



Πολυτεχνείο Κρήτης

Σχολή Μηχανικών Παραγωγής και Διοίκησης

ΧΡΗΣΗ ΤΟΥ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΥ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΜΕΝΗΣ ΑΝΟΠΤΗΣΗΣ ΓΙΑ ΤΗΝ ΕΠΙΛΥΣΗ ΤΟΥ ΠΡΑΣΙΝΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ ΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗΣ ΟΧΗΜΑΤΩΝ ΜΕ ΔΙΑΧΩΡΙΣΜΕΝΗ ΠΑΡΑΔΟΣΗ



Διπλωματική Εργασία:

Σουβατζόγλου Χρήστος

Καθηγητής Δρ. Ιωάννης Μαρινάκης, Επιβλέπων Καθηγητής

Χανιά 2025

ABSTRACT

In a modern consumer environment, where competition is fierce and consumer choices are characterized by high discernment, the efficient management of the supply chain constitutes a critical factor for the sustainability and success of a business. At the same time, companies are increasingly showing a growing interest in their environmental footprint, actively striving to reduce emitted pollutants as part of their strategies for sustainable development.

Within this context, the present thesis examines the Split Delivery Vehicle Routing Problem (SDVRP), with the primary goal of minimizing emitted pollutants. To address this problem, the application of the Simulated Annealing method is proposed, combined with three local search algorithms: 2-opt, 1-1 exchange, and 1-0 relocate. Through this combined approach, the study aims to develop a flexible and effective methodology capable of tackling the complex requirements and challenges of the SDVRP, contributing to the optimization of routes and the reduction of environmental impact. To implement this methodology, an appropriate algorithm was developed in the MATLAB environment.

Περίληψη

Σε ένα σύγχρονο καταναλωτικό περιβάλλον, όπου ο ανταγωνισμός είναι έντονος και οι επιλογές των καταναλωτών χαρακτηρίζονται από υψηλή κρίση, η αποδοτική διαχείριση της εφοδιαστικής αλυσίδας αποτελεί κρίσιμο παράγοντα για τη βιωσιμότητα και την επιτυχία μιας επιχείρησης. Παράλληλα, οι εταιρείες πλέον δείχνουν αυξανόμενο ενδιαφέρον για το περιβαλλοντικό τους αποτύπωμα, προσπαθώντας ενεργά να μειώσουν τους εκπεμπόμενους ρύπους ως μέρος των στρατηγικών τους για βιώσιμη ανάπτυξη. Στο πλαίσιο αυτό, η παρούσα διπλωματική εργασία εξετάζει το πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων με διαχωρισμένη παράδοση (Split Delivery Vehicle Routing Problem - SDVRP), με κύριο σκοπό την ελαχιστοποίηση των εκπεμπόμενων ρύπων. Για την επίλυση του προβλήματος, προτείνεται η εφαρμογή της μεθόδου της προσομοιωμένης ανόπτησης (Simulated Annealing), η οποία συνδυάζεται με τρεις αλγόριθμους τοπικής αναζήτησης: 2-opt, 1-1 exchange και 1-0 relocate. Μέσα από αυτή τη συνδυαστική προσέγγιση, η εργασία στοχεύει στη ανάπτυξη μιας ευέλικτης και αποτελεσματικής μεθοδολογίας, ικανής να ανταποκριθεί στις σύνθετες απαιτήσεις και προκλήσεις του SDVRP, συμβάλλοντας στη βελτιστοποίηση των διαδρομών και στη μείωση του περιβαλλοντικού αποτυπώματος. Για την υλοποίηση της εν λόγω μεθοδολογίας υλοποιήθηκε κατάλληλος αλγόριθμος σε περιβάλλον Matlab.

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Θα ήθελα να εκφράσω τις θερμές μου ευχαριστίες στον καθηγητή μου, κ. Ιωάννη Μαρινάκη, για την πολύτιμη στήριξη και τις χρήσιμες οδηγίες που μου παρείχε καθ' όλη τη διάρκεια της εκπόνησης της διπλωματικής μου εργασίας. Είμαι ιδιαίτερα ευγνώμων που δέχθηκε να συνεργαστούμε, δίνοντάς μου την ευκαιρία να επωφεληθώ από την εμπειρία και τη γνώση του. Επίσης, θέλω να πω ένα μεγάλο ευχαριστώ στην οικογένειά μου, που στέκεται πάντα δίπλα μου και με ενθαρρύνει σε κάθε μου βήμα και απόφαση, προσφέροντάς μου αμέριστη αγάπη και υποστήριξη. Τέλος, δεν θα μπορούσα να παραλείψω τους φίλους μου, οι οποίοι αποτελούν για μένα ένα σταθερό στήριγμα και μια πηγή δύναμης, πάντα εκεί για να με ακούσουν και να με στηρίζουν όταν τους χρειάζομαι.

« Σε όλους εκείνους τους ανθρώπους που αναφέρθηκα πιο πάνω, αλλά και σε πολλούς ακόμη, που έχουν συνεισφέρει στη προσωπική και επαγγελματική εξέλιξή μου, το ευχαριστώ δεν είναι αρκετό! Χωρίς εσάς και τη στήριξή σας, η παρούσα διπλωματική δεν θα ήταν εφικτή. Όλες οι συζητήσεις μας, στο πέρασ των χρόνων, σχημάτισαν και διαμόρφωσαν τη προσωπικότητα που έχω σήμερα και συνεχίζουν και το κάνουν. Σας εύχομαι όλους τα καλύτερα! »

Χρήστος Σουβατζόγλου

Χανιά, Ιούνιος 2025

Πίνακας περιεχομένων

Εισαγωγή.....	1
Κεφάλαιο 1.Εισαγωγή στην εφοδιαστική αλυσίδα και Βασικές Έννοιες	2
1.1 Η εφοδιαστική Αλυσίδα (Supply Chain).....	2
1.2 Εφοδιαστική (Logistics)	3
1.3 Διαχείριση Εφοδιαστική Αλυσίδας	3
1.4 Σύγχρονες Πρακτικές για τη Βελτίωση των Logistics	4
Κεφάλαιο 2.Δρομολόγηση Οχημάτων.....	6
2.1 Το Πρόβλημα του Πλανόδιου Πωλητή.	6
2.2 Το πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων (VRP).....	7
2.3 Το Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων με Εξυπηρέτηση Πελατών με Παραπάνω από Ένα Οχήματα (SDVRP).	9
2.4 Άλλα προβλήματα δρομολόγησης οχημάτων.	11
2.4.1 Το Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων για Εξυπηρέτηση Πελατών μέσα σε Δεδομένα Χρονικά Περιθώρια.....	11
2.4.2 Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων με Ταυτόχρονη Διανομή και Παραλαβή Προϊόντων Κατά τη Διάρκεια της Διαδρομής (Vehicle Routing Problem with Simultaneous Pickup and Delivery).....	11
2.4.3 Το Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων με Κέρδη (Vehicle Routing Problem with Profits).	12
2.4.4 Το Χρονικώς Εξαρτώμενο Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων (Time Dependent Vehicle Routing Problem-TDVRP).....	13
2.4.5 Το Περιοδικό Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων (Period Vehicle Routing Problem - PVRP).....	13
Κεφάλαιο 3.Αλγόριθμοι Βελτιστοποίησης Προβλημάτων Εφοδιαστικής Αλυσίδας.....	14
3.1 Απλοί Ευρετικοί Αλγόριθμοι (Heuristics).....	14
3.1.1 Αλγόριθμος Πλησιέστερου Γείτονα (Nearest Neighborhood Algorithm)	14
3.2 Αλγόριθμοι Τοπικής Αναζήτησης.....	15
3.2.1 Αλγόριθμος 2-opt.....	16
3.2.2 Αλγόριθμος 1-1 Exchange	16
3.2.3 Αλγόριθμος 1-0 Relocate	17
3.2 Μεθευρετικοί Αλγόριθμοι (Metaheuristics).....	18
3.2.1 Εισαγωγή στους Μεθευρετικούς Αλγορίθμους.....	18
3.2.2 Προσομοιωμένη Ανόπτηση (Simulated Annealing)	19
3.2.3 Θεωρητικός Μηχανισμός της Προσομοιωμένης Ανόπτησης.	20
3.2.4 Βασικός Αλγόριθμος Προσομοιωμένης Ανόπτησης.	21

Κεφάλαιο 4. Περιγραφή και Επίλυση του Προβλήματος Δρομολόγησης Οχημάτων με Εξυπηρέτηση Πελατών με Παραπάνω από Ένα Οχήματα (SDVRP) με Σκοπό την Μείωση των Ρύπων.....	22
4.1 Εισαγωγή.....	22
4.2 Περιγραφή και μοντελοποίηση του προβλήματος.....	23
4.3 Το FCR ως μεταβλητή κόστους σε πρόβλημα SDVRP.	26
4.4 Εύρεση αρχικής λύσης με τον αλγόριθμο του πλησιέστερου γείτονα.....	26
4.5 Υλοποίηση του αλγορίθμου Προσομοιωμένης Ανόπτησης.	28
4.6 Εφαρμογή της τοπικής αναζήτησης 2-Opt.	29
4.7 Εφαρμογή της τοπικής αναζήτησης 1-1 Exchange.	31
4.8 Εφαρμογή της τοπικής αναζήτησης 1-0 Relocate.....	32
Κεφάλαιο5. Περιγραφή και Ανάλυση των Αποτελεσμάτων.....	34
5.1 Παράδειγμα par6 με 51 κόμβους	34
5.2 Παράδειγμα par7 με 76 κόμβους	37
5.3 Παράδειγμα par8 με 101 κόμβους	40
5.4 Παράδειγμα par9 με 151 κόμβους	43
5.5 Παράδειγμα par10 με 200 κόμβους	46
5.6 Παράδειγμα par12 με 101 κόμβους	49
5.7 Παράδειγμα par14 με 101 κόμβους	52
5.8 Συμπεράσματα.....	55
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ	58

Εισαγωγή

Στη σημερινή εποχή, η παγκοσμιοποιημένη αγορά και η ταχύτατη εξέλιξη της τεχνολογίας έχουν διαμορφώσει ένα εξαιρετικά ανταγωνιστικό καταναλωτικό περιβάλλον, όπου οι επιχειρήσεις καλούνται να ανταποκριθούν σε πολλαπλές προκλήσεις. Ο ανταγωνισμός είναι έντονος, οι καταναλωτές επιδεικνύουν υψηλή κρίση στις επιλογές τους, ενώ παράλληλα οι προσδοκίες για ταχύτητα, ποιότητα και οικονομία στις υπηρεσίες αυξάνονται διαρκώς. Σε αυτό το πλαίσιο, η αποδοτική διαχείριση της εφοδιαστικής αλυσίδας αναδεικνύεται σε καθοριστικό παράγοντα για τη διασφάλιση της βιωσιμότητας και της επιτυχίας μιας επιχείρησης. Ταυτόχρονα, η κλιματική αλλαγή και η περιβαλλοντική κρίση έχουν φέρει στο προσκήνιο την ανάγκη για υιοθέτηση πρακτικών που μειώνουν το οικολογικό αποτύπωμα, με τις εταιρείες να στρέφονται όλο και περισσότερο σε στρατηγικές βιώσιμης ανάπτυξης, δίνοντας έμφαση στη μείωση των εκπεμπόμενων ρύπων.

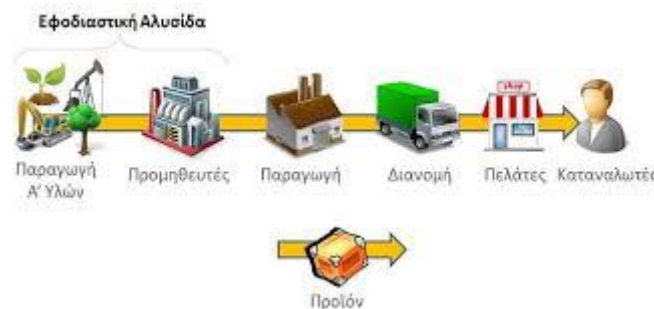
Με φόντο αυτές τις συνθήκες, η παρούσα διπλωματική εργασία εστιάζει στο πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων με διαχωρισμένη παράδοση (Split Delivery Vehicle Routing Problem - SDVRP), ένα πολυδιάστατο ζήτημα που συνδυάζει τη βελτιστοποίηση των διαδρομών με την περιβαλλοντική ευαισθησία. Το SDVRP αποτελεί μια εξέλιξη του κλασικού προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων, εισάγοντας την ευελιξία της διαίρεσης των παραδόσεων μεταξύ πολλαπλών οχημάτων, με σκοπό την καλύτερη αξιοποίηση των πόρων και τη μείωση του συνολικού κόστους, τόσο οικονομικού όσο και περιβαλλοντικού. Μέσα από την έρευνα και την ανάπτυξη μιας καινοτόμου μεθοδολογίας, η εργασία αυτή επιδιώκει να προτείνει μια αποτελεσματική λύση που να ανταποκρίνεται στις σύγχρονες απαιτήσεις της βιομηχανίας, συνεισφέροντας ταυτόχρονα στην επιστημονική γνώση και την πρακτική εφαρμογή στον τομέα της εφοδιαστικής αλυσίδας. Με τη χρήση προηγμένων υπολογιστικών τεχνικών και αλγορίθμων, η μελέτη φιλοδοξεί να προσφέρει μια ολιστική προσέγγιση που να εξισορροπεί τις λειτουργικές ανάγκες των επιχειρήσεων με τις επιταγές της περιβαλλοντικής βιωσιμότητας

Κεφάλαιο 1.Εισαγωγή στην εφοδιαστική αλυσίδα και Βασικές Έννοιες

1.1 Η εφοδιαστική Αλυσίδα (Supply Chain)

Η εφοδιαστική αλυσίδα είναι το σύνολο των διαδικασιών, υποδομών και φορέων που εμπλέκονται στη ροή προϊόντων, πληροφοριών και υπηρεσιών από την προμήθεια πρώτων υλών έως την παράδοση των τελικών αγαθών στους καταναλωτές. Περιλαμβάνει όλους τους κρίκους που απαιτούνται για την παραγωγή, αποθήκευση, μεταφορά και διανομή των προϊόντων, διασφαλίζοντας τη βέλτιστη απόδοση και ανταγωνιστικότητα των επιχειρήσεων.

Η εφοδιαστική αλυσίδα αποτελείται από διάφορους συντελεστές, όπως προμηθευτές, κατασκευαστές, αποθήκες και κέντρα διανομής, μεταφορικές εταιρείες, λιανοπωλητές και πελάτες. Δεν είναι στατική, αλλά εξελίσσεται διαρκώς, προσαρμοζόμενη στις συνθήκες της αγοράς, στις απαιτήσεις των πελατών και στις τεχνολογικές εξελίξεις. Σήμερα, η ψηφιοποίηση και η αυτοματοποίηση των διαδικασιών συμβάλλουν στη βελτιστοποίηση της εφοδιαστικής αλυσίδας, μειώνοντας τα κόστη και αυξάνοντας την αποδοτικότητα.



Εικόνα 1.1 Η Εφοδιαστική Αλυσίδα

Ένας από τους σημαντικότερους παράγοντες που επηρεάζουν τη λειτουργία της εφοδιαστικής αλυσίδας είναι η παγκοσμιοποίηση. Οι επιχειρήσεις πλέον αλληλοεπιδρούν σε ένα διεθνές περιβάλλον, γεγονός που απαιτεί αποδοτικό συντονισμό των εφοδιαστικών ροών μεταξύ διαφορετικών γεωγραφικών περιοχών. Επιπλέον, η αυξανόμενη έμφαση στη βιωσιμότητα και τη μείωση του περιβαλλοντικού αποτυπώματος έχει οδηγήσει στην ανάπτυξη πράσινων εφοδιαστικών αλυσίδων, όπου δίνεται έμφαση στη μείωση των ρύπων, την ανακύκλωση και τη χρήση φιλικών προς το περιβάλλον υλικών συσκευασίας.

Οι επιχειρήσεις σήμερα κατανοούν τη σημασία της μείωσης του περιβαλλοντικού αποτυπώματός τους και εφαρμόζουν στρατηγικές που εστιάζουν στη μείωση των εκπομπών διοξειδίου του άνθρακα, τη βελτιστοποίηση των δρομολογίων μεταφοράς, τη χρήση ανανεώσιμων πηγών ενέργειας και την ανάπτυξη βιώσιμων πρακτικών διαχείρισης αποβλήτων. Επιπλέον, πολλές εταιρείες ενσωματώνουν στην εφοδιαστική τους αλυσίδα την αρχή της κυκλικής οικονομίας, επιδιώκοντας την επαναχρησιμοποίηση και ανακύκλωση υλικών, ώστε να μειώσουν τη σπατάλη πόρων και να ενισχύσουν τη βιωσιμότητα των λειτουργιών τους.

Ο πρωταρχικός στόχος της εφοδιαστικής αλυσίδας είναι η ικανοποίηση του πελάτη, η οποία επιτυγχάνεται μέσω της μείωσης κόστους, της αποτελεσματικής διαχείρισης αποθεμάτων, της βελτίωσης της ταχύτητας παράδοσης και της ευελιξίας στις μεταβαλλόμενες συνθήκες της αγοράς. Η σωστή διαχείριση της εφοδιαστικής αλυσίδας αποτελεί ανταγωνιστικό πλεονέκτημα για τις εταιρείες, βοηθώντας στη μείωση του κόστους, τη βελτίωση της ποιότητας και την ταχύτερη εξυπηρέτηση των πελατών. Επιπλέον, η υιοθέτηση σύγχρονων τεχνολογιών, όπως τα συστήματα παρακολούθησης και ανάλυσης δεδομένων, επιτρέπει τη βελτίωση των προβλέψεων ζήτησης, τη μείωση καθυστερήσεων και την αποτελεσματική διαχείριση των αποθεμάτων.

1.2 Εφοδιαστική (Logistics)

Η εφοδιαστική (Logistics) αναφέρεται στη διαδικασία σχεδιασμού, υλοποίησης και ελέγχου της αποδοτικής και αποτελεσματικής ροής και αποθήκευσης προϊόντων, υπηρεσιών και σχετικών πληροφοριών από το σημείο προέλευσης έως το σημείο κατανάλωσης. Αποτελεί έναν από τους βασικούς παράγοντες επιτυχίας της εφοδιαστικής αλυσίδας, διασφαλίζοντας ότι τα προϊόντα φτάνουν στους καταναλωτές στον σωστό χρόνο, στην κατάλληλη ποσότητα και με το ελάχιστο δυνατό κόστος.

Οι βασικές λειτουργίες της εφοδιαστικής περιλαμβάνουν τη διαχείριση αποθεμάτων, τη μεταφορά και διανομή προϊόντων, τον έλεγχο παραγγελιών, τη διαχείριση αποθηκευτικών χώρων και τη βελτιστοποίηση δρομολογίων. Επιπλέον, η τεχνολογία παίζει σημαντικό ρόλο στον κλάδο της εφοδιαστικής, καθώς η χρήση λογισμικού διαχείρισης αποθήκης (WMS), συστημάτων παρακολούθησης μεταφορών (TMS) και λύσεων ανάλυσης δεδομένων συμβάλλουν στην αποτελεσματική διαχείριση των πόρων.

1.3 Διαχείριση Εφοδιαστική Αλυσίδας .

Η διαχείριση της εφοδιαστικής αλυσίδας (Supply Chain Management - SCM) περιλαμβάνει τον σχεδιασμό, την οργάνωση, τον συντονισμό και τον έλεγχο όλων των δραστηριοτήτων που σχετίζονται με την προμήθεια, την παραγωγή και τη διανομή προϊόντων και υπηρεσιών. Στόχος της είναι η βελτιστοποίηση των διαδικασιών ώστε να μειωθεί το κόστος, να αυξηθεί η αποδοτικότητα και να βελτιωθεί η ικανοποίηση των πελατών. Οι βασικοί άξονες της διαχείρισης της εφοδιαστικής αλυσίδας περιλαμβάνουν:

- **Διαχείριση προμηθειών:** Η επιλογή αξιόπιστων προμηθευτών αποτελεί κρίσιμο παράγοντα για τη διατήρηση μιας σταθερής και αποδοτικής εφοδιαστικής αλυσίδας. Η σωστή διαχείριση των συμβολαίων και των συμφωνιών με τους προμηθευτές διασφαλίζει την έγκαιρη προμήθεια πρώτων υλών, μειώνοντας τους κινδύνους καθυστερήσεων ή αστοχιών στην παραγωγή.
- **Παραγωγή και αποθήκευση:** Η αποδοτική διαχείριση της παραγωγής και των αποθεμάτων συμβάλλει στη βελτιστοποίηση των πόρων και στην αποφυγή

ελλείψεων ή υπερβάσεων. Η εφαρμογή συστημάτων διαχείρισης αποθεμάτων επιτρέπει την παρακολούθηση των αποθηκευμένων προϊόντων σε πραγματικό χρόνο, διευκολύνοντας την αποτελεσματική διανομή και τη μείωση του κόστους διατήρησης.

- **Διανομή και μεταφορά:** Η βελτιστοποίηση των δρομολογίων και η αξιοποίηση προηγμένων τεχνολογιών στη μεταφορά συμβάλλουν στη μείωση του κόστους και στη βελτίωση της ταχύτητας διανομής. Η χρήση καινοτόμων λύσεων, όπως τα αυτόνομα οχήματα και τα συστήματα παρακολούθησης, εξασφαλίζει την αποδοτικότερη και πιο βιώσιμη λειτουργία του εφοδιαστικού δικτύου.
- **Διαχείριση επιστροφών και βιώσιμες πρακτικές:** Η διαχείριση των επιστροφών αποτελεί σημαντική πρόκληση για τις επιχειρήσεις, καθώς σχετίζεται με την ικανοποίηση των πελατών και τη μείωση των αποβλήτων. Οι στρατηγικές κυκλικής οικονομίας, όπως η ανακύκλωση και η επαναχρησιμοποίηση προϊόντων, ενισχύουν τη βιωσιμότητα της εφοδιαστικής αλυσίδας και μειώνουν το περιβαλλοντικό αποτύπωμα.



Εικόνα 1.2 Εφοδιαστική (Logistics)

1.4 Σύγχρονες Πρακτικές για τη Βελτίωση των Logistics

Η σύγχρονη βιομηχανία αξιοποιεί καινοτόμες τεχνολογίες και βέλτιστες πρακτικές για τη βελτίωση των logistics, με στόχο την αύξηση της αποδοτικότητας, τη μείωση του κόστους και τη βελτίωση της βιωσιμότητας. Η τεχνητή νοημοσύνη (AI) και η ανάλυση δεδομένων διαδραματίζουν καθοριστικό ρόλο, επιτρέποντας την ακριβή πρόβλεψη της ζήτησης, την αυτόματη διαχείριση αποθεμάτων και τη βελτιστοποίηση των δρομολογίων μεταφοράς. Με αυτόν τον τρόπο, οι εταιρείες μειώνουν καθυστερήσεις και ανταποκρίνονται ταχύτερα στις ανάγκες των καταναλωτών.

Παράλληλα, η ενσωμάτωση αυτοματοποιημένων συστημάτων αποθήκευσης και διανομής βελτιώνει σημαντικά την ταχύτητα και την ακρίβεια στη συλλογή και αποστολή παραγγελιών. Τα ρομποτικά συστήματα συμβάλλουν στη μείωση του χρόνου διεκπεραίωσης και των σφαλμάτων, ενισχύοντας την αποτελεσματικότητα των αποθηκών. Επιπλέον, η αξιοποίηση του Διαδικτύου των Πραγμάτων (IoT) και του blockchain παρέχει δεδομένα σε πραγματικό χρόνο σχετικά με τη θέση και την κατάσταση των προϊόντων, διευκολύνοντας την παρακολούθηση της εφοδιαστικής αλυσίδας και ενισχύοντας τη διαφάνεια στις συναλλαγές.

Ένας ακόμη σημαντικός παράγοντας είναι η υιοθέτηση βιώσιμων πρακτικών και η ανάπτυξη πράσινης εφοδιαστικής. Οι επιχειρήσεις επενδύουν στη χρήση ηλεκτροκίνητων οχημάτων (όπως για παράδειγμα η Amazon), στη μείωση της χρήσης πλαστικών και στην εφαρμογή στρατηγικών κυκλικής οικονομίας, ώστε να περιορίσουν τα απόβλητα και να μειώσουν το περιβαλλοντικό τους αποτύπωμα. Η ενσωμάτωση αυτών των καινοτομιών οδηγεί σε πιο ανθεκτικές, ευέλικτες και ανταγωνιστικές εφοδιαστικές αλυσίδες, οι οποίες όχι μόνο εξυπηρετούν καλύτερα τους πελάτες, αλλά και συνεισφέρουν στη μείωση των περιβαλλοντικών επιπτώσεων.

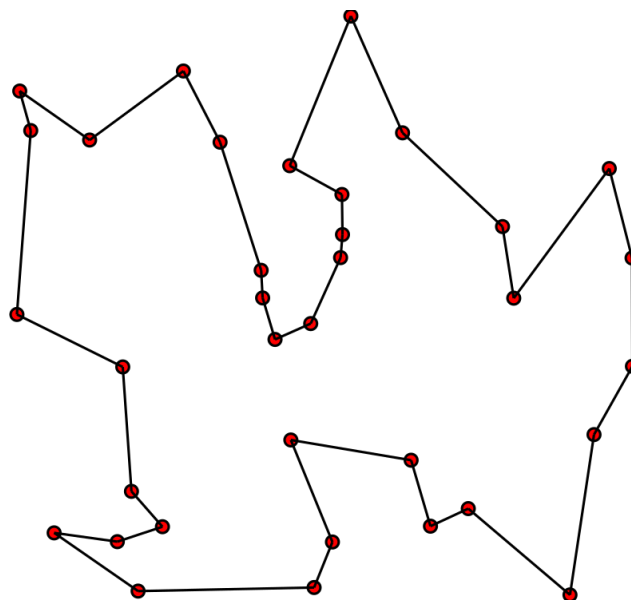
Κεφάλαιο 2. Δρομολόγηση Οχημάτων.

2.1 Το Πρόβλημα του Πλανόδιου Πωλητή.

Ένα από τα πιο γνωστά και θεμελιώδη προβλήματα στη δρομολόγηση οχημάτων είναι αυτό του πλανόδιου πωλητή. Το πρόβλημα του πλανόδιου πωλητή, γνωστό και ως Traveling Salesman Problem, αποτέλεσε το αρχικό πρόβλημα που οδήγησε στη δημιουργία του ευρύτερου Προβλήματος Δρομολόγησης Οχημάτων. Στην ουσία, το ζητούμενο είναι να βρεθεί η πιο σύντομη διαδρομή—είτε σε όρους χρόνου, απόστασης ή άλλου κόστους—για ένα όχημα ή πωλητή, που ξεκινά από ένα συγκεκριμένο σημείο (π.χ. ένα κέντρο διανομής), επισκέπτεται έναν καθορισμένο αριθμό πελατών ακριβώς μία φορά τον καθένα και επιστρέφει στο αρχικό σημείο.

Με δεδομένες τις τοποθεσίες (κόμβους) που πρέπει να επισκεφθεί το όχημα και τις αποστάσεις μεταξύ τους, ο αλγόριθμος παράγει μια διαδρομή που καλύπτει όλους τους κόμβους μία φορά και επιστρέφει στην αφετηρία, διανύοντας τη μικρότερη δυνατή απόσταση. Παρά την φαινομενικά απλή δομή των δεδομένων και των περιορισμών, η επίλυση του προβλήματος μπορεί να γίνει εξαιρετικά περίπλοκη. Όταν ο αριθμός των κόμβων (π.χ. πόλεων) αυξάνεται, ο υπολογιστικός φόρτος μεγαλώνει σημαντικά λόγω του τεράστιου αριθμού πιθανών συνδυασμών διαδρομών που πρέπει να εξεταστούν.

Για έναν μεγάλο αριθμό τοποθεσιών, η εξέταση όλων των πιθανών διαδρομών καθίσταται σχεδόν αδύνατη. Για αυτόν τον λόγο, συχνά χρησιμοποιούνται μέθοδοι που προσφέρουν μια προσεγγιστική λύση αντί για τη βέλτιστη, βασιζόμενες σε ευρετικούς αλγορίθμους για τον καθορισμό του επόμενου κόμβου που θα επισκεφθεί το όχημα.



Εικόνα 2.1 Επίλυση του Πλανόδιου Πωλητή(Πηγή: https://en.wikipedia.org/wiki/Travelling_salesman_problem)

2.2 Το πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων (VRP).

Το Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων (Vehicle Routing Problem - VRP) αποτελεί ένα από τα πιο μελετημένα προβλήματα βελτιστοποίησης στον τομέα της επιχειρησιακής έρευνας και των μεταφορών. Σκοπός του είναι η εξεύρεση των βέλτιστων διαδρομών για έναν στόλο οχημάτων που πρέπει να εξυπηρετήσει ένα σύνολο πελατών με δεδομένους περιορισμούς, όπως η χωρητικότητα των οχημάτων, τα χρονικά παράθυρα εξυπηρέτησης και οι απαιτήσεις των πελατών. Το VRP είναι μια γενίκευση του προβλήματος του πλανοδίου πωλητή (Traveling Salesman Problem - TSP), όπου αντί για έναν μοναδικό πωλητή, πολλαπλά οχήματα καλούνται να εξυπηρετήσουν διάφορους προορισμούς.

