



Σχολή Μηχανικών
Παραγωγής και Διοίκησης

Διπλωματική Εργασία

ΠΡΟΒΛΕΨΗ ΠΩΛΗΣΕΩΝ ΗΛΕΚΤΡΙΚΩΝ ΑΥΤΟΚΙΝΗΤΩΝ

Μιχαέλα Κουφού
Α.Μ: 2020010042

**ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ
ΑΤΣΑΛΑΚΗΣ ΓΕΩΡΓΙΟΣ**

Χανιά, Ιούλιος 2025

Ευχαριστίες:

Με την ολοκλήρωση αυτής της διπλωματικής εργασίας, αισθάνομαι την ανάγκη να εκφράσω τις ειλικρινείς μου ευχαριστίες σε όλους όσοι συνέβαλαν με οποιονδήποτε τρόπο στην υλοποίησή της. Πρώτα και κύρια, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα καθηγητή μου, κύριο Ατσαλάκη, για την πολύτιμη καθοδήγηση, την επιστημονική του κατάρτιση και την αμέριστη διάθεσή του να στηρίξει την προσπάθειά μου με υπομονή και συνέπεια. Ιδιαίτερη ευγνωμοσύνη οφείλω στην οικογένειά μου, για την αδιάκοπη συμπαράσταση, την αγάπη και την πίστη τους σε εμένα. Η σταθερή τους παρουσία υπήρξε πολύτιμο στήριγμα στις πιο απαιτητικές στιγμές αυτής της πορείας.

Περίληψη:

Σε αυτή τη διπλωματική εργασία, επιδιώκεται η πρόβλεψη των μηνιαίων πωλήσεων ηλεκτρικών αυτοκινήτων μέσω της εφαρμογής ενός προσαρμοστικού νευρο-ασαφούς συστήματος (Adaptive Neuro-Fuzzy System – ANFIS) και μέσω ασαφών συνόλων (fuzzy type). Τα ηλεκτρικά οχήματα έχουν όμως προσελκύσει το ενδιαφέρον πολλών αγοραστών και πολλών παραγωγών με αποτέλεσμα να επενδύονται τεράστια ποσά στην παγκόσμια οικονομία. Οι διακυμάνσεις των πωλήσεων καθιστά απαραίτητη την πρόβλεψη των πωλήσεων για πολλούς παραγωγούς ώστε να προγραμματίζουν την παραγωγή τους

Το σύστημα ANFIS και το fuzzy type επιλέχθηκε από μία πληθώρα μεθόδων πρόβλεψης, για τις δυνατότητες που παρέχει ο συνδυασμός ασαφούς λογικής και τεχνητών νευρωνικών δικτύων που δομούν τον αλγόριθμο ANFIS. Στο σύστημα fuzzy type η βελτιστοποίηση του μοντέλου θα γίνει με τον αλγόριθμο Particle Swarm. Τα αποτελέσματα θα συγκριθούν, με παραδοσιακές μεθόδους πρόβλεψης Αυτοπαλινδρόμηση – (Auto Regression) και Παλινδρόμηση Κινούμενου Μέσου (Auto Regression Moving Average) για περαιτέρω αξιολόγηση των αποτελεσμάτων.

Abstract:

In this thesis, the goal is to forecast the monthly sales of electric vehicles through the application of an Adaptive Neuro-Fuzzy Inference System (ANFIS) and fuzzy type systems. Electric vehicles have attracted the interest of many buyers and manufacturers, leading to significant investments in the global economy. The fluctuations in sales make it essential for many manufacturers to forecast sales in order to effectively plan their production.

The ANFIS system and the fuzzy type approach were selected from a wide range of forecasting methods due to the advantages provided by the combination of fuzzy logic and artificial neural networks that form the basis of the ANFIS algorithm. In the fuzzy type system, model optimization will be performed using the Particle Swarm Optimization algorithm. The results will be compared with traditional forecasting methods - Auto Regression (AR) and Auto Regression Moving Average (ARMA) for further evaluation of the outcomes.

Keywords:

ANFIS Model, Fuzzy Type-2, Neuro-Fuzzy systems, Neural Networks, Auto-Regression model, Auto-Regression Moving Average Model.

Περιεχόμενα	
Συντομογραφίες:.....	5
Κατάλογος Σχημάτων.....	7
Κατάλογος Πινάκων.....	9
Εισαγωγή	10
Στόχοι της Εργασίας.....	11
Σύγχρονα και παραδοσιακά μοντέλα πρόβλεψης	12
Κεφάλαιο 1. Ιστορική Αναδρομή Ηλεκτρικών αυτοκινήτων	33
1.1 Η Εξάπλωση και το Ποσοστό Αγοράς των Ηλεκτρικών Οχημάτων (EV) στις Ηνωμένες Πολιτείες	39
Κεφάλαιο 2. Βιβλιογραφική αναφορά.....	44
Κεφάλαιο 3. Ανάλυση δεδομένων	55
3.1 Δεδομένα	55
3.2 Προετοιμασία Δεδομένων	57
Κεφάλαιο 4. Μεθοδολογικό πλαίσιο	58
4.1 Ασαφής λογική (Fuzzy logic)	58
4.2 Νευρωνικά δίκτυα.....	69
4.2.1 Τεχνητά νευρωνικά δίκτυα.....	72
4.3 Προσαρμοστικό νεύρο-ασαφές σύστημα (Adaptive Neuro Fuzzy System – ANFIS)	76
4.4 Διαφορές μεταξύ ANFIS και Παραδοσιακής Fuzzy Λογικής.....	81
4.5 Αυτοπαλίνδρομο μοντέλο (Auto Regression-AR).....	82
4.6 Αυτοπαλίνδρομο μοντέλο κινητού μέσου όρου (Auto Regression Moving Average- ARMA)	85
Κεφάλαιο 5. Εκπαίδευση και Αξιολόγηση Αλγορίθμων	87
Κεφάλαιο 6. Αποτελέσματα.....	89
6.1 Αποτελέσματα του μοντέλου ANFIS	91
6.2 Αποτελέσματα του ασαφούς μοντέλου τύπου-2 (Fuzzy Type-2).....	101

6.3 Αποτελέσματα των μοντέλων AR και ARMA.....	104
Κεφάλαιο 7. Σύγκριση μοντέλων	109
Κεφάλαιο 8. Συμπεράσματα.....	112
Βιβλιογραφία.....	114

Συντομογραφίες:

ANFIS	Adaptive Neuro Fuzzy Inference System
AR	Autoregressive Model
ARMA	Autoregressive Moving Average Model
RMSE	Root Mean Squared Error
MAE	Mean Absolute Error
MSE	Mean Square Error
PSO	Particle Swarm Optimization
EV	Electric Vehicles
ICE	Internal Combustion Engine
ΟΠΕΚ	Οργανισμός Πετρελαιοπαραγωγών Εξαγωγών Κρατών
V2G	Vehicle to Grid
GBM	Generalized Bass Model
LSTM	Long Short-Term Memory
SARIMA	Seasonal Autoregressive Integrated Moving Average
SHAP	Shapley Additive Explanations

ARIMA	Autoregressive Integrated Moving Average
RW	Random Walk
MLP	Multilayer Perceptron
RNN	Recurrent Neural Networks
SVM	Support Vector Machines
LSM	Level Set Method
GARCH	Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity
CT2TFDNN	Chaotic Type-2 Transient-Fuzzy Deep Neuro-Oscillatory Network
GBM	Generalized Bass Model

Κατάλογος Σχημάτων

Σχήμα 1 Το ηλεκτρικό μοντέλο του Ányos Jedlik (Szabo & Iulia, 2022).	34
Σχήμα 2 Το ηλεκτρικό μοντέλο του Stratingh (Szabo & Iulia, 2022).	34
Σχήμα 3 Η άμαξα του Anderson (Szabo & Iulia, 2022).....	35
Σχήμα 4 Το Electrobat - ηλεκτρικό ταξί (Szabo & Iulia, 2022).	36
Σχήμα 5 Το πρώτο υβριδικό αυτοκίνητο (Szabo & Iulia, 2022).	36
Σχήμα 6 Fritchle Victoria – 100 μίλια αυτονομία (Szabo & Iulia, 2022).	37
Σχήμα 7 Ετήσιες πωλήσεις ηλεκτρικών οχημάτων (BEV και PHEV) στις Ηνωμένες Πολιτείες για την περίοδο 2020–2024 (Isenstadt & Slowik, 2025).....	40
Σχήμα 8 Συσχέτιση ετήσιων πωλήσεων ηλεκτρικών οχημάτων (BEV & PHEV) με τον αριθμό διαθέσιμων μοντέλων στις Ηνωμένες Πολιτείες (2012–2024) (Isenstadt & Slowik, 2025). ...	40
Σχήμα 9 Ετήσιες πωλήσεις ηλεκτρικών οχημάτων (EV) στις Ηνωμένες Πολιτείες ανά κατασκευαστή για την περίοδο 2010–2020 (Bui, Slowik, & Lutsey, 2021).	41
Σχήμα 10 Ετήσιες πωλήσεις ηλεκτρικών οχημάτων στις Ηνωμένες Πολιτείες από το 2011 έως το 2024, ανά κατασκευαστή, εξαιρουμένης της Tesla (Isenstadt & Slowik, 2025).	42
Σχήμα 11 Ποσοστό εγγραφών νέων ηλεκτρικών οχημάτων (EV) στις Ηνωμένες Πολιτείες ανά μητροπολιτική περιοχή το 2020 (Bui, Slowik, & Lutsey, 2021).	43
Σχήμα 12 Μηνιαίες πωλήσεις ηλεκτρικών αυτοκινήτων.	55
Σχήμα 13 Δεδομένα του συνόλου εκπαίδευσης (80%).	56
Σχήμα 14 Δεδομένα του συνόλου ελέγχου (20%).	56
Σχήμα 15 Γραφική αναπαράσταση της τριγωνικής συνάρτησης συμμετοχής (Gholamy, Kosheleva, & Kreinovich, 2019).....	60
Σχήμα 16 Γραφική αναπαράσταση της τραπεζοειδούς συνάρτησης συμμετοχής (Gholamy, Kosheleva, & Kreinovich, 2019).....	61
Σχήμα 17 Γραφική αναπαράσταση της γκαουσιανής συνάρτησης συμμετοχής (Dym & McKean, 2008).....	61
Σχήμα 18 Γραφική αναπαράσταση της σιγμοειδούς συνάρτησης συμμετοχής (Kyurkchiev & Markov, 2015).....	62
Σχήμα 19 Γραφική αναπαράσταση της γενικευμένης συνάρτησης συμμετοχής Bell (Samanta, 2015).....	63
Σχήμα 20 Η βασική δομή ενός συστήματος ασαφούς λογικής (Samavat, και συν., 2023).....	64
Σχήμα 21 Μοντέλο ασαφούς εξαγωγής συμπερασμάτων Mamdani (Ladnykh & Ibadov, 2024).	65
Σχήμα 22 Μοντέλο ασαφούς εξαγωγής συμπερασμάτων Sugeno (Cho, και συν., 2020).....	66

Σχήμα 23 Η αρχιτεκτονική ενός τεχνητού νευρωνικού δικτύου. (Krenker, Bešter, & Kos, 2011)	73
Σχήμα 24 Απεικόνιση επιπέδων του αλγορίθμου ANFIS (Melin, Soto, Castillo, & Soria, 2012).	77
Σχήμα 25 Γραφική απεικόνιση των επιλεγμένων δεδομένων εκπαίδευσης.	90
Σχήμα 26 Αρχικές συναρτήσεις συμμετοχής για τις εισαγωγικές μεταβλητές πριν από την εκπαίδευση του μοντέλου ANFIS.	94
Σχήμα 27 Τελική συνάρτηση συμμετοχής για τις εισαγωγικές μεταβλητές μετά από την εκπαίδευση του μοντέλου ANFIS.	95
Σχήμα 28 Αξιολόγηση του μοντέλου ANFIS κατά την πρόβλεψη πάνω στα δεδομένα εκπαίδευσης.	96
Σχήμα 29 Αξιολόγηση του μοντέλου ANFIS κατά την πρόβλεψη πάνω στα δεδομένα ελέγχου.	97
Σχήμα 30 Σφάλματα πρόβλεψης συναρτήσει του χρόνου για το μοντέλο ANFIS.	98
Σχήμα 31 Αρχική διαμόρφωση του FIS.	99
Σχήμα 32 Τελική διαμόρφωση του FIS.	99
Σχήμα 33 Σφάλματα εκπαίδευσης για το σύνολο δεδομένων.	100
Σχήμα 34 Αξιολόγηση του μοντέλου Fuzzy Type-2 κατά την πρόβλεψη πάνω στα δεδομένα.	102
Σχήμα 35 Αξιολόγηση του μοντέλου Fuzzy Type-2 κατά την πρόβλεψη πάνω στα δεδομένα ελέγχου.	103
Σχήμα 36 Αξιολόγηση του μοντέλου AR κατά την πρόβλεψη πάνω στα δεδομένα εκπαίδευσης.	105
Σχήμα 37 Αξιολόγηση του μοντέλου AR κατά την πρόβλεψη πάνω στα δεδομένα ελέγχου.	106
Σχήμα 38 Αξιολόγηση του μοντέλου ARMA κατά την πρόβλεψη πάνω στα δεδομένα εκπαίδευσης.	107
Σχήμα 39 Αξιολόγηση του μοντέλου ARMA κατά την πρόβλεψη πάνω στα δεδομένα ελέγχου.	108
Σχήμα 40 Σύγκριση προβλέψεων μοντέλων και πραγματικών τιμών στο σύνολο ελέγχου.	110

Κατάλογος Πινάκων

Πίνακας 1 Μετρήσεις απόδοσης του μοντέλου ANFIS με διαφορετικούς τύπους συνάρτησης συμμετοχής για την πρόβλεψη πωλήσεων EV (Epochs=100, mf=2, ss=0,8).....	92
Πίνακας 2 Μετρήσεις απόδοσης του μοντέλου ANFIS με διαφορετικούς τύπους συνάρτησης συμμετοχής για την πρόβλεψη πωλήσεων EV (Epochs=100, mf=3, ss=0,8).....	92
Πίνακας 3 Μετρήσεις απόδοσης του μοντέλου ANFIS με διαφορετικούς τύπους συνάρτησης συμμετοχής για την πρόβλεψη πωλήσεων EV (Epochs=100, mf=4, ss=0,8).....	93
Πίνακας 4 Μετρήσεις απόδοσης του μοντέλου Fuzzy Type-2 για την πρόβλεψη τιμών ηλεκτρικών αυτοκινήτων.....	103
Πίνακας 5 Μετρήσεις απόδοσης των μοντέλων AR και ARMA για την πρόβλεψη τιμών ηλεκτρικών αυτοκινήτων.....	108
Πίνακας 6 Τιμές του μετρικού σφάλματος RMSE για την πρόβλεψη τιμών ηλεκτρικών αυτοκινήτων.....	109

Εισαγωγή

Η παρούσα εργασία στοχεύει στην πρόβλεψη των πωλήσεων ηλεκτρικών οχημάτων με τη χρήση μερικών μοντέλων πρόβλεψης. Για να κριθεί κατά πόσο το αποτέλεσμα ενός μοντέλου είναι σωστό, υλοποιείται μια συγκεκριμένη διαδικασία. Αναλυτικότερα, τα μοντέλα δεν θα υπολογίζουν μελλοντικές τιμές (πχ αυριανές πωλήσεις ηλεκτρικών αυτοκινήτων), τιμές δηλαδή που δεν είναι γνωστές, αλλά θα προβλέπουν τιμές που αντιθέτως είναι γνωστές (πχ χθεσινές πωλήσεις ηλεκτρικών αυτοκινήτων). Με αυτόν τον τρόπο, θα γίνει σύγκριση των τιμών που είναι γνωστών, με αυτών των τιμών που τα μοντέλα πρόβλεψαν. Εάν το αποτέλεσμα της σύγκρισης είναι εντός των αναμενόμενων ορίων, το μοντέλο θεωρείται αξιόπιστο και θα χρησιμοποιηθεί για να προβλέψει μελλοντικές πωλήσεις ηλεκτρικών αυτοκινήτων. Επιπλέον, για να πραγματοποιηθεί βελτιστοποίηση του μοντέλου θα χρησιμοποιηθούν 2 σύνολα. Το πρώτο είναι το σύνολο εκπαίδευσης (training set) που χρησιμοποιείται για την κατασκευή του μοντέλου και το δεύτερο είναι το σύνολο ελέγχου (test set) και χρησιμοποιείται για την επικύρωση του μοντέλου. Συνήθως σε περιπτώσεις πρόβλεψης, χρησιμοποιείται το 70%-80% του συνόλου τιμών για εκπαίδευση και το υπόλοιπο ποσοστό για πρόβλεψη. Επιπρόσθετα, θα υπολογιστούν κάποια μέτρα σύγκρισης της απόδοσης ή ως γνωστό σφάλματα σε κάθε μοντέλο και στο Κεφάλαιο 6 θα γίνει μια σύγκριση αυτών των σφαλμάτων. Πιο συγκεκριμένα τα σφάλματα είναι εκτίμηση του τελικού σφάλματος πρόβλεψης του Akaike (FPE), εκτίμηση του κριτηρίου πληροφορίας του Akaike (AIC), η ρίζα του μέσου τετραγωνικού σφάλματος (RMSE), το μέσο απόλυτο σφάλμα (MAE), μέσο απόλυτο ποσοστό σφάλματος (MAPE) και το μέσο τετραγωνικό σφάλμα (MSE). Τα σφάλματα αυτά τα θέλουμε όσο το δυνατόν μικρότερα.

Στόχοι της Εργασίας

Ο κύριος στόχος της παρούσας εργασίας είναι η ανάπτυξη και αξιολόγηση ενός συστήματος πρόβλεψης για τις μηνιαίες πωλήσεις ηλεκτρικών αυτοκινήτων της Tesla στις Ηνωμένες Πολιτείες, με έμφαση στην αξιοποίηση προχωρημένων τεχνικών υπολογιστικής νοημοσύνης. Για τον σκοπό αυτό εφαρμόζονται δύο μεθοδολογίες: το Προσαρμοστικό Νεύρο-Ασαφές Σύστημα Συμπερασμού (ANFIS) και το μοντέλο ασαφούς λογικής τύπου-2, τα οποία συνδυάζουν τα πλεονεκτήματα των νευρωνικών δικτύων και της ασαφούς λογικής, επιτρέποντας τη μοντελοποίηση μη γραμμικών συστημάτων με υψηλή αβεβαιότητα.

Η εργασία στοχεύει στη συγκριτική αξιολόγηση αυτών των μεθόδων έναντι παραδοσιακών στατιστικών μοντέλων πρόβλεψης, όπως το αυτοπαλίνδρομο μοντέλο (AR) και το μοντέλο αυτοπαλίνδρομου κινητού μέσου όρου (ARMA). Ειδικό βάρος δίνεται στη βελτιστοποίηση του ασαφούς μοντέλου τύπου-2 μέσω του αλγορίθμου σμήνους σωματιδίων (Particle Swarm Optimization - PSO), με στόχο την αύξηση της ακρίβειας πρόβλεψης. Παράλληλα, γίνεται επεξεργασία και ανάλυση ιστορικών χρονοσειρών πωλήσεων, με κατάλληλη προετοιμασία των δεδομένων και διαχωρισμό τους σε σύνολα εκπαίδευσης και ελέγχου. Η συνολική προσπάθεια αποσκοπεί στην αξιολόγηση της αποτελεσματικότητας των επιλεγμένων μοντέλων πρόβλεψης και στην ενίσχυση της λήψης αποφάσεων σε επίπεδο παραγωγικού και επιχειρησιακού σχεδιασμού στην αναπτυσσόμενη αγορά ηλεκτρικών οχημάτων.

Σύγχρονα και παραδοσιακά μοντέλα πρόβλεψης

Η πρόβλεψη των πωλήσεων ηλεκτρικών αυτοκινήτων αποτελεί μια σύνθετη πρόκληση, καθώς επηρεάζεται από πλήθος παραγόντων όπως οι τεχνολογικές εξελίξεις, οι κρατικές πολιτικές, οι τιμές ενέργειας και οι καταναλωτικές τάσεις. Η ενότητα αυτή εξετάζει διάφορες μεθόδους πρόβλεψης, από τα παραδοσιακά στατιστικά μοντέλα έως τις σύγχρονες τεχνικές μηχανικής μάθησης, εστιάζοντας στην ακρίβεια και την αξιοπιστία τους. Ιδιαίτερη έμφαση δίνεται σε μοντέλα όπως το ARIMA, τα μοντέλα τυχαίου περιπάτου, τα τεχνητά νευρωνικά δίκτυα καθώς και υβριδικές προσεγγίσεις, προσφέροντας μια συνοπτική επισκόπηση των σύγχρονων πρακτικών πρόβλεψης στον τομέα των ηλεκτρικών οχημάτων.

Παραδοσιακά μοντέλα πρόβλεψης

1. Αυτοπαλινδρομικό μοντέλο κινητού μέσου όρου (ARIMA): Το μοντέλο ARIMA (Autoregressive Integrated Moving Average) είναι ένα από τα πιο ευρέως χρησιμοποιούμενα στατιστικά εργαλεία για την ανάλυση και πρόβλεψη χρονολογικών σειρών. Ο σκοπός του μοντέλου είναι να καταγράψει τη δυναμική συμπεριφορά μιας μεταβλητής στο χρόνο και να προβλέψει μελλοντικές της τιμές βασιζόμενο αποκλειστικά στα ιστορικά δεδομένα της ίδιας σειράς. Το ακρωνύμιο ARIMA προέρχεται από τα τρία βασικά του συστατικά: αυτοπαλινδρόμηση (AR), ολοκλήρωση ή διαφοροποίηση (I) και κινητό μέσο όρο (MA).

Η αυτοπαλινδρόμηση (AR) εκφράζει την ιδέα ότι η παρούσα τιμή της χρονοσειράς εξαρτάται γραμμικά από τις προηγούμενες τιμές της ίδιας σειράς.

Για παράδειγμα, στο μοντέλο AR τάξης p , η τιμή X_t προσδιορίζεται από τις τιμές X_{t-1} , X_{t-2} , ..., X_{t-p} σύμφωνα με την εξίσωση:

$$X_t = \varphi_1 \cdot X_{t-1} + \varphi_2 \cdot X_{t-2} + \dots + \varphi_p \cdot X_{t-p} + e_t,$$

Όπου:

- οι συντελεστές φ_i εκτιμώνται από τα δεδομένα και
- e_t είναι ένας τυχαίος όρος λάθους (λευκός θόρυβος).

Η ολοκλήρωση (I), δηλαδή η διαφοροποίηση, εφαρμόζεται όταν η χρονοσειρά δεν είναι στάσιμη, όταν δηλαδή παρουσιάζει τάσεις ή διακυμάνσεις που αυξάνονται με τον χρόνο. Η διαφοροποίηση αποσκοπεί στην αφαίρεση της μη στασιμότητας.

Η πιο συνηθισμένη προσέγγιση είναι η πρώτη διαφορά, που δίνεται από τη σχέση:

$$Y_t = X_t - X_{t-1}$$

Αν η πρώτη διαφορά δεν επαρκεί για τη στασιμότητα της σειράς, εφαρμόζονται επιπλέον διαφορές. Ο αριθμός των διαφορών που απαιτούνται δηλώνεται από την παράμετρο d .

Το στοιχείο του κινητού μέσου όρου (MA) αντιπροσωπεύει την εξάρτηση της τρέχουσας τιμής από προηγούμενα σφάλματα πρόβλεψης.

Στο μοντέλο MA τάξης q , η τιμή X_t περιγράφεται ως:

$$X_t = \mu + e_t + \theta_1 \cdot e_{t-1} + \theta_2 \cdot e_{t-2} + \dots + \theta_q \cdot e_{t-q},$$

Όπου:

- θ_q είναι οι συντελεστές του μοντέλου MA και
- μ ο μέσος όρος της σειράς.

Το στοιχείο αυτό είναι χρήσιμο για τη μοντελοποίηση της στοχαστικής μεταβλητότητας που δεν μπορεί να εξηγηθεί από τις παλαιότερες τιμές.

Το πλήρες μοντέλο ARIMA συνδυάζει αυτά τα τρία στοιχεία και συμβολίζεται ως ARIMA(p, d, q), όπου οι παράμετροι p , d και q αντιστοιχούν στην τάξη του AR, στον αριθμό διαφορών και στην τάξη του MA, αντίστοιχα.

Η γενική του μορφή δίνεται από την εξίσωση:

$$\Delta^d X_t = c + \varphi_1 \cdot \Delta^d \cdot X_{t-1} + \dots + \varphi_p \cdot \Delta^d \cdot X_{t-p} + e_t + \theta_1 \cdot e_{t-1} + \dots + \theta_q \cdot e_{t-q},$$

Όπου:

- $\Delta^d X_t$ είναι η διαφοροποιημένη σειρά (d -οστών τάξεων).

Η ανάπτυξη ενός ARIMA μοντέλου βασίζεται στη μεθοδολογία Box-Jenkins, η οποία περιλαμβάνει τρία βασικά στάδια: την αναγνώριση του κατάλληλου μοντέλου, την εκτίμηση των παραμέτρων και τον διαγνωστικό έλεγχο για την καταλληλότητα του. Αρχικά, εξετάζεται αν η χρονοσειρά είναι στάσιμη και εφαρμόζονται διαφορές αν χρειάζεται. Έπειτα, χρησιμοποιούνται διαγράμματα αυτοσυσχέτισης (ACF) και μερικής αυτοσυσχέτισης (PACF) για την επιλογή των παραμέτρων p και q . Στη συνέχεια, εκτιμώνται οι συντελεστές με στατιστικές μεθόδους όπως η μέγιστη πιθανοφάνεια. Τέλος, εξετάζεται κατά πόσον τα υπολείμματα του μοντέλου συμπεριφέρονται σαν λευκός θόρυβος. Αν όχι, το μοντέλο αναθεωρείται.

Η βασική δύναμη του ARIMA έγκειται στην ικανότητά του να ενσωματώνει εξαρτήσεις στο χρόνο, δίχως να απαιτεί αυστηρές υποθέσεις για την κατανομή των δεδομένων. Το μοντέλο “μαθαίνει” από το ιστορικό των τιμών και των σφαλμάτων και προσαρμόζεται δυναμικά στα νέα δεδομένα. Έτσι, μπορεί να προσφέρει υψηλής ποιότητας προβλέψεις ακόμα και σε σειρές με πολυπλοκότητα, τάσεις ή κυκλικές μεταβολές. Η ευελιξία και η θεωρητική του πληρότητα καθιστούν το ARIMA απαραίτητο εργαλείο σε κάθε ανάλυση χρονολογικής σειράς (Ho & Xie, 1998).

2. Το μοντέλο SARIMA (Seasonal AutoRegressive Integrated Moving Average) αποτελεί μια επέκταση του γνωστού στατιστικού μοντέλου ARIMA και χρησιμοποιείται ευρέως για την πρόβλεψη χρονοσειρών που εμφανίζουν εποχικότητα. Ενώ το βασικό ARIMA μπορεί να χειριστεί χρονοσειρές με τάσεις, δεν ενσωματώνει εποχικά μοτίβα. Σε τέτοιες περιπτώσεις, το SARIMA είναι η κατάλληλη επιλογή, καθώς μπορεί να διαχειριστεί τόσο τη γενική τάση όσο και τις περιοδικές διακυμάνσεις της χρονοσειράς.

Το SARIMA περιγράφεται μαθηματικά ως $SARIMA(p, d, q)(P, D, Q)_s$, όπου οι πρώτοι τρεις όροι (p, d, q) αφορούν τα μη εποχικά χαρακτηριστικά του μοντέλου και οι επόμενοι τρεις (P, D, Q) αναφέρονται στις αντίστοιχες εποχικές παραμέτρους. Ο αριθμός s δηλώνει το μήκος της εποχικότητας. Για παράδειγμα, για μηνιαία δεδομένα με ετήσιο εποχικό κύκλο, το s είναι ίσο με 12. Η παράμετρος p αναφέρεται στον αριθμό προηγούμενων παρατηρήσεων που χρησιμοποιούνται για την πρόβλεψη, η d στον αριθμό διαφορών που χρειάζονται ώστε η χρονοσειρά να καταστεί στάσιμη, και η q στον αριθμό προηγούμενων σφαλμάτων πρόβλεψης που επηρεάζουν το παρόν. Ομοίως, οι εποχικές παράμετροι P, D και Q αντιστοιχούν στις ίδιες έννοιες αλλά σε επίπεδο εποχικών επαναλήψεων.

Η χρήση του SARIMA είναι ιδιαίτερα αποτελεσματική όταν η χρονοσειρά παρουσιάζει σαφώς επαναλαμβανόμενα εποχικά μοτίβα, όπως για παράδειγμα οι μηνιαίες πωλήσεις προϊόντων, οι τιμές ενέργειας ή τα επίπεδα βροχόπτωσης ανά εποχή. Για να κατασκευαστεί σωστά ένα μοντέλο SARIMA, ακολουθείται συνήθως μια συγκεκριμένη διαδικασία. Πρώτα, γίνεται έλεγχος στάσιμότητας της χρονοσειράς, συνήθως με το στατιστικό τεστ Dickey-Fuller, για να διαπιστωθεί αν απαιτείται διαφοροποίηση. Στη συνέχεια, χρησιμοποιούνται τα διαγράμματα αυτοσυσχέτισης (ACF) και μερικής αυτοσυσχέτισης (PACF) για τον προσδιορισμό των κατάλληλων παραμέτρων p και q . Ακολούθως, πραγματοποιείται διερεύνηση για τον εντοπισμό των εποχικών παραμέτρων και γίνεται σύγκριση διαφορετικών μοντέλων με βάση το κριτήριο Akaike (AIC), ώστε να επιλεγεί το καταλληλότερο.

Το μοντέλο εκπαιδεύεται συνήθως με χρήση εργαλείων όπως η βιβλιοθήκη statsmodels στην Python και η πρόβλεψη αξιολογείται με μετρικές όπως το μέσο τετραγωνικό σφάλμα (MSE), η ρίζα του μέσου τετραγωνικού σφάλματος (RMSE) και το μέσο απόλυτο σφάλμα (MAE).

Ένα από τα σημαντικά πλεονεκτήματα του SARIMA είναι ότι προσφέρει μεγάλη ακρίβεια στις προβλέψεις όταν τα δεδομένα παρουσιάζουν εποχικότητα, χωρίς να απαιτεί τεράστιες ποσότητες δεδομένων ή υπολογιστικούς πόρους. Αντιθέτως, η βασική του αδυναμία είναι η απαίτηση για χειροκίνητη ρύθμιση και λεπτομερή ανάλυση των παραμέτρων, γεγονός που απαιτεί στατιστική εξειδίκευση. Επιπλέον, δεν είναι κατάλληλο για προβλήματα με πολλαπλές μεταβλητές (multivariate time series).

Συνοψίζοντας, το μοντέλο SARIMA αποτελεί μια ισχυρή στατιστική μέθοδο για την πρόβλεψη χρονοσειρών με εποχικότητα. Η κατανόηση και σωστή εφαρμογή του μπορεί να προσφέρει εξαιρετικά αποτελέσματα σε πολλούς τομείς, όπως τα οικονομικά, η μετεωρολογία και η διαχείριση αποθεμάτων (Becerra, 2021).

3. Τυχαίος Περίπατος (RW): Το μοντέλο του τυχαίου περιπάτου (Random Walk) αποτελεί μία από τις απλούστερες αλλά και πιο θεμελιώδεις προσεγγίσεις στην ανάλυση χρονολογικών σειρών και τη στατιστική πρόβλεψη. Η βασική του παραδοχή είναι ότι η τιμή μιας μεταβλητής σε κάθε χρονική στιγμή προκύπτει προσθέτοντας στην προηγούμενη τιμή της ένα τυχαίο σφάλμα. Οι μεταβολές αυτές θεωρούνται ανεξάρτητες μεταξύ τους και ακολουθούν την ίδια κατανομή, χαρακτηριστικό που αποκαλείται “i.i.d.” (independent and identically distributed). Το αποτέλεσμα είναι μια

χρονοσειρά που φαινομενικά “περιφέρεται” τυχαία γύρω από την παρούσα τιμή της, χωρίς να ακολουθεί κάποιο σταθερό μοτίβο ή τάση.

Η βασική μορφή του μοντέλου χωρίς “drift” (δηλαδή χωρίς τάση ή μέση κατεύθυνση) γράφεται ως:

$$Y_t = Y_{t-1} + e_t,$$

Όπου

- e_t είναι το τυχαίο σφάλμα.

Στην περίπτωση που υπάρχει μέση κατεύθυνση (drift), το μοντέλο γίνεται

$$Y_t = Y_{t-1} + d + e_t,$$

με το d να εκφράζει τη μέση αύξηση ή μείωση της μεταβλητής ανά περίοδο. Έτσι, στην πράξη, το μοντέλο χωρίς drift προβλέπει ότι η επόμενη τιμή θα είναι ίδια με την τελευταία παρατηρηθείσα, ενώ το μοντέλο με drift επιπλέον ενσωματώνει μια σταθερή, αναμενόμενη μεταβολή.

Ένα από τα κύρια χαρακτηριστικά του τυχαίου περιπάτου είναι ότι πρόκειται για μη στατικό μοντέλο, δηλαδή η διακύμανσή του αυξάνεται όσο απομακρυνόμαστε χρονικά από το παρόν. Η αβεβαιότητα των προβλέψεων αυξάνεται με τον κανόνα της τετραγωνικής ρίζας του χρόνου: το σφάλμα πρόβλεψης για k περιόδους στο μέλλον είναι ίσο με το σφάλμα της 1ης περιόδου πολλαπλασιασμένο επί \sqrt{k} . Αυτό σημαίνει ότι οι μακροπρόθεσμες προβλέψεις συνοδεύονται από πολύ μεγαλύτερη αβεβαιότητα, γεγονός που έχει κρίσιμη σημασία για την αξιολόγηση των αποτελεσμάτων.

Η εκτίμηση του drift, δηλαδή του μέσου ρυθμού μεταβολής, είναι φαινομενικά απλή. Μπορεί να υπολογιστεί ως η διαφορά ανάμεσα στην πρώτη και την τελευταία τιμή της σειράς διαιρεμένη με τον αριθμό των περιόδων. Ωστόσο, στην πράξη, αυτή η εκτίμηση είναι εξαιρετικά ευαίσθητη και συχνά αναξιόπιστη, ειδικά όταν η σειρά παρουσιάζει έντονη τυχαία μεταβλητότητα. Οποιοδήποτε ακραίο γεγονός ή εξάρτημα στην αρχή ή στο τέλος της σειράς μπορεί να παραμορφώσει δραστικά την τιμή του drift. Αυτό το πρόβλημα είναι συνηθισμένο στις χρηματοοικονομικές χρονοσειρές, όπως οι τιμές μετοχών, όπου οι διακυμάνσεις μπορεί να είναι ακραίες και απρόβλεπτες. Για αυτόν τον λόγο, όταν η εκτίμηση του drift δεν είναι στατιστικά σημαντική, πολλοί αναλυτές

προτιμούν να θεωρήσουν το drift ως μηδενικό, τουλάχιστον σε βραχυπρόθεσμο ορίζοντα.

Το μοντέλο του τυχαίου περιπάτου έχει βρει εφαρμογή σε πολλές επιστήμες, κυρίως όμως στα οικονομικά και τη χρηματοοικονομική, όπου χρησιμοποιείται για τη μοντελοποίηση τιμών μετοχών, ισοτιμιών και άλλων οικονομικών δεικτών. Το πιο εντυπωσιακό χαρακτηριστικό του είναι ότι, ενώ οι προβλέψεις του μπορεί να φαίνονται "αδιάφορες" (π.χ. "η τιμή αύριο θα είναι ίδια με τη σημερινή"), εντούτοις αποτυπώνουν με ρεαλιστικό τρόπο την αβεβαιότητα και το τυχαίο των μεταβολών σε περιβάλλοντα όπου η πλήρης πρόβλεψη είναι αδύνατη. Επίσης, αποτελεί πολύ χρήσιμο σημείο αναφοράς: ένα σύνθετο μοντέλο δεν έχει λόγο ύπαρξης αν δεν μπορεί να προβλέψει καλύτερα από έναν απλό τυχαίο περίπατο. Γι' αυτόν τον λόγο, ακόμη και αν δεν είναι το τελικό εργαλείο πρόβλεψης, το RW λειτουργεί ως απαραίτητο υπόβαθρο για τη σύγκριση και αξιολόγηση άλλων μοντέλων (Nau, 2014).

4. Το Prophet είναι ένα στατιστικό μοντέλο πρόβλεψης χρονοσειρών που αναπτύχθηκε από την ομάδα δεδομένων του Facebook. Δημιουργήθηκε με σκοπό να προσφέρει ένα εργαλείο που να είναι εύχρηστο και ευέλικτο ακόμα και για χρήστες που δεν διαθέτουν εξειδίκευση στη μοντελοποίηση χρονοσειρών. Η βασική ιδέα του Prophet είναι να επιτρέπει την παραγωγή αξιόπιστων, διαφανών και εύκολα επεξηγήσιμων προβλέψεων, ακόμα και όταν τα δεδομένα έχουν ελλείψεις, ακανόνιστη συχνότητα ή απότομες μεταβολές.

Το Prophet μοντελοποιεί μια χρονοσειρά ως άθροισμα διαφορετικών συνιστωσών. Συγκεκριμένα, προσεγγίζει την τελική τιμή της μεταβλητής ως άθροισμα της τάσης (δηλαδή της μακροχρόνιας κατεύθυνσης της χρονοσειράς), της εποχικότητας (δηλαδή επαναλαμβανόμενων μοτίβων όπως εβδομαδιαίες ή ετήσιες κυκλικότητες), των επιδράσεων από ειδικές ημερομηνίες (όπως αργίες ή σημαντικά γεγονότα) και ενός στοχαστικού σφάλματος ή θορύβου.

Η μαθηματική έκφραση του μοντέλου είναι:

$$y(t) = g(t) + s(t) + h(t) + \varepsilon_t,$$

όπου κάθε συνάρτηση αντιστοιχεί σε μία από τις προαναφερθείσες συνιστώσες.

Η τάση μπορεί να προσεγγιστεί είτε με μια απλή γραμμική μορφή είτε με μια λογιστική καμπύλη όταν υπάρχει κάποιο φυσικό όριο, όπως η κορεσμένη ζήτηση στην αγορά. Το

Prophet διαθέτει τη δυνατότητα αυτόματου εντοπισμού των σημείων καμπής, δηλαδή των χρονικών στιγμών όπου η πορεία της χρονοσειράς αλλάζει σημαντικά, π.χ. μια ξαφνική αύξηση ή επιβράδυνση. Αυτή η δυνατότητα επιτρέπει στο μοντέλο να είναι ευέλικτο και να προσαρμόζεται στις αλλαγές των δεδομένων χωρίς να απαιτείται χειροκίνητη παρέμβαση.

Η εποχικότητα μοντελοποιείται μέσω Fourier σειρών, δηλαδή μαθηματικών συναρτήσεων που επιτρέπουν την αναπαράσταση κυκλικών μοτίβων με μεγάλη ακρίβεια. Ο χρήστης έχει τη δυνατότητα να καθορίσει τον τύπο εποχικότητας που τον ενδιαφέρει, όπως για παράδειγμα ετήσια, εβδομαδιαία ή ημερήσια, και να προσαρμόσει το επίπεδο λεπτομέρειας της εποχικής συνιστώσας μέσω του αριθμού των όρων της σειράς.

Μία ιδιαίτερα χρήσιμη δυνατότητα του Prophet είναι η ενσωμάτωση εξωτερικών γεγονότων και αργιών. Ο χρήστης μπορεί να εισάγει λίστες με σημαντικές ημερομηνίες (όπως Χριστούγεννα, Πάσχα ή ημέρες προσφορών), και το μοντέλο μαθαίνει αυτόματα πώς επηρεάζουν τη χρονοσειρά οι συγκεκριμένες ημερομηνίες, προσφέροντας έτσι πιο ρεαλιστικές και ενημερωμένες προβλέψεις. Ένα ακόμα πλεονέκτημα του Prophet είναι η ανθεκτικότητά του σε δεδομένα με ελλείψεις, ακανόνιστα διαστήματα ή ακραίες τιμές (outliers). Αυτό το χαρακτηριστικό το καθιστά ιδιαίτερα κατάλληλο για πραγματικά επιχειρησιακά δεδομένα, τα οποία σπανίως είναι "καθαρά" ή πλήρη.

Συνοψίζοντας, το Prophet αποτελεί ένα ισχυρό και εύχρηστο εργαλείο πρόβλεψης χρονοσειρών, που συνδυάζει στατιστική ακρίβεια με πρακτική χρησιμότητα. Η ευκολία χρήσης, η διαφάνεια των συνιστωσών του, η αυτόματη ανίχνευση αλλαγών στη δομή των δεδομένων και η δυνατότητα ενσωμάτωσης γεγονότων και εποχικότητας, το καθιστούν ιδανικό για εφαρμογές σε πωλήσεις, οικονομικά, διαχείριση αποθεμάτων, προγραμματισμό δυναμικότητας και πολλά ακόμα πεδία στα οποία απαιτείται πρόβλεψη βάσει ιστορικών δεδομένων (Rafferty, 2023).

5. Το μοντέλο Λογιστικής Ανάπτυξης (Logistic Growth Model), γνωστό και ως λογιστική καμπύλη ή καμπύλη-S, είναι ένα μαθηματικό εργαλείο που χρησιμοποιείται ευρέως για την περιγραφή της εξέλιξης φαινομένων που αρχικά αυξάνονται ραγδαία αλλά τελικά επιβραδύνονται καθώς πλησιάζουν ένα ανώτατο όριο, γνωστό ως "κορεσμός".

