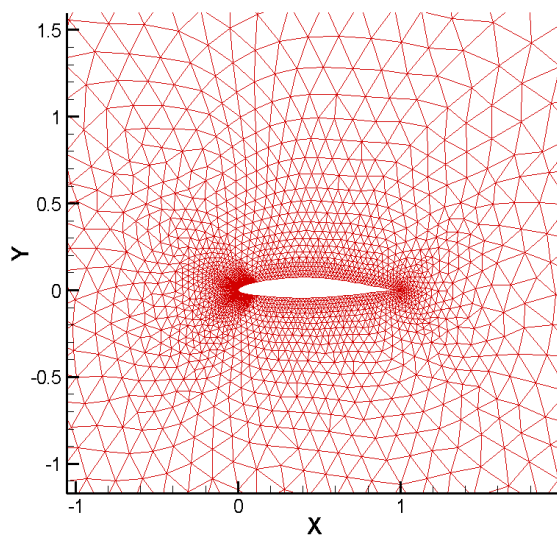


ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ  
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΚΑΙ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ

## ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΛΟΓΙΣΜΙΚΟΥ ΓΙΑ ΔΙΕΠΙΔΡΑΣΤΙΚΗ  
ΣΧΕΔΙΑΣΗ ΚΑΙ ΜΕΛΕΤΗ ΑΕΡΟΤΟΜΩΝ

ΕΛΕΥΘΕΡΙΟΣ Ι. ΑΜΟΙΡΑΛΗΣ



*Επιβλέπων:*

Νικολός Ιωάννης, Λέκτορας

*Μέλη τριμελούς επιτροπής:*

Κουϊκόγλου Βασίλειος, Καθηγητής

Τσουρβελούδης Νικόλαος, Επίκουρος Καθηγητής

Χανιά 2004

*Αφιερώνεται  
στον παππού μου*

*ΑΜΟΙΡΑΛΗ ΕΛΕΥΘΕΡΙΟ*

# ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ .....	iii
ΠΡΟΛΟΓΟΣ .....	vi
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1 – ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ ΑΕΡΟΤΟΜΩΝ .....	1
1.1 Η ΙΣΤΟΡΙΑ ΤΩΝ ΠΤΗΣΕΩΝ .....	1
1.2 Η ΙΣΤΟΡΙΑ ΤΩΝ ΑΕΡΟΤΟΜΩΝ.....	8
1.3 Η ΑΕΡΟΔΥΝΑΜΙΚΗ ΤΟΥ ΑΕΡΟΣΚΑΦΟΥΣ.....	11
1.3.1 Οι θέσεις εφαρμογής των δυνάμεων.....	12
1.3.2 Άξονες κίνησης, γωνία προσβολής και απώλεια στήριξης.....	15
1.4 ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗΝ ΑΕΡΟΤΟΜΕΣ NACA.....	17
1.4.1 Γεωμετρικά χαρακτηριστικά αεροτομών NACA .....	17
1.4.2 Η Τετραπήφια αεροτομή NACA (4-Digit Airfoil) .....	19
1.4.3 Η πενταπήφια αεροτομή NACA (5-Digit Airfoil).....	20
1.4.4 Η τετραπήφια τροποποιημένη αεροτομή NACA (NACA Modified 4-Digit Airfoil).....	23
1.4.5 Η πενταπήφια τροποποιημένη αεροτομή NACA (NACA Modified 5-Digit Airfoil).....	25
1.4.6 Η εξαπήφια αεροτομή NACA (NACA 6-6A Digit Airfoil).....	26
1.4.7 Πλεονεκτήματα, μειονεκτήματα και εφαρμογές των αεροτομών NACA .....	28
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 - ΚΑΜΠΥΛΕΣ B-SPLINES ΚΑΙ NURBS .....	30
2.1 ΠΑΡΑΜΕΤΡΙΚΗ ΚΑΙ ΠΕΠΛΕΓΜΕΝΗ ΜΟΡΦΗ ΚΑΜΠΥΛΩΝ .....	30
2.2 ΙΣΤΟΡΙΚΗ ΑΝΑΔΡΟΜΗ .....	31
2.3 ΚΑΜΠΥΛΕΣ B-SPLINES .....	33
2.3.1 Σημεία Ελέγχου (Control Points).....	34
2.3.2 Καθορισμός των βασικών συναρτήσεων των καμπυλών B-Splines .....	34
2.3.3 Διανύσματα κόμβων .....	39
2.3.4 Παραδείγματα Κατασκευής Βασικών Συναρτήσεων .....	42
2.3.5 Κατασκευή Καμπυλών B-Splines .....	47
2.3.6 Ιδιότητες Καμπυλών B-Spline .....	48

2.3.7 Εισαγωγή κόμβου (Knot Insertion) και μετακίνηση σημείων ελέγχου ....	49
2.4 ΜΗ ΟΜΟΙΟΜΟΡΦΕΣ ΡΗΤΕΣ ΚΑΜΠΥΛΕΣ B-SPLINES (NON UNIFORM RATIONAL B-SPLINES - NURBS).....	50
2.4.1 Ορισμός και Ιδιότητες των NURBS .....	52
2.5 ΟΙ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ ΠΟΥ ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΗΘΗΚΑΝ ΣΤΗΝ ΠΑΡΟΥΣΑ ΕΡΓΑΣΙΑ .....	58
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 - ΤΟ ΛΟΓΙΣΜΙΚΟ ΔΑΙΔΑΛΟΣ .....	60
3.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΟ ΛΟΓΙΣΜΙΚΟ ΔΑΙΔΑΛΟΣ .....	60
3.2 ΑΕΡΟΤΟΜΕΣ NACA .....	62
3.2.1 Δημιουργία Αεροτομών NACA .....	62
3.2.2 Επεξεργασία απεικόνισης αεροτομών NACA .....	72
3.3 ΔΗΜΙΟΥΡΓΙΑ ΑΕΡΟΤΟΜΩΝ ΜΕ ΧΡΗΣΗ NURBS .....	76
3.3.1 Επεξεργασία των κατασκευασμένων αεροτομών με καμπύλες NURBS...	79
3.4 ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΤΗΣ ΒΑΣΗΣ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ .....	80
3.5 ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ ΑΕΡΟΤΟΜΗΣ ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΩΝΤΑΣ B-SPLINE INTERPOLATION .....	86
3.6 ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΗΣ ΔΙΑΝΟΜΗΣ ΠΙΕΣΗΣ ΤΗΣ ΑΕΡΟΤΟΜΗΣ ( $C_p$ ).....	88
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4 - ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ.....	95
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ .....	97
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ .....	100



## ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Με το πέρας της παρούσας διπλωματικής εργασίας αισθάνομαι την ανάγκη να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα Λέκτορα *Ιωάννη Νικολό*. Καθ' όλη την διάρκεια της άψογης συνεργασίας μας, μου στάθηκε πρώτα σαν άνθρωπος, δίνοντας μου δύναμη και κίνητρο για να συνεχίσω τη δύσκολη δουλειά που μου ανέθεσε και έπειτα σαν επιστήμονας καθοδηγώντας με, με τις γνώσεις, τις ιδέες και τις συμβουλές του.

Θα ήθελα επίσης να ευχαριστήσω τον καθηγητή *Κοινωνιολογίας Βασίλειο* και τον επίκουρο καθηγητή *Τσουρβελούδη Νικόλαο*, οι οποίοι με τίμησαν, αποδεχόμενοι να συμμετάσχουν ως μέλη της εξεταστικής επιτροπής.

Επιπροσθέτως θα ήθελα να ευχαριστήσω τον φίλο και συνεργάτη *Σαρακηνό Σωτήρη*, ο οποίος βοήθησε στην πραγματοποίηση αυτής της εργασίας με τις γνώσεις και κυρίως με την υπομονή του.

Ιδιαίτερα θα ήθελα να ευχαριστήσω τη φίλη μου *Τσαβέ Άννα* για τη βοήθεια της στην επιμέλεια του κειμένου και την αμέριστη ηθική υποστήριξή της.

Τέλος, το μεγαλύτερο ευχαριστώ αξίζει στους γονείς μου, που με τη βοήθεια, την κατανόηση και τη στήριξη τους όλα αυτά τα χρόνια των σπουδών, υπήρξαν η κινητήρια δύναμη από την είσοδό μέχρι και την αποφοίτησή μου από το Πολυτεχνείο.

---

## ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Στην παρούσα διπλωματική εργασία, με τίτλο «*Ανάπτυξη λογισμικού για διεπιδραστική σχεδίαση και μελέτη αεροτομών*», παρουσιάζεται η ανάπτυξη του λογισμικού «*Δαίδαλος*» το οποίο δημιουργήθηκε με σκοπό να επιτρέπει τη διεπιδραστική (μέσω γραφικού περιβάλλοντος) σχεδίαση αεροτομών και την μελέτη της ροής γύρω από αυτές, κάτω από διαφορετικές συνθήκες ροής.

Η παρούσα εργασία αναπτύσσεται σε τέσσερα κεφάλαια. Στο πρώτο κεφάλαιο παρουσιάζονται βασικές έννοιες της αεροδυναμικής και των αεροτομών. Αρχικά, γίνεται μια σύντομη ιστορική αναδρομή στην εξέλιξη των αεροτομών, πριν και μετά την πρώτη πτήση των αδερφών Wright. Στη συνέχεια πραγματοποιείται μια απλή προσέγγιση στην αεροδυναμική και στα τεχνικά χαρακτηριστικά ενός αεροσκάφους, προετοιμάζοντας κατάλληλα τον αναγνώστη, ώστε να κατανοήσει την σημαντικότητα των αεροτομών στην πτήση του αεροσκάφους. Στη συνέχεια παρουσιάζονται οι αεροτομές τύπου NACA, που είναι από τις πρώτες τυποποιημένες αεροτομές που κατασκευάστηκαν και συνεχίζουν να βρίσκουν σημαντικές εφαρμογές μέχρι σήμερα. Σε αυτήν την ενότητα, η οποία αποτελεί και το μεγαλύτερο μέρος του πρώτου κεφαλαίου, πραγματοποιείται εκτενής αναφορά στα γεωμετρικά χαρακτηριστικά και στον τρόπο κατασκευής των αεροτομών τύπου NACA, παρουσιάζοντας τους σημαντικότερους τύπους των εν λόγω αεροτομών (τετραπήφια, τροποποιημένη τετραπήφια, πενταπήφια, τροποποιημένη πενταπήφια και εξαπήφια αεροτομή NACA). Στο τέλος του πρώτου κεφαλαίου παρουσιάζονται επίσης τα πλεονεκτήματα, τα μειονεκτήματα και οι εφαρμογές των παραπάνω αεροτομών.

Στο δεύτερο κεφάλαιο γίνεται αναφορά στην παραμετρική περιγραφή των αεροτομών με χρήση καμπυλών B-Splines και NURBS. Στο κεφάλαιο αυτό αναφέρονται αναλυτικά και με παραδείγματα οι ιδιότητες τους, καθώς και τα πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα τους. Αυτός ο τρόπος της παραμετρικής αναπαράστασης των καμπυλών και επιφανειών χρησιμοποιείται από τα πιο σύγχρονα σχεδιαστικά προγράμματα CAD. Οι καμπύλες NURBS (Non Uniform Rational BSplines) είναι αυτές που χρησιμοποιούνται στη συνέχεια για την παραμετρική απεικόνιση των αεροτομών, αποτελώντας ένα από τα πιο ισχυρά εργαλεία στην κατασκευή αεροτομών αυξημένης πολυπλοκότητας με ειδικά χαρακτηριστικά. Η χρησιμοποίηση καμπυλών NURBS για την κατασκευή αεροτομών αποτελεί πλέον μία διαρκώς επεκτεινόμενη πρακτική διεθνώς, ενώ είναι συμβατή με τα σχεδιαστικά προγράμματα.

Στο τρίτο κεφάλαιο περιγράφεται το λογισμικό Δαίδαλος, το οποίο έχει δημιουργηθεί στη γλώσσα προγραμματισμού Visual Basic 6. Το θεωρητικό μέρος του πρώτου και δεύτερου κεφαλαίου βρίσκει πλήρη εφαρμογή στο λογισμικό Δαίδαλος. Αναλυτικότερα, το λογισμικό Δαίδαλος είναι μια συλλογή από γεωμετρικά εργαλεία, τα οποία χρησιμοποιούνται για την παραγωγή και απεικόνιση τυποποιημένων και μη τυποποιημένων αεροτομών. Οι τυποποιημένες αεροτομές NACA παράγονται με τη χρήση κατάλληλων εξισώσεων, οι οποίες περιγράφονται στο πρώτο κεφάλαιο, ενώ οι μη τυποποιημένες αεροτομές παράγονται με τη χρήση καμπυλών NURBS και BSplines (δεύτερο κεφάλαιο). Παράλληλα στο πρόγραμμα Δαίδαλος υπάρχει μια πολύ μεγάλη βάση δεδομένων με υπάρχουσες αεροτομές (1599 αεροτομές), οι οποίες μπορούν να εισαχθούν στο πρόγραμμα για περαιτέρω επεξεργασία. Για να μπορεί να αξιολογηθεί αεροδυναμικά κάθε αεροτομή, το λογισμικό Δαίδαλος περιλαμβάνει τη δυνατότητα αυτόματης παραγωγής μη δομημένου αριθμητικού πλέγματος γύρω από

την αεροτομή για αριθμητική επίλυση της ροής. Στη συνέχεια, με τη χρήση ενσωματωμένου λογισμικού επίλυσης της ροής, δίδεται η δυνατότητα υπολογισμού των μεγεθών της ροής στους κόμβους του πλέγματος και εξαγωγής χρήσιμων μεγεθών, όπως η διανομή πίεσης γύρω από την αεροτομή.

Στο τέταρτο κεφάλαιο αναπτύσσονται τα συμπεράσματα που προέκυψαν από την παρούσα εργασία, ενώ προτείνονται και μελλοντικές επεκτάσεις της εργασίας.

Τέλος, στο παράρτημα παρουσιάζονται επιλεγμένες αεροτομές, όπως κατασκευάστηκαν με τη χρήση του λογισμικού Δαίδαλος, οι οποίες συγκρίνονται με τις αντίστοιχες που δίδονται στη διεθνή βιβλιογραφία, αποδεικνύοντας την ακρίβεια και την ορθότητα υπολογισμού τους από το λογισμικό που αναπτύχθηκε.

---

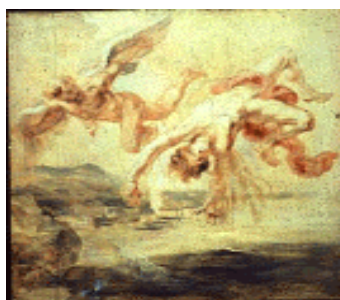
## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1 – ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ ΑΕΡΟΤΟΜΩΝ

### 1.1 Η ΙΣΤΟΡΙΑ ΤΩΝ ΠΤΗΣΕΩΝ

Ο άνθρωπος πάντα θαύμαζε τα πουλιά για την ικανότητα τους να πετάνε και είναι γνωστό ότι σε όλη τη διάρκεια της ανθρώπινης ιστορίας δε σταμάτησε ποτέ να προσπαθεί να πετάξει.

Οι Έλληνες φαίνεται να έχουν τα πρωτεία στην εμφάνιση ιστοριών σχετικά με την πτήση του ανθρώπου. Είναι πολύ γνωστός ο μύθος του Δαίδαλου και του γιου του, Ίκαρου, οι οποίοι πέταξαν με τεχνητά φτερά για να δραπετεύσουν από το παλάτι του βασιλιά Μίνωα στη Κρήτη.

Ο Δαίδαλος ήταν πολύ γνωστός Αθηναίος γλύπτης, αρχιτέκτονας και εφευρέτης, μια πραγματικά παράξενη προσωπικότητα ανάμεσα στην ιστορία και την μυθολογία. Σχεδίασε το παλάτι της Κνωσού και τον Λαβύρινθο, όπου ζούσε ο Μινώταυρος. Αλλά το πιο εντυπωσιακό επίτευγμα του Δαίδαλου ήταν η πρώτη πτήση με ανθρώπινη μόνο δύναμη!



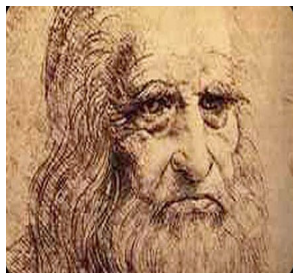
Ο Δαίδαλος έφτιαξε ένα ζευγάρι φτερά για τον εαυτό του κι ένα για τον γιο του Ίκαρο ώστε να καταφέρουν να δραπετεύσουν απ' την Κρήτη (που τους κρατούσε αιχμάλωτους ο βασιλιάς Μίνωας για να μην διαρρεύσει το μυστικό του Λαβύρινθου) και να επιστρέψουν στην Αθήνα. Το ταξίδι τελικά το ολοκλήρωσε ο Δαίδαλος μόνος του, μιας και όπως γνωρίζουμε από τον μύθο, ο Ίκαρος πέταξε πολύ κοντά στον ήλιο και τα κέρνα φτερά του έλιωσαν.



Ξεφεύγοντας από τον μύθο, ερχόμαστε στην ιστορία και πιο συγκεκριμένα σε μια σειρά φημισμένων ανθρώπων που προσπάθησαν να κατακτήσουν τους αιθέρες. Ένας από αυτούς, ο Otto Lilienthal είχε αναφέρει: «Να επινοήσεις ένα αεροπλάνο... είναι ασήμαντο, να κατασκευάσεις ένα αεροπλάνο... είναι κάτι, αλλά να πετάξεις... είναι τα πάντα». Από αυτή την φράση μπορούμε να κατανοήσουμε τις επίπονες προσπάθειες για την πρώτη πετυχημένη πτήση.

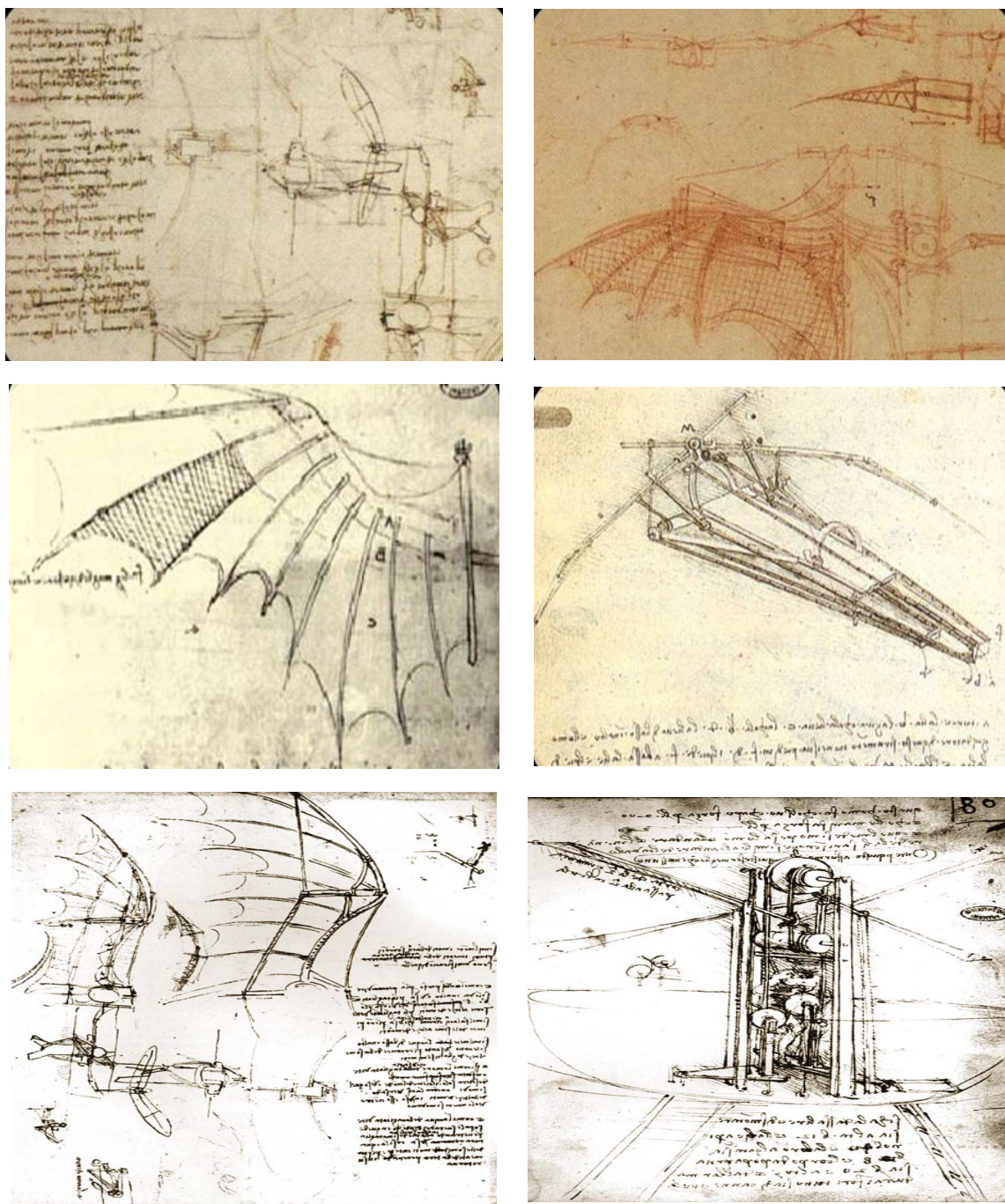
Παρόλα αυτά, οι πτήσεις των πρώτων αεροσκαφών κρύβουν μια συναρπαστική και ενδιαφέρουσα ιστορία. Πολλοί ήταν αυτοί οι οποίοι προσπάθησαν να κατασκευάσουν ένα αεροπλάνο αλλά οι προσπάθειες τους δεν καρποφόρησαν. Οι αποτυχίες τους όμως έγιναν η βάση για την πτήση του πρώτου αεροπλάνου από τους αδερφούς Wright, στις 17 Δεκεμβρίου του 1903.

Ακολούθως παρατίθεται η θεμελιώδης πορεία όλων των προσπαθειών, πριν την πρώτη επιτυχημένη πτήση των αδερφών Wright [NASA, 2002].



Ο Leonardo Da Vinci (1452-1519) είναι ένας από τους μεγαλύτερους φιλοσόφους παγκοσμίως. Μελέτησε τα ρεύματα αέρα και την επίδραση των ποικίλων θερμοκρασιών στη μετακίνησή του. Οι σημειώσεις του παρουσιάζουν σχέδια παρόμοια με τη δομή των φτερών και ουρών των διάφορων πουλιών. Οι σημειώσεις όμως του Leonardo για τα πουλιά και τη μηχανική πτήση δεν μελετήθηκαν από άλλους πρωτοπόρους μελετητές μέχρι το δέκατο ένατο αιώνα.

Παρακάτω, στο σχήμα 1.1, παρουσιάζονται σχέδια του Leonardo Da Vinci με τεχνολογικές προτάσεις, πολύ μπροστά από την εποχή του.



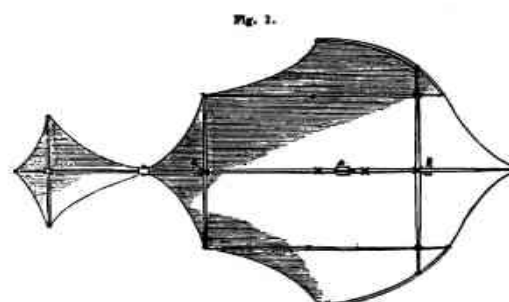
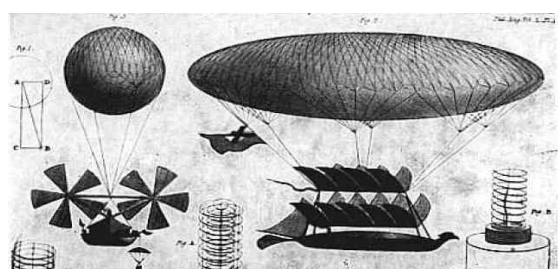
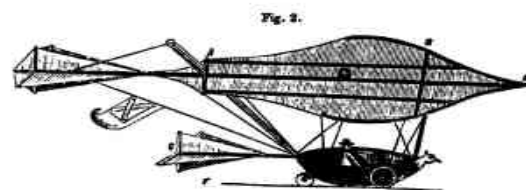
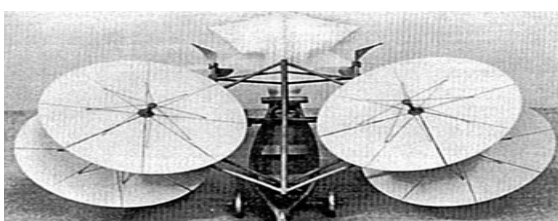
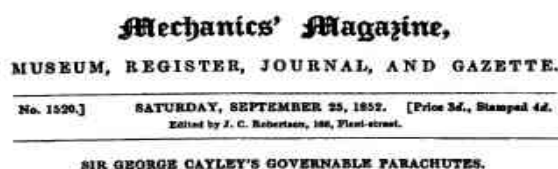
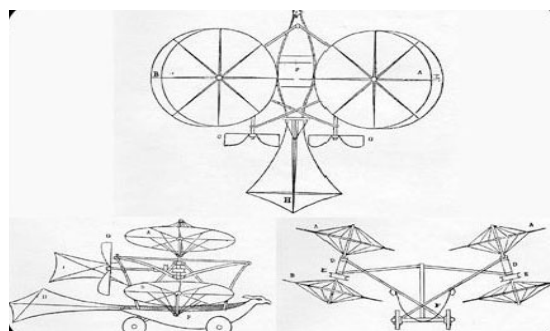
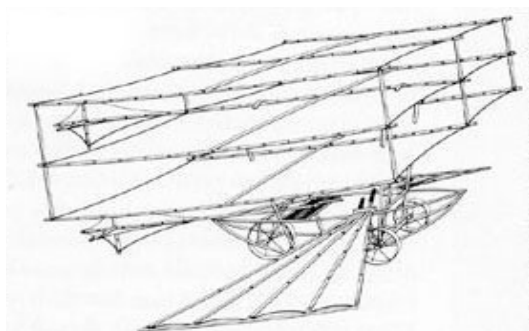
Σχήμα 1.1: Σχέδια πτητικών μηχανών του Leonardo Da Vinci [NASA, 2002].



Με το πέρασμα του χρόνου και με συνεχείς προσπάθειες οι πρωτοπόροι της ιδέας των πτήσεων αντελήφθησαν την σημασία των βασικών αεροδυναμικών παραμέτρων στην ευστάθεια της πτήσης, όπως της γωνίας πρόσπτωσης, του κέντρου βάρους και πίεσης, του αεροδυναμικού κέντρου, της αεροδυναμικής αντίστασης και των παραγώγων ευστάθειας.



Ο Sir George Cayley (1773-1857) αναγνωρίζεται ως ο ιδρυτής της αεροδυναμικής και πραγματικός εφευρέτης του αεροσκάφους, βάση των πρωτοποριακών πειραμάτων και μελετών του πάνω στις αρχές της πτήσης [NASA, 2002]. Πειραματίστηκε με το σχήμα των φτερών, διέκρινε τη διαφορά μεταξύ της άνωσης (lift) και της οπισθέλκουσας (drag), διατύπωσε τις έννοιες των κάθετων ουραίων επιφανειών (vertical tail surfaces), των πηδαλίων ελέγχου, των ουραίων πηδαλίων ύψους-βάθους (rear elevators) και των ελίκων (air screws). Μετά από πειράματα σε μοντέλα κατασκεύασε και πέταξε (χωρίς πιλότο) το έτος 1809 το πρώτο στον κόσμο αιωρόπτερο και δημοσίευσε την εργασία του στο «MECHANICS' MAGAZINE». Το έτος 1853, το τριπλό αιωρόπτερο του Sir George Cayley, ο οποίος ήταν 80 ετών, πέταξε με πιλότο κοντά στο Scarborough.

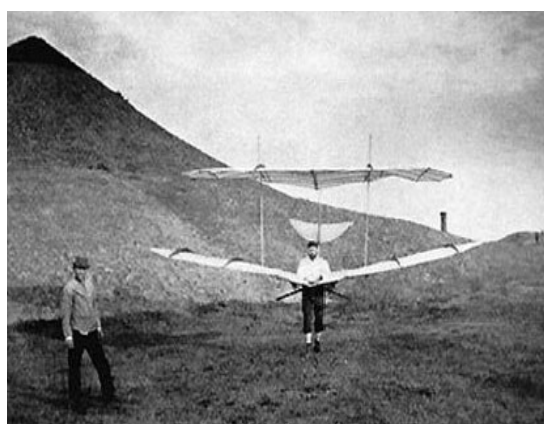
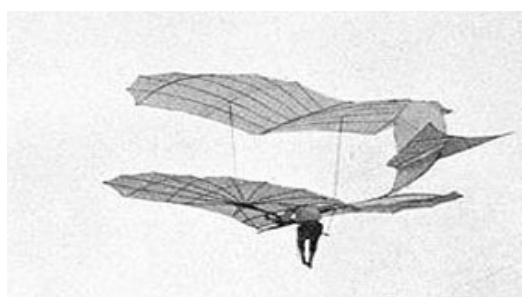
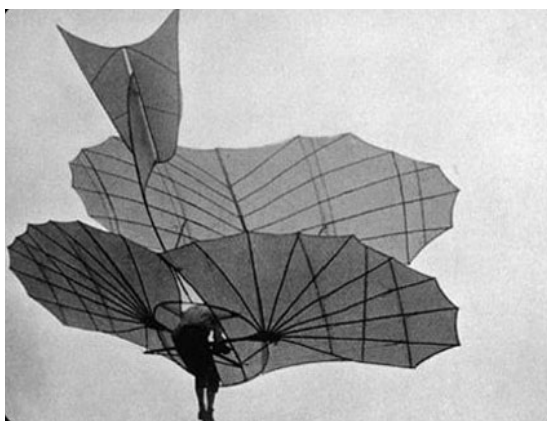


Σχήμα 1.2: Σχέδια του Sir George Cayley και η δημοσίευσή τους στο «MECHANICS' MAGAZINE» [NASA, 2002].

Γύρω στο 1890 οι πτήσεις με αιωρόπτερα, τα οποία διαθέτουν αρκετή ευστάθεια στη κίνηση, αποτελούν πλέον γεγονός.



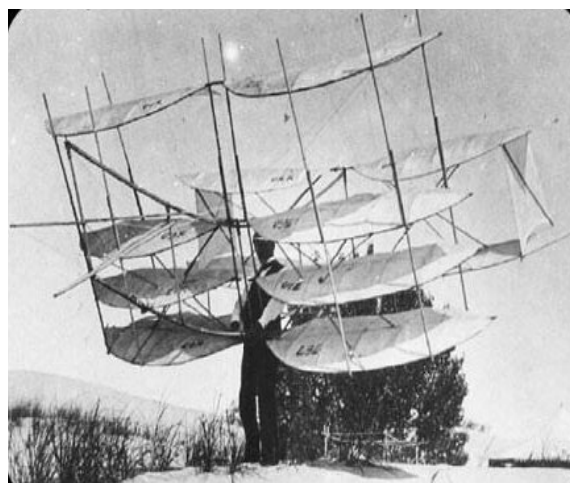
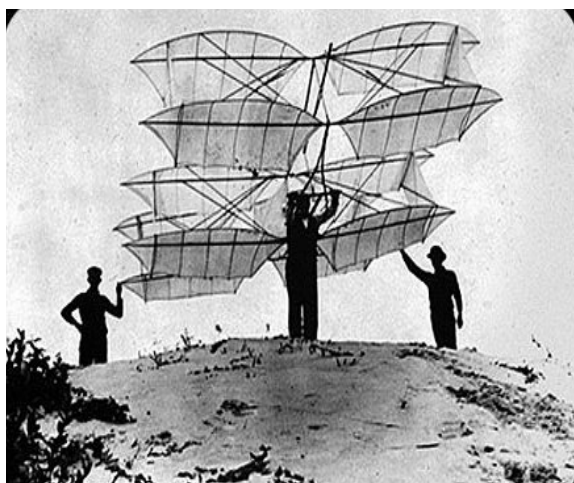
Πρωτοπόρος την εποχή αυτή στη κατασκευή αιωροπτέρων ήταν ο Γερμανός μηχανικός Otto Lilienthal (1848-1896) και ο αδελφός του Gustav [NASA, 2002]. Μαζί έζησαν στη μικρή πόλη Anklam στη Βαλτική θάλασσα. Σε νεαρή ηλικία οι αδερφοί Lilienthal πειραματίστηκαν με αιωρόπτερα, μερικά εκ των οποίων ήταν φτιαγμένα από πραγματικά φτερά πουλιών, που είχαν συρραφεί. Μαζί κατασκεύαζαν πολλά ανεμόπλانا, αλλά ο Otto πραγματοποιούσε το μεγαλύτερο μέρος του πετάγματος. Ο Otto χειριζόταν τα φτερά του ανεμοπλάνου του για να ελέγξει την κατεύθυνση και να κινήσει το σώμα του κατάλληλα, έτσι ώστε να προσαρμοστεί στα ρεύματα αέρα. Στο σύνολο, οι αδερφοί Lilienthal έκαναν και κατέγραψαν πάνω από 2.000 ανεμοπορείες και προετοίμασαν το έδαφος για τους επόμενους πειραματιστές.



Σχήμα 1.3: Οι πρώτες πτήσεις των αδερφών Lilienthal το 1893 [NASA, 2002].



Ο Octave Chanute (1832-1910) ήταν ένας επιτυχημένος μηχανικός που ασχολήθηκε με την εφεύρεση του αεροπλάνου ως χόμπι [NASA, 2002]. Μελέτησε από κοντά την εργασία του Lilienthal. Το βιβλίο του με τίτλο «Progress in Flying Machines» παρείχε χρήσιμες πληροφορίες για τις πτήσεις, το οποίο και έγινε αποδεκτό ευρέως. Επίσης, ο Chanute υποστήριξε την κατασκευή διάφορων αεροσκαφών. Στα σχήματα 1.4 και 1.5 παρουσιάζονται οι προσπάθειες του Katydid και του ανεμοπλάνου Herring/Chanute. Το πιο επιτυχημένο ανεμοπλάνο όμως του Octave Chanute ήταν το Herring/Chanute που αποτέλεσε τη βάση του αεροπλάνου των αδερφών Wright.

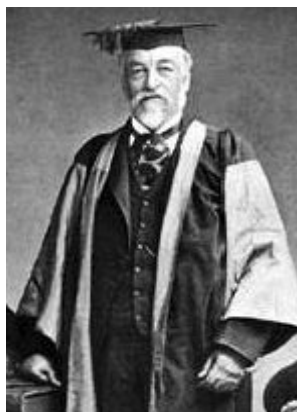


Σχήμα 1.4: Οι πρώτες πτήσεις του Katydid [NASA, 2002].

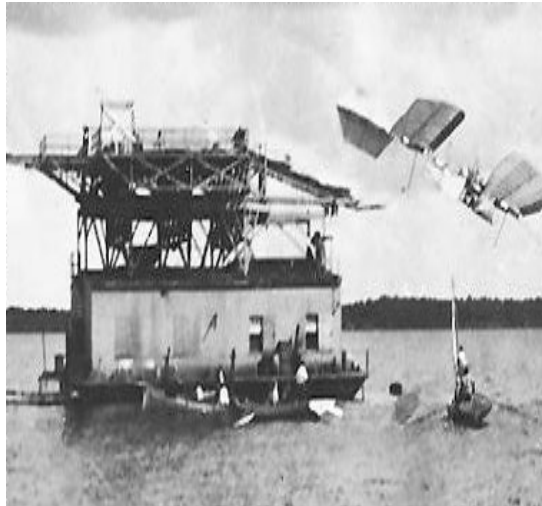
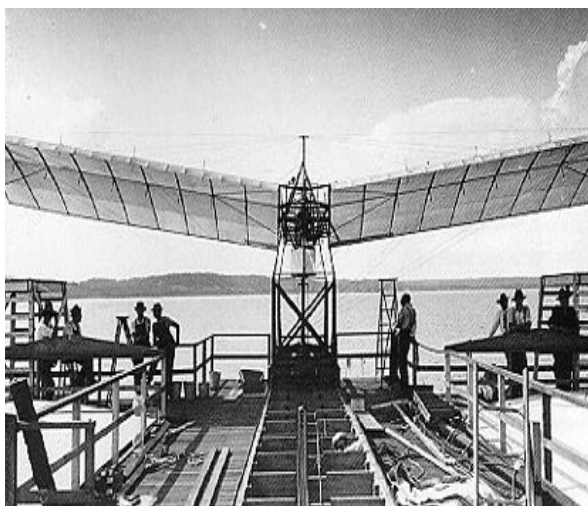
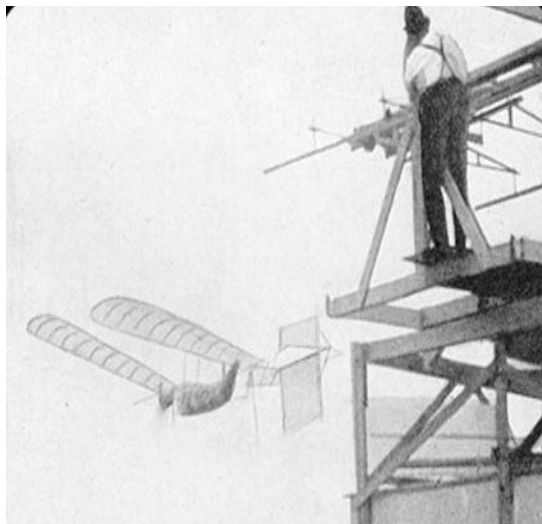
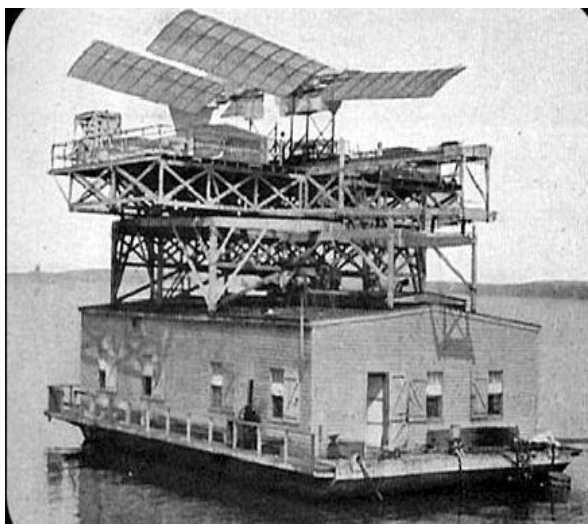


Σχήμα 1.5: Οι πρώτες πτήσεις του Herring/Chanute [NASA, 2002].

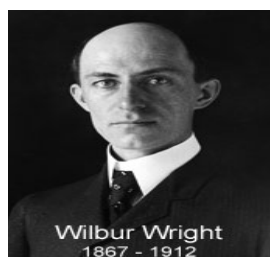




Ο Samuel P. Langley (1834-1906) ήταν φυσικός, αστρονόμος, και διευθυντής του Smithsonian ιδρύματος στην Ουάσιγκτον [NASA, 2002]. Ο Langley έδειξε ενδιαφέρον για τη μηχανική πτήση και πραγματοποίησε πειράματα χρησιμοποιώντας περιστρεφόμενους βραχίονες και μηχανές ατμού. Το 1896, ο Langley κατασκεύασε μια πλήρης σε μέγεθος πτητική μηχανή, την οποία ονόμασε Aerodome. Το αεροσκάφος αυτό είχε 2 πτέρυγες, με εκπέτασμα 5 μέτρων που κινούνταν με τη βοήθεια 2 ελίκων. Οι έλικες έπαιρναν κίνηση από ατμομηχανή. Η μηχανή αυτή ήταν τοποθετημένη στην οροφή ενός ποταμόπλοιου και η πτήση γίνονταν από ένα καταπέλτη. Πραγματοποιήθηκαν, δύο αποτυχημένες προσπάθειες, με την δεύτερη να καταλήγει στον ποταμό Potomac, βυθίζοντας το Aerodome.



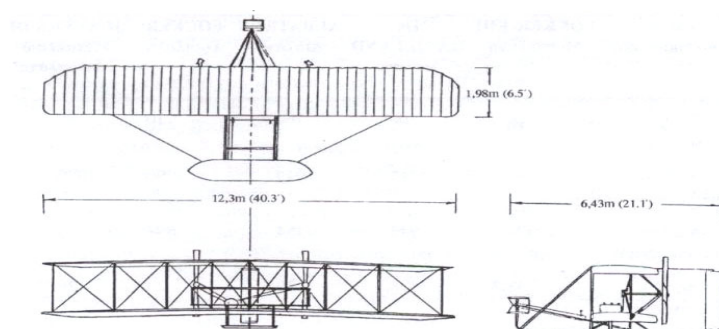
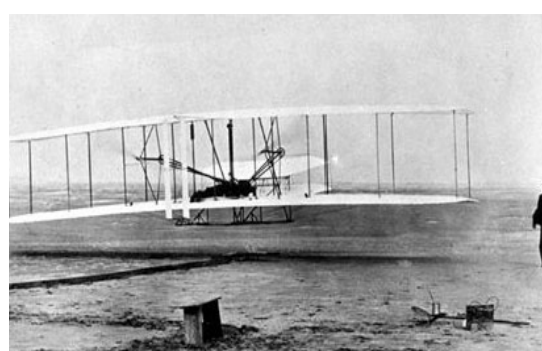
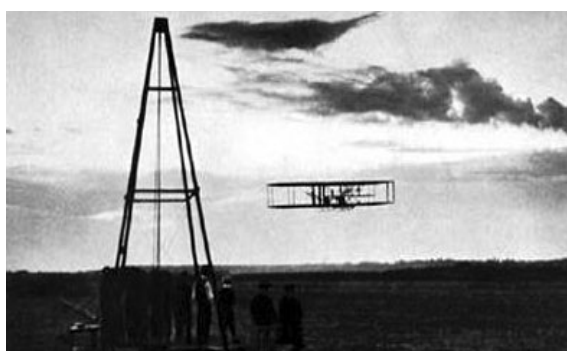
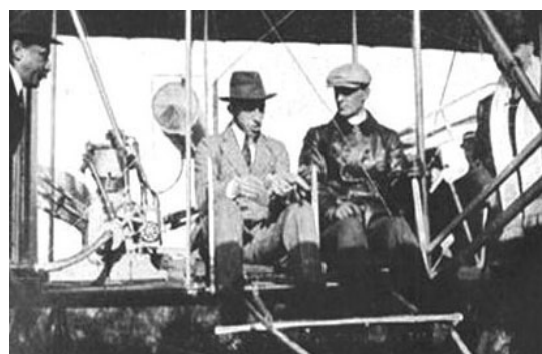
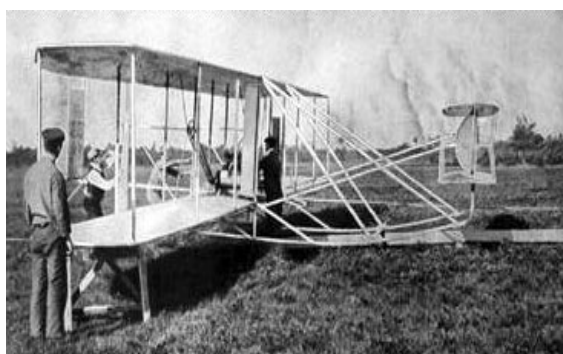
Σχήμα 1.6: Οι προσπάθειες του Langley για μια επιτυχημένη πτήση δεν καρποφόρησαν. Στην πάνω αριστερά εικόνα απεικονίζεται το ποταμόπλοιο και η υποδομή για την εκτόξευση του ανεμοπλάνου. Στην κάτω δεξιά φωτογραφία απεικονίζεται η άδοξη πτώση του ανεμοπλάνου στο ποτάμι Potomac [NASA, 2002].



Ακόμη και ως παιδιά, ο Wilbur και Orville Wright κατασκεύαζαν μοντέλα αεροπλάνων. Σαν ενήλικες, είχαν στην κατοχή τους κατάστημα ποδηλάτων, αλλά ποτέ δεν έπαψαν να ενδιαφέρονται για την πτήση των αεροπλάνων. Μελετούσαν τις εργασίες των άλλων πρωτοπόρων της πτήσης. Το 1903, κατασκεύασαν το πρώτο αεροπλάνο τους με όνομα Flyer No.1.

[Μπεργελές Γ., 1995] Το Flyer No. 1 έκανε

την πρώτη επιτυχή πτήση του στο Kitty Hawk, στη βόρεια Καρολίνα στις 17 Δεκεμβρίου του 1903 χρησιμοποιώντας τη δύναμη που παράχθηκε από μια μηχανή, την οποία κατασκεύασαν μόνοι τους. Η πτήση διήρκεσε μόνο 12 δευτερόλεπτα, το αεροσκάφος υψώθηκε 3 μέτρα από το έδαφος και διήνυσε απόσταση 35 μέτρων. Από εκείνη τη στιγμή και μετά, μια καινούργια σελίδα της σύγχρονης αεροπορίας γεννήθηκε.



#### ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ FLYER No1

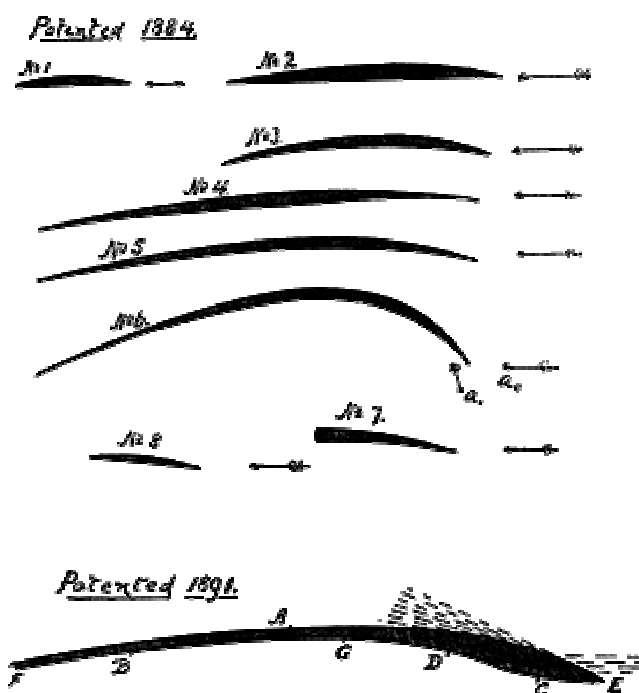
- ✓ Συνολικό Βάρος 350 Kp,
- ✓ Εκπέτασμα πτερύγων 12,3 m
- ✓ Βενζινοκινητήρα ισχύος 12 hp για την κίνηση 2 ελίκων ώσης
- ✓ Σύνδεση 2 πτερύγων με πολλές κάθετες ράβδους.

Σχήμα 1.7: Η πετυχημένη πτήση του Flyer από τους αδερφούς Wrights και τα χαρακτηριστικά του Flyer.

## 1.2 Η ΙΣΤΟΡΙΑ ΤΩΝ ΑΕΡΟΤΟΜΩΝ

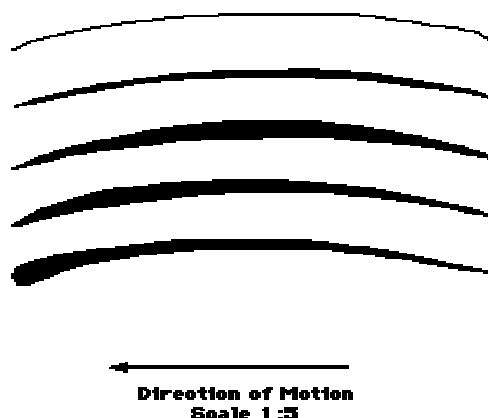
Η πιο πρόωρη σοβαρή εργασία για την ανάπτυξη αεροτομών άρχισε στο τέλος του 1800 [Anderson, 1989], [desktopaero, 2003]. Εκείνη την εποχή ήταν γνωστό ότι επίπεδες λαμαρίνες παρήγαγαν άνωση όταν τοποθετηθούν υπό γωνία θα προς την κατεύθυνση του ανέμου. Μερικοί όμως υποψιάστηκαν ότι η μορφή των επιπέδων λαμαρινών έπρεπε να είναι με καμπύλες, οι οποίες θα έμοιαζαν περισσότερο με τα φτερά πουλιών και θα παρήγαγαν περισσότερη άνωση. Ο H.F. Phillips κατοχύρωσε με δίπλωμα ευρεσιτεχνίας μια σειρά μορφών αεροτομών το 1884, μετά από εξέταση τους σε μια από τις πιο πρόωρες αεροσήραγγες.

Ο Octave Chanute γράφει το 1893, “... φαίνεται πολύ επιθυμητό να γίνουν περισσότερα επιστημονικά πειράματα σε αμφίκυρτες επιφάνειες διαφόρων μορφών, διότι δεν είναι δυνατόν η επιτυχία ή η αποτυχία μιας προτεινόμενης ιπταμένης μηχανής να μην εξαρτάται από την επίδραση στήριξης μιας ατράκτου και μιας επιφάνειας με καμπύλες, κατάλληλη για να αποδώσει το μέγιστο βαθμό άνωσης” [desktopaero, 2003].



Σχήμα 1.8: Παλιές αεροτομές [Anderson, 1989] [desktopaero, 2003].

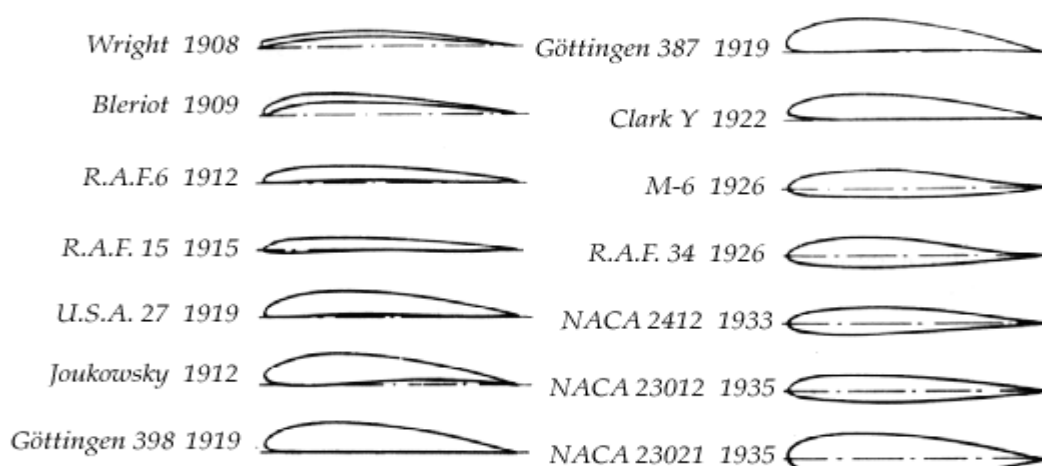
Την ίδια περίπου περίοδο ο Otto Lilienthal είχε παρόμοιες ιδέες. Μετά από προσεκτικές μετρήσεις στο σχήμα των φτερών των πουλιών, εξέτασε κάποιες αεροτομές, οι οποίες φαίνονται στο σχήμα 1.9 [Lilienthal, 1894]. Ο Otto Lilienthal πίστευε ότι το κλειδί για την επιτυχή πτήση ήταν η κυρτότητα των φτερών. Πειραματίστηκε επίσης με διαφορετικές ακτίνες καμπυλότητας στο χείλος προσβολής και διαφορετικές διανομές πάχους. Ακόμη, πίστευε ότι για να υπάρχει εξέλιξη θα έπρεπε ο σχεδιαστής να έχει και την εμπειρία πιλότου και να μην παρατηρεί μόνο από το έδαφος.