Η μαθηματική διατύπωση του VRP, όπως προτάθηκε από τους Fisher & Jaikumar, έχει ως εξής:

Έστω:

$$x_{ijk} = \begin{cases} 1, & \text{εαν το όχημα } k \text{ επισκέπτεται τον πελάτη } j \text{ αμέσως μετά τον } i \\ 0 & \text{αλλιώς} \end{cases}$$

$$y_{jk} = \begin{cases} 1, & \text{εαν ο πελάτης } i \text{ επισκέπτεται από το όχημα } k \\ 0 & \text{αλλιώς} \end{cases}$$

Αντικειμενική συνάρτηση:

$$\min \sum_{i,j} c_{i,j} \sum_k x_{ijk}$$

Υπό:

$$\sum_k y_{ik} = \begin{cases} 1, & i = 1, 2, \dots, n \\ m & i = 1 \end{cases} \quad (1)$$

$$\sum_i q_i y_{ij} \leq Q_k \quad k = 1, \dots, m \quad (2)$$

$$\sum_j x_{ijk} = \sum_j x_{jik} = y_{ik} \quad i = 1, \dots, n \quad (3)$$

$$\sum_{i,j \in S} x_{ijk} \leq |S| - 1 \quad \text{για όλα τα } S \subseteq \{2, \dots, n\} \quad k = 1, \dots, m \quad (4)$$

$$y_{ik} \in \{0,1\}, k = 1, \dots, m \text{ και } i = 1, \dots, n \quad (5)$$

$$x_{ijk} \in \{0,1\}, k = 1, \dots, m \text{ και } i, j = 1, \dots, n \quad (6)$$

Η αντικειμενική συνάρτηση στοχεύει στην ελαχιστοποίηση του συνολικού κόστους όλων των διαδρομών που εκτελούνται από τα οχήματα. Το κόστος μπορεί να αντιπροσωπεύει την απόσταση μεταξύ των κόμβων, τον χρόνο ταξιδιού, ή οποιοδήποτε άλλο μέτρο που θέλουμε να βελτιστοποιήσουμε. Ο περιορισμός (1) εξασφαλίζει ότι κάθε πελάτης εξυπηρετείται από ακριβώς ένα όχημα. Εξαίρεση αποτελεί η αποθήκη, την οποία επισκέπτονται όλα τα οχήματα. Αυτό αντικατοπτρίζει τη βασική υπόθεση του VRP ότι όλα τα οχήματα ξεκινούν και επιστρέφουν στην αποθήκη.

Ο περιορισμός (2) υπαγορεύει ότι η συνολική ζήτηση των πελατών που εξυπηρετούνται από κάθε όχημα δεν υπερβαίνει τη χωρητικότητά του. Αυτό είναι κρίσιμο για την αποφυγή υπερφόρτωσης των οχημάτων, κάτι που θα ήταν μη ρεαλιστικό σε πρακτικές εφαρμογές. Ο περιορισμός (3) είναι γνωστός ως περιορισμός αποτροπής υποκύκλων (subtour elimination constraint). Εξασφαλίζει ότι δεν δημιουργούνται απομονωμένοι κύκλοι (subtours) που δεν περιλαμβάνουν την αποθήκη. Για κάθε υποσύνολο S πελατών (εκτός της αποθήκης), ο αριθμός των ακμών που συνδέουν κόμβους εντός του S δεν μπορεί να υπερβαίνει το $|S| - 1$, κάτι που εμποδίζει τη δημιουργία κλειστών κύκλων που δεν συνδέονται με την αποθήκη.

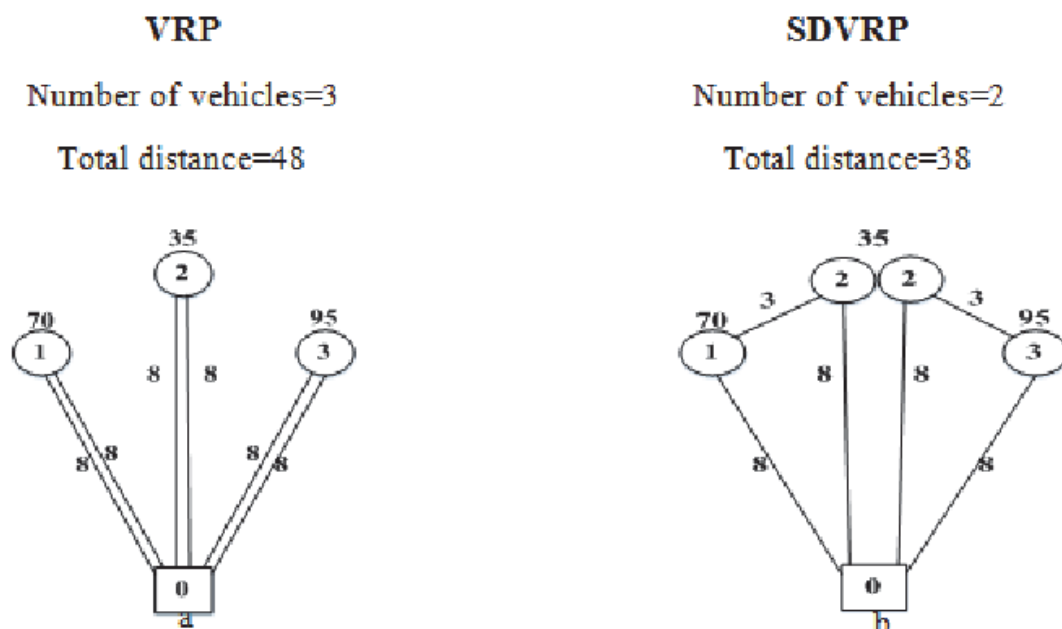
Ανάλογα με τις ειδικές συνθήκες και περιορισμούς που ενσωματώνονται, το VRP μπορεί να περιλαμβάνει την ανάγκη περιορισμένης χωρητικότητας των οχημάτων, χρονικά παράθυρα εξυπηρέτησης ή ακόμα και τη δυνατότητα μεταφόρτωσης αγαθών μεταξύ των οχημάτων. Η ύπαρξη διαφορετικών τύπων πελατών, όπου κάποιοι απαιτούν παράδοση προϊόντων και άλλοι παραλαβή, προσθέτει έναν ακόμα βαθμό πολυπλοκότητας στο πρόβλημα. Λόγω του μεγάλου αριθμού πιθανών λύσεων, το VRP ανήκει στην κατηγορία των NP-hard προβλημάτων, γεγονός που καθιστά τη βέλτιστη επίλυσή του ιδιαίτερα απαιτητική από υπολογιστική άποψη.

Για την αντιμετώπιση αυτής της πολυπλοκότητας, έχουν αναπτυχθεί διάφορες μεθοδολογίες επίλυσης. Ανάμεσα σε αυτές, ο αλγόριθμος Clarke & Wright Savings αποτελεί μια κλασική προσέγγιση που επιδιώκει τη μείωση του συνολικού κόστους των διαδρομών μέσω της ομαδοποίησης και συνένωσης επιμέρους διαδρομών. Παράλληλα, οι ευρετικές μέθοδοι, όπως ο αλγόριθμος πλησιέστερου γείτονα και η μέθοδος εισαγωγής κόμβων, προσφέρουν προσεγγιστικές λύσεις με αποδοτικό χρόνο εκτέλεσης. Επιπλέον, οι μεθευρετικές μέθοδοι, όπως η προσομοιωμένη ανόπτηση, οι γενετικοί αλγόριθμοι και η τοπική αναζήτηση, επιτρέπουν την περαιτέρω βελτίωση των αρχικών λύσεων μέσω προοδευτικής αναζήτησης στον χώρο των εφικτών λύσεων.

Μία από τις βασικές προκλήσεις που ανακύπτουν στην επίλυση του VRP είναι η εύρεση ισορροπίας μεταξύ της βέλτιστης κατανομής φορτίου και της αποδοτικότητας των διαδρομών. Η εισαγωγή δυναμικών δεδομένων, όπως η κυκλοφοριακή συμφόρηση και οι μεταβαλλόμενες απαιτήσεις των πελατών, προσδίδει ένα επιπλέον επίπεδο πολυπλοκότητας στο πρόβλημα. Η δυναμική εκδοχή του VRP (Dynamic VRP) περιλαμβάνει την τροποποίηση των διαδρομών σε πραγματικό χρόνο, βασιζόμενη σε νεότερα δεδομένα που προκύπτουν κατά τη διάρκεια της διανομής.

2.3 Το Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων με Εξυπηρέτηση Πελατών με Παραπάνω από Ένα Οχήματα (SDVRP).

Στο κλασικό πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων, ένας πελάτης εξυπηρετείται αποκλειστικά από ένα μόνο όχημα. Ωστόσο, στο πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων με δυνατότητα πολλαπλής εξυπηρέτησης (Split Delivery Vehicle Routing Problem - SDVRP), επιτρέπεται ένας πελάτης να εξυπηρετηθεί από περισσότερα από ένα οχήματα, εφόσον αυτό οδηγεί σε μείωση του συνολικού κόστους. Στην παρούσα παραλλαγή του προβλήματος, ένας πελάτης μπορεί να χρειάζεται πολλαπλές επισκέψεις, σε αντίθεση με τον συνήθη περιορισμό των προβλημάτων δρομολόγησης οχημάτων. Σε κάθε επίσκεψη, ένα όχημα συλλέγει από τον πελάτη μια ποσότητα (ακέραια τιμή). Δεν υπάρχει όριο στον αριθμό των διαθέσιμων οχημάτων, ενώ κάθε όχημα ξεκινά από την αποθήκη και επιστρέφει σε αυτήν μετά το πέρας της διαδρομής του. Σκοπός είναι η ελαχιστοποίηση της συνολικής απόστασης που διανύουν όλα τα οχήματα για την πλήρη εξυπηρέτηση των πελατών.



Εικόνα 2.2 Σύγκριση γραφημάτων VRP και SDVRP (Πηγή: https://www.researchgate.net/figure/Comparison-between-VRP-and-SDVRP_fig1_309894108)

Το SDVRP μπορεί να περιγραφεί μέσω ενός γράφου $G = (V, E)$, όπου $V = \{0, 1, \dots, n\}$ αντιπροσωπεύει το σύνολο των κόμβων, με τον κόμβο 0 να είναι η αποθήκη και τους υπόλοιπους κόμβους να αντιστοιχούν στους πελάτες, και E να είναι το σύνολο των ακμών που συνδέουν τους κόμβους. Το κόστος c_{ij} (ή μήκος) κάθε ακμής $(i, j) \in E$ είναι μη αρνητικό και υπακούει στην τριγωνική ανισότητα. Κάθε πελάτης $i \in V - \{0\}$ έχει μια ακέραια ζήτηση d_i . Υπάρχει ένας απειρίσιμος αριθμός οχημάτων, το καθένα με χωρητικότητα $Q \in \mathbb{Z}^+$. Υποθέτουμε ότι υπάρχει ένα μέγιστο όριο m στον αριθμό των οχημάτων που χρειάζονται για την εξυπηρέτηση των πελατών. Κάθε όχημα οφείλει να ξεκινά και να ολοκληρώνει τη διαδρομή του στην αποθήκη. Οι ζητήσεις των πελατών πρέπει να καλυφθούν πλήρως, ενώ η ποσότητα

που μεταφέρεται σε κάθε διαδρομή δεν πρέπει να υπερβαίνει τη χωρητικότητα Q . Ο στόχος είναι η ελαχιστοποίηση της συνολικής απόστασης που διανύουν όλα τα οχήματα. Ακολουθεί μια διατύπωση του προβλήματος με τη μορφή μεικτού ακέραιου προγραμματισμού, χρησιμοποιώντας τις παρακάτω μεταβλητές.

- $x_{ij}^v = \begin{cases} 1, & \text{εαν το όχημα } v \text{ ταξιδεύει απευθείας από } i \text{ στο } j \\ 0 & \text{αλλιώς} \end{cases}$
- y_{iv} είναι η ποσότητα της ζήτησης του i που παραδίδεται από το όχημα v

Το SVRP μπορεί να μορφοποιηθεί ως εξής:

$$\min \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n \sum_{v=1}^m c_{ij} x_{ij}^v \quad (2.3.1)$$

Υπό:

$$\sum_{i=0}^n \sum_{v=1}^m x_{ij}^v \geq 1, \quad j = 0, \dots, n \quad (2.3.2)$$

$$\sum_{i=0}^n x_{ip}^p - \sum_{j=0}^n x_{pj}^v = 0 \quad p = 0, \dots, n \text{ και } v = 1, \dots, m \quad (2.3.3)$$

$$\sum_{i \in S} \sum_{j \in S} x_{ij}^v \leq |S| - 1 \quad V = 1, \dots, m \text{ και } S \subseteq v - \{0\} \quad (2.3.4)$$

$$y_{iv} \leq d_i \sum_{j=0}^n x_{ij}^v \quad i = 1, \dots, n \text{ και } v = 1, \dots, m \quad (2.3.5)$$

$$\sum_{v=1}^m y_{iv} = d_i \quad i = 1, \dots, n \quad (2.3.6)$$

$$\sum_{v=1}^m y_{iv} \leq Q \quad v = 1, \dots, m \quad (2.3.7)$$

$$x_{ij}^v \in \{0,1\}, v = 1, \dots, m \text{ και } i, j = 0, \dots, n \quad (2.3.8)$$

$$y_{iv} \geq 0 \quad i = 1, \dots, n \text{ και } v = 1, \dots, m \quad (2.3.9)$$

Οι περιορισμοί (2.3.2)-(2.3.4) αποτελούν τους παραδοσιακούς περιορισμούς δρομολόγησης. Συγκεκριμένα, οι περιορισμοί (2.3.2) διασφαλίζουν ότι κάθε κορυφή δέχεται τουλάχιστον μία επίσκεψη, οι περιορισμοί (2.3.3) εξασφαλίζουν τη διατήρηση της ροής, ενώ οι περιορισμοί (2.3.4) αποτρέπουν τη δημιουργία υποκύκλων. Από την άλλη, οι περιορισμοί (2.3.5)-(2.3.7) σχετίζονται με τη διανομή

της ζήτησης των πελατών στα οχήματα. Οι περιορισμοί (2.3.5) ορίζουν ότι ένας πελάτης i εξυπηρετείται από ένα όχημα v μόνο εάν το όχημα v διέλθει από τον i , οι περιορισμοί (2.3.6) εγγυώνται ότι η συνολική ζήτηση κάθε κόμβου καλύπτεται πλήρως, και οι περιορισμοί (2.3.7) διασφαλίζουν ότι η ποσότητα που μεταφέρει κάθε όχημα δεν υπερβαίνει τη χωρητικότητά του.

2.4 Άλλα προβλήματα δρομολόγησης οχημάτων.

Όπως αναφέρθηκε παραπάνω, η δρομολόγηση οχημάτων (Vehicle Routing Problem - VRP) αποτελεί ένα ευρύ πεδίο έρευνας με πολυάριθμες παραλλαγές, οι οποίες προκύπτουν από την ανάγκη προσαρμογής του βασικού προβλήματος σε πραγματικές συνθήκες και περιορισμούς. Πέρα από τις γνωστές παραλλαγές, όπως το πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων με εξυπηρέτηση πελατών με παραπάνω από ένα οχήματα (Split Delivery VRP) που εξετάζεται στην παρούσα εργασία, υπάρχουν και άλλα προβλήματα που εμπλουτίζουν τη θεωρητική και πρακτική διάσταση του VRP. Στην ενότητα αυτή παρουσιάζονται ορισμένα από αυτά, με έμφαση στη μαθηματική τους διατύπωση και τις εφαρμογές τους.

2.4.1 Το Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων για Εξυπηρέτηση Πελατών μέσα σε Δεδομένα Χρονικά Περιθώρια.

Το πρόβλημα μπορεί να περιγραφεί ως εξής: Δίνεται ένα σύνολο πελατών, οι οποίοι είναι γεωγραφικά κατανεμημένοι σε μια συγκεκριμένη περιοχή και πρέπει να εξυπηρετηθούν από έναν αριθμό οχημάτων, τα οποία εκκινούν από μία καθορισμένη αποθήκη. Κάθε πελάτης συνδέεται με ένα φορτίο που απαιτείται να παραδοθεί σε αυτόν, ενώ παράλληλα ορίζει ένα χρονικό διάστημα (time window - χρονικό παράθυρο), εντός του οποίου πρέπει να πραγματοποιηθεί η παράδοση. Τα οχήματα που χρησιμοποιούνται για την εξυπηρέτηση διαθέτουν περιορισμένη χωρητικότητα, με αποτέλεσμα το συνολικό φορτίο που μεταφέρει κάθε όχημα να μην επιτρέπεται να υπερβαίνει το μέγιστο όριο αυτής της χωρητικότητας. Στόχος είναι ο σχεδιασμός ενός συνόλου διαδρομών για τα οχήματα, όπου κάθε διαδρομή ξεκινά και καταλήγει στην αποθήκη, εξυπηρετεί ένα υποσύνολο πελατών χωρίς να παραβιάζονται οι περιορισμοί της χωρητικότητας ή των χρονικών παραθύρων, και ταυτόχρονα ελαχιστοποιείται το συνολικό μήκος των διαδρομών. Τα χρονικά παράθυρα καθορίζονται με βάση το γεγονός ότι όλα τα οχήματα φεύγουν από την αποθήκη τη χρονική στιγμή 0.

2.4.2 Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων με Ταυτόχρονη Διανομή και Παραλαβή Προϊόντων Κατά τη Διάρκεια της Διαδρομής (Vehicle Routing Problem with Simultaneous Pickup and Delivery)

Το πρόβλημα αφορά τη διαχείριση διανομών και παραλαβών από πελάτες κατά τη διάρκεια μιας διαδρομής. Σε αυτό το πλαίσιο, ένας πελάτης μπορεί να απαιτεί τόσο

την παράδοση προϊόντων από το όχημα που τον επισκέπτεται όσο και την παραλαβή προϊόντων από τον ίδιο προς το όχημα. Στη θεμελιώδη μορφή του προβλήματος, κάθε πελάτης i συνδέεται με δύο ποσότητες: την d_i , που αντιστοιχεί στη ζήτηση για προϊόντα που πρέπει να παραδοθούν, και την p_i , που αναφέρεται στην ποσότητα προϊόντων που πρέπει να παραληφθούν από αυτόν. Σε ορισμένες περιπτώσεις, χρησιμοποιείται μια ενιαία ποσότητα $d_i = d_i - p_i$, η οποία εκφράζει τη διαφορά μεταξύ των δύο μεγεθών, και μπορεί να λάβει ακόμα και αρνητική τιμή. Επιπλέον, για κάθε πελάτη ορίζονται δύο κόμβοι: ο O_i , που υποδεικνύει το σημείο προέλευσης των προϊόντων που συλλέγονται, και ο D_i , που αντιπροσωπεύει τον προορισμό τους.

Ένας θεμελιώδης περιορισμός του προβλήματος είναι ότι η διανομή προϊόντων σε κάθε πελάτη προηγείται της παραλαβής. Ως εκ τούτου, η συνολική φόρτωση ενός οχήματος κατά την άφιξή του στον πελάτη i υπολογίζεται ως η αρχική του φόρτωση, μειωμένη κατά το άθροισμα των προϊόντων που έχουν παραδοθεί στους προηγούμενους πελάτες και αυξημένη κατά το άθροισμα των προϊόντων που έχουν παραληφθεί από αυτούς. Τα κύρια χαρακτηριστικά του προβλήματος περιλαμβάνουν τα εξής:

- Κάθε διαδρομή ξεκινά και ολοκληρώνεται στην αποθήκη.
- Κάθε πελάτης εξυπηρετείται από μία και μόνο διαδρομή.
- Κάθε όχημα εκτελεί αποκλειστικά μία διαδρομή.
- Η φόρτωση κάθε οχήματος πρέπει να παραμένει μη αρνητική και να μην υπερβαίνει τη μέγιστη χωρητικότητά του.
- Για κάθε πελάτη i , ο κόμβος O_i , εάν διαφέρει από την αποθήκη, πρέπει να εξυπηρετείται στην ίδια διαδρομή και πριν από τον πελάτη i .
- Αντίστοιχα, ο κόμβος D_i , εάν δεν ταυτίζεται με την αποθήκη, πρέπει να εξυπηρετείται στην ίδια διαδρομή και μετά τον πελάτη i .

2.4.3 Το Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων με Κέρδη (Vehicle Routing Problem with Profits).

Στο συγκεκριμένο πρόβλημα, το σύνολο των πελατών που πρόκειται να εξυπηρετηθούν δεν είναι προκαθορισμένο από την αρχή. Ως εκ τούτου, απαιτείται η λήψη δύο διακριτών αποφάσεων:

- Ο προσδιορισμός των πελατών που θα εξυπηρετηθούν.
- Η κατανομή των επιλεγμένων πελατών σε διαδρομές (εφόσον υπάρχουν περισσότερες από μία) και ο καθορισμός της σειράς επίσκεψης εντός κάθε διαδρομής.

Ένα θεμελιώδες χαρακτηριστικό αυτού του προβλήματος είναι η σύνδεση κάθε πελάτη με ένα κέρδος, το οποίο καθιστά τον εκάστοτε πελάτη περισσότερο ή λιγότερο επιθυμητό για εξυπηρέτηση. Κατά συνέπεια, κάθε διαδρομή ή σύνολο διαδρομών, που ξεκινούν και ολοκληρώνονται στην αποθήκη, μπορεί να αξιολογηθεί τόσο από την άποψη του κόστους όσο και από την άποψη του κέρδους. Συνήθως, η εξυπηρέτηση όλων των πελατών δεν είναι εφικτή λόγω περιορισμών, όπως η χωρητικότητα των οχημάτων χωρίς δυνατότητα προσθήκης επιπλέον οχημάτων, η χρονική διάρκεια των

διαδρομών ή άλλοι παρόμοιοι παράγοντες. Ως αποτέλεσμα, καθίσταται αναγκαία η επιλογή ενός υποσυνόλου πελατών για εξυπηρέτηση. Σε κάθε πελάτη αποδίδεται ένα κέρδος, το οποίο μπορεί να αντικατοπτρίζει τη σημασία του, την προτεραιότητα εξυπηρέτησής του, την αξιοπιστία πληρωμής, την επείγουσα ανάγκη του για τα προϊόντα ή οποιοδήποτε άλλο κριτήριο θεωρείται σημαντικό από την εταιρεία. Κατά τη διαδικασία σχεδιασμού των δρομολογίων, επιδιώκεται η μέγιστη δυνατή ικανοποίηση των πελατών με το υψηλότερο κέρδος.

2.4.4 Το Χρονικώς Εξαρτώμενο Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων (Time Dependent Vehicle Routing Problem-TDVRP).

Το Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων με Χρονική Εξάρτηση (TDVRP) επικεντρώνεται στη βέλτιστη οργάνωση της διαδρομής ενός στόλου οχημάτων συγκεκριμένης χωρητικότητας, όταν οι χρόνοι μετακίνησης επηρεάζονται από την ώρα της ημέρας. Πιο συγκεκριμένα, ο χρόνος που απαιτείται για τη διέλευση κάθε τμήματος της διαδρομής εξαρτάται από τη στιγμή εκκίνησης από τον αρχικό κόμβο. Το πρόβλημα αυτό προκύπτει από την ανάγκη να ληφθούν υπόψη οι μεταβαλλόμενες κυκλοφοριακές συνθήκες στα αστικά περιβάλλοντα, οι οποίες αποτελούν καθοριστικό παράγοντα και δεν μπορούν να παραβλεφθούν για την επίτευξη μιας ρεαλιστικής βελτιστοποίησης. Σε περιπτώσεις με χρονικούς περιορισμούς, όπως τα αυστηρά χρονικά παράθυρα εξυπηρέτησης πελατών, οι παραδοσιακές λύσεις του κλασικού προβλήματος δρομολόγησης καθίστανται ανεφάρμοστες, με το επίπεδο ανεφικτότητας να αυξάνεται όσο εντείνεται η μεταβλητότητα της κυκλοφορίας. Αντίθετα, όταν δεν υφίστανται αυστηροί χρονικοί περιορισμοί, οι κλασικές μέθοδοι οδηγούν σε υποβέλτιστα αποτελέσματα. Ο κύριος στόχος του TDVRP είναι η ελαχιστοποίηση του πλήθους των απαιτούμενων διαδρομών, με τον ιδανικό αριθμό τους να παραμένει άγνωστος, ενώ ο δευτερεύων στόχος αφορά τη μείωση του συνολικού χρόνου ή της απόστασης που διανύεται.

2.4.5 Το Περιοδικό Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων (Period Vehicle Routing Problem - PVRP)

Το Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων με Περιοδικότητα (PVRP) αποτελεί μια επέκταση του παραδοσιακού προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων, όπου οι διαδρομές των οχημάτων σχεδιάζονται για έναν ορίζοντα που καλύπτει πολλές ημέρες. Κατά τη διάρκεια κάθε ημέρας αυτού του χρονικού πλαισίου, ένας στόλος οχημάτων με περιορισμένη χωρητικότητα εκτελεί διαδρομές που ξεκινούν και καταλήγουν σε μία αποθήκη. Ο βασικός στόχος του PVRP είναι ο καθορισμός ενός συνόλου διαδρομών για κάθε όχημα, το οποίο ελαχιστοποιεί το συνολικό κόστος μετακίνησης, ενώ ταυτόχρονα εξασφαλίζει την τήρηση των λειτουργικών περιορισμών, όπως η χωρητικότητα των οχημάτων και οι απαιτήσεις για τις επισκέψεις.

Κεφάλαιο 3. Αλγόριθμοι Βελτιστοποίησης Προβλημάτων Εφοδιαστικής Αλυσίδας.

3.1 Απλοί Ευρετικοί Αλγόριθμοι (Heuristics).

Οι ευρετικοί αλγόριθμοι αποτελούν τεχνικές που έχουν σχεδιαστεί για να επιλύουν προβλήματα με μεγαλύτερη ταχύτητα σε περιπτώσεις όπου οι παραδοσιακές μέθοδοι αποδεικνύονται υπερβολικά χρονοβόρες ή για να παρέχουν προσεγγιστικές λύσεις όταν οι κλασικές μέθοδοι αδυνατούν να εντοπίσουν την ακριβή λύση. Αυτό επιτυγχάνεται δίνοντας έμφαση στην ταχύτητα εκτέλεσης αντί για την εύρεση της βέλτιστης λύσης. Μια λύση που προκύπτει από έναν ευρετικό αλγόριθμο θεωρείται αποδεκτή εφόσον πληροί συγκεκριμένα κριτήρια, όπως η ποιότητα της λύσης, δηλαδή το μέτρο της απόκλισης της από τη βέλτιστη λύση. Στην κατηγορία αυτή περιλαμβάνονται οι εξής τύποι αλγορίθμων: οι αλγόριθμοι απληστίας (greedy algorithms), οι προσεγγιστικοί αλγόριθμοι (approximation algorithms) και οι αλγόριθμοι τοπικής αναζήτησης (local search algorithms). Στο πλαίσιο της παρούσας διπλωματικής εργασίας, η έρευνα θα επικεντρωθεί στους αλγορίθμους απληστίας, με ιδιαίτερη έμφαση στον αλγόριθμο του πλησιέστερου γείτονα, καθώς και στους αλγορίθμους τοπικής αναζήτησης.

3.1.1 Αλγόριθμος Πλησιέστερου Γείτονα (Nearest Neighborhood Algorithm)

Ο αλγόριθμος του πλησιέστερου γείτονα (Nearest Neighbour Algorithm) αποτελεί μια από τις πρώτες μεθόδους που αναπτύχθηκαν για την κατά προσέγγιση επίλυση του προβλήματος του περιοδεύοντος πωλητή (Travelling Salesman Problem - TSP), το οποίο αφορά την εύρεση της συντομότερης δυνατής διαδρομής που επισκέπτεται κάθε πόλη ακριβώς μία φορά και επιστρέφει στην αρχική πόλη. Το πρόβλημα αυτό ανήκει στην κατηγορία των προβλημάτων συνδυαστικής βελτιστοποίησης, τα οποία, όπως επισημαίνεται, υφίστανται δυσκολίες που προκύπτουν και προέρχονται από το να προσπαθήσουμε να βρούμε την ολική βέλτιστη λύση και όχι ένα πρόχειρο εύρημα. Η υπολογιστική πολυπλοκότητα του TSP καθιστά την εύρεση της βέλτιστης λύσης εξαιρετικά χρονοβόρα για μεγάλο αριθμό πόλεων, και επομένως αλγόριθμοι όπως ο πλησιέστερος γείτονας προσφέρουν μια πρακτική εναλλακτική λύση. Ο αλγόριθμος αυτός λειτουργεί με «άπληστη» (greedy) λογική, επιλέγοντας σε κάθε βήμα την πιο κοντινή πόλη που δεν έχει ακόμα επισκεφθεί. Η διαδικασία του αλγορίθμου περιλαμβάνει τα εξής βήματα: αρχικά, όλοι οι κόμβοι (πόλεις) θεωρούνται μη επισκεπτόμενοι, επιλέγεται ένας τυχαίος κόμβος ως ο τρέχων κόμβος u και σημειώνεται ως επισκεπτόμενος, εντοπίζεται η συντομότερη ακμή που συνδέει τον τρέχοντα κόμβο u με έναν μη επισκεπτόμενο κόμβο v , ο v γίνεται ο νέος τρέχων κόμβος u και σημειώνεται ως επισκεπτόμενος, και η διαδικασία επαναλαμβάνεται μέχρι να επισκεφθούν όλοι οι κόμβοι, οπότε ο αλγόριθμος τερματίζει, επιστρέφοντας τη σειρά των επισκεπτόμενων κόμβων ως τη διαδρομή. Ο αλγόριθμος είναι εύκολος στην υλοποίηση και εκτελείται γρήγορα, παράγοντας μια διαδρομή που, αν και σύντομη, δεν είναι συνήθως η βέλτιστη. Η άπληστη φύση του μπορεί να τον οδηγήσει στο να παραβλέψει συντομότερες διαδρομές, οι οποίες είναι εμφανείς με ανθρώπινη διορατικότητα. Ως γενικός εμπειρικός κανόνας, αν τα τελευταία στάδια της

διαδρομής έχουν μήκος συγκρίσιμο με τα πρώτα, η διαδρομή θεωρείται λογική, ενώ αν είναι πολύ μεγαλύτερα, πιθανότατα υπάρχουν καλύτερες διαδρομές. Επιπλέον, μπορεί να χρησιμοποιηθεί ένας αλγόριθμος όπως ο αλγόριθμος κατώτερου ορίου για να εκτιμηθεί η ποιότητα της διαδρομής. Παρά τα πλεονεκτήματά του, ο αλγόριθμος παρουσιάζει σημαντικά μειονεκτήματα, καθώς στη χειρότερη περίπτωση μπορεί να οδηγήσει σε διαδρομή πολύ μεγαλύτερη από τη βέλτιστη, με το μήκος της να είναι μεγαλύτερο από r φορές το μήκος της βέλτιστης διαδρομής για κάθε σταθερά r , ενώ για κάθε αριθμό πόλεων υπάρχει κατανομή αποστάσεων που οδηγεί στη χειρότερη δυνατή διαδρομή. Επιπρόσθετα, «οι καταστάσεις των διαδρομών είναι αποτέλεσμα ενός αλγορίθμου που χρησιμοποιείται για να συνδυάσει την Λύση», γεγονός που υποδεικνύει ότι η επιλογή του αλγορίθμου επηρεάζει καθοριστικά το αποτέλεσμα. Τέλος, ο αλγόριθμος ενδέχεται να μην βρει καν εφικτή διαδρομή, ακόμα και αν υπάρχει, περιορίζοντας τη χρησιμότητά του σε ορισμένες περιπτώσεις. Παρόλα αυτά, ο πλησιέστερος γείτονας παραμένει μια χρήσιμη μέθοδος για γρήγορες, κατά προσέγγιση λύσεις σε προβλήματα συνδυαστικής βελτιστοποίησης, ιδιαίτερα όταν η ταχύτητα εκτέλεσης είναι προτεραιότητα έναντι της βέλτιστης ακρίβειας.