Η βασική εξίσωση της λογιστικής συνάρτησης έχει τη μορφή:

$$P(t) = \frac{K}{1+e^{-r(t-t_0)}}$$

Όπου:

- $P(t)$ είναι η τιμή της μεταβλητής τη χρονική στιγμή t ,
- K είναι το μέγιστο θεωρητικό όριο (saturation)
- r είναι ο ρυθμός ανάπτυξης και
- t_0 είναι το σημείο στο οποίο η αύξηση είναι ταχύτερη (midpoint).

Η καμπύλη που προκύπτει έχει σχήμα S: αρχικά παρουσιάζει εκθετική αύξηση, στη συνέχεια η ανάπτυξη επιβραδύνεται λόγω περιορισμών και τελικά σταθεροποιείται κοντά στο ανώτατο όριο.

Το συγκεκριμένο μοντέλο βρίσκει εφαρμογές σε πολλούς επιστημονικούς και πρακτικούς τομείς, όπως στη βιολογία (για την ανάπτυξη πληθυσμών), στην οικονομία (για την εξάπλωση τεχνολογιών), στις επιχειρήσεις (για τον κύκλο ζωής προϊόντων) και στην κοινωνιολογία (για τη διάδοση καινοτομιών). Η σημασία του Logistic Growth Model έγκειται στο ότι ενσωματώνει περιορισμούς περιβάλλοντος ή πόρων, κάτι που το απλό εκθετικό μοντέλο δεν κάνει. Έτσι, μπορεί να προσφέρει πιο ρεαλιστικές προβλέψεις για φαινόμενα όπου η ανάπτυξη δεν μπορεί να συνεχίζεται απεριόριστα.

Η λογιστική καμπύλη μπορεί να εφαρμοστεί εύκολα σε πραγματικά δεδομένα με μια απλή πέντε βημάτων διαδικασία. Πρώτα ορίζεται το πρόβλημα πρόβλεψης και επιλέγεται η μεταβλητή που αυξάνεται. Κατόπιν συλλέγονται και προετοιμάζονται τα δεδομένα χρονοσειράς. Έπειτα, εφαρμόζεται η προσαρμογή της καμπύλης στα δεδομένα, με εκτίμηση παραμέτρων όπως ο κορεσμός, ο ρυθμός ανάπτυξης και το σημείο καμπής. Τέλος, ερμηνεύονται τα αποτελέσματα και αξιολογείται η εγκυρότητα του μοντέλου.

Παρόλο που η απλή λογιστική καμπύλη είναι αρκετά χρήσιμη, παρουσιάζει περιορισμούς σε πιο σύνθετα φαινόμενα που έχουν πολλές φάσεις ανάπτυξης ή επιρροές από πολλαπλά υποσυστήματα. Σε αυτές τις περιπτώσεις χρησιμοποιείται το μοντέλο πολλαπλών συνιστωσών (component logistic model), το οποίο περιγράφει την εξέλιξη ως άθροισμα περισσότερων απλών λογιστικών καμπυλών, προσφέροντας μεγαλύτερη ακρίβεια και καλύτερη ερμηνεία των πραγματικών δεδομένων.

Συμπερασματικά, το Logistic Growth Model αποτελεί ένα ισχυρό εργαλείο για την πρόβλεψη της εξέλιξης φυσικών, τεχνολογικών ή κοινωνικών συστημάτων. Η ευκολία εφαρμογής του, η στατιστική του ισχύς και η δυνατότητα επεκτασιμότητας το καθιστούν ιδιαίτερα χρήσιμο για τον στρατηγικό σχεδιασμό, υπό την προϋπόθεση ότι χρησιμοποιείται με ακρίβεια και ότι ορίζονται σωστά τα όρια του συστήματος που μελετάται (Kucharavy & Guio, 2015).

Μοντέλα Μηχανικής μάθησης

1. Το Multilayer Perceptron (MLP), αποτελεί έναν από τους βασικότερους τύπους τεχνητών νευρωνικών δικτύων και συγκαταλέγεται στα πιο διαδεδομένα μοντέλα στον χώρο της μηχανικής μάθησης. Είναι μια μορφή νευρωνικού δικτύου τύπου feedforward, όπου η ροή των δεδομένων πραγματοποιείται μονοκατευθυντικά, από το επίπεδο εισόδου προς το επίπεδο εξόδου, χωρίς κυκλικές συνδέσεις και χωρίς χρονικές εξαρτήσεις.

Η βασική του δομή περιλαμβάνει ένα επίπεδο εισόδου, ένα ή περισσότερα κρυφά επίπεδα (γνωστά ως hidden layers) και ένα επίπεδο εξόδου. Το επίπεδο εισόδου δέχεται το διάνυσμα των χαρακτηριστικών του προβλήματος. Τα κρυφά επίπεδα περιλαμβάνουν νευρώνες που επεξεργάζονται τα δεδομένα εφαρμόζοντας μαθηματικές συναρτήσεις και προσαρμοσμένα βάρη, ενώ το επίπεδο εξόδου παράγει την τελική πρόβλεψη του μοντέλου. Οι νευρώνες στα κρυφά επίπεδα λαμβάνουν όλες τις εξόδους των νευρώνων του προηγούμενου επιπέδου, πολλαπλασιάζοντάς τις με τα αντίστοιχα βάρη και προσθέτοντας μια τιμή bias. Το αποτέλεσμα αυτό εισάγεται σε μια συνάρτηση ενεργοποίησης, όπως η sigmoid.

Η μαθηματική μορφή του κάθε νευρώνα είναι η εξής:

$$x_j^{(l)} = f(\sum_i w_{ji}^{(l)} \cdot x_i^{(l-1)} + b_j^{(l)}),$$

Όπου:

- $x_i^{(l-1)}$ είναι οι είσοδοι από το προηγούμενο επίπεδο,
- $w_{ji}^{(l)}$ τα βάρη,
- $b_j^{(l)}$ η προκατάληψη και
- f η συνάρτηση ενεργοποίησης.

Η εκπαίδευση του MLP πραγματοποιείται με εποπτευόμενο τρόπο, μέσω του αλγορίθμου backpropagation. Στην αρχή γίνεται προώθηση των δεδομένων μέσω του δικτύου και υπολογίζεται η έξοδος. Κατόπιν συγκρίνεται η έξοδος αυτή με την επιθυμητή έξοδο (ground truth) και υπολογίζεται το σφάλμα. Το σφάλμα αυτό μεταδίδεται προς τα πίσω μέσω του δικτύου και προσαρμόζονται τα βάρη έτσι ώστε να ελαχιστοποιηθεί η διαφορά μεταξύ προβλεπόμενης και πραγματικής τιμής. Η διαδικασία αυτή επαναλαμβάνεται για πολλές εποχές (epochs) μέχρι να επιτευχθεί η βέλτιστη εκπαίδευση.

Το MLP διακρίνεται για την απλότητα και την ευελιξία του. Παρότι είναι απλό, έχει την ικανότητα να μοντελοποιεί μη γραμμικές σχέσεις και, σύμφωνα με τη θεωρία των καθολικών προσεγγιστών, μπορεί να προσεγγίσει οποιαδήποτε συνεχή συνάρτηση αν έχει αρκετούς νευρώνες και ένα τουλάχιστον κρυφό επίπεδο. Αυτό το καθιστά εξαιρετικά ισχυρό εργαλείο για παλινδρόμηση και ταξινόμηση.

Ωστόσο, το MLP παρουσιάζει και ορισμένους περιορισμούς. Δεν έχει τη δυνατότητα να ενσωματώσει χρονική μνήμη, όπως κάνουν τα επαναλαμβανόμενα νευρωνικά δίκτυα (RNN), γεγονός που περιορίζει τη χρήση του σε προβλήματα με έντονη χρονική εξάρτηση, όπως προβλέψεις σειρών χρόνου. Επιπλέον, εάν το δίκτυο είναι υπερβολικά μεγάλο σε σχέση με τα δεδομένα, υπάρχει κίνδυνος υπερπροσαρμογής (overfitting), ενώ ενδέχεται να απαιτεί σημαντικούς υπολογιστικούς πόρους για μεγάλα σύνολα δεδομένων.

Το MLP εφαρμόζεται σε ευρύ φάσμα πεδίων, όπως πρόβλεψη οικονομικών δεικτών, αναγνώριση προτύπων, ανάλυση συμπεριφοράς πελατών, βασική επεξεργασία εικόνας και ήχου, μεταξύ άλλων. Όσον αφορά τη χρήση του για πρόβλεψη χρονοσειρών, είναι σημαντικό να σημειωθεί πως, παρότι δεν περιλαμβάνει εσωτερική χρονική εξάρτηση, μπορεί να χρησιμοποιηθεί αν του δοθεί τεχνητά η χρονική πληροφορία. Συγκεκριμένα, για να προβλέψει την τιμή ενός μεταβλητού μεγέθους στον χρόνο t , μπορεί να του δοθεί ως είσοδος ένα παράθυρο από τις προηγούμενες τιμές του (π.χ., x_{t-1} , x_{t-2} , ..., x_{t-M}).

Σύμφωνα με τη μελέτη "Back to Basics: The Power of the Multilayer Perceptron in Financial Time Series Forecasting" (Lazcano, Jaramillo-Morán, & Sandubete, 2024) το MLP αποδεικνύεται συχνά πιο αποδοτικό από πιο πολύπλοκα μοντέλα όπως τα LSTM, όταν εφαρμόζεται σωστά σε χρονοσειρές. Παρά την απλότητά του, μπορεί να

προσφέρει πιο αξιόπιστες προβλέψεις με μικρότερο υπολογιστικό κόστος, γεγονός που καθιστά το MLP μια ελκυστική επιλογή σε πολλές πρακτικές εφαρμογές.

2. Το LSTM (Long Short-Term Memory) είναι ένας τύπος τεχνητού νευρωνικού δικτύου που ανήκει στην κατηγορία των Επαναλαμβανόμενων Νευρωνικών Δικτύων (Recurrent Neural Networks - RNN). Σχεδιάστηκε για να αντιμετωπίζει το πρόβλημα της πρόβλεψης σε χρονικές σειρές, δηλαδή σε δεδομένα που εξελίσσονται χρονικά. Το κύριο πλεονέκτημα του LSTM σε σχέση με άλλα RNN είναι ότι μπορεί να "θυμάται" σημαντικές πληροφορίες για μεγάλο χρονικό διάστημα και να αγνοεί άχρηστες, μέσω ενός ειδικού συστήματος που ονομάζεται κελί μνήμης (memory cell).

Η βασική ιδέα πίσω από τα LSTM είναι η ύπαρξη μιας εσωτερικής κατάστασης που διατηρείται και ενημερώνεται προσεκτικά από μια σειρά από πύλες (gates). Οι πύλες αυτές ελέγχουν τι πληροφορία "μπαίνει", τι "βγαίνει", και τι "ξεχνιέται" από το κύτταρο. Συγκεκριμένα, υπάρχουν τρεις βασικές πύλες: η πύλη εισόδου, η πύλη λήθης και η πύλη εξόδου. Αυτές οι πύλες εκπαιδεύονται με τέτοιο τρόπο ώστε το δίκτυο να μαθαίνει ποια χρονικά μοτίβα είναι σημαντικά και πρέπει να ληφθούν υπόψη στην πρόβλεψη.

Στην πράξη, ένα LSTM μοντέλο είναι ιδανικό για προβλήματα μονοδιάστατων χρονικών σειρών, δηλαδή όταν έχουμε μόνο ένα μεταβαλλόμενο μέγεθος στο χρόνο, όπως η ημερήσια βροχόπτωση. Σε ένα τέτοιο σενάριο, το δίκτυο δέχεται ως είσοδο μια ακολουθία προηγούμενων τιμών (π.χ. τιμές τελευταίων 12 μηνών) και προβλέπει την επόμενη τιμή. Η είσοδος αυτή μετασχηματίζεται σε ένα τρισδιάστατο πίνακα της μορφής [δείγματα, χρονικά βήματα, χαρακτηριστικά], π.χ. [100, 12, 1], ώστε να μπορέσει να επεξεργαστεί από το δίκτυο.

Ένα απλό Vanilla LSTM αποτελείται από μία κρυφή στρώση LSTM και μία έξοδο πρόβλεψης (Dense layer). Πιο σύνθετες εκδοχές, όπως το Stacked LSTM, περιλαμβάνουν πολλές διαδοχικές LSTM στρώσεις, επιτρέποντας στο δίκτυο να μάθει πιο πολύπλοκα μοτίβα. Επίσης, υπάρχει το Bidirectional LSTM, στο οποίο οι πληροφορίες επεξεργάζονται τόσο από το παρελθόν προς το μέλλον όσο και αντίστροφα, κάτι που βελτιώνει την ακρίβεια πρόβλεψης σε ορισμένες περιπτώσεις.

Η εκπαίδευση ενός LSTM γίνεται με τη χρήση αλγορίθμων βελτιστοποίησης όπως ο Adam και μετρικές σφάλματος όπως το μέσο τετραγωνικό σφάλμα (MSE). Όσο

περισσότερο εκπαιδεύεται ένα LSTM με ποιοτικά δεδομένα, τόσο καλύτερες προβλέψεις μπορεί να προσφέρει.

Ένα από τα σημαντικά πλεονεκτήματα του LSTM είναι ότι μπορεί να χειριστεί μακροπρόθεσμες εξαρτήσεις μεταξύ των δεδομένων. Αυτό σημαίνει ότι, σε αντίθεση με μοντέλα όπως το ARIMA ή το SARIMA που βασίζονται κυρίως στη στατιστική συσχέτιση κοντινών χρονικά τιμών, το LSTM μπορεί να "θυμηθεί" γεγονότα που συνέβησαν πριν από πολλούς μήνες και να τα αξιοποιήσει στη σημερινή πρόβλεψη. Επιπλέον, είναι ιδανικό για περιπτώσεις που τα δεδομένα είναι μη γραμμικά, θορυβώδη ή με σύνθετες εποχικές τάσεις.

Ωστόσο, δεν είναι πανάκεια. Τα LSTM μοντέλα απαιτούν μεγαλύτερη υπολογιστική ισχύ, περισσότερο χρόνο εκπαίδευσης και αρκετά μεγάλο όγκο δεδομένων για να αποδώσουν καλά. Επίσης, είναι πιο δύσκολο να ερμηνευτούν τα εσωτερικά τους βάρη σε σχέση με τα στατιστικά μοντέλα, κάτι που τα καθιστά λιγότερο «διαφανή» σε κάποιες εφαρμογές.

Συμπερασματικά, τα LSTM δίκτυα προσφέρουν ένα ισχυρό εργαλείο για την πρόβλεψη χρονοσειρών, ιδίως σε περιβάλλοντα με σύνθετη χρονική δομή ή μη σταθερές εξαρτήσεις. Αποτελούν σήμερα μία από τις κορυφαίες επιλογές στον χώρο της Μηχανικής Μάθησης για προβλέψεις σε οικονομικά, μετεωρολογικά και τεχνολογικά δεδομένα (Becerra, 2021).

3. Η Υποστήριξη Διανυσματικών Μηχανών (Support Vector Machines - SVM) αποτελεί μια ισχυρή μέθοδο μηχανικής μάθησης που χρησιμοποιείται κυρίως για προβλήματα ταξινόμησης αλλά και παλινδρόμησης. Η βασική ιδέα πίσω από τις SVM είναι η εύρεση μιας υπερεπιφάνειας που διαχωρίζει τα δεδομένα διαφορετικών κατηγοριών με το μεγαλύτερο δυνατό περιθώριο. Σε ένα πρόβλημα δυαδικής ταξινόμησης, το SVM προσπαθεί να βρει ένα υπερεπίπεδο που διαχωρίζει τα δεδομένα των δύο κατηγοριών έτσι ώστε η απόσταση από τα πλησιέστερα σημεία κάθε κατηγορίας (τα λεγόμενα support vectors) να είναι μέγιστη. Η υπερεπιφάνεια αυτή επιλέγεται ώστε να μειώνει την πιθανότητα σφάλματος γενίκευσης, δηλαδή την πιθανότητα να κάνει λάθος σε νέα, άγνωστα δεδομένα.

Σε ένα απλό πρόβλημα δυαδικής ταξινόμησης, δηλαδή όταν τα δεδομένα ανήκουν σε δύο μόνο κατηγορίες, το SVM προσπαθεί να εντοπίσει εκείνο το υπερεπίπεδο που όχι μόνο διαχωρίζει σωστά τα δεδομένα αλλά το κάνει με τέτοιο τρόπο ώστε η απόστασή

του από τα πλησιέστερα σημεία κάθε κατηγορίας να είναι μέγιστη. Αυτά τα πλησιέστερα σημεία ονομάζονται διανύσματα υποστήριξης (support vectors), από τα οποία το μοντέλο παίρνει το όνομά του. Ο λόγος που μεγιστοποιείται αυτό το περιθώριο είναι ότι θεωρητικά οδηγεί σε καλύτερη γενίκευση, δηλαδή το μοντέλο κάνει λιγότερα λάθη σε άγνωστα, νέα δεδομένα.

Αν τα δεδομένα είναι γραμμικά διαχωρίσιμα, το SVM επιλέγει το υπερεπίπεδο που διαχωρίζει τα δύο σύνολα χωρίς επικαλύψεις. Στην περίπτωση όμως που δεν υπάρχει τέτοιο γραμμικό όριο (δηλαδή τα δεδομένα δεν είναι γραμμικά διαχωρίσιμα), το SVM χρησιμοποιεί δύο βασικά εργαλεία. Το πρώτο είναι η εισαγωγή μεταβλητών χαλάρωσης (slack variables), ώστε να επιτραπεί η ύπαρξη κάποιων σφαλμάτων ταξινόμησης, και το δεύτερο είναι η χρήση μη γραμμικών μετασχηματισμών μέσω «πυρήνων» (kernels), που επιτρέπουν τη χαρτογράφηση των δεδομένων σε έναν χώρο μεγαλύτερης διάστασης, όπου μπορεί να υπάρξει γραμμικός διαχωρισμός.

Ο αλγόριθμος SVM βασίζεται σε μια τετραγωνική βελτιστοποίηση (quadratic optimization) που επιλύεται μέσω της θεωρίας Lagrange. Ο στόχος είναι η ελαχιστοποίηση του μέτρου του διανύσματος βαρών $\|w\|$, υπό τον περιορισμό ότι όλα τα δείγματα ταξινομούνται σωστά ή με μικρό επιτρεπτό λάθος. Σε αυτή τη διαδικασία εισάγεται και ο παράγοντας κόστους C , ο οποίος ελέγχει τη σχέση μεταξύ του μεγέθους του περιθωρίου και των σφαλμάτων ταξινόμησης: όσο μεγαλύτερο το C , τόσο περισσότερο το μοντέλο προσπαθεί να ταξινομήσει σωστά όλα τα δείγματα, ακόμα και εις βάρος του περιθωρίου.

Ο «πυρήνας» (kernel) είναι μια συνάρτηση που υπολογίζει το εσωτερικό γινόμενο δύο διανυσμάτων σε έναν χώρο χαρακτηριστικών χωρίς να χρειάζεται να απεικονίσουμε ρητά τα δεδομένα εκεί. Οι πιο διαδεδομένοι πυρήνες είναι: ο γραμμικός πυρήνας (linear kernel), κατάλληλος για γραμμικά προβλήματα, ο πολυωνυμικός πυρήνας (polynomial kernel), που αυξάνει τη διαχωριστική δύναμη μέσω εκθετικής ενίσχυσης και ο Gaussian ή Radial Basis Function (RBF) πυρήνας, που βασίζεται σε εκθετική απόσταση και επιτρέπει την εύκαμπτη μοντελοποίηση ακόμα και σε πολύπλοκες, μη γραμμικές δομές.

Εκτός από ταξινόμηση, το SVM μπορεί να χρησιμοποιηθεί και για προβλήματα παλινδρόμησης, σε μια παραλλαγή που ονομάζεται Support Vector Regression (SVR), όπου το μοντέλο προβλέπει συνεχείς τιμές αντί για διακριτές κατηγορίες.

Το SVM έχει εφαρμοστεί με επιτυχία σε πολλά πεδία, όπως αναγνώριση προσώπου, φωνής, ανάλυση κειμένου, βιοπληροφορική, και οικονομική πρόβλεψη. Ο λόγος της δημοτικότητάς του είναι η ισχυρή θεωρητική του βάση, η ευελιξία του με τους πυρήνες και η εξαιρετική του ικανότητα γενίκευσης σε μικρά ή μεσαίου μεγέθους σύνολα δεδομένων.

Συνοψίζοντας, το μοντέλο SVM είναι ένας από τους θεμελιώδεις και πιο αξιόπιστους αλγόριθμους στην επόπτευση μηχανική μάθηση, καθώς συνδυάζει γεωμετρική διαίσθηση, βελτιστοποίηση και μεγάλη προσαρμοστικότητα στις ιδιαιτερότητες κάθε προβλήματος (Villegasa, Pedregal, & Trapero, 2018).

4. Το μοντέλο SHAP (Shapley Additive Explanations) είναι μία από τις πιο δημοφιλείς και ισχυρές μεθόδους για την εξήγηση προβλέψεων που προκύπτουν από «μαύρα κουτιά» μηχανικής μάθησης. Το SHAP βασίζεται σε θεωρητικά θεμέλια από τη θεωρία παιγνίων και πιο συγκεκριμένα στις λεγόμενες "τιμές Shapley" (Shapley values), οι οποίες αρχικά χρησιμοποιήθηκαν για την απόδοση δικαίου μεριδίου κέρδους στους παίκτες ενός συνεργατικού παιχνιδιού.

Η βασική ιδέα του SHAP είναι να αποδώσει σε κάθε χαρακτηριστικό (feature) μιας εισόδου τη σωστή συνεισφορά του στο τελικό αποτέλεσμα που προκύπτει από το μοντέλο. Αυτό γίνεται με υπολογισμό του μέσου όρου της διαφοράς στο αποτέλεσμα του μοντέλου όταν ένα χαρακτηριστικό περιλαμβάνεται ή αφαιρείται από το σύνολο εισόδων. Πρακτικά, οι τιμές SHAP δίνουν μια "λογιστική" απεικόνιση της επίδρασης κάθε χαρακτηριστικού, επιτρέποντας στο χρήστη να κατανοήσει γιατί το μοντέλο οδηγήθηκε σε μια συγκεκριμένη απόφαση.

Μία από τις σημαντικότερες ιδιότητες του SHAP είναι η προσθετικότητα: το άθροισμα των επιμέρους συνεισφορών όλων των χαρακτηριστικών ισούται με την τελική πρόβλεψη του μοντέλου μείον τη μέση πρόβλεψη σε όλα τα δεδομένα. Αυτό προσφέρει διαφάνεια και επιτρέπει την ανάλυση τόσο σε επίπεδο μεμονωμένων προβλέψεων όσο και σε επίπεδο συνόλου δεδομένων (dataset-level explanations).

Ένα σημαντικό πλεονέκτημα του SHAP είναι η μοντέλο-ανεξαρτησία. Πιο συγκεκριμένα, μπορεί να εφαρμοστεί σε οποιοδήποτε τύπο μοντέλου (π.χ. νευρωνικά δίκτυα, δέντρα απόφασης, υποστηρικτές διανυσμάτων κ.λπ.), ενώ υπάρχουν και εξειδικευμένες υλοποιήσεις όπως το Deep SHAP που μειώνουν το υπολογιστικό κόστος για βαθιά νευρωνικά δίκτυα.

Στην πράξη, το SHAP επιτρέπει την αποδόμηση σύνθετων προβλέψεων σε κατανοητά μέρη. Για παράδειγμα, σε ένα μοντέλο πρόβλεψης της ζήτησης θερμότητας, το SHAP μπορεί να δείξει ότι η θερμοκρασία περιβάλλοντος επηρεάζει σημαντικά την πρόβλεψη, και μάλιστα να αποδώσει συγκεκριμένα ποσοστά επίδρασης στα διάφορα επίπεδα της θερμοκρασίας, καθώς και να εντοπίσει πότε η επιρροή μειώνεται (π.χ. όταν η θερμοκρασία ξεπερνά τους 12°C και η θέρμανση μειώνεται δραστικά).

Παρόλο που θεωρείται εργαλείο εύκολα ερμηνεύσιμο, η κατανόηση των αποτελεσμάτων SHAP απαιτεί βασικές γνώσεις στατιστικής και μηχανικής μάθησης, καθώς και προσοχή κατά την ανάλυση. Τα αποτελέσματα μπορούν να παραπλανήσουν εάν δεν ληφθούν υπόψη οι αλληλεπιδράσεις μεταξύ χαρακτηριστικών ή η εποχικότητα των δεδομένων.

Συνοψίζοντας, το SHAP είναι ένα ισχυρό εργαλείο Εξηγήσιμης Τεχνητής Νοημοσύνης που επιτρέπει την κατανόηση των αποφάσεων πολύπλοκων μοντέλων. Αποτελεί βασικό βήμα για την ανάπτυξη εμπιστοσύνης στα μοντέλα, ειδικά σε κρίσιμους τομείς όπως η ενέργεια, η υγεία και τα οικονομικά (Białek, Bujalski, Wojdan, Guzek, & Kurek, 2022).

Υβριδικά και προχωρημένα μοντέλα

1. Η μέθοδος Level Set Method (LSM) έχει τις ρίζες της στα μαθηματικά και τη μηχανική και εφαρμόζεται σε προβλήματα όπου χρειάζεται να παρακολουθήσουμε την εξέλιξη ενός «μετώπου» ή «διορίου επιφάνειας» με το χρόνο. Στο πεδίο της πρόβλεψης χρονοσειρών (forecasting), η μέθοδος αυτή χρησιμοποιείται στο πλαίσιο μοντέλων fuzzy ή data-driven, όπου τα ίδια τα δεδομένα καθορίζουν δυναμικά τους κανόνες fuzzy και τις αντίστοιχες εξόδους.

Η βασική αρχή του LSM στηρίζεται στην έμμεση αναπαράσταση του μετώπου ή της καμπύλης ενδιαφέροντος μέσω μίας βοηθητικής συνάρτησης $\varphi(x,t)$, η οποία ονομάζεται level-set function. Η καμπύλη που μας ενδιαφέρει δεν ορίζεται άμεσα, αλλά περιγράφεται ως το σύνολο σημείων για τα οποία $\varphi(x,t)=0$. Οι περιοχές στις οποίες η τιμή της φ είναι θετική ή αρνητική ορίζουν το εσωτερικό και το εξωτερικό του μετώπου αντίστοιχα.

Η εξέλιξη αυτής της συνάρτησης με το χρόνο ρυθμίζεται μέσω μίας διαφορικής εξίσωσης μερικών παραγώγων, της μορφής:

$$\frac{d\varphi}{dt} = v \cdot |\nabla\varphi|,$$

όπου v είναι η ταχύτητα κίνησης του μετώπου. Αυτή η ταχύτητα μπορεί να αντανακλά τη μεταβολή μιας τιμής, π.χ. την ανοδική ή καθοδική τάση σε μια οικονομική χρονοσειρά.

Η αριθμητική επίλυση του μοντέλου γίνεται μέσω τεχνικών όπως η μέθοδος οπισθοδρόμησης, ενώ απαιτείται περιοδική επαναρύθμιση της συνάρτησης φ ώστε να διατηρείται η μορφή της και να αποφεύγεται αριθμητική διάχυση.

Στο πεδίο της πρόβλεψης χρονοσειρών, το LSM χρησιμοποιείται για την αυτόματη κατασκευή fuzzy μοντέλων, στα οποία οι fuzzy κανόνες εξάγονται απευθείας από τα δεδομένα. Κάθε fuzzy rule αντιστοιχεί σε μια περιοχή τιμών της συνάρτησης φ , που περιγράφει μία συγκεκριμένη συμπεριφορά των δεδομένων. Η τελική έξοδος του μοντέλου υπολογίζεται ως σταθμισμένος μέσος των εξόδων όλων των ενεργοποιημένων fuzzy κανόνων, αντί για απλή μέση τιμή ή σταθερό συνδυασμό τους. Αυτή η ευέλικτη δομή δίνει στο LSM τη δυνατότητα να προσαρμόζεται σε περίπλοκες, μη-γραμμικές δυναμικές των δεδομένων.

Η δύναμη του LSM βρίσκεται στην ικανότητά του να διαχειρίζεται αλλαγές στη μορφή και την πολυπλοκότητα των fuzzy rules χωρίς να απαιτεί προκαθορισμένα γλωσσικά σύνολα ή υποθέσεις για τη γραμμικότητα της χρονοσειράς.

Ωστόσο, η μέθοδος παρουσιάζει και περιορισμούς. Είναι υπολογιστικά απαιτητική, απαιτώντας συχνή αριθμητική επαναρύθμιση για να διατηρείται η σταθερότητα της συνάρτησης φ . Επιπλέον, η επιλογή της ταχύτητας $v(x,t)$ πρέπει να είναι κατάλληλα σχεδιασμένη, αλλιώς το μοντέλο μπορεί να αποκλίνει. Παρά ταύτα, η συνολική απόδοσή του σε πραγματικά δεδομένα, ιδίως σε μη στατικές ή μεταβαλλόμενες συνθήκες, αποδεικνύει την πρακτική του αξία.

Συμπερασματικά, το Level Set Model αποτελεί ένα ευέλικτο και ισχυρό εργαλείο πρόβλεψης, που συνδυάζει γεωμετρική ανάλυση και fuzzy λογική, προσαρμόζοντας τη μορφή των κανόνων του άμεσα με βάση την πραγματική δομή των δεδομένων (Maciell', Ballini, & Gomide, 2022).

2. Το μοντέλο GARCH (Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity) αποτελεί μια εκ των σημαντικότερων εξελίξεων στη μοντελοποίηση της μεταβλητότητας στις χρηματοοικονομικές χρονοσειρές. Εισήχθη από τον Tim Bollerslev το 1986 ως γενίκευση του μοντέλου ARCH του Engle (1982), και έχει αποδειχθεί ιδιαίτερα αποτελεσματικό στην πρόβλεψη της μεταβλητότητας των επιστροφών επενδύσεων, των ισοτιμιών και γενικότερα της συμπεριφοράς χρηματοοικονομικών αγορών.

Η βασική ιδέα του GARCH είναι ότι η διακύμανση της απόδοσης μιας επένδυσης δεν παραμένει σταθερή στο χρόνο, αλλά υπόκειται σε κλιμακώσεις που επηρεάζονται από προηγούμενες τιμές.

Το απλό μοντέλο GARCH(1,1) περιγράφεται ως εξής:

$$r_t = m + e_t, \quad e_t = z_t \sqrt{h_t}, \quad z_t \sim N(0,1)$$

$$h_t = w + \alpha \cdot e_{t-1}^2 + \beta \cdot h_{t-1}$$

όπου:

- r_t είναι η απόδοση την περίοδο t ,
- h_t η υπό συνθήκη διακύμανση,
- e_t το υπόλοιπο (απρόβλεπτο σφάλμα) και
- w, α, β είναι μη αρνητικές παράμετροι με τον περιορισμό $\alpha + \beta < 1$ για στασιμότητα.

Το μοντέλο GARCH λαμβάνει υπόψη το φαινόμενο της συσσωρευμένης μεταβλητότητας, κατά το οποίο περίοδοι υψηλής (ή χαμηλής) μεταβλητότητας τείνουν να ακολουθούν παρόμοιες περιόδους. Επιπλέον, παρέχει δυνατότητα πρόβλεψης της μελλοντικής μεταβλητότητας, κάτι ιδιαίτερα κρίσιμο για την αποτίμηση κινδύνου, τη διαχείριση επενδυτικών χαρτοφυλακίων και την τιμολόγηση παραγώγων.

Παρά τα πλεονεκτήματά του, το GARCH έχει δεχθεί και κριτική. Για παράδειγμα, αρκετές εμπειρικές μελέτες έχουν δείξει ότι όταν η μεταβλητότητα εκτιμάται "εκ των υστέρων" με τη χρήση απλών μεθόδων, όπως το τετράγωνο της ημερήσιας απόδοσης, η προβλεπτική ικανότητα του GARCH υποτιμάται. Για να βελτιωθεί η ακρίβεια, προτείνονται εναλλακτικά εργαλεία μέτρησης μεταβλητότητας, όπως η χρήση υψηλής συχνότητας δεδομένων ή μέθοδοι που βασίζονται σε μετασχηματισμούς Fourier, οι

οποίοι αξιοποιούν όλη τη διαθέσιμη πληροφορία χωρίς να επιβάλλουν τεχνητές παραδοχές (π.χ. γραμμική παρεμβολή).

Συνολικά, το GARCH παραμένει ένα βασικό εργαλείο της χρηματοοικονομικής οικονομετρίας, με συνεχείς επεκτάσεις και παραλλαγές, όπως EGARCH, TGARCH και GJR-GARCH, που επιτρέπουν μοντελοποίηση ασυμμετριών και άλλων χαρακτηριστικών των αγορών (Barucci & Reno, 2002).

3. Το CT2TFDNN, δηλαδή το Chaotic Type-2 Transient-Fuzzy Deep Neuro-Oscillatory Network, αποτελεί ένα σύνθετο υπολογιστικό μοντέλο τεχνητής νοημοσύνης που συνδυάζει αρχές της θεωρίας χαοτικών συστημάτων, της ασαφούς λογικής τύπου 2, και της βαθιάς μάθησης με νευρώνες-ταλαντωτές. Ο σχεδιασμός του αποσκοπεί στην αντιμετώπιση προβλημάτων πρόβλεψης σε πολύπλοκα, μη γραμμικά και ασταθή περιβάλλοντα, όπως είναι για παράδειγμα τα χρηματοοικονομικά συστήματα, όπου η αβεβαιότητα και οι μη προβλέψιμες μεταβολές κυριαρχούν. Η βασική θεωρητική του καινοτομία έγκειται στον τρόπο με τον οποίο ενσωματώνει τρεις διαφορετικές υπολογιστικές προσεγγίσεις σε μια ενιαία αρχιτεκτονική.

Η πρώτη συνιστώσα του μοντέλου αφορά τις συναρτήσεις συμμετοχής τύπου-2 στην ασαφή λογική (Interval Type-2 Fuzzy Membership Functions). Αυτές είναι πιο εξελιγμένες από τις παραδοσιακές ασαφείς συναρτήσεις τύπου-1, καθώς επιτρέπουν την αναπαράσταση όχι μόνο της αβεβαιότητας ως προς τη συμμετοχή ενός στοιχείου σε ένα σύνολο, αλλά και της αβεβαιότητας ως προς το ίδιο το σχήμα της συνάρτησης συμμετοχής. Στο CT2TFDNN, οι συγκεκριμένες συναρτήσεις είναι "transient", δηλαδή δυναμικά μεταβαλλόμενες στον χρόνο, και ενισχύονται περαιτέρω με χαοτική συμπεριφορά, προσδίδοντας στο σύστημα την ικανότητα να αναπαριστά μεταβαλλόμενα, πολύπλοκα μοτίβα αβεβαιότητας με ρεαλιστικό τρόπο.

Η δεύτερη θεωρητική συνιστώσα αφορά την ένταξη νευρώνων-ταλαντωτών σε ένα βαθύ νευρωνικό δίκτυο (Deep Neuro-Oscillatory Network). Οι νευρώνες αυτοί δεν λειτουργούν με στατικά σήματα, αλλά ταλαντώνονται, μιμούμενοι έτσι βιολογικές λειτουργίες του ανθρώπινου εγκεφάλου όπου νευρώνες συγχρονίζονται και αλληλοεπιδρούν μέσω ρυθμικών δραστηριοτήτων. Αυτή η προσέγγιση καθιστά δυνατή την επεξεργασία σημάτων με χρονική εξάρτηση, την ανάδυση δυναμικής συμπεριφοράς σε βάθος και την αποδοτική ανίχνευση χρονικών προτύπων. Επιπλέον, ενσωματώνεται η αρχή του retrograde signaling, δηλαδή της ανάστροφης

σηματοδότησης ανάμεσα στους νευρώνες, κάτι που αποτελεί νευροβιολογικά εμπνευσμένη στρατηγική για τη ρύθμιση της μάθησης και την αποφυγή υπερπροσαρμογής του δικτύου.

Η τρίτη θεωρητική βάση του μοντέλου στηρίζεται στη χρήση χαοτικών συστημάτων για την τροφοδότηση του δυναμικού συστήματος με μη προβλέψιμες αλλά ντετερμινιστικές παρορμήσεις. Χρησιμοποιούνται ειδικοί ταλαντωτές, οι οποίοι ενισχύουν την εκφραστικότητα του μοντέλου και του επιτρέπουν να αποδίδει φαινόμενα έντονης μη γραμμικότητας. Το χαοτικό στοιχείο δεν ενσωματώνεται αυθαίρετα, αλλά σχεδιάζεται ώστε να εξυπηρετεί την αβεβαιότητα και την πολυπλοκότητα των εισερχόμενων σημάτων, παρέχοντας στο μοντέλο τη δυνατότητα να προσαρμόζεται με ακρίβεια σε απρόβλεπτες μεταβολές των δεδομένων.

Η σύνθεση αυτών των τριών στοιχείων καθιστά το CT2TFDNN ένα θεωρητικά πρωτοποριακό σύστημα που επιχειρεί να υπερβεί τους περιορισμούς των παραδοσιακών προσεγγίσεων τεχνητής νοημοσύνης, ιδίως σε περιβάλλοντα με υψηλή αβεβαιότητα, μεταβλητότητα και πολύπλοκη δυναμική. Η αξιοποίησή του δεν περιορίζεται θεωρητικά σε οικονομικές εφαρμογές, αλλά επεκτείνεται δυνητικά σε κάθε πρόβλημα που απαιτεί δυναμική πρόβλεψη υπό καθεστώς ασάφειας και μη προβλέψιμων επιρροών. Πρόκειται για ένα μοντέλο που φέρει χαρακτηριστικά «soft computing» αλλά και έμπνευσης από τις φυσικές επιστήμες, συνθέτοντας την ασαφή λογική, τη δυναμική των νευρωνικών δικτύων και τις αρχές της θεωρίας του χάους σε ένα ενιαίο θεωρητικό και υπολογιστικό πλαίσιο (Lee, 2019).

4. Το Generalized Bass Model (GBM) αποτελεί μια θεωρητική και εμπειρική εξέλιξη του αρχικού μοντέλου διάδοσης του Bass, που διατυπώθηκε από τον Frank Bass το 1969. Το αρχικό μοντέλο (Bass Diffusion Model) στηρίζεται στην ιδέα ότι οι καταναλωτές υιοθετούν ένα νέο προϊόν είτε ανεξάρτητα (λόγω εξωτερικών επιρροών όπως διαφήμιση ή MME), είτε εξαρτώμενοι από τους ήδη υπάρχοντες χρήστες, δηλαδή μέσω της διαδικασίας μίμησης. Αντίστοιχα, η πιθανότητα υιοθέτησης ενός προϊόντος σε δεδομένη χρονική στιγμή εξαρτάται από δύο παραμέτρους: την πιθανότητα καινοτομικής υιοθέτησης (p) και την πιθανότητα μιμητικής υιοθέτησης (q). Αυτό δημιουργεί μια καμπύλη υιοθέτησης που είναι S-σχήματος, με αρχική αύξηση, μέγιστο και ύστερη πτώση της ζήτησης.

Η βασική μορφή της συνάρτησης του Bass Model για το ρυθμό υιοθέτησης είναι:

$$f(t) = \left[p + q \cdot \frac{N(t)}{m} \right] \cdot [m - N(t)],$$

όπου: $f(t)$ είναι ο αριθμός των νέων υιοθετήσεων στο χρόνο t , $N(t)$ ο σωρευτικός αριθμός υιοθετήσεων μέχρι το χρόνο t , m το συνολικό μέγεθος της δυνητικής αγοράς, p ο συντελεστής καινοτομίας (πιθανότητα ανεξάρτητης υιοθέτησης) και q ο συντελεστής μίμησης (επηρεασμός από προηγούμενους χρήστες).

Το Generalized Bass Model επεκτείνει αυτό το μοντέλο προσθέτοντας μια συνάρτηση που επιτρέπει την ενσωμάτωση μεταβλητών απόφασης όπως η τιμή, η διαφήμιση και άλλες εμπορικές πολιτικές.

Η γενικευμένη μορφή του μοντέλου γίνεται:

$$f(t) = \left[p + q \cdot \frac{N(t)}{m} \right] \cdot [m - N(t)] \cdot X(t),$$

όπου $X(t)$ μια μη αρνητική, χρονικά μεταβαλλόμενη συνάρτηση που απεικονίζει την επίδραση των ελεγχόμενων μεταβλητών και μπορεί να λάβει τη μορφή εκθετικών ή πολυωνυμικών εκφράσεων ανάλογα με τα εμπειρικά δεδομένα.

Θεωρητικά, το GBM μπορεί να ερμηνευτεί ως ένα υπόδειγμα αλληλεπίδρασης μεταξύ κοινωνικών και εμπορικών δυνάμεων στη διαδικασία διάδοσης. Οι «καινοτόμοι» χρήστες λειτουργούν ως αφετηρία για την αρχική διάδοση, η οποία όμως ενισχύεται εκθετικά μέσω της «μιμητικής» δυναμικής του κοινωνικού συνόλου. Η εισαγωγή των μεταβλητών απόφασης δεν αλλάζει την ίδια τη μηχανική της διάδοσης, αλλά επιτρέπει να μελετηθεί πώς εξωτερικές παρεμβάσεις (όπως μια πτώση τιμής ή αύξηση της διαφημιστικής δαπάνης) μπορούν να μετατοπίσουν χρονικά ή να ενισχύσουν το μέγεθος της καμπύλης υιοθέτησης. Επίσης, ένα από τα σημαντικότερα χαρακτηριστικά του GBM είναι η ικανότητά του να διατηρεί την προβλεψιμότητα και την ερμηνευσιμότητα του Bass Model, ενώ ταυτόχρονα προσφέρει μεγαλύτερη ακρίβεια μέσω της παραμετροποίησης βασικών στρατηγικών αποφάσεων.

