητας και άμεση κωδικοποίηση διαδρομών. Αν και η PSO έχει εφαρμοστεί στο CVRPTW με κάποια επιτυχία, γενικά έχει χαμηλότερη απόδοση από αλγόριθμους που σχεδιάστηκαν ειδικά για προβλήματα συνδυαστικής βελτιστοποίησης.

### **Γενετικοί Αλγόριθμοι**

Οι Γενετικοί Αλγόριθμοι (Genetic Algorithms ή GA) είναι εξελικτικές μεθευρετικές μέθοδοι εμπνεόμενες από τη φυσική επιλογή και τη γενετική, στις οποίες πληθυσμός υποψήφιων λύσεων εξελίσσεται μέσα από διαδοχικές γενιές, μέσω τελεστών επιλογής, διασταύρωσης (crossover) και μετάλλαξης (mutation). Στο πρόβλημα CVRPTW, οι λύσεις κωδικοποιούνται συνήθως ως χρωμοσώματα που αναπαριστούν ακολουθίες πελατών ή δομές διαδρομών, με εξειδικευμένους γενετικούς τελεστές που διασφαλίζουν τη συμμόρφωση με τους περιορισμούς χωρητικότητας και χρονικών παραθύρων. Ο τελεστής διασταύρωσης συνδυάζει γονικές λύσεις για τη δημιουργία απογόνων, ενώ η μετάλλαξη εισάγει μικρές τυχαίες αλλαγές ώστε να διατηρείται η ποικιλομορφία στον πληθυσμό. Οι μηχανισμοί επιλογής ευνοούν τα πιο «κατάλληλα» άτομα (καλύτερες λύσεις) για αναπαραγωγή, οδηγώντας τον πληθυσμό σε βελτιούμενες λύσεις με την πάροδο των γενεών. Οι Γενετικοί Αλγόριθμοι είναι ιδιαίτερα κατάλληλοι για το CVRPTW, καθώς μπορούν να διατηρούν ποικιλομορφία, να διαχειρίζονται σύνθετους περιορισμούς και να εξισορροπούν αποτελεσματική την εξερεύνηση του χώρου λύσεων με την εστιασμένη βελτιστοποίηση. Χάρη στην πληθυσμιακή τους φύση, εξερευνούν παράλληλα πολλές περιοχές του χώ-

ρου λύσεων, κάτι που τους βοηθά να αποφύγουν τον εγκλωβισμό σε τοπικά βέλτιστα, πρόβλημα σύνηθες σε μεθόδους που βασίζονται σε μία μόνο λύση κάθε φορά.

### **Υβριδικές μεθευρετικές προσεγγίσεις**

Οι υβριδικές προσεγγίσεις συνδυάζουν πολλαπλές μεθευρετικές μεθόδους ή συνδυάζουν μεθευρετικές με ακριβείς μεθόδους, ώστε να αξιοποιήσουν τα πλεονεκτήματα κάθε προσέγγισης. Κοινές υλοποιήσεις περιλαμβάνουν μεθευρετικές με εντατικοποίηση μέσω τοπικής αναζήτησης, πληθυσμιακές μεθόδους με ατομικές διαδικασίες βελτίωσης, και μεθευρετικές που παρέχουν αρχικές λύσεις για ακριβείς μεθόδους. Για το CVRPTW, οι επιτυχημένες υβριδικές μέθοδοι συνδυάζουν τις δυνατότητες ολικής εξερεύνησης των πληθυσμιακών μεθόδων (όπως οι γενετικοί αλγόριθμοι) με τη δύναμη εντοπισμένης βελτιστοποίησης της τοπικής αναζήτησης. Αυτές οι προσεγγίσεις επιτυγχάνουν καλύτερη ισορροπία μεταξύ εξερεύνησης και εκμετάλλευσης σε σχέση με τις προσεγγίσεις μιας μεθόδου.

### **3.5.5. Μηχανική μάθηση και σύγχρονες προσεγγίσεις**

#### **Ενισχυτική μάθηση (Reinforcement Learning ή RL)**

Πρόσφατη έρευνα έχει εξερευνήσει προσεγγίσεις ενισχυτικής μάθησης (Reinforcement Learning ή RL), στην οποία πράκτορες μαθαίνουν να λαμβάνουν διαδοχικές αποφάσεις δρομολόγησης μέσω αλληλεπίδρασης με το περιβάλλον. Η κατάσταση (state) συνήθως αναπαριστά την τρέχουσα μερική λύση, οι ενέργειες αντιστοιχούν στην επιλογή πελατών ή αποφάσεις διανομής, και οι ανταμοιβές βασίζονται στην ποιότητα της λύσης. Δίκτυα Deep Q (Deep Q-Networks ή DQN) και μέθοδοι με κλίση πολιτικής (policy gradient) έχουν προσαρμοστεί στο CVRPTW, συχνά σε συνδυασμό με μηχανισμούς προσοχής για την αντιμετώπιση προβλημάτων μεταβλητού μεγέθους. Αν και πολλά υποσχόμενες ως προς τη δυνατότητα εκμάθησης στρατηγικών προσαρμοσμένων στο πρόβλημα χωρίς ρητό προγραμματισμό, οι μέθοδοι RL προς το παρόν υστερούν σε απόδοση σε σχέση με τις καλά ρυθμισμένες παραδοσιακές μεθευρετικές μεθόδους σε παραδείγματα αναφοράς.

#### **Ευρετικές με νευρωνικά δίκτυα**

Τα νευρωνικά δίκτυα έχουν χρησιμοποιηθεί τόσο ως αυτόνομες μέθοδοι επίλυσης όσο και σε συνδυασμό με παραδοσιακούς αλγορίθμους. Τα νευρωνικά δίκτυα γράφου (graph neural networks ή GNN) μπορούν να μάθουν αναπαραστάσεις προβλημάτων CVRPTW και να προβλέψουν καλές λύσεις ή να καθοδηγήσουν διαδικασίες αναζήτησης. Μοντέλα βασισμένα στην προσοχή (attention-based models), κυρίως αρχιτεκτονικές τύπου transformer, έχουν δείξει υποσχόμενα αποτελέσματα στην εκμάθηση απευθείας κατασκευής διαδρομών από δεδομένα προβλήματος. Αυτές οι προσεγγίσεις στοχεύουν στην αυτόματη ανακάλυψη αποτελεσματικών ευρετικών μέσω εκπαίδευσης σε μεγάλα σύνολα δε-

δομένων προβλημάτων. Αν και ελκυστικές υπολογιστικά λόγω της ταχύτητας που προσφέρουν μετά την εκπαίδευση, οι τρέχουσες νευρωνικές προσεγγίσεις γενικά δεν μπορούν να ανταγωνιστούν την ταχύτητα κορυφαίων μεθόδων σε απαιτητικά παραδείγματα αναφοράς.

Η ποικιλομορφία των προσεγγίσεων επίλυσης για το CVRPTW αντανακλά τόσο την πολυπλοκότητα του προβλήματος όσο και τη μεγάλη σημασία του στην πράξη. Ενώ οι ακριβείς μέθοδοι εγγυώνται τη βέλτιστη λύση για μικρά παραδείγματα, οι υπολογιστικές απαιτήσεις των εφαρμογών στον πραγματικό κόσμο έχουν οδηγήσει στην ανάπτυξη όλο και πιο εξελιγμένων ευρετικών και μεθόδων τεχνικών. Οι πιο επιτυχημένες μέθοδοι στην πράξη συνήθως συνδυάζουν πολλαπλές τεχνικές, αξιοποιώντας τα συμπληρωματικά πλεονεκτήματα διαφορετικών αλγοριθμικών προσεγγίσεων ώστε να επιτύχουν την καλύτερη ισορροπία μεταξύ ποιότητας λύσης και υπολογιστικής αποδοτικότητας.

# Κεφάλαιο 4

## Μεθοδολογία

### 4.1. Μεθοδολογικό πλαίσιο προσέγγισης γενετικού αλγορίθμου και αναζήτησης μεταβλητής γειτονιάς (VNS)

Για την επίτευξη του στόχου της επίλυσης του CVRP με αυστηρά χρονικά πλαίσια, η παρούσα εργασία υλοποιεί ένα υβριδικό μεθοδολογικό πλαίσιο που χρησιμοποιεί γενετικούς αλγορίθμους και τοπική αναζήτηση σε δύο στάδια. Στο πρώτο στάδιο εφαρμόζεται γενετικός αλγόριθμος (ΓΑ), ο οποίος ερευνά τον χώρο λύσεων συνολικά και βρίσκει μια αρχική λύση υψηλής ποιότητας. Το δεύτερο στάδιο λαμβάνει ως είσοδο την αρχική λύση του πρώτου σταδίου και εφαρμόζοντας τον αλγόριθμο της αναζήτησης μεταβλητής γειτονιάς (Variable Neighborhood Search ή VNS), προσπαθεί να τη βελτιώσει. Το αποτέλεσμα του δεύτερου σταδίου είναι η τελική βέλτιστη λύση της υβριδικής προσέγγισης και η τελική λύση του CVRPTW.

Η διαδοχική υβριδική προσέγγιση που συνδυάζει γενετικό αλγόριθμο με τοπική αναζήτηση υιοθετείται στην παρούσα διπλωματική λόγω των αρκετών σημαντικών πλεονεκτημάτων που την καθιστούν ιδιαιτέρως κατάλληλη για την επίλυση του CVRPTW με υδρογονοκίνητα οχήματα. Πρώτον, η προσέγγιση αξιοποιεί συμπληρωματικά δυνατά σημεία των αλγορίθμων, όπου ο ΓΑ παρέχει ισχυρή ολική εξερεύνηση του χώρου λύσεων για τον εντοπισμό υποσχόμενων περιοχών, ενώ η επακόλουθη φάση της τοπικής αναζήτησης προσφέρει εντατική βελτιστοποίηση λύσεων στις περιοχές αυτές. Δεύτερον, η σειριακή δομή επιτυγχάνει υπολογιστική αποδοτικότητα, επιτρέποντας ανεξάρτητο έλεγχο της κατανομής πόρων – ο ΓΑ μπορεί να εκτελείται μέχρι να παρατηρηθούν μειούμενες αποδόσεις και, έπειτα, η υπολογιστική προσπάθεια να συγκεντρωθεί στην τοπική αναζήτηση για τη μέγιστη βελτίωση της λύσης. Τρίτον, ο συγκεκριμένος συνδυασμός ενισχύει σημαντικά την ποιότητα των λύσεων, καθώς ο ΓΑ πλοηγείται αποτελεσματικά στο περίπλοκο τοπίο των περιορισμών για την εύρεση υψηλής ποιότητας αρχικών λύσεων, τις οποίες αργότερα διαμορφώνει η τοπική αναζήτηση, οδηγώντας σε σχεδόν βέλτιστα ή βέλτιστα αποτελέσματα. Τέταρτον, ο αρθρωτός σχεδιασμός της διαδοχικής προσέγγισης επιτρέπει την ανεξάρτητη βελτιστοποίηση και ρύθμιση κάθε στοιχείου του αλγορίθ-

μου, διευκολύνοντας τη συστηματική ανάλυση των συνεισφορών στην απόδοση και την ευκολότερη προσαρμογή των παραμέτρων. Τέλος, λαμβάνοντας υπόψη τους πρακτικούς περιορισμούς που χαρακτηρίζουν τα προβλήματα CVRPTW – ιδιαίτερα τη σύνθετη αλληλεπίδραση μεταξύ των περιορισμών χωρητικότητας των οχημάτων, των χρονικών παραθύρων των πελατών και των περιορισμών διάρκειας της διαδρομής – η φάση της τοπικής αναζήτησης διασφαλίζει τη βιωσιμότητα της λύσης μέσω στοχευμένων ενεργειών γειτονικότητας. Αυτό καθιστά την υβριδική προσέγγιση τόσο θεωρητικά ορθολογική όσο και πρακτικά αποτελεσματική για το CVRPTW με υδρογονοκίνητα οχήματα.

Στο σχήμα 4.1 παρουσιάζεται το διάγραμμα ροής του υβριδικού αλγορίθμου. Στο διάγραμμα φαίνονται οι δύο φάσεις της υβριδικής προσέγγισης – του γενετικού αλγόριθμου και της τοπικής αναζήτησης – και οι λεπτομέρειες εφαρμογής τους, οι οποίες αναλύονται στις επόμενες ενότητες.

## 4.2. Αναπαράσταση του προβλήματος και κωδικοποίηση

Στη σειριακή προσέγγιση της παρούσας εργασίας, η αναπαράσταση των λύσεων του προβλήματος χωρίζεται στις δύο προαναφερθείσες φάσεις: αυτήν του γενετικού αλγορίθμου και αυτήν της τοπικής αναζήτησης. Τα δεδομένα του επιλυόμενου προβλήματος αποθηκεύονται σε κατάλληλη δομή δεδομένων προσβάσιμη και από τις δύο φάσεις. Οι λύσεις του προβλήματος στη φάση του γενετικού αλγορίθμου αναπαρίστανται από χρωμοσώματα (chromosomes), τα οποία αναπαριστούν ακολουθίες πελατών. Κάθε χρωμόσωμα αποτελείται από γονίδια (genes), δηλαδή από τους αριθμούς των πελατών στα δεδομένα του προβλήματος. Στη φάση της τοπικής αναζήτησης οι λύσεις αναπαρίστανται ως σύνολο διαδρομών.

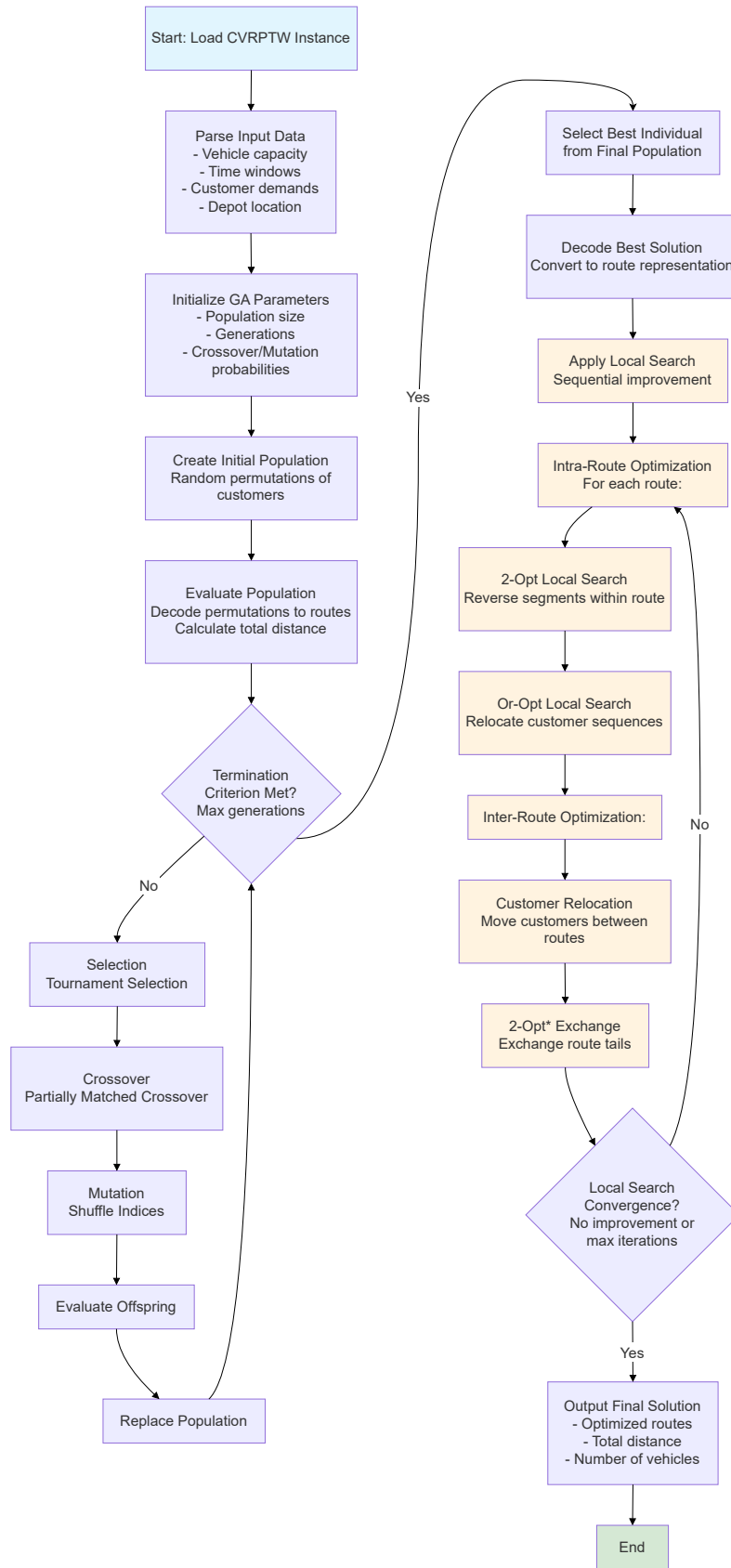
### 4.2.1. Κωδικοποίηση χρωμοσωμάτων

Ο γενετικός αλγόριθμος ακολουθεί σχήμα κωδικοποίησης που βασίζεται στη μετάθεση (permutation-based encoding scheme), όπου κάθε χρωμόσωμα αντιπροσωπεύει μια ακολουθία αριθμών κόμβων πελατών. Αυτή η προσέγγιση κωδικοποίησης, γνωστή και ως αναπαράσταση γιγαντιαίας περιήγησης (giant tour representation), κωδικοποιεί μια ολοκληρωμένη λύση του προβλήματος ως μία ενιαία μετάθεση όλων των πελατών χωρίς οριοθέτες διαδρομών.

Ένα χρωμόσωμα  $C$  ορίζεται ως εξής:

$$C = [c_1, c_2, c_3, \dots, c_n] \quad (4.2.1)$$

όπου  $c_i \in \{1, 2, \dots, n\}$  αντιπροσωπεύει τον αριθμό κόμβου του πελάτη  $i$  και  $n$  είναι ο συνολικός αριθμός πελατών του προβλήματος. Κάθε πελάτης εμφανίζεται ακριβώς μία φορά στο χρωμόσωμα (ιδιότητα μετάθεσης) και η αποθήκη (κόμβος 0) θεωρείται έμμεσα ως το σημείο έναρξης και λήξης όλων των διαδρομών. Ως παράδειγμα για ένα πρόβλημα CVRPTW με 8 πελάτες, ένα χρωμόσωμα θα



Σχήμα 4.1.: Διάγραμμα ροής που περιγράφει τη λειτουργία της υβριδικής προσέγγισης.



μπορούσε να είναι το εξής:

$$C : [3, 7, 1, 5, 2, 8, 4, 6]$$

Το  $C$  αναπαριστά την εξής διαδρομή: πελάτης 3  $\rightarrow$  πελάτης 7  $\rightarrow$  πελάτης 1  $\rightarrow$  πελάτης 5  $\rightarrow$  πελάτης 2  $\rightarrow$  πελάτης 8  $\rightarrow$  πελάτης 4  $\rightarrow$  πελάτης 6.

Η κωδικοποίηση που βασίζεται στη μετάθεση έχει αρκετά πλεονεκτήματα που διευκολύνουν την υλοποίηση του γενετικού αλγορίθμου. Πρώτον, η αναπαράσταση των διαδρομών είναι απλή, απαιτώντας  $n$  μόνο γονίδια για  $n$  πελάτες. Δεύτερον, η κωδικοποίηση είναι συμβατή με τους καθιερωμένους τελεστές διασταύρωσης και μετάλλαξης για κωδικοποιήσεις μετάθεσης και αυτοί μπορούν να εφαρμοστούν απευθείας χωρίς προσαρμογές. Τρίτον, η κωδικοποίηση έχει πλήρη κάλυψη του χώρου λύσεων· κάθε μετάθεση αναπαριστά μια δυνητικά έγκυρη ακολουθία πελατών και συνεπώς λύση του προβλήματος. Τέταρτον, έχει εξαιρετική ευελιξία στην αναπαράσταση διαδρομών· το ίδιο χρωμόσωμα μπορεί να αποκωδικοποιηθεί σε διαφορετικές διαδρομές ανάλογα με τους περιορισμούς του προβλήματος.

#### 4.2.2. Διαδικασία αποκωδικοποίησης χρωμοσωμάτων

Ο μετασχηματισμός της κωδικοποίησης χρωμοσωμάτων σε πραγματικές διαδρομές οχημάτων εκτελείται μέσω εξειδικευμένης συνάρτησης αποκωδικοποίησης, η οποία συνθέτει εφικτές διαδρομές που ικανοποιούν τους περιορισμούς χωρητικότητας και χρονικών παραθύρων. Η διαδικασία αποκωδικοποίησης είναι κρίσιμη καθώς αυτή καθορίζει τη ποιότητα της λύσης που αναπαριστά κάθε χρωμόσωμα.

