

ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΚΑΙ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ



Διπλωματική εργασία
Πρόβλεψη του παγκοσμίου χρέους με
νεύρο-ασαφείς τεχνικές

Ζορμπάς Δημήτρης
Α.Μ 2018010178

Η παρούσα διπλωματική εργασία εκπονήθηκε για την απόκτηση του Διπλώματος Προπτυχιακών Σπουδών από Σχολής Μηχανικών Παραγωγής και Διοίκησης του Πολυτεχνείου Κρήτης.

Εκρίθηκε την ### απο την εξεταστική επιτροπή αποτελούμενη από τους κ.κ. Καθηγητές:

1. **Ατσαλάκη Σ. Γεώργιο**, Αναπληρωτή Καθηγητής στη Σχολή Μηχανικών Παραγωγής και Διοίκησης του Πολυτεχνείου Κρήτης

2.....

3.....

Ευχαριστίες

Με την ολοκλήρωση της διπλωματικής μου εργασίας, θα ήθελα να εκφράσω τις θερμές μου ευχαριστίες σε όλους όσους συνέβαλλαν στην εκπόνησή της.

Η ολοκλήρωση της διπλωματικής αυτής εργασίας θα ήταν αδύνατη χωρίς την εμπιστοσύνη στην ανάθεσή της και την πολύτιμη υποστήριξη καθόλη τη διάρκεια εκπόνησής της από τον επιβλέποντα Καθηγητή μου κ. Ατσαλάκη Σ. Γεώργιο τον οποίο ευχαριστώ θερμά.

Θα ήθελα επίσης να εκφράσω την ευγνωμοσύνη μου στην οικογένειά μου για όλη τη στήριξη, τη συμπαράσταση και την κατανόησή τους, καθ' όλη τη διάρκεια των σπουδών μου.

Τίτλος Διπλωματικής Εργασίας & Περίληψη

Πρόβλεψη του παγκόσμιου χρέους με νεύρο-ασαφής τεχνικές

Η διπλωματική εργασία αυτή διερεύνησε τη χρήση οικονομικών μοντέλων, μηχανικής μάθησης και ανάλυσης χρονοσειρών για την επίλυση προβλημάτων πρόβλεψης και λήψης αποφάσεων σε πολυσύνθετα περιβάλλοντα.

Σκοπός της μελέτης ήταν να κατανοήσει τις δυνατότητες και περιορισμούς διαφορετικών μεθοδολογιών και να προτείνει έναν συνδυασμό τεχνικών που μεγιστοποιούν την ακρίβεια πρόβλεψης. Εστίασε σε θέματα όπως η ανάλυση στασιμότητας, η επιλογή μοντέλων ARIMA και SARIMA, καθώς και η εφαρμογή νευρωνικών δικτύων, όπως τα LSTM και GRU. Η μεθοδολογία περιέλαβε τη χρήση στατιστικών δεικτών και εκπαίδευση μοντέλων μηχανικής μάθησης. Η μελέτη μας βρήκε ότι ο συνδυασμός παραδοσιακών και σύγχρονων τεχνικών προσφέρει βελτιωμένα αποτελέσματα πρόβλεψης, ειδικά σε μη στατικές χρονοσειρές.

Τα ευρήματα έχουν σημαντική πρακτική σημασία για ερευνητές και επαγγελματίες που ασχολούνται με προγνωστικές εφαρμογές, παρέχοντας μια ισχυρή βάση για την ανάπτυξη πιο αποδοτικών συστημάτων πρόβλεψης. Η εργασία συμβάλλει στην κατανόηση των δυνατοτήτων συνδυαστικών μεθοδολογιών σε σύνθετα δεδομένα.

Λέξεις κλειδιά: Anfis, Fuzzy systems, πρόβλεψη χρέους, παγκόσμιο χρέος

Περιεχόμενα

Τίτλος Διπλωματικής Εργασίας & Περίληψη.....	4
Περιεχόμενα.....	5
Πίνακας Εικόνων	6
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ	8
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2: ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΚΟ ΠΛΑΙΣΙΟ.....	9
2.1 Οικονομετρικά μοντέλα.....	10
2.2 Μηχανική Μάθηση	14
2.3 Χρονοσειριακός αναλυτικός προγραμματισμός	19
2.4 Κατανεμημένα συστήματα	23
2.5 Συνδυασμός μεθόδων	27
2.6 Μεθοδολογία συλλογής και ανάλυσης βιβλιογραφίας	30
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: ΑΝΑΛΥΣΗ ΧΡΟΝΟΣΕΙΡΩΝ	32
3.1 Εισαγωγή.....	32
3.2 Ορισμός των χρονοσειρών	33
3.3 Είδη χρονοσειρών ανάλογα την ανεξάρτητη μεταβλητή.....	33
3.4 Διαχωρισμός δεδομένων ανάλογα την φύση τους	34
3.5 Διάσπαση Χρονοσειρών.....	35
3.6 Ανάλυση χρονοσειρών	37
3.7 Στατιστικά μέτρα - Στατιστικοί δείκτες.....	38
3.8 Στασιμότητα	40
3.9 Μέθοδοι Προβλέψεων	45
3.10 Μοντέλα AR, MA, ARMA	56
3.11 Κριτήρια επιλογής υποδείγματος	66
3.12 Υποδείγματα SARIMA(p,d,q)(P,D,Q)	68
3.13 Σφάλμα πρόβλεψης	69
3.14 Επιλογή κατάλληλου μοντέλου πρόβλεψης.....	71
3.15 Ασαφής Λογική και Νεύρο-Ασαφής Λογική (ANFIS).....	72
3.15.1 Βελτιστοποίηση του ANFIS	74
3.15.2 Εφαρμογές σε Διαφορετικά Πεδία.....	76
3.15.3 Συνδυασμός ANFIS με Deep Learning	78

3.15.4 Μειονεκτήματα και Μελλοντικές Βελτιώσεις	79
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4: ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΜΑΘΗΣΗ – ΝΕΥΡΩΝΙΚΑ ΔΙΚΤΥΑ.....	82
4.1 Μηχανική μάθηση	82
4.2 Διαφορές μεταξύ βαθιάς μάθησης και μηχανικής μάθησης	84
4.3 Νευρωνικά Δίκτυα	85
4.4 Πολυ-επίπεδο μοντέλο (Multilayer Perceptron, MLP)	89
4.5 Εκπαίδευση τεχνητών νευρωνικών δικτύων	92
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5: ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΚΟΥ ΠΛΑΙΣΙΟΥ	97
5.1 Μέθοδοι που χρησιμοποιήθηκαν και Αποτελέσματα.....	97
5.2 Αποτελέσματα.....	98
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6: ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ.....	120
Βιβλιογραφία.....	122

Πίνακας Εικόνων

Εικόνα 2.1: Χρήση οικονομετρικών μοντέλων για πρόβλεψη ΑΕΠ	p.11
Εικόνα 2.2: Χρήση μηχανικής μάθησης για πρόβλεψη ΑΕΠ	p.15
Εικόνα 2.3. Χρήση time-series analysis	p.20
Εικόνα 2.4. Σχεδιάγραμμα κατανομημένου συστήματος	p.24
Εικόνα 2.5: Συνδυασμός μεθόδων	p.29
Εικόνα 3.6: Μεταφερόμενοι επιβάτες ανά μήνα των διεθνών αερογραμμών από το 1949 έως το 1960	p.35
Εικόνα 3.7. Γράφημα λευκού θορύβου τυχαίου δείγματος από Γκαουζιανή κατανομή	p.44
Εικόνα 3.8. Γράφημα αυτοσυσχετίσεων τυχαίου δείγματος από Γκαουζιανή κατανομή	p.44
Εικόνα 3.9: Γράφημα από τυχαία παραγμένες χρονοσειρές με $\varphi=0.9$ και $\varphi=0.1$	p.58
Εικόνα 3.10: Κορελογράμματα των τυχαία παραγμένων χρονοσειρών με $\varphi=0.9$ και $\varphi=0.1$	p.58
Εικόνα 3.11: Γραφική απεικόνιση των αυτοσυσχετίσεων και μερικών αυτοσυσχετίσεων του μοντέλου MA(1) με $\theta_1=0.6$	p.60
Εικόνα 4.12: Γραφική απεικόνιση των διαφορών μεταξύ μηχανικής μάθησης και βαθιάς μάθησης	p.84
Εικόνα 4.13: Φυσικός νευρώνας	p.85
Εικόνα 4.14. Βασικό μοντέλο τεχνητού νευρώνα	p.86
Εικόνα 4.15: Απεικόνιση βηματικής συνάρτησης	p.87
Εικόνα 4.16: «Λογιστική» συνάρτηση ενεργοποίησης	p.88

Εικόνα 4.17: Τρόπος μετάδοσης της πληροφορίας σε ένα MLP	p.88
Εικόνα 4.18: Απεικόνιση ενός MLP που περιέχει μια στιβάδα εισόδου μια εξόδου και δύο κρυφές στιβάδες	p.89
Εικόνα 4.19: Υλοποίηση <i>Dropout</i> για πιθανότητα $p=0.5$	p.94
Εικόνα 5.20: Τιμές ανά τα χρόνια	p.97
Εικόνα 5.21: Κατανομές σφάλματος	p.98
Εικόνα 5.22: Πραγματικές τιμές και τιμές ARIMA	p.99
Εικόνα 5.23: Τιμές για X και Y κατά την εκπαίδευση	p.100
Εικόνα 5.24: Τα δεδομένα εκπαίδευσης σε έναν άξονα	p.101
Εικόνα 5.25: Τα δεδομένα δοκιμής σε έναν άξονα	p.102
Εικόνα 5.26: Συνολικά δεδομένα σε ένα γράφημα.	p.103
Εικόνα 5.27: Αρχικά MFs	p.104
Εικόνα 5.28: Τελικά MFs	p.105
Εικόνα 5.29: Δεδομένα για $y(k-1)$, $y(k)$, και $y(k+1)$	p.106
Εικόνα 5.30: Ασαφές σύστημα 1.	p.107
Εικόνα 5.31: Ασαφές σύστημα 2.	p.108
Εικόνα 5.32: Είσοδος και έξοδος σε ένα 3D γράφημα	p.109
Εικόνα 5.33: Πραγματικές τιμές και προβλέψεις ANFIS συστήματος	p.110
Εικόνα 5.34: Σφάλματα και Step size σε epoch επαναλήψεις	p.111
Εικόνα 5.35: Πρόβλεψη σε σφάλματα δειγμάτων	p.112
Εικόνα 5.36: Δεδομένα αξιολόγησης για $(k-2)$ και $(k-1)$	p.113
Εικόνα 5.37: Πραγματικές τιμές και προβλέψεις ANFIS από δείγματα	p.114
Εικόνα 5.38: Σφάλματα προβλέψεων	p.115
Εικόνα 5.39: Εικόνα εκπαίδευσης νευρωνικού	p.116
Εικόνα 5.40: Πραγματικές τιμές και προβλέψεις Νευρωνικού	p.117

ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΠΙΝΑΚΩΝ

Πίνακας 5.1.1: Παρουσίαση αποτελεσμάτων μεθόδων	p.117
-------------------------------------------------	-------

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Στην εποχή μας, η παγκόσμια οικονομία βρίσκεται σε συνεχή εξέλιξη και αλλαγή. Ένα από τα κυριότερα θέματα που απασχολούν τους οικονομολόγους, τους επιστήμονες και τους πολιτικούς ανά τον κόσμο είναι το παγκόσμιο χρέος και το Ακαθάριστο Εγχώριο Προϊόν (ΑΕΠ). Το χρέος των χωρών, καθώς και η εξέλιξη του ΑΕΠ, έχουν σημαντικές επιπτώσεις στην παγκόσμια οικονομική σταθερότητα και την λήψη πολιτικών αποφάσεων.

Η πρόβλεψη του παγκόσμιου χρέους και του ΑΕΠ (Pegkas, 2018, p. 10) έχει καίρια σημασία για την ανάπτυξη των πολιτικών και των οικονομικών στρατηγικών, καθώς και για τη δημιουργία συνταγματικών μέσων για την αντιμετώπιση των προκλήσεων που ανακύπτουν. Σε αυτό το πλαίσιο, η παρούσα διπλωματική εργασία εξετάζει τις μεθόδους και τις προσεγγίσεις που έχουν αναπτυχθεί για την πρόβλεψη του παγκόσμιου χρέους και του ΑΕΠ, και στοχεύει να αναδείξει τη συμβολή τους στην κατανόηση των οικονομικών προκλήσεων που αντιμετωπίζουμε.

Στο δεύτερο κεφάλαιο, θα εξεταστεί η υπάρχουσα έρευνα και βιβλιογραφία που αφορά τις μεθόδους πρόβλεψης του χρέους και του ΑΕΠ ενώ στο τρίτο και τέταρτο κεφάλαιο θα παρουσιαστούν οι σημαντικότερες προσεγγίσεις που έχουν χρησιμοποιηθεί σε προηγούμενο επιστημονικό έργο.

Κατόπιν, στο πέμπτο κεφάλαιο, θα παρουσιαστεί η μεθοδολογία που χρησιμοποιήθηκε στη δική μας έρευνα για την πρόβλεψη του παγκόσμιου χρέους και του ΑΕΠ. Θα αναλυθούν τα βήματα που ακολουθήθηκαν και τα δεδομένα που χρησιμοποιήθηκαν, εξηγώντας την επιλογή των μεθόδων. Ακολούθως, θα παρουσιαστούν και θα αναλυθούν τα αποτελέσματα της έρευνάς αυτής, ενώ στο τέλος (Κεφ.6) θα εξάγουμε τα συμπεράσματα που απέδωσε η συγκεκριμένη έρευνα στο πλαίσιο της παγκόσμιας οικονομίας. Στόχος είναι να προσφερθεί μια συνολική και καλά τεκμηριωμένη κατανόηση της προβληματικής του παγκόσμιου χρέους και του ΑΕΠ, καθώς και να συνεισφέρουμε στον διάλογο για τις οικονομικές προκλήσεις του μέλλοντος.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2: ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΚΟ ΠΛΑΙΣΙΟ

Το τρέχον κεφάλαιο της παρούσας διπλωματικής εργασίας αφορά την βιβλιογραφική ανασκόπηση που πραγματοποιήθηκε σχετικά με την πρόβλεψη του παγκόσμιου χρέους και του Ακαθάριστου Εγχώριου Προϊόντος (ΑΕΠ). Η ενότητα αυτή αποτελεί το θεμέλιο για την κατανόηση του πλαισίου και των προκλήσεων που περιβάλλουν την έρευνα αυτή.

Αρχικά παρουσιάζεται μια επισκόπηση της κυριότερης βιβλιογραφίας που ασχολείται με το θέμα της πρόβλεψης του χρέους και του ΑΕΠ, εξετάζοντας τις σημαντικές ερευνητικές προσεγγίσεις, τις βασικές ερωτήσεις που τίθενται στην βιβλιογραφία και τις σημαντικές συνεισφορές των ερευνητών. Στη συνέχεια, παρουσιάζεται η μεθοδολογία που ακολουθήσαμε για τη συλλογή και την ανάλυση της βιβλιογραφίας και εξηγείται πώς εντοπίστηκαν τα επιστημονικά άρθρα, πώς αξιολογήθηκε η ποιότητά τους και πώς αντλήθηκαν τα κύρια ευρήματα και οι προτάσεις. Τέλος, αναδεικνύονται τυχόν κενά ή ανοιχτά ερωτήματα που προκύπτουν από την ανάλυση της βιβλιογραφίας και που διαμορφώνουν το πλαίσιο για την παρούσα έρευνα. Αυτό το κεφάλαιο αποτελεί την θεωρητική βάση της διπλωματικής εργασίας και παρέχει το πλαίσιο για την ανάλυση και την ερμηνεία των αποτελεσμάτων που παρουσιάζονται στα επόμενα κεφάλαια.

Η βιβλιογραφία που αναφέρεται στην πρόβλεψη του παγκόσμιου χρέους και του Ακαθάριστου Εγχώριου Προϊόντος (ΑΕΠ) αποτελεί ένα ευρύ φάσμα ερευνητικής εργασίας που έχει εξελιχθεί στα τελευταία χρόνια. Τα κυριότερα ευρήματα και προσεγγίσεις που έχουν εμφανιστεί στην βιβλιογραφία εντοπίζονται στις εξής θεματολογίες:

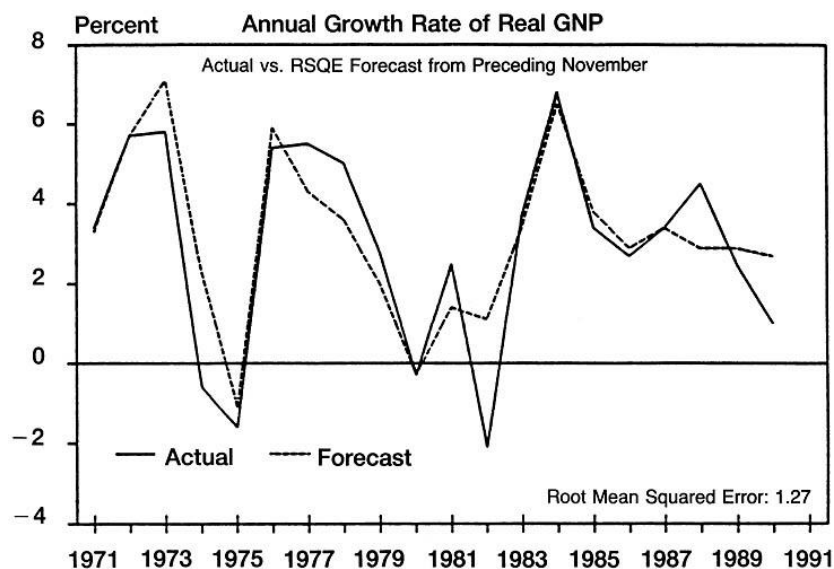
- **Μεθοδολογίες Πρόβλεψης:** Στη βιβλιογραφία έχουν παρουσιαστεί διάφορες μεθοδολογίες πρόβλεψης του παγκόσμιου χρέους και του ΑΕΠ. Αυτές περιλαμβάνουν την χρήση οικονομετρικών μοντέλων, όπως τα αυτοεκπαιδευόμενα μοντέλα, καθώς και την εφαρμογή μηχανικής μάθησης και αλγορίθμων πρόβλεψης.
- **Παράγοντες Πρόβλεψης:** Οι ερευνητές έχουν εξετάσει ποιους παράγοντες επηρεάζουν την πρόβλεψη του χρέους και του ΑΕΠ. Αυτοί περιλαμβάνουν μακροοικονομικούς δείκτες, πολιτικές αποφάσεις, γεωπολιτικές εξελίξεις και παγκόσμιες οικονομικές συνθήκες.

- Προβλέψεις και Επιπτώσεις: Ορισμένες μελέτες έχουν επικεντρωθεί στην πρόβλεψη των εξελίξεων του χρέους και του ΑΕΠ, ενώ άλλες έχουν εξετάσει τις οικονομικές και κοινωνικές επιπτώσεις των αυξήσεων ή μειώσεων σε αυτούς τους δείκτες.
- Τάσεις και Προκλήσεις: Η βιβλιογραφία αναδεικνύει τις τρέχουσες τάσεις στον τομέα της πρόβλεψης του χρέους και του ΑΕΠ, καθώς και τις προκλήσεις όπως η αβεβαιότητα και η αστάθεια στην παγκόσμια οικονομία.

Για να πραγματοποιηθεί μια ανάλυση και σύγκριση των μεθόδων που έχουν χρησιμοποιηθεί σε προηγούμενες έρευνες για την πρόβλεψη του παγκόσμιου χρέους και του Ακαθάριστου Εγχώριου Προϊόντος (ΑΕΠ), πρέπει να δοθεί αρχικά προτεραιότητα σε διάφορες προσεγγίσεις που έχουν εμφανιστεί στην βιβλιογραφία.

2.1 Οικονομετρικά μοντέλα

Αρχικά θα μελετηθούν πως λειτουργούν και τις μεθόδους που έχουν αναπτυχθεί με οικονομετρικά μοντέλα, τα οποία επιτρέπουν την ανάλυση των πολύπλοκων οικονομικών σχέσεων (Fantazzini & Xiao, 2023) που επικρατούν στην παγκόσμια οικονομία. Αυτά τα μοντέλα λαμβάνουν υπόψη τις διάφορες μεταβλητές που επηρεάζουν το παγκόσμιο χρέος και το ΑΕΠ, όπως η παραγωγή, η ανεργία, ο πληθωρισμός, οι επιτοκιακές πολιτικές και άλλα. Η συμπεριφορά των ανθρώπων, των καταναλωτών, των επενδυτών και των εργαζομένων (Šostar & Ristanović, 2023) είναι συχνά δύσκολο να προβλεφθεί, καθώς επηρεάζεται από πολλούς παράγοντες όπως τις προσωπικές προτιμήσεις, τις κοινωνικές τάσεις και τα γεγονότα ενώ οι αγορές διαφέρουν σε όρους όπως η προσφορά, η ζήτηση, οι τιμές και οι ανταγωνιστικές σχέσεις. Η πολυπλοκότητα αυτών των συνθηκών καθιστά δύσκολο τον προσδιορισμό των αποτελεσμάτων των αλλαγών σε αυτές, με τους εξωτερικούς παράγοντες, όπως οι παγκόσμιες οικονομικές συνθήκες, οι πολιτικές αποφάσεις και οι φυσικές καταστροφές να επηρεάζουν τις οικονομικές σχέσεις και προσθέτουν πολυπλοκότητα (Sseruyange & Klomp, 2021). Σε ορισμένες περιπτώσεις, οι επιπτώσεις μιας αλλαγής στην οικονομία μπορεί να καθυστερούν να εμφανιστούν ή να έχουν καθυστερήσεις στον χρόνο (Aliano et al., 2023), κάτι που δυσκολεύει την πρόβλεψη καθώς οι οικονομικές σχέσεις μεταξύ παραμέτρων συνήθως δεν είναι γραμμικές και απλές. Συχνά υπάρχουν πολύπλοκες συνδέσεις και αλληλεξαρτήσεις που δυσκολεύουν τη μοντελοποίηση (Εικόνα 2.1.).



Εικόνα 2.1: Χρήση οικονομετρικών μοντέλων για πρόβλεψη ΑΕΠ (Hymans, n.d).

Ένα από τα ισχυρά χαρακτηριστικά των οικονομετρικών μοντέλων είναι ότι μπορούν να προσαρμοστούν στην ιστορική πληροφορία, με αποτέλεσμα να μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την ανάλυση και την πρόβλεψη δεδομένων με χρήση αναδρομικών στοιχείων, προσφέροντας έτσι ενδείξεις για το μέλλον. Η προσαρμογή αυτή στην ιστορική πληροφορία επιτρέπει την ανάλυση των προηγούμενων συμπεριφορών και των τάσεων για τη δημιουργία μοντέλων πρόβλεψης το οποίο μπορεί να εφαρμοστεί σε πολλούς τομείς, όπως η πρόβλεψη των πωλήσεων, της κίνησης στο διαδίκτυο και της απόδοσης επενδύσεων. Στην επιχειρηματικότητα και τη διοίκηση, η προσαρμογή στην ιστορική πληροφορία βοηθά στη λήψη στρατηγικών αποφάσεων, καθώς παρέχει στα άτομα που παίρνουν τις αποφάσεις, πληροφορίες για τις επιδόσεις της επιχείρησης, τις τάσεις της αγοράς και τις αντιδράσεις των καταναλωτών. Στην επιστήμη των δεδομένων, η προσαρμογή στην ιστορική πληροφορία είναι κρίσιμη για την ανάλυση και την εξαγωγή συμπερασμάτων από μεγάλα σύνολα δεδομένων, με τους ερευνητές να χρησιμοποιούν προηγούμενες παρατηρήσεις για την ανάπτυξη μοντέλων και αλγορίθμων πρόβλεψης, ενώ η σύγκριση των προβλεπόμενων αποτελεσμάτων με τα πραγματικά δεδομένα είναι σημαντική για την αξιολόγηση της απόδοσης των μοντέλων και των προβλέψεων.

Με τη χρήση οικονομετρικών μοντέλων, είναι δυνατόν να αξιολογηθούν οι επιπτώσεις διαφόρων πολιτικών και οικονομικών αλλαγών στο παγκόσμιο χρέος και το ΑΕΠ, το οποίο είναι

κρίσιμο για τη λήψη αποφάσεων σε επίπεδο κυβερνήσεων και διεθνών οργανισμών. Η αξιολόγηση επιπτώσεων έχει συνήθως συγκεκριμένο σκοπό, όπως η αξιολόγηση των επιπτώσεων μιας προτεινόμενης πολιτικής, ενός έργου κατασκευής, μιας νέας τεχνολογίας ή ακόμη και των κλιματικών αλλαγών σε ένα περιβάλλον. Η αξιολόγηση αυτών των επιπτώσεων χρησιμοποιεί διάφορες μεθόδους και τεχνικές, όπως μοντέλα αξιολόγησης, ανάλυση κινδύνου, συνεντεύξεις, έρευνες και συγκριτικές αναλύσεις, ενώ οι επιπτώσεις μπορούν να χωριστούν σε διάφορες κατηγορίες, όπως οικονομικές, κοινωνικές, περιβαλλοντικές, υγείας και πολιτιστικές, με την αξιολόγηση να καλύπτει τις επιπτώσεις σε όλες αυτές τις πτυχές. Ο στόχος είναι να προβλεφθούν οι δυνητικές επιπτώσεις πριν από την υλοποίηση μιας δράσης, δίνοντας τη δυνατότητα στους ελεγκτές να λάβουν μέτρα για την αντιμετώπιση των επιπτώσεων. Η αξιολόγηση επιπτώσεων συνήθως συνδέεται με την έννοια της βιωσιμότητας και σκοπός είναι να διασφαλιστεί ότι οι δραστηριότητες και οι αποφάσεις δεν θα επιφέρουν μη αντιστρέψιμες ή ανεπιθύμητες επιπτώσεις στο περιβάλλον και την κοινωνία (Javanmardi et al., 2023, p. 70). Σε ορισμένες περιπτώσεις, η αξιολόγηση επιπτώσεων περιλαμβάνει την ανάλυση κινδύνου, δηλαδή την εκτίμηση της πιθανότητας εκδήλωσης επιβλαβών συμβάντων και των επιπτώσεών τους, με τις αποφάσεις που λαμβάνονται μετά την αξιολόγηση επιπτώσεων να είναι πιο ενημερωμένες και μπορούν να έχουν λιγότερες αρνητικές συνέπειες.

Ωστόσο, πρέπει να ληφθούν υπόψη και οι περιορισμοί των οικονομετρικών μοντέλων. Συχνά, απαιτούν μεγάλα σετ δεδομένων και υποθέσεις που μπορεί να μην ισχύουν πάντα στην πραγματική κατάσταση, ενώ η αξιολόγηση επιπτώσεων απαιτεί τη συλλογή αξιόπιστων δεδομένων για τις διάφορες πτυχές που εξετάζονται. Ο περιορισμός εδώ είναι ότι η συλλογή αυτών των δεδομένων μπορεί να είναι χρονοβόρα, ενώ η ακριβής εκτίμηση των επιπτώσεων να είναι δύσκολη, ειδικά όταν πρόκειται για μακροπρόθεσμες προβλέψεις. Οι μέθοδοι εκτίμησης πρέπει να είναι ακριβείς και να λαμβάνουν υπόψη πολλούς παράγοντες, με αποτέλεσμα οι διαδικασίες αξιολόγησης επιπτώσεων να είναι πολύπλοκες και να απαιτούν την εφαρμογή διαφόρων μεθόδων και μοντέλων, με την πολυπλοκότητα να δυσκολεύει την αξιολόγηση και την εξήγηση των αποτελεσμάτων. Συχνά, επίσης, υπάρχει αβεβαιότητα στην αξιολόγηση επιπτώσεων, καθώς δεν είναι δυνατόν να προβλεφθούν όλες οι μελλοντικές συνθήκες και εξελίξεις. Οι κοινωνικοί παράγοντες, όπως οι προτιμήσεις του κοινού και η κοινωνική δυναμική, μπορούν να επηρεάσουν την αξιολόγηση επιπτώσεων, καθιστώντας δύσκολη την πρόβλεψη της

αντίδρασης του κοινού, με τις πολιτικές αλλαγές και τις οικονομικές κρίσεις να έχουν σημαντικές επιπτώσεις που είναι δύσκολο να προβλεφθούν. Η αντιμετώπιση αυτών των περιορισμών και προκλήσεων απαιτεί προσεκτική προετοιμασία, εφαρμογή κατάλληλων μεθόδων, και διαρκή αξιολόγηση και βελτίωση της διαδικασίας αξιολόγησης επιπτώσεων, ενώ με την αντιμετώπιση αυτών των προκλήσεων, μπορεί να επιτευχθεί μια πιο αξιόπιστη αξιολόγηση των επιπτώσεων στους διάφορους τομείς.

Τα οικονομετρικά μοντέλα χρησιμοποιούνται για την πρόβλεψη του Παγκόσμιου Χρέους και του ΑΕΠ αναλύοντας τις σχέσεις μεταξύ διαφόρων οικονομικών μεταβλητών (Butkus et al., 2021, p. 191). Αυτά τα μοντέλα μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την πρόβλεψη μελλοντικών τιμών αυτών των μεταβλητών με βάση τις παρελθοντικές τιμές και τις τρέχουσες τάσεις τους. Ένας κοινός τύπος οικονομετρικού μοντέλου που χρησιμοποιείται για την πρόβλεψη του Παγκόσμιου Χρέους και του ΑΕΠ είναι τα μοντέλα χρονοσειρών. Τα μοντέλα χρονοσειρών αναλύουν ιστορικά δεδομένα για τον εντοπισμό τάσεων, που μπορούν στη συνέχεια να χρησιμοποιηθούν για την πρόβλεψη μελλοντικών τιμών των μεταβλητών. Ένας άλλος κοινός τύπος οικονομετρικού υποδείγματος που χρησιμοποιείται για την πρόβλεψη του Παγκόσμιου Χρέους και του ΑΕΠ είναι ένα διαρθρωτικό υπόδειγμα, όπου χρησιμοποιείται οικονομική θεωρία για να προσδιορίσουν τις σχέσεις μεταξύ των διαφόρων οικονομικών μεταβλητών και για την πρόβλεψη μελλοντικών τιμών των μεταβλητών.

Τα οικονομετρικά μοντέλα μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την πρόβλεψη του Παγκόσμιου Χρέους και του ΑΕΠ για διάφορους σκοπούς. Για παράδειγμα, οι κυβερνήσεις χρησιμοποιούν οικονομετρικά μοντέλα για να προβλέψουν τα ελλείμματα και τα πλεονάσματα του προϋπολογισμού τους. Οι επιχειρήσεις χρησιμοποιούν οικονομετρικά μοντέλα για να προβλέψουν τη ζήτηση για τα προϊόντα και τις υπηρεσίες τους. Και οι επενδυτές χρησιμοποιούν οικονομετρικά μοντέλα για την πρόβλεψη των επιδόσεων των χρηματοπιστωτικών αγορών (Mehmeti & Deda, 2022, pp. 171-187).

Ακολουθούν ορισμένα συγκεκριμένα παραδείγματα για το πώς χρησιμοποιούνται τα οικονομετρικά μοντέλα για την πρόβλεψη του Παγκόσμιου Χρέους και του ΑΕΠ:

Το Διεθνές Νομισματικό Ταμείο (ΔΝΤ) χρησιμοποιεί οικονομετρικά μοντέλα για την πρόβλεψη του Παγκόσμιου Χρέους και του ΑΕΠ στην έκθεσή του για τις Παγκόσμιες Οικονομικές

Προοπτικές. Τα μοντέλα του ΔΝΤ λαμβάνουν υπόψη μια ποικιλία παραγόντων, όπως τα επιτόκια, η οικονομική ανάπτυξη και οι δημογραφικές τάσεις (de Soyres et al., 2022)

Η Παγκόσμια Τράπεζα χρησιμοποιεί οικονομετρικά μοντέλα για την πρόβλεψη του Παγκόσμιου Χρέους και του ΑΕΠ στην έκθεσή της για τις Παγκόσμιες Οικονομικές Προοπτικές (Hilton, 2021, pp. 173-193). Τα μοντέλα της Παγκόσμιας Τράπεζας λαμβάνουν επίσης υπόψη μια ποικιλία παραγόντων, όπως τα επιτόκια, η οικονομική ανάπτυξη και οι δημογραφικές τάσεις.

Πολλές κεντρικές τράπεζες χρησιμοποιούν οικονομετρικά μοντέλα για την πρόβλεψη του Παγκόσμιου Χρέους και του ΑΕΠ. Οι κεντρικές τράπεζες χρησιμοποιούν αυτές τις προβλέψεις για να βασίσουν τις αποφάσεις τους σχετικά με τη νομισματική πολιτική (Filippakis N., & Stamatopoulos Th.V., 2021).

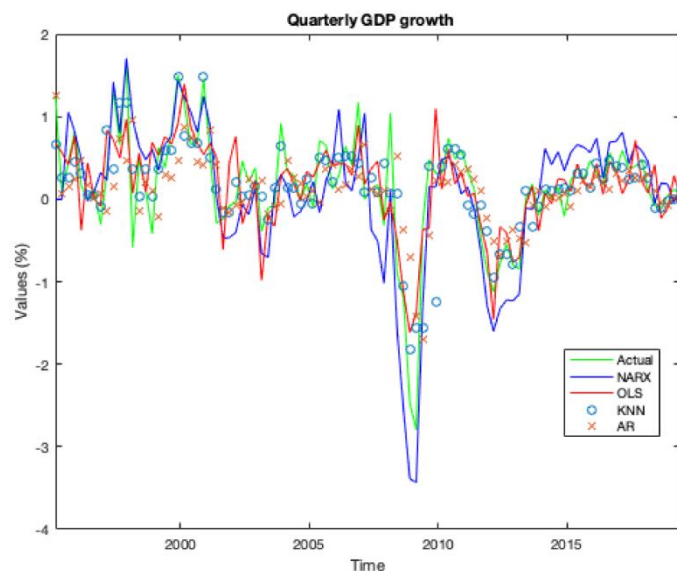
Πολλές εμπορικές τράπεζες χρησιμοποιούν οικονομετρικά μοντέλα για την πρόβλεψη του Παγκόσμιου Χρέους και του ΑΕΠ. Οι εμπορικές τράπεζες χρησιμοποιούν αυτές τις προβλέψεις για να αξιολογήσουν την πιστοληπτική ικανότητα (Asteriou et al., 2020, pp. 270-287) των δανειοληπτών και να λάβουν επενδυτικές αποφάσεις.

Τα οικονομετρικά μοντέλα είναι ένα ισχυρό εργαλείο για την πρόβλεψη του Παγκόσμιου Χρέους και του ΑΕΠ. Ωστόσο, είναι σημαντικό να σημειωθεί ότι τα μοντέλα αυτά δεν είναι τέλεια. Μπορούν να επηρεαστούν από αλλαγές στις οικονομικές συνθήκες και από απρόβλεπτα γεγονότα. Ως εκ τούτου, είναι σημαντικό να χρησιμοποιούνται τα οικονομετρικά μοντέλα σε συνδυασμό με άλλες μεθόδους πρόβλεψης.

2.2 Μηχανική Μάθηση

Η δεύτερη μέθοδος που θα αναλυθεί είναι η Μηχανική Μάθηση και αποτελεί μια σημαντική προσέγγιση στην πρόβλεψη του παγκόσμιου χρέους και του Ακαθάριστου Εγχώριου Προϊόντος (ΑΕΠ) έχοντας κερδίσει μεγάλο μέρος της προσοχής στην οικονομική έρευνα (Εικόνα 2.2). Η Μηχανική Μάθηση επιτρέπει την ανάπτυξη μοντέλων που είναι ευέλικτα και ικανά να προσαρμόζονται σε δεδομένα χωρίς την ανάγκη για προηγούμενη γνώση ή υποθέσεις (Bishop, 2007), που είναι σημαντικό όταν αντιμετωπίζονται πολύπλοκες και ασαφείς οικονομικές σχέσεις καθώς η μηχανική μάθηση είναι ευέλικτη στην αντιμετώπιση διαφόρων τύπων δεδομένων και προβλημάτων, ώντας ικανή να χρησιμοποιηθεί για την ανάλυση εικόνων, κειμένου, ήχου,

χρονοσειρών, και άλλων τύπων δεδομένων. Επιπλέον, η μηχανική μάθηση μπορεί να εφαρμοστεί σε πολλούς τομείς, όπως η ρομποτική, η υγεία, η οικονομία και η επιστήμη. Ένα από τα σημαντικότερα χαρακτηριστικά της μηχανικής μάθησης είναι η ικανότητά της να προσαρμόζεται σε νέα δεδομένα και νέες συνθήκες, με αποτέλεσμα τα μοντέλα αυτά να μπορούν να εκπαιδεύονται σε ένα σύνολο δεδομένων και να είναι ικανά να κάνουν ακριβείς προβλέψεις για νέα δεδομένα που δεν είχαν συμπεριληφθεί στην αρχική εκπαίδευση (Gorospa et al., 2021, p. 1031). Ένα επιπλέον σημαντικό στοιχείο της ικανότητας προσαρμογής της μηχανικής μάθησης είναι η αυτόματη μάθηση, με τους αλγόριθμους μηχανικής μάθησης να μπορούν να εντοπίσουν μοτίβα και δομές στα δεδομένα χωρίς να έχουν προγραμματιστεί συγκεκριμένα για αυτά.



Εικόνα 2.2: Χρήση μηχανικής μάθησης για πρόβλεψη ΑΕΠ (Cicceri et al., 2020, p. 241)

Η Μηχανική Μάθηση είναι κατάλληλη για την επεξεργασία και ανάλυση μεγάλου όγκου δεδομένων χωρίς χειροκίνητη επεξεργασία, κάτι που είναι συχνά απαραίτητο στην οικονομική έρευνα. Αυτό συμβαίνει χάρη στον αυτόματο εντοπισμό χαρακτηριστικών, την αντιμετώπιση απουσιαζόντων τιμών, και την κανονικοποίηση των δεδομένων. Οι τεχνικές μηχανικής μάθησης μπορούν να εκτελούνται σε κατανεμημένα συστήματα, όπου η επεξεργασία των δεδομένων διανέμεται σε πολλούς υπολογιστές, επιτρέποντας την αποτελεσματική επεξεργασία μεγάλων όγκων δεδομένων χωρίς την ανάγκη για μονολιθικούς υπολογιστές. Ορισμένοι αλγόριθμοι

μηχανικής μάθησης, όπως τα δέντρα αποφάσεων, είναι εξαιρετικά κλιμακώσιμοι με αποτέλεσμα να μπορούν να εκπαιδεύσουν μεγάλα μοντέλα και να αντιμετωπίσουν μεγάλα σύνολα δεδομένων χωρίς απώλεια απόδοσης, ενώ σε περιπτώσεις όπου το σύνολο δεδομένων είναι πάρα πολύ μεγάλο, μπορεί να χρησιμοποιηθούν τεχνικές δειγματοληψίας για να εξάγουμε υποσύνολα που είναι αντιπροσωπευτικά των δεδομένων, χωρίς να απαιτείται η επεξεργασία όλων των δεδομένων ταυτόχρονα. Η μηχανική μάθηση μπορεί να εκτελείται σε εξειδικευμένους υπολογιστικούς πόρους, όπως γραφικές μονάδες επεξεργασίας (GPU) και μονάδες επεξεργασίας Tensor (TPU) (Lucan Orășan et al., 2022, p. 2545), για την επιτάχυνση των υπολογισμών.

Οι αλγόριθμοι της Μηχανικής Μάθησης μπορούν να ανιχνεύσουν και να μοντελοποιήσουν πολύπλοκα πρότυπα στα οικονομικά δεδομένα, πράγμα που μπορεί να οδηγήσει σε προβλέψεις με υψηλή ακρίβεια καθώς σε πολλές περιπτώσεις, τα μοτίβα των δεδομένων είναι κρυμμένα σε πολύπλοκα πρότυπα που δεν είναι εμφανή στον ανθρώπινο παρατηρητή. Η εύρεση αυτών των προτύπων μπορεί να αποκαλύψει κρυφές συσχετίσεις και πληροφορίες που μπορούν να χρησιμοποιηθούν για προβλέψεις και αποφάσεις, ειδικά σε περιπτώσεις όπου τα δεδομένα είναι πολυδιάστατα και πολύπλοκα. Σε αυτές τις περιπτώσεις, η εύρεση προτύπων μπορεί να βοηθήσει στον διαχωρισμό τους σε πιο απλά και κατανοητά στοιχεία διευκολύνοντας την ανάλυση και την εξαγωγή σημαντικών πληροφοριών. Οι πολύπλοκες δομές δεδομένων μπορούν να περιλαμβάνουν αναλυτικούς κανόνες και συσχετίσεις. Η εύρεση αυτών των κανόνων επιτρέπει την πρόβλεψη μελλοντικών γεγονότων και την εξαγωγή συμπερασμάτων από τα δεδομένα, αλλά μπορεί να χρησιμοποιηθεί και για την κατηγοριοποίηση και ομαδοποίηση δεδομένων, βοηθώντας στην κατανόηση της δομής των δεδομένων και την αναγνώριση παρόμοιων αντικειμένων.

Σε οικονομικές προβλέψεις, μπορούν να χρησιμοποιηθούν δεδομένα από πολλές πηγές, όπως χρηματιστηριακές αγορές, κυβερνητικές στατιστικές, και άλλα με την Μηχανική Μάθηση να μπορεί να συνδυάσει αυτές τις πηγές για πιο ολοκληρωμένες προβλέψεις (Laborda et al., 2023, p. 2625). Η χρήση δεδομένων από πολλές πηγές μπορεί να βελτιώσει την εκτίμηση και την πρόβλεψη, καθώς οι πληροφορίες από διάφορες πηγές μπορούν να συμπληρώνουν τις κενές και να δώσουν πιο πλήρη εικόνα των δεδομένων. Ο συνδυασμός δεδομένων επιτρέπει την ανάλυση σχέσεων και συσχετίσεων που δεν είναι εμφανείς από μόνες τους. Αυτό μπορεί να οδηγήσει

στον εντοπισμό προηγουμένως αγνοούμενων πληροφοριών και στην εξάλειψη σφαλμάτων και παραλείψεων, παρέχοντας μια πιο αξιόπιστη και ακριβή ανάλυση των δεδομένων.

Παρά τα πλεονεκτήματά της, η Μηχανική Μάθηση αντιμετωπίζει και προκλήσεις, όπως την ανάγκη για μεγάλα σετ εκπαίδευσης, την επικινδυνότητα της υπερεκπαίδευσης (overfitting) (Ying, 2019, p. 022022) και την ανακάλυψη προτύπων σε δεδομένα που ενδέχεται να μην είναι επαρκή για γενικεύσεις. Οι πηγές δεδομένων μπορεί να παρέχουν διαφορετικούς τύπους και μορφές δεδομένων, όπως κείμενο, εικόνες, βίντεο, αριθμητικά δεδομένα, και η διαχείριση και η ανάλυση αυτής της ποικιλίας μπορεί να απαιτεί εξειδικευμένες τεχνικές και εργαλεία. Οι διάφορες πηγές δεδομένων μπορεί να χρησιμοποιούν διαφορετικά μοντέλα και δομές για τα δεδομένα τους, απαιτώντας την ενοποίηση και την προσαρμογή τους προτού χρησιμοποιηθούν για ανάλυση. Η ανάλυση δεδομένων από πολλές πηγές μπορεί να συναντά προβλήματα σχετικά με τη διακριτικότητα και την ιδιωτικότητα των ατόμων, καθώς είναι σημαντικό να διασφαλιστεί η προστασία των προσωπικών δεδομένων (Rodríguez et al., 2023, p. 1252) κατά την ανάλυση. Ορισμένες πηγές μπορεί να παρέχουν δεδομένα με καθυστέρηση, ενώ άλλες μπορεί να είναι σε πραγματικό χρόνο και η αντιμετώπιση αυτής της διαφοροποίησης μπορεί να αποτελέσει πρόβλημα για την ανάλυση. Οι διάφορες πηγές μπορεί να είναι ευάλωτες σε αποτυχίες ή αστάθειες, που μπορούν να επηρεάσουν την αξιοπιστία των δεδομένων και η αύξηση του αριθμού των πηγών δεδομένων μπορεί να δημιουργήσει προκλήσεις στη διαχείριση και αποθήκευση των δεδομένων, καθώς και στην απόδοση των αναλύσεων.

Τα μοντέλα μηχανικής μάθησης είναι ένας τύπος τεχνητής νοημοσύνης που μπορεί να μαθαίνει από δεδομένα για να κάνει προβλέψεις με τα μοντέλα μηχανικής μάθησης να έχουν χρησιμοποιηθεί για την πρόβλεψη του παγκόσμιου χρέους και του ΑΕΠ αναλύοντας ιστορικά δεδομένα και εντοπίζοντας πρότυπα (Ampountolas, 2023, pp. 472-486). Ένας κοινός τύπος μοντέλου μηχανικής μάθησης που χρησιμοποιείται για την πρόβλεψη του Παγκόσμιου Χρέους και του ΑΕΠ είναι ένα μοντέλο βαθιάς μάθησης. Τα μοντέλα βαθιάς μάθησης (Biswas et al., 2023) είναι ένας τύπος νευρωνικού δικτύου που μπορεί να μαθαίνει σύνθετα μοτίβα από δεδομένα. Ένας άλλος κοινός τύπος μοντέλου μηχανικής μάθησης που χρησιμοποιείται για την πρόβλεψη του Παγκόσμιου Χρέους και του ΑΕΠ είναι μια μηχανή διανυσμάτων υποστήριξης (SVM) (Maccarrone et al., 2021). Τα SVM είναι ένας τύπος μοντέλου μηχανικής μάθησης που μπορεί να ταξινομήσει δεδομένα σε διαφορετικές κατηγορίες. Μπορούν να χρησιμοποιηθούν για

την πρόβλεψη του Παγκόσμιου Χρέους και του ΑΕΠ (Dwarakanath G. et al., 2022, pp. 1039-1047) για διάφορους σκοπούς, με τις κυβερνήσεις να μπορούν να χρησιμοποιήσουν μοντέλα μηχανικής μάθησης για να προβλέψουν τα ελλείμματα και τα πλεονάσματα του προϋπολογισμού τους, ενώ οι επιχειρήσεις μπορούν να χρησιμοποιήσουν μοντέλα μηχανικής μάθησης για να προβλέψουν τη ζήτηση για τα προϊόντα (Benhamed & Gassouma, 2023, p. 9837) και τις υπηρεσίες τους. Και οι επενδυτές μπορούν να χρησιμοποιήσουν μοντέλα μηχανικής μάθησης για να προβλέψουν τις επιδόσεις των χρηματοπιστωτικών αγορών (Omar et al., 2018, pp. 1-5).

