



**ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ**

**ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ  
ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ**

*Διπλωματική Εργασία*

---

*Τεχνικές απόσβεσης χρησιμοποιώντας παραδιακλαδωμένα πιεζοηλεκτρικά με διακόπτη για  
τον έλεγχο κραδασμών*

---

Υπό  
**ΑΙΚΑΤΕΡΙΝΗ ΣΜΑΡΙΑΝΑΚΗ**

**ΑΜ: 2017030163**

**Επιβλέπων Καθηγητής:** Γεώργιος Σταυρακάκης

**1ο μέλος εξεταστικής επιτροπής:** Γεώργιος Σταυρουλάκης

**2ο μέλος εξεταστικής επιτροπής:** Φώτιος Κανέλλος

**Χανιά, Αύγουστος 2024**



# ΠΕΡΙΛΗΨΗ ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗΣ

Στη σύγχρονη εποχή, είναι υψίστης σημασίας η ανάπτυξη μεθόδων για την παραγωγή ενέργειας αλλά και την απόσβεση ταλαντώσεων, χωρίς να εξαντλούνται οι πόροι ή να επιβαρύνονται οι κατασκευές. Διάφορες μελέτες έχουν αναδείξει τη σημασία των πιεζοηλεκτρικών υλικών, τα οποία έχουν διπλή λειτουργία, ως αισθητήρες και ως διεγέρτες. Η παρούσα διπλωματική εργασία επικεντρώνεται στην ανάπτυξη τεχνικών απόσβεσης ταλαντώσεων με χρήση παραδιακλαδωμένων διακοπτόμενων πιεζοηλεκτρικών κυκλωμάτων.

Η χρήση πιεζοηλεκτρικών υλικών για τον έλεγχο κραδασμών, δίνει τη δυνατότητα μετατροπής της μηχανικής ενέργειας της ταλάντωσης σε ηλεκτρική, η οποία στη συνέχεια μπορεί να αποσβεστεί μέσω κατάλληλων παραδιακλαδωμένων κυκλωμάτων. Το υπό μελέτη σύστημα μοντελοποιείται και προσομοιώνεται στο πεδίο του χρόνου, και η απόκρισή του δίνει δεδομένα για την αποδοτικότητα των διερευνώμενων μεθόδων απόσβεσης. Γίνεται προσπάθεια ενεργού ελέγχου των ταλαντώσεων του συστήματος με στόχο την άμεση προσαρμογή του για αποδοτικότερο έλεγχο των δονήσεων. Ακόμη, για την ενίσχυση αυτής της προσπάθειας, αναπτύσσεται ελεγκτής ασαφούς λογικής, ο οποίος συνδυάζεται με παραδιακλαδωμένα κυκλώματα για να προσδώσει ένα βαθμό προσαρμοστικότητας. Έπειτα, οι μέθοδοι απόσβεσης συγκρίνονται, με στόχο τη διαμόρφωση αποδοτικότερων λύσεων.

Συμπερασματικά, η εργασία συμβάλλει στην κατανόηση και τη βελτίωση της αποδοτικότητας των συστημάτων απόσβεσης κραδασμών με πιεζοηλεκτρικά υλικά, καθώς και στον καλύτερο έλεγχο των κραδασμών σε πραγματικό χρόνο, με ένα μέρος της προσαρμοστικότητας που αυτό απαιτεί. Ευελπιστώντας να προσφέρει κατευθύνσεις για μελλοντική έρευνα σε αυτόν τον τομέα.

# **ABSTRACT**

In the modern era, it is of utmost importance to develop methods for energy production and vibration damping without depleting resources or overburdening structures. Various studies have highlighted the significance of piezoelectric materials, which serve dual functions as sensors and actuators. This thesis focuses on developing vibration damping techniques using shunted piezoelectric circuits.

The use of piezoelectric materials for vibration control allows the conversion of mechanical energy from vibrations into electrical energy, which can then be dissipated through appropriate shunted circuits. The system under study is modeled and simulated in the time domain, and its response provides data on the efficiency of the investigated damping methods. Efforts are made to actively control the system's vibrations, aiming for immediate adaptation for more efficient vibration control. Additionally, a fuzzy logic controller is developed to enhance this effort, combined with shunted circuits to provide a degree of adaptability. Subsequently, the damping methods are compared to formulate more efficient solutions.

In conclusion, this work contributes to the understanding and improvement of the efficiency of vibration damping systems using piezoelectric materials, as well as to better real-time vibration control, with a degree of adaptability required. It aims to offer directions for future research in this field.

# ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Η εκπόνηση της παρούσας διπλωματικής εργασίας θα ήταν αδύνατη χωρίς την πολύτιμη συμβολή ενός συνόλου ανθρώπων, τους οποίους θα ήθελα να ευχαριστήσω.

Αρχικά θα ήθελα να εκφράσω τις θερμότερες ευχαριστίες μου στον κ. Γεώργιο Σταυρουλάκη για την επίβλεψη της εργασίας μου, την καθοδήγηση και την άμεση ανταπόκρισή του καθ' όλη τη διάρκεια της έρευνας.

Επιπλέον θα ήθελα να ευχαριστήσω την κ. Μαρία-Στυλιανή Δαράκη, υποψήφια διδάκτορα της σχολής Μηχανικών Παραγωγής και Διοίκησης του Πολυτεχνείου Κρήτης, για την αμέριστη συμπαράσταση και βοήθεια, με την ελπίδα πως η σχέση που χτίσαμε θα συνεχιστεί μετέπειτα.

Θα ήθελα ακόμα να ευχαριστήσω τον κ. Κωσταντίνο Μαρακάκη, διδάκτορα της Σχολής Μηχανικών Παραγωγής και Διοίκησης του Πολυτεχνείου Κρήτης, ο οποίος αφιέρωσε προσωπικό χρόνο για την επίλυση αποριών και βοήθησε στην εξοικείωσή μου με τη λειτουργία του υπό μελέτη συστήματος.

Τέλος, οφείλω να εκφράσω την ευγνωμοσύνη και την αγάπη μου προς την οικογένειά μου, που χωρίς την καθημερινή υποστήριξη και την ανιδιοτελή προσφορά τους, δε θα μπορούσα να πετύχω τους στόχους μου.

# ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1 : ΕΙΣΑΓΩΓΗ .....</b>	<b>9</b>
Εισαγωγή στο Αντικείμενο της Εργασίας .....	9
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 : ΠΙΕΖΟΗΛΕΚΤΡΙΣΜΟΣ.....</b>	<b>10</b>
<b>2.1 Ορισμοί .....</b>	<b>10</b>
2.1.1 Πιεζοηλεκτρισμός .....	10
2.1.2 Ευθύ και αντίστροφο πιεζοηλεκτρικό φαινόμενο .....	10
2.1.3 Πιεζοηλεκτρικοί αισθητήρες και διεγέρτες.....	11
<b>2.2 Ιστορική αναδρομή .....</b>	<b>11</b>
<b>2.3 Αίτια Πιεζοηλεκτρικού Φαινομένου και Πιεζοηλεκτρικά Υλικά.....</b>	<b>12</b>
2.3.1 Η κρυσταλλική δομή των πιεζοηλεκτρικών υλικών .....	12
2.3.2 Η ανάγκη πόλωσης των πιεζοηλεκτρικών υλικών .....	12
2.3.3 Υλικά με πιεζοηλεκτρικές ιδιότητες, πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα .....	13
<b>2.4 Πιεζοηλεκτρικά συστήματα παραδιακλάδωσης .....</b>	<b>14</b>
2.4.1 Παραδιακλαδωμένα κυκλώματα.....	15
2.4.2 Εφαρμογές Πιεζοηλεκτρικών υλικών και Παραδιακλαδωμένων συστημάτων .....	16
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 : ΑΠΟΣΒΕΣΗ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΩΝ ΔΟΚΟΥ ΜΕ ΔΙΑΚΟΠΤΟΜΕΝΑ ΠΑΡΑΔΙΑΚΛΑΔΩΜΕΝΑ ΠΙΕΖΟΗΛΕΚΤΡΙΚΑ ΚΥΚΛΩΜΑΤΑ .....</b>	<b>18</b>
<b>3.1 Γενικές ηλεκτρομηχανολογικές εξισώσεις συστημάτων .....</b>	<b>18</b>
<b>3.2 Σύνδεση πιεζοηλεκτρικού επιθέματος σε κύκλωμα παραδιακλάδωσης .....</b>	<b>22</b>
<b>3.3 Μοντελοποίηση δοκού με πιεζοηλεκτρικά επιθέματα .....</b>	<b>23</b>
<b>3.4 Απόσβεση ταλαντώσεων .....</b>	<b>24</b>
3.4.1 Παραδιακλαδωμένο κύκλωμα συντονισμού «Αντίστασης - Πηνίου» (R-L).....	24
3.4.2 Παραδιακλαδωμένο διακοπτόμενο κύκλωμα συντονισμού «Αντίστασης - Πηνίου» (R-L) .	25
<b>3.5 Αναπαράσταση δοκού με πιεζοηλεκτρικά επιθέματα συνδεδεμένα σε παραδιακλαδωμένο κύκλωμα με τη μέθοδο «Χώρου Κατάστασης» (State Space) .....</b>	<b>26</b>
<b>3.6 Μέθοδος ολοκλήρωσης «Houbolt».....</b>	<b>28</b>
<b>3.7 Ασαφής (Fuzzy) λογική.....</b>	<b>30</b>
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4 : ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ, ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΚΑΙ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΔΙΑΚΟΠΤΟΜΕΝΩΝ ΠΙΕΖΟΗΛΕΚΤΡΙΚΩΝ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΠΑΡΑΔΙΑΚΛΑΔΩΣΗΣ .....</b>	<b>32</b>
<b>4.1 Εισαγωγή .....</b>	<b>32</b>
<b>4.2 Προσομοίωση ταλαντούμενης δοκού με δύο πιεζοηλεκτρικά επιθέματα .....</b>	<b>33</b>
4.2.1 Δοκιμή και σύγκριση τριών μεθόδων ολοκλήρωσης του υπό μελέτη συστήματος.....	35
<b>4.3 Μελέτη γραμμικού παραδιακλαδωμένου πιεζοηλεκτρικού συστήματος.....</b>	<b>39</b>

4.3.1 Απόσβεση ταλαντώσεων με παραδιακλαδωμένο RL κύκλωμα συντονισμού.....	39
4.3.2 Απόσβεση ταλαντώσεων με παραδιακλαδωμένα κυκλώματα συντονισμού RL και με διακόπτες Ασαφούς λογικής.....	41
<b>4.4 Μελέτη μη γραμμικού παραδιακλαδωμένου πιεζοηλεκτρικού συστήματος .....</b>	<b>44</b>
4.4.1 Ενεργοποίηση - απενεργοποίηση διακόπτη με βάση τη θέση και την ταχύτητα της δοκού..	44
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5 : ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ ΓΙΑ ΜΕΛΛΟΝΤΙΚΗ ΕΡΕΥΝΑ .....</b>	<b>46</b>
<b>ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ .....</b>	<b>48</b>

# ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

## ΕΙΣΑΓΩΓΗ

### Εισαγωγή στο Αντικείμενο της Εργασίας

Η ανάγκη να βρεθούν αποτελεσματικοί μέθοδοι διαχείρισης των κραδασμών διαφόρων κατασκευών που βρίσκουν εφαρμογή σε μεγάλο εύρος της βιομηχανίας, από ιατρικά συστήματα, μέσα μεταφοράς, αστικές υποδομές, μέχρι διαστημικά συστήματα, είναι επιτακτική. Η παρουσία ακόμη και ασθενών δονήσεων σε μία κατασκευή, δύναται να επιφέρει σοβαρές επιπτώσεις στην χρησιμότητά της. Τα τελευταία χρόνια έχουν εκπονηθεί πολλές έρευνες που στοχεύουν στον έλεγχο των κραδασμών δηλαδή στην απόσβεσή τους και στη μετατροπή τους σε επιθυμητή μορφή ενέργειας. Υπάρχουν διάφορα υλικά τα οποία μπορούν να χρησιμοποιηθούν για αυτό το σκοπό. Η επιλογή τους γίνεται ανάλογα με τις απαιτήσεις και τις προκλήσεις της κάθε δομής, το μέγεθος, τον τύπο και τη λειτουργία της. Οι διάφορες βιομηχανίες και τομείς έχουν διαφορετικές ανάγκες, συνυπολογίζοντας πάντα το κόστος των υλικών. Κάποια από τα υλικά που χρησιμοποιούνται είναι θερμικά αντιδρώντα υλικά, πιεζοηλεκτρικά υλικά, οπτικές ίνες, ηλεκτροχημικά υλικά μαγνητορεολογικά υγρά. [1], [2]

Τα πιεζοηλεκτρικά υλικά είναι κάποια από τα ευφυή υλικά που είναι ευρέως διαδεδομένα σε πολλούς τομείς της καθημερινότητας, αν και είναι άγνωστα στο ευρύ κοινό. Η λέξη πιεζοηλεκτρισμός προέρχεται από την ελληνική λέξη «ήλεκτρον» που σημαίνει κεχριμπάρι, μία αρχαία πηγή ηλεκτρικού φορτίου. Τα πιεζοηλεκτρικά υλικά χρησιμοποιούνται κατά κόρον για τον έλεγχο κραδασμών καθώς έχουν μοναδικές ιδιότητες, παράγουν μεγάλες δυνάμεις, έχουν γρήγορο χρόνο απόκρισης, διατίθενται σε αφθονία και με χαμηλό κόστος. Οι μοναδικές τους ιδιότητες έγκεινται στο ότι ανήκουν στα ευφυή υλικά, εκείνα δηλαδή που δύναται να αλλάξουν με αναστρέψιμο τρόπο τις μηχανικές τους ιδιότητες (το σχήμα, την ακαμψία, το ιξώδες) λόγω της επίδρασης ενός ηλεκτρικού ή μαγνητικού πεδίου ή της αλλαγής της θερμοκρασίας. [3] Επίσης χαρακτηρίζονται ως ενεργά ευφυή υλικά, καθώς μπορούν να δράσουν ταυτόχρονα ως αισθητήρες αλλά και ως ενεργοποιητές. [2]

Στην παρούσα εργασία έγινε μία προσπάθεια καλύτερης κατανόησης του σύνθετου φαινομένου του πιεζοηλεκτρισμού και των εφαρμογών του. Αυτό συνέβη μέσα από τη διερεύνηση διαφόρων τεχνικών απόσβεσης δονήσεων, με τη χρήση πιεζοηλεκτρικών πλακών συνδεδεμένων σε ηλεκτρικό κύκλωμα για τον έλεγχο των δονήσεων, εκμεταλλευόμενοι την μετασχηματισμένη μηχανική ενέργεια σε ηλεκτρική. Ο στόχος των πειραμάτων ήταν να βρεθούν οι μεταξύ τους βέλτιστες λύσεις για την απόσβεση δονήσεων, καθώς και να δοθεί το έναυσμα της αναζήτησης προβλημάτων για περαιτέρω έρευνα.



## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

### ΠΙΕΖΟΗΛΕΚΤΡΙΣΜΟΣ

#### 2.1 Ορισμοί

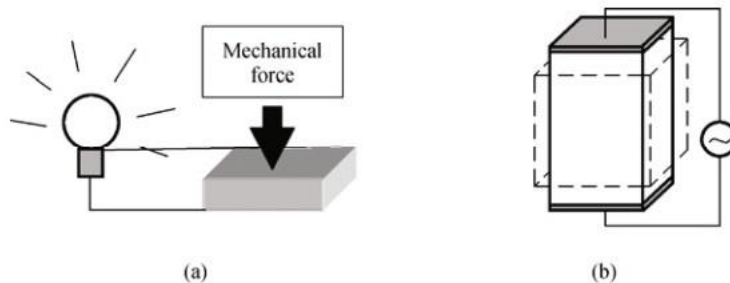
##### 2.1.1 Πιεζοηλεκτρισμός

Πιεζοηλεκτρισμός ονομάζεται η παραγωγή ηλεκτρικής τάσης κάτω από μηχανική πίεση καθώς και η παραμόρφωση κάτω από ηλεκτρική τάση.

##### 2.1.2 Ευθύ και αντίστροφο πιεζοηλεκτρικό φαινόμενο

Ευθύ πιεζοηλεκτρικό φαινόμενο ονομάζεται η ικανότητα ορισμένων υλικών, των πιεζοηλεκτρικών υλικών, να παράγουν ηλεκτρικό φορτίο ως απόκριση σε εφαρμοζόμενη μηχανική πίεση.

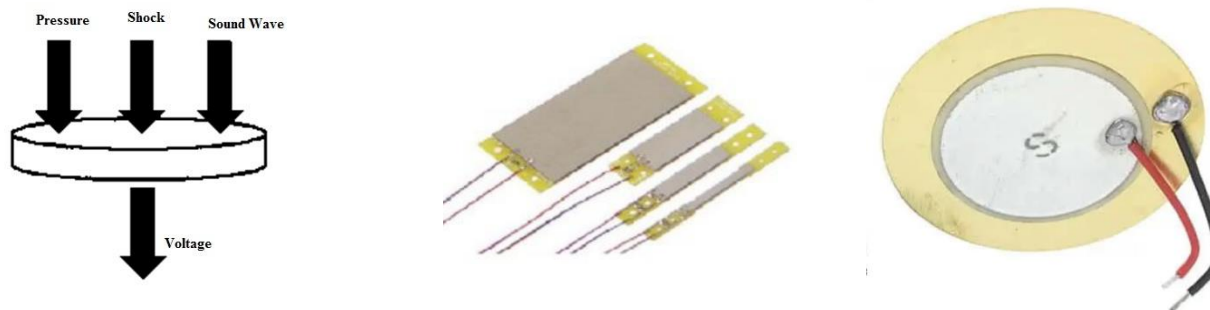
Αντίστροφο πιεζοηλεκτρικό φαινόμενο ονομάζεται η ικανότητα των πιεζοηλεκτρικών υλικών να παραμορφώνονται ως απόκριση σε εφαρμοζόμενη ηλεκτρική τάση.



**Εικόνα 2.1** (a) Ευθύ πιεζοηλεκτρικό φαινόμενο. (b) Αντίστροφο πιεζοηλεκτρικό φαινόμενο [4]

### 2.1.3 Πιεζοηλεκτρικοί αισθητήρες και διεγέρτες

Τα πιεζοηλεκτρικά υλικά μπορούν να δράσουν ως διεγέρτες (actuators) σύμφωνα με το αντίστροφο πιεζοηλεκτρικό φαινόμενο ή αισθητήρες (sensors) σύμφωνα με το ευθύ πιεζοηλεκτρικό φαινόμενο. Έχουν όμως τη δυνατότητα να λειτουργούν και ταυτόχρονα ως αισθητήρες και διεγέρτες (transducers), λόγω της φύσης του πιεζοηλεκτρικού φαινομένου.[5] Όταν εφαρμόζεται πίεση στο πιεζοηλεκτρικό υλικό, παράγεται ισοδύναμη ποσότητα ηλεκτρικού φορτίου, και συνεπώς δρα σαν αισθητήρας, ενώ αντίστροφα, σαν διεγέρτης.



Εικόνα 2.2 Διεγέρτης σε λειτουργία (αριστερά), υλοποίηση διεγέρτη (κεντρικά), υλοποίηση αισθητήρα (δεξιά) [6], [7]

## 2.2 Ιστορική αναδρομή

Η ανακάλυψη του πιεζοηλεκτρισμού προέκυψε από τα αδέρφια Pierre και Jacques Curie το 1880. Εκείνοι δηλαδή παρατήρησαν πως ορισμένοι κρύσταλλοι όταν συμπιέζονται σε συγκεκριμένες κατευθύνσεις, εμφανίζουν θετικά και αρνητικά φορτία σε ορισμένα τμήματα της επιφάνειάς τους και πως τα φορτία είναι ανάλογα με την πίεση που ασκείται, ενώ εξαφανίζονται όταν η πίεση αποσύρεται. [8]

Η ανακάλυψη των δύο αδερφών δε συνέβη τυχαία. Ήταν γνωστό ήδη προ αμνημονεύτων χρόνων στην Κεϋλάνη και την Ινδία πως ένας κρύσταλλος τουρμαλίνης όταν έρθει σε επαφή με καυτή στάχτη, πρώτα την προσελκύει και ύστερα την απωθεί. Στην Ευρώπη έγινε γνωστός στην αρχή του 18ου αιώνα, όταν Ολλανδοί έμποροι τον εισήγαγαν. Το 1756 ο Aepinus καθιέρωσε τον ηλεκτρικό χαρακτήρα του κρυστάλλου, καθώς παρατήρησε τις αντίθετες πολικότητες στα δύο άκρα του, εφόσον αυτός είχε θερμανθεί. Το 1824 ο Brewster, ο οποίος είχε παρατηρήσει το φαινόμενο σε διάφορα είδη κρυστάλλων, εισήγαγε το όνομα “πυροηλεκτρισμός”. Ύστερα ο Pierre Curie μελέτησε τη σχέση μεταξύ πυροηλεκτρικών φαινομένων και κρυσταλλικής συμμετρίας. Έτσι τα δύο αδέρφια, όταν ανακάλυψαν τον πιεζοηλεκτρισμό, δεν αναζήτησαν μόνο ηλεκτρισμό προερχόμενο από μηχανική πίεση, αλλά προέβλεψαν προς ποια κατεύθυνση θα έπρεπε να εφαρμοστεί η πίεση και σε ποιες κρυσταλλικές τάξεις να περιμένουν το φαινόμενο αυτό. [8] Ακόμη, πριν την ανακάλυψή τους, ο Coulomb λέγεται ότι είχε υποθέσει την ύπαρξη ηλεκτρισμού λόγω πίεσης, το οποίο οδήγησε τον Haüy και τον A C Becquerel σε πειράματα χωρίς αποτέλεσμα. Ο τελευταίος όμως έκανε μία χρήσιμη υπόθεση, πως αν γίνουν πειράματα σε κρυσταλλικά ορυκτά μπορεί να αποφέρουν αποτελέσματα λόγω της ανισοτροπίας τους. [9]

Οι Curies, ωστόσο, δεν κατάφεραν να προβλέψουν την αντιστροφή του πιεζοηλεκτρικού φαινομένου. Ένα χρόνο μετά την ανακάλυψή τους, το 1881, ο Lippmann περιέγραψε αυτή την ιδιότητα θεωρητικά, βασιζόμενος στη θερμοδυναμική, και πρότεινε ότι θα πρέπει να υπάρχουν και αντίστροφα φαινόμενα για τον πιεζοηλεκτρισμό, τον πυροηλεκτρισμό. Την ίδια χρονιά οι Curies επιβεβαίωσαν πειραματικά την αναστρεψιμότητα του φαινομένου. Η πρώτη πλήρης αναφορά για τη θεωρία του πιεζοηλεκτρισμού αναπτύχθηκε από τον Woldemar Voigt το 1894. [4] Έπειτα ο Lord Kelvin ανέπτυξε μία ατομική θεωρία για τον πιεζοηλεκτρισμό, ενώ οι Duhem και Pockels μαζί με το έργο του Woldemar μελέτησαν τη φαινομενολογία του πιεζοηλεκτρισμού. [9]

Αργότερα, την περίοδο 1914-1918 ο Langevin αξιοποιώντας τη θεωρία, χρησιμοποίησε πιεζοηλεκτρικές πλάκες χαλαζία ως εκπομπούς, και αργότερα ως δέκτες, ηχητικών κυμάτων υψηλής συχνότητας κάτω από το νερό και έγινε ο πατέρας της επιστήμης γύρω από τους υπερήχους. Το 1921 ο Cady χρησιμοποίησε τις πιεζοηλεκτρικές ιδιότητες του χαλαζία με στόχο την απόσβεση ταλαντώσεων. [9]

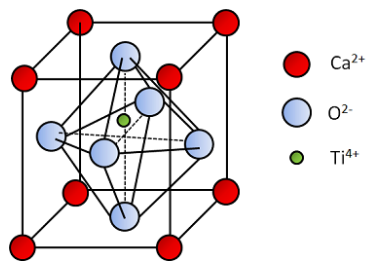
Από τότε κυκλοφόρησαν διάφορα βιβλία για το φαινόμενο και τη θεωρία του πιεζοηλεκτρισμού, κάποια από αυτά είναι των Cady, Tiersten, Parton και Kudryavstev, Ikeda, Rogacheva, Qin και Yang. Το πρώτο βιβλίο ασχολήθηκε με τις φυσικές ιδιότητες των πιεζοηλεκτρικών κρυστάλλων καθώς και τις πρακτικές τους εφαρμογές. Το δεύτερο ασχολήθηκε με τις γραμμικές εξισώσεις των ταλαντώσεων σε πιεζοηλεκτρικά υλικά και το τρίτο και τέταρτο έδωσαν μια πιο λεπτομερή περιγραφή των φυσικών ιδιοτήτων του πιεζοηλεκτρισμού. Ο Rogacheva παρουσίασε γενικές θεωρίες των πιεζοηλεκτρικών κελύφων και οι Qin και Yang αναφέρθηκαν στη μικρομηχανική του πιεζοηλεκτρισμού. [4]

## 2.3 Αίτια Πιεζοηλεκτρικού Φαινομένου και Πιεζοηλεκτρικά Υλικά

### 2.3.1 Η κρυσταλλική δομή των πιεζοηλεκτρικών υλικών

Το πιεζοηλεκτρικό φαινόμενο μπορεί να εξηγηθεί αν δοθεί μία μικροσκοπική ματιά στην κρυσταλλική δομή ορισμένων υλικών. Εμφανίζεται μόνο σε μη κεντρο-συμμετρικούς κρυστάλλους όπως ο χαλαζίας, ο περοβσκίτης ή σε τεχνητά υλικά όπως το PZT, τα οποία υποβάλλονται σε μια διαδικασία που ονομάζεται πόλωση για να προσδώσουν την πιεζοηλεκτρική συμπεριφορά.