Σχήμα 1.9: Διαφορετικές αεροτομές του Lilienthal [Anderson, 1989] [desktopaero, 2003].

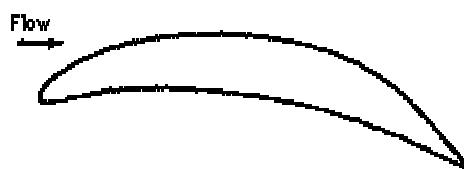
Οι μελέτες, τα σχέδια και τα πειράματα του, βοήθησαν πολύ την αεροναυπηγική και ιδιαίτερα τους αδελφούς Wright, για να κατασκευάσουν τα πρώτα αεροπλάνα. Οι αεροτομές που χρησιμοποιήθηκαν από τους αδελφούς Wright έμοιαζαν πολύ με αυτές του Lilienthal: λεπτές και ιδιαίτερα καμπυλόγραμμες. Αυτό πιθανώς να προέκυψε επειδή οι πρόωρες δοκιμές αεροτομών έγιναν σε μικρές αεροσήραγγες με εξαιρετικά χαμηλό αριθμό Reynolds, όπου τέτοιες αεροτομές συμπεριφέρονται πολύ καλύτερα από παχύτερες. Όμως, η λανθασμένη πεποίθηση ότι οι αποδοτικές αεροτομές έπρεπε να είναι λεπτές με μεγάλη καμπυλότητα ήταν ένας λόγος για τον οποίο μερικά από τα πρώτα αεροπλάνα ήταν δίπλανα. Κατά τη διάρκεια όμως της επόμενης δεκαετίας η χρήση τέτοιων τμημάτων μειωνόταν βαθμιαία.

Ένα ευρύ φάσμα των πρώτων αεροτομών αναπτύχθηκε βασισμένο αρχικά στη μέθοδο δοκιμής και σφάλματος. Μερικές από τις πιο πετυχημένες αεροτομές, όπως Clark Y και Gottingen 398, χρησιμοποιήθηκαν ως βάση για μια οικογένεια αεροτομών που εξετάστηκαν από τη NACA στις αρχές της δεκαετίας του '20.



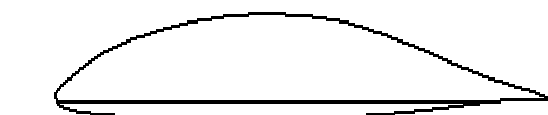
Σχήμα 1.10: Αεροτομές NACA [desktopaero, 2003].

Το 1939, ο Eastman Jacobs στη NACA στο Langley, σχεδίασε και εξέτασε τις πρώτες αεροτομές στρωτής ροής. Αυτές οι αεροτομές είχαν εξαιρετικά χαμηλή αντίσταση, ενώ η αεροτομή που απεικονίζεται στο σχήμα 1.11 επιτυγχάνει λόγο άνωσης προς αντίσταση ίσο με 300.



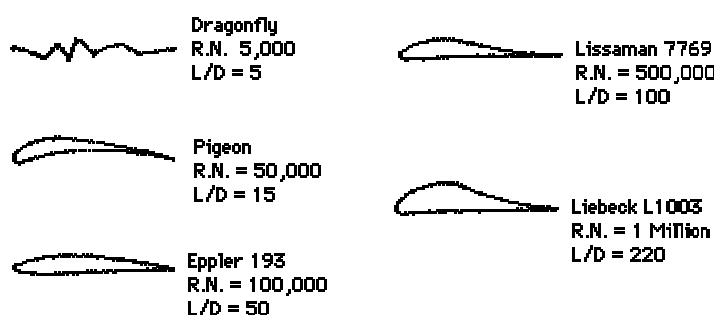
Σχήμα 1.11: Αεροτομή Jacobs [desktopaero, 2003].

Μία σύγχρονη αεροτομή στρωτής ροής, που χρησιμοποιούταν από ανεμόπτερα, απεικονίζεται στο σχήμα 1.12. Οι αεροτομές στρωτής ροής δεν έχουν ακόμη βρει ευρεία εφαρμογή, αν και παρουσιάζουν πολύ καλά χαρακτηριστικά αντίστασης, ενώ η έρευνα στο συγκεκριμένο αντικείμενο συνεχίζεται.



Σχήμα 1.12: Αεροτομή ανεμοπτέρου [desktopaero,2003].

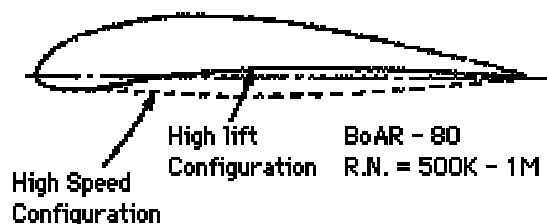
Ένας από τους λόγους που οι σύγχρονες αεροτομές φαίνονται να διαφέρουν μεταξύ τους είναι επειδή οι συνθήκες ροής και οι σχεδιαστικοί στόχοι αλλάζουν από εφαρμογή σε εφαρμογή. Στην παρακάτω εικόνα παρουσιάζονται μερικές αεροτομές σχεδιασμένες για χαμηλούς αριθμούς Reynolds.



Σχήμα 1.13: Μερικοί τύποι αεροτομών για χαμηλούς αριθμούς Reynolds [desktopaero,2003].

Στους πολύ χαμηλούς αριθμούς Reynolds ( $< 10.000$  βασισμένου στο μήκος χορδής) οι αποδοτικές αεροτομές μπορούν να φανούν ιδιαίτερα ασυνήθιστες, όπως φαίνεται στο σχήμα 1.13. Η λεπτότητα, ιδιαίτερα στο φτερό των περιστερών είναι παρόμοια με τα σχέδια του Lilienthal. Η αεροτομή Eppler 193 είναι πολύ καλή για πτέρυγα αεροσκάφους. Η Lissaman 7769 είναι σχεδιασμένη για αεροσκάφη που πετούσαν με ανθρώπινη ισχύ.

Ακόμη, μερικές φορές μπορούν να προκύψουν ασυνήθιστοι περιορισμοί στο σχεδιασμό αεροτομών, οδηγώντας μας σε μερικές μη συμβατές μορφές αεροτομών. Η αεροτομή στο σχήμα 1.14 σχεδιάστηκε για ένα πολύ ελαφρύ ανεμόπτερο, που απαιτεί μέγιστους συντελεστές άνωσης με μικρές ροπές πρόνευσης σε υψηλή ταχύτητα. Μια πιθανή λύση είναι μια αεροτομή μεταβλητής γεωμετρίας με εύκαμπτο το κάτω μέρος της επιφάνειας της (Σχήμα 1.14).



Σχήμα 1.14: Αεροτομή με εύκαμπτο το κάτω μέρος της.

Η αεροτομή που χρησιμοποιήθηκε στο ηλιακό Challenger, ένα αεροσκάφος που διέσχισε το αγγλικό κανάλι χρησιμοποιώντας ηλιακή δύναμη, σχεδιάστηκε με μια συνολικά επίπεδη πάνω επιφάνεια (flat upper surface), έτσι ώστε οι ηλιακές κυψέλες να μπορούν εύκολα να συνδεθούν (σχήμα 1.15).



Σχήμα 1.15: Αεροτομή Ηλιακού Challenger.

### 1.3 Η ΑΕΡΟΔΥΝΑΜΙΚΗ ΤΟΥ ΑΕΡΟΣΚΑΦΟΥΣ

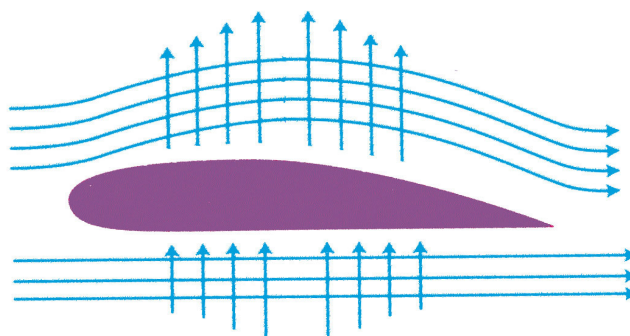
Αεροδυναμική ονομάζεται ο κλάδος της Ρευστομηχανικής που ασχολείται τόσο με την κίνηση του αέρα όσο και με τις επιδράσεις του σε σώματα που κινούνται μέσα σε αυτόν. Σε αυτήν την ενότητα, σκοπός μας είναι η διερεύνηση των αρχών πτήσης του αεροπλάνου καθώς και η επεξήγηση ορισμένων φαινομένων, τα οποία εκ' πρώτης όψεως φαίνονται δυσνόητα.

Για να συνεχίσουμε την ανάλυσή μας, είναι απαραίτητο να επισημάνουμε τις τρεις μεγάλες κατηγορίες στις οποίες χωρίζονται τα αεροπλάνα με κριτήριο την ταχύτητά τους. Αυτά διακρίνονται στα:

- ✓ υποηχητικά
- ✓ διηχητικά και
- ✓ υπερηχητικά αεροπλάνα.

Ποσοτικά η διάκρισή τους αυτή εκφράζεται από έναν αριθμό, γνωστό ως αριθμό Mach, ο οποίος αριθμητικά ισούται με το λόγο της ταχύτητας ενός αεροπλάνου προς την ταχύτητα του ήχου στον αέρα. Αν λοιπόν ο αριθμός αυτός είναι μικρότερος, ίσος ή μεγαλύτερος της μονάδας, αντίστοιχα έχουμε την υποηχητική, διηχητική και υπερηχητική κατηγορία. Τα όσα θα εξετάσουμε στη συνέχεια αφορούν αποκλειστικά υποηχητικά αεροσκάφη.

Αρχικά, πρέπει να τονίσουμε πως η κυριότερη αιτία, για την οποία επιτυγχάνεται η ανύψωση ενός αεροπλάνου, είναι η ύπαρξη της πτέρυγας. Μία πτέρυγα σχηματίζεται από έναν αριθμό αεροτομών (σχήμα 1.16), οι οποίες τοποθετούνται παράλληλα μεταξύ τους και συνθέτουν την τρισδιάστατη γεωμετρία της πτέρυγας. Η χαρακτηριστική μορφή της αεροτομής, αναγκάζει τις γραμμές ροής του αέρα να καμπυλώσουν, με αποτέλεσμα να εμφανιστεί μία δύναμη πάνω στην πτέρυγα. Η δύναμη αυτή αναλύεται σε δύο συνιστώσες, μία στη διεύθυνση της ροής (αντίσταση ή οπισθέλκουσα) και μία κάθετη στη διεύθυνση της ροής (άνωση), η οποία ευθύνεται για την ανύψωση του αεροσκάφους. Η εμφάνιση της δύναμης αυτής, λόγω της εκτροπής των γραμμών ροής είναι άμεσο αποτέλεσμα της εφαρμογής του θεωρήματος της ορμής. Ως αποτέλεσμα, στην ανώτερη επιφάνεια της αεροτομής εμφανίζεται υποπίεση και αυξημένη ταχύτητα ροής, ενώ στην κατώτερη επιφάνεια υπερπίεση και μειωμένη ταχύτητα ροής.



Σχήμα 1.16: Τυπική Αεροτομή, με τις γραμμές ροής γύρω από αυτή.

Η κύρια αιτία εμφάνισης της άνωσης, είναι η καμπύλωση των γραμμών ροής. Έτσι περιμένουμε ότι αεροτομές με μεγάλη κύρτωση θα εμφανίζουν μεγαλύτερη άνωση. Όμως στις περιπτώσεις αυτές, μαζί με την άνωση αυξάνεται και η αντίσταση. Η αεροτομή, εκτός από την κύρτωση, χαρακτηρίζεται και από μία διανομή πάχους. Το πάχος σε μία αεροτομή είναι απαραίτητο για λόγους δομικής αντοχής, αλλά και για εξοικονόμηση χώρου εντός της πτέρυγας για μεταφορά καυσίμου. Επίσης το

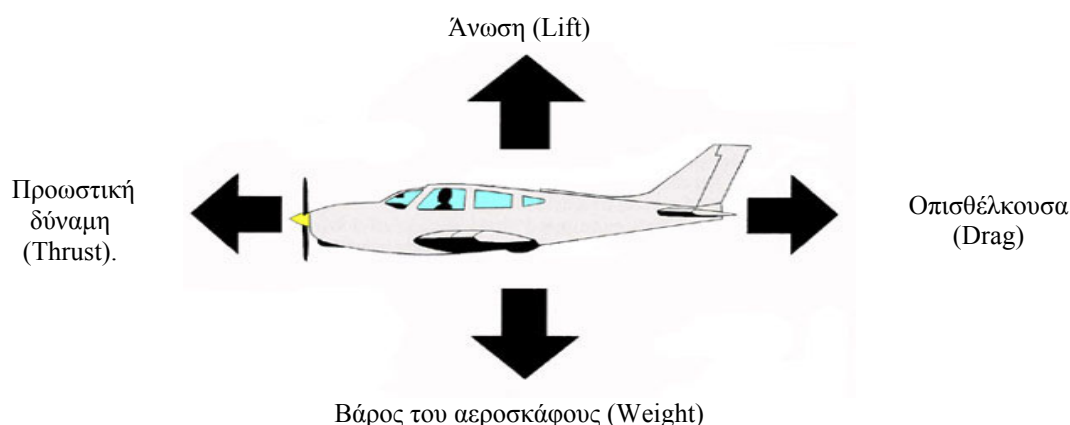


αυξημένο πάχος και η μεγάλη καμπυλότητα στο εμπρός τμήμα της αεροτομής, εξασφαλίζει την καλή απόδοση της αεροτομής σε διαφορετικές γωνίες προσβολής (γωνία ως προς την ταχύτητα του ρευστού). Προφανώς υπάρχουν και αεροτομές με σχεδόν μηδενικό πάχος, όπως είναι τα πανιά των ιστιοφόρων σκαφών, ή οι πτέρυγες των αιωρόπτερων.

Η συνιστάμενη δύναμη που ασκείται στην αεροτομή έχει βρεθεί πειραματικά ότι αυξάνεται ανάλογα με το τετράγωνο της ταχύτητας του αεροπλάνου. Κατ' επέκταση και η άνωση θα αυξάνεται με ανάλογο τρόπο. Επομένως, όταν ένα αεροπλάνο επιταχύνει στον διάδρομο απογείωσης, αυξάνεται συνεχώς η ταχύτητά του και κατά συνέπεια η ανυψωτική δύναμη. Όταν η τελευταία, μόλις που υπερβεί αριθμητικά το βάρος του αεροσκάφους, αρχίζει η απογείωσή του. Είναι ενδιαφέρον να αναφερθεί πως η ταχύτητα για την οποία επιτυγχάνεται το πιο πάνω φαινόμενο κυμαίνεται μεταξύ 250-300 χιλιομέτρων την ώρα, ανάλογα με το είδος του αεροπλάνου.

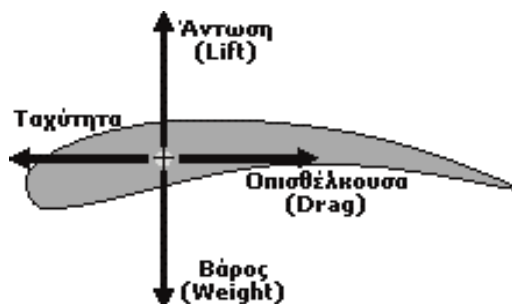
### 1.3.1 Οι θέσεις εφαρμογής των δυνάμεων

Οι βασικές δυνάμεις που εφαρμόζονται στο αεροσκάφος είναι η άνωση (Lift), η οπισθέλκουσα (Drag), το βάρος του αεροσκάφους (Weight) και η προωστική δύναμη (Thrust) [Μπεργελές Γ.,1995]. Οι δυνάμεις αυτές παρουσιάζονται αναλυτικά στο σχήμα 1.17.



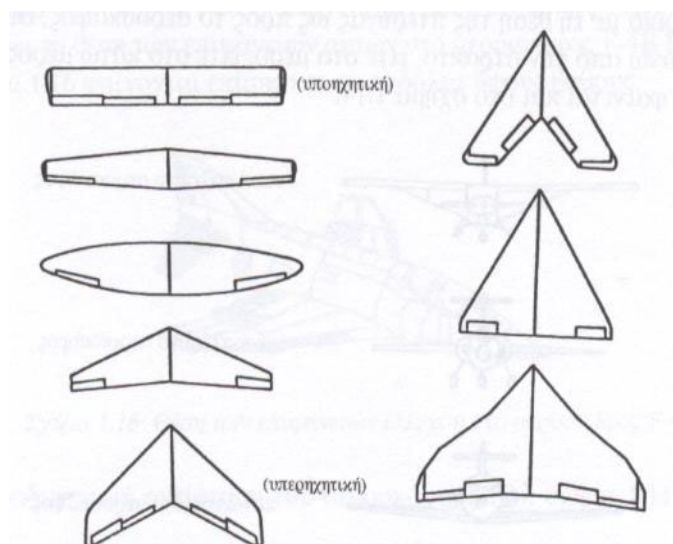
Σχήμα 1.17: Οι δυνάμεις που ενεργούν στο αεροσκάφος [Μπεργελές Γ.,1995].

Συγκεκριμένα οι δυνάμεις αυτές εφαρμόζονται κυρίως στην πτέρυγα του αεροσκάφους. Αναλυτικότερα, στο σχήμα 1.18 παρουσιάζονται οι δυνάμεις πάνω σε μια αεροτομή.



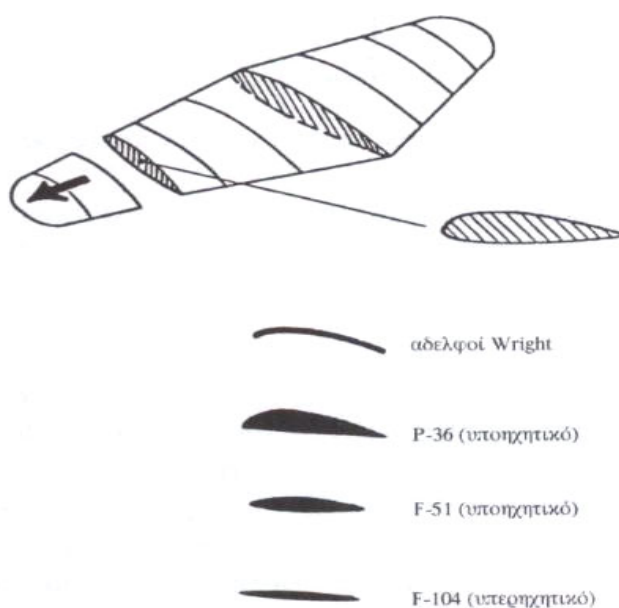
Σχήμα 1.18: Οι δυνάμεις που ενεργούν στην αεροτομή.

Η πτέρυγα του αεροσκάφους αποτελεί το φορέα εφαρμογής της άνωσης και το σημείο εφαρμογής της άνωσης βρίσκεται στο κέντρο πίεσεων της πτέρυγας. Ανάλογα λοιπόν με τα χαρακτηριστικά του αεροσκάφους η πτέρυγα παίρνει διάφορες μορφές, τόσο ως προς την κάτοψη όσο και ως προς την τομή κατά την κατεύθυνση πτήσης ή όπως λέγεται την αεροτομή της. Στο σχήμα 1.19 φαίνονται διάφορες κατόψεις πτέρυγας που δείχνουν την εξέλιξη τους ανάλογα με την ταχύτητα πτήσης του αεροσκάφους, ξεκινώντας από την ορθογωνική κάτοψη πτέρυγας των αδερφών Wright φτάνοντας μέχρι πτέρυγες τύπου δέλτα των σύγχρονων υπερηχητικών αεροσκαφών.



Σχήμα 1.19: Η εξέλιξη πτερύγων αεροσκαφών [Μπεργελές Γ., 1995].

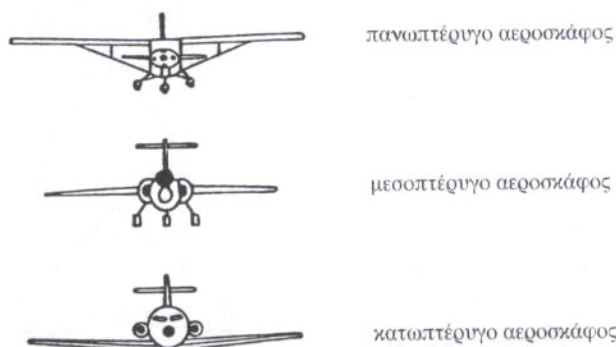
Στο σχήμα 1.20 φαίνεται και η εξέλιξη των αεροτομών ανάλογα με την ταχύτητα πτήσης του αεροσκάφους ξεκινώντας από την απλή αεροτομή των αδερφών Wright μέχρι την υπερκρίτική πτέρυγα τύπου Whitcomb του υπερηχητικού αεροσκάφους.



Σχήμα 1.20: Η εξέλιξη των αεροτομών [Μπεργελές Γ., 1995].

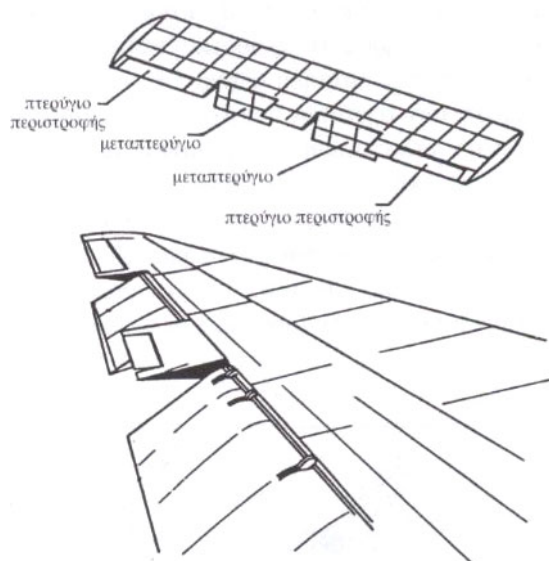


Αναφορικά με την θέση της πτέρυγας ως προς το αεροσκάφος, αυτή βρίσκεται είτε επάνω από την άτρακτο, είτε στο μέσο της ατράκτου, είτε στο κάτω μέρος της ατράκτου όπως παρουσιάζεται στο σχήμα 1.21.



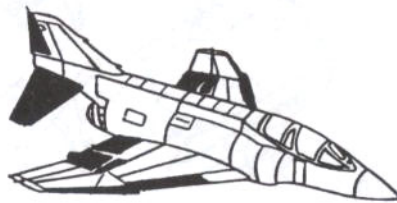
Σχήμα 1.21: Οι πιθανές θέσεις των πτερυγίων ως προς την άτρακτο [Μπεργελές Γ., 1995].

Η επιλογή της θέσης της πτέρυγας ως προς την άτρακτο εξαρτάται κυρίως από την αποστολή του αεροσκάφους. Κάθε θέση έχει πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα τόσο από λειτουργικής όσο και από αεροδυναμικής άποψης. Η πτέρυγα φέρει τα πηδάλια κλίσης (Ailerons) και τα μεταπτερύγια (flaps) ή προπτερύγια (slats) καμπυλότητας για την αύξηση του συντελεστή άνωσης στη διαδικασία απογείωσης και προσγείωσης ενός αεροσκάφους. Η επιφάνεια των πηδαλίων κλίσης και των πτερυγίων καμπυλότητας εξαρτάται από το μέγεθος και τα χαρακτηριστικά του αεροσκάφους.



Σχήμα 1.22: Χαρακτηριστική πτέρυγα αεροσκάφους με τις επιφάνειες ελέγχου [Μπεργελές Γ., 1995].

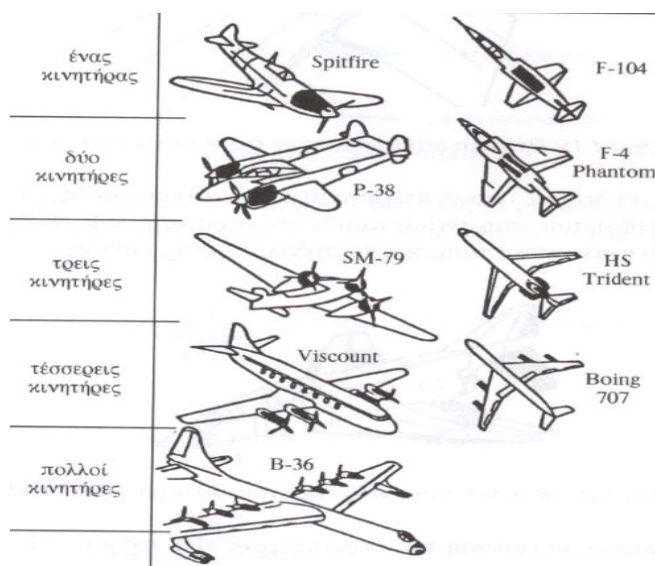
Το σχήμα 1.22 απεικονίζει μια χαρακτηριστική πτέρυγα μεγάλου αεροσκάφους με τις επιφάνειες ελέγχου, ενώ το σχήμα 1.23 δείχνει τη θέση των επιφανειών στο αεροσκάφος F-4B PHANTOM καθώς και τα πηδάλια ύψους βάθους.



Σχήμα 1.23: Θέση των επιφανειών ελέγχου στο αεροσκάφος F-4B PHANTOM [Μπεργελές Γ.,1995].

Η αντίσταση του αεροσκάφους έχει φορέα τη διεύθυνση της ταχύτητας και το σημείο εφαρμογής της εξαρτάται από τη μορφή του αεροσκάφους. Την αεροδυναμική αυτή αντίσταση (οπισθέλκουσα) υπερνικά (για οριζόντια ομαλή πτήση) η προωστική δύναμη του προωθητικού συστήματος του αεροσκάφους. Το προωθητικό σύστημα του αεροσκάφους μπορεί να είναι ένας έλικας που κινείται από εμβολοφόρο μηχανή εσωτερικής καύσης ή και από στροβιλοκινητήρα όποτε λαμβάνεται μικρή πρόσθετη πρόωση εξ' αντιδράσεως (σύστημα turboprop) ή καθαρός κινητήρας δράσης (jet) ή στροβιλοφυσητήρας. Η προωστική δύναμη αυτή γίνεται δεκτό ότι έχει φορέα εφαρμογής το διαμήκη άξονα του αεροσκάφους και πολλές φορές για απλούστευση των σχετικών υπολογισμών επίδοσης του αεροσκάφους γίνεται και παραπέρα απλοποίηση ότι ο διαμήκης άξονας συμπίπτει με την διεύθυνση πτήσης του αεροσκάφους.

Στη συνέχεια, οι θέσεις τοποθέτησης των κινητήρων πρόωσης εξαρτώνται από το μέγεθος και τα χαρακτηριστικά του αεροσκάφους. Στο σχήμα 1.24 παρουσιάζονται μερικές τυπικές θέσεις.



Σχήμα 1.24 Θέση κινητήρων στο αεροσκάφος [Μπεργελές Γ.,1995].

### 1.3.2 Άξονες κίνησης, γωνία προσβολής και απώλεια στήριξης

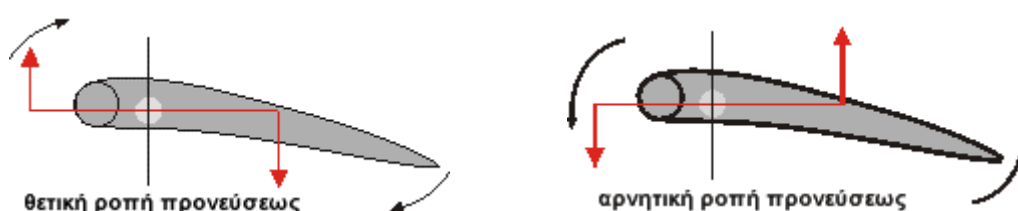
**Διαμήκης άξονας:** Είναι ο νοητός άξονας, που περνά το χείλος προσβολής (μπροστινό μέρος της αεροτομής), το χείλος εκφυγής (το πίσω μέρος της αεροτομής) της πτέρυγας και διέρχεται επίσης και από το κέντρο βάρους του σώματος αυτού. Το μήκος μεταξύ χείλους προσβολής και χείλους εκφυγής ονομάζεται χορδή της αεροτομής.

**Κάθετος άξονας:** Είναι ο νοητός άξονας, που διέρχεται από πάνω προς τα κάτω στην πτέρυγα του αεροπλάνου και περνά από το κέντρο βάρους αυτής. Ονομάζεται επίσης και κατακόρυφος άξονας.



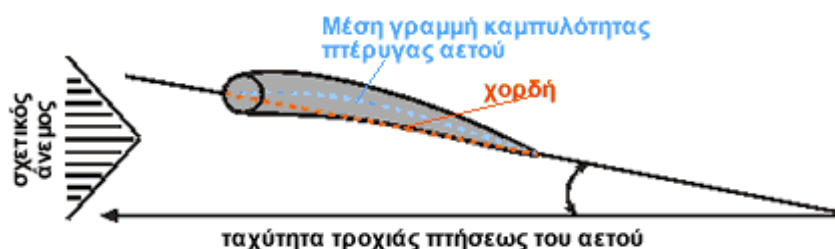
Σχήμα 1.25: Άξονες αεροτομής.

**Ροπή προνεύσεως:** Είναι το σύνολο των ροπών των δυνάμεων, που εμφανίζονται γύρω από τον εγκάρσιο άξονα της πτέρυγας. Είναι θετική, όταν τείνει να ανεβάσει το χείλος προσβολής (leading edge) και αρνητική, όταν τείνει να το κατεβάσει.



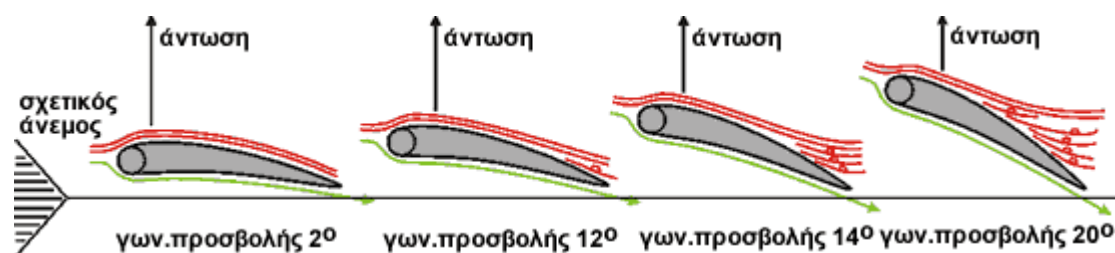
Σχήμα 1.26 : Θετική και αρνητική ροπή προνεύσεως.

**Γωνία προσβολής:** Είναι η γωνία, που μετράται μεταξύ της διεύθυνσης του σχετικού ανέμου ή της τροχιάς πτήσεως (της αεροτομής) και της χορδής της αεροτομής.



Σχήμα 1.27 : Γωνία προσβολής.

**Απώλεια στήριξης:** Στην αεροδυναμική, ως απώλεια στήριξης ορίζεται η κατάσταση κατά την οποία η αύξηση της γωνίας προσβολής έχει σαν αποτέλεσμα τη μείωση της άνωσης σε βαθμό τέτοιο, ώστε το βάρος του αεροσκάφους να είναι μεγαλύτερο από την παραγόμενη από την πτέρυγα άνωση, με αποτέλεσμα να μην μπορεί το αεροπλάνο να διατηρηθεί, πλέον, σε πτήση. Η αιτία της απώλειας στήριξης είναι εύκολο να κατανοηθεί. Για να είμαστε πιο ακριβείς, η πτέρυγα έχει σχεδιασθεί με κάποια καμπυλότητα, για να παρέχει ορισμένη διαφορά πιέσεων μεταξύ της άνω και της κάτω επιφάνειάς του. Καθώς αυξάνεται η γωνία προσβολής, αυξάνεται και η άνωση. Το γεγονός αυτό, συμβαίνει λόγω της αύξησης της διαφοράς πίεσης. Μέχρι του σημείου που έχουμε αποκόλληση του οριακού στρώματος από την επιφάνεια της αεροτομής με την μη παραγωγή άνωσης και παρουσιάζεται το τελικό φαινόμενο της απώλειας στήριξης.



Σχήμα 1.28: Αεροτομή σε διαφορετικές γωνίες προσβολής.

## 1.4 ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗΝ ΑΕΡΟΤΟΜΕΣ NACA

Οι αεροτομές NACA σχεδιάστηκαν κατά τη διάρκεια της περιόδου από το 1929 μέχρι το 1947 υπό την καθοδήγηση του Eastman Jacobs στο Εργαστήριο της NACA στο Langley. Οι περισσότερες από τις αεροτομές βασίστηκαν σε απλές γεωμετρικές περιγραφές, αν και οι σειρές 6 και 6A (εξηγούνται παρακάτω) αναπτύχθηκαν χρησιμοποιώντας θεωρητική ανάλυση και δεν έχουν τους απλούς ορισμούς των υπόλοιπων σειρών.

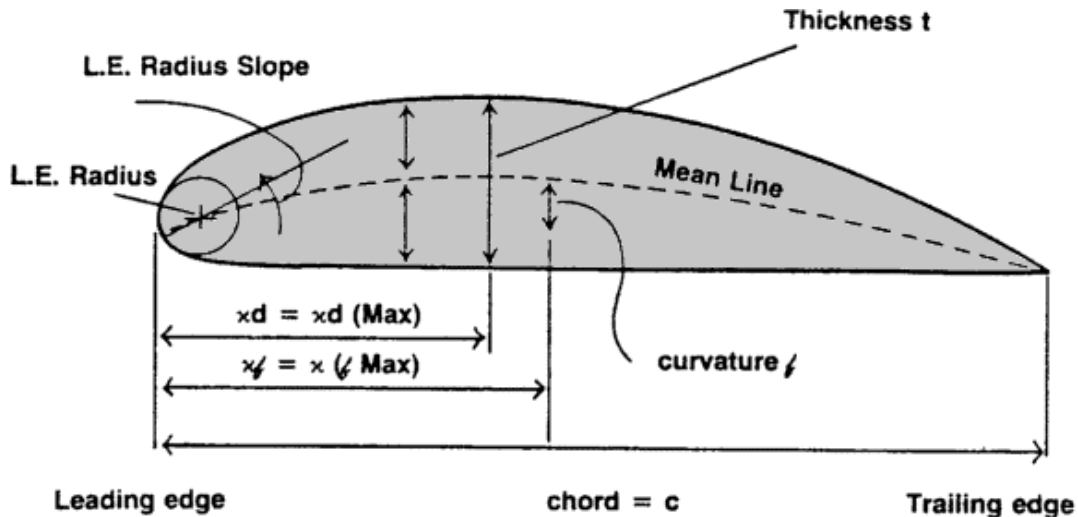
Αν και νέες γενιές αεροτομών έχουν προκύψει, ως αποτέλεσμα της βελτιωμένης κατανόησης της απόδοσης αεροτομών και της δυνατότητας να σχεδιαστούν οι νέες αεροτομές, χρησιμοποιώντας υπολογιστικές μεθόδους, οι αεροτομές NACA είναι ακόμα χρήσιμες σε πολλές εφαρμογές αεροδυναμικής σχεδίασης.

### 1.4.1 Γεωμετρικά χαρακτηριστικά αεροτομών NACA

Μία αεροτομή συντίθεται από την άνω επιφάνεια (πλευρά υποπίεσης) και την κάτω επιφάνεια (πλευρά υπερπίεσης). Μια οικογένεια αεροτομών βασίζεται σε ένα μικρό αριθμό παραμέτρων, με την μεταβολή των οποίων υπολογίζονται διαφορετικές συντεταγμένες των δύο επιφανειών της αεροτομής. Μερικές από τις κύριες παραμέτρους, που χρησιμοποιούνται για την κατασκευή διαφόρων οικογενειών αεροτομών είναι οι εξής [Abbott and Doenhoff, 1959]:

- ✓ μέγιστο πάχος (maximum thickness),
- ✓ μέγιστη καμπυλότητα σε σχέση με τη χορδή (maximum camber),
- ✓ θέση του μέγιστου πάχους (position of max thickness),
- ✓ θέση της μέγιστης καμπυλότητας (position of maximum camber), και
- ✓ ακτίνα καμπυλότητας του χείλους προσβολής (nose radius).

Χρησιμοποιώντας πολυώνυμα συγκεκριμένου βαθμού και τις παραπάνω παραμέτρους μπορούν να παραχθούν διαφορετικές μορφές αεροτομών. Αυτό έγινε από τον Eastman Jacobs στις αρχές της δεκαετίας του 1930 για να δημιουργήσει μια οικογένεια αεροτομών, γνωστές ως αεροτομές NACA. Τα βασικά χαρακτηριστικά μια αεροτομής παρουσιάζονται στο σχήμα 1.29. Οι αεροτομές NACA κατασκευάζονται με βάση μία διανομή μέσης γραμμής και μία διανομή πάχους. Η μέση γραμμή δημιουργεί την κύρτωση της αεροτομής. Η τελική αεροτομή προκύπτει εάν στη μέση γραμμή τοποθετηθούν κύκλοι με ακτίνα τη διανομή πάχους στο συγκεκριμένο σημείο. Η περιβάλλουσα των κύκλων αποτελεί την τελική αεροτομή.



Σχήμα 1.29: Γεωμετρικά χαρακτηριστικά μια αεροτομής.

Αναλυτικά, τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά της αεροτομής είναι:

- ✓ Leading edge ή χείλος προσβολής: είναι το σημείο της αεροτομής από το οποίο ξεκινά η μέση γραμμή της.
- ✓ Trailing edge ή χείλος εκφυγής: είναι το σημείο της αεροτομής στο οποίο καταλήγει η μέση γραμμή της.
- ✓ Chord ή χορδή: είναι το ευθύγραμμο τμήμα, που συνδέει τα άκρα της μέσης γραμμής, δηλαδή το χείλος προσβολής και το χείλος εκφυγής της αεροτομής.
- ✓ Mean camber line ή μέση γραμμή καμπυλότητας: Είναι ο γεωμετρικός τόπος των σημείων, που απέχουν ίση απόσταση από την άνω και κάτω επιφάνεια της αεροτομής.
- ✓ Thickness ή πάχος αεροτομής: είναι η συνάρτηση που καθορίζει τη διανομή πάχους σε όλο το μήκος της μέσης γραμμής της αεροτομής.

Οι αρχικές εξισώσεις που υιοθετήθηκαν για την δημιουργία των πρώτων αεροτομών NACA είναι εμπειρικές σχέσεις, χωρίς να υπάρχει καμία θεμελιώδης θεωρία που κρύβεται πίσω από την ανάπτυξή τους. Για παράδειγμα, οι εξισώσεις της μέσης γραμμής επιλέχθηκαν αυθαίρετα ως παραβολικές εξισώσεις, δεδομένου ότι μια εξίσωση αυτής της μορφής ταίριαζε με τις γραμμές καμπυλότητας που χρησιμοποιήθηκαν σε πολλές από τις επιτυχημένες αεροτομές της εποχής.

Οι αεροτομές NACA κατασκευάζονται συνδυάζοντας το πάχος (thickness) με την καμπυλότητα (camber) ή μέση γραμμή (mean line). Οι εξισώσεις που περιγράφουν αυτήν την διαδικασία για την πάνω επιφάνεια (upper surface) της αεροτομής είναι [Abbott and Doenhoff, 1959], [Mason, 1995]:

$$x_u = x - y_t(x) \cdot \sin \theta \quad (1.1)$$

$$y_u = y_c(x) + y_t(x) \cdot \cos \theta$$

και για την κάτω επιφάνεια (lower surface) είναι:

$$x_L = x + y_t(x) \cdot \sin \theta \quad (1.2)$$

$$y_L = y_c(x) - y_t(x) \cdot \cos \theta$$

όπου:

- ✓  $y_t(x)$  η συνάρτηση πάχους (thickness function)
- ✓  $y_c(x)$  η συνάρτηση καμπυλότητας της αεροτομής (camber line function)

- ✓ θ η κλίση της γραμμής καμπυλότητας (camper line slope) με εξίσωση:

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{dy_c}{dx}\right) \quad (1.3)$$

### 1.4.2 Η Τετραψήφια αεροτομή NACA (4-Digit Airfoil)

Το σύστημα αρίθμησης για τις αεροτομές αυτές καθορίζεται ως εξής:

**NACA MPXX**

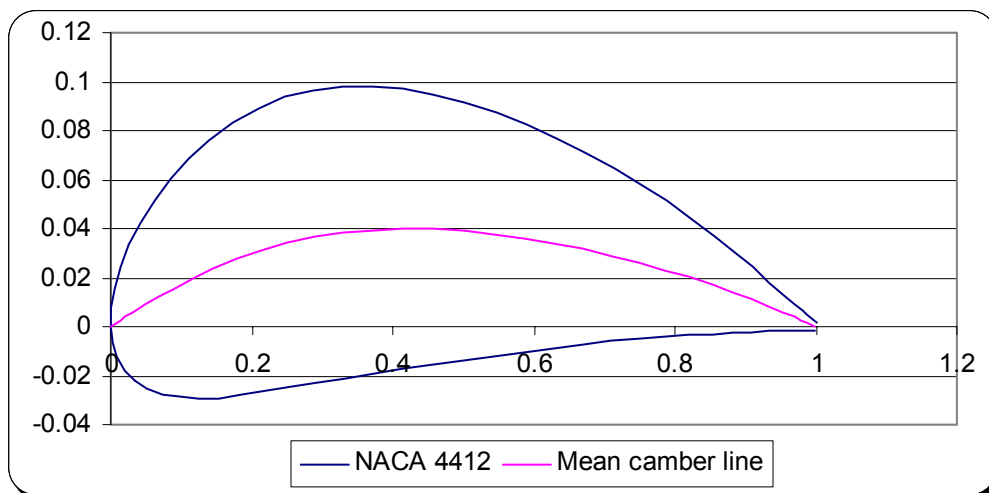
Όπου:

- ✓ XX είναι το μέγιστο πάχος,  $t/c$ , ως ποσοστό χορδής επί τοις εκατό.
- ✓ M είναι η μέγιστη τιμή της κύρτωσης της μέσης γραμμής (mean line) επί τοις εκατό της χορδής,
- ✓ P είναι η θέση της μέγιστης κύρτωσης (camber) σε δέκατα της χορδής.

**Παράδειγμα:** NACA 4412

- ✓ 12% πάχος αεροτομής,
- ✓ μέγιστη τιμή της κύρτωσης 0,04c
- ✓ θέση μέγιστης κύρτωσης  $x = 0,4c$

Τα παραπάνω φαίνονται χαρακτηριστικά στο σχήμα 1.29.



Σχήμα 1.29: Γεωμετρία τετραψήφιας αεροτομής NACA.

Οι αεροτομές που τα δυο πρώτα τους ψηφία αρχίζουν με 00 δεν διαθέτουν καμπυλότητα και αναφερόμαστε σε αυτές ως συμμετρικές αεροτομές (π.χ. NACA 0012). Να σημειώσουμε ότι όταν μια αεροτομή αρχίζει με μη-μηδενικό αριθμό στα πρώτα δύο ψηφία, τότε και το τρίτο θα είναι ένας μη-μηδενικός αριθμός. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι η εξίσωση παρουσιάζει μια ιδιομορφία όταν το σημείο της μέγιστης καμπυλότητας ταυτίζεται με το χείλος προσβολής (leading edge).

Η διανομή πάχους για την τετραψήφια NACA δίνεται από τη σχέση:

$$\frac{y_t}{c} = \left(\frac{t}{c}\right) \left[ a_0 \sqrt{x/c} - a_1 (x/c) - a_2 (x/c)^2 + a_3 (x/c)^3 - a_4 (x/c)^4 \right] \quad (1.4)$$

όπου:

$$a_0 = 0.29690 /_{0.20} = 1.4845$$

$$a_1 = 0.12600 /_{0.20} = 0.6300$$

$$a_2 = 0.35160 /_{0.20} = 1.7580$$

$$a_3 = 0.28430 /_{0.20} = 1.4215$$

$$a_4 = 0.10150 /_{0.20} = 0.5075$$

Το μέγιστο πάχος εμφανίζεται όταν  $x/c = 0,30$  και η ακτίνα του χείλους προσβολής (leading edge radius) είναι:

$$\left(\frac{r_{LE}}{c}\right) = 1.1019 \cdot \left(\frac{t}{c}\right)^2 \quad (1.5)$$

Η περιεχόμενη γωνία του πίσω τμήματος του αεροσκάφους είναι:

$$\delta_{TE} = 2 \cdot \tan^{-1} \left\{ 1.16925 \cdot \left(\frac{t}{c}\right) \right\} \quad (1.6)$$

Είναι σημαντικό να σημειωθεί ότι η αεροτομή έχει ένα πεπερασμένο πάχος στο πίσω τμήμα του αεροσκάφους, δεν καταλήγει δηλαδή το πάχος σε μηδενική τιμή για  $x/c=1.0$ .

Η μέση γραμμή (camber line) και η κλίση της δίδονται από τις ακόλουθες σχέσεις:

$$\begin{aligned} \frac{y_c}{c} &= \frac{M}{P^2} [2 \cdot P \cdot (x/c) - (x/c)^2] & \text{για } \left(\frac{x}{c}\right) < P \\ \frac{dy_c}{dx} &= \frac{2 \cdot M}{P^2} [P - (x/c)] & \text{για } \left(\frac{x}{c}\right) < P \end{aligned} \quad (1.7)$$

και

$$\begin{aligned} \frac{y_c}{c} &= \frac{M}{(1-P)^2} [1 - 2P + 2P(x/c) - (x/c)^2] & \text{για } (x/c) \geq P \\ \frac{dy_c}{dx} &= \frac{2 \cdot M}{(1-P)^2} [P - (x/c)] & \text{για } (x/c) \geq P \end{aligned} \quad (1.8)$$

Η κλίση της μέσης γραμμής (camber line slope) υπολογίζεται από την εξίσωση (1.3) χρησιμοποιώντας τις (1.7) και (1.8), ενώ οι συντεταγμένες των άνω και κάτω επιφανειών υπολογίζονται χρησιμοποιώντας τις εξισώσεις (1.1) και (1.2).

### 1.4.3 Η πενταψήφια αεροτομή NACA (5-Digit Airfoil)

Η συγκεκριμένη οικογένεια αεροτομών είναι μια επέκταση της τετραψήφιας σειράς, που παρέχει επιπρόσθετες παραμέτρους για τη μέση γραμμή. Το σύστημα αρίθμησης για αυτές τις αεροτομές καθορίζεται ως:

NACA  $LPQXX$ 

όπου

- ✓  $XX$  είναι το μέγιστο πάχος,  $t/c$ , σε ποσοστό χορδής.
- ✓ Το  $L$  δίνει τη μέγιστη κύρτωση και τον συντελεστή άνωσης στο σημείο σχεδίασης ( $C_{Li}$ ), ο οποίος ισούται με  $3/2 L$  (σε δέκατα).
- ✓ Το  $P$  προσδιορίζει τη θέση της μέγιστης καμπυλότητας  $x_f$ , όπου  $x_f = P/2$ , και το  $P$  δίνεται σε δέκατα της χορδής.
- ✓  $Q = 0$  για τυποποιημένη λεπτή πενταψήφια αεροτομή (standard 5 digit foil camber),  
 $Q = 1$  για αεροτομή με ανεστραμμένη καμπυλότητα (reflexed camber)

**Παράδειγμα:** NACA 23012

- ✓ είναι μια 12% παχιά αεροτομή
- ✓ ο συντελεστής άνωσης σημείου σχεδίασης (design lift coefficient) είναι 0,3
- ✓ η θέση της μέγιστης καμπυλότητας βρίσκεται στο  $x/c = 0,15$  και
- ✓ χρησιμοποιείται η "τυποποιημένη" λεπτή πενταψήφια αεροτομή. ( $Q = 0$ )

Η διανομή πάχους είναι η ίδια με τη διανομή πάχους αεροτομών 4-ψήφιων NACA, που περιγράφεται από την εξίσωση (1.4).

Η τυποποιημένη σειρά ( $Q = 0$ ) πέντε ψηφίων έχει διανομή μέσης γραμμής, που δίνεται από τις παρακάτω σχέσεις:

$$\begin{aligned} \frac{y_c}{c} &= \frac{K_1}{6} \left[ (x/c)^3 - 3 \cdot m \cdot (x/c)^2 + m^2 (3 - m)(x/c) \right] & \text{για } 0 \leq (x/c) \leq m \\ \frac{dy_c}{dx} &= \frac{K_1}{6} \left[ 3 \cdot (x/c)^2 - 6 \cdot m \cdot (x/c) + m^2 (3 - m) \right] & \text{για } 0 \leq (x/c) \leq m \end{aligned} \quad (1.9)$$

και

$$\begin{aligned} \frac{y_c}{c} &= \frac{K_1}{6} m^3 [1 - (x/c)] & m < (x/c) \leq 1 \\ \frac{dy_c}{dx} &= -\frac{K_1}{6} m^3 & m < (x/c) \leq 1 \end{aligned} \quad (1.10)$$

όπου το  $m$  σχετίζεται με την θέση της μέγιστης κύρτωσης σύμφωνα με την σχέση:

$$x_f = m \cdot \left( 1 - \sqrt{\frac{m}{3}} \right) \quad (1.11)$$

Το  $K_1$  καθορίζεται έτσι ώστε να αποφευχθεί η ιδιομορφία του χείλους προσβολής της αεροτομής για ορισμένα  $C_{Li}$  και  $m$ , δηλαδή:

$$K_1 = \frac{6 \cdot C_{Li}}{Q} \quad (1.12)$$

όπου:

$$Q = \frac{3m - 7m^2 + 8m^3 - 4m^4}{\sqrt{m(1-m)}} - \frac{3}{2}(1-2m) \left[ \frac{\pi}{2} - \sin^{-1}(1-2m) \right] \quad (1.13)$$



Να υπογραμμίσουμε ότι  $K_1$  είναι μια γραμμική συνάρτηση του  $C_{Li}$  και το  $K_1$  ταξινομήθηκε σε πίνακες αρχικά για  $C_{Li} = 0,3$ . Ταξινομημένο σε πίνακες το  $K_1$  πολλαπλασιάζεται με  $(C_{Li} / 0,3)$  για να πάρει τις τιμές σε ένα άλλο  $C_{Li}$ . Για να υπολογίσουμε τη μέση γραμμή (camber line), πρέπει να καθοριστούν οι τιμές του  $Q$  και  $K_1$ . Σε μερικές περιπτώσεις, οι υπολογισμένες τιμές (computed values) του  $K_1$  και του  $Q$  διαφέρουν ελαφρώς από τις επίσημες ταξινομημένες σε πίνακες τιμές (να υπενθυμίσουμε ότι αυτές υπολογίστηκαν στη δεκαετία του '30). Οι ταξινομημένες σε πίνακες τιμές πρέπει να χρησιμοποιηθούν για να αναπαραγάγουν τις επίσημες συντεταγμένες. Ο ακόλουθος πίνακας επεξηγεί τις διαφορές.