3.2 Αλγόριθμοι Τοπικής Αναζήτησης.

Οι αλγόριθμοι τοπικής αναζήτησης έχουν αποδειχθεί εξαιρετικά αποδοτικοί στην πράξη, παρέχοντας υψηλής ποιότητας λύσεις σε πλήθος προβλημάτων συνδυαστικής βελτιστοποίησης. Δεδομένου ενός προβλήματος βελτιστοποίησης της μορφής (F, c) , όπου το σύνολο F περιλαμβάνει όλες τις εφικτές λύσεις και c εκφράζει το κόστος κάθε λύσης, ορίζεται μια γειτονιά

$$N: F \rightarrow 2^F$$

η οποία περιλαμβάνει το σύνολο των λύσεων που θεωρούνται "κοντινές" σε μία δεδομένη λύση. Η διαδικασία τοπικής αναζήτησης ξεκινά από μία αρχική λύση και εξετάζει εναλλακτικές λύσεις στη γειτονιά της, αναζητώντας κάποια με χαμηλότερο κόστος. Εάν εντοπιστεί τέτοια λύση, αυτή αντικαθιστά την τρέχουσα και η διαδικασία επαναλαμβάνεται έως ότου επιτευχθεί ένα τοπικό ελάχιστο, δηλαδή μία λύση για την οποία δεν υπάρχει καλύτερη στη γειτονιά της.

Ένα σημαντικό πλεονέκτημα της τοπικής αναζήτησης είναι η δυνατότητα εκκίνησης της διαδικασίας από πολλαπλά διαφορετικά αρχικά σημεία, με στόχο τον εντοπισμό της καλύτερης δυνατής λύσης. Σε αυτές τις περιπτώσεις, καθίσταται απαραίτητη η επιλογή κατάλληλου αριθμού αρχικών λύσεων προς αξιολόγηση. Εξίσου κρίσιμη για την αποτελεσματικότητα της μεθόδου είναι η επιλογή της κατάλληλης γειτονιάς, καθώς και της στρατηγικής αναζήτησης που θα εφαρμοστεί.

Τελικά, η επιτυχία της τοπικής αναζήτησης εξαρτάται σε μεγάλο βαθμό από τρεις θεμελιώδεις παραμέτρους: την ποιότητα των αρχικών λύσεων, τη σωστή δόμηση της γειτονιάς, και τη βελτιστοποιημένη μέθοδο αναζήτησης που επιλέγεται για την εξερεύνηση του χώρου λύσεων.

3.2.1 Αλγόριθμος 2-opt

Σε αυτή τη μέθοδο διαγράφονται 2 ακμές και γίνεται επανασύνδεση δύο μονοπατιών με διαφορετικό τρόπο για να καθορισθεί μια καινούργια διαδρομή. Σημειώνεται ότι υπάρχει ένας μόνο τρόπος για την επανασύνδεση των μονοπατιών. Η διαδικασία της μεθόδου είναι η ακόλουθη:

Βήμα 1. Έστω T η τρέχουσα διαδρομή.

Βήμα 2. Για κάθε κόμβο $i = 1, \dots, n$. Εξετάζουμε όλες τις πιθανές 2-opt κινήσεις που μπορεί να γίνουν από την i και την επόμενη της μέσα στην διαδρομή. Αν με αυτό τον τρόπο μπορούμε να μειώσουμε το κόστος της διαδρομής, τότε επιλέγουμε την καλύτερη 2-opt κίνηση και εφαρμόζουμε τις αλλαγές στη διαδρομή T .

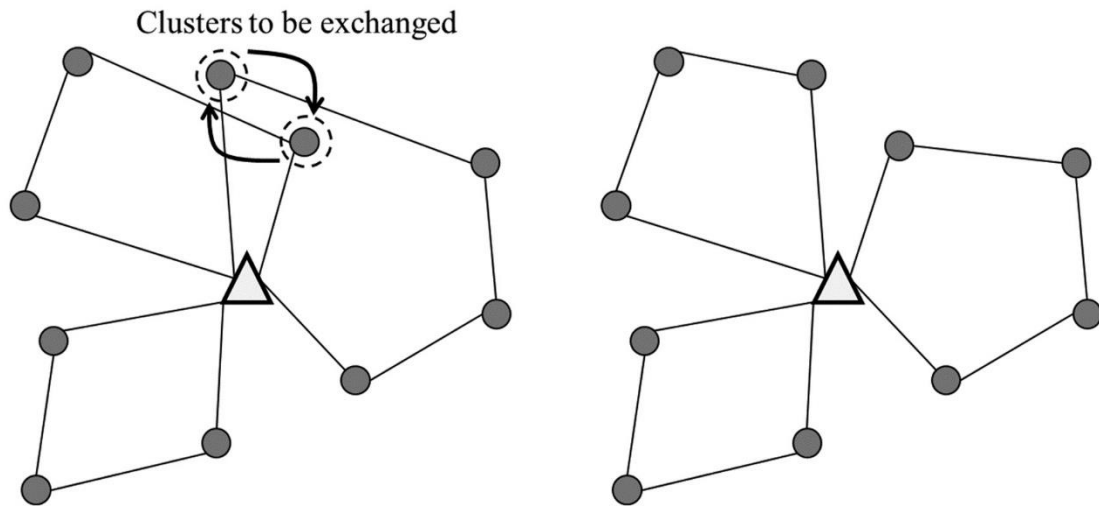
Βήμα 3. Αν δεν μπορούμε να βρούμε επιπλέον βελτίωση, σταματάμε.



Εικόνα 3.1 Εφαρμογή του αλγορίθμου 2-opt (Πηγή: <http://matejgazda.com/tsp-algorithms-2-opt-3-opt-in-python/>)

3.2.2 Αλγόριθμος 1-1 Exchange

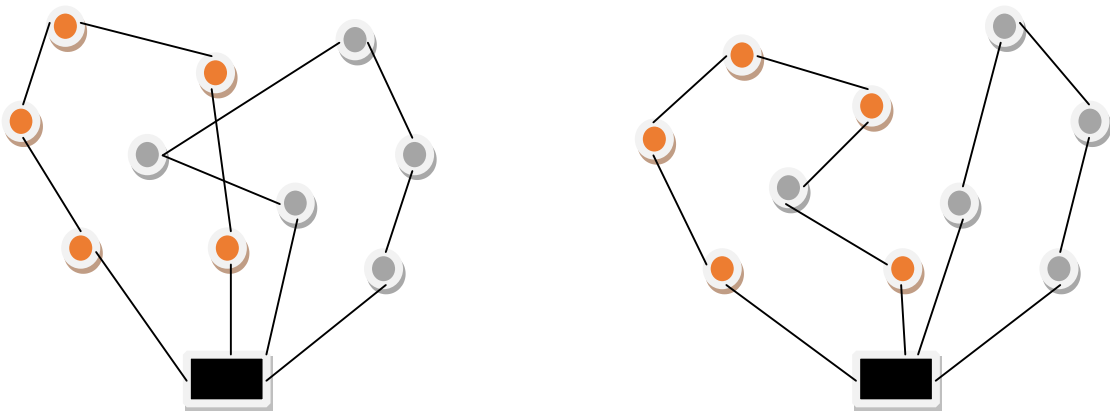
Η τεχνική 1-1 Exchange αποτελεί έναν βασικό τελεστή τοπικής αναζήτησης που χρησιμοποιείται ευρέως σε προβλήματα δρομολόγησης, όπως το Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων (VRP) και το Πρόβλημα του Πλανόδιου Πωλητή (TSP). Η μέθοδος αυτή συνίσταται στην ανταλλαγή δύο κόμβων μεταξύ διαφορετικών ή και ίδιων διαδρομών, με στόχο τη βελτίωση της συνολικής λύσης βάσει κάποιου κριτηρίου κόστους, όπως η απόσταση ή ο χρόνος. Ο τελεστής 1-1 Exchange επιτρέπει την εξερεύνηση μιας γειτονιάς λύσεων μέσω μικρών αλλά ουσιαστικών μεταβολών στη δομή της τρέχουσας λύσης, διατηρώντας ταυτόχρονα τη συνολική εφικτότητα της κατανομής. Η εφαρμογή του βασίζεται στη συστηματική αξιολόγηση πιθανών ανταλλαγών, επιλέγοντας εκείνες που προσφέρουν τη μεγαλύτερη μείωση στο συνολικό κόστος. Λόγω της απλότητάς του και της ικανότητας εντοπισμού βελτιωμένων λύσεων με χαμηλό υπολογιστικό κόστος, ο τελεστής 1-1 Exchange εντάσσεται συχνά σε ευρύτερα πλαίσια μεθευρετικών αλγορίθμων, όπως η Προσομοιωμένη Ανόπτηση ή η Μεταβλητή Τοπική Αναζήτηση.



Εικόνα 3.2: Παράδειγμα 1-1 Exchange (Πηγή: [SciELO Brazil - Abordagens metaheurísticas para o problema de roteamento de veículos com janelas de tempo e múltiplos entregadores](#) *Abordagens metaheurísticas para o problema de roteamento de veículos com janelas de tempo e múltiplos entregadores*)

3.2.3 Αλγόριθμος 1-0 Relocate

Ο τελεστής 1-0 relocate αποτελεί έναν από τους πιο διαδεδομένους και αποδοτικούς τελεστές τοπικής αναζήτησης σε προβλήματα συνδυαστικής βελτιστοποίησης, όπως το Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων (VRP). Η βασική του λειτουργία συνίσταται στη μετακίνηση ενός και μόνο κόμβου από τη θέση του σε μια διαδρομή και την επανατοποθέτησή του σε διαφορετική θέση, είτε εντός της ίδιας διαδρομής είτε σε άλλη, διατηρώντας τη συνολική εφικτότητα της λύσης. Η προσέγγιση αυτή επιτρέπει την αναδιάταξη των διαδρομών με τρόπο που μπορεί να μειώσει το συνολικό κόστος.



Εικόνα 3.3: Παράδειγμα 1-0 επανατοποθέτηση (1-0 relocate)

3.2 Μεθευρετικοί Αλγόριθμοι (Metaheuristics).

3.2.1 Εισαγωγή στους Μεθευρετικούς Αλγορίθμους

Καθώς τα προβλήματα βελτιστοποίησης γίνονται ολοένα και πιο πολύπλοκα, η ανάγκη για αποδοτικές μεθόδους επίλυσής τους αυξάνεται σημαντικά. Οι μεθευρετικοί αλγόριθμοι (metaheuristics) αποτελούν μία εξελιγμένη προσέγγιση που συνδυάζει τη χρήση ευρετικών τεχνικών με στρατηγικές υψηλότερου επιπέδου, επιδιώκοντας να ξεπεράσει τις εγγενείς αδυναμίες των απλών ευρετικών και τοπικών αναζητήσεων. Ο κύριος στόχος τους είναι να εντοπίσουν ικανοποιητικές – αν όχι βέλτιστες – λύσεις, ακόμα και σε περιβάλλοντα που χαρακτηρίζονται από εκθετικά αυξανόμενο χώρο αναζήτησης.

Σε αντίθεση με τις απλές ευρετικές μεθόδους, οι οποίες περιορίζονται συχνά σε τοπικά βέλτιστα σημεία, οι μεθευρετικοί αλγόριθμοι διαθέτουν μηχανισμούς διαφυγής από τέτοια σημεία, ενσωματώνοντας στρατηγικές εξερεύνησης και εντατικοποίησης. Με αυτόν τον τρόπο, επιτυγχάνεται ισορροπία μεταξύ της τοπικής βελτίωσης (exploitation) και της παγκόσμιας αναζήτησης (exploration).

Οι μεθευρετικοί αλγόριθμοι έχουν εφαρμοστεί ευρέως σε προβλήματα συνδυαστικής φύσης, όπως η δρομολόγηση οχημάτων, ο χρονοπρογραμματισμός, η διαχείριση πόρων και η βιομηχανική παραγωγή. Ανάλογα με τη στρατηγική που υιοθετούν, διακρίνονται σε αλγόριθμους μονοσήμαντης αναζήτησης (single-solution based), όπως η προσομοιωμένη απόσπηση (Simulated Annealing) ή η περιορισμένη αναζήτηση (Tabu Search), καθώς και σε πληθυσμιακές μεθόδους (population-based), όπως οι γενετικοί αλγόριθμοι (Genetic Algorithms) και οι μέθοδοι σμηνών (Swarm Intelligence Methods).

Ένα από τα κύρια χαρακτηριστικά των μεθευρετικών αλγορίθμων είναι η χρήση στοχαστικών στοιχείων στη διαδικασία αναζήτησης, γεγονός που τους επιτρέπει να αποφεύγουν την πρόωρη σύγκλιση σε τοπικά ελάχιστα και να καλύπτουν μεγαλύτερο μέρος του χώρου λύσεων. Η αξιολόγηση κάθε λύσης βασίζεται σε μια αντικειμενική συνάρτηση, η οποία παρέχει το πλαίσιο για τη λήψη αποφάσεων κατά την αναζήτηση.

Η επιλογή του κατάλληλου μεθευρετικού αλγορίθμου εξαρτάται τόσο από τη φύση του προβλήματος όσο και από τους περιορισμούς του (π.χ. χρόνος υπολογισμού, ακρίβεια, μέγεθος δεδομένων). Στο πλαίσιο της παρούσας εργασίας, οι μεθευρετικοί αλγόριθμοι αποκτούν καίρια σημασία, καθώς επιτρέπουν την προσέγγιση αποδοτικών λύσεων σε προβλήματα υψηλής υπολογιστικής δυσκολίας, όπως το πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων με εξυπηρέτηση πελατών με παραπάνω από ένα οχήματα.

Στη συγκεκριμένη εργασία θα δοθεί περισσότερο βάση στη μέθοδο της Προσομοιωμένης Απόσπησης μιας και αυτή η μέθοδος είναι που χρησιμοποιήθηκε για την επίλυση του παρόντος προβλήματος.

3.2.2 Προσομοιωμένη Ανόπτηση (Simulated Annealing)

Η Προσομοιωμένη Ανόπτηση (Simulated Annealing - SA) αποτελεί μία από τις πιο δημοφιλείς μεθευρετικές μεθόδους για την επίλυση προβλημάτων συνδυαστικής βελτιστοποίησης. Εμπνευσμένη από τις φυσικές διεργασίες της θερμοδυναμικής, και συγκεκριμένα από τη διαδικασία της ανόπτησης μετάλλων, η τεχνική αυτή βασίζεται στη μεταφορά θερμικής ενέργειας και στην ελεγχόμενη ψύξη ενός συστήματος, με σκοπό την επίτευξη σταθερής κρυσταλλικής δομής, δηλαδή ελάχιστης ενέργειας. Στην υπολογιστική της μορφή, αυτό μεταφράζεται στην αναζήτηση μιας λύσης που αντιστοιχεί στο ελάχιστο δυνατό κόστος ή τη βέλτιστη τιμή μιας αντικειμενικής συνάρτησης.

Η βασική αρχή της SA είναι ότι σε αντίθεση με τις παραδοσιακές μεθόδους τοπικής αναζήτησης που απορρίπτουν πάντα λύσεις με χειρότερη απόδοση, η SA επιτρέπει την αποδοχή τέτοιων λύσεων με κάποια πιθανότητα, η οποία μειώνεται σταδιακά με τον χρόνο, ακολουθώντας ένα προκαθορισμένο "πρόγραμμα ψύξης" (cooling schedule). Αυτός ο μηχανισμός αποδοχής λιγότερο καλών λύσεων επιτρέπει στον αλγόριθμο να διαφεύγει από τοπικά ελάχιστα και να εξερευνά μεγαλύτερα τμήματα του χώρου λύσεων, αυξάνοντας τις πιθανότητες εύρεσης μιας καλύτερης, ενδεχομένως και της βέλτιστης, λύσης.

Η εφαρμογή της SA προϋποθέτει τον καθορισμό μιας αρχικής λύσης, ενός μηχανισμού παραγωγής γειτονικών λύσεων, καθώς και της αντίστοιχης αντικειμενικής συνάρτησης που εκτιμά την ποιότητά τους. Σε κάθε επανάληψη, ο αλγόριθμος επιλέγει μια νέα λύση από τη γειτονιά της τρέχουσας και αποφασίζει αν θα την αποδεχτεί, με βάση τη διαφορά κόστους και τη θερμοκρασία του συστήματος. Όσο η θερμοκρασία μειώνεται, ο αλγόριθμος γίνεται πιο επιλεκτικός, συγκλίνοντας τελικά σε σταθερή λύση. Τυπικά κριτήρια σύγκλισης του αλγορίθμου είναι:

- Η θερμοκρασία έχει φτάσει ένα προκαθορισμένο χαμηλό επίπεδο.
- Ένας αριθμός επαναλήψεων με συνεχή μείωση της θερμοκρασίας έχει περάσει χωρίς αποδοχή της λύσης.
- Η αναλογία των αποδεχτών κινήσεων έχει πέσει κάτω από μία δεδομένη τιμή.
- Ένας μέγιστος αριθμός από επαναλήψεις έχει ολοκληρωθεί.

Η προσομοιωμένη ανόπτηση έχει χρησιμοποιηθεί με μεγάλη επιτυχία σε προβλήματα υψηλής υπολογιστικής πολυπλοκότητας, όπως η δρομολόγηση οχημάτων (VRP), ο χρονοπρογραμματισμός εργασιών (job-shop scheduling), η τοποθέτηση κυκλωμάτων, και πλήθος άλλων εφαρμογών στον τομέα της εφοδιαστικής, της παραγωγής, της πληροφορικής και των χρηματοοικονομικών. Το ισχυρό πλεονέκτημά της είναι η απλότητά της σε συνδυασμό με την ικανότητα να προσεγγίζει λύσεις υψηλής ποιότητας σε σχετικά σύντομο χρονικό διάστημα. Στο πλαίσιο της παρούσας εργασίας, η SA εξετάζεται ως εναλλακτική μεθευρετική προσέγγιση για την επίλυση προβλημάτων συνδυαστικής φύσης, προσφέροντας έναν έξυπνο συμβιβασμό μεταξύ υπολογιστικής προσπάθειας και ποιότητας λύσεων. Στα επόμενα υποκεφάλαια, αναλύεται τόσο ο θεωρητικός μηχανισμός του αλγορίθμου όσο και η προσαρμογή του στο εκάστοτε πρόβλημα.

3.2.3 Θεωρητικός Μηχανισμός της Προσομοιωμένης Ανόπτησης.

Η τεχνική της Προσομοιωμένης Ανόπτησης (Simulated Annealing) βασίζεται στην έννοια της «γειτονιάς» $N(s)$, δηλαδή του συνόλου των εναλλακτικών λύσεων που μπορούν να προκύψουν από την τρέχουσα κατάσταση s μέσω μικρών τροποποιήσεων. Ο αλγόριθμος ξεκινά από μία αρχική λύση s_0 και εφαρμόζει τυχαία διαταραχή σε αυτή, δημιουργώντας έτσι μια νέα υποψήφια λύση s' . Η νέα αυτή λύση αξιολογείται βάσει της μεταβολής στην τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης, δηλαδή της διαφοράς $\delta = f(s') - f(s_0)$.

Αν η νέα λύση παρουσιάζει βελτίωση (δηλαδή $\delta < 0$), τότε γίνεται άμεσα αποδεκτή. Αντιθέτως, αν η λύση είναι χειρότερη (δηλαδή $\delta \geq 0$), μπορεί παρ' όλα αυτά να γίνει αποδεκτή με κάποια πιθανότητα, η οποία βασίζεται σε αρχές της θερμοδυναμικής και υπολογίζεται ως $p(\delta) = e^{-\frac{\delta}{t}}$, όπου t αντιστοιχεί στην τρέχουσα "θερμοκρασία" του συστήματος. Αν και στη φυσική επιστήμη η εξίσωση περιλαμβάνει και τη σταθερά του Boltzmann (k), στην εφαρμογή της μεθόδου σε προβλήματα βελτιστοποίησης συνήθως αυτή παραλείπεται, καθώς θεωρείται μοναδιαία.

Αυτό το στοχαστικό στοιχείο δίνει στον αλγόριθμο την ευελιξία να αποδέχεται κατά καιρούς και λύσεις με υψηλότερο κόστος, επιτρέποντας έτσι τη διαφυγή από τοπικά ελάχιστα και προωθώντας την εξερεύνηση μεγαλύτερου μέρους του χώρου αναζήτησης. Όσο υψηλότερη είναι η τιμή της θερμοκρασίας, τόσο αυξάνεται η πιθανότητα αποδοχής τέτοιων λύσεων· καθώς όμως η θερμοκρασία μειώνεται σταδιακά, ο αλγόριθμος γίνεται πιο αυστηρός στην αποδοχή και τείνει να συγκλίνει σε μια τελική λύση.

Η διαδικασία αυτή υποστηρίζεται από μια «συνάρτηση μείωσης θερμοκρασίας» (cooling schedule), η οποία καθορίζει με ποιο ρυθμό θα μειώνεται η θερμοκρασία t κατά τη διάρκεια της εκτέλεσης του αλγορίθμου. Η μορφή της συνάρτησης αυτής, καθώς και η τιμή της αρχικής θερμοκρασίας, παίζουν κρίσιμο ρόλο στη συνολική συμπεριφορά και απόδοση της μεθόδου. Στη βιβλιογραφία έχουν προταθεί διάφορα είδη προγραμμάτων ψύξης, όπως:

- **Εκθετική μείωση:** της μορφής $\alpha(t) = \alpha \cdot t$, με τιμές του α συνήθως ή 0.95 ή 0.98,
- **Προσαρμοστική μείωση:** όπου η θερμοκρασία προσαρμόζεται δυναμικά βάσει της προόδου του αλγορίθμου,
- **Καθορισμένου βήματος μείωση:** $\alpha(t) = a \cdot t$ με a στο διάστημα $[0.80, 0.98]$,
- **Λογαριθμική μείωση:** με βάση λογαριθμικές συναρτήσεις για πιο αργή ψύξη.

Η επιλογή της κατάλληλης μεθόδου μείωσης εξαρτάται από τη φύση του προβλήματος και την επιθυμητή ακρίβεια της λύσης.

3.2.4 Βασικός Αλγόριθμος Προσομοιωμένης Ανόπτησης.

Η λειτουργία της μεθόδου της προσομοιωμένης ανόπτησης μπορεί να περιγραφεί με τη βοήθεια του ακόλουθου ψευδοκώδικα:

1. Επιλογή μιας αρχικής λύσης s_0
2. Ορισμός αρχικής θερμοκρασίας t_0
3. Επιλογή συνάρτησης μείωσης θερμοκρασίας $\alpha(t)$

Επανάλαβε

Επανάλαβε

- Επιλέγεται τυχαία μια λύση $s \in N(s_0)$ από τη γειτονιά της τρέχουσας λύσης
- Υπολογίζεται η μεταβολή κόστους: $\delta = f(s) - f(s_0)$

Αν $\delta < 0$ τότε

- Η λύση s γίνεται η νέα τρέχουσα λύση: $s_0 = s$

Αλλιώς

- Δημιουργείται ένας τυχαίος αριθμός $x \in (0,1)$
- **Αν $x < e^{-\frac{\delta}{t}}$ τότε**
 - Η λύση s αποδέχεται ως νέα τρέχουσα: $s_0 = s$

τέλος αν

τέλος αν

Μέχρι να ολοκληρωθεί ο προκαθορισμένος αριθμός επαναλήψεων

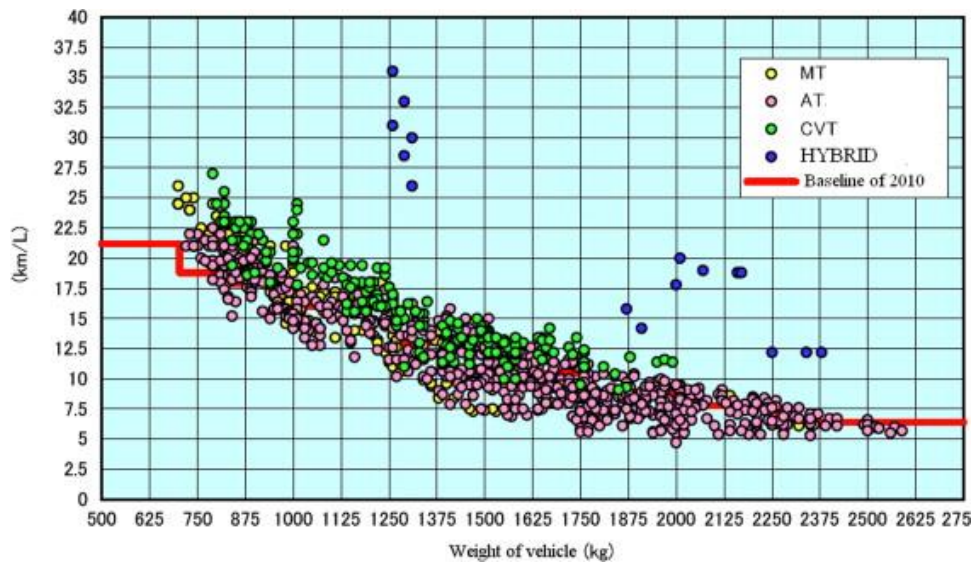
- Ενημέρωση της θερμοκρασίας: $t = \alpha(t)$

Μέχρι να ικανοποιηθεί το κριτήριο τερματισμού

Κεφάλαιο 4. Περιγραφή και Επίλυση του Προβλήματος Δρομολόγησης Οχημάτων με Εξυπηρέτηση Πελατών με Παραπάνω από Ένα Οχήματα (SDVRP) με Σκοπό την Μείωση των Ρύπων.

4.1 Εισαγωγή.

Αν και υπάρχουν διάφορες μορφές των προβλημάτων δρομολόγησης οχημάτων (VRPs), οι περισσότερες στοχεύουν στην ελαχιστοποίηση του κόστους μέσω της ελαχιστοποίησης της συνολικής απόστασης, χωρίς να λαμβάνεται υπόψη ο ρυθμός κατανάλωσης καυσίμου. Στην πραγματικότητα, είναι η ποσότητα καυσίμου που καταναλώνεται – και όχι απλώς η διανυθείσα απόσταση – που αποτελεί τη σημαντικότερη ανησυχία για τις μεταφορικές εταιρείες που επιδιώκουν μείωση του κόστους καυσίμων. Τα στατιστικά στοιχεία δείχνουν ότι το κόστος καυσίμων αποτελεί σημαντικό μέρος του συνολικού κόστους μεταφοράς. Για παράδειγμα, για μια οδική μεταφορική εταιρεία στη Σαγκάη της Κίνας, το κόστος καυσίμου (περίπου 1.550.000 δολάρια ΗΠΑ ετησίως) αντιστοιχεί στο 67,41% του συνολικού κόστους μεταφοράς [9]. Εάν το κόστος καυσίμων μειωθεί κατά 5%, μπορεί να επιτευχθεί ετήσια εξοικονόμηση περίπου 75.500 δολαρίων, που σημαίνει μείωση πάνω από 3% στο συνολικό κόστος μεταφοράς. Μια εμπειρική ανάλυση από τους Sahin et al. [10] έδειξε επίσης ότι για ένα φορτηγό με χωρητικότητα 20 τόνων, όταν είναι πλήρως φορτωμένο, το κόστος καυσίμου για 1000 χλμ. αντιστοιχεί στο 60% του συνολικού κόστους. Επομένως, είναι σημαντικό να μειωθεί η κατανάλωση καυσίμου μέσω της βελτίωσης της λειτουργικής αποδοτικότητας. Η μείωση της κατανάλωσης καυσίμου ωφελεί επίσης το σύνολο της κοινωνίας, καθώς μειώνονται οι εκπομπές διοξειδίου του άνθρακα – βασικού παράγοντα για το φαινόμενο του θερμοκηπίου. Αν και η κατανάλωση καυσίμου καθορίζεται σε μεγάλο βαθμό από την απόσταση, άλλοι παράγοντες, όπως το φορτίο, που εξετάζονται στο παρόν άρθρο, έχουν επίσης σημαντική επίδραση στο κόστος καυσίμων, όπως φαίνεται και στο Εικόνα 4.1. Συνεπώς, αξίζει να μελετηθούν τα VRPs αναδιαμορφώνοντάς τα με βάση την κατανάλωση καυσίμου ώστε να αντανakλούν καλύτερα τις πραγματικές συνθήκες.



Εικόνα 4.1 Στατιστικά στοιχεία για τη χιλιομετρική απόδοση των οχημάτων ανά λίτρο καυσίμου, σε συνάρτηση με το βάρος τους. (Πηγή: Development of a fuel consumption optimization model for the capacitated vehicle routing problem).

Σε αυτό το Κεφάλαιο παρουσιάζονται αναλυτικά τα δεδομένα που χρησιμοποιήσαμε για το συγκεκριμένο πρόβλημα. Θα γίνουν γνωστά τα επιμέρους χαρακτηριστικά των οχημάτων και των πελατών καθώς και οι δοθέντες περιορισμοί. Ακόμη, περιγράφεται η μοντελοποίηση του προβλήματος και η αναπαράσταση τους στο προγραμματιστικό περιβάλλον της MATLAB. Ο κώδικας έχει σαν στόχο τη δημιουργία μιας αρχικής εφικτής λύσης, με τον αλγόριθμο του Πλησιέστερου Γείτονα (Nearest Neighbor -NN) και τη περαιτέρω βελτίωση αυτής με την χρήση αλγορίθμων τοπικής αναζήτησης που λειτουργούν σύμφωνα με τον αλγόριθμο της Προσομοιωμένης Ανόπτωσης (Simulated Annealing –SA).