Ένας τυπικός μη κεντρο-συμμετρικός κρύσταλλος είναι ο περοβσκίτης ( $\text{CaTiO}_3$ ) που έχει μη μηδενικό φορτίο σε κάθε μόριό του. Ωστόσο εξ' αιτίας του ιόντος τιτανίου που βρίσκεται ελαφρώς εκτός κέντρου μέσα σε κάθε μόριο, ωθεί το ένα άκρο να έλκει περισσότερα ηλεκτρόνια, και συνεπώς δημιουργείται ηλεκτρικό δίπολο. Αν ασκηθεί μηχανική πίεση στον κρύσταλλο, μετατοπίζεται περαιτέρω η θέση του ιόντος τιτανίου, μεταβάλλοντας έτσι την ισχύ της πόλωσης του κρυστάλλου. Επιπρόσθετα, όταν ο κρύσταλλος υποβάλλεται σε ηλεκτρικό πεδίο, έχει πάλι σαν αποτέλεσμα μια σχετική μετατόπιση στη θέση του ιόντος τιτανίου, που οδηγεί στην παραμόρφωση του μορίου, καθιστώντας το περισσότερο (ή λιγότερο) τετραγωνικό. [5], [10]

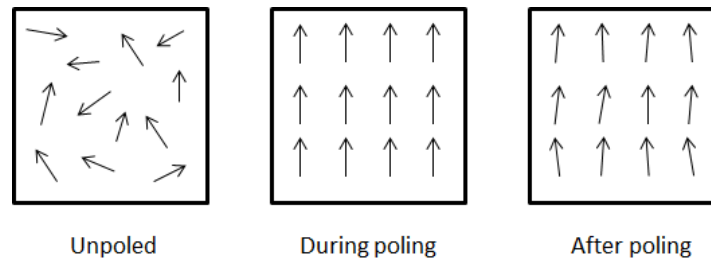


Εικόνα 2.3 Μόριο περοβσκίτη ( $\text{CaTiO}_3$ ) με το εκτός κέντρου ιόν τιτανίου [10]

### 2.3.2 Η ανάγκη πόλωσης των πιεζοηλεκτρικών υλικών

Σε μία μακροσκοπική κρυσταλλική δομή που αποτελείται από πολλά μόρια, τα δίπολα είναι τυχαία προσανατολισμένα και όταν το υλικό υποβληθεί σε μηχανική καταπόνηση, κάθε δίπολο περιστρέφεται από τον αρχικό του προσανατολισμό προς μία κατεύθυνση που ελαχιστοποιηθεί τη συνολική ηλεκτρική και μηχανική ενέργεια που αποθηκεύεται στο δίπολο. Συνεπώς είναι πιθανό η περιστροφή τους να μην αλλάξει σημαντικά τη

μακροσκοπική καθαρή πόλωση του υλικού και το πιεζοηλεκτρικό φαινόμενο να είναι αμελητέο. Οπότε είναι ανάγκη να δημιουργηθεί μία αρχική κατάσταση πόλωσης του υλικού ώστε τα περισσότερα δίπολα να είναι προσανατολισμένα προς την ίδια κατεύθυνση. Αυτό γίνεται με την υποβολή του υλικού σε πολύ υψηλό ηλεκτρικό πεδίο που προσανατολίζει όλα τα δίπολα προς την κατεύθυνση του πεδίου. Όταν σταματήσει η εφαρμογή του, τα περισσότερα δίπολα δεν επιστρέφουν στο αρχικό τους προσανατολισμό, παρά μόνο αν το υλικό υποβληθεί σε πολύ υψηλό ηλεκτρικό πεδίο προσανατολισμένο προς την αντίθετη κατεύθυνση από την κατεύθυνση πόλωσης ή αν εκτεθεί σε θερμοκρασία υψηλότερη από τη θερμοκρασία Curie του υλικού. [5], [10]



**Εικόνα 2.4** Ηλεκτρικά δίπολα πριν την πόλωση (αριστερά), κατά την πόλωση (κέντρο), μετά την πόλωση (δεξιά) [10]

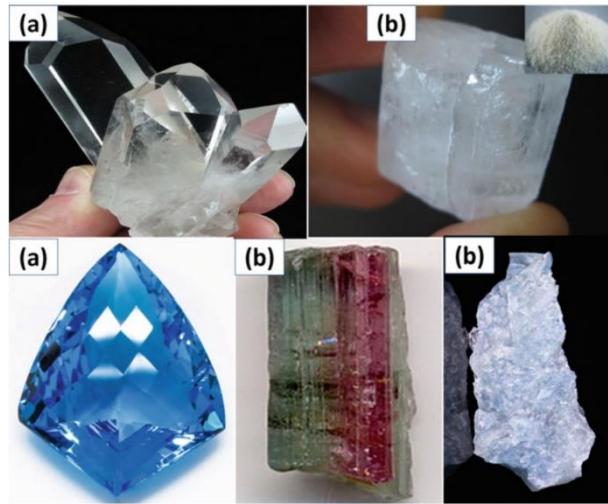
### 2.3.3 Υλικά με πιεζοηλεκτρικές ιδιότητες, πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα

#### Υλικά με πιεζοηλεκτρικές ιδιότητες

Υπάρχουν ποικίλα υλικά με πιεζοηλεκτρικές ιδιότητες στη φύση, όσο και τεχνητά. Το πιο γνωστό, και το πρώτο που χρησιμοποιήθηκε σε ηλεκτρονικές συσκευές, είναι ο κρύσταλλος χαλαζία. Άλλα φυσικά πιεζοηλεκτρικά υλικά είναι το αλάτι Rochelle, το τοπάζι, η τουρμαλίνη, ο βερλινίτης, η ζάχαρη από ζαχαροκάλαμο, ακόμη και τα οστά. Κάποια φυσικά πιεζοηλεκτρικά υλικά φαίνονται στην εικόνα 2.5.

Τα τεχνητά υλικά περιλαμβάνουν διάφορους κρυστάλλους όπως το ορθοφωσφορικό γάλλιο (ένας άχρωμος κρύσταλλος με παρόμοιες ιδιότητες με τον χαλαζία αλλά διπλασιασμένες τις πιεζοηλεκτρικές του ιδιότητες) και τον λαγκασίτη, καθώς και διάφορα άλλα υλικά κεραμικά, πολυμερή, μέταλλα ή συνδυασμούς τους. Το ζirkονικό τιτανικό άλας (PZT) είναι το πιο κοινό πιεζοηλεκτρικό κεραμικό που χρησιμοποιείται σήμερα, ενώ το τιτανικό βάριο ( $\text{BaTiO}_3$ ) ήταν το πρώτο πιεζοηλεκτρικό κεραμικό που ανακαλύφθηκε. Τα πιεζοηλεκτρικά πολυμερή ενώ έχουν μικρότερες πιεζοηλεκτρικές ιδιότητες, έχουν εφαρμοστεί τις τελευταίες δεκαετίες λόγω της ευκαμψίας τους, του χαμηλού κόστους, της χαμηλής κατανάλωσης ενέργειας και της βιοδιασπώμενης ικανότητάς τους. Κάποια πολυμερή είναι το φθοριούχο πολυβινυλιδένιο (PVDF), με ημικρυσταλλική δομή και το πολυβινυλιδένιο χλώριο (PVDC), με μη κρυσταλλική δομή.

Τελευταία, μελετούνται και εφαρμόζονται τα σύνθετα πιεζοηλεκτρικά υλικά, όπως ο συνδυασμός πιεζοηλεκτρικού κεραμικού και πολυμερούς, τα οποία είναι πολύ υποσχόμενα λόγω των εξαιρετικών τους προσαρμοστικών ιδιοτήτων. [11]



**Εικόνα 2.5** Φυσικά πιεζοηλεκτρικά υλικά : (a) κρύσταλλος χαλαζία, (b) αλάτι Rochelle, (c) τοπάζι, (d) τουρμαλίνη, (e) μπερλινίτης [11]

### **Πλεονεκτήματα**

Η άνοδος της τεχνολογίας του πιεζοηλεκτρισμού σχετίζεται άμεσα με ένα σύνολο πλεονεκτημάτων των πιεζοηλεκτρικών υλικών. Τα υλικά αυτά είναι εύκολα στη χρήση καθώς έχουν μικρές διαστάσεις, είναι πολύ ελαστικά, αντέχουν την έκθεση σε ηλεκτρομαγνητικά πεδία και σε ακτινοβολία, επιτρέποντας μετρήσεις υπό αντίξοες συνθήκες. Ακόμη, ορισμένα υλικά (ειδικά φωσφορικό γάλλιο ή τουρμαλίνη) είναι εξαιρετικά σταθερά σε υψηλές θερμοκρασίες, επιτρέποντας στους αισθητήρες να έχουν εύρος εργασίας έως 1.000 C. Αν και οι πιεζοηλεκτρικοί αισθητήρες είναι ηλεκτρομηχανικά συστήματα που αντιδρούν στη συμπίεση, η αισθητήρια ικανότητά τους παρουσιάζει σχεδόν μηδενική απόκλιση. Αυτό προσδίδει στιβαρότητα, εξαιρετικά υψηλή φυσική συχνότητα και εξαιρετική γραμμικότητα σε μεγάλο εύρος πλάτους. [11]

### **Μειονεκτήματα**

Η θερμοκρασία και οι περιβαλλοντικές συνθήκες μπορεί να επηρεάσουν τη συμπεριφορά των πιεζοηλεκτρικών υλικών. Τα πιεζοηλεκτρικά κεραμικά, σε σχέση με τα μονοκρυσταλλικά υλικά, έχουν σχεδόν δύο τάξεις μεγέθους μεγαλύτερη ευαισθησία, όμως επειδή αυτή η μεγάλη διαφορά στην απόδοσή τους έχει προκληθεί τεχνητά, με την πάροδο του χρόνου φθίνει, κυρίως όταν το υλικό υποβάλλεται σε υψηλή θερμοκρασία. Αντίθετα, τα φυσικά μονοκρυσταλλικά υλικά (φωσφορικό γάλλιο, χαλαζίας, τουρμαλίνη), έχουν υψηλότερη, σχεδόν απεριόριστη μακροπρόθεσμη σταθερότητα όμως υστερούν σε ευαισθησία. Ακόμη, είναι πολύ δύσκολο να δοθεί το επιθυμητό σχήμα και η επιθυμητή αντοχή σε ένα πιεζοηλεκτρικό υλικό. Οι πιεζοηλεκτρικοί αισθητήρες δε μπορούν να χρησιμοποιηθούν για στατικές μετρήσεις, καθώς μπορούν να μετρήσουν μόνο μεταβαλλόμενη πίεση και επομένως μία στατική δύναμη έχει ως αποτέλεσμα μία σταθερή ποσότητα φορτίου στο πιεζοηλεκτρικό υλικό. [11]

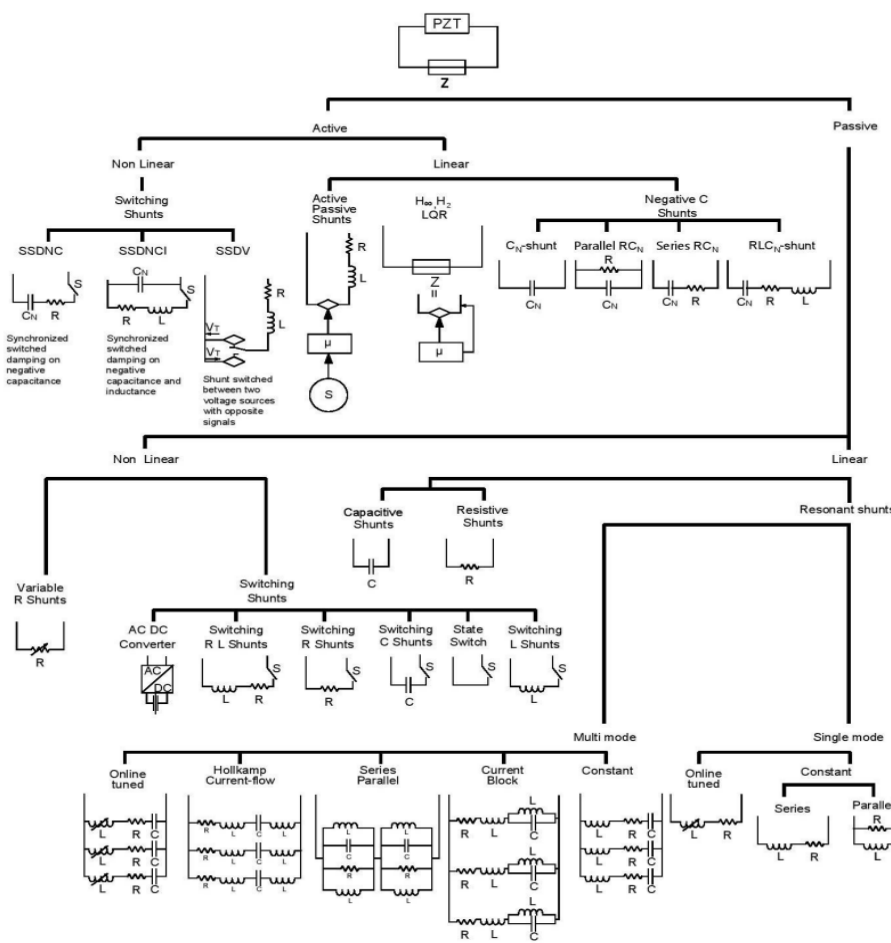
## **2.4 Πιεζοηλεκτρικά συστήματα παραδιακλάδωσης**

Τα πιεζοηλεκτρικά συστήματα παραδιακλάδωσης είναι ηλεκτρικά κυκλώματα συνδεδεμένα με πιεζοηλεκτρικά στοιχεία. Για παράδειγμα, για τον έλεγχο κραδασμών μιας δομής, ένας πιεζοηλεκτρικός διεγέρτης μετατρέπει τη μηχανική ενέργεια που παράγεται από τους κραδασμούς σε ηλεκτρική ενέργεια. Αυτή η ενέργεια μεταφέρεται στα ηλεκτρικά στοιχεία του παραδιακλαδωμένου κυκλώματος με σκοπό να καταστραφεί, και κατά συνέπεια να

μειωθούν οι κραδασμοί. [12] Ανάλογα το ηλεκτρικό κύκλωμα, θα μπορούσε ένα ποσό της ηλεκτρικής ενέργειας να επιστρέφει στη δομή, μέσω του πιεζοηλεκτρικού αισθητήρα, ο οποίος λόγω της διόγκωσής του συμβάλει στη μείωση των κραδασμών.