Η συνάρτηση αποκωδικοποίησης επεξεργάζεται κάθε γονίδιο του χρωμοσώματος διαδοχικά, αντιστοιχίζοντας τους πελάτες σε διαδρομές με βάση τους περιορισμούς εφικτότητας. Ο αλγόριθμος διατηρεί τη σειρά πελατών που καθορίζεται στο χρωμόσωμα, διασφαλίζοντας παράλληλα πως ικανοποιούνται όλοι οι περιορισμοί του CVRPTW. Ο ψευδοκώδικας της συνάρτησης αποκωδικοποίησης είναι ο παρακάτω.

```
FUNCTION DECODE_CHROMOSOME(chromosome)
INPUT: chromosome  $C = [c_1, c_2, \dots, c_n]$ 
OUTPUT: Set of feasible routes  $R = \{R_1, R_2, \dots, R_k\}$ 

BEGIN
routes  $\leftarrow$  EMPTY_LIST()
current_route  $\leftarrow$  NEW_ROUTE()
current_load  $\leftarrow 0$ 
current_time  $\leftarrow 0$ 
current_location  $\leftarrow$  DEPOT (node 0)

FOR each customer  $c_i$  IN chromosome DO
// Check capacity constraint
IF current_load + demand[ $c_i$ ]  $\leq$  VEHICLE_CAPACITY THEN
```

```

// Check time window constraint
travel_time ← distance[current_location][ci]
arrival_time ← current_time + travel_time

IF arrival_time ≤ time_window[ci].latest THEN
// Customer can be added to current route
current_route.ADD(ci)
current_load ← current_load + demand[ci]
current_time ← MAX(arrival_time, time_window[ci].earliest) +
               + service_time[ci]
current_location ← ci
ELSE
// Start new route due to time window violation
routes.ADD(current_route)
current_route ← NEW_ROUTE_WITH_CUSTOMER(ci)
current_load ← demand[ci]
current_time ← MAX(distance[DEPOT][ci], time_window[ci].earliest) +
               + service_time[ci]
current_location ← ci
END IF
ELSE
// Start new route due to capacity violation
routes.ADD(current_route)
current_route ← NEW_ROUTE_WITH_CUSTOMER(ci)
current_load ← demand[ci]
current_time ← MAX(distance[DEPOT][ci], time_window[ci].earliest) +
               + service_time[ci]
current_location ← ci
END IF
END FOR

// Add the last route
IF current_route IS NOT EMPTY THEN
routes.ADD(current_route)
END IF

RETURN routes
END

```

Η συνάρτηση αποκωδικοποίησης εξασφαλίζει πως κάθε προσθήκη πελάτη στην τρέχουσα διαδρομή ικανοποιεί τους περιορισμούς χωρητικότητας και χρονικών παραθύρων. Κατά την αποκωδικοποίηση της λύσης του χρωμοσώματος η συνάρτηση κρατά το τρέχον άθροισμα φορτίου της διαδρομής. Όταν με την προσθήκη νέου πελάτη στη διαδρομή το συνολικό φορτίο υπερβαίνει τη χωρητικότητα του οχήματος  $C$ , τότε η συνάρτηση ξεκινά νέα διαδρομή και τοποθετεί τον πελάτη σε αυτήν. Ο χρόνος άφιξης σε κάθε πελάτη λαμβάνει υπόψη το χρόνο ταξιδιού από την προηγούμενη τοποθεσία (στη συγκεκριμένη

Πελάτης	Ζήτηση	Χρονικό παράθυρο	Χρόνος εξυπηρέτησης
1	15	[10, 30]	5
2	20	[40, 60]	3
3	10	[5, 25]	4
4	25	[50, 80]	6
5	18	[20, 45]	4
6	12	[60, 90]	3
7	8	[15, 35]	2
8	22	[45, 70]	5

Πίνακας 4.1.: Δεδομένα παραδείγματος αποκωδικοποίησης διαδρομών

διπλωματική ο χρόνος ταξιδιού μεταξύ δύο τοποθεσιών ισούται με την Ευκλείδεια απόσταση μεταξύ των δύο τοποθεσιών). Η εξυπηρέτηση κάθε πελάτη ξεκινά τη στιγμή  $\max\{\text{arrival\_time}, \text{earliest\_time}\}$  και δεν πρέπει σε καμία περίπτωση να ξεκινήσει αργότερα από τη  $\text{latest\_time}$ . Εάν ένας πελάτης δεν μπορεί να εξυπηρετηθεί μέσα στο χρονικό του παράθυρο, τότε ξεκινά νέα διαδρομή και τοποθετείται σε αυτήν. Ο χρόνος άφιξης στον πελάτη  $j$  ισούται με  $A_j = \max\{A_i + s_i + t_{ij}, a_j\}$ , όπου  $i$  ο προηγούμενος πελάτης και επίσης  $a_j \leq A_j \leq b_j$ . Στην περίπτωση που το όχημα χρειαστεί να περιμένει πριν την εξυπηρέτηση του πελάτη, προστίθεται ο αντίστοιχος χρόνος αναμονής στον χρόνο άφιξης. Τέλος επειδή κάθε διαδρομή ξεκινά και τερματίζει στην αποθήκη, προστίθεται ο κατάλληλος χρόνος και απόσταση ταξιδιού από και προς την αποθήκη σε κάθε διαδρομή.

Για το χρωμόσωμα  $[3, 7, 1, 5, 2, 8, 4, 6]$ , τα δεδομένα πελατών στον πίνακα 4.1 και χωρητικότητα του οχήματος  $C = 50$ , η διαδικασία αποκωδικοποίησης μπορεί να κατασκευάσει τις εξής διαδρομές:

- **Διαδρομή 1:** αποθήκη  $\rightarrow 3 \rightarrow 7 \rightarrow 1 \rightarrow$  αποθήκη (φορτίο: 33, εφικτή)
- **Διαδρομή 2:** αποθήκη  $\rightarrow 5 \rightarrow 2 \rightarrow$  αποθήκη (φορτίο: 38, εφικτή)
- **Διαδρομή 3:** αποθήκη  $\rightarrow 8 \rightarrow 4 \rightarrow 6 \rightarrow$  αποθήκη (φορτίο:  $59 > 50$ , παραβίαση περιορισμού χωρητικότητας)
- **Διορθωμένη διαδρομή 3:** αποθήκη  $\rightarrow 8 \rightarrow 4 \rightarrow$  αποθήκη (φορτίο: 47)
- **Διαδρομή 4:** αποθήκη  $\rightarrow 6 \rightarrow$  αποθήκη (φορτίο: 12, εφικτή)

#### 4.2.3. Υπολογισμός καταλληλότητας (fitness) χρωμοσωμάτων

Στους γενετικούς αλγορίθμους η καταλληλότητα (fitness) των χρωμοσωμάτων χρησιμοποιείται για την κατάταξή τους και για την επιλογή των καλύτερων χρωμοσωμάτων του πληθυσμού για τη δημιουργία των απογόνων της επόμενης γενιάς. Στο CVRPTW η καταλληλότητα των χρωμοσωμάτων είναι η συνολική

απόσταση που διανύουν τα οχήματα της αντίστοιχης λύσης. Καθώς στόχος του CVRPTW είναι η ελαχιστοποίηση της συνολικής διανυθείσας απόστασης, η καλύτερη λύση θα έχει τη μικρότερη δυνατή καταλληλότητα από τον τελικό πληθυσμό λύσεων.

#### 4.2.4. Πλεονεκτήματα και θέματα της κωδικοποίησης

Η αναπαράσταση χρωμοσωμάτων που βασίζεται στη μετάθεση προσφέρει πολλά ξεχωριστά πλεονεκτήματα για την επίλυση του CVRPTW χρησιμοποιώντας γενετικούς αλγόριθμους. Το κύριο πλεονέκτημα αυτής της προσέγγισης είναι η ικανότητά της να εγγυάται την ικανοποίηση των περιορισμών μέσω της διαδικασίας αποκωδικοποίησης, διασφαλίζοντας ότι όλες οι δημιουργούμενες λύσεις παραμένουν εφικτές καθ' όλη τη διάρκεια της εξελικτικής αναζήτησης. Αυτός ο μηχανισμός ικανοποίησης περιορισμών μειώνει σημαντικά τον χώρο αναζήτησης περιορίζοντας την εξερεύνηση μόνο σε έγκυρες μεταθέσεις, απλοποιώντας έτσι τη διαδικασία γενετικής αναζήτησης και βελτιώνοντας την υπολογιστική αποδοτικότητα.

Η αναπαράσταση επιδεικνύει σημαντική ευελιξία, καθώς το ίδιο χρωμόσωμα μπορεί να αναπαραστήσει διαφορετικές δομές διαδρομής όταν υπόκειται σε ποικίλες παραμέτρους περιορισμού, επιτρέποντας στον αλγόριθμο να προσαρμόζεται σε διαφορετικές περιπτώσεις προβλήματος χωρίς να απαιτούνται δομικές τροποποιήσεις. Επιπλέον, η κωδικοποίηση που βασίζεται σε μετάθεση διατηρεί τη συμβατότητα με τους τυπικούς γενετικούς τελεστές, διασφαλίζοντας ότι η εγκυρότητα των χρωμοσωμάτων διατηρείται σε όλες τις λειτουργίες διασταύρωσης και μετάλλαξης, κάτι που είναι κρίσιμο για τη διατήρηση της εφικτότητας του πληθυσμού.

Ωστόσο, κατά την εφαρμογή αυτού του σχήματος αναπαράστασης πρέπει να ληφθούν υπόψη αρκετές παράμετροι. Η διαδικασία αποκωδικοποίησης εισάγει υπολογιστική επιβάρυνση, καθώς κάθε αξιολόγηση καταλληλότητας απαιτεί πλήρη κατασκευή διαδρομών, η οποία προσθέτει στο συνολικό υπολογιστικό κόστος του αλγορίθμου. Η ποιότητα των διαδρομών που προκύπτουν παρουσιάζει ισχυρή εξάρτηση από την ακολουθία πελατών εντός του χρωμοσώματος, πράγμα που σημαίνει ότι η σειρά με την οποία εμφανίζονται οι πελάτες επηρεάζει σημαντικά την ποιότητα της τελικής λύσης. Επιπλέον, η αναπαράσταση ενδέχεται να αντιμετωπίσει προβλήματα με τοπικά βέλτιστα, όπου διαφορετικές μεταθέσεις μπορούν να αποκωδικοποιηθούν σε πανομοιότυπες δομές διαδρομής, περιορίζοντας ενδεχομένως την ποικιλομορφία του χώρου αναζήτησης.

Η προσέγγιση αναθέτει επίσης όλη τη διαχείριση περιορισμών στη συνάρτηση αποκωδικοποίησης, η οποία συγκεντρώνει την πολυπλοκότητα του χειρισμού των περιορισμών σε ένα μόνο στοιχείο του συστήματος. Ενώ αυτή η ανάθεση απλοποιεί τους γενετικούς τελεστές, αναθέτει σημαντική ευθύνη στον αλγόριθμο αποκωδικοποίησης για να διασφαλίσει την πλήρη ικανοποίηση των περιορισμών.

Παρά τις σχέψεις αυτές, η αναπαράσταση επιτυγχάνει μια αποτελεσματική ισορροπία μεταξύ της απλότητας κωδικοποίησης και της ποιότητας της λύσης,

καθιστώντας την ιδιαίτερα κατάλληλη για την υλοποίηση γενετικών αλγορίθμων, διασφαλίζοντας παράλληλα ότι όλοι οι περιορισμοί του CVRPTW αντιμετωπίζονται συστηματικά κατά τη διάρκεια της διαδικασίας κατασκευής της λύσης. Ο συνδυασμός της εγγυημένης εφικτότητας, της μειωμένης πολυπλοκότητας του χώρου αναζήτησης και της συμβατότητας με τυπικούς γενετικούς τελεστές καθιστά αυτήν την αναπαράσταση μια καλή επιλογή για την αντιμετώπιση του απαιτητικού προβλήματος συνδυαστικής βελτιστοποίησης που παρουσιάζει το CVRPTW.

### 4.3. Στοιχεία γενετικού αλγορίθμου

Η υλοποίηση του γενετικού αλγορίθμου για την επίλυση του CVRPTW χρησιμοποιεί διάφορα βασικά στοιχεία που συνεργάζονται για την ανάπτυξη λύσεων υψηλής ποιότητας μέσω επαναληπτικής βελτιστοποίησης. Αυτή η ενότητα περιγράφει λεπτομερώς τους συγκεκριμένους μηχανισμούς που χρησιμοποιούνται για την αρχικοποίηση πληθυσμού χρωμοσωμάτων και τις λειτουργίες της επιλογής, της διασταύρωσης και της μετάλλαξης.

#### 4.3.1. Αρχικοποίηση πληθυσμού

Η διαδικασία αρχικοποίησης πληθυσμού θέτει τα θεμέλια για την εξελικτική αναζήτηση δημιουργώντας ένα ποικίλο σύνολο αρχικών υποψηφίων λύσεων. Κάθε άτομο στον πληθυσμό αναπαρίσταται ως μια μετάθεση των αριθμών κόμβου των πελατών, που δημιουργείται μέσω τυχαίας δειγματοληψίας χωρίς αντικατάσταση από το πλήρες σύνολο πελατών. Αυτή η προσέγγιση διασφαλίζει ότι κάθε πελάτης εμφανίζεται ακριβώς μία φορά σε κάθε χρωμόσωμα, διατηρώντας την ακεραιότητα της αναπαράστασης που βασίζεται στη μετάθεση. Το μέγεθος του πληθυσμού είναι προκαθορισμένο και παραμένει σταθερό καθ' όλη τη διάρκεια της εξελικτικής διαδικασίας, παρέχοντας μια σταθερή βάση για γενετικές λειτουργίες, διατηρώντας παράλληλα επαρκή ποικιλομορφία για την αποτελεσματική εξερεύνηση του χώρου λύσεων.

#### 4.3.2. Μηχανισμός επιλογής

Ο μηχανισμός επιλογής που εφαρμόζεται σε αυτήν την εργασία χρησιμοποιεί επιλογή τουρνουά (tournament selection) με μέγεθος τουρνουά τριών ατόμων. Αυτή η στρατηγική επιλογής λειτουργεί διαλέγοντας τυχαία τρία άτομα από τον τρέχοντα πληθυσμό και κρατώντας αυτό με την καλύτερη τιμή καταλληλότητας (τη χαμηλότερη συνολική απόσταση σε αυτό το πρόβλημα ελαχιστοποίησης) για να συμμετάσχει στην αναπαραγωγή. Η επιλογή τουρνουά προσφέρει πολλά πλεονεκτήματα για το CVRPTW, συμπεριλαμβανομένης της ικανότητάς του να διατηρεί την πίεση επιλογής (selection pressure) διατηρώντας παράλληλα την ποικιλομορφία του πληθυσμού.

Το μέγεθος τουρνουά τριών ατόμων αντιπροσωπεύει μια ισορροπημένη προσέγγιση μεταξύ εξερεύνησης και εκμετάλλευσης. Ένα μικρότερο μέγεθος τουρ-

νουά θα μείωνε την πίεση επιλογής και ενδεχομένως θα επιβράδυνε τη σύγκλιση, ενώ ένα μεγαλύτερο μέγεθος θα μπορούσε να οδηγήσει σε πρόωρη σύγκλιση ευνοώντας σε μεγάλο βαθμό τα καλύτερα άτομα. Το επιλεγμένο μέγεθος τουρνουά επιτρέπει σε άτομα μέτριας καταλληλότητας να συνεισφέρουν στην επόμενη γενιά, παρέχοντας παράλληλα επαρκή επιλεκτική πίεση για να οδηγήσουν τον πληθυσμό προς καλύτερες λύσεις.

#### 4.3.3. Τελεστής διασταύρωσης

Η λειτουργία διασταύρωσης χρησιμοποιεί τον τελεστή μερικώς ταιριασμένης διασταύρωσης (Partially Matched Crossover ή PMX), ο οποίος έχει σχεδιαστεί ειδικά για αναπαραστάσεις που βασίζονται στη μετάθεση. Ο PMX διατηρεί την εγκυρότητα των χρωμοσωμάτων μετάθεσης διασφαλίζοντας ότι κάθε πελάτης εμφανίζεται ακριβώς μία φορά στους απογόνους, διατηρώντας παράλληλα σημαντικές δομικές πληροφορίες και από τους δύο γονείς.

Ο τελεστής PMX λειτουργεί μέσω μιας συστηματικής διαδικασίας τριών βημάτων. Πρώτον, δύο σημεία διασταύρωσης επιλέγονται τυχαία για να ορίσουν ένα τμήμα εντός των γονικών χρωμοσωμάτων. Δεύτερον, ο απόγονος κληρονομεί το τμήμα μεταξύ αυτών των σημείων διασταύρωσης απευθείας από τον πρώτο γονέα, δημιουργώντας μια μερική αντιστοίχιση μεταξύ των δύο γονέων με βάση τις θέσεις και τις τιμές εντός αυτού του τμήματος. Τρίτον, οι υπόλοιπες θέσεις στους απογόνους συμπληρώνονται διασχίζοντας τον δεύτερο γονέα χρησιμοποιώντας την υπάρχουσα αντιστοίχιση για την επίλυση διενέξεων.

Ο μηχανισμός αντιστοίχισης είναι κρίσιμος για την αποτροπή του διπλασιασμού πελατών. Όταν ένας πελάτης από τον δεύτερο γονέα υπάρχει ήδη στο αντιγραμμένο τμήμα του απογόνου, ο αλγόριθμος ακολουθεί την αλυσίδα αντιστοίχισης για να βρει ένα κατάλληλο υποκατάστατο. Για παράδειγμα, εάν στο αντιγραμμένο τμήμα διαπιστωθεί ότι η θέση  $i$  περιέχει τον πελάτη  $A$  (από τον γονέα 1) ενώ η θέση  $j$  περιέχει τον πελάτη  $B$  (από τον γονέα 1) και ο δεύτερος γονέας έχει τον πελάτη  $A$  σε μια θέση εκτός του αντιγραμμένου τμήματος, ο αλγόριθμος θα αντικαταστήσει τον πελάτη  $B$ . Αυτή η διαδικασία αντιστοίχισης συνεχίζεται αναδρομικά μέχρι να βρεθεί ένας πελάτης που δεν υπάρχει ήδη στον απόγονο, διασφαλίζοντας ότι κάθε πελάτης εμφανίζεται ακριβώς μία φορά στο χρωμόσωμα.

Αυτός ο μηχανισμός επίλυσης συγκρούσεων εγγυάται ότι κανένας πελάτης δεν θα διπλασιαστεί ή παραλειφθεί στους απογόνους που προκύπτουν. Ο τελεστής PMX συνδυάζει αποτελεσματικά τις δομικές πληροφορίες και από τους δύο γονείς, διατηρώντας παράλληλα τον θεμελιώδη περιορισμό πως κάθε πελάτης πρέπει να εμφανίζεται ακριβώς μία φορά στη μετάθεση. Η παράμετρος της πιθανότητας διασταύρωσης (crossover probability) ελέγχει τη συχνότητα της διασταύρωσης ατόμων, εξισορροπώντας μεταξύ της διατήρησης επιτυχημένων δομών χρωμοσωμάτων και της εισαγωγής νέων συνδυασμών που μπορούν να οδηγήσουν σε βελτιωμένες λύσεις.

#### 4.3.4. Τελεστής μετάλλαξης

Ο μηχανισμός μετάλλαξης χρησιμοποιεί έναν τελεστή μετάλλαξης που βασίζεται στο ανακάτεμα (shuffle-based mutation operator), ο οποίος αναδιατάσσει τυχαία ένα υποσύνολο θέσεων εντός του χρωμοσώματος. Αυτή η στρατηγική μετάλλαξης είναι ιδιαιτέρως κατάλληλη για αναπαραστάσεις μετάθεσης, καθώς διατηρεί την εγκυρότητα των χρωμοσωμάτων, ενώ παράλληλα εισάγει ελεγχόμενη τυχειότητα για την πρόληψη της πρόωρης σύγκλισης και τη διατήρηση της ποικιλομορφίας του πληθυσμού.

Ο τελεστής μετάλλαξης λειτουργεί επιλέγοντας τυχαία θέσεις εντός του χρωμοσώματος σύμφωνα με μια ανεξάρτητη παράμετρο πιθανότητας μετάλλαξης, η οποία έχει οριστεί σε 0,2 σε αυτήν την υλοποίηση. Αυτό σημαίνει ότι κάθε θέση στο χρωμόσωμα έχει πιθανότητα 20% να συμπεριληφθεί στη διαδικασία μετάλλαξης. Οι επιλεγμένες θέσεις στη συνέχεια αναμειγνύονται τυχαία, δημιουργώντας μια νέα διάταξη πελατών, διατηρώντας παράλληλα την ιδιότητα μετάθεσης του χρωμοσώματος.

Η παράμετρος πιθανότητας μετάλλαξης χρησιμεύει ως κρίσιμη ισορροπία μεταξύ εξερεύνησης και εκμετάλλευσης. Μια μεγαλύτερη πιθανότητα μετάλλαξης αυξάνει την εξερεύνηση, αλλά μπορεί να διαταράξει τις πολλά υποσχόμενες λύσεις, ενώ μια μικρότερη πιθανότητα μπορεί να μην είναι επαρκής για την πρόληψη της στασιμότητας στα τοπικά βέλτιστα. Η επιλεγμένη πιθανότητα μετάλλαξης 0,2 εξασφαλίζει επαρκή γενετική ποικιλομορφία, επιτρέποντας παράλληλα στις καλές λύσεις να διατηρούνται και να βελτιώνονται σε όλες τις γενιές.

Η ενσωμάτωση αυτών των στοιχείων γενετικού αλγορίθμου δημιουργεί ένα ισχυρό πλαίσιο βελτιστοποίησης ικανό να εξερευνήσει αποτελεσματικά τον χώρο λύσεων του CVRPTW. Ο συνδυασμός τυχαίας αρχικοποίησης, επιλογής τουρνουά, διασταύρωσης PMX και μετάλλαξης ανακατέματος διασφαλίζει ότι ο αλγόριθμος διατηρεί τόσο την εγκυρότητα των λύσεων που βασίζονται στη μετάθεση όσο και την ποικιλομορφία που είναι απαραίτητη για αποτελεσματική εξελικτική αναζήτηση.

