

ΑΠΟΣΤΟΛΟΥ Σ. ΑΝΔΡΕΑΔΗ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

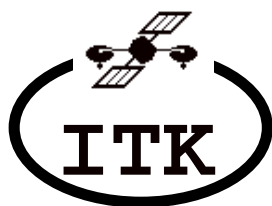
ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ  
ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΔΕΚΤΗ  
ΡΑΝΤΑΡ ΣΕ Η/Υ:  
ΑΝΑΛΟΓΙΚΑ ΚΑΙ  
ΨΗΦΙΑΚΑ ΦΙΛΤΡΑ ΣΕ  
ΕΝΘΟΡΥΒΟ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝ

ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ

ΧΑΝΙΑ 1995

Προσομοίωση Στοιχείων Δέκτη Ραντάρ σε Η/Υ:  
Αναλογικά και Ψηφιακά Φίλτρα σε Ενθόρυβο  
Περιβάλλον





Ινστιτούτο Τηλεπικοινωνιών Κρήτης  
Τμήμα Ηλεκτρονικής και Μηχανικών Υπολογιστών

Προσομοίωση Στοιχείων Δέκτη Ραντάρ σε Η/Υ:  
Αναλογικά και Ψηφιακά Φίλτρα σε Ενθόρυβο  
Περιβάλλον

Διπλωματική Εργασία  
Ανδρεάδης Σ. Απόστολος

Επιτροπή Παρακολούθησης:

- 1) Σταυρουλάκης Πέτρος, Καθηγητής (Εισηγητής)
- 2) Μαράς Ανδρέας, Αναπληρωτής Καθηγητής
- 3) Πατεράκης Μιχαήλ, Αναπληρωτής Καθηγητής

Πολυτεχνείο Κρήτης  
Χανιά 1995



*Αφιερώνεται*

*στους γονείς μου Στυλιανό και Παγώνα*

*στον αδελφό μου Παναγιώτη*

# I. Πίνακας Περιεχομένων

Πρόλογος.....	Π-1
---------------	-----

## *Κύριο Θέμα Διπλωματικής Εργασίας*

### Κεφάλαιο 1 - Εισαγωγή

1.1 Ορισμός δέκτη ραντάρ - είδη παρεμβολών.....	1-1
1.2 Δομή δέκτη ραντάρ .....	1-1
1.3 Αντικείμενο διπλωματικής εργασίας .....	1-3

### Κεφάλαιο 2 - Σχεδιασμός Φίλτρου Doppler

2.1 Γενικά.....	2-1
2.2 Προδιαγραφές σχεδιασμού .....	2-1
2.3 Σχεδιασμός μη αναδρομικού φίλτρου.....	2-2
2.4 Σχεδιασμός αναδρομικού φίλτρου .....	2-6
2.5 Σχεδιασμός συστήματος αναδρομικού φίλτρου - ισοσταθμιστή φάσης.....	2-8
2.6 Πραγματοποίηση και κατασκευή.....	2-16
2.7 Ψηφιακό φίλτρο οθόνης.....	2-17

### Κεφάλαιο 3 - Σχεδιασμός Φίλτρου IF

3.1 Γενικά.....	3-1
3.2 Προδιαγραφές σχεδιασμού .....	3-1
3.3 Αποτελέσματα σχεδιασμού.....	3-3
3.4 Σύνθεση και κατασκευή.....	3-10

### Κεφάλαιο 4 - Σχεδιασμός Φίλτρου RF

4.1 Γενικά.....	4-1
4.2 Προδιαγραφές σχεδιασμού .....	4-2
4.3 Αντηχείο ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου .....	4-5
4.4 Σχεδιασμός και υλοποίηση κυβικού αντηχείου .....	4-9

4.5 Κυλινδρικό αντηχείο κυκλικής διατομής.....	4-10
4.6 Σχεδιασμός και υλοποίηση κυλινδρικού αντηχείου κυκλικής διατομής .....	4-14
4.7 Σχεδιασμός και υλοποίηση κοιλότητας ομοαξονικού καλωδίου .....	4-16
4.8 Σύζευξη αντηχείου με γραμμή μεταφοράς .....	4-20
4.9 Αξιολόγηση λύσεων σχεδιασμού και υλοποίησης φίλτρου RF .....	4-22

## **Κεφάλαιο 5 - Προσομοίωση Δέκτη Ραντάρ**

5.1 Γενικά.....	5-1
5.2 Μοντέλο δέκτη ραντάρ .....	5-2
5.3 Αποτελέσματα προσομοίωσης .....	5-7

## **Κεφάλαιο 6 - Επίλογος .....**

### ***Παραρτήματα Διπλωματικής Εργασίας***

#### **Παράρτημα Α - Θεωρία Ψηφιακών Φίλτρων**

A.1 Ψηφιακά σήματα και συστήματα.....	A-1
A.2 Ιδιότητες συστημάτων.....	A-1
A.3 Συνήθη ψηφιακά σήματα .....	A-2
A.4 Συνελικτικό άθροισμα.....	A-3
A.5 Μόνιμη κατάσταση - απόκριση συχνότητας.....	A-4
A.6 Φάσμα συχνότητας - εύρος συχνοτήτων.....	A-5
A.7 Παραμόρφωση πλάτους και φάσης.....	A-6
A.8 Ψηφιακά φίλτρα .....	A-7
A.9 Είδη ψηφιακών φίλτρων .....	A-7
A.10 Σύγκριση αναδρομικών και μη αναδρομικών ψηφιακών φίλτρων .....	A-10
A.11 Σχεδιασμός αναδρομικών φίλτρων .....	A-11
A.12 Σχεδιασμός μη αναδρομικών φίλτρων.....	A-15
A.13 Πραγματοποίηση ψηφιακών φίλτρων .....	A-20
A.14 Υλοποίηση ψηφιακών φίλτρων.....	A-21

#### **Παράρτημα Β - Θεωρία Αναλογικών Φίλτρων**



B.1 Αναλογικά σήματα και συστήματα .....	B-1
B.2 Ιδιότητες συστημάτων .....	B-1
B.3 Συνήθη αναλογικά σήματα.....	B-2
B.4 Συνελικτικό ολοκλήρωμα.....	B-3
B.5 Μόνιμη κατάσταση - απόκριση συχνότητας .....	B-4
B.6 Φάσμα συχνότητας - εύρος συχνοτήτων .....	B-5
B.7 Παραμόρφωση πλάτους και φάσης .....	B-6
B.8 Αναλογικά φίλτρα .....	B-7
B.9 Είδη αναλογικών φίλτρων .....	B-7
B.10 Κανονικοποίηση συχνότητας .....	B-10
B.11 Μετασχηματισμός συχνότητας .....	B-11
B.12 Συναρτήσεις δικτύων.....	B-12
B.13 Σύνθεση αναλογικών φίλτρων .....	B-14
B.14 Σύνθεση παθητικών φίλτρων .....	B-15
B.15 Σύνθεση ενεργών φίλτρων .....	B-17
B.16 Σύγκριση παθητικών και ενεργών φίλτρων .....	B-23
B.17 Κανονικοποίηση εμπίεσης.....	B-25

## Παράρτημα C - Εργαλεία Επεξεργασίας Σημάτων

C.1 Διακριτός Μετασχηματισμός Fourier (DFT) .....	C-1
C.2 Ιδιότητες DFT.....	C-1
C.3 DFT και φάσμα συχνότητας διακριτού σήματος .....	C-2
C.4 DFT και φάσμα συχνότητας αναλογικού σήματος .....	C-2
C.5 Ταχύς μετασχηματισμός Fourier (FFT) .....	C-4
C.6 Αντίστροφος ταχύς μετασχηματισμός Fourier (IFFT) .....	C-6

## Παράρτημα D - Αλγόριθμοι Διπλωματικής Εργασίας

D.1 Γενικά.....	D-1
D.2 Αλγόριθμοι σχεδιασμού φίλτρου Doppler .....	D-2
D.2.1 Αλγόριθμος FFT (ή IFFT) υποδιπλασιασμού στο χρόνο βάσης 2 .....	D-2
D.2.2 Αλγόριθμος υπολογισμού απόκρισης συχνότητας ψηφιακού συστήματος.....	D-2
D.2.3 Αλγόριθμος υπολογισμού απόκρισης ψηφιακού συστήματος.....	D-3

D.2.4 Αλγόριθμος σχεδιασμού μη αναδρομικού φίλτρου <i>Doppler</i> .....	D-4
D.2.5 Αλγόριθμος σχεδιασμού αναδρομικού φίλτρου <i>Doppler</i> .....	D-6
D.2.6 Αλγόριθμος υπολογισμού καθυστέρησης ομάδας αναδρομικού φίλτρου.....	D-8
D.2.7 Αλγόριθμος υπολογισμού καθυστέρησης ομάδας ισοσταθμιστή φάσης .....	D-9
D.2.8 Αλγόριθμος υπολογισμού ελαχίστου συνάρτησης με τη μέθοδο μέγιστης κλίσεως .....	D-10
D.2.9 Αλγόριθμος <i>minimax</i> ελάχιστης τάξης νόρμας .....	D-11
D.2.10 Αλγόριθμος ελέγχου ευστάθειας ισοσταθμιστή φάσης .....	D-12
D.2.11 Αλγόριθμος σχεδιασμού ισοσταθμιστή φάσης καθορισμένου μεγέθους .....	D-13
D.2.12 Αλγόριθμος σχεδιασμού ισοσταθμιστή φάσης .....	D-16
D.3 Αλγόριθμοι σχεδιασμού και σύνθεσης φίλτρου IF .....	D-19
D.3.1 Αλγόριθμος συνέλιξης δύο αναλογικών σημάτων με τη βοήθεια των <i>FFT / IFFT</i> .....	D-19
D.3.2 Αλγόριθμος σχεδιασμού ζωνοπερατού φίλτρου <i>Chebyshev</i> .....	D-20
D.3.3 Αλγόριθμος υπολογισμού κρουστικής απόκρισης ζωνοπερατού φίλτρου <i>Chebyshev</i> .....	D-22
D.3.4 Αλγόριθμος υπολογισμού στοιχείων μετασχηματισμένου βαθυπερατού φίλτρου .....	D-23
D.3.5 Αλγόριθμος υπολογισμού στοιχείων φίλτρου συζευγμένων ταλαντωτών.....	D-26
D.4 Αλγόριθμοι προσομοίωσης μοντέλου δέκτη ραντάρ .....	D-29
D.4.1 Αλγόριθμος γέννησης τυχαίου δείγματος κανονικής κατανομής $N(\mu, \sigma)$ .....	D-29
D.4.2 Αλγόριθμος υπολογισμού πακέτου δειγμάτων εισόδου στο μοντέλο δέκτη ραντάρ .....	D-30
D.4.3 Αλγόριθμος συνέλιξης δύο διακριτών σημάτων με τη βοήθεια των <i>FFT / IFFT</i> .....	D-31
D.4.4 Αλγόριθμος προσομοίωσης μοντέλου δέκτη ραντάρ.....	D-32

## Παράρτημα Ε - Λογισμικό Διπλωματικής Εργασίας

E.1 Γενικά .....	E-1
E.2 Αρχεία λογισμικού .....	E-1
E.3 Εγκατάσταση λογισμικού .....	E-6
E.4 Εκτέλεση λογισμικού .....	E-7

E.5 Γραφική απεικόνιση λογισμικού .....	E-10
---	------

## **Παράρτημα F - Πίνακας Συμβόλων**

F.1 Μαθηματικά σύμβολα .....	F-1
F.2 Ηλεκτρισμός και μαγνητισμός.....	F-2
F.3 Χώρος, χρόνος και συστήματα .....	F-3

## **Παράρτημα G - Γλωσσάριο Συντομογραφιών..... G-1**

## **Παράρτημα H - Βιβλιογραφία Διπλωματικής Εργασίας..... H-1**

## II. Πρόλογος

Η παρούσα διπλωματική εργασία καταπιάνεται με το σχεδιασμό ενός βαθυπερατού ψηφιακού φίλτρου Doppler, το σχεδιασμό και τη σύνθεση ενός ζωνοπερατού αναλογικού φίλτρου IF, καθώς και το σχεδιασμό και την υλοποίηση ενός ζωνοπερατού αναλογικού φίλτρου RF. Τα τρία παραπάνω φίλτρα αποτελούν δομικές μονάδες ενός υπερετεροδύνου δέκτη παλμικού ραντάρ χαμηλής συχνότητας επανάληψης παλμών (PRF). Οι εναλλακτικές λύσεις σχεδιασμού, σύνθεσης και υλοποίησης των φίλτρων Doppler, RF και IF συγκρίνονται μεταξύ τους έτσι ώστε να επιλεγεί η καλύτερη δυνατή. Οι επιλογές πραγματοποιούνται με κριτήριο την ικανοποίηση όλων των τεχνικών και οικονομικών προδιαγραφών που θέτονται για την υλοποίηση του δέκτη ραντάρ. Στο τέλος της παρούσας εργασίας πραγματοποιείται προσομοίωση της λειτουργίας ενός μοντέλου δέκτη ραντάρ σε ενθόρυβο περιβάλλον για την επιβεβαίωση ή τη διόρθωση των επιλογών που έγιναν αναφορικά με τα φίλτρα Doppler και IF στα προηγούμενα κεφάλαια. Ολόκληρη η παραπάνω εργασία πλην του σχεδιασμού και της υλοποίησης του ζωνοπερατού αναλογικού φίλτρου RF βασίστηκε στο λογισμικό που αναπτύχθηκε στα πλαίσια της εργασίας αυτής. Έτσι τα αποτελέσματα που παραθέτονται στην παρούσα εργασία στηρίζονται σε υπολογιστικές μεθόδους και συνεπώς εξασφαλίζεται η ορθότητα κι η πληρότητά τους.

Στο κεφάλαιο 1 παραθέτονται τα είδη των παρεμβολών σε έναν δέκτη ραντάρ. Επίσης παρουσιάζεται ένας τυπικός δέκτης ραντάρ ο οποίος στηρίζεται στην υπερετεροδύνη αρχή λειτουργίας. Τέλος υπογραμμίζεται η θέση και η λειτουργία των φίλτρων Doppler, IF και RF στο διάγραμμα του δέκτη ραντάρ.

Στο κεφάλαιο 2 παρουσιάζονται και συγκρίνονται τα αποτελέσματα σχεδιασμού του βαθυπερατού ψηφιακού φίλτρου Doppler που προκύπτουν από τη χρήση διαφορετικών μεθόδων. Επίσης αναπτύσσονται προτάσεις υλοποίησης του παραπάνω φίλτρου οι οποίες βασίζονται τόσο στη θεωρία υλοποίησης ψηφιακών φίλτρων όσο και στις δυνατότητες που υπάρχουν στη χώρα μας για την υλοποίηση τέτοιων φίλτρων. Τέλος επισημαίνεται η δυνατότητα σχεδιασμού και υλοποίησης του βαθυπερατού ψηφιακού φίλτρου οθόνης του δέκτη ραντάρ κατά τον ίδιο ακριβώς τρόπο με το βαθυπερατό ψηφιακό φίλτρο Doppler.

Στο κεφάλαιο 3 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα σχεδιασμού του ζωνοπερατού αναλογικού φίλτρου IF. Επίσης παρουσιάζονται και συγκρίνονται τα αποτελέσματα σύνθεσης του παραπάνω φίλτρου που προκύπτουν από τη χρήση διαφορετικών μεθόδων. Οι προτεινόμενες μέθοδοι σύνθεσης βασίζονται τόσο στη θεωρία σύνθεσης αναλογικών φίλτρων όσο και στις δυνατότητες της εγχώριας αγοράς σε υλικά και τεχνογνωσία.

Στο κεφάλαιο 4 διατυπώνονται οι προδιαγραφές σχεδιασμού του ζωνοπερατού αναλογικού φίλτρου RF. Επίσης εξετάζονται οι κυριότερες μέθοδοι σχεδιασμού και υλοποίησης μικροκυματικών ζωνοπερατών φίλτρων και υπολογίζονται όλες οι απαιτούμενες παράμετροι για κάθε εναλλακτική μέθοδο που εφαρμόζεται στο ζωνοπερατό αναλογικό φίλτρο RF. Τέλος όλες οι εναλλακτικές λύσεις σχεδιασμού και υλοποίησης του παραπάνω φίλτρου κατατάσσονται κατά σειρά προτεραιότητας επιλογής με κριτήρια τις τεχνικές και οικονομικές προδιαγραφές που θέτονται για το δέκτη ραντάρ.

Στο κεφάλαιο 5 παρουσιάζεται και εξηγείται η λειτουργία ενός απλού μοντέλου δέκτη ραντάρ. Το παραπάνω μοντέλο αναπτύχθηκε με σκοπό την προσομοίωση της λειτουργίας σε πραγματικό χρόνο των φίλτρων Doppler και IF για την επιβεβαίωση ή τη διόρθωση των επιλογών που έγιναν αναφορικά με τα φίλτρα αυτά στα προηγούμενα κεφάλαια. Επίσης παραθέτονται και αναλύονται διεξοδικά τα αποτελέσματα της προσομοίωσης λειτουργίας του μοντέλου δέκτη ραντάρ όπως αυτά προκύπτουν για όλες τις λύσεις σχεδιασμού του βαθυπερατού ψηφιακού φίλτρου Doppler και για διαφορετικές συνθήκες λήψης.

Στο κεφάλαιο 6 πραγματοποιείται μία συνοπτική ανακεφαλαίωση των στόχων, των αποτελεσμάτων και των συμπερασμάτων που διατυπώθηκαν και δικαιολογήθηκαν στα πλαίσια της παρούσας εργασίας.

Στο παράρτημα Α παρατίθεται με συνοπτικό τρόπο η θεωρία σχεδιασμού, πραγματοποίησης και κατασκευής ενός οποιουδήποτε ψηφιακού φίλτρου. Η θεωρία αυτή είναι απαραίτητη για τον μη εξοικειωμένο στα θέματα αυτά αναγνώστη.

Στο παράρτημα Β παρατίθεται με συνοπτικό τρόπο η θεωρία σχεδιασμού και σύνθεσης ενός οποιουδήποτε αναλογικού φίλτρου. Η θεωρία αυτή είναι απαραίτητη για τον μη εξοικειωμένο στα θέματα αυτά αναγνώστη.

Στο παράρτημα C παραθέτονται με συνοπτικό τρόπο οι ορισμοί και οι ιδιότητες των μετασχηματισμών Fourier. Οι μετασχηματισμοί αυτοί αποτελούν το βασικό λίθο στο σχεδιασμό των φίλτρων Doppler και IF και στην προσομοίωση του μοντέλου δέκτη ραντάρ.

Στο παράρτημα D παραθέτονται οι σημαντικότεροι αλγόριθμοι οι οποίοι αναπτύχθηκαν κατά την εκπόνηση της παρούσας εργασίας. Οι αλγόριθμοι αυτοί χρησιμοποιήθηκαν για την ανάπτυξη του αντίστοιχου λογισμικού το οποίο με τη σειρά του επέτρεψε την εξαγωγή όλων των αποτελεσμάτων που παρουσιάστηκαν και σχολιάστηκαν στο κύριο μέρος της παρούσας εργασίας.

Το παράρτημα Ε αποτελεί ένα σύντομο εγχειρίδιο περιγραφής και χρήσης του λογισμικού που αναπτύχθηκε και χρησιμοποιήθηκε στα πλαίσια της παρούσας εργασίας. Η παράθεση του λογισμικού αυτού έγινε για λόγους επαλήθευσης των αποτελεσμάτων που παρουσιάστηκαν στο κύριο μέρος της παρούσας εργασίας καθώς και χρήσης μέρους ή ολοκλήρου του λογισμικού αυτού για ερευνητικούς σκοπούς.

Στο παράρτημα F παραθέτονται όλα τα σύμβολα που χρησιμοποιήθηκαν για την ανάπτυξη της παρούσας εργασίας.

Στο παράρτημα G αναπτύσσονται πλήρως όλες οι συντομογραφίες που χρησιμοποιήθηκαν για την ανάπτυξη της παρούσας εργασίας.

Στο παράρτημα Η παρατίθεται ένας κατάλογος βιβλίων από τα οποία αντλήθηκαν γνώσεις για την εκπόνηση της παρούσας εργασίας.

Κλείνοντας τον πρόλογο οφείλω να ευχαριστήσω θερμά τον ερευνητή του Ινστιτούτου Τηλεπικοινωνιών Κρήτης και ψυχή της παρούσας εργασίας Φαρσάρη Νικόλαο για τη σύλληψη του θέματος, την καθοδήγηση, τις ερμηνείες και τον έλεγχο του κειμένου της παρούσας εργασίας. Επίσης οφείλω να ευχαριστήσω το διευθυντή του Ινστιτούτου καθηγητή Σταυρουλάκη Πέτρο για την άνευ περιορισμών παροχή όλων των μηχανημάτων του Ινστιτούτου και τη γενική επίβλεψη του έργου. Τέλος θα

ήθελα να ευχαριστήσω όλο το προσωπικό του Ινστιτούτου για τη διευκόλυνση και την ενθάρρυνση που μου παρείχαν κατά την εκπόνηση της παρούσας εργασίας.

Ανδρεάδης Σ. Απόστολος  
Χανιά, Ιούλιος 1995

Κύριο Θέμα Διπλωματικής Εργασίας





## 1. Εισαγωγή

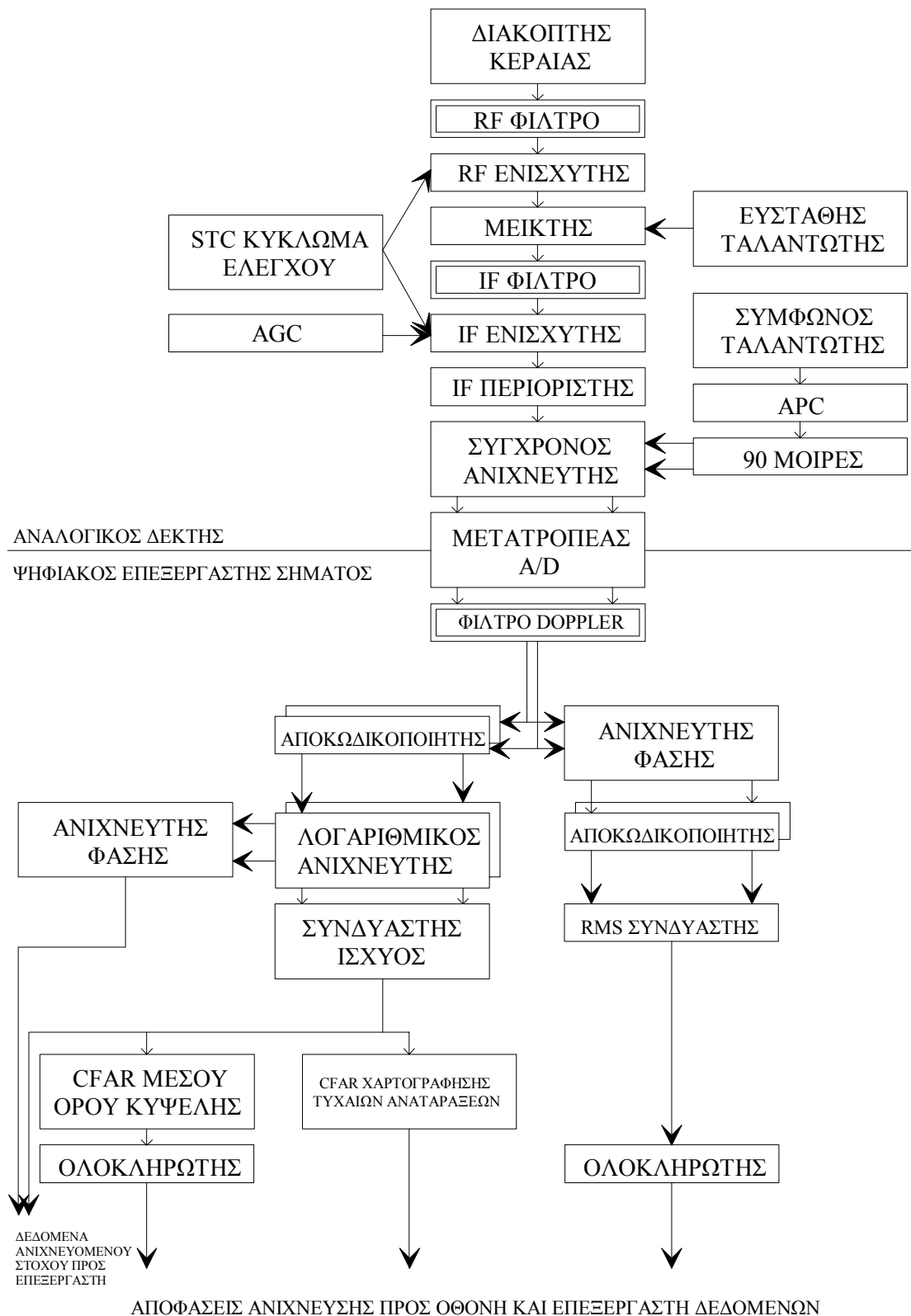
### 1.1 Ορισμός δέκτη ραντάρ - είδη παρεμβολών

Η λειτουργία ενός δέκτη ραντάρ είναι η ενίσχυση της ηλεκτρομαγνητικής ηχούς, η οποία οφείλεται στην πρόσπτωση της υψίσυχνης ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας που εκπέμπεται από τον πομπό του ραντάρ στο περιβάλλον σε αντικείμενα - στόχους, και το φιλτράρισμά της με τέτοιο τρόπο ώστε να επιτυγχάνεται ο μέγιστος δυνατός διαχωρισμός ανάμεσα στην επιθυμητή ηχώ και στην ανεπιθύμητη παρεμβολή. Η παρεμβολή δεν οφείλεται μόνο στο θόρυβο που παράγεται στο δέκτη του ραντάρ αλλά επίσης στην ενέργεια που λαμβάνεται από γαλακτικές πηγές ακτινοβολίας, σε γειτονικά ραντάρ και τηλεπικοινωνιακό εξοπλισμό, και πιθανώς σε σκόπιμες παρεμβολές.

Παρεμβολή μπορεί ακόμα να θεωρηθεί η ακτινοβολούμενη ενέργεια του ιδίου του ραντάρ η οποία ανακλάται από ανεπιθύμητους στόχους, όπως βροχή, χιόνι, πουλιά, έντομα και ατμοσφαιρικές διαταραχές, στο δέκτη του ραντάρ. Για παράδειγμα, όταν ραντάρ αεροπλάνων χρησιμοποιούνται για τη χαρτογράφηση μίας περιοχής, τότε ο επιθυμητός στόχος είναι το έδαφος και οι ανεπιθύμητοι στόχοι είναι άλλα αεροπλάνα που τυχόν πετούν στην περιοχή χαρτογράφησης. Μία πιο συνηθισμένη περίπτωση παρεμβολής εμφανίζεται στα ραντάρ που προορίζονται για την ανίχνευση αεροπλάνων, πλοίων, οχημάτων επιφανείας ή στρατιωτικών ομάδων. Εκεί εμφανίζεται παρεμβολή από τις ανακλάσεις των κυμάτων εκπομπής των ραντάρ στο έδαφος ή στη θάλασσα. Η παρεμβολή αυτή ονομάζεται παρεμβολή τυχαίων αναταράξεων.

### 1.2 Δομή δέκτη ραντάρ

Η δομή ενός δέκτη ραντάρ μπορεί να οριστεί μόνο σε γενικές γραμμές εξαιτίας των διαφόρων παραλλαγών που έχουν αναπτυχθεί κατά καιρούς. Η δομή αυτή παρουσιάζεται στο διάγραμμα που ακολουθεί στην επομένη σελίδα. Όπως μπορεί να παρατηρήσει κανείς το σήμα εισόδου λαμβάνεται από έναν διακόπτη, ο οποίος



Σχήμα 1-1. Δέκτης ραντάρ

επιτρέπει την χρήση της ίδιας κεραίας τόσο από τον πομπό όσο και από το δέκτη του ραντάρ.

Στη συνέχεια ο δέκτης ακολουθεί την υπερετερόδυνη αρχή λειτουργίας. Η ηχώ έπειτα από μία μέτρια ενίσχυση μετατοπίζεται από τις υψηλές (RF) στις ενδιάμεσες (IF) συχνότητες με τη βοήθεια του μείκτη και του τοπικού ταλαντωτή. Τα βήματα που ακολουθούνται για την επίτευξη της παραπάνω μετατόπισης μπορεί να είναι περισσότερα του ενός. Αν ληφθεί υπόψη ότι οι RF συχνότητες κυμαίνονται στη μικροκυματική περιοχή ενώ οι IF συχνότητες στην περιοχή από 0.1 MHz ως 100 MHz, τότε γίνεται εύκολα αντιληπτό ότι όχι μόνο η ενίσχυση είναι φθηνότερη και πιο ευσταθής στην περιοχή IF, αλλά και η κατασκευή των φίλτρων ευκολότερη στην ίδια περιοχή εξαιτίας του μεγαλύτερου ποσοστού των συχνοτήτων λειτουργίας που καταλαμβάνει το εύρος ζώνης της επιθυμητής ηχούς. Επίσης ο υπερετερόδυνος δέκτης επιτρέπει τις μεταβολές στη συχνότητα του τοπικού ταλαντωτή έτσι ώστε να επιτυγχάνεται καλύτερη λήψη της ηχούς χωρίς να επηρεάζεται η λειτουργία των στοιχείων του δέκτη στις συχνότητες IF. Αυτά τα πλεονεκτήματα καθιέρωσαν τον υπερετερόδυνο δέκτη στην κορυφή με αποτέλεσμα να χρησιμοποιείται σήμερα σχεδόν αποκλειστικά σε δέκτες ραντάρ κάθε εφαρμογής.

Στο τέλος του δέκτη ραντάρ βρίσκεται το τμήμα της ψηφιακής επεξεργασίας. Το τμήμα αυτό διακρίτοποιεί το λαμβανόμενο σήμα, το φιλτράρει για την εξάλειψη όλων των ανεπιθύμητων παραμορφώσεων πλην της μετατόπισης Doppler, και τέλος το επεξεργάζεται έτσι ώστε να αποφασίσει για τη θέση και την ταχύτητα του επιθυμητού στόχου, αν αυτός υπάρχει βέβαια. Τέλος, η απόφαση του τμήματος ψηφιακής επεξεργασίας εμφανίζεται στην οθόνη του ραντάρ ή πηγαίνει σε έναν επεξεργαστή δεδομένων.

### 1.3 Αντικείμενο διπλωματικής εργασίας

Ένας τύπος ραντάρ που χρησιμοποιείται σήμερα για στρατιωτικές εφαρμογές είναι το παλμικό ραντάρ χαμηλής συχνότητας επανάληψης παλμών (PRF). Τα ραντάρ αυτού του τύπου μεταδίδουν ενέργεια υπό μορφή σειράς παλμών και ανιχνεύουν την ηχώ μεταξύ δύο διαδοχικών μεταδόσεων παλμών. Το πλεονέκτημά τους είναι ότι τόσο οι απώλειες του πομπού όσο και οι παρεμβολές τυχαίων αναταράξεων σε

κοντινές αποστάσεις δεν επηρεάζουν αισθητά την ανίχνευση μακρινών στόχων. Η χρονική καθυστέρηση ανάμεσα στον εκπεμπόμενο και τον λαμβανόμενο παλμό ενός ραντάρ χαμηλής PRF επιτρέπει την μέτρηση της απόστασης του επιθυμητού στόχου. Όμως είναι δυνατή και η ταυτόχρονη εκτίμηση της ταχύτητας του επιθυμητού στόχου από τον ίδιο τύπο ραντάρ αν βέβαια χρησιμοποιηθούν παραπάνω της μίας PRF.

Το πρόγραμμα "Ασύρματα Ραδιοδίκτυα Επιτήρησης Εναερίου Χώρου" της ερευνητικής ομάδας του Ινστιτούτου Τηλεπικοινωνιών Κρήτης έχει ως αντικείμενο τη σχεδίαση ανεξαρτήτων δεκτών ραντάρ διαφόρων PRF. Το διάγραμμα ενός τέτοιου δέκτη είναι παρόμοιο με αυτό που εικονίζεται στην παραπάνω ενότητα. Αντικείμενο της παρούσας εργασίας είναι η εκτενής μελέτη των RF, IF και Doppler φίλτρων του ραντάρ χαμηλής PRF. Το ζητούμενο είναι η ανάπτυξη του κατάλληλου λογισμικού σχεδίασης των παραπάνω φίλτρων, καθώς και η σύγκριση μεταξύ των εναλλακτικών σχεδιάσεων ως προς τη δυνατότητα αξιοποίησής τους και την απόδοσή τους σε συνθήκες ενθορύβου περιβάλλοντος. Στα επόμενα κεφάλαια περιγράφονται και αναλύονται τα αποτελέσματα της παρούσας εργασίας που παράχθηκαν με υπολογιστικές και όχι μόνο μεθόδους. Τέλος τα παραρτήματα που παραθέτονται στο τέλος της παρούσας εργασίας προσφέρουν το απαραίτητο θεωρητικό υπόβαθρο στον μη εξοικειωμένο αναγνώστη και παρουσιάζουν το λογισμικό και τους αλγορίθμους που αναπτύχθηκαν και χρησιμοποιήθηκαν στα πλαίσια της εργασίας για την εξαγωγή των αποτελεσμάτων.

## 2. Σχεδιασμός Φίλτρου Doppler

### 2.1 Γενικά

Στο κεφάλαιο αυτό αναπτύσσονται μεθοδικά τα αποτελέσματα της διαδικασίας σχεδιασμού του ψηφιακού φίλτρου Doppler το οποίο ανήκει στον δέκτη του ραντάρ. Τα αποτελέσματα αυτά είναι προϊόν χρήσης αριθμητικών αλγορίθμων που εκτελέστηκαν με τη βοήθεια υπολογιστή. Έτσι η ορθότητα και η πληρότητα των αποτελεσμάτων σχεδιασμού του ψηφιακού φίλτρου Doppler είναι εγγυημένη. Στο τέλος του κεφαλαίου αυτού αναπτύσσονται προτάσεις υλοποίησης του ψηφιακού φίλτρου Doppler. Οι προτάσεις αυτές βασίζονται τόσο στη θεωρία υλοποίησης ψηφιακών φίλτρων όσο και στις δυνατότητες που υπάρχουν στη χώρα μας για την υλοποίηση τέτοιων φίλτρων. Ο μη εξοικειωμένος αναγνώστης δύναται να ανατρέξει στα παραρτήματα της παρούσας εργασίας που αναφέρονται στη θεωρία των ψηφιακών φίλτρων καθώς και στο λογισμικό και τους αλγορίθμους σχεδιασμού των φίλτρων αυτών για περισσότερες λεπτομέρειες.

### 2.2 Προδιαγραφές σχεδιασμού

Όπως φαίνεται στο διάγραμμα του δέκτη ραντάρ το φίλτρο Doppler ανήκει στο τμήμα του ψηφιακού επεξεργαστή σήματος. Το φίλτρο Doppler είναι ένα ψηφιακό βαθυπερατό φίλτρο. Η χρησιμότητά του έγκειται στην εξάλειψη όλων των παραμορφώσεων του σήματος διέγερσής του εκτός από τη μετατόπιση Doppler, δηλαδή την παραμόρφωση του φάσματος συχνοτήτων του σήματος αυτού η οποία οφείλεται στη σχετική κίνηση του στόχου ως προς το δέκτη ραντάρ. Άρα λοιπόν οι προδιαγραφές σχεδιασμού του ψηφιακού φίλτρου Doppler θα πρέπει να είναι όσο το δυνατό αυστηρές αναφορικά με τις παραμορφώσεις πλάτους και φάσης που υφίσταται το σήμα διέγερσης του φίλτρου αυτού εξαιτίας του ιδίου και μόνο.

Στο σημείο αυτό είναι σκόπιμο να διευκρινιστεί ότι οι πραγματικές συχνότητες διάβασης, αποκοπής και δειγματοληψίας του ψηφιακού φίλτρου Doppler βρίσκονται ακόμη υπό δοκιμή κατά τη χρονική διάρκεια διεκπεραίωσης της παρούσας εργασίας. Για το λόγο αυτό κρίθηκε σκόπιμη η χρήση κάποιων ενδεικτικών τιμών για

όλες τις παραπάνω παραμέτρους συχνοτήτων, οι οποίες και συγκεντρώνουν αρκετές πιθανότητες να χρησιμοποιηθούν τελικά. Πάντως είναι δυνατό να χρησιμοποιηθούν οποιεσδήποτε άλλες τιμές ως παράμετροι συχνοτήτων για το ψηφιακό φίλτρο Doppler.

Με βάση τα παραπάνω οι προδιαγραφές που τέθηκαν για το σχεδιασμό του ψηφιακού φίλτρου Doppler είναι οι ακόλουθες:

- Άνω συχνότητα ζώνης διάβασης:  $f_L=312.5$  kHz
- Κάτω συχνότητα ζώνης αποκοπής:  $f_H=375$  kHz
- Συχνότητα δειγματοληψίας:  $f_S=4$  MHz
- Μέγιστη επιτρεπτή απόσβεση ζώνης διάβασης:  $A_P=0.01$  dB
- Ελάχιστη επιτρεπτή απόσβεση ζώνης αποκοπής:  $A_S=80$  dB
- Μέγιστη επιτρεπτή σχετική παραμόρφωση φάσης:  $Q\approx 1\%$

Τέλος, σημειώνεται ότι το ψηφιακό φίλτρο Doppler που θα προκύψει από τη διαδικασία του σχεδιασμού πρέπει να είναι οικονομικό στην υλοποίησή του έτσι ώστε ο δέκτης ραντάρ που θα υλοποιηθεί αργότερα να πληροί όλες τις προϋποθέσεις κόστους.

Στη συνέχεια ακολουθεί η παρουσίαση όλων των προσεγγίσεων στο πρόβλημα σχεδιασμού του ψηφιακού φίλτρου Doppler με βάση τις παραπάνω προδιαγραφές.

### 2.3 Σχεδιασμός μη αναδρομικού φίλτρου

Πρώτη από όλες εξετάστηκε η λύση του μη αναδρομικού φίλτρου εξαιτίας της χαμηλής παραμόρφωσης φάσης που απαιτείται από τις προδιαγραφές σχεδιασμού του ψηφιακού φίλτρου Doppler. Όπως είναι ήδη γνωστό από τη θεωρία, το μη αναδρομικό φίλτρο χαρακτηρίζεται από την πλήρη απουσία παραμόρφωσης φάσης στη ζώνη διάβασης B του ιδίου. Για το σχεδιασμό του μη αναδρομικού φίλτρου ακολουθήθηκε η ευθεία μέθοδος των σειρών Fourier με τη χρήση του παραθύρου Kaiser.

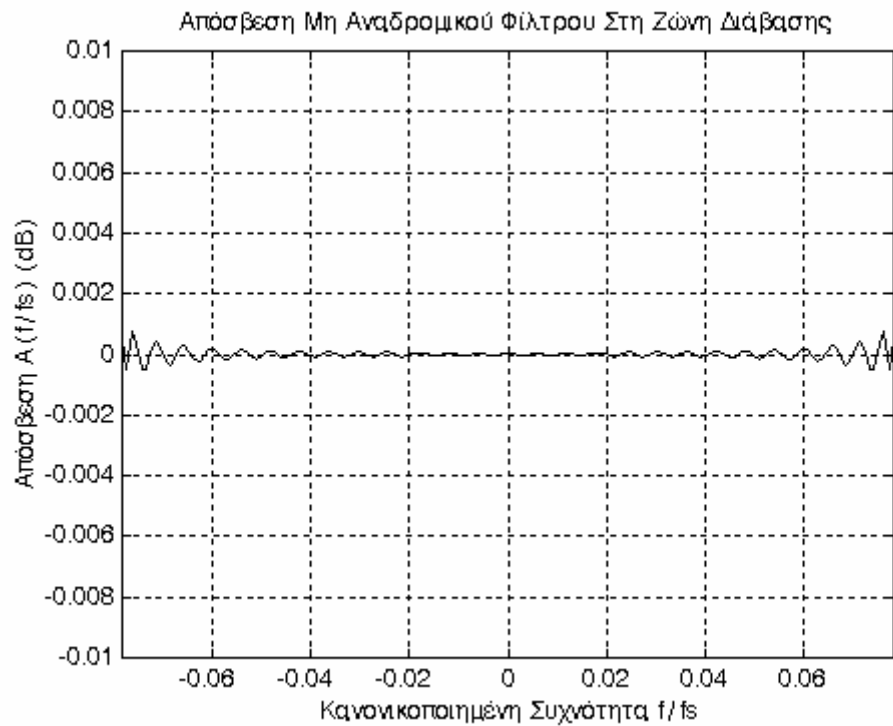
Η απόσβεση  $A(f/f_s)$  του μη αναδρομικού φίλτρου στις ζώνες διάβασης  $B$  και αποκοπής  $B'$  διακρίνεται στα επόμενα διαγράμματα. Από τα διαγράμματα αυτά γίνεται εμφανής η εξαιρετικά χαμηλότερη απόσβεση  $A(f/f_s)$  του μη αναδρομικού φίλτρου από τη μέγιστη επιτρεπτή απόσβεση  $A_p$  στη ζώνη διάβασης  $B$ . Το φαινόμενο αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι η απαίτηση ελάχιστης απόσβεσης  $A_s$  στη ζώνη αποκοπής  $B'$  είναι αρκετά αυστηρότερη σε σχέση με αυτήν της μέγιστης απόσβεσης  $A_p$  στη ζώνη διάβασης  $B$  του μη αναδρομικού φίλτρου. Για το λόγο αυτό αναμένεται ότι το μέγεθος του μη αναδρομικού φίλτρου που θα προκύψει θα είναι μεγαλύτερο από αυτό του βέλτιστου φίλτρου της ίδιας κατηγορίας.

Στη συνέχεια ακολουθούν τα διαγράμματα απόκρισης φάσης  $\theta(f/f_s)$  και καθυστερήσεων φάσης  $\tau_p(f/f_s)$  και ομάδας  $\tau_g(f/f_s)$  του μη αναδρομικού φίλτρου. Όπως ήταν αναμενόμενο τα διαγράμματα αυτά δείχνουν καθαρά ότι δεν υπάρχει παραμόρφωση φάσης στη ζώνη διάβασης του φίλτρου αυτού.

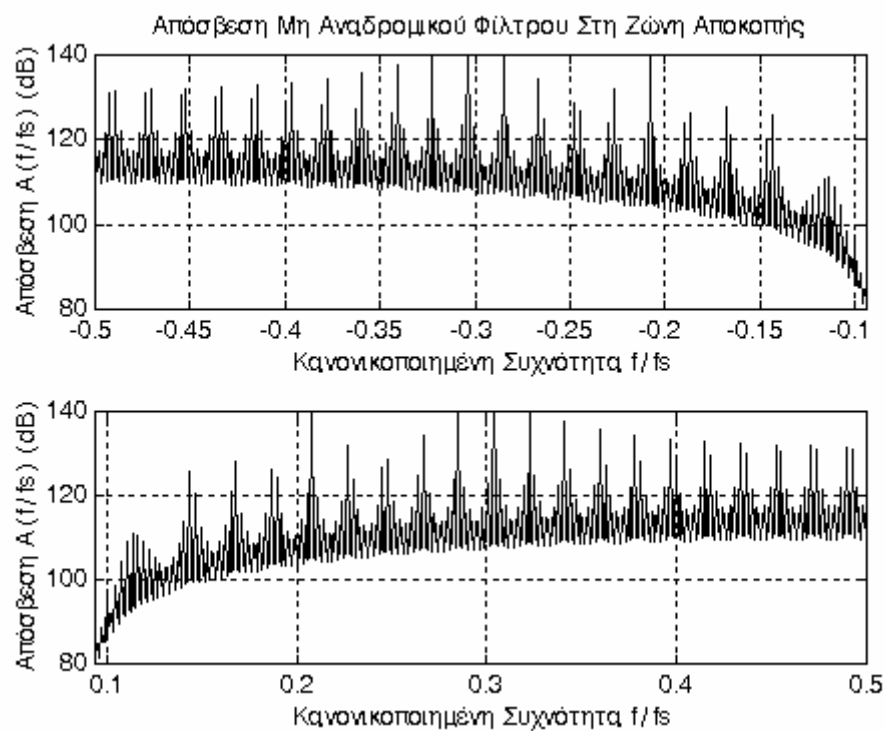
Τέλος, η κρουστική απόκριση  $h(n)$  του μη αναδρομικού φίλτρου εικονίζεται στο αμέσως επόμενο διάγραμμα. Από το διάγραμμα αυτό προκύπτει ότι η κρουστική απόκριση  $h(n)$  του μη αναδρομικού φίλτρου μηδενίζεται από τη χρονική στιγμή  $N=323$  και μετά. Άρα λοιπόν το μέγεθος του μη αναδρομικού φίλτρου, που είναι ίσο με  $N$ , είναι πολύ μεγάλο ώστε να μην είναι οικονομική η υλοποίησή του με τη χρησιμοποίηση της σημερινής τεχνολογίας.

Τι συμβαίνει όμως αν χρησιμοποιηθούν μέθοδοι βελτιστοποίησης για το σχεδιασμό του μη αναδρομικού φίλτρου; Επειδή οι μέθοδοι βελτιστοποίησης είναι πολύπλοκες και υπολογιστικά χρονοβόρες, είναι σκόπιμο να υπολογιστεί πρώτα μία προσεγγιστική τιμή του μεγέθους του βέλτιστου μη αναδρομικού φίλτρου που πρόκειται να προκύψει με την εφαρμογή κάποιας από τις μεθόδους αυτές. Αυτό επιτυγχάνεται με τη βοήθεια της εξίσωσης  $N=[(D-F \cdot B^2)/B+1.5]$ , όπου  $N$  το μέγεθος του βέλτιστου μη αναδρομικού φίλτρου,  $B=(f_H-f_L)/f_s$ ,  $\delta_p=(10^{A_p/20}-1)/(10^{A_p/20}+1)$ ,  $\delta_s=10^{-A_s/20}$ ,  $D=(0.005309(\log \delta_p)^2+0.07114 \log \delta_p-0.4761) \log \delta_s-(0.00266(\log \delta_p)^2+0.5941 \log \delta_p+0.4278)$ ,  $F=0.51244(\log \delta_p-\log \delta_s)+11.012$ , και  $[\ ]$  ο τελεστής που συμβολίζει το ακέραιο μέρος του πραγματικού του ορίσματος. Έτσι λοιπόν η προσεγγιστική τιμή του μεγέθους του βέλτιστου μη αναδρομικού φίλτρου για τις προδιαγραφές που έχουν τεθεί υπολογίζεται σε  $N=261$ . Συνεπώς ούτε το βέλτιστο μη αναδρομικό

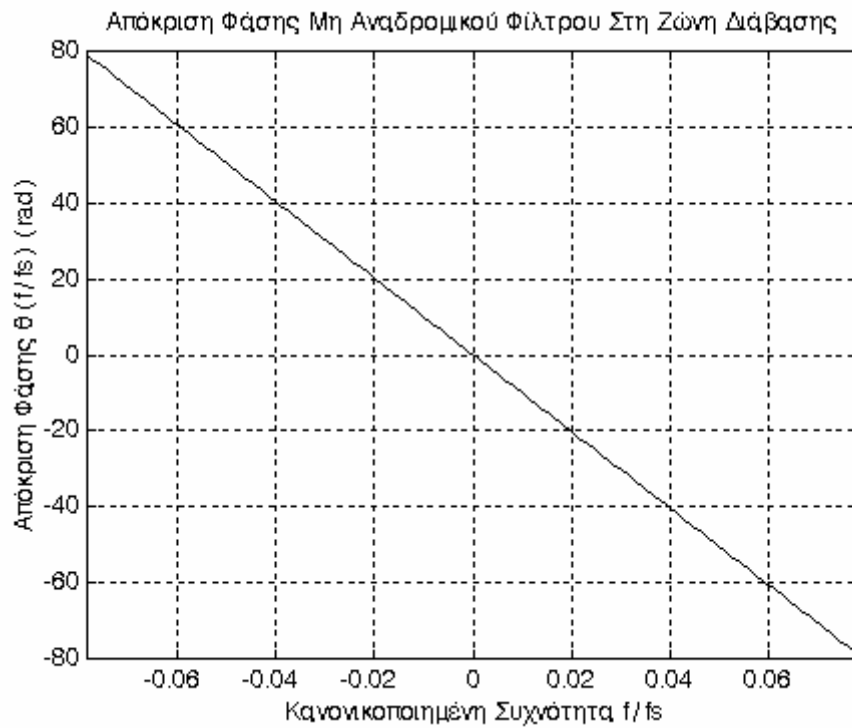




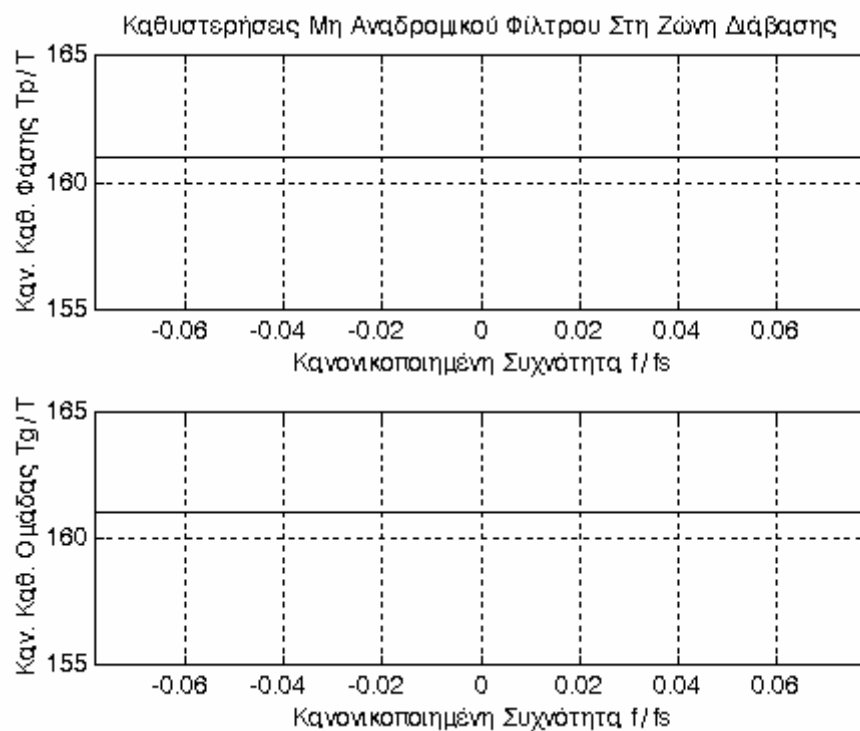
Σχήμα 2-1



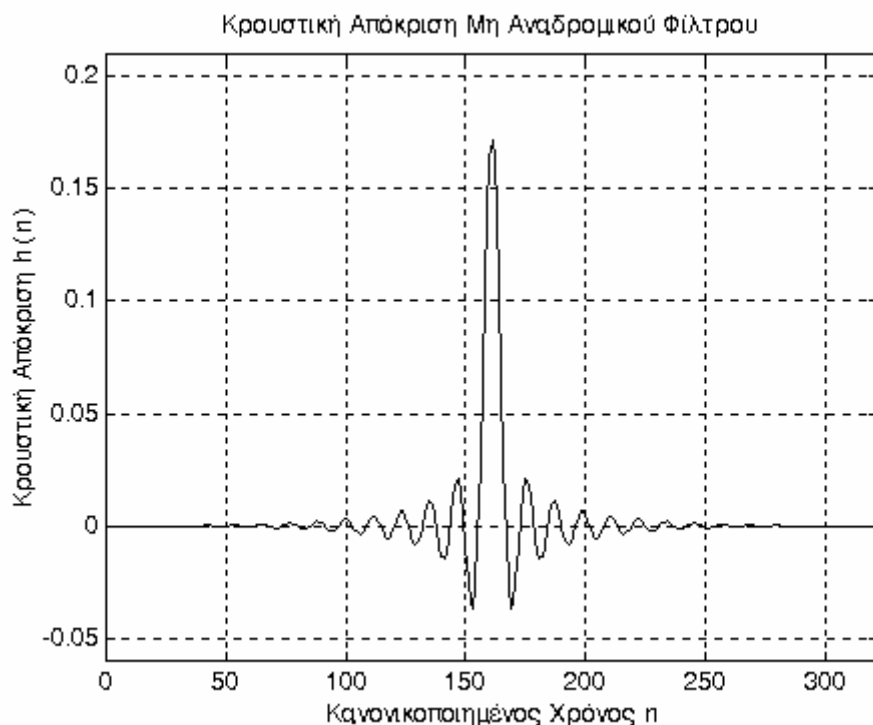
Σχήμα 2-2



Σχήμα 2-3



Σχήμα 2-4



Σχήμα 2-5

φίλτρο έχει τέτοιο μέγεθος ώστε να καθίσταται οικονομική η υλοποίησή του με τα δεδομένα της σημερινής τεχνολογίας.

Αποκλειόμενης της λύσης του μη αναδρομικού φίλτρου η επόμενη προς εξέταση λύση στο πρόβλημα σχεδιασμού του ψηφιακού φίλτρου Doppler είναι αυτή του αναδρομικού φίλτρου.

## 2.4 Σχεδιασμός αναδρομικού φίλτρου

Για το σχεδιασμό ενός αναδρομικού φίλτρου το οποίο θα πληροί τις προδιαγραφές που έχουν τεθεί επιλέχθηκε η πλάγια μέθοδος διγραμμικού μετασχηματισμού. Κατά την εφαρμογή της παραπάνω μεθόδου επιλέχθηκε ο αρχικός σχεδιασμός ενός ελλειπτικού αναλογικού φίλτρου, έτσι ώστε να επιτευχθεί όσο το δυνατό μικρότερο μέγεθος  $N$  για το τελικό ψηφιακό φίλτρο παρά τις αυστηρές απαιτήσεις επιτρεπτών αποσβέσεων  $A_p$ ,  $A_s$  στις ζώνες διάβασης  $B$  και αποκοπής  $B'$  αντίστοιχα. Η απόκριση συχνότητας  $H(e^{j\omega T})$  του ελλειπτικού αναδρομικού ψηφιακού φίλτρου έχει τη μορφή:

$$H(e^{j\omega T}) = \prod_{i=1}^r (a_{2i}e^{j2\omega T} + a_{1i}e^{j\omega T} + a_{0i}) / (b_{2i}e^{j2\omega T} + b_{1i}e^{j\omega T} + b_{0i})$$

όπου  $r=[(N+1)/2]$ ,  $N$  το μέγεθος του ελλειπτικού αναδρομικού φίλτρου και  $[\cdot]$  ο τελεστής που συμβολίζει το ακέραιο μέρος του πραγματικού του ορίσματος. Βέβαια οι συντελεστές  $b_{2i}$ ,  $b_{1i}$  και  $b_{0i}$  της απόκρισης συχνότητας  $H(e^{j\omega T})$  του ελλειπτικού αναδρομικού ψηφιακού φίλτρου δεν θα πρέπει σε καμία περίπτωση να ικανοποιούν την εξίσωση  $b_{2i}=b_{1i}=b_{0i}=0$  όπου  $1 \leq i \leq r$  ώστε η μιγαδική αυτή συνάρτηση να είναι καλώς ορισμένη.

Με βάση τα παραπάνω σχεδιάστηκε ένα ελλειπτικό αναδρομικό ψηφιακό φίλτρο το οποίο ακολουθεί τις προδιαγραφές που τέθηκαν. Το μέγεθός του όπως προέκυψε από το σχεδιασμό είναι  $N=11$ , μέγεθος το οποίο επιτρέπει την οικονομική υλοποίηση του φίλτρου αυτού και την επίτευξη εκ μέρους του μεγάλης ταχύτητας επεξεργασίας. Οι συντελεστές  $a_{2i}$ ,  $a_{1i}$ ,  $a_{0i}$ ,  $b_{2i}$ ,  $b_{1i}$  και  $b_{0i}$ , όπου  $1 \leq i \leq r$ , της απόκρισης συχνότητας  $H(e^{j\omega T})$  του φίλτρου αυτού παρουσιάζονται στον πίνακα που ακολουθεί.

**Πίνακας 2-1**

Συντελεστές απόκρισης συχνότητας ελλειπτικού αναδρομικού ψηφιακού φίλτρου						
$i$	$a_{2i}$	$a_{1i}$	$a_{0i}$	$b_{2i}$	$b_{1i}$	$b_{0i}$
1	+1.3980750	-0.4647337	+1.3980750	+1	-1.5955070	+0.6653763
2	+1.0337560	-1.3223310	+1.0337560	+1	-1.6310750	+0.7587686
3	+0.9956151	-1.5306880	+0.9956151	+1	-1.6686830	+0.8532347
4	+0.9995174	-1.6271360	+0.9995174	+1	-1.7010920	+0.9250782
5	+1.0136540	-1.6821400	+1.0136540	+1	-1.7322330	+0.9772156
6	+0.0000000	+0.0000924	+0.0000924	+0	+1.0000000	-0.7900007

Η κρουστική απόκριση  $h(n)$  του αναδρομικού φίλτρου παρουσιάζεται στο ακόλουθο διάγραμμα. Όπως γίνεται εύκολα αντιληπτό η κρουστική απόκριση  $h(n)$  του αναδρομικού φίλτρου συνεχίζεται μέχρι το άπειρο. Επειδή όμως η κρουστική απόκριση  $h(n)$  του αναδρομικού φίλτρου είναι φραγμένη για μεγάλες τιμές του διακριτού χρόνου, δηλαδή οι τιμές της κρουστικής απόκρισης  $h(n)$  του αναδρομικού φίλτρου γίνονται πολύ μικρές από ένα χρονικό σημείο και μετά, είναι δυνατή η προ-

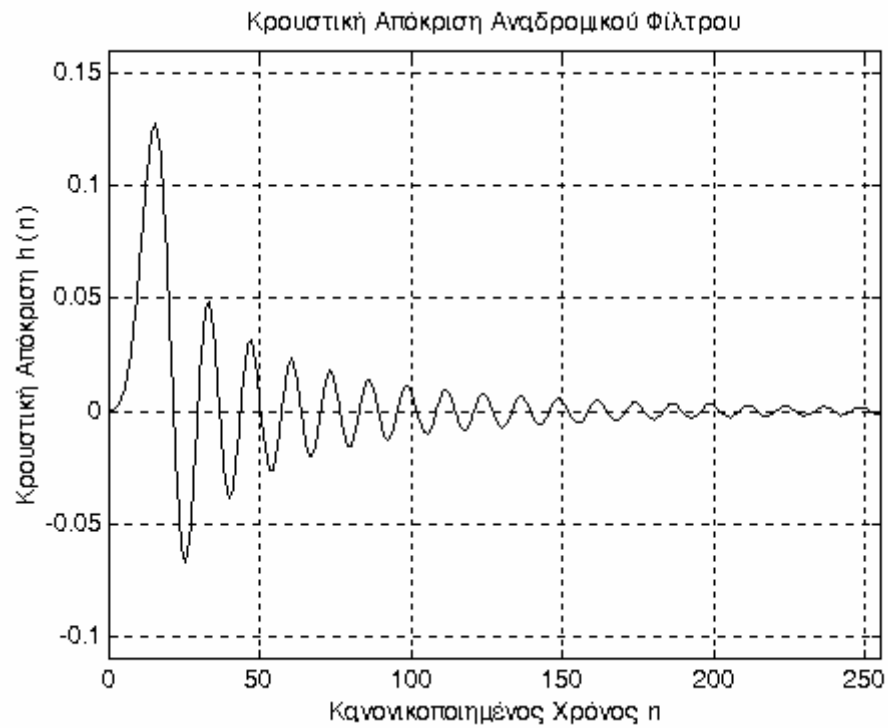
σέγγιση της κρουστικής απόκρισης  $h(n)$  του φίλτρου αυτού με μία άλλη  $h'(n)$  η οποία θα μηδενίζεται για τιμές της πραγματικής κρουστικής απόκρισης  $h(n)$  μικρότερες από έναν οσοδήποτε μικρό πραγματικό αριθμό  $\varepsilon > 0$ . Η προσέγγιση αυτή είναι δυνατό να πραγματοποιηθεί χωρίς να επηρεαστεί σημαντικά η λειτουργία του αναδρομικού φίλτρου. Έτσι επιτυγχάνεται η δυνατότητα υλοποίησης του αναδρομικού φίλτρου με βάση την προσεγγιστική κρουστική του απόκριση  $h'(n)$  και όχι με βάση την απόκριση συχνότητάς του  $H(e^{j\omega T})$ . Πάντως στην παρούσα εργασία θεωρείται ότι το αναδρομικό φίλτρο σχεδιάζεται και υλοποιείται με βάση την πραγματική κρουστική του απόκριση  $h(n)$  και καμία άλλη.

Η απόσβεση  $A(f/f_s)$  που παρουσιάζει το αναδρομικό φίλτρο στις ζώνες διάβασης  $B$  και αποκοπής  $B'$  εμφανίζεται στα αμέσως επόμενα διαγράμματα. Ιδιαίτερη προσοχή θα πρέπει να δοθεί στην απόσβεση  $A(f/f_s)$  του φίλτρου αυτού στη ζώνη διάβασης  $B$ , η οποία αγγίζει το μέγιστο επιτρεπτό όριο  $A_p$  της προδιαγραφής σχεδιασμού χωρίς όμως να το ξεπερνά σε καμία περίπτωση.

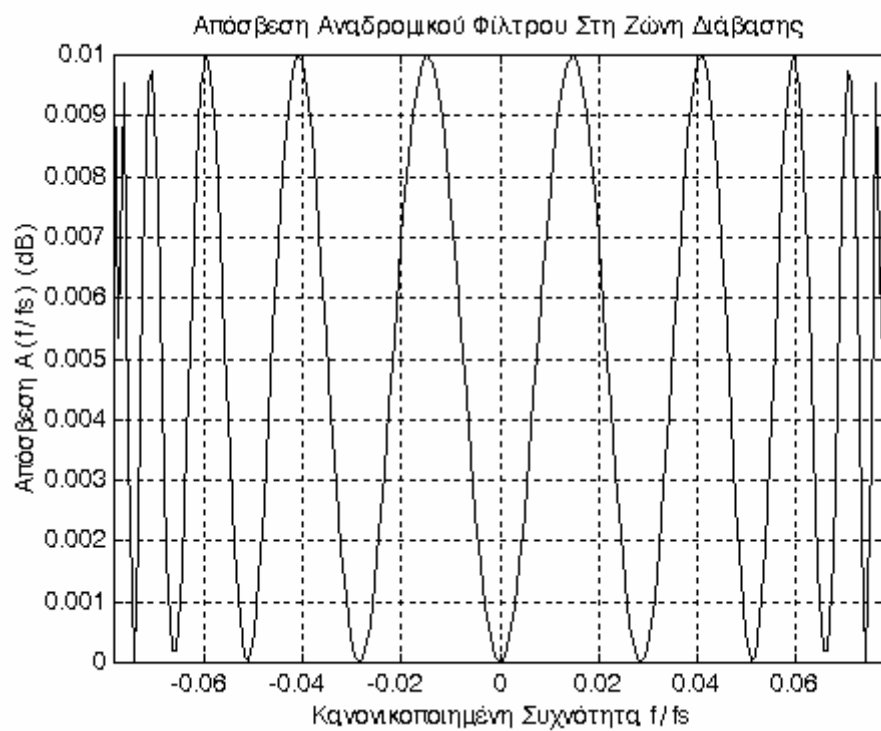
Στο τέλος βρίσκονται τα διαγράμματα της απόκρισης φάσης  $\theta(f/f_s)$  και των καθυστερήσεων φάσης  $\tau_p(f/f_s)$  και ομάδας  $\tau_g(f/f_s)$  του αναδρομικού φίλτρου. Όπως γίνεται φανερό από τα διαγράμματα αυτά, η παραμόρφωση φάσης που παρουσιάζει το αναδρομικό φίλτρο στη ζώνη διάβασης  $B$  είναι πολύ μεγάλη. Μάλιστα η σχετική παραμόρφωση φάσης  $Q$  στη ζώνη διάβασης  $B$  του αναδρομικού φίλτρου ξεπερνά ακόμα και το 50%. Συνεπώς κρίνεται αναγκαία η χρήση ισοσταθμιστή φάσης για τη μείωση της παραμόρφωσης φάσης του συνολικού συστήματος αναδρομικού φίλτρου - ισοσταθμιστή φάσης στα επιθυμητά από τις προδιαγραφές σχεδιασμού πλαίσια. Η παραπάνω λύση εφαρμόζεται και αξιολογείται αμέσως μετά.

## 2.5 Σχεδιασμός συστήματος αναδρομικού φίλτρου - ισοσταθμιστή φάσης

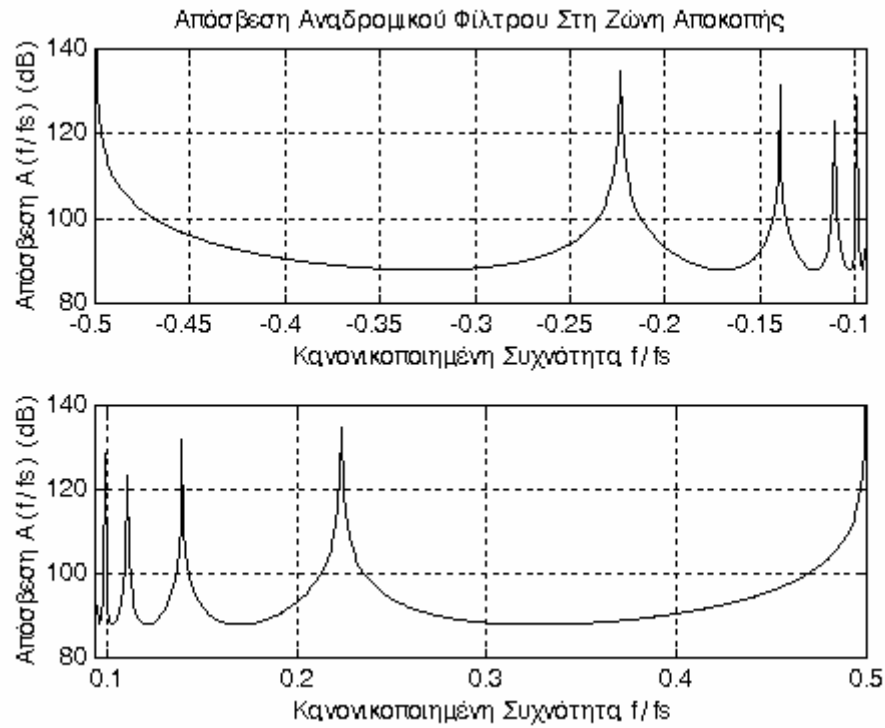
Το ζητούμενο στην περίπτωση αυτή είναι ο σχεδιασμός της απόκρισης συχνότητας του ψηφιακού ισοσταθμιστή φάσης  $H_E(e^{j\omega T})$  έτσι ώστε από τη μία ο ισοσταθμιστής φάσης να είναι ένα διαπερατό φίλτρο και από την άλλη η απόκριση συχνότητας του ψηφιακού συστήματος αναδρομικού φίλτρου - ισοσταθμιστή φάσης  $H_{FE}(e^{j\omega T}) = H_F(e^{j\omega T})H_E(e^{j\omega T})$ , όπου  $H_F(e^{j\omega T})$  η απόκριση συχνότητας του αναδρομικού



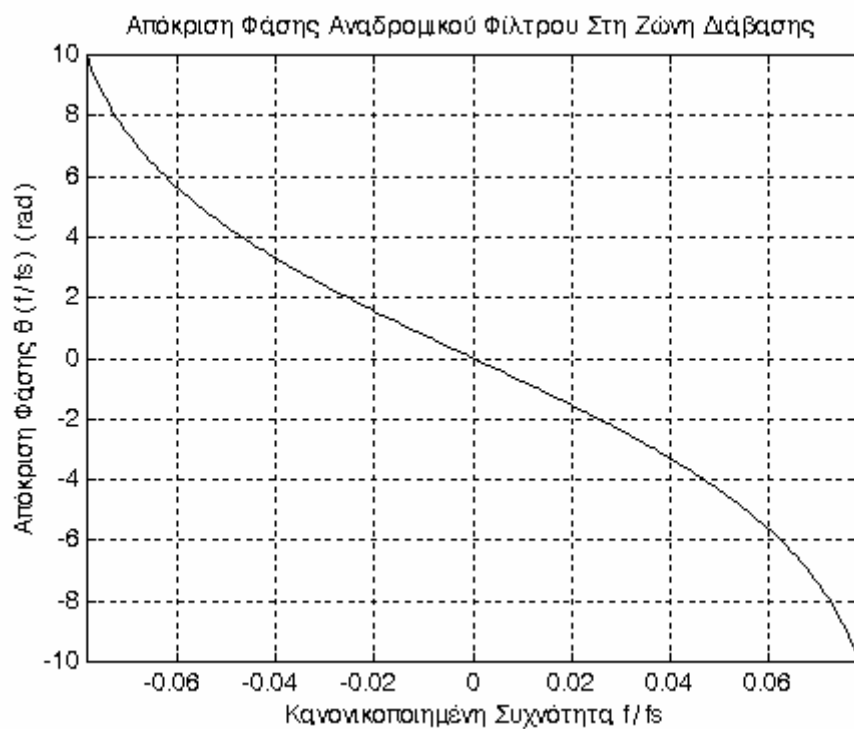
Σχήμα 2-6



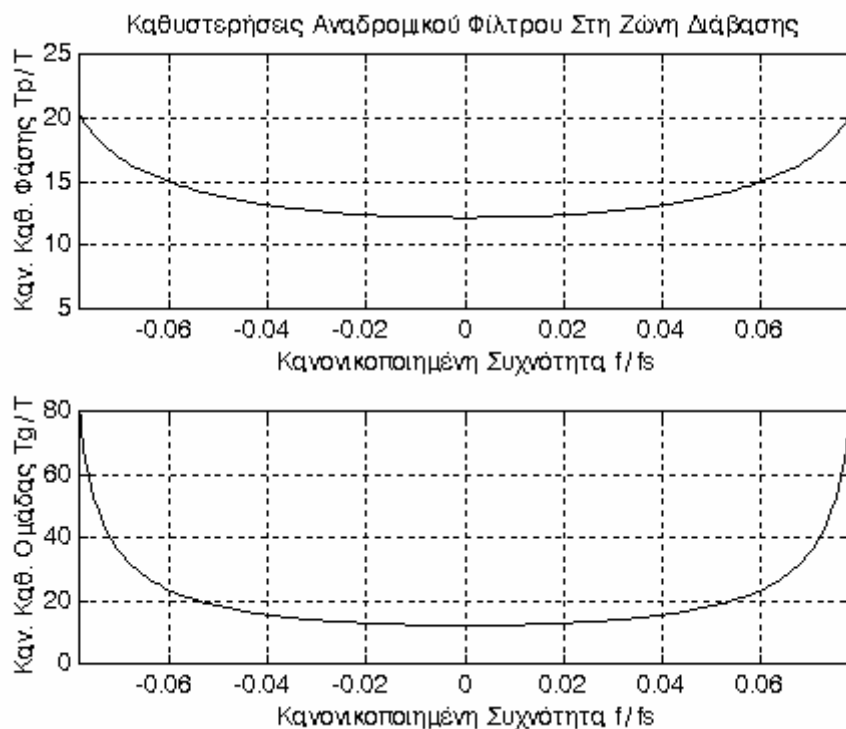
Σχήμα 2-7



Σχήμα 2-8



Σχήμα 2-9



Σχήμα 2-10

ψηφιακού φίλτρου χωρίς ισοσταθμιστή φάσης, να παρουσιάζει σχετική παραμόρφωση φάσης  $Q$  εντός των προδιαγραφών σχεδιασμού. Η απόκριση συχνότητας  $H_E(e^{j\omega T})$  του ισοσταθμιστή φάσης θα πρέπει να έχει τη μορφή:

$$H_E(e^{j\omega T}) = \prod_{i=1}^r (c_{0i}e^{j2\omega T} + c_{1i}e^{j\omega T} + 1) / (e^{j2\omega T} + c_{1i}e^{j\omega T} + c_{0i})$$

όπου  $r=M/2$  και  $M$  το μέγεθος του ισοσταθμιστή φάσης. Επίσης αποδεικνύεται ότι ο ισοσταθμιστής φάσης είναι ευσταθής αν και μόνο αν οι συντελεστές  $c_{1i}$ ,  $c_{0i}$  της απόκρισης συχνότητάς του  $H_E(e^{j\omega T})$  ικανοποιούν τις ανισότητες  $c_{0i} < 1$ ,  $c_{1i} - c_{0i} < 1$  και  $c_{1i} + c_{0i} > -1$ , όπου  $1 \leq i \leq r$ .

Με βάση τα παραπάνω σχεδιάστηκε ένας ισοσταθμιστής φάσης ο οποίος προσαρμόζεται στο ελλειπτικό αναδρομικό φίλτρο που σχεδιάστηκε και εξετάστηκε προηγουμένως. Ο σχεδιασμός του ισοσταθμιστή φάσης επιτεύχθηκε με τη χρησιμοποίηση της μεθόδου minimax η οποία ελαχιστοποιεί τη μέγιστη σχετική παραμόρφωση φάσης  $Q$  στη ζώνη διάβασης  $B$  του συστήματος αναδρομικού φίλτρου - ισοσταθμιστή φάσης. Το μέγεθος του ισοσταθμιστή φάσης που προέκυψε από τη διαδι-



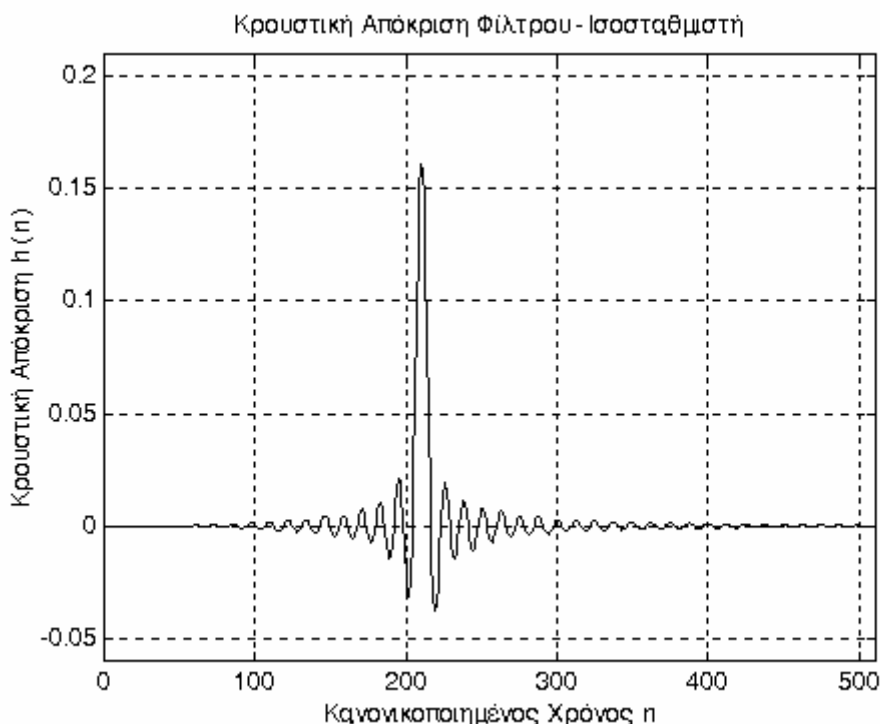
κασία του σχεδιασμού είναι  $M=36$ . Οι συντελεστές  $c_{1i}$  και  $c_{0i}$ , όπου  $1 \leq i \leq r$ , της απόκρισης συχνότητας  $H_E(e^{j\omega T})$  του ισοσταθμιστή φάσης που μόλις σχεδιάστηκε εμφανίζονται στον ακόλουθο πίνακα.

**Πίνακας 2-2**

Συντελεστές απόκρισης συχνότητας ψηφιακού ισοσταθμιστή φάσης					
i	$c_{1i}$	$c_{0i}$	i	$c_{1i}$	$c_{0i}$
1	-1.7054640	+0.9142411	10	-1.8124930	+0.8472283
2	-1.7862400	+0.8039037	11	-1.7517870	+0.9204983
3	-1.7862400	+0.8039037	12	-1.8033890	+0.8665439
4	-1.7054640	+0.9142411	13	-1.7670310	+0.8289403
5	-1.7862400	+0.8039037	14	-1.7772200	+0.9168418
6	-1.7845180	+0.8152258	15	-1.7591520	+0.8445897
7	-1.7524460	+0.7861089	16	-1.8035970	+0.9112991
8	-1.7867700	+0.7986232	17	-1.7062080	+0.7877138
9	-1.7867700	+0.7986232	18	-1.7057290	+0.7869938

Η κρουστική απόκριση  $h_{FE}(n)$  του συστήματος αναδρομικού φίλτρου - ισοσταθμιστή φάσης εμφανίζεται στο ακόλουθο διάγραμμα. Όπως γίνεται εύκολα αντιληπτό, η κρουστική απόκριση  $h_{FE}(n)$  του συστήματος αυτού συνεχίζεται μέχρι το άπειρο. Επειδή όμως η κρουστική απόκριση  $h_{FE}(n)$  του συστήματος είναι φραγμένη για μεγάλες τιμές του διακριτού χρόνου, δηλαδή οι τιμές της κρουστικής απόκρισης  $h_{FE}(n)$  του συστήματος γίνονται πολύ μικρές από ένα χρονικό σημείο και μετά, είναι δυνατή η προσέγγιση της κρουστικής απόκρισης  $h_{FE}(n)$  του συστήματος αυτού με μία άλλη  $h'_{FE}(n)$  η οποία θα μηδενίζεται για τιμές της πραγματικής κρουστικής απόκρισης μικρότερες από έναν οσοδήποτε μικρό πραγματικό αριθμό  $\varepsilon > 0$ . Η προσέγγιση αυτή είναι δυνατό να πραγματοποιηθεί χωρίς να επηρεαστεί σημαντικά η λειτουργία του συστήματος αναδρομικού φίλτρου - ισοσταθμιστή φάσης. Έτσι επιτυγχάνεται η δυνατότητα υλοποίησης του συστήματος αυτού με βάση την προσεγγιστική κρουστική του απόκριση  $h'_{FE}(n)$  και όχι με βάση την απόκριση συχνότητάς του  $H_{FE}(e^{j\omega T})$ . Πάντως στην παρούσα εργασία θεωρείται ότι το σύστημα αναδρομικού φίλτρου - ισο-

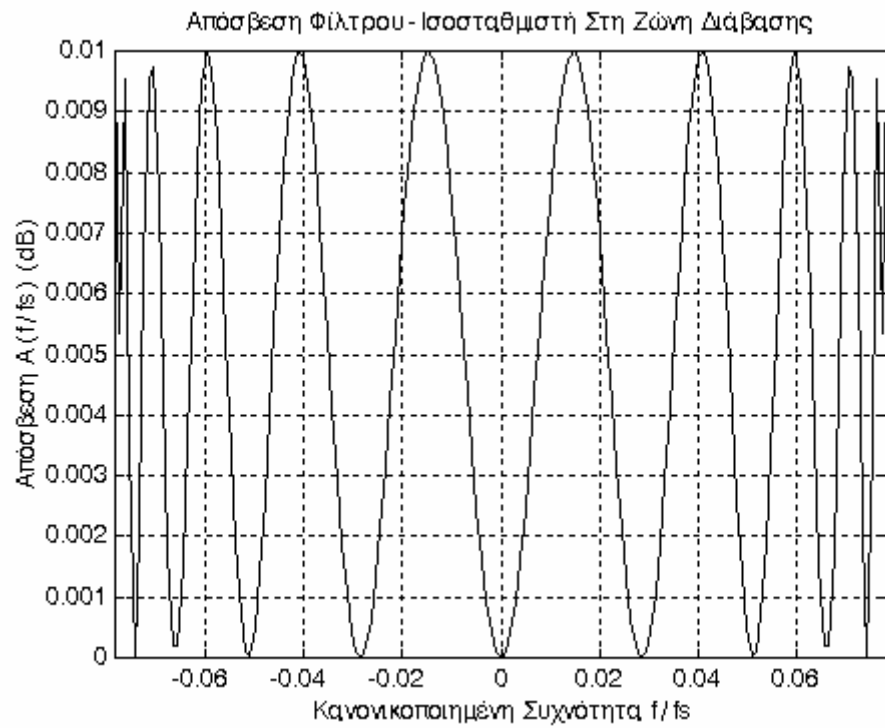
σταθμιστή φάσης σχεδιάζεται και υλοποιείται με βάση την πραγματική κρουστική του απόκριση  $h_{FE}(n)$  και καμία άλλη.



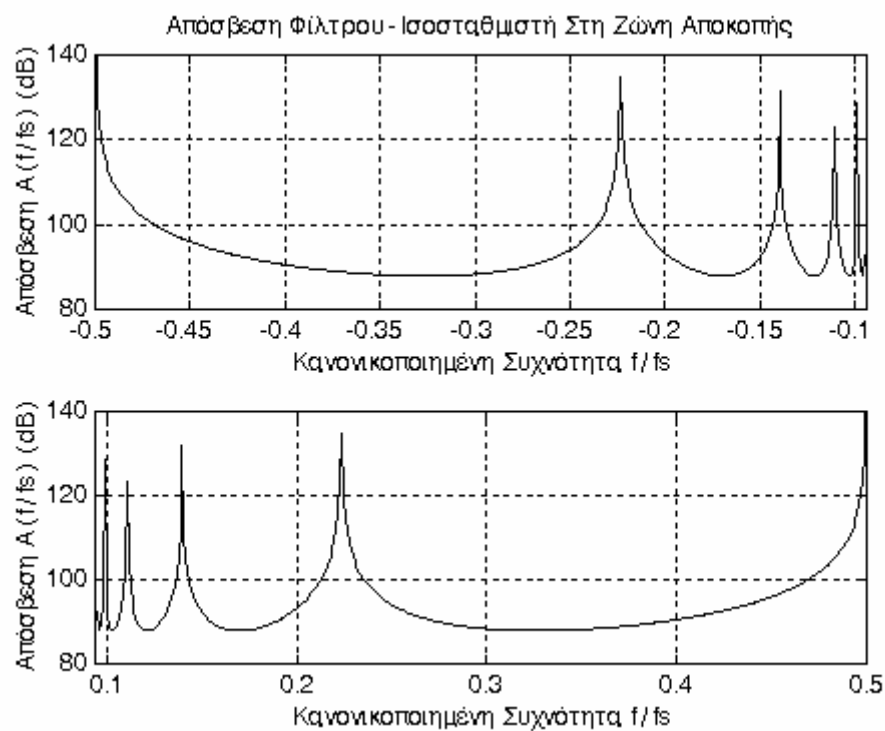
**Σχήμα 2-11**

Η απόσβεση  $A_{FE}(f/f_s)$  του συστήματος αναδρομικού φίλτρου - ισοσταθμιστή φάσης στις ζώνες διάβασης B και αποκοπής B' εμφανίζεται στα ακόλουθα διαγράμματα. Όπως γίνεται εύκολα αντιληπτό η απόσβεση  $A_{FE}(f/f_s)$  του συστήματος αυτού στις παραπάνω ζώνες συχνοτήτων είναι ακριβώς η ίδια με αυτήν του αναδρομικού φίλτρου χωρίς ισοσταθμιστή φάσης. Αυτό ήταν κάτι το αναμενόμενο μια που ο ισοσταθμιστής φάσης είναι ένα διαπερατό φίλτρο. Άρα τα συμπεράσματα από τη μελέτη των διαγραμμάτων απόσβεσης του ψηφιακού συστήματος αναδρομικού φίλτρου - ισοσταθμιστή φάσης είναι τα ίδια ακριβώς με αυτά που προκύπτουν από τη μελέτη των διαγραμμάτων απόσβεσης του αναδρομικού φίλτρου χωρίς ισοσταθμιστή φάσης.

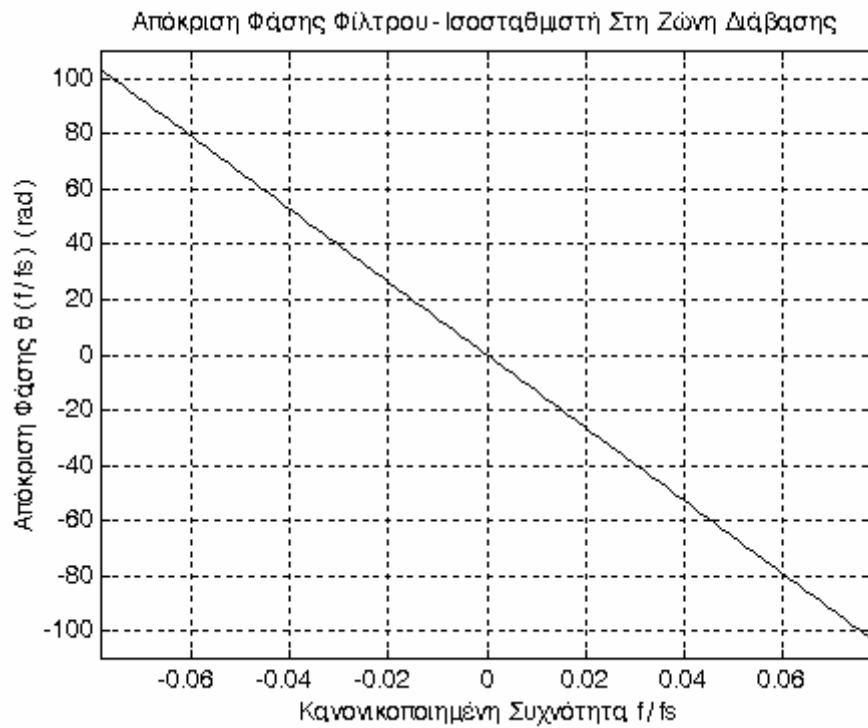
Στο τέλος βρίσκονται τα διαγράμματα της απόκρισης φάσης  $\theta_{FE}(f/f_s)$  και των καθυστερήσεων φάσης  $\tau_{p(FE)}(f/f_s)$  και ομάδας  $\tau_{g(FE)}(f/f_s)$  του συστήματος αναδρομικού φίλτρου - ισοσταθμιστή φάσης. Από τα διαγράμματα αυτά γίνεται φανερή η επίπτωση του ισοσταθμιστή φάσης στην απόκριση φάσης  $\theta_{FE}(f/f_s)$  του συστήματος. Με άλλα λόγια η παραμόρφωση φάσης, η οποία ήταν έντονη στο αναδρομικό φίλτρο



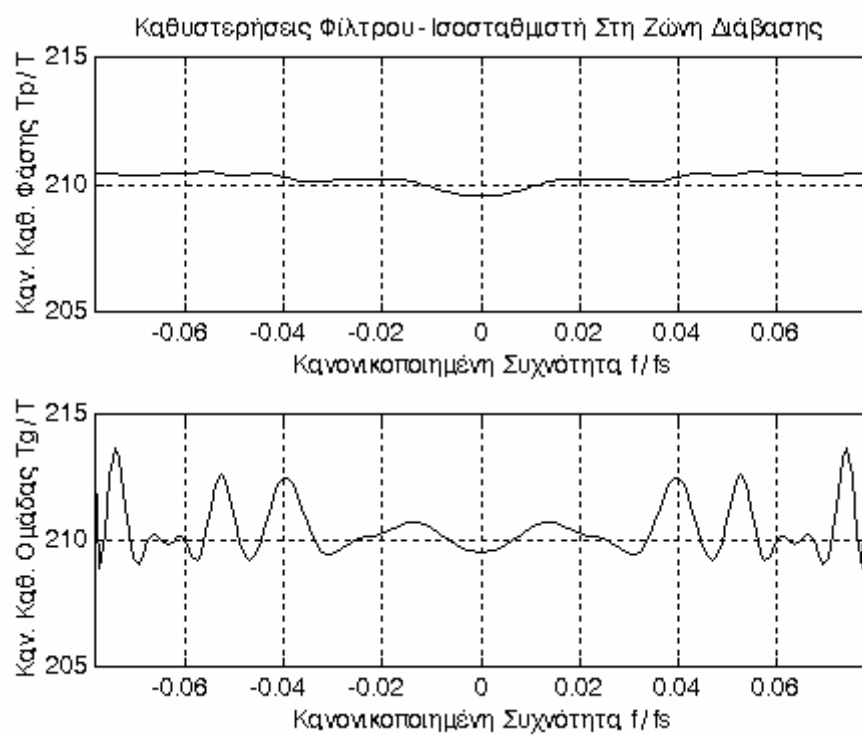
Σχήμα 2-12



Σχήμα 2-13



Σχήμα 2-14



Σχήμα 2-15

χωρίς ισοσταθμιστή φάσης, έχει τώρα μειωθεί στο ελάχιστο. Μάλιστα η σχετική παραμόρφωση φάσης του συστήματος αναδρομικού φίλτρου - ισοσταθμιστή φάσης είναι ίση με  $Q=1.131\%$ , η οποία είναι πολύ κοντά στην τιμή η οποία είχε τεθεί στις προδιαγραφές σχεδιασμού. Άρα το σύστημα αυτό πληροί όλες τις προδιαγραφές σχεδιασμού οι οποίες τέθηκαν αρχικά.

Το σύστημα αναδρομικού φίλτρου - ισοσταθμιστή φάσης το οποίο μόλις εξετάστηκε και αξιολογήθηκε αποτελεί την τελικώς αποδεκτή λύση στο πρόβλημα σχεδιασμού του ψηφιακού φίλτρου Doppler. Έτσι λοιπόν το μοναδικό θέμα προς συζήτηση που απέμεινε σχετικά με το ψηφιακό φίλτρο Doppler είναι αυτό της υλοποίησής του.

## 2.6 Πραγματοποίηση και κατασκευή

Με βάση το σύνολο των δυνατών μεθόδων πραγματοποίησης και κατασκευής ψηφιακών φίλτρων που αναπτύσσονται θεωρητικά στο αντίστοιχο παράρτημα της παρούσας εργασίας μπορούν να γίνουν δύο ολοκληρωμένες προτάσεις πάνω στο ζήτημα της υλοποίησης του ψηφιακού φίλτρου Doppler. Αυτές είναι:

- 1) **Υλοποίηση με τη μέθοδο των συστολικών διατάξεων.** Η πρόταση αυτή είναι η πιο πλεονεκτική από πλευράς κόστους και ταχύτητας επεξεργασίας όπως προκύπτει από τη θεωρία. Από την άλλη όμως πλευρά η πρόταση αυτή μειονεκτεί εξαιτίας της αδυναμίας πλήρους εκτέλεσής της στη χώρα μας.
- 2) **Υλοποίηση με τη χρησιμοποίηση DSP.** Οι DSP είναι ολοκληρωμένοι ψηφιακοί επεξεργαστές σήματος οι οποίοι μπορούν να προγραμματιστούν για την εκτέλεση σχεδόν κάθε είδους ψηφιακής επεξεργασίας. Συνεπώς οι DSP μπορούν να χρησιμοποιηθούν και ως ψηφιακά φίλτρα αν βέβαια προγραμματιστούν κατάλληλα. Η πρόταση αυτή πλεονεκτεί στη δυνατότητα πλήρους εκτέλεσής της στη χώρα μας, αφού οι DSP διαθέτονται σε μεγάλη ποικιλία και στην ελληνική αγορά. Από την άλλη όμως πλευρά η πρόταση αυτή μειονεκτεί στο αυξημένο κόστος και στην όχι βέλτιστη ταχύτητα επεξεργασίας εξαιτίας ακριβώς της ιδιότητας των DSP να χρησιμοποιούνται σε σχεδόν κάθε είδος ψηφιακής επεξεργασίας.

Στο σημείο αυτό τελειώνει η μελέτη γύρω από το σχεδιασμό και την υλοποίηση του φίλτρου Doppler. Σε επόμενο κεφάλαιο θα εξεταστεί η απόδοση του φίλτρου Doppler που μόλις σχεδιάστηκε σε περιβάλλον θορύβου.

## 2.7 Ψηφιακό φίλτρο οθόνης

Το ψηφιακό φίλτρο οθόνης βρίσκεται ανάμεσα στον επεξεργαστή δεδομένων και την οθόνη ενός δέκτη ραντάρ. Σκοπός του φίλτρου αυτού είναι η εξάλειψη των παραμορφώσεων της εικόνας που προβάλλεται στην οθόνη του ραντάρ, οι οποίες οφείλονται αποκλειστικά και μόνο στη μη ιδανική λειτουργία του ψηφιακού επεξεργαστή σήματος στον δέκτη του ραντάρ. Τέτοιες παραμορφώσεις προκαλούν τα γνωστά "χιόνια" στην οθόνη του ραντάρ εμποδίζοντας την ανενόχλητη και σαφή αναγνώριση των στόχων από το χειριστή του ραντάρ.