### 2.4.1 Παραδιακλαδωμένα κυκλώματα

Γενικά, τα παραδιακλαδωμένα κυκλώματα μπορούν να ταξινομηθούν χονδρικά σε παθητικά και ενεργά. Μία άλλη κατηγοριοποίηση μπορεί να είναι σε γραμμικά και μη γραμμικά. [12] Τα παθητικά κυκλώματα αποτελούνται από παθητικά ηλεκτρικά στοιχεία (αντιστάσεις, επαγωγείς και πυκνωτές) και δεν απαιτούν εξωτερική πηγή ενέργειας για τη λειτουργία τους. Αντίθετα, τα ενεργά κυκλώματα χρησιμοποιούν ενεργά στοιχεία, όπως τελεστικούς ενισχυτές και ψηφιακούς ελεγκτές, ενώ μπορούν να προσαρμοστούν σε μεταβαλλόμενες συνθήκες δόνησης. Ακόμη, τα γραμμικά κυκλώματα αποτελούνται από γραμμικά ηλεκτρικά στοιχεία, δηλαδή η σχέση μεταξύ της τάσης και του ρεύματος στο παραδιακλαδωμένο κύκλωμα είναι γραμμική και η απόκριση του συστήματος μπορεί να προβλεφθεί με χρήση γραμμικών εξισώσεων. Τα μη γραμμικά κυκλώματα έχουν μη γραμμική σχέση μεταξύ τάσης και ρεύματος, γεγονός που επιτρέπει στο σύστημα να χειρίζεται πιο αποτελεσματικά πολύπλοκες και μεγάλου πλάτους δονήσεις. Τα πιο κοινά παραδιακλαδωμένα κυκλώματα απεικονίζονται παρακάτω στην εικόνα 2.6.



Εικόνα 2.6 Κατηγορίες κυκλωμάτων παραδιακλάδωσης [12]

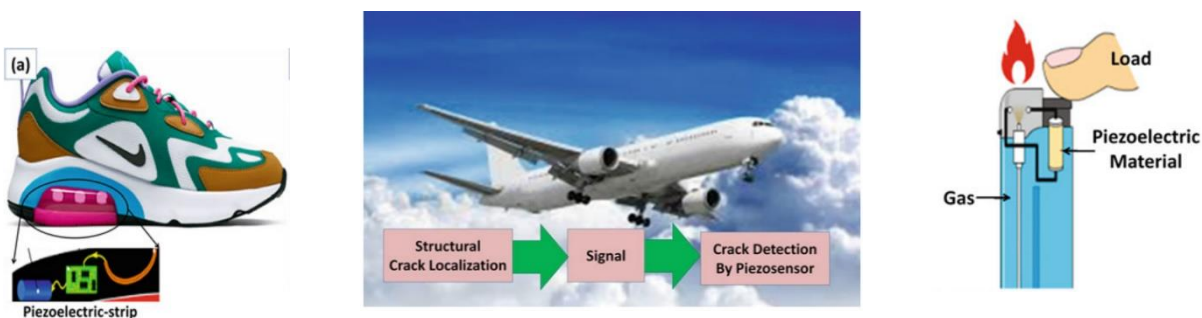
Στην παρούσα εργασία θα ασχοληθούμε με (βλ. κεφάλαιο 3, ενότητα 3.4.1 & 3.4.2) :

1. Γραμμικά, παθητικά παραδιακλαδωμένα κυκλώματα συντονισμού R-L
2. Γραμμικά, ημι-παθητικά παραδιακλαδωμένα κυκλώματα συντονισμού R-L με διακόπτη
3. Μη γραμμικά ενεργά παραδιακλαδωμένα κυκλώματα συντονισμού R-L με διακόπτη

## 2.4.2 Εφαρμογές Πιεζοηλεκτρικών υλικών και Παραδιακλαδωμένων συστημάτων

Τα πιεζοηλεκτρικά υλικά έχουν ευρεία εφαρμογή σε πολλούς τομείς της επιστήμης και της μηχανικής. Από την καθημερινή ζωή μέχρι και την αεροδιαστημική, τη μηχανική, την ιατρική, την συλλογή ενέργειας κ.α. Παρατίθενται μερικές εφαρμογές σε διάφορους τομείς. [2], [5], [11], [13]

- Αισθητήρες πίεσης και κραδασμών : Χρησιμοποιούνται για την ανίχνευση πίεσης και κραδασμών σε διάφορα συστήματα.



**Εικόνα 2.7** Αισθητήρες πίεσης και κραδασμών σε παπούτσια, στο αεροσκάφος (έλεγχος ακεραιότητας των εξαρτημάτων), ηλεκτρικός αναφλεκτήρας [11]

- Ηλεκτρικοί αναφλεκτήρες : Χρησιμοποιούν το πιεζοηλεκτρικό φαινόμενο για να παράξουν σπινθήρα ικανό να ανάψει καύσιμο, όπως σε αναπτήρες και γκαζάκια.
- Συλλογή ενέργειας : Χρησιμοποιούνται για τη συλλογή ενέργειας από πιέσεις, δονήσεις ή μηχανικές μετατοπίσεις, μετατρέποντάς τις σε ηλεκτρική ενέργεια
- Ανίχνευση υπερήχων : Χρησιμοποιούνται για την ανίχνευση υπερηχητικών κυμάτων σε εφαρμογές όπως ιατρικά υπερηχογραφήματα
- Παραγωγή ήχου : Χρησιμοποιούνται σε συσκευές που χρειάζονται αποτελεσματική παραγωγή ήχου σε μικρές ηλεκτρονικές συσκευές, όπως κινητά τηλέφωνα, ακουστικά, παιχνίδια, μουσικές ευχητήριες κάρτες



- Ανίχνευση υποθαλάσσιων σημάτων : Χρησιμοποιούνται για την υποθαλάσσια επικοινωνία και τη λήψη φωτογραφιών

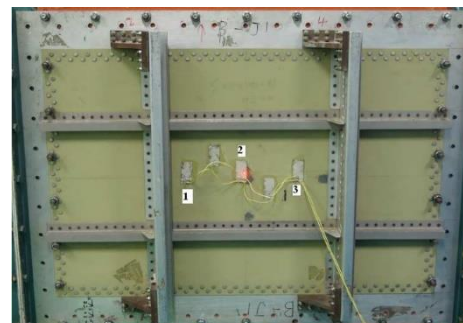
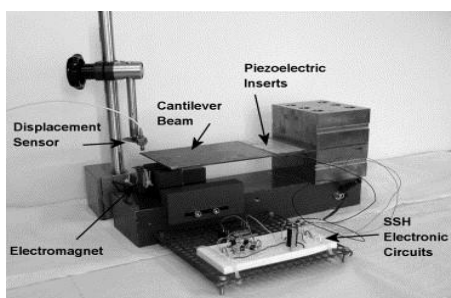


**Εικόνα 2.8** Ανίχνευση υποθαλάσσιων σημάτων, ανίχνευση υπερήχων [13]

- Απόσβεση κραδασμών : Χρησιμοποιούνται παραδιακλαδωμένα πιεζοηλεκτρικά κυκλώματα για την απόσβεση κραδασμών σε κατασκευές.

Μερικές εφαρμογές ειδικότερα με διακοπτόμενα πιεζοηλεκτρικά κυκλώματα (βλ. κεφάλαιο 3, ενότητα 3.4) που είναι πιο ευέλικτα και αποδοτικά σε περιβάλλοντα με μεταβλητές συνθήκες, παρατίθενται παρακάτω.

- Συλλογή ενέργειας από ταλαντευόμενη δοκό [27]
- Συλλογή ενέργειας από ρότορα ελικοπτέρου [28]
- Απόσβεση δονήσεων λόγω θορύβου σε πάνελ αεροσκαφών [29]



**Εικόνα 2.9** Συλλογή ενέργειας από ταλαντευόμενη δοκό (αριστερά) και απόσβεση δονήσεων ενός πάνελ αεροσκαφών, όπου 1,2,3 οι θέσεις των πιεζοηλεκτρικών στοιχείων (δεξιά) [27], [28]



## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

### ΑΠΟΣΒΕΣΗ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΩΝ ΔΟΚΟΥ ΜΕ ΔΙΑΚΟΠΤΟΜΕΝΑ ΠΑΡΑΔΙΑΚΛΑΔΩΜΕΝΑ ΠΙΕΖΟΗΛΕΚΤΡΙΚΑ ΚΥΚΛΩΜΑΤΑ

#### 3.1 Γενικές ηλεκτρομηχανολογικές εξισώσεις συστημάτων

Οι ηλεκτρομηχανολογικές εξισώσεις που χρησιμοποιούνται για την περιγραφή των πιεζοηλεκτρικών συστημάτων είναι βασισμένες στη συζευγμένη συμπεριφορά των μηχανικών και ηλεκτρικών ιδιοτήτων των υλικών. Οι εξισώσεις αυτές μπορούν να περιγραφούν ως εξής: [5]

$$\begin{Bmatrix} T \\ D \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} c^E & -e \\ e^t & \varepsilon^s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} S \\ E \end{Bmatrix} \quad (3.1)$$

όπου:

$T$  : Διάνυσμα Τάσης [N/m<sup>2</sup>]

$D$  : Διάνυσμα Ηλεκτρικής Μετατόπισης [C/m<sup>2</sup>]

$S$  : Διάνυσμα Παραμόρφωσης

$E$  : Διάνυσμα Ηλεκτρικού Πεδίου [V/m]

$c^E$ : Πίνακας Ελαστικής Ακαμψίας σε σταθερό ηλεκτρικό πεδίο

$e$  : Πίνακας Πιεζοηλεκτρικής Τάσης

$\varepsilon^s$ : Διηλεκτρικός Πίνακας σε σταθερή μηχανική παραμόρφωση

Οι γενικές αυτές εξισώσεις, όπως περιγράφονται στο πρότυπο του IEEE για τον Πιεζοηλεκτρισμό (IEEE Standard on Piezoelectricity, 1987), καθορίζουν τη συζευγμένη συμπεριφορά των πιεζοηλεκτρικών υλικών.

Με την εφαρμογή της διακριτοποίησης πεπερασμένων στοιχείων για συζευγμένα ηλεκτρομηχανολογικά συστήματα και της αρχής του Hamilton, λαμβάνουμε τις εξής συζευγμένες εξισώσεις κίνησης : [5]

$$\begin{bmatrix} M & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{w} \\ \ddot{v} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{w} \\ \dot{v} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K & \theta \\ \theta^t & -C_p \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} w \\ v \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F \\ q \end{Bmatrix} \quad (3.2)$$

όπου:

$M$  : Πίνακας μάζας

$C$  : Πίνακας απόσβεσης  
 $K$  : Πίνακας ακαμψίας  
 $\Theta$  : Πίνακας ηλεκτρομηχανικής σύζευξης  
 $C_p$  : Πίνακας πιεζοηλεκτρικής χωρητικότητας  
 $F$  : Διάνυσμα εφαρμοζόμενης μηχανικής δύναμης  
 $q$  : Διάνυσμα ηλεκτρικού φορτίου  
 $w$  : Γενικευμένη μηχανική συντεταγμένη  
 $v$  : Γενικευμένη ηλεκτρική συντεταγμένη (ηλεκτρική τάση)

Οι συζευγμένες εξισώσεις μπορούν να χωριστούν σε δύο μέρη. Η πρώτη εξίσωση περιγράφει την ισορροπία των μηχανικών δυνάμεων:

$$[M]\{\ddot{w}\} + [C]\{\dot{w}\} + [K]\{w\} + [\Theta]\{v\} = \{F\} \quad (3.3)$$

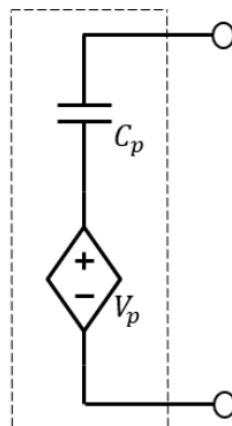
Και η δεύτερη εξίσωση δίνει την ηλεκτροδυναμική εξίσωση του ηλεκτρικού δυναμικού:

$$[\Theta]^t\{w\} - [C_p]\{v\} = \{q\} \quad (3.1.4)$$

Αυτές οι εξισώσεις χρησιμοποιούνται για την ανάλυση των πιεζοηλεκτρικών συστημάτων και την εξαγωγή των πιεζοηλεκτρικών παθητικών δυνάμεων απόσβεσης, μέσω παραδιακλαδωμένων κυκλωμάτων απόσβεσης. Για την καλύτερη κατανόηση του φαινομένου, αναφέρονται οι τρόποι μοντελοποίησης ενός πιεζοηλεκτρικού υλικού.

Από μηχανικής άποψης, ένα πιεζοηλεκτρικό υλικό μπορεί να μοντελοποιηθεί χρησιμοποιώντας ένα σύστημα μάζας-ελατηρίου-αποσβεστήρα. Αυτό συμβαίνει επειδή το υλικό παρουσιάζει τόσο ελαστικότητα (συμπεριφορά ελατηρίου) όσο και αδράνεια (συμπεριφορά μάζας). Όταν εφαρμόζεται μηχανική δύναμη, το πιεζοηλεκτρικό υλικό παραμορφώνεται και αυτή η παραμόρφωση είναι ανάλογη με τη μετατόπιση σε ένα σύστημα μάζας-ελατηρίου.