#### 4.4. Ενσωμάτωση τοπικής αναζήτησης

Η υβριδική προσέγγιση της παρούσας διπλωματικής συνδυάζει τις δυνατότητες της ολικής εξερεύνησης των γενετικών αλγορίθμων με την τοπική εκμετάλλευση της αναζήτησης μεταβλητής γειτονιάς (Variable Neighborhood Search ή VNS). Αυτή η διττή προσέγγιση αντιμετωπίζει έναν θεμελιώδη περιορισμό των γενετικών αλγορίθμων: ενώ διαπρέπουν στη ολική εξερεύνηση του χώρου λύσεων και στον εντοπισμό υποσχόμενων περιοχών, συχνά δυσκολεύονται με την εύρεση τοπικά βέλτιστων λύσεων. Η VNS χρησιμεύει ως μηχανισμός συστηματικής βελτίωσης της ποιότητας των λύσεων που παράγονται από τον γενετικό αλγόριθμο μέσω της συντονισμένης εφαρμογής πολλαπλών τελεστών γειτονιάς (neighborhood operators).

#### 4.4.1. Τελεστές τοπικής αναζήτησης

Το πλαίσιο της αναζήτησης μεταβλητής γειτονιάς περιλαμβάνει τέσσερις διακριτούς τελεστές που λειτουργούν σε διαφορετικά επίπεδα της δομής της λύσης: δύο τελεστές εντός-διαδρομής (intra-route operators) που βελτιστοποιούν μεμονωμένες διαδρομές οχημάτων και δύο τελεστές μεταξύ-διαδρομών (inter-route operators) που εφαρμόζουν βελτιώσεις σε πολλαπλές διαδρομές. Αυτοί οι τελεστές ορίζουν τις δομές γειτονιάς που διερευνά συστηματικά η VNS για να εντοπίσει τοπικές βελτιώσεις.

##### Τελεστές εντός-διαδρομής (intra-route operators)

**Τελεστής 2-opt** Ο τελεστής 2-opt αντιπροσωπεύει τον πιο βασικό μηχανισμό τοπικής αναζήτησης για βελτιστοποίηση διαδρομών. Αυτός ο τελεστής εξετάζει όλα τα πιθανά ζεύγη κόμβων μέσα σε μία διαδρομή και αξιολογεί εάν η αντιστροφή της ακολουθίας των πελατών μεταξύ αυτών των κόμβων αποφέρει βελτίωση (μείωση) στην απόσταση που διανύει το όχημα της συγκεκριμένης διαδρομής. Ο τελεστής λαμβάνει συστηματικά υπόψη κάθε ζεύγος άκρων  $(i, j)$ , όπου  $i < j$ , αφαιρεί τις ακμές ανάμεσα σε αυτά τα άκρα από τη διαδρομή και την επανασυνδέει αντιστρέφοντας τη σειρά πελατών μεταξύ των θέσεων  $i$  και  $j$ . Αυτή η λειτουργία αντιστροφής διατηρεί τη συνδεσιμότητα της διαδρομής ενώ, παράλληλα, εξαλείφει ενδεχομένως τις διασταυρούμενες ακμές που συμβάλλουν σε μη βέλτιστες διαδρομές, αυξάνοντας το συνολικό μήκος της διαδρομής.

Ο τελεστής 2-opt συνεχίζει επαναληπτικά μέχρι να μην εντοπίζονται περαιτέρω βελτιώσεις εντός της υπό εξέταση διαδρομής. Κάθε πιθανή κίνηση αξιολογείται ως προς τη εφικτότητά της, διασφαλίζοντας πως η προκύπτουσα διαδρομή συνεχίζει να ικανοποιεί τους περιορισμούς χωρητικότητας οχημάτων και τους περιορισμούς των χρονικών παραθύρων των πελατών.

**Τελεστής Or-opt** Ο τελεστής Or-opt επεκτείνει τις δυνατότητες τοπικής αναζήτησης λαμβάνοντας υπόψη τη μετακίνηση ακολουθιών πελατών εντός μιας διαδρομής. Σε αντίθεση με τον 2-opt, ο οποίος αντιστρέφει μόνο υπάρχοντα τμήματα, ο Or-opt αξιολογεί την επίδραση της μετακίνησης ακολουθιών ενός, δύο ή τριών διαδοχικών, στη διαδρομή, πελατών σε διαφορετικές θέσεις εντός της ίδιας διαδρομής. Αυτός ο τελεστής αντιμετωπίζει μια ευρύτερη κατηγορία ανεπαρκειών διαδρομής που δεν μπορούν να επιλυθούν μέσω απλών αντιστροφών ακμών.

Η διαδικασία Or-opt εξετάζει συστηματικά κάθε πιθανή ακολουθία των καθορισμένων μηκών (1, 2 ή 3 πελατών) και αξιολογεί όλες τις εφικτές θέσεις εισαγωγής εντός της διαδρομής. Για κάθε πιθανή μετακίνηση ο τελεστής υπολογίζει την προκύπτουσα αλλαγή στο μήκος της διαδρομής και επαληθεύει ότι η τροποποιημένη διαδρομή παραμένει εφικτή ως προς τους περιορισμούς χωρητικότητας του οχήματος και χρονικών παραθύρων εξυπηρέτησης. Αυτός ο τελεστής αποδεικνύεται ιδιαιτέρως αποτελεσματικός σε σενάρια όπου η βέλτιστη αλληλούχιση πελατών απαιτεί πιο σύνθετες αναδιατάξεις από απλές αντιστροφές.



### **Τελεστές μεταξύ-διαδρομών (inter-route operators)**

**Τελεστής μετακίνησης μεταξύ διαδρομών** Ο τελεστής μετακίνησης μεταξύ διαδρομών (inter-route relocate operator) εξετάζει ευκαιρίες βελτιστοποίησης που επεκτείνονται σε πολλαπλές διαδρομές οχημάτων. Αυτός ο τελεστής αξιολογεί συστηματικά τα πιθανά οφέλη της μετακίνησης μεμονωμένων πελατών από μία διαδρομή σε μία άλλη, λαμβάνοντας υπόψη όλες τις πιθανές διαδρομές ως πηγή και προορισμό της μετακίνησης καθώς και όλες τις θέσεις εισαγωγής των πελατών στην τελική διαδρομή. Η αποτελεσματικότητα του τελεστή έγκειται στην ικανότητά του να εντοπίζει πελάτες που είναι καλύτερα τοποθετημένοι στο χώρο για να εξυπηρετηθούν από άλλα οχήματα, είτε λόγω χωρικής εγγύτητας είτε είτε λόγω καλύτερης αξιοποίησης της χωρητικότητας οχημάτων και των χρονικών παραθύρων.

Η διαδικασία μετακίνησης απαιτεί προσεκτικό έλεγχο εφικτότητας, καθώς η μετακίνηση ενός πελάτη μεταξύ διαδρομών επηρεάζει την ικανοποίηση των περιορισμών τόσο της διαδρομής πηγής όσο και της διαδρομής προορισμού. Ο τελεστής αξιολογεί κάθε πιθανή μετακίνηση υπολογίζοντας τον αντίκτυπο στο συνολικό μήκος και των δύο διαδρομών και επαληθεύοντας πως η προκύπτουσα διαμόρφωση διατηρεί την εφικτότητα τόσο ως προς τη χωρητικότητα των οχημάτων όσο και ως προς τους περιορισμούς χρονικών παραθύρων. Αυτός ο τελεστής αποδεικνύεται ιδιαίτερα πολύτιμος στην αντιμετώπιση ανισορροπιών στον φόρτο των διαδρομών και στον εντοπισμό ευκαιριών ενοποίησης διαδρομών.

**Τελεστής 2-opt\* μεταξύ διαδρομών** Ο τελεστής 2-opt\* μεταξύ διαδρομών αντιπροσωπεύει τον πιο εξελιγμένο μηχανισμό τοπικής αναζήτησης, επιτρέποντας την ανταλλαγή τμημάτων διαδρομής μεταξύ διαφορετικών οχημάτων. Αυτός ο τελεστής εντοπίζει ζεύγη διαδρομών και αξιολογεί συστηματικά τα πιθανά οφέλη από την ανταλλαγή των ουραίων κομματιών των διαδρομών αυτών σε διάφορες θέσεις κοπής. Ο τελεστής δημιουργεί νέες διαδρομές συνδυάζοντας το αρχικό τμήμα μιας διαδρομής με το τελικό μιας άλλης και αντίστροφα.

Ο τελεστής 2-opt\* αντιμετωπίζει σύνθετα σενάρια βελτιστοποίησης στα οποία η βέλτιστη λύση απαιτεί συντονισμένες αλλαγές σε πολλαπλές διαδρομές. Αυτός ο τελεστής μπορεί να εντοπίσει καταστάσεις στις οποίες η ανακατανομή πελατών μεταξύ οχημάτων οδηγεί σε πιο αποτελεσματικές συνολικά διαμορφώσεις δρομολόγησης. Η διαδικασία επαλήθευσης εφικτότητας είναι και εδώ πολύ κρίσιμη, καθώς πρέπει να διασφαλίσει πως και οι δύο διαδρομές πληρούν τους περιορισμούς χωρητικότητας και χρονικών παραθύρων μετά την ανταλλαγή τμημάτων των διαδρομών.

#### **4.4.2. Στρατηγική ενσωμάτωσης**

Η ενσωμάτωση της αναζήτησης μεταβλητής γειτονιάς ακολουθεί μια στρατηγική σταδιακής βελτίωσης στην οποία οι τελεστές VNS εφαρμόζονται στη φάση μετεπεξεργασίας της λύσης, αφού ο γενετικός αλγόριθμος ολοκληρώσει την εξελικτική του διαδικασία. Αυτή η προσέγγιση αξιοποιεί τα συμπληρωμα-

τικά πλεονεκτήματα των δύο μεθοδολογιών: ο γενετικός αλγόριθμος παρέχει αποτελεσματική ολική εξερεύνηση του χώρου λύσεων, ενώ η VNS παρέχει εντατική τοπική βελτίωση αυτών των λύσεων μέσω της συστηματικής εξερεύνησης γειτονιάς.

Η διαδικασία ενσωμάτωσης ξεκινά με την επιλογή της καλύτερης λύσης που προκύπτει από τον γενετικό αλγόριθμο. Αυτή η λύση, που αναπαριστάται ως μετάθεση πελατών, αποκωδικοποιείται πρώτα σε ένα σύνολο εφικτών διαδρομών οχημάτων (χρησιμοποιώντας τη διαδικασία αποκωδικοποίησης της ενότητας 4.2.2) που ικανοποιούν όλους τους περιορισμούς του προβλήματος. Η φάση της αναζήτησης μεταβλητής γειτονιάς εργάζεται απευθείας πάνω σε αυτή την αναπαράσταση των διαδρομών, εφαρμόζοντας τους τέσσερις τελεστές γειτονιάς με συστηματικό τρόπο.

Η μέθοδος VNS χρησιμοποιεί δομημένη εξερεύνηση πολλαπλών τύπων γειτονιάς, στην οποία διαφορετικές κατηγορίες κινήσεων εφαρμόζονται επανάληπτικά μέχρι να μην εντοπίζονται περαιτέρω βελτιώσεις. Σε κάθε επανάληψη της μεθόδου, ο αλγόριθμος εφαρμόζει πρώτα τελεστές εντός-διαδρομής (2-opt και Or-opt) για τη βελτιστοποίηση μεμονωμένων διαδρομών, ακολουθούμενους από τελεστές μεταξύ-διαδρομών (relocate και 2-opt\*) για τον συντονισμό βελτιώσεων σε πολλαπλές διαδρομές. Αυτή η αλληλουχία διασφαλίζει ότι οι διαδρομές βελτιστοποιούνται ξεχωριστά προτού εξεταστούν πιο σύνθετες τροποποιήσεις μεταξύ διαδρομών, ακολουθώντας τη φιλοσοφία της VNS για τη συστηματική εξερεύνηση γειτονιών.

Η στρατηγική ενσωμάτωσης ενσωματώνει διάφορους μηχανισμούς για να διασφαλίσει την αλγοριθμική αποτελεσματικότητα και την ποιότητα της λύσης που παράγει η VNS. Η διαδικασία τοπικής αναζήτησης τερματίζεται όταν δεν επιτευχθεί σημαντική βελτίωση (οριζόμενη ως μείωση απόστασης μικρότερη από 0,01 μονάδες) σε μια πλήρη επανάληψη σε όλες τις δομές γειτονιάς ή όταν συμπληρωθεί ο μέγιστος αριθμός επαναλήψεων της VNS. Αυτό το κριτήριο τερματισμού εξισορροπεί την ποιότητα της λύσης με την υπολογιστική αποδοτικότητα αποτρέποντας τον υπερβολικά μεγάλο χρόνο υπολογισμού, εξασφαλίζοντας παράλληλα επαρκή εξερεύνηση των καθορισμένων δομών γειτονιάς.

Η αποτελεσματικότητα της υβριδικής προσέγγισης εξαρτάται από την ποιότητα της λύσης που παρέχεται από τον γενετικό αλγόριθμο. Οι λύσεις με καλύτερες τιμές καταλληλότητας (fitness) και πιο λογικές δομές διαδρομών παρέχουν καλύτερα σημεία εκκίνησης για βελτιστοποίηση με VNS. Ο ρόλος του γενετικού αλγορίθμου εκτείνεται πέρα από την απλή δημιουργία λύσεων. Λειτουργεί ως ένας εξελιγμένος μηχανισμός αρχικοποίησης που τοποθετεί την αναζήτηση μεταβλητής γειτονιάς σε πολλά υποσχόμενες περιοχές του χώρου λύσεων, ενισχύοντας σημαντικά την πιθανότητα εντοπισμού τοπικών βελτίσεων υψηλής ποιότητας.

Αυτή η στρατηγική ενσωμάτωσης συνιστά μια φυσική εξέλιξη στη διαδικασία βελτιστοποίησης, όπου οι δυνατότητες ολικής αναζήτησης εντοπίζουν πολλά υποσχόμενες περιοχές λύσεων και η αναζήτηση μεταβλητής γειτονιάς παρέχει την απαραίτητη ακρίβεια για την επίτευξη σχεδόν βέλτιστων λύσεων εντός αυτών των περιοχών μέσω συστηματικής εξερεύνησης πολλαπλών δομών γειτονιάς. Η προκύπτουσα υβριδική προσέγγιση συνδυάζει την ευρωστία

του εξελικτικού υπολογισμού με τις δομημένες δυνατότητες τοπικής βελτιστοποίησης της VNS, παρέχοντας ανώτερη ποιότητα λύσης σε σύγκριση με οποιαδήποτε από τις δύο προσεγγίσεις εφαρμοζόμενες ανεξάρτητα. Το στοιχείο VNS διασφαλίζει ότι η τελική λύση αντιπροσωπεύει ένα τοπικό βέλτιστο σε σχέση με όλες τις καθορισμένες δομές γειτονιάς, παρέχοντας εμπιστοσύνη στην ποιότητα της λύσης εντός του εξερευνημένου χώρου αναζήτησης.

## 4.5. Παράμετροι αλγορίθμου και ανάλυση ευαισθησίας

Το υβριδικό πλαίσιο γενετικού αλγορίθμου και αναζήτησης μεταβλητής γειτονιάς περιέχει αρκετές ρυθμιζόμενες παραμέτρους που επηρεάζουν σημαντικά την απόδοση και την ποιότητα της λύσης της προσέγγισης. Αυτές οι παράμετροι ελέγχουν τόσο την εξελικτική διαδικασία αναζήτησης όσο και τη φάση της τοπικής βελτίωσης, απαιτώντας προσεκτική βαθμονόμηση για την επίτευξη βέλτιστης απόδοσης σε διαφορετικές περιπτώσεις προβλημάτων. Η υλοποίηση παρέχει πρόσβαση μέσω της γραμμής εντολών σε όλες τις βασικές παραμέτρους, επιτρέποντας συστηματικό πειραματισμό και ρύθμιση των παραμέτρων.

### 4.5.1. Παράμετροι γενετικού αλγορίθμου

Το στάδιο του γενετικού αλγορίθμου εκθέτει τέσσερις κύριες παραμέτρους που διέπουν τη διαδικασία εξελικτικής αναζήτησης.

**Μέγεθος πλυθυσμού** Η παράμετρος ορίζει τον αριθμό των υποψήφιων λύσεων που διατηρούνται καθ' όλη τη διάρκεια της εξελικτικής διαδικασίας. Μεγαλύτεροι πληθυσμοί εμφανίζουν μεγαλύτερη ποικιλομορφία και πιο ολοκληρωμένη εξερεύνηση του χώρου λύσεων, αλλά απαιτούν αυξημένους υπολογιστικούς πόρους ανά γενιά.

**Αριθμός γενεών** Η παράμετρος ελέγχει τον συνολικό αριθμό εξελικτικών κύκλων που εκτελούνται από τον γενετικό αλγόριθμο. Οι μεγαλύτεροι αριθμοί γενεών επιτρέπουν την πιο εκτεταμένη εξέλιξη και βελτίωση των λύσεων, αλλά αυξάνουν τον υπολογιστικό χρόνο.

**Πιθανότητα διασταύρωσης** Η παράμετρος καθορίζει την πιθανότητα δύο επιλεγμένες γονικές λύσεις να υποστούν διασταύρωση για να παράξουν απογόνους. Οι υψηλότερες πιθανότητες διασταύρωσης προάγουν μεγαλύτερη ανταλλαγή πληροφοριών μεταξύ λύσεων, αλλά ενδέχεται να διαταράξουν τις πιο υποσχόμενες λύσεις.

**Πιθανότητα μετάλλαξης** Η παράμετρος ελέγχει την πιθανότητα μια μεμονωμένη λύση να μεταλλαχθεί κατά την αναπαραγωγή. Τα κατάλληλα ποσοστά μετάλλαξης διατηρούν την ποικιλομορφία του πληθυσμού και αποτρέπουν την πρόωρη σύγκλιση, αποφεύγοντας παράλληλα την υπερβολική διαταραχή των εξελιγμένων λύσεων.

#### 4.5.2. Παράμετροι αναζήτησης μεταβλητής γειτονιάς

Η φάση της αναζήτησης μεταβλητής γειτονιάς έχει μία μόνο ρυθμιζόμενη παράμετρο, τον **μέγιστο αριθμό επαναλήψεων** της μεθόδου. Η παράμετρος αυτή περιορίζει τον αριθμό κύκλων εξερεύνησης γειτονιάς που εκτελούνται από τη VNS. Περισσότερες επαναλήψεις της μεθόδου επιτρέπουν πιο ολοκληρωμένη τοπική βελτιστοποίηση, αλλά αυξάνουν το υπολογιστικό κόστος της φάσης.

#### 4.5.3. Ανάλυση ευαισθησίας παραμέτρων

Διεξήχθη μια ολοκληρωμένη ανάλυση ευαισθησίας για την αξιολόγηση της επίδρασης των μεταβολών των παραμέτρων στην απόδοση του αλγορίθμου και για τον καθορισμό βέλτιστων διαμορφώσεων παραμέτρων για διαφορετικά χαρακτηριστικά του προβλήματος. Η ανάλυση επικεντρώθηκε αποκλειστικά στις παραμέτρους του γενετικού αλγορίθμου, καθώς το στάδιο VNS χρησιμεύει ως ένα ντετερμινιστικό βήμα μετεπεξεργασίας του οποίου η αποτελεσματικότητα εξαρτάται κυρίως από την ποιότητα της αρχικής λύσης του γενετικού αλγορίθμου.

##### Σχεδιασμός δοκιμών

Στην ανάλυση ευαισθησίας εφαρμόστηκε μια συστηματική προσέγγιση χρησιμοποιώντας τρία αντιπροσωπευτικά παραδείγματα αναφοράς από το σύνολο παραδειγμάτων Solomon-100, μεγέθους 100 πελατών το καθένα: το c101 (πελάτες σε συστάδες), το r101 (τυχαία κατανεμημένοι πελάτες) και το rc101 (τυχαία κατανεμημένοι πελάτες σε ομάδες). Αυτά τα παραδείγματα επιλέχθηκαν για να αντιπροσωπεύουν διαφορετικά πρότυπα κατανομής πελατών και να παρέχουν ολοκληρωμένη εικόνα για την ευαισθησία των παραμέτρων σε διαφορετικά χαρακτηριστικά του προβλήματος.

Κάθε διαμόρφωση παραμέτρων αξιολογήθηκε μέσω 10 ανεξάρτητων εκτελέσεων ανά παράδειγμα για να ληφθεί υπόψη η στοχαστική φύση του γενετικού αλγορίθμου. Για κάθε διαμόρφωση, καταγράφηκαν η καταλληλότητα (fitness) της βέλτιστης λύσης, η μέση τιμή και η τυπική απόκλιση της για να αξιολογηθεί τόσο η ποιότητα της λύσης όσο και η συνέπεια του αλγορίθμου.

##### Βασική διαμόρφωση

Η ανάλυση ευαισθησίας ξεκίνησε με τη διαμόρφωση μια βασικής παραμετροποίησης χρησιμοποιώντας μέτριες τιμές: μέγεθος πληθυσμού 100 ατόμων, 500 γενιές, πιθανότητα διασταύρωσης 0,8 και πιθανότητα μετάλλαξης 0,1. Η παραμετροποίηση αυτή χρησιμοποιήθηκε ως σημείο αναφοράς για την αξιολόγηση της επίδρασης των μεταβολών μεμονωμένων παραμέτρων.

##### Μεθοδολογία σάρωσης τιμών παραμέτρων

Η ανάλυση χρησιμοποίησε την προσέγγιση μεταβολής μίας παραμέτρου τη φορά, μεταβάλλοντας συστηματικά κάθε παράμετρο ενώ οι υπόλοιπες διατη-

ρούνταν στις βασικές τους τιμές.

