

ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΚΑΙ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ



Διπλωματική εργασία

**ΜΙΑ ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ
ΠΟΛΥΚΡΙΤΗΡΙΑΣ
ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ
ΕΠΕΝΔΥΤΙΚΩΝ ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΩΝ**

Υπό:

ΜΠΟΝΤΟΥΡΙ ΚΡΙΣΤΙΑΝ

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ:

ΜΙΧΑΗΛ ΔΟΥΜΠΟΣ

Χανιά, 2024

©Copyright Μποντούρι Κριστιάν 2024

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς το συγγραφέα.

Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν το συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι αντιπροσωπεύουν τις επίσημες θέσεις του Πολυτεχνείου Κρήτης.

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Με την ολοκλήρωση της παρούσας διπλωματικής εργασίας, ολοκληρώνεται ο κύκλος των προπτυχιακών σπουδών μου και θα ήθελα να εκφράσω τις ευχαριστίες μου σε όλους όσους στάθηκαν δίπλα μου όλα αυτά τα χρόνια.

Πρώτα απ' όλα, θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον Καθηγητή του Π.Κ κ. Μιχαήλ Δούμπο, για την ανάθεση και επίβλεψη της παρούσας εργασίας καθώς και για την πολύτιμη βοήθεια του κατά την υλοποίηση και συγγραφή της.

Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω την οικογένεια μου, τους φίλους μου και τους συναδέλφους μου για την στήριξη τους καθ' όλη την διάρκεια των προπτυχιακών σπουδών μου.

Πίνακας περιεχομένων

ΠΕΡΙΛΗΨΗ.....	5
Κεφάλαιο 1: Εισαγωγή.....	6
1.1 Στόχος και αντικείμενο της διπλωματικής εργασίας	6
1.2 Συμβολή διπλωματικής εργασίας.....	6
1.3 Δομή της διπλωματικής εργασίας	7
Κεφάλαιο 2: Βασικά χαρακτηριστικά αμοιβαίων κεφαλαίων	8
2.1 Λειτουργία αμοιβαίων κεφαλαίων	8
2.2 Κατηγορίες αμοιβαίων κεφαλαίων.....	11
2.3 Στατιστικά στοιχεία αμοιβαίων κεφαλαίων	14
2.3.1 Παγκόσμια αγορά και ΗΠΑ	15
2.3.2 Ευρώπη	19
2.3.3 Ελλάδα	20
Κεφάλαιο 3: Βελτιστοποίηση και αξιολόγηση επενδυτικών χαρτοφυλακίων	24
3.1 Θεωρία Χαρτοφυλακίου	24
3.1.1 Απόδοση χαρτοφυλακίων.....	25
3.1.2 Κίνδυνος χαρτοφυλακίων.....	26
3.1.3 Η αρχή της διαφοροποίησης.....	29
3.1.4 Αποδοτικό μέτωπο	30
3.1.5 Μοντέλο μέσου-διακύμανσης	31
3.2 Μέτρα αξιολόγησης επενδυτικών χαρτοφυλακίων	32
Κεφάλαιο 4: Πολυκριτήρια ανάλυση αποφάσεων μέσω της περιβάλλουσας ανάλυσης δεδομένων	37
4.1 Θεωρητικό υπόβαθρο και βασικές έννοιες	37
4.1.1 Κατηγορίες αποδοτικότητας.....	38
4.1.2 Προσανατολισμός δεδομένων.	41
4.1.3 Αποδόσεις κλίμακας και μέτωπο αποδοτικότητας	41
4.2 Ακτινικά μοντέλα	45
4.2.1 Μοντέλο CCR (Charnes, Cooper, Rhodes - 1978).....	46
4.2.2 Μοντέλο BCC (Banker, Charnes, Cooper - 1984).....	49
4.3 Μη Ακτινικά μοντέλα.....	51
4.3.1 Προσθετικό μοντέλο	51
4.3.2 Μοντέλα βασιζόμενα στις αποκλίσεις	53
4.4 Διασταυρούμενη αποδοτικότητα.....	55
4.4.1 Διασταυρούμενη αποδοτικότητα υπό μεταβλητές αποδόσεων κλίμακας	58
4.5 Μέτρο προσαρμοσμένης αναποτελεσματικότητας εύρους.....	61

Κεφάλαιο 5: Εφαρμογή μεθοδολογίας.....	65
5.1 Εισαγωγή	65
5.2 Δεδομένα μεθοδολογίας.....	66
5.2.1 Αμοιβαία κεφάλαια.....	66
5.2.2 Είσοδοι και έξοδοι	70
5.3 Εφαρμογή του μοντέλου της περιβάλλουσας ανάλυσης δεδομένων.....	75
5.3.1 Αποτελέσματα κατάταξης και αποδοτικότητας των αμοιβαίων κεφαλαίων	78
5.3.2 Επιλογή χαρτοφυλακίου αμοιβαίων κεφαλαίων μέσω του πλαισίου μέσου-διακύμανσης και την διασταυρούμενη αποδοτικότητα.	83
5.4 Εφαρμογή του μοντέλου μέσου διακύμανσης του Markowitz και μέτρων αξιολόγησης	86
5.4.1 Αποτελέσματα αποδοτικών επενδυτικών χαρτοφυλακίων.....	87
5.4.2 Στρατηγική επιλογής βέλτιστων επενδυτικών χαρτοφυλακίων.....	92
5.4 Παρουσίαση και σχολιασμός επιδόσεων επενδυτικών χαρτοφυλακίων και σύγκριση με δείκτη αναφοράς S&P 500.....	96
Κεφάλαιο 6: Συμπεράσματα	99
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ.....	101

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η υιοθέτηση επιστημών όπως η πολυκριτήρια ανάλυση λήψης αποφάσεων (MCDM), έχει γίνει ένα απαραίτητο εργαλείο στην σημερινή εποχή λαμβάνοντας υπόψιν τον μεγάλο όγκο πληροφοριών που μπορεί να έχει κάποιος πρόσβαση αλλά και την πολυπλοκότητα που αντιμετωπίζουμε στα σημερινά χρηματοοικονομικά προβλήματα. Οι επενδυτές στην σύγχρονη χρηματοοικονομική αγορά χρησιμοποιούν μεθόδους και πρακτικές βελτιστοποίησης αλλά και πολυκριτήριας ανάλυσης έτσι ώστε να καταφέρουν επιτυχημένα αποτελέσματα. Οι επιλογές που μπορεί να έχουν είναι αμέτρητες και χρειάζονται εργαλεία και τεχνικές με σκοπό την βέλτιστη απόφαση που μπορούν να πάρουν με βάση τα δικά τους κριτήρια για να τους οδηγήσει στο καλύτερο αποτέλεσμα.

Η μεθοδολογία που εφαρμόζεται στην παρούσα διπλωματική χρησιμοποιεί ως κύρια εργαλεία δύο διαφορετικές επιστήμες. Την επιστήμη της επιχειρησιακής έρευνας μέσω μεθόδων πολυκριτήριας ανάλυσης αποφάσεων και την επιστήμη της χρηματοοικονομικής μηχανικής μέσω μεθόδων βελτιστοποίησης. Πιο συγκεκριμένα το μοντέλο πολυκριτήριας ανάλυσης που παρουσιάζεται βασίζεται στην περιβάλλουσα ανάλυση δεδομένων (Data Envelopment Analysis – DEA), ενώ το μοντέλο βελτιστοποίησης βασίζεται στην θεωρία διαχείρισης χαρτοφυλακίου όπως εκείνη που εισήχθη υπό του Harry Markowitz το 1952 (Portfolio Selection). Τα μοντέλα αυτά υλοποιούνται σε δεδομένα που αφορούν Αμερικάνικα αμοιβαία κεφάλαια με σκοπό την αξιολόγηση αμοιβαίων κεφαλαίων και στην συνέχεια την επιλογή αυτών, καθώς και την κατασκευή επενδυτικών χαρτοφυλακίων. Για την επιλογή επενδυτικού χαρτοφυλακίου χρησιμοποιούνται στρατηγικές χρηματοοικονομικών δεικτών που ερμηνεύουν τον κίνδυνο και την απόδοση ενός επενδυτικού χαρτοφυλακίου. Με την χρήση της Python στον περιβάλλον του Jupyter προγραμματίζονται τα μοντέλα αυτά αναλύοντας δεδομένα ιστορικής περιόδους πέντε ετών από το 2016 έως το 2021.

Κεφάλαιο 1: Εισαγωγή

1.1 Στόχος και αντικείμενο της διπλωματικής εργασίας

Στόχος της παρούσας διπλωματικής εργασίας είναι η αξιολόγηση, η επιλογή, η κατασκευή, η σύνθεση και η σύγκριση βέλτιστων επενδυτικών χαρτοφυλακίων με σκοπό την ανάπτυξη και εφαρμογή προχωρημένων μοντέλων πολυκριτήριας ανάλυσης που ενσωματώνουν τεχνικές βελτιστοποίησης χαρτοφυλακίου. Αναλύεται η αποδοτικότητα και η μεθοδολογία δημιουργίας των επενδυτικών χαρτοφυλακίων μέσω αυτών των τεχνικών έτσι ώστε να βελτιστοποιήσουν τα αποτελέσματα τους επιλέγοντας τα κατάλληλα αμοιβαία κεφάλαια και επενδυτικά χαρτοφυλάκια. Η εργασία στοχεύει να αξιολογήσει τις μεθοδολογίες αυτές και να παρουσιάσει πως η ενσωμάτωση της πολυκριτήριας ανάλυσης και βελτιστοποίησης παρέχουν μια πιο αξιόπιστη στρατηγική συγκρίνοντας τα θεωρητικά αναμενόμενα βέλτιστα χαρτοφυλάκια με τα πραγματικά αποτελέσματα για να προσδιοριστεί η αξιοπιστία και η σωστή λειτουργία των μοντέλων αυτών σε επενδυτικές στρατηγικές που ανταποκρίνονται σε αληθινές συνθήκες και μεταβολές της παγκόσμιας χρηματοοικονομικής αγοράς

Αντικείμενο της παρούσας διπλωματικής αποτελεί η χρήση βιβλιοθηκών που παρέχονται μέσω της Python για την επίλυση γραμμικών και τετραγωνικών προβλημάτων βελτιστοποίησης. Επίσης χρησιμοποιούνται υπολογιστικά πακέτα βιβλιοθηκών για τον υπολογισμό των αποδόσεων και των διακυμάνσεων. Πιο συγκεκριμένα ενσωματώνονται προγράμματα προερχόμενα από το Spicy.Optimize, GurobiPy, και Pyrfort σε κατάλληλο υπολογιστικό κώδικα για την υλοποίηση εύρεσης αξιολόγησης αμοιβαίων κεφαλαίων, κατασκευή αλλά και εύρεση βέλτιστων επενδυτικών χαρτοφυλακίων.

1.2 Συμβολή διπλωματικής εργασίας

Η μελέτη μεθοδολογιών σύγχρονων χρηματοοικονομικών μοντέλων επιλογής, κατασκευής και σύνθεσης χαρτοφυλακίου είναι πλέον ένα από τα πιο περίπλοκα και απαιτητικά επιστημονικά πεδία. Οι συνθήκες της χρηματοοικονομικής αγοράς γίνονται ολοένα πιο ανταγωνίστηκες, απρόβλεπτες και αυξάνουν συνεχώς τα προϊόντα και υπηρεσίες στους πελάτες που καθιστούν την απόφαση επένδυσης πιο δύσκολη ακόμα και για έναν επαγγελματία επενδυτή. Στηριζόμενη σε αυτή την αναγκαιότητα, υλοποιήθηκε μια σειρά προγραμματιστικών κωδίκων που εξυπηρετούν στο να περιορίσουν τις επιλογές και να επικεντρωθούν στις καλύτερες με την βοήθεια μοντέλων πολυκριτήριας ανάλυσης. Επίσης, υπολογίζεται στο πως πρέπει να κατανεμηθεί το επενδυτικό κεφάλαιο για την μέγιστη δυνατή απόδοση αλλά και αξιολογείται με σκοπό την κατεύθυνση σε πολύτιμα συμπεράσματα για τα μαθηματικά μοντέλα εύρεσης βέλτιστου επενδυτικού χαρτοφυλακίου στα οποία βασίστηκαν οι κώδικες.

1.3 Δομή της διπλωματικής εργασίας

1^ο Κεφάλαιο: Γίνεται μια εισαγωγή στους στόχους και το αντικείμενο της παρούσας διπλωματικής μαζί με την συμβολή, καθώς και το περιεχόμενο που θα παρουσιαστεί σε κάθε κεφάλαιο.

2^ο Κεφάλαιο: Αναλύεται η λειτουργία και η δομή των αμοιβαίων κεφαλαίων. Παρουσιάζονται βασικά χαρακτηριστικά μαζί με στατιστικά στοιχεία τύπων αμοιβαίων κεφαλαίων σε Αμερική και Ευρώπη.

3^ο Κεφάλαιο: Παρουσιάζεται η θεωρία χαρτοφυλακίου αναλύοντας και ερμηνεύοντας τους όρους απόδοση και κίνδυνος χρεογράφων και χαρτοφυλακίων. Γίνεται αναφορά στην διαφοροποίηση και το αποδοτικό μέτωπο χαρτοφυλακίων. Στην συνέχεια παρουσιάζεται το μοντέλο μέσου διακύμανσης και τέλος αναφέρονται μέτρα αξιολόγησης χρεογράφων και επενδυτικών χαρτοφυλακίων για την επιλογή αυτών.

4^ο Κεφάλαιο: Περιλαμβάνει αρχές και βασικές έννοιες της περιβάλλουσας ανάλυσης δεδομένων εμβαθύνοντας στα πρώτα μοντέλα που παρουσιάστηκαν μαζί με την χρησιμότητα και την λειτουργικότητα τους. Διευκρινίζονται οι διαφορές μεταξύ τους και παρατίθενται παραδοχές που προθέτονται στα μοντέλα για την επίλυση προβλημάτων που εμφανίζουν με αποτέλεσμα την εξαγωγή αξιόπιστων αποτελεσμάτων.

5^ο Κεφάλαιο: Αναλύεται η χρονική σειρά και η μεθοδολογία που εφαρμόστηκε για την αξιολόγηση αμοιβαίων κεφαλαίων και την κατασκευή βέλτιστων επενδυτικών χαρτοφυλακίων. Παρουσιάζονται τα αποτελέσματα των μοντέλων που υλοποιήθηκαν και εξάγονται συμπεράσματα για την ορθότητα των αποτελεσμάτων.

Κεφάλαιο 2: Βασικά χαρακτηριστικά αμοιβαίων κεφαλαίων

Οι επιλογές που υπάρχουν πλέον για τους επενδυτές στις σύγχρονες χρηματοοικονομικές αγορές είναι αμέτρητες. Επομένως, οι επενδυτές προσπαθούν να απορρίψουν όσες περισσότερες μπορούν και να εστιάσουν σε εκείνες που θα τους αποφέρουν την μέγιστη δυνατή απόδοση ελαχιστοποιώντας τον κίνδυνο. Για να καταφέρει κάποιος να ελαχιστοποιήσει τον κίνδυνο μπορεί να δημιουργήσει ένα χαρτοφυλάκιο που θα περιέχει σε αυτό ποικιλία περιουσιακών στοιχείων. Τα περιουσιακά στοιχεία μπορεί να είναι μετοχές, ομόλογα, αμοιβαία κεφάλαια, εμπορεύματα (commodities), επενδυτικά κεφάλαια ακινήτων (REITs), χρηματοοικονομικά παράγωγα (options ή futures) ή ακόμα και τραπεζικές καταθέσεις που προσφέρουν χαμηλό κίνδυνο και εύκολη πρόσβαση. Ένας απλός επενδυτής δεν μπορεί να διαχειριστεί εύκολα και να αξιολογήσει το μεγάλο πλήθος περιουσιακών στοιχείων στα οποία μπορεί να επενδύσει. Επίσης, ο χρόνος που χρειάζεται κάποιος να διαθέσει είναι αρκετός. Για αυτό τον λόγο υπάρχουν, τα αμοιβαία κεφάλαια στα οποία επαγγελματίες διαχειριστές χαρτοφυλακίων δίνουν τη δυνατότητα επένδυσης σε χαρτοφυλάκια με ποικιλία περιουσιακών στοιχείων.

2.1 Λειτουργία αμοιβαίων κεφαλαίων

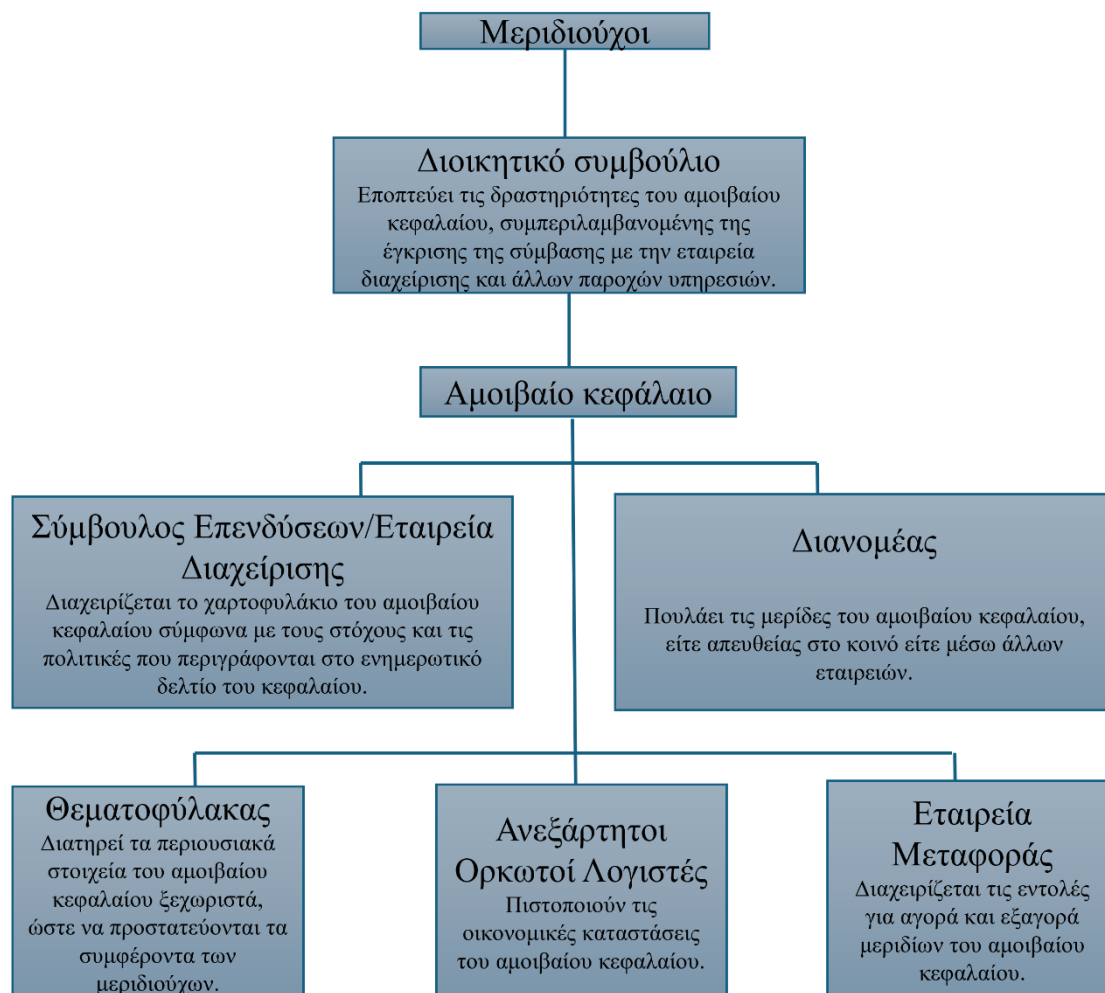
Ένα αμοιβαίο κεφάλαιο (ΑΚ) είναι μια επενδυτική εταιρεία, η οποία συγκεντρώνει κεφάλαια από πολλούς επενδυτές τα οποία επενδύονται σε μετοχές, ομόλογα, καταθετικά προϊόντα, άλλες αξίες ή περιουσιακά στοιχεία, ή κάποιο συνδυασμό αυτών των επενδύσεων. Κάθε μερίδιο ενός ΑΚ αντιπροσωπεύει την αναλογική συμμετοχή ενός επενδυτή στο χαρτοφυλάκιο του ΑΚ και το εισόδημα που παράγει το χαρτοφυλάκιο. Η αξία των μεριδίων των ΑΚ αποτιμάται καθημερινά. Αυτή η τιμή—η αξία ανά μερίδιο των περιουσιακών στοιχείων του αμοιβαίου κεφαλαίου μείον τις υποχρεώσεις του—ονομάζεται καθαρή αξία ενεργητικού (ΚΑΕ, net asset value). Τα αμοιβαία κεφάλαια πρέπει να πωλούν και να εξαγοράζουν τα μερίδια τους στην ΚΑΕ που υπολογίζεται μετά την τοποθέτηση μιας παραγγελίας αγοράς ή εξαγοράς από τον επενδυτή. Αυτό σημαίνει ότι, όταν ένας επενδυτής τοποθετεί μια παραγγελία αγοράς για μερίδια αμοιβαίου κεφαλαίου κατά τη διάρκεια της ημέρας, ο επενδυτής δεν θα γνωρίζει ποια είναι η τιμή αγοράς μέχρι να υπολογιστεί η επόμενη ΚΑΕ (U.S. Securities and Exchange Commission, 2016).

Υπάρχουν τρεις βασικοί τύποι επενδυτικών εταιρειών:

1. Ανοικτού τύπου επενδυτικές εταιρείες (Open-end investment companies ή Open-end funds): Αυτές που πωλούν μερίδια σε συνεχή βάση, τα οποία αγοράζονται και εξαγοράζονται από το ίδιο το ταμείο ή μέσω ενός μεσάζοντα του ταμείου. Τα αμοιβαία κεφάλαια είναι ανοικτού τύπου επενδυτικές εταιρείες.
2. Κλειστού τύπου επενδυτικές εταιρείες (Closed-end investment companies ή Closed-end funds): Αυτές που πωλούν έναν καθορισμένο αριθμό μεριδίων μία φορά (μέσω αρχικής δημόσιας προσφοράς), τα οποία στη συνέχεια τα μερίδια αυτά διαπραγματεύονται σε δευτερογενή αγορά όπως στο χρηματιστήριο σαν μετοχές.

3. Επενδυτικές εταιρείες μονάδων επενδύσεων (Unit Investment Trusts ή UITs): Αυτές που κάνουν μία και μοναδική δημόσια προσφορά συγκεκριμένου, σταθερού αριθμού εξαγοράσιμων τίτλων που ονομάζονται «μονάδες» και διαθέτουν προκαθορισμένη ημερομηνία λήξης, μετά την οποία τερματίζονται.

Δομή αμοιβαίου κεφαλαίου



Σχήμα 2.1: Η οργανωτική δομή ενός Αμοιβαίου Κεφαλαίου (The Investment Company Institute (ICI)).

Μια τυπική οργανωτικής δομή ενός αμοιβαίου κεφαλαίου παρουσιάζεται στο Σχήμα 2.1 και αναλύεται ως εξής:

Διοικητικό συμβούλιο (Board of Directors)

- Εποπτεία επιχειρηματικών υποθέσεων: Το διοικητικό συμβούλιο ενός αμοιβαίου κεφαλαίου έχει την ευθύνη να εποπτεύουν τη διαχείριση των επιχειρηματικών υποθέσεων του κεφαλαίου.
- Άσκηση επιμέλειας: Πρέπει να ασκούν την προσοχή που θα έδειχνε ένα λογικά συνετό άτομο στις δικές του επιχειρηματικές υποθέσεις.

- Κρίση και διαδικασίες: Πρέπει να ασκούν καλή επιχειρηματική κρίση και να θεσπίζουν διαδικασίες για τη λειτουργία του κεφαλαίου.
- Εποπτεία συμβούλων και παροχών υπηρεσιών: Είναι υπεύθυνοι για την εποπτεία και την αξιολόγηση της απόδοσης του επενδυτικού συμβούλου, του διανομέα και άλλων παροχών υπηρεσιών του κεφαλαίου.
- Ανεξαρτησία διοικητικού συμβουλίου: Μια διάταξη του Νόμου 1940 αναφέρει ότι τουλάχιστον το 40% των μελών πρέπει να είναι ανεξάρτητοι από τον επενδυτικό σύμβουλο ή τον διανομέα του κεφαλαίου.
- Προστασία συμφερόντων μεριδιούχων: Τα ανεξάρτητοι μέλη λειτουργούν ως φρουροί των συμφερόντων των μεριδιούχων και επιβλέπουν στενά τον επενδυτικό σύμβουλο και άλλους στενά συνδεδεμένους με το κεφάλαιο.

Μεριδιούχοι (Shareholders)

Όπως οι μέτοχοι άλλων εταιρειών, οι μεριδιούχοι των αμοιβαίων κεφαλαίων διαθέτουν συγκεκριμένα δικαιώματα ψήφου. Αυτά περιλαμβάνουν:

- Εκλογή διευθυντών: Οι μεριδιούχοι μπορούν να ψηφίσουν για την εκλογή του διοικητικού συμβουλίου κατά τις συνεδριάσεις που συγκαλούνται ειδικά για αυτό το σκοπό, εκτός από την πλήρωση κενών θέσεων.
- Έγκριση συμβάσεων συμβούλων: Οποιοσδήποτε ουσιαστικές αλλαγές στους όρους της συμβατικής σχέσης συμβούλου απαιτούν ψήφο των μετόχων.
- Αλλαγές στους επενδυτικούς στόχους: Αν ένα αμοιβαίο κεφάλαιο επιδιώκει να αλλάξει τους επενδυτικούς του στόχους ή τις πολιτικές που θεωρούνται θεμελιώδεις, απαιτείται επίσης έγκριση των μεριδιούχων.

Σύμβουλος επενδύσεων (Investment Adviser/Management Company)

Ο σύμβουλος επενδύσεων έχει κρίσιμη σημασία διότι:

- Επιλογή επενδύσεων: Είναι υπεύθυνος για την επιλογή των επενδυτικών χαρτοφυλακίων σύμφωνα με τους στόχους που αναφέρονται στο ενημερωτικό φυλλάδιο του αμοιβαίου κεφαλαίου.
- Εκτέλεση εντολών: Τοποθετεί εντολές σε μεσίτες και διασφαλίζει την καλύτερη δυνατή εκτέλεση αυτών των εντολών.
- Συμβατικές υποχρεώσεις: Μια γραπτή συμφωνία προσδιορίζει τις υπηρεσίες που πρέπει να παρέχει ο σύμβουλος, οι οποίες συνήθως περιλαμβάνουν μια ετήσια αμοιβή βασισμένη σε ποσοστό των μέσων καθαρών περιουσιακών στοιχείων του ταμείου.

Ανεξάρτητος ορκωτής λογιστής (Independent Accountant)

Ο ανεξάρτητος λογιστής παρέχει απαραίτητες υπηρεσίες, όπως:

- Έλεγχος καταστάσεων : Είναι υπεύθυνος για τον έλεγχο των οικονομικών καταστάσεων του αμοιβαίου κεφαλαίου και την πιστοποίηση της ακρίβειάς τους.
- Αξιοπιστία και διασφάλιση: Ο ρόλος του είναι να διασφαλίσει ότι οι οικονομικές πληροφορίες που παρέχονται στους μετόχους είναι αξιόπιστες και ακριβείς, και λειτουργεί ανεξάρτητα από τη διαχείριση του ταμείου.

Διανομέας (Distributor)

Ο διανομέας είναι υπεύθυνος για:

- Συνεχή προσφορά: Τα περισσότερα αμοιβαία κεφάλαια προσφέρουν συνεχώς νέες μετοχές στο κοινό με βάση τις τρέχουσες αξίες των περιουσιακών τους στοιχείων συν τυχόν εφαρμοστέες χρεώσεις.
- Συμμόρφωση με κανονισμούς: Οι διανομείς ρυθμίζονται ως μεσίτες και πρέπει να τηρούν τους κανόνες που διέπουν τις πρακτικές πωλήσεων αμοιβαίων κεφαλαίων.

Θεματοφύλακας (Custodian)

Οι θεματοφύλακες είναι κρίσιμοι για:

- Προστασία περιουσιακών στοιχείων: Υποχρεούνται από το νόμο να προστατεύουν τα χαρτοφυλάκια του ταμείου, συνήθως χρησιμοποιώντας εξειδικευμένους τραπεζικούς θεματοφύλακες.
- Διαχωρισμός περιουσιακών στοιχείων: Η Securities and Exchange Commission (SEC) απαιτεί από τους θεματοφύλακες να διαχωρίζουν τα περιουσιακά στοιχεία του αμοιβαίου κεφαλαίου από άλλα τραπεζικά περιουσιακά στοιχεία για να διασφαλίσουν την ασφάλεια και τη συμμόρφωση.

Εταιρεία μεταφοράς (Transfer Agent)

Οι εταιρείες μεταφοράς διαχειρίζονται κρίσιμες διαδικασίες καταγραφής:

- Μητρώα μεριδιούχων: Διατηρούν αρχεία μεριδίων, υπολογίζουν μερίσματα και προετοιμάζουν δηλώσεις λογαριασμών.
- Εξυπηρέτηση πελατών: Διαχειρίζονται επίσης ερωτήσεις πελατών και επιβεβαιώσεις συναλλαγών.

2.2 Κατηγορίες αμοιβαίων κεφαλαίων

Τα αμοιβαία κεφάλαια ταξινομούνται με βάση την επενδυτική τους πολιτική και τον τρόπο που επιθυμούν να σταθμίζουν τις επιμέρους κινητές αξίες που αποτελούν το χαρτοφυλάκιο τους. Οι τύποι Αμερικάνικων αμοιβαίων κεφαλαίων που υπάρχουν με βάση την επιτροπή κεφαλαιαγοράς των Ηνωμένων Πολιτειών (U.S. Securities and Exchange Commission, 2016) είναι:

Μετοχικά αμοιβαία κεφάλαια

Τα μετοχικά αμοιβαία κεφάλαια επενδύουν κυρίως σε μετοχές, αν και, κατά την κρίση

του διαχειριστή χαρτοφυλακίου, μπορούν επίσης να κατέχουν ομόλογα ή άλλους τύπους τίτλων. Τα μετοχικά κεφάλαια συνήθως διατηρούν μεταξύ 4% και 5% του συνολικού ενεργητικού σε τίτλους χρηματαγοράς για να παρέχουν τη ρευστότητα που απαιτείται για την κάλυψη ενδεχόμενων εξαγορών μεριδίων. Τα μετοχικά κεφάλαια ταξινομούνται παραδοσιακά με βάση την έμφαση που δίνουν στην κεφαλαιακή ανατίμηση σε σχέση με το τρέχον εισόδημα. Έτσι, τα κεφάλαια εισοδήματος τείνουν να κατέχουν μετοχές εταιρειών με σταθερά υψηλές αποδόσεις μερισμάτων. Τα κεφάλαια ανάπτυξης είναι διατεθειμένα να θυσιάσουν το τρέχον εισόδημα, επικεντρώνοντας αντ' αυτού στις προοπτικές κεφαλαιακών κερδών. Αν και η ταξινόμηση αυτών των κεφαλαίων γίνεται με όρους εισοδήματος έναντι κεφαλαιακών κερδών, στην πράξη η πιο σχετική διάκριση αφορά το επίπεδο κινδύνου που αναλαμβάνουν αυτά τα κεφάλαια. Οι μετοχές ανάπτυξης, και συνεπώς τα κεφάλαια ανάπτυξης, είναι συνήθως πιο επικίνδυνες και ανταποκρίνονται πιο δραματικά στις αλλαγές στις οικονομικές συνθήκες από ό,τι τα κεφάλαια εισοδήματος.

Ομολογιακά αμοιβαία κεφάλαια

Όπως υποδηλώνει το όνομά τους, αυτά τα κεφάλαια ειδικεύονται επενδύσεις σταθερού εισοδήματος. Ωστόσο, υπάρχει αρκετός χώρος για περαιτέρω εξειδίκευση εντός αυτού του τομέα. Για παράδειγμα, διάφορα κεφάλαια επικεντρώνονται σε εταιρικά ομόλογα και κρατικά ομόλογα. Πολλά κεφάλαια εξειδικεύονται επίσης ως προς τη διάρκεια, από βραχυπρόθεσμα έως μεσοπρόθεσμα και μακροπρόθεσμα, ή ως προς τον πιστωτικό κίνδυνο του εκδότη, από πολύ ασφαλή έως υψηλής απόδοσης, ή «σκουπίδια», ομόλογα. Τα ομολογιακά κεφάλαια μπορεί να παρουσιάζουν σημαντικές διακυμάνσεις στους κινδύνους και τις αποδόσεις τους. Κάποιοι από τους κινδύνους που συνδέονται με τα ομολογιακά κεφάλαια περιλαμβάνουν:

- Κίνδυνος πιστοληπτικής ικανότητας: Η πιθανότητα οι εταιρείες ή άλλοι εκδότες των ομολόγων που κατέχει το κεφάλαιο να μην μπορούν να αποπληρώσουν τα χρέη τους (συμπεριλαμβανομένων των οφειλών προς τους κατόχους των ομολόγων). Ο κίνδυνος πιστοληπτικής ικανότητας είναι μικρότερος για ομολογιακά κεφάλαια που επενδύουν σε ασφαλισμένα ομόλογα ή ομόλογα του Αμερικανικού δημοσίου. Αντίθετα, τα κεφάλαια που επενδύουν σε ομόλογα εταιρειών με χαμηλές πιστοληπτικές αξιολογήσεις είναι γενικά πιο εκτεθειμένα σε υψηλότερο κίνδυνο.
- Κίνδυνος επιτοκίων: Ο κίνδυνος η αγοραία αξία των ομολόγων να μειωθεί όταν τα επιτόκια αυξηθούν. Εξαιτίας αυτού, ένας επενδυτής μπορεί να χάσει χρήματα σε οποιοδήποτε ομολογιακό κεφάλαιο, ακόμα και σε εκείνα που επενδύουν αποκλειστικά σε ασφαλισμένα ομόλογα ή ομόλογα του Αμερικανικού δημοσίου. Τα κεφάλαια που επενδύουν σε μακροπρόθεσμα ομόλογα συνήθως έχουν υψηλότερο κίνδυνο επιτοκίων.
- Κίνδυνος πρόωρης εξόφλησης :Η πιθανότητα ένα ομόλογο να εξοφληθεί πρόωρα. Για παράδειγμα, εάν τα επιτόκια μειωθούν, ο εκδότης ενός ομολόγου μπορεί να αποφασίσει να αποπληρώσει το χρέος του νωρίτερα και να εκδώσει νέα ομόλογα με χαμηλότερο επιτόκιο. Σε αυτή την περίπτωση, το κεφάλαιο μπορεί να μην είναι σε θέση να επανεπενδύσει τα έσοδα σε μια επένδυση με εξίσου υψηλή απόδοση.

Μικτά αμοιβαία κεφάλαια

Ορισμένα κεφάλαια είναι σχεδιασμένα να είναι κατάλληλα για ολόκληρο το επενδυτικό χαρτοφυλάκιο ενός ατόμου. Αυτά τα μικτά κεφάλαια κατέχουν τόσο μετοχές όσο και ομόλογα σε σχετικά σταθερές αναλογίες. Τα κεφάλαια κύκλου ζωής είναι μικτά κεφάλαια στα οποία το μείγμα στοιχείων ενεργητικού μπορεί να κυμαίνεται από επιθετικό (που απευθύνεται κυρίως σε νεότερους επενδυτές) έως συντηρητικό (για μεγαλύτερους επενδυτές). Τα κεφάλαια κύκλου ζωής στατικής κατανομής διατηρούν μια σταθερή κατανομή μεταξύ μετοχών και ομολόγων, ενώ τα κεφάλαια στοχευμένης ωρίμανσης γίνονται σταδιακά πιο συντηρητικά καθώς ο επενδυτής μεγαλώνει. Πολλά μικτά κεφάλαια είναι στην πραγματικότητα κεφάλαια κεφαλαίων. Αυτά είναι αμοιβαία κεφάλαια που επενδύουν κυρίως σε μερίδια άλλων αμοιβαίων κεφαλαίων. Τα μικτά κεφάλαια κεφαλαίων επενδύουν σε μετοχικά και ομολογιακά κεφάλαια σε αναλογίες που ανταποκρίνονται στους επενδυτικούς τους στόχους.

Εναλλακτικά αμοιβαία κεφάλαια

Τα εναλλακτικά κεφάλαια είναι κεφάλαια που επενδύουν σε εναλλακτικές επενδύσεις, όπως μη παραδοσιακές κατηγορίες περιουσιακών στοιχείων (π.χ. παγκόσμια ακίνητα ή νομίσματα) και μη ρευστοποιήσιμα περιουσιακά στοιχεία (π.χ. ιδιωτικό χρέος) ή/και εφαρμόζουν μη παραδοσιακές στρατηγικές συναλλαγών (π.χ. ανοικτές πωλήσεις). Αυτά τα κεφάλαια αποκαλούνται μερικές φορές «hedge funds για το ευρύ κοινό», επειδή παρέχουν τη δυνατότητα πρόσβασης σε στρατηγικές τύπου αντιστάθμισης κινδύνου μέσω ενός ρυθμιζόμενου κεφαλαίου. Γενικά, αυτά τα κεφάλαια επιδιώκουν να αποφέρουν θετικές αποδόσεις που δεν συνδέονται στενά με παραδοσιακές επενδύσεις ή δείκτες αναφοράς. Πολλοί επενδυτές τα βλέπουν ως έναν τρόπο διαφοροποίησης των χαρτοφυλακίων τους, ενώ διατηρούν ρευστότητα. Οι κίνδυνοι που σχετίζονται με αυτές τις επενδύσεις ποικίλλουν ανάλογα με τα περιουσιακά στοιχεία και τις στρατηγικές συναλλαγών που χρησιμοποιούνται. Αυτά τα κεφάλαια μπορεί να εφαρμόζουν πολύπλοκες επενδυτικές στρατηγικές, και οι αμοιβές και τα έξοδά τους είναι συνήθως υψηλότερα από εκείνα των παραδοσιακά διαχειριζόμενων κεφαλαίων. Επιπλέον, αυτού του είδους τα κεφάλαια έχουν γενικά περιορισμένο ιστορικό απόδοσης, και είναι αβέβαιο πώς θα αποδώσουν σε περιόδους πίεσης στις αγορές.

Χρηματαγοράς αμοιβαία κεφάλαια

Τα κεφάλαια χρηματαγοράς είναι ένας τύπος αμοιβαίου κεφαλαίου που έχει σχετικά χαμηλούς κινδύνους σε σύγκριση με άλλα αμοιβαία κεφάλαια. Σύμφωνα με τη νομοθεσία, μπορούν να επενδύουν μόνο σε ορισμένες υψηλής ποιότητας, βραχυπρόθεσμες επενδύσεις που εκδίδονται από την κυβέρνηση των Η.Π.Α., εταιρείες των Η.Π.Α., και κρατικές και τοπικές κυβερνήσεις. Τα κυβερνητικά και τα λιανικά κεφάλαια χρηματαγοράς προσπαθούν να διατηρούν την καθαρή αξία ενεργητικού τους σταθερή στο ένα δολάριο ανά μερίδιο, αλλά δεν μπορεί να πέσει κάτω από ένα δολάριο εάν οι επενδύσεις του κεφαλαίου αποδώσουν άσχημα. Οι απώλειες για τους επενδυτές είναι σπάνιες, αλλά είναι δυνατές. Υπάρχουν διαφορετικοί τύποι κεφαλαίων χρηματαγοράς, καθένας από τους οποίους έχει ιδιαίτερα χαρακτηριστικά:

- Κυβερνητικό κεφάλαιο χρηματαγοράς: Πρόκειται για ένα κεφάλαιο

χρηματαγοράς που επενδύει το 99,5% ή περισσότερο του συνολικού ενεργητικού του σε μετρητά, κρατικούς τίτλους και/ή συμφωνίες επαναγοράς που εξασφαλίζονται αποκλειστικά από κρατικούς τίτλους ή μετρητά.

- **Λιανικό κεφάλαιο χρηματαγοράς:** Είναι ένα κεφάλαιο χρηματαγοράς που διαθέτει πολιτικές και διαδικασίες σχεδιασμένες για να περιορίσουν όλους τους ευεργετικούς ιδιοκτήτες του κεφαλαίου χρηματαγοράς σε φυσικά πρόσωπα.

Άλλα κεφάλαια χρηματαγοράς, ωστόσο, έχουν κυμαινόμενη καθαρή αξία ενεργητικού, όπως τα άλλα αμοιβαία κεφάλαια, το οποίο διακυμαίνεται ανάλογα με τις αλλαγές στην αγοραία αξία των τίτλων του χαρτοφυλακίου τους. Όλα τα κεφάλαια χρηματαγοράς πληρώνουν μερίσματα που γενικά αντικατοπτρίζουν τα βραχυπρόθεσμα επιτόκια, και ιστορικά οι αποδόσεις των κεφαλαίων χρηματαγοράς είναι χαμηλότερες από εκείνες των ομολογιακών ή μετοχικών κεφαλαίων. Ένας κίνδυνος που συνδέεται συχνά με τα κεφάλαια χρηματαγοράς είναι ο κίνδυνος πληθωρισμού, ο οποίος είναι ο κίνδυνος ότι ο πληθωρισμός θα ξεπεράσει και θα διαβρώσει τις επενδυτικές αποδόσεις με την πάροδο του χρόνου.

Αμοιβαία κεφάλαια δεικτών

Ένα αμοιβαίο κεφάλαιο δείκτη προσπαθεί να αντιστοιχίσει την απόδοση ενός ευρύτερου δείκτη αγοράς. Το κεφάλαιο αγοράζει μετοχές των τίτλων που περιλαμβάνονται σε έναν συγκεκριμένο δείκτη, ανάλογα με την αναλογία εκπροσώπησης κάθε τίτλου στον δείκτη αυτό. Για παράδειγμα, το Vanguard 500 Index Fund είναι ένα αμοιβαίο κεφάλαιο που αναπαράγει τη σύνθεση του δείκτη τιμών μετοχών S&P 500. Επειδή ο δείκτης S&P 500 είναι ένας δείκτης με βάση την αξία, το κεφάλαιο αγοράζει μετοχές σε κάθε εταιρεία του S&P 500, ανάλογα με την αγοραία αξία του συνόλου των μετοχών της εταιρείας. Η επένδυση σε ένα κεφάλαιο δείκτη είναι ένας χαμηλού κόστους τρόπος για μικρούς επενδυτές να ακολουθήσουν μια παθητική επενδυτική στρατηγική, δηλαδή να επενδύσουν χωρίς να ασχοληθούν με την ανάλυση τίτλων.

2.3 Στατιστικά στοιχεία αμοιβαίων κεφαλαίων

Οι επενδυτικές εταιρίες αποτελούν ένα από τα πιο σημαντικά εργαλεία για τη διαχείριση περιουσιακών στοιχείων παγκοσμίως. Με την ανάπτυξη ισχυρών ρυθμιστικών πλαισίων και την αυξημένη εμπιστοσύνη των επενδυτών σε αυτές, αμοιβαία κεφάλαια έχουν καταγράψει εντυπωσιακή ανάπτυξη τα τελευταία χρόνια. Η ανάλυση των στατιστικών στοιχείων αποκαλύπτει τις προτιμήσεις των επενδυτών και τις τάσεις που διαμορφώνουν τη δυναμική της παγκόσμιας αγοράς επενδυτικών κεφαλαίων.

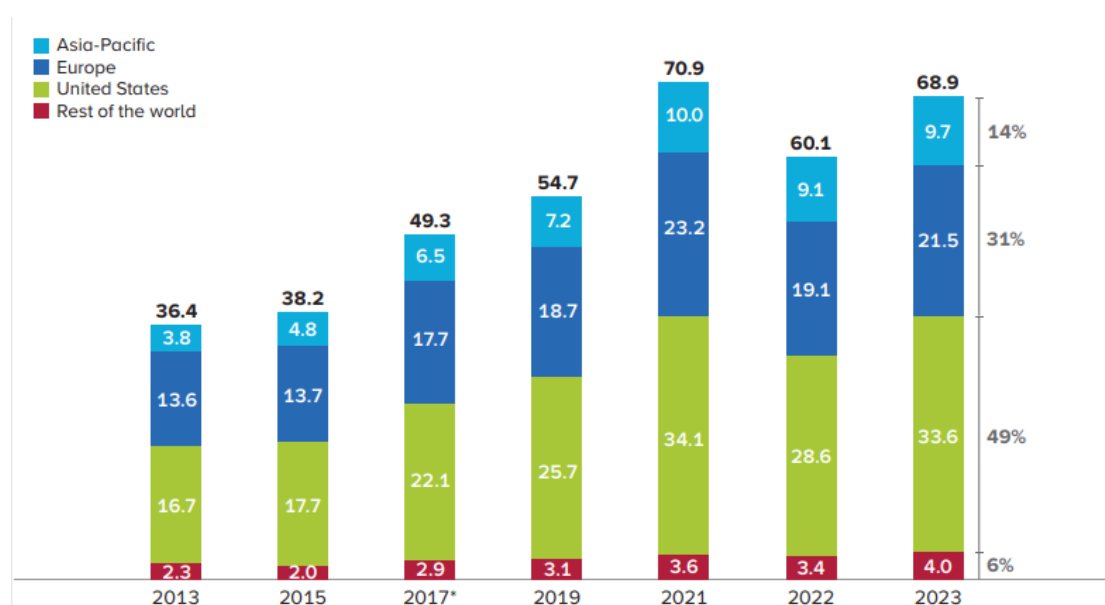
Στην παρουσίαση που ακολουθεί, θα παρουσιαστούν:

- Τα συνολικά καθαρά ενεργητικά και το πλήθος επενδυτικών εταιρειών.
- Η γεωγραφική κατανομή των επενδυτικών κεφαλαίων, με έμφαση στις αγορές των Ηνωμένων Πολιτειών, της Ευρώπης και την Ελλάδα.