Από ηλεκτρικής άποψης, ένα πιεζοηλεκτρικό υλικό συμπεριφέρεται σαν πυκνωτής σε σειρά με μια πηγή τάσης. Όταν παραμορφώνεται μηχανικά, δημιουργεί ηλεκτρικό φορτίο ανάλογο με την εφαρμοζόμενη μηχανική τάση. [14]



**Εικόνα 3.1** Το ηλεκτρικά ισοδύναμο μοντέλο του πιεζοηλεκτρικού μετατροπέα [14]

Για την καλύτερη κατανόηση των προαναφερθεισών παραμέτρων που περιγράφουν ένα πιεζοηλεκτρικό υλικό, φέρνουμε παράδειγμα ένα μονοβάθμιο μηχανικό σύστημα, το οποίο αποτελείται από μια μάζα  $m$ , που συνδέεται με έναν αποσβεστήρα-ελατηρίου και έναν πιεζοηλεκτρικό μετατροπέα. Το ελατήριο έχει συντελεστή ακαμψίας  $k_s$ , ενώ ο αποσβεστήρας έχει συντελεστή απόσβεσης  $c$ . Η μάζα διεγείρεται από μια εξωτερική δύναμη  $F$  και η μετατόπισή της, σε σχέση με τη θέση ισορροπίας του ελατηρίου, συμβολίζεται με  $x$ . Τότε η εξίσωση κίνησης του συστήματος δίνεται από τη σχέση : [14]

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + k_s x = F + F_p \quad (3.5)$$

όπου  $F_p$  αντιπροσωπεύει τη δύναμη που ασκεί ο πιεζοηλεκτρικός διεγέρτης και ορίζεται ως θετική, όταν εφαρμόζεται στη θετική διεύθυνση των  $x$ . Τα μηχανικά και ηλεκτρικά στοιχεία συνδέονται με τις καταστατικές εξισώσεις (3.1).

Η τάση  $T$  και η παραμόρφωση  $S$  συνδέονται με τη δύναμη και τη μετατόπιση με τις σχέσεις :

$$T = \frac{-F_p}{A_p} \quad (3.6)$$

$$S = \frac{x}{t_p} \quad (3.7)$$

όπου  $t_p$  και  $A_p$  συμβολίζουν το πάχος και την επιφάνεια διατομής των πιεζοηλεκτρικών φύλλων.

Το ηλεκτρικό πεδίο για το πιεζοηλεκτρικό στοιχείο  $E$  και η ηλεκτρική μετατόπιση  $D$  ορίζονται ως :

$$E = \frac{V_p}{t_p} \quad (3.8)$$

$$D = \frac{q}{A_p} \quad (3.9)$$

Όπου  $q$  είναι το φορτίο που συλλέγεται στην επιφάνεια του ηλεκτροδίου  $A_p$  και  $V_p$  είναι η διαφορά ηλεκτρικού δυναμικού στο άνω και κάτω ηλεκτρόδιο του πιεζοηλεκτρικού.

Αντικαθιστώντας τις Σχέσεις (3.6) – (3.7) και (3.8)-( 3.9) στις εξισώσεις (3.1) και λύνοντας ως προς τη δύναμη  $F_p$  και το φορτίο  $q$ , βρίσκουμε :

$$F_p = -k_p x + aV_p \quad (3.10)$$

$$q = ax + C_p^S V_p \quad (3.11)$$

όπου οι νέες μεταβλητές  $C_p^S = \frac{\epsilon^S A_p}{t_p}$  και  $k_p = \frac{c^E A_p}{t_p}$  αντιπροσωπεύουν την ηλεκτρική χωρητικότητα και τον συντελεστή ακαμψίας του πιεζοηλεκτρικού στοιχείου, αντίστοιχα. Ο παράγοντας  $a = \frac{e A_p}{t_p}$  είναι ο όρος σύζευξης.

Θεωρώντας το φορτίο και τη μετατόπιση ως ανεξάρτητες μεταβλητές, οι Εξισώσεις (3.10)-( 3.11) μπορούν να γραφούν ως ακολούθως: [14], [15]

$$F_p = -\left(k_p + \frac{a^2}{c_p^s}\right)x + \frac{a}{c_p^s}q \quad (3.12)$$

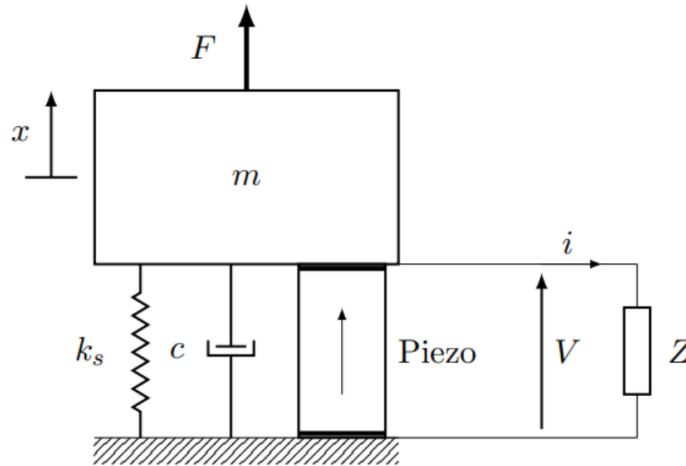
$$V_p = -\frac{a}{c_p^s}x + \frac{1}{c_p^s}q \quad (3.13)$$

Η τελευταία εξίσωση μας αποδεικνύει ότι πράγματι το πιεζοηλεκτρικό στοιχείο μπορεί να θεωρηθεί ως ένας πυκνωτής χωρητικότητας  $C_p^s$  σε σειρά με μια πηγή τάσης  $V_p$  η οποία μεταβάλλεται αναλογικά με την εφαρμοζόμενη παραμόρφωση. Η ενσωμάτωση των καταστατικών εξισώσεων (3.12)-(3.13) στην εξίσωση κίνησης έχει ως αποτέλεσμα :

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + \left(k_{sc} + \frac{a^2}{c_p^s}\right)x - \frac{a}{c_p^s}q = F \quad (3.14)$$

$$-\frac{a}{c_p^s}x + \frac{1}{c_p^s}q = V_p \quad (3.15)$$

όπου  $k_{sc} = k_s + k_p$



**Εικόνα 3.2** Μονοβάθμιος ταλαντωτής με πιεζοηλεκτρικό μετατροπέα και παραδιακλαδωμένο κύκλωμα [14]

### 3.2 Σύνδεση πιεζοηλεκτρικού επιθέματος σε κύκλωμα παραδιακλάδωσης

Για καλύτερο έλεγχο των δονήσεων ενός συστήματος με πιεζοηλεκτρικά υλικά είναι συνήθης πρακτική η σύνδεσή τους σε κύκλωμα παραδιακλάδωσης. Στο υπό μελέτη σύστημα, η σύνδεση του πιεζοηλεκτρικού στοιχείου θα γίνει σε παραδιακλαδωμένο κύκλωμα συντονισμού R-L (βλ. ενότητα 3.4).

Εφαρμόζοντας τον νόμο των τάσεων του Kirchhoff (KVL), η εξίσωση για την πτώση τάσης λόγω της εμπίδησης των στοιχείων του κυκλώματος παραδιακλάδωσης δίνεται από τη σχέση : [14]

$$V = -Ri - Li \quad (3.16)$$

Εφόσον η τάση στο πιεζοηλεκτρικό στοιχείο και στο κύκλωμα παραδιακλάδωσης πρέπει να είναι ίσες  $V = V_p$  και το ρεύμα από το πιεζοηλεκτρικό στοιχείο πρέπει να είναι ίσο με το ρεύμα που διέρχεται από τον αντιστάτη και το πηνίο  $i = i_p = \dot{q}$ , η εξίσωση τάσης μπορεί να γραφεί ως:

$$V_p = -R\dot{q} - L\ddot{q} \quad (3.17)$$

Αντικαθιστώντας την (3.15) στην εξίσωση (3.17), η εξίσωση που διέπει το παραδιακλαδωμένο κύκλωμα γίνεται :

$$L\ddot{q} + R\dot{q} + \frac{1}{c_p^s}q - \frac{a}{c_p^s}x = 0 \quad (3.18)$$

Συνοψίζοντας, οι Εξισώσεις (3.14) και (3.15) που διέπουν το ηλεκτρομηχανικό σύστημα μπορούν να γραφούν στην προαναφερθείσα μορφή (εξίσωση 3.2) :

$$[M]\{\ddot{U}\} + [C]\{\dot{U}\} + [K]\{U\} = \{F\} \quad (3.19)$$

με τους πίνακες να ορίζονται από τις ακόλουθες σχέσεις:

$$\{U\} = \begin{Bmatrix} x \\ q \end{Bmatrix}, [M] = \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & L \end{bmatrix}, [C] = \begin{bmatrix} c & 0 \\ 0 & R \end{bmatrix}, [K] = \begin{bmatrix} k_{oc} & -\frac{a}{c_p^s} \\ -\frac{a}{c_p^s} & \frac{1}{c_p^s} \end{bmatrix}, [F] = \begin{Bmatrix} F \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3.20)$$

όπου ο συντελεστής ακαμψίας για ανοικτό κύκλωμα ( $q = 0$ ) δίνεται από τη σχέση:

$$k_{oc} = k_{sc} + \frac{a^2}{c_p^s} \quad (3.21)$$

Στην περίπτωση που ο πιεζοηλεκτρικός μετατροπέας είναι βραχυκυκλωμένος, η διαφορά ηλεκτρικού δυναμικού μεταξύ των ηλεκτροδίων του μηδενίζεται ( $Vp = 0$ ). Επομένως, οι Εξισώσεις (3.14) και (3.15) οδηγούν στην εξίσωση βραχυκυκλώματος (short circuit) :

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + k_{sc}x = F \quad (3.22)$$

Ο δείκτης που καθορίζει την ποσότητα της μηχανικής ενέργειας που μετατρέπεται σε ηλεκτρική είναι ο συντελεστής ηλεκτρομηχανικής σύζευξης (electromechanical coupling factor), που ορίζεται ως : [14], [15]

$$k_c = \sqrt{\frac{\omega_{oc}^2 - \omega_{sc}^2}{\omega_{sc}^2}} \quad (3.23)$$

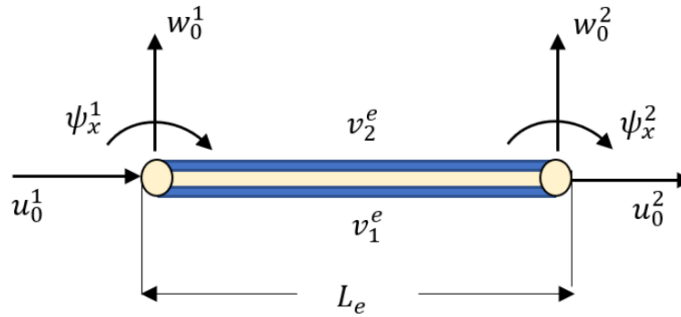
όπου  $\omega_{sc} = \sqrt{\frac{k_{sc}}{m}}$  είναι η ιδιοσυχνότητα βραχυκυκλώματος και  $\omega_{oc} = \sqrt{\frac{k_{oc}}{m}}$  είναι η ιδιοσυχνότητα ανοικτού κυκλώματος.

### 3.3 Μοντελοποίηση δοκού με πιεζοηλεκτρικά επιθέματα

Το υπό μελέτη σύστημα, δηλαδή μία δοκός με προσκολλημένα δύο πιεζοηλεκτρικά επιθέματα, μοντελοποιείται χρησιμοποιώντας ένα μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων μιας σύνθετης πολυστρωματικής δοκού με προσκολλημένα πιεζοηλεκτρικά επιθέματα. Για την μοντελοποίηση της μηχανικής μετατόπισης της δοκού, χρησιμοποιήθηκε η θεωρία Timoshenko που αφορά δοκό διατμητικής παραμόρφωσης. Η θεωρία αυτή προσδίδει πιο ακριβείς προσομοιώσεις για δοκούς που εμφανίζουν έντονα φαινόμενα διατμητικών φορτίων και παραμόρφωσης. Αυτή η θεωρία ενσωματώνεται στη γενικευμένη αρχή του Hamilton, με την τελευταία να χρησιμοποιείται για να προκύψουν οι εξισώσεις κίνησης του συστήματος. Έπειτα, λαμβάνοντας υπ' όψη τις προηγούμενες θεωρίες, η δοκός μορφοποιείται με τη μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων (Finite Element Method), όπου διακρητοποιεί το συνεχές δομικό σύστημα σε μικρά, πεπερασμένα τμήματα, με στόχο την ακριβέστερη ανάλυση της συμπεριφοράς του συστήματος. Αναλυτικά η μοντελοποίηση αποτυπώνεται στη δημοσίευση «New Optimal Design of Multimode Shunt-Damping Circuits for Enhanced Vibration Control» (2022). [16]

Το δομικό πεπερασμένο στοιχείο της δοκού με μήκος  $Le$  αποτελείται από δύο κόμβους με τρεις μηχανικούς βαθμούς ελευθερίας ανά κόμβο και δύο ηλεκτρικούς ανά στοιχείο. Οι μηχανικοί βαθμοί ελευθερίας αποτυπώνονται στην αξονική και εγκάρσια μετατόπιση  $u_0$ ,  $w_0$  και στην περιστροφική  $\psi_x$  και οι ηλεκτρικοί βαθμοί ελευθερίας  $v_1^e$  και  $v_2^e$  ορίζονται ως εξής : [17]

$$v^e = \{v_1^e, v_2^e\}^T \text{ και } d^e = \{u_0^1, w_0^1, \psi_x^1, u_0^2, w_0^2, \psi_x^2\}^T$$