Το σήμα που εισέρχεται στην οθόνη του ραντάρ για να προβληθεί με την τεχνική της οριζόντιας σάρωσης είναι ένα μονοδιάστατο ψηφιακό σήμα. Συνεπώς το φίλτρο οθόνης είναι με τη σειρά του ένα μονοδιάστατο ψηφιακό φίλτρο. Αν λοιπόν οι προδιαγραφές σχεδιασμού του φίλτρου αυτού τεθούν ως ακολούθως:

- Άνω συχνότητα ζώνης διάβασης:  $f_L=5$  MHz
- Κάτω συχνότητα ζώνης αποκοπής:  $f_H=6$  MHz
- Συχνότητα δειγματοληψίας:  $f_S=64$  MHz
- Μέγιστη επιτρεπτή απόσβεση ζώνης διάβασης:  $A_P=0.01$  dB
- Ελάχιστη επιτρεπτή απόσβεση ζώνης αποκοπής:  $A_S=80$  dB
- Μέγιστη επιτρεπτή σχετική παραμόρφωση φάσης:  $Q\approx 1\%$

τότε επιτυγχάνονται ταυτόχρονα τα εξής:

- Οι προδιαγραφές σχεδιασμού του ψηφιακού φίλτρου οθόνης είναι ενδεικτικές των προδιαγραφών οι οποίες συγκεντρώνουν τις περισσότερες πιθανότητες να χρησιμοποιηθούν τελικά στην κατασκευή του δέκτη ραντάρ.

- Η συχνότητα δειγματοληψίας  $f_{S(VF)}$  του ψηφιακού φίλτρου οθόνης είναι πολλαπλάσια της συχνότητας δειγματοληψίας  $f_{S(DF)}$  του ψηφιακού φίλτρου Doppler κατά μία ακέραια δύναμη του 2 ( $f_{S(VF)}/f_{S(DF)}=16$ ). Έτσι είναι δυνατή η χρησιμοποίηση ενός μόνο κρυστάλλου quartz ως ταλαντωτή για την ταυτόχρονη λειτουργία και των δύο ψηφιακών φίλτρων, αφού η μετατροπή μίας σειράς παλμών ορισμένης συχνότητας σε άλλη υποπολλαπλάσια κατά μία ακέραια δύναμη του 2 συχνότητας πραγματοποιείται εύκολα χρησιμοποιώντας απλές ψηφιακές ακολουθιακές διατάξεις.
- Όλες οι παράμετροι συχνοτήτων λειτουργίας του ψηφιακού φίλτρου οθόνης προκύπτουν από τις αντίστοιχες παραμέτρους συχνοτήτων λειτουργίας του ψηφιακού φίλτρου Doppler πολλαπλασιαζόμενες με το λόγο των συχνοτήτων δειγματοληψίας των δύο αυτών φίλτρων. Ακόμη, οι απαιτήσεις σε επιτρεπτές παραμορφώσεις πλάτους και φάσης των δύο ψηφιακών φίλτρων είναι ταυτόσημες. Συνεπώς όλα τα προηγούμενα αποτελέσματα σχεδιασμού του ψηφιακού φίλτρου Doppler ισχύουν ακριβώς όπως είναι και για το σχεδιασμό του ψηφιακού φίλτρου οθόνης. Άρα λοιπόν καθίσταται δυνατή η χρησιμοποίηση δύο αντιγράφων του ιδίου ψηφιακού φίλτρου τόσο από σχεδιαστικής όσο και από κατασκευαστικής πλευράς για το ρόλο των ψηφιακών φίλτρων Doppler και οθόνης, γεγονός που μειώνει σημαντικά το κόστος κατασκευής του δέκτη ραντάρ.

Με τις παραπάνω διαπιστώσεις τελειώνει και η μελέτη της παρούσας εργασίας που σχετίζεται με τα ψηφιακά φίλτρα Doppler και οθόνης. Στα αμέσως επόμενα κεφάλαια παρουσιάζονται και αναλύονται τα αποτελέσματα σχεδιασμού και υλοποίησης των αναλογικών φίλτρων IF και RF του δέκτη ραντάρ.

### 3. Σχεδιασμός Φίλτρου IF

#### 3.1 Γενικά

Στο κεφάλαιο αυτό αναπτύσσονται μεθοδικά τα αποτελέσματα της διαδικασίας σχεδιασμού του αναλογικού φίλτρου IF το οποίο ανήκει στο δέκτη του ραντάρ. Τα αποτελέσματα αυτά είναι προϊόν χρήσης αριθμητικών αλγορίθμων που εκτελέστηκαν με τη βοήθεια υπολογιστή. Έτσι η ορθότητα και η πληρότητα των αποτελεσμάτων σχεδιασμού του αναλογικού φίλτρου IF είναι εγγυημένη. Στο τέλος του κεφαλαίου αυτού αναπτύσσονται προτάσεις σύνθεσης του αναλογικού φίλτρου IF. Οι προτάσεις αυτές βασίζονται τόσο στη θεωρία σύνθεσης αναλογικών φίλτρων όσο και στην εξοικονόμηση χρημάτων, με βάση πάντα τις δυνατότητες της εγχώριας αγοράς σε υλικά και τεχνογνωσία, κατά την τελική κατασκευή του αναλογικού φίλτρου IF. Ο μη εξοικειωμένος αναγνώστης δύναται να ανατρέξει στα παραρτήματα της παρούσας εργασίας που αναφέρονται στη θεωρία των αναλογικών φίλτρων καθώς και στο λογισμικό και τους αλγορίθμους σχεδιασμού και σύνθεσης των φίλτρων αυτών για περισσότερες λεπτομέρειες.

#### 3.2 Προδιαγραφές σχεδιασμού

Όπως φαίνεται στο διάγραμμα του δέκτη ραντάρ το φίλτρο IF ανήκει στο τμήμα του αναλογικού δέκτη. Το φίλτρο IF είναι ένα ζωνοπερατό αναλογικό φίλτρο. Η χρησιμότητά του έγκειται στην εξάλειψη των ανεπιθύμητων παρεμβολών οι οποίες λαμβάνονται σε συχνότητες που είναι κοντά στην RF συχνότητα λήψης του σήματος πληροφορίας και οι οποίες καταφέρνουν να περάσουν από τη σαφώς ευρύτερη ζώνη διάβασης του φίλτρου RF που βρίσκεται κοντά στην κεραία λήψης του δέκτη ραντάρ. Από την άλλη όμως πλευρά το φίλτρο IF ακολουθείται από το φίλτρο Doppler το οποίο είναι υπεύθυνο για την εξάλειψη όλων των ανεπιθύμητων παραμορφώσεων από το λαμβανόμενο σήμα πλην της μετατόπισης Doppler. Άρα λοιπόν οι προδιαγραφές σχεδιασμού του φίλτρου IF θα πρέπει να είναι μάλλον αυστηρές όσον αφορά την παραμόρφωση πλάτους αλλά και χαλαρές όσον αφορά την παραμόρφωση φάσης του λαμβανόμενου σήματος.



Ο δέκτης ραντάρ στον οποίο πρόκειται να λειτουργήσει το αναλογικό φίλτρο IF από κοινού με το ψηφιακό φίλτρο Doppler είναι ένας δέκτης ραντάρ έρευνας. Σε τέτοιους δέκτες ραντάρ χρησιμοποιούνται φίλτρα τα οποία προσαρμόζονται όσο το δυνατό καλύτερα στο λαμβανόμενο σήμα έτσι ώστε να επιτυγχάνεται ο καλύτερος δυνατός σηματοθορυβικός λόγος λήψης (SNR) σε ενθόρυβο περιβάλλον και άρα η μεγαλύτερη δυνατή εμβέλεια λήψης. Συνεπώς η επιλογή των παραμέτρων συχνοτήτων και στα δύο φίλτρα θα πρέπει να γίνει με βάση την προηγούμενη παρατήρηση. Αντίθετα σε δέκτες ραντάρ πρόσκτησης στόχου και υπολογισμού βολής χρησιμοποιούνται φίλτρα μεγαλύτερου εύρους ζώνης από αυτό που απαιτείται για την τέλεια προσαρμογή στο λαμβανόμενο σήμα. Αυτό συμβαίνει επειδή δεν ενδιαφέρει πλέον τόσο η εμβέλεια λήψης όσο η μορφή των παλμών που εισέρχονται στον ψηφιακό επεξεργαστή σήματος του δέκτη ραντάρ. Η περίπτωση αυτή δεν αντιμετωπίζεται στα πλαίσια της παρούσας εργασίας.

Στο σημείο αυτό είναι σκόπιμο να διευκρινιστεί ότι τα πραγματικά εύρη ζωνών διάβασης και αποκοπής καθώς και η πραγματική κεντρική συχνότητα του αναλογικού φίλτρου IF βρίσκονται ακόμη υπό δοκιμή κατά τη χρονική διάρκεια διεκπεραίωσης της παρούσας εργασίας. Για το λόγο αυτό κρίθηκε σκόπιμη η χρήση κάποιων ενδεικτικών τιμών για όλες τις παραπάνω παραμέτρους συχνοτήτων, οι οποίες συνδέονται με τις επιλεγόμενες ως ενδεικτικές τιμές των παραμέτρων συχνοτήτων του ψηφιακού φίλτρου Doppler και οι οποίες συγκεντρώνουν αρκετές πιθανότητες να χρησιμοποιηθούν τελικά. Πάντως είναι δυνατό να χρησιμοποιηθούν οποιεσδήποτε άλλες τιμές ως παράμετροι συχνοτήτων για το αναλογικό φίλτρο IF σε συνδυασμό πάντα με τις αντίστοιχες επιλεγόμενες τιμές των παραμέτρων συχνοτήτων του ψηφιακού φίλτρου Doppler.

Με βάση τα παραπάνω οι προδιαγραφές που τέθηκαν για το σχεδιασμό του αναλογικού φίλτρου IF είναι οι ακόλουθες:

- *Εύρος ζώνης διάβασης:*  $BW_p=500 \text{ kHz}$
- *Εύρος ζώνης αποκοπής:*  $BW_s=600 \text{ kHz}$
- *Κεντρική συχνότητα IF:*  $f_c=60 \text{ MHz}$

- *Μέγιστη επιτρεπτή απόσβεση ζώνης διάβασης:*  $A_p=3$  dB
- *Ελάχιστη επιτρεπτή απόσβεση ζώνης αποκοπής:*  $A_s=30$  dB

Τέλος, σημειώνεται ότι το φίλτρο IF που θα προκύψει από τη διαδικασία του σχεδιασμού πρέπει να οδηγεί σε οικονομική σύνθεση έτσι ώστε ο δέκτης ραντάρ που θα υλοποιηθεί αργότερα να πληροί όλες τις προϋποθέσεις κόστους. Στη συνέχεια ακολουθεί η παρουσίαση των αποτελεσμάτων σχεδιασμού του αναλογικού φίλτρου IF με βάση τις παραπάνω προδιαγραφές.

### 3.3 Αποτελέσματα σχεδιασμού

Κατά τη διαδικασία σχεδιασμού του αναλογικού φίλτρου IF ακολουθήθηκαν τα πρότυπα κανονικοποιημένων συχνοτήτων και κανονικοποιημένων εμπεδήσεων που αναπτύχθηκαν στο κεφάλαιο της θεωρίας αναλογικών φίλτρων. Πράγματι, το αναλογικό φίλτρο IF σχεδιάστηκε βηματικά χρησιμοποιώντας σε κάθε βήμα τα παραπάνω πρότυπα και τους κατάλληλους μετασχηματισμούς συχνότητας ή εμπεδήσης ώστε να επιτευχθούν τελικά οι προδιαγραφές σχεδιασμού που τέθηκαν προηγουμένως. Η παραπάνω διαδικασία σχεδιασμού αναλογικών φίλτρων πλεονεκτεί ως προς την ευελιξία που παρέχει αναφορικά με τις προδιαγραφές σχεδιασμού και τις μεθόδους σύνθεσης που επιλέγονται να χρησιμοποιηθούν κάθε φορά. Με άλλα λόγια, η συγκεκριμένη διαδικασία σχεδιασμού παρέχει τη δυνατότητα αλλαγής των προδιαγραφών σχεδιασμού ή της μεθόδου σύνθεσης χωρίς να απαιτείται η αλλαγή των υπολοίπων βημάτων που ακολουθήθηκαν κατά τη διαδικασία αυτή.

Για το σχεδιασμό του αναλογικού φίλτρου IF επιλέχθηκε ο τύπος του ζωνοπερατού φίλτρου Chebyshev. Η συγκεκριμένη επιλογή έγινε με κριτήρια την απλότητα των μεθόδων σύνθεσης του φίλτρου Chebyshev που έχουν αναφερθεί μέχρι σήμερα, χωρίς βέβαια να επιβαρύνεται σημαντικά το μέγεθος του τελικώς παραγόμενου φίλτρου έναντι του μεγέθους ενός αντιστοίχου ελλειπτικού ζωνοπερατού φίλτρου για παράδειγμα. Η απόκριση συχνότητας  $H(j\omega)$  του ζωνοπερατού φίλτρου Chebyshev δίνεται από τη σχέση:

$$H(j\omega) = \prod_{i=1}^I (a_{1i}(j\omega)) / (b_{2i}(j\omega)^2 + b_{1i}(j\omega) + b_{0i})$$

όπου  $r=N/2$  το μέγεθος του ισοδυνάμου βαθυπερατού φίλτρου Chebyshev και  $N$  το μέγεθος του ζωνοπερατού φίλτρου Chebyshev. Βέβαια οι συντελεστές  $b_{2i}$ ,  $b_{1i}$  και  $b_{0i}$  της απόκρισης συχνότητας  $H(j\omega)$  του ζωνοπερατού φίλτρου Chebyshev δεν θα πρέπει σε καμία περίπτωση να ικανοποιούν την εξίσωση  $b_{2i}=b_{1i}=b_{0i}=0$  όπου  $1 \leq i \leq r$  ώστε η μιγαδική αυτή συνάρτηση να είναι καλώς ορισμένη.

Ακολουθώντας τις παραπάνω επιλογές σχεδιάστηκε τελικά ένα ζωνοπερατό φίλτρο Chebyshev το οποίο να ικανοποιεί όλες τις προδιαγραφές που τέθηκαν. Το μέγεθός του όπως προέκυψε από το σχεδιασμό είναι  $N=14$ , το οποίο είναι ικανοποιητικό όσον αφορά τη μετέπειτα οικονομική του σύνθεση χρησιμοποιώντας κάποια από τις γνωστές μεθόδους σύνθεσης αναλογικών φίλτρων. Οι συντελεστές  $a_{1i}$ ,  $b_{2i}$ ,  $b_{1i}$  και  $b_{0i}$ , όπου  $1 \leq i \leq r$ , της απόκρισης συχνότητας  $H(j\omega)$  του ζωνοπερατού φίλτρου Chebyshev παρουσιάζονται στον πίνακα που ακολουθεί.

**Πίνακας 3-1**

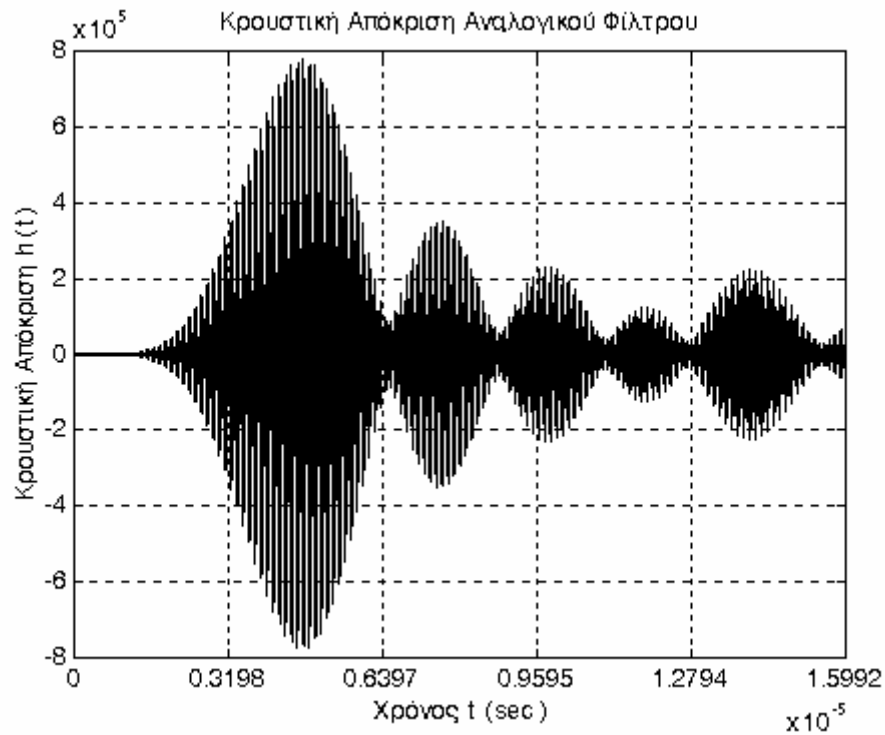
Συντελεστές απόκρισης συχνότητας ζωνοπερατού αναλογικού φίλτρου Chebyshev				
$i$	$a_{1i}$	$b_{2i}$	$b_{1i}$	$b_{0i} (\times 10^{-12})$
1	1734888	1	88784	143291
2	1734888	1	248567	143059
3	1734888	1	358666	142641
4	1734888	1	397366	142122
5	1734888	1	357362	141605
6	1734888	1	246940	141192
7	1734888	1	88060	140963

Η κρουστική απόκριση  $h(t)$  του ζωνοπερατού φίλτρου Chebyshev εμφανίζεται στο ακόλουθο διάγραμμα. Διακρίνονται το φέρον κύμα της κρουστικής απόκρισης  $h(t)$  που έχει συχνότητα ίση προς την κεντρική συχνότητα  $f_c$  του αναλογικού φίλτρου IF, καθώς και η περιβάλλουσα κυματομορφή η οποία δείχνει την κρουστική απόκριση  $h_{LP}(t)$  του ισοδυνάμου βαθυπερατού φίλτρου Chebyshev. Όπως γίνεται εύκολα αντιληπτό η κρουστική απόκριση  $h(t)$  του αναλογικού φίλτρου IF συνεχίζεται μέχρι το άπειρο. Επειδή όμως η κρουστική απόκριση  $h(t)$  του αναλογικού φίλτρου IF είναι φραγμένη για μεγάλες τιμές του συνεχούς χρόνου, δηλαδή οι τιμές της κρουστικής

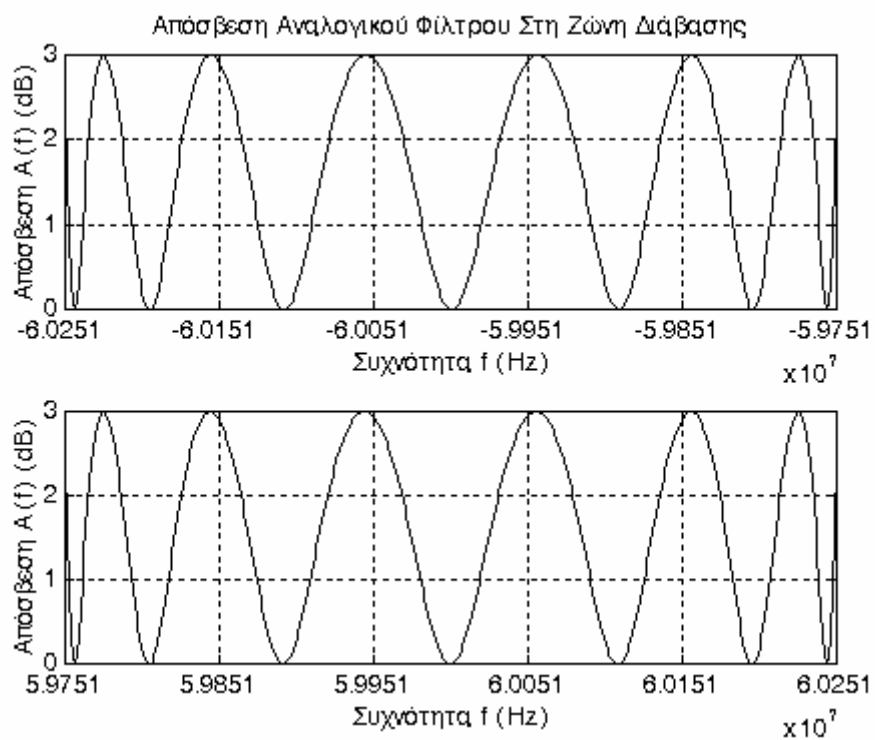
απόκρισης  $h(t)$  του αναλογικού φίλτρου IF γίνονται πολύ μικρές από ένα χρονικό σημείο και έπειτα, είναι δυνατή η προσέγγιση της κρουστικής απόκρισης  $h(t)$  του φίλτρου αυτού με μία άλλη  $h'(t)$  η οποία θα μηδενίζεται για τιμές της πραγματικής κρουστικής απόκρισης  $h(t)$  μικρότερες από έναν οσοδήποτε μικρό πραγματικό αριθμό  $\varepsilon > 0$ . Η προσέγγιση αυτή είναι δυνατό να πραγματοποιηθεί χωρίς να επηρεαστεί σημαντικά η λειτουργία του αναλογικού φίλτρου IF. Έτσι επιτυγχάνεται η δυνατότητα προσομοίωσης της λειτουργίας του αναλογικού φίλτρου IF χρησιμοποιώντας την προσεγγιστική του κρουστική απόκριση  $h'(t)$  και όχι την πραγματική του κρουστική απόκριση  $h(t)$ . Η δυνατότητα αυτή αξιοποιείται στην προσομοίωση λειτουργίας ενός απλού μοντέλου δέκτη ραντάρ που περιγράφεται σε επόμενο κεφάλαιο.

Η απόσβεση  $A(f)$  που παρουσιάζει το αναλογικό φίλτρο IF στις ζώνες διάβασης  $B$  και αποκοπής  $B'$  απεικονίζεται στα ακόλουθα διαγράμματα. Από τα διαγράμματα αυτά εύκολα επαληθεύεται ότι η ζώνη διάβασης  $B$  του ζωνοπερατού φίλτρου Chebyshev είναι ίσης κυμάτωσης ενώ η ζώνη αποκοπής  $B'$  του ιδίου είναι μονοτονική. Ιδιαίτερη προσοχή θα πρέπει να δοθεί εδώ στην απόσβεση  $A(f)$  του αναλογικού φίλτρου IF στη ζώνη διάβασης  $B$ , η οποία αγγίζει το μέγιστο επιτρεπτό όριο  $A_p$  της προδιαγραφής σχεδιασμού χωρίς όμως να το ξεπερνά σε καμία περίπτωση.

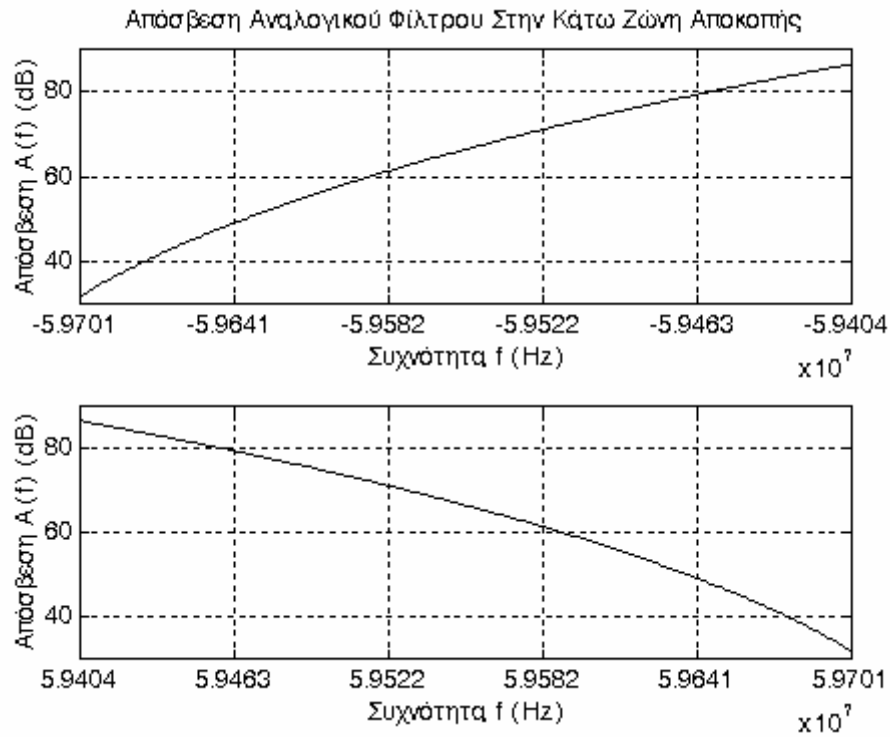
Στο τέλος της ενότητας αυτής βρίσκονται τα διαγράμματα της απόκρισης φάσης  $\theta(f)$  και των καθυστερήσεων φάσης  $\tau_p(f)$  και ομάδας  $\tau_g(f)$  του αναλογικού φίλτρου IF στη ζώνη διάβασης  $B$ . Θα πρέπει βέβαια να σημειωθεί εδώ ότι οι τιμές  $\theta(-f_c)$  και  $\theta(f_c)$  της απόκρισης φάσης  $\theta(f)$  του αναλογικού φίλτρου IF έχουν θεωρηθεί ως μηδενικές για λόγους απλούστευσης της παρουσίασης των αποτελεσμάτων σχεδιασμού, ενώ στην πραγματικότητα αυτές είναι δύο αντίθετα ακέραια πολλαπλάσια των  $2\pi$  ακτινίων. Το αποτέλεσμα είναι ότι οι καμπύλες της απόκρισης φάσης  $\theta(f)$  του αναλογικού φίλτρου IF εμφανίζονται μετατοπισμένες στους άξονες των τεταγμένων κατά τις ίδιες ποσότητες. Επίσης σημειώνεται ότι οι καμπύλες των καθυστερήσεων φάσης  $\tau_p(f)$  και ομάδας  $\tau_g(f)$  του αναλογικού φίλτρου IF έχουν προκύψει με τη βοήθεια αριθμητικών προσεγγίσεων ορισμένων αναλυτικών εκφράσεων, με αποτέλεσμα



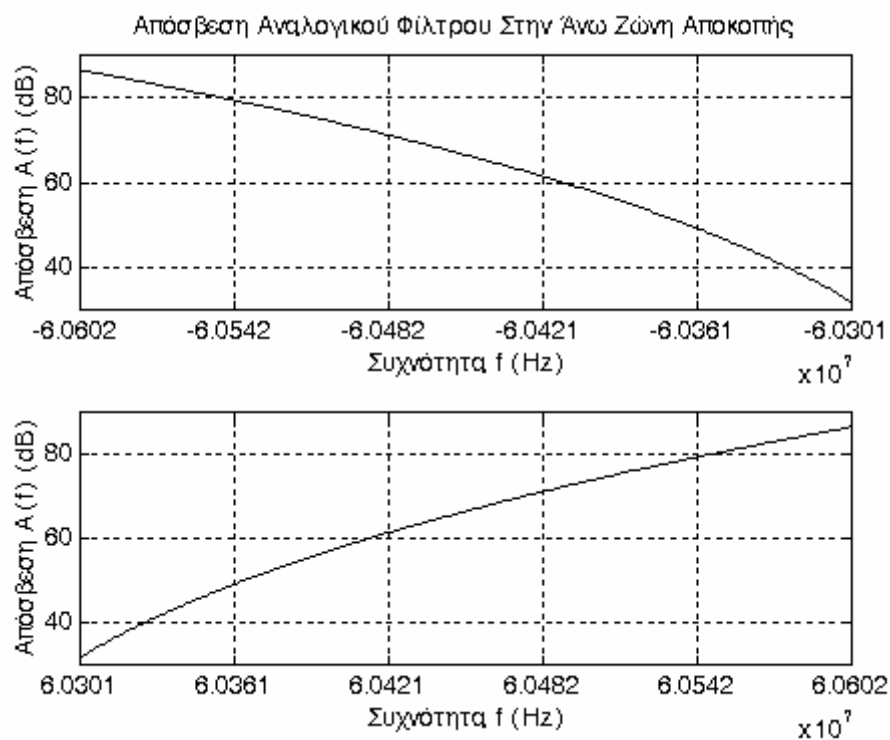
Σχήμα 3-1



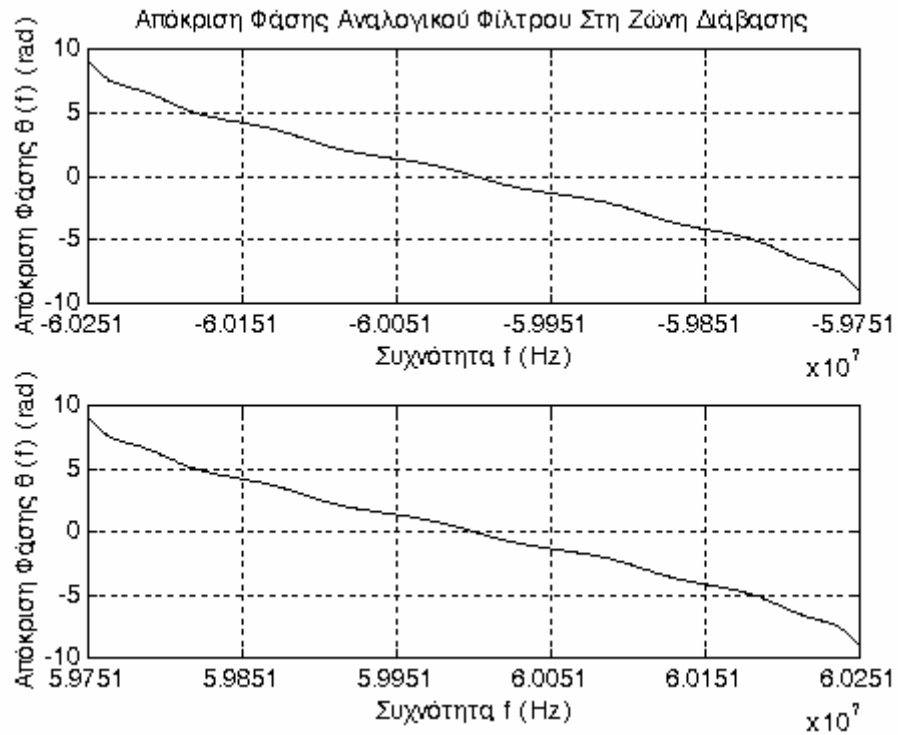
Σχήμα 3-2



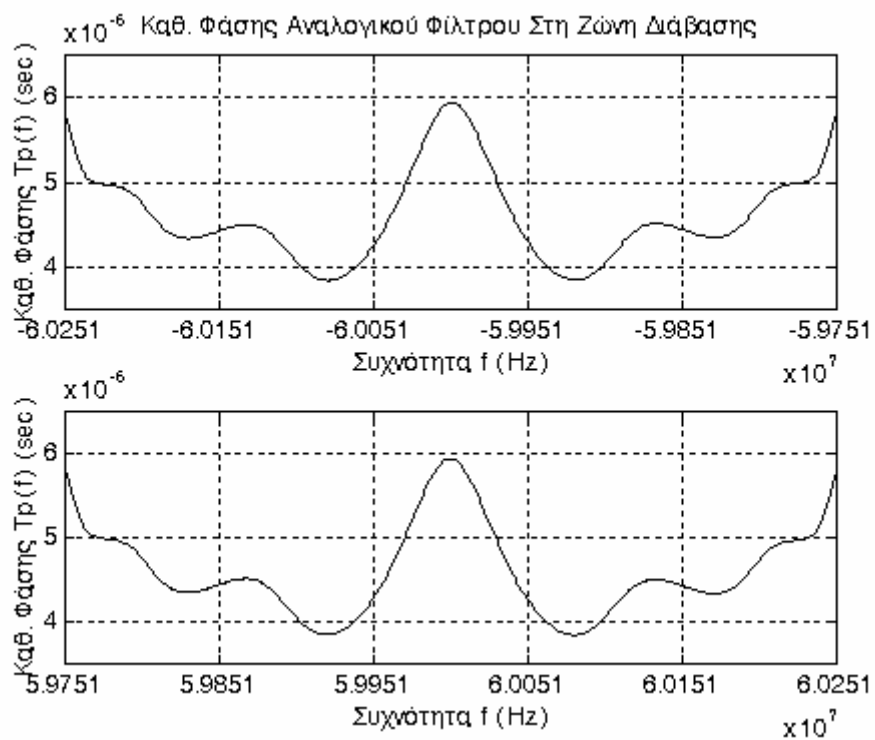
Σχήμα 3-3



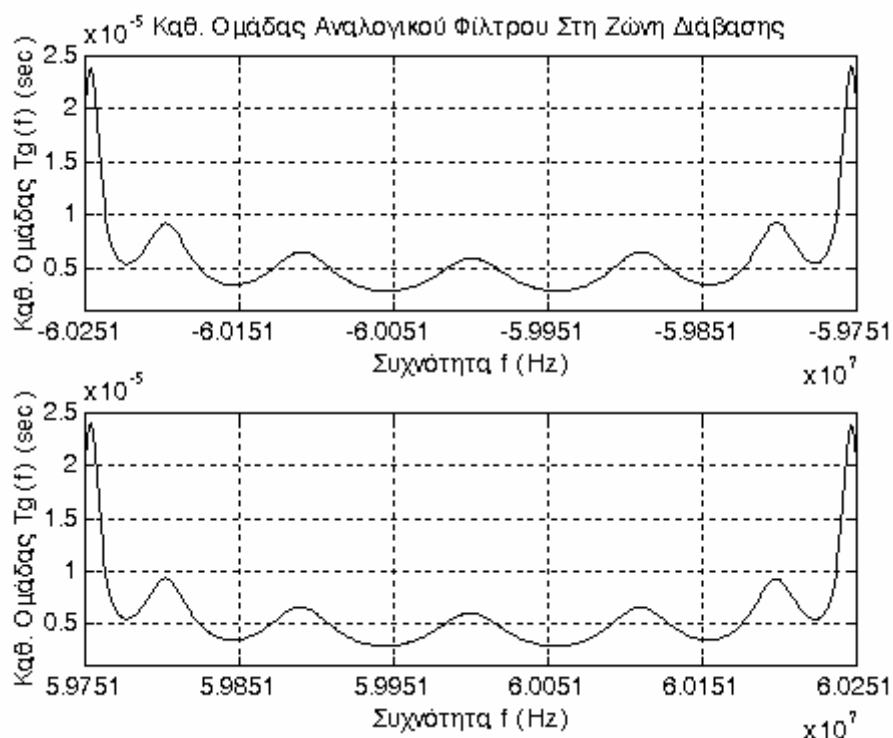
Σχήμα 3-4



Σχήμα 3-5



Σχήμα 3-6



Σχήμα 3-7

οι τιμές των συναρτήσεων αυτών, όπως παρουσιάζονται, να μην είναι απαραίτητα και οι πραγματικές κατά απόλυτη σχέση. Πάντως σε κάθε περίπτωση μπορεί να γίνει αντιληπτό από τη σχετική εικόνα των παραπάνω συναρτήσεων ότι η παραμόρφωση φάσης σε ένα μεγάλο τμήμα της ζώνης διάβασης B είναι σχετικά μικρή. Η παρατήρηση αυτή συνδυαζόμενη με τις χαλαρές απαιτήσεις σε παραμόρφωση φάσης του αναλογικού φίλτρου IF, όπως αυτές τέθηκαν στην προηγούμενη ενότητα, δικαιολογεί την καταλληλότητα χρήσης του ζωνοπερατού φίλτρου Chebyshev που μόλις σχεδιάστηκε ως αναλογικό φίλτρο IF όσον αφορά την παραμόρφωση φάσης.

Συνολικά μπορεί να εξαχθεί το συμπέρασμα ότι το ζωνοπερατό φίλτρο Chebyshev που μόλις σχεδιάστηκε είναι το πλέον κατάλληλο από πλευράς προδιαγραφών για να χρησιμοποιηθεί ως αναλογικό φίλτρο IF στο δέκτη του ραντάρ. Έτσι λοιπόν μπορεί να γίνει τώρα λόγος για την εύρεση της κατάλληλης μεθόδου σύνθεσης του φίλτρου αυτού με βάση τα τεχνικά και οικονομικά κριτήρια που τέθηκαν για την υλοποίηση του δέκτη ραντάρ.



### 3.4 Σύνθεση και κατασκευή

Το αναλογικό φίλτρο IF του δέκτη ραντάρ λειτουργεί, όπως διαπιστώνεται από τις προδιαγραφές σχεδιασμού του, στην περιοχή των πολύ υψηλών συχνοτήτων (VHF). Στην περιοχή αυτή οι τελεστικοί ενισχυτές τάσης μειονεκτούν σοβαρά διότι είτε εμφανίζουν μεγάλες αποκλίσεις από την ιδανική τους λειτουργία είτε κοστίζουν πολύ παραπάνω από πλευράς κατασκευής. Για το λόγο αυτό εγκαταλείφτηκε αμέσως κάθε ιδέα σύνθεσης του αναλογικού φίλτρου IF ως ενεργό φίλτρο και εξετάστηκαν μόνο οι δυνατότητες σύνθεσης του φίλτρου αυτού ως παθητικό φίλτρο.

Για τη σύνθεση του αναλογικού φίλτρου IF ως παθητικό φίλτρο εξετάστηκε η μέθοδος του μετασχηματισμού βαθυπερατού φίλτρου καθώς και η μέθοδος των συζευγμένων ταλαντωτών. Και οι δύο παραπάνω μέθοδοι ανήκουν στη γενικότερη κατηγορία των μεθόδων σύνθεσης με ιδανικό σκαλωτό δίκτυο και ωμική αντίσταση σε καθεμία από τις δύο θύρες του δικτύου. Η συγκεκριμένη επιλογή κατηγορίας έγινε με σκοπό την ελεύθερη επιλογή τιμών για τις ωμικές αντιστάσεις των δύο θυρών του δικτύου του αναλογικού φίλτρου IF ως εσωτερική αντίσταση εισόδου και φορτίο εξόδου του δικτύου αυτού. Έτσι λοιπόν οι τιμές των δύο ωμικών αντιστάσεων του δικτύου μπορούν να επιλεγούν κατάλληλα ώστε να επιτυγχάνεται η τέλεια προσαρμογή του αναλογικού φίλτρου IF με τους φορείς των σημάτων εισόδου σε αυτό και εξόδου από αυτό, οι οποίοι είναι συνήθως ομοαξονικά καλώδια για την περιοχή των πολύ υψηλών συχνοτήτων.

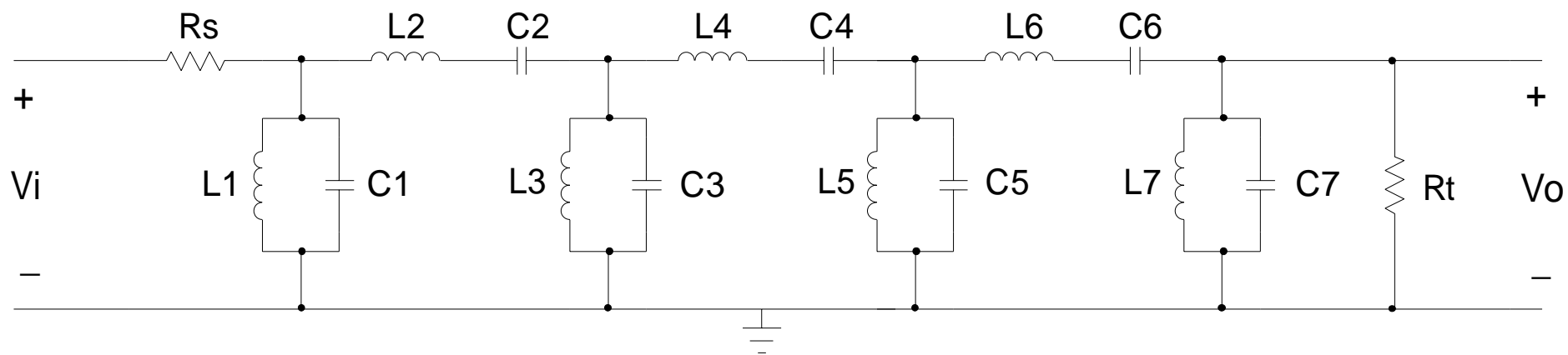
Με βάση τις παραπάνω επιλογές σχεδιάστηκαν τα δίκτυα και υπολογίστηκαν οι τιμές των ηλεκτρικών στοιχείων που προκύπτουν από την εφαρμογή καθεμίας από τις μεθόδους που επιλέχθηκαν για τη σύνθεση του αναλογικού φίλτρου IF. Οι ωμικές αντιστάσεις στις θύρες εισόδου και εξόδου των δικτύων αυτών τέθηκαν ως  $R_S=50\ \Omega$  και  $R_T=50\ \Omega$  αντίστοιχα. Η συγκεκριμένη επιλογή για τις ωμικές αντιστάσεις του αναλογικού φίλτρου IF δεν είναι σε καμία περίπτωση δεσμευτική. Αντίθετα, η επιλογή αυτή είναι ενδεικτική των τιμών των ωμικών αντιστάσεων που πρόκειται να χρησιμοποιηθούν πιθανότατα στην πράξη. Στα διαγράμματα που ακολουθούν απεικονίζονται κατά σειρά τα δίκτυα που προκύπτουν από την εφαρμογή της μεθόδου μετασχηματισμού βαθυπερατού φίλτρου καθώς και της μεθόδου συζευγμένων ταλαντωτών. Στον πίνακα που ακολουθεί παραθέτονται οι τιμές των ηλεκτρικών στοιχείων

όπως αυτές προέκυψαν από την εφαρμογή των παραπάνω μεθόδων σύνθεσης παθητικών αναλογικών φίλτρων και στρογγυλοποιήθηκαν στο σημαντικότερο δεκαδικό ψηφίο.

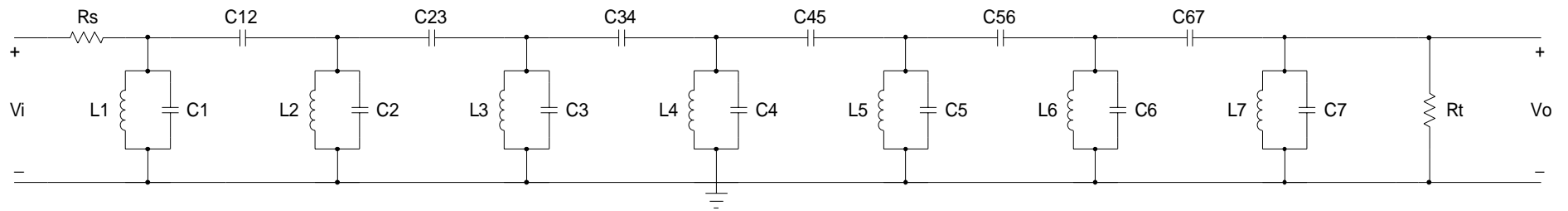
**Πίνακας 3-2**

Τιμές ηλεκτρικών στοιχείων εναλλακτικών συνθέσεων αναλογικού φίλτρου IF					
Δείκτης στοιχείου	Στοιχεία μετ/σμένου βαθυπερατού φίλτρου		Στοιχεία φίλτρου συζευγμένων ταλαντωτών (coupled resonator)		
i	$L_i$	$C_i$	$L_i$	$C_i$	$C_{i(i+1)}$
1	314 pH	22 nF	314 pH	22 nF	53 pF
2	12 $\mu$ H	573 fF	1431 pH	5 nF	53 pF
3	238 pH	29 nF	238 pH	29 nF	53 pF
4	13 $\mu$ H	550 fF	1375 pH	5 nF	53 pF
5	238 pH	29 nF	238 pH	29 nF	53 pF
6	12 $\mu$ H	573 fF	1431 pH	5 nF	53 pF
7	314 pH	22 nF	314 pH	22 nF	—

Η μέθοδος μετασχηματισμού βαθυπερατού φίλτρου συνθέτει πρώτα ένα βαθυπερατό φίλτρο ισοδύναμο του ζητούμενου ζωνοπερατού φίλτρου και στη συνέχεια μετασχηματίζει το βαθυπερατό φίλτρο χρησιμοποιώντας μετασχηματισμούς διατάξεων ηλεκτρικών στοιχείων σε άλλες. Οι μετασχηματισμοί αυτοί βασίζονται στους αντιστοίχους μετασχηματισμούς συχνοτήτων που χρησιμοποιούνται στο σχεδιασμό ενός ζωνοπερατού αναλογικού φίλτρου. Τα πλεονεκτήματα της μεθόδου μετασχηματισμού βαθυπερατού φίλτρου είναι η απλότητά της και ο μικρότερος δυνατός αριθμός ηλεκτρικών στοιχείων που απαιτεί για τη σύνθεση ενός συγκεκριμένου παθητικού αναλογικού φίλτρου. Τα δύο σοβαρά μειονεκτήματα της μεθόδου αυτής, τα οποία συναντώνται κατά τη σύνθεση ζωνοπερατών αναλογικών φίλτρων στενού εύρους ζώνης, είναι η μεγάλη κλίμακα στην οποία κυμαίνονται οι τιμές των ηλεκτρικών στοιχείων που προκύπτουν από την εφαρμογή της μεθόδου, καθώς και η δυσκολία εύρεσης ηλεκτρικών στοιχείων στην αγορά, ή έστω κατασκευής τους, με τιμές ίδιες ή παραπλήσιες αυτών που προκύπτουν από την εφαρμογή της μεθόδου αυτής.



Σχήμα 3-8. Μετασχηματισμένο βαθυπερατό φίλτρο



**Σχήμα 3-9.** Φίλτρο συζευγμένων ταλαντωτών

Δυστυχώς για τη μέθοδο του μετασχηματισμού βαθυπερατού φίλτρου το αναλογικό φίλτρο IF είναι ένα ζωνοπερατό φίλτρο στενού εύρους ζώνης. Πράγματι ο λόγος  $BW_p/f_c$  είναι κατά πολύ μικρότερος του 10%, ενός ποσοστού οριακού για το διαχωρισμό των ζωνοπερατών αναλογικών φίλτρων σε στενού και ευρέους εύρους ζώνης. Έτσι τα μειονεκτήματα της σύνθεσης του αναλογικού φίλτρου IF με τη μέθοδο του μετασχηματισμού βαθυπερατού φίλτρου γίνονται εμφανή στον πίνακα των τιμών των ηλεκτρικών στοιχείων, όπου διακρίνονται τιμές από την κλίμακα των εκατομμυριοστών ως την κλίμακα των τετράκις εκατομμυριοστών της μονάδας. Συνεπώς η συγκεκριμένη μέθοδος σύνθεσης δεν είναι πρακτικώς εφαρμόσιμη στην περίπτωση του αναλογικού φίλτρου IF. Η μέθοδος συζευγμένων ταλαντωτών πήρε το όνομά της από την ιδιότητα να συνθέτει ζωνοπερατά παθητικά φίλτρα τα οποία να αποτελούνται από μία σειρά LC ταλαντωτών. Οι ταλαντωτές αυτοί συντονίζονται στην κεντρική συχνότητα  $f_c$  του ζωνοπερατού αναλογικού φίλτρου και ενώνονται μεταξύ τους με τη βοήθεια πυκνωτών σύζευξης. Πιο συγκεκριμένα, η μέθοδος συζευγμένων ταλαντωτών συνθέτει ένα βαθυπερατό φίλτρο ισοδύναμο με το ζητούμενο ζωνοπερατό φίλτρο και στη συνέχεια μετασχηματίζει το βαθυπερατό φίλτρο σε συζευγμένους LC ταλαντωτές χρησιμοποιώντας την ανάλυση κόμβων ή την ανάλυση βρόγχων για το φίλτρο αυτό. Παρά το γεγονός ότι μία τέτοια ανάλυση δε δίνει πάντα ακριβή αποτελέσματα, το φίλτρο το οποίο προκύπτει από την εφαρμογή της μεθόδου των συζευγμένων ταλαντωτών γίνεται αποδεκτό στις περισσότερες εφαρμογές επειδή οι προδιαγραφές λειτουργίας του βρίσκονται πολύ κοντά στις αντίστοιχες σχεδιαστικές.

Στην παρούσα εργασία εξετάζεται η παραλλαγή της μεθόδου συζευγμένων ταλαντωτών η οποία βασίζεται στην ανάλυση κόμβων του ισοδυνάμου βαθυπερατού φίλτρου. Η επιλογή αυτή έχει ως αποτέλεσμα τη διατήρηση του αριθμού των πηνίων που απαιτούνται για τη σύνθεση στο μικρότερο δυνατό. Παράλληλα δε η μέθοδος συζευγμένων ταλαντωτών πλεονεκτεί τόσο στη μικρή κλίμακα διακύμανσης των τιμών των ηλεκτρικών στοιχείων που δίνει ως αποτέλεσμα για τη σύνθεση των ζωνοπερατών αναλογικών φίλτρων στενής ζώνης όσο και στη δυνατότητα εύρεσης στην αγορά ίδιων ή παραπλήσιων τιμών για τα ηλεκτρικά στοιχεία που προέκυψαν από τη σύνθεση τέτοιων φίλτρων. Τα παραπάνω πλεονεκτήματα έχουν κάνει τη μέθοδο των συζευγμένων ταλαντωτών πολύ δημοφιλή για τη σύνθεση ζωνοπερατών παθητικών

φίλτρων στενού εύρους ζώνης. Έτσι δικαιώνεται η επιλογή αυτής της μεθόδου ως της επικρατέστερης για τη σύνθεση του αναλογικού φίλτρου IF. Πράγματι, όλα τα πλεονεκτήματα της μεθόδου συζευγμένων ταλαντωτών που αναφέρθηκαν προηγουμένως μπορούν να επαληθευτούν με απλή επισκόπηση των τιμών των ηλεκτρικών στοιχείων του ζωνοπερατού παθητικού φίλτρου και του δικτύου του φίλτρου αυτού όπως αυτά εμφανίζονται παραπάνω.

Αφού επιλέχθηκε η μέθοδος των συζευγμένων ταλαντωτών ως μέθοδος σύνθεσης του αναλογικού φίλτρου IF, το επόμενο και τελευταίο ζήτημα είναι αυτό της κατασκευής του συγκεκριμένου φίλτρου. Τα προβλήματα τα οποία παρουσιάζονται συνήθως κατά την κατασκευή των αναλογικών φίλτρων είναι ο πεπερασμένος αριθμός τιμών των ηλεκτρικών στοιχείων που κυκλοφορούν στην αγορά, η απόκλιση που παρουσιάζει η λειτουργία των πραγματικών ηλεκτρικών στοιχείων από την ιδανική για κάποιες περιοχές συχνοτήτων, και τέλος η εμφάνιση απωλειών στα πραγματικά ηλεκτρικά στοιχεία οι οποίες εξαρτώνται συνήθως από τη συχνότητα λειτουργίας. Συνεπώς αποκτά ιδιαίτερη αξία η εξεύρεση λύσεων για την αντιμετώπιση των προβλημάτων κατασκευής, εφόσον αυτά υφίστανται βέβαια, του αναλογικού φίλτρου IF.

Όπως αναφέρθηκε στη θεωρία των αναλογικών φίλτρων, τα παθητικά φίλτρα διακρίνονται για τη χαμηλή τους ευαισθησία σε μικρές μεταβολές των τιμών των ηλεκτρικών στοιχείων από τα οποία αποτελούνται. Έτσι λοιπόν οι προδιαγραφές λειτουργίας των παθητικών φίλτρων δε μεταβάλλονται αισθητά αν χρησιμοποιηθούν οι πλησιέστερες εμπορικές τιμές για τα ηλεκτρικά τους στοιχεία έναντι των τιμών που υπολογίστηκαν κατά τη διαδικασία σύνθεσής τους, ή αν χρησιμοποιηθούν ηλεκτρικά στοιχεία τα οποία να έχουν ένα σχετικά μεγάλο ποσοστό ανοχής στην απόκλιση της πραγματικής τους από την ονομαστική τους τιμή. Επιπλέον, οι τιμές των ηλεκτρικών στοιχείων οι οποίες υπολογίστηκαν από τη διαδικασία σύνθεσης του αναλογικού φίλτρου IF μπορούν να κατασκευαστούν εύκολα ή να βρεθούν στην εγχώρια αγορά με μικρό κόστος. Πράγματι τα πηνία με τιμές της τάξης των  $\mu\text{H}$  μπορούν να κατασκευαστούν ως τμήματα γραμμών μεταφοράς ή συρμάτων χαλκού, ενώ οι πυκνωτές με τιμές της τάξης των  $\text{nF}$  ή των  $\text{pF}$  κυκλοφορούν στην εγχώρια αγορά σε μεγάλο αριθμό

τιμών. Συνεπώς το πρώτο πρόβλημα κατασκευής δεν επηρεάζει σημαντικά τη λειτουργία του αναλογικού φίλτρου IF.

Δύναται να θεωρηθεί ότι στην περιοχή των πολύ υψηλών συχνοτήτων, στην οποία λειτουργεί το αναλογικό φίλτρο IF, τα παθητικά ηλεκτρικά στοιχεία εξακολουθούν να λειτουργούν ως συγκεντρωμένα στοιχεία διατηρώντας σχεδόν αναλλοίωτες όλες τις ιδανικές τους ηλεκτρικές ιδιότητες κατά τη λειτουργία τους. Αντίθετα στην ίδια περιοχή συχνοτήτων πρόβλημα συνήθως παρουσιάζουν οι τελεστικοί ενισχυτές τάσης, η λειτουργία των οποίων αποκλίνει αισθητά από την ιδανική όπως αυτή θεωρήθηκε κατά την ανάλυση και σύνθεση των ενεργών αναλογικών φίλτρων. Επειδή το αναλογικό φίλτρο IF που πρόκειται να κατασκευαστεί είναι ένας τύπος παθητικού φίλτρου δεν ισχύει στην περίπτωση αυτή το δεύτερο πρόβλημα κατασκευής.

Το ηλεκτρικό στοιχείο που παρουσιάζει στην πραγματικότητα τις μεγαλύτερες απώλειες είναι, χωρίς καμία αμφισβήτηση, το πηνίο. Πράγματι οι απώλειες του πηνίου, οι οποίες γίνονται περισσότερο αισθητές σε μικρές συχνότητες λειτουργίας, οδηγούν πολλές φορές στη λύση της απεικόνισης ενός πραγματικού πηνίου ως ενός ιδανικού πηνίου και μίας ωμικής αντίστασης σε σειρά στο δίκτυο ενός παθητικού αναλογικού φίλτρου. Αντίθετα δύναται να θεωρηθεί ότι οι πυκνωτές στις περισσότερες περιπτώσεις δεν έχουν απώλειες εφόσον βέβαια επιλέγονται οι σωστοί τους τύποι για την δεδομένη κάθε φορά περιοχή συχνοτήτων λειτουργίας. Στην περίπτωση του αναλογικού φίλτρου IF, το οποίο μόλις προέκυψε από τη διαδικασία της σύνθεσης, ο αριθμός των πηνίων που απαιτούνται από αυτό παραμένει ο ελάχιστος δυνατός. Επιπλέον οι συχνότητες λειτουργίας του ιδίου φίλτρου είναι αρκετά υψηλές ώστε οι απώλειες των πηνίων του να μη θεωρούνται τόσο σημαντικές. Έτσι λοιπόν δύναται να ειπωθεί ότι το τρίτο πρόβλημα κατασκευής του αναλογικού φίλτρου IF δεν επηρεάζει αισθητά τη λειτουργία του ώστε αυτή να βγει εκτός των προδιαγραφών που τέθηκαν.

Με τις παραπάνω επισημάνσεις τελειώνει στο σημείο αυτό η μελέτη γύρω από το σχεδιασμό, τη σύνθεση και την κατασκευή του αναλογικού φίλτρου IF. Σε επόμενο κεφάλαιο θα εξεταστεί η απόδοση του αναλογικού φίλτρου IF που μόλις σχεδιάστηκε σε περιβάλλον θορύβου.

## 4. Σχεδιασμός Φίλτρου RF

### 4.1 Γενικά

Το φίλτρο RF είναι ένα μικροκυματικό ζωνοπερατό αναλογικό φίλτρο. Η χρησιμότητά του σε κάθε υπερτεροδύνο δέκτη, άρα και στο δέκτη ραντάρ, είναι η αποκοπή των παρεμβολών από το λαμβανόμενο σήμα των οποίων οι ζώνες συχνοτήτων βρίσκονται αρκετά μακρύτερα από τη ζώνη συχνοτήτων στην οποία λαμβάνεται το σήμα πληροφορίας. Συγχρόνως το φίλτρο RF φιλτράρει ικανοποιητικά το λαμβανόμενο σήμα από το θόρυβο λήψης του οποίου η ζώνη συχνοτήτων βρίσκεται αρκετά μακρύτερα από τη ζώνη συχνοτήτων στην οποία λαμβάνεται το σήμα πληροφορίας. Για τους παραπάνω λόγους το φίλτρο RF τοποθετείται σε έναν δέκτη ραντάρ αμέσως μετά την κεραία λήψης του δέκτη αυτού.

Αξίζει να σημειωθεί στο σημείο αυτό ότι η κεραία ενός υπερτεροδύνου δέκτη είναι συνήθως κατευθυνόμενη με αποτέλεσμα να λαμβάνει ταυτόχρονα με το σήμα πληροφορίας μικρές μόνο ποσότητες θορύβου και παρεμβολών. Αν η παρατήρηση αυτή συνδυαστεί με το γεγονός ότι οι γραμμές μεταφοράς του λαμβανόμενου σήματος από την κεραία έως το μείκτη RF, οι οποίες βέβαια λειτουργούν στη μικροκυματική περιοχή συχνοτήτων, δρουν από την κατασκευή τους ως ζωνοπερατά ή υπερπερατά φίλτρα απαγορεύοντας τη διάδοση σημάτων με συχνότητες εκτός της ζώνης συχνοτήτων διάβασής τους, τότε εξάγεται το συμπέρασμα ότι το φίλτρο RF δεν είναι πάντα απαραίτητο σε ένα υπερτεροδύνο δέκτη. Εντούτοις η χρησιμοποίηση ενός τέτοιου φίλτρου στον υπό μελέτη δέκτη ραντάρ εξυπηρετεί ως προς την εξοικονόμηση εύρους ζώνης λειτουργίας, άρα και κατανάλωσης ενέργειας, του ενισχυτή RF. Πράγματι ο ενισχυτής RF σχεδιάζεται έτσι ώστε να λειτουργήσει στο εύρος ζώνης συχνοτήτων του λαμβανόμενου σήματος το οποίο βρίσκεται γύρω από τη συχνότητα του φέροντος. Έτσι λοιπόν όσο στενότερο είναι το εύρος ζώνης του φίλτρου RF τόσο μικρότερη είναι η απαίτηση σε εύρος ζώνης λειτουργίας του ενισχυτή RF και τόσο μεγαλύτερη είναι η εξοικονόμηση ενέργειας από την ενίσχυση όλο και μικρότερου εύρους ζώνης συχνοτήτων, όπου και περιέχεται η ζώνη συχνοτήτων του σήματος πληροφορίας. Από την άλλη όμως πλευρά το φίλτρο RF θα πρέπει να διατηρεί ένα



εύρος ζώνης διάβασης αρκετά μεγάλο έτσι ώστε να υλοποιείται με απλές μεθόδους και να μη αλλοιώνει σε καμία περίπτωση το λαμβανόμενο σήμα πληροφορίας.

Δυστυχώς η θεωρία σχεδιασμού και υλοποίησης κλασσικών αναλογικών φίλτρων η οποία αναπτύσσεται σε αντίστοιχο παράρτημα της παρούσας εργασίας δε μπορεί να εφαρμοστεί όπως έχει στην περίπτωση του φίλτρου RF. Πράγματι τα συνηθισμένα συντονιζόμενα ηλεκτρικά δίκτυα, δηλαδή τα δίκτυα με εντοπισμένες σταθερές επαγωγής και χωρητικότητας, είναι ακατάλληλα για λειτουργία σε συχνότητες μεγαλύτερες των 300 MHz επειδή παρουσιάζουν μεγάλες απώλειες. Οι απώλειες αυτές οφείλονται στην ακτινοβολία ενέργειας από το δίκτυο στο περιβάλλον και στην πολύ μεγάλη αντίσταση που παρουσιάζουν τα δίκτυα αυτά εξαιτίας του επιδερμικού φαινομένου. Έτσι ένα τέτοιο δίκτυο θα είχε πραγματικό συντελεστή ποιότητας  $Q$  πολύ μικρότερο από τον αντίστοιχο θεωρητικό, πράγμα ανεπιθύμητο. Για το λόγο αυτό είναι αναγκαία η ανάπτυξη νέων μεθόδων σχεδιασμού και υλοποίησης του μικροκυματικού ζωνοπερατού αναλογικού φίλτρου RF.

Στο κεφάλαιο αυτό διατυπώνονται αρχικά οι προδιαγραφές σχεδιασμού του ζωνοπερατού αναλογικού φίλτρου RF. Κατόπιν εξετάζονται όλες οι γνωστότερες μέθοδοι σχεδιασμού μικροκυματικών ζωνοπερατών φίλτρων και υπολογίζονται όλες οι παράμετροι που απαιτούνται για την ένδειξη της καταλληλότητας του φίλτρου που μόλις σχεδιάστηκε ή για την κατασκευή του φίλτρου αυτού χρησιμοποιώντας εναλλακτικές μεθόδους υλοποίησης. Τέλος όλες οι εναλλακτικές λύσεις σχεδιασμού και υλοποίησης του αναλογικού φίλτρου RF που αναφέρονται στο κεφάλαιο αυτό κατατάσσονται κατά σειρά προτεραιότητας επιλογής με κριτήριο την οικονομία στην κατασκευή του φίλτρου RF έτσι ώστε ο δέκτης ραντάρ που θα προκύψει τελικά να πληροί όλες τις σχετιζόμενες με αυτόν τεχνοοικονομικές προδιαγραφές.

## 4.2 Προδιαγραφές σχεδιασμού

Όπως αναφέρθηκε στην προηγούμενη ενότητα το ζωνοπερατό αναλογικό φίλτρο RF θα πρέπει να είναι όσο το δυνατό απλούστερο σχεδιαστικά έτσι ώστε η μετέπειτα κατασκευή του να είναι εύκολη και οικονομική. Αν και υπάρχουν μέθοδοι σχεδιασμού μικροκυματικών ζωνοπερατών αναλογικών φίλτρων οσοδήποτε μεγάλου μεγέθους που να ικανοποιούν ακόμα και τις πιο αυστηρές προδιαγραφές, στην περί-

πτωση του ζωνοπερατού αναλογικού φίλτρου RF αρκεί ο σχεδιασμός του ως φίλτρο μεγέθους  $N=2$ . Άρα λοιπόν το ζωνοπερατό αναλογικό φίλτρο RF που προκύπτει από το σχεδιασμό μπορεί να παρασταθεί από ένα ισοδύναμο ηλεκτρικό δίκτυο ταλαντωτή RLC σε σειρά με τα ακόλουθα χαρακτηριστικά:

- Η συχνότητα συντονισμού του φίλτρου RF να είναι ίση προς  $f_{RF}=1.2$  GHz όπου  $f_{RF}$  είναι η κεντρική συχνότητα λήψης του σήματος πληροφορίας.
- Το εύρος ζώνης διάβασης ημίσεως ισχύος  $BW_{RF(3dB)}$  του αναλογικού φίλτρου RF να είναι τέτοιο ώστε να ικανοποιείται η συνθήκη  $BW_{RF(3dB)} \geq BW_{P(3dB)}$ , όπου  $BW_{P(3dB)}$  το εύρος ζώνης διάβασης ημίσεως ισχύος (μέγιστη επιτρεπτή απόσβεση 3 dB) του αναλογικού φίλτρου IF. Έτσι δεν υφίσταται παραμόρφωση το σήμα πληροφορίας κατά τη λήψη του.
- Το εύρος ζώνης διάβασης ημίσεως ισχύος  $BW_{RF(3dB)}$  του αναλογικού φίλτρου RF να είναι όσο το δυνατό μικρότερο για την απομάκρυνση όσο το δυνατό περισσότερου θορύβου από αυτόν που υπεισέρχεται στο σήμα πληροφορίας κατά τη λήψη του.

Τα χαρακτηριστικά αυτά συνοψίζονται στην ακόλουθη προδιαγραφή για το συντελεστή ποιότητας  $Q_{RF}$  του ζωνοπερατού αναλογικού φίλτρου RF:

$$Q_{RF}=f_{RF}/BW_{RF(3dB)} \Rightarrow Q_{RF} \leq f_{RF}/BW_{P(3dB)} \Rightarrow Q_{RF} \leq 2400$$

Η προδιαγραφή αυτή είναι και η πρώτη προδιαγραφή σχεδιασμού του ζωνοπερατού αναλογικού φίλτρου RF.

Η δεύτερη προδιαγραφή σχεδιασμού του αναλογικού φίλτρου RF σχετίζεται με την ιδιότητα των μικροκυματικών ζωνοπερατών αναλογικών φίλτρων να συντονίζονται σε συχνότητες περισσότερες της μιας. Πράγματι σε ένα μικροκυματικό ζωνοπερατό αναλογικό φίλτρο ταλαντωτή RLC δημιουργούνται στάσιμα ηλεκτρομαγνητικά κύματα. Οι συχνότητες των κυμάτων αυτών βρίσκονται σε ζώνες ευθυγραμμισμένες σε έναν μετρήσιμα άπειρο αριθμό διακριτών τιμών συχνοτήτων γνωστών ως ρυθμών. Οι τρεις κατηγορίες ρυθμών που εμφανίζονται συνήθως στα μικροκυματικά ζωνοπερατά αναλογικά φίλτρα είναι οι ακόλουθες:

- **Κατηγορία ρυθμών TE.** Η συνιστώσα του ηλεκτρικού πεδίου  $\vec{E}$  του στάσιμου ηλεκτρομαγνητικού κύματος στον άξονα διάδοσης του κύματος είναι ίση με μηδέν.
- **Κατηγορία ρυθμών TM.** Η συνιστώσα του μαγνητικού πεδίου  $\vec{H}$  του στάσιμου ηλεκτρομαγνητικού κύματος στον άξονα διάδοσης του κύματος είναι ίση με μηδέν.
- **Κατηγορία ρυθμών TEM.** Οι συνιστώσες του ηλεκτρικού πεδίου  $\vec{E}$  και του μαγνητικού πεδίου  $\vec{H}$  του στάσιμου ηλεκτρομαγνητικού κύματος στον άξονα διάδοσης του κύματος είναι ίσες με μηδέν.

Οι ρυθμοί που εμφανίζονται σε ένα μικροκυματικό ζωνοπερατό αναλογικό φίλτρο μπορούν να ανήκουν σε μία από τις παραπάνω κατηγορίες. Ο κάθε ρυθμός αναγνωρίζεται από την κατηγορία στην οποία ανήκει και από ένα συνδυασμό δεικτών, δηλαδή φυσικών αριθμών, οι οποίοι ονομάζονται ιδιοτιμές του ρυθμού. Ο ρυθμός ο οποίος διατηρείται στάσιμος εντός ενός μικροκυματικού ζωνοπερατού αναλογικού φίλτρου και έχει ταυτόχρονα τη μικρότερη τιμή συχνότητας από όλους τους υπόλοιπους στάσιμους ρυθμούς στο φίλτρο αυτό χαρακτηρίζεται ως ο επικρατέστερος.

Έπειτα από τους παραπάνω ορισμούς μπορεί να γίνει κατανοητή πλέον η διατύπωση της δεύτερης προδιαγραφής σχεδιασμού του ζωνοπερατού αναλογικού φίλτρου RF. Η προδιαγραφή αυτή ορίζει ότι ο ρυθμός του στάσιμου κύματος στο μικροκυματικό ζωνοπερατό αναλογικό φίλτρο RF με συχνότητα την αμέσως μεγαλύτερη από αυτήν του επικρατέστερου ρυθμού στο ίδιο φίλτρο θα πρέπει να απέχει όσο το δυνατό περισσότερο από τον επικρατέστερο ρυθμό αναφορικά με τις συχνότητές τους. Έτσι ελαχιστοποιείται η πιθανότητα συντονισμού του ζωνοπερατού αναλογικού φίλτρου RF σε συχνότητα διαφορετική από την κεντρική συχνότητα λήψης  $f_{RF}$  του σήματος πληροφορίας, γεγονός που αν συνέβαινε θα είχε ολέθριες συνέπειες στη λειτουργία του δέκτη ραντάρ.

Η τρίτη προδιαγραφή σχεδιασμού σχετίζεται με τις δυνατότητες σύζευξης του σχεδιαζόμενου ζωνοπερατού αναλογικού φίλτρου RF στη μικροκυματική γραμμή μεταφοράς του λαμβανόμενου σήματος από την κεραία λήψης στο μείκτη RF, η

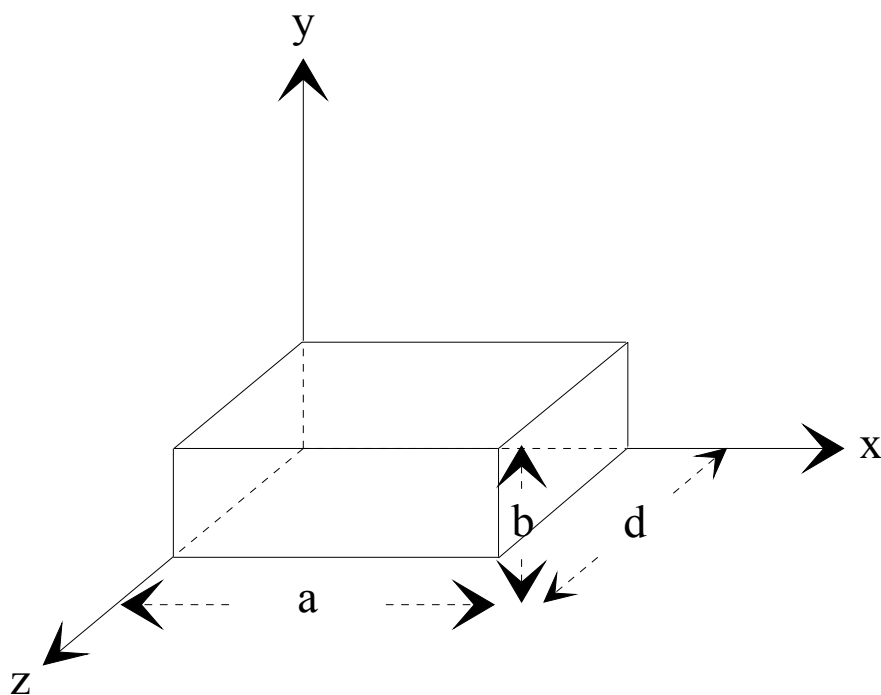
οποία είναι συνήθως ένας κυματοδηγός ή ένα ομοαξονικό καλώδιο. Πράγματι οι γνωστές μέθοδοι σύζευξης των μικροκυματικών φίλτρων στις γραμμές μεταφοράς θέτουν κάποια όρια στις διαστάσεις του σχεδιαζόμενου μικροκυματικού φίλτρου RF συγκριτικά με τις διαστάσεις της μικροκυματικής γραμμής μεταφοράς του λαμβανόμενου σήματος. Άρα το μικροκυματικό ζωνοπερατό αναλογικό φίλτρο RF θα πρέπει να σχεδιαστεί με τέτοιο τρόπο ώστε να είναι δυνατή η σύζευξή του με τη γραμμή μεταφοράς του λαμβανόμενου σήματος χρησιμοποιώντας κάποια από τις γνωστές μεθόδους για το σκοπό αυτό.

Στη συνέχεια αναπτύσσονται οι κυριότερες μέθοδοι σχεδιασμού ενός ζωνοπερατού αναλογικού φίλτρου RF και παρουσιάζονται τα αποτελέσματα που προκύπτουν από την εφαρμογή συγκεκριμένων μεθόδων υλοποίησης σε κάθε μέθοδο σχεδιασμού που εξετάζεται.

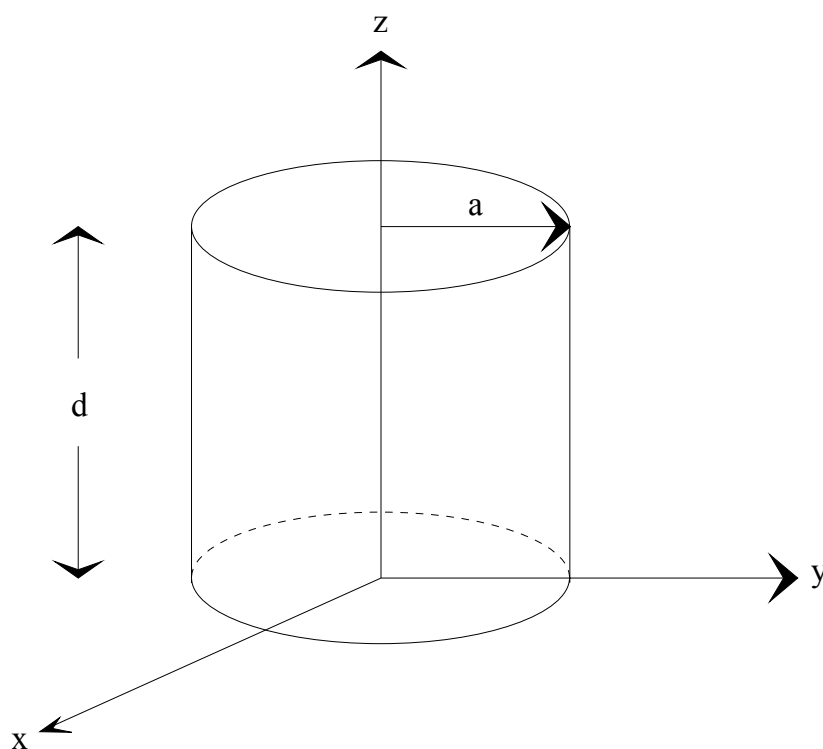
### 4.3 Αντηχείο ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου

Αντηχείο (ή κοιλότητα) ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου ονομάζεται ένα μεταλλικό κιβώτιο σε σχήμα ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου το οποίο είναι κενό εσωτερικά ή περιέχει μη αγωγίμα υλικά έτσι ώστε στο εσωτερικό του να είναι δυνατό να υπάρξουν ηλεκτρομαγνητικές ταλαντώσεις με πολύ μικρή κατανάλωση ενέργειας. Η μόνη απαραίτητη ενέργεια είναι εκείνη η οποία χρειάζεται για να ισοφαρίζει τις απώλειες ενέργειας σε θερμότητα στα τοιχώματα του αντηχείου επειδή η αγωγιμότητά τους είναι πεπερασμένη. Ένα αντηχείο ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου εμφανίζεται στο πρώτο σχήμα του κεφαλαίου αυτού.

Για τη μελέτη των ηλεκτρομαγνητικών φαινομένων εντός του αντηχείου ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου θεωρείται αρχικά ότι δεν υπάρχουν απώλειες ενέργειας εντός του αντηχείου. Έστω λοιπόν ότι το αντηχείο αυτό αποτελεί τμήμα ενός ορθογωνικού κυματοδηγού και ότι το ηλεκτρομαγνητικό κύμα διαδίδεται κατά τη διεύθυνση  $z$  και ανακλάται τέλεια στα μεταλλικά τοιχώματα που είναι τοποθετημένα



**Σχήμα 4-1.** Αντηχείο ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου



**Σχήμα 4-2.** Κυλινδρικό αντηχείο κυκλικής διατομής

στις θέσεις  $z=0$  και  $z=d$ . Αποδεικνύεται από την επίλυση των εξισώσεων διάδοσης του ηλεκτρομαγνητικού κύματος εντός ενός ορθογωνικού κυματοδηγού με επιπρόσθετες οριακές συνθήκες αυτές της τέλει ανάκλασης στα μεταλλικά τοιχώματα  $z=0$  και  $z=d$  του αντηχείου ότι εντός του αντηχείου ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου ταλαντώνονται στάσιμα ηλεκτρομαγνητικά κύματα τα οποία είναι ρυθμοί TE ή TM. Οι εκφράσεις των συνιστωσών της ηλεκτρικής έντασης  $\vec{E}$  και της έντασης μαγνητικού πεδίου  $\vec{H}$  του κάθε ρυθμού που ταλαντώνεται εντός του αντηχείου ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου δίνονται στο καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων ως οι ακόλουθες:

- Ρυθμός  $TE_{mnp}$ :

$$\begin{aligned} E_x &= -(H_0/k_d^2) j\omega\mu (n\pi/b) \cos(m\pi x/a) \sin(n\pi y/b) \sin(p\pi z/d) e^{j\omega t} \\ E_y &= -(H_0/k_d^2) j\omega\mu (m\pi/a) \sin(m\pi x/a) \cos(n\pi y/b) \sin(p\pi z/d) e^{j\omega t} \\ E_z &= 0 \\ H_x &= -(H_0/k_d^2) (m\pi/a) (p\pi/d) \sin(m\pi x/a) \cos(n\pi y/b) \cos(p\pi z/d) e^{j\omega t} \\ H_y &= -(H_0/k_d^2) (n\pi/b) (p\pi/d) \cos(m\pi x/a) \sin(n\pi y/b) \cos(p\pi z/d) e^{j\omega t} \\ H_z &= H_0 \cos(m\pi x/a) \cos(n\pi y/b) \sin(p\pi z/d) e^{j\omega t} \end{aligned}$$

- Ρυθμός  $TM_{mnp}$ :

$$\begin{aligned} E_x &= -(E_0/k_d^2) (m\pi/a) (p\pi/d) \cos(m\pi x/a) \sin(n\pi y/b) \sin(p\pi z/d) e^{j\omega t} \\ E_y &= -(E_0/k_d^2) (n\pi/b) (p\pi/d) \sin(m\pi x/a) \cos(n\pi y/b) \sin(p\pi z/d) e^{j\omega t} \\ E_z &= E_0 \sin(m\pi x/a) \sin(n\pi y/b) \cos(p\pi z/d) e^{j\omega t} \\ H_x &= (E_0/k_d^2) j\omega\varepsilon (n\pi/b) \sin(m\pi x/a) \cos(n\pi y/b) \cos(p\pi z/d) e^{j\omega t} \\ H_y &= (E_0/k_d^2) j\omega\varepsilon (m\pi/a) \cos(m\pi x/a) \sin(n\pi y/b) \cos(p\pi z/d) e^{j\omega t} \\ H_z &= 0 \end{aligned}$$

όπου  $k_d = ((m\pi/a)^2 + (n\pi/b)^2)^{1/2}$ . Από τις εκφράσεις των συνιστωσών που παρατέθηκαν προηγουμένως παρατηρείται ότι ο ρυθμός TM δεν υφίσταται εντός του αντηχείου ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου όταν  $m=0$  ή  $n=0$ , καθώς και ότι δεν υφίσταται ο ρυθμός TE όταν  $p=0$ . Επιπλέον παρατηρείται ότι αν ένας οποιοσδήποτε ρυθμός  $TE_{mnp}$  ή  $TM_{mnp}$  εκλεγεί για την παραγωγή ταλαντώσεων εντός του αντηχείου τότε η αντίστοιχη συχνότητα συντονισμού δίνεται από τη σχέση:

$$f_{mnp} = (c/2) \cdot ((m/a)^2 + (n/b)^2 + (p/d)^2)^{1/2}$$

όπου  $c$  η ταχύτητα του φωτός στο κενό.

Συνολικά μπορεί να ειπωθεί ότι το πεδίο μέσα στο αντηχείο ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου είναι συνάρτηση των τριών ιδιοτιμών  $m$ ,  $n$  και  $p$ . Ο κυματάριθμος  $\beta$  δίνεται συναρτήσει της τρίτης διάστασης του αντηχείου από τη σχέση  $\beta = \pi p/d$ , ενώ συγχρόνως δίνεται συναρτήσει του μήκους κύματος ομάδας από τη σχέση  $\beta = 2\pi/\lambda_g$ . Συμπεραίνεται λοιπόν εύκολα ότι  $d = p\lambda_g/2$ , δηλαδή ότι η τρίτη διάσταση του αντηχείου ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου θα πρέπει να ισούται με ακέραιο αριθμό ημιμηκών του κανονικού κυματοδηγού.

Τα αντηχεία ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου που χρησιμοποιούνται στην πράξη έχουν τοιχώματα πεπερασμένης αγωγιμότητας και συνεπώς κάθε ρυθμός που ταλαντώνεται στο εσωτερικό τους φθίνει με εκθετικό τρόπο. Πράγματι η συνολική μέση ηλεκτρομαγνητική ενέργεια εντός του αντηχείου φθίνει χρονικά σύμφωνα με τη συνάρτηση  $W(t) = W(0)e^{-2\alpha t}$  όπου  $\alpha$  ο συντελεστής απόσβεσης. Αν  $Q_0$  ο αφόρτιστος συντελεστής ποιότητας του αντηχείου ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου τότε αποδεικνύεται ότι  $\alpha = \pi f/Q_0$ , όπου  $f$  η συχνότητα του ρυθμού που προκαλεί τις ταλαντώσεις εντός του αντηχείου. Υπενθυμίζεται ότι στη γενική περίπτωση ο συντελεστής ποιότητας  $Q$  ενός συντονισμένου ηλεκτρικού ταλαντωτή ορίζεται ως το γινόμενο της ποσότητας  $2\pi$  επί το λόγο της μέσης αποθηκευμένης ηλεκτρομαγνητικής ενέργειας προς την ενέργεια των απωλειών ανά κύκλο ταλάντωσης.

Έστω τώρα ότι για την υλοποίηση ενός αντηχείου ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου χρησιμοποιείται αγωγίμο υλικό ειδικής αγωγιμότητας  $\sigma$  και μαγνητικής διαπερατότητας  $\mu$ . Τότε η επιφανειακή αντίσταση  $R_s$  των τοιχωμάτων του αντηχείου υπολογίζεται από τη σχέση  $R_s = ((\omega\mu)/(2\sigma))^{1/2}$ . Έστω ακόμη ότι το διηλεκτρικό (αέρας) εντός του αντηχείου ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου δεν παρουσιάζει απώλειες. Δεδομένης της συνήθους επικράτησης του ρυθμού ταλάντωσης  $TE_{101}$  στα αντηχεία ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου, ο αφόρτιστος συντελεστής ποιότητας  $Q_0$  του αντηχείου και ο συντελεστής απόσβεσης  $\alpha$  της ηλεκτρομαγνητικής ενέργειας υπολογίζονται από τις σχέσεις:

$$Q_0 = (\omega\mu\sigma/2)^{1/2} \cdot (abd(a^2+d^2))/(a^3d+ad^3+2a^3b+2bd^3)$$

$$\alpha = (\omega/(2\mu\sigma))^{1/2} \cdot (a^3d+ad^3+2a^3b+2bd^3)/(abd(a^2+d^2))$$

όπου η ποσότητα  $(2/(\omega\mu\sigma))^{1/2}$  ισούται με το βάθος εισαγωγής  $\delta$  του ρεύματος στο υλικό των τοιχωμάτων του αντηχείου.

Τα αντηχεία ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου κατασκευάζονται συνήθως από χαλκό ή αλουμίνιο με επαργυρωμένη την εσωτερική τους επιφάνεια έτσι ώστε να επιτυγχάνεται μεγάλη ειδική αγωγιμότητα  $\sigma$  για το υλικό των τοιχωμάτων και βελτιωμένος αφόρτιστος συντελεστής ποιότητας  $Q_0$  για τα ίδια τα αντηχεία. Τέλος υπογραμμίζεται ότι η υγρασία και η μεταβολή της θερμοκρασίας επιδρούν αισθητά στη λειτουργία του αντηχείου ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου, και για το λόγο αυτό η προστασία του αντηχείου από τους προαναφερόμενους παράγοντες είναι απαραίτητη για την εξασφάλιση της ομαλής του λειτουργίας.

#### 4.4 Σχεδιασμός και υλοποίηση κυβικού αντηχείου

Με βάση τις προδιαγραφές σχεδιασμού του ζωνοπερατού αναλογικού φίλτρου RF και τη θεωρία των αντηχείων ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου δοκιμάστηκε ο σχεδιασμός του ζωνοπερατού αναλογικού φίλτρου RF ως ένα κυβικό αντηχείο, δηλαδή ως ένα αντηχείο ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου του οποίου όλες οι ακμές είναι ίσες ( $a=b=d$ ). Στην περίπτωση του κυβικού αντηχείου οι επικρατέστεροι ρυθμοί ταλάντωσης εντός του ιδίου είναι οι  $TE_{101}$ ,  $TE_{011}$  και  $TM_{110}$  με συχνότητα συντονισμού  $f_{RF}=(2^{-1/2}\cdot c)/a$ , όπου  $c$  η ταχύτητα του φωτός στο κενό. Από την επίλυση της παραπάνω εξίσωσης, λαμβάνοντας υπόψη ότι η συχνότητα συντονισμού του αντηχείου θα πρέπει να ισούται με την κεντρική συχνότητα του ζωνοπερατού αναλογικού φίλτρου RF, υπολογίζονται οι διαστάσεις του κυβικού αντηχείου σε  $a=b=d\approx 176.78$  mm.

Οι ρυθμοί οι οποίοι ταλαντώνονται εντός ενός κυβικού αντηχείου στην αμέσως μεγαλύτερη τιμή συχνότητας από αυτήν των επικρατέστερων ρυθμών είναι οι  $TE_{111}$  και  $TM_{111}$  με συχνότητα συντονισμού  $f_2=(3^{1/2}\cdot c)/(2a)$ , όπου  $c$  η ταχύτητα του φωτός στο κενό. Στην περίπτωση του ζωνοπερατού αναλογικού φίλτρου RF και για τις τιμές των διαστάσεων του κυβικού αντηχείου που βρέθηκαν προηγουμένως υπολογίζεται ότι  $f_2\approx 1.47$  GHz. Άρα η διαφορά της συχνότητας ταλάντωσης των ρυθμών αυτών από τη συχνότητα ταλάντωσης των επικρατέστερων ρυθμών δίνεται από τη σχέση  $\Delta f=f_2-f_{RF}=270$  MHz.



Για την υλοποίηση του ζωνοπερατού αναλογικού φίλτρου RF χρησιμοποιούνται συνήθως χαλκός ή αλουμίνιο, όπως άλλωστε αναφέρθηκε και στην προηγούμενη ενότητα. Για καθεμία από τις μεθόδους υλοποίησης του παραπάνω φίλτρου η επιφανειακή αντίσταση  $R_s$  των τοιχωμάτων του αντηχείου, ο αφόρτιστος συντελεστής ποιότητας  $Q_0$  του αντηχείου και ο συντελεστής απόσβεσης  $\alpha$  της ηλεκτρομαγνητικής ενέργειας του ρυθμού που ταλαντώνεται εντός του αντηχείου υπολογίζονται στις ακόλουθες τιμές:

- Χαλκός ( $\sigma=5.8 \cdot 10^7$  Siemens/m,  $\mu=\mu_0=4\pi \cdot 10^{-7}$  Ω·sec/m):

$$R_s=9.03 \text{ m}\Omega \quad Q_0 \approx 30850 \quad \alpha \approx 122.20 \text{ kNeper/sec}$$

- Αλουμίνιο ( $\sigma=3.54 \cdot 10^7$  Siemens/m,  $\mu=\mu_0=4\pi \cdot 10^{-7}$  Ω·sec/m):

$$R_s=11.58 \text{ m}\Omega \quad Q_0 \approx 24150 \quad \alpha \approx 156.10 \text{ kNeper/sec}$$

Τα παραπάνω αποτελέσματα παραμένουν ισχυρά εφόσον οποιοσδήποτε από τους τρεις επικρατέστερους ρυθμούς  $TE_{101}$ ,  $TE_{011}$  και  $TM_{110}$  ταλαντώνονται εντός του κυβικού αντηχείου λόγω συμμετρίας του προβλήματος.

Παρατηρείται ότι το βασικό πρόβλημα που προκύπτει από την υλοποίηση του κυβικού αντηχείου είναι η υπερβολικά υψηλή τιμή του αφόρτιστου συντελεστή ποιότητας  $Q_0$ . Αργότερα θα δειχτεί πώς ο φορτισμένος συντελεστής ποιότητας  $Q_L$ , ο οποίος προκύπτει έπειτα από τη σύζευξη του κυβικού αντηχείου με τη γραμμή μεταφοράς του λαμβανόμενου σήματος, είναι δυνατό να κυμανθεί εντός του επιθυμητού εύρους τιμών.

#### 4.5 Κυλινδρικό αντηχείο κυκλικής διατομής

Κυλινδρικό αντηχείο (ή κοιλότητα) κυκλικής διατομής ονομάζεται ένα κυλινδρικό μεταλλικό κιβώτιο κυκλικής διατομής το οποίο είναι κενό εσωτερικά ή περιέχει μη αγώγιμα υλικά έτσι ώστε στο εσωτερικό του να είναι δυνατό να υπάρξουν ηλεκτρομαγνητικές ταλαντώσεις με πολύ μικρή κατανάλωση ενέργειας. Η μόνη απαραίτητη ενέργεια είναι εκείνη η οποία χρειάζεται για να ισοφαρίζει τις απώλειες ενέργειας σε θερμότητα στα τοιχώματα του αντηχείου επειδή η αγωγιμότητά τους είναι πεπερασμένη. Ένα κυλινδρικό αντηχείο κυκλικής διατομής εμφανίζεται στο δεύτερο σχήμα του κεφαλαίου αυτού.

Για τη μελέτη των ηλεκτρομαγνητικών φαινομένων εντός του κυλινδρικού αντηχείου κυκλικής διατομής θεωρείται αρχικά ότι δεν υπάρχουν απώλειες ενέργειας εντός του αντηχείου. Έστω λοιπόν ότι το αντηχείο αυτό αποτελεί τμήμα ενός κυλινδρικού κυματοδηγού και ότι το ηλεκτρομαγνητικό κύμα διαδίδεται κατά τη διεύθυνση  $z$  και ανακλάται τέλεια στα μεταλλικά τοιχώματα που είναι τοποθετημένα στις θέσεις  $z=0$  και  $z=d$ . Αποδεικνύεται από την επίλυση των εξισώσεων διάδοσης του ηλεκτρομαγνητικού κύματος εντός ενός κυλινδρικού κυματοδηγού με επιπρόσθετες οριακές συνθήκες την τέλεια ανάκλαση στα μεταλλικά τοιχώματα  $z=0$  και  $z=d$  ότι εντός του κυλινδρικού αντηχείου κυκλικής διατομής δημιουργούνται στάσιμα ηλεκτρομαγνητικά κύματα τα οποία είναι ρυθμοί TE ή TM. Οι εκφράσεις των συνιστωσών της ηλεκτρικής έντασης  $\vec{E}$  και της έντασης μαγνητικού πεδίου  $\vec{H}$  του κάθε ρυθμού που ταλαντώνεται εντός του κυλινδρικού αντηχείου κυκλικής διατομής δίνονται στο κυλινδρικό σύστημα συντεταγμένων ως οι ακόλουθες:

- Ρυθμός  $TE_{mnp}$ :

$$E_r = (H_0/k_d^2) j\omega\mu (m/r) J_m(k_d r) \sin(m\theta) \sin(p\pi z/d) e^{j\omega t}$$

$$E_\theta = (H_0/k_d) j\omega\mu J'_m(k_d r) \cos(m\theta) \sin(p\pi z/d) e^{j\omega t}$$

$$E_z = 0$$

$$H_r = -j (H_0/k_d) (p\pi/d) J'_m(k_d r) \cos(m\theta) \sin(p\pi z/d) e^{j\omega t}$$

$$H_\theta = -(H_0/k_d^2) (1/r) (p\pi/d) J_m(k_d r) \sin(m\theta) \cos(p\pi z/d) e^{j\omega t}$$

$$H_z = H_0 J_m(k_d r) \cos(m\theta) \sin(p\pi z/d) e^{j\omega t}$$

όπου  $k_d = P'_{mn}/a$  και  $P'_{mn}$  η  $n$  τάξης ρίζα της συνάρτησης  $J'_m(u)$ .