Αυτή η ανάλυση θα βοηθήσει να αντιληφθεί καλύτερα η θέση και ο ρόλος των αμοιβαίων κεφαλαίων στην παγκόσμια επενδυτική αγορά.

2.3.1 Παγκόσμια αγορά και ΗΠΑ

Τα συνολικά καθαρά ενεργητικά των ρυθμιζόμενων¹ κεφαλαίων παγκοσμίως παρουσιάζονται στο Σχήμα 2.2 σε τρισεκατομμύρια δολάρια και εμφανίζουν σημαντικές διαφορές ανά γεωγραφική περιοχή. Στο τέλος του 2023, η πλειονότητα των παγκόσμιων καθαρών ενεργητικών σε ρυθμιζόμενα κεφάλαια εξακολουθούσε να βρίσκεται στις Ηνωμένες Πολιτείες (49%) και στην Ευρώπη (31%). Ισχυρά ρυθμιστικά πλαίσια και στις δύο δικαιοδοσίες έχουν συμβάλει στην επιτυχία τους. Το συνολικό καθαρό ενεργητικό παγκοσμίως ανέρχεται στα 68.9 τρισεκατομμύρια δολάρια στο τέλος του 2023.



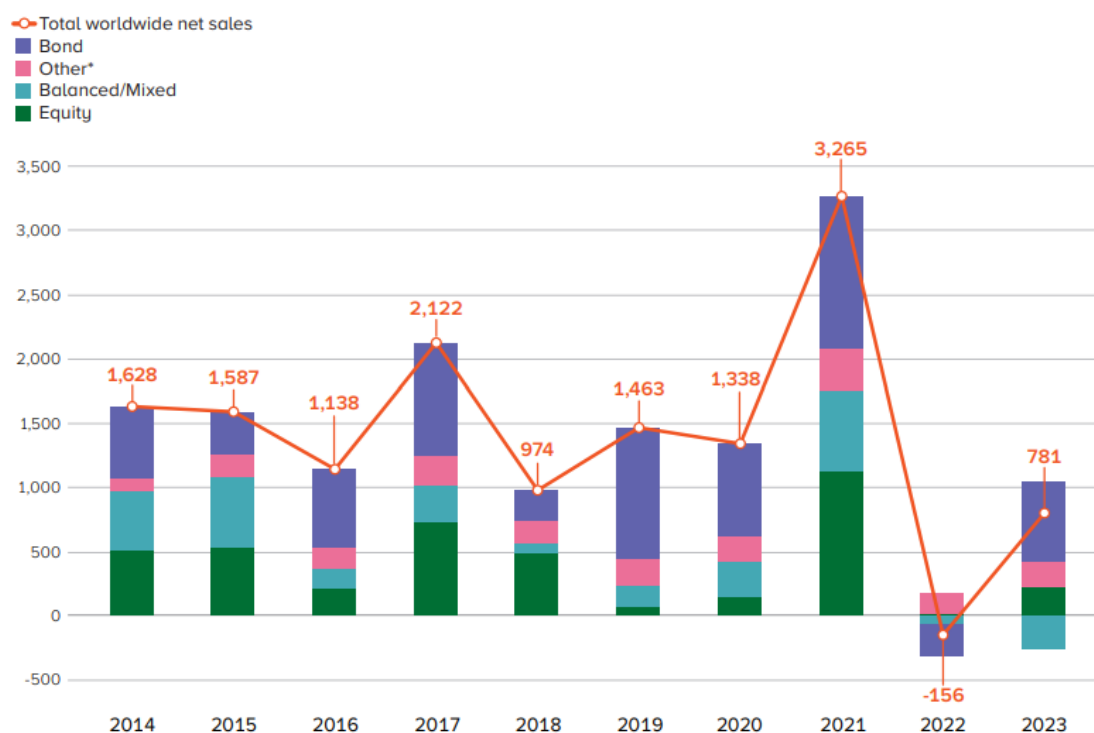
Σχήμα 2.2: Παγκόσμια κατανομή καθαρών ενεργητικών ρυθμιζόμενων κεφαλαίων ανά περιοχή (2013-2023) (ICI, 2024).

Οι καθαρές πωλήσεις ρυθμιζόμενων κεφαλαίων μακροπρόθεσμου χαρακτήρα αναγράφονται σε δισεκατομμύρια δολάρια ετησίως και αυξήθηκαν στις περισσότερες κατηγορίες κεφαλαίων το 2023 σε σύγκριση με το 2022. Για παράδειγμα, οι καθαρές πωλήσεις μετοχικών κεφαλαίων παγκοσμίως αυξήθηκαν από καθαρές εκροές ύψους 2 δισεκατομμυρίων δολαρίων το 2022 σε καθαρές εισροές ύψους 218 δισεκατομμυρίων δολαρίων το 2023 Σχήμα 2.3. Η αύξηση στις καθαρές πωλήσεις πιθανότατα συνδέεται με τη γενική βελτίωση στις παγκόσμιες αγορές μετοχών, καθώς οι καθαρές ροές προς τα μετοχικά κεφάλαια έχουν ιστορικά συσχετιστεί με τις αποδόσεις των παγκόσμιων αγορών μετοχών.

¹ Ως «ρυθμιζόμενα» στις Ηνωμένες Πολιτείες, περιλαμβάνονται όχι μόνο τα κεφάλαια ανοιχτού τύπου, που αποτελούνται από αμοιβαία κεφάλαια και διαπραγματεύσιμα αμοιβαία κεφάλαια, αλλά και τις επενδυτικές εταιρείες μονάδων και τα κεφάλαια κλειστού τύπου. Στην Ευρώπη, τα ρυθμιζόμενα κεφάλαια περιλαμβάνουν τα Οργανισμοί Συλλογικών Επενδύσεων σε Μεταβιβάσιμους Τίτλους (UCITS), όπως τα ETFs, τα κεφάλαια χρηματαγοράς και άλλες κατηγορίες κεφαλαίων που ρυθμίζονται με παρόμοιο τρόπο, καθώς και τα εναλλακτικά επενδυτικά κεφάλαια (Alternative Investment Funds, AIFs), τα οποία είναι ευρύτερα γνωστά ως AIFs.

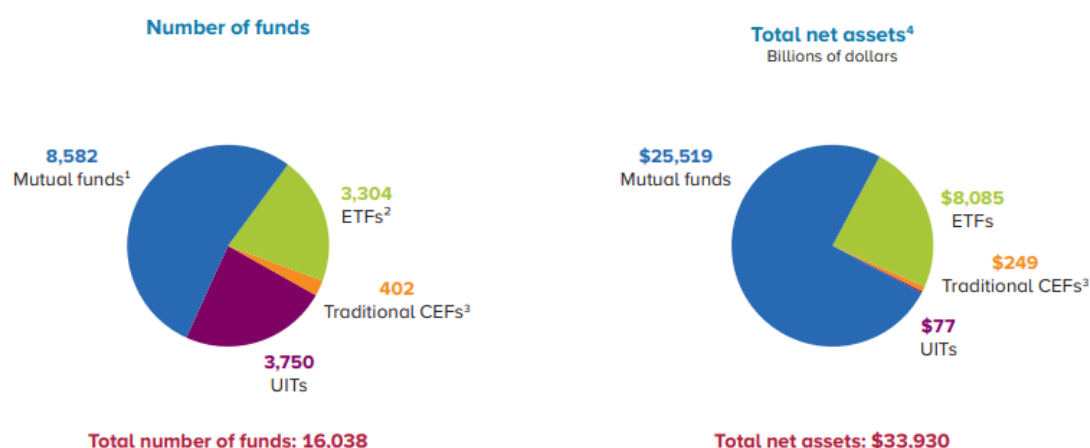
Τα ομολογιακά κεφάλαια σημείωσαν επίσης σημαντική μεταβολή στις καθαρές πωλήσεις, με τις καθαρές εκροές να αντιστρέφονται από 260 δισεκατομμύρια δολάρια το 2022 σε καθαρές εισροές ύψους 631 δισεκατομμυρίων δολαρίων το 2023. Αυτή η αντιστροφή οφείλεται κυρίως στις εξελίξεις γύρω από τον πληθωρισμό και τα επιτόκια. Μετά τον έντονο πληθωρισμό και τα αυξανόμενα επιτόκια του 2022, ο πληθωρισμός γενικά μειώθηκε σε όλο τον κόσμο καθ' όλη τη διάρκεια του 2023, ενώ τα βραχυπρόθεσμα επιτόκια σταθεροποιήθηκαν κατά το δεύτερο εξάμηνο του έτους.

Η πορεία της νομισματικής πολιτικής είναι σημαντική, καθώς όταν τα επιτόκια αυξάνονται, οι τιμές των ομολόγων μειώνονται (και αντίστροφα). Ως εκ τούτου, οι επενδυτές σταθερού εισοδήματος έχουν τη δυνατότητα να επωφεληθούν από πιθανές μειώσεις των επίσημων επιτοκίων. Επιπλέον, όπως συμβαίνει με τις αποδόσεις και τις ροές των μετοχικών κεφαλαίων, οι καθαρές ροές προς τα ομολογιακά κεφάλαια έχουν ιστορικά συσχετιστεί με τις αποδόσεις των ομολόγων.



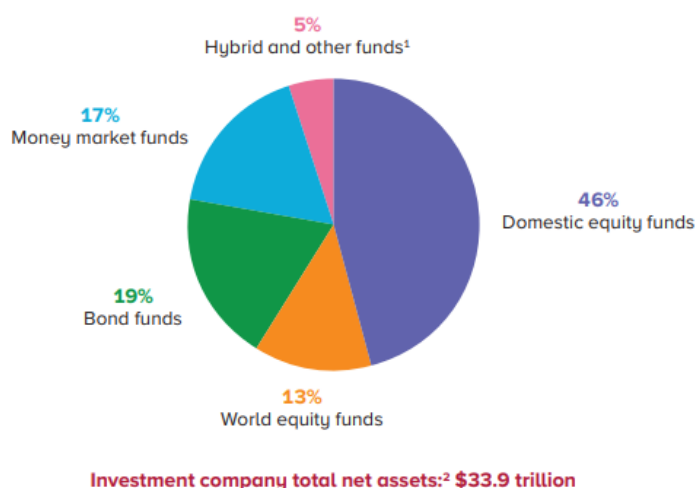
Σχήμα 2.3: Παγκόσμια κατανομή καθαρών ενεργητικών ρυθμιζόμενων κεφαλαίων ανά περιοχή (2013-2023) (ICI, 2024).

Στο τέλος του 2023 υπήρξαν 16.038 εταιρείες επενδύσεων που προσφέρονται από αμερικανικές εταιρείες χρηματοοικονομικών υπηρεσιών όπως εμφανίζεται στο Σχήμα 2.4. Ο συνολικός αριθμός των εταιρειών επενδύσεων είναι μειωμένος σε σχέση με πριν από δέκα χρόνια, καθώς η αύξηση του αριθμού των αμοιβαίων κεφαλαίων διαπραγματεύσιμων στο χρηματιστήριο αντιστάθμισε μόνο εν μέρει τις μειώσεις στον αριθμό των μονάδων επενδυτικών εμπιστοσύνης, των αμοιβαίων κεφαλαίων και των παραδοσιακών κλειστών κεφαλαίων (CEFs). Επίσης η πίτα δεξιά καταγράφει σε δισεκατομμύρια δολάρια το συνολικό καθαρό ενεργητικό διαφόρου τύπου επενδυτικές εταιρείες με τα αμερικάνικα αμοιβαία κεφάλαια να εμφανίζουν το μεγαλύτερο ποσοστό με σχεδόν 26 τρισεκατομμύρια δολάρια.



Σχήμα 2.4: Κατανομή εταιρειών επενδύσεων κατά αριθμό και συνολικά καθαρά περιουσιακά στοιχεία το 2023 (ICI, 2024).

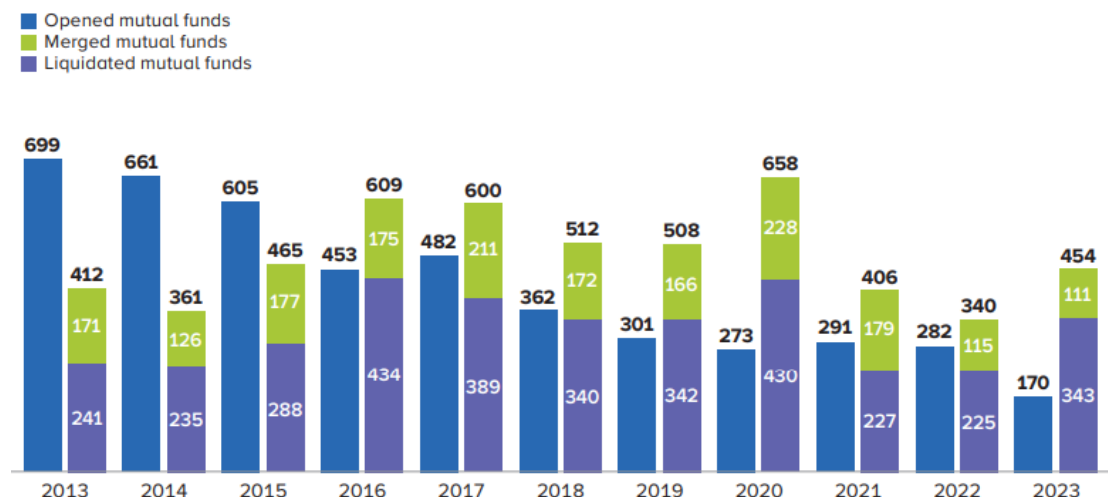
Τα συνολικά καθαρά περιουσιακά στοιχεία των επενδυτικών εταιρειών καταχωρημένων στις ΗΠΑ ήταν συγκεντρωμένα σε μακροπρόθεσμα κεφάλαια, με τα μετοχικά κεφάλαια να κατέχουν μόνα τους 19.9 τρισεκατομμύρια δολάρια—το 59% όλων των συνολικών καθαρών περιουσιακών στοιχείων των επενδυτικών εταιρειών στο τέλος του 2023 Σχήμα 2.5. Τα εγχώρια μετοχικά κεφάλαια (αυτά που επενδύουν κυρίως σε μετοχές αμερικανικών εταιρειών) κατείχαν 15,6 τρισεκατομμύρια δολάρια σε καθαρά περιουσιακά στοιχεία, ενώ τα παγκόσμια μετοχικά κεφάλαια (αυτά που επενδύουν σημαντικά σε μετοχές μη αμερικανικών εταιρειών) αντιπροσώπευαν 4,3 τρισεκατομμύρια δολάρια. Τα ομολογιακά κεφάλαια κατείχαν 6,4 τρισεκατομμύρια δολάρια σε περιουσιακά στοιχεία, ενώ τα κεφάλαια της αγοράς χρήματος, τα υβριδικά κεφάλαια και άλλα κεφάλαια—όπως αυτά που επενδύουν κυρίως σε εμπορεύματα—κατείχαν τα υπόλοιπα 7,6 τρισεκατομμύρια δολάρια.



Σχήμα 2.5: Κατανομή κεφαλαίων εταιρειών επενδύσεων ανά κατηγορία κεφαλαίου το 2023 (ICI, 2024).

Οι επενδυτές αμοιβαίων κεφαλαίων δημιουργούν νέα κεφάλαια για να καλύψουν τη ζήτηση των επενδυτών και συγχωνεύουν ή ρευστοποιούν εκείνα που δεν προσελκύουν

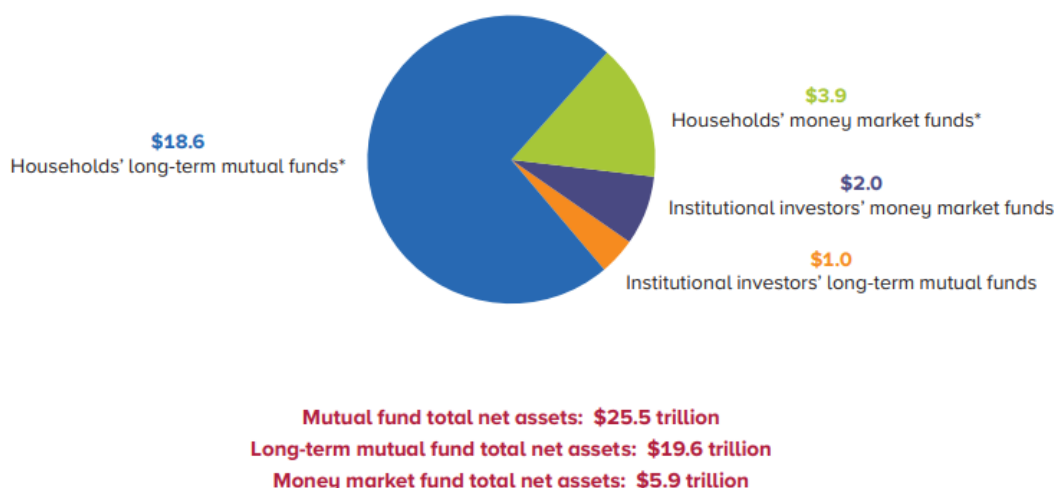
επαρκές ενδιαφέρον από τους επενδυτές. Συνολικά, 170 αμοιβαία κεφάλαια άνοιξαν το 2023, σημειώνοντας σημαντική μείωση σε σχέση με το 2022 Σχήμα 2.6. Η μείωση αυτή οφείλεται κυρίως στη μείωση του αριθμού των νέων μετοχικών κεφαλαίων. Κατά την ίδια περίοδο, ο αριθμός των αμοιβαίων κεφαλαίων που συγχωνεύτηκαν ή ρευστοποιήθηκαν αυξήθηκε κατά 34% φτάνοντας τα 454 κεφάλαια, καθώς οι επενδυτές εξάλειψαν περισσότερα μετοχικά αμοιβαία κεφάλαια από τα χαρτοφυλάκια τους.



Σχήμα 2.6: Καταγραφή αμοιβαίων κεφαλαίων που κατασκευάστηκαν, συγχωνεύτηκαν και ρευστοποιήθηκαν από το 2013 έως το 2023 (ICI, 2024).

Η ζήτηση για αμοιβαία κεφάλαια σχετίζεται εν μέρει με τους τύπους επενδυτών που κατέχουν μετοχές αμοιβαίων κεφαλαίων. Οι λιανικοί επενδυτές (δηλαδή, τα νοικοκυριά) κατείχαν την τεράστια πλειονότητα (88%) των συνολικών καθαρών περιουσιακών στοιχείων των αμοιβαίων κεφαλαίων στις ΗΠΑ, που ανέρχονταν σε 25,5 τρισεκατομμύρια δολάρια στο τέλος του 2023 Σχήμα 2.7. Όταν εξετάζονται μόνο τα μακροπρόθεσμα αμοιβαία κεφάλαια, το ποσοστό των καθαρών περιουσιακών στοιχείων που κατέχουν οι λιανικοί επενδυτές ήταν ακόμη υψηλότερο (95%). Οι λιανικοί επενδυτές κατείχαν επίσης σημαντικά καθαρά περιουσιακά στοιχεία από κεφάλαια χρηματαγοράς τα οποία είναι 3,9 τρισεκατομμύρια δολάρια, αλλά αυτό ήταν ένα σχετικά μικρό ποσοστό (18%) από τα συνολικά καθαρά περιουσιακά στοιχεία των αμοιβαίων κεφαλαίων τους που ανέρχεται στα 22,5 τρισεκατομμύρια δολάρια.

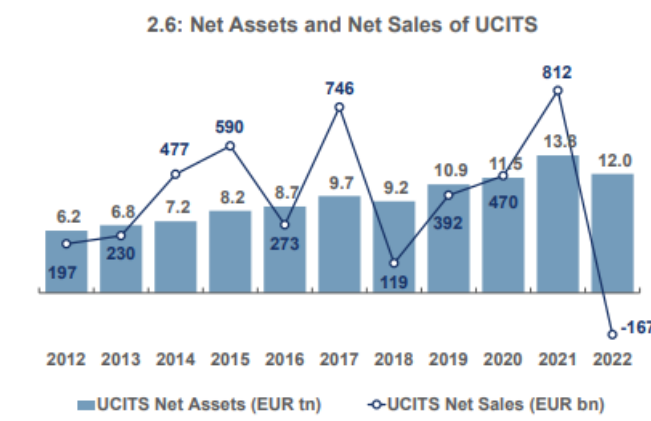
Αντίθετα, οι θεσμικοί επενδυτές, όπως οι μη χρηματοοικονομικές επιχειρήσεις, οι χρηματοοικονομικοί οργανισμοί και οι μη κερδοσκοπικοί οργανισμοί, κατείχαν ένα σχετικά μικρό ποσοστό των καθαρών περιουσιακών στοιχείων των αμοιβαίων κεφαλαίων. Στο τέλος του 2023, οι θεσμικοί επενδυτές κατείχαν το 12% των καθαρών περιουσιακών στοιχείων των αμοιβαίων κεφαλαίων. Η πλειονότητα 66% των τριών τρισεκατομμυρίων που κατείχαν οι θεσμικοί επενδυτές σε αμοιβαία κεφάλαια ήταν σε κεφάλαια χρηματαγοράς, επειδή ένας από τους κύριους λόγους για τους οποίους οι θεσμικοί επενδυτές χρησιμοποιούν αμοιβαία κεφάλαια είναι η διαχείριση των ταμειακών τους υπολοίπων.



Σχήμα 2.7: Κατανομή συνολικών καθαρών περιουσιακών στοιχείων αμοιβαίων κεφαλαίων μεταξύ λιανικών και θεσμικών Επενδυτών το 2023 (ICI, 2024).

2.3.2 Ευρώπη

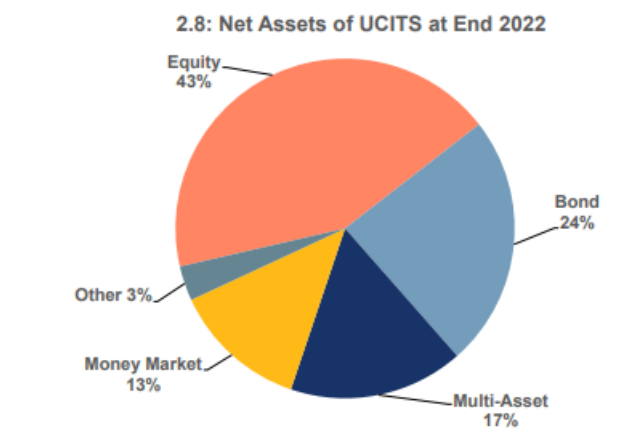
Τα καθαρά περιουσιακά στοιχεία και οι καθαρές πωλήσεις των ευρωπαϊκών αμοιβαίων κεφαλαίων UCITS² παρουσιάζονται στο Σχήμα 2.8. Οι τάσεις στα καθαρά περιουσιακά στοιχεία και τις καθαρές πωλήσεις των UCITS γενικά αντανακλούν την εξέλιξη των χρηματιστηριακών και ομολογιακών αγορών. Οι ισχυρές επιδόσεις των παγκόσμιων κεφαλαιαγορών τείνουν να οδηγούν σε χρόνια με υψηλές καθαρές πωλήσεις κεφαλαίων και ισχυρή ανάπτυξη των καθαρών περιουσιακών στοιχείων, όπως συνέβη το 2017 και το 2021. Το 2022 - μια δύσκολη χρονιά - τόσο οι αγορές ομολόγων όσο και οι αγορές μετοχών σημείωσαν πτώση, με αποτέλεσμα καθαρές εκροές ύψους 167 δισεκατομμυρίων ευρώ, σε έντονη αντίθεση με τις ιστορικά υψηλές καθαρές εισροές 812 δισεκατομμυρίων ευρώ το 2021.



Σχήμα 2.8: Καθαρά περιουσιακά στοιχεία και οι καθαρές πωλήσεις των ευρωπαϊκών αμοιβαίων κεφαλαίων από το 2012 έως το 2022 (EFAMA, 2023).

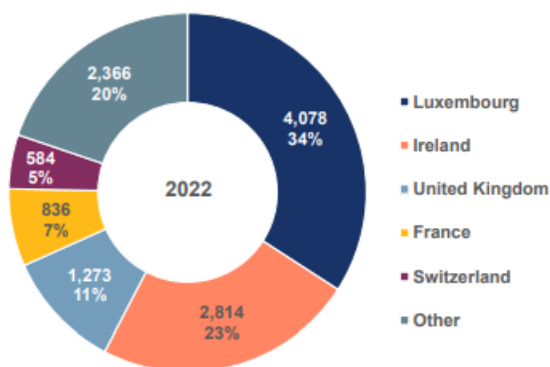
² Τα UCITS (Undertakings for Collective Investment in Transferable Securities) είναι ένα νομικό πλαίσιο της Ευρωπαϊκής Ένωσης που ρυθμίζει τις συλλογικές επενδύσεις σε μεταβιβάσιμα χρηματοοικονομικά μέσα, όπως μετοχές, ομόλογα και άλλα χρηματοπιστωτικά προϊόντα. Τα UCITS παρέχουν στους επενδυτές τη δυνατότητα να επενδύσουν σε διαφοροποιημένα χαρτοφυλάκια μέσω ενός αμοιβαίου κεφαλαίου.

Ανάλυση κατά τύπο UCITS παρουσιάζονται στο Σχήμα 2.9. Τα μετοχικά κεφάλαια κατείχαν το μεγαλύτερο (43%) μερίδιο των περιουσιακών στοιχείων των UCITS στο τέλος του 2022. Τα ομολογιακά κεφάλαια ήταν αμέσως μετά με μερίδιο αγοράς 24%. Τα υβριδικά κεφάλαια (17%) και τα κεφάλαια της αγοράς χρήματος (13%) ήταν στην τρίτη και τέταρτη θέση, αντίστοιχα. Το υπόλοιπο 3% των περιουσιακών στοιχείων ανήκε σε άλλους τύπους UCITS.



Σχήμα 2.9: Ποσοστό ανά τύπο αμοιβαίου κεφαλαίου τέλος 2022 (EFAMA,2023).

Οι πέντε κορυφαίες χώρες καταχώρησης για τα UCITS είναι το Λουξεμβούργο (34%) η οποία ήταν η μεγαλύτερη χώρα καταχώρησης στο τέλος του 2022, ακολουθούμενο από την Ιρλανδία (23%), το Ηνωμένο Βασίλειο (11%), τη Γαλλία (7%) και την Ελβετία (5%). Συνολικά, αυτές οι χώρες κατείχαν το 80% των συνολικών καθαρών περιουσιακών στοιχείων των UCITS το 2022 στην Ευρώπη. Επίσης παρουσιάζεται και το συνολικό καθαρό ενεργητικό ανά χώρα σε δισεκατομμύρια ευρώ.



Σχήμα 2.10: Μερίδιο των κορυφαίων πέντε χωρών στην κατανομή των καθαρών περιουσιακών στοιχείων των αμοιβαίων κεφαλαίων το 2022 (EFAMA,2023).

2.3.3 Ελλάδα

Ο Πίνακας 2.1 παρουσιάζει την κατανομή των ΟΣΕΚΑ³ (Οργανισμών Συλλογικών

³Το αμοιβαίο κεφάλαιο ΟΣΕΚΑ είναι ένας οργανισμός συλλογικών επενδύσεων σε κινητές αξίες όπως ορίζεται από τις διατάξεις του νόμου 4099/2012 και της Οδηγίας 2009/65/ΕΚ. Το αμοιβαίο κεφάλαιο δεν αποτελεί νομικό πρόσωπο, αλλά είναι ομάδα περιουσίας της οποίας τα επιμέρους στοιχεία ανήκουν

Επενδύσεων σε Κινητές Αξίες) ανά διαχειριστική εταιρεία (Α.Ε.Δ.Α.Κ⁴) στην ελληνική αγορά, όπως αυτή διαμορφώθηκε την 1η Ιανουαρίου 2024. Συγκεκριμένα, περιλαμβάνονται ο συνολικός αριθμός των ΟΣΕΚΑ που διαχειρίζεται κάθε εταιρεία, το συνολικό ενεργητικό τους σε ευρώ, καθώς και το μερίδιο αγοράς που αντιστοιχεί σε κάθε εταιρεία. Ο πίνακας καταγράφει τη δραστηριότητα 13 διαχειριστικών εταιρειών, με τα συνολικά στοιχεία να φτάνουν τα 438 ΟΣΕΚΑ, συνολικού ενεργητικού 15,79 δισεκατομμυρίων ευρώ και μερίδιο αγοράς 100%.

Πίνακας 2.1: Ενεργητικό και μερίδιο αγοράς των Α.Ε.Δ.Α.Κ (ΕΘΕ,2024).

A/A	Α.Ε.Δ.Α.Κ	Συν. ΟΣΕΚΑ	Συν. ΟΣΕΚΑ Συνολικό Ενεργητικό σε € την 1/1/2024	Μερίδιο Αγοράς 1/1/2024
1	Optima asset management	12	103.724.413,74	0,66%
2	NN	12	137.307.644,84	0,87%
3	ΑΤΤΙΚΑ WEALTH MANAGEMENT	6	41.814.067,35	0,26%
4	ATHOS ASSET MANAGEMENT	20	45.908.762,08	0,29%
5	ΕΘΝΙΚΗ ASSET MANAGEMENT	50	1.656.129.107,71	10,49%
6	ALPHA ASSET MANAGEMENT	66	3.449.559.611,66	21,85%
7	3K INVESTMENT PARTNERS	14	326.269.062,13	2,07%
8	TRITON ASSET MANAGEMENT	23	359.443.714,63	2,28%
9	ALPHA TRUST	18	364.527.090,41	2,31%
10	ALLIANZ	16	149.340.150,16	0,95%
11	EUROBANK ASSET MANAGEMENT	137	4.180.364.089,25	26,48%
12	ΑΣΦΑΛΙΣΤΙΚΩΝ ΟΡΓΑΝΙΣΜΩΝ	2	1.749.660.298,26	11,08%
13	ΠΕΙΡΑΙΩΣ ASSET MANAGEMENT	62	3.222.776.321,40	20,41%
	ΣΥΝΟΛΑ	438	15.786.824.333,62	100%

Ο Πίνακας 2.2 παρουσιάζει την κατανομή των κατηγοριών αμοιβαίων κεφαλαίων (ΟΣΕΚΑ) ανά εταιρεία διαχείρισης στην ελληνική αγορά.. Για κάθε εταιρεία παρατίθενται τα ποσοστά συμμετοχής της σε κάθε τύπο αμοιβαίου κεφαλαίου, τα οποία αντικατοπτρίζουν τη στρατηγική της κάθε διαχειριστικής εταιρείας στην ελληνική αγορά επενδύσεων. Περιλαμβάνει στοιχεία από 13 επενδυτικές εταιρείες, οι οποίες

εξ αιαιρέτου σε περισσότερους του ενός μεριδιούχους. Οι μεριδιούχοι εκπροσωπούνται ως προς τις έννομες σχέσεις και τα δικαιώματα τους από την εταιρεία διαχείρισης του.

⁴ Οι [Εταιρείες Αμοιβαίων Κεφαλαίων \(Α.Ε.Δ.Α.Κ.\)](#), είναι χρηματοοικονομικές-επενδυτικές εταιρείες που συλλέγουν κεφάλαια από επενδυτές και τα επενδύουν σε διάφορα χρηματοοικονομικά εργαλεία, όπως για παράδειγμα ομόλογα, μετοχές, προθεσμιακές και άλλα στοιχεία ενεργητικού. Ο στόχος των Εταιρειών Αμοιβαίων Κεφαλαίων είναι να διαχειριστούν αυτά τα κεφάλαια με επαγγελματισμό και σύμφωνα με τους κανόνες που επιβάλλει η [Επιτροπή Κεφαλαιαγοράς](#). Παρέχοντας έτσι στους επενδυτές την δυνατότητα να διαφοροποιήσουν το χαρτοφυλάκιο τους και παράλληλα να επιδιώξουν και την μεγιστοποίηση της απόδοσης των χρημάτων τους.

καλύπτουν το σύνολο των μεριδίων αγοράς σε κάθε κατηγορία. Τα δεδομένα αποτυπώνουν τις διαφοροποιήσεις στη διαχείριση χαρτοφυλακίων.

Παρατηρείται ότι υπάρχουν δύο διαφορετικές κατηγορίες ΟΣΕΚΑ σε σχέση με τις κατηγορίες των ΗΠΑ και αυτό οφείλεται στις ρυθμιστικές αρχές της κάθε χώρας, επενδυτικούς παράγοντες και στην αυστηρότητα προστασίας των επενδυτών. Στην Ελλάδα οι κατηγορίες των αμοιβαίων κεφαλαίων καθορίζονται από την Επιτροπή Κεφαλαιαγοράς (ΕΚ) και περιγράφονται στην Απόφαση 6/587/2.6.2011, η οποία τέθηκε σε ισχύ στις 11 Ιουλίου 2011.

Πίνακας 2.2: Κατανομή του ενεργητικού ανά κατηγορία αμοιβαίων κεφαλαίων για κάθε Α.Ε.Δ.Α.Κ τέλος του 2023 (ΕΘΕ,2023).

A/A	Εταιρείες διαχείρισης ΟΣΕΚΑ	Ομόλογα	Μικτά	Μετοχικά	Χρηματαγοράς	Αμοιβαία κεφάλαια κεφαλαίων	Δείκτη	Σύνθετα
1	Optima asset management	36,38%	25,13%	28,09%	-	-	10.40%	-
2	NN	36,24%	5,88%	52,83%	5.05%	-	-	-
3	ATTICA WEALTH MANAGEMENT	30.60%	38.09%	29.09%	-	-	2.22%	-
4	ATHOS ASSET MANAGEMENT	25.03%	39.85%	35.12%	-	-	-	-
5	ΕΘΝΙΚΗ ASSET MANAGEMENT	61,23%	21,91%	10.75%	-	-	6.11%	-
6	ALPHA ASSET MANAGEMENT	33.96%	25.93%	16.71%	1.32%	-	9.94%	11.28%
7	3K INVESTMENT PARTNERS	18.32%	1.52%	80.16%	-	-	-	-
8	TRITON ASSET MANAGEMENT	9,09%	22,01%	50,90%	12.76%	-	5.24%	-
9	ALPHA TRUST	10.27%	36.71%	32.60%	7.69%	-	12.73%	-
10	ALLIANZ	29.60%	26.78%	41.66%	-	-	1.95%	-
11	EUROBANK ASSET MANAGEMENT	38,73%	1,46%	-	10.10%	-	35.51%	6.73%
12	ΑΣΦΑΛΙΣΤΙΚΩΝ ΟΡΓΑΝΙΣΜΩΝ	21,01%	78,99%	-	-	-	-	-
13	ΠΕΙΡΑΙΩΣ ASSET MANAGEMENT	59,68%	5,04%	16.48%	6.82%	-	11.98%	59,68%
	ΜΕΡΙΔΙΑ ΑΓΟΡΑΣ	40,29%	20,30%	14,96%	4,87%	15.14%	0,19%	4,25%

Αμοιβαία κεφάλαια κεφαλαίων

Επενδύουν κυρίως σε μερίδια αμοιβαίων κεφαλαίων και σε μερίδια ή μετοχές ΟΣΕΚΑ ή άλλων οργανισμών συλλογικών επενδύσεων. Τα αμοιβαία κεφάλαια αυτής της κατηγορίας επιτυγχάνουν σημαντικά επίπεδα διαφοροποίησης η οποία όπως και η απόδοση τους επηρεάζονται από τον επενδυτικό σκοπό που εξυπηρετεί το κάθε αμοιβαίο κεφάλαιο.

Σύνθετα αμοιβαία κεφάλαια

Εφαρμόζουν διαχείριση που αποσκοπεί, βάση μαθηματικού τύπου, στην επίτευξη προκαθορισμένης απόδοσης κατά τη λήξη τους, διακρατώντας καθ' όλη τη διάρκεια τους τα στοιχεία του ενεργητικού που απαιτούνται για την επίτευξη του στόχου τους. Η προκαθορισμένη απόδοσή τους, αναφέρεται σε ορισμένο αριθμό σεναρίων, τα οποία βασίζονται στη αξία των υποκείμενων στοιχείων και προσφέρουν στους μεριδιούχους διαφορετικές αποδόσεις ανά σενάριο. Καθ' όλη τη διάρκεια του αμοιβαίου κεφαλαίου οι μεριδιούχοι δεν επιτρέπεται να είναι εκτεθειμένοι σε περισσότερα του ενός 12 σεναρίου απόδοσης. Τα σενάρια απόδοσης ισχύουν στη λήξη τους, και ως εκ τούτου, όσοι μεριδιούχοι ζητήσουν την εξαγορά του μεριδίου τους πριν τη λήξη του αμοιβαίου κεφαλαίου, ενδέχεται να υποστούν σημαντικές απώλειες.

Κεφάλαιο 3: Βελτιστοποίηση και αξιολόγηση επενδυτικών χαρτοφυλακίων

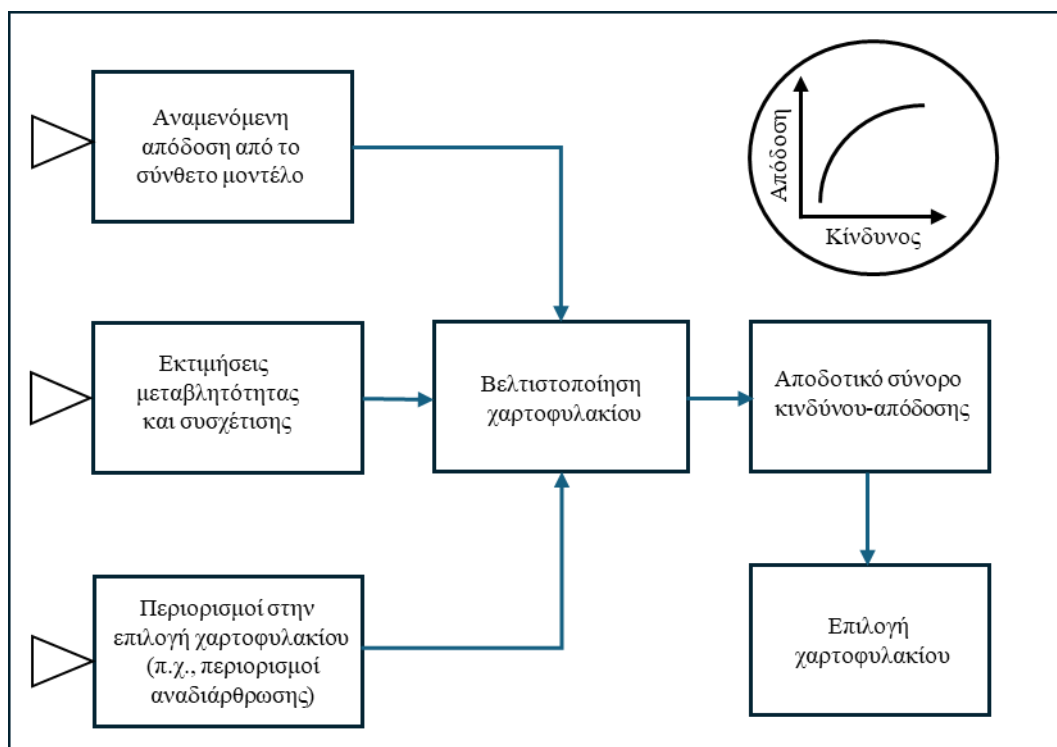
3.1 Θεωρία Χαρτοφυλακίου

Η **θεωρία χαρτοφυλακίου** (portfolio theory - PT), ή ανάλυση μέσου-διακύμανσης (mean-variance analysis – MVA), είναι ένα μαθηματικό μοντέλο για τη σύνθεση ενός χαρτοφυλακίου περιουσιακών στοιχείων, έτσι ώστε η αναμενόμενη απόδοση να μεγιστοποιείται για ένα δεδομένο επίπεδο κινδύνου. Αποτελεί μια τυποποίηση και επέκταση της διαφοροποίησης στις επενδύσεις, που βασίζεται στην ιδέα ότι η κατοχή διαφορετικών τύπων χρηματοοικονομικών περιουσιακών στοιχείων είναι λιγότερο επικίνδυνη από την κατοχή ενός μόνο τύπου. Το βασικό της εύρημα είναι ότι ο κίνδυνος και η απόδοση ενός περιουσιακού στοιχείου δεν πρέπει να αξιολογούνται μεμονωμένα, αλλά με βάση το πως συμβάλλουν στον συνολικό κίνδυνο και την απόδοση του χαρτοφυλακίου. Η διακύμανση της απόδοσης (ή η μετατροπή της, η τυπική απόκλιση) χρησιμοποιείται ως μέτρο του κινδύνου, επειδή είναι πιο εύχρηστη όταν τα περιουσιακά στοιχεία συνδυάζονται σε χαρτοφυλάκια. Συχνά, η ιστορική διακύμανση και συνδιακύμανση των αποδόσεων χρησιμοποιείται ως δείκτης για τις μελλοντικές τιμές αυτών των μεγεθών, αλλά διατίθενται και άλλες, πιο εξελιγμένες μέθοδοι ⁵.

Η θεωρία PT εισήχθη από τον Harry Markowitz στο θεμελιώδες έργο του Portfolio Selection Markowitz (1952) και αναπτύχθηκε περαιτέρω στο βιβλίο του Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments Markowitz (1959).

Ένα επενδυτικό χαρτοφυλάκιο περιέχει ένα σύνολο χρεογράφων που κάθε ένα από τα οποία συμμετέχει στο χαρτοφυλάκιο με κάποια αναλογία. Στην περίπτωση μας θα μπορούσε να περιλαμβάνει αμοιβαία κεφάλαια διαφόρου τύπου. Η αξία του χαρτοφυλακίου προσδιορίζεται από το σύνολο αυτών.

⁵ Θεωρία Σύγχρονου Χαρτοφυλακίου (MPT) - Wikipedia



Σχήμα 3.1: Διαδικασία βελτιστοποίησης & δημιουργίας χαρτοφυλακίου (Bloch et al. 1993).

Η διαδικασία βελτιστοποίησης ενός χαρτοφυλακίου ξεκινάει με την εκτίμηση της αναμενόμενης απόδοσης, της μεταβλητότητας, της συσχέτισης, και την δημιουργία περιορισμών ανάλογα με την στρατηγική του επενδυτή. Συνεχίζει με τη βελτιστοποίηση του χαρτοφυλακίου όπου συνδυάζει όλες αυτές τις πληροφορίες και κατανέμει τα βάρη των χρεογράφων που αποτελείται το χαρτοφυλάκιο. Τα αποτελέσματα της βελτιστοποίησης απεικονίζονται γραφικά στο σύνολο αποδοτικών χαρτοφυλακίων που δείχνει την βέλτιστη αναλογία απόδοσης-κινδύνου. Τέλος γίνεται η επιλογή χαρτοφυλακίου που θα επενδυθεί. Όλα αυτά θα αναλυθούν παρακάτω.

3.1.1 Απόδοση χαρτοφυλακίων

Η αναμενόμενη απόδοση ενός χαρτοφυλακίου είναι το σταθμισμένο άθροισμα των αναμενόμενων αποδόσεων των επιμέρους χρεογράφων και ορίζεται ως εξής:

$$E(r_p) = \sum_{i=1}^N w_i E(r_i)$$

ή σε μορφή πινάκων:

$$E(r_p) = \mathbf{r}^T \mathbf{w}$$

Όπου :

- N το πλήθος των χρεογράφων στο χαρτοφυλάκιο
- r_i η απόδοση του χρεογράφου i

- w_i το ποσοστό ή βάρος που αναλογεί στο χρεόγραφο i
- $E(r_i)$ η αναμενόμενη απόδοση ⁶ του χρεογράφου i
- $E(r_p)$ η αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου p
- \mathbf{r}^T διάνυσμα αναμενόμενων αποδόσεων χρεογράφων ($E(r_1), E(r_2), \dots, E(r_N)$)
- \mathbf{w} διάνυσμα βαρών χρεογράφων (w_1, w_2, \dots, w_N)

Για τον υπολογισμό της αριθμητικής απόδοσης (r) η οποία ορίζεται ως η μεταβολή της αξίας μιας επένδυσης σε διαφορετικές χρονικές στιγμές δίνεται ως εξής:

$$r_t = \frac{S_t - S_{t-1}}{S_{t-1}} = \frac{S_t}{S_{t-1}} - 1$$

Το t αναφέρεται σε μια χρονική στιγμή ενώ το S_t και το S_{t-1} είναι η αξία του χρεογράφου την συγκεκριμένη χρονική στιγμή.