4.2 Περιγραφή και μοντελοποίηση του προβλήματος.

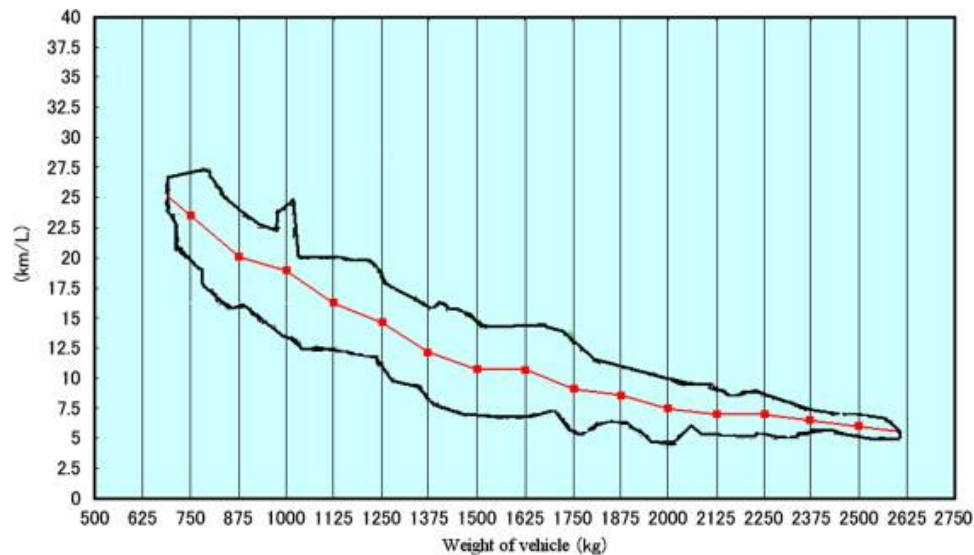
Το πρόβλημα που καλούμαστε να επιλύσουμε είναι η δρομολόγηση οχημάτων με εξυπηρέτηση πελατών με παραπάνω από ένα οχήματα. Στο συγκεκριμένο πρόβλημα διαθέτουμε μία αποθήκη, ένα συγκεκριμένο αριθμό πελατών με συγκεκριμένη ζήτηση ο καθένας και ένα στόλο όμοιων οχημάτων με συγκεκριμένη χωρητικότητα το καθένα. Στόχος είναι η εξυπηρέτηση όλων των πελατών ικανοποιώντας πάντα τον περιορισμό της χωρητικότητας και ταυτόχρονα η αναζήτηση της βέλτιστης λύσης, ώστε τα οχήματα να έχουν τη ελάχιστη δυνατή κατανάλωση καυσίμου. Αρχικά βρίσκουμε μία αρχική υποβέλτιστη λύση χρησιμοποιώντας τον αλγόριθμο του πλησιέστερου γείτονα. Στη συνέχεια καλούμαστε να βελτιστοποιήσουμε αυτή την αρχική λύση χρησιμοποιώντας τον μεθευρετικό αλγόριθμο της προσομοιωμένης ανόπτωσης. Τέλος χρησιμοποιούνται οι αλγόριθμοι τοπικής αναζήτησης 2-Opt, 1-1 exchange και 1-0 relocate για περαιτέρω ακόμα βελτίωση.

Σύμφωνα με αναφορά που δημοσιεύτηκε από το Υπουργείο Γης, Υποδομών, Μεταφορών και Τουρισμού της Ιαπωνίας [8], η απόσταση που διανύεται ανά μονάδα όγκου καυσίμου παρουσιάζει ισχυρή συσχέτιση με το συνολικό βάρος του

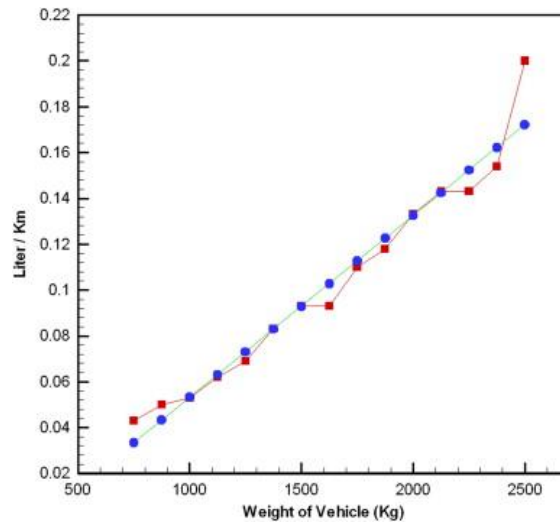
οχήματος, όπως φαίνεται στο Εικόνα 4.1. Η κόκκινη γραμμή (σύμβολο με τετράγωνο) στην Εικόνα 4.2, η οποία αποτελεί εκτιμώμενο αποτέλεσμα των διακριτών σημείων της Εικόνας 4.1, δείχνει ότι η απόσταση που διανύεται ανά μονάδα όγκου καυσίμου είναι χονδρικά αντιστρόφως ανάλογη του βάρους του οχήματος. Παρόμοια αποτελέσματα μπορούν επίσης να βρεθούν στον ιστότοπο της Goodyear [6] και στον Coyle [7]. Η Εικόνα 4.3 είναι μετασχηματισμένη από την Εικόνα 4.2 και απεικονίζει τη συνάρτηση της κατανάλωσης καυσίμου (FCR) σε σχέση με το φορτίο, όπου ο άξονας Χ αντιστοιχεί στο βάρος του οχήματος σε κιλά και ο άξονας Υ στην κατανάλωση καυσίμου σε λίτρα ανά χιλιόμετρο (l/km).

Στην Εικόνα 4.3, η κόκκινη γραμμή (με τετράγωνο σύμβολο) είναι η αρχική του ρυθμού κατανάλωσης καυσίμου (Fuel Consumption Rate-FCR) που εξάγεται απευθείας από το Σχήμα 2, ενώ η μπλε γραμμή (με κυκλικό σύμβολο) προκύπτει μέσω γραμμικής παλινδρόμησης, η οποία διαμορφώνεται ως:

$$Y = 0.0000793X - 0.026$$



Εικόνα 4.2 Εκτιμώμενο αποτέλεσμα των διακριτών σημείων στο Σχ. 1.



Εικόνα 4.3 Κατανάλωση καυσίμου ανά διανυόμενη απόσταση (FCR) σε συνάρτηση με το συνολικό βάρος του οχήματος.

Δεδομένου ότι ο συντελεστής R-τετράγωνο (μια στατιστική μέτρηση με τιμή μεταξύ 0 και 1 που δείχνει πόσο καλά η ευθεία παλινδρόμησης προσεγγίζει τα πραγματικά δεδομένα — με υψηλότερη τιμή να υποδηλώνει καλύτερη πρόβλεψη [11]) ισούται με 0.958, η εξίσωση της μπλε γραμμής μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να περιγράψει τη γενική σχέση μεταξύ της FCR και του συνολικού βάρους του οχήματος. Χωρίς να χάνεται η γενικότητα, αν διαιρέσουμε το συνολικό βάρος του οχήματος σε δύο μέρη:

- το βάρος χωρίς φορτίο Q_0
- και το μεταφερόμενο φορτίο Q_1

Μπορούμε να διατυπώσουμε τη FCR ως γραμμική συνάρτηση εξαρτώμενη από το φορτίο Q_1 ως:

$$\rho(Q_1) = a(Q_0 + Q_1) + b \quad (1)$$

Ορίζοντας τη χωρητικότητα του οχήματος (το μέγιστο φορτίο που μπορεί να μεταφέρει) ως Q , την κατανάλωση με πλήρες φορτίο ως ρ^* και την κατανάλωση χωρίς φορτίο ως ρ_0 , από τη σχέση (1) προκύπτει ότι:

$$\rho_0 = aQ_0 + b$$

$$\rho^* = a(Q_0 + Q) + b$$

Άρα:

$$a = \frac{(\rho^* - \rho_0)}{Q} \quad (2)$$

και η συνάρτηση της FCR σε σχέση με το φορτίο διαμορφώνεται ως:

$$\rho(Q_1) = \rho_0 + [(\rho^* - \rho_0) / Q] Q_1 \quad (3)$$

Οι παράμετροι ρ^* και ρ_0 μπορούν να προσδιοριστούν μέσω της Εξίσωσης (3), με δεδομένα για το βάρος του κενού και πλήρως φορτωμένου οχήματος υπό καθορισμένες συνθήκες (όπως το έδαφος, η ταχύτητα του οχήματος κ.λπ. να παραμένουν σταθερά).

Η Εξίσωση (3) δείχνει ότι:

1. Υπάρχει γραμμική σχέση μεταξύ της κατανάλωσης καυσίμου και του φορτίου του οχήματος, με τεταγμένη την ρ_0 και κλίση $(\rho^* - \rho_0) / Q$.
2. Το φορτίο του οχήματος είναι εξίσου σημαντικό με την απόσταση όταν προσπαθούμε να ελαχιστοποιήσουμε το κόστος καυσίμων.

4.3 Το FCR ως μεταβλητή κόστους σε πρόβλημα SDVRP.

Για κάθε τόξο $\{i, j\}$ στη διαδρομή, όπου το σημείο j είναι ο επόμενος προορισμός που εξυπηρετεί το όχημα αφού αναχωρήσει από το σημείο i , το κόστος καυσίμου για τη μετακίνηση από το i στο j μπορεί να εκφραστεί ως:

$$C_{fuel}^{ij} = c_0 \cdot \rho_{ij} \cdot d_{ij}, \quad (4)$$

όπου c_0 είναι η μοναδιαία τιμή του καυσίμου (για χάρη απλότητας θα το θεωρήσουμε ίσο με 1), d_{ij} είναι η απόσταση από το i στο j , και ρ_{ij} είναι η κατανάλωση καυσίμου ανά μονάδα απόστασης (FCR) κατά τη διαδρομή από το i στο j . Αν συμβολίσουμε με ρ το σύνολο των πελατών στη διαδρομή, τότε το συνολικό κόστος καυσίμου για ένα όχημα δίνεται από τη σχέση:

$$C_{fuel} = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r C_{fuel}^{ij} x_{ij} = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r c_0 \rho_{ij} d_{ij} x_{ij} \quad (5)$$

όπου x_{ij} είναι ίσο με 1 όταν το τόξο $\{i, j\}$ ανήκει στη διαδρομή και 0 διαφορετικά.

Στην Εξίσωση (5), επειδή το ρ_{ij} επηρεάζεται από τη σειρά εκφόρτωσης (ή τη σειρά συλλογής στην περίπτωση συλλογής φορτίων), το συνολικό κόστος καυσίμου C_{fuel} μπορεί να ελαχιστοποιηθεί με τη βελτιστοποίηση της σειράς εκφόρτωσης/συλλογής.

Αν ορίσουμε το y_{ij} ως το βάρος του φορτίου που μεταφέρει το όχημα από το σημείο i στο σημείο j , τότε σύμφωνα με τον Τύπο (3), προκύπτει:

$$\rho_{ij} = \rho_0 + [(\rho^* - \rho_0) / Q] \cdot y_{ij} = \rho_0 + a \cdot y_{ij}, \quad \text{για } i, j = 1, \dots, r$$

4.4 Εύρεση αρχικής λύσης με τον αλγόριθμο του πλησιέστερου γείτονα.

Η αρχική λύση του προβλήματος επιτυγχάνεται μέσω της εφαρμογής του ευρετικού αλγορίθμου Nearest Neighbor με δυνατότητα μερικής εξυπηρέτησης (split delivery). Η προσέγγιση αυτή υλοποιείται ώστε να παράγει εφικτές διαδρομές οι οποίες συμμορφώνονται με τους περιορισμούς του προβλήματος, όπως η μέγιστη χωρητικότητα των οχημάτων και ο επιτρεπτός χρόνος εξυπηρέτησης ανά διαδρομή.

Αρχικά, το σύστημα θεωρεί πως όλα τα οχήματα ξεκινούν από έναν κοινό κόμβο αποθήκης (κόμβος 1) και είναι πλήρως φορτωμένα έως το ανώτατο επιτρεπτό όριο χωρητικότητας (μεταβλητή *capacity*). Η εξυπηρέτηση ξεκινά από αυτό το σημείο, και για κάθε βήμα του αλγορίθμου επιλέγεται εκείνος ο κόμβος με τη μικρότερη ευκλείδεια απόσταση από την τρέχουσα τοποθεσία (*min_dist*), ο οποίος δεν έχει ήδη επισκεφθεί και για τον οποίο υφίσταται ακόμα ζήτηση (*remaining_demands(j) > 0*). Παράλληλα, ελέγχεται αν ο υπολειπόμενος διαθέσιμος χρόνος επιτρέπει την εξυπηρέτηση του επιλεγμένου κόμβου, περιλαμβάνοντας τόσο το χρόνο μετάβασης όσο και τον προκαθορισμένο χρόνο εξυπηρέτησης (*service_time*).

Για τον επιλεγμένο κόμβο *nearest_node*, γίνεται παραχώρηση φορτίου η οποία υπολογίζεται ως το ελάχιστο μεταξύ της εναπομείνουσας ζήτησής του και της διαθέσιμης χωρητικότητας του οχήματος :

$$(delivery = \min(remaining_demands(nearest_node), remaining_capacity)).$$

Η παραχώρηση αυτή ενημερώνει δυναμικά τη συνολική κατανομή φορτίου, το διαθέσιμο χρόνο και τη ζήτηση που απομένει στον κόμβο.

Η διαδικασία συνεχίζεται επαναληπτικά έως ότου δεν υπάρχουν άλλοι κόμβοι που μπορούν να εξυπηρετηθούν είτε λόγω εξάντλησης της χωρητικότητας είτε λόγω χρονικών περιορισμών. Τότε, το όχημα επιστρέφει στην αποθήκη, και αν υπάρχουν ακόμα ανικανοποίητες ζητήσεις, η διαδικασία ξεκινά από την αρχή με ένα νέο όχημα. Η σειρά των κόμβων που εξυπηρετήθηκαν καταγράφεται σε μία διαδρομή (*route*), η οποία αποθηκεύεται σε μια δομή δεδομένων τύπου *cell* (*routes{}*), που αναπαριστά όλες τις διαδρομές.

Ο συγκεκριμένος αλγόριθμος, όπως υλοποιείται στη γλώσσα MATLAB, χρησιμοποιεί πίνακα αποστάσεων (*distance_matrix*) ο οποίος υπολογίζεται προκαταβολικά με βάση τις ευκλείδειες αποστάσεις μεταξύ όλων των κόμβων. Το σύνολο των ζητήσεων αποτυπώνεται στο διάνυσμα *demands*, ενώ οι κόμβοι που έχουν ήδη εξυπηρετηθεί παρακολουθούνται μέσω λογικού πίνακα (*visited_nodes*). Ο ευκλείδειος πίνακας υπολογίστηκε μέσω της σχέσης:

$$distance_matrix(i,j) = \sqrt{(nodes(i,1) - nodes(j,1))^2 + (nodes(i,2) - nodes(j,2))^2}$$

Όπου *nodes* διδιάστατος πίνακας στον οποίο είναι αποθηκευμένη η τετμημένη *x* και η τεταγμένη *y* του κάθε πελάτη.

Αν και ο αλγόριθμος του πλησιέστερου γείτονα δεν οδηγεί πάντοτε στη βέλτιστη λύση, προσφέρει μια γρήγορη και εύρωστη προσέγγιση για την κατασκευή μιας αρχικής λύσης, η οποία στη συνέχεια μπορεί να βελτιωθεί μέσω μεθευρετικών τεχνικών, όπως προσομοιωμένη ανόπτηση, ανταλλαγή μεταξύ διαδρομών (1-1 exchange) και βελτιώσεις τύπου 2-opt.

4.5 Υλοποίηση του αλγορίθμου Προσομοιωμένης Ανόπτωσης.

Μετά τη δημιουργία μιας εφικτής αρχικής λύσης με τη μέθοδο του Πλησιέστερου Γείτονα, εφαρμόζεται ο μεθευρετικός αλγόριθμος Simulated Annealing (Προσομοιωμένη Ανόπτωση) με στόχο τη βελτιστοποίηση της συνολικής λύσης. Η προσέγγιση αυτή βασίζεται στην αναλογική εφαρμογή των φυσικών διαδικασιών ανόπτωσης μετάλλων, όπου μια αρχικά υψηλή θερμοκρασία μειώνεται σταδιακά, επιτρέποντας στο σύστημα να μεταπηδά μεταξύ καταστάσεων με πιθανότητα αποδοχής υποβέλτιστων λύσεων, προκειμένου να αποφευχθεί ο εγκλωβισμός σε τοπικά ελάχιστα.

Στην παρούσα υλοποίηση, η προσομοίωση ξεκινά με μία αρχική θερμοκρασία ($initial_temp = 1000$) και καταλήγει σε μία τελική ($final_temp = 1$), η οποία μειώνεται γεωμετρικά βάσει του συντελεστή ψύξης ($cooling_rate = 0.95$). Σε κάθε επανάληψη, δημιουργείται μια νέα λύση η οποία αξιολογείται ως προς το κόστος καυσίμου μέσω της συνάρτησης $calc_total_fuel_cost$, η οποία λαμβάνει υπόψη την απόσταση μεταξύ κόμβων και τη γραμμική εξάρτηση της κατανάλωσης καυσίμου από το μεταφερόμενο φορτίο, όπως έχει διατυπωθεί από τη Σχέση (3).

Αν η νέα λύση έχει μικρότερο κόστος από την τρέχουσα, γίνεται άμεσα αποδεκτή. Αντίθετα, αν είναι χειρότερη, μπορεί παρόλα αυτά να γίνει αποδεκτή με πιθανότητα που εξαρτάται από τη διαφορά κόστους και την τρέχουσα θερμοκρασία, όπως ορίζεται από τη σχέση:

$$rand(1) \leq \exp\left(-\frac{\Delta cost}{temp}\right)$$

Όπου $\Delta cost$ η διαφορά μεταξύ του παρόντος κόστους και του νέου. Αυτή η στοχαστική αποδοχή επιτρέπει στον αλγόριθμο να ξεφύγει από τοπικά ελάχιστα, ιδιαίτερα στα πρώτα στάδια που η θερμοκρασία είναι υψηλή, δίνοντας τη δυνατότητα για εξερεύνηση του χώρου λύσεων. Καθώς η θερμοκρασία μειώνεται, ο αλγόριθμος γίνεται πιο «επιλεκτικός» και συγκλίνει σταδιακά σε περιοχές με χαμηλότερο κόστος. Η καλύτερη λύση που εντοπίζεται διατηρείται ως $best_solution$ και ενημερώνεται δυναμικά αν βρεθεί λύση με μικρότερο κόστος.

Η διαδικασία ολοκληρώνεται όταν η θερμοκρασία πέσει κάτω από το προκαθορισμένο όριο, και η τελική λύση θεωρείται τοπικά βέλτιστη. Η Simulated Annealing προσφέρει μία ισχυρή στρατηγική βελτιστοποίησης, ιδιαίτερα κατάλληλη για προβλήματα συνδυαστικής φύσης όπως το FCVRP, καθώς επιτυγχάνει εξισορρόπηση μεταξύ εξερεύνησης και εκμετάλλευσης του χώρου λύσεων, επιτρέποντας τη βελτίωση αρχικών λύσεων όπως αυτή του Nearest Neighbor.

4.6 Εφαρμογή της τοπικής αναζήτησης 2-Opt.

Όπως αναφέρθηκε και στο Κεφάλαιο 3.2.1 η μέθοδος 2-opt στοχεύει στη βελτίωση μιας υπάρχουσας διαδρομής μέσω της ανταλλαγής δύο ακμών (edges) σε αυτήν, με σκοπό τη μείωση του συνολικού κόστους, το οποίο στον συγκεκριμένο κώδικα είναι το κόστος καυσίμου. Ακολουθεί μια λεπτομερής περιγραφή των βημάτων της μεθόδου 2-opt, όπως υλοποιείται στη συνάρτηση `apply_2opt` του κώδικα που χρησιμοποιήθηκε.

Βήμα 1: Αρχικοποίηση Διαδρομής και Παραμέτρων

- Η συνάρτηση `apply_2opt` δέχεται ως είσοδο την τρέχουσα λύση (ένα cell array `solution` που περιέχει τις διαδρομές όλων των οχημάτων), τις ζητήσεις κόμβων (`demands`), τη μέγιστη χωρητικότητα (`capacity`), τον πίνακα αποστάσεων (`distance_matrix`), τη θερμοκρασία (`temperature`) για την αποδοχή χειρότερων λύσεων (στο πλαίσιο Simulated Annealing), καθώς και παραμέτρους για τον υπολογισμό του κόστους καυσίμου (`rho0`, `rho_star`, `c0`).
- Για κάθε διαδρομή k στη λύση, η μέθοδος αρχικοποιεί τη μεταβλητή `best_route` με την τρέχουσα διαδρομή του οχήματος k και υπολογίζει το αρχικό κόστος καυσίμου (`best_cost`) χρησιμοποιώντας τη συνάρτηση `calc_total_fuel_cost` για αυτήν τη διαδρομή.
- Δημιουργούνται επίσης προσωρινές μεταβλητές (`prosorino_route`, `prosorino_cost`) για την αποθήκευση πιθανών βελτιώσεων κατά τη διάρκεια της διαδικασίας.

Βήμα 2: Επιλογή Ζεύγους Ακμών για Ανταλλαγή

- Η μέθοδος εξετάζει όλα τα δυνατά ζεύγη κόμβων i και j στη διαδρομή, όπου i και j είναι οι δείκτες των κόμβων από τη δεύτερη θέση ($i=2$) έως την προτελευταία ($j=length(route)-1$). Αυτό εξασφαλίζει ότι η αρχή και το τέλος της διαδρομής (αποθήκη, κόμβος 1) παραμένουν σταθερά.
- Για κάθε ζεύγος (i, j) , η μέθοδος δημιουργεί μια νέα διαδρομή (`new_route`) αντικαθιστώντας τις ακμές $(i-1, i)$ και $(j, j+1)$ με τις ακμές $(i-1, j)$ και $(i, j+1)$. Αυτό επιτυγχάνεται με την αναστροφή της υποδιαδρομής από τον κόμβο i έως τον κόμβο j , δηλαδή:
$$new_route = [route(1:i-1), flipr(route(i:j)), route(j+1:end)]$$
- Η αναστροφή της υποδιαδρομής σημαίνει ότι η σειρά των κόμβων από i έως j αντιστρέφεται, δημιουργώντας μια νέα σύνδεση μεταξύ των κόμβων.

Βήμα 3: Υπολογισμός Κόστους της Νέας Διαδρομής

- Για κάθε νέα διαδρομή που προκύπτει από την ανταλλαγή, υπολογίζεται το κόστος καυσίμου (`new_cost`) χρησιμοποιώντας τη συνάρτηση `calc_total_fuel_cost`. Το κόστος λαμβάνει υπόψη τις αποστάσεις μεταξύ των κόμβων, το φορτίο του οχήματος και τον συντελεστή κατανάλωσης καυσίμου, ο οποίος εξαρτάται από το φορτίο.
- Υπολογίζεται η διαφορά κόστους (`delta_cost = new_cost - best_cost`) μεταξύ της νέας διαδρομής και της καλύτερης γνωστής διαδρομής (`best_route`).

Βήμα 4: Αποδοχή ή Απόρριψη της Νέας Διαδρομής

Εάν η νέα διαδρομή έχει χαμηλότερο κόστος ($\Delta cost < 0$), τότε:

- Η νέα διαδρομή γίνεται η καλύτερη διαδρομή ($best_route = new_route$).
- Το κόστος της ενημερώνεται ($best_cost = new_cost$).
- Οι προσωρινές μεταβλητές ($prosorino_route$, $prosorino_cost$) ενημερώνονται επίσης για να αντικατοπτρίζουν τη βελτίωση.
- Τίθεται η σημαία $improved = true$ για να υποδείξει ότι βρέθηκε βελτίωση.

Εάν η νέα διαδρομή έχει υψηλότερο κόστος ($\Delta cost \geq 0$), η μέθοδος χρησιμοποιεί έναν μηχανισμό Simulated Annealing για να αποφασίσει εάν θα αποδεχθεί τη χειρότερη λύση. Η πιθανότητα αποδοχής υπολογίζεται ως:

$$rand(1) \leq \exp\left(-\frac{\Delta cost}{temp}\right)$$

Εάν ένας τυχαίος αριθμός $rand(1)$ είναι μικρότερος από την πιθανότητα P , η νέα διαδρομή αποθηκεύεται προσωρινά ($prosorino_route = new_route$, $prosorino_cost = new_cost$), και η σημαία $improved$ τίθεται σε $true$.

Βήμα 5: Ενημέρωση της Καλύτερης Διαδρομής

- Μετά την εξέταση όλων των ζευγών (i, j) για τη διαδρομή k , η μέθοδος ελέγχει εάν η προσωρινή διαδρομή ($prosorino_route$) έχει χαμηλότερο κόστος από την καλύτερη γνωστή διαδρομή ($best_route$).
- Εάν ισχύει ($prosorino_cost < best_cost$), η καλύτερη διαδρομή ενημερώνεται ($best_route = prosorino_route$).

Βήμα 6: Αποθήκευση της Βελτιωμένης Διαδρομής

- Η βελτιωμένη διαδρομή ($best_route$) αποθηκεύεται στο cell array $improved_solution$ στη θέση k , αντικαθιστώντας την αρχική διαδρομή του οχήματος k .

Βήμα 7: Επανάληψη για Όλες τις Διαδρομές

- Η διαδικασία επαναλαμβάνεται για κάθε διαδρομή στη λύση (για όλα τα οχήματα, $k = 1:length(solution)$), εξασφαλίζοντας ότι όλες οι διαδρομές βελτιστοποιούνται ανεξάρτητα.

Βήμα 8: Επιστροφή της Βελτιωμένης Λύσης

- Μετά την ολοκλήρωση της διαδικασίας για όλες τις διαδρομές, η συνάρτηση επιστρέφει τη βελτιωμένη λύση ($improved_solution$), η οποία περιέχει τις ενημερωμένες διαδρομές για κάθε όχημα.

4.7 Εφαρμογή της τοπικής αναζήτησης 1-1 Exchange.

Στη συνέχεια του κώδικα εφαρμόζεται η μέθοδος 1-1 Exchange. Όπως εξηγήθηκε και στο κεφάλαιο 3.2.2 σκοπός της μεθόδου είναι η βελτίωση της υπάρχουσας λύσης μέσω της ανταλλαγής ενός κόμβου από μία διαδρομή με έναν κόμβο από μία άλλη διαδρομή, με στόχο τη μείωση του συνολικού κόστους καυσίμου. Η διαδικασία λαμβάνει υπόψη περιορισμούς όπως η μέγιστη χωρητικότητα των οχημάτων και ενσωματώνει στοιχεία Simulated Annealing για την αποδοχή χειρότερων λύσεων, ώστε να αποφεύγονται τοπικά ελάχιστα. Ακολουθεί μια περιγραφή των βημάτων της μεθόδου 1-1 Exchange, όπως υλοποιείται στη συνάρτηση `apply_1_1_exchange`.

Βήμα 1: Αρχικοποίηση Λύσης και Παραμέτρων

- Η συνάρτηση `apply_1_1_exchange` δέχεται ως είσοδο ακριβώς τα ίδια ορίσματα με την 2-Opt. Δηλαδή, την τρέχουσα λύση (ένα cell array solution που περιέχει τις διαδρομές όλων των οχημάτων), τις ζητήσεις κόμβων (demands), τη μέγιστη χωρητικότητα (capacity), τον πίνακα αποστάσεων (distance_matrix), τη θερμοκρασία (temperature) για την αποδοχή χειρότερων λύσεων (στο πλαίσιο Simulated Annealing), καθώς και παραμέτρους για τον υπολογισμό του κόστους καυσίμου (rho0, rho_star, c0).
- Αρχικοποιείται η μεταβλητή `improved_solution` με την τρέχουσα λύση και υπολογίζεται το αρχικό συνολικό κόστος καυσίμου (`best_cost`) χρησιμοποιώντας τη συνάρτηση `calc_total_fuel_cost` για ολόκληρη τη λύση.
- Δημιουργούνται προσωρινές μεταβλητές (`temproute`, `temp_cost`) για την αποθήκευση πιθανών βελτιώσεων κατά τη διάρκεια της διαδικασίας.

Βήμα 2: Επιλογή Διαδρομών και Κόμβων για Ανταλλαγή

- Η μέθοδος εξετάζει κάθε διαδρομή k (όχημα) από το σύνολο των διαδρομών ($k = 1:\text{length}(\text{solution})$).
- Για κάθε διαδρομή k , επιλέγεται ένας κόμβος i από τη δεύτερη θέση έως την προτελευταία ($i = 2:\text{length}(\text{route})-1$), εξαιρουμένης της αποθήκης (κόμβος 1) που βρίσκεται στην αρχή και το τέλος της διαδρομής.
- Στη συνέχεια, εξετάζεται κάθε άλλη διαδρομή j (όπου $j \neq k$) και επιλέγεται ένας κόμβος l από τη δεύτερη θέση έως την προτελευταία της διαδρομής j ($l = 2:\text{length}(\text{target_route})-1$).

Βήμα 3: Εκτέλεση της Ανταλλαγής Κόμβων

Για κάθε ζεύγος κόμβων (i, l) από τις διαδρομές k και j , δημιουργούνται δύο νέες διαδρομές:

- Η διαδρομή `new_route` για το όχημα k , όπου ο κόμβος στη θέση i αντικαθίσταται από τον κόμβο στη θέση l της διαδρομής j .
- Η διαδρομή `new_target_route` για το όχημα j , όπου ο κόμβος στη θέση l αντικαθίσταται από τον κόμβο στη θέση i της διαδρομής k .

Η ανταλλαγή πραγματοποιείται με την εξής διαδικασία:

$$\begin{aligned} \text{temp} &= \text{new_route}(i) \\ \text{new_route}(i) &= \text{new_target_route}(l) \end{aligned}$$

$$new_target_route(l) = temp$$

- Δημιουργείται μια νέα λύση (*new_solution*) που περιέχει τις τροποποιημένες διαδρομές *new_route* και *new_target_route* στις θέσεις *k* και *j*, ενώ οι υπόλοιπες διαδρομές παραμένουν αμετάβλητες.