**Σάρωση μεγέθους πληθυσμού** Αξιολογήθηκαν πληθυσμοί με 50, 100, 200 και 500 άτομα, με σταθερές τιμές: 500 γενιές, πιθανότητα διασταύρωσης 0,8 και πιθανότητα μετάλλαξης 0,1. Η σάρωση αυτή εξέτασε την ισορροπία ανάμεσα στη γενετική ποικιλία και την υπολογιστική αποδοτικότητα.

**Σάρωση πλήθους γενεών** Δοκιμάστηκαν 100, 300, 500 και 1000 γενιές με σταθερό μέγεθος πληθυσμού 100, πιθανότητα διασταύρωσης 0,8 και πιθανότητα μετάλλαξης 0,1. Η ανάλυση αυτή εξέτασε τη σχέση ανάμεσα στον εξελικτικό χρόνο και την ποιότητα της λύσης.

**Σάρωση πιθανότητας διασταύρωσης** Εξετάστηκαν τιμές 0,6, 0,7, 0,8 και 0,9, με μέγεθος πληθυσμού 100, 500 γενιές, πιθανότητα μετάλλαξης 0,1. Η σάρωση αυτή αξιολόγησε την επίδραση της έντασης ανταλλαγής γενετικού υλικού στην απόδοση του αλγορίθμου.

**Σάρωση πιθανότητας μετάλλαξης** Δοκιμάστηκαν τιμές 0,01, 0,05, 0,1 και 0,2 με μέγεθος πληθυσμού 100, 500 γενιές και πιθανότητα διασταύρωσης 0,8. Η ανάλυση αυτή διερεύνησε την ισορροπία μεταξύ εξερεύνησης και εκμετάλλευσης μέσω της διατήρησης γενετικής ποικιλίας.

### **Πλήρης παραγοντική ανάλυση**

Μετά τις μεμονωμένες σαρώσεις τιμών παραμέτρων, πραγματοποιήθηκε πλήρης παραγοντική ανάλυση με χρήση τριών επιλεγμένων διαμορφώσεων που αντιπροσωπεύουν διαφορετικά επίπεδα υπολογιστικής έντασης:

**Διαμόρφωση 1 (χαμηλή ένταση)** Μέγεθος πληθυσμού 50, 300 γενιές, πιθανότητα διασταύρωσης 0,7 και πιθανότητα μετάλλαξης 0,05. Δίνει έμφαση στην υπολογιστική αποδοτικότητα, διατηρώντας αποδεκτή ποιότητα λύσης.

**Διαμόρφωση 2 (μέτρια ένταση)** Μέγεθος πληθυσμού 100, 500 γενιές, πιθανότητα διασταύρωσης 0,8 και πιθανότητα μετάλλαξης 0,1. Αντιπροσωπεύει τη βασική διαμόρφωση, προσφέροντας ισορροπία μεταξύ κόστους και ποιότητας λύσης.

**Διαμόρφωση 3 (υψηλή ένταση)** Μέγεθος πληθυσμού 200, 1000 γενιές, πιθανότητα διασταύρωσης 0,9 και πιθανότητα μετάλλαξης 0,2. Συνδυάζει τις καλύτερες τιμές από τις επιμέρους σαρώσεις για τη μέγιστη δυνατή ποιότητα λύσης, ανεξαρτήτως υπολογιστικού κόστους.

Η πλήρης παραγοντική ανάλυση επιτρέπει την άμεση σύγκριση των τριών αυτών στρατηγικών βελτιστοποίησης και προσφέρει πληροφορίες για τη σχέση μεταξύ υπολογιστικής επένδυσης και βελτίωσης της ποιότητας λύσης σε διαφορετικούς τύπους προβλημάτων.

# Κεφάλαιο 5

## Αποτελέσματα

### 5.1. Ανάλυση ευαισθησίας

Η ανάλυση ευαισθησίας διεξήχθη σε τρία αντιπροσωπευτικά παραδείγματα αναφοράς από το σύνολο παραδειγμάτων Solomon-100: το c101 (πελάτες σε συστάδες), το r101 (τυχαία κατανεμημένοι πελάτες στον χώρο) και το rc101 (τυχαία κατανεμημένοι στον χώρο και ομαδοποιημένοι πελάτες). Κάθε διαμόρφωση αξιολογήθηκε μέσω 10 ανεξάρτητων εκτελέσεων για να διασφαλιστεί η στατιστική αξιοπιστία. Τα αποτελέσματα παρέχουν πληροφορίες σχετικά με την ευαισθησία των παραμέτρων σε διαφορετικά χαρακτηριστικά του προβλήματος και καθοδηγούν στην επιλογή των βέλτιστων τιμών παραμέτρων για την τελική διαμόρφωση του αλγορίθμου.

Σημειώνεται πως στις επόμενες ενότητες, πίνακες και γραφήματα το μέγεθος πληθυσμού θα γράφεται και ως  $P$ , ο αριθμός γενεών ως  $G$  και οι πιθανότητες διασταύρωσης και μετάλλαξης ως  $CX$  και  $MUT$ , αντίστοιχα.

#### 5.1.1. Ανάλυση μεγέθους πληθυσμού

Η σάρωση τιμών μεγέθους πληθυσμού αποκάλυψε συνεπείς βελτιώσεις στην απόδοση με μεγαλύτερους πληθυσμούς και στις τρεις περιπτώσεις. Ο πίνακας 5.1 συνοψίζει τα αποτελέσματα για διαφορετικά μεγέθη πληθυσμού, διατηρώντας παράλληλα σταθερές τις άλλες παραμέτρους (500 γενιές, πιθανότητα διασταύρωσης 0,8 και πιθανότητα μετάλλαξης 0,1).

Τα αποτελέσματα καταδεικνύουν μια σαφή τάση: μεγαλύτεροι πληθυσμοί αποφέρουν καλύτερες λύσεις σε όλους τους τύπους προβλημάτων. Οι πιο ουσιαστικές βελτιώσεις εμφανίζονται όταν ο πληθυσμός αυξάνεται από 50 σε 100 άτομα, με συνεχείς αλλά μειούμενες αποδόσεις για μεγαλύτερα μεγέθη. Το παράδειγμα c101 παρουσιάζει την πιο δραματική βελτίωση (μείωση 42% στην καλύτερη καταλληλότητα από  $P = 50$  σε  $P = 500$ ), ενώ το παράδειγμα rc101 παρουσιάζει πιο μέτριες αλλά σταθερές βελτιώσεις.

### 5.1.2. Ανάλυση αριθμού γενεών

Η ανάλυση της σάρωσης του αριθμού γενεών εξέτασε την επίδραση της διαθεσιμότητας υπολογιστικών πόρων στην ποιότητα της λύσης, δοκιμάζοντας τιμές 100, 300, 500 και 1000 γενεών με σταθερές τις υπόλοιπες παραμέτρους (μέγεθος πληθυσμού 100, πιθανότητα διασταύρωσης 0,8 και πιθανότητα μετάλλαξης 0,1). Τα αποτελέσματα φαίνονται στον πίνακα 5.2.

Ο αριθμός γενεών φαίνεται να έχει λιγότερο συνεπή επίδραση στην συνολική απόσταση σε σύγκριση με το μέγεθος πληθυσμού. Για το παράδειγμα c101, η καλύτερη λύση επιτυγχάνεται με 1000 γενιές, αλλά η βελτίωση είναι οριακή (3% σε σχέση με τη λύση των 100 γενεών). Για τα r101 και rc101, η σχέση είναι ακόμη λιγότερο σαφής, με βέλτιστες λύσεις να εμφανίζονται για ενδιάμεσους αριθμούς γενεών. Αυτό υποδηλώνει πως ο αλγόριθμος συγκλίνει σχετικά γρήγορα και ο υπερβολικά μεγάλος αριθμός γενεών δείχνει να μη δικαιολογεί το πρόσθετο υπολογιστικό κόστος σε αυτές τις περιπτώσεις.

### 5.1.3. Ανάλυση πιθανότητας διασταύρωσης

Η σάρωση τιμών πιθανότητας διασταύρωσης εξέτασε τις τιμές 0,6, 0,7, 0,8 και 0,9 κρατώντας σταθερές τις υπόλοιπες τιμές ( $P = 100$ ,  $G = 500$  και  $MUT = 0,1$ ). Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στον πίνακα 5.3.

Η πιθανότητα διασταύρωσης δείχνει σαφή θετική συσχέτιση με την ποιότητα της λύσης σε όλες τις περιπτώσεις. Οι υψηλότερες πιθανότητες (0,9) παράγουν σταθερά τις καλύτερες τιμές καταλληλότητας (δηλαδή τις μικρότερες συνολικές αποστάσεις), με βελτιώσεις 11% στο c101, 10,5% στο r101 και 10,4% στο rc101 σε σύγκριση με τη μικρότερη πιθανότητα διασταύρωσης (0,6). Αυτό δείχνει πως ο συχνή γενετική μίξη είναι ευεργετική για την αποτελεσματική εξερεύνηση του χώρου λύσεων.

### 5.1.4. Ανάλυση πιθανότητας μετάλλαξης

Η σάρωση τιμών πιθανότητας μετάλλαξης έλεγξε τις τιμές 0,01, 0,05, 0,1 και 0,2 με σταθερές τις υπόλοιπες παραμέτρους ( $P = 100$ ,  $G = 500$  και  $CX = 0,1$ ). Τα αποτελέσματα φαίνονται στον πίνακα 5.4.

Η ανάλυση της πιθανότητας μετάλλαξης αποκαλύπτει ένα ενδιαφέρον μοτίβο: μεγαλύτερες πιθανότητες μετάλλαξης (0,2) παράγουν γενικά καλύτερα αποτελέσματα (μικρότερη συνολική απόσταση), με βελτιώσεις των 11,3% (c101), 3,8% (r101) και 3,3% (rc101) σε σύγκριση με την αρχική πιθανότητα (0,1). Αυτό υποδηλώνει πως η αυξημένη ποικιλομορφία που επιτυγχάνεται μέσω της μετάλλαξης βοηθά στην αποφυγή των τοπικών βελτίσεων ιδιαίτερα για το παράδειγμα με τους συσταδοποιημένους πελάτες (c101).

### 5.1.5. Πλήρης διαφορική ανάλυση

Η πλήρης διαφορική ανάλυση συγκρίνει τρεις διαμορφώσεις που αντιπροσωπεύουν διαφορετικά επίπεδα υπολογιστικής έντασης. Η σύγκριση φαίνε-

ται στον πίνακα 5.5. Η διαμόρφωση υψηλής έντασης (P200-G1000-CX0.9-MUT0.2) πετυχαίνει τα καλύτερα αποτελέσματα σε όλα τα παραδείγματα, με βελτιώσεις των 39,4% (c101), 23,3% (r101) και 20,4% (rc101) σε σχέση με τη χαμηλής έντασης διαμόρφωση. Αυτές οι βελτιώσεις όμως συνοδεύονται από σημαντικά υψηλότερο υπολογιστικό κόστος.

#### 5.1.6. Επιλογή παραμέτρων και στατιστική ανάλυση

Με βάση τα αποτελέσματα της ανάλυσης ευαισθησίας, επιλέχθηκε η παρακάτω διαμόρφωση παραμέτρων για την τελική υλοποίηση του αλγορίθμου:

- Μέγεθος πληθυσμού (P): 100 άτομα
- Αριθμός γενεών (G): 50 (μειωμένη σε σχέση με τις τιμές που αναλύθηκαν για πρακτικούς λόγους)
- Πιθανότητα διασταύρωσης (CX): 0,9
- Πιθανότητα μετάλλαξης (MUT): 0,2
- Αριθμός επαναλήψεων της αναζήτησης μεταβλητής γειτονιάς (VNS): 100

Η επιλογή των  $P = 100$  και  $G = 50$  αντιπροσωπεύει μια ισορροπημένη προσέγγιση, που παρέχει καλή ποιότητα λύσεων και υπολογιστική αποδοτικότητα για την αξιολόγηση και των 56 προβλημάτων Solomon-100. Επιπλέον δεν παρατηρήθηκε σημαντική βελτίωση στην τελική λύση, για μεγαλύτερες τιμές  $P$  και  $G$ , μετά την εκτέλεση και των δύο φάσεων του αλγορίθμου που να δικαιολογεί τον επιπλέον υπολογιστικό χρόνο που απαιτείται. Η φάση της τοπικής αναζήτησης βελτιστοποιεί αποτελεσματικά τις αρχικές λύσεις ακόμα και με τις σχετικά χαμηλές επιλεχθείσες παραμέτρους. Οι υψηλότερες πιθανότητες διασταύρωσης (0,9) και μετάλλαξης (0,2) επιλέχθηκαν λόγω των σταθερών βελτιώσεων των αποτελεσμάτων σε όλες τις περιπτώσεις προβλημάτων που δοκιμάστηκαν. Η αναζήτηση μεταβλητής γειτονιάς με 100 επαναλήψεις παρέχει επιπλέον δυνατότητες βελτιστοποίησης της λύσης.

Τα αποτελέσματα καταδεικνύουν σαφείς στατιστικές τάσεις στις αναλυθείσες παραμέτρους. Οι τυπικές αποκλίσεις υποδεικνύουν λογική συνέπεια στην απόδοση του αλγορίθμου, με την υψηλότερη μεταβλητότητα να παρατηρείται στις διαμορφώσεις υψηλής έντασης. Η αξιολόγηση των 10 εκτελέσεων παρέχει επαρκή στατιστική ισχύ για τον εντοπισμό σημαντικών διαφορών απόδοσης μεταξύ των διαμορφώσεων παραμέτρων.

Τέλος, ενώ η ανάλυση ευαισθησίας εντόπισε τα βέλτιστα εύρη τιμών παραμέτρων, η τελική διαμόρφωση εξισορροπεί την ποιότητα της λύσης με την υπολογιστική αποδοτικότητα. Οι επιλεγμένες παράμετροι παρέχουν έναν πρακτικό συμβιβασμό κατάλληλο για την αξιολόγηση της απόδοσης του αλγορίθμου στο σύνολο των προβλημάτων αναφοράς του Solomon-100, διατηρώντας παράλληλα λογικούς χρόνους εκτέλεσης.



Πληθυσμός	c101			r101			rc101		
	Min	Mean	Std	Min	Mean	Std	Min	Mean	Std
50	3547,73	3808,70	149,07	3806,29	3914,54	88,72	4752,24	4986,31	122,60
100	3223,57	3561,45	263,20	3446,63	3660,35	145,42	4114,63	4661,43	215,09
200	2891,86	3060,68	108,79	3016,00	3243,96	95,76	3849,00	4182,18	203,61
500	2074,87	2326,95	188,14	2824,28	2920,08	101,34	3368,21	3486,71	98,37

Πίνακας 5.1.: Ανάλυση ευαισθησίας μεγέθους πληθυσμού

Γενιές	c101			r101			rc101		
	Min	Mean	Std	Min	Mean	Std	Min	Mean	Std
100	3258,17	3603,18	216,32	3405,05	3693,77	141,10	4354,88	4568,13	169,54
300	3305,75	3535,15	150,25	3414,76	3692,04	183,23	4309,84	4635,23	152,71
500	3223,57	3561,45	263,20	3446,63	3660,35	145,42	4114,63	4661,43	215,09
1000	3161,54	3512,33	145,16	3461,09	3685,76	125,15	4276,20	4623,15	241,72

Πίνακας 5.2.: Ανάλυση ευαισθησίας αριθμού γενεών

Πιθανότητα διασταύρωσης	c101			r101			rc101		
	Min	Mean	Std	Min	Mean	Std	Min	Mean	Std
0,6	3541,32	3719,40	119,34	3703,65	3848,30	96,36	4252,40	4823,04	212,90
0,7	3396,64	3668,88	145,80	3606,54	3770,19	110,64	4333,46	4779,08	183,75
0,8	3223,57	3561,45	263,20	3446,63	3660,35	145,42	4114,63	4661,43	215,09
0,9	2868,15	3209,28	256,98	3084,58	3410,56	187,45	3687,37	4346,81	256,91

Πίνακας 5.3.: Ανάλυση ευαισθησίας πιθανότητας διασταύρωσης

Πιθανότητα μετάλλαξης	c101			r101			rc101		
	Min	Mean	Std	Min	Mean	Std	Min	Mean	Std
0,01	2960,22	3583,62	314,23	3466,91	3682,01	109,64	4470,34	4693,47	105,52
0,05	3132,61	3563,95	183,90	3495,83	3717,87	144,32	4385,45	4642,15	143,87
0,1	3223,57	3561,45	263,20	3446,63	3660,35	145,42	4114,63	4661,43	215,09
0,2	2859,61	3161,24	181,61	3317,49	3477,40	106,34	3977,24	4430,46	245,43

Πίνακας 5.4.: Ανάλυση ευαισθησίας πιθανότητας μετάλλαξης

Διαμόρφωση	c101			r101			rc101		
	Min	Mean	Std	Min	Mean	Std	Min	Mean	Std
P50-G300-CX0.7-MUT0.05	3768,94	3943,81	75,33	3730,59	3908,11	76,72	4785,18	5078,33	134,57
P100-G500-CX0.8-MUT0.1	3223,57	3561,45	263,20	3446,63	3660,35	145,42	4114,63	4661,43	215,09
P200-G1000-CX0.9-MUT0.2	1952,95	2333,93	279,77	2642,69	3095,64	467,18	3277,02	3618,81	416,91

Πίνακας 5.5.: Σύγκριση αποτελεσμάτων πλήρους διαφορικής δοκιμής

## 5.2. Αποτελέσματα παραδειγμάτων αναφοράς Solomon-100

Σε αυτήν την ενότητα παρουσιάζεται η ολοκληρωμένη αξιολόγηση της υβριδικής προσέγγισης της παρούσας διπλωματικής σε όλα τα παραδείγματα αναφοράς Solomon-100. Κάθε πρόβλημα επιλύθηκε χρησιμοποιώντας μία μόνο εκτέλεση για την αξιολόγηση των ντετερμινιστικών χαρακτηριστικών απόδοσης του αλγορίθμου.

### 5.2.1. Απόδοση αλγορίθμου

Ο υβριδικός αλγόριθμος επέδειξε σημαντικές βελτιώσεις στις τελικές λύσεις μέσω κυρίως της ενσωμάτωσης της αναζήτησης μεταβλητής γειτονιάς με τον γενετικό αλγόριθμο. Ο πίνακας 5.6 παρουσιάζει τις βασικές μετρήσεις απόδοσης σε όλες τις περιπτώσεις.

Μέτρηση	Τιμή
Σύνολο επιλυμένων προβλημάτων	56
Μέση απόσταση ΓΑ	3821,70
Μέση απόσταση VNS	1115,89
Μέση βελτίωση	2705,81
Μέση βελτίωση (%)	70,65%
Μέσος αριθμός διαδρομών	11,36
Μέσος χρόνος εκτέλεσης	213,97s

Πίνακας 5.6.: Περίληψη αποτελεσμάτων του αλγορίθμου για τα προβλήματα Solomon-100

### 5.2.2. Ανάλυση κατηγοριών προβλημάτων

Το σύνολο παραδειγμάτων Solomon-100 αποτελείται από έξι κατηγορίες με διαφορετικά μοτίβα διασποράς πελατών και περιορισμών χρονικών παραθύρων. Στις κατηγορίες C1 και C2 οι πελάτες βρίσκονται ομαδοποιημένοι στον χώρο και τα χρονικά τους παράθυρα είναι μικρά και μεγάλα, αντίστοιχα. Στις κατηγορίες R1 και R2 οι πελάτες είναι διασκορπισμένοι τυχαία στον χώρο και έχουν μικρά και μεγάλα χρονικά παράθυρα, αντίστοιχα. Τέλος οι κατηγορίες RC1 και RC2 συνδυάζουν τις κατηγορίες C και R, και αποτελούνται από τυχαία διασκορπισμένους και ομαδοποιημένους πελάτες με μικρά και μεγάλα χρονικά παράθυρα, αντίστοιχα. Ο πίνακας 5.7 παρέχει λεπτομέρειες απόδοσης του αλγορίθμου για κάθε κατηγορία.

Κατηγορία	Αρ. προ- βλημάτων	Μέση από- σταση ΓΑ	Μέση από- σταση VNS	Μέση βελτίωση	Μέση βελτίωση %	Μέσος αρ. διαδρομών	Μέσος χρόνος εκτέλεσης (s)
C1	9	3806,18	970,06	2836,12	74,26%	11,33	180,84
C2	8	3944,35	752,39	3191,95	80,81%	6,88	283,71
R1	12	3615,39	1301,87	2313,53	64,10%	16,00	177,88
R2	11	3114,95	976,85	2138,10	68,71%	8,64	252,16
RC1	8	4700,10	1512,59	3187,51	67,81%	15,12	172,54
RC2	8	4119,39	1158,97	2960,42	71,74%	8,88	224,57

Πίνακας 5.7.: Αποτελέσματα απόδοσης ανά κατηγορία προβλήματος

Οι κατηγορίες C1 και C2 είχαν τη μεγαλύτερη μέση ποσοστιαία βελτίωση, ενώ οι κατηγορίες R1 και R2 είχαν τη μικρότερη. Οι κατηγορίες RC1 και RC2 που είναι συνδυασμός των υπόλοιπων κατηγοριών έχουν ενδιάμεση μέση ποσοστιαία βελτίωση. Η ομαδοποίηση πελατών επιτρέπει στον αλγόριθμο να εντοπίζει βέλτιστες διαδρομές πιο εύκολα.