- Ρυθμός  $TM_{mnp}$ :

$$E_r = -(E_0/k_d) (p\pi/d) J'_m(k_d r) \cos(m\theta) \sin(p\pi z/d) e^{j\omega t}$$

$$E_\theta = (E_0/k_d^2) (m/r) (p\pi/d) J_m(k_d r) \sin(m\theta) \sin(p\pi z/d) e^{j\omega t}$$

$$E_z = E_0 J_m(k_d r) \cos(m\theta) \cos(p\pi z/d) e^{j\omega t}$$

$$H_r = -(E_0/k_d^2) j\omega\epsilon (m/r) J_m(k_d r) \sin(m\theta) \cos(p\pi z/d) e^{j\omega t}$$

$$H_\theta = -(E_0/k_d) j\omega\epsilon J'_m(k_d r) \cos(m\theta) \cos(p\pi z/d) e^{j\omega t}$$

$$H_z = 0$$

όπου  $k_d = P_{mn}/a$  και  $P_{mn}$  η  $n$  τάξης ρίζα της συνάρτησης  $J_m(u)$ .

Σημειώνεται ότι στις παραπάνω εκφράσεις οι συναρτήσεις  $J_m(u)$  και  $J'_m(u)$  είναι η συνάρτηση Bessel πρώτου είδους και  $m$  τάξης και η πρώτη της παράγωγος αντίστοιχα. Από τις εκφράσεις των συνιστωσών του ηλεκτρομαγνητικού κύματος που παρατέθηκαν προηγουμένως καθώς και από τη σύγκριση των εκφράσεων αυτών με τις αντίστοιχες εκφράσεις για το αντηχείο ορθογωνίου παραλληλεπίπεδου προκύπτει ότι οι ιδιοτιμές  $m$  και  $p$  μπορούν να είναι συγχρόνως μηδέν στον ρυθμό TM, καθώς και ότι η ιδιοτιμή  $p$  δε μπορεί να μηδενιστεί στον ρυθμό TE γιατί τότε μηδενίζονται όλες οι συνιστώσες του ηλεκτρομαγνητικού κύματος. Τέλος από τις ίδιες εκφράσεις συνιστωσών προκύπτει ότι αν ένας οποιοδήποτε ρυθμός  $TE_{mnp}$  ή  $TM_{mnp}$  εκλεγεί για την παραγωγή ηλεκτρομαγνητικών ταλαντώσεων εντός του κυλινδρικού αντηχείου κυκλικής διατομής τότε η αντίστοιχη συχνότητα συντονισμού υπολογίζεται από κάποια από τις ακόλουθες σχέσεις:

- Ρυθμός  $TE_{mnp}$ : 
$$f_{mnp} = (c/2) \cdot ((P'_{mn}/(\pi a))^2 + (p/d)^2)^{1/2}$$
- Ρυθμός  $TM_{mnp}$ : 
$$f_{mnp} = (c/2) \cdot ((P_{mn}/(\pi a))^2 + (p/d)^2)^{1/2}$$

όπου  $c$  η ταχύτητα του φωτός στο κενό.

Συνολικά μπορεί να ειπωθεί ότι το ηλεκτρομαγνητικό πεδίο μέσα στο κυλινδρικό αντηχείο κυκλικής διατομής είναι συνάρτηση των τριών ιδιοτιμών  $m$ ,  $n$  και  $p$ . Ο κυματάρθρωπος  $\beta$  δίνεται συναρτήσει του ύψους του αντηχείου από τη σχέση  $\beta = r\pi/d$  ενώ συγχρόνως δίνεται συναρτήσει του μήκους κύματος ομάδας από τη σχέση  $\beta = 2\pi/\lambda_g$ . Συμπεραίνεται λοιπόν εύκολα ότι  $d = r\lambda_g/2$ , δηλαδή ότι το ύψος του κυλινδρικού αντηχείου κυκλικής διατομής θα πρέπει να ισούται με ακέραιο αριθμό ημιμηκών του κανονικού κυματοδηγού.

Το κυλινδρικό αντηχείο κυκλικής διατομής είναι το πλέον συνηθισμένο στην πράξη εξαιτίας της σχετικώς εύκολης υλοποίησής του. Όμως τα αντηχεία αυτού του τύπου που χρησιμοποιούνται στην πράξη έχουν τοιχώματα πεπερασμένης αγωγιμότητας με συνέπεια κάθε ρυθμός που ταλαντώνεται μέσα σε αυτά να φθίνει με εκθετικό τρόπο. Πράγματι όπως και στα πρακτικά αντηχεία σχήματος ορθογωνίου παραλληλεπίπεδου η συνολική μέση ηλεκτρομαγνητική ενέργεια εντός του κυλινδρικού αντηχείου κυκλικής διατομής φθίνει χρονικά σύμφωνα με τη συνάρτηση  $W(t) = W(0)e^{-2\alpha t}$  όπου  $\alpha$  ο συντελεστής απόσβεσης. Αν  $Q_0$  ο αφόρτιστος συντελεστής

ποιότητας του κυλινδρικού αντηχείου κυκλικής διατομής τότε αποδεικνύεται ότι  $\alpha = \pi f / Q_0$ , όπου  $f$  η συχνότητα του ρυθμού που προκαλεί τις ταλαντώσεις εντός του αντηχείου. Υπενθυμίζεται πάλι ότι στη γενική περίπτωση ο συντελεστής ποιότητας  $Q$  ενός συντονισμένου ηλεκτρικού δικτύου ορίζεται ως το γινόμενο της ποσότητας  $2\pi$  επί το λόγο της μέσης αποθηκευμένης ηλεκτρομαγνητικής ενέργειας προς την ενέργεια των απωλειών ανά κύκλο ταλάντωσης.

Έστω τώρα ότι για την υλοποίηση ενός κυλινδρικού αντηχείου κυκλικής διατομής χρησιμοποιείται αγωγίμο υλικό ειδικής αγωγιμότητας  $\sigma$  και μαγνητικής διαπερατότητας  $\mu$ . Τότε η επιφανειακή αντίσταση  $R_s$  των τοιχωμάτων του αντηχείου υπολογίζεται από τη σχέση  $R_s = ((\omega\mu)/(2\sigma))^{1/2}$ . Έστω ακόμη ότι το διηλεκτρικό (αέρας) εντός του κυλινδρικού αντηχείου κυκλικής διατομής δεν παρουσιάζει απώλειες. Δεδομένης της συνήθους επικράτησης του ρυθμού ταλάντωσης  $TE_{111}$  σε κυλινδρικά αντηχεία κυκλικής διατομής ο αφόρτιστος συντελεστής ποιότητας  $Q_0$  του αντηχείου και ο συντελεστής απόσβεσης  $\alpha$  της ηλεκτρομαγνητικής ενέργειας υπολογίζονται από τις σχέσεις:

$$Q_0 = (n/(2R_s)) \cdot (P'_{11}{}^2 + (\pi a/d)^2)^{3/2} / ((\pi a/d)^2 + P'_{11}{}^2 + (2a/d) \cdot (\pi a/d)^2)$$

$$\alpha = (\omega R_s/n) \cdot ((\pi a/d)^2 + P'_{11}{}^2 + (2a/d) \cdot (\pi a/d)^2) / (P'_{11}{}^2 + (\pi a/d)^2)^{3/2}$$

όπου  $n = (\mu_0/\epsilon_0)^{1/2}$  η χαρακτηριστική αντίσταση του διηλεκτρικού εντός του κυλινδρικού αντηχείου κυκλικής διατομής.

Τα κυλινδρικά αντηχεία κυκλικής διατομής κατασκευάζονται συνήθως από χαλκό ή αλουμίνιο με επαργυρωμένη την εσωτερική τους επιφάνεια έτσι ώστε να επιτυγχάνεται μεγάλη ειδική αγωγιμότητα  $\sigma$  για το υλικό των τοιχωμάτων και βελτιωμένος αφόρτιστος συντελεστής ποιότητας  $Q_0$  για τα ίδια τα αντηχεία. Τέλος υπογραμμίζεται ότι η υγρασία και η μεταβολή της θερμοκρασίας επιδρούν αισθητά στη λειτουργία του κυλινδρικού αντηχείου κυκλικής διατομής, και για το λόγο αυτό η προστασία του αντηχείου από τους προαναφερόμενους παράγοντες είναι απαραίτητη για την εξασφάλιση της ομαλής του λειτουργίας.

#### 4.6 Σχεδιασμός και υλοποίηση κυλινδρικού αντηχείου κυκλικής διατομής

Με βάση τις προδιαγραφές σχεδιασμού του ζωνοπερατού αναλογικού φίλτρου RF και τη θεωρία κυλινδρικών αντηχείων κυκλικής διατομής δοκιμάστηκε ο σχεδιασμός ενός ζωνοπερατού αναλογικού φίλτρου RF ως αντηχείο του αυτού τύπου. Στην περίπτωση του κυλινδρικού αντηχείου κυκλικής διατομής ο επικρατέστερος ρυθμός είναι ο ρυθμός  $TE_{111}$  με συχνότητα συντονισμού  $f_{RF}=(c/2) \cdot$

$((P'_{11}/(\pi a))^2+(1/d)^2)^{1/2}$ , όπου  $c$  η ταχύτητα του φωτός στο κενό. Η παραπάνω σχέση συνδέει τις διαστάσεις  $d$  και  $a$  του κυλινδρικού αντηχείου κυκλικής διατομής αν ληφθεί υπόψη ότι η συχνότητα συντονισμού του αντηχείου αυτού θα πρέπει να ισούται με την κεντρική συχνότητα του ζωνοπερατού αναλογικού φίλτρου RF. Συνεπώς η μόνη ανεξάρτητη μεταβλητή σχεδιασμού του κυλινδρικού αντηχείου κυκλικής διατομής που απομένει είναι η ακτίνα  $a$  της διατομής του αντηχείου.

Από τις σχέσεις που δίνουν τις συχνότητες συντονισμού των διαφόρων ρυθμών εντός του κυλινδρικού αντηχείου κυκλικής διατομής προκύπτει ότι αν η ακτίνα  $a$  του αντηχείου ικανοποιεί τη συνθήκη  $a < 79.46 \text{ mm}$  τότε ο ρυθμός ο οποίος ταλαντώνεται στην αμέσως μεγαλύτερη συχνότητα από αυτήν του επικρατέστερου ρυθμού είναι ο  $TE_{112}$ , ενώ αν η ακτίνα  $a$  του αντηχείου ικανοποιεί τη συνθήκη  $a > 79.46 \text{ mm}$  τότε ο ρυθμός με την ίδια χαρακτηριστική ιδιότητα είναι ο  $TM_{010}$ . Άρα η μέγιστη διαφορά ανάμεσα στις συχνότητες ταλάντωσης του επικρατέστερου από τον επόμενο ρυθμό επιτυγχάνεται όταν ισχύει η συνθήκη  $a = 79.46 \text{ mm}$ , και επομένως το ζωνοπερατό αναλογικό φίλτρο RF θα πρέπει να σχεδιαστεί ως κυλινδρικό αντηχείο κυκλικής διατομής επιλέγοντας την παραπάνω τιμή ως τιμή της ακτίνας  $a$  της κυκλικής διατομής. Τέλος με τη βοήθεια της σχέσης που συνδέει τις διαστάσεις  $a$  και  $d$  του κυλινδρικού αντηχείου κυκλικής διατομής υπολογίζεται και το ύψος του αντηχείου σε  $d = 322.74 \text{ mm}$ .

Οι τιμές των διαστάσεων  $a$  και  $d$  που μόλις υπολογίστηκαν για το σχεδιασμό του φίλτρου RF ως κυλινδρικό αντηχείο κυκλικής διατομής επιτρέπουν τον υπολογισμό της συχνότητας συντονισμού των ρυθμών  $TE_{112}$  και  $TM_{010}$ , οι οποίοι είναι οι επόμενοι ρυθμοί συντονισμού του συγκεκριμένου αντηχείου, από τη σχέση  $f_2=(c/2)(P_{01}/(\pi a))$ , όπου  $c$  η ταχύτητα του φωτός στο κενό, σε  $f_2 \approx 1.445 \text{ GHz}$ . Συνεπώς η διαφορά ανάμεσα στη συχνότητα συντονισμού  $f_{RF}$  του επικρατέστερου ρυθμού από

την αντίστοιχη συχνότητα των παραπάνω ρυθμών υπολογίζεται εύκολα από τη σχέση  $\Delta f = f_2 - f_{RF} \approx 245 \text{ MHz}$ .

Για την υλοποίηση του ζωνοπερατού αναλογικού φίλτρου RF χρησιμοποιούνται συνήθως χαλκός ή αλουμίνιο. Για καθεμία από τις μεθόδους υλοποίησης του παραπάνω φίλτρου η επιφανειακή αντίσταση  $R_S$  των τοιχωμάτων του αντηχείου, ο αφόρτιστος συντελεστής ποιότητας  $Q_0$  του αντηχείου και ο συντελεστής απόσβεσης  $\alpha$  της ενέργειας του ρυθμού που ταλαντώνεται εντός του αντηχείου υπολογίζονται στις ακόλουθες τιμές:

- *Χαλκός* ( $\sigma = 5.8 \cdot 10^7 \text{ Siemens/m}$ ,  $\mu = \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Ω·sec/m}$ ):  
 $R_S = 9.03 \text{ mΩ}$                        $Q_0 \approx 38820$                        $\alpha \approx 97.11 \text{ kNeper/sec}$
- *Αλουμίνιο* ( $\sigma = 3.54 \cdot 10^7 \text{ Siemens/m}$ ,  $\mu = \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Ω·sec/m}$ ):  
 $R_S = 11.58 \text{ mΩ}$                        $Q_0 \approx 30270$                        $\alpha \approx 124.50 \text{ kNeper/sec}$

Τα παραπάνω αποτελέσματα είναι ορθά αν και μόνο αν ο ρυθμός ο οποίος ταλαντώνεται εντός του ζωνοπερατού αναλογικού φίλτρου RF είναι ο  $TE_{111}$ , ο οποίος είναι στην περίπτωση αυτή και ο μόνος επικρατέστερος ρυθμός του κυλινδρικού αντηχείου κυκλικής διατομής.

Παρατηρείται ότι όπως και στην περίπτωση του κυβικού αντηχείου το κυλινδρικό αντηχείο κυκλικής διατομής που προκύπτει από το σχεδιασμό πάσχει από πλευράς υπερβολικά υψηλού αφόρτιστου συντελεστή ποιότητας  $Q_0$ . Αργότερα θα δειχτεί πώς ο φορτισμένος συντελεστής ποιότητας  $Q_L$ , ο οποίος προκύπτει έπειτα από τη σύζευξη του κυλινδρικού αντηχείου κυκλικής διατομής με τη γραμμή μεταφοράς του λαμβανόμενου σήματος, είναι δυνατό να κυμανθεί εντός του επιθυμητού εύρους τιμών.

#### 4.7 Σχεδιασμός και υλοποίηση κοιλότητας ομοαξονικού καλωδίου

Μία εναλλακτική μέθοδος σχεδιασμού του μικροκυματικού ζωνοπερατού αναλογικού φίλτρου RF είναι αυτή που χρησιμοποιεί ανοικτοκυκλωμένα ή βραχυκυκλωμένα κομμάτια από ομοαξονικές ή δίκλωνες γραμμές. Πράγματι σε τέτοια κομμάτια γραμμών αποθηκεύεται μικροκυματική ενέργεια και μάλιστα σε συχνότητες

που εξαρτώνται από το μήκος τους, όπως άλλωστε συμβαίνει και στα αντηχεία που εξετάστηκαν παραπάνω. Τα μικροκυματικά φίλτρα αυτού του τύπου ονομάζονται καταχρηστικά κοιλότητες.

Έστω λοιπόν ότι ο συντελεστής απόσβεσης μίας ομοαξονικής ή δίκλωνης γραμμής είναι  $a$  dB/m και ότι το μήκος της γραμμής αυτής είναι το ήμισυ του μήκους κύματος ομάδας της  $\lambda_g$ . Αν  $W(t)$  είναι η ηλεκτρομαγνητική ενέργεια που δέχεται μία τέτοια γραμμή στην είσοδό της, τότε μετά πάροδο χρόνου ίση με την περίοδο της συχνότητας συντονισμού της κοιλότητας  $T_{RF}=1/f_{RF}$  θα επιστρέψει στην είσοδο ηλεκτρομαγνητική ενέργεια  $W(t+T_{RF})=W(t)\cdot\exp10(-a\lambda_g/10)$ , όπου  $\exp10(X)=10^X$ . Συνεπώς η ισχύς η οποία μετατρέπεται σε θερμότητα στην κοιλότητα που σχηματίζει η παραπάνω γραμμή υπολογίζεται ότι είναι  $P_\Theta(t)=f_{RF}\cdot(W(t)-W(t+T_{RF})) \Rightarrow P_\Theta(t)=(1-\exp10(-a\lambda_g/10))\cdot f_{RF}\cdot W(t)$ . Άρα ο αφόρτιστος συντελεστής ποιότητας  $Q_0$  της συντονισμένης κοιλότητας υπολογίζεται από τη σχέση ορισμού του ως εξής:

$$Q_0=2\pi W(t)/(P_\Theta(t)/f_{RF}) \Rightarrow Q_0=2\pi/(1-\exp10(-a\lambda_g/10))$$

Από τα παραπάνω γίνεται προφανές ότι μία κοιλότητα ομοαξονικού ή δίκλωνου καλωδίου λειτουργεί ως μικροκυματικό ζωνοπερατό αναλογικό φίλτρο και μάλιστα κατά τον ίδιο τρόπο με έναν κλασσικό συντονισμένο ταλαντωτή RLC σειράς. Το επόμενο βήμα είναι η υλοποίηση ενός φίλτρου κοιλότητας ομοαξονικού ή δίκλωνου καλωδίου ως ζωνοπερατό αναλογικό φίλτρο RF με βάση τις προδιαγραφές σχεδιασμού του ζωνοπερατού αναλογικού φίλτρου RF και τη θεωρία σχεδιασμού των κοιλοτήτων ομοαξονικού ή δίκλωνου καλωδίου που αναπτύχθηκε παραπάνω. Έστω λοιπόν ότι μία τέτοια κοιλότητα υλοποιείται με ομοαξονικό καλώδιο τύπου RG. Για το λόγο αυτό και η συγκεκριμένη κοιλότητα αποκαλείται κοιλότητα ομοαξονικού καλωδίου. Στον πίνακα που ακολουθεί παραθέτονται τα χαρακτηριστικά όλων των τύπων ομοαξονικών καλωδίων της οικογένειας RG.

**Πίνακας 4-1**

Τύπος	$V_{\max}$	$Z_0$	Απόσβεση (dB/100 m)								$u_p/c$
			10	50	100	200	400	600	1000	3000	
RG	(kV)	(Ω)	(MHz)								(%)

5A/U	3.00	50	2.13	5.25	7.87	11.81	17.06	21.65	28.87	54.79	65.9
6A/U	2.70	75	2.30	5.91	9.51	14.11	21.33	27.23	36.75	72.18	65.9
8/U	4.00	52	1.84	4.43	6.89	10.17	16.40	21.33	28.87	57.41	65.9
8A/U	4.00	52	1.84	4.43	6.89	10.17	16.40	21.33	28.87	57.41	65.9
9A/U	4.00	52	1.48	4.13	7.55	11.15	17.06	21.33	29.53	55.77	65.9
9B/U	4.00	50	1.48	4.13	7.55	11.15	17.06	21.33	29.53	55.77	65.9
10A/U	4.00	52	1.84	4.43	6.89	10.17	16.40	21.33	28.87	57.41	65.9
11/U	4.00	75	2.13	4.92	7.05	10.50	15.42	19.69	26.90	59.06	65.9
11A/U	4.00	75	2.13	4.92	7.05	10.50	15.42	19.69	26.90	59.06	65.9
12A/U	4.00	75	2.13	4.92	7.05	10.50	15.42	19.69	26.90	59.06	65.9
13A/U	4.00	74	2.13	4.92	7.05	10.50	15.42	19.69	26.90	59.06	65.9
14A/U	5.50	52	0.92	2.79	4.92	7.55	11.65	14.44	19.69	38.39	65.9
17A/U	11.00	52	0.75	1.97	3.12	4.92	7.87	10.50	14.76	31.17	65.9
18A/U	11.00	52	0.75	1.97	3.12	4.92	7.87	10.50	14.76	31.17	65.9
19A/U	14.00	52	0.46	1.38	2.26	3.61	5.91	8.04	11.48	25.26	65.9
20A/U	14.00	52	0.46	1.38	2.26	3.61	5.91	8.04	11.48	25.26	65.9
34B/U	5.20	75	0.95	2.79	4.27	6.89	10.83	14.76	19.69	41.01	65.9
35B/U	10.00	75	0.75	2.00	2.79	4.10	6.40	8.10	11.48	28.21	65.9
55/U	1.90	53.5	4.27	10.50	15.75	22.97	34.45	42.65	55.77	104.99	65.9
55A/U	1.90	50	4.27	10.50	15.75	22.97	34.45	42.65	55.77	104.99	65.9
55B/U	1.90	53.5	4.27	10.50	15.75	22.97	34.45	42.65	55.77	104.99	65.9
58/U	1.90	53.5	4.59	11.48	17.39	27.23	37.73	58.40	65.62	131.23	65.9
58A/U	1.90	50	5.25	13.45	20.34	30.18	45.93	57.41	77.10	147.64	65.9
58C/U	1.90	50	5.25	13.45	20.34	30.18	45.93	57.41	77.10	147.64	65.9
59/U	2.30	73	3.61	8.86	13.12	18.70	27.89	35.43	45.93	85.30	65.9
59B/U	2.30	73	3.61	8.86	13.12	18.70	27.89	35.43	45.93	85.30	65.9

Πίνακας 4-1 (συνέχεια)

Τύπος	$V_{\max}$	$Z_0$	Απόσβεση (dB/100 m)								$u_p/c$
			10	50	100	200	400	600	1000	3000	
RG	(kV)	(Ω)	(MHz)								(%)



62/U	0.75	93	2.69	6.23	8.86	12.80	19.03	22.97	29.53	55.77	84.0
62A/U	0.75	93	2.69	6.23	8.86	12.80	19.03	22.97	29.53	55.77	84.0
63B/U	1.00	125	1.97	4.59	6.56	9.51	13.45	16.73	21.33	37.07	84.0
71/U	0.75	93	2.69	6.23	8.86	12.80	19.03	22.97	29.53	55.77	84.0
71A/U	0.75	93	2.69	6.23	8.86	12.80	19.03	22.97	29.53	55.77	84.0
71B/U	0.75	93	2.69	6.23	8.86	12.80	19.03	22.97	29.53	55.77	84.0
74A/U	5.50	52	0.92	2.79	4.92	7.55	11.48	14.44	19.69	38.39	65.9
79B/U	1.00	125	1.97	4.59	6.56	9.51	13.45	16.73	21.33	37.07	84.0
164/U	10.00	75	0.75	2.00	2.79	4.10	6.40	8.10	11.48	28.21	65.9
174/U	—	50	—	—	—	—	6.56	—	—	—	65.9
177/U	14.00	50	0.75	1.97	3.12	4.92	7.87	10.50	14.76	31.17	65.9
212/U	3.00	50	2.13	5.25	7.87	11.81	17.06	21.65	28.87	54.79	65.9
213/U	4.00	50	1.84	4.43	6.89	10.17	16.40	21.33	28.87	57.41	65.9
214/U	4.00	50	1.48	4.13	7.55	11.15	17.06	21.33	29.53	55.77	65.9
215/U	4.00	50	1.84	4.43	6.89	10.17	16.40	21.33	28.87	54.79	65.9
216/U	4.00	75	2.13	4.92	7.05	10.50	15.42	19.69	26.90	59.06	65.9
217/U	5.50	50	0.92	2.79	4.92	7.55	11.48	14.44	19.69	38.39	65.9
218/U	11.00	50	0.74	1.97	3.12	4.92	7.87	10.50	14.76	31.17	65.9
219/U	11.00	50	0.74	1.97	3.12	4.92	7.87	10.50	14.76	31.17	65.9
220/U	14.00	50	0.56	—	2.26	3.67	6.07	—	11.81	25.26	—
221/U	14.00	50	0.56	—	2.26	3.67	6.07	—	11.81	25.26	—
223/U	1.90	50	4.27	10.50	15.75	22.97	34.45	42.65	55.77	104.99	65.9
224/U	5.50	50	0.92	2.79	4.92	7.55	11.48	14.44	19.69	38.39	65.9

Από τα στοιχεία που παραθέτονται στον πίνακα χαρακτηριστικών όλων των τύπων ομοαξονικών καλωδίων της οικογένειας RG προκύπτει ότι οι τύποι 19A/U και 20A/U έχουν χαρακτηριστική αντίσταση  $Z_0$  πολύ κοντά στις τιμές των αντιστάσεων εισόδου και εξόδου που χρησιμοποιήθηκαν για τη σύνθεση του αναλογικού φίλτρου IF. Επιπλέον οι παραπάνω τύποι ομοαξονικού καλωδίου παρουσιάζουν το μικρότερο συντελεστή απωλειών  $\alpha$  στην περιοχή συχνοτήτων στην οποία βρίσκεται το σήμα που λαμβάνεται από το δέκτη ραντάρ. Συνεπώς η επιλογή οποιουδήποτε από τους παρα-

πάνω τύπους ομοαξονικού καλωδίου είναι εξίσου καλή για την υλοποίηση του ζωνοπερατού αναλογικού φίλτρου RF.

Το ζωνοπερατό αναλογικό φίλτρο RF θα πρέπει να συντονίζεται σε μία κεντρική συχνότητα  $f_{RF}$  που προσδιορίζεται από τις προδιαγραφές σχεδιασμού του φίλτρου αυτού. Επομένως το μήκος  $l$  του ομοαξονικού καλωδίου που απαιτείται για την υλοποίηση του ζωνοπερατού αναλογικού φίλτρου RF ως κοιλότητα ομοαξονικού καλωδίου και ο αφόρτιστος συντελεστής ποιότητας  $Q_0$  του ζωνοπερατού αναλογικού φίλτρου RF που προκύπτει υπολογίζονται ως εξής:

$$l = \lambda_g/2 \Rightarrow l = (1/2) \cdot ((u_p/c)/(f_{RF}/c)) \Rightarrow l = 82.375 \text{ mm}$$

$$Q_0 = 2\pi / (1 - \exp(-a/\lambda_g/10)) \Rightarrow Q_0 = 2\pi / (1 - \exp(-a/10) \cdot ((u_p/c)/(f_{RF}/c))) \Rightarrow Q_0 \approx 1445.54$$

όπου  $u_p$  η ταχύτητα φάσης του ηλεκτρομαγνητικού κύματος εντός της κοιλότητας ομοαξονικού καλωδίου και  $c$  η ταχύτητα του φωτός στο κενό.

Παρατηρείται ότι το μήκος του ομοαξονικού καλωδίου που χρησιμοποιείται για την υλοποίηση του ζωνοπερατού αναλογικού φίλτρου RF ως κοιλότητα ομοαξονικού καλωδίου είναι ικανοποιητικό σε μέγεθος. Επίσης παρατηρείται ότι ο αφόρτιστος συντελεστής ποιότητας  $Q_0$  του ζωνοπερατού αναλογικού φίλτρου RF που υλοποιήθηκε ως κοιλότητα ομοαξονικού καλωδίου βρίσκεται ήδη εντός των προδιαγραφών σχεδιασμού του παραπάνω φίλτρου. Στην επόμενη ενότητα αναπτύσσεται εκτός των άλλων και η θεωρία υπολογισμού του φορτισμένου συντελεστή ποιότητας  $Q_L$  συναρτήσει του αφόρτιστου συντελεστή ποιότητας  $Q_0$  και ενός συντελεστή  $k$ . Ο συντελεστής αυτός εξαρτάται από τους τύπους του φίλτρου και της γραμμής μεταφοράς που χρησιμοποιούνται καθώς και από τη μέθοδο σύζευξης του φίλτρου στη γραμμή μεταφοράς που επιλέγεται.

#### 4.8 Σύζευξη αντηχείου με γραμμή μεταφοράς

Ένα σοβαρό πρόβλημα που αντιμετωπίζεται στην πράξη είναι η προσφορά ή η απαγωγή ηλεκτρομαγνητικής ενέργειας από ένα αντηχείο. Πράγματι η σύζευξη του αντηχείου με τη γραμμή μεταφοράς του ηλεκτρομαγνητικού κύματος προσφέρει μεν ή απάγει ηλεκτρομαγνητική ενέργεια από το αντηχείο, αλλά από την άλλη πλευρά

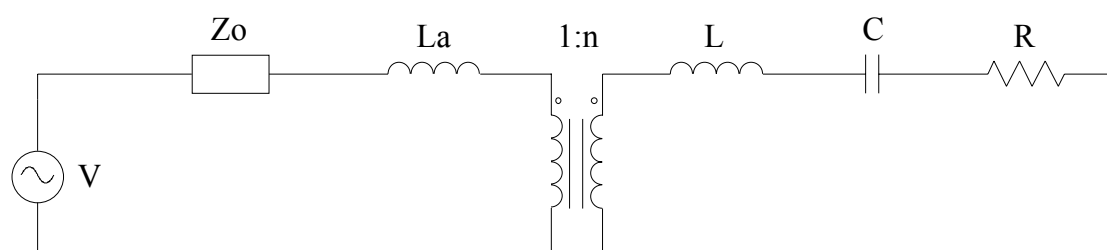
προκαλεί μεταβολές στα χαρακτηριστικά σχεδιασμού του αντηχείου. Για το λόγο αυτό είναι επιβεβλημένη η παρουσίαση των μεθόδων σύζευξης και η μελέτη των φαινομένων που προκύπτουν έπειτα από τη σύζευξη.

Οι ηλεκτρομαγνητικές ταλαντώσεις σε ένα αντηχείο διεγείρονται είτε από μία ομοαξονική γραμμή με τη βοήθεια ενός προβόλου ή μίας κεραίας πλαισίου, είτε από ένα κυματοδηγό με ανοίγματα για την ανάδραση ή τη διαβίβαση των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων εντός του αντηχείου. Γενικά τα ηλεκτρομαγνητικά πεδία θα πρέπει να μπορούν να προσαρμόζονται στην περιοχή σύζευξης, εκεί ακριβώς δηλαδή όπου υπάρχει και η διατάραξη. Η σύζευξη θα πρέπει να πραγματοποιείται κατά τέτοιο τρόπο ώστε να ευνοείται ο συγκεκριμένος επιθυμητός ρυθμός ταλάντωσης, δηλαδή ο επικρατέστερος ρυθμός ταλάντωσης εντός του αντηχείου.

Ο πρόβολος συζευγνύεται με το ηλεκτρικό πεδίο και συνεπώς τοποθετείται εκεί όπου η ηλεκτρική ροή του ρυθμού είναι μέγιστη. Αντίθετα η σπείρα συζευγνύεται με το μαγνητικό πεδίο και τοποθετείται εκεί όπου η μαγνητική ροή του ρυθμού είναι μέγιστη. Επίσης πρέπει να σημειωθεί ότι στην περίπτωση ανοίγματος για την επίτευξη σύζευξης τα τοιχώματα του αντηχείου γύρω από το άνοιγμα θα πρέπει να είναι αρκετά λεπτά, δηλαδή της τάξης μερικών χιλιοστών του μέτρου. Αν το άνοιγμα πραγματοποιηθεί σε χονδρά τοιχώματα τότε σχηματίζεται ένα είδος κυματοδηγού ο οποίος συνήθως λειτουργεί σε συχνότητα χαμηλότερη από τη συχνότητα αποκοπής του και επομένως δεν είναι δυνατό να πραγματοποιηθεί η απαιτούμενη σύζευξη.

Σημειώνεται αναφορικά με τις επιπτώσεις της σύζευξης στα χαρακτηριστικά σχεδιασμού του ζωνοπερατού αναλογικού φίλτρου RF ότι η σύζευξη μεταβάλλει τόσο τη συχνότητα συντονισμού του αντηχείου  $f_{RF}$  όσο και το συντελεστή ποιότητάς του  $Q_0$ . Η απόκλιση της συχνότητας συντονισμού του αντηχείου από την ονομαστική της τιμή οφείλεται στην ασυνέχεια των τοιχωμάτων που προκαλείται υποχρεωτικά για την επίτευξη της σύζευξης. Όμως σε πολλές πρακτικές περιπτώσεις η απόκλιση αυτή μπορεί να θεωρηθεί αμελητέα. Έτσι η μελέτη περιορίζεται μόνο στη μεταβολή του συντελεστή ποιότητας  $Q_0$  του αντηχείου εξαιτίας της σύζευξης του αντηχείου με τη γραμμή μεταφοράς.

Ένα ηλεκτρομαγνητικό αντηχείο μπορεί γενικά να παρασταθεί από έναν συντονισμένο RLC ταλαντωτή σειράς. Στον ταλαντωτή αυτό η ωμική αντίσταση  $R$  παριστάνει τις απώλειες ηλεκτρομαγνητικής ενέργειας εντός του αντηχείου. Όταν το αντηχείο δεν είναι συζευγμένο με άλλο εξωτερικό κύκλωμα τότε η συχνότητα συντονισμού του  $\omega_r$  και ο αφόρτιστος συντελεστής ποιότητάς του  $Q_0$  δίνονται από τις σχέσεις  $\omega_r = 1/(L \cdot C)^{1/2}$  και  $Q_0 = \omega_r (L/R)$  αντίστοιχα. Όμως το αντηχείο κατά τη σύζευξή του με πηγή ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων εσωτερικής αντίστασης  $Z_0$ , λαμβάνοντας βέβαια υπόψη και την αντίσταση σύζευξης του ανοίγματος, δίνει το ισοδύναμο ηλεκτρικό δίκτυο που απεικονίζεται στο ακόλουθο σχήμα.



Σχήμα 4-3

Ο φορτισμένος συντελεστής ποιότητας  $Q_L$  του αντηχείου δίνεται από τη σχέση  $Q_L = \omega_r L / (R + n^2 Z_0)$ . Άρα μεταξύ των συντελεστών ποιότητας του αντηχείου θα ισχύει η σχέση  $Q_L = k \cdot Q_0$ , όπου ο συντελεστής  $k$  δίνεται από τη σχέση  $k = R / (R + n^2 Z_0)$  και  $k < 1$ . Επομένως με κατάλληλη επιλογή του συντελεστή  $k$ , ο οποίος εξαρτάται από τα χαρακτηριστικά της γραμμής μεταφοράς, του αντηχείου και της μεθόδου σύζευξης, είναι δυνατό να επιτευχθεί οποιαδήποτε επιθυμητή τιμή για το φορτισμένο συντελεστή ποιότητας  $Q_L$  του αντηχείου. Στην περίπτωση της τέλει προσαρμογής του αντηχείου στη γραμμή μεταφοράς ισχύει ότι  $R = n^2 Z_0$  και άρα  $k = 50\%$ . Αν όμως απαιτείται περαιτέρω μείωση του φορτισμένου συντελεστή ποιότητας  $Q_L$  του αντηχείου τότε το αντηχείο θα πρέπει να προσαρμοστεί ατελώς και κατάλληλα στη γραμμή μεταφοράς.

Χρησιμοποιώντας τη θεωρητική ανάλυση του τρόπου υπολογισμού του φορτισμένου συντελεστή ποιότητας  $Q_L$  βρέθηκαν και παραθέτονται παρακάτω οι συνθήκες που θα πρέπει να ικανοποιούνται αναφορικά με το συντελεστή  $k$  έτσι ώστε να ικανοποιείται και η προδιαγραφή σχεδιασμού του ζωνοπερατού αναλογικού φίλτρου RF που σχετίζεται με το φορτισμένο συντελεστή ποιότητας  $Q_L$ . Σημειώνεται ότι

η θεωρητική ανάλυση του τρόπου υπολογισμού του φορτισμένου συντελεστή ποιότητας  $Q_L$  ισχύει ακέραια τόσο στην περίπτωση των αντηγείων όσο και σε αυτή των κοιλοτήτων ομοαξονικού ή δίκλωνου καλωδίου.

- *Αντηγείο ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου:*

Χαλκός:  $k \leq 7.78\%$

Αλουμίνιο:  $k \leq 9.94\%$

- *Κυλινδρικό αντηγείο κυκλικής διατομής:*

Χαλκός:  $k \leq 6.18\%$

Αλουμίνιο:  $k \leq 7.93\%$

- *Κοιλότητα ομοαξονικού καλωδίου:*

Οποιαδήποτε τιμή του  $k < 100\%$  (ενδεικτική τιμή  $k = 50\%$ )

Αν η συνθήκη που αντιστοιχεί σε κάθε λύση σχεδιασμού και υλοποίησης του ζωνοπερατού αναλογικού φίλτρου RF ικανοποιείται τότε το εύρος ζώνης ημίσεως ισχύος του ζωνοπερατού αναλογικού φίλτρου RF είναι ίσο ή μεγαλύτερο του αντίστοιχου εύρους ζώνης του ζωνοπερατού αναλογικού φίλτρου IF.

#### **4.9 Αξιολόγηση λύσεων σχεδιασμού και υλοποίησης φίλτρου RF**

Αν όλες οι λύσεις που προτάθηκαν για το σχεδιασμό και την υλοποίηση του ζωνοπερατού αναλογικού φίλτρου RF θεωρηθούν εφικτές από πλευράς τεχνικών και οικονομικών δυνατοτήτων τότε θα πρέπει να καταταχθούν κατά την ακόλουθη σειρά αξιολόγησης:

- 1) *Κοιλότητα ομοαξονικού καλωδίου*
- 2) *Κυλινδρικό αντηγείο κυκλικής διατομής από αλουμίνιο*
- 3) *Κυλινδρικό αντηγείο κυκλικής διατομής από χαλκό*
- 4) *Αντηγείο ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου από αλουμίνιο*
- 5) *Αντηγείο ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου από χαλκό*

Η παραπάνω κατάταξη αυτή πραγματοποιήθηκε λαμβάνοντας υπόψη τα εξής κριτήρια:

- Η κοιλότητα ομοαξονικού καλωδίου είναι η απλούστερη και η φθηνότερη λύση μια που δεν είναι τίποτε άλλο παρά ένα κομμάτι γραμμής ομοαξονικού καλωδίου. Το διηλεκτρικό του ομοαξονικού καλωδίου δεν επηρεάζεται σημαντικά από τις συνθήκες θερμοκρασίας και υγρασίας που επικρατούν στο περιβάλλον λειτουργίας του. Η σύζευξη της κοιλότητας ομοαξονικού καλωδίου με τη γραμμή μεταφοράς δεν απαιτεί ιδιαίτερη μέριμνα παρά μόνο την τέλεια προσαρμογή της παραπάνω κοιλότητας με τη γραμμή μεταφοράς ( $k=50\%$ ). Το μόνο πρόβλημα που παρατηρείται στη λύση της κοιλότητας ομοαξονικού καλωδίου είναι ότι το εύρος ζώνης του ζωνοπερατού αναλογικού φίλτρου RF που προκύπτει από αυτήν τη λύση είναι σχετικά χαλαρό (για τέλεια προσαρμογή είναι  $BW_{RF(3dB)} \approx 1.66 \text{ MHz}$ ).
- Το κυλινδρικό αντηχείο κυκλικής διατομής είναι τμήμα κυλινδρικού κυματοδηγού ενώ το κυβικό αντηχείο είναι τμήμα ορθογωνικού κυματοδηγού. Επομένως το κυλινδρικό αντηχείο κυκλικής διατομής πλεονεκτεί έναντι του κυβικού αντηχείου επειδή ο κυλινδρικός κυματοδηγός είναι ευκολότερα υλοποιήσιμος και άρα φθηνότερος από τον ορθογωνικό κυματοδηγό.
- Το αλουμίνιο είναι φθηνότερο υλικό από το χαλκό. Συνεπώς η υλοποίηση ενός συγκεκριμένου τύπου αντηχείου από αλουμίνιο είναι φθηνότερη λύση από την αντίστοιχη υλοποίηση του ίδιου τύπου αντηχείου από χαλκό.

Στο σημείο αυτό ολοκληρώνεται η παρουσίαση και η ανάλυση λύσεων σχεδιασμού και υλοποίησης του ζωνοπερατού αναλογικού φίλτρου RF. Στο επόμενο κεφάλαιο παραθέτονται τα αποτελέσματα και τα συμπεράσματα που προκύπτουν από τις προσομοιώσεις λειτουργίας ενός απλού μοντέλου δέκτη ραντάρ για διαφορετικούς συνδυασμούς συνθηκών λήψης.

## 5. Προσομοίωση Δέκτη Ραντάρ

### 5.1 Γενικά

Σε προηγούμενα κεφάλαια της παρούσας εργασίας μελετήθηκαν εκτενώς όλες οι εναλλακτικές μέθοδοι σχεδιασμού και υλοποίησης των φίλτρων Doppler, IF και RF ενός δέκτη ραντάρ χαμηλής συχνότητας επανάληψης παλμών (PRF). Πιο συγκεκριμένα εξετάστηκαν οι λύσεις σχεδιασμού του ψηφιακού φίλτρου Doppler ως μη αναδρομικό φίλτρο, ως αναδρομικό φίλτρο και ως αναδρομικό φίλτρο με ισοσταθμιστή φάσης, καθώς και οι λύσεις υλοποίησης του ιδίου φίλτρου με συστολικές διατάξεις ή με DSP. Επίσης εξετάστηκε η λύση σχεδιασμού του αναλογικού φίλτρου IF ως φίλτρο Chebyshev καθώς και οι λύσεις υλοποίησης του ιδίου φίλτρου ως μετασχηματισμένο βαθυπερατό φίλτρο ή ως φίλτρο συζευγμένων ταλαντωτών. Τέλος εξετάστηκαν οι λύσεις σχεδιασμού του φίλτρου RF ως κυβικό ή κυλινδρικό αντηχείο ή ως κοιλότητα ομοαξονικού καλωδίου, καθώς και οι λύσεις υλοποίησης του ιδίου φίλτρου από χαλκό, αλουμίνιο ή τμήμα ομοαξονικού καλωδίου. Η επιλογή της επικρατέστερης λύσης, όταν βέβαια υπήρχε η δυνατότητα επιλογής, έγινε με κριτήρια την ταυτόχρονη ικανοποίηση όλων των προδιαγραφών σχεδιασμού, τεχνολογίας και οικονομίας που τέθηκαν σε κάθε συγκεκριμένο πρόβλημα.

Είναι προφανές ότι η μέχρι τώρα προσέγγιση στα προβλήματα σχεδιασμού και υλοποίησης των φίλτρων Doppler, IF και RF του δέκτη ραντάρ είναι στατική διότι μελετά τα φίλτρα αυτά ως μονάδες. Εξίσου όμως σημαντική είναι και η δυναμική προσέγγιση όλων των παραπάνω προβλημάτων, δηλαδή η μελέτη της συμπεριφοράς των φίλτρων Doppler, IF και RF κατά τη λειτουργία του δέκτη ραντάρ ως ολοκληρωμένο τηλεπικοινωνιακό σύστημα. Τα αποτελέσματα της δυναμικής προσέγγισης των προβλημάτων που σχετίζονται με όλα τα παραπάνω φίλτρα όχι μόνο επιβεβαιώνουν αλλά και συμπληρώνουν τα συμπεράσματα που προέκυψαν από τη στατική προσέγγιση των ιδίων προβλημάτων απαντώντας σε κρίσιμα ερωτήματα όπως η αρμονική συνεργασία των παραπάνω φίλτρων τόσο μεταξύ τους όσο και με τις υπόλοιπες μονάδες του δέκτη ραντάρ. Έτσι λοιπόν όλες οι αρχικές επιλογές που έγιναν και σχετίζονται με τα φίλτρα Doppler, IF και RF μπορούν να διατηρηθούν ή να

προσαρμοστούν προς όφελος της συνολικής λειτουργίας του δέκτη ραντάρ με βάση τα αποτελέσματα της δυναμικής προσέγγισης.

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζεται και εξηγείται η λειτουργία ενός απλού μοντέλου δέκτη ραντάρ. Το παραπάνω μοντέλο αναπτύχθηκε με σκοπό την προσομοίωση της λειτουργίας σε πραγματικό χρόνο όλων των φίλτρων που σχεδιάστηκαν με τη βοήθεια λογισμικού, δηλαδή των φίλτρων Doppler και IF, για τη δυναμική προσέγγιση των προβλημάτων που σχετίζονται με τα φίλτρα αυτά. Στη συνέχεια παραθέτονται τα αποτελέσματα της προσομοίωσης λειτουργίας του μοντέλου δέκτη ραντάρ όπως αυτά προκύπτουν για όλες τις λύσεις σχεδιασμού του φίλτρου Doppler και για διαφορετικές συνθήκες λήψης. Τέλος αναπτύσσονται και τεκμηριώνονται τα συμπεράσματα που προκύπτουν από την ανάλυση και τη σύγκριση των αποτελεσμάτων της προσομοίωσης με σκοπό την επαλήθευση ή την προσαρμογή των αρχικών επιλογών σχεδιασμού για τα φίλτρα που περιλαμβάνονται στο μοντέλο του δέκτη ραντάρ. Ο μη εξοικειωμένος αναγνώστης δύναται να ανατρέξει στα παραρτήματα της παρούσας εργασίας που αναφέρονται στα εργαλεία επεξεργασίας σημάτων και στους αλγόριθμους προσομοίωσης δέκτη ραντάρ για περισσότερες λεπτομέρειες.

## 5.2 Μοντέλο δέκτη ραντάρ

Το μοντέλο του δέκτη ραντάρ το οποίο πρόκειται να προσομοιωθεί εμφανίζεται στο ακόλουθο διάγραμμα. Το σήμα εισόδου του μοντέλου αυτού είναι η περιοδική σειρά παλμών  $x_P(t)$  με τα ακόλουθα χαρακτηριστικά:

- Πλάτος παλμού:  $A_P=1$  Volt
- Διάρκεια παλμού:  $T_P=3$   $\mu$ sec
- Συχνότητα επανάληψης παλμών (PRF):  $f_{PRF}=360$  Hz

Το σήμα εισόδου  $x_P(t)$  διαμορφώνεται στην κεντρική συχνότητα  $f_C$  του φίλτρου IF με μία αυθαίρετη αρχική φάση  $\varphi$  η οποία στην προκειμένη περίπτωση τίθεται ίση με το μηδέν. Στη συχνότητα διαμόρφωσης  $f_C$  δύναται να προστεθεί η συχνότητα Doppler  $f_D=-2 \cdot (|\vec{v}|/c) \cdot f_{RF}$ , όπου  $f_{RF}$  η RF συχνότητα λήψης του δέκτη ραντάρ,  $\vec{v}$  η σχετική ταχύτητα του στόχου ως προς το δέκτη ραντάρ και  $c$  η ταχύτητα του φωτός.



Επίσης στο πλάτος και στη φάση του διαμορφωμένου σήματος εισόδου μπορούν να προστεθούν δύο ανεξάρτητες πηγές κανονικού θορύβου  $n_1(t)$  και  $n_2(t)$  αντίστοιχα. Οι πηγές αυτές έχουν μέση ισχύ  $N$  που καθορίζεται από το σηματοθορυβικό λόγο λήψης  $SNR=S/N$  σε dB, όπου  $S=A_p^2$  η ισχύς ενός παλμού του σήματος εισόδου  $x_p(t)$ . Τα χαρακτηριστικά των ανεπιθύμητων παρεμβολών που μπορούν να προστεθούν στο σήμα εισόδου κατά την προσομοίωση, δηλαδή της συχνότητας Doppler και των πηγών κανονικού θορύβου, είναι τα ακόλουθα:

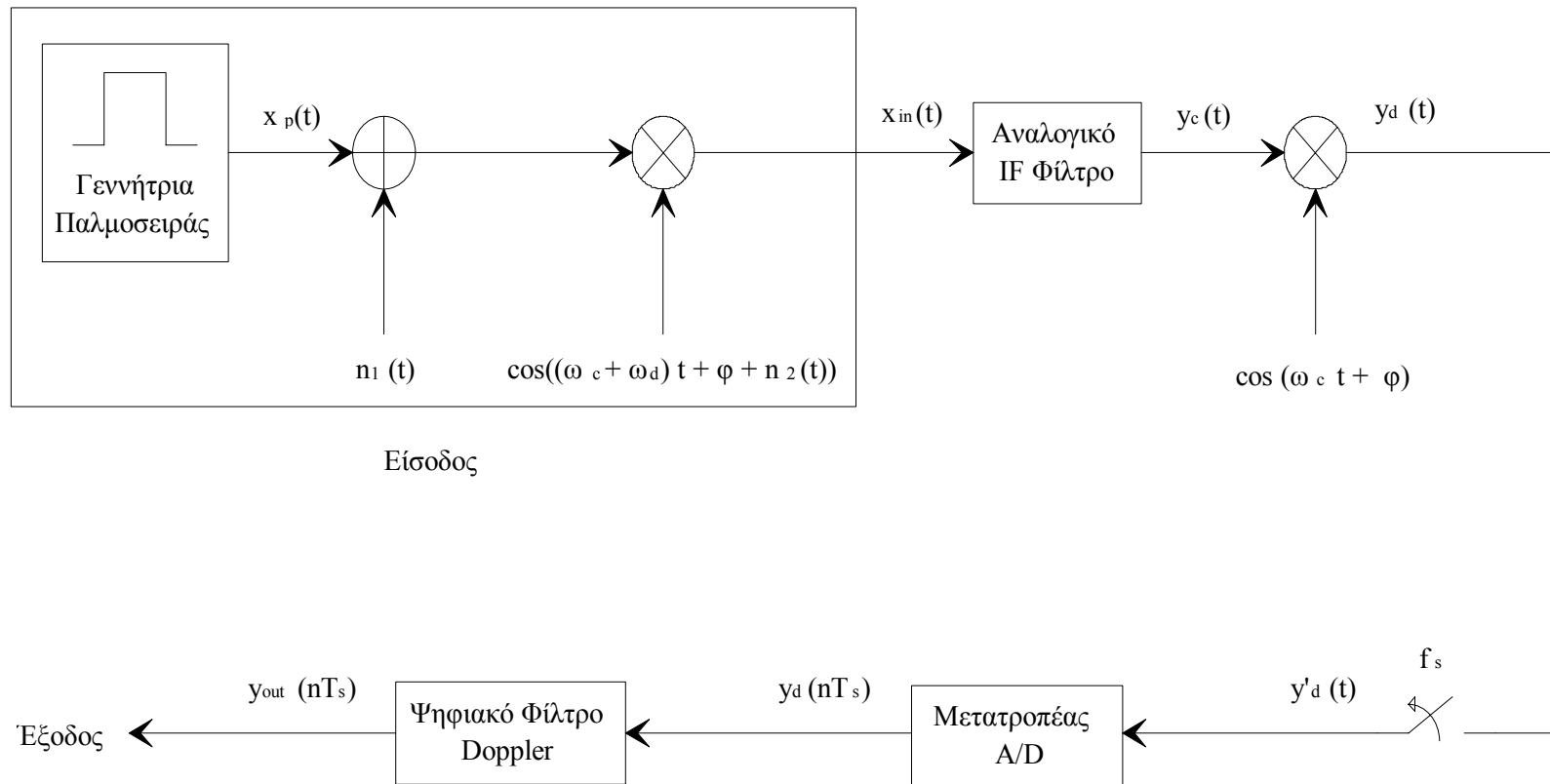
- Σχετική ταχύτητα στόχου ως προς δέκτη ραντάρ:  $|\vec{v}|=100$  m/sec
- Σηματοθορυβικός λόγος λήψης:  $SNR=20$  dB και  $15$  dB

Έτσι η έκφραση του συνολικού σήματος εισόδου  $x_{in}(t)$  στο μοντέλο του δέκτη ραντάρ είναι η ακόλουθη:

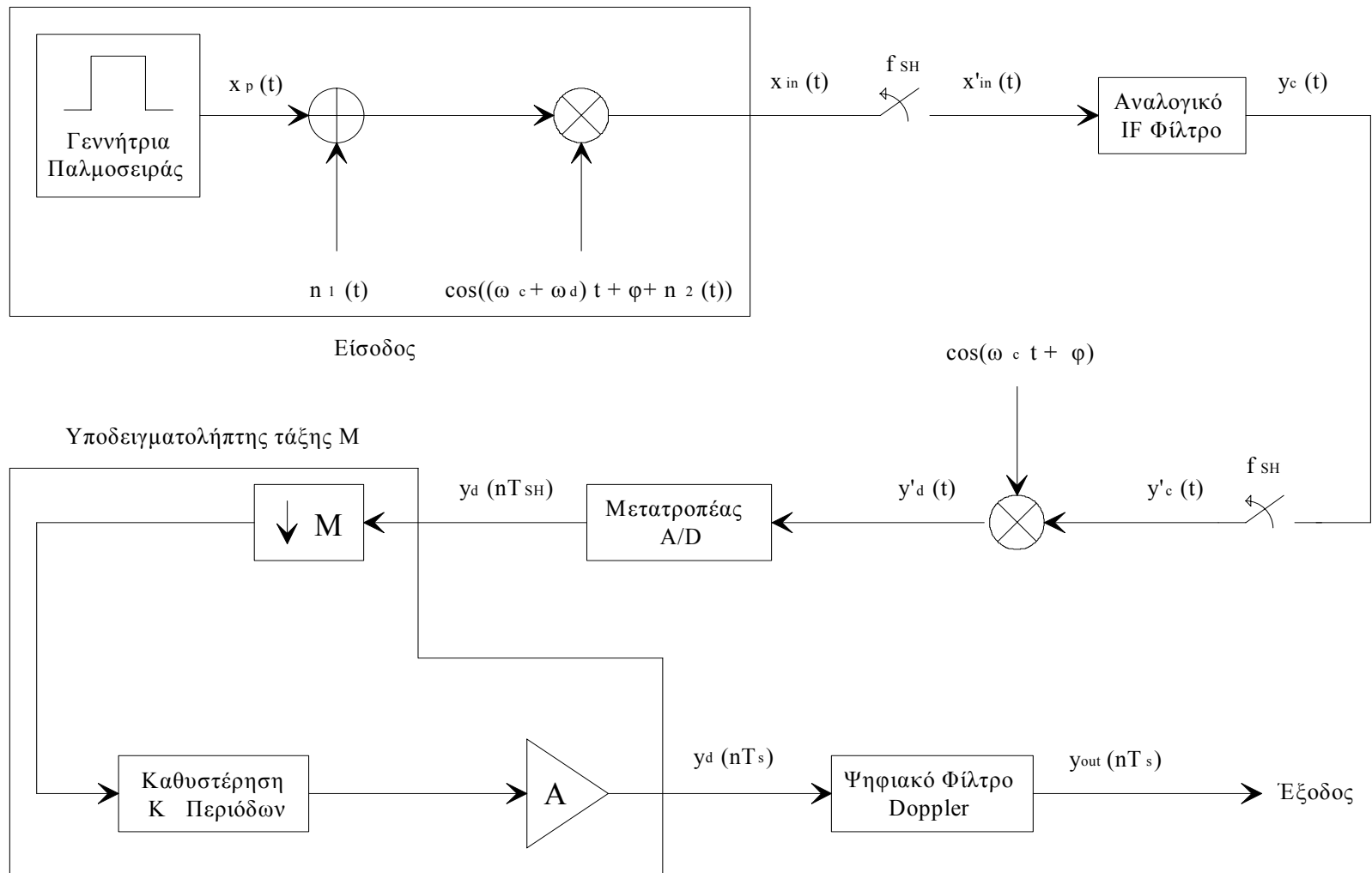
$$x_{in}(t)=(x_p(t)+n_1(t))\cos((\omega_c+\omega_D)t+\phi+n_2(t))$$

Το σήμα εισόδου  $x_{in}(t)$  φιλτράρεται από το αναλογικό φίλτρο IF δίνοντας την απόκριση  $y_c(t)$ . Στη συνέχεια η απόκριση  $y_c(t)$  υπόκειται σε σύμφωνη αποδιαμόρφωση δίνοντας ως αποτέλεσμα την ισοδύναμη απόκριση βασικής ζώνης  $y_D(t)$ . Κατόπιν το σήμα  $y_D(t)$  δειγματοληπτείται με συχνότητα δειγματοληψίας  $f_s$  την ομώνυμη συχνότητα του ψηφιακού φίλτρου Doppler δίνοντας το δειγματοληπτημένο σήμα  $y_D'(t)$ . Το δειγματοληπτημένο αναλογικό σήμα  $y_D'(t)$  μετατρέπεται στο αντίστοιχο ψηφιακό σήμα  $y_D(nT_s)$  με τη βοήθεια του μετατροπέα A/D, όπου  $T_s=1/f_s$  η περίοδος δειγματοληψίας του ψηφιακού φίλτρου Doppler. Τέλος το ψηφιακό σήμα  $y_D(nT_s)$  φιλτράρεται από το ψηφιακό φίλτρο Doppler δίνοντας ως απόκριση το σήμα εξόδου της προσομοίωσης  $y_{out}(nT_s)$ .

Το συγκεκριμένο μοντέλο δέκτη ραντάρ όπως παρουσιάστηκε περιλαμβάνει επεξεργασίες αναλογικών σημάτων οι οποίες δε μπορούν να εκτελεστούν από έναν ψηφιακό υπολογιστή. Για το λόγο αυτό το μοντέλο του δέκτη ραντάρ που προσομοιώνεται τελικά είναι μία παραλλαγή του αρχικού μοντέλου η οποία περιλαμβάνει επεξεργασίες μόνο ψηφιακών σημάτων. Η παραλλαγή αυτή εμφανίζεται στο επόμενο διάγραμμα και μπορεί να προσομοιωθεί από έναν ψηφιακό υπολογιστή.



Σχήμα 5-1. Μοντέλο δέκτη ραντάρ προς προσομοίωση



**Σχήμα 5-2.** Μοντέλο δέκτη ραντάρ που προσομοιώνεται από ψηφιακό υπολογιστή

Στο νέο μοντέλο δέκτη ραντάρ το σήμα εισόδου  $x_{in}(t)$  δειγματοληπτείται με συχνότητα  $f_{SH}=128$  MHz έτσι ώστε  $f_{SH}>2f_C+BW_P$ , φιλτράρεται από το αναλογικό φίλτρο IF και στη συνέχεια δειγματοληπτείται πάλι με συχνότητα  $f_{SH}$  δίνοντας τη δειγματοληπτημένη απόκριση  $y_C'(t)$  του αναλογικού φίλτρου IF. Η δειγματοληπτημένη απόκριση  $y_C'(t)$  υφίσταται σύμφωνη αποδιαμόρφωση και στη συνέχεια διέρχεται από έναν μετατροπέα A/D έτσι ώστε να μετατραπεί στο ισοδύναμο ψηφιακό σήμα βασικής ζώνης  $y_D(nT_{SH})$ , όπου  $T_{SH}=1/f_{SH}$  η περίοδος της πρώτης δειγματοληψίας. Κατόπιν το ψηφιακό σήμα  $y_D(nT_{SH})$  περνά από έναν υποδειγματολήπτη τάξης  $M=f_{SH}/f_S$ , υφίσταται καθυστέρηση  $k$  περιόδων διάρκειας  $T_S$  η καθεμία και ενισχύεται κατά  $A$  φορές έτσι ώστε να δώσει τελικά το ψηφιακό σήμα  $y_D(nT_S)$ . Τέλος το σήμα  $y_D(nT_S)$  φιλτράρεται από το ψηφιακό φίλτρο Doppler για να δώσει την απόκριση  $y_{out}(nT_S)$  που είναι ταυτόχρονα και το σήμα εξόδου της προσομοίωσης.

Στο σημείο αυτό είναι σκόπιμο να εξηγηθούν οι μετατροπές που έγιναν στο αρχικό μοντέλο δέκτη ραντάρ. Ο συνδυασμός δειγματολήπτη - αναλογικού φίλτρου IF - δειγματολήπτη επιτρέπει την προσομοίωση της λειτουργίας του αναλογικού φίλτρου IF ως ψηφιακό φίλτρο με κρουστική απόκριση τη δειγματοληπτημένη κρουστική απόκριση σε συχνότητα  $f_{SH}$  του αναλογικού φίλτρου IF. Ο αλγόριθμος FFT δύναται να χρησιμοποιηθεί στην προαναφερόμενη προσομοίωση επειδή  $f_{SH}>2f_C+BW_P$ , γεγονός που επιτρέπει την εκτέλεση του φιλτραρίσματος IF στο πεδίο της συχνότητας αντί στο πεδίο του χρόνου. Έπειτα ο υποδειγματολήπτης τάξης  $M$  μετατρέπει τη συχνότητα δειγματοληψίας του ψηφιακού σήματος από  $f_{SH}$  σε  $f_S$ , γεγονός που επιτρέπει τη χρησιμοποίηση του ψηφιακού φίλτρου Doppler για το φιλτράρισμα βασικής ζώνης. Η καθυστέρηση των  $k$  περιόδων είναι τεχνητή και έχει ως μοναδικό σκοπό τη διασύνδεση των διαδικασιών του αναλογικού και του ψηφιακού φιλτραρίσματος μεταξύ τους μια που αυτές εκτελούνται με διαφορετικές συχνότητες δειγματοληψίας σε πραγματικό χρόνο. Τέλος η ενίσχυση κατά  $A$  φορές, όπου  $A$  σταθερά η οποία εξαρτάται από τις συχνότητες δειγματοληψίας  $f_{SH}$  και  $f_S$  των σημάτων εντός του μοντέλου δέκτη ραντάρ, αντισταθμίζει τις ενδεχόμενες απώλειες ισχύος του ψηφιακού σήματος που οφείλονται στην υποδειγματοληψία του και μόνο.

Υπενθυμίζεται ότι το παραπάνω μοντέλο δέκτη ραντάρ αναπτύχθηκε με μοναδικό σκοπό τη μελέτη και ανάλυση της συμπεριφοράς των φίλτρων Doppler και IF,

τα οποία συνεργάζονται τόσο μεταξύ τους όσο και με τις υπόλοιπες βασικές μονάδες του δέκτη ραντάρ, υπό διαφορετικές συνθήκες λήψης κάθε φορά. Για το λόγο αυτό απλουστεύτηκαν ή αφαιρέθηκαν όλες οι μονάδες ενός πραγματικού δέκτη ραντάρ οι οποίες δε συμμετέχουν άμεσα στην επίτευξη του παραπάνω σκοπού. Επίσης για τον ίδιο λόγο δε λήφθηκαν υπόψη όλες οι αποκλίσεις από την ιδανική λειτουργία των μονάδων ενός πραγματικού δέκτη ραντάρ οι οποίες δεν είναι προβλέψιμες ή δε συμμετέχουν άμεσα στην επίτευξη του παραπάνω σκοπού. Πάντως το συγκεκριμένο μοντέλο δέκτη ραντάρ είναι αρκετό για να δείξει τη συμπεριφορά των φίλτρων Doppler και IF σε πραγματικές συνθήκες λήψης.

Το επόμενο βήμα έπεται από την παρουσίαση του μοντέλου του δέκτη ραντάρ είναι η παρουσίαση και ανάλυση των αποτελεσμάτων της προσομοίωσης λειτουργίας του μοντέλου αυτού σε πραγματικό χρόνο.

### 5.3 Αποτελέσματα προσομοίωσης

Το παραλλαγμένο μοντέλο δέκτη ραντάρ, το οποίο περιγράφηκε στην προηγούμενη ενότητα, λειτούργησε με την εκτέλεση προσομοίωσης σε πραγματικό χρόνο και για διάφορες συνθήκες λήψης. Οι συνθήκες αυτές είναι κατά σειρά οι ακόλουθες:

- 1) Λήψη χωρίς θόρυβο ούτε μετατόπιση Doppler.
- 2) Λήψη με σηματοθορυβικό λόγο SNR=20 dB.
- 3) Λήψη με σηματοθορυβικό λόγο SNR=20 dB και μετατόπιση Doppler εξαιτίας σχετικής ταχύτητας  $|\vec{v}|=100$  m/sec του στόχου ως προς το ραντάρ.
- 4) Λήψη με σηματοθορυβικό λόγο SNR=15 dB.
- 5) Λήψη με σηματοθορυβικό λόγο SNR=15 dB και μετατόπιση Doppler εξαιτίας σχετικής ταχύτητας  $|\vec{v}|=100$  m/sec του στόχου ως προς το ραντάρ.

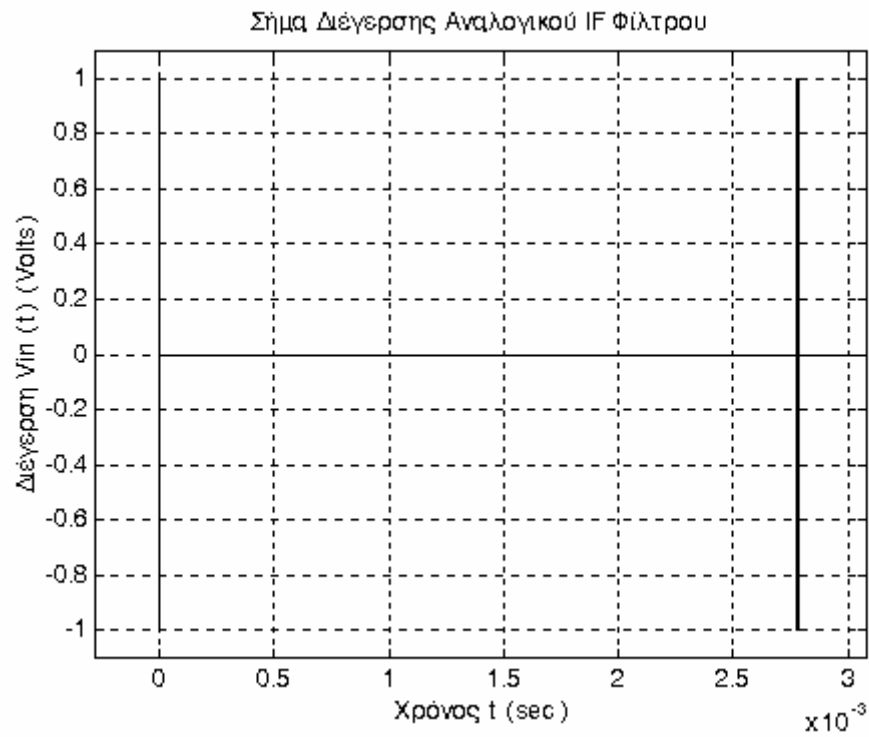
Τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων λειτουργίας του μοντέλου δέκτη ραντάρ υπό τις παραπάνω συνθήκες λήψης εμφανίζονται κατά σειρά στις ισάριθμες δωδεκάδες διαγραμμάτων που ακολουθούν στη συνέχεια, όπου η κάθε δωδεκάδα δια-

γραμμάτων αντιστοιχεί σε συγκεκριμένες συνθήκες λήψης. Σε κάθε δωδεκάδα διαγραμμάτων εμφανίζονται κατά σειρά τα ακόλουθα σήματα:

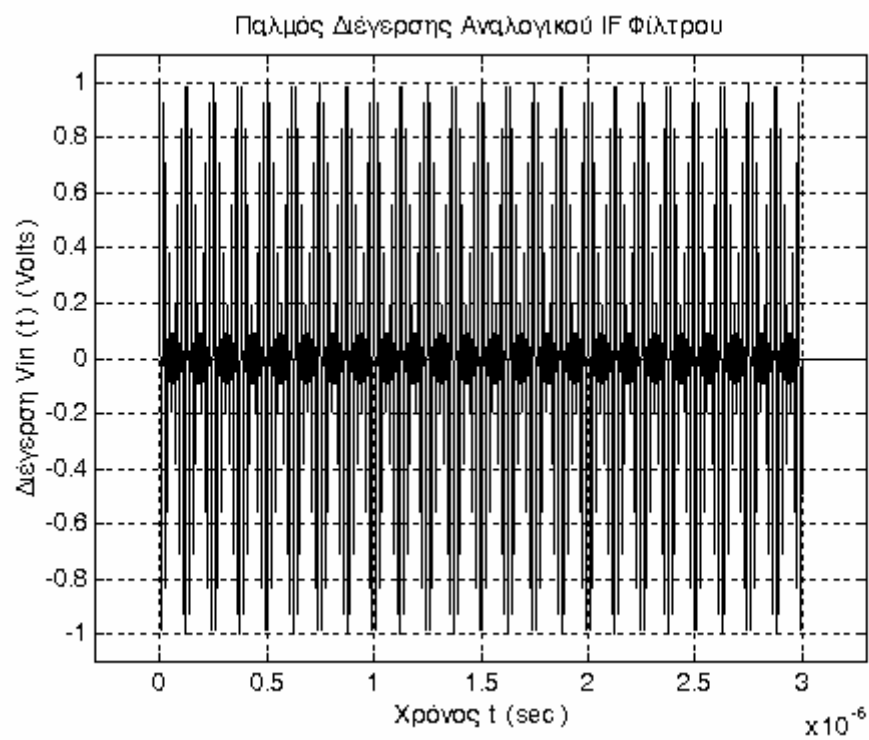
- 1) Το σήμα διέγερσης του αναλογικού φίλτρου IF  $x_{in}'(t)$  όπως προκύπτει για ολόκληρο το χρόνο προσομοίωσης.
- 2) Ο πρώτος διαμορφωμένος παλμός της διέγερσης του αναλογικού φίλτρου IF  $x_{in}'(t)$ .
- 3) Το δειγματοληπτημένο σήμα απόκρισης του αναλογικού φίλτρου IF  $y_c'(t)$  όπως προκύπτει για ολόκληρο το χρόνο προσομοίωσης.
- 4) Ο πρώτος διαμορφωμένος παλμός της δειγματοληπτημένης απόκρισης του αναλογικού φίλτρου IF  $y_c'(t)$ .
- 5) Το σήμα διέγερσης του ψηφιακού φίλτρου Doppler  $y_D(nT_s)$  όπως προκύπτει για ολόκληρο το χρόνο προσομοίωσης.
- 6) Ο πρώτος παλμός της διέγερσης του ψηφιακού φίλτρου Doppler  $y_D(nT_s)$ .
- 7) Το σήμα απόκρισης του μη αναδρομικού ψηφιακού φίλτρου Doppler  $y_{out}(nT_s)$  όπως προκύπτει για ολόκληρο το χρόνο προσομοίωσης.
- 8) Ο πρώτος παλμός βασικής ζώνης της απόκρισης του μη αναδρομικού ψηφιακού φίλτρου Doppler  $y_{out}(nT_s)$ .
- 9) Το σήμα απόκρισης του αναδρομικού ψηφιακού φίλτρου Doppler  $y_{out}(nT_s)$  όπως προκύπτει για ολόκληρο το χρόνο προσομοίωσης.
- 10) Ο πρώτος παλμός βασικής ζώνης της απόκρισης του αναδρομικού ψηφιακού φίλτρου Doppler  $y_{out}(nT_s)$ .
- 11) Το σήμα απόκρισης του αναδρομικού ψηφιακού φίλτρου Doppler με ισοσταθμιστή φάσης  $y_{out}(nT_s)$  όπως προκύπτει για ολόκληρο το χρόνο προσομοίωσης.
- 12) Ο πρώτος παλμός βασικής ζώνης της απόκρισης του αναδρομικού ψηφιακού φίλτρου Doppler με ισοσταθμιστή φάσης  $y_{out}(nT_s)$ .

Προτού αναλυθούν τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων λειτουργίας είναι σκόπιμο να ειπωθούν δύο λόγια για τις προσομοιώσεις αυτές. Έτσι λοιπόν ο όρος "προσομοίωση πραγματικού χρόνου" υπονοεί ότι οι επεξεργασίες των σημάτων εντός του μοντέλου δέκτη ραντάρ πραγματοποιούνται πάνω σε πακέτα δειγμάτων τα οποία διαδέχονται το ένα το άλλο κατά τη διάρκεια της προσομοίωσης. Θεωρείται ότι τα δείγματα του κάθε πακέτου εμφανίζονται ταυτόχρονα στην είσοδο του μοντέλου δέκτη ραντάρ, πράγμα που δε συμβαίνει στην πράξη αλλά και δεν επηρεάζει την ορθότητα και πληρότητα των αποτελεσμάτων των προσομοιώσεων. Η επεξεργασία των πακέτων με τα δείγματα πραγματοποιείται σε κάθε στάδιο με τη βοήθεια του αλγορίθμου επικάλυψης και αποθήκευσης, γεγονός που επιτρέπει την προσομοίωση του μοντέλου δέκτη ραντάρ για αυθαίρετα μεγάλο χρονικό διάστημα χωρίς να υπεισέρχονται περιορισμοί μνήμης υπολογιστή. Από την άλλη όμως πλευρά οι περιορισμοί μνήμης που θέτονται ως προς το μέγεθος του κάθε πακέτου το οποίο μπορεί να επεξεργαστεί ο αλγόριθμος επικάλυψης και αποθήκευσης επέβαλλαν ως ανώτερο όριο για την κρουστική απόκριση του αναλογικού φίλτρου IF που λαμβάνεται υπόψη κατά τις προσομοιώσεις τα 8 msec. Πάντως η κρουστική απόκριση του αναλογικού φίλτρου IF που απομένει αποτελεί το σπουδαιότερο τμήμα της συνολικής κρουστικής απόκρισης του ιδίου φίλτρου. Συνεπώς οι αποκρίσεις του αναλογικού φίλτρου IF που προκύπτουν κατά τις προσομοιώσεις δεν απέχουν πολύ από τις αποκρίσεις που θα προέκυπταν εάν χρησιμοποιούταν ολόκληρη η κρουστική απόκριση του αναλογικού φίλτρου IF.

Σημειώνεται επιπλέον ότι όλες οι προσομοιώσεις του μοντέλου δέκτη ραντάρ περιορίστηκαν χρονικά σε μέγεθος λίγο μεγαλύτερο από  $T_{PRF}$ , όπου  $T_{PRF}$  η περίοδος επανάληψης παλμών του σήματος εισόδου  $x_{in}(t)$  του μοντέλου δέκτη ραντάρ. Ο περιορισμός αυτός είναι σκόπιμος και αποσκοπεί στην εξοικονόμηση υπολογιστικού χρόνου, αφού η συμπεριφορά του μοντέλου δέκτη ραντάρ είναι περίπου η ίδια σε κάθε περίοδο επανάληψης παλμών. Ακόμη ο παλμός ο οποίος εξετάζεται σε κάθε σήμα που προκύπτει από τις προσομοιώσεις είναι ο πρώτος παλμός. Αν και ο πρώτος παλμός διαφέρει από τους υπόλοιπους παλμούς εξαιτίας της απουσίας σήματος πριν από αυτόν, η διαφορά είναι μικρή και δεν ανατρέπει σε καμία περίπτωση τα συμπεράσματα που βασίζονται στην ανάλυση του πρώτου παλμού του κάθε παρατηρήσιμου σήματος των προσομοιώσεων. Τέλος, η τυχαιότητα των αποκρίσεων των πηγών