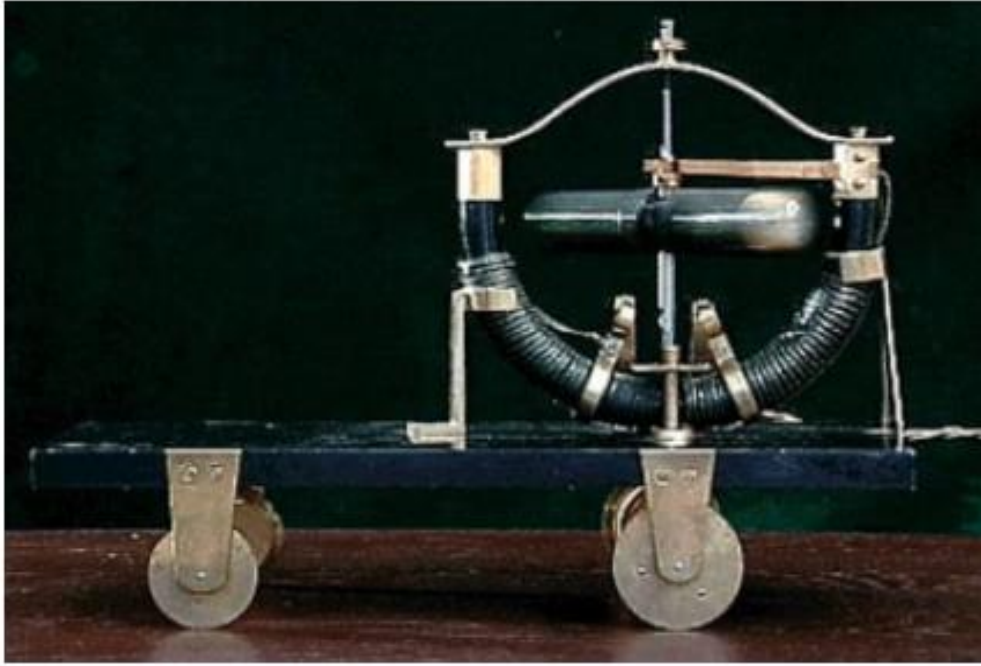
Συνολικά, το GBM προσφέρει ένα ενοποιημένο θεωρητικό πλαίσιο για τη μοντελοποίηση της διάδοσης νέων προϊόντων, ενσωματώνοντας τόσο την κοινωνική δυναμική όσο και τον ρόλο της εμπορικής στρατηγικής. Η απλότητα της βάσης του σε

συνδυασμό με τη δυνατότητα επέκτασης καθιστούν το μοντέλο ιδιαίτερα ελκυστικό για θεωρητική ανάλυση αλλά και για εμπειρική εφαρμογή σε πληθώρα αγορών και συνθηκών (Bass, 2004).

Κεφάλαιο 1. Ιστορική Αναδρομή Ηλεκτρικών αυτοκινήτων

Η ηλεκτροκίνηση θεωρείται σήμερα η πιο βιώσιμη λύση για τη μείωση των εκπομπών αερίων του θερμοκηπίου και τη μετάβαση σε ένα πιο πράσινο μέλλον στις μεταφορές. Ωστόσο, πολλοί αγνοούν ότι η ιστορία των ηλεκτρικών αυτοκινήτων είναι παλαιότερη από αυτή των βενζινοκίνητων οχημάτων. Από τις πρώτες πρωτότυπες κατασκευές του 19ου αιώνα, μέχρι την άνθηση των ηλεκτρικών αυτοκινήτων στις αρχές του 20ού αιώνα, την παρακμή τους λόγω της εξάπλωσης των κινητήρων εσωτερικής καύσης (ICE) και την αναγέννησή τους τον 21ο αιώνα, η ιστορία των EVs είναι γεμάτη με τεχνολογικές και οικονομικές εξελίξεις. Εν ολίγοις, η ιστορία των ηλεκτρικών μπορεί βασικά να χωριστεί σε τρεις κύριες φάσεις: την αυξανόμενη δημοτικότητα τους (περίπου 1890-1920), μείωση της δημοτικότητάς τους (μετά το 1920) και προσπάθειες αναβίωσης της δημοτικότητας (μετά το 1970). Ας δούμε αναλυτικά πώς εξελίχθηκε αυτή η τεχνολογία μέσα στον χρόνο.

Η ανάπτυξη των ηλεκτρικών αυτοκινήτων ξεκίνησε από τη μελέτη του ηλεκτρισμού και των πρώτων ηλεκτροκινήτων. Το 1828, ο Ούγγρος μοναχός Άνγος Jedlik κατασκεύασε έναν από τους πρώτους ηλεκτρικούς κινητήρες και τον τοποθέτησε σε ένα μικρό μοντέλο αυτοκινήτου, το οποίο μπορούσε να κινείται μόνο του (Σχήμα 1). Το 1835, ο Ολλανδός καθηγητής Sibrandus Stratingh και ο βοηθός του Christopher Becker, ανέπτυξαν ένα μικρό ηλεκτρικό όχημα με πρωτογενείς (μη επαναφορτιζόμενες) μπαταρίες (Σχήμα 2). Ο Σκωτσέζος Robert Anderson δημιούργησε το πρώτο πλήρους κλίμακας ηλεκτρικό όχημα μεταξύ 1832-1839 (Σχήμα 3). Αυτό όμως χρησιμοποιούσε πρωτογενείς μπαταρίες και είχε περιορισμένη χρησιμότητα. Το 1859, ο Γάλλος Gaston Planté εφηύρε την πρώτη επαναφορτιζόμενη μπαταρία μολύβδου-οξέος, η οποία αποτέλεσε ορόσημο για την ηλεκτροκίνηση (Σχήμα 4). Το 1881, ο Camille Alphonse Faure βελτίωσε τον σχεδιασμό της μπαταρίας μολύβδου-οξέος, επιτρέποντας μεγαλύτερη αυτονομία στα ηλεκτρικά οχήματα.



Σχήμα 1 Το ηλεκτρικό μοντέλο του Άνγος Jedlik (Szabo & Iulia, 2022).



Σχήμα 2 Το ηλεκτρικό μοντέλο του Stratingh (Szabo & Iulia, 2022).



Σχήμα 3 Η άμαξα του Anderson (Szabo & Iulia, 2022).

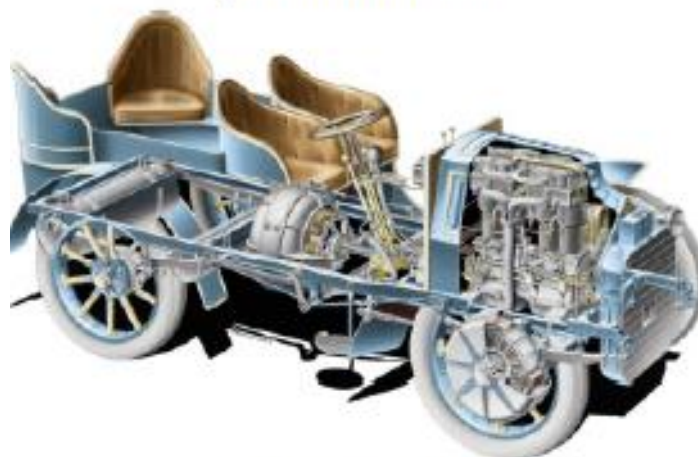
Το τέλος του 19ου αιώνα σηματοδοτεί την έναρξη της παραγωγής ηλεκτρικών αυτοκινήτων για το ευρύ κοινό. Είναι η λεγόμενη «Χρυσή Εποχή των Ηλεκτρικών Αυτοκινήτων». Το 1891, η αμερικανική εταιρεία William Morrison δημιούργησε το πρώτο επιτυχημένο ηλεκτρικό όχημα στις ΗΠΑ, με ταχύτητα 20 km/h. Το 1894, οι Henry G. Morris και Pedro G. Salom ανέπτυξαν το Electrobat, το πρώτο ηλεκτρικό ταξί στη Νέα Υόρκη (Σχήμα 4). Ο Ferdinand Porsche, το 1899, ανέπτυξε το Lohner-Porsche, ένα πρωτοποριακό ηλεκτρικό αυτοκίνητο με κινητήρες στους τροχούς και αποτέλεσε πρόδρομο των σύγχρονων ηλεκτροκίνητων τεχνολογιών (Σχήμα 5). Το 1900, το 28% των οχημάτων στις ΗΠΑ ήταν ηλεκτρικά, ενώ η παραγωγή ηλεκτρικών αυτοκινήτων έφτασε στην κορύφωσή της το 1912 (Σχήμα 6). Εκείνη τη χρονιά, 1575 ηλεκτρικά αυτοκίνητα κυκλοφορούσαν στις ΗΠΑ, έναντι 936 βενζινοκίνητων. Τα ηλεκτρικά αυτοκίνητα υπερτερούσαν των ανταγωνιστών τους για τους παρακάτω λόγους. Ήταν πιο εύκολα στη χρήση καθώς δεν απαιτούσαν χειροκίνητη εκκίνηση με μανιβέλα, σε αντίθεση με τα βενζινοκίνητα. Σε αντίθεση με τα βενζινοκίνητα, δεν παρήγαγαν καυσαέρια και δεν είχαν έντονο θόρυβο ή κραδασμούς. Τέλος, επειδή οι υποδομές φόρτισης ήταν περιορισμένες, τα ηλεκτρικά οχήματα ήταν πιο πρακτικά για μικρές διαδρομές μέσα στις πόλεις.



Σχήμα 4 Το Electrobat - ηλεκτρικό ταξί (Szabo & Iulia, 2022).



a) an oldtimer variant



b) its technical details

Σχήμα 5 Το πρώτο υβριδικό αυτοκίνητο (Szabo & Iulia, 2022).



Σχήμα 6 Fritchle Victoria – 100 μίλια αυτονομία (Szabo & Iulia, 2022).

Η κυριαρχία των ηλεκτρικών οχημάτων άρχισε να μειώνεται μετά το 1920 για ποικίλους οικονομικούς και τεχνολογικούς λόγους. Πιο συγκεκριμένα η εφεύρεση της ηλεκτρικής μίζας το 1912 από τον Charles Kettering, έκανε τα βενζινοκίνητα οχήματα πιο προσιτά. Η μείωση της τιμής της βενζίνης, λόγω της ανακάλυψης πετρελαϊκών κοιτασμάτων στο Τέξας. Η ανάπτυξη του Ford Model T, το οποίο κόστιζε μόλις \$650, ενώ ένα ηλεκτρικό όχημα κόστιζε \$1.750. Η ανάπτυξη του οδικού δικτύου εκτός πόλεων απαιτούσε οχήματα με μεγαλύτερη αυτονομία, και τα ηλεκτρικά αυτοκίνητα αδυνατούσαν να ανταγωνιστούν σε αυτόν τον τομέα.

Το 1973, η ενεργειακή κρίση του ΟΠΕΚ (Οργανισμός Πετρελαιοπαραγωγών Εξαγωγών Κρατών) επανάφερε το ενδιαφέρον για την ηλεκτροκίνηση. Το 1996, η General Motors παρουσίασε το EV1, το πρώτο σύγχρονο ηλεκτρικό αυτοκίνητο. Το 2008, η Tesla παρουσίασε το Roadster, το πρώτο ηλεκτρικό αυτοκίνητο με μπαταρίες ιόντων λιθίου.

Σήμερα, οι περισσότερες αυτοκινητοβιομηχανίες έχουν στραφεί στην ηλεκτροκίνηση. Χαρακτηριστικά παραδείγματα είναι η Nissan κυκλοφόρησε το Leaf το 2010, η Tesla που κατέστησε τα EV δημοφιλή και κερδοφόρα. Το 2020, πάνω από 10 εκατομμύρια ηλεκτρικά οχήματα κυκλοφορούσαν παγκοσμίως. Αξίζει να σημειωθεί ότι οι κυβερνήσεις παγκοσμίως στοχεύουν στην κατάργηση των βενζινοκίνητων οχημάτων έως το 2035.

Η ιστορία των ηλεκτρικών αυτοκινήτων δείχνει ότι, παρά τις περιόδους παρακμής, η τεχνολογία τους εξελίσσεται συνεχώς και σήμερα φαίνεται να είναι η κινητήρια δύναμη της αυτοκινητοβιομηχανίας για το μέλλον. Οι επενδύσεις στις μπαταρίες και η επέκταση των υποδομών φόρτισης θα καθορίσουν την πλήρη μετάβαση στην ηλεκτροκίνηση τα επόμενα χρόνια.

1.1 Η Εξάπλωση και το Ποσοστό Αγοράς των Ηλεκτρικών Οχημάτων (EV) στις Ηνωμένες Πολιτείες

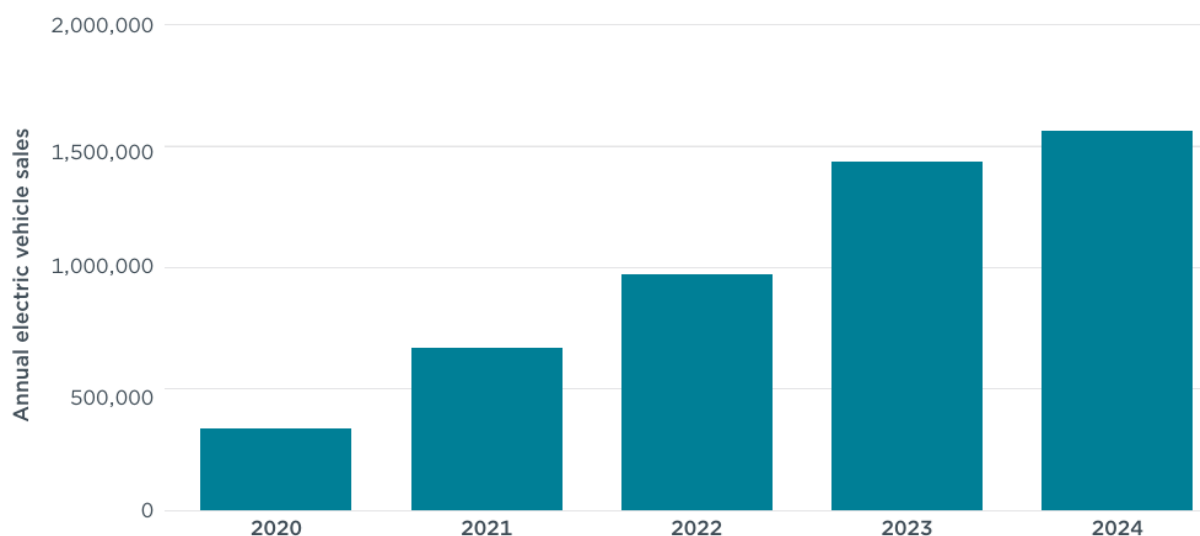
Εισαγωγή

Η παγκόσμια μετάβαση προς βιώσιμες μορφές μεταφοράς, σε συνδυασμό με την πίεση για μείωση των εκπομπών αερίων του θερμοκηπίου, έχει ενισχύσει τη ζήτηση για ηλεκτρικά οχήματα (EVs). Οι Ηνωμένες Πολιτείες, ως μία από τις μεγαλύτερες αγορές οχημάτων παγκοσμίως, διαδραματίζουν κομβικό ρόλο στην υιοθέτηση των EVs. Τα τελευταία χρόνια, οι πωλήσεις EV έχουν αυξηθεί ραγδαία, ενώ παράλληλα διαμορφώνονται πολιτικές και επενδύσεις που υποστηρίζουν αυτή την αλλαγή. Από τα πρώτα πειραματικά στάδια στις αρχές της δεκαετίας του 2010 έως και τις προβλέψεις του 2024, τα EVs έχουν σταθερά κερδίζει έδαφος έναντι όλων των άλλων κατηγοριών οχημάτων, συμπεριλαμβανομένων των συμβατικών με κινητήρες εσωτερικής καύσης (ICE), των υβριδικών (HEV), αλλά και των plug-in υβριδικών (PHEV). Παρακάτω αναλύεται η πορεία της αγοράς EV στις ΗΠΑ, το ποσοστό τους σε σχέση με τα συμβατικά οχήματα, τις περιφερειακές διαφοροποιήσεις, και συγκρίσεις με άλλες μεγάλες αγορές όπως η Ευρώπη και η Κίνα.

Πωλήσεις EV και Μερίδιο Αγοράς στις ΗΠΑ

Το 2024 καταγράφηκαν 1,56 εκατομμύρια πωλήσεις ηλεκτρικών οχημάτων στις ΗΠΑ, αντιστοιχώντας σε ποσοστό 10% επί του συνόλου των πωλήσεων ελαφρών οχημάτων. Το νούμερο αυτό αντικατοπτρίζει αύξηση άνω του 47% ετησίως σε σχέση με το 2020, όταν το ποσοστό EVs στην αγορά ήταν περίπου 2% (Σχήμα 7). Πρόκειται για έναν δεκαπλασιασμό του μεριδίου εντός μιας τετραετίας, από το 1% – 2% στο 10%, στοιχείο που φανερώνει το ξεκίνημα της «κρίσιμης μάζας» στην υιοθέτηση αυτής της τεχνολογίας. Η αύξηση αυτή αποδίδεται στην ενίσχυση της τεχνολογίας, την επέκταση της γκάμας διαθέσιμων μοντέλων και τα φορολογικά κίνητρα που προσφέρει η ομοσπονδιακή κυβέρνηση των ΗΠΑ.

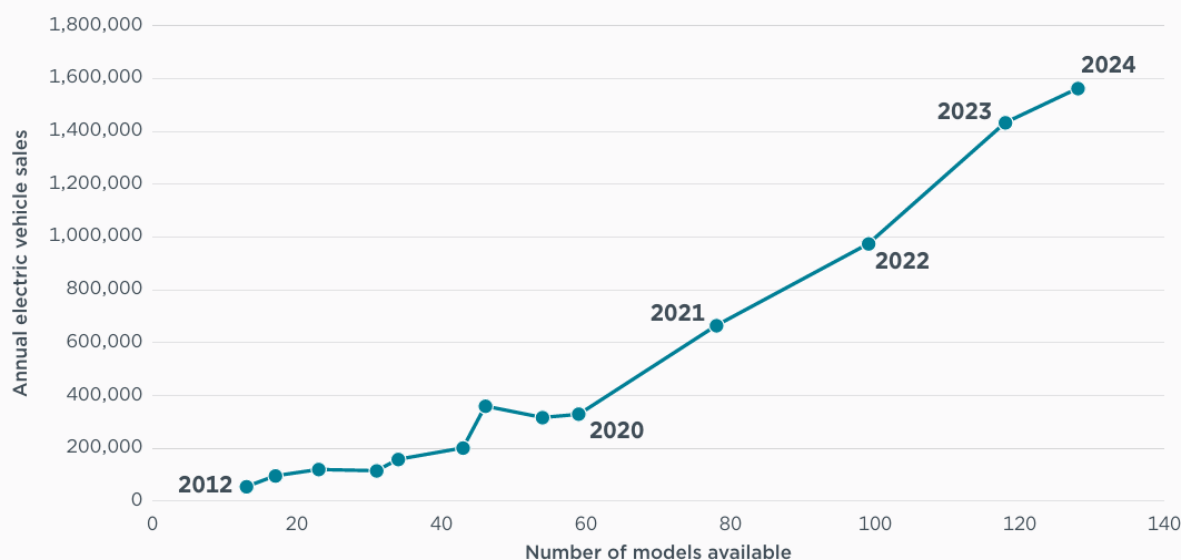
Sales of battery electric and plug-in hybrid electric vehicles in the United States, 2020–2024



Σχήμα 7 Ετήσιες πωλήσεις ηλεκτρικών οχημάτων (BEV και PHEV) στις Ηνωμένες Πολιτείες για την περίοδο 2020–2024 (Isenstadt & Slowik, 2025).

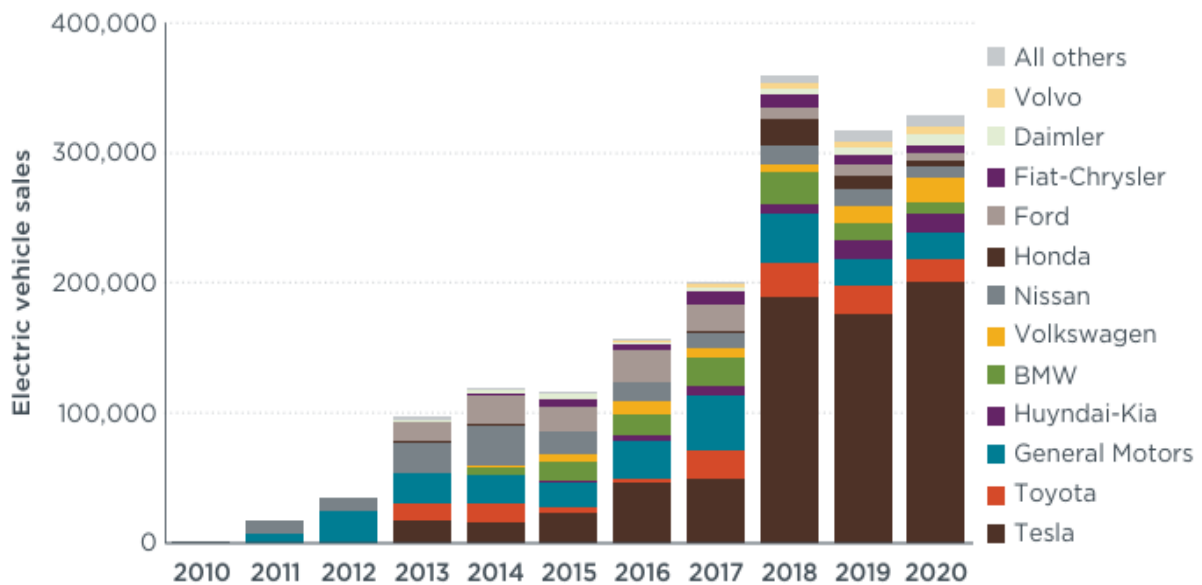
Παράλληλα, παρατηρείται σημαντική διεύρυνση της ποικιλίας ηλεκτρικών οχημάτων στην αγορά, τόσο σε μεγαλύτερες κατηγορίες όσο και σε μικρότερα και μεσαία μοντέλα. Σύμφωνα με την ίδια έκθεση των (Isenstadt & Slowik, 2025), ο αριθμός των διαθέσιμων EVs αυξήθηκε αισθητά την περίοδο 2018–2022, ιδιαίτερα στις Ηνωμένες Πολιτείες, όπου πλέον κυκλοφορούν πάνω από 70 διαφορετικά μοντέλα (Σχήμα 8). Η αυξημένη αυτή ποικιλία εκτιμάται ότι διαδραμάτισε καθοριστικό ρόλο στην άνοδο του μεριδίου αγοράς, προσφέροντας περισσότερες επιλογές στους καταναλωτές.

Annual electric vehicle sales and number of available electric vehicle models in the United States, 2012–2024



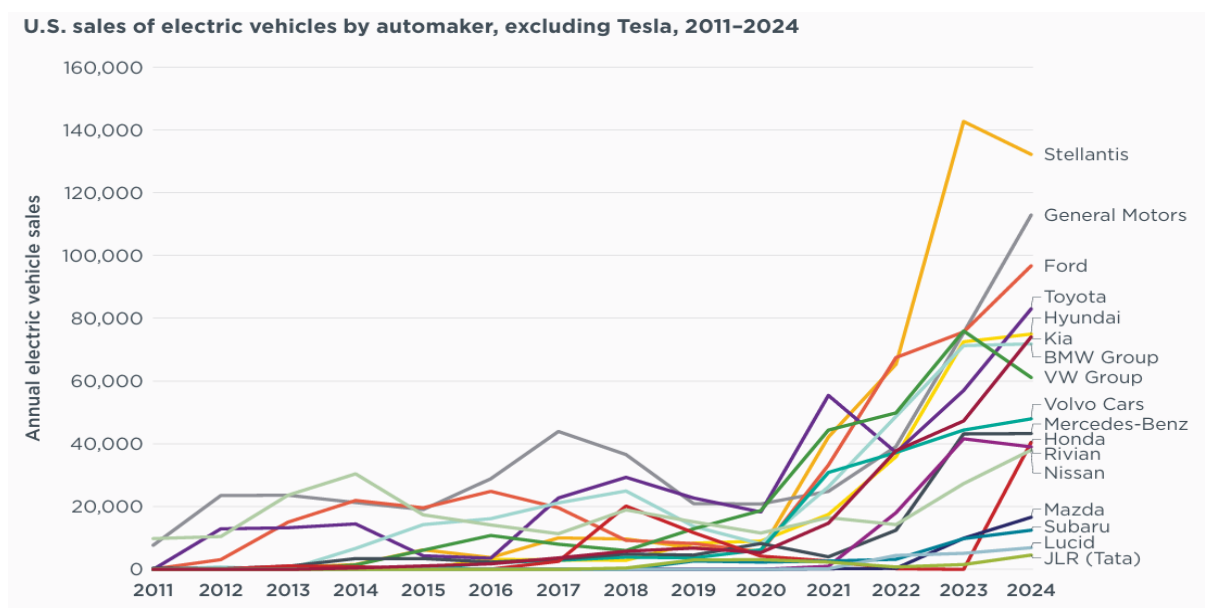
Σχήμα 8 Συσχέτιση ετήσιων πωλήσεων ηλεκτρικών οχημάτων (BEV & PHEV) με τον αριθμό διαθέσιμων μοντέλων στις Ηνωμένες Πολιτείες (2012–2024) (Isenstadt & Slowik, 2025).

Η ραγδαία άνοδος που σημειώθηκε την περίοδο 2018–2020 αποτυπώνεται καθαρά στο Σχήμα 9, όπου διακρίνεται τόσο η απόλυτη αύξηση των πωλήσεων όσο και η διεύρυνση της συμμετοχής διαφορετικών κατασκευαστών στην αγορά. Αν και η Tesla διατηρεί κυρίαρχο ρόλο, η είσοδος εταιρειών όπως η Hyundai-Kia, General Motors, Volkswagen και Ford καταδεικνύει τη σταδιακή διασπορά του μεριδίου (Bui, Slowik, & Lutsey, 2021).



Σχήμα 9 Ετήσιες πωλήσεις ηλεκτρικών οχημάτων (EV) στις Ηνωμένες Πολιτείες ανά κατασκευαστή για την περίοδο 2010–2020 (Bui, Slowik, & Lutsey, 2021).

Η Tesla κυριάρχησε διαχρονικά στην αγορά EV των ΗΠΑ, διατηρώντας το μεγαλύτερο μερίδιο σε πωλήσεις από το 2015 έως και το 2023. Ωστόσο, το 2024 σημείωσε πτώση 5%, κυρίως λόγω αύξησης ανταγωνισμού από παραδοσιακές αυτοκινητοβιομηχανίες όπως η Ford, η General Motors και η Hyundai, οι οποίες σημείωσαν αύξηση άνω του 20% (Σχήμα 10). Η διαφοροποίηση στα μοντέλα και οι επενδύσεις σε γραμμές παραγωγής EV από τις ιστορικές εταιρείες συνέβαλαν σημαντικά στη γενική διεύρυνση της αγοράς (Isenstadt & Slowik, 2025).



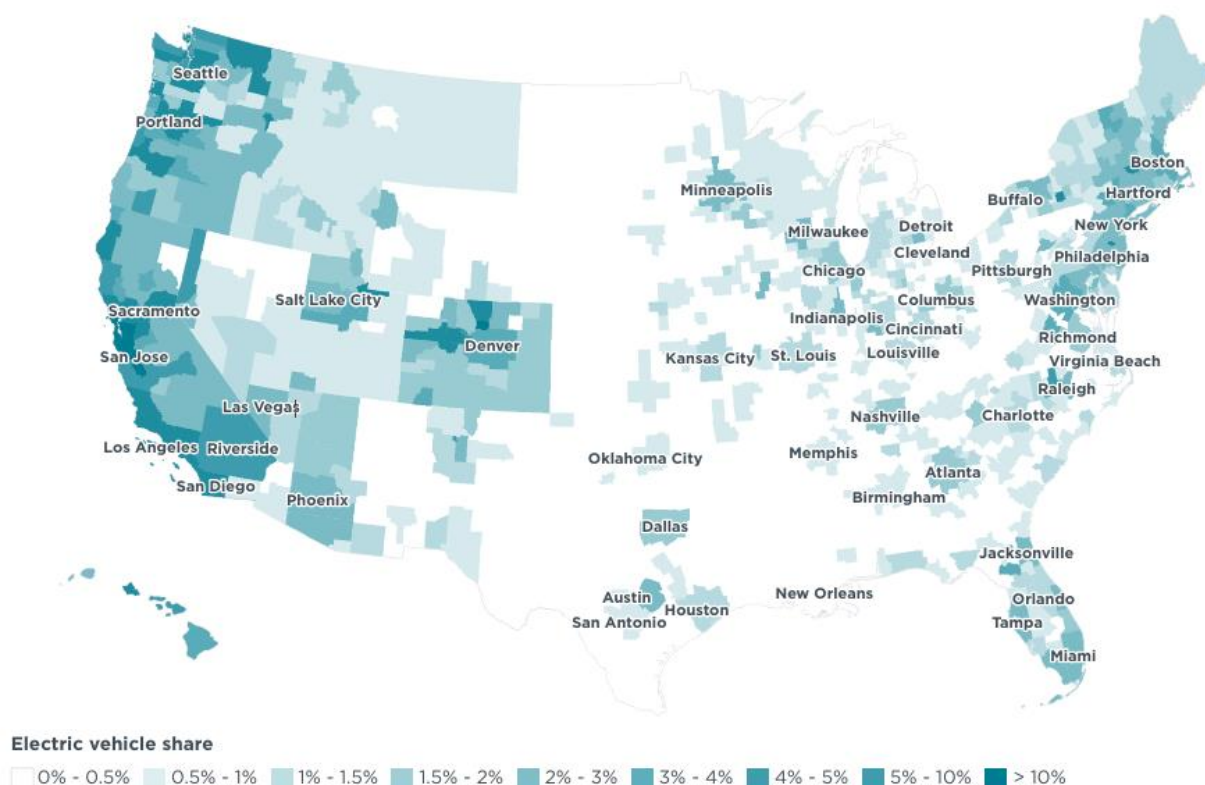
Σχήμα 10 Ετήσιες πωλήσεις ηλεκτρικών οχημάτων στις Ηνωμένες Πολιτείες από το 2011 έως το 2024, ανά κατασκευαστή, εξαιρουμένης της Tesla (Isenstadt & Slowik, 2025).

Τιμές και Οικονομική Προσβασιμότητα

Ένα από τα βασικά εμπόδια στην υιοθέτηση EV είναι το κόστος. Το 2024, μόλις το 3% των EV μοντέλων στις ΗΠΑ κόστιζαν κάτω από \$35.000, ενώ το 64% είχαν τιμή άνω των \$55.000 (Isenstadt & Slowik, 2025). Αυτή η κατανομή τιμών δείχνει ότι τα EV παραμένουν προϊόν υψηλής κατηγορίας, ιδιαίτερα σε σχέση με τα παραδοσιακά οχήματα εσωτερικής καύσης. Παρά τις κρατικές επιδοτήσεις, πολλοί αγοραστές παραμένουν εκτός αγοράς, ειδικά σε αγροτικές ή χαμηλού εισοδήματος περιοχές.

Περιφερειακή Κατανομή και Πρόσβαση

Η εξάπλωση των EV στις ΗΠΑ παρουσιάζει σημαντικές γεωγραφικές διαφορές. Το 77% των πωλήσεων EV το 2020 προήλθε από τις 50 μεγαλύτερες μητροπολιτικές περιοχές. Στο Σχήμα 11, αποτυπώνεται η χωρική κατανομή του μεριδίου εγγραφών EV κατά μητροπολιτική περιοχή για το 2020. Η διαφορά μεταξύ Δυτικών και Ανατολικών πολιτειών είναι εμφανής: Πολιτείες όπως η Καλιφόρνια, η Ουάσινγκτον και το Όρεγκον εμφανίζουν μερίδιο >10 %, ενώ μεγάλες περιοχές στη Νότια και Κεντρική Αμερική κυμαίνονται κάτω από το 1,5 %. Αυτό το εύρημα συσχετίζεται με την ένταση των τοπικών πολιτικών υποστήριξης, τη διαθεσιμότητα σταθμών φόρτισης και τη γενικότερη περιβαλλοντική κουλτούρα (Bui, Slowik, & Lutsey, 2021).



Σχήμα 11 Ποσοστό εγγεγραφών νέων ηλεκτρικών οχημάτων (EV) στις Ηνωμένες Πολιτείες ανά μητροπολιτική περιοχή το 2020 (Bui, Slowik, & Lutsey, 2021).

Η γεωγραφική ανομοιογένεια επιβεβαιώνει πως, πέρα από την τεχνολογική ωριμότητα, το οικοσύστημα υποστήριξης και τα τοπικά κίνητρα καθορίζουν σε μεγάλο βαθμό την επιτυχία των EV σε περιφερειακό επίπεδο. Οι πόλεις με πυκνά δίκτυα φόρτισης, συνδυασμένα με ισχυρές περιβαλλοντικές πολιτικές και στρατηγικές αστικής κινητικότητας, φτάνουν πρώτες στη μαζική υιοθέτηση.

Κεφάλαιο 2. Βιβλιογραφική αναφορά

Προβλέψεις Πωλήσεων Ηλεκτρικών Οχημάτων στις ΗΠΑ: Ανάλυση με Βάση Ιστορικά Δεδομένα

Οι Block και Harrison (2014) πραγματοποίησαν μια συστηματική μελέτη για την πρόβλεψη της εξέλιξης των πωλήσεων plug-in ηλεκτρικών οχημάτων (PEVs) στις Ηνωμένες Πολιτείες και σε επιλεγμένες πολιτείες, χρησιμοποιώντας εναλλακτικά σενάρια ετήσιας αύξησης μεταξύ 10% και 35%. Σύμφωνα με τα δεδομένα, η σωρευτική πώληση PEVs μέχρι το 2013 ανήλθε σε 167.600 οχήματα, με 58% των πωλήσεων (96.700 μονάδες) να πραγματοποιούνται μόνο το 2013.

Οι συγγραφείς προβλέπουν ότι, μέχρι το 2023, οι ετήσιες πωλήσεις στις ΗΠΑ θα κυμαίνονται από 251.000 έως 1.944.000 οχήματα, ενώ η συνολική σωρευτική αγορά αναμένεται να φτάσει μεταξύ 1,86 και 7,3 εκατομμυρίων οχημάτων, ανάλογα με το επιλεγμένο σενάριο ανάπτυξης. Η πιο πιθανή πρόβλεψη βασίζεται σε ρυθμό ανάπτυξης 20%, που δίνει περίπου 600.000 πωλήσεις ετησίως και 3,18 εκατομμύρια οχήματα σωρευτικά μέχρι το 2023.

Σε περιφερειακό επίπεδο, η μελέτη παρέχει εκτιμήσεις για πολιτείες όπως η Φλόριντα, η Καλιφόρνια, η Χαβάη, η Νέα Υόρκη και άλλες. Ειδικότερα, για σενάριο 20%:

- Καλιφόρνια: 186.000 ετήσιες πωλήσεις και σωρευτικά 935.000 οχήματα,
- Φλόριντα: 46.000 ετήσιες και 241.000 σωρευτικά,
- Χαβάη: 11.000 ετήσιες και 58.000 σωρευτικά,
- Αλαμπάμα: 6.000 ετήσιες και 32.000 σωρευτικά,
- Νέα Υόρκη: 21.000 ετήσιες και 106.000 σωρευτικά.

Η έρευνα εξετάζει επίσης τους κυριότερους φραγμούς στην υιοθέτηση EVs, όπως το υψηλό κόστος αγοράς, η περιορισμένη αυτονομία, η διαθεσιμότητα υποδομών φόρτισης, καθώς και η έλλειψη τυποποίησης και πληροφόρησης. Ως απάντηση, αναφέρονται οι στόχοι της πρωτοβουλίας "EV Everywhere" του Υπουργείου Ενέργειας των ΗΠΑ, που περιλαμβάνουν μείωση του κόστους μπαταριών από \$500/kWh σε \$125/kWh και ελαχιστοποίηση του βάρους των οχημάτων κατά 30%.

Εξέλιξη της Αγοράς Ηλεκτρικών Αυτοκινήτων στις Ηνωμένες Πολιτείες και Επιπτώσεις στο Ηλεκτρικό Δίκτυο

Η μελέτη των Iryna et al. (2020) εξετάζει αναλυτικά αυτή τη διπλή δυναμική: αφενός την εξέλιξη της αγοράς ηλεκτρικών αυτοκινήτων, και αφετέρου τις επιπτώσεις της αυξανόμενης ζήτησης ηλεκτρικής ενέργειας στις υποδομές και τον σχεδιασμό του ενεργειακού συστήματος των ΗΠΑ.

Η ανάλυση ξεκινά με την παρακολούθηση της σταδιακής αύξησης των ταξινομήσεων EVs από τις αρχές της δεκαετίας του 2010, με καθοριστική ώθηση να δίνουν παράγοντες όπως η πτώση του κόστους μπαταριών ιόντων λιθίου, οι φορολογικές ελαφρύνσεις για την αγορά EVs, και η αυξανόμενη περιβαλλοντική ευαισθητοποίηση. Η κρατική πολιτική —τόσο σε ομοσπονδιακό όσο και σε πολιτειακό επίπεδο— έπαιξε σημαντικό ρόλο στην ενίσχυση της ζήτησης, μέσω επιδοτήσεων και επενδύσεων σε δημόσιες υποδομές φόρτισης. Οι ερευνητές τονίζουν πως η αλματώδης πρόοδος της Tesla και η είσοδος παραδοσιακών κατασκευαστών στην αγορά EVs, όπως η GM και η Ford, επιτάχυναν τη μαζική αποδοχή τους από το κοινό.

Η μελέτη επισημαίνει επίσης ότι η προβλεπόμενη αύξηση του αριθμού EVs έχει σημαντικές συνέπειες για τη σταθερότητα και την επάρκεια του ηλεκτρικού δικτύου. Η αυξημένη ζήτηση ηλεκτρικής ενέργειας από τον κλάδο των μεταφορών αναμένεται να εντείνει τις ανάγκες για παραγωγή ενέργειας και ενίσχυση των δικτύων διανομής, ιδίως κατά τις ώρες αιχμής φόρτισης. Ένα από τα βασικά ευρήματα είναι ότι, χωρίς τον κατάλληλο σχεδιασμό της κατανομής φορτίου και χωρίς ευφυή συστήματα διαχείρισης της φόρτισης (smart charging), η ευρεία υιοθέτηση των EVs θα μπορούσε να προκαλέσει σημαντικές πιέσεις στο σύστημα ηλεκτροδότησης.

Η μελέτη υποδεικνύει ότι η μετάβαση προς EVs πρέπει να συνοδεύεται από στοχευμένες επενδύσεις σε ανανεώσιμες πηγές ενέργειας, κυρίως ηλιακή και αιολική, ώστε να διασφαλιστεί ότι η ενέργεια που καταναλώνουν τα EVs συμβάλλει στην πράσινη μετάβαση και δεν στηρίζεται σε ορυκτά καύσιμα. Ειδικά η φόρτιση κατά τη διάρκεια των ωρών ηλιοφάνειας μπορεί να συνδυαστεί ιδανικά με τη φωτοβολταϊκή παραγωγή. Παράλληλα, οι συγγραφείς προτείνουν την εφαρμογή δυναμικής τιμολόγησης ρεύματος, ώστε να ενθαρρυνθεί η φόρτιση των οχημάτων εκτός ωρών αιχμής και να μειωθούν οι επιβαρύνσεις στο δίκτυο.

Μια ακόμη ενδιαφέρουσα διάσταση της ανάλυσης αφορά την πιθανότητα τα ίδια τα ηλεκτρικά οχήματα να λειτουργούν μελλοντικά ως αποθήκες ενέργειας (vehicle-to-grid – V2G), ενισχύοντας τη σταθερότητα του συστήματος σε στιγμές αυξημένης ζήτησης ή χαμηλής προσφοράς. Αυτή η τεχνολογική δυνατότητα βρίσκεται ακόμη σε πειραματικό στάδιο, αλλά η μελέτη υπογραμμίζει τη στρατηγική σημασία της για το μέλλον του ενεργειακού συστήματος.

Εξέλιξη της Αγοράς Ηλεκτρικών Οχημάτων και Επιπτώσεις στο Ηλεκτρικό Δίκτυο των Ηνωμένων Πολιτειών

Στη μελέτη των Javier Bas et al (2021), αναλύεται σε βάθος η ανάπτυξη της αγοράς ηλεκτρικών αυτοκινήτων στις ΗΠΑ από τις αρχές της δεκαετίας του 2010, καθώς και ο τρόπος με τον οποίο αυτή η αλλαγή επηρεάζει τη σταθερότητα και τη διαχείριση του ηλεκτρικού δικτύου.

Οι συγγραφείς εντοπίζουν ως κύριους παράγοντες της αύξησης των πωλήσεων EVs την πτώση του κόστους κατασκευής μπαταριών, την άνοδο της περιβαλλοντικής ευαισθητοποίησης, τις κρατικές επιδοτήσεις, αλλά και την τεχνολογική πρόοδο που σημείωσαν πρωτοπόρες εταιρείες όπως η Tesla. Παράλληλα, η είσοδος μεγάλων παραδοσιακών κατασκευαστών, όπως η General Motors και η Ford, στην αγορά ηλεκτρικών οχημάτων συνέβαλε στη μαζική αποδοχή της ηλεκτροκίνησης από τους Αμερικανούς καταναλωτές.

Η ανάλυση αποκαλύπτει ότι η αυξανόμενη ζήτηση για ηλεκτρική ενέργεια λόγω της φόρτισης των EVs αναμένεται να προκαλέσει σημαντικές προκλήσεις για τα ηλεκτρικά δίκτυα διανομής και παραγωγής, ιδιαίτερα κατά τις ώρες αιχμής. Χωρίς προληπτικό σχεδιασμό και επενδύσεις σε υποδομές, το υπάρχον δίκτυο ενδέχεται να αντιμετωπίσει προβλήματα ισχύος και σταθερότητας. Το πρόβλημα επιτείνεται από το γεγονός ότι τα περισσότερα EVs φορτίζονται κατά τις βραδινές ώρες, όταν το φορτίο ήδη κορυφώνεται σε πολλές περιοχές.