Μέση γραμμή (mean line)	$x_f$	$m$			$K_1$ χρησιμοποιώντας	
		tabulated	Computed	Tabulated	Tabulated $m$	Computed $m$
210	0.05	0.0580	0.0581	361.4	351.56	350.332
220	0.10	0.1260	0.1257	51.65	51.318	51.578
230	0.15	0.2025	0.2027	15.65	15.955	15.920
240	0.20	0.2900	0.2903	6.643	6.641	6.624
250	0.25	0.3910	0.3913	3.230	3.230	3.223

Μόλις επιλεγθούν οι παράμετροι της μέσης γραμμής, η αεροτομή κατασκευάζεται χρησιμοποιώντας τις εξισώσεις που δόθηκαν προηγουμένως.

Η εξίσωση της μέσης γραμμής για την ανεστραμμένη καμπυλότητα (reflexed camber) (δηλαδή για  $Q = 1$ ) έχει επιλεγεί ώστε να δημιουργεί μηδενική ροπή πρόνευσης (zero pitching moment) περίπου στο  $\frac{1}{4}$  της χορδής. Οι εξισώσεις είναι οι εξής:

$$\frac{y_c}{c} = \frac{K_1}{6} \left[ [(x/c) - m]^3 - \frac{K_2}{K_1} (1-m)^3 (x/c) - m^3 (x/c) + m^3 \right] \quad \text{για} \quad 0 \leq (x/c) \leq m \quad (1.14)$$

$$\frac{y_c}{c} = \frac{K_1}{6} \left[ \frac{K_2}{K_1} [(x/c) - m]^3 - \frac{K_2}{K_1} (1-m)^3 (x/c) - m^3 (x/c) + m^3 \right] \quad \text{για} \quad m < (x/c) \leq 1 \quad (1.15)$$

Όπου

$$\frac{K_2}{K_1} = \frac{3(m - x_f)^2 - m^3}{(1-m)^3} \quad (1.16)$$

Οι παράμετροι ορίζονται ως εξής:

1. δίνοντας το  $x_f$  βρίσκω το  $m$  για  $C_{m\ c/4} = 0$  σύμφωνα με τη θεωρία λεπτών αεροτομών.
2. δίνοντας το  $x_f$  και το  $m$  υπολογίζω  $K_I$  για  $C_{Li} = 0,3$ .

Συνοψίζοντας θα έχω:

Χαρακτηριστικά μέσης γραμμής	$(P/2) \ x_f$	$m$	$K_I$	$K_I/K_2$
211	0.05	-	-	-
221	0.10	0.1300	51.99	0.000764
231	0.15	0.2170	15.793	0.006770
241	0.20	0.3180	6.520	0.030300
251	0.25	0.4410	3.191	0.135500

#### 1.4.4 Η τετραψήφια τροποποιημένη αεροτομή NACA (NACA Modified 4-Digit Airfoil)

Αυτή η αεροτομή είναι μια επέκταση της τετραψήφιας σειράς για να επιτρέψει μια παραλλαγή στην ακτίνα καμπυλότητας του χείλους προσβολής και στη θέση του μέγιστου πάχους. Το σύστημα αρίθμησης έχει τη μορφή:

##### NACA MPXX-IT

όπου

- ✓  $XX$  είναι το μέγιστο πάχος,  $t/c$ , ως ποσοστό της χορδής, επί τοις εκατό.
- ✓  $M$  είναι η μέγιστη κύρτωση της μέσης γραμμής επί τοις εκατό της χορδής.
- ✓  $P$  είναι η θέση της μέγιστης κύρτωσης σε δέκατα της χορδής.
- ✓ Τα ψηφία  $IT$  στο τέλος περιγράφουν την τροποποίηση στη διανομή πάχους.

Αυτά ορίζονται ως:

- ✓  $I$  - προσδιορισμός της ακτίνας του χείλους προσβολής (leading edge radius) με βάση τις σχέσεις 1.17 και 1.18.
- ✓  $T$  - η θέση του μέγιστου πάχους σε δέκατα της χορδής (chord wise position of maximum thickness in tenths of chord).

$$\frac{n_e}{c} = 1.1019 \left( \frac{I}{6} \cdot \frac{t}{c} \right)^2 \quad \text{για } I \leq 8 \quad (1.17)$$

$$\frac{n_e}{c} = 3 \times 1.1019 \left( \frac{I}{6} \cdot \frac{t}{c} \right)^2 \quad \text{για } I \leq 9 \quad (1.18)$$

Για  $I = 6$  παράγεται ακτίνα χείλους προσβολής (leading edge radius) των τυποποιημένων τετραψήφιων αεροτομών.

**Παράδειγμα:** NACA 0012-74

- ✓ το πάχος της αεροτομής είναι 12%,
- ✓ με μέγιστο πάχος στη θέση  $x/c = 0,40$  και

- ✓ ακτίνα χείλους προσβολής ίση με 0,0216, η οποία είναι 36% μεγαλύτερη από την τυποποιημένη τετραψήφια τιμή.

Η NACA 16 σειρά είναι μια ειδική περίπτωση της τροποποιημένης τετραψήφιας αεροτομής με έναν δείκτη ακτίνας χείλους προσβολής  $I = 4$  και μέγιστο πάχος στο  $x/c = 0,5$  ( $T = 5$ ). Για παράδειγμα, η αεροτομή NACA 16-012 είναι ισοδύναμη με την NACA 0012-45.

Η διανομή πάχους δίνεται από τις σχέσεις:

$$\frac{y_t}{c} = 5\left(\frac{t}{c}\right) \left[ a_0 \sqrt{\frac{x}{c}} + a_1 \left(\frac{x}{c}\right) + a_2 \left(\frac{x}{c}\right)^2 + a_3 \left(\frac{x}{c}\right)^3 \right] \quad \text{για } 0 < \frac{x}{c} < T \quad (1.19)$$

$$\frac{y_t}{c} = 5\left(\frac{t}{c}\right) \left[ 0.002 + d_1 \left(1 - \frac{x}{c}\right) + d_2 \left(1 - \frac{x}{c}\right)^2 + d_3 \left(1 - \frac{x}{c}\right)^3 \right] \quad \text{για } T < \frac{x}{c} < 1 \quad (1.20)$$

Οι συντελεστές ( $a_0, a_1, a_2, a_3, d_1, d_2, d_3$ ) καθορίζονται βρίσκοντας πρώτα τα  $d$ , βασισμένοι στην κλίση του χείλους εκφυγής και στις συνθήκες του μέγιστου πάχους στο  $x/c = T$ . Μόλις βρεθούν αυτοί οι συντελεστές, τα  $a$  υπολογίζονται με το συσχετισμό του  $a_0$  με τη συγκεκριμένη ακτίνα του χείλους προσβολής, του μέγιστου πάχους στο  $x/c = T$  και τις συνθήκες συνέχειας της καμπύλης στο  $x/c = T$ . Όλες αυτές οι σταθερές καθορίζονται για  $t/c = 0,2$ , και κλιμακώνονται έπειτα σε άλλες τιμές  $t/c$  πολλαπλασιάζοντας με  $5(t/c)$ . Η τιμή του  $d_1$  ελέγχει την κλίση του χείλους προσβολής και επιλέγεται αρχικά για να αποφύγει τις αντιστροφές της καμπύλης. Εκτός από τις ταξινομημένες σε πίνακες τιμές, ο Riegels έχει ορίσει έναν τύπο παρεμβολής. Οι επίσημες (που ταξινομούνται σε πίνακες) και οι κατά προσέγγιση τιμές κατά Riegels του  $d_1$  δίνονται στον ακόλουθο πίνακα.

T	Tabulated $d_1$	Approximate $d_1$
0.2	0.200	0.200
0.3	0.234	0.234
0.4	0.315	0.314
0.5	0.465	0.464
0.6	0.700	0.722

Η προσέγγιση κατά Riegels δίνεται από τη σχέση:

$$d_1 \cong \frac{2.24 - 5.42 \cdot T + 12.3 \cdot T^2}{10 \cdot (1 - 0.878 \cdot T)} \quad (1.21)$$

Μόλις γίνει γνωστό το  $d_1$  μπορούμε να υπολογίσουμε τα  $d_2$  και  $d_3$  σύμφωνα με τις σχέσεις Riegels:

$$d_2 = \frac{0.294 - 2 \cdot (1 - T) \cdot d_1}{(1 - T)^2} \quad (1.22)$$

και

$$d_3 = \frac{-0.196 + (1 - T) \cdot d_1}{(1 - T)^3} \quad (1.23)$$

Έχοντας βρει τους συντελεστές  $d$ , μπορούμε να βρούμε τους συντελεστές  $a$ . Το  $a_0$  βασίζεται στην ακτίνα του χείλους προσβολής:

$$a_0 = 0.296904 \cdot x_{LE} \quad (1.24)$$

με

$$\begin{cases} x_{LE} = \frac{I}{6} & \text{για } I \leq 8 \\ x_{LE} = 10.3933 & \text{για } I = 9 \end{cases} \quad (1.25)$$

Ορίζουμε:

$$\rho_1 = \left(\frac{1}{5}\right) \frac{(1 - T)^2}{[0.588 - 2 \cdot d_1 \cdot (1 - T)]} \quad (1.26)$$

Τα υπόλοιπα  $a$  μπορούμε να βρεθούν από τους τύπους:

$$a_1 = \frac{0.3}{T} - \frac{15}{8} \cdot \frac{a_0}{\sqrt{T}} - \frac{T}{10 \cdot \rho_1} \quad (1.27)$$

$$a_2 = -\frac{0.3}{T^2} - \frac{5}{4} \cdot \frac{a_0}{T^{3/2}} - \frac{1}{5 \cdot \rho_1} \quad (1.28)$$

$$a_3 = \frac{0.1}{T^3} - 0.375 \cdot \frac{a_0}{T^{5/2}} - \frac{1}{10 \cdot \rho_1 \cdot T} \quad (1.29)$$

Η διανομή της μέσης γραμμής είναι η ίδια με τις τετραπήφειες τυποποιημένες αεροτομές που αναπτύχθηκαν προηγουμένως. Οι συντεταγμένες της άνω και κάτω πλευράς υπολογίζονται χρησιμοποιώντας τις τυποποιημένες εξισώσεις (1.1) και (1.2).

#### 1.4.5 Η πενταπήφια τροποποιημένη αεροτομή NACA (NACA Modified 5-Digit Airfoil)

Η πενταπήφια τροποποιημένη αεροτομή NACA προκύπτει με βάση τα αντίστοιχα για την τροποποιημένη τετραπήφια. Για να είμαστε πιο ακριβείς, οι συντελεστές  $d_1, d_2, d_3, a_0, a_1, a_2, a_3$  προκύπτουν από τις σχέσεις (1.21), (1.22), (1.23), (1.24), (1.27), (1.28), (1.29) αντίστοιχα. Φυσικά ισχύουν και οι σχέσεις (1.12), (1.13), (1.16), (1.25) και (1.26). Η διανομή πάχους δίνεται από τις σχέσεις (1.19) και (1.20).

Τέλος, σε αντιστοιχία με την πενταψήφια αεροτομή NACA, για  $Q = 0$  ισχύουν οι σχέσεις (1.9) και (1.10) ενώ για  $Q = 1$  ισχύουν οι σχέσεις (1.14) και (1.15).

#### 1.4.6 Η εξαψήφια αεροτομή NACA (NACA 6-6A Digit Airfoil)

Η γραμμή καμπυλότητας της εξαψήφιας αεροτομής NACA σχεδιάστηκε χρησιμοποιώντας τη θεωρία λεπτών αεροτομών (thin airfoil theory) ώστε να παράγεται μια σταθερή φόρτιση (loading) από το χείλος προσβολής (leading edge) της αεροτομής μέχρι τη θέση  $x/c=\alpha$ , ενώ στη συνέχεια η φόρτιση να μειώνεται γραμμικά μέχρι την μηδενική τιμή στο χείλος εκφυγής (trailing edge) της αεροτομής. Θεωρητικά, η φόρτιση στο χείλος προσβολής πρέπει να είναι είτε μηδέν είτε άπειρη, βάσει της θεωρίας των λεπτών αεροτομών. Η παραβίαση της θεωρίας από την υποτιθέμενη πεπερασμένη φόρτιση στο χείλος προσβολής της αεροτομής απεικονίζεται από την παρουσία μιας ιδιομορφίας στη μέση γραμμή (mean line) στο το χείλος προσβολής, όπου η μέση γραμμή εμφανίζει άπειρη κλίση. Για να αποφευχθεί η ιδιομορφία στο χείλος προσβολής, σύμφωνα με τους [Abbott and Doenhoff, 1959], οι αεροτομές 6-ψηφίων κατασκευάστηκαν κρατώντας την κλίση της μέσης γραμμής σταθερή μπροστά από το σημείο  $x/c = 0,005$ , με τιμή αυτή που έχει σε εκείνο το συγκεκριμένο σημείο. Για κυκλικό χείλος προσβολής, οι τιμές της μέσης γραμμής που προκύπτουν από τις αντίστοιχες σχέσεις, ουσιαστικά δεν χρησιμοποιούνται στα σημεία πριν από το κέντρο του αντίστοιχου κύκλου που σχηματίζει το χείλος προσβολής.

Να σημειώσουμε ότι μόνο η μέση γραμμή δίδεται από αναλυτικές σχέσεις. Οι διανομές πάχους προέκυψαν από αριθμητικές μεθόδους ανάστροφης σχεδίασης, με βάση την επιθυμητή φόρτιση της αεροτομής.

Οι αεροτομές NACA σειράς 6 περιγράφονται συνήθως από έναν αριθμό έξι ψηφίων μαζί με μια δήλωση που παρουσιάζει τον τύπο της μέσης γραμμής που χρησιμοποιήθηκε.

Παραδείγματος χάρη, στον προσδιορισμό NACA 65,3-218,  $\alpha = 0,5$  έχουμε τα εξής:

- ✓ το 6 είναι ο προσδιορισμός της σειράς.
- ✓ το 5 δείχνει τη θέση με την ελάχιστη πίεση σε δέκατα της χορδής πίσω από το χείλος προσβολής για συμμετρική αεροτομή μηδενικής άνωσης (zero lift).
- ✓ το 3 μετά το κόμμα (μερικές φορές αυτό είναι υπογραμμισμένο ή σε παρένθεση) δίνει τη σειρά του συντελεστή άνωσης σε δέκατα πάνω και κάτω από το συντελεστή άνωσης του σημείου σχεδίασης (design lift coefficient) στον οποίο οι ευνοϊκές κλίσεις πίεσης υπάρχουν και στις δύο επιφάνειες.
- ✓ το 2 μετά την παύλα δίνει το συντελεστή άνωσης του σημείου σχεδίασης σε δέκατα.
- ✓ τα τελευταία δύο ψηφία δείχνουν το πάχος της αεροτομής σε ποσοστό της χορδής.
- ✓ Ο προσδιορισμός  $\alpha = 0,5$  παρουσιάζει τον τύπο της μέσης γραμμής που χρησιμοποιείται. Όταν η μέση γραμμή δεν δίνεται, τότε γίνεται κατανοητό ότι έχει χρησιμοποιηθεί ομοιόμορφη φόρτιση μέσης γραμμής που αντιστοιχεί σε  $\alpha = 1.0$ .

Η σειρά αεροτομών 6A υιοθέτησαν μια εμπειρική τροποποίηση για  $\alpha = 0,8$  έτσι ώστε να επιτρέψουν στην αεροτομή να κατασκευαστεί σχεδόν ευθύγραμμο κοντά στο χείλος εκφυγής της.

**Βασικές εξισώσεις της μέσης γραμμής**

Όταν  $\alpha = 1$  (ομοιόμορφη φόρτιση κατά μήκος ολόκληρης της χορδής):

$$\frac{y}{c} = -\frac{C_{Li}}{4\pi} \left[ \left(1 - \frac{x}{c}\right) \ln\left(1 - \frac{x}{c}\right) + \frac{x}{c} \ln\left(\frac{x}{c}\right) \right] \quad (1.30)$$

και

$$\frac{dy}{dx} = \frac{C_{Li}}{4\pi} \left[ \ln\left(1 - \frac{x}{c}\right) - \ln\left(\frac{x}{c}\right) \right] \quad (1.31)$$

όπου  $C_{Li}$  είναι ο συντελεστής άνωσης του σημείου σχεδίασης, ο οποίος εμφανίζεται για μηδενική γωνία προσβολής.

Για  $\alpha < 1$ ,

$$\frac{y}{c} = \frac{C_{Li}}{2\pi(1+a)} \left\{ \frac{1}{1-a} \left[ \frac{1}{2} \left(a - \frac{x}{c}\right)^2 \ln\left|a - \frac{x}{c}\right| - \frac{1}{2} \left(1 - \frac{x}{c}\right)^2 \ln\left(1 - \frac{x}{c}\right) + \frac{1}{4} \left(1 - \frac{x}{c}\right)^2 - \frac{1}{4} \left(a - \frac{x}{c}\right)^2 \right] - \frac{x}{c} \ln\left(\frac{x}{c}\right) + g - h \frac{x}{c} \right\} \quad (1.32)$$

$$\text{με } g = \frac{-1}{(1-a)} \left[ a^2 \left( \frac{1}{2} \ln a - \frac{1}{4} \right) + \frac{1}{4} \right] \quad (1.33)$$

$$h = (1-a) \left[ \frac{1}{2} \ln(1-a) - \frac{1}{4} \right] + g \quad (1.34)$$

και

$$\frac{dy}{dx} = \frac{C_{Li}}{2\pi(1+a)} \left\{ \frac{1}{1-a} \left[ \left(1 - \frac{x}{c}\right) \ln\left(1 - \frac{x}{c}\right) - \left(a - \frac{x}{c}\right) \ln\left(a - \frac{x}{c}\right) \right] - \ln\left(\frac{x}{c}\right) - 1 - h \right\} \quad (1.35)$$

Η γωνία προσβολής (angle-of-attack) δίδεται:

$$a_i = \frac{C_{Li} \cdot h}{2\pi(1+a)} \quad (1.36)$$

 **$\alpha = 0.8$  (τροποποιημένη), μέση γραμμή της σειράς 6A**

Για  $0 < x/c < 0,87437$ , χρησιμοποιείται η βασική σχέση για τη μέση γραμμή με  $\alpha = 0,8$  αλλά με μια τροποποιημένη τιμή του συντελεστή άνωσης σημείου σχεδίασης:

$$C_{Li \text{ mod}} = C_{Li} / 1,0209.$$

Για  $0,87437 < x/c < 1$ , χρησιμοποιείται η γραμμική εξίσωση:

$$\frac{y_c/c}{C_{Li}} = 0,0302164 - 0,245209 \cdot \left(\frac{x}{c} - 0,87437\right) \quad (1.37)$$

Και για την κλίση της μέσης γραμμής:

$$\frac{dy}{dx} = -0,245209 \cdot C_{Li} \quad (1.38)$$

Να υπογραμμίσουμε ότι για  $x/c = 1$ , η προηγούμενη κατά προσέγγιση σχέση δίνει  $y/c = -0,000589$ , δείχνοντας μια μετατόπιση του  $\alpha$  κατά  $0,34^\circ$  για  $C_{Li} = 1$ .

#### 1.4.7 Πλεονεκτήματα – μειονεκτήματα και εφαρμογές των αεροτομών NACA [Aerospaceweb, 2001]

ΤΥΠΟΣ ΑΕΡΟΤΟΜΗΣ	ΠΛΕΟΝΕΚΤΗΜΑΤΑ	ΜΕΙΟΝΕΚΤΗΜΑΤΑ	ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ
<b>NACA 4 Ψηφίων</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Καλά χαρακτηριστικά στην απώλεια στήριξης</li> <li>✓ Μικρή μετακίνηση του κέντρου πίεσης σε μεγάλες μεταβολές της ταχύτητας.</li> <li>✓ Μικρή επίδραση της τραχύτητας</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Μικρή τιμή του μέγιστου συντελεστή άνωσης</li> <li>✓ Σχετικά μεγάλη αντίσταση</li> <li>✓ Υψηλή ροπή προνεύσεως</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Γενική αεροπορία</li> <li>✓ Οριζόντια ουραία πτερύγια</li> </ul> <p><b>ΣΥΜΜΕΤΡΙΚΕΣ</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Υπερηχητικά αεροσκάφη</li> <li>✓ Πτερύγια ελικοπτέρων</li> <li>✓ Κελύφη κινητήρων</li> <li>✓ Πτερύγια πυραύλων</li> </ul>
<b>NACA 5 Ψηφίων</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Υψηλός μέγιστος συντελεστής άνωσης</li> <li>✓ Χαμηλή ροπή προνεύσεως</li> <li>✓ Μικρή επίδραση της τραχύτητας</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Φτωχά χαρακτηριστικά στην απώλεια στήριξης</li> <li>✓ Σχετικά υψηλή αντίσταση</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Γενική αεροπορία</li> <li>✓ Ελικοφόρα μαχητικά αεροσκάφη</li> <li>✓ Επιχειρηματικά αεροσκάφη</li> <li>✓ Αεροσκάφη τοπικών μεταφορών</li> </ul>
<b>NACA Σειράς 16</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Αποφυγή κορυφών χαμηλής πίεσης</li> <li>✓ Χαμηλή αντίσταση σε υψηλές ταχύτητες</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Σχετικά χαμηλή άνωση</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Έλικες αεροσκαφών</li> <li>✓ Προπέλες πλοίων</li> </ul>

<b>NACA</b> <b>Σειράς 6</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓Υψηλός μέγιστος συντελεστής άνωσης</li> <li>✓Πολύ χαμηλή αντίσταση, σε στενή περιοχή συνθηκών λειτουργίας</li> <li>✓Βελτιστοποιημένη για υψηλές ταχύτητες</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓Υψηλή αντίσταση εκτός της βέλτιστης περιοχής συνθηκών λειτουργίας</li> <li>✓Υψηλή ροπή προνεύσεως</li> <li>✓Φτωχά χαρακτηριστικά στην απώλεια στήριξης</li> <li>✓Πολύ ευαίσθητη στην τραχύτητα</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓Ελικοφόρα μαχητικά αεροσκάφη</li> <li>✓Επιχειρηματικά αεροσκάφη</li> <li>✓Εκπαιδευτικά αεροσκάφη</li> <li>✓Υπερηχητικά αεροσκάφη</li> </ul>
--------------------------------	--	---	---



## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 - ΚΑΜΠΥΛΕΣ B-SPLINES ΚΑΙ NURBS

### 2.1 ΠΑΡΑΜΕΤΡΙΚΗ ΚΑΙ ΠΕΠΛΕΓΜΕΝΗ ΜΟΡΦΗ ΚΑΜΠΥΛΩΝ

Οι πιο διαδεδομένες μέθοδοι για την παράσταση καμπυλών ή επιφανειών είναι με χρήση πεπλεγμένων σχέσεων και με χρήση παραμετρικών σχέσεων. Μία καμπύλη στο επίπεδο  $xy$  μπορεί να παρασταθεί με μία πεπλεγμένη σχέση της μορφής:

$$f(x, y) = 0 \quad (2.1)$$

Η εξίσωση αυτή περιγράφει μια πεπλεγμένη σχέση μεταξύ των σημείων  $x$  και  $y$  της καμπύλης. Χαρακτηριστικό παράδειγμα είναι ο κύκλος, που σχεδιάζεται με κέντρο την αρχή των αξόνων και μοναδιαία ακτίνα. Ο κύκλος αυτός δίνεται από την εξίσωση:

$$f(x, y) = x^2 + y^2 - 1 = 0 \quad (2.2)$$

Αντίστοιχα, στην παραμετρική μορφή της, η αναπαράσταση της καμπύλης μπορεί να έχει μορφή

$$C(u) = [x(u), y(u)] \quad (2.3)$$

με την ανεξάρτητη παράμετρο  $u$  να παίρνει τιμές σε συγκεκριμένο διάστημα. Ως παράδειγμα, ένας κύκλος μοναδιαίας ακτίνας σε παραμετρική μορφή γράφεται ως

$$x(u) = \cos(u) \quad (2.4)$$

$$y(u) = \sin(u) \quad (2.5)$$

με την παράμετρο  $u$  να παίρνει τιμές στο διάστημα  $[0, 2\pi]$ . Παρατηρώντας τις δύο εναλλακτικές μεθόδους περιγραφής του κύκλου, διαπιστώνουμε ότι η παραμετρική μορφή δεν μας δίνει άμεσα τη γεωμετρική πληροφορία για τη μορφή της καμπύλης. Αυτό είναι ένα γενικότερο χαρακτηριστικό των παραμετρικών καμπυλών. Συγκεκριμένα, είναι δύσκολο να είναι γνωστή η βασική γεωμετρία που αντιπροσωπεύουν οι παραμετρικές σχέσεις, χωρίς να υπάρχει κάποια περαιτέρω ανάλυση. Οι συντελεστές των εξισώσεων δεν έχουν καμία γεωμετρική έννοια και είναι σχεδόν αδύνατο να προβλεφθεί η αλλαγή της μορφής εάν ένας ή περισσότεροι συντελεστές τροποποιούνται. Κατά συνέπεια, ο σχεδιασμός μιας καμπύλης, που ακολουθεί συγκεκριμένο περίγραμμα, είναι πολύ δύσκολος. Αυτό συμβαίνει πολύ πιο έντονα στην περίπτωση των παραμετρικών καμπυλών B-Splines, οι οποίες θα μας απασχολήσουν στη συνέχεια. Όμως η παραμετρική μορφή των καμπυλών είναι πολύ καλύτερα προσαρμοσμένη στη διαδικασία της σχεδίασης με χρήση Ηλεκτρονικών Υπολογιστών.

Στην πράξη, οι χρήστες ενός λογισμικού γεωμετρικής σχεδίασης συνήθως δεν ενδιαφέρονται για τα θεμελιώδη μαθηματικά. Εστιάζουν περισσότερο στο να πραγματοποιήσουν τις εργασίες τους. Έτσι λοιπόν, ένα σύστημα που υποστηρίζει τους χρήστες για να σχεδιάσουν καμπύλες πρέπει να είναι:

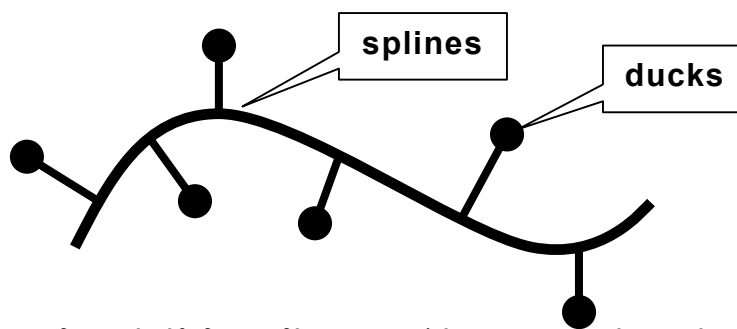
- ✓ **Διαισθητικό:** Αναμένουμε ότι κάθε βήμα και κάθε αλγόριθμος θα έχει μια διαισθητική και γεωμετρική ερμηνεία.
- ✓ **Ευέλικτο:** Το σύστημα πρέπει να παρέχει στους χρήστες έλεγχο για το σχεδιασμό της μορφής μιας καμπύλης. Ο τρόπος για την δημιουργία μιας καμπύλης πρέπει να είναι εύκολος, διαισθητικός και γεωμετρικός.
- ✓ **Ενιαία προσέγγιση:** Ο τρόπος αναπαράστασης και δημιουργίας για διαφορετικούς τύπους καμπυλών (π.χ., γραμμές, κωνικά τμήματα και κυβικές καμπύλες) πρέπει να είναι ο ίδιος. Δηλαδή να μην απαιτούνται διαφορετικές τεχνικές για διαφορετικές καμπύλες (δηλαδή, κωνικές και κυβικές).
- ✓ **Σταθερό:** Η αντιπροσωπευτική καμπύλη δεν θα αλλάξει τη γεωμετρία της κατά τη διάρκεια των γεωμετρικών μετασχηματισμών όπως περιστροφή και μεταφορά.
- ✓ **Αποδοτικό και αριθμητικά σταθερό:** Ο χρήστης ενός συστήματος σχεδίασης γεωμετρικών στοιχείων αναμένει το σύστημα να του παραδώσει την καμπύλη που θέλει *γρήγορα* και *επακριβώς*. Επιπλέον, ένα μεγάλο σύνολο υπολογισμών δεν θα διαστρεβλώσει τη μορφή της καμπύλης (δηλαδή, απαιτείται αριθμητική σταθερότητα).

Στο κεφάλαιο αυτό θα περιγράψουμε μερικές τεχνικές για το σχεδιασμό καμπυλών, οι οποίες εκπληρώνουν επιτυχώς τα παραπάνω κριτήρια. Θα αναλύσουμε τις καμπύλες B-Splines και NURBS, οι οποίες πληρούν τα παραπάνω χαρακτηριστικά και έχουν επικρατήσει διεθνώς στη διαδικασία σχεδίασης με χρήση H/Y.

## 2.2 ΙΣΤΟΡΙΚΗ ΑΝΑΔΡΟΜΗ

Πριν την εξέλιξη των Ηλεκτρονικών Υπολογιστών, οι αρχιτέκτονες και οι μηχανικοί παρήγαγαν τα σχέδιά τους για οικοδομικά κτίρια, δρόμους και μηχανικά μέρη χρησιμοποιώντας χαρτί, μολύβι και διάφορα άλλα απλά εργαλεία. Αυτά τα εργαλεία συμπεριλάμβαναν χάρακες και ορθογώνια για σχεδίαση ευθειών, διαβήτες για σχεδίαση κύκλων και τόξων και τρίγωνα και μοιρογνωμόνια για σχεδίαση γωνιών. Φυσικά αρκετά ενδιαφέροντα και πιο σύνθετα σχήματα αντικειμένων δεν μπορούσαν να σχεδιαστούν μόνο με αυτά τα απλά εργαλεία, επειδή τα καμπύλα τμήματά τους δεν αποτελούνταν από κύκλους ή ελλείψεις. Συχνά, μία καμπύλη έπρεπε να περάσει ομαλά από ένα αριθμό προκαθορισμένων σημείων. Αυτό το πρόβλημα πρακτικά ήταν περισσότερο έντονο στην ναυπηγική. Παρόλο που ένας ικανός καλλιτέχνης μπορεί αξιόπιστα να σχεδιάσει με το χέρι καμπύλες σε ένα τραπέζι σχεδίασης, στην ναυπηγική συχνά απαιτούνταν να κατασκευαστούν τεράστια σχέδια. Εξαιτίας του τεράστιου μεγέθους, τέτοια σχέδια συχνά κατασκευάζονταν σε τεράστιους χώρους μεγάλων κτιρίων από ειδικούς γνωστούς ως *loftsmen*. Αυτοί, για να βοηθηθούν, τοποθετούσαν μακριά, λεπτά, εύκαμπτα δοκάρια από ξύλο, πλαστικό, ή μέταλλο που ονομάζονταν *splines*. Τα *splines* συγκρατούνταν στη θέση τους με βαρίδια, τα ονομαζόμενα *ducks*, λόγω της ομοιότητάς τους με τα γνωστά πτηνά (σχήμα 2.1).

Η καμπύλη που προέκυπτε ήταν ομαλή, ενώ η καμπύλωση προέκυπτε από τη θέση των *ducks* [Schneider, 2004]. Με την εξέλιξη των H/Y και την εισαγωγή της σχεδίασης με χρήση H/Y, ανακαλύφθηκαν οι φυσικές ιδιότητες των *splines* και έτσι μπόρεσαν να μοντελοποιηθούν μαθηματικά.



Σχήμα 2.1.: Η παραδοσιακή μέθοδος σχεδίασης καμπυλών στη ναυπηγική, με χρήση εύκαμπτων δοκών.

Στη συνέχεια, η πρώτη προσέγγιση για την σχεδίαση καμπυλών και επιφανειών με μη αναλυτική περιγραφή έγινε από τον Fergusson το 1960 στη Boeing [Μπιλάλης Ν., 2003]. Ο Fergusson εισήγαγε την παραμετρική διανυσματική αναπαράσταση των καμπυλών, δημιούργησε το σύστημα FMILL για την περιγραφή επιφανειών ελεύθερης μορφής. Τα τμήματα Fergusson είναι κυβικά πολυωνυμικά τμήματα που προσδιορίζονται από τα διανύσματα θέσης και τα εφαπτόμενα διανύσματα στα άκρα του τμήματος, χρησιμοποιώντας παρεμβολή Hermite.

Το 1964 και μετέπειτα το 1967, ο Coons στο M.I.T. εισήγαγε μια μέθοδο περιγραφής επιφανειακών μπαλωμάτων, προσδιορίζοντας πρώτα τα διανύσματα θέσης στα τέσσερα ακραία σημεία του μπαλώματος και στην συνέχεια τις τέσσερις οριακές καμπύλες του μπαλώματος.

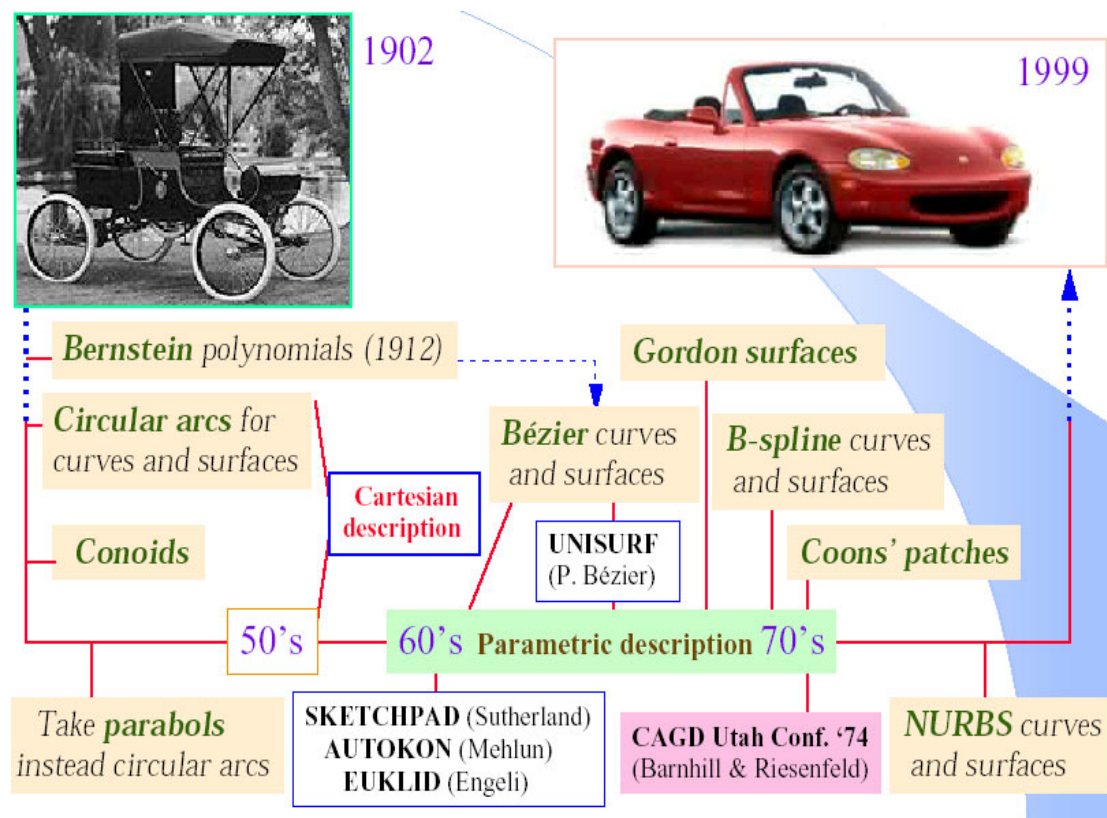
Οι δύο παραπάνω μέθοδοι όμως είχαν τα εξής μειονεκτήματα:

- ✓ Ήταν δύσκολος ο άμεσος έλεγχος της μορφής της καμπύλης.
- ✓ Κατά την ένωση διαδοχικών τμημάτων, η συνέχεια της προκύπτουσας καμπύλης δεν εξαρτάται από τα διαδοχικά τμήματα αλλά από όλη την καμπύλη.

Στη συνέχεια, ο Bezier στη Renault εισήγαγε μια μέθοδο περιγραφής καμπύλης από το χαρακτηριστικό πολύγωνο ή πολύγωνο ελέγχου, χρησιμοποιώντας τα πολυώνυμα Bernstein ως συναρτήσεις μείξης και με αυτή τη βάση δημιουργήθηκε το σύστημα UNISURF. Η μέθοδος αυτή παρέχει ευκολία ελέγχου της μορφής της καμπύλης αλλά παρουσιάζει προβλήματα σύνδεσης των διαφόρων τμημάτων μεταξύ τους, δημιουργεί πολυωνυμικές καμπύλες μεγάλου βαθμού και το τελικό μοντέλο αποτελείται από πολλά επιμέρους τμήματα και επιφανειακά μπαλώματα. Για μεγάλο χρονικό διάστημα ήταν η βασική μορφή αναπαράστασης καμπυλών και επιφανειών ελεύθερης μορφής σε πολλά συστήματα σχεδιομελέτης με χρήση υπολογιστή.

Οι Gordon [Gordon,1974] και Riesenfeld [Riesenfeld,1973] χρησιμοποίησαν συναρτήσεις Βάσης ως συναρτήσεις μείξης της καμπύλης και δημιούργησαν τις B-Splines. Για τον ορισμό τους χρησιμοποιείται το χαρακτηριστικό πολύγωνο, οι καμπύλες έχουν ανάλογες ιδιότητες με τις καμπύλες Bezier αλλά έχουν επιπλέον και την δυνατότητα τοπικού ελέγχου της καμπύλης. Ουσιαστικά αποτελούν γενίκευση των καμπυλών Bezier.

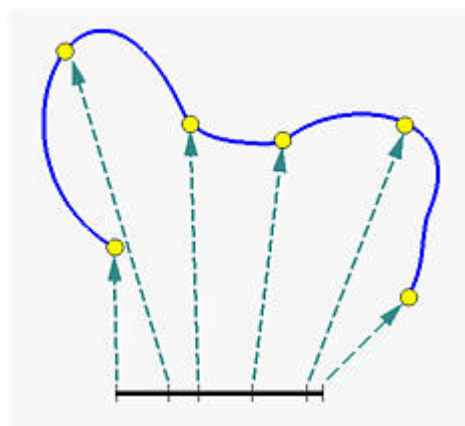
Όμως, όλες οι παραπάνω μέθοδοι δεν μπορούν να περιγράψουν με ακρίβεια κύκλους, ελλείψεις και κωνικές τομές. Η εξέλιξη των Καμπυλών B-Splines στη μορφή των Non-Uniform Rational B-Splines (NURBS) ξεπέρασε και αυτό το πρόβλημα, δίνοντας πολύ μεγαλύτερη ελευθερία στη σχεδίαση πολύπλοκων ή τυποποιημένων καμπυλών με ενιαίο τρόπο. Οι παραπάνω μέθοδοι περιγράφονται σχηματικά στο σχήμα 2.2, όπου παρουσιάζεται μια σχηματική αναπαράσταση της εξέλιξης των καμπυλών από το 1902 μέχρι σήμερα.



Σχήμα 2.2.: Εξέλιξη καμπυλών [Andres Iglesias, 2004].

## 2.3 ΚΑΜΠΥΛΕΣ B-SPLINES

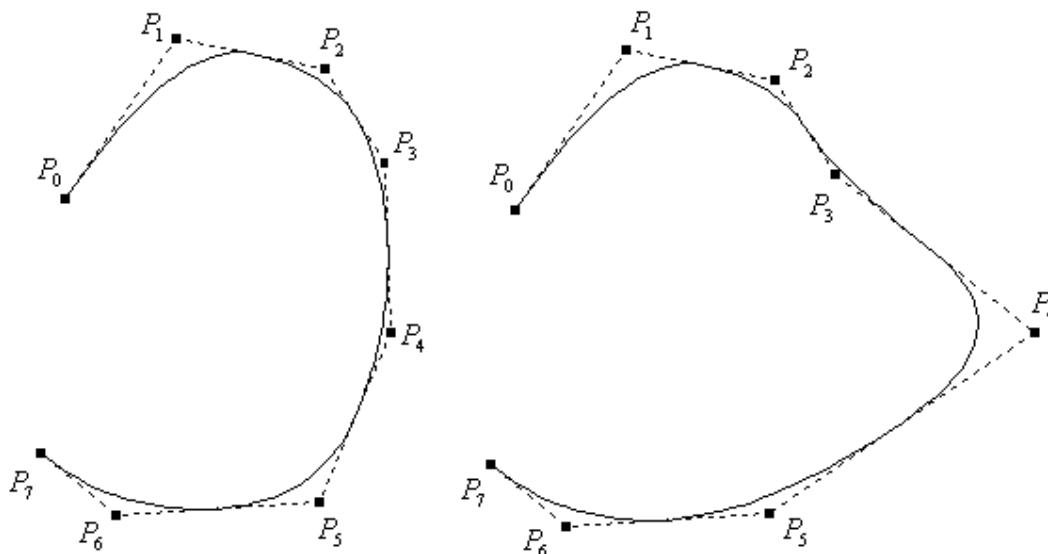
Για να μπορέσουμε να σχεδιάσουμε μια καμπύλη B-Spline, χρειαζόμαστε ένα σύνολο σημείων ελέγχου (control points), ένα σύνολο κόμβων (knots) και ένα σύνολο συντελεστών (coefficients), ένα για κάθε σημείο ελέγχου, έτσι ώστε όλα τα τμήματα καμπυλών να ενώνονται μαζί ικανοποιώντας ορισμένες συνθήκες συνοχής. Ο υπολογισμός των συντελεστών είναι ίσως το πιο σύνθετο βήμα, επειδή πρέπει να εξασφαλίσουν ορισμένες συνθήκες συνοχής [K.Shene, 2003].



Σχήμα 2.3.: Καμπύλη B-Spline και τα χαρακτηριστικά της [K.Shene, 2003].

### 2.3.1 Σημεία Ελέγχου (Control Points)

Ο έλεγχος των καμπυλών B-Spline επιτυγχάνεται με την τροποποίηση των σημείων ελέγχου (τη μετακίνησή τους δηλαδή στο δισδιάστατο ή στον τρισδιάστατο χώρο). Συχνά τα σημεία ελέγχου ενώνονται μεταξύ τους για την πιο εύκολη αναγνώρισή τους, σχηματίζοντας το πολύγωνο ελέγχου (control polygon). Στο σχήμα 2.4 που ακολουθεί, παρουσιάζεται η επίδραση που έχει στην καμπύλη B-Spline, η μεταβολή ενός σημείου ελέγχου. Επίσης, στο σχήμα φαίνεται πως η αλλαγή στο σχήμα της καμπύλης δεν πραγματοποιείται σε ολόκληρο το μήκος της αλλά μόνο σε μια περιοχή της, κοντά στο μετακινούμενο σημείο ελέγχου.



Σχήμα 2.4.: Μετακίνηση ενός σημείου ελέγχου, μιας ανοικτής δευτεροβάθμιας καμπύλης B-Spline με 8 σημεία ελέγχου.

Αυτή είναι μια πολύ δημοφιλής ιδιότητα των B-Spline, αφού μας επιτρέπει να προκαλούμε αλλαγές σε ένα μικρό τμήμα της καμπύλης, χωρίς να επηρεάζεται η γενικότερη μορφή της. Κάθε σημείο ελέγχου επηρεάζει μόνο το τμήμα της καμπύλης που βρίσκεται πιο κοντά σε αυτό, αλλά έχει μικρή ή καθόλου επίδραση σε τμήματα της καμπύλης που απέχουν σημαντικά από το εν λόγω σημείο. [Evgeny Demidov, 2004]

### 2.3.2 Καθορισμός των βασικών συναρτήσεων των καμπυλών B-Splines

Η συνάρτηση  $N_{i,p}(u)$  [Piegl and Tiller, 1997], η οποία καθορίζει πόσο ισχυρά το σημείο ελέγχου  $P_i$  επηρεάζει την καμπύλη για δεδομένη τιμή της ελεύθερης παραμέτρου  $u$ , καλείται βασική συνάρτηση του συγκεκριμένου σημείου ελέγχου. Εξάλλου, στον όρο B-Spline το “B” αναπαριστά την λέξη Βασική (Basic). Το ερώτημα που τίθεται τώρα είναι, πώς μπορούμε να καθορίσουμε κάθε βασική συνάρτηση. Κάθε περιοχή της καμπύλης επηρεάζεται από τα σημεία ελέγχου που βρίσκονται κοντά στην εν λόγω περιοχή. Όταν το τμήμα της καμπύλης που αναφερόμαστε βρίσκεται μακριά από κάποιο σημείο ελέγχου, αυτό το σημείο ελέγχου έχει μικρή επίδραση στο τμήμα της καμπύλης. Όσο το τμήμα της καμπύλης πλησιάζει στο σημείο ελέγχου, τόσο η επιρροή του γίνεται και μεγαλύτερη, μέχρι να αρχίσει να

ελαττώνεται πάλι όταν το τμήμα της καμπύλης αρχίσει να απομακρύνεται και να ξεπερνάει το σημείο ελέγχου.

Επειδή οι καμπύλες B-Spline ορίζονται παραμετρικά, με ελεύθερη παράμετρο  $u$ , μπορούμε να θεωρήσουμε ένα μικρό τμήμα από αυτές, σε ένα μικρό διάστημα μεταβολής του  $u$ . Εφόσον κάθε σημείο ελέγχου έχει τη δική του βασική συνάρτηση, σε μια καμπύλη με 4 σημεία ελέγχου θα υπάρχουν 4 τέτοιες βασικές συναρτήσεις. Κάθε μία από αυτές θα καλύπτει ένα ορισμένο τμήμα της καμπύλης.

Ας ορίσουμε  $U$  ένα διάνυσμα αποτελούμενο από  $m+1$  στοιχεία, για τα οποία ισχύει  $u_0 \leq u_1 \leq u_2 \leq \dots \leq u_m$ . Τα  $u_i$  ονομάζονται κόμβοι (knots), το  $U$  διάνυσμα κόμβων (Knot Vector) και το διάστημα  $[u_i, u_{i+1})$  ονομάζεται το  $i$ -στό εύρος κόμβων (Knot Span). Να σημειώσουμε ότι στην περίπτωση που δύο διαδοχικά  $u_i$  είναι ίσα, τότε το αντίστοιχο εύρος κόμβων είναι μηδενικό. Εάν ο κόμβος  $u_i$  εμφανίζεται  $k$  φορές (π.χ.  $u_i = u_{i+1} = \dots = u_{i+k-1}$ ) όπου  $k > 1$ , το  $u_i$  ονομάζεται πολλαπλός κόμβος πολλαπλότητας  $k$  και γράφεται  $u_i(k)$ . Διαφορετικά, εάν ο κόμβος  $u_i$  εμφανίζεται μια φορά, τότε ονομάζεται απλά κόμβος.

Έχοντας υπόψη τα παραπάνω, οι βασικές συναρτήσεις B-Spline (βαθμού  $p$ , τάξης  $k = p + 1$  με  $u_i$  κόμβους) υπολογίζονται από τις αναδρομικές σχέσεις:

$$N_{i,0}(u) = \begin{cases} 1 & \alpha\nu \quad u_i \leq u < u_{i+1} \\ 0 & \alpha\lambda\lambda\iota\omega\varsigma \end{cases} \quad (2.6)$$

$$N_{i,p}(u) = \frac{u - u_i}{u_{i+p} - u_i} \cdot N_{i,p-1}(u) + \frac{u_{i+p+1} - u}{u_{i+p+1} - u_{i+1}} \cdot N_{i+1,p-1}(u) \quad (2.7)$$

Οι παραπάνω σχέσεις συνήθως αναφέρονται ως αναδρομικές σχέσεις Cox-de Boor. Πρόκειται για την πιο διαδεδομένη μέθοδο που βασίζεται στην επαναληπτική σχέση που οφείλεται στους DeBoor [DeBoor, 1972] και Cox [Cox, 1972].

Αυτός ο ορισμός φαίνεται πολύπλοκος αλλά τελικά δεν είναι. Εάν ο βαθμός  $p$  είναι μηδέν, τότε οι βασικές συναρτήσεις είναι βηματικές (step functions). Δηλαδή, η βασική συνάρτηση  $N_{i,0}(u)$  είναι 1 εάν το  $u$  βρεθεί μέσα στο  $i$ -οστό εύρος κόμβων (Knot Span).

Πριν προχωρήσουμε σε περαιτέρω ανάλυση, παρουσιάζοντας ένα παράδειγμα, πρέπει να σημειώσουμε ότι από τις βασικές συναρτήσεις προκύπτουν ορισμένες σημαντικές ιδιότητες:

- ✓ Η  $N_{i,0}(u)$  είναι μια βηματική συνάρτηση, ίση με μηδέν παντού εκτός από το εσωτερικό διάστημα του  $i$ -οστού Knot Span, δηλ.  $u \in [u_i, u_{i+1})$ .
- ✓ Για  $p > 0$ , η  $N_{i,p}(u)$  είναι ένας γραμμικός συνδυασμός δύο βασικών συναρτήσεων βαθμού  $(p-1)$ .
- ✓ Ο υπολογισμός των βασικών συναρτήσεων απαιτεί καθορισμό ενός διανύσματος κόμβων,  $U$ , και του βαθμού  $p$ .
- ✓ Η εξίσωση (2.7) μπορεί να οδηγήσει σε πηλίκο  $\frac{0}{0}$ . Σε αυτή την περίπτωση το πηλίκο ορίζεται ίσο με 0.
- ✓ Τα  $N_{i,p}(u)$  είναι πολυώνυμα καθορισμένα σε όλο το σύνολο των πραγματικών αριθμών. Συνήθως όμως, μόνο το εσωτερικό διάστημα  $[u_0, u_m]$  είναι αυτό που μας ενδιαφέρει.

- ✓ Το εσωτερικό διάστημα  $[u_i, u_{i+1})$  καλείται το  $i$ -στό εύρος κόμβων. Μπορεί να έχει μηδενικό εύρος, αφού οι κόμβοι δεν είναι κατ' ανάγκη διαφορετικοί.
- ✓ Εάν ο αριθμός των κόμβων είναι  $m+1$ , ο βαθμός των βασικών συναρτήσεων είναι  $p$  και ο αριθμός των βασικών συναρτήσεων βαθμού  $p$  είναι  $n+1$ , τότε ισχύει

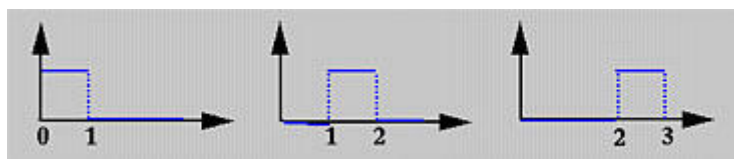
$$m = n + p + 1 \quad (2.8)$$

- ✓ Το άθροισμα των Βασικών συναρτήσεων είναι ίσο με τη μονάδα, που σημαίνει ότι η καμπύλη και το πολύγωνο ελέγχου δεν αλλάζουν με τους μετασχηματισμούς.

$$\sum_{i=0}^n N_{i,p}(u) = 1 \quad (2.9)$$

- ✓ Κάθε βασική συνάρτηση παίρνει μόνο θετικές τιμές,  $N_{i,p}(u) \geq 0$ , που σημαίνει ότι ισχύει η ιδιότητα του κυρτού περιβλήματος.
- ✓ Κάθε σημείο ελέγχου επηρεάζει  $(p+1)$  τμήματα, αφού οι βασικές συναρτήσεις είναι μηδενικές σε ορισμένες περιοχές, για  $u$  εκτός διαστήματος  $[u_i, u_{i+(p+1)})$ .
- ✓ Κάθε βασική συνάρτηση  $N_{i,p}(u)$  διαφοροποιείται  $(p-1)$  φορές, συνεπώς έχει και αντίστοιχη συνέχεια στην παραγόμενη καμπύλη, εφόσον δεν έχουμε πολλαπλότητα τιμών στο διάστημα κόμβων. Εάν η πολλαπλότητα ενός εσωτερικού κόμβου είναι  $q$ , τότε η συνέχεια της παραγόμενης καμπύλης είναι  $C^{p-q-1}$ .