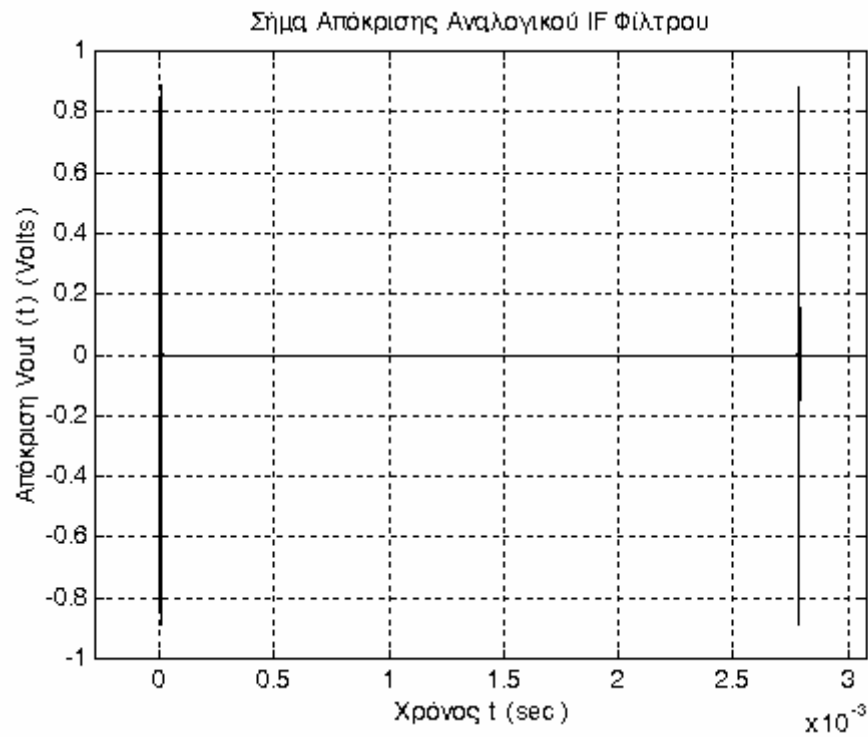


Σχήμα 5-3

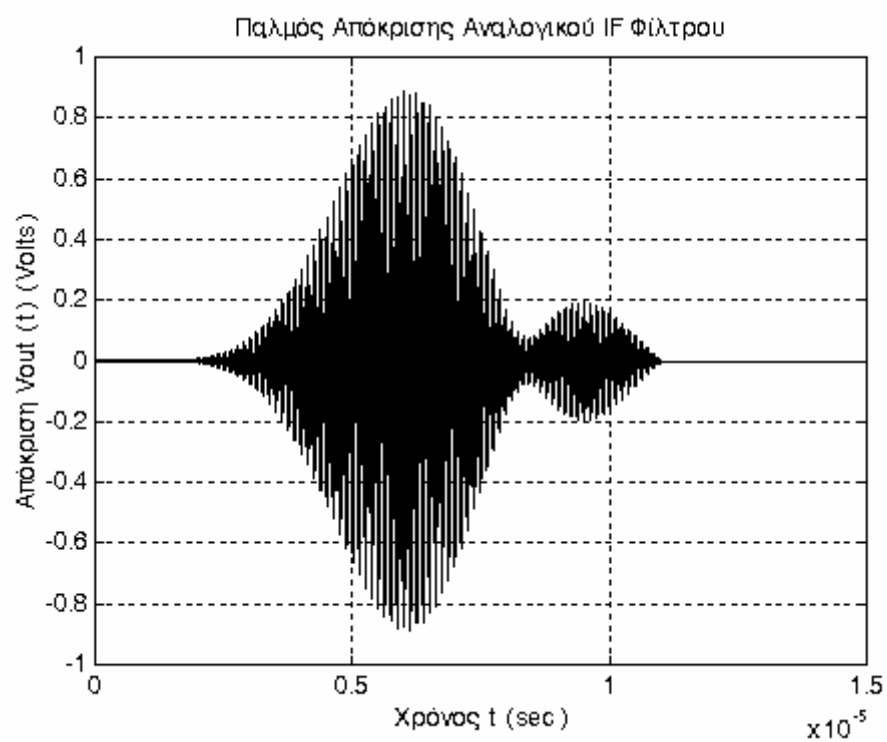


Σχήμα 5-4

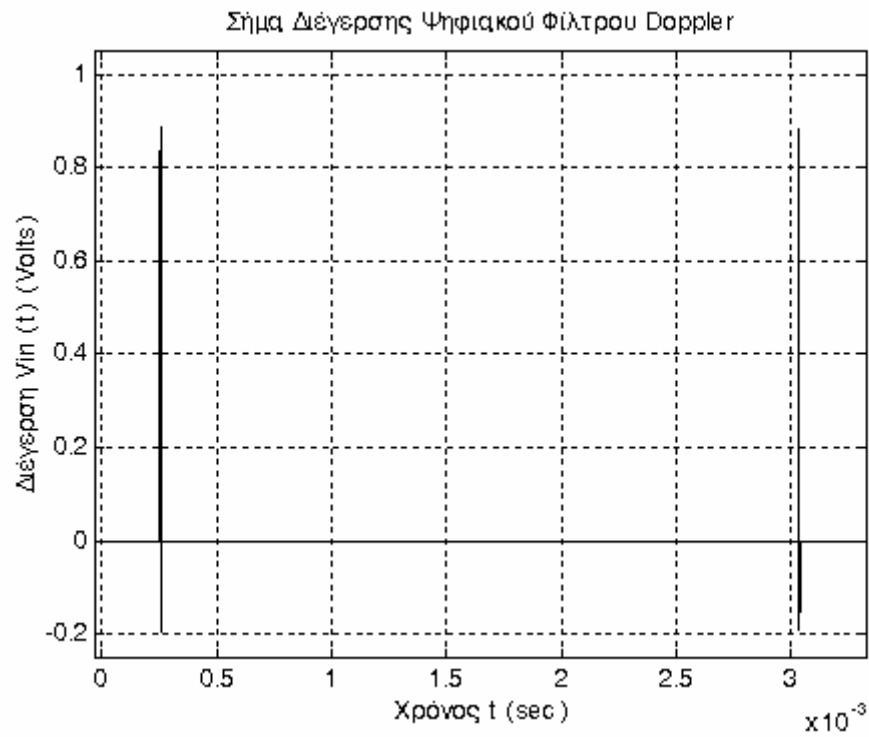




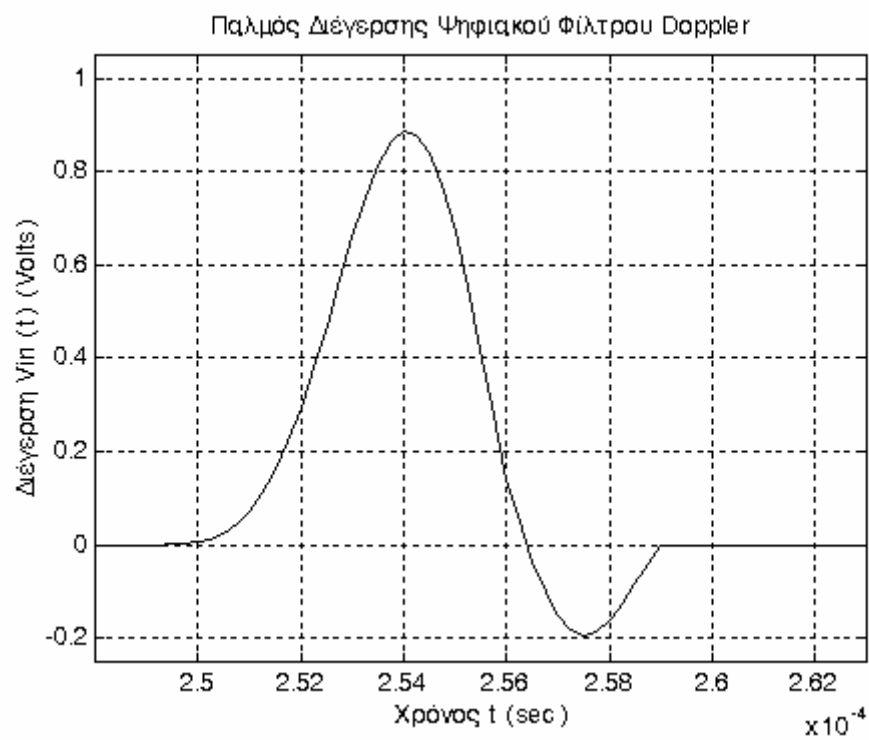
Σχήμα 5-5



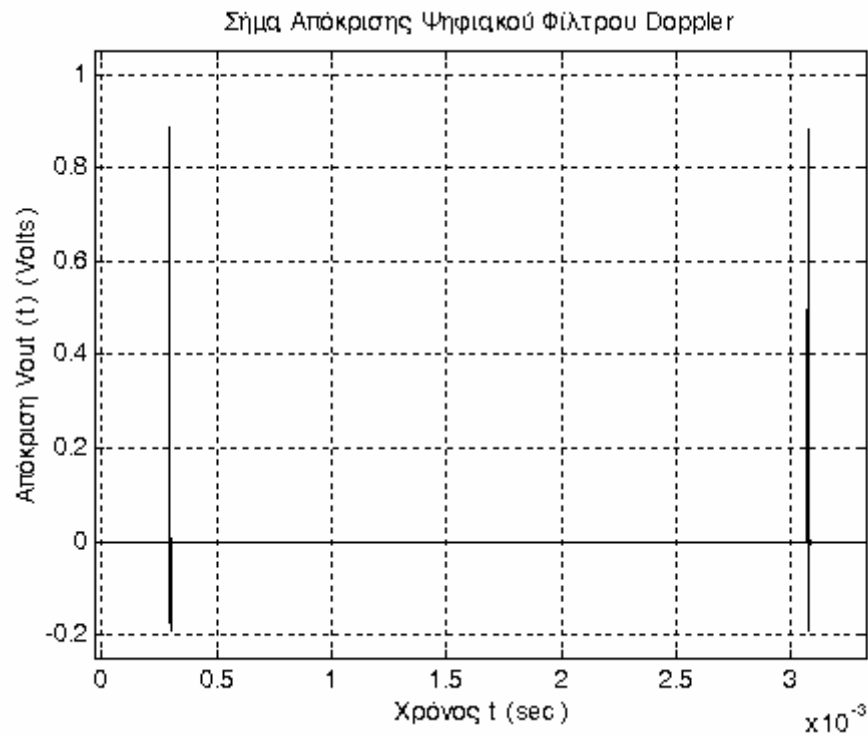
Σχήμα 5-6



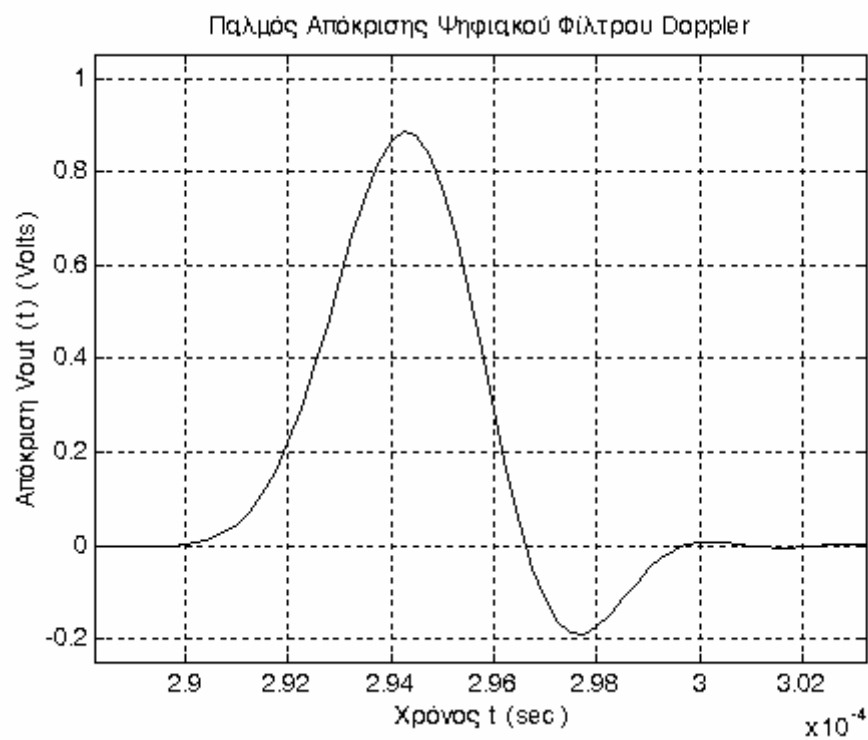
Σχήμα 5-7



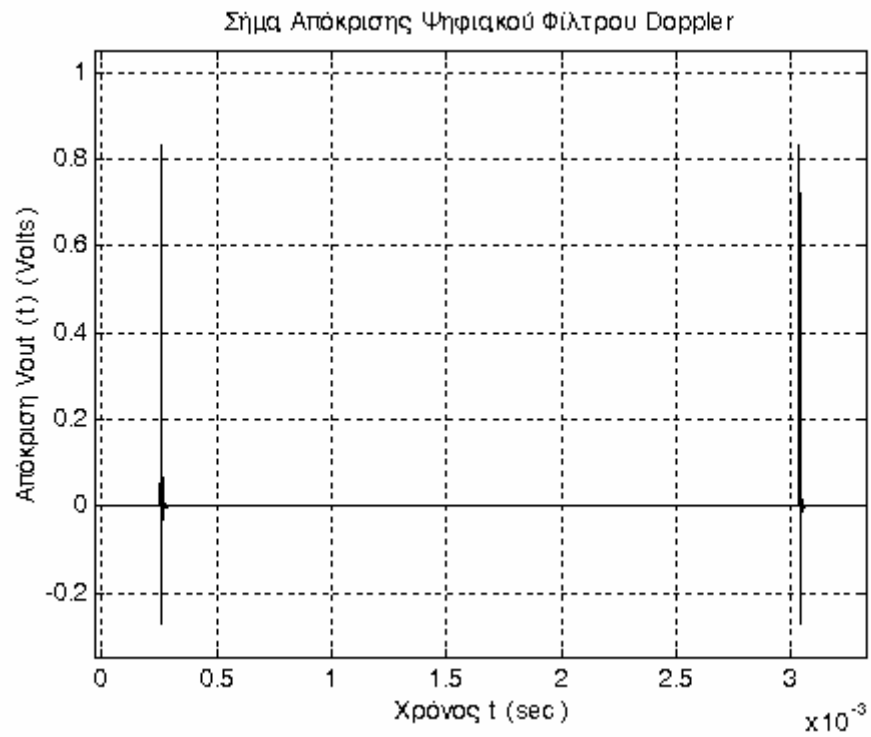
Σχήμα 5-8



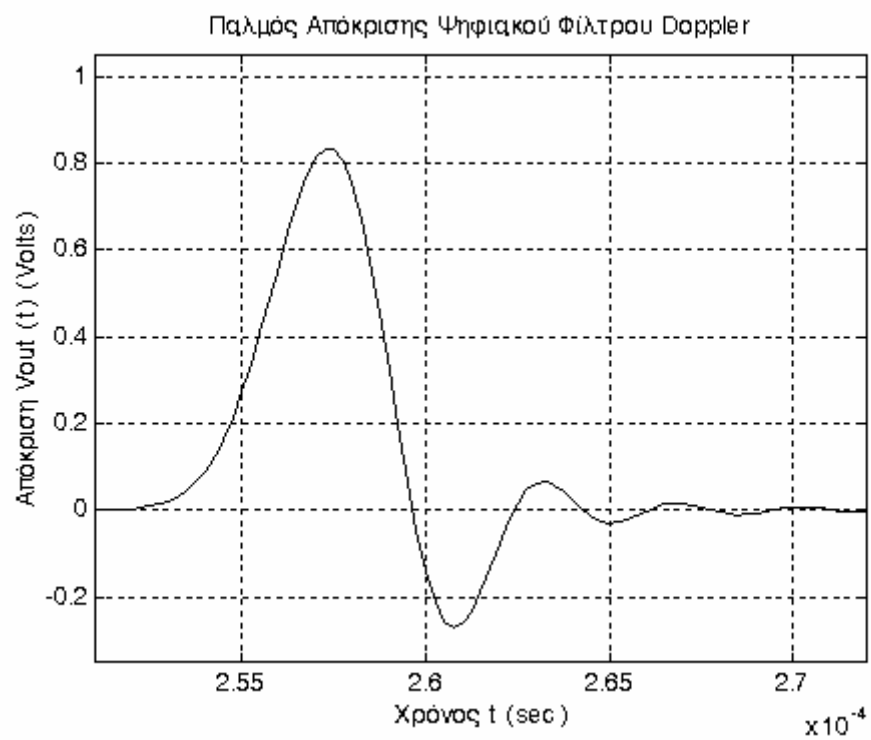
Σχήμα 5-9



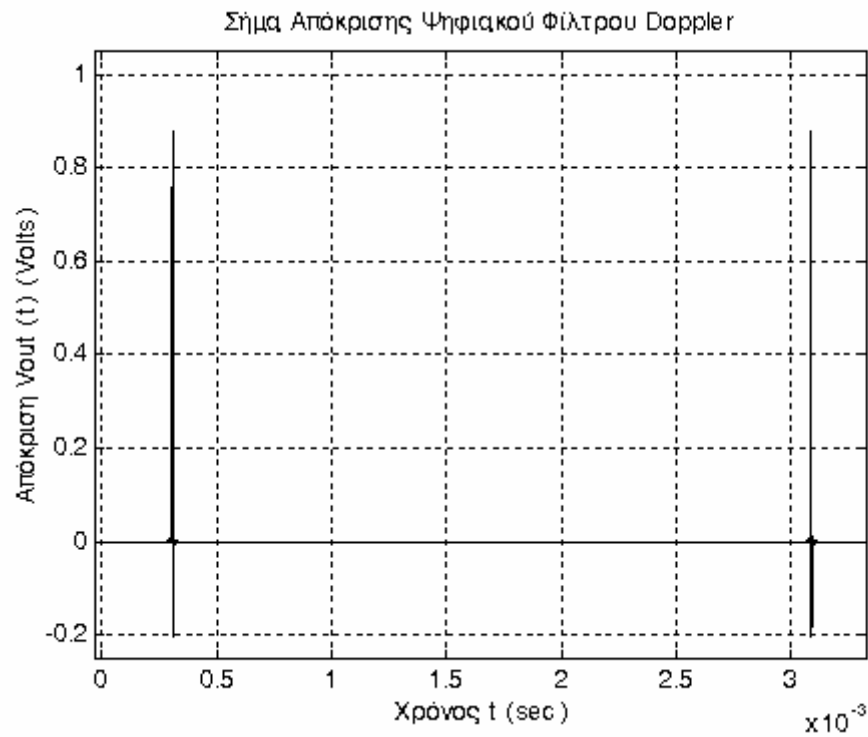
Σχήμα 5-10



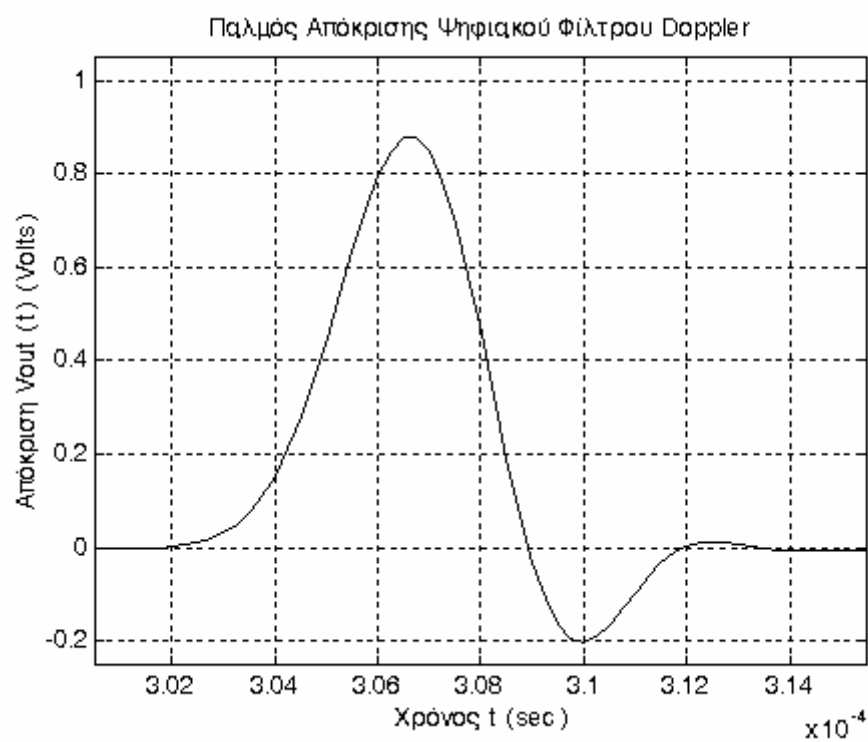
Σχήμα 5-11



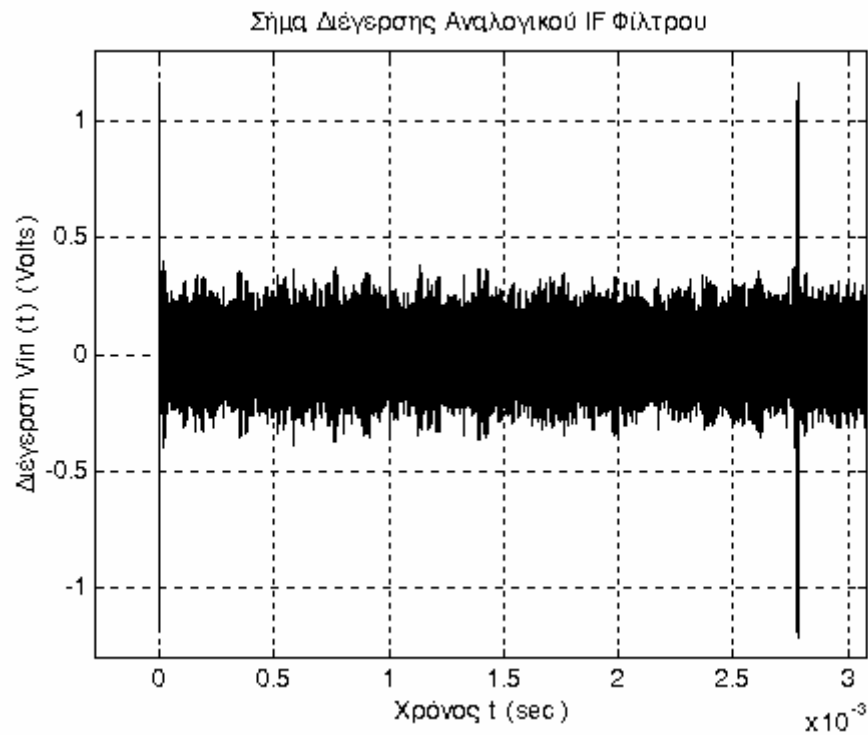
Σχήμα 5-12



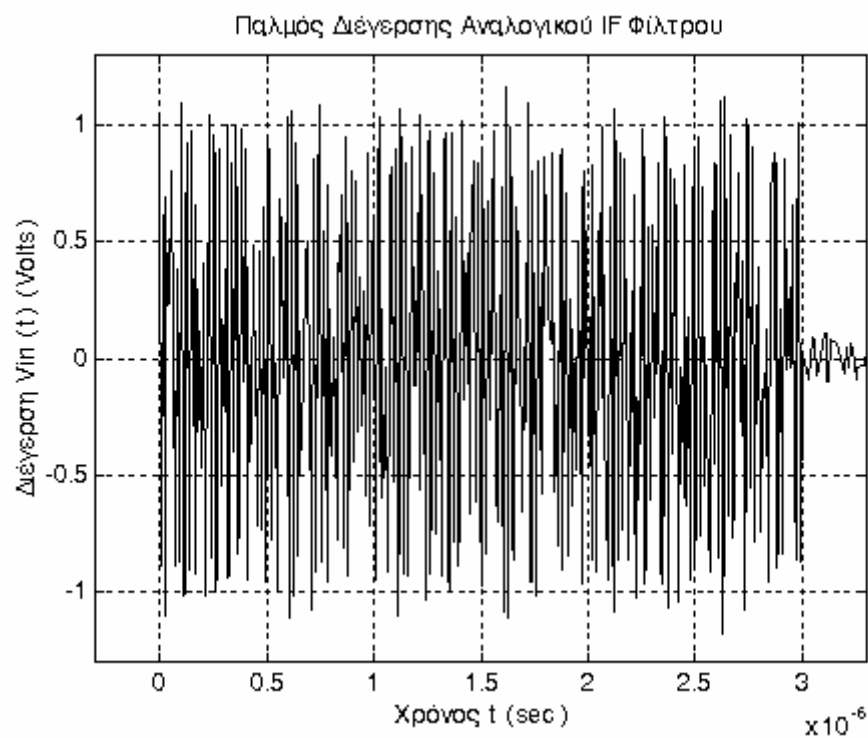
Σχήμα 5-13



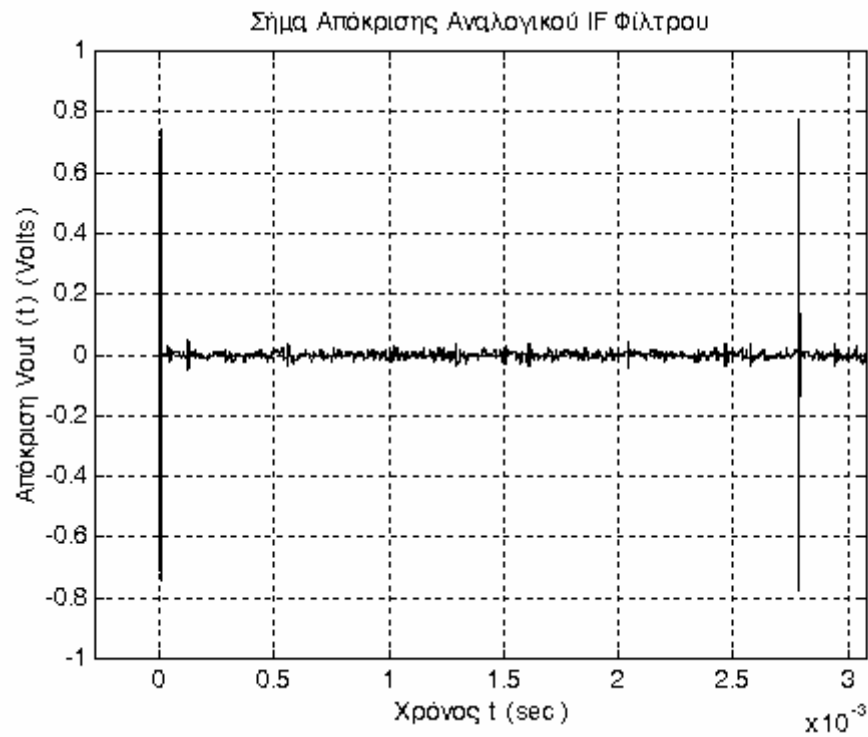
Σχήμα 5-14



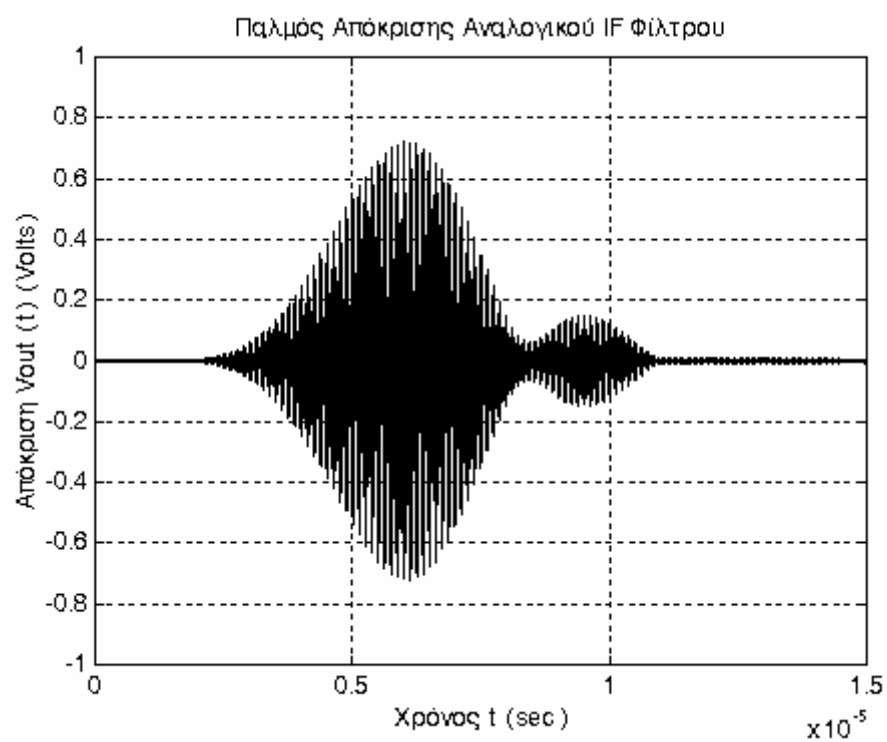
Σχήμα 5-15



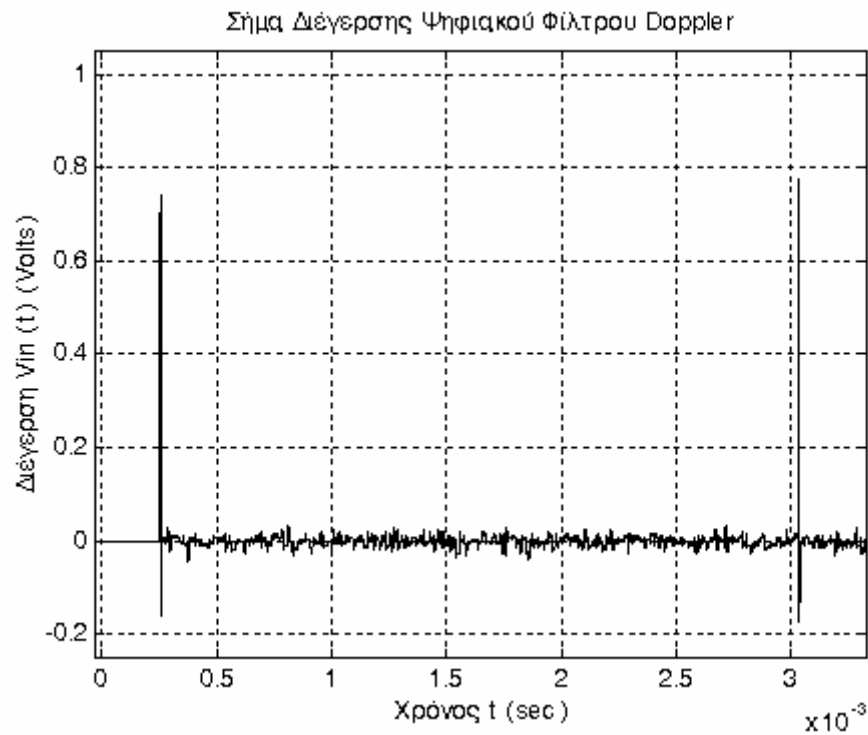
Σχήμα 5-16



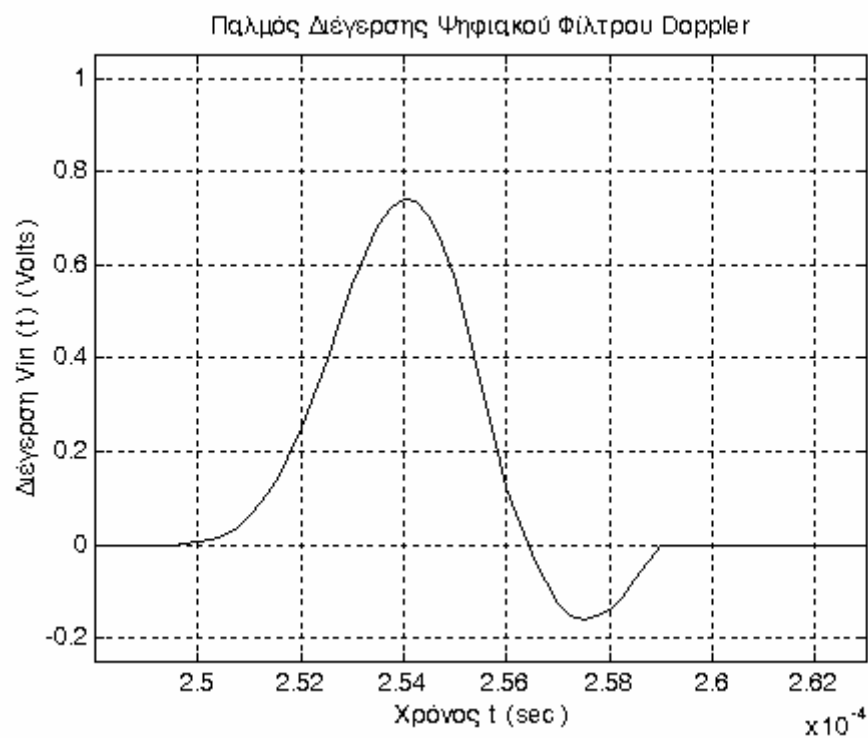
Σχήμα 5-17



Σχήμα 5-18

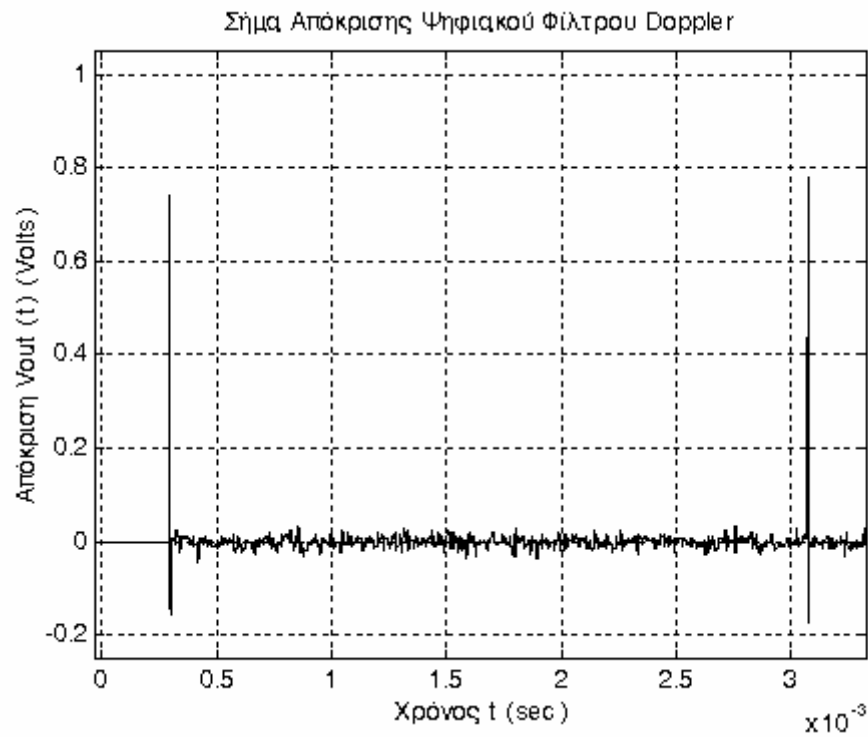


Σχήμα 5-19

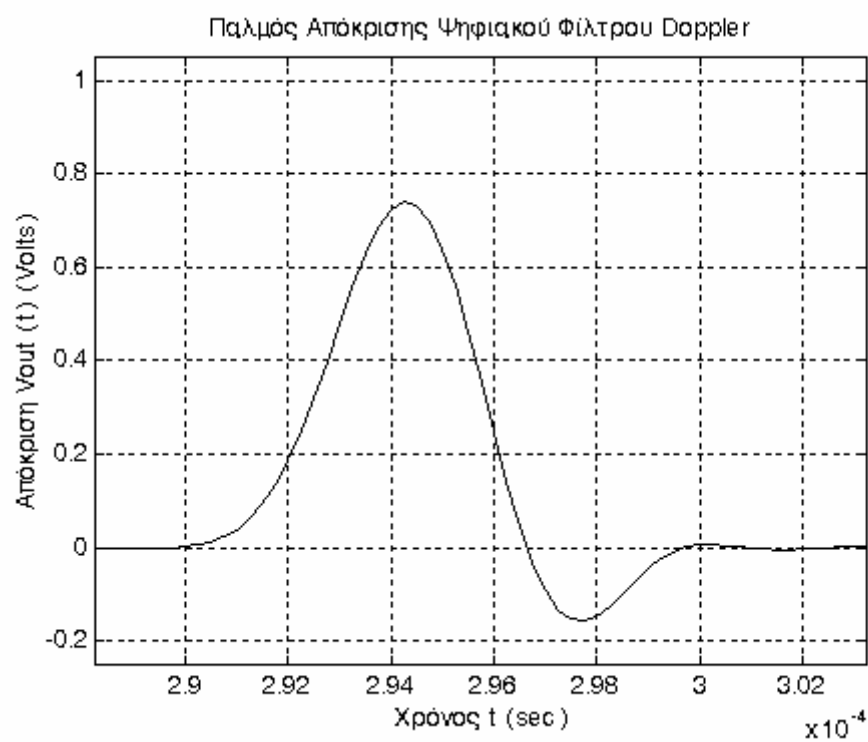


Σχήμα 5-20

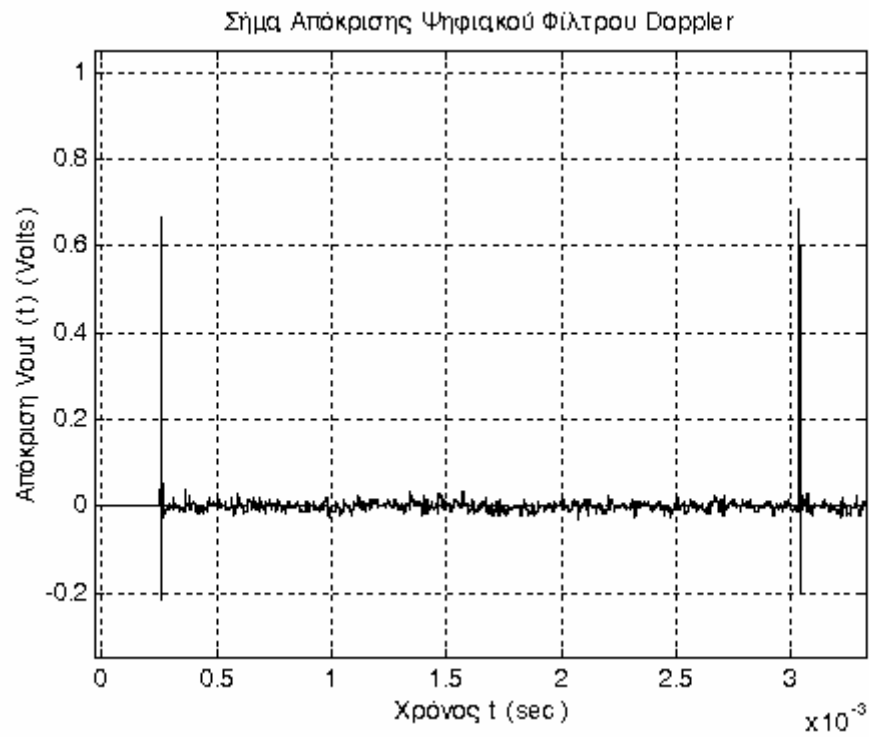




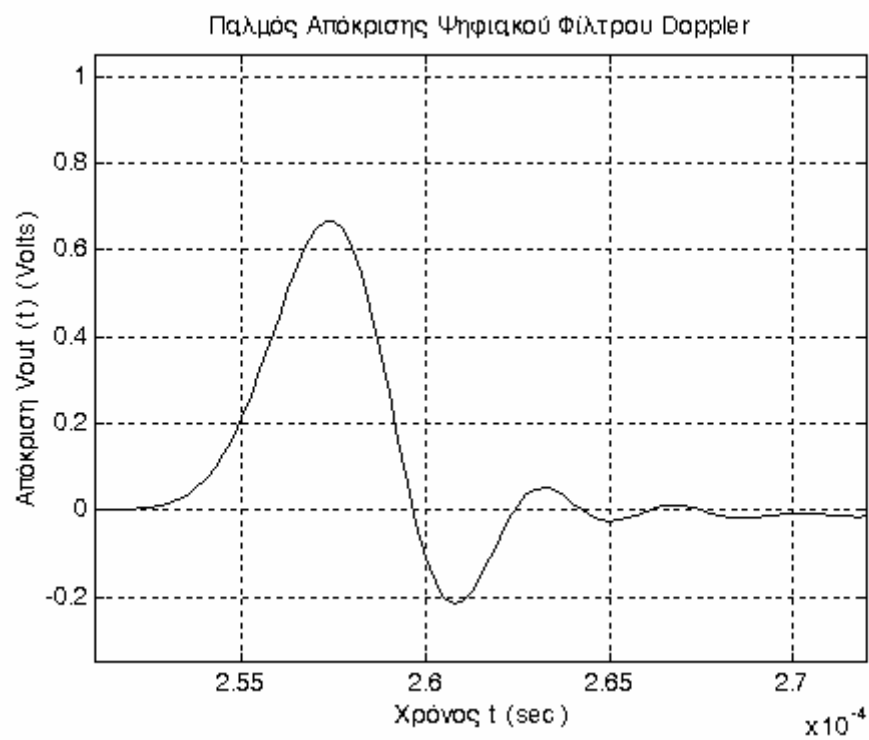
Σχήμα 5-21



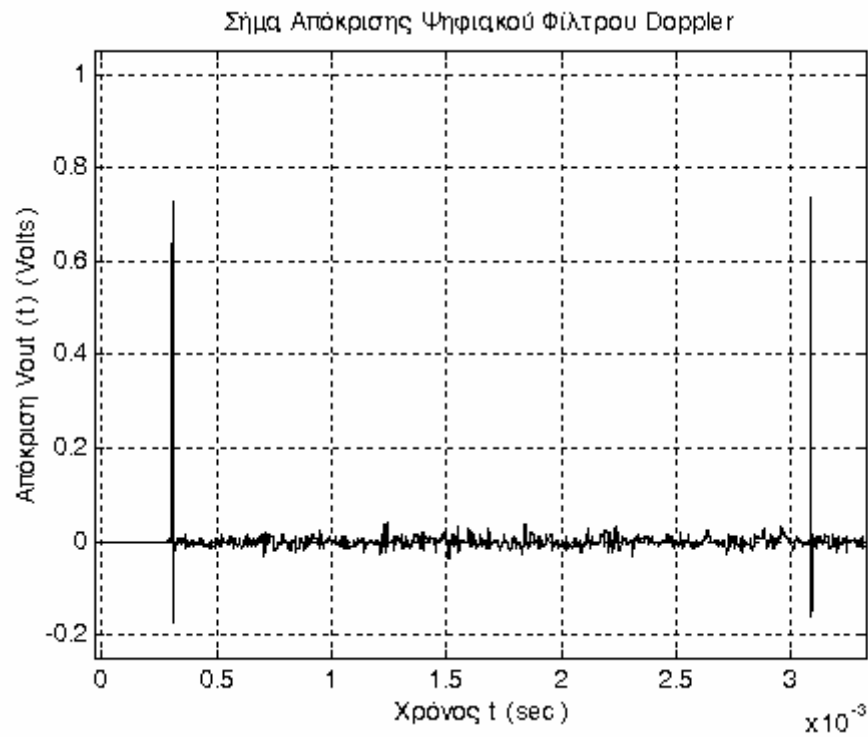
Σχήμα 5-22



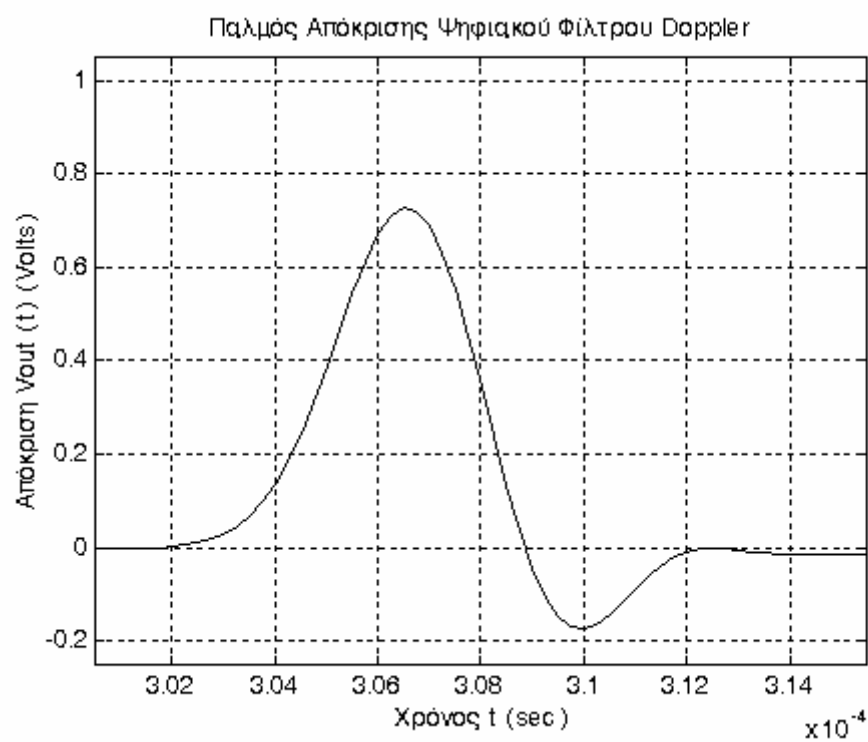
Σχήμα 5-23



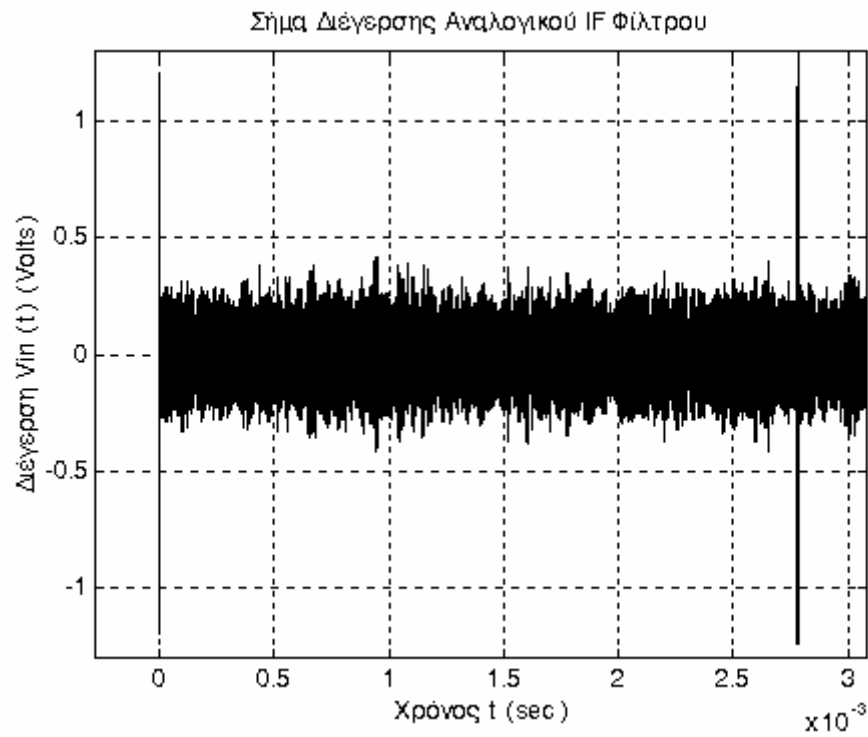
Σχήμα 5-24



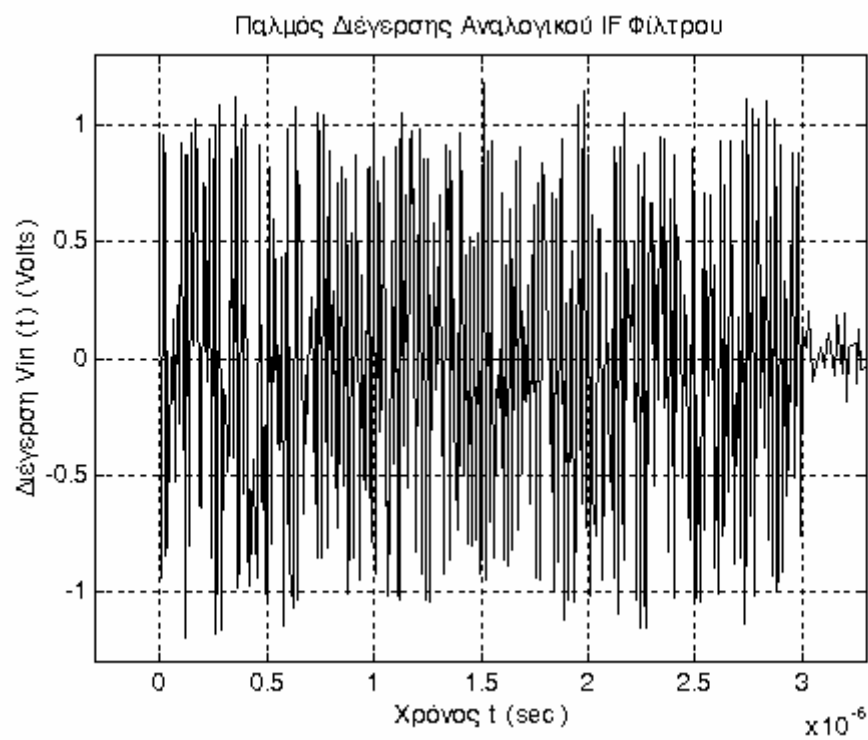
Σχήμα 5-25



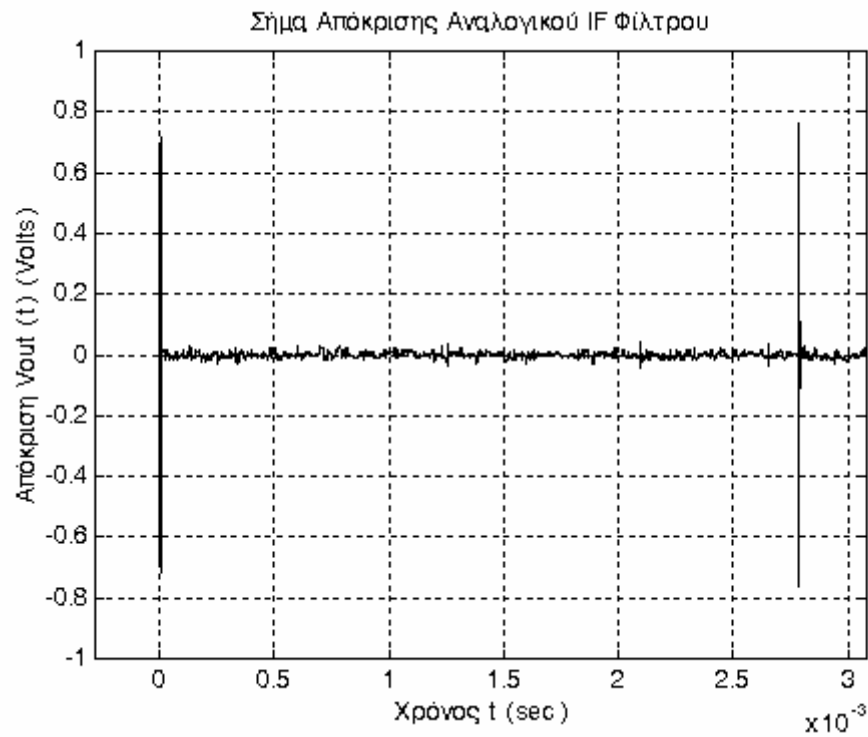
Σχήμα 5-26



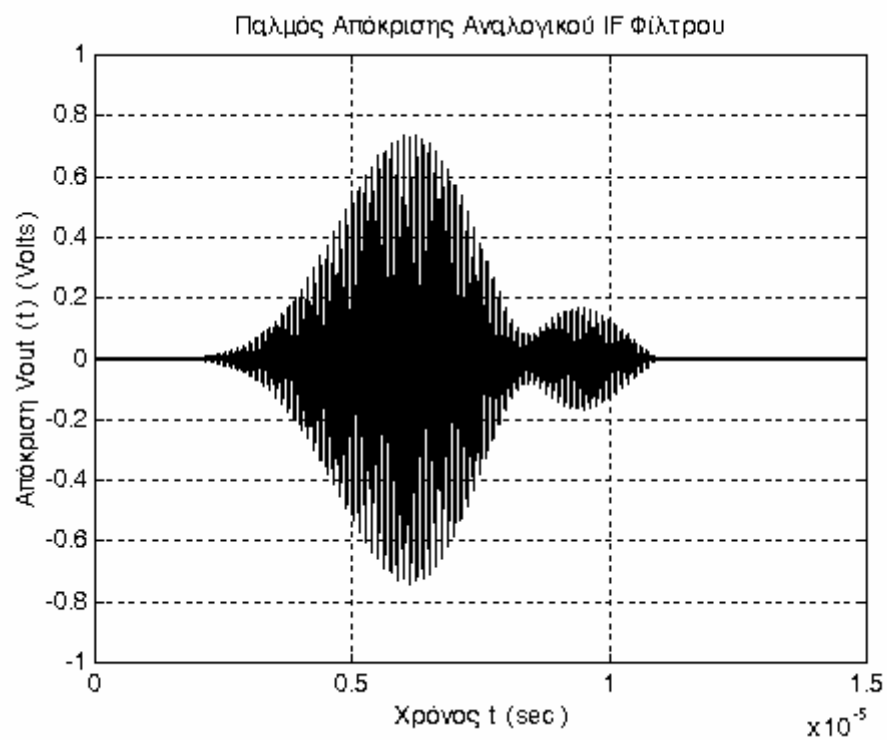
Σχήμα 5-27



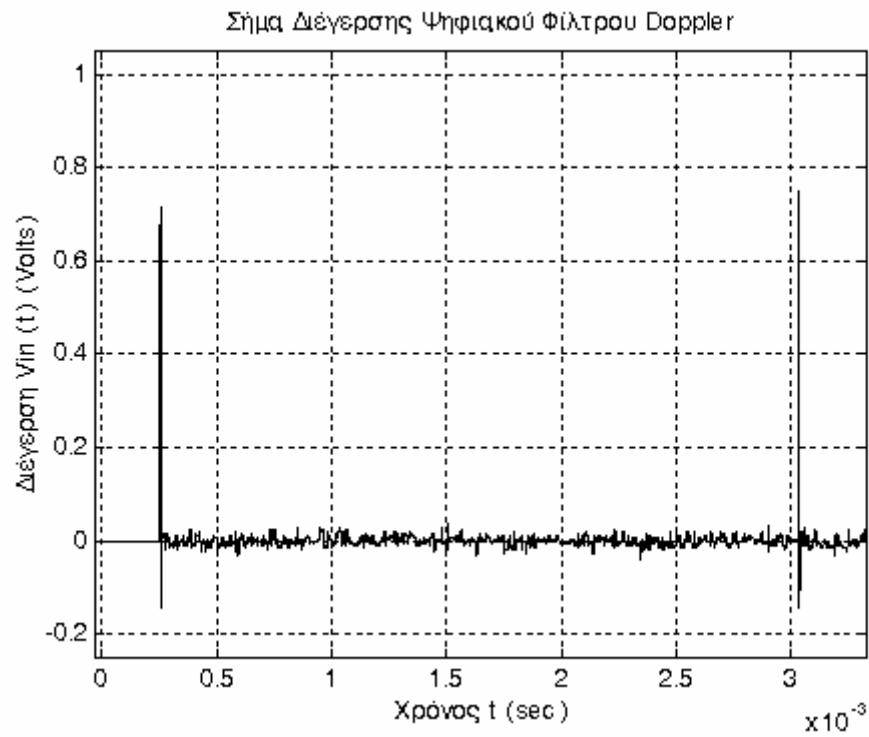
Σχήμα 5-28



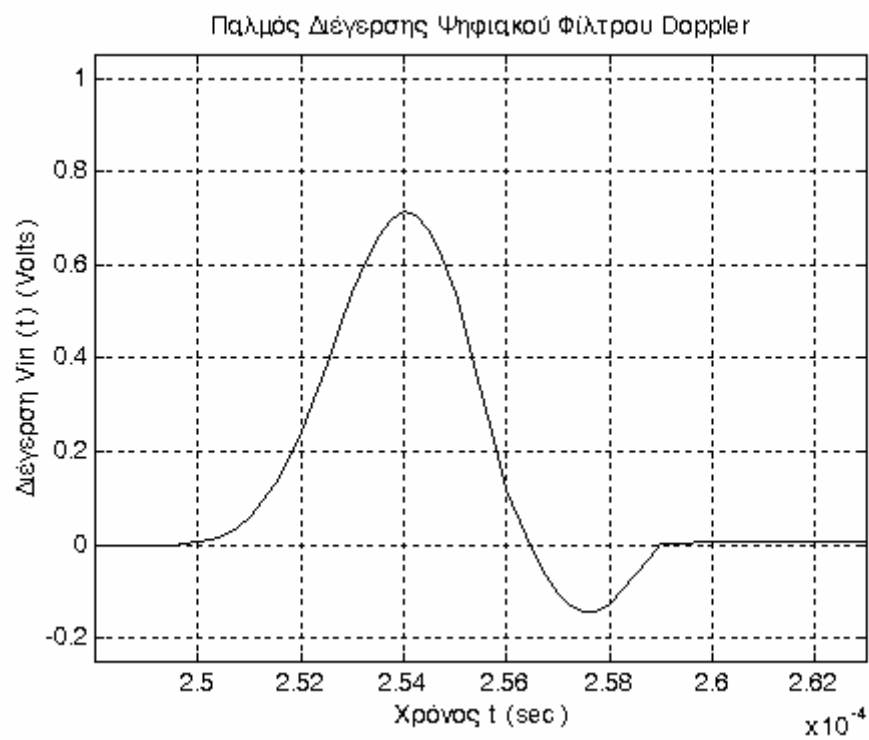
Σχήμα 5-29



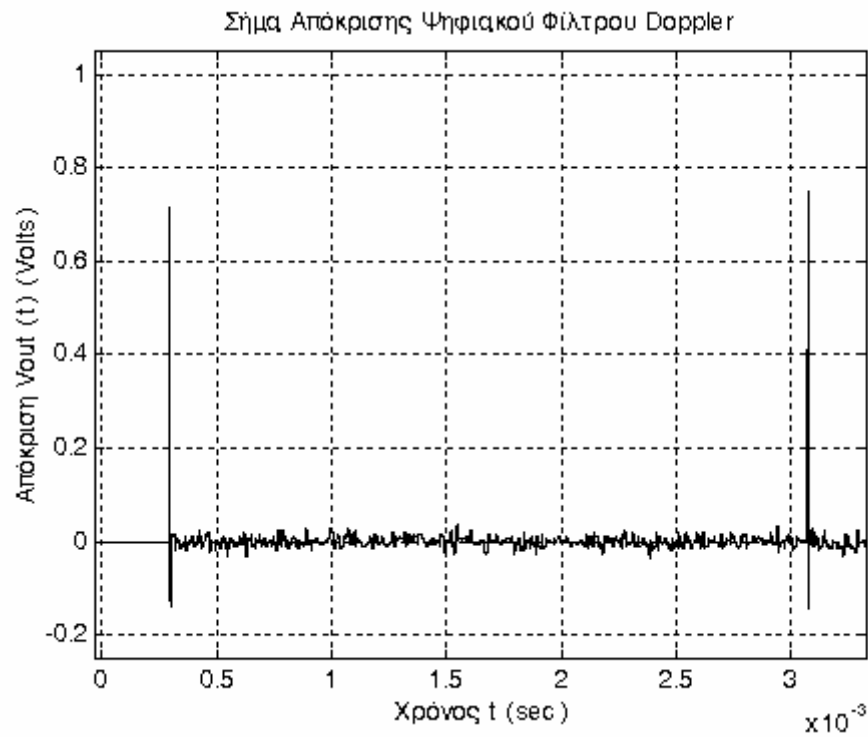
Σχήμα 5-30



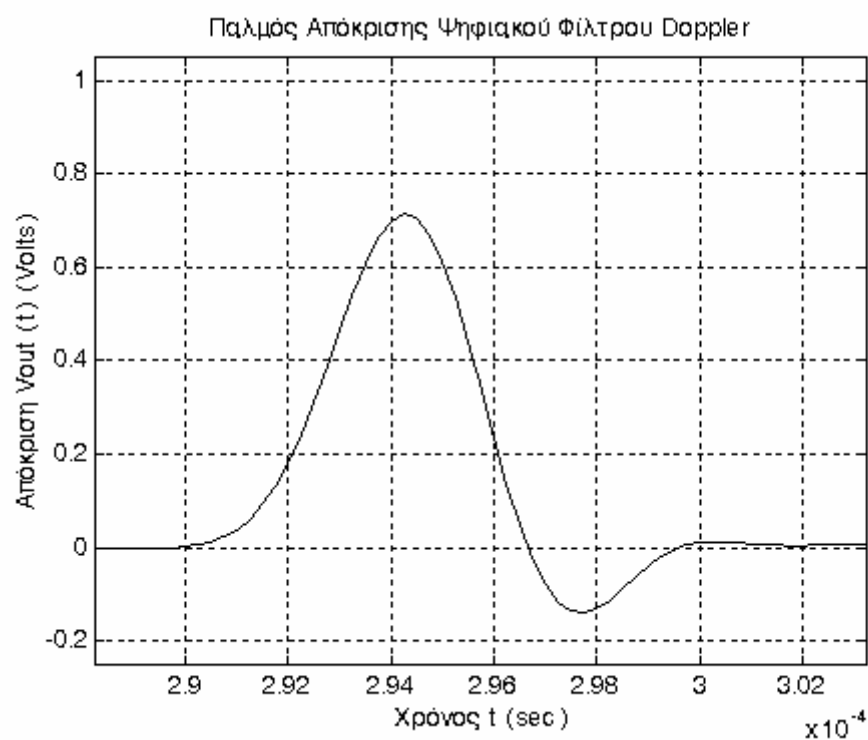
Σχήμα 5-31



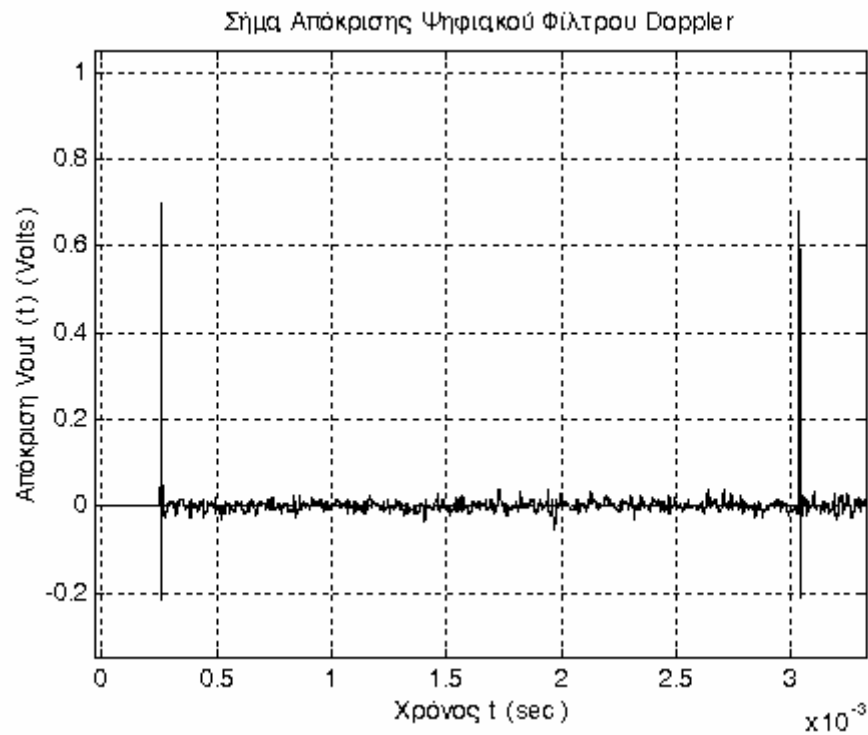
Σχήμα 5-32



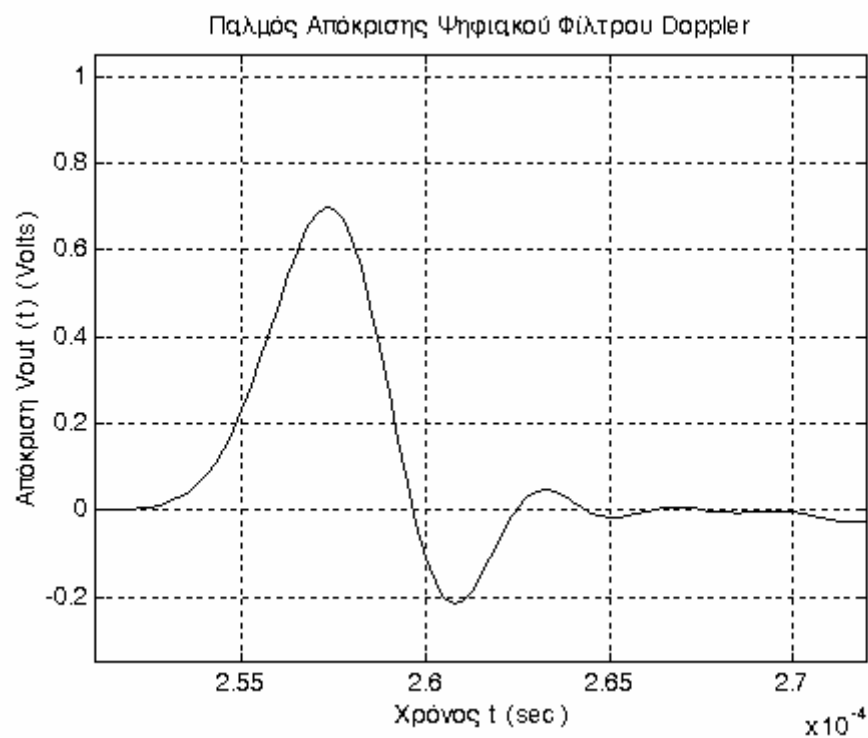
Σχήμα 5-33



Σχήμα 5-34

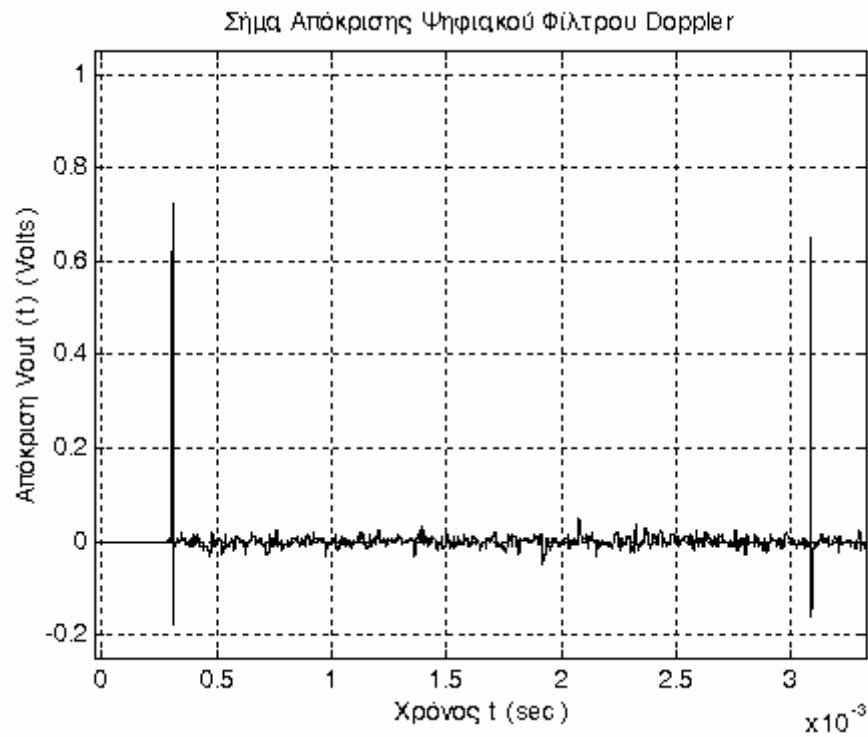


Σχήμα 5-35

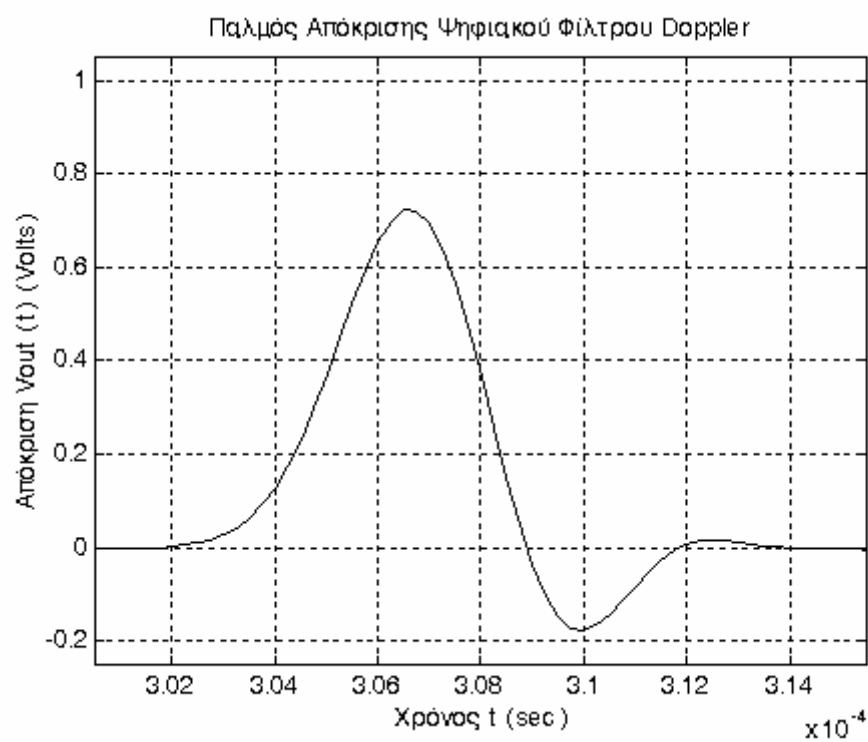


Σχήμα 5-36

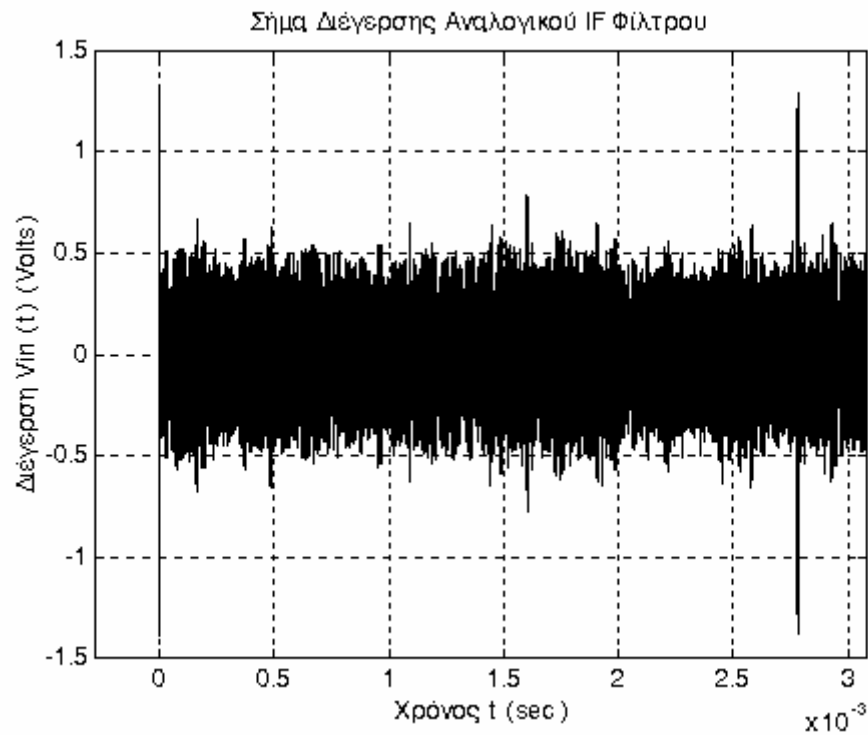




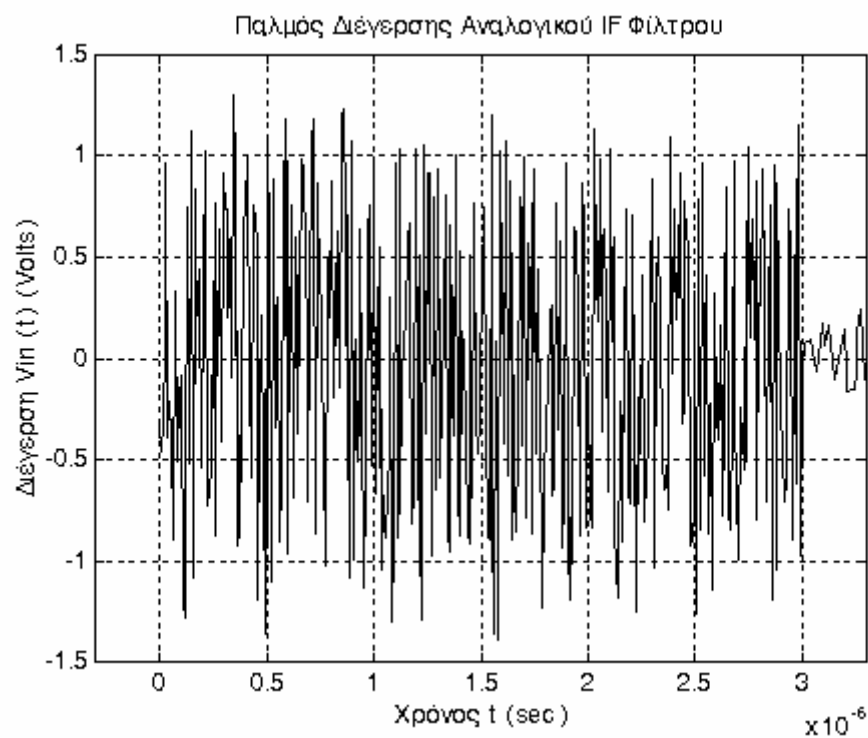
Σχήμα 5-37



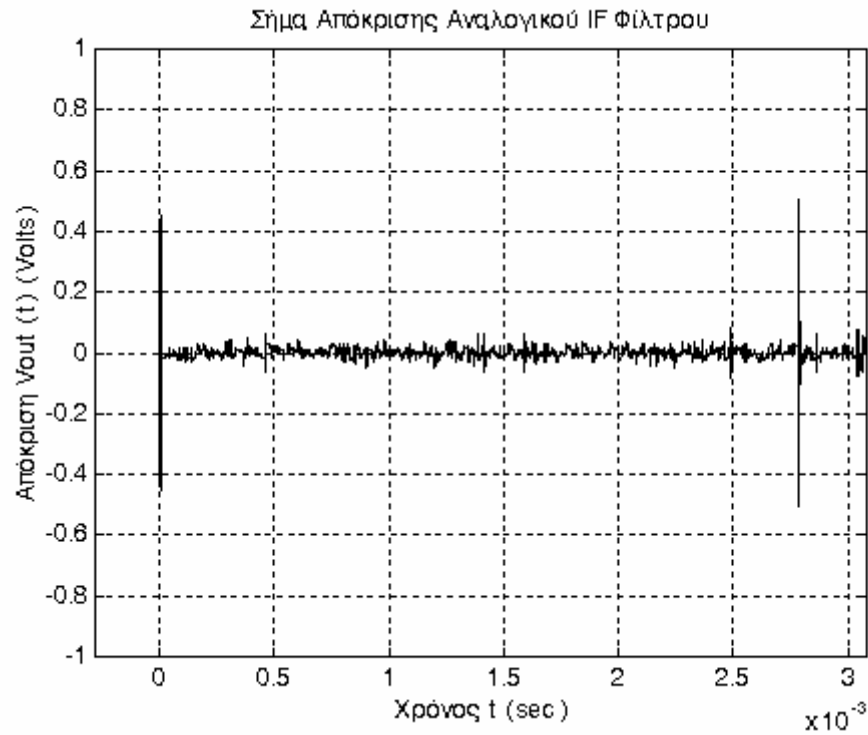
Σχήμα 5-38



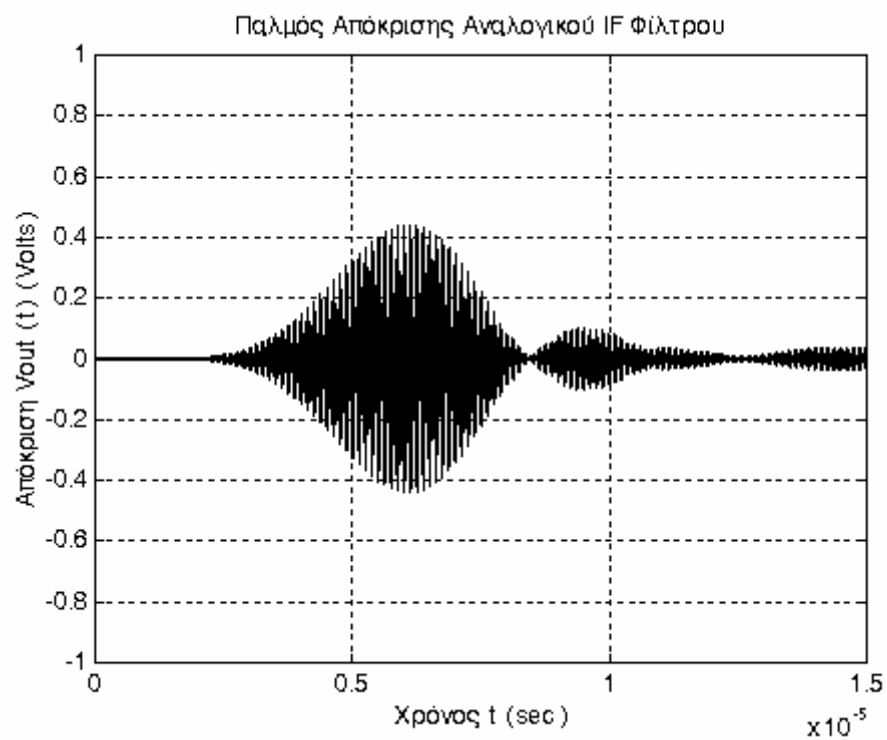
Σχήμα 5-39



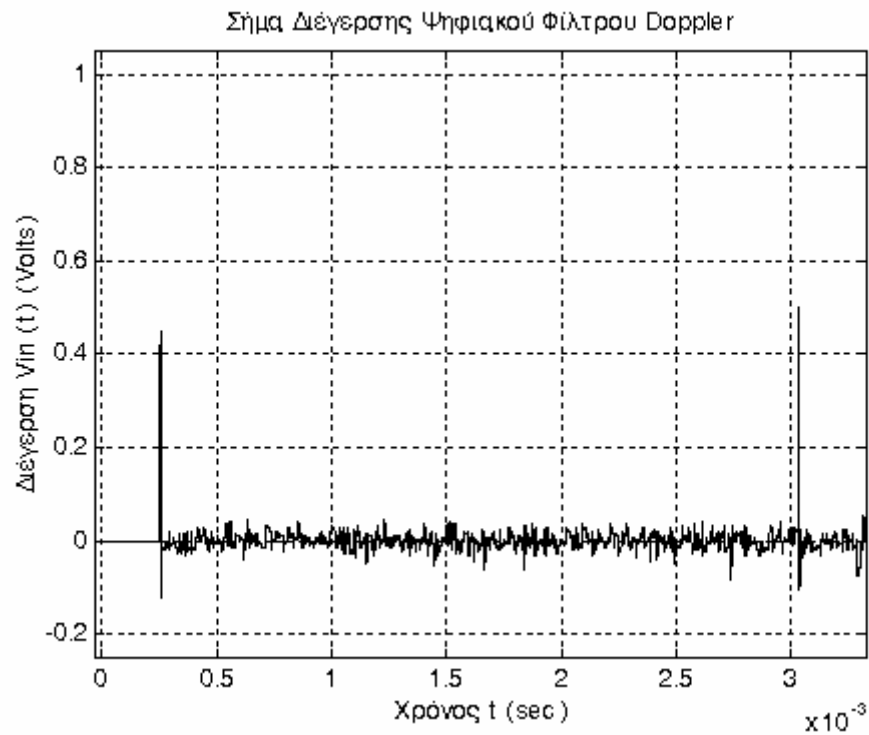
Σχήμα 5-40



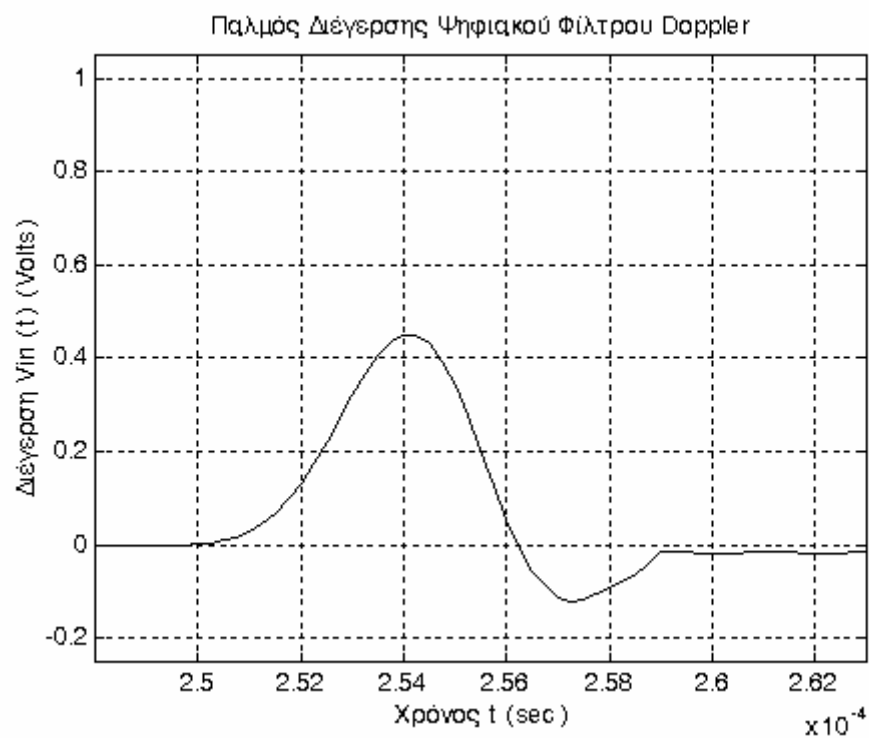
Σχήμα 5-41



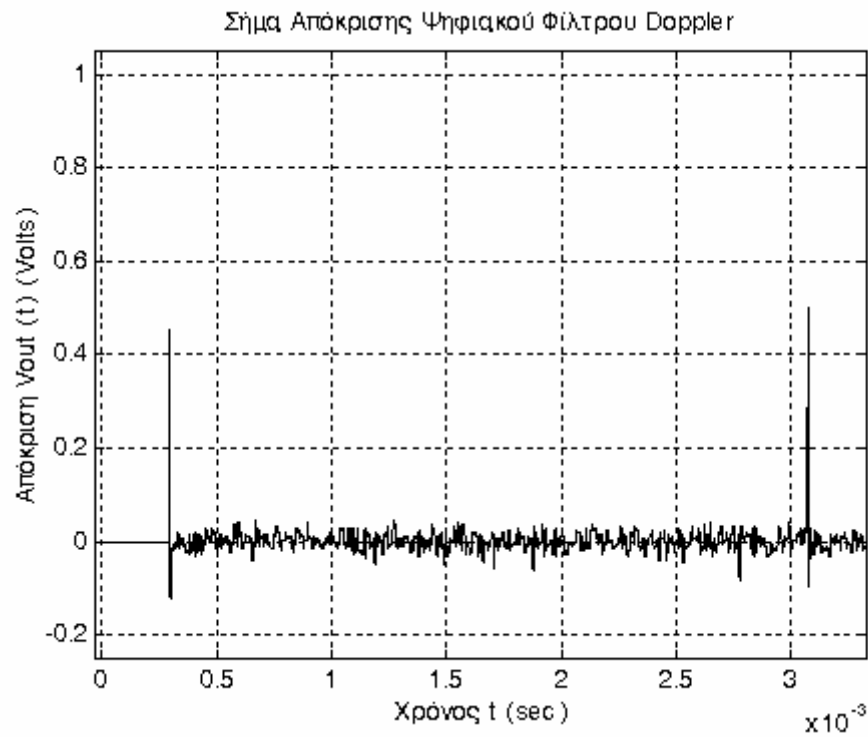
Σχήμα 5-42



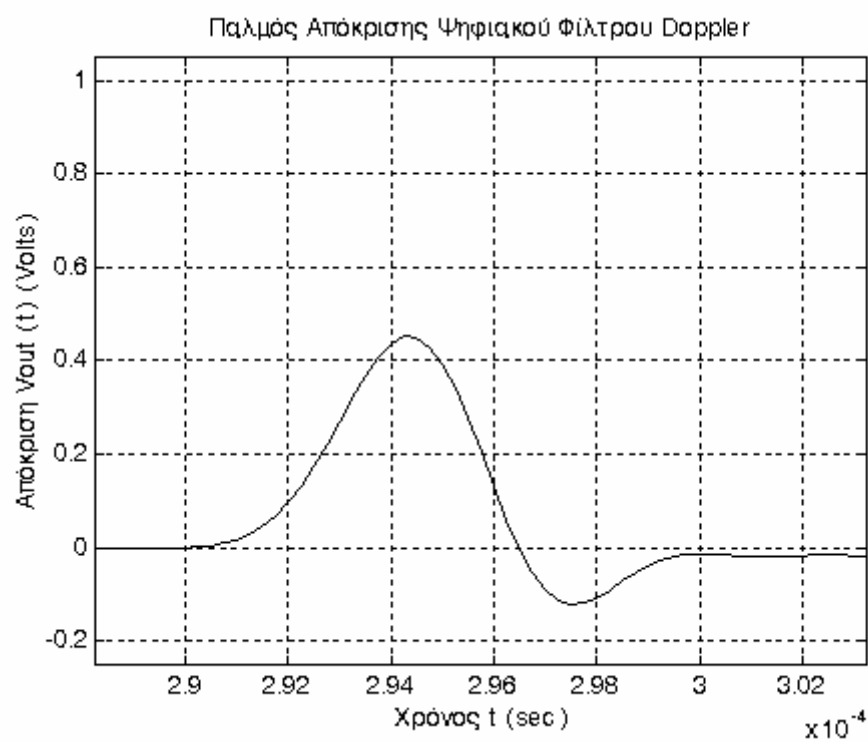
Σχήμα 5-43



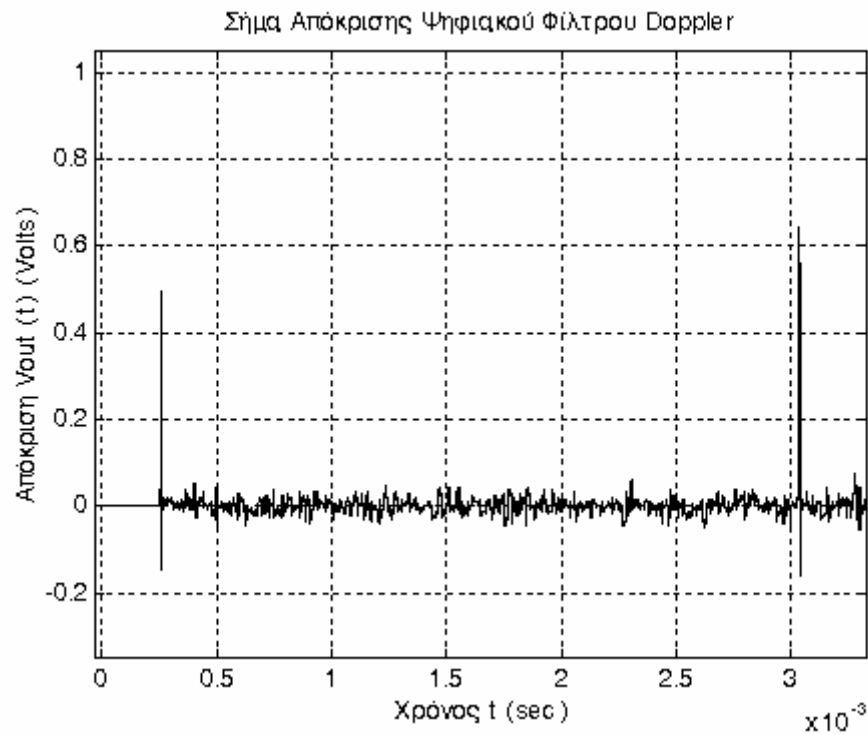
Σχήμα 5-44



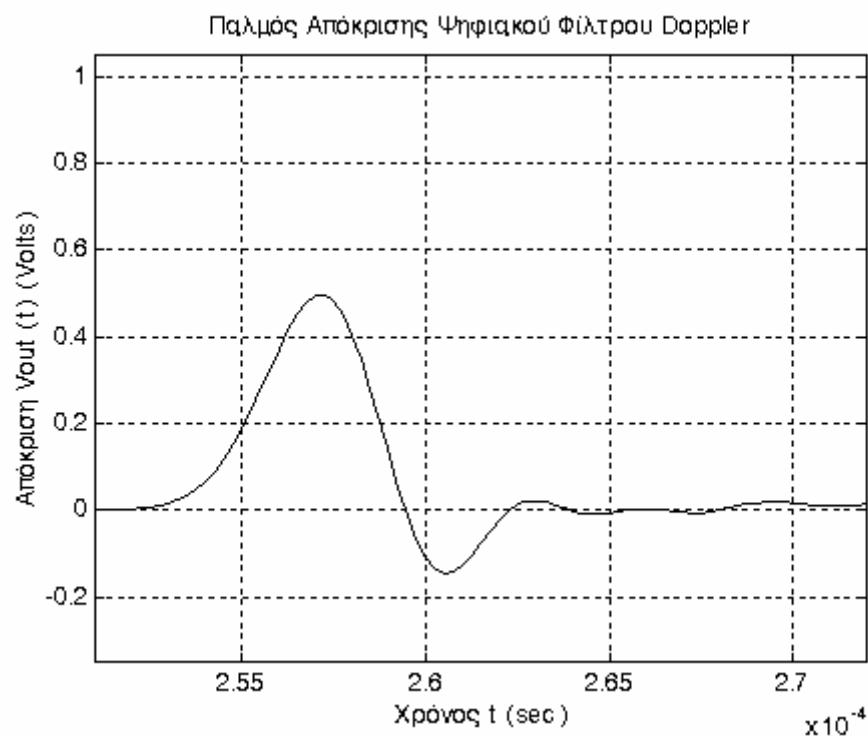
Σχήμα 5-45



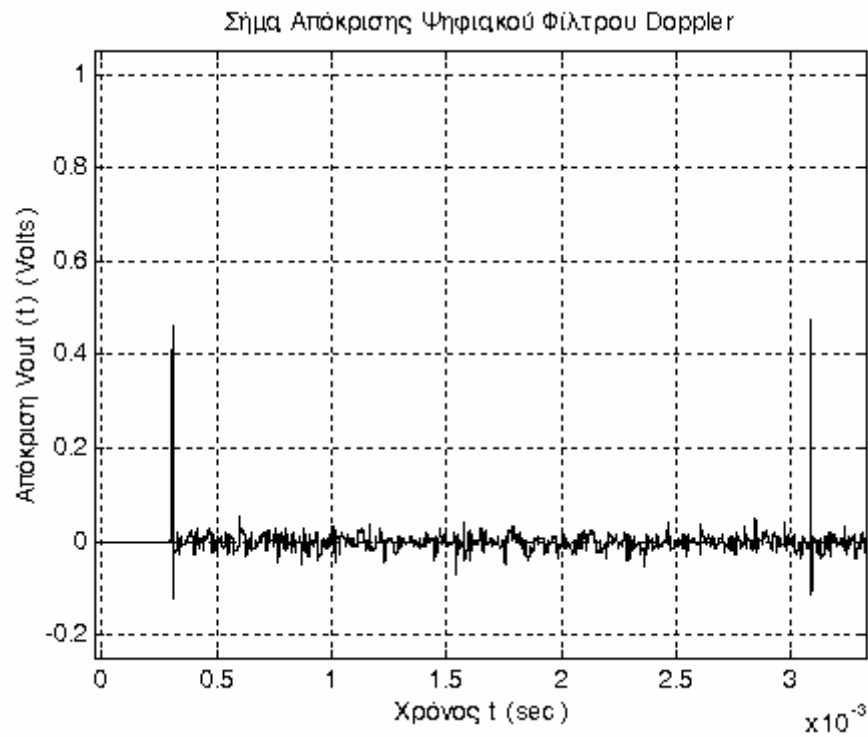
Σχήμα 5-46



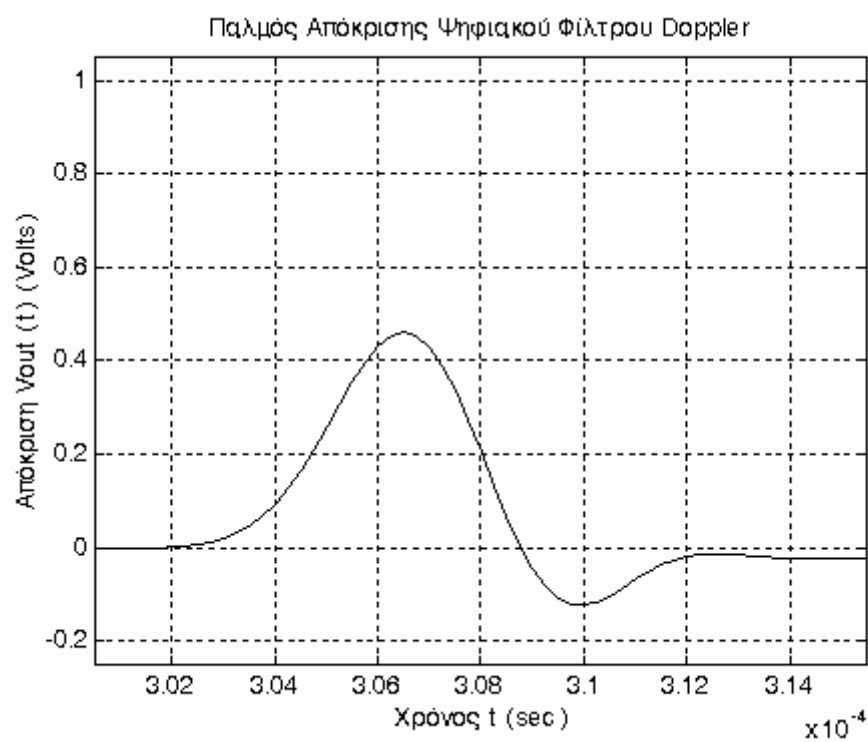
Σχήμα 5-47



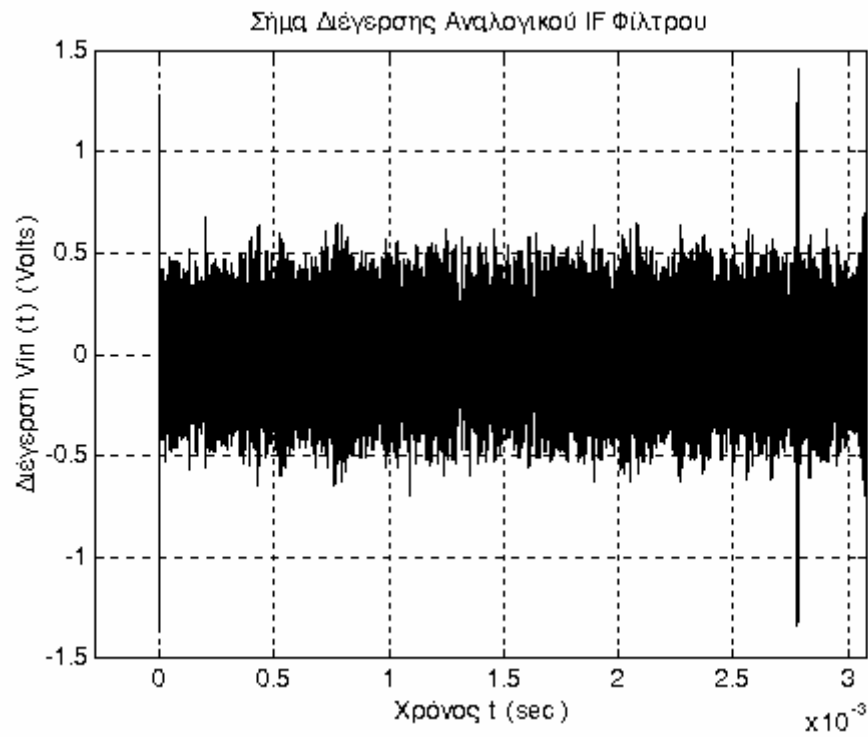
Σχήμα 5-48



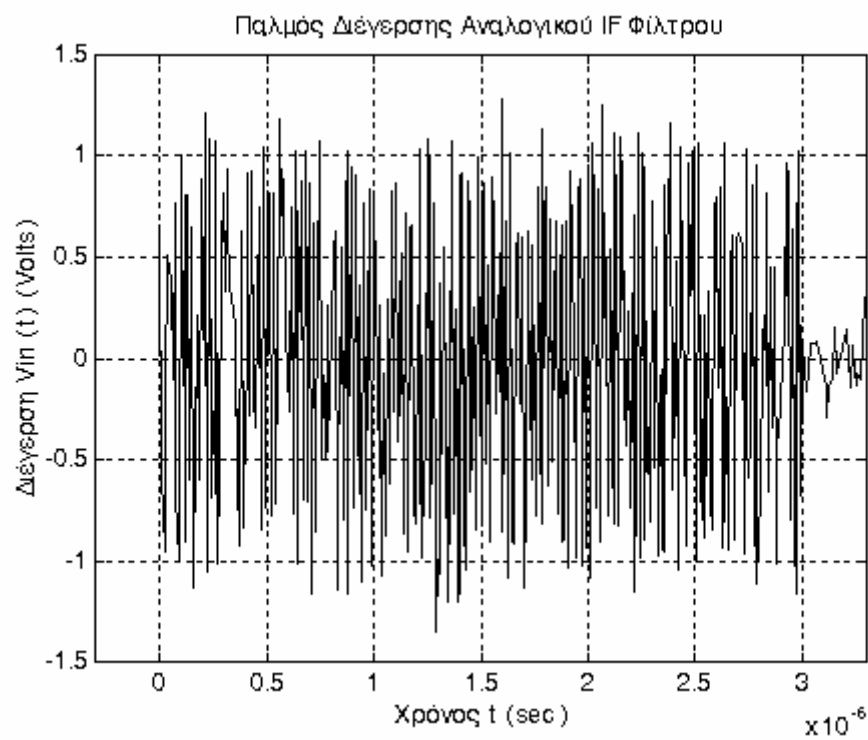
Σχήμα 5-49



Σχήμα 5-50

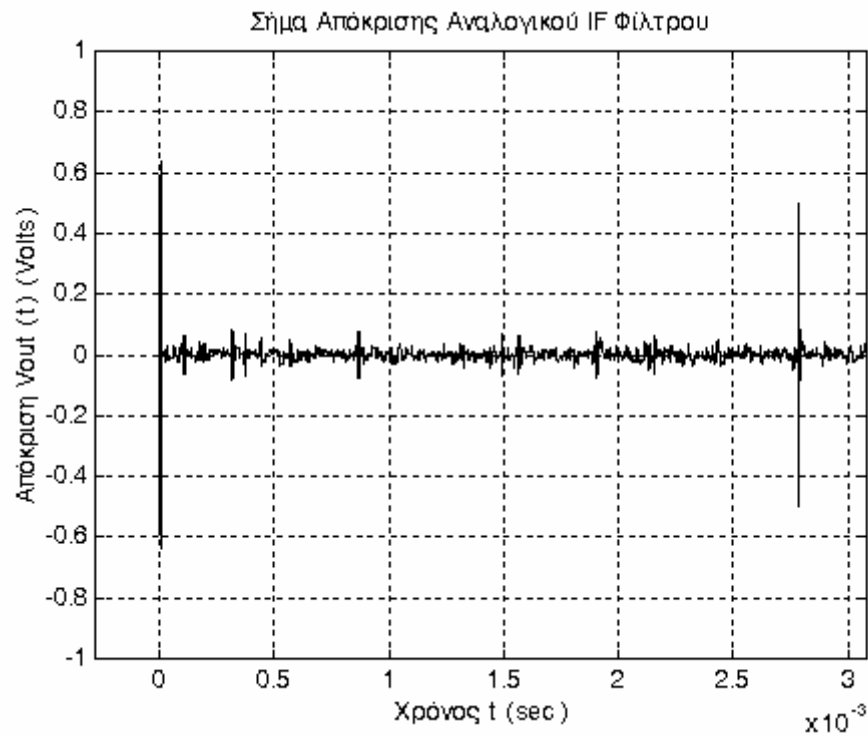


Σχήμα 5-51

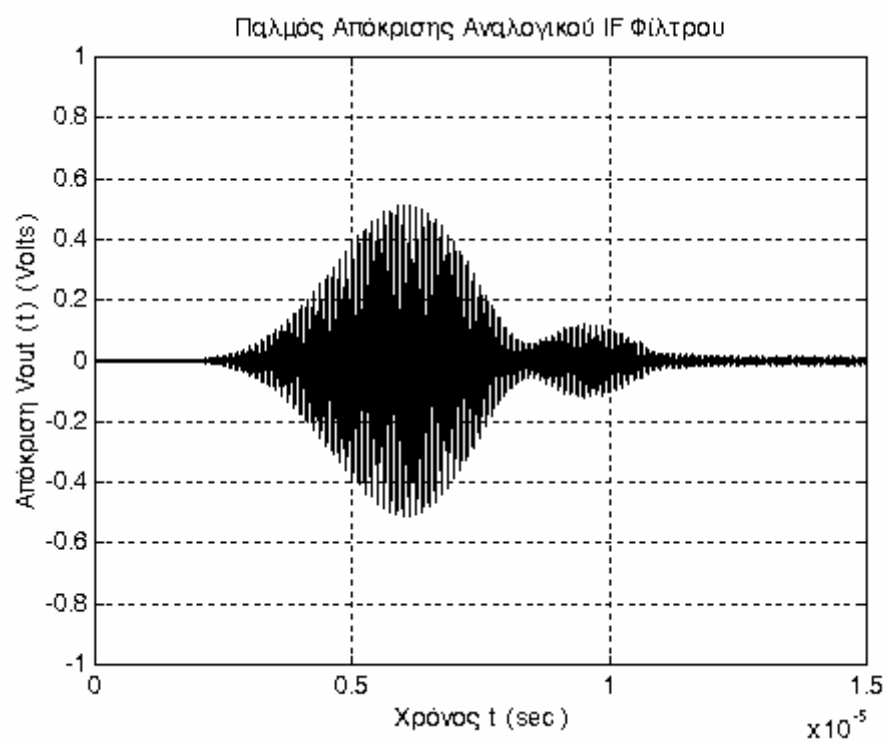


Σχήμα 5-52

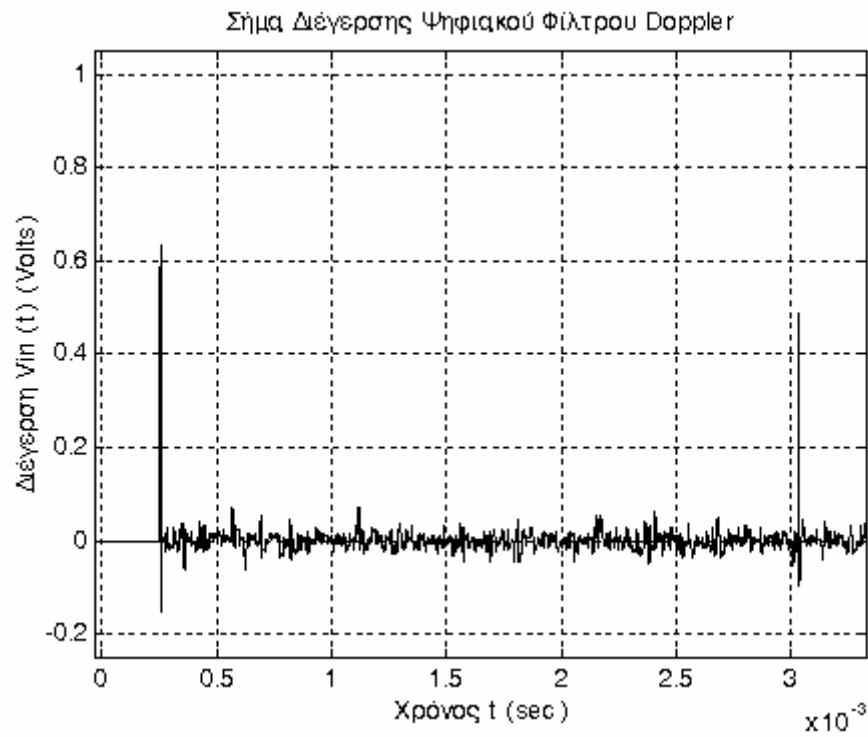




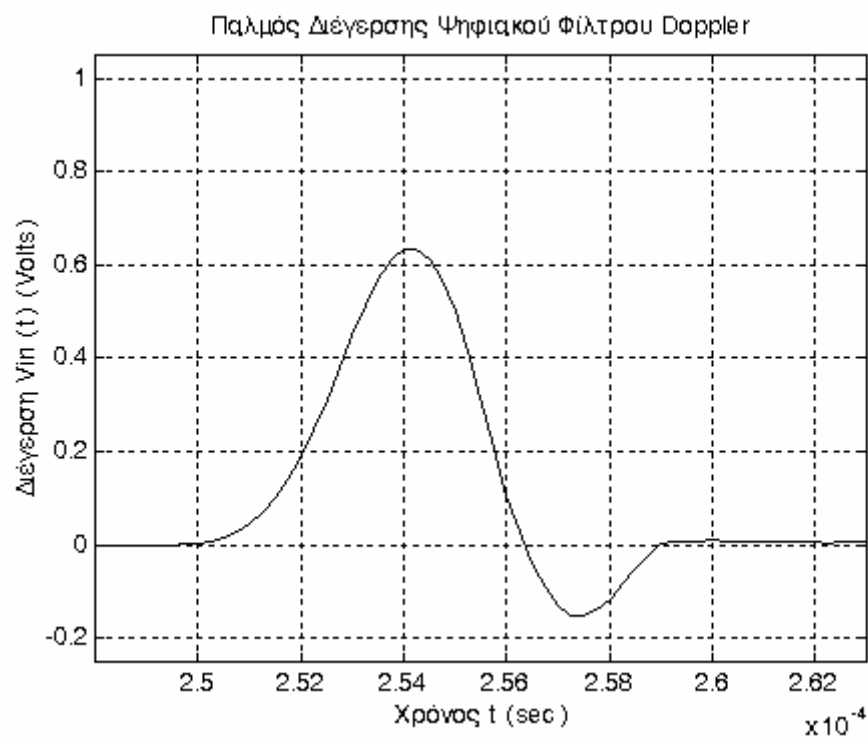
Σχήμα 5-53



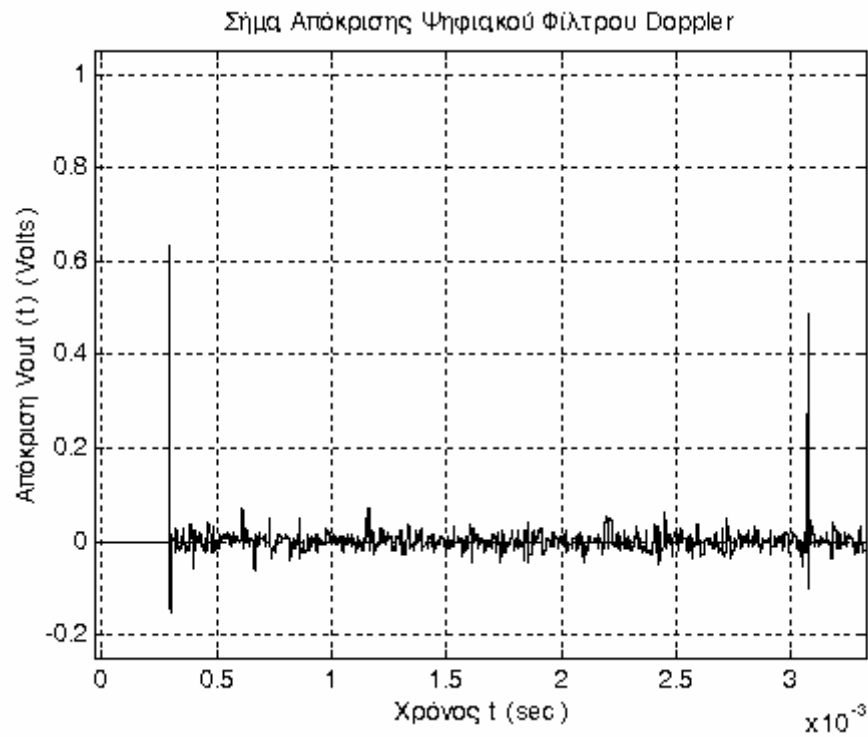
Σχήμα 5-54



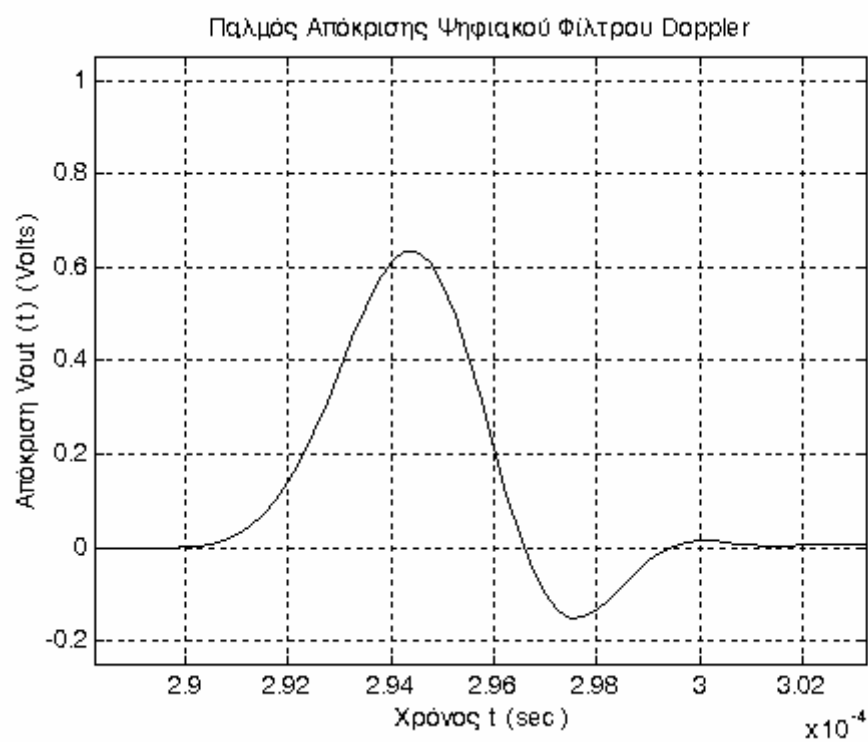
Σχήμα 5-55



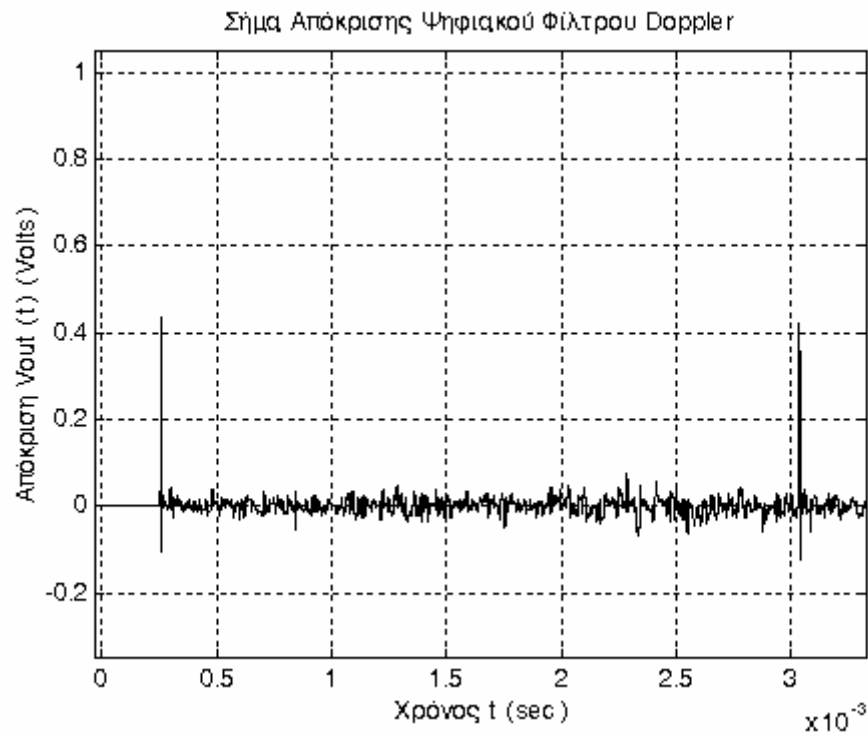
Σχήμα 5-56



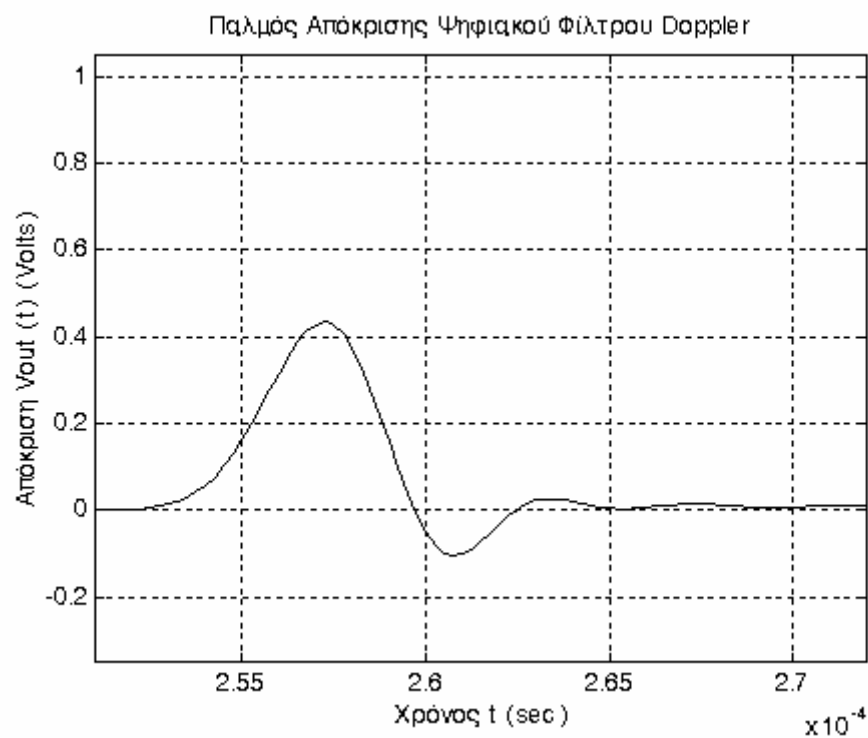
Σχήμα 5-57



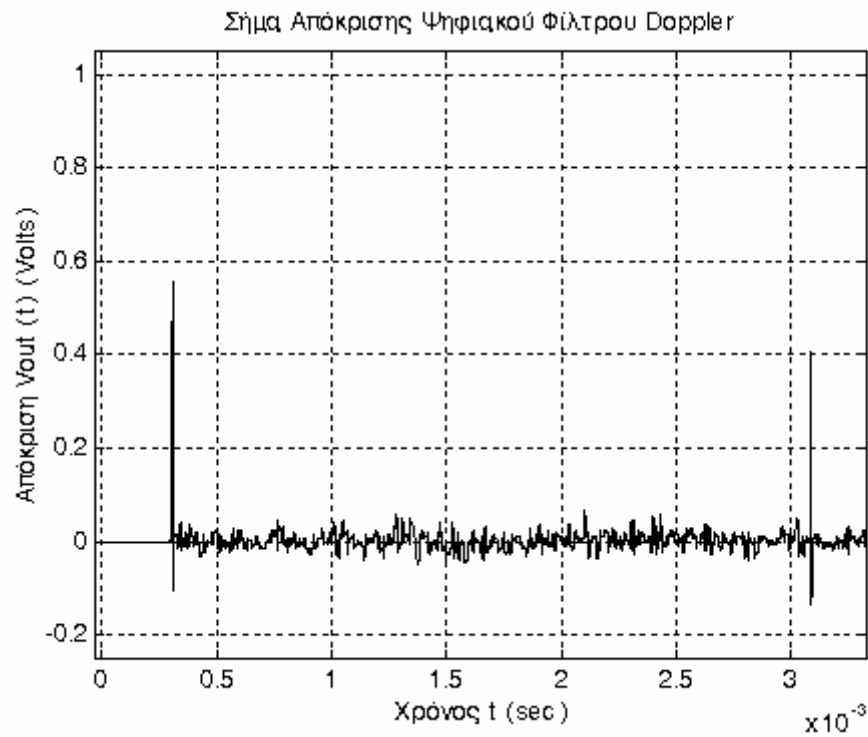
Σχήμα 5-58



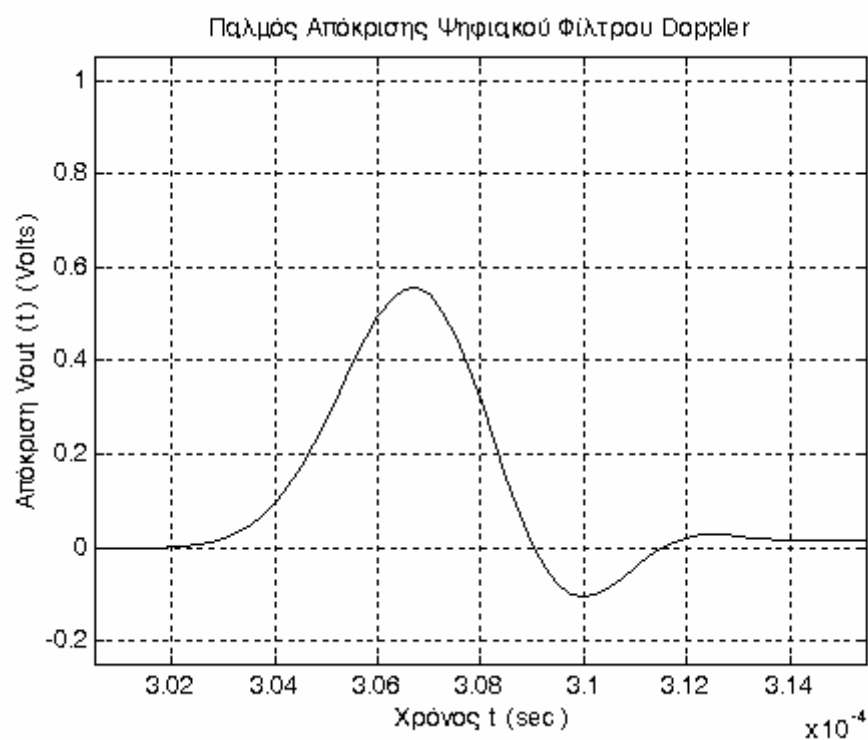
Σχήμα 5-59



Σχήμα 5-60



Σχήμα 5-61



Σχήμα 5-62

θορύβου στις προσομοιώσεις που εκτελέστηκαν σε μη ιδανικές συνθήκες λήψης διαφοροποιεί κάπως τα σήματα που παρατηρήθηκαν για καθεμία από τις εναλλακτικές λύσεις σχεδιασμού του ψηφιακού φίλτρου Doppler ανάμεσά τους. Για το λόγο αυτό κάθε σύγκριση μεταξύ των αποτελεσμάτων που λήφθηκαν για συγκεκριμένες μη ιδανικές συνθήκες λήψης και για διαφορετικές λύσεις σχεδιασμού του ψηφιακού φίλτρου Doppler θα πρέπει να γίνεται με ιδιαίτερη προσοχή.