Ακολουθούν ορισμένα συγκεκριμένα παραδείγματα για το πώς χρησιμοποιούνται μοντέλα μηχανικής μάθησης για την πρόβλεψη του Παγκόσμιου Χρέους και του ΑΕΠ:

- Το Διεθνές Νομισματικό Ταμείο (ΔΝΤ) χρησιμοποιεί μοντέλα μηχανικής μάθησης (Hellwig K.-P., 2021) για την πρόβλεψη του Παγκόσμιου Χρέους και του ΑΕΠ στην έκθεσή του για τις Παγκόσμιες Οικονομικές Προοπτικές. Τα μοντέλα του ΔΝΤ λαμβάνουν υπόψη μια ποικιλία παραγόντων, όπως τα επιτόκια, η οικονομική ανάπτυξη και οι δημογραφικές τάσεις (Barbaglia et al., 2020)
- Η Παγκόσμια Τράπεζα χρησιμοποιεί μοντέλα μηχανικής μάθησης για την πρόβλεψη του Παγκόσμιου Χρέους και του ΑΕΠ στην έκθεσή της για τις Παγκόσμιες Οικονομικές Προοπτικές. Τα μοντέλα της Παγκόσμιας Τράπεζας λαμβάνουν επίσης υπόψη μια ποικιλία παραγόντων, όπως τα επιτόκια, η οικονομική ανάπτυξη (Chen, 2021) και οι δημογραφικές τάσεις.
- Πολλές κεντρικές τράπεζες χρησιμοποιούν μοντέλα μηχανικής μάθησης για την πρόβλεψη του Παγκόσμιου Χρέους (Zarkova et al., 2023, p. 71) και του ΑΕΠ. Οι κεντρικές τράπεζες χρησιμοποιούν αυτές τις προβλέψεις για να ενημερώσουν τις αποφάσεις τους σχετικά με τη νομισματική πολιτική.
- Πολλές εμπορικές τράπεζες χρησιμοποιούν μοντέλα μηχανικής μάθησης για την πρόβλεψη του Παγκόσμιου Χρέους και του ΑΕΠ. Οι εμπορικές τράπεζες χρησιμοποιούν αυτές τις προβλέψεις για την αξιολόγηση της πιστοληπτικής ικανότητας των δανειοληπτών και για τη λήψη επενδυτικών αποφάσεων (Maniatiopoulos et al., 2023, p. 64).

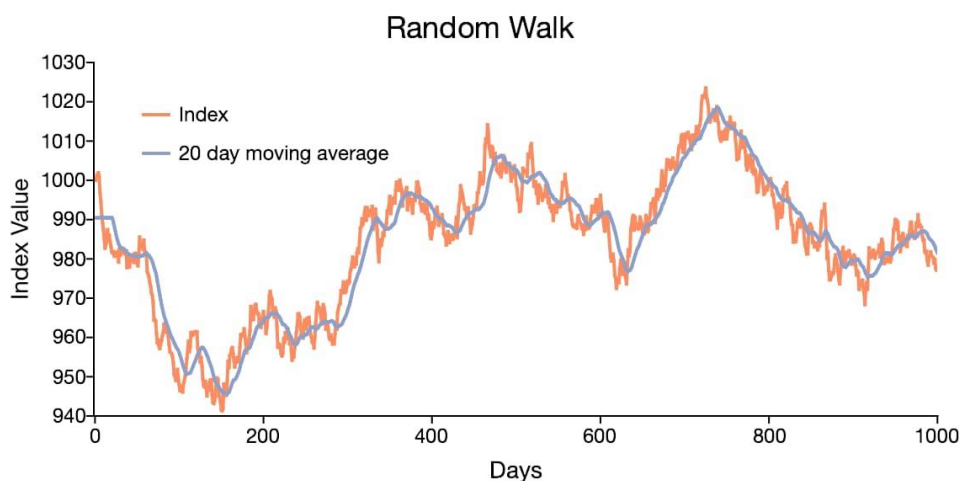
Τα μοντέλα μηχανικής μάθησης είναι ένα ισχυρό εργαλείο για την πρόβλεψη του Παγκόσμιου Χρέους και του ΑΕΠ. Ωστόσο, είναι σημαντικό να σημειωθεί ότι τα μοντέλα αυτά δεν είναι τέλεια. Μπορούν να επηρεαστούν από αλλαγές στις οικονομικές συνθήκες και από απρόβλεπτα γεγονότα (Dukanović et al., 2023, pp. 362-369), (Ha et al., 2023, pp. 90-104). Ως εκ τούτου, είναι σημαντικό να χρησιμοποιούνται τα μοντέλα μηχανικής μάθησης σε συνδυασμό με άλλες μεθόδους πρόβλεψης.

2.3 Χρονοσειριακός αναλυτικός προγραμματισμός

Η τρίτη μέθοδος πρόβλεψης που θα μελετηθεί είναι ο χρονοσειριακός αναλυτικός προγραμματισμός (time series analysis) και αποτελεί μια ισχυρή προσέγγιση για την πρόβλεψη του παγκόσμιου χρέους και του Ακαθάριστου Εγχώριου Προϊόντος (ΑΕΠ), έχοντας ευρεία εφαρμογή στην οικονομική έρευνα. Οι χρονοσειρές είναι σειρές δεδομένων που παρατηρούνται σε διάφορα χρονικά σημεία, και ο προγραμματισμός αναλύει αυτές τις σειρές για να ανακαλύψει μοτίβα και τάσεις που μπορούν να χρησιμοποιηθούν για προβλέψεις (Borrero & Mariscal, 2022, p. 2915).

Η πρώτη διαδικασία στο χρονοσειριακό αναλυτικό προγραμματισμό είναι η ανάλυση των στατιστικών ιδιοτήτων της χρονοσειράς, όπως η μέση τιμή, η διακύμανση και η αυτοσυσχέτιση (Peiris & Hunt, 2023, p. 817). Αυτή η ανάλυση βοηθά στην κατανόηση των βασικών χαρακτηριστικών της χρονοσειράς με την μέση τιμή να αναφέρεται στον μέσο όρο των δεδομένων μιας χρονοσειράς. Αναλύοντας τη μέση τιμή, μπορεί να κατανοηθεί η τάση των δεδομένων, εάν αυξάνονται, μειώνονται ή παραμένουν σταθερά. Η διακύμανση αναφέρεται στο εύρος διακύμανσης των δεδομένων, ενώ η τυπική απόκλιση μετρά τον βαθμό διασποράς. Αυτά τα στατιστικά μεγέθη μπορούν να δείξουν πόσο πολύ αποκλίνουν τα δεδομένα από τη μέση τιμή ενώ ο συντελεστής αυτοσυσχέτισης μετρά τη συσχέτιση μεταξύ των τιμών σε διάφορα χρονικά βήματα. Αυτό μπορεί να βοηθήσει στον εντοπισμό επαναλαμβανόμενων μοτίβων στη χρονοσειρά. Οι γραφικές παραστάσεις, όπως τα ιστογράμματα και τα γραφήματα QQ, μπορούν να αποκαλύψουν την κατανομή και τυχόν ανωμαλίες στα δεδομένα, εντοπίζοντας τυχόν χαρακτηριστικά στη χρονοσειρά, όπως εποχικότητα ή τάσεις. Εάν υπάρχουν γνωστές δομές, όπως αλλαγές στις πολιτικές ή οικονομικές συνθήκες, αυτές μπορούν να αναλυθούν για να

κατανοηθεί η επίδρασή τους, με τις στατιστικές ιδιότητες να μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την πρόβλεψη μελλοντικών τιμών και για την εκτίμηση των πιθανοτήτων.



Εικόνα 2.3. Χρήση time-series analysis

Στη συνέχεια, δημιουργείται ένα μοντέλο που περιγράφει την χρονοσειρά, το οποίο μπορεί να είναι ένα απλό μοντέλο, όπως το αυτο-συσχετιζόμενο αριθμητικό μοντέλο (ARIMA) (Ospina et al., 2023, p. 3069), ή ένα πιο σύνθετο μοντέλο που λαμβάνει υπόψη διάφορες επιρροές. Η διαδικασία ξεκινά με τη συλλογή των χρονοσειριακών δεδομένων από την αντίστοιχη πηγή, όπου τα δεδομένα να πρέπει να είναι αρκούντως λεπτομερή και πλήρη για να επιτρέπουν τη διεξαγωγή αναλύσεων. Πριν από την κατασκευή μοντέλου, τα δεδομένα εξερευνώνται με σκοπό την ανάλυση των στατιστικών ιδιοτήτων, την επισκόπηση γραφικών παραστάσεων και την ανίχνευση ανωμαλιών. Στη συνέχεια, το κατάλληλο μοντέλο επιλέγεται για τα δεδομένα από τον αναλυτή με τα δεδομένα συνήθως να διαβιβάζονται σε έναν αλγόριθμο ή μοντέλο πρόβλεψης. Συνήθως, τα δεδομένα πρέπει να προεπεξεργαστούν πριν από την εκπαίδευση του μοντέλου με κανονικοποίηση, συμπίεση δεδομένων και άλλες διαδικασίες. Κατόπιν, το μοντέλο εκπαιδεύεται χρησιμοποιώντας τα δεδομένα, για να μάθει να προβλέπει τις τιμές της χρονοσειράς ενώ μετά την εκπαίδευση, η επίδοση του μοντέλου αξιολογείται χρησιμοποιώντας μετρικές, όπως η ακρίβεια, η μέση τετραγωνική απόκλιση, ο συντελεστής καλύτερης εφαρμογής και άλλες. Εάν το μοντέλο δεν ικανοποιεί τις απαιτήσεις, μπορεί να προσαρμοστεί και να βελτιωθεί μέσω επιπλέον εκπαίδευσης ή ρύθμισης παραμέτρων και όταν το μοντέλο είναι ικανοποιητικό, μπορεί να χρησιμοποιηθεί για προβλέψεις, αναλύσεις ή άλλες εφαρμογές.

Το μοντέλο χρησιμοποιείται για την πρόβλεψη μελλοντικών τιμών της χρονοσειράς και στη συνέχεια, οι προβλέψεις αξιολογούνται χρησιμοποιώντας διάφορα μετρικά, όπως το μέσο απόλυτο σφάλμα (Mean Absolute Error) και η μέση τετραγωνική απόκλιση (Root Mean Square Error) (Hodson et al., 2021). Η πρόβλεψη σημαίνει ότι το μοντέλο προσπαθεί να εκτιμήσει τις μελλοντικές τιμές της χρονοσειράς με βάση τα δεδομένα που έχει ήδη μάθει κατά τη διάρκεια της εκπαίδευσης, εξυπηρετώντας πολλούς σκοπούς, όπως η πρόβλεψη των πωλήσεων, της ζήτησης, της χρηματοοικονομικής απόδοσης και άλλων μεταβλητών με την πρόβλεψη να μπορεί να γίνει για μελλοντικά χρονικά σημεία που δεν περιλαμβάνονται στα αρχικά δεδομένα.

Μετά την πρόβλεψη, το μοντέλο αξιολογείται χρησιμοποιώντας μετρικές απόδοσης. Οι συνηθισμένες μετρικές περιλαμβάνουν:

- Ακρίβεια (Accuracy): Το ποσοστό των σωστών προβλέψεων σε σχέση με το σύνολο των προβλέψεων.
- Μέσο Απόλυτο Σφάλμα (Mean Absolute Error - MAE): Η μέση απόλυτη διαφορά μεταξύ των πραγματικών και των προβλεπόμενων τιμών.
- Μέσο Τετραγωνικό Σφάλμα (Mean Squared Error - MSE): Το μέσο από τα τετράγωνα των διαφορών μεταξύ των πραγματικών και των προβλεπόμενων τιμών.
- Συντελεστής Καλύτερης Εφαρμογής (Coefficient of Determination - R-squared): Μια μετρική που μετρά το ποσοστό της διακύμανσης στα δεδομένα που εξηγείται από το μοντέλο.

Η αξιολόγηση βοηθάει να κατανοήσουμε πόσο καλά λειτουργεί το μοντέλο μας στο προβλεπόμενο πρόβλημα και αν χρειάζεται επιπλέον βελτιστοποίηση.

Συχνά, πραγματοποιείται επιλογή μοντέλου μέσω πειραματικής διαδικασίας ή χρησιμοποιώντας κριτήρια όπως οι πληροφορίες Akaike (AIC) και Bayesian (BIC), αλλά πριν επιλεγθεί ένα μοντέλο, πρέπει να κατανοηθούν τα δεδομένα. Αυτό περιλαμβάνει την εξέταση των χαρακτηριστικών της χρονοσειράς, όπως η τάση, η εποχικότητα και οι τυχαιότητες, καθώς και την ανίχνευση ενδεχόμενων ανωμαλιών. Ανάλογα με την φύση των δεδομένων, μπορεί να επιλεγθούν διάφοροι τύπων μοντέλων με ορισμένες επιλογές να περιλαμβάνουν:

1. Στατιστικά μοντέλα όπως το ARIMA (Autoregressive Integrated Moving Average).
2. Μοντέλα μηχανικής μάθησης όπως τα νευρωνικοί δίκτυα.

3. Μοντέλα βασισμένα σε δέντρα αποφάσεων, όπως τα Random Forests.
4. Μοντέλα βασισμένα σε χρονοσειριακές νευρωνικές αρχιτεκτονικές, όπως τα LSTM (Long Short-Term Memory) δίκτυα.

Μετά την επιλογή του μοντέλου, πρέπει να αποφασιστεί πώς θα εκπαιδευτεί το μοντέλο, την επιλογή του χρονικού διαστήματος εκπαίδευσης και του τρόπου διαχείρισης των δεδομένων εκπαίδευσης. Συχνά, τα μοντέλα έχουν παραμέτρους που πρέπει να προσαρμοστούν για να επιτύχουν βέλτιστη απόδοση, γνωστό ως βελτιστοποίηση παραμέτρων και μπορεί να περιλαμβάνει την αναζήτηση των καλύτερων τιμών παραμέτρων μέσω δοκιμών και σφάλματος.

Ο χρονοσειριακός αναλυτικός προγραμματισμός είναι εξαιρετικά χρήσιμος στην οικονομική πρόβλεψη, καθώς επιτρέπει την παρακολούθηση της εξέλιξης των οικονομικών δεδομένων στον χρόνο και την πρόβλεψη μελλοντικών τιμών (Tsoukalas et al., 2019). Αυτό είναι σημαντικό για την κατανόηση των τάσεων, των κύκλων και των εποχικών παραλλαγών που επηρεάζουν την οικονομία, καθώς μπορούν να δημιουργηθούν προβλέψεις για τις μελλοντικές τιμές και εξελίξεις στον τομέα της οικονομίας, επιτρέποντας στις επιχειρήσεις και τις κυβερνητικές αρχές να προετοιμάζονται για πιθανές αλλαγές και να λαμβάνουν αποφάσεις με βάση τις προβλέψεις αυτές. Ο χρονοσειριακός αναλυτικός προγραμματισμός μπορεί να βοηθήσει στην αναγνώριση πρόωρων σημάτων (Zhuravka et al., 2021, pp. 65-75) κινδύνου και στην ανάληψη προληπτικών μέτρων με τις προβλέψεις που προκύπτουν να μπορούν να χρησιμοποιηθούν για τη λήψη αποφάσεων σχετικά με τον προϋπολογισμό, τον έλεγχο των αποθεμάτων και τη διαχείριση των χρηματοοικονομικών πόρων.

Η ανάλυση χρονοσειρών είναι ένα ισχυρό εργαλείο για την πρόβλεψη του Παγκόσμιου Χρέους και του ΑΕΠ, επειδή μπορεί να λάβει υπόψη ένα ευρύ φάσμα παραγόντων, όπως οι προηγούμενες τάσεις, οι οικονομικές συνθήκες και οι εποχιακές διακυμάνσεις (Rajaraman & Mukhopadhyay, 2004, pp. 122-134), και ακολουθούν ορισμένα συγκεκριμένα παραδείγματα για το πώς μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την πρόβλεψη του Παγκόσμιου Χρέους και του ΑΕΠ:

- Μοντέλα αυτοπαλίνδρομου ολοκληρωμένου κινητού μέσου όρου (ARIMA): Τα μοντέλα ARIMA είναι ένας τύπος μοντέλου χρονοσειράς που μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την πρόβλεψη μελλοντικών τιμών μιας μεταβλητής με βάση τις παρελθοντικές τιμές της (Patrizio, 2011). Τα μοντέλα ARIMA χρησιμοποιούνται συχνά για την πρόβλεψη του

Παγκόσμιου Χρέους και του ΑΕΠ επειδή είναι σχετικά απλά στην εφαρμογή τους και μπορούν να είναι πολύ ακριβή.

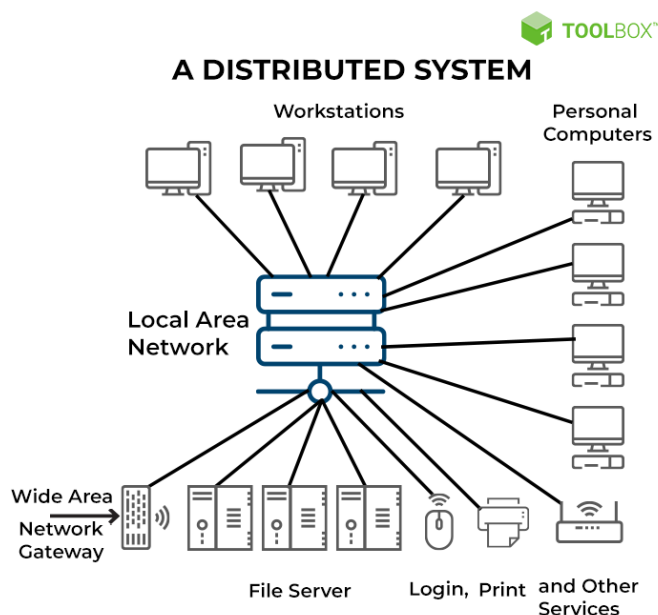
- Δομικά διανυσματικά αυτοπαλίνδρομα μοντέλα (VAR): Τα μοντέλα VAR είναι ένας τύπος μοντέλου χρονοσειρών που μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την πρόβλεψη μελλοντικών τιμών ενός συνόλου μεταβλητών με βάση τις παρελθοντικές τιμές τους. Τα μοντέλα VAR χρησιμοποιούνται συχνά για την πρόβλεψη του Παγκόσμιου Χρέους και του ΑΕΠ (Cunningham, 1992, pp. 29-30), επειδή μπορούν να λάβουν υπόψη τους τις σχέσεις μεταξύ των διαφόρων οικονομικών μεταβλητών.
- Μοντέλα εκθετικής εξομάλυνσης: Τα μοντέλα εκθετικής εξομάλυνσης είναι ένας τύπος μοντέλου χρονοσειρών που μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την πρόβλεψη μελλοντικών τιμών μιας μεταβλητής με βάση τις πρόσφατες τιμές της. Τα μοντέλα εκθετικής εξομάλυνσης χρησιμοποιούνται συχνά για την πρόβλεψη του Παγκόσμιου Χρέους και του ΑΕΠ επειδή υπολογίζονται πολύ γρήγορα και μπορούν να είναι πολύ ακριβή για βραχυπρόθεσμες προβλέψεις (Elsesser, G., 2021).

Τα μοντέλα χρονοσειρών μπορούν να επηρεαστούν από αλλαγές στις οικονομικές συνθήκες και από απροσδόκητα γεγονότα. Ως εκ τούτου, είναι σημαντικό να χρησιμοποιείται η ανάλυση χρονοσειρών σε συνδυασμό με άλλες μεθόδους πρόβλεψης. Παρόλο που ο χρονοσειριακός αναλυτικός προγραμματισμός είναι μια ισχυρή προσέγγιση, πρέπει να ληφθούν υπόψη οι περιορισμοί του, όπως η ανάγκη για ισχυρές στατιστικές υποθέσεις και η δυσκολία στην αντιμετώπιση αστάθειας στα δεδομένα.

2.4 Κατανεμημένα συστήματα

Τα κατανεμημένα συστήματα αποτελούν σημαντικό πεδίο στην τεχνολογία πληροφορικής και στην ανάπτυξη λογισμικού και αναπτύσσονται για να ανταποκριθούν σε προκλήσεις που αφορούν την κατανομή των υπολογιστικών πόρων (Sanabria et al., 2022, p. 7137), την αποδοτικότητα, την αξιοπιστία και την ανοχή σε σφάλματα. Αναφέρονται σε ένα σύνολο υπολογιστών που συνεργάζονται για να εκτελέσουν κοινές εργασίες, ανταλλάσσουν πληροφορίες και διανέμουν τις εργασίες σε διάφορες συσκευές ή κόμβους (Mbarek & Mosorog, 2021, p. 10807), όντας συνδεδεμένοι μέσω δικτύου, βελτιστοποιώντας την εκτέλεση και μειώνοντας τον απαιτούμενο χρόνο. Συνήθως, οι συσκευές σε ένα κατανεμημένο σύστημα

βρίσκονται σε διάφορες τοποθεσίες, ακόμα και αν αυτές οι τοποθεσίες είναι απομακρυσμένες μεταξύ τους. Τα καταναμημένα συστήματα πρέπει να είναι ανθεκτικά στις διακοπές λειτουργίας μιας ή περισσότερων συσκευών. Οι αποτυχίες πρέπει να μπορούν να αντιμετωπίζονται χωρίς να επηρεάζεται η συνολική λειτουργία του συστήματος (Εικόνα 2.4.).



Εικόνα 2.4. Σχεδιάγραμμα καταναμημένου συστήματος (Mohanap, 2022)

Τα καταναμημένα συστήματα παρέχουν πολλά πλεονεκτήματα, όπως την κατανομή του φόρτου εργασίας, την αυξημένη απόδοση, την ανοχή σε σφάλματα και τη δυνατότητα επεκτασιμότητας. Ένα από τα βασικά πλεονεκτήματα των καταναμημένων συστημάτων είναι η δυνατότητά τους να εκμεταλλεύονται τη συνδυασμένη υπολογιστική ισχύ πολλών συσκευών ή υπολογιστών, επιτρέποντας την επεξεργασία μεγάλων και πολύπλοκων υπολογισμών σε σύντομο χρονικό διάστημα. Τα καταναμημένα συστήματα μπορούν να αντιμετωπίσουν αποτυχίες ενός ή περισσότερων στοιχείων, χωρίς να διακυβεύσουν τη συνολική λειτουργία, εξασφαλίζοντας την αξιοπιστία του συστήματος. Είναι ιδανικά για τη διαχείριση μεγάλων όγκων δεδομένων, καθώς τα δεδομένα μπορούν να αποθηκευτούν και να επεξεργαστούν σε διάφορες τοποθεσίες, ενώ τα ίδια τα συστήματα είναι ευέλικτα και μπορούν να προσαρμοστούν σε διάφορες εφαρμογές και απαιτήσεις, δηλαδή να αναβαθμιστούν ή να επεκταθούν όταν απαιτείται. Τα καταναμημένα συστήματα επιτρέπουν τον αποτελεσματικό διαμοιρασμό πόρων,

όπως επεξεργαστική ισχύ, μνήμη και αποθηκευτικό χώρο μεταξύ διαφορετικών συσκευών, ενώ μπορούν να χρησιμοποιηθούν επίπεδα προστασίας σε διάφορα σημεία του συστήματος, με ορισμένα καταναμημένα συστήματα να υποστηρίζουν την αυτόματη αποκατάσταση σε περίπτωση σφάλματος (Wan et al., 2021, p. 1749), εξασφαλίζοντας τη συνεχή λειτουργία του συστήματος. Ακόμα, με τον αποτελεσματικό διαμοιρασμό των εργασιών μεταξύ διαφορετικών συσκευών, τα καταναμημένα συστήματα μπορούν να εξοικονομήσουν ενέργεια σε σύγκριση με την εκτέλεση όλων των εργασιών σε έναν μόνο υπολογιστή.

Παρά τα πλεονεκτήματά τους, τα καταναμημένα συστήματα αντιμετωπίζουν προκλήσεις όπως η διαχείριση της ασφάλειας, η συγχρονισμένη επικοινωνία μεταξύ των υπολογιστών, η διαχείριση των ανταλλαγών δεδομένων και η εξασφάλιση της ανοχής σε σφάλματα (Casamayor Pujol et al., 2023, p. 198). Η διατήρηση της ασφάλειας σε ένα καταναμημένο σύστημα είναι δύσκολη καθώς η αντιμετώπιση απειλών όπως η διαρροή δεδομένων, οι επιθέσεις DDoS (Ali et al., 2022, p. 494) και οι επιθέσεις αυθεντικοποίησης απαιτούν σύνθετα μέτρα ασφαλείας, ενώ η αποτελεσματική διαχείριση των πόρων σε ένα καταναμημένο σύστημα, όπως η επεξεργαστική ισχύς και ο αποθηκευτικός χώρος, είναι και αυτό πρόκληση. Η επικοινωνία μεταξύ των στοιχείων ενός καταναμημένου συστήματος και ο συγχρονισμός των εργασιών μπορεί να απαιτεί σύνθετους αλγορίθμους και πρωτόκολλα αλλά και η διαχείριση των επιδόσεων είναι απαιτητική λόγω της ποικιλίας των συσκευών και της ανάγκης για βελτιστοποίηση της απόδοσης.

Η τεχνολογία των καταναμημένων συστημάτων εξελίσσεται συνεχώς, με την εισαγωγή νέων τεχνολογιών όπως τα blockchain (Wani et al., 2021, p. 227) και τα αυτόνομα δίκτυα, έχοντας επιπτώσεις σε πολλούς τομείς, όπως την οικονομία, την κοινωνία και την επιστήμη. Η αύξηση της υπολογιστικής ισχύς και ο αυξανόμενος αποθηκευτικός χώρος στους υπολογιστές επιτρέπουν την εκτέλεση πιο πολύπλοκων αλγορίθμων και την αποθήκευση μεγαλύτερων όγκων δεδομένων, ενώ παράλληλα, οι βελτιώσεις στα δίκτυα, όπως η ανάπτυξη του 5G, επιτρέπουν την ταχεία μετάδοση δεδομένων μεταξύ διαφορετικών στοιχείων ενός καταναμημένου συστήματος, συμβάλλοντας στη βελτίωση της επικοινωνίας. Οι πρόοδοι στην τεχνολογία αισθητήρων και το Internet of Things (IoT) (Na et al., 2023, p. 1500) επιτρέπουν τη σύνδεση και τη συλλογή δεδομένων από πολλές πηγές ενισχύοντας την πληροφορία που είναι διαθέσιμη σε καταναμημένα συστήματα. Ταυτόχρονα, με την χρήση της τεχνητής νοημοσύνης και της μηχανικής μάθησης μπορεί να επιτευχθεί η ανάπτυξη προγραμμάτων που μπορούν να

λαμβάνουν αποφάσεις αυτόνομα και να εκτελούν αναλύσεις πάνω στα δεδομένα. Η ανάπτυξη της τεχνολογίας κυβερνοασφάλειας είναι κρίσιμη για την προστασία των κατανεμημένων συστημάτων από κινδύνους και απειλές.

Τα κατανεμημένα συστήματα μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την πρόβλεψη του χρέους και του ΑΕΠ επιτρέποντας την παράλληλη επεξεργασία μεγάλου όγκου δεδομένων. Αυτό είναι σημαντικό επειδή το χρέος και το ΑΕΠ είναι πολύπλοκα φαινόμενα που επηρεάζονται από ένα ευρύ φάσμα παραγόντων. Τα κατανεμημένα συστήματα μπορούν να βοηθήσουν στον εντοπισμό μοτίβων και τάσεων σε αυτά τα δεδομένα που μπορεί να μην είναι ορατά στις παραδοσιακές μεθόδους πρόβλεψης (de Vos, 2016). Ένας τρόπος χρήσης αυτών των συστημάτων για την πρόβλεψη του χρέους και του ΑΕΠ είναι η χρήση μιας προσέγγισης μηχανικής μάθησης. Τα μοντέλα μηχανικής μάθησης μπορούν να εκπαιδευτούν σε μεγάλες ποσότητες ιστορικών δεδομένων για τον εντοπισμό μοτίβων και τάσεων. Μόλις εκπαιδευτούν, τα μοντέλα αυτά μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την πρόβλεψη μελλοντικών τιμών του χρέους και του ΑΕΠ. Τα κατανεμημένα συστήματα μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την εκπαίδευση και την ανάπτυξη μοντέλων μηχανικής μάθησης σε κλίμακα, το οποίο είναι σημαντικό επειδή η εκπαίδευση και η ανάπτυξη μοντέλων μηχανικής μάθησης μπορεί να είναι πολύ δαπανηρή από υπολογιστική άποψη. Τα κατανεμημένα συστήματα να μπορούν επίσης να συμβάλουν στη μείωση του χρόνου και του κόστους εκπαίδευσης και ανάπτυξης μοντέλων μηχανικής μάθησης (Guyer, 2017, pp. 99-108). Ένας άλλος τρόπος χρήσης κατανεμημένων συστημάτων για την πρόβλεψη του χρέους και του ΑΕΠ είναι η χρήση μιας προσέγγισης ανάλυσης χρονοσειρών. Η ανάλυση χρονοσειρών είναι μια στατιστική μέθοδος που αναλύει ιστορικά δεδομένα για τον εντοπισμό μοτίβων και τάσεων που μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την πρόβλεψη μελλοντικών τιμών του χρέους και του ΑΕΠ (de Toledo et al., 2021, p. 110968). Τα κατανεμημένα συστήματα μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την εκτέλεση ανάλυσης χρονοσειρών σε μεγάλες ποσότητες δεδομένων, το οποίο είναι δαπανηρό από υπολογιστική άποψη, όμως με την διαχείριση που γίνεται από τα κατανεμημένα συστήματα μπορεί να μειωθεί ο χρόνος και το κόστος της εκτέλεσης της ανάλυσης.

2.5 Συνδυασμός μεθόδων

Ο συνδυασμός μεθόδων αποτελεί μια προσέγγιση που συνδυάζει διάφορες τεχνικές και μεθόδους για την επίλυση προβλημάτων και την λήψη αποφάσεων, βελτιώνοντας την ακρίβεια, την αξιοπιστία και την απόδοση των αποτελεσμάτων (Zhang et al., 2022, p. 8654). Αξιοποιεί αρχικά την πολυπολικότητα των τεχνικών, καθώς αντί να επιλέγεται μία μέθοδος, χρησιμοποιούνται πολλές διαφορετικές μέθοδοι για την επίλυση ενός προβλήματος, με την πολυπλοκότητα σε σχέση με τον συνδυασμό μεθόδων να μπορεί να κυμαίνεται ανάλογα με πολλούς παράγοντες, όπως ο αριθμός των μεθόδων που χρησιμοποιούνται, τη φύση του προβλήματος, και την ανάγκη για επεξεργασία δεδομένων. Ο αριθμός των μεθόδων που συνδυάζονται επηρεάζει την πολυπλοκότητα. Όσο περισσότερες μέθοδοι συμπεριλαμβάνονται, τόσο πιο πολύπλοκη μπορεί να γίνει η διαδικασία, καθώς απαιτείται περισσότερος συντονισμός και ανάλυση αποτελεσμάτων, ενώ η επεξεργασία και η συνδυασμένη ανάλυση δεδομένων απαιτεί προσεκτική προετοιμασία και συγχώνευση. Επιπλέον, η πολυπλοκότητα αυξάνεται όταν τα δεδομένα προέρχονται από διαφορετικές πηγές ή έχουν διαφορετική μορφοποίηση και ο συντονισμός μεταξύ των μεθόδων και η αξιολόγηση των αποτελεσμάτων απαιτεί προσοχή, καθώς πρέπει να αποφασιστεί πώς θα συνδυαστούν τα αποτελέσματα και πώς θα μετρηθεί η απόδοση του συνδυασμού. Η αύξηση της πολυπλοκότητας μπορεί να καταστήσει δυσκολότερη τη διαχείριση του συστήματος, να επηρεάσει την απόδοση και αν δεν γίνει σωστά, μπορεί να προκαλέσει υπερβολική κατανάλωση υπολογιστικών πόρων και να επιβραδύνει τη διαδικασία.

Ο συνδυασμός μεθόδων όταν γίνει σωστά μπορεί να οδηγήσει σε βελτιωμένα αποτελέσματα με τις ασυνέπειες και τις αδυναμίες της μιας μεθόδου να μπορούν να αντισταθμιστούν από τις ισχυρές πλευρές μιας άλλης (Dudek, 2023, p. 53). Οι περισσότεροι αλγόριθμοι και μοντέλα έχουν υπερπαραμέτρους που πρέπει να ρυθμιστούν για να πετύχουν τα καλύτερα αποτελέσματα με την βελτιστοποίηση των αποτελεσμάτων να περιλαμβάνει την αναζήτηση των καλύτερων υπερπαραμέτρων για κάθε μέθοδο που χρησιμοποιείται. Μια σημαντική πτυχή της βελτιστοποίησης αποτελεσμάτων είναι ο τρόπος με τον οποίο συνδυάζονται τα αποτελέσματα. (Xing et al., 2023, p. 11026). Αυτό περιλαμβάνει την ανάθεση βαρών σε κάθε μέθοδο, την ανακατασκευή των αποτελεσμάτων ή τη χρήση συγκεκριμένων κριτηρίων για την επιλογή των καλύτερων αποτελεσμάτων. Η αξιολόγηση της απόδοσης του συνδυασμού μεθόδων γίνεται μέσω μετρικών απόδοσης, όπως η ακρίβεια, η ευαισθησία, η ειδικότητα και άλλες σχετικές

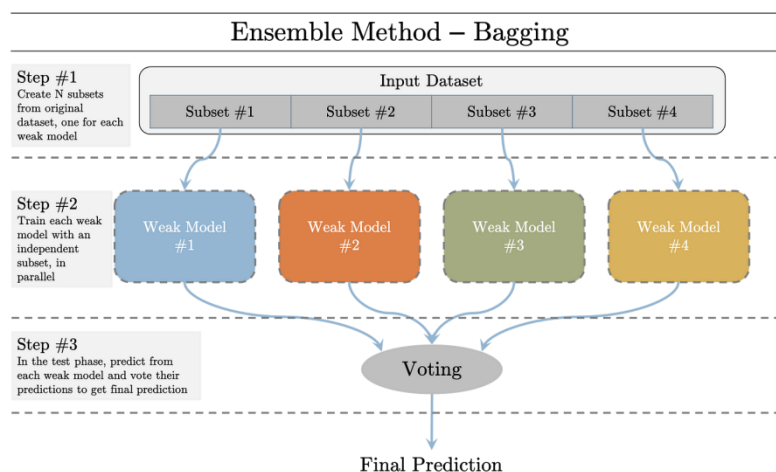
μετρικές για το πρόβλημα που εξετάζεται. Είναι σημαντικό να εξετάζεται η σταθερότητα και η αξιοπιστία των αποτελεσμάτων ενώ η βελτιστοποίηση τους πρέπει να λαμβάνει υπόψη τη διαχείριση των υπολογιστικών πόρων, καθώς ορισμένες μέθοδοι μπορεί να απαιτούν περισσότερη υπολογιστική ισχύ από άλλες.

Ο συνδυασμός μεθόδων μπορεί να μειώσει τον κίνδυνο της λανθασμένης απόφασης γιατί αν διάφορες μέθοδοι καταλήγουν σε παρόμοια αποτελέσματα, αυξάνεται η εμπιστοσύνη ότι η απόφαση είναι σωστή. Η έννοια της "Μείωσης του Κινδύνου" στον συνδυασμό μεθόδων (Hamori et al., 2018, p. 12) αναφέρεται στον τρόπο με τον οποίο ο συνδυασμός διαφόρων μεθόδων μπορεί να μειώσει τον κίνδυνο λανθασμένων αποφάσεων και την αβεβαιότητα στα αποτελέσματα βασίζόμενος στην αρχή της συμπληρωματικότητας. Αυτό σημαίνει ότι οι διάφορες μέθοδοι προσθέτουν πληροφορία από διαφορετικές πηγές ή με διαφορετικές προσεγγίσεις, μειώνοντας τον κίνδυνο παραλείψεων ή σφαλμάτων ενώ όταν διάφορες μέθοδοι συμφωνούν στην ίδια απόφαση, η αξιοπιστία αυτής της απόφασης αυξάνεται. Αντίθετα, αν διαφορετικές μέθοδοι οδηγούν σε αντικρουόμενα αποτελέσματα, μπορεί να επισημανθεί η αβεβαιότητα και να αποφευχθούν πρόωρες ή εσφαλμένες αποφάσεις. Κάθε μέθοδος έχει τις δικές της αδυναμίες και περιορισμούς και ο συνδυασμός μεθόδων μπορεί να βοηθήσει στην εξισορρόπηση αυτών των αδυναμιών, καθώς μια μέθοδος μπορεί να αντισταθμίσει τις αδυναμίες μιας άλλης ενώ σε περιπτώσεις αποτυχίας ή αναμενόμενων σφαλμάτων σε μια μέθοδο, οι άλλες μέθοδοι μπορούν να λειτουργήσουν ως εφεδρικές λύσεις, εξασφαλίζοντας τη συνεχή λειτουργία του συστήματος. Ο συνδυασμός μεθόδων μπορεί να είναι ευέλικτος και να προσαρμόζεται στις μεταβαλλόμενες συνθήκες και το περιβάλλον, μειώνοντας τον κίνδυνο που συνδέεται με τις αλλαγές στα δεδομένα ή τις προϋποθέσεις.

Οι αποφάσεις μπορούν να ληφθούν με βάση τα αποτελέσματα που προκύπτουν από διάφορες μεθόδους, ενισχύοντας την επιχειρηματολογία και τη συνολική κατανόηση του προβλήματος. Ο συνδυασμός μεθόδων παρέχει περισσότερα δεδομένα και αποτελέσματα πάνω στα οποία μπορεί να βασιστεί η επιχειρηματολογία για τη λήψη αποφάσεων. Η διαφορετική οπτική γωνία που παρέχουν οι διάφορες μέθοδοι μπορεί να ενισχύσει την κατανόηση του προβλήματος και, σε αντίθεση με τις αποφάσεις που λαμβάνονται βάσει των αποτελεσμάτων μιας μόνο μεθόδου που μπορεί να είναι επιρρεπείς σε σφάλματα ή παραλείψεις, ο συνδυασμός μεθόδων μπορεί να διασφαλίσει την αξιοπιστία των αποφάσεων αυξάνοντας την αξία των αποτελεσμάτων. Οι

αποφάσεις μπορεί να συνοδεύονται από κάποιο επίπεδο κινδύνου , αξιολογήσιμο και διαχειρίσιμο, καθώς διαφορετικές μέθοδοι μπορούν να παρέχουν διαφορετικές προβλέψεις. Ο συνδυασμός μεθόδων επιτρέπει την προσαρμογή των αποφάσεων στις προσωπικές ανάγκες και τους στόχους των ατόμων που λαμβάνουν τις αποφάσεις, ενισχύοντας την αποδοχή και την υιοθέτηση των αποφάσεων.

Ο συνδυασμός μεθόδων μπορεί να επιτρέψει τη συνεχή παρακολούθηση και ενημέρωση των αποτελεσμάτων, καθώς τα δεδομένα παραμένουν διαθέσιμα, οι μεθοδολογίες μπορούν να προσαρμοστούν προς βελτίωση των αποτελεσμάτων, ενώ η παρακολούθησή τους επιτρέπει την αναγνώριση αδυναμιών και την εύρεση τρόπων για τη βελτίωση των μεθόδων, συμβάλλοντας στη συνεχή εξέλιξη της ανάλυσης και της λήψης αποφάσεων. Οι συνθήκες και τα δεδομένα μπορεί να αλλάξουν με τον χρόνο και η παρακολούθηση αυτή επιτρέπει την ενημέρωση των μεθόδων ώστε να προσαρμόζονται σε αυτές τις αλλαγές, διατηρώντας την αποδοτικότητα. Η παρακολούθηση της απόδοσης των μεθόδων επιτρέπει την αξιολόγηση της ακρίβειας και της αποτελεσματικότητάς τους οδηγώντας στην επιλογή των πιο αποδοτικών μεθόδων. Η παρακολούθηση επιτρέπει την αντίδραση σε απρόβλεπτες καταστάσεις και απειλές, ενώ μπορεί να υπάρξει αλλαγή της μεθοδολογίας εάν αναγνωριστεί ότι οι υφιστάμενες μέθοδοι δεν είναι πλέον αποτελεσματικές. Η παρακολούθηση επιτρέπει τη διαφάνεια στη διαδικασία λήψης αποφάσεων, καθώς μπορεί να δείξει πώς λαμβάνονται οι αποφάσεις και εάν υπάρχει επαρκής επιστημονική στήριξη, βοηθώντας στην αναγνώριση προβλημάτων και ανωμαλιών στα αποτελέσματα πριν αυτά επηρεάσουν τη λήψη αποφάσεων (Εικόνα 2.5).



Εικόνα 2.5: Συνδυασμός μεθόδων (Aqeel, 2021)

Ο συνδυασμός οικονομετρικών μοντέλων, ανάλυσης χρονοσειρών, μοντέλων μηχανικής μάθησης (Barboza et al., 2017, pp. 405-417) και κατανεμημένων συστημάτων μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την πρόβλεψη του χρέους και του ΑΕΠ με μεγαλύτερη ακρίβεια από ό,τι οποιαδήποτε από αυτές τις μεθόδους από μόνη της (Qian et al., 2021). Τα οικονομετρικά μοντέλα μπορούν να παρέχουν πληροφορίες για τις σχέσεις μεταξύ των διαφόρων οικονομικών μεταβλητών, ενώ η ανάλυση χρονοσειρών μπορεί να εντοπίσει μοτίβα και τάσεις σε ιστορικά δεδομένα (Alhnaity & Abbod, 2020, p. 103873). Τα μοντέλα μηχανικής μάθησης μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να μάθουν από αυτά τα δεδομένα και να κάνουν προβλέψεις για τις μελλοντικές τιμές του χρέους και του ΑΕΠ (Zhang & Lee, 2019, p. 2899). Τα κατανεμημένα συστήματα μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την εκπαίδευση και την ανάπτυξη μοντέλων μηχανικής μάθησης σε κλίμακα. Συνδυάζοντας αυτές τις μεθόδους, μπορούμε να αναπτύξουμε συστήματα πρόβλεψης που είναι πιο ακριβή και αξιόπιστα από τις παραδοσιακές μεθόδους πρόβλεψης (Luo et al., 2020). Ο συνδυασμός μεθόδων αποτελεί ισχυρή τεχνική που επιτρέπει την επίλυση προβλημάτων και τη λήψη αποφάσεων με πολλούς διαφορετικούς τρόπους.

2.6 Μεθοδολογία συλλογής και ανάλυσης βιβλιογραφίας

Για τη συλλογή και την ανάλυση της βιβλιογραφίας, ακολουθήθηκαν τα παρακάτω βήματα. Αρχικά έγινε εντοπισμός των επιστημονικών άρθρων. Χρησιμοποιήθηκε μια σειρά από λέξεις-κλειδιά για να εντοπίσουμε επιστημονικά άρθρα που σχετίζονται με την πρόβλεψη χρέους και ΑΕΠ. Οι λέξεις-κλειδιά που χρησιμοποιήθηκαν περιλαμβάνουν "debt forecasting", "GDP forecasting", "econometric models", "time series analysis", "machine learning models", και "distributed systems".

Ακολούθως έγινε αξιολόγηση ποιότητας επιστημονικών άρθρων. Για την αξιολόγηση της ποιότητας των επιστημονικών άρθρων, χρησιμοποιήθηκαν τα ακόλουθα κριτήρια:

- Ποιότητα του περιοδικού: Επιλέχθηκαν άρθρα από περιοδικά με υψηλό παράγοντα απήχησης.
- Κατηγορία του περιοδικού: Επιλέχθηκαν περιοδικά που δημοσιεύουν οικονομικές έρευνες.

Ακολούθως έγινε ανάλυση των επιστημονικών άρθρων, χρησιμοποιήθηκε μια διαδικασία που περιλαμβάνει τα ακόλουθα βήματα:

- Σύνοψη του άρθρου: Διαβάστηκε προσεκτικά κάθε άρθρο και συνδέθηκε μια σύνοψη των κύριων ευρημάτων και προτάσεων.
- Αξιολόγηση της μεθοδολογίας: Αξιολογήθηκε η μεθοδολογία που χρησιμοποιήθηκε σε κάθε άρθρο για την πρόβλεψη χρέους και ΑΕΠ.
- Αξιολόγηση των ευρημάτων: Αξιολογήθηκε η αξιοπιστία των ευρημάτων που παρουσιάστηκαν σε κάθε άρθρο.

Με βάση την ανάλυση της βιβλιογραφίας, καταλήγουμε στα ακόλουθα κύρια ευρήματα και προτάσεις:

- Το χρέος και το ΑΕΠ είναι σύνθετα οικονομικά φαινόμενα που επηρεάζονται από μια ποικιλία παραγόντων.
- Η πρόβλεψη χρέους και ΑΕΠ είναι μια δύσκολη διαδικασία, αλλά είναι σημαντική για την λήψη αποφάσεων οικονομικής πολιτικής.
- Η συνδυαστική χρήση διαφορετικών μεθόδων πρόβλεψης μπορεί να βελτιώσει την ακρίβεια των προβλέψεων.

Στην συνέχεια, στα δυο επόμενα κεφάλαια θα αναλυθούν οι δύο κυρίαρχες μέθοδοι για την πρόβλεψη του παγκόσμιου χρέους, την ανάλυση χρονοσειρών και τα νευρωνικά δίκτυα.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: ΑΝΑΛΥΣΗ ΧΡΟΝΟΣΕΙΡΩΝ

3.1 Εισαγωγή

Οι παγκόσμιες εξελίξεις τα τελευταία χρόνια έχουν δημιουργήσει ένα ασταθές οικονομικό περιβάλλον με διάφορες προκλήσεις και ευκαιρίες. Η πανδημία του COVID-19 προκάλεσε μεγάλες αναταραχές στην παγκόσμια οικονομία, με πολλούς κλάδους να υποφέρουν από τη μείωση της επιχειρηματικής δραστηριότητας, ενώ άλλοι κατάφεραν να αναπτυχθούν μέσω καλά σχεδιασμένων στρατηγικών. Παράλληλα, η ενεργειακή κρίση και ο πόλεμος στην Ουκρανία έχουν αυξήσει τις τιμές του πετρελαίου και του φυσικού αερίου, καθιστώντας την παγκόσμια οικονομία ευάλωτη. Η εξάρτηση από τη ρωσική εξαγωγή ενέργειας έχει δημιουργήσει αβεβαιότητα στις αγορές, ενώ η αύξηση των τιμών επηρεάζει την παγκόσμια οικονομία. Ωστόσο, η τεχνολογική εξέλιξη παρέχει ευκαιρίες για τη βελτίωση της ασφάλειας και της προβλεψιμότητας σε διάφορους τομείς. Οι επιστημονικές έρευνες επικεντρώνονται στην ανάπτυξη νέων τεχνολογιών που θα μειώσουν το ρίσκο για ανθρώπινα λάθη και θα προσφέρουν πιο ασφαλείς λύσεις σε διάφορους τομείς.