Για την καλύτερη κατανόηση των παραπάνω, ας υποθέσουμε ότι έχουμε τέσσερις κόμβους  $u_0 = 0$ ,  $u_1 = 1$ ,  $u_2 = 2$  και  $u_3 = 3$ , με αντίστοιχο εύρος κόμβων  $[0,1)$ ,  $[1,2)$ ,  $[2,3)$  και βασική συνάρτηση  $N_{0,0}(u) = 1$  για  $p = 0$  στο  $[0,1)$  και 0 αλλού,  $N_{1,0}(u) = 1$  στο  $[1,2)$  και 0 αλλού, και  $N_{2,0}(u) = 1$  στο  $[2,3)$  και 0 αλλού, σύμφωνα με το σχήμα 2.5 [7].



Σχήμα 2.5: Τιμές βασικής συνάρτησης στο αντίστοιχο εύρος κόμβων [K.Shene, 2003].

Για να μπορέσουμε να καταλάβουμε καλύτερα τον υπολογισμό του  $N_{i,p}(u)$  για  $p > 0$ , χρησιμοποιούμε τον υπολογισμό τριγώνου, του σχήματος 2.6.

$[u_0, u_1)$	$N_{0,0}$	$N_{0,1}$		
$[u_1, u_2)$	$N_{1,0}$		$N_{0,2}$	
		$N_{1,1}$		$N_{0,3}$
$[u_2, u_3)$	$N_{2,0}$		$N_{1,2}$	
		$N_{2,1}$		$N_{1,3}$
$[u_3, u_4)$	$N_{3,0}$		$N_{2,2}$	$\vdots$
		$N_{3,1}$	$\vdots$	
$[u_4, u_5)$	$N_{4,0}$	$\vdots$		
$\vdots$	$\vdots$			

Σχήμα 2.6: Υπολογισμός του  $N_{i,p}(u)$ .

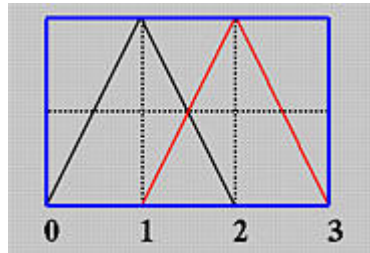
Γνωρίζουμε ότι  $N_{0,0}(u) = 1$ ,  $N_{1,0}(u) = 1$  και  $N_{2,0}(u) = 1$  για διάστημα κόμβου  $U=\{0,1,2,3\}$ . Μπορούμε να υπολογίσουμε  $N_{0,1}(u)$  για  $i = 0$  και  $p = 1$  από την εξίσωση 2.7 και να καταλήξουμε:

$$N_{0,1}(u) = \frac{u - u_0}{u_1 - u_0} \cdot N_{0,0}(u) + \frac{u_2 - u}{u_2 - u_1} \cdot N_{1,0}(u) \quad (2.10)$$

Αντικαθιστώντας στην παραπάνω σχέση  $u_0 = 0$ ,  $u_1 = 1$  και  $u_2 = 2$  προκύπτει ότι:

$$N_{0,1}(u) = u \cdot N_{0,0}(u) + (2 - u) \cdot N_{1,0}(u) \quad (2.11)$$

Αφού  $N_{0,0}(u)$  και  $N_{1,0}(u)$  είναι μη μηδενικά στο διάστημα  $[1,0)$  και  $[1,2)$  αντίστοιχα, εάν η ελεύθερη παράμετρος  $u$  ανήκει στο διάστημα  $[0,1)$ , τότε  $N_{0,1}(u) = u$ , και αν η παράμετρος  $u$  ανήκει στο διάστημα  $[1,2)$ , τότε  $N_{0,1}(u) = (2-u)$ . Παρόμοια καταλήγουμε  $N_{1,1}(u) = u-1$  αν η  $u$  ανήκει στο διάστημα  $[1,2)$  και  $N_{1,1}(u) = 3-u$  αν η  $u$  ανήκει στο διάστημα  $[2,3)$ . Στο σχήμα 2.7 με μαύρο χρώμα σχεδιάστηκε η Βασική συνάρτηση  $N_{0,1}(u)$  ενώ με κόκκινο η Βασική συνάρτηση  $N_{1,1}(u)$ . Να σημειώσουμε ότι η  $N_{0,1}(u)$  είναι μη μηδενική στα διαστήματα  $[0,1)$  και  $[1,2)$ .

Σχήμα 2.7: Η απεικόνιση των Βασικών συναρτήσεων  $N_{0,1}(u)$  και  $N_{1,1}(u)$  [K.Shene, 2003].

Μετά τον υπολογισμό των Βασικών συναρτήσεων  $N_{0,1}(u)$  και  $N_{1,1}(u)$ , μπορούμε να υπολογίσουμε τη Βασική συνάρτηση  $N_{0,2}(u)$  ως εξής:

$$N_{0,2}(u) = \frac{u - u_0}{u_2 - u_0} \cdot N_{0,1}(u) + \frac{u_3 - u}{u_3 - u_2} \cdot N_{1,1}(u) \quad (2.12)$$



Αντικαθιστώντας στην 2.12 τις τιμές των κόμβων προκύπτει ότι:

$$N_{0,2(u)} = 0.5 \cdot u \cdot N_{0,1}(u) + 0.5(3-u) \cdot N_{1,1}(u) \quad (2.13)$$

Να σημειώσουμε ότι η  $N_{0,1}(u)$  είναι μη μηδενική στα διαστήματα  $[0,1)$  και  $[1,2)$  και η  $N_{1,1}(u)$  είναι μη μηδενική στα διαστήματα  $[1,2)$  και  $[2,3)$ .

Συνεπώς, έχουμε τρεις διαφορετικές περιπτώσεις να μελετήσουμε:

1. Η ελεύθερη παράμετρος  $u$  ανήκει στο διάστημα  $[0,1)$ :

Σε αυτήν την περίπτωση, μόνο η Βασική συνάρτηση  $N_{0,1}(u)$  συμβάλει στην τιμή του  $N_{0,2}(u)$ . Έχοντας δεδομένο ότι  $N_{0,1}(u)=u$ , καταλήγουμε στο εξής:

$$N_{0,2(u)} = 0.5 \cdot u^2 \quad (2.14)$$

2. Η ελεύθερη παράμετρος  $u$  ανήκει στο διάστημα  $[1,2)$ :

Σε αυτήν την περίπτωση, και οι δύο Βασικές συναρτήσεις  $N_{0,1}(u)$  και  $N_{1,1}(u)$  συμβάλουν στην τιμή της  $N_{0,2}(u)$ . Έχοντας δεδομένο ότι  $N_{0,1}(u)=2-u$  και  $N_{1,1}(u)=u-1$  στο διάστημα  $[1,2)$ , καταλήγουμε στην ακόλουθη σχέση:

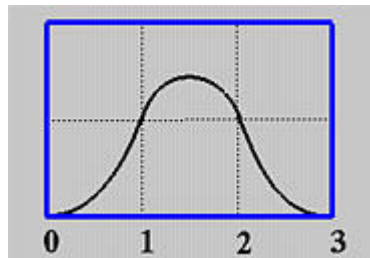
$$N_{0,2(u)} = (0.5 \cdot u) \cdot (2-u) + 0.5(3-u) \cdot (u-1) = 0.5(-3+6u-2u^2) \quad (2.15)$$

3. Η ελεύθερη παράμετρος  $u$  ανήκει στο διάστημα  $[2,3)$ :

Σε αυτήν την περίπτωση, μόνο η Βασική συνάρτηση  $N_{1,1}(u)$  συμβάλει στην τιμή της  $N_{0,2}(u)$ . Έχοντας δεδομένο ότι  $N_{1,1}(u)=3-u$  στο διάστημα  $[2,3)$ , καταλήγουμε στην ακόλουθη σχέση:

$$N_{0,2(u)} = 0.5 \cdot (3-u) \cdot (3-u) = 0.5(3-u)^2 \quad (2.16)$$

Εάν σχεδιάσουμε το κάθε τμήμα καμπύλης για τις παραπάνω τρεις περιπτώσεις, ώστε να κατασκευαστεί η συνολική Βασική συνάρτηση  $N_{0,2}(u)$ , θα δούμε ότι παράγεται μία συνεχής καμπύλη, με τα διαδοχικά τμήματα να ενώνονται στους κόμβους. Συγκεκριμένα, τα τμήματα της πρώτης και δεύτερης περίπτωσης ενώνονται μαζί στον κόμβο  $u = 1$ , ενώ τα τμήματα της δεύτερης και τρίτης περίπτωσης ενώνονται στον κόμβο  $u = 2$ . Να τονίσουμε ότι η σύνθετη καμπύλη που παρουσιάζεται στο σχήμα 2.8 είναι ομαλή. Γενικά όμως, εάν ένα διάστημα κόμβων περιέχει πολλαπλούς κόμβους τότε η καμπύλη αλλάζει μορφή.

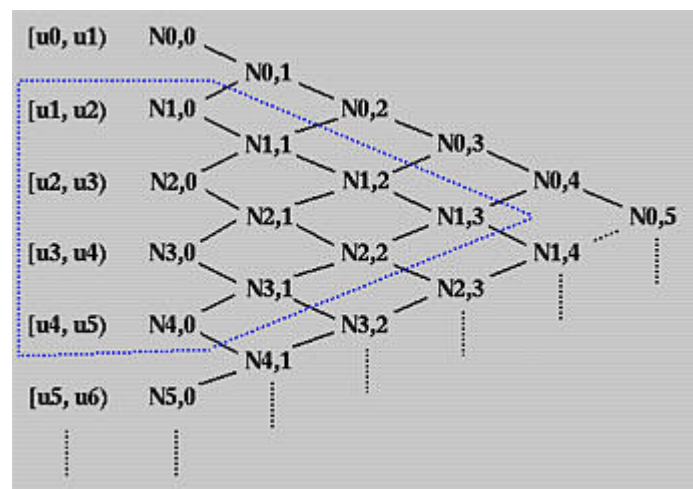


Εικόνα 2.8: Η απεικόνιση του  $N_{0,2}(u)$  [K.Shene, 2003].

Καταλήγοντας, εφόσον η  $N_{i,1}(u)$  υπολογίζεται από τις  $N_{i,0}(u)$  και  $N_{i+1,0}(u)$  και εφόσον οι Βασικές συναρτήσεις  $N_{i,0}(u)$  και  $N_{i+1,0}(u)$  είναι μη μηδενικές στα

διαστήματα  $[u_i, u_{i+1})$  και  $[u_{i+1}, u_{i+2})$ , η Βασική συνάρτηση  $N_{i,1}(u)$  είναι μη μηδενική στο εύρος  $[u_i, u_{i+2})$ . Όμοια, εφόσον η  $N_{i,2}(u)$  εξαρτάται από τις  $N_{i,1}(u)$  και  $N_{i+1,1}(u)$  και εφόσον αυτές οι δύο βασικές συναρτήσεις είναι μη μηδενικές στα διαστήματα  $[u_i, u_{i+2})$  και  $[u_{i+1}, u_{i+3})$ , αντίστοιχα, η Βασική συνάρτηση  $N_{i,2}(u)$  είναι μη μηδενική στο διάστημα  $[u_i, u_{i+3})$ .

Γενικά, για να καθοριστεί το μη μηδενικό πεδίο ορισμού για την Βασική συνάρτηση  $N_{i,p}(u)$ , μπορεί να χρησιμοποιηθεί ο υπολογισμός τριγώνου. Ως παράδειγμα, ας υποθέσουμε ότι θέλουμε να βρούμε το μη μηδενικό πεδίο ορισμού για την βασική συνάρτηση  $N_{1,3}(u)$ . Βασιζόμενοι στα προηγούμενα, κινούμαστε από τα δεξιά προς τα αριστερά, μέχρι να καταλήξουμε στην πρώτη στήλη, μέσα στα όρια της μπλε διακεκομμένης γραμμής (Σχήμα 2.9). Συμπερασματικά, καταλήγουμε ότι η Βασική συνάρτηση  $N_{1,3}(u)$  είναι μη μηδενική στα διαστήματα κόμβων  $[u_1, u_2)$ ,  $[u_2, u_3)$ ,  $[u_3, u_4)$  και  $[u_4, u_5)$  ή ισοδύναμα στο διάστημα  $[u_1, u_5)$ .



Σχήμα 2.9: Εύρεση του διαστήματος για τη βασική συνάρτηση  $N_{1,3}(u)$  [K.Shene, 2003].

Σύμφωνα λοιπόν με τα παραπάνω, προκύπτει η εξής σημαντική παρατήρηση:

**Η Βασική συνάρτηση  $N_{i,p}(u)$  είναι μη μηδενική στο διάστημα  $[u_i, u_{i+p+1})$ , ή ισοδύναμα,  
η Βασική συνάρτηση  $N_{i,p}(u)$  είναι μη μηδενική για  $p+1$  διαστήματα  
κόμβων:  $[u_i, u_{i+1})$ ,  $[u_{i+1}, u_{i+2})$ , ...,  $[u_{i+p}, u_{i+p+1})$ .**

### 2.3.3 Διανύσματα κόμβων

Σύμφωνα με την παράγραφο 2.3.2, γίνεται αντιληπτό ότι η επιλογή του διανύσματος κόμβων είναι πολύ σημαντικός παράγοντας, επειδή επηρεάζει τις βασικές συναρτήσεις και κατά συνέπεια την τελική καμπύλη. Η μόνη απαίτηση για το διάνυσμα κόμβων είναι  $u_i \leq u_{i+1}$ . Χρησιμοποιούνται τρεις τύποι διανυσμάτων κόμβων ([Evgeny Demidov, 2004] και [Neil Dodgson, 2000]):

- ✓ το ομοιόμορφο (Uniform),
- ✓ το ανοικτό ομοιόμορφο (Open Uniform),
- ✓ το ανομοιόμορφο (Non-Uniform).

Στο **ομοιόμορφο διάνυσμα κόμβων**, οι επιμέρους κόμβοι ισαπέχουν μεταξύ τους. Για παράδειγμα έχουν την μορφή:

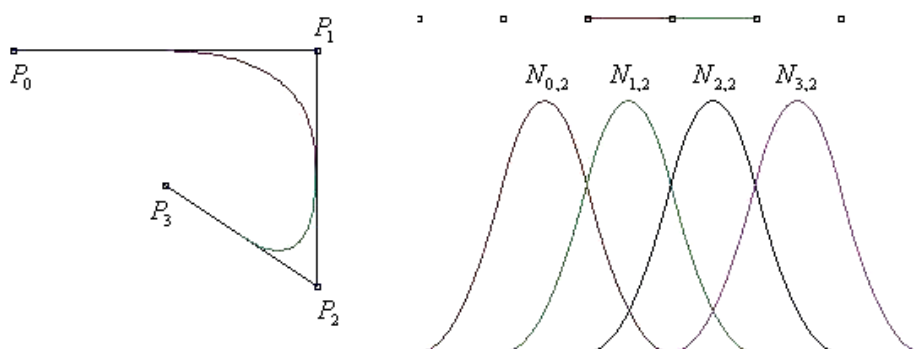
$$[0 \ 1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5] \text{ ή } [0 \ 0.25 \ 0.5 \ 0.75 \ 1.0]$$

Ο γενικός τύπος ορισμού του διανύσματος κόμβων είναι:

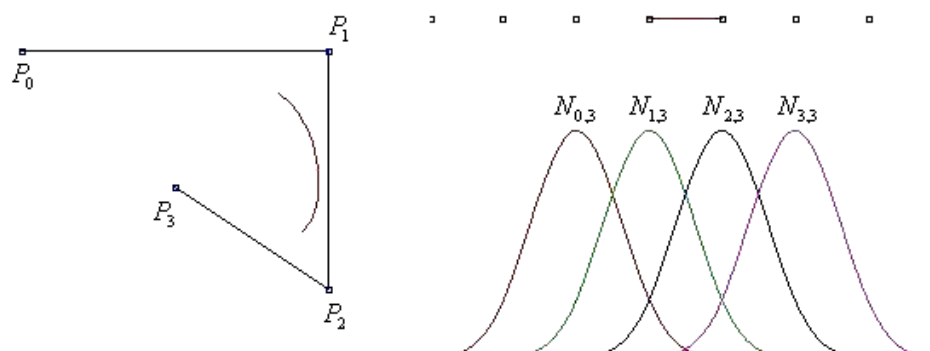
$$u_{i+1} - u_i = \text{σταθερο}, \forall i \quad (2.17)$$

Το χρήσιμο διάνυσμα κόμβων, όπου δηλαδή ορίζεται η καμπύλη, φαίνεται στα σχήματα 2.10 και 2.11 και παρίσταται ως η γραμμή που ενώνει τους κόμβους πάνω από τις βασικές συναρτήσεις και δίδεται:

$$(p-2) \leq j \leq n+1 \quad (2.18)$$



Σχήμα 2.10: Μία τετραγωνική ομοιόμορφη καμπύλη B-Spline με 4 σημεία ελέγχου. Αριστερά απεικονίζεται η καμπύλη και δεξιά παρουσιάζονται οι βασικές συναρτήσεις της. Πάνω από αυτές διακρίνεται η διάταξη των κόμβων καθώς και το διάστημα ορισμού της καμπύλης από τον 3<sup>ο</sup> μέχρι τον 5<sup>ο</sup> κόμβο.



Σχήμα 2.11: Κυβική ομοιόμορφη B-Spline με 4 σημεία ελέγχου αριστερά και οι βασικές συναρτήσεις της δεξιά. Είναι προφανές πως το διάστημα ορισμού είναι μικρότερο από αυτό της καμπύλης του προηγούμενου σχήματος (από τον 4<sup>ο</sup> έως τον 5<sup>ο</sup> κόμβο ή αλλιώς από το 2<sup>ο</sup> σημείο ελέγχου έως το 3<sup>ο</sup> περίπου).

Στο **ανοικτό ομοιόμορφο διάνυσμα κόμβων**, υπάρχει μια πολλαπλότητα στους ακραίους κόμβους, η οποία ισούται με την τάξη  $k = (p+1)$  των βασικών συναρτήσεων. Οι εσωτερικοί κόμβοι είναι ομοιόμορφα διατεταγμένοι, δηλαδή:

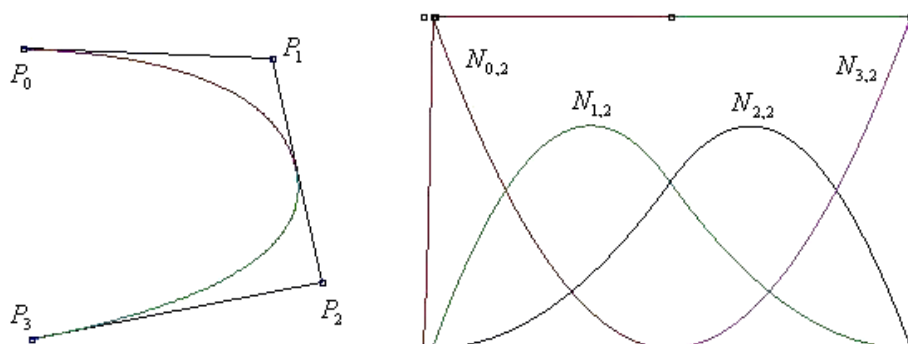
$$\left\{ \begin{array}{l} u_i = u_1, i \leq k \\ u_{i+1} - u_i = \text{σταθερο}, k \leq i < n+2 \\ u_i = u_{k+(n+1)}, i \geq n+2 \end{array} \right\} \quad (2.19)$$

Παραδείγματα ανοικτών ομοιόμορφων διάνυσμάτων κόμβων για διαφορετικές τιμές της τάξης  $k$ , δίδονται στη συνέχεια:

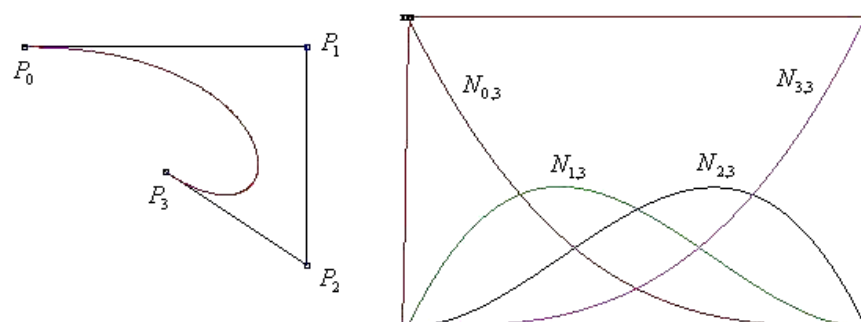
$$k=2 : [0 \ 0 \ 1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 4]$$

$$k=3 : [0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 2 \ 3 \ 3 \ 3]$$

$$k=4 : [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 2 \ 2 \ 2 \ 2]$$



Σχήμα 2.12: Μία τετραγωνική ανοικτή καμπύλη B-Spline με 4 σημεία ελέγχου. Αριστερά παρουσιάζεται η μορφή της καμπύλης με τα σημεία ελέγχου και δεξιά απεικονίζονται οι βασικές συναρτήσεις. Όπως φαίνεται στο σχήμα, η καμπύλη ξεκινάει από το αρχικό σημείο ελέγχου και τερματίζει στο τελικό. Αυτό φαίνεται επίσης και στο πεδίο ορισμού της καμπύλης (πάνω από τις βασικές συναρτήσεις) που καλύπτει όλο το φάσμα των κόμβων.



Σχήμα 2.13: Κυβική ανοικτή καμπύλη B-Spline με 4 σημεία ελέγχου. Μία ιδιότητα των ανοικτών B-Spline καμπυλών, που φαίνεται από τα σχήματα, είναι πως, όσο αυξάνει ο βαθμός της καμπύλης τόσο αυτές απομακρύνονται από τα σημεία ελέγχου. Στην ειδική περίπτωση των τετραγωνικών καμπυλών η καμπύλη τέμνει (ή εφάπτεται με) το πολύγωνο ελέγχου ακριβώς στην μέση κάθε πλευράς.

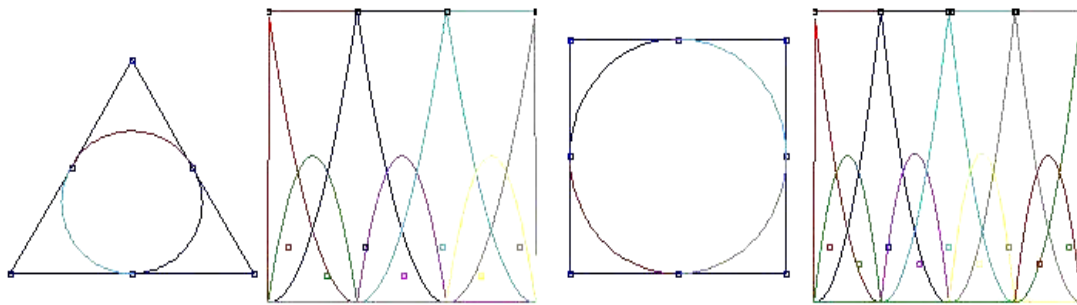
Οι καμπύλες B-Spline με ανοικτό ομοιόμορφο διάνυσμα κόμβων έχουν την πολύ βασική ιδιότητα η καμπύλη να παρεμβάλλει το αρχικό και τελικό σημείο ελέγχου. Αυτό είναι αρκετά σημαντικό, διότι επιλέγοντας κατάλληλα το αρχικό και τελικό σημείο ελέγχου, ξέρουμε από που ξεκινάει και που καταλήγει η καμπύλη μας.

Στην ειδική περίπτωση που ο πρώτος κόμβος είναι μηδενικός και η απόσταση των κόμβων είναι μοναδιαία, το ανοικτό ομοιόμορφο διάνυσμα τιμών προσδιορίζεται από τη σχέση 2.20.

$$u_i = \begin{cases} 0 & 0 \leq i < p+1 \\ i-p & p+1 \leq i \leq n+1 \\ n-p+1 & n+1 \leq i \leq n+p+1 \end{cases} \quad (2.20)$$

Το *ανομοιόμορφο διάνυσμα κόμβων* μπορεί να παίρνει τιμές ανομοιόμορφα καταναμημένες ή να έχει πολλαπλούς εσωτερικούς κόμβους και μπορεί να είναι περιοδικό ή ανοικτό, π.χ.:

$$[0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 2 \ 2 \ 2] \text{ ή } [0 \ 1 \ 2 \ 2 \ 3 \ 4] \text{ ή } [1 \ 3 \ 7 \ 22 \ 23 \ 23 \ 49 \ 50 \ 50]$$



Σχήμα 2.14: Ο μοναδικός τρόπος να σχηματίσουμε κύκλους ή άλλες κωνικές τομές με B-Spline είναι με χρήση ανομοιόμορφου διανύσματος κόμβων, όπως τις καμπύλες NURBS. Στο σχήμα παρουσιάζονται δύο κυβικές NURBS. Η πρώτη σχηματίζεται με 6 σημεία ελέγχου και διάνυσμα κόμβων

$$U = \{0, 0, 0, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{2}{3}, 1, 1, 1\} \text{ ενώ η δεύτερη σχηματίζεται με 8 σημεία ελέγχου και διάνυσμα κόμβων } U = \{0, 0, 0, \frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{3}{4}, 1, 1, 1\}.$$

### 2.3.4 Παραδείγματα Κατασκευής Βασικών Συναρτήσεων

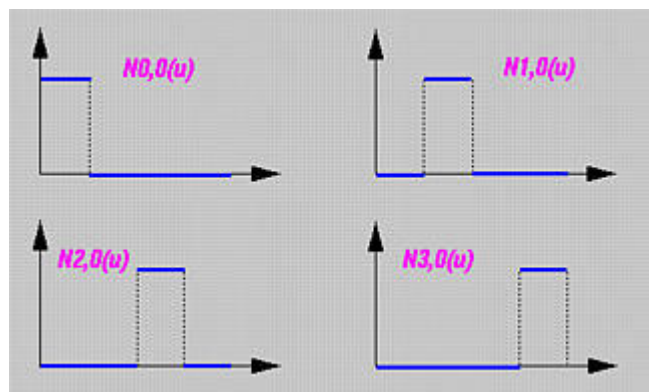
Σε αυτήν την παράγραφο θα παρουσιαστούν δύο παραδείγματα για την πλήρη κατανόηση των βασικών συναρτήσεων. Το πρώτο παράδειγμα περιέχει μόνο απλούς κόμβους, ενώ το δεύτερο περιέχει πολλαπλούς κόμβους [K.Shene, 2003].

#### 1<sup>ο</sup> Παράδειγμα

Ας υποθέσουμε ότι έχουμε το εξής διάνυσμα κόμβων:

$$U = \{0, 0.25, 0.5, 0.75, 1\}$$

Σύμφωνα με τα προηγούμενα,  $m = 4$  και  $u_0 = 0$ ,  $u_1 = 0.25$ ,  $u_2 = 0.5$ ,  $u_3 = 0.75$  και  $u_4 = 1$ . Οι Βασικές συναρτήσεις  $N_{0,0}(u)$ ,  $N_{1,0}(u)$ ,  $N_{2,0}(u)$  και  $N_{3,0}(u)$  (βαθμού 0) ορίζονται στα διαστήματα  $[0, 0.25)$ ,  $[0.25, 0.5)$ ,  $[0.5, 0.75)$  και  $[0.75, 1)$ , όπως φαίνονται στο σχήμα 2.15.

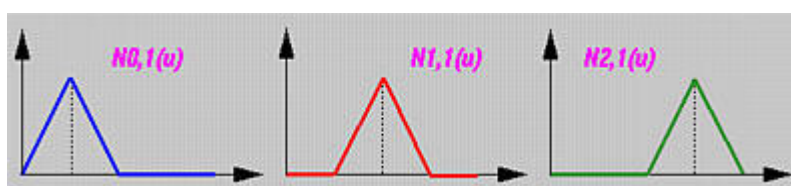


Σχήμα 2.15: Οι βασικές συναρτήσεις μηδενικού βαθμού  $N_{0,0}(u)$ ,  $N_{1,0}(u)$ ,  $N_{2,0}(u)$  και  $N_{3,0}(u)$  [K.Shene, 2003].

Στην συνέχεια, με βάση την εξίσωση 2.7, βρίσκουμε τις Βασικές συναρτήσεις  $N_{i,1}(u)$  (βαθμού 1), σύμφωνα με τον ακόλουθο πίνακα:

Βασική συνάρτηση	Διάστημα	Εξίσωση
$N_{0,1}(u)$	$[0, 0.25)$	$4u$
	$[0.25, 0.5)$	$2(1 - 2u)$
$N_{1,1}(u)$	$[0.25, 0.5)$	$4u - 1$
	$[0.5, 0.75)$	$3 - u$
$N_{2,1}(u)$	$[0.5, 0.75)$	$2(2u - 1)$
	$[0.75, 1)$	$4(1 - u)$

Στο σχήμα 2.16 παρουσιάζονται οι γραφικές παραστάσεις των παραπάνω βασικών συναρτήσεων.

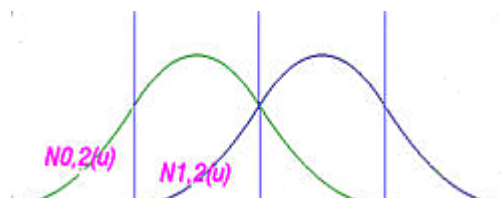


Σχήμα 2.16: Οι βασικές συναρτήσεις 1<sup>ου</sup> βαθμού  $N_{0,1}(u)$ ,  $N_{1,1}(u)$  και  $N_{2,1}(u)$  [K.Shene, 2003].

Έχοντας γνωστές τις  $N_{i,1}(u)$ , μπορούμε να υπολογίσουμε τις Βασικές συναρτήσεις βαθμού 2 ( $p = 2$ ). Σε αυτήν την περίπτωση έχουμε  $m = 4$ ,  $p = 2$  και  $m = n + p + 1$ , συνεπώς  $n = 1$ , άρα υπάρχουν μόνο 2 Βασικές συναρτήσεις 2<sup>ου</sup> βαθμού, οι  $N_{0,2}(u)$  και  $N_{1,2}(u)$ . Συνοψίζοντας, προκύπτει ο παρακάτω πίνακας:

Βασική συνάρτηση	Διάστημα	Εξίσωση
$N_{0,2}(u)$	$[0, 0.25)$	$8u^2$
	$[0.25, 0.5)$	$-1.5 + 12u - 16u^2$
	$[0.5, 0.75)$	$4.5 - 12u + 8u^2$
$N_{1,2}(u)$	$[0.25, 0.5)$	$0.5 - 4u + 8u^2$
	$[0.5, 0.75)$	$-1.5 + 8u - 8u^2$
	$[0.75, 1)$	$8(1 - u)^2$

Οι τρεις κάθετες γραμμές στο σχήμα 2.17 δείχνουν την θέση των κόμβων. Να σημειώσουμε ότι κάθε βασική συνάρτηση είναι μια σύνθετη καμπύλη τρίτου βαθμού. Για παράδειγμα, η πράσινη καμπύλη είναι η ένωση τριών παραβολών στο διάστημα  $[0,0.25)$ ,  $[0.25,0.5)$  και  $[0.5,0.75)$ . Αυτές οι τρεις καμπύλες συνδέονται μεταξύ τους και δημιουργούν την ομαλή καμπάνα που παρουσιάζεται στην εικόνα 2.17.



Σχήμα 2.17: Οι βασικές συναρτήσεις 2<sup>ου</sup> βαθμού  $N_{0,2}(u)$  και  $N_{1,2}(u)$  [K.Shene, 2003].

## 2<sup>ο</sup> Παράδειγμα

Σε αυτό το παράδειγμα θα παρουσιάσουμε ένα διάνυσμα κόμβων που περιέχει πολλαπλούς κόμβους. Να επισημάνουμε ότι στην περίπτωση που έχουμε 0/0 το ορίζουμε 0, όπως ήδη έχουμε αναφερθεί στις ιδιότητες των βασικών συναρτήσεων. Βέβαια, η απροσδιοριστία αυτή αντιμετωπίζεται επιτυχώς και στη κατασκευή ενός λογισμικού στους υπολογιστές με χρήση κατάλληλων αλγορίθμων. Επίσης, αν ο κόμβος  $u_i$  εμφανίζεται  $k$  φορές (π.χ.  $u_i = u_{i+1} = \dots = u_{i+k-1}$ ) όπου  $k > 1$ , τότε τα διαστήματα κόμβων  $[u_i, u_{i+1})$ ,  $[u_{i+1}, u_{i+2})$ , ...,  $[u_{i+k-2}, u_{i+k-1})$  δεν υπάρχουν, με αποτέλεσμα οι Βασικές συναρτήσεις  $N_{i,0}(u)$ ,  $N_{i+1,0}(u)$ , ...,  $N_{i+k-1,0}(u)$  να είναι όλες μηδενικές.

Ας υποθέσουμε ότι έχουμε το εξής διάνυσμα κόμβων:

$$U = \{0, 0, 0, 0.3, 0.5, 0.5, 0.6, 1, 1, 1\}$$

Παρατηρούμε λοιπόν ότι το 0 και 1 είναι πολλαπλότητας 3 και το 0,5 είναι πολλαπλότητας 2. Επίσης, έχοντας  $m = 9$ , καταλήγουμε στον ακόλουθο πίνακα:

$u_0$	$u_1$	$u_2$	$u_3$	$u_4$	$u_5$	$u_6$	$u_7$	$u_8$	$u_9$
0	0	0	0.3	0.5	0.5	0.6	1	1	1



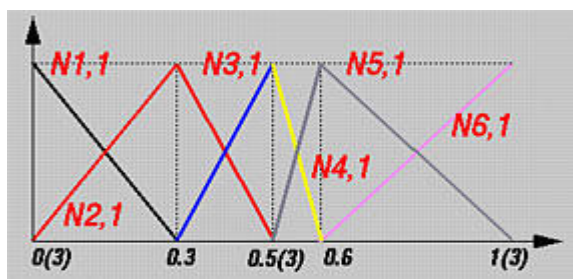
Στην συνέχεια, με βάση την εξίσωση 2.7, βρίσκουμε τις Βασικές συναρτήσεις  $N_{i,0}(u)$  σύμφωνα με τον παρακάτω πίνακα ( $m = 9, p = 0, n = m-p-1 = 8$ ):

Βασική συνάρτηση	Διάστημα	Εξίσωση
$N_{0,0}(u)$	Ολόκληρο $u$	0
$N_{1,0}(u)$	Ολόκληρο $u$	0
$N_{2,0}(u)$	$[0, 0.3)$	1
$N_{3,0}(u)$	$[0.3, 0.5)$	1
$N_{4,0}(u)$	Ολόκληρο $u$	0
$N_{5,0}(u)$	$[0.5, 0.6)$	1
$N_{6,0}(u)$	$[0.6, 1)$	1
$N_{7,0}(u)$	Ολόκληρο $u$	0
$N_{8,0}(u)$	Ολόκληρο $u$	0

Στη συνέχεια για  $p = 1$  προκύπτει  $n = m-p-1 = 7$ . Καταλήγουμε λοιπόν στο παρακάτω πίνακα, για τις Βασικές συναρτήσεις  $N_{i,1}(u)$ :

Βασική συνάρτηση	Διάστημα	Εξίσωση
$N_{0,1}(u)$	Ολόκληρο $u$	0
$N_{1,1}(u)$	$[0, 0.3)$	$1 - (10/3)u$
$N_{2,1}(u)$	$[0, 0.3)$	$(10/3)u$
	$[0.3, 0.5)$	$2.5(1 - 2u)$
$N_{3,1}(u)$	$[0.3, 0.5)$	$5u - 1.5$
$N_{4,1}(u)$	$[0.5, 0.6)$	$6 - 10u$
$N_{5,1}(u)$	$[0.5, 0.6)$	$10u - 5$
	$[0.6, 1)$	$2.5(1 - u)$
$N_{6,1}(u)$	$[0.6, 1)$	$2.5u - 1.5$
$N_{7,1}(u)$	Ολόκληρο $u$	0

Στο σχήμα 2.18 παρουσιάζονται οι γραφικές παραστάσεις των παραπάνω Βασικών συναρτήσεων.



Σχήμα 2.18: Οι βασικές συναρτήσεις  $1^{ου}$  βαθμού [K.Shene, 2003].

Ας υπολογίσουμε πως ακριβώς προκύπτει η βασική συνάρτηση  $N_{1,1}(u)$ , σύμφωνα με την εξίσωση 2.7:

$$N_{1,1}(u) = \frac{u - u_1}{u_2 - u_1} \cdot N_{1,0}(u) + \frac{u_3 - u}{u_3 - u_2} \cdot N_{2,0}(u) \quad (2.21)$$

Αντικαθιστώντας  $u_1 = u_2 = 0$  και  $u_3 = 0.3$  προκύπτει ότι:

$$N_{1,1}(u) = \frac{u}{0} \cdot N_{1,0}(u) + \left(1 - \frac{10}{3}u\right) \cdot N_{2,0}(u) \quad (2.22)$$

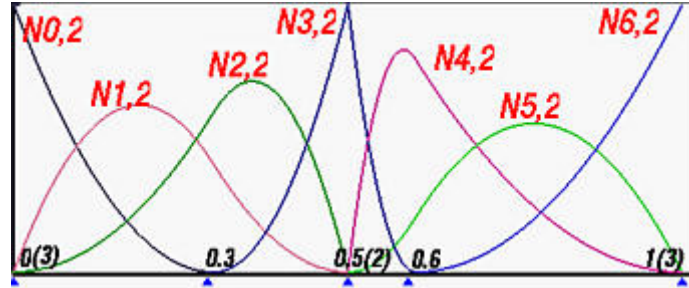
Εφόσον λοιπόν το  $N_{1,0}(u)$  είναι μηδέν παντού, ο πρώτος όρος είναι 0/0 που το έχουμε ορίσει εξ αρχής μηδέν. Επομένως, μόνο ο δεύτερος όρος επηρεάζει το αποτέλεσμα. Εφόσον  $N_{2,0}(u)$  ισούται με 1 στο διάστημα  $[0, 0.3)$ , καταλήγουμε ότι η Βασική συνάρτηση  $N_{1,1}(u)$  ισούται με  $1 - (10/3)u$  στο διάστημα  $[0, 0.3)$ .

Στη συνέχεια υπολογίζουμε όλες τις Βασικές συναρτήσεις  $N_{i,2}(u)$ . Σε αυτήν την περίπτωση έχουμε  $p = 2$  και  $m = n + p + 1$  οπότε προκύπτει  $n = 6$ . Συνοψίζοντας, προκύπτει ο παρακάτω πίνακας:

Βασική συνάρτηση	Διάστημα	Εξίσωση
$N_{0,2}(u)$	$[0, 0.3)$	$(1 - (10/3)u)^2$
$N_{1,2}(u)$	$[0, 0.3)$	$(20/3)(u - (8/3)u^2)$
	$[0.3, 0.5)$	$2.5(1 - 2u)^2$
$N_{2,2}(u)$	$[0, 0.3)$	$(20/3)u^2$
	$[0.3, 0.5)$	$-3.75 + 25u - 35u^2$
$N_{3,2}(u)$	$[0.3, 0.5)$	$(5u - 1.5)^2$
	$[0.5, 0.6)$	$(6 - 10u)^2$
$N_{4,2}(u)$	$[0.5, 0.6)$	$20(-2 + 7u - 6u^2)$
	$[0.6, 1)$	$5(1 - u)^2$

$N_{5,2}(u)$	[0.5, 0.6)	$12.5(2u - 1)^2$
	[0.6, 1)	$2.5(-4 + 11.5u - 7.5u^2)$
$N_{6,2}(u)$	[0.6, 1)	$2.5(9 - 30u + 25u^2)$

Το σχήμα 2.19 απεικονίζει τη μορφή των παραπάνω Βασικών συναρτήσεων.



Σχήμα 2.19: Οι βασικές συναρτήσεις του παραδείγματος [K.Shene, 2003].

Ας υπολογίσουμε πως ακριβώς προκύπτει η Βασική συνάρτηση  $N_{3,2}(u)$ , σύμφωνα με την εξίσωση 2.7:

$$N_{3,2}(u) = \frac{u - u_3}{u_5 - u_3} \cdot N_{3,1}(u) + \frac{u_6 - u}{u_6 - u_4} \cdot N_{4,1}(u) \quad (2.23)$$

Αντικαθιστώντας  $u_3 = 0.3$ ,  $u_4 = u_5 = 0.5$  και  $u_6 = 0.6$  προκύπτει ότι:

$$N_{3,2}(u) = (5u - 1.5) \cdot N_{3,1}(u) + (6 - 10u) \cdot N_{4,1}(u) \quad (2.24)$$

Εφόσον η Βασική συνάρτηση  $N_{3,1}(u)$  είναι μη μηδενική στο  $[0.3, 0.5)$  και ίση με  $5u - 1.5$ , το  $N_{3,2}(u)$  στο  $[0.3, 0.5)$  είναι  $(5u - 1.5)^2$ . Στη συνέχεια, εφόσον  $N_{4,1}(u)$  είναι διάφορο του μηδέν στο  $[0.5, 0.6)$  και είναι ίσο με  $6 - 10u$ , το  $N_{3,2}(u)$  στο  $[0.5, 0.6)$  είναι  $(6 - 10u)^2$ .

### 2.3.5 Κατασκευή Καμπυλών B-Splines

Μία  $p$ -βαθμού καμπύλη B-Spline με παράμετρο  $u$ , διάνυσμα κόμβων  $U = \{u_0, u_1, \dots, u_m\}$  δίδεται σύμφωνα με τη σχέση [Piegl and Tiller, 1997]:

$$C(u) = \sum_{i=0}^n N_{i,p}(u) P_i \quad a \leq u \leq b \quad (2.25)$$

όπου τα  $\{P_i\}$  είναι τα  $n+1$  σημεία ελέγχου (control points) (τα διανύσματα θέσης τους), και  $\{N_{i,p}(u), i = 0, 1, \dots, n\}$  είναι οι  $p$ -βαθμού Βασικές συναρτήσεις (τμηματικές πολυωνυμικές συναρτήσεις - piecewise polynomial functions), που καθορίζονται από το ανοικτό ομοιόμορφο διάνυσμα κόμβων:

$$U = \{a, \dots, a, u_{p+1}, \dots, u_{m-p-1}, b, \dots, b\} \quad (2.26)$$

Ο αριθμός των κόμβων είναι  $(m+1)$  και ισχύει η σχέση:

(Βαθμός της καμπύλης + 1) + (Αριθμός Σημείων Ελέγχου) = (Αριθμός κόμβων)  $\Rightarrow$

$$(p+1) + (n+1) = (m+1) \Rightarrow m = p + n + 1 \quad (2.27)$$

Στις καμπύλες B-Spline, ο βαθμός  $p$  είναι ανεξάρτητος από το πλήθος  $n+1$  των σημείων ελέγχου (σε αντίθεση με τις Bezier) και έχει άμεση σχέση μόνο με την τάξη  $k$  των καμπυλών.

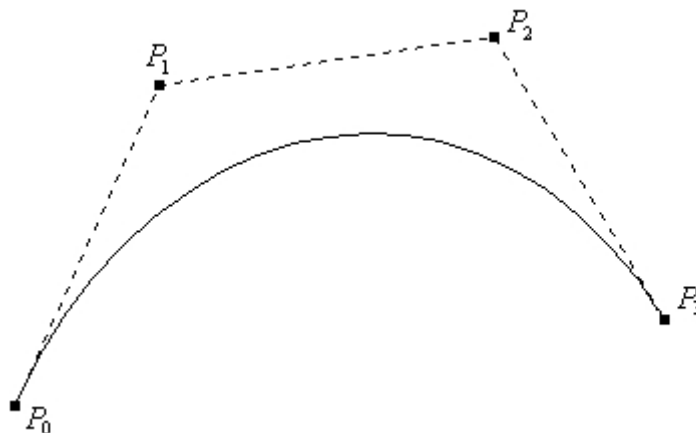
$$\begin{aligned} \text{Τάξη της καμπύλης} &= \text{Βαθμός της καμπύλης} + 1 \Rightarrow \\ k &= p + 1 \end{aligned} \quad (2.28)$$

### 2.3.6 Ιδιότητες Καμπυλών B-Spline

- ✓ Ο βαθμός της καμπύλης επιλέγεται από το χρήστη, αλλά επειδή πρέπει να ισχύει η σχέση:  $n - k + 2 > 0 \Leftrightarrow n - p + 1 > 0$ , τότε 2, 3 και 4 σημεία ελέγχου απαιτούνται για τον προσδιορισμό πρώτου, δεύτερου ή τρίτου βαθμού καμπύλης B-Spline.

$$m+1 = (n+1) + p \Leftrightarrow m = n + p \quad (2.29)$$

- ✓ Εάν  $n=p$  τότε έχουμε καμπύλη Bezier.
- ✓ Τοπικός έλεγχος, που επιτυγχάνεται μετακινώντας ένα σημείο ελέγχου, ή έχοντας πολλαπλότητα σε ένα σημείο ελέγχου, ή αλλάζοντας το βαθμό της καμπύλης. Εν γένει σε μια καμπύλη επηρεάζονται μόνο  $(p+1)$  από τα τμήματά της.
- ✓ Η ανοικτή καμπύλη περνάει από τα ακραία σημεία ελέγχου και εφάπτεται στα ακραία τμήματα του πολυγώνου ελέγχου.



Σχήμα 2.20: Μία κυβική καμπύλη B-spline με 4 σημεία ελέγχου [Piegl and Tiller, 1997].

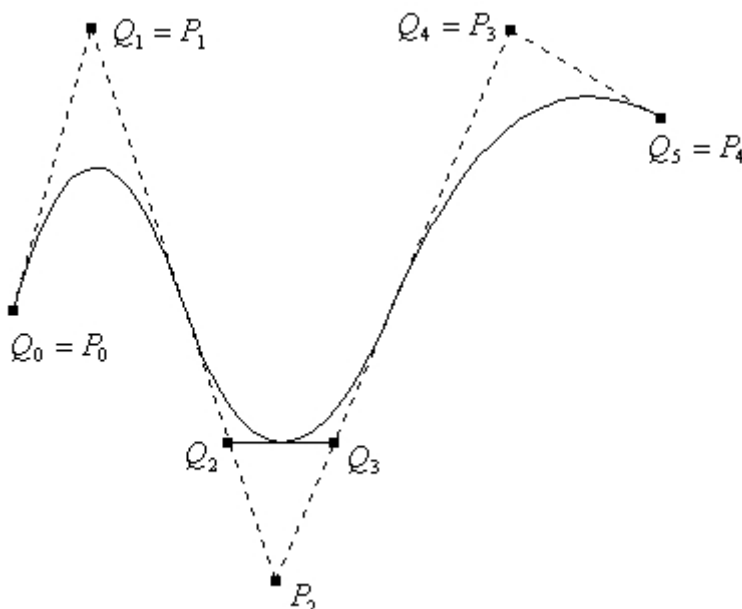
- ✓ Η μορφή της καμπύλης εξαρτάται από το βαθμό της. Για  $p = 0$  παίρνουμε τα σημεία ελέγχου και για  $p = 1$  το πολύγωνο ελέγχου.

- ✓ Η καμπύλη δευτέρου βαθμού εφάπτεται του πολυγώνου ελέγχου στο μέσο του κάθε τμήματος. Αυτό δεν συμβαίνει για καμπύλες μεγαλύτερου βαθμού.
- ✓ Πολλαπλά σημεία ελέγχου μας δίνουν υψηλή τιμή καμπυλότητας στο σημείο εκείνο.
- ✓ Αύξηση του βαθμού της καμπύλης έχει ως αποτέλεσμα δυσκολία ελέγχου της μορφής της, καθώς και της πολυπλοκότητας των υπολογισμών.

### 2.3.7 Εισαγωγή κόμβου (Knot Insertion) και μετακίνηση σημείων ελέγχου

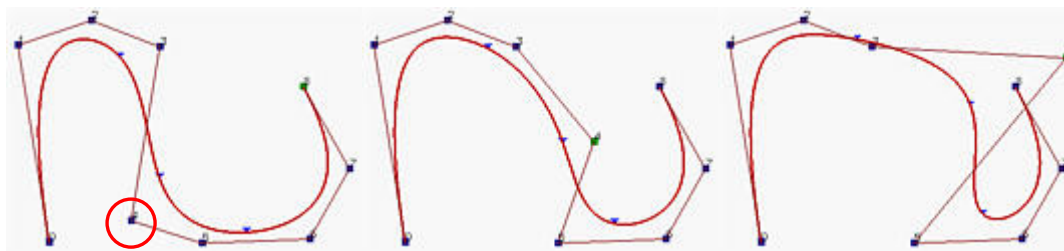
Όσα περισσότερα σημεία ελέγχου καθορίζουν μία καμπύλη B-Spline, τόσο περισσότερο έλεγχο μπορούμε να έχουμε στη μορφή της. Φαίνεται λοιπόν λογικό να θέλουμε να προσθέσουμε σημεία ελέγχου χωρίς να αλλάζουμε το σχήμα της. Πρέπει να σημειωθεί ότι υπάρχει άμεση σχέση μεταξύ των κόμβων μιας καμπύλης B-Spline, των σημείων ελέγχου και την τάξη της (ο αριθμός των κόμβων ισούται με το πλήθος των σημείων ελέγχου συν την τάξη). Για παράδειγμα μία κυβική καμπύλη (4ης τάξης) με 9 σημεία ελέγχου απαιτεί 13 κόμβους. Έτσι κάθε φορά που θέλουμε να προσθέσουμε ένα σημείο ελέγχου, επίσης προσθέτουμε και έναν επιπλέον κόμβο. Φυσικά πρέπει τα νέα σημεία ελέγχου να είναι στις σωστές θέσεις, ούτως ώστε η καμπύλη να μην αλλάξει, ούτε γεωμετρικά, ούτε παραμετρικά.

Στην πράξη ακολουθούμε την αντίστροφη διαδικασία. Δηλαδή αποφασίζουμε τη θέση που θέλουμε να προσθέσουμε έναν νέο κόμβο, και στη συνέχεια υπολογίζουμε τη θέση του αντίστοιχου νέου σημείου ελέγχου, καθώς επίσης και τις νέες θέσεις μερικών από τα ήδη υπάρχοντα σημεία ελέγχου.



Σχήμα 2.21: Εισαγωγή επιπλέον σημείου ελέγχου σε καμπύλη B-Spline. Τα σημεία ελέγχου  $Q_2$  και  $Q_3$  αντικαθιστούν το προηγούμενο  $P_2$ . [Piegl and Tiller, 1997]

Τέλος, σε μια καμπύλη B-Spline μπορούμε να μετακινήσουμε όποιο σημείο ελέγχου επιθυμούμε, τροποποιώντας ουσιαστικά την καμπύλη. Με αυτόν τον τρόπο έχουμε την δυνατότητα να δημιουργήσουμε επιθυμητά σχήματα. Στο σχήμα 2.22 απεικονίζεται πως μετακινώντας ένα σημείο ελέγχου αλλάζει το σχήμα της καμπύλης.