Τα κριτήρια σύγκρισης των αποτελεσμάτων των προσομοιώσεων λειτουργίας του μοντέλου δέκτη ραντάρ θα πρέπει να βασίζονται τόσο στη θεωρητική χρησιμότητα των μονάδων που χρησιμοποιούνται στο μοντέλο του δέκτη ραντάρ όσο και στις απλουστεύσεις και θεωρήσεις που έγιναν στο μοντέλο αυτό. Η κύρια χρησιμότητα του αναλογικού φίλτρου IF είναι η επίτευξη όσο το δυνατό μεγαλύτερου σηματοθορυβικού λόγου στο σήμα απόκρισής του, δηλαδή η απομάκρυνση όσο το δυνατό μεγαλύτερου μέρους του θορύβου που συνυπάρχει στο σήμα διέγερσής του. Η ιδιότητα αυτή του αναλογικού φίλτρου IF διακρίνεται καθαρά στα αποτελέσματα των προσομοιώσεων και οδηγεί στην εξαγωγή των ορθών συμπερασμάτων ως προς την καταλληλότητά του. Αντίθετα η κύρια χρησιμότητα του ψηφιακού φίλτρου Doppler είναι η εξάλειψη όλων των υπολοίπων παραμορφώσεων που υφίσταται το σήμα διέγερσής του πλην της μετατόπισης Doppler. Τέτοιες παραμορφώσεις οφείλονται για παράδειγμα στις αποκλίσεις από τη γραμμική λειτουργία των προηγούμενων από το ψηφιακό φίλτρο Doppler στοιχείων του δέκτη ραντάρ καθώς και στο προστιθέμενο διαμορφωμένο σήμα στη συχνότητα  $2f_c$ , όπου  $f_c$  η κεντρική συχνότητα του αναλογικού φίλτρου IF, που προκύπτει στην έξοδο του σύμφωνου αποδιαμορφωτή μαζί με το σήμα βασικής ζώνης. Όμως οι απλοποιήσεις που έγιναν στο μοντέλο του δέκτη ραντάρ καθώς και το γεγονός ότι το πηλίκο  $2f_c/f_s$ , όπου  $f_s$  η συχνότητα δειγματοληψίας για το σήμα βασικής ζώνης, είναι στην περίπτωση αυτή ακέραιος αριθμός ( $2f_c/f_s=30$ ) δεν επιτρέπουν την αποτύπωση των παραπάνω ιδιοτήτων του ψηφιακού φίλτρου Doppler στα αποτελέσματα των προσομοιώσεων. Συνεπώς τα μόνα κριτήρια σύγκρισης των αποτελεσμάτων των προσομοιώσεων για διαφορετικές συνθήκες λήψης και για όλες τις λύσεις σχεδιασμού του ψηφιακού φίλτρου Doppler που αφορούν το φίλτρο αυτό είναι η αλλοίωση του σήματος που οφείλεται αποκλειστικά στο ψηφιακό φίλτρο Doppler καθώς και η δυνατότητα αναγνώρισης των παλμών στο σήμα απόκρισης του ιδίου φίλτρου.

Ξεκινώντας τη μελέτη των αποτελεσμάτων των προσομοιώσεων από αυτά που προέκυψαν για ιδανικές συνθήκες λήψης γίνεται καταρχήν αμέσως αντιληπτό ότι το αναλογικό φίλτρο IF δίνει απόκριση το μέγιστο πλάτος των παλμών της οποίας πλησιάζει κοντά στο πλάτος ενός τυπικού παλμού του σήματος εισόδου. Το γεγονός αυτό οφείλεται στην ικανοποιητική προσαρμογή του αναλογικού φίλτρου IF στους παλμούς του σήματος εισόδου. Έπειτα το ίδιο φαινόμενο παρατηρείται και στο σήμα διέγερσης του ψηφιακού φίλτρου Doppler εξαιτίας των θεωρήσεων που έγιναν στο μοντέλο του δέκτη ραντάρ. Τέλος από τις αποκρίσεις των εναλλακτικών λύσεων σχεδιασμού του ψηφιακού φίλτρου Doppler παρατηρείται ότι το μη αναδρομικό φίλτρο και ο συνδυασμός αναδρομικού φίλτρου - ισοσταθμιστή φάσης δίνουν ταυτόσημες αποκρίσεις που σχεδόν ταυτίζονται με το σήμα διέγερσής τους, ενώ το αναδρομικό φίλτρο αλλοιώνει κάπως τους παλμούς του σήματος διέγερσής του. Συνεπώς οι λύσεις σχεδιασμού του ψηφιακού φίλτρου Doppler ως μη αναδρομικό φίλτρο ή ως αναδρομικό φίλτρο με ισοσταθμιστή φάσης δίνουν τα καλύτερα αποτελέσματα υπό ιδανικές συνθήκες λήψης.

Σε συνθήκες λήψης με σηματοθορυβικό λόγο  $SNR=20$  dB το αναλογικό φίλτρο IF αποδεικνύεται πολύτιμο αφού, όπως διακρίνεται από τα διαγράμματα, αφαιρεί το μεγαλύτερο μέρος του θορύβου που υπεισέρχεται στο σήμα εισόδου του μοντέλου δέκτη ραντάρ. Πράγματι, ο πρώτος παλμός της απόκρισης του αναλογικού φίλτρου IF είναι στην περίπτωση αυτή ελαφρά μόνο χειρότερος από τον αντίστοιχο παλμό που προκύπτει υπό ιδανικές συνθήκες λήψης. Η καλή ποιότητα του σήματος απόκρισης του αναλογικού φίλτρου IF διατηρείται μέχρι την είσοδο του ψηφιακού φίλτρου Doppler εξαιτίας βέβαια των θεωρήσεων που έγιναν στο μοντέλο του δέκτη ραντάρ. Τέλος παρατηρείται και στις συγκεκριμένες συνθήκες λήψης η αμελητέα παραμόρφωση των παλμών του σήματος εισόδου από τις λύσεις σχεδιασμού του ψηφιακού φίλτρου Doppler ως μη αναδρομικό και ως αναδρομικό με ισοσταθμιστή φάσης σε αντίθεση με την αισθητή παραμόρφωση των παλμών του σήματος εισόδου από το αναδρομικό φίλτρο Doppler.

Αποδεικνύεται επίσης από τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων ότι η προσθήκη της μετατόπισης Doppler στο θόρυβο λήψης για σηματοθορυβικό λόγο λήψης  $SNR=20$  dB επηρεάζει ελάχιστα τις αποκρίσεις των δύο φίλτρων του μοντέλου δέκτη

ραντάρ που μετρήθηκαν υπό τις προηγούμενες συνθήκες λήψης. Το αναλογικό φίλτρο IF εξακολουθεί και φιλτράρει πολύ καλά το θόρυβο του σήματος διέγερσής του, ενώ οι λύσεις σχεδιασμού του ψηφιακού φίλτρου Doppler ως μη αναδρομικό ή ως αναδρομικό με ισοσταθμιστή φάσης δίνουν παλμούς απόκρισης με αμελητέα παραμόρφωση. Έτσι λοιπόν το μοντέλο δέκτη ραντάρ λειτουργεί πολύ καλά για τους παραπάνω συνδυασμούς IF και Doppler φίλτρων υπό τις συγκεκριμένες συνθήκες λήψης.

Όταν ο σηματοθορυβικός λόγος του σήματος εισόδου στο μοντέλο του δέκτη ραντάρ διαμορφωθεί σε  $SNR=15$  dB τότε αρχίζουν να γίνονται εμφανή τα σημάδια της παραμόρφωσης του σήματος αυτού εντός του δέκτη ραντάρ. Το αναλογικό φίλτρο IF εξακολουθεί να φιλτράρει το θόρυβο από το σήμα διέγερσής του, όμως τώρα εξασθενεί συγχρόνως και το σήμα πληροφορίας με αποτέλεσμα το πλάτος των παλμών του σήματος απόκρισής του να πέφτει περίπου στο ήμισυ του πλάτους ενός τυπικού παλμού του σήματος εισόδου χωρίς θόρυβο. Η εξασθένηση αυτή διατηρείται μέχρι την είσοδο του ψηφιακού φίλτρου Doppler. Εκεί παρατηρείται ότι οι λύσεις σχεδιασμού του φίλτρου αυτού ως μη αναδρομικό ή ως αναδρομικό με ισοσταθμιστή φάσης διατηρούν το σήμα διέγερσής τους σχεδόν αναλλοίωτο στις αποκρίσεις τους σε αντίθεση με ό,τι συμβαίνει στην περίπτωση του αναδρομικού φίλτρου Doppler. Συνεπώς οι δύο πρώτες λύσεις παραμένουν οι πλέον ισχυρές για το σχεδιασμό του ψηφιακού φίλτρου Doppler.

Στην τελευταία περίπτωση συνθηκών λήψης με σηματοθορυβικό λόγο  $SNR=15$  dB και μετατόπιση Doppler παρατηρούνται φαινόμενα παρόμοια με αυτά που περιγράφηκαν για την αντίστοιχη περίπτωση συνθηκών λήψης χωρίς μετατόπιση Doppler. Το αναλογικό φίλτρο IF φιλτράρει το θόρυβο που υπεισέρχεται στο σήμα εισόδου εξασθενώντας παράλληλα τους παλμούς του σήματος πληροφορίας στην απόκρισή του έτσι ώστε το πλάτος τους να πέσει περίπου στο ήμισυ του πλάτους ενός τυπικού παλμού του σήματος εισόδου χωρίς θόρυβο. Η εξασθένηση αυτή διατηρείται μέχρι και την είσοδο του ψηφιακού φίλτρου Doppler, όπου και παραμένει αμετάβλητη για τη λύση του μη αναδρομικού φίλτρου, αυξάνεται λίγο για τη λύση του αναδρομικού φίλτρου με ισοσταθμιστή φάσης και εντείνεται για τη λύση του αναδρομικού φίλτρου. Συνεπώς η προσθήκη της μετατόπισης Doppler στο σήμα ει-



σόδου του μοντέλου δέκτη ραντάρ χειροτέρεψε μόνο ελάχιστα την απόκριση του αναδρομικού ψηφιακού φίλτρου Doppler με ισοσταθμιστή φάσης που μετρήθηκε υπό την αντίστοιχη περίπτωση συνθηκών λήψης χωρίς τέτοια μετατόπιση.

Οι παλμοί του σήματος εξόδου του μοντέλου δέκτη ραντάρ που παρατηρήθηκαν κατά την εκτέλεση των προσομοιώσεων λειτουργίας του μοντέλου αυτού υπό τις δύο τελευταίες συνθήκες λήψης είναι δυνατό να αναγνωριστούν από τον ψηφιακό επεξεργαστή σήματος που ακολουθεί σε έναν πραγματικό δέκτη ραντάρ. Έτσι λοιπόν ο δέκτης ραντάρ μπορεί να λειτουργήσει ικανοποιητικά υπό τις παραπάνω συνθήκες λήψης. Αντίθετα μία δοκιμή προσομοίωσης της λειτουργίας του μοντέλου δέκτη ραντάρ σε συνθήκες σηματοθορυβικού λόγου λήψης SNR=10 dB έδειξε ότι οι παλμοί του σήματος πληροφορίας δεν είναι δυνατό να αναγνωριστούν πλέον από έναν πραγματικό δέκτη ραντάρ. Άρα λοιπόν το κατώφλι του σηματοθορυβικού λόγου λήψης κάτω του οποίου ο δέκτης ραντάρ δε μπορεί να λειτουργήσει ικανοποιητικά κυμαίνεται κάπου ανάμεσα στα 10 dB και στα 15 dB.

Τα συμπεράσματα που προέκυψαν από την ανάλυση και σύγκριση των αποτελεσμάτων των προσομοιώσεων λειτουργίας του μοντέλου δέκτη ραντάρ συνοψίζονται στα ακόλουθα:

- Το αναλογικό φίλτρο IF είναι πολύ καλά προσαρμοσμένο στους παλμούς του σήματος πληροφορίας που εισέρχεται στο μοντέλο δέκτη ραντάρ. Το φιλτράρισμα του θορύβου επιτυγχάνεται ικανοποιητικά ακόμα και για σηματοθορυβικό λόγο λήψης SNR=15 dB και δεν επηρεάζεται από την παρουσία ή μη της μετατόπισης Doppler στο λαμβανόμενο σήμα.
- Το ψηφιακό φίλτρο Doppler παραμορφώνει από αμελητέα έως ελάχιστα το σήμα διέγερσής του, ακόμα και για σηματοθορυβικό λόγο λήψης SNR=15 dB, όταν αυτό σχεδιάζεται ως μη αναδρομικό φίλτρο ή ως αναδρομικό φίλτρο με ισοσταθμιστή φάσης. Η παραμόρφωση που υφίσταται το σήμα διέγερσης από το ψηφιακό φίλτρο Doppler δεν επηρεάζεται σημαντικά από την παρουσία ή μη της μετατόπισης Doppler στο λαμβανόμενο σήμα.

- Το κατώφλι σηματοθορυβικού λόγου λήψης κάτω του οποίου ο δέκτης ραντάρ δε μπορεί να λειτουργήσει ικανοποιητικά, όπως αυτό καθορίζεται από τα φίλτρα IF και Doppler, κυμαίνεται ανάμεσα στα 10 dB και στα 15 dB.

Τα παραπάνω συμπεράσματα δικαιώνουν απόλυτα όλες τις επιλογές που έγιναν σε προηγούμενα κεφάλαια της παρούσας εργασίας και σχετίζονται με τα φίλτρα IF και Doppler. Έτσι λοιπόν οι λύσεις σχεδιασμού και υλοποίησης των φίλτρων IF και Doppler που προκρίθηκαν στο παρελθόν ως οι επικρατέστερες είναι τώρα πλέον και αναμφισβήτητες.

Στο σημείο αυτό ολοκληρώνεται η ανάπτυξη του κυρίου θέματος της παρούσας εργασίας όπως αυτό διατυπώθηκε στην εισαγωγή της. Στον επίλογο που ακολουθεί αμέσως μετά πραγματοποιείται μία συνοπτική ανακεφαλαίωση των στόχων, των αποτελεσμάτων και των συμπερασμάτων που διατυπώθηκαν και δικαιολογήθηκαν στα πλαίσια της παρούσας εργασίας.

## Παραρτήματα Διπλωματικής Εργασίας



## Α. Θεωρία Ψηφιακών Φίλτρων

### Α.1 Ψηφιακά σήματα και συστήματα

Ψηφιακό σήμα, ή σήμα διακριτού χρόνου, μίας μεταβλητής ονομάζεται η συνάρτηση  $x(nT)$ , όπου  $T$  σταθερά, η οποία έχει πεδίο ορισμού το διάστημα των ακέραιων αριθμών  $(n_1, n_2)$ , όπου  $-\infty \leq n_1 \leq n_2 \leq +\infty$ . Το σήμα διακριτού χρόνου μίας μεταβλητής μπορεί να αναπαρασταθεί εναλλακτικά ως  $x(n)$  ή  $x_n$ . Αντίστοιχα ορίζεται το ψηφιακό σήμα δύο ή περισσότερων μεταβλητών. Στη συνέχεια, όπου δε δίνεται διευκρίνιση, με τον όρο σήμα υπονοείται ψηφιακό σήμα μίας μεταβλητής.

Τα σήματα μπορούν επίσης να διακριθούν σε κβαντισμένα ή μη κβαντισμένα. Το κβαντισμένο σήμα μπορεί να πάρει μόνο έναν πεπερασμένο αριθμό διακριτών τιμών, ενώ αντίθετα το μη κβαντισμένο σήμα μπορεί να πάρει οποιαδήποτε τιμή εντός ενός προσδιορισμένου διαστήματος. Στη συνέχεια, όπου δε δίνεται διευκρίνιση, με τον όρο σήμα υπονοείται μη κβαντισμένο σήμα.

Ψηφιακό σύστημα μίας εισόδου (ή διέγερσης) και εξόδου (ή απόκρισης) ονομάζεται η απεικόνιση με κάποιο τρόπο κάθε τιμής του σήματος εισόδου  $x$  σε μία και μόνο μία τιμή του σήματος εξόδου  $y$ . Ο μαθηματικός συμβολισμός ενός ψηφιακού συστήματος είναι  $y(nT) = \mathcal{R}(x(nT))$ , όπου  $\mathcal{R}$  ο τελεστής απεικόνισης που χαρακτηρίζει το συγκεκριμένο σύστημα. Η έννοια του ψηφιακού συστήματος μπορεί εύκολα να επεκταθεί για περισσότερα από ένα σήματα εισόδου και (ή) εξόδου. Στη συνέχεια, όπου δε δίνεται διευκρίνιση, με τον όρο σύστημα υπονοείται ψηφιακό σύστημα μίας εισόδου και μίας εξόδου.

### Α.2 Ιδιότητες συστημάτων

Οι ιδιότητες που δύνανται να παρουσιάζουν τα συστήματα είναι οι ακόλουθες:

- **Γραμμικότητα.** Ένα σύστημα ονομάζεται γραμμικό εάν και μόνο εάν ισχύει η ταυτότητα  $\mathcal{R}[a \cdot x_1(nT) + b \cdot x_2(nT)] = a \cdot \mathcal{R}(x_1(nT)) + b \cdot \mathcal{R}(x_2(nT))$  για κάθε ζεύγος εισόδων  $x_1(nT)$ ,  $x_2(nT)$  και σταθερών  $a$ ,  $b$ . Με άλλα λόγια όταν ένα γραμμικό σύστημα

διεγείρεται από ένα γραμμικό συνδυασμό εισόδων τότε αποκρίνεται με τον ίδιο γραμμικό συνδυασμό των αντιστοίχων εξόδων. Ένα σύστημα που δεν ικανοποιεί τη συνθήκη γραμμικότητας ονομάζεται μη γραμμικό.

- **Χρονική σταθερότητα.** Ένα σύστημα ονομάζεται χρονικά σταθερό αν και μόνο αν ισχύει η συνεπαγωγή  $x(nT)=y(nT)=0, n<0 \Rightarrow \Re(x(nT-kT))=y(nT-kT)$ , όπου  $y(nT)=\Re(x(nT))$ , για κάθε είσοδο  $x(nT)$  και ακέραιο  $k$ . Με άλλα λόγια η εσωτερική κατάσταση ενός χρονικά σταθερού συστήματος δε μεταβάλλεται με το χρόνο. Ένα σύστημα που δεν ικανοποιεί τη συνθήκη χρονικής σταθερότητας ονομάζεται χρονικά μεταβαλλόμενο.
- **Αιτιατότητα.** Ένα σύστημα ονομάζεται αιτιατό αν και μόνο αν ισχύει η συνεπαγωγή  $x_1(nT)=x_2(nT), n \leq k \Rightarrow \Re(x_1(nT))=\Re(x_2(nT))$ ,  $n \leq k$  για κάθε ακέραιο  $k$  και ζεύγος εισόδων  $x_1(nT), x_2(nT)$ . Ας σημειωθεί ότι στο παραπάνω σύστημα θα πρέπει να ισχύει ότι  $x(nT)=\Re(x(nT))=0$  για  $n<0$ . Με άλλα λόγια η απόκριση ενός αιτιατού συστήματος σε κάθε χρονική στιγμή δεν εξαρτάται από τις μελλοντικές του διεγέρσεις, πράγμα που το κάνει πρακτικά υλοποιήσιμο. Ένα σύστημα που δεν ικανοποιεί τη συνθήκη αιτιατότητας ονομάζεται μη αιτιατό.
- **Ευστάθεια.** Ένα σύστημα ονομάζεται ευσταθές αν και μόνο αν ισχύει η συνεπαγωγή  $|x(nT)|<+\infty \Rightarrow |\Re(x(nT))|<+\infty$  για κάθε είσοδο  $x(nT)$ . Με άλλα λόγια η απόκριση ενός ευσταθούς συστήματος παραμένει συνεχώς πεπερασμένη για πεπερασμένη διέγερση. Ένα σύστημα που δεν ικανοποιεί τη συνθήκη ευστάθειας ονομάζεται ασταθές.

Στη συνέχεια, ένα γραμμικό και χρονικά σταθερό σύστημα θα παριστάνεται με τα αρχικά LTI (Linear Time Invariant) χάρη συντομίας.

### A.3 Συνήθη ψηφιακά σήματα

Μερικά ψηφιακά σήματα που χρησιμοποιούνται συνήθως ως είσοδοι ψηφιακών συστημάτων είναι τα ακόλουθα:

- *Κρουστική συνάρτηση ή συνάρτηση δέλτα:*  $\delta(nT)=1, n=0 \quad \delta(nT)=0, n \neq 0$

- Συνάρτηση μοναδιαίου βήματος:  $u(nT)=1, n \geq 0 \quad u(nT)=0, n < 0$
- Συνάρτηση μοναδιαίας γραμμικής κλίσης:  $r(nT)=nT, n \geq 0 \quad r(nT)=0, n < 0$
- Μοναδιαία εκθετική συνάρτηση:  $\exp(nT)=e^{nT}$
- Ημιτονοειδής συνάρτηση:  $\sin(\omega nT)$

Ειδικότερα η απόκριση  $h(nT)=\mathcal{R}(\delta(nT))$  ενός συστήματος ονομάζεται κρουστική απόκριση του συστήματος αυτού. Συνεπώς σε ένα αιτιατό σύστημα ισχύει ότι  $h(nT)=0$  για  $n < 0$ .

#### A.4 Συνελικτικό άθροισμα

Σε ένα LTI σύστημα που χαρακτηρίζεται από την κρουστική του απόκριση  $h(nT)=\mathcal{R}(\delta(nT))$  αποδεικνύεται ότι η απόκρισή του  $y(nT)=\mathcal{R}(x(nT))$  για κάθε είσοδο  $x(nT)$  δίνεται από τη σχέση:

$$y(nT) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(kT) \cdot h(nT-kT) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} h(kT) \cdot x(nT-kT)$$

Η παραπάνω σχέση ονομάζεται συνελικτικό άθροισμα. Αν επιπλέον το σύστημα είναι αιτιατό, τότε ισχύει ότι:

$$y(nT) = \sum_{k=-\infty}^n x(kT) \cdot h(nT-kT) = \sum_{k=0}^{+\infty} h(kT) \cdot x(nT-kT)$$

Αν επιπροσθέτως ισχύει ότι  $x(nT)=0$  για  $n < 0$ , τότε:

$$y(nT) = \sum_{k=0}^n x(kT) \cdot h(nT-kT) = \sum_{k=0}^n h(kT) \cdot x(nT-kT)$$

Από την ιδιότητα του συνελικτικού αθροίσματος αποδεικνύεται ότι ένα LTI σύστημα είναι ευσταθές αν και μόνο αν ισχύει η ανισότητα  $\sum_{n=-\infty}^{+\infty} |h(nT)| < +\infty$ .

### A.5 Μόνιμη κατάσταση - απόκριση συχνότητας

Έστω ότι ένα ψηφιακό LTI σύστημα υφίσταται τη διέγερση  $x(nT)=\sin(\omega nT)u(nT)$ . Αποδεικνύεται ότι αν το σύστημα είναι ευσταθές τότε η απόκριση του συστήματος αυτού  $y(nT)=\Re(x(nT))$  τείνει για μεγάλες τιμές του  $n$  στις τιμές μίας πεπερασμένης διακριτής συνάρτησης  $\tilde{y}(nT)$ . Η συνάρτηση αυτή δίνεται από τη σχέση:

$$\tilde{y}(nT)=\lim_{n \rightarrow +\infty} y(nT)=M(\omega)\sin(\omega nT+\theta(\omega))$$

Η συνάρτηση  $\tilde{y}(nT)$ , που ονομάζεται μόνιμη κατάσταση του συστήματος, είναι της ίδιας μορφής με τη διέγερση του συστήματος. Οι συναρτήσεις  $M(\omega)$  και  $\theta(\omega)$ , που χαρακτηρίζουν τη μόνιμη κατάσταση του συστήματος, ονομάζονται απόκριση πλάτους και απόκριση φάσης αντίστοιχα.

Η μιγαδική συνάρτηση  $H(e^{j\omega T})=M(\omega)\exp(j\theta(\omega))$  ονομάζεται απόκριση συχνότητας του ευσταθούς LTI συστήματος. Η απόκριση συχνότητας  $H(e^{j\omega T})$  είναι περιοδική ως προς τη συχνότητα με περίοδο  $\omega_s=2\pi/T$ . Πράγματι:

$$H(e^{j(\omega+k\omega_s)T})=H(e^{j(\omega+k(2\pi/T))T})=H(e^{j\omega T})$$

για κάθε ακέραιο  $k$ . Συνεπώς, τόσο η απόκριση πλάτους  $M(\omega)$  όσο και η απόκριση φάσης  $\theta(\omega)$  είναι επίσης περιοδικές συναρτήσεις με περίοδο  $\omega_s$ . Στη συνέχεια θα εξετάζονται οι αποκρίσεις συχνότητας, πλάτους και φάσης ενός συστήματος στο διάστημα  $(-\omega_s/2, \omega_s/2)$ , εκτός αν δηλώνεται σαφώς το αντίθετο.

Αποδεικνύεται ότι η απόκριση συχνότητας  $H(e^{j\omega T})$  συνδέεται με την κρουστική απόκριση  $h(nT)$  αυτού από τη σχέση  $H(e^{j\omega T})=\sum_{n=-\infty}^{+\infty} h(nT)\exp(-j\omega nT)$ . Αντίστροφα, η κρουστική απόκριση  $h(nT)$  του συστήματος συνδέεται με την απόκριση συχνότητας  $H(e^{j\omega T})$  αυτού από τη σχέση  $h(nT)=(1/\omega_s)\int_{-\omega_s/2}^{\omega_s/2} H(e^{j\omega T})\exp(j\omega nT)d\omega$ . Συνεπώς, ένα ευσταθές LTI σύστημα μπορεί να περιγραφεί ισοδύναμα με τους εξής τρόπους:

- Κρουστική απόκριση:

$$h(nT)=\Re(\delta(nT))$$



- Απόκριση συχνότητας:  $H(e^{j\omega T})$
- Αποκρίσεις πλάτους και φάσης:  $M(\omega), \theta(\omega)$

Στην τελευταία μέθοδο περιγραφής του συστήματος η απόκριση πλάτους  $M(\omega)$  μπορεί να αντικατασταθεί από τη συνάρτηση  $A(\omega) = (1/M(\omega))^2$  που ονομάζεται απόσβεση του συστήματος. Στη συνέχεια αν χρησιμοποιηθεί η δεύτερη ή η τρίτη μέθοδος περιγραφής ενός συστήματος υπονοείται ότι το περιγραφόμενο σύστημα είναι ευσταθές και LTI, εκτός αν δηλώνεται σαφώς το αντίθετο.

### A.6 Φάσμα συχνότητας - εύρος συχνοτήτων

Η έννοια της απόκρισης συχνότητας ενός συστήματος μπορεί να επεκταθεί και για τα σήματα. Άρα λοιπόν, φάσμα συχνότητας  $X(e^{j\omega T})$  ενός σήματος διακριτού χρόνου  $x(nT)$  ονομάζεται η μιγαδική συνάρτηση που ορίζεται από τη σχέση  $X(e^{j\omega T}) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(nT) \exp(-j\omega nT)$ . Παρόμοια, ως φάσμα πλάτους και φάσμα φάσης ενός σήματος διακριτού χρόνου  $x(nT)$  ορίζονται οι συναρτήσεις  $F(\omega) = |X(e^{j\omega T})|$  και  $\phi(\omega) = \arg(X(e^{j\omega T}))$  αντίστοιχα. Αντίστροφα, το σήμα διακριτού χρόνου  $x(nT)$  συνδέεται με το φάσμα συχνότητας  $X(e^{j\omega T})$  από τη σχέση  $x(nT) = (1/\omega_s) \int_{-\omega_s/2}^{\omega_s/2} X(e^{j\omega T}) \exp(j\omega nT) d\omega$ , όπου  $\omega_s = 2\pi/T$ . Συνεπώς, οι αποκρίσεις συχνότητας, πλά-

τους και φάσης ενός συστήματος μπορούν να θεωρηθούν και ως τα φάσματα συχνότητας, πλάτους και φάσης της κρουστικής απόκρισης  $h(nT) = \Re(\delta(nT))$  του συστήματος αυτού.

Αποδεικνύεται ότι το φάσμα συχνότητας  $X(e^{j\omega T})$  ενός σήματος  $x(nT)$  είναι περιοδική συνάρτηση ως προς τη συχνότητα με περίοδο  $\omega_s = 2\pi/T$ . Συνεπώς, τόσο το φάσμα πλάτους  $F(\omega)$  όσο και το φάσμα φάσης  $\phi(\omega)$  είναι επίσης περιοδικές συναρτήσεις με περίοδο  $\omega_s$ . Στη συνέχεια θα εξετάζονται τα φάσματα συχνότητας, πλάτους και φάσης ενός σήματος στο διάστημα  $(-\omega_s/2, \omega_s/2)$ , εκτός αν δηλώνεται σαφώς το αντίθετο.

Το φάσμα συχνότητας ενός σήματος δίνει το εύρος συχνοτήτων  $B = \{\omega: \omega_L \leq |\omega| \leq \omega_H\}$ , όπου  $0 \leq \omega_L \leq \omega_H \leq \omega_s/2$ , που συγκεντρώνει όλη την πληροφορία του σήμα-

τος  $x(nT)$ . Με άλλα λόγια, αν  $X(e^{j\omega T}) \neq 0$  για  $\omega \in B$  και  $X(e^{j\omega T}) = 0$  για  $\omega \notin B$ , το σύνολο  $B$  ονομάζεται εύρος συχνοτήτων του σήματος  $x(nT)$ .

Αποδεικνύεται ότι αν ένα σύστημα απόκρισης συχνότητας  $H(e^{j\omega T})$  διεγερθεί από ένα σήμα  $x(nT)$  φάσματος συχνότητας  $X(e^{j\omega T})$ , τότε η έξοδος  $y(nT) = \Re(x(nT))$  του συστήματος αυτού έχει φάσμα συχνότητας  $Y(e^{j\omega T})$  που δίνεται από την εξίσωση  $Y(e^{j\omega T}) = H(e^{j\omega T}) \cdot X(e^{j\omega T})$ . Συνεπώς είναι δυνατός ο υπολογισμός του σήματος εξόδου  $y(nT)$  με τη βοήθεια του φάσματος συχνότητας  $Y(e^{j\omega T})$ , ή ισοδύναμα με τη βοήθεια του φάσματος συχνότητας  $X(e^{j\omega T})$  και της απόκρισης συχνότητας  $H(e^{j\omega T})$ .

### A.7 Παραμόρφωση πλάτους και φάσης

Έστω ένα σύστημα αποκρίσεων πλάτους  $M(\omega)$  και φάσης  $\theta(\omega)$ . Το σύστημα αυτό διεγείρεται από το σήμα  $x(nT)$  και δίνει ως έξοδο το σήμα  $y(nT) = \Re(x(nT))$ . Ακόμη, έστω ότι  $B$  είναι το εύρος συχνοτήτων του σήματος  $x(nT)$ . Ως καθυστέρηση φάσης  $\tau_p(\omega)$  και καθυστέρηση ομάδας  $\tau_g(\omega)$  του συστήματος ορίζονται οι συναρτήσεις  $\tau_p(\omega) = -(\theta(\omega)/\omega)$  και  $\tau_g(\omega) = -(d\theta(\omega)/d\omega)$  αντίστοιχα.

Αποδεικνύεται ότι, αν ισχύουν οι συνθήκες:

$$M(\omega) = G_0, \omega \in B$$

$$\tau_p(\omega) = \tau_g(\omega) = mT, \omega \in B \Rightarrow \theta(\omega) = -mT\omega, \omega \in B$$

όπου  $G_0 > 0$ ,  $m > 0$  σταθερές,  $m$  φυσικός, τότε η έξοδος του συστήματος  $y(nT)$  δίνεται από τη σχέση  $y(nT) = G_0 x(nT - mT)$ . Με άλλα λόγια, η έξοδος του συστήματος είναι ένα ενισχυμένο και καθυστερημένο αντίγραφο της εισόδου του συστήματος αυτού. Αν  $M(\omega) \neq G_0$ ,  $\omega \in B$ , τότε το σύστημα παρουσιάζει παραμόρφωση πλάτους, ενώ αν  $\theta(\omega) \neq -mT\omega$ ,  $\omega \in B$ , τότε το σύστημα παρουσιάζει παραμόρφωση φάσης.

Η παραμόρφωση πλάτους είναι ανεπιθύμητη σε όλες σχεδόν τις εφαρμογές. Η παραμόρφωση φάσης είναι ανεκτή σε ορισμένες εφαρμογές, όπως η αναπαραγωγή ήχου με δέκτη το ανθρώπινο αυτί, ενώ δεν είναι ανεκτή σε άλλες, όπως η επεξεργασία εικόνας ή η μετάδοση ψηφιακών δεδομένων σε τηλεπικοινωνιακό κανάλι. Στην παρούσα εργασία λήφθηκαν όλες οι απαιτούμενες προφυλάξεις για τον περιορισμό

των παραμορφώσεων πλάτους και φάσης των συστημάτων που σχεδιάστηκαν και υλοποιήθηκαν μέσα σε ανεκτά όρια.

### A.8 Ψηφιακά φίλτρα

Το ψηφιακό φίλτρο είναι ένα αιτιατό, ευσταθές και LTI σύστημα που χαρακτηρίζεται από την ιδιομορφία της απόκρισης συχνότητάς του  $H(e^{j\omega T})$ , ή ισοδύναμα, από την ιδιομορφία της απόσβεσής του  $A(\omega)$  και της απόκρισης φάσης του  $\theta(\omega)$ . Πιο συγκεκριμένα, το ψηφιακό φίλτρο σχεδιάζεται κατά τέτοιο τρόπο ώστε να παρουσιάζει πολύ μικρή απόσβεση σε ένα εύρος συχνοτήτων  $B = \{\omega: \omega_L \leq |\omega| \leq \omega_H\}$ , όπου  $0 \leq \omega_L \leq \omega_H \leq \omega_s/2$ , και πολύ μεγάλη απόσβεση σε όλες τις υπόλοιπες συχνότητες. Έτσι επιτυγχάνεται η διατήρηση μόνο των επιθυμητών συχνοτήτων της εισόδου  $x(nT)$  του ψηφιακού φίλτρου στην έξοδό του  $y(nT) = \Re(x(nT))$ , αυτών δηλαδή που ανήκουν στη ζώνη συχνοτήτων  $B$  του φίλτρου αυτού, όπως προκύπτει από τη σχέση  $Y(e^{j\omega T}) = H(e^{j\omega T})X(e^{j\omega T})$ . Μάλιστα η παραμόρφωση πλάτους σε αυτήν τη ζώνη των συχνοτήτων του ψηφιακού φίλτρου είναι όσο το δυνατόν μειωμένη. Σε περίπτωση που απαιτείται η εξάλειψη της παραμόρφωσης φάσης στη ζώνη συχνοτήτων  $B$  του ψηφιακού φίλτρου λαμβάνεται ιδιαίτερη μέριμνα κατά το σχεδιασμό του φίλτρου αυτού έτσι ώστε οι καθυστερήσεις φάσης  $\tau_p(\omega)$  και ομάδας  $\tau_g(\omega)$  να ικανοποιούν τη συνθήκη  $\tau_p(\omega) = \tau_g(\omega) = mT$  για  $\omega \in B$ , όπου  $m$  φυσικός αριθμός,  $m > 0$ .

### A.9 Είδη ψηφιακών φίλτρων

Ένα ψηφιακό φίλτρο χαρακτηρίζεται με βάση την εξίσωση διαφοράς που συνδέει την έξοδό του  $y(nT) = \Re(x(nT))$  με την είσοδό του  $x(nT)$ . Έτσι, αναδρομικό φίλτρο ονομάζεται αυτό του οποίου η εξίσωση διαφοράς έχει τη μορφή:

$$y(nT) = \sum_{i=0}^{+\infty} a_i x(nT-iT) - \sum_{i=1}^{+\infty} b_i y(nT-iT)$$

όπου  $a_i, b_i$  σταθερές για κάθε φυσικό αριθμό  $i$ . Αν η είσοδος  $x(nT)$  είναι τέτοια ώστε  $x(nT) = 0$  για  $n < 0$  τότε η εξίσωση διαφοράς του αναδρομικού ψηφιακού φίλτρου παίρνει τη μορφή:

$$y(nT) = \sum_{i=0}^n a_i x(nT-iT) - \sum_{i=1}^n b_i y(nT-iT)$$

Σε περίπτωση που οι σταθερές  $a_i$ ,  $b_i$  είναι τέτοιες ώστε  $a_i=b_i=0$  για  $i>N$ , όπου  $N$  φυσικός,  $N>0$ , τότε η εξίσωση διαφοράς του αναδρομικού ψηφιακού φίλτρου παίρνει τελικά τη μορφή:

$$y(nT) = \sum_{i=0}^N a_i x(nT-iT) - \sum_{i=1}^N b_i y(nT-iT)$$

Στην παραπάνω εξίσωση ο αριθμός  $N$  ονομάζεται μέγεθος του αναδρομικού φίλτρου.

Μη αναδρομικό φίλτρο ονομάζεται αυτό του οποίου η εξίσωση διαφοράς είναι όμοια με αυτήν του αναδρομικού φίλτρου αλλά με τον περιορισμό ότι  $b_i=0$  για  $i>0$ . Συνεπώς η εξίσωση διαφοράς του μη αναδρομικού φίλτρου σε κάθε περίπτωση είναι η ακόλουθη:

- Γενική εξίσωση: 
$$y(nT) = \sum_{i=0}^{+\infty} a_i x(nT-iT)$$

- $x(nT)=0$  για  $n<0$ : 
$$y(nT) = \sum_{i=0}^n a_i x(nT-iT)$$

- $a_i=0$  για  $i>N$ : 
$$y(nT) = \sum_{i=0}^N a_i x(nT-iT)$$

Στην τρίτη περίπτωση ο αριθμός  $N$ , όπου  $N$  φυσικός,  $N>0$ , ονομάζεται μέγεθος του μη αναδρομικού φίλτρου. Η ουσιαστική διαφορά μεταξύ ενός αναδρομικού και ενός μη αναδρομικού φίλτρου βρίσκεται στην εξάρτηση της εξόδου του αναδρομικού φίλτρου τόσο από την τωρινή και τις προηγούμενες εισόδους του όσο και από τις προηγούμενες εξόδους του, σε αντίθεση με το μη αναδρομικό φίλτρο, για το οποίο η έξοδος του εξαρτάται μόνο από την τωρινή και τις προηγούμενες εισόδους του.

Μία άλλη κατάταξη των ψηφιακών φίλτρων μπορεί να πραγματοποιηθεί ανάλογα με την κρουστική τους απόκριση  $h(nT)$ . Έτσι λοιπόν, φίλτρο πεπερασμένης κρουστικής απόκρισης (Finite Impulse Response Filter, FIR) ονομάζεται αυτό του οποίου η κρουστική απόκριση  $h(nT)=0$  για  $n>N$  και  $h(NT)\neq 0$ , όπου  $N$  κάποιος πεπερασμένος φυσικός αριθμός,  $N>0$ . Αντίθετα φίλτρο άπειρης κρουστικής απόκρισης (Infinite Impulse Response, IIR) ονομάζεται αυτό του οποίου η κρουστική απόκριση  $h(nT)\neq 0$  για κάθε φυσικό αριθμό  $n$ . Η έξοδος  $y(nT)=\mathfrak{R}(x(nT))$  του κάθε είδους φίλτρου δίνεται από τις ακόλουθες εξισώσεις:

• *FIR φίλτρο:* 
$$y(nT) = \sum_{k=0}^N h(nT) x(nT-kT)$$

• *IIR φίλτρο:* 
$$y(nT) = \sum_{k=0}^{+\infty} h(nT) x(nT-kT)$$

Επειδή σε ένα FIR φίλτρο ισχύει ότι  $h(nT)=0$  για  $n>N$ , το άθροισμα  $\sum_{n=-\infty}^{+\infty} |h(nT)| = \sum_{n=0}^N |h(nT)| < +\infty$  για κάθε πεπερασμένη κρουστική απόκριση  $h(nT)$ . Συνεπώς ένα FIR φίλτρο είναι πάντοτε ευσταθές.

Από την σύγκριση των εξισώσεων των αναδρομικών, των μη αναδρομικών, των FIR και των IIR φίλτρων προκύπτουν εύκολα τα εξής συμπεράσματα:

- **Αν ένα φίλτρο είναι μη αναδρομικό τότε το φίλτρο είναι και FIR.**
- **Αν ένα φίλτρο είναι IIR τότε το φίλτρο είναι και αναδρομικό.**

Συνεπώς ένα μη αναδρομικό φίλτρο είναι πάντοτε ευσταθές. Στην παρούσα εργασία η διάκριση των ψηφιακών φίλτρων γίνεται μεταξύ αναδρομικών και μη αναδρομικών αντί μεταξύ FIR και IIR.

Μία τελευταία κατάταξη των ψηφιακών φίλτρων μπορεί να πραγματοποιηθεί ανάλογα με τη θέση της ζώνης συχνοτήτων τους  $B$  στην απόκριση συχνότητάς τους  $H(e^{j\omega T})$ . Έτσι τα ψηφιακά φίλτρα διακρίνονται στις ακόλουθες κατηγορίες:

- *Βαθυπερατό ή βασικής ζώνης φίλτρο:*  $B = \{\omega: \omega_L \leq |\omega| \leq \omega_H\}, 0 = \omega_L \leq \omega_H < \omega_s/2$

- *Υπιπερατό φίλτρο:*  $B = \{\omega: \omega_L \leq |\omega| \leq \omega_H\}, 0 < \omega_L \leq \omega_H = \omega_S/2$
- *Ζωνοπερατό φίλτρο:*  $B = \{\omega: \omega_L \leq |\omega| \leq \omega_H\}, 0 < \omega_L \leq \omega_H < \omega_S/2$
- *Ζωνοκοπτικό φίλτρο:*  $B_1 = \{\omega: 0 \leq |\omega| \leq \omega_L\}, B_2 = \{\omega: \omega_H \leq |\omega| \leq \omega_S/2\}$   
 $\omega_L \leq \omega_H, \quad B = B_1 \cup B_2$   
 (στη σχεδίαση ενδιαφέρει η ζώνη αποκοπής συχνοτήτων  $B' = \{\omega: \omega_L \leq |\omega| \leq \omega_H\}$ )
- *Διαπερατό φίλτρο:*  $B = \{\omega: \omega_L \leq |\omega| \leq \omega_H\}, 0 = \omega_L < \omega_H = \omega_S/2$

Το ψηφιακό φίλτρο που σχεδιάστηκε και υλοποιήθηκε στην παρούσα εργασία είναι ένα βαθυπερατό φίλτρο ή φίλτρο βασικής ζώνης.

#### A.10 Σύγκριση αναδρομικών και μη αναδρομικών ψηφιακών φίλτρων

Η επιλογή ενός αναδρομικού ή ενός μη αναδρομικού ψηφιακού φίλτρου σε μία εφαρμογή εξαρτάται από τα ιδιαίτερα πλεονεκτήματα και μειονεκτήματά τους.

Τα αναδρομικά φίλτρα πλεονεκτούν στο μικρό μέγεθος που απαιτούν για την υλοποίησή τους, συγκρινόμενα με τα μη αναδρομικά φίλτρα, σε εφαρμογές στις οποίες απαιτείται υψηλή επιλεκτικότητα συχνοτήτων, δηλαδή μικρό εύρος συχνοτήτων  $B$ . Αποτέλεσμα του πλεονεκτήματος αυτού είναι ότι τα αναδρομικά φίλτρα έχουν μικρό κόστος κατασκευής, υψηλή ταχύτητα λειτουργίας και μειωμένη υπολογιστική πολυπλοκότητα. Τα αναδρομικά φίλτρα μειονεκτούν στην παραμόρφωση φάσης που παρουσιάζουν στη ζώνη συχνοτήτων τους  $B$ , στην υψηλή τους ευαισθησία στα σφάλματα κβαντισμού τόσο από υπολογιστικής πλευράς όσο και από πλευράς διατήρησης της ευστάθειάς τους, και στην πολυπλοκότητα κατασκευής τους με χρήση τεχνικών VLSI. Η παραμόρφωση φάσης που παρουσιάζουν τα αναδρομικά φίλτρα μπορεί να ελαττωθεί σε ανεκτά όρια με τη χρήση ισοσταθμιστών φάσης (phase equalizers) συνδεδεμένων σε σειρά με τα αναδρομικά φίλτρα. Αυτό όμως έχει ως αποτέλεσμα την αυξημένη υπολογιστική πολυπλοκότητα, την αύξηση του κόστους κατασκευής και τη μείωση της ταχύτητας λειτουργίας του παραπάνω συνδυασμού αναδρομικών φίλτρων και ισοσταθμιστών φάσης.

Τα μη αναδρομικά φίλτρα πλεονεκτούν στην απουσία παραμόρφωσης φάσης στη ζώνη συχνοτήτων τους B, στην ευκολία του σχεδιασμού τους, στην ευκολία της κατασκευής τους με τη χρήση τεχνικών VLSI, στη χαμηλή τους ευαισθησία σε σφάλματα κβαντισμού, και τέλος στη διατήρηση της ευστάθειάς τους ανεξαρτήτως των σφαλμάτων κβαντισμού εξαιτίας της εξ ορισμού απουσίας της ανάδρασης από αυτά. Τα μη αναδρομικά φίλτρα μειονεκτούν στο μεγάλο τους μέγεθος σε εφαρμογές υψηλής επιλεκτικότητας συχνοτήτων, το οποίο είναι 5 με 10 φορές μεγαλύτερο από το αντίστοιχο των αναδρομικών φίλτρων. Αποτέλεσμα του μεγάλου μεγέθους των μη αναδρομικών φίλτρων είναι η αυξημένη υπολογιστική τους πολυπλοκότητα, το αυξημένο κόστος κατασκευής τους και η μειωμένη ταχύτητα λειτουργίας τους.

Έπειτα από τις παραπάνω επισημάνσεις καθίσταται προφανής η επιλογή του συγκεκριμένου είδους ψηφιακού φίλτρου σε κάθε εφαρμογή. Τα αναδρομικά φίλτρα χρησιμοποιούνται σε εφαρμογές όπου απαιτείται μεγάλη επιλεκτικότητα συχνοτήτων. Τα μη αναδρομικά φίλτρα χρησιμοποιούνται σε εφαρμογές αριθμητικών μεθόδων, όπως η παρεμβολή, η διαφόριση και η ολοκλήρωση. Τέλος, σε εφαρμογές υψηλής επιλεκτικότητας συχνοτήτων και μειωμένης παραμόρφωσης φάσης επιλέγονται είτε αναδρομικά φίλτρα συνδεδεμένα σε σειρά με ισοσταθμιστές φάσης είτε μη αναδρομικά φίλτρα ανάλογα με τις απαιτήσεις της συγκεκριμένης εφαρμογής σε υπολογιστική πολυπλοκότητα, κόστος κατασκευής και ταχύτητα λειτουργίας.

### A.11 Σχεδιασμός αναδρομικών φίλτρων

Το ψηφιακό αναδρομικό φίλτρο σχεδιάζεται συνήθως με τη χρήση πλάγιων μεθόδων. Πλάγιες μέθοδοι ονομάζονται αυτές που βασίζονται στο σχεδιασμό αναλογικών φίλτρων. Με άλλα λόγια, ο σχεδιαστής ψηφιακών φίλτρων σχεδιάζει πρώτα ένα αναλογικό φίλτρο και στη συνέχεια χρησιμοποιεί κατάλληλους μετασχηματισμούς για να μετατρέψει το αναλογικό φίλτρο σε ψηφιακό με τα επιθυμητά χαρακτηριστικά.

Τα είδη αναλογικών φίλτρων που χρησιμοποιούνται στις πλάγιες μεθόδους για το σχεδιασμό ψηφιακών αναδρομικών φίλτρων είναι τα ακόλουθα:

- **Φίλτρο Butterworth.** Σχεδιάζεται έτσι ώστε η καμπύλη απόσβεσης του φίλτρου  $A(\omega) \rightarrow 1$  για  $|\omega| \rightarrow 0$  με την ευρέως επίπεδη έννοια, δηλαδή να ισχύει  $A^n(\omega) \rightarrow 1$  για  $|\omega| \rightarrow 0$ , όπου  $0 \leq n \leq N$  και  $A^n(\omega) = (d^n A(\omega)) / (d\omega^n)$ ,  $A^0(\omega) = A(\omega)$ . Ο φυσικός αριθμός  $N$ , όπου  $N > 0$ , ονομάζεται τάξη του φίλτρου Butterworth.
- **Φίλτρο Chebyshev.** Σχεδιάζεται έτσι ώστε η καμπύλη απόσβεσης του φίλτρου  $A(\omega)$  να ταλαντώνεται σε κλίμακα dB από μηδέν έως ένα μέγιστο επιτρεπτό όριο  $A_P$ , όπου  $A_P > 0$ , στη ζώνη συχνοτήτων του  $B$ , η οποία ονομάζεται και ζώνη διάβασης του φίλτρου αυτού. Έτσι είναι δυνατή η επίτευξη γρηγορότερης μετάβασης από τη ζώνη διάβασης στη ζώνη αποκοπής του φίλτρου Chebyshev. Η καμπύλη απόσβεσης του φίλτρου Chebyshev στη ζώνη αποκοπής είναι μία μονοτόνως αύξουσα συνάρτηση του  $|\omega|$ .
- **Αντίστροφο φίλτρο Chebyshev.** Σχεδιάζεται έτσι ώστε η καμπύλη απόσβεσης του φίλτρου  $A(\omega)$  να ταλαντώνεται σε κλίμακα dB από ένα ελάχιστο επιτρεπτό όριο  $A_S$ , όπου  $A_S > 0$ , έως το άπειρο στη ζώνη αποκοπής του φίλτρου αυτού. Έτσι είναι δυνατή η επίτευξη γρηγορότερης μετάβασης από τη ζώνη διάβασης στη ζώνη αποκοπής του αντίστροφου φίλτρου Chebyshev. Η καμπύλη απόσβεσης του αντίστροφου φίλτρου Chebyshev στη ζώνη διάβασης είναι μία μονοτόνως αύξουσα συνάρτηση του  $|\omega|$ .
- **Ελλειπτικό φίλτρο.** Το ελλειπτικό φίλτρο συνδυάζει τα πλεονεκτήματα του φίλτρου Chebyshev και του αντίστροφου φίλτρου Chebyshev. Έτσι η καμπύλη απόσβεσης του ελλειπτικού φίλτρου  $A(\omega)$  ταλαντώνεται σε κλίμακα dB από μηδέν έως ένα μέγιστο επιτρεπτό όριο  $A_P$ , όπου  $A_P > 0$ , στη ζώνη διάβασης του φίλτρου αυτού. Επίσης η ίδια καμπύλη  $A(\omega)$  ταλαντώνεται σε κλίμακα dB από ένα ελάχιστο επιτρεπτό όριο  $A_S$ , όπου  $A_S > 0$ , έως το άπειρο στη ζώνη αποκοπής του φίλτρου αυτού. Τέλος, το ελλειπτικό φίλτρο πλεονεκτεί στη γρήγορη μετάβαση της καμπύλης απόσβεσής του από τη ζώνη διάβασης στη ζώνη αποκοπής.
- **Φίλτρο Bessel.** Το φίλτρο Bessel σχεδιάζεται έτσι ώστε η καθυστέρηση ομάδας του  $\tau_g(\omega)$  να είναι κατά το δυνατό σταθερή και ίση προς  $mT$ , όπου  $m$  φυσικός αριθμός,  $m > 0$ , σε ολόκληρη τη ζώνη διάβασης του φίλτρου αυτού. Η καμπύλη



απόσβεσης  $A(\omega)$  του φίλτρου Bessel είναι παρόμοια με αυτήν του φίλτρου Butterworth.

Τα παραπάνω αναλογικά φίλτρα σχεδιάζονται πρώτα ως κανονικοποιημένα βαθυπερατά φίλτρα. Σε ένα κανονικοποιημένο βαθυπερατό φίλτρο κάποια παράμετρος του, όπως για παράδειγμα η άνω συχνότητα της ζώνης διέλευσής του, τίθεται ίση με τη μονάδα. Στην επόμενη φάση του σχεδιασμού των ψηφιακών αναδρομικών φίλτρων χρησιμοποιούνται μετασχηματισμοί που μετατρέπουν τα κανονικοποιημένα αναλογικά φίλτρα σε άλλα, όπως ζωνοπερατά, που απαιτούνται για την επόμενη φάση της ίδιας διαδικασίας σχεδιασμού.

Η μετατροπή των αναλογικών φίλτρων σε ψηφιακά αναδρομικά φίλτρα με παρόμοιες ιδιότητες πραγματοποιείται με τη χρήση μίας από τις ακόλουθες μεθόδους:

- **Μέθοδος αμετάβλητης κρουστικής απόκρισης.** Η μέθοδος αυτή βασίζεται στη διατήρηση της κρουστικής απόκρισης του αναλογικού φίλτρου στο παραγόμενο ψηφιακό φίλτρο. Πλεονέκτημα της μεθόδου είναι η διατήρηση της απόσβεσης  $A(\omega)$  και της απόκρισης φάσης  $\theta(\omega)$  του αναλογικού φίλτρου στο παραγόμενο ψηφιακό. Η μέθοδος αμετάβλητης κρουστικής απόκρισης χρησιμοποιείται για τη μετατροπή αναλογικών βαθυπερατών και ζωνοπερατών φίλτρων Butterworth, Chebyshev και Bessel σε ψηφιακά.
- **Τροποποιημένη μέθοδος αμετάβλητης κρουστικής απόκρισης.** Η μέθοδος αυτή βασίζεται στη διαίρεση της απόκρισης συχνότητας  $H(j\omega)$  του αναλογικού φίλτρου σε δύο τμήματα, έτσι ώστε να είναι δυνατή στη συνέχεια η εφαρμογή της μεθόδου αμετάβλητης κρουστικής απόκρισης στα τμήματα αυτά. Μειονεκτήματα της μεθόδου είναι η αύξηση του μεγέθους του παραγόμενου ψηφιακού φίλτρου καθώς και η εισαγωγή παραμόρφωσης φάσης στη ζώνη διάβασης του ιδίου φίλτρου σε ορισμένες περιπτώσεις. Η τροποποιημένη μέθοδος αμετάβλητης κρουστικής απόκρισης χρησιμοποιείται για τη μετατροπή αναλογικών βαθυπερατών και ζωνοπερατών ελλειπτικών φίλτρων και αντίστροφων φίλτρων Chebyshev σε ψηφιακά.
- **Μέθοδος προσαρμοσμένου μετασχηματισμού Z.** Η μέθοδος αυτή είναι μία παραλλαγή της τροποποιημένης μεθόδου αμετάβλητης κρουστικής απόκρισης. Η μέ-

θοδος προσαρμοσμένου μετασχηματισμού  $Z$  χρησιμοποιείται για τη μετατροπή αναλογικών υψιπερατών και ζωνοκοπτικών φίλτρων σε ψηφιακά.

- **Μέθοδος διγραμμικού μετασχηματισμού.** Η μέθοδος αυτή βασίζεται στην αριθμητική προσέγγιση ενός ορισμένου ολοκληρώματος με τη χρήση του τραπεζοειδούς κανόνα. Αποτέλεσμα της μεθόδου είναι η ολοένα αυξανόμενη προσέγγιση της εξόδου του αναλογικού φίλτρου  $y(t)=\mathcal{H}_A(x(t))$  με την έξοδο του παραγόμενου ψηφιακού φίλτρου  $y(nT)=\mathcal{H}_D(x(nT))$  για κάθε είσοδο  $x(t)$  με την ελάττωση της περιόδου δειγματοληψίας  $T$ . Το μειονέκτημα της μεθόδου του διγραμμικού μετασχηματισμού, που είναι γνωστό ως επίδραση στρέβλωσης, είναι η μη γραμμική αντιστοιχία των συχνοτήτων του αναλογικού φίλτρου με αυτές του παραγόμενου ψηφιακού φίλτρου. Το μειονέκτημα της επίδρασης στρέβλωσης μπορεί να λυθεί με κατάλληλη στρέβλωση των συχνοτήτων του αναλογικού φίλτρου πριν από την εφαρμογή της παραπάνω μεθόδου. Η μέθοδος του διγραμμικού μετασχηματισμού χρησιμοποιείται για τη μετατροπή κάθε είδους αναλογικού φίλτρου στο επιθυμητό ψηφιακό.

Μία άλλη κατηγορία μεθόδων για το σχεδιασμό ψηφιακών αναδρομικών φίλτρων είναι οι μέθοδοι βελτιστοποίησης. Στις μεθόδους αυτές σχεδιάζεται πρώτα μία ιδεατή απόκριση συχνότητας για το ψηφιακό αναδρομικό φίλτρο και στη συνέχεια ορίζεται μία συνάρτηση σφάλματος που να δίνει το μέγεθος της απόκλισης μεταξύ της ιδεατής και της πραγματικής απόκρισης συχνότητας του ψηφιακού αναδρομικού φίλτρου. Κατόπιν, μία νόρμα της συνάρτησης σφάλματος, όπως για παράδειγμα η μέση τετραγωνική τιμή της συνάρτησης αυτής, ελαχιστοποιείται με την επιλογή κατάλληλων συντελεστών της πραγματικής απόκρισης συχνότητας του ψηφιακού αναδρομικού φίλτρου. Συνεπώς, όσο η τιμή της νόρμας της συνάρτησης σφάλματος τείνει στο μηδέν, τόσο η πραγματική απόκριση συχνότητας του ψηφιακού αναδρομικού φίλτρου τείνει προς την αντίστοιχη ιδεατή.

Οι μέθοδοι βελτιστοποίησης είναι αναδρομικές με αποτέλεσμα να απαιτούν συνήθως πολύ υπολογιστικό χρόνο. Από την άλλη όμως πλευρά οι μέθοδοι βελτιστοποίησης μπορούν να χρησιμοποιηθούν για το σχεδιασμό ψηφιακών αναδρομικών φίλτρων των οποίων η απόκριση συχνότητας να είναι κάθε δυνατής μορφής. Επιπλέον, οι μέθοδοι βελτιστοποίησης δίνουν γενικά ψηφιακά αναδρομικά φίλτρα μι-

κρότερου μεγέθους από αυτό των αντιστοίχων φίλτρων που παράγουν οι κλασσικές πλάγιες μέθοδοι. Οι μέθοδοι βελτιστοποίησης χρησιμοποιούνται συνήθως για το σχεδιασμό των ισοσταθμιστών φάσης σε εφαρμογές όπου απαιτούνται σταθερές καθυστερήσεις φάσης και ομάδας στη ζώνη διάβασης του ψηφιακού φίλτρου και ταυτόχρονα μικρή υπολογιστική πολυπλοκότητα και μεγάλη ταχύτητα λειτουργίας του φίλτρου αυτού.

### A.12 Σχεδιασμός μη αναδρομικών φίλτρων

Σε αντίθεση με τα ψηφιακά αναδρομικά φίλτρα τα μη αναδρομικά φίλτρα σχεδιάζονται συνήθως με ευθείες μεθόδους, δηλαδή με μεθόδους σχεδιασμού απευθείας ψηφιακών φίλτρων. Τέτοιες μέθοδοι είναι για παράδειγμα οι σειρές Fourier ή άλλοι τύποι αριθμητικής ανάλυσης. Ο σχεδιασμός των ψηφιακών μη αναδρομικών φίλτρων γίνεται με βάση τις ακόλουθες προδιαγραφές:

- Η κρουστική απόκριση  $h(nT)$  του ψηφιακού μη αναδρομικού φίλτρου μηδενίζεται για όλους τους φυσικούς  $n \geq N$ , όπου  $N$  φυσικός αριθμός και  $h((N-1)T) \neq 0$ . Ισοδύναμα, η απόκριση συχνότητας  $H(e^{j\omega T})$  του φίλτρου αυτού δίνεται από την εξίσωση  $H(e^{j\omega T}) = \sum_{n=0}^{N-1} h(nT) \exp(-j\omega nT)$ . Ο αριθμός  $N$  ονομάζεται μέγεθος του ψηφιακού μη αναδρομικού φίλτρου.
- Οι καθυστερήσεις φάσης  $\tau_p(\omega)$  και ομάδας  $\tau_g(\omega)$  του ψηφιακού μη αναδρομικού φίλτρου ικανοποιούν τη σχέση  $\tau_p(\omega) = \tau_g(\omega) = mT$ , όπου  $m$  φυσικός αριθμός και  $m > 0$ , στη ζώνη συχνοτήτων του  $B$  τουλάχιστον. Ισοδύναμα, η απόκριση φάσης  $\theta(\omega)$  του φίλτρου αυτού ικανοποιεί τη σχέση  $\theta(\omega) = -mT\omega$  στη ζώνη συχνοτήτων του  $B$  τουλάχιστον.

Αποδεικνύεται ότι η δεύτερη προδιαγραφή σχεδιασμού των μη αναδρομικών φίλτρων ικανοποιείται αν και μόνο αν ισχύει η εξίσωση  $h(nT) = h[(N-1-n)T]$  για το διάστημα των φυσικών αριθμών  $0 \leq n \leq N-1$ , έτσι ώστε η καθυστέρηση  $mT$  των φίλτρων αυτών να υπολογίζεται με τη βοήθεια της σχέσης  $m = (N-1)/2$ . Συνεπώς ο σχεδιασμός ενός μη αναδρομικού φίλτρου μπορεί να επιτευχθεί αποκλειστικά και μόνο με κατάλληλη επιλογή της κρουστικής του απόκρισης  $h(nT)$ .

Ο σχεδιασμός ενός ψηφιακού μη αναδρομικού φίλτρου πραγματοποιείται με βάση τα ακόλουθα βήματα:

- 1) Επιλογή της ιδανικής απόκρισης συχνότητας  $H_I(e^{j\omega T})$  του σχεδιαζόμενου φίλτρου έτσι ώστε  $H_I(e^{j\omega T})=1$ ,  $\omega \in B'$  και  $H_I(e^{j\omega T})=0$ ,  $\omega \notin B'$ . Το σύνολο  $B'$  περιλαμβάνει τη ζώνη συχνοτήτων  $B$  του μη αναδρομικού φίλτρου, που ονομάζεται και ζώνη διάβασης αυτού, καθώς και το ήμισυ της ζώνης μετάβασης  $B_t$  του φίλτρου αυτού. Η ιδανική απόκριση συχνότητας  $H_I(e^{j\omega T})$  του μη αναδρομικού φίλτρου είναι περιοδική συνάρτηση ως προς  $\omega$  με περίοδο  $\omega_s$ .
- 2) Ανάλυση της ιδανικής απόκρισης συχνότητας  $H_I(e^{j\omega T})$  του σχεδιαζόμενου φίλτρου σε σειρά Fourier. Ισχύει λοιπόν η σχέση  $H_I(e^{j\omega T}) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} h_I(nT) \exp(-j\omega nT)$ , όπου 
$$h_I(nT) = (1/\omega_s) \int_{-\omega_s/2}^{\omega_s/2} H_I(e^{j\omega T}) \exp(j\omega nT) d\omega.$$
 Άρα το ψηφιακό φίλτρο που υλοποιεί την ιδανική απόκριση συχνότητας  $H_I(e^{j\omega T})$  είναι άπειρης τάξης και μη αιτιατό.
- 3) Επιλογή μίας συνάρτησης παραθύρου  $w(nT)$  με φάσμα συχνότητας  $W(e^{j\omega T})$ . Η συνάρτηση παραθύρου θα πρέπει να μηδενίζεται για τους φυσικούς  $|n| > (N-1)/2$ , όπου  $N$  το μέγεθος του σχεδιαζόμενου μη αναδρομικού φίλτρου. Επίσης, αν ο αριθμός  $N$  είναι περιττός, τότε θα πρέπει η συνάρτηση παραθύρου  $w(nT)$  να είναι συμμετρική ως προς την τιμή  $w(0)$ . Έτσι είναι εγγυημένη η τελική σχεδίαση ενός μη αναδρομικού φίλτρου που θα πλήρη όλες τις απαραίτητες προδιαγραφές.
- 4) Σχεδιασμός ενός ψηφιακού μη αναδρομικού φίλτρου με κρουστική απόκριση  $h_{NC}(nT) = w(nT) \cdot h_I(nT)$ , ή ισοδύναμα με απόκριση συχνότητας  $H_{NC}(e^{j\omega T})$  που να δίνεται από την εξίσωση 
$$H_{NC}(e^{j\omega T}) = (1/\omega_s) \int_{-\omega_s/2}^{\omega_s/2} H_I(e^{j\Omega T}) \cdot W(e^{j(\omega-\Omega)T}) d\Omega.$$
 Το φίλτρο που προκύπτει πληροί μεν την προδιαγραφή της πεπερασμένης κρουστικής απόκρισης, είναι όμως μη αιτιατό και συνεπώς μη υλοποιήσιμο.
- 5) Σχεδιασμός του τελικού μη αναδρομικού φίλτρου με κρουστική απόκριση  $h(nT) = h_{NC}[(n-(N-1)/2)T]$ , ή ισοδύναμα, με απόκριση συχνότητας  $H(e^{j\omega T})$  που να δίνεται από την εξίσωση 
$$H(e^{j\omega T}) = \exp(-j\omega(N-1)/(2T)) \cdot H_{NC}(e^{j\omega T}).$$
 Το φίλτρο που

μόλις σχεδιάστηκε πληροί όλες τις απαραίτητες προδιαγραφές ενός μη αναδρομικού φίλτρου και μάλιστα είναι και υλοποιήσιμο.

Υπάρχουν πολλά είδη συναρτήσεων παραθύρων  $w(nT)$  που χρησιμοποιούνται για το σχεδιασμό των μη αναδρομικών φίλτρων με τη μέθοδο των σειρών Fourier. Τα είδη αυτά διακρίνονται για τη λύση που δίνει το καθένα στα προβλήματα της στενότητας της ζώνης μετάβασης του σχεδιαζόμενου μη αναδρομικού φίλτρου και της παραμόρφωσης πλάτους στη ζώνη διάβασης του φίλτρου αυτού. Τα κυριότερα είδη παραθύρων που έχουν αναπτυχθεί είναι τα ακόλουθα:

- **Ορθογώνιο παράθυρο.** Είναι το απλούστερο δυνατό αλλά μειονεκτεί στη σχετικά μεγάλη παραμόρφωση πλάτους που παρουσιάζεται στη ζώνη διάβασης του σχεδιαζόμενου μη αναδρομικού φίλτρου.
- **Παράθυρο von Hann.** Η χρήση του παραθύρου von Hann έχει ως αποτέλεσμα τη μειωμένη παραμόρφωση πλάτους στη ζώνη διάβασης του σχεδιαζόμενου μη αναδρομικού φίλτρου. Όμως το παράθυρο αυτό μειονεκτεί στη σχετική ευρύτητα που παρουσιάζει η ζώνη μετάβασης του σχεδιαζόμενου μη αναδρομικού φίλτρου.
- **Παράθυρο Hamming.** Οι επιδράσεις της χρήσης του παραθύρου Hamming στο σχεδιαζόμενο μη αναδρομικό φίλτρο είναι παρόμοιες με αυτές του παραθύρου von Hann. Η μόνη διαφορά του παραθύρου Hamming είναι η ελαφρώς μειωμένη παραμόρφωση πλάτους που προσδίδει στη ζώνη διάβασης του σχεδιαζόμενου μη αναδρομικού φίλτρου σε σχέση με αυτήν που προσδίδει το παράθυρο von Hann.
- **Παράθυρο Blackman.** Η χρήση του παραθύρου Blackman έχει ως αποτέλεσμα την περαιτέρω μείωση της παραμόρφωσης πλάτους στη ζώνη διάβασης του σχεδιαζόμενου μη αναδρομικού φίλτρου. Από την άλλη όμως πλευρά η ζώνη μετάβασης του σχεδιαζόμενου φίλτρου είναι αυξημένη σε σχέση με αυτήν που προκύπτει από τη χρήση των παραθύρων von Hann και Hamming.
- **Παράθυρο Dolph-Chebyshev.** Το παράθυρο Dolph-Chebyshev πλεονεκτεί στον άμεσο έλεγχο της παραμόρφωσης πλάτους στη ζώνη διάβασης του σχεδιαζόμενου μη αναδρομικού φίλτρου. Επίσης το παράθυρο αυτό πλεονεκτεί στην ομοιόμορφη κατανομή της παραμόρφωσης πλάτους στη ζώνη διάβασης του σχεδιαζόμενου

φίλτρου, καθώς και στην κατά το δυνατό μεγαλύτερη στενότητα της ζώνης μετάβασης του σχεδιαζόμενου φίλτρου για μία συγκεκριμένη επιτρεπτή παραμόρφωση πλάτους. Όμως το συγκεκριμένο παράθυρο μειονεκτεί στην απουσία εμπειρικής εκτίμησης του μεγέθους  $N$  του σχεδιαζόμενου μη αναδρομικού φίλτρου, πράγμα που δυσκολεύει το σχεδιασμό του φίλτρου αυτού με τη χρήση του παραθύρου Dolph-Chebyshev.

- **Παράθυρο Kaiser.** Το παράθυρο Kaiser επιτρέπει τον ανεξάρτητο έλεγχο της παραμόρφωσης πλάτους στη ζώνη διάβασης του σχεδιαζόμενου μη αναδρομικού φίλτρου και της στενότητας της ζώνης μετάβασης του φίλτρου αυτού. Το μεγαλύτερο όμως πλεονέκτημα του παραθύρου Kaiser είναι η ύπαρξη εμπειρικών τύπων που δίνουν τις παραμέτρους του παραθύρου αυτού από τις προδιαγραφές του σχεδιαζόμενου μη αναδρομικού φίλτρου, όπως τα όρια των ζωνών διάβασης και αποκοπής του φίλτρου και τα όρια αποσβέσεων των συχνοτήτων στις ζώνες διάβασης και αποκοπής του φίλτρου αυτού. Έτσι λοιπόν το παράθυρο Kaiser είναι αυτό που χρησιμοποιείται συνήθως στο σχεδιασμό των μη αναδρομικών φίλτρων με τη μέθοδο των σειρών Fourier.

Η μέθοδος σχεδιασμού μη αναδρομικών φίλτρων με τη χρήση των σειρών Fourier πλεονεκτεί στην επίτευξη λύσης κλειστού τύπου, δηλαδή στο σχεδιασμό φίλτρου με αυστηρά προδιαγραφμένα βήματα από μαθηματικής πλευράς. Όμως η μέθοδος αυτή μειονεκτεί στο μεγάλο μέγεθος του σχεδιαζόμενου μη αναδρομικού φίλτρου, το οποίο είναι ίσως μεγαλύτερο από αυτό που θα μπορούσε να επιτευχθεί με τη χρήση κάποιας άλλης μεθόδου σχεδιασμού του.

Μία δεύτερη μέθοδος σχεδιασμού μη αναδρομικών φίλτρων βασίζεται στη χρήση του διακριτού μετασχηματισμού Fourier (DFT). Η μέθοδος αυτή δίνει γενικά χειρότερα αποτελέσματα από τη μέθοδο σχεδιασμού με τη χρήση σειρών Fourier και για το λόγο αυτό δε θα αναλυθεί περαιτέρω. Αξίζει πάντως να σημειωθεί ότι τα αποτελέσματα της παραπάνω μεθόδου μπορούν να βελτιωθούν σημαντικά, χωρίς να απαιτείται υψηλός υπολογιστικός φόρτος, με τη χρήση μεθόδων βελτιστοποίησης, οι οποίες αναλύονται ακριβώς παρακάτω.

Μία τρίτη κατηγορία μεθόδων σχεδιασμού μη αναδρομικών φίλτρων είναι αυτή των μεθόδων βελτιστοποίησης. Από την κατηγορία αυτή εξέχουσα είναι η μέθοδος Chebyshev με βάρη. Τα βήματα σχεδιασμού που ακολουθούνται στη μέθοδο αυτή είναι τα ακόλουθα:

- 1) Σχεδιασμός της ιδεατής απόκρισης συχνότητας  $H_I(e^{j\omega T})$  του μη αναδρομικού φίλτρου. Η συνάρτηση  $H_I(e^{j\omega T})$  μπορεί να έχει κάθε επιθυμητή μορφή με τον όρο ότι ικανοποιούνται όλες οι προδιαγραφές σχεδιασμού ενός μη αναδρομικού φίλτρου.
- 2) Εύρεση της συνάρτησης σφάλματος  $e(\omega)$ , η οποία δίνει το μέτρο της απόκλισης μεταξύ της πραγματικής απόκρισης  $H(e^{j\omega T})$  και της ιδεατής απόκρισης  $H_I(e^{j\omega T})$  του σχεδιαζόμενου μη αναδρομικού φίλτρου. Η πραγματική απόκριση συχνότητας  $H(e^{j\omega T})$  περιγράφεται μαθηματικά με τέτοιο τρόπο ώστε οι τιμές της να εξαρτώνται από αρκετούς αυθαίρετα επιλεγμένους συντελεστές.
- 3) Ελαχιστοποίηση μίας νόρμας της συνάρτησης σφάλματος  $e(\omega)$ , όπως για παράδειγμα η μέση τετραγωνική τιμή της συνάρτησης αυτής, ως προς τους συντελεστές της πραγματικής απόκρισης συχνότητας  $H(e^{j\omega T})$ . Η ελαχιστοποίηση αυτή πραγματοποιείται με τη χρήση του αναδρομικού αλγορίθμου εναλλαγής Remez και έχει ως αποτέλεσμα το σχεδιασμό της πραγματικής απόκρισης συχνότητας του μη αναδρομικού φίλτρου όσο κοντά στην ιδανική του απόκριση είναι επιθυμητό.

Οι μέθοδοι βελτιστοποίησης για το σχεδιασμό μη αναδρομικών φίλτρων πλεονεκτούν στην εύρεση φίλτρων του μικρότερου δυνατού μεγέθους για την επίτευξη μίας συγκεκριμένης απόκρισης συχνότητας. Επίσης οι μέθοδοι βελτιστοποίησης πλεονεκτούν στο σχεδιασμό μη αναδρομικών φίλτρων με οποιαδήποτε επιθυμητή απόκριση συχνότητας, αρκεί να ικανοποιούνται όλες οι προδιαγραφές σχεδιασμού ενός μη αναδρομικού φίλτρου. Από την άλλη όμως πλευρά οι μέθοδοι βελτιστοποίησης μειονεκτούν στον αυξημένο υπολογιστικό φόρτο που απαιτούν για την εύρεση της βέλτιστης λύσης σχεδιασμού. Οι μέθοδοι βελτιστοποίησης χρησιμοποιούνται για το σχεδιασμό φίλτρων που εκτελούν αριθμητικούς υπολογισμούς, όπως διαφορίσεις, ολοκληρώσεις και παρεμβολές σημάτων.

### A.13 Πραγματοποίηση ψηφιακών φίλτρων

Ως πραγματοποίηση ψηφιακού φίλτρου ορίζεται η μετατροπή της απόκρισης συχνότητας  $H(e^{j\omega T})$  του φίλτρου αυτού σε δίκτυο διασύνδεσης βασικών μαθηματικών στοιχείων τα οποία μπορούν να υλοποιηθούν εύκολα με τη χρήση ηλεκτρικών ή ηλεκτρονικών διατάξεων. Η πραγματοποίηση όλων των ψηφιακών φίλτρων γίνεται με τη χρήση τριών μόνο δομικών στοιχείων. Αυτά είναι τα ακόλουθα:

- **Μοναδιαία καθυστέρηση.** Η έξοδος του στοιχείου  $y(nT)$  συνδέεται με την είσοδό του  $x(nT)$  από τη σχέση  $y(nT)=x(nT-T)$ . Με άλλα λόγια, η μοναδιαία καθυστέρηση προκαλεί την καθυστέρηση της εξόδου της σε σχέση με την είσοδό της κατά μία χρονική περίοδο  $T$  σε κάθε διακριτή χρονική στιγμή.
- **Αθροιστής.** Η έξοδος του στοιχείου  $y(nT)$  συνδέεται με τις εισόδους του  $x_i(nT)$ , όπου  $1 \leq i \leq K$ , από τη σχέση  $y(nT) = \sum_{i=1}^K x_i(nT)$ . Με άλλα λόγια ο αθροιστής δίνει ως έξοδο το αλγεβρικό άθροισμα όλων των εισόδων του σε κάθε διακριτή χρονική στιγμή.
- **Πολλαπλασιαστής.** Η έξοδος του στοιχείου  $y(nT)$  συνδέεται με την είσοδό του  $x(nT)$  από τη σχέση  $y(nT)=m \cdot x(nT)$ , όπου  $m$  πραγματικός αριθμός. Με άλλα λόγια ο πολλαπλασιαστής δίνει ως έξοδο το γινόμενο της εισόδου του με έναν συντελεστή  $m$ , ο οποίος είναι χαρακτηριστικός του στοιχείου αυτού, σε κάθε διακριτή χρονική στιγμή.

Οι μέθοδοι πραγματοποίησης των ψηφιακών φίλτρων διακρίνονται σε ευθείες και σε πλάγιες. Στις ευθείες μεθόδους η απόκριση συχνότητας  $H(e^{j\omega T})$  του ψηφιακού φίλτρου μετατρέπεται σε κατάλληλη μαθηματική μορφή έτσι ώστε να καθίσταται δυνατή η αναγνώριση του ψηφιακού δικτύου που πραγματοποιεί το φίλτρο αυτό ως διασύνδεση άλλων ψηφιακών δικτύων μικρότερου μεγέθους από το ζητούμενο αρχικό. Οι πιο συνηθισμένες ευθείες μέθοδοι πραγματοποίησης των ψηφιακών φίλτρων είναι η ευθεία μέθοδος, η ευθεία κανονική μέθοδος, η μέθοδος του διαγράμματος κατάστασης, η σκαλωτή μέθοδος, η μέθοδος πλέγματος, η σειριακή μέθοδος και η παράλληλη μέθοδος.



Στις πλάγιες μεθόδους ένα αναλογικό κύκλωμα, το οποίο πραγματοποιεί ένα αντίστοιχο αναλογικό φίλτρο με το ζητούμενο ψηφιακό, μετατρέπεται σε ένα τοπολογικά ισοδύναμο ψηφιακό κύκλωμα με την εφαρμογή θεωρημάτων ηλεκτρικών δικτύων σε συνδυασμό με μερικούς απλούς μετασχηματισμούς. Παράδειγμα εφαρμογής τέτοιων μεθόδων είναι τα ψηφιακά φίλτρα κύματος που προκύπτουν από ισοτερματισμένα αναλογικά LC φίλτρα, δηλαδή από αναλογικά LC φίλτρα που έχουν ίσες ωμικές αντιστάσεις στην είσοδο και στην έξοδό τους.

Οι δομές ψηφιακών φίλτρων που παράγονται από την εφαρμογή των διαφορετικών μεθόδων πραγματοποίησης μπορεί να διαφέρουν σημαντικά από πλευράς πολυπλοκότητας, αριθμού στοιχείων και ιδιοτήτων λειτουργίας. Για παράδειγμα μία δομή μπορεί να παρουσιάζει μικρά σφάλματα από τον κβαντισμό των συντελεστών πολλαπλασιασμού της παρά το γεγονός ότι διαθέτει πολλούς πολλαπλασιαστές. Αντιθέτως μία άλλη δομή μπορεί να είναι οικονομική από πλευράς στοιχείων πολλαπλασιασμού, αλλά να παρουσιάζει παρασιτικές ταλαντώσεις όταν τα σήματα κβαντίζονται. Είναι λοιπόν προφανές ότι η επιλογή της κατάλληλης μεθόδου πραγματοποίησης ενός ψηφιακού φίλτρου εξαρτάται αποκλειστικά από τις απαιτήσεις κατασκευής και λειτουργίας του φίλτρου αυτού σε κάθε συγκεκριμένη εφαρμογή.

#### **A.14 Υλοποίηση ψηφιακών φίλτρων**

Η υλοποίηση των ψηφιακών φίλτρων μπορεί να πραγματοποιηθεί είτε με τη χρήση λογισμικού είτε με τη χρήση υλικού. Η παραπάνω διάκριση βέβαια καθίσταται τεχνητή στις μέρες μας επειδή το λογισμικό και το υλικό είναι εναλλακτικές μεταξύ τους μέθοδοι υλοποίησης. Σε εφαρμογές μη πραγματικού χρόνου, όπου η ταχύτητα επεξεργασίας δεν είναι κρίσιμος παράγοντας, η υλοποίηση του ψηφιακού φίλτρου παίρνει τη μορφή λογισμικού για έναν οποιονδήποτε υπολογιστή. Αντιθέτως σε εφαρμογές πραγματικού χρόνου, όπως για παράδειγμα σε τηλεπικοινωνιακά συστήματα, η ταχύτητα επεξεργασίας είναι κρίσιμος παράγοντας και απαιτείται η χρήση υλικού για την υλοποίηση του ψηφιακού φίλτρου.

Το κόστος υλοποίησης ενός ψηφιακού φίλτρου με τη χρήση υλικού διακρίνεται στο κόστος σχεδιασμού και στο κόστος κατασκευής του φίλτρου αυτού. Σήμερα η κατασκευή ενός ψηφιακού φίλτρου πραγματοποιείται με τη χρήση της τεχνολογίας

VLSI, με αποτέλεσμα το κόστος κατασκευής να είναι ασήμαντο σε σχέση με το κόστος σχεδιασμού του φίλτρου αυτού. Αν μάλιστα ληφθεί υπόψη ότι η ζήτηση σε ψηφιακά φίλτρα είναι σχετικά περιορισμένη, τότε γίνεται εύκολα αντιληπτό ότι το κόστος σχεδιασμού αποκτά εξέχουσα σημασία στην υλοποίηση των ψηφιακών φίλτρων. Η μείωση του κόστους σχεδιασμού επιτυγχάνεται με τη διαίρεση του αρχικού σχεδίου σε μικρότερα βασικά τμήματα που είναι απλούστερα στο σχεδιασμό τους και ταυτόχρονα επαναλαμβάνονται πολλές φορές στο τελικό σχέδιο. Έτσι το συνολικό κόστος σχεδιασμού ενός ψηφιακού φίλτρου επιμερίζεται στο κόστος σχεδιασμού των βασικών του τμημάτων, το οποίο με τη σειρά του επιμερίζεται στο συνολικό αριθμό των ψηφιακών φίλτρων που υλοποιούνται με βάση τα τμήματα αυτά.