Στο πλαίσιο αυτό, οι συγγραφείς προτείνουν σειρά μέτρων που πρέπει να συνοδεύσουν την περαιτέρω εξάπλωση της ηλεκτροκίνησης. Πρώτον, απαιτείται εκτεταμένος εκσυγχρονισμός των δικτύων μεταφοράς και διανομής, ώστε να μπορούν να ανταποκριθούν στη νέα κατανομή φορτίου. Δεύτερον, η διείσδυση των EVs πρέπει να υποστηριχθεί από την παράλληλη ενίσχυση της παραγωγής ενέργειας από ανανεώσιμες πηγές, ειδικά ηλιακή και αιολική. Ο συγχρονισμός της φόρτισης με τα διαστήματα αιχμής παραγωγής, όπως η μεσημεριανή ηλιοφάνεια, θεωρείται καθοριστικός παράγοντας βιωσιμότητας.

Επιπλέον, η μελέτη εξετάζει το ρόλο των ευφυών δικτύων (smart grids) και των τεχνολογιών διαχείρισης φορτίου, όπως η «έξυπνη φόρτιση» (smart charging). Μέσω κατάλληλων οικονομικών κινήτρων —π.χ. δυναμική τιμολόγηση ρεύματος— είναι δυνατόν να ενθαρρυνθεί η φόρτιση των οχημάτων εκτός ωρών αιχμής, μειώνοντας έτσι την πίεση στο δίκτυο και επιτυγχάνοντας καλύτερη ενεργειακή κατανομή. Ένα άλλο προτεινόμενο μέτρο είναι η τεχνολογία Vehicle-to-Grid (V2G), μέσω της οποίας τα EVs μπορούν να λειτουργούν και ως αποθήκες ενέργειας, προσφέροντας ηλεκτρική ισχύ πίσω στο δίκτυο όταν αυτή απαιτείται.

Οι ερευνητές υπογραμμίζουν ότι η διείσδυση των ηλεκτρικών οχημάτων δεν μπορεί να αντιμετωπίζεται αποκλειστικά ως ζήτημα μεταφορών, αλλά συνιστά ολόκληρη ενεργειακή πρόκληση. Η επιτυχία της μετάβασης εξαρτάται από το πόσο καλά θα συντονιστούν οι τομείς της αυτοκινητοβιομηχανίας, των υποδομών φόρτισης και του ηλεκτρικού συστήματος. Επιπλέον, απαιτείται συνεργατικότητα ανάμεσα σε τεχνολογίες και φορείς, ώστε το σύστημα να παραμένει ευέλικτο, αξιόπιστο και ανθεκτικό σε μελλοντικές μεταβολές της ζήτησης.

Προβλέψεις Υιοθέτησης EVs στις ΗΠΑ με Πολιτικά Σενάρια και Δομικούς Παράγοντες

Οι Archsmith et al. (2022) ανέπτυξαν ένα δυναμικό πολυπαραγοντικό μοντέλο πρόβλεψης της υιοθέτησης ηλεκτρικών οχημάτων (EVs) στις Ηνωμένες Πολιτείες, λαμβάνοντας υπόψη τόσο τεχνοοικονομικές παραμέτρους (όπως το κόστος αγοράς, καυσίμων και συντήρησης) όσο και κοινωνικοπολιτικούς παράγοντες (εισοδηματικές ανισότητες, γεωγραφική πρόσβαση, μορφωτικό επίπεδο και προτιμήσεις χρήσης). Η μελέτη διαμορφώνει διάφορα σενάρια με βάση την τρέχουσα πολιτική κατάσταση, αλλά και υποθετικά μοντέλα ενίσχυσης της υιοθέτησης, προκειμένου να εκτιμηθεί η πορεία του μεριδίου EVs στον συνολικό στόλο οχημάτων και στις ετήσιες πωλήσεις μέχρι το 2050.

Σύμφωνα με το βασικό σενάριο συνέχισης των υπαρχουσών πολιτικών (business-as-usual), οι ηλεκτρικές πωλήσεις αναμένεται να φτάσουν μόλις το 29% του συνόλου των νέων οχημάτων έως το 2035, ενώ το μερίδιό τους στον συνολικό στόλο παραμένει κάτω του 20%. Στο εναλλακτικό σενάριο όπου υιοθετούνται φιλόδοξες παρεμβάσεις πολιτικής, όπως ισχυρές επιδοτήσεις, φορολογικά κίνητρα και εκτεταμένη ανάπτυξη υποδομών φόρτισης, το μερίδιο των EVs στις νέες πωλήσεις φτάνει το 67% έως το 2035 και ξεπερνά το 90% μέχρι το 2045. Σε ένα ακόμη πιο μακροπρόθεσμο σενάριο πλήρους εξηλεκτρισμού του στόλου, τα EVs ενδέχεται να αντιπροσωπεύουν έως και το 75–80% του στόλου οχημάτων των ΗΠΑ το 2050.

Η ποσοτική ανάλυση των Archsmith et al. δείχνει ότι τα ανώτερα εισοδηματικά πεντηκοστά καταναλωτών ευθύνονται για πάνω από το 60% των πωλήσεων EVs, ακόμη και σε σενάρια με ισχυρή πολιτική υποστήριξη. Παράλληλα, παρατηρείται έντονη γεωγραφική διαφοροποίηση, όπου αγροτικές περιοχές ή περιφέρειες με χαμηλότερο εκπαιδευτικό επίπεδο παρουσιάζουν χαμηλότερους ρυθμούς υιοθέτησης. Η ευαισθησία του μοντέλου σε εξωτερικούς οικονομικούς παράγοντες είναι επίσης υψηλή. Για παράδειγμα, εκτιμάται ότι μείωση της τιμής μπαταριών κατά 100 δολάρια ανά kWh επισπεύδει την επίτευξη 50% διείσδυσης EVs κατά δύο έως τρία έτη.

Συνολικά, η μελέτη καταλήγει πως η τεχνολογική εξέλιξη και η βελτίωση της απόδοσης δεν επαρκούν από μόνες τους για τη μαζική υιοθέτηση των ηλεκτρικών οχημάτων. Αντιθέτως, απαιτείται συνοδευτική κοινωνική πολιτική που να μειώνει τις ανισότητες προσβασιμότητας και να δημιουργεί συνθήκες εμπιστοσύνης μεταξύ κοινωνικών ομάδων με χαμηλότερο εισόδημα. Διαφορετικά, τα μοντέλα προβλέπουν μια άνιση μετάβαση, στην οποία τα EVs θα παραμείνουν προσιτά κυρίως στα πλουσιότερα στρώματα, περιορίζοντας τόσο την περιβαλλοντική αποτελεσματικότητα όσο και την κοινωνική αποδοχή της ηλεκτροκίνησης.

Προγνωστικά Μοντέλα Διείσδυσης Ηλεκτρικών Οχημάτων: Εφαρμογή του Bass Model στις Ηνωμένες Πολιτείες

Οι Dmitry V. Pelegon και Jean-Jacques Chanaron (2022) εξετάζει σε βάθος τη δυνατότητα πρόβλεψης της διείσδυσης των ηλεκτρικών οχημάτων στις Ηνωμένες Πολιτείες μέσω του δυναμικού υποδείγματος Bass, μιας από τις πιο διαδεδομένες μεθόδους για τη μελέτη της διάδοσης καινοτομιών.

Το υπόδειγμα Bass, το οποίο προτάθηκε αρχικά το 1969, χρησιμοποιείται για την πρόβλεψη της υιοθέτησης νέων προϊόντων, βασισμένο στη συμπεριφορά δύο βασικών ομάδων καταναλωτών: των "καινοτόμων" (innovators), που υιοθετούν πρώιμα την τεχνολογία, και των "μιμητών" (imitators), οι οποίοι επηρεάζονται από κοινωνική επίδραση και παραδείγματα. Η εφαρμογή του υποδείγματος αυτού στα ηλεκτρικά οχήματα επιτρέπει τη μοντελοποίηση της δυναμικής της αγοράς υπό το πρίσμα κοινωνικής διάχυσης και τεχνολογικής ωρίμανσης.

Η μελέτη επικεντρώνεται στην περίοδο 2011–2021, λαμβάνοντας υπόψη τις ετήσιες εγγραφές EVs και τις σχετικές κυβερνητικές πολιτικές που εφαρμόστηκαν κατά την εν λόγω δεκαετία. Οι συγγραφείς χρησιμοποίησαν ένα διευρυμένο υπόδειγμα Bass (Generalized Bass

Model, GBM), που ενσωματώνει επιπλέον μεταβλητές όπως η τιμή καυσίμων, τα οικονομικά κίνητρα και οι κρατικές επιδοτήσεις. Αυτός ο εμπλουτισμένος σχεδιασμός επιτρέπει μεγαλύτερη ακρίβεια στην πρόβλεψη της καμπύλης διείσδυσης.

Τα αποτελέσματα της έρευνας καταδεικνύουν ότι η υιοθέτηση των ηλεκτρικών οχημάτων ακολουθεί χαρακτηριστική S-καμπύλη, με τη φάση επιτάχυνσης να ξεκινά ουσιαστικά μετά το 2018, χάρη στη σταθεροποίηση των τιμών των EVs, τη βελτίωση της υποδομής φόρτισης και την αυξημένη κρατική στήριξη. Η ανάλυση έδειξε ότι ο συντελεστής "καινοτομίας" (p) παρέμεινε σχετικά χαμηλός, υποδηλώνοντας μικρή διάχυση λόγω άμεσης πληροφόρησης ή τεχνολογικής γοητείας. Αντιθέτως, ο συντελεστής "μίμησης" (q) ήταν υψηλότερος, καταδεικνύοντας τον καθοριστικό ρόλο της κοινωνικής επιρροής και της αποδοχής από το ευρύ κοινό.

Το υπόδειγμα προβλέπει ότι έως το 2030 η διείσδυση των ηλεκτρικών οχημάτων στις ΗΠΑ μπορεί να φτάσει ή και να ξεπεράσει το 40% της συνολικής αγοράς, υπό την προϋπόθεση ότι συνεχιστεί η παρούσα πορεία επιδοτήσεων, φορολογικών ελαφρύνσεων και ενίσχυσης των υποδομών. Σημειώνεται επίσης ότι η σταδιακή πτώση του κόστους των μπαταριών θα λειτουργήσει ως επιταχυντής, ενώ ο ανταγωνισμός μεταξύ κατασκευαστών αυξάνει την ποικιλία και τη διαθεσιμότητα μοντέλων.

Η χρήση του Bass Model, ειδικά σε συνδυασμό με δυναμικές παραμέτρους, προσφέρει στις αρχές και στους υπεύθυνους χάραξης πολιτικής ένα ισχυρό εργαλείο για τη χάραξη στρατηγικών. Επιτρέπει όχι μόνο την παρακολούθηση της τρέχουσας πορείας υιοθέτησης, αλλά και την προσαρμογή κινήτρων ώστε να ενισχυθούν συγκεκριμένες φάσεις της καμπύλης διάδοσης. Η μελέτη τονίζει τη σημασία του συγχρονισμού μεταξύ τεχνολογικής ωριμότητας, δημόσιων επενδύσεων και κοινωνικής αποδοχής.

Υβριδική Προσέγγιση Πρόβλεψης Πωλήσεων Ηλεκτρικών Οχημάτων με Μοντέλα LSTM και Prophet

Στη μελέτη των Ahmed et al (2024), προτείνεται μια υβριδική μεθοδολογία βασισμένη στη συνδυασμένη χρήση δύο προηγμένων αλγορίθμων: του LSTM (Long Short-Term Memory) από το πεδίο της βαθιάς μάθησης και του Prophet, ενός στατιστικού μοντέλου που αναπτύχθηκε από το Facebook για πρόβλεψη χρονοσειρών με έντονη εποχικότητα και ανωμαλίες. Στόχος της εργασίας είναι η δημιουργία ενός μοντέλου που να αξιοποιεί τα δυνατά σημεία και των δύο τεχνικών, ώστε να επιτυγχάνει υψηλή ακρίβεια πρόβλεψης των πωλήσεων EVs.

Η βάση δεδομένων περιλαμβάνει μηνιαία στοιχεία για τις πωλήσεις ηλεκτρικών οχημάτων στις Ηνωμένες Πολιτείες από το 2011 έως το 2023, τα οποία εξασφαλίστηκαν από ανοικτές βάσεις δεδομένων (π.χ. U.S. DOE και EV-Volumes). Η αρχική εξερεύνηση των δεδομένων ανέδειξε έντονα μη γραμμικά πρότυπα, σαφή ανοδική μακροχρόνια τάση και έντονες εποχικές διακυμάνσεις. Με βάση αυτές τις ιδιαιτερότητες, οι συγγραφείς αναπτύσσουν δύο ανεξάρτητα μοντέλα: Prophet για τη μοντελοποίηση μακροχρόνιας τάσης και εποχικότητας, και LSTM για την πρόβλεψη των υπολειμμάτων (residuals), δηλαδή των αποκλίσεων μεταξύ των παρατηρούμενων και προβλεπόμενων τιμών από το Prophet.

Το τελικό υβριδικό μοντέλο εκπαιδεύτηκε σε 70% των διαθέσιμων δεδομένων και επαληθεύτηκε στο υπόλοιπο 30%, με χρήση μετρικών όπως RMSE, MAE και MAPE. Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι το υβριδικό μοντέλο Prophet+LSTM υπερέχει τόσο έναντι του μεμονωμένου Prophet όσο και του LSTM μόνο του, παρουσιάζοντας μέσο σφάλμα πρόβλεψης κάτω του 4%.

Η πρόβλεψη για την περίοδο 2024–2026 δείχνει σταθερά ανοδική πορεία στις πωλήσεις EVs στις Ηνωμένες Πολιτείες, με ιδιαίτερη επιτάχυνση κατά τους καλοκαιρινούς μήνες κάθε έτους. Η μέγιστη προβλεπόμενη μηνιαία πώληση για το τέλος του 2026 ξεπερνά τις 150.000 μονάδες. Οι συγγραφείς επισημαίνουν ότι αυτή η δυναμική συνδέεται άμεσα με τις πολιτικές φορολογικών κινήτρων, την εξέλιξη των μπαταριών και τη διεύρυνση της γκάμας διαθέσιμων EVs από τους κατασκευαστές.

Προβλέψεις Διετίας για τις Πωλήσεις Ηλεκτρικών Οχημάτων μέσω Βελτιστοποιημένου Μοντέλου SARIMA

Στην μελέτη των Çetin και Taşdemir (2024), αξιοποιείται το στατιστικό μοντέλο SARIMA (Seasonal Autoregressive Integrated Moving Average) για την πρόβλεψη των μηνιαίων πωλήσεων EVs στις Ηνωμένες Πολιτείες κατά την περίοδο 2024–2025.

Τα ιστορικά δεδομένα προέρχονται από τον επίσημο μηνιαίο απολογισμό του Υπουργείου Ενέργειας των ΗΠΑ για τις πωλήσεις νέων ελαφρών ηλεκτρικών οχημάτων, καλύπτοντας την περίοδο Ιανουαρίου 2021 έως Δεκεμβρίου 2023. Η ανάλυση καταδεικνύει τόσο τις εποχιακές διακυμάνσεις (με κορύφωση πωλήσεων το καλοκαίρι) όσο και μια σαφή ανοδική τάση στον όγκο πωλήσεων.

Οι συγγραφείς εφαρμόζουν τον έλεγχο στασιμότητας ADF και υλοποιούν πρώτης τάξης διαφοροποίηση, ώστε να καταστήσουν τη χρονοσειρά κατάλληλη για στατιστική πρόβλεψη. Οι προβλέψεις δείχνουν ότι οι μηνιαίες πωλήσεις θα αυξηθούν από περίπου 96.076 μονάδες τον Ιανουάριο 2024 στις 108.559 τον Ιούλιο 2024, και θα σταθεροποιηθούν γύρω στις 100.676 μονάδες μέχρι τον Δεκέμβριο 2025.

Η μελέτη αναγνωρίζει επίσης την ύπαρξη εποχιακών τάσεων — με χαμηλότερες πωλήσεις τον χειμώνα και υψηλότερες το καλοκαίρι — και παρέχει εύρη εμπιστοσύνης για τις εκτιμήσεις, υποδεικνύοντας τόσο την αξιοπιστία όσο και τους περιορισμούς του μοντέλου. Τα αποτελέσματα προσφέρουν κρίσιμες πληροφορίες για τη διαχείριση εφοδιαστικής αλυσίδας, τον προγραμματισμό παραγωγής και τη χάραξη δημόσιας πολιτικής.

Συμπερασματικά, η έρευνα επιβεβαιώνει ότι με κατάλληλη στατιστική μοντελοποίηση, είναι εφικτό να παραχθούν αξιόπιστες προβλέψεις πωλήσεων EVs, οι οποίες μπορούν να ενισχύσουν τη βιωσιμότητα και τη στρατηγική επέκταση της ηλεκτροκίνησης. Το SARIMA μοντέλο αναδεικνύεται ως αποτελεσματικό εργαλείο για τη μελέτη των τάσεων στην αγορά EVs και συνεισφέρει ουσιαστικά στην κατανόηση των μελλοντικών δυναμικών στον τομέα.

Πρόβλεψη Υιοθέτησης Ηλεκτρικών Οχημάτων με Λογιστικό Μοντέλο στις ΗΠΑ

Οι Sanjib, Muhammad, Nikhil, Mir Mohtasam, Rabeya, Nisha και MD Tanvir (2024) εφάρμοσαν λογιστικό μοντέλο (logistic growth model) για την πρόβλεψη της υιοθέτησης ηλεκτρικών οχημάτων (EVs) στις Ηνωμένες Πολιτείες, εξετάζοντας την υιοθέτηση ως διαδικασία τεχνολογικής διάχυσης σε κοινωνικό επίπεδο. Το μοντέλο τους βασίστηκε σε ιστορικά δεδομένα πωλήσεων από το 2011 έως το 2021 και εφαρμόστηκε για την πρόβλεψη της περιόδου 2022 έως 2035. Το βασικό σενάριο που προκύπτει από τη μελέτη εκτιμά ότι τα ηλεκτρικά οχήματα θα αποτελούν το 45% του συνόλου των νέων πωλήσεων αυτοκινήτων στις ΗΠΑ έως το 2030 και το 70% μέχρι το 2035. Αυτό αντιστοιχεί σε πάνω από 7 εκατομμύρια νέα EVs ετησίως έως το 2030, ενώ μέχρι το 2035 η ετήσια παραγωγή προβλέπεται να ξεπεράσει τα 10 εκατομμύρια μονάδες. Η σωρευτική υιοθέτηση EVs αναμένεται να φτάσει τα 80 εκατομμύρια οχήματα σε κυκλοφορία μέχρι το 2035, ποσοστό που ισοδυναμεί με περίπου 1 στα 3 οχήματα στους αμερικανικούς δρόμους.

Η πρόβλεψη ενσωματώνει κρίσιμες παραμέτρους όπως την προβλεπόμενη μείωση της τιμής των μπαταριών από 160 δολάρια ανά kWh το 2021 σε κάτω από 70 δολάρια το 2030, τα ομοσπονδιακά και πολιτειακά κίνητρα όπως επιδοτήσεις αγοράς και φοροαπαλλαγές, την εξέλιξη της υποδομής φόρτισης σε εθνικό επίπεδο, καθώς και την ενεργειακή απόδοση και τις εκπομπές CO₂. Η μελέτη καταλήγει ότι το συνολικό κόστος ιδιοκτησίας των EVs αναμένεται να πέσει κάτω από το αντίστοιχο των συμβατικών οχημάτων έως το 2027, επιταχύνοντας την υιοθέτηση από τους καταναλωτές.

Η μελέτη ανέπτυξε επίσης εναλλακτικά σενάρια. Στο σενάριο υψηλής πολιτικής υποστήριξης, η διείσδυση EVs αγγίζει το 90% των νέων πωλήσεων έως το 2035, ενώ στο απαισιόδοξο σενάριο παραμένει στάσιμη στο 25%, αν η τεχνολογική πρόοδος και οι υποδομές καθυστερήσουν. Επιπλέον, η μέση αυτονομία των EVs εκτιμάται ότι θα ξεπεράσει τα 550 χιλιόμετρα ανά φόρτιση έως το 2032, ενώ το κόστος φόρτισης ανά μίλι αναμένεται να μειωθεί κατά 40% μέχρι το 2030 σε σύγκριση με τα σημερινά επίπεδα. Η δημόσια υποδομή φόρτισης εκτιμάται ότι θα αυξηθεί κατά 500% μέχρι το 2035, ενισχύοντας περαιτέρω την υιοθέτηση των EVs και μειώνοντας τους φραγμούς πρόσβασης για το ευρύ κοινό.

Προγνωστικά Μοντέλα Υιοθέτησης Ηλεκτρικών Οχημάτων στις Ηνωμένες Πολιτείες: Ο Ρόλος της Ανανεώσιμης Ενέργειας

Η πρόσφατη μελέτη των Kamis και Abraham (2024) προσφέρει μια εκτενή και συστηματική διερεύνηση της πρόβλεψης της υιοθέτησης ηλεκτρικών οχημάτων μέσω λογιστικών μοντέλων, συνδυάζοντας δεδομένα από πλήθος δημόσιων και αξιόπιστων πηγών, όπως το Υπουργείο Ενέργειας των Ηνωμένων Πολιτειών, η Εθνική Υπηρεσία Ωκεανών και Ατμόσφαιρας, το Γραφείο Οικονομικής Ανάλυσης και η Υπηρεσία Οικονομικών Ερευνών. Η ανάλυση καλύπτει δεδομένα σε επίπεδο κομητείας και πολιτείας για την περίοδο 2010–2020 και συνενώνει δημογραφικούς, οικονομικούς, περιβαλλοντικούς και εκπαιδευτικούς δείκτες σε ένα συνεκτικό σύνολο.

Βασικό αντικείμενο της μελέτης ήταν η πρόβλεψη τριών κρίσιμων μεταβλητών: του αριθμού δημόσιων φορτιστών επιπέδου 2, των θέσεων εργασίας που συνδέονται με την ηλεκτροκίνηση και του αριθμού των επίσημα καταγεγραμμένων ηλεκτρικών οχημάτων. Αρχικά, οι ερευνητές εφάρμοσαν πολυπαραγοντικά γραμμικά λογιστικά μοντέλα παλινδρόμησης με τυχαία αποτελέσματα (random effects models), επιτυγχάνοντας ποσοστά εξήγησης της διακύμανσης (adjusted R^2) από 51,5% έως 62,4%. Παρότι αυτά τα μοντέλα παρείχαν σημαντικά ευρήματα, οι ερευνητές προχώρησαν στην εφαρμογή πιο εξελιγμένων μεθόδων μηχανικής μάθησης, και συγκεκριμένα Gradient Boosted Trees (GBT), προκειμένου να καταγράψουν μη γραμμικές και πιο πολύπλοκες συσχετίσεις.

Ανάμεσα στα ευρήματα, αναδείχθηκαν τρεις παράγοντες με συστηματικά υψηλή προγνωστική ισχύ σε όλα τα μοντέλα: η παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας από ηλιακά συστήματα, τα ποσοστά αποφοίτησης από τη δευτεροβάθμια εκπαίδευση και η ποιότητα του αέρα. Η παραγωγή ενέργειας από φωτοβολταϊκά αποδείχθηκε θετικός προγνωστικός παράγοντας για την αύξηση των σημείων φόρτισης, των θέσεων εργασίας στον τομέα των EVs και των εγγραφών ηλεκτρικών οχημάτων. Το εύρημα αυτό υποδεικνύει ότι οι κοινότητες με υψηλή διείσδυση της ηλιακής ενέργειας διαθέτουν υψηλότερα επίπεδα περιβαλλοντικής συνείδησης και μεγαλύτερη αποδοχή τεχνολογικών καινοτομιών.

Τα ποσοστά αποφοίτησης από το λύκειο φάνηκαν επίσης να σχετίζονται θετικά με την υιοθέτηση της ηλεκτροκίνησης, ενώ αντιθέτως, τα υψηλότερα επίπεδα πανεπιστημιακής εκπαίδευσης συνδέθηκαν με αρνητική επίδραση. Η σύνθετη αυτή σχέση υποδηλώνει ότι τα άτομα με δευτεροβάθμια εκπαίδευση πιθανώς επιδεικνύουν μεγαλύτερη προθυμία υιοθέτησης

της ηλεκτροκίνησης για λόγους κόστους και λειτουργικότητας, ενώ εκείνα με πανεπιστημιακή μόρφωση ενδέχεται να προτιμούν εναλλακτικούς τρόπους μετακίνησης ή να αναμένουν την περαιτέρω εξέλιξη της τεχνολογίας.

Ο Δείκτης Ποιότητας του Αέρα (Air Quality Index) προέκυψε ως τρίτος καθοριστικός παράγοντας, με τις περιοχές καλύτερης ποιότητας αέρα να παρουσιάζουν αυξημένα ποσοστά χρήσης ηλεκτρικών οχημάτων. Αυτό το εύρημα υπογραμμίζει τη σύνδεση ανάμεσα στην ατομική περιβαλλοντική ευαισθησία και στην επιλογή τρόπων μετακίνησης που μειώνουν τις εκπομπές ρύπων.

Εκτός από αυτούς τους κύριους παράγοντες, η έρευνα εξέτασε και άλλες κοινωνικοοικονομικές μεταβλητές. Η αύξηση του εισοδήματος και η μείωση της φτώχειας στις κομητείες σχετίστηκαν με υψηλότερη διείσδυση των ηλεκτρικών οχημάτων, ενώ η εφαρμογή πολιτικών δημόσιας υγείας, όπως η μερική απαγόρευση του καπνίσματος σε δημόσιους χώρους, εμφάνισε μια αρνητική αλλά στατιστικά σημαντική συσχέτιση με τη διείσδυση της ηλεκτροκίνησης, στοιχείο που απαιτεί περαιτέρω ερμηνεία.

Ιδιαίτερη αξία προσέδωσε στη μελέτη η χρήση της μεθόδου SHAP (SHapley Additive exPlanations) για την ανάλυση των αποτελεσμάτων των μοντέλων μηχανικής μάθησης. Τα SHAP plots επέτρεψαν την ερμηνεία των πολύπλοκων σχέσεων μεταξύ μεταβλητών, αποκαλύπτοντας ότι οι επιδράσεις των παραγόντων δεν ήταν απαραίτητα γραμμικές και ότι υπήρχαν σημαντικές διακυμάνσεις ανάλογα με το εύρος των τιμών.

Η εφαρμογή λογιστικών και προχωρημένων προγνωστικών μοντέλων για την κατανόηση της εξάπλωσης των ηλεκτρικών οχημάτων έχει σημαντικές πρακτικές επιπτώσεις. Οι κρατικές αρχές μπορούν να χρησιμοποιήσουν τα πορίσματα για τον σχεδιασμό στοχευμένων πολιτικών επιδότησης και ανάπτυξης υποδομών φόρτισης. Οι κατασκευαστές και οι εμπορικοί αντιπρόσωποι ηλεκτρικών οχημάτων μπορούν να προσαρμόσουν τις στρατηγικές τους βάσει κοινωνικοοικονομικών και περιβαλλοντικών παραμέτρων, εστιάζοντας σε περιοχές με υψηλή ηλιακή παραγωγή και ευνοϊκό μορφωτικό προφίλ.

Κεφάλαιο 3. Ανάλυση δεδομένων

3.1 Δεδομένα

Η υλοποίηση των μοντέλων και η ανάλυση των αποτελεσμάτων πραγματοποιήθηκαν με χρήση του MATLAB 2024b. Τα δεδομένα αφορούν τις μηνιαίες πωλήσεις ηλεκτρικών αυτοκινήτων της Tesla στις Ηνωμένες Πολιτείες για την περίοδο από το 2015 έως το 2024, συνολικού πλήθους 119 παρατηρήσεων. Όπως αναφέρθηκε στην εισαγωγή, χρησιμοποιούνται δύο σύνολα δεδομένων:

- Το σύνολο εκπαίδευσης (training set), το οποίο χρησιμοποιείται για την κατασκευή και εκπαίδευση του μοντέλου.
- Το σύνολο ελέγχου (test set), το οποίο χρησιμοποιείται για την επικύρωση και αξιολόγηση της απόδοσής του.

Στην παρούσα εργασία, επιλέχθηκε το 80% των δεδομένων για εκπαίδευση και το υπόλοιπο 20% για πρόβλεψη. Πιο συγκεκριμένα:

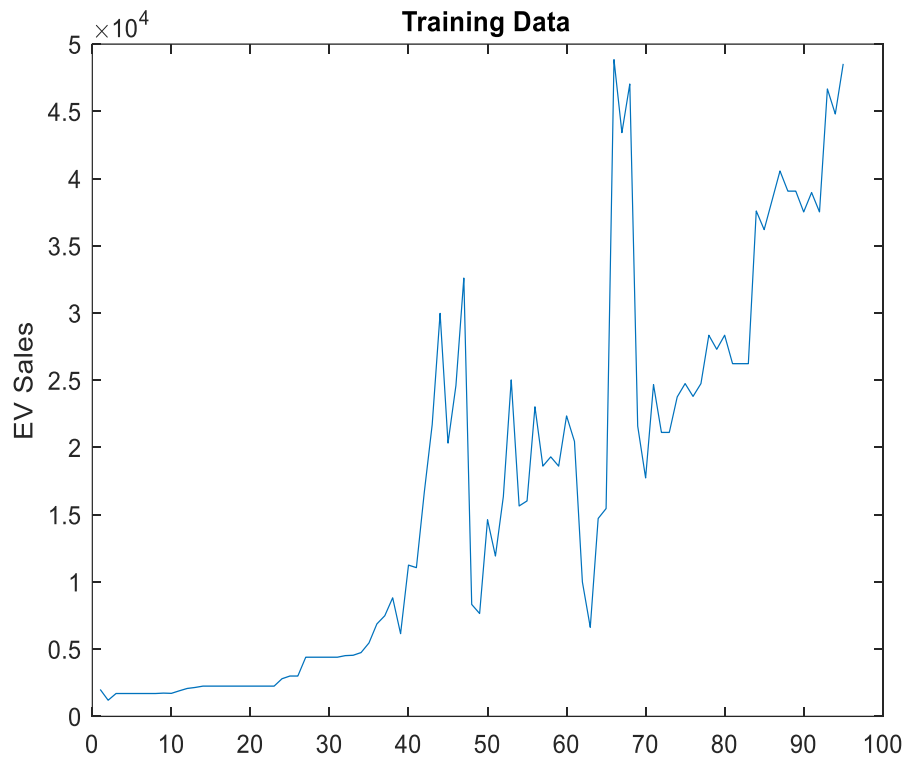
- Οι 95 πρώτες παρατηρήσεις χρησιμοποιούνται για την εκπαίδευση του μοντέλου.
- Οι 24 επόμενες παρατηρήσεις χρησιμοποιούνται για την αξιολόγηση του.

Στη συνέχεια, παρουσιάζονται γραφικές παραστάσεις που απεικονίζουν:

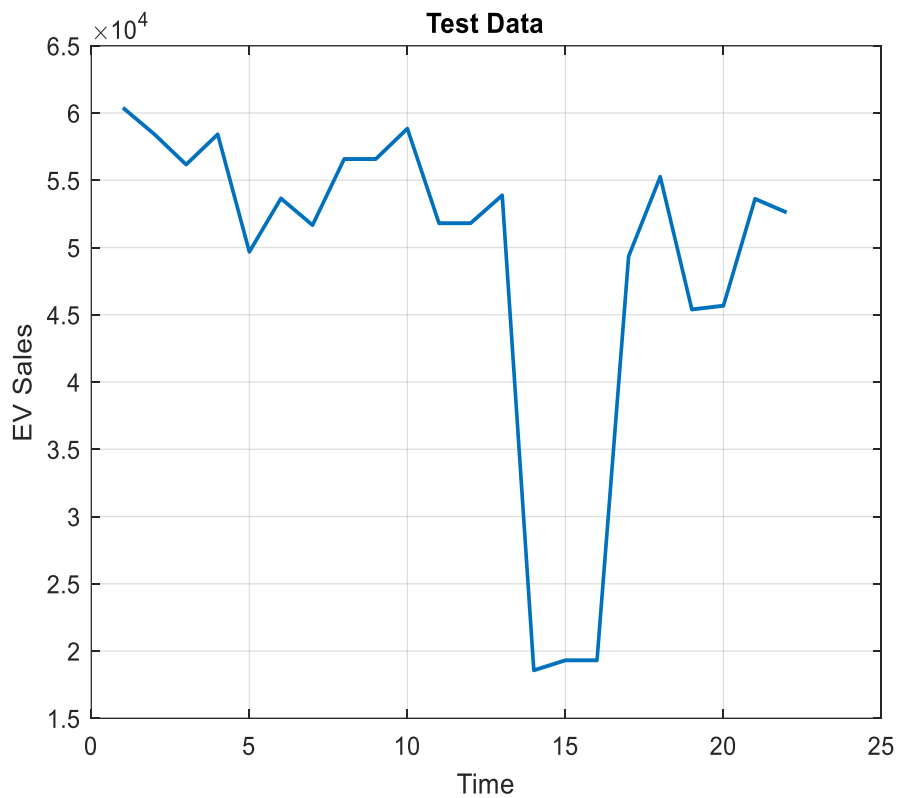
- Τα συνολικά δεδομένα παραγόμενα από το Excel (Σχήμα 12), καθώς και
- Τον διαχωρισμό σε σύνολο εκπαίδευσης (Σχήμα 13) και σύνολο ελέγχου (Σχήμα 14) (παραγόμενα από το MATLAB).



Σχήμα 12 Μηνιαίες πωλήσεις ηλεκτρικών αυτοκινήτων.



Σχήμα 13 Δεδομένα του συνόλου εκπαίδευσης (80%).



Σχήμα 14 Δεδομένα του συνόλου ελέγχου (20%).

3.2 Προετοιμασία Δεδομένων

Η διαδικασία προετοιμασίας των δεδομένων ξεκινά με την ανάγνωση των τιμών πωλήσεων ηλεκτρικών οχημάτων από αρχείο Excel, οι οποίες αποθηκεύονται στη μεταβλητή mydata1. Τα δεδομένα αντιγράφονται στη μεταβλητή mydata για περαιτέρω επεξεργασία. Στη συνέχεια, πραγματοποιείται απεικόνιση της χρονοσειράς με γραφική παράσταση, προκειμένου να αποκτηθεί μια πρώτη οπτική εκτίμηση της τάσης και της μεταβλητότητας των δεδομένων.

Ακολουθεί ο υπολογισμός του συνολικού αριθμού παρατηρήσεων της χρονοσειράς (N2), και εφαρμόζεται διαχωρισμός σε σύνολα εκπαίδευσης και αξιολόγησης, με βάση αναλογία 80%-20%. Συγκεκριμένα, το 80% των αρχικών δεδομένων χρησιμοποιείται ως σύνολο εκπαίδευσης (tr), ενώ το υπόλοιπο 20% διατηρείται για την εκτίμηση της γενίκευσης των μοντέλων.

Η διαδικασία δημιουργίας χαρακτηριστικών βασίζεται σε καθυστερήσεις της χρονοσειράς. Για κάθε χρονική στιγμή k , δημιουργούνται δύο καθυστερημένες εκδόσεις της αρχικής σειράς, αντιπροσωπεύοντας τις τιμές στις χρονικές στιγμές $k-2$ και $k-1$, οι οποίες χρησιμοποιούνται ως είσοδοι. Η τιμή στη χρονική στιγμή k λειτουργεί ως έξοδος για την πρόβλεψη. Η μετατόπιση των δεδομένων γίνεται με αφαίρεση στοιχείων από την αρχή ή το τέλος της σειράς, ώστε να ευθυγραμμιστούν οι χρονικές στιγμές και να μην υπάρχει απώλεια πληροφορίας.

Στο πλαίσιο προετοιμασίας των δεδομένων για τα προβλεπτικά μοντέλα, εφαρμόζεται μια διαδικασία καθυστερημένης δειγματοληψίας (time-lagging) προκειμένου να δημιουργηθούν τα εποπτικά παραδείγματα. Συγκεκριμένα, για κάθε χρονικό σημείο k της χρονοσειράς, επιλέγονται ως είσοδοι (inputs) οι τιμές της μεταβλητής στις χρονικές στιγμές $k-2$ και $k-1$, ενώ ως στόχος πρόβλεψης (target output) ορίζεται η τιμή στο χρόνο k . Με τον τρόπο αυτό, κάθε γραμμή του πίνακα εκπαίδευσης trn_data αποτελείται από τρεις τιμές της μορφής {τιμή στο $k-2$, τιμή στο $k-1$, τιμή στο k }. Η δημιουργία των καθυστερημένων μεταβλητών γίνεται με κατάλληλη μετατόπιση των αρχικών δεδομένων, αποφεύγοντας απώλεια πληροφορίας. Αυτή η προσέγγιση επιτρέπει στα μοντέλα να συσχετίσουν προηγούμενες χρονικές τιμές με την τιμή πρόβλεψης, αξιοποιώντας τη δυναμική της χρονοσειράς. Ο πίνακας αυτός χρησιμοποιείται για την εκπαίδευση των προβλεπτικών μοντέλων που ακολουθούν (AR, ARMA, ANFIS και Fuzzy Type-2).

Κεφάλαιο 4. Μεθοδολογικό πλαίσιο

4.1 Ασαφής λογική (Fuzzy logic)

Ιστορική αναδρομή

Ο Lotfi A. Zadeh εισήγαγε το 1965 τη θεωρία των ασαφών συνόλων (Fuzzy Sets Theory), που αποτέλεσε τη βάση για την ανάπτυξη της Ασαφούς Λογικής (Fuzzy Logic). Σκοπός του ήταν να δημιουργήσει ένα θεωρητικό πλαίσιο που να μπορεί να διαχειρίζεται την ασάφεια και την αβεβαιότητα, όπως αυτές υπάρχουν στη φυσική γλώσσα και στα πραγματικά προβλήματα.

Αν και το έργο του Zadeh δημοσιεύτηκε το 1965 στο περιοδικό Information and Control με τίτλο "Fuzzy Sets", αρχικά δεν έγινε δεκτό από την επιστημονική κοινότητα. Οι Δυτικοί ακαδημαϊκοί απέρριψαν την ασαφή λογική, καθώς θεωρούσαν ότι αντίκειται στους κανόνες της κλασικής μαθηματικής λογικής. Οι Ιάπωνες επιστήμονες (όπως οι Terano, Tanaka, και Asai) αναγνώρισαν πρώτοι τη χρησιμότητά της και άρχισαν να την εφαρμόζουν σε μηχανικούς ελέγχους, ηλεκτρονικά και βιομηχανικές διαδικασίες τη δεκαετία του 1970. Το 1980, ο Ebrahim Mamdani σχεδίασε τον πρώτο ασαφή ελεγκτή (fuzzy controller) για μηχανές ατμού, αποδεικνύοντας την πρακτική αξία της θεωρίας.

Τι είναι η Ασαφής λογική

Η Ασαφής Λογική (Fuzzy Logic - FL) αποτελεί έναν εναλλακτικό τρόπο διαχείρισης της αβεβαιότητας και της ασαφούς πληροφορίας σε υπολογιστικά και τεχνητά ευφυή συστήματα. Διαφέρει από τη δυαδική λογική (binary logic), η οποία επιβάλλει αυστηρά ότι κάθε δήλωση είναι είτε αληθής (1) είτε ψευδής (0). Στην ασαφή λογική, υπάρχει η δυνατότητα ενδιάμεσων καταστάσεων, όπου μια μεταβλητή μπορεί να ανήκει σε μια κατηγορία με κάποιο βαθμό συμμετοχής (membership degree) στο διάστημα $[0,1]$.

Στην ασαφή λογική, ένα Ασαφές Σύνολο (Fuzzy Set) A σε έναν χώρο X ορίζεται από μια συνάρτηση συμμετοχής (membership function) $\mu_A(x)$ ως εξής:

$$A = \{(x, \mu_A(x)) | x \in X, \mu_A(x) \in [0,1]\}$$

Όπου:

- x είναι μια πιθανή τιμή της μεταβλητής (π.χ. θερμοκρασία),
- $\mu_A(x)$ εκφράζει το βαθμό συμμετοχής του x στο σύνολο A .

Και η συνάρτηση συμμετοχής (membership function) $\mu_A(x)$, που ορίζεται ως εξής:

$$\mu_A(x): X \rightarrow [0,1]$$

όπου:

- X είναι το σύνολο των πιθανών τιμών της μεταβλητής.

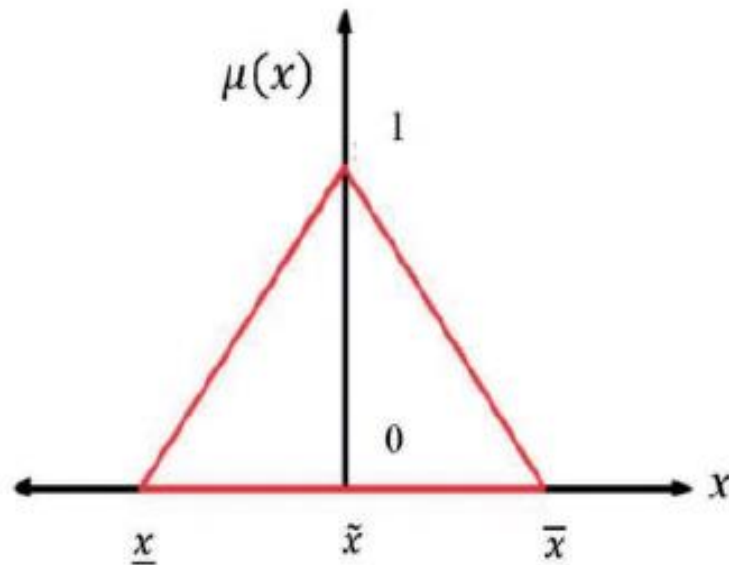
Σε ένα κλασικό σύνολο, η τιμή του $\mu_A(x)$ είναι είτε 0 είτε 1, ενώ στα ασαφή σύνολα, η τιμή μπορεί να είναι οποιοσδήποτε αριθμός μεταξύ 0 και 1, επιτρέποντας τη σταδιακή μετάβαση μεταξύ καταστάσεων. Αυτή η διαφοροποίηση επέτρεψε στη θεωρία να μοντελοποιήσει αβεβαιότητα, υποκειμενικότητα και γλωσσικές μεταβλητές, κάτι που δεν ήταν δυνατό με τα κλασικά μαθηματικά μοντέλα.