Η συνολική αριθμητική απόδοση R που περιλαμβάνει μια σειρά περιόδων T μας παρέχει μια συνολική εικόνα αύξησης ή μείωσης της αξίας της επένδυσης μας και υπολογίζεται ως:

$$R = (1 + r_1)(1 + r_2) \dots (1 + r_T) = \prod_{t=1}^T (1 + r_t) - 1$$

Αντίστοιχα ο υπολογισμός της λογαριθμικής απόδοσης γίνεται ως εξής:

$$\bar{r}_t = \ln\left(\frac{S_t}{S_{t-1}}\right) = \ln(r_t + 1)$$

Ομοίως η συνολική λογαριθμική απόδοση \bar{R} που περιλαμβάνει μια σειρά περιόδων T υπολογίζεται ως:

$$\bar{R} = \sum_{t=1}^T \ln\left(\frac{S_t}{S_{t-1}}\right) = \sum_{t=1}^T \ln(r_t + 1)$$

Η αναμενόμενη (μέση) αριθμητική απόδοση & αναμενόμενη (μέση) λογαριθμική απόδοση δίνονται από τους αντίστοιχους τύπους:

$$E(r) = \frac{1}{T}(r_1 + r_2 + \dots + r_T) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T r_t$$

$$E(\bar{r}_t) = \frac{1}{T}(\bar{r}_1 + \bar{r}_2 + \dots + \bar{r}_T) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \bar{r}_t = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \ln(r_t + 1) = \frac{1}{T} \bar{R}$$

3.1.2 Κίνδυνος χαρτοφυλακίων

Ο Harry Markowitz (1952) όρισε ότι κίνδυνος σχετίζεται με την αβεβαιότητα της

⁶ Η αναμενόμενη (μέση) απόδοση θα μπορούσε να είναι αριθμητική, λογαριθμική ή γεωμετρική.

απόδοσης που η επένδυση αναμένεται να αποφέρει. Ως κίνδυνος θεωρείται κάθε απόκλιση από το αναμενόμενο αποτέλεσμα. Ένα χρεόγραφο ή ένα χαρτοφυλάκιο χαμηλού κινδύνου ή ρίσκου υποδηλώνει ότι η τιμή της απόδοσης του τείνει να συγκλίνει στην τιμή της μέσης τιμής. Αντίστοιχα ένα χρεόγραφο ή χαρτοφυλάκιο υψηλού κινδύνου υποδηλώνει ότι η τιμή της απόδοσης αποκλίνει αρκετά από την τιμή της μέση τιμή της απόδοσης.

Η εκτίμηση του κινδύνου υπολογίζεται με τα στατιστικά μέτρα της διασποράς (Variance) και της τυπικής απόκλισης (Standard Deviation). Ο τρόπος υπολογισμού ενός χρεογράφου με ένα χαρτοφυλάκιο διαφέρει καθώς εισέρχεται και το στοιχείο της αλληλεπίδρασης μεταξύ άλλων χρεογράφων.

Ο κίνδυνος ενός χρεογράφου δεδομένων των αποδόσεων r_1, r_2, \dots, r_N , σε μια σειρά T χρονικών περιόδων χρησιμοποιώντας το κριτήριο της διακύμανσης (διασποράς) υπολογίζεται ως εξής:

$$\sigma^2 = \frac{1}{T-1} \sum_{t=1}^T [r_t - E(r)]^2$$

Ενώ η τυπική απόκλιση υπολογίζεται από την παρακάτω εξίσωση:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{T-1} \sum_{t=1}^T [r_t - E(r)]^2}$$

Το μέτρο που θεωρείται πιο αξιόπιστο για την αξιολόγηση του κινδύνου είναι η τυπική απόκλιση σ .

Για τη διακύμανση ενός χαρτοφυλακίου η υπολογισμός διαφέρει και χρησιμοποιείται η παρακάτω εξίσωση:

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N w_i w_j \sigma_{ij} = \sum_{i=1}^N w_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1, j \neq i}^N w_i w_j \sigma_{ij}$$

Τυπική απόκλιση χαρτοφυλακίου:

$$\sigma_p = \sqrt{\sigma_p^2}$$

Σε μορφή πινάκων:

$$\sigma_p^2 = \mathbf{w}^T \mathbf{V} \mathbf{w}$$

Όπου:

- N πλήθος των χρεογράφων στο χαρτοφυλάκιο.
- σ_{ij} συνδιακύμανση (Covariance) μεταξύ των χρεογράφων i και j .

- w_i & w_j το ποσοστό ή βάρος που επενδύονται στο χρεόγραφο i και j αντίστοιχα.
- \mathbf{w} διάνυσμα βαρών χρεογράφων (w_1, w_2, \dots, w_N).
- \mathbf{V} ορίζεται ως ο πίνακας συνδιακυμάνσεων και είναι ένας συμμετρικός πίνακας διαστάσεων $N \times N$ όπου στη διαγώνιο περιέχει τη διακύμανση των χρεογράφων $\sigma_{ii} = \sigma_i^2$, ενώ τα στοιχεία της διαγώνιου αντιστοιχούν στις συνδιακυμάνσεις σ_{ij} , με $i \neq j$.

Η συνδιακύμανση μετρά την σχέση μεταξύ δύο τυχαίων χρεογράφων και υπολογίζεται ως:

$$COV(r_1, r_2) = \sigma_{ij} = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N [r_{1i} - E(r_1)][r_{2i} - E(r_2)]$$

Όπου:

- $E(r_i)$ η αναμενόμενη (μέση) απόδοση του χρεογράφου i .
- $E(r_j)$ η αναμενόμενη (μέση) απόδοση του χρεογράφου j .
- r_{1i} η πραγματική απόδοση του χρεογράφου 1.
- r_{2i} η πραγματική απόδοση του χρεογράφου 2.

Όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως με τη συνδιακύμανση COV_{ij} ή αλλιώς σ_{ij} μας δείχνει την σχέση μεταξύ των δύο χρεογράφων, αλλά το μέγεθος της συνδιακύμανσης δεν έχει φυσική ερμηνεία. Το μέγεθος που βοηθάει στο να υπολογιστεί η συσχέτιση δύο χρεογράφων είναι ο συντελεστής συσχέτισης ο οποίος κανονικοποιεί τη συνδιακύμανση και ερμηνεύει τη σύνδεση αυτών με απόλυτες τιμές στο διάστημα $[-1, 1]$.

Συντελεστής συσχέτισης:

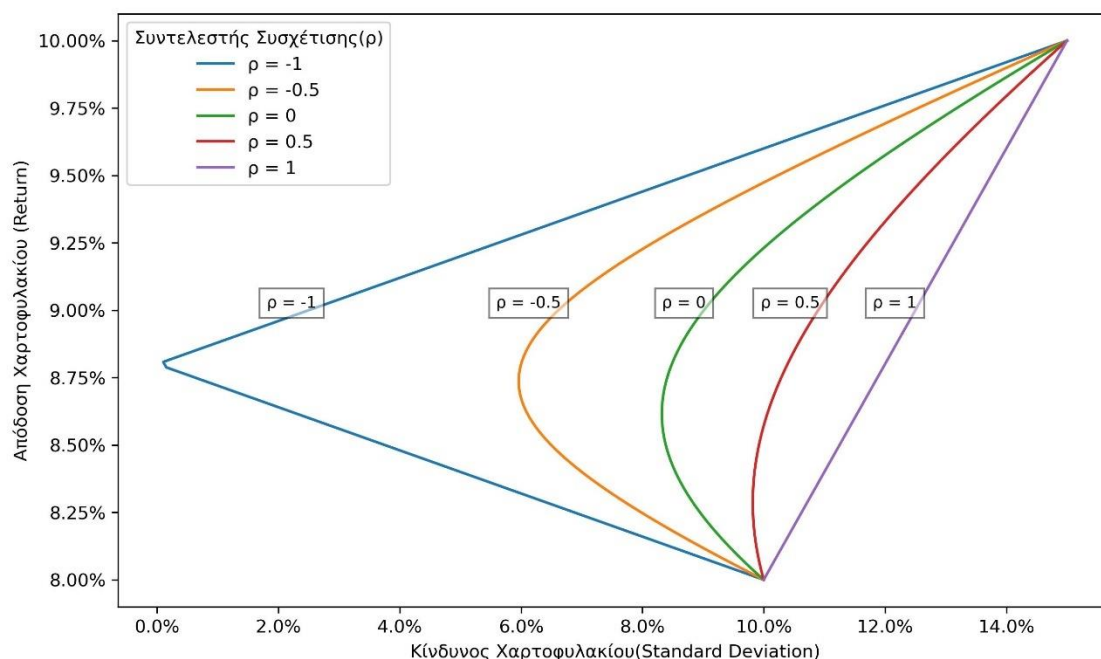
$$\rho_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{\sigma_i \sigma_j}, -1 \leq \rho_{ij} \leq 1$$

Αυτή η σχέση προκύπτει από:

$$\sigma_{ij} = \rho_{ij} \sigma_i \sigma_j$$

Παραδοχές του συντελεστή συσχέτισης:

1. $\rho_{ij} > 0$, οι αποδόσεις των χρεογράφων είναι γραμμικά συσχετισμένες και μεταβάλλονται προς την ίδια κατεύθυνση
2. $\rho_{ij} < 0$, οι αποδόσεις των χρεογράφων είναι γραμμικά αρνητικά συσχετισμένες και μεταβάλλονται προς την αντίθετη κατεύθυνση
3. $\rho_{ij} = 0$, τότε τα χρεόγραφα είναι ασυσχέτιστα και η κίνηση τους ενός χρεογράφου δεν επηρεάζει το άλλο.
4. $\rho_{ij} = 1$, απόλυτα γραμμικά θετική συσχέτιση δηλαδή τα χρεόγραφα αυξάνονται ή μειώνονται ακριβώς με τον ίδιο τρόπο.
5. $\rho_{ij} = -1$, απόλυτα γραμμικά αρνητική συσχέτιση δηλαδή όταν το ένα χρεόγραφο αυξάνεται το άλλο μειώνεται ακριβώς με την ίδια αναλογία.



Σχήμα 3.2: Αναμενόμενη απόδοση και κίνδυνος για ένα χαρτοφυλάκιο δύο χρεογράφων, για διαφορετικές τιμές του συντελεστή συσχέτισης

Η επιλογή χρεογράφων στο χαρτοφυλάκιο που είναι διαφοροποιημένα μεταξύ τους δίνει την δυνατότητα μείωσης του ρίσκου χωρίς να μειώνεται αντίστοιχα η απόδοση. Αυτός είναι και ο λόγος που επενδυτές προσθέτουν στο χαρτοφυλάκιο τους ασυσχέτιστα ή αρνητικά συσχετισμένα χρεόγραφα για να επιτύχουν ισορροπία ή βελτίωση στην αναλογία κινδύνου απόδοσης.

3.1.3 Η αρχή της διαφοροποίησης

Η θεωρία χαρτοφυλακίου βασίζεται στην αρχή της διαφοροποίησης του κινδύνου. Εισάγοντας παραπάνω χρεόγραφα σε ένα χαρτοφυλάκιο, τα οποία δεν συσχετίζονται, μειώνει την έκθεση στις μεταβολές της αγοράς και παρέχει τη δυνατότητα να μειωθεί ο κίνδυνος. Η αρχή της διαφοροποίησης είναι η μια από τις δυο γενικές τεχνικές που χρησιμοποιούνται για τη διαχείριση του επενδυτικού κινδύνου. Η άλλη είναι η αντιστάθμιση (hedging).

Ο κίνδυνος ενός χαρτοφυλακίου είναι μη γραμμική συνάρτηση των ποσοστών συμμετοχής των χρεογράφων στο χαρτοφυλάκιο. Ένας απλός τρόπος διαμόρφωσης ενός επενδυτικού χαρτοφυλακίου είναι η ισοκατανομή του κεφάλαιο σε κάθε χρεόγραφο. Δηλαδή $w_i = \frac{1}{N}$, $\forall i = 1, \dots, N$.

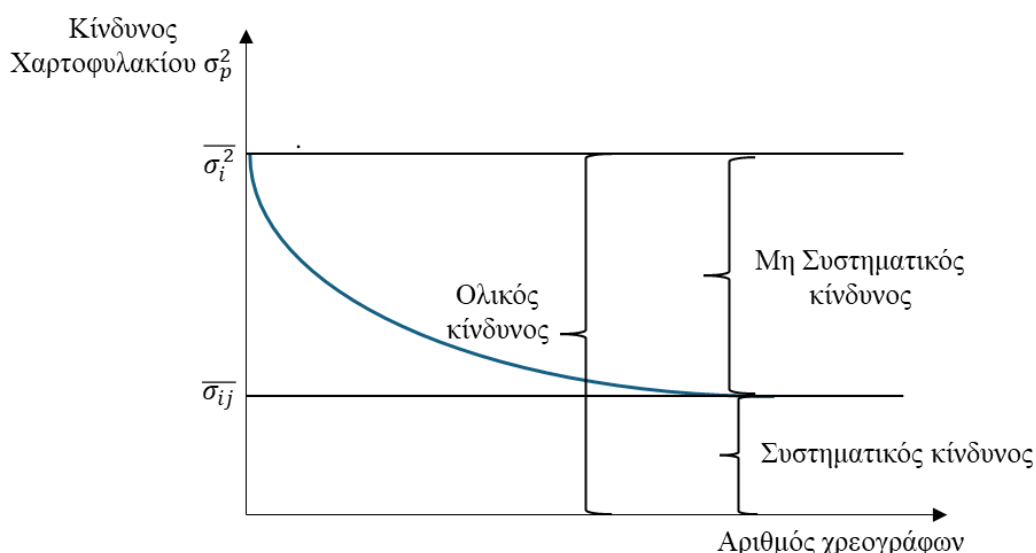
Ο συνολικός κίνδυνος ενός χαρτοφυλακίου χωρίζεται σε δύο μέρη:

1. Μη συστηματικός κίνδυνος (ειδικός κίνδυνος): Σχετίζεται με τον κίνδυνο κάθε χρεογράφου ξεχωριστά και δεν επηρεάζεται από τις μεταβολές των υπόλοιπων χρεογράφων που περιλαμβάνονται στο χαρτοφυλάκιο. Ο ειδικός κίνδυνος μπορεί να

αντιμετωπίζεται με την αρχή της διαφοροποίησης αυξάνοντας των αριθμό των χρεογράφων ώστε να επιτευχθεί ικανοποιητική διασπορά του κινδύνου.

2. Συστηματικός κίνδυνος (κίνδυνος αγοράς): Ο Sharpe (1964) στο πλαίσιο της θεωρίας τιμολόγησης κεφαλαιακών στοιχείων (Capital Asset Pricing Model - CAPM) εισήγαγε την έννοια του συστηματικού κινδύνου όπου σχετίζεται με το συνολικό χρηματοοικονομικό σύστημα και δεν μπορεί να ελαχιστοποιηθεί ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου μέσω της διαφοροποίησης. Επηρεάζει τις κινήσεις όλων των χρεογράφων από παράγοντες όπως οικονομικές κρίσεις, πολιτικές αλλαγές, περιβαλλοντικές αλλαγές κ.ά., καθώς και από μακροοικονομικά μεγέθη όπως ο πληθωρισμός, η ανεργία τα επιτόκια κ.ά. Η μέτρηση του συστηματικού κινδύνου υπολογίζεται μέσω του συντελεστή β_p όπου ορίζεται ως ο λόγος της συνδιακύμανσης σ_{pM} των αποδόσεων του χαρτοφυλακίου σε σχέση με τις αποδόσεις της αγοράς M (γενικός δείκτης χρηματιστηρίου) προς τη διακύμανση των αποδόσεων της αγοράς σ_M^2 .

Το Σχήμα 3.3 παρουσιάζει ότι διαφοροποιώντας το χαρτοφυλάκιο ο συστηματικός κίνδυνος μπορεί να εξαλειφθεί και δίνει την ευκαιρία στο χαρτοφυλάκιο να έχει μικρότερη έκθεση κινδύνου που αποτελείται κυρίως από τις συνθήκες της αγοράς.



Σχήμα 3.3: Διάγραμμα διαφοροποίησης χαρτοφυλακίου

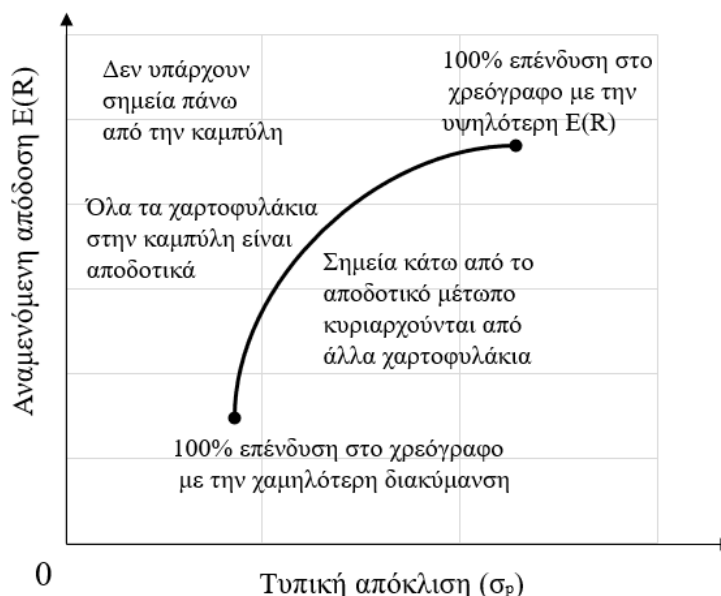
3.1.4 Αποδοτικό μέτωπο

Το αποδοτικό μέτωπο αναφέρεται στη γραφική παράσταση της σχέσης απόδοσης-κινδύνου και των χαρτοφυλακίων που επιτυγχάνουν τις καλύτερες επιδόσεις σε αυτό το δίδυμο.

Τα αποδοτικά χαρτοφυλάκια δεν κυριαρχούνται από άλλα χαρτοφυλάκια σε όρους απόδοσης και κινδύνου. Συγκεκριμένα, ένα χαρτοφυλάκιο P ονομάζεται αποδοτικό εάν και μόνο εάν δεν υπάρχει κανένα άλλο χαρτοφυλάκιο P' τέτοιο ώστε $E(r_{P'}) \geq E(r_P)$ και $\sigma_{P'} \leq \sigma_P$. Τουλάχιστον μια από τις δύο ανισότητες πρέπει να ισχύει αυστηρά. Το χαρτοφυλάκιο P είναι αποδοτικό, εάν δεν υπάρχει ένα άλλο χαρτοφυλάκιο το οποίο

υπερτερεί έναντι του P όσον αφορά την απόδοση και τον κίνδυνο. Το σύνολο των αποδοτικών χαρτοφυλακίων αναφέρεται ως αποδοτικό σύνολο ή μέτωπο (Efficient Frontier).

Αποδοτικό μέτωπο
επικίνδυνων χρεογράφων



Σχήμα 3.4: Διάγραμμα αποδοτικού μετώπου για επικίνδυνα χρεόγραφα (Strong, 2006).

Η γραφική παράσταση στο Σχήμα 3.4 αναφέρεται σε επικίνδυνα χρεόγραφα όπως μετοχές, υψηλής απόδοσης ομόλογα, αμοιβαία κεφάλαια, προϊόντα παραγώγων κ.ά. Όλα τα χαρτοφυλάκια που βρίσκονται πάνω στην καμπύλη είναι αποδοτικά και υπερέχουν όλων των άλλων κάτω από αυτήν. Στο ποιο από αυτά τα βέλτιστα χαρτοφυλάκια θα επιλέξει ένας επενδυτής βασίζεται στην στρατηγική και τα κριτήρια του, εάν δηλαδή η στρατηγική του είναι να επιλέξει χαρτοφυλάκια με μεγάλη απόδοση, μικρό ρίσκο ή κάτι ενδιάμεσο.

Το χαρτοφυλάκιο που βρίσκεται στο υψηλότερο σημείο της καμπύλης είναι εκείνο που προσφέρει την μεγαλύτερη απόδοση από όλα τα άλλα αποδοτικά χαρτοφυλάκια. Αντίθετα, εκείνο που βρίσκεται στο χαμηλότερο σημείο είναι το χαρτοφυλάκιο με τον ελάχιστο κίνδυνο.

3.1.5 Μοντέλο μέσου-διακύμανσης

Όλα αυτά που αναφέρθηκαν προηγουμένως αποτελούν τη βάση για τη δημιουργία του μοντέλου μέσου-διακύμανσης (MV, Markowitz, 1952) το οποίο υπολογίζει τον βέλτιστο καταμερισμό των χρεογράφων με στόχο την ελαχιστοποίηση του κινδύνου του χαρτοφυλακίου. Δεδομένου ότι δεν υπάρχει ακίνδυνο χρεόγραφο και η βελτιστοποίηση βασίζεται σε μη ανοιχτές πωλήσεις το μοντέλο βελτιστοποίησης γίνεται τετραγωνικού προβλήματος και διαμορφώνεται ως εξής:

$$\min \sigma_p^2 = \mathbf{w}^T \mathbf{V} \mathbf{w}$$

$$\text{Υπό: } \mathbf{r}^T \mathbf{w} = R$$

$$\mathbf{e}^T \mathbf{w} = 1$$

$$w \geq 0$$

Όπου:

- r^T διάνυσμα αναμενόμενων αποδόσεων χρεογράφων ($E(r_1), E(r_2), \dots, E(r_N)$).
- w διάνυσμα βαρών χρεογράφων (w_1, w_2, \dots, w_N).
- V ορίζεται ως ο πίνακας συνδιακυμάνσεων και είναι ένας συμμετρικός πίνακας διαστάσεων $N \times N$ όπου στην διαγώνιο περιέχει την διακύμανση των χρεογράφων $\sigma_{ii} = \sigma_i^2$, ενώ τα στοιχεία της διαγώνιου αντιστοιχούν στις συνδιακυμάνσεις σ_{ij} , με $i \neq j$.
- e^T είναι ένα μοναδιαίο διάνυσμα N διαστάσεων.
- R επιθυμητή αναμενόμενη απόδοση χαρτοφυλακίου.

3.2 Μέτρα αξιολόγησης επενδυτικών χαρτοφυλακίων

Σημαντικός παράγοντας εκτός από τη δημιουργία ενός επενδυτικού χαρτοφυλακίου είναι και αντίστοιχα η αξιολόγηση των επιδόσεών του. Ο κάθε επενδυτής έχει διαφορετικά κριτήρια κατασκευής και επιλογής χαρτοφυλακίου και για αυτό είναι σημαντικό να μπορούμε να ποσοτικοποιήσουμε τα κριτήρια αυτά. Η σύγκριση χαρτοφυλακίων μεταξύ τους είναι απαραίτητη για τη βέλτιστη επιλογή βάσει της στρατηγικής που ακολουθεί ο εκάστοτε επενδυτής.

Ο κύριος στόχος της αξιολόγησης των επενδυτικών χαρτοφυλακίων είναι για να βοηθήσουν να επιτευχθούν όσο το δυνατόν γίνεται ακριβή αποτελέσματα με αυτά που έχει εκτιμήσει ο επενδυτής ότι θα καταφέρει. Για να συμβεί αυτό, χρησιμοποιούνται κάποιες μεθοδολογίες και εργαλεία τα οποία αξιολογούν τον κίνδυνο και την απόδοση και υποστηρίζουν τη λήψη επενδυτικών αποφάσεων.

Τα μέτρα αξιολόγησης χωρίζονται στις εξής κατηγορίες:

- Μέτρα απόδοσης
- Μέτρα κινδύνου
- Μέτρα απόδοσης προσαρμοσμένα στον κίνδυνο

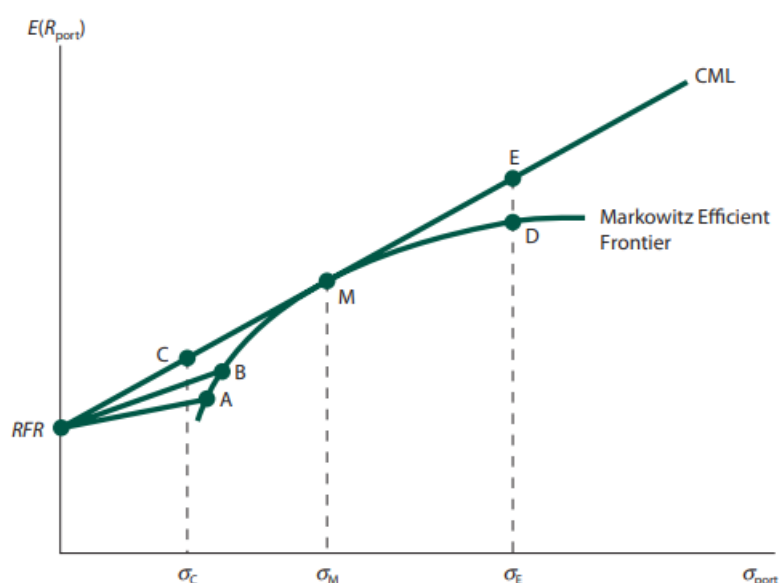
Αυτά που θα αναλυθούν είναι τα μέτρα απόδοσης προσαρμοσμένα στον κίνδυνο τα οποία αξιολογούν τις αποδόσεις των χρεογράφων ή χαρτοφυλακίων λαμβάνοντας υπόψιν τον κίνδυνο. Τα πιο γνωστά είναι:

- **Δείκτης του Sharpe (SR):** Ο δείκτης αυτός παρουσιάστηκε πρώτη φορά στο άρθρο του Sharpe (1966) ως “Reward to Variability Ratio”. Στην συνέχεια ο Sharpe (1994) ανέλυσε και εμβάθυνε τον δείκτη αυτό όπου υπολογίζει την υπερβάλλουσα απόδοση (excess return) ενός χρεογράφου ή χαρτοφυλακίου σε σχέση με ένα ακίνδυνο χρεόγραφο, λαμβάνοντας υπόψιν την τυπική απόκλιση του χαρτοφυλακίου. Αξιολογεί την απόδοση του χαρτοφυλακίου ανά μονάδα κινδύνου. Χρησιμοποιείται συχνά για την αξιολόγηση επιδόσεων αμοιβαίων κεφαλαίων.

$$SR = \frac{R_p - R_f}{\sigma_p}$$

Όπου:

- R_p η αναμενόμενη (μέση) απόδοση του χαρτοφυλακίου P στην περίοδο που εξετάζεται.
- R_f η απόδοση του χρεογράφου χωρίς κίνδυνο (έντοκο γραμμάτιο του δημοσίου) στην περίοδο που εξετάζεται.
- σ_p η τυπική απόκλιση (κίνδυνος) του χαρτοφυλακίου P στην περίοδο που εξετάζεται.



Σχήμα 3.5 Σχέση μεταξύ Capital Market Line (CML) και αποδοτικού μετώπου του μοντέλου Markowitz. (Reilly και Brown, 2012)

Η CML αντιπροσωπεύει το μέγιστο δυνατό δείκτη του Sharpe για κάθε επίπεδο κινδύνου. Ουσιαστικά είναι η κλίση της CML και εκφράζει τη βέλτιστη αναλογία απόδοσης-κινδύνου. Για αυτό τα χαρτοφυλάκια που περιέχουν κάποιο ακίνδυνο χρεόγραφο θεωρούνται αποδοτικότερα σε σχέση με αυτά του αποδοτικού μετώπου των επικίνδυνων χρεογράφων. Το χαρτοφυλάκιο M αντιπροσωπεύει το χαρτοφυλάκιο με το μέγιστο Sharpe Ratio μεταξύ εκείνων που δεν περιλαμβάνουν το ακίνδυνο χρεόγραφο (RFR) και βρίσκεται στο σημείο επαφής του αποδοτικού μετώπου με την CML.

Ο δείκτης του Sharpe, είναι πραγματικός αριθμός και ισχύουν οι εξής παραδοχές για τις τιμές του:

1. $SR = 1$, υποδηλώνει ότι το χαρτοφυλάκιο για μία μονάδα απόδοσης αντιστοιχίζεται με μία μονάδα τυπικής απόκλισης (κινδύνου). Συνήθως θεωρείται αποδεκτό, ωστόσο, επενδυτές με υψηλότερες απαιτήσεις μπορεί να αναζητήσουν χαρτοφυλάκια με μεγαλύτερες τιμές στον δείκτη του Sharpe.
2. $SR > 1$, υποδηλώνει ότι το χαρτοφυλάκιο επιφέρει περισσότερο από μία μονάδα απόδοσης για μία μονάδα τυπικής απόκλισης (κινδύνου). Θεωρείται ως μια καλή ένδειξη διαχείρισης και αποτελεσματικότητας του χαρτοφυλακίου.
3. $SR < 1$, υποδηλώνει ότι το χαρτοφυλάκιο επιφέρει λιγότερο από μία μονάδα

απόδοσης για μία μονάδα τυπικής απόκλισης (κινδύνου). Θεωρείται ως μια κακή ένδειξη καθώς το χαρτοφυλάκιο έχει έκθεση σε μεγαλύτερο κίνδυνο και μικρότερες αποδόσεις.

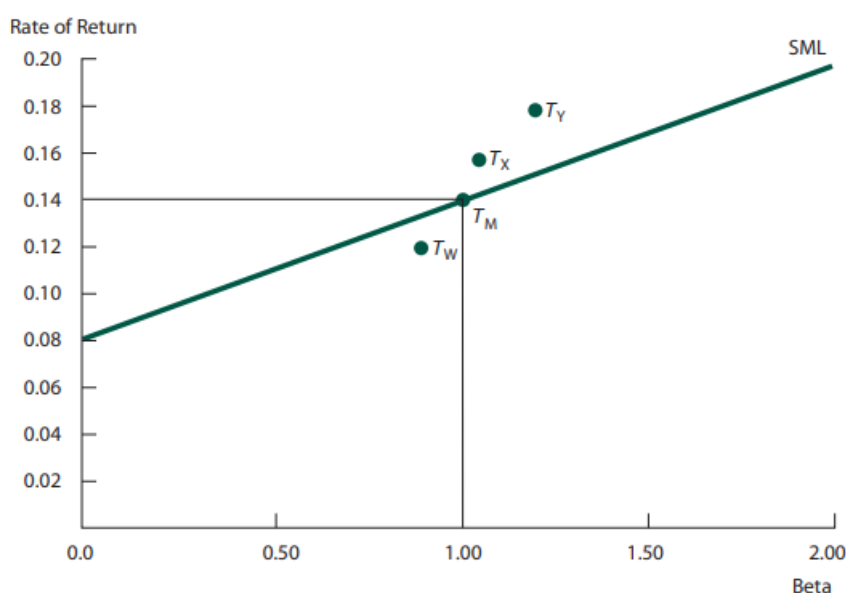
4. $SR < 0$, υποδηλώνει ότι η απόδοση του ακίνδυνου χρεογράφου είναι μεγαλύτερη από την αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου P ή ότι η αναμενόμενη απόδοση χαρτοφυλακίου P είναι αρνητική.

➤ **Δείκτης του Treynor (TR):** Ο Treynor (1965) ήταν που ερμήνευσε τον δείκτη Treynor και υπολογίζει την υπερβάλλουσα απόδοση ενός χρεογράφου ή χαρτοφυλακίου σε σχέση με ένα ακίνδυνο χρεόγραφο, λαμβάνοντας υπόψιν τον συστηματικό κίνδυνο. Αξιολογεί την απόδοση του χαρτοφυλακίου ανά μονάδα κινδύνου της αγοράς και όχι του χαρτοφυλακίου. Αυτή είναι η μόνη και κύρια διαφορά με τον δείκτη του Sharpe, ο οποίος αξιολογεί και τους δύο κινδύνους (συστηματικό & μη συστηματικό).

$$TR = \frac{R_p - R_f}{\beta_p}$$

Όπου:

- β_p ο συστηματικός κίνδυνος του χαρτοφυλακίου P. Μετρά την ευαισθησία των αποδόσεων του χαρτοφυλακίου P στις κινήσεις της αγοράς.



Σχήμα 3.6: Security Market Line (SML) και ο δείκτης του Treynor για την αξιολόγηση απόδοσης-κινδύνου χαρτοφυλακίων. (Reilly και Brown, 2012)

Στο παραπάνω γράφημα παρουσιάζονται οι αναμενόμενες αποδόσεις των χαρτοφυλακίων με τον συστηματικό κίνδυνο (κίνδυνος αγοράς) του χαρτοφυλακίου (Beta). Η ευθεία γραμμή Security Market Line (SML) αναπαριστά τη σχέση μεταξύ αναμενόμενης απόδοσης και συστηματικού κινδύνου για μια αποδοτική αγορά. Οποιοδήποτε χαρτοφυλάκιο βρίσκεται πάνω στην SML θεωρείται ότι έχει αποδοτική αναλογία. Η σχέση που περιγράφει την SML είναι:

$$E(R) = RFR + \beta_p \cdot (E(R_M) - RFR)$$

Γραφική ερμηνεία σύγκρισης Treynor Ratio & SML.

- Αν ο δείκτης T ενός χαρτοφυλακίου P είναι πάνω από την γραμμή SML τότε το χαρτοφυλάκιο είναι πιο αποδοτικό από την αγορά για τον κίνδυνο που αναλαμβάνει. Αποδεχόμαστε το χαρτοφυλάκιο P.
- Αν ο δείκτης T ενός χαρτοφυλακίου P είναι κάτω από την γραμμή SML τότε το χαρτοφυλάκιο είναι λιγότερο αποδοτικό από την αγορά για τον κίνδυνο που αναλαμβάνει. Απορρίπτουμε το χαρτοφυλάκιο P.
- Αν ο δείκτης T ενός χαρτοφυλακίου P είναι στην γραμμή SML τότε το χαρτοφυλάκιο κινείται σύμφωνα με την αγορά. Κρίση του επενδυτή αποδοχής ή απόρριψης.

Ανάλογα με τις τιμές του δείκτη, διακρίνονται οι ακόλουθες περιπτώσεις:

1. $TR > 0$, το χαρτοφυλάκιο υπεραποδίδει σε σχέση με τον κίνδυνο της αγοράς. Οι αποδόσεις του χαρτοφυλακίου είναι ικανοποιητικές σε σχέση με τον κίνδυνο που προέρχονται από τις κινήσεις της αγοράς. Είναι μια ένδειξη αποδοχής χαρτοφυλακίου.
2. $TR < 0$, το χαρτοφυλάκιο έχει χαμηλότερη αναμενόμενη απόδοση σε σχέση με τον κίνδυνο της αγοράς. Δείχνει ότι το χαρτοφυλάκιο δεν είναι βιώσιμο και ότι θα ήταν προτιμότερη η επένδυση σε ακίνδυνα χρεόγραφα. Είναι μια ένδειξη απόρριψης χαρτοφυλακίου.
3. $TR = 0$, το χαρτοφυλάκιο έχει ίδια απόδοση με το ακίνδυνο χρεόγραφο. Δεν υπάρχει κάποιο όφελος επιπλέον απόδοσης δεδομένης της έκθεσης στο κίνδυνο της αγοράς. Είναι μια ένδειξη επανεξέτασης της στρατηγικής κατασκευής χαρτοφυλακίου ή απόρριψης του χαρτοφυλακίου.

➤ **Δείκτης Information Ratio (IR):** Ο δείκτης παρουσιάστηκε από τους Grinold & Kahn (1992) και υπολογίζει την υπερβάλλουσα απόδοση ενός χρεογράφου ή χαρτοφυλακίου έναντι ενός δείκτη αναφοράς που αντιπροσωπεύει την αγορά του χαρτοφυλακίου σε σχέση με την μεταβλητότητα αυτών των αποδόσεων. Χρησιμοποιείται συχνά στην αξιολόγηση αμοιβαίων κεφαλαίων.

Τύπος Information Ratio:

$$IR = \frac{R_p - R_M}{\sigma_{p-M}}$$

όπου σ_{p-M} , τυπική απόκλιση της διαφοράς μεταξύ των αποδόσεων του χαρτοφυλακίου P και του δείκτη αναφοράς (αγοράς) M.

Ανάλογα με τις τιμές του δείκτη, διακρίνονται οι ακόλουθες περιπτώσεις:

1. $0 < IR < 1$: το χαρτοφυλάκιο έχει θετική υπεραπόδοση και μεγαλύτερη μεταβλητότητα σε σχέση με την αγορά. Το επίπεδο ρίσκου μπορεί να είναι πολύ

υψηλό για την απόδοση που προσφέρει. Σε αυτή την περίπτωση οι επενδυτές προσπαθούν να διαφοροποιούν περισσότερο το χαρτοφυλάκιο ή να αναζητήσουν άλλες επενδύσεις.

2. $IR \geq 1$: το χαρτοφυλάκιο έχει θετική υπεραπόδοση και μικρότερη μεταβλητότητα σε σχέση με την αγορά. Προσφέρει υψηλότερες αποδόσεις με χαμηλότερο κίνδυνο από εκείνο της αγοράς. Είναι μια καλή ένδειξη επιτυχημένης στρατηγικής και αποδοχής του χαρτοφυλακίου.
3. $IR = 0$: το χαρτοφυλάκιο αποδίδει ακριβώς όπως η αγορά χωρίς καμία υπεραπόδοση. Ουδέτερη ένδειξη και είναι στα κριτήρια του επενδυτή εάν θα αποδεχθεί ή απόρριψη το χαρτοφυλάκιο.
4. $IR < 0$: το χαρτοφυλάκιο έχει αρνητική υπεραπόδοση και μεγαλύτερη μεταβλητότητα σε σχέση με την αγορά. Ένδειξη απόρριψης χαρτοφυλακίου.

- **Δείκτης Jensen Alpha (α):** Ο δείκτης του Jensen, όπως αναφέρεται στο άρθρο του Jensen (1968) υπολογίζει την υπεραπόδοση ή υποαπόδοση ενός χρεογράφου ή χαρτοφυλακίου σε σχέση με την αναμενόμενη απόδοση που προβλέπει το Capital Asset Pricing Model (CAPM) που λαμβάνει υπόψιν τον συστηματικό κίνδυνο. Ο δείκτης προκύπτει από τη σχέση:

$$\alpha_p = R_p - (R_f + \beta_p(E(R_M) - R_f))$$

Ο όρος $R_f + \beta_p(E(R_M) - R_f)$, είναι η αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου P βάσει του μοντέλου CAPM στην περίοδο που εξετάζεται.

Ανάλογα με τις τιμές του δείκτη, διακρίνονται οι ακόλουθες περιπτώσεις:

1. $\alpha_p < 0$, το χαρτοφυλάκιο P έχει αποδώσει λιγότερο για το ρίσκο που αναλαμβάνει.
2. $\alpha_p = 0$, το χαρτοφυλάκιο P έχει αποδώσει επαρκές για το ρίσκο που αναλαμβάνει.
3. $\alpha_p > 0$, το χαρτοφυλάκιο P έχει αποδώσει περισσότερο για το ρίσκο που αναλαμβάνει.

Κεφάλαιο 4: Πολυκριτήρια ανάλυση αποφάσεων μέσω της περιβάλλουσας ανάλυσης δεδομένων

4.1 Θεωρητικό υπόβαθρο και βασικές έννοιες

Τα πρώτα θεμέλια για την ανάλυση αποδοτικότητας στο πλαίσιο της περιβάλλουσας ανάλυσης δεδομένων (Data Envelopment Analysis, DEA), τα έθεσε η εργασία του Farrell (1957) ο οποίος παρακινήθηκε από την ανάγκη ανάπτυξης καλύτερων μεθόδων και μοντέλων για την αξιολόγηση της παραγωγικότητας. Υποστήριξε ότι, ενώ οι προσπάθειες για την επίλυση του προβλήματος συνήθως ήταν πολύ περιοριστικές, επειδή δεν κατάφερναν να συνδυάσουν τις μετρήσεις πολλαπλών εισροών σε ένα ικανοποιητικό συνολικό μέτρο αποδοτικότητας. Αντιδρώντας σε αυτές τις ανεπάρκειες των ξεχωριστών δεικτών, όπως της παραγωγικότητας της εργασίας ή του κεφαλαίου, ο Farrell πρότεινε μια προσέγγιση ανάλυσης δραστηριοτήτων (activity analysis approach) που μπορούσε να αντιμετωπίσει καλύτερα το πρόβλημα. Τα μέτρα του είχαν σκοπό να είναι εφαρμόσιμα σε οποιονδήποτε παραγωγικό οργανισμό. Στη διαδικασία, επέκτεινε την έννοια της «παραγωγικότητας» (Productivity) στην πιο γενική έννοια της «αποδοτικότητας» (Efficiency).

Η DEA παρουσιάστηκε για πρώτη φορά το 1978 και ερευνητές από διάφορα πεδία γρήγορα αναγνώρισαν ότι αποτελεί μια εξαιρετική και εύκολη μεθοδολογία για τη μοντελοποίηση επιχειρησιακών διαδικασιών για την αξιολόγηση της απόδοσης. Στην εργασία τους, οι Charnes et al. (1978) περιέγραψαν τη DEA ως ένα μοντέλο μαθηματικού προγραμματισμού που παρέχει έναν νέο τρόπο για την εμπειρική εκτίμηση σχέσεων – όπως οι συναρτήσεις παραγωγής και/ή τα αποδοτικά όρια δυνατοτήτων παραγωγής – που αποτελούν ακρογωνιαίους λίθους της σύγχρονης οικονομίας. Τυπικά, η DEA είναι μια μεθοδολογία που εστιάζει στα όρια αποδοτικότητας και όχι στις κεντρικές τάσεις. Αντί να προσπαθεί να προσαρμόσει ένα επίπεδο παλινδρόμησης μέσω του κέντρου των δεδομένων, όπως στις στατιστικές παλινδρομήσεις, προσαρμόζει μια κατά τμήματα γραμμική επιφάνεια που περιβάλλει στις παρατηρήσεις. Λόγω αυτής της προσέγγισης, η DEA είναι ιδιαίτερα ικανή στο να αποκαλύπτει σχέσεις που θα παρέμεναν κρυφές με άλλες μεθοδολογίες.

Το αντικείμενο της DEA αποτελεί η αξιολόγηση της σχετικής αποδοτικότητας ενός συνόλου μονάδων λήψης αποφάσεων ή αλλιώς Decision Making Units (DMUs). Τα DMUs μπορεί να αναφέρονται σε επιχειρήσεις, προϊόντα, χώρες, οργανισμούς, υπηρεσίες, ανθρώπινο δυναμικό, κεφάλαιο κ.ά. Να σημειωθεί, ότι τα DMUs πρέπει να είναι ομοειδή, δηλαδή να λειτουργούν υπό παρόμοιες συνθήκες, περιορισμούς, περιβάλλοντα, μεγέθη και να έχουν συγκρίσιμους στόχους ώστε η αξιολόγηση να είναι δίκαιη, ακριβής και ουσιαστική. Τα δεδομένα που χρησιμοποιούνται αφορούν πολλαπλές εισροές οι οποίες οδηγούν στην παραγωγή πολλαπλών εκροών. Η DEA βασίζεται σε μια εμπειρική προσέγγιση χωρίς την ανάγκη προηγούμενων υποθέσεων σχετικά με τις σχέσεις μεταξύ εισροών και εκροών όπως γίνεται σε μεθοδολογίες παλινδρόμησης. Η αξιολόγηση της σχετικής αποδοτικότητας εφαρμόζεται συγκρίνοντας τα DMUs μέσω του αποδοτικού μετώπου, που αναπαριστά τις καλύτερες δυνατές επιδόσεις των DMUs και τα κατηγοριοποιεί σε αποδοτικά και μη αποδοτικά. Αποδοτικά αναφέρονται τα DMUs που χρησιμοποιούν τους πόρους τους με τον καλύτερο δυνατό τρόπο, ενώ τα μη αποδοτικά έχουν περιθώριο βελτίωσης και

προτείνονται συγκεκριμένα μέτρα για την εξάλειψη της αναποτελεσματικότητας. Η μέθοδος που εφαρμόζεται στην DEA χαρακτηρίζεται ως μη παραμετρική μέθοδος διότι η αντικειμενική συνάρτηση κατασκευάζεται εμπειρικά και βασίζεται στα δεδομένα εισροών και εκροών των DMUs που αξιολογούνται χωρίς να απαιτείται προκαθορισμένη αντικειμενική συνάρτηση.

Οι στόχοι της DEA ξεκινούν από την μέτρηση της αποδοτικότητας συνεχίζουν στην βελτίωση διαδικασιών ή πόρων και επεκτείνονται στη στρατηγική ανάπτυξης. Η ερμηνεία των αποτελεσμάτων παίζει ένα πολύ σημαντικό ρόλο έτσι ώστε να αξιοποιηθούν κατάλληλα με σκοπό την ενίσχυση της αποτελεσματικότητας, την βελτιστοποίηση των διαδικασιών και πόρων, καθοδήγηση και λήψη αποφάσεων με τεκμηριωμένα δεδομένα.

4.1.1 Κατηγορίες αποδοτικότητας

Ο λόγος που ξεκίνησε όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως η DEA είναι για την μέτρηση της αποδοτικότητας των DMUs. Παρόλα αυτά, ο στόχος της DEA δεν είναι μόνο η αξιολόγηση της αποδοτικότητας, αλλά να παρέχει πληροφορίες στο πως θα βελτιωθούν τα μη αποδοτικά DMUs. Το κάθε μοντέλο που κατασκευάζεται έχει διαφορετική χρησιμότητα και προσαρμόζεται στις μονάδες λήψης αποφάσεων που έχουν επιλεχθεί να αξιολογηθούν. Επομένως, ο όρος αποδοτικότητας διαφέρει ανάλογα με το πρόβλημα που επιλύεται. Παρακάτω, αναλύονται μερικοί από τους διάφορους τύπους αποδοτικότητας, επισημαίνοντας τους ορισμούς, εφαρμογές και τη σημασία τους στην λήψη αποφάσεων.