Η ταχύτητα επεξεργασίας που απαιτείται από ένα ψηφιακό φίλτρο σε ορισμένες εφαρμογές είναι πολύ μεγάλη. Παρά την πρόοδο που σημειώνεται σήμερα στην αύξηση της ταχύτητας λειτουργίας των βασικών ψηφιακών στοιχείων και στη μείωση του μήκους των αγωγών διασύνδεσης των στοιχείων αυτών, ο ρυθμός προόδου ολοένα και μικραίνει αδυνατώντας να ανταποκριθεί στις ολοένα και αυξανόμενες απαιτήσεις σε ταχύτητα επεξεργασίας. Σήμερα το παραπάνω πρόβλημα λύνεται με τον κατάλληλο σχεδιασμό του ψηφιακού φίλτρου έτσι ώστε να επιτυγχάνεται ταυτόχρονη (ή παράλληλη) λειτουργία αρκετών του στοιχείων.

Τα παραπάνω προβλήματα που παρατηρούνται στην υλοποίηση των ψηφιακών φίλτρων αντιμετωπίζονται από κοινού με την πραγματοποίησή τους με βάση τη μέθοδο των συστολικών διατάξεων. Η μέθοδος αυτή, η οποία προκύπτει από πολλές άλλες μεθόδους πραγματοποίησης ψηφιακών φίλτρων με μικρές μόνο τροποποιήσεις σε αυτές, πραγματοποιεί δίκτυα απλά συνδεδεμένων διατάξεων επεξεργασίας τα οποία επεξεργάζονται και διαδίδουν δεδομένα από τη μία διάταξη στην επομένη με ρυθμικό τρόπο. Έτσι επιτυγχάνεται ταυτόχρονα η αύξηση της ταχύτητας επεξεργασίας του ψηφιακού φίλτρου εξαιτίας της προοδευτικής διάδοσης των επιμέρους αποτελεσμάτων από τη μία διάταξη επεξεργασίας του φίλτρου αυτού στην επομένη, καθώς και η μείωση του κόστους σχεδιασμού του φίλτρου αυτού εξαιτίας της ομοιότητας που παρουσιάζουν μεταξύ τους οι επιμέρους διατάξεις επεξεργασίας του. Το μειονέκτημα της μεθόδου των συστολικών διατάξεων είναι η επιπλέον καθυστέρηση στην επεξεργασία του πρώτου δεδομένου εξαιτίας των επιπλέον μοναδιαίων καθυ-

στερήσεων που εισέρχονται στο δίκτυο πραγματοποίησης του ψηφιακού φίλτρου για την επίτευξη της λειτουργικής απομόνωσης των διατάξεων μεταξύ τους. Παρά το μειονέκτημα αυτό η πραγματοποίηση και μετέπειτα κατασκευή ενός ψηφιακού φίλτρου με τη μέθοδο των συστολικών διατάξεων είναι η επικρατούσα διαδικασία στις μέρες μας.

## **B. Θεωρία Αναλογικών Φίλτρων**

### **B.1 Αναλογικά σήματα και συστήματα**

Αναλογικό σήμα, ή σήμα συνεχούς χρόνου, μίας μεταβλητής ονομάζεται η συνάρτηση  $x(t)$  η οποία έχει πεδίο ορισμού το διάστημα των πραγματικών αριθμών  $(t_1, t_2)$ , όπου  $-\infty \leq t_1 \leq t_2 \leq +\infty$ . Αντίστοιχα ορίζεται το αναλογικό σήμα δύο ή περισσότερων μεταβλητών. Στη συνέχεια, όπου δε δίνεται διευκρίνιση, με τον όρο σήμα υπονοείται αναλογικό σήμα μίας μεταβλητής.

Τα αναλογικά σήματα μπορούν επίσης να διακριθούν σε κβαντισμένα και μη κβαντισμένα. Το κβαντισμένο σήμα μπορεί να πάρει μόνο έναν πεπερασμένο αριθμό διακριτών τιμών, ενώ αντίθετα το μη κβαντισμένο σήμα μπορεί να πάρει οποιαδήποτε τιμή εντός ενός προσδιορισμένου διαστήματος. Στη συνέχεια, όπου δε δίνεται διευκρίνιση, με τον όρο σήμα υπονοείται μη κβαντισμένο σήμα.

Αναλογικό σύστημα μίας εισόδου (ή διέγερσης) και εξόδου (ή απόκρισης) ονομάζεται η απεικόνιση με κάποιο τρόπο κάθε τιμής του σήματος εισόδου  $x$  σε μία και μόνο μία τιμή του σήματος εξόδου  $y$ . Ο μαθηματικός συμβολισμός ενός αναλογικού συστήματος είναι  $y(t)=\mathcal{R}(x(t))$ , όπου  $\mathcal{R}$  ο τελεστής απεικόνισης που χαρακτηρίζει το συγκεκριμένο σύστημα. Η έννοια του αναλογικού συστήματος μπορεί εύκολα να επεκταθεί για περισσότερα από ένα σήματα εισόδου και (ή) εξόδου. Στη συνέχεια, όπου δε δίνεται διευκρίνιση, με τον όρο σύστημα υπονοείται αναλογικό σύστημα μίας εισόδου και μίας εξόδου.

### **B.2 Ιδιότητες συστημάτων**

Οι ιδιότητες που δύνανται να παρουσιάζουν τα συστήματα είναι οι ακόλουθες:

- **Γραμμικότητα.** Ένα σύστημα ονομάζεται γραμμικό εάν και μόνο εάν ισχύει η ταυτότητα  $\mathcal{R}[a x_1(t) + b x_2(t)] = a \mathcal{R}(x_1(t)) + b \mathcal{R}(x_2(t))$  για κάθε ζεύγος εισόδων  $x_1(t)$ ,  $x_2(t)$  και σταθερών  $a$ ,  $b$ . Με άλλα λόγια όταν ένα γραμμικό σύστημα διεγείρεται από ένα γραμμικό συνδυασμό εισόδων τότε αποκρίνεται με τον ίδιο γραμμικό

συνδυασμό των αντιστοίχων εξόδων. Ένα σύστημα που δεν ικανοποιεί τη συνθήκη γραμμικότητας ονομάζεται μη γραμμικό.

- **Χρονική σταθερότητα.** Ένα σύστημα ονομάζεται χρονικά σταθερό αν και μόνο αν ισχύει η συνεπαγωγή  $x(t)=y(t)=0, t < 0 \Rightarrow \mathcal{R}(x(t-t_0))=y(t-t_0)$ , όπου  $y(t)=\mathcal{R}(x(t))$ , για κάθε είσοδο  $x(t)$  και πραγματική σταθερά  $t_0$ . Με άλλα λόγια η εσωτερική κατάσταση ενός χρονικά σταθερού συστήματος δε μεταβάλλεται με το χρόνο. Ένα σύστημα που δεν ικανοποιεί τη συνθήκη χρονικής σταθερότητας ονομάζεται χρονικά μεταβαλλόμενο.
- **Αιτιατότητα.** Ένα σύστημα ονομάζεται αιτιατό αν και μόνο αν ισχύει η συνεπαγωγή  $x_1(t)=x_2(t), t \leq t_0 \Rightarrow \mathcal{R}(x_1(t))=\mathcal{R}(x_2(t)), t \leq t_0$  για κάθε πραγματική σταθερά  $t_0$  και ζεύγος εισόδων  $x_1(t), x_2(t)$ . Ας σημειωθεί ότι στο παραπάνω σύστημα θα πρέπει να ισχύει ότι  $x(t)=\mathcal{R}(x(t))=0$  για  $t < 0$ . Με άλλα λόγια η απόκριση ενός αιτιατού συστήματος σε κάθε χρονική στιγμή δεν εξαρτάται από τις μελλοντικές του διεγέρσεις, πράγμα που το κάνει πρακτικά υλοποιήσιμο. Ένα σύστημα που δεν ικανοποιεί τη συνθήκη αιτιατότητας ονομάζεται μη αιτιατό.
- **Ευστάθεια.** Ένα σύστημα ονομάζεται ευσταθές αν και μόνο αν ισχύει η συνεπαγωγή  $|x(t)| < +\infty \Rightarrow |\mathcal{R}(x(t))| < +\infty$  για κάθε είσοδο  $x(t)$ . Με άλλα λόγια η απόκριση ενός ευσταθούς συστήματος παραμένει συνεχώς πεπερασμένη για πεπερασμένη διέγερση. Ένα σύστημα που δεν ικανοποιεί τη συνθήκη ευστάθειας ονομάζεται ασταθές.

Στη συνέχεια, ένα γραμμικό και χρονικά σταθερό σύστημα θα παριστάνεται με τα αρχικά LTI (Linear Time Invariant) χάρη συντομίας.

### B.3 Συνήθη αναλογικά σήματα

Μερικά αναλογικά σήματα που χρησιμοποιούνται συνήθως ως είσοδοι αναλογικών συστημάτων είναι τα ακόλουθα:

- *Κρουστική συνάρτηση ή συνάρτηση δέλτα:*  $\int_{-\varepsilon}^{+\varepsilon} \delta(t) dt = 1, \quad \varepsilon > 0$

- Συνάρτηση μοναδιαίου βήματος:  $u(t)=1, t \geq 0 \quad u(t)=0, t < 0$
- Συνάρτηση μοναδιαίας γραμμικής κλίσης:  $r(t)=t, t \geq 0 \quad r(t)=0, t < 0$
- Μοναδιαία εκθετική συνάρτηση:  $\exp(t)=e^t$
- Ημιτονοειδής συνάρτηση:  $\sin(\omega t)$

Ειδικότερα η απόκριση  $h(t)=\mathcal{R}(\delta(t))$  ενός συστήματος ονομάζεται κρουστική απόκριση του συστήματος αυτού. Συνεπώς σε ένα αιτιατό σύστημα ισχύει ότι  $h(t)=0$  για  $t < 0$ .

#### B.4 Συνελικτικό ολοκλήρωμα

Σε ένα LTI σύστημα που χαρακτηρίζεται από την κρουστική του απόκριση  $h(t)=\mathcal{R}(\delta(t))$  αποδεικνύεται ότι η απόκρισή του  $y(t)=\mathcal{R}(x(t))$  για κάθε είσοδο  $x(t)$  δίνεται από τη σχέση:

$$y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau) \cdot h(t-\tau) \cdot d\tau = \int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau) \cdot x(t-\tau) \cdot d\tau$$

Η παραπάνω σχέση ονομάζεται συνελικτικό ολοκλήρωμα. Αν επιπλέον το σύστημα είναι αιτιατό τότε ισχύει ότι:

$$y(t) = \int_{-\infty}^t x(\tau) \cdot h(t-\tau) \cdot d\tau = \int_0^{+\infty} h(\tau) \cdot x(t-\tau) \cdot d\tau$$

Αν επιπροσθέτως ισχύει ότι  $x(t)=0$  για  $t < 0$ , τότε:

$$y(t) = \int_0^t x(\tau) \cdot h(t-\tau) \cdot d\tau = \int_0^t h(\tau) \cdot x(t-\tau) \cdot d\tau$$

Από την ιδιότητα του συνελικτικού ολοκληρώματος αποδεικνύεται ότι ένα LTI σύστημα είναι ευσταθές αν και μόνο αν ισχύει η ανισότητα  $\int_{-\infty}^{+\infty} |h(t)| \cdot dt < +\infty$ .

### B.5 Μόνιμη κατάσταση - απόκριση συχνότητας

Έστω ότι ένα αναλογικό LTI σύστημα υφίσταται τη διέγερση  $x(t)=\sin(\omega t)u(t)$ . Αποδεικνύεται ότι αν το σύστημα είναι ευσταθές τότε η απόκριση του συστήματος αυτού  $y(t)=\Re(x(t))$  τείνει για μεγάλες τιμές του  $t$  στις τιμές μίας πεπερασμένης συνεχούς συνάρτησης  $\tilde{y}(t)$ . Η συνάρτηση αυτή δίνεται από τη σχέση:

$$\tilde{y}(t)=\lim_{t \rightarrow +\infty} y(t)=M(\omega)\sin(\omega t+\theta(\omega))$$

Η συνάρτηση  $\tilde{y}(t)$ , που ονομάζεται μόνιμη κατάσταση του συστήματος, είναι της ίδιας μορφής με τη διέγερση του συστήματος αυτού. Οι συναρτήσεις  $M(\omega)$  και  $\theta(\omega)$ , που χαρακτηρίζουν τη μόνιμη κατάσταση του συστήματος, ονομάζονται απόκριση πλάτους και απόκριση φάσης αντίστοιχα.

Η μιγαδική συνάρτηση  $H(j\omega)=M(\omega)\exp(j\theta(\omega))$  ονομάζεται απόκριση συχνότητας του ευσταθούς LTI συστήματος. Αποδεικνύεται ότι η απόκριση συχνότητας  $H(j\omega)$  ικανοποιεί την εξίσωση  $H(-j\omega)=H^*(j\omega)$ , όπου  $H^*(j\omega)$  η μιγαδική συζυγής συνάρτηση της  $H(j\omega)$ , για κάθε συχνότητα  $\omega$ . Συνεπώς η απόκριση πλάτους  $M(\omega)$  είναι άρτια συνάρτηση, δηλαδή ισχύει ότι  $M(-\omega)=M(\omega)$  για κάθε συχνότητα  $\omega$ , ενώ η απόκριση φάσης  $\theta(\omega)$  είναι περιττή συνάρτηση, δηλαδή ισχύει ότι  $\theta(-\omega)=-\theta(\omega)$  για κάθε συχνότητα  $\omega$ . Στη συνέχεια θα εξετάζονται οι αποκρίσεις συχνότητας, πλάτους και φάσης ενός αναλογικού συστήματος στο διάστημα  $[0, +\infty)$ , εκτός αν δηλώνεται σαφώς το αντίθετο.

Αποδεικνύεται ότι η απόκριση συχνότητας  $H(j\omega)$  ενός αναλογικού συστήματος συνδέεται με την κρουστική απόκριση  $h(t)$  αυτού από τη σχέση

$$H(j\omega)=\int_{-\infty}^{+\infty} h(t)\exp(-j\omega t)dt. \text{ Αντίστροφα, η κρουστική απόκριση } h(t) \text{ ενός αναλογικού}$$

συστήματος συνδέεται με την απόκριση συχνότητας  $H(j\omega)$  αυτού από τη σχέση

$$h(t)=(1/(2\pi))\int_{-\infty}^{+\infty} H(j\omega)\exp(j\omega t)d\omega. \text{ Συνεπώς ένα ευσταθές LTI σύστημα μπορεί να}$$

περιγραφεί ισοδύναμα με τους εξής τρόπους:

- Κρουστική απόκριση:

$$h(t)=\Re(\delta(t))$$

- Απόκριση συχνότητας:  $H(j\omega)$
- Αποκρίσεις πλάτους και φάσης:  $M(\omega), \theta(\omega)$

Στην τελευταία μέθοδο περιγραφής του συστήματος η απόκριση πλάτους  $M(\omega)$  μπορεί να αντικατασταθεί από τη συνάρτηση  $A(\omega)=(1/M(\omega))^2$  που ονομάζεται απόσβεση του συστήματος. Στη συνέχεια αν χρησιμοποιηθεί η δεύτερη ή η τρίτη μέθοδος περιγραφής ενός συστήματος υπονοείται ότι το περιγραφόμενο σύστημα είναι ευσταθές και LTI, εκτός αν δηλώνεται σαφώς το αντίθετο.

### B.6 Φάσμα συχνότητας - εύρος συχνοτήτων

Η έννοια της απόκρισης συχνότητας ενός συστήματος μπορεί να επεκταθεί και για τα σήματα. Άρα λοιπόν, φάσμα συχνότητας  $X(j\omega)$  ενός σήματος συνεχούς χρόνου  $x(t)$  ονομάζεται η μιγαδική συνάρτηση που ορίζεται από τη σχέση

$$X(j\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \exp(-j\omega t) dt.$$

Παρόμοια, ως φάσμα πλάτους και φάσμα φάσης ενός

σήματος συνεχούς χρόνου  $x(t)$  ορίζονται οι συναρτήσεις  $F(\omega)=|X(j\omega)|$  και  $\phi(\omega)=\arg(X(j\omega))$  αντίστοιχα. Αντίστροφα, το σήμα συνεχούς χρόνου  $x(t)$  συνδέεται με το φάσμα συχνότητας  $X(j\omega)$  αυτού από τη σχέση  $h(t)=(1/(2\pi))$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} H(j\omega) \exp(j\omega t) d\omega.$$

Συνεπώς, οι αποκρίσεις συχνότητας, πλάτους και φάσης ενός

συστήματος μπορούν να θεωρηθούν και ως τα φάσματα συχνότητας, πλάτους και φάσης της κρουστικής απόκρισης  $h(t)=\mathcal{R}(\delta(t))$  του συστήματος αυτού.

Αποδεικνύεται ότι το φάσμα συχνότητας  $X(j\omega)$  ενός σήματος  $x(t)$  ικανοποιεί την εξίσωση  $X(-j\omega)=X^*(j\omega)$ , όπου  $X^*(j\omega)$  η μιγαδική συζυγής συνάρτηση της  $X(j\omega)$ , για κάθε συχνότητα  $\omega$ . Συνεπώς το φάσμα πλάτους  $F(\omega)$  είναι άρτια συνάρτηση, δηλαδή ισχύει ότι  $F(-\omega)=F(\omega)$  για κάθε συχνότητα  $\omega$ , ενώ το φάσμα φάσης  $\phi(\omega)$  είναι περιττή συνάρτηση, δηλαδή ισχύει ότι  $\phi(-\omega)=-\phi(\omega)$  για κάθε συχνότητα  $\omega$ . Στη συνέχεια θα εξετάζονται τα φάσματα συχνότητας, πλάτους και φάσης ενός αναλογικού σήματος στο διάστημα  $[0, +\infty)$ , εκτός αν δηλώνεται σαφώς το αντίθετο.



Το φάσμα συχνότητας ενός σήματος  $x(t)$  δίνει το εύρος συχνοτήτων  $B=\{\omega: \omega_L \leq |\omega| \leq \omega_H\}$ , όπου  $0 \leq \omega_L \leq \omega_H \leq +\infty$ , που συγκεντρώνει όλη την πληροφορία του σήματος αυτού. Με άλλα λόγια, αν  $X(j\omega) \neq 0$  για  $\omega \in B$  και  $X(j\omega) = 0$  για  $\omega \notin B$ , το σύνολο  $B$  ονομάζεται εύρος συχνοτήτων του σήματος  $x(t)$ .

Αποδεικνύεται ότι αν ένα σύστημα απόκρισης συχνότητας  $H(j\omega)$  διεγερθεί από ένα σήμα  $x(t)$  φάσματος συχνότητας  $X(j\omega)$ , τότε η έξοδος  $y(t) = \Re(x(t))$  του συστήματος αυτού έχει φάσμα συχνότητας  $Y(j\omega)$  που δίνεται από την εξίσωση  $Y(j\omega) = H(j\omega)X(j\omega)$ . Συνεπώς είναι δυνατός ο υπολογισμός του σήματος εξόδου  $y(t)$  με τη βοήθεια του φάσματος συχνότητας  $Y(j\omega)$ , ή ισοδύναμα με τη βοήθεια του φάσματος συχνότητας  $X(j\omega)$  και της απόκρισης συχνότητας  $H(j\omega)$ .

### B.7 Παραμόρφωση πλάτους και φάσης

Έστω ένα σύστημα αποκρίσεων πλάτους  $M(\omega)$  και φάσης  $\theta(\omega)$ . Το σύστημα αυτό διεγείρεται από το σήμα  $x(t)$  και δίνει ως έξοδο το σήμα  $y(t) = \Re(x(t))$ . Ακόμη, έστω ότι  $B$  είναι το εύρος συχνοτήτων του σήματος  $x(t)$ . Ως καθυστέρηση φάσης  $\tau_p(\omega)$  και καθυστέρηση ομάδας  $\tau_g(\omega)$  του συστήματος ορίζονται οι συναρτήσεις  $\tau_p(\omega) = -(\theta(\omega)/\omega)$  και  $\tau_g(\omega) = -(d\theta(\omega)/d\omega)$  αντίστοιχα.

Αποδεικνύεται ότι, αν ισχύουν οι συνθήκες:

$$M(\omega) = G_0, \omega \in B$$

$$\tau_p(\omega) = \tau_g(\omega) = \tau, \omega \in B \Rightarrow \theta(\omega) = -\tau\omega, \omega \in B$$

όπου  $G_0 > 0$ ,  $\tau > 0$  σταθερές, τότε η έξοδος του συστήματος  $y(t)$  δίνεται από τη σχέση  $y(t) = G_0 x(t-\tau)$ . Με άλλα λόγια, η έξοδος του συστήματος είναι ένα ενισχυμένο και καθυστερημένο αντίγραφο της εισόδου του συστήματος αυτού. Αν  $M(\omega) \neq G_0$ ,  $\omega \in B$ , τότε το σύστημα παρουσιάζει παραμόρφωση πλάτους, ενώ αν  $\theta(\omega) \neq -\tau\omega$ ,  $\omega \in B$ , τότε το σύστημα παρουσιάζει παραμόρφωση φάσης.

Η παραμόρφωση πλάτους είναι ανεπιθύμητη σε όλες σχεδόν τις εφαρμογές. Η παραμόρφωση φάσης είναι ανεκτή σε ορισμένες εφαρμογές, όπως η αναπαραγωγή ήχου με δέκτη το ανθρώπινο αυτί, ενώ δεν είναι ανεκτή σε άλλες, όπως η επεξεργασία

εικόνας ή η μετάδοση ψηφιακών δεδομένων σε τηλεπικοινωνιακό κανάλι. Στην παρούσα εργασία λήφθηκαν όλες οι απαιτούμενες προφυλάξεις για τον περιορισμό των παραμορφώσεων πλάτους και φάσης των συστημάτων που σχεδιάστηκαν και υλοποιήθηκαν μέσα σε ανεκτά όρια.

### B.8 Αναλογικά φίλτρα

Το αναλογικό φίλτρο είναι ένα αιτιατό, ευσταθές και LTI σύστημα που χαρακτηρίζεται από την ιδιομορφία της απόκρισης συχνότητάς του  $H(j\omega)$ , ή ισοδύναμα, από την ιδιομορφία της απόσβεσής του  $A(\omega)$  και της απόκρισης φάσης του  $\theta(\omega)$ . Πιο συγκεκριμένα, το αναλογικό φίλτρο σχεδιάζεται κατά τέτοιο τρόπο ώστε να παρουσιάζει πολύ μικρή απόσβεση σε ένα εύρος συχνοτήτων  $B = \{\omega: \omega_L \leq |\omega| \leq \omega_H\}$ , όπου  $0 \leq \omega_L \leq \omega_H \leq +\infty$ , και πολύ μεγάλη απόσβεση σε όλες τις υπόλοιπες συχνότητες. Έτσι επιτυγχάνεται η διατήρηση μόνο των επιθυμητών συχνοτήτων της εισόδου  $x(t)$  του αναλογικού φίλτρου στην έξοδό του  $y(t) = \Re(x(t))$ , αυτών δηλαδή που ανήκουν στη ζώνη συχνοτήτων  $B$  του φίλτρου αυτού, όπως προκύπτει από τη σχέση  $Y(j\omega) = H(j\omega)X(j\omega)$ . Μάλιστα η παραμόρφωση πλάτους σε αυτήν τη ζώνη των συχνοτήτων του αναλογικού φίλτρου είναι όσο το δυνατόν μειωμένη. Σε περίπτωση που απαιτείται η εξάλειψη της παραμόρφωσης φάσης στη ζώνη συχνοτήτων  $B$  του αναλογικού φίλτρου λαμβάνεται ιδιαίτερη μέριμνα κατά το σχεδιασμό του φίλτρου αυτού έτσι ώστε οι καθυστερήσεις φάσης  $\tau_p(\omega)$  και ομάδας  $\tau_g(\omega)$  να ικανοποιούν τη συνθήκη  $\tau_p(\omega) = \tau_g(\omega) = \tau$  για  $\omega \in B$ , όπου  $\tau > 0$ .

### B.9 Είδη αναλογικών φίλτρων

Τα αναλογικά φίλτρα κατατάσσονται ως προς τη θέση της ζώνης συχνοτήτων τους  $B$  στην απόκριση συχνότητάς τους  $H(j\omega)$ . Έτσι τα αναλογικά φίλτρα διακρίνονται στις ακόλουθες κατηγορίες:

- *Βαθυπερατό ή βασικής ζώνης φίλτρο:*  $B = \{\omega: \omega_L \leq |\omega| \leq \omega_H\}, 0 = \omega_L \leq \omega_H < +\infty$
- *Υψιπερατό φίλτρο:*  $B = \{\omega: \omega_L \leq |\omega| \leq \omega_H\}, 0 < \omega_L \leq \omega_H = +\infty$
- *Ζωνοπερατό φίλτρο:*  $B = \{\omega: \omega_L \leq |\omega| \leq \omega_H\}, 0 < \omega_L \leq \omega_H < +\infty$

- *Ζωνοκοπτικό φίλτρο:*  $B_1 = \{\omega: 0 \leq |\omega| \leq \omega_L\}$ ,  $B_2 = \{\omega: \omega_H \leq |\omega| \leq +\infty\}$   
 $\omega_L \leq \omega_H$ ,  $B = B_1 \cup B_2$

(στη σχεδίαση ενδιαφέρει η ζώνη αποκοπής συχνοτήτων  $B' = \{\omega: \omega_L \leq |\omega| \leq \omega_H\}$ )

- *Διαπερατό φίλτρο:*  $B = \{\omega: \omega_L \leq |\omega| \leq \omega_H\}$ ,  $0 = \omega_L < \omega_H = +\infty$

Επίσης τα αναλογικά φίλτρα χαρακτηρίζονται από τη μορφή που λαμβάνει η απόκριση πλάτους τους  $M(j\omega)$  στη ζώνη διάβασής τους (ή εύρος συχνοτήτων τους)  $B$  και στη ζώνη αποκοπής τους  $B'$ . Πιο συγκεκριμένα, η απόκριση πλάτους στις ζώνες διάβασης και αποκοπής ενός αναλογικού φίλτρου μπορεί να πάρει μία από τις ακόλουθες μορφές:

- **Μονοτονική μορφή.** Χαρακτηρίζεται από τη μονοτονία της απόκρισης πλάτους του αναλογικού φίλτρου.
- **Μορφή ίσης κυμάτωσης.** Χαρακτηρίζεται από την κυμάτωση της απόκρισης πλάτους του αναλογικού φίλτρου σε ίσα πλάτη.
- **Μορφή μοναδικού ακρότατου.** Χαρακτηρίζεται από απουσία μονοτονίας της απόκρισης πλάτους του αναλογικού φίλτρου, αλλά παράλληλα από την ύπαρξη μοναδικού ακρότατου της απόκρισης αυτής στην υπό εξέταση ζώνη συχνοτήτων.

Με βάση τον παραπάνω χαρακτηρισμό διακρίνουμε τέσσερα είδη αναλογικών φίλτρων που χρησιμοποιούνται στην πράξη σήμερα σε μεγάλο βαθμό. Αυτά είναι τα ακόλουθα:

- **Φίλτρο Butterworth.** Σχεδιάζεται έτσι ώστε η καμπύλη απόσβεσης του φίλτρου  $A(\omega) \rightarrow 1$  για  $|\omega| \rightarrow 0$  με την ευρέως επίπεδη έννοια, δηλαδή να ισχύει  $A^n(\omega) \rightarrow 1$  για  $|\omega| \rightarrow 0$ , όπου  $0 \leq n \leq N$  και  $A^n(\omega) = (d^n A(\omega))/(d\omega^n)$ ,  $A^0(\omega) = A(\omega)$ . Ο φυσικός αριθμός  $N$ , όπου  $N > 0$ , ονομάζεται τάξη του φίλτρου Butterworth. Το φίλτρο Butterworth έχει μονοτονικές ζώνες διάβασης και αποκοπής.
- **Φίλτρο Chebyshev.** Σχεδιάζεται έτσι ώστε η καμπύλη απόσβεσης του φίλτρου  $A(\omega)$  να ταλαντώνεται σε κλίμακα dB από μηδέν έως ένα μέγιστο επιτρεπτό όριο  $A_p$ , όπου  $A_p > 0$ , στη ζώνη συχνοτήτων του  $B$ , η οποία ονομάζεται και ζώνη διάβα-

σης του φίλτρου αυτού. Έτσι είναι δυνατή η επίτευξη γρηγορότερης μετάβασης από τη ζώνη διάβασης στη ζώνη αποκοπής του φίλτρου Chebyshev. Η καμπύλη απόσβεσης του φίλτρου Chebyshev στη ζώνη αποκοπής είναι μία μονοτόνως αύξουσα συνάρτηση του  $|\omega|$ . Άρα λοιπόν το φίλτρο Chebyshev έχει ζώνη διάβασης ίσης κυμάτωσης και μονοτονική ζώνη αποκοπής.

- **Αντίστροφο φίλτρο Chebyshev.** Σχεδιάζεται έτσι ώστε η καμπύλη απόσβεσης του φίλτρου  $A(\omega)$  να ταλαντώνεται σε κλίμακα dB από ένα ελάχιστο επιτρεπτό όριο  $A_S$ , όπου  $A_S > 0$ , έως το άπειρο στη ζώνη αποκοπής του φίλτρου αυτού. Έτσι είναι δυνατή η επίτευξη γρηγορότερης μετάβασης από τη ζώνη διάβασης στη ζώνη αποκοπής του αντίστροφου φίλτρου Chebyshev. Η καμπύλη απόσβεσης του αντίστροφου φίλτρου Chebyshev στη ζώνη διάβασης είναι μία μονοτόνως αύξουσα συνάρτηση του  $|\omega|$ . Άρα λοιπόν το αντίστροφο φίλτρο Chebyshev έχει μονοτονική ζώνη διάβασης και ζώνη αποκοπής ίσης κυμάτωσης.
- **Ελλειπτικό φίλτρο.** Το ελλειπτικό φίλτρο συνδυάζει τα πλεονεκτήματα του φίλτρου Chebyshev και του αντίστροφου φίλτρου Chebyshev. Έτσι η καμπύλη απόσβεσης του ελλειπτικού φίλτρου  $A(\omega)$  ταλαντώνεται σε κλίμακα dB από μηδέν έως ένα μέγιστο επιτρεπτό όριο  $A_P$ , όπου  $A_P > 0$ , στη ζώνη διάβασης του φίλτρου αυτού. Επίσης η ίδια καμπύλη  $A(\omega)$  ταλαντώνεται σε κλίμακα dB από ένα ελάχιστο επιτρεπτό όριο  $A_S$ , όπου  $A_S > 0$ , έως το άπειρο στη ζώνη αποκοπής του φίλτρου αυτού. Άρα το ελλειπτικό φίλτρο έχει ζώνες διάβασης και αποκοπής ίσης κυμάτωσης. Τέλος το ελλειπτικό φίλτρο πλεονεκτεί στη γρήγορη μετάβαση της καμπύλης απόσβεσής του από τη ζώνη διάβασης στη ζώνη αποκοπής.
- **Φίλτρο Bessel.** Το φίλτρο Bessel σχεδιάζεται έτσι ώστε η καθυστέρηση ομάδας του  $\tau_g(\omega)$  να είναι κατά το δυνατό σταθερή και ίση προς  $\tau$ , όπου  $\tau > 0$ , σε ολόκληρη τη ζώνη διάβασης του φίλτρου αυτού. Η καμπύλη απόσβεσης  $A(\omega)$  του φίλτρου Bessel είναι παρόμοια με αυτήν του φίλτρου Butterworth. Άρα λοιπόν το φίλτρο Bessel έχει μονοτονικές ζώνες διάβασης και αποκοπής.

Θα πρέπει να σημειωθεί ότι όλα τα παραπάνω είδη αναλογικών φίλτρων παρουσιάζουν σε μικρό ή μεγαλύτερο βαθμό παραμόρφωση φάσης στη ζώνη διάβασής τους. Για το λόγο αυτό σε εφαρμογές όπου απαιτείται ελαχιστοποίηση της παραμόρ-

φωσης φάσης των φίλτρων τους χρησιμοποιούνται ισοσταθμιστές φάσης σε σειρά με τα φίλτρα αυτά. Οι ισοσταθμιστές φάσης, οι οποίοι μπορούν από μόνοι τους να αποτελέσουν μία ξεχωριστή κατηγορία φίλτρων, είναι διαπερατά φίλτρα σταθερής απόκρισης πλάτους και κατάλληλης απόκρισης φάσης. Έτσι το συνολικό σύστημα φίλτρου - ισοσταθμιστή φάσης χαρακτηρίζεται από την επιθυμητή απόκριση πλάτους και τη χαμηλή παραμόρφωση φάσης που δίνει ως αποτέλεσμα.

Τα αναλογικά φίλτρα που σχεδιάστηκαν και υλοποιήθηκαν στην παρούσα εργασία είναι ζωνοπερατά φίλτρα.

### **B.10 Κανονικοποίηση συχνότητας**

Τα αναλογικά φίλτρα χρησιμοποιούνται ευρέως σε όλο και περισσότερες εφαρμογές. Η περιοχή συχνοτήτων στην οποία μπορούν τα φίλτρα αυτά να λειτουργήσουν εκτείνεται από τις ακουστικές συχνότητες (μερικά kHz) έως τα μικροκύματα (μερικά GHz). Όμως η ευρεία χρήση των φίλτρων αυτών είχε ως αποτέλεσμα την πρόκληση σύγχυσης μεταξύ των σχεδιαστών τους για τον τρόπο έκφρασης των αποτελεσμάτων σχεδιασμού τους έτσι ώστε να εξασφαλιστεί η γενικότητα χρησιμοποίησης των αποτελεσμάτων αυτών σε οποιαδήποτε εφαρμογή ανεξάρτητα από τη συχνότητα λειτουργίας. Έτσι προέκυψε η ανάγκη δημιουργίας ενός συγκεκριμένου σχεδιαστικού προτύπου το οποίο να επιτρέπει από τη μία τον εύκολο σχεδιασμό ενός αναλογικού φίλτρου με βάση το ίδιο σε μία συγκεκριμένη περιοχή συχνοτήτων και από την άλλη την εύκολη μετατροπή των αποτελεσμάτων του σχεδιασμού αυτού από το πρότυπο σε οποιαδήποτε εφαρμογή που λειτουργεί σε οποιαδήποτε συχνότητα.

Το παραπάνω σχεδιαστικό πρότυπο το οποίο χρησιμοποιείται ευρέως στις μέρες μας ονομάζεται πρότυπο κανονικοποιημένων συχνοτήτων. Σύμφωνα με το πρότυπο αυτό ο σχεδιασμός ενός αναλογικού φίλτρου πραγματοποιείται θέτοντας μία συγκεκριμένη συχνότητα λειτουργίας του ίση αριθμητικά με τη μονάδα. Η συχνότητα αυτή ανάλογα με το είδος του αναλογικού φίλτρου είναι η ακόλουθη:

- *Βαθυπερατό φίλτρο:* Άνω συχνότητα ζώνης διάβασης  $\omega_L$ .
- *Υψιπερατό φίλτρο:* Κάτω συχνότητα ζώνης διάβασης  $\omega_H$ .

- *Ζωνοπερατό φίλτρο:* Κεντρική συχνότητα ζώνης διάβασης  $\omega_c$ .
- *Ζωνοκοπτικό φίλτρο:* Κεντρική συχνότητα ζώνης αποκοπής  $\omega_c$ .

όπου η κεντρική συχνότητα της ζώνης διάβασης (αποκοπής) ενός ζωνοπερατού (ζωνοκοπτικού) φίλτρου ορίζεται ως ο γεωμετρικός μέσος όρος των κάτω και άνω ορίων της ζώνης διάβασης (αποκοπής) του φίλτρου αυτού. Τα ζωνοπερατά αναλογικά φίλτρα του δέκτη ραντάρ σχεδιάζονται στην παρούσα εργασία με βάση το πρότυπο κανονικοποιημένων συχνοτήτων.

Τέλος η σχέση η οποία συνδέει το πρότυπο κανονικοποιημένων συχνοτήτων με μία οποιαδήποτε εφαρμογή είναι πολύ απλή. Αν  $\omega_n$  είναι η μεταβλητή συχνοτήτων του προτύπου και  $\omega$  η μεταβλητή συχνοτήτων μίας οποιασδήποτε εφαρμογής, τότε ισχύει η εξίσωση  $\omega = a \cdot \omega_n$ , όπου  $a$  πραγματική σταθερά η οποία ισούται με την τιμή της συχνότητας λειτουργίας της συγκεκριμένης εφαρμογής που κανονικοποιείται σε μονάδα. Έτσι τα αποτελέσματα του σχεδιασμού των κανονικοποιημένων στη συχνότητα αναλογικών φίλτρων που παρουσιάζονται στην παρούσα εργασία μπορούν εύκολα να αναχθούν στα αποτελέσματα της εφαρμογής του δέκτη ραντάρ.

### B.11 Μετασχηματισμός συχνότητας

Στην προσπάθεια των σχεδιαστών αναλογικών φίλτρων να απλοποιήσουν τις μεθόδους σχεδιασμού των φίλτρων αυτών αναπτύχθηκαν διάφοροι μετασχηματισμοί συχνοτήτων οι οποίοι επιτρέπουν την αναγωγή αποτελεσμάτων σχεδιασμού φίλτρων ενός είδους σε αποτελέσματα σχεδιασμού ισοδυνάμων φίλτρων άλλου είδους. Έτσι επιτεύχθηκε η ενοποίηση των μεθόδων σχεδιασμού κάθε άλλου είδους αναλογικού φίλτρου με αυτές που σχεδιάζουν ισοδύναμα βαθυπερατά φίλτρα. Αποτέλεσμα της ενοποίησης αυτής είναι ο σχεδιασμός κάθε είδους αναλογικού φίλτρου με βάση ένα ισοδύναμο βαθυπερατό φίλτρο και κατόπιν με χρησιμοποίηση του κατάλληλου μετασχηματισμού συχνότητας.

Οι μετασχηματισμοί συχνοτήτων που χρησιμοποιούνται στην πράξη είναι οι ακόλουθοι:

- *Μετασχηματισμός υψιπερατού σε βαθυπερατό φίλτρο:*  $\omega_{LP} = \omega_0^2 / \omega_{HP}$

- Μετασχηματισμός ζωνοπερατού σε βαθυπερατό φίλτρο:  $\omega_{LP} = \omega_{BP} - \omega_r^2 / \omega_{BP}$
- Μετασχηματισμός ζωνοκοπτικού σε βαθυπερατό φίλτρο:  $\omega_{LP} = (\omega_0^2 \cdot \omega_{BS}) / (\omega_r^2 - \omega_{BS}^2)$

όπου  $\omega_0$ ,  $\omega_r$  συχνότητες οι οποίες καθορίζονται από τις κλίμακες των συχνοτήτων που χρησιμοποιούνται για καθένα από το ζεύγος των ισοδυνάμων φίλτρων. Οι αντίστροφοι μετασχηματισμοί συχνοτήτων προκύπτουν εύκολα με κατάλληλη επίλυση των παραπάνω μετασχηματισμών.

Οι μετασχηματισμοί συχνοτήτων μπορούν να συνδυαστούν με το πρότυπο κανονικοποιημένων συχνοτήτων έτσι ώστε ο σχεδιασμός αναλογικών φίλτρων να αναχθεί τελικά στο σχεδιασμό κανονικοποιημένων βαθυπερατών αναλογικών φίλτρων. Έτσι λοιπόν η διαδικασία σχεδιασμού ενός αναλογικού φίλτρου μπορεί να αναλυθεί στα ακόλουθα βήματα:

- 1) Σχεδιασμός ενός κανονικοποιημένου βαθυπερατού φίλτρου.
- 2) Εφαρμογή σχέσης αποκανονικοποίησης για τη μετατροπή του αρχικού φίλτρου σε ένα άλλο βαθυπερατό φίλτρο ισοδύναμο του φίλτρου που ζητείται.
- 3) Εφαρμογή του κατάλληλου μετασχηματισμού συχνότητας για τη μετατροπή του βαθυπερατού φίλτρου στο ισοδύναμο ζητούμενο φίλτρο.

Στην παρούσα εργασία ο σχεδιασμός των αναλογικών φίλτρων πραγματοποιείται με βάση τα παραπάνω βήματα.

## B.12 Συναρτήσεις δικτύων

Πριν αναφερθούν οι μέθοδοι σύνθεσης αναλογικών φίλτρων είναι σκόπιμο να εξεταστεί η έννοια της απόκρισης συχνότητας  $H(j\omega)$  ενός αναλογικού φίλτρου σε σχέση με ηλεκτρικά μεγέθη. Για το σκοπό αυτό εισάγεται η έννοια της συνάρτησης  $N(j\omega)$  ενός ηλεκτρικού δικτύου ως μία συνάρτηση ηλεκτρικών μεγεθών του δικτύου αυτού στο πεδίο της συχνότητας. Η χρησιμότητα των συναρτήσεων δικτύων έγκειται στο γεγονός ότι μία από αυτές επιλέγεται κάθε φορά για την υλοποίηση ενός αναλογικού φίλτρου της επιθυμητής απόκρισης συχνότητας  $H(j\omega)$ .

Σε κάθε ηλεκτρικό δίκτυο διακρίνονται συνήθως μία ή περισσότερες θύρες. Ως θύρα ορίζεται κάθε ζεύγος ακροδεκτών του δικτύου στους οποίους μπορεί να εφαρμοστεί από τον εξωτερικό κόσμο ηλεκτρική τάση  $V(j\omega)$  συχνότητας  $\omega$  για τη ροή ηλεκτρικού ρεύματος  $I(j\omega)$  της ίδιας συχνότητας εντός του δικτύου αυτού. Το ζεύγος των ηλεκτρικών μεγεθών ( $V(j\omega)$ ,  $I(j\omega)$ ) σε μία θύρα ενός ηλεκτρικού δικτύου καθορίζει πλήρως την κατάσταση της θύρας αυτής.

Αν ένα ηλεκτρικό δίκτυο διαθέτει τουλάχιστον μία θύρα, τότε ως συνάρτηση οδηγημένου σημείου του δικτύου αυτού στη συγκεκριμένη θύρα ορίζεται οποιαδήποτε συνάρτηση η οποία περιλαμβάνει μόνο τις μεταβλητές κατάστασης ( $V(j\omega)$ ,  $I(j\omega)$ ) της θύρας αυτής. Στην πράξη ορίζονται δύο είδη συναρτήσεων οδηγημένου σημείου για κάθε θύρα, η σύνθετη αντίσταση ή εμπίδηση  $Z(j\omega)=V(j\omega)/I(j\omega)$  και η σύνθετη αγωγιμότητα  $Y(j\omega)=I(j\omega)/V(j\omega)$ . Η επιλογή της κατάλληλης συνάρτησης οδηγημένου σημείου σε μία θύρα γίνεται με βάση το ποια μεταβλητή θεωρείται ως διέγερση και ποια ως απόκριση του δικτύου στη θύρα αυτή. Έτσι η συνάρτηση εμπίδησης  $Z(j\omega)$  χρησιμοποιείται όταν η διέγερση είναι το ηλεκτρικό ρεύμα ενώ η συνάρτηση σύνθετης αγωγιμότητας  $Y(j\omega)$  χρησιμοποιείται όταν η διέγερση είναι η ηλεκτρική τάση.

Αν ένα ηλεκτρικό δίκτυο διαθέτει τουλάχιστον δύο θύρες καταστάσεων ( $V_1(j\omega)$ ,  $I_1(j\omega)$ ) και ( $V_2(j\omega)$ ,  $I_2(j\omega)$ ) αντίστοιχα, με την πρώτη θύρα να χρησιμοποιείται για διέγερση και η δεύτερη για απόκριση του δικτύου αυτού, τότε ως συνάρτηση μεταφοράς του δικτύου για το συγκεκριμένο ζεύγος θυρών ορίζεται κάθε συνάρτηση η οποία περιλαμβάνει μόνο τις μεταβλητές κατάστασης των θυρών αυτών. Στην πράξη ορίζονται τέσσερις συναρτήσεις μεταφοράς για κάθε ζεύγος θυρών εκ των οποίων οι δύο είναι αδιάστατες ( $N_V(j\omega)=V_2(j\omega)/V_1(j\omega)$ ,  $N_I(j\omega)=I_2(j\omega)/I_1(j\omega)$ ) και οι άλλες δύο έχουν διαστάσεις σύνθετης αντίστασης ( $N_Z(j\omega)=V_2(j\omega)/I_1(j\omega)$ ) ή σύνθετης αγωγιμότητας ( $N_Y(j\omega)=I_2(j\omega)/V_1(j\omega)$ ). Το ποιος από τους παραπάνω ορισμούς επιλέγεται σε κάθε περίπτωση ως συνάρτηση μεταφοράς εξαρτάται από το ποια μεταβλητή αποτελεί τη διέγερση και ποια την απόκριση του δικτύου στο συγκεκριμένο ζεύγος θυρών.

Όπως είναι φανερό όλες οι συναρτήσεις δικτύου που αναφέρονται παραπάνω είναι μιγαδικές συναρτήσεις της συχνότητας  $\omega$  της διέγερσης του δικτύου αυτού.



Πάνω στην ιδιότητά τους αυτή, όπως θα φανεί στη συνέχεια, βασίζεται κάθε μέθοδος σύνθεσης αναλογικού φίλτρου συγκεκριμένης απόκρισης συχνότητας  $H(j\omega)$ .

### B.13 Σύνθεση αναλογικών φίλτρων

Με τον όρο σύνθεση ενός αναλογικού φίλτρου ορίζεται η διαδικασία εύρεσης της τοπολογίας και των στοιχείων ενός ηλεκτρικού δικτύου με σκοπό την επίτευξη της επιθυμητής απόκρισης συχνότητας  $H(j\omega)$  του αναλογικού φίλτρου ως κάποια συγκεκριμένη συνάρτηση  $N(j\omega)$  του δικτύου αυτού. Η επιλογή της συγκεκριμένης συνάρτησης του υπό σύνθεση δικτύου ως απόκριση συχνότητας του αναλογικού φίλτρου πραγματοποιείται με βάση τη φύση της εφαρμογής όπου πρόκειται να χρησιμοποιηθεί το δίκτυο αυτό ως αναλογικό φίλτρο. Στη συνέχεια το ηλεκτρικό δίκτυο που υλοποιεί ένα αναλογικό φίλτρο θα ονομάζεται απλά ως φίλτρο.

Η σύνθεση ενός αναλογικού φίλτρου μπορεί να πραγματοποιηθεί παράλληλα με το σχεδιασμό του. Έτσι λοιπόν τα βήματα με τα οποία δύναται να συντεθεί ένα αναλογικό φίλτρο είναι τα ακόλουθα:

- 1) Σύνθεση ενός κανονικοποιημένου βαθυπερατού φίλτρου με βάση κάποια μέθοδο σύνθεσης.
- 2) Αλλαγή των τιμών των στοιχείων του παραπάνω φίλτρου από άλλες με βάση τη σχέση αποκανονικοποίησης συχνοτήτων.
- 3) Αλλαγή τμημάτων του νέου φίλτρου από άλλα ισοδύναμα με βάση τους κανόνες μετασχηματισμού συχνοτήτων.

Οι μέθοδοι σύνθεσης ενός αναλογικού φίλτρου διακρίνονται σε παθητικούς και ενεργούς. Έτσι λοιπόν παθητικό φίλτρο ονομάζεται αυτό το οποίο αποτελείται μόνο από παθητικά στοιχεία, δηλαδή ωμικές αντιστάσεις, πυκνωτές και πηνία. Αντιθέτως ενεργό φίλτρο ονομάζεται αυτό το οποίο αποτελείται οπωσδήποτε και από ενεργά ηλεκτρονικά στοιχεία όπως τελεστικούς ενισχυτές τάσης ή τελεστικούς διαγώγιμους ενισχυτές. Τα ενεργά φίλτρα έχουν την ιδιαιτερότητα της απουσίας πηνίων, και σε ορισμένες περιπτώσεις και ωμικών αντιστάσεων, από αυτά.

Στη συνέχεια εξετάζονται όλες οι σύγχρονες μέθοδοι σχεδιασμού και σύνθεσης παθητικών και ενεργών αναλογικών φίλτρων.

#### B.14 Σύνθεση παθητικών φίλτρων

Οι μέθοδοι σύνθεσης παθητικών φίλτρων διαιρούνται σε δύο μεγάλες κατηγορίες. Η πρώτη κατηγορία περιλαμβάνει τις μεθόδους ταύτισης της απόκρισης συχνότητας  $H(j\omega)$  ενός παθητικού φίλτρου με μία συνάρτηση οδηγημένου σημείου  $N(j\omega)$  του φίλτρου αυτού. Η δεύτερη κατηγορία περιλαμβάνει τις μεθόδους ταύτισης της απόκρισης συχνότητας  $H(j\omega)$  ενός παθητικού φίλτρου με μία συνάρτηση μεταφοράς  $N_X(j\omega)$  του φίλτρου αυτού. Η επιλογή μεταξύ των δύο παραπάνω κατηγοριών εξαρτάται αποκλειστικά από τη φύση της εφαρμογής για την οποία προορίζεται το παθητικό αναλογικό φίλτρο.

Οι μέθοδοι σύνθεσης παθητικών φίλτρων της πρώτης κατηγορίας διακρίνονται ως προς τα είδη ηλεκτρικών στοιχείων που χρησιμοποιούν για την υλοποίηση των φίλτρων αυτών. Οι υποκατηγορίες μεθόδων σύνθεσης που διαμορφώνονται με βάση το παραπάνω κριτήριο είναι οι ακόλουθες:

- **Σύνθεση ιδανικού φίλτρου ή φίλτρου LC.** Η σύνθεση ιδανικού φίλτρου, δηλαδή φίλτρου χωρίς ωμικές αντιστάσεις, είναι δυνατή αν η απόκριση συχνότητας  $H(j\omega)$  του φίλτρου αυτού έχει απλά μηδενικά και πόλους (συμπεριλαμβανόμενου του μηδενός και του απείρου). Οι δύο πιο διαδεδομένες μέθοδοι σύνθεσης ιδανικών φίλτρων, μαζί με τις παραλλαγές τους βέβαια, είναι η μέθοδος Foster και η μέθοδος Cauer. Η μέθοδος Foster βασίζεται στην ανάλυση της απόκρισης συχνότητας  $H(j\omega)$  του φίλτρου σε μερικά κλάσματα, ενώ η μέθοδος Cauer βασίζεται στις συνεχείς μετατροπές του κλάσματος, ή του αντίστροφου κλάσματος, που εμφανίζεται στην απόκριση συχνότητας  $H(j\omega)$  του φίλτρου από ανάγωγο σε μεικτό. Οι δύο παραπάνω μέθοδοι πλεονεκτούν στον ελάχιστο αριθμό ηλεκτρικών στοιχείων LC που απαιτούν για τη σύνθεση του παθητικού φίλτρου.
- **Σύνθεση μη ιδανικού φίλτρου.** Η σύνθεση μη ιδανικού φίλτρου, δηλαδή φίλτρου με ωμικές αντιστάσεις, είναι δυνατή σε κάθε περίπτωση που είναι αδύνατη η σύνθεση ενός ιδανικού φίλτρου με την ίδια απόκριση συχνότητας  $H(j\omega)$ . Οι μέθοδοι

σύνθεσης μη ιδανικών φίλτρων χρησιμοποιούνται σπάνια και για το λόγο αυτό δεν αξίζει τον κόπο να αναφερθούν εδώ.

Οι μέθοδοι σύνθεσης παθητικών φίλτρων της δεύτερης κατηγορίας είναι οι πιο διαδεδομένοι. Χρησιμοποιούνται για τη σύνθεση όλων των γνωστών ειδών αναλογικών φίλτρων, δηλαδή των φίλτρων Butterworth, Chebyshev, αντίστροφου Chebyshev και ελλειπτικού, και όχι μόνο. Τα παραγόμενα παθητικά φίλτρα αποτελούνται επί το πλείστον από συνδεσμολογίες ηλεκτρικών στοιχείων σε σχήμα Τ ή Π συνδεδεμένες μεταξύ τους με όλους τους δυνατούς τρόπους. Έτσι οι παραπάνω μέθοδοι μπορούν και συνθέτουν φίλτρα με απόκριση συχνότητας  $H(j\omega)$  κάθε μορφής.

Οι πιο διαδεδομένες μέθοδοι σύνθεσης της δεύτερης κατηγορίας είναι αυτές που συνθέτουν φίλτρα αποτελούμενα από σκαλωτά δίκτυα. Τα σκαλωτά δίκτυα δεν είναι τίποτε άλλο παρά σειριακές διασυνδέσεις συνδεσμολογιών ηλεκτρικών στοιχείων σχήματος Π. Ο λόγος για τον οποίο τα σκαλωτά δίκτυα χρησιμοποιούνται ευρέως για τη σύνθεση όλων των γνωστών ειδών παθητικών αναλογικών φίλτρων και όχι μόνο είναι η απλότητα της διαδικασίας σύνθεσης με βάση αυτά. Δύο μέθοδοι σύνθεσης οι οποίες χρησιμοποιούνται ευρύτατα και οι οποίες βασίζονται στα σκαλωτά δίκτυα είναι οι ακόλουθες:

- **Σύνθεση με ιδανικό σκαλωτό δίκτυο και ωμική αντίσταση στη μία θύρα του δικτύου.** Το παραγόμενο φίλτρο περιέχει μόνο μία ωμική αντίσταση η οποία βρίσκεται στη μία από τις δύο του θύρες. Η ωμική αντίσταση παίζει το ρόλο της εσωτερικής αντίστασης της εισόδου ή του φορτίου εξόδου του παθητικού φίλτρου ανάλογα με το εάν η διέγερση του φίλτρου αυτού συνδεθεί στη θύρα στην οποία βρίσκεται την ωμική αντίσταση ή όχι.
- **Σύνθεση με ιδανικό σκαλωτό δίκτυο και ωμική αντίσταση σε καθεμία από τις δύο θύρες του δικτύου.** Το παραγόμενο φίλτρο περιέχει τώρα δύο ωμικές αντιστάσεις οι οποίες βρίσκονται στις δύο του θύρες και παίζουν το ρόλο της εσωτερικής αντίστασης της εισόδου και του φορτίου εξόδου του ιδίου. Η επιπλέον ωμική αντίσταση που περιέχει το φίλτρο αυτό σε σύγκριση με το φίλτρο που προκύπτει από την προηγούμενη μέθοδο σύνθεσης δίνει έναν επιπλέον βαθμό ελευθερίας

στην εκλογή της εισόδου ή της εξόδου του ιδίου αλλά δυσκολεύει τη διαδικασία σύνθεσης.

Θα πρέπει τέλος να σημειωθεί ότι η σύνθεση ενός αναλογικού φίλτρου συγκεκριμένης απόκρισης συχνότητας  $H(j\omega)$  δεν οδηγεί σε ένα και μοναδικό αποτέλεσμα. Αντίθετα η δυνατότητα επιλογής μεταξύ πολλών εναλλακτικών μεθόδων σύνθεσης, όπως συμβαίνει στις περισσότερες περιπτώσεις, οδηγεί σε περισσότερα του ενός φίλτρα τα οποία υλοποιούν την ίδια ακριβώς απόκριση συχνότητας  $H(j\omega)$ . Έτσι λοιπόν η επιλογή του κατάλληλου αποτελέσματος σύνθεσης ενός φίλτρου θα πρέπει να γίνεται με βάση κάποια κριτήρια που να αφορούν την εφαρμογή για την οποία προορίζεται το φίλτρο αυτό. Τέτοιο κριτήριο είναι για παράδειγμα η ελαχιστοποίηση του αριθμού των πηνίων. Η επιλογή της μεθόδου σύνθεσης ενός αναλογικού φίλτρου μεταξύ όλων των εναλλακτικών περιπτώσεων είναι η δυσκολότερη φάση στη διαδικασία υλοποίησης του φίλτρου αυτού και δείχνει την πείρα και τη γνώση του σχεδιαστή του ιδίου.

### B.15 Σύνθεση ενεργών φίλτρων

Όλες οι μέθοδοι σύνθεσης ενεργών φίλτρων χρησιμοποιούν οπωσδήποτε κάποιο είδος ηλεκτρονικού ενισχυτή. Ο πιο διαδεδομένος ηλεκτρονικός ενισχυτής που χρησιμοποιείται για τον παραπάνω σκοπό είναι ο τελεστικός ενισχυτής τάσης. Ο ενισχυτής αυτός εμφανίζει ως τάση εξόδου τη διαφορά δυναμικού μεταξύ των ακροδεκτών εισόδου του πολλαπλασιασμένη επί ένα κέρδος τάσης. Στη σύνθεση οποιουδήποτε ενεργού φίλτρου θεωρείται ότι ο τελεστικός ενισχυτής είναι ιδανικός, δηλαδή ότι εμφανίζει κατά τη λειτουργία του άπειρο κέρδος ανοικτού βρόγχου, άπειρη εμπίεση εισόδου και μηδενική εμπίεση εξόδου.

Οι μέθοδοι σύνθεσης ενεργών φίλτρων διαιρούνται σε δύο κατηγορίες. Η πρώτη κατηγορία περιλαμβάνει όλες τις μεθόδους που συνθέτουν ενεργά φίλτρα ως σειριακές διασυνδέσεις υποφίλτρων πρώτης ή δεύτερης τάξης. Τα υποφίλτρα πρώτης τάξης είναι παθητικά RC φίλτρα και χρησιμοποιούνται μία το πολύ φορά για τη σύνθεση οποιουδήποτε ενεργού φίλτρου, ενώ τα υποφίλτρα δεύτερης τάξης είναι ενεργά φίλτρα τα οποία απομονώνονται λειτουργικά μεταξύ τους με τη βοήθεια των τελεστικών τους ενισχυτών. Έτσι λοιπόν οι μέθοδοι σύνθεσης ενεργών φίλτρων της πρώ-

της κατηγορίας εκφυλίζονται σε μεθόδους σύνθεσης ενεργών υποφίλτρων δεύτερης τάξης.

Οι αρχικές μέθοδοι σύνθεσης ενεργών φίλτρων της πρώτης κατηγορίας είχαν σαν σκοπό την ελαχιστοποίηση του αριθμού των τελεστικών ενισχυτών στο τελικό ενεργό αναλογικό φίλτρο. Έτσι λοιπόν οι μέθοδοι αυτές χρησιμοποιούσαν ένα μόνο τελεστικό ενισχυτή για κάθε υποφίλτρο δεύτερης τάξης. Τα κυριότερα υποφίλτρα, ένα για κάθε αντίστοιχη μέθοδο, που επινοήθηκαν για τη σύνθεση ενεργών φίλτρων είναι τα ακόλουθα:

- **Φίλτρο Sallen και Key.** Το φίλτρο αυτό περιέχει έναν μη αναστρέφοντα τελεστικό ενισχυτή, ο οποίος σε συνδυασμό με δύο ωμικές αντιστάσεις σχηματίζει κλειστό βρόγχο μικρού κέρδους τάσης. Τα πλεονεκτήματα του φίλτρου Sallen και Key είναι ο εύκολη διαδικασία σύνθεσής του, η δυνατότητα ελέγχου του εύρους τιμών των στοιχείων από τα οποία αποτελείται, καθώς και η εξασφάλιση της ευστάθειάς του εξαιτίας της χρήσης κλειστού βρόγχου τελεστικού ενισχυτή - ωμικών αντιστάσεων μικρού κέρδους τάσης. Το μειονέκτημα του φίλτρου αυτού είναι η μεγάλη του ευαισθησία σε μικρές μεταβολές των τιμών των ηλεκτρικών στοιχείων από τα οποία αποτελείται, την οποία παρουσιάζει όταν λειτουργεί κοντά στα όρια της αστάθειας. Έτσι το φίλτρο Sallen και Key μπορεί να οδηγηθεί από μία, έστω και μικρή, αύξηση του κέρδους τάσης κλειστού βρόγχου του τελεστικού ενισχυτή σε ασταθή λειτουργία, πράγμα που είναι τελείως ανεπιθύμητο.
- **Φίλτρο απείρου κέρδους.** Το φίλτρο αυτό περιέχει έναν αναστρέφοντα τελεστικό ενισχυτή ο οποίος μπορεί να χρησιμοποιηθεί απευθείας ως στοιχείο κέρδους τάσης. Το πλεονέκτημα του φίλτρου απείρου κέρδους είναι η χαμηλή του ευαισθησία σε μικρές μεταβολές των τιμών των ηλεκτρικών στοιχείων από τα οποία αποτελείται, η οποία μάλιστα είναι ανεξάρτητη από το πόσο κοντά στα όρια της αστάθειας το φίλτρο αυτό λειτουργεί. Το μειονέκτημα του φίλτρου απείρου κέρδους είναι το μεγάλο εύρος των τιμών των ηλεκτρικών στοιχείων από τα οποία αποτελείται όταν αυτό λειτουργεί κοντά στα όρια της αστάθειας. Έτσι παραβιάζονται οι υποθέσεις της ιδανικότητας λειτουργίας του τελεστικού ενισχυτή τάσης με αποτέλεσμα την πιθανή εμφάνιση σοβαρών αποκλίσεων του φίλτρου απείρου κέρδους από την επιθυμητή του λειτουργία.

- **Φίλτρο απείρου κέρδους θετικής και αρνητικής ανάδρασης.** Το φίλτρο αυτό δεν είναι τίποτε άλλο παρά το φίλτρο απείρου κέρδους με την προσθήκη θετικής ανάδρασης στον τελεστικό του ενισχυτή. Το πλεονέκτημα του φίλτρου απείρου κέρδους θετικής και αρνητικής ανάδρασης είναι η μείωση του εύρους τιμών των ηλεκτρικών στοιχείων από τα οποία αποτελείται όταν το ίδιο λειτουργεί κοντά στα όρια της αστάθειας. Το μειονέκτημα του φίλτρου αυτού είναι η αυξημένη ευαισθησία του ιδίου, συγκρινόμενο με το φίλτρο απείρου κέρδους, σε μεταβολές των τιμών των ηλεκτρικών στοιχείων από τα οποία αποτελείται.

Οι σύγχρονες μέθοδοι σύνθεσης ενεργών φίλτρων της πρώτης κατηγορίας βασίζονται στην εξέλιξη της τεχνολογίας ολοκλήρωσης ώστε να μη δίνουν σημασία στον αριθμό των τελεστικών ενισχυτών που χρησιμοποιούν. Ο αντικειμενικός σκοπός των παραπάνω μεθόδων είναι η σύνθεση υποφίλτρων δεύτερης τάξης για την επίτευξη καλύτερων χαρακτηριστικών απόδοσης των τελικών ενεργών αναλογικών φίλτρων. Τα κυριότερα υποφίλτρα, ένα για κάθε αντίστοιχη μέθοδο, που επινοήθηκαν και χρησιμοποιούνται σήμερα για τη σύνθεση ενεργών φίλτρων είναι τα ακόλουθα:

- **Φίλτρο μεταβλητών κατάστασης ή φίλτρο KHN.** Το φίλτρο αυτό χρησιμοποιεί τις μεταβλητές κατάστασης για την επίλυση της διαφορικής εξίσωσης δεύτερης τάξης που ισοδυναμεί στο πεδίο του χρόνου με την επιθυμητή απόκριση συχνότητας  $H(j\omega)$  στο πεδίο της συχνότητας. Τα πλεονεκτήματα του φίλτρου KHN είναι η εξαιρετική του προσαρμοστικότητα σε κάθε εφαρμογή, η καλή του απόδοση λειτουργίας και η χαμηλή του ευαισθησία σε μικρές μεταβολές των τιμών των ηλεκτρικών στοιχείων από τα οποία αποτελείται. Επίσης το φίλτρο αυτό συνδυάζει ταυτόχρονα όλα τα ισοδύναμα ως προς την απόκριση συχνότητας  $H(j\omega)$  αναλογικά φίλτρα, δηλαδή το βαθυπερατό, το υψιπερατό και το ζωνοπερατό φίλτρο. Τα μειονεκτήματα του φίλτρου KHN είναι η σύνθεση του ζωνοπερατού φίλτρου σε αναστρέφουσα μορφή και η έλλειψη ελευθερίας επιλογής της τιμής της απόκρισης συχνότητας του βαθυπερατού φίλτρου  $H_L(j\omega)$  στη μηδενική συχνότητα.
- **Φίλτρο Tow - Thomas ή φίλτρο ταλαντωτή.** Το φίλτρο αυτό αποτελείται από έναν RC ταλαντωτή στον οποίο προστίθεται αρνητική ανάδραση. Έτσι το φίλτρο ταλαντωτή μπορεί να συνθέσει κάθε είδος αναλογικού φίλτρου δεύτερης τάξης. Το παραπάνω φίλτρο παρουσιάζει χαμηλή ευαισθησία σε μικρές μεταβολές των τιμών

των ηλεκτρικών στοιχείων από τα οποία αποτελείται. Από την άλλη όμως μεριά το φίλτρο ταλαντωτή πρέπει να παραλλαχθεί μερικώς έτσι ώστε να μπορεί να συνθέσει και το ισοδύναμο υψιπερατό φίλτρο ταυτόχρονα με το ισοδύναμο βαθυπερατό και το ισοδύναμο ζωνοπερατό φίλτρο.

- **Φίλτρο Åkerberg - Mossberg.** Το φίλτρο αυτό προκύπτει από το φίλτρο Tow - Thomas με αντικατάσταση του τμήματος αναστρέφοντος ολοκληρωτή - αντιστροφέα από ένα άλλο τμήμα το οποίο εκτελεί την ίδια μαθηματική λειτουργία χρησιμοποιώντας έναν τελεστικό ενισχυτή ως στοιχείο ανάδρασης. Το πλεονέκτημα του φίλτρου Åkerberg - Mossberg είναι η καλύτερη αντιστάθμιση φάσης του στις υψηλές συχνότητες όπου εμφανίζονται αποκλίσεις από την ιδανική λειτουργία των τελεστικών ενισχυτών. Από την άλλη μεριά το φίλτρο αυτό χρειάζεται μία μικρή τροποποίηση έτσι ώστε να μπορεί να συνθέσει το ισοδύναμο υψιπερατό φίλτρο ταυτόχρονα με το ισοδύναμο βαθυπερατό και το ισοδύναμο ζωνοπερατό φίλτρο.
- **Φίλτρο γενικής χρήσης.** Το φίλτρο αυτό είναι μία παραλλαγή του φίλτρου KHN. Το επιπλέον πλεονέκτημα του φίλτρου γενικής χρήσης συγκρινόμενο με το φίλτρο KHN είναι η σύνθεση του ισοδυνάμου ζωνοπερατού φίλτρου σε μη αναστρέφουσα μορφή ταυτόχρονα με το ισοδύναμο βαθυπερατό και το ισοδύναμο υψιπερατό φίλτρο, καθώς και η ελευθερία επιλογής κατάλληλης τιμής της απόκρισης συχνότητας του βαθυπερατού φίλτρου  $H_L(j\omega)$  στη μηδενική συχνότητα. Εξαιτίας όλων των παραπάνω πλεονεκτημάτων το φίλτρο γενικής χρήσης χρησιμοποιείται σήμερα σε πάμπολλες εφαρμογές.

Θα πρέπει τέλος να σημειωθεί ότι όλα τα ενεργά φίλτρα που συνθέτονται με κάποια από τις σύγχρονες μεθόδους της πρώτης κατηγορίας μπορούν να συντεθούν εναλλακτικά με τελεστικούς διαγωγίμους ενισχυτές αντί με τελεστικούς ενισχυτές τάσης. Τα πλεονεκτήματα που παρουσιάζει η σύνθεση ενός φίλτρου με τελεστικούς διαγωγίμους ενισχυτές είναι η ευκολία κατασκευής των ενισχυτών αυτών με βάση τη σημερινή τεχνολογία, η δυνατότητα ηλεκτρονικού ελέγχου του συντονισμού των παραπάνω ενισχυτών, η δυνατότητα λειτουργίας του τελικού φίλτρου σε μεγαλύτερες συχνότητες από αυτές του αντιστοίχου φίλτρου με τελεστικούς ενισχυτές τάσης, και τέλος η απλότητα σύνθεσης του παραπάνω φίλτρου. Μάλιστα το ενεργό φίλτρο που προκύπτει με τελεστικούς διαγωγίμους ενισχυτές δεν αποτελείται από πηνία ούτε από

ωμικές αντιστάσεις. Κλείνοντας την παρένθεση αυτή είναι σκόπιμο να αναφερθεί ότι τα ενεργά φίλτρα που συνθέτονται με κάποια από τις σύγχρονες μεθόδους της πρώτης κατηγορίας κατασκευάζονται χρησιμοποιώντας την τεχνολογία CMOS, η οποία άλλωστε επέτρεψε και τη χρήση των τελεστικών διαγωγίμων ενισχυτών για τον ίδιο σκοπό.

Η δεύτερη κατηγορία μεθόδων σύνθεσης ενεργών φίλτρων περιλαμβάνει όλες τις μεθόδους οι οποίες προσπαθούν να συνθέσουν ενεργά φίλτρα κατευθείαν από την απόκριση συχνότητάς τους  $H(j\omega)$  χωρίς να χρησιμοποιούν υποφίλτρα. Συγκεκριμένα οι μέθοδοι σύνθεσης της κατηγορίας αυτής προσπαθούν να προσομοιώσουν τη λειτουργία των αντιστοιχών παθητικών φίλτρων αντικαθιστώντας κάποια παθητικά στοιχεία με διατάξεις που περιέχουν τελεστικούς ενισχυτές τάσης. Με τον τρόπο αυτό οι μέθοδοι σύνθεσης της δεύτερης κατηγορίας προσπαθούν να συγκεράσουν τα πλεονεκτήματα των παθητικών φίλτρων με τα πλεονεκτήματα των ενεργών φίλτρων. Οι πιο διαδεδομένες μέθοδοι σύνθεσης της δεύτερης κατηγορίας που χρησιμοποιούνται στις μέρες μας είναι οι ακόλουθες:

- **Μέθοδος προσομοίωσης πηνίων.** Η μέθοδος αυτή βασίζεται στην προσομοίωση των πηνίων ενός παθητικού φίλτρου από μία συγκεκριμένη ηλεκτρονική διάταξη η οποία περιέχει τελεστικούς ενισχυτές τάσης και η οποία ονομάζεται συνθετικό πηνίο. Το συνθετικό πηνίο εμφανίζει άριστα χαρακτηριστικά λειτουργίας εξασφαλίζοντας στο υπό σύνθεση ενεργό φίλτρο χαμηλή ευαισθησία σε μικρές μεταβολές των τιμών των ηλεκτρικών στοιχείων από τα οποία αποτελείται. Το μόνο μειονέκτημα του συνθετικού πηνίου είναι το γεγονός ότι έχει πάντα τον ένα ακροδέκτη του γειωμένο. Συνεπώς η χρήση του συνθετικού πηνίου, άρα και η εφαρμογή της μεθόδου προσομοίωσης πηνίων, περιορίζεται στη σύνθεση υψιπερατών φίλτρων όπου τα αντίστοιχα παθητικά φίλτρα έχουν όλα τους τα πηνία συνδεδεμένα από τον ένα τους ακροδέκτη στη γείωση.
- **Μέθοδος προσομοίωσης αρνητικών ωμικών αντιστάσεων εξαρτημένων από τη συχνότητα λειτουργίας ή μέθοδος προσομοίωσης FDNR.** Η μέθοδος αυτή βασίζεται στην προσομοίωση της λειτουργίας ενός φανταστικού ηλεκτρικού στοιχείου από μία ηλεκτρονική διάταξη που περιέχει τελεστικούς ενισχυτές τάσης. Το στοιχείο αυτό ονομάζεται αρνητική ωμική αντίσταση εξαρτημένη από τη



συχνότητα λειτουργίας ή FDNR και εμφανίζει σύνθετη αγωγιμότητα  $Y(j\omega) = -\omega^2 D$ , όπου  $D$  το ηλεκτρικό μέγεθος του παραπάνω στοιχείου. Η μέθοδος FDNR λοιπόν μετασχηματίζει πρώτα ένα αντίστοιχο παθητικό RLC φίλτρο σε CRD φίλτρο και αντικαθιστά στη συνέχεια κάθε FDNR του νέου φίλτρου με την ηλεκτρονική διάταξη που το προσομοιώνει. Η μέθοδος αυτή διατηρεί τη χαμηλή ευαισθησία του αντιστοίχου παθητικού φίλτρου σε μικρές μεταβολές των τιμών των ηλεκτρικών στοιχείων από τα οποία αποτελείται και στο παραγόμενο ενεργό φίλτρο. Χρησιμοποιείται για τη σύνθεση βαθυπερατών και ζωνοπερατών ενεργών φίλτρων τα οποία δε μπορούν να συντεθούν με τη μέθοδο προσομοίωσης πηνίων.

- **Μέθοδος διαδοχικών βρόγχων.** Η μέθοδος αυτή διαφέρει από τις προηγούμενες μεθόδους σύνθεσης της δεύτερης κατηγορίας στον τρόπο με τον οποίο προσπαθεί να προσομοιώσει ένα αντίστοιχο παθητικό φίλτρο. Συγκεκριμένα αντί να προσομοιώσει τη λειτουργία κάποιου ηλεκτρικού στοιχείου του αντιστοίχου παθητικού φίλτρου, η μέθοδος διαδοχικών βρόγχων προσομοιώνει τις εξισώσεις τάσεων και ρευμάτων του φίλτρου αυτού. Η προσομοίωση επιτυγχάνεται με τη χρήση διαδοχικών κλειστών βρόγχων κατάλληλα διασυνδεδεμένων έτσι ώστε να δίνουν ως αποτέλεσμα ένα χρήσιμο και ευσταθές ενεργό φίλτρο αντίστοιχο του αρχικού παθητικού φίλτρου. Τα πλεονεκτήματα της μεθόδου διαδοχικών βρόγχων είναι η επανάληψη παρομοίων ηλεκτρικών διατάξεων ως δομικά στοιχεία του υπό σύνθεση ενεργού φίλτρου και η χαμηλή ευαισθησία του φίλτρου αυτού σε μικρές μεταβολές των τιμών των ηλεκτρικών στοιχείων από τα οποία αποτελείται. Η μέθοδος διαδοχικών βρόγχων συνθέτει βαθυπερατά και ζωνοπερατά φίλτρα τα οποία δε μπορούν να συντεθούν με τη μέθοδο προσομοίωσης πηνίων. Ιδιαίτερα για τα ζωνοπερατά φίλτρα η μέθοδος αυτή χρησιμοποιεί υποφίλτρα δεύτερης τάξης τα οποία συνθέτονται με τη βοήθεια των σύγχρονων μεθόδων σύνθεσης ενεργών φίλτρων της πρώτης κατηγορίας (συνήθως επιλέγονται φίλτρα Tow - Thomas). Έτσι η μέθοδος διαδοχικών βρόγχων συνθέτει ζωνοπερατά ενεργά φίλτρα τα οποία είναι πολύ ανθεκτικά σε ελαφρούς αποσυντονισμούς των υποφίλτρων που τα συνθέτουν.
- **Μέθοδος βασικής διάταξης συντονιστή ή μέθοδος PRB.** Η μέθοδος αυτή χρησιμοποιεί ενεργά υποφίλτρα δεύτερης τάξης, τα οποία συνθέτονται με κάποια από

τις σύγχρονες μεθόδους της πρώτης κατηγορίας, για τη σύνθεση ζωνοπερατών ενεργών φίλτρων μεγαλύτερης τάξης. Τα χαρακτηριστικά των φίλτρων που συνθέτονται με τη μέθοδο PRB είναι παρόμοια με αυτά των αντιστοιχών φίλτρων που συνθέτονται με τη μέθοδο διαδοχικών βρόγχων. Η μέθοδος PRB πλεονεκτεί έναντι της μεθόδου διαδοχικών βρόγχων στη μεγαλύτερη ελευθερία επιλογής μεθόδου σύνθεσης των υποφίλτρων δεύτερης τάξης. Από την άλλη όμως μεριά η μέθοδος PRB μειονεκτεί έναντι της μεθόδου διαδοχικών βρόγχων στην αυξημένη υπολογιστική της πολυπλοκότητα.

Αξίζει τέλος τον κόπο να γραφούν δύο λέξεις για τα φίλτρα πυκνωτών με διακόπτη. Τα φίλτρα αυτά αποτελούν μία εναλλακτική λύση τόσο για τη σύνθεση φίλτρων με τη μέθοδο διαδοχικών βρόγχων όσο και για τη σύνθεση κάθε είδους υποφίλτρου. Η λειτουργία των παραπάνω φίλτρων βασίζεται στο συνδυασμό πυκνωτή - διακόπτη, δηλαδή στον πυκνωτή ο οποίος απομονώνει την είσοδο από την έξοδο του φίλτρου συνδεδεμένος περιοδικά τότε με την είσοδο και τότε με την έξοδο με τη βοήθεια ενός διακόπτη. Έτσι ο πυκνωτής αυτός μεταφέρει περιοδικά ηλεκτρικό φορτίο από την είσοδο στην έξοδο προσομοιώνοντας μία ωμική αντίσταση. Συνεπώς το τελικό ενεργό φίλτρο αποτελείται μόνο από διακόπτες, πυκνωτές και τελεστικούς ενισχυτές. Τα φίλτρα πυκνωτών με διακόπτη κατασκευάζονται με τη βοήθεια της τεχνολογίας VLSI, μια που οι διακόπτες (MOSFET), οι πυκνωτές και οι τελεστικοί ενισχυτές είναι στοιχεία που μπορούν να ολοκληρωθούν σε πολύ μεγάλες κλίμακες.

### **B.16 Σύγκριση παθητικών και ενεργών φίλτρων**

Τα παθητικά φίλτρα είναι τα πρώτα αναλογικά φίλτρα τα οποία σχεδιάστηκαν και κατασκευάστηκαν. Τα φίλτρα αυτά πλεονεκτούσαν εξαιτίας της χαμηλής τους ευαισθησίας σε μικρές μεταβολές των τιμών των ηλεκτρικών στοιχείων από τα οποία αποτελούνταν, της ευκολίας κατασκευής τους με διακριτά ηλεκτρικά στοιχεία, καθώς και της απλότητας σύνθεσής τους από πλευράς εξασφάλισης της ευστάθειάς τους. Αν τα παραπάνω πλεονεκτήματα συνδυαστούν με το γεγονός ότι η τεχνολογία εκείνης της εποχής επέτρεπε την κατασκευή παθητικών φίλτρων τότε εξηγείται απόλυτα η πρωτοφανής χρήση των παθητικών φίλτρων σε πάμπολλες εφαρμογές της εποχής εκείνης.

Με την εξέλιξη της τεχνολογίας και την ανάγκη ανάπτυξης περισσότερων εφαρμογών άρχισαν να διαφαίνονται τα μειονεκτήματα των παθητικών φίλτρων. Αυτά ήταν το αυξημένο τους βάρος και μέγεθος, το μεγάλο τους κόστος και η αδυναμία μαζικής τους παραγωγής εξαιτίας των πηνίων που περιείχαν. Αλλά και η πολυπλοκότητα σύνθεσης παθητικών φίλτρων μεγάλης τάξης ήταν επίσης μειονέκτημα εξαιτίας των πολλών υπολογισμών και των πολλών ηλεκτρικών στοιχείων που απαιτούνταν. Έτσι η έρευνα στράφηκε προς αναζήτηση νέων μεθόδων σύνθεσης αναλογικών φίλτρων τα οποία θα απέφευγαν τα παραπάνω μειονεκτήματα.

Οι παραπάνω έρευνες έφεραν με τη βοήθεια της εξελισσόμενης τεχνολογίας τα ενεργά φίλτρα. Τα φίλτρα αυτά κατόρθωσαν να αποφύγουν τη χρήση των πηνίων, τα οποία ήταν ακριβά, βαριά και ογκώδη, ενώ ταυτόχρονα παρουσίαζαν σημαντικές αποκλίσεις από την ονομαστική τους λειτουργία. Έτσι κατέστη δυνατή η ολοκλήρωση των ενεργών φίλτρων και η μαζική τους παραγωγή, πράγμα που έριξε το κόστος κατασκευής τους. Από την άλλη η ιδιότητα του τελεστικού ενισχυτή ως στοιχείο αμοιβαίας απομόνωσης βαθμίδων επέτρεψε την ανάλυση της σύνθεσης ενός πολύπλοκου ενεργού φίλτρου σε σύνθεση ενεργών υποφίλτρων μικρότερης τάξης τα οποία συνδέονται στη συνέχεια μεταξύ τους με συγκεκριμένο τρόπο. Έτσι επιτεύχθηκε η απλούστευση της σύνθεσης των αναλογικών φίλτρων τόσο υπολογιστικά όσο και κατασκευαστικά, με αποτέλεσμα τη δυνατότητα κατασκευής ενεργών φίλτρων μεγάλης τάξης τα οποία διατηρούν ταυτόχρονα όλα τα επιθυμητά χαρακτηριστικά λειτουργίας. Για το λόγο αυτό τα ενεργά φίλτρα αντικατέστησαν σταδιακά τα παθητικά φίλτρα σε παλιές και νέες εφαρμογές και κυρίως σε τηλεπικοινωνιακές εφαρμογές.

Σήμερα τα ενεργά φίλτρα χρησιμοποιούνται ευρέως σε όλες σχεδόν τις εφαρμογές που απαιτούν αναλογικά φίλτρα. Πάντως τα ενεργά φίλτρα μειονεκτούν σε εφαρμογές υψηλών συχνοτήτων από πλευράς δυνατότητας κατασκευής ή έστω κόστους κατασκευής εξαιτίας των αποκλίσεων που παρουσιάζονται εκεί στην ιδανική λειτουργία των τελεστικών ενισχυτών. Έτσι λοιπόν τα παθητικά φίλτρα εξακολουθούν να χρησιμοποιούνται ακόμα και σήμερα σε εφαρμογές που λειτουργούν σε υψηλές συχνότητες.

### B.17 Κανονικοποίηση εμπεδήσεως

Οι σχεδιαστές αναλογικών φίλτρων παρατήρησαν ότι εξαιτίας της διαδεδομένης χρήσης των αναλογικών φίλτρων σε πάμπολλες εφαρμογές και της εξελισσόμενης με γοργούς ρυθμούς τεχνολογίας ολοκλήρωσης ηλεκτρονικών διατάξεων επικρατούσε σύγχυση μεταξύ τους σχετικά με την κλίμακα των τιμών των ηλεκτρικών στοιχείων η οποία θα έπρεπε να χρησιμοποιηθεί για τη σύνθεση με οποιαδήποτε μέθοδο ενός αναλογικού φίλτρου συγκεκριμένης απόκρισης συχνότητας  $H(j\omega)$ . Παρατηρήθηκε λοιπόν το φαινόμενο να παρουσιάζονται από εφαρμογή σε εφαρμογή αναλογικά φίλτρα τα οποία να μη διαφέρουν σε τίποτε άλλο εκτός από την κλίμακα στην οποία κυμαίνονταν οι τιμές των ηλεκτρικών τους στοιχείων. Έτσι έγινε ολοένα και επιτακτικότερη η ανάγκη δημιουργίας ενός προτύπου το οποίο θα έλυνε το πρόβλημα του προσδιορισμού κλίμακας.

Το πρότυπο το οποίο επινοήθηκε για την επίλυση του προβλήματος προσδιορισμού κλίμακας των τιμών των ηλεκτρικών στοιχείων των αναλογικών φίλτρων ονομάζεται πρότυπο κανονικοποιημένων εμπεδήσεων. Σύμφωνα με το πρότυπο αυτό όλες οι μέθοδοι σύνθεσης αναλογικών φίλτρων θα πρέπει να θέτουν την τιμή ενός οποιουδήποτε ηλεκτρικού στοιχείου ίση αριθμητικά με τη μονάδα. Μάλιστα στο πρότυπο κανονικοποιημένων εμπεδήσεων επιλέγεται συνήθως μία ωμική αντίσταση ως στοιχείο που κανονικοποιείται σε μονάδα.

Σήμερα το πρότυπο κανονικοποιημένων εμπεδήσεων χρησιμοποιείται σε συνδυασμό με το πρότυπο κανονικοποιημένων συχνοτήτων για τη σύνθεση των αναλογικών φίλτρων. Έτσι λοιπόν το τελευταίο βήμα στη σύνθεση ενός αναλογικού φίλτρου είναι η αποκανονικοποίηση των εμπεδήσεων του κανονικοποιημένου ως προς τις εμπεδήσεις φίλτρου. Αν λοιπόν  $Z_n(j\omega)$  είναι η κανονικοποιημένη εμπεδήση ενός ηλεκτρικού στοιχείου στη συχνότητα  $\omega$  και  $Z(j\omega)$  η πραγματική εμπεδήση του ίδιου στοιχείου στην ίδια συχνότητα, τότε ισχύει η σχέση  $Z(j\omega) = a \cdot Z_n(j\omega)$ , όπου  $a$  σταθερά η οποία ισούται αριθμητικά με την πραγματική τιμή του στοιχείου εκείνου του προτύπου κανονικοποιημένων εμπεδήσεων που είχε κανονικοποιηθεί σε μονάδα.

Με τη βοήθεια του προτύπου κανονικοποιημένων εμπεδήσεων κατέστη δυνατή η σύνθεση κάθε αναλογικού φίλτρου έτσι ώστε να απλοποιούνται οι απαιτούμε-

νοι μαθηματικοί υπολογισμοί και το αποτέλεσμα που προκύπτει να μην εξαρτάται από την εξέλιξη της τεχνολογίας ολοκλήρωσης ηλεκτρονικών διατάξεων. Τα αναλογικά φίλτρα που παρουσιάζονται στην παρούσα εργασία ακολουθούν πιστά το πρότυπο κανονικοποιημένων εμπεδήσεων.

## C. Εργαλεία Επεξεργασίας Σημάτων

### C.1 Διακριτός Μετασχηματισμός Fourier (DFT)

Έστω ένα σήμα διακριτού χρόνου  $x(nT)$  και ένας αυθαίρετος φυσικός αριθμός  $N > 0$ . Το σήμα  $x_p(nT) = \sum_{r=-\infty}^{+\infty} x(nT + rNT)$  ονομάζεται περιοδική επέκταση του σήματος  $x(nT)$  και είναι περιοδικό με περίοδο  $NT$ . Ο διακριτός μετασχηματισμός Fourier (Discrete Fourier Transform, DFT) της περιοδικής επέκτασης  $x_p(nT)$  ορίζεται

από τη σχέση  $D(x_p(nT)) = X_p(jk\Omega) = \sum_{n=0}^{N-1} x_p(nT) W^{-kn}$ , όπου  $W = \exp(j2\pi/N)$ ,  $\Omega = \omega_s/N$ ,

και  $\omega_s = 2\pi/T$ . Επίσης ορίζονται οι συναρτήσεις DFT φάσμα πλάτους και DFT φάσμα φάσης της περιοδικής επέκτασης  $x_p(nT)$ , που δίνονται από τις σχέσεις  $F_p(k\Omega) = |X_p(jk\Omega)|$  και  $\phi_p(k\Omega) = \arg(X_p(jk\Omega))$  αντίστοιχα. Η περιοδική επέκταση  $x_p(nT)$  συνδέεται με το DFT του σήματος αυτού,  $X_p(jk\Omega)$ , από τον αντίστροφο διακριτό μετασχηματισμό Fourier (Inverse Discrete Fourier Transform, IDFT), δηλαδή

από τη σχέση  $x_p(nT) = (1/N) \sum_{k=0}^{N-1} X_p(jk\Omega) W^{kn}$ .

### C.2 Ιδιότητες DFT

Ο DFT παρουσιάζει τις εξής ιδιότητες:

- **Γραμμικότητα.** Ισχύει η ταυτότητα  $D(a \cdot x_p(nT) + b \cdot y_p(nT)) = a \cdot X_p(jk\Omega) + b \cdot Y_p(jk\Omega)$  για κάθε ζεύγος περιοδικών επεκτάσεων  $x_p(nT)$ ,  $y_p(nT)$  και σταθερών  $a$ ,  $b$ . Με βάση λοιπόν την ιδιότητα αυτή αρκεί να υπολογιστούν μόνο οι DFT των περιοδικών επεκτάσεων  $x_p(nT)$  και  $y_p(nT)$ .
- **Περιοδικότητα.** Ισχύει η ταυτότητα  $X_p(j(k+rN)\Omega) = X_p(jk\Omega)$  για κάθε ακέραιο  $r$ . Άρα ο DFT είναι περιοδική συνάρτηση της συχνότητας  $k\Omega$  με περίοδο  $N\Omega = \omega_s$ . Με βάση λοιπόν την ιδιότητα αυτή αρκεί να υπολογιστούν μόνο οι τιμές του DFT  $X_p(jk\Omega)$  για  $0 \leq k \leq N-1$ .
- **Συμμετρία.** Ισχύει η ταυτότητα  $X_p(j(N-k)\Omega) = X_p^*(jk\Omega)$  αν και μόνο αν η περιοδική επέκταση  $x_p(nT)$  είναι πραγματική. Με βάση λοιπόν την ιδιότητα αυτή αρκεί

να υπολογιστούν μόνο οι τιμές του DFT  $X_P(jk\Omega)$  για  $0 \leq k \leq [N/2]+1$  στις περιπτώσεις που η περιοδική επέκταση  $x_P(nT)$  είναι πραγματική, όπου ο τελεστής  $[\cdot]$  συμβολίζει το ακέραιο μέρος του πραγματικού του ορίσματος.

### C.3 DFT και φάσμα συχνότητας διακριτού σήματος

Έστω  $X(e^{j\omega T})$  το φάσμα συχνότητας του διακριτού σήματος  $x(nT)$  και  $X_P(jk\Omega)$  ο DFT της περιοδικής επέκτασης  $x_P(nT) = \sum_{r=-\infty}^{+\infty} x(nT+rNT)$ . Τότε μπορεί να αποδειχτεί ότι ισχύει η ταυτότητα  $X_P(jk\Omega) = X(e^{jk\Omega T})$  για κάθε ακέραιο  $k$ . Με άλλα λόγια, το φάσμα συχνότητας  $X(e^{j\omega T})$  ενός διακριτού σήματος  $x(nT)$  μπορεί να υπολογιστεί στις διακριτές συχνότητες  $k\Omega = k\omega_s/N$  για  $-[N/2] \leq k \leq [N/2]$  με τη βοήθεια του DFT της περιοδικής επέκτασης  $x_P(nT)$ . Η παραπάνω ταυτότητα επιτρέπει λοιπόν τον υπολογισμό του φάσματος συχνότητας  $X(e^{j\omega T})$  του διακριτού σήματος  $x(nT)$  με τη βοήθεια υπολογιστή, και μάλιστα σε όσα σημεία αυτό είναι επιθυμητό, δίνοντας κατάλληλη τιμή στην αυθαίρετη φυσική σταθερά  $N$ .

Από την ταυτότητα  $X_P(jk\Omega) = X(e^{jk\Omega T})$  προκύπτουν και οι ταυτότητες  $F_P(k\Omega) = F(k\Omega)$  και  $\phi_P(k\Omega) = \phi(k\Omega)$  για κάθε ακέραιο  $k$ , όπου  $F_P(k\Omega)$ ,  $\phi_P(k\Omega)$  είναι τα DFT φάσματα πλάτους και φάσης της περιοδικής επέκτασης  $x_P(nT)$ , και  $F(k\Omega)$ ,  $\phi(k\Omega)$  είναι τα φάσματα πλάτους και φάσης του διακριτού σήματος  $x(nT)$  υπολογισμένα στις συχνότητες  $k\Omega = k\omega_s/N$  για  $-[N/2] \leq k \leq [N/2]$ . Οι παραπάνω ταυτότητες επιτρέπουν λοιπόν τον υπολογισμό των φασμάτων πλάτους και φάσης  $F(\omega)$ ,  $\phi(\omega)$  του διακριτού σήματος  $x(nT)$  με τη βοήθεια υπολογιστή, και μάλιστα σε όσα σημεία αυτό είναι επιθυμητό, δίνοντας κατάλληλη τιμή στην αυθαίρετη φυσική σταθερά  $N$ .