Βήμα 4: Έλεγχος Περιορισμών Χωρητικότητας

- Πριν αξιολογηθεί η νέα λύση, ελέγχεται εάν οι τροποποιημένες διαδρομές ικανοποιούν τον περιορισμό της μέγιστης χωρητικότητας (*capacity*).
- Υπολογίζεται το συνολικό φορτίο κάθε διαδρομής (άθροισμα των ζητήσεων των κόμβων από τη δεύτερη έως την προτελευταία θέση):

$$\begin{aligned} \sum demands(new_route(2:end - 1)) &\leq capacity \\ \sum demands(new_target_route(2:end - 1)) &\leq capacity \end{aligned}$$

- Εάν οι περιορισμοί ικανοποιούνται, η διαδικασία συνεχίζεται. Διαφορετικά, η συγκεκριμένη ανταλλαγή απορρίπτεται, και η μέθοδος προχωρά στον επόμενο συνδυασμό κόμβων.

Η υπόλοιπη διαδικασία από εδώ και έπειτα ακολουθεί ακριβώς τα βήματα της μεθόδου 2-Opt και για αυτό παραλείπεται.

4.8 Εφαρμογή της τοπικής αναζήτησης 1-0 Relocate.

Όπως αναφέρθηκε στο Κεφάλαιο 3.2.3 σκοπός της μεθόδου 1-0 Relocate είναι η βελτίωση της υπάρχουσας λύσης μέσω της μετεγκατάστασης (*relocation*) ενός κόμβου από μία διαδρομή σε μία άλλη διαδρομή, με στόχο τη μείωση του συνολικού κόστους καυσίμου. Ομοίως με πριν η διαδικασία λαμβάνει υπόψη περιορισμούς όπως η μέγιστη χωρητικότητα των οχημάτων και ενσωματώνει στοιχεία Simulated Annealing για την αποδοχή χειρότερων λύσεων, ώστε να αποφεύγονται τοπικά ελάχιστα. Ακολουθεί η περιγραφή των βημάτων της μεθόδου 1-0 Relocate, όπως υλοποιείται στη συνάρτηση *apply_1_0_relocate*.

Βήμα 1: Αρχικοποίηση Λύσης και Παραμέτρων

- Και σε αυτή τη περίπτωση η συνάρτηση *apply_1_0_relocate* δέχεται ως είσοδο την τρέχουσα λύση (ένα cell array solution που περιέχει τις διαδρομές όλων των οχημάτων), τις ζητήσεις κόμβων (*demands*), τη μέγιστη χωρητικότητα (*capacity*), τον πίνακα αποστάσεων (*distance_matrix*), τη θερμοκρασία (*temperature*) για την αποδοχή χειρότερων λύσεων (στο πλαίσιο Simulated Annealing), καθώς και παραμέτρους για τον υπολογισμό του κόστους καυσίμου (*rho0*, *rho_star*, *c0*).
- Αρχικοποιείται η μεταβλητή *improved_solution* με την τρέχουσα λύση και υπολογίζεται το αρχικό συνολικό κόστος καυσίμου (*best_cost*) χρησιμοποιώντας τη συνάρτηση *calc_total_fuel_cost* για ολόκληρη τη λύση.
- Δημιουργούνται προσωρινές μεταβλητές (*temproute*, *temp_cost*) για την αποθήκευση πιθανών βελτιώσεων κατά τη διάρκεια της διαδικασίας.

Βήμα 2: Επιλογή Διαδρομής και Κόμβου για Μετεγκατάσταση

- Η μέθοδος εξετάζει κάθε διαδρομή k (όχημα) από το σύνολο των διαδρομών ($k = 1:\text{length}(\text{solution})$).
- Για κάθε διαδρομή k , επιλέγεται ένας κόμβος i από τη δεύτερη θέση έως την προτελευταία ($i = 2:\text{length}(\text{route})-1$), εξαιρουμένης της αποθήκης (κόμβος 1) που βρίσκεται στην αρχή και το τέλος της διαδρομής. Ο κόμβος αυτός (node_to_relocate) είναι ο κόμβος που θα μετεγκατασταθεί.
- Δημιουργείται μια νέα διαδρομή για το όχημα k (new_route) από την οποία αφαιρείται ο κόμβος i :

$$\text{new_route} = [\text{route}(1:i-1), \text{route}(i+1:\text{end})]$$

Βήμα 3: Επιλογή Διαδρομής-Στόχου και Θέσης Εισαγωγής

- Εξετάζεται κάθε άλλη διαδρομή j (όπου $j \neq k$) ως πιθανή διαδρομή-στόχος για τη μετεγκατάσταση του κόμβου.
- Για κάθε διαδρομή j , επιλέγεται μια θέση l από τη δεύτερη θέση έως την τελευταία ($l = 2:\text{length}(\text{target_route})$) όπου μπορεί να εισαχθεί ο κόμβος node_to_relocate .
- Δημιουργείται μια νέα διαδρομή-στόχος (new_target_route) στην οποία ο κόμβος node_to_relocate εισάγεται στη θέση l :

$$\begin{aligned} & \text{new_target_route} \\ &= [\text{target_route}(1:l-1), \text{node_to_relocate}, \text{target_route}(l:\text{end})] \end{aligned}$$

Τα υπόλοιπα βήματα είναι όμοια με την προηγούμενη διαδικασία και για αυτό παραλείπονται.

Κεφάλαιο 5. Περιγραφή και Ανάλυση των Αποτελεσμάτων.

Στο πλαίσιο της παρούσας διπλωματικής εργασίας επιλύθηκαν συνολικά επτά προβλήματα Δρομολόγησης Οχημάτων (Vehicle Routing Problems - VRP). Για κάθε πρόβλημα δόθηκαν ως δεδομένα το πλήθος των κόμβων, η χωρητικότητα (capacity) κάθε οχήματος, ο μέγιστος επιτρεπτός χρόνος δρομολογίου (max_route_time), ο χρόνος εξυπηρέτησης ανά κόμβο (service_time), καθώς και η ζήτηση (demand) κάθε πελάτη/κόμβου. Σημειώνεται επίσης ότι οι σταθερές ρ_0 και $\rho_0 *$, που αξιοποιούνται στην συνάρτηση ελαχιστοποίησης του κόστους καυσίμου, έχουν οριστεί 0.2 και 0.3 αντίστοιχα.

Η επίλυση των προβλημάτων πραγματοποιήθηκε στο υπολογιστικό περιβάλλον Matlab, εξετάζοντας τις ακόλουθες παραδοχές για κάθε παράδειγμα:

- Εφαρμογή μόνο της τοπικής αναζήτησης 2-Opt
- Εφαρμογή μόνο της μεθόδου 1-1 Exchange
- Εφαρμογή μόνο της μεθόδου 1-0 Relocate
- Συνδυασμένη εφαρμογή των μεθόδων 2-Opt και 1-1 Exchange
- Ταυτόχρονη εφαρμογή και των τριών παραπάνω μεθόδων

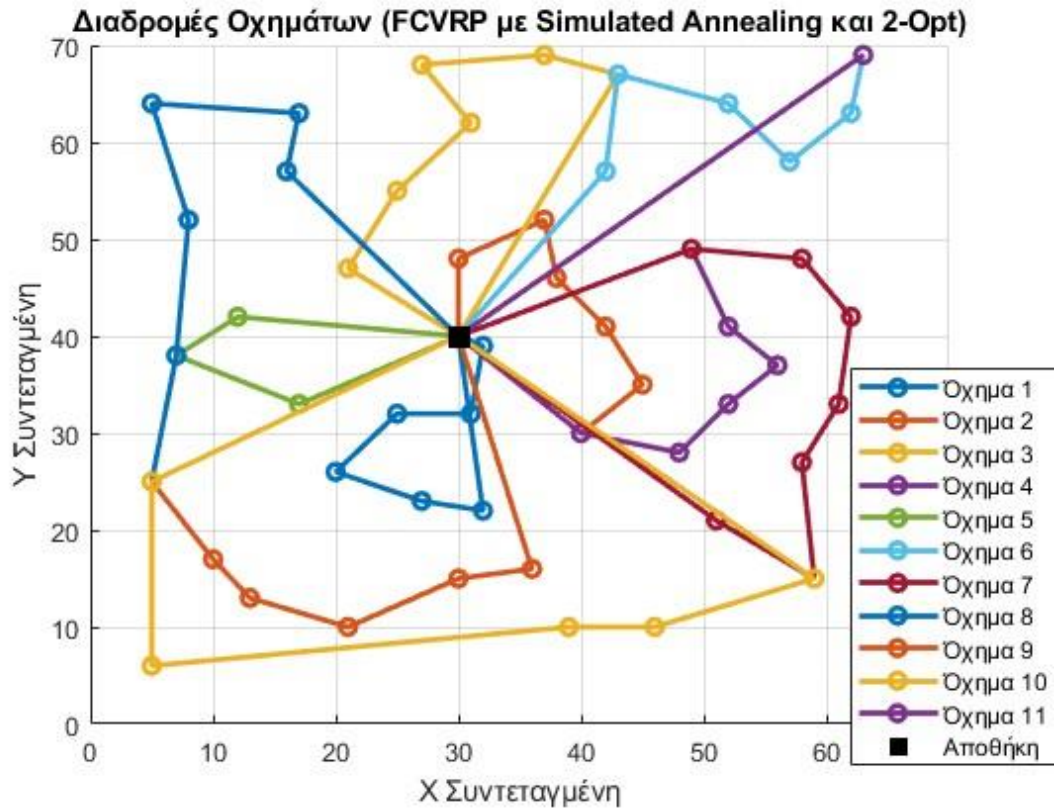
Η εκτέλεση των αλγορίθμων πραγματοποιήθηκε σε υπολογιστικό σύστημα με επεξεργαστή Intel(R) Core(TM) i3-7020U CPU @ 2.30GHz και μνήμη RAM 8.00 GB.

5.1 Παράδειγμα par6 με 51 κόμβους

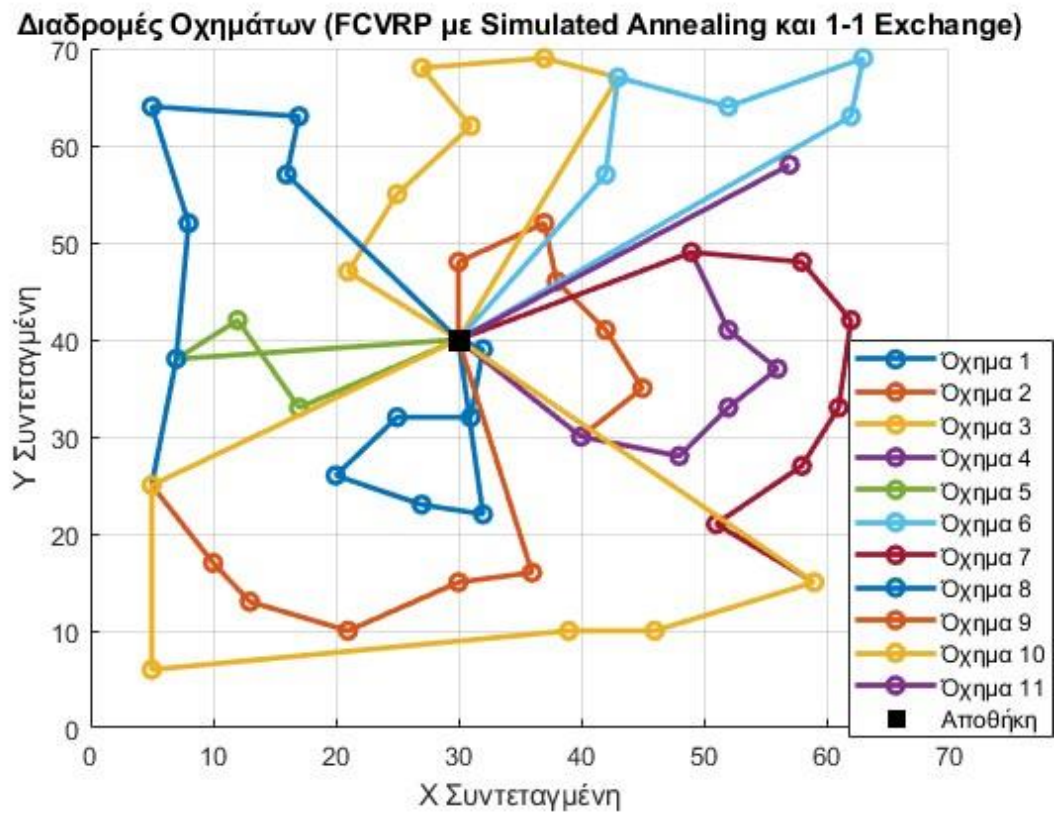
Παρουσιάζεται ο πίνακας αποτελεσμάτων του παραδείγματος par 6 όπου:

- Ο Αριθμός κόμβων (μαζί με την αποθήκη) είναι 51.
- Η χωρητικότητα (capacity) του κάθε οχήματος είναι 80.
- Ο μέγιστος επιτρεπτός χρόνος δρομολογίου (max_route_time) είναι 200.
- Ο χρόνος εξυπηρέτησης ανά κόμβο (service_time) είναι 10.

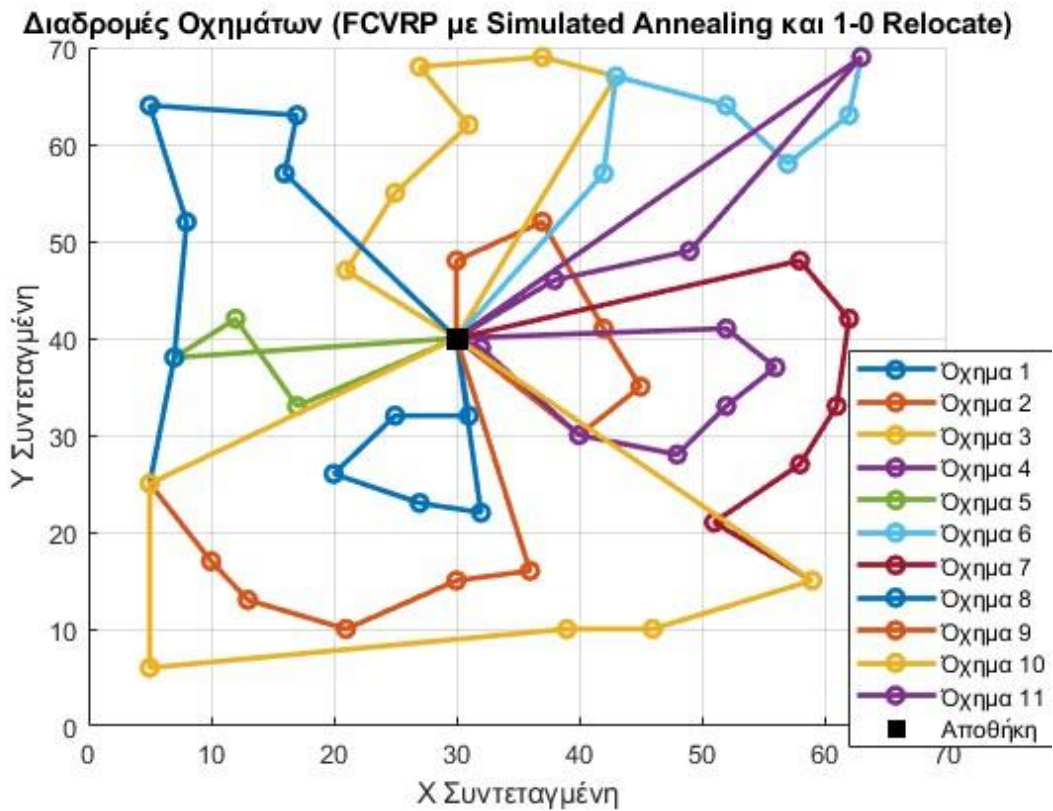
ΜΕΘΟΔΟΣ	BEST_COST
Μόνο 2-Opt	249.6180
Μόνο 1-1 Exchange	234.0215
Μόνο 1-0 Relocate	235.3215
Συνδυασμός 2-Opt και 1-1 Exchange	232.1954
Συνδυασμός όλων των μεθόδων	224.0099
Αριθμός οχημάτων	11



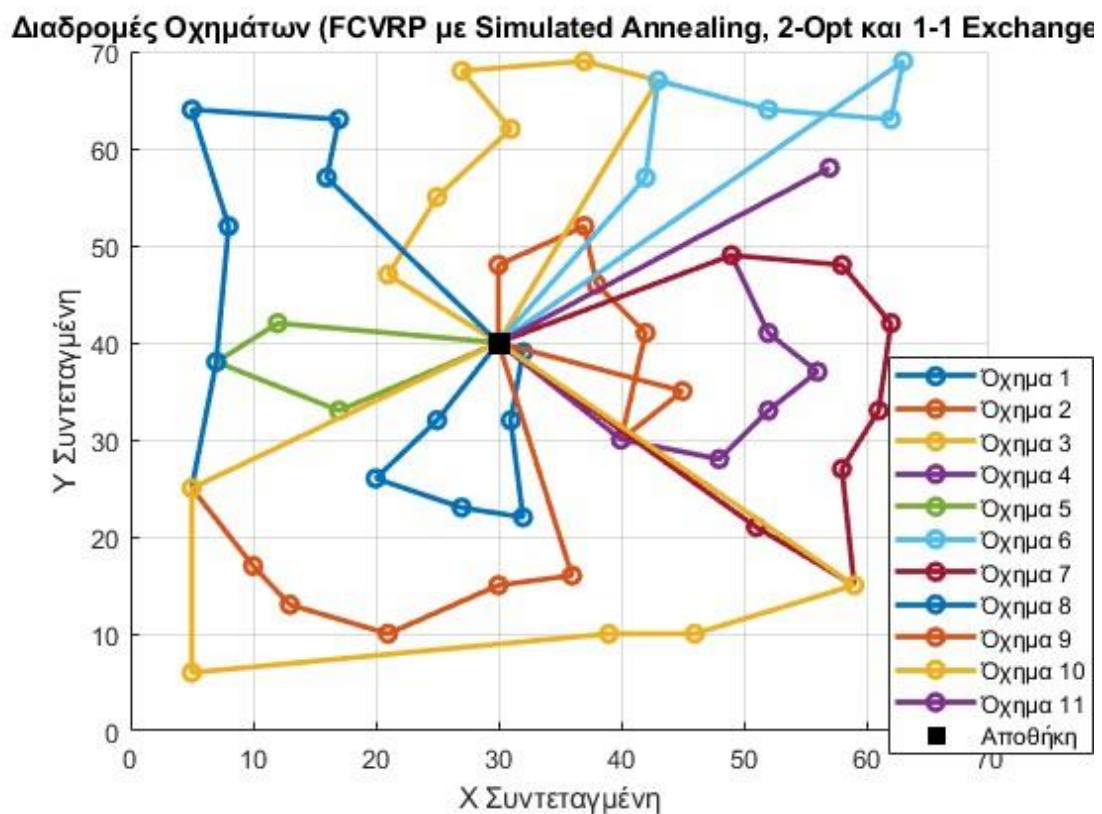
Εικόνα 5.1.1 Διαδρομές Οχημάτων με την 2-Opt.



5.1.2 Διαδρομές Οχημάτων με την 1-1 Exchange.

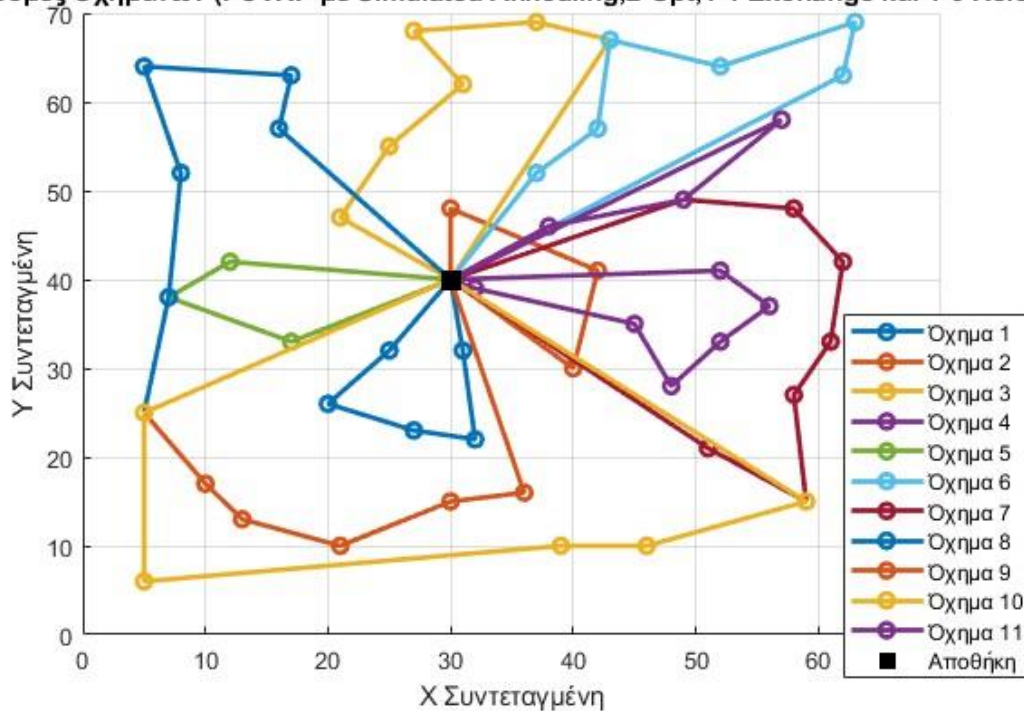


5.1.3 Διαδρομές Οχημάτων με την 1-0 Relocate.



5.1.4 Διαδρομές Οχημάτων με τις 2-Opt και 1-1 Exchange.

Διαδρομές Οχημάτων (FCVRP με Simulated Annealing, 2-Opt, 1-1 Exchange και 1-0 Reloc



5.1.5 Διαδρομές Οχημάτων με όλες τις μεθόδους.

Η ελάχιστη συνολική κατανάλωση καυσίμου επιτεύχθηκε μέσω του συνδυασμού και των τριών ευρετικών μεθόδων (2-Opt, 1-1 Exchange και 1-0 Relocate), με το συνολικό κόστος καυσίμου να ανέρχεται σε **224.0099** και απαιτούμενο αριθμό οχημάτων ίσο με **11**.

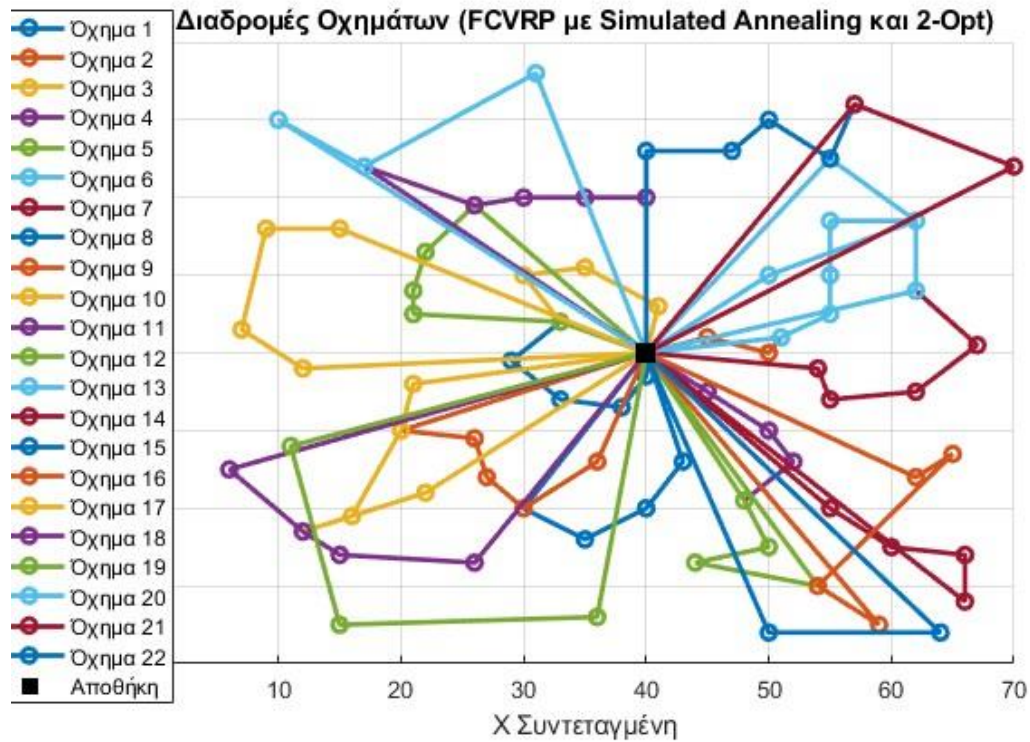
Ακολουθως, η δεύτερη καλύτερη απόδοση προέκυψε από τον συνδυασμό των μεθόδων **2-Opt** και **1-1 Exchange**, με κόστος **232.1954**. Η μεμονωμένη εφαρμογή της μεθόδου **1-1 Exchange** οδήγησε σε συνολικό κόστος **234.0215**, το οποίο ήταν ίδιο και για την αποκλειστική εφαρμογή της μεθόδου **1-0 Relocate**. Τέλος, η χρήση μόνο της μεθόδου **2-Opt** παρήγαγε το υψηλότερο κόστος, το οποίο ανήλθε στα **249.6180**.

5.2 Παράδειγμα par7 με 76 κόμβους

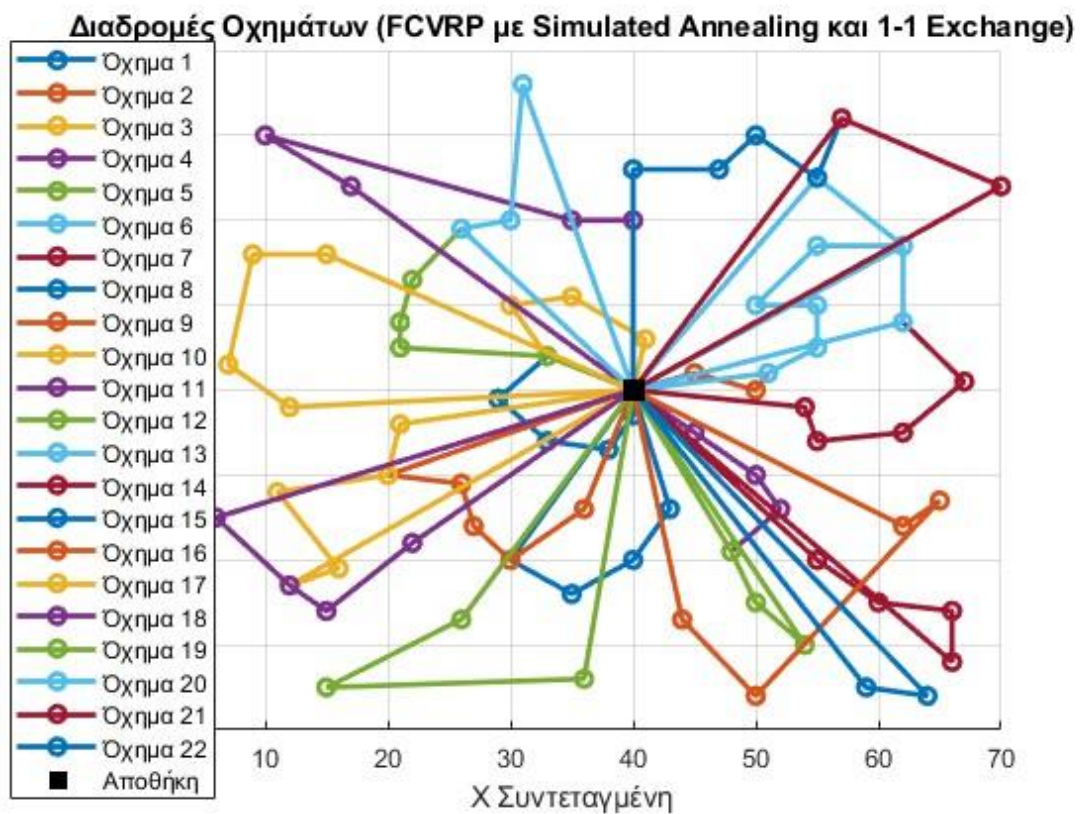
Παρουσιάζεται ο πίνακας αποτελεσμάτων του παραδείγματος par 7 όπου:

- Ο Αριθμός κόμβων (μαζί με την αποθήκη) είναι 76.
- Η χωρητικότητα (capacity) του κάθε οχήματος είναι 70.
- Ο μέγιστος επιτρεπτός χρόνος δρομολογίου (max_route_time) είναι 160.
- Ο χρόνος εξυπηρέτησης ανά κόμβο (service_time) είναι 10.

ΜΕΘΟΔΟΣ	BEST_COST
Μόνο 2-Opt	417.1794
Μόνο 1-1 Exchange	386.0291
Μόνο 1-0 Relocate	374.0169
Συνδυασμός 2-Opt και 1-1 Exchange	377.4028
Συνδυασμός όλων των μεθόδων	367.5622
Αριθμός οχημάτων	22

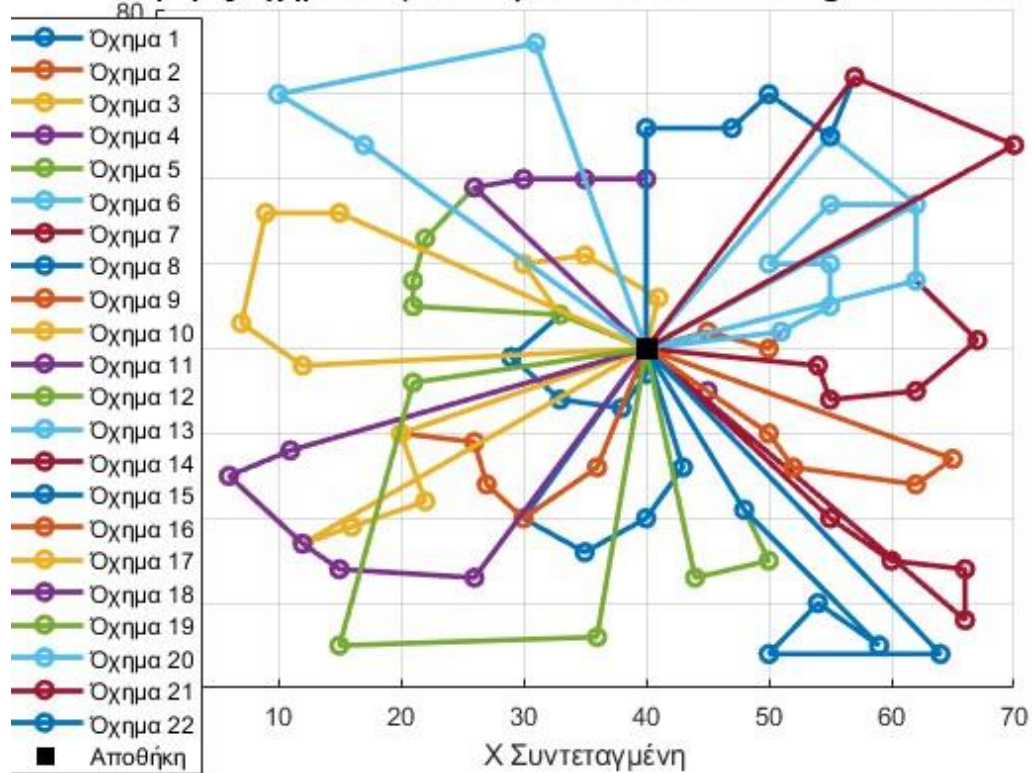


Εικόνα 6.2.1 Διαδρομές Οχημάτων με την 2-Opt.