Η ανάλυση των χρονοσειρών είναι ένα εργαλείο μεγάλης χρησιμότητας σε πολλούς επιστημονικούς τομείς, όπως η ιατρική, οι οικονομικές επιστήμες (Zieseimer, 2020, p. 77), ο αθλητισμός και η πληροφορική. Τα δεδομένα αυτά αντικατοπτρίζουν την πρόοδο ενός φαινομένου που μελετάται σε πραγματικό χρόνο. Για παράδειγμα, στον αθλητισμό, πολλές μεγάλες ομάδες ποδοσφαίρου χρησιμοποιούν μοντέλα χρονοσειρών για να προβλέψουν την πορεία της καριέρας των αθλητών στους οποίους σκοπεύουν να επενδύσουν. Επιπλέον, με την πρόοδο της τεχνολογίας, τα αυτοκίνητα που λειτουργούν αυτόνομα χρησιμοποιούν δεδομένα χρονοσειρών για να βελτιώσουν την απόδοση του κινητήρα και της μπαταρίας, προσαρμόζοντας το σύστημα τους στη γήρανση του οχήματος. Στον τομέα των οικονομικών, λόγω της αβεβαιότητας που επικρατεί, η χρήση αναλύσεων και προβλέψεων από χρονοσειρές είναι ουσιώδης για να αποφευχθούν σφάλματα και να δημιουργηθεί μια στρατηγική που θα αποφέρει κέρδη. Η ανάλυση των μετοχών, η παρακολούθηση των πωλήσεων και η αγορά προϊόντων αντιπροσωπεύουν μερικά παραδείγματα εφαρμογής των χρονοσειρών στον οικονομικό τομέα.

Σε αυτήν την ενότητα θα προσπαθήσουμε να εξετάσουμε και να αναλύσουμε τις χρονοσειρές σε ένα θεωρητικό πλαίσιο. Αυτή η ανάλυση αποτελεί μέρος της ποσοτικής ανάλυσης, με τη διαφορά ότι κάθε χρονοσειρά απαιτεί μοναδική μεταχείριση λόγω της σημασίας του χρόνου, καθώς αναδεικνύει τον τρόπο προσαρμογής των δεδομένων σε διαφορετικές χρονικές στιγμές. Αρχικά, θα δώσουμε τον ορισμό, θα εξετάσουμε την εξέλιξη και τις διαφορετικές κατηγορίες των χρονοσειρών. Έπειτα, θα επικεντρωθούμε σε μεθόδους διάσπασης και ανάλυσης των χρονοσειρών, καθώς και στη στάσιμη και προβλεπτική ανάλυση των τιμών και των σφαλμάτων.

3.2 Ορισμός των χρονοσειρών

Μια χρονοσειρά ορίζεται ως μια σειρά παρατηρήσεων x_t , όπου κάθε παρατήρηση καταγράφεται σε ένα συγκεκριμένο χρονικό σημείο t και οι παρατηρήσεις αυτές είναι χρονικά διαδοχικές. Ένα παράδειγμα αυτού είναι οι μέρες της εβδομάδας. Ο σκοπός της μελέτης των χρονοσειρών είναι να ελεγχθεί η εξέλιξη των παρατηρήσεων σε σχέση με το χρόνο.

Η πρώτη εμφάνιση της μελέτης των χρονοσειρών παρατηρείται στα έργα των G. U Yule και J. Walker κατά τις δεκαετίες του 1920 και 1930, όταν εφάρμοσαν τα πρώτα μοντέλα αυτοπαλίνδρομων σειρών. Επίσης, κατά αυτήν την περίοδο εισήχθη για πρώτη φορά η έννοια του κινητού μέσου όρου. Ο Herman Wold εισήγαγε τα μοντέλα ARMA (AutoRegressive Moving Average) (Stone et al., 2023, p. 1675) για στάσιμες σειρές, αλλά δεν μπόρεσε να αναπτύξει μια συνάρτηση πιθανοφάνειας που να επιτρέπει την εκτίμηση των παραμέτρων με μέγιστη πιθανοφάνεια. Αυτό επιτεύχθηκε το 1970, με την έκδοση του βιβλίου με τίτλο "Time Series Analysis" των G. E. P. Box και G. M. Jenkins, το οποίο περιείχε την πλήρη διαδικασία μοντελοποίησης για μεμονωμένες σειρές.

3.3 Είδη χρονοσειρών ανάλογα την ανεξάρτητη μεταβλητή

Ανάλογα με τον αριθμό των μεταβλητών που περιέχονται στις χρονοσειρές, αυτές διακρίνονται σε δύο κατηγορίες. Στην πρώτη κατηγορία ανήκουν οι μονομεταβλητές χρονοσειρές, ενώ στη δεύτερη οι πολυμεταβλητές. Αρχικά, οι χρονοσειρές ορίζονται ως μονομεταβλητές (univariate) όταν εξετάζεται μία μόνο μεταβλητή, όπως η τιμή κλεισίματος μιας

μετοχής ανά ημέρα. Αντίστοιχα, ορίζονται ως πολυμεταβλητές (multivariate) όταν μπορούν να μελετηθούν περισσότερες από μία μεταβλητές. Για παράδειγμα, η ταυτόχρονη μελέτη της τιμής θερμοκρασίας, της ταχύτητας του ανέμου και του ποσοστού βροχόπτωσης.

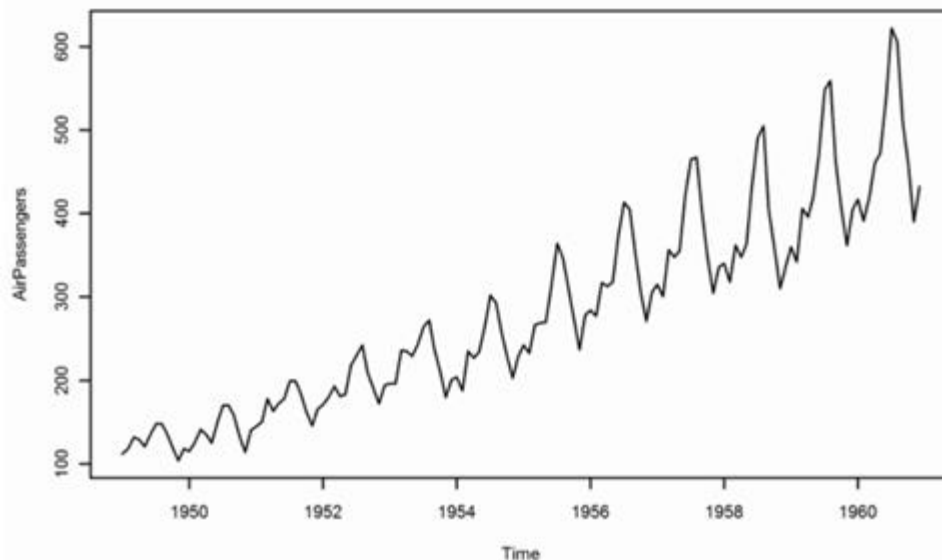
Η μεταβλητή εισόδου είναι ενδογενής, εφόσον αυτή επηρεάζεται από άλλες μεταβλητές και αντίστοιχα επηρεάζει με την σειρά της και την μεταβλητή απόκρισης. Όταν σε μια χρονοσειρά, η κάθε παρατήρηση εξαρτάται από την προηγούμενη της, δηλαδή η παρατήρηση την χρονική στιγμή t εξαρτάται από την παρατήρηση την χρονική στιγμή $t-1$, όπως επίσης και η παρατήρηση την χρονική στιγμή $t-1$ θα εξαρτάται από την $t-2$ χρονική στιγμή, τότε η μεταβλητή εισόδου είναι ενδογενής. Αντίθετα οι εξωγενείς μεταβλητές δεν επηρεάζονται από άλλες μεταβλητές. Συνήθως οι εξωγενείς μεταβλητές δεν λαμβάνονται υπόψη, διότι στη μελέτη χρονοσειρών περιέχονται κατά κύριο λόγο ενδογενείς μεταβλητές.

3.4 Διαχωρισμός δεδομένων ανάλογα την φύση τους

Κατά τη μελέτη των χρονοσειρών, είναι ζωτικής σημασίας να εξετάζεται εάν τα δεδομένα διακρίνουν κάποιο συγκεκριμένο μοτίβο, όπως την τάση, την κυκλικότητα και την εποχικότητα, ή αν δεν υπάρχει προφανής μοτίβος, δηλαδή αν τα δεδομένα είναι μη δομημένα και δεν εξαρτώνται από τον χρόνο.

Μια χρονοσειρά θεωρείται διακριτή (Weiß, 2023, p. 1576) όταν η χρονική διάρκεια μεταξύ των παρατηρήσεων υπερβαίνει ένα δευτερόλεπτο, όπως η τιμή μιας μετοχής που υπολογίζεται καθημερινά. Αντίθετα, μια συνεχής χρονοσειρά περιλαμβάνει παρατηρήσεις σε συνεχή χρονική βάση, όπως η πίεση του αίματος που καταγράφεται ανά δευτερόλεπτο.

Για να κατανοήσουμε καλύτερα το μοτίβο μιας χρονοσειράς, είναι ζωτικής σημασίας η απεικόνισή της σε γράφημα. Το παρακάτω γράφημα δείχνει τους μεταφερόμενους επιβάτες ανά μήνα των διεθνών αερογραμμών κατά την περίοδο από το 1949 έως το 1960. Οι αριθμοί στον άξονα των επιβατών εκφράζονται σε χιλιάδες (Εικόνα 3.6).



Εικόνα 3.6: Μεταφερόμενοι επιβάτες ανά μήνα των διεθνών αερογραμμών από το 1949 έως το 1960.

(Kaggle,2020)

3.5 Διάσπαση Χρονοσειρών

Η Διάσπαση χρονοσειρών(timeseriesdecomposition) είναι μια μέθοδος προσδιορισμού των τιμών της χρονοσειράς,κάνοντας χρήση των συνθετικών στοιχείων της. Τα στοιχεία αυτά είναι τα ακόλουθα:

- Τάση (Trend) (Yi et al., 2019, p. 912)
- την εποχικότητα (Seasonality) (Kramar & Alchakov, 2023, p. 248)
- Κυκλικότητα (Cyclic) (Shi et al., 2022, p. 96)
- Μη-Κανονικότητα (Outliers)

Ο σκοπός αυτής της μεθόδου είναι να δημιουργήσει προβλέψεις με τον διαχωρισμό των συνθετικών στοιχείων της χρονοσειράς και τη μελέτη του πώς επηρεάζουν τις τιμές της. Κατά τη διάσπαση των χρονοσειρών, το κρίσιμο βήμα είναι η αναγνώριση αυτών των συνθετικών

στοιχείων. Όσο πιο ακριβής είναι αυτή η αναγνώριση, τόσο πιο κατανοητός είναι ο τρόπος που δημιουργούνται οι παρατηρήσεις.

Παρακάτω παρουσιάζονται αναλυτικά τα συνθετικά στοιχεία μιας χρονοσειράς:

Η Τάση αντιπροσωπεύει τη μακροπρόθεσμη μετακίνηση των τιμών σε μια χρονοσειρά, είτε προς αύξηση είτε προς μείωση κατά μεγάλο χρονικό διάστημα. Είναι το συνθετικό στοιχείο που δείχνει την τάση των δεδομένων να αλλάζουν στο μακροπρόθεσμο. Για μια ασφαλή εκτίμηση και την εξαγωγή αξιόπιστων συμπερασμάτων, είναι απαραίτητος ένας επαρκής αριθμός παρατηρήσεων. Η τάση μπορεί να παρατηρηθεί σε γεγονότα που σχετίζονται με τεχνολογικές αλλαγές, καθώς και σε γεγονότα που επηρεάζονται από οικονομικούς παράγοντες.

Η εποχικότητα ορίζεται ως το φαινόμενο που εμφανίζεται σε χρονοσειρές κατά τις χρονικές περιόδους μικρότερες από ένα έτος, όπως οι μήνες ή τα τρίμηνα, όπου παρατηρούνται εποχικές διακυμάνσεις με χαρακτηριστικά που επαναλαμβάνονται παρόμοια ή ακόμη και ίδια από έτος σε έτος. Αυτές οι εποχικές διακυμάνσεις είναι σχετικά εύκολες να παρατηρηθούν και να μελετηθούν, και συνήθως συμβάλλουν στη δημιουργία προβλέψεων, όπως και η τάση. Για παράδειγμα, η μηνιαία κατανάλωση πέδιλων θαλάσσης είναι υψηλότερη κατά τους καλοκαιρινούς μήνες σε αντίθεση με τους χειμερινούς. Αντίστοιχα, τα πέδιλα σκι έχουν υψηλότερη μηνιαία κατανάλωση κατά τους χειμερινούς μήνες σε σύγκριση με τους καλοκαιρινούς.

Οι κυκλικές διακυμάνσεις εμφανίζονται σε κυματοειδή μορφή και οφείλονται σε αλλαγές των τιμών σε μη σταθερά διαστήματα, καθώς επίσης και σε διαφορετική συχνότητα. Αυτή είναι η κύρια διαφορά τους με την εποχικότητα, όπου η συχνότητα παραμένει σταθερή. Η κυκλικότητα παρατηρείται όταν το φαινόμενο διατηρείται για περίοδο πολύ μεγαλύτερη του ενός έτους, όπως δύο έτη ή ακόμη και περισσότερο. Επίσης, είναι σημαντικό να σημειωθεί ότι η κυκλικότητα δεν χρησιμοποιείται για προβλέψεις, αλλά για να αξιολογηθεί η συνολική πορεία μιας χρονοσειράς μέχρι στιγμής. Συνήθως εντοπίζεται σε οικονομικές χρονοσειρές, όπως οι μετοχές σε εστιατόρια, αεροπορικές εταιρείες και κατασκευαστικές εταιρείες. Κατά την περίοδο οικονομικής άνθησης,

υπάρχει αυξημένη ζήτηση για αυτές τις υπηρεσίες, οπότε και οι μετοχές τους αυξάνονται, ενώ κατά την περίοδο ύφεσης η ζήτηση μειώνεται και οι μετοχές παρουσιάζουν πτώση.

Το τέταρτο και τελευταίο συνθετικό στοιχείο των χρονοσειρών είναι η μη κανονικότητα, η οποία αναφέρεται σε τυχαία γεγονότα που συμβαίνουν με μη συστηματικό τρόπο και δεν είναι προβλέψιμα, γνωστά ως "outliers". Αν και η διάρκειά τους μπορεί να μην είναι μεγάλη, απαιτείται ιδιαίτερη προσοχή στη διαχείρισή τους, καθώς κάθε περίπτωση μπορεί να είναι διαφορετική. Τα outliers επηρεάζουν σημαντικά τη μελέτη της χρονοσειράς, επομένως απαιτείται εμπεριστατωμένη κατανόηση του φαινομένου που μελετάται. Τέτοια φαινόμενα μπορούν να παρατηρηθούν σε ποικίλα γεγονότα όπως πολέμους, καιρικά φαινόμενα, ή ακόμη και σε μεταβολές στις προτιμήσεις των καταναλωτών. Για παράδειγμα, μια πανδημία όπως η Covid-19 μπορεί να προκαλέσει τεράστια ζημία σε μια αεροπορική εταιρεία και γενικά στην οικονομία.

Για τα συνθετικά στοιχεία της χρονοσειράς, όπου έγινε εκτενής αναφορά, θα γίνει χρήση των παρακάτω συμβολισμών:

Y_t = πραγματική τιμή της χρονοσειράς

T_t = Τάση

S_t = Εποχικότητα

C_t = Κυκλικότητα

I_t = Μη Κανονικότητα

για $t = 1, 2, 3, \dots, n$.

3.6 Ανάλυση χρονοσειρών

Η ανάλυση χρονοσειρών είναι ένας τρόπος να μελετήσουμε τα διάφορα στοιχεία μιας χρονοσειράς, με σκοπό να κατανοήσουμε τη συμπεριφορά της και πώς διαμορφώνονται οι τιμές

της. Η τελική μας πρόθεση είναι να μπορέσουμε να κάνουμε προβλέψεις. Για να αναλύσουμε τα στοιχεία μιας χρονοσειράς, χρησιμοποιούμε δύο μαθηματικά μοντέλα που μας βοηθούν να δούμε πώς επηρεάζουν τις παρατηρήσεις. Αυτά τα μοντέλα είναι το προσθετικό μοντέλο και το πολλαπλασιαστικό μοντέλο.

Το προσθετικό υπόδειγμα βασίζεται στην ιδέα ότι οι πραγματικές τιμές της χρονοσειράς αποτελούνται από το άθροισμα των τεσσάρων συνθετικών στοιχείων της. Επιπλέον, υποθέτει ότι αυτά τα στοιχεία είναι ανεξάρτητα μεταξύ τους. Ένα παράδειγμα είναι ότι η τάση δεν επηρεάζει την εποχικότητα στον υπολογισμό των τιμών της χρονοσειράς. Επίσης, προϋποθέτει σταθερή εποχική διακύμανση, κάτι που σπάνια συμβαίνει σε οικονομικές χρονοσειρές, αλλά είναι πιο συνηθισμένο σε μελέτες φυσικών φαινομένων. Ο τύπος υπολογισμού του προσθετικού υποδείγματος είναι:

$$Y_t = T_t + S_t + C_t + I_t$$

Στο πολλαπλασιαστικό υπόδειγμα (Gutans, 2021, p. 26), τα συνθετικά στοιχεία της χρονοσειράς είναι εξαρτημένα μεταξύ τους, σε αντίθεση με το προσθετικό υπόδειγμα. Επιπλέον, μόνο η τάση έχει την ίδια μονάδα μέτρησης με την πραγματική τιμή της χρονοσειράς, καθώς τα υπόλοιπα συνθετικά στοιχεία λειτουργούν ως δείκτες. Το πολλαπλασιαστικό υπόδειγμα εκφράζεται ως το γινόμενο των τεσσάρων συνθετικών στοιχείων. Σε αυτό το υπόδειγμα, η εποχικότητα μεταβάλλεται σύμφωνα με την τάση. Λόγω της μεγαλύτερης πληθώρας θεωρητικών και πρακτικών εφαρμογών του, προτιμάται έναντι του προσθετικού υποδείγματος. Ο τύπος υπολογισμού του πολλαπλασιαστικού υποδείγματος είναι:

$$Y_t = T_t \cdot S_t \cdot C_t \cdot I_t$$

3.7 Στατιστικά μέτρα - Στατιστικοί δείκτες

Η μέση τιμή ανήκει στα μέτρα κεντρικής τάσης και ορίζεται ως το άθροισμα των τιμών της χρονοσειράς, διαιρούμενο με τον αριθμό των παρατηρήσεων της. Αυτό το μέτρο συνδέεται στενά με την τάση, καθώς αντανακλά τη μέση τιμή κάθε χρονικής στιγμής για κάθε

παρατήρηση. Συνεπώς, αν η χρονοσειρά έχει αύξουσα ή φθίνουσα τάση, αυτό θα αποτυπωθεί και στη μέση τιμή.

$$\bar{Y} = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n Y_t$$

$$\bar{Y} = E(Y_t) = \int_{-\infty}^{+\infty} y_t f_{Y_t}(y_t) dy_t$$

Η διακύμανση αποτελεί μέτρο διασποράς και εκφράζει την κατανομή των τιμών της χρονοσειράς γύρω από τον μέσο όρο της. υπολογίζεται από το άθροισμα του τετραγώνου της διαφοράς των τιμών της χρονοσειράς με τον μέσο όρο της προς το πλήθος μείον ένα.

$$\sigma^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{t=1}^n (Y_t - \bar{Y})^2$$

Οι ποσότητες γ_k ονομάζονται αυτοσυνδιακυμάνσεις για $k = \dots, -1, 0, 1, \dots$

$\gamma_0 = \text{Var}(Y_t) = \sigma^2$, όπου σ^2 η διακύμανση της χρονοσειράς

$\gamma_{-k} = \gamma_k$ για ύπαρξη στασιμότητας (θα γίνει ανάλυση παρακάτω)

Η ποσότητες c_k καλούνται τυχαίες αυτοσυνδιακυμάνσεις

$$c_k = \frac{1}{n} \sum_{t=k+1}^n (Y_t - \bar{Y})(Y_{t-k} - \bar{Y})$$

Στην ανάλυση παλινδρόμησης προκύπτουν διάφορα προβλήματα παραβίασης σε βασικές υποθέσεις. Μια εκ των βασικών είναι η υπόθεση ανεξαρτησίας των τιμών του τυχαίου σφάλματος του υποδείγματος, για την οποία ισχύει η σχέση:

$$E(\varepsilon_i \varepsilon_j) = 0, \text{ για κάθε } ij \quad (1.7)$$

Όταν η συνθήκη αυτή παραβιάζεται, προκύπτει το πρόβλημα της αυτοσυσχέτισης, που δηλώνει τη σχέση μεταξύ των τυχαίων σφαλμάτων. Για τον έλεγχο της τυχαιότητας στη χρονοσειρά, εισήχθη ο συντελεστής αυτοσυσχέτισης, ένας σημαντικός δείκτης στη θεωρία των χρονοσειρών. Ο συντελεστής αυτός λαμβάνει τιμές μεταξύ -1 και 1, όπου οι τιμές που

πλησιάζουν στα άκρα έχουν υψηλότερο βαθμό συσχέτισης μεταξύ των παρατηρήσεων της χρονοσειράς σε διαφορετικά χρονικά σημεία. Αντίστοιχα, όταν ο συντελεστής είναι κοντά στο μηδέν, οι τιμές είναι ασυσχέτιστες. Από την άλλη αν βρίσκεται στην τιμή 0, τότε οι τιμές είναι ασυσχέτιστες. Παρακάτω παρουσιάζεται ο συντελεστής αυτοσυσχέτισης ρ_k , για κάποια χρονική υστέρηση k , που ορίζεται ως το πηλίκο της αυτοσυνδιακύμανσης γ_k προς την διακύμανση σ^2 .

$$\rho_k = \text{Corr}(X_t, X_{t-k}) = \frac{\text{Cov}(X_t, X_{t-k})}{\sqrt{\text{VAR}(X_t)}\sqrt{\text{Var}(X_{t-k})}} = \frac{\gamma_k}{\sigma\sigma} = \frac{\gamma_k}{\sigma^2} = \frac{\gamma_k}{\gamma_0}$$

Επιπροσθέτως, είναι σημαντικό να σημειωθεί ότι η έννοια της αυτοδιασποράς και αυτοδιακύμανσης έχει νόημα μόνο σε στάσιμες χρονοσειρές, καθώς μόνο τότε μπορούν να οριστούν ως συναρτήσεις υστέρησης. Όταν χρησιμοποιείται μια μη στάσιμη χρονοσειρά και υπολογίζεται η συνάρτηση αυτοσυσχέτισης ως προς την υστέρηση, παρατηρείται ότι έχει υψηλές τιμές που μειώνονται πολύ αργά, λόγω ισχυρών συσχετίσεων.

Επιπλέον, σημαντικό εργαλείο αποτελεί η μελέτη της συνάρτησης μερικής αυτοσυσχέτισης (Partial Autocorrelation Function) (Weiß et al., 2023, p. 105). Αυτή η συνάρτηση ουσιαστικά είναι μια συνάρτηση αυτοσυσχέτισης με δεδομένους όρους. Αναλύει τη σχέση μεταξύ της τρέχουσας τιμής της χρονοσειράς και της τιμής k χρονικών υστερήσεων, χωρίς να λαμβάνει υπόψη τις χρονικές υστερήσεις που βρίσκονται ανάμεσα σε αυτές τις δύο. Για $k = 1$, ο συντελεστής μερικής αυτοσυσχέτισης συμπίπτει με τον συντελεστή αυτοσυσχέτισης. Παρακάτω παρουσιάζεται ο τύπος υπολογισμού της μερικής αυτοσυσχέτισης για k χρονικές υστερήσεις.

$$\text{PACF}(T_t, k) = \frac{\text{COV}([T_t|T_{(t-1)}, T_{(t-2)}, \dots, T_{(t-k+1)}], [T_{(t-k)}|T_{(t-1)}, T_{(t-2)}, \dots, T_{(t-k+1)}])}{\sigma([T_t|T_{(t-1)}, T_{(t-2)}, \dots, T_{(t-k+1)}])\sigma([T_{(t-k)}|T_{(t-1)}, T_{(t-2)}, \dots, T_{(t-k+1)}])}$$

3.8 Στασιμότητα

Μια χρονοσειρά θεωρείται στάσιμη εάν η μέση τιμή, η διακύμανση και οι αυτοσυνδιακυμάνσεις παραμένουν σταθερές για κάθε χρονική στιγμή, και εξαρτώνται μόνο από τις χρονικές υστερήσεις. Αν κάποια από αυτά τα χαρακτηριστικά παραβιάζεται, τότε η χρονοσειρά θεωρείται μη στάσιμη. Είναι φυσικό ότι, όταν μια χρονοσειρά δεν είναι στάσιμη, εμφανίζει φαινόμενα τάσης και περιοδικότητας, καθιστώντας δύσκολη τη μελέτη και τη

δημιουργία ακριβών προβλέψεων. Ωστόσο, υπάρχουν τεχνικές που μπορούν να εφαρμοστούν με στόχο τη μετατροπή μη στασιμών χρονοσειρών σε στασιμές, οι οποίες θα αναλυθούν στη συνέχεια αυτού του κεφαλαίου.

Παρακάτω παρουσιάζονται οι σχέσεις δύο χρονικών στιγμών t και $t-k$ μιας στάσιμης χρονοσειράς βάσει κάποιων στατιστικών δεικτών, όπως η μέση τιμή, η διακύμανση και οι αυτοσυνδιακυμάνσεις:

Μέση τιμή για τις χρονικές στιγμές t και $t-k$:

$$E(y_t) = E(y_{t-k}) = \mu$$

Διακύμανση για τις χρονικές στιγμές t και $t-k$:

$$E[(y_t - \mu)^2] = E[(y_{t-k} - \mu)^2] = \sigma_y^2 \{ \text{var}(y_t) = \text{var}(y_{t-k}) = \sigma_y^2 \}$$

Αυτοσυνδιακυμάνσεις για τις χρονικές στιγμές t και $t-k$:

$$E[(y_t - \mu)(y_{t-k} - \mu)] = E[(y_{t-j} - \mu)(y_{t-j-k} - \mu)] = \gamma_k$$

Ένα πολύ χρήσιμο εργαλείο για τον πρώτο έλεγχο της στασιμότητας αποτελεί το κορελόγραμμα. Αποτελείται από το γράφημα των αυτοσυσχετίσεων και μερικών αυτοσυσχετίσεων. Το σημαντικότερο χαρακτηριστικό των μη στασιμών χρονοσειρών είναι ότι οι μερικές αυτοσυσχετίσεις και οι αυτοσυσχετίσεις στο κορελόγραμμα δεν εξαλείφονται εύκολα, ή όταν εξαλείφονται, αυτό συμβαίνει με αργό ρυθμό.

Η έλλειψη στασιμότητας δημιουργεί δύο σημαντικά προβλήματα. Πρώτον, όταν μια χρονοσειρά δεν είναι στάσιμη, μια απροσδόκητη μεταβολή στη χρονοσειρά, γνωστή και ως "shock", δεν αποσβένεται με την πάροδο του χρόνου. Αντίθετα, η σειρά δεν συγκλίνει στη μακροχρόνια μέση τιμή της, όπως συμβαίνει με τις στάσιμες χρονοσειρές. Δεύτερον, η απουσία στασιμότητας μπορεί να οδηγήσει σε αναξιόπιστα αποτελέσματα σε στατιστικές αναλύσεις. Επιπλέον, η γραμμική παλινδρόμηση δεν είναι εφαρμόσιμη, καθώς οι παράμετροι της μη

ασταθούς χρονοσειράς δεν ακολουθούν τις κανονικές κατανομές. Έτσι, οι στατιστικοί έλεγχοι δεν είναι αξιόπιστοι σε αυτές τις περιπτώσεις.

Έλεγχος για την ύπαρξη στασιμότητας:

Ο έλεγχος των Dickey και Fuller(1979) (Dickey & Fuller, 1979, pp. 427-431) αποτελεί τον πιο γνωστό έλεγχο, που δημιουργήθηκε με σκοπό να ελέγξει, αν μια χρονοσειρά είναι στάσιμη. Έστω το παρακάτω αυτοπαλίνδρομο μοντέλο πρώτου βαθμού:

$$y_t = \alpha + \beta_t + \rho y_{t-1} + e_t$$

Αν $|\rho| < 1$ και $\beta = 0$ η χρονοσειρά y θα είναι στάσιμη. Αν $\rho \neq 0$ τότε η χρονοσειρά δεν είναι στάσιμη, καθώς δεν είναι σταθερή η μέση τιμή της. Αν $|\rho| = 1$, η χρονοσειρά έχει μοναδιαία ρίζα (δεν είναι στάσιμη), ενώ αν $|\rho| > 1$, τότε η διακύμανση της y θα αυξάνεται, καθώς ο χρόνος προχωρά και θα προσεγγίζει το άπειρο.

Με σκοπό τον έλεγχο σε μοντέλα με περισσότερες χρονικές υστερήσεις, δημιουργήθηκε ο επαυξημένος έλεγχος των Dickey-Fuller(ADF):

$$\Delta y_t = \alpha + \beta t + \gamma y_{t-1} + \sum_{j=1}^p \lambda_j \Delta Y_t - j + e_t, \quad t = \frac{\hat{\gamma}}{se(\hat{\gamma})}$$

Η αρχική υπόθεση (null hypothesis, H_0) του ελέγχου ισχυρίζεται πως η χρονοσειρά είναι μη στάσιμη, δηλαδή παρουσιάζει μοναδιαία ρίζα. Η εναλλακτική υπόθεση (alternative hypothesis, H_1) θεωρεί πως η χρονοσειρά είναι στάσιμη, δηλαδή δεν έχει μοναδιαία ρίζα. Για να θεωρηθεί μια χρονοσειρά στάσιμη, πρέπει να απορριφθεί η αρχική υπόθεση που δηλώνει πως η χρονοσειρά έχει μοναδιαία ρίζα.

$p\text{-value} \leq 0,05$: Απορρίπτεται H_0 , στάσιμη χρονοσειρά

$p\text{-value} > 0,05$: Δεκτή H_0 , μη-στάσιμη χρονοσειρά

Ο έλεγχος μοναδιαίας ρίζας που αναπτύχθηκε από τους Kwiatkowski, Phillips, Schmidt και Shin το 1992 προσεγγίζει το θέμα με διαφορετική μέθοδο από αυτήν που χρησιμοποιούν οι Dickey και Fuller. Σε αυτόν τον έλεγχο, η αρχική υπόθεση (H_0) θεωρεί ότι η χρονοσειρά είναι στάσιμη, δηλαδή έχει διαδικασία $I(0)$.

Το υπόδειγμα πάνω στο οποίο βασίζεται το KPSS test είναι:

$$y_t = d_t + r_t + e_t$$

$$r_t = r_{t-1} + u_t$$

όπου:

- d_t : Προσδιοριστική τάση και ο σταθερός όρος (ντετερμινιστικά στοιχεία της χρονοσειράς)
- r_t : Τυχαίος περίπατος με διακύμανση σ_u^2
- e_t : είναι $iidN(0, \sigma_e^2)$
- u_t είναι $iidN(0, \sigma_u^2)$

Το τεστ KPSS (Kwiatkowski et al., 1992, pp. 159-178) βασίζεται στον πολλαπλασιαστή Lagrange (Lagrange Multiplier, LM), καθώς ελέγχει εάν ο όρος του τυχαίου περιπάτου (r_t) έχει μηδενική διακύμανση έναντι της εναλλακτικής υπόθεσης που υποστηρίζει το αντίθετο.

$H_0: \sigma_v^2 = 0$, στάσιμη χρονοσειρά

$H_1: \sigma_v^2 > 0$, Ύπαρξη μοναδιαίας ρίζας (μη στάσιμη χρονοσειρά)

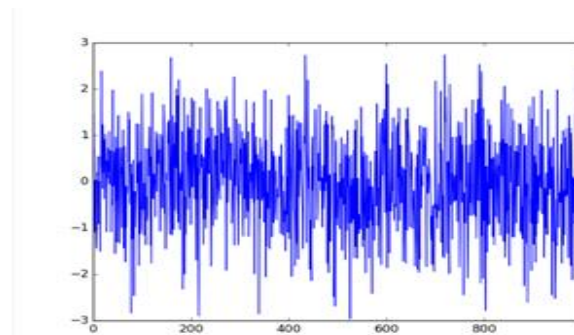
Ο έλεγχος LM :

$$LM = LM = \frac{s_t^2}{\hat{\sigma}_e^2}$$

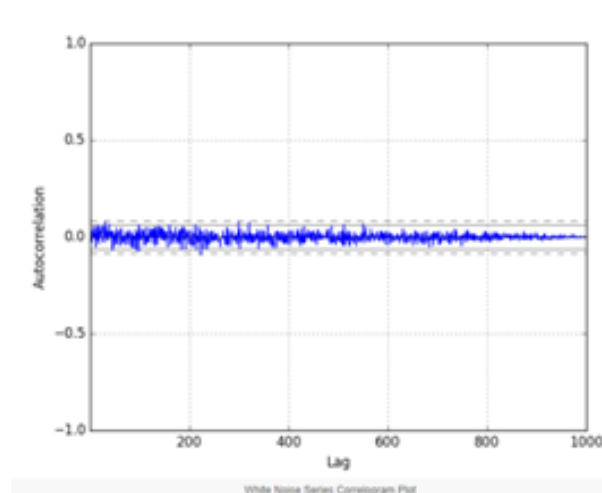
όπου $s_t^2 = \sum_{t=1}^T \varepsilon_t$, $t = 1, 2, \dots, T$ και $\hat{\sigma}_e^2$ η εκτιμώμενη διακύμανση των σφαλμάτων e_t .

Έστω μια χρονοσειρά που αποτελείται από διαδοχικές ανεξάρτητες τυχαίες μεταβλητές x_t , x_{t+1} , \dots , $x_{t+\tau}$, $\tau > 1$ που ακολουθούν την ίδια κατανομή (independent and identically distributed, iid) και δεν περιέχουν αυτοσυσχετίσεις ονομάζεται λευκός θόρυβος και συμβολίζεται με $WN(0, \sigma^2_\varepsilon)$. Αυτό σημαίνει πως η μέση τιμή ισούται με μηδέν και η διασπορά σ^2_ε . Στην περίπτωση που τα στοιχεία της χρονοσειράς λευκού θορύβου ακολουθούν την κανονική (Γκαουσιανή) κατανομή, τότε η χρονοσειρά καλείται Γκαουσιανός λευκός θόρυβος (Gaussian White Noise)

Παρακάτω παρουσιάζεται παράδειγμα λευκού θορύβου τυχαίου Γκαουσιανού δείγματος κανονικής κατανομής μεγέθους 1000 και τυπικής απόκλισης 1, με την βοήθεια της γλώσσας Python (Εικόνα 3.7).



Εικόνα 3.7. Γράφημα λευκού θορύβου τυχαίου δείγματος από Γκαουσιανή κατανομή (Singh H.V.P., & Mahmoud, Q.H., 2019).



Εικόνα 3.8. Γράφημα αυτοσυσχετίσεων τυχαίου δείγματος από Γκαουζιανή κατανομή (Brownlee, 2020)

Από το γράφημα των αυτοσυσχετίσεων φαίνεται ότι δεν υπάρχει καμία στατιστικά σημαντική αυτοσυσχέτιση, επομένως το παράδειγμα αυτό είναι χαρακτηριστικό λευκού θορύβου (Εικόνα 3.8).

Τυχαίος περίπατος (random walk) (PEARSON, 1905, pp. 294-294) ορίζεται ως μια μη-στάσιμη χρονοσειρά, όπου κάθε στοιχείο x_t προκύπτει, όταν στο προηγούμενο στοιχείο της x_{t-1} προστεθεί μια τυχαία μεταβλητή ε_t . Μια χρονοσειρά είναι τυχαίος περίπατος αν:

$$x_t = x_{t-1} + \varepsilon_t = x_0 + \sum_{j=1}^t \varepsilon_j$$

όπου $\{\varepsilon_t\}$ είναι χρονοσειρά λευκού θορύβου, $\varepsilon_t \sim WN(0, \sigma_\varepsilon^2)$

Έτσι γίνεται αντιληπτό, ότι η χρονοσειρά παράγεται από τυχαία κίνηση πάνω σε ευθεία γραμμή (στο σύνολο των πραγματικών αριθμών), που σε κάθε χρονική στιγμή κάνει ένα τυχαίο βήμα μπρος ή πίσω (ε_t) από το σημείο που βρίσκεται (x_{t-1}) στο επόμενο (x_t). Στην περίπτωση που η τιμή x_0 είναι 0, τότε η χρονοσειρά λευκού θορύβου είναι ανεξάρτητη από την x_0 . Για αυτό τον λόγο η μέση τιμή του τυχαίου περιπάτου είναι 0 και η διακύμανση αυξάνεται με την πάροδο του χρόνου, αφού είναι ανάλογη του χρόνου t .

$$E[x_t] = 0 \quad (1.20)$$

$$\text{Var}(x_t) = E(x_t^2) = t\sigma_\varepsilon^2$$

3.9 Μέθοδοι Προβλέψεων

Η ανάγκη για πρόβλεψη μελλοντικών καταστάσεων είναι ουσιαστική για την καλύτερη οργάνωση των στρατηγικών επιλογών και την αποτελεσματική διαχείριση των πόρων. Η επιχειρησιακή απόφαση που βασίζεται σε προβλέψεις μπορεί να αποφύγει αποτυχίες και να αυξήσει τα κέρδη. Αυτές οι προβλέψεις χρησιμοποιούνται σε πολλούς τομείς, όπως οι πωλήσεις, οι δαπάνες και τα κέρδη, καθώς και για την πρόβλεψη ζημιών. Η συνεχής ανάγκη για πιο ακριβείς προβλέψεις οδήγησε στην ανάπτυξη νέων αλγορίθμων που βασίζονται στην τεχνητή

νοημοσύνη (AI), με στόχο την ελαχιστοποίηση του σφάλματος και την αύξηση της ακρίβειας των προβλέψεων.

Παραδείγματα που βρίσκουν εφαρμογή οι προβλέψεις είναι:

- Πρόβλεψη πωλήσεων
- Ανάλυση ρίσκου
- Μελέτη των κλιματικών αλλαγών
- Μελέτη του ποσοστού ανεργείας

Η απλοϊκή πρόβλεψη είναι μια από τις πιο απλές μεθόδους πρόβλεψης, όπου η πρόβλεψη για την επόμενη περίοδο είναι η ίδια με την πραγματική τιμή της τρέχουσας περιόδου. Συχνά χρησιμοποιείται ως ένα είδος βάσης, ώστε να συγκρίνονται οι πιο πολύπλοκες μέθοδοι πρόβλεψης με αυτήν, προκειμένου να ελεγχθεί αν παράγουν καλύτερα αποτελέσματα. Αν η πιο πολύπλοκη μέθοδος δεν βελτιώνει την πρόβλεψη σε σχέση με την απλή αυτή προσέγγιση, τότε μπορεί να μην είναι αξιόπιστη για την εκάστοτε χρήση. Τα πλεονεκτήματα της απλοϊκής πρόβλεψης είναι η απλότητα και το χαμηλό κόστος. Αν ο μέσος όρος, η τάση και η εποχικότητα παραμένουν σταθερά, και τα τυχαία γεγονότα είναι μικρής κλίμακας, τότε οι προβλέψεις μπορούν να είναι αρκετά αξιόπιστες. Ωστόσο, αν τα τυχαία γεγονότα είναι μεγάλης κλίμακας, τότε οι διακυμάνσεις στην πρόβλεψη της επόμενης περιόδου είναι υψηλές, και έτσι η μέθοδος αυτή δεν είναι αξιόπιστη για την υποστήριξη του στρατηγικού σχεδιασμού της επιχείρησης.

Ο μαθηματικός τύπος της μεθόδου Naïve είναι ο παρακάτω:

$$\hat{Y}_{t+1} = Y_t$$

Ο απλός κινητός μέσος αποτελεί μια απλή μέθοδο πρόβλεψης που βασίζεται στον υπολογισμό του αριθμητικού μέσου όρου των πρόσφατων παρατηρήσεων μιας χρονοσειράς. Η ιδέα είναι ότι οι πιο πρόσφατες παρατηρήσεις έχουν μεγαλύτερη βαρύτητα στην πρόβλεψη, καθώς αντικατοπτρίζουν καλύτερα την τρέχουσα κατάσταση της χρονοσειράς σε σχέση με τις παλαιότερες παρατηρήσεις. Η ονομασία "κινητός μέσος όρος" προέρχεται από το γεγονός ότι η

πρόβλεψη προσαρμόζεται διαρκώς με την εισαγωγή νέων παρατηρήσεων, ανανεώνοντας τον μέσο όρο.

Μια αδυναμία αυτής της μεθόδου είναι ότι όλες οι παρατηρήσεις έχουν το ίδιο βάρος, παρά το γεγονός ότι ορισμένες παρατηρήσεις μπορεί να περιέχουν πιο σημαντική πληροφορία από άλλες.

Έστω μια χρονοσειρά Y_t για $t=1,2,3,4,\dots,n$. Οι προβλέψεις του κινητού μέσου ορίζονται ως:

$$\hat{Y}_{t+1} = M_{t+1} = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m Y_{t-j+1} = \frac{1}{m} (Y_t + Y_{t-1} + \dots + Y_{t-m+1})$$

όπου \hat{Y}_{t+1} , η πρόβλεψη της Y_t για την χρονική περίοδο $(t+1)$.

Για την υλοποίηση της προαναφερθείσας μεθόδου, είναι απαραίτητο να γνωρίζουμε την τιμή του m . Στην πράξη, συχνά η τιμή αυτή δεν είναι προκαθορισμένη και χρειάζεται να υπολογιστεί. Ο καθορισμός του m γίνεται με βάση το κριτήριο του μέσου τετραγωνικού σφάλματος (MSE) ή κάποιου παρόμοιου κριτηρίου. Συγκεκριμένα, επιλέγεται η τιμή του m που ελαχιστοποιεί το MSE.

$$\hat{Y}_{t+1} = \hat{Y}_t + Y_{t-m} + \frac{Y_t}{m} - \frac{Y_{t-m}}{m}.$$

Ο απλός κινητός μέσος (Hyndman, 2009) όρος είναι ευαίσθητος στην τιμή του m . Όσο μεγαλώνει η τιμή του m , τόσο περισσότερο θα εξομαλύνονται οι προβλέψεις και τόσο λιγότερο ευαίσθητος θα είναι στις μικρές αλλαγές. Αντίστροφα, όταν το m μικραίνει, η μέθοδος γίνεται πιο ευαίσθητη στις μικρές αλλαγές των τιμών και η πρόβλεψη προσαρμόζεται πιο γρήγορα στις νέες τιμές.

Οι μικρές τιμές του m χρησιμοποιούνται για την πρόβλεψη βραχυπρόθεσμων τάσεων, ενώ οι μεγαλύτερες τιμές m χρησιμοποιούνται για την πρόβλεψη μακροπρόθεσμων τάσεων. Συγκεκριμένα, οι συνηθισμένες τιμές του m είναι 10, 20, 50, 100 και 200, ανάλογα με την ανάγκη για πρόβλεψη σε διαφορετικά χρονικά περιστήματα. Για παράδειγμα, μικρές τιμές m μπορεί να επιλεγούν για την παρακολούθηση και την πρόβλεψη κοντοπρόθεσμων τάσεων, ενώ

μεγαλύτερες τιμές m μπορεί να επιλεγούν για την αναγνώριση και την πρόβλεψη μακροπρόθεσμων τάσεων στη χρονοσειρά.

Ο διπλός κινητός μέσος (Pishro-Nik, 2014) είναι μέθοδος πρόβλεψης, ο οποίος χρησιμοποιείται σε χρονοσειρές, όπου υπάρχει γραμμική τάση, αλλά δεν παρατηρείται εποχικότητα. Ο υπολογισμός του διπλού κινητού μέσου γίνεται μέσω του απλού κινητού μέσου, όπου στη συνέχεια γίνεται ο υπολογισμός του κινητού μέσου των πρώτων κινητών μέσων λαμβάνοντας υπόψη και την γραμμική τάση. Τρόπος υπολογισμού του διπλού κινητού μέσου:

α) Απλός κινητός μέσος m περιόδων, M_t :

$$M_{t+1} = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m Y_{t-j+1} = \frac{1}{m} (Y_t + Y_{t-1} + \dots + Y_{t-m+1})$$

β) Διπλός κινητός μέσος m περιόδων, M'_t :

$$M'_{t+1} = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m M_{t-j+1} = \frac{1}{m} (M_t + M_{t-1} + \dots + M_{t-m+1})$$

γ) Υπολογισμός διαφοράς a_t

$$a_t = 2M_t - M'_t$$

δ) Υπολογισμός παράγοντα της τάσης b_t :

$$b_t = \frac{2}{m-1} (M_t - M'_t)$$

Υπολογισμός πρόβλεψης \hat{Y}_{t+h} για h μελλοντικής περιόδου

$$\hat{Y}_{t+1} = a_t + hb_t, \quad h > 0$$

Ο διπλός κινητός μέσος όρος επιτρέπει προβλέψεις για περισσότερες από μία περίοδο, αν h έχει μια τιμή μεγαλύτερη της μονάδας ($h > 1$). Όταν $h=1$, η πρόβλεψη αφορά μόνο την επόμενη περίοδο. Ο τρόπος υπολογισμού του βέλτιστου m είναι παρόμοιος με αυτόν του απλού κινητού μέσου. Και στις δύο περιπτώσεις, η ιδανική επιλογή του m εμφανίζεται στην

ελαχιστοποίηση ενός πληροφοριακού κριτηρίου, όπως για παράδειγμα του μέσου τετραγωνικού σφάλματος (MSE).