1. Pareto-Koopmans ή απόλυτη αποδοτικότητα (Pareto-Koopmans Efficiency):

Μία μονάδα λήψης αποφάσεων επιτυγχάνει πλήρη αποδοτικότητα (100%) αν και μόνο αν καμία από τις εισροές ή τις εκροές της δεν μπορεί να βελτιωθεί χωρίς να επιδεινωθεί κάποια από τις άλλες εισροές ή εκροές της (Cooper, Seiford, and Zhu, 2011).

Ο τρόπος μέτρησης της απόλυτης αποδοτικότητας είναι παρόμοια με τη σχετική αποδοτικότητα που θα παρουσιαστεί παρακάτω με τη διαφορά να εστιάζεται στην αυστηρότητα της συνθήκης. Δηλαδή στη σχετική αποδοτικότητα εάν μια DMU θεωρείται αποδοτική είναι συγκριτικά με τα άλλα DMUs που σημαίνει ότι δεν υπάρχει άλλη μονάδα στο δείγμα που να την ξεπερνά, χωρίς αυτό να σημαίνει ότι δεν μπορεί να υπάρχει περιθώριο βελτίωσης σε θεωρητικό επίπεδο. Στην απόλυτη αποδοτικότητα, όταν μια DMU υπολογιστεί αποδοτική οποιαδήποτε τροποποίηση εισροής ή εκροής θα οδηγήσει σε χειρότερη συνολική αποδοτικότητα καθώς με βάση τον ορισμό, η DMU είναι αποδοτική σε όλες τις διαστάσεις.

Στις περισσότερες εφαρμογές τα θεωρητικά επίπεδα αποτελεσματικότητας δεν είναι γνωστά. Οπότε για να μπορεί να οριστεί σε πρακτικό και ρεαλιστικό επίπεδο η αποδοτικότητα, δίνεται έμφαση σε εμπειρικά δεδομένα τα οποία είναι διαθέσιμα και μπορούν να χρησιμοποιηθούν.

2. Σχετική ή γενική αποδοτικότητα (Relative Efficiency):

Μια DMU χαρακτηρίζεται ως πλήρως (100%) αποδοτική βάσει των διαθέσιμων δεδομένων, εάν και μόνο εάν οι αποδόσεις των άλλων DMUs δεν δείχνουν ότι κάποιες από τις εισροές ή εκροές της μπορούν να βελτιωθούν χωρίς να επιδεινωθούν κάποιες από τις άλλες εισροές ή εκροές της (Cooper, Seiford, and Zhu, 2011).

Η σχετική αποδοτικότητα μπορεί να μετρηθεί μέσω του ακόλουθου δείκτη:

$$h_0 = \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{rk}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ik}}, 0 \leq h_0 \leq 1 \forall k = 1, \dots, n$$

Όπου :

- u_r , βάρος για την εκροή (output) r .
- v_i , βάρος για την εισροή (input) i .
- y_{rk} , ποσότητα της εκροής r για την DMU k .
- x_{ik} , ποσότητα της εισροής i για την DMU k .
- m, s, n , αριθμοί εισροών εκροών και πλήθος DMUs αντίστοιχα.

Ερμηνεία τιμών h_0 :

- $h_0 = 1$, η DMU που εξετάζεται θεωρείται σχετικά αποδοτική και βρίσκεται στο αποδοτικό μέτωπο. Δεν υπάρχει καμία άλλη DMU στο δείγμα που να επιτυγχάνει καλύτερη αναλογία εκροών προς εισροές.
- $h_0 < 1$, η DMU που εξετάζεται θεωρείται σχετικά μη αποδοτική και το επίπεδο αναποτελεσματικότητας υποδεικνύει πόσο πρέπει να βελτιωθεί για να γίνει σχετικά αποδοτικό.

3. Ορισμός τεχνικής αποδοτικότητας (Technical Efficiency): Η τεχνική αποδοτικότητα αναφέρεται στην ικανότητα μιας μονάδας λήψης αποφάσεων Decision Making Unit (DMU) όταν επιτυγχάνει τη μέγιστη δυνατή εκροή για ένα δεδομένο σύνολο εισροών ή, εναλλακτικά όταν ελαχιστοποιεί τη χρήση εισροών για ένα δεδομένο επίπεδο εκροών Farrell (1957).

Στην τεχνική αποδοτικότητα ο δείκτης αποδοτικότητας συμβολίζεται με φ ή θ ανάλογα τον προσανατολισμό του μοντέλου που θα αναλυθεί στην επόμενη παράγραφο (3.1.2).

Οι δείκτες αυτοί ερμηνεύονται ως εξής:

- $\varphi, \theta = 1$: η DMU που εξετάζεται θεωρείται τεχνικά αποδοτική και βρίσκεται στο αποδοτικό μέτωπο.
- $\varphi > 1$: η DMU που εξετάζεται θεωρείται τεχνικά μη αποδοτική.
- $\theta < 1$: η DMU που εξετάζεται θεωρείται τεχνικά μη αποδοτική.

4. Ορισμός απόδοσης κατανομής (Allocative Efficiency): Πρώτη φορά που ορίστηκε αυτή η απόδοση ήταν από τον Farrell (1957) και είχε αναφέρει ότι η απόδοση κατανομής μετρά την επιτυχία μιας επιχείρησης στην επιλογή ενός βέλτιστου συνόλου εισροών, δεδομένων των τιμών τους. Αντικατοπτρίζει την ικανότητα της επιχείρησης να ελαχιστοποιεί το κόστος χρησιμοποιώντας τον σωστό συνδυασμό εισροών με βάση τις σχετικές τιμές και τη διαθεσιμότητά τους.

Η απόδοση κατανομής εφαρμόζεται αφού έχει γίνει πρώτα η αξιολόγηση της τεχνικής αποδοτικότητας. Μια επιχείρηση ή ένας οργανισμός μπορεί να είναι τεχνικά αποδοτικός αλλά να είναι μη αποδοτική η απόδοση κατανομής του. Αυτό συμβαίνει διότι χρησιμοποιεί με πλήρη λειτουργικότητα τα μέσα που διαθέτει αλλά όχι με

οικονομικά ορθολογικό τρόπο, χρησιμοποιώντας πιο ακριβές τεχνικές.

$$AE = \frac{C_{min}}{C_{actual}} = \frac{\sum_{i=1}^n p_i x_i^*}{\sum_{i=1}^n p_i x_i}$$

Όπου:

- p_i , η τιμή της εισροής i .
- x_i , η ποσότητα της εισροής i που η DMU είναι τεχνικά αποδοτική.
- x_i^* , η ποσότητα της εισροής i που η DMU ελαχιστοποιεί τις τιμές των εισροών για το δεδομένο επίπεδο παραγωγής.
- n , το πλήθος των εισροών.

Ο παραπάνω δείκτης αποδοτικότητας κατανομής ερμηνεύεται ως εξής:

- $AE = 1$: η DMU που εξετάζεται θεωρείται αποδοτική με βάση την απόδοση κατανομής Allocative Efficiency και Technical Efficient.
- $AE < 1$: η DMU που εξετάζεται θεωρείται μη αποδοτική με βάση την απόδοση κατανομής και ότι το κόστος των εισροών μπορεί να μειωθεί.

Οι Aparicio et al. (2023) επέκτειναν αυτή τη θεωρία σε ένα πολυδιάστατο πλαίσιο. Υποστήριξε ότι η απόδοση κατανομής δεν πρέπει να περιορίζεται μόνο στην ελαχιστοποίηση των εισροών βάση κόστους και ότι πρέπει να συμπεριληφθούν και άλλες οικονομικές διαστάσεις όπως η ταυτόχρονη ανάλυση πολλών στόχων (έσοδα, κόστος, κέρδος).

5. Αποδοτικότητα κλίμακας (Scale Efficiency): Ως αποδοτικότητα κλίμακας ορίζεται ο λόγος του συνολικού μέτρου τεχνικής αποδοτικότητας υπό σταθερές αποδόσεις κλίμακας (CRS) προς το μέτρο καθαρής τεχνικής αποδοτικότητας στο πλαίσιο μεταβλητών αποδόσεων κλίμακας (VRS). Αυτός ο ορισμός δόθηκε από τους Banker et al. (1984).

$$SE = \frac{\text{Αποδοτικότητα CRS}}{\text{Αποδοτικότητα VRS}}$$

Το CRS εξετάζει την συνολική τεχνική αποδοτικότητα με την υπόθεση ότι το DMU είναι ιδανικό ενώ το VRS υπολογίζει την καθαρή τεχνική αποδοτικότητα. Η καθαρή τεχνική αποδοτικότητα αξιολογεί πόσο καλά μια DMU διαχειρίζεται τους πόρους ή τα μέσα της χωρίς να εξετάσει το μέγεθος της. Η συνολική τεχνική αποδοτικότητα συνεκτιμά την καθαρή τεχνική αποδοτικότητα και το μέγεθος της DMU το οποίο το θεωρεί ιδανικό. Τα μοντέλα CRS & VRS, η χρησιμότητα και η εφαρμογή τους θα αναλυθούν με περισσότερες λεπτομέρειες στην παράγραφο 3.1.3.

Ο δείκτης αποδοτικότητας κλίμακας ερμηνεύεται ως εξής:

- $SE = 1$: η DMU είναι αποδοτική ως προς την κλίμακα λειτουργεί δηλαδή στο ιδανικό μέγεθος.
- $SE < 1$: η DMU είναι αναποτελεσματική ως προς την κλίμακα και πρέπει να προσαρμόσει το μέγεθος της.

Ο δείκτης SE είναι χρήσιμος για να επιτύχουμε το βέλτιστο μέγεθος μιας DMU αυξάνοντας αναλογικά τις ποσότητες των εισροών και εκροών. Αυτό είναι σημαντικό

γιατί μια DMU με μια αύξηση των εισροών μπορεί να έχω μικρότερη η μεγαλύτερη μείωση των εκροών.

Η περίπτωση $SE < 1$, μπορεί να αναλυθεί περαιτέρω στις ακόλουθες δύο περιπτώσεις:

- Αυξανόμενες αποδόσεις κλίμακας όπου θα πρέπει να αυξηθούν οι εισροές μέχρι να επιτευχθεί η ίδια αναλογία εισροών-εκροών. Δηλαδή να αυξηθεί το μέγεθος της DMU μέχρι να επιτύχω το ιδανικό.
- Μειωμένες αποδόσεις κλίμακας πρέπει να μειώσω τις εισροές μέχρι να πετύχω την ίδια αναλογία εισροών-εκροών. Δηλαδή να μειώσω και άλλο το μέγεθος της DMU μέχρι να επιτύχω το ιδανικό.

4.1.2 Προσανατολισμός δεδομένων.

Ο προσανατολισμός αναφέρεται στην κατεύθυνση της βελτίωσης των μοντέλων της DEA και χωρίζεται σε τρεις κατηγορίες.

1. Προσανατολισμός στις εισροές (Input Oriented): Στόχος αυτών των μοντέλων είναι η ελαχιστοποίηση των εισροές διατηρώντας τις εκροές σταθερές. Η κύρια χρησιμότητα είναι στη μείωση του κόστους μιας DMU.
2. Προσανατολισμός στις εκροές (Output Oriented): Στόχος αυτών των μοντέλων είναι η μεγιστοποίηση των εκροές διατηρώντας τις εισροές σταθερές. Η κύρια χρησιμότητα είναι στην αύξηση εσόδων, κερδών και παραγωγής μιας DMU.
3. Μη προσανατολισμένα (Non Oriented): Στόχος αυτών των μοντέλων είναι η ταυτόχρονη μείωση των εισροών και αύξηση των εκροών, χωρίς να δίνεται προτεραιότητα σε μια από τις δύο κατευθύνσεις. Η προσέγγιση αυτή είναι χρήσιμη όταν οι εισροές και οι εκροές είναι κρίσιμες και δεν μπορούν να παραμείνουν σταθερές καμία από αυτές.

4.1.3 Αποδόσεις κλίμακας και μέτωπο αποδοτικότητας

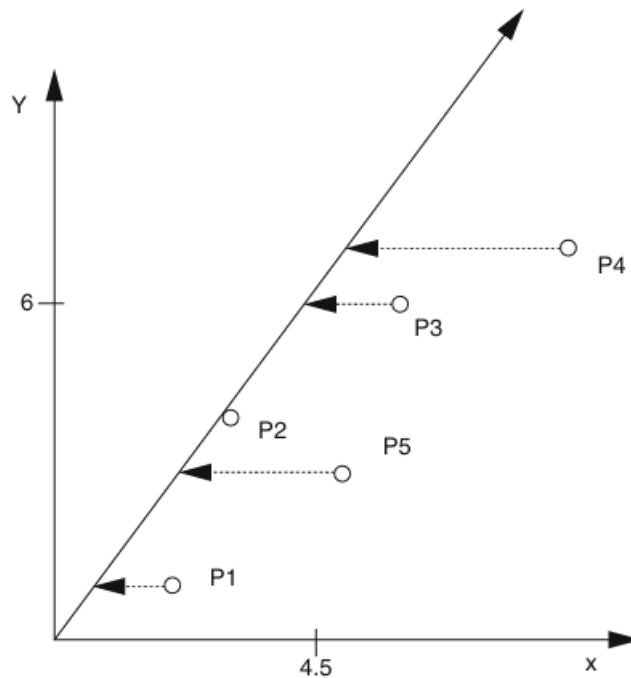
Η DEA, μέσω της χρήσης μαθηματικού προγραμματισμού, έχει αναγνωριστεί ως ιδιαίτερα αποτελεσματική στη μέτρηση των αναποτελεσματικοτήτων σε παραγωγικά συστήματα με πολλαπλές εισροές και εκροές. Από την πρωτοποριακή εργασία των Charnes et al. (1978), έχουν αναπτυχθεί πολλά διαφορετικά μοντέλα DEA (βλ. Cooper et al., 2000). Κατά τη διάρκεια αυτής της περιόδου εξέλιξης των μοντέλων, η οικονομική έννοια των αποδόσεων κλίμακας (Returns to Scale - RTS) έχει επίσης μελετηθεί εκτενώς στο πλαίσιο που παρέχεται από αυτές τις μεθόδους.

Στην κλασική οικονομική θεωρία, οι RTS παραδοσιακά ορίζονται στο πλαίσιο περιπτώσεων μίας εισροής και εκροής. Επεκτάσεις της έννοιας των RTS σε περιπτώσεις πολλαπλών εισροών και εκροών έχουν προταθεί από ερευνητές όπως οι Banker (1984), Banker et al. (1984) και Banker και Thrall (1992), χρησιμοποιώντας την DEA.

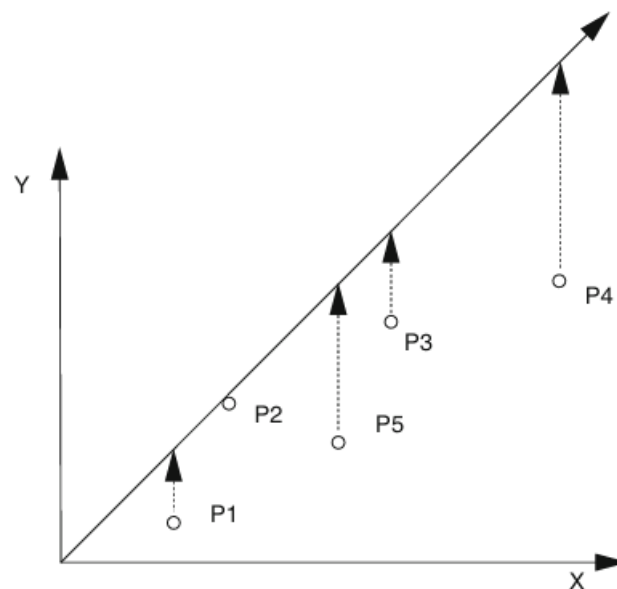
Οι αποδόσεις κλίμακας (Returns to Scale) χωρίζονται σε δύο κατηγορίες:

1. Σταθερές αποδόσεις κλίμακας (CRS): Η πιθανή αύξηση ή μείωση στην εισροή κατά ένα σταθερό παράγοντα λ έχει ως αποτέλεσμα την αντίστοιχη αύξηση ή μείωση

στην εκροή κατά λ. Δηλαδή εάν το x γίνει λx τότε και το y θα μετατραπεί σε λy και το αντίστροφο. Έτσι το σύνορο αποδοτικότητας διέρχεται από την αρχή των αξόνων και ορίζεται από τις μονάδες μέγιστης αποδοτικότητας.



Σχήμα 4.1: Σύνορο αποδοτικότητας μοντέλου CRS με προσανατολισμό στην εισροή (Cooper et al., 2011).



Σχήμα 4.2: Σύνορο αποδοτικότητας μοντέλου CRS με προσανατολισμό στην εκροή (Cooper et al., 2011).

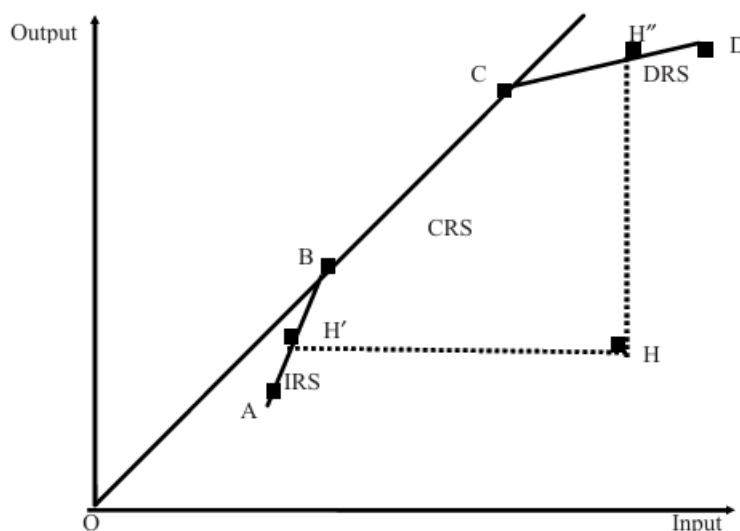
Μια μη αποδοτική DMU μπορεί να γίνει πιο αποδοτική με προβολή στο μέτωπο. Σε προσανατολισμό εισροών, η αποδοτικότητα βελτιώνεται μέσω αναλογικής μείωσης των εισροών όπως εμφανίζεται στο Σχήμα 4.1, ενώ σε προσανατολισμό εκροών

απαιτείται αναλογική αύξηση των εκροών Σχήμα 4.2. Άρα, η αποδοτικότητα ενός σημείου του περιγράμματος εξαρτάται από τον προσανατολισμό του μοντέλου και ενδέχεται να οδηγήσει σε διαφορετικά σημεία ανάλογα με το αν επικεντρωνόμαστε σε εισροές ή εκροές.

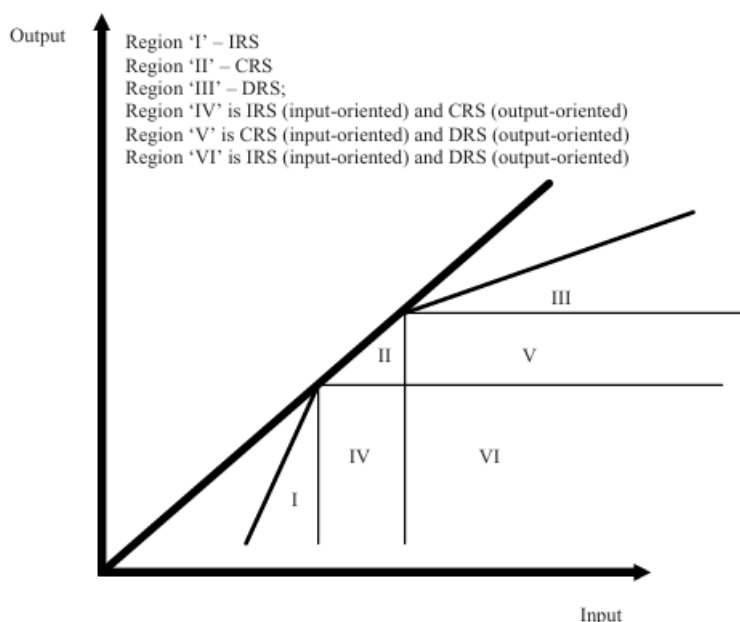
Ωστόσο, είναι απαραίτητο να γίνει διάκριση μεταξύ ενός σημείου του περιγράμματος και ενός αποδοτικού σημείου του περιγράμματος. Σημείο του περιγράμματος αναφέρεται εκείνο που βρίσκεται πάνω στη γραμμή αποδοτικότητας αλλά δεν σημαίνει απαραίτητα ότι είναι και αποδοτικό καθώς μπορεί να μην τηρεί όλα τα κριτήρια του μοντέλου. Το αποδοτικό σημείο του περιγράμματος είναι πραγματικά αποδοτικό αξιοποιώντας πλήρως τους πόρους του με τον βέλτιστο δυνατό τρόπο. Περισσότερες λεπτομέρειες αναφέρονται στην παράγραφο (4.2).

2. Μεταβλητές αποδόσεις κλίμακας (VRS): Η πιθανή αύξηση ή μείωση στην εισροή κατά ένα παράγοντα λ έχει ως αποτέλεσμα την μη αναλογική αύξηση ή μείωση στην εκροή και το αντίστροφο. Το αποδοτικό μέτωπο σε VRS μοντέλα είναι κυρτό και επιτρέπει την ανάλυση της αποδοτικότητας σε τοπικό επίπεδο, χωρίς να απαιτείται η παραδοχή ότι όλες οι DMUs λειτουργούν υπό σταθερές αποδόσεις κλίμακας. Οι αποδόσεις κλίμακας ερμηνεύονται ως εξής:

- **Αύξουσες Αποδόσεις Κλίμακας (IRS):** Όταν η αναλογική αύξηση όλων των εισροών οδηγεί σε μεγαλύτερη από την αναλογική αύξηση των εκροών.
- **Φθίνουσες Αποδόσεις Κλίμακας (DRS):** Όταν η αναλογική αύξηση όλων των εισροών οδηγεί σε μικρότερη από την αναλογική αύξηση των εκροών.
- **Σταθερές Αποδόσεις Κλίμακας (CRS):** Όταν η αναλογική αύξηση των εισροών οδηγεί σε ακριβώς ισόποση αύξηση των εκροών.



Σχήμα 4.3: Σύνορο αποδοτικότητας VRS (Zhu, 2009).



Σχήμα 4.4: RTS περιοχές (Zhu, 2009).

Στο Σχήμα 4.3 υπάρχουν πέντε μονάδες λήψης αποφάσεων (DMUs), A, B, C, D, και H. Η ακτίνα OBC είναι το ολικό αποδοτικό μέτωπο CRS. Τα τμήματα AB, BC και CD αποτελούν το αποδοτικό μέτωπο VRS, παρουσιάζοντας διαδοχικά αύξουσες αποδόσεις κλίμακας (IRS), σταθερές αποδόσεις κλίμακας (CRS) και φθίνουσες αποδόσεις κλίμακας (DRS). Οι DMUs B και C παρουσιάζουν τοπικό CRS. Στο τμήμα AB, οι IRS επικρατούν στα αριστερά του σημείου B. Στο τμήμα CD, οι DRS επικρατούν στα δεξιά του σημείου C.

Εξετάζοντας την μη αποδοτική DMU H προκύπτει:

- Αν χρησιμοποιηθεί το μοντέλο VRS με προσανατολισμό στις εισροές, τότε ο αποδοτικός στόχος είναι το σημείο H', και η ταξινόμηση των RTS για την H είναι IRS.
- Αν χρησιμοποιηθεί το μοντέλο VRS με προσανατολισμό στις εκροές, τότε ο αποδοτικός στόχος είναι το σημείο H'', και η ταξινόμηση των RTS για την H είναι DRS.

Ωστόσο, ορισμένες περιοχές RTS (IRS, CRS και DRS) καθορίζονται μοναδικά ανεξαρτήτως του μοντέλου VRS που χρησιμοποιείται. Αυτές οι περιοχές είναι:

- Περιοχή 'I' - IRS,
- Περιοχή 'II' - CRS,
- Περιοχή 'III' - DRS.

Στην πραγματικότητα, υπάρχουν έξι περιοχές RTS, όπως φαίνεται στο Σχήμα 4.4. Δύο διαφορετικές ταξινομήσεις RTS αποδίδονται στις υπόλοιπες περιοχές IV, V και VI:

- Περιοχή 'IV': IRS (προσανατολισμός στις εισροές) και CRS (προσανατολισμός στις εκροές).
- Περιοχή 'V': CRS (προσανατολισμός στις εισροές) και DRS (προσανατολισμός στις εκροές).
- Περιοχή 'VI': IRS (προσανατολισμός στις εισροές) και DRS

αποδοτική και θα οριστούν οι έννοιες δυνατή αποδοτικότητα και ασθενής στην παράγραφο 3.2.1. Το σημείο A είναι μια μη αποδοτική DMU η οποία μπορεί να γίνει αποδοτική μέσω ακτινικής μείωσης των εισροών φτάνοντας στο σημείο A'. Η ακτινική μείωση γίνεται αναλογικά δηλαδή η μείωση που εφαρμόζεται είναι ίδια για την εισροή 1 και 2.

Στην DEA τα μοντέλα που κατασκευάζονται είναι δύο ειδών:

- Multiplier model: Είναι ένα γραμμικό πρόβλημα βελτιστοποιήσεως που υπολογίζει τα βέλτιστα βάρων των DMUs και την αποδοτικότητα τους.
- Envelopment model: Το συγκεκριμένο μοντέλο έχει μια πιο γεωμετρική ερμηνεία και όχι τόσο αλγεβρική όπως το Multiplier καθώς αξιολογεί τις μονάδες με προβολή στο μέτωπο αποδοτικότητας. Στόχος του μοντέλου είναι κυρίως να μας δώσει πληροφορίες για το πόσο χρειάζεται να προσαρμοστεί μια μη αποδοτική μονάδα ώστε να γίνει αποδοτική.

4.2.1 Μοντέλο CCR (Charnes, Cooper, Rhodes - 1978)

Το αρχικό μοντέλο DEA που προτάθηκε από τους Charnes et al. (1978), γνωστό επίσης ως **μοντέλο CCR**, ήταν ένα ακτινικό μοντέλο.

Το μοντέλο CCR υποθέτει ότι η τεχνολογία παραγωγής, επίσης γνωστή ως σύνολο δυνατοτήτων παραγωγής (production possibility set), παρουσιάζει σταθερές αποδόσεις κλίμακας (CRS). Οι Charnes, Cooper και Rhodes παρουσίασαν το μοντέλο με δύο προσανατολισμούς: προσανατολισμένο στις εισροές και προσανατολισμένο στις εκροές. Ο προσανατολισμός αντιστοιχεί στην οπτική που λαμβάνεται για τη βελτίωση των μη αποδοτικών μονάδων, είτε με στόχο τη μείωση των υπερβολικών εισροών είτε με στόχο την αύξηση των ελλείψεων στις παραγόμενες εκροές, αντίστοιχα, ώστε η μη αποδοτική μονάδα να φτάσει στο όριο αποδοτικότητας. Το μοντέλο CCR υπολογίζει την συνολική τεχνική αποδοτικότητα. Παρακάτω θα παρουσιαστούν τα πρωτεύοντα μοντέλα με τους διαφορετικούς προσανατολισμούς και τα δυικά τους.

Προσανατολισμένα τις εισροές μοντέλα

Μαθηματική διατύπωση αρχικού μοντέλου της DEA από τους Charnes et al. (1978):

$$\max h_0(u, v) = \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{ro}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{io}}$$

Υπο τους περιορισμούς:

$$\frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{rj}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}} \leq 1 \quad \forall j = 1, 2, \dots, n$$

$$\frac{u_r}{\sum_{i=1}^m v_i x_{io}} \geq \varepsilon \quad \forall r = 1, 2, \dots, s$$

$$\frac{v_i}{\sum_{i=1}^m v_i x_{io}} \geq \varepsilon \quad \forall i = 1, 2, \dots, m$$

$$\varepsilon > 0$$

Όπου:

- h_o , η αποδοτικότητα της εξεταζόμενου DMU (o) που παίρνει τιμές από το 0 έως το 1.
- x_{ij} & x_{io} , η ποσότητα εισροής i της DMU j και o αντίστοιχα.
- y_{rj} & y_{ro} , η ποσότητα εκροής r του DMU j και o αντίστοιχα.
- u_r, v_i , είναι τα βάρη των εκροών και εισροών αντίστοιχα.
- m, s, n , το πλήθος εισροών, εκροών και DMU αντίστοιχα.
- ε , ορίζεται ως μια πολύ μικρή θετική σταθερά.

Ο όρος ε χρησιμοποιείται για να διασφαλιστεί ότι τα βάρη είναι αυστηρά θετικά και δεν μηδενίζονται. Αυτό εξασφαλίζει ότι δεν θα αγνοηθούν εισροές και εκροές στη βελτιστοποίηση. Οι Bulla et al. (2000) έδειξαν ότι το ε δεν πρέπει να θεωρείται αυθαίρετο, αλλά θα πρέπει επιλέγεται ανάλογα με τις τιμές εισροών και εκροών για να μην αλλοιωθούν τα αποτελέσματα.

Ο στόχος του παραπάνω μοντέλου είναι να υπολογίσει τα βέλτιστα βάρη των DMUs και να αξιολογήσει την αποδοτικότητά τους. Ωστόσο το πρόβλημα έχει άπειρες λύσεις καθώς αν (u^*, v^*) είναι η βέλτιστη λύση τότε η λύση $(\alpha u^*, \alpha v^*)$ είναι επίσης βέλτιστη για οποιοδήποτε $\alpha > 0$. Ο μετασχηματισμός των Charnes-Cooper (1962) βοήθησε στην κανονικοποίηση του μοντέλου για εξάλειψη των άπειρων λύσεων, μέσω της μετατροπής του παραπάνω μη γραμμικού προβλήματος σε γραμμικό. Η κανονικοποίηση εφαρμόζεται με την εισαγωγή του περιορισμού $\sum_{i=1}^m v_i x_{io} = 1$, ο οποίος επιτρέπει τη διατύπωση του προβλήματος σε γραμμική μορφή με την αλλαγή των μεταβλητών από (u, v) σε (μ, ν) . Παρακάτω παρουσιάζεται το γραμμικό πρόβλημα και το δυικό του μοντέλο.

- Πρωτεύον (Primal) CCR μοντέλο:

$$\max z = \sum_{r=1}^s \mu_r y_{ro}$$

Υπό:

$$\sum_{r=1}^s \mu_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m \nu_i x_{ij} \leq 0$$

$$\sum_{i=1}^m \nu_i x_{io} = 1$$

$$\mu_r, \nu_i \geq \varepsilon > 0$$

- Δυϊκό (Dual) CCR μοντέλο:

$$\min \theta - \varepsilon \left(\sum_{i=1}^m s_i^- + \sum_{r=1}^s s_r^+ \right)$$

υπό:

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} + s_i^- = \theta x_{io} \quad \forall i = 1, 2, \dots, m$$

$$\sum_{j=1}^n y_{rj} \lambda_j - s_r^+ = y_{ro} \quad \forall r = 1, 2, \dots, s$$

$$\lambda_j, s_r^+, s_i^- \geq 0 \quad \forall i, r \& j = 1, 2, \dots, n$$

Όπου:

- θ & z , συντελεστής αποδοτικότητας της εξεταζόμενης DMU (ο).
- λ_j , τα βάρη της κάθε DMU j .
- μ_r & v_i , τα βάρη των εκροών και εισροών αντίστοιχα.

Προσανατολισμένα τις εκροές μοντέλα

Μαθηματική διατύπωση αρχικού μοντέλου της DEA από τους Charnes et al. (1978):

$$\min h_0(u, v) = \frac{\sum_{i=1}^m v_i x_{io}}{\sum_{r=1}^s u_r y_{ro}}$$

Υπό:

$$\frac{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}}{\sum_{r=1}^s u_r y_{rj}} \geq 1 \quad \forall j = 1, 2, \dots, n$$

$$\frac{u_r}{\sum_{r=1}^s u_r y_{ro}} \geq \varepsilon \quad \forall r = 1, 2, \dots, s$$

$$\frac{v_i}{\sum_{r=1}^s u_r y_{ro}} \geq \varepsilon \quad \forall i = 1, 2, \dots, m$$

$$\varepsilon > 0$$

Σε αυτή την περίπτωση η κανονικοποίηση γίνεται με τον περιορισμό $\sum_{r=1}^s u_r y_{ro} = 1$.

- Πρωτεύον (Primal) CCR μοντέλο:

$$\min q = \sum_{i=1}^m v_i x_{io}$$

Υπό:

$$\sum_{i=1}^m v_i x_{ij} - \sum_{r=1}^s \mu_r y_{rj} \geq 0$$

$$\sum_{r=1}^s \mu_r y_{ro} = 1$$

$$\mu_r, v_i \geq \varepsilon > 0$$

- Δυϊκό (Dual) CCR μοντέλο:

$$\max \varphi + \varepsilon \left(\sum_{i=1}^m s_i^- + \sum_{r=1}^s s_r^+ \right)$$

Υπό:

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} + s_i^- = x_{io} \quad \forall i = 1, 2, \dots, m$$

$$\sum_{j=1}^n y_{rj} \lambda_j - s_r^+ = \varphi y_{ro} \quad \forall r = 1, 2, \dots, s$$

$$\lambda_j, s_r^+, s_i^- \geq 0 \quad \forall i, r \& j = 1, 2, \dots, n$$

4.2.2 Μοντέλο BCC (Banker, Charnes, Cooper - 1984)

Το δεύτερο μοντέλο DEA που παρουσιάστηκε είναι το μοντέλο BCC, το οποίο αναπτύχθηκε από τους Banker et al. (1984) ως επέκταση του αρχικού μοντέλου CCR. Το CCR βασίζεται στην υπόθεση των σταθερών αποδόσεων κλίμακας, όπου οι μεταβολές στις εισροές ή εκροές είναι πάντα αναλογικές. Ωστόσο, αυτή η υπόθεση συχνά θεωρείται μη ρεαλιστική, καθώς αγνοεί την κλίμακα λειτουργίας των μονάδων, την οποία υποθέτει ιδανική.

Το μοντέλο BCC εισάγει την υπόθεση των μεταβαλλόμενων αποδόσεων κλίμακας (**VRS**), όπου οι μεταβολές στις εισροές ή εκροές μπορεί να είναι αύξουσες, μειούμενες ή σταθερές, αντισταθμίζοντας έτσι τη ρεαλιστική φύση των παραγωγικών διαδικασιών. Σε αντίθεση με το CCR, το BCC υπολογίζει την καθαρή τεχνική αποδοτικότητα (Pure Technical Efficiency, PTE), η οποία αφορά τη διαχείριση των εισροών και εκροών ανεξάρτητα από την κλίμακα. Αυτό επιτρέπει την αποτίμηση της αποδοτικότητας που οφείλεται αποκλειστικά στη λειτουργική διαχείριση, ενώ η επίδραση της κλίμακας απομονώνεται και μπορεί να αξιολογηθεί μέσω της Αποδοτικότητας Κλίμακας (Scale Efficiency, SE).

Όσον αφορά τον προσανατολισμό, ισχύουν οι ίδιες επιλογές όπως στο CCR

προσανατολισμένο στις εισροές ή εκροές. Εδώ θα παρουσιαστεί το BCC προσανατολισμένο στις εκροές, καθώς η μεθοδολογία για τις εισροές είναι παρόμοια με εκείνη που χρησιμοποιήθηκε για το μοντέλο CCR.

Μαθηματική διατύπωση μοντέλου BCC από τους Banker et al. (1984):

$$\min \theta_0 - \varepsilon \left(\sum_{i=1}^m s_i^- + \sum_{r=1}^s s_r^+ \right)$$

Υπό:

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} + s_i^- = \theta_0 x_{io} \quad \forall i = 1, 2, \dots, m$$

$$\sum_{j=1}^n y_{rj} \lambda_j - s_r^+ = y_{ro} \quad \forall r = 1, 2, \dots, s$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1$$

$$\lambda_j, s_r^+, s_i^- \geq 0 \quad \forall i, r, j$$

Η προσθήκη $\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1$, είναι που μετατρέπει το CCR μοντέλο σε BCC. Αυτός ο πρόσθετος περιορισμός εισάγει μια επιπλέον μεταβλητή, u_o στα (δυαδικά) προβλήματα των πολλαπλασιαστών (multipliers). Αυτή η επιπλέον μεταβλητή καθιστά εφικτή την αξιολόγηση των αποδόσεων κλίμακας (αυξανόμενες, σταθερές και φθίνουσες).

Το δυϊκό μοντέλο (envelopment form) είναι:

$$\max z = \sum_{r=1}^s u_r y_{ro} - u_o$$

Υπό:

$$\sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} - u_o \leq 0$$

$$\sum_{i=1}^m v_i x_{io} = 1$$

$$v_r, v_i \geq \varepsilon, u_o \in R$$

Η τιμή του u_o στο μοντέλο BCC είναι κρίσιμη για τον χαρακτηρισμό της φύσης των αποδόσεων κλίμακας:

- Αυξανόμενες αποδόσεις κλίμακας (Increasing Returns to Scale - IRS): Όταν $u_o < 0$
- Φθίνουσες αποδόσεις κλίμακας (Decreasing Returns to Scale - DRS): Όταν $u_o > 0$.
- Σταθερές αποδόσεις κλίμακας (Constant Returns to Scale - CRS): Όταν $u_o = 0$.

4.3 Μη Ακτινικά μοντέλα

Τα ακτινικά μοντέλα εκπροσωπούνται από το μοντέλο CCR. Βασικά, αυτά ασχολούνται με αναλογικές αλλαγές στις εισροές ή εκροές. Έτσι, η βαθμολογία CCR αντικατοπτρίζει τον μέγιστο αναλογικό ρυθμό μείωσης εισροών (ή επέκτασης εκροών), ο οποίος είναι κοινός για όλες τις εισροές (ή εκροές).

Ωστόσο, στον πραγματικό κόσμο, δεν συμπεριφέρονται όλες οι εισροές (ή εκροές) με αναλογικό τρόπο. Για παράδειγμα, αν χρησιμοποιούνται εργασία, υλικά και κεφάλαιο ως εισροές, ορισμένες από αυτές είναι υποκατάστατες και δεν αλλάζουν αναλογικά.

Ένα άλλο μειονέκτημα των ακτινικών μοντέλων είναι ότι αγνοούνται οι αποκλίσεις κατά την αναφορά της βαθμολογίας αποδοτικότητας. Σε πολλές περιπτώσεις, βρίσκουμε μη ακτινικές αποκλίσεις που παραμένουν. Επομένως, αν αυτές οι αποκλίσεις έχουν σημαντικό ρόλο στην αξιολόγηση της διοικητικής αποδοτικότητας, οι ακτινικές προσεγγίσεις μπορεί να οδηγήσουν σε παραπλανητική απόφαση όταν χρησιμοποιείτε τη βαθμολογία αποδοτικότητας ως τον μοναδικό δείκτη για την αξιολόγηση της απόδοσης των μονάδων λήψης αποφάσεων.

Αντίθετα, τα μη ακτινικά μοντέλα μέτρησης αποδοτικότητας βασισμένα παρακάμπτουν την υπόθεση των αναλογικών αλλαγών στις εισροές και εκροές. Αυτή η προσέγγιση μπορεί να απορρίψει τις διαφοροποιημένες αναλογίες των αρχικών εισροών και εκροών.

4.3.1 Προσθετικό μοντέλο

Το προσθετικό μοντέλο της DEA λαμβάνει υπόψη τον συνδυασμό εισροών και εκροών των DMUs. Στόχος του είναι να προσδιορίσει τον μέγιστο βαθμό στον οποίο μπορούν να εξαλειφθούν οι αποκλίσεις από τη DMU που αξιολογείται. Γενικά, χρησιμοποιείται ως μη προσανατολισμένο μοντέλο. Πρώτη φορά παρουσιάστηκε από Charnes et al. (1985) με την εξής μορφή:

$$\max = \sum_{r=1}^s s_r^+ + \sum_{i=1}^m s_i^-$$

Υπό:

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} + s_i^- = x_{io} \quad \forall i = 1, 2, \dots, m$$

$$\sum_{j=1}^n y_{rj} \lambda_j - s_r^+ = y_{ro} \quad \forall r = 1, 2, \dots, s$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1$$

$$\lambda_j, s_r^+, s_i^- \geq 0 \quad \forall j, r, i$$

Αυτό το μοντέλο χρησιμοποιεί μια μέθοδο μέτρησης που διαφέρει από εκείνη που χρησιμοποιείται στο μοντέλο "ακτινικής μέτρησης" (radial measure), το οποίο βασίζεται στη μετρική l_1 , γνωστή και ως "μετρική πόλης" (city block metric).

Επιπλέον, αυτό το μοντέλο δεν απαιτεί τη διάκριση μεταξύ προσανατολισμού στις "εκροές" και στις "εισροές," διότι ο στόχος του μοντέλου είναι η ταυτόχρονη μεγιστοποίηση των εκροών και ελαχιστοποίηση των εισροών – σύμφωνα με τη λογική των διανυσματικών βελτιστοποιήσεων (vector optimizations). Αυτό μπορεί να γίνει κατανοητό μέσω της αξιοποίησης της λύσης του μοντέλου με την εισαγωγή νέων μεταβλητών \widehat{y}_{ro} , \widehat{x}_{io} που ορίζονται ως εξής:

$$\widehat{y}_{ro} = y_{ro} + s_r^{+*} \geq y_{ro}, \forall r = 1, 2, \dots, s$$

$$\widehat{x}_{io} = x_{io} + s_i^{-*} \leq x_{io}, \forall i = 1, 2, \dots, m$$

Σημειώνεται ότι οι μεταβλητές απόκλισης είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους. Επομένως, δεν επιτυγχάνεται βέλτιστη λύση μέχρι να μην είναι πλέον δυνατό να αυξηθεί μια εκροή \widehat{y}_{ro} ή να μειωθεί μια εισροή \widehat{x}_{io} χωρίς να μειωθεί κάποια άλλη εκροή ή να αυξηθεί κάποια άλλη εισροή. Το ακόλουθο θεώρημα, το οποίο προκύπτει άμεσα, έχει αποδειχθεί από τους Cooper et al. (2007):

Θεώρημα 3.1: Μια DMU o είναι αποδοτική αν και μόνο αν όλες οι μεταβλητές απόκλισης είναι μηδενικές σε μια βέλτιστη λύση.

Όπως αποδείχθηκε από τους Ahn et al. (1988), οι λύσεις του προσθετικού μοντέλου μπορούν να συσχετιστούν με εκείνες του ακτινικού μοντέλου μέσω του ακόλουθου θεωρήματος:

Θεώρημα 3.2: Μια DMU o είναι αποδοτική για ένα προσθετικό μοντέλο αν και μόνο αν είναι αποδοτική για το αντίστοιχο ακτινικό μοντέλο.

Εδώ, ο όρος "αντίστοιχο" σημαίνει ότι τα σύνολα περιορισμών είναι τα ίδια, έτσι ώστε ο περιορισμός:

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1$$

εμφανίζεται ως περιορισμός στο προσθετικό μοντέλο αν και μόνο αν εμφανίζεται και στο ακτινικό μοντέλο με το οποίο συγκρίνεται.

4.3.2 Μοντέλα βασιζόμενα στις αποκλίσεις

Τα μοντέλα που βασίζονται στις αποκλίσεις (slack-based models) πρώτη φορά παρουσιάστηκαν από τον Tone (2001) και έχουν σχεδιαστεί ώστε να πληρούν τις ακόλουθες δύο προϋποθέσεις:

1. Σταθερότητα μονάδων (Units invariant): Το μέτρο πρέπει να είναι αμετάβλητο ως προς τις μονάδες των δεδομένων. Δηλαδή, οι μονάδες μέτρησης των εισροών ή εκροών (π.χ. κιλά, ευρώ, ώρες) δεν επηρεάζουν το αποτέλεσμα της αξιολόγησης αποδοτικότητας.
2. Μονοτονικότητα (Monotone): Το μέτρο πρέπει να είναι μονοτονικά φθίνον σε κάθε απόκλιση, τόσο στις εισροές όσο και στις εκροές. Αυτό σημαίνει ότι όσο μεγαλύτερη είναι η απόκλιση (δηλαδή, η αναποτελεσματικότητα) σε μια εισροή ή εκροή, τόσο μικρότερη θα είναι η συνολική αποδοτικότητα της DMU.

Παρακάτω θα παρουσιαστούν τα μοντέλα input-output-non oriented SBM υπό την υπόθεση CRS που υπολογίζουν την σχετική αποδοτικότητα.

Προσανατολισμός στις εισροές (SBM-I-C)

$$\min_{\lambda, s_r^+, s_i^-} \rho_I^* = 1 - \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \frac{s_i^-}{x_{io}}$$

Υπό:

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} + s_i^- = x_{io} \quad \forall i = 1, 2, \dots, m$$

$$\sum_{j=1}^n y_{rj} \lambda_j - s_r^+ = y_{ro} \quad \forall r = 1, 2, \dots, s$$

$$\lambda_j, s_r^+, s_i^- \geq 0 \quad \forall j, r, i$$

Όπου ρ_I^* είναι η SBM-I-C αποδοτικότητα.