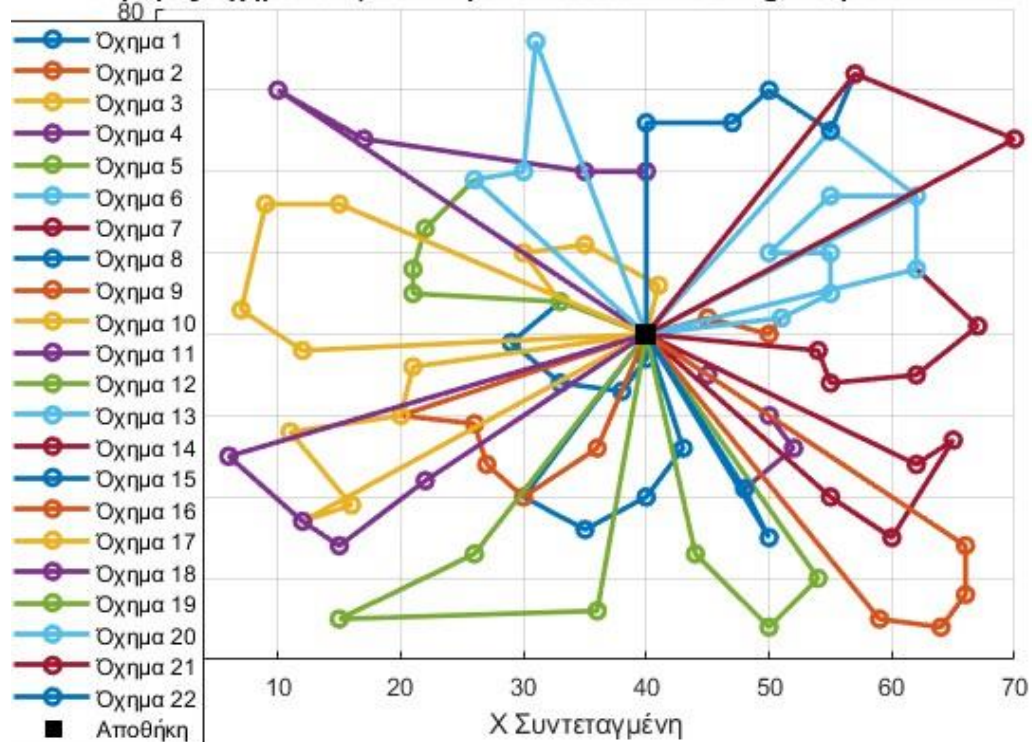
5.2.2 Διαδρομές Οχημάτων με την 1-1 Exchange.

Διαδρομές Οχημάτων (FCVRP με Simulated Annealing και 1-0 Relocate)

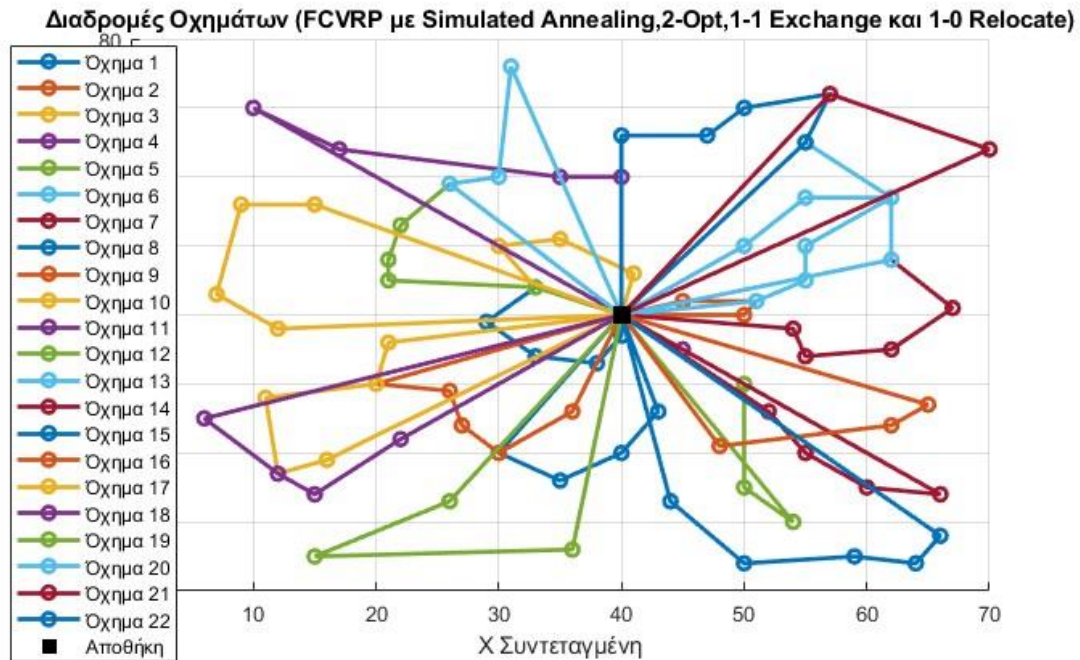


5.2.3 Διαδρομές Οχημάτων με την 1-0 Relocate.

Διαδρομές Οχημάτων (FCVRP με Simulated Annealing, 2-Opt και 1-1 Exchange)



5.2.4 Διαδρομές Οχημάτων με τις 2-Opt και 1-1 Exchange.



5.2.5 Διαδρομές Οχημάτων με όλες τις μεθόδους.

Η βέλτιστη λύση, όσον αφορά την ελαχιστοποίηση της κατανάλωσης καυσίμου, επιτεύχθηκε με τον συνδυασμό και των τριών ευρετικών μεθόδων (**2-Opt**, **1-1 Exchange** και **1-0 Relocate**), καταγράφοντας συνολικό κόστος καυσίμου **367.5622** και απαιτούμενο αριθμό οχημάτων ίσο με **22**.

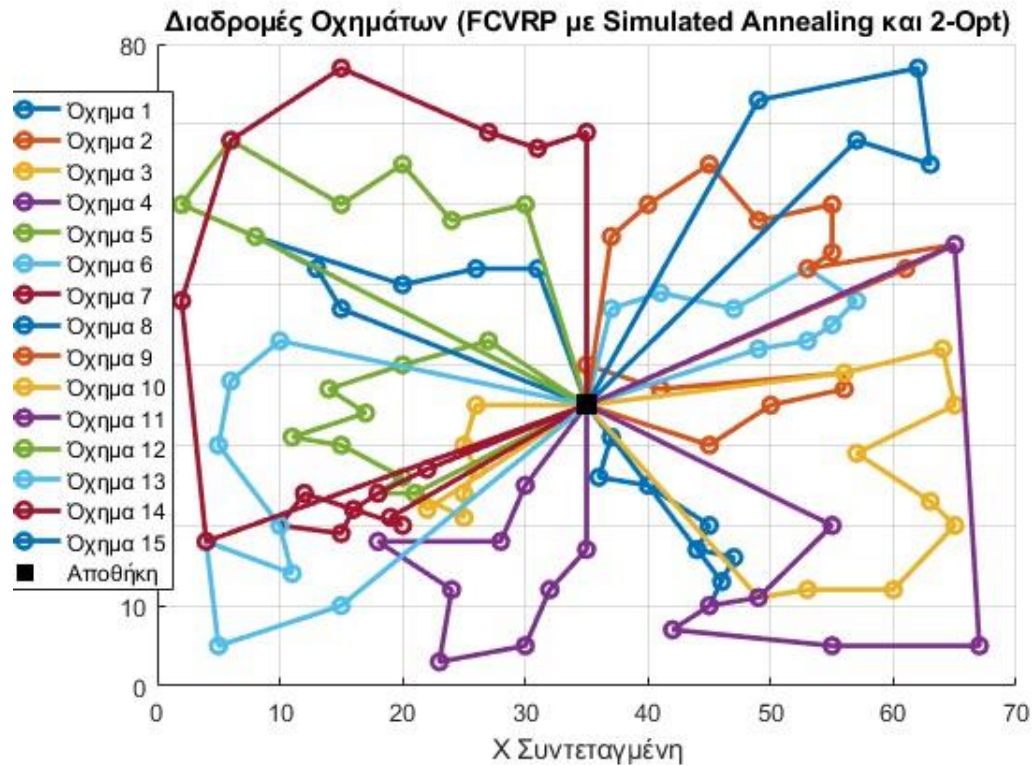
Ο δεύτερος πιο αποδοτικός συνδυασμός ήταν αυτός των μεθόδων **2-Opt** και **1-1 Exchange**, με συνολικό κόστος **377.4028**. Η μεμονωμένη εφαρμογή της μεθόδου **1-0 Relocate** απέδωσε επίσης ικανοποιητικά αποτελέσματα, με κόστος **374.0169**, ακολουθούμενη από την εφαρμογή μόνο της **1-1 Exchange**, η οποία παρουσίασε συνολικό κόστος **386.0291**. Τέλος, η χρήση μόνο της μεθόδου **2-Opt** παρήγαγε το υψηλότερο κόστος καυσίμου, το οποίο ανήλθε στα **417.1794**.

5.3 Παράδειγμα par8 με 101 κόμβους

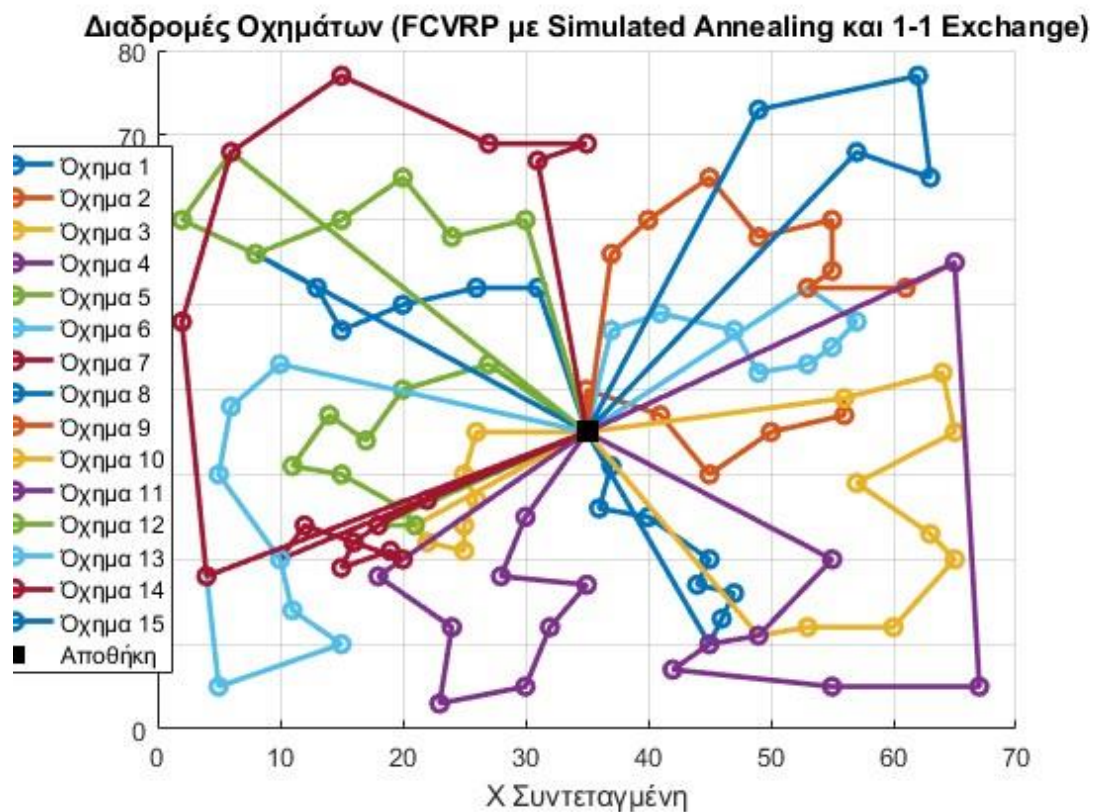
Παρουσιάζεται ο πίνακας αποτελεσμάτων του παραδείγματος par 8 όπου:

- Ο Αριθμός κόμβων (μαζί με την αποθήκη) είναι 101.
- Η χωρητικότητα (capacity) του κάθε οχήματος είναι 100.
- Ο μέγιστος επιτρεπτός χρόνος δρομολογίου (max_route_time) είναι 230.
- Ο χρόνος εξυπηρέτησης ανά κόμβο (service_time) είναι 10.

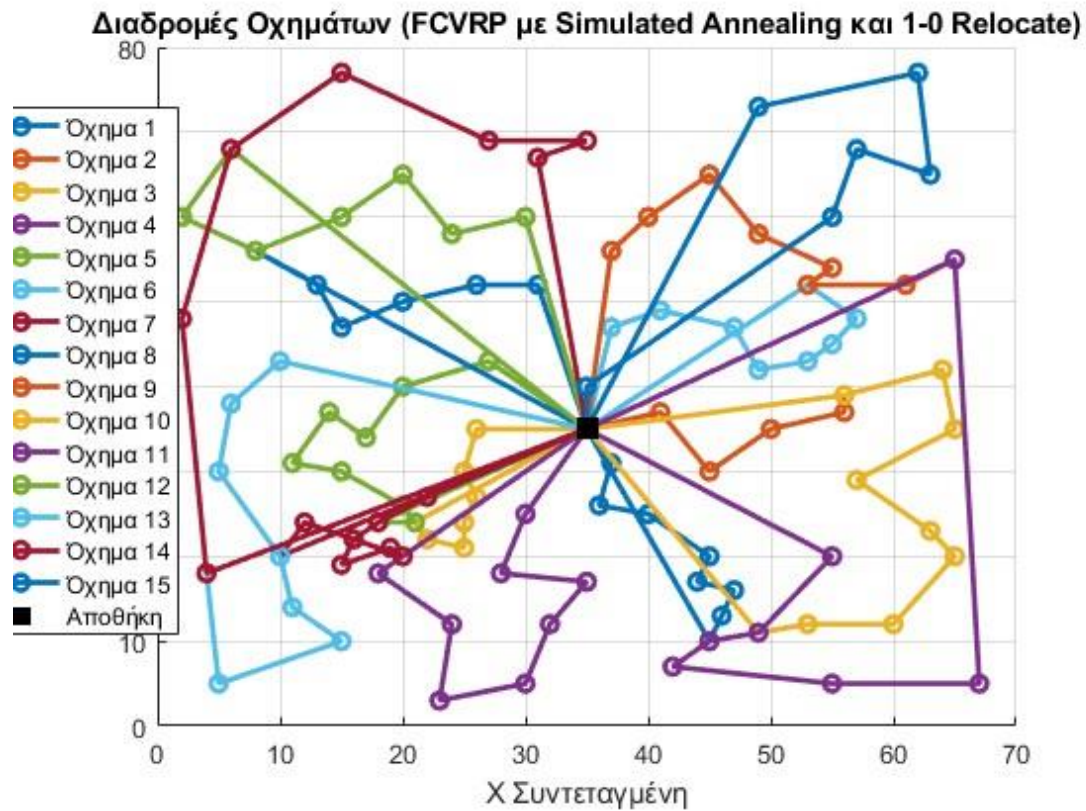
ΜΕΘΟΔΟΣ	BEST_COST
Μόνο 2-Opt	378.2520
Μόνο 1-1 Exchange	356.9751
Μόνο 1-0 Relocate	354.3622
Συνδυασμός 2-Opt και 1-1 Exchange	356.9751
Συνδυασμός όλων των μεθόδων	342.9726
Αριθμός οχημάτων	15



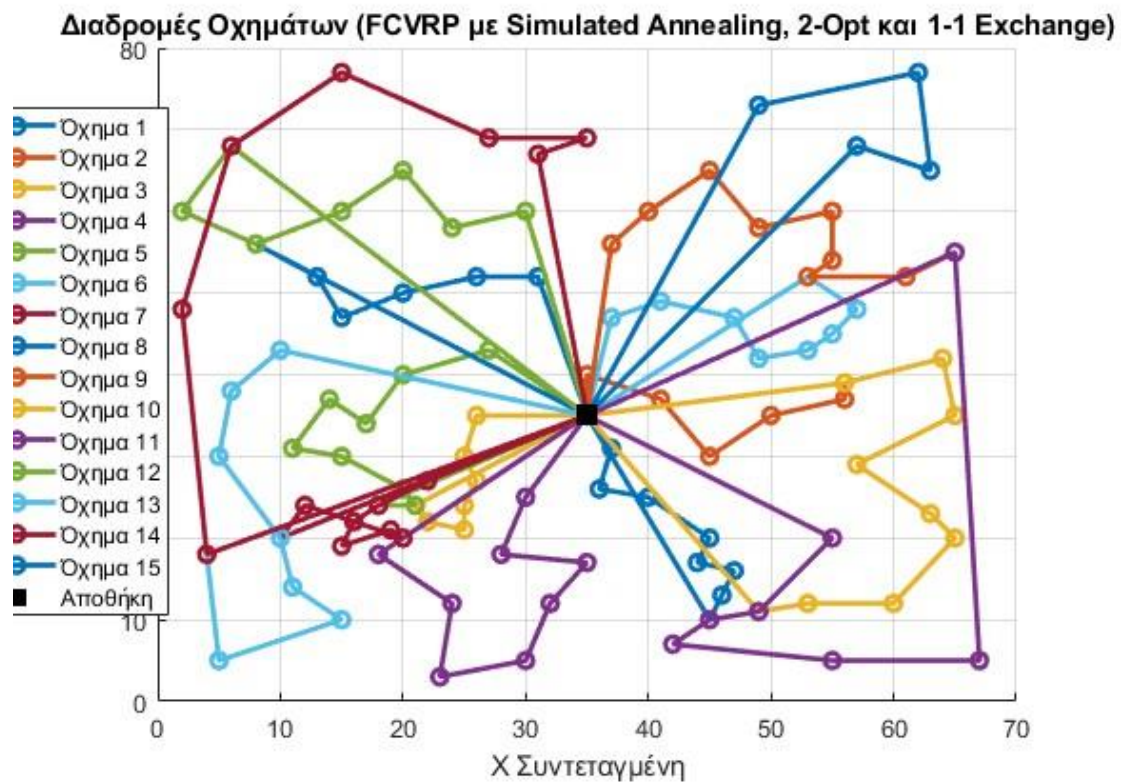
Εικόνα 7.3.1 Διαδρομές Οχημάτων με την 2-Opt.



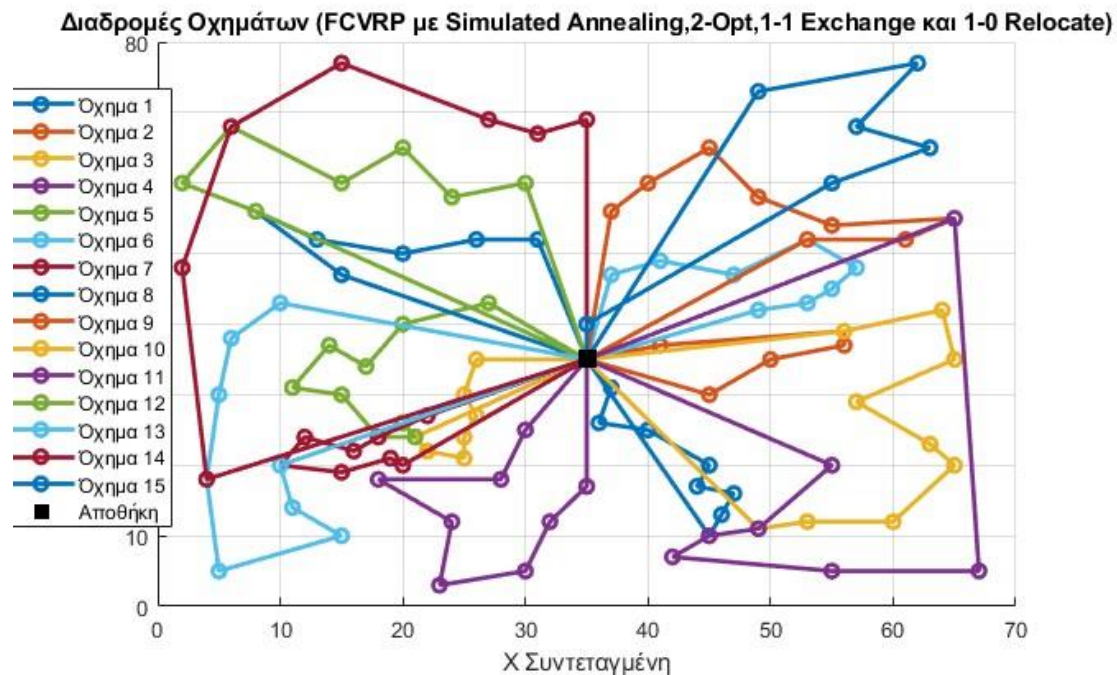
Εικόνα 5.3.2 Διαδρομές Οχημάτων με την 1-1 Exchange.



Εικόνα 5.3.3 Διαδρομές Οχημάτων με την 1-0 Relocate.



Εικόνα 5.3.4 Διαδρομές Οχημάτων με τις 2-Opt και 1-1 Exchange.



Εικόνα 5.3.5 Διαδρομές Οχημάτων με όλες τις μεθόδους.

Η ελάχιστη συνολική κατανάλωση καυσίμου επιτεύχθηκε με τον συνδυασμό των τριών ευρετικών μεθόδων (**2-Opt**, **1-1 Exchange** και **1-0 Relocate**), καταγράφοντας συνολικό κόστος καυσίμου **342.9726** και απαιτούμενο αριθμό οχημάτων ίσο με **15**.

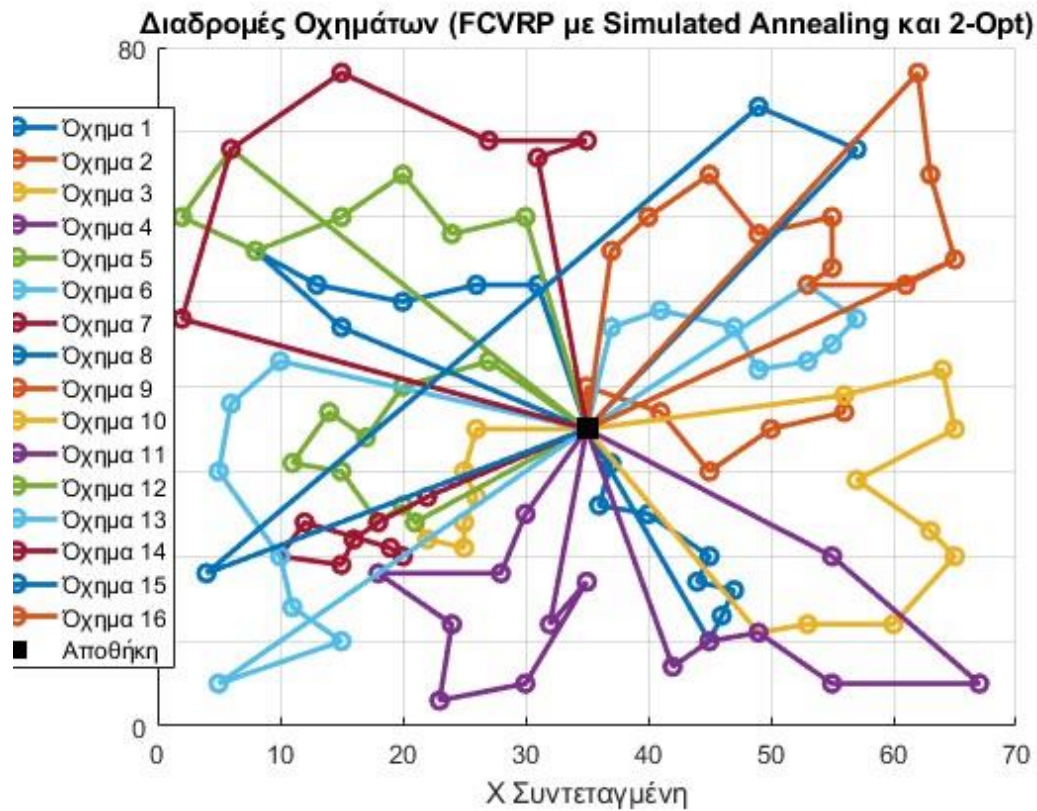
Ακολουθώντας, η εφαρμογή μόνο της μεθόδου **1-0 Relocate** οδήγησε σε κόστος **354.3622**, παρουσιάζοντας επίσης ιδιαίτερα καλή απόδοση. Τόσο η μεμονωμένη εφαρμογή όσο και ο συνδυασμός των μεθόδων **2-Opt** και **1-1 Exchange** παρήγαγαν ταυτόσημο κόστος καυσίμου, ίσο με **356.9751**, καταδεικνύοντας την ισοδυναμία τους στην παρούσα περίπτωση. Η μέθοδος **2-Opt** από μόνη της παρουσίασε τη λιγότερο αποδοτική συμπεριφορά, με συνολικό κόστος καυσίμου **378.2520**.

5.4 Παράδειγμα par9 με 151 κόμβους

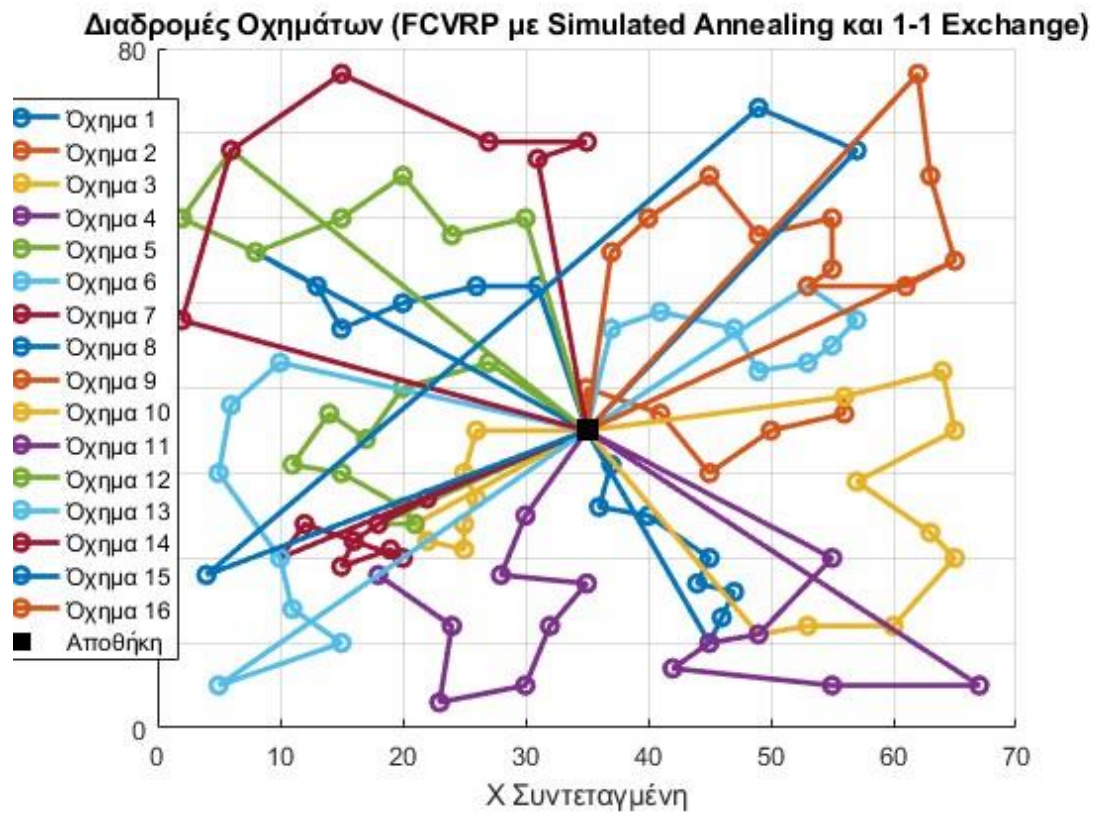
Παρουσιάζεται ο πίνακας αποτελεσμάτων του παραδείγματος par 9 όπου:

- Ο Αριθμός κόμβων (μαζί με την αποθήκη) είναι 151.
- Η χωρητικότητα (capacity) του κάθε οχήματος είναι 100.
- Ο μέγιστος επιτρεπτός χρόνος δρομολογίου (max_route_time) είναι 200.
- Ο χρόνος εξυπηρέτησης ανά κόμβο (service_time) είναι 10.