Συναρτήσεις συμμετοχής

Οι συναρτήσεις συμμετοχής καθορίζουν την ένταση της συμμετοχής ενός στοιχείου σε ένα ασαφές σύνολο. Οι κυριότεροι τύποι συναρτήσεων συμμετοχής είναι:

- Τριγωνική (Triangular): (βασισμένο στο: A. Gholamy, O. Kosheleva & V. Kreinovich, How to explain the efficiency of triangular and trapezoid membership functions in applications to design, 2019). Η $\mu_A(x)$ αυξάνεται και μετά μειώνεται.

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0, & \text{αν } x \leq a \\ \frac{x-a}{b-a}, & \text{αν } a < x \leq b \\ \frac{c-x}{c-b}, & \text{αν } b < x < c \\ 0, & \text{αν } x \geq c \end{cases}$$



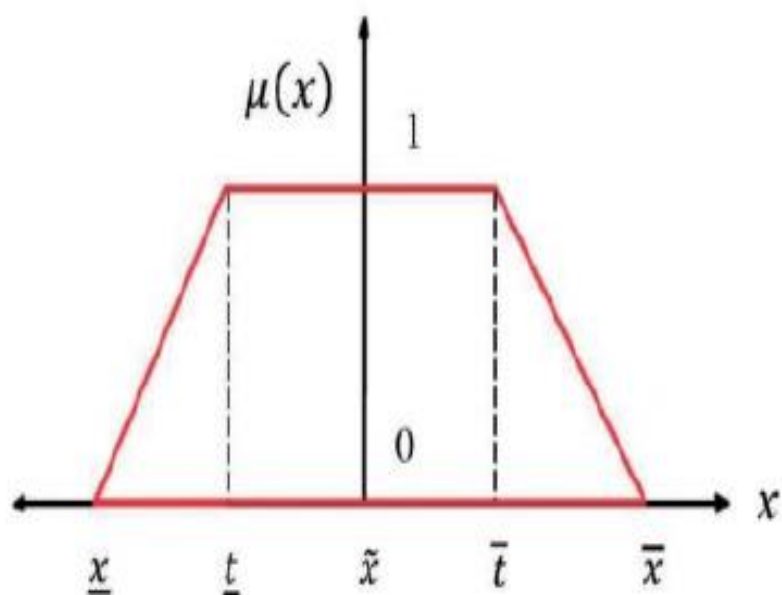
Σχήμα 15 Γραφική αναπαράσταση της τριγωνικής συνάρτησης συμμετοχής (Gholamy, Kosheleva, & Kreinovich, 2019).

Τα σημεία a , b και c ορίζουν μια τριγωνική συνάρτηση συμμετοχής $\mu_A(x)$, η οποία αντιπροσωπεύει ένα ασαφές σύνολο A . Συγκεκριμένα το a είναι το κάτω όριο, όπου ο βαθμός συμμετοχής είναι 0, το c είναι το άνω όριο, όπου επίσης ο βαθμός συμμετοχής είναι 0 και το b είναι το κέντρο (κορυφή), όπου ο βαθμός συμμετοχής στο σύνολο A είναι μέγιστος και ίσος με 1.

- Τραπεζοειδής (Trapezoidal): (βασισμένο στο: A. Gholamy, O. Kosheleva & V. Kreinovich, How to explain the efficiency of triangular and trapezoid membership functions in applications to design, 2019). Όμοια με την τριγωνική αλλά έχει σταθερό επίπεδο.

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0, & \text{αν } x \leq a \\ \frac{x-a}{b-a}, & \text{αν } a < x \leq b \\ 1, & \text{αν } b < x \leq c \\ \frac{d-x}{d-c}, & \text{αν } c < x < d \\ 0, & \text{αν } x \geq d \end{cases}$$

Έστω ότι τα a , b , c και d αναπαριστούν τις συντεταγμένες x της συνάρτησης συμμετοχής.

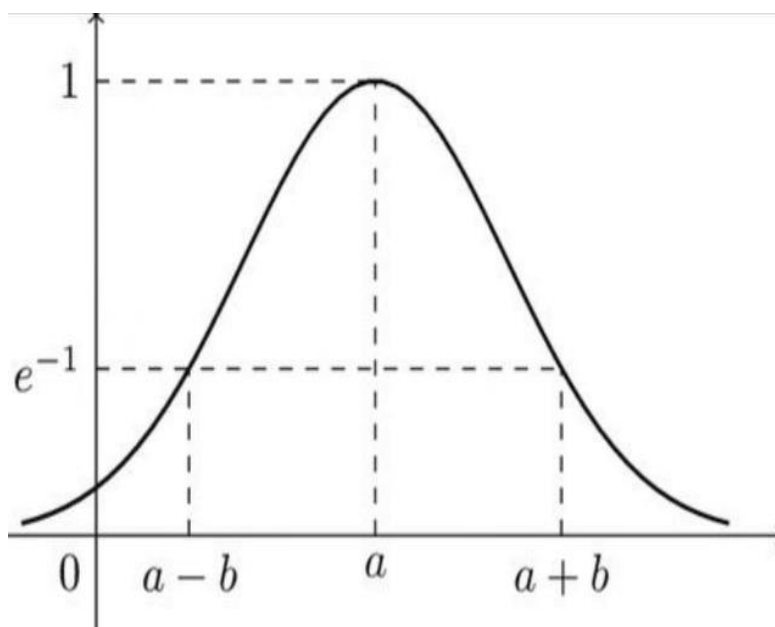


Σχήμα 16 Γραφική αναπαράσταση της τραπεζοειδούς συνάρτησης συμμετοχής (Gholamy, Kosheleva, & Kreinovich, 2019).

- Γκαουσιανή (Gaussian): (βασισμένο στο: H. Dym & H. P. McKean, Gaussian Processes Function Theory, and the Inverse Spectral Problem, 2008). Βασίζεται στη φυσική κατανομή δεδομένων.

$$\mu(x) = \exp\left(-\frac{(x - c)^2}{2 \cdot \sigma^2}\right)$$

Όπου c είναι η μέση τιμή και σ η τυπική απόκλιση.

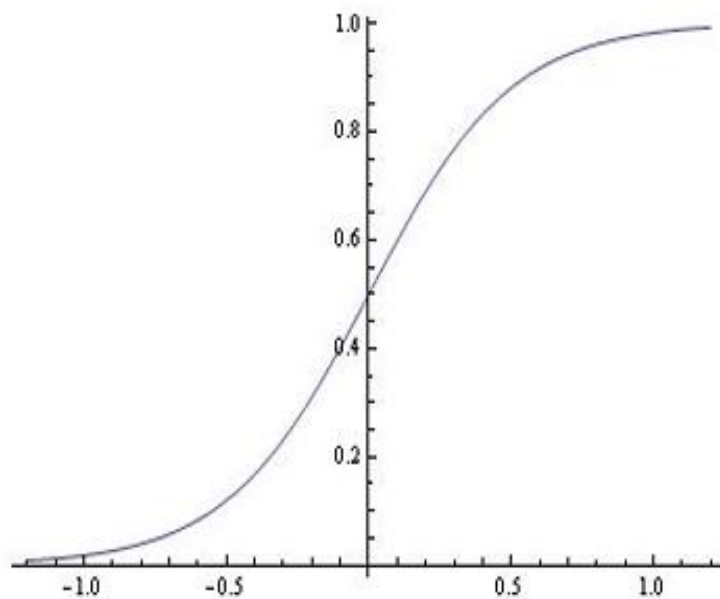


Σχήμα 17 Γραφική αναπαράσταση της γκαουσιανής συνάρτησης συμμετοχής (Dym & McKean, 2008).

- Σιγμοειδής (Sigmoid): (βασισμένο στο: N. Kyurkchiev & S. Markov, Sigmoid Functions: Some Approximation and Modelling Aspects, 2015). Η σιγμοειδής συνάρτηση είναι μια ομαλά αυξανόμενη καμπύλη που προσεγγίζει δύο οριζόντιες γραμμές (ασύμπτωτες). Καταλληλότερη για μοντέλα με απότομες αλλαγές

$$\mu_A(x) = \frac{\alpha}{1 + e^{-k \cdot (t-r)}}$$

Όπου α το μέγιστο όριο, k ο ρυθμός αύξησης και r η χρονική μετατόπιση (σημείο καμπής).

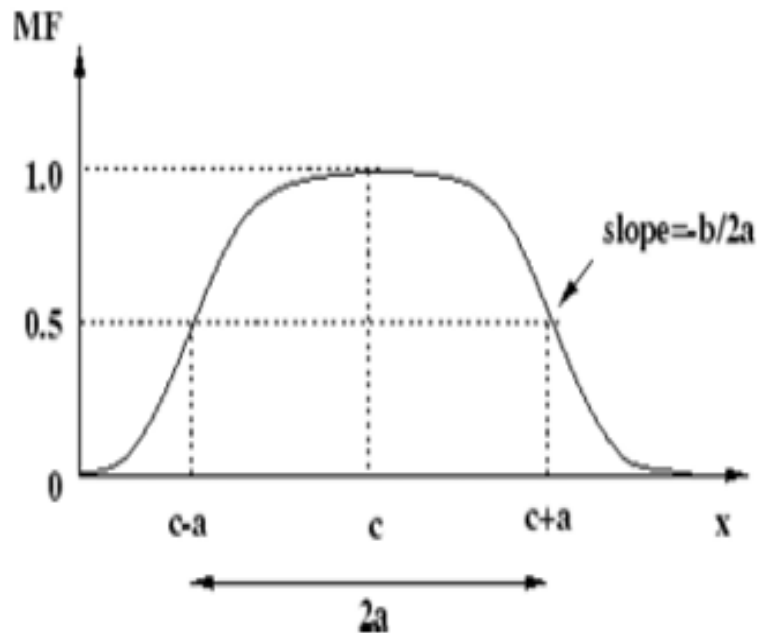


Σχήμα 18 Γραφική αναπαράσταση της σιγμοειδούς συνάρτησης συμμετοχής (Kyurkchiev & Markov, 2015).

- Γενικευμένη καμπανοειδής μορφή (Generalized bell Mfs): (βασισμένο στο: D. Samanta, Fuzzy Membership Functions, 2015). περιγράφει ομαλές και συμμετρικές μεταβολές στα δεδομένα εισόδου καθώς και επιτρέπει την αναπαράσταση ενός ευρέος φάσματος ασαφών συνόλων μέσω των παραμέτρων σχήματος, πλάτους και κέντρου.

$$gbellmf(x, a, b, c) = \frac{1}{1 + \left| \frac{x-c}{b} \right|^{2 \cdot b}}$$

Όπου το a ελέγχει το πλάτος της καμπάνας (όσο μεγαλύτερο το a , τόσο πιο φαρδιά γίνεται η καμπύλη), το b ελέγχει την κλίση στις πλευρές (όσο μεγαλύτερο το b , τόσο πιο απότομες οι πλευρές της καμπύλης και το c είναι το κέντρο της καμπύλης



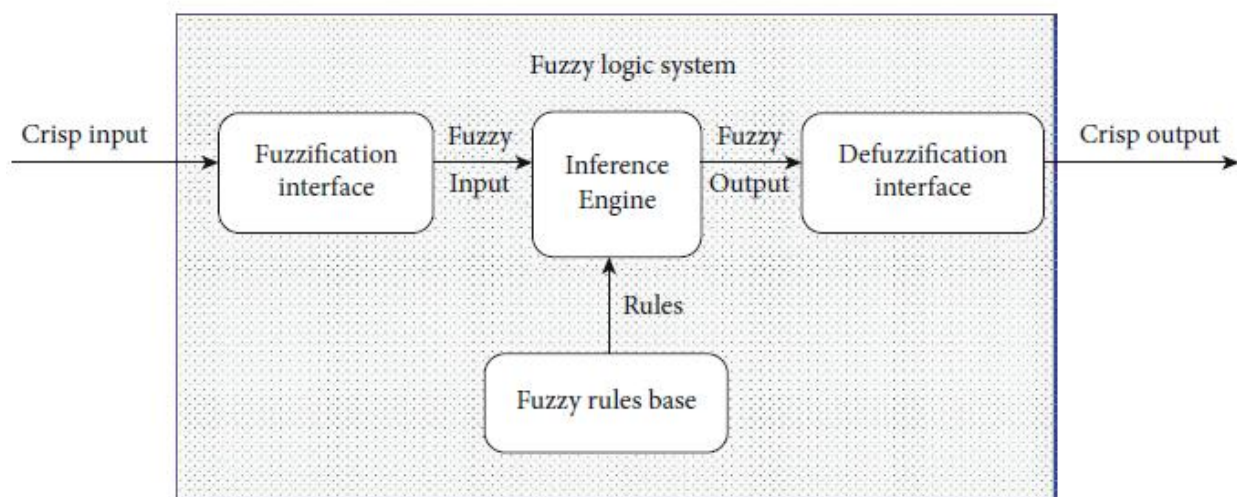
Σχήμα 19 Γραφική αναπαράσταση της γενικευμένης συνάρτησης συμμετοχής Bell (Samanta, 2015).

Βασικά μέρη ενός συστήματος ασαφούς λογικής

Ένα σύστημα ασαφούς λογικής αποτελείται από τα εξής τέσσερα βασικά μέρη:

1. Φαζοποίηση (Fuzzification): είναι η διαδικασία μετατροπής των αριθμητικών δεδομένων εισόδου σε ασαφείς τιμές μέσω συναρτήσεων συμμετοχής (membership functions). Αυτό επιτρέπει στο σύστημα να εργάζεται με γλωσσικές μεταβλητές αντί για αυστηρά αριθμητικά δεδομένα.
2. Μηχανισμός Συμπερασμού (Inference Engine): Αξιοποιεί ένα σύνολο κανόνων IF-THEN για να καθορίσει τις εξόδους του συστήματος και εφαρμόζει συμπερασματικές διαδικασίες για να εξαγάγει ένα αποτέλεσμα από τις εισόδους.
3. Βάση Γνώσης (Knowledge Base): περιλαμβάνει τις συναρτήσεις συμμετοχής και ένα σύνολο κανόνων IF-THEN που ορίζουν τις σχέσεις μεταξύ των εισόδων και των εξόδων.
4. Αποφαζοποίηση (Defuzzification): Μετατρέπει το ασαφές αποτέλεσμα σε μια ακριβή, αριθμητική τιμή εξόδου.

Αυτά τα τέσσερα στάδια εξασφαλίζουν ότι το ασαφές σύστημα μπορεί να επεξεργάζεται πολύπλοκες, ασαφείς πληροφορίες και να λαμβάνει αποφάσεις με τρόπο παρόμοιο με τον ανθρώπινο συλλογισμό.



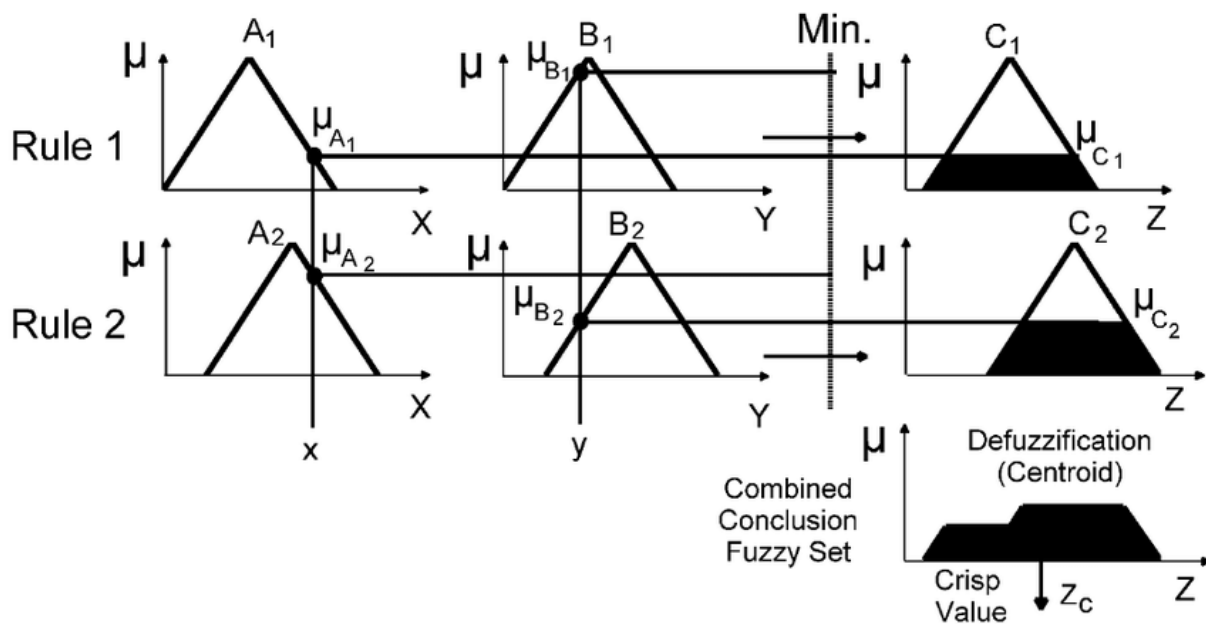
Σχήμα 20 Η βασική δομή ενός συστήματος ασαφούς λογικής (Samavat, και συν., 2023).

Ασαφή συστήματα εξαγωγής συμπερασμάτων (FIS)

Τα ασαφή συστήματα εξαγωγής συμπερασμάτων (Fuzzy Inference Systems – FIS) είναι υπολογιστικά πλαίσια που χρησιμοποιούν την ασαφή λογική για να μοντελοποιήσουν και να παίρνουν αποφάσεις σε πολύπλοκα συστήματα όπου επικρατεί αβεβαιότητα ή ασαφής γνώση. Η λειτουργία τους βασίζεται στην προσομοίωση της ανθρώπινης διαδικασίας λήψης αποφάσεων, χρησιμοποιώντας γλωσσικά σχήματα, όπως «υψηλή θερμοκρασία» ή «χαμηλή πίεση», αντί για ακριβείς αριθμητικές τιμές. Ένα τυπικό FIS αποτελείται από τέσσερα κύρια στάδια: την ασαφοποίηση, τη βάση κανόνων, τον κινητήρα συμπερασμάτων και την αποσαφοποίηση. Η ασαφοποίηση είναι το πρώτο στάδιο, όπου οι ακριβείς αριθμητικές εισοδοί μετατρέπονται σε ασαφείς τιμές με βάση συναρτήσεις συμμετοχής. Στη συνέχεια, η βάση κανόνων, που αποτελείται από λεκτικούς κανόνες τύπου «Αν-Τότε», περιγράφει τις σχέσεις εισόδου-εξόδου. Ο κινητήρας συμπερασμάτων εφαρμόζει τους κανόνες με χρήση λογικών τελεστών και προκύπτουν ασαφή αποτελέσματα. Τέλος, η αποσαφοποίηση μετατρέπει το συνδυασμένο ασαφές αποτέλεσμα σε μια τελική αριθμητική έξοδο, κατάλληλη για χρήση από κάποιο σύστημα ή άνθρωπο.

Μοντέλο ασαφούς εξαγωγής συμπερασμάτων Mamdani

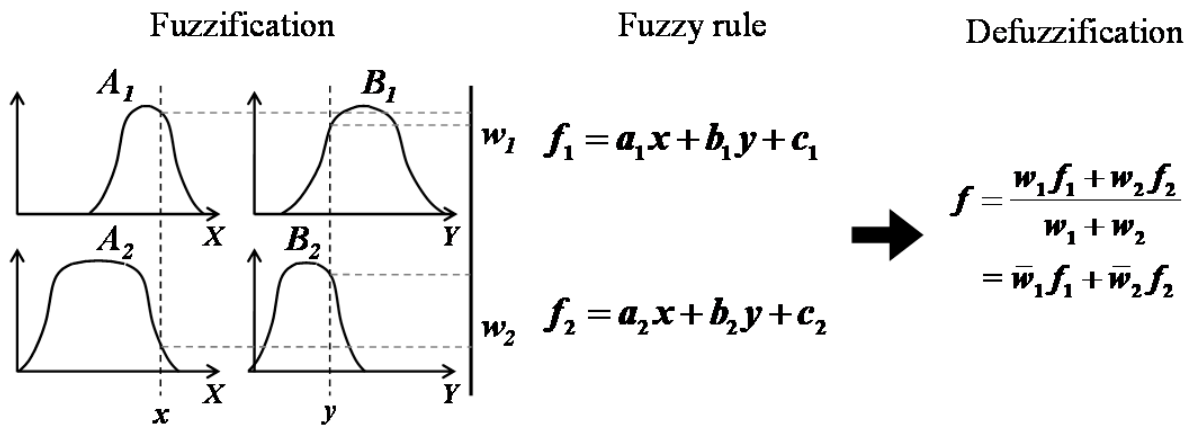
Το μοντέλο Mamdani, το οποίο αναπτύχθηκε από τον Ebrahim Mamdani το 1975, είναι ένα από τα πρώτα και πλέον διαδεδομένα μοντέλα ασαφούς εξαγωγής συμπερασμάτων. Έχει εφαρμοστεί με επιτυχία σε πληθώρα τομέων, κυρίως στον έλεγχο συστημάτων και τη λήψη αποφάσεων. Η δομή του περιλαμβάνει τα τέσσερα βασικά στάδια ενός FIS, με την ειδοποιό διαφορά ότι η έξοδος κάθε κανόνα είναι ένα ασαφές σύνολο. Η ασαφοποίηση μετατρέπει τις εισόδους σε fuzzy σύνολα, τα οποία στη συνέχεια συσχετίζονται μέσω της βάσης κανόνων. Ο κινητήρας συμπερασμάτων εφαρμόζει τους κανόνες και παράγει fuzzy εξόδους, οι οποίες συνδυάζονται με κάποιο μηχανισμό συσσωμάτωσης. Η τελική φάση, η αποσαφοποίηση, χρησιμοποιεί συνήθως τη μέθοδο του κέντρου βάρους για να μετατρέψει το συνδυασμένο ασαφές αποτέλεσμα σε μία αριθμητική έξοδο. Το Mamdani είναι ιδιαίτερα κατανοητό και εύχρηστο για τον άνθρωπο, καθώς επιτρέπει τη διαμόρφωση και ερμηνεία των κανόνων με βάση εμπειρική ή ποιοτική γνώση. Ωστόσο, υστερεί σε υπολογιστική απόδοση, ειδικά σε εφαρμογές που απαιτούν ταχύτητα και προσαρμοστικότητα.



Σχήμα 21 Μοντέλο ασαφούς εξαγωγής συμπερασμάτων Mamdani (Ladnykh & Ibadov, 2024).

Μοντέλο ασαφούς εξαγωγής συμπερασμάτων Sugeno

Το μοντέλο Sugeno προτάθηκε από τον Michio Sugeno το 1985 και εστιάζει περισσότερο στη βελτιστοποίηση της υπολογιστικής απόδοσης του συστήματος. Η κύρια διαφοροποίηση από το Mamdani είναι ότι η έξοδος των κανόνων δεν είναι fuzzy σύνολα, αλλά αριθμητικές εκφράσεις, είτε σταθερές είτε γραμμικές συναρτήσεις των εισόδων. Η τελική έξοδος προκύπτει όχι μέσω αποσαφoποίησης, αλλά μέσω σταθμισμένου μέσου όρου όλων των αριθμητικών εξόδων, όπου κάθε τιμή σταθμίζεται ανάλογα με τον βαθμό ενεργοποίησης του αντίστοιχου κανόνα. Το μοντέλο Sugeno περιλαμβάνει και αυτό τα στάδια της ασαφοποίησης, της βάσης κανόνων και του κινητήρα συμπερασμάτων, όμως η τελική έξοδος υπολογίζεται άμεσα. Αυτό καθιστά το Sugeno ιδανικό για εφαρμογές πραγματικού χρόνου, προβλήματα βελτιστοποίησης, ή συνδυασμό με άλλες μεθόδους όπως νευρωνικά δίκτυα και αλγορίθμους μηχανικής μάθησης. Αν και μειονεκτεί σε ό,τι αφορά την ερμηνευσιμότητα από μη ειδικούς χρήστες, υπερέχει σε ακρίβεια, ταχύτητα και δυνατότητα ενσωμάτωσης σε προσαρμοστικά συστήματα.



A = fuzzy set for input variable X
 B = fuzzy set for input variable Y
 x, y = input values
 f = fuzzy rule
 a, b, c = constant values determined by the least square method
 w = membership degree of fuzzy rule
 \bar{w} = normalized membership degree

Σχήμα 22 Μοντέλο ασαφούς εξαγωγής συμπερασμάτων Sugeno (Cho, και συν., 2020).

Τύπου-1 Ασαφές Σύστημα Λογικής

Το Τύπου-1 Ασαφές Σύστημα Λογικής (Type-1 Fuzzy Logic System) είναι ένα σύστημα που χρησιμοποιεί ασαφή σύνολα τύπου 1, στα οποία κάθε τιμή συμμετοχής έχει μία μοναδική τιμή στο διάστημα $[0,1]$. Αυτή η προσέγγιση είναι κατάλληλη για συστήματα όπου υπάρχει κάποιος βαθμός αβεβαιότητας, αλλά αυτή μπορεί να μοντελοποιηθεί επαρκώς με μία μοναδική συνάρτηση συμμετοχής. Αντιμετωπίζει προβλήματα σε περιβάλλοντα με υψηλή αβεβαιότητα, καθώς δεν έχει τη δυνατότητα να μοντελοποιήσει μεταβολές στις συναρτήσεις συμμετοχής. Οι συναρτήσεις συμμετοχής που χρησιμοποιεί είναι αυστηρά ορισμένες, γεγονός που μπορεί να προκαλέσει ανακρίβειες σε δυναμικά ή θορυβώδη περιβάλλοντα.

Τύπου-2 Ασαφές Σύστημα Λογικής

Η Τύπου-2 Ασαφής Λογική (Type-2 Fuzzy Logic) επιτρέπει επιπλέον αβεβαιότητα στις συναρτήσεις συμμετοχής, χρησιμοποιώντας μια δευτερεύουσα συμμετοχική συνάρτηση $\mu_{\tilde{A}}(x)$ (secondary membership function).

$$\tilde{A} = \{(x, u), \mu_{\tilde{A}}(x, u) | x \in X, u \in J_x \subseteq [0,1]\}$$

Όπου J_x είναι το διάστημα αβεβαιότητας για το κάθε x . Αυτό δημιουργεί μια περιοχή αβεβαιότητας η οποία περιγράφει τις πιθανές τιμές συμμετοχής για κάθε x . Με λίγα λόγια αυτό σημαίνει ότι κάθε τιμή εισόδου έχει μία ασαφή περιοχή τιμών συμμετοχής, αντί για μία μοναδική τιμή, όπως συμβαίνει στο Type-1. Αυτό επιτρέπει καλύτερη διαχείριση της αβεβαιότητας

Αλγόριθμοι βελτιστοποίησης

Οι αλγόριθμοι βελτιστοποίησης αποτελούν βασικό εργαλείο στην εκπαίδευση μοντέλων τεχνητής νοημοσύνης και υπολογιστικής νοημοσύνης. Σκοπός τους είναι να εντοπίσουν τη βέλτιστη τιμή ενός συνόλου παραμέτρων όπως τις συναρτήσεις συμμετοχής, τους ασαφείς κανόνες και τα βάρη, ελαχιστοποιώντας ένα αντικειμενικό κριτήριο, όπως το σφάλμα πρόβλεψης. Ο αλγόριθμος βελτιστοποίησης που θα χρησιμοποιηθεί στην συγκεκριμένη εργασία είναι ο αλγόριθμος Particle Swarm Optimization (PSO). Προτάθηκε από τους Kennedy και Eberhart το 1995, εμπνευσμένος από τη συλλογική συμπεριφορά σμηνών πουλιών ή ψαριών. Ο PSO είναι μια τεχνική βασισμένη σε πληθυσμό (population-based), όπου κάθε πιθανή λύση στο πρόβλημα αναπαρίσταται από ένα "σωματίδιο". Το σμήνος των σωματιδίων κινείται στον χώρο αναζήτησης με βάση την εμπειρία του καθενός και του συνολικού πληθυσμού.

Η θέση $x_{i,d}(t)$ και η ταχύτητα $v_{i,d}(t)$ κάθε σωματιδίου στο d-διάστατο χώρο ανανεώνονται σύμφωνα με τις εξισώσεις:

$$v_{i,d}(t+1) = \psi \cdot v_{i,d}(t) + r_1 \cdot c_1 \cdot (p_{i,d}(t) - x_{i,d}(t)) + r_2 \cdot c_2 \cdot (g_d(t) - x_{i,d}(t))$$

$$x_{i,d}(t+1) = x_{i,d}(t) + v_{i,d}(t+1)$$

όπου:

- $v_{i,d}(t)$ είναι η ταχύτητα του σωματιδίου i στη διάσταση d τη χρονική στιγμή t,
- $x_{i,d}(t)$ είναι η θέση του σωματιδίου i στη διάσταση d τη χρονική στιγμή t,
- $p_{i,d}(t)$ είναι η προσωπική καλύτερη θέση του σωματιδίου,
- $g_d(t)$ είναι η καλύτερη θέση του πληθυσμού,
- ψ είναι το βάρος αδράνειας που ελέγχει τη διατήρηση της ταχύτητας,
- c_1, c_2 είναι οι συντελεστές επιτάχυνσης που καθορίζουν τη βαρύτητα στην προσωπική και ομαδική εμπειρία,
- r_1, r_2 είναι τυχαίοι αριθμοί ομοιόμορφης κατανομής στο διάστημα $[0, 1]$.

Ο μηχανισμός του PSO βασίζεται στην εκμετάλλευση της προσωπικής εμπειρίας κάθε σωματιδίου και της συνολικής εμπειρίας του πληθυσμού, επιτυγχάνοντας ταυτόχρονα αναζήτηση νέων περιοχών και βελτίωση γνωστών καλών λύσεων. Ο PSO είναι ιδιαίτερα αποδοτικός λόγω της απλότητάς του και της ικανότητάς του να αποφεύγει παγκόσμια και τοπικά ελάχιστα, ενώ απαιτεί λίγες παραμέτρους ρύθμισης.

4.2 Νευρωνικά δίκτυα

Ιστορική αναδρομή

Η έννοια των νευρωνικών δικτύων ξεκίνησε τη δεκαετία του 1940, όταν οι Warren McCulloch και Walter Pitts δημοσίευσαν μια θεωρητική μελέτη για το πώς οι νευρώνες του εγκεφάλου μπορούν να αναπαρασταθούν ως δυαδικές μονάδες επεξεργασίας. Το μοντέλο τους, γνωστό ως McCulloch-Pitts neuron, έδειξε ότι απλά νευρωνικά δίκτυα μπορούν να υπολογίσουν οποιαδήποτε λογική λειτουργία. Στη συνέχεια, ο Donald Hebb (1949) πρότεινε τη θεωρία του για τη μάθηση στα νευρωνικά δίκτυα, γνωστή ως Hebbian Learning Rule, η οποία περιγράφει πώς οι συνδέσεις μεταξύ νευρώνων ενισχύονται όταν ενεργοποιούνται ταυτόχρονα. Ο Frank Rosenblatt ανέπτυξε το Perceptron τη δεκαετία του 1950, το πρώτο μοντέλο τεχνητού νευρωνικού δικτύου που μπορούσε να μάθει μέσω αναπροσαρμογής των βαρών του. Αυτό θεωρήθηκε ως ένα μεγάλο επίτευγμα για την τεχνητή νοημοσύνη. Ωστόσο, το 1969, οι Marvin Minsky και Seymour Papert δημοσίευσαν το βιβλίο Perceptrons, στο οποίο αποδείκνυαν ότι τα απλά perceptrons δεν μπορούσαν να λύσουν προβλήματα μη γραμμικά διαχωρίσιμα, όπως το XOR. Αυτό οδήγησε σε μια περίοδο όπου η έρευνα για τα νευρωνικά δίκτυα υποχώρησε σημαντικά. Η δεκαετία του 1980 σηματοδότησε την επιστροφή των νευρωνικών δικτύων, κυρίως χάρη στον John Hopfield, ο οποίος εισήγαγε το Hopfield Network, και την ανάπτυξη του αλγορίθμου backpropagation από τους Rumelhart, Hinton και Williams το 1986. Ο αλγόριθμος backpropagation επέτρεψε την εκπαίδευση πολυεπίπεδων νευρωνικών δικτύων (MLPs), γεγονός που άνοιξε τον δρόμο για πιο σύνθετες εφαρμογές. Από τις αρχές του 21ου αιώνα, η πρόοδος στην υπολογιστική ισχύ και τη διαθεσιμότητα δεδομένων επέτρεψε την ανάπτυξη βαθιών νευρωνικών δικτύων (Deep Learning). Το 2012, το AlexNet κέρδισε τον διαγωνισμό ImageNet, σηματοδοτώντας την εκρηκτική ανάπτυξη των CNNs (Convolutional Neural Networks). Η Google και η OpenAI ανέπτυξαν εξελιγμένα GPT και Transformer μοντέλα, αλλάζοντας ριζικά το πεδίο της επεξεργασίας φυσικής γλώσσας (NLP).

Τι είναι τα Νευρωνικά Δίκτυα

Τα νευρωνικά δίκτυα είναι μαθηματικά μοντέλα εμπνευσμένα από τη λειτουργία του ανθρώπινου εγκεφάλου. Αποτελούνται από απλές μονάδες επεξεργασίας, τις νευρωνικές μονάδες ή κόμβους, οι οποίες συνδέονται μεταξύ τους σχηματίζοντας ένα δίκτυο. Το βασικό χαρακτηριστικό των νευρωνικών δικτύων είναι η ικανότητά τους να μαθαίνουν από δεδομένα και να προσαρμόζουν τις συνδέσεις τους, γνωστές ως βάρη (weights), με στόχο τη βελτίωση της απόδοσής τους σε συγκεκριμένες εργασίες.

Δομή ενός Νευρωνικού Δικτύου

Η βασική δομή ενός τεχνητού νευρωνικού δικτύου περιλαμβάνει τα εξής στοιχεία:

1. Νευρώνες (Κόμβοι): Οι τεχνητοί νευρώνες προσομοιώνουν τη λειτουργία των βιολογικών νευρώνων. Κάθε κόμβος λαμβάνει είσοδο από πολλαπλές πηγές, τις επεξεργάζεται με βάση μια συνάρτηση ενεργοποίησης, και στη συνέχεια μεταδίδει το αποτέλεσμα στους επόμενους κόμβους.
2. Συνδέσεις και Βάρη: Οι συνδέσεις μεταξύ των νευρώνων είναι χαρακτηρισμένες από συντελεστές βαρών, οι οποίοι καθορίζουν τη σημασία του κάθε σήματος που περνά από έναν κόμβο στον επόμενο. Οι τιμές των βαρών αυτών προσαρμόζονται μέσω διαδικασιών εκπαίδευσης του δικτύου.
3. Συνάρτηση Ενεργοποίησης: Καθορίζει αν ένας νευρώνας θα ενεργοποιηθεί. Κάποιες συνηθισμένες συναρτήσεις ενεργοποίησης είναι:
 - Βηματική συνάρτηση (Threshold Function)
 - Σιγμοειδής συνάρτηση (Sigmoid Function)
 - ReLU (Rectified Linear Unit)
4. Στρώματα Δικτύου: Τα νευρωνικά δίκτυα μπορούν να έχουν διάφορες τοπολογίες:
 - Εισόδου (Input Layer): Λαμβάνει τα δεδομένα.
 - Κρυφά Στρώματα (Hidden Layers): Επεξεργάζονται τα δεδομένα και εξάγουν χρήσιμα χαρακτηριστικά.
 - Εξόδου (Output Layer): Παράγει το τελικό αποτέλεσμα.

Εκπαίδευση Νευρωνικών Δικτύων

Τα νευρωνικά δίκτυα εκπαιδεύονται χρησιμοποιώντας αλγορίθμους μάθησης που βασίζονται σε διαδικασίες ενημέρωσης των βαρών τους. Οι βασικές μέθοδοι εκπαίδευσης περιλαμβάνουν:

- Επιβλεπόμενη μάθηση (Supervised Learning): Το δίκτυο τροφοδοτείται με δείγματα εισόδου και τα αντίστοιχα σωστά αποτελέσματα, ώστε να προσαρμόσει τα βάρη του.
- Μη επιβλεπόμενη μάθηση (Unsupervised Learning): Το δίκτυο οργανώνει μόνο του τα δεδομένα, ανιχνεύοντας μοτίβα και συσχετίσεις χωρίς να του παρέχονται επιθυμητές απαντήσεις.

- Ενισχυτική μάθηση (Reinforcement Learning): Το δίκτυο μαθαίνει μέσω ενός συστήματος ανταμοιβής, βελτιώνοντας τις αποφάσεις του με βάση τις ανταμοιβές που λαμβάνει.

Πώς λειτουργούν τα Νευρωνικά Δίκτυα

Η λειτουργία των νευρωνικών δικτύων βασίζεται σε τρία βασικά στάδια:

- Προώθηση εμπρός (Feedforward Propagation): Τα δεδομένα εισόδου περνούν διαδοχικά μέσα από τα στρώματα του δικτύου. Κάθε νευρώνας εκτελεί έναν υπολογισμό: πολλαπλασιάζει τις εισόδους του με βάρη, προσθέτει μια μετατόπιση και τέλος εφαρμόζει μια συνάρτηση ενεργοποίησης στο αποτέλεσμα.
- Υπολογισμός Σφάλματος: Υπολογίζεται η απόκλιση της εξόδου από το επιθυμητό αποτέλεσμα.
- Οπισθοδιάδοση (Backpropagation): είναι η μέθοδος που χρησιμοποιείται για τη βελτιστοποίηση των βαρών του δικτύου.

4.2.1 Τεχνητά νευρωνικά δίκτυα

Ιστορική αναδρομή

Η εξέλιξη των Τεχνητών Νευρωνικών Δικτύων (Artificial Neural Networks - ANNs) είναι στενά συνδεδεμένη με την προσπάθεια κατανόησης του ανθρώπινου εγκεφάλου και την αναπαραγωγή της λειτουργίας του με υπολογιστικά μέσα. Το 1943 οι McCulloch & Pitts, δημιούργησαν το πρώτο μαθηματικό μοντέλο νευρώνα, ο οποίος είχε δυαδική συμπεριφορά (0 ή 1) και λειτουργούσε ως λογική πύλη AND. Το 1958 ο Rosenblatt, εισήγαγε έναν νευρώνα που μάθαινε μέσω εποπτευόμενης μάθησης, αλλά μπορούσε να λύσει μόνο γραμμικά διαχωρίσιμα προβλήματα. Παρά τη φαινομενική του απλότητα, αποτέλεσε τη βάση για τα μελλοντικά δίκτυα. Το 1969 οι Minsky & Papert έδειξαν τα περιορισμένα όρια του perceptron (π.χ. αποτυχία επίλυσης του XOR προβλήματος), οδηγώντας σε πτώση του ενδιαφέροντος για τα ANNs για περίπου μια δεκαετία. Το 1986 οι Rumelhart, Hinton & Williams ανακάλυψαν τον αλγόριθμο οπισθοδιάδοσης το οποίο επανεκκίνησε το πεδίο. Πλέον μπορούσαν να εκπαιδευτούν πολυεπίπεδα δίκτυα (multi-layer perceptrons), επιτρέποντας την αναπαράσταση μη γραμμικών σχέσεων. Από τη δεκαετία του 2010 και έπειτα, οι εξελίξεις στις κάρτες γραφικών (GPU) και η ευρεία διαθεσιμότητα δεδομένων αναζωπύρωσαν το ενδιαφέρον για την έρευνα στα τεχνητά νευρωνικά δίκτυα, ιδιαίτερα στις μεθόδους βαθιάς μάθησης, συμβάλλοντας στην ανάπτυξη σύγχρονων εφαρμογών τεχνητής νοημοσύνης, όπως η αναγνώριση εικόνας, η κατανόηση φυσικής γλώσσας και τα έξυπνα συστήματα παιχνιδιών.