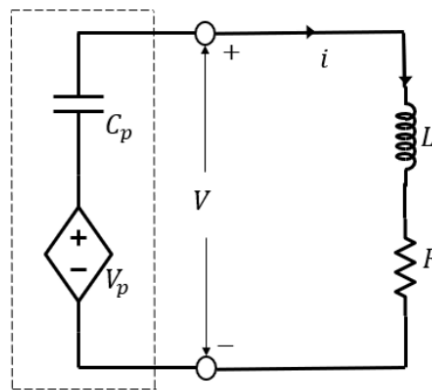


**Εικόνα 3.3** Πεπερασμένο στοιχείο δύο κόμβων με 6 μηχανικούς και 2 ηλεκτρικούς βαθμούς ελευθερίας [17]

### 3.4 Απόσβεση ταλαντώσεων

#### 3.4.1 Παραδιακλαδωμένο κύκλωμα συντονισμού «Αντίστασης - Πηνίου» (R-L)

Ένα κύκλωμα R-L , γραμμικού ελέγχου, αποτελείται από έναν αντιστάτη R και ένα πηνίο L συνδεδεμένα σε σειρά. Χρησιμοποιείται συχνά για φιλτράρισμα και καθυστέρηση σήματος, αλλά μπορεί επίσης να χρησιμοποιηθεί για συντονισμό όταν υπάρχει εξωτερική χωρητικότητα ή όταν είναι συνδεδεμένο με ένα σύστημα που έχει εσωτερική χωρητικότητα, όπως τα πιεζοηλεκτρικά υλικά, που συμπεριφέρονται σαν πυκνωτές σε σειρά με πηγή τάσης. Συνεπώς, ένα παραδιακλαδωμένο κύκλωμα R-L, αν ρυθμιστεί κατάλληλα, συνεργάζεται με τη χωρητικότητα των πιεζοηλεκτρικών υλικών και λειτουργεί συνολικά όπως ένα κύκλωμα R-L-C συντονισμού. [18]



**Εικόνα 3.4** Σχηματική απεικόνιση ισοδύναμου πιεζοηλεκτρικού μοντέλου με την σύνδεσή του στο κύκλωμα παραδιακλάδωσης R – L [17]

Ο συντονισμός προκύπτει όταν η συχνότητα του παραδιακλαδωμένου κυκλώματος RL ταιριάζει με κάποια από τις φυσικές συχνότητες ταλάντωσης της δοκού. Στο συντονισμό, η μεταφορά ενέργειας μεταξύ των μηχανικών ταλαντώσεων της δοκού και της ηλεκτρικής ενέργειας στο παραδιακλαδωμένο κύκλωμα είναι μέγιστη, καθώς το πλάτος της ταλάντωσης μεγιστοποιείται και συνεπώς τα πιεζοηλεκτρικά στοιχεία θα μεταφέρουν μεγαλύτερη ποσότητα ενέργειας στο κύκλωμα.

Επίσης λόγω των στοιχείων R,L του κυκλώματος και του στοιχείου C των πιεζοηλεκτρικών, δημιουργείται αντίστοιχη συμπεριφορά με κύκλωμα συντονισμού RLC. Σε ένα τέτοιο κύκλωμα (με τα ηλεκτρικά στοιχεία σε σειρά), σε συνθήκη συντονισμού, η συνολική εμπέδηση του κυκλώματος είναι η αντίσταση R, καθώς οι αντιδράσεις του πηνίου L και του πυκνωτή C ακυρώνουν η μία την άλλη.

Τελικά, η απόσβεση της ταλάντωσης συμβαίνει, καθώς το μεγαλύτερο μέρος της ενέργειας καταναλώνεται από τα στοιχεία του παραδιακλαδωμένου κυκλώματος, και το υπόλοιπο μέρος της επιστρέφει στο κύκλωμα σαν μηχανική δύναμη, αντίθετη στη δύναμη της ταλάντωσης, μέσω των πιεζοηλεκτρικών διεγερτών.

Έχει αποδειχθεί ότι μία προσέγγιση για τις βέλτιστες τιμές επαγωγής  $L$  και αντίστασης  $R$ , δηλαδή τις τιμές που δίνουν τη μέγιστη απόσβεση του συστήματος όταν η συχνότητα διαταραχής (εισόδου) είναι κοντά στην ιδιοσυχνότητα του συστήματος (συντονισμός), δίνονται από τις σχέσεις : [14]

$$L = \frac{1}{C_p^s \omega_{oc}^2} \text{ και } R = \sqrt{\frac{3}{2} \frac{k_c}{C_p^s \omega_{oc}}}$$

όπου  $C_p$ : πιεζοηλεκτρική χωρητικότητα,  $k_c$ : συντελεστής ηλεκτρομηχανικής σύζευξης,  $\omega_{oc}$  : ιδιοσυχνότητα ανοικτού κυκλώματος.

### 3.4.2 Παραδιακλαδωμένο διακοπτόμενο κύκλωμα συντονισμού «Αντίστασης - Πηνίου» (R-L)

Η προσθήκη διακοπών σε παραδιακλαδωμένο κύκλωμα, δηλαδή η σύνδεση και η αποσύνδεση του κυκλώματος από το υπόλοιπο σύστημα με βάση κάποιες συνθήκες ελέγχου, προκύπτει καθώς έχει το πλεονέκτημα της καλύτερης διαχείρισης των πόρων, με στόχο τη διεύρυνση της ζωής των υλικών και τη μεγιστοποίηση της διακινούμενης ενέργειας.

Με την προσθήκη διακοπών ο έλεγχος γίνεται μη γραμμικός, και η λειτουργία του έγκειται στην εναλλαγή μεταξύ καταστάσεων ανοικτού κυκλώματος, όπου παρατηρείται υψηλή ακαμψία στα πιεζοηλεκτρικά στοιχεία, και κλειστού κυκλώματος ή βραχυκυκλώματος, όπου παρατηρείται χαμηλή ακαμψία. Τα πιεζοηλεκτρικά στοιχεία παραμένουν στην κατάσταση υψηλής ακαμψίας (ανοιχτό κύκλωμα), όπου αποθηκεύουν ενέργεια και αντιστέκονται στην παραμόρφωσή τους, ενώ εναλλάσσονται στην κατάσταση χαμηλής ακαμψίας όταν πλέον μπορούν να διαχέουν την αποθηκευμένη ενέργεια. [19], [20] Οι συνθήκες ελέγχου για την εναλλαγή ανάμεσα στις δύο καταστάσεις ποικίλουν ανάλογα τον έλεγχο και το παραδιακλαδωμένο κύκλωμα που χρησιμοποιείται. [12]

Τα βέλτιστα R και L στην προκειμένη περίπτωση μη γραμμικότητας, δε μπορούν να υπολογιστούν με γραμμικές μεθόδους. [19] Απαιτούνται μη γραμμικές μέθοδοι όπως αλγόριθμοι βελτιστοποίησης, μέθοδοι ανάλυσης ευστάθειας ή και πειραματικές μέθοδοι.



### 3.5 Αναπαράσταση δοκού με πιεζοηλεκτρικά επιθέματα συνδεδεμένα σε παραδιακλαδωμένο κύκλωμα με τη μέθοδο «Χώρου Κατάστασης» (State Space)

Για την διερεύνηση της απόκρισης του συστήματος ως προς τον έλεγχο των ταλαντώσεων της δοκού, ένας βολικός τρόπος αναπαράστασής του συστήματος είναι η μέθοδος Χώρου Κατάστασης (State Space). Η τελευταία περιγράφει το σύστημα μέσω ενός συνόλου διαφορικών εξισώσεων πρώτης τάξης, οι οποίες συσχετίζουν τις εισόδους, τις εξόδους και τις καταστάσεις του συστήματος. Οι εισοδοί  $w(t)$  είναι οι εξωτερικές μεταβλητές που επηρεάζουν το σύστημα, οι έξοδοι  $y(t)$  είναι η απόκριση των υπό εξέταση μεταβλητών που επηρεάζουν το σύστημα και οι καταστάσεις του συστήματος  $x(t)$  είναι οι εσωτερικές μεταβλητές που περιγράφουν την τρέχουσα κατάσταση του.

Στο υπό μελέτη σύστημα είναι προσκολλημένα στη δοκό δύο πιεζοηλεκτρικά επιθέματα, οπότε οι ηλεκτρομηχανικές εξισώσεις μπορούν να γραφτούν ως :

$$M_u \ddot{d} + C_d \dot{d} + K_u d + \theta_1 v_1 + \theta_2 v_2 = F_m \quad (3.24)$$

$$-\theta_1^T d + C_p v_1 = Q_1 \quad (3.25)$$

$$-\theta_2^T d + C_p v_2 = Q_2 \quad (3.26)$$

Στην περίπτωση που και τα δύο πιεζοηλεκτρικά επιθέματα είναι βραχυκυκλωμένα, δηλαδή όταν το κύκλωμα είναι ανοιχτό, η διαφορά των ηλεκτρικών δυναμικών μεταξύ των ηλεκτροδίων τους μηδενίζεται ( $v_1 = v_2 = 0$ ). Επομένως, η εξίσωση (3.24) γίνεται :

$$M_u \ddot{d} + K_u d = F_m \quad (3.27)$$

Σημειώνεται ότι οι πίνακες  $M_u$  και  $K_u$  περιέχουν τη συνεισφορά από τα δύο πιεζοηλεκτρικά επιθέματα.

Επομένως, για τη μετατροπή του συστήματος σε μορφή Χώρου Κατάστασης όταν το κύκλωμα είναι ανοιχτό, η εξίσωση (3.27) γίνεται : [17]

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bw \\ y &= Cx + Dw \end{aligned} \quad (3.28)$$

όπου

$$A = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M_u^{-1}K_u & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ M_u^{-1} \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

$$x = \begin{bmatrix} d \\ \dot{d} \end{bmatrix}, \quad w = \{F_m\} \quad (3.30)$$

Οι πίνακες ,  $\mathbf{C}$  και  $\mathbf{D}$  εξαρτώνται από την επιλογή των δεδομένων εισόδου.

Στη συνέχεια όταν το κύκλωμα παραδιακλάδωσης R-L είναι συνδεδεμένο, το συνολικό φορτίο στην έξοδο είναι ίσο με το φορτίο που παράγεται από κάθε πιεζοηλεκτρικό στρώμα,  $Q_1 = Q_2 = q$ , ενώ η συνολική τάση εξόδου είναι το άθροισμα κάθε τάσης εξόδου, δηλαδή  $v = v_1 + v_2$ . Αθροίζοντας τις εξισώσεις (3.25) και (3.26) έχουμε :

$$C_p v - 2q - (\theta_1^T + \theta_2^T)d = 0 \quad (3.31)$$

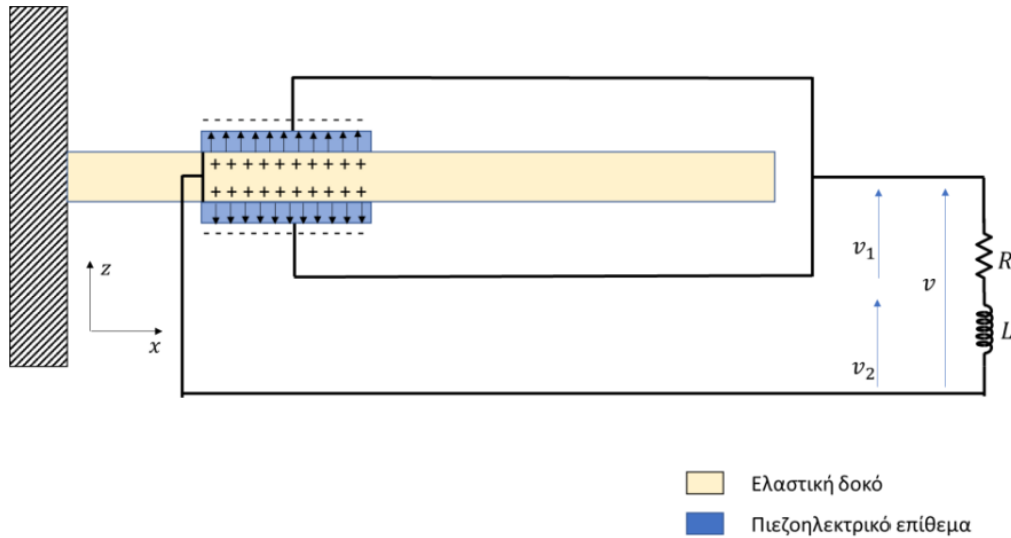
Χρησιμοποιώντας τις παραπάνω εξισώσεις, προκύπτει το τελικό ηλεκτρομηχανικό σύστημα : [17]

$$\ddot{d} = -M_u^{-1}C_d\dot{d} - M_u^{-1}K_o d - M_u^{-1}C_p^{-1}(\theta_1 + \theta_2)q + M_u^{-1}F_m \quad (3.32)$$

$$\ddot{q} = \frac{1}{-LC_p}(\theta_1^T + \theta_2^T)d - \frac{2}{LC_p}q - \frac{R}{L}\dot{q} \quad (3.33)$$

όπου

$$K_o = K_u + C_p^{-1}(\theta_1\theta_1^T + \theta_2\theta_2^T) \quad (3.34)$$



**Εικόνα 3.5** Δοκός προβόλου με τα πάνω και κάτω πιεζοηλεκτρικά επιθέματα που συνδέονται σε σειρά με ένα RL κύκλωμα συντονισμού [17]