Ο σταθμισμένος κινητός μέσος (Pishro-Nik, 2014) δίνει περισσότερη βαρύτητα στις πιο πρόσφατες παρατηρήσεις και λιγότερη στις πιο απομακρυσμένες παρατηρήσεις. Αυτό επιτυγχάνεται με την εφαρμογή "βαρών" ή συντελεστών στις παρατηρήσεις, όπου τα μεγαλύτερα βάρη ανατίθενται στις πιο πρόσφατες παρατηρήσεις. Το άθροισμα όλων των βαρών πρέπει να ισούται με τη μονάδα.

Ο ορισμός του σταθμισμένου κινητού μέσου είναι ο ακόλουθος:

$$WMA = \sum_{k=1}^n w_k Y_{t-k} = w_1 \cdot Y_{t-1} + w_2 \cdot Y_{t-2} + \dots + w_n \cdot Y_{t-n} \quad (1.30)$$

όπου:

n = ο αριθμός των παρατηρήσεων

Y_{t-1} = η πραγματική τιμή της περιόδου $t-1$

w_k = το βάρος για την περίοδο $t-k$

Η μέθοδος της απλής εκθετικής εξομάλυνσης (SMA) αποτελεί μια βελτίωση σε σχέση με την απλή μέθοδο του κινητού μέσου (SMA), καθώς λαμβάνει υπόψη την πρόσφατη ιστορία των παρατηρήσεων για τη δημιουργία των προβλέψεων. Αυτό επιτυγχάνεται με την εφαρμογή ενός ειδικού βάρους σε κάθε παρατήρηση, δίνοντας μεγαλύτερη σημασία στις πιο πρόσφατες. Η μέθοδος αυτή είναι κατάλληλη για περιπτώσεις όπου τα συνθετικά στοιχεία της χρονοσειράς δεν είναι εύκολα διακριτά. Επίσης, είναι συνηθισμένη επιλογή λόγω του εύκολου υπολογισμού της και του μικρού αριθμού παρατηρήσεων που απαιτούνται για τη χρήση της.

Οι προβλέψεις της χρονοσειράς δημιουργούνται ως εξής:

$$\hat{Y}_{t+1} = \alpha Y_t + \alpha(1-\alpha)Y_{t-1} + \alpha(1-\alpha)^2 Y_{t-2} + \dots$$

όπου α η σταθερά εξομάλυνσης(smoothing constant), η οποία λαμβάνει τιμές από 0 έως 1.

Το άθροισμα $\alpha + \alpha(1-\alpha) + \alpha(1-\alpha)^2 + \dots$ αποτελεί άθροισμα όρων γεωμετρικής προόδου και λόγω του ότι $(1-\alpha) < 1$, το άθροισμα αυτό ισούται με 1, δηλαδή: $\frac{\alpha}{\alpha - (1-\alpha)} = 1$

Όσο αυξάνεται η τιμή του α , τόσο περισσότερη βαρύτητα δίνεται στις πρόσφατες παρατηρήσεις και, αντίστοιχα, λιγότερη στις πιο απομακρυσμένες παρατηρήσεις. Αυτό συμβαίνει επειδή το "βάρος" κάθε παρατήρησης μειώνεται εκθετικά κατά $(1 - \alpha)$. Αν τα δεδομένα έχουν μεγάλες διακυμάνσεις, το α θα είναι σχετικά μεγάλο, ενώ αν είναι σταθερά, τότε το α θα παίρνει χαμηλές τιμές.

Η προηγούμενη σχέση μπορεί να γραφτεί και στην εξής μορφή:

$$\hat{Y}_{t+1} = \alpha Y_t + (1-\alpha)\hat{Y}_t$$

Η πρόβλεψη της τιμής της περιόδου $t+1$ μπορεί να υπολογιστεί ως ο σταθμικός μέσος της πραγματικής τιμής και της τιμής της πρόβλεψης την χρονική στιγμή t , με αντίστοιχα βάρη 1 και $1-\alpha$. Επίσης ισχύει ότι: $\hat{Y}_2 = Y_1$

Ειδικές περιπτώσεις:

- Αν $\alpha = 1$ τότε η τιμή της πρόβλεψης $(t+1)$ ταυτίζεται με την πραγματική τιμή της περιόδου t .
- Αν $\alpha = 0$ η πρόβλεψη της περιόδου $(t+1)$ ταυτίζεται με την πρόβλεψη της περιόδου t .

Η επιλογή της τιμής του α είναι στην κρίση του μελετητή και εξαρτάται από το επίπεδο εξομάλυνσης που επιθυμεί να εφαρμόσει. Αν αναζητά μεγάλη εξομάλυνση στις τιμές, τότε θα επιλέξει μικρή τιμή για το α . Αντίθετα, αν επιθυμεί πιο ακριβείς προβλέψεις που να προσεγγίζουν καλύτερα τις πραγματικές μεταβολές των τιμών, τότε θα επιλέξει μεγαλύτερη τιμή για το α . Ωστόσο, πρέπει να λαμβάνεται υπόψη ότι η υπερβολική χρήση μεγάλης τιμής για το α μπορεί να οδηγήσει σε προβλήματα στις προβλέψεις, όπως πιθανές υπερεκτιμήσεις ή

υποεκτιμήσεις. Επομένως, η επιλογή του α απαιτεί προσεκτική εξέταση και δοκιμή για να επιτευχθεί η βέλτιστη εξομάλυνση των δεδομένων.

Η μέθοδος διπλής εκθετικής εξομάλυνσης, ή μέθοδος Brown, αποτελεί μια αποτελεσματική τεχνική για την πρόβλεψη χρονοσειρών που περιλαμβάνουν τάση. Αν και βασίζεται στην ίδια αρχή με τη διπλή εκθετική εξομάλυνση, λαμβάνει υπόψη την τάση των δεδομένων κατά τον υπολογισμό των προβλέψεων. Ένα σημαντικό πλεονέκτημα της μεθόδου Brown είναι ότι απαιτεί λιγότερες παρατηρήσεις σε σχέση με τον διπλό κινητό μέσο για την εκτέλεσή της, καθιστώντας την πιο αποδοτική σε περιπτώσεις όπου ο αριθμός των διαθέσιμων δεδομένων είναι περιορισμένος. Επιπλέον, η μέθοδος Brown επιτρέπει τη δημιουργία προβλέψεων για περισσότερες από μία χρονική περίοδο, προσφέροντας έτσι μια πιο πλήρη εικόνα των μελλοντικών τάσεων. Τέλος, η επιλογή της βέλτιστης τιμής για το α γίνεται με βάση πληροφοριακά κριτήρια σφάλματος, όπως το μέσο τετραγωνικό σφάλμα, με στόχο την εύρεση της βέλτιστης προσέγγισης των προβλέψεων στα δεδομένα.

Παρακάτω παρουσιάζεται ο τρόπος εφαρμογής της μεθόδου Brown:

α) Εξομάλυνση των αρχικών παρατηρήσεων με την μέθοδο της Απλής Εκθετικής Εξομάλυνσης

$$A_t = \alpha Y_t + (1-\alpha)A_{t-1}$$

όπου A_t οι εξομαλυνμένες τιμές της χρονοσειράς και $t = 2, 3, \dots, n$. Αν $t=1$ τότε $A_t = Y_t$

β) Εξομάλυνση των ήδη εξομαλυνμένων τιμών:

$$A'_t = \alpha A_t + (1-\alpha)A'_{t-1}$$

όπου α η σταθερά εξομάλυνσης και $t \geq 2$. Αν $t=1$ τότε $A'_1 = A_1$

γ) Γίνεται ο υπολογισμός της διαφοράς a_t :

$$a_t = 2A_t - A'_t$$

δ) Υπολογισμός του b_t που αποτελεί τον παράγοντα προσαρμογής της τάσης:

$$b_t = \frac{a}{1-\alpha} (A_t - A'_t)$$

ε) Υπολογισμός της πρόβλεψης \hat{Y}_{t+h} για την χρονική στιγμή $t+h$ (για την μελλοντική περίοδο h)

$$\hat{Y}_{t+h} = a_t + hb_t$$

Η μέθοδος της εκθετικής εξομάλυνσης με προσαρμογή στην τάση, γνωστή και ως μέθοδος Holt, αντιμετωπίζει τις χρονοσειρές που περιέχουν τάση. Σε αντίθεση με τη διπλή εκθετική εξομάλυνση, η μέθοδος Holt χρησιμοποιεί δύο σταθερές, α και β , για την εξομάλυνση. Επιπλέον, η μέθοδος Holt εφαρμόζει την εξομάλυνση απευθείας στις τιμές της τάσης, ενώ η μέθοδος Brown χρησιμοποιεί δύο εξομαλυντές για να αντιμετωπίσει την τάση.

Για την εφαρμογή της μεθόδου Holt, υπάρχουν δύο εξισώσεις. Η πρώτη εξίσωση υπολογίζει τις τιμές των χρονοσειρών, ενώ η δεύτερη εξίσωση υπολογίζει την τάση ή την κλίση των παρατηρήσεων της χρονοσειράς. Οι σταθερές α και β προσδιορίζονται μέσω μεθόδων βέλτιστης εκτίμησης, όπως η ελαχιστοποίηση του μέσου τετραγωνικού σφάλματος (MSE).

Αναλυτικότερα:

α) Εξομάλυνση των τιμών της χρονοσειράς:

$$A_t = \alpha Y_t + (1-\alpha)(A_{t-1} + T_{t-1})$$

όπου α η σταθερά εξομάλυνσης και λαμβάνει τιμές στο $0 < \alpha < 1$, A_t οι εξομαλυνθείσες τιμές της χρονοσειράς για $t = 2, 3, \dots, n$, αφού για $t=1$ $A_1=Y_1$

β) Εξομάλυνση της τάσης (κλίσης)

$$T_t = \beta(A_t - A_{t-1}) + (1-\beta) T_{t-1}$$

όπου β η σταθερά για την εξομάλυνση της τάσης, η οποία και αυτή λαμβάνει τιμές στο $0 \leq \beta \leq 1$, T_t οι εξομαλυνθείσες τιμές της τάσης για $t \geq 2$, αφού για $t=1$ $T_1=0$.

γ) Ως τελικός σκοπός αποτελεί η πρόβλεψη της \hat{Y}_{t+h} τιμής για την h περίοδο πρόβλεψης:

$$\hat{Y}_{t+h} = A_t + hT_t$$

Η μέθοδος Holt, όπως και πολλές άλλες μέθοδοι πρόβλεψης, επιδιώκει τη βέλτιστη πρόβλεψη μέσω της ελαχιστοποίησης ενός πληροφοριακού κριτηρίου σφάλματος, όπως του μέσου τετραγωνικού σφάλματος (MSE) [77]. Αυτό σημαίνει ότι προσπαθεί να επιλέξει τις τιμές των

παραμέτρων (όπως τα α και β στη μέθοδο Holt) που θα οδηγήσουν σε όσο το δυνατόν μικρότερο MSE, δηλαδή στις πιο ακριβείς προβλέψεις.

Η μέθοδος Holt (Holt, 2004, pp. 5-10) έχει την πλεονεκτική ιδιότητα να είναι λιγότερο επιρρεπής σε τυχαίες διακυμάνσεις σε σύγκριση με τη μέθοδο Brown, καθιστώντας την πιο εύχρηστη και αξιόπιστη σε ποικίλες συνθήκες. Αυτή η ιδιότητα καθιστά την μέθοδο Holt πιο δημοφιλή στην πράξη σε σύγκριση με την μέθοδο Brown.

Η μέθοδος Winters (Winters, 1960, pp. 324-342), ή εκθετική εξομάλυνση με προσαρμογή στην τάση και την εποχικότητα, είναι μια πολύ χρήσιμη τεχνική στον τομέα της πρόβλεψης, ειδικά όταν οι χρονοσειρές περιέχουν τάση και εποχικότητα. Η μέθοδος Winters επεκτείνει τη μέθοδο Holt για να λάβει υπόψη την εποχικότητα. Με τη χρήση τριών παραμέτρων (τις α , β και γ), μπορεί να προσαρμοστεί ακόμη καλύτερα σε χρονοσειρές που εμφανίζουν περιοδικές διακυμάνσεις. Αυτή η μέθοδος είναι ιδιαίτερα χρήσιμη σε οικονομικά δεδομένα, όπως οι μετοχές του χρηματιστηρίου, όπου οι τιμές επαναλαμβάνονται σε συγκεκριμένα χρονικά διαστήματα και υπάρχει τόσο τάση όσο και εποχικότητα. Η βασική ιδέα είναι να εξομαλυνθούν οι τάσεις και οι εποχικές διακυμάνσεις στα δεδομένα, προκειμένου να επιτευχθεί μια πιο ακριβής πρόβλεψη και να μειωθεί το σφάλμα της πρόβλεψης.

Παρακάτω παρουσιάζεται ο τρόπος εφαρμογής της μεθόδου Winters:

α) Εξομάλυνση τιμών της χρονοσειράς:

$$A_t = \alpha \frac{r_t}{S_{t-L}} + (1-\alpha)(A_{t-1} + T_{t-1})$$

όπου α η σταθερά εξομάλυνσης των τιμών της χρονοσειράς με $0 \leq \alpha \leq 1$, $t = 2, 3, \dots, n$, A_t οι εξομαλυνθείσες τιμές της χρονοσειράς, S_t ο εποχικός συντελεστής της περιόδου t και L η περιοδικότητα της εποχικότητας. Για παράδειγμα $L=4$ που αφορά τριμηνιαία δεδομένα και $L=2$ που αφορά εξαμηνιαία δεδομένα.

β) Εξομάλυνση της Τάσης γίνεται με τον ίδιο τρόπο, όπως στην μέθοδο Holt:

$$T_t = \beta(A_t - A_{t-1}) + (1-\beta) T_{t-1}$$

όπου β είναι η σταθερά εξομάλυνσης της τάσης, ισχύει $0 \leq \beta \leq 1$, T_t είναι οι εξομαλυνθείσες τιμές της τάσης.

γ) Εξομάλυνση της εποχικότητας

$$S_t = \gamma \frac{Y_t}{A_t} + (1-\gamma)S_{t-L}$$

όπου γ η σταθερά για την εξομάλυνση της εποχικότητας με $0 \leq \gamma \leq 1$

δ) Ως τελικός σκοπός είναι η πρόβλεψη \hat{Y}_{t+h}

Για τις h μελλοντικές περιόδους του πρώτου έτους η πρόβλεψη προσδιορίζεται από την παρακάτω σχέση:

$$\hat{Y}_{t+h} = (A_t + hT_t)S_{t+h-L} \quad (1.44), \text{ για } h = 1, 2, \dots, L$$

Για τις h μελλοντικές περιόδους του δεύτερου έτους η πρόβλεψη προσδιορίζεται από την παρακάτω σχέση:

$$\hat{Y}_{t+h} = (A_t + hT_t)S_{t+h-2L}$$

για $h = L+1, L+2, \dots, 2L$

Η μέθοδος Winters προβλέπει μεγαλύτερο αριθμό περιόδων εμπρός, λαμβάνοντας υπόψη την τάση και την εποχικότητα των δεδομένων. Για να βρεθούν οι βέλτιστες παράμετροι α , β και γ , που ελέγχουν την εξομάλυνση και προσαρμογή της μεθόδου, χρησιμοποιείται η ελαχιστοποίηση κάποιου πληροφοριακού κριτηρίου σφάλματος, όπως το μέσο τετραγωνικό σφάλμα (MSE). Αυτό εξασφαλίζει την καλύτερη προσαρμογή του μοντέλου στα δεδομένα και πιο ακριβείς προβλέψεις για το μέλλον.

Οι τιμές A_t δεν προσδιορίζονται για $t = 1, 2, \dots, L-1$, ενώ για $t = L$ το A_L ορίζεται ως:

$$A_L = \frac{Y_1 + Y_2 + Y_3 + \dots + Y_L}{L}$$

Η γραμμική παλινδρόμηση αποτελεί το πιο απλό είδος παλινδρόμησης που συναντάται. Εκφράζει την σχέση μέσω μιας γραμμικής συνάρτησης μιας ή περισσότερων μεταβλητών (x_1, x_2, \dots, x_n) με την μεταβλητή στόχο (y) . Οι μεταβλητές x_1, x_2, \dots, x_n ονομάζονται ανεξάρτητες ή ερμηνευτικές μεταβλητές. Αν η μεταβλητή y είναι αυτή που μελετάμε και εξαρτάται μόνο από

μία ανεξάρτητη μεταβλητή, τότε αυτό ονομάζεται απλή γραμμική παλινδρόμηση. Όταν έχουμε περισσότερες από μία ανεξάρτητες μεταβλητές, τότε αναφερόμαστε σε πολλαπλή γραμμική παλινδρόμηση. Υπάρχουν δύο μοντέλα για να περιγράψουν την ανάλυση στην οποία υπόκειται το κάθε πρόβλημα:

- Προσδιοριστικό ή Μαθηματικό Μοντέλο
- Στοχαστικό ή Στατιστικό Μοντέλο

Προσδιοριστικό μοντέλο:

Το Προσδιοριστικό Μοντέλο στο οποίο η μεταβλητή Y ορίζεται πλήρως όταν οι τιμές των ερμηνευτικών μεταβλητών είναι γνωστές και δίνεται από τον ακόλουθο τύπο:

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i$$

- y_i η τιμή της μεταβλητής απόκρισης για το i ζεύγος των παρατηρήσεων
- x_i η τιμή της επεξηγηματικής μεταβλητής
- β_0, β_1 άγνωστες παράμετροι

Στατιστικό Μοντέλο:

Το στατιστικό Μοντέλο περιγράφει την σχέση των ερμηνευτικών μεταβλητών με την μεταβλητή απόκρισης προσθέτοντας τον όρο του σφάλματος (ε). Με τον όρο σφάλμα προσδιορίζεται το γεγονός, ότι ακόμα και αν είναι γνωστές οι τιμές b_0 και b_1 δεν μπορεί να υπολογιστεί επακριβώς η μεταβλητή απόκρισης, αλλά προσδιοριστικά.

Η μαθηματική απεικόνιση του στατιστικού μοντέλου είναι η παρακάτω:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i$$

όπου:

- Y_i η τιμή της μεταβλητής απόκρισης για το i ζεύγος των παρατηρήσεων

- X_i τιμή της επεξηγηματικής μεταβλητής
- β_0, β_1 άγνωστες παραμέτροι
- $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n$ τα τυχαία σφάλματα, τα οποία κατανέμονται σύμφωνα με την κανονική κατανομή $N(0, \sigma^2)$, άρα είναι και ανεξάρτητα.

Στην πράξη, το προσδιοριστικό μοντέλο μπορεί να είναι ανεπαρκές επειδή δεν λαμβάνει υπόψη το σφάλμα, καθώς τα πραγματικά δεδομένα σπάνια ακολουθούν μια ακριβή σχέση μεταξύ των ερμηνευτικών μεταβλητών και της μεταβλητής απόκρισης σε πλήρη έκταση. Για να βρεθεί το κατάλληλο μοντέλο που θα αντικατοπτρίζει αυτή τη σχέση, συχνά χρησιμοποιείται ένα διάγραμμα διασποράς (scatterplot). Σε ένα διάγραμμα διασποράς, οι τιμές της μεταβλητής x τοποθετούνται στον οριζόντιο άξονα, ενώ οι τιμές της μεταβλητής y στον κατακόρυφο άξονα. Αυτό το γράφημα μπορεί να δείξει τη φύση της σχέσης μεταξύ των μεταβλητών και να παρέχει ενδείξεις για το ποιο μοντέλο πρέπει να χρησιμοποιηθεί για την πρόβλεψη ή την ανάλυση των δεδομένων.

Η μέθοδος που χρησιμοποιείται για την εύρεση της καλύτερης δυνατής ευθείας ονομάζεται Μέθοδος Ελαχίστων Τετραγώνων (Method of Ordinary Least Squares, OLS), όπου σύμφωνα με αυτή η καλύτερη δυνατή ευθεία είναι αυτή που ελαχιστοποιεί το άθροισμα των τετραγώνων των σφαλμάτων ή καταλοίπων ε_i , δηλαδή το:

$$\sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - (\beta_0 + \beta_1 x_i))^2$$

Στην ανάλυση χρονοσειρών χρησιμοποιούνται κατά κύριο λόγο μοντέλα παλινδρόμησης (regression models), τα ευρέως γνωστά $AR(p)$, $MA(q)$, $ARMA(p,q)$, $ARIMA(p,d,q)$, τα οποία θα αναλυθούν αναλυτικά παρακάτω.

3.10 Μοντέλα AR , MA , $ARMA$

Τα αυτοπαλίνδρομα υποδείγματα μπορούν να θεωρηθούν ως μοντέλα παλινδρόμησης, διότι στην παλινδρόμηση αυτή οι ανεξάρτητες μεταβλητές είναι οι τιμές της ίδιας μεταβλητής απόκρισης X_t . Αυτό σημαίνει ότι η τρέχουσα τιμή βασίζεται στις προηγούμενες. Για παράδειγμα, σε ένα αυτοπαλίνδρομο υπόδειγμα πρώτης τάξης ($AR(1)$), η τρέχουσα τιμή

βασίζεται μόνο στην προηγούμενη τιμή. Αντίστοιχα, σε ένα αυτοπαλίνδρομο υπόδειγμα δευτέρης τάξης (AR(2)), η τρέχουσα τιμή βασίζεται στις δύο προηγούμενες τιμές.

Παρακάτω παρουσιάζεται το αυτοπαλίνδρομο υπόδειγμα AR(p) με $\varepsilon_t \sim WN(0, \sigma^2)$:

$$X_t = \mu + X_{t-1} + \varphi_2 X_{t-2} + \dots + \varphi_p X_{t-p} + \varepsilon_t$$

Ως Σπυριζεται το μήκος της χρονικής υστέρησης, ή αλλιώς η τάξη του αυτοπαλίνδρου υποδείγματος και $\varphi_1, \dots, \varphi_p$ οι συντελεστές του μοντέλου, με $|\varphi| < 1$. Όταν το φ λάβει την τιμή 1 ($\varphi=1$), τότε η χρονοσειρά δεν είναι στάσιμη, αλλά έχει εικόνα τυχαίου περιπάτου, αφού η εξίσωση της βρίσκεται πάνω στον μοναδιαίο κύκλο (μοναδιαία ρίζα). Όταν το φ λάβει την τιμή 0 ($\varphi=0$), τότε η χρονοσειρά έχει εικόνα λευκού θορύβου. Ως μ η μέση τιμή της χρονοσειράς και προφανώς, ανισούται με 0 ($\mu=0$), τότε τότε η χρονοσειρά είναι στάσιμη. Με την βοήθεια της ελαχιστοποίησης του αθροίσματος των τετραγώνων των σφαλμάτων $S(\mu, \varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_p)$ γίνεται η εκτίμηση των παραμέτρων $\mu, \varphi_1, \dots, \varphi_p$, και η μαθηματική έκφραση είναι η ακόλουθη:

$$\text{Min} S(\mu, \varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_p) = \min \sum_{t=p+1}^n (x_t - \mu - \varphi_1(x_{t-1} - \mu) + \dots + \varphi_p(x_{t-p} - \mu))^2$$

Έστω μια στάσιμη χρονοσειρά X_t :

Χρησιμοποιώντας τον τελεστή υστέρησης B η χρονοσειρά λαμβάνει την παρακάτω μορφή:

$$X_t = \frac{1}{(1 - \varphi_1 B - \varphi_2 B^2 - \dots - \varphi_p B^p)} \varepsilon_t \rightarrow$$

$$(1 - \varphi_1 B - \varphi_2 B^2 - \dots - \varphi_p B^p) X_t = \varepsilon_t \rightarrow$$

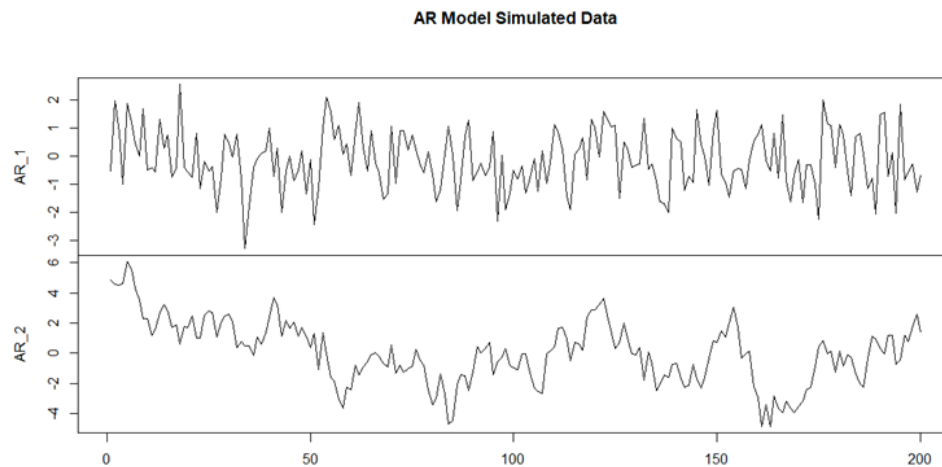
$$\Phi(B) X_t = \varepsilon_t$$

όπου $\Phi(B)$ το χαρακτηριστικό πολυώνυμο της AR(p)

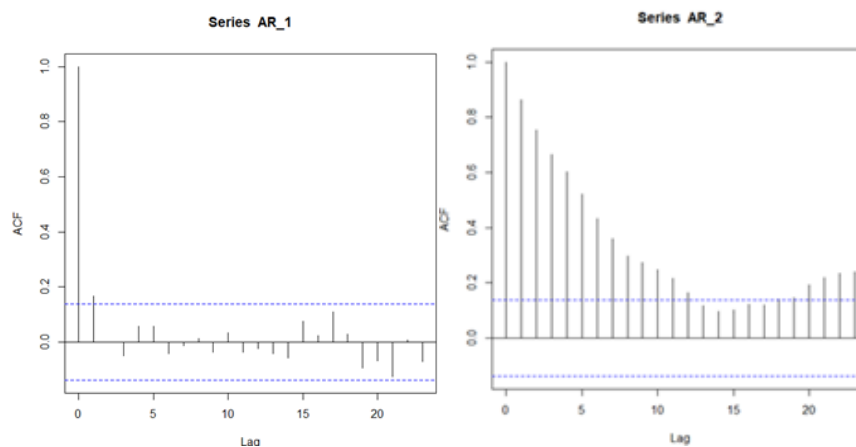
Οι ρίζες του πολυωνύμου $\frac{1}{B^p} - \varphi_1 \frac{1}{B^{p-1}} - \dots - \varphi_p = 0$ θα πρέπει να είναι μικρότερες της μονάδας, ώστε να μη βρίσκονται εντός του μοναδιαίου κύκλου.

Στα δύο παραδείγματα που παρουσιάζονται, φαίνονται δύο τυχαίες χρονοσειρές με διαφορετικά επίπεδα αυτοσυσχέτισης (Εικόνα 3.9 & Εικόνα 3.10). Στο πρώτο παράδειγμα, όπου

ο παράγοντας ϕ είναι 0.9, οι παρατηρήσεις εμφανίζουν στενή σχέση μεταξύ τους, ενώ στο δεύτερο παράδειγμα, με ϕ ίσο με 0.1, η σχέση μεταξύ τους είναι πολύ πιο ασαφής και αταίριαστη.



Εικόνα 3.9: Γράφημα από τυχαία παραγμένες χρονοσειρές με $\phi=0.9$ και $\phi=0.1$



Εικόνα 3.10: Κορελογράμματα των τυχαία παραγμένων χρονοσειρών με $\phi=0.9$ και $\phi=0.1$

Ο κινητός μέσος όρος ορίζεται ως το σταθμισμένο άθροισμα μεταξύ της τρέχουσας παρατήρησης που μελετάται και των σφαλμάτων σε προηγούμενες χρονικές περιόδους.

Η μαθηματική απεικόνιση του μοντέλου είναι η ακόλουθη:

$$X_t = \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \varepsilon_{t-2} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t-q}$$

όπου θ_i οι συντελεστές μερικής αυτοσυσχέτισης του μοντέλου MA για q χρονικές υστερήσεις, οι οποίοι λαμβάνουν τιμές στο διάστημα $[-1,1]$. Το q απεικονίζει το μήκος της χρονικής υστέρησης, όπως επίσης και τα σφάλματα αποτελούν χρονοσειρά λευκού θορύβου με μέση τιμή 0 και σταθερή διακύμανση σ^2 . Ισχύει ότι: $\varepsilon_t \sim WN(0, \sigma^2)$.

Στην περίπτωση που η μέση τιμή της χρονοσειράς δεν είναι 0, τότε η μαθηματική απεικόνιση του μοντέλου είναι η εξής:

$$X_t = \mu + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \varepsilon_{t-2} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t-q}$$

όπου μ η μέση τιμή της χρονοσειράς, η οποία λαμβάνει τιμές σε όλο το σύνολο των πραγματικών αριθμών. Επίσης σε ένα μοντέλο MA(q) η μέθοδος ελαχίστων τετραγώνων εκτιμά τις παραμέτρους $\mu, \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_q$ και στη συνέχεια πραγματοποιεί την ελαχιστοποίηση του αθροίσματος των τετραγώνων των σφαλμάτων της προσαρμογής με τον ακόλουθο τρόπο:

$$\text{MinS}(\mu, \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_q) = \min \sum_{t=q+1}^n (x_t - \mu + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \dots + \theta_q \varepsilon_{t-q})^2$$

Στα μοντέλα αυτά, η εξαρτημένη μεταβλητή δίνεται ως γραμμικός συνδυασμός των ανεξάρτητων μεταβλητών.

Έστω μια στάσιμη χρονοσειρά:

Με την βοήθεια του συντελεστή υστέρησης η χρονοσειρά λαμβάνει την κάτωθι μορφή:

$$X_t = \mu + (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q) \varepsilon_t \rightarrow$$

$$X_t = \Theta(B) \varepsilon_t$$

όπου $\Theta(B)$ το χαρακτηριστικό πολώνυμο της χρονοσειράς MA(q)

Οι ρίζες του πολωνύμου: $\frac{1}{B^q} - \theta_1 \frac{1}{B^{q-1}} - \dots - \theta_q = 0$ θα πρέπει να είναι μικρότερες της μονάδας, ώστε να μη βρίσκονται εντός του μοναδιαίου κύκλου.

Υπόδειγμα MA(1):

Το υπόδειγμα MA(1) είναι το απλούστερο μοντέλο κινητού μέσου MA(q), αφού περιέχει μόνο μια χρονική υστέρηση ($q=1$) και η μαθηματική του έκφραση είναι:

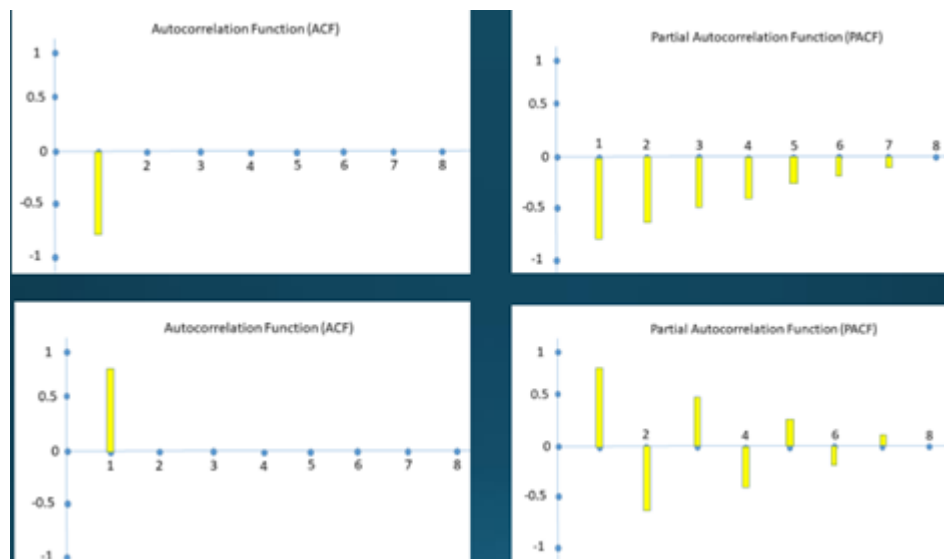
$$X_t = \mu + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1}$$

Αντίστοιχα το υπόδειγμα κινητού μέσου με δύο χρονικές υστερήσεις MA(2) δίνεται από τον παρακάτω τύπο:

$$X_t = \mu + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \varepsilon_{t-2}$$

Το πιο αποτελεσματικό βοήθημα για την εύρεση του καλύτερου υποδείγματος είναι το κορελόγραμμα, αφού η απεικόνιση της συνάρτησης αυτοσυσχέτισης (AutoCorrelationFunction, ACF) γίνεται 0 μετά από q χρονικές υστερήσεις, όπως επίσης και η συνάρτηση μερικής αυτοσυσχέτισης φθίνει εκθετικά προς το μηδέν.

Ακολουθεί η γραφική απεικόνιση ενός μοντέλου MA(1) με $\theta_1 = 0,6$ (Εικόνα 3.11)



Εικόνα 3.11: Γραφική απεικόνιση των αυτοσυσχετίσεων και μερικών αυτοσυσχετίσεων του μοντέλου MA(1) με $\theta_1 = 0.6$

Αυτό που παρατηρείται είναι πως όσο τα lags απομακρύνονται από την q χρονική υστέρηση, τόσο ο δείκτης ACF τείνει στο μηδέν.

Τα μοντέλα αυτοπαλίνδρομης κινητής μέσης τιμής συνδυάζουν τα χαρακτηριστικά των μοντέλων Κινητού Μέσου Ορού (MA(q)) και Αυτοπαλίνδρομης Συνάρτησης Αυτοσυσχέτισης

(AR(p)). Υπάρχουν χρονοσειρές που δεν μπορούν να μοντελοποιηθούν αποτελεσματικά χρησιμοποιώντας ένα από τα δύο μοντέλα, άρα τα αυτοπαλίνδρομα μοντέλα προσφέρουν μια ευέλικτη λύση για τέτοιες περιπτώσεις. Έτσι, προκύπτει το μοντέλο ARMA(p,q), όπου το AR(p) υποδεικνύει τη στασιμότητα και το MA(q) την αντιστρεψιμότητα. Για τη διατήρηση της στασιμότητας, οι ρίζες του χαρακτηριστικού πολυωνύμου πρέπει να είναι εκτός μοναδιαίου κύκλου, όπως και στο μοντέλο AR(p). Αντίστοιχα, ισχύει και για το MA(q) μέρος του μοντέλου, όπου οι ρίζες του πολυωνύμου πρέπει να είναι εκτός μοναδιαίου κύκλου για την αντιστρεψιμότητα. Η μαθηματική έκφρασή του ARMA(p,q) είναι η εξής:

$$X_t = \mu + \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + \dots + \phi_p X_{t-p} + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \varepsilon_{t-2} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t-q}$$

όπου $\phi_i, \theta_i \in [-1, 1]$

Με την βοήθεια του συντελεστή υστέρησης το υπόδειγμα λαμβάνει την ακόλουθη μορφή:

$$(1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p) X_t = \mu + (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q) \varepsilon_t$$

$$\phi(B) X_t = \mu + \theta(B) \varepsilon_t$$

Όπως αναφέρθηκε προηγουμένως, είναι πολύ δύσκολο να προβλεφθούν ασφαλείς τιμές σε μια μη στάσιμη χρονοσειρά λόγω της παρουσίας τάσης, εποχικών διακυμάνσεων και άλλων παραμέτρων. Για την αντιμετώπιση αυτού του προβλήματος, αναπτύχθηκαν μέθοδοι που απαλείφουν την τάση και τις εποχικές διακυμάνσεις, χωρίς όμως να αλλάζουν την ερμηνεία των δεδομένων. Σε αυτήν την ενότητα, θα εξεταστούν χρονοσειρές που περιέχουν μόνο ανοδική ή καθοδική τάση και δεν περιλαμβάνουν εποχικές διακυμάνσεις. Η μέθοδος που χρησιμοποιείται για την απαλοιφή της τάσης είναι η μέθοδος της διαφοροποίησης.

Όταν μια χρονοσειρά μετατρέπεται σε στάσιμη λαμβάνοντας τις πρώτες διαφορές, ονομάζεται ολοκληρωμένη πρώτης τάξης και συμβολίζεται με I(1). Οι πρώτες διαφορές υπολογίζονται ως εξής:

$$X'_t = X_t - X_{t-1}$$

Με την χρήση του τελεστή ολίσθησης οι πρώτες διαφορές ορίζονται ακολούθως:

$$X'_t = X_t - X_{t-1} = (1-B)X_t$$

Σε πολλές περιπτώσεις, ωστόσο, η στασιμότητα δεν επιτυγχάνεται από τις πρώτες διαφορές μόνο. Σε τέτοιες περιπτώσεις, απαιτείται η λήψη και των δεύτερων διαφορών, με αποτέλεσμα η χρονοσειρά να ονομάζεται ολοκληρώσιμη δεύτερης τάξης. Αυτή η στασιμότητα συμβολίζεται με $I(2)$ και οι δεύτερες διαφορές υπολογίζονται ως εξής:

$$X''_t = X_t - 2X_{t-1} + X_{t-2}$$

Με την χρήση του τελεστή ολίσθησης οι δεύτερες διαφορές ορίζονται ακολούθως:

$$X'_t = X_t - 2X_{t-1} + X_{t-2} = (1+2B+B^2) X_t = (1-B)^2 X_t$$

Κάθε φορά που χρησιμοποιείται η μέθοδος της διαφορικής, χάνεται μία παρατήρηση από τη χρονοσειρά. Αυτή η μέθοδος μπορεί να γενικευτεί με τον υπολογισμό d διαφορών. Η χρονοσειρά καλείται ολοκληρώσιμη d τάξης και συμβολίζεται με $I(d)$. Συνήθως, χρησιμοποιούνται μόνο οι πρώτες δύο διαφορές για τη μετατροπή της χρονοσειράς.

Το μοντέλο $ARIMA(p,d,q)$ (Seasonal $ARIMA$ models, n.d.) είναι το ακρωνύμιο των λέξεων Autoregressive Integrated Moving Average, που σημαίνει ότι συνδυάζει τα αυτοπαλίνδρομα υποδείγματα $AR(p)$ και τα υποδείγματα κινητού μέσου $MA(q)$. Η διαφορά σε σχέση με τα μοντέλα $ARMA(p,q)$ είναι ότι χρησιμοποιεί τη μέθοδο της διαφορικής ολοκλήρωσης για να μετατρέψει τις μη στάσιμες χρονοσειρές σε στάσιμες. Αυτό επιτυγχάνεται με τον υπολογισμό επανειλημμένων διαφορών d . Αυτή η διαδικασία δίνει τη δυνατότητα να μοντελοποιηθούν χρονοσειρές που περιλαμβάνουν τάση και εποχικότητα. Έτσι, το μοντέλο $ARIMA$ ορίζεται ως:

$$x_t = x_{t-1} + \varphi_1 x_{t-2} + \dots + \varphi_p x_{t-p} + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \varepsilon_{t-2} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t-q}$$

Ένα μοντέλο $ARIMA(p,d,q)$ περιέχει τρεις παραμέτρους:

- Η παράμετρος p του αυτοπαλίνδρομου υποδείγματος ARIMA δηλώνει την τάξη του αυτοπαλίνδρομου υποδείγματος
- Η παράμετρος d υποδηλώνει την τάξη της διαφορίσης του υποδείγματος ARIMA (τον αριθμό των διαφορών που απαιτούνται έως ότου φτάσει η χρονοσειρά στη στασιμότητα)
- Η παράμετρος q του υποδείγματος του κινητού μέσου ARIMA δηλώνει την τάξη του κινητού μέσου.

Είναι προφανές ότι με την κατάλληλη μετατροπή των $I(d)$ διαφορών, ένα μοντέλο ARIMA(p,d,q) μετατρέπεται σε ένα μοντέλο ARMA(p,q).

Με την χρήση της τεχνικής της διαφορίσης η χρονοσειρά μετατρέπεται σε στάσιμη. Έτσι το υπόδειγμα ARIMA διαθέτει σταθερή μέση τιμή (μ), διακύμανση (σ^2) και συνάρτηση αυτοσυσχέτισης (ACF) καθ' όλη την διάρκεια της χρονικής περιόδου που μελετάται για τον λόγο αυτό δεν εξαρτάται από τις αντίστοιχες χρονικές στιγμές. Τα υποδείγματα ARIMA μπορούν να πραγματοποιήσουν βραχυπρόθεσμες προβλέψεις της χρονικής στιγμής t , αφού χρειάζεται να είναι γνωστές οι: $x_{t-1}, x_{t-2}, \dots, x_{t-n}$. Στη συνέχεια για να γίνει πρόβλεψη της επόμενης χρονικής στιγμής x_{t+1} χρειάζεται να είναι γνωστές οι: $x_{t-1}, x_{t-2}, \dots, x_{t-n-1}$. Στο σημείο αυτό είναι σημαντικό να τονιστεί, πως η τιμή της x_{t+1} αποτελεί τιμή πρόβλεψης, άρα περιέχει το στοιχείο της αβεβαιότητας. Όσο αυξάνεται το χρονικό διάστημα προβλέψεων και χρησιμοποιούνται προβλέψεις για τιμές μελέτης είναι βέβαιο πως τα αποτελέσματα των μακροχρόνιων προβλέψεων θα είναι σε κάποιο βαθμό ανακριβή.

Ειδικές Περιπτώσεις ενός Μοντέλου ARIMA

- ARIMA (1,0,0) = AR (1)
- ARIMA (0,0,1) = MA (1)
- ARIMA(0,0,0) = Λευκός Θόρυβος
- ARIMA(0,1,0) = Τυχαίος Περίπατος

Η μέθοδος Box & Jenkins εισήχθη για πρώτη φορά το 1970 από τους δύο στατιστικούς George E.P. Box και Gwilym M. Jenkins. Αυτή η μέθοδος χρησιμοποιεί υποδείγματα ARIMA με στόχο να επιλεγεί το βέλτιστο υπόδειγμα, το οποίο θα προσαρμοστεί καλύτερα στις παρελθοντικές τιμές μιας χρονοσειράς, με σκοπό την ακριβέστερη δυνατή πρόβλεψη. Αυτή η μέθοδος εφαρμόζεται σε χρονοσειρές όπου δεν υπάρχει στασιμότητα, όπως οι τιμές μιας μετοχής στο χρηματιστήριο, και χωρίζεται σε τέσσερα στάδια:

Στο πρώτο στάδιο της μεθόδου γίνεται ο προσδιορισμός και η επιλογή των παραμέτρων p, d, q του υποδείγματος ARIMA. Αρχικά, εκτελείται η διαδικασία της διαφορίσης με σκοπό να επιτευχθεί η στασιμότητα της χρονοσειράς (αν δεν είναι ήδη στασιμή). Αυτό ελέγχεται μέσω της συνάρτησης αυτοσυσχέτισης. Εάν οι αυτοσυσχετίσεις συγκλίνουν γρήγορα στο 0, τότε υπάρχει μεγάλη πιθανότητα η χρονοσειρά να είναι στασιμή. Αντίθετα, εάν οι αυτοσυσχετίσεις φθίνουν με αργό ρυθμό, υπάρχει μεγάλη πιθανότητα η χρονοσειρά να μην είναι στασιμή και να χρειαστεί μετατροπή με τη μέθοδο της διαφοροποίησης. Αφού επιβεβαιωθεί η στασιμότητα της χρονοσειράς, προχωράμε στον προσδιορισμό των παραμέτρων p, q βασιζόμενοι στις απλές και μερικές αυτοσυσχετίσεις.

Σε συνέχεια του σταδίου της ταυτοποίησης εισέρχεται το στάδιο της εκτίμησης της μεθόδου Box&Jenkins. Σε αυτό το στάδιο σκοπός είναι η εκτίμηση των συντελεστών του υποδείγματος ARIMA(p, d, q). Ποιο συγκεκριμένα γίνεται η εκτίμηση των p παραμέτρων $\phi_0, \phi_1, \dots, \phi_p$ για το αυτοπαλίνδρομο υπόδειγμα και αντίστοιχα για το υπόδειγμα κινητού μέσου q παραμέτρων $\theta_0, \theta_1, \dots, \theta_q$. Είναι σημαντικό να σημειωθεί ότι αν η χρονοσειρά που εξετάζεται περιλαμβάνει μόνο το αυτοπαλίνδρομο υπόδειγμα, τότε για την εκτίμησή της χρησιμοποιείται η μέθοδος των ελαχίστων τετραγώνων. Ωστόσο, εάν η χρονοσειρά περιλαμβάνει επίσης το υπόδειγμα κινητού μέσου, τότε η εκτίμηση των παραμέτρων θα πραγματοποιηθεί με χρήση μη γραμμικών μεθόδων, όπως η μέθοδος εκτίμησης μέγιστης πιθανοφάνειας. Σε αυτήν την περίπτωση, ο στόχος είναι να βρεθούν οι τιμές των παραμέτρων που μεγιστοποιούν την συνάρτηση πιθανοφάνειας.

Σε αυτό το στάδιο της μεθόδου εξετάζεται αν το υπόδειγμα ARIMA(p,d,q) που βρέθηκε στα προηγούμενα στάδια είναι ικανοποιητικό και ανταποκρίνεται όσο το δυνατόν περισσότερο στο μοτίβο και την φύση των δεδομένων (fitting). Με σκοπό να γίνει ο πλήρης έλεγχος για την καταλληλότητα και την αποδοτικότητα του μοντέλου χρησιμοποιούνται τέσσερις πυλώνες οι οποίοι είναι:

- Οι ιδιότητες των καταλοίπων (residuals)
- Η σταθερότητα και σημαντικότητα των συντελεστών του υποδείγματος
- Η ικανότητα του μοντέλου να προβλέπει με ακρίβεια

Αφού θεωρηθεί ότι το υπόδειγμα που εξετάζεται είναι αξιόπιστο και κατάλληλο, απαιτείται έλεγχος για τη διασφάλιση ότι τα υπόλοιπα συμπεριφέρονται ως μια διαδικασία λευκού θορύβου. Αυτό επιτυγχάνεται μέσω του ελέγχου των αυτοσυσχετίσεων των υπολοίπων, όπου πρέπει να επιβεβαιωθεί ότι δεν υπάρχουν σημαντικές αυτοσυσχετίσεις μεταξύ τους. Για τον σκοπό αυτόν, χρησιμοποιείται η στατιστική συνάρτηση Q των Box-Pierce, η οποία επιτρέπει τον έλεγχο της σημαντικότητας του πλήθους n των συντελεστών αυτοσυσχέτισης.