Μια DMU $o = (x_o, y_o)$ ονομάζεται SBM αποδοτική ως προς τις εισροές, εάν η βαθμολογία αποδοτικότητας $\rho_I^* = 1$.

Αυτό σημαίνει ότι $s_i^- = 0$, δηλαδή οι αποκλίσεις των εισροών είναι μηδενικές (δεν

υπάρχει αναποτελεσματικότητα στις εισροές). Ωστόσο, οι αποκλίσεις των εκροών s_r^+ μπορεί να είναι διάφορες από το μηδέν, δηλαδή μπορεί να υπάρχουν περιθώρια βελτίωσης στις εκροές.

Προσανατολισμός στις εκροές (SBM-O-C)

$$\max_{\lambda, s_r^+, s_i^-} \frac{1}{\rho_o^*} = 1 + \frac{1}{s} \sum_{i=1}^s \frac{s_r^+}{y_{ro}}$$

Υπό:

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} + s_i^- = x_{io} \quad \forall i = 1, 2, \dots, m$$

$$\sum_{j=1}^n y_{rj} \lambda_j - s_r^+ = y_{ro} \quad \forall r = 1, 2, \dots, s$$

$$\lambda_j, s_r^+, s_i^- \geq 0 \quad \forall j, r, i$$

Όπου ρ_o^* είναι η SBM-O-C αποδοτικότητα.

Μια DMU $o = (x_o, y_o)$ ονομάζεται SBM αποδοτική ως προς τις εκροές, εάν η βαθμολογία αποδοτικότητας $\rho_o^* = 1$.

Αυτό σημαίνει ότι $s_r^+ = 0$, δηλαδή οι αποκλίσεις των εκροών είναι μηδενικές (δεν υπάρχει αναποτελεσματικότητα στις εκροές). Ωστόσο, οι αποκλίσεις των εισροών s_i^- μπορεί να είναι διάφορες από το μηδέν, δηλαδή μπορεί να υπάρχουν περιθώρια βελτίωσης στις εκροές.

Μη προσανατολισμένο μοντέλο (SBM-N-C)

$$\min_{\lambda, s_r^+, s_i^-} \rho_N^* = \frac{1 - \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \left(\frac{s_i^-}{x_{io}} \right)}{1 + \frac{1}{s} \sum_{i=1}^s \left(\frac{s_r^+}{y_{ro}} \right)}$$

Υπό:

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} + s_i^- = x_{io} \quad \forall i = 1, 2, \dots, m$$

$$\sum_{j=1}^n y_{rj} \lambda_j - s_r^+ = y_{ro} \quad \forall r = 1, 2, \dots, s$$

$$\lambda_j, s_r^+, s_i^- \geq 0 \quad \forall j, r, i$$

Μια DMU $o = (x_o, y_o)$ ονομάζεται SBM αποδοτική, εάν η βαθμολογία αποδοτικότητας $\rho_N^* = 1$. Αυτό σημαίνει ότι, $s_r^+ = 0$ & $s_i^- = 0$. Όλες οι μεταβλητές απόκλισης των εισροών και εκροών είναι μηδενικές.

Το παραπάνω μοντέλο επειδή έχει μη γραμμική μορφή χρησιμοποιώντας την μεθοδολογία των Charnes–Cooper μετατρέπεται σε γραμμικό πρόβλημα ως εξής:

$$\min_{t, \Lambda_i^-, s_r^+} \tau^* = t - \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \frac{S_i^-}{x_{io}}$$

Υπό:

$$t + \frac{1}{s} \sum_{r=1}^s \frac{S_r^+}{y_{ro}} = 1$$

$$\sum_{j=1}^n \Lambda_j x_{ij} + S_i^- = t x_{io} \quad \forall i = 1, 2, \dots, m$$

$$\sum_{j=1}^n y_{rj} \Lambda_j - S_r^+ = t y_{ro} \quad \forall r = 1, 2, \dots, s$$

$$\Lambda_j, S_r^+, S_i^- \geq 0 \quad \forall j, r, i$$

Εάν η βέλτιστη λύση του παραπάνω γραμμικού προβλήματος είναι $(\tau^*, t^*, \Lambda^*, S^{-*}, S^{+*})$, τότε η λύση του μη γραμμικού προβλήματος SBM-N-C είναι:

$$\rho^* = \tau^*, \quad \lambda^* = \frac{\Lambda^*}{t^*}, \quad s^{-*} = \frac{S^{-*}}{t^*}, \quad s^{+*} = \frac{S^{+*}}{t^*}.$$

4.4 Διασταυρούμενη αποδοτικότητα

Ενώ η DEA έχει αποδειχθεί αποτελεσματική προσέγγιση για τον εντοπισμό των συνόρων βέλτιστης πρακτικής, η ευελιξία της στη στάθμιση πολλαπλών εισροών και εκροών, καθώς και η φύση της ως εργαλείου αυτό-αξιολόγησης (simple efficiency), έχουν δεχθεί κριτική. Η μέθοδος της διασταυρούμενης αποδοτικότητας (cross efficiency) αναπτύχθηκε ως επέκταση της DEA για την κατάταξη των DMUs Sexton et al. (1986), με την κύρια ιδέα να είναι η χρήση της DEA για αξιολόγηση από ομότιμους (peer evaluation) αντί να λειτουργεί σε καθαρά αυτό-αξιολογητική βάση. Η διασταυρούμενη αποδοτικότητα έχει διερευνηθεί περαιτέρω από τους Doyle και Green (1994).

Υπάρχουν κυρίως δύο πλεονεκτήματα της μεθόδου διασταυρούμενης αξιολόγησης:

1. Παρέχει μία κατάταξη (ranking) μεταξύ των DMUs.
2. Εξαλείφει μη ρεαλιστικά σχήματα βαρών χωρίς να απαιτεί τη διατύπωση περιορισμών βαρών από ειδικούς του πεδίου εφαρμογής (π.χ., Anderson et al., (2002)).

Η διασταυρούμενη αποδοτικότητα παρουσιάζεται γενικά ως μια διαδικασία δύο φάσεων. Συγκεκριμένα:

- 1^η Φάση: Είναι η φάση αυτοαξιολόγησης ή υπολογισμού απλής αποδοτικότητας, όπου υπολογίζονται οι βαθμολογίες DEA χρησιμοποιώντας το μοντέλο DEA σταθερών αποδόσεων κλίμακας (CRS) των Charnes et al. (1978).
- 2^η Φάση: Τα βέλτιστα βάρη που προκύπτουν από τη Φάση 1 εφαρμόζονται σε όλες τις υπόλοιπες DMUs, για να προκύψει η λεγόμενη βαθμολογία διασταυρούμενης αξιολόγησης (cross evaluation score) για καθεμία από αυτές τις DMUs.

1^η Φάση: Υποθέτουμε ότι η DMU_d αξιολογείται με το μοντέλο CRS προσανατολισμένο στις εισροές (Charnes et al., 1978). Τότε, η βαθμολογία αποδοτικότητας αυτής της DMU (αυτοαξιολόγηση) καθορίζεται από το ακόλουθο μοντέλο DEA.

$$\max E_{dd} = \frac{\sum_{r=1}^s u_{rd} y_{rd}}{\sum_{i=1}^m v_{id} x_{id}}$$

Υπό:

$$E_{dj} = \frac{\sum_{r=1}^s u_{rd} y_{rj}}{\sum_{i=1}^m v_{id} x_{ij}} \leq 1 \quad \forall j = 1, 2, \dots, n$$

$$u_{rd} \geq \varepsilon, \forall r = 1, 2, \dots, s$$

$$v_{id} \geq \varepsilon, \forall i = 1, 2, \dots, m$$

Όπου:

- E_{dd} , είναι η απλή αποδοτικότητα της DMU d .
- u_{rd}, v_{id} , είναι τα βάρη εκροών και εισροών της DMU d αντίστοιχα.

2^η Φάση: Η διασταυρούμενη αποδοτικότητα της DMU j , υπολογίζεται χρησιμοποιώντας τα βέλτιστα βάρη που εξήγαγε το μοντέλο στη 1^η φάση της DMU d πολλαπλασιάζοντας με τις εισροές και εκροές της DMU j .

$$E_{dj} = \frac{\sum_{r=1}^s u_{rd}^* y_{rj}}{\sum_{i=1}^m v_{id}^* x_{ij}}, \quad d, j = 1, 2, \dots, n$$

Όπου:

- $*$, συμβολίζει τα βέλτιστα βάρη του μοντέλου που χρησιμοποιήθηκε στην 1^η φάση.
- d , ο πρώτος δείκτης συμβολίζει τα βέλτιστα βάρη του DMU d ($d = 1, 2, \dots, n$).
- j , ο δεύτερος δείκτης συμβολίζει τις εισροές και εκροές του DMU j ($j = 1, 2, \dots, n$).

Η διασταυρούμενη αποδοτικότητα του DMU j ορίζεται ως:

$$\bar{E}_j = \frac{1}{n} \sum_{d=1}^n E_{dj}$$

Να σημειωθεί ότι ως διασταυρούμενη αποδοτικότητα ονομάζεται στην βιβλιογραφία και η ατομική διασταυρούμενη αποδοτικότητα E_{dj} , καθώς επίσης και η μέση τιμή διασταυρουμένης αποδοτικότητας \bar{E}_j . Γενικά όμως ο όρος διασταυρούμενη αποδοτικότητα χρησιμοποιείται κυρίως στην μέση τιμή \bar{E}_j .

Επειδή όμως το μοντέλο που παρουσιάστηκε στην πρώτη φάση είναι μη γραμμικό αυτό που επιλύεται είναι το ισοδύναμο γραμμικό μοντέλο (Multiplier):

$$\max E_{dd} = \sum_{r=1}^s u_{rd} y_{rd}$$

Υπό:

$$\sum_{i=1}^m v_{id} x_{id} = 1$$

$$\sum_{r=1}^s u_{rd} y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_{id} x_{ij} \leq 0 \quad \forall j = 1, 2, \dots, n$$

$$u_{rd}, v_{id} \geq \varepsilon$$

Λόγω του γεγονότος ότι η παραπάνω διασταυρούμενη αποδοτικότητα βασίζεται σε μοντέλα προσανατολισμένα στις εισροές, οι βαθμολογίες διασταυρούμενης αποδοτικότητας δεν είναι μεγαλύτερες από τη μονάδα.

Παρουσιάζεται συνοπτικά η έννοια της διασταυρούμενης αποδοτικότητας χρησιμοποιώντας τον πίνακα διασταυρούμενης αποδοτικότητας από τους Doyle και Green (1994). Στον Πίνακα 3.1 έχουμε έξι DMUs. Το E_{dj} είναι η διασταυρούμενη αποδοτικότητα της DMU j , βασισμένη σε ένα σύνολο βαρών DEA που υπολογίστηκαν για τη DMU d . Το σύνολο βαρών που υπολογίστηκε είναι τα βέλτιστα βάρη της DMU d , το E_{dd} (στην κύρια διαγώνιο) είναι η αποδοτικότητα DEA για τη DMU k ή αλλιώς απλή αποδοτικότητα της DMU d .

Η διασταυρούμενη αποδοτικότητα για μια δεδομένη DMU j ορίζεται ως ο αριθμητικός μέσος όρος κατά μήκος της στήλης j , και συμβολίζεται ως \bar{E}_j . Να σημειωθεί ότι, στο άρθρο των Doyle και Green (1994), η αποδοτικότητα της DMU k ή απλή αποδοτικότητα της DMU που εξετάζεται δεν περιλαμβάνεται στον υπολογισμό του η διασταυρούμενη αποδοτικότητα της DMU j .

Προφανώς, οι τιμές $E_{dj} (d \neq j)$ και \bar{E}_j δεν είναι μοναδικές λόγω της συχνά παρουσιαζόμενης μη μοναδικότητας των βέλτιστων βαρών DEA στο μοντέλο που παρουσιάστηκε. Ως αποτέλεσμα αυτής της μη μοναδικότητας, η έννοια της διασταυρούμενης αποδοτικότητας έχει επικριθεί.

Πίνακας 4.1: Πίνακας διασταυρούμενης αποδοτικότητας Doyle και Green (1994).

Βαθμολογημένα DMU							Μέσος όρος αξιολόγησης
A/A DMU	1	2	3	4	5	6	
1	E_{11}	E_{12}	E_{13}	E_{14}	E_{15}	E_{16}	\bar{A}_1
2	E_{21}	E_{22}	E_{23}	E_{24}	E_{25}	E_{26}	\bar{A}_2
3	E_{31}	E_{32}	E_{33}	E_{34}	E_{35}	E_{36}	\bar{A}_3
4	E_{41}	E_{42}	E_{43}	E_{44}	E_{45}	E_{46}	\bar{A}_4
5	E_{51}	E_{52}	E_{53}	E_{54}	E_{55}	E_{56}	\bar{A}_5
6	E_{61}	E_{62}	E_{63}	E_{64}	E_{65}	E_{66}	\bar{A}_6
Μέσος όρος	\bar{E}_1	\bar{E}_2	\bar{E}_3	\bar{E}_4	\bar{E}_5	\bar{E}_6	

Να σημειωθεί ότι \bar{A}_i είναι μια πολύ χρήσιμη μέτρηση. Μας δείχνει πόσο αποδοτική θεωρεί η DMU i τις υπόλοιπες DMUs με βάση τα «δικά» της βάρη. Επίσης εξάγονται συμπεράσματα όπως, εντοπισμός μη ρεαλιστικών (ακραίες τιμές) υψηλών ή χαμηλών βαρών που έχουν υπολογιστεί για τα DMUs και προκαλεί στρεβλώσεις στην συνολική αξιολόγηση, ανάδειξη ποια DMUs αξιολογούν με αντικειμενικότητα και ανάλυση συμπεριφοράς των DMUs ως αξιολογητές.

Παρομοίως, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε μοντέλα προσανατολισμένα στις εκροές για να υπολογίσουμε τη διασταυρούμενη αποδοτικότητα.

Τέλος, ότι προαναφέρθηκε βασίζεται σε υποθέσεις σταθερών αποδόσεων κλίμακας (CRS). Παρόμοιες αναπτύξεις μπορούν να γίνουν υπό συνθήκες μεταβλητών αποδόσεων κλίμακας. Ωστόσο, να σημειωθεί ότι αρνητικές βαθμολογίες διασταυρούμενης αποδοτικότητας μπορούν να προκύψουν σε συνθήκες μεταβλητών αποδόσεων κλίμακας (VRS).

4.4.1 Διασταυρούμενη αποδοτικότητα υπό μεταβλητές αποδόσεων κλίμακας

Η προσέγγιση αξιολόγησης διασταυρούμενης αποδοτικότητας υπό VRS αναπτύχθηκε από τους Lim και Zhu (2014). Η προσέγγισή τους βασίζεται στην παρατήρηση ότι η αξιολόγηση διασταυρούμενης αποδοτικότητας σχετίζεται στενά με το ζήτημα της ενσωμάτωσης περιορισμών βαρών, καθώς κάθε DMU αξιολογείται από τα βάρη που επιλέγονται από άλλες DMUs, πέρα από τα δικά της.

Είναι γνωστό ότι η ενσωμάτωση περιορισμών βαρών σε μοντέλα DEA μπορεί να οδηγήσει σε αδυναμία επίλυσης ή μη θετικές βαθμολογίες αποδοτικότητας για κάποιες μονάδες. Οι Podinovski και Bouzidine-Chameeva (2013) διαπίστωσαν ότι αυτά τα προβλήματα προκύπτουν όταν οι περιορισμοί βαρών επιτρέπουν ελεύθερη παραγωγή εκροών (δηλαδή θετικές εκροές χωρίς εισροές) στην υποκείμενη τεχνολογία, κάτι που δεν είναι αποδεκτό από τη θεωρία παραγωγής.

Εφαρμόζοντας την ίδια έννοια, οι Lim και Zhu (2014) διαπίστωσαν ότι το πρόβλημα της αρνητικής διασταυρούμενης αποδοτικότητας στο μοντέλο εισροών VRS προκύπτει όταν μια DMU αξιολογείται με ένα διάνυσμα βαρών που συνδέεται με ένα αποδοτικό

σύνορο που εκτείνεται πέρα από τα όρια της τεχνολογίας και προκαλεί ελεύθερη παραγωγή εκροών. Υποστηρίζουν ότι τέτοια προβληματικά βάρη είναι μη αποδεκτά για την αξιολόγηση διασταυρούμενης αποδοτικότητας και πρέπει να προσαρμοστούν. Για την επίλυση του προβλήματος της αρνητικής διασταυρούμενης αποδοτικότητας στο μοντέλο εισροών VRS, ανέπτυξαν μια γεωμετρική ερμηνεία της σχέσης μεταξύ των μοντέλων VRS και CRS και έδειξαν ότι κάθε DMU, μέσω της λύσης του VRS μοντέλου, αναζητά μια μετάφραση του Καρτεσιανού συστήματος συντεταγμένων και ένα βέλτιστο σύνολο βαρών, ώστε η βαθμολογία αποδοτικότητας CRS που υπολογίζεται στο επιλεγμένο σύστημα συντεταγμένων να μεγιστοποιείται. Επομένως, η διασταυρούμενη αποδοτικότητα στο VRS σχετίζεται με τα μέτρα διασταυρούμενης αποδοτικότητας CRS.

Χρησιμοποιώντας το γεγονός ότι κανένα αποδοτικό σύνορο δεν προκαλεί ελεύθερη παραγωγή εκροών στο μοντέλο CRS, οι συγγραφείς πρότειναν ότι η αξιολόγηση διασταυρούμενης αποδοτικότητας για το VRS μοντέλο πρέπει να γίνεται μέσω μιας σειράς μοντέλων CRS με μεταφρασμένα Καρτεσιανά συστήματα συντεταγμένων.

Παρακάτω παρουσιάζεται το πρόβλημα της αρνητικής διασταυρούμενης αποδοτικότητας και αναλύεται ο τρόπος με τον οποίο σχετίζεται με την ελεύθερη παραγωγή εκροών, όπως συζητήθηκε στους Lim και Zhu (2014). Το μοντέλο VRS προσανατολισμένο στην είσοδο σε μορφή του (multiplier):

$$\begin{aligned} \max \quad & \sum_{r=1}^s u_r y_{ro} - \xi \\ \text{Υπό:} \quad & \sum_{i=1}^m v_i x_{io} = 1 \\ & \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} - \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} + \xi \geq 0 \quad \forall j = 1, 2, \dots, n \\ & u_r, v_i \geq \varepsilon, \forall i, r, \xi \in \mathbb{R} \end{aligned} \quad (4.1)$$

Ο τρόπος υπολογισμού της διασταυρούμενης αποδοτικότητας της DMU j γίνεται με τον τρόπο που παρουσιάστηκε στην παράγραφο 4.1. Η επιπλέον προσθήκη είναι στην 2^η φάση στον τύπο του υπολογισμού, όπου :

Τύπος προσανατολισμένου στις εισροές μοντέλου:

$$e_{oj}^I = \frac{\sum_{r=1}^s u_{rd}^* y_{rj} - \xi^*}{\sum_{i=1}^m v_{id}^* x_{ij}}$$

Όπου:

- ξ^* , είναι μια ελεύθερη μεταβλητή με σκοπό να προσαρμόσει την γεωμετρία του μοντέλου και να επιλύσει το πρόβλημα με αρνητικές τιμές διασταυρούμενης αποδοτικότητας. Το * συμβολίζει το βέλτιστο ξ που υπολογίστηκε με την επίλυση του μοντέλου.

Μια σημαντική παρατήρηση σε αυτή την περίπτωση είναι ότι όταν το $\xi > 0$ μπορεί να οδηγήσει σε αρνητικές τιμές αποδοτικότητας που είναι μη ρεαλιστικές και

προβληματικές ή σε αποτέλεσμα θετικών εκροών έχοντας μηδενικές εισροές, το οποίο ρεαλιστικά δεν γίνεται. Αυτό συμβαίνει επειδή η προσθήκη του ξ μετατοπίζει τα βάρη των εισροών και εκροών. Ένας τρόπος επίλυσης είναι να αναπροσαρμοστούν οι περιορισμοί του μοντέλου.

Μοντέλο VRS προσανατολισμένο στις εκροές σε (multiplier) μορφή:

$$\begin{aligned} \max \quad & \sum_{i=1}^m v_i x_{io} + \xi \\ \text{Υπό:} \quad & \sum_{r=1}^s u_r y_{ro} = 1 \\ & \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} - \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} + \xi \geq 0 \quad \forall j = 1, 2, \dots, n \\ & v_r, v_i \geq \varepsilon, \forall i, r, \xi \in \mathbb{R} \end{aligned} \quad (4.2)$$

Τύπος προσανατολισμένου στις εκροές μοντέλου:

$$e_{oj}^o = \frac{\sum_{r=1}^s u_{rd}^* y_{rj} + \xi^*}{\sum_{i=1}^m v_{id}^* x_{ij}}$$

Διαφορετικά από την περίπτωση του μοντέλου προσανατολισμένου στις εισροές, το πρόβλημα της αρνητικής διασταυρούμενης αποδοτικότητας δεν εμφανίζεται λόγω του δεύτερου συνόλου περιορισμών στο μοντέλο.

Η ελεύθερη μεταβλητή ξ παρέχει μια ένδειξη του τύπου αποδόσεων κλίμακας που επικρατεί για τη συγκεκριμένη DMU υπό αξιολόγηση. Συγκεκριμένα:

- **Αυξανόμενες αποδόσεις κλίμακας (IRS):** Επικρατούν στο σημείο (x_o, y_o) αν και μόνο αν $\xi^* < 0$ για όλες τις βέλτιστες λύσεις του μοντέλου VRS.
- **Φθίνουσες αποδόσεις κλίμακας (DRS):** Επικρατούν στο σημείο (x_o, y_o) αν και μόνο αν $\xi^* > 0$ για όλες τις βέλτιστες λύσεις.
- **Σταθερές αποδόσεις κλίμακας (CRS):** Επικρατούν στο σημείο (x_o, y_o) αν και μόνο αν $\xi^* = 0$ σε οποιαδήποτε βέλτιστη λύση Cooper et al., (2011).

Αξίζει να σημειωθεί ότι το μοντέλο VRS εμπλέκει ήδη την αξιολόγηση διασταυρούμενης αποδοτικότητας στους περιορισμούς του (όπως ισχύει και για το μοντέλο CRS). Το μοντέλο προσανατολισμένο στις εισροές υπό VRS υπαγορεύει ότι κάθε DMU αναζητά ένα βέλτιστο σύνολο βαρών διατηρώντας τις διασταυρούμενες αποδοτικότητες των άλλων DMUs να μην υπερβαίνουν τη μονάδα. Επιπλέον, αυτές οι διασταυρούμενες αποδοτικότητες μετρούνται (σε γραμμική μορφή εντός των περιορισμών του μοντέλου (4.1)), ανεξάρτητα από τον τύπο των αποδόσεων κλίμακας που επικρατεί στις DMUs που αξιολογούνται.

Με άλλα λόγια, τα βέλτιστα βάρη που επιλέγονται από μια DMU που παρουσιάζει έναν τύπο αποδόσεων κλίμακας (π.χ. IRS) χρησιμοποιούνται για να αξιολογηθούν άλλες

DMUs που παρουσιάζουν διαφορετικούς τύπους αποδόσεων κλίμακας (π.χ. CRS ή DRS) εντός του μοντέλου (4.1). Μια παρόμοια παρατήρηση μπορεί να γίνει και στο μοντέλο προσανατολισμένο στις εκροές υπό VRS (4.2). Αυτή η ερμηνεία παρέχει μια δικαιολόγηση για τη χρήση της αξιολόγησης διασταυρούμενης αποδοτικότητας στη DEA ως προσέγγιση "αξιολόγησης από ομότιμους", ιδιαίτερα υπό την υπόθεση μεταβλητών αποδόσεων κλίμακας.

4.5 Μέτρο προσαρμοσμένης αναποτελεσματικότητας εύρους

Οι αναπτύξεις έως αυτό το σημείο προχώρησαν με την υπόθεση ότι όλα τα δεδομένα είναι θετικά. Ωστόσο, υπάρχουν σημαντικές εφαρμογές όπου αυτή η υπόθεση είναι πολύ περιοριστική. Ένα παράδειγμα αναφέρεται από τους Brockett και Cooper (1990), όπου έπρεπε να ληφθούν υπόψη οι "ζημιές" καθώς και τα "κέρδη" ως εκροές για την αξιολόγηση των επιδόσεων ασφαλιστικών εταιρειών.

Ως ένα παράδειγμα για την πλευρά των εισροών, ο Pastor (1994) αναφέρει ότι οι αγροτικές επιδοτήσεις στην Ολλανδία κατά την περίοδο 1949–1991 είχαν τιμές που κυμαίνονταν από αρνητικές (−69) έως θετικές (476) εκατομμύρια φιορίνια. Για να αντιμετωπίσουμε τέτοια προβλήματα, προσθέτουμε τις εξής ιδιότητες (P1)–(P5) που είναι επιθυμητές για το μέτρο αποδοτικότητας Γ .

Το Γ αξιολογεί τις DMUs μέσω της αντικειμενικής συνάρτησης που θα παρουσιαστεί παρακάτω. Η αποδοτικότητα του μοντέλου μέτρου προσαρμοσμένης αναποτελεσματικότητας εύρους έχει κάποιες ιδιότητες P_i . Οι προσθήκες αυτών των ιδιοτήτων ερμηνεύτηκαν από τους Cooper et al. (1999) και παρουσιάζονται παρακάτω:

- (P_1): $0 \leq \Gamma \leq 1$
- (P_2): $\Gamma = \begin{cases} 1 & \leftrightarrow DMU_o \text{ είναι πλήρως αποδοτικό} \\ 0 & \leftrightarrow DMU_o \text{ είναι πλήρως μη αποδοτικό} \end{cases}$
- (P_3): Το μέτρο Γ είναι αμετάβλητο σε εναλλακτικές βέλτιστες λύσεις και σε εναλλακτικές μονάδες στις οποίες μπορεί να μετρηθούν οι εισροές ή οι εκροές
- (P_4): Το μέτρο Γ είναι αυστηρά μονότονο
- (P5) Γ Είναι μεταθετικά αμετάβλητο (translation invariant): Δηλαδή, η τιμή του δεν επηρεάζεται από τη μεταβολή της αρχής των συντεταγμένων.

Η ιδιότητα μεταθετικά αμετάβλητο: Πρώτη φορά αποδείχθηκε από τους Ali και Seiford (1990). Ουσιαστικά ένα μοντέλο είναι μεταθετικά αμετάβλητο όταν προστίθεται ή αφαιρείται μια σταθερά στις εισροές ή εκροές αλλά τα αποτελέσματα δεν αλλάζουν. Η ιδιότητα αυτή μας βοηθάει να αντιμετωπίσουμε προβλήματα με αρνητικές ή μηδενικές τιμές καθώς μετατοπίζει όλες τις τιμές ώστε να είναι θετικές χωρίς να αλλάζει η αξιολόγηση της αποδοτικότητας.

Οι ιδιότητες (P1)–(P5) ικανοποιούνται στο προσθετικό μοντέλο. Το προσθετικό μοντέλο που θα αναλυθεί παρουσιάστηκε από Charnes et al. (1985):

$$\begin{aligned} \max \quad & \sum_{r=1}^s \frac{s_{ro}^+}{y_{ro}} + \sum_{i=1}^m \frac{s_{io}^-}{x_{io}} \\ \text{Υπό:} \quad & \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} + s_i^- = x_{io} \quad \forall i = 1, 2, \dots, m \\ & \sum_{j=1}^n y_{rj} \lambda_j - s_r^+ = y_{ro} \quad \forall r = 1, 2, \dots, s \\ & \sum_{j=1}^n \lambda_j = 1 \\ & \lambda_j, s_r^+, s_i^- \geq 0 \quad \forall j, r, i \end{aligned}$$

Ένα προσθετικό μοντέλο που περιλαμβάνει τον περιορισμό :

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1$$

είναι μεταθετικά αμετάβλητο. Δηλαδή τα αποτελέσματα του δεν επηρεάζονται όταν προστίθενται αυθαίρετες σταθερές στις παρατηρούμενες τιμές εισροών ή εκροών. Αυτό σημαίνει ότι οι μεταβλητές που ικανοποιούν:

$$\begin{aligned} x_{io} &= \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} + s_i^-, \quad \forall i = 1, 2, \dots, m \\ y_{ro} &= \sum_{j=1}^n y_{rj} \lambda_j - s_r^+, \quad \forall r = 1, 2, \dots, s \end{aligned}$$

Ικανοποιούν επίσης :

$$\begin{aligned} (x_{io} + d_i) &= \sum_{j=1}^n \lambda_j (x_{ij} + d_i) + s_i^-, \quad \forall i = 1, 2, \dots, m \\ (y_{ro} + c_r) &= \sum_{j=1}^n (y_{rj} + c_r) \lambda_j - s_r^+, \quad \forall r = 1, 2, \dots, s \end{aligned}$$

Αυτό συμβαίνει καθώς:

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j (x_{ij} + d_i) = \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} + d_i \quad \& \quad \sum_{j=1}^n (y_{rj} + c_r) \lambda_j = \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} + c_r$$

όταν $\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1$. Επομένως, οι τιμές d_i και c_r στην αριστερή και τη δεξιά πλευρά ακυρώνονται, και αυτές οι αλλαγές στα δεδομένα δεν επηρεάζουν τις τιμές που ικανοποιούν τους περιορισμούς.

Ομοίως, οι αποκλίσεις παραμένουν αμετάβλητες:

$$s_{io}^- = x_{io} - \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} = (x_{io} + d_i) - \sum_{j=1}^n \lambda_j (x_{ij} + d_i), \forall i = 1, 2, \dots, m$$

$$s_{ro}^+ = \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} - y_{ro} = \sum_{j=1}^n \lambda_j (y_{rj} + c_r) - (y_{ro} + c_r), \forall r = 1, 2, \dots, s$$

Επειδή $\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1$ προκύπτει:

$$\sum_{i=1}^m s_{io}^- = \sum_{i=1}^m \left(x_{io} - \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} \right) = \sum_{i=1}^m \left[(x_{io} + d_i) - \sum_{j=1}^n \lambda_j (x_{ij} + d_i) \right] \&$$

$$\sum_{r=1}^s s_{ro}^+ = \sum_{r=1}^s \left(\sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} - y_{ro} \right) = \sum_{r=1}^s \left[\sum_{j=1}^n \lambda_j (y_{rj} + c_r) - (y_{ro} + c_r) \right].$$

Η επιλογή της αρχής μπορεί να γίνει αυθαίρετα για ένα προσθετικό μοντέλο όταν ισχύει η συνθήκη $\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1$. Συνεπώς, αρνητικές εισροές ή εκροές μπορούν να αντιμετωπιστούν προσθέτοντας κατάλληλες σταθερές στις αντίστοιχες σειρές δεδομένων, ώστε να εφαρμοστούν θεωρήματα που απαιτούν θετικές τιμές δεδομένων, διασφαλίζοντας ότι οι λύσεις δεν θα επηρεαστούν από αυτές τις μετατοπίσεις.

Τα βάρη που χρησιμοποιούνται στην αντικειμενική συνάρτηση πρέπει επίσης να ληφθούν υπόψη. Για παράδειγμα, η ιδιότητα της μεταθετικής σταθερότητας δεν ισχύει για την αντικειμενική συνάρτηση του μοντέλου που παρουσιάστηκε παραπάνω, επειδή:

$$x_{io} \neq x_{io} + d_i \text{ και } y_{ro} \neq y_{ro} + c_r, \text{ όταν } d_i, c_r \neq 0$$

Συνεπώς, λαμβάνεται υπόψη μια άλλη δυνατότητα, επιλέγοντας:

$$w_i^- = \frac{1}{R_i^-}, w_r^+ = \frac{1}{R_r^+},$$

Όπου:

$$R_i^- = \bar{x}_i - \underline{x}_i$$

$$R_r^+ = \bar{y}_r - \underline{y}_r$$

Τα $\bar{x}_i, \underline{x}_i, \bar{y}_r, \underline{y}_r$ ορίζονται ως :

$$\bar{x}_i = \max_j \{x_{ij}\}, \underline{x}_i = \min_j \{x_{ij}\}, \forall i = 1, 2, \dots, m$$

$$\bar{y}_r = \max_j \{y_{rj}\}, \underline{y}_r = \min_j \{y_{rj}\}, \forall r = 1, 2, \dots, s$$

Οι ορισμένες αποστάσεις παρέχουν βάρη εξαρτώμενα από τα δεδομένα, τα οποία δεν επηρεάζονται από την προσθήκη αυθαίρετων σταθερών στις σειρές δεδομένων, αφού:

$$R_i^- = \bar{x}_i - \underline{x}_i = (\bar{x}_i + d_i) - (\underline{x}_i + d_i)$$

$$R_r^+ = \bar{y}_r - \underline{y}_r = (\bar{y}_r + c_r) - (\underline{y}_r + c_r)$$

Επειδή κάθε μία από τις αποστάσεις για $\forall i = 1, 2, \dots, m, \forall r = 1, 2, \dots, s$ εκφράζεται στις ίδιες μονάδες με τις αποκλίσεις που τους αντιστοιχούν, η αντικειμενική συνάρτηση είναι επίσης ανεξάρτητη από τις μονάδες (units invariant), ικανοποιώντας την ιδιότητα (P3).

Αναπτύσσοντας το μέτρο προσαρμοσμένης αναποτελεσματικότητας εύρους με βάση όλα τα παραπάνω ορίζεται ως εξής:

$$0 \leq \frac{1}{m+s} \left(\sum_{r=1}^s \frac{s_{ro}^{+*}}{R_r^+} + \sum_{i=1}^m \frac{s_{io}^{-*}}{R_i^-} \right) \leq 1$$

και αναφέρεται ως RAM (Range Adjusted Measure). Αυτό αντιστοιχεί στο «κανονικοποιημένο» προσθετικό μοντέλο που παρουσιάστηκε από τους Lovell και Pastor (1995). Όπως ήδη σημειώθηκε, η αντικειμενική συνάρτηση που ορίζεται είναι ισχυρά μονότονη, όπως απαιτείται από την ιδιότητα (P4). Είναι ίση με το μηδέν αν και μόνο αν όλες οι αποκλίσεις είναι μηδενικές, και ίση με τη μονάδα αν και μόνο αν:

$$s_i^{-*} = R_i^- \text{ και } s_r^{+*} = R_r^+, \forall i, r$$

Για να προσανατολίσουμε το μοντέλο προς τη φυσική του μηδενική βάση, όπως απαιτείται από την ιδιότητα (P2), ακόμη και με θετικά δεδομένα, αρκεί να αντικαταστήσουμε την παραπάνω εξίσωση με:

$$0 \leq \Gamma = 1 - \frac{1}{m+s} \left(\sum_{r=1}^s \frac{s_{ro}^{+*}}{R_r^+} + \sum_{i=1}^m \frac{s_{io}^{-*}}{R_i^-} \right) \leq 1$$

Αυτό εξασφαλίζει ένα μέτρο που ικανοποιεί την ιδιότητα (P5) καθώς και τις ιδιότητες (P1)–(P4).

Κεφάλαιο 5: Εφαρμογή μεθοδολογίας

5.1 Εισαγωγή

Σε αυτό το κεφάλαιο θα παρουσιαστεί η χρονική σειρά της μεθοδολογίας που πραγματοποιήθηκε ακολουθώντας τις κατευθυντήριες γραμμές των Lim et al. (2014) μαζί με τα αποτελέσματα αλλά και λεπτομέρειες που χρειάζεται να επισημανθούν. Επίσης, τα αμοιβαία κεφάλαια σε αυτή την παράγραφο θα αναφέρονται και ως DMUs.

Διαδικασίες και φάσεις που πραγματοποιήθηκαν για την ολοκλήρωση της παρούσας διπλωματικής εργασίας.

1^η Φάση : Υπολογισμός απλής και διασταυρούμενης αποδοτικότητας των αμοιβαίων κεφαλαίων μέσω του μοντέλου DEA.

Σε πρώτη φάση υλοποιήθηκε το προσθετικό μοντέλο VRS της DEA με την προσθήκη της παραδοχής προσαρμοσμένης αναποτελεσματικότητας εύρους. Η υλοποίηση έγινε στο περιβάλλον του Jupyter όπου με βάση τα δεδομένα των ΑΚ επιλύθηκε ένα γραμμικό πρόβλημα για να υπολογιστούν τα βέλτιστα βάρη των συντελεστών της αντικειμενικής συνάρτησης και να βρεθούν οι βαθμολογίες των DMUs. Έχοντας υπολογίσει τις βαθμολογίες αυτές αποτιμάται ποια DMUs είναι αποτελεσματικά και υπολογίζονται και οι διασταυρούμενες βαθμολογίες αποδοτικότητας (cross efficiency scores) των DMUs.

2^η Φάση : Επιλογή και κατασκευή χαρτοφυλακίου αμοιβαίων κεφαλαίων μέσω του μοντέλου μέσου-διακύμανσης

Σε δεύτερη φάση χρησιμοποιείται το πλαίσιο του μοντέλου μέσου-διακύμανσης για τη δημιουργία 10 αποδοτικών χαρτοφυλακίων βάσει των διασταυρούμενων βαθμολογιών που υπολογίστηκαν στην 1^η φάση. Το μοντέλο αυτό είναι ένα δυαδικό πρόβλημα βελτιστοποίησης που δημιουργήθηκε στο περιβάλλον του Jupyter για την επιλογή των βέλτιστων DMUs που θα περιέχονται στα χαρτοφυλάκια. Στην συνέχεια επιλέγεται το αποδοτικότερο χαρτοφυλάκιο από τα 10 με την βοήθεια του δείκτη του Sharpe και εξάγουμε αποτελέσματα που περιέχουν τα βέλτιστα DMUs.

3^η Φάση : Βελτιστοποίηση χαρτοφυλακίων μέσω του μοντέλου του Markowitz και στρατηγική επιλογής βέλτιστου χαρτοφυλακίου.

Σε τρίτη φάση κατασκευάζεται το μοντέλο του Markowitz στο περιβάλλον του Jupyter και με τις ημερήσιες τιμές των αμοιβαίων κεφαλαίων που υπολογίστηκαν από την 2^η φάση υπολογίζονται οι αναμενόμενες αποδόσεις των χαρτοφυλακίων. Τα παρελθοντικά δεδομένα βασίζονται σε δύο περιόδους. Η πρώτη καλύπτει μια περίοδο τριών ετών (21/11/2018-21/11/2021), ενώ η δεύτερη καλύπτει πέντε έτη (21/11/2016-21/11/2021).

Για τη βοήθεια στην ανάλυση και στη σύγκριση της αποτελεσματικότητας των μεθόδων αυτών αλλά και πώς η συγχώνευση της πολυκριτήριας ανάλυσης και βελτιστοποίησης κατασκευάζει πιο αποτελεσματικά επενδυτικά χαρτοφυλάκια, έχουν δημιουργηθεί πέντε περιπτώσεις χαρτοφυλακίων. Κάθε μία από αυτές αναδεικνύει σημαντικές λεπτομέρειες που είναι απαραίτητες για την κατανόηση της διαδικασίας και για τη διασφάλιση της αξιοπιστίας των αποτελεσμάτων των μοντέλων:

1. Βελτιστοποίηση και κατασκευή 30 αποδοτικών χαρτοφυλακίων αμοιβαίων κεφαλαίων που επιλέχθηκαν από το μοντέλο της DEA και το πλαίσιο μέσου διακύμανσης βάση των διασταυρούμενων βαθμολογιών σε ιστορικά δεδομένα τριών ετών.
2. Βελτιστοποίηση και κατασκευή 30 αποδοτικών χαρτοφυλακίων αμοιβαίων κεφαλαίων που επιλέχθηκαν από το μοντέλο της DEA και το πλαίσιο μέσου-διακύμανσης βάση των διασταυρούμενων βαθμολογιών σε ιστορικά δεδομένα πέντε ετών.
3. Βελτιστοποίηση και κατασκευή 30 αποδοτικών χαρτοφυλακίων αμοιβαίων κεφαλαίων που επιλέχθηκαν από το μοντέλο της DEA με βάση την παραδοχή της αποδοτικότητας σε ιστορικά δεδομένα πέντε ετών.
4. Βελτιστοποίηση και κατασκευή 30 αποδοτικών χαρτοφυλακίων σε όλα τα αμοιβαία κεφάλαια σε ιστορικά δεδομένα πέντε ετών.
5. Ίση κατανομή κεφαλαίου στα αμοιβαία κεφάλαια που επιλέχθηκαν από το μοντέλο της DEA και του πλαισίου μέσου διακύμανσης βάσει των διασταυρούμενων βαθμολογιών.

Η στρατηγική επιλογής χαρτοφυλακίου στις τέσσερις πρώτες περιπτώσεις θα γίνει με την βοήθεια δεικτών αξιολόγησης επενδυτικών χαρτοφυλακίων που αναφέρθηκαν στο 3ο κεφάλαιο (βλ. ενότητα 3.2).

4^η Φάση : Σύγκριση αποτελεσμάτων και δείκτης αναφοράς S&P 500.

Έχοντας υπολογίσει την αναμενόμενη απόδοση των βέλτιστων επιλεγμένων χαρτοφυλακίων και στις πέντε περιπτώσεις γίνεται σύγκριση στα εξής παρακάτω:

1. Ποιο χαρτοφυλάκιο από τις πέντε περιπτώσεις θεωρείται πιο αποδοτικό.
2. Ποια είναι η απόκλιση αναμενόμενης απόδοσης των χαρτοφυλακίων από την πραγματική απόδοση ένα χρόνο μετά.
3. Ποια επένδυση θα ήταν πιο κερδοφόρα ένα χρόνο μετά. Ένα από τα πέντε χαρτοφυλάκια ή ο δείκτης αναφοράς S&P 500.

5.2 Δεδομένα μεθοδολογίας

Τα δεδομένα που συλλέχθηκαν έχουν ως στόχο να υποστηρίξουν την ανάλυση αποδοτικότητας και τη διαδικασία επιλογής βέλτιστων επενδυτικών χαρτοφυλακίων.

5.2.1 Αμοιβαία κεφάλαια

Τα υπό εξέταση δεδομένα είναι Αμερικάνικα Αμοιβαία Κεφάλαια τα οποία διαπραγματεύονται στο χρηματιστήριο της Νέας Υόρκης. Επιλέγονται αμοιβαία κεφάλαια με συνολικό καθαρό ενεργητικό (total net asset) μεγαλύτερο από 1 δισεκατομμύριο υπολογισμένο 21 Νοεμβρίου 2021. Το πλήθος αυτών υπολογίστηκε στα 1383. Παρακάτω παρουσιάζεται ένα πίνακας ενδεικτικού δείγματος 50 (ΑΚ).