### C.4 DFT και φάσμα συχνότητας αναλογικού σήματος

Έστω  $X(j\omega)$  το φάσμα συχνότητας ενός αναλογικού σήματος  $x(t)$ ,  $x(nT)$  το διακριτό σήμα που προκύπτει από το αναλογικό σήμα  $x(t)$  έπειτα από δειγματοληψία συχνότητας  $\omega_s = (2\pi)/T$  και μετατροπή A/D, και  $X_P(jk\Omega)$  ο DFT της περιοδικής επέκτασης  $x_P(nT) = \sum_{r=-\infty}^{+\infty} x(nT+rNT)$  του διακριτού σήματος  $x(nT)$  για κάποιον φυσικό αριθμό  $N$ . Αποδεικνύεται ότι, αν ισχύουν οι συνθήκες:

- $x(t)=0$  για  $t<0$  και  $t\geq NT$
- $X(j\omega)=0$  για  $|\omega|\geq \omega_s/2$

τότε θα ισχύουν οι ταυτότητες:

- $x_p(nT)=x(nT)$  για  $0\leq nT\leq (N-1)T$
- $X_p(jk\Omega)=(1/T)X(jk\Omega)$  για  $|k\Omega|<\omega_s/2$

Με άλλα λόγια το φάσμα συχνότητας  $X(j\omega)$  ενός περιορισμένου στα πεδία του χρόνου και της συχνότητας αναλογικού σήματος  $x(t)$  μπορεί να υπολογιστεί στις διακριτές συχνότητες  $k\Omega=k\omega_s/N$  για  $-[N/2]\leq k\leq [N/2]$  με τη βοήθεια του DFT της περιοδικής επέκτασης  $x_p(nT)$ . Οι παραπάνω ταυτότητες επιτρέπουν λοιπόν τον υπολογισμό υπό συνθήκες του φάσματος συχνότητας  $X(j\omega)$  ενός αναλογικού σήματος  $x(t)$  με τη βοήθεια υπολογιστή, και μάλιστα σε όσα σημεία αυτό είναι επιθυμητό δίνοντας κατάλληλη τιμή στην αυθαίρετη φυσική σταθερά  $N$ .

Η αξία των προηγούμενων ταυτοτήτων γίνεται ακόμη μεγαλύτερη αν η ισχύ τους επεκταθεί, έστω και μερικώς ή κατά προσέγγιση, σε αναλογικά σήματα  $x(t)$  τα οποία εκτείνονται στο πεδίο του χρόνου μέχρι το άπειρο. Πράγματι, αποδεικνύεται ότι αν ισχύουν οι συνθήκες:

- $x(t)\approx 0$  για  $t<0$  και  $t\geq NT$
- $X(j\omega)=0$  για  $|\omega|\geq \omega_s/2$

τότε ισχύει η κατά προσέγγιση ταυτότητα:

- $X_p(jk\Omega)\approx (1/T)X(jk\Omega)$  για  $|k\Omega|<\omega_s/2$

Η παραπάνω ταυτότητα επιτρέπει λοιπόν τον κατά προσέγγιση υπολογισμό του φάσματος συχνότητας  $X(j\omega)$  κάθε πρακτικού αναλογικού σήματος  $x(t)$ , όπως της κρουστικής απόκρισης ενός αναλογικού LTI συστήματος, στις διακριτές συχνότητες  $k\Omega=k\omega_s/N$  για  $-[N/2]\leq k\leq [N/2]$  με τη βοήθεια του DFT της περιοδικής επέκτασης  $x_p(nT)$ . Ο παραπάνω υπολογισμός πραγματοποιείται σε όσα σημεία αυτό είναι επιθυ-



μητό, δίνοντας κατάλληλη τιμή στην αυθαίρετη φυσική σταθερά  $N$ , με τη βοήθεια ενός υπολογιστή.

Από την ταυτότητα  $X_p(jk\Omega) = (1/T) \cdot X(jk\Omega)$  (ή αντίστοιχα  $X_p(jk\Omega) \approx (1/T) \cdot X(jk\Omega)$ ) προκύπτουν και οι ταυτότητες  $F_p(k\Omega) = F(k\Omega)$  (ή αντίστοιχα  $F_p(k\Omega) \approx F(k\Omega)$ ) και  $\varphi_p(k\Omega) = \varphi(k\Omega)$  (ή αντίστοιχα  $\varphi_p(k\Omega) \approx \varphi(k\Omega)$ ) για  $-[N/2] \leq k \leq [N/2]$ , όπου  $F_p(k\Omega)$ ,  $\varphi_p(k\Omega)$  είναι τα DFT φάσματα πλάτους και φάσης της περιοδικής επέκτασης  $x_p(nT)$ , και  $F(k\Omega)$ ,  $\varphi(k\Omega)$  είναι τα φάσματα πλάτους και φάσης του αναλογικού σήματος  $x(t)$  υπολογισμένα στις συχνότητες  $k\Omega = k\omega_s/N$  για  $-[N/2] \leq k \leq [N/2]$ . Οι παραπάνω ταυτότητες επιτρέπουν λοιπόν τον υπολογισμό, έστω και κατά προσέγγιση, των φασμάτων πλάτους και φάσης  $F(\omega)$ ,  $\varphi(\omega)$  του αναλογικού σήματος  $x(t)$  με τη βοήθεια υπολογιστή, και μάλιστα σε όσα σημεία αυτό είναι επιθυμητό, δίνοντας κατάλληλη τιμή στην αυθαίρετη φυσική σταθερά  $N$ .

### C.5 Ταχύς μετασχηματισμός Fourier (FFT)

Ο ευθύς υπολογισμός του DFT με βάση τον ορισμό του απαιτεί  $N^2$  μιγαδικούς πολλαπλασιασμούς και  $N(N-1)$  μιγαδικές προσθέσεις, όπου  $N$  η αυθαίρετη φυσική σταθερά του DFT. Συνεπώς για μεγάλες τιμές της σταθεράς  $N$ , όπως για  $N > 1000$ , απαιτείται υψηλός υπολογιστικός φόρτος για τον υπολογισμό του DFT.

Η ανάγκη λοιπόν για ταχύ υπολογισμό του DFT οδήγησε στην ανάπτυξη νέων αλγορίθμων που είναι γνωστοί ως ταχείς μετασχηματισμοί Fourier (Fast Fourier Transforms, FFT). Υπάρχουν πολλοί αλγόριθμοι FFT, όπως:

- **Βάσης 2 FFT.** Απαιτεί ο αριθμός  $\log_2 N$  να είναι φυσικός αριθμός.
- **Βάσης 4 FFT.** Απαιτεί ο αριθμός  $\log_4 N$  να είναι φυσικός αριθμός.
- **Βάσης 8 FFT.** Απαιτεί ο αριθμός  $\log_8 N$  να είναι φυσικός αριθμός.
- **Διαιρεμένης βάσης 2/4 FFT.** Απαιτεί ο αριθμός  $\log_2 N$  να είναι φυσικός αριθμός.

Η γενική φιλοσοφία των αλγορίθμων FFT είναι η πραγματοποίηση του DFT σε στάδια. Σε κάθε στάδιο ο αλγόριθμος FFT διαιρεί το ζητούμενο DFT σε έναν αριθμό από DFT μικρότερου μεγέθους, οι οποίοι μπορούν να υπολογιστούν ευκολό-

τερα. Η διαίρεση αυτή βασίζεται σε έναν τελεστή γνωστό ως πεταλούδα, ο οποίος τροποποιεί τα αρχικά δεδομένα κάθε σταδίου έτσι ώστε να είναι δυνατός ο υπολογισμός των DFT μικρότερου μεγέθους στο επόμενο στάδιο. Ο τελεστής πεταλούδας είναι χαρακτηριστικός σε κάθε αλγόριθμο FFT και επιτρέπει τις περισσότερες φορές την αντικατάσταση των δεδομένων ενός σταδίου από τα αποτελέσματά του χωρίς αυτό να επηρεάζει τα επόμενα στάδια. Έτσι, συγχρόνως με το μειωμένο υπολογιστικό φόρτο, επιτυγχάνεται και η μείωση της απαιτούμενης μνήμης για την αποθήκευση των επιμέρους αποτελεσμάτων κάθε σταδίου. Η διαίρεση των DFT σε άλλους μικρότερου μεγέθους συνεχίζεται μέχρι τον υπολογισμό των DFT μοναδιαίου μεγέθους, που δίνουν ακριβώς το ίδιο αποτέλεσμα με την είσοδό τους.

Οι παρακάτω πίνακες συγκρίνουν τους διάφορους αλγορίθμους FFT με βάση τον αριθμό των μη τετριμμένων πραγματικών πολλαπλασιασμών και τον αριθμό των πραγματικών προσθέσεων που απαιτούνται για τον υπολογισμό ενός DFT με μιγαδικό σήμα εισόδου, και με παράμετρο την αυθαίρετη φυσική σταθερά  $N$ . Όπως γίνεται εύκολα αντιληπτό, ο αλγόριθμος FFT διαιρεμένης βάσης  $2/4$  είναι ο αποτελεσματικότερος από πλευράς υπολογιστικού φόρτου.

Στην παρούσα εργασία χρησιμοποιήθηκε ο αλγόριθμος FFT βάσης 2 επειδή ο τελεστής πεταλούδας που τον χαρακτηρίζει είναι ο απλούστερος δυνατός. Ο αλγόριθμος αυτός απαιτεί μόνο  $(N/2) \log_2 N$  μιγαδικούς πολλαπλασιασμούς, σε αντίθεση με τον ευθύ υπολογισμό του DFT από τον ορισμό του, ο οποίος απαιτεί  $N^2$  μιγαδικούς πολλαπλασιασμούς. Έτσι για  $N \geq 512$  ο αριθμός των μιγαδικών πολλαπλασιασμών που απαιτεί ο αλγόριθμος FFT βάσης 2 μειώνονται στο 1% περίπου αυτών που απαιτούνται για τον ευθύ υπολογισμό του DFT από τον ορισμό του. Τέλος, ο τελεστής πεταλούδας του αλγορίθμου FFT βάσης 2 επιτρέπει την αντικατάσταση των δεδομένων κάθε σταδίου από τα αποτελέσματά του, με αποτέλεσμα την επίτευξη μειωμένης απαιτούμενης μνήμης για την αποθήκευση των επιμέρους αποτελεσμάτων κάθε σταδίου.

### Πίνακας C-1

<p>Πλήθος μη τετριμμένων πραγματικών πολλαπλασιασμών για τον υπολογισμό ενός μιγαδικού DFT μεγέθους <math>N</math></p>
--

N	Βάση 2 FFT	Βάση 4 FFT	Βάση 8 FFT	Βάση 2/4 FFT
16	24	20	—	20
32	88	—	—	68
64	264	208	204	196
128	712	—	—	516
256	1800	1392	—	1284
512	4360	—	3204	3076
1024	10248	7856	—	7172

**Πίνακας C-2**

Πλήθος πραγματικών προσθέσεων για τον υπολογισμό ενός μιγαδικού DFT μεγέθους N				
N	Βάση 2 FFT	Βάση 4 FFT	Βάση 8 FFT	Βάση 2/4 FFT
16	152	148	—	148
32	408	—	—	388
64	1032	976	972	964
128	2504	—	—	2308
256	5896	5488	—	5380
512	13566	—	12420	12292
1024	30728	28336	—	27652

**C.6 Αντίστροφος ταχύς μετασχηματισμός Fourier (IFFT)**

Οι αλγόριθμοι που υπολογίζουν τον IDFT με μικρότερο υπολογιστικό φόρτο και απαιτήσεις σε μνήμη συγκρινόμενοι με την ευθεία εφαρμογή του ορισμού του IDFT ονομάζονται αντίστροφοι ταχείς μετασχηματισμοί Fourier (Inverse Fast Fourier Transforms, IFFT). Από τους ορισμούς του IDFT  $x_p(nT) = (1/N) \sum_{k=0}^{N-1} X_p(jk\Omega) W^{kn}$  και του DFT  $X_p(jk\Omega) = \sum_{n=0}^{N-1} x_p(nT) W^{-kn}$  προκύπτει εύκολα το συμπέρασμα ότι οι αλγόριθμοι IFFT προκύπτουν από τους αλγόριθμους FFT έπειτα από τις ακόλουθες τροποποιήσεις:

- Η είσοδος του αλγορίθμου FFT θα πρέπει να είναι το DFT φάσμα συχνότητας  $X_P(j\omega)$  αντί για την περιοδική επέκταση  $x_P(nT)$ .
- Ο αλγόριθμος FFT θα πρέπει να λάβει υπόψη του την αλλαγή του πρόσημου του εκθέτη της N-οστής ρίζας της μονάδας  $W$  από αρνητικό σε θετικό.
- Τα αποτελέσματα του αλγορίθμου FFT θα πρέπει να διαιρεθούν ένα προς ένα με την αυθαίρετη φυσική σταθερά  $N$ .

Είναι προφανές ότι όλα τα απόλυτα και συγκριτικά πλεονεκτήματα των αλγορίθμων FFT παραμένουν αμετάβλητα στους αντίστοιχους αλγορίθμους IFFT. Έτσι, και πάλι ο αλγόριθμος IFFT διαιρεμένης βάσης 2/4 είναι αυτός που υπερτερεί έναντι των άλλων στην υπολογιστική πολυπλοκότητα. Στην παρούσα εργασία χρησιμοποιήθηκε ο αλγόριθμος IFFT βάσης 2 σε αντιστοιχία με τον ήδη χρησιμοποιούμενο αλγόριθμο FFT βάσης 2.

Από την περιοδική επέκταση  $x_P(nT)$  προκύπτει το σήμα  $x'(nT) = x_P(nT) \cdot (u(nT) - u(nT - NT))$ . Αποδεικνύεται ότι  $x'(nT) = x(nT)$  για  $0 \leq n \leq N-1$  αν και μόνο αν ισχύει ότι  $x(nT) = 0$  για  $n < 0$  και  $n \geq N$ . Σε διαφορετική περίπτωση παρουσιάζεται το φαινόμενο της χρονικής επικάλυψης που έχει ως αποτέλεσμα να ισχύει  $x'(nT) \neq x(nT)$  για  $0 \leq n \leq N-1$ . Στην παρούσα εργασία λήφθηκε ιδιαίτερη μέριμνα στην επιλογή της αυθαίρετης φυσικής σταθεράς  $N$ , έτσι ώστε να εξασφαλίζεται τόσο η δυνατότητα υλοποίησης των αλγορίθμων FFT και IFFT βάσης 2 όσο και η εξάλειψη του φαινομένου της χρονικής επικάλυψης για την ορθή αναπαραγωγή του αρχικού σήματος  $x(nT)$  από το DFT φάσμα συχνότητας  $X_P(j\omega)$ .

## D. Αλγόριθμοι Διπλωματικής Εργασίας

### D.1 Γενικά

Στο παράρτημα αυτό παραθέτονται οι σημαντικότεροι αλγόριθμοι οι οποίοι αναπτύχθηκαν κατά την εκπόνηση της παρούσας εργασίας. Οι αλγόριθμοι αυτοί μαζί με άλλους χρησιμοποιήθηκαν για την ανάπτυξη του αντίστοιχου λογισμικού το οποίο με τη σειρά του επέτρεψε την εξαγωγή όλων των αποτελεσμάτων που παρουσιάστηκαν και σχολιάστηκαν στο κύριο μέρος της παρούσας εργασίας. Η επιλογή παρουσί-ασης των αλγορίθμων αντί του κώδικα λογισμικού ως ξεχωριστό παράρτημα στα πλαίσια της παρούσας εργασίας έγινε με σκοπό τον περιορισμό του μεγέθους της εργ-ασίας αυτής σε λογικά όρια. Για το λόγο αυτό άλλωστε παραθέτονται μόνο οι πλέον βασικοί αλγόριθμοι και παραλείπονται αυτοί οι οποίοι είτε εκτελούν πολύ βασικές εντολές είτε καλύπτονται από τους βασικούς αλγορίθμους.

Η κατάταξη των αλγορίθμων που παραθέτονται στη συνέχεια του παραρτή-ματος αυτού έγινε με κριτήριο το γενικότερο θέμα σχεδιασμού ή υλοποίησης στα πλαίσια του οποίου αναπτύχθηκαν και χρησιμοποιήθηκαν για πρώτη φορά. Σημειώ-νεται ότι ο ίδιος αλγόριθμος δύναται να συμμετέχει και σε άλλα θέματα σχεδιασμού ή υλοποίησης της παρούσας εργασίας από αυτό στο οποίο παρατίθεται στη συνέχεια, αλλά φυσικά δεν κρίθηκε σκόπιμη η επανάληψή του σε κάθε τέτοιο θέμα για ευνόη-τους λόγους. Τέλος η διατύπωση των αλγορίθμων που παραθέτονται στη συνέχεια γίνεται με τέτοιων τρόπο ώστε να γίνεται εύκολη η ανάπτυξη του αντίστοιχου λογι-σμικού σε οποιαδήποτε γλώσσα προγραμματισμού είναι επιθυμητό. Έτσι προσφέρε-ται η δυνατότητα ανάπτυξης τέτοιου λογισμικού και σύγκρισης των αποτελεσμάτων που προκύπτουν από το προαναφερόμενο λογισμικό με αυτά που παρατέθηκαν στην παρούσα εργασία.

## D.2 Αλγόριθμοι σχεδιασμού φίλτρου Doppler

### 1) Αλγόριθμος FFT (ή IFFT) υποδιπλασιασμού στο χρόνο βάσης 2

**Περιγραφή:** Υπολογισμός FFT (ή IFFT) μιγαδικής ακολουθίας  $x(n)$  για  $0 \leq n < N$ . Το πλήθος των τιμών της ακολουθίας είναι  $N=2^r$ , όπου  $r$  ένας φυσικός αριθμός διάφορος του μηδενός.

**Είσοδοι:** Μιγαδική ακολουθία  $x(n)$  και πλήθος τιμών ακολουθίας  $N$ .

**Έξοδος:** FFT (ή IFFT) μιγαδική ακολουθία  $X(k)$  για  $0 \leq k < N$  ή μήνυμα αποτυχίας.

- Υπολόγισε την παράμετρο  $r = \log_2(N)$ . Αν η παράμετρος  $r$  δεν είναι φυσικός αριθμός διάφορος του μηδενός τότε επέστρεψε το μήνυμα "το πλήθος τιμών της μιγαδικής ακολουθίας εισόδου δεν είναι μία φυσική δύναμη του 2 διάφορη του μηδενός" και τερμάτισε την εκτέλεση.
- Για  $0 \leq p \leq N-1$  κατασκεύασε την ακολουθία  $x_{rp}(0) = x(q)$  όπου  $q$  είναι η συμπληρωματική δυαδική αναπαράσταση του αριθμού  $p$  με  $r$  δυαδικά ψηφία.
- Για  $0 \leq i \leq N-1$  εκτέλεσε την ανάθεση  $X_{ri}(0) = x_{ri}(0)$ .
- Αν εκτελείται ο αλγόριθμος FFT τότε εκτέλεσε την ανάθεση  $\text{sign} = -1$ , διαφορετικά εκτέλεσε την ανάθεση  $\text{sign} = 1$ .
- Υπολόγισε τη μιγαδική παράμετρο  $W = \exp(j \cdot 2\pi/N)$ .
- Για  $r \geq m \geq 1$ ,  $0 \leq i \leq 2^{m-1} - 1$  και  $0 \leq k \leq N/2^m - 1$  εκτέλεσε τα ακόλουθα:
 
$$X_{(m-1)i}(k) = X_{m(2i)}(k) + W^{\text{sign} \cdot 2^{m-1} \cdot k} X_{m(2i+1)}(k)$$

$$X_{(m-1)i}(k + N/2^m) = X_{m(2i)}(k) - W^{\text{sign} \cdot 2^{m-1} \cdot k} X_{m(2i+1)}(k).$$
- Αν εκτελείται ο αλγόριθμος FFT τότε για  $0 \leq k \leq N-1$  εκτέλεσε την ανάθεση  $X(k) = X_{00}(k)$ , διαφορετικά για  $0 \leq k \leq N-1$  εκτέλεσε την ανάθεση  $X(k) = (1/N) X_{00}(k)$ .
- Επέστρεψε τη μιγαδική ακολουθία  $X(k)$  για  $0 \leq k < N$  και τερμάτισε την εκτέλεση.

## 2) Αλγόριθμος υπολογισμού απόκρισης συχνότητας ψηφιακού συστήματος

**Περιγραφή:** Υπολογισμός των συντελεστών  $A_i$ ,  $B_i$  και της τιμής της σε συχνότητα  $\omega_0$

της απόκρισης συχνότητας  $H(e^{j\omega T}) = (\sum_{i=0}^N A_i (e^{j\omega T})^i) / (\sum_{i=0}^N B_i (e^{j\omega T})^i)$  ενός ψηφιακού

LTI συστήματος όταν είναι γνωστοί οι συντελεστές  $a_i$ ,  $b_i$  της εξίσωσης διαφορών του

$$\text{ιδίου συστήματος } y(nT) = \sum_{i=0}^N a_i x(nT-iT) - \sum_{i=1}^N b_i y(nT-iT).$$

**Είσοδοι:** Μέγεθος ψηφιακού LTI συστήματος  $N$ , συντελεστές εξίσωσης διαφορών ψηφιακού LTI συστήματος  $a_i$  για  $0 \leq i \leq N$  και  $b_i$  για  $1 \leq i \leq N$ , περίοδος δειγματοληψίας  $T$ , και συχνότητα υπολογισμού απόκρισης συχνότητας  $\omega_0$ .

**Εξοδοι:** Συντελεστές απόκρισης συχνότητας  $A_i$ ,  $B_i$  για  $0 \leq i \leq N$  ψηφιακού LTI συστήματος και τιμή απόκρισης συχνότητας  $H(e^{j\omega_0 T})$  ψηφιακού LTI συστήματος στη συχνότητα  $\omega_0$ .

1. Υπολόγισε τους συντελεστές  $A_i$ ,  $B_i$  εκτελώντας τις ακόλουθες αναθέσεις:

$$A_i = a_{N-i} \text{ για } 0 \leq i \leq N \quad B_i = b_{N-i} \text{ για } 0 \leq i < N \quad B_N = 1.$$

2. Υπολόγισε την τιμή της απόκρισης συχνότητας  $H(e^{j\omega_0 T})$  στη συχνότητα  $\omega_0$  από τον ακόλουθο τύπο:

$$H(e^{j\omega_0 T}) = (\sum_{i=0}^N A_i (e^{j\omega_0 T})^i) / (\sum_{i=0}^N B_i (e^{j\omega_0 T})^i).$$

3. Επέστρεψε τους συντελεστές της απόκρισης συχνότητας  $A_i$ ,  $B_i$  για  $0 \leq i \leq N$  του ψηφιακού LTI συστήματος καθώς και την τιμή της απόκρισης συχνότητας  $H(e^{j\omega_0 T})$  του ψηφιακού LTI συστήματος στη συχνότητα  $\omega_0$  και τερμάτισε την εκτέλεση.

## 3) Αλγόριθμος υπολογισμού απόκρισης ψηφιακού συστήματος

**Περιγραφή:** Υπολογισμός των συντελεστών  $a_i$ ,  $b_i$  της εξίσωσης διαφορών  $y(nT) =$

$$\sum_{i=0}^N a_i x(nT-iT) - \sum_{i=1}^N b_i y(nT-iT) \text{ ενός ψηφιακού LTI συστήματος και της τιμής της}$$

απόκρισης του συστήματος αυτού  $y(N_0 T)$  στη χρονική στιγμή  $N_0 T$ , όπου  $N_0 \geq 0$ , όταν

είναι γνωστοί οι συντελεστές  $A_i, B_i$  της απόκρισης συχνότητας  $H(e^{j\omega T}) =$

$$\left( \sum_{i=0}^N A_i (e^{j\omega T})^i \right) / \left( \sum_{i=0}^N B_i (e^{j\omega T})^i \right) \text{ του ιδίου συστήματος.}$$

**Είσοδοι:** Μέγεθος ψηφιακού LTI συστήματος  $N$ , συντελεστές ψηφιακού LTI συστήματος  $A_i, B_i$  για  $0 \leq i \leq N$ , περίοδος δειγματοληψίας  $T$  διέγερσης και απόκρισης ψηφιακού LTI συστήματος, και χρονική στιγμή υπολογισμού απόκρισης  $N_0 T$ .

**Έξοδοι:** Συντελεστές εξίσωσης διαφορών  $a_i$  για  $0 \leq i \leq N$  και  $b_i$  για  $1 \leq i \leq N$  ψηφιακού LTI συστήματος και τιμή απόκρισης  $y(N_0 T)$  ψηφιακού LTI συστήματος στη χρονική στιγμή  $N_0 T$ , ή μήνυμα αποτυχίας.

1. Αν ισχύει η συνθήκη  $N_0 < 0$  τότε επέστρεψε το μήνυμα "υπολογισμός απόκρισης ψηφιακού LTI συστήματος σε αρνητικό χρόνο" και τερμάτισε την εκτέλεση.

2. Αν ισχύει η συνθήκη  $B_N = 0$  τότε επέστρεψε το μήνυμα "συνάρτηση μεταφοράς συστήματος που δεν είναι LTI" και τερμάτισε την εκτέλεση.

3. Υπολόγισε τους συντελεστές  $a_i, b_i$  εκτελώντας τις ακόλουθες αναθέσεις:

$$a_i = A_{N-i} / B_N \text{ για } 0 \leq i \leq N$$

$$b_i = B_{N-i} / B_N \text{ για } 1 \leq i \leq N.$$

4. Εκτέλεσε την πράξη  $y(0) = a_0 \cdot x(0)$ .

5. Για  $1 \leq n \leq N_0$  υπολόγισε τις ακόλουθες σχέσεις:

$$k = \min(n, N) \quad y(nT) = \sum_{i=0}^k a_i x(nT-iT) - \sum_{i=1}^k b_i y(nT-iT).$$

6. Επέστρεψε τους συντελεστές της εξίσωσης διαφορών  $a_i$  για  $0 \leq i \leq N$  και  $b_i$  για  $1 \leq i \leq N$  του ψηφιακού LTI συστήματος καθώς και την τιμή της απόκρισης  $y(N_0 T)$  του ψηφιακού LTI συστήματος στη χρονική στιγμή  $N_0 T$ , και τερμάτισε την εκτέλεση.

4) Αλγόριθμος σχεδιασμού μη αναδρομικού φίλτρου Doppler

**Περιγραφή:** Υπολογισμός της κρουστικής απόκρισης  $h(nT)$  για  $0 \leq n \leq N$  ενός βαθυπερατού μη αναδρομικού ψηφιακού φίλτρου, όπου  $N$  το μέγεθος του φίλτρου αυτού. Ο



σχεδιασμός βασίζεται στη μέθοδο των σειρών Fourier και χρησιμοποιεί το παράθυρο Kaiser.

**Είσοδοι:** Άνω συχνότητα ζώνης διάβασης  $f_L$ , κάτω συχνότητα ζώνης αποκοπής  $f_H$ , συχνότητα δειγματοληψίας  $f_S$ , μέγιστη επιτρεπτή απόσβεση ζώνης διάβασης  $A_P$  και ελάχιστη επιτρεπτή απόσβεση ζώνης αποκοπής  $A_S$ .

**Έξοδοι:** Μέγεθος  $N$  μη αναδρομικού φίλτρου και κρουστική απόκριση  $h(nT)$  για  $0 \leq n < N$  του φίλτρου αυτού.

1. Εκτέλεσε τις ακόλουθες πράξεις ( $\exp10(X)=10^X$ ):

$$f_M = (1/2)(f_L + f_H)$$

$$\delta_1 = \exp10(-0.05 \cdot A_S)$$

$$\delta_2 = (\exp10(0.05 \cdot A_P) -$$

$$1) / (\exp10(0.05 \cdot A_P) + 1)$$

$$\delta = \min(\delta_1, \delta_2)$$

$$A_a = -20 \log_{10}(\delta)$$

$$\alpha = \begin{cases} 0 & A_a \leq 21 \\ 0.5842 \cdot (A_a - 21)^{0.4} + 0.07886 \cdot (A_a - 21) & 21 < A_a \leq 50 \\ 0.1102 \cdot (A_a - 8.7) & A_a > 50 \end{cases}$$

$$D = \begin{cases} 0.9222 & A_a \leq 21 \\ (A_a - 7.95) / 14.36 & A_a > 21 \end{cases}$$

2. Ανάθεσε το μέγεθος  $N$  του μη αναδρομικού φίλτρου ως τον μικρότερο περιττό αριθμό που ικανοποιεί τη συνθήκη  $N \geq ((f_S)/(f_H - f_L))D + 1$ .

3. Υπολόγισε τη συνάρτηση του παραθύρου Kaiser  $w_k(nT)$  για  $-(N-1)/2 \leq n \leq (N-1)/2$  από τη σχέση  $w_k(nT) = I_0(\beta) / I_0(\alpha)$ , όπου  $\beta = \alpha(1 - ((2n)/(N-1))^2)^{1/2}$  και  $I_0(x)$  η μηδενικής τάξης αλλαγμένη συνάρτηση Bessel πρώτου είδους που υπολογίζεται από την

$$\text{ταχέως συγκλίνουσα σειρά } I_0(x) = 1 + \sum_{k=1}^{+\infty} ((1/k!) \cdot (x/2)^k)^2.$$

4. Υπολόγισε την κρουστική απόκριση  $h_I(nT)$  της ιδεατής απόκρισης συχνότητας

$$H_I(e^{j\omega T}) = \begin{cases} 1 & |\omega| \leq 2 \cdot \pi \cdot f_M \\ 0 & 2 \cdot \pi \cdot f_M < |\omega| \leq \pi \cdot f_S \end{cases}$$

για  $-(N-1)/2 \leq n \leq (N-1)/2$ . Αποδεικνύεται ότι η κρουστική απόκριση  $h_I(nT)$  δίνεται από τη σχέση  $h_I(nT) = 2 \cdot f_C \cdot T \cdot \text{sinc}(2 \cdot f_C \cdot nT)$ , όπου  $\text{sinc}(x) = \sin(\pi x)/(\pi x)$ .

5. Υπολόγισε την κρουστική απόκριση  $h(nT)$  του μη αναδρομικού φίλτρου για  $0 \leq n < N$  από τη σχέση  $h(nT) = w_k(nT - ((N-1)/2) \cdot T) \cdot h_I(nT - ((N-1)/2) \cdot T)$ .
6. Επέστρεψε το μέγεθος  $N$  του μη αναδρομικού φίλτρου καθώς και την κρουστική απόκριση  $h(nT)$  για  $0 \leq n < N$  του φίλτρου αυτού και τερμάτισε την εκτέλεση.

### 5) Αλγόριθμος σχεδιασμού αναδρομικού φίλτρου Doppler

**Περιγραφή:** Υπολογισμός των συντελεστών  $a_{ij}$ ,  $b_{ij}$  της απόκρισης συχνότητας

$$H(e^{j\omega T}) = \prod_{i=1}^r (a_{i2} \cdot e^{j2\omega T} + a_{i1} \cdot e^{j\omega T} + a_{i0}) / (b_{i2} \cdot e^{j2\omega T} + b_{i1} \cdot e^{j\omega T} + b_{i0}) \quad \text{ενός} \quad \text{βαθυπερατού}$$

ελλειπτικού αναδρομικού ψηφιακού φίλτρου για  $1 \leq i \leq r$  και  $0 \leq j \leq 2$ , όπου  $r = [(N+1)/2]$ ,  $[\cdot]$  ο τελεστής του ακέραιου μέρους και  $N$  το μέγεθος του φίλτρου αυτού. Ο σχεδιασμός βασίζεται στη μέθοδο του διγραμμικού μετασχηματισμού.

**Είσοδοι:** Άνω συχνότητα ζώνης διάβασης  $f_L$ , κάτω συχνότητα ζώνης αποκοπής  $f_H$ , συχνότητα δειγματοληψίας  $f_S$ , μέγιστη επιτρεπτή απόσβεση ζώνης διάβασης  $A_P$  και ελάχιστη επιτρεπτή απόσβεση ζώνης αποκοπής  $A_S$ .

**Έξοδοι:** Μέγεθος  $N$  αναδρομικού φίλτρου και συντελεστές  $a_{ij}$ ,  $b_{ij}$  για  $1 \leq i \leq r$  και  $0 \leq j \leq 2$  της απόκρισης συχνότητας  $H(e^{j\omega T})$  του φίλτρου αυτού.

1. Εκτέλεσε τις ακόλουθες πράξεις ( $\exp_{10}(X) = 10^X$ ):

$$\begin{aligned} k_0 &= \tan(\pi f_L / f_S) / \tan(\pi f_H / f_S) & k &= k_0 & \omega_P &= k_0^{1/2} \\ D &= (\exp_{10}(0.1 \cdot A_S) - 1) / (\exp_{10}(0.1 \cdot A_P) - 1) & k' &= (1 - k^2)^{1/2} \\ q_0 &= (1/2) \cdot ((1 - (k')^{1/2}) / (1 + (k')^{1/2})) & q &= q_0 + 2 \cdot q_0^5 + 15 \cdot q_0^9 + 150 \cdot q_0^{13}. \end{aligned}$$

2. Ανάθεσε το μέγεθος  $N$  του αναδρομικού φίλτρου ως τον μικρότερο φυσικό αριθμό που ικανοποιεί τη συνθήκη  $N \geq \log_{10}(16 \cdot D) / \log_{10}(1/q)$ .
3. Εκτέλεσε τις ακόλουθες πράξεις, όπου οι σειρές που παρουσιάζονται συγκλίνουν γρήγορα (συνήθως τέσσερις όροι είναι αρκετοί -  $\exp_{10}(X) = 10^X$ ):  

$$\lambda = (\omega_P / f_S) / (2 \tan(\pi f_L / f_S)) \quad \Lambda = (1/(2N)) \cdot \ln((\exp_{10}(0.05 \cdot A_P) + 1) / (\exp_{10}(0.05 \cdot A_P) - 1))$$

$$\sigma_0 = \left| \frac{2 \cdot q^{0.25} \cdot \sum_{m=0}^{+\infty} (-1)^m \cdot q^{m \cdot (m+1)} \cdot \sinh((2 \cdot m + 1) \cdot \Lambda)}{1 + 2 \cdot \sum_{m=1}^{+\infty} (-1)^m \cdot q^{m^2} \cdot \cosh(2 \cdot m \cdot \Lambda)} \right|$$

$$W = ((1+k \cdot \sigma_0^2) \cdot (1+\sigma_0^2/k))^{1/2} \quad r = \begin{cases} (N-1)/2 & N \text{ περιττός} \\ N/2 & N \text{ άρτιος} \end{cases}$$

4. Για  $1 \leq i \leq r$  εκτέλεσε τις ακόλουθες πράξεις:

$$\Omega_i = \frac{2 \cdot q^{0.25} \cdot \sum_{m=0}^{+\infty} (-1)^m \cdot q^{m \cdot (m+1)} \cdot \sin\left(\frac{(2 \cdot m + 1) \cdot \pi \cdot \mu}{N}\right)}{1 + 2 \cdot \sum_{m=1}^{+\infty} (-1)^m \cdot q^{m^2} \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot m \cdot \pi \cdot \mu}{N}\right)}$$

$$\text{όπου } \mu = \begin{cases} i & N \text{ περιττός} \\ i - 1/2 & N \text{ άρτιος} \end{cases}$$

$$V_i = ((1-k \cdot \Omega_i^2) \cdot (1-\Omega_i^2/k))^{1/2} \quad A_{i2}=1 \quad A_{i1}=0 \quad A_{i0}=\Omega_i^{-2} \\ B_{i2}=1 \quad B_{i1}=(2 \cdot \sigma_0 \cdot V_i)/(1+\sigma_0^2 \cdot \Omega_i^2) \quad B_{i0}=((\sigma_0 \cdot V_i)^2 + (\Omega_i \cdot W)^2)/(1+\sigma_0^2 \cdot \Omega_i^2)^2$$

5. Υπολόγισε την παράμετρο  $H_0$  από τον ακόλουθο τύπο:

$$H_0 = \begin{cases} \sigma_0 \cdot \prod_{i=1}^r B_{i0} / A_{i0} & N \text{ περιττός} \\ 10^{-0.05 \cdot A_p} \cdot \prod_{i=1}^r B_{i0} / A_{i0} & N \text{ άρτιος} \end{cases}$$

6. Αν το μέγεθος του αναδρομικού φίλτρου  $N$  είναι άρτιος αριθμός τότε για  $1 \leq i \leq r$  και  $0 \leq j \leq 2$  εκτέλεσε την ανάθεση  $A_{ij} = H_0^{(1/r)} \cdot A_{ij}$ . Αν όμως ο  $N$  είναι περιττός τότε εκτέλεσε τις αναθέσεις:

$$\begin{aligned} A_{(r+1)2} &= 0 & A_{(r+1)1} &= 0 & A_{(r+1)0} &= H_0 \\ B_{(r+1)2} &= 0 & B_{(r+1)1} &= 1 & B_{(r+1)0} &= \sigma_0 \\ r &= r+1 \end{aligned}$$

Έτσι υπολογίστηκαν οι συντελεστές  $A_{ij}$ ,  $B_{ij}$  για  $1 \leq i \leq r$  και  $0 \leq j \leq 2$  της απόκρισης συ-

χνότητας  $H_N(j\omega) = \prod_{i=1}^r (A_{i2} \cdot (j\omega)^2 + A_{i1} \cdot (j\omega) + A_{i0}) / (B_{i2} \cdot (j\omega)^2 + B_{i1} \cdot (j\omega) + B_{i0})$  του ισοδύ-

ναμου κανονικοποιημένου βαθυπερατού ελλειπτικού αναλογικού φίλτρου.

7. Για  $1 \leq i \leq r$  και  $0 \leq j \leq 2$  εκτέλεσε τις πράξεις  $A'_{ij} = \lambda^j \cdot A_{ij}$  και  $B'_{ij} = \lambda^j \cdot B_{ij}$ . Το αποτέλεσμα των παραπάνω πράξεων είναι ο υπολογισμός των συντελεστών  $A'_{ij}$ ,  $B'_{ij}$  της απόκρισης συχνότητας  $H_X(j\omega) = \prod_{i=1}^r (A'_{i2}(j\omega)^2 + A'_{i1}(j\omega) + A'_{i0}) / (B'_{i2}(j\omega)^2 + B'_{i1}(j\omega) + B'_{i0})$  του ισοδύναμου βαθυπερατού ελλειπτικού αναλογικού φίλτρου για  $1 \leq i \leq r$  και  $0 \leq j \leq 2$ .

8. Για  $1 \leq i \leq r$  εκτέλεσε τις πράξεις:

$$a_{i2} = T^2 \cdot A'_{i0} + 2 \cdot T \cdot A'_{i1} + 4 \cdot A'_{i2} \quad a_{i1} = 2 \cdot T^2 \cdot A'_{i0} - 8 \cdot A'_{i2} \quad a_{i0} = T^2 \cdot A'_{i0} - 2 \cdot T \cdot A'_{i1} + 4 \cdot A'_{i2}$$

$$b_{i2} = T^2 \cdot B'_{i0} + 2 \cdot T \cdot B'_{i1} + 4 \cdot B'_{i2} \quad b_{i1} = 2 \cdot T^2 \cdot B'_{i0} - 8 \cdot B'_{i2} \quad b_{i0} = T^2 \cdot B'_{i0} - 2 \cdot T \cdot B'_{i1} + 4 \cdot B'_{i2}$$

όπου  $T = 1/f_s$  η περίοδος δειγματοληψίας.

9. Επέστρεψε το μέγεθος  $N$  του φίλτρου καθώς και τους συντελεστές  $a_{ij}$ ,  $b_{ij}$  για  $1 \leq i \leq r$  και  $0 \leq j \leq 2$  της απόκρισης συχνότητας  $H(e^{j\omega T})$  του φίλτρου αυτού και τερμάτισε την εκτέλεση.

#### 6) Αλγόριθμος υπολογισμού καθυστέρησης ομάδας αναδρομικού φίλτρου

**Περιγραφή:** Υπολογισμός της καθυστέρησης ομάδας  $\tau_g(\omega)$  ενός αναδρομικού φίλτρου απόκρισης συχνότητας  $H(e^{j\omega T}) = \prod_{i=1}^r (a_{i2} \cdot e^{j2\omega T} + a_{i1} \cdot e^{j\omega T} + a_{i0}) / (b_{i2} \cdot e^{j2\omega T} + b_{i1} \cdot e^{j\omega T} + b_{i0})$  για μία οποιαδήποτε τιμή συχνότητας  $\omega_0$ .

**Είσοδοι:** Πλήθος διτετραγωνικών υποφίλτρων  $r$  του αναδρομικού φίλτρου, συντελεστές  $a_{ij}$ ,  $b_{ij}$  για  $1 \leq i \leq r$  και  $0 \leq j \leq 2$  της απόκρισης συχνότητας  $H(e^{j\omega T})$  του φίλτρου αυτού, περίοδος δειγματοληψίας  $T$  και συχνότητα υπολογισμού καθυστέρησης ομάδας  $\omega_0$ .

**Έξοδος:** Τιμή καθυστέρησης ομάδας  $\tau_g(\omega_0)$  του αναδρομικού φίλτρου.

1. Υπολόγισε τη γωνία  $\varphi$  από τη σχέση  $\varphi = \omega_0 \cdot T$ .

2. Για  $1 \leq i \leq r$  εκτέλεσε τις ακόλουθες πράξεις:

$$N'_i = a_{i2}^2 - a_{i0}^2 + a_{i1} \cdot (a_{i2} - a_{i0}) \cdot \cos(\varphi)$$

$$N_i = (a_{i2} - a_{i0})^2 + a_{i1}^2 + 2 \cdot a_{i1} \cdot (a_{i2} + a_{i0}) \cdot \cos(\varphi) + 4 \cdot a_{i2} \cdot a_{i0} \cdot \cos^2(\varphi)$$

$$D'_i = b_{i2}^2 - b_{i0}^2 + b_{i1} \cdot (b_{i2} - b_{i0}) \cdot \cos(\varphi)$$

$$D_i = (b_{i2} - b_{i0})^2 + b_{i1}^2 + 2 \cdot b_{i1} \cdot (b_{i2} + b_{i0}) \cdot \cos(\varphi) + 4 \cdot b_{i2} \cdot b_{i0} \cdot \cos^2(\varphi).$$

3. Υπολόγισε την καθυστέρηση ομάδας  $\tau_g(\omega_0)$  από την ακόλουθη σχέση:

$$\tau_g(\omega_0) = -T \cdot \sum_{i=1}^r (N'_i/N_i) + T \cdot \sum_{i=1}^r (D'_i/D_i).$$

4. Επέστρεψε την τιμή της καθυστέρησης ομάδας  $\tau_g(\omega_0)$  του αναδρομικού φίλτρου και τερμάτισε την εκτέλεση.

7) Αλγόριθμος υπολογισμού καθυστέρησης ομάδας ισοσταθμιστή φάσης

**Περιγραφή:** Υπολογισμός της καθυστέρησης ομάδας  $\tau_g(\omega)$  ενός ισοσταθμιστή φάσης απόκρισης συχνότητας  $H(e^{j\omega T}) = \prod_{i=1}^r (c_{0i}e^{j2\omega T} + c_{1i}e^{j\omega T} + 1) / (e^{j2\omega T} + c_{1i}e^{j\omega T} + c_{0i})$  για μία οποιαδήποτε τιμή συχνότητας  $\omega_0$ .

**Είσοδοι:** Πλήθος διτετραγωνικών υποφίλτρων  $r$  του ισοσταθμιστή φάσης, συντελεστές  $c_{ij}$  για  $0 \leq i \leq 1$  και  $1 \leq j \leq r$  της απόκρισης συχνότητας  $H(e^{j\omega T})$  του ισοσταθμιστή φάσης, περίοδος δειγματοληψίας  $T$  και συχνότητα υπολογισμού καθυστέρησης ομάδας  $\omega_0$ .

**Έξοδος:** Τιμή καθυστέρησης ομάδας  $\tau_g(\omega_0)$  του ισοσταθμιστή φάσης.

1. Υπολόγισε τη γωνία  $\varphi$  από τη σχέση  $\varphi = \omega_0 T$ .

2. Για  $1 \leq i \leq r$  εκτέλεσε τις ακόλουθες πράξεις:

$$C'_i = 1 - c_{0i}^2 + c_{1i}(1 - c_{0i})\cos(\varphi) \quad C_i = (1 - c_{0i})^2 + c_{1i}^2 + 2 \cdot c_{1i}(1 + c_{0i})\cos(\varphi) + 4 \cdot c_{0i}\cos^2(\varphi).$$

3. Υπολόγισε την καθυστέρηση ομάδας  $\tau_g(\omega_0)$  από την ακόλουθη σχέση:

$$\tau_g(\omega_0) = 2 \cdot T \cdot \sum_{i=1}^r (C'_i/C_i).$$

4. Επέστρεψε την τιμή της καθυστέρησης ομάδας  $\tau_g(\omega_0)$  του ισοσταθμιστή φάσης και τερμάτισε την εκτέλεση.

8) Αλγόριθμος υπολογισμού ελαχίστου συνάρτησης με τη μέθοδο μέγιστης κλίσεως

**Περιγραφή:** Εύρεση προσεγγιστικής λύσης  $\mathbf{x}_p = (x_{p1} \ x_{p2} \ \dots \ x_{pn})^T$  στο πρόβλημα ελαχιστοποίησης της τιμής μίας συνάρτησης  $g(\mathbf{x})$   $n$  μεταβλητών ( $\mathbf{x} = (x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n)^T$ ) δεδομένης μίας αρχικής προσέγγισης  $\mathbf{x}_0 = (x_{01} \ x_{02} \ \dots \ x_{0n})^T$ .

**Είσοδοι:** Συνάρτηση  $g(\mathbf{x})$ , κλίση συνάρτησης  $\nabla g(\mathbf{x})$ , πλήθος μεταβλητών  $n$ , μέγιστο σφάλμα προσέγγισης  $\text{tol}$  και μέγιστος αριθμός επαναλήψεων αλγορίθμου  $\text{iter}_{\max}$ .

**Έξοδος:** Προσεγγιστική λύση  $\mathbf{x}_p = (x_{p1} \ x_{p2} \ \dots \ x_{pn})^T$  ή μήνυμα αποτυχίας.

1. Εκτέλεσε τις αναθέσεις  $k=0$  και  $\mathbf{x}=\mathbf{x}_0$ .
2. Επαναλάμβανε συνεχώς τα βήματα 3 ως 15 εφόσον ισχύει η συνθήκη  $k \leq \text{iter}_{\max}$ .
3. Εκτέλεσε τις αναθέσεις:  $g_1 = g(\mathbf{x})$        $\mathbf{z} = \nabla g(\mathbf{x})$        $z_0 = \left( \sum_{i=1}^n z_i^2 \right)^{1/2}$ .
4. Αν ισχύει η συνθήκη  $z_0 = 0$  τότε επέστρεψε το διάνυσμα  $\mathbf{x}$  καθώς επίσης και το μήνυμα "μηδενική λύση, πιθανό ελάχιστο" και τερμάτισε την εκτέλεση.
5. Εκτέλεσε τις πράξεις:  
 $\mathbf{z} = \mathbf{z}_0^{-1} \cdot \mathbf{z}$        $a_1 = 0$        $a_3 = 1$        $g_3 = g(\mathbf{x} - a_3 \cdot \mathbf{z})$ .
6. Επαναλάμβανε συνεχώς τα βήματα 7 ως 8 εφόσον ισχύει η συνθήκη  $|g_3| \geq |g_1|$ .
7. Εκτέλεσε τις αναθέσεις:       $a_3 = a_3/2$        $g_3 = g(\mathbf{x} - a_3 \cdot \mathbf{z})$ .
8. Αν ισχύει η συνθήκη  $a_3 < \text{tol}/2$  τότε επέστρεψε το διάνυσμα  $\mathbf{x}$  καθώς επίσης και το μήνυμα "όχι πιθανή βελτίωση, πιθανό ελάχιστο" και τερμάτισε την εκτέλεση.
9. Εκτέλεσε τις αναθέσεις:       $a_2 = a_3/2$        $g_2 = g(\mathbf{x} - a_2 \cdot \mathbf{z})$ .
10. Υπολόγισε τις παραμέτρους:  
 $h_1 = (g_2 - g_1)/a_2$        $h_2 = (g_3 - g_2)/(a_3 - a_2)$        $h_3 = (h_2 - h_1)/a_3$ .
11. Εκτέλεσε τις πράξεις:       $a_0 = 0.5 \cdot (a_2 - h_1/h_3)$        $g_0 = g(\mathbf{x} - a_0 \cdot \mathbf{z})$ .

12. Αν ισχύει η συνθήκη  $g_0 < g_3$  τότε εκτέλεσε τις αναθέσεις  $a=a_0$  και  $g=g_0$ . Σε διαφορετική περίπτωση εκτέλεσε τις αναθέσεις  $a=a_3$  και  $g=g_3$ .
13. Ενημέρωσε τη λύση του προβλήματος  $x$  εκτελώντας την ανάθεση  $x=x-a \cdot z$ .
14. Αν ικανοποιείται η συνθήκη  $|g-g_1| < tol$  τότε επέστρεψε το διάνυσμα  $x$  και τερμάτισε την εκτέλεση.
15. Ενημέρωσε το μετρητή επαναλήψεων  $k$  εκτελώντας την ανάθεση  $k=k+1$ .
16. Επέστρεψε το διάνυσμα  $x$  καθώς επίσης και το μήνυμα "ο αριθμός των επαναλήψεων του αλγορίθμου ξεπέρασε το μέγιστο επιτρεπτό όριο" και τερμάτισε την εκτέλεση.

9) Αλγόριθμος minimax ελάχιστης τάξης νόρμας

**Περιγραφή:** Εύρεση κατάλληλου παραμετρικού διανύσματος  $x=(x_1 \ x_2 \ . \ . \ . \ x_n)^T$  έτσι ώστε να ελαχιστοποιείται η μέγιστη απόλυτη τιμή της συνάρτησης σφάλματος  $e(x, \omega)$  - δίνεται ως η διαφορά μίας επιθυμητής συνάρτησης  $M_0(\omega)$  από την υπό σχεδιασμό συνάρτηση  $M(x, \omega)$  - δεδομένης μίας αρχικής προσέγγισης  $x_0$ . Η ελαχιστοποίηση πραγματοποιείται σε ένα πεδίο ορισμού  $[\omega_L, \omega_H]$  της συχνότητας  $\omega$ .

**Είσοδοι:** Συνάρτηση σφάλματος  $e(x, \omega)$ , κλίση συνάρτησης σφάλματος  $\nabla e(x, \omega)$ , αρχική προσέγγιση παραμετρικού διανύσματος  $x_0$ , μέγιστη επιτρεπτή τιμή απόλυτου σφάλματος  $\varepsilon$ , όρια  $\omega_L$  και  $\omega_H$  πεδίου ορισμού συχνότητας  $\omega$ , και πλήθος διακριτών τιμών  $k$  εντός του πεδίου ορισμού της συχνότητας  $\omega$  που χρησιμοποιούνται από τον αλγόριθμο.

**Έξοδοι:** Παραμετρικό διάνυσμα  $x_p=(x_{p1}, x_{p2}, . \ . \ . \ x_{pn})^T$  ελαχιστοποίησης απόλυτης τιμής μέγιστου σφάλματος και απόλυτη τιμή μέγιστου σφάλματος  $E_{max}$ , ή μήνυμα αποτυχίας.

1. Αν ισχύει η συνθήκη  $k \leq 1$  τότε επέστρεψε το μήνυμα "μη επιτρεπτό πλήθος διακριτών τιμών εντός του πεδίου ορισμού της συχνότητας" και τερμάτισε την εκτέλεση.
2. Εκτέλεσε τις αναθέσεις:  $m=1$   $p=2$   $\mu=2$   $E_0=+\infty$ .

3. Για  $1 \leq i \leq k$  υπολόγισε τη διακριτή τιμή συχνότητας  $\omega_i = \omega_L + ((i-1)/(k-1))(\omega_H - \omega_L)$ .
4. Χρησιμοποιώντας το διάνυσμα  $\mathbf{x}_{m-1}$  ως αρχική τιμή ελαχιστοποίησε τη συνάρτηση

$$\Psi(\mathbf{x}) = E(\mathbf{x}) \cdot \left\{ \sum_{i=1}^k \left[ \frac{|e(\mathbf{x}, \omega_i)|}{E(\mathbf{x})} \right]^p \right\}^{1/p}, \text{ όπου } E(\mathbf{x}) = \max_{1 \leq i \leq k} |e(\mathbf{x}, \omega_i)|, \text{ ως προς το πα-}$$

ραμετρικό διάνυσμα  $\mathbf{x}$  για την εύρεση του νέου παραμετρικού διανύσματος  $\mathbf{x}_m$ . Η ελαχιστοποίηση επιτυγχάνεται με τη βοήθεια της μεθόδου μέγιστης κλίσεως. Η κλίση της συνάρτησης  $\Psi(\mathbf{x})$ , δηλαδή η  $\nabla \Psi(\mathbf{x})$ , δίνεται από την ακόλουθη έκφραση:

$$\nabla \Psi(\mathbf{x}) = \left\{ \sum_{i=1}^k \left[ \frac{|e(\mathbf{x}, \omega_i)|}{E(\mathbf{x})} \right]^p \right\}^{\left(\frac{1}{p}\right)-1} \cdot \sum_{i=1}^k \left[ \frac{|e(\mathbf{x}, \omega_i)|}{E(\mathbf{x})} \right]^{p-1} \cdot \text{sgn}(e(\mathbf{x}, \omega_i)) \cdot \nabla e(\mathbf{x}, \omega_i)$$

$$\text{όπου } \text{sgn}(x) = \begin{cases} +1 & x \geq 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases} \text{ και } E(\mathbf{x}) = \max_{1 \leq i \leq k} |e(\mathbf{x}, \omega_i)|.$$

5. Εκτέλεσε την ανάθεση  $E_m = E(\mathbf{x}_m)$  όπου  $E(\mathbf{x}_m) = \max_{1 \leq i \leq k} |e(\mathbf{x}_m, \omega_i)|$ .
6. Αν ισχύει η συνθήκη  $|E_{m-1} - E_m| \geq \varepsilon$  τότε εκτέλεσε τις αναθέσεις  $p = \mu p$ ,  $m = m+1$  και πήγαινε στο βήμα 4.
7. Εκτέλεσε τις αναθέσεις:  $\mathbf{x}_p = \mathbf{x}_m$   $E_{\max} = E_m$ .
8. Επέστρεψε το παραμετρικό διάνυσμα  $\mathbf{x}_p = (x_{p1}, x_{p2}, \dots, x_{pn})^T$  ελαχιστοποίησης της απόλυτης τιμής του μέγιστου σφάλματος καθώς και την απόλυτη τιμή του μέγιστου σφάλματος  $E_{\max}$  και τερμάτισε την εκτέλεση.

#### 10) Αλγόριθμος ελέγχου ευστάθειας ισοσταθμιστή φάσης

**Περιγραφή:** Έλεγχος ευστάθειας ενός ισοσταθμιστή φάσης με απόκριση συχνότητας

$$H(e^{j\omega T}) = \prod_{i=1}^r (c_{0i} e^{j2\omega T} + c_{1i} e^{j\omega T} + 1) / (e^{j2\omega T} + c_{1i} e^{j\omega T} + c_{0i}).$$



**Είσοδοι:** Πλήθος διτετραγωνικών υποφίλτρων  $r$  του ισοσταθμιστή φάσης και συντελεστές  $c_{ij}$  για  $0 \leq i \leq 1$  και  $1 \leq j \leq r$  της απόκρισης συχνότητας  $H(e^{j\omega T})$  του ισοσταθμιστή αυτού.

**Έξοδος:** Μήνυμα ευστάθειας ή αστάθειας του ισοσταθμιστή φάσης.

1. Εκτέλεσε την ανάθεση  $i=1$ .
2. Αν τουλάχιστον μία από τις συνθήκες  $c_{0i} < 1$ ,  $c_{1i} - c_{0i} < 1$  και  $c_{1i} + c_{0i} > -1$  δεν ισχύει τότε πήγαινε στο βήμα 5.
3. Εκτέλεσε την ανάθεση  $i=i+1$ .
4. Αν  $i > r$  τότε επέστρεψε το μήνυμα "ο ισοσταθμιστής φάσης είναι ευσταθής" και τερμάτισε την εκτέλεση. Σε διαφορετική περίπτωση πήγαινε στο βήμα 2.
5. Επέστρεψε το μήνυμα "ο ισοσταθμιστής φάσης είναι ασταθής" και τερμάτισε την εκτέλεση.

#### 11) Αλγόριθμος σχεδιασμού ισοσταθμιστή φάσης καθορισμένου μεγέθους

**Περιγραφή:** Εύρεση διανύσματος συντελεστών  $\mathbf{c}_p = (c_{01} \ c_{11} \ . \ . \ . \ c_{0r} \ c_{1r})^T$  απόκρισης

συχνότητας  $H_E(e^{j\omega T}) = \prod_{i=1}^r (c_{0i} e^{j2\omega T} + c_{1i} e^{j\omega T} + 1) / (e^{j2\omega T} + c_{1i} e^{j\omega T} + c_{0i})$  ισοσταθμιστή φάσης μεγέθους  $N_E = 2r$ . Τα δεδομένα του αλγορίθμου αυτού είναι η απόκριση συχνότητας

$H_F(e^{j\omega T}) = \prod_{i=1}^m (a_{i2} e^{j2\omega T} + a_{i1} e^{j\omega T} + a_{i0}) / (b_{i2} e^{j2\omega T} + b_{i1} e^{j\omega T} + b_{i0})$  του συνεργαζόμενου με τον

ισοσταθμιστή φάσης αναδρομικού φίλτρου και μία αρχική προσέγγιση  $\mathbf{c}_0$  του διανύσματος συντελεστών του ισοσταθμιστή φάσης.

**Είσοδοι:** Πλήθος διτετραγωνικών υποφίλτρων  $m$  του συνεργαζόμενου αναδρομικού φίλτρου, συντελεστές  $a_{ij}$  και  $b_{ij}$  για  $1 \leq i \leq m$  και  $0 \leq j \leq 2$  της απόκρισης συχνότητας  $H_F(e^{j\omega T})$  του φίλτρου αυτού, πλήθος διτετραγωνικών υποφίλτρων  $r$  του ισοσταθμιστή φάσης, συντελεστές  $c_{ij}$  για  $0 \leq i \leq 1$  και  $1 \leq j \leq r$  της απόκρισης συχνότητας  $H_E(e^{j\omega T})$  του ισοσταθμιστή αυτού, άνω συχνότητα ζώνης διάβασης  $f_L$  του αναδρομικού φίλτρου, περίοδος δειγματοληψίας  $T$ , αρχική προσέγγιση συντελεστών ισοσταθμιστή φάσης  $\mathbf{c}_0$ ,

μέγιστη επιτρεπτή τιμή απολύτου σφάλματος καθυστέρησης ομάδας  $\varepsilon$  και πλήθος διακριτών τιμών  $k$  εντός του πεδίου ορισμού  $[-\omega_p/2, \omega_p/2]$ , όπου  $\omega_p=2\pi f_L$ , της συχνότητας  $\omega$  που χρησιμοποιούνται από τον αλγόριθμο minimax.

**Έξοδοι:** Διάνυσμα συντελεστών  $\mathbf{c}_p=(c_{01} \ c_{11} \ . \ . \ . \ c_{0r} \ c_{1r})^T$  ισοσταθμιστή φάσης μεγέθους  $N_E=2r$  και σχετική παραμόρφωση φάσης  $Q$  του συστήματος αναδρομικού φίλτρου - ισοσταθμιστή φάσης (εφόσον ο ισοσταθμιστής φάσης είναι ευσταθής), καθώς και μήνυμα ευστάθειας ή αστάθειας του ισοσταθμιστή φάσης.

1. Κατασκεύασε την έκφραση της καθυστέρησης ομάδας  $\tau_F(\omega)$  του συνεργαζόμενου με τον ισοσταθμιστή φάσης αναδρομικού φίλτρου από τους συντελεστές  $a_{ij}$  και  $b_{ij}$  για  $1 \leq i \leq m$  και  $0 \leq j \leq 2$ .
2. Κατασκεύασε την έκφραση της καθυστέρησης ομάδας  $\tau_E(\mathbf{c}, \omega)$  του ισοσταθμιστή φάσης από το διάνυσμα συντελεστών  $\mathbf{c}=(c_{01} \ c_{11} \ . \ . \ . \ c_{0r} \ c_{1r})^T$  του ισοσταθμιστή φάσης.
3. Υπολόγισε την έκφραση της καθυστέρησης ομάδας  $\tau_{FE}(\mathbf{c}, \omega)$  του συστήματος αναδρομικού φίλτρου-ισοσταθμιστή φάσης από τον τύπο  $\tau_{FE}(\mathbf{c}, \omega)=\tau_F(\omega)+\tau_E(\mathbf{c}, \omega)$ .
4. Εκτέλεσε τους ακόλουθους υπολογισμούς:

$$\tau_{\min} = \min_{|\omega| \leq \omega_p} (\tau_{FE}(\mathbf{c}, \omega)) \quad \tau_{\max} = \max_{|\omega| \leq \omega_p} (\tau_{FE}(\mathbf{c}, \omega)) \quad \tau_{\text{avg}} = (1/2)(\tau_{\min} + \tau_{\max})$$

όπου  $\omega_p=2\pi f_L$ .

5. Αν ισχύει η συνθήκη  $r=1$  τότε εκτέλεσε την ανάθεση  $\tau_0=1.5(\tau_{\text{avg}}/T)$ . Σε διαφορετική περίπτωση εκτέλεσε την ανάθεση  $\tau_0=\tau_{\text{avg}}/T$ .
6. Κατασκεύασε το παραμετρικό διάνυσμα  $\mathbf{x}_0=(\mathbf{c}^T \ \tau_0)^T$ .
7. Υπολόγισε την έκφραση της συνάρτησης σφάλματος  $e(\mathbf{x}, \omega)$  για οποιοδήποτε παραμετρικό διάνυσμα  $\mathbf{x}=(\mathbf{c}^T \ \tau)^T$  από τον τύπο  $e(\mathbf{x}, \omega)=(1/T)\tau_{FE}(\mathbf{c}, \omega)-\tau$ .
8. Υπολόγισε την έκφραση της κλίσης της συνάρτησης σφάλματος  $\nabla e(\mathbf{x}, \omega)=(\partial e(\mathbf{x}, \omega)/\partial c_{01} \ \partial e(\mathbf{x}, \omega)/\partial c_{11} \ . \ . \ . \ \partial e(\mathbf{x}, \omega)/\partial c_{0r} \ \partial e(\mathbf{x}, \omega)/\partial c_{1r} \ \partial e(\mathbf{x}, \omega)/\partial \tau)^T$  για οποιοδήποτε παραμετρικό διάνυσμα  $\mathbf{x}=(\mathbf{c}^T \ \tau)^T$  με τη βοήθεια των ακόλουθων σχέσεων:

$$\partial e(\mathbf{x}, \omega)/\partial c_{0i} = (U_{0i} + U_{1i} \cos(\omega \cdot T) + U_{2i} \cos^2(\omega \cdot T) + U_{3i} \cos^3(\omega \cdot T)) / (C_i(\omega))^2$$

$$\partial e(\mathbf{x}, \omega)/\partial c_{1i} = (V_{0i} + V_{1i} \cos(\omega \cdot T) + V_{2i} \cos^2(\omega \cdot T) + V_{3i} \cos^3(\omega \cdot T)) / (C_i(\omega))^2$$

$\partial e(\mathbf{x}, \omega)/\partial \tau = -1$ , όπου:

$$U_{0i} = 4 \cdot ((1 - c_{0i})^2 - c_{0i} \cdot c_{1i}^2)$$

$$U_{1i} = -2 \cdot c_{1i} \cdot (1 + 6 \cdot c_{0i} + c_{0i}^2 + c_{1i}^2)$$

$$U_{2i} = -8 \cdot (1 + c_{0i}^2 + c_{1i}^2)$$

$$U_{3i} = -8 \cdot c_{1i}$$

$$V_{0i} = -4 \cdot c_{1i} \cdot (1 - c_{0i}) \cdot (1 + c_{0i})$$

$$V_{1i} = -2 \cdot (1 - c_{0i}) \cdot (1 + 6 \cdot c_{0i} + c_{0i}^2 + c_{1i}^2)$$

$$V_{2i} = 0$$

$$V_{3i} = 8 \cdot (1 - c_{0i}) \cdot c_{0i}$$

$$C_i(\omega) = (1 - c_{0i})^2 + c_{1i}^2 + 2 \cdot c_{1i} \cdot (1 + c_{0i}) \cdot \cos(\omega \cdot T) + 4 \cdot c_{0i} \cdot \cos^2(\omega \cdot T).$$

9. Υπολόγισε το κατάλληλο παραμετρικό διάνυσμα  $\mathbf{x}_p = (\mathbf{c}_p^T \ \tau_p)^T$  το οποίο ελαχιστοποιεί τη συνάρτηση σφάλματος  $e(\mathbf{x}, \omega)$  χρησιμοποιώντας τον αλγόριθμο minimax. Είσοδοι του αλγορίθμου minimax είναι η έκφραση της συνάρτησης σφάλματος  $e(\mathbf{x}, \omega)$ , η έκφραση της κλίσης της συνάρτησης σφάλματος  $\nabla e(\mathbf{x}, \omega)$ , η αρχική προσέγγιση  $\mathbf{x}_0$  του παραμετρικού διανύσματος, τα όρια του πεδίου ορισμού συχνότητας  $-\omega_p = -2 \cdot \pi \cdot f_L$  και  $\omega_p = 2 \cdot \pi \cdot f_L$ , η μέγιστη επιτρεπτή τιμή του απολύτου σφάλματος  $\varepsilon$  και το πλήθος διακριτών τιμών  $k$  εντός του πεδίου ορισμού της συχνότητας  $\omega$ .

10. Έλεγχε αν ο ισοσταθμιστής φάσης που προέκυψε με διάνυσμα συντελεστών  $\mathbf{c}_p$  είναι ασταθής. Αν ο ισοσταθμιστής φάσης είναι πράγματι ασταθής τότε επέστρεψε το μήνυμα "ο ισοσταθμιστής φάσης είναι ασταθής" και τερμάτισε την εκτέλεση.

11. Υπολόγισε τη σχετική παραμόρφωση φάσης  $Q$  του συστήματος αναδρομικού φίλτρου - ισοσταθμιστή φάσης σε ποσοστιαία βάση από τις ακόλουθες σχέσεις:

$$\tau_{\min} = \min_{|\omega| \leq \omega_p} (\tau_{FE}(\mathbf{c}_p, \omega)) \quad \tau_{\max} = \max_{|\omega| \leq \omega_p} (\tau_{FE}(\mathbf{c}_p, \omega)) \quad \tau_{\text{avg}} = (1/2) \cdot (\tau_{\min} + \tau_{\max})$$

$$Q = 100 \cdot (\tau_{\max} - \tau_{\min}) / (2 \cdot \tau_{\text{avg}}), \text{ όπου } \omega_p = 2 \cdot \pi \cdot f_L.$$

12. Επέστρεψε το διάνυσμα συντελεστών  $\mathbf{c}_p = (c_{01} \ c_{11} \ \dots \ c_{0r} \ c_{1r})^T$  του ισοσταθμιστή φάσης μεγέθους  $N_E = 2r$ , τη σχετική παραμόρφωση φάσης  $Q$  του συστήματος αναδρομικού φίλτρου - ισοσταθμιστή φάσης καθώς και το μήνυμα "ο ισοσταθμιστής φάσης είναι ευσταθής" και τερμάτισε την εκτέλεση.

12) Αλγόριθμος σχεδιασμού ισοσταθμιστή φάσης

**Περιγραφή:** Εύρεση μεγέθους  $N_E=2r$  και διανύσματος συντελεστών  $\mathbf{c}_p=(c_{01} \ c_{11} \ . \ . \ .$

$c_{0r} \ c_{1r})^T$  της απόκρισης συχνότητας  $H_E(e^{j\omega T}) = \prod_{i=1}^r (c_{0i}e^{j2\omega T} + c_{1i}e^{j\omega T} + 1)/(e^{j2\omega T} + c_{1i}e^{j\omega T} + c_{0i})$  ενός ισοσταθμιστή φάσης. Ο ισοσταθμιστής φάσης σχεδιάζεται κατά τέτοιο τρόπο ώστε να συνεργάζεται με ένα βαθυπερατό αναδρομικό φίλτρο απόκρισης συχνότητας  $H_F(e^{j\omega T}) = \prod_{i=1}^m (a_{i2}e^{j2\omega T} + a_{i1}e^{j\omega T} + a_{i0})/(b_{i2}e^{j2\omega T} + b_{i1}e^{j\omega T} + b_{i0})$  για την δημιουργία τελικά ενός συστήματος αναδρομικού φίλτρου - ισοσταθμιστή φάσης που θα λειτουργεί ως ψηφιακό φίλτρο Doppler.

**Είσοδοι:** Πλήθος διτετραγωνικών υποφίλτρων  $m$  του συνεργαζόμενου αναδρομικού φίλτρου, συντελεστές  $a_{ij}$  και  $b_{ij}$  για  $1 \leq i \leq m$  και  $0 \leq j \leq 2$  της απόκρισης συχνότητας  $H_F(e^{j\omega T})$  του φίλτρου αυτού, πλήθος διτετραγωνικών υποφίλτρων  $r$  του ισοσταθμιστή φάσης, συντελεστές  $c_{ij}$  για  $0 \leq i \leq 1$  και  $1 \leq j \leq r$  της απόκρισης συχνότητας  $H_E(e^{j\omega T})$  του ισοσταθμιστή αυτού, άνω συχνότητα ζώνης διάβασης  $f_L$  του αναδρομικού φίλτρου, περίοδος δειγματοληψίας  $T$ , μέγιστη σχετική παραμόρφωση φάσης  $Q$  του συστήματος αναδρομικού φίλτρου - ισοσταθμιστή φάσης, μικρή θετική πραγματική σταθερά  $\varepsilon_1$ , μέγιστη επιτρεπτή τιμή απόλυτου σφάλματος καθυστέρησης ομάδας  $\varepsilon$  και πλήθος διακριτών τιμών  $k$  εντός του πεδίου ορισμού  $[-\omega_p/2, \omega_p/2]$ , όπου  $\omega_p=2\pi f_L$ , της συχνότητας  $\omega$  που χρησιμοποιούνται από τον αλγόριθμο minimax.

**Έξοδοι:** Μέγεθος ισοσταθμιστή φάσης  $N_E=2r$  και διάνυσμα συντελεστών  $\mathbf{c}_p=(c_{01} \ c_{11} \ . \ . \ . \ c_{0r} \ c_{1r})^T$  του ισοσταθμιστή αυτού, ή μήνυμα αποτυχίας.

1. Εκτέλεσε τις αναθέσεις:  $r=1$   $l=1$   $\mathbf{c}_{01}=(0.3 \ -0.3)^T$ .
2. Εκτέλεσε τον αλγόριθμο σχεδιασμού ισοσταθμιστή φάσης μεγέθους  $N_E=2r$  με αρχική προσέγγιση παραμετρικού διανύσματος το  $\mathbf{c}_{01}$ . Υπολόγισε τα αποτελέσματα του παραμετρικού διανύσματος  $\mathbf{c}_{p1}$  και της σχετικής παραμόρφωσης φάσης  $Q_1$  εφόσον βέβαια ο ισοσταθμιστής φάσης που μόλις προέκυψε από τη διαδικασία του σχεδιασμού είναι ευσταθής.

3. Αν ο ισοσταθμιστής φάσης που μόλις σχεδιάστηκε είναι ευσταθής και ισχύει η συνθήκη  $Q_1 \leq Q$  τότε επέστρεψε το μέγεθος  $N_E=2r$  και το διάνυσμα συντελεστών  $c_{p1}$  του ισοσταθμιστή φάσης και τερμάτισε την εκτέλεση.
4. Αν ο ισοσταθμιστής φάσης που μόλις σχεδιάστηκε είναι ευσταθής και ισχύει η συνθήκη  $Q_1 > Q$  τότε πήγαινε στο βήμα 8.
5. Εκτέλεσε την ανάθεση  $l=l+1$ .
6. Αν ισχύει η συνθήκη  $l > 12$  τότε επέστρεψε το μήνυμα "ο ισοσταθμιστής φάσης δε μπορεί να σχεδιαστεί" και τερμάτισε την εκτέλεση. Σε διαφορετική περίπτωση εκτέλεσε την ανάθεση που αντιστοιχεί στην τιμή του μετρητή επαναλήψεων  $l$ :  
 $l=2 \Rightarrow c_{01}=(0.7 \ -0.7)^T$        $l=3 \Rightarrow c_{01}=(0.7 \ -1.3)^T$        $l=4 \Rightarrow c_{01}=(-0.3 \ -0.3)^T$   
 $l=5 \Rightarrow c_{01}=(0.25 \ -0.50)^T$        $l=6 \Rightarrow c_{01}=(0.50 \ -0.75)^T$        $l=7 \Rightarrow c_{01}=(0.50 \ -1.25)^T$   
 $l=8 \Rightarrow c_{01}=(-0.25 \ -0.50)^T$        $l=9 \Rightarrow c_{01}=(0.50 \ -0.25)^T$        $l=10 \Rightarrow c_{01}=(0.75 \ -0.50)^T$   
 $l=11 \Rightarrow c_{01}=(0.75 \ -1.50)^T$        $l=12 \Rightarrow c_{01}=(-0.50 \ -0.25)^T$ .
7. Πήγαινε στο βήμα 2.
8. Εκτέλεσε τις αναθέσεις:  $r=r+1$        $l=1$        $k_{12}=(1-\varepsilon_1 \ 1-\varepsilon_1)^T$ .
9. Εκτέλεσε τις αναθέσεις  $c_{12}=k_{12} \otimes c_{p1}$  και  $c_{02}=(c_{p1}^T \ c_{12}^T)^T$ . Η πράξη  $\otimes$  ορίζεται ως το γινόμενο δύο πινάκων ιδίων διαστάσεων στοιχείο με στοιχείο.
10. Εκτέλεσε τον αλγόριθμο σχεδιασμού ισοσταθμιστή φάσης μεγέθους  $N_E=2r$  με αρχική προσέγγιση παραμετρικού διανύσματος το  $c_{02}$ . Υπολόγισε τα αποτελέσματα του παραμετρικού διανύσματος  $c_{p2}$  και της σχετικής παραμόρφωσης φάσης  $Q_2$  εφόσον βέβαια ο ισοσταθμιστής φάσης που μόλις σχεδιάστηκε είναι ευσταθής.
11. Αν ο ισοσταθμιστής φάσης που μόλις σχεδιάστηκε είναι ευσταθής και ισχύουν οι συνθήκες  $Q_2 < Q_1$  και  $Q_2 \leq Q$  τότε επέστρεψε το μέγεθος  $N_E=2r$  και το διάνυσμα συντελεστών  $c_{p1}$  του ισοσταθμιστή φάσης και τερμάτισε την εκτέλεση.
12. Αν ο ισοσταθμιστής φάσης που μόλις σχεδιάστηκε είναι ευσταθής και ισχύουν οι συνθήκες  $Q_2 < Q_1$  και  $Q_2 > Q$  τότε πήγαινε στο βήμα 16.

13. Εκτέλεσε την ανάθεση  $l=l+1$ .
14. Αν ισχύει η συνθήκη  $l>4$  τότε επέστρεψε το μήνυμα "ο ισοσταθμιστής φάσης δε μπορεί να σχεδιαστεί" και τερμάτισε την εκτέλεση. Σε διαφορετική περίπτωση εκτέλεσε την ανάθεση που αντιστοιχεί στην τιμή του μετρητή επαναλήψεων  $l$ :
- $$l=2 \Rightarrow \mathbf{k}_{l2}=(1+\varepsilon_1 \ 1-\varepsilon_1)^T \quad l=3 \Rightarrow \mathbf{k}_{l2}=(1+\varepsilon_1 \ 1+\varepsilon_1)^T \quad l=4 \Rightarrow \mathbf{k}_{l2}=(1-\varepsilon_1 \ 1+\varepsilon_1)^T.$$
15. Πήγαινε στο βήμα 9.
16. Εκτέλεσε τις αναθέσεις:
- $$r=r+1 \quad l=1$$
- $$c_{0\min} = \min_{1 \leq i \leq (k-1)} (\mathbf{c}_{P(r-1)})_{0i} \quad c_{0\max} = \max_{1 \leq i \leq (k-1)} (\mathbf{c}_{P(r-1)})_{0i}$$
- $$c_{1\min} = \min_{1 \leq i \leq (k-1)} (\mathbf{c}_{P(r-1)})_{1i} \quad c_{1\max} = \max_{1 \leq i \leq (k-1)} (\mathbf{c}_{P(r-1)})_{1i}$$
- $$c_{0\text{avg}}=(1/2)(c_{0\min}+c_{0\max}) \quad c_{1\text{avg}}=(1/2)(c_{1\min}+c_{1\max}) \quad \mathbf{c}_{1r}=(c_{0\text{avg}} \ c_{1\text{avg}})^T.$$
17. Εκτέλεσε την ανάθεση  $\mathbf{c}_{0r}=(\mathbf{c}_{P(r-1)}^T \ \mathbf{c}_{1r}^T)^T$ .
18. Εκτέλεσε τον αλγόριθμο σχεδιασμού ισοσταθμιστή φάσης μεγέθους  $N_E=2r$  με αρχική προσέγγιση παραμετρικού διανύσματος το  $\mathbf{c}_{0r}$ . Υπολόγισε τα αποτελέσματα του παραμετρικού διανύσματος  $\mathbf{c}_{Pr}$  και της σχετικής παραμόρφωσης φάσης  $Q_r$  εφόσον βέβαια ο ισοσταθμιστής φάσης που μόλις σχεδιάστηκε είναι ευσταθής.
19. Αν ο ισοσταθμιστής φάσης που μόλις σχεδιάστηκε είναι ευσταθής και ισχύουν οι συνθήκες  $Q_r < Q_{r-1}$  και  $Q_r \leq Q$  τότε επέστρεψε το μέγεθος  $N_E=2r$  και το διάνυσμα συντελεστών  $\mathbf{c}_{Pr}$  του ισοσταθμιστή φάσης και τερμάτισε την εκτέλεση.
20. Αν ο ισοσταθμιστής φάσης που μόλις σχεδιάστηκε είναι ευσταθής και ισχύουν οι συνθήκες  $Q_r < Q_{r-1}$  και  $Q_r > Q$  τότε πήγαινε στο βήμα 16.
21. Εκτέλεσε την ανάθεση  $l=l+1$ .
22. Αν ισχύει η συνθήκη  $l>5$  τότε επέστρεψε το μήνυμα "ο ισοσταθμιστής φάσης δε μπορεί να σχεδιαστεί" και τερμάτισε την εκτέλεση. Σε διαφορετική περίπτωση εκτέλεσε την ανάθεση που αντιστοιχεί στην τιμή του μετρητή επαναλήψεων  $l$ :
- $$l=2 \Rightarrow \mathbf{c}_{1r}=(c_{0\min} \ c_{1\min})^T \quad l=3 \Rightarrow \mathbf{c}_{1r}=(c_{0\max} \ c_{1\min})^T \quad l=4 \Rightarrow \mathbf{c}_{1r}=(c_{0\max} \ c_{1\max})^T$$
- $$l=5 \Rightarrow \mathbf{c}_{1r}=(c_{0\min} \ c_{1\max})^T.$$

23. Πήγαινε στο βήμα 17.

### D.3 Αλγόριθμοι σχεδιασμού και σύνθεσης φίλτρου IF

#### 1) Αλγόριθμος συνέλιξης δύο αναλογικών σημάτων με τη βοήθεια των FFT / IFFT

**Περιγραφή:** Εύρεση της έκφρασης της συνέλιξης δύο αναλογικών σημάτων  $x_1(t)$  και  $x_2(t)$  στο πεδίο ορισμού  $[t_L, t_H]$ . Για  $1 \leq i \leq 2$  το αναλογικό σήμα  $x_i(t)$  θα πρέπει να ικανοποιεί τις συνθήκες  $x_i(t) \approx 0$  για  $t < t_L$  και  $t \geq t_H$ , και  $X_i(j\omega) = 0$  για  $|\omega| \geq \pi f_s$ , όπου  $X_i(j\omega)$  ο μετασχηματισμός Fourier του σήματος  $x_i(t)$  και  $f_s$  η συχνότητα δειγματοληψίας του σήματος  $x_i(t)$  κατά τον υπολογισμό της συνέλιξης.

**Είσοδοι:** Εκφράσεις αναλογικών σημάτων  $x_i(t)$  για  $1 \leq i \leq 2$ , όρια πεδίου ορισμού αναλογικών σημάτων εισόδου  $t_L$  και  $t_H$ , και συχνότητα δειγματοληψίας αναλογικών σημάτων εισόδου  $f_s$ .

**Έξοδος:** Έκφραση της συνέλιξης  $x(t) = x_1(t) * x_2(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x_1(\tau) x_2(t-\tau) d\tau$  των αναλογικών

σημάτων εισόδου  $x_i(t)$  για  $1 \leq i \leq 2$  στο πεδίο ορισμού  $[t_L, t_H]$ .

1. Για  $1 \leq i \leq 2$  δειγματολήπτησε το σήμα  $x_i(t+t_L)$  με συχνότητα  $f_s$  έτσι ώστε να προκύψει το αντίστοιχο σήμα διακριτού χρόνου  $x_i(nT)$ , όπου  $T=1/f_s$  η περίοδος δειγματοληψίας του σήματος αυτού. Η δειγματοληψία του σήματος  $x_i(t)$  γίνεται στο διάστημα  $[t_L, t_H]$  έτσι ώστε να προκύψουν τελικά  $N=(t_H-t_L)/T$  δείγματα για το αντίστοιχο σήμα διακριτού χρόνου.

2. Για  $1 \leq i \leq 2$  υπολόγισε το σήμα διακριτού χρόνου  $x_i'(nT)$  από τη σχέση

$$x_i'(nT) = \begin{cases} x_i(nT) & 0 \leq n \leq N-1 \\ 0 & N \leq n \leq 2 \cdot N-1 \end{cases} \quad \text{Έτσι λοιπόν το σήμα διακριτού χρόνου}$$

$x_i'(nT)$  αποτελεί την επέκταση του σήματος  $x_i(nT)$  περιλαμβάνοντας  $2 \cdot N$  δείγματα.

3. Για  $1 \leq i \leq 2$  υπολόγισε τον FFT του σήματος διακριτού χρόνου  $x_i'(nT)$ . Έτσι λοιπόν προκύπτει η μιγαδική συνάρτηση  $X_{pi}'(jk\Omega)$  για  $-(N-1) \leq k \leq (N-1)$ , όπου  $\Omega = (\pi f_s)/N$ .

4. Για  $-(N-1) \leq k \leq (N-1)$  υπολόγισε τη μιγαδική συνάρτηση  $X_P'(j \cdot k\Omega)$  από τη σχέση  $X_P'(j \cdot k\Omega) = (X_{P1}'(j \cdot k\Omega) \cdot X_{P2}'(j \cdot k\Omega)) / T$ , όπου  $T = 1/f_s$  η περίοδος δειγματοληψίας του σήματος εισόδου  $x_i(t)$  για  $1 \leq i \leq 2$ .
5. Υπολόγισε το σήμα διακριτού χρόνου  $x'(nT)$  που προκύπτει από την εφαρμογή του IFFT στη μιγαδική συνάρτηση  $X_P'(j \cdot k\Omega)$ . Το σήμα διακριτού χρόνου  $x'(nT)$  έχει  $2 \cdot N$  δείγματα.
6. Υπολόγισε το σήμα διακριτού χρόνου  $x(nT) = x'(nT)$  για  $1 \leq n \leq N$ . Το σήμα  $x(nT)$  είναι το σήμα διακριτού χρόνου που θα προέκυπτε αν το αναλογικό σήμα  $x(t) = x_1(t) * x_2(t)$  δειγματοληπτόταν στο διάστημα  $[t_L, t_H]$  με συχνότητα  $f_s$ .
7. Υπολόγισε την έκφραση του αναλογικού σήματος  $x(t) = x_1(t) * x_2(t)$  στο διάστημα  $[t_L, t_H]$  από τον τύπο παρεμβολής σημείων  $x(t) = \sum_{n=0}^{N-1} (x(nT) \cdot \text{sinc}(f_s(t - t_L - nT)))$ , όπου  $\text{sinc}(x) = \sin(\pi x) / (\pi x)$ .
8. Επέστρεψε την έκφραση της συνέλιξης  $x(t) = x_1(t) * x_2(t)$  των αναλογικών σημάτων εισόδου  $x_i(t)$  για  $1 \leq i \leq 2$  στο πεδίο ορισμού  $[t_L, t_H]$  και τερμάτισε την εκτέλεση.

## 2) Αλγόριθμος σχεδιασμού ζωνοπερατού φίλτρου Chebyshev

**Περιγραφή:** Υπολογισμός των συντελεστών  $a_{1i}$ ,  $b_{2i}$ ,  $b_{1i}$  και  $b_{0i}$  της απόκρισης συχνότητας  $H(j\omega) = \prod_{i=1}^r (a_{1i}(j\omega)) / (b_{2i}(j\omega)^2 + b_{1i}(j\omega) + b_{0i})$  ενός ζωνοπερατού αναλογικού φίλτρου Chebyshev για  $1 \leq i \leq r$ , όπου  $r = N/2$  και  $N$  το μέγεθος του φίλτρου αυτού.

**Είσοδοι:** Εύρος ζώνης διάβασης  $BW_P$ , εύρος ζώνης αποκοπής  $BW_S$ , κεντρική συχνότητα  $f_C$ , μέγιστη επιτρεπτή απόσβεση ζώνης διάβασης  $A_P$  και ελάχιστη επιτρεπτή απόσβεση ζώνης αποκοπής  $A_S$ .

**Έξοδοι:** Μέγεθος  $N$  ζωνοπερατού φίλτρου και συντελεστές  $a_{1i}$ ,  $b_{2i}$ ,  $b_{1i}$  και  $b_{0i}$  για  $1 \leq i \leq r$  της απόκρισης συχνότητας  $H(j\omega)$  του φίλτρου αυτού.

1. Εκτέλεσε τις ακόλουθες πράξεις ( $\exp_{10}(X) = 10^X$ ):

$$D = (\exp_{10}(0.1 \cdot A_S) - 1) / (\exp_{10}(0.1 \cdot A_P) - 1) \quad \varepsilon = (\exp_{10}(0.1 \cdot A_P) - 1)^{1/2} K_0 = BW_S / BW_P.$$



2. Υπολόγισε το μέγεθος  $r$  του ισοδυνάμου βαθυπερατού φίλτρου από τη σχέση  $r = \cosh^{-1}(D)/\cosh^{-1}(K_0)$ .

3. Για  $1 \leq i \leq r$  υπολόγισε τις ακόλουθες παραμέτρους:

$$\sigma_i = -|\sinh((1/r) \sinh^{-1}(1/\epsilon)) \sin(((2i-1)\pi)/(2r))|$$

$$\omega_i = \cosh((1/r) \sinh^{-1}(1/\epsilon)) \cos(((2i-1)\pi)/(2r))$$

$$p_i = \sigma_i + j\omega_i \quad H_0 = \begin{cases} 10^{-0.05 \cdot A_P} \cdot \prod_{i=1}^r (-p_i) & r \text{ αρτιος} \\ \prod_{i=1}^r (-p_i) & r \text{ περιττος} \end{cases} \quad \begin{matrix} \\ (μία μόνο φορά). \end{matrix}$$

Έτσι υπολογίστηκαν οι συντελεστές της απόκρισης συχνότητας του ισοδυνάμου

$$\text{κανονικοποιημένου βαθυπερατού φίλτρου Chebyshev } H_{NLP}(j\omega) = H_0 / \prod_{i=1}^r (j\omega - p_i).$$

4. Εκτέλεσε τις πράξεις  $H_0' = H_0 (f_c/BW_P)^r$  και  $p_i' = p_i f_c/BW_P$  για  $1 \leq i \leq r$ . Έτσι λοιπόν υπολογίστηκαν οι συντελεστές της απόκρισης συχνότητας του ισοδυνάμου βαθυ-

$$\text{περατού φίλτρου Chebyshev } H_{LP}(j\omega) = H_0' / \prod_{i=1}^r (j\omega - p_i').$$

5. Για  $1 \leq i \leq r$  υπολόγισε τις 2 μιγαδικές ρίζες που προκύπτουν από την επίλυση της τριωνυμικής εξίσωσης  $x^2 - p_i' x + 1 = 0 \Rightarrow \rho_{2i-1} = (p_i' - (p_i'^2 - 4)^{1/2})/2$ ,  $\rho_{2i} = (p_i' + (p_i'^2 - 4)^{1/2})/2$ .

6. Επέλεξε  $r$  από τις  $2r$  μιγαδικές ρίζες που υπολογίστηκαν συνολικά στο προηγούμενο βήμα κατά τέτοιο τρόπο ώστε οι υπόλοιπες  $r$  ρίζες να είναι οι μιγαδικοί συζυγείς αυτών που επιλέχθηκαν. Έστω λοιπόν  $p_i'$  για  $1 \leq i \leq r$  μία τέτοια ρίζα.

7. Για  $1 \leq i \leq r$  εκτέλεσε τις πράξεις  $a'_{1i} = H_0'^{(1/r)}$ ,  $b'_{2i} = 1$ ,  $b'_{1i} = -2 \operatorname{Re}(p_i')$  και  $b'_{0i} = |p_i'|^2$ , όπου  $\operatorname{Re}(\cdot)$  η συνάρτηση που επιστρέφει το πραγματικό μέρος του μιγαδικού της ορίσματος. Έτσι λοιπόν υπολογίστηκαν οι συντελεστές της απόκρισης συχνότητας

$$H_{NBP}(j\omega) = \prod_{i=1}^r (a'_{1i}(j\omega)) / (b'_{2i}(j\omega)^2 + b'_{1i}(j\omega) + b'_{0i})$$

του ισοδυνάμου κανονικοποιημένου ζωνοπερατού φίλτρου Chebyshev.

8. Για  $1 \leq i \leq r$  εκτέλεσε τις πράξεις  $a_{1i} = a'_{1i}/(2\pi f_C)$ ,  $b_{2i} = b'_{2i}$ ,  $b_{1i} = b'_{1i}/(2\pi f_C)$  και  $b_{0i} = b'_{0i}/(2\pi f_C)^2$ . Έτσι λοιπόν υπολογίστηκαν οι συντελεστές της απόκρισης συχνότητας  $H(j\omega) = \prod_{i=1}^r (a_{1i}(j\omega))/(b_{2i}(j\omega)^2 + b_{1i}(j\omega) + b_{0i})$  του ζωνοπερατού φίλτρου Chebyshev.
9. Επέστρεψε το μέγεθος  $N=2r$  του ζωνοπερατού φίλτρου Chebyshev καθώς και τους συντελεστές  $a_{1i}$ ,  $b_{2i}$ ,  $b_{1i}$  και  $b_{0i}$  για  $1 \leq i \leq r$  της απόκρισης συχνότητας  $H(j\omega)$  του φίλτρου αυτού και τερμάτισε την εκτέλεση.

### 3) Αλγόριθμος υπολογισμού κρουστικής απόκρισης ζωνοπερατού φίλτρου Chebyshev

**Περιγραφή:** Εύρεση της έκφρασης κρουστικής απόκρισης  $h(t)$  ενός ζωνοπερατού

φίλτρου Chebyshev απόκρισης συχνότητας  $H(j\omega) = \prod_{i=1}^r (a_{1i}(j\omega))/(b_{2i}(j\omega)^2 + b_{1i}(j\omega) + b_{0i})$  και μεγέθους  $N=2r$  στο πεδίο ορισμού  $[0, t_0)$ . Ο υπολογισμός της κρουστικής απόκρισης  $h(t)$  πραγματοποιείται με τη βοήθεια του αλγορίθμου συνέλιξης δύο αναλογικών σημάτων, κατά την εκτέλεση του οποίου τα αναλογικά σήματα εισόδου δειγματοληπτούνται με συχνότητα  $f_s$ . Εξυπακούεται λοιπόν ότι θα πρέπει να ικανοποιούνται όλες οι απαραίτητες συνθήκες για τη χρησιμοποίηση του αλγορίθμου συνέλιξης δύο αναλογικών σημάτων στον παρόντα αλγόριθμο.

**Είσοδοι:** Πλήθος υποφίλτρων  $r$  ζωνοπερατού φίλτρου Chebyshev, συντελεστές  $a_{1i}$ ,  $b_{2i}$ ,  $b_{1i}$  και  $b_{0i}$  για  $1 \leq i \leq r$  της απόκρισης συχνότητας  $H(j\omega)$  του φίλτρου αυτού, άνω όριο πεδίου ορισμού κρουστικής απόκρισης  $t_0$  και συχνότητα δειγματοληψίας αναλογικών σημάτων από τον αλγόριθμο συνέλιξης  $f_s$ .