Επισκόπηση ANNs

Τα ANNs είναι υπολογιστικά μοντέλα εμπνευσμένα από τη βιολογία. Ο βασικός δομικός λίθος τους είναι ο τεχνητός νευρώνας, ο οποίος προσομοιώνει έναν βιολογικό νευρώνα. Κάθε νευρώνας δέχεται πολλαπλά σήματα εισόδου x_1, x_2, \dots, x_n καθένα από τα οποία έχει συνδεδεμένο ένα βάρος w_i . Ο στόχος τους είναι να αναγνωρίζουν πρότυπα και να πραγματοποιούν προβλέψεις ή να λαμβάνουν αποφάσεις. Κάθε τεχνητός νευρώνας δέχεται τουλάχιστον ένα σήμα εισόδου, εφαρμόζει έναν μαθηματικό υπολογισμό με τη βοήθεια ενός βάρους και μιας προκατάληψης (bias) και παράγει μια έξοδο, η οποία μεταβιβάζεται στο επόμενο επίπεδο του δικτύου. Το άθροισμα των σταθμισμένων εισόδων περνάει από μια μη γραμμική συνάρτηση ενεργοποίησης για να προκύψει η έξοδος y :

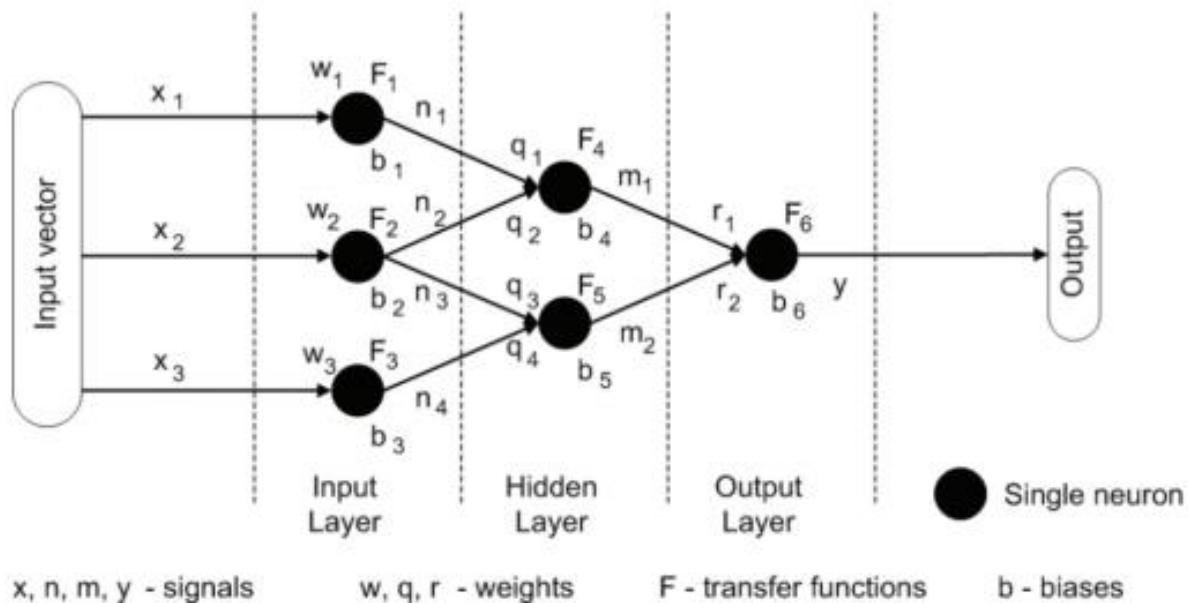
$$y = f(\sum_{i=1}^n (w_i \cdot x_i + b)),$$

όπου, w_i είναι τα βάρη, x_i είναι οι είσοδοι, b είναι η προκατάληψη και f είναι η συνάρτηση ενεργοποίησης.

Η συνάρτηση ενεργοποίησης μετασχηματίζει το άθροισμα σε τελική έξοδο.

Οι νευρώνες οργανώνονται σε στρώματα

- Επίπεδο εισόδου (input layer): Αποτελεί το αρχικό σημείο όπου το δίκτυο δέχεται τα δεδομένα. Κάθε νευρώνας σε αυτό το επίπεδο αντιστοιχεί σε ένα χαρακτηριστικό (feature) από το σύνολο των εισόδων, με τον συνολικό αριθμό των νευρώνων να καθορίζεται από το πλήθος των χαρακτηριστικών του προβλήματος.
- Κρυφά επίπεδα (hidden layer): Αυτά τα ενδιάμεσα στρώματα εκτελούν υπολογισμούς πάνω στα δεδομένα εισόδου, αξιοποιώντας βάρη και συναρτήσεις ενεργοποίησης. Μέσα από αυτή τη διαδικασία, το δίκτυο "μαθαίνει" εσωτερικές δομές και μοτίβα των δεδομένων.
- Επίπεδο εξόδου (output layer): Αποτελεί το τελικό στρώμα του δικτύου, το οποίο παράγει την έξοδο — είτε πρόκειται για πρόβλεψη είτε για ταξινόμηση. Ο αριθμός των νευρώνων εδώ εξαρτάται από το είδος της εκάστοτε εργασίας (π.χ. δυαδική ή πολυκατηγορική ταξινόμηση, παλινδρόμηση).



Σχήμα 23 Η αρχιτεκτονική ενός τεχνητού νευρωνικού δικτύου. (Krenker, Bešter, & Kos, 2011)

Εκπαίδευση ANNs

Η εκπαίδευση των ANNs είναι η διαδικασία κατά την οποία προσαρμόζονται τα βάρη των συνδέσεων για να μειώσουν τη διαφορά μεταξύ της πραγματικής και της επιθυμητής εξόδου. Πιο συγκεκριμένα, περιλαμβάνει μια σειρά βημάτων: Αρχικά, τα βάρη και οι παράμετροι του δικτύου εκκινούν με τυχαίες τιμές. Κατά τη διαδικασία της εμπροσθοδιάδοσης (forward propagation), τα δεδομένα εισόδου διέρχονται από τα επίπεδα του δικτύου και παράγεται μια έξοδος. Στη συνέχεια, μια συνάρτηση απώλειας (loss function) μετρά τη διαφορά ανάμεσα στην προβλεπόμενη έξοδο και στην πραγματική τιμή-στόχο. Ακολουθεί η οπισθοδιάδοση (backpropagation), κατά την οποία το σφάλμα διαδίδεται προς τα πίσω, επιτρέποντας τον υπολογισμό των παραγώγων ως προς τα βάρη. Αυτές οι παράγωγοι καθορίζουν πώς πρέπει να τροποποιηθεί κάθε βάρος ώστε να μειωθεί το συνολικό σφάλμα. Με χρήση της μεθόδου καθόδου κλίσης (gradient descent), τα βάρη ενημερώνονται αναλόγως. Η διαδικασία αυτή επαναλαμβάνεται για πολλές εποχές (epochs), οδηγώντας το δίκτυο σε σταδιακή βελτίωση της απόδοσής του καθώς "μαθαίνει" από τα δεδομένα.

Η εκπαίδευση των τεχνητών νευρωνικών δικτύων διακρίνεται σε:

- Εποπτευόμενη μάθηση (Supervised Learning): Χρησιμοποιείται όταν έχουμε σύνολα δεδομένων με γνωστές εξόδους (labels). Το δίκτυο προβλέπει και συγκρίνει με την επιθυμητή έξοδο, διορθώνοντας το σφάλμα.
- Μη εποπτευόμενη μάθηση (Unsupervised Learning): Δεν υπάρχουν labels. Το δίκτυο προσπαθεί να βρει εσωτερικά πρότυπα στα δεδομένα (π.χ. ομαδοποίηση/συστάδες).

Συνάρτηση απώλειας (Loss Function):

Η συνάρτηση απωλειών μετράει το πόσο «κακή» είναι η πρόβλεψη. Αφού παραχθεί η έξοδος του μοντέλου, το επόμενο βήμα είναι η αξιολόγηση της ακρίβειάς του, συγκρίνοντας τις προβλέψεις με τις πραγματικές τιμές-στόχους από τα δεδομένα εκπαίδευσης. Αυτό επιτυγχάνεται μέσω της συνάρτησης απώλειας (ή συνάρτησης κόστους), η οποία μετρά αριθμητικά τη διαφορά μεταξύ των προβλεπόμενων και των πραγματικών τιμών. Παράγει το σήμα σφάλματος για την αναπροσαρμογή των βαρών. Υπάρχουν διάφοροι τύποι συναρτήσεων απώλειας, ανάλογα με το είδος του προβλήματος. Για παραδείγματα παλινδρόμησης, χρησιμοποιείται συχνά το μέσο τετραγωνικό σφάλμα (MSE), ενώ για καθήκοντα ταξινόμησης προτιμάται η απώλεια διασταυρούμενης εντροπίας (cross-entropy loss). Κατά την εκπαίδευση, στόχος είναι η ελαχιστοποίηση της τιμής της συνάρτησης απώλειας, γεγονός που οδηγεί σε βελτίωση της απόδοσης και της ακρίβειας του μοντέλου.

Οπισθοδιάδοση

Μετά τον υπολογισμό της συνάρτησης απώλειας, το νευρωνικό δίκτυο προχωρά στην προσαρμογή των εσωτερικών παραμέτρων του, δηλαδή των βαρών και των προκαταλήψεων, με στόχο τη μείωση της απώλειας και τη βελτίωση της συνολικής απόδοσης. Η διαδικασία αυτή ονομάζεται οπισθοδιάδοση (backpropagation) και περιλαμβάνει τον υπολογισμό των παραγώγων της συνάρτησης απώλειας ως προς κάθε παράμετρο του δικτύου. Αυτό επιτυγχάνεται μεταφέροντας το σφάλμα προς τα πίσω, από το επίπεδο εξόδου προς τα προηγούμενα επίπεδα, εφαρμόζοντας τον κανόνα της αλυσίδας από τον διαφορικό λογισμό. Οι υπολογισμένες κλίσεις χρησιμοποιούνται έπειτα για την ενημέρωση των παραμέτρων μέσω αλγορίθμων βελτιστοποίησης. Μέσα από συνεχείς επαναλήψεις αυτής της διαδικασίας, το δίκτυο βελτιώνει σταδιακά την ικανότητά του να παράγει ακριβείς προβλέψεις, μειώνοντας σταθερά το σφάλμα. Με λίγα λόγια, πρόκειται για τον πιο θεμελιώδη αλγόριθμο εκπαίδευσης. Βασίζεται στη μέθοδο των παραγώγων και χρησιμοποιείται για να ενημερώνει τα βάρη του δικτύου.

4.3 Προσαρμοστικό νεύρο-ασαφές σύστημα (Adaptive Neuro Fuzzy System – ANFIS)

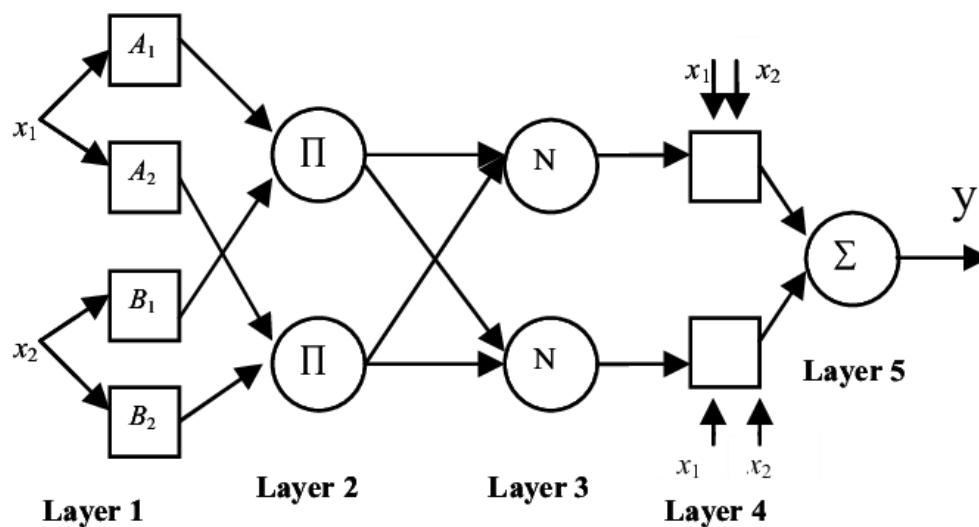
Ιστορική αναδρομή

Το ANFIS (Adaptive Neuro-Fuzzy Inference System) είναι ένα υβριδικό σύστημα που συνδυάζει τις ιδιότητες των νευρωνικών δικτύων (NN) και των ασαφών συστημάτων λογικής (FLS). Η ανάπτυξή του συνδέεται με την εξέλιξη των δύο αυτών τεχνολογιών, οι οποίες εξελίχθηκαν ανεξάρτητα μέχρι που ενοποιήθηκαν σε ένα ενιαίο πλαίσιο. Η βασική του λειτουργία βασίζεται στο να μάθει και να προσαρμόζεται σε σύνθετα μοτίβα δεδομένων, ενσωματώνοντας τη δύναμη των νευρωνικών δικτύων στη ρύθμιση των ασαφών κανόνων. Το ANFIS προτάθηκε από τον Jang το 1991 ως μια προσπάθεια να συνδυαστούν τα πλεονεκτήματα των ασαφών συστημάτων λογικής και των τεχνητών νευρωνικών δικτύων. Ειδικότερα η ασαφής λογική προσφέρει ερμηνευσιμότητα και την ικανότητα να χειρίζεται αβεβαιότητα. Τα νευρωνικά δίκτυα παρέχουν δυνατότητα μάθησης από δεδομένα μέσω βελτιστοποίησης των παραμέτρων.

Αρχιτεκτονική του ANFIS

Η βασική δομή του ANFIS (Σχήμα 24) αποτελείται από πέντε επίπεδα, τα οποία λειτουργούν ως εξής:

- Επίπεδο 1 (Fuzzification - Φαζοποίηση): Το πρώτο επίπεδο επεξεργάζεται τα δεδομένα εισόδου και καθορίζει τις συναρτήσεις συμμετοχής, προσδιορίζοντας σε ποιο βαθμό κάθε είσοδος ανήκει στα αντίστοιχα ασαφή σύνολα. Ουσιαστικά, οι είσοδοι μετατρέπονται σε ασαφείς τιμές μέσω συναρτήσεων συμμετοχής.
- Επίπεδο 2 (Rule Layer - Εφαρμογή Κανόνων): Οι κανόνες "IF-THEN" εφαρμόζονται για τον προσδιορισμό της ενεργοποίησης κάθε κανόνα.
- Επίπεδο 3 (Normalization - Κανονικοποίηση): Υπολογίζονται οι κανονικοποιημένες τιμές των κανόνων.
- Επίπεδο 4 (Defuzzification - Αποφαζοποίηση): Οι κανονικοποιημένες τιμές μετατρέπονται σε αριθμητικές τιμές εξόδου μέσω γραμμικών συναρτήσεων.
- Επίπεδο 5 (Output - Έξοδος): Τα δεδομένα των προηγούμενων επιπέδων συνδυάζονται για να παραχθεί η τελική έξοδος του συστήματος.



Σχήμα 24 Απεικόνιση επιπέδων του αλγορίθμου ANFIS (Melin, Soto, Castillo, & Soria, 2012).

Λειτουργία του ANFIS

Η λειτουργία του ANFIS βασίζεται στην εκπαίδευση του συστήματος χρησιμοποιώντας δεδομένα εισόδου-εξόδου. Χρησιμοποιεί ένα υβριδικό αλγόριθμο μάθησης, ο οποίος συνδυάζει:

- Οπισθοδιάδοση (Backpropagation): Βελτιώνει τις παραμέτρους των ασαφών συναρτήσεων συμμετοχής.
- Μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων (Least Squares): Χρησιμοποιείται για την προσαρμογή των παραμέτρων των κανόνων.

Ο συνδυασμός αυτών των τεχνικών επιτρέπει το ANFIS να προσαρμόζει τις παραμέτρους των συναρτήσεων συμμετοχής και των κανόνων για να προσεγγίσει τη συμπεριφορά του συστήματος που μοντελοποιεί. Με αυτόν τον τρόπο το ANFIS μαθαίνει από τα δεδομένα και προσαρμόζεται σε πολύπλοκες, μη γραμμικές σχέσεις.

Η Ομαδοποίηση Δεδομένων στο ANFIS

Η αποδοτική λειτουργία του Adaptive Neuro-Fuzzy Inference System (ANFIS) εξαρτάται σε σημαντικό βαθμό από τον τρόπο που γίνεται η ομαδοποίηση των δεδομένων, η οποία καθορίζει τον αριθμό και την ποιότητα των ασαφών κανόνων που θα προσαρμοστούν στο πρόβλημα. Οι κυριότερες τεχνικές που χρησιμοποιούνται για την ομαδοποίηση είναι το Grid Partitioning (GP), το Subtractive Clustering (SC) και το Fuzzy C-Means (FCM).

Διαχωρισμός σε πλέγμα (Grid Partitioning, GP) είναι μια απλή μέθοδος ομαδοποίησης για τη δημιουργία ασαφών κανόνων με βάση τα δεδομένα εισόδου. Στην προσέγγιση αυτή, ο υψηλός χώρος των εισόδων διαιρείται σε ορθογώνια υποδιαίρεσεις (grid subspaces), όπου κάθε υποπεριοχή αντιστοιχείται σε μια συνάρτηση συσχέτισης (Membership Function - MF).

Η βασική ιδέα είναι ότι αν υπάρχουν n είσοδοι και σε κάθε εισόδου τοποθετηθούν m συναρτήσεις συσχέτισης, τότε ο συνολικός αριθμός των κανόνων είναι:

$$N_{rules} = \prod_{i=1}^n m_i$$

Η κάθε συνθήκη if-part των κανόνων περιγράφεται με τη χρήση των συναρτήσεων συσχέτισης για κάθε είσοδο, ενώ το then-part μπορεί να περιγράφεται με γραμμικούς συνδυασμούς των εισόδων:

$$\text{Rule } i: \text{if } x_1 \text{ is } A_1^i \text{ and } x_2 \text{ is } A_2^i \text{ and ... then } f_i(x) = p_i^T \cdot x + r_i$$

όπου p_i είναι το διάνυσμα συντελεστών και r_i μία σταθερά.

Το αυξημένο πλήθος κανόνων μπορεί να οδηγήσει σε καλύτερη προσαρμογή του μοντέλου στα δεδομένα, αλλά ταυτόχρονα αυξάνει δραματικά το υπολογιστικό κόστος και τον κίνδυνο υπερπροσαρμογής (overfitting).

Αφαιρετική ομαδοποίηση (Subtractive Clustering, SC) είναι μία μέθοδος που βασίζεται στην ιδέα της εκτίμησης της πυκνότητας των δεδομένων στον χώρο εισόδων για τον εντοπισμό πιθανών κέντρων συστάδων (cluster centers). Σε αντίθεση με άλλες μεθόδους, η SC δεν απαιτεί να είναι γνωστός εκ των προτέρων ο αριθμός των συστάδων.

Αρχικά, για κάθε σημείο δεδομένων x_i υπολογίζεται ένας δείκτης πυκνότητας D_i , βάσει της ευκλείδειας απόστασής του από τα υπόλοιπα σημεία:

$$D_i = \sum_{j=1}^n \exp\left(-\frac{\|x_i - x_j\|^2}{\left(\frac{r_a}{2}\right)^2}\right)$$

όπου:

- r_a είναι η ακτίνα επιρροής της συστάδας (cluster influence range) και
- n είναι το πλήθος των δεδομένων.

Το σημείο με τη μεγαλύτερη πυκνότητα επιλέγεται ως το πρώτο κέντρο συστάδας. Μετά την επιλογή, η πυκνότητα των υπολοίπων σημείων αναπροσαρμόζεται:

$$D'_i = D_i - D_{c1} \cdot \exp\left(-\frac{\|x_i - x_{c1}\|^2}{\left(\frac{r_b}{2}\right)^2}\right)$$

όπου:

- D_{c1} είναι η πυκνότητα του πρώτου κέντρου και
- $r_b = \eta \cdot r_a$ και συνήθως $\eta = 1.5$, επεκτείνοντας την περιοχή επιρροής για αποθάρρυνση της επιλογής κοντινών κέντρων.

Η διαδικασία επαναλαμβάνεται έως ότου όλα τα σημεία καλύπτονται σε συστάδες.

Η επιλογή της τιμής r_a επηρεάζει τον αριθμό των συστάδων. Μικρότερες τιμές οδηγούν σε περισσότερες συστάδες, ενώ μεγαλύτερες τιμές σε λιγότερες. Ωστόσο, πολύ μικρή ακτίνα οδηγεί σε πολυπλοκότητα και κίνδυνο υπερπροσαρμογής, ενώ πολύ μεγάλη ακτίνα μπορεί να υποεκτιμήσει τη δομή των δεδομένων.

Ασαφής συστάδες C-Means (Fuzzy C-Means, FCM) αποτελεί μία από τις πιο διαδεδομένες μεθόδους fuzzy ομαδοποίησης. Σε αντίθεση με το SC, απαιτείται προκαθορισμένος αριθμός συστάδων s . Ο στόχος του FCM είναι η ελαχιστοποίηση της ακόλουθης συνάρτησης κόστους:

$$J_m = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^s \mu_{ij}^m \cdot \|x_i - c_j\|^2$$

Εδώ:

- μ_{ij} είναι ο βαθμός συμμετοχής του σημείου x_i στη συστάδα c_j , με $0 \leq \mu_{ij} \leq 1$ και $\sum_{j=1}^s \mu_{ij} = 1$.
- $m > 1$ είναι η εκθετική σταθερά fuzziness, που ρυθμίζει το βαθμό επικαλυψης-ασάφειας.

Τα κέντρα των συστάδων ενημερώνονται ως:

$$c_j = \frac{\sum_{i=1}^n \mu_{ij}^m \cdot x_i}{\sum_{i=1}^n \mu_{ij}^m}$$

και οι βαθμοί συμμετοχής ανανεώνονται με:

$$\mu_{ij} = \frac{1}{\sum_{k=1}^s \left(\frac{\|x_i - c_j\|}{\|x_i - c_k\|} \right)^{\frac{2}{m-1}}}$$

Η διαδικασία επαναλαμβάνεται έως ότου να επιτευχθεί σταθεροποίηση των κέντρων ή μέχρι να καλυφθεί κάποιο προκαθορισμένο κριτήριο συγκλίσεως. Το πλεονέκτημά της είναι ότι κάθε σημείο μπορεί να ανήκει μερικώς σε περισσότερες από μία συστάδες, προσδίδοντας ευελιξία στη μοντελοποίηση δεδομένων που δεν είναι πλήρως διαχωρίσιμα.

4.4 Διαφορές μεταξύ ANFIS και Παραδοσιακής Fuzzy Λογικής

Βασισμένο στο άρθρο "ANFIS: Adaptive Neuro-Fuzzy Inference System – A Survey" των Walia, Singh και Sharma (2015), το ANFIS (Adaptive Neuro-Fuzzy Inference System) και η παραδοσιακή ασαφής λογική (Fuzzy Logic) διαφέρουν ουσιαστικά στη δομή, τη λειτουργία και τις δυνατότητές τους. Η παραδοσιακή ασαφής λογική βασίζεται σε κανόνες τύπου IF-THEN που διαμορφώνονται χειροκίνητα από ειδικούς με βάση εμπειρική γνώση. Δεν διαθέτει κάποιον αυτόματο μηχανισμό εκμάθησης ή βελτιστοποίησης των παραμέτρων της, και η ακρίβειά της εξαρτάται άμεσα από την ποιότητα και την πληρότητα των κανόνων και των συναρτήσεων συμμετοχής που έχουν επιλεγεί.

Αντίθετα, το ANFIS συνδυάζει την ασαφή λογική με τα τεχνητά νευρωνικά δίκτυα, ενσωματώνοντας μηχανισμούς προσαρμογής και εκμάθησης από δεδομένα. Χρησιμοποιεί υβριδικό αλγόριθμο μάθησης που περιλαμβάνει το Least Squares Method (LSM) για τα συνεπαγόμενα μέρη των κανόνων και το Gradient Descent για τα προκείμενα, επιτρέποντας έτσι την αυτόματη βελτιστοποίηση των παραμέτρων των συναρτήσεων συμμετοχής. Επιπλέον, το ANFIS έχει τη δυνατότητα να δημιουργεί ή να προσαρμόζει κανόνες με βάση δεδομένα εισόδου-εξόδου, κάτι που καθιστά δυνατή την εφαρμογή του σε προβλήματα όπου η ανθρώπινη γνώση είναι ελλιπής ή δεν μπορεί να εκφραστεί εύκολα με λόγια.

Η παραδοσιακή ασαφής λογική περιορίζεται στην αντιμετώπιση απλών ή γραμμικών προβλημάτων, ενώ το ANFIS έχει αποδειχθεί ιδιαίτερα αποτελεσματικό στην προσέγγιση σύνθετων, μη γραμμικών συστημάτων. Λόγω του νευρωνικού του υπόβαθρου, το ANFIS προσαρμόζεται δυναμικά σε αλλαγές στο σύστημα ή στο περιβάλλον και προσφέρει μεγαλύτερη ακρίβεια και προγνωστική ικανότητα. Συνεπώς, η σημαντικότερη διαφορά τους έγκειται στο ότι το ANFIS ενσωματώνει μηχανισμούς αυτομάθησης και προσαρμογής, καθιστώντας το ένα ισχυρό εργαλείο για εφαρμογές όπου απαιτείται τόσο η ευελιξία της ασαφούς λογικής όσο και η δυναμική μάθηση των νευρωνικών δικτύων.

4.5 Αυτοπαλινδρόμο μοντέλο (Auto Regression-AR)

Ορισμός χρονοσειρών

Μια χρονοσειρά είναι μια διατεταγμένη ακολουθία μετρήσεων που λαμβάνονται σε διαδοχικές χρονικές στιγμές. Τυπικά, οι παρατηρήσεις είναι ισαπέχουσες χρονικά, π.χ. ανά δευτερόλεπτο, ώρα, ημέρα, μήνα ή έτος. Σκοπός της ανάλυσης χρονοσειρών είναι να κατανοήσουμε τη δυναμική και τις εξαρτήσεις στο χρόνο, να κάνουμε πρόβλεψη μελλοντικών τιμών ή να φιλτράρουμε θόρυβο από τα δεδομένα.

Τι είναι το AR μοντέλο

Το Autoregressive (AR) μοντέλο είναι ένα από τα πιο βασικά γραμμικά μοντέλα ανάλυσης χρονοσειρών. Το χαρακτηριστικό του είναι ότι η τρέχουσα τιμή της χρονοσειράς εξαρτάται μόνο από προηγούμενες τιμές της ίδιας σειράς και από έναν όρο στοχαστικού θορύβου. Οπότε, μπορεί να εκφραστεί ως γραμμικός συνδυασμός προηγούμενων τιμών της ίδιας σειράς συν κάποιο θόρυβο. Το AR μοντέλο "παλινδρομεί" στον εαυτό του, δηλαδή κάνει παλινδρόμηση (regression) χρησιμοποιώντας παλαιότερες τιμές του ίδιου σήματος. Η βασική χρήση του AR μοντέλου είναι η πρόβλεψη μελλοντικών τιμών. Δεδομένου ενός $AR(p)$ μοντέλου, η πρόβλεψη της τιμής X_{t+h} βασίζεται στις γνωστές τιμές έως τη στιγμή t . Το σφάλμα πρόβλεψης σχετίζεται με τη διακύμανση του λευκού θορύβου και την ακρίβεια εκτίμησης των παραμέτρων. Η μαθηματική του μορφή είναι:

$$X_t = \alpha_1 \cdot X_{t-1} + \alpha_2 \cdot X_{t-2} + \dots + \alpha_i \cdot X_{t-i} + \varepsilon_t$$

όπου:

- X_t είναι η τρέχουσα τιμή της χρονοσειράς,
- α_i είναι τα βάρη (συντελεστές του μοντέλου),
- $\varepsilon_t \sim$ λευκός θόρυβος, δηλαδή τυχαίος θόρυβος με μέση τιμή 0 και σταθερή διασπορά.

Η εξίσωση αυτή δείχνει ότι η χρονοσειρά εξαρτάται μόνο από προηγούμενες τιμές της και τον τυχαίο θόρυβο.

Στασιμότητα και Ιδιότητες

Για να είναι το AR μοντέλο στατιστικά έγκυρο, απαιτείται η χρονοσειρά να είναι στάσιμη (stationary), δηλαδή οι στατιστικές ιδιότητές της, όπως η μέση τιμή, η διακύμανση και η αυτοσυσχέτιση, να είναι σταθερές στον χρόνο. Για ένα $AR(p)$ μοντέλο, η στασιμότητα εξασφαλίζεται όταν οι ρίζες του πολυωνύμου χαρακτηριστικής εξίσωσης βρίσκονται εκτός του μοναδιαίου κύκλου.

Η αυτοσυσχέτιση (ACF) ενός AR μοντέλου παρουσιάζει εκθετική αποσύνθεση, ενώ η μερική αυτοσυσχέτιση (PACF) παρουσιάζει σημαντική τιμή έως την τάξη p και μηδενίζεται για υψηλότερες υστερήσεις.

Εκτίμηση Παραμέτρων

Οι συντελεστές a_i ενός AR μοντέλου εκτιμώνται μέσω μεθόδων ελαχίστων τετραγώνων, Yule-Walker εξισώσεων ή μέσω της μεθόδου του Burg, η οποία προσφέρει υψηλή ακρίβεια, ειδικά για μικρά δείγματα, όπως αναφέρεται στη μελέτη των Nassar et al. (2004). Η μέθοδος Burg εξασφαλίζει σταθερότητα στο φιλτράρισμα και ελαχιστοποιεί το σφάλμα πρόβλεψης.

Βαθμός μοντέλου

Στην αυτοπαλινδρόμηση υπάρχουν κριτήρια επιλογής του βαθμού i του μοντέλου, δηλαδή του αριθμού των μεταβλητών $X_{t-1}, X_{t-2}, \dots, X_{t-i}$ που θα συμπεριληφθούν στο μοντέλο. Έχουν προταθεί διάφορα στατιστικά κριτήρια για την εκτίμηση της βέλτιστης τάξης i , όπως τα AIC (Akaike Information Criterion) και FPE (Final Prediction Error).

Πλεονεκτήματα και Περιορισμοί

Το αυτοπαλινδρόμο μοντέλο (AR) παρουσιάζει σημαντικά πλεονεκτήματα, καθώς διακρίνεται για την απλότητα και την ερμηνευσιμότητά του, καθιστώντας το ιδιαίτερα κατάλληλο για στάσιμες χρονοσειρές με σαφείς δομές εξάρτησης από το παρελθόν. Επιπλέον, απαιτεί σχετικά χαμηλό υπολογιστικό κόστος, γεγονός που το καθιστά πρακτικό εργαλείο για την ανάλυση μεγάλων συνόλων δεδομένων ή για εφαρμογές σε πραγματικό χρόνο. Ωστόσο, δεν στερείται περιορισμών. Συγκεκριμένα, η αποτελεσματικότητά του μειώνεται σε περιπτώσεις μη στασιμότητας, καθώς απαιτείται προηγουμένως κατάλληλη μετασχηματιστική επεξεργασία (όπως διαφοροποίηση). Ακόμη, δεν είναι σε θέση να ενσωματώσει εξωτερικές μεταβλητές στο μοντέλο, ενώ παρουσιάζει περιορισμένη ικανότητα στην αποτύπωση μη γραμμικών σχέσεων,

κάτι που το καθιστά λιγότερο ευέλικτο σε πολύπλοκα συστήματα ή φαινόμενα με έντονη δυναμική συμπεριφορά.

4.6 Αυτοπαλίνδρομο μοντέλο κινητού μέσου όρου (Auto Regression Moving Average-ARMA)

Τι είναι το ARMA μοντέλο

Το Αυτοπαλίνδρομο Μοντέλο Κινητού Μέσου Όρου (ARMA) συνδυάζει τις ιδιότητες των μοντέλων Autoregressive (AR) και του κινητού μέσου όρου (Moving Average- MA) για τη μοντελοποίηση γραμμικών, στάσιμων χρονοσειρών. Η κύρια ιδέα του ARMA είναι ότι μια χρονοσειρά μπορεί να περιγραφεί με βάση τόσο τις προηγούμενες τιμές της (AR μέρος) όσο και τα προηγούμενα σφάλματα πρόβλεψης (MA μέρος), γεγονός που του προσδίδει αυξημένη δυνατότητα αποτύπωσης πολύπλοκων χρονικών εξαρτήσεων. Στην πράξη, πολλές φυσικές διαδικασίες δεν επαρκούν να περιγραφούν μόνο από προηγούμενες τιμές του ίδιου σήματος (AR), ούτε μόνο από τυχαία σφάλματα του παρελθόντος (MA). Το ARMA μοντέλο ενώνει τις δύο προσεγγίσεις σε ένα πιο ισχυρό και εύκαμπτο σχήμα πρόβλεψης και φιλτραρίσματος. Το ARMA μπορεί να θεωρηθεί γενίκευση του AR, ιδίως όταν υπάρχουν χαρακτηριστικά στο φάσμα που δεν αποδίδονται καλά μόνο με AR. Ωστόσο, η εκτίμηση παραμέτρων σε ARMA μοντέλα είναι πιο πολύπλοκη, καθώς περιλαμβάνει επίλυση μη γραμμικών εξισώσεων, σε αντίθεση με το AR.

Μαθηματικός Ορισμός

Ένα ARMA(p, q) μοντέλο ορίζεται ως:

$$X_t = \sum_{i=1}^p \alpha_i \cdot X_{t-i} + \sum_{j=1}^q b_j \cdot \varepsilon_{t-j} + \varepsilon_t$$

όπου:

- α_i : οι αυτοπαλίνδρομοι συντελεστές (AR),
- b_j : οι συντελεστές του μέσου όρου (MA),
- $\varepsilon_t \sim$ λευκός θόρυβος.

Ουσιαστικά, η τρέχουσα τιμή X_t εξαρτάται τόσο από παλαιότερες τιμές της ίδιας της χρονοσειράς, όσο και από προηγούμενα λάθη πρόβλεψης. Το ARMA μοντέλο απαιτεί η χρονοσειρά να είναι στάσιμη και προσφέρει μία ενιαία προσέγγιση για την αποτύπωση γραμμικών συσχετίσεων σε δεδομένα που εμφανίζουν χρονική εξάρτηση. Επιπλέον, απαιτεί μη γραμμική βελτιστοποίηση για την εκτίμηση των συντελεστών α_i και b_j . Σε πολλές εφαρμογές, ιδιαίτερα όταν απαιτείται υπολογιστική απλότητα ή σταθερότητα, προτιμάται η

χρήση μόνο AR μοντέλου, αφήνοντας το MA μέρος εκτός (δηλ. $q = 0$), ειδικά σε εφαρμογές πραγματικού χρόνου.

Εκτίμηση Παραμέτρων και Επιλογή Μοντέλου

Οι παράμετροι του ARMA μοντέλου εκτιμώνται συνήθως με τη μέθοδο μέγιστης πιθανοφάνειας ή με αλγορίθμους ελαχίστων τετραγώνων. Για την επιλογή της βέλτιστης τάξης p και q χρησιμοποιούνται πληροφοριακά κριτήρια όπως AIC (Akaike Information Criterion) και BIC (Bayesian Information Criterion). Η διαδικασία είναι σημαντική για την αποφυγή υπερπροσαρμογής και για την επίτευξη μοντέλων με ικανοποιητική προγνωστική ικανότητα και επεξηγηματική δύναμη.

Πλεονεκτήματα και Περιορισμοί

Το ARMA μοντέλο προσφέρει έναν ισχυρό συμβιβασμό ανάμεσα στην απλότητα και στην ακρίβεια. Είναι ιδανικό για στάσιμες χρονοσειρές όπου απαιτείται να ληφθούν υπόψη τόσο οι παλαιότερες τιμές της χρονοσειράς όσο και τα πρότερα σφάλματα πρόβλεψης. Το μοντέλο είναι υπολογιστικά αποδοτικό, συγκριτικά απλό στην υλοποίηση, και έχει αποδειχθεί εξαιρετικά αποτελεσματικό σε ποικίλες εφαρμογές όπως η οικονομική πρόβλεψη.

Το βασικότερο μειονέκτημα του ARMA είναι ότι προϋποθέτει στασιμότητα της χρονοσειράς. Σε περίπτωση που το υπό ανάλυση σήμα παρουσιάζει μη στάσιμη συμπεριφορά (π.χ. αυξανόμενη τάση, εποχικότητα), το ARMA δεν είναι κατάλληλο χωρίς προηγούμενη τροποποίηση των δεδομένων (όπως διαφοροποίηση). Επίσης, το μοντέλο δεν επιτρέπει την ενσωμάτωση εξωγενών μεταβλητών (όπως οικονομικοί δείκτες ή περιβαλλοντικές μεταβλητές), και η απόδοσή του μειώνεται σε μη γραμμικά ή πολύπλοκα δυναμικά συστήματα. Για τέτοιες περιπτώσεις, απαιτούνται πιο γενικευμένα μοντέλα όπως τα ARIMA.

Κεφάλαιο 5. Εκπαίδευση και Αξιολόγηση Αλγορίθμων

Για την υλοποίηση των μοντέλων ANFIS και Fuzzy Type απαιτείται αρχικά ο καθορισμός βασικών παραμέτρων, όπως ο αριθμός των εποχών εκπαίδευσης, το μέγεθος του βήματος ενημέρωσης, καθώς και ο τύπος και ο αριθμός των συναρτήσεων συμμετοχής (membership functions). Τα μοντέλα εκπαιδεύονται με βάση τα διαθέσιμα δεδομένα.

Η απόδοσή τους αξιολογείται με τη χρήση διαφόρων μετρικών σφάλματος, όπως το μέσο τετραγωνικό σφάλμα (MSE), το ριζικό μέσο τετραγωνικό σφάλμα (RMSE), το μέσο απόλυτο σφάλμα (MAE), το ποσοστιαίο μέσο απόλυτο σφάλμα (MAPE), καθώς και ο συντελεστής προσδιορισμού (R^2). Η αξιολόγηση πραγματοποιείται τόσο στα δεδομένα εκπαίδευσης (in-sample) όσο και στα δεδομένα ελέγχου (out-of-sample), με τη βοήθεια γραφημάτων που απεικονίζουν τη σύγκριση μεταξύ πραγματικών και προβλεπόμενων τιμών.

Για την περαιτέρω συγκριτική αξιολόγηση, τα αποτελέσματα των αλγορίθμων ANFIS και Fuzzy Type συγκρίνονται με τα αντίστοιχα σφάλματα των μοντέλων AR και ARMA. Επιπλέον, για τη συγκριτική αξιολόγηση διαφορετικών μοντέλων, υπολογίζονται επίσης οι κανονικοποιημένες μορφές των παραπάνω μετρικών.

Μέσο Τετραγωνικό Σφάλμα - Mean Squared Error (MSE)

Η μετρική MSE μετρά τη μέση τιμή του τετραγώνου της διαφοράς μεταξύ της πραγματικής τιμής και της προβλεπόμενης τιμής. Η χαμηλότερη δυνατή τιμή είναι 0 (τέλεια πρόβλεψη). Δεν έχει ανώτατο όριο, μπορεί να αυξηθεί απεριόριστα σε περίπτωση μεγάλων σφαλμάτων.

$$MSE = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (X_i - Y_i)^2$$

Όπου:

- X_i είναι η προβλεπόμενη τιμή για το δείγμα i ,
- Y_i είναι η πραγματική τιμή για το δείγμα i ,
- m είναι το πλήθος των δειγμάτων.

Ριζικό Μέσο Τετραγωνικό Σφάλμα - Root Mean Squared Error (RMSE)

Το RMSE είναι η τετραγωνική ρίζα του MSE και φέρει τις ίδιες μονάδες με τα αρχικά δεδομένα, καθιστώντας το πιο ερμηνεύσιμο. Επειδή διατηρεί τις ίδιες μονάδες με την προβλεπόμενη μεταβλητή, είναι χρήσιμο στην πρακτική ερμηνεία των σφαλμάτων.

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (X_i - Y_i)^2}$$

Μέσο Απόλυτο Σφάλμα - Mean Absolute Error (MAE)

Το MAE μετρά τη μέση απόλυτη διαφορά μεταξύ των προβλεπόμενων και πραγματικών τιμών. Παρέχει μια πιο "ρεαλιστική" εικόνα του μέσου σφάλματος σε πολλά προβλήματα. Όπως και το RMSE, έχει μονάδες ίδιες με την προβλεπόμενη τιμή.

$$MAE = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m |X_i - Y_i|$$

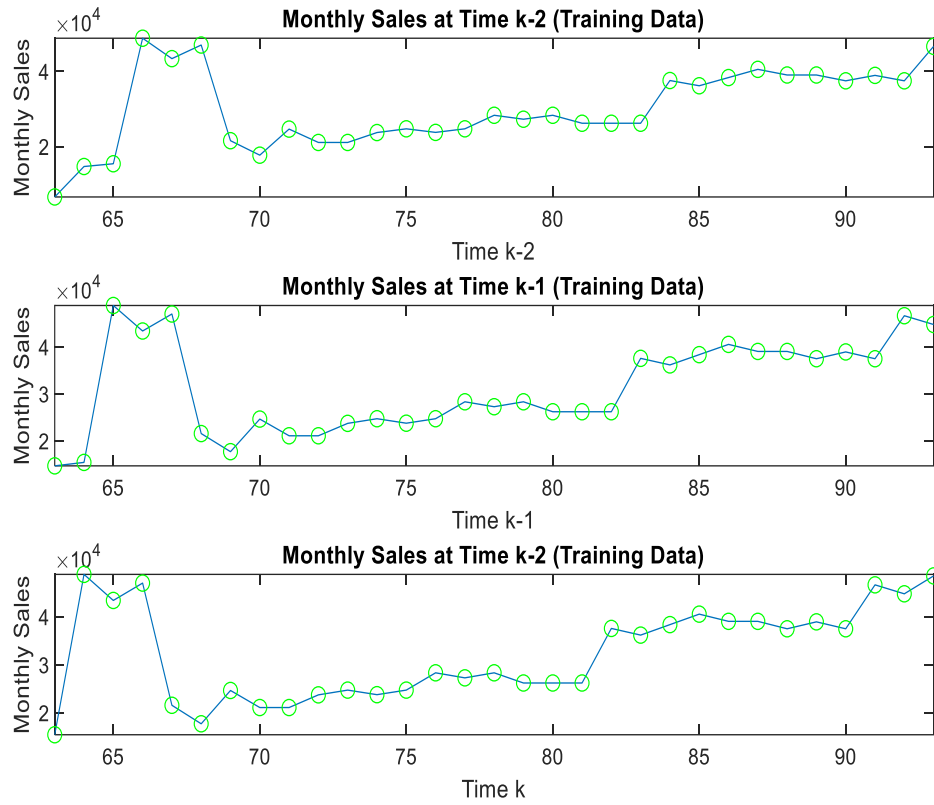
Κεφάλαιο 6. Αποτελέσματα

Όπως αναφέρθηκε στο Κεφάλαιο 3, στο πλαίσιο της προετοιμασίας των δεδομένων για τα προβλεπτικά μοντέλα εφαρμόζεται η τεχνική της καθυστερημένης δειγματοληψίας (time-lagging), με σκοπό τη δημιουργία εποπτικών παραδειγμάτων. Συγκεκριμένα, για κάθε χρονική στιγμή k της χρονοσειράς, ως είσοδοι (inputs) επιλέγονται οι τιμές της μεταβλητής στις χρονικές στιγμές $k-2$ και $k-1$, ενώ ως τιμή-στόχος (target output) ορίζεται η τιμή της μεταβλητής στη χρονική στιγμή k .