Οι κατηγορίες των μεγάλων χρονικών παραθύρων (C2, R2 και RC2) απαιτούν λιγότερες διαδρομές, λόγω κυρίως της χρονικής ευελιξίας των πελατών. Αντίθετα οι κατηγορίες των μικρών παραθύρων απαιτούν περισσότερες διαδρομές λόγω της μικρότερης ευελιξίας στην εξυπηρέτηση των πελατών. Βεβαίως, η επιπλέον βελτιστοποίηση των κατηγοριών μικρών χρονικών παραθύρων συνοδεύεται από αυξημένο μέσο χρόνο εκτέλεσης και υπολογιστικό κόστος.

Ο αριθμός των διαδρομών που χρησιμοποιήθηκαν διαφέρει σημαντικά μεταξύ κατηγοριών προβλημάτων, αντανακλώντας την εγγενή δυσκολία επίλυσης καθώς και τα μοτίβα κατανομής πελατών στον χώρο. Τα προβλήματα C2 πέτυχαν την υψηλότερη απόδοση με μέσο όρο 6,88 διαδρομές, ενώ τα προβλήματα R1 απαιτήσαν τις περισσότερες διαδρομές με μέσο όρο 16 διαδρομές. Ο συνολικός μέσος όρος των 11,14 διαδρομών καταδεικνύει την αποτελεσματική αξιοποίηση των οχημάτων.

### 5.2.3. Αναλυτικά αποτελέσματα

Στον πίνακα 5.8 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα για τα 56 παραδείγματα του συνόλου Solomon-100, τα οποία περιλαμβάνουν τη συνολική απόσταση διαδρομών του γενετικού αλγορίθμου (ΓΑ), τη βελτιωμένη συνολική απόσταση μετά την εφαρμογή τοπικής αναζήτησης, τη βελτίωση στην απόσταση σε απόλυτη τιμή και ποσοστό, τον αριθμό διαδρομών και τον χρόνο εκτέλεσης του αλγορίθμου.

Πίνακας 5.8.: Αναλυτικά αποτελέσματα για κάθε παράδειγμα

Πρόβλημα	Από- σταση ΓΑ	Από- σταση VNS	Βελτί- ωση	Βελτί- ωση %	Δια- δρομές	Χρόνος εκτέλε- σης (s)
c101	3877,01	968,01	2909,00	75,0%	13	151,53
c102	4148,60	932,02	3216,58	77,5%	11	224,12
c103	3791,06	992,73	2798,32	73,8%	11	221,62
c104	3286,15	1074,27	2211,88	67,3%	10	143,22
c105	3937,43	919,20	3018,23	76,7%	12	137,17
c106	3862,80	857,34	3005,47	77,8%	11	200,80
c107	4071,33	892,45	3178,88	78,1%	11	170,69
c108	3837,26	985,52	2851,74	74,3%	11	195,05
c109	3443,98	1109,00	2334,98	67,8%	12	183,37

Συνεχίζεται στην επόμενη σελίδα...

Συνέχεια του Πίνακα 5.8

Πρόβλημα	Από- σταση ΓΑ	Από- σταση VNS	Βελτί- ωση	Βελτί- ωση %	Δια- δρομές	Χρόνος εκτέλε- σης (s)
c201	4218,64	693,15	3525,48	83,6%	6	277,15
c202	3971,69	784,70	3186,98	80,2%	8	305,39
c203	4027,37	648,36	3379,01	83,9%	5	291,53
c204	3666,72	841,30	2825,41	77,1%	6	309,07
c205	3425,78	767,60	2658,18	77,6%	8	275,24
c206	4210,46	811,22	3399,25	80,7%	8	298,44
c207	3838,68	692,13	3146,55	82,0%	6	279,31
c208	4195,45	780,67	3414,78	81,4%	8	233,55
r101	4172,36	1680,74	2491,62	59,7%	22	137,58
r102	3858,67	1525,39	2333,27	60,5%	20	150,24
r103	3738,21	1348,03	2390,18	63,9%	18	167,59
r104	3385,94	1074,06	2311,88	68,3%	13	189,05
r105	3906,91	1520,80	2386,11	61,1%	20	162,31
r106	3897,69	1349,58	2548,12	65,4%	16	291,69
r107	3674,89	1190,97	2483,93	67,6%	14	190,81
r108	2872,40	1062,83	1809,57	63,0%	12	131,68
r109	3544,89	1383,17	2161,72	61,0%	17	187,84
r110	3439,03	1205,94	2233,09	64,9%	14	177,05
r111	3422,21	1134,49	2287,72	66,8%	13	175,90
r112	3471,48	1146,38	2325,10	67,0%	13	172,87
r201	3660,98	1273,27	2387,72	65,2%	14	210,74
r202	3442,30	1123,49	2318,81	67,4%	11	265,90
r203	3019,76	934,65	2085,12	69,0%	8	238,78
r204	2880,49	831,51	2048,98	71,1%	6	266,89
r205	3462,50	1052,38	2410,12	69,6%	9	253,71
r206	3097,85	1035,79	2062,06	66,6%	11	219,69
r207	2768,07	891,50	1876,57	67,8%	7	313,02
r208	2576,49	775,12	1801,37	69,9%	5	277,79
r209	3254,91	967,50	2287,40	70,3%	8	212,54
r210	3332,52	993,70	2338,82	70,2%	9	330,14
r211	2768,63	866,45	1902,18	68,7%	7	184,57
rc101	4914,09	1726,70	3187,39	64,9%	18	200,58

Συνεχίζεται στην επόμενη σελίδα...

Συνέχεια του Πίνακα 5.8

Πρόβλημα	Από- σταση ΓΑ	Από- σταση VNS	Βελτί- ωση	Βελτί- ωση %	Δια- δρομές	Χρόνος εκτέλε- σης (s)
rc102	4983,75	1606,52	3377,23	67,8%	17	181,86
rc103	4387,37	1572,65	2814,72	64,2%	16	208,74
rc104	4219,46	1289,12	2930,34	69,4%	12	165,20
rc105	5415,23	1680,40	3734,83	69,0%	17	163,43
rc106	4454,37	1573,84	2880,52	64,7%	16	130,17
rc107	4738,85	1339,42	3399,43	71,7%	13	159,45
rc108	4487,65	1312,04	3175,62	70,8%	12	170,88
rc201	4606,56	1421,12	3185,44	69,2%	11	238,69
rc202	3652,12	1244,73	2407,40	65,9%	11	216,88
rc203	4327,85	1061,28	3266,57	75,5%	8	253,78
rc204	4045,43	925,23	3120,20	77,1%	5	212,29
rc205	4061,47	1268,89	2792,58	68,8%	9	196,11
rc206	4465,61	1245,77	3219,84	72,1%	11	209,83
rc207	3617,87	1154,13	2463,74	68,1%	9	250,74
rc208	4178,17	950,59	3227,58	77,2%	7	218,26

Ο αλγόριθμος επέδειξε συνεπή απόδοση σε όλες τις περιπτώσεις, με χρόνους εκτέλεσης που κυμαίνονταν από 130,17 δευτερόλεπτα (rc106) σε 330,14 δευτερόλεπτα (rc210). Ο μέσος χρόνος εκτέλεσης των 213,97 δευτερολέπτων ανά περίπτωση καθιστά τον αλγόριθμο κατάλληλο για πρακτικές εφαρμογές. Σημειώνεται πως οι δοκιμές του αλγορίθμου πραγματοποιήθηκαν σε υπολογιστικό σύστημα του 2011, και η εφαρμογή του στο σύνολο Solomon-100 σε σύγχρονα συστήματα θα πετύχει πολύ μικρότερους χρόνους εκτέλεσης.

Η υβριδική προσέγγιση γενετικού αλγορίθμου και αναζήτησης μεταβλητής γειτονιάς αποδείχθηκε ιδιαίτερα αποτελεσματική, πετυχαίνοντας μέση βελτίωση 71,24% από τη αρχική λύση του ΓΑ στην τελική, βελτιστοποιημένη με VNS, λύση. Όλα τα προβλήματα έδειξαν σημαντική βελτίωση μετά την βελτιστοποίηση της τοπικής αναζήτησης. Τα προβλήματα με μεγάλα χρονικά παράθυρα είχαν κάπως καλύτερες ποσοστιαίες βελτιώσεις.

#### 5.2.4. Στατιστική ανάλυση

Τα παραπάνω αποτελέσματα καταδεικνύουν την ανθεκτικότητα και τη συνέπεια του αλγορίθμου σε διαφορετικά χαρακτηριστικά του προβλήματος. Ο συντελεστής μεταβλητότητας για τα ποσοστά βελτίωσης είναι 8,7% και η τυπική απόκλιση είναι 6,15%. Αυτό δείχνει τη σταθερή απόδοση του αλγορίθμου σε όλες τις περιπτώσεις προβλημάτων που εξετάστηκαν. Επιπλέον η καλύτερη



βελτίωση, 83,9%, εμφανίστηκε στο πρόβλημα c203 και η χειρότερη, 59,7%, στο r101 (η οποία είναι και πάλι σημαντική).

### 5.2.5. Σύγκριση με τη βιβλιογραφία

Ενώ η άμεση σύγκριση με τα αποτελέσματα της βιβλιογραφίας απαιτεί προσεκτική εξέταση των λεπτομερειών υλοποίησης και των διαθέσιμων υπολογιστικών πόρων, τα ποσοστά βελτίωσης που επιτεύχθηκαν και η αποτελεσματικότητα στην εύρεση διαδρομών υποδηλώνουν ανταγωνιστική απόδοση. Η συνεπής βελτίωση κατά 60%+ μέσω της βελτιστοποίησης τοπικής αναζήτησης καταδεικνύει την αποτελεσματικότητα της υβριδικής προσέγγισης.

Επιπλέον ενώ οι συνολικές αποστάσεις των διαδρομών είναι πολύ κοντά στις βέλτιστες της βιβλιογραφίας, όπως αυτές εμφανίζονται στον ιστότοπο του συνόλου παραδειγμάτων αναφοράς Solomon-100 [21], εντούτοις ο αριθμός των διαδρομών είναι μεγαλύτερος στα περισσότερα προβλήματα. Αυτό συμβαίνει γιατί οι αλγόριθμοι που παρήγαγαν τα βέλτιστα αποτελέσματα είχαν δύο, ιεραρχημένους, στόχους: ο πρώτος στόχος ήταν η ελαχιστοποίηση του αριθμού διαδρομών και ο δεύτερος ήταν η ελαχιστοποίηση της συνολικής απόστασής τους. Η προσέγγιση της παρούσας διπλωματικής είχε τον δεύτερο στόχο ως μοναδικό.

## 5.3. Σύνοψη

Η ολοκληρωμένη αξιολόγηση και των 56 προβλημάτων του Solomon-100 επικυρώνει την αποτελεσματικότητα του υβριδικού αλγορίθμου ΓΑ+VNS. Τα αποτελέσματα καταδεικνύουν:

1. **Ισχυρή απόδοση:** Συνεπείς βελτίωση σε όλες τις περιπτώσεις προβλημάτων.
2. **Υπολογιστική αποδοτικότητα:** Λογικοί χρόνοι εκτέλεσης κατάλληλοι για πρακτικές εφαρμογές.
3. **Επεκτασιμότητα:** Αποτελεσματικότητα σε διαφορετικές πολυπλοκότητες προβλημάτων.
4. **Συνέργεια αλγορίθμου:** Επιτυχής ενσωμάτωση της εξερεύνησης γενετικών αλγορίθμων και της αξιοποίησης της αναζήτησης μεταβλητής γειτονιάς.

Οι λεπτομερείς λύσεις διαδρομών για κάθε πρόβλημα παρέχονται στο Παράρτημα Α' για πλήρη αναπαραγωγιμότητα και περαιτέρω ανάλυση.

# Βιβλιογραφία

- [1] U. D. of Energy. “Alternative Fuels Data Center: How Do Fuel Cell Electric Vehicles Work Using Hydrogen?”, επίσκεψη 15 Μαρ. 2024. διεύθυν.: <https://afdc.energy.gov/vehicles/how-do-fuel-cell-electric-cars-work>
- [2] F. Safari και I. Dincer, “A review and comparative evaluation of thermochemical water splitting cycles for hydrogen production”, *Energy Conversion and Management*, τόμ. 205, σ. 112182, 2020, issn: 0196-8904. doi: <https://doi.org/10.1016/j.enconman.2019.112182> διεύθυν.: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0196890419311884>
- [3] B. Lumbers, D. W. Agar, J. Gebel και F. Platte, “Mathematical modelling and simulation of the thermo-catalytic decomposition of methane for economically improved hydrogen production”, *International Journal of Hydrogen Energy*, τόμ. 47, αρθμ. 7, σσ. 4265–4283, 2022, issn: 0360-3199. doi: <https://doi.org/10.1016/j.ijhydene.2021.11.057> διεύθυν.: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0360319921044438>
- [4] V. Subramani, P. Sharma, L. Zhang και K. Liu, “Catalytic Steam Reforming Technology for the Production of Hydrogen and Syngas”, στο *Hydrogen and Syngas Production and Purification Technologies*. John Wiley και Sons, Ltd, 2009, κεφ. 2, σσ. 14–126, isbn: 9780470561256. doi: <https://doi.org/10.1002/9780470561256.ch2> eprint: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1002/9780470561256.ch2> διεύθυν.: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/9780470561256.ch2>
- [5] I. Dincer και C. Acar, “Review and evaluation of hydrogen production methods for better sustainability”, *International Journal of Hydrogen Energy*, τόμ. 40, αρθμ. 34, σσ. 11094–11111, 2015, issn: 0360-3199. doi: <https://doi.org/10.1016/j.ijhydene.2014.12.035> διεύθυν.: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0360319914034119>
- [6] J. G. Speight, *The refinery of the future*, 2η έκδοση. Cambridge, MA, USA: Gulf Professional Publishing, 2020, isbn: 9780128169957. επίσκεψη 24 Μαρ. 2024. διεύθυν.: <https://search.worldcat.org/title/1179046717>
- [7] “Fact of the Month May 2018: 10 Million Metric Tons of Hydrogen Produced Annually in the United States | Department of Energy”, επίσκεψη 25 Μαρ. 2024. διεύθυν.: <https://www.energy.gov/eere/fuelcells/fact-month-may-2018-10-million-metric-tons-hydrogen-produced-annually-united-states>
- [8] U. G. Survey, NITROGEN (FIXED)—AMMONIA, Ιαν. 2020. επίσκεψη 25 Μαρ. 2024. διεύθυν.: <https://pubs.usgs.gov/periodicals/mcs2020/mcs2020-nitrogen.pdf>

- [9] A. Velazquez Abad και P. Dodds, “Production of Hydrogen”, στο *Encyclopedia of Sustainable Technologies*, M. A. Abraham, επιμελήτης, Oxford: Elsevier, 2017, σσ. 293–304, ISBN: 978-0-12-804792-7. doi: <https://doi.org/10.1016/B978-0-12-409548-9.10117-4> διεύθυν.: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/B9780124095489101174>
- [10] A. Abdulla, R. Hanna, K. R. Schell, O. Babacan και D. G. Victor, “Explaining successful and failed investments in U.S. carbon capture and storage using empirical and expert assessments”, *Environmental Research Letters*, τόμ. 16, αρθμ. 1, σ. 014 036, Δεκ. 2020. doi: 10.1088/1748-9326/abd19e διεύθυν.: <https://dx.doi.org/10.1088/1748-9326/abd19e>
- [11] H. J. Alves, C. Bley Junior, R. R. Niklevicz, E. P. Frigo, M. S. Frigo και C. H. Coimbra-Araújo, “Overview of hydrogen production technologies from biogas and the applications in fuel cells”, *International Journal of Hydrogen Energy*, τόμ. 38, αρθμ. 13, σσ. 5215–5225, 2013, issn: 0360-3199. doi: <https://doi.org/10.1016/j.ijhydene.2013.02.057> διεύθυν.: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0360319913004552>
- [12] U. Eberle, B. Müller και R. von Helmolt, “Fuel cell electric vehicles and hydrogen infrastructure: status 2012”, *Energy Environ. Sci.*, τόμ. 5, σσ. 8780–8798, 10 2012. doi: 10.1039/C2EE22596D διεύθυν.: <http://dx.doi.org/10.1039/C2EE22596D>
- [13] W. contributors. “Electrolysis of water”, επίσκεψη 25 Μαρ. 2024. διεύθυν.: [https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Electrolysis\\_of\\_water&oldid=1215402535](https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Electrolysis_of_water&oldid=1215402535)
- [14] U. D. of Energy. “Fuel Cells”, επίσκεψη 25 Μαρ. 2024. διεύθυν.: <https://www.energy.gov/eere/fuelcells/fuel-cells>
- [15] U. D. of Energy. “Parts of a Fuel Cell”, επίσκεψη 25 Μαρ. 2024. διεύθυν.: <https://www.energy.gov/eere/fuelcells/parts-fuel-cell>
- [16] G. B. Dantzig και J. H. Ramser, “The Truck Dispatching Problem”, *Management Science*, τόμ. 6, αρθμ. 1, σσ. 80–91, 1959. doi: 10.1287/mnsc.6.1.80 eprint: <https://doi.org/10.1287/mnsc.6.1.80> διεύθυν.: <https://doi.org/10.1287/mnsc.6.1.80>
- [17] Y. Marinakis και A. Migdalas, “Annotated Bibliography in Vehicle Routing”, *Operational Research. An International Journal*, τόμ. 7, αρθμ. 1, σσ. 27–46, 2007, issn: 1866-1505. doi: 10.1007/BF02941184 διεύθυν.: <https://doi.org/10.1007/BF02941184>
- [18] P. Toth και D. Vigo, *The Vehicle Routing Problem* (SIAM Monographs on Discrete Mathematics and Applications). Philadelphia: Society for Industrial και Applied Mathematics, 2002, ISBN: 0898715792.
- [19] S. Martello και P. Toth, *Knapsack Problems: Algorithms and Computer Implementations* (Wiley Series in Discrete Mathematics and Optimization). Chichester, UK: Wiley, 1990.

- [20] G. Cornuéjols και F. Harche, “Polyhedral study of the capacitated vehicle routing problem”, *Mathematical Programming*, τόμ. 60, 1993, issn: 1436-4646. doi: 10.1007/BF01580599 διεύθν.: <https://doi.org/10.1007/BF01580599>
- [21] SINTEF. “100 Customers”, επίσκεψη 7 Ιούλ. 2025. διεύθν.: <https://www.sintef.no/projectweb/top/vrptw/100-customers/>

# Παράρτημα Α'

## Λύσεις των προβλημάτων Solomon-100

Το παράρτημα παρέχει τις ολοκληρωμένες λύσεις των 56 προβλημάτων του συνόλου Solomon-100, που παράχθηκαν με τον υβριδικό αλγόριθμο GA+VNS της παρούσας διπλωματικής. Κάθε λύση προβλήματος περιέχει τις τελικές βελτιστοποιημένες διαδρομές των οχημάτων, μέτρα απόδοσης και στατιστικά εκτέλεσης του αλγορίθμου.

Για κάθε λύση παρέχονται οι παρακάτω πληροφορίες:

**Όνομα προβλήματος** Το όνομα προβλήματος του Solomon-100.

**Απόσταση GA (GA Distance)** Η συνολική απόσταση των διαδρομών από τη φάση του γενετικού αλγορίθμου.

**Απόσταση LS (LS Distance)** Η τελική συνολική απόσταση των διαδρομών μετά την αναζήτηση μεταβλητής γειτονιάς.

**Βελτίωση (Improvement)** Η απόλυτη βελτίωση της συνολικής απόστασης μεταξύ των δύο φάσεων (GA Distance – LS Distance)

**Βελτίωση % (Improvement %)** Ποσοστιαία βελτίωση της συνολικής απόστασης μεταξύ των δύο φάσεων  $\left( \frac{\text{GA Distance} - \text{LS Distance}}{\text{GA Distance}} \times 100\% \right)$

**Διαδρομές (Routes)** Ο αριθμός οχημάτων που χρησιμοποιήθηκαν.

**Χρόνος εκτέλεσης (Execution Time)** Ο συνολικός υπολογιστικός χρόνος που απαιτήθηκε για την επίλυση του προβλήματος, σε δευτερόλεπτα.