ΜΕΘΟΔΟΣ	BEST_COST
Μόνο 2-Opt	379.3257
Μόνο 1-1 Exchange	366.3047
Μόνο 1-0 Relocate	360.8038
Συνδυασμός 2-Opt και 1-1 Exchange	357.2508
Συνδυασμός όλων των μεθόδων	334.9831
Αριθμός οχημάτων	16

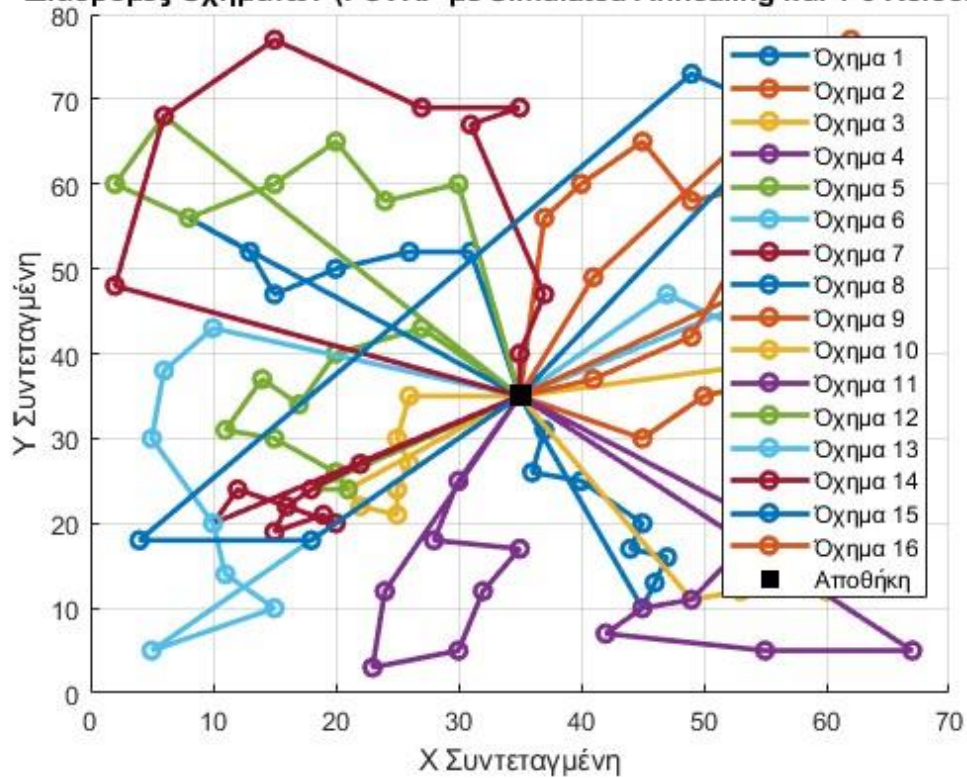


Εικόνα 8.4.1 Διαδρομές Οχημάτων με την 2-Opt.



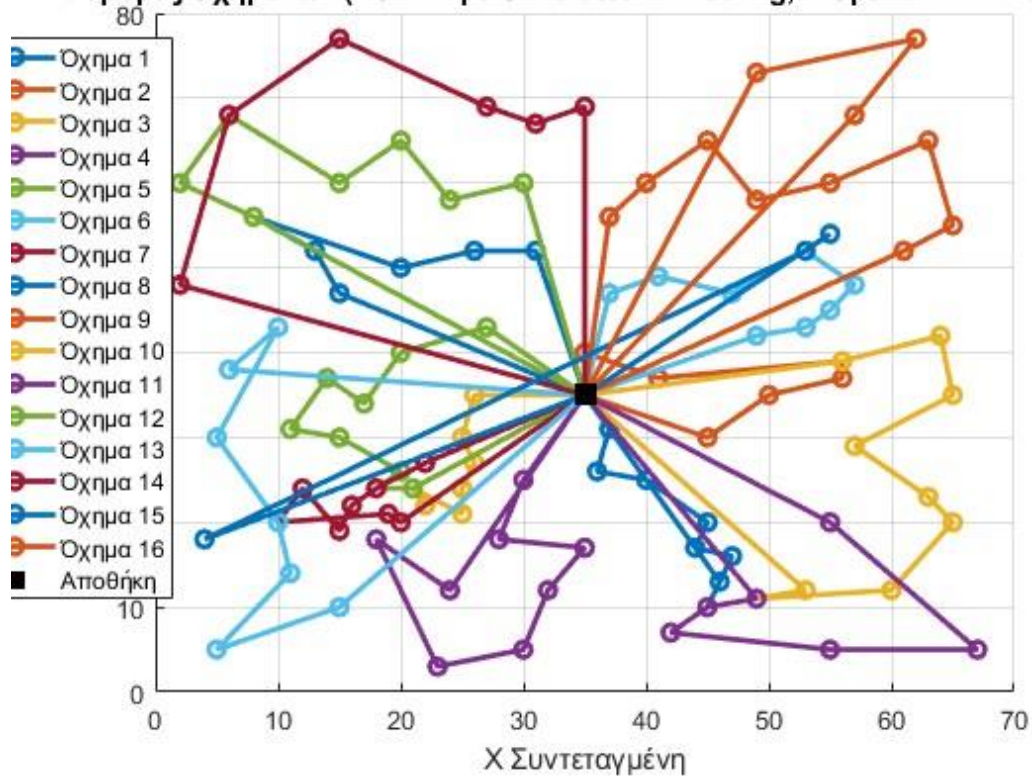
Εικόνα 5.4.2 Διαδρομές Οχημάτων με την 1-1 Exchange.

Διαδρομές Οχημάτων (FCVRP με Simulated Annealing και 1-0 Relocate)

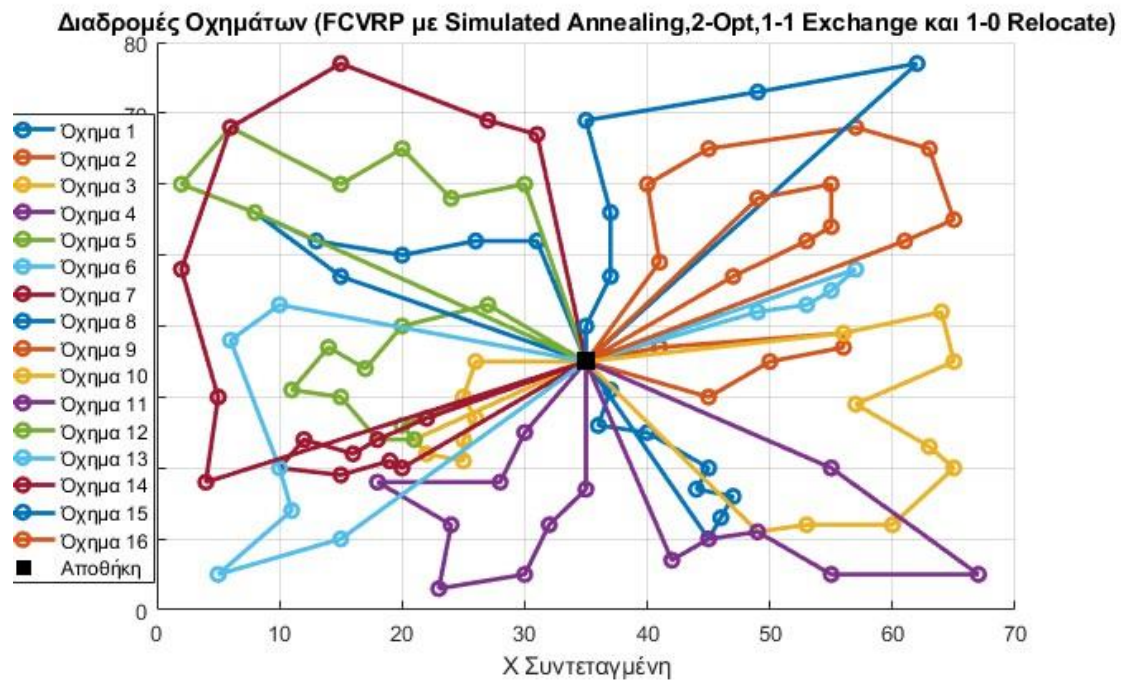


Εικόνα 5.4.3 Διαδρομές Οχημάτων με την 1-0 Relocate.

Διαδρομές Οχημάτων (FCVRP με Simulated Annealing, 2-Opt και 1-1 Exchange)



Εικόνα 5.4.4 Διαδρομές Οχημάτων με τις 2-Opt και 1-1 Exchange.



Εικόνα 5.4.5 Διαδρομές Οχημάτων με όλες τις μεθόδους.

Η βέλτιστη λύση ως προς την κατανάλωση καυσίμου επιτεύχθηκε με την ταυτόχρονη εφαρμογή και των τριών ευρετικών μεθόδων (**2-Opt**, **1-1 Exchange** και **1-0 Relocate**), οδηγώντας σε συνολικό κόστος καυσίμου **334.9831** και απαιτούμενο αριθμό οχημάτων ίσο με **16**.

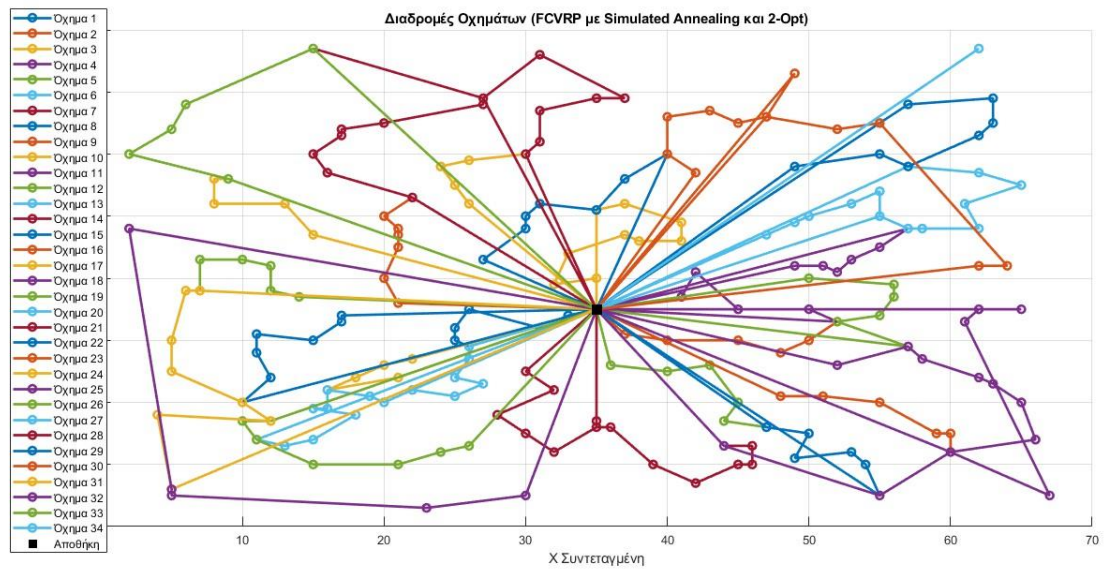
Αμέσως επόμενη σε απόδοση ήταν η συνδυαστική εφαρμογή των μεθόδων **2-Opt** και **1-1 Exchange**, με συνολικό κόστος **357.2508**. Η μεμονωμένη εφαρμογή της **1-0 Relocate** παρουσίασε επίσης ιδιαίτερα ικανοποιητικά αποτελέσματα με κόστος **360.8038**, ενώ η **1-1 Exchange** ακολούθησε με συνολικό κόστος **366.3047**. Τέλος, η μέθοδος **2-Opt** αποδείχθηκε η λιγότερο αποδοτική στην παρούσα περίπτωση, με κόστος καυσίμου **379.3257**.

5.5 Παράδειγμα par10 με 200 κόμβους

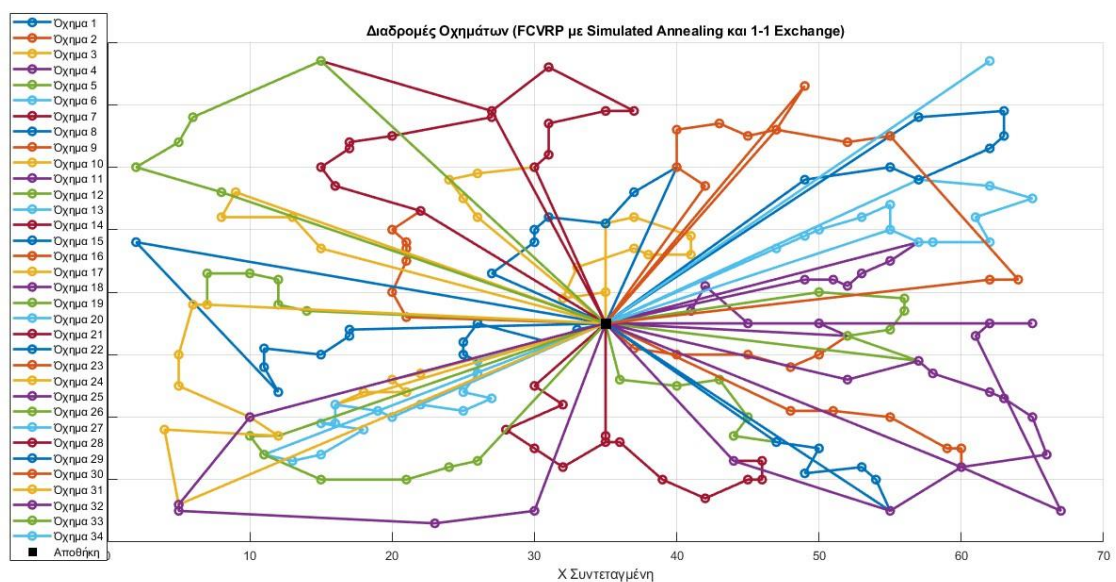
Παρουσιάζεται ο πίνακας αποτελεσμάτων του παραδείγματος par 10 όπου:

- Ο Αριθμός κόμβων (μαζί με την αποθήκη) είναι 200.
- Η χωρητικότητα (capacity) του κάθε οχήματος είναι 100.
- Ο μέγιστος επιτρεπτός χρόνος δρομολογίου (max_route_time) είναι 200.
- Ο χρόνος εξυπηρέτησης ανά κόμβο (service_time) είναι 10.

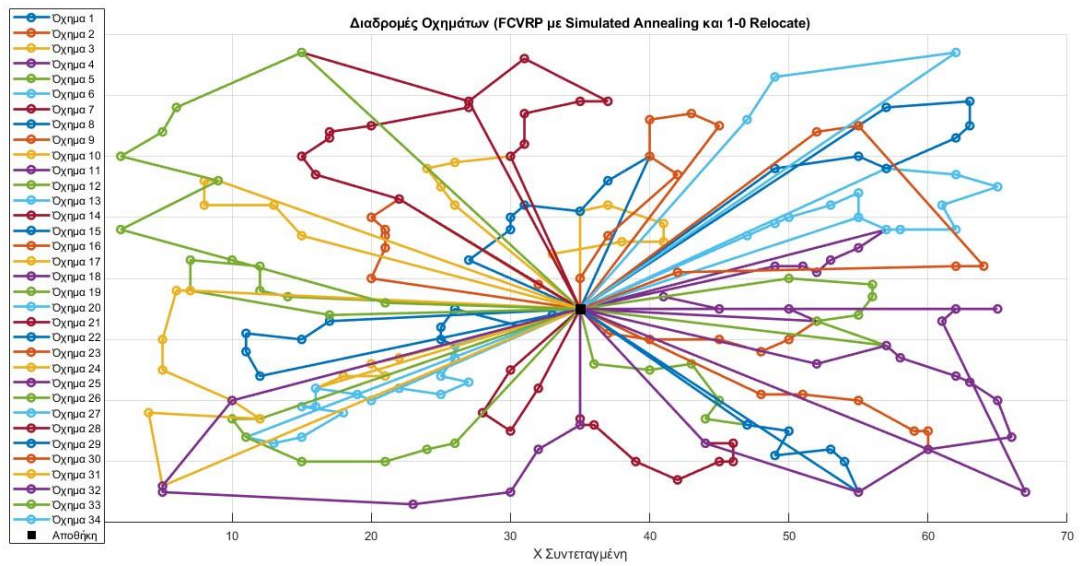
ΜΕΘΟΔΟΣ	BEST_COST
Μόνο 2-Opt	637.1616
Μόνο 1-1 Exchange	613.4235
Μόνο 1-0 Relocate	599.4281
Συνδυασμός 2-Opt και 1-1 Exchange	613.4235
Συνδυασμός όλων των μεθόδων	592.5629
Αριθμός οχημάτων	34



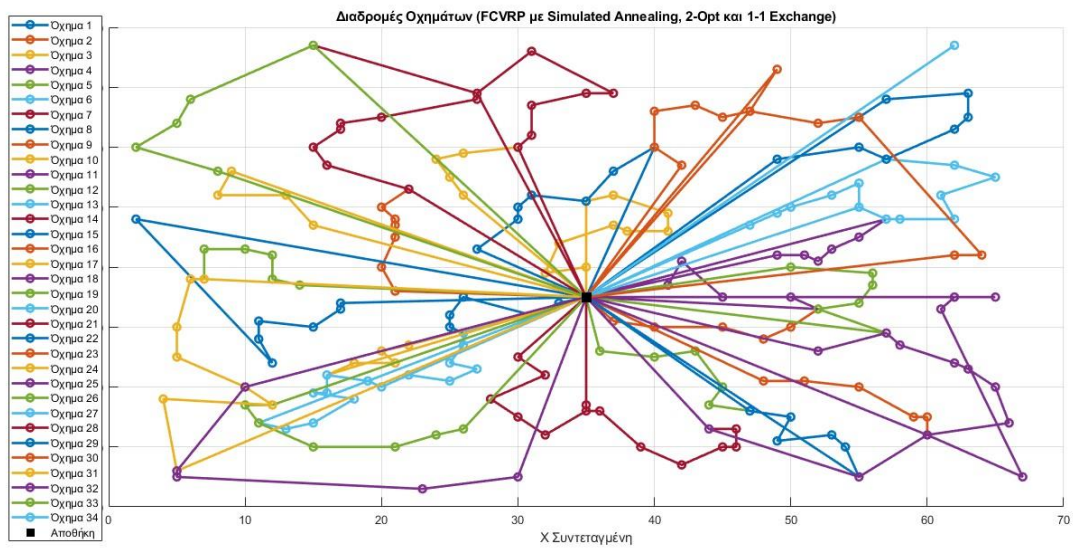
Εικόνα 9.5.1 Διαδρομές Οχημάτων με την 2-Opt.



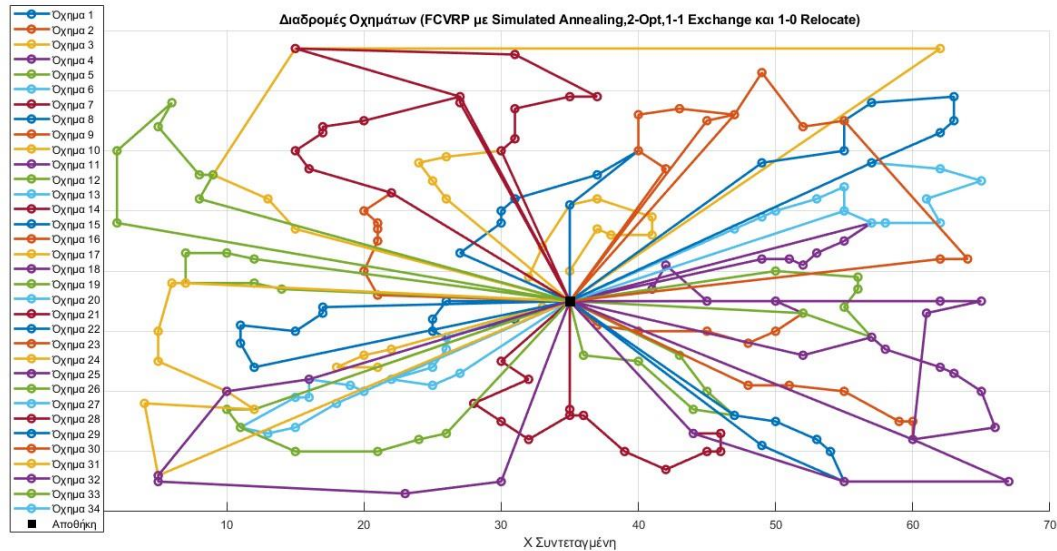
Εικόνα 5.5.2 Διαδρομές Οχημάτων με την 1-1 Exchange.



Εικόνα 5.5.3 Διαδρομές Οχημάτων με την 1-0 Relocate.



Εικόνα 5.5.4 Διαδρομές Οχημάτων με τις 2-Opt και 1-1 Exchange.



Εικόνα 5.5.5 Διαδρομές Οχήματων με όλες τις μεθόδους.

Η ελάχιστη συνολική κατανάλωση καυσίμου καταγράφηκε κατά την εφαρμογή του συνδυασμού και των τριών ευρετικών μεθόδων (**2-Opt**, **1-1 Exchange** και **1-0 Relocate**), με συνολικό κόστος **592.5629** και συνολικό αριθμό οχημάτων ίσο με **34**.

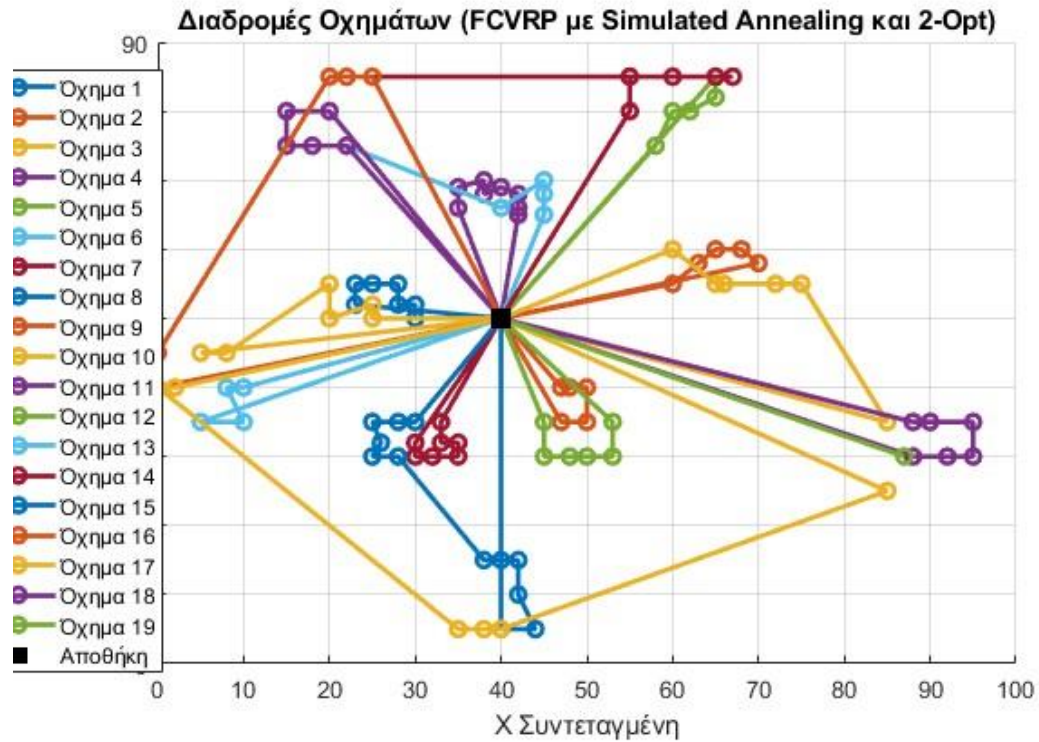
Η δεύτερη καλύτερη επίδοση προέκυψε από τη μεμονωμένη εφαρμογή της μεθόδου **1-0 Relocate**, η οποία παρήγαγε συνολικό κόστος καυσίμου **599.4281**. Η εφαρμογή μόνο της **1-1 Exchange**, καθώς και ο συνδυασμός των μεθόδων **2-Opt** και **1-1 Exchange**, οδήγησαν αμφότεροι στο ίδιο κόστος **613.4235**. Τέλος, η χρήση μόνο της μεθόδου **2-Opt** απέδωσε τη χαμηλότερη απόδοση μεταξύ των εξεταζόμενων περιπτώσεων, με συνολικό κόστος καυσίμου **637.1616**.

5.6 Παράδειγμα par12 με 101 κόμβους

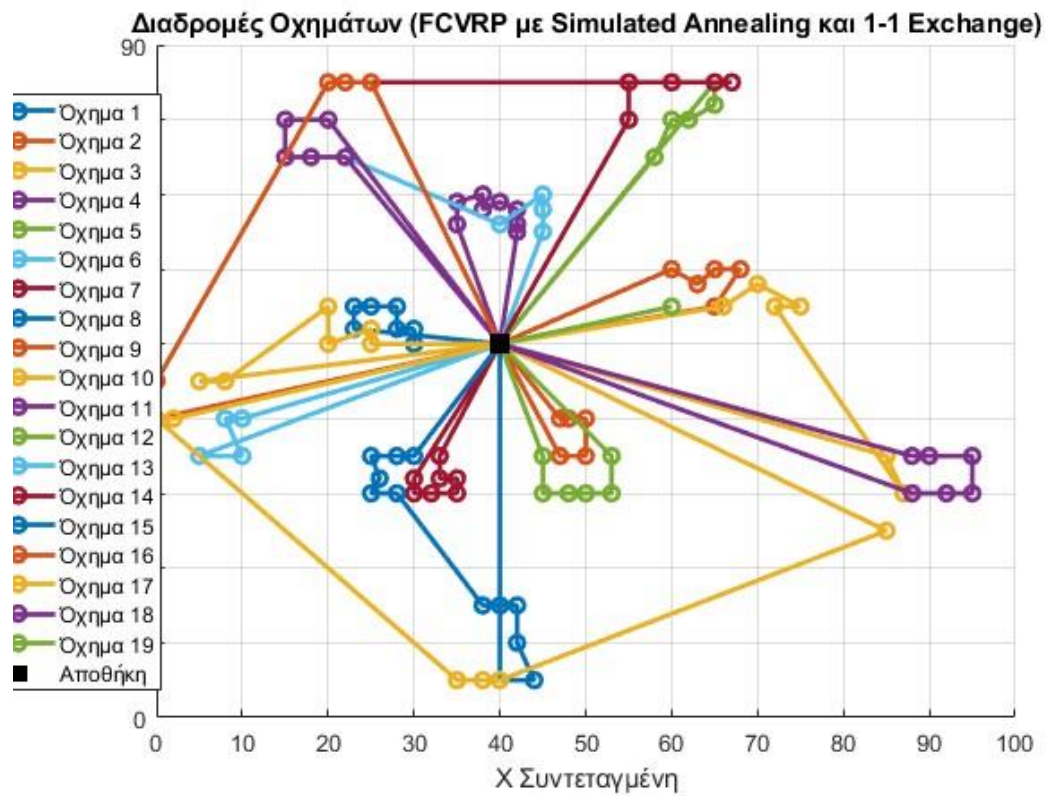
Παρουσιάζεται ο πίνακας αποτελεσμάτων του παραδείγματος par 12 όπου:

- Ο Αριθμός κόμβων (μαζί με την αποθήκη) είναι 101.
- Η χωρητικότητα (capacity) του κάθε οχήματος είναι 100.
- Ο μέγιστος επιτρεπτός χρόνος δρομολογίου (max_route_time) είναι 999999.
- Ο χρόνος εξυπηρέτησης ανά κόμβο (service_time) είναι 0.

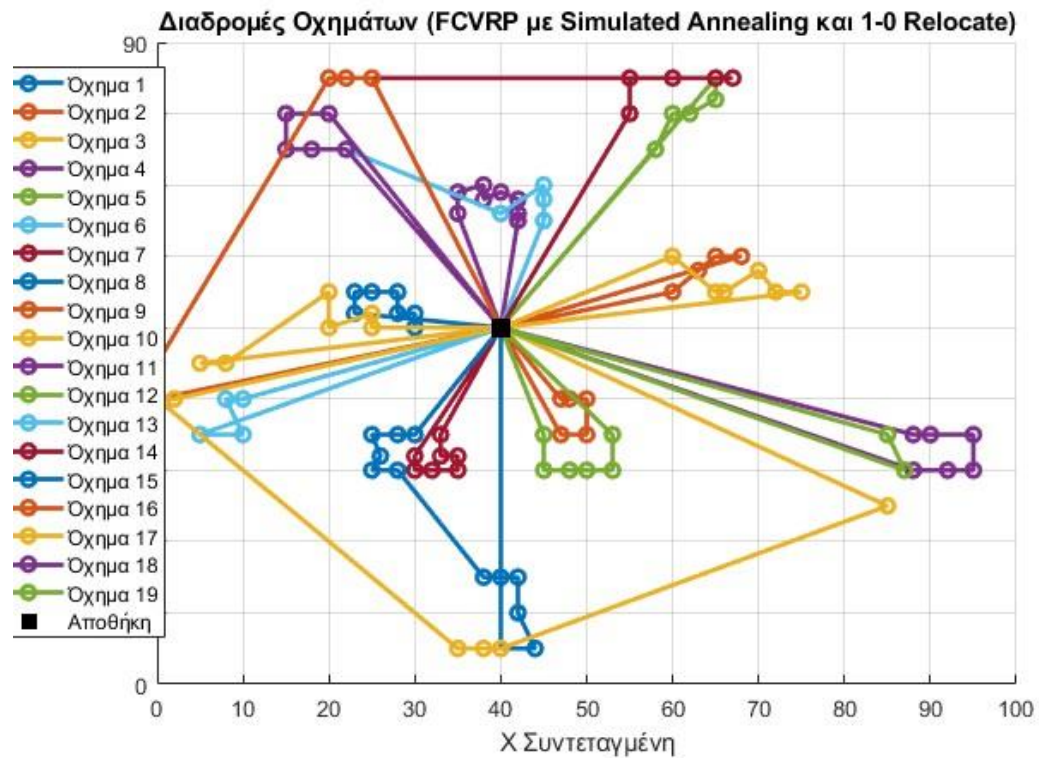
ΜΕΘΟΔΟΣ	BEST_COST
Μόνο 2-Opt	448.5577
Μόνο 1-1 Exchange	406.7421
Μόνο 1-0 Relocate	408.7276
Συνδυασμός 2-Opt και 1-1 Exchange	406.7421
Συνδυασμός όλων των μεθόδων	401.5945
Αριθμός οχημάτων	19



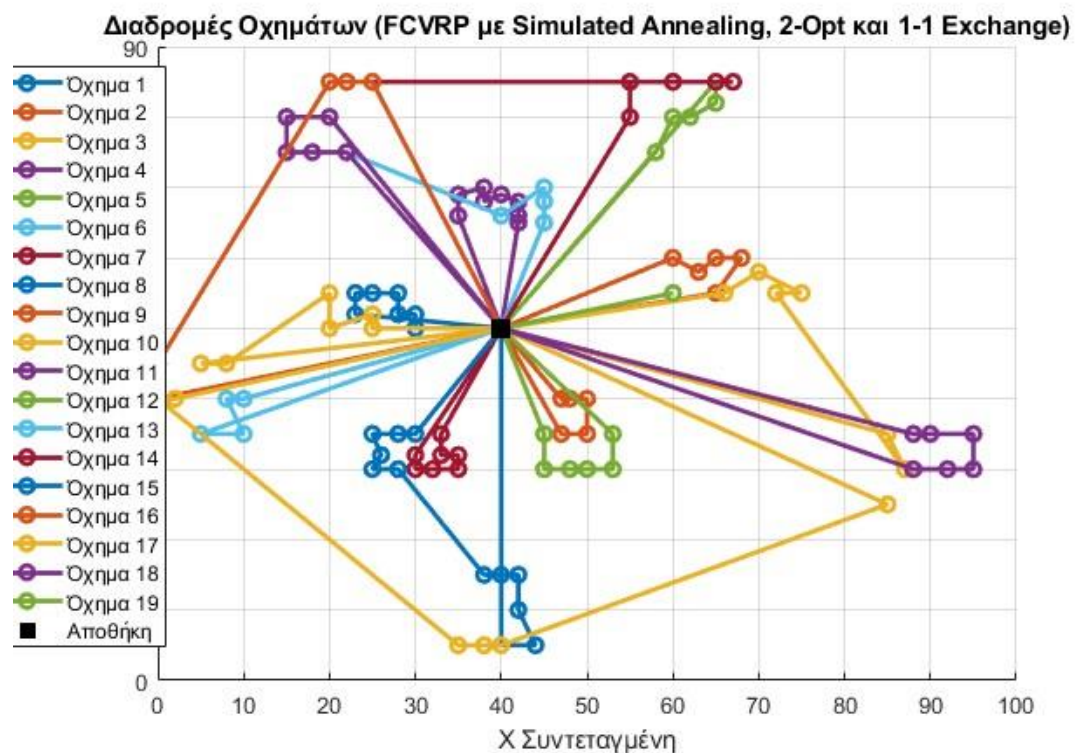
Εικόνα 10.6.1 Διαδρομές Οχημάτων με την 2-Opt.