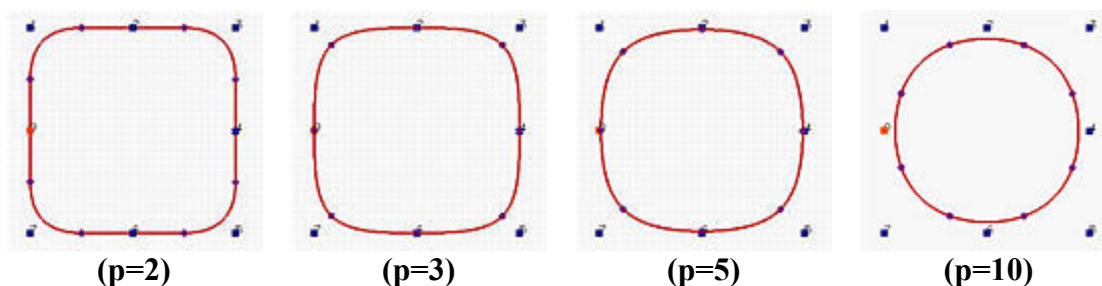


Σχήμα 2.22: Μετακίνηση των σημείων ελέγχου. Στην αριστερό σχήμα παρουσιάζεται η αρχική καμπύλη και στο μεσαίο και αριστερό σχήμα μπορούμε να παρατηρήσουμε πως αλλάζει σχήμα η καμπύλη, μετακινώντας το κυκλωμένο σημείο [K.Shene, 2003].

## 2.4 ΜΗ ΟΜΟΙΟΜΟΡΦΕΣ ΡΗΤΕΣ ΚΑΜΠΥΛΕΣ B-SPLINES (NON UNIFORM RATIONAL B-SPLINES - NURBS)

Οι καμπύλες B-Splines παρόλο που κατασκευάζονται από πολυωνυμικές Βασικές συναρτήσεις, γεγονός που τους χαρίζει ευελιξία και εξαιρετικές ιδιότητες, δεν είναι ικανές να αναπαραστήσουν μια πολύ απλή καμπύλη όπως ο κύκλος. Για να μπορέσουμε λοιπόν να αντιμετωπίσουμε επιτυχώς το πρόβλημα το οποίο παρουσιάζεται, στην κατασκευή όχι μόνο ενός κύκλου ή έλλειψης αλλά και πολλών άλλων καμπυλών, που δεν μπορούν να αναπαρασταθούν με πολυώνυμα, χρειαζόμαστε μια προέκταση των καμπυλών B-Splines.

Για να καταστεί το πρόβλημα καλύτερα κατανοητό, θα προσπαθήσουμε να κατασκευάσουμε έναν κύκλο με την βοήθεια των B-Splines και 8 σημείων ελέγχου. Στ σχήμα 2.23, από τα αριστερά προς τα δεξιά, έχουμε χρησιμοποιήσει 4 καμπύλες B-Splines με βαθμό 2, 3, 5 και 10 αντίστοιχα. Εύκολα μπορούμε να διαπιστώσουμε ότι για  $p = 2$  και  $p = 3$  το σχήμα μας δεν μοιάζει με κύκλο ενώ για  $p = 5$  έχει προκύψει απλά ένα στρογγυλοποιημένο σχήμα. Αντιθέτως, για  $p = 10$  έχουμε προσεγγίσει αρκετά επιτυχημένα τον κύκλο αλλά δεν είναι κύκλος. Ακόμη και αν δεχόμαστε ότι έχουμε κύκλο, είναι απαράδεκτο να χρησιμοποιούμε τόσο υψηλή τιμή για το  $p$ .



Σχήμα 2.23: Προσέγγιση ενός κύκλου με χρήση καμπυλών B-Splines διαφορετικού βαθμού [K.Shene, 2003].

Σε αυτή την περίπτωση, η περισσότερο δημοφιλής μορφή αναπαράστασης καμπυλών και επιφανειών από άποψη αποθήκευσης, υπολογισμού και ελέγχου, είναι οι NURBS (Ανομοιόμορφες Ρητές B-Spline Καμπύλες & Επιφάνειες). Με τις Ανομοιόμορφες Ρητές Καμπύλες B-Splines μπορούμε να αναπαραστήσουμε και να σχεδιάσουμε κάθε γεωμετρικό σχήμα στον H/Y. Οι NURBS προσφέρουν μία γενική μαθηματική μορφή σχεδίασης, είτε πρόκειται για τυπικά αναλυτικά σχέδια (όπως κωνικές τομές), είτε πρόκειται για ελεύθερα σχέδια. Παρέχουν ευκαμψία για

σχεδίαση μεγάλου και ποικίλου αριθμού μορφών. Το όνομά τους δείχνει και την φύση τους:

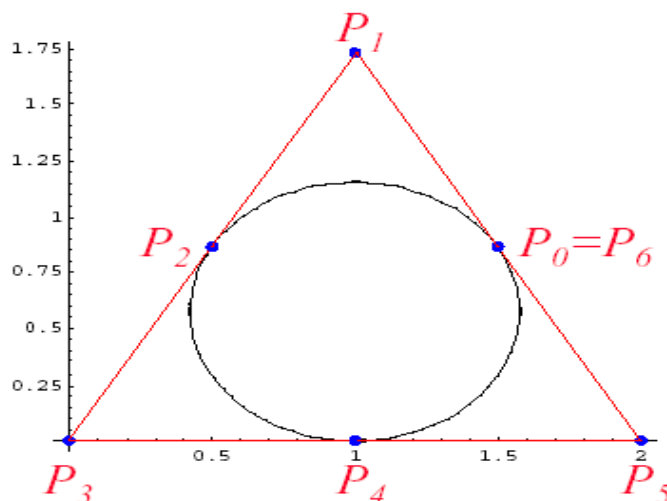
- ✓ **NU (Non Uniform)** : Ανομοιόμορφες, επειδή το διάνυσμα των κόμβων περιέχει κόμβους που δεν είναι αναγκαίο να κατανέμονται ομοιόμορφα στο διάστημά τους.
- ✓ **R (Rational)**: Ρητές, επειδή έχουν την ρητή μορφή  $(\frac{a}{b})$ , όπου  $a$  και  $b$  είναι πολυώνυμα. Ένα πλεονέκτημα για τη χρησιμοποίηση της ρητής μορφής είναι ότι γίνεται πλέον επιτρεπτή η αναπαράσταση μερικών δημοφιλών σχημάτων (όπως είναι οι κωνικές τομές), που δεν μπορούσαν να δημιουργηθούν από τις καμπύλες B-Splines. Αυτός είναι και ο λόγος που εισάγουμε τα βάρη (weights).
- ✓ **BS (B-Splines)** : B-Splines επειδή οι NURBS βασίζονται στις βασικές B-Splines, με πολυωνυμικές Βασικές συναρτήσεις, που υπολογίζουν τα σημεία της καμπύλης ή της επιφάνειας σταδιακά.

Οι Ανομοιόμορφες Ρητές B-Spline Καμπύλες που αναφέρονται σαν NURBS (Non-Uniform Rational B-Splines) έχουν γίνει εκ των πραγμάτων ισχυρό βιομηχανικό εργαλείο για την αναπαράσταση, σχεδίαση και ανταλλαγής γεωμετρικών δεδομένων στους ηλεκτρονικούς υπολογιστές. Πολλά ισχυρά διεθνή πρότυπα σχεδίασης όπως IGES, STEP και PHIGS κάνουν χρήση των NURBS ως ένα ισχυρό εργαλείο για γεωμετρική σχεδίαση. Η τεράστια επιτυχία των καμπυλών NURBS είναι γεγονός για τους παρακάτω κυρίως λόγους [TheFreeDictionary]:

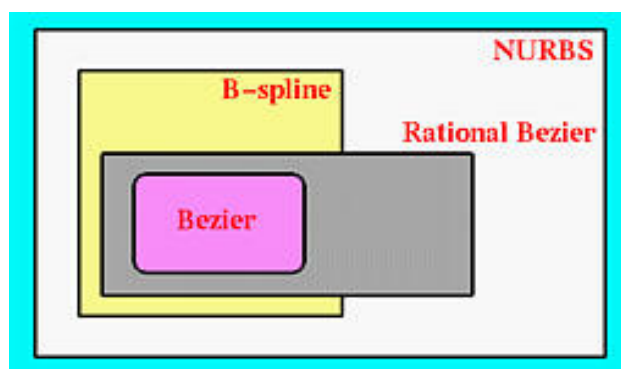
- ✓ Οι NURBS εξασφαλίζουν την αναπαραγωγή αναλυτικών σχημάτων (όπως είναι κωνικές τομές) και τετραγωνικών επιφανειών καθώς και ελευθέρων μορφών σχημάτων, όπως για σχεδίαση μοντέλων αυτοκινήτων ή της γάστρας ενός πλοίου.
- ✓ Η σχεδίαση με NURBS είναι διαισθητική. Σχεδόν κάθε εργαλείο και αλγόριθμος των καμπυλών και επιφανειών έχει έναν εύκολο τρόπο για την γεωμετρική κατανόηση.
- ✓ Οι αλγόριθμοι των NURBS είναι γρήγοροι και αριθμητικά σταθεροί.
- ✓ Οι καμπύλες και επιφάνειες NURBS είναι σταθερές υπό συνηθισμένους γεωμετρικούς μετασχηματισμούς, όπως περιστροφές και προοπτικές προβολές.
- ✓ Παρέχουν ένα πολύ καλό έλεγχο της μορφής του σχήματος, κάνοντας χρήση ενός αριθμού από σημεία ελέγχου, κόμβων και βαρών, που οδηγούν το σχήμα της καμπύλης και της επιφάνειας στο επιθυμητό, με τον πλέον ομαλό τρόπο.
- ✓ Οι NURBS αναπαριστούν πολύπλοκα σχήματα καταλαμβάνοντας λίγο χώρο δεδομένων. Για παράδειγμα, για να αναπαραστήσουμε γραφικά ένα κύκλο διαμέτρου ενός μέτρου με ευθύγραμμα τμήματα, θα απαιτούνταν μερικές χιλιάδες από τέτοια τμήματα, ώστε να μοιάζει το σχήμα μας με κύκλο, αντί για πολύγωνο. Αναπαριστώντας τον ίδιο κύκλο με NURBS θα απαιτούνταν μόνο 7 σημεία ελέγχου (Σχήμα 2.24).

Οι καμπύλες NURBS αποτελούν την γενίκευση των ομοιόμορφων καμπυλών και επιφανειών B-Splines και ρητών – πολυωνυμικών καμπυλών και επιφανειών Bezier (Σχήμα 2.25).





Σχήμα 2.24: Αναπαράσταση του κύκλου με χρήση καμπυλών NURBS [Andres Iglesias, 2004].



Σχήμα 2.25: Η γενίκευση των καμπυλών NURBS, σε σχέση με τους υπόλοιπους τύπους παραμετρικών καμπυλών (και επιφανειών).

### 2.4.1 Ορισμός και Ιδιότητες των NURBS

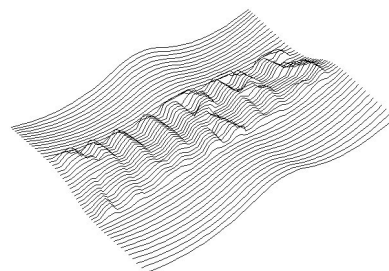
Μία  $p$  βαθμού καμπύλη NURBS ορίζεται από τη σχέση 2.30 ως εξής [Piegl and Tiller, 1997]:

$$C(u) = \frac{\sum_{i=0}^n N_{i,p}(u) w_i P_i}{\sum_{i=0}^n N_{i,p}(u) w_i}, a \leq u \leq b \quad (2.30)$$

όπου τα  $\{P_i\}$  είναι τα σημεία ελέγχου (που σχηματίζουν το πολύγωνο ελέγχου), τα  $\{w_i\}$  είναι τα βάρη και τα  $\{N_{i,p}(u)\}$  είναι οι  $p$ -βαθμού βασικές συναρτήσεις, που καθορίζονται από το μη περιοδικό (ή αλλιώς μη ομοιόμορφο) διάνυσμα κόμβων:

$$U = \{a, \dots, a, u_{p+1}, \dots, u_{m-p-1}, b, \dots, b\} \quad (2.31)$$

Αν δεν οριστεί κάτι διαφορετικό, υποθέτουμε ότι  $a = 0$ ,  $b = 1$  και  $w_i > 0$  για όλα τα  $i$ . Αν θέσουμε



$$R_{i,p}(u) = \frac{N_{i,p}(u)w_i}{\sum_{j=0}^n N_{j,p}(u)w_j} \quad (2.32)$$

μπορούμε να γράψουμε την πάνω εξίσωση στη μορφή:

$$C(u) = \sum_{i=0}^n R_{i,p}(u)P_i \quad (2.33)$$

Οι  $\{R_{i,p}(u)\}$  είναι οι ρητές βασικές συναρτήσεις, με το  $\{u\}$  να παίρνει τιμές στο διάστημα  $[0,1]$ . Τα  $\{R_{i,p}(u)\}$  έχουν τις ακόλουθες ιδιότητες, δανειζόμενες από τις ιδιότητες των βασικών συναρτήσεων  $\{N_{i,p}(u)\}$ :

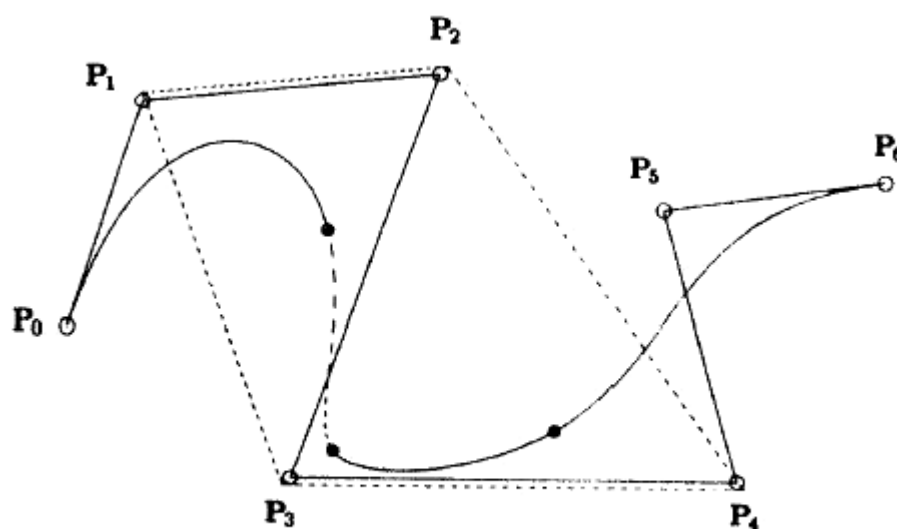
- ✓ *Μη αρνητικότητα:*  
 $R_{i,p}(u) \geq 0$ , για όλα τα  $i, p$  και  $u$  που ανήκουν στο  $[0,1]$ .
- ✓ Το άθροισμα όλων των ρητών βασικών συναρτήσεων είναι σταθερό:  
 $\sum_{i=0}^n R_{i,p}(u) = 1$ , για όλα τα  $u$  που ανήκουν στο  $[0,1]$ .
- ✓ Ισχύει:  $R_{0,p}(0) = R_{n,p}(1) = 1$
- ✓ *Ακρότατο:*  
 Για  $p > 0$ , όλα τα  $R_{i,p}(u)$  φτάνουν σε ακριβώς ένα μέγιστο στο διάστημα  $u \in [0,1]$
- ✓ *Τοπικός έλεγχος:*  
 Ισχύει  $R_{i,p}(u) = 0$  για  $u \notin [u_i, u_{i+p+1})$ . Συνεπώς, σε κάθε δεδομένο διάστημα κόμβων, όλες σχεδόν οι  $R_{k,p}$  ( $p+1$  το πλήθος) με το  $k$  στο διάστημα  $[i-p, i]$  είναι μη μηδενικές.
- ✓ *Διαφορησιμότητα:*  
 Όλες οι παράγωγοι των  $R_{i,p}(u)$  υπάρχουν στο δεδομένο εσωτερικό διάστημα των κόμβων. Σε ένα κόμβο η  $R_{i,p}(u)$  είναι  $(p-k)$  φορές διαφορήσιμη, όπου  $k$  είναι η πολλαπλότητα του κόμβου.
- ✓ Αν είναι  $w_i = 1$  για όλα τα  $i$ , τότε  $R_{i,p}(u) = N_{i,p}(u)$  για όλα τα  $i$ . Η καμπύλη NURBS μετατρέπεται σε καμπύλη B-Splines. Συνεπώς τα  $N_{i,p}(u)$  είναι ειδικές περιπτώσεις των  $R_{i,p}(u)$ . Στην πραγματικότητα, για κάθε  $a \neq 0$ , αν  $w_i = a$  για όλα τα  $i$ , τότε  $R_{i,p}(u) = N_{i,p}(u)$  για όλα τα  $i$ .

Οι παραπάνω ιδιότητες αποδίδουν τα παρακάτω ιδιαίτερα γεωμετρικά χαρακτηριστικά για τις καμπύλες NURBS:

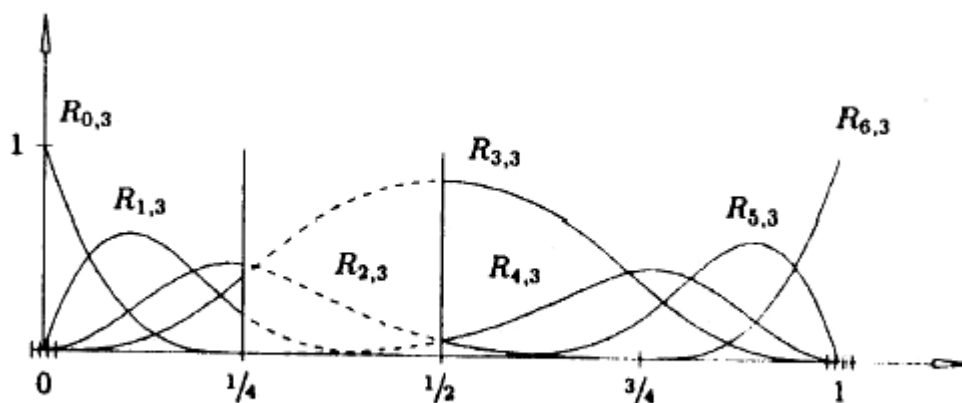
- ✓  $C(0) = P_0$  και  $C(1) = P_n$  (Αυτό προκύπτει από την 3<sup>η</sup> ιδιότητα).
- ✓ Σταθερή τοπική μεταβολή:  
 Κάθε τμήμα της καμπύλης επηρεάζεται από συγκεκριμένο αριθμό σημείων ελέγχου. Το τμήμα της καμπύλης που είναι ήδη σχεδιασμένο παραμένει σταθερό με την εισαγωγή νέων σημείων ελέγχου για την επιμήκυνσή της.
- ✓ Ιδιότητα κυρτού πολυγώνου:

Η καμπύλη περιέχεται στο κυρτό πολύγωνο που ορίζουν τα σημεία ελέγχου της καμπύλης. Αν  $u \in [u_i, u_{i+1})$ , τότε το  $C(u)$  κυμαίνεται μεταξύ του κυρτού πολυγώνου των σημείων ελέγχου  $P_{i-p}, \dots, P_i$ , όπως φαίνεται στο σχήμα 2.26.

Οι διακεκομμένες γραμμές του  $C(u)$  είναι για  $u \in [1/4, 1/2)$  και μεταβάλλονται από το κυρτό πολύγωνο  $\{P_1, P_2, P_3, P_4\}$ . Αυτό απορρέει από την 1<sup>η</sup>, 2<sup>η</sup> και 5<sup>η</sup> ιδιότητα.



(a)

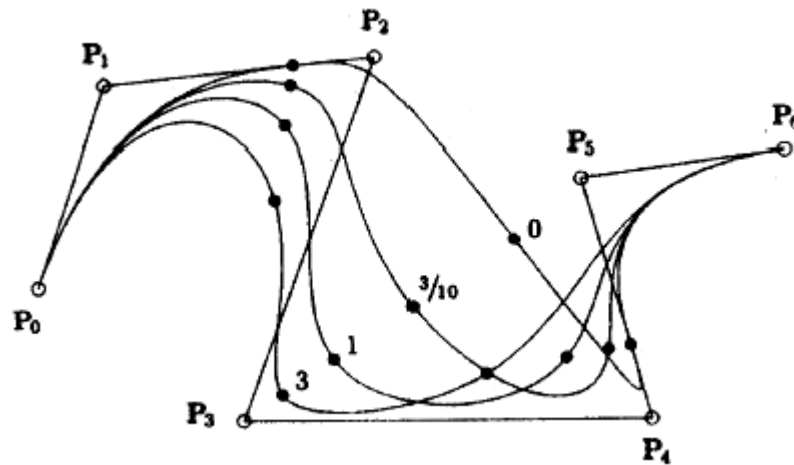


(b)

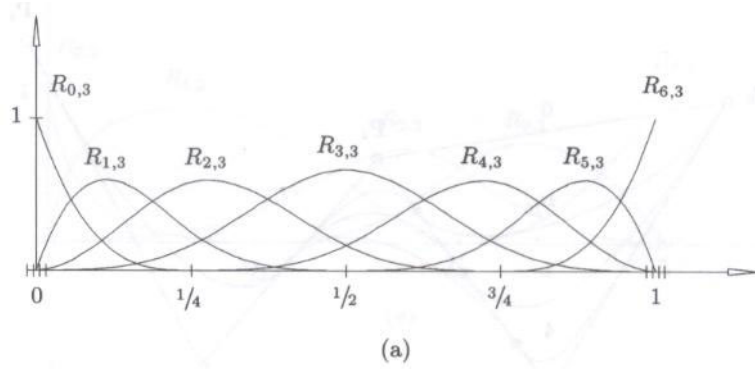
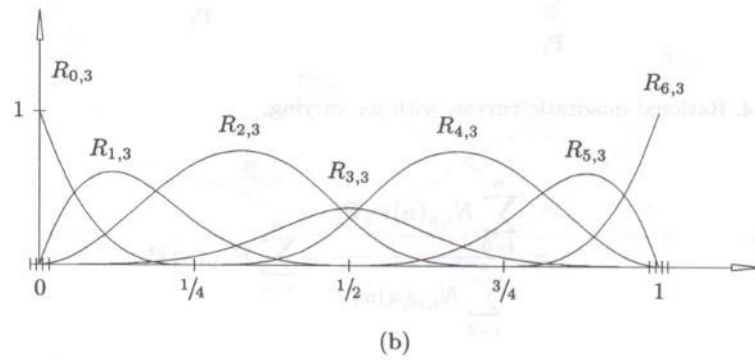
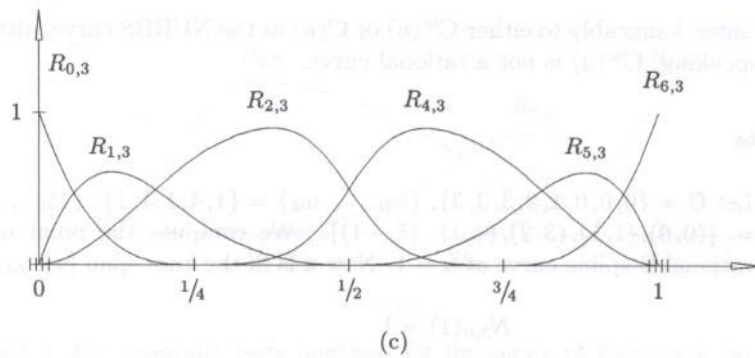
Σχήμα 2.26: Η ιδιότητα του κυρτού πολυγώνου σε ρητές καμπύλες B-Spline. (a) Το κυρτό πολύγωνο για  $u \in [1/4, 1/2)$  ορίζεται από τα σημεία ελέγχου  $\{P_1, P_2, P_3, P_4\}$ . (b) Οι αντίστοιχες βασικές συναρτήσεις [Piegl and Tiller, 1997].

- ✓ Η καμπύλη  $C(u)$  είναι απείρως διαφορήσιμη στα εσωτερικά διαστήματα των κόμβων της και  $p-k$  φορές διαφορήσιμη στους κόμβους της, με  $k$  την πολλαπλότητα του κόμβου.
- ✓ Ο αριθμός τομών επιπέδου (ή ευθείας για την περίπτωση δύο διαστάσεων) με την καμπύλη είναι μικρότερος ή ίσος από τον αριθμό τομών του επιπέδου με το πολύγωνο ελέγχου.

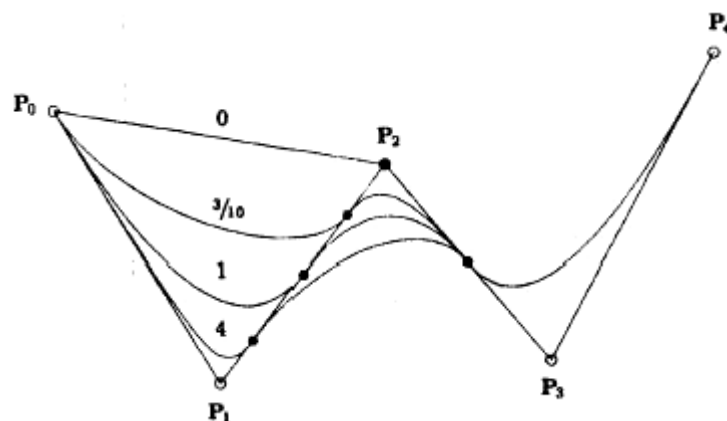
- ✓ Μία καμπύλη NURBS χωρίς εσωτερικούς κόμβους είναι μια ρητή καμπύλη Bezier. Από αυτό συνεπάγεται ότι οι πολυωνυμικές καμπύλες B-Splines και οι ρητές ή μη-ρητές καμπύλες Bezier είναι ειδικές περιπτώσεις των καμπυλών NURBS.
- ✓ Τοπική μεταβολή:  
Αν ένα σημείο ελέγχου  $P_i$  μετακινηθεί, ή ένα βάρος  $w_i$  μεταβληθεί, τότε η αλλαγή αυτή επηρεάζει μόνο το τμήμα της καμπύλης στο διάστημα  $u \in [u_i, u_{i+p+1})$  (αυτό απορρέει από την 5<sup>η</sup> ιδιότητα).



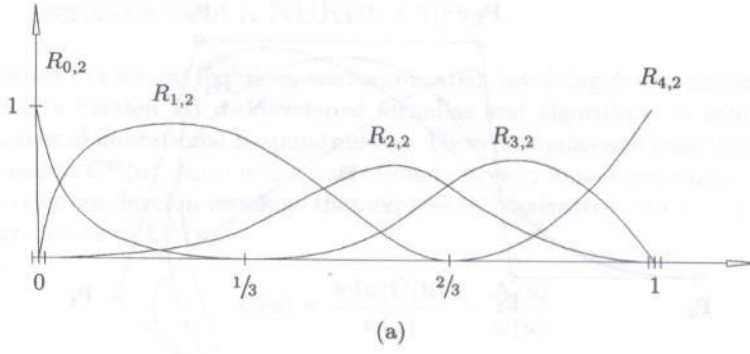
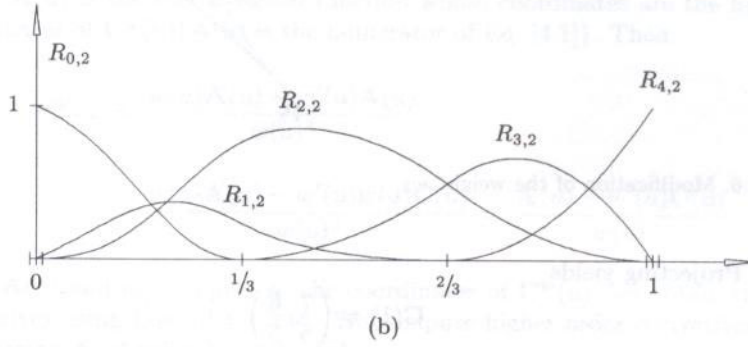
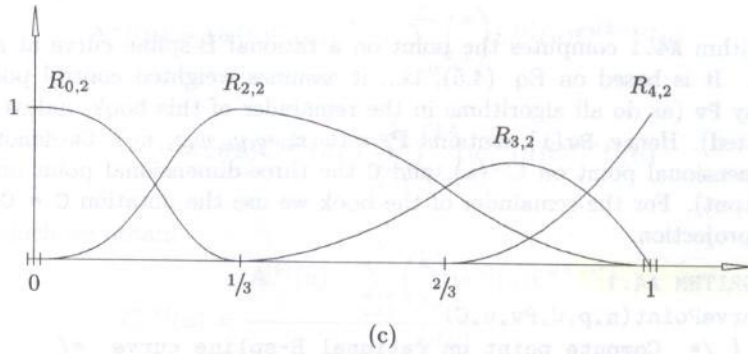
Σχήμα 2.27: Μία ρητή κυβική καμπύλη B-Spline, με το βάρος  $w_3$  να μεταβάλλεται [Piegl and Tiller, 1997].

(a)  $w_3 = 1$ (b)  $w_3 = \frac{3}{10}$ (c)  $w_3 = 0$ .

Σχήμα 2.28: Οι βασικές κυβικές συναρτήσεις της καμπύλης της εικόνας 2.27 [Piegl and Tiller, 1997].



Σχήμα 2.29: Μία ρητή δευτεροβάθμια καμπύλη, με το βάρος  $w_1$  να μεταβάλλεται [Piegl and Tiller, 1997].

(a)  $w_1 = 4$ (b)  $w_1 = 3/10$ (c)  $w_1 = 0$ 

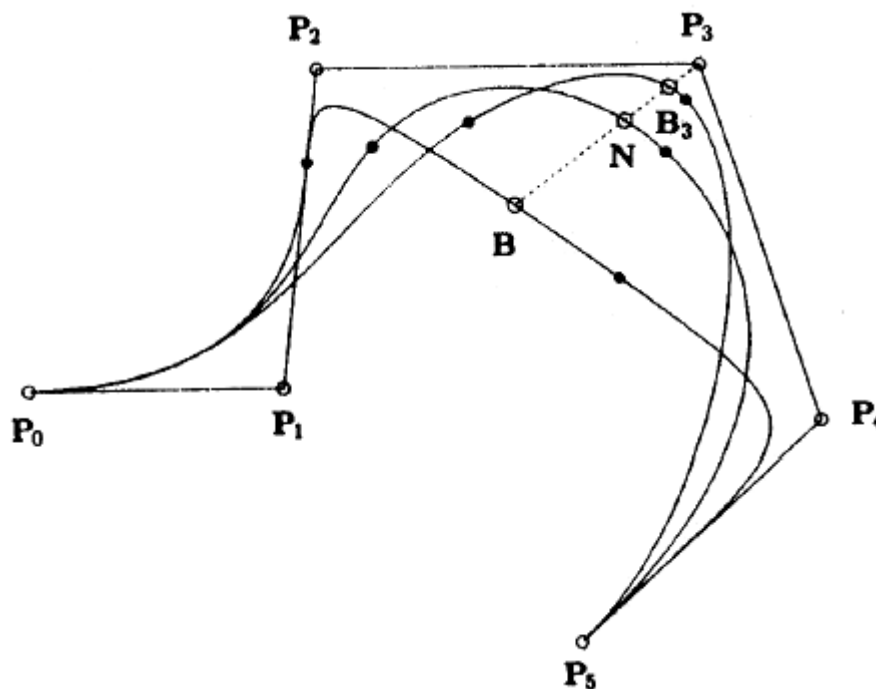
Σχήμα 2.30: Οι βασικές δευτεροβάθμιες συναρτήσεις της καμπύλης της εικόνας 2.29 [Piegl and Tiller, 1997].

Η τελευταία ιδιότητα είναι πολύ σημαντική. Μας παρέχει τη δυνατότητα της τοπικής αλλαγής του σχήματος της καμπύλης με την μεταβολή των σημείων ελέγχου και των βαρών, για την επίτευξη του επιθυμητού σχήματος της καμπύλης. Στα σχήματα 2.27 έως 2.30 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της αλλαγής ενός βάρους. Υποθέτουμε ότι  $u \in [u_i, u_{i+p+1})$ , τότε αν το βάρος  $w_i$  αυξηθεί (ελαττωθεί), το σημείο της καμπύλης  $C(u)$  θα μετακινηθεί πιο κοντά (πιο μακριά) στο σημείο ελέγχου  $P_i$  και συνεπώς η καμπύλη πλησιάζει (απομακρύνεται) από το σημείο ελέγχου  $P_i$ . Ακόμα η κίνηση του σημείου  $C(u)$  για σταθερή τιμή του  $u$  είναι ευθεία γραμμή (Σχήμα 2.31). Στο ίδιο σχήμα η τιμή του  $u$  παραμένει σταθερή και το βάρος  $w_3$  μεταβάλλεται. Έστω ότι

$$B = C(u, w_3 = 0) \quad (2.34)$$

$$N = C(u, w_3 = 1) \quad (2.35)$$

Τότε η ευθεία γραμμή που καθορίζεται από το  $B$  και  $N$  περνάει από το  $P_3$ . Για τιμές του βάρους  $0 < w_3 < \infty$  το σημείο  $B_3 = C(u, w_3)$ , κινείται πάνω στο ευθύγραμμο τμήμα των σημείων  $B$  και  $P_3$ .



Σχήμα 2.31: Μεταβολή της καμπύλης σε συνάρτηση με τη μεταβολή του βάρους  $w_3$  [Piegl and Tiller, 1997].

## 2.5 ΟΙ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ ΠΟΥ ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΗΘΗΚΑΝ ΣΤΗΝ ΠΑΡΟΥΣΑ ΕΡΓΑΣΙΑ

Σε αυτήν την ενότητα θα παρουσιαστούν οι αλγόριθμοι που χρησιμοποιήθηκαν στην παρούσα εργασία για το σχεδιασμό των καμπυλών NURBS στο λογισμικό Δαίδαλος. Οι αλγόριθμοι αυτοί προτείνονται από τους [Piegl and Tiller, 1997] και δίνουν μεγάλη ταχύτητα στην κατασκευή των καμπυλών (δεν χρησιμοποιείται η κλασσική μέθοδος των Cox, DeBoor [DeBoor, 1972], [Cox, 1972], που χρησιμοποιεί αναδρομικές σχέσεις). Οι εν λόγω αλγόριθμοι χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό του διαστήματος στο οποίο ανήκει η κάθε φορά χρησιμοποιούμενη τιμή της ελεύθερης παραμέτρου (**ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ 2.1**), για τον υπολογισμό των αντίστοιχων Βασικών συναρτήσεων (**ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ 2.2**) και για τον υπολογισμό των σημείων της καμπύλης NURBS (**ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ 2.3**). Οι αλγόριθμοι δίδονται σε ψευδοκώδικα.

### ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ 2.1

```
int FindSpan (n, p, u, U)
{
    if (u == U[n+1]) return(n);
```



```

low = p;
high = n+1;
mid = (low + high)/2;
while (u < U[mid] || u >= U[mid+1])
{
    if (u < U[mid]) high = mid;
    else
        mid = (low + high)/2;
}
return (mid);
}

```

### ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ 2.2

BasisFuns (i, u, p, u, U, N)

```

{
    N[0] = 1.0;
    for (j=1; j<=p; j++)
    {
        left[j] = u-U[i+1-j];
        right[j] = U[i+j]-u;
        saved = 0.0;
        for (r=0; r<j; r++)
        {
            temp = N[r]/(right[r+1]+left[j-r]);
            N[r] = saved + right[r+1]*temp;
            Saved = left[j-r]*temp;
        }
        N[j] = saved;
    }
}

```

### ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ 2.3

CurvePoint (n, p, U, Pw, u, C)

```

{
    span = FindSpan(n, p, u, U)
    BasisFuns(span, u, p, U, N)
    Cw = 0.0;
    for(j=0; j<=p; j++)
        Cw = Cw + N[j]*Pw[span-p+j];
    C = Cw/w;
}

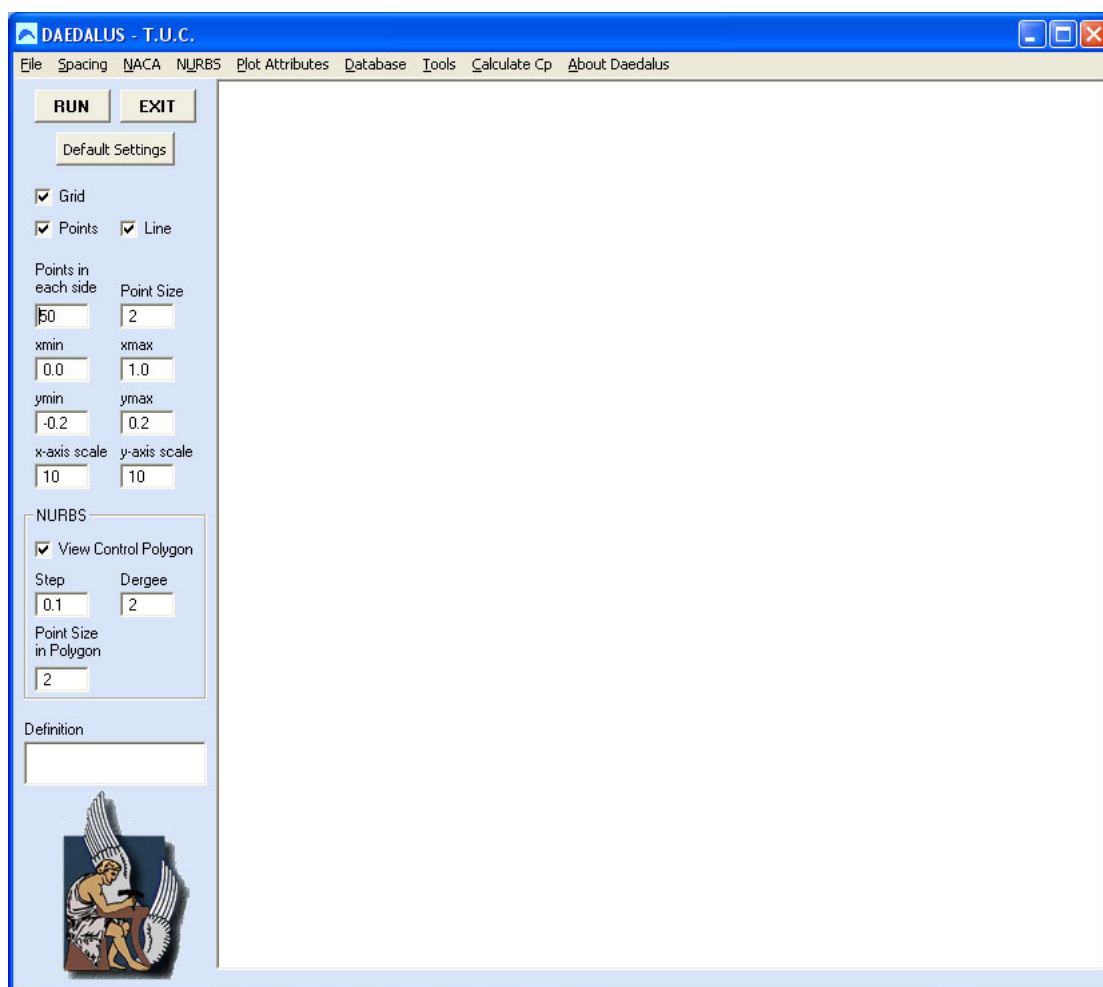
```

---

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 - ΤΟ ΛΟΓΙΣΜΙΚΟ ΔΑΙΔΑΛΟΣ

### 3.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΟ ΛΟΓΙΣΜΙΚΟ ΔΑΙΔΑΛΟΣ

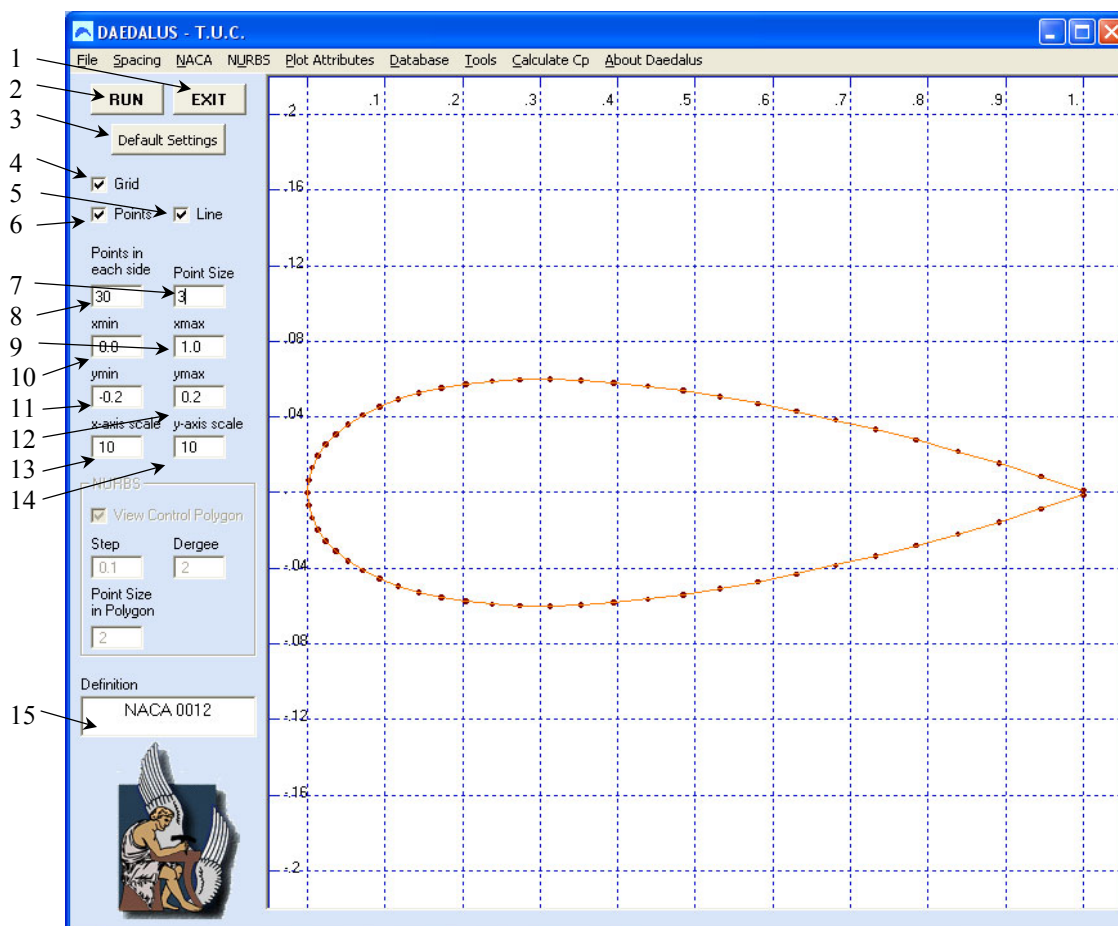
Το λογισμικό Δαίδαλος είναι μια συλλογή από γεωμετρικά εργαλεία, τα οποία χρησιμοποιούνται για την παραγωγή και απεικόνιση τυποποιημένων και μη τυποποιημένων αεροτομών. Οι τυποποιημένες αεροτομές NACA παράγονται με τη χρήση κατάλληλων εξισώσεων, οι οποίες περιγράφηκαν στο κεφάλαιο 1, ενώ οι μη τυποποιημένες αεροτομές παράγονται με τη χρήση καμπυλών NURBS και BSplines. Παράλληλα, στο πρόγραμμα Δαίδαλος έχει ενσωματωθεί μια πολύ μεγάλη βάση δεδομένων με υπάρχουσες αεροτομές (1599 αεροτομές), οι οποίες μπορούν να εισαχθούν στο πρόγραμμα για περαιτέρω επεξεργασία.










Σχήμα 3.1: Γραφικό περιβάλλον του προγράμματος Δαίδαλος.

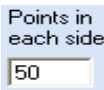
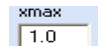
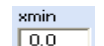
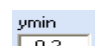
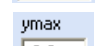
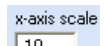
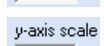
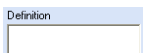
Επίσης, το λογισμικό Δαίδαλος περιλαμβάνει τη δυνατότητα αυτόματης παραγωγής αριθμητικού πλέγματος γύρω από την αεροτομή, για αριθμητική επίλυση της ροής. Το πλέγμα που παράγεται είναι μη δομημένο, ενώ η ροή εξομοιώνεται με την επίλυση των εξισώσεων Euler (μη συνεκτική συμπιεστή ροή). Το γραφικό περιβάλλον του προγράμματος Δαίδαλος παρουσιάζεται στο σχήμα 3.1. Να υπογραμμίσουμε ότι το λογισμικό Δαίδαλος έχει δημιουργηθεί σε γλώσσα προγραμματισμού Visual Basic 6.0.

Πριν ξεκινήσουμε να περιγράψουμε αναλυτικά τις δυνατότητες του προγράμματος, θα αναλύσουμε το κεντρικό ή κύριο παράθυρο του λογισμικού Δαίδαλος. Για την καλύτερη κατανόηση του προγράμματος, έχουμε δημιουργήσει ως παράδειγμα την τετραγήφια αεροτομή NACA 0012, όπως απεικονίζεται στο σχήμα 3.2 (στην επόμενη παράγραφο παρουσιάζεται αναλυτικά ο τρόπος δημιουργίας της).



Σχήμα 3.2: Επεξήγηση γραφικού περιβάλλοντος.

1.  Τερματισμός προγράμματος.
2.  Εκτελεί την αλληλουχία εντολών για τη δημιουργία της αεροτομής
3.  Επαναφορά αρχικών ρυθμίσεων για την απεικόνιση της αεροτομής.
4.  Όταν είναι ενεργοποιημένο απεικονίζει το πλέγμα στο χώρο σχεδίασης.
5.  Όταν είναι ενεργοποιημένο απεικονίζει το περίγραμμα της αεροτομής στο χώρο σχεδίασης (στο σχήμα 3.2 το περίγραμμα έχει χρώμα ανοιχτό καφέ).
6.  Όταν είναι ενεργοποιημένο απεικονίζει τα σημεία της αεροτομής στο χώρο σχεδίασης (στο σχήμα 3.2 τα σημεία έχουν χρώμα σκούρο καφέ).
7.  Εκφράζει το μέγεθος των σημείων της αεροτομής.

8.  Εκφράζει τα σημεία που υπάρχουν σε κάθε πλευρά της αεροτομής. Στο σχήμα 3.2 έχουμε 30 σημεία στο άνω μέρος της αεροτομής και 30 στο κάτω μέρος της. Συνολικά, η αεροτομή περιγράφεται από 60 σημεία.
9.  Εκφράζει την μέγιστη τιμή του x-άξονα.
10.  Εκφράζει την ελάχιστη τιμή του x-άξονα.
11.  Εκφράζει την ελάχιστη τιμή του y-άξονα.
12.  Εκφράζει την μέγιστη τιμή του y-άξονα.
13.  Εκφράζει την κλίμακα του x-άξονα.
14.  Εκφράζει την κλίμακα του y-άξονα.
15.  Αναφέρει το τύπο της αεροτομής που έχουμε σχεδιάσει.

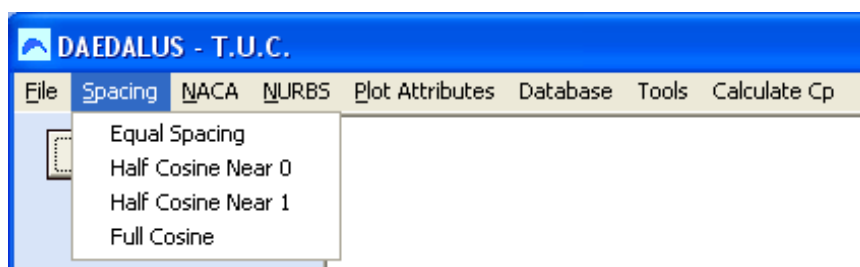
## 3.2 ΑΕΡΟΤΟΜΕΣ NACA

### 3.2.1 Δημιουργία Αεροτομών NACA

Το λογισμικό Δαίδαλος παρέχει την δυνατότητα παραγωγής των αεροτομών NACA σε δύο βήματα.

#### 1ο Βήμα:

Από την γραμμή μενού, επιλέγουμε SPACING και εμφανίζεται το παράθυρο του σχήματος 3.3. Το SPACING επιτρέπει στον χρήστη να ρυθμίσει την διανομή των σημείων που περιγράφουν την αεροτομή.

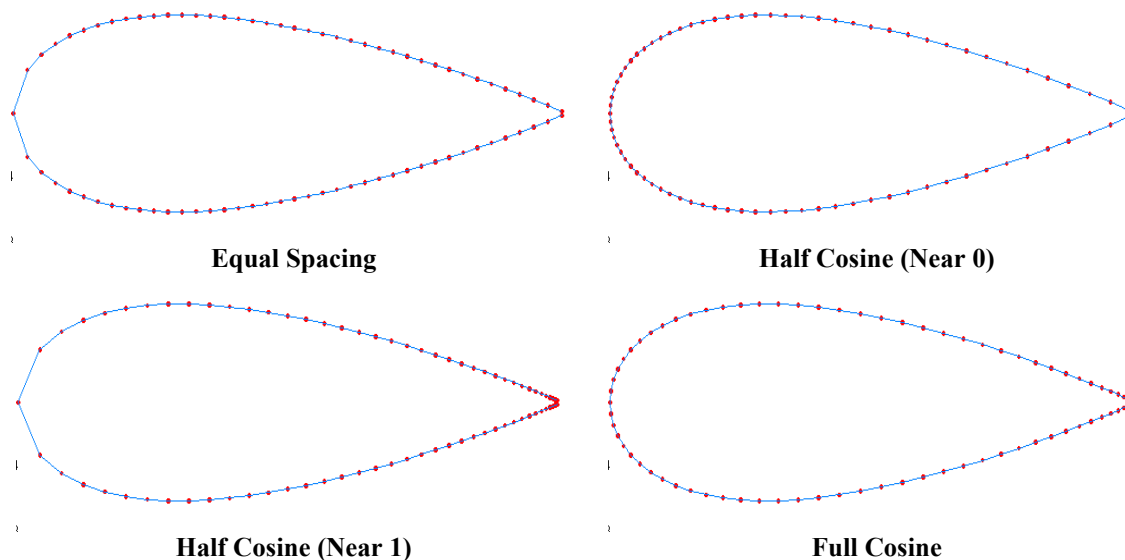


Εικόνα 3.3: Η επιλογή SPACING.

Οι επιλογές για την διανομή των σημείων είναι οι ακόλουθες:

- ✓ **Equal Spacing:** Τα σημεία ισαπέχουν κατά μήκος της χορδής.
- ✓ **Half Cosine (Near 0):** Η διανομή των σημείων είναι πιο πυκνή στο χείλος προσβολής με διανομή συνημίτονου.
- ✓ **Half Cosine (Near 1):** Η διανομή των σημείων είναι πιο πυκνή στο χείλος εκφυγής με διανομή συνημίτονου.
- ✓ **Full Cosine:** Πραγματοποιείται διανομή των σημείων στο χείλος προσβολής και εκφυγής, με πιο αραιή διανομή σημείων στη μέση της αεροτομής (διανομή συνημίτονου).