**Αποτύπωση διαδρομών (Route Details)** Αλληλουχίες πελατών για κάθε διαδρομή.

## A'.1. Αναλυτικές λύσεις

### A'.1.1. Κατηγορία C1 (συσταδοποιημένοι πελάτες, μικρά χρονικά παράθυρα)

#### Πρόβλημα c101

##### Performance Metrics:

GA Distance: 3,877.01  
LS Distance: 968.01  
Improvement: 2,909.00 (75.0%)  
Routes: 13  
Execution Time: 151.53 seconds

##### Route Solutions:

Route 1: [32, 33, 31, 35, 37, 38, 39, 36, 34]  
Route 2: [5, 3]  
Route 3: [98, 96, 95, 94, 92, 93, 97, 99, 2]  
Route 4: [10, 11, 9, 6, 4, 1, 75]  
Route 5: [81, 78, 76, 71, 70, 73, 77, 79, 80]  
Route 6: [20, 24, 25, 27, 29, 30, 28, 26, 23, 22, 21]  
Route 7: [7, 8]  
Route 8: [13, 17, 18, 19, 15, 16, 14, 12]  
Route 9: [41, 40, 58, 60, 59, 68, 69]  
Route 10: [67, 65, 63, 62, 74, 72, 61, 64, 66]  
Route 11: [57, 55, 54, 53, 56, 45, 48, 51, 50, 52, 49]  
Route 12: [90, 87, 86, 83, 82, 84, 85, 88, 89, 91]  
Route 13: [43, 42, 44, 46, 47]

#### Πρόβλημα c102

##### Performance Metrics:

GA Distance: 4,148.60  
LS Distance: 932.02  
Improvement: 3,216.58 (77.5%)  
Routes: 11  
Execution Time: 224.12 seconds

##### Route Solutions:

Route 1: [81, 78, 76, 71, 70, 73, 77, 79, 80]  
Route 2: [32, 33, 31, 35, 37, 38, 39, 36, 34]  
Route 3: [13, 17, 18, 19, 15, 16, 14, 12]  
Route 4: [1, 2, 96, 94, 92, 93, 97, 95, 99]  
Route 5: [7, 8, 10, 11, 9, 6, 4, 3, 5, 75]  
Route 6: [67, 65, 63, 62, 74, 72, 61, 64, 66]  
Route 7: [90, 87, 86, 83, 82, 84, 85, 88, 89, 91, 98]  
Route 8: [57, 55, 53, 56, 58, 60, 59, 68, 69]  
Route 9: [20, 24, 25, 27, 29, 30, 28, 26, 23, 22, 21]

Route 10: [41, 40, 44, 46, 47]  
Route 11: [43, 42, 54, 45, 48, 51, 50, 52, 49]

### Πρόβλημα c103

#### Performance Metrics:

GA Distance: 3,791.06  
LS Distance: 992.73  
Improvement: 2,798.32 (73.8%)  
Routes: 11  
Execution Time: 221.62 seconds

#### Route Solutions:

Route 1: [57, 55, 54, 53, 56, 58, 60, 59]  
Route 2: [31, 35, 37, 38, 39, 36, 34, 29, 24, 20]  
Route 3: [32, 33, 30, 28, 26, 23]  
Route 4: [25, 27, 22, 21]  
Route 5: [67, 65, 62, 74, 72, 61, 64, 68, 66, 69]  
Route 6: [81, 78, 76, 71, 70, 73, 77, 79, 80, 63]  
Route 7: [13, 8, 10, 9, 6, 99, 97, 2, 1]  
Route 8: [17, 16, 15, 11, 7, 4, 3, 5, 75]  
Route 9: [43, 42, 41, 40, 44, 46, 45, 48, 51, 50, 52, 49, 47]  
Route 10: [98, 96, 95, 94, 92, 93, 12, 14, 19, 18]  
Route 11: [90, 87, 86, 83, 82, 84, 85, 88, 89, 91]

### Πρόβλημα c104

#### Performance Metrics:

GA Distance: 3,286.15  
LS Distance: 1,074.27  
Improvement: 2,211.88 (67.3%)  
Routes: 10  
Execution Time: 143.22 seconds

#### Route Solutions:

Route 1: [98, 96, 95, 94, 92, 93, 97, 99, 1, 75]  
Route 2: [81, 78, 76, 71, 70, 73, 77, 79, 72, 61, 64, 66]  
Route 3: [21, 25, 34, 36, 38, 39, 37, 35, 32]  
Route 4: [41, 44, 45, 48, 51, 50, 46, 47, 20]  
Route 5: [55, 54, 53, 56, 58, 60, 59, 40, 42, 43]  
Route 6: [13, 10, 8, 2, 84, 85, 88, 89, 90]  
Route 7: [17, 18, 19, 15, 11, 9, 16, 14, 12, 6]  
Route 8: [67, 65, 62, 74, 63, 5, 3, 4, 7]  
Route 9: [91, 87, 86, 83, 82, 80, 57, 68, 69]  
Route 10: [49, 52, 31, 33, 29, 24, 22, 23, 26, 28, 30, 27]

### Πρόβλημα c105

#### Performance Metrics:

GA Distance: 3,937.43  
LS Distance: 919.20  
Improvement: 3,018.23 (76.7%)  
Routes: 12  
Execution Time: 137.17 seconds

#### Route Solutions:

Route 1: [43, 42, 41]  
Route 2: [67, 65, 63, 62, 74, 72, 61, 64, 66]  
Route 3: [57, 40, 44, 46, 45, 48, 51, 50, 52, 49, 47]  
Route 4: [90, 87, 86, 83, 82, 84, 85, 88, 89, 91]  
Route 5: [20, 24, 25, 27, 29, 30, 28, 26, 23, 22, 21]  
Route 6: [32, 33, 31, 35, 37, 38, 39, 36, 34]  
Route 7: [10, 11, 9, 6, 4, 1, 75]  
Route 8: [81, 78, 76, 71, 70, 73, 77, 79, 80]  
Route 9: [13, 17, 18, 19, 15, 16, 14, 12]  
Route 10: [98, 96, 95, 94, 92, 93, 97, 99, 2]  
Route 11: [55, 54, 53, 56, 58, 60, 59, 68, 69]  
Route 12: [5, 3, 7, 8]

### Πρόβλημα c106

#### Performance Metrics:

GA Distance: 3,862.80  
LS Distance: 857.34  
Improvement: 3,005.47 (77.8%)  
Routes: 11  
Execution Time: 200.80 seconds

#### Route Solutions:

Route 1: [57, 55, 54, 53, 56, 58, 60, 59]  
Route 2: [81, 78, 76, 71, 70, 73, 77, 79, 80]  
Route 3: [32, 33, 31, 35, 37, 38, 39, 36, 34]  
Route 4: [67, 65, 63, 62, 74, 72, 61, 64, 68, 66, 69]  
Route 5: [98, 96, 95, 94, 92, 93, 97, 99, 2]  
Route 6: [43, 42, 41, 40, 44, 46, 45, 48, 51, 50, 52, 49, 47]  
Route 7: [90, 87, 86, 83, 82, 84, 85, 88, 89, 91]  
Route 8: [13, 17, 18, 19, 15, 16, 14, 12]  
Route 9: [20, 24, 25, 27, 29, 30, 28, 26, 23, 22, 21]  
Route 10: [7, 8, 10, 11, 9, 6, 4]  
Route 11: [5, 3, 1, 75]

### Πρόβλημα c107



Performance Metrics:

GA Distance: 4,071.33  
LS Distance: 892.45  
Improvement: 3,178.88 (78.1%)  
Routes: 11  
Execution Time: 170.69 seconds

Route Solutions:

Route 1: [13, 17, 18, 19, 10]  
Route 2: [43, 42, 41, 40, 44, 46, 45, 48, 51, 50, 52, 49, 47]  
Route 3: [32, 33, 31, 35, 37, 38, 39, 36, 34]  
Route 4: [7, 8, 11, 15, 16, 14, 12]  
Route 5: [57, 55, 54, 53, 56, 58, 60, 59]  
Route 6: [81, 78, 76, 71, 70, 73, 77, 79, 80]  
Route 7: [98, 96, 95, 94, 92, 93, 97, 99, 2]  
Route 8: [67, 65, 63, 62, 74, 72, 61, 64, 68, 66, 69]  
Route 9: [5, 3, 9, 6, 4, 1, 75]  
Route 10: [90, 87, 86, 83, 82, 84, 85, 88, 89, 91]  
Route 11: [20, 24, 25, 27, 29, 30, 28, 26, 23, 22, 21]

### Πρόβλημα c108

Performance Metrics:

GA Distance: 3,837.26  
LS Distance: 985.52  
Improvement: 2,851.74 (74.3%)  
Routes: 11  
Execution Time: 195.05 seconds

Route Solutions:

Route 1: [96, 95, 94, 92, 93, 97, 99, 2, 1]  
Route 2: [81, 78, 76, 71, 70, 73, 77, 79, 80]  
Route 3: [98, 87, 90]  
Route 4: [67, 65, 63, 74, 72, 61, 64, 66]  
Route 5: [5, 3, 7, 8, 10, 11, 9, 6, 4, 75]  
Route 6: [43, 42, 41, 40, 44, 46, 45, 48, 51, 50, 52, 49, 47]  
Route 7: [13, 17, 18, 19, 15, 16, 14, 12]  
Route 8: [32, 33, 31, 35, 37, 38, 39, 36, 23]  
Route 9: [55, 54, 53, 56, 58, 60, 59, 68, 69]  
Route 10: [57, 62, 86, 83, 82, 84, 85, 88, 89, 91]  
Route 11: [20, 24, 25, 27, 29, 28, 30, 34, 26, 22, 21]

### Πρόβλημα c109

Performance Metrics:

GA Distance: 3,443.98  
LS Distance: 1,109.00

Improvement: 2,334.98 (67.8%)  
Routes: 12  
Execution Time: 183.37 seconds

Route Solutions:

Route 1: [90, 91]  
Route 2: [25, 27, 32, 33, 29, 30, 28, 26, 23]  
Route 3: [43, 46, 45, 48, 51, 50, 52, 49, 47]  
Route 4: [95, 94, 92, 93, 97, 99, 2, 1, 75]  
Route 5: [41, 40, 55, 54, 53, 56, 58, 60, 80]  
Route 6: [42, 44, 57, 59, 68, 69]  
Route 7: [76, 71, 70, 73, 77, 79, 72, 61, 64, 66]  
Route 8: [87, 86, 81, 78, 83, 82, 84, 85, 88, 89]  
Route 9: [20, 24, 31, 35, 37, 38, 39, 36, 34, 22, 21]  
Route 10: [3, 13, 17, 18, 19, 15, 16, 14, 12]  
Route 11: [98, 96, 5, 7, 8, 10, 11, 9, 6, 4]  
Route 12: [67, 65, 63, 74, 62]

### **A'.1.2. Κατηγορία C2 (συσταδοποιημένοι πελάτες, μεγάλα χρονικά παράθυρα)**

#### **Πρόβλημα c201**

Performance Metrics:

GA Distance: 4,218.64  
LS Distance: 693.15  
Improvement: 3,525.48 (83.6%)  
Routes: 6  
Execution Time: 277.15 seconds

Route Solutions:

Route 1: [68, 65, 49, 55, 54, 53, 56, 58, 60, 59, 57, 40, 44, 46, 42, 41]  
Route 2: [91, 88, 84, 86, 83, 82, 85, 76, 71, 70, 73, 80, 79, 81, 78, 77, 96, 87, 90]  
Route 3: [67, 63, 62, 74, 72, 61, 64, 66, 69]  
Route 4: [45, 51, 50, 52, 47, 43, 48]  
Route 5: [93, 5, 75, 2, 1, 99, 97, 92, 94, 95, 98, 7, 3, 4, 89]  
Route 6: [20, 22, 24, 27, 30, 29, 6, 32, 33, 31, 35, 37, 38, 39, 36, 34, 28, 26, 23, 18, 19, 16, 14, 12, 15, 17, 13, 25, 9, 11, 10, 8, 21]

#### **Πρόβλημα c202**

Performance Metrics:

GA Distance: 3,971.69  
LS Distance: 784.70

Improvement: 3,186.98 (80.2%)  
Routes: 8  
Execution Time: 305.39 seconds  
Route Solutions:  
Route 1: [68, 65, 49, 55, 54, 53, 56, 58, 60, 59, 57, 40, 44, 46, 45, 51, 50, 52, 47]  
Route 2: [63, 96, 86, 90]  
Route 3: [12, 16, 14, 15, 13, 9, 11, 10, 8]  
Route 4: [48, 43, 42, 41]  
Route 5: [20, 22, 24, 27, 30, 29, 6, 32, 33, 31, 35, 37, 38, 39, 36, 34, 28, 26, 23, 18, 19, 17, 25, 21]  
Route 6: [93, 5, 75, 2, 1, 99, 97, 92, 94, 95, 98, 7, 3, 4, 89]  
Route 7: [67, 62, 74, 72, 61, 64, 66, 69]  
Route 8: [91, 88, 84, 83, 82, 85, 76, 71, 70, 73, 80, 79, 81, 78, 77, 87]

### Πρόβλημα c203

Performance Metrics:  
GA Distance: 4,027.37  
LS Distance: 648.36  
Improvement: 3,379.01 (83.9%)  
Routes: 5  
Execution Time: 291.53 seconds  
Route Solutions:  
Route 1: [93, 5, 75, 2, 1, 99, 97, 92, 94, 95, 98, 7, 3, 4, 89, 91, 90, 88, 84, 86, 83, 82, 85, 76, 71, 70, 73, 80, 79, 81, 78, 77, 87, 96]  
Route 2: [67, 66, 69]  
Route 3: [52, 51, 50, 47]  
Route 4: [63, 62, 74, 72, 61, 64, 68, 65, 49, 55, 54, 53, 56, 58, 60, 59, 57, 40, 44, 46, 45, 42, 41, 43, 48]  
Route 5: [20, 22, 24, 27, 30, 29, 6, 32, 33, 31, 35, 37, 38, 39, 36, 34, 28, 26, 23, 18, 19, 16, 14, 12, 15, 17, 13, 25, 9, 11, 10, 8, 21]

### Πρόβλημα c204

Performance Metrics:  
GA Distance: 3,666.72  
LS Distance: 841.30  
Improvement: 2,825.41 (77.1%)  
Routes: 6  
Execution Time: 309.07 seconds  
Route Solutions:

Route 1: [20, 22, 24, 27, 29, 34, 36, 39, 38, 37, 35, 31, 33, 32, 6, 52, 50, 51, 44, 46, 45, 47]  
 Route 2: [93, 7, 98, 99, 1, 2, 9, 11, 10, 8]  
 Route 3: [67, 62, 74, 72, 61, 64, 66, 69]  
 Route 4: [48, 43, 42, 41, 68, 65, 40, 57, 55, 59, 53, 56, 58, 60, 54, 49, 80, 73, 70, 71, 76, 79, 81, 85, 78, 77, 87]  
 Route 5: [63, 96, 82, 83, 84, 86, 90]  
 Route 6: [91, 88, 94, 92, 97, 95, 3, 4, 89, 75, 5, 23, 17, 18, 19, 16, 14, 12, 15, 13, 25, 26, 28, 30, 21]

### Πρόβλημα c205

#### Performance Metrics:

GA Distance: 3,425.78  
 LS Distance: 767.60  
 Improvement: 2,658.18 (77.6%)  
 Routes: 8  
 Execution Time: 275.24 seconds

#### Route Solutions:

Route 1: [20, 24, 29, 6, 32, 33, 31, 35, 37, 38, 39, 36, 34]  
 Route 2: [52, 51, 50, 47]  
 Route 3: [93, 5, 75, 2, 1, 99, 97, 92, 94, 95, 98, 7, 3, 4, 88, 86, 84, 83, 82, 85, 76, 71, 70, 73, 80, 79, 81, 78, 77, 87, 96]  
 Route 4: [22, 27, 30, 28, 26, 23, 18, 19, 16, 14, 12, 15, 17, 13, 9, 25, 21]  
 Route 5: [89, 91, 90]  
 Route 6: [68, 65, 49, 55, 54, 53, 56, 58, 60, 59, 57, 40, 44, 46, 45, 42, 41, 43, 48]  
 Route 7: [67, 63, 62, 74, 72, 61, 64, 66, 69]  
 Route 8: [11, 10, 8]

### Πρόβλημα c206

#### Performance Metrics:

GA Distance: 4,210.46  
 LS Distance: 811.22  
 Improvement: 3,399.25 (80.7%)  
 Routes: 8  
 Execution Time: 298.44 seconds

#### Route Solutions:

Route 1: [22, 27, 30, 28, 26, 23, 21]  
 Route 2: [41, 42, 43, 48]  
 Route 3: [18, 19, 17, 25]  
 Route 4: [12, 14, 16, 15, 13, 9, 11, 10, 8]

Route 5: [67, 63, 62, 74, 72, 61, 64, 66, 69, 68, 65, 49, 55, 54, 53, 56, 58, 60, 59, 57, 40, 44, 46, 45, 51, 50, 52, 47]  
Route 6: [93, 5, 75, 2, 1, 99, 97, 92, 94, 95, 98, 7, 3, 4, 88, 86, 84, 83, 82, 85, 76, 71, 70, 73, 80, 79, 81, 78, 77, 87, 96]  
Route 7: [89, 91, 90]  
Route 8: [20, 24, 29, 6, 32, 33, 31, 35, 37, 38, 39, 36, 34]

### Πρόβλημα c207

#### Performance Metrics:

GA Distance: 3,838.68  
LS Distance: 692.13  
Improvement: 3,146.55 (82.0%)  
Routes: 6  
Execution Time: 279.31 seconds

#### Route Solutions:

Route 1: [93, 5, 75, 2, 1, 99, 97, 92, 94, 95, 98, 7, 3, 4, 89, 90]  
Route 2: [67, 63, 62, 74, 72, 61, 64, 66, 69]  
Route 3: [91, 88, 86, 84, 83, 82, 85, 76, 71, 70, 73, 80, 79, 81, 78, 77, 87, 96]  
Route 4: [52, 51, 50, 47, 43, 48]  
Route 5: [20, 22, 24, 27, 30, 29, 6, 32, 31, 35, 33, 34, 36, 37, 38, 39, 28, 26, 23, 17, 18, 19, 16, 14, 12, 15, 13, 25, 9, 11, 10, 8, 21]  
Route 6: [68, 65, 49, 55, 54, 53, 56, 58, 60, 59, 57, 40, 44, 46, 45, 42, 41]

### Πρόβλημα c208

#### Performance Metrics:

GA Distance: 4,195.45  
LS Distance: 780.67  
Improvement: 3,414.78 (81.4%)  
Routes: 8  
Execution Time: 233.55 seconds

#### Route Solutions:

Route 1: [22, 27, 30, 28, 26, 23, 25, 21]  
Route 2: [91, 88, 86, 84, 83, 82, 85, 76, 71, 70, 73, 80, 79, 81, 78, 77, 96, 87, 90]  
Route 3: [18, 17, 19, 16, 14, 12, 15, 13, 9, 11, 10, 8]  
Route 4: [52, 50, 51, 45, 47]  
Route 5: [63, 62, 74, 72, 61, 64, 68, 65, 49, 55, 54, 53, 56, 58, 60, 59, 57, 40, 44, 46, 41, 42, 43, 48]  
Route 6: [67, 66, 69]

Route 7: [20, 24, 29, 6, 32, 33, 31, 35, 37, 38, 39, 36, 34]  
Route 8: [93, 5, 75, 2, 1, 99, 97, 92, 94, 95, 98, 7, 3, 4, 89]

### **A'.1.3. Κατηγορία R1 (τυχαία κατανεμημένοι πελάτες, μικρά χρονικά παράθυρα)**

#### **Πρόβλημα r101**

##### **Performance Metrics:**

GA Distance: 4,172.36  
LS Distance: 1,680.74  
Improvement: 2,491.62 (59.7%)  
Routes: 22  
Execution Time: 137.58 seconds

##### **Route Solutions:**

Route 1: [92, 98, 16, 86, 37]  
Route 2: [14, 44, 38, 43, 91, 93]  
Route 3: [42, 15, 57, 58]  
Route 4: [36, 47, 19, 10]  
Route 5: [95, 87, 97, 13]  
Route 6: [59, 99, 94]  
Route 7: [45, 83, 84, 60, 89]  
Route 8: [2, 21, 73, 41, 56, 74]  
Route 9: [52, 18, 6]  
Route 10: [33, 81, 50]  
Route 11: [40, 53, 26]  
Route 12: [65, 71, 9, 66, 1]  
Route 13: [39, 23, 67, 55, 4, 25]  
Route 14: [62, 11, 90, 32, 70]  
Route 15: [28, 29, 78, 34, 35, 77]  
Route 16: [5, 61, 85, 96]  
Route 17: [72, 75, 22, 54, 24, 80]  
Route 18: [63, 64, 49, 48]  
Route 19: [31, 88, 7]  
Route 20: [27, 69, 30, 51, 20]  
Route 21: [82, 8, 46, 17]  
Route 22: [12, 76, 79, 3, 68]

#### **Πρόβλημα r102**

##### **Performance Metrics:**

GA Distance: 3,858.67  
LS Distance: 1,525.39  
Improvement: 2,333.27 (60.5%)  
Routes: 20

Execution Time: 150.24 seconds

Route Solutions:

Route 1: [53]  
Route 2: [42, 15, 41, 2, 58]  
Route 3: [63, 64, 49, 48, 7, 52]  
Route 4: [92, 37, 98, 91, 16, 86, 17, 5]  
Route 5: [36, 47, 19, 8, 46, 82]  
Route 6: [76, 79, 68]  
Route 7: [40, 54, 24, 80, 12]  
Route 8: [33, 81, 50]  
Route 9: [28, 29, 78, 34, 35, 3, 77]  
Route 10: [83, 45, 18, 6]  
Route 11: [14, 44, 38, 43, 13]  
Route 12: [27, 69, 30, 51, 20]  
Route 13: [39, 23, 67, 55, 4, 25, 26]  
Route 14: [88, 10, 31]  
Route 15: [65, 71, 9, 66, 1]  
Route 16: [62, 11, 90, 32, 70]  
Route 17: [73, 22, 75, 56, 74, 72, 21]  
Route 18: [87, 57, 97, 95]  
Route 19: [94, 59, 85, 61, 84, 60, 89]  
Route 20: [96, 99, 93]

### Πρόβλημα r103

Performance Metrics:

GA Distance: 3,738.21  
LS Distance: 1,348.03  
Improvement: 2,390.18 (63.9%)  
Routes: 18  
Execution Time: 167.59 seconds

Route Solutions:

Route 1: [53]  
Route 2: [6]  
Route 3: [71, 65, 35, 3, 77, 28]  
Route 4: [88, 32, 66, 20, 70]  
Route 5: [42, 15, 41]  
Route 6: [39, 23, 67, 56, 4]  
Route 7: [40, 54, 55, 25, 26]  
Route 8: [83, 45, 46, 8, 18]  
Route 9: [94, 95, 97, 87, 13]  
Route 10: [96, 99, 84, 17, 5, 60, 89]  
Route 11: [61, 16, 86, 44, 91, 85, 93, 59]  
Route 12: [27, 69, 30, 9, 51, 1]  
Route 13: [76, 79, 68]  
Route 14: [92, 98, 37, 14, 38, 43, 57, 2, 58]