Η στατιστική Συνάρτηση δίνεται από την έκφραση:

$$Q_{BP} = T \sum_{s=1}^n \hat{\rho}_s^2$$

όπου:

$\hat{\rho}_s$: οι δειγματικές αυτοσυσχετίσεις των καταλοίπων

T: το πλήθος των συντελεστών αυτοσυσχέτισης

n: Το πλήθος των συντελεστών αυτοσυσχέτισης

Ο αριθμός των αυτοσυσχετίσεων ισούται με την τετραγωνική ρίζα του αριθμού των παρατηρήσεων, δηλαδή ισχύει $n=\sqrt{T}$. Η στατιστική συνάρτηση QBP ακολουθεί την X^2 κατανομή με n-p-q βαθμούς ελευθερίας.

Ο έλεγχος υπόθεσης της στατιστικής συνάρτησης QBP είναι ο ακόλουθος:

$$H_0 : Q_{BP} > X_a^2$$

$$H_1 : Q_{BP} \leq X_a^2$$

Η αρχική υπόθεση απορρίπτεται, όταν η τιμή της στατιστικής συνάρτησης QBP είναι μεγαλύτερη από την κρίσιμη τιμή της κατανομής X_a^2 για επίπεδο σημαντικότητας α . Αντίστοιχα απορρίπτεται η εναλλακτική υπόθεση, όταν η τιμή της στατιστικής συνάρτησης QBP είναι μικρότερη της κρίσιμης τιμής κατανομής X_a^2 για επίπεδο σημαντικότητας α .

Το κριτήριο που χρησιμοποιείται ευρέως στην μέθοδο Box – Jenkins είναι η στατιστική Q των Ljung&Box η οποία απεικονίζεται παρακάτω:

$$Q_{LB} = n(n+2) \sum_{j=1}^k \frac{\rho_j^2}{n-j}$$

Η στατιστική συνάρτηση αυτή ακολουθεί προσεγγιστικά την κατανομή X_a^2 με $n-p-q$ βαθμούς ελευθερίας. Όσον αφορά τον έλεγχο υπόθεσης, ισχύει ότι η αρχική υπόθεση H_0 απορρίπτεται όταν η τιμή της στατιστικής συνάρτησης Q_{LB} είναι μεγαλύτερη από την κρίσιμη τιμή της κατανομής χ^2 για ένα καθορισμένο επίπεδο σημαντικότητας α . Αντίστοιχα, απορρίπτεται η εναλλακτική υπόθεση όταν η τιμή της στατιστικής συνάρτησης Q_{LB} είναι μικρότερη από την κρίσιμη τιμή της κατανομής χ^2 για το συγκεκριμένο επίπεδο σημαντικότητας α .

3.11 Κριτήρια επιλογής υποδείγματος

Ένας σημαντικός τρόπος ελέγχου της καταλληλότητας του εκτιμώμενου υποδείγματος είναι η αντιμετώπιση του προβλήματος της υπερπροσαρμογής. Αυτό επιτυγχάνεται συγκρίνοντας το εκτιμώμενο υπόδειγμα με υποδείγματα υψηλότερης τάξης. Για παράδειγμα, αν το εκτιμηθέν υπόδειγμα είναι ARMA(1,2), συγκρίνεται με τα μικτά υποδείγματα ARMA(2,2) και ARMA(1,3). Εάν οι πρόσθετοι όροι δεν είναι στατιστικά σημαντικοί, τότε το εκτιμηθέν μοντέλο είναι πιθανότατα το καταλληλότερο. Αντίθετα, εάν οι πρόσθετοι όροι είναι στατιστικά σημαντικοί, τότε υπάρχει πιθανότητα ότι το εκτιμηθέν υπόδειγμα δεν είναι το καταλληλότερο και πρέπει να εξεταστούν άλλες επιλογές μοντέλων που προσαρμόζονται καλύτερα στα

δεδομένα. Επίσης, καθώς προστίθενται περισσότερες παράμετροι στο υπόδειγμα, μειώνονται οι βαθμοί ελευθερίας, πράγμα που πρέπει να ληφθεί υπόψη.

Για την επιλογή του κατάλληλου υποδείγματος υπάρχουν κριτήρια που βοηθούν στη διαδικασία αυτή:

α) Το πληροφοριακό κριτήριο του Akaike (Akaike Information Criterion – AIC)

$$AIC = -2 \cdot \ln \hat{\sigma}^2 + \frac{2k}{T}$$

όπου:

- Το σ^2 δηλώνει την εκτίμηση της διακύμανσης του σφάλματος του υποδείγματος
- Το k δηλώνει τον αριθμό των παραμέτρων του μοντέλου.
- Το T δηλώνει το μέγεθος του δείγματος.

Ο δεύτερος όρος αφορά την «ποινή» του πληροφοριακού κριτηρίου.

Η εξίσωση του AIC αναφέρει ότι όσο περισσότερες παράμετροι περιέχονται στο υπόδειγμα, τόσο περισσότερη πληροφορία αντλείται από αυτό. Ταυτόχρονα, το υπόδειγμα που εμφανίζει τη μικρότερη τιμή στο πληροφοριακό κριτήριο του AIC θεωρείται το πιο κατάλληλο..

β) Το πληροφοριακό κριτήριο του Bayes (Bayesian Information Criterion -BIC)

$$BIC = \ln \hat{\sigma}^2 + \frac{k \ln T}{T}$$

όπου:

- Το σ^2 δηλώνει την εκτίμηση της διακύμανσης του σφάλματος του υποδείγματος
- Το k δηλώνει τον αριθμό των παραμέτρων του μοντέλου.
- Το T δηλώνει το μέγεθος του δείγματος.
- Ο δεύτερος όρος αφορά την «ποινή» του πληροφοριακού κριτηρίου , όπως και στο AIC.

Το κριτήριο BIC είναι πιο προσεκτικό στην εισαγωγή πρόσθετων παραμέτρων σε σχέση με το AIC. Επιβάλλει μεγαλύτερη ποινή στις πρόσθετες εκτιμήσεις παραμέτρων, έτσι ώστε να αποθαρρύνει την υπερεκτίμηση. Επιλέγοντας το υπόδειγμα με βάση το BIC, τείνουμε να επιλέγουμε μοντέλα με λιγότερες παραμέτρους σε σχέση με το AIC, ιδίως σε περιπτώσεις μικρού αριθμού δεδομένων.

Τα μοντέλα ARIMA είναι αποτελεσματικά στην πρόβλεψη χρονοσειρών που περιέχουν μόνο τάση. Ωστόσο, όταν η χρονοσειρά περιλαμβάνει εποχικότητα, τα μοντέλα ARIMA μπορεί να μην είναι επαρκή για ακριβείς προβλέψεις. Γι' αυτό το λόγο αναπτύχθηκαν τα υποδείγματα SARIMA, τα οποία λαμβάνουν υπόψη τους την εποχικότητα και είναι κατάλληλα για προβλέψεις σε τέτοιου είδους χρονοσειρές.

3.12 Υποδείγματα SARIMA(p,d,q)(P,D,Q)

Τα υποδείγματα SARIMA είναι μια επέκταση των υποδειγμάτων ARIMA(p,d,q), καθώς λαμβάνουν υπόψη τους τις εποχικές διακυμάνσεις κατά την πρόβλεψη. Συνεπώς, ένα μοντέλο SARIMA περιλαμβάνει τις μη εποχικές παραμέτρους p,d,q και τις εποχικές (P,D,Q)s.

όπου :

- p και εποχικό P: υποδεικνύουν τον αριθμό των αυτοπαλίνδρομων όρων
- q και εποχικό Q: υποδεικνύουν τον αριθμό των όρων κινητού μέσου όρου
- s: υποδεικνύει τον αριθμό των περιόδων για μια εποχή
- d: υποδεικνύει την τάξη της διαφορίσης του υποδείγματος

Στα μοντέλα ARIMA, η πρώτη κίνηση είναι η εφαρμογή της μεθόδου διαφορισμού για την καθορισμό της τάξης του υποδείγματος. Αντίστοιχα, στα εποχικά μοντέλα SARIMA, ο πρώτος βήμας είναι ο καθορισμός της εποχικής διαφοράς. Είναι σημαντικό να μην υπερβαίνουμε τη χρήση μίας εποχικής διαφοράς ή δύο διαφορών (είτε εποχικές είτε στην τάση). Στο εποχικό υπόδειγμα, οι όροι SAR και SMA προσδιορίζονται από τον έλεγχο της αυτοσυσχέτισης. Ο όρος SAR προστίθεται αν η αυτοσυσχέτιση για την εποχική περίοδο είναι θετική, ενώ προστίθεται ένας όρος SMA αν είναι αρνητική. Συνήθως, ένας όρος SAR και ένας όρος SMA αρκούν για να

περιγράψουν το μοντέλο, και επομένως σπανίως συναντούνται περισσότεροι όροι στο υπόδειγμα.

Το υπόδειγμα SARIMA που συνήθως χρησιμοποιείται είναι το ARIMA(0,1,1)x(0,1,1), ο οποίος αποτελείται από έναν συνδυασμό ενός MA(1) xSMA(1), συνδυάζοντας μια εποχική και μια μη εποχική διαφορά.

Με την βοήθεια του συντελεστή υστέρησης το μοντέλο SARIMA:

$$\phi(B)(1-B)^d x_t = \theta(B)\varepsilon_t$$

$$\phi(B^s)(1-B^s)^D x_t = \theta(B^s)\varepsilon_t$$

όπου:

- $\phi(B), \theta(B)$ τα χαρακτηριστικά πολυώνυμα για το υπόδειγμα με την τάση
- $\phi(B^s), \theta(B^s)$ τα χαρακτηριστικά πολυώνυμα για το υπόδειγμα με την εποχικότητα.

Το d, D αφορούν την τάξη διαφορίσης του μοντέλου της τάσης και της εποχικότητας αντίστοιχα.

Το συνδιαστικό μοντέλο SARIMA(p,d,q)(P,D,Q)_s ορίζεται ως:

$$\Phi(B)[\phi(B^s)(1-B^s)^D](1-B)^d x_t = \theta(B)\Theta(B^s)\varepsilon_t$$

3.13 Σφάλμα πρόβλεψης

Ως σφάλμα (e_t) πρόβλεψης ορίζεται το αποτέλεσμα της διαφοράς μεταξύ παρατηρούμενης τιμής (Y_t) και προβλεπόμενης τιμής (\hat{Y}_t) της χρονοσειράς και δίνεται από τον τύπο:

$$e_t = Y_t - \hat{Y}_t$$

για η περιόδους ο τύπος λαμβάνει την μορφή:

$$e_{t+n} = Y_{t+n} - \hat{Y}_{t+n}$$

Για την ορθή αξιολόγηση της πρόβλεψης, ένα σημαντικό μέτρο αποτελεί το διάστημα εμπιστοσύνης της διακύμανσης του σφάλματος, το οποίο δείχνει την ακρίβεια της πρόβλεψης και δίνεται από τον ακόλουθο τύπο:

$$(1-\alpha) \times 100\%$$

$$\hat{Y}_{t+n} = -za/2 \sigma_k \leq Y_{t+k} \leq \hat{Y}_{t+n} + za/2 \sigma_n$$

όπου σ_k^2 η διακύμανση του σφάλματος πρόβλεψης. Η διακύμανση αυτή είναι συνάρτηση διακύμανσης του διαταρακτικού όρου ε_t η οποία είναι άγνωστη. Έτσι γίνεται εκτίμηση της μέσω του αθροίσματος των τετραγώνων των καταλοίπων:

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\sum \varepsilon_t^2}{T-p-q}$$

Συνήθως η τιμή που λαμβάνει το $(1-\alpha)100\%$ διάστημα εμπιστοσύνης είναι 95%.

Το μέσο τετραγωνικό σφάλμα είναι ένα κοινώς αποδεκτό κριτήριο για πολλές μεθόδους πρόβλεψης, όπως αυτής της εκθετικής εξομάλυνσης. Ορίζεται ως το άθροισμα των τετραγώνων των διαφορών μεταξύ των πραγματικών τιμών και των προβλεπόμενων τιμών, διαιρεμένο με τον αριθμό των προβλέψεων. Μαθηματικά, ορίζεται ως:

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \varepsilon_t^2$$

Το Μέσο τετραγωνικό σφάλμα, λόγω του τετραγώνου που υπάρχει στον υπολογισμό επηρεάζεται περισσότερο από μεγάλα σφάλματα. Παράλληλα το MSE χρησιμοποιείται στην εύρεση των κατάλληλων παραμέτρων στις μεθόδους εξομάλυνσης, όπου επιλέγονται αυτοί που το ελαχιστοποιούν.

Τετραγωνική ρίζα μέσου τετραγωνικού σφάλματος (RMSE) Ορίζεται ως η τετραγωνική ρίζα του μέσου τετραγωνικού σφάλματος (Hyndman & Koehler, 2006, pp. 679-688).

$$RMSE = \sqrt{MSE} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \varepsilon_t^2}$$

Η Μέση Απόκλιση MAD βασίζεται στο γεγονός ότι η σοβαρότητα του σφάλματος σχετίζεται γραμμικά με το μέγεθός του. Ο υπολογισμός γίνεται με τον διαίρεση του αθροίσματος των απόλυτων τιμών των σφαλμάτων με τον αριθμό των προβλέψεων. Μαθηματικά, ο τύπος είναι:

$$MAD = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n |\varepsilon_t|$$

Η μέθοδος MAD αποτελεί λιγότερο αξιόπιστη επιλογή από το μέσο τετραγωνικό σφάλμα, λόγω του ότι το μέσο τετραγωνικό σφάλμα είναι στατιστικά πιο θεμελιώδης δείκτης.

Μέσο απόλυτο ποσοστιαίο σφάλμα (MPE) ορίζεται ως:

$$MPE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \frac{e_t}{Y_t}$$

όπου αν:

- $MPE > 0$ τότε η μέθοδος αυτή υποεκτιμά την πρόβλεψη, αφού δίνει μεροληπτικά μεγάλες τιμές.
- $MPE < 0$ τότε η μέθοδος αυτή υπερεκτιμά την πρόβλεψη, αφού δίνει μεροληπτικά μικρές τιμές.
- MPE κοντά στο 0, τότε η μέθοδος είναι αμερόληπτη, ως προς τις τιμές που δίνει.

3.14 Επιλογή κατάλληλου μοντέλου πρόβλεψης

Κάθε χρονοσειρά είναι μοναδική και διαθέτει τα δικά της χαρακτηριστικά. Επομένως, είναι σημαντικό να αναγνωρίζονται αυτά τα χαρακτηριστικά με ακρίβεια, ώστε να μπορεί να επιλεγεί το κατάλληλο μοντέλο πρόβλεψης. Είναι σημαντικό να μην χρησιμοποιούνται περισσότερα από ένα μοντέλα πρόβλεψης ταυτόχρονα, προκειμένου να εξεταστεί ποιο από αυτά παρέχει τα πιο αξιόπιστα αποτελέσματα.

Με βάση μια σύνοψη των χαρακτηριστικών των χρονοσειρών, οι μέθοδοι πρόβλεψης μπορούν να ταξινομηθούν ως εξής:

- Στάσιμες χρονοσειρές: Μοντέλα ARMA και Απλός κινητός μέσος

- Χρονοσειρές με τάση: Μέθοδος HOLT και μοντέλα ARIMA
- Χρονοσειρές με τάση και εποχικότητα: Κλασική διάσπαση (decomposition) ή Μέθοδος Winters ή μοντέλα SARIMA
- Χρονοσειρές με κυκλικότητα κλασική διάσπαση (decomposition) ή Μοντέλα ARIMA

Στο επόμενο κεφάλαιο, θα παρουσιαστούν αναλυτικά διάφοροι αλγόριθμοι πρόβλεψης χρονοσειρών χρησιμοποιώντας μηχανική μάθηση.

3.15 Ασαφή Λογική και Νεύρο-Ασαφής Λογική (ANFIS)

Η ασαφής λογική (fuzzy logic) (Atsalakis et al. , 2024) αποτελεί μια επέκταση της κλασικής λογικής που επιτρέπει τη διαχείριση ασάφειας και αβεβαιότητας στα δεδομένα, και αναπτύχθηκε από τον Lotfi Zadeh το 1965 (Zadeh, 1965) και βασίζεται στην έννοια των ασαφών συνόλων, όπου κάθε στοιχείο έχει έναν βαθμό συμμετοχής (membership degree) που κυμαίνεται μεταξύ 0 και 1.

Η ασαφής λογική χρησιμοποιεί συναρτήσεις συμμετοχής για την περιγραφή ασαφών εννοιών, όπως "υψηλή θερμοκρασία" ή "χαμηλή ταχύτητα", και κανόνες τύπου "Αν-Τότε" (IF-THEN), που διαμορφώνουν τη σχέση εισόδου-εξόδου, με την μέθοδο να είναι ιδιαίτερα χρήσιμη σε εφαρμογές που απαιτούν ευελιξία, όπως:

- Έλεγχος συστημάτων.
- Πρόβλεψη δεδομένων.
- Βελτιστοποίηση πολύπλοκων συστημάτων.

Η ασαφής λογική διακρίνεται για την απλότητά της και την ικανότητά της να διαχειρίζεται ασαφή δεδομένα, ενώ ταυτόχρονα προσφέρει μια βάση για την ανάπτυξη υβριδικών συστημάτων.

Το Adaptive Neuro-Fuzzy Inference System (ANFIS) είναι μια υβριδική μέθοδος που συνδυάζει την ασαφή λογική με τα νευρωνικά δίκτυα, με το ANFIS να αξιοποιεί την ικανότητα των ασαφών συστημάτων να περιγράφουν σύνθετες σχέσεις μέσω κανόνων "Αν-Τότε", ενώ

ενσωματώνει τη μαθησιακή διαδικασία των νευρωνικών δικτύων για τη βελτιστοποίηση των παραμέτρων του (Atsalaki et al. , 2023)(Atsalakis et al., 2009).

Η βασική αρχιτεκτονική του ANFIS συνδυάζει στοιχεία από την ασαφή λογική και τα νευρωνικά δίκτυα, παρέχοντας ένα ισχυρό εργαλείο για την επεξεργασία δεδομένων και τη δημιουργία προβλεπτικών μοντέλων. Αρχικά, οι ασαφείς κανόνες αποτελούν τον πυρήνα του συστήματος, καθορίζοντας τη σχέση μεταξύ εισόδων και εξόδων και εκφράζονται μέσω της λογικής "Αν-Τότε" (IF-THEN) και διαμορφώνουν τη βάση γνώσης του συστήματος. Για παράδειγμα, ένας κανόνας μπορεί να περιγράφει τη σχέση μεταξύ της θερμοκρασίας και της απόδοσης ενός συστήματος, επιτρέποντας την αποτύπωση ασαφών εννοιών και τη διαχείριση αβεβαιότητας (Atsalakis et al. , 2018). Οι συναρτήσεις συμμετοχής είναι ένα σημαντικό στοιχείο του συστήματος, καθώς μετατρέπουν τις εισόδους σε ασαφείς τιμές που αντιπροσωπεύουν τη βαθμίδα συμμετοχής σε ένα συγκεκριμένο ασαφές σύνολο, και μπορεί να έχουν διάφορες μορφές, όπως τριγωνικές ή καμπύλες Gauss, και χρησιμοποιούνται για να περιγράψουν την ασάφεια που υπάρχει στα δεδομένα εισόδου.

Ένα από τα σημαντικότερα χαρακτηριστικά του ANFIS είναι η ενσωμάτωση αλγορίθμων μάθησης για τη βελτιστοποίηση των κανόνων και των συναρτήσεων συμμετοχής, με την μέθοδο backpropagation, σε συνδυασμό με την ελαχιστοποίηση του τετραγωνικού σφάλματος, να επιτρέπει στο σύστημα να προσαρμόζει τις παραμέτρους του μέσω της εκπαίδευσης σε δεδομένα, δίνοντας στο ANFIS τη δυνατότητα να βελτιώνει την ακρίβειά του και να προσαρμόζεται σε διαφορετικές καταστάσεις.

Το ANFIS έχει αποδειχθεί ιδιαίτερα αποτελεσματικό σε ποικίλα προβλήματα, και στην ανάλυση χρονοσειρών, το ANFIS μπορεί να εντοπίσει μοτίβα και να δημιουργήσει προβλέψεις με υψηλή ακρίβεια, όπως στην πρόβλεψη τιμών μετοχών ή στη διαχείριση ενεργειακών πόρων (Atsalakis et al., 2009). Σε συστήματα πρόβλεψης, χρησιμοποιείται ευρέως για την πρόβλεψη μελλοντικών γεγονότων, όπως η ζήτηση προϊόντων ή οι καιρικές συνθήκες, ενώ παράλληλα, σε περιπτώσεις ανάλυσης δεδομένων υψηλής πολυπλοκότητας, το ANFIS προσφέρει τη δυνατότητα διαχείρισης μη γραμμικών σχέσεων και μεγάλων όγκων δεδομένων, εξασφαλίζοντας αποτελέσματα με ακρίβεια και ερμηνευσιμότητα (Atsalakis et al., 2011).

Με τη συνδυαστική του προσέγγιση, το ANFIS παρέχει ένα ισχυρό εργαλείο για την ανάπτυξη και την κατανόηση συστημάτων, προσφέροντας τόσο πρακτική χρησιμότητα όσο και θεωρητική συνεισφορά. Το πλεονέκτημα του ANFIS έγκειται στην ικανότητά του να μαθαίνει από δεδομένα, ενώ παράλληλα διατηρεί την ερμηνευσιμότητα των αποτελεσμάτων, καθιστώντας το ιδανικό εργαλείο για την ανάπτυξη ευφών συστημάτων πρόβλεψης (Atsalakis et al., 2016).

3.15.1 Βελτιστοποίηση του ANFIS

Η απόδοση του Adaptive Neuro-Fuzzy Inference System (ANFIS) εξαρτάται από τη σωστή διαμόρφωση των παραμέτρων του, όπως οι συναρτήσεις συμμετοχής και οι κανόνες «Αν-Τότε». Για τη βελτιστοποίηση αυτών των παραμέτρων, έχουν αναπτυχθεί διάφορες τεχνικές βελτιστοποίησης, οι οποίες επιτρέπουν τη βελτίωση της ακρίβειας και της γενίκευσης του μοντέλου.

Γενετικοί Αλγόριθμοι (Genetic Algorithms - GA)

Οι γενετικοί αλγόριθμοι είναι μια στοχαστική τεχνική βελτιστοποίησης που βασίζεται στη φυσική επιλογή και την εξέλιξη. Στο πλαίσιο του ANFIS, οι GA χρησιμοποιούνται για τη ρύθμιση των συναρτήσεων συμμετοχής και των κανόνων, αναζητώντας το βέλτιστο σύνολο παραμέτρων μέσα από διαδικασίες επιλογής, μετάλλαξης και διασταύρωσης. Αυτή η μέθοδος είναι ιδιαίτερα αποτελεσματική σε περιπτώσεις όπου η συνάρτηση κόστους έχει πολλές τοπικές ελάχιστες τιμές και απαιτείται παγκόσμια βελτιστοποίηση.

Βελτιστοποίηση με Σμήνος Σωματιδίων (Particle Swarm Optimization - PSO)

Η βελτιστοποίηση με σμήνος σωματιδίων είναι μια τεχνική εμπνευσμένη από τη συλλογική συμπεριφορά των σμηνών πτηνών και των κοπαδιών ψαριών. Στην εφαρμογή της στο ANFIS, τα σωματίδια αντιπροσωπεύουν διαφορετικά σύνολα παραμέτρων και εξελίσσονται διαρκώς, προσαρμόζοντας τις τιμές τους με βάση την ατομική και συλλογική εμπειρία του σμήνους. Το PSO έχει το πλεονέκτημα ότι απαιτεί λιγότερους υπολογισμούς σε σχέση με τους GA και μπορεί να συγκλίνει ταχύτερα προς μια βέλτιστη λύση.

Βελτιστοποιητής Γκρίζου Λύκου (Grey Wolf Optimizer - GWO)

Ο αλγόριθμος Grey Wolf Optimizer βασίζεται στη συμπεριφορά κυνηγιού των λύκων και χρησιμοποιείται για την εύρεση των βέλτιστων παραμέτρων του ANFIS. Το GWO ταξινομεί τις πιθανές λύσεις σε διαφορετικά επίπεδα ιεραρχίας (άλφα, βήτα, γάμμα και δέλτα λύκους) και καθοδηγεί την αναζήτηση προς τις πιο υποσχόμενες περιοχές του χώρου λύσεων. Η μέθοδος αυτή είναι ιδιαίτερα αποδοτική σε προβλήματα με πολύπλοκες και μη γραμμικές σχέσεις.

Διαφορική Εξέλιξη (Differential Evolution - DE)

Η διαφορική εξέλιξη είναι ένας πληθυσμιακός αλγόριθμος βελτιστοποίησης που χρησιμοποιεί διαφορικές πληροφορίες μεταξύ των ατόμων του πληθυσμού για να προτείνει νέες πιθανές λύσεις. Στο ANFIS, η μέθοδος αυτή βοηθά στη ρύθμιση των παραμέτρων του μοντέλου μέσω μιας εξελικτικής διαδικασίας που περιλαμβάνει την αναπαραγωγή, τη μετάλλαξη και την επιλογή. Σε σύγκριση με άλλες τεχνικές, η DE είναι ιδιαίτερα αποδοτική όταν το πρόβλημα έχει πολλαπλά τοπικά ελάχιστα και απαιτείται ισχυρή ικανότητα εξερεύνησης του χώρου αναζήτησης.

Η χρήση αυτών των μεθόδων βελτιστοποίησης επιτρέπει στο ANFIS να προσαρμόζει τις παραμέτρους του με μεγαλύτερη ακρίβεια, διατηρώντας παράλληλα τη δυνατότητα γενίκευσης σε νέα δεδομένα. Ο συνδυασμός τους με τεχνικές τεχνητής νοημοσύνης μπορεί να οδηγήσει σε ακόμα πιο αποδοτικά και προσαρμόσιμα συστήματα πρόβλεψης και ανάλυσης δεδομένων.

Η επιλογή του αριθμού και του τύπου των συναρτήσεων συμμετοχής (membership functions - MF) επηρεάζει άμεσα την ακρίβεια και τη γενίκευση του ANFIS. Ένας μικρός αριθμός συναρτήσεων συμμετοχής μπορεί να οδηγήσει σε χαμηλή απόδοση, καθώς το σύστημα δεν θα έχει αρκετή προσαρμοστικότητα για να συλλάβει τις σχέσεις μεταξύ των δεδομένων. Αντίθετα, η χρήση υπερβολικά πολλών συναρτήσεων μπορεί να αυξήσει την πολυπλοκότητα του μοντέλου, οδηγώντας σε υπερπροσαρμογή (overfitting) και μειωμένη ικανότητα γενίκευσης σε νέα δεδομένα. Ο τύπος της συνάρτησης συμμετοχής είναι επίσης καθοριστικός για την απόδοση του ANFIS. Συνηθισμένοι τύποι είναι οι τριγωνικές, τραπεζοειδείς, γκαουσιανές και γενικευμένες bell-shaped συναρτήσεις. Οι γκαουσιανές συναρτήσεις συμμετοχής είναι συχνά προτιμητέες λόγω της ομαλής και συνεχούς φύσης τους, αλλά οι γενικευμένες bell-shaped προσφέρουν μεγαλύτερη ευελιξία στην προσαρμογή των δεδομένων. Η επιλογή της κατάλληλης συνάρτησης πρέπει να γίνεται με βάση τη φύση του προβλήματος και τα χαρακτηριστικά των

δεδομένων εισόδου. Ένας συστηματικός τρόπος επιλογής του αριθμού και του τύπου των συναρτήσεων συμμετοχής είναι η χρήση μεθόδων βελτιστοποίησης, όπως οι γενετικοί αλγόριθμοι (GA) και το particle swarm optimization (PSO), που μπορούν να εξερευνήσουν διαφορετικές ρυθμίσεις και να εντοπίσουν εκείνη που οδηγεί στην καλύτερη απόδοση του συστήματος.

Η επιλογή των σωστών χαρακτηριστικών (feature selection) και η μείωση της διάστασης των δεδομένων (dimensionality reduction) είναι κρίσιμες τεχνικές για τη βελτίωση της αποδοτικότητας του ANFIS. Η ύπαρξη περιττών ή μη σχετικών χαρακτηριστικών μπορεί να αυξήσει τον υπολογιστικό φόρτο και να μειώσει την ακρίβεια του μοντέλου. Το PCA είναι μια από τις πιο διαδεδομένες μεθόδους μείωσης διάστασης. Μετασχηματίζει τα αρχικά χαρακτηριστικά σε ένα νέο σύνολο μη συσχετισμένων μεταβλητών (κύριες συνιστώσες) που διατηρούν το μεγαλύτερο μέρος της διακύμανσης των δεδομένων. Η χρήση του PCA στο ANFIS μπορεί να μειώσει την πολυπλοκότητα του μοντέλου, επιτρέποντας του να συγκλίνει ταχύτερα και να αποφεύγει το overfitting. Το LASSO είναι μια μέθοδος επιλογής χαρακτηριστικών που χρησιμοποιεί κανονικοποίηση L1, μηδενίζοντας τους συντελεστές των λιγότερο σημαντικών χαρακτηριστικών. Αυτό βοηθά στη διατήρηση μόνο των πιο κρίσιμων εισόδων για το ANFIS, μειώνοντας τον θόρυβο και βελτιώνοντας την απόδοση του συστήματος. Οι autoencoders, που βασίζονται σε νευρωνικά δίκτυα, είναι μια εξελιγμένη μέθοδος μη γραμμικής μείωσης διάστασης. Ένας autoencoder μαθαίνει μια συμπαγή αναπαράσταση των δεδομένων, απομονώνοντας τις πιο κρίσιμες πληροφορίες και απορρίπτοντας τον περιττό θόρυβο. Όταν χρησιμοποιείται ως προκαταρκτικό βήμα στο ANFIS, μπορεί να οδηγήσει σε μοντέλα με μεγαλύτερη γενίκευση και μειωμένο υπολογιστικό κόστος. Η εφαρμογή αυτών των τεχνικών βοηθά το ANFIS να λειτουργεί πιο αποδοτικά, μειώνοντας τη διάσταση των εισόδων χωρίς να χάνεται κρίσιμη πληροφορία, και βελτιώνοντας έτσι την ακρίβεια και τη γενική απόδοση του συστήματος.

3.15.2 Εφαρμογές σε Διαφορετικά Πεδία

Το ANFIS (Adaptive Neuro-Fuzzy Inference System) χρησιμοποιείται σε μια ευρεία γκάμα εφαρμογών λόγω της ικανότητάς του να συνδυάζει τη μαθηματική ισχύ των νευρωνικών δικτύων με την επεξηγησιμότητα των ασαφών συστημάτων. Οι σύγχρονες εφαρμογές του

εκτείνονται από την ιατρική διάγνωση μέχρι τα αυτόνομα οχήματα, προσφέροντας σημαντικές βελτιώσεις στην ακρίβεια, την ευρωστία και τη γενίκευση των προβλέψεων.

Στην ιατρική, το ANFIS χρησιμοποιείται για την ανάλυση πολύπλοκων βιοϊατρικών σημάτων, όπως το ηλεκτροκαρδιογράφημα (ΗΚΓ), και την πρόβλεψη καρδιακών παθήσεων. Με τη δυνατότητα ανίχνευσης προτύπων σε μεγάλες και θορυβώδεις βάσεις δεδομένων, το σύστημα μπορεί να βοηθήσει στην ταξινόμηση ανωμαλιών, όπως αρρυθμίες ή εμφράγματα, με μεγαλύτερη ακρίβεια σε σχέση με συμβατικές στατιστικές μεθόδους. Επιπλέον, το ANFIS χρησιμοποιείται στην αναγνώριση καρκινικών κυττάρων μέσω ανάλυσης ιατρικών εικόνων, συνδυάζοντας χαρακτηριστικά από ακτινολογικά δεδομένα ή βιοψίες. Η ικανότητά του να προσαρμόζεται και να βελτιώνει τις διαγνωστικές του δυνατότητες μέσω εκπαίδευσης σε μεγάλα σύνολα δεδομένων το καθιστά πολύτιμο εργαλείο στην προληπτική ιατρική και στη στοχευμένη θεραπεία.

Το ANFIS έχει αποδειχθεί αποτελεσματικό στη μοντελοποίηση και πρόβλεψη χρηματοοικονομικών χρονοσειρών, όπως οι τιμές των μετοχών, οι συναλλαγματικές ισοτιμίες και οι μακροοικονομικοί δείκτες. Η ικανότητά του να ενσωματώνει τόσο αριθμητικά δεδομένα όσο και ασαφείς πληροφορίες (όπως η ψυχολογία της αγοράς) το καθιστά ιδανικό για την πρόβλεψη των τάσεων της αγοράς. Χρησιμοποιείται επίσης για την αναγνώριση επερχόμενων κρίσεων ή αστάθειας στις αγορές, παρέχοντας προειδοποιήσεις με βάση ιστορικά δεδομένα και μοτίβα που έχουν εντοπιστεί σε προηγούμενες διακυμάνσεις. Με τη σωστή ρύθμιση των παραμέτρων του, μπορεί να προσφέρει στρατηγικές λήψης αποφάσεων για επενδυτές και αναλυτές.

Στη βιομηχανία, το ANFIS χρησιμοποιείται για την αναγνώριση προτύπων και τη διάγνωση βλαβών σε μηχανές και συστήματα παραγωγής. Με την ανάλυση δεδομένων από αισθητήρες, μπορεί να ανιχνεύσει αποκλίσεις που υποδηλώνουν δυσλειτουργίες, επιτρέποντας την έγκαιρη συντήρηση και αποφυγή βλαβών. Στην κυβερνοασφάλεια, το ANFIS αξιοποιείται για την ανίχνευση ανωμαλιών σε δικτυακή κίνηση και συστήματα ασφαλείας. Μέσω εκπαίδευσης με δεδομένα φυσιολογικής και ύποπτης δραστηριότητας, το σύστημα μπορεί να ανιχνεύσει κακόβουλες επιθέσεις ή παραβιάσεις, αυξάνοντας την αποτελεσματικότητα των συστημάτων προστασίας έναντι κυβερνοεπιθέσεων.

Στον τομέα των αυτόνομων οχημάτων, το ANFIS χρησιμοποιείται για τη βελτίωση των συστημάτων ελέγχου, επιτρέποντας την προσαρμοστική ρύθμιση των παραμέτρων οδήγησης με βάση τις συνθήκες του δρόμου και της κυκλοφορίας. Το σύστημα μπορεί να εκπαιδευτεί ώστε να λαμβάνει αποφάσεις σε πραγματικό χρόνο, βελτιώνοντας τη σταθερότητα και την απόκριση των οχημάτων σε απρόβλεπτες καταστάσεις. Στη ρομποτική, το ANFIS συμβάλλει στον έλεγχο των ρομποτικών βραχιόνων και των μηχανισμών πλοήγησης, προσαρμόζοντας την κίνησή τους με μεγαλύτερη ακρίβεια. Με τη χρήση αισθητήρων και κάμερας, μπορεί να βοηθήσει στη δυναμική προσαρμογή της πορείας ενός ρομπότ, καθιστώντας το πιο αποτελεσματικό σε εργασίες που απαιτούν λεπτούς χειρισμούς ή αυτόνομη πλοήγηση σε μεταβαλλόμενα περιβάλλοντα.

3.15.3 Συνδυασμός ANFIS με Deep Learning

Ο συνδυασμός του Adaptive Neuro-Fuzzy Inference System (ANFIS) με deep learning μοντέλα, όπως τα Convolutional Neural Networks (CNN), Long Short-Term Memory (LSTM) δίκτυα και Generative Adversarial Networks (GANs), έχει κερδίσει δημοτικότητα λόγω της ικανότητας αυτών των συνδυασμένων προσεγγίσεων να συνδυάζουν τα πλεονεκτήματα της αναγνώρισης προτύπων και της εξαγωγής χαρακτηριστικών (deep learning) με την ευχρηστία και την εξήγηση των δυνατοτήτων των fuzzy συστημάτων.

Το ANFIS-CNN συνδυάζει τις ισχυρές δυνατότητες των CNN στην αναγνώριση και εξαγωγή χαρακτηριστικών από δεδομένα εικόνας ή άλλες πολυδιάστατες μορφές με την ικανότητα του ANFIS να αποδίδει μια πιο εξηγημένη και ευέλικτη λειτουργία λήψης αποφάσεων. Σε ένα τέτοιο σύστημα, το CNN χρησιμοποιείται για την αναγνώριση και εξαγωγή χαρακτηριστικών από δεδομένα εισόδου, ενώ το ANFIS αναλαμβάνει να μοντελοποιήσει την ασαφή σχέση μεταξύ των χαρακτηριστικών και της εξόδου, επιτρέποντας την προσαρμογή των κανόνων και τη βελτιστοποίηση των παραμέτρων του συστήματος με βάση τα δεδομένα εκπαίδευσης. Στην ανάλυση ιατρικών εικόνων, όπου τα CNN ανιχνεύουν περιοχές ενδιαφέροντος (όπως όγκους), το ANFIS μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την ταξινόμηση αυτών των περιοχών ως καλοήθεις ή κακοήθεις, συνδυάζοντας τις παραδοσιακές αναλυτικές μεθόδους με τη δυνατότητα ευέλικτης λήψης αποφάσεων.

Ο συνδυασμός ANFIS με Long Short-Term Memory (LSTM) δίκτυα έχει ιδιαίτερη εφαρμογή σε χρονοσειρές ή δεδομένα που εξαρτώνται από το χρόνο. Το LSTM έχει την ικανότητα να επεξεργάζεται και να προβλέπει ακολουθίες δεδομένων με βάση την προηγούμενη χρονική τους εξέλιξη, ενώ το ANFIS μπορεί να ενσωματώσει την ασαφή λογική για να προσαρμόσει τις προβλέψεις σε πιο δυναμικές καταστάσεις, διατηρώντας παράλληλα την ικανότητα εξήγησης. Στην πρόβλεψη χρηματοοικονομικών αγορών, το LSTM μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την ανάλυση ιστορικών δεδομένων, ενώ το ANFIS μπορεί να προσφέρει μια εξηγητική εκδοχή της σχέσης μεταξύ οικονομικών δεικτών και μελλοντικών τάσεων της αγοράς.

Τα Generative Adversarial Networks (GANs) χρησιμοποιούνται για την παραγωγή νέων δεδομένων μέσω ενός συστήματος ανταγωνιστικών νευρωνικών δικτύων, ενώ το ANFIS μπορεί να ενσωματωθεί για την ενίσχυση της διαδικασίας αναγνώρισης και διαχείρισης ασαφών δεδομένων μέσα στο γεννηθέν σύνολο. Η συνδυαστική προσέγγιση ANFIS-GANs έχει εφαρμογή σε σενάρια όπου η παραγωγή δεδομένων και η ανάλυση τους συνδυάζονται με την ανάγκη για μοντελοποίηση ασαφών συσχετίσεων. Στην δημιουργία και ανάλυση ρεαλιστικών δεδομένων από εικόνες (όπως στην παραγωγή εικόνας σε εικονικά περιβάλλοντα), το GAN δημιουργεί νέες εικόνες και το ANFIS παρέχει μια ευέλικτη προσέγγιση για την αξιολόγηση αυτών των εικόνων με βάση ασαφή κριτήρια.

Ένα παράδειγμα που δείχνει πώς οι συνδυασμένες προσεγγίσεις ANFIS με deep learning μπορούν να ξεπεράσουν τις παραδοσιακές τεχνικές είναι στην αναγνώριση ασθενειών από ιατρικές εικόνες. Παραδοσιακά, οι μέθοδοι που βασίζονται μόνο σε CNN μπορεί να είναι πολύ αποτελεσματικές στην αναγνώριση αντικειμένων, αλλά δεν προσφέρουν πάντα μια εύκολη εξήγηση για το γιατί το σύστημα πήρε μια συγκεκριμένη απόφαση. Με την προσθήκη του ANFIS, το σύστημα μπορεί να εξηγήσει και να προσαρμόσει τις αποφάσεις του με βάση ασαφή κριτήρια (π.χ., πιθανότητες ή αβεβαιότητες στις εικόνες), προσφέροντας καλύτερη ακρίβεια και ερμηνευσιμότητα, κάτι που δεν επιτυγχάνεται με παραδοσιακές μεθόδους.

3.15.4 Μειονεκτήματα και Μελλοντικές Βελτιώσεις

Το ANFIS (Adaptive Neuro-Fuzzy Inference System) είναι ένα ισχυρό εργαλείο για την επίλυση ασαφών και μη γραμμικών προβλημάτων, αλλά, όπως κάθε μοντέλο, έχει ορισμένα μειονεκτήματα που πρέπει να εξεταστούν. Αν και προσφέρει εξαιρετική ευελιξία και ικανότητα

εξήγησης, υπάρχουν περιορισμοί στην απόδοσή του, κυρίως όταν αντιμετωπίζει μεγάλα ή πολύπλοκα δεδομένα.

Το ANFIS απαιτεί σημαντική υπολογιστική ισχύ για την εκπαίδευση του μοντέλου, ειδικά όταν τα δεδομένα είναι μεγάλα ή περιλαμβάνουν πολλές παραμέτρους. Η διαδικασία εκπαίδευσης συνεπάγεται τη βελτιστοποίηση των παραμέτρων του νευρωνικού δικτύου και των κανόνων του fuzzy συστήματος, κάτι που μπορεί να είναι πολύ απαιτητικό από άποψη υπολογιστικών πόρων. Όταν τα σύνολα δεδομένων είναι πολύ μεγάλα ή περιλαμβάνουν πολλές εισόδους, ο χρόνος εκπαίδευσης μπορεί να αυξηθεί δραματικά, περιορίζοντας τη δυνατότητα του ANFIS να επεξεργαστεί δεδομένα σε πραγματικό χρόνο.

Επίσης η κλιμάκωση του ANFIS σε πολύπλοκα προβλήματα με πολλές εισόδους αποτελεί επίσης μια πρόκληση. Όταν ο αριθμός των εισόδων αυξάνεται, ο αριθμός των κανόνων και των παραμέτρων που πρέπει να προσαρμοστούν μεγαλώνει εκθετικά. Αυτό μπορεί να οδηγήσει σε υπερβολική πολυπλοκότητα, αυξάνοντας τις ανάγκες υπολογιστικής ισχύος και επιβραδύνοντας την εκπαίδευση του μοντέλου, ενώ παράλληλα ενδέχεται να μειώσει τη γενική του απόδοση, λόγω του κινδύνου υπερβολικής προσαρμογής (overfitting).

Η παρακάτω είναι πιθανές λύσεις. Η χρήση παραλληλίας στην εκπαίδευση του ANFIS μπορεί να μειώσει σημαντικά το υπολογιστικό κόστος και να επιταχύνει τη διαδικασία εκπαίδευσης. Μέσω του parallel computing, οι διάφοροι υπολογιστικοί πόροι μπορούν να συνεργαστούν για να επιλύσουν υποπροβλήματα ταυτόχρονα, μειώνοντας το χρόνο που απαιτείται για την επεξεργασία μεγάλων δεδομένων ή για την επίλυση πολύπλοκων προβλημάτων με πολλές εισόδους. Αυτή η τεχνική είναι ιδιαίτερα χρήσιμη για μεγάλα σύνολα δεδομένων και για εφαρμογές σε πραγματικό χρόνο.

Το quantum computing προσφέρει μια καινοτόμο προσέγγιση για την επίλυση υπολογιστικών προβλημάτων με υψηλό υπολογιστικό κόστος. Μέσω της κβαντικής υπολογιστικής ικανότητας, είναι δυνατό να επιταχυνθούν διαδικασίες βελτιστοποίησης και εκπαίδευσης των μοντέλων ANFIS, μειώνοντας το χρόνο εκπαίδευσης και επιτρέποντας την καλύτερη διαχείριση μεγάλων και πολύπλοκων δεδομένων. Αν και το quantum computing βρίσκεται ακόμη σε πρώιμο στάδιο ανάπτυξης, μπορεί να προσφέρει σημαντικές βελτιώσεις σε μοντέλα όπως το ANFIS στο μέλλον.

Το federated learning είναι μια κατανεμημένη προσέγγιση για την εκπαίδευση μοντέλων που επιτρέπει την εκπαίδευση του ANFIS σε πολλαπλούς απομακρυσμένους κόμβους χωρίς να απαιτείται η αποστολή όλων των δεδομένων σε έναν κεντρικό διακομιστή. Αυτή η μέθοδος μπορεί να βοηθήσει στην επιτάχυνση της διαδικασίας εκπαίδευσης και στην προστασία των δεδομένων, καθώς τα δεδομένα παραμένουν τοπικά και μόνο τα μοντέλα που εκπαιδεύονται ανταλλάσσονται. Η κατανεμημένη εκπαίδευση μέσω του federated learning επιτρέπει την επεξεργασία μεγάλων δεδομένων χωρίς να δημιουργούνται προβλήματα με την κλιμάκωση.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4: ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΜΑΘΗΣΗ – ΝΕΥΡΩΝΙΚΑ ΔΙΚΤΥΑ

4.1 Μηχανική μάθηση

Η μηχανική μάθηση αποτελεί έναν κλάδο της τεχνικής νοημοσύνης (AI) που εστιάζει στη δημιουργία και ανάπτυξη μοντέλων και αλγορίθμων με στόχο την πρόβλεψη ή τη λήψη αποφάσεων. Αυτό επιτυγχάνεται μέσω της χρήσης δεδομένων, όπου οι αλγόριθμοι και τα μοντέλα εκπαιδεύονται για να εξάγουν νέα και ασφαλή δεδομένα που θα χρησιμοποιηθούν για προβλέψεις ή αποφάσεις. Η εφαρμογή της μηχανικής μάθησης είναι ευρεία και περιλαμβάνει τον τομέα της αναγνώρισης προτύπων, της υπολογιστικής όρασης, της επεξεργασίας φωνής και εικόνας, καθώς και την πρόβλεψη διαφόρων τιμών, όπως η πρόβλεψη αποδόσεων μετοχών.

Υπάρχουν πολλοί ορισμοί για τη μηχανική μάθηση, που προέρχονται από διαφορετικούς εκπαιδευτικούς τομείς. Δύο τέτοιοι ορισμοί είναι:

- Ορισμός του Carbonell (1997): "Η μελέτη υπολογιστικών μεθόδων για την απόκτηση νέας γνώσης, νέων δεξιοτήτων και νέων τρόπων οργάνωσης της υπάρχουσας γνώσης".
- Ορισμός του Mitchell (1997): "Ένα πρόγραμμα υπολογιστή θεωρείται ότι μαθαίνει μέσω της εμπειρίας E που αποκτά κατά τη διάρκεια κάποιων δραστηριοτήτων T , και σε συνδυασμό με μια μετρική απόδοσης P , εάν οι επιδόσεις του στις δραστηριότητες T , όπως αξιολογούνται από την P , βελτιώνονται με την εμπειρία E ".