Χρησιμοποιώντας το διάνυσμα κατάστασης  $x = \{d, \dot{d}, q, \dot{q}\}^T$  λαμβάνεται η παρακάτω μορφή Χώρου Κατάστασης :

$$\dot{x}_{sh} = A^{sh}x_{sh} + B^{sh}w_{sh} \quad (3.35)$$

όπου, στην περίπτωση αυτή, οι πίνακες κατάστασης και το διάνυσμα εισόδου δίνονται ως εξής : [17]

$$A^{sh} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{N \times N} & I_{N \times N} & \mathbf{0}_{N \times 1} & \mathbf{0}_{N \times 1} \\ -M_u^{-1}K_o & -M_u^{-1}C_d & -M_u^{-1}C_p^{-1}(\boldsymbol{\theta}_1^T + \boldsymbol{\theta}_2^T) & \mathbf{0}_{N \times 1} \\ \mathbf{0}_{1 \times N} & \mathbf{0}_{1 \times N} & 0 & 1 \\ -\frac{1}{LC_p}(\boldsymbol{\theta}_1^T + \boldsymbol{\theta}_2^T) & \mathbf{0}_{1 \times N} & -\frac{2}{LC_p} & -\frac{R}{L} \end{bmatrix}$$

$$B^{sh} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{N \times 1} \\ M_u^{-1} \\ \mathbf{0}_{1 \times N} \\ \mathbf{0}_{1 \times N} \end{bmatrix}, w_{sh} = \{F_m\}$$

Οι πίνακες,  $C^{sh}$  και  $D^{sh}$  εξαρτώνται από την επιλογή των υπό εξέταση δεδομένων. Στην παρούσα εργασία, η έξοδος που μας ενδιαφέρει είναι η μετατόπιση στην άκρη της δοκού. Στην περίπτωση αυτή, οι πίνακες  $C^{sh}$  και  $D^{sh}$  που αντιστοιχούν στην έξοδο αυτή, γράφονται ως εξής :

$$C^{sh} = [I_0 \quad \mathbf{0}_{1 \times N} \quad 0 \quad 0], D^{sh} = 0 \quad (3.37)$$

όπου  $I_0$  είναι ο πίνακας  $1 \times N$  με όλα τα στοιχεία του μηδενικά εκτός από το στοιχείο  $N-1$ .

### 3.6 Μέθοδος ολοκλήρωσης «Houbolt»

Η μέθοδος Houbolt είναι μία διαδομένη τεχνική αριθμητικής ολοκλήρωσης που χρησιμοποιείται για την επίλυση διαφορικών εξισώσεων κίνησης με ακρίβεια και σταθερότητα, ειδικά σε δυναμικά συστήματα μηχανικής. Είναι γνωστή για την ικανότητά της να διατηρεί σταθερότητα σε προβλήματα μεγάλου χρόνου προσομοίωσης, καθώς επίσης και σε προβλήματα στα οποία μικρές αλλαγές επιφέρουν μεγάλες διαφοροποιήσεις στα αποτελέσματα.

Η μέθοδος βασίζεται στη χρήση δύο σταθερών  $\beta$ ,  $\gamma$  που καθορίζουν τη σταθερότητα και την ακρίβειά της, για τις οποίες σε προβλήματα σταθερής επιτάχυνσης, οι τυπικές τιμές είναι 0.25 και 0.5 αντίστοιχα. Οι σταθερές αυτές συνδυάζονται με σταθερές ολοκλήρωσης  $C_i$ , οι οποίες χρησιμοποιούνται σε κάθε χρονικό βήμα της προσομοίωσης, για την πρόβλεψη της μετατόπισης, της ταχύτητας και της επιτάχυνσης του επόμενου βήματος. Οι σταθερές ορίζονται ως : [14]

$$C_1 = \frac{1}{\beta(\Delta t)^2}, C_2 = \frac{1}{\beta\Delta t}, C_3 = \frac{1}{2\beta}, C_4 = \frac{\gamma}{\beta\Delta t}, C_5 = \frac{\gamma}{\beta}, C_6 = \Delta t \left( \frac{\gamma}{2\beta} - 1 \right)$$

Θεωρούμε το πολυβάθμιο δυναμικό σύστημα  $M\ddot{w} + \Xi\dot{w} + Kw = B_f u$ . Τα βήματα της μεθόδου Houbolt για το σύστημα διαφορικών εξισώσεων κίνησης, συνοψίζεται παρακάτω.

Αφού αρχικοποιούνται οι μεταβλητές του συστήματος, υπολογίζεται το ενδιάμεσο μητρώο  $F^*$ , με την αντιστροφή του μητρώου  $K^*$ : [14]

$$K^* = K + c_1 M + c_4 \Xi$$

$$F^* = (K^*)^T$$

Έπειτα, για κάθε χρονικό βήμα ολοκλήρωσης, υπολογίζονται το ενδιάμεσο μητρώο  $P^*$ , το βήμα απόκρισης  $dw$  και προβλέπονται για το επόμενο χρονικό βήμα η ταχύτητα, η επιτάχυνση και η μετατόπιση.

Για τον υπολογισμό του ενδιάμεσου μητρώου  $P^*$ :

$$P^* = du + M[c_2 \dot{w}(t) + c_3 \ddot{w}(t)] + \Xi[c_5 \dot{w}(t) + c_6 \ddot{w}(t)]$$

όπου  $du = u(t+1) - u(t)$  η διαφορά των φορτίσεων.

Για τον υπολογισμό του βήματος απόκρισης  $dw$ : [14]

$$dw = F^* P^*$$

Τέλος, για την πρόβλεψη του επόμενου χρονικού βήματος  $(t+\Delta t)$ :

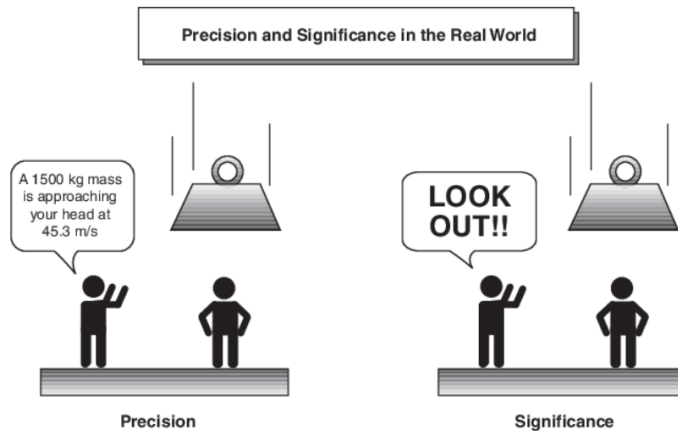
$$\text{Επιτάχυνση : } \ddot{w}(t+1) = \ddot{w}(t) + c_1 dw - c_2 \dot{w}(t) - c_3 \ddot{w}(t)$$

$$\text{Ταχύτητα : } \dot{w}(t+1) = \dot{w}(t) + c_4 dw - c_5 \dot{w}(t) - c_6 \ddot{w}(t)$$

$$\text{Μετατόπιση : } w(t+1) = w(t) + dw$$

### 3.7 Ασαφής (Fuzzy) λογική

Η Ασαφής λογική είναι μια προσέγγιση που επιτρέπει τη διαχείριση της αβεβαιότητας ή της ασάφειας σε αντίθεση με τη δυαδική λογική. Αντί να περιορίζονται οι μεταβλητές να παίρνουν τιμές 0 ή 1, με την Ασαφή λογική δίνεται η δυνατότητα οι μεταβλητές να έχουν οποιαδήποτε ενδιάμεση τιμή μεταξύ των 0 και 1.



**Εικόνα 3.6** Η Ασαφής λογική προσεγγίζει τον ανθρώπινο συλλογισμό [21]

Βασικότερο στοιχείο της Ασαφούς λογικής είναι οι συναρτήσεις συμμετοχής, οι οποίες είναι μαθηματικές συναρτήσεις που περιγράφουν τον βαθμό συμμετοχής (μεταξύ 0 και 1) ενός στοιχείου σε ένα ασαφές σύνολο. Οι συναρτήσεις αυτές μπορεί να έχουν διάφορα σχήματα (τριγωνική συνάρτηση συμμετοχής, τραπεζοειδής, γκαουσιανή, σιγμοειδής) ανάλογα τις ανάγκες του προβλήματος, όπως τον τύπο των δεδομένων ή την ακρίβεια στην ερμηνεία. Για παράδειγμα, σε ένα ασαφές σύνολο που αποτυπώνει την «υψηλή θερμοκρασία», μία θερμοκρασία  $30^{\circ}\text{C}$ , μπορεί να έχει βαθμό συμμετοχής 0.7, ενώ μία θερμοκρασία  $35^{\circ}\text{C}$ , μπορεί να έχει 0.9. Η διαδικασία που ακολουθείται στην Ασαφή λογική είναι η ακόλουθη.

Πρώτα γίνεται η Ασαφοποίηση (Fuzzification), δηλαδή η διαδικασία μετατροπής των δεδομένων εισόδου του προβλήματος σε ασαφείς μεταβλητές. Αυτό γίνεται με την εφαρμογή των συναρτήσεων συμμετοχής στα δεδομένα εισόδου. Για παράδειγμα, αν η είσοδος είναι η θερμοκρασία  $35^{\circ}\text{C}$ , κατά την ασαφοποίηση μπορεί να μετατραπεί σε ένα ασαφές σύνολο που περιγράφει θερμοκρασίες, ως «υψηλή» ή «μέτρια υψηλή», με διάφορους βαθμούς συμμετοχής.

Έπειτα ορίζονται οι Ασαφείς κανόνες (Fuzzy rules) που είναι λογικές συνθήκες της μορφής «ΑΝ-TΟΤΕ» και η λειτουργία τους είναι ο συνδυασμός πολλαπλών ασαφών εισόδων για τη δημιουργία ασαφών εξόδων. Για παράδειγμα, ένας κανόνας είναι «ΑΝ η θερμοκρασία είναι υψηλή ΚΑΙ η υγρασία είναι χαμηλή, ΤΟΤΕ η ταχύτητα του ανεμιστήρα είναι υψηλή».

Τέλος γίνεται η Αποασαφοποίηση (Defuzzification), δηλαδή η διαδικασία μετατροπής της ασαφούς εξόδου σε μια μετρήσιμη τιμή. Αυτή η διαδικασία χρησιμοποιείται όταν η ασαφής λογική είναι ανάγκη να παράξει μια σαφή έξοδο. Κοινές μέθοδοι Αποασαφοποίησης είναι η μέθοδος κέντρου βάρους (Centroid Method) και η μέθοδος του μέσου όρου των μέγιστων τιμών (Mean of Maximum).

Πέρα από τις αποασαφοποιημένες εξόδους, μπορεί να παράγονται ασαφείς έξοδοι που αντιπροσωπεύουν ένα εύρος τιμών ή καταστάσεων, αντί για μία συγκεκριμένη τιμή. Αυτές οι ασαφείς έξοδοι μπορεί να χρησιμοποιηθούν ως είσοδοι σε άλλες ασαφείς διαδικασίες ή σε συστήματα που μπορούν να διαχειριστούν την αβεβαιότητα.

Η προηγούμενη διαδικασία εφαρμόζεται από Συστήματα Ασαφούς Συμπερασμού (FIS), τα οποία είναι υπολογιστικές δομές που συνδυάζουν τις Ασαφείς εισόδους με βάση τους Ασαφείς κανόνες και παράγουν εξόδους (Ασαφείς ή μη). Υπάρχουν διάφορα τέτοια συστήματα, όπως το Mamdani FIS [22], το Sugeno FIS, το Tsukamoto FIS.

Στην παρούσα εργασία χρησιμοποιείται το Sugeno FIS [23], το οποίο χρησιμοποιεί κανόνες της μορφής :

$$\text{ΕΑΝ } x \text{ είναι } A \text{ ΚΑΙ } y \text{ είναι } B \text{ ΤΟΤΕ } z = f(x, y)$$

όπου η  $f(x, y)$  είναι μια πολυωνυμική συνάρτηση (συχνά γραμμική) των εισόδων.