Route 15: [19, 62, 11, 63, 90, 10, 31]  
Route 16: [36, 64, 49, 47, 48, 82, 7, 52]  
Route 17: [50, 33, 81, 78, 34, 29, 24, 80, 12]  
Route 18: [73, 22, 75, 74, 72, 21]

### Πρόβλημα r104

#### Performance Metrics:

GA Distance: 3,385.94  
LS Distance: 1,074.06  
Improvement: 2,311.88 (68.3%)  
Routes: 13  
Execution Time: 189.05 seconds

#### Route Solutions:

Route 1: [27, 70, 30, 20, 71, 66, 32, 90, 63, 10, 31]  
Route 2: [18, 8, 46, 36, 47, 48, 82]  
Route 3: [53]  
Route 4: [26, 12, 3, 79, 33, 81, 51, 50]  
Route 5: [69, 1, 9, 65, 35, 34, 78]  
Route 6: [52, 7, 62, 11, 64, 49, 19, 88]  
Route 7: [42, 43, 44, 38, 14, 86, 16, 91, 93, 96]  
Route 8: [76, 68, 80, 24, 29, 77, 28]  
Route 9: [95, 97, 87, 13]  
Route 10: [6, 99, 59, 94]  
Route 11: [2, 57, 15, 41, 22, 74, 72, 21, 40, 58]  
Route 12: [73, 75, 56, 23, 67, 39, 55, 4, 25, 54]  
Route 13: [92, 37, 98, 85, 61, 5, 84, 17, 45, 83, 60, 89]

### Πρόβλημα r105

#### Performance Metrics:

GA Distance: 3,906.91  
LS Distance: 1,520.80  
Improvement: 2,386.11 (61.1%)  
Routes: 20  
Execution Time: 162.31 seconds

#### Route Solutions:

Route 1: [27, 88, 30, 20, 66, 32, 70]  
Route 2: [83, 45, 8, 18]  
Route 3: [28, 76, 26, 54, 24, 80]  
Route 4: [95, 92, 98, 37, 97]  
Route 5: [33, 81, 78, 34, 35, 77]  
Route 6: [69, 31, 62, 90, 10]  
Route 7: [12, 29, 79, 3, 68]  
Route 8: [52, 82, 7]



Route 9: [5, 61, 16, 85, 84]  
Route 10: [2, 15, 43, 91, 93]  
Route 11: [53]  
Route 12: [57, 41, 56, 4]  
Route 13: [21, 73, 75, 22, 74, 58]  
Route 14: [47, 36, 19, 46, 17, 60, 89]  
Route 15: [72, 39, 23, 67, 55, 25]  
Route 16: [42, 14, 44, 38, 86, 96]  
Route 17: [63, 11, 64, 49, 48]  
Route 18: [40, 87, 13]  
Route 19: [65, 71, 9, 51, 50, 1]  
Route 20: [59, 99, 94, 6]

### Πρόβλημα r106

#### Performance Metrics:

GA Distance: 3,897.69  
LS Distance: 1,349.58  
Improvement: 2,548.12 (65.4%)  
Routes: 16  
Execution Time: 291.69 seconds

#### Route Solutions:

Route 1: [39, 23, 67, 55, 25, 26]  
Route 2: [31, 63, 11, 64, 49, 7, 52]  
Route 3: [95, 92, 85, 91, 16, 61, 84, 60, 89]  
Route 4: [33, 65, 71, 66, 20, 32, 70]  
Route 5: [2, 15, 43, 37, 98, 93, 59, 94]  
Route 6: [83, 45, 18, 8, 46, 82]  
Route 7: [27, 69, 62, 88, 90, 10]  
Route 8: [73, 41, 22, 75, 56, 4]  
Route 9: [48, 47, 36, 19]  
Route 10: [96, 99, 6]  
Route 11: [53, 40, 21, 72, 74, 58]  
Route 12: [1, 30, 51, 9, 81, 3, 68, 77]  
Route 13: [42, 14, 44, 38, 86, 17, 5]  
Route 14: [57, 87, 97, 13]  
Route 15: [28, 29, 79, 78, 34, 35, 50]  
Route 16: [76, 54, 24, 80, 12]

### Πρόβλημα r107

#### Performance Metrics:

GA Distance: 3,674.89  
LS Distance: 1,190.97  
Improvement: 2,483.93 (67.6%)

Routes: 14  
 Execution Time: 190.81 seconds  
 Route Solutions:  
 Route 1: [33, 71, 65, 66, 20, 1]  
 Route 2: [53, 12, 68, 80]  
 Route 3: [28, 29, 24, 55, 25, 54]  
 Route 4: [76, 3, 79, 78, 34, 35, 81, 77]  
 Route 5: [95, 97, 42, 14, 44, 38, 86, 16, 91, 98, 37, 59]  
 Route 6: [27, 69, 30, 51, 9, 50]  
 Route 7: [5, 45, 84, 17, 61, 85, 93]  
 Route 8: [40, 2, 87, 13]  
 Route 9: [88, 7, 82, 8, 83, 60, 89]  
 Route 10: [39, 23, 67, 22, 74, 72, 73, 21, 58]  
 Route 11: [31, 62, 11, 64, 63, 10, 90, 32, 70]  
 Route 12: [96, 99, 6]  
 Route 13: [94, 92, 43, 15, 57, 41, 75, 56, 4, 26]  
 Route 14: [18, 46, 36, 49, 19, 47, 48, 52]

### Πρόβλημα r108

Performance Metrics:  
 GA Distance: 2,872.40  
 LS Distance: 1,062.83  
 Improvement: 1,809.57 (63.0%)  
 Routes: 12  
 Execution Time: 131.68 seconds  
 Route Solutions:  
 Route 1: [21, 72, 75, 56, 23, 67, 39, 55, 25, 54, 26]  
 Route 2: [89, 60, 83, 8, 18]  
 Route 3: [2, 57, 43, 15, 41, 22, 73, 74, 4, 40, 58]  
 Route 4: [12, 80, 24, 29, 68, 77, 28]  
 Route 5: [5, 84, 17, 45, 46, 82]  
 Route 6: [92, 37, 98, 91, 44, 38, 86, 16, 61, 85, 93, 6]  
 Route 7: [69, 20, 9, 35, 65, 71, 51, 1]  
 Route 8: [94, 95, 97, 14, 42, 87, 13]  
 Route 9: [31, 10, 64, 63, 90, 32, 66, 30, 70, 27]  
 Route 10: [88, 62, 11, 19, 49, 36, 47, 48, 7, 52]  
 Route 11: [96, 99, 59, 53]  
 Route 12: [76, 3, 79, 78, 34, 81, 33, 50]

### Πρόβλημα r109

Performance Metrics:  
 GA Distance: 3,544.89  
 LS Distance: 1,383.17

Improvement: 2,161.72 (61.0%)  
Routes: 17  
Execution Time: 187.84 seconds

Route Solutions:

Route 1: [21, 72, 67, 39, 4, 26]  
Route 2: [53, 40, 54, 55, 25, 24, 80]  
Route 3: [52, 7, 47, 36, 49, 46, 48]  
Route 4: [42, 14, 38, 43, 57, 97, 13]  
Route 5: [27, 69, 30, 71, 65, 66, 20, 1]  
Route 6: [12, 29, 78, 79, 3, 77]  
Route 7: [83, 5, 61, 86, 44, 94, 96]  
Route 8: [28, 76, 81, 33, 50]  
Route 9: [95, 92, 98, 85, 16, 84, 60, 89]  
Route 10: [82, 8, 45, 17, 91, 37, 93]  
Route 11: [73, 75, 23, 56]  
Route 12: [2, 15, 41, 22, 74, 58]  
Route 13: [19, 11, 64, 10]  
Route 14: [87, 59, 99, 6]  
Route 15: [51, 9, 35, 34, 68]  
Route 16: [18]  
Route 17: [31, 88, 62, 63, 90, 32, 70]

## Πρόβλημα r110

Performance Metrics:

GA Distance: 3,439.03  
LS Distance: 1,205.94  
Improvement: 2,233.09 (64.9%)  
Routes: 14  
Execution Time: 177.05 seconds

Route Solutions:

Route 1: [25, 55, 54, 26]  
Route 2: [40, 72, 75, 56, 23, 67, 39, 4]  
Route 3: [5, 83, 7, 52, 18, 8, 45, 60, 89]  
Route 4: [31, 70, 30, 66, 71, 65, 35, 33]  
Route 5: [94, 99, 59, 37, 97]  
Route 6: [2, 87, 57, 15, 43, 42, 13]  
Route 7: [82, 47, 19, 49, 36, 46, 48]  
Route 8: [92, 98, 93, 85, 61, 17, 84, 6]  
Route 9: [95, 14, 38, 86, 16, 44, 91, 96]  
Route 10: [12, 29, 78, 34, 9, 20, 1]  
Route 11: [27, 69, 51, 81, 79, 3, 77, 68, 24, 80]  
Route 12: [88, 62, 11, 64, 63, 90, 32, 10]  
Route 13: [53, 21, 73, 74, 22, 41, 58]  
Route 14: [28, 76, 50]

## Πρόβλημα r111

### Performance Metrics:

GA Distance: 3,422.21  
LS Distance: 1,134.49  
Improvement: 2,287.72 (66.8%)  
Routes: 13  
Execution Time: 175.90 seconds

### Route Solutions:

Route 1: [59, 91, 44, 86, 38, 14, 43, 13]  
Route 2: [88, 7, 45, 8, 18, 83]  
Route 3: [89, 60, 84, 61, 16, 85, 93, 98, 37]  
Route 4: [21, 72, 75, 23, 67, 39, 56, 55, 25, 54]  
Route 5: [30, 51, 71, 65, 66, 20, 32, 70]  
Route 6: [94, 99, 96, 6]  
Route 7: [28, 12, 76, 3, 79, 29, 24, 80, 68, 77]  
Route 8: [53]  
Route 9: [40, 97, 87, 57, 2, 58]  
Route 10: [62, 11, 64, 63, 90, 10, 31]  
Route 11: [27, 69, 1, 33, 81, 9, 78, 34, 35, 50]  
Route 12: [95, 92, 42, 15, 41, 22, 73, 74, 4, 26]  
Route 13: [52, 82, 48, 19, 49, 36, 47, 46, 17, 5]

## Πρόβλημα r112

### Performance Metrics:

GA Distance: 3,471.48  
LS Distance: 1,146.38  
Improvement: 2,325.10 (67.0%)  
Routes: 13  
Execution Time: 172.87 seconds

### Route Solutions:

Route 1: [82, 8, 46, 36, 49, 64, 47, 48]  
Route 2: [40, 21, 72, 75, 56, 23, 67, 39, 4]  
Route 3: [12, 54, 55, 25, 26]  
Route 4: [52, 7, 18, 83, 60, 89]  
Route 5: [28, 76, 77, 3, 29, 24, 80, 68]  
Route 6: [31, 88, 62, 19, 11, 63, 32, 51]  
Route 7: [94, 98, 91, 16, 44, 14, 42, 97]  
Route 8: [95, 92, 59, 5, 84, 45, 17, 61, 85, 93, 37]  
Route 9: [2, 57, 15, 41, 22, 74, 73]  
Route 10: [53, 58, 87, 13]  
Route 11: [27, 69, 70, 90, 10, 30, 81, 9, 50]  
Route 12: [33, 79, 78, 34, 35, 71, 65, 66, 20, 1]  
Route 13: [6, 96, 99, 86, 38, 43]

#### **A'.1.4. Κατηγορία R2 (τυχαία κατανεμημένοι πελάτες, μεγάλα χρονικά παράθυρα)**

##### **Πρόβλημα r201**

###### **Performance Metrics:**

GA Distance: 3,660.98  
LS Distance: 1,273.27  
Improvement: 2,387.72 (65.2%)  
Routes: 14  
Execution Time: 210.74 seconds

###### **Route Solutions:**

Route 1: [83, 45, 82, 47, 36, 49, 46, 48]  
Route 2: [31, 63, 64, 11, 19, 62, 10]  
Route 3: [5, 61, 16, 85, 91, 93]  
Route 4: [28, 76, 3, 77]  
Route 5: [6, 94, 96]  
Route 6: [52, 88, 7, 8, 18]  
Route 7: [21, 73, 40, 53]  
Route 8: [27, 69, 30, 90, 32, 70, 1]  
Route 9: [33, 65, 71, 9, 81, 51, 66, 20, 50]  
Route 10: [72, 39, 67, 23, 75, 56, 74, 58]  
Route 11: [95, 92, 98, 59, 99, 87, 57, 22, 41, 43, 37, 97, 13]  
Route 12: [12, 29, 79, 78, 34, 35, 68]  
Route 13: [2, 42, 15, 14, 44, 38, 86, 84, 17, 60, 89]  
Route 14: [26, 54, 4, 55, 25, 24, 80]

##### **Πρόβλημα r202**

###### **Performance Metrics:**

GA Distance: 3,442.30  
LS Distance: 1,123.49  
Improvement: 2,318.81 (67.4%)  
Routes: 11  
Execution Time: 265.90 seconds

###### **Route Solutions:**

Route 1: [52, 7, 48, 47, 36, 19, 11, 64, 49, 46, 82]  
Route 2: [26, 21, 72, 39, 67, 23, 56, 75, 74, 58]  
Route 3: [40, 73, 22, 41, 53]  
Route 4: [27, 69, 88, 30, 20, 66, 32, 70, 1]  
Route 5: [62, 63, 90, 10, 31]  
Route 6: [95, 92, 98, 37, 42, 14, 44, 38, 43, 91, 85, 93, 59, 94]  
Route 7: [28, 29, 76, 68, 54, 4, 55, 25, 24, 80, 12]  
Route 8: [83, 45, 8, 18, 84, 5, 6]  
Route 9: [96, 99, 61, 16, 86, 17, 60, 89]  
Route 10: [2, 15, 57, 87, 97, 13]

Route 11: [50, 33, 65, 71, 9, 51, 81, 79, 78, 34, 35, 3, 77]

### Πρόβλημα r203

#### Performance Metrics:

GA Distance: 3,019.76

LS Distance: 934.65

Improvement: 2,085.12 (69.0%)

Routes: 8

Execution Time: 238.78 seconds

#### Route Solutions:

Route 1: [54, 39, 67, 23, 56, 4, 55, 25, 24, 80, 12]

Route 2: [42, 43, 15, 57, 2, 26, 76, 3, 79, 78, 81, 9, 35, 34, 29, 68, 77, 28]

Route 3: [27, 69, 1, 30, 32, 90, 63, 64, 49, 10, 31, 52]

Route 4: [50, 33, 51, 71, 65, 66, 20, 70]

Route 5: [6, 13]

Route 6: [89, 18, 45, 46, 36, 47, 48, 19, 11, 62, 88, 7, 82, 8, 83, 60, 5, 84, 17, 61, 93, 96]

Route 7: [94, 95, 92, 37, 98, 91, 44, 14, 38, 86, 16, 85, 99, 59, 97, 87, 41, 22, 75, 74, 72, 73, 21, 58]

Route 8: [53, 40]

### Πρόβλημα r204

#### Performance Metrics:

GA Distance: 2,880.49

LS Distance: 831.51

Improvement: 2,048.98 (71.1%)

Routes: 6

Execution Time: 266.89 seconds

#### Route Solutions:

Route 1: [53, 26, 4, 56, 75, 74, 72, 21, 58]

Route 2: [2, 57, 15, 43, 42, 14, 38, 44, 91, 85, 93, 99, 96, 6]

Route 3: [50, 33, 78, 34, 35, 71, 65, 66, 20, 51, 9, 81, 79, 3, 68, 80, 54, 55, 25, 24, 29, 77, 28]

Route 4: [40, 73, 22, 41, 23, 67, 39, 12, 76, 1, 70, 30, 32, 90, 63, 64, 49, 36, 47, 46, 45, 17, 86, 16, 61, 5, 89]

Route 5: [94, 95, 59, 98, 37, 92, 97, 87, 13]

Route 6: [27, 69, 31, 10, 11, 19, 62, 88, 7, 48, 82, 8, 83, 84, 60, 18, 52]

### Πρόβλημα r205

Performance Metrics:

GA Distance: 3,462.50

LS Distance: 1,052.38

Improvement: 2,410.12 (69.6%)

Routes: 9

Execution Time: 253.71 seconds

Route Solutions:

Route 1: [28, 12, 76, 33, 79, 29, 24, 68, 80, 54, 55, 25, 4]

Route 2: [95, 59, 92, 98, 44, 14, 42, 15, 43, 57, 13]

Route 3: [21, 72, 75, 23, 67, 39, 56, 41, 22, 74, 58]

Route 4: [52, 18, 82, 7, 88, 50, 3, 77]

Route 5: [27, 69, 30, 65, 71, 9, 51, 81, 78, 34, 35, 66, 20, 32, 10, 70, 1]

Route 6: [31, 62, 11, 63, 90, 64, 49, 19, 48]

Route 7: [94, 99, 85, 61, 16, 86, 38, 37, 97, 96, 6]

Route 8: [87, 2, 73, 40, 26, 53]

Route 9: [5, 83, 45, 47, 36, 46, 8, 84, 17, 91, 93, 60, 89]

## Πρόβλημα r206

Performance Metrics:

GA Distance: 3,097.85

LS Distance: 1,035.79

Improvement: 2,062.06 (66.6%)

Routes: 11

Execution Time: 219.69 seconds

Route Solutions:

Route 1: [52, 82, 48, 47, 36, 49, 46, 8, 60, 89]

Route 2: [53, 40, 73, 41, 22, 74, 56, 4, 26]

Route 3: [18, 7, 88]

Route 4: [21, 72, 75, 23, 67, 39, 25, 55, 54]

Route 5: [28, 76, 77]

Route 6: [95, 92, 37, 98, 85, 91, 44, 14, 38, 86, 16, 61, 99, 96, 6]

Route 7: [50, 33, 81, 51, 9, 35, 66, 20, 70]

Route 8: [2, 42, 87, 15, 43, 57, 97, 13, 58]

Route 9: [27, 69, 1, 30, 71, 65, 34, 78, 79, 3, 29, 24, 68, 80, 12]

Route 10: [83, 45, 84, 17, 5, 93, 59, 94]

Route 11: [62, 19, 11, 64, 63, 90, 32, 10, 31]

## Πρόβλημα r207

Performance Metrics:

GA Distance: 2,768.07

LS Distance: 891.50  
Improvement: 1,876.57 (67.8%)  
Routes: 7  
Execution Time: 313.02 seconds

Route Solutions:

Route 1: [27, 69, 1, 30, 51, 71, 65, 35, 34, 29, 24, 80, 68, 77, 28]  
Route 2: [21, 72, 75, 23, 67, 39, 25, 55, 54, 12]  
Route 3: [52, 7, 88, 62, 11, 64, 49, 19, 10, 63, 90, 32, 66, 20, 70, 31]  
Route 4: [6, 96, 99, 5, 84, 17, 61, 85, 93, 59, 95, 13, 58]  
Route 5: [50, 33, 81, 9, 78, 79, 3, 76, 53]  
Route 6: [97, 42, 14, 44, 38, 43, 15, 57, 87, 2, 40, 73, 41, 22, 74, 56, 4, 26]  
Route 7: [94, 92, 37, 98, 91, 16, 86, 45, 46, 36, 47, 48, 82, 8, 83, 60, 18, 89]

### Πρόβλημα r208

Performance Metrics:

GA Distance: 2,576.49  
LS Distance: 775.12  
Improvement: 1,801.37 (69.9%)  
Routes: 5  
Execution Time: 277.79 seconds

Route Solutions:

Route 1: [94, 95, 97, 87, 42, 15, 43, 57, 2, 13, 58]  
Route 2: [52, 7, 88, 31, 70, 30, 32, 90, 63, 10, 62, 19, 11, 64, 49, 36, 47, 48, 82, 8, 46, 45, 83, 18]  
Route 3: [27, 69, 1, 50, 33, 81, 9, 51, 20, 66, 65, 71, 35, 34, 78, 79, 3, 29, 24, 55, 25, 4, 56, 75, 74, 72, 21, 26, 12, 80, 68, 77, 28]  
Route 4: [76, 54, 39, 67, 23, 41, 22, 73, 40, 53]  
Route 5: [6, 96, 59, 92, 37, 98, 99, 93, 85, 91, 61, 16, 44, 14, 38, 86, 17, 84, 5, 60, 89]

### Πρόβλημα r209

Performance Metrics:

GA Distance: 3,254.91  
LS Distance: 967.50  
Improvement: 2,287.40 (70.3%)  
Routes: 8  
Execution Time: 212.54 seconds

Route Solutions:



Route 1: [52, 18, 7, 88, 70, 51, 33, 81, 34, 78, 79, 3, 77, 50, 1]  
 Route 2: [53, 40, 21, 73, 72, 75, 74, 22, 41, 15, 43, 42, 37, 93, 96, 6]  
 Route 3: [27, 69, 31, 19, 11, 63, 90, 30, 9, 71, 35, 65, 66, 20, 32, 10, 48, 60, 89]  
 Route 4: [2, 57, 87, 14, 38, 44, 91, 97, 13, 58]  
 Route 5: [12, 4, 56, 23, 67, 39, 25, 55, 54, 26]  
 Route 6: [28, 76, 29, 24, 80, 68]  
 Route 7: [5, 83, 45, 8, 82, 47, 46, 36, 49, 64, 62]  
 Route 8: [95, 59, 92, 98, 85, 61, 16, 86, 17, 84, 99, 94]