Πίνακας 5.1: 50 μεγαλύτερα ΑΚ βάση καθαρού ενεργητικού

Σύμβολο	Όνομα ΑΚ	Κατηγορία	Η/Μ Έκδοσης	Ενεργητικό(\$)
VFIAX	BNY Mellon Technology Growth Fu	Large Blend	11/30/2017	753.409.982.464
VGTSX	Delaware Tax-Free Minnesota Int	Foreign Large Blend	8/5/2008	404.728.872.960
FXAIX	BlackRock Technology Opportunit	Large Blend	1/31/2009	343.338.287.104
VINIX	WF Asset Allocation Fund Class	Large Blend	12/31/2000	287.782.305.792
AGTHX	The Growth Fund of America Clas	Large Growth	11/3/2012	278.464.004.096
AMBFX	American Balanced Fund Class F-	Allocation-- 50% to 70% Equity	7/2/2014	214.941.532.160
ABALX	American Balanced Fund, Class A	Allocation-- 50% to 70% Equity	7/2/2014	207.185.035.264
AEGFX	American Funds EuroPacific Grow	Foreign Large Growth	1/6/2020	196.361.158.656
VIGIX	Meeder Dynamic Allocation Fund	Large Growth	12/31/1994	165.529.501.696
AWSHX	Washington Mutual Invs Fd Cl A	Large Blend	7/1/1997	156.452.978.688
VIMAX	Eaton Vance Floating-Rate Fund	Mid-Cap Blend	5/21/1998	154.083.426.304
FCNKX	Invesco High Yield Municipal Fu	Large Growth	9/17/1990	142.428.782.592
VSCIX	Eaton Vance Global Macro Absolu	Small Blend	4/27/2016	137.724.805.120
ANCFX	Fundamental Investors, Class A	Large Blend	3/1/1993	129.497.997.312
AMECX	The Income Fund of America, Cla	Allocation-- 70% to 85% Equity	1/1/1992	126.266.728.448
VIVAX	Parametric TABS 1-To-10 Year La	Large Value	12/31/1994	125.771.882.496
CWGCX	American Funds Capital World Gr	World Large-Stock Blend	11/15/2014	124.125.888.512
VWELX	WF Emerging Markets Equity Fund	Allocation-- 50% to 70% Equity	3/28/2019	120.263.516.160
VEMIX	Domini Impact Equity Fund Class	Diversified Emerging Mkts	8/29/2008	117.284.003.840
AICCX	American Funds Investment Co of	Large Blend	7/2/2018	117.127.356.416

VEXAX	Destinations Small-Mid Cap Equi	Mid-Cap Growth	12/30/1997	114.530.254.848
CAIBX	Capital Income Builder Cl A Shs	World Allocation	1/1/1992	108.600.107.008
PABGX	BNY Mellon Equity Income Fund C	Large Growth	6/30/1993	103.308.320.768
DODGX	Dodge & Cox Stock Fund	Large Value	1/1/1992	89.193.373.696
AMCPX	AMCAP Fund, Class A Shares A	Large Growth	7/2/2015	88.418.574.336
CSPCX	SMALLCAP World Fund, Inc., Clas	World Small/Mid Stock	12/1/1999	81.455.865.856
VPMAX	Eaton Vance Small-Cap Fund - Cl	Large Blend	12/31/1988	77.841.096.704
VGSIX	MFS Global Alternative Strategy	Real Estate	5/13/1996	77.342.482.432
PRGFX	Fidelity Freedom Index Income F	Large Growth	1/16/2014	75.785.658.368
FCISX	American Century MidCap Value I	Allocation-- 30% to 50% Equity	5/1/2002	72.897.708.032
VWIGX	MFS High Income Fund Share Clas	Foreign Large Growth	2/6/2003	72.672.477.184
VDADX	BNY Mellon Emerging Markets Sec	Large Blend	5/25/2016	71.923.662.848
FSKAX	BMO Pyrford Intl Stock Fund Cla	Large Blend	1/15/2009	69.650.694.144
FDGRX	Invesco European Growth Fund Cl	Large Growth	1/1/1997	66.263.953.408
VWIAx	WF Emerging Markets Equity Fund	Allocation-- 30% to 50% Equity	1/1/2007	66.257.637.376
EAVLX	MFS Value Fund Share Class - 52	Large Value	5/31/2006	62.542.774.272
CNWAX	New World Fund, Inc., Class 529	Diversified Emerging Mkts	6/17/1999	62.117.867.520
SWPPX	Alternative Income Fund- Instit	Large Blend	2/28/2013	61.402.943.488
FALCX		Large Blend	12/30/2009	60.867.313.664
VWNFX	MFS Emerging Markets Debt Local	Large Value	1/13/2010	57.641.250.816
VBAIX	The Real Estate Investment Trus	Allocation-- 50% to 70% Equity	4/26/2016	57.600.593.920
FBGKX	AB Bond Fund, Inc. - AB Total R	Large Growth	7/1/2009	56.399.626.240

VTTWX	WF Precious Metals Fund Class A	Target-Date 2030	6/26/2015	54.535.294.976
VITAX	First Eagle Global Fund Class R	Technology	7/19/2021	54.134.898.688
VFWAX	DWS ESG International Core Equi	Foreign Large Blend	2/26/2016	53.642.911.744
VWUSX	MFS Emerging Markets Debt Local	Large Growth	4/8/2019	52.696.424.448
VGHAX	Delaware Select Growth Fund A C	Health	5/29/2008	51.721.158.656
VDIGX	BNY Mellon Global Real Return F	Large Blend	2/1/2006	51.232.219.136
VITFX	MFS Aggressive Growth Allocatio	Target-Date 2035	6/26/2015	50.067.775.488
PACLX	Dearborn Partners Rising Divide	Allocation-- 50% to 70% Equity	6/30/2006	50.037.616.640

Οι κατηγορίες των αμοιβαίων κεφαλαίων αναφέρονται στο πως ταξινομείται το κεφάλαιο που επενδύεται. Κάθε κατηγορία δημιουργείται για να βοηθήσει τους επενδυτές να κατανοήσουν τον τύπο επενδύσεων που περιέχει κάθε κεφάλαιο. Ανάλογα με τους επενδυτικούς στόχους, τον κίνδυνο και την χρονική διάρκεια της επένδυσης επιλέγεται και το αντίστοιχο αμοιβαίο κεφάλαιο.

Ο αριθμός των κατηγοριών που υπάρχουν κυμαίνεται ανάμεσα στις 30-40. Παρακάτω θα αναφερθούν οι κυριότερες 10 για καλύτερη κατανόηση.

1. Large Blend : Αυτή η κατηγορία περιλαμβάνει κεφάλαια τα οποία επενδύονται σε μετοχές μεγάλων εταιρειών. Συνήθως τα μεγέθη κεφαλαιοποίησης των εταιρειών που επενδύονται είναι μεγαλύτερο από 10 δισεκατομμύρια. Ο στόχος σε αυτή την κατηγορία είναι να επενδύσει σε εταιρείες όπου συνδυάζει μετοχές αξίας(Value) και ανάπτυξης(Growth). Οι μετοχές αξίας είναι εκείνες που θεωρούνται υποτιμημένες από την αγορά σε σχέση με τα θεμελιώδη οικονομικά τους στοιχεία. Ενώ, οι μετοχές ανάπτυξης είναι εταιρείες που έχουν υψηλές προοπτικές ανάπτυξης οι οποίες αναμένεται να αυξήσουν τα έσοδα και τα κέρδη τους με μεγαλύτερο ρυθμό από τον μέσο όρο της αγοράς. Η μίξη αυτών των χαρακτηριστικών και η σωστή διαφοροποίηση προσφέρει ισορροπία μεταξύ σταθερότητα και δυναμικής ανάπτυξης του αμοιβαίου κεφαλαίου.

2. Large Growth: Αυτή η κατηγορία αμοιβαίων κεφαλαίων στοχεύει κυρίως σε μεγάλες εταιρείες με υψηλές προοπτικές ανάπτυξης. Είναι κατάλληλα για επενδυτές που είναι ανεκτική στο να αναλάβουν ένα μικρό ρίσκο και να επιτύχουν υψηλότερες αποδόσεις.

3. Large Value: Αυτή η κατηγορία αμοιβαίων κεφαλαίων στοχεύει κυρίως σε μεγάλες εταιρείες που θεωρούνται υποτιμημένες από την αγορά βάσει των οικονομικών τους στοιχείων. Απευθύνονται σε επενδυτές που επιθυμούν ελάχιστη έως καθόλου έκθεση στη μεταβλητότητα και επιδιώκουν σταθερότητα αναμένοντας μελλοντικά να ανατιμηθούν οι μετοχές των εταιρειών.

4. Mid-Cap Blend: Αυτή η κατηγορία αμοιβαίων κεφαλαίων στοχεύει κυρίως σε μεσαίας εταιρείες συνδυάζοντας μια καλή ισορροπία ανάπτυξης και αξίας. Η κεφαλαιοποίηση αυτών των εταιρειών κυμαίνεται από 2 έως 10 δισεκατομμύρια. Είναι εταιρείες οι οποίες βρίσκονται ακόμα σε φάση ανάπτυξης και αύξησης της κεφαλαιοποίησης τους.

5. Small Blend: Αυτή η κατηγορία των αμοιβαίων κεφαλαίων είναι παρόμοια με την Large Blend με τη διαφορά ότι τα κεφάλαια επενδύονται σε μετοχές εταιρειών μικρής κεφαλαιοποίησης. Η κεφαλαιοποίηση αυτών των εταιρειών συνήθως κυμαίνεται κάτω από τα 2 δισεκατομμύρια. Προτιμάται από επενδυτές που έχουν μεγαλύτερη ανοχή στην έκθεση κινδύνου και επιδιώκουν υψηλότερες αποδόσεις.

6. Foreign Large Blend: Η κατηγορία αυτή έχει ακριβώς την ίδια στρατηγική με την Large Blend με επιπλέον στόχο να διαφοροποιήσει ακόμα περισσότερο το χαρτοφυλάκιο επενδύοντας σε μεγάλες εταιρείες εκτός της Αμερικής.

7. World Allocation: Αυτά τα αμοιβαία κεφάλαια επενδύουν σε διάφορες κατηγορίες περιουσιακών στοιχείων σε διεθνές επίπεδο όπως μετοχές, ομόλογα, μετρητά κ.α.

8. Diversified Emerging Markets: Αυτή η κατηγορία επικεντρώνεται σε αναπτυσσόμενες οικονομίες. Τα κεφάλαια επενδύονται κυρίως σε μετοχές εταιρειών αναδυόμενων αγορών, καθώς και σε ομόλογα και ταμειακά διαθέσιμα για να μειώσουν την έκθεση στην μεταβλητότητα των αγορών λόγω του υψηλού ρίσκου που έχουν αυτές οι μετοχές.

9. Real Estate: Αυτή η κατηγορία επενδύει κυρίως σε εταιρείες που δραστηριοποιούνται στον τομέα των ακινήτων, όπως Real Estate Investment Trusts (REITs).

10. Allocation–50% to 70% Equity: Αυτή η κατηγορία κατανέμει το 50%-70% του χαρτοφυλακίου σε μετοχές και το υπόλοιπο σε ομόλογα ή μετρητά.

5.2.2 Είσοδοι και έξοδοι

Σε αυτή την παράγραφο θα αναλυθούν τα στοιχεία εισόδων και εξόδων που χρησιμοποιήθηκαν στο μοντέλο της DEA.

Πίνακας 5.2: Πίνακας στοιχείων εισόδων και εξόδων του μοντέλου DEA.

A/A	Είσοδοι	Έξοδοι
1	Αξιολόγηση κινδύνου Morningstar	Αξιολόγηση απόδοσης Morningstar
2	Δείκτης καθαρών εξόδων	Ετήσια υπερβάλλουσα απόδοση
3	Δείκτης διαφοροποίησης ανά τύπο ενεργητικών στοιχείων	Υπερβάλλουσα απόδοση 3 ετών
4	Δείκτης διαφοροποίησης ανά κλάδο	Υπερβάλλουσα απόδοση 5 ετών
5	Συστηματικός κίνδυνος 3 ετών	Δείκτης α 3 ετών
6	Συστηματικός κίνδυνος 5 ετών	Δείκτης α 5 ετών
7		Δείκτης SR 3 ετών

8	Δείκτης SR 5 ετών
9	Βαθμολογία ESG

➤ **Ανάλυση δεικτών εισόδων:**

Αξιολόγηση κινδύνου Morningstar: Η αξιολόγηση κινδύνου της Morningstar, ή απλά η αξιολόγηση Morningstar, είναι μια κατάταξη που δίνεται σε αμοιβαία κεφάλαια και διαπραγματεύσιμα κεφάλαια (ETFs) από την εταιρεία επενδυτικών μελετών Morningstar. Ο κίνδυνος αξιολογείται σε πέντε επίπεδα που έχουν σχεδιαστεί για να βοηθήσουν τους επενδυτές να εντοπίσουν γρήγορα τα κεφάλαια που πρέπει να εξετάσουν για τα χαρτοφυλάκιά τους.

Τα αμοιβαία κεφάλαια λαμβάνουν βαθμολογίες από 1 έως 5, όπου το 1 δίνεται στα αμοιβαία κεφάλαια με τη χειρότερη απόδοση κινδύνου και το 5 σε εκείνα με την καλύτερη απόδοση κινδύνου. Η κατάταξη βασίζεται στις διακυμάνσεις των μηνιαίων αποδόσεων ενός κεφαλαίου—με έμφαση στις αρνητικές διακυμάνσεις—σε σύγκριση με παρόμοια κεφάλαια.

Οι αξιολογήσεις Morningstar βασίζονται στην ιστορική απόδοση ενός κεφαλαίου σε σύγκριση με άλλα κεφάλαια της ίδιας κατηγορίας Morningstar. Η αξιολόγηση κινδύνου χρησιμοποιείται συχνά ως αρχικό σημείο για περαιτέρω έρευνα και δεν αποτελεί σύσταση αγοράς ή πώλησης.

Στη διαδικασία αξιολόγησης κινδύνου, το 10% των κεφαλαίων μιας κατηγορίας με τον χαμηλότερο κίνδυνο κατατάσσονται ως "χαμηλού κινδύνου." Το επόμενο 22,5% κατατάσσεται ως "κάτω από τον μέσο όρο," το μεσαίο 35% είναι "μέσος," το επόμενο 22,5% "πάνω από τον μέσο όρο," ενώ το ανώτατο 10% κατατάσσεται ως "υψηλού κινδύνου." Η Morningstar μετρά τον κίνδυνο για τρεις περιόδους (τρία, πέντε και δέκα έτη). Αυτά τα μέτρα στη συνέχεια ζυγίζονται και λαμβάνεται ο μέσος όρος για να παραχθεί μια συνολική εκτίμηση για το κεφάλαιο. Τα κεφάλαια με ιστορικό απόδοσης λιγότερο από τρία έτη δεν αξιολογούνται.

Δείκτης καθαρών εξόδων: Ο δείκτης καθαρών εξόδων περιλαμβάνει διάφορα λειτουργικά έξοδα, όπως αμοιβές διαχείρισης, διοικητικά κόστη και έξοδα μάρκετινγκ. Αυτά τα κόστη αφαιρούνται αυτόματα από την αξία του κεφαλαίου, πράγμα που σημαίνει ότι οι επενδυτές δεν λαμβάνουν άμεσα χρέωση για αυτά τα έξοδα, αλλά επηρεάζουν τις συνολικές αποδόσεις. Είναι σημαντικό να επισημανθεί ότι ένας υψηλός δείκτης εξόδων δεν είναι από μόνο του αρνητικό, αν το κεφάλαιο αποδίδει σταθερά καλύτερα σε σύγκριση με τα αντίστοιχα. Έτσι, οι επενδυτές θα πρέπει να εξετάζουν τον δείκτη εξόδων σε συνδυασμό με άλλους παράγοντες, όπως η ιστορική απόδοση του κεφαλαίου, το προφίλ κινδύνου και η ευθυγράμμιση με τους επενδυτικούς τους στόχους.

Ο δείκτης καθαρών εξόδων υπολογίζεται διαιρώντας τα συνολικά ετήσια λειτουργικά έξοδα του κεφαλαίου με τη μέση αξία του ενεργητικού. Αυτό το ποσοστό δείχνει πόσο από τα περιουσιακά στοιχεία του κεφαλαίου χρησιμοποιούνται για την κάλυψη των εξόδων διαχείρισης και λειτουργίας, τα οποία μπορεί να επηρεάσουν σημαντικά τις αποδόσεις του κεφαλαίου.

Δείκτης διαφοροποίησης ανά τύπο ενεργητικών στοιχείων: Στη συγκεκριμένη

περίπτωση ο δείκτης αυτός χρησιμοποιείται για να αξιολογηθεί ο βαθμός στον οποίο οι επενδύσεις ενός ΑΚ έχουν υψηλή συγκέντρωση σε συγκεκριμένες κατηγορίες ενεργητικών στοιχείων (πχ., μετοχές, ομόλογα, ταμειακά διαθέσιμα κ.ά.). Οι τιμές του δείκτη κυμαίνονται από το μηδέν έως το ένα. Όσο πιο κοντά στο μηδέν είναι σημαίνει ότι έχει υψηλότερη διαφοροποίηση το αμοιβαίο κεφάλαιο σε περιουσιακά στοιχεία.

Δείκτης διαφοροποίηση ανά κλάδο: Ο δείκτης αυτός λειτουργεί με την ίδια λογική με τον προηγούμενο δείκτη με την διαφορά ότι η αξιολόγηση της διαφοροποίησης γίνεται σε κλάδος που έχει επενδύσει το αμοιβαίο κεφάλαιο (π.χ υγεία, βιομηχανίες, ακίνητα, τεχνολογία, ενέργεια κ.α).

Συστηματικός κίνδυνος (β): Ο συντελεστής βήτα δείχνει τη μεταβλητότητα ενός αμοιβαίου κεφαλαίου σε σύγκριση με τον συστηματικό κίνδυνο ολόκληρης της αγοράς. Το βήτα αντιπροσωπεύει την κλίση της γραμμής μέσω μιας παλινδρόμησης των σημείων δεδομένων. Στα χρηματοοικονομικά, κάθε σημείο αντιπροσωπεύει τις αποδόσεις ενός μεριδίου σε σχέση με την αγορά.

Το βήτα περιγράφει ουσιαστικά τη συμπεριφορά των αποδόσεων ενός αμοιβαίου κεφαλαίου καθώς ανταποκρίνεται στις διακυμάνσεις της αγοράς. Χρησιμοποιείται στο μοντέλο αποτίμησης κεφαλαιουχικών περιουσιακών στοιχείων (CAPM), το οποίο περιγράφει τη σχέση μεταξύ συστηματικού κινδύνου και αναμενόμενης απόδοσης για περιουσιακά στοιχεία. Το CAPM χρησιμοποιείται για την αποτίμηση επικίνδυνων τίτλων και για την εκτίμηση των αναμενόμενων αποδόσεων των περιουσιακών στοιχείων, λαμβάνοντας υπόψη τον κίνδυνο αυτών των περιουσιακών στοιχείων και το κόστος του κεφαλαίου. Για περισσότερες πληροφορίες (βλ. ενότητα 2.1)

➤ Ανάλυση δεικτών εξόδων:

Αξιολόγηση απόδοσης Morningstar: Η αξιολόγηση απόδοσης Morningstar (Morningstar Return) είναι μια εκτίμηση της υπερβάλλουσας απόδοσης ενός κεφαλαίου πάνω από ένα επιτόκιο χωρίς κίνδυνο (η απόδοση του 90ήμερου εντόκου γραμματίου της ομοσπονδιακής κυβέρνησης των ΗΠΑ) σε σύγκριση με παρόμοια κεφάλαια, με έμφαση στις αρνητικές διακυμάνσεις.

Έχει παρόμοια λογική με το Morningstar risk rating. Τα αμοιβαία κεφάλαια λαμβάνουν βαθμολογίες από 1 έως 5, όπου το 1 δίνεται στα αμοιβαία κεφάλαια με τη χειρότερη απόδοση και το 5 σε εκείνα με την καλύτερη απόδοση. Η κατάταξη βασίζεται στις διακυμάνσεις των μηνιαίων αποδόσεων ενός κεφαλαίου.

Υπερβάλλουσα απόδοση: Είναι ένας σημαντικός δείκτης που βοηθά τον επενδυτή να αξιολογεί την απόδοση σε σχέση με άλλες επενδυτικές εναλλακτικές λύσεις. Σε γενικές γραμμές, όλοι οι επενδυτές ελπίζουν σε θετική υπερβάλλουσα απόδοση, καθώς αυτό τους προσφέρει περισσότερα χρήματα από όσα θα είχαν πετύχει με εναλλακτικές επενδύσεις.

Προσδιορίζεται αφαιρώντας την απόδοση μιας επένδυσης από το συνολικό ποσοστό απόδοσης μιας άλλης επένδυσης. Κατά τον υπολογισμό της υπερβάλλουσας απόδοσης, μπορούν να χρησιμοποιηθούν διάφορα μέτρα απόδοσης. Μερικοί επενδυτές μπορεί να επιθυμούν να δουν την υπερβάλλουσα απόδοση ως τη διαφορά της επένδυσής τους από ένα επιτόκιο χωρίς κίνδυνο.

Σε άλλες περιπτώσεις, η υπερβάλλουσα απόδοση μπορεί να υπολογιστεί σε σύγκριση με έναν στενά συγκρίσιμο δείκτη αναφοράς με παρόμοια χαρακτηριστικά κινδύνου και απόδοσης. Γενικά, οι συγκρίσεις απόδοσης μπορεί να είναι είτε θετικές είτε αρνητικές. Μια θετική υπερβάλλουσα απόδοση δείχνει ότι μια επένδυση απέδωσε καλύτερα από τη σύγκριση, ενώ μια αρνητική διαφορά αποδόσεων δείχνει ότι η επένδυση απέδωσε χειρότερα. Η σύγκριση για τα συγκεκριμένα δεδομένα των αμοιβαίων κεφαλαίων γίνεται με την κατηγορία του.

Οι επενδυτές πρέπει να έχουν υπόψη ότι η σύγκριση των αποδόσεων μιας επένδυσης με έναν δείκτη αναφοράς δεν λαμβάνει απαραίτητα υπόψη όλα τα πιθανά κόστη συναλλαγών του δείκτη.

Alpha: Ο δείκτης α του Jensen (Jensen, 1968) χρησιμοποιείται ως μέτρο απόδοσης, που δείχνει πότε μια στρατηγική, ένας επενδυτής ή ένας διαχειριστής χαρτοφυλακίου έχει καταφέρει να υπεραπόδοσει σε σχέση με την απόδοση της αγοράς ή κάποιον άλλο δείκτη αναφοράς για μια συγκεκριμένη χρονική περίοδο.

Sharpe ratio: Ο δείκτης SR του Sharpe (Sharpe, 1994) μετρά την απόδοση μιας επένδυσης σε σύγκριση με ένα περιουσιακό στοιχείο χωρίς κίνδυνο. Ορίζεται ως η διαφορά μεταξύ των αποδόσεων της επένδυσης και της απόδοσης χωρίς κίνδυνο, διαιρεμένη με την τυπική απόκλιση των αποδόσεων της επένδυσης. Ο δείκτης αντιπροσωπεύει το επιπλέον ποσό απόδοσης που λαμβάνει ένας επενδυτής για κάθε μονάδα αύξησης του κινδύνου.

ESG Βαθμολογία: Το επίπεδο συμμόρφωσης με τα πρότυπα ESG (Περιβάλλον, Κοινωνία, Διακυβέρνηση) μπορεί να προσδιοριστεί με τη βοήθεια μιας βαθμολογίας ESG που αποδίδεται σε εταιρείες από οργανισμούς έρευνας, όπως η MSCI, η Sustainalytics και η Morningstar. Οι αξιολογήσεις αυτές δείχνουν το επίπεδο συμμόρφωσης μιας εταιρείας με τα κριτήρια ESG.

Κάθε ένας από τους ερευνητικούς οργανισμούς αποδίδει μια βαθμολογία σε εταιρείες και αμοιβαία κεφάλαια βάσει της δικής του αξιολόγησης και μεθοδολογίας.

- Η ESG βαθμολογία της MSCI αντικατοπτρίζει το πόσο καλά διαχειρίζονται οι εταιρείες τους ESG κινδύνους τους σε σύγκριση με τους ανταγωνιστές τους. Έτσι, μια εταιρεία με σκορ AA ή AAA θα είναι ηγέτης στον κλάδο όσον αφορά τη διαχείριση των ESG κινδύνων.
- Η ESG βαθμολογία της Morningstar μετρά τον ESG κίνδυνο που συνδέεται με την συγκεκριμένη εταιρεία ή το αμοιβαίο κεφάλαιο. Το σκορ παρέχεται σε μια κλίμακα από 1 έως 50, όπου το 1 αντιπροσωπεύει τον χαμηλότερο κίνδυνο και το 50 τον υψηλότερο. Η Morningstar παρέχει επίσης μια ανάλυση των επιμέρους σκορ για το Περιβάλλον (E), την Κοινωνία (S) και τη Διακυβέρνηση (G).
- Η ESG βαθμολογία που χρησιμοποιείται και στα δεδομένα εξόδων του μοντέλου είναι της Sustainalytics με τιμές που κυμαίνονται από το 0 έως το 100. Εάν το αμοιβαίο κεφάλαιο κυμαίνεται από το 40 και πάνω θεωρείται ότι έχει εξαιρετική διαχείριση των ESG ζητημάτων. Ενώ από το 0 έως το 10 υποδηλώνουν ότι οι εταιρείες που έχει επενδύσει δεν αντιμετωπίζουν σοβαρά τα ESG ζητήματα.

Παρακάτω παρουσιάζεται ένα ενδεικτικό δείγμα 50 Αμοιβαίων Κεφαλαίων με τα Input & Outputs:

Πίνακας 5.3: Τιμές εισόδων 50 ΑΚ.

Σύμβολο	Αξιολόγηση κινδύνου Morningstar	Δείκτης καθαρών εξόδων	Δείκτης διαφοροποίησης ανά τύπο ενεργητικών στοιχείων	Δείκτης διαφοροποίησης ανά κλάδο	Συστηματικός 3 ετών	Συστηματικός κίνδυνος 5 ετών
VFAX	3	0,040%	0,999	0,137	1	1
VGTSX	3	0,170%	0,994	0,112	1,02	1,01
FXAIX	3	0,015%	0,996	0,134	1	1
VINIX	3	0,035%	1,000	0,137	1	1
AGTHX	2	0,640%	0,922	0,162	1,01	1
AMBFX	2	0,360%	0,462	0,119	0,93	0,94
ABALX	2	0,580%	0,450	0,118	0,93	0,93
AEGFX	4	0,840%	0,928	0,122	1,04	1,03
VIGIX	3	0,040%	0,999	0,226	1,04	1,03
AWSHX	1	0,580%	0,929	0,129	0,9	0,9
VIMAX	2	0,050%	1,000	0,124	1,13	1,11
FCNKX	2	0,780%	0,939	0,181	0,98	0,99
VSCIX	2	0,040%	0,998	0,124	1,25	1,22
ANCFX	3	0,610%	0,964	0,128	0,97	0,96
AMECX	1	0,570%	0,583	0,108	1,03	1,04
VIVAX	2	0,170%	0,999	0,137	0,98	0,98
CWGCX	2	1,520%	0,910	0,121	0,93	0,93
VWELX	3	0,240%	0,537	0,137	1,01	1,02
VEMIX	3	0,100%	0,990	0,124	0,96	0,98
AICCX	1	1,340%	0,911	0,118	0,91	0,92
VEXAX	4	0,060%	1,000	0,135	1,29	1,26
CAIBX	2	0,610%	0,632	0,111	0,99	1
PABGX	3	0,960%	0,988	0,219	0,99	0,99
DODGX	4	0,520%	0,942	0,177	1,19	1,18
AMCPX	1	0,680%	0,938	0,165	0,95	0,94
CSPCX	2	1,860%	0,855	0,163	1,11	1,08
VPMAX	4	0,310%	1,000	0,199	0,98	0,98
VGSIX	4	0,260%	0,998	1,000	0,86	0,82
PRGFX	3	0,640%	0,860	0,214	1,02	1,02
FCISX	5	1,110%	0,381	0,142	1	1
VWIGX	5	0,440%	0,981	0,182	1,08	1,09
VDADX	1	0,080%	0,999	0,143	0,85	0,86
FSKAX	4	0,015%	0,989	0,133	1,05	1,04
FDGRX	5	0,830%	0,945	0,213	1,15	1,15
VWIAX	2	0,160%	0,467	0,133	0,63	0,64
EAVLX	3	0,880%	0,966	0,166	0,96	0,97
CNWAX	1	1,020%	0,849	0,125	0,99	0,98
SWPPX	3	0,020%	0,988	0,134	1	1
FALCX	3	0,250%	0,944	0,138	1,03	1,02
VWNFX	3	0,340%	0,974	0,147	1,07	1,06
VBAIX	2	0,060%	0,527	0,136	1,01	1,01
FBGKX	5	0,700%	0,941	0,245	1,11	1,1
VTTWX	3	0,090%	0,547	0,120	1,12	1,12
VITAX	3	0,100%	1,000	0,798	1,09	1,08
VFWAX	3	0,110%	0,990	0,113	1	1
VWUSX	4	0,380%	0,997	0,213	1,1	1,09
VGHAX	2	0,270%	0,962	0,997	0,71	0,75
VDIGX	1	0,260%	0,979	0,160	0,81	0,82
VITFX	3	0,090%	0,609	0,120	1,23	1,23
PACLX	3	0,990%	0,528	0,149	1,06	1,05

Πίνακας 5.4: Τιμές εξόδων 50 ΑΚ.

Σύμβολο	Αξιολόγηση απόδοσης Mornin gstar	Υπερβάλλουσα απόδοση 1 έτους	Υπερβάλλουσα απόδοση 3 ετών	Υπερβάλλουσα απόδοση 5 ετών	Δείκτης α 3 ετών	Δείκτης α 5 ετών	Δείκτης SR 3 ετών	Δείκτης SR 5 ετών	Βαθμολογία για ESG
VFIAX	4	-3,230%	2,040%	-0,500%	-0,03	-0,03	0,95	1,08	22,05
VGTSX	4	-12,450%	-0,100%	-2,390%	0,05	-0,12	0,53	0,7	24,19
FXAIX	4	-3,200%	2,060%	-0,470%	-0,01	-0,01	0,95	1,09	22,05
VINIX	4	-3,220%	2,050%	-0,490%	-0,02	-0,02	0,95	1,08	22,04
AGTHX	3	-3,900%	-0,660%	-3,280%	1,46	2,93	1	1,23	23,63
AMBFX	4	-12,871%	1,536%	0,111%	1,33	1,67	0,99	1,15	23,46
ABALX	4	-8,460%	0,670%	-0,190%	1,08	1,15	0,97	1,1	23,46
AEGFX	3	-12,300%	-1,130%	-3,860%	3,39	2,45	0,7	0,86	24,1
VIGIX	4	-1,130%	4,990%	-1,240%	5,14	4,19	1,17	1,29	20,54
AWSHX	3	-7,540%	-2,540%	-2,820%	-2,16	-1,37	0,8	0,96	23,2
VIMAX	5	-12,510%	2,970%	-0,790%	-3,48	-3,01	0,76	0,87	23,16
FCNKX	3	-6,360%	0,160%	-2,780%	2,22	3,81	1,03	1,26	21,59
VSCIX	5	-17,600%	2,370%	-1,340%	-6,45	-4,17	0,64	0,79	26,39
ANCFX	3	-6,230%	-1,580%	-1,980%	-2,4	-0,98	0,81	1	23,39
AMECX	3	-12,330%	-1,800%	-2,810%	-1,25	-1,35	0,76	0,82	24,39
VIVAX	4	-7,400%	-0,840%	-0,960%	-4,72	-3,76	0,66	0,79	24,15
CWGCX	3	-13,430%	-1,290%	-3,300%	-1,78	-1,14	0,67	0,84	22,7
VWELX	5	-4,690%	2,360%	0,480%	1,86	1,25	1,02	1,09	22,59
VEMIX	3	-30,400%	-1,320%	-5,050%	2,62	1,2	0,62	0,72	27,17
AICCX	2	-9,150%	-3,220%	-4,040%	-3,32	-2,5	0,75	0,89	23,49
VEXAX	3	3,800%	-1,910%	-4,790%	-3,64	-2,19	0,76	0,9	26,08
CAIBX	3	-7,930%	0,050%	-1,840%	-2,38	-2,92	0,65	0,64	23,74
PABGX	4	-9,150%	0,730%	-1,850%	2,55	5,4	1,03	1,33	21,51
DODGX	5	8,720%	1,520%	0,590%	-4,86	-2,43	0,69	0,88	22,36
AMCPX	2	-18,138%	-3,517%	-6,745%	-0,45	0,54	0,79	1,04	22,86
CSPCX	4	-17,230%	4,710%	-1,620%	3,07	2,62	0,87	1,02	26,16
VPMAX	5	0,240%	0,030%	0,690%	0,23	2,66	0,92	1,2	22,77
VGSIIX	3	-2,080%	2,680%	1,850%	-0,27	-4,26	0,63	0,43	15,86
PRGFX	4	-0,540%	2,460%	-1,820%	3,49	5,38	1,08	1,34	21,15
FCISX	3	5,660%	-0,840%	-0,970%	-3,17	-2,27	0,57	0,69	27,6
VWIGX	5	-5,270%	8,880%	4,180%	11,9	10,28	1,04	1,22	21,91
VDADX	2	-9,150%	0,640%	-1,340%	0,98	0,1	0,98	1,05	22,1
FSKAX	4	-1,020%	2,010%	-0,650%	-0,65	-0,38	0,92	1,06	22,74
FDGRX	5	5,890%	10,810%	3,700%	9,17	9,34	1,26	1,47	22,32
VWIAIX	4	-7,860%	1,400%	0,410%	2,11	0,51	1,11	1	24,7
EAVLX	3	-10,840%	-0,280%	-1,870%	-4,4	-4,71	0,68	0,73	23,87
CNWAX	5	-21,040%	5,060%	-1,340%	6,41	4,24	0,86	0,97	25,24
SWPPX	4	-3,230%	2,040%	-0,510%	-0,02	-0,03	0,95	1,08	22,05
FALCX	4	-0,460%	2,130%	-0,670%	-0,09	0,17	0,95	1,1	22,39
VWNFX	5	1,260%	4,060%	0,320%	-1,94	-2,58	0,84	0,9	23,33
VBAIX	5	-6,080%	2,950%	0,500%	2,16	1,53	1,05	1,13	22,86
FBGKX	5	7,520%	9,740%	2,130%	8,58	8,78	1,26	1,46	22
VTTWX	4	-4,690%	0,690%	-1,250%	-0,37	0,17	0,85	1	23,25
VITAX	4	-46,170%	5,740%	-0,450%	13,44	13,45	1,32	1,56	17,2
VFWAX	4	-13,280%	-0,010%	-2,400%	0,38	0,11	0,55	0,72	23,86
VWUSX	5	-0,950%	7,950%	0,280%	7,27	6,1	1,2	1,32	21,19
VGHAX	3	-9,790%	-1,560%	-5,580%	4,47	1,01	0,89	0,77	26,36
VDIGX	3	-9,060%	0,790%	-1,990%	1,5	0,06	0,99	1,02	21,53
VITFX	3	-6,610%	0,350%	-1,740%	-0,73	0,03	0,83	0,99	23,28
PACLX	5	-2,510%	5,720%	2,290%	4,08	2,72	1,17	1,21	24,18

5.3 Εφαρμογή του μοντέλου της περιβάλλουσας ανάλυσης δεδομένων

Επειδή τόσο οι εισροές όσο και οι εκροές που επιλέχθηκαν στη μελέτη μας έχουν

αρνητικές τιμές, δεν είναι κατάλληλο να χρησιμοποιηθούν **ακτινικά (radial) DEA μοντέλα** και/ή **μοντέλα σταθερής κλίμακας αποδόσεων (CRS models)**. Για παράδειγμα, όταν χρησιμοποιούνται CRS μοντέλα, η απαραίτητη μετάφραση των δεδομένων για τη διασφάλιση θετικών τιμών αλλάζει το μέτωπο αποδοτικότητας. Επίσης, όταν χρησιμοποιούνται ακτινικά μοντέλα προσανατολισμένα στις εισροές ή στις εκροές, η μετάφραση των δεδομένων εισροών ή εκροών αλλάζει τις βαθμολογίες αποδοτικότητας, ακόμα και αν η κατάταξη της αποδοτικότητας διατηρείται. Επειδή το μοντέλο χρησιμοποιεί άμεσα τις βαθμολογίες αποδοτικότητας για να κατατάξει τα DMUs, πρέπει να αποφύγουμε τις αλλαγές στις βαθμολογίες αποδοτικότητας.

Όπως επισημαίνουν οι Pastor και Ruiz (2007), τα προσθετικά μοντέλα (Additive) VRS DEA αποτελούν μια εναλλακτική επιλογή για την αντιμετώπιση αρνητικών δεδομένων τόσο στις εισροές όσο και στις εκροές. Ανάμεσα στα διάφορα προσθετικά DEA μοντέλα, χρησιμοποιείτε το προσθετικό μοντέλο **VRS DEA με μέτρο προσαρμοσμένης αναποτελεσματικότητας εύρους (Range-Adjusted Measure - RAM)** (Cooper, Park, & Pastor, 1999), διότι έχει αρκετές επιθυμητές ιδιότητες σε σχέση με τα άλλα μοντέλα, όπως τη συνολικότητα (Inclusiveness), την αμεταβλητότητα μονάδων μέτρησης (Unit Invariance) και την αμεταβλητότητα μετατόπισης (Translation Invariance).

Το μοντέλο που χρησιμοποιήθηκε παρουσιάζεται στην ακόλουθη πρωτεύουσα μορφή (**Primal Model**):

$$\min \quad -\frac{1}{m+s} (R^-s^- + R^+s^+)$$

$$\begin{aligned} \text{Υπό:} \quad & X\lambda + s^- = x_k \\ & Y\lambda - s^+ = y_k \\ & e^T \lambda = 1 \\ & \lambda, s^-, s^+ \geq 0 \end{aligned}$$

Όπου:

- $X = (x_{ij}) \in \mathbb{R}^{m \times n}$, είναι ο πίνακας των εισροών (inputs) διαστάσεων $m \times n$. Το m είναι ο αριθμός των inputs και n είναι ο αριθμός των DMUs που εξετάζονται. Δηλαδή το στοιχείο x_{ij} αναφέρεται στην τιμή που έχει το input i του DMU j .
- $Y = (y_{rj}) \in \mathbb{R}^{s \times n}$, είναι ο πίνακας των εκροών (outputs) διαστάσεων $s \times n$. Το s είναι ο αριθμός των outputs και n είναι ο αριθμός των DMUs που εξετάζονται. Δηλαδή το στοιχείο y_{rj} αναφέρεται στην τιμή που έχει το output i του DMU j .
- x_k , είναι το διάνυσμα των εισροών (inputs) για το DMU k διαστάσεων $1 \times m$.
- y_k , είναι το διάνυσμα των εκροών (outputs) για το DMU k διαστάσεων $1 \times s$.
- λ , Το διάνυσμα βαρών ή συντελεστών που καθορίζει πως το DMU k εκφράζεται ως γραμμικός συνδυασμός των άλλων DMUs.
- s^- , Το διάνυσμα των αποκλίσεων των εισροών του DMU k από το μέτωπο αποδοτικότητας.
- s^+ , Το διάνυσμα των αποκλίσεων των εκροών του DMU k από το μέτωπο αποδοτικότητας.

Το R^- και το R^+ που βρίσκονται στην αντικειμενική συνάρτηση υπολογίζονται ως εξής:

$$R^- = \left(\frac{1}{R_1^-}, \frac{1}{R_2^-}, \dots, \frac{1}{R_m^-} \right),$$

$$R^+ = \left(\frac{1}{R_1^+}, \frac{1}{R_2^+}, \dots, \frac{1}{R_s^+} \right)$$

Ενώ το R_i^- και R_i^+ υπολογίζονται από τους εξής τύπους :

$$R_i^- = \max_{j=1, \dots, n} \{x_{ij}\} - \min_{j=1, \dots, n} \{x_{ij}\}, \forall i = 1, \dots, m$$

$$R_i^+ = \max_{j=1, \dots, n} \{y_{rj}\} - \min_{j=1, \dots, n} \{y_{rj}\}, \forall r = 1, \dots, s$$

Η υλοποίηση της ανάλυσης στην παρούσα εργασία βασίστηκε στην επίλυση του δυϊκού του παραπάνω γραμμικού προγράμματος για τους εξής λόγους:

- Λόγω της μορφής του δυϊκού, αυτό μπορεί να επιλυθεί πιο αποτελεσματικά ακόμα και για σύνθετες δομές εισροών εκροών, εξοικονομώντας χρόνο.
- Παρέχει τα βάρη για τις εισροές και εκροές τα οποία δείχνουν τη σημαντικότητα αυτών στην συνολική αποδοτικότητα του DMU.
- Διευκολύνει την κατανόηση της συγκριτικής αποδοτικότητας και τον προσδιορισμό του μετώπου αποδοτικότητας (Efficiency Frontier).

Το δυϊκό μοντέλο είναι το ακόλουθο:

$$\max e_k^d = \mathbf{p}\mathbf{y}_k - \mathbf{q}\mathbf{x}_k + \xi$$

$$\text{Υπό: } \mathbf{p}\mathbf{Y} - \mathbf{q}\mathbf{X} + \xi\mathbf{e} \leq \mathbf{0}$$

$$\mathbf{p} \geq \frac{1}{m+s} \mathbf{R}^+, \quad \mathbf{q} \geq \frac{1}{m+s} \mathbf{R}^-$$

Όπου:

- \mathbf{X} , είναι ο πίνακας των εισροών (inputs) διαστάσεων $m \times n$.
- \mathbf{Y} , είναι ο πίνακας των εκροών (outputs) διαστάσεων $s \times n$.
- \mathbf{p} , είναι το διάνυσμα βαρών των εισροών (inputs) διαστάσεων $1 \times m$.
- \mathbf{q} , είναι το διάνυσμα βαρών των εκροών (outputs) διαστάσεων $1 \times s$.
- e_k^d , είναι η αντικειμενική συνάρτηση και υπολογίζει την αποδοτικότητα των DMUs.
- ξ , είναι σταθερά κανονικοποίησης που έχει ως σκοπό την σύγκριση των DMUs με τρόπο που να καθιστά το μέγιστο δυνατό κέρδος ενός DMU ως σημείο αναφοράς στο οποίο όλα τα υπόλοιπα κέρδη μπορούν να συγκριθούν.

Το παραπάνω δυϊκό μοντέλο μπορεί να ερμηνευτεί ως εξής. Τα διανύσματα βαρών των εκροών και των εισροών, \mathbf{p} και \mathbf{q} , αντιπροσωπεύουν τις τιμές των εκροών και το κόστος των εισροών, αντίστοιχα, όπως αναλύθηκε από τους Banker και Maindiratta

(1988) και Scheel (2001). Σύμφωνα με την ερμηνεία τους, θεωρούμε ότι το $\mathbf{p}\mathbf{y}_k$ και $\mathbf{q}\mathbf{x}_k$ αντιπροσωπεύουν τα έσοδα και τα κόστη, αντίστοιχα, που προκύπτουν από τις λειτουργίες του DMU k .

Κατά συνέπεια, το e_k^d ορίζεται ως το ξ -προσαρμοσμένο κέρδος που επιτυγχάνει το DMU k όταν χρησιμοποιείται το διάνυσμα τιμή-κόστους (\mathbf{p}, \mathbf{q}) . Η ξ -προσαρμογή χρησιμοποιείται ώστε το υψηλότερο κέρδος μεταξύ των DMUs να ισούται με μηδέν με μια βέλτιστη επιλογή του διανύσματος τιμής-κόστους για το DMU που αξιολογείται. Άρα το e_k^d , υπολογίζει την αποδοτικότητα του DMU k .

Απλή αποδοτικότητα (simple efficiency): Ορίζεται από τα βέλτιστα βάρη $\mathbf{p}_k, \mathbf{q}_k$ του DMU k πολλαπλασιασμένα με τα inputs & outputs του DMU k . Δηλαδή:

$$e_{kk} = \mathbf{p}_k \mathbf{y}_k - \mathbf{q}_k \mathbf{x}_k + \xi_k$$

Διασταυρούμενες βαθμολογίες αποδοτικότητας (cross efficiency): Ορίζεται από τα βέλτιστα βάρη $\mathbf{p}_k, \mathbf{q}_k$ του DMU k πολλαπλασιασμένα με τα inputs & outputs του DMU l . Δηλαδή:

$$e_{kl} = \mathbf{p}_k \mathbf{y}_l - \mathbf{q}_k \mathbf{x}_l + \xi_k$$

Με βάση τις διασταυρούμενες βαθμολογίες, ορίζεται ο πίνακας κέρδους (profit matrix) \mathbf{P} που περιέχει στη διαγώνιο τις απλές αποδοτικότητες όλων των DMUs και εκτός της διαγώνιου τις διασταυρούμενες βαθμολογίες αποδοτικότητας των DMUs:

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} e_{11} & e_{1k} & \cdots & e_{1n} \\ e_{k1} & e_{kk} & \cdots & e_{kn} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ e_{n1} & e_{nk} & \cdots & e_{nn} \end{bmatrix}$$

Ένα DMU k είναι αποδοτικό αν και μόνο αν υπάρχει ένα θετικό διάνυσμα τιμής-κόστους (\mathbf{p}, \mathbf{q}) τέτοιο ώστε $\mathbf{p}\mathbf{y}_k - \mathbf{q}\mathbf{x}_k \geq \mathbf{p}\mathbf{y}_l - \mathbf{q}\mathbf{x}_l$ για κάθε άλλο DMU l .

Από τον πίνακα κέρδους μπορεί να υπολογιστεί η διασταυρούμενη βαθμολογία κάθε DMU k ως εξής:

$$\bar{P}_k = \frac{1}{n} \sum_{l=1}^n e_{lk}$$

5.3.1 Αποτελέσματα κατάταξης και αποδοτικότητας των αμοιβαίων κεφαλαίων

Δοθέντος όλων των παραπάνω που προαναφέρθηκαν προγραμματίστηκε στο περιβάλλον του Jupyter το γραμμικό δυικό μοντέλο και υπολογίστηκαν όλα τα βάρη p και q για κάθε DMU.

Στη συνέχεια διαμορφώθηκε ο πίνακας κέρδους και υπολογίστηκαν οι τιμές των διασταυρούμενων βαθμολογιών των αμοιβαίων κεφαλαίων. Παρακάτω

παρουσιάζονται τα αποτελέσματα που προέκυψαν για το ίδιο δείγμα 50 αμοιβαίων κεφαλαίων με προηγούμενως.

Πίνακας 5.5: Πίνακας αποτελεσμάτων απλής και διασταυρούμενης αποδοτικότητας 50 ΑΚ.