Τα παρακάτω γραφήματα (Σχήμα 25) απεικονίζουν τις εισαγωγικές μεταβλητές που χρησιμοποιούνται κατά τη διάρκεια της διαδικασίας εκπαίδευσης. Το πρώτο γράφημα δείχνει τις τιμές των πωλήσεων στη χρονική στιγμή $k-2k$, δηλαδή δύο χρονικές μονάδες πριν από την παρούσα, οι οποίες χρησιμοποιούνται ως πρώτη είσοδος (input) στο μοντέλο. Το δεύτερο γράφημα παρουσιάζει τις αντίστοιχες τιμές στη χρονική στιγμή $k-1$, που αποτελούν τη δεύτερη είσοδο. Τέλος, το τρίτο γράφημα δείχνει τις πραγματικές τιμές των πωλήσεων στη χρονική στιγμή k , οι οποίες λειτουργούν ως τιμές-στόχοι (target output) για την πρόβλεψη.

Μέσω αυτής της τεχνικής καθυστερημένης δειγματοληψίας, κάθε γραμμή του εκπαιδευτικού πίνακα δεδομένων αποτελείται από τρεις τιμές της μορφής: {πωλήσεις στο $k-2$, πωλήσεις στο $k-1$, πωλήσεις στο k }. Με βάση αυτή τη δομή, το μοντέλο εκπαιδεύεται να προβλέπει την τρέχουσα τιμή των πωλήσεων αξιοποιώντας την ιστορική πληροφορία των δύο προηγούμενων χρονικών στιγμών.

Process Training Data at Different Time Lags (last 30 samples)



Σχήμα 25 Γραφική απεικόνιση των επιλεγμένων δεδομένων εκπαίδευσης.

6.1 Αποτελέσματα του μοντέλου ANFIS

Τα δεδομένα διαχωρίζονται σε σύνολα εκπαίδευσης και αξιολόγησης, με το 80% να χρησιμοποιείται για την εκπαίδευση του μοντέλου και το 20% για τη δοκιμή της απόδοσής του. Με αυτόν τον τρόπο διασφαλίζεται τόσο η επαρκής μάθηση του μοντέλου όσο και η αντικειμενική αξιολόγησή του. Οι παράμετροι του μοντέλου, συμπεριλαμβανομένου του βήματος ($ss=0.8$), του αριθμού των εποχών ($epoch=100$) και του αριθμού των συναρτήσεων μέλους ($mf_n=2$), ρυθμίζονται για να μειώσουν τις μετρήσεις σφάλματος. Τα αποτελέσματα συνοψίζονται στους επόμενους συγκεντρωτικούς πίνακες. Κατά την αρχική φάση, το μοντέλο δημιουργεί ένα σύστημα ασαφούς συμπερασμού (FIS), χρησιμοποιώντας διαφορετικούς τύπους συναρτήσεων συμμετοχής, και εκπαιδεύεται με δεδομένα χρονοσειρών. Για την ομαδοποίηση των δεδομένων και τη δημιουργία των αρχικών κανόνων του FIS χρησιμοποιείται η μέθοδος Grid Partitioning, η οποία διαχωρίζει το χώρο των εισόδων σε ισοδιαστήματα βάσει των συναρτήσεων συμμετοχής. Για την αξιολόγηση της ακρίβειας των προβλέψεων, τόσο εντός όσο και εκτός δείγματος, υπολογίζονται διάφορες μετρικές σφάλματος, όπως RMSE, MSE και MAE. Επιπλέον, υπολογίζονται κανονικοποιημένες τιμές αυτών των μετρικών για πιο ολοκληρωμένη εκτίμηση της απόδοσης του μοντέλου. Ως κύριο κριτήριο για την αξιολόγηση του μοντέλου χρησιμοποιείται το RMSE, καθώς αποτελεί ευρέως αποδεκτή μετρική στη βιβλιογραφία και αποτυπώνει ουσιαστικά το μέσο μέγεθος της απόκλισης μεταξύ των πραγματικών και των προβλεπόμενων τιμών.

Οι συγκεντρωτικοί πίνακες μετρήσεων σφάλματος για διάφορους τύπους συναρτήσεων συμμετοχής, βήματος και αριθμού εποχών, προσφέρουν μια πλήρη αξιολόγηση των δοκιμών. Τα αποτελέσματα των δοκιμών παρουσιάζονται στους συγκεντρωτικούς Πίνακες 1,2 και 3.

Πίνακας 1 Μετρήσεις απόδοσης του μοντέλου ANFIS με διαφορετικούς τύπους συνάρτησης συμμετοχής για την πρόβλεψη πωλήσεων EV (Epochs=100, mf=2, ss=0,8).

ANFIS (Epoch=100, mf=2, ss=0.8)							
MSE		RMSE		MAE		R ²	MF TYPE
ERROR	NE	ERROR	NE	ERROR	NE		
111242007.7270	8710.2361	10547.1327	0.8258	7050.3256	0.5520	0.2855	dsigmf
432747097.3937	33884.0466	20802.5743	1.6288	19032.89701	1.4903	-1.7795	gaussmf
257857311.3382	20190.1970	16057.9360	1.2573	14899.6780	1.1666	-0.656171	gauss2mf
1521741795.7641	119152.2029	39009.5090	3.0544	31560.1384	2.4712	-8.7739	gbellmf
6126791118.4384	479727.0210	78273.8214	6.1288	72173.3799	5.6512	-38.3513	trimf
250192355.1918	19590.0319	15817.4699	1.2385	14607.1749	1.1437	-0.6069	trapmf
157498593.7268	12332.1213	12549.8444	0.9826	11027.0473	0.8634	-0.0116	pimf

Πίνακας 2 Μετρήσεις απόδοσης του μοντέλου ANFIS με διαφορετικούς τύπους συνάρτησης συμμετοχής για την πρόβλεψη πωλήσεων EV (Epochs=100, mf=3, ss=0,8).

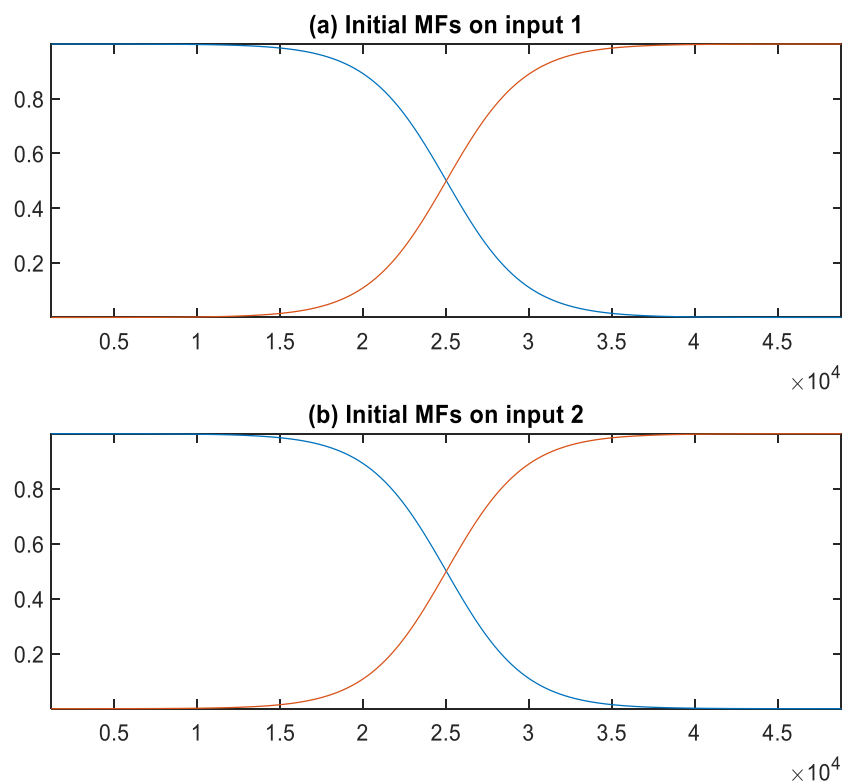
ANFIS (Epoch=100, mf=3, ss=0.8)							
MSE		RMSE		MAE		R ²	MF TYPE
ERROR	NE	ERROR	NE	ERROR	NE		
165169239.6265	12932.7319	12851.8185	1.0063	11439.8195	0.8957	-0.0608	dsigmf
2826794748.5755	221337.6949	53167.6099	4.1630	47043.7587	3.6835	-17.1559	gaussmf
8155013045.7137	8155013045.7137	90305.1108	7.0708	87104.2231	6.8202	-51.3781	gauss2mf
2378105973.7934	186205.4169	48765.8279	3.8183	46348.2700	3.6290	-14.2741	gbellmf
5570375586.3927	436159.7506	74634.9488	5.8439	69434.7539	5.4367	-34.7775	trimf
554569752.0875	43422.7460	23549.3047	1.8439	19679.5469	1.5409	-2.5619	trapmf
801490133.7844	62756.5828	28310.6010	2.2167	20443.2609	1.6007	-4.1478	pimf

Πίνακας 3 Μετρήσεις απόδοσης του μοντέλου ANFIS με διαφορετικούς τύπους συνάρτησης συμμετοχής για την πρόβλεψη πωλήσεων EV (Epochs=100, mf=4, ss=0,8).

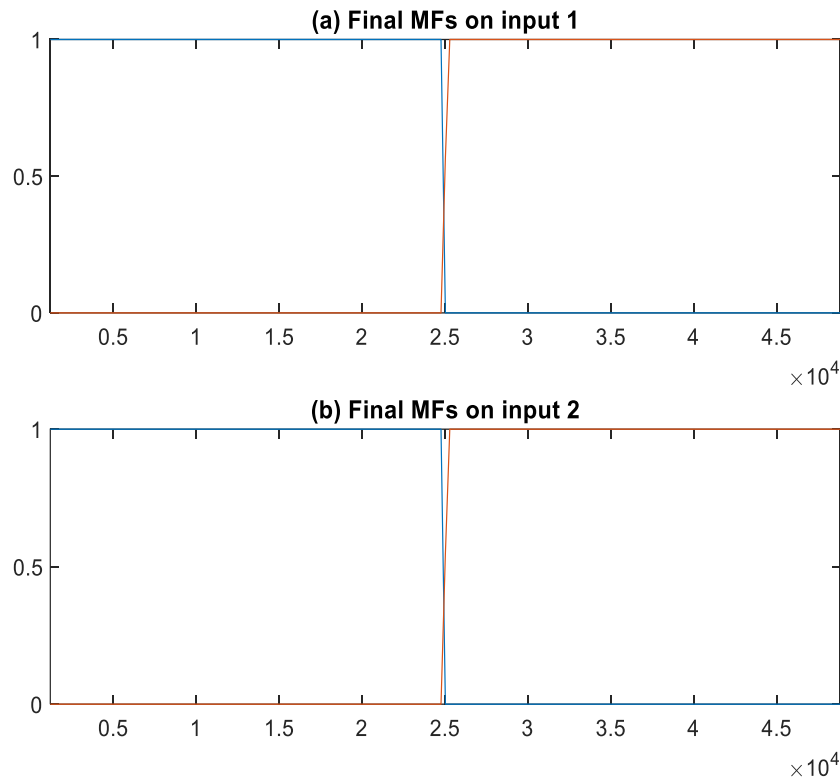
ANFIS (Epoch=100, mf=4, ss=0.8)							
MSE		RMSE		MAE		R ²	MF TYPE
ERROR	NE	ERROR	NE	ERROR	NE		
6415153299.9117	502305.7458	80094.6521	6.2714	75257.3429	5.8926	-40.2033	dsigmf
6072171026.8106	475450.2743	77924.1363	6.1014	72921.9421	5.7097	-38.0004	gaussmf
8697565975.7287	681018.3887	93260.7418	7.3023	90798.5206	7.1095	-54.8628	gauss2mf
3368015658.1495	263715.2282	58034.6074	4.5441	54802.3039	4.2910	-20.6321	gbellmf
6077425426.3519	475861.6931	77957.8439	6.1040	69378.7014	5.4323	-38.0342	trimf
2114515738.6757	165566.3326	45983.8638	3.6005	42562.6120	3.3326	-12.5811	trapmf
2117689490.2584	165814.8370	46018.3603	3.6032	42572.8984	3.3334	-12.6015	pimf

Με βάση τους παραπάνω πίνακες, προκύπτει ότι ο βέλτιστος συνδυασμός παραμέτρων για την ελαχιστοποίηση του RMSE στην πρόβλεψη πωλήσεων EV είναι ο εξής: χρήση της συνάρτησης συμμετοχής τύπου dsigmf, αριθμός εποχών ίσος με 100 (Epochs = 100), δύο συναρτήσεις μέλους (mf = 2) και μέγεθος βήματος 0.8 (ss = 0.8). Ο συγκεκριμένος συνδυασμός αποδεικνύεται ο πιο αποτελεσματικός στη μείωση του σφάλματος πρόβλεψης, καθώς μειώνει τις αποκλίσεις μεταξύ των πραγματικών και των προβλεπόμενων τιμών, καθιστώντας τον την πιο κατάλληλη επιλογή για το συγκεκριμένο προβλεπτικό μοντέλο.

Οι παρακάτω γραφικές (Σχήματα 26 και 27) απεικονίζουν τόσο τις αρχικές όσο και τις τελικές συναρτήσεις συμμετοχής για την εισαγωγική μεταβλητή, με τον άξονα x να αντιπροσωπεύει τις τιμές εισόδου και τον άξονα y να υποδεικνύει το βαθμό συμμετοχής. Οι παρακάτω γραφικές απεικονίζουν τόσο τις αρχικές όσο και τις τελικές συναρτήσεις συμμετοχής για την εισαγωγική μεταβλητή, με τον άξονα x να αντιπροσωπεύει τις τιμές εισόδου και τον άξονα y να υποδεικνύει το βαθμό συμμετοχής. Αρχικά, οι συναρτήσεις συμμετοχής έχουν ομαλή κατανομή στο πεδίο των εισόδων, επιτρέποντας στο σύστημα να επεξεργάζεται τις τιμές με εύρος και ευελιξία. Ωστόσο, μετά την εκπαίδευση, παρατηρείται υπερβολική συγκέντρωση της συμμετοχής γύρω από μία συγκεκριμένη τιμή για κάθε είσοδο, με τις συναρτήσεις συμμετοχής να γίνονται σχεδόν βηματικές. Η αλλαγή αυτή δείχνει ότι το σύστημα έμαθε να βασίζεται υπερβολικά σε μια περιορισμένη περιοχή του χώρου εισόδων, γεγονός που μπορεί να υπονοεί υπερεκπαίδευση και μείωση της γενίκευσης του μοντέλου.



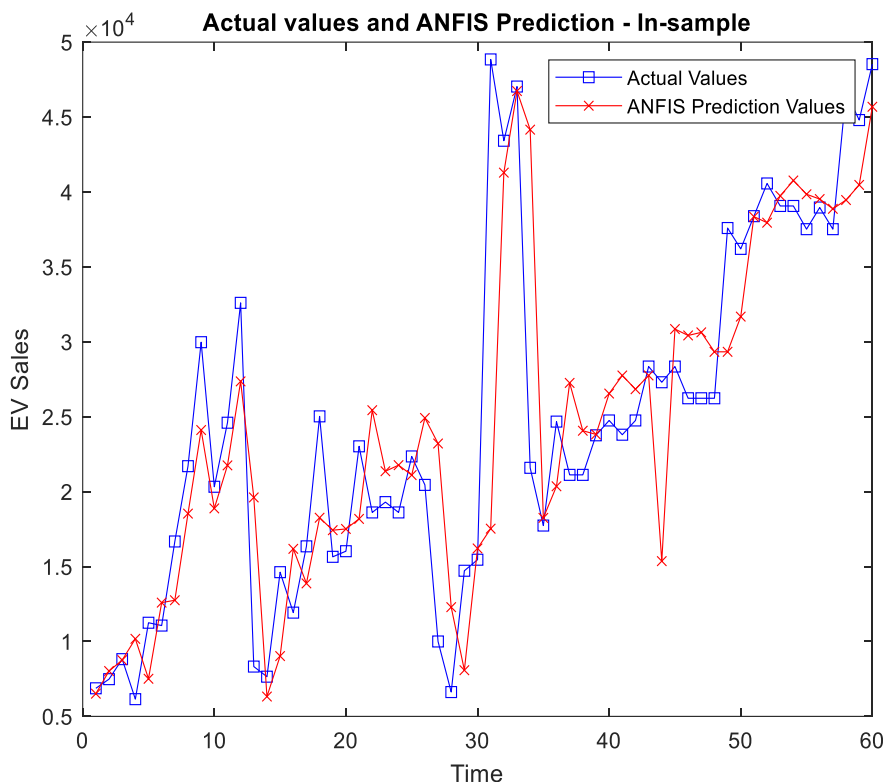
Σχήμα 26 Αρχικές συναρτήσεις συμμετοχής για τις εισαγωγικές μεταβλητές πριν από την εκπαίδευση του μοντέλου ANFIS.



Σχήμα 27 Τελική συνάρτηση συμμετοχής για τις εισαγωγικές μεταβλητές μετά από την εκπαίδευση του μοντέλου ANFIS.

Το παρακάτω γράφημα (Σχήμα 28) απεικονίζει την αξιολόγηση του μοντέλου ANFIS κατά την in-sample πρόβλεψη - δηλαδή την πρόβλεψη πάνω στα δεδομένα εκπαίδευσης. Πιο συγκεκριμένα, ο οριζόντιος άξονας αντιπροσωπεύει χρονικά σημεία (μήνες) και ο κατακόρυφος άξονας τις πωλήσεις EV. Η μπλε καμπύλη με τα τετράγωνα αναπαριστά τις πραγματικές τιμές πωλήσεων EV (actual values), ενώ η κόκκινη καμπύλη με X αντικατοπτρίζει τις προβλεπόμενες τιμές (ANFIS Prediction Values).

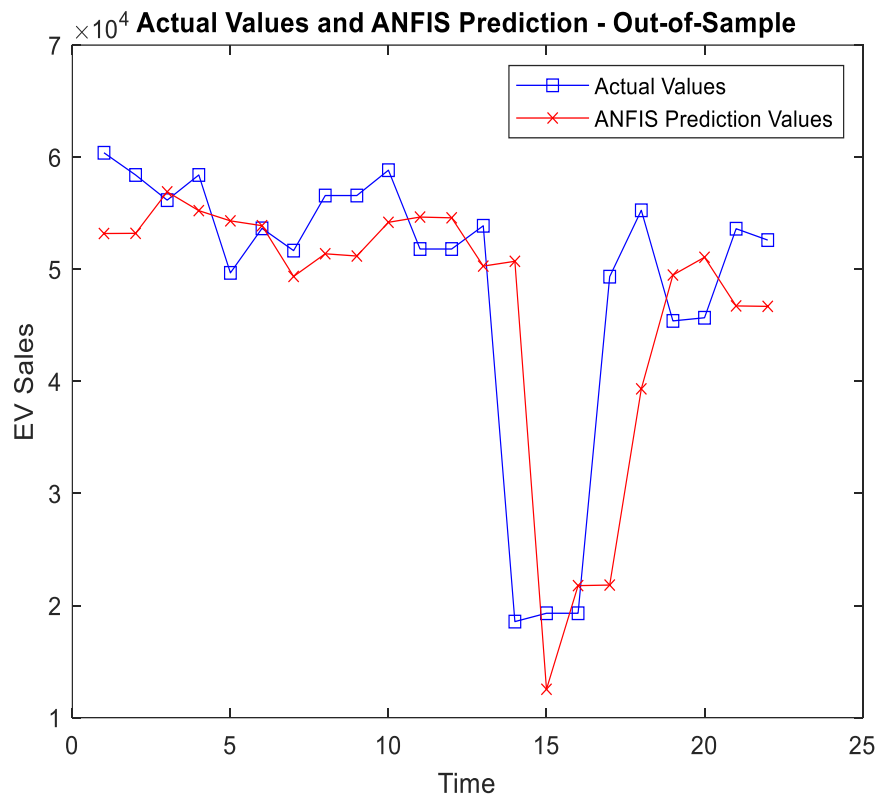
Το μοντέλο καταφέρνει να προσεγγίσει τη γενική τάση των δεδομένων, ακολουθώντας την ανοδική τους πορεία. Υπάρχει καλή ευθυγράμμιση μεταξύ των πραγματικών και των προβλεπόμενων τιμών στις περισσότερες περιόδους. Ιδιαίτερα σε περιοχές με υψηλές διακυμάνσεις (π.χ. γύρω από το δείγμα 30), το μοντέλο προσαρμόζεται γρήγορα. Τα γεγονότα αυτά, επιβεβαιώνεται από τα αποτελέσματα των σφαλμάτων στον Πίνακα 6.1.



Σχήμα 28 Αξιολόγηση του μοντέλου ANFIS κατά την πρόβλεψη πάνω στα δεδομένα εκπαίδευσης

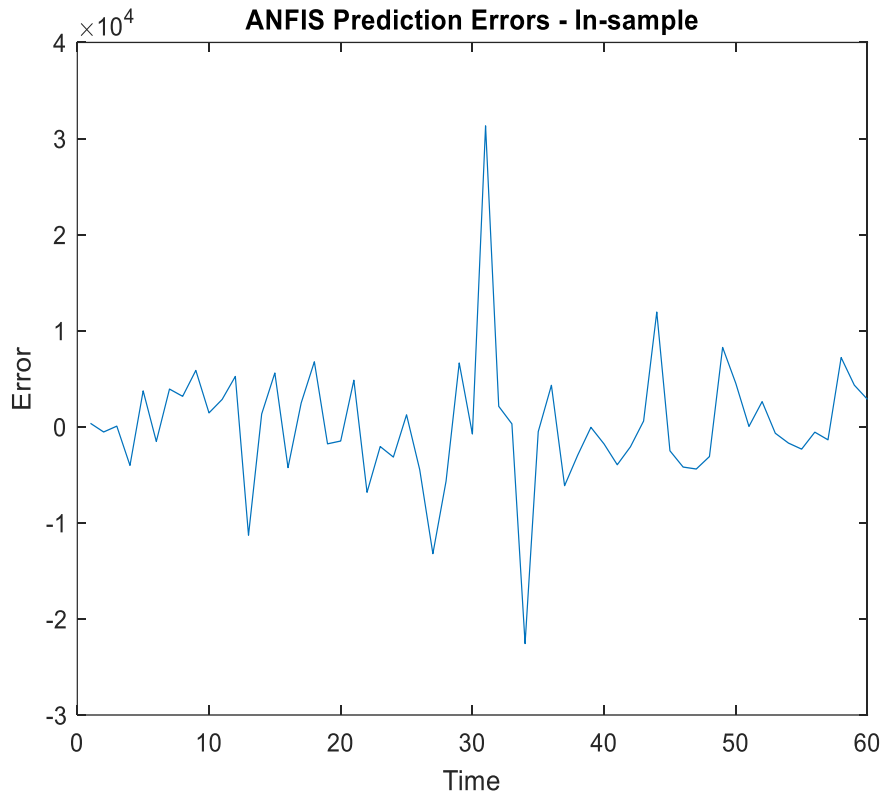
Το παρακάτω γράφημα (Σχήμα 29) απεικονίζει την αξιολόγηση του μοντέλου ANFIS κατά την Out-of-Sample πρόβλεψη - δηλαδή την πρόβλεψη πάνω στα δεδομένα ελέγχου. Είναι κρίσιμο για να αξιολογήσουμε την ικανότητα γενίκευσης του AR μοντέλου, δηλαδή πώς αποδίδει σε δεδομένα που δεν είδε κατά την εκπαίδευση. Ομοίως με πριν, ο οριζόντιος άξονας αντιπροσωπεύει χρονικά σημεία (μήνες) και ο κατακόρυφος άξονας τις πωλήσεις EV. Η μπλε καμπύλη με τα τετράγωνα αναπαριστά τις πραγματικές τιμές πωλήσεων EV (actual values), ενώ η κόκκινη καμπύλη με X αντικατοπτρίζει τις προβλεπόμενες τιμές (ANFIS Prediction Values).

Το μοντέλο έχει μια σταθερή συμπεριφορά πρόβλεψης σε κανονικές περιοχές. Αναλυτικότερα, από το δείγμα 1 έως περίπου 13, η πρόβλεψη συγκλίνει καλά προς τις πραγματικές τιμές. Εν αντίθεση, υπάρχει μια αδυναμία παρακολούθησης απότομης πτώσης. Στο διάστημα 14–16, το μοντέλο αποτυγχάνει να αντιληφθεί τη δραματική πτώση των πωλήσεων. Η πρόβλεψη παραμένει σχετικά υψηλή, με χρονική καθυστέρηση και μικρότερο εύρος από το πραγματικό. Η προβλεπόμενη τάση αλλάζει πορεία και ανεβαίνει εκ νέου με καθυστέρηση μίας περιόδου σε σχέση με τα πραγματικά δεδομένα. Αυτό είναι χαρακτηριστικό συστημάτων πρόβλεψης με χρονικές καθυστερήσεις (lags).



Σχήμα 29 Αξιολόγηση του μοντέλου ANFIS κατά την πρόβλεψη πάνω στα δεδομένα ελέγχου.

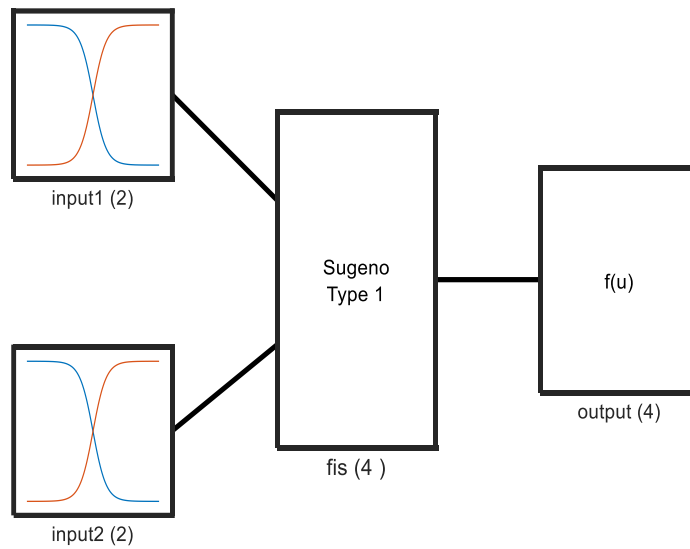
Το παρακάτω διάγραμμα (Σχήμα 30) απεικονίζει τα σφάλματα πρόβλεψης σε σχέση με τον χρόνο. Ο άξονας y αντιπροσωπεύει το σφάλμα, το οποίο υπολογίζεται ως η διαφορά μεταξύ των πραγματικών τιμών και των προβλεπόμενων τιμών, ενώ ο άξονας x δείχνει τις μηνιαίες μετρήσεις. Παρατηρείται ότι τα περισσότερα σφάλματα κυμαίνονται κοντά στο μηδέν, γεγονός που υποδηλώνει ότι το μοντέλο έχει προσαρμοστεί ικανοποιητικά στα δεδομένα εκπαίδευσης. Ωστόσο, εμφανίζεται μια σημαντική αιχμή σφάλματος περίπου στη χρονική στιγμή 30, με θετική και αρνητική απόκλιση μεγάλης έντασης, γεγονός που ενδέχεται να υποδηλώνει την ύπαρξη ακραίας τιμής (outlier) ή μιας απότομης μεταβολής που το μοντέλο δεν κατάφερε να αποδώσει σωστά.



Σχήμα 30 Σφάλματα πρόβλεψης συναρτήσεως του χρόνου για το μοντέλο ANFIS.

Τα παρακάτω διαγράμματα (Σχήμα 31 και 32) απεικονίζουν τη δομή του ασαφούς συστήματος Sugeno Τύπου 1 πριν και μετά την εκπαίδευση. Το σύστημα αποτελείται από δύο εισόδους (input1 και input2), καθεμία από τις οποίες περιλαμβάνει δύο αρχικές συναρτήσεις συμμετοχής. Η έξοδος είναι μία και συνολικά ορίζονται τέσσερις κανόνες (rules) για τον ασαφή συλλογισμό. Στο πρώτο διάγραμμα (Σχήμα 31), οι συναρτήσεις συμμετοχής για τις εισόδους έχουν ομαλή κατανομή, επιτρέποντας στο σύστημα να καλύπτει ευρύτερο φάσμα τιμών και να πραγματοποιεί εύκαμπτο συλλογισμό. Μετά την εκπαίδευση, όπως φαίνεται στο δεύτερο διάγραμμα (Σχήμα 32), οι συναρτήσεις συμμετοχής έχουν μετατραπεί σε σχεδόν βηματικές μορφές. Αυτό δείχνει ότι το σύστημα έχει εξειδικευτεί σε συγκεκριμένες περιοχές τιμών εισόδου, γεγονός που συνάδει με τα παρατηρούμενα αποτελέσματα στις τελικές MFs και μπορεί να αποτελεί ένδειξη υπερεκπαίδευσης. Το σύστημα που απεικονίζεται διαθέτει 2 εισόδους, 1 έξοδο και 4 κανόνες, οι οποίοι συνδυάζονται για την παραγωγή της εξόδου μέσω γραμμικών συναρτήσεων (Sugeno-type fuzzy output functions).

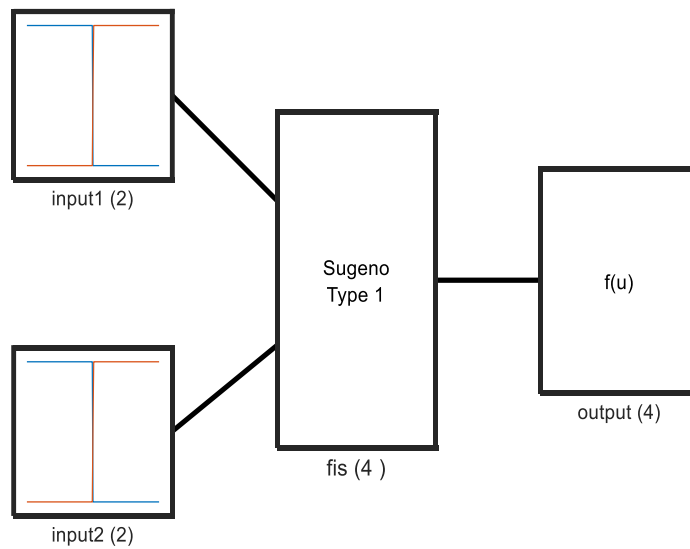
Initial FIS Structure



System fis: 2 inputs, 1 outputs, 4 rules

Σχήμα 31 Αρχική διαμόρφωση του FIS.

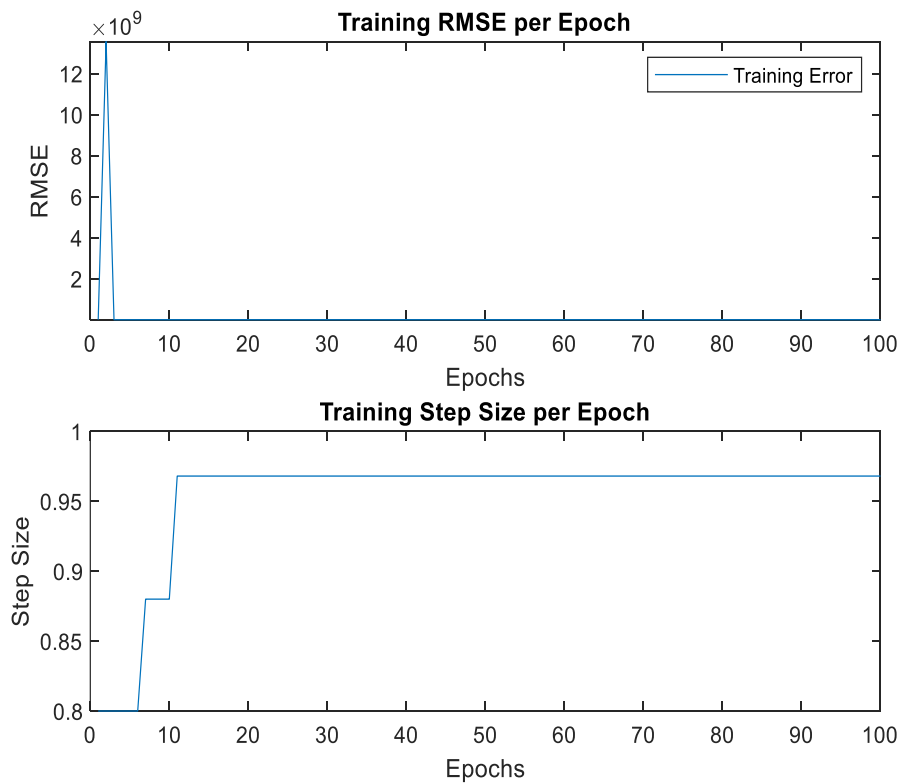
Final FIS Structure



System fis: 2 inputs, 1 outputs, 4 rules

Σχήμα 32 Τελική διαμόρφωση του FIS.

Τα παρακάτω διαγράμματα (Σχήμα 33) απεικονίζουν την εξέλιξη της εκπαίδευσης του συστήματος ANFIS. Στο πάνω διάγραμμα παρουσιάζεται η μεταβολή του σφάλματος RMSE (Root Mean Square Error) ανά εποχή, με την καμπύλη να δείχνει μια απότομη και γρήγορη μείωση του σφάλματος ήδη από τα πρώτα βήματα της εκπαίδευσης. Η ταχεία αυτή μείωση υποδηλώνει ότι το μοντέλο προσαρμόστηκε πολύ γρήγορα στα δεδομένα, πιθανώς λόγω υπερβολικά μεγάλης ευαισθησίας των παραμέτρων. Στο κάτω διάγραμμα φαίνεται η μεταβολή του βήματος εκπαίδευσης (step size) ανά εποχή. Παρατηρείται ότι το βήμα αυξάνεται σχετικά γρήγορα και σταθεροποιείται κοντά στη μέγιστη τιμή του (περίπου στο 0.97), γεγονός που επιτρέπει στο μοντέλο να κάνει μεγάλες προσαρμογές στις παραμέτρους του σε κάθε εποχή. Εν ολίγοις, παρουσιάζεται ένα μοντέλο που εκπαιδεύεται πολύ γρήγορα αλλά ενδέχεται να έχει υπερεκπαιδευτεί, όπως φανερώνεται και από τις πολύ απότομες μεταβολές στις συναρτήσεις συμμετοχής που είχαν παρατηρηθεί στα προηγούμενα διαγράμματα.



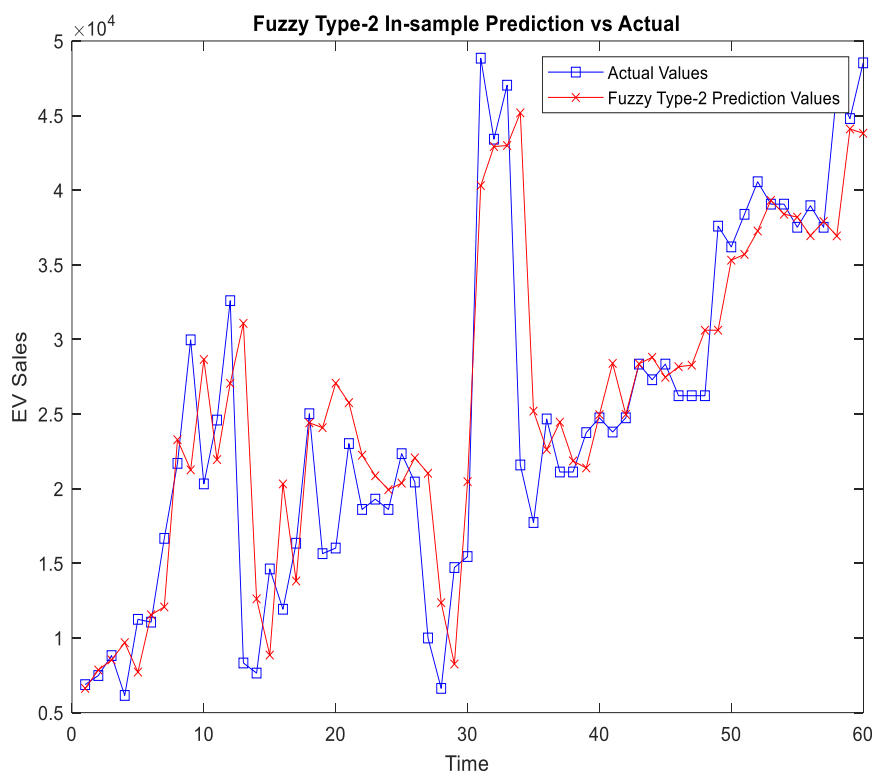
Σχήμα 33 Σφάλματα εκπαίδευσης για το σύνολο δεδομένων.

6.2 Αποτελέσματα του ασαφούς μοντέλου τύπου-2 (Fuzzy Type-2)

Σε αυτή την ενότητα εφαρμόζεται ένα σύστημα ασαφούς συμπερασμού τύπου-2 (Type-2 FIS) για την πρόβλεψη των τιμών ηλεκτρικών αυτοκινήτων, βασισμένο σε ιστορικά δεδομένα. Ομοίως με πριν, τα δεδομένα διαχωρίζονται σε σύνολο εκπαίδευσης (80%) και σύνολο επικύρωσης (20%). Αρχικά κατασκευάζεται ένα FIS τύπου-1, το οποίο στη συνέχεια μετασχηματίζεται σε σύστημα τύπου-2. Για τη δημιουργία των ασαφών κανόνων και των συναρτήσεων συμμετοχής χρησιμοποιείται η μέθοδος ομαδοποίησης Fuzzy C-Means (FCM), επιτρέποντας την εκχώρηση βαθμών συμμετοχής των δεδομένων σε πολλαπλές συστάδες. Η βελτιστοποίηση του συστήματος πραγματοποιείται μέσω του αλγορίθμου βελτιστοποίησης σμήνους σωματιδίων (PSO), με στόχο την προσαρμογή των συναρτήσεων συμμετοχής και των κανόνων. Η απόδοση του τελικού μοντέλου αξιολογείται με βάση τη σύγκριση των προβλεπόμενων και πραγματικών τιμών, χρησιμοποιώντας μετρικές σφάλματος όπως RMSE, MSE, MAE και R^2 για την εκτίμηση της ακρίβειας των προβλέψεων. Επιπλέον, υπολογίζονται κανονικοποιημένες μετρήσεις σφάλματος για πιο ολοκληρωμένη σύγκριση.

Το παρακάτω γράφημα (Σχήμα 34) απεικονίζει την αξιολόγηση του μοντέλου Fuzzy Type-2 κατά την in-sample πρόβλεψη - δηλαδή την πρόβλεψη πάνω στα δεδομένα εκπαίδευσης. Πιο συγκεκριμένα, ο οριζόντιος άξονας αντιπροσωπεύει χρονικά σημεία (μήνες) και ο κατακόρυφος άξονας τις πωλήσεις EV. Η μπλε καμπύλη με τα τετράγωνα αναπαριστά τις πραγματικές τιμές πωλήσεων EV (actual values), ενώ η κόκκινη καμπύλη με X αντικατοπτρίζει τις προβλεπόμενες τιμές (Fuzzy Type-2 Prediction Values).

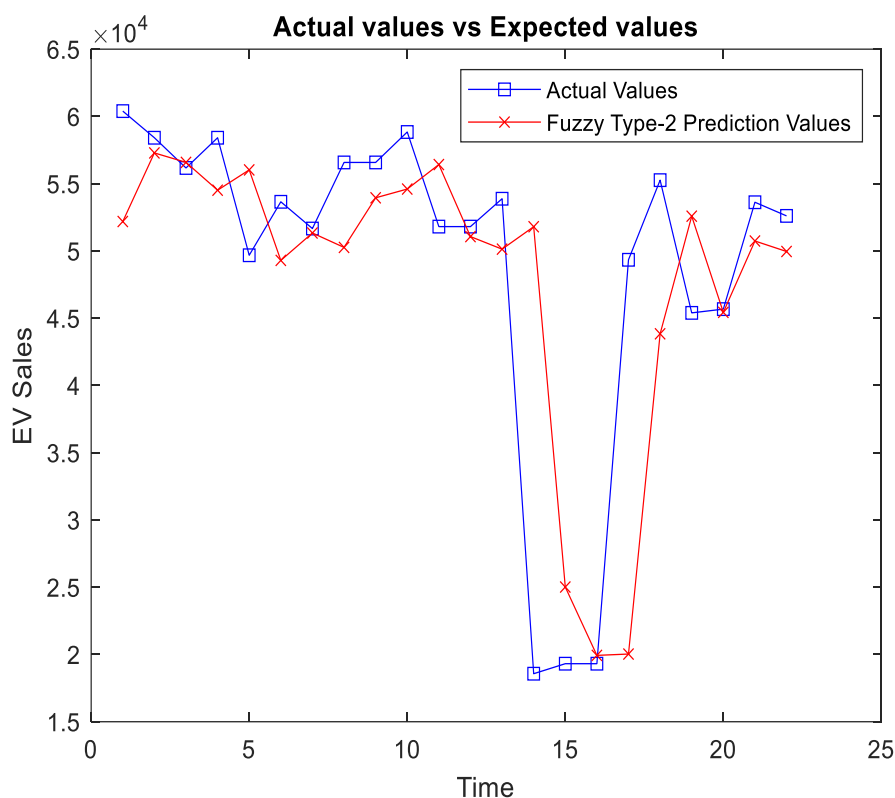
Το μοντέλο έχει πολύ υψηλή ακρίβεια πρόβλεψης. Ιδιαίτερα, σε περιόδους με απότομες μεταβολές, όπως γύρω στο δείγμα 30, αντιδρά άμεσα. Έχει καλή προσαρμοστικότητα σε τοπικές διακυμάνσεις. Το μοντέλο προσαρμόζεται σε θορυβώδεις περιοχές όπως στο δείγμα 10-15 και 29-32. Σε αντίθεση με το ANFIS που έχει καθυστέρηση, το Fuzzy Type-2 ανεβαίνει γρήγορα και με ακρίβεια — χωρίς "επιφυλακτικότητα". Στα σημεία αυτά, φαίνεται να "προβλέπει" όχι μόνο την κορυφή αλλά και την απότομη πτώση αμέσως μετά.