Η πρώτη κατηγορία της μηχανικής μάθησης είναι η επιβλεπόμενη μάθηση (Supervised Learning (Radhoush et al., 2023, p. 5972)). Σε αυτήν την κατηγορία, το μοντέλο εκπαιδεύεται χρησιμοποιώντας ένα σύνολο δεδομένων που περιλαμβάνει τόσο τις εισόδους (x_i) όσο και τις αντίστοιχες επιθυμητές εξόδους (y_i), όπου $i = 1, 2, \dots, n$. Κάθε x_i αντιπροσωπεύει ένα διάνυσμα εισόδου διαστάσεων d , ενώ οι y_i αντιστοιχούν στις επιθυμητές εξόδους. Ανάλογα με τον τύπο της μεταβλητής εξόδου y_i , η επιβλεπόμενη μάθηση χωρίζεται σε δύο κατηγορίες:

- Κατηγοριοποίηση: Όταν οι κλάσεις της μεταβλητής εξόδου είναι διακριτές.
- Παλινδρόμηση: Όταν οι κλάσεις της μεταβλητής εξόδου είναι συνεχείς.

Δύο παραδείγματα επιβλεπόμενης μάθησης είναι:

α) Ανάλυση Συναισθήματος Πελατών (Customer Sentiment Analysis (Iqbal et al., 2022, p. 10844)): Εδώ, το μοντέλο εκπαιδεύεται για να αναγνωρίσει τη συναισθηματική τάση των σχολίων ή των κειμένων που προέρχονται από πελάτες.

β) Ανίχνευση Ανεπιθύμητων Μηνυμάτων (Spam Detection (Ghourabi & Alohal, 2023, p. 3861)): Εδώ, το μοντέλο εκπαιδεύεται για να αναγνωρίσει αν ένα email είναι ανεπιθύμητο (spam) ή επιθυμητό (ham), βασιζόμενο στο περιεχόμενό του.

Η δεύτερη κατηγορία μηχανικής μάθησης είναι η μη επιβλεπόμενη μάθηση (Unsupervised Learning). Σε αυτήν την κατηγορία, τα δεδομένα δεν έχουν ετικέτες, και το μοντέλο προσπαθεί να ανακαλύψει μοτίβα ή δομές στα δεδομένα χωρίς καθοδήγηση. Κάποια παραδείγματα μη επιβλεπόμενης μάθησης είναι:

- Συσταδοποίηση (Clustering (Cai et al., 2022, p. 12704)): Ο στόχος εδώ είναι να ομαδοποιηθούν τα δεδομένα σε ομάδες με βάση την ομοιότητά τους.
- Μείωση Διαστάσεων (Dimensionality Reduction (Kalian et al., 2023, p. 572)): Εδώ, ο στόχος είναι να μειωθεί η διαστατικότητα των δεδομένων, διατηρώντας τη σημαντική πληροφορία.
- Αναγνώριση Προτύπων (Pattern Recognition): Εδώ, το μοντέλο προσπαθεί να αναγνωρίσει μοτίβα ή πρότυπα στα δεδομένα χωρίς προηγούμενη γνώση.
- Ανάλυση Συσχετίσεων: Εδώ, το μοντέλο εξετάζει τις συσχετίσεις μεταξύ των διαφορετικών χαρακτηριστικών των δεδομένων.

Η τρίτη κατηγορία μηχανικής μάθησης είναι η ενισχυτική μάθηση (Reinforcement Learning). Σε αυτήν την κατηγορία, ο αλγόριθμος που εκπαιδεύεται δρα σε ένα περιβάλλον, λαμβάνοντας ανταμοιβές ή ποινές για κάθε ενέργεια που πραγματοποιεί. Ο στόχος είναι να μάθει μια πολιτική που να οδηγεί σε μέγιστη ανταμοιβή. Η ενισχυτική μάθηση χρησιμοποιείται συχνά σε προβλήματα σχεδιασμού (planning) και σε περιβάλλοντα που είναι δυναμικά και αλληλεπιδρούν με τον χρήστη.

Η βαθιά μάθηση (Deep Learning) αποτελεί μια εξειδικευμένη προσέγγιση της μηχανικής μάθησης, η οποία χρησιμοποιεί νευρωνικά δίκτυα με πολλά επίπεδα για την ανάλυση και την εξαγωγή πληροφοριών από τα δεδομένα. Με τη χρήση αυτών των πολύπλοκων δικτύων, η βαθιά

μάθηση μπορεί να ανακαλύψει σύνθετα μοτίβα και χαρακτηριστικά σε μεγάλα σύνολα δεδομένων.

Η εφαρμογή της βαθιάς μάθησης έχει επεκταθεί σε πολλούς τομείς, συμπεριλαμβανομένων:

1. **Αυτόνομα Αυτοκίνητα (Self-driving cars):** Η βαθιά μάθηση χρησιμοποιείται για την επεξεργασία των σημάτων αισθητήρων και τη λήψη αποφάσεων σε πραγματικό χρόνο.
2. **Επεξεργασία Φυσικής Γλώσσας (Natural Language Processing, NLP):** Η βαθιά μάθηση είναι ιδιαίτερα αποτελεσματική στην ανάλυση και την κατανόηση της φυσικής γλώσσας, χρησιμοποιώντας για παράδειγμα αναδρομικά νευρωνικά δίκτυα (RNNs) και μοντέλα μετασχηματιστές (transformer models).
3. **Έλεγχος της Κυκλοφορίας (Traffic Control):** Η βαθιά μάθηση μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την πρόβλεψη της κίνησης και τη βελτιστοποίηση των συστημάτων ελέγχου κυκλοφορίας.
4. **Ρομποτική Χειρισμός (Robotics Manipulation):** Η βαθιά μάθηση επιτρέπει σε ρομποτικά συστήματα να εκτελούν πολύπλοκες εργασίες χειρισμού και αλληλεπίδρασης με το περιβάλλον τους.

4.2 Διαφορές μεταξύ βαθιάς μάθησης και μηχανικής μάθησης

Στην μηχανική μάθηση, η διαδικασία εστιάζει στη χρήση μικρότερου όγκου δεδομένων και στην αυτόματη ταξινόμηση. Επιπλέον, η εξαγωγή χαρακτηριστικών γίνεται με τη συνεισφορά του ανθρώπου.

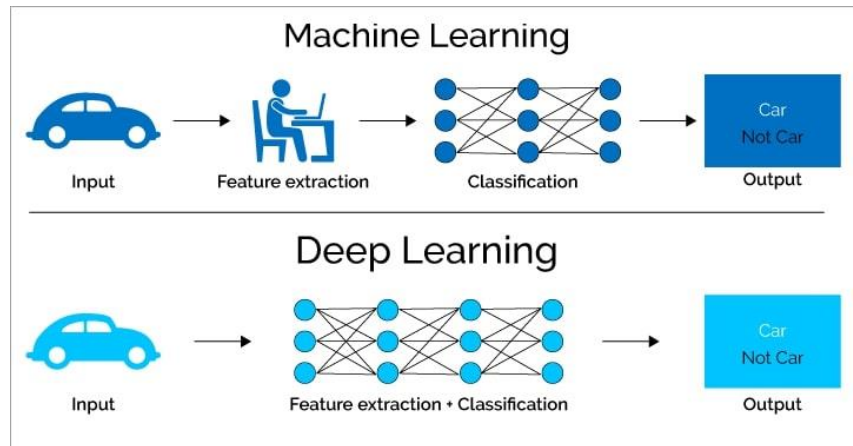
Στη βαθιά μάθηση, οι νευρώνες εκπαιδεύονται από τα δεδομένα και το μοντέλο "μαθαίνει" από τα σφάλματά του. Αυτός ο τύπος μάθησης απαιτεί πολύ μεγαλύτερο όγκο δεδομένων και χαρακτηρίζεται από μια πλήρως αυτόματη διαδικασία.

Το παρακάτω γράφημα απεικονίζει τη διαφορά μεταξύ της μηχανικής μάθησης και της βαθιάς μάθησης σε ένα πρόβλημα ταξινόμησης για το εάν τα δεδομένα που εισήχθησαν αντιστοιχούν σε "αυτοκίνητο" ή όχι (Εικόνα 4.12).

- Στην πρώτη περίπτωση, που αφορά τη μηχανική μάθηση, τα δεδομένα εισέρχονται στον υπολογιστή, στη συνέχεια γίνεται εξαγωγή των χαρακτηριστικών από τον άνθρωπο, και

τελικά πραγματοποιείται η ταξινόμηση για να ληφθεί η απόφαση αν τα δεδομένα ανήκουν στην κατηγορία "αυτοκίνητο".

- Στη δεύτερη περίπτωση, που αφορά τη βαθιά μάθηση, υπάρχει αυτοματοποίηση στην εξαγωγή των χαρακτηριστικών, χωρίς ανθρώπινη παρέμβαση. Στη συνέχεια πραγματοποιείται η ταξινόμηση για τη λήψη απόφασης σχετικά με το εάν τα δεδομένα αφορούν σε "αυτοκίνητο".



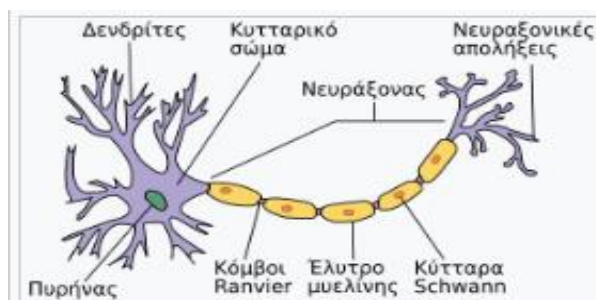
Εικόνα 4.12: Γραφική απεικόνιση των διαφορών μεταξύ μηχανικής μάθησης και βαθιάς μάθησης (Wolfewicz, 2024)

4.3 Νευρωνικά Δίκτυα

Στο εν λόγω κεφάλαιο σκοπεύουμε να παρουσιάσουμε τις σημαντικές πληροφορίες σχετικά με τα νευρωνικά δίκτυα. Θα εξετάσουμε τρία είδη τεχνητών νευρωνικών δικτύων: τα προώθησης νευρωνικά δίκτυα (Feed Forward Neural Networks) (Teso-Fz-Betoño et al., 2022, p. 3206), τα ανατροφοδοτούμενα νευρωνικά δίκτυα (Recurrent Neural Networks) (Park et al., 2020, p. 615) και τα συνελκτικά νευρωνικά δίκτυα (Convolutional Neural Networks) (Taye, 2023, p. 52). Αρχικά θα εξετάσουμε τη βιολογική βάση των νευρωνικών δικτύων, και στη συνέχεια θα επικεντρωθούμε στις διάφορες δομές αυτών των δικτύων. Στη συνέχεια, θα αναλύσουμε τη θεωρία της συνάρτησης κόστους (lossfunction), τις μεθόδους εκπαίδευσης, και τέλος θα εξετάσουμε διάφορες μετατροπές των συνόλων δεδομένων και των αλγορίθμων.

Ο όρος "νευρώνας" αναφέρεται στο νευρικό κύτταρο με όλες τις διεργασίες του. Οι νευρώνες είναι ειδικά κύτταρα που μπορούν να δέχονται και να μεταδίδουν σήματα νευρικής

δραστηριότητας. Παρά τη μεγάλη ποικιλία στο μέγεθος και τη μορφολογία τους, όλοι έχουν ένα κυτταρικό σώμα, από το οποίο απομακρύνονται οι νευρίτες. Οι νευρίτες λαμβάνουν την πληροφορία από άλλους νευρώνες μέσω των δενδριτών και τη μεταφέρουν προς το κυτταρικό σώμα (Εικόνα 4.13).

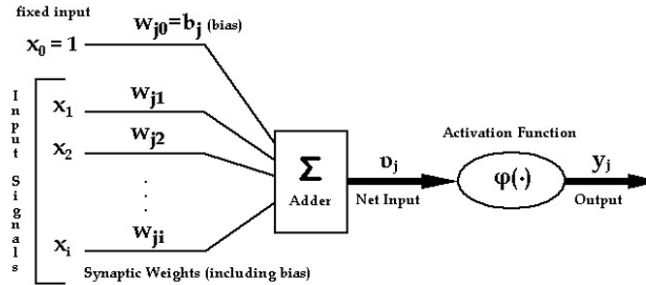


Εικόνα 4.13: Φυσικός νευρώνας (Wikipedia)

Τα τεχνητά νευρωνικά δίκτυα (TNN) αποτελούν έναν κλάδο της μηχανικής μάθησης που αντλεί έμπνευση από τη βιολογία του ανθρώπινου εγκεφάλου. Ο στόχος τους είναι να επιτρέπουν στους υπολογιστές να επεξεργάζονται δεδομένα με τον τρόπο που λειτουργούν οι νευρώνες του εγκεφάλου για να κατανοήσουν τις εισροές από τις αισθήσεις τους. Παρόλα αυτά, υπάρχουν σημαντικές διαφορές μεταξύ των βιολογικών και των τεχνητών νευρώνων όσον αφορά την αρχιτεκτονική και τις ιδιότητές τους.

Ένα TNN υλοποιεί αυτόματες διαδικασίες μέσω δύο κύριων φάσεων: τη φάση εκπαίδευσης (training) και τη φάση ελέγχου (testing). Κάθε τέτοιο δίκτυο απαρτίζεται από μια σειρά νευρώνων, οι οποίοι λαμβάνουν δεδομένα εισόδου (inputs). Κάθε είσοδος έχει διαφορετική τιμή βάρους (weight), η οποία καθορίζει τη σημασία της εισόδου για τον νευρώνα. Στη συνέχεια, οι νευρώνες επεξεργάζονται τα δεδομένα και εξάγουν την πληροφορία (outputs).

Παρακάτω παρουσιάζεται το βασικό μοντέλο ενός νευρώνα, όπου μπορεί να γίνει η διάκριση τριών φάσεων λειτουργίας του (Rosenblatt,1958)(Εικόνα 4.14) :



Εικόνα 4.14. Βασικό μοντέλο τεχνητού νευρώνα (Rosenblatt,1958)

Σταδιο 1: Συνολική Είσοδος Κάθε είσοδος πολλαπλασιάζεται με το σχετικό βάρος που της αντιστοιχεί. Αυτές οι πολλαπλασιασμένες τιμές συνολικά αθροίζονται για να παράγεται η συνολική είσοδος, ή αλλιώς το συνολικό ενεργοποιημένο σήμα που εισέρχεται στον νευρώνα (Minsky & Papert,1969).

Σταδιο 2: Τοπικό Πεδίο Στο συνολικό ενεργοποιημένο σήμα προστίθεται ο όρος της μεροληψίας, γνωστός και ως bias, δημιουργώντας έτσι το τοπικό πεδίο εισόδου ή αλλιώς το netinput.

Σταδιο 3: Συνάρτηση Ενεργοποίησης (Activation Function) Το τοπικό πεδίο εισόδου εισέρχεται σε μια συνάρτηση ενεργοποίησης, ή γνωστή και ως συνάρτηση μεταφοράς. Αυτή η συνάρτηση μετατρέπει το τοπικό πεδίο εισόδου σε ένα εξαρτημένο από τη συνάρτηση εξόδου, που συνήθως περιορίζεται σε ένα συγκεκριμένο εύρος τιμών, όπως το (0,1) ή το (-1,1).

Αυτές οι τρεις φάσεις αποτελούν το βασικό στάδιο λειτουργίας ενός νευρώνα σε ένα τεχνητό νευρωνικό δίκτυο.

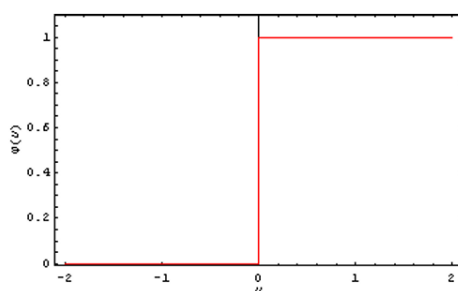
$$\hat{u}_j = \sum_{i=1}^N w_{j,i} x_i$$

$$\hat{y}_j = \varphi(\hat{u}_j + b_j)$$

όπου x_1, x_2, \dots, x_i είναι τα σήματα εισόδου, $w_{j1}, w_{j2}, \dots, w_{ji}$ είναι τα συναπτικά βάρη του νευρώνα j , \hat{u}_j η έξοδος του αθροιστή που αφορά τα σήματα εισόδου ή αλλιώς το τοπικό πεδίο, b_j η μεροληψία ή πόλωση (bias), $\varphi(\cdot)$ η συνάρτηση ενεργοποίησης και \hat{y}_j η έξοδος του νευρώνα.

$$\varphi(u_j) = \begin{cases} 0, & u \leq \theta \\ 1, & u > \theta \end{cases} \quad (2.1)$$

Η συνάρτηση ενεργοποίησης (Maniatopoulos & Mitianoudis, 2021, p. 513) που χρησιμοποιείται στο συγκεκριμένο μοντέλο είναι η συνάρτηση βήματος (step function). Αυτή η συνάρτηση λαμβάνει δύο τιμές: μηδέν (0) αν η είσοδος είναι μικρότερη ή ίση με ένα καθορισμένο όριο θέρμανσης (θ), και ένα (1) αν η είσοδος είναι μεγαλύτερη από αυτό το όριο θέρμανσης. Με αυτόν τον τρόπο, η συνάρτηση βήματος κατατάσσει τα δεδομένα στην αντίστοιχη κλάση που ανήκουν, λειτουργώντας ως ένα είδος κατωφλίου. Η γραφική απεικόνιση αυτής της λειτουργίας παρουσιάζεται παρακάτω (Εικόνα 4.15).



Εικόνα 4.15: Απεικόνιση βηματικής συνάρτησης (Maniatopoulos & Mitianoudis, 2021)

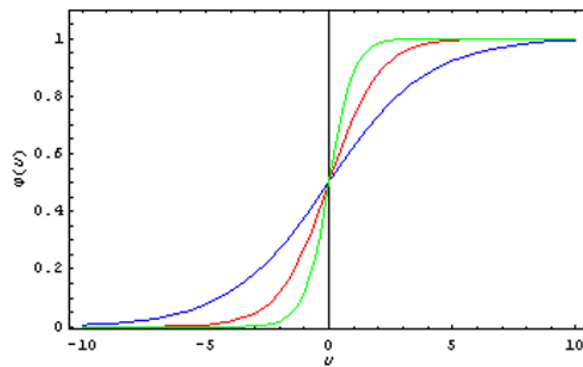
Το μοντέλο που αναφέρεται είναι το μοντέλο McCulloch-Pitts, το οποίο συνδέεται με τη μελέτη των τεχνητών νευρωνικών δικτύων (ΤΝΔ). Καθώς η έρευνα στον τομέα αυτό εξελισσόταν, προέκυπτε η ανάγκη να εξεταστεί η σημασία της συνάρτησης ενεργοποίησης στη βελτίωσή τους.

Καταλήχθηκε ότι η χρήση μιας παραγωγίσιμης συνάρτησης ενεργοποίησης θα οδηγούσε σε καλύτερα αποτελέσματα σε σχέση με μια βηματική συνάρτηση. Η πιο γνωστή και ευρέως χρησιμοποιούμενη παραγωγίσιμη συνάρτηση ενεργοποίησης είναι η σιγμοειδής συνάρτηση. Το πεδίο ορισμού της είναι το σύνολο των πραγματικών αριθμών, συνήθως όμως χρησιμοποιείται ένα μικρό υποσύνολο, όπως το $[-1,1]$ ή το $[0,1]$.

Από το σύνολο των σιγμοειδών συναρτήσεων, η πιο διαδεδομένη είναι η λογιστική συνάρτηση (Εικόνα 4.16), η οποία ορίζεται ως εξής:

$$\varphi(u_j) = \frac{1}{1 + e^{-au_j}}$$

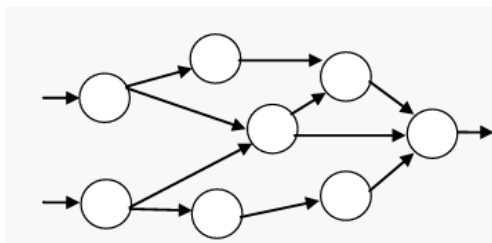
όπου a η παράμετρος της κλίσης. Όταν το a τείνει προς το άπειρο, η λογιστική τείνει προς την βηματική συνάρτηση.



Εικόνα 4.16: «Λογιστική» συνάρτηση ενεργοποίησης

4.4 Πολυ-επίπεδο μοντέλο (Multilayer Perceptron, MLP)

Το Πολυεπίπεδο Μοντέλο (Multilayer Perceptron, MLP) αποτελεί έναν από τους πιο διαδεδομένους τύπους νευρωνικών δικτύων. Ανήκει στην κατηγορία των δικτύων προς τα εμπρός τροφοδότησης (Feed-Forward Neural Networks, FNN), όπου η πληροφορία μεταδίδεται από την είσοδο προς την έξοδο (Rumelhart et al., 2002, pp. 213-222). Μια αναπαράσταση αυτής της δομής φαίνεται στην εικόνα που ακολουθεί (Εικόνα 4.17):



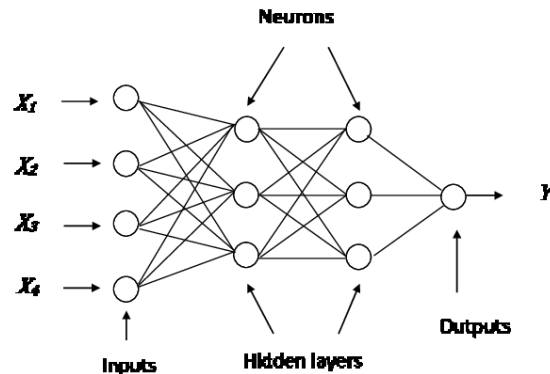
Εικόνα 4.17: Τρόπος μετάδοσης της πληροφορίας σε ένα MLP (J. R. Cordy, 1995)

Τα Πολυ-επίπεδα Μοντέλα (MLP) αποτελούν την εξέλιξη των μονοστρωματικών νευρωνικών δικτύων (single-layer perceptrons) και λειτουργούν χωρίς ανατροφοδότηση προς τους νευρώνες. Μια αρνητική πτυχή τους είναι η αργή διαδικασία εκμάθησης και η ανάγκη για μεγάλο όγκο δεδομένων.

- Τα MLP αποτελούνται από τα εξής βασικά στοιχεία:
- Ένα σύνολο σημείων συνένωσης (κόμβοι) εισόδου που αντιστοιχούν στη στιβάδα εισόδου (inputs).

- Μία ή περισσότερες κρυφές στιβάδες υπολογιστικών κόμβων (hidden layers).
- Μία στιβάδα εξόδου υπολογιστικών κόμβων (outputs).

Το παρακάτω σχήμα απεικονίζει ένα ΤΝΔ MLP που αποτελείται από μια στιβάδα εισόδου με τέσσερα χαρακτηριστικά, δύο κρυφές στιβάδες και τη στιβάδα εξόδου.



Εικόνα 4.18: Απεικόνιση ενός MLP που περιέχει μια στιβάδα εισόδου μια εξόδου και δύο κρυφές στιβάδες (Marques, 2014)

Τα MLPs χρησιμοποιούν μη γραμμικές συναρτήσεις ενεργοποίησης, που κυρίως να ανήκουν στις συγμοειδείς συναρτήσεις. Οι δύο πιο διαδεδομένες είναι:

Λογιστική συνάρτηση:

$$\hat{y}_j = \frac{1}{1 + \exp(-u_j)}$$

Εφαπτόμενη Συνάρτηση

$$\hat{y}_j = \frac{1 - \exp(-u_j)}{1 + \exp(-u_j)}$$

όπου u_j είναι ο σταθμικός μέσος όρος των συνάψεων του j νευρώνα και \hat{y}_j η έξοδος του νευρώνα.

Για ένα νευρωνικό 2 κρυφών στιβάδων, ένα επίπεδο εξόδων και ένα διάνυσμα $X \in \mathbb{R}^n$, η έξοδος $Y \in \mathbb{R}^m$ καθορίζεται όπως παρακάτω:

$$h(1) = f(1)(W(1)^T x + b(1))$$

$$h(2) = f(2)(W(2)^T h(1) + b(2))$$

$$y = f(3)(W(3)^T h(2) + b(3))$$

όπου το $h(i)$ είναι η έξοδος του επιπέδου i , η $F(i)$ είναι η συνάρτηση ενεργοποίησης του επιπέδου i , το $b(i)$ αποτελεί το bias του επιπέδου i , και το $W(i)$ είναι ο πίνακας βαρών του επιπέδου i . Κάποιος μπορεί να παρατηρήσει ότι το νευρωνικό δίκτυο είναι μια σύνθεση συναρτήσεων.

Η διαδικασία εκπαίδευσης των MLP γίνεται με επιβλεπόμενο τρόπο, χρησιμοποιώντας τον αλγόριθμο back-propagation, ο οποίος βασίζεται στον κανόνα διόρθωσης σφάλματος.

Ο αλγόριθμος back-propagation αποτελείται από δύο περάσματα μέσα από το δίκτυο:

1. **Προώθηση (ForwardPass):** Σε αυτό το πέρασμα, ένα διάνυσμα εισόδου εφαρμόζεται στα σημεία συνένωσης του δικτύου και η επίδρασή του μεταφέρεται από επίπεδο στο επόμενο. Οι τιμές εισόδου μετατρέπονται σε τιμές εξόδου μετά από κατάλληλους υπολογισμούς, ενώ τα βάρη του δικτύου παραμένουν σταθερά.
2. **Πίσω πέρασμα (BackwardPass):** Σε αυτό το πέρασμα, τα βάρη του δικτύου προσαρμόζονται με βάση τον κανόνα διόρθωσης σφάλματος. Η πραγματική απόκριση της εξόδου αφαιρείται από την επιθυμητή τιμή, δημιουργώντας ένα σήμα σφάλματος. Το σφάλμα αυτό μεταδίδεται προς τα πίσω μέσω του δικτύου, αντίθετα στην κατεύθυνση των συνδέσεων. Τα βάρη προσαρμόζονται με σκοπό η παραγόμενη έξοδος του δικτύου να πλησιάζει όσο το δυνατόν περισσότερο την επιθυμητή τιμή.

Στάδια εκπαίδευσης των Νευρωνικών Δικτύων MLP:

- Επιλογή αριθμού κρυφών στιβάδων
- Επιλογή Νευρώνων που θα στελεχώσουν τις στιβάδες
- Εύρεση βέλτιστης λύσης για την αποφυγή των τοπικών ελαχίστων και συνεπώς την μείωση του σφάλματος
- Εύρεση της καλύτερης δυνατής λύσης στο μικρότερο χρονικό διάστημα που απαιτείται
- Έλεγχος του δικτύου για την αποφυγή υπεπροσαρμογής (overfitting)

Η αναφορά στην αποφυγή υπερεκπαίδευσης είναι ζωτικής σημασίας κατά την εκπαίδευση ενός νευρωνικού δικτύου. Η κατάλληλη επιλογή του αριθμού των νευρώνων, των εποχών και του μεγέθους του batch επηρεάζει σημαντικά την απόδοση του μοντέλου.

Για να αποφευχθεί η υπερεκπαίδευση, είναι σημαντικό να επιλέγεται ένας κατάλληλος αριθμός νευρώνων και να παρακολουθείται η απόδοση του μοντέλου στο σύνολο επικύρωσης κατά τη διάρκεια της εκπαίδευσης. Η προσθήκη περισσότερων νευρώνων από ό,τι απαιτείται μπορεί να οδηγήσει σε υπερεκπαίδευση, ενώ η ανεπαρκής ποσότητα νευρώνων μπορεί να μην επαρκεί για την εκμάθηση του μοντέλου. Επίσης, η επιλογή του αριθμού των εποχών είναι σημαντική. Η υπερβολική εκπαίδευση μπορεί να οδηγήσει σε υπερεκπαίδευση, ενώ η ανεπαρκής εκπαίδευση μπορεί να μην επαρκεί για τη σύγκλιση του μοντέλου. Η παρακολούθηση της απόδοσης του μοντέλου στο σύνολο επικύρωσης μπορεί να βοηθήσει στην αποφυγή υπερεκπαίδευσης.

Όσον αφορά το μέγεθος του batch, μια μεγαλύτερη τιμή μπορεί να επιταχύνει τη διαδικασία εκπαίδευσης, αλλά απαιτεί και περισσότερη μνήμη. Η επιλογή του κατάλληλου μεγέθους του batch εξαρτάται από τη διαθέσιμη μνήμη, την πολυπλοκότητα του μοντέλου και το μέγεθος του συνόλου δεδομένων.

4.5 Εκπαίδευση τεχνητών νευρωνικών δικτύων

Για τους περισσότερους αλγορίθμους βελτιστοποίησης, απαιτείται η υπολογισμός της παραγώγου της συνάρτησης κόστους με βάση τις δεδομένες παραμέτρους, προκειμένου να εντοπιστεί ο βέλτιστος τρόπος ενημέρωσης των παραμέτρων. Αυτή η διαδικασία είναι υπολογιστικά ακριβή, καθώς απαιτεί την αξιολόγηση του μοντέλου σε κάθε σημείο δεδομένων. Έτσι, συχνά τα δεδομένα εκπαίδευσης διαιρούνται σε μικρά τμήματα, γνωστά ως mini-batches (Ioffe & Szegedy, 2015). Το μεγαλύτερο πλεονέκτημα αυτής της μεθόδου, της εκπαίδευσης σε ομάδες αντί για την εκπαίδευση σε όλο το σύνολο των δεδομένων, είναι ότι οι παράγωγοι υπολογίζονται πολύ πιο εύκολα, καθώς έχουμε μικρότερο όγκο δεδομένων να αξιολογήσουμε σε κάθε επανάληψη (Ruder, 2016). Το μέγεθος του mini-batch περιλαμβάνει τις παρακάτω συνδέσεις:

- Η συσχέτιση μεταξύ του μεγέθους του mini-batch και της ακρίβειας της μετρούμενης παραγώγου, είναι τυπικά μη γραμμική.
- Ο χρόνος για τον επαρκή υπολογισμό της παραγώγου, είναι κάτω φραγμένος. Συνεπώς η χρήση mini-batch πολύ περιορισμένου μεγέθους, μπορεί να έχει αρνητικά αποτελέσματα στην ακρίβεια του μοντέλου.
- Η χρήση μικρού μεγέθους mini-batches μπορεί να προσδώσει χαρακτήρα κανονικοποίησης στα δεδομένα, αφού ο χαρακτήρας της εκπαίδευσης μέσω mini-batches, προσθέτει θόρυβο.

Gradient Descent

Ο αλγόριθμος Gradient Descent (Ruder, 2016) έχει ως στόχο την εύρεση των βαρών και των παραμέτρων του μοντέλου, έτσι ώστε η συνάρτηση κόστους να συγκλίνει προς την ελάχιστη τιμή της, η οποία συνήθως είναι κοντά στο μηδέν. Υπάρχουν διάφοροι αλγόριθμοι Gradient Descent, μεταξύ των οποίων οι πιο διαδεδομένοι είναι:

α) Κατάβαση δυναμικού κατά παρτίδες (Batch Gradient Descent): Αυτός ο αλγόριθμος υπολογίζει το γενικό γραμμικό κίνητρο προς την κατεύθυνση της αντίθετης της κλίσης της συνάρτησης κόστους χρησιμοποιώντας όλα τα δεδομένα εκπαίδευσης σε κάθε επανάληψη. Αυτό τον κάνει υπολογιστικά ακριβό, αλλά συνήθως συγκλίνει σε λιγότερες επαναλήψεις.

β) Στοχαστική κατάβαση δυναμικού (Stochastic Gradient Descent (Duchi et al, 2011)): Αυτή η μέθοδος ενημερώνει τα βάρη με βάση την αντίθετη κατεύθυνση της κλίσης της συνάρτησης κόστους, χρησιμοποιώντας ένα τυχαίο δείγμα δεδομένων εκπαίδευσης σε κάθε επανάληψη. Αυτό κάνει τον αλγόριθμο πιο γρήγορο, αλλά ενδέχεται να είναι λιγότερο σταθερός στην πορεία της σύγκλισης.

γ) Κατάβαση δυναμικού σε μικρές παρτίδες (Mini-batch Gradient Descent): Αυτή η μέθοδος συνδυάζει τα πλεονεκτήματα των δύο προηγούμενων μεθόδων. Χρησιμοποιεί ένα τυχαίο μικρό υποσύνολο δεδομένων εκπαίδευσης (mini-batch) για την ενημέρωση των βαρών, επιτρέποντας

ταυτόχρονα την εκμάθηση αποτελεσματικά και την ανάληψη σταθερών βημάτων προς την κατεύθυνση της ελαχίστης τιμής.

Ορμή

Η εκμάθηση με μια μέθοδο κλίσης μπορεί να είναι αργή σε ορισμένες περιπτώσεις. Για να βελτιώσουμε την ταχύτητα αυτής της διαδικασίας, μια φυσική ιδέα είναι να ενσωματώσουμε μια μέθοδο ορμής. Η μέθοδος της ορμής στοχεύει στο να επιταχύνει τη διαδικασία εκμάθησης, ιδίως σε περιπτώσεις με υψηλές καμπυλώσεις ή θορυβώδεις κλίσεις. Ο όρος της ορμής αποτελείται από το άθροισμα παρελθοντικών κινήσεων που έχουν συσσωρευτεί μέσω ενός εκθετικού κινούμενου μέσου όρου. Η ορμή ενημερώνεται σύμφωνα με τον ακόλουθο τύπο:

$$v_{l+1} = \alpha v_l - \eta \nabla J(\theta_l)$$

Το ν συχνά ονομάζεται διάνυσμα ταχύτητας, ενώ το α που βρίσκεται στο διάστημα $[0, 1)$ καθορίζει τον ρυθμό αποσβесμού των παλαιότερων βημάτων. Είναι σημαντικό να παρατηρήσουμε ότι όταν $\alpha=0$, τότε ο όρος της ορμής εξαφανίζεται, με αποτέλεσμα να επανέλθουμε στον αρχικό αλγόριθμο βελτιστοποίησης χωρίς ορμή.

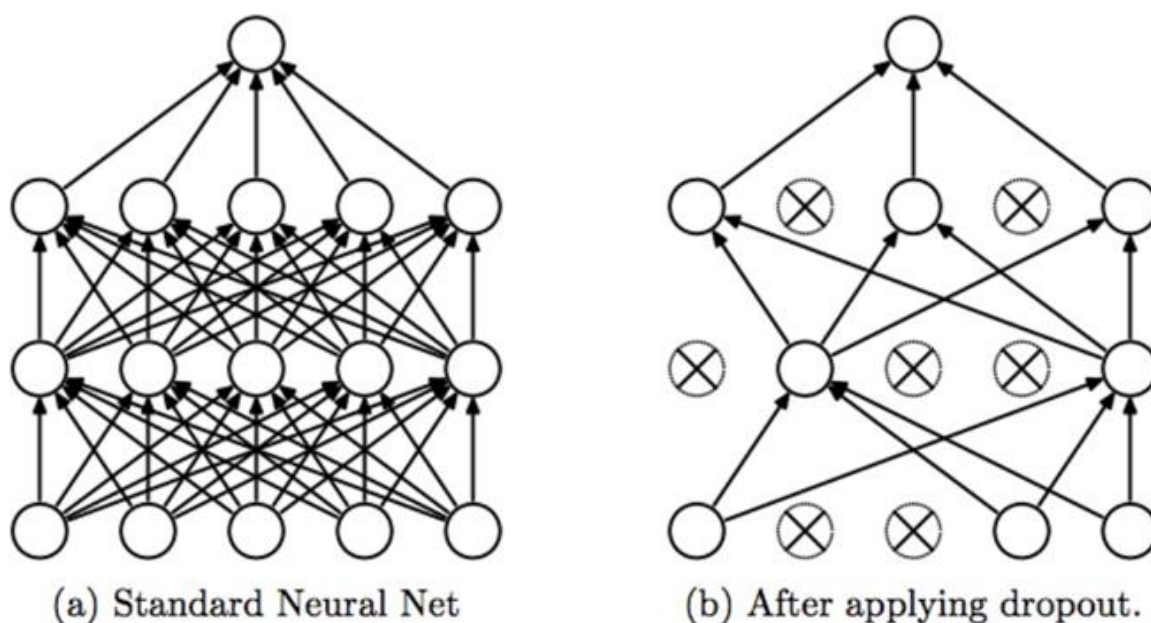
RMSProp

Το RMSProp (Dogo et al., 2022, p. 11976) είναι ένας αλγόριθμος βελτιστοποίησης που εισήγαγε ο Geoffrey Hinton στο μάθημα του στην πλατφόρμα Coursera. Αυτός ο αλγόριθμος χρησιμοποιεί έναν προσαρμοστικό ρυθμό μάθησης και έχει επηρεαστεί από τον AdaGrad. Η βασική ιδέα του RMSProp είναι να προσαρμόζει τον ρυθμό μάθησης με βάση τις προηγούμενες κλίσεις. Συγκεκριμένα, αντί να απλά συσσωρεύει τις προηγούμενες κλίσεις όπως η AdaGrad, το RMSProp χρησιμοποιεί έναν εκθετικά κινούμενο μέσο όρο για τις παλαιότερες κλίσεις. Αυτό το χαρακτηριστικό του εμποδίζει τον αλγόριθμο να έχει πολύ μικρό ρυθμό μάθησης πριν φτάσει σε ένα τοπικό ελάχιστο.

Dropout

Η τεχνική Dropout (Srivastava, 2014) αποτελεί ένα δημοφιλές μέσο για την αντιμετώπιση του overfitting σε νευρωνικά δίκτυα και έχει παρουσιαστεί σε πρόσφατες μελέτες σε επιστημονικά περιοδικά. Η βασική ιδέα είναι η τυχαία αφαίρεση κάποιων νευρώνων μεταξύ των επιπέδων, με αποτέλεσμα το μοντέλο να απλοποιείται και το δίκτυο να μικραίνει. Το Dropout ορίζεται συνήθως από την πιθανότητα παραμονής κάθε νευρώνα στο δίκτυο, συμβολίζοντας το με το p . Η πιθανότητα p κυμαίνεται μεταξύ 0 και 1, όπου ένας υψηλός αριθμός κοντά στο 1 διατηρεί σχεδόν όλους τους νευρώνες, ενώ ένας χαμηλός αριθμός κοντά στο 0 οδηγεί σε σημαντική μείωση του μεγέθους του μοντέλου.

Η χρήση του Dropout έχει ως αποτέλεσμα τη δυνατότητα εκπαίδευσης μικρότερων νευρωνικών δικτύων ανά batch και στη συνέχεια τη συνδυαστική χρήση τους σε ένα μεγαλύτερο δίκτυο. Η εκπαίδευση είναι πιο εύκολη λόγω του μικρότερου μεγέθους των δικτύων και αποφεύγεται η υπερεκπαίδευση, καθώς αποφεύγεται η υπερεξάσκηση του δικτύου στα δεδομένα εκπαίδευσης. Παρακάτω παρουσιάζεται μια τυπική περίπτωση χρήσης Dropout, με πιθανότητα ύπαρξης κάθε νευρώνα $p=0.5$ (Εικόνα 4.22):



Εικόνα 4.19. Υλοποίηση *Dropout* για πιθανότητα $p=0.5$ (Srivastava, 2014)

Τα βαθιά νευρωνικά δίκτυα είναι πολύ εκφραστικά μοντέλα λόγω των πολλαπλών μη γραμμικών στρωμάτων τους, τα οποία τους επιτρέπουν να μάθουν πολύπλοκες σχέσεις μεταξύ

των εισόδων και των εξόδων. Με περιορισμένα δεδομένα εκπαίδευσης, όμως, πολλές από αυτές τις πολύπλοκες σχέσεις μπορεί να προκύπτουν από τη δειγματοληψία θορύβου, οδηγώντας σε υπερβολική προσαρμογή. Για να αντιμετωπιστεί αυτό το πρόβλημα, η τεχνική Dropout αφαιρεί τυχαία κάποιους κόμβους μεταξύ των επιπέδων του νευρωνικού δικτύου κατά την εκπαίδευση, με αποτέλεσμα το μοντέλο να απλοποιείται. Η πιθανότητα παραμονής κάθε κόμβου στο δίκτυο ορίζεται συνήθως από το p , όπου η τιμή του καθορίζει το επίπεδο απλοποίησης του μοντέλου.

Η χρήση του Dropout επιτρέπει την εκπαίδευση μικρότερων νευρωνικών δικτύων ανά batch, και στη συνέχεια ο συνδυασμός των επιμέρους μοντέλων σε ένα μεγαλύτερο. Αυτό καθιστά την εκπαίδευση ευκολότερη λόγω του μικρότερου μεγέθους των δικτύων και αποφεύγει την υπερπροσαρμογή του μοντέλου. Ωστόσο, ο συνδυασμός πολλαπλών μοντέλων απαιτεί πόρους όπως υπολογιστική ισχύ και δεδομένα εκπαίδευσης για κάθε ξεχωριστό μοντέλο, κάτι που μπορεί να είναι προβληματικό σε περιπτώσεις περιορισμένων πόρων. Επιπλέον, η εκπαίδευση πολλαπλών διαφορετικών αρχιτεκτονικών μπορεί να είναι δύσκολη και απαιτητική από άποψη πόρων.

Η εφαρμογή του Dropout σε ένα τεχνητό νευρωνικό δίκτυο ουσιαστικά ισοδυναμεί με τη δειγματοληψία ενός "λεπτού" δικτύου από το συνολικό "μεγάλο" δίκτυο, το οποίο αποτελείται από όλες τις μονάδες που επέζησαν της εφαρμογής του Dropout. Ένα νευρωνικό δίκτυο με n μονάδες μπορεί να θεωρηθεί ως μια συλλογή $2n$ πιθανών "λεπτών" νευρωνικών δικτύων. Όλα αυτά τα δίκτυα μοιράζονται τα βάρη, οπότε ο συνολικός αριθμός παραμέτρων είναι ακόμα τάξης $O(n^2)$, ή ακόμη και λιγότερος.

Για κάθε batch κατά τη διάρκεια της εκπαίδευσης, γίνεται δειγματοληψία ενός νέου "λεπτού" δικτύου το οποίο εκπαιδεύεται. Έτσι, η εκπαίδευση ενός νευρωνικού δικτύου με τη χρήση του Dropout μπορεί να θεωρηθεί ως εκπαίδευση μιας συλλογής $2n$ "λεπτών" δικτύων με μεγάλη κατανομή βαρών, όπου κάθε "λεπτό" δίκτυο εκπαιδεύεται πολύ σπάνια, αν όχι καθόλου.

Στο επόμενο κεφάλαιο θα παρουσιαστούν ο κώδικας που χρησιμοποιήθηκε και τα αποτελέσματα που ήταν έξοδος αυτού του κώδικα.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5: ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΚΟΥ ΠΛΑΙΣΙΟΥ

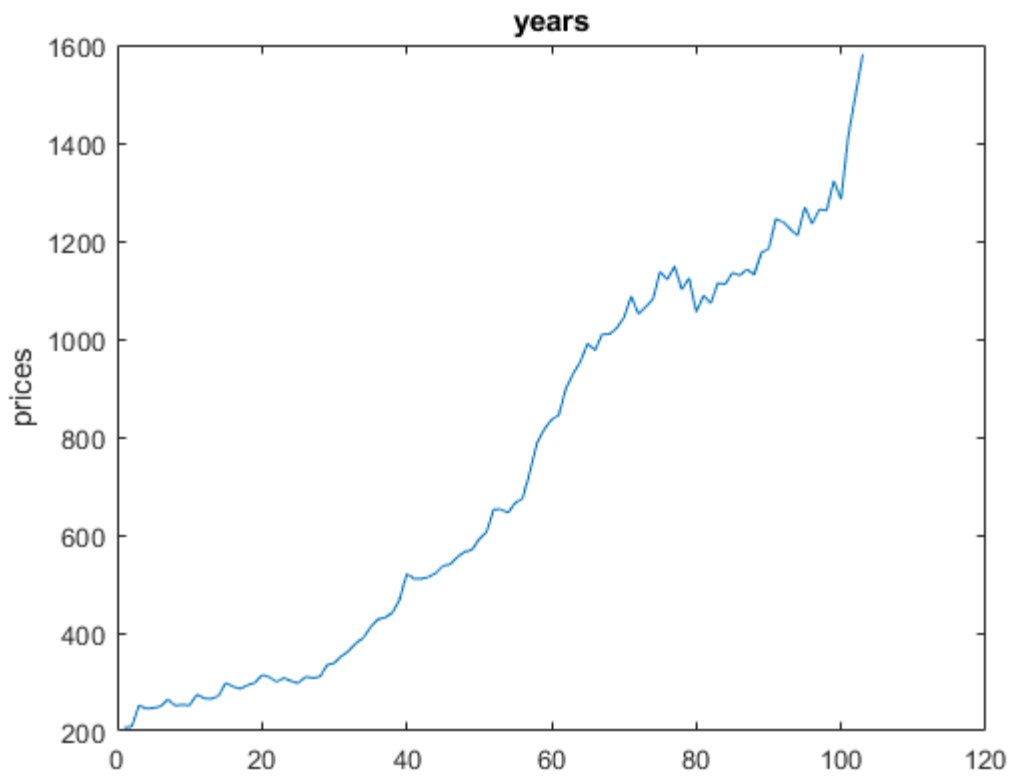
5.1 Μέθοδοι που χρησιμοποιήθηκαν και Αποτελέσματα

Η παρούσα διπλωματική εργασία επικεντρώνεται στην ανάλυση και πρόβλεψη χρονοσειρών, ένα σημαντικό πεδίο της χρονοσειριακής ανάλυσης που βρίσκει εφαρμογές σε πολλούς τομείς, όπως η οικονομία, η υγεία, η κλιματική αλλαγή και άλλοι, ενώ στην συγκεκριμένη περίπτωση χρησιμοποιήθηκε για την πρόβλεψη του παγκόσμιου χρέους. Κατά τη διάρκεια της εργασίας, εξετάστηκαν διάφορες μεθόδους πρόβλεψης χρονοσειρών και αξιολογήθηκαν οι αποδόσεις τους σε δεδομένα πραγματικής οικονομικής χρονοσειράς.