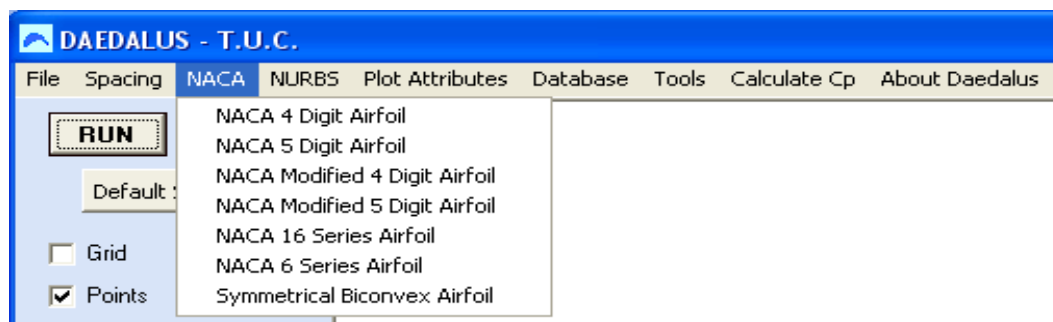
Ένα παράδειγμα για κάθε επιλογή απεικονίζεται στο σχήμα 3.4 χρησιμοποιώντας ως παράδειγμα την αεροτομή NACA 0012.



Σχήμα 3.4: Τυπικά παραδείγματα διανομών σημείων για κάθε περίπτωση από την επιλογή SPACING

### 2ο Βήμα:

Στη συνέχεια, από την γραμμή μενού, επιλέγουμε NACA και εμφανίζεται το παράθυρο του σχήματος 3.5.



Σχήμα 3.5: Η επιλογή NACA από το κύριο μενού του προγράμματος.

Σε αυτήν την φάση επιλέγουμε τον τύπο της αεροτομής NACA που θέλουμε να δημιουργήσουμε. Ανάλογα με την επιλογή του τύπου της αεροτομής NACA, εμφανίζονται και τα αντίστοιχα χαρακτηριστικά της.

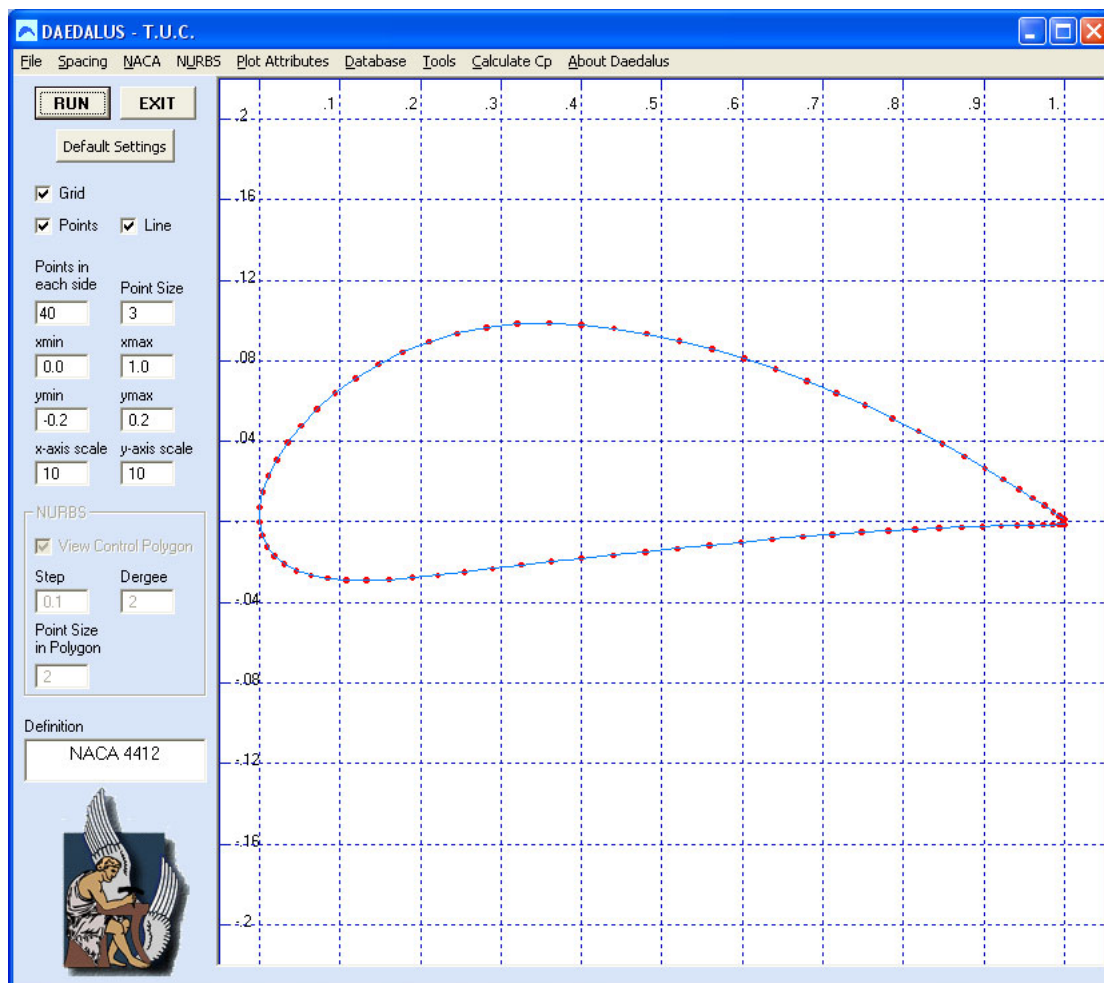
Για την τετραψήφια αεροτομή NACA ή **NACA 4 Digit Airfoil** όπως εμφανίζεται στο πρόγραμμα, προκύπτει το παράθυρο του σχήματος 3.6.

Σχήμα 3.6: Η επιλογή NACA 4 Digit Airfoil.

Όπου:

- ✓ **Enter First Digit:** αντιστοιχεί στη μέγιστη τιμή της μέσης γραμμής (mean line) σε εκατοστά της χορδής.
- ✓ **Enter Second Digit:** αντιστοιχεί στη θέση της μέγιστης κύρτωσης (camber) σε δέκατα της χορδής.
- ✓ **Enter Last Two Digits:** αντιστοιχεί στο μέγιστο πάχος,  $t/c$ , σε ποσοστό χορδής, επί τοις εκατό.

Για παράδειγμα λοιπόν, η NACA 4412 με διανομή σημείων Full Cosine, όπως παράγεται από το πρόγραμμα Δαίδαλος, απεικονίζεται στο σχήμα 3.7.



Σχήμα 3.7: Η επιλογή NACA 4 Digit Airfoil με τύπο 4412 και διανομή Full Cosine.

Για την πενταψήφια αεροτομή NACA ή **NACA 5 Digit Airfoil** όπως εμφανίζεται στο πρόγραμμα, προκύπτει το παράθυρο του σχήματος 3.8,

**NACA 5-Digit Data entry**

Enter The First Digit: 2

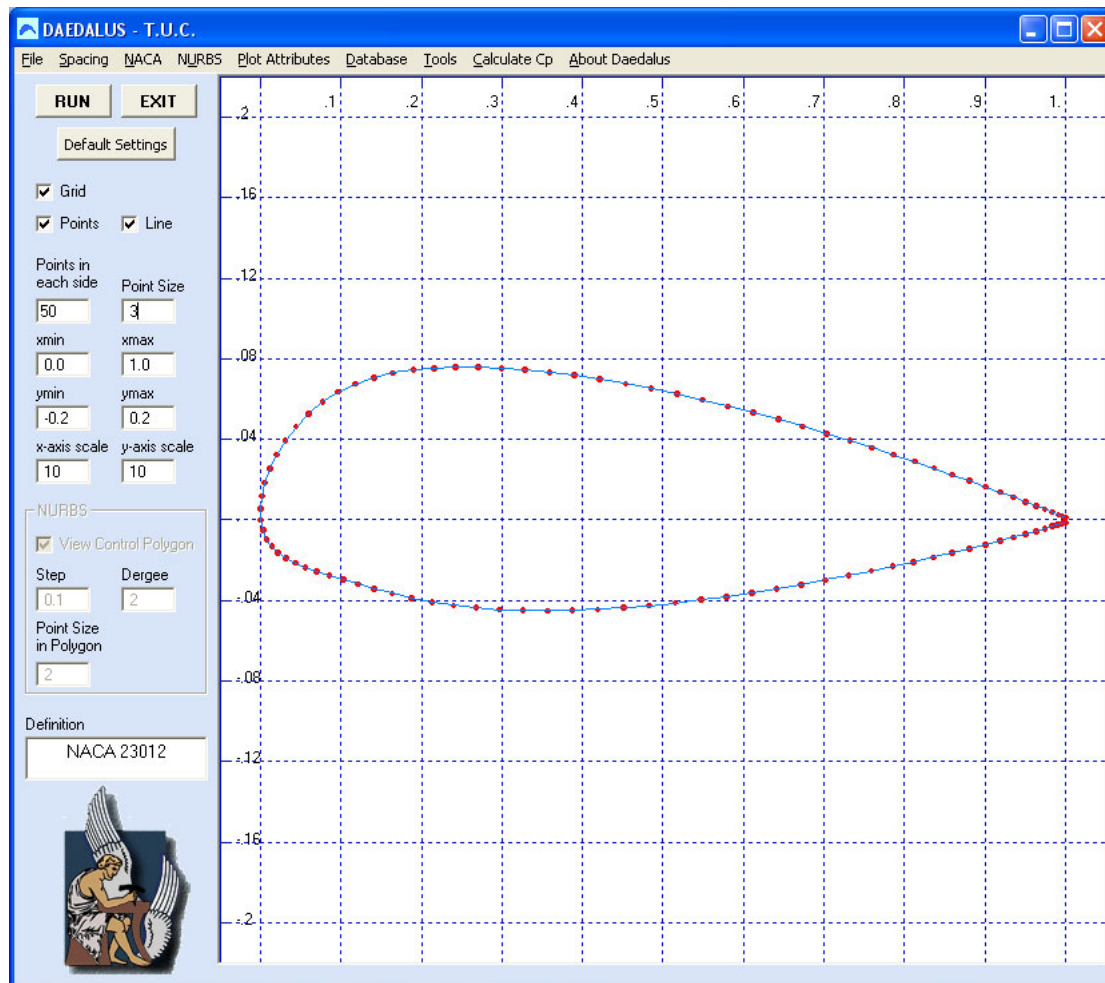
Enter The Second Digit: 3

Enter The Third Digit: 0

Enter The Last Two Digit: 12

OK

Σχήμα 3.8: Η επιλογή NACA 5 Digit Airfoil.



Σχήμα 3.9: Η επιλογή NACA 5 Digit Airfoil με τύπο 23012 και διανομή Full Cosine.

όπου

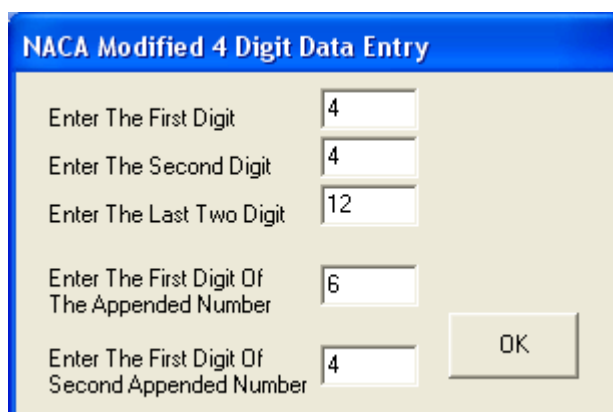
- ✓ **Enter The First Digit:** αντιστοιχεί στον χαρακτηριστικό αριθμό κύρτωσης  $L$  (ο συντελεστής άνωσης στο σημείο σχεδίασης είναι  $3/2 L$ , σε δέκατα, οπότε για το συγκεκριμένο παράδειγμα προκύπτει  $C_L=0,3$ )
- ✓ **Enter The Second Digit:** αντιστοιχεί στον προσδιοριστή  $P$  της θέσης της μέγιστης καμπυλότητας  $x_f$ , όπου  $x_f = P/2$ , και το  $P$  δίνεται σε δέκατα της χορδής.
- ✓ **Enter The Third Digit:**  $Q = 0$  για τυποποιημένη λεπτή πενταψήφια αεροτομή (standard 5 digit foil camber) ή  $Q = 1$  για αεροτομή με ανεστραμμένη καμπυλότητα (reflexed camber)



- ✓ **Enter The Last Two Digits:** αντιστοιχεί στο μέγιστο πάχος της αεροτομής  $t/c$ , ως ποσοστό της χορδής (επί τοις εκατό).

Για παράδειγμα λοιπόν, η NACA 23012 με διανομή σημείων Full Cosine, όπως παράγεται από το πρόγραμμα Δαίδαλος, απεικονίζεται στο σχήμα 3.9.

Για την τροποποιημένη τετραψήφια αεροτομή NACA ή **NACA Modified 4 Digit Airfoil**, όπως εμφανίζεται στο πρόγραμμα, προκύπτει το παράθυρο του σχήματος 3.10,



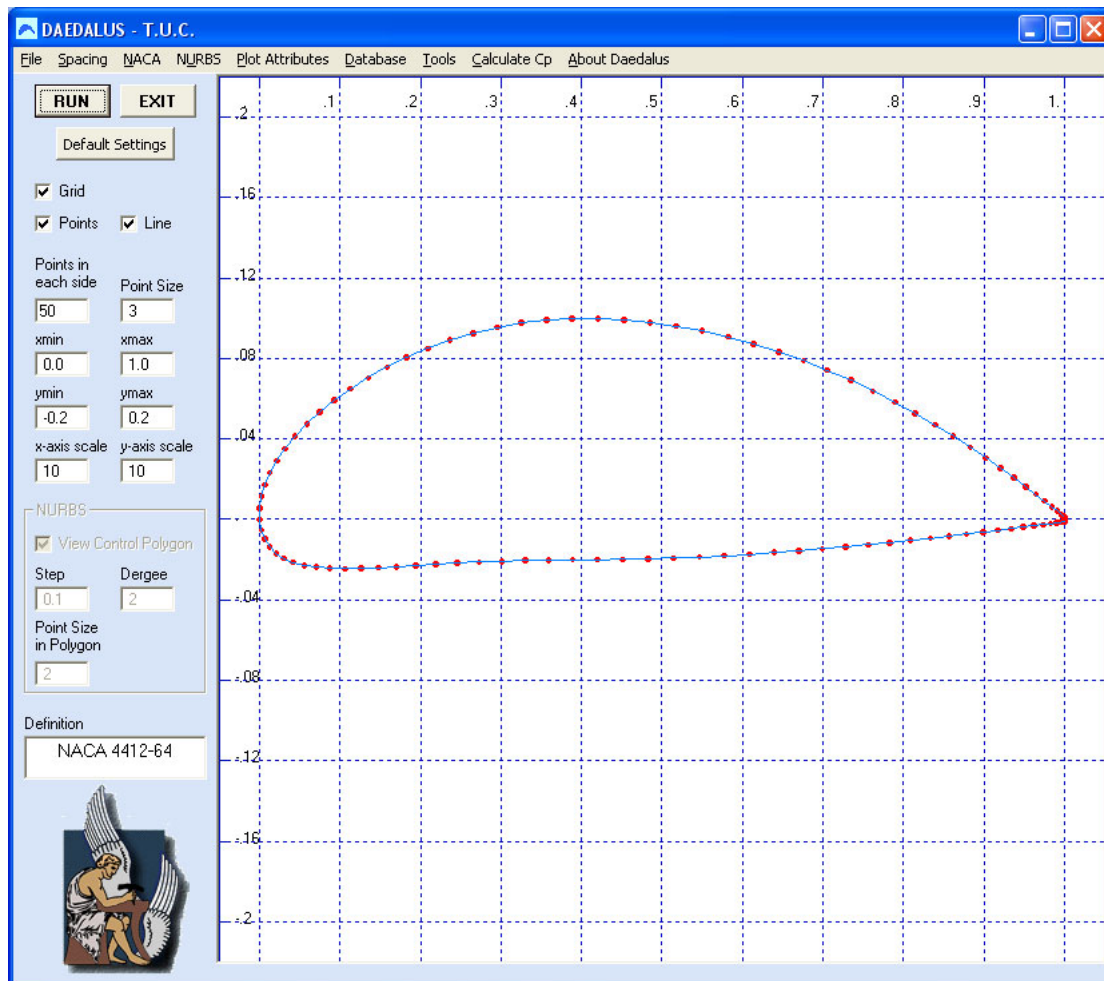
Σχήμα 3.10: Η επιλογή Modified 4 Digit NACA Airfoil.

όπου:

- ✓ **Enter The First Digit:** αντιστοιχεί στη μέγιστη τιμή κύρτωσης της μέσης γραμμής (mean line) σε εκατοστά της χορδής.
- ✓ **Enter The Second Digit:** αντιστοιχεί στη θέση της μέγιστης κύρτωσης (camber) σε δέκατα της χορδής.
- ✓ **Enter The Last Two Digits:** είναι το μέγιστο πάχος,  $t/c$ , ως ποσοστό χορδής (επί τοις εκατό).
- ✓ **Enter The First Digit of the Appearance Number:** αντιστοιχεί στον προσδιορισμό της ακτίνας καμπυλότητας του χείλους προσβολής (leading edge radius).
- ✓ **Enter The First Digit of Second Appearance Number:** αντιστοιχεί στη θέση του μέγιστου πάχους σε δέκατα της χορδής (chord wise position of maximum thickness in tenths of chord).

Για παράδειγμα, η αεροτομή NACA 4412-64 με διανομή Full Cosine, όπως κατασκευάστηκε από το πρόγραμμα Δαίδαλος, παρουσιάζεται στο σχήμα 3.11.





Σχήμα 3.11: Η επιλογή NACA Modified 4 Digit Airfoil για τύπο 4412-64 και διανομή Full Cosine.

Για την πενταψήφια τροποποιημένη αεροτομή NACA ή **NACA Modified 5 Digit Airfoil** όπως εμφανίζεται στο πρόγραμμα, προκύπτει το παράθυρο του σχήματος 3.12,

Σχήμα 3.12: Η επιλογή Modified 5 Digit NACA Airfoil.

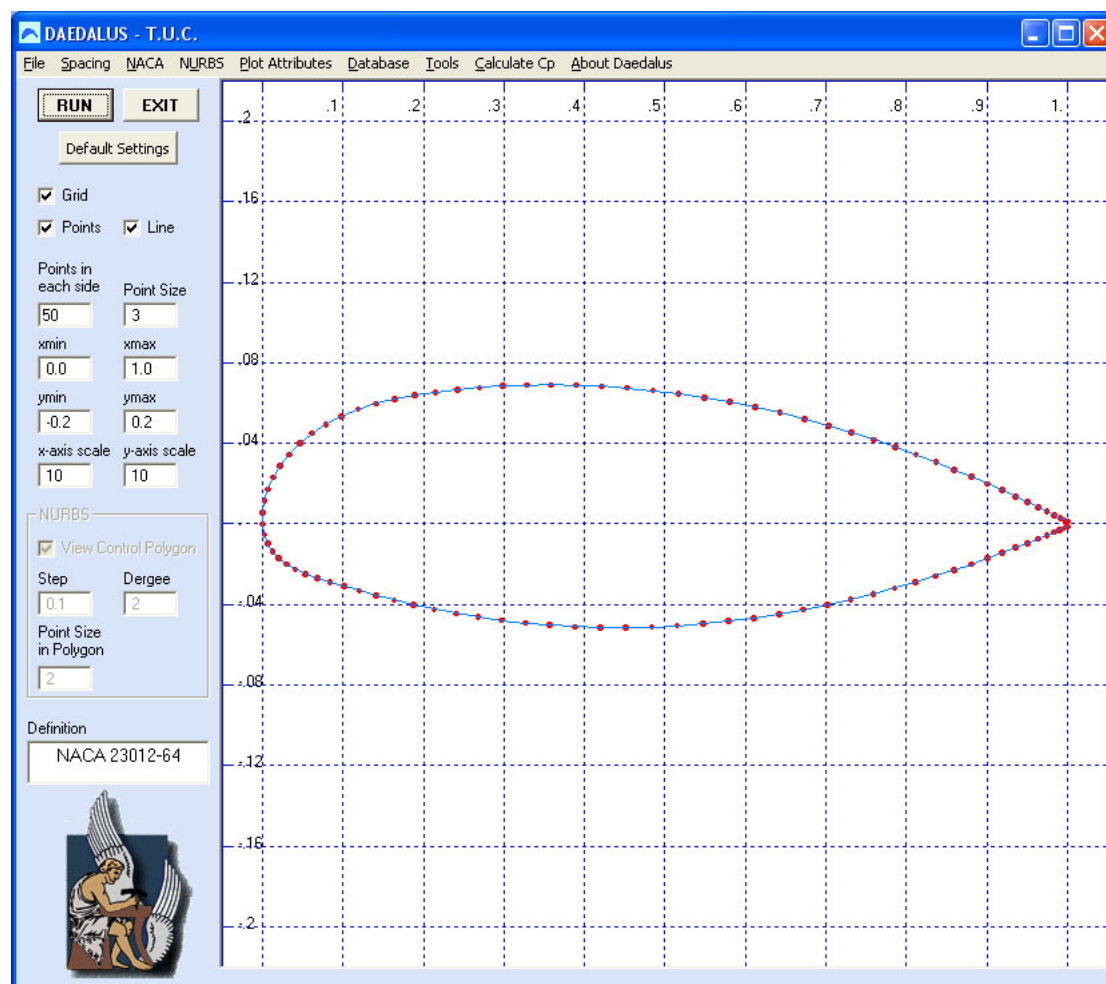
όπου

- ✓ **Enter The First Digit:** αντιστοιχεί στη συνολική κύρτωση της αεροτομής που δίδεται από την παράμετρο  $L$  (ο συντελεστής σχεδιασμού άνωσης ισούται

με  $3/2 L$ , σε δέκατα, οπότε για το συγκεκριμένο παράδειγμα προκύπτει  $C_L=0,3$ ).

- ✓ **Enter The Second Digit:** αντιστοιχεί στον προσδιοριστή  $P$  της θέσης της μέγιστης καμπυλότητας  $x_f$ , όπου  $x_f = P/2$ , και το  $P$  δίνεται σε δέκατα της χορδής.
- ✓ **Enter The Third Digit:**  $Q = 0$  για τυποποιημένη λεπτή πενταψήφια αεροτομή (standard 5 digit foil camber) ή  $Q = 1$  για αεροτομή με ανεστραμμένη καμπυλότητα (reflexed camber).
- ✓ **Enter the Last Two Digits:** αντιστοιχεί στο μέγιστο πάχος  $t/c$ , ως ποσοστό της χορδής (επί τοις εκατό).
- ✓ **Enter the First Digit of the Appearance Number:** προσδιορίζει την ακτίνα καμπυλότητας του χείλους προσβολής (leading edge radius).
- ✓ **Enter the First Digit of Second Appearance Number:** προσδιορίζει τη θέση του μέγιστου πάχους σε δέκατα της χορδής (chord wise position of maximum thickness in tenths of chord).

Για παράδειγμα, η αεροτομή NACA 23012-64 με διανομή σημείων Full Cosine παράγεται από το πρόγραμμα Δαίδαλος, όπως παρουσιάζεται στο σχήμα 3.13.



Σχήμα 3.13: Η επιλογή NACA Modified 5 Digit Airfoil με τύπο 23012-64 και διανομή Full Cosine.

Για την αεροτομή NACA σειράς 16, ή **NACA 16 Series Airfoil** όπως εμφανίζεται στο πρόγραμμα, προκύπτει το παράθυρο του σχήματος 3.14,

**NACA 16 Series Data Entry**

Enter The First Two Digits: 16

Enter The Third Digit: 0

Enter The Last Two Digits: 12

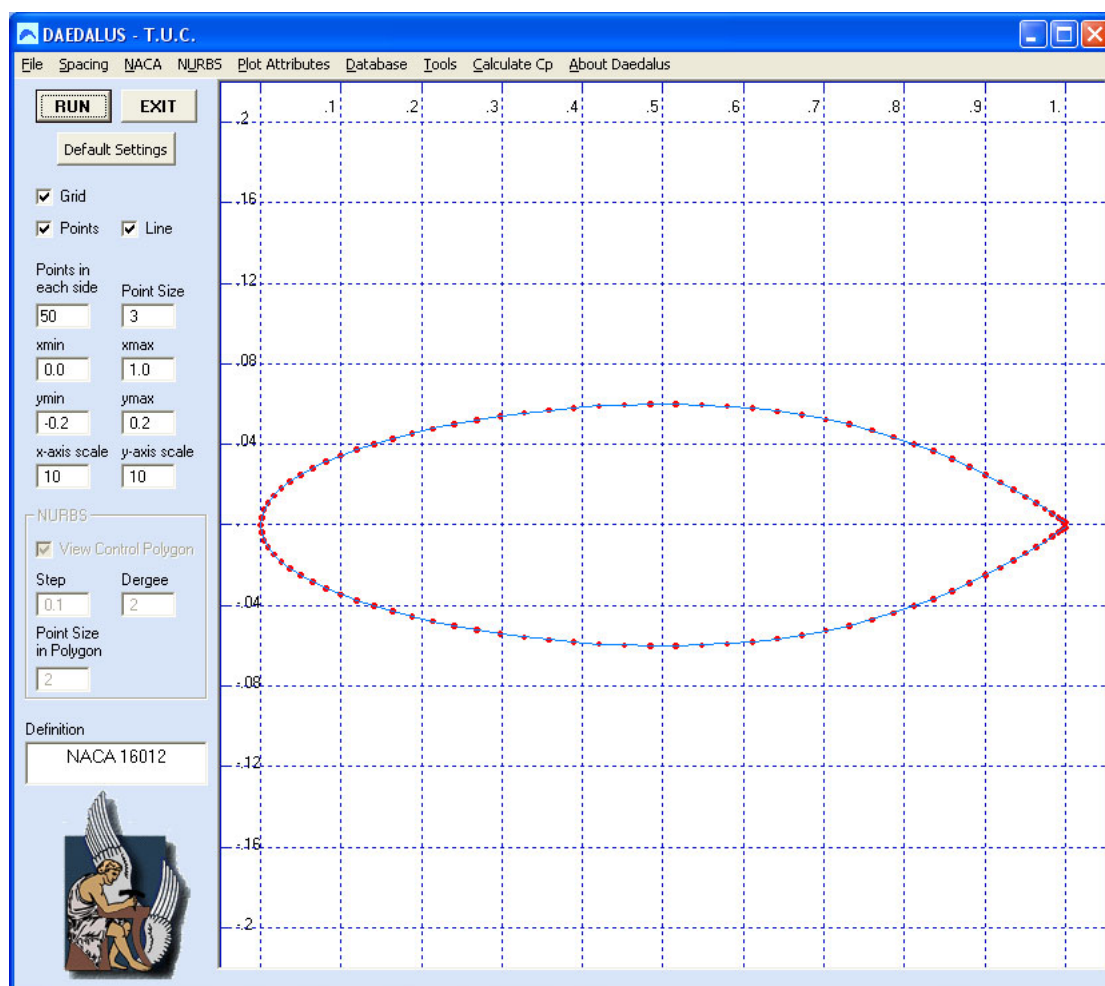
OK

Σχήμα 3.14: Η επιλογή NACA 16 Series Airfoil.

όπου:

- ✓ **Enter The First Two Digits:** είναι πάντα 16.
- ✓ **Enter The Third Digit:** είναι ο συντελεστής άνωσης σημείου σχεδίασης σε δέκατα.
- ✓ **Enter The Last Two Digits:** είναι το μέγιστο πάχος,  $t/c$ , σε ποσοστό χορδής, επί τοις εκατό.

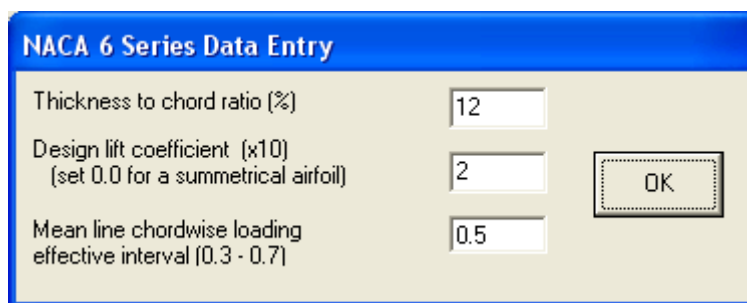
Για παράδειγμα, η αεροτομή NACA 16012 με διανομή Full Cosine παράγεται από το πρόγραμμα Δαίδαλος, όπως απεικονίζεται στο σχήμα 3.15.



Σχήμα 3.15: Η επιλογή NACA 16 Series Airfoil με τύπο 16012 και διανομή Full Cosine.

Η οικογένεια αεροτομών NACA 16 είναι μια ειδική περίπτωση της τροποποιημένης τετρανήφιας αεροτομής με έναν δείκτη ακτίνας χείλους προσβολής  $I = 4$  και μέγιστο πάχος στο  $x/c = 0,5$  ( $T = 5$ ). Για παράδειγμα, η αεροτομή NACA 16-012 είναι ισοδύναμη με την NACA 0012-45 (με  $I$  συμβολίζουμε το πρώτο στοιχείο μετά την παύλα και με  $T$  το δεύτερο στοιχείο μετά την παύλα).

Για την εξαφήφια αεροτομή NACA ή **NACA 6 Series Airfoil** όπως εμφανίζεται στο πρόγραμμα, προκύπτει το παράθυρο του σχήματος 3.16.

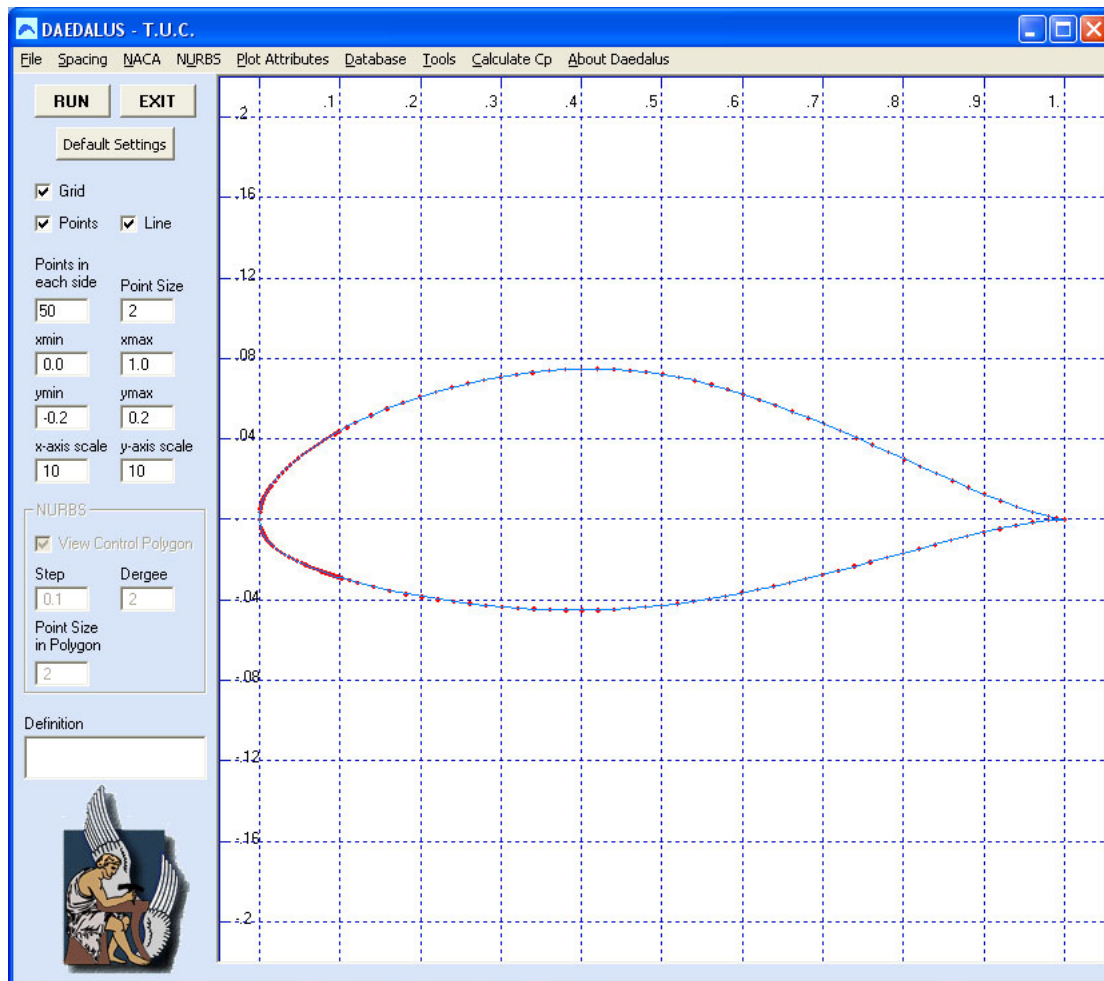


NACA 6 Series Data Entry	
Thickness to chord ratio (%)	12
Design lift coefficient (x10) (set 0.0 for a summetrical airfoil)	2
Mean line chordwise loading effective interval (0.3 - 0.7)	0.5

Σχήμα 3.16: Η επιλογή NACA 6 Digit Airfoil.

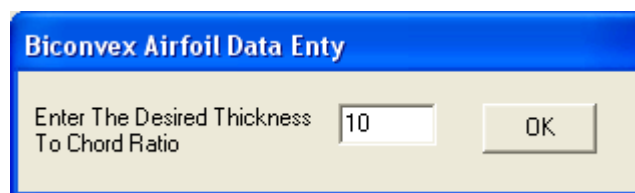
Πρέπει να σημειωθεί ότι μόνο η επιλογή NACA 6 Series Airfoil δεν χρειάζεται να έχουμε προεπιλέξει την επιλογή SPACING. Αυτό συμβαίνει εξαιτίας του γεγονότος ότι το πρόγραμμα Δαίδαλος συνεργάζεται εξωτερικά με ήδη υπάρχον λογισμικό με όνομα LADSON.exe, το οποίο παράγει τη συγκεκριμένη οικογένεια αεροτομών.

Για το συγκεκριμένο παράδειγμα του σχήματος 3.16, το πρόγραμμα Δαίδαλος παράγει την αεροτομή που απεικονίζεται στο σχήμα 3.17.



Σχήμα 3.17: NACA 6 σε συνεργασία με το πρόγραμμα LADSON.exe.

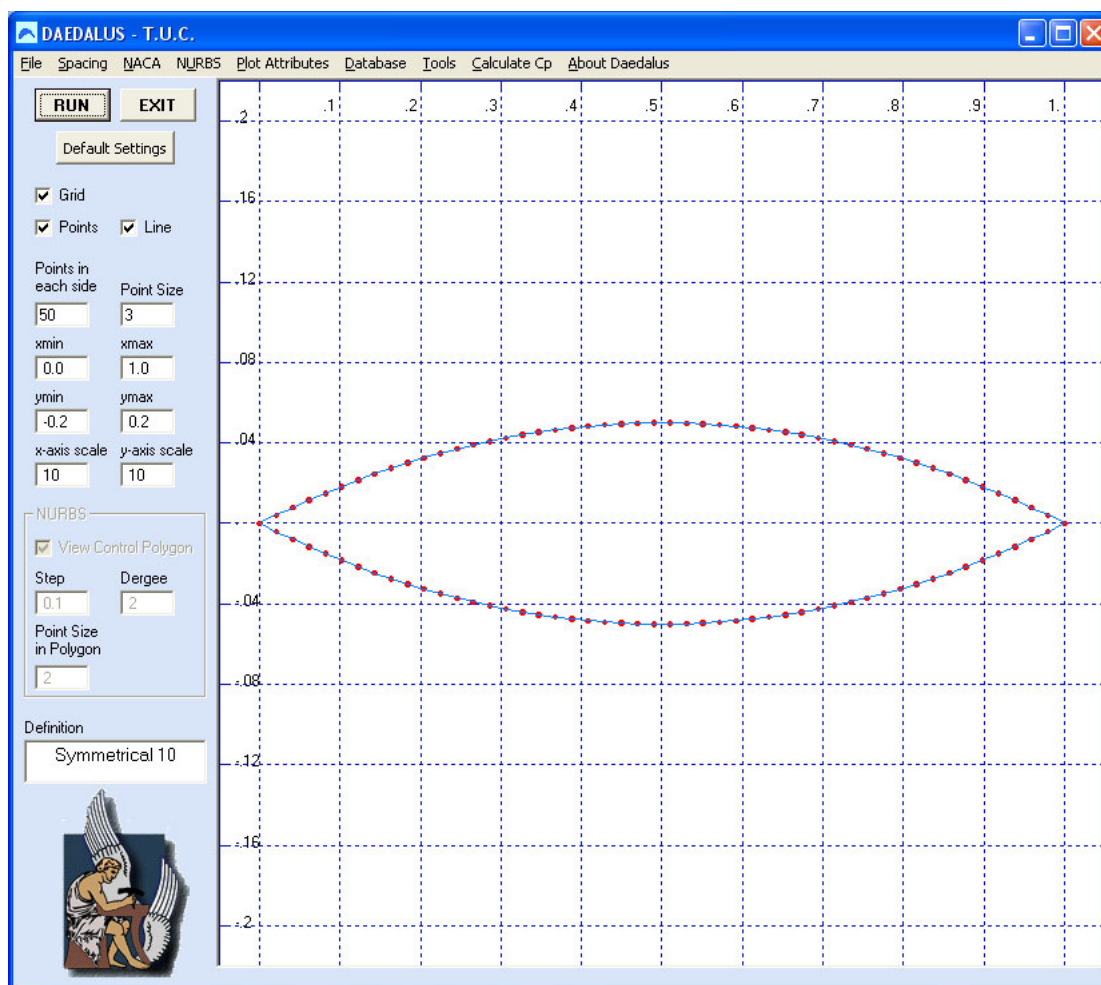
Για τη συμμετρική αμφίκυρτη αεροτομή ή **Biconvex Symmetrical Airfoil** προκύπτει μια αεροτομή η οποία είναι συμμετρική ως προς την χορδή. Η μόνη παράμετρος που εμφανίζεται είναι το πάχος, σύμφωνα με το παράθυρο του σχήματος 3.18.



Σχήμα 3.18: Η επιλογή της συμμετρικής αμφίκυρτης αεροτομής.

Για το παράδειγμα του σχήματος 3.18 (δηλαδή για πάχος ίσο με 10, ως ποσοστό της χορδής) προκύπτει η αεροτομή του σχήματος 3.19.





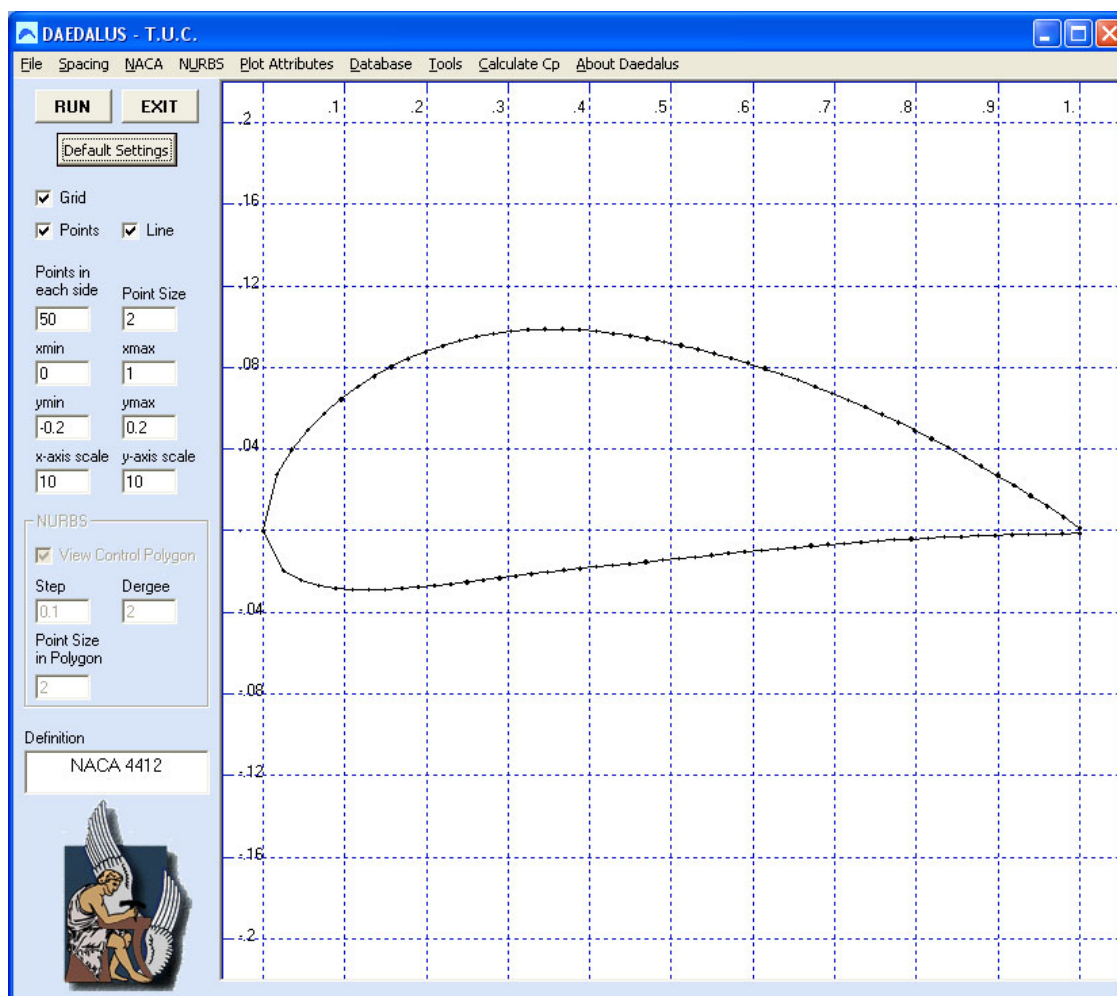
Σχήμα 3.19: Συμμετρική αμφίκυρτη αεροτομή.

Να τονίσουμε ότι, για όλα τα είδη των παραγόμενων αεροτομών, μπορούμε, αφού τις κατασκευάσουμε, να τις αποθηκεύσουμε από την επιλογή File και Save as... και στο μέλλον να τις ξαναφορτώσουμε από τη επιλογή Open.

### 3.2.2 Επεξεργασία απεικόνισης αεροτομών NACA

Έχοντας παρουσιάσει όλα τα ήδη αεροτομών NACA, που παράγει το πρόγραμμα Δαίδαλος, μπορούμε στην συνέχεια να επέμβουμε σε μια οποιαδήποτε αεροτομή και να αλλάξουμε είτε ορισμένα χαρακτηριστικά της είτε την εμφάνιση της στο χώρο σχεδίασης του Δαίδαλου. Οι δυνατότητες του προγράμματος θα παρουσιαστούν χρησιμοποιώντας ως παράδειγμα την τετραπήφια αεροτομή NACA 4412.

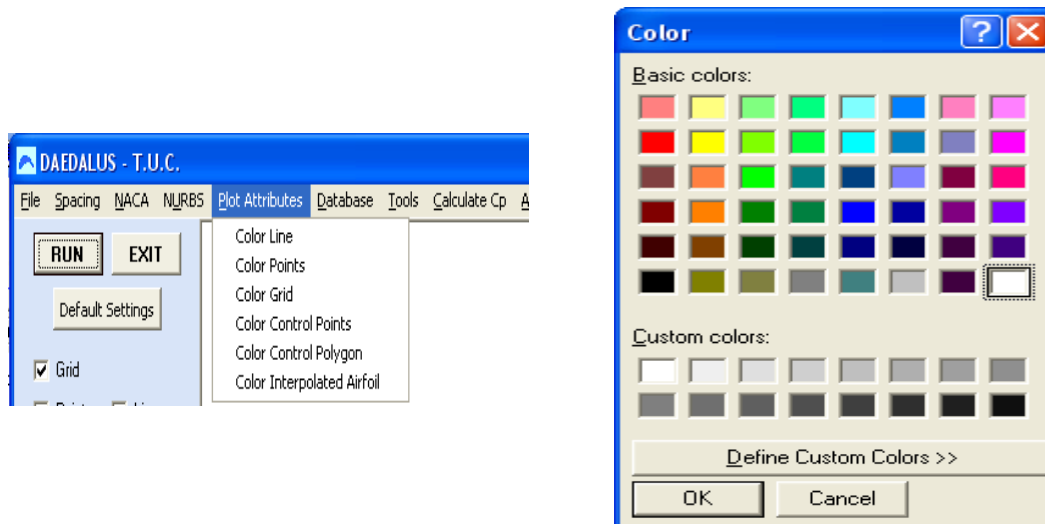
Εφαρμόζοντας τα βήματα της παραγράφου 3.2.1, κατασκευάζουμε την NACA 4412, όπως απεικονίζεται στο σχήμα 3.20.



Σχήμα 3.20: NACA 4412.

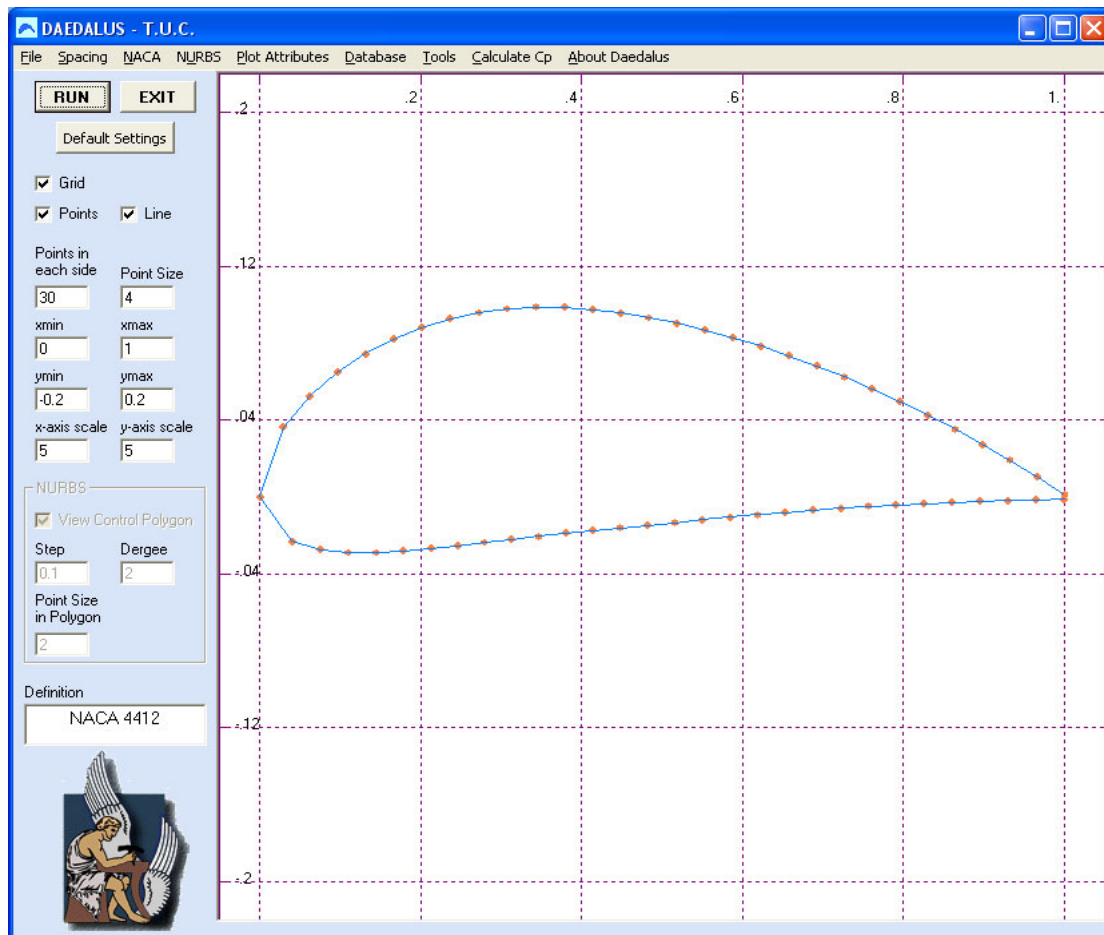
Η συγκεκριμένη αεροτομή έχει 50 σημεία στην πάνω και 50 στη κάτω επιφάνεια. Τα σημεία αυτά έχουν μέγεθος 2. Επίσης, το διάστημα του x-άξονα είναι  $[0, 1]$  και του y-άξονα είναι  $[-0.2, 0.2]$ . Τα διαστήματα αυτά, στο σχήμα 3.20, χωρίζονται σε 10 ίσα διαστήματα, όπως φαίνεται και από το πλέγμα. Τέλος, το περίγραμμα της αεροτομής καθώς και τα σημεία που την συνθέτουν είναι με μαύρο χρώμα ενώ το πλέγμα είναι με μπλε. Να σημειώσουμε ότι όλες οι προαναφερθείσες τιμές έχουν οριστεί ως προεπιλεγμένες τιμές και ανακτώνται εύκολα, πατώντας το κουμπί *Default Settings*.

Αφού λοιπόν κατασκευάσουμε την NACA 4412, μπορούμε να επεξεργαστούμε την συγκεκριμένη αεροτομή τροποποιώντας τα προηγούμενα χαρακτηριστικά. Για παράδειγμα, μπορούμε να μειώσουμε τα σημεία σε κάθε επιφάνεια από 50 σε 30, να τα μεγεθύνουμε από 2 σε 4 και να αφήσουμε τα ίδια διαστήματα στους άξονες αλλάζοντας μόνο το πλέγμα από 10 σε 5 ίσα διαστήματα. Στη συνέχεια, μπορούμε από την επιλογή *Plot Attributes* (Σχήμα 3.21) να αλλάξουμε το χρώμα του περιγράμματος της αεροτομής, των σημείων της αεροτομής και του πλέγματος από τις επιλογές *Color Line*, *Color points* και *Color Grid* αντίστοιχα.



Σχήμα 3.21: Επιλογή Plot Attributes και η εμφάνιση της παλέτας χρωμάτων.

Ολοκληρώνοντας τις αλλαγές αυτές πατώντας το πλήκτρο RUN, καταλήγουμε στην αεροτομή του σχήματος 3.22.