Σύμβολο ΑΚ	Διασταυρούμενη αποδοτικότητα	Απλή αποδοτικότητα	Κατάταξη (Ranking)
VFIAX	-0,722	-0,037	130
VGTSX	-0,606	-0,034	57
FXAIX	-0,686	0,000	97
VINIX	-0,721	-0,031	126
AGTHX	-1,264	-0,175	714
AMBFX	-0,571	0,000	43
ABALX	-0,627	-0,036	67
AEGFX	-0,937	-0,152	352
VIGIX	-1,420	-0,019	856
AWSHX	-1,110	-0,191	543
VIMAX	-0,634	0,000	69
FCNKX	-1,501	-0,194	942
VSCIX	-0,642	0,000	74
ANCFX	-0,974	-0,162	387
AMECX	-0,940	-0,137	356
VIVAX	-0,868	-0,127	289
CWGCX	-1,313	-0,203	757
VWELX	-0,495	-0,034	22
VEMIX	-0,791	0,000	201
AICCX	-1,437	-0,223	873
VEXAX	-0,849	-0,008	268
CAIBX	-0,903	-0,132	320
PABGX	-1,632	-0,172	1048
DODGX	-1,031	-0,109	455
AMCPX	-1,650	-0,258	1064
CSPCX	-1,489	-0,183	926
VPMAX	-1,002	-0,084	422
VGSIX	-7,927	-0,203	1357
PRGFX	-1,450	-0,140	887
FCISX	-0,868	0,000	287
VWIGX	-0,800	0,000	218
VDADX	-1,208	-0,126	661
FSKAX	-0,599	0,000	55
FDGRX	-1,114	0,000	552
VWIAX	-0,468	0,000	15
EAVLX	-1,426	-0,220	859
CNWAX	-0,820	0,000	236
SWPPX	-0,687	-0,007	99
FALCX	-0,770	-0,094	182
VWNFX	-0,744	-0,104	153
VBAIX	-0,489	0,000	20
FBGKX	-1,331	0,000	778
VTTWX	-0,535	0,000	31
VITAX	-6,215	0,000	1308
VFWAX	-0,598	-0,031	53
VWUSX	-1,158	-0,071	607
VGHAX	-7,722	-0,181	1346

VDIGX	-1,244	-0,154	696
VITFX	-0,763	-0,053	178
PACLX	-0,738	0,000	148

Η κατάταξη των αμοιβαίων κεφαλαίων γίνεται με βάση την διασταυρούμενη αποδοτικότητα. Όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως όσο πιο κοντά στο 0 είναι τόσο πιο αποδοτικό είναι ένα αμοιβαίο κεφάλαιο.

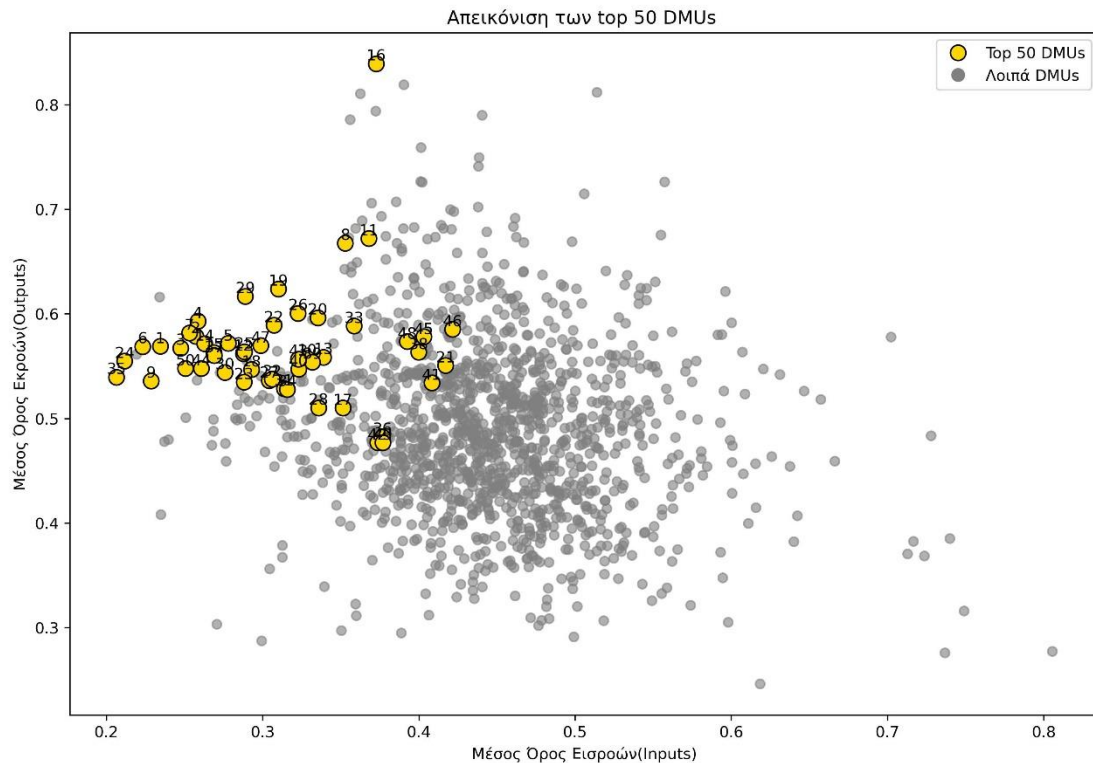
Πίνακας 5.6: Πίνακας αποδοτικών ΑΚ

A/A	Σύμβολο ΑΚ	Κατάταξη βάσει ενεργητικού	A/A	Σύμβολο ΑΚ	Κατάταξη βάσει ενεργητικού
1	FXAIX	2	23	OSTIX	489
2	FDGRX	33	24	MACGX	508
3	VWIAX	34	25	PARWX	521
4	PACLX	49	26	PWJAX	524
5	JLGRX	68	27	BDSAX	567
6	VITNX	73	28	DFUVX	571
7	FSMDX	120	29	WAMCX	711
8	MGRPX	141	30	ACFCX	773
9	AACTX	142	31	MIAPX	819
10	PRHSX	143	32	MFLX	860
11	DFEPX	189	33	ETAHX	910
12	OTCFX	232	34	VLAAX	1002
13	BGSAX	297	35	GOFIX	1018
14	BALPX	323	36	WABIX	1024
15	CPOAX	326	37	ACLMX	1036
16	AIGPX	376	38	TRRLX	1088
17	FRIFX	395	39	SSGVX	1173
18	VENAX	396	40	CFCRX	1199
19	SWSSX	408	41	HRSMX	1278
20	AABTX	445	42	CBHAX	1349
21	CEYIX	453	43	DREIX	1352
22	GIMFX	456			

Όπως παρατηρείται και από τον παραπάνω πίνακα από τα 1383 αμοιβαία κεφάλαια αποδοτικά υπολογίστηκαν τα 43.

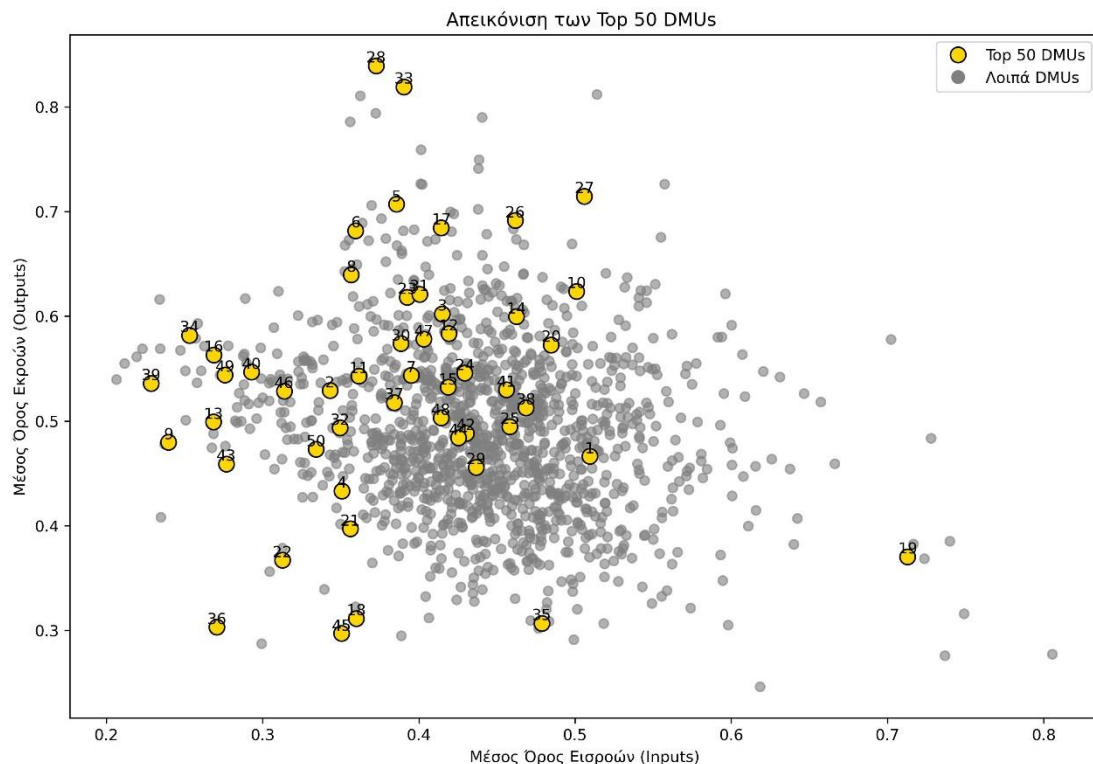
Επειδή οι εισροές και εκροές έχουν διαστάσεις (6×1383) και (9×1383) αντίστοιχα για να παρουσιαστούν γραφικά γίνεται κανονικοποίηση των τιμών και υπολογίζονται οι μέσοι όροι του κάθε αμοιβαίου κεφαλαίου όπου στο άξονα x περιέχονται οι εισροές και στον y οι εκροές.

Το μοντέλο αξιολογεί τα πιο αποδοτικά αμοιβαία κεφάλαια τα οποία με τις λιγότερες δυνατές εισροές μεγιστοποιούν τις εκροές τους. Οπότε αυτό που αναμένεται είναι μια συσσώρευση των 50 αποδοτικότερων αμοιβαίων κεφαλαίων να εμφανίζεται στο πάνω αριστερά σημείο της γραφικής παράστασης.



Σχήμα 5.1: Γραφική παράσταση 50 ΑΚ με την υψηλότερη διασταυρούμενη αποδοτικότητα.

Πράγματι όπως παρατηρείται από το παραπάνω γράφημα τα 50 αποδοτικότερα αμοιβαία κεφάλαια βρίσκονται πάνω από τον μέσο όρο στις εκροές που αυτό είναι το επιθυμητό και ομοίως κάτω από τον μέσο όρο των στις εισροές. Αυτό είναι μια καλή ένδειξη για την αξιοπιστία του μοντέλου.

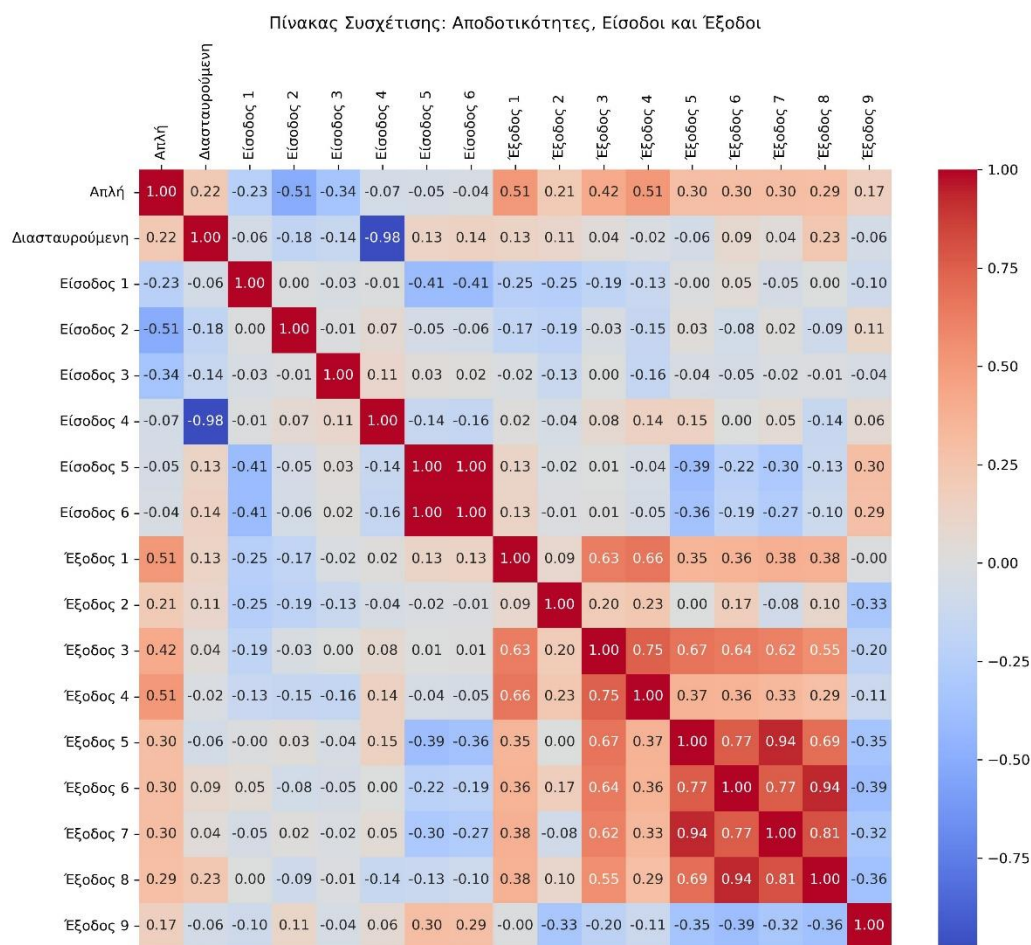


Σχήμα 5.2: Γραφική παράσταση 50 ΑΚ με την υψηλότερη απλή αποδοτικότητα.

Η μέθοδος της απλής αποδοτικότητας αξιολογεί τις μονάδες με στόχο να βελτιστοποιήσει τα δικά τους βάρη για τις εισροές και εκροές, προκειμένου να μεγιστοποιήσει την αποδοτικότητά τους. Ωστόσο, το γεγονός ότι μια μονάδα επιτυγχάνει την υψηλότερη απλή αποδοτικότητα δεν σημαίνει απαραίτητα ότι είναι και η καλύτερη, αντικειμενικά ή σε συγκριτικούς όρους. Αυτό οφείλεται στο ότι τα βάρη που επιλέγει το μοντέλο είναι προσαρμοσμένα αποκλειστικά στη συγκεκριμένη μονάδα, γεγονός που μπορεί να τα καθιστά μη αντιπροσωπευτικά για το σύνολο.

Για αυτό και στο Σχήμα 5.2 τα αμοιβαία κεφάλαια με την υψηλότερη απλή αποδοτικότητα εμφανίζονται διάσπαρτα γιατί η αξιολόγηση είναι υποκειμενική σε αντίθεση με την διασταυρούμενη που επιτρέπει την σύγκριση με άλλες μονάδες και την καθιστά πιο αντικειμενική.

Όλα αυτά που επισημάνθηκαν προηγουμένως αντικατοπτρίζονται και στον παρακάτω πίνακα συσχετίσεων. Όπου προβλέπεται στην απλή αποδοτικότητα οι εισροές να έχουν υψηλή αρνητική συσχέτιση και οι εκροές υψηλή θετική συσχέτιση. Ενώ, στην διασταυρούμενη οι συσχετίσεις εισροών εκροών αναμένονται πιο κοντά στο μηδέν διατηρώντας την αρχή αρνητικής συσχέτισης με τις εισροές και θετική με τις εκροές.



Σχήμα 5.3: Θερμικός χάρτης συσχετίσεων απλής και διασταυρούμενης αποδοτικότητας με εισροές και εκροές.

Ο πίνακας συσχετίσεων επιβεβαιώνει την παραπάνω ανάλυση. Υπάρχει μια υψηλή αρνητική συσχέτιση στην διασταυρούμενη αποδοτικότητα με την τέταρτη είσοδο η οποία οφείλεται στη συχνότητα των δεδομένων όπου σχεδόν όλα τα αμοιβαία κεφάλαια συγκεντρώνονται σε ένα συγκεκριμένο εύρος.

5.3.2 Επιλογή χαρτοφυλακίου αμοιβαίων κεφαλαίων μέσω του πλαισίου μέσου-διακύμανσης και την διασταυρούμενη αποδοτικότητα.

Όπως είδαμε και στο κεφάλαιο της βελτιστοποίησης για την κατασκευή χαρτοφυλακίου ορίστηκαν δύο σημαντικές έννοιες. Η απόδοση και η διασπορά. Στην προηγούμενη παράγραφο έχουμε ορίσει ως απόδοση το διάνυσμα που περιέχει τους μέσους όρους \bar{P} .

Οπότε σε αυτή την παράγραφο θα εισαχθεί και η έννοια της διασποράς με βάση τις διασταυρούμενες αποδοτικότητες που υπολογίστηκαν στο μοντέλο της DEA. Η διασπορά μιας μονάδας λήψης αποφάσεων k υπολογίζεται ως εξής:

$$\sigma_k^2 = \frac{1}{n} \sum_{l=1}^n (e_{lk} - \bar{P}_k)^2$$

Αφού έχουν οριστεί οι αποδόσεις και οι διασπορές των μονάδων, η απόδοση και η διασπορά ενός χαρτοφυλακίου Ω που περιέχει τις μονάδες δίνονται από τους εξής τύπους:

$$E_{\Omega} = \mathbf{w}^T \bar{\mathbf{P}}$$

$$V_{\Omega} = \mathbf{w}^T \mathbf{\Sigma} \mathbf{w}$$

Όπου:

- E_{Ω} , η αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου.
- V_{Ω} , η διασπορά του χαρτοφυλακίου.
- $\mathbf{\Sigma}$, είναι ο πίνακας συνδιακυμάνσεων.

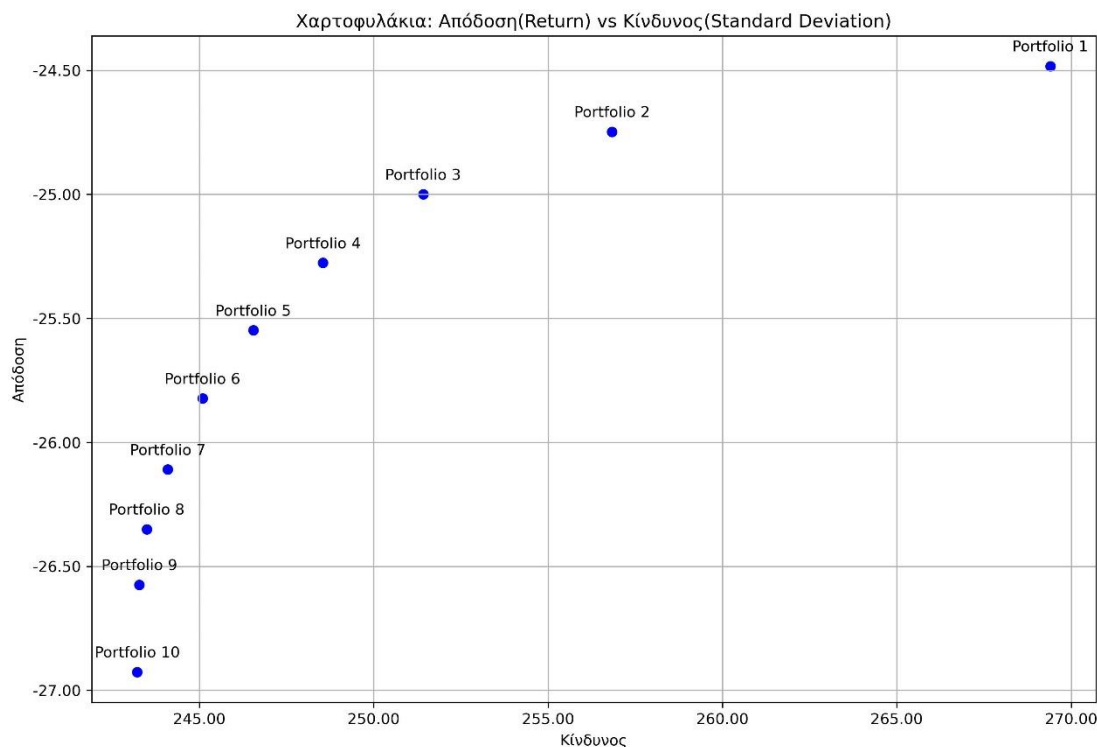
Οπότε κατασκευάζεται το δυαδικό μη γραμμικό μοντέλο βελτιστοποίησης σε πλαίσιο του μέσου-διακύμανσης για την δημιουργία χαρτοφυλακίου των αμοιβαίων κεφαλαίων:

$$\begin{aligned} \min \quad & V_{\Omega} \\ \text{Υπό:} \quad & E_{\Omega} \geq (1 - \gamma) E_{\Omega}^b \\ & \mathbf{e}^T \mathbf{w} = S \\ & \mathbf{w} \in \{0, 1\} \end{aligned}$$

Όπου:

- E_{Ω}^b , είναι η μέγιστη δυνατή αναμενόμενη απόδοση.
- w_i , τα βάρη επιλογής των μονάδων λήψης αποφάσεων.
- S , πλήθος αμοιβαίων κεφαλαίων.

Κατασκευάζεται στο περιβάλλον του Jupyter το μοντέλο αυτό και έχοντας υπολογίσει τις αποδόσεις και διακυμάνσεις βάσει της διασταυρούμενης αποδοτικότητας χρησιμοποιείται η βιβλιοθήκη Gurobi για την επίλυση του παραπάνω προβλήματος βελτιστοποίησης. Το S ορίζεται 50 και κατασκευάζονται 10 χαρτοφυλάκια εξάγοντας τα εξής αποτελέσματα:



Σχήμα 5.4: Γραφική παράσταση αποδοτικών χαρτοφυλακίων.

Οι τιμές των αποδόσεων και της τυπικής απόκλισης βασίζονται στις βαθμολογίες της διασταυρούμενης αποδοτικότητας όπως προαναφέρθηκε και προηγουμένως με την καλύτερη τιμή το 0. Οι παραπάνω τιμές δεν αφορούν πραγματικές αποδόσεις από ημερήσιες τιμές. Ορίστηκε στα προηγούμενα κεφάλαια η ερμηνεία τους και ο τρόπος υπολογισμού τους.

Το πρώτο χαρτοφυλάκιο είναι εκείνο με την μέγιστη δυνατή αναμενόμενη απόδοση, ενώ το 10^ο με τον ελάχιστον κίνδυνο.

Για την αναλυτικότερη αξιολόγηση των αποτελεσμάτων και την επιλογή του βέλτιστου χαρτοφυλακίου, χρησιμοποιήθηκε ένα μέτρο αξιολόγησης βασισμένο στη λογική του δείκτη του Sharpe. Επειδή οι τιμές δεν αναφέρονται σε αποδόσεις με βάση τιμές αγοράς και δεδομένου ότι τα στοιχεία περιλαμβάνουν αρνητικές τιμές, ο δείκτης του Sharpe προσαρμόστηκε ως εξής:

$$MA = \frac{E_{\Omega}^p - \bar{E}_{\Omega}}{\sigma_p} \delta$$

Όπου:

- E_{Ω}^p , η αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου P.
- \bar{E}_{Ω} , η μέση τιμή των n αναμενόμενων αποδόσεων χαρτοφυλακίων που

κατασκευάστηκαν.

- σ_p , η τυπική απόκλιση του χαρτοφυλακίου P.
- δ , αναλογία μεταβολής (δέλτα) κινδύνου-απόδοσης. Για κάθε διαδοχικό ζεύγος χαρτοφυλακίων υπολογίζεται ο λόγος της μείωσης του κινδύνου προς την αντίστοιχη μείωση της απόδοσης. Δηλαδή:

$$\delta_i = \frac{\sigma_{p(i-1)} - \sigma_{pi}}{E_{\Omega}^{pi-1} - E_{\Omega}^{pi}}$$

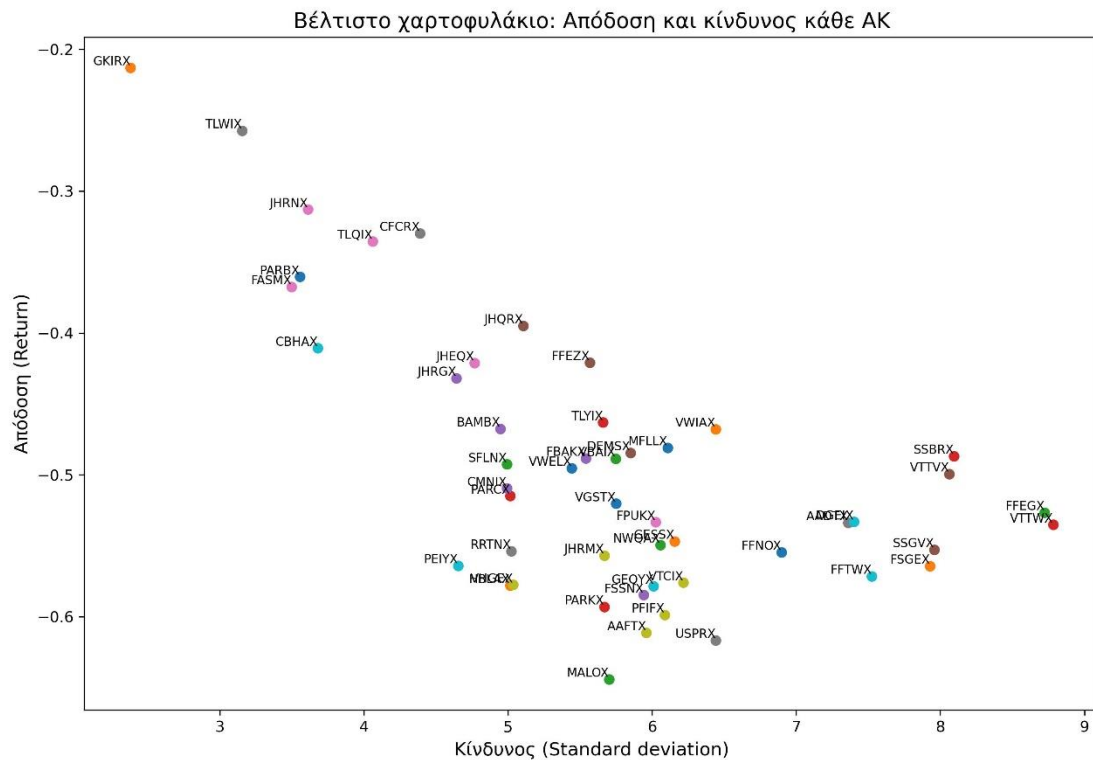
Επειδή αυτή η μεταβολή δεν μπορεί να υπολογιστεί για το πρώτο χαρτοφυλάκιο, ως δ_1 χρησιμοποιείται ο μέσος όρος των δ_i , $\delta_1 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \delta_i$.

Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στον Πίνακα 5.7.

Πίνακας 5.7: Αποτελέσματα αποδοτικών χαρτοφυλακίων μέσω του πλαισίου μέσου-διακύμανσης.

A/A Χαρτοφυλακίου	Αναμενόμενη απόδοση (E_{Ω})	Τυπική απόκλιση ($\sqrt{V_{\Omega}}$)	Μέτρο αξιολόγησης	Παράμετρος γ
1	-24,483	269,40	0,049	0,00%
2	-24,747	256,83	0,173	1,11%
3	-25,000	251,42	0,058	2,22%
4	-25,276	248,54	0,017	3,33%
5	-25,548	246,54	0,004	4,44%
6	-25,823	245,09	-0,003	5,55%
7	-26,110	244,09	-0,006	6,65%
8	-26,351	243,49	-0,007	7,76%
9	-26,574	243,28	-0,003	8,87%
10	-26,926	243,21	-0,001	9,98%

Όπως παρατηρείται από τον Πίνακα 5.7 το χαρτοφυλάκιο που επιλέγεται είναι το δεύτερο το οποίο έχει τον υψηλότερο δείκτη μέτρου αξιολόγησης. Τα αμοιβαία κεφάλαια που αποτελούν το δεύτερο χαρτοφυλάκιο εμφανίζονται στο παρακάτω σχήμα.



Σχήμα 5.5: Γραφική απεικόνιση βέλτιστου χαρτοφυλακίου με τα αμοιβαία κεφάλαια που έχουν επιλεγεί.

5.4 Εφαρμογή του μοντέλου μέσου διακύμανσης του Markowitz και μέτρων αξιολόγησης

Έχοντας εφαρμόσει το πρώτο μέρος που περιείχε την αξιολόγηση και επιλογή χαρτοφυλακίου των αμοιβαίων κεφαλαίων μέσω της χρήσης του μοντέλου DEA και του πλαισίου μέσου διακύμανσης τώρα αυτό που μένει είναι να αναλυθεί πως θα μοιραστεί το επενδυτικό κεφάλαιο στο κάθε αμοιβαίο κεφάλαιο μέσω της βελτιστοποίησης του μη γραμμικού μοντέλου μέσου διακύμανσης. Σαν δεδομένο χρησιμοποιούνται οι ημερήσιες τιμές των αμοιβαίων κεφαλαίων για τις ιστορικές περιόδους που αναλύθηκαν στην εισαγωγή. Θα παρουσιαστούν οι βελτιστοποιήσεις και για τις τέσσερις περιπτώσεις που αναλύθηκαν στην 4^η φάση της εισαγωγής. Επισημαίνεται ότι οι αποδόσεις των αμοιβαίων κεφαλαίων είναι ετησιοποιημένες.

Το μοντέλο διατυπώνεται ως εξής:

$$\min V_{\Omega} = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N w_i w_j \sigma_{ij}$$

$$\text{Υπό: } E_{\Omega} \geq (1 - \gamma) E_{\Omega}^b$$

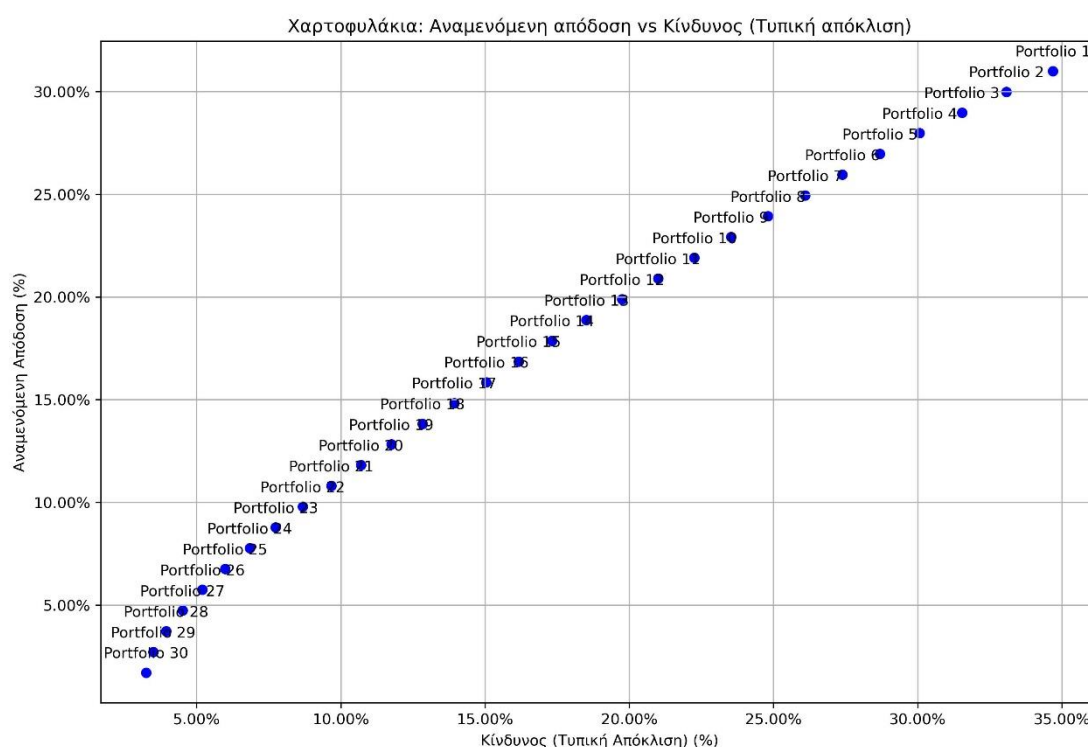
$$\mathbf{e}^T \mathbf{w} = 1$$

$$\mathbf{w} \geq 0$$

5.4.1 Αποτελέσματα αποδοτικών επενδυτικών χαρτοφυλακίων

1^η Περίπτωση : Τα αμοιβαία κεφάλαια που επιλέχθηκαν μέσω της μεθοδολογίας που εφαρμόστηκε στην παράγραφο (5.3) και εμφανίζονται στο Σχήμα 5.5 γίνεται βελτιστοποίηση αυτών κατασκευάζοντας 30 χαρτοφυλάκια.

Παρακάτω θα παρουσιαστούν τα αποτελέσματα σε πίνακες και γραφήματα έχοντας χρησιμοποιήσει ιστορικά δεδομένα ημερήσιων τιμών τριών χρόνων. Για τον υπολογισμό των δεικτών αξιολόγησης το ακίνδυνο χρεόγραφο (R_f) για αυτή την χρονική περίοδο έχει υπολογιστεί $R_f = 0,04\%$ και αναφέρεται στην απόδοση του τριμηνιαίου γραμμάτιο του αμερικάνικου δημοσίου. Η απόδοση του ακίνδυνου χρεογράφου είναι η ίδια για όλες τις περιπτώσεις καθώς η αξιολόγηση των επενδυτικών χαρτοφυλακίων γίνεται την ίδια ημερομηνία (21/11/2021).



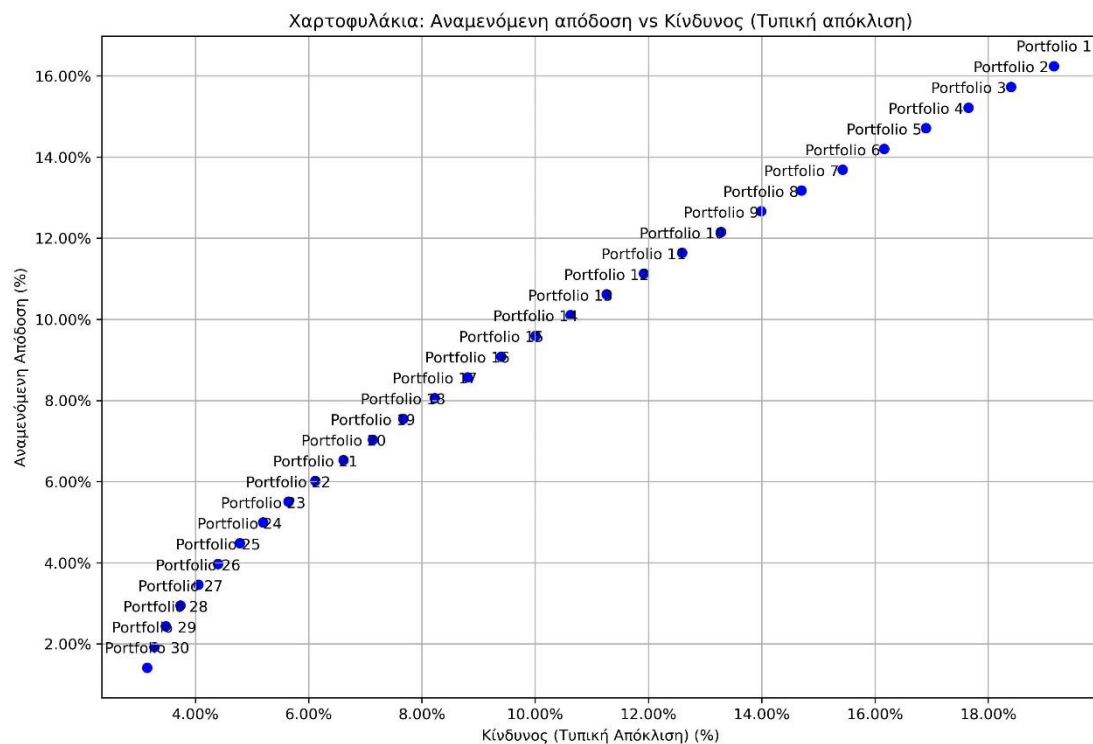
Σχήμα 5.6: Γράφημα 30 αποδοτικών χαρτοφυλακίων 1^{ης} περίπτωσης.

Πίνακας 5.8: Αποτελέσματα χαρτοφυλακίων βελτιστοποίησης 1^{ης} περίπτωσης.

A/A	Αναμενόμενη Απόδοση	Κίνδυνος (Τυπική απόκλιση)	Δείκτης Sharpe	Δείκτης Treynor	Παράμετρος γ
1	31,00%	34,70%	0,892	0,220	0,00%
2	29,99%	33,08%	0,905	0,217	3,26%
3	28,98%	31,54%	0,918	0,215	6,52%
4	27,97%	30,07%	0,929	0,213	9,78%
5	26,96%	28,70%	0,938	0,210	13,03%
6	25,95%	27,39%	0,946	0,212	16,29%
7	24,94%	26,10%	0,954	0,215	19,55%
8	23,93%	24,81%	0,963	0,218	22,81%

9	22,92%	23,53%	0,972	0,221	26,07%
10	21,91%	22,26%	0,982	0,225	29,33%
11	20,90%	21,00%	0,993	0,229	32,58%
12	19,89%	19,75%	1,005	0,234	35,84%
13	18,88%	18,52%	1,017	0,240	39,10%
14	17,87%	17,32%	1,030	0,243	42,36%
15	16,86%	16,16%	1,040	0,246	45,62%
16	15,85%	15,04%	1,051	0,247	48,88%
17	14,84%	13,93%	1,062	0,247	52,14%
18	13,83%	12,83%	1,074	0,247	55,39%
19	12,82%	11,75%	1,087	0,247	58,65%
20	11,81%	10,69%	1,100	0,247	61,91%
21	10,80%	9,67%	1,113	0,247	65,17%
22	9,79%	8,68%	1,123	0,248	68,43%
23	8,78%	7,74%	1,129	0,246	71,69%
24	7,77%	6,84%	1,130	0,241	74,95%
25	6,76%	5,98%	1,122	0,235	78,20%
26	5,75%	5,20%	1,098	0,227	81,46%
27	4,74%	4,51%	1,041	0,206	84,72%
28	3,73%	3,94%	0,936	0,175	87,98%
29	2,72%	3,50%	0,765	0,140	91,24%
30	1,71%	3,25%	0,514	0,098	94,50%

2^η Περίπτωση : Ισχύει η ίδια διαδικασία και επιλογή αμοιβαίων κεφαλαίων με την πρώτη περίπτωση με την διαφορά ότι επιλέγεται μεγαλύτερο εύρος ιστορικών δεδομένων ημερήσιων τιμών πέντε έτη αντί για τρία.

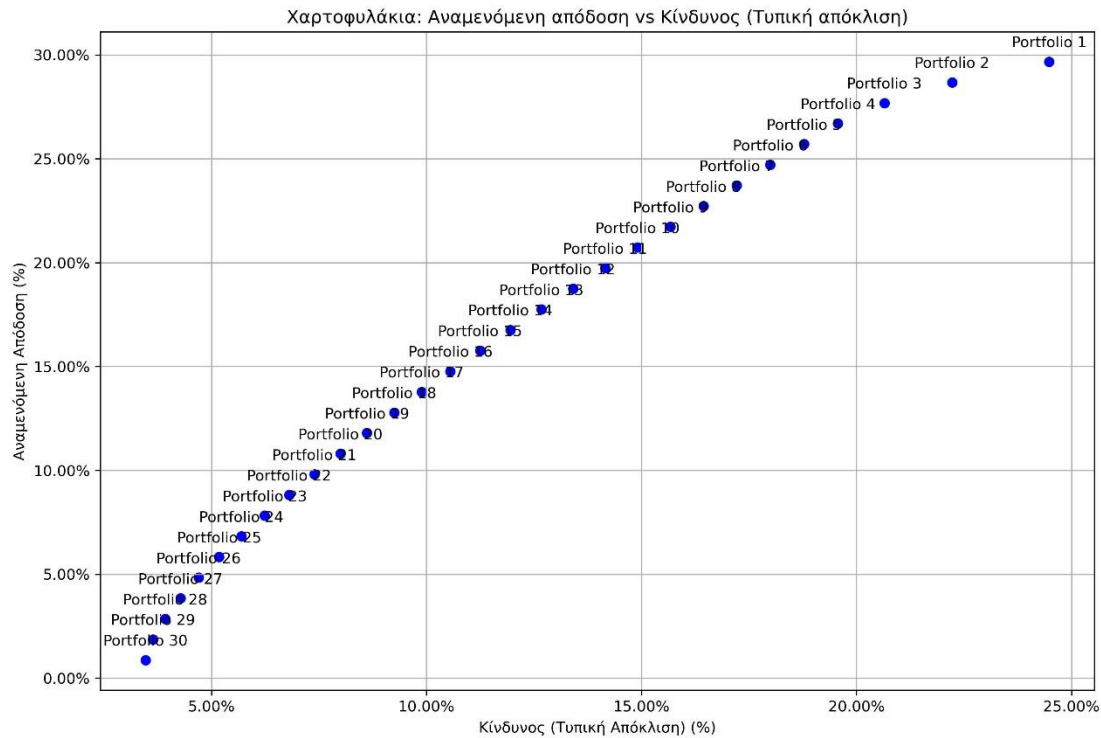


Σχήμα 5.7: Γράφημα 30 αποδοτικών χαρτοφυλακίων 2^{ης} περίπτωσης.

Πίνακας 5.9: Αποτελέσματα χαρτοφυλακίων βελτιστοποίησης 2^{ης} περίπτωσης.

A/A	Αναμενόμενη Απόδοση	Κίνδυνος (Τυπική απόκλιση)	Δείκτης Sharpe	Δείκτης Treynor	Παράμετρος γ
1	16,24%	19,16%	0,846	0,159	0,00%
2	15,73%	18,40%	0,853	0,161	3,15%
3	15,22%	17,65%	0,860	0,164	6,30%
4	14,71%	16,90%	0,868	0,167	9,45%
5	14,20%	16,16%	0,876	0,170	12,59%
6	13,69%	15,43%	0,885	0,173	15,74%
7	13,18%	14,70%	0,893	0,177	18,89%
8	12,66%	13,99%	0,903	0,182	22,04%
9	12,15%	13,28%	0,912	0,187	25,19%
10	11,64%	12,59%	0,921	0,193	28,34%
11	11,13%	11,92%	0,931	0,200	31,48%
12	10,62%	11,26%	0,939	0,208	34,63%
13	10,11%	10,62%	0,948	0,218	37,78%
14	9,60%	10,01%	0,955	0,222	40,93%
15	9,08%	9,40%	0,962	0,225	44,08%
16	8,57%	8,81%	0,969	0,228	47,23%
17	8,06%	8,23%	0,975	0,232	50,37%
18	7,55%	7,67%	0,979	0,230	53,52%
19	7,04%	7,14%	0,981	0,225	56,67%
20	6,53%	6,62%	0,980	0,220	59,82%
21	6,02%	6,12%	0,977	0,215	62,97%
22	5,50%	5,64%	0,968	0,209	66,12%
23	4,99%	5,20%	0,953	0,200	69,27%
24	4,48%	4,78%	0,928	0,179	72,41%
25	3,97%	4,40%	0,893	0,162	75,56%
26	3,46%	4,05%	0,844	0,145	78,71%
27	2,95%	3,74%	0,778	0,126	81,86%
28	2,44%	3,48%	0,689	0,107	85,01%
29	1,92%	3,27%	0,575	0,087	88,16%
30	1,41%	3,15%	0,436	0,067	91,30%

3^η Περίπτωση : Τα αμοιβαία κεφάλαια που επιλέγονται να βελτιστοποιηθούν παρουσιάζονται στον Πίνακα 5.6 τα οποία συγκαταλέγονται στις αποδοτικές μονάδες από την παραδοχή αποδοτικότητας του μοντέλου. Κατασκευάζονται 30 χαρτοφυλάκια λαμβάνοντας υπόψιν ιστορικά δεδομένα ημερήσιων τιμών πέντε χρόνων.



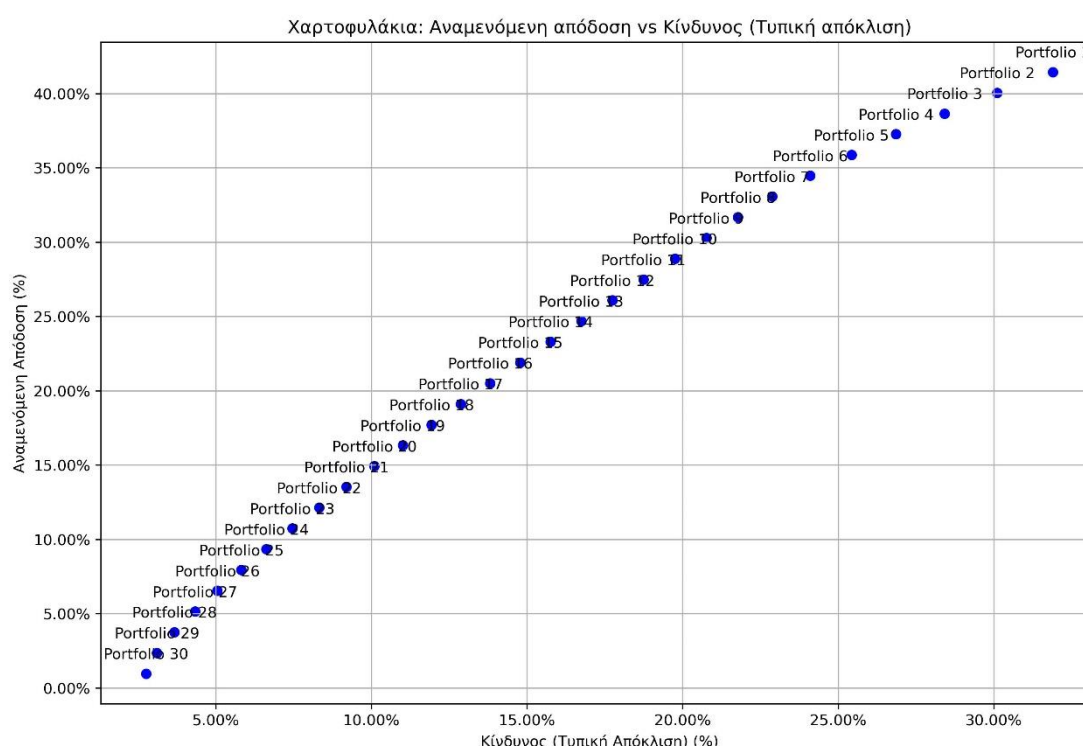
Σχήμα 5.8: Γράφημα 30 αποδοτικών χαρτοφυλακίων 3^{ης} περίπτωσης.