Σχήμα 34 Αξιολόγηση του μοντέλου Fuzzy Type-2 κατά την πρόβλεψη πάνω στα δεδομένα.

Το παρακάτω γράφημα (Σχήμα 35) απεικονίζει την αξιολόγηση του μοντέλου Fuzzy Type-2 κατά την Out-of-Sample πρόβλεψη - δηλαδή την πρόβλεψη πάνω στα δεδομένα ελέγχου. Ομοίως με πριν, ο οριζόντιος άξονας αντιπροσωπεύει χρονικά σημεία (μήνες) και ο κατακόρυφος άξονας τις πωλήσεις EV. Η μπλε καμπύλη με τα τετράγωνα αναπαριστά τις πραγματικές τιμές πωλήσεων EV (actual values), ενώ η κόκκινη καμπύλη με X αντικατοπτρίζει τις προβλεπόμενες τιμές (Fuzzy Type-2 Prediction Values).

Το μοντέλο παρουσιάζει ομαλή συμπεριφορά στις σταθερές περιοχές. Ειδικότερα, από το δείγμα 1 έως περίπου το 13, οι προβλεπόμενες τιμές προσεγγίζουν τις πραγματικές με μικρές αποκλίσεις. Στα δείγματα 14 έως 16, όπου παρατηρείται απότομη πτώση στις πραγματικές τιμές, το μοντέλο εντοπίζει και ακολουθεί την καθοδική τάση. Παρόλο που δεν αγγίζει την κατώτερη τιμή, ακολουθεί την καθοδική πορεία με χρονική ακρίβεια, σε αντίθεση με το ANFIS που εμφανίζει μειωμένη ευαισθησία στην αλλαγή. Στη συνέχεια, στα δείγματα 17 έως 18, όταν οι πραγματικές τιμές αυξάνονται, το μοντέλο ανταποκρίνεται άμεσα και συγχρονισμένα, αποδίδοντας καλύτερα από το ANFIS στο ίδιο πλαίσιο.



Σχήμα 35 Αξιολόγηση του μοντέλου Fuzzy Type-2 κατά την πρόβλεψη πάνω στα δεδομένα ελέγχου.

Ο παρακάτω Πίνακας 4 παρουσιάζει τα αποτελέσματα των μετρήσεων των σφαλμάτων για το μοντέλο Fuzzy Type-2 με βελτιστοποίηση μέσω particle swarm.

Πίνακας 4 Μετρήσεις απόδοσης του μοντέλου Fuzzy Type-2 για την πρόβλεψη τιμών ηλεκτρικών αυτοκινήτων.

Fuzzy Type-2 (PSO)		
	ERROR	NORMALIZED ERROR
MSE	111082528.8557	8697.7489
RMSE	10539.567	0.8252
MAE	6312.9977	0.4943
R²	0.2865	

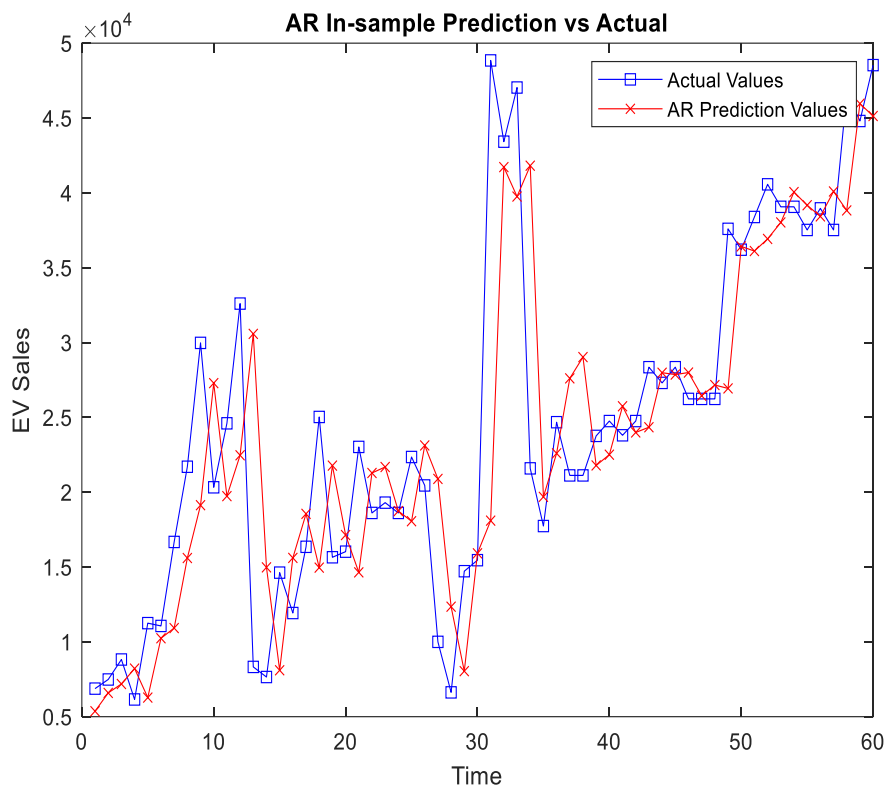
Σύμφωνα με τον Πίνακα 4, το μοντέλο Fuzzy Type-2 (μέσω αλγορίθμου βελτιστοποίησης PSO) εμφανίζει RMSE ίσο με 0.8252, δηλαδή έχει καλύτερη απόδοση από τον αλγόριθμο ANFIS όσον αφορά την ελαχιστοποίηση του RMSE.

6.3 Αποτελέσματα των μοντέλων AR και ARMA

Σε αυτήν την ενότητα εφαρμόζονται το αυτοπαλινδρομικό μοντέλο (AR) και το αυτοπαλινδρομικό μοντέλο κινητού μέσου όρου (ARMA) για την πρόβλεψη χρονοσειρών. Τα μοντέλα εκπαιδεύονται με βάση τα δεδομένα εισόδου, πραγματοποιούν προβλέψεις και οι προβλεπόμενες τιμές συγκρίνονται με τις πραγματικές. Η αξιολόγηση της απόδοσής τους γίνεται μέσω μετρικών σφάλματος, όπως το μέσο τετραγωνικό σφάλμα (MSE), η ρίζα του μέσου τετραγωνικού σφάλματος (RMSE), το μέσο απόλυτο σφάλμα (MAE) και ο συντελεστής προσδιορισμού (R^2). Επιπλέον, υπολογίζονται κανονικοποιημένες μετρήσεις σφάλματος για πιο ολοκληρωμένη σύγκριση των μοντέλων.

Το παρακάτω γράφημα (Σχήμα 36) απεικονίζει την αξιολόγηση του μοντέλου AR κατά την in-sample πρόβλεψη - δηλαδή την πρόβλεψη πάνω στα δεδομένα εκπαίδευσης. Πιο συγκεκριμένα, ο οριζόντιος άξονας αντιπροσωπεύει χρονικά σημεία (μήνες) και ο κατακόρυφος άξονας τις πωλήσεις EV. Η μπλε καμπύλη με τα τετράγωνα αναπαριστά τις πραγματικές τιμές πωλήσεων EV (actual values), ενώ η κόκκινη καμπύλη με X αντικατοπτρίζει τις προβλεπόμενες τιμές (AR Prediction Values).

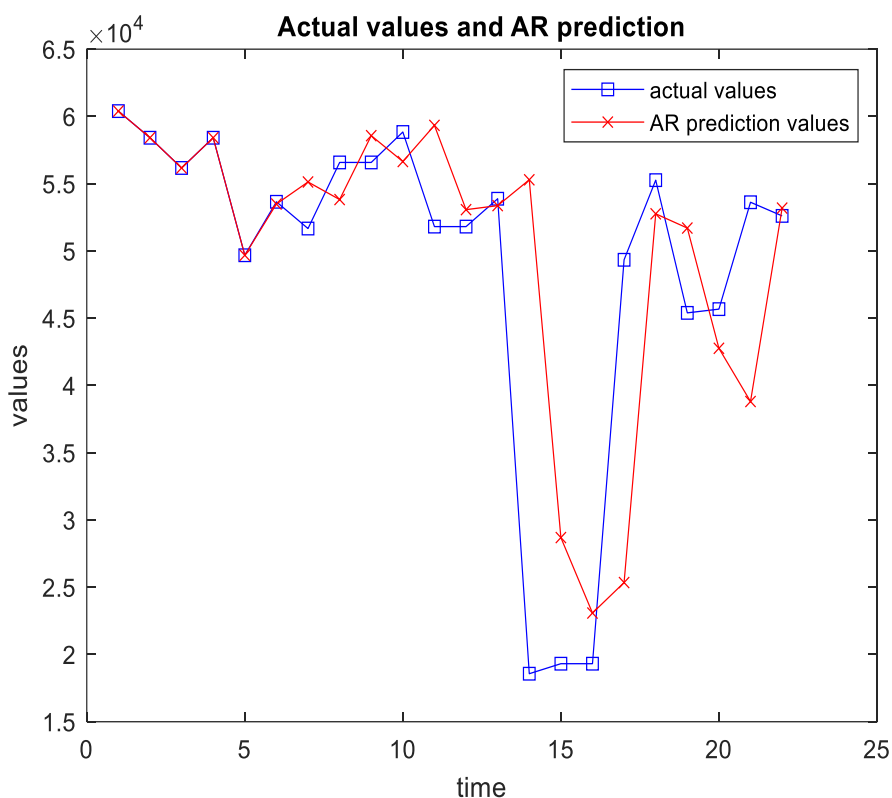
Το μοντέλο παρουσιάζει συνολική ευθυγράμμιση με τη γενική τάση των δεδομένων και ανταποκρίνεται ικανοποιητικά σε επαναλαμβανόμενα μοτίβα. Πιο συγκεκριμένα, ακολουθεί τη μακροχρόνια αυξητική πορεία των πωλήσεων, ιδίως από το δείγμα 40 και μετά. Σε περιοχές όπου οι τιμές διατηρούνται εντός συγκεκριμένου εύρους (π.χ. δείγματα 10–25 και 45–55), οι προβλέψεις βρίσκονται σε μικρή απόκλιση από τις πραγματικές τιμές. Ωστόσο, το μοντέλο αντιμετωπίζει δυσκολίες σε περιπτώσεις απότομων μεταβολών. Γύρω από το δείγμα 30, όπου εμφανίζεται αιχμηρή άνοδος και πτώση στις πραγματικές τιμές, το AR μοντέλο ανταποκρίνεται με καθυστέρηση, χωρίς να φτάνει τα ακραία σημεία της μεταβολής. Συνολικά, το AR μοντέλο αποδίδει ικανοποιητικά σε σταθερά και προβλέψιμα μοτίβα, αλλά εμφανίζει υπεραντιδραστικότητα σε περιοχές με θόρυβο και καθυστέρηση στην απόκριση σε αιχμές.



Σχήμα 36 Αξιολόγηση του μοντέλου AR κατά την πρόβλεψη πάνω στα δεδομένα εκπαίδευσης.

Το παρακάτω γράφημα (Σχήμα 37) απεικονίζει την αξιολόγηση του μοντέλου AR κατά την Out-of-Sample πρόβλεψη - δηλαδή την πρόβλεψη πάνω στα δεδομένα ελέγχου. Ομοίως με πριν, ο οριζόντιος άξονας αντιπροσωπεύει χρονικά σημεία (μήνες) και ο κατακόρυφος άξονας τις πωλήσεις EV. Η μπλε καμπύλη με τα τετράγωνα αναπαριστά τις πραγματικές τιμές πωλήσεων EV (actual values), ενώ η κόκκινη καμπύλη με X αντικατοπτρίζει τις προβλεπόμενες τιμές (AR Prediction Values).

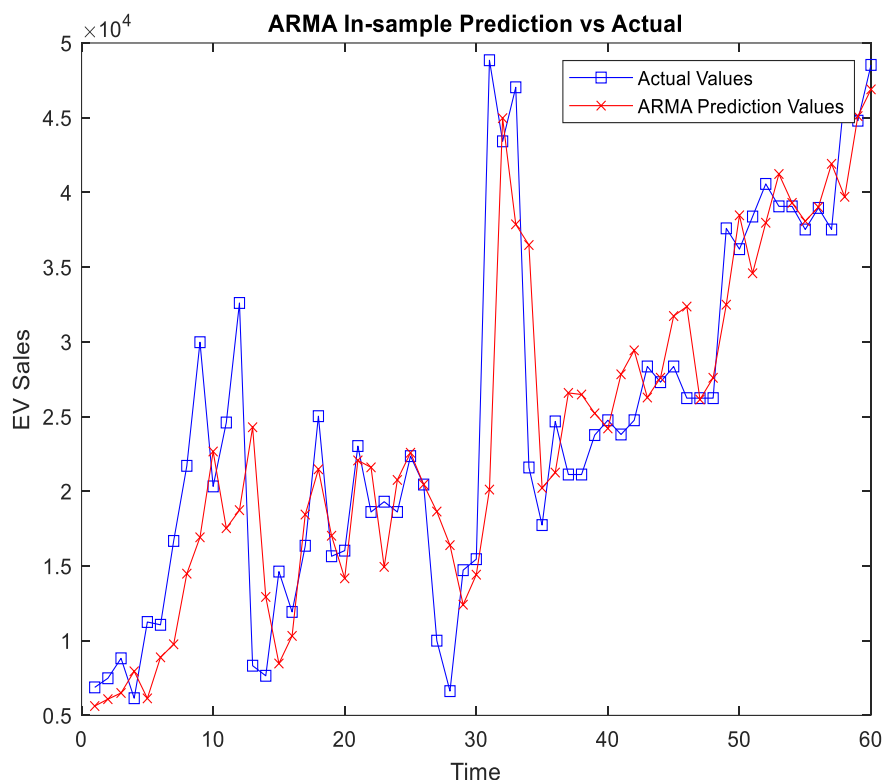
Το μοντέλο αποδίδει καλά σε περιοχές όπου υπάρχει σχετική σταθερότητα ή ήπια διακύμανση. Λεπτομερέστερα, από το δείγμα 1 έως 13, η πρόβλεψη είναι αρκετά κοντά στις πραγματικές τιμές. Παρόλα αυτά, το μοντέλο AR αντιδρά με χρονική καθυστέρηση, δεν πιάνει το βάθος της πτώσης και εμφανίζει παραμορφωμένη καμπύλη ανάκαμψης. Από το δείγμα 17 έως 20, όταν οι πραγματικές τιμές ανακάμπτουν, το AR συνεχίζει με καθυστέρηση και χαμηλότερες τιμές.



Σχήμα 37 Αξιολόγηση του μοντέλου AR κατά την πρόβλεψη πάνω στα δεδομένα ελέγχου.

Το παρακάτω γράφημα (Σχήμα 38) απεικονίζει την αξιολόγηση του μοντέλου ARMA κατά την in-sample πρόβλεψη - δηλαδή την πρόβλεψη πάνω στα δεδομένα εκπαίδευσης. Πιο συγκεκριμένα, ο οριζόντιος άξονας αντιπροσωπεύει χρονικά σημεία (μήνες) και ο κατακόρυφος άξονας τις πωλήσεις EV. Η μπλε καμπύλη με τα τετράγωνα αναπαριστά τις πραγματικές τιμές πωλήσεων EV (actual values), ενώ η κόκκινη καμπύλη με X αντικατοπτρίζει τις προβλεπόμενες τιμές (ARMA Prediction Values).

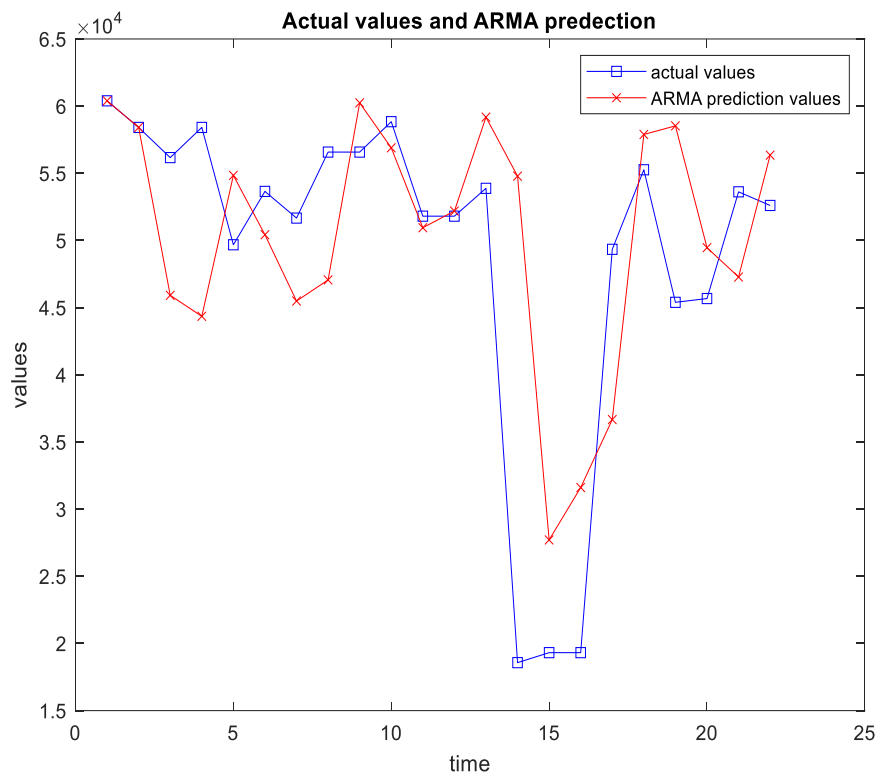
Το μοντέλο επιτυγχάνει ικανοποιητική παρακολούθηση της γενικής τάσης. Η μακροχρόνια αυξητική πορεία των πωλήσεων αποδίδεται με συνέπεια, ενώ προς το τέλος του διαγράμματος (δείγματα 50–60), οι προβλεπόμενες τιμές σχεδόν ταυτίζονται με τις πραγματικές. Παρ' όλα αυτά, το μοντέλο παρουσιάζει αδυναμία στην αποτύπωση αιχμών και εμφανίζει περιορισμένη δυναμική απόκρισης. Στην περιοχή γύρω από το δείγμα 30, όπου παρατηρείται απότομη εκτίναξη, καθυστερεί να ακολουθήσει την ανοδική πορεία, δεν αγγίζει την κορυφή και καθυστερεί στη φάση της πτώσης.



Σχήμα 38 Αξιολόγηση του μοντέλου ARMA κατά την πρόβλεψη πάνω στα δεδομένα εκπαίδευσης.

Το παρακάτω γράφημα (Σχήμα 39) απεικονίζει την αξιολόγηση του μοντέλου ARMA κατά την Out-of-Sample πρόβλεψη - δηλαδή την πρόβλεψη πάνω στα δεδομένα ελέγχου. Ομοίως με πριν, ο οριζόντιος άξονας αντιπροσωπεύει χρονικά σημεία (μήνες) και ο κατακόρυφος άξονας τις πωλήσεις EV. Η μπλε καμπύλη με τα τετράγωνα αναπαριστά τις πραγματικές τιμές πωλήσεων EV (actual values), ενώ η κόκκινη καμπύλη με X αντικατοπτρίζει τις προβλεπόμενες τιμές (ARMA Prediction Values).

Το μοντέλο παρουσιάζει αποδεκτή ακρίβεια κατά τη διάρκεια σταθερών περιόδων. Από το δείγμα 1 έως το 13, οι προβλέψεις είναι κοντά στις πραγματικές τιμές, με σχετικά μικρές αποκλίσεις. Το ARMA μοντέλο ακολουθεί ικανοποιητικά τη γενική τάση της χρονοσειράς. Ωστόσο, εμφανίζει αδυναμία στην πρόβλεψη έντονων διακυμάνσεων. Συγκεκριμένα, στα δείγματα 14–16, οι πραγματικές τιμές υποχωρούν απότομα κάτω από τις 2.0×10^4 , ενώ το μοντέλο παραμένει κοντά στις 4.0×10^4 , αποτυγχάνοντας να αποτυπώσει τη ριζική πτώση. Η αντίδρασή του είναι καθυστερημένη και ασύμμετρη, καθώς η ανάκαμψη στις προβλέψεις εμφανίζεται με χρονική υστέρηση. Γενικώς, το ARMA μοντέλο αποδίδει ικανοποιητικά σε γραμμικά ή ήπια δυναμικά περιβάλλοντα, αλλά δυσκολεύεται να προσαρμοστεί σε απρόβλεπτες και μη γραμμικές μεταβολές, όπως απότομες πτώσεις και ανακάμψεις.



Σχήμα 39 Αξιολόγηση του μοντέλου ARMA κατά την πρόβλεψη πάνω στα δεδομένα ελέγχου.

Ο παρακάτω Πίνακας 5 παρουσιάζει τα αποτελέσματα των μετρήσεων σφάλματος για τα μοντέλα AR και ARMA.

Πίνακας 5 Μετρήσεις απόδοσης των μοντέλων AR και ARMA για την πρόβλεψη τιμών ηλεκτρικών αυτοκινήτων.

	AR		ARMA	
	ERROR	NORMALIZED ERROR	ERROR	NORMALIZED ERROR
MSE	108516390.5487	8496.8206	111669632.1754	8743.7190
RMSE	10417.1201	0.8157	10567.3853	0.8274
MAE	5492.7920	0.4301	7261.8946	0.5686
R²	0.3030		0.2827	

Σύμφωνα με τον Πίνακα 5, το μοντέλο AR εμφανίζει RMSE ίσο με 0.8157, δηλαδή έχει καλύτερη απόδοση από τον αλγόριθμο ARMA όσον αφορά την ελαχιστοποίηση του RMSE.

Κεφάλαιο 7. Σύγκριση μοντέλων

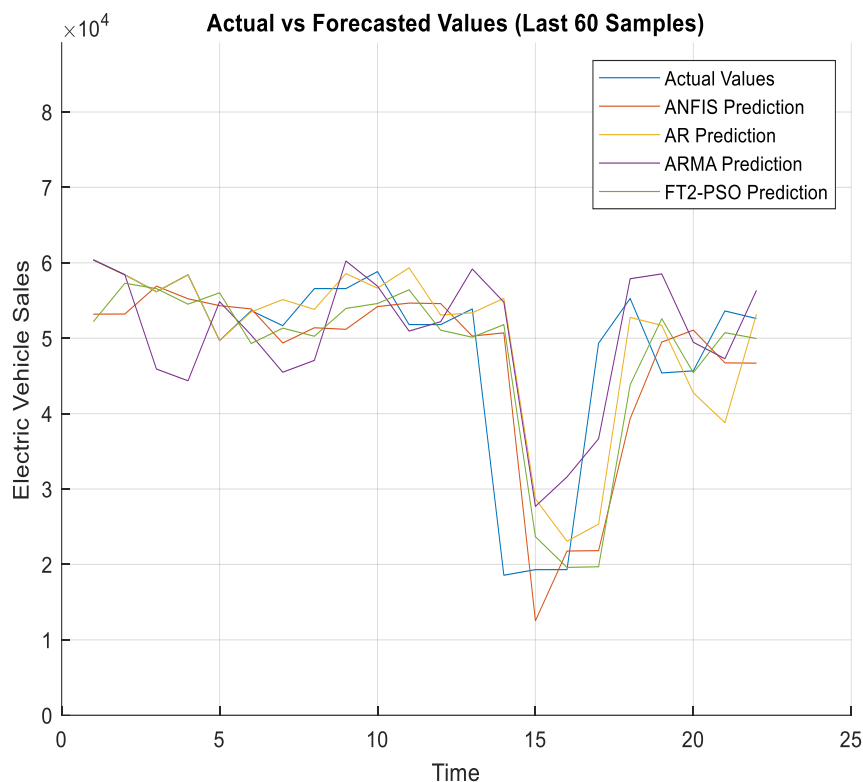
Στον Πίνακα 6 παρουσιάζονται οι τιμές του μετρικού σφάλματος RMSE (Root Mean Square Error), το οποίο αποτελεί έναν από τους πλέον διαδεδομένους και αξιόπιστους δείκτες αξιολόγησης της απόδοσης σε προβλήματα πρόβλεψης, για τα μοντέλα AR, Fuzzy Type-2, ANFIS και ARMA.

Πίνακας 6 Τιμές του μετρικού σφάλματος RMSE για την πρόβλεψη τιμών ηλεκτρικών αυτοκινήτων.

ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ	RMSE
AR	0.8157
Fuzzy Type-2 (PSO)	0.8252
ANFIS	0.8258
ARMA	0.8274

Με βάση τη μετρική RMSE (Root Mean Square Error), το αυτοπαλίνδρομο μοντέλο (AR) κατέγραψε την καλύτερη απόδοση με τιμή $RMSE = 0.8157$, υπερέχοντας έναντι όλων των υπολοίπων μοντέλων. Ακολούθησε το ασαφές σύστημα τύπου-2 με βελτιστοποίηση μέσω PSO (Fuzzy Type-2), με $RMSE = 0.8252$, καταγράφοντας ελαφρώς καλύτερη επίδοση από το ANFIS ($RMSE = 0.8258$) και σημαντικά καλύτερη από το ARMA ($RMSE = 0.8274$). Παρόλο που τα πιο σύνθετα μοντέλα, όπως το ANFIS και το Fuzzy Type-2, έχουν τη δυνατότητα να περιγράψουν πιο πολύπλοκες (μη γραμμικές) σχέσεις, τελικά δεν κατάφεραν να μειώσουν σημαντικά το σφάλμα πρόβλεψης σε σύγκριση με το απλό γραμμικό μοντέλο AR. Αυτό σημαίνει ότι, για αυτό το συγκεκριμένο σύνολο δεδομένων, η επιπλέον πολυπλοκότητα των εξελιγμένων μοντέλων δεν προσέφερε ουσιαστικό πλεονέκτημα. Έτσι, το μοντέλο AR θεωρείται η καλύτερη επιλογή με βάση τη μετρική RMSE, καθώς συνδυάζει απλότητα και υψηλή ακρίβεια. Παρ' όλα αυτά, το Fuzzy Type-2 μπορεί να θεωρηθεί ως μια αξιόπιστη εναλλακτική, ειδικά όταν υπάρχει αβεβαιότητα ή μεταβλητότητα στα δεδομένα, την οποία μπορεί να χειριστεί καλύτερα λόγω της φύσης του.

Παρακάτω (Σχήμα 40), απεικονίζεται και μια οπτική σύγκριση των προβλέψεων των μοντέλων σε σχέση με τις πραγματικές τιμές.



Σχήμα 40 Σύγκριση προβλέψεων μοντέλων και πραγματικών τιμών στο σύνολο ελέγχου

Η οπτική σύγκριση των προβλέψεων των μοντέλων σε σχέση με τις πραγματικές τιμές για το out-of-sample τμήμα επιβεβαιώνει τα αριθμητικά ευρήματα. Το απλό μοντέλο AR αποδίδει ικανοποιητικά σε σταθερές περιοχές, ωστόσο παρουσιάζει καθυστέρηση στην απόκριση σε αιχμές και υπεραντιδραστικότητα κατά την ανάκαμψη. Τα μοντέλα ARMA και ANFIS εμφανίζουν περιορισμένη ικανότητα παρακολούθησης απότομων μεταβολών, με τάση εξομάλυνσης και χρονική υστέρηση. Αντιθέτως, το μοντέλο Fuzzy Type-2 εμφανίζεται πιο ευέλικτο και ακριβές στις μεταβατικές περιοχές, παρακολουθώντας αποτελεσματικά τόσο τις απότομες πτώσεις όσο και τις ανακάμψεις. Η ικανότητά του να προσαρμόζεται σε τοπικές διακυμάνσεις χωρίς υπερευαισθησία το καθιστά καταλληλότερη επιλογή για χρονοσειρές με υψηλό βαθμό μεταβλητότητας.

Κεφάλαιο 8. Συμπεράσματα

Η παρούσα διπλωματική εργασία ανέδειξε τη σημασία της ακριβούς πρόβλεψης πωλήσεων ηλεκτρικών οχημάτων, ειδικά σε ένα περιβάλλον που χαρακτηρίζεται από αυξημένη τεχνολογική εξέλιξη, έντονες μεταβολές στη ζήτηση και συνεχείς προκλήσεις σε επίπεδο ενεργειακής πολιτικής και επιχειρηματικής στρατηγικής. Μέσω της εφαρμογής προηγμένων μεθοδολογιών υπολογιστικής νοημοσύνης – συγκεκριμένα του Προσαρμοστικού Νεύρο-Ασαφούς Συστήματος (ANFIS) και του ασαφούς μοντέλου τύπου-2, έγινε δυνατή η αποδοτική πρόβλεψη των μηνιαίων πωλήσεων ηλεκτρικών αυτοκινήτων της Tesla στις Ηνωμένες Πολιτείες για την περίοδο 2015-2024.

Αρχικά, παρουσιάστηκε αναλυτικά η ιστορική εξέλιξη της ηλεκτροκίνησης και οι τρέχουσες τάσεις στην αγορά των ηλεκτρικών οχημάτων, με σκοπό τη δημιουργία ενός σαφούς πλαισίου για την ανάλυση που ακολούθησε. Στη συνέχεια, πραγματοποιήθηκε κατάλληλη ανάλυση και προετοιμασία των δεδομένων με τεχνικές χρονοσειρών. Για την πρόβλεψη των πωλήσεων εφαρμόστηκαν το προσαρμοστικό νεύρο-ασαφές σύστημα (ANFIS), το ασαφές σύστημα λογικής τύπου-2 (Fuzzy Type-2) με βελτιστοποίηση μέσω του αλγορίθμου Particle Swarm Optimization (PSO), καθώς και τα παραδοσιακά στατιστικά μοντέλα Auto Regression (AR) και Auto Regression Moving Average (ARMA). Η αξιολόγηση των μοντέλων πραγματοποιήθηκε με τη χρήση δεικτών απόδοσης όπως το MSE, RMSE και MAE.

Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι το παραδοσιακό μοντέλο AR παρουσίασε το μικρότερο σφάλμα RMSE, γεγονός που υποδηλώνει την ικανότητά του να αποδίδει καλύτερα στα συγκεκριμένα δεδομένα. Παράλληλα, τα σύγχρονα μοντέλα ANFIS και Fuzzy Type-2 εμφάνισαν ιδιαίτερα ικανοποιητική συμπεριφορά, ακολουθώντας τις πολύπλοκες και μη γραμμικές τάσεις της χρονοσειράς, ενώ επέδειξαν σταθερότητα και καλή γενίκευση στα δεδομένα ελέγχου, γεγονός που υποδεικνύει μειωμένο κίνδυνο υπερπροσαρμογής. Η χρήση του αλγορίθμου PSO για τη βελτιστοποίηση του Fuzzy Type-2 μοντέλου συνέβαλε περαιτέρω στη μείωση των σφαλμάτων και απέδειξε την αποτελεσματικότητα της συνδυαστικής αξιοποίησης τεχνικών τεχνητής νοημοσύνης. Συνολικά, αν και τα παραδοσιακά μοντέλα AR και ARMA προσφέρουν απλότητα και αποδοτικότητα, οι σύγχρονες μέθοδοι προσφέρουν μεγαλύτερη ευελιξία και δυνατότητα χειρισμού σύνθετων δυναμικών στα δεδομένα.

Επιπλέον, τα ευρήματα της παρούσας μελέτης αναδεικνύουν τη σημασία της ακριβούς πρόβλεψης των πωλήσεων ηλεκτρικών οχημάτων για τη βιομηχανία αυτοκινήτου και τις

εταιρείες ενέργειας, καθώς μπορούν να συμβάλουν στον καλύτερο σχεδιασμό παραγωγής, στη διαχείριση αποθεμάτων και στη διαμόρφωση αποτελεσματικών στρατηγικών μάρκετινγκ.

Συνοψίζοντας, αποδείχθηκε ότι η υιοθέτηση υβριδικών και ασαφών προσεγγίσεων, όπως το ANFIS και το Fuzzy Type-2 με βελτιστοποίηση PSO, προσφέρει σημαντικά πλεονεκτήματα στην πρόβλεψη πωλήσεων ηλεκτρικών οχημάτων. Παράλληλα, το παραδοσιακό μοντέλο AR απέδειξε την αποτελεσματικότητά του σε περιπτώσεις όπου η χρονοσειρά παρουσιάζει γραμμική δυναμική. Η εργασία αυτή προσφέρει επομένως μια σταθερή αφετηρία για μελλοντικές έρευνες που θα μπορούσαν να επικεντρωθούν στην πολυπαραγοντική πρόβλεψη, αξιοποιώντας τεχνικές βαθιάς μάθησης όπως τα LSTM ή τα RNNs. Επιπλέον, η εφαρμογή εργαλείων εξήγησης προβλέψεων, όπως οι τιμές SHAP, θα μπορούσε να συμβάλει στη διαφάνεια των μοντέλων, επιτρέποντας τη βαθύτερη κατανόηση της επίδρασης κάθε μεταβλητής. Ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζει και η πιθανή επέκταση του παρόντος πλαισίου σε άλλες αγορές και γεωγραφικές περιοχές, ώστε να αξιολογηθεί η εφαρμοσιμότητα του σε συνθήκες διαφορετικής ζήτησης και πολιτισμικών ιδιαιτεροτήτων.

Βιβλιογραφία

- Ajanovic, A. (2015, January). The future of electric vehicles: prospects and impediments. *WIREs Energy and Environment*.
- Archsmith, J., Muehlegger, E., & Rapson, D. S. (2022). *Future Paths of Electric Vehicle Adoption in the United States: Predictable Determinants, Obstacles, and Opportunities*.
- Barucci, E., & Reno, R. (2002). On measuring volatility and the GARCH forecasting performance . *elsevier*.
- Bas, J., Cirillo, C., & Cherchi, E. (2021). Classification of potential electric vehicle purchasers: A machine learning approach. *Elsevier*.
- Bass, F. M. (2004). The Bass Model. *informs*.
- Becerra, A. G. (2021). *Time series forecasting using SARIMA and SANN models*.
- Białek, J., Bujalski, W., Wojdan, K., Guzek, M., & Kurek, T. (2022). Dataset level explanation of heat demand forecasting ANN with SHAP. *elsevier*.
- Biglarbegian, M., Melek, W., & Mendel, J. (2011). On the robustness of Type-1 and Interval Type-2 fuzzy logic systems in modeling. *Science Direct*.
- Block, D., & Harrison, J. (2014). *Electric Vehicle Sales and Future Projections*.
- Bui, A., Slowik, P., & Lutsey, N. (2021). *Evaluating electric vehicle market growth across U.S. cities*.
- Burke, L., & Ignizio, J. (1992). Neural networks and operations research: an overview. *Compuer.s Ops Res*.
- Çetin, & Taşdemir. (2024). *Forecasting Electric Vehicle Sales Using Optimized SARIMA Model: A Two-Year Predictive Analysis*.
- Chicco, D., Warrens, M. J., & Jurman, G. (2021). *The coefficient of determination R-squared is more informative than SMAPE, MAE, MAPE, MSE, and RMSE in regression analysis evaluation*.
- Cho, H.-C., Han, S.-J., Heo, I., Kang, H., Kang, W.-H., & Kim, K. S. (2020). Heating Temperature Prediction of Concrete Structure Damaged by Fire Using a Bayesian Approach. *sustainability*.

- Crick, F. (1989). The recent excitement about neural networks. *Nature*.
- Dingle, N. (2011). Artificial Intelligence: Fuzzy Logic Explained .
- Dym, H., & McKean, H. P. (2008). *Gaussian Processes Function Theory, and the Inverse Spectral Problem*.
- Electric Car Market Analysis Using Open Data: Sales, V. A. (2022). Assessment, and Forecasting. *sustainability*.
- Garrido, A. (2012). A Brief History of Fuzzy Logic. *BRAIN*.
- Gholamy, A., Kosheleva, O., & Kreinovich, V. (2019). *How to explain the efficiency of triangular and trapezoid membership functions in applications to design*.
- Gurney, K. (1997). *An INTRODUCTION TO NEURAL NETWORKS*.
- Hellmann, M. (2001). Fuzzy Logic Introduction.
- Ho, S., & Xie, M. (1998). The use of ARIMA models for reliability forecasting and analysis. *elsevier*.
- Isenstadt, A., & Slowik, P. (2025). *U.S. PASSENGER ELECTRIC VEHICLE SALES AND MODEL AVAILABILITY THROUGH 2024*. ICCT.
- Kamis, A., & Abraham, P. S. (2024). Predictive models of electric vehicle adoption in the United States: Charging ahead with renewable energy . *Elsevier*.
- Korneev, A., Niu, Y., & Ibrahim, A. (2024). Electric Vehicles in the 21st Century: Historical Evolution, Environmental Impact, and Safety Challenges for Sustainable Mobility. *Science Direct*.
- Krenker, A., Bešter, J., & Kos, A. (2011). *Introduction to the Artificial Neural Networks*.
- Kucharavy, D., & Guio, R. D. (2015). Application of Logistic Growth Curve. *elsevier*.
- Kyurkchiev, N., & Markov, S. (2015). *SIGMOID FUNCTIONS: SOME APPROXIMATION, AND MODELLING ASPECTS*.
- Ladnykh, I. A., & Ibadov, N. (2024). Estimating the Duration of Construction Works Using Fuzzy Modeling to Assess the Impact of Risk Factors. *applied sciences*.

- Lazcano, A., Jaramillo-Morán, M. A., & Sandubete, J. E. (2024). *Back to Basics: The Power of the Multilayer Perceptron in Financial Time Series Forecasting*.
- Lee, R. S. (2019). *Chaotic Type-2 Transient-Fuzzy Deep Neuro-Oscillatory Network (CT2TFDNN) for Worldwide Financial*.
- Maciell', L., Ballini, R., & Gomide, F. (2022). *Data Driven Level Set Method in Fuzzy*.
- Melin, P., Soto, J., Castillo, O., & Soria, J. (2012). A new approach for time series prediction using ensembles of ANFIS models. *ScienceDirect*.
- NASSAR, S., SCHWARZ, K.-P., & EL-SHEIMY, N. (2003). Modeling Inertial Sensor Errors Using Autoregressive (AR) Models. *Navigation*.
- Nau, R. (2014). *Notes on the random walk model*.
- Rafferty, G. (2023). *Forecasting Time Series Data with Facebook Prophet*.
- Samanta, D. (2015). *Fuzzy Membership Functions*.
- Samavat, T., Nazari, M., Ghalehnoie, M., Nasab, M. A., Zand, M., Sanjeevikumar, P., & Khan, B. (2023). A Comparative Analysis of the Mamdani and Sugeno Fuzzy Inference Systems for MPPT of an Islanded PV System. *International Journal of Energy Research*.
- Schlögl, A. (2000). *THE ELECTROENCEPHALOGRAM AND THE ADAPTIVE AUTOREGRESSIVE MODEL: THEORY AND APPLICATIONS*.
- Seifi, A., Ehteram, M., Singh, V. P., & Mosavi, A. (2020). Modeling and Uncertainty Analysis of Groundwater Level Using Six Evolutionary Optimization Algorithms Hybridized with ANFIS, SVM, and ANN. *sustainability*.
- Sepulveda, R., Castillo, O., Melin, P., Rodríguez-Díaz, A., & Montiel, O. (2007). Experimental study of intelligent controllers under uncertainty using type-1 and type-2 fuzzy logic. *Science Direct*.
- Shil, S. K., Chowdhury, M. S., Tannier, N. R., Sizan, M. M., akter, R., Gurung, N., & Tarafder, M. T. (2023). Forecasting Electric Vehicle Adoption in the USA Using Machine Learning Models. *Journal of Computer Science and Technology Studies*.
- Simsek, A. I., Koç, E., Tasdemir, B. D., Aksöz, A., Turkoglu, M., & Sengur, A. (2024). Deep Learning Forecasting Model for Market Demand of Electric Vehicles. *applied sciences*.

- Sotnyk, I., Hulak, D., Yakushev, O., Yakusheva, O., Prokopenko, O. V., & Yevdokymov, n. (2020). Development of the US electric car market: macroeconomic determinants and forecasts. *Energy Policy Journal*.
- Szabo, L., & Iulia, V. (2022, September). A Brief History of Electric Vehicles. *ResearchGate*.
- Tesla Sales Figures - U.S Market*. (n.d.). Ανάκτηση από Good Car Bad Car .
- Villegasa, M. A., Pedregal, D. J., & Trapero, J. R. (2018). A support vector machine for model selection in demand forecasting applications. *elsevier*.
- Walia, N., Singh, H., & Sharma, A. (2015). ANFIS: Adaptive Neuro-Fuzzy Inference System- A Survey. *researchgate*.
- Xexéo, G. (2002). *FUZZY LOGIC*.
- Zhang, M. (2018). *Time Series: Autoregressive models AR, MA, ARMA, ARIMA*.
- Zhang, Z., Al-Bahrani, M., Ruhani, B., Heybatian, H., Ghalehsalimi, Ilghani, N. Z., . . . Ahmad, N. (2023). Optimized ANFIS models based on grid partitioning, subtractive clustering, and fuzzy C-means to precise prediction of thermophysical properties of hybrid nanofluids . *ELSEVIER*.