### Πρόβλημα r210

#### Performance Metrics:

GA Distance: 3,332.52  
 LS Distance: 993.70  
 Improvement: 2,338.82 (70.2%)  
 Routes: 9  
 Execution Time: 330.14 seconds

#### Route Solutions:

Route 1: [50, 33, 81, 9, 34, 78, 29, 79, 3, 77, 80]  
 Route 2: [95, 92, 42, 14, 44, 38, 86, 17, 83, 89]  
 Route 3: [27, 69, 1, 30, 51, 71, 65, 35, 66, 20, 70]  
 Route 4: [28, 76, 53]  
 Route 5: [2, 57, 15, 43, 41, 22, 74, 56, 4, 25, 54, 26]  
 Route 6: [40, 87, 96, 99, 93, 98, 37, 97, 13, 58]  
 Route 7: [52, 7, 88, 62, 11, 64, 36, 46, 8, 82, 48, 47, 49, 19, 63, 90, 32, 10, 31]  
 Route 8: [94, 59, 85, 91, 16, 61, 45, 84, 5, 60, 18, 6]  
 Route 9: [21, 73, 72, 75, 23, 67, 39, 55, 24, 68, 12]

### Πρόβλημα r211

#### Performance Metrics:

GA Distance: 2,768.63  
 LS Distance: 866.45  
 Improvement: 1,902.18 (68.7%)  
 Routes: 7  
 Execution Time: 184.57 seconds

#### Route Solutions:

Route 1: [53, 40, 21, 72, 75, 56, 23, 67, 39, 25, 55, 4, 54, 26]  
 Route 2: [12, 68, 80, 24, 29, 34, 78, 79, 3, 77]  
 Route 3: [27, 69, 31, 62, 11, 64, 63, 90, 66, 65, 35, 51, 30, 70, 1]  
 Route 4: [94, 95, 92, 98, 37, 97, 87, 57, 2, 13]

Route 5: [5, 61, 16, 86, 38, 44, 14, 42, 43, 15, 41, 22, 74, 73, 58]  
Route 6: [52, 7, 82, 46, 47, 36, 49, 19, 48, 8, 45, 17, 84, 91, 85, 93, 59, 99, 96, 6]  
Route 7: [28, 76, 50, 33, 81, 9, 71, 20, 32, 10, 88, 18, 83, 60, 89]

### **A'.1.5. Κατηγορία RC1 (τυχαία κατανεμημένοι και συσταδοποιημένοι πελάτες, μικρά χρονικά παράθυρα)**

#### **Πρόβλημα rc101**

##### **Performance Metrics:**

GA Distance: 4,914.09  
LS Distance: 1,726.70  
Improvement: 3,187.39 (64.9%)  
Routes: 18  
Execution Time: 200.58 seconds

##### **Route Solutions:**

Route 1: [63, 85, 84, 56, 66]  
Route 2: [59, 75, 97, 58, 77]  
Route 3: [72, 39, 36, 40, 38, 41, 54, 96]  
Route 4: [83, 23, 21, 18, 48, 25]  
Route 5: [82, 11, 15, 16, 17, 13]  
Route 6: [51, 76, 89, 91]  
Route 7: [47, 14, 12, 73, 79, 55]  
Route 8: [65, 52, 87, 9, 10]  
Route 9: [42, 44, 43, 37, 35]  
Route 10: [99, 57, 86, 74]  
Route 11: [64, 19, 49, 22, 20, 24]  
Route 12: [2, 6, 7, 68]  
Route 13: [61, 81, 90]  
Route 14: [92, 33, 28, 30, 34, 50, 80]  
Route 15: [45, 5, 8, 46, 3, 1, 4, 70]  
Route 16: [69, 98, 88, 53, 78, 60]  
Route 17: [95, 62, 67, 71, 94]  
Route 18: [31, 29, 27, 26, 32, 93]

#### **Πρόβλημα rc102**

##### **Performance Metrics:**

GA Distance: 4,983.75  
LS Distance: 1,606.52  
Improvement: 3,377.23 (67.8%)  
Routes: 17

Execution Time: 181.86 seconds

Route Solutions:

Route 1: [88, 73, 79, 60]  
Route 2: [85, 63, 51, 76, 89]  
Route 3: [27, 26, 28, 30, 32, 50, 80]  
Route 4: [91, 95, 33, 29, 31, 34, 94]  
Route 5: [12, 14, 47, 16, 15, 9, 10]  
Route 6: [11, 87, 59, 97, 75, 58, 52]  
Route 7: [90, 81]  
Route 8: [45, 8, 46, 4, 5, 3, 1, 70]  
Route 9: [39, 36, 40, 38, 41, 54, 68]  
Route 10: [42, 44, 43, 35, 37, 72]  
Route 11: [69, 98, 53, 78, 17, 13, 82]  
Route 12: [96, 71, 93]  
Route 13: [64, 22, 49, 20, 66]  
Route 14: [92, 62, 67, 84, 56]  
Route 15: [19, 23, 18, 48, 21, 25, 24, 83]  
Route 16: [61, 2, 6, 7, 55]  
Route 17: [65, 99, 57, 86, 74, 77]

### Πρόβλημα rc103

Performance Metrics:

GA Distance: 4,387.37  
LS Distance: 1,572.65  
Improvement: 2,814.72 (64.2%)  
Routes: 16  
Execution Time: 208.74 seconds

Route Solutions:

Route 1: [69, 98, 12, 14, 47, 17, 13, 82]  
Route 2: [61, 43, 40, 38, 41]  
Route 3: [16, 15, 11, 87, 59, 97, 75, 58]  
Route 4: [39, 36, 35, 37, 72, 54, 81]  
Route 5: [28, 26, 27, 29, 31, 34, 71, 93, 96]  
Route 6: [53, 9, 10]  
Route 7: [65, 83, 20, 19, 23, 48, 18, 21, 25, 77]  
Route 8: [50, 33, 30, 32, 94, 80]  
Route 9: [42, 44, 1, 3, 5, 68]  
Route 10: [22, 49, 24, 57]  
Route 11: [88, 78, 79, 73, 60]  
Route 12: [64, 51, 76, 89, 63, 85, 95, 91]  
Route 13: [6, 7, 55]  
Route 14: [90, 99, 86, 74, 52]  
Route 15: [2, 45, 8, 46, 4, 70]  
Route 16: [92, 62, 67, 84, 56, 66]

## Πρόβλημα rc104

### Performance Metrics:

GA Distance: 4,219.46  
LS Distance: 1,289.12  
Improvement: 2,930.34 (69.4%)  
Routes: 12  
Execution Time: 165.20 seconds

### Route Solutions:

Route 1: [22, 51, 76, 89, 63, 85]  
Route 2: [94, 31, 29, 27, 26, 28, 30, 32, 33, 95, 91]  
Route 3: [68, 70, 2, 8, 46, 4, 45, 5, 3, 1]  
Route 4: [66, 20, 49, 19, 23, 21, 18, 48, 25, 24, 83]  
Route 5: [88, 60, 78, 73, 79, 7, 6, 55]  
Route 6: [81, 54, 72, 41]  
Route 7: [69, 99, 53, 12, 14, 47, 17, 98]  
Route 8: [56, 84, 64, 57, 74, 86, 52]  
Route 9: [65, 59, 87, 97, 75, 58, 77]  
Route 10: [80, 92, 62, 67, 50, 34, 71, 93, 96]  
Route 11: [61, 42, 44, 43, 38, 37, 35, 36, 40, 39]  
Route 12: [10, 11, 15, 16, 9, 13, 82, 90]

## Πρόβλημα rc105

### Performance Metrics:

GA Distance: 5,415.23  
LS Distance: 1,680.40  
Improvement: 3,734.83 (69.0%)  
Routes: 17  
Execution Time: 163.43 seconds

### Route Solutions:

Route 1: [95, 33, 30, 32, 50, 80]  
Route 2: [92, 62, 67, 84, 56]  
Route 3: [90, 22, 20, 66]  
Route 4: [65, 99, 52, 57, 74]  
Route 5: [82, 11, 9, 10, 13, 17]  
Route 6: [83, 21, 23, 25, 24]  
Route 7: [88, 79, 73, 60]  
Route 8: [2, 45, 5, 8, 6, 7, 46, 4, 3, 1]  
Route 9: [28, 26, 27, 29, 31, 34, 94]  
Route 10: [69, 98, 53]  
Route 11: [42, 44, 40, 35, 43, 70]  
Route 12: [61, 81, 71, 93, 96]  
Route 13: [39, 36, 37, 38, 41, 72, 54]  
Route 14: [12, 14, 15, 16, 47, 78, 55, 68]  
Route 15: [51, 19, 48, 18, 89, 91]

Route 16: [64, 86, 87, 59, 97, 75, 58]  
Route 17: [85, 63, 76, 49, 77]

### Πρόβλημα rc106

#### Performance Metrics:

GA Distance: 4,454.37  
LS Distance: 1,573.84  
Improvement: 2,880.52 (64.7%)  
Routes: 16  
Execution Time: 130.17 seconds

#### Route Solutions:

Route 1: [2, 45, 5, 3, 1, 70, 68]  
Route 2: [92, 29, 27, 26, 28, 32, 50, 80]  
Route 3: [88, 78, 73, 79, 60]  
Route 4: [83, 22, 21, 23, 25, 24, 20]  
Route 5: [69, 98, 53, 90]  
Route 6: [82, 87, 59, 75, 58, 77, 74]  
Route 7: [51, 19, 49, 57, 66]  
Route 8: [94, 71, 93, 96, 54]  
Route 9: [67, 62, 63, 85, 84, 56]  
Route 10: [61, 44, 41, 81]  
Route 11: [95, 33, 30, 31, 34]  
Route 12: [11, 12, 14, 47, 15, 16, 17, 10]  
Route 13: [64, 76, 18, 48, 89, 91]  
Route 14: [65, 99, 52, 86, 9, 13, 97]  
Route 15: [6, 7, 8, 46, 4, 55]  
Route 16: [72, 42, 39, 38, 36, 40, 35, 37, 43]

### Πρόβλημα rc107

#### Performance Metrics:

GA Distance: 4,738.85  
LS Distance: 1,339.42  
Improvement: 3,399.43 (71.7%)  
Routes: 13  
Execution Time: 159.45 seconds

#### Route Solutions:

Route 1: [90, 80, 94]  
Route 2: [82, 12, 14, 47, 17, 16, 15, 13, 11, 10]  
Route 3: [65, 99, 52, 86, 87, 9, 53]  
Route 4: [64, 22, 19, 21, 18, 76, 89, 66]  
Route 5: [71, 34, 50, 93, 96]  
Route 6: [69, 98, 78, 73, 79, 7, 8, 46, 6, 60, 55]  
Route 7: [83, 57, 20, 49, 48, 23, 25, 24]

Route 8: [59, 58, 77, 75, 97, 74]  
Route 9: [92, 67, 62, 85, 63, 51, 84, 56]  
Route 10: [72, 38, 39, 42, 44, 43, 40, 37, 35, 36]  
Route 11: [88, 2, 4, 45, 5, 3, 1, 70, 68]  
Route 12: [81, 61, 41, 54]  
Route 13: [95, 31, 29, 27, 26, 28, 30, 32, 33, 91]

### **Πρόβλημα rc108**

#### **Performance Metrics:**

GA Distance: 4,487.65  
LS Distance: 1,312.04  
Improvement: 3,175.62 (70.8%)  
Routes: 12  
Execution Time: 170.88 seconds

#### **Route Solutions:**

Route 1: [99, 52, 86, 74, 58, 75, 97, 59]  
Route 2: [61, 39, 40, 36, 35, 37, 38, 54, 96]  
Route 3: [70, 2, 8, 46, 4, 45, 5, 3, 1, 55]  
Route 4: [81, 94, 67, 34, 50, 80]  
Route 5: [64, 18, 48, 19, 49, 20, 22, 83]  
Route 6: [95, 51, 76, 89, 63, 85, 84, 56, 91]  
Route 7: [90, 82, 87, 13, 9]  
Route 8: [88, 6, 7, 79, 16, 15, 17, 47, 14]  
Route 9: [65, 57, 77, 25, 23, 21, 24, 66]  
Route 10: [93, 71, 72, 41, 42, 44, 43, 68]  
Route 11: [69, 98, 73, 78, 53, 12, 11, 10, 60]  
Route 12: [92, 62, 33, 32, 30, 28, 26, 27, 29, 31]

### **A'.1.6. Κατηγορία RC2 (τυχαία κατανεμημένοι και συσταδοποιημένοι πελάτες, μεγάλα χρονικά παράθυρα)**

#### **Πρόβλημα rc201**

#### **Performance Metrics:**

GA Distance: 4,606.56  
LS Distance: 1,421.12  
Improvement: 3,185.44 (69.2%)  
Routes: 11  
Execution Time: 238.69 seconds

#### **Route Solutions:**

Route 1: [72, 42, 39, 36, 40, 38, 41, 81, 90]  
Route 2: [64, 51, 76, 89, 91, 80]  
Route 3: [95, 63, 33, 30, 67, 71, 94, 96]

Route 4: [59, 14, 47, 16, 15, 12, 11, 9, 10, 13, 17, 60]  
Route 5: [61, 44, 43, 35, 37, 54]  
Route 6: [82, 99, 87, 86, 57, 84, 85, 50, 56]  
Route 7: [65, 52, 75, 97, 74, 66]  
Route 8: [5, 45, 2, 6, 7, 8, 46, 3, 1, 4, 70]  
Route 9: [92, 62, 31, 29, 27, 28, 26, 34, 32, 93]  
Route 10: [83, 23, 21, 18, 19, 49, 22, 20, 24, 48, 25, 77, 58]  
Route 11: [69, 98, 88, 79, 73, 78, 53, 55, 68]

### Πρόβλημα rc202

#### Performance Metrics:

GA Distance: 3,652.12  
LS Distance: 1,244.73  
Improvement: 2,407.40 (65.9%)  
Routes: 11  
Execution Time: 216.88 seconds

#### Route Solutions:

Route 1: [81, 61, 68]  
Route 2: [91, 95, 85, 63, 33, 34, 31, 29, 27, 26, 28, 30, 32, 50, 94, 80]  
Route 3: [92, 62, 67, 71, 93, 96]  
Route 4: [64, 51, 76, 89]  
Route 5: [72, 39, 37, 36, 35, 43, 54]  
Route 6: [42, 44, 40, 38, 41, 2, 6, 8, 46, 4, 70]  
Route 7: [69, 88, 55]  
Route 8: [65, 83, 23, 21, 48, 18, 19, 49, 22, 20, 24, 25, 77, 75, 58, 52]  
Route 9: [82, 12, 14, 47, 16, 15, 11, 99, 57, 86, 74, 66]  
Route 10: [90, 84, 56]  
Route 11: [1, 3, 5, 45, 7, 79, 73, 78, 53, 9, 87, 59, 97, 10, 13, 17, 60, 98]

### Πρόβλημα rc203

#### Performance Metrics:

GA Distance: 4,327.85  
LS Distance: 1,061.28  
Improvement: 3,266.57 (75.5%)  
Routes: 8  
Execution Time: 253.78 seconds

#### Route Solutions:

Route 1: [42, 44, 43, 40, 38, 41, 61, 68, 55]  
Route 2: [39, 36, 35, 37, 72, 54, 81]  
Route 3: [2, 46, 45, 4, 5, 3, 1, 70]

Route 4: [65, 64, 20, 23, 21, 48, 18, 19, 49, 22, 24, 83, 66]  
 Route 5: [69, 98, 88, 53, 99, 87, 9, 10, 74, 86, 52, 90]  
 Route 6: [92, 95, 62, 33, 32, 31, 29, 27, 26, 28, 30, 34, 50, 63,  
 76, 89, 85, 51, 84, 56, 91, 80]  
 Route 7: [82, 11, 15, 14, 12, 78, 60, 6, 8, 7, 79, 73, 47, 17,  
 16, 13, 59, 97, 75, 58, 77, 25, 57]  
 Route 8: [94, 67, 71, 93, 96]

### Πρόβλημα rc204

#### Performance Metrics:

GA Distance: 4,045.43  
 LS Distance: 925.23  
 Improvement: 3,120.20 (77.1%)  
 Routes: 5  
 Execution Time: 212.29 seconds

#### Route Solutions:

Route 1: [94, 67, 62, 50, 33, 32, 30, 28, 26, 27, 29, 31, 34, 71,  
 93, 96]  
 Route 2: [69, 98, 12, 14, 15, 11, 10, 52, 99, 53, 60, 79, 8, 46,  
 6, 7, 73, 78, 47, 17, 16, 13, 86, 74, 58, 77, 25, 18, 19, 49,  
 20, 64, 66]  
 Route 3: [65, 83, 57, 24, 22, 51, 85, 63, 89, 76, 48, 23, 21, 75,  
 97, 59, 87, 9, 82, 90]  
 Route 4: [92, 95, 84, 56, 91, 80, 68, 70, 1, 3, 5, 45, 4, 2, 88,  
 55]  
 Route 5: [61, 42, 44, 43, 40, 36, 35, 37, 38, 39, 41, 72, 54, 81]

### Πρόβλημα rc205

#### Performance Metrics:

GA Distance: 4,061.47  
 LS Distance: 1,268.89  
 Improvement: 2,792.58 (68.8%)  
 Routes: 9  
 Execution Time: 196.11 seconds

#### Route Solutions:

Route 1: [82, 12, 14, 11, 15, 16, 47, 17, 60]  
 Route 2: [95, 33, 30, 27, 28, 29, 31, 67, 71, 96, 81, 68, 55]  
 Route 3: [90, 99, 52, 57, 86, 87, 59, 75, 97, 74]  
 Route 4: [69, 98, 88, 73, 79, 78, 53, 9, 10, 13]  
 Route 5: [61, 44, 40, 38, 41, 43, 35, 37, 54]  
 Route 6: [92, 62, 85, 63, 76, 51, 84, 50, 34, 26, 32, 89, 56, 66]  
 Route 7: [65, 83, 64, 19, 23, 21, 48, 18, 49, 22, 20, 24, 25, 77,  
 58]



Route 8: [91, 94, 93, 80]

Route 9: [72, 36, 39, 42, 45, 2, 6, 7, 8, 46, 5, 3, 1, 4, 70]

### Πρόβλημα rc206

#### Performance Metrics:

GA Distance: 4,465.61

LS Distance: 1,245.77

Improvement: 3,219.84 (72.1%)

Routes: 11

Execution Time: 209.83 seconds

#### Route Solutions:

Route 1: [65, 57, 20, 49, 18, 48, 24, 66]

Route 2: [94, 67, 71, 93, 96]

Route 3: [64, 84, 85, 51, 76, 89, 56, 91]

Route 4: [83, 22, 19, 21, 23, 25, 77, 58, 74]

Route 5: [88, 2, 45, 5, 3, 1, 70, 68]

Route 6: [90, 99, 52, 86, 75, 97, 13, 17, 60]

Route 7: [72, 42, 39, 38, 36, 35, 37, 43, 54]

Route 8: [69, 98, 12, 14, 47, 78, 73, 79, 7, 6, 8, 46, 4, 55]

Route 9: [82, 59, 87, 9, 16, 15, 11, 10, 53]

Route 10: [81, 41, 40, 44, 61]

Route 11: [92, 95, 62, 63, 33, 30, 31, 29, 27, 28, 26, 32, 34, 50, 80]

### Πρόβλημα rc207

#### Performance Metrics:

GA Distance: 3,617.87

LS Distance: 1,154.13

Improvement: 2,463.74 (68.1%)

Routes: 9

Execution Time: 250.74 seconds

#### Route Solutions:

Route 1: [99, 52, 86, 59, 75, 97, 9, 10]

Route 2: [92, 95, 62, 33, 30, 28, 26, 27, 32, 50, 93, 96]

Route 3: [98, 53, 12, 14, 47, 17, 78, 73, 79, 88, 69, 90]

Route 4: [64, 51, 85, 63, 76, 89, 84, 56, 91]

Route 5: [61, 42, 44, 40, 38, 72, 81, 54, 41, 39, 37, 35, 36, 43, 68]

Route 6: [82, 11, 15, 16, 13, 87, 74, 58, 77, 25, 23, 48, 24, 66]

Route 7: [71, 29, 31, 34, 67, 94, 80]

Route 8: [83, 22, 21, 18, 19, 49, 20, 57, 65]

Route 9: [70, 2, 6, 7, 8, 5, 3, 1, 45, 4, 46, 60, 55]

## Πρόβλημα rc208

### Performance Metrics:

GA Distance: 4,178.17

LS Distance: 950.59

Improvement: 3,227.58 (77.2%)

Routes: 7

Execution Time: 218.26 seconds

### Route Solutions:

Route 1: [61, 41, 42, 44, 43, 40, 36, 35, 37, 38, 39, 72, 54, 81]

Route 2: [94, 62, 50, 32, 26, 27, 34, 71, 93, 96]

Route 3: [90, 82, 99, 52, 86, 74, 57, 83, 65]

Route 4: [69, 98, 53, 9, 87, 59, 97, 75, 58, 77, 25, 48, 18, 49,  
20, 22, 66]

Route 5: [92, 67, 31, 29, 28, 30, 33, 89, 76, 63, 85, 51, 19, 21,  
23, 24, 64]

Route 6: [88, 2, 6, 79, 73, 14, 47, 17, 16, 15, 13, 11, 10, 12,  
78, 60, 7, 8, 46, 4, 45, 5, 3, 1, 70, 55, 68]

Route 7: [56, 84, 95, 91, 80]