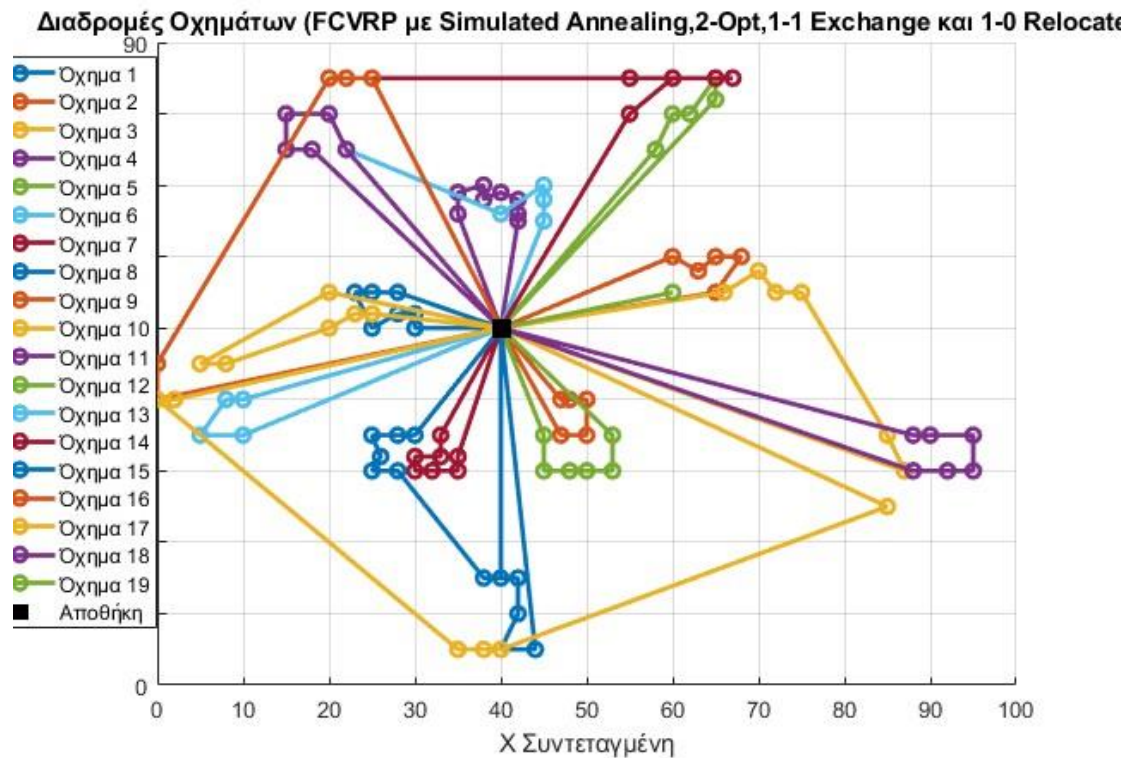
Εικόνα 5.6.2 Διαδρομές Οχημάτων με την 1-1 Exchange.



Εικόνα 5.6.3 Διαδρομές Οχημάτων με την 1-0 Relocate.



Εικόνα 5.6.4 Διαδρομές Οχημάτων με τις 2-Opt και 1-1 Exchange.



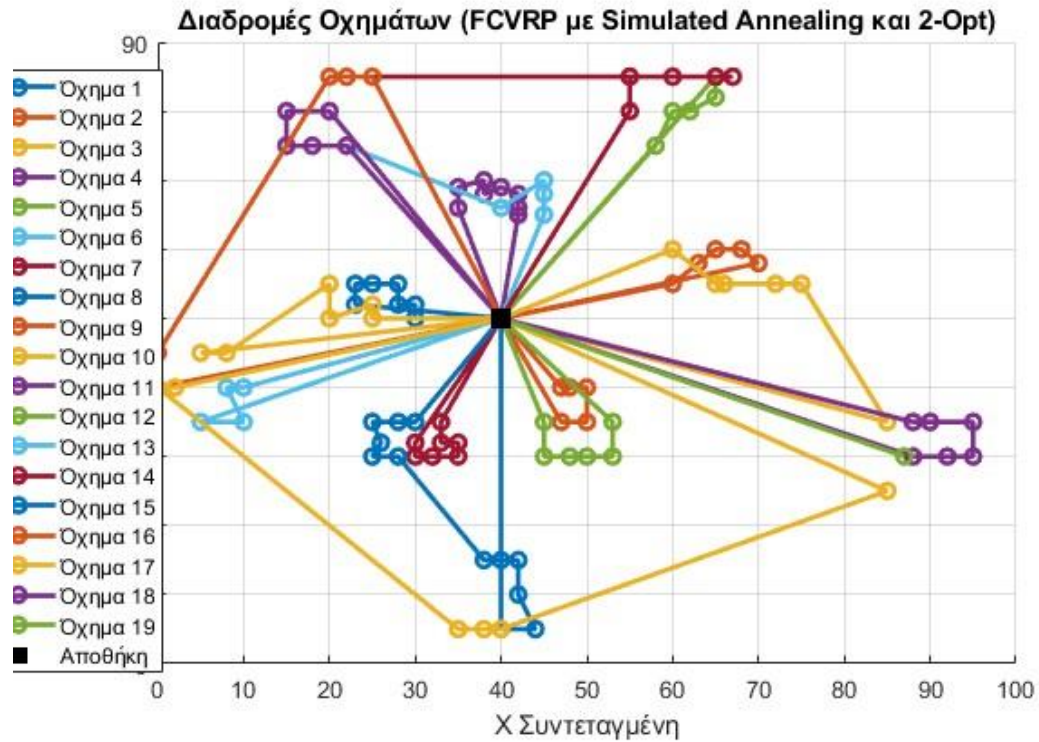
Εικόνα 5.6.5 Διαδρομές Οχημάτων με όλες τις μεθόδους.

5.7 Παράδειγμα par14 με 101 κόμβους

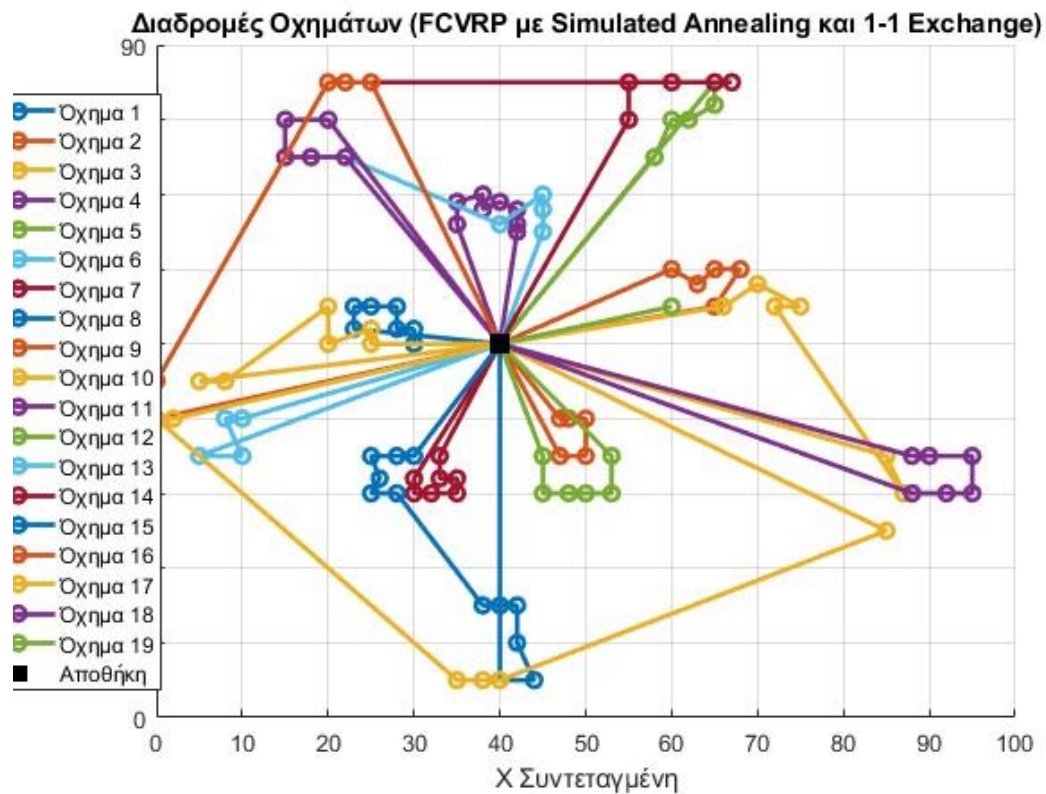
Παρουσιάζεται ο πίνακας αποτελεσμάτων του παραδείγματος par 14 όπου:

- Ο Αριθμός κόμβων (μαζί με την αποθήκη) είναι 101.
- Η χωρητικότητα (capacity) του κάθε οχήματος είναι 100.
- Ο μέγιστος επιτρεπτός χρόνος δρομολογίου (max_route_time) είναι 1040.
- Ο χρόνος εξυπηρέτησης ανά κόμβο (service_time) είναι 90.

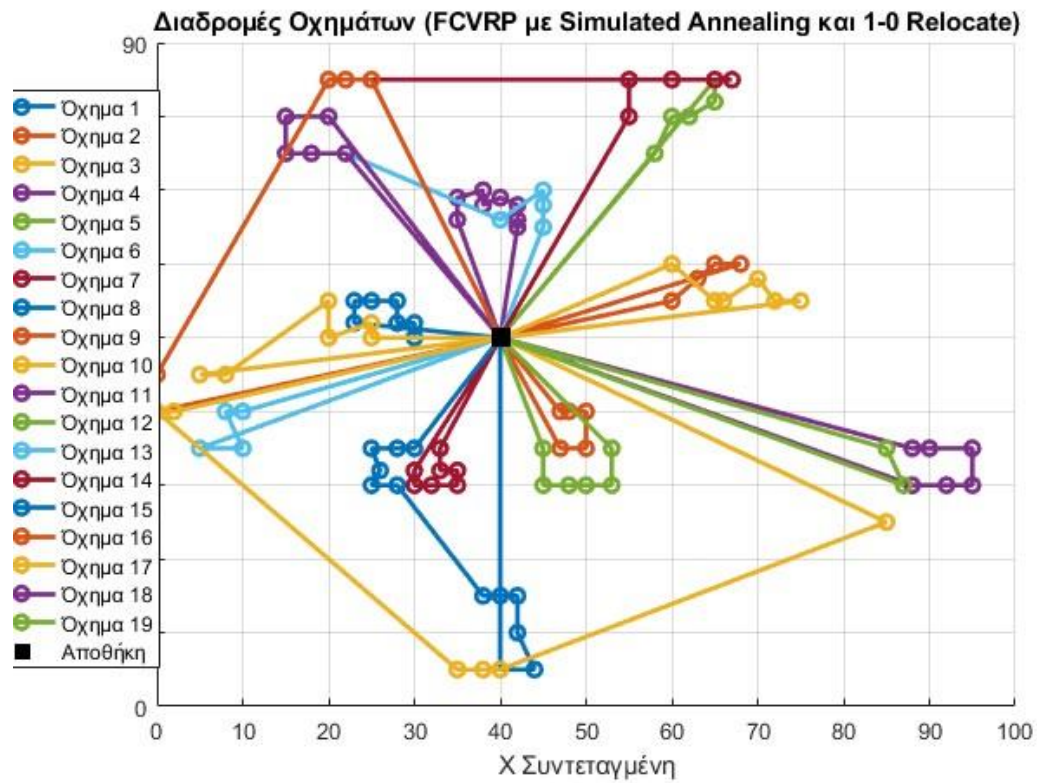
ΜΕΘΟΔΟΣ	BEST_COST
Μόνο 2-Opt	448.5577
Μόνο 1-1 Exchange	406.7421
Μόνο 1-0 Relocate	407.8061
Συνδυασμός 2-Opt και 1-1 Exchange	408.7276
Συνδυασμός όλων των μεθόδων	401.5945
Αριθμός οχημάτων	19



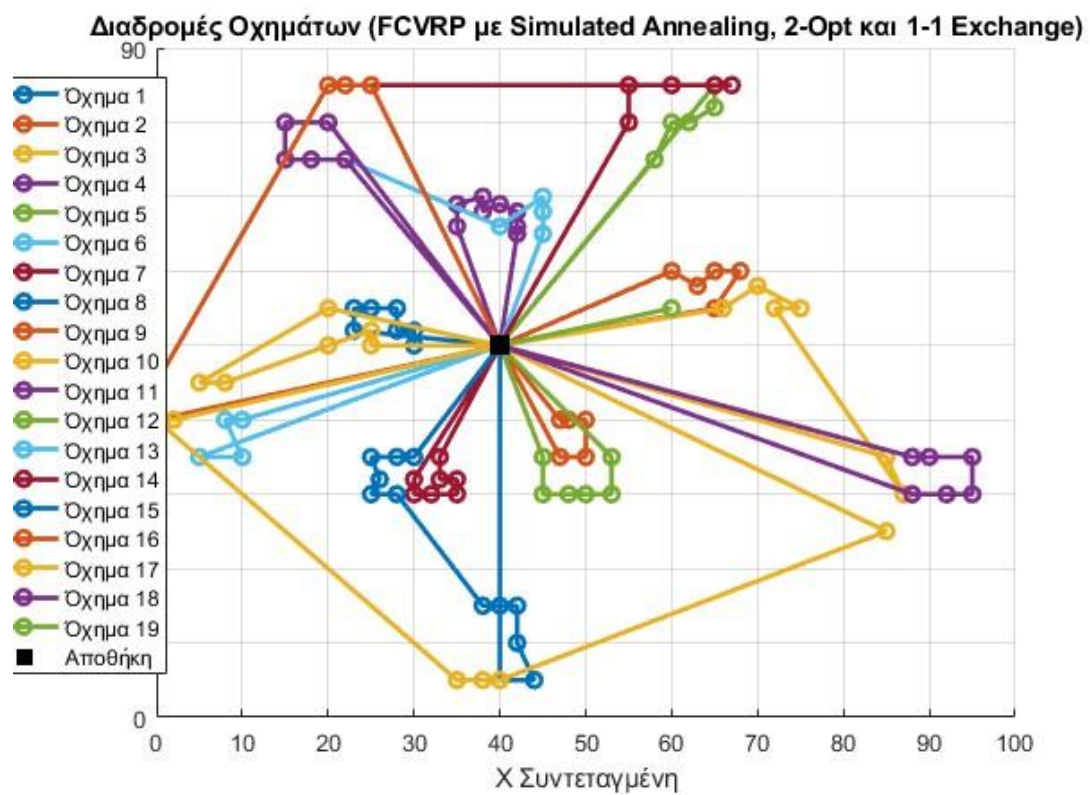
Εικόνα 11.7.1 Διαδρομές Οχημάτων με την 2-Opt.



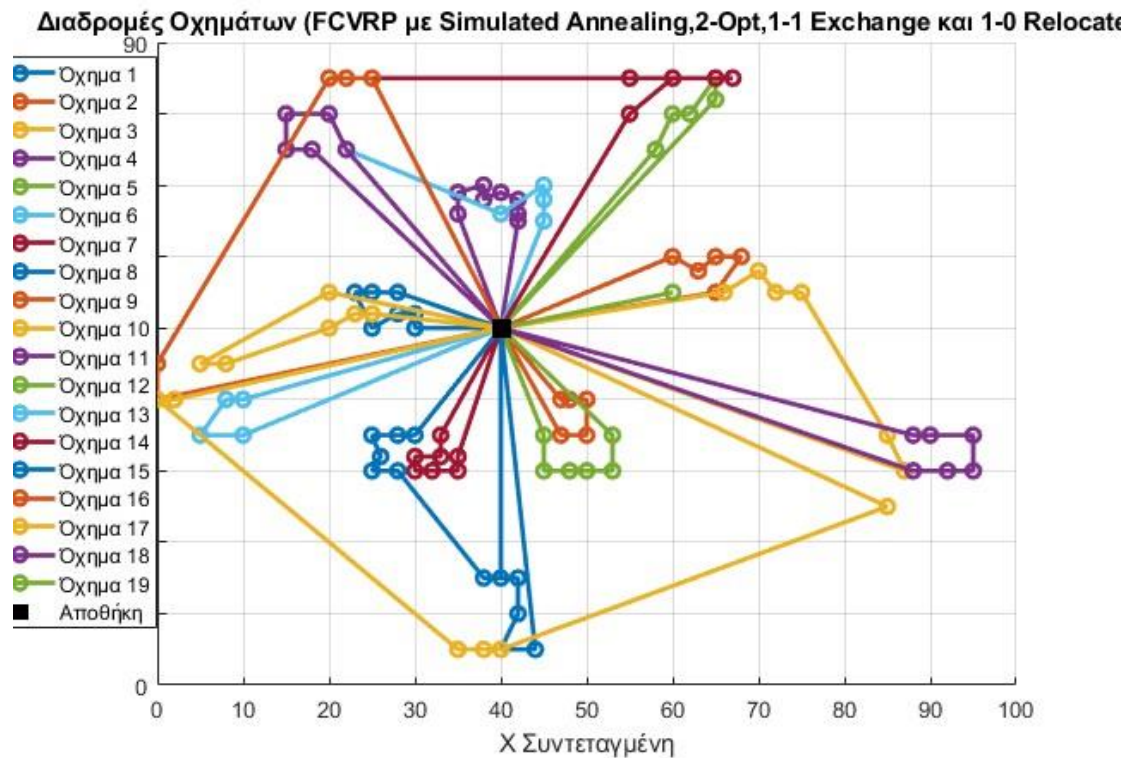
Εικόνα 5.7.2 Διαδρομές Οχημάτων με την 1-1 Exchange.



Εικόνα 5.7.3 Διαδρομές Οχημάτων με την 1-0 Relocate.



Εικόνα 5.7.4 Διαδρομές Οχημάτων με τις 2-Opt και 1-1 Exchange.



Εικόνα 5.7.5 Διαδρομές Οχημάτων με όλες τις μεθόδους.

5.8 Συμπεράσματα

Η παρούσα διπλωματική εργασία επικεντρώθηκε στην επίλυση του Προβλήματος Δρομολόγησης Οχημάτων με Διαχωρισμένη Παράδοση (SDVRP) με έμφαση στην ελαχιστοποίηση της κατανάλωσης καυσίμου και, κατ' επέκταση, των εκπεμπόμενων ρύπων, συμβάλλοντας στη βιώσιμη ανάπτυξη των εφοδιαστικών αλυσίδων. Μέσα από την εφαρμογή του αλγορίθμου Προσομοιωμένης Ανόπτησης (Simulated Annealing) σε συνδυασμό με τρεις τοπικές αναζητήσεις (2-Opt, 1-1 Exchange και 1-0 Relocate), εξετάστηκαν επτά διαφορετικά προβλήματα (par6, par7, par8, par9, par10, par12 και par14) με ποικίλες παραμέτρους, όπως ο αριθμός κόμβων, η χωρητικότητα οχημάτων και οι χρονικοί περιορισμοί. Τα αποτελέσματα που προέκυψαν από την ανάλυση των παραδειγμάτων παρέχουν σημαντικά συμπεράσματα σχετικά με την αποδοτικότητα των μεθόδων και τη δυνατότητα εφαρμογής τους σε πραγματικές συνθήκες.

Από την ανάλυση των αποτελεσμάτων των επτά παραδειγμάτων (par6 έως par14), προκύπτει ότι ο συνδυασμός και των τριών τοπικών αναζητήσεων (2-Opt, 1-1 Exchange και 1-0 Relocate) μαζί με την Προσομοιωμένη Ανόπτηση παρήγαγε σταθερά τη βέλτιστη λύση σε όλες τις περιπτώσεις, επιτυγχάνοντας το χαμηλότερο κόστος καυσίμου. Συγκεκριμένα:

- Στο παράδειγμα par6 (51 κόμβοι), το κόστος καυσίμου μειώθηκε σε 224.0099, έναντι 249.6180 με τη χρήση μόνο της 2-Opt.
- Στο παράδειγμα par7 (76 κόμβοι), το κόστος έπεσε σε 367.5622, σε σύγκριση με 417.1794 για τη 2-Opt.

- Στο παράδειγμα par8 (101 κόμβοι), το κόστος καυσίμου ήταν 342.9726, έναντι 378.2520 για τη 2-Opt.
- Στο παράδειγμα par9 (151 κόμβοι), η καλύτερη επίδοση ήταν 334.9831, έναντι 379.3257 για τη 2-Opt.
- Στο παράδειγμα par10 (200 κόμβοι), το κόστος μειώθηκε σε 592.5629, σε σύγκριση με 637.1616 για τη 2-Opt.
- Στο παράδειγμα par12 (101 κόμβοι), το κόστος καυσίμου ήταν 401.5945, έναντι 448.5577 για τη 2-Opt.
- Στο παράδειγμα par14 (101 κόμβοι), το κόστος παρέμεινε στα 401.5945, σε σύγκριση με 448.5577 για τη 2-Opt.

Η σταθερή υπεροχή του συνδυασμού όλων των μεθόδων υποδεικνύει ότι η συνεργιστική δράση των 2-Opt, 1-1 Exchange και 1-0 Relocate, ενισχυμένη από τη δυνατότητα της Προσομοιωμένης Ανόπτησης να αποφεύγει τοπικά ελάχιστα, οδηγεί σε πιο ολοκληρωμένη εξερεύνηση του χώρου λύσεων και, κατά συνέπεια, σε καλύτερες λύσεις.

Οι μεμονωμένες εφαρμογές των τοπικών αναζητήσεων (2-Opt, 1-1 Exchange, 1-0 Relocate) παρουσίασαν διαφορετικά επίπεδα αποδοτικότητας, με την 1-0 Relocate να εμφανίζει γενικά καλύτερα αποτελέσματα σε σχέση με τις άλλες δύο:

- Η μέθοδος **1-0 Relocate** πέτυχε τη δεύτερη καλύτερη επίδοση σε τέσσερα από τα επτά παραδείγματα (par8, par9, par10, par12), με κόστος καυσίμου που κυμάνθηκε κοντά στη βέλτιστη λύση. Για παράδειγμα, στο par10, το κόστος ήταν 599.4281, πολύ κοντά στο 592.5629 του συνδυασμού όλων των μεθόδων.
- Η μέθοδος **1-1 Exchange** παρουσίασε ικανοποιητικά αποτελέσματα, ιδιαίτερα στα παραδείγματα με μικρότερο αριθμό κόμβων (par6, par12), αλλά σε ορισμένες περιπτώσεις, όπως στο par8 και par10, είχε παρόμοια απόδοση με το συνδυασμό 2-Opt και 1-1 Exchange, υποδηλώνοντας περιορισμένη προστιθέμενη αξία από την προσθήκη της 2-Opt. Αυτό να οφείλεται στο γεγονός ότι η 2-Opt εστιάζει στη βελτιστοποίηση εντός μιας διαδρομής, ενώ η 1-1 Exchange επιτρέπει ανταλλαγές μεταξύ διαδρομών, οι οποίες είναι πιο κρίσιμες για το SDVRP λόγω της δυνατότητας διαχωρισμένης παράδοσης.
- Η μέθοδος **2-Opt**, όταν εφαρμόστηκε μόνη της, παρήγαγε σταθερά το υψηλότερο κόστος καυσίμου σε όλα τα παραδείγματα, γεγονός που υποδεικνύει ότι από μόνη της δεν είναι επαρκής για την επίλυση σύνθετων προβλημάτων SDVRP με περιβαλλοντικούς στόχους.

Η ανώτερη απόδοση της 1-0 Relocate μπορεί να αποδοθεί στην ικανότητά της να αναδιατάσσει κόμβους μεταξύ διαδρομών, επιτρέποντας πιο ευέλικτες

προσαρμογές στη δομή των διαδρομών, ιδιαίτερα σε περιπτώσεις με υψηλές ζητήσεις ή περιορισμούς χωρητικότητας.

Η εστίαση της εργασίας στην ελαχιστοποίηση της κατανάλωσης καυσίμου συνδέεται άμεσα με τη μείωση των εκπομπών διοξειδίου του άνθρακα, ενισχύοντας τη βιωσιμότητα των logistics. Η σημαντική μείωση του κόστους καυσίμου που επιτεύχθηκε με τον συνδυασμό των μεθόδων υποδηλώνει ότι η προτεινόμενη μεθοδολογία μπορεί να συμβάλει ουσιαστικά στην υιοθέτηση πράσινων πρακτικών στην εφοδιαστική αλυσίδα, ικανοποιώντας τις σύγχρονες απαιτήσεις για περιβαλλοντική ευθύνη.

Η υλοποίηση των αλγορίθμων σε περιβάλλον MATLAB και η εκτέλεσή τους σε έναν μέσης ισχύος υπολογιστή (Intel Core i3, 8GB RAM) καταδεικνύουν ότι η προτεινόμενη μεθοδολογία είναι πρακτικά εφαρμόσιμη ακόμα και σε περιορισμένους υπολογιστικούς πόρους. Επιπλέον, η ευελιξία του SDVRP, που επιτρέπει τη διαίρεση των παραδόσεων μεταξύ πολλαπλών οχημάτων, καθιστά τη μεθοδολογία ιδιαίτερα κατάλληλη για πραγματικές εφαρμογές, όπως η διανομή προϊόντων σε αστικά κέντρα ή η διαχείριση στόλων σε εταιρείες logistics.

Σαν τελικό συμπέρασμα μπορεί μετά βεβαιότητας να ειπωθεί ότι ο συνδυασμός της Προσομοιωμένης Ανόπτησης με τις τοπικές αναζητήσεις 2-Opt, 1-1 Exchange και 1-0 Relocate αποτελεί μια ισχυρή και ευέλικτη μεθοδολογία για την επίλυση του SDVRP με στόχο την ελαχιστοποίηση της κατανάλωσης καυσίμου. Τα αποτελέσματα από τα επτά παραδείγματα επιβεβαιώνουν την ανωτερότητα του συνδυασμού όλων των μεθόδων, ενώ παράλληλα υπογραμμίζουν την αξία της 1-0 Relocate ως μεμονωμένης τεχνικής. Η μεθοδολογία όχι μόνο προσφέρει αποτελεσματικές λύσεις για τη βελτιστοποίηση διαδρομών, αλλά συμβάλλει και στη μείωση του περιβαλλοντικού αποτυπώματος, καθιστώντας την κατάλληλη για σύγχρονες εφαρμογές στην πράσινη εφοδιαστική.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. Μαρινάκης, Ι., Μαρινάκη, Μ., Μυγδαλάς, Α. (2019). Προβλήματα Δρομολόγησης Οχημάτων στη Διαχείριση της Εφοδιαστικής Αλυσίδας, Εκδόσεις Νέων Τεχνολογιών.
2. Μαρινάκης, Ι., Μαρινάκη, Μ., Ματσατσίνης, Ν., Ζομπουνίδης, Κ., (2011) Μεθευρετικοί και εξελικτικοί αλγ ριθμοι σε προβλήματα διοικητικής επιστήμης, Εκδόσεις “ΚΛΕΙΔΑΡΙΘΜΟΣ”.
3. Μαρινάκης, Ι., Μαρινάκη, Μ. Μυγδαλάς, Α., (2008). Σχεδιασμός και Βελτιστοποίηση της Εφοδιαστικής Αλυσίδας, Εκδόσεις “σοφία”.
4. Lambert, D., Cooper, M., (2000). Issues in supply chain Management, Industrial Marketing Management, 29, 1, 65-83.
5. Laptorte, G., Desrochers, M., Nobert, Y., (1984). Two exact algorithms for the distance-constrained vehicle-routing problem, Networks, 14, 161-172.
6. GoodyearWebsite. /<http://www.goodyear.com/truck/pdf/commercialtiresystems/FuelEcon.pdf> [Accessed 23 March 2010].
7. Coyle M. Effects of Payload on the Fuel Consumption of Trucks. Department of Transport; 2007. /<http://www.freightbestpractice.org.uk/effects-of-payload-on-fuel-consumption-of-trucks>.
8. Japanese Government Website. /<http://www.mlit.go.jp/common/000037099.pdf> [Accessed 18 March 2010].
9. Downloading Center for Research Papers in China. /<http://www.studa.net/chengben/080715/09130279.html> [Accessed 27 September 2010].
10. Sahin B, Yilmaz H, Ust Y, Guneri AF, Gulsun B. An approach for analysing transportation costs and a case study. European Journal of Operational Research 2009;193:1–11.
11. Wikipedia. /http://en.wikipedia.org/wiki/Coefficient_of_determination