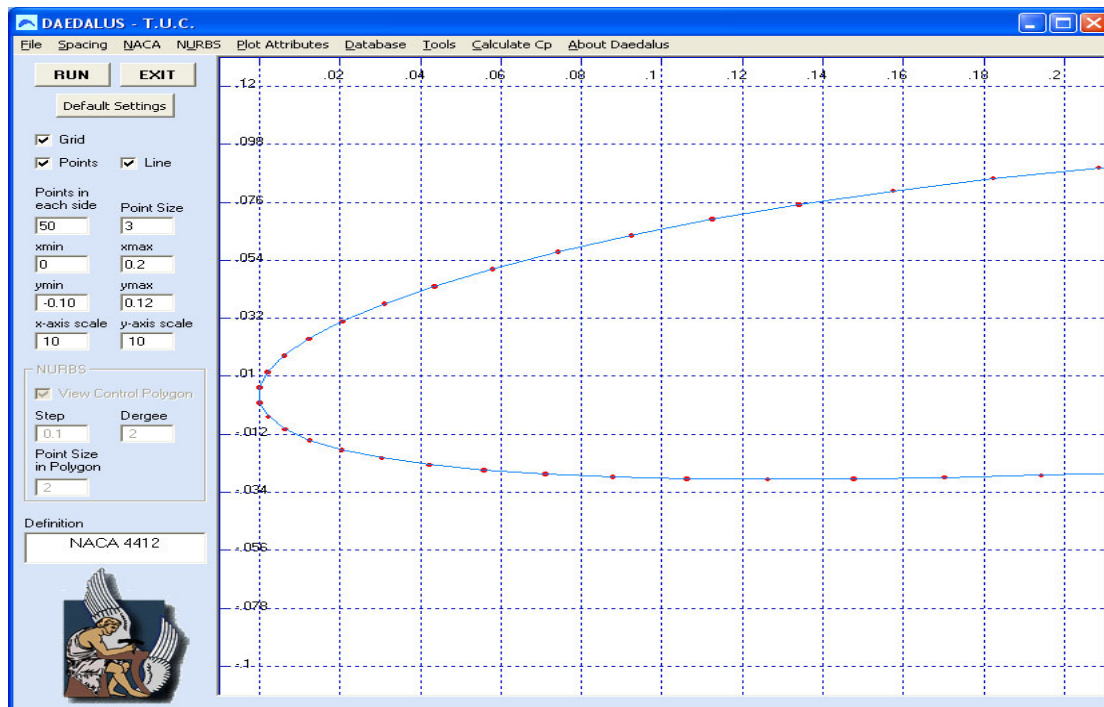


Σχήμα 3.22: Τροποποιημένη απεικόνιση NACA 4412.

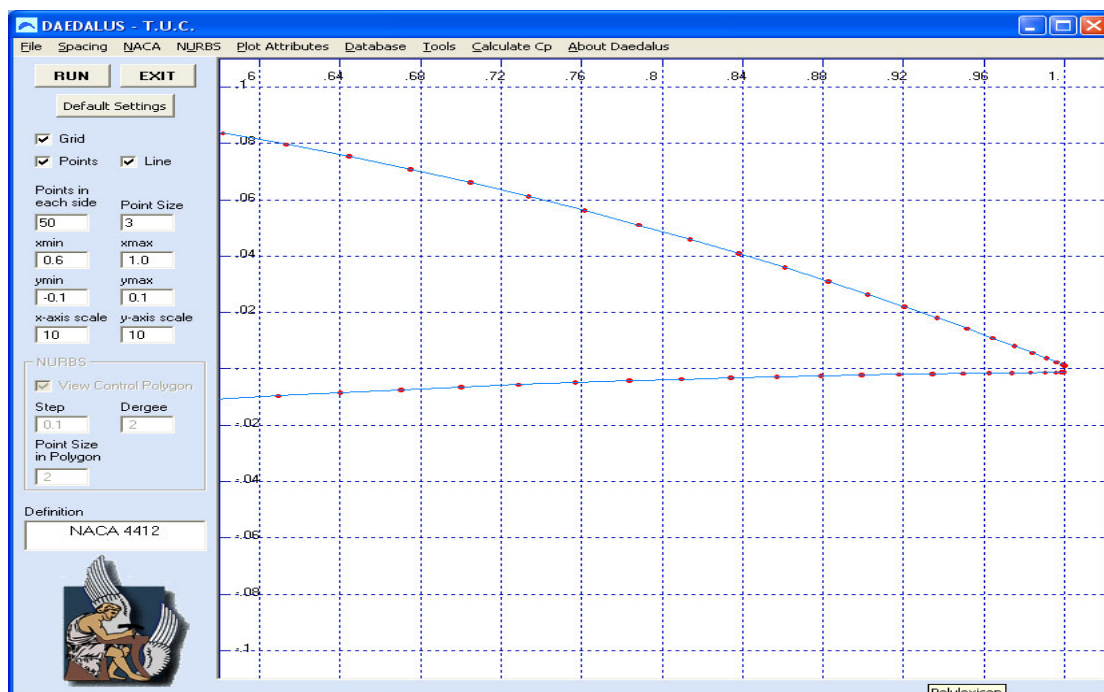
Στη συνέχεια, δημιουργώντας ο χρήστης τους επιθυμητούς συνδυασμούς, μπορεί να αφαιρέσει είτε τα σημεία, είτε την γραμμή της αεροτομής, είτε το πλέγμα.



Τέλος, πρέπει να επισημανθεί ότι ο χρήστης, με κατάλληλες αλλαγές στο  $x_{min}$ ,  $x_{max}$ ,  $y_{min}$  και  $y_{max}$ , μπορεί να εστιάσει σε οποιοδήποτε μέρος της αεροτομής (π.χ. χείλος εκφυγής ή χείλος προσβολής), όπως φαίνεται στα σχήματα 3.23 και 3.24.



Σχήμα 3.23: Εστίαση στο χείλος προσβολής



Σχήμα 3.24: Εστίαση στο χείλος εκφυγής.

### 3.3 ΔΗΜΙΟΥΡΓΙΑ ΑΕΡΟΤΟΜΩΝ ΜΕ ΧΡΗΣΗ NURBS

Σε αυτήν την ενότητα θα αναλυθεί πως μπορούμε να δημιουργήσουμε μια μη τυποποιημένη αεροτομή, χρησιμοποιώντας καμπύλες NURBS. Όπως ήδη έχουμε αναφερθεί στο 2ο κεφάλαιο, για να δημιουργήσουμε μια αεροτομή ή οποιοδήποτε άλλο σχήμα, χρησιμοποιώντας καμπύλες NURBS, πρέπει πρώτα να ορίσουμε σε μια επιφάνεια τα σημεία ελέγχου (control points) και το βάρος (weight) του κάθε σημείου ελέγχου ξεχωριστά. Στη συνέχεια, αναλαμβάνουν οι εξισώσεις των NURBS να δημιουργήσουν το επιθυμητό σχήμα αεροτομής ή γενικότερα οποιοδήποτε σχήμα επιθυμούμε.

Συγκεκριμένα, το λογισμικό Δαίδαλος έχει τη δυνατότητα να παράγει μια αεροτομή, χρησιμοποιώντας ένα αρχείο κειμένου (.txt file), με τα κατάλληλα δεδομένα. Το πλεονέκτημα του προγράμματος είναι ότι μπορεί στο παράθυρο σχεδίασης να απεικονίζονται ταυτόχρονα μέχρι 10 αεροτομές (ή τμήματα αεροτομών). Το γεγονός αυτό βοηθάει το χρήστη να δημιουργήσει, αν επιθυμεί, μια αεροτομή με υπεραντωτικές διατάξεις (flaps ή slats).

Ο χρήστης αρχικά πρέπει να δημιουργήσει ένα αρχείο κειμένου με συγκεκριμένη διάταξη (format). Η τυποποιημένη διάταξη παρουσιάζεται στο σχήμα 3.25.

Το 1 εκφράζει ότι το συγκεκριμένο αρχείο περιέχει μια αεροτομή

Η αεροτομή αυτή αποτελείται από 12 σημεία ελέγχου.

Η πρώτη στήλη περιέχει τις x-συντεταγμένες ενώ η δεύτερη περιέχει τις y-συντεταγμένες των σημείων ελέγχου.

Βάρος κάθε σημείου ελέγχου ξεχωριστά.

cp - Notepad				
File	Edit	Format	View	Help
1				
12				
1.	0.0	1.		
0.8	0.2	1.		
0.6	0.4	1.		
0.4	0.5	1.		
0.2	0.4	1.		
0	0.1	1.		
0	-0.1	1.		
0.2	-0.4	1.		
0.4	-0.5	1.		
0.6	-0.4	1.		
0.8	-0.2	1.		
1.	0.0	1.		

Σχήμα 3.25: Τυποποιημένη διάταξη δεδομένων καμπυλών NURBS.

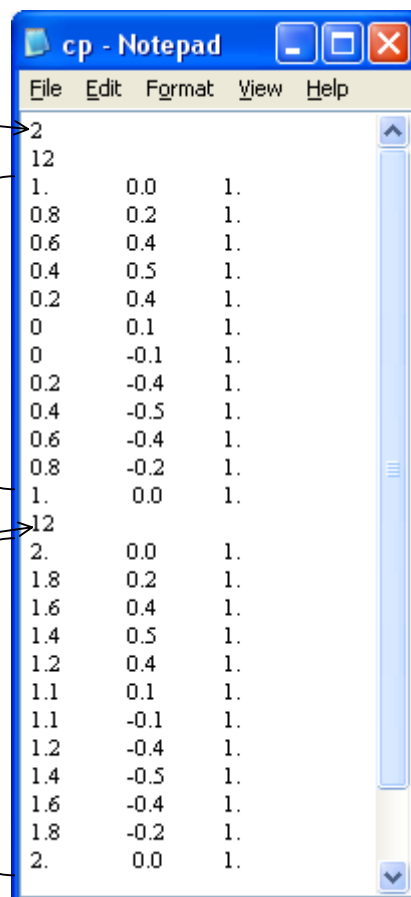
Αντίστοιχα, αν ο χρήστης επιθυμεί να δημιουργήσει δυο αεροτομές, τότε η σωστή διάταξη απεικονίζεται στο σχήμα 3.26.

Το 2 εκφράζει ότι το συγκεκριμένο αρχείο περιέχει δύο αεροτομές

Οι συντεταγμένες και τα βάρη των σημείων ελέγχου της πρώτης αεροτομής.

Το 12 εκφράζει ότι η δεύτερη αεροτομή αποτελείται από 12 σημεία ελέγχου.

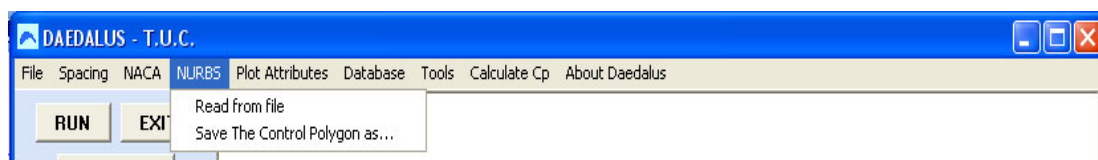
Οι συντεταγμένες και τα βάρη των σημείων ελέγχου της δεύτερης αεροτομής.



Control Point	x	y	Weight
2	1.	0.0	1.
12	0.8	0.2	1.
	0.6	0.4	1.
	0.4	0.5	1.
	0.2	0.4	1.
	0	0.1	1.
	0	-0.1	1.
	0.2	-0.4	1.
	0.4	-0.5	1.
	0.6	-0.4	1.
	0.8	-0.2	1.
	1.	0.0	1.
12	2.	0.0	1.
	1.8	0.2	1.
	1.6	0.4	1.
	1.4	0.5	1.
	1.2	0.4	1.
	1.1	0.1	1.
	1.1	-0.1	1.
	1.2	-0.4	1.
	1.4	-0.5	1.
	1.6	-0.4	1.
	1.8	-0.2	1.
	2.	0.0	1.

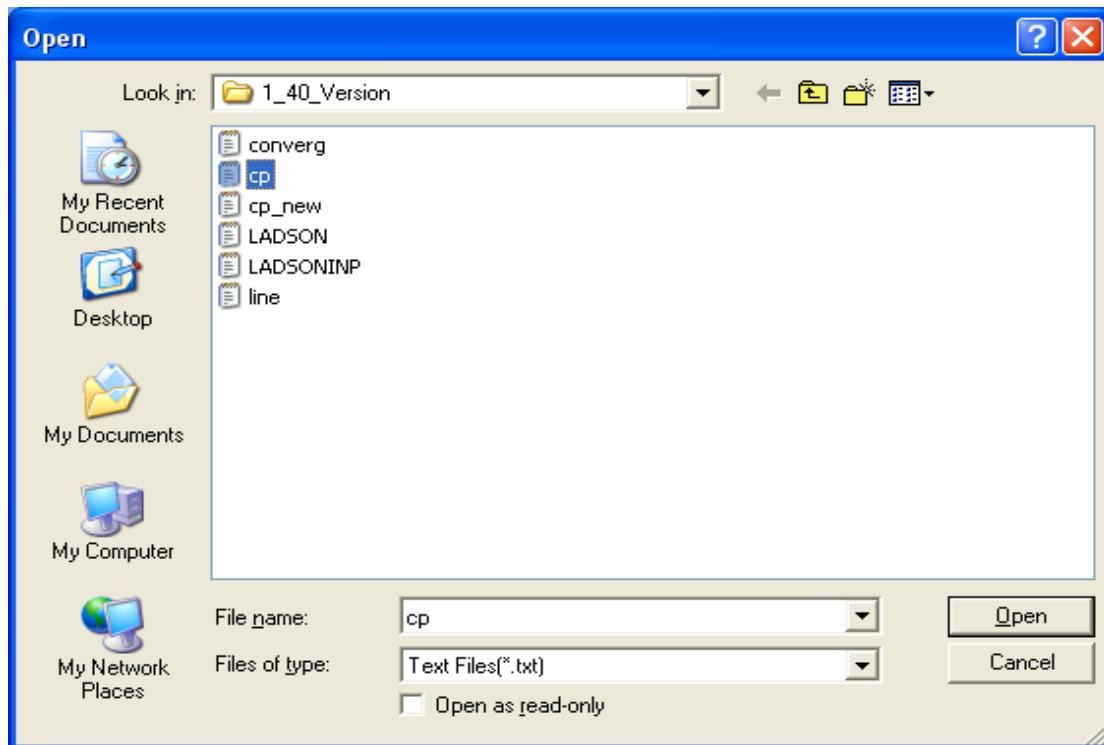
Σχήμα 3.26: Σωστή διάταξη δεδομένων καμπυλών NURBS για δυο αεροτομές.

Στη συνέχεια, έχοντας δημιουργήσει και μετέπειτα αποθηκεύσει το αρχείο, με όποιο όνομα επιθυμούμε, διαλέγουμε από το λογισμικό Δαίδαλος την επιλογή *NURBS* και *Read From File* σύμφωνα με το σχήμα 3.27.



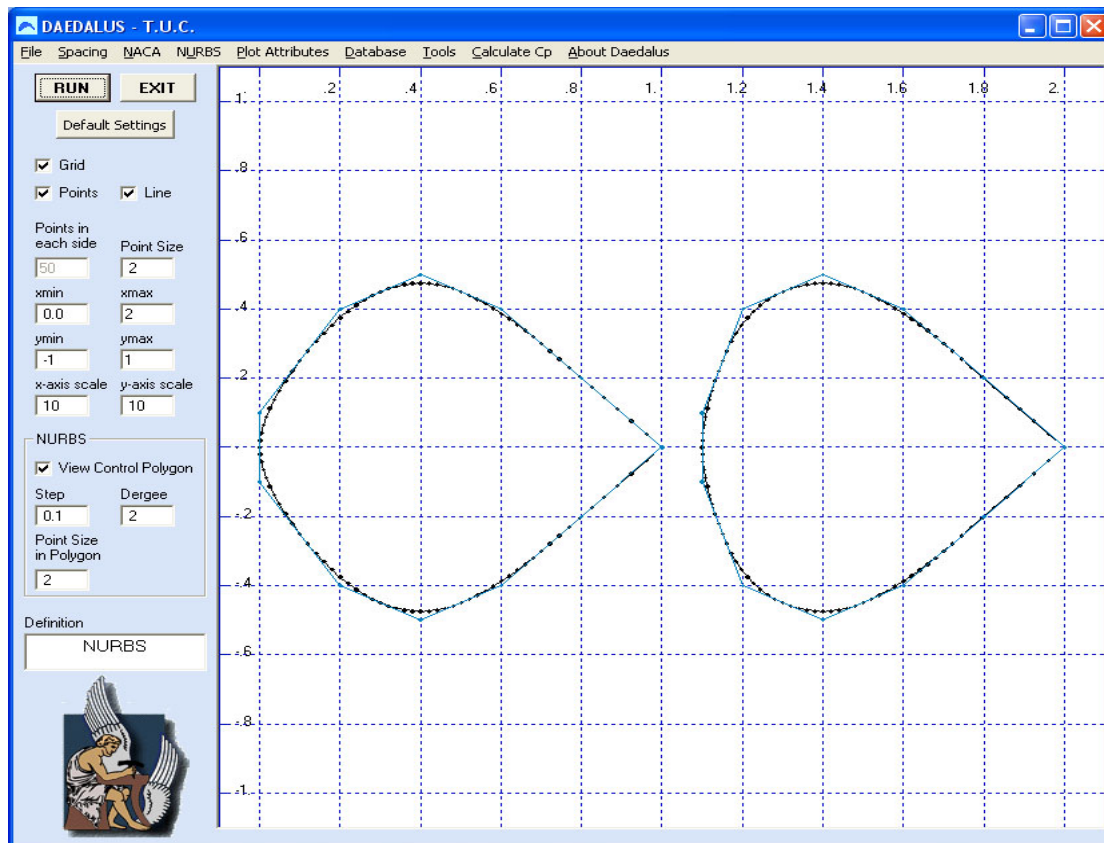
Σχήμα 3.27: Επιλογή NURBS

Αφού καλέσουμε την επιλογή *Read From File*, εμφανίζεται το παράθυρο του σχήματος 3.28 και επιλέγουμε το αρχείο που έχουμε κατασκευάσει.



Σχήμα 3.28: Επιλογή του αρχείου για την απεικόνιση της αντίστοιχης αεροτομής με καμπύλες NURBS.

Έχοντας δημιουργήσει, για παράδειγμα, ένα αρχείο με το όνομα cp.txt, το οποίο περιέχει τα στοιχεία του σχήματος 3.26, το πρόγραμμα μας απεικονίζει τις αεροτομές του σχήματος 3.29.



Σχήμα 3.29: Οι αεροτομές που αντιστοιχούν στα δεδομένα του αρχείου cp.txt.

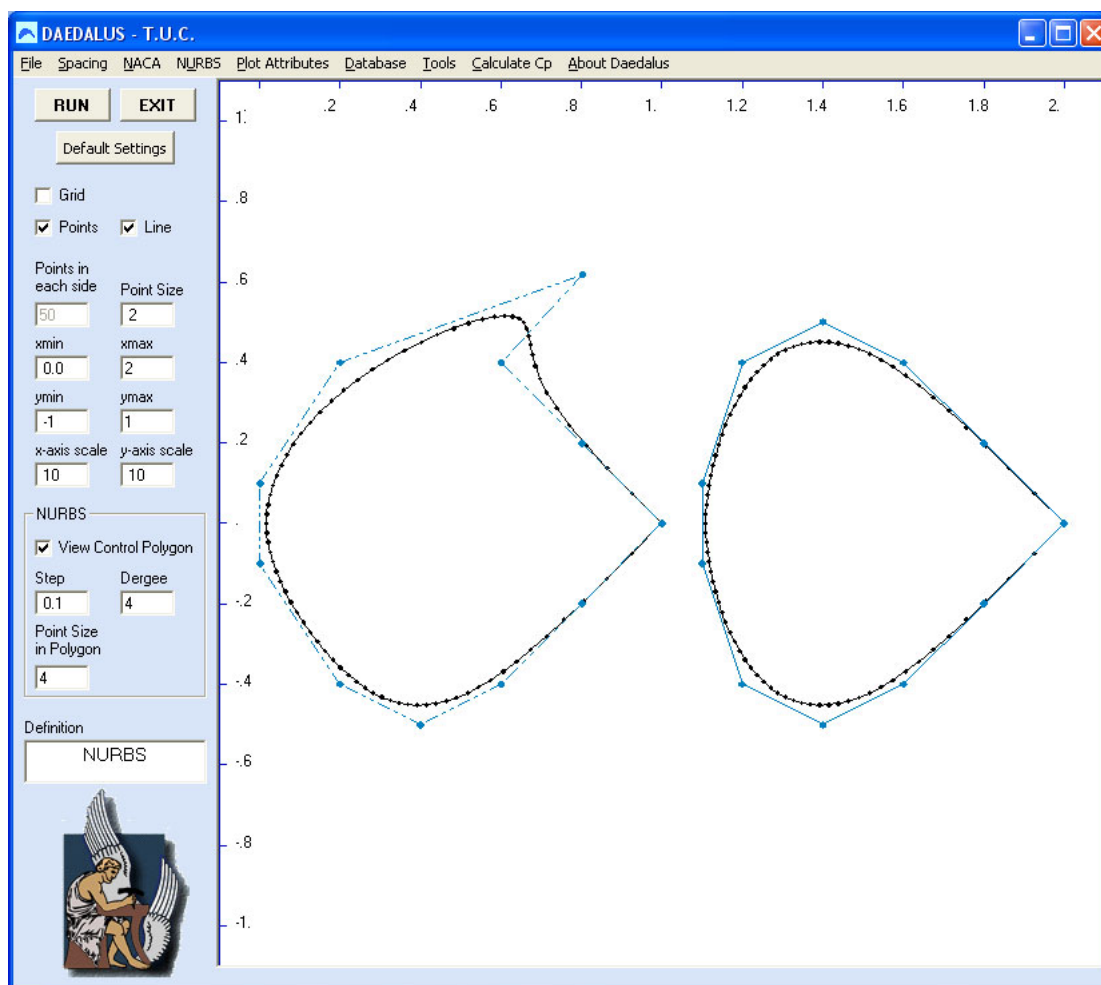
Ταυτόχρονα, με την απεικόνιση των αεροτομών με τη χρήση των καμπυλών NURBS, ενεργοποιείται στο κεντρικό παράθυρο του προγράμματος το πλαίσιο με το όνομα NURBS, ενώ απενεργοποιείται το πλαίσιο κειμένου *Points in Each Side*. Το πλαίσιο με όνομα NURBS περιέχει χαρακτηριστικά απαραίτητα για την δημιουργία της αεροτομής, τα οποία αναλύονται ως εξής:

<input checked="" type="checkbox"/> View Control Polygon	Όταν είναι ενεργοποιημένο απεικονίζει το πολύγωνο ελέγχου της κάθε αεροτομής.
Step 0.1	Εκφράζει το βήμα των σημείων της κάθε αεροτομής.
Degree 2	Εκφράζει τον βαθμό της καμπύλης NURBS της κάθε αεροτομής. Για Degree ίσο με ένα, η καμπύλη ταυτίζεται με το πολύγωνο ελέγχου.
Point Size in Polygon 2	Εκφράζει το μέγεθος των σημείων του πολύγωνου ελέγχου.

Αντίστοιχα με τις αεροτομές NACA, ισχύουν και στις καμπύλες NURBS τα εργαλεία απεικόνισης, για την αλλαγή του μεγέθους των σημείων της κάθε αεροτομής, της κλίμακας των αξόνων και των υπολοίπων χαρακτηριστικών που χρησιμοποιούνται για την απεικόνιση των αεροτομών στο κεντρικό παράθυρο του προγράμματος καθώς επίσης ισχύει και η αλλαγή των χρωμάτων από την επιλογή *Plot Attributes*. Να σημειώσουμε ότι στην επιλογή *Plot Attributes* υπάρχει και η εντολή *Color Control Polygon* που αλλάζει το χρώμα, σύμφωνα με την επιθυμία του χρήστη, του πολυγώνου ελέγχου.

### 3.3.1 Επεξεργασία των κατασκευασμένων αεροτομών με καμπύλες NURBS

Το λογισμικό Δαίδαλος περιλαμβάνει μια πολύ χρήσιμη δυνατότητα, η οποία επιτρέπει να γίνεται τροποποίηση του σχήματος των αεροτομών που απεικονίζονται, με μετακίνηση των σημείων ελέγχου με χρήση του mouse. Συγκεκριμένα, έχοντας κατασκευάσει τις 2 αεροτομές του σχήματος 3.29, ο χρήστης, πηγαίνοντας τον κέρσορα του ποντικιού στον χώρο της πρώτης αεροτομής και πατώντας δεξί κλικ, επιλέγει την συγκεκριμένη αεροτομή για τροποποίηση. Πλησιάζοντας τον κέρσορα σε κάποιο σημείο ελέγχου της συγκεκριμένης αεροτομής και πατώντας συνεχώς το αριστερό κουμπί του ποντικιού, μπορεί να μετακινήσει το συγκεκριμένο σημείο ελέγχου όπου επιθυμεί. Να σημειώσουμε ότι όταν ο χρήστης πατήσει δεξί κλικ, η αεροτομή που ενεργοποιείται για να γίνουν οι αλλαγές, αλλάζει αμέσως το είδος της γραμμής του πολυγώνου ελέγχου και εμφανίζεται διακεκομμένη, όπως στο σχήμα 3.30. Εφαρμόζοντας τη διαδικασία που αναλύσαμε, θα μετακινήσουμε το σημείο ελέγχου από το (0.5 , 0.4) στο (0.8 , 0.6). Έτσι λοιπόν καταλήγουμε στο σχήμα 3.30.



Σχήμα 3.30: Ενεργοποίηση της πρώτης αεροτομής και μετακίνηση ενός σημείου ελέγχου.

Έχοντας λοιπόν μετακινήσει όσα και όποια σημεία ελέγχου επιθυμούμε, έτσι ώστε να καταλήξουμε στην επιθυμητή αεροτομή, μπορούμε να αποθηκεύσουμε όλα τα νέα σημεία ελέγχου. Από την επιλογή *NURBS* και *Save The Control Polygon As...* διαλέγουμε το μέρος στον σκληρό δίσκο που θέλουμε να τα αποθηκεύσουμε. Φυσικά, ανά πάσα στιγμή ο χρήστης μπορεί να προβάλει τις επεξεργασμένες αεροτομές από την επιλογή *NURBS* και *Read From File*.

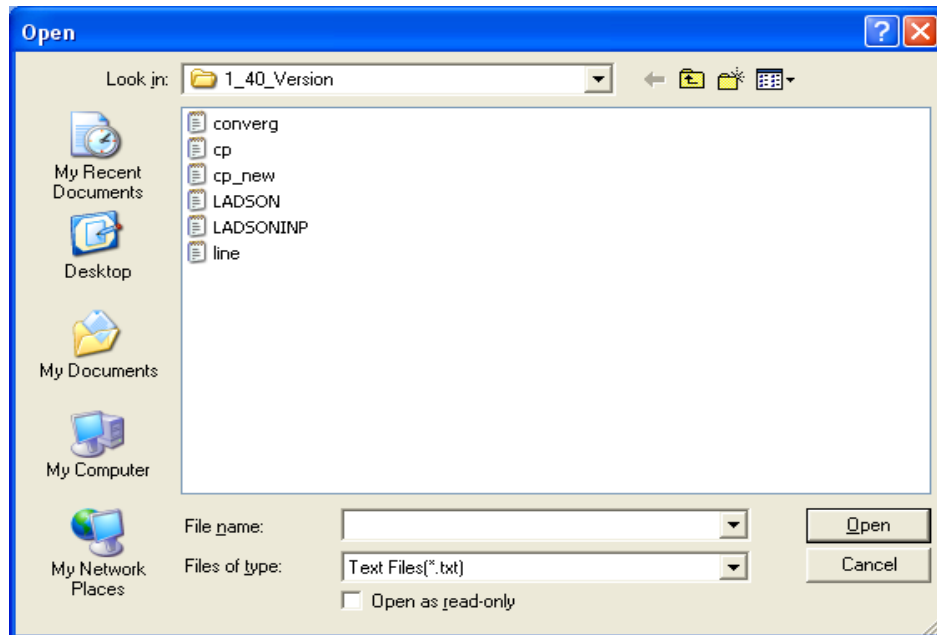
### 3.4 ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΤΗΣ ΒΑΣΗΣ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ

Από το μενού του προγράμματος, υπάρχει η επιλογή *Database* (Σχήμα 3.31), η οποία επιτρέπει στον χρήστη να εισάγει στο παράθυρο σχεδίασης μια ποικιλία από έτοιμες αεροτομές, οι οποίες περιέχονται σε βάση δεδομένων, συνδεδεμένη με το πρόγραμμα. Η συγκεκριμένη βάση δεδομένων περιέχει πάνω από 1500 αεροτομές [Michael Selig, 2004] [Etiemble, 2004] [NASG], οι οποίες συλλέχθηκαν από το διαδίκτυο και τροποποιήθηκαν κατάλληλα. Συγκεκριμένα, ο χρήστης έχει την δυνατότητα να εισάγει μια συγκεκριμένη αεροτομή από την επιλογή *Read From File*, εμφανίζοντας το παράθυρο του σχήματος 3.32 ή να επιλέξει *Shows The Directory And Illustrate the airfoil*, διαμορφώνοντας το γραφικό περιβάλλον του προγράμματος Δαίδαλος σύμφωνα με το σχήμα 3.33.

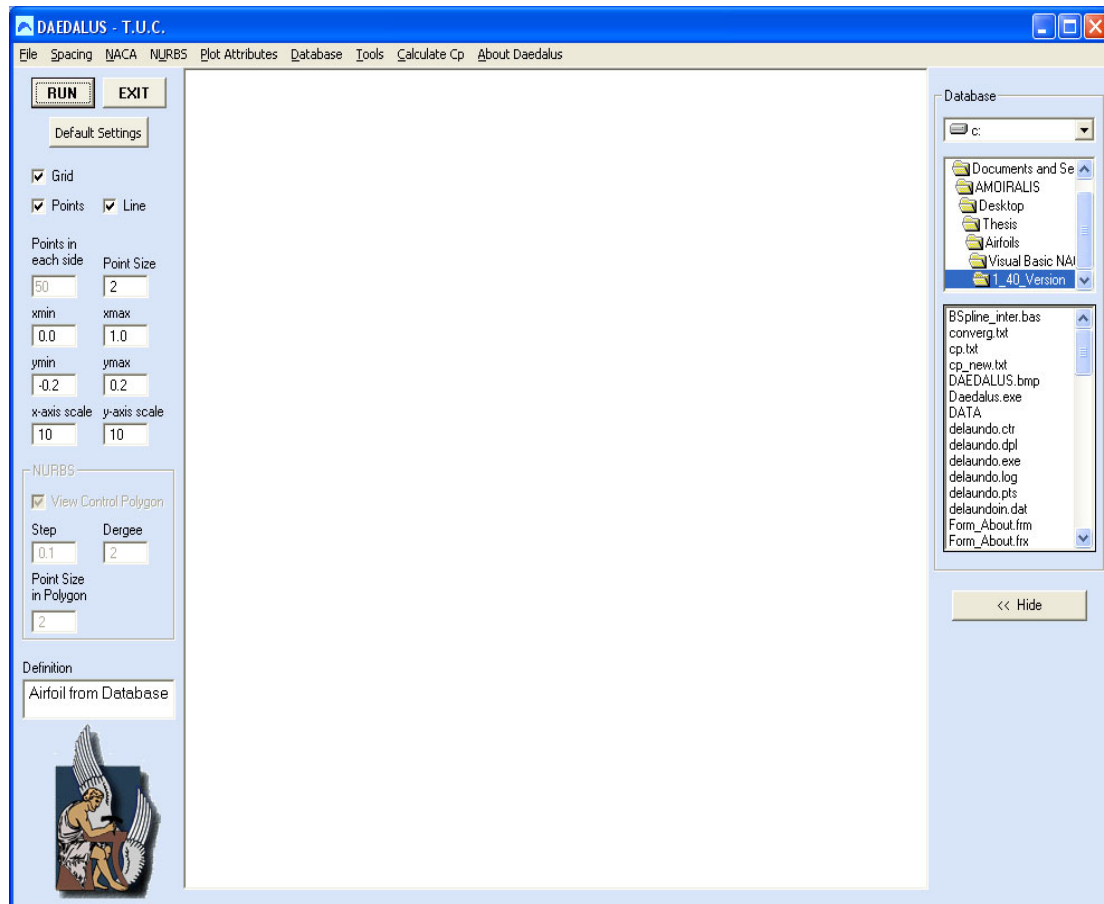




Σχήμα 3.31: Η επιλογή Database.

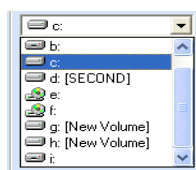


Σχήμα 3.32: Η επιλογή Read From File και το αντίστοιχο παράθυρο διαλόγου.

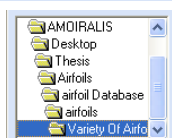


Σχήμα 3.33: Η τελική διαμόρφωση του γραφικού περιβάλλοντος μετά την επιλογή Show The Directory And Illustrate the airfoil .

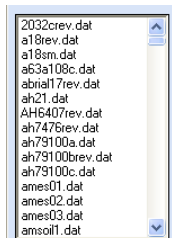
Η επιλογή του σχήματος 3.33 μας επιτρέπει σε τρία πολύ απλά βήματα να απεικονίσουμε μια αεροτομή μέσω της βάσης δεδομένων. Αναλυτικότερα έχουμε τα ακόλουθα βήματα:



Σύμφωνα με το διπλανό παράθυρο, στο πρώτο βήμα μπορούμε να επιλέξουμε την τοποθεσία (σκληρός δίσκος, δισκέτα, flash disks, CD, DVD) που είναι αποθηκευμένο το αρχείο με την αεροτομή.



Στο δεύτερο βήμα μπορούμε να επιλέξουμε σε ποιό φάκελο έχουμε αποθηκεύσει το συγκεκριμένο αρχείο.



Στο τρίτο βήμα επιλέγουμε το όνομα του αρχείου που θέλουμε να απεικονίσουμε στο παράθυρο. Το μεγάλο πλεονέκτημα σε αυτό το βήμα είναι ότι ο χρήστης έχει την δυνατότητα να προσπελάσει μια-μια όλες τις αεροτομές (χωρίς ουσιαστικά να τις ανοίγει ο ίδιος) ενώ ταυτόχρονα θα απεικονίζονται στο παράθυρο σχεδίασης (αυτόματη προεπισκόπηση).

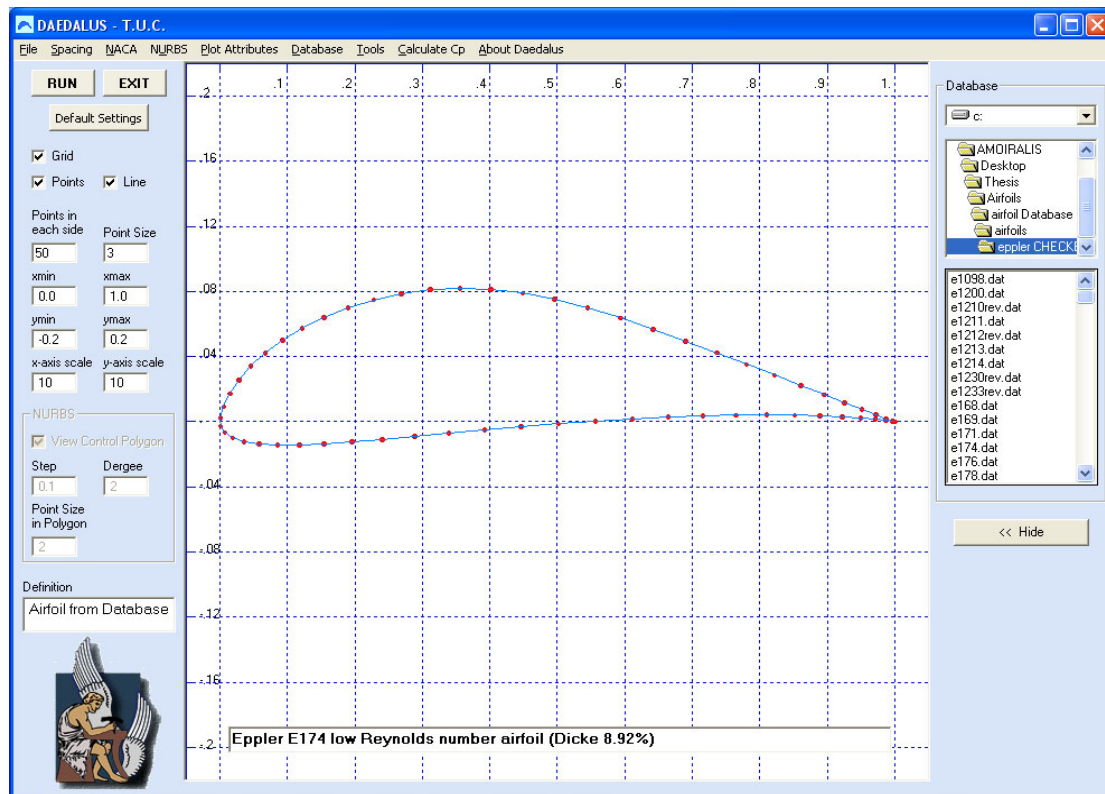
Να υπογραμμίσουμε ότι και στις δυο προηγούμενες επιλογές, τα αρχεία εισόδου πρέπει να έχουν συγκεκριμένη διάταξη (format). Η πρώτη γραμμή του αρχείου κειμένου μπορεί να είναι είτε αριθμός είτε μια πρόταση με χαρακτήρες (με το όνομα της αεροτομής και άλλα στοιχεία). Από τη δεύτερη μέχρι την τελευταία γραμμή του αρχείου κειμένου πρέπει να περιέχονται δύο στήλες με τις x και y συντεταγμένες τις αεροτομής. Παραδείγματα και των δυο περιπτώσεων δίδονται στο σχήμα 3.34.

e58rev - Notepad		e58rev - Notepad	
File	Edit	File	Edit
Eppler E58 low Reynolds number airfoil	Atacfoil	95 points	
1.000000	0.000000	1.000000	0.000000
0.950000	0.020000	0.950000	0.020000
0.900000	0.037000	0.900000	0.037000
0.850337	0.050830	0.850337	0.050830
0.800000	0.062000	0.800000	0.062000
0.700000	0.077000	0.700000	0.077000
0.650054	0.081616	0.650054	0.081616
0.600000	0.085000	0.600000	0.085000
0.500000	0.089000	0.500000	0.089000
0.450004	0.089025	0.450004	0.089025
0.400000	0.088000	0.400000	0.088000
0.300000	0.083000	0.300000	0.083000

Σχήμα 3.34: Παραδείγματα σωστής διάταξης των αρχείων της βάσης δεδομένων..

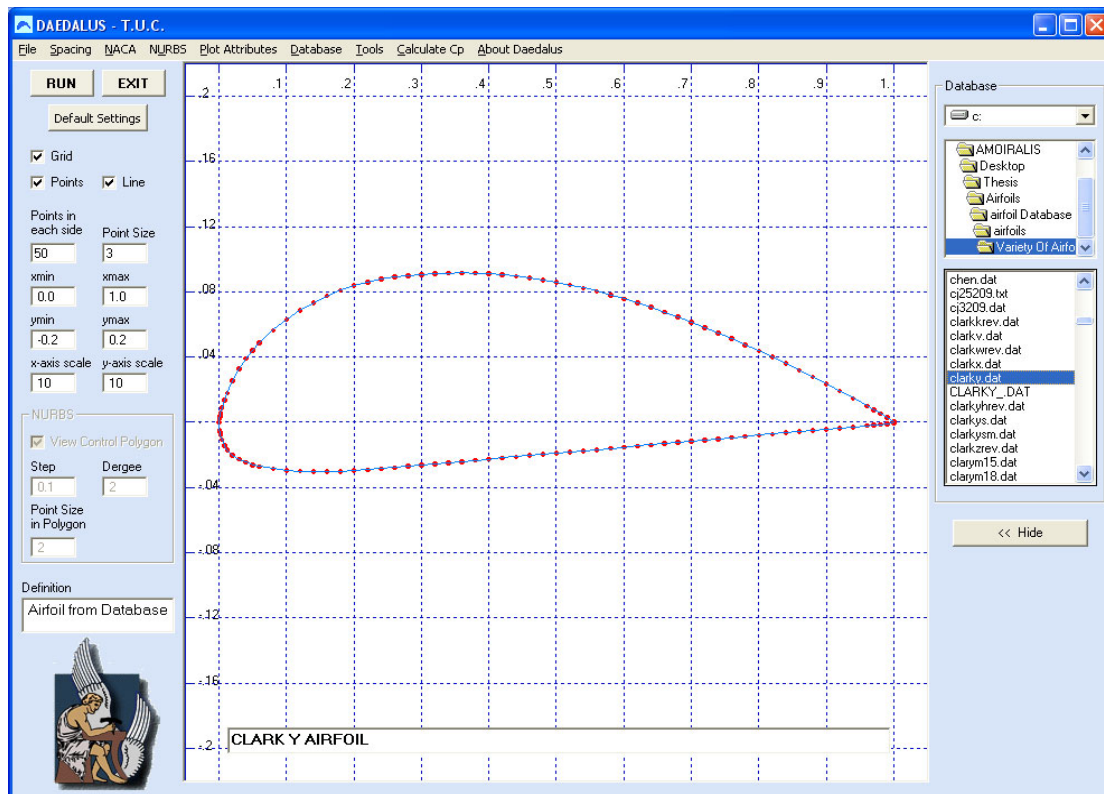
Και στις δύο περιπτώσεις, όταν απεικονίζουμε μια αεροτομή, στο εσωτερικό μέρος του πλαισίου σχεδίασης εμφανίζεται ένα πλαίσιο, το οποίο περιέχει ουσιαστικά την πρώτη γραμμή ενός αρχείου κειμένου (σχήμα 3.35) με το όνομα και τα χαρακτηριστικά της αεροτομής. Να σημειώσουμε ότι μόλις ο χρήστης τελειώσει με την επιλογή Database, πρέπει να πατήσει το κουμπί HIDE, για να συνεχίσει με κάποια άλλη επιλογή.



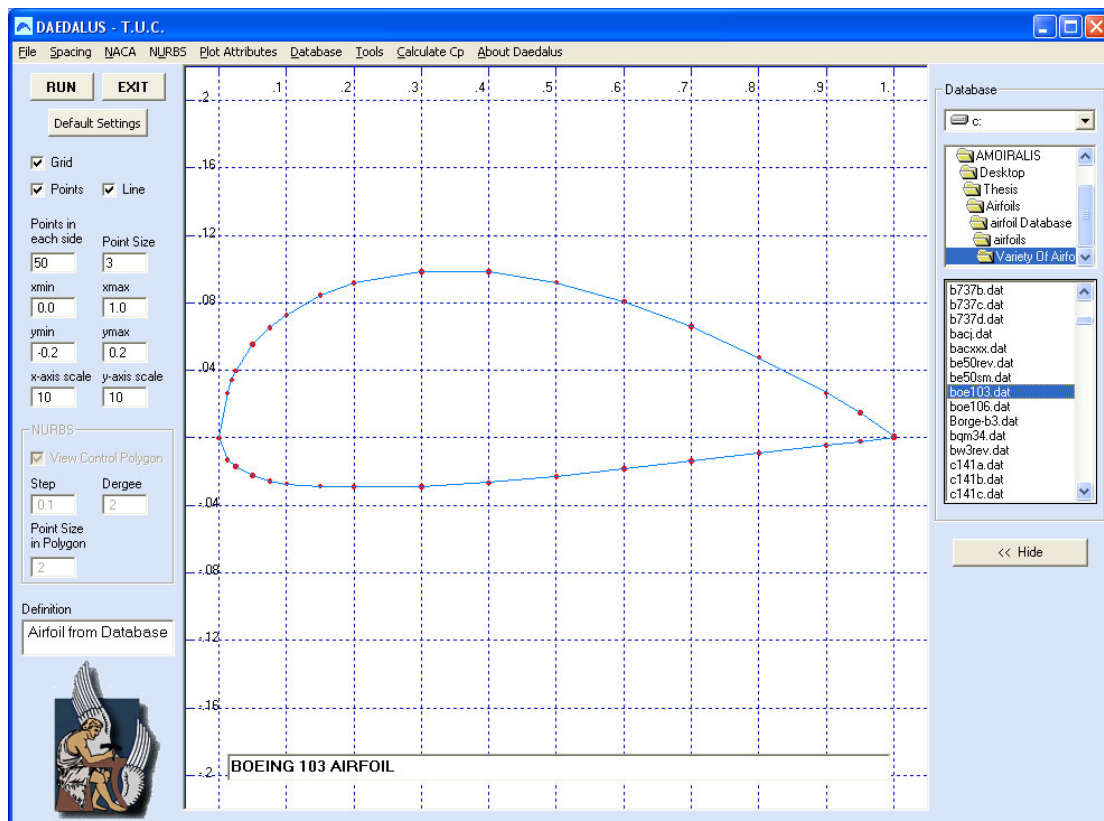


Σχήμα 3.34: Απεικόνιση μιας αεροτομής Eppler και εμφάνιση του πλαισίου επεξήγησης.

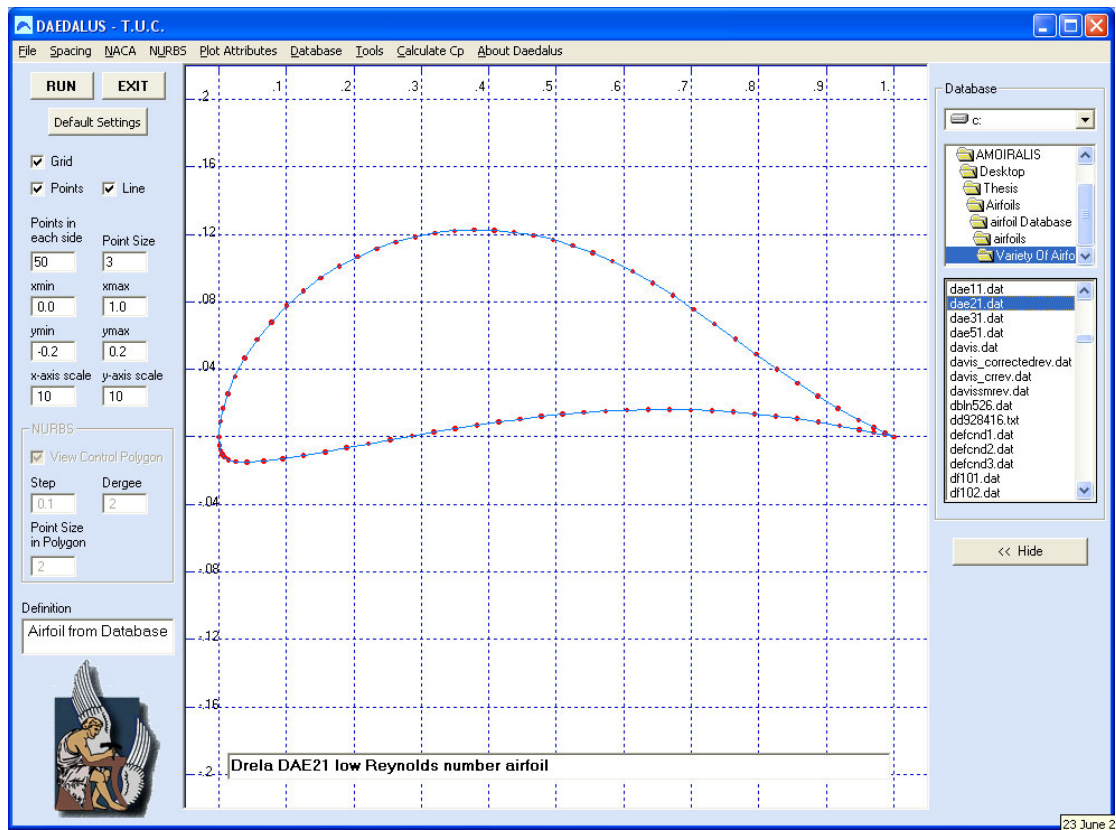
Στη συνέχεια, στα σχήματα 3.35 έως 3.39, παρουσιάζονται μερικά ακόμη παραδείγματα της βάσης δεδομένων αεροτομών. Να διευκρινίσουμε ότι όλα τα παραδείγματα αυτά περιλαμβάνονται στη βάση δεδομένων του προγράμματος Δαίδαλος.



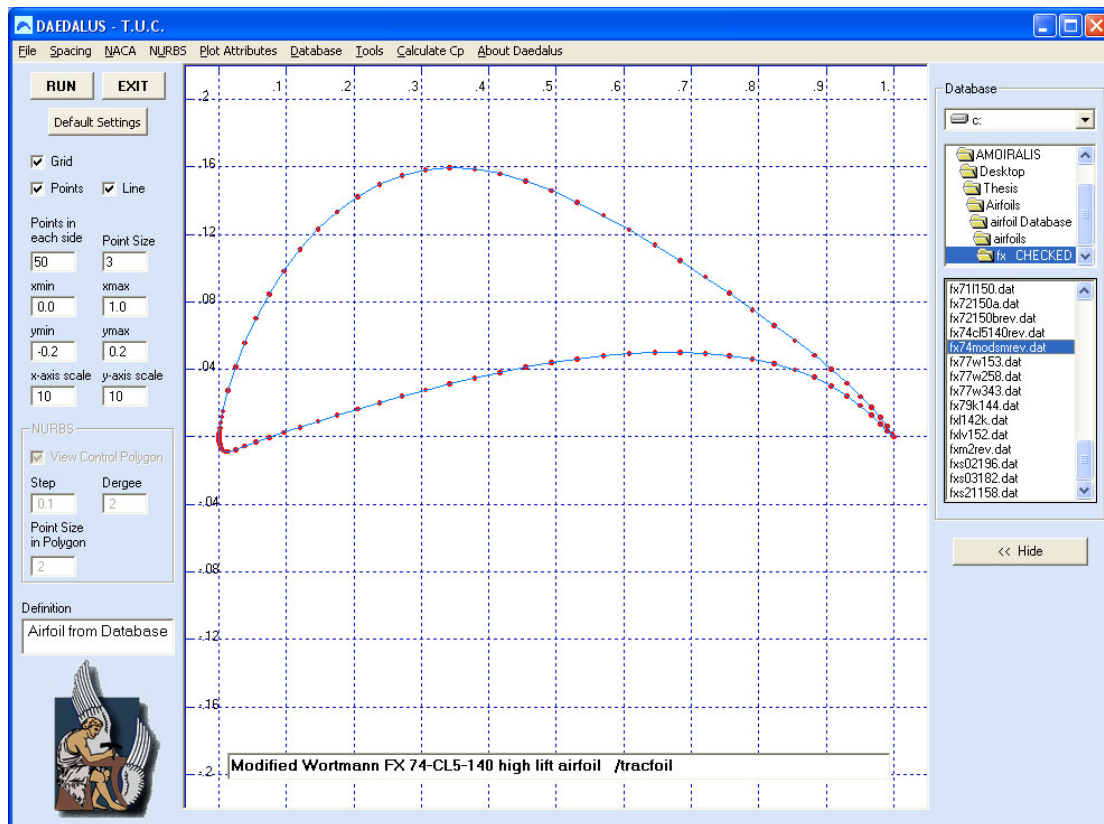
Σχήμα 3.35: Παράδειγμα της επιλογής Database.