Πιο συγκεκριμένα, στην παρούσα εργασία χρησιμοποιούμε τρεις κύριες μεθόδους πρόβλεψης χρονοσειρών. Αρχικά, εξετάζουμε τη χρήση του μοντέλου ANFIS (Adaptive Neuro-Fuzzy Inference System), το οποίο συνδυάζει την ακρίβεια των νευρωνικών δικτύων με την ευελιξία της λογικής ασαφών συστημάτων. Στη συνέχεια, εξετάζουμε τις μεθόδους AR (Auto Regressive) και ARMA (AutoRegressiveMovingAverage), οι οποίες βασίζονται στην ανάλυση των προηγούμενων τιμών της χρονοσειράς για την πρόβλεψη των μελλοντικών τιμών. Τέλος, εξετάζουμε τη χρήση ενός νευρωνικού δικτύου για την πρόβλεψη χρονοσειρών, το οποίο είναι ιδιαίτερα δημοφιλές λόγω της ικανότητάς του να μοντελοποιεί πολύπλοκες μη γραμμικές σχέσεις στα δεδομένα.

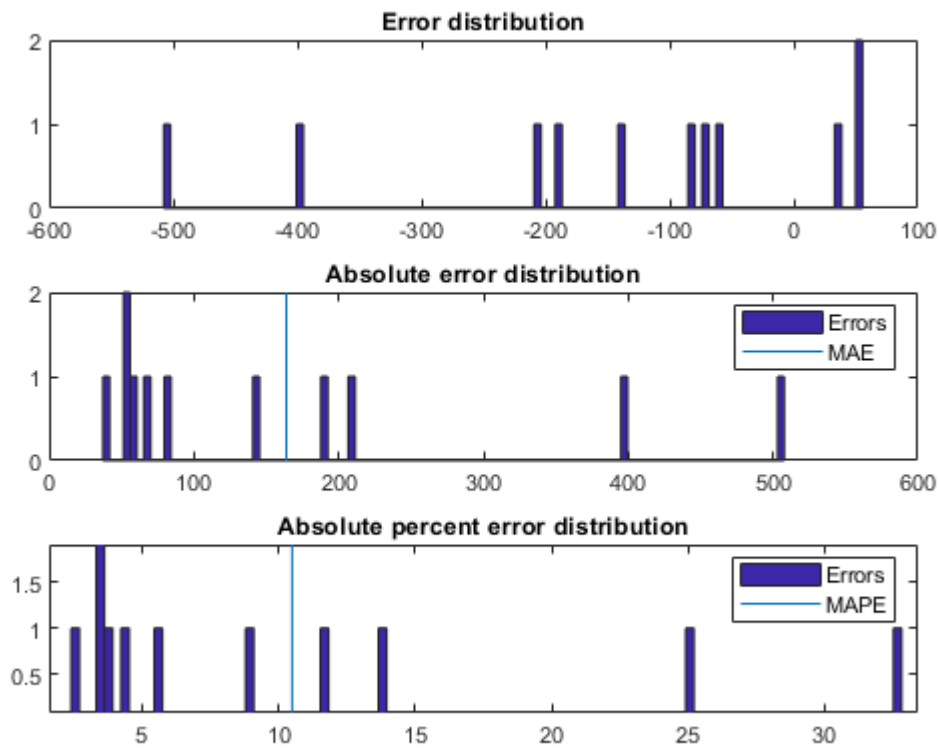
Στη συνέχεια, αξιολογούμε την απόδοση κάθε μεθόδου χρησιμοποιώντας διάφορες μετρικές αξιολόγησης, όπως το Root Mean Square Error (RMSE), το Mean Absolute Error (MAE) και το Mean Absolute Percentage Error (MAPE). Αυτή η σύγκριση μας επιτρέπει να αξιολογήσουμε την αποτελεσματικότητα και την ακρίβεια της κάθε μεθόδου και να καταλήξουμε σε συμπεράσματα σχετικά με την καταλληλότερη μέθοδο για την πρόβλεψη της συγκεκριμένης χρονοσειράς. Ακολουθούν τα αποτελέσματα που αυτός ο κώδικας παράγαγε.

5.2 Αποτελέσματα



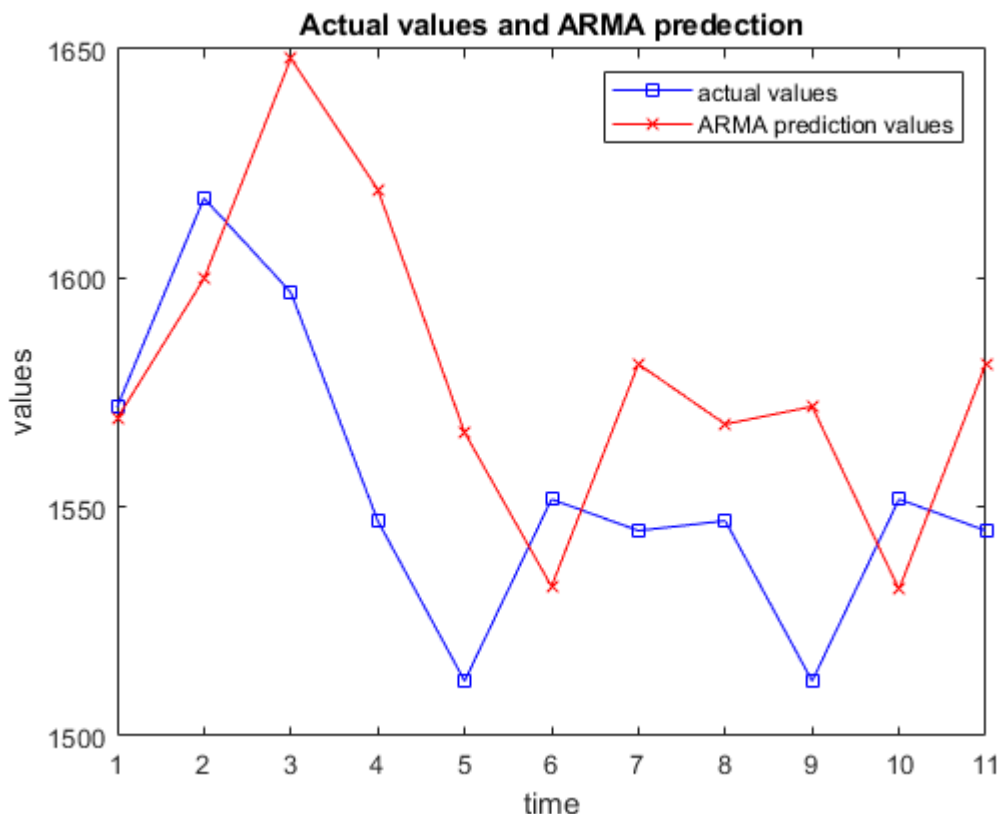
Εικόνα 5.20: Τιμές ανά τα χρόνια.

Η απεικόνιση αυτή δίνει μια εποπτεία της εξέλιξης των τιμών στο χρόνο, αποκαλύπτοντας τυχόν τάσεις, εποχικότητες ή απότομα σημεία αλλαγής. Παρατηρείται ότι κυρίως αυξάνεται με μια μικρή μείωση για ένα διάστημα γύρω από το χρόνο 80. Παρατηρείται ότι υπάρχει μια συνεχής άνοδο από το χρόνο 0 έως το χρόνο 77 όπου ακουμπάει και τη τιμή κοντά στα 1100. Στη συνέχεια, από το χρόνο 80 και έπειτα υπάρχει μια μεγάλη άνοδος η οποία και κορυφώνεται στο σχετικό διάγραμμα με το πέρας του χρόνου 100 και πλησιάζει την τιμή 1600.



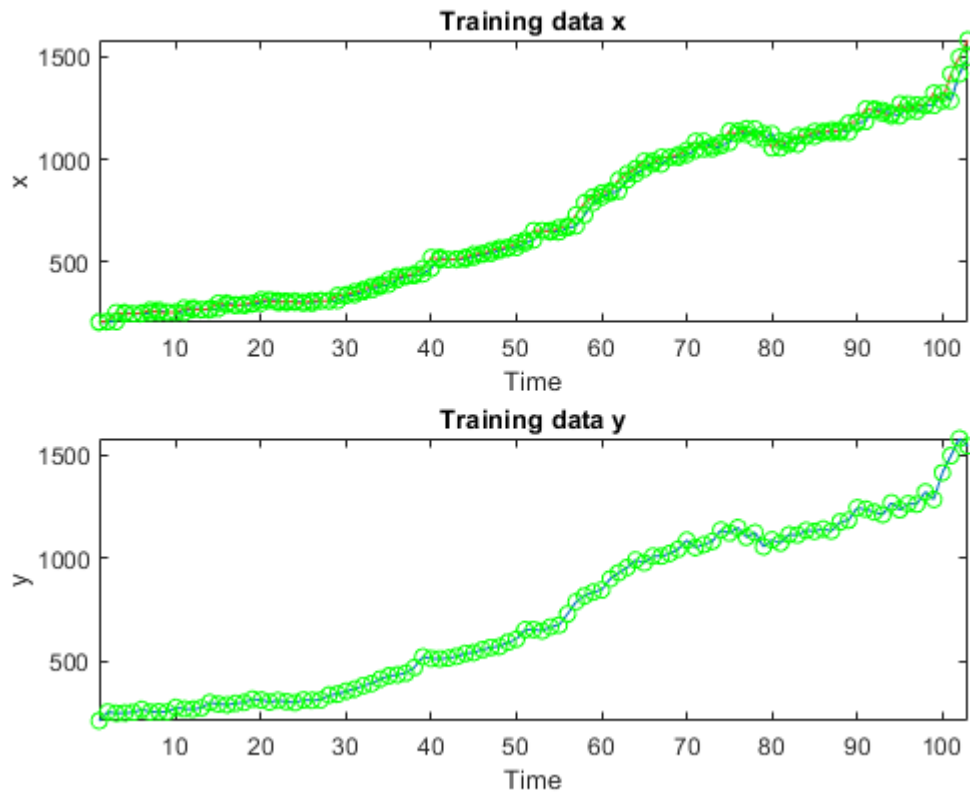
Εικόνα 5.21: Κατανομές σφάλματος

Η κατανομή σφάλματος παρέχει πληροφορίες για το πόσο καλά το μοντέλο προβλέπει. Ιδανικά, τα σφάλματα θα πρέπει να είναι κανονικά κατανεμημένα γύρω από το μηδέν, υποδηλώνοντας ότι δεν υπάρχει συστηματική προκατάληψη. Εδώ παρατηρούνται κάποιες ακραίες τιμές μακριά από το 0, αλλά το σύνολο τους παραμένει γύρω από το 0.



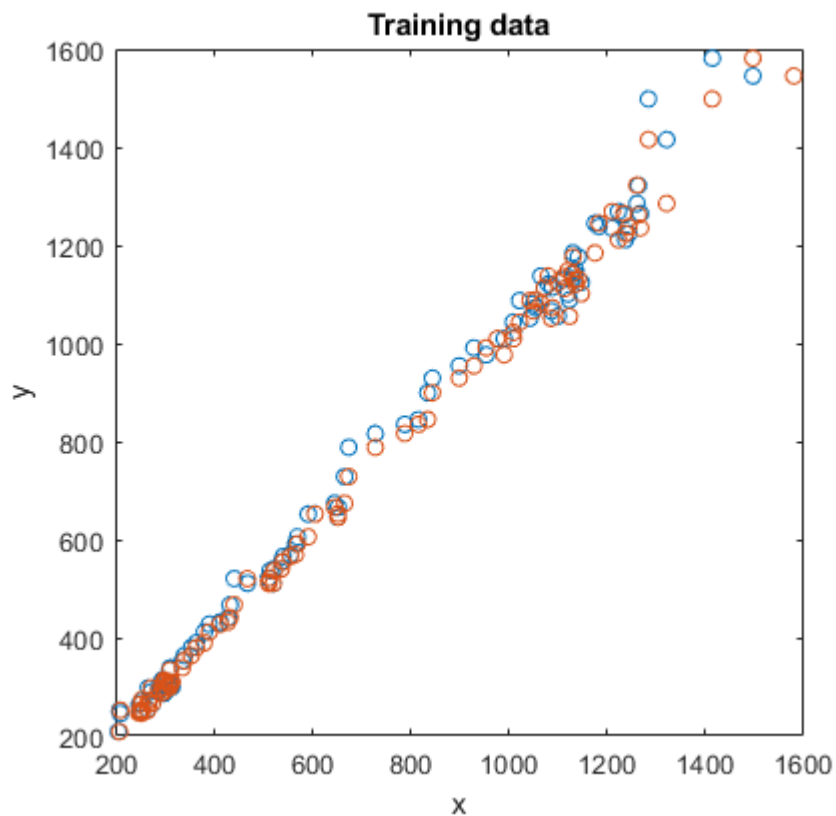
Εικόνα 5.22: Πραγματικές τιμές και τιμές ARIMA

Η σύγκριση των πραγματικών τιμών με τις τιμές που προβλέπει το ARIMA αναδεικνύει την ακρίβεια του μοντέλου, με τις κοντινές τιμές να υποδηλώνουν καλή εφαρμογή του μοντέλου, με μια μικρή καθυστέρηση στις προβλέψεις από τις πραγματικές τιμές. Όπως παρατηρείται από το σχήμα, από τη χρονική στιγμή 1 έως τη 2 υπάρχει μια αύξηση των πραγματικών τιμών ενώ στη συνέχεια μια πτώση έως τη χρονική στιγμή 5. Κατόπιν, υπάρχει μια μικρή αύξηση έως την 6 και στη συνέχεια ακολουθεί μια πτωτική πορεία έως τη χρονική στιγμή 9. Από την χρονική στιγμή 9 παρατηρούμε αύξηση τιμής έως την χρονική στιγμή 10 και στην συνέχεια πτωτική πορεία έως την χρονική στιγμή 11. Ενώ, όσον αφορά τις τιμές τις οποίες προβλέπει το ARIMA θα δούμε ότι ακολουθεί την ίδια σχετικά πορεία με μια μικρή καθυστέρηση. Η ομοιότητα αυτών μας υποδηλώνει μια καλή εφαρμογή του μοντέλου.



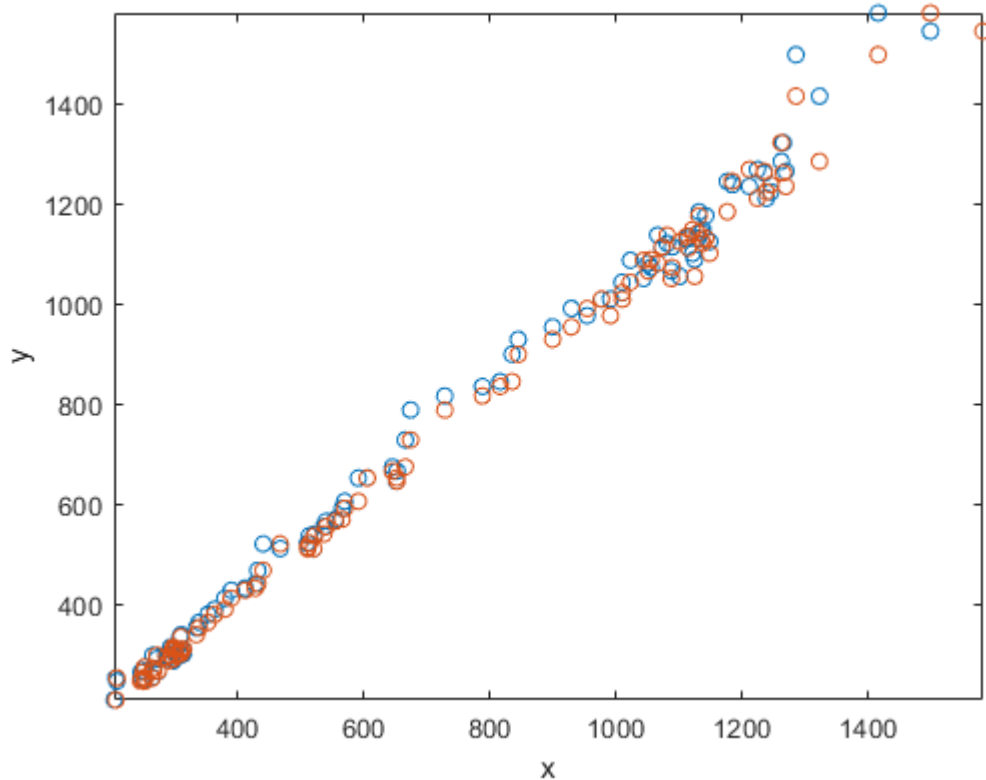
Εικόνα 5.23: Τιμές για X και Y κατά την εκπαίδευση

Στην εικόνα 5.26 παρατηρούμε δύο γραφήματα τα οποία απεικονίζουν τη συσχέτιση εισόδων και εξόδων του συστήματος κατά τη διάρκεια της εκπαίδευσης, και χρησιμεύει για τον εντοπισμό μοτίβων ή προβληματικών περιοχών. Όπως παρατηρείται τα δυο αυτά γραφήματα είναι σχεδόν πανομοιότυπα . Δεν φαίνονται καθόλου σημεία ανομοιομορφίας, με τις δυο γραφικές παραστάσεις να ταυτίζονται σχεδόν μία προς μία.



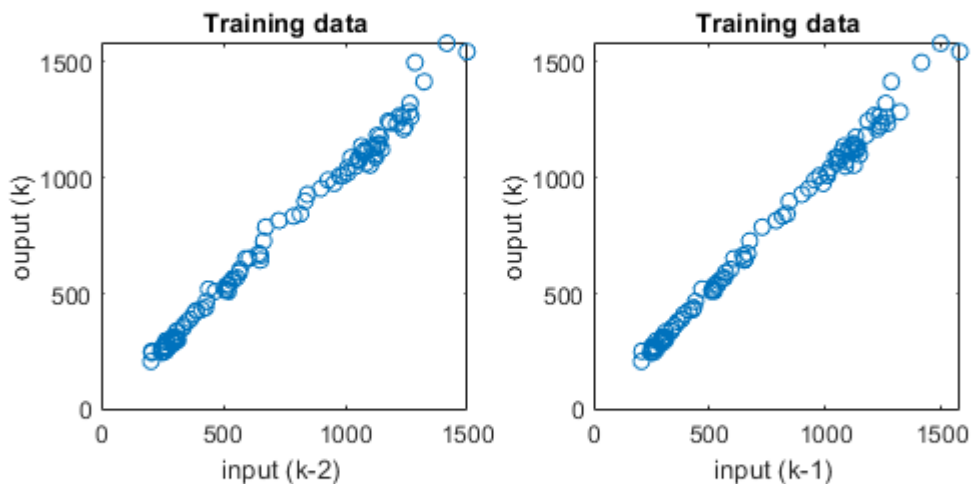
Εικόνα 5.24: Τα δεδομένα εκπαίδευσης σε έναν άξονα

Η προβολή των δεδομένων εκπαίδευσης σε έναν άξονα βοηθά στην κατανόηση της κατανομής τους, είτε είναι ομοιόμορφη είτε όχι. Με μία νοητή γραμμή από την αρχή των αξόνων, δηλαδή την $y=x$, θα παρατηρήσουμε ότι τα δεδομένα αυτά είναι ομοιόμορφα με ελάχιστες αποκλίσεις να υπάρχουν έξω από αυτή τη γραμμή.



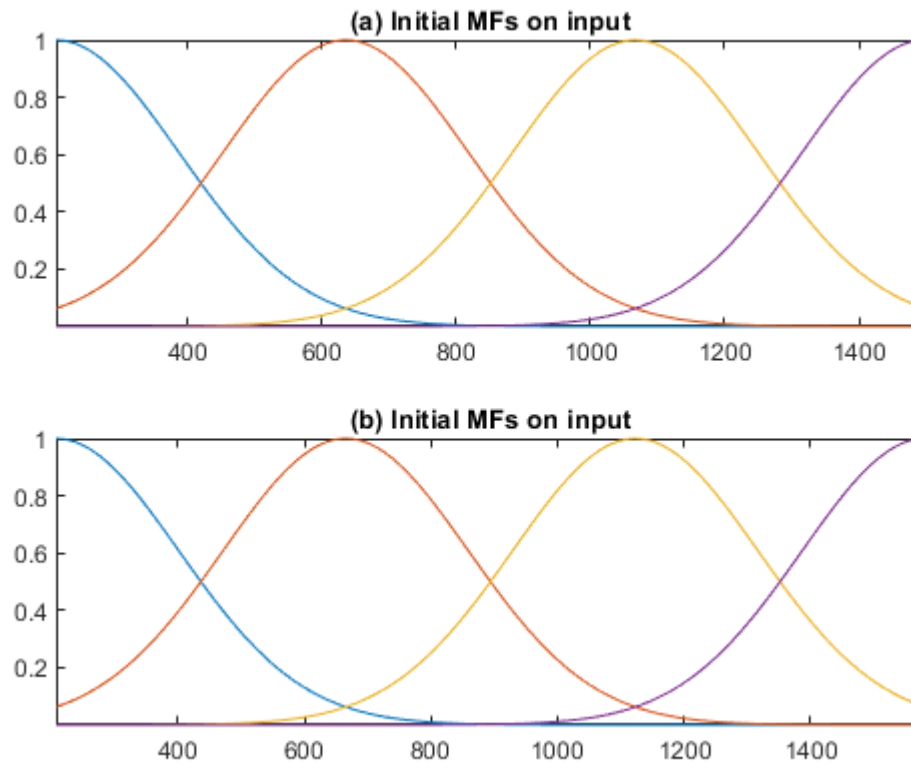
Εικόνα 5.25: Τα δεδομένα δοκιμής σε έναν άξονα

Η συγκεκριμένη εικόνα παρατηρούμε ότι είναι όμοια με την εικόνα 5.27, αλλά για τα δεδομένα δοκιμής. Η σύγκριση με την εκπαίδευση δείχνει ότι τα δεδομένα προέρχονται από την ίδια κατανομή, καθώς και τα δύο είναι γύρω από την ίδια νοητή γραμμή που αρχίζει από την αρχή των αξόνων δηλαδή την $y=x$.



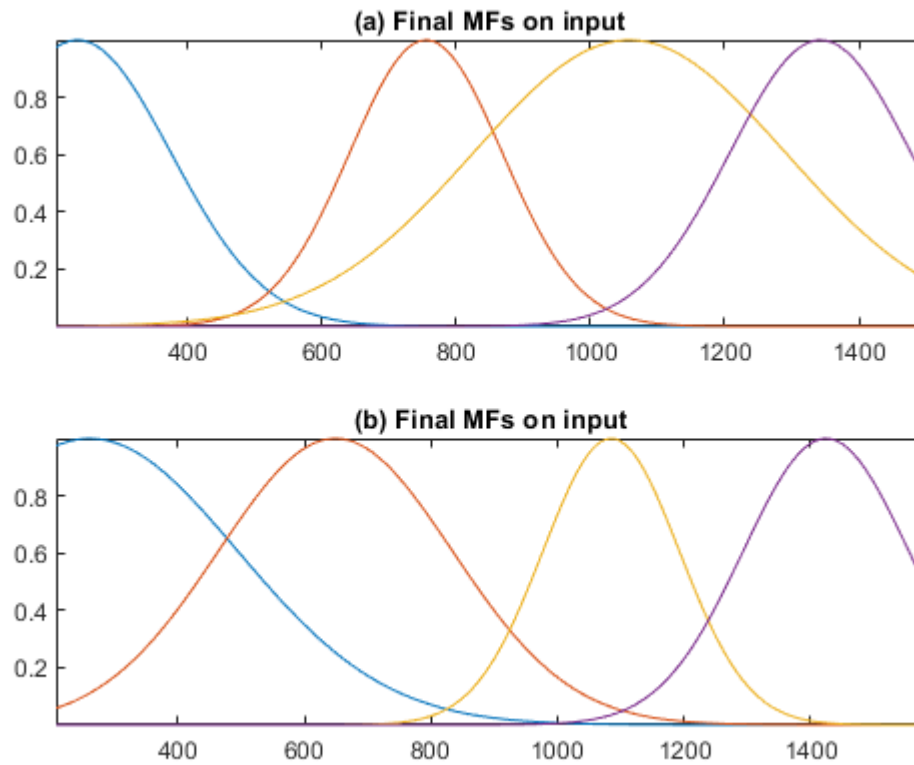
Εικόνα 5.26: Συνολικά δεδομένα σε ένα γράφημα

Όπως παρατηρείται στην εικόνα 5.26 τα δυο σχήματα, με κοινό άξονα y το $\text{output}(k)$ και στον άξονα x $\text{input}(k-2)$ και $\text{input}(k-1)$ αντίστοιχα, έχουν αρκετές ομοιότητες. Μέσω ξανά την γραμμής $y=x$ αλλά και οπτικώς θα δούμε ότι υπάρχουν αρκετές ομοιότητες μεταξύ των δύο κατανομών.



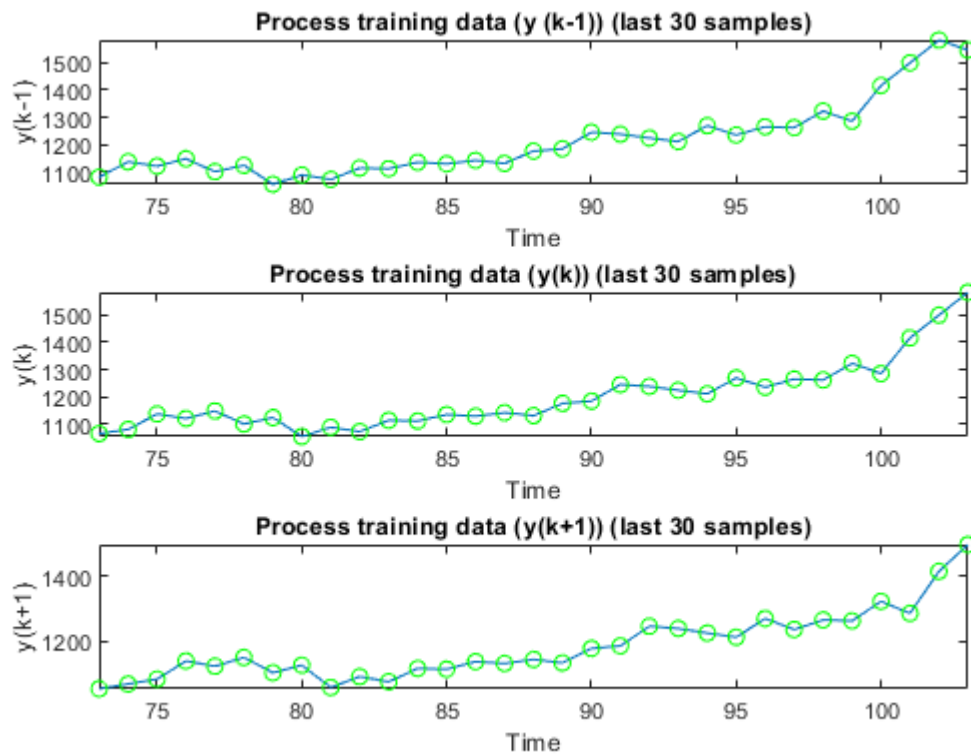
Εικόνα 5.27: Αρχικά MFs

Η απεικόνιση των αρχικών Membership Functions (MFs) δείχνει τη βασική κατάσταση του ασαφούς συστήματος πριν την εκπαίδευση. Είναι προφανές ότι ξεκινάει από κανονικές κατανομές οι οποίες και είναι γκαουσιανές κατανομές. Και τα δυο σχήματα πριν την εκπαίδευση βρίσκονται ακριβώς στην ίδια θέση.



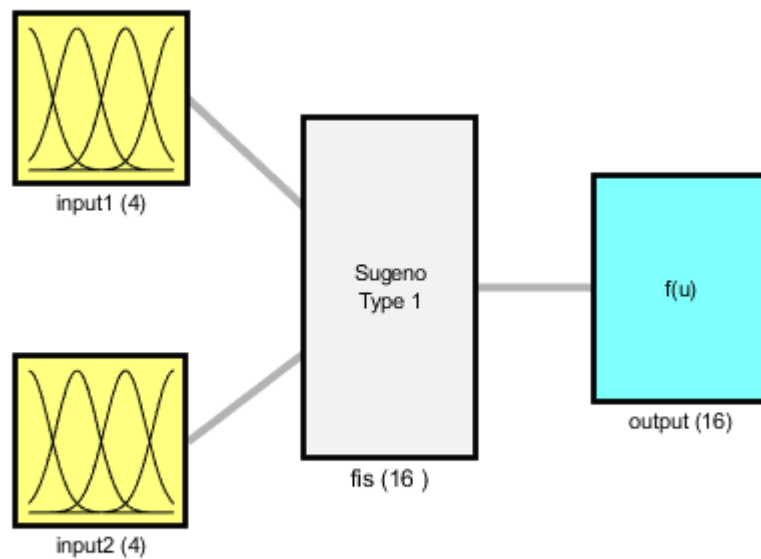
Εικόνα 5.28: Τελικά MFs

Όπως παρατηρούμε, υπάρχουν αλλαγές στις γραφικές παραστάσεις οι οποίες δείχνουν πως τροποποιήθηκαν τα MFs κατά την εκπαίδευση για να προσαρμοστούν στα δεδομένα. Είναι προφανές ότι μετατοπίστηκαν ελαφρώς οι γραφικές παραστάσεις αλλά κυρίως στο πρώτο γράφημα. Εάν συγκρίνουμε την εικόνα 5.27 με την συγκεκριμένη.



Εικόνα 5.29: Δεδομένα για $y(k-1)$, $y(k)$, και $y(k+1)$.

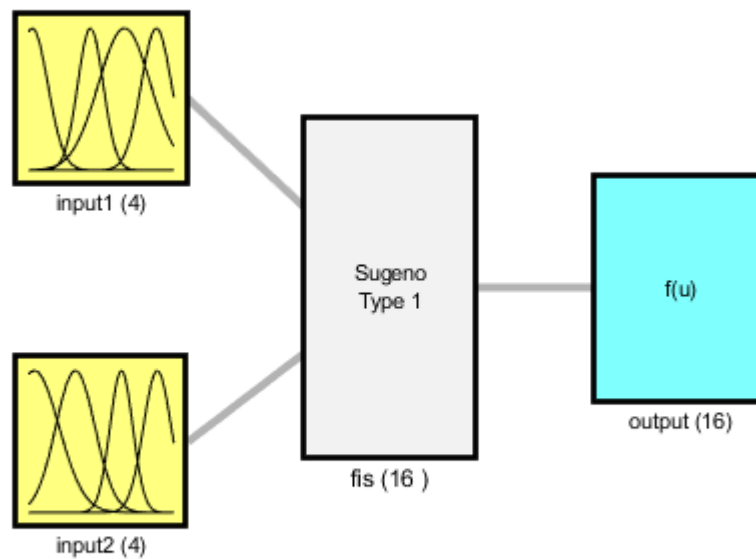
Η εικόνα 5.29 δείχνει τη σχέση μεταξύ προηγούμενων, τρεχουσών και μελλοντικών τιμών της εξόδου και είναι χρήσιμη για την κατανόηση της δυναμικής του συστήματος. Απεικονίζονται οι τριάντα τελευταίες τιμές. Είναι προφανές από τις γραφικές παραστάσεις ότι είναι η ίδια γραφική παράσταση, με πολύ μικρές διακυμάνσεις, μετατοπισμένη για ένα αριστερά και ένα δεξιά από την κανονική, όπως φαίνεται από το $(k-1)$, (k) , $(k+1)$.



System fis: 2 inputs, 1 outputs, 16 rules

Εικόνα 5.30: Ασαφές σύστημα 1.

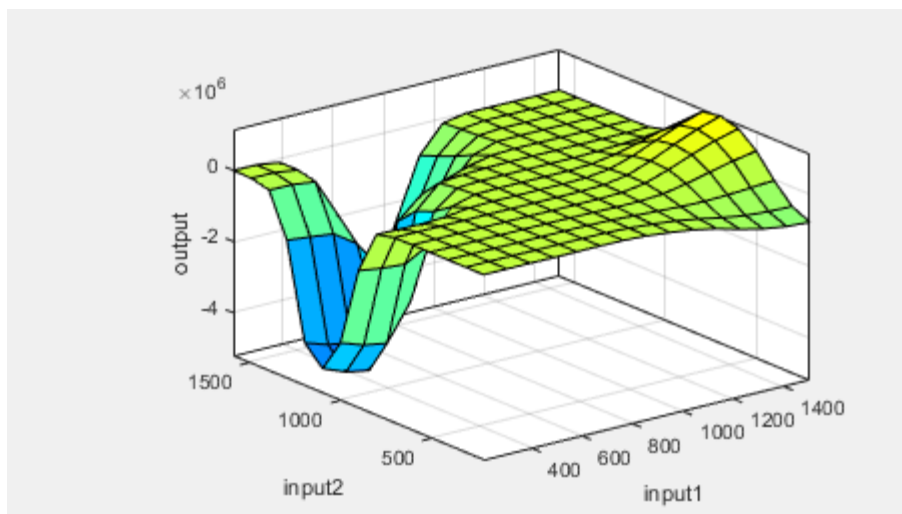
Εμφανίζει την είσοδο και την έξοδο ενός ασαφούς συστήματος, δίνοντας εικόνα για τη λειτουργία του αρχικού μοντέλου. Έχει δύο διαφορετικές εισόδους, τις $input1(4)$ και $input2(4)$, που απεικονίζονται με κανονική κατανομή, ενώ το σύστημα μέσα περιέχει 16 κανόνες.



System fis: 2 inputs, 1 outputs, 16 rules

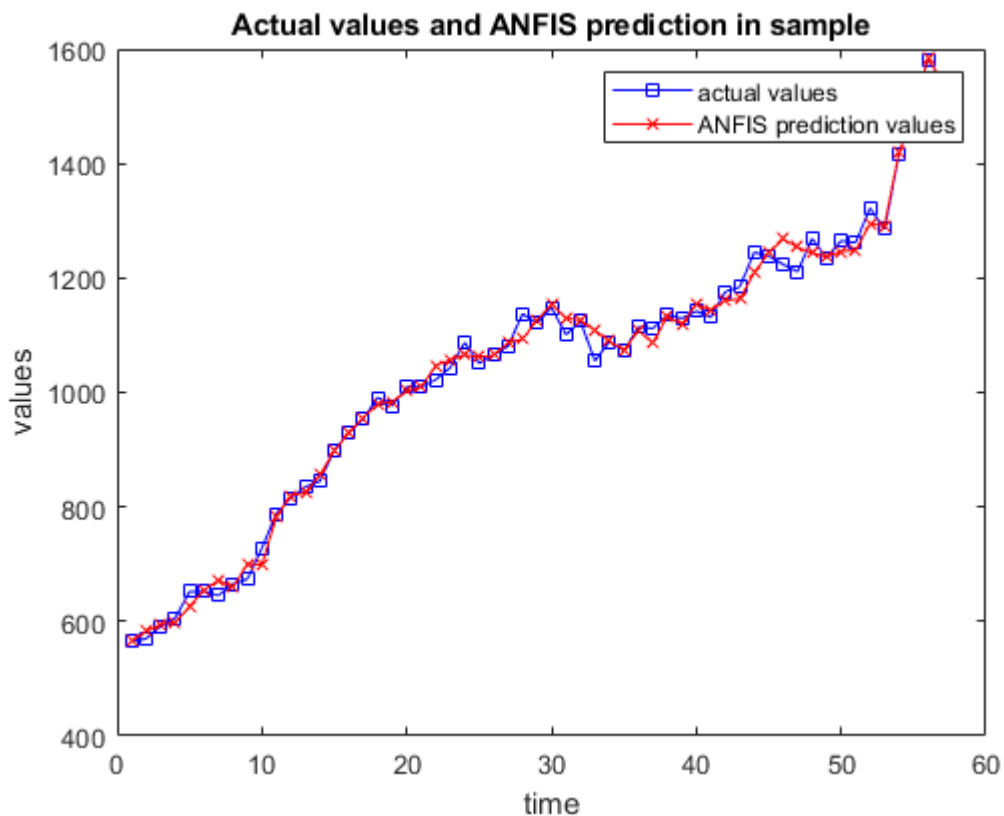
Εικόνα 5.31: Ασαφές σύστημα 2.

Παρατηρούμε ότι η εικόνα 5.31 είναι πανομοιότυπη με την εικόνα 5.30 αλλά στη συγκεκριμένη εικόνα έχουμε διαφορετικές εισόδους. Καθώς οι κατανομές στις συγκεκριμένες εισόδους είναι μετατοπισμένες. Ωστόσο, μπορούμε να δούμε ότι το σύστημα παρά τις αλλαγές αυτές παραμένει ως έχει.



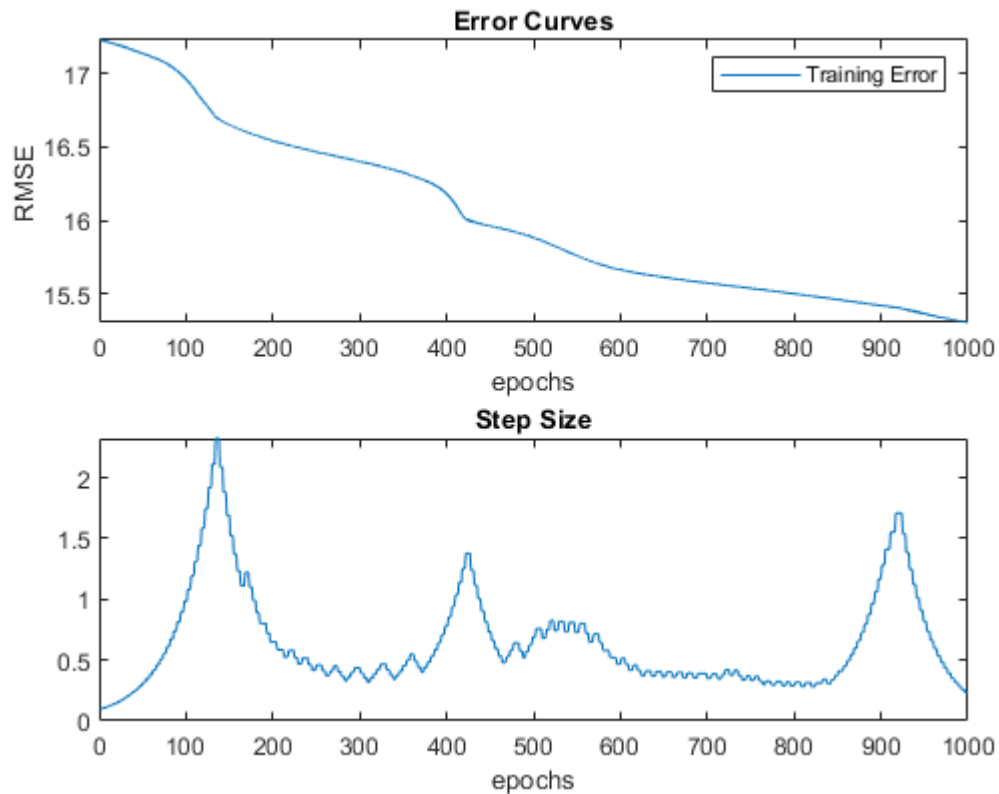
Εικόνα 5.32: Είσοδος και έξοδος σε ένα 3D γράφημα.

Η τρισδιάστατη απεικόνιση δείχνει πώς συνδέονται οι είσοδοι με τις εξόδους, και είναι χρήσιμο για την κατανόηση περίπλοκων σχέσεων. Όπου υπάρχουν όροι και κοιλάδες υπάρχουν και σφάλματα. Στη συγκεκριμένη εικόνα 5.35, παρατηρείται ότι υπάρχει κοιλάδα στο σημείο input2 από 1000 έως 1500, στο input1 από 0 έως 600.



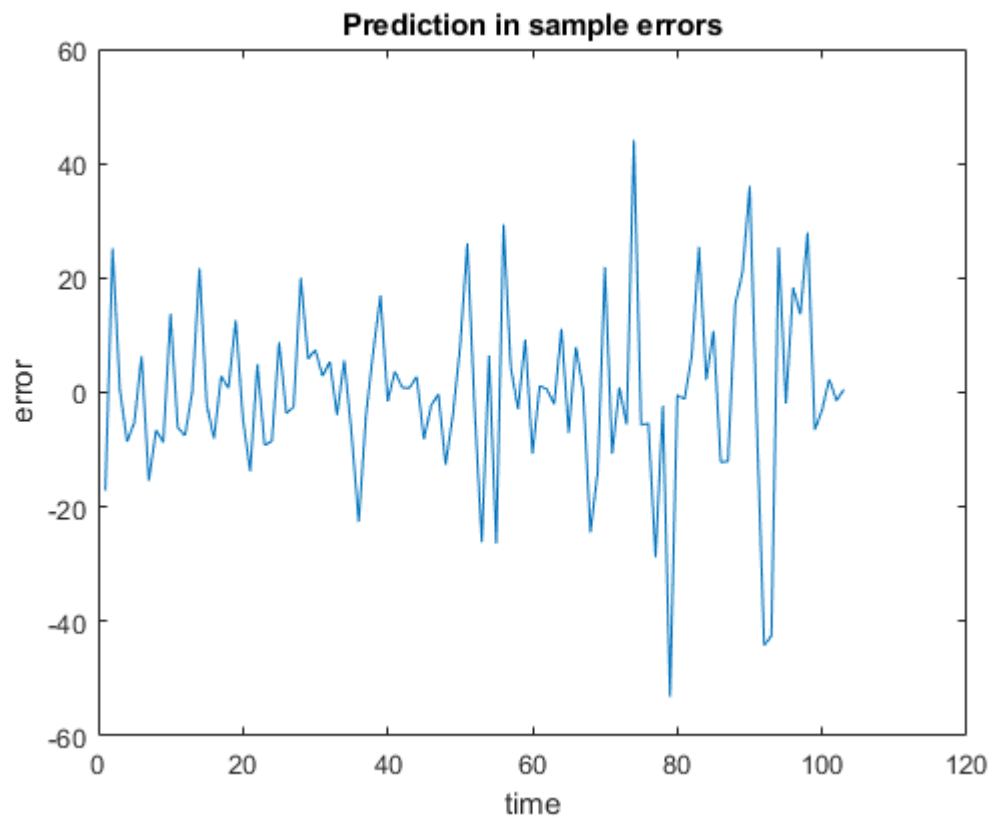
Εικόνα 5.33: Πραγματικές τιμές και προβλέψεις ANFIS συστήματος.

Η γραφική σύγκριση αποκαλύπτει την ακρίβεια των προβλέψεων του ANFIS συστήματος. Είναι προφανές ότι το Anfis παρουσιάζει την καλύτερη ακρίβεια μεταξύ των μοντέλων που συγκρίναμε, παρατηρώντας πόσο κοντά είναι οι δύο γραμμές, η μπλέ που απεικονίζει τις πραγματικές τιμές και η κόκκινη που απεικονίζει τις προβλεπόμενες τιμές.



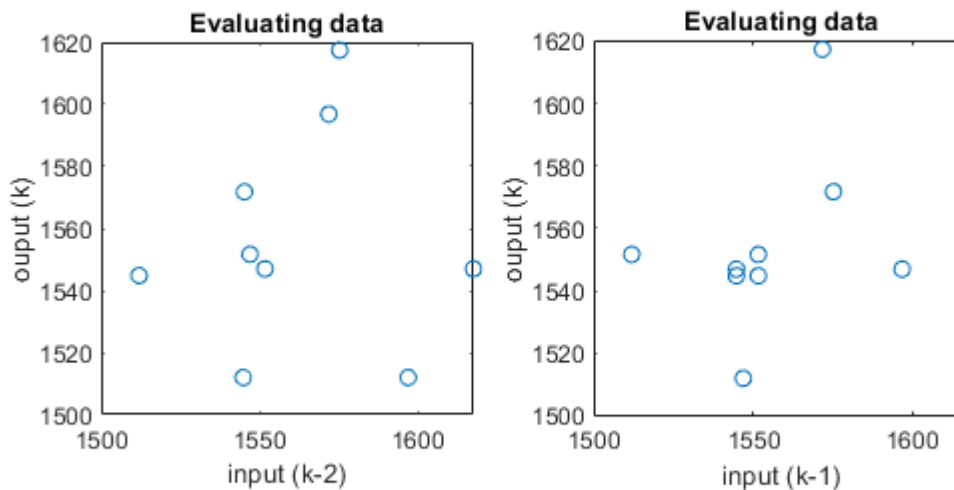
Εικόνα 5.34: Σφάλματα και Step size σε epochs επαναλήψεις

Στο πρώτο διάγραμμα παρατηρείται μείωση του σφάλματος σε κάθε επανάληψη η οποία γίνεται, όπου και φαίνεται να υπάρχει να υπάρχει μείωση και στη συνέχεια μηδενίζεται μετά από μία σειρά επαναλήψεων. Στη συνέχεια, στο δεύτερο διάγραμμα παρατηρείται ότι φτιάχνει τις γκαουσιανές κατανομές και τις μετακινεί για να βρει την βέλτιστη θέση των γκαουσιανών κατανομών. Όσο αυξάνονται οι επαναλήψεις τόσο πιο κοντά βρίσκεται στη βέλτιστη λύση όπου μετά από έναν αριθμό επαναλήψεων μηδενίζεται.



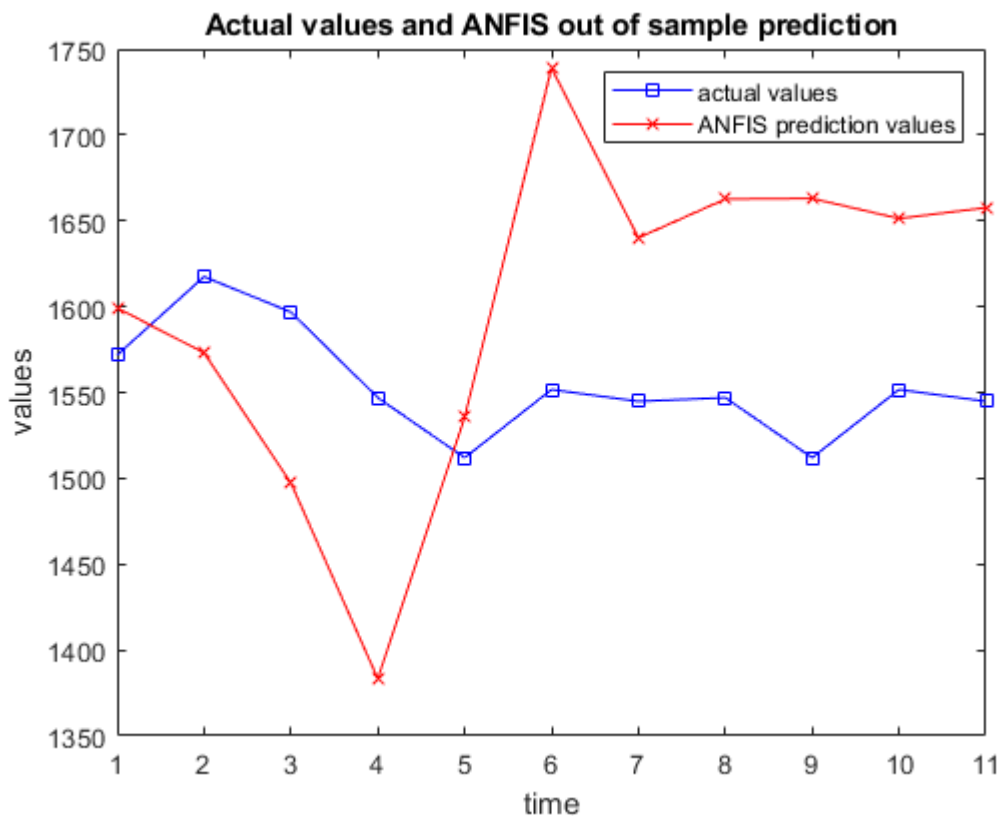
Εικόνα 5.35: Πρόβλεψη σε σφάλματα δειγμάτων

Το γράφημα εστιάζει στις αποκλίσεις του μοντέλου από τις πραγματικές τιμές για συγκεκριμένα δείγματα. Παρατηρούμε ότι εκτός από κάποιες περιπτώσεις, τα σφάλματα είναι κάτω από 30 κατ'απόλυτη τιμή.