Πίνακας 5.10: Αποτελέσματα χαρτοφυλακίων βελτιστοποίησης 3^η περίπτωσης.

A/A	Αναμενόμενη Απόδοση	Κίνδυνος (Τυπική απόκλιση)	Δείκτης Sharpe	Δείκτης Treynor	Παράμετρος γ
1	29,67%	24,48%	1,210	0,272	0,00%
2	28,68%	22,22%	1,289	0,264	3,35%
3	27,69%	20,65%	1,339	0,266	6,70%
4	26,69%	19,57%	1,362	0,270	10,04%
5	25,70%	18,78%	1,366	0,269	13,39%
6	24,71%	18,00%	1,371	0,269	16,74%
7	23,71%	17,22%	1,375	0,268	20,09%
8	22,72%	16,44%	1,379	0,267	23,43%
9	21,73%	15,67%	1,384	0,266	26,78%
10	20,73%	14,91%	1,388	0,266	30,13%
11	19,74%	14,16%	1,392	0,265	33,48%
12	18,75%	13,41%	1,395	0,264	36,83%
13	17,75%	12,68%	1,397	0,263	40,17%
14	16,76%	11,95%	1,399	0,262	43,52%
15	15,76%	11,25%	1,398	0,260	46,87%
16	14,77%	10,56%	1,395	0,259	50,22%
17	13,78%	9,89%	1,389	0,257	53,57%
18	12,78%	9,25%	1,378	0,253	56,91%
19	11,79%	8,62%	1,364	0,247	60,26%
20	10,80%	8,00%	1,345	0,240	63,61%
21	9,80%	7,40%	1,320	0,233	66,96%
22	8,81%	6,81%	1,288	0,224	70,30%
23	7,82%	6,24%	1,246	0,214	73,65%
24	6,82%	5,69%	1,191	0,203	77,00%

25	5,83%	5,18%	1,118	0,190	80,35%
26	4,84%	4,70%	1,020	0,173	83,70%
27	3,84%	4,28%	0,889	0,150	87,04%
28	2,85%	3,92%	0,717	0,116	90,39%
29	1,86%	3,64%	0,499	0,077	93,74%
30	0,87%	3,47%	0,238	0,036	97,09%

4^η Περίπτωση : Βελτιστοποίηση όλων των διαθέσιμων αμοιβαίων κεφαλαίων. Από τα 1383 αμοιβαία κεφάλαια εκείνα που είχαν πλήρη στοιχεία στις ημερήσιες τιμές για την αξιοποίηση και την αποτελεσματικότητα του μοντέλου βελτιστοποίησης είναι 1366. Οπότε για αυτά τα αμοιβαία κεφάλαια γίνεται η βελτιστοποίηση. Κατασκευάζονται 30 χαρτοφυλάκια λαμβάνοντας υπόψιν ιστορικά δεδομένα ημερήσιων τιμών πέντε χρόνων.



Σχήμα 5.9: Γράφημα 30 αποδοτικών χαρτοφυλακίων 4^{ης} περίπτωσης

Πίνακας 5.11: Αποτελέσματα χαρτοφυλακίων βελτιστοποίησης 4^η περίπτωσης.

A/A	Αναμενόμενη Απόδοση	Κίνδυνος (Τυπική απόκλιση)	Δείκτης Sharpe	Δείκτης Treynor	Παράμετρος γ
1	41,45%	31,90%	1,298	0,242	0,00%
2	40,06%	30,11%	1,329	0,246	3,37%
3	38,66%	28,42%	1,359	0,249	6,74%
4	37,27%	26,86%	1,386	0,253	10,10%
5	35,87%	25,43%	1,409	0,257	13,47%
6	34,47%	24,10%	1,429	0,260	16,84%
7	33,08%	22,88%	1,444	0,264	20,21%
8	31,68%	21,78%	1,453	0,268	23,57%

9	30,29%	20,76%	1,457	0,268	26,94%
10	28,89%	19,75%	1,461	0,268	30,31%
11	27,49%	18,74%	1,465	0,267	33,68%
12	26,10%	17,74%	1,469	0,267	37,04%
13	24,70%	16,74%	1,473	0,266	40,41%
14	23,31%	15,76%	1,476	0,266	43,78%
15	21,91%	14,78%	1,479	0,265	47,15%
16	20,51%	13,82%	1,482	0,264	50,51%
17	19,12%	12,87%	1,482	0,264	53,88%
18	17,72%	11,93%	1,482	0,261	57,25%
19	16,33%	11,01%	1,479	0,259	60,62%
20	14,93%	10,09%	1,475	0,256	63,98%
21	13,53%	9,20%	1,467	0,253	67,35%
22	12,14%	8,32%	1,454	0,249	70,72%
23	10,74%	7,46%	1,435	0,246	74,09%
24	9,35%	6,62%	1,405	0,241	77,45%
25	7,95%	5,82%	1,359	0,233	80,82%
26	6,55%	5,05%	1,290	0,217	84,19%
27	5,16%	4,33%	1,182	0,190	87,56%
28	3,76%	3,67%	1,014	0,157	90,93%
29	2,37%	3,11%	0,748	0,111	94,29%
30	0,97%	2,76%	0,337	0,049	97,66%

5.4.2 Στρατηγική επιλογής βέλτιστων επενδυτικών χαρτοφυλακίων

Η στρατηγική επιλογής χαρτοφυλακίου κατά κύριο λόγο είναι υποκειμενική και βασίζεται στα κριτήρια του επενδυτή. Κάποιες στρατηγικές επιλογής των επενδυτικών χαρτοφυλακίων θα μπορούσε να είναι :

- Επενδυτικό χαρτοφυλάκιο που αναμένεται να αποδώσει το μέγιστο κέρδος.
- Επενδυτικό χαρτοφυλάκιο που έχει μικρή έκθεση στον κίνδυνο, οπότε επιλέγεται εκείνο με την χαμηλότερη διακύμανση
- Επενδυτικό χαρτοφυλάκιο που επιλέγεται βάσει δεικτών αξιολόγησης χαρτοφυλακίων (βλ. ενότητα 3.2).

Στην παρούσα εργασία η στρατηγική που εφαρμόζεται είναι η μεγιστοποίηση του δείκτη του Sharpe. Δηλαδή επιλέγεται το χαρτοφυλάκιο που έχει την μεγαλύτερη τιμή. Στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζονται τα χαρτοφυλάκια που επιλέχθηκαν στις προηγούμενες περιπτώσεις που μελετήσαμε με τις αναμενόμενες αποδόσεις, τον κίνδυνο και την τιμή του δείκτη Sharpe που αντιστοιχεί στο κάθε χαρτοφυλάκιο.

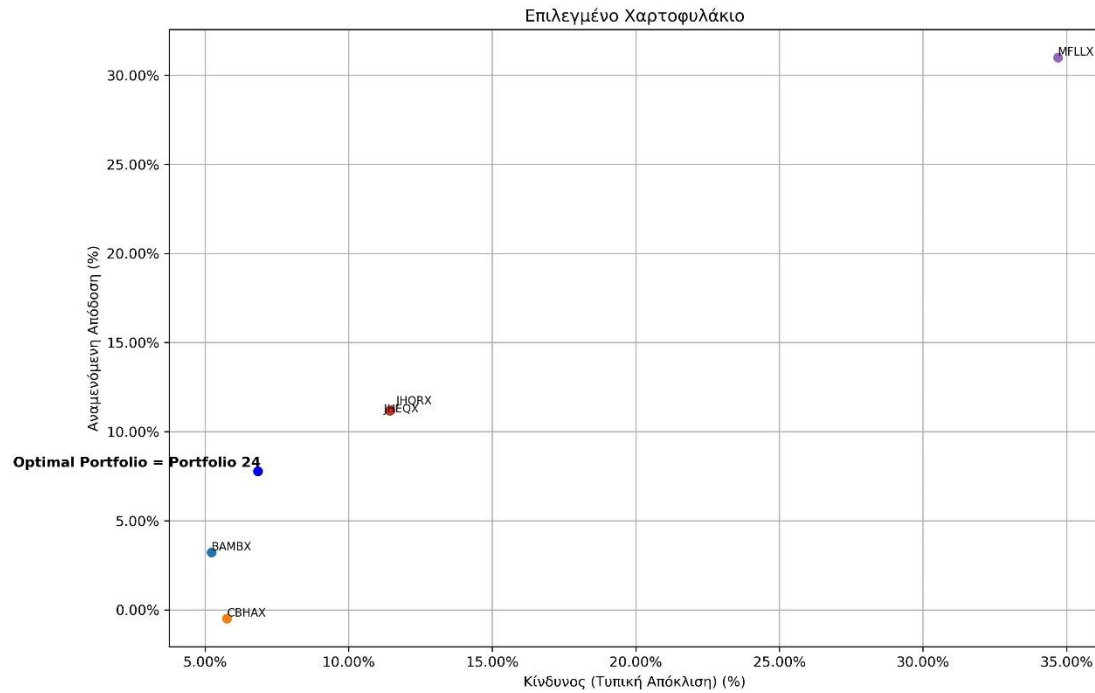
Πίνακας 5.12: Αποτελέσματα επιλεγμένων χαρτοφυλακίων με βάση τον υψηλότερο δείκτη Sharpe.

Περίπτωση	Χαρτοφυλάκιο που επιλέγεται	Αναμενόμενη Απόδοση	Κίνδυνος (Τυπική απόκλιση)	Δείκτης του Sharpe
1 ^η	24 ^ο	7,77%	6,84%	1,130
2 ^η	19 ^ο	7,04%	7,14%	0,981
3 ^η	14 ^ο	16,76%	11,95%	1,399
4 ^η	17 ^ο	19,12%	12,87%	1,482

Τα γραφήματα που απεικονίζονται στην συνέχεια δείχνουν από ποια αμοιβαία

κεφάλαια αποτελείται το χαρτοφυλάκιο και παρατίθενται πίνακες με το ποσοστό που καταλαμβάνουν σε αυτό.

1^η περίπτωση : Βελτιστοποίηση αξιολογημένων αμοιβαίων κεφαλαίων μέσω του μοντέλου της DEA και του πλαισίου μέσου-διακύμανσης σε ημερήσια ιστορικά δεδομένα τριών ετών.

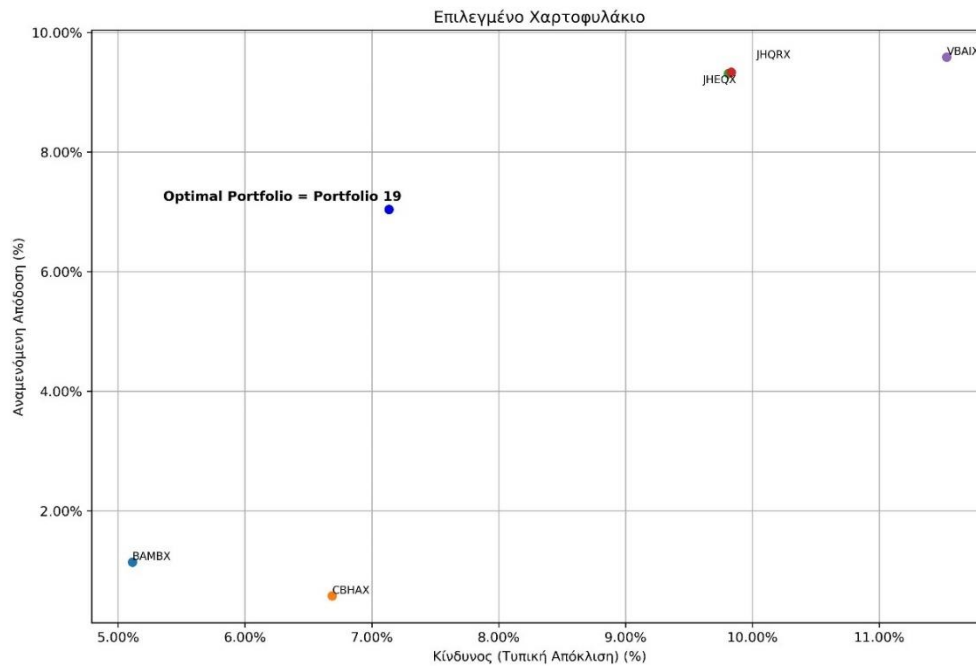


Σχήμα 5.10: Γράφημα επιλεγμένου χαρτοφυλακίου 1^{ης} περίπτωσης.

Πίνακας 5.13: Ποσοστό αμοιβαίων κεφαλαίων στο χαρτοφυλάκιο 1^{ης} περίπτωσης.

A/A	Σύμβολο ΑΚ	Βάρη
1	BAMBX	50,12%
2	CBHAX	8,94%
3	JHEQX	16,02%
4	JHQRX	16,75%
5	MFLX	8,17%

2^η περίπτωση: Βελτιστοποίηση αξιολογημένων αμοιβαίων κεφαλαίων μέσω του μοντέλου της DEA και του πλαισίου μέσου-διακύμανσης σε ημερήσια ιστορικά δεδομένα πέντε ετών.

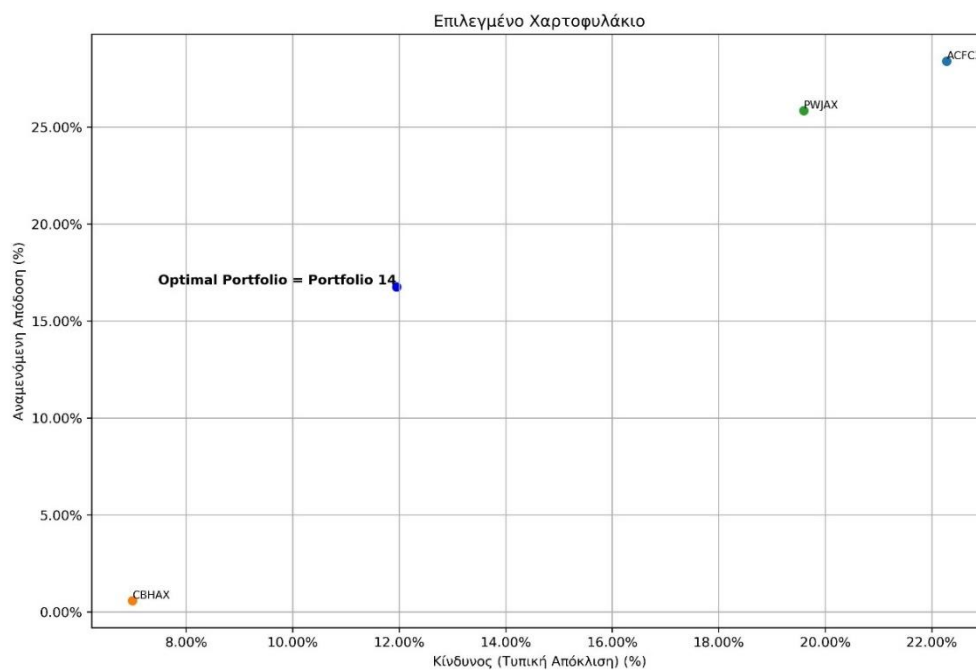


Σχήμα 5.11: Γράφημα επιλεγμένου χαρτοφυλακίου 2^{ης} περίπτωσης.

Πίνακας 5.14: Ποσοστό αμοιβαίων κεφαλαίων στο χαρτοφυλάκιο 2^{ης} περίπτωσης.

A/A	Σύμβολο ΑΚ	Βάρη
1	BAMBX	3,857%
2	CBHAX	22,516%
3	JHEQX	37,003%
4	JHQRX	36,622%
5	VBAIX	0,002%

3^η περίπτωση: Βελτιστοποίηση αποδοτικών αμοιβαίων κεφαλαίων σε ημερήσια ιστορικά δεδομένα πέντε ετών.

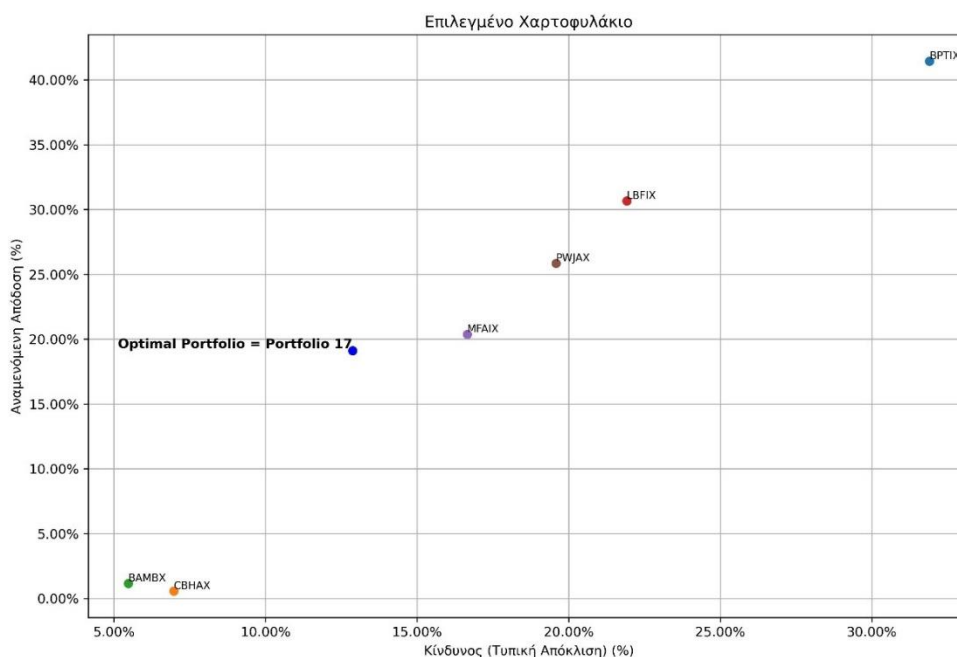


Σχήμα 5.12: Γράφημα επιλεγμένου χαρτοφυλακίου 3^{ης} περίπτωσης.

Πίνακας 5.15: Ποσοστό αμοιβαίων κεφαλαίων στο χαρτοφυλάκιο 3^{ης} περίπτωσης.

A/A	Σύμβολο ΑΚ	Βάρη
1	ACFCX	22,16%
2	CBHAX	38,22%
3	PWJAX	39,62%

4^η περίπτωση: Βελτιστοποίηση 1366 αμοιβαίων κεφαλαίων.



Σχήμα 5.13: Γράφημα επιλεγμένου χαρτοφυλακίου 4^{ης} περίπτωσης.

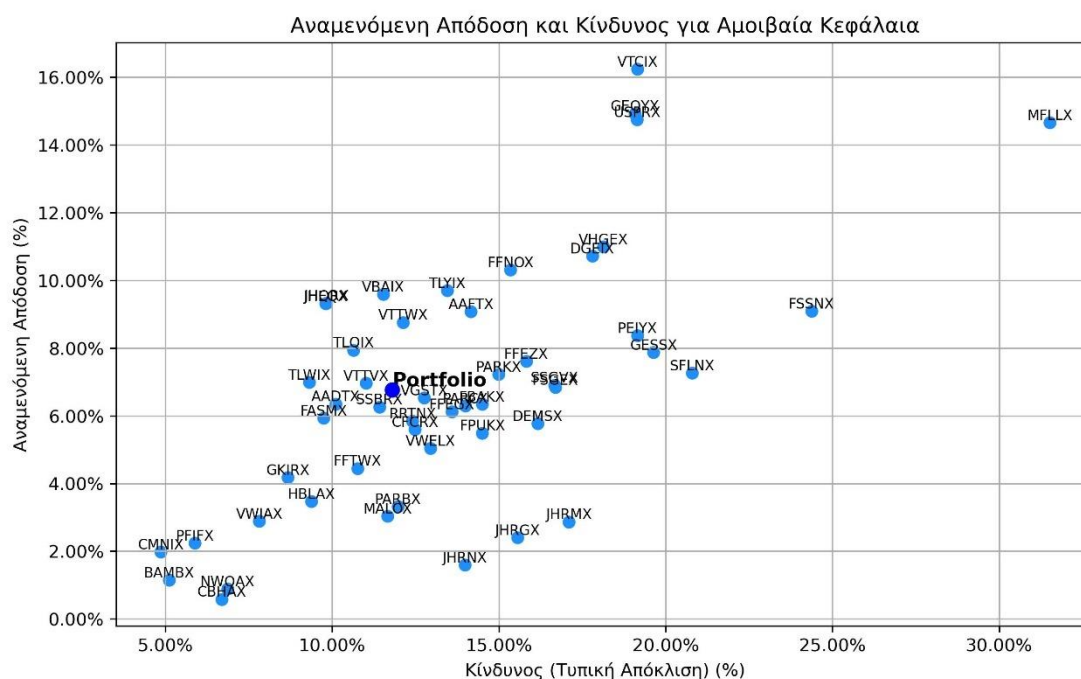
Πίνακας 5.16 Ποσοστό αμοιβαίων κεφαλαίων στο χαρτοφυλάκιο 4^{ης} περίπτωσης.

A/A	Σύμβολο ΑΚ	Βάρη
1	BPTIX	9,95%
2	CBHAX	37,72%
3	BAMBX	0,0002%
4	LBFIX	27,07%
5	MFAIX	0,98%
6	PWJAX	24,28%

5^η περίπτωση: Δεν εφαρμόζεται η βελτιστοποίηση για την κατασκευή των χαρτοφυλακίων. Επιλέγεται αυθαίρετα η επιλογή κατανομής κεφαλαίου των αμοιβαίων κεφαλαίων φτιάχνοντας ένα χαρτοφυλάκιο. Η κατανομή που θα πραγματοποιηθεί είναι να ίσο μοιραστεί το επενδυτικό κεφάλαιο σε όλα τα αμοιβαία κεφάλαια που έχουν αξιολογηθεί ως βέλτιστα έπειτα από το μοντέλο DEA και πλαισίου μέσου-διακύμανσης τα οποία παρουσιάζονται και στο Σχήμα 5.4.

Στο παρακάτω σχήμα εμφανίζονται οι ετησιοποιημένες αναμενόμενες αποδόσεις των αμοιβαίων κεφαλαίων που περιέχονται στο χαρτοφυλάκιο με την τυπική απόκλιση του

καθενός έχοντας χρησιμοποιήσει ημερήσιες τιμές ιστορικών δεδομένων 5 χρόνων.



Σχήμα 5.14: Γράφημα επιλεγμένου χαρτοφυλακίου 5^η περίπτωσης.

5.4 Παρουσίαση και σχολιασμός επιδόσεων επενδυτικών χαρτοφυλακίων και σύγκριση με δείκτη αναφοράς S&P 500

Παραπάνω παρουσιάστηκαν τα χαρτοφυλάκια που κατασκευάστηκαν και οι ξεχωριστές περιπτώσεις. Οι αναμενόμενες αποδόσεις των χαρτοφυλακίων υπολογίστηκαν 21/11/2021. Οπότε θα εξετάσουμε ένα χρόνο μετά 21/11/2022 ποιες θα ήταν οι πραγματικές αποδόσεις που θα είχαν εάν επιλεγόταν ένα από αυτά τα χαρτοφυλάκια και θα συγκριθούν με τον δείκτη αναφοράς S&P 500 για να αξιολογηθεί ποια επένδυση θα ήταν καλύτερη.

Πίνακας 5.17: Αποτελέσματα χαρτοφυλακίων ένα χρόνο μετά.

Περίπτωση	Χαρτοφυλάκιο που επιλέγεται	Αναμενόμενη Απόδοση (21/11/2021)	Πραγματική Απόδοση (22/11/2022)	Απόκλιση
1 ^η	24 ^ο	7,77%	-11,10%	-18,87%
2 ^η	19 ^ο	7,04%	-7,32%	-14,36%
3 ^η	14 ^ο	16,76%	-23,68%	-40,44%
4 ^η	17 ^ο	19,12%	-22,94%	-42,06%
5 ^η	1 ^ο	6,76%	-15,83%	-22,59%

Ο σκοπός της δημιουργίας αυτών των περιπτώσεων είναι να αναδειχθεί ο τρόπος με τον οποίο ο συνδυασμός πολυκριτήριας ανάλυσης με τη βελτιστοποίηση χαρτοφυλακίου μπορεί να οδηγήσει σε καλύτερα αποτελέσματα, σε αντίθεση με την αποκλειστική χρήση μίας εκ των δύο μεθόδων. Παράλληλα, επισημαίνονται σημαντικές λεπτομέρειες που πρέπει να ληφθούν υπόψη κατά την εφαρμογή αυτών

των μοντέλων, ώστε να αποφευχθούν σφάλματα και να διασφαλιστεί η αξιοπιστία των αποτελεσμάτων.

Παρατηρώντας τον πίνακα (5.18), τα χαρτοφυλάκια της πρώτης, δεύτερης και πέμπτης περίπτωσης παρουσιάζουν τις μικρότερες αποκλίσεις μεταξύ των αναμενόμενων και των πραγματικών αποδόσεων, καθώς και καλύτερες επιδόσεις συγκριτικά με την τρίτη και τέταρτη περίπτωση.

Στις παραπάνω περιπτώσεις εφαρμόστηκε η μεθοδολογία της παρούσας εργασίας, η οποία συνδυάζει:

- Αξιολόγηση αμοιβαίων κεφαλαίων μέσω διασταυρούμενης αποδοτικότητας, χρησιμοποιώντας το προσθετικό μοντέλο της DEA.
- Συρρίκνωση των αρχικών επιλογών από 1.383 αμοιβαία κεφάλαια στα 50 αποδοτικότερα με βάση την απόδοση-κινδύνου.
- Κατασκευή χαρτοφυλακίων με τη χρήση του μοντέλου Μέσου-Διακύμανσης (Markowitz).

Σύγκριση καλύτερων περιπτώσεων:

Από τις τρεις περιπτώσεις με τα καλύτερα αποτελέσματα, διαπιστώθηκε ότι η βελτιστοποίηση μέσω ημερήσιων τιμών των αμοιβαίων κεφαλαίων είναι προτιμότερη από την αυθαίρετη κατανομή κεφαλαίου.

- Πέμπτη περίπτωση: Το κεφάλαιο κατανεμήθηκε ισομερώς στα 50 αποδοτικότερα αμοιβαία κεφάλαια.
- Πρώτη και δεύτερη περίπτωση: Το κεφάλαιο κατανεμήθηκε βελτιστοποιημένα μέσω του μοντέλου του Markowitz.

Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι η βελτιστοποίηση παρέχει καλύτερες αποδόσεις, με μικρές διαφορές μεταξύ των δύο περιπτώσεων. Η διαφορά αυτή αποδίδεται στο εύρος των ιστορικών δεδομένων που χρησιμοποιήθηκε:

- Πρώτη περίπτωση: Εφαρμόστηκε εύρος τριών ετών.
- Δεύτερη περίπτωση: Εφαρμόστηκε εύρος πέντε ετών.

Είναι σημαντικό να χρησιμοποιείται η μέγιστη δυνατή ιστορική διάρκεια, με την προϋπόθεση ότι τα δεδομένα είναι αντιπροσωπευτικά της σημερινής πραγματικότητας. Η επιλογή δεδομένων που δεν αντικατοπτρίζουν τις τρέχουσες συνθήκες μπορεί να οδηγήσει το μοντέλο σε λανθασμένα συμπεράσματα, καθώς ενδέχεται να επηρεαστεί από παρελθούσες τάσεις της αγοράς.

Ανάλυση τρίτης και τέταρτης περίπτωσης:

Η τρίτη και τέταρτη περίπτωση δημιουργήθηκαν για να αναδειχθεί ότι:

- Η παροχή περισσότερων επιλογών στο μοντέλο βελτιστοποίησης δεν εγγυάται καλύτερες αποδόσεις.

- Η περιορισμένη επιλογή σε ένα μικρότερο εύρος αμοιβαίων κεφαλαίων, χωρίς αντικειμενικά κριτήρια, επίσης δεν αποδίδει τα επιθυμητά αποτελέσματα.

Η επιτυχία του μοντέλου εξαρτάται από τον κατάλληλο περιορισμό των επιλογών, όπως εφαρμόστηκε μέσω της συγκεκριμένης μεθοδολογίας. Η αξιολόγηση και επιλογή των αποδοτικότερων αμοιβαίων κεφαλαίων, με τη χρήση της διασταυρούμενης αποδοτικότητας, οδήγησε στη δημιουργία πιο αξιόπιστων και αποτελεσματικών χαρτοφυλακίων.

Πίνακας 5.18: Αποτελέσματα και σύγκριση επενδύσεων.

Επένδυση	Απόδοση ένα χρόνο μετά
Χαρτοφυλάκιο 2 ^η περίπτωσης	-7,32%
S&P 500	-15,82%

Προηγουμένως έγινε ανάλυση στο ποιο χαρτοφυλάκιο θεωρείται πιο αποτελεσματικό και πως η ενσωμάτωση της πολυκριτήριας ανάλυσης με την βελτιστοποίηση μπορεί να μας παρέχει καλύτερα αποτελέσματα.

Η επίδοση του χαρτοφυλακίου όμως είναι αρνητική, κάτι που αμφισβητεί όσα έχουν παρουσιαστεί μέχρι στιγμής δεδομένου ότι ένας επενδυτής αυτό που αναμένει είναι η αύξηση του κεφαλαίου του και όχι η μείωση. Για να εξηγηθεί αυτό το φαινόμενο χρειάζεται να συγκριθούν τα αποτελέσματα με την γενικότερη αγορά. Η σύγκριση αυτή πραγματοποιήθηκε χρησιμοποιώντας ως δείκτη αναφοράς τον S&P 500, ο οποίος περιλαμβάνει τις 500 μεγαλύτερες εταιρείες βάσει χρηματιστηριακής αξίας παγκοσμίως, παρέχοντας έτσι μια αντικειμενική βάση για την αξιολόγηση των αποδόσεων.

Ο δείκτης S&P 500 παρουσίασε μείωση -15,82% κατά την περίοδο από 21/11/2021 έως 21/11/2022. Η πολιτική της αμερικανικής κεντρικής τράπεζας να αυξήσει τα επιτόκια με στόχο τη μείωση του πληθωρισμού οδήγησε πολλούς επενδυτές σε ρευστοποιήσεις περιουσιακών στοιχείων ή σε στρατηγικές αντιστάθμισης κινδύνου. Εάν κάποιος είχε επενδύσει κατά την περίοδο των ιστορικά υψηλών επιδόσεων της αγοράς στις 21/11/2021, πιθανότατα θα θεωρούσε την εποχή εκείνη ως κατάλληλη στιγμή για επένδυση. Ωστόσο, οι οικονομικές συνθήκες, όπως ο υψηλός πληθωρισμός και οι προσπάθειες για τη συγκράτησή του, αποδείχθηκαν δυσμενείς, οδηγώντας σε αρνητικές αποδόσεις ένα χρόνο αργότερα.

Η μεθοδολογία που εφαρμόστηκε και τα μοντέλα που υλοποιήθηκαν κατάφεραν να επιτύχουν 53,74% καλύτερη απόδοση σε αντίθεση με τον δείκτη S&P 500 ο οποίος είναι σημείο αναφοράς για τις παγκόσμιες αγορές. Επεκτάθηκε η ανάλυση αναζητώντας τι ποσοστό των αμοιβαίων κεφαλαίων είχε χαμηλότερη απόδοση από το επενδυτικό χαρτοφυλάκιο της μεθοδολογίας και υπολογίστηκε ότι σχεδόν το 85% των αμοιβαίων κεφαλαίων με καθαρό ενεργητικό υψηλότερο από ένα δισεκατομμύριο είχε αποδόσεις χαμηλότερες από -7,32%. Παρόλο τις αρνητικές αποδόσεις του χαρτοφυλακίου μπορεί να γίνει αναφορά στην επιτυχία του μοντέλου να καταφέρει καλύτερες επιδόσεις συγκριτικά με το σύνολο της αγοράς.

Κεφάλαιο 6: Συμπεράσματα

Η κατασκευή επενδυτικών χαρτοφυλακίων είναι ένα μείζον ζήτημα για απλούς επενδυτές, επαγγελματίες ή ακόμα και ερευνητές που προσπαθούν να βρουν τρόπους για να επιτύχουν τις υψηλότερες αποδόσεις με τα μέσα που διαθέτουν. Η αυξημένη πολυπλοκότητα των αγορών, η υψηλή μεταβλητότητα και η αβεβαιότητα, οι νέες χρηματοοικονομικές ανάγκες και η τεχνολογική πρόοδος ήταν η αφορμή για την εμφάνιση της χρηματοοικονομικής μηχανικής τη δεκαετία του 1970 που είχε ως στόχο την επίλυση όλων αυτών ζητημάτων μέσω χρηματοοικονομικών εργαλείων και στρατηγικών που αναπτύχθηκαν για την βελτιστοποίηση χαρτοφυλακίων, διαχείριση κινδύνου και αποτίμηση πολύπλοκων χρηματοοικονομικών προϊόντων.

Σκοπός της εργασίας ήταν να ενσωματώσει και να προσαρμόσει νέες τεχνικές και επιστήμες, όπως η πολυκριτήρια ανάλυση, στα μέσα και τα εργαλεία που προσφέρει η χρηματοοικονομική μηχανική, υλοποιώντας μοντέλα που βασίζονται στην περιβάλλουσα ανάλυση δεδομένων και στη βελτιστοποίηση χαρτοφυλακίων, με στόχο την δημιουργία μιας ολοκληρωμένης μεθοδολογίας που επιτρέπει την αποτελεσματική αξιολόγηση και επιλογή αμοιβαίων κεφαλαίων και επενδυτικών χαρτοφυλακίων.

Η υλοποίηση των μοντέλων αυτών δεν περιορίστηκε μόνο σε θεωρητική ανάλυση, αλλά εφαρμόστηκε σε πραγματικά δεδομένα, όπου αξιολογήθηκαν και συγκρίθηκαν τα αμοιβαία κεφάλαια, καθώς και οι αποδόσεις των χαρτοφυλακίων με δείκτες αναφοράς, όπως ο S&P 500. Η προσέγγιση αυτή επιτρέπει την ανάδειξη της προστιθέμενης αξίας της πολυκριτήριας ανάλυσης και της βελτιστοποίησης στην κατασκευή αποδοτικότερων χαρτοφυλακίων.

Τέλος, πρέπει να δοθεί ιδιαίτερη έμφαση στην ποιότητα και την καταλληλότητα των δεδομένων που χρησιμοποιούνται στα μοντέλα της περιβάλλουσας ανάλυσης δεδομένων. Η επιλογή του κατάλληλου μοντέλου για την ανάλυση των συγκεκριμένων δεδομένων είναι κρίσιμη, προκειμένου να διασφαλιστεί η ακρίβεια και η αξιοπιστία των αποτελεσμάτων. Στη βελτιστοποίηση χαρτοφυλακίων, η διαχείριση των ιστορικών δεδομένων, καθώς και η επιλογή της κατάλληλης χρονικής περιόδου, διαδραματίζουν εξίσου σημαντικό ρόλο. Η λανθασμένη χρονική επιλογή ή η χρήση δεδομένων που δεν ανταποκρίνονται στη σημερινή πραγματικότητα μπορεί να οδηγήσει σε ανακριβή αποτελέσματα και εσφαλμένα συμπεράσματα.

Το γεγονός ότι η μεθοδολογία είχε επιτυχημένα αποτελέσματα σε σύγκριση με τον δείκτη αναφοράς S&P 500 ή την πλειοψηφία των αμοιβαίων κεφαλαίων δεν αποτελεί την βέλτιστη εκδοχή. Πάντα υπάρχουν περιθώρια βελτίωσης και επέκτασης που μπορούν να εξεταστούν στο μέλλον. Κάποια από αυτά θα μπορούσαν να είναι:

- Η προσθήκη μοντέλων πρόβλεψης (ARIMA, τεχνητά νευρωνικά δίκτυα κ.α.) για την πρόβλεψη αποδόσεων των αμοιβαίων κεφαλαίων ή χρεογράφων γενικότερα και σύνδεση με την βελτιστοποίηση η οποία θα εφαρμόζεται σε εκτιμώμενες αποδόσεις και όχι αποκλειστικά σε ιστορικά δεδομένα.
- Επέκταση της παρούσας μεθοδολογίας ενσωματώνοντας μέτρα εκτίμησης κινδύνου αμοιβαίων κεφαλαίων ή επενδυτικών χαρτοφυλακίων μέσω της αξίας σε κίνδυνο (VaR) και (CVaR) ενισχύοντας την ικανότητα των μοντέλων να αξιολογούν τις αποδόσεις σε συνδυασμό με τον κίνδυνο απωλειών παρέχοντας

- μια πιο ολοκληρωμένη εικόνα.
- Επέκταση της αξιολόγησης όχι μόνο σε αμοιβαία κεφάλαια αλλά και στα διαπραγματεύσιμα αμοιβαία κεφάλαια (ETFs) και κεφάλαια αντιστάθμισης κινδύνου (Hedge Funds) τα οποία έχουν πρόσβαση σε πιο σύνθετα περιουσιακά στοιχεία όπως συμβόλαια μελλοντικής εκπλήρωσης, δικαιώματα προαίρεσης και εμπορεύματα επιτρέποντας τη διαχείριση και τη διαφοροποίηση χαρτοφυλακίων με νέους τρόπους. Παράλληλα, προτείνεται η προσαρμογή των μοντέλων DEA στα δεδομένα αυτά για ορθή αξιολόγηση και αποφυγή λανθασμένων συμπερασμάτων, εξασφαλίζοντας μεγαλύτερη αξιοπιστία στις αναλύσεις και στις αποφάσεις επενδύσεων.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- Ahn, T., Charnes, A., & Cooper, W.W. (1988). Efficiency characterizations in different DEA models. *Socio-Economic Planning Sciences*, 22(6), 253–257.
- Ali, A. I., & Seiford, L. M. (1990). Translation invariance in data envelopment analysis. *Operations Research Letters*, 9(6), 403–405.
- Anderson, T.R., Hollingsworth, K.B., & Inman, L.B. (2002). The fixed weighting nature of a cross-evaluation model. *Journal of Productivity Analysis*, 17(3), 249–263.
- Aparicio, J., Zofío, J.L., & Pastor, J.T. (2023). Decomposing economic efficiency into technical and allocative components. *Journal of Productivity Analysis*, 197, 98-129.
- Banker, R.D., Charnes, A., & Cooper, W.W. (1984). Some models for estimating technical and scale inefficiencies in data envelopment analysis. *Management Science*, 30(9), 1078–1092.
- Banker, R. D., & Maindiratta, A. (1988). Nonparametric analysis of technical and allocative efficiencies in production. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 1315–1332.
- Banker, R.D., & Thrall, R.M. (1992). Estimation of returns to scale using data envelopment analysis. *European Journal of Operational Research*, 62(1), 74–84.
- Banker, R.D., Charnes, A., Cooper, W.W., Swarts, J., & Thomas, D.A. (1989). An introduction to data envelopment analysis with some of its models and their uses. *Research in Governmental and Nonprofit Accounting*, 5, 125–163.
- Brockett, P. L., & Cooper, W.W. (1990). DEA, logistic regression and artificial intelligence approaches for use in insurance industry early warning systems. *Report to the Office of the State Auditor, State of Texas, Austin, Texas*.
- Bulla, S., Cooper, W.W., Parks, K.S., & Wilson, D. (2000). Evaluating efficiencies in turbo-fan jet engines in multiple inputs–outputs context approaches. *Propulsion and Power*.
- Charnes, A., & Cooper, W.W. (1962). Programming with linear fractional functionals. *Naval Research Logistics Quarterly*, 9(3-4), 181–186.
- Charnes, A., Cooper, W.W., & Rhodes, E. (1978). Measuring the efficiency of decision-making units. *European Journal of Operational Research*, 2(6), 429–444.
- Charnes, A., Cooper, W.W., Golany, B., Seiford, L., & Stutz, J. (1985). Foundations of data envelopment analysis for Pareto-Koopmans efficient empirical production functions. *Journal of Econometrics*, 30(1-2), 91–107.
- Cooper, W.W., Park, K.S., & Pastor, J.T. (1999). RAM: A range adjusted measure of inefficiency for use with additive models, and relations to other models and measures in DEA. *Journal of Productivity Analysis*, 11(1), 5–42.

- Cooper, W.W., Seiford, L.M., & Tone, K. (2000). *Data envelopment analysis: A comprehensive text with models, references and DEA-Solver software applications*. Springer.
- Cooper, W. W., Seiford, L. M., & Tone, K. (2007). *Data envelopment analysis: A comprehensive text with models, applications, references and DEA-solver software* (2nd ed.). Springer.
- Cooper, W.W., Seiford, L.M., & Zhu, J. (2011). *Handbook on data envelopment analysis* (2nd ed.). Springer.
- Doyle, J., & Green, R. (1994). Efficiency and cross efficiency in DEA: Derivations, meanings and uses. *Journal of the Operational Research Society*, 45(5), 567–578.
- European Fund and Asset Management Association (EFAMA). (2023). Fact Book 2023: Trends in European Investment Funds (21η έκδοση). EFAMA.
- Farrell, M. J. (1957). The measurement of productive efficiency. *Journal of the Royal Statistical Society. Series A (General)*, 120(3), 253–290.
- Golany, B., & Yu, G. (1997). Estimating returns to scale in DEA. *European Journal of Operational Research*, 103(1), 137–152.
- Grinold, R. C., & Kahn, R. N. (1992). Information analysis. *Journal of Portfolio Management*, 18(3), 14–21.
- Investment Company Institute. (2024). Investment company fact book: A review of trends and activities in the investment company industry (64th ed.). *Investment Company Institute*.
- Jensen, M. C. (1968). The performance of mutual funds in the period 1945–1964. *The Journal of Finance*, 23(2), 389–416.
- Lim, S., & Zhu, J. (2014). DEA cross-efficiency evaluation under variable returns to scale. *Journal of the Operational Research Society*, 65(6), 848–857.
- Lim, S., Oh, K. W., & Zhu, J. (2014). Use of DEA cross-efficiency evaluation in portfolio selection: An application to Korean stock market. *European Journal of Operational Research*, 236(1), 361–368.
- Lovell, C.A.K., & Pastor, J.T. (1995). Units invariant and translation invariant DEA models. *Operations Research Letters*, 18(3), 147–153.
- Markowitz, H. M. (1952). Portfolio selection. *The Journal of Finance*, 7(1), 77–91.
- Markowitz, H. M. (1959). Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments. Wiley.
- Paradi, J. C., Sherman, H. D., & Tam, F. K. (2018). Data envelopment analysis in the

financial services industry: A guide for practitioners and analysts working in operations research using DEA. *Springer*.

Pastor, J.T. (1994), New Additive DEA Models for handling Zero and Negative Data, Working Paper, *Universidad de Alicante (out of print)*.

Pastor, J. T., & Ruiz, J. L. (2007). Variables with negative values in DEA. In J. Zhu & W. D. Cook (Eds.), *Modeling data irregularities and structural complexities in data envelopment analysis* (pp. 63–84). Springer.

Podinovski, V.V., & Bouzdine-Chameeva, T. (2013). Weight restrictions and free production in data envelopment analysis. *European Journal of Operational Research*, 227(3), 567–574.

Reilly, F. K., & Brown, K. C. (2012). *Investment Analysis and Portfolio Management* (10th ed.). Cengage Learning.

Scheel, H. (2001). Undesirable outputs in efficiency valuations. *European Journal of Operational Research*, 132(2), 400–410.

Sexton, T.R., Silkman, R.H., & Hogan, A.J. (1986). Data envelopment analysis: Critique and extensions. *New Directions for Program Evaluation*, 32, 73–105.

Sharpe, W. F. (1964). Capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk. *The Journal of Finance*, 19(3), 425–442.

Sharpe, W. F. (1966). Mutual fund performance. *The Journal of Business*, 39(1), 119–138.

Sharpe, W.F. (1994). "The Sharpe Ratio". *The Journal of Portfolio Management*. 21(1), 49–58.

Strong, R. A. (2006). *Portfolio construction, management, and protection* (5th ed.). South-Western College Pub.

Tone, K. (2001). A slacks-based measure of efficiency in data envelopment analysis. *European Journal of Operational Research*, 130(3), 498–509.

Treynor, J. L. (1965). How to rate management of investment funds. *Harvard Business Review*, 43(1), 63–75.

U.S. Securities and Exchange Commission. (2016). *Mutual funds and exchange-traded funds (ETFs): A guide for investors*.

Zhu, J. (2009). *Quantitative Models for Performance Evaluation and Benchmarking: Data Envelopment Analysis with Spreadsheets* (2η έκδοση). Springer Science+Business Media.