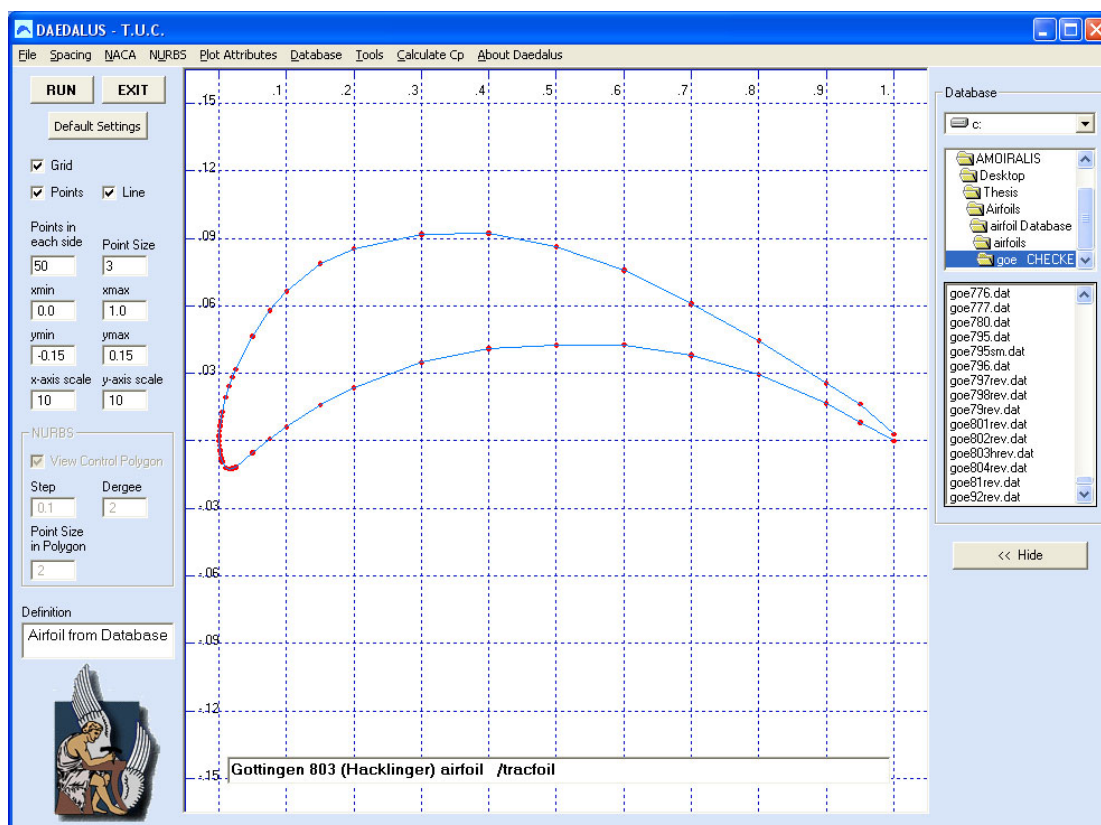
Σχήμα 3.36: Παράδειγμα της επιλογής Database.



Σχήμα 3.37: Παράδειγμα της επιλογής Database.



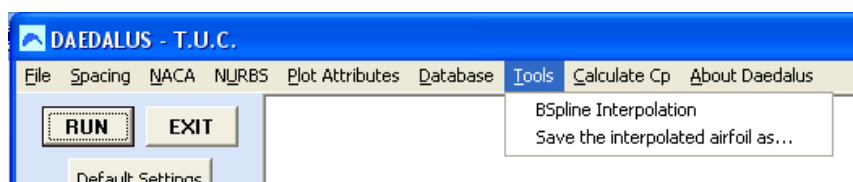
Σχήμα 3.38: Παράδειγμα της επιλογής Database.



Σχήμα 3.39: Παράδειγμα της επιλογής Database.

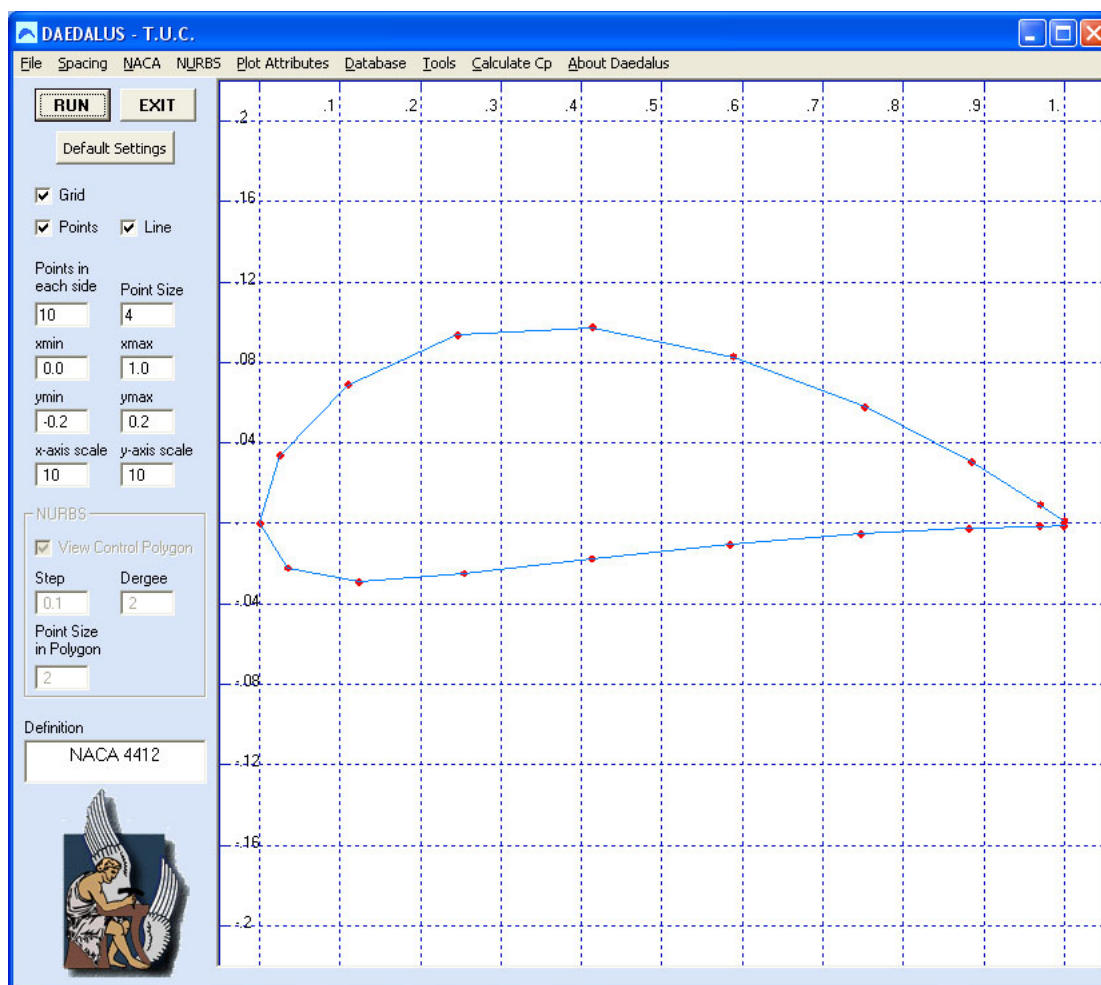
### 3.5 ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ ΑΕΡΟΤΟΜΗΣ ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΩΝΤΑΣ B-SPLINE INTERPOLATION

Από το μενού του προγράμματος, υπάρχει η επιλογή Tools, BSpline interpolation (Σχήμα 3.40) η οποία επιτρέπει στο χρήστη να προσεγγίσει μια αεροτομή, αποτελούμενη από το πολύ 15 σημεία σε κάθε επιφάνεια (ή συνολικά 30 σημεία) με μία καμπύλη B-Spline η οποία θα περνά από τα συγκεκριμένα σημεία της αεροτομής. Με τον τρόπο αυτό μπορεί να αυξηθεί η ακρίβεια απεικόνισης της αεροτομής. Το συγκεκριμένο εργαλείο είναι πολύ χρήσιμο για αεροτομές που διαβάζονται από τη βάση δεδομένων και έχουν μικρό αριθμό σημείων, τα οποία δεν είναι αρκετά για τη δημιουργία αριθμητικού πλέγματος για την επίλυση της ροής. Έτσι μπορεί να έχουμε μια αεροτομή με 10 σημεία σε κάθε επιφάνεια, σύμφωνα με το σχήμα 3.41.



Σχήμα 3.40: Η επιλογή Tools.





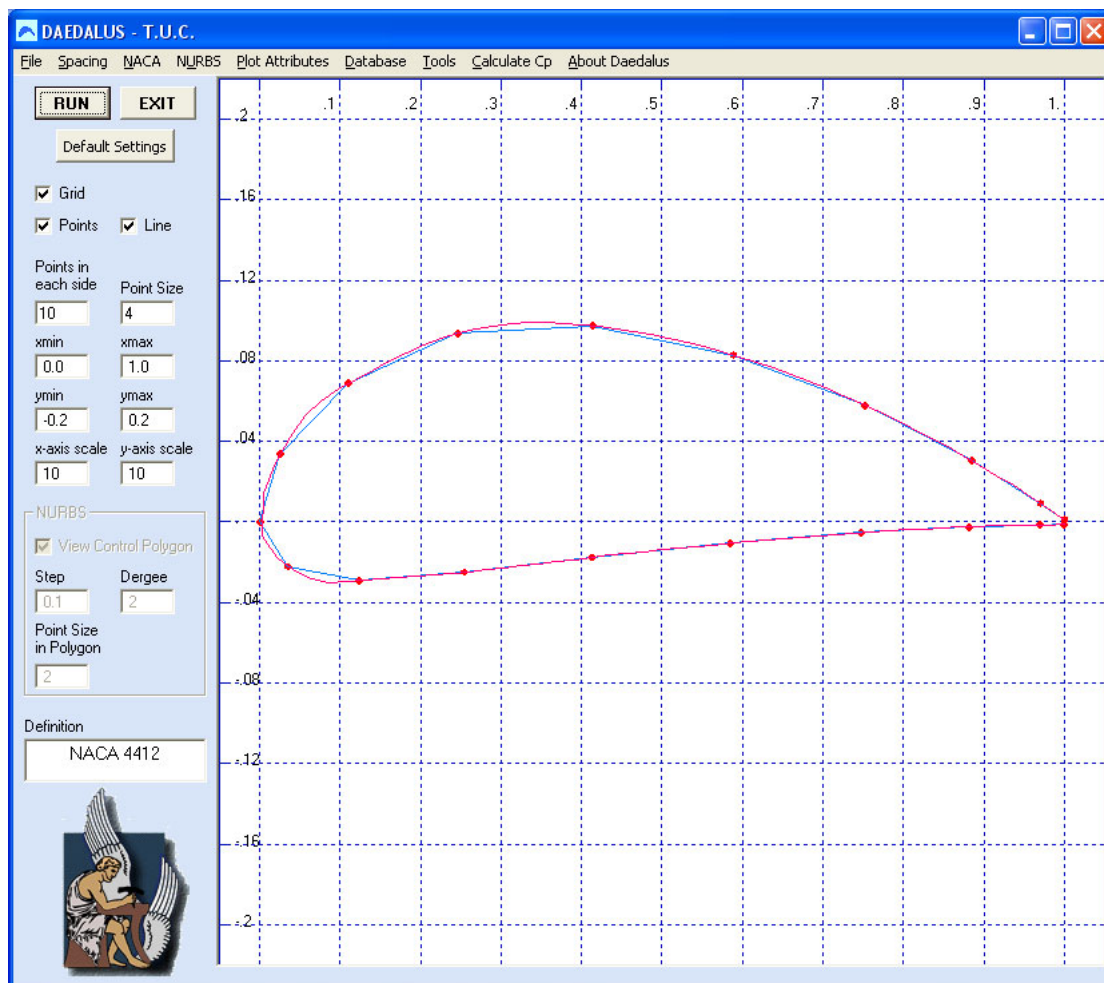
Εικόνα 3.41: Η NACA 4412 με μόλις 10 σημεία σε κάθε επιφάνεια.

Μας δίδεται η δυνατότητα να την προσεγγίσουμε καλύτερα μέσω της επιλογής *BSpline Interpolation*, στην οποία μας εμφανίζεται το παράθυρο του σχήματος 3.42, στο οποίο εισάγουμε το επιθυμητό Factor. Αυτή η μεταβλητή ουσιαστικά πολλαπλασιάζει τα υπάρχοντα σημεία με την τιμή της και καταλήγουμε στην τελική παρεμβαλλόμενη αεροτομή. Προτεινόμενη τιμή για το factor είναι ο αριθμός 5.

Να σημειώσουμε ότι το λογισμικό Δαίδαλος προσεγγίζει την αεροτομή με πολυώνυμα τρίτου βαθμού.

Εικόνα 3.42: Το παράθυρο διαλόγου για την εισαγωγή της τιμής του Factor.

Τελικά καταλήγουμε στην αεροτομή του σχήματος 3.43, στην οποία με κόκκινο χρώμα παρουσιάζεται η παρεμβαλλόμενη αεροτομή.



Εικόνα 3.43: Το παράθυρο διαλόγου για την εισαγωγή της τιμής του Factor.

Να προσθέσουμε ότι μπορούμε να αλλάξουμε το χρώμα της παρεμβαλλόμενης αεροτομής από την επιλογή *Plot attributes* και *Color Interpolated Airfoil*.

Τέλος, μπορεί ο χρήστης, αν επιθυμεί, να αποθηκεύσει τα νέα σημεία (ουσιαστικά της παρεμβαλλόμενης αεροτομής) από την επιλογή *Tools* και *Save the Interpolated Airfoil As...*

### 3.6 ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΗΣ ΔΙΑΝΟΜΗΣ ΠΙΕΣΗΣ ΤΗΣ ΑΕΡΟΤΟΜΗΣ ( $C_p$ )

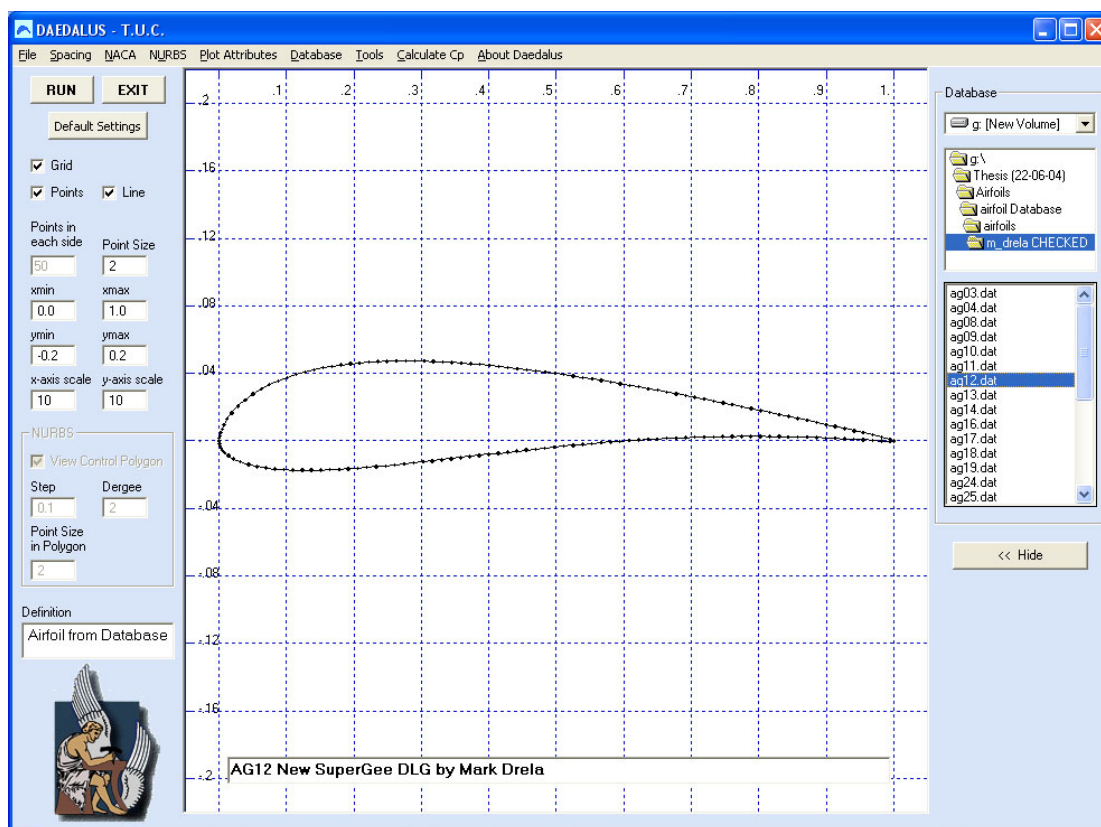
Μια αεροτομή, τοποθετημένη μέσα σε ένα ρεύμα αέρα δέχεται μια αεροδυναμική δύναμη. Η τομή της διεύθυνσης της δύναμης με τη χορδή της αεροτομής ονομάζεται κέντρο πίεσης. Η αεροδυναμική αυτή δύναμη αναλύεται σε δύο συνιστώσες, μια κάθετη και μια παράλληλη στην διεύθυνση της ροής. Η πρώτη από αυτές ονομάζεται άνωση και η δεύτερη οπισθέλκουσα ή αντίσταση, όπως ήδη έχει αναφερθεί στο κεφάλαιο 1.

Ένας εναλλακτικός τρόπος παρουσίασης των δυνάμεων είναι μεταφέροντας τη συνισταμένη δύναμη σε κάποιο σημείο της χορδής μαζί με μια ροπή γύρω από το σημείο αυτό [Παπανίκας Δ., 1999]. Η ροπή αυτή, όπως έχουμε αναφέρει, ονομάζεται ροπή πρόνευσης.

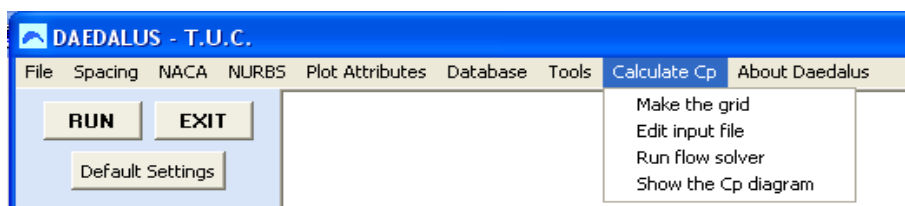
Τα παραπάνω λοιπόν μεγέθη, μπορούν να εκφραστούν με αδιάστατο τρόπο υπό την μορφή συντελεστών. Ο  $C_l$ ,  $C_d$  και  $C_m$  είναι οι συντελεστές άνωσης, αντίστασης και ροπής πρόνευσης αντίστοιχα.

Όταν ένα ρεύμα περιρρέει μια αεροτομή υπάρχουν τοπικές μεταβολές στην ταχύτητα γύρω από αυτήν και κατά συνέπεια μεταβολές στατικής πίεσης. Η κατανομή της πίεσης καθορίζει την άνοση, την αντίσταση και την ροπή προνεύσεως καθώς και τη θέση του κέντρου πίεσης. Η κατανομή αυτή της πίεσης εκφράζεται με τον συντελεστή πίεσης  $C_p$ , ο οποίος εκφράζει την αδιάστατη πίεση (δηλαδή την πίεση διαιρεμένη με συντελεστή αδιαστατοποίησης, ο οποίος ισούται με την κινητική ενέργεια του ρεύματος αέρα). Τον συντελεστή πίεσης υπολογίζει το πρόγραμμα Δαίδαλος, σε τρία απλά βήματα.

Από την γραμμή μενού, εφόσον ήδη έχουμε κατασκευάσει ή φορτώσει μια αεροτομή (σχήμα 3.43), επιλέγουμε *Calculate Cp*, σύμφωνα με το σχήμα 3.44. Λογική προϋπόθεση που θέτει το πρόγραμμα είναι η αεροτομή να είναι κλειστή στο χέιλος εκφυγής. Σαν παράδειγμα λοιπόν έχουμε επιλέξει την *AG12 NEW SuperGee DLG του Mark Drela*.



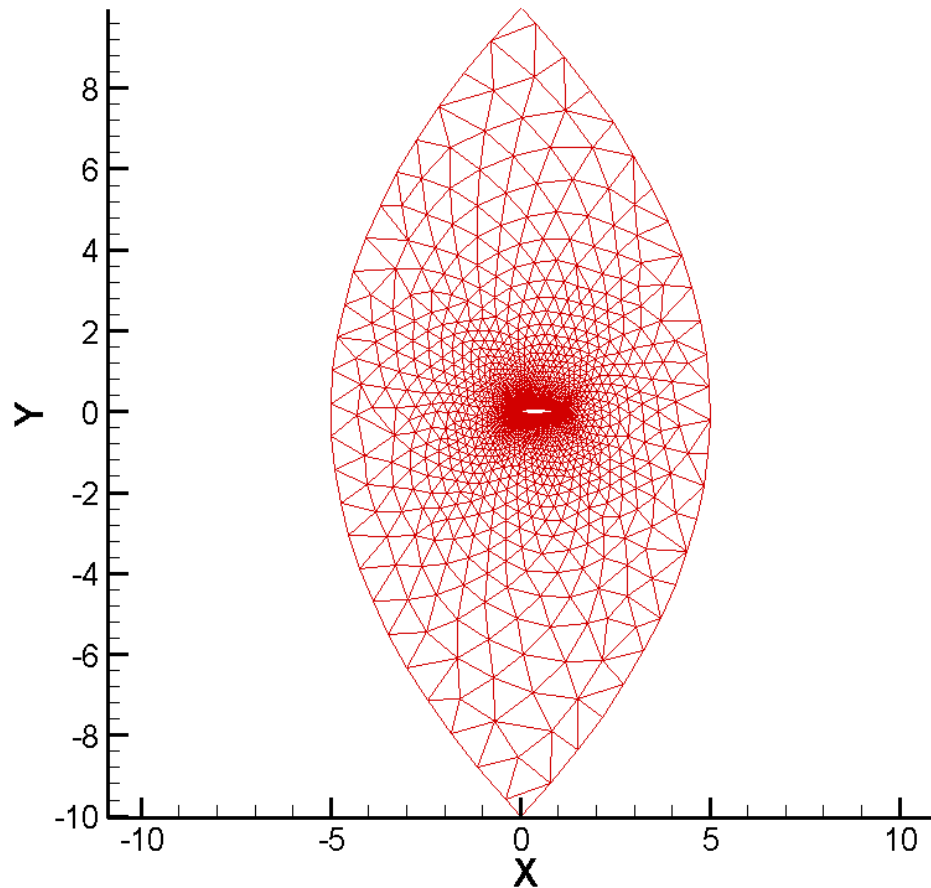
Σχήμα 3.43: Επιλογή αεροτομής πριν την δημιουργία του  $C_p$  διαγράμματος.



Σχήμα 3.44: Το παράθυρο διαλόγου για τον υπολογισμό του συντελεστή πίεσης.

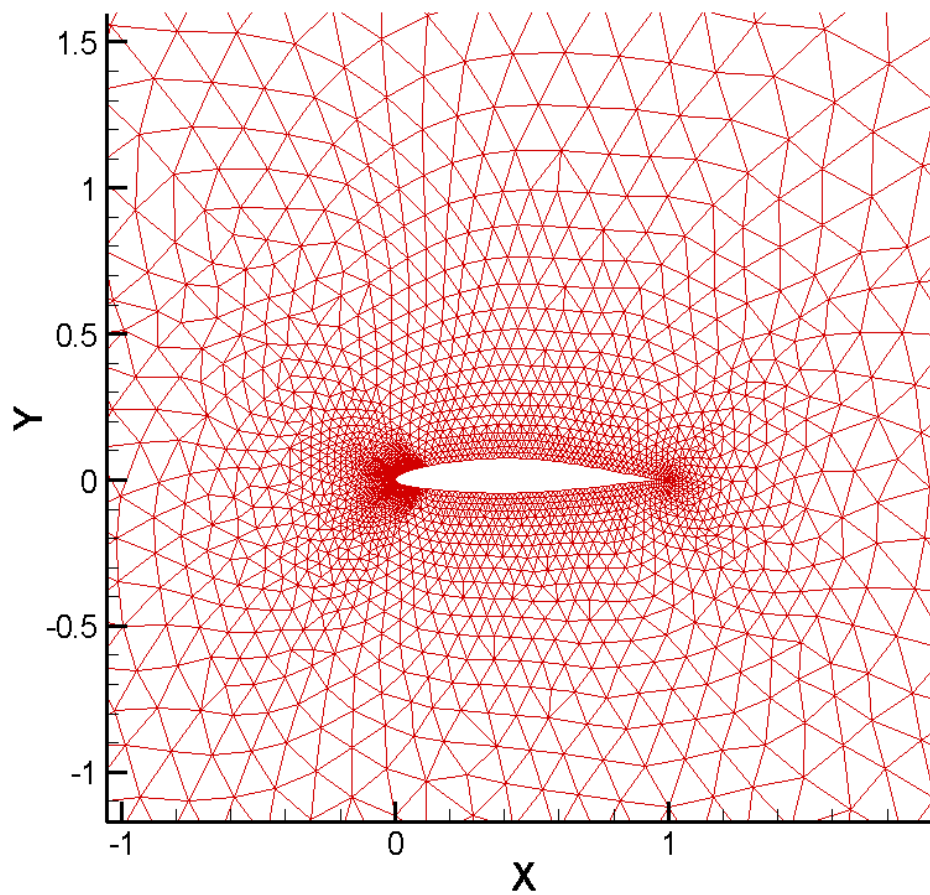
**1ο Βήμα:**

Επιλέγουμε *Make the Grid* για να κατασκευαστεί το πλέγμα (σχήμα 3.45 και 3.46). Το λογισμικό Δαίδαλος, συνεργάζεται εξωτερικά με τα προγράμματα delaundo.exe και postgrid.exe για την κατασκευή μη δομημένου πλέγματος γύρω από την επιλεγμένη αεροτομή.



Σχήμα 3.45: Το συνολικό μη δομημένο πλέγμα για την αεροτομή AG12 NEW SuperGee DLG του Mark Drela.

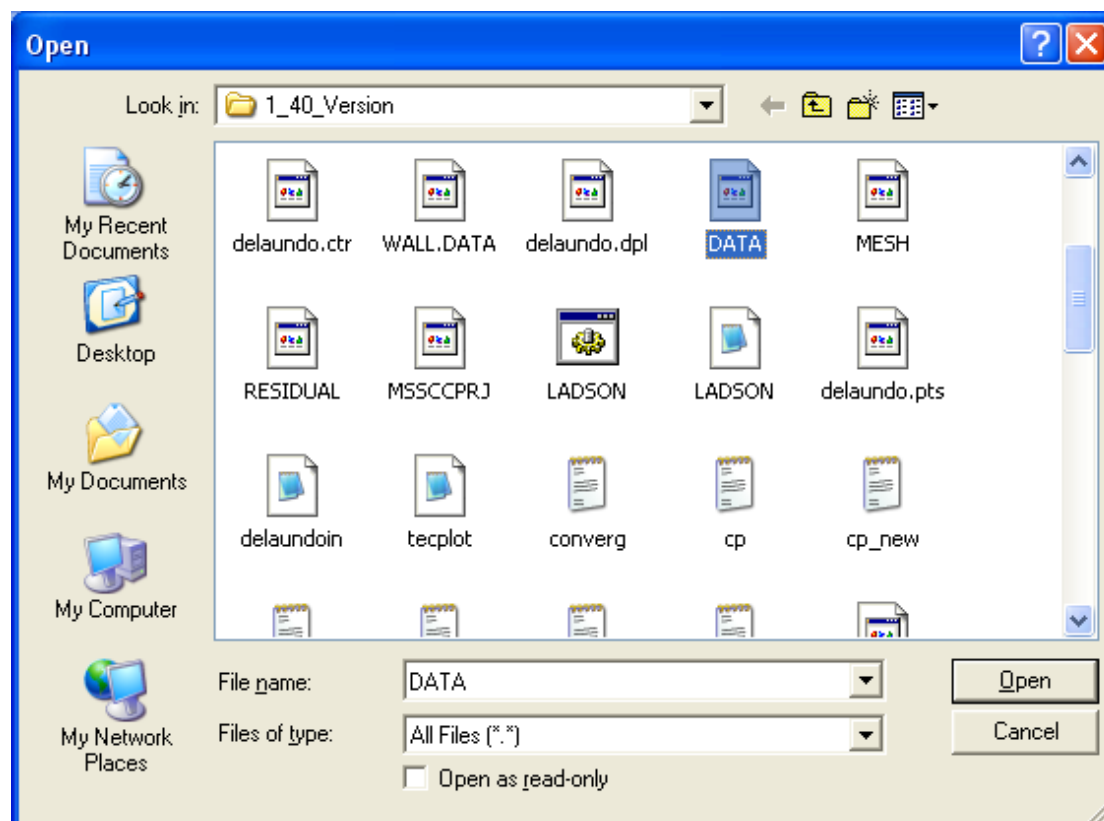




Σχήμα 3.46: Το μη δομημένο πλέγμα εστιασμένο στην αεροτομή.

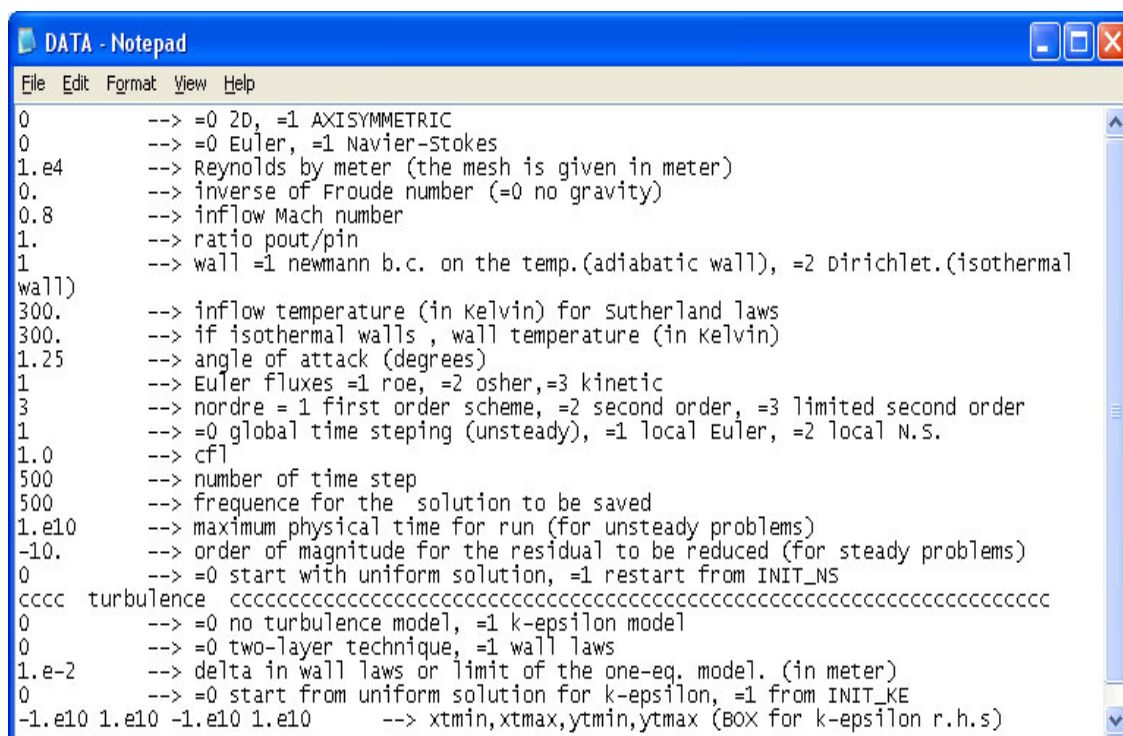
**2ο Βήμα:**

Στη συνέχεια, επιλέγουμε *Edit Input File*, οπότε εμφανίζει το παράθυρο του σχήματος 3.47 και επιλέγουμε το αρχείο DATA.



Σχήμα 3.47: Το παράθυρο διαλόγου για την επιλογή του αρχείου DATA.

Μόλις ανοίξουμε το αρχείο DATA, παρουσιάζεται το αρχείο του σχήματος 3.48.

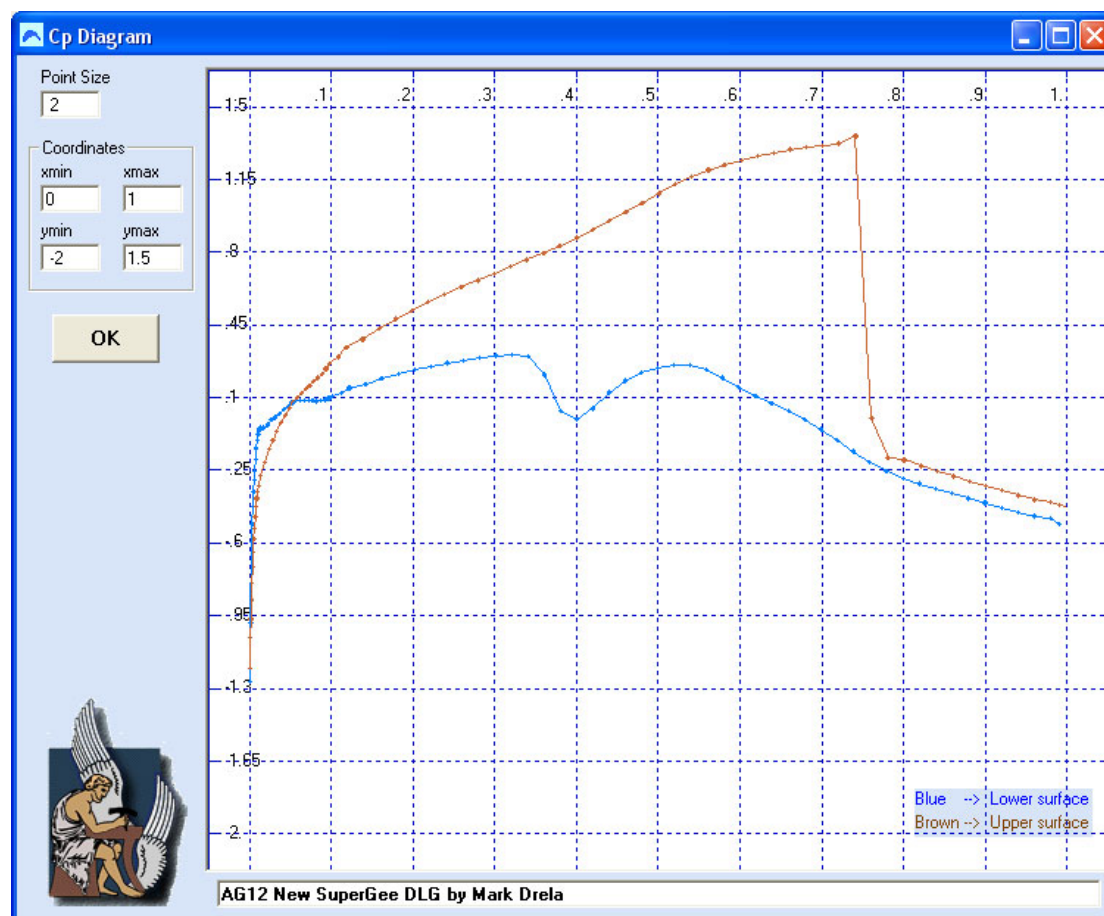


Σχήμα 3.48: Το αρχείο κειμένου DATA για την εισαγωγή δεδομένων υπολογισμού της ροής.

Έχοντας ανοιχτό το αρχείο DATA (σχήμα 3.48), μπορούμε να κάνουμε όποια αλλαγή επιθυμούμε (π.χ. αριθμός Mach, γωνία προσβολής κ.λπ.) και στο τέλος να το κλείσουμε σώζοντας τις αλλαγές μας.

### 3ο Βήμα:

Στη συνέχεια, επιλέγουμε *Run Flow Solver*, οπότε το πρόγραμμα Δαίδαλος συνεργάζεται εξωτερικά με το πρόγραμμα nsc2ke.exe. Ύστερα από λίγα δευτερόλεπτα (εξαρτάται από τις ρυθμίσεις που έχουμε κάνει στο αρχείο DATA) και εφόσον έχει ολοκληρωθεί το πρόγραμμα nsc2ke.exe, επιλέγουμε διαδοχικά *Calculate Cp* και *Show the Cp Diagram*, οπότε εμφανίζεται το παράθυρο του σχήματος 3.49.



Σχήμα 3.49: Το διάγραμμα του  $C_p$  για την αεροτομή AG12 NEW SuperGee DLG του Mark Drela.

Point Size  
2

xmax  
1.0

xmin  
0.0

ymin  
-0.2

ymax  
0.2

Εκφράζει το μέγεθος των σημείων του διαγράμματος  $C_p$ .

Εκφράζει την μέγιστη τιμή του x άξονα.

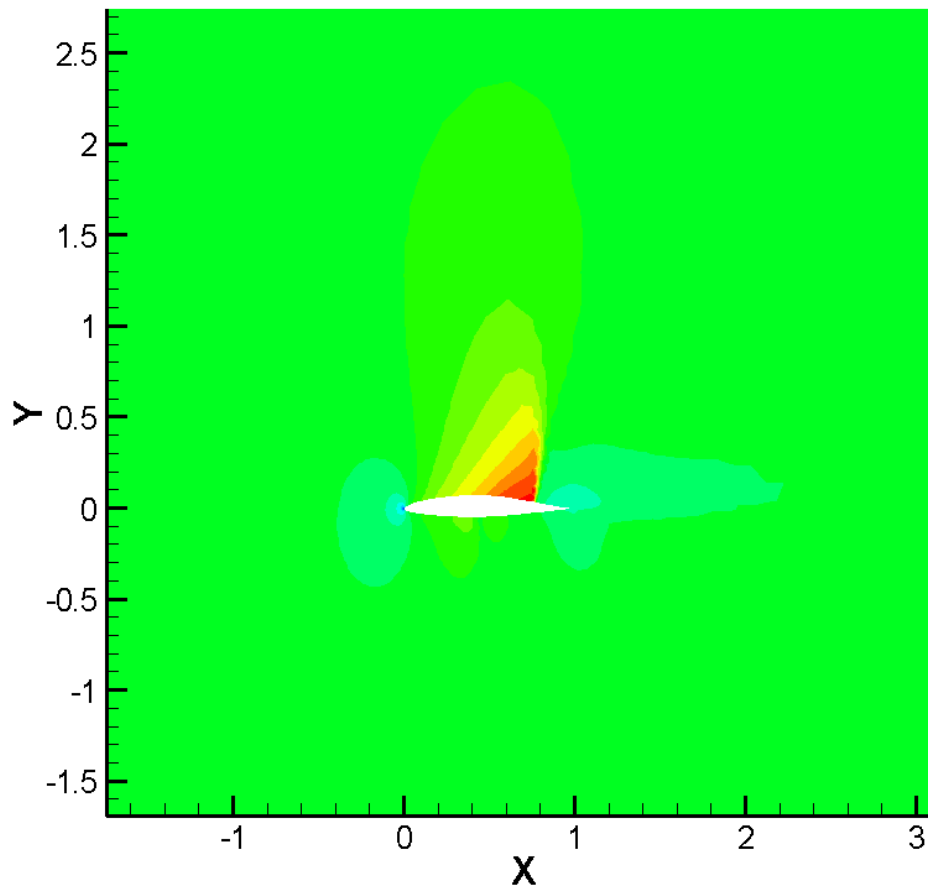
Εκφράζει την ελάχιστη τιμή του x άξονα.

Εκφράζει την ελάχιστη τιμή του y άξονα.

Εκφράζει την μέγιστη τιμή του y άξονα.

Να υπογραμμίσουμε ότι με μπλε χρώμα παρουσιάζεται η πίεση της κάτω επιφάνειας ενώ με καφέ της πάνω. Τέλος, το πλαίσιο κάτω από το παράθυρο σχεδίασης εμφανίζει το όνομα της αεροτομής, της οποίας υπολογίσαμε το  $C_p$ .

Τέλος, στο σχήμα 3.50 παρουσιάζουμε τις ισογραμμές αριθμού Mach γύρω από την αεροτομή όπως προέκυψε από την επίλυση της μη συνεκτικής συμπίεστης ροής (εξισώσεις Euler).



Σχήμα 3.50: Ισογραμμές αριθμού Mach μετά την επίλυση της ροής γύρω από την αεροτομή.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4 - ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Στη παρούσα διπλωματική εργασία αναπτύχθηκε από την αρχή ένα λογισμικό, ικανό να σχεδιάζει αεροτομές και να υπολογίζει το πεδίο ροής και τη διανομή πίεσης με επίλυση των εξισώσεων Euler. Το λογισμικό, με το συμβολικό όνομα “Δαίδαλος”, είναι μια συλλογή από γεωμετρικά εργαλεία, τα οποία χρησιμοποιούνται για την παραγωγή και απεικόνιση τυποποιημένων και μη τυποποιημένων αεροτομών. Όπως περιγράψαμε παραπάνω (Κεφάλαιο 1), οι τυποποιημένες αεροτομές NACA παράγονται με τη χρήση κατάλληλων εξισώσεων, ενώ οι μη τυποποιημένες αεροτομές παράγονται με τη χρήση καμπυλών NURBS και BSplines (Κεφάλαιο 2).

Οι οικογένειες αεροτομών της NACA αποτέλεσαν και αποτελούν την βάση για περαιτέρω εξέλιξη των αεροτομών. Πρόκειται για μια συλλογή αεροτομών ικανές να βοηθήσουν στη δημιουργία μελλοντικών αεροτομών. Να προσθέσουμε ότι ένα μεγάλο πλήθος των σύγχρονων αεροσκαφών (πολιτική και πολεμική αεροπορία) χρησιμοποιούν τυποποιημένες αεροτομές NACA.

Επιπρόσθετα, οι καμπύλες B-Splines και NURBS αποτελούν πολύ ισχυρά εργαλεία για την απεικόνιση όχι μόνο αεροτομών αλλά και άλλων πιο πολύπλοκων σχημάτων. Το μεγάλο τους πλεονέκτημα είναι ότι ο χρήστης με μικρό αριθμό παραμέτρων μπορεί να περιγράψει πολύ πολύπλοκες γεωμετρίες. Η ίδια λογική χρησιμοποιείται και στα περισσότερα, αν όχι σε όλα, τα συστήματα CAD.

Με βάση λοιπόν αυτό το πλεονέκτημα, το λογισμικό Δαίδαλος έχει την δυνατότητα να σχεδιάσει μη τυποποιημένες αεροτομές, με εύκολο τρόπο, δίδοντας τα σημεία ελέγχου και τα βάρη τους. Στη συνέχεια, το λογισμικό Δαίδαλος παρέχει την δυνατότητα στο χρήστη να απεικονίσει την αεροτομή και να τροποποιήσει το σχήμα της, μετακινώντας τα σημεία ελέγχου, κατευθείαν από το κεντρικό παράθυρο σχεδίασης του προγράμματος. Με αυτόν τον τρόπο, ο χρήστης μπορεί να επέμβει σε συγκεκριμένα τμήματα της αεροτομής, δημιουργώντας το επιθυμητό σχήμα.

Στο λογισμικό επίσης ενσωματώθηκε μία πολύ μεγάλη βάση δεδομένων με υπάρχουσες αεροτομές, οι οποίες μπορούν να εισαχθούν και να τροποποιηθούν μέσω του προγράμματος.

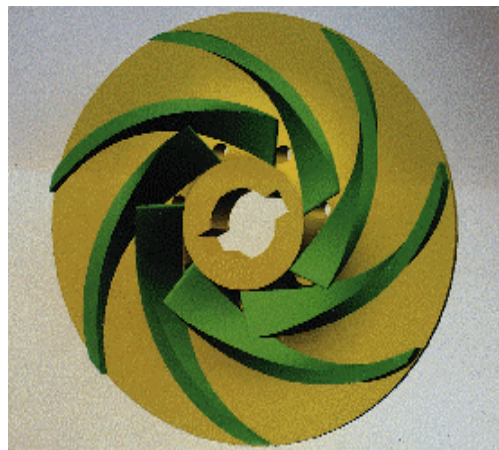
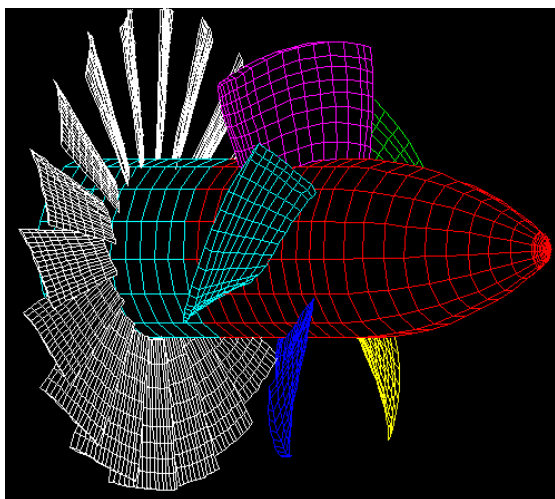
Το λογισμικό παρέχει την ουσιαστική δυνατότητα αξιολόγησης της αεροτομής σε συγκεκριμένες συνθήκες ροής, που καθορίζονται από τον χρήστη. Στο λογισμικό έχει ενσωματωθεί η δυνατότητα κατασκευής μη δομημένου πλέγματος γύρω από την υπό μελέτη αεροτομή και η δυνατότητα συνεργασίας με ανεξάρτητο λογισμικό επίλυσης της ροής. Μετά την επίλυση της ροής παράγεται το γράφημα της διανομής πίεσας γύρω από την αεροτομή (ή αντίστοιχα της διανομής ταχυτήτων), το οποίο αποτελεί ένα από τα σημαντικότερα κριτήρια αξιολόγησης της αεροτομής. Παράλληλα, με τη βοήθεια ανεξάρτητου λογισμικού, μπορεί να οπτικοποιηθεί οποιαδήποτε παράμετρος της ροής σε ολόκληρο το πεδίο ροής.

Ολοκληρώνοντας, το λογισμικό που αναπτύχθηκε αποτελεί ένα ολοκληρωμένο εργαλείο σχεδίασης και αξιολόγησης αεροτομών. Δίνει τη δυνατότητα σχεδίασης και αξιολόγησης πλήθους διαφορετικών αεροτομών (τυποποιημένων NACA, μη τυποποιημένων που κατασκευάζονται με καμπύλες NURBS ή αεροτομών που υπάρχουν στη βάση δεδομένων που ενσωματώθηκε) και ταυτόχρονα τη δυνατότητα αξιολόγησης των εν λόγω αεροτομών, αποτελώντας ένα δυνατό εργαλείο σχεδίασης. Η χρήση του είναι ιδιαίτερα εύκολη, αν και απαιτούνται οι βασικές γνώσεις αεροδυναμικής, ενώ το γραφικό περιβάλλον που αναπτύχθηκε παρέχει χρήσιμα εργαλεία διαχείρισης και απεικόνισης των αεροτομών.

Στο μέλλον, το λογισμικό Δαίδαλος μπορεί να επεκταθεί ώστε να κατασκευάζει ολόκληρες τις πτέρυγες των αεροσκαφών (σε τρεις διαστάσεις), κάνοντας χρήση των επιφανειών B-Splines και NURBS. Με αυτόν τον τρόπο, ο χρήστης θα έχει την δυνατότητα να απεικονίσει συνολικά την πτέρυγα του αεροσκάφους.

Επίσης, στο λογισμικό Δαίδαλος μπορεί να προστεθεί μελλοντικά ένα εργαλείο με το οποίο ο χρήστης θα εισάγει μια υπάρχουσα αεροτομή ως σύνολο σημείων και το πρόγραμμα θα την απεικονίζει με την βοήθεια των καμπυλών B-Splines και NURBS. Με άλλα λόγια, το πρόγραμμα θα εμφανίζει τα σημεία ελέγχου κάθε αεροτομής, έχοντας σα δεδομένο μόνο το αρχικό σχήμα της αεροτομής. Το εν λόγω εργαλείο είναι ιδιαίτερα χρήσιμο για την εισαγωγή των αεροτομών σε προγράμματα CAD και την επικοινωνία με αντίστοιχα προγράμματα μέσω διεθνών προτύπων σχεδίασης (π.χ. IGES).

Τέλος, με την ίδια λογική κατασκευής των αεροτομών, το λογισμικό Δαίδαλος μπορεί να επεκταθεί και να κατασκευάζει πτερωτές αντλιών, πτερύγια υδροστροβίλων, προπέλες πλοίων, έλικες ανεμογεννητριών κ.λπ. (σχήμα 4.1).



Σχήμα 4.1: Τρισδιάστατα σχέδια πτερωτών υδροστροβίλου αξονικής ροής (αριστερά) και αντλίας ακτινικής ροής (δεξιά).

## ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

### Ελληνική

[Μπεργελές Γ., 1995], Μπεργελές Γεώργιος, *Η Αεροδυναμική Του Υποηχητικού Αεροσκάφους*, Παπασωτηρίου, 1995.

[Μπιλάλης Ν., 2003], Μπιλάλης Νικόλαος, *Μελέτη σχεδίαση με χρήση H/Y*, Πολυτεχνείο Κρήτης, 2003.

[Παπανίκας Δ., 1999], Παπανίκας Γ. Δημήτριος, *Εφαρμοσμένη αεροδυναμική*, Πανεπιστήμιο Πατρών, 1999.

### Διεθνής

[Abbott and Doenhoff, 1959], Ira H. Abbott and Albert E Von Doenhoff, *Theory of Wing Sections*, Dover, 1959.

[Aerospaceweb, 2001],  
<http://www.aerospaceweb.org/question/airfoils/q0041.shtml>

[Anderson, 1989], John D. Anderson, Jr, *Introduction to Flight*, McGraw-Hill International Editions, 3<sup>rd</sup> edition, 1989.

[Andres Iglesias, 2004], <http://personales.unican.es/iglesias>

[Cox, 1972], M. G. Cox, The numerical evaluation of B-Splines, *Jour. Inst. Math. Applic*, Vol. 10, pp 134-149, 1972.

[DeBoor, 1972], C. DeBoor, On calculating with B-Splines, *Jour. Approx. Theory*, Vol. 6, pp 50-62, 1972.

[desktopaero, 2003], <http://www.desktopaero.com/appliedaero/appliedaero.html>

---



[Etiemble, 2004], <http://jean-claude.etiemble.com/airfoils/index.html>

[Evgeny Demidov, 2004], <http://www.people.nnov.ru/fractal/Splines/Intro.htm>

[Gordon, 1974], W. J. Gordon and R. F. Riesenfeld, *B-Spline curves and surfaces in Computer aided geometric design*, R. E. Barnhill, and R. F. Riesenfeld, Eds., Academic Press, 1974.

[K.Shene, 2003], <http://www.cs.mtu.edu/~shene/COURSES/cs3621/NOTES/>

[Lilienthal, 1894], Otto Lilienthal, *Bird Flight as the Basis of Aviation*, 1894.

[Mason, 1995], [http://www.aoe.vt.edu/~mason/Mason\\_f/CAtxtTop.html](http://www.aoe.vt.edu/~mason/Mason_f/CAtxtTop.html)

[Michael Selig, 2004], [http://www.aae.uiuc.edu/m-selig/ads/coord\\_database.html](http://www.aae.uiuc.edu/m-selig/ads/coord_database.html)

[NASA, 2002], [http://www.dfrc.nasa.gov/History/History\\_Flight/histflt.html](http://www.dfrc.nasa.gov/History/History_Flight/histflt.html)

[NASG], <http://www.nasg.com/afdb/index-e.phtml>

[Neil Dodgson, 2000],

<http://www.cl.cam.ac.uk/Teaching/2000/AGraphHCI/SMEG/node4.html#SECTION00041100000000000000>

[Piegl and Tiller, 1997], Les Piegl, Wayne Tiller, *The NURBS Book*, Springer, 2<sup>nd</sup> Edition, 1997.

[Riesenfeld, 1973], R. F. Riesenfeld, *Applications of B-Spline approximation to geometric problems of computer-aided design*, Ph.D. dissertation, Syracuse Univ, 1973.

---

[Schneider, 2004],

<http://devworld.apple.com/dev/techsupport/develop/issue25/schneider.html>

[TheFreeDictionary], <http://encyclopedia.thefreedictionary.com/Nurbs>