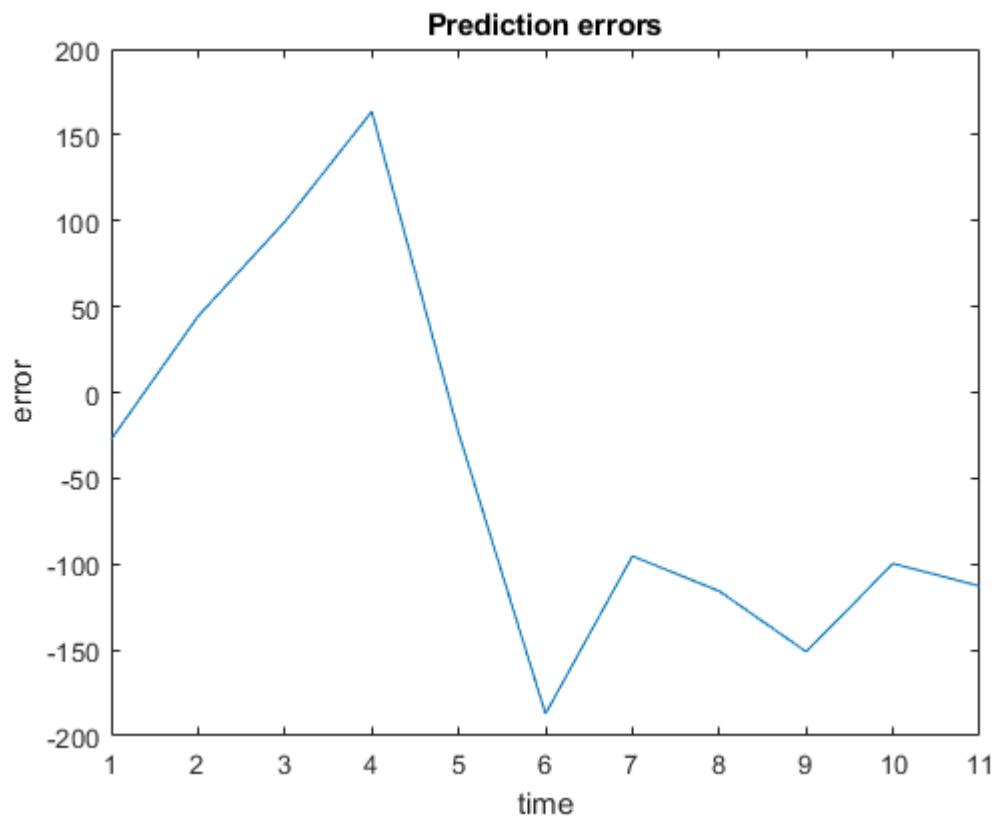
Εικόνα 5.36: Δεδομένα αξιολόγησης για (k-2) και (k-1)

Απεικονίζει πώς οι τιμές επηρεάζουν την τρέχουσα έξοδο, αποκαλύπτοντας συσχετίσεις. Πιο συγκεκριμένα παρουσιάζει τις εισόδους για k-2 και πως αυτές επηρεάζουν την έξοδο στο k, ενώ στο διπλανό γράφημα, ομοίως παρουσιάζεται η συσχέτιση για είσοδο k-1 και έξοδο στο k. Παρατηρούνται κάποιες τιμές που έχουν δοθεί, οι οποίες όμως είναι εκτός του διαστήματος. Αυτές οι τιμές είναι τα δεδομένα από το Ni:end που έχει δοθεί στο πρόγραμμα.



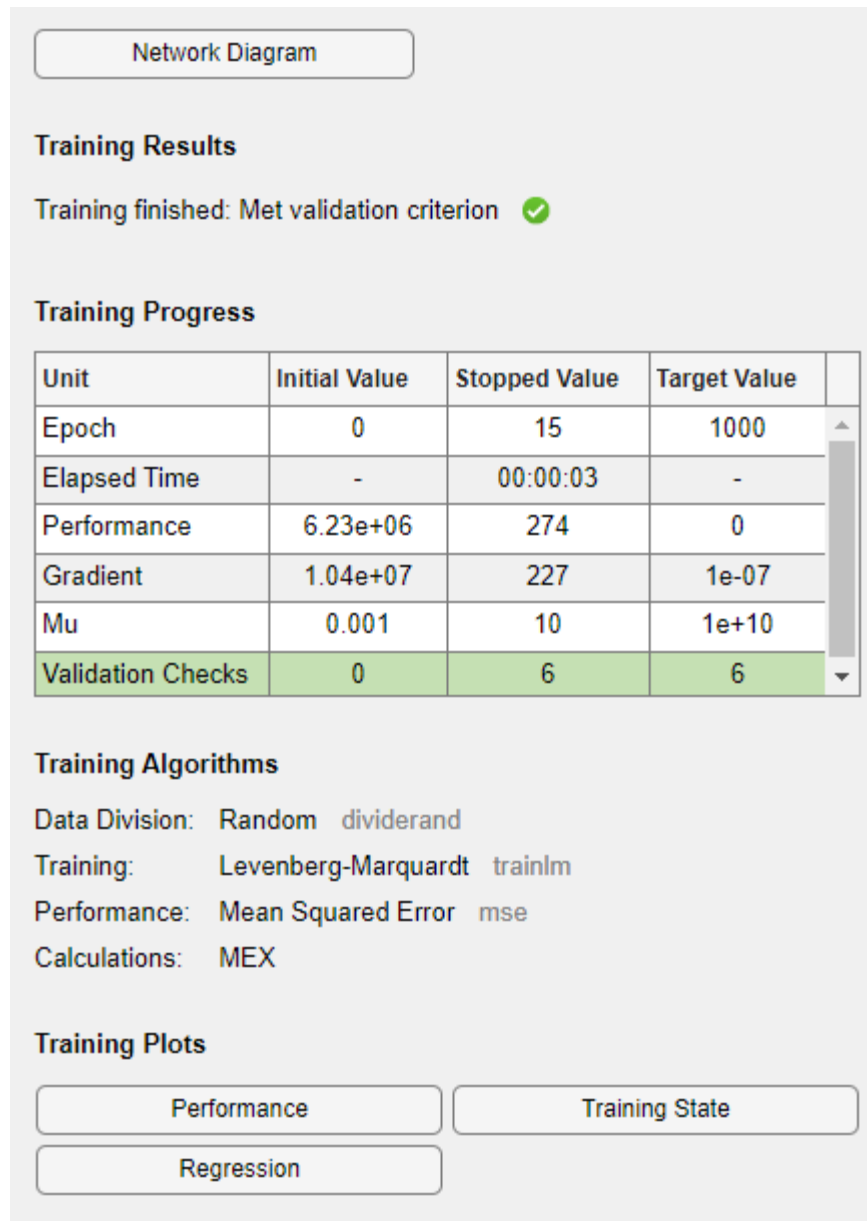
Εικόνα 5.37: Πραγματικές τιμές και προβλέψεις ANFIS από δείγματα.

Συσχετίζεται με την Εικόνα 5.33, αλλά επικεντρώνεται σε συγκεκριμένα δείγματα για πιο λεπτομερή ανάλυση. Συγκρίνει 11 τιμές, τις πραγματικές και τις προβλεπόμενες που βγάζει το Anfis, και παρατηρείται ότι οι τιμές είναι κοντά, εκτός απο δύο σημεία που έχουν ξεφύγει πάνω απο 10% σε απόλυτη τιμή απο την πραγματική.



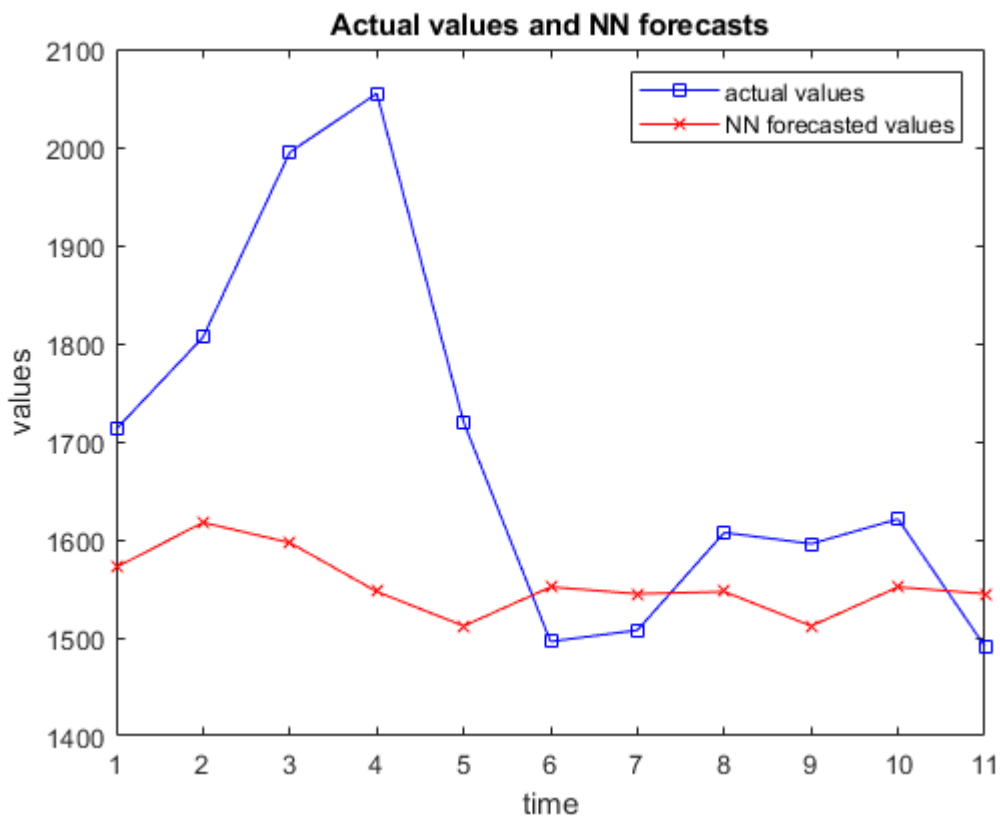
Εικόνα 5.38: Σφάλματα προβλέψεων

Όπως παρατηρείται από το σχήμα, προσπαθεί να πιάσει τη καμπύλη των πραγματικών τιμών ωστόσο έχει κάποιες σημαντικές αποκλίσεις της τάξεως 5% με 10%.



Εικόνα 5.39: Εικόνα εκπαίδευσης νευρωνικού

Σε αυτήν την εικόνα παρατηρούμε την εξίσωση εκπαίδευσης του νευρωνικού δικτύου που είναι η Levenberg-Marquardt, τον τρόπο αξιολόγησης του μοντέλου που είναι το Mean Squared Error, αλλά και τις υπερπαραμέτρους στην αρχή και στο τέλος της εκπαίδευσης.



Εικόνα 5.40: Πραγματικές τιμές και προβλέψεις Νευρωνικού.

Στην εικόνα 5.40 παρατηρείται ότι υπάρχουν οι πραγματικές τιμές και οι τιμές που προβλέπονται μέσω του νευρωνικού δικτύου. Η σύγκριση αποκαλύπτει την ακρίβεια του νευρωνικού δικτύου που υπάρχει με τις πραγματικές τιμές με εξαίρεση μια άνοδο τις χρονικές τιμές 1 έως 5.

Παρακάτω παρουσιάζεται ο πίνακας με τα σφάλματα ανά μέθοδο που έτρεξαν κατά την διάρκεια των πειραμάτων.

Models	Errors			
	MAE	MAPE	MSE	RMSE
anfis	12.7231	0.9237	234.3601	15.3082
ar	35.4688	2.2963	1821.1866	42.6754
arima	35.4921	2.2963	1686.4061	41.0659
NN	46.9213	2.9878	2956.8505	54.3769

Πίνακας 5.1.1: Παρουσίαση αποτελεσμάτων μεθόδων.

Ο παραπάνω πίνακας συγκρίνει τα σφάλματα τεσσάρων διαφορετικών μοντέλων (ANFIS, AR, ARIMA, και NN) με βάση τέσσερις μετρικές: MAE (Mean Absolute Error), MAPE (Mean Absolute Percentage Error), MSE (Mean Squared Error), και RMSE (Root Mean Squared Error). Το μοντέλο ANFIS παρουσιάζει τη χαμηλότερη απόδοση σφάλματος σε όλες τις μετρικές, με MAE 12.7231, MAPE 0.9237%, MSE 234.3601 και RMSE 15.3082, γεγονός που υποδηλώνει μεγαλύτερη ακρίβεια στη μοντελοποίηση των δεδομένων. Σε αντίθεση, το μοντέλο NN (Νευρωνικά Δίκτυα) εμφανίζει τα υψηλότερα σφάλματα σε όλες τις μετρικές, με εντυπωσιακά υψηλό RMSE 54.3769 και MAPE 2.9878%, γεγονός που δείχνει ότι δεν αποδίδει καλά σε αυτό το πρόβλημα.

Ενδιάμεσα, τα μοντέλα AR (Αυτοπαλίνδρομο) και ARIMA (Ολοκληρωμένο Αυτοπαλίνδρομο Μετακινούμενου Μέσου Όρου) παρουσιάζουν παρόμοια αποτελέσματα. Το AR έχει RMSE 42.6754 και το ARIMA 41.0659, ενώ οι τιμές MAE και MAPE των δύο μοντέλων είναι σχεδόν ταυτόσημες. Ωστόσο, το ARIMA υπερτερεί ελαφρώς στο MSE (1686.4061 έναντι 1821.1866 του AR), γεγονός που μπορεί να το καθιστά μια πιο αξιόπιστη επιλογή για την πρόβλεψη του παγκόσμιου χρέους.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6: ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Στη διπλωματική εργασία που επικεντρώθηκε συγκεκριμένα στην πρόβλεψη του παγκόσμιου χρέους, χρησιμοποιήθηκε όπως αναφέρθηκε και νωρίτερα μια ποικιλία μεθόδων και μοντέλων για την ανάλυση και πρόβλεψη των δεδομένων. Οι κώδικες που παρέχονται προσφέρουν μια πρακτική προσέγγιση για την εκτίμηση και πρόβλεψη του παγκόσμιου χρέους, στηριζόμενοι σε δεδομένα που αντιπροσωπεύουν την οικονομική εξέλιξη σε διάφορες χρονικές περιόδους.

Η εργασία αξιοποίησε αρχικά μια σειρά διαφορετικών αλγορίθμων μηχανικής μάθησης και μοντέλων όπως τα ANFIS, AR, ARMA, και νευρωνικά δίκτυα, προκειμένου να εξάγει προβλέψεις και να αναλύσει την ακρίβειά τους. Μέσω της χρήσης αυτών των μοντέλων, οι ερευνητές μπόρεσαν να αξιολογήσουν την τάση και την εξέλιξη του παγκόσμιου χρέους με βάση τα διαθέσιμα δεδομένα. Οι προτεινόμενοι κώδικες και μέθοδοι παρέχουν ένα πολύτιμο εργαλείο για την πρόβλεψη και ανάλυση του παγκόσμιου χρέους ενώ η χρήση διαφορετικών μοντέλων και αλγορίθμων επιτρέπει την εξερεύνηση της εξέλιξης του χρέους και την πρόβλεψη με διαφορετικές προσεγγίσεις, ενώ η αξιολόγηση της ακρίβειας των προβλέψεων παρέχει σταθερή βάση για τη λήψη αποφάσεων και την κατανόηση των οικονομικών τάσεων.

Πιο αναλυτικά, παρατηρούμε τα παρακάτω:

ANFIS Model:

- Το AdaptiveNeuro-FuzzyInferenceSystem (ANFIS) φαίνεται να παρέχει ικανοποιητική απόδοση στην πρόβλεψη του παγκόσμιου χρέους.
- Οι μετρικές αξιολόγησης, όπως το RMSE (RootMeanSquareError) και το MAE (MeanAbsoluteError), καταδεικνύουν ότι το μοντέλο ANFIS παράγει αξιόπιστες προβλέψεις.
- Ωστόσο, η ακρίβεια των προβλέψεων εξαρτάται σημαντικά από την ποιότητα και την ποσότητα των δεδομένων που χρησιμοποιούνται για την εκπαίδευση του μοντέλου.

AR Model και ARMA Model:

- Τόσο το AR (AutoRegressive) όσο και το ARMA (AutoRegressiveMovingAverage) μοντέλο παρουσιάζουν αποδοτική εκτίμηση του παγκόσμιου χρέους.

- Οι μετρικές αξιολόγησης όπως το MSE (MeanSquaredError), το RMSE και το MAE δείχνουν ότι τα μοντέλα αυτά παράγουν αρκετά ακριβείς προβλέψεις.

Neural Network Model:

- Το μοντέλο νευρωνικών δικτύων φαίνεται να παρέχει αξιόπιστες προβλέψεις για το παγκόσμιο χρέος.
- Με τη χρήση του MSE, του RMSE, του MAE και του MAPE, παρατηρούμε ότι το μοντέλο αυτό είναι σε θέση να προβλέψει τις μεταβολές στο χρέος με σημαντική ακρίβεια.

Συνολικά, τα τρία μοντέλα που χρησιμοποιήθηκαν παρουσιάζουν ικανοποιητική απόδοση στην πρόβλεψη του παγκόσμιου χρέους, με κάθε ένα να έχει τα πλεονεκτήματά του και τις εφαρμογές του σε διαφορετικά σενάρια και συνθήκες, με το μοντέλο των νευρωνικών δικτύων να παρουσιάζει συνολικά καλύτερη συμπεριφορά.

Βιβλιογραφία

1. Alhnaity, B., & Abbod, M. (2020, October). A new hybrid financial time series prediction model. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 95, 103873. <http://dx.doi.org/10.1016/j.engappai.2020.103873>
2. Ali, M. H., Jaber, M. M., Abd, S. K., Rehman, A., Awan, M. J., Damaševičius, R., & Bahaj, S. A. (2022, February 8). Threat Analysis and Distributed Denial of Service (DDoS) Attack Recognition in the Internet of Things (IoT). *Electronics*, 11(3), 494. <http://dx.doi.org/10.3390/electronics11030494>
3. Aliano, M., Cananà, L., Cestari, G., & Ragni, S. (2023, January 13). A Dynamical Model with Time Delay for Risk Contagion. *Mathematics*, 11(2), 425. <http://dx.doi.org/10.3390/math11020425>
4. Ampountolas, A. (2023, June 20). Comparative Analysis of Machine Learning, Hybrid, and Deep Learning Forecasting Models: Evidence from European Financial Markets and Bitcoins. *Forecasting*, 5(2), 472-486. <http://dx.doi.org/10.3390/forecast5020026>
5. Aqeel, A. (2021, January 28). What are Ensemble methods in Machine Learning? Medium. Retrieved November 12, 2023, from <https://towardsdatascience.com/what-are-ensemble-methods-in-machine-learning-cac1d17ed349>
6. Asteriou, D., Pilbeam, K., & Pratiwi, C. E. (2020, July 27). Public debt and economic growth: panel data evidence for Asian countries. *Journal of Economics and Finance*, 45(2), 270-287. <http://dx.doi.org/10.1007/s12197-020-09515-7>
7. Atsalaki, I., Atsalakis, G. S., Melas, K. & Michail, N. (2023). Baltic dry index forecasting using a neuro-fuzzy inference system. *SSRN Electronic Journal*. 10.2139/ssrn.4629322.
8. Atsalakis, G. S., Valavanis K.P. (2009). Surveying stock market forecasting techniques – Part II: Soft computing methods, *Expert Systems with Applications*, Volume 36, Issue 3, Part 2, Pages 5932-5941, ISSN 0957-4174, <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2008.07.006>.

9. Atsalakis G. S., Dimitrakakis E.M, Zopounidis C.D. (2011). Elliott Wave Theory and neuro-fuzzy systems, in stock market prediction: The WASP system. *Expert Systems with Applications*. Volume 38, Issue 8. Pages 9196-9206. ISSN 0957-4174. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2011.01.068>.
10. Atsalakis, G.S., Protopapadakis, E.E. & Valavanis, K.P. (2016). Stock trend forecasting in turbulent market periods using neuro-fuzzy systems. *Oper Res Int J* 16, 245–269. <https://doi.org/10.1007/s12351-015-0197-6>
11. Atsalakis, G. S., Atsalaki.G, Zopounidis, C. (2018). Forecasting the success of a new tourism service by a neuro-fuzzy technique. *European Journal of Operational Research*. Volume 268, Issue 2. ISSN 0377-2217
12. Atsalakis G. S., Atsalaki, I.G. Pasiouras, F., Zopounidis, C. (2019). Bitcoin price forecasting with neuro-fuzzy techniques. *European Journal of Operational Research*, Volume 276. Issue 2. Pages 770-780. ISSN 0377-2217, <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2019.01.040>.
13. Atsalakis, G.S., Kitsios, F., Atsalaki, I.G & Zopounidis, C. (2024). Using the Type-2 Fuzzy Algorithm to Forecast the Success of a New Tourism Service. 10.2139/ssrn.4874871.
14. Barbaglia, L., Manzan, S., & Tosetti, E. (2020). Forecasting Loan Default in Europe with Machine Learning. *SSRN Electronic Journal*. <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.3605449>
15. Barboza, F., Kimura, H., & Altman, E. (2017, October). Machine learning models and bankruptcy prediction. *Expert Systems with Applications*, 83, 405-417. <http://dx.doi.org/10.1016/j.eswa.2017.04.006>
16. Benhamed, A.; Gassouma, M.S. Preventing Oil Shock Inflation: Sustainable Development Mechanisms vs. Islamic Mechanisms. *Sustainability* 2023, 15, 9837. <https://doi.org/10.3390/su15129837>
17. Bishop, C. (2007). *Pattern Recognition and Machine Learning (Information Science and Statistics)*.

18. Biswas, A., Uday, I. A., Rahat, K. M., Akter, M. S., & Mahdy, M. R. (2023, February 7). Forecasting the United State Dollar (USD) / Bangladeshi Taka (BDT) exchange rate with deep learning models: Inclusion of macroeconomic factors influencing the currency exchange rates. *PLOS ONE*, 18(2), e0279602.
<http://dx.doi.org/10.1371/journal.pone.0279602>
19. Borrero, J. D., & Mariscal, J. (2022, August 13). Predicting Time Series Using an Automatic New Algorithm of the Kalman Filter. *Mathematics*, 10(16), 2915.
<http://dx.doi.org/10.3390/math10162915>
20. Brownlee, J. (2020). White Noise Time Series with Python. *Machine Learning Mastery*.
<https://machinelearningmastery.com/white-noise-time-series-python/>
21. Butkus, M., Cibulskiene, D., Garsviene, L., & Seputiene, J. (2021, December 3). Empirical Evidence on Factors Conditioning the Turning Point of the Public Debt–Growth Relationship. *Economies*, 9(4), 191. <http://dx.doi.org/10.3390/economies9040191>
22. Cai, C., Zaghloul, M., & Li, B. (2022, December 11). Data Clustering in Urban Computational Modeling by Integrated Geometry and Imagery Features for Probabilistic Navigation. *Applied Sciences*, 12(24), 12704. <http://dx.doi.org/10.3390/app122412704>
23. Casamayor Pujol, V., Morichetta, A., Murturi, I., Kumar Donta, P., & Dustdar, S. (2023, March 22). Fundamental Research Challenges for Distributed Computing Continuum Systems. *Information*, 14(3), 198. <http://dx.doi.org/10.3390/info14030198>
24. Chen, D. (2021, January). [Retracted] Risk Assessment of Government Debt Based on Machine Learning Algorithm. *Complexity*. <http://dx.doi.org/10.1155/2021/3686692>
25. Cicceri, G., Insera, G., & Limosani, M. (2020, February 13). A Machine Learning Approach to Forecast Economic Recessions. An Italian Case Study. *Mathematics*, 8(2), 241.
<http://dx.doi.org/10.3390/math8020241>
26. Constance de Soyres, Reina Kawai and Mengxue, W. (2022). Public Debt and Real GDP: Revisiting the Impact. *IMFeLibrary*.
<https://www.elibrary.imf.org/view/journals/001/2022/076/article-A001-en.xml>

27. Cunningham, W. (1992, December). The WyCash portfolio management system. *ACM SIGPLAN OOPS Messenger*, 4(2), 29-30. <http://dx.doi.org/10.1145/157710.157715>
28. de Vos, M. A., (2016). Identifying and Managing Technical Debt in Complex Distributed Systems, [Electrical Engineering, Mathematics and Computer Science](#).
29. de Toledo, S. S., Martini, A., & Sjøberg, D. I. (2021, July). Identifying architectural technical debt, principal, and interest in microservices: A multiple-case study. *Journal of Systems and Software*, 177, 110968. <http://dx.doi.org/10.1016/j.jss.2021.110968>
30. Dickey, D. A., & Fuller, W. A. (1979, June). *Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series with a Unit Root*. *Journal of the American Statistical Association*, 74(366a), 427-431. <http://dx.doi.org/10.1080/01621459.1979.10482531>
31. Dogo, E. M., Afolabi, O. J., & Twala, B. (2022, November 23). On the Relative Impact of Optimizers on Convolutional Neural Networks with Varying Depth and Width for Image Classification. *Applied Sciences*, 12(23), 11976. <http://dx.doi.org/10.3390/app122311976>
32. Duchi J.C, E. Hazan, & Y. Singer, “Adaptive subgradient methods for online learning and stochastic optimization,” in *J. Mach. Learn. Res.*, 2011. p. 14.
33. Dudek, G. (2023, July 5). Combining Forecasts of Time Series with Complex Seasonality Using LSTM-Based Meta-Learning. *ITISE 2023*, 53. <http://dx.doi.org/10.3390/engproc2023039053>
34. Đukanović, M., Kaščelan, L., Vuković, S., Martinović, I., & Čalasan, M. (2023, September). A machine learning approach for time series forecasting with application to debt risk of the Montenegrin electricity industry. *Energy Reports*, 9, 362-369. <http://dx.doi.org/10.1016/j.egy.2023.05.240>
35. Dwarakanath G., V., Shivakumara, T., & Shraddha. (2022). World’s GDP prediction using machine learning. *Journal of Positive School Psychology*, 6(4), 1039-1047. <https://journalppw.com/index.php/jpsp/article/view/2973/1929>

36. Elsesser, G., "Predicting Student Loan Debt: A Hierarchical Time Series Analysis." (2021) Rice University: <https://hdl.handle.net/1911/111013>
37. Fantazzini, D., & Xiao, Y. (2023, August 30). Detecting Pump-and-Dumps with Crypto-Assets: Dealing with Imbalanced Datasets and Insiders' Anticipated Purchases. *Econometrics*, 11(3), 22. <http://dx.doi.org/10.3390/econometrics11030022>
38. Filippakis N., & Stamatopoulos Th.V. (2021) Public Debt And Economic Growth: A Review Of Contemporary Literature, *South-Eastern Europe Journal of Economics*, vol. 19, 1(2021), 33-50.
39. Ghourabi, A., & Alohal, M. (2023, April 10). Enhancing Spam Message Classification and Detection Using Transformer-Based Embedding and Ensemble Learning. *Sensors*, 23(8), 3861. <http://dx.doi.org/10.3390/s23083861>
40. Gorospe, J., Mulero, R., Arbelaiz, O., Muguerza, J., & Antón, M. Á. (2021, February 3). A Generalization Performance Study Using Deep Learning Networks in Embedded Systems. *Sensors*, 21(4), 1031. <http://dx.doi.org/10.3390/s21041031>
41. Gutans, K. (2021, June 28). Business Days Time Series Weekly Trend and Seasonality. The 7th International Conference on Time Series and Forecasting, 26. <http://dx.doi.org/10.3390/engproc2021005026>
42. Guyer, J. I. (2017, March 30). Distributed Agency and Debt in the Durational Ethics of Responsibility. *Distributed Agency*, 99-108. <http://dx.doi.org/10.1093/acprof:oso/9780190457204.003.0011>
43. Ha, H. H., Dang, N. H., & Tran, M. D. (2023). Financial distress forecasting with a machine learning approach. *Corporate Governance and Organizational Behavior Review*, 7(3), 90-104. <http://dx.doi.org/10.22495/cgobrv7i3p8>
44. Hamori, S., Kawai, M., Kume, T., Murakami, Y., & Watanabe, C. (2018, March 5). Ensemble Learning or Deep Learning? Application to Default Risk Analysis. *Journal of Risk and Financial Management*, 11(1), 12. <http://dx.doi.org/10.3390/jrfm11010012>

45. Hilton, S. K. (2021, June 8). Public debt and economic growth: contemporary evidence from a developing economy. *Asian Journal of Economics and Banking*, 5(2), 173-193. <http://dx.doi.org/10.1108/AJEB-11-2020-0096>
46. Hodson, T. O., Over, T. M., & Foks, S. S. (2021, December). Mean Squared Error, Deconstructed. *Journal of Advances in Modeling Earth Systems*, 13(12). <http://dx.doi.org/10.1029/2021MS002681>
47. Holt, C. C. (2004, January). Forecasting seasonals and trends by exponentially weighted moving averages. *International Journal of Forecasting*, 20(1), 5-10. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijforecast.2003.09.015>
48. Hymans, S.H., Forecasting and econometric models (n.d). Library of Economics and Liberty. <https://www.econlib.org/library/Enc1/ForecastingandEconometricModels.html>
49. Hyndman, R.J. "Moving averages". 2009-11-08.
50. Hyndman, R. J., & Koehler, A. B. (2006, October). Another look at measures of forecast accuracy. *International Journal of Forecasting*, 22(4), 679-688. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijforecast.2006.03.001>
51. Ioffe S. and C. Szegedy, (2015)“Batch normalization: Accelerating deep network training by reducing internal covariate shift,” (pages 17, 79, 82).[Online]. Available: <https://arxiv.org/abs/1502.03167>
52. Iqbal, A., Amin, R., Iqbal, J., Alroobaea, R., Binmahfoudh, A., & Hussain, M. (2022, August 31). Sentiment Analysis of Consumer Reviews Using Deep Learning. *Sustainability*, 14(17), 10844. <http://dx.doi.org/10.3390/su141710844>
53. Javanmardi, E., Liu, S., & Xie, N. (2023, January 29). Exploring the Challenges to Sustainable Development from the Perspective of Grey Systems Theory. *Systems*, 11(2), 70. <http://dx.doi.org/10.3390/systems11020070>

54. J. R. Cordy and T. R. Dean, "A Syntactic Theory of Software Architecture" in IEEE Transactions on Software Engineering, vol. 21, no. 04, pp. 302-313, April 1995, doi: 10.1109/32.385969.
55. Kalia, A. D., Benfenati, E., Osborne, O. J., Gott, D., Potter, C., Dorne, J. C., Guo, M., & Hogstrand, C. (2023, June 30). Exploring Dimensionality Reduction Techniques for Deep Learning Driven QSAR Models of Mutagenicity. *Toxics*, 11(7), 572. <http://dx.doi.org/10.3390/toxics11070572>
56. Kaggle, (2020). Monthly Air Passengers (1949 - 1960) Time Series Analysis and Modelling. https://ionides.github.io/531w20/midterm_project/project37/Midterm_project.html
57. Kramar, V., & Alchakov, V. (2023, May 10). Time-Series Forecasting of Seasonal Data Using Machine Learning Methods. *Algorithms*, 16(5), 248. <http://dx.doi.org/10.3390/a16050248>
58. Klaus-Peter Hellwig, 2021. "Predicting Fiscal Crises: A Machine Learning Approach," IMF Working Papers 2021/150, International Monetary Fund.
59. Kwiatkowski, D., Phillips, P. C., Schmidt, P., & Shin, Y. (1992, October). Testing the null hypothesis of stationarity against the alternative of a unit root. *Journal of Econometrics*, 54(1-3), 159-178. [http://dx.doi.org/10.1016/0304-4076\(92\)90104-Y](http://dx.doi.org/10.1016/0304-4076(92)90104-Y)
60. Laborda, J., Ruano, S., & Zamanillo, I. (2023, June 8). Multi-Country and Multi-Horizon GDP Forecasting Using Temporal Fusion Transformers. *Mathematics*, 11(12), 2625. <http://dx.doi.org/10.3390/math11122625>
61. Lucan Orășan, I., Seiculescu, C., & Căleanu, C. D. (2022, August 14). A Brief Review of Deep Neural Network Implementations for ARM Cortex-M Processor. *Electronics*, 11(16), 2545. <http://dx.doi.org/10.3390/electronics11162545>
62. Luo, Z., Guo, W., Liu, Q., & Zhang, Z. (2020, September 2). A hybrid model for financial time-series forecasting based on mixed methodologies. *Expert Systems*, 38(2). <http://dx.doi.org/10.1111/exsy.12633>

63. Maccarrone, G., Morelli, G., & Spadaccini, S. (2021, October 15). GDP Forecasting: Machine Learning, Linear or Autoregression? *Frontiers in Artificial Intelligence*, 4. <http://dx.doi.org/10.3389/frai.2021.757864>
64. Maniatopoulos, A. A., Gazis, A., & Mitianoudis, N. (2023). Technical analysis forecasting and evaluation of stock markets: the probabilistic recovery neural network approach. *International Journal of Economics and Business Research*, 25(1), 64. <http://dx.doi.org/10.1504/IJEBr.2023.127271>
65. Maniatopoulos, A. A., & Mitianoudis, N. (2021, December 9). Learnable Leaky ReLU (LeLeLU): An Alternative Accuracy-Optimized Activation Function. *Information*, 12(12), 513. <http://dx.doi.org/10.3390/info12120513>
66. Marques, Delano & Barradas Filho, Alex & Romariz, Alexandre & Viegas, Isabelle & Luz, Djavania Azevêdo & Barros Filho, Allan Kardec & Labidi, Sofiane & Ferraud, Antonio. (2014). Recent Developments on Statistical and Neural Network Tools Focusing on Biodiesel Quality. *International Journal of Computer Science and Application*. 3. 97. 10.14355/ijcsa.2014.0303.01.
67. Mbarek, F., & Mosorov, V. (2021, November 16). Hybrid Nearest-Neighbor Ant Colony Optimization Algorithm for Enhancing Load Balancing Task Management. *Applied Sciences*, 11(22), 10807. <http://dx.doi.org/10.3390/app112210807>
68. Mehmeti, I., & Deda, G. (2022). Econometric Evaluation of Public Debt on Inflation: Evidence from Kosovo and North Macedonia. *Journal of Liberty and International Affairs, Institute for Research and European Studies - Bitola*, 8(3), 171-187. <http://dx.doi.org/10.47305/JLIA2283171m>
69. Minsky M., Papert S., (1969) “Perceptrons - an introduction to computational geometry,”.
70. Mohanan, R. (2022, January 12). *What Are Distributed Systems? Architecture Types, Key Components, and Examples*. spiceworks. Retrieved October 12, 2023, from <http://s.atcite.com/un3kOLnE7>

71. Na, J., Zhang, H., Lian, J., & Zhang, B. (2023, January 29). Genetic Algorithm-Based Online-Partitioning BranchyNet for Accelerating Edge Inference. *Sensors*, 23(3), 1500. <http://dx.doi.org/10.3390/s23031500>
72. Omar, B., Zineb, B., Cortes Jofre, A., & Gonzalez Cortes, D. (2018, November). A Comparative Study of Machine Learning Algorithms for Financial Data Prediction. 2018 International Symposium on Advanced Electrical and Communication Technologies (ISAECT), 1-5. <http://dx.doi.org/10.1109/ISAECT.2018.8618774>
73. Orășan, L.I., Seiculescu, C., & Căleanu, C. D. (2022, August 14). A Brief Review of Deep Neural Network Implementations for ARM Cortex-M Processor. *Electronics*, 11(16), 2545. <http://dx.doi.org/10.3390/electronics11162545>
74. Ospina, R., Gondim, J. A., Leiva, V., & Castro, C. (2023, July 12). An Overview of Forecast Analysis with ARIMA Models during the COVID-19 Pandemic: Methodology and Case Study in Brazil. *Mathematics*, 11(14), 3069. <http://dx.doi.org/10.3390/math11143069>
75. Park, J., Yi, D., & Ji, S. (2020, April 13). Analysis of Recurrent Neural Network and Predictions. *Symmetry*, 12(4), 615. <http://dx.doi.org/10.3390/sym12040615>
76. Patrizio, L. (2011). Dynamic Effects of Total Debt and GDP: A Time-Series Analysis of the United States [Master's thesis, Department of Economics Aalto University School of Economics]. <https://aaltodoc.aalto.fi/server/api/core/bitstreams/2a82f364-c3f8-470e-a06f-bb5ed0171eb7/content>
77. Pearson, K. (1905, July 1). The Problem of the Random Walk. *Nature*, 72(1865), 294-294. <http://dx.doi.org/10.1038/072294b0>
78. Pegkas, P. (2018, February 5). The Effect of Government Debt and Other Determinants on Economic Growth: The Greek Experience. *Economies*, 6(1), 10. <http://dx.doi.org/10.3390/economies6010010>
79. Peiris, S., & Hunt, R. (2023, February 6). Revisiting the Autocorrelation of Long Memory Time Series Models. *Mathematics*, 11(4), 817. <http://dx.doi.org/10.3390/math11040817>

80. Pishro-H.N., (2014) "Introduction to probability, statistics, and random processes", Kappa Research LLC available at <https://www.probabilitycourse.com>
81. Qian, H., Zhang, S., Wang, B., Peng, L., Gao, S., & Song, Y. (2021). A comparative study on machine learning models combining with outlier detection and balanced sampling methods for credit scoring. *Expert Systems with Applications*. <https://arxiv.org/abs/2112.13196>
82. Radhoush, S., Whitaker, B. M., & Nehrir, H. (2023, August 14). An Overview of Supervised Machine Learning Approaches for Applications in Active Distribution Networks. *Energies*, 16(16), 5972. <http://dx.doi.org/10.3390/en16165972>
83. Rajaraman, I., & Mukhopadhyay, A. (2004, July). Univariate Time-Series Analysis of Public Debt. *Journal of Quantitative Economics*, 2(2), 122-134. <http://dx.doi.org/10.1007/BF03404612>
84. Rodríguez, E., Otero, B., & Canal, R. (2023, January 21). A Survey of Machine and Deep Learning Methods for Privacy Protection in the Internet of Things. *Sensors*, 23(3), 1252. <http://dx.doi.org/10.3390/s23031252>
85. Rosenblatt, F. (1958). The perceptron: a probabilistic model for information storage and organization in the brain. *Psychological review*, 65 6, 386-408.
86. Ruder S., (2016). "An overview of gradient descent optimization algorithms," ArXiv, vol. abs/1609.04747, (page 14). 95 96 Bibliography
87. Rumelhart, D. E., Hinton, G. E., & Williams, R. J. (2002, September 13). Learning Representations by Back-Propagating Errors. *Cognitive Modeling*, 213-222. <http://dx.doi.org/10.7551/mitpress/1888.003.0013>
88. Sanabria, P., Tapia, T. F., Toro Icarte, R., & Neyem, A. (2022, July 15). Solving Task Scheduling Problems in Dew Computing via Deep Reinforcement Learning. *Applied Sciences*, 12(14), 7137. <http://dx.doi.org/10.3390/app12147137>
89. Shi, J., Yu, J., Yang, J., Xu, L., & Xu, H. (2022, March 21). Time Series Surface Temperature Prediction Based on Cyclic Evolutionary Network Model for Complex Sea Area. *Future Internet*, 14(3), 96. <http://dx.doi.org/10.3390/fi14030096>

90. Singh H.V.P., & Mahmoud, Q.H., (2019). Evaluation of ARIMA Models for Human–Machine Interface State Sequence Prediction. *Mach. Learn. Knowl.* https://www.researchgate.net/publication/330125062_Evaluation_of_ARIMA_Models_for_Human-Machine_Interface_State_Sequence_Prediction
91. Šostar, M., & Ristanović, V. (2023, June 30). Assessment of Influencing Factors on Consumer Behavior Using the AHP Model. *Sustainability*, 15(13), 10341. <http://dx.doi.org/10.3390/su151310341>
92. Srivastava N., Hinton G., Krizhevsky A., Sutskever I., Salakhutdinov R., “Dropout: A simple way to prevent neural networks from overfitting,” *Journal of Machine Learning Research*, vol. 15, pp. 1929–1958, 06 2014. (pages 15, 79, 82).
93. Sseruyange, J., & Klomp, J. (2021, April 30). Natural Disasters and Economic Growth: The Mitigating Role of Microfinance Institutions. *Sustainability*, 13(9), 5055. <http://dx.doi.org/10.3390/su13095055>
94. Stone, R. F., Loose, L. H., Melo, M. S., & Bayer, F. M. (2023, August 31). The Chen Autoregressive Moving Average Model for Modeling Asymmetric Positive Continuous Time Series. *Symmetry*, 15(9), 1675. <http://dx.doi.org/10.3390/sym15091675>
95. Taye, M. M. (2023, March 6). Theoretical Understanding of Convolutional Neural Network: Concepts, Architectures, Applications, Future Directions. *Computation*, 11(3), 52. <http://dx.doi.org/10.3390/computation11030052>
96. Teso-Fz-Betoño, A., Zulueta, E., Cabezas-Olivenza, M., Teso-Fz-Betoño, D., & Fernandez-Gamiz, U. (2022, September 5). A Study of Learning Issues in Feedforward Neural Networks. *Mathematics*, 10(17), 3206. <http://dx.doi.org/10.3390/math10173206>
97. Tsoukalas, D., Jankovic, M., Siavvas, M., Kehagias, D., Chatzigeorgiou, A., & Tzovaras, D. (2019). On the Applicability of Time Series Models for Technical Debt Forecasting. *Unpublished*. <http://rgdoi.net/10.13140/RG.2.2.33152.79367>

98. Wan, X., Tian, Y., Wu, J., Ding, X., & Tu, H. (2021, July 21). Distributed Event-Triggered Secondary Recovery Control for Islanded Microgrids. *Electronics*, 10(15), 1749. <http://dx.doi.org/10.3390/electronics10151749>
99. Wani, S., Imthiyas, M., Almohamedh, H., Alhamed, K. M., Almotairi, S., & Gulzar, Y. (2021, January 29). Distributed Denial of Service (DDoS) Mitigation Using Blockchain—A Comprehensive Insight. *Symmetry*, 13(2), 227. <http://dx.doi.org/10.3390/sym13020227>
100. Wolfewicz, A. (2024) Deep Learning vs. Machine Learning – What’s The Difference? Levity. <https://levity.ai/blog/difference-machine-learning-deep-learning>
101. Weiß, C. H., Aleksandrov, B., Faymonville, M., & Jentsch, C. (2023, January 4). Partial Autocorrelation Diagnostics for Count Time Series. *Entropy*, 25(1), 105. <http://dx.doi.org/10.3390/e25010105>
102. Winters, P. R. (1960, April). Forecasting Sales by Exponentially Weighted Moving Averages. *Management Science*, 6(3), 324-342. <http://dx.doi.org/10.1287/mnsc.6.3.324>
103. Xing, F., Song, X., Wang, Y., & Qin, C. (2023, July 14). A New Combined Prediction Model for Ultra-Short-Term Wind Power Based on Variational Mode Decomposition and Gradient Boosting Regression Tree. *Sustainability*, 15(14), 11026. <http://dx.doi.org/10.3390/su151411026>
104. Yi, D., Bu, S., & Kim, I. (2019, July 12). An Enhanced Algorithm of RNN Using Trend in Time-Series. *Symmetry*, 11(7), 912. <http://dx.doi.org/10.3390/sym11070912>
105. Ying, X. (2019, February). An Overview of Overfitting and its Solutions. *Journal of Physics: Conference Series*, 1168, 022022. <http://dx.doi.org/10.1088/1742-6596/1168/2/022022>
106. Zadeh, L.A. (1965) Fuzzy Sets. *Information Control*, 8, 338-353. [http://dx.doi.org/10.1016/S0019-9958\(65\)90241-X](http://dx.doi.org/10.1016/S0019-9958(65)90241-X)
107. Zarkova, S., Kostov, D., Angelov, P., Pavlov, T., & Zahariev, A. (2023, April 3). Machine Learning Algorithm for Mid-Term Projection of the EU Member States’ Indebtedness. *Risks*, 11(4), 71. <http://dx.doi.org/10.3390/risks11040071>

- 108.** Zhang, Y., & Lee, M. (2019, May 22). A Hybrid Model for Addressing the Relationship between Financial Performance and Sustainable Development. *Sustainability*, 11(10), 2899. <http://dx.doi.org/10.3390/su11102899>
- 109.** Zhang, Y., Liu, J., & Shen, W. (2022, August 29). A Review of Ensemble Learning Algorithms Used in Remote Sensing Applications. *Applied Sciences*, 12(17), 8654. <http://dx.doi.org/10.3390/app12178654>
- 110.** Zhuravka, F., Filatova, H., Šuleř, P., & Wołowiec, T. (2021, January 28). State debt assessment and forecasting: time series analysis. *Investment Management and Financial Innovations*, 18(1), 65-75. [http://dx.doi.org/10.21511/imfi.18\(1\).2021.06](http://dx.doi.org/10.21511/imfi.18(1).2021.06)
- 111.** Ziesemer, T. (2020, September 28). Japan's Productivity and GDP Growth: The Role of Private, Public and Foreign R&D 1967–2017. *Economies*, 8(4), 77. <http://dx.doi.org/10.3390/economies8040077>