**Έξοδος:** Έκφραση κρουστικής απόκρισης ζωνοπερατού φίλτρου  $h(t)$  στο πεδίο ορισμού  $[0, t_0)$  ή μήνυμα αποτυχίας.

1. Έλεγξε αν υπάρχει κάποιος δείκτης  $i$  τέτοιος ώστε  $1 \leq i \leq r$  και ταυτόχρονα  $b_{2i} = 0$  ή  $b_{0i} = 0$ . Αν κάτι τέτοιο όντως συμβαίνει τότε επέστρεψε το μήνυμα "το φίλτρο δεν είναι ζωνοπερατό φίλτρο Chebyshev" και τερμάτισε την εκτέλεση.

2. Για  $1 \leq i \leq r$  υπολόγισε τις ακόλουθες παραμέτρους:

$$g_i = a_{1i}/b_{0i} \quad \zeta_i = (b_{1i}/(2 \cdot b_{2i} \cdot b_{0i})) \cdot (b_{2i} \cdot b_{0i})^{1/2} \quad \omega_i = (1/b_{2i}) \cdot (b_{2i} \cdot b_{0i})^{1/2}$$

3. Έλεγξε αν υπάρχει κάποιος δείκτης  $i$  τέτοιος ώστε  $1 \leq i \leq r$  και ταυτόχρονα  $|\zeta_i| \geq 1$ . Αν κάτι τέτοιο όντως συμβαίνει τότε επέστρεψε το μήνυμα "το φίλτρο δεν είναι ζωνοπερατό φίλτρο Chebyshev" και τερμάτισε την εκτέλεση.

4. Για  $1 \leq i \leq r$  υπολόγισε την έκφραση της κρουστικής απόκρισης  $h_i(t)$  του  $i$  υποφίλτρου του ζωνοπερατού φίλτρου Chebyshev στο πεδίο ορισμού  $[0, t_0)$  από τη σχέση  $h_i(t) = ((g_i \cdot \omega_i^2)/(1 - \zeta_i^2)^{1/2}) \cdot \exp(-\zeta_i \omega_i t) \sin(\omega_i (1 - \zeta_i^2)^{1/2} t - \cos^{-1}(\zeta_i))$ , όπου  $\exp(X) = e^X$ .

5. Εκτέλεσε την ανάθεση  $h(t) = h_i(t)$ , όπου η μεταβλητή του χρόνου  $t$  κυμαίνεται στο πεδίο ορισμού  $[0, t_0)$ .

6. Για  $2 \leq i \leq r$  εκτέλεσε διαδοχικά τον αναδρομικό τύπο  $h(t) = h(t) * h_i(t)$ . Η συνέλιξη στον παραπάνω τύπο υπολογίζεται κάθε φορά από τον αλγόριθμο συνέλιξης δύο αναλογικών σημάτων στο πεδίο ορισμού  $[0, t_0)$  δειγματοληπτώντας τα σήματα εισόδου του αλγορίθμου αυτού με συχνότητα  $f_s$ .

7. Επέστρεψε την έκφραση της κρουστικής απόκρισης του ζωνοπερατού φίλτρου Chebyshev  $h(t)$  στο πεδίο ορισμού  $[0, t_0)$  και τερμάτισε την εκτέλεση.

#### 4) Αλγόριθμος υπολογισμού στοιχείων μετασχηματισμένου βαθυπερατού φίλτρου

**Περιγραφή:** Υπολογισμός τιμών ηλεκτρικών στοιχείων  $L_i$  και  $C_i$  για  $1 \leq i \leq r$  ενός ζωνοπερατού φίλτρου Chebyshev μεγέθους  $N=2r$  και απόκρισης συχνότητας

$$H(j\omega) = \prod_{i=1}^r (a_{1i}(j\omega))/(b_{2i}(j\omega)^2 + b_{1i}(j\omega) + b_{0i}) \text{ το οποίο συντίθεται με τη μέθοδο του}$$

μετασχηματισμού του ισοδυνάμου βαθυπερατού φίλτρου. Το ηλεκτρικό δίκτυο που συνθέτει το ζωνοπερατό φίλτρο Chebyshev είναι ένα ιδανικό σκαλωτό δίκτυο με αντιστάσεις εισόδου και εξόδου  $R_S$  και  $R_T$  αντίστοιχα.

**Είσοδοι:** Πλήθος υποφίλτρων  $r$  ζωνοπερατού φίλτρου Chebyshev, συντελεστές  $a_{1i}$ ,  $b_{2i}$ ,  $b_{1i}$  και  $b_{0i}$  για  $1 \leq i \leq r$  της απόκρισης συχνότητας  $H(j\omega)$  του φίλτρου αυτού, εύρος ζώνης διάβασης  $BW_P$  του φίλτρου, κεντρική συχνότητα  $f_C$  του φίλτρου, μέγιστη επι-

τρεπτή απόσβεση ζώνης διάβασης  $A_P$  του φίλτρου και τιμές αντιστάσεων εισόδου και εξόδου του δικτύου σύνθεσης του φίλτρου  $R_S$  και  $R_T$  αντίστοιχα.

**Έξοδος:** Τιμές ηλεκτρικών στοιχείων μετασχηματισμένου βαθυπερατού φίλτρου  $L_i$  και  $C_i$  για  $1 \leq i \leq r$  ή μήνυμα αποτυχίας.

1. Αν ισχύει η συνθήκη  $R_S=0 \Omega$  τότε επέστρεψε το μήνυμα "μη αποδεκτή τιμή αντίστασης εισόδου" και τερμάτισε την εκτέλεση.
2. Υπολόγισε τις κανονικοποιημένες τιμές των αντιστάσεων εισόδου και εξόδου  $R_S'$  και  $R_T'$  του δικτύου σύνθεσης του φίλτρου χρησιμοποιώντας τους τύπους  $R_S'=1$  και  $R_T'=R_T/R_S$ .

3. Εκτέλεσε τους ακόλουθους υπολογισμούς ( $\exp10(X)=10^X$ ):

$$\varepsilon = (\exp10(0.1 \cdot A_P) - 1)^{1/2} \quad \alpha = \begin{cases} 4 \cdot \left( R_t' / (R_t' + 1)^2 \right) & r \text{ περιττος} \\ 4 \cdot \left( R_t' / (R_t' + 1)^2 \right) \cdot (1 + \varepsilon^2) & r \text{ αρτιος} \end{cases}$$

4. Αν το πλήθος των υποφίλτρων  $r$  του ζωνοπερατού φίλτρου Chebyshev είναι άρτιος αριθμός και ισχύει ταυτόχρονα η συνθήκη  $\alpha > 1$  τότε επέστρεψε το μήνυμα "δε μπορεί να συντεθεί το ζωνοπερατό φίλτρο Chebyshev με τη μέθοδο του μετασχηματισμού του ισοδυνάμου βαθυπερατού φίλτρου" και τερμάτισε την εκτέλεση.
5. Για  $1 \leq i \leq 2 \cdot (r-1)$  υπολόγισε τις παραμέτρους  $\alpha_i = 2 \cdot \sin((\pi i)/(2r))$  και  $\beta_i = 2 \cdot \cos((\pi i)/(2r))$ .

6. Εκτέλεσε τις ακόλουθες πράξεις:

$$\begin{aligned} \gamma &= ((1/\varepsilon) + ((1/\varepsilon^2) + 1)^{1/2})^{(1/r)} & \delta &= (((1-\alpha)/\varepsilon^2)^{1/2} + (((1-\alpha)/\varepsilon^2) + 1)^{1/2})^{(1/r)} \\ x &= \gamma - (1/\gamma) & y &= \delta - (1/\delta). \end{aligned}$$

7. Υπολόγισε την τιμή του πρώτου πυκνωτή του κανονικοποιημένης εμπέδησης κανονικοποιημένου βαθυπερατού φίλτρου Chebyshev χρησιμοποιώντας τη σχέση  $C'_{1(NLP)} = 2 \cdot (\alpha_1/(x-y))$ .

8. Για  $1 \leq i \leq [r/2]$ , όπου  $[ \cdot ]$  ο τελεστής του ακέραιου μέρους, υπολόγισε τις τιμές των υπολοίπων ηλεκτρικών στοιχείων του κανονικοποιημένης εμπέδησης κανονικο-

ποιημένου βαθυπερατού φίλτρου Chebyshev από τις ακόλουθες αναδρομικές σχέσεις (η δεύτερη αναδρομική σχέση δεν υπολογίζεται αν το πλήθος των υποφίλτρων  $r$  του ζωνοπερατού φίλτρου Chebyshev είναι άρτιος αριθμός για την τιμή του μετρητή  $i=r/2$ ):

$$L'_{(2i)(NLP)} = ((4 \cdot a_{4i-3} \cdot a_{4i-1}) / (b_{2i-1}(x, y))) \cdot (1/C'_{(2i-1)(NLP)})$$

$$C'_{(2i+1)(NLP)} = (a_{4i+1}/a_{4i-3}) \cdot (b_{2i-1}(x, y)/b_{2i}(x, y)) \cdot C'_{(2i-1)(NLP)}$$

όπου η συνάρτηση  $b_i(x, y)$  δίνεται από την έκφραση  $b_i(x, y) = x^2 - \beta_{2i} \cdot x \cdot y + a_{2i}^2$ .

9. Για  $1 \leq i \leq [r/2]$ , όπου  $[ \cdot ]$  ο τελεστής του ακέραιου μέρους, υπολόγισε τις τιμές των ηλεκτρικών στοιχείων του κανονικοποιημένης εμπέδησης βαθυπερατού φίλτρου Chebyshev από τις ακόλουθες σχέσεις (η δεύτερη σχέση δεν υπολογίζεται αν το πλήθος των υποφίλτρων  $r$  του ζωνοπερατού φίλτρου Chebyshev είναι άρτιος αριθμός για την τιμή του μετρητή  $i=r/2$ ):

$$L'_{(2i)(LP)} = (f_C/BW_P) \cdot L'_{(2i)(NLP)}$$

$$C'_{(2i+1)(LP)} = (f_C/BW_P) \cdot C'_{(2i+1)(NLP)}.$$

10. Για  $1 \leq i \leq [r/2]$ , όπου  $[ \cdot ]$  ο τελεστής του ακέραιου μέρους, υπολόγισε τις τιμές των ηλεκτρικών στοιχείων του κανονικοποιημένης εμπέδησης κανονικοποιημένου ζωνοπερατού φίλτρου Chebyshev από τις ακόλουθες σχέσεις (οι δύο τελευταίες σχέσεις δεν υπολογίζονται αν το πλήθος των υποφίλτρων  $r$  του ζωνοπερατού φίλτρου Chebyshev είναι άρτιος αριθμός για την τιμή του μετρητή  $i=r/2$ ):

$$L'_{(2i)(NBP)} = L'_{(2i)(LP)}$$

$$C'_{(2i)(NBP)} = 1/L'_{(2i)(LP)}$$

$$L'_{(2i+1)(NBP)} = 1/C'_{(2i+1)(LP)}$$

$$C'_{(2i+1)(NBP)} = C'_{(2i+1)(LP)}.$$

11. Για  $1 \leq i \leq r$  υπολόγισε τις τιμές των ηλεκτρικών στοιχείων του κανονικοποιημένης εμπέδησης ζωνοπερατού φίλτρου Chebyshev από τις ακόλουθες σχέσεις:

$$C'_i = (1/(2 \cdot \pi \cdot f_C)) \cdot C'_{i(NBP)}$$

$$L'_i = (1/(2 \cdot \pi \cdot f_C)) \cdot L'_{i(NBP)}.$$

12. Για  $1 \leq i \leq r$  υπολόγισε τις τιμές των ηλεκτρικών στοιχείων του ζωνοπερατού φίλτρου Chebyshev από τις σχέσεις  $C_i = (1/R_S) \cdot C'_i$  και  $L_i = R_S \cdot L'_i$ .

13. Επέστρεψε τις τιμές των ηλεκτρικών στοιχείων του μετασχηματισμένου βαθυπερατού φίλτρου  $L_i$  και  $C_i$  για  $1 \leq i \leq r$  και τερμάτισε την εκτέλεση.

5) Αλγόριθμος υπολογισμού στοιχείων φίλτρου συζευγμένων ταλαντωτών

**Περιγραφή:** Υπολογισμός τιμών ηλεκτρικών στοιχείων  $L_i$  και  $C_i$  για  $1 \leq i \leq r$  και  $C_{i(i+1)}$  για  $1 \leq i < r$  ενός ζωνοπερατού φίλτρου Chebyshev μεγέθους  $N=2r$  και απόκρισης συχνότητας  $H(j\omega) = \prod_{i=1}^r (a_{1i}(j\omega)) / (b_{2i}(j\omega)^2 + b_{1i}(j\omega) + b_{0i})$  το οποίο συντίθεται με τη μέθοδο των συζευγμένων ταλαντωτών. Το ηλεκτρικό δίκτυο που συνθέτει το ζωνοπερατό φίλτρο Chebyshev είναι ένα ιδανικό σκαλωτό δίκτυο με αντιστάσεις εισόδου και εξόδου  $R_S$  και  $R_T$  αντίστοιχα.

**Είσοδοι:** Πλήθος υποφίλτρων  $r$  ζωνοπερατού φίλτρου Chebyshev, συντελεστές  $a_{1i}$ ,  $b_{2i}$ ,  $b_{1i}$  και  $b_{0i}$  για  $1 \leq i \leq r$  της απόκρισης συχνότητας  $H(j\omega)$  του φίλτρου αυτού, εύρος ζώνης διάβασης  $BW_P$  του φίλτρου, κεντρική συχνότητα  $f_C$  του φίλτρου, μέγιστη επιτρεπτή απόσβεση ζώνης διάβασης  $A_P$  του φίλτρου και τιμές αντιστάσεων εισόδου και εξόδου του δικτύου σύνθεσης του φίλτρου  $R_S$  και  $R_T$  αντίστοιχα.

**Έξοδος:** Τιμές ηλεκτρικών στοιχείων φίλτρου συζευγμένων ταλαντωτών  $L_i$  και  $C_i$  για  $1 \leq i \leq r$  και  $C_{i(i+1)}$  για  $1 \leq i < r$  ή μήνυμα αποτυχίας.

1. Αν ισχύει η συνθήκη  $R_S=0 \Omega$ , τότε επέστρεψε το μήνυμα "μη αποδεκτή τιμή αντίστασης εισόδου" και τερμάτισε την εκτέλεση.
2. Υπολόγισε τις κανονικοποιημένες τιμές των αντιστάσεων εισόδου και εξόδου  $R_S'$  και  $R_T'$  του δικτύου σύνθεσης του φίλτρου χρησιμοποιώντας τους τύπους  $R_S'=1$  και  $R_T'=R_T/R_S$ .

3. Εκτέλεσε τους ακόλουθους υπολογισμούς ( $\exp10(X)=10^X$ ):

$$\varepsilon = (\exp10(0.1 A_P) - 1)^{1/2} \quad \alpha = \begin{cases} 4 \cdot \left( R_t' / (R_t' + 1) \right)^2 & r \text{ περιττος} \\ 4 \cdot \left( R_t' / (R_t' + 1) \right)^2 \cdot (1 + \varepsilon^2) & r \text{ αρτιος} \end{cases}$$

4. Αν το πλήθος των υποφίλτρων  $r$  του ζωνοπερατού φίλτρου Chebyshev είναι άρτιος αριθμός και ισχύει ταυτόχρονα η συνθήκη  $\alpha > 1$  τότε επέστρεψε το μήνυμα "δε μπορεί να συντεθεί το ζωνοπερατό φίλτρο Chebyshev με τη μέθοδο των συζευγμένων ταλαντωτών" και τερμάτισε την εκτέλεση.

5. Για  $1 \leq i \leq 2(r-1)$  υπολόγισε τις παραμέτρους  $\alpha_i = 2 \cdot \sin((\pi i)/(2r))$  και  $\beta_i = 2 \cdot \cos((\pi i)/(2r))$ .
6. Εκτέλεσε τις ακόλουθες πράξεις:  
 $\gamma = ((1/\varepsilon) + ((1/\varepsilon^2) + 1)^{1/2})^{(1/r)}$   $\delta = (((1-\alpha)/\varepsilon^2)^{1/2} + (((1-\alpha)/\varepsilon^2) + 1)^{1/2})^{(1/r)}$   
 $x = \gamma - (1/\gamma)$   $y = \delta - (1/\delta)$ .
7. Υπολόγισε την τιμή του πρώτου πυκνωτή του κανονικοποιημένης εμπέδησης κανονικοποιημένου βαθυπερατού φίλτρου Chebyshev χρησιμοποιώντας τη σχέση  $C'_{1(NLP)} = 2(\alpha_1/(x-y))$ .
8. Για  $1 \leq i \leq [r/2]$ , όπου  $[ \cdot ]$  ο τελεστής του ακέραιου μέρους, υπολόγισε τις τιμές των υπολοίπων ηλεκτρικών στοιχείων του κανονικοποιημένης εμπέδησης κανονικοποιημένου βαθυπερατού φίλτρου Chebyshev από τις ακόλουθες αναδρομικές σχέσεις (η δεύτερη αναδρομική σχέση δεν υπολογίζεται αν το πλήθος των υποφίλτρων  $r$  του ζωνοπερατού φίλτρου Chebyshev είναι άρτιος αριθμός για την τιμή του μετρητή  $i=r/2$ ):  
 $L'_{(2i)(NLP)} = ((4\alpha_{4i-3} \cdot \alpha_{4i-1}) / (b_{2i-1}(x, y))) \cdot (1/C'_{(2i-1)(NLP)})$   
 $C'_{(2i+1)(NLP)} = (\alpha_{4i+1} / \alpha_{4i-3}) \cdot (b_{2i-1}(x, y) / b_{2i}(x, y)) \cdot C'_{(2i-1)(NLP)}$   
 όπου η συνάρτηση  $b_i(x, y)$  δίνεται από τον τύπο  $b_i(x, y) = x^2 - \beta_{2i} \cdot x \cdot y + y^2 + \alpha_{2i}^2$ .
9. Για  $1 \leq i \leq [r/2]$ , όπου  $[ \cdot ]$  ο τελεστής του ακέραιου μέρους, υπολόγισε τις τιμές των ηλεκτρικών στοιχείων του κανονικοποιημένης εμπέδησης βαθυπερατού φίλτρου Chebyshev από τις ακόλουθες σχέσεις (η δεύτερη σχέση δεν υπολογίζεται αν το πλήθος των υποφίλτρων  $r$  του ζωνοπερατού φίλτρου Chebyshev είναι άρτιος αριθμός για την τιμή του μετρητή  $i=r/2$ ):  
 $L'_{(2i)(LP)} = (f_C/BW_P) \cdot L'_{(2i)(NLP)}$   $C'_{(2i+1)(LP)} = (f_C/BW_P) \cdot C'_{(2i+1)(NLP)}$ .
10. Για  $1 \leq i < r$  υπολόγισε τον συντελεστή σύζευξης  $k_{i(i+1)}$  και την τιμή της επαγωγής  $L_i$  στον κόμβο  $i$  του δικτύου του κανονικοποιημένης εμπέδησης κανονικοποιημένου ζωνοπερατού φίλτρου Chebyshev χρησιμοποιώντας τους ακόλουθους τύπους:

$$k_{i(i+1)} = \begin{cases} 1/\sqrt{C'_{i(LP)} \cdot L'_{(i+1)(LP)}} & i \text{ περιττος} \\ 1/\sqrt{L'_{i(LP)} \cdot C'_{(i+1)(LP)}} & i \text{ αρτιος} \end{cases}$$

$$L'_{i(NBP)} = \begin{cases} 1/C'_{i(LP)} & i \text{ περιττος} \\ 1/L'_{i(LP)} & i \text{ αρτιος} \end{cases}.$$

11. Υπολόγισε την τιμή της επαγωγής  $L_r$  στον κόμβο  $r$  του δικτύου του κανονικοποιημένης εμπέδησης κανονικοποιημένου ζωνοπερατού φίλτρου Chebyshev από τον ακόλουθο τύπο:

$$L'_{r(NBP)} = \begin{cases} 1/C'_r(LP) & r \text{ περιττος} \\ R_t^2/L'_r(LP) & r \text{ αρτιος} \end{cases}.$$

12. Για  $1 \leq i \leq r$  υπολόγισε τη συνολική χωρητικότητα  $C'_{ti(NBP)}$  του κόμβου  $i$  του δικτύου του κανονικοποιημένης εμπέδησης κανονικοποιημένου ζωνοπερατού φίλτρου Chebyshev από τη σχέση  $C'_{ti(NBP)} = 1/L'_{i(NBP)}$ .

13. Για  $1 \leq i < r$  υπολόγισε τη χωρητικότητα σύζευξης  $C'_{i(i+1)(NBP)}$  ανάμεσα στους κόμβους  $i$  και  $i+1$  του δικτύου του κανονικοποιημένης εμπέδησης κανονικοποιημένου ζωνοπερατού φίλτρου Chebyshev από τη σχέση  $C'_{i(i+1)(NBP)} = k_{i(i+1)} \cdot (C'_{ti(NBP)})^{1/2}$ .

14. Για  $1 \leq i \leq r$  υπολόγισε την εναπομένουσα χωρητικότητα  $C'_{i(NBP)}$  του κόμβου  $i$  του δικτύου του κανονικοποιημένης εμπέδησης κανονικοποιημένου ζωνοπερατού φίλτρου Chebyshev από τον ακόλουθο τύπο:

$$C'_{i(NBP)} = \begin{cases} C'_{ti(NBP)} - C'_{i(i+1)(NBP)} & i = 1 \\ C'_{ti(NBP)} - C'_{(i-1)i(NBP)} - C'_{i(i+1)(NBP)} & 2 \leq i \leq (r-1) \\ C'_{ti(NBP)} - C'_{(i-1)i(NBP)} & i = r \end{cases}$$

15. Για  $1 \leq i \leq r$  υπολόγισε τις τιμές των ηλεκτρικών στοιχείων του κανονικοποιημένης εμπέδησης ζωνοπερατού φίλτρου Chebyshev από τις ακόλουθες σχέσεις (η τελευταία σχέση δεν υπολογίζεται για την τιμή του μετρητή  $i=r$ ):

$$C'_i = (1/(2\pi f_c)) \cdot C'_{i(NBP)} \quad L'_i = (1/(2\pi f_c)) \cdot L'_{i(NBP)}$$

$$C'_{i(i+1)} = (1/(2\pi f_c)) \cdot C'_{i(i+1)(NBP)}.$$



16. Για  $1 \leq i \leq r$  υπολόγισε τις τιμές των ηλεκτρικών στοιχείων του ζωνοπερατού φίλτρου Chebyshev από τις σχέσεις  $C_i = (1/R_s) \cdot C'_i$ ,  $L_i = R_s \cdot L'_i$  και  $C_{i(i+1)} = (1/R_s) \cdot C'_{i(i+1)}$  (η τελευταία σχέση δεν υπολογίζεται για την τιμή του μετρητή  $i=r$ ).
17. Επέστρεψε τις τιμές των ηλεκτρικών στοιχείων του φίλτρου συζευγμένων ταλαντωτών  $L_i$  και  $C_i$  για  $1 \leq i \leq r$  και  $C_{i(i+1)}$  για  $1 \leq i < r$  και τερμάτισε την εκτέλεση.

#### D.4 Αλγόριθμοι προσομοίωσης μοντέλου δέκτη ραντάρ

##### 1) Αλγόριθμος γέννησης τυχαίου δείγματος κανονικής κατανομής $N(\mu, \sigma)$

**Περιγραφή:** Υπολογισμός τυχαίου δείγματος που ακολουθεί την κανονική κατανομή  $N(\mu, \sigma)$  με συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας  $f(x) = (2\pi\sigma^2)^{-1/2} \exp(-(x-\mu)^2/(2\sigma^2))$ , όπου  $\exp(X) = e^X$ . Θεωρείται από τον αλγόριθμο ως δεδομένη η ύπαρξη μίας γεννήτριας  $U(0, 1)$  τυχαίων δειγμάτων ομοιόμορφης κατανομής στο διάστημα  $[0, 1]$ .

**Είσοδοι:** Μέση τιμή  $\mu$  και τυπική απόκλιση  $\sigma$  κανονικής κατανομής  $N(\mu, \sigma)$  την οποία ακολουθεί το δείγμα εξόδου  $x$  του παρόντος αλγόριθμου.

**Έξοδος:** Δείγμα  $x$  που ακολουθεί την κανονική κατανομή  $N(\mu, \sigma)$ .

1. Γέννησε δύο δείγματα  $u_1$  και  $u_2$  τα οποία να ακολουθούν την ομοιόμορφη κατανομή  $U(0, 1)$  καλώντας δύο φορές την αντίστοιχη γεννήτρια δειγμάτων.
2. Εκτέλεσε τους ακόλουθους μετασχηματισμούς:
 
$$v_1 = 2 \cdot u_1 - 1 \qquad v_2 = 2 \cdot u_2 - 1 \qquad w = v_1^2 + v_2^2.$$
3. Αν ισχύει η συνθήκη  $w > 1$  τότε πήγαινε πάλι στο βήμα 1. Σε διαφορετική περίπτωση υπολόγισε τις μεταβλητές:
 
$$y = ((-2 \cdot \ln(w))/w)^{1/2} \qquad x_1 = v_1 \cdot y \qquad x_2 = v_2 \cdot y.$$
4. Γέννησε το δείγμα  $u$  το οποίο να ακολουθεί την ομοιόμορφη κατανομή  $U(0, 1)$  καλώντας την αντίστοιχη γεννήτρια δειγμάτων. Αν ισχύει η συνθήκη  $u < 0.5$  τότε εκτέλεσε την ανάθεση  $x = \sigma \cdot x_1 + \mu$ , αλλιώς εκτέλεσε την ανάθεση  $x = \sigma \cdot x_2 + \mu$ .
5. Επέστρεψε το δείγμα  $x$  που ακολουθεί την κανονική κατανομή  $N(\mu, \sigma)$  και τερμάτισε την εκτέλεση.

2) Αλγόριθμος υπολογισμού πακέτου δειγμάτων εισόδου στο μοντέλο δέκτη ραντάρ

**Περιγραφή:** Υπολογισμός πακέτου δειγμάτων  $x_{in}(t_L+nT_{SH})$  σήματος εισόδου  $x_{in}(t)$  μεγέθους  $N$  και ορισμένου στο χρονικό διάστημα  $[t_L, t_L+(N-1)T_{SH}]$ , όπου  $T_{SH}=1/f_{SH}$  η περίοδος δειγματοληψίας του σήματος εισόδου  $x_{in}(t)$ .

**Είσοδοι:** Πλάτος παλμού σήματος εισόδου  $A_P$ , διάρκεια παλμού σήματος εισόδου  $T_P$ , συχνότητα επανάληψης παλμών  $f_{PRF}$ , συχνότητα δειγματοληψίας σήματος εισόδου  $f_{SH}$ , κεντρική συχνότητα λαμβανόμενου σήματος στην κεραία του δέκτη ραντάρ  $f_{RF}$ , κεντρική συχνότητα αναλογικού φίλτρου IF  $f_C$ , αρχική μετατόπιση φάσης σήματος εισόδου  $\varphi$ , σχετική ταχύτητα στόχου ως προς δέκτη ραντάρ  $|\bar{v}|$ , σηματοθορυβικός λόγος λήψης σήματος εισόδου SNR σε dB, μέγεθος πακέτου δειγμάτων σήματος εισόδου  $N$  και κάτω όριο πεδίου ορισμού δειγμάτων σήματος εισόδου  $t_L$ .

**Έξοδος:** Πακέτο δειγμάτων σήματος εισόδου  $x_{in}(t_L+nT_{SH})$  για  $0 \leq n < N$ .

1. Υπολόγισε τη συχνότητα Doppler  $f_D$  που υπεισέρχεται στο σήμα εισόδου εξαιτίας της σχετικής ταχύτητας  $|\bar{v}|$  του στόχου ως προς το δέκτη ραντάρ από τη σχέση  $f_D = -2(|\bar{v}|/c)f_{RF}$ , όπου  $c$  η ταχύτητα του φωτός στο κενό.
2. Υπολόγισε τη μέση τιμή  $\mu$  και την τυπική απόκλιση  $\sigma$  του θορύβου κανονικής κατανομής  $N(\mu, \sigma)$  που υπεισέρχεται στο σήμα εισόδου από τις σχέσεις  $\mu=0$  και  $\sigma = \exp(10(-SNR/20))A_P$ , όπου  $\exp(10(X))=10^X$ .
3. Για  $0 \leq n < N$  εκτέλεσε τα βήματα 4-7.
4. Υπολόγισε την τιμή της τρέχουσας χρονικής στιγμής  $t_0=t_L+nT_{SH}$ .
5. Γέννησε δύο τυχαία δείγματα  $n_1(t_0)$  και  $n_2(t_0)$  που να ακολουθούν την κανονική κατανομή  $N(\mu, \sigma)$  καλώντας ισάριθμες φορές την αντίστοιχη γεννήτρια δειγμάτων.
6. Υπολόγισε την τιμή της συγκεκριμένης χρονικής στιγμής εντός μίας περιόδου επανάληψης παλμών σήματος εισόδου  $t_{net}=t_0-[f_{PRF}t_0]/f_{PRF}$ , όπου  $[\cdot]$  ο τελεστής του ακέραιου μέρους. Αν ισχύει η συνθήκη  $t_{net}<T_P$  τότε εκτέλεσε την ανάθεση  $x_P(t_0)=A_P$ , αλλιώς εκτέλεσε την ανάθεση  $x_P(t_0)=0$ .

7. Υπολόγισε την τιμή του δειγματοληπτημένου σήματος εισόδου τη χρονική στιγμή  $t_0$  από τη σχέση  $x_{in}(t_0) = (x_P(t_0) + n_1(t_0)) \cdot \cos(2\pi(f_C + f_D) \cdot t_0 + \phi + n_2(t_0))$ .
  8. Επέστρεψε το πακέτο δειγμάτων σήματος εισόδου  $x_{in}(t_L + nT_{SH})$  για  $0 \leq n < N$  και τερμάτισε την εκτέλεση.
- 3) Αλγόριθμος συνέλιξης δύο διακριτών σημάτων με τη βοήθεια των FFT / IFFT

**Περιγραφή:** Υπολογισμός της συνέλιξης δύο διακριτών σημάτων  $x_1(t_{L1} + nT)$  και

$$x_2(t_{L2} + nT), \text{ ή } x(t_{L1} + t_{L2} + nT) = x_1(t_{L1} + nT) * x_2(t_{L2} + nT) = \sum_{m=0}^{N-1} x_1(t_{L1} + nT - mT) \cdot x_2(t_{L2} + mT),$$

όπου  $x_1(t_{L1} + nT) = 0$  για  $n < 0$  και  $n \geq L$ , και  $x_2(t_{L2} + nT) = 0$  για  $n < 0$  και  $n \geq N$ . Η συνέλιξη  $x(t_{L1} + t_{L2} + nT)$  ορίζεται για  $0 \leq n < L + N - 1$ , όπου  $L$  και  $N$  φυσικοί αριθμοί διάφοροι του μηδενός.

**Είσοδοι:** Πλήθος μη μηδενικών δειγμάτων  $L$  και  $N$  σημάτων εισόδου διακριτού χρόνου  $x_1(t_{L1} + nT)$  και  $x_2(t_{L2} + nT)$  αντίστοιχα, σήματα εισόδου διακριτού χρόνου  $x_1(t_{L1} + nT)$  για  $0 \leq n < L$  και  $x_2(t_{L2} + nT)$  για  $0 \leq n < N$ , περίοδος δειγματοληψίας  $T$  και κάτω όρια πεδίων ορισμού διακριτών σημάτων εισόδου  $t_{L1}$  και  $t_{L2}$ .

**Έξοδος:** Σήμα συνέλιξης  $x(t_{L1} + t_{L2} + nT) = x_1(t_{L1} + nT) * x_2(t_{L2} + nT)$  διακριτού χρόνου για  $0 \leq n < L + N - 1$ .

$$1. \text{ Υπολόγισε το διακριτό σήμα } x_1'(nT) = \begin{cases} x_1(t_{L1} + nT) & 0 \leq n \leq L - 1 \\ 0 & L \leq n \leq L + N - 2 \end{cases}.$$

Έτσι λοιπόν το σήμα διακριτού χρόνου  $x_1'(nT)$  αποτελεί την επέκταση του διακριτού σήματος εισόδου  $x_1(nT)$  περιλαμβάνοντας  $L + N - 1$  δείγματα.

$$2. \text{ Υπολόγισε το διακριτό σήμα } x_2'(nT) = \begin{cases} x_2(t_{L2} + nT) & 0 \leq n \leq N - 1 \\ 0 & N \leq n \leq L + N - 2 \end{cases}.$$

Έτσι λοιπόν το σήμα διακριτού χρόνου  $x_2'(nT)$  αποτελεί την επέκταση του διακριτού σήματος εισόδου  $x_2(nT)$  περιλαμβάνοντας  $L + N - 1$  δείγματα.

3. Για  $1 \leq i \leq 2$  υπολόγισε τον FFT του σήματος διακριτού χρόνου  $x_i'(nT)$  Έτσι λοιπόν προκύπτει η μιγαδική συνάρτηση  $X_{Pi}'(j\omega)$  για  $-(L + N - 1)/2 \leq k \leq (L + N - 1)/2$ , όπου

- [·] ο τελεστής του ακέραιου μέρους,  $\Omega=(2\pi f_s)/(L+N-1)$  και  $f_s=1/T$  η συχνότητα δειγματοληψίας των σημάτων εισόδου διακριτού χρόνου.
4. Για  $-(L+N-1)/2 \leq k \leq (L+N-1)/2$  υπολόγισε τη μιγαδική συνάρτηση  $X_P'(j\cdot k\Omega)$  από τη σχέση  $X_P'(j\cdot k\Omega)=X_{P1}'(j\cdot k\Omega) \cdot X_{P2}'(j\cdot k\Omega)$ .
  5. Υπολόγισε το σήμα διακριτού χρόνου  $x'(nT)$  που προκύπτει από την εφαρμογή του IFFT στη μιγαδική συνάρτηση  $X_P'(j\cdot k\Omega)$ . Το σήμα διακριτού χρόνου  $x'(nT)$  περιλαμβάνει  $L+N-1$  δείγματα.
  6. Υπολόγισε το διακριτό σήμα συνέλιξης  $x(t_{L1}+t_{L2}+nT)$  των διακριτών σημάτων εισόδου  $x_i(t_{Li}+nT)$  για  $1 \leq i \leq 2$  από τη σχέση  $x(t_{L1}+t_{L2}+nT)=x'(nT)$  για  $0 \leq n < L+N-1$ .
  7. Επέστρεψε το σήμα συνέλιξης  $x(t_{L1}+t_{L2}+nT)=x_1(t_{L1}+nT) \cdot x_2(t_{L2}+nT)$  διακριτού χρόνου για  $0 \leq n < L+N-1$  και τερμάτισε την εκτέλεση.
- 4) Αλγόριθμος προσομοίωσης μοντέλου δέκτη ραντάρ

**Περιγραφή:** Προσομοίωση λειτουργίας μοντέλου δέκτη ραντάρ σε πραγματικό χρόνο για χρονική διάρκεια τουλάχιστον ίση προς  $t_{\max}$ . Η προσομοίωση βασίζεται στον αλγόριθμο επικάλυψης και αποθήκευσης για την ψηφιακή επεξεργασία των διαφόρων σημάτων που εμφανίζονται στις εισόδους και εξόδους των συστημάτων του μοντέλου δέκτη ραντάρ ανά διαδοχικά πακέτα δειγμάτων σταθερού μεγέθους. Θεωρείται δεδομένο ότι οι τιμές των εισόδων της προσομοίωσης έχουν επιλεγεί κατάλληλα έτσι ώστε να ικανοποιούνται όλες οι συνθήκες για την πραγματοποίηση της συνέλιξης των αναλογικών και διακριτών σημάτων με τη βοήθεια των FFT και IFFT.

**Είσοδοι:** Πλάτος παλμού σήματος εισόδου  $A_P$ , διάρκεια παλμού σήματος εισόδου  $T_P$ , συχνότητα επανάληψης παλμών  $f_{PRF}$ , συχνότητα δειγματοληψίας σήματος εισόδου  $f_{SH}$ , συχνότητα δειγματοληψίας σήματος διέγερσης ψηφιακού φίλτρου Doppler  $f_s$ , κεντρική συχνότητα λαμβανόμενου σήματος στην κεραία του δέκτη ραντάρ  $f_{RF}$ , κεντρική συχνότητα αναλογικού φίλτρου IF  $f_C$ , αρχική μετατόπιση φάσης σήματος εισόδου  $\varphi$ , σχετική ταχύτητα στόχου ως προς δέκτη ραντάρ  $|\vec{v}|$ , σηματοθορυβικός λόγος λήψης σήματος εισόδου SNR σε dB, ενίσχυση σήματος  $A$  στον υποδειγματολήπτη τάξης  $M$ , έκφραση κρουστικής απόκρισης αναλογικού φίλτρου IF  $h_C(t)$ , κρου-

στική απόκριση ψηφιακού φίλτρου Doppler  $h_D(nT_S)$  όπου  $T_S=1/f_S$ , μέγεθος πακέτων δειγμάτων προς ψηφιακή επεξεργασία  $R$  και χρόνος εκτέλεσης της προσομοίωσης  $t_{\max}$ .

**Έξοδος:** Σήμα διακριτού χρόνου εξόδου μοντέλου δέκτη ραντάρ  $y_{\text{out}}(nT_S)$  για  $0 \leq n < n_{\max}$ , όπου  $n_{\max} \geq t_{\max}/T_S$  και  $T_S=1/f_S$ , ή μήνυμα αποτυχίας.

1. Αν η συχνότητα δειγματοληψίας  $f_S$  του σήματος διέγερσης του ψηφιακού φίλτρου Doppler ικανοποιεί τη συνθήκη  $f_S=0$  τότε επέστρεψε το μήνυμα "ακατάλληλη τιμή συχνότητας δειγματοληψίας σήματος διέγερσης ψηφιακού φίλτρου Doppler" και τερμάτισε την εκτέλεση. Σε διαφορετική περίπτωση υπολόγισε την τάξη  $M$  του υποδειγματολήπτη του μοντέλου δέκτη ραντάρ από τη σχέση  $M=f_{SH}/f_S$ .
2. Αν η τάξη  $M$  του υποδειγματολήπτη του μοντέλου δέκτη ραντάρ δεν είναι φυσικός αριθμός διαφορετικός του μηδενός τότε επέστρεψε το μήνυμα "η τάξη του υποδειγματολήπτη δεν επιτρέπει την υλοποίησή του" και τερμάτισε την εκτέλεση.
3. Υπολόγισε τις ακόλουθες μεταβλητές:  

$$T_{SH}=1/f_{SH} \quad T_S=1/f_S$$

$$N=[(R+4)/(4M)] \cdot M+1$$

$$L=R-[(R+4)/(4M)] \cdot M \quad D=[(R+4)/(4M)] \cdot (M-1)$$
 όπου  $[\cdot]$  ο τελεστής του ακέραιου μέρους.

4. Αν ισχύει η συνθήκη  $L-N+1 \leq 0$  τότε επέστρεψε το μήνυμα "ακατάλληλη τιμή μεγέθους πακέτου δειγμάτων για την ψηφιακή τους επεξεργασία" και τερμάτισε την εκτέλεση. Σε διαφορετική περίπτωση υπολόγισε τον αριθμό επαναλήψεων  $Q$  της προσομοίωσης του μοντέλου δέκτη ραντάρ ανά πακέτο δειγμάτων από τη σχέση  $Q=[(t_{\max} \cdot f_S - N + 1)/(L - N + 1)] + 1$  όπου  $[\cdot]$  ο τελεστής του ακέραιου μέρους.
5. Υπολόγισε τις περικομμένες και δειγματοληπτημένες κρουστικές αποκρίσεις του αναλογικού φίλτρου IF  $h_{IF}(nT_{SH})$  και του ψηφιακού φίλτρου Doppler  $h_{DF}(nT_S)$  μεγέθους  $R=L+N-1$  η καθεμία από τις ακόλουθες σχέσεις:

$$h_{IF}(nT_{SH}) = \begin{cases} h_C(n \cdot T_{SH}) & 0 \leq n \leq N - 1 \\ 0 & N \leq n \leq L + N - 2 \end{cases}$$

$$h_{DF}(nT_S) = \begin{cases} h_D(n \cdot T_S) & 0 \leq n \leq N - 1 \\ 0 & N \leq n \leq L + N - 2 \end{cases}$$

Τα σήματα διακριτού χρόνου  $h_{IF}(nT_{SH})$  και  $h_{DF}(nT_S)$  παριστάνουν πακέτα δειγμάτων μεγέθους ίσου προς  $R$ .

6. Ενημέρωσε τις τιμές των μεταβλητών που διατηρούν το χρόνο προσομοίωσης θέτοντας  $t_1=0$  και  $t_2=0$ .
7. Για  $0 \leq i < Q$  εκτέλεσε τα βήματα 8-19.
8. Για  $0 \leq j < M$  εκτέλεσε τα βήματα 9-14.
9. Αν ισχύουν οι συνθήκες  $i=0$  και  $j=0$  τότε εκτέλεσε τον αλγόριθμο υπολογισμού πακέτου δειγμάτων σήματος εισόδου μοντέλου δέκτη ραντάρ μεγέθους  $L$  για κάτω όριο πεδίου ορισμού χρονικού διαστήματος ίσο προς  $t_1$  και για συχνότητα δειγματοληψίας ίση προς  $f_{SH}$  λαμβάνοντας το σήμα διακριτού χρόνου  $x'_{in}(t_1+nT_{SH})$  για  $0 \leq n < L$ . Σε διαφορετική περίπτωση εκτέλεσε τον αλγόριθμο υπολογισμού πακέτου δειγμάτων σήματος εισόδου μοντέλου δέκτη ραντάρ μεγέθους  $L-N+1$  για κάτω όριο πεδίου ορισμού χρονικού διαστήματος ίσο προς  $t_1$  και για συχνότητα δειγματοληψίας ίση προς  $f_{SH}$  λαμβάνοντας το σήμα διακριτού χρόνου  $x'_{in}(t_1+nT_{SH})$  για  $0 \leq n < L-N+1$ .
10. Αν ισχύουν οι συνθήκες  $i=0$  και  $j=0$  τότε σχημάτισε ένα πακέτο δειγμάτων μεγέθους  $R$  το οποίο να αντιπροσωπεύεται από το σήμα διακριτού χρόνου:

$$x_{IF}(nT_{SH}) = \begin{cases} x'_{in}(t_1 + n \cdot T_{SH}) & 0 \leq n \leq L - 1 \\ 0 & L \leq n \leq L + N - 2 \end{cases}$$

Διαφορετικά σχημάτισε ένα πακέτο δειγμάτων μεγέθους  $R$  που να παριστάνεται από το σήμα διακριτού χρόνου:

$$x_{IF}(nT_{SH}) = \begin{cases} x_{IF(oid)}((L - N + 1) \cdot T_{SH} + n \cdot T_{SH}) & 0 \leq n \leq N - 2 \\ x'_{in}(t_1 - (N - 1) \cdot T_{SH} + n \cdot T_{SH}) & N - 1 \leq n \leq L - 1 \\ 0 & L \leq n \leq L + N - 2 \end{cases}$$

όπου το σήμα διακριτού χρόνου  $x_{IF(oid)}(nT_{SH})$  για  $0 \leq n < R$  αντιπροσωπεύει το πακέτο δειγμάτων της αμέσως προηγούμενης επανάληψης.

11. Υπολόγισε τη συνέλιξη  $y_{IF}(nT_{SH}) = x_{IF}(nT_{SH}) * h_{IF}(nT_{SH})$  των σημάτων διακριτού χρόνου  $x_{IF}(nT_{SH})$  και  $h_{IF}(nT_{SH})$  που υπολογίστηκαν προηγουμένως για κάτω όρια πεδίων ορισμού χρονικών διαστημάτων  $t_{L1}=0$  και  $t_{L2}=0$  αντίστοιχα και για μεγέθη  $L$  και  $N$  αντίστοιχα (τα μηδενικά δείγματα των δύο παραπάνω σημάτων διακριτού χρόνου που προστέθηκαν για το σχηματισμό των πακέτων μεγέθους  $R$  δε λαμβάνονται υπόψη κατά την εκτέλεση του αλγορίθμου συνέλιξης). Το αποτέλεσμα της συνέλιξης  $y_{IF}(nT_{SH})$  περιλαμβάνει συνολικά  $R$  δείγματα και συνεπώς αντιπροσωπεύει ένα πακέτο αντιστοίχου μεγέθους.
12. Αν ισχύουν οι συνθήκες  $i=0$  και  $j=0$  τότε υπολόγισε το σήμα απόκρισης του αναλογικού φίλτρου IF  $y_C(t_1+nT_{SH})$  από τη σχέση  $y_C(t_1+nT_{SH}) = (1/T_{SH}) y_{IF}(nT_{SH})$  για  $0 \leq n < L$ . Σε διαφορετική περίπτωση υπολόγισε το σήμα απόκρισης του αναλογικού φίλτρου IF  $y_C(t_1+nT_{SH})$  από τη σχέση  $y_C(t_1+nT_{SH}) = (1/T_{SH}) y_{IF}((N-1)T_{SH}+nT_{SH})$  για  $0 \leq n < L-N+1$ .
13. Αποδιαμόρφωσε σύμφωνα το σήμα απόκρισης  $y_C(t_1+nT_{SH})$  του αναλογικού φίλτρου IF λαμβάνοντας το σήμα  $y_D(t_1+nT_{SH})$  από τη σχέση  $y_D(t_1+nT_{SH}) = y_C(t_1+nT_{SH}) \cos(2\pi f_C(t_1+nT_{SH}) + \varphi)$ . Αν ισχύουν οι συνθήκες  $i=0$  και  $j=0$  τότε το αποδιαμορφωμένο σήμα  $y_D(t_1+nT_{SH})$  ορίζεται για  $0 \leq n < L$ , αλλιώς το ίδιο σήμα ορίζεται για  $0 \leq n < L-N+1$ .
14. Ενημέρωσε τη μεταβλητή του χρόνου της προσομοίωσης  $t_1$ . Αν ισχύουν οι συνθήκες  $i=0$  και  $j=0$  τότε εκτέλεσε την ενημέρωση  $t_1 = t_1 + L \cdot T_{SH}$ , αλλιώς εκτέλεσε την ενημέρωση  $t_1 = t_1 + (L-N+1) \cdot T_{SH}$ .
15. Αν ισχύει η συνθήκη  $i=0$  τότε υπολόγισε το διακριτό σήμα εξόδου  $y_D(t_2+nT_S)$  του υποδειγματολήπτη τάξης  $M$  από τη σχέση:
- $$y_D(t_2+nT_S) = \begin{cases} 0 & 0 \leq n \leq D-1 \\ A \cdot y_D(t_2 + (n-D) \cdot M \cdot T_{SH}) & D \leq n \leq L-1 \end{cases}$$
- Σε διαφορετική περίπτωση υπολόγισε το διακριτό σήμα εξόδου  $y_D(t_2+nT_S)$  του υποδειγματολήπτη τάξης  $M$  από τη σχέση  $y_D(t_2+nT_S) = A \cdot y_D(t_2+n \cdot M \cdot T_{SH})$ .
16. Αν ισχύει η συνθήκη  $i=0$  τότε σχημάτισε ένα πακέτο δειγμάτων μεγέθους  $R$  το οποίο να αντιπροσωπεύεται από το σήμα διακριτού χρόνου:

$$x_{DF}(nT_s) = \begin{cases} y_D(t_2 + n \cdot T_s) & 0 \leq n \leq L - 1 \\ 0 & L \leq n \leq L + N - 2 \end{cases}$$

Διαφορετικά σχημάτισε ένα πακέτο δειγμάτων μεγέθους  $R$  που να παριστάνεται από το σήμα διακριτού χρόνου:

$$x_{DF}(nT_s) = \begin{cases} x_{DF(oid)}((L - N + 1) \cdot T_s + n \cdot T_s) & 0 \leq n \leq N - 2 \\ y_D(t_2 - (N - 1) \cdot T_s + n \cdot T_s) & N - 1 \leq n \leq L - 1 \\ 0 & L \leq n \leq L + N - 2 \end{cases}$$

όπου το σήμα διακριτού χρόνου  $x_{DF(oid)}(nT_s)$  για  $0 \leq n < R$  αντιπροσωπεύει το πακέτο δειγμάτων της αμέσως προηγούμενης επανάληψης.

17. Υπολόγισε τη συνέλιξη  $y_{DF}(nT_s) = x_{DF}(nT_s) * h_{DF}(nT_s)$  των σημάτων διακριτού χρόνου  $x_{DF}(nT_s)$  και  $h_{DF}(nT_s)$  που υπολογίστηκαν προηγουμένως για κάτω όρια πεδίων ορισμού χρονικών διαστημάτων  $t_{L1}=0$  και  $t_{L2}=0$  αντίστοιχα και για μεγέθη  $L$  και  $N$  αντίστοιχα (τα μηδενικά δείγματα των δύο παραπάνω σημάτων διακριτού χρόνου που προστέθηκαν για το σχηματισμό των πακέτων μεγέθους  $R$  δε λαμβάνονται υπόψη κατά την εκτέλεση του αλγορίθμου συνέλιξης). Το αποτέλεσμα της συνέλιξης  $y_{DF}(nT_s)$  περιλαμβάνει συνολικά  $R$  δείγματα και συνεπώς αντιπροσωπεύει ένα πακέτο αντιστοίχου μεγέθους.
18. Αν ισχύει η συνθήκη  $i=0$  τότε υπολόγισε το σήμα απόκρισης του ψηφιακού φίλτρου Doppler  $y_{out}(t_2+nT_s)$  από τη σχέση  $y_{out}(t_2+nT_s) = y_{DF}(nT_s)$  για  $0 \leq n < L$ . Σε διαφορετική περίπτωση υπολόγισε το σήμα απόκρισης του ψηφιακού φίλτρου Doppler  $y_{out}(t_2+nT_s)$  από τη σχέση  $y_{out}(t_2+nT_s) = y_{DF}((N-1) \cdot T_s + nT_s)$  για  $0 \leq n < L - N + 1$ .
19. Ενημέρωσε τη μεταβλητή του χρόνου της προσομοίωσης  $t_2$ . Αν ισχύει η συνθήκη  $i=0$  τότε εκτέλεσε την ενημέρωση  $t_2 = t_2 + L \cdot T_s$ , αλλιώς εκτέλεσε την ενημέρωση  $t_2 = t_2 + (L - N + 1) \cdot T_s$ .
20. Επέστρεψε το σήμα διακριτού χρόνου εξόδου του μοντέλου δέκτη ραντάρ  $y_{out}(nT_s)$  για  $0 \leq n < n_{max}$ , όπου  $n_{max} = L + (Q-1) \cdot (L - N + 1)$ , και τερμάτισε την εκτέλεση.



## Ε. Λογισμικό Διπλωματικής Εργασίας

### Ε.1 Γενικά

Το παράρτημα αυτό αποτελεί ένα σύντομο εγχειρίδιο περιγραφής και χρήσης του λογισμικού που αναπτύχθηκε και χρησιμοποιήθηκε στα πλαίσια της παρούσας εργασίας. Το λογισμικό αυτό περιέχεται αυτούσιο σε μία δισκέτα μεγέθους 5.25" και χωρητικότητας 1.2 MB που βρίσκεται στο εσωτερικό μέρος του οπισθόφυλλου της παρούσας εργασίας. Η παράθεση της δισκέτας με το λογισμικό στην παρούσα εργασία έγινε για λόγους επαλήθευσης των αποτελεσμάτων που επιτεύχθηκαν κατά την εκπόνηση της εργασίας αυτής καθώς και χρήσης μέρους ή ολοκλήρου του επισυναπτόμενου λογισμικού για ερευνητικούς σκοπούς. Κάθε άλλης φύσεως χρήση ή εκμετάλλευση του επισυναπτόμενου λογισμικού είναι αντιδεοντολογική και απαράδεκτη και αποδοκιμάζεται σφόδρα από το συγγραφέα της παρούσας εργασίας.

Στην αρχή του τρέχοντος παραρτήματος παρουσιάζονται τα αρχεία που περιέχονται στην επισυναπτόμενη δισκέτα περιγράφοντας συνοπτικά τα περιεχόμενα ή τη λειτουργία των αρχείων αυτών. Στη συνέχεια δίνονται συνοπτικές οδηγίες εγκατάστασης του λογισμικού σε έναν υπολογιστή τύπου PC. Κατόπιν παρέχονται οι απαραίτητες οδηγίες εκτέλεσης του λογισμικού και περιγράφονται συνοπτικά τα περιεχόμενα των αρχείων που παράγονται ως αποτέλεσμα της εκτέλεσης. Τέλος δίνονται οι απαραίτητες οδηγίες για τη γραφική απεικόνιση των αποτελεσμάτων εκτέλεσης του λογισμικού στον υπολογιστή.

### Ε.2 Αρχεία λογισμικού

Τα αρχεία που αποτελούν το λογισμικό της παρούσας εργασίας και περιέχονται στην επισυναπτόμενη δισκέτα μπορούν να διακριθούν σε τέσσερις κατηγορίες:

- **Αρχεία κωδίκων.** Τα αρχεία αυτά περιέχουν υπολογιστικές ρουτίνες γραμμένες σε γλώσσα C++ και περιγράφουν σε έναν υπολογιστή όλους τους αλγορίθμους που αναπτύχθηκαν κατά τη διάρκεια εκπόνησης της παρούσας εργασίας με σαφή και κατηγορηματικό τρόπο ούτως ώστε να εξαχθούν τα απαραίτητα αποτελέσματα. Τα

αρχεία αυτά παρέχονται για να χρησιμοποιηθούν σε ερευνητικούς σκοπούς και ουδόλως για οποιαδήποτε άλλη χρήση ή εκμετάλλευση.

- **Εκτελέσιμα αρχεία.** Τα αρχεία αυτά μπορούν να εκτελεστούν από έναν υπολογιστή για την εξαγωγή των αποτελεσμάτων που παρουσιάστηκαν στην παρούσα εργασία. Σε επόμενη ενότητα παρέχονται οι απαραίτητες λεπτομέρειες για τον τρόπο εκτέλεσης των αρχείων αυτών και για τα περιεχόμενα των αρχείων που παράγουν ως αποτελέσματα.
- **Αρχεία οδηγιών.** Τα αρχεία αυτά περιέχουν οδηγίες που σχετίζονται με τον τρόπο μετάφρασης, σύνδεσης και εκτέλεσης των εκτελέσιμων αρχείων που παράγονται από τα αρχεία κωδίκων. Τα αρχεία οδηγιών δημιουργήθηκαν και αναγνωρίζονται από το πακέτο λογισμικού "Borland C++ for Windows Version 3.1", και χρησιμεύουν μόνο για τη δημιουργία νέων εκτελέσιμων αρχείων από τα αρχεία κωδίκων. Ο αναγνώστης μπορεί να απευθυνθεί στα εγχειρίδια του προαναφερόμενου πακέτου λογισμικού για περισσότερες λεπτομέρειες σχετικές με τη δημιουργία νέων εκτελέσιμων αρχείων από τα παρεχόμενα αρχεία οδηγιών.
- **Αρχεία παρουσίασης αποτελεσμάτων.** Τα αρχεία αυτά περιέχουν εντολές σε γλώσσα "MatLab for Windows Version 4.0" και αναγνωρίζονται από το ομώνυμο πακέτο λογισμικού για τη γραφική απεικόνιση των αποτελεσμάτων των εκτελέσιμων αρχείων. Σε επόμενη ενότητα θα γίνει λόγος για τη χρησιμοποίηση των αρχείων αυτών ως εκτελέσιμων από το περιβάλλον του προαναφερόμενου πακέτου λογισμικού.

Τα αρχεία της πρώτης κατηγορίας που περιέχονται στην επισυναπτόμενη δίσκέτα είναι αναλυτικά τα εξής:

- *define.h*: Περιέχει ορισμούς σταθερών και τύπων δεδομένων που χρησιμεύουν σε όλα τα αρχεία κωδίκων.
- *algebra.cpp*: Περιέχει ρουτίνες που εκτελούν πράξεις πινάκων (άθροισμα, βαθμωτό γινόμενο, εσωτερικό γινόμενο κλπ.).

- *delay.cpp*: Περιέχει ρουτίνες που υπολογίζουν την καθυστέρηση ομάδας  $\tau_g(\omega)$  ενός αναδρομικού φίλτρου ή ενός συστήματος αναδρομικού φίλτρου - ισοσταθμιστή φάσης. Επίσης περιέχει ρουτίνες που υπολογίζουν τη συνάρτηση σφάλματος  $e(x, c)$  (και την κλίση της συνάρτησης αυτής  $\nabla e(x, c)$ ) ανάμεσα στην ιδεατή και την πραγματική καθυστέρηση ομάδας ενός συστήματος αναδρομικού φίλτρου - ισοσταθμιστή φάσης.
- *dop\_filt.cpp*: Αποτελεί τον κορμό του σχεδιασμού ενός βαθυπερατού ψηφιακού φίλτρου Doppler. Συνδυάζει κατάλληλα όλες τις σχετικές ρουτίνες που περιέχονται σε άλλα αρχεία κωδίκων.
- *equalize.cpp*: Περιέχει ρουτίνες σχεδιασμού ενός ισοσταθμιστή φάσης κατά τέτοιο τρόπο ώστε να συνεργαστεί με ένα ήδη σχεδιασμένο βαθυπερατό αναδρομικό φίλτρο για να αποτελέσουν μαζί ένα ψηφιακό φίλτρο Doppler συστήματος αναδρομικού φίλτρου - ισοσταθμιστή φάσης.
- *global.cpp*: Περιέχει ρουτίνες που χρησιμεύουν σε όλα τα αρχεία κωδίκων του λογισμικού της παρούσας εργασίας.
- *if\_filt.cpp*: Αποτελεί τον κορμό του σχεδιασμού και της σύνθεσης ενός ζωνοπερατού αναλογικού φίλτρου IF. Συνδυάζει κατάλληλα όλες τις σχετικές ρουτίνες που περιέχονται σε άλλα αρχεία κωδίκων χρησιμοποιώντας τα πρότυπα κανονικοποιημένων συχνοτήτων και κανονικοποιημένων εμπεδήσεων.
- *math.cpp*: Περιέχει ρουτίνες που υπολογίζουν απλές μαθηματικές συναρτήσεις, ρίζες τριώνυμου και τυχαίες μεταβλητές συγκεκριμένων κατανομών.
- *minimaxc.cpp*: Περιέχει ρουτίνες που χρησιμοποιούν μία παραλλαγή του αλγορίθμου minimax ελάχιστης τάξης νόρμας, τον αλγόριθμο minimax του Charalambous, για την εύρεση του κατάλληλου παραμετρικού διανύσματος  $c$  που ελαχιστοποιεί τη μέγιστη απόλυτη τιμή μίας συνάρτησης σφάλματος  $e(x, c)$ . Η παραπάνω παραλλαγή εκτελείται γρηγορότερα από τον αυθεντικό αλγόριθμο αλλά δίνει κάπως ανακριβή αποτελέσματα.

- *minimaxr.cpp*: Περιέχει ρουτίνες που χρησιμοποιούν τον αλγόριθμο minimax ελάχιστης τάξης νόρμας για την εύρεση του κατάλληλου παραμετρικού διανύσματος  $\mathbf{c}$  που ελαχιστοποιεί τη μέγιστη απόλυτη τιμή μίας συνάρτησης σφάλματος  $e(\mathbf{x}, \mathbf{c})$ .
- *nonrecur.cpp*: Περιέχει ρουτίνες που εφαρμόζουν τον αλγόριθμο σχεδιασμού ενός βαθυπερατού μη αναδρομικού φίλτρου κατά τέτοιο τρόπο ώστε να ικανοποιούνται κάποιες προκαθορισμένες προδιαγραφές.
- *over\_sav.cpp*: Περιέχει ρουτίνες που χρησιμοποιούν τον αλγόριθμο επικάλυψης και αποθήκευσης για την προσομοίωση του μοντέλου του δέκτη ραντάρ.
- *printout.cpp*: Περιέχει ρουτίνες εκτύπωσης των αποτελεσμάτων εκτέλεσης του λογισμικού σε συγκεκριμένα αρχεία. Η εκτύπωση των αποτελεσμάτων στα αρχεία πραγματοποιείται με κατάλληλη διάταξη έτσι ώστε αυτά να αναγνωρίζονται στη συνέχεια από τα αρχεία παρουσίασης αποτελεσμάτων.
- *qunewton.cpp*: Περιέχει ρουτίνες που χρησιμοποιούν τον αλγόριθμο Quasi-Newton για την εύρεση του ελαχίστου μίας συνάρτησης πολλών μεταβλητών. Ο αλγόριθμος αυτός μειονεκτεί εξαιτίας των ανακριβών αποτελεσμάτων που δίνει κατά το σχεδιασμό ενός ισοσταθμιστή φάσης.
- *recursiv.cpp*: Περιέχει ρουτίνες που εφαρμόζουν τον αλγόριθμο σχεδιασμού ενός αναδρομικού βαθυπερατού ψηφιακού φίλτρου κατά τέτοιο τρόπο ώστε να ικανοποιούνται κάποιες προκαθορισμένες προδιαγραφές.
- *sim\_elem.cpp*: Περιέχει ρουτίνες προσομοίωσης της λειτουργίας όλων των βασικών μονάδων του μοντέλου δέκτη ραντάρ πλην των φίλτρων και του υποδειγματολήπτη τάξης M..
- *simulate.cpp*: Αποτελεί τον κορμό της προσομοίωσης λειτουργίας του μοντέλου δέκτη ραντάρ. Συνδυάζει κατάλληλα όλες τις σχετικές ρουτίνες που περιέχονται σε άλλα αρχεία κωδίκων.
- *system.cpp*: Περιέχει ρουτίνες που χρησιμεύουν για την προσομοίωση λειτουργίας στο πεδίο του χρόνου και για την εύρεση των χαρακτηριστικών συναρτήσεων στο

πεδίο της συχνότητας κάθε αναλογικού ή ψηφιακού συστήματος που σχεδιάζεται, συνθέτεται και προσομοιώνεται στα πλαίσια της παρούσας εργασίας.

- *utility.cpp*: Περιέχει ρουτίνες εναλλαγής σειράς ριζών και πόλων της απόκρισης συχνότητας ενός συστήματος καθώς και ρουτίνες αποκανονικοποίησης όλων των εμπειδήσεων ενός αναλογικού φίλτρου.

Τα αρχεία της δεύτερης κατηγορίας που περιέχονται στην επισυναπτόμενη δισκέτα είναι αναλυτικά τα εξής:

- *ana\_filt.exe*: Εκτελέσιμο αρχείο σχεδιασμού και σύνθεσης ενός ζωνοπερατού αναλογικού φίλτρου IF με βάση τις προδιαγραφές σχεδιασμού που τέθηκαν κατά την εκπόνηση της παρούσας εργασίας.
- *dig\_filt.exe*: Εκτελέσιμο αρχείο σχεδιασμού ενός βαθυπερατού ψηφιακού φίλτρου Doppler ως μη αναδρομικό, ως αναδρομικό ή ως αναδρομικό με ισοσταθμιστή φάσης με βάση τις προδιαγραφές σχεδιασμού που τέθηκαν κατά την εκπόνηση της παρούσας εργασίας.
- *simulate.exe*: Εκτελέσιμο αρχείο προσομοίωσης λειτουργίας ενός μοντέλου δέκτη ραντάρ υπό τις συνθήκες λήψης που τέθηκαν κατά την εκπόνηση της παρούσας εργασίας.

Τα αρχεία της τρίτης κατηγορίας που περιέχονται στην επισυναπτόμενη δισκέτα είναι αναλυτικά τα εξής:

- *ana\_filt.prj*, *dig\_filt.prj* και *simulate.prj*: Αρχεία που δηλώνουν στο πακέτο λογισμικού "Borland C++ for Windows Version 3.1" τις ομάδες των αρχείων κωδίκων που θα πρέπει να μεταφραστούν και να συνδεθούν για τη δημιουργία των ομώνυμων εκτελέσιμων αρχείων.
- *ana\_filt.dsk*, *dig\_filt.dsk* και *simulate.dsk*: Αρχεία που δηλώνουν στο πακέτο λογισμικού "Borland C++ for Windows Version 3.1" τις μεθόδους μετάφρασης και σύνδεσης των ομάδων των αρχείων κωδίκων για τη δημιουργία των ομώνυμων εκτελέσιμων αρχείων.

- *ana\_filt.def*, *dig\_filt.def* και *simulate.def*: Αρχεία που δηλώνουν στο πακέτο λογισμικού "Borland C++ for Windows Version 3.1" τις πληροφορίες που θα πρέπει να εισαχθούν στα ομώνυμα εκτελέσιμα αρχεία αναφορικά με τη διαχείριση της κύριας μνήμης του υπολογιστή κατά την εκτέλεση των αρχείων αυτών

Τα αρχεία της τέταρτης κατηγορίας που περιέχονται στην επισυναπτόμενη δισκέτα είναι αναλυτικά τα εξής:

- *ana\_filt.m*: Περιέχει κώδικα για τη γραφική απεικόνιση των αποτελεσμάτων σχεδιασμού του βαθυπερατού ψηφιακού φίλτρου Doppler που προέκυψαν από την εκτέλεση του ομώνυμου εκτελέσιμου αρχείου. Το είδος του ψηφιακού φίλτρου είναι αυτό που δηλώθηκε πριν την εκτέλεση του ομώνυμου εκτελέσιμου αρχείου.
- *dig\_filt.m*: Περιέχει κώδικα για τη γραφική απεικόνιση των αποτελεσμάτων σχεδιασμού του ζωνοπερατού αναλογικού φίλτρου IF που προέκυψαν από την εκτέλεση του ομώνυμου εκτελέσιμου αρχείου.
- *simulate.m*: Περιέχει κώδικα για τη γραφική απεικόνιση των αποτελεσμάτων της προσομοίωσης λειτουργίας του μοντέλου δέκτη ραντάρ που προέκυψαν από την εκτέλεση του ομώνυμου εκτελέσιμου αρχείου.
- *ticks.m*: Περιέχει συνάρτηση σε γλώσσα "MatLab for Windows Version 4.0" που υπολογίζει το πλήθος και την τοποθέτηση των υποδιαίρέσεων σε κάθε άξονα γραφικής απεικόνισης των αποτελεσμάτων της παρούσας εργασίας.

Τα παραπάνω αρχεία εγκαθίστανται σε ένα υπολογιστή με τη μέθοδο που περιγράφεται στην αμέσως επόμενη ενότητα.

### E.3 Εγκατάσταση λογισμικού

Το λογισμικό που περιέχεται στην επισυναπτόμενη δισκέτα εγκαθίσταται σε έναν οποιοδήποτε υπολογιστή με την εντολή του DOS:

xcopy (οδηγός δισκέτας):\\*.\* (κατάλογος εργασίας) /v

όπου οι περιγραφές εντός των χαρακτήρων <> αντικαθίστανται από τις συμβολοσειρές που περιγράφονται και που ισχύουν κάθε φορά. Αν ο επιθυμητός κατάλογος εργασίας δεν υπάρχει τότε δύναται να δημιουργηθεί με την εντολή του DOS:

mkdir <κατάλογος εργασίας>

Σημειώνεται ότι η εγκατάσταση του λογισμικού απαιτεί περίπου 1 MB ελεύθερο χώρο στο δίσκο εγκατάστασης.

#### Ε.4 Εκτέλεση λογισμικού

Τα εκτελέσιμα αρχεία του λογισμικού της παρούσας εργασίας που περιέχεται στην επισυναπτόμενη δισκέτα απαιτούν για την εκτέλεσή τους περιβάλλον Windows έκδοσης 3.0 και άνω καθώς και υπολογιστή τύπου PC με επεξεργαστή 80286 ή ανώτερο. Επιπλέον τα παραπάνω αρχεία απαιτούν τουλάχιστον 7-8 MB ελεύθερου χώρου στον κατάλογο εργασίας για την απρόσκοπτη εγγραφή των αποτελεσμάτων εκτέλεσής τους σε αυτόν. Σημειώνεται βέβαια ότι οι παραπάνω απαιτήσεις αφορούν μόνο τα εκτελέσιμα αρχεία του λογισμικού και δεν έχουν να κάνουν σε καμία περίπτωση με τις αντίστοιχες απαιτήσεις των πακέτων λογισμικού "Borland C++ for Windows Version 3.1" και "MatLab for Windows Version 4.0", αν βέβαια τα πακέτα αυτά χρησιμοποιηθούν για τη δημιουργία νέων εκτελέσιμων αρχείων ή για τη γραφική απεικόνιση των αποτελεσμάτων εκτέλεσης αντίστοιχα.

Ο σχεδιασμός του βαθυπερατού ψηφιακού φίλτρου Doppler πραγματοποιείται με την εκτέλεση της εντολής:

<κατάλογος εργασίας>\dig\_filt.exe /<επιλογή 1>

όπου βέβαια οι περιγραφές εντός των χαρακτήρων <> αντικαθίστανται από τις συμβολοσειρές που περιγράφονται και που ισχύουν κάθε φορά. Η <επιλογή 1> μπορεί να πάρει την τιμή  $n$  για το σχεδιασμό του φίλτρου Doppler ως μη αναδρομικό,  $r$  για το σχεδιασμό του φίλτρου Doppler ως αναδρομικό, ή  $e$  για το σχεδιασμό του φίλτρου αυτού ως σύστημα αναδρομικού φίλτρου - ισοσταθμιστή φάσης. Τα αρχεία αποτελεσμάτων που προκύπτουν από την εκτέλεση της παραπάνω εντολής είναι ακόλουθα:

- *df\_param.dat*: Περιέχει τις τιμές των προδιαγραφών σχεδιασμού του βαθυπερατού ψηφιακού φίλτρου Doppler, το είδος του φίλτρου αυτού και το μέγεθός του N.
- *dimp\_rsp.dat*: Περιέχει τη δειγματοληπτημένη κρουστική απόκριση  $h(n)$  του βαθυπερατού ψηφιακού φίλτρου Doppler.
- *dfreq\_rsp.dat*: Περιέχει τις δειγματοληπτημένες συναρτήσεις της απόσβεσης  $A(f/f_s)$  στις ζώνες διάβασης και αποκοπής, της απόκρισης φάσης  $\theta(f/f_s)$  στη ζώνη διάβασης και των καθυστερήσεων φάσης και ομάδας  $\tau_p(f/f_s)$  και  $\tau_g(f/f_s)$  στη ζώνη διάβασης του βαθυπερατού ψηφιακού φίλτρου Doppler.
- *dig\_cnst.dat* (όχι στην περίπτωση σχεδιασμού μη αναδρομικού φίλτρου): Περιέχει τους συντελεστές  $a_{ij}$  και  $b_{ij}$  για  $1 \leq i \leq r$  και  $0 \leq j \leq 2$  της απόκρισης συχνότητας  $H(e^{j\omega T})$  του βαθυπερατού ψηφιακού φίλτρου Doppler, όπου  $r$  ο αριθμός των υποφίλτρων του φίλτρου αυτού.

Ο σχεδιασμός και η σύνθεση του ζωνοπερατού αναλογικού φίλτρου IF πραγματοποιείται με την εκτέλεση της εντολής:

⟨κατάλογος εργασίας⟩\ana\_filt.exe

όπου βέβαια η περιγραφή εντός των χαρακτήρων ⟨⟩ αντικαθίσταται από τη συμβολοσειρά που περιγράφεται και που ισχύει κάθε φορά. Τα αρχεία που προκύπτουν από την εκτέλεση της παραπάνω εντολής είναι ακόλουθα:

- *af\_param.dat*: Περιέχει τις τιμές των προδιαγραφών σχεδιασμού του ζωνοπερατού αναλογικού φίλτρου IF καθώς και το μέγεθός του N.
- *aimp\_rsp.dat*: Περιέχει τη δειγματοληπτημένη κρουστική απόκριση  $h(nT_{SH})$  του ζωνοπερατού αναλογικού φίλτρου IF.
- *afreq\_rsp.dat*: Περιέχει τις δειγματοληπτημένες συναρτήσεις της απόσβεσης  $A(f)$  στις ζώνες διάβασης, κάτω αποκοπής και άνω αποκοπής, της απόκρισης φάσης  $\theta(f)$  στη ζώνη διάβασης και των καθυστερήσεων φάσης και ομάδας  $\tau_p(f)$  και  $\tau_g(f)$  στη ζώνη διάβασης του ζωνοπερατού αναλογικού φίλτρου IF.



- *ana\_cnst.dat*: Περιέχει τους συντελεστές  $a_{ij}$  και  $b_{ij}$  για  $1 \leq i \leq r$  και  $0 \leq j \leq 2$  της απόκρισης συχνότητας  $H(j\omega)$  του ζωνοπερατού αναλογικού φίλτρου IF, όπου  $r$  ο αριθμός των υποφίλτρων του φίλτρου αυτού.
- *elements.dat*: Περιέχει τις τιμές  $L_i$  και  $C_i$  για  $1 \leq i \leq r$  των ηλεκτρικών στοιχείων του μετασχηματισμένου βαθυπερατού φίλτρου, καθώς και τις τιμές  $L_i$ ,  $C_i$  και  $C_{i(i+1)}$  για  $1 \leq i \leq r$  των ηλεκτρικών στοιχείων του φίλτρου συζευγμένων ταλαντωτών (ο πυκνωτής σύζευξης  $C_{i(i+1)}$  δεν ορίζεται για την τιμή του μετρητή  $i=r$ ), όπου  $r$  ο αριθμός των υποφίλτρων. Τα δύο παραπάνω φίλτρα αποτελούν τις εναλλακτικές προτάσεις σύνθεσης του ζωνοπερατού αναλογικού φίλτρου IF.

Η προσομοίωση λειτουργίας του μοντέλου δέκτη ραντάρ πραγματοποιείται με την εκτέλεση της εντολής:

(κατάλογος εργασίας)\simulate.exe / (επιλογή 1) / (επιλογή 2)

όπου βέβαια οι περιγραφές εντός των χαρακτήρων  $\langle \rangle$  αντικαθίστανται από τις συμβολοσειρές που περιγράφονται και που ισχύουν κάθε φορά. Η  $\langle \text{επιλογή 1} \rangle$  παίρνει την τιμή του σηματοθορυβικού λόγου λήψης (SNR) στην είσοδο του μοντέλου δέκτη ραντάρ, όπου η συμβολοσειρά *inf* υποδηλώνει απουσία θορύβου κατά τη λήψη. Η  $\langle \text{επιλογή 2} \rangle$  παίρνει την τιμή του μέτρου της σχετικής ταχύτητας  $\bar{v}$  του στόχου ως προς το μοντέλο δέκτη ραντάρ. Τα αρχεία αποτελεσμάτων που προκύπτουν από την εκτέλεση της παραπάνω εντολής είναι ακόλουθα:

- *ana\_inp.dat*: Περιέχει τη δειγματοληπτημένη διέγερση  $x'_{in}(nT_{SH})$  του ζωνοπερατού αναλογικού φίλτρου IF για το χρονικό διάστημα εκτέλεσης της προσομοίωσης.
- *ana\_out.dat*: Περιέχει τη δειγματοληπτημένη απόκριση  $y'_c(nT_{SH})$  του ζωνοπερατού αναλογικού φίλτρου IF για το χρονικό διάστημα εκτέλεσης της προσομοίωσης.
- *dig\_inp.dat*: Περιέχει τη διέγερση  $y_D(nT_S)$  του βαθυπερατού ψηφιακού φίλτρου Doppler για το χρονικό διάστημα εκτέλεσης της προσομοίωσης.
- *dig\_out.dat*: Περιέχει την απόκριση  $y_{out}(nT_S)$  του βαθυπερατού ψηφιακού φίλτρου Doppler για το χρονικό διάστημα εκτέλεσης της προσομοίωσης.

- *sim\_par.dat*: Περιέχει τις τιμές των προδιαγραφών σχεδιασμού του ζωνοπερατού αναλογικού φίλτρου IF και του βαθυπερατού ψηφιακού φίλτρου Doppler, καθώς και τις τιμές όλων των παραμέτρων της προσομοίωσης λειτουργίας του μοντέλου δέκτη ραντάρ.

Σημειώνεται ότι για την εκτέλεση της προσομοίωσης λειτουργίας του μοντέλου δέκτη ραντάρ είναι απαραίτητα τα αποτελέσματα σχεδιασμού των φίλτρων Doppler και IF. Για το λόγο αυτό καθίσταται αναγκαία η εκτέλεση των σχεδιασμών των φίλτρων Doppler και IF πριν την εκτέλεση της προσομοίωσης.

### E.5 Γραφική απεικόνιση λογισμικού

Τα αποτελέσματα της εκτέλεσης του λογισμικού της παρούσας εργασίας που περιέχεται στην επισυναπτόμενη δισκέτα μπορούν να απεικονιστούν γραφικά στο πακέτο λογισμικού "MatLab for Windows Version 4.0". Η γραφική απεικόνιση των αποτελεσμάτων πραγματοποιείται δίνοντας στο περιβάλλον της MatLab τις ακόλουθες κατά σειρά εντολές:

- `cd (κατάλογος εργασίας)` για τη μετάβαση στον κατάλογο εργασίας
- `dig_filt`, `ana_filt` ή `simulate` για τη γραφική απεικόνιση των αποτελεσμάτων των αρχείων `dig_filt.exe`, `ana_filt.exe` και `simulate.exe` αντίστοιχα.

Σημειώνεται ότι η δυνατότητα εκτέλεσης του πακέτου λογισμικού "MatLab for Windows Version 4.0" σε έναν υπολογιστή δεν εξασφαλίζεται από τη δυνατότητα εκτέλεσης των εκτελέσιμων αρχείων του λογισμικού της παρούσας εργασίας. Ο αναγνώστης θα πρέπει να ανατρέξει στα εγχειρίδια του προαναφερόμενου πακέτου λογισμικού για περισσότερες λεπτομέρειες.

Με την εκτέλεση της εντολής `dig_filt` στο περιβάλλον της MatLab απεικονίζονται γραφικά οι ακόλουθες συναρτήσεις κατά σειρά:

- Κρουστική απόκριση  $h(n)$  του βαθυπερατού ψηφιακού φίλτρου Doppler.
- Απόσβεση  $A(f/f_s)$  του βαθυπερατού ψηφιακού φίλτρου Doppler στη ζώνη διάβασης.

- Απόσβεση  $A(f/f_s)$  του βαθυπερατού ψηφιακού φίλτρου Doppler στη ζώνη αποκοπής.
- Απόκριση φάσης  $\theta(f/f_s)$  του βαθυπερατού ψηφιακού φίλτρου Doppler στη ζώνη διάβασης.
- Καθυστερήσεις φάσης  $\tau_p(f/f_s)$  και ομάδας  $\tau_g(f/f_s)$  του βαθυπερατού ψηφιακού φίλτρου Doppler στη ζώνη διάβασης.

Με την εκτέλεση της εντολής `ana_filt` στο περιβάλλον της MatLab απεικονίζονται γραφικά οι ακόλουθες συναρτήσεις κατά σειρά:

- Δειγματοληπτημένη κρουστική απόκριση  $h(nT_{SH})$  του ζωνοπερατού αναλογικού φίλτρου IF.
- Απόσβεση  $A(f)$  του ζωνοπερατού αναλογικού φίλτρου IF στη ζώνη διάβασης.
- Απόσβεση  $A(f)$  του ζωνοπερατού αναλογικού φίλτρου IF στην κάτω ζώνη αποκοπής.
- Απόσβεση  $A(f)$  του ζωνοπερατού αναλογικού φίλτρου IF στην άνω ζώνη αποκοπής.
- Απόκριση φάσης  $\theta(f)$  του ζωνοπερατού αναλογικού φίλτρου IF στη ζώνη διάβασης.
- Καθυστέρηση φάσης  $\tau_p(f)$  του ζωνοπερατού αναλογικού φίλτρου IF στη ζώνη διάβασης.
- Καθυστέρηση ομάδας  $\tau_g(f)$  του ζωνοπερατού αναλογικού φίλτρου IF στη ζώνη διάβασης.

Με την εκτέλεση της εντολής `simulate` στο περιβάλλον της MatLab απεικονίζονται γραφικά οι ακόλουθες συναρτήσεις κατά σειρά:

- Δειγματοληπτημένο σήμα διέγερσης του ζωνοπερατού αναλογικού φίλτρου IF  $x'_{in}(nT_{SH})$  όπως προκύπτει για ολόκληρο το χρόνο προσομοίωσης.

- Ο πρώτος διαμορφωμένος παλμός της διέγερσης του ζωνοπερατού αναλογικού φίλτρου IF  $x'_{in}(nT_{SH})$ .
- Το δειγματοληπτημένο σήμα απόκρισης του ζωνοπερατού αναλογικού φίλτρου IF  $y'_c(nT_{SH})$  όπως προκύπτει για ολόκληρο το χρόνο προσομοίωσης.
- Ο πρώτος διαμορφωμένος παλμός της δειγματοληπτημένης απόκρισης του ζωνοπερατού αναλογικού φίλτρου IF  $y'_c(nT_{SH})$ .
- Το σήμα διέγερσης του βαθυπερατού ψηφιακού φίλτρου Doppler  $y_D(nT_S)$  όπως προκύπτει για ολόκληρο το χρόνο προσομοίωσης.
- Ο πρώτος παλμός της διέγερσης του βαθυπερατού ψηφιακού φίλτρου Doppler  $y_D(nT_S)$ .
- Το σήμα απόκρισης του βαθυπερατού ψηφιακού φίλτρου Doppler  $y_{out}(nT_S)$  όπως προκύπτει για ολόκληρο το χρόνο προσομοίωσης.
- Ο πρώτος παλμός βασικής ζώνης της απόκρισης του βαθυπερατού ψηφιακού φίλτρου Doppler  $y_{out}(nT_S)$ .

Στο σημείο αυτό ολοκληρώνεται το συνοπτικό εγχειρίδιο περιγραφής και λειτουργίας του λογισμικού που αναπτύχθηκε στα πλαίσια της παρούσας εργασίας. Ο αναγνώστης μπορεί να απευθυνθεί στον συγγραφέα της εργασίας αυτής για περισσότερες λεπτομέρειες.

## F. Πίνακας Συμβόλων

### F.1 Μαθηματικά σύμβολα

Ίσο	=
Περίπου ίσο	$\approx$
Διάφορο	$\neq$
Μεγαλύτερο	$>$
Μικρότερο	$<$
Μεγαλύτερο ή ίσο	$\geq$
Μικρότερο ή ίσο	$\leq$
Σύμβολο αθροίσματος	$\Sigma$
Σύμβολο γινομένου	$\Pi$
Σύμβολο ολοκληρώματος	$\int$
Τετραγωνική ρίζα	$\sqrt{\phantom{x}}$
Ανήκει	$\in$
Δεν ανήκει	$\notin$
Όριο	$\lim$
Τείνει	$\rightarrow$
Άπειρο	$\infty$
Διάνυσμα	$\vec{u}$
Μέτρο διανύσματος $\vec{u}$	$u,  \vec{u} $
Εσωτερικό γινόμενο	$\bullet$
Εξωτερικό γινόμενο	$\times$
Γινόμενο στοιχείου με στοιχείο	$\otimes$
Κλίση	$\nabla$
Απόκλιση	$\nabla \bullet$
Στροφή	$\nabla \times$
Decibel	dB
Απεικόνιση εισόδου - εξόδου συστήματος	$\mathfrak{R}, \mathfrak{R}_A, \mathfrak{R}_D$
Απόλυτη τιμή πραγματικού A	$ A $

Ακέραιο μέρος πραγματικού $x$	$[x]$
Παραγοντικό $n$	$n!=1\cdot2\cdot3\cdots(n-1)\cdot n$
Δύναμη $x$ με βάση $e$	$\exp(x)=e^x$
Δύναμη $x$ με βάση $10$	$\exp_{10}(x)=10^x$
Δεκαδικός λογάριθμος του $x$	$\log_{10}(x)$
Δυαδικός λογάριθμος του $x$	$\log_2(x)$
Φυσικός λογάριθμος του $x$	$\ln(x)$
Παράγωγος της $f(x)$ ως προς $x$ τάξης $n$	$(d^n f)/(dx^n)$
Μερική παράγωγος της $f(x_1, \dots, x_m)$ ως προς $x_i$ τάξης $n$	$(\partial^n f)/(\partial x_i^n)$
Φανταστική μονάδα	$j=(-1)^{1/2}$
Μιγαδικός αριθμός $z$	
$z=x+j\cdot y=r\exp(+j\cdot\theta)$	
Μιγαδικός συζυγής του $z$	$z^*=x-j\cdot y=r\exp(-$
$j\cdot\theta)$	
Πραγματικό μέρος μιγαδικού $z$	$\operatorname{Re}(z)=x=r\cos(\theta)$
Φανταστικό μέρος μιγαδικού $z$	$\operatorname{Im}(z)=y=r\sin(\theta)$
Απόλυτη τιμή μιγαδικού $z$	$ z =(x^2+y^2)^{1/2}=r$
Όρισμα μιγαδικού $z$	$\arg(z)=\tan^{-1}(y/x)=\theta$

## F.2 Ηλεκτρισμός και μαγνητισμός

Ταχύτητα του φωτός	$c=3\cdot10^8\text{ m/sec}$
Ένταση ηλεκτρικού πεδίου	$\vec{E}$
Διηλεκτρική σταθερά κενού	$\epsilon_0=(36\pi)^{-1}\cdot10^{-9}\text{ F/m}$
Σχετική διηλεκτρική σταθερά	$\epsilon_r$
Διηλεκτρική σταθερά υλικού	$\epsilon=\epsilon_r\cdot\epsilon_0$
Ένταση μαγνητικού πεδίου	$\vec{H}$
Μαγνητική διαπερατότητα κενού	$\mu_0=4\pi\cdot10^{-7}\text{ }\Omega\cdot\text{sec/m}$
Σχετική μαγνητική διαπερατότητα	$\mu_r$
Μαγνητική διαπερατότητα υλικού	$\mu=\mu_r\cdot\mu_0$
Ωμική αντίσταση	$R$
Ωμική αντίσταση εξαρτημένη από συχνότητα	$D$

Αγωγιμότητα	G
Αυτεπαγωγή	L
Χωρητικότητα	C
Αντίδραση	X
Εμπέδηση	$Z=R+j\cdot X$
Ειδική αντίσταση	$\rho$
Ειδική αγωγιμότητα	$\sigma$
Ένταση ηλεκτρικού ρεύματος	I
Ηλεκτρική τάση	V
Ηλεκτρική ενέργεια	W
Ηλεκτρική ισχύς	P
Μέση ισχύς σήματος πληροφορίας	S
Μέση ισχύς θορύβου	N
Αφόρτιστος συντελεστής ποιότητας	$Q_0$
Φορτισμένος συντελεστής ποιότητας	$Q_L$

### F.3 Χώρος, χρόνος και συστήματα

Μήκος	a, b, d, l
Μήκος κύματος	$\lambda$
Μήκος κύματος στο κενό	$\lambda_0$
Μήκος κύματος σε κυματοδηγό	$\lambda_g$
Κυματάριθμος	$\beta$
Επιδερμικό βάθος	$\delta$
Συντελεστής απόσβεσης	$\alpha$
Χρόνος	t
Διακριτός χρόνος	n
Χρονική περίοδος	$T=1/f$
Συχνότητα	$f=1/T$
Γωνιακή συχνότητα	$\omega=2\cdot\pi\cdot f$
Πλήθος υποσυστημάτων	r, m
Μέγεθος συστήματος	N, M
Ζώνη συχνοτήτων διάβασης	B

Ζώνη συχνοτήτων αποκοπής

B'

Απόσβεση συχνοτήτων

A

Σχετική παραμόρφωση φάσης

Q



### G. Γλωσσάριο Συντομογραφιών

A/D	Μετατροπή σήματος από αναλογικό σε ψηφιακό
BW	Εύρος ζώνης συχνοτήτων
CMOS	Τρανζίστορ μετάλλου - οξειδίου - ημιαγωγού συμπληρωματικής συμμετρίας
DFT	Διακριτός μετασχηματισμός Fourier
DSP	Ψηφιακός επεξεργαστής σήματος
FDNR	Ωμική αντίσταση εξαρτημένη από τη συχνότητα λειτουργίας
FFT	Ταχύς μετασχηματισμός Fourier
FIR	Σύστημα κρουστικής απόκρισης πεπερασμένης χρονικής διάρκειας
IDFT	Αντίστροφος διακριτός μετασχηματισμός Fourier
IF	Ζώνη συχνοτήτων λειτουργίας του αναλογικού πομπού ή δέκτη
IFFT	Αντίστροφος ταχύς μετασχηματισμός Fourier
IIR	Σύστημα κρουστικής απόκρισης άπειρης χρονικής διάρκειας
KHN	W. J. Kerwin, L. P. Huelsman και R. W. Newcomb
LTI	Γραμμικό και χρονικά σταθερό σύστημα
MOSFET	Τρανζίστορ εγκάρσιου πεδίου μετάλλου - οξειδίου - ημιαγωγού
PRB	Βασική διάταξη συντονιστή
PRF	Συχνότητα επανάληψης παλμών
RF	Ζώνη συχνοτήτων εκπομπής ή λήψης σήματος πληροφορίας

---

SNR	Λόγος μέσης ισχύος σήματος πληροφορίας προς τη μέση ισχύ του θορύβου στην είσοδο του δέκτη
TE	Εγκάρσιο ηλεκτρικό κύμα
TEM	Εγκάρσιο ηλεκτρομαγνητικό κύμα
TM	Εγκάρσιο μαγνητικό κύμα
VHF	Ζώνη πολύ υψηλών συχνοτήτων
VLSI	Πολύ μεγάλη κλίμακα ολοκλήρωσης

## Η. Βιβλιογραφία Διπλωματικής Εργασίας

Ο κατάλογος που ακολουθεί περιλαμβάνει πρώτα την ελληνική και κατόπιν τη διεθνή βιβλιογραφία που χρησιμοποιήθηκε κατά την εκπόνηση της παρούσας εργασίας. Οι αναφορές της ελληνικής και της διεθνούς βιβλιογραφίας κατατάσσονται κατά αλφαβητική σειρά του επωνύμου του πρώτου συγγραφέα.

- 1) **Κ. Καρούμπαλου και Κ. Βαλεοντή**, *Εφαρμοσμένος Ηλεκτρομαγνητισμός*, Βασδέκης, Αθήνα, 1979.
- 2) **Β. Σ. Κουικόγλου**, *Σημειώσεις Συστημάτων Προσομοίωσης*, Πολυτεχνείο Κρήτης, Χανιά, 1992.
- 3) **Σ. Σ. Κουρή**, *Σημειώσεις Ασυρμάτου Τηλεπικοινωνίας ΙΙΙ*, Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης, Θεσσαλονίκη, 1992.
- 4) **Δ. Μαρκόπουλου**, *Μικροκυματικά και Δορυφορικά Συστήματα*, Ίων, Αθήνα, 1990.
- 5) **Ι. Ν. Σάχαλου**, *Μικροκύματα*, Αϊβαζής - Ζουμπούλης, Θεσσαλονίκη, 1990.
- 6) **A. Antoniou**, *Digital Filters - Analysis, Design and Applications*, Second Edition, McGraw-Hill, Singapore, 1993.
- 7) **R. L. Burden and J. D. Faires**, *Numerical Analysis*, Fourth Edition, PWS-Kent, Boston, 1989.
- 8) **P. Duhamel**, "Implementation of Split-Radix FFT Algorithms for Complex, Real and Real - Symmetric Data", *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, Volume 34, Number 2, Pages 285-295, April 1986.
- 9) **L. P. Huelsman**, *Active and Passive Analog Filter Design - An Introduction*, McGraw-Hill, Singapore, 1993.
- 10) **B. C. Kuo**, *Automatic Control Systems*, Sixth Edition, Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1991.
- 11) **N. Levanon**, *Radar Principles*, John Wiley and Sons, New York, 1988.

- 12) **S. Niewiadomski**, *Filter Handbook - A Practical Design Guide*, Heinemann Newnes, Oxford, 1989.
- 13) **M. Skolnik**, *Radar Handbook*, Second Edition, McGraw-Hill, New York, 1990.