Η διαδικασία αποασαφοποίησης στο συγκεκριμένο σύστημα προκύπτει από τον υπολογισμό του σταθμισμένου μέσου (weighted average) των εξόδων των κανόνων :

$$z = \frac{\sum_{i=1}^n (w_i z_i)}{\sum_{i=1}^n w_i}$$

Το Sugeno FIS χρησιμοποιείται ευρέως σε δυναμικά συστήματα ελέγχου που οι παράμετροι του συστήματος πρέπει να προσαρμόζονται συνεχώς και που απαιτείται γρήγορη επεξεργασία των δεδομένων.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

# ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ, ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΚΑΙ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΔΙΑΚΟΠΤΟΜΕΝΩΝ ΠΙΕΖΟΗΛΕΚΤΡΙΚΩΝ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΠΑΡΑΔΙΑΚΛΑΔΩΣΗΣ

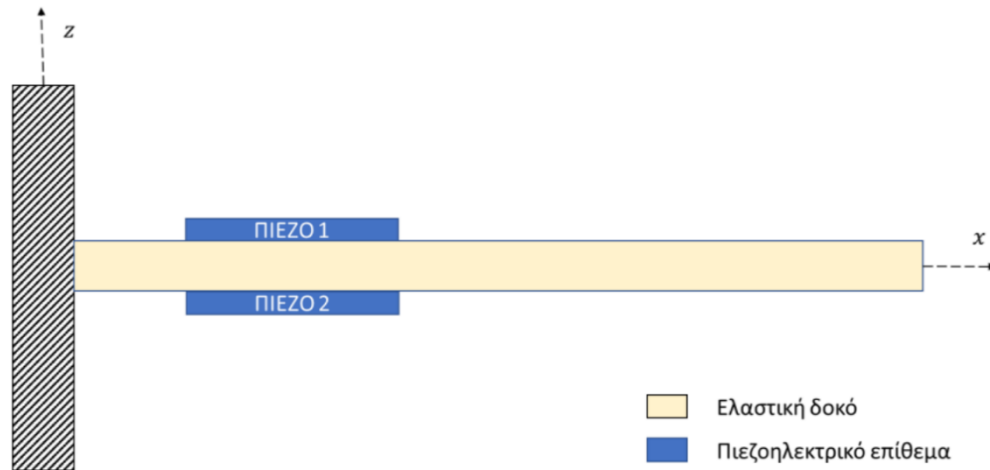
### 4.1 Εισαγωγή

Στο παρόν κεφάλαιο μοντελοποιείται και προσομοιώνεται το υπό μελέτη σύστημα στο περιβάλλον της MATLAB, το οποίο αποτελείται από μία ταλαντούμενη δοκό με προσκολλημένα δύο πιεζοηλεκτρικά επιθέματα, τα οποία είναι συνδεδεμένα με παραδιακλαδωμένο κύκλωμα συντονισμού R-L. Μετά την πραγματοποίηση υπολογιστικών πειραμάτων για τη δοκιμή των διαφορετικών μεθόδων ολοκλήρωσης, επιλέγεται η καταλληλότερη μέθοδος ολοκλήρωσης και χρησιμοποιείται για την αναπαράσταση ενός γραμμικού παραδιακλαδωμένου πιεζοηλεκτρικού συστήματος ασαφούς λογικής με την προσθήκη διακοπών. Έπειτα, γίνεται προσπάθεια ενεργού ελέγχου ενός μη γραμμικού παραδιακλαδωμένου συστήματος με διακόπτη. Παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της προσομοίωσης και κάποια από αυτά, συγκρίνονται με υπάρχουσες δημοσιεύσεις.

Ειδικότερα, προσομοιώνονται και συγκρίνονται τρεις διαφορετικές μέθοδοι ολοκλήρωσης, η μέθοδος Houbolt με δύο συναρτήσεις της MATLAB, την «lsim» για γραμμικά συστήματα και την «ode23tb» για γραμμικά και μη συστήματα. Αφού ελέγχεται η ορθή λειτουργία τους, επιλέγεται η μέθοδος της συνάρτησης «ode23tb» και χρησιμοποιείται για την προσομοίωση ενός ημι-παθητικού πιεζοηλεκτρικού συστήματος παραδιακλάδωσης με διακόπτες και ασαφή λογική. Κατόπιν, με τη χρήση της «ode23tb», γίνονται δοκιμές απόσβεσης της πρώτης φυσικής συχνότητας του συστήματος, σε μη γραμμικό, ενεργό σύστημα. Ο ενεργός έλεγχος και η μη γραμμικότητα έγκειται στην προσθήκη διακόπτη, ο οποίος ανοιγοκλείνει σε συγκεκριμένες χρονικές στιγμές, ανάλογα με τη θέση και την ταχύτητα της δοκού.

## 4.2 Προσομοίωση ταλαντούμενης δοκού με δύο πιεζοηλεκτρικά επιθέματα

Το υπό μελέτη σύστημα αποτελείται από μία δοκό πρόβολο αλουμινίου και δύο πιεζοηλεκτρικά υλικά τύπου PIC 151 . Σε αυτό συνδέεται παραδιακλαδωμένο κύκλωμα συντονισμού R-L.



**Εικόνα 4.1** Απεικόνιση δοκού με δύο πιεζοηλεκτρικά επιθέματα [17]

Αρχικά καθορίζονται οι διαστάσεις της δοκού και των πιεζοηλεκτρικών επιθεμάτων, καθώς και η θέση των πιεζοηλεκτρικών επιθεμάτων πάνω στη δοκό (πίνακας 4.1). [17]

Παράμετροι	Δοκός	PZT
Μήκος	170 mm	25 mm
Πλάτος	20 mm	20 mm
Πάχος	2 mm	0.5 mm
Θέση επιθέματος (συντεταγμένη x)	-	0.5 mm

**Πίνακας 4.1** Διαστάσεις, σχετική θέση δοκού και πιεζοηλεκτρικών

Έπειτα καθορίζονται οι ηλεκτρομηχανικές ιδιότητες του συστήματος (πίνακας 4.2), [17]

Παράμετροι	Δοκός	PZT
Πυκνότητα : $\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	2800	8500
Μέτρο Young : E (Gpa)	72e9	66.7e9
Λόγος Poisson	0.31	0.34
Πιεζοηλεκτρική σταθερά : $e_{31}$ (C/m <sup>2</sup> )	-	-14
Διαπερατότητα σε συνθήκες κενού : $\epsilon_0$ (F/m)	-	8.854e-12
Ηλεκτρική διαπερατότητα : $\xi_{33}$ (F/m)	-	2068* $\epsilon_0$
Συντελεστές διάτμησης : $G_{12} = G_{23} = G_{13}$	2.7481e+10	2.5458e+10

**Πίνακας 4.2** Αριθμητικές τιμές ηλεκτρομηχανικών ιδιοτήτων του συστήματος



Εφαρμόζεται η γενική διατύπωση πεπερασμένων στοιχείων για τη δοκό και τα δύο όμοια πιεζοηλεκτρικά επιθέματα. Η δοκός αποτελείται από 42 κόμβους, με 3 μηχανικούς βαθμούς ελευθερίας ο καθένας (αξονική, εγκάρσια και περιστροφική μετατόπιση). Άρα συνολικά 123 βαθμούς ελευθερίας και 2 ηλεκτρικούς βαθμούς ελευθερίας που αντιστοιχούν στα 2 πιεζοηλεκτρικά.

Αρχικοποιούνται οι πίνακες  $M_u$ ,  $K_u$ ,  $C_d$ ,  $K_o$ ,  $\theta_1$ ,  $\theta_2$  (βλ. κεφάλαιο 3, ενότητα 3.5) και η διέγερση του συστήματος, η οποία είναι μία ημιτονοειδής συνάρτηση της μορφής  $P = \sin(\omega_{oc}t)$ .

Υπολογίζονται οι φυσικές συχνότητες του συστήματος  $f_n$  από τον τύπο  $f_n = \frac{\sqrt{\lambda_n}}{2\pi}$ , αφού επιλύεται η χαρακτηριστική εξίσωση, και απεικονίζονται σε rad/s στον πίνακα 4.1:

$$[K - \lambda_n M]\phi = 0$$

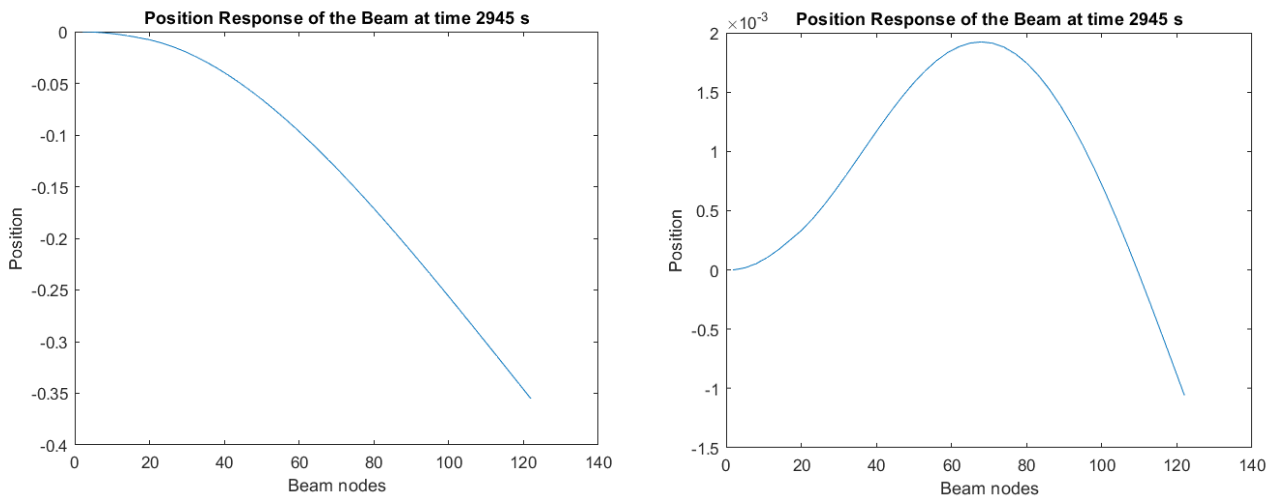
όπου :

$\lambda_n$  : οι ιδιοτιμές  
 $\phi$  : το ιδιοδιάνυσμα

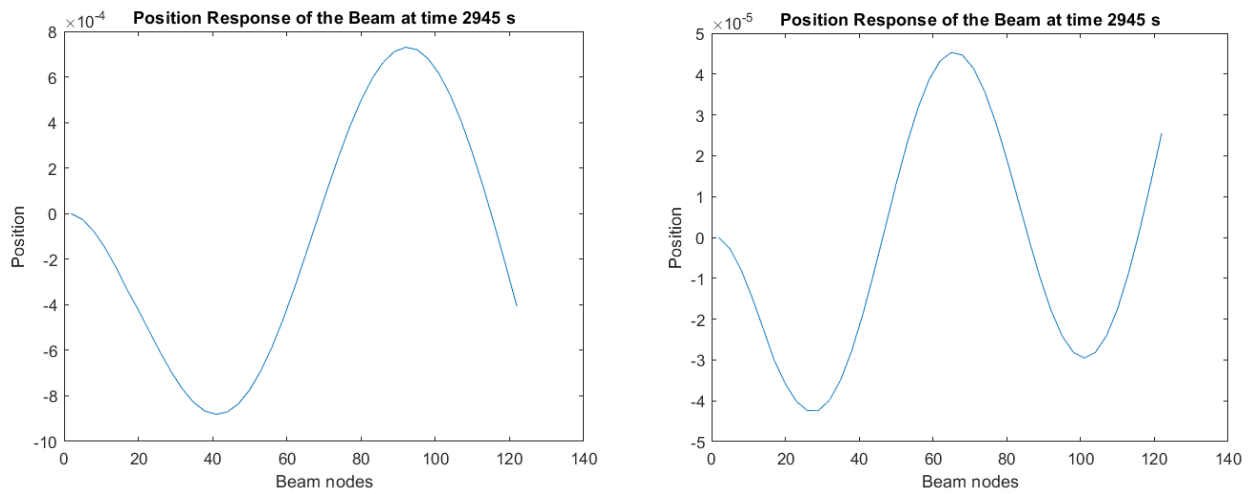
<i>Ιδιοσυχνότητες ανοιχτού κυκλώματος (rad/s)</i>	<i>Ιδιοσυχνότητες βραχυκυκλώματος (rad/s)</i>
$\omega_{oc1} = 310.512$	$\omega_{sc1} = 307.661$
$\omega_{oc2} = 2138.934$	$\omega_{sc2} = 2116.822$
$\omega_{oc3} = 6025.804$	$\omega_{sc3} = 5970.471$
$\omega_{oc4} = 11490.349$	$\omega_{sc4} = 11430.665$

**Πίνακας 4.1** Οι τέσσερις πρώτες ιδιοσυχνότητες του συστήματος ανοιχτού κυκλώματος (oc) και βραχυκυκλώματος (sc)

Παρακάτω φαίνονται οι τέσσερις πρώτες ιδιομορφές του συστήματος της δοκού με προσκολλημένα τα πιεζοηλεκτρικά στοιχεία (εικόνα 4.1 και 4.2).



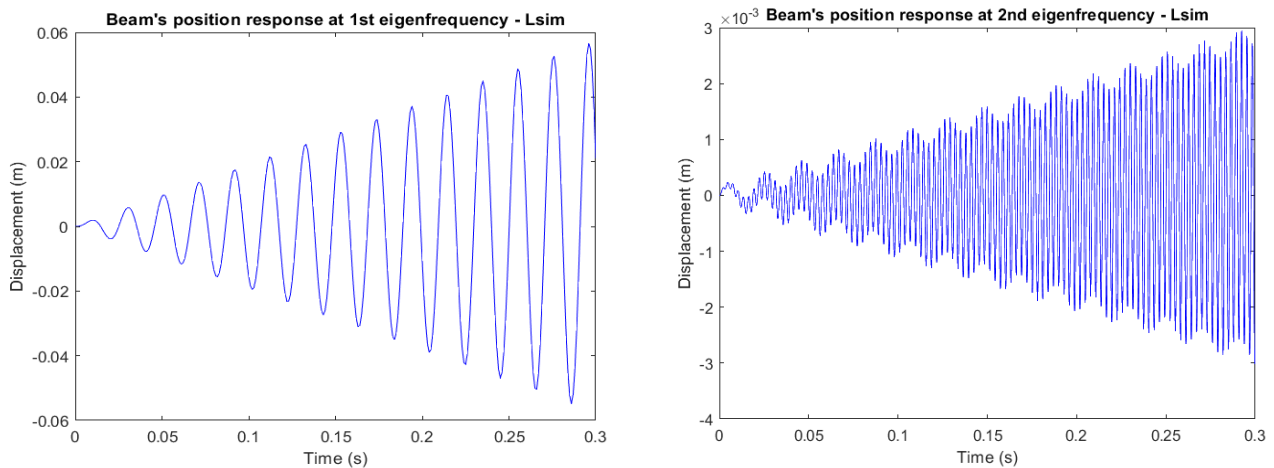
**Εικόνα 4.1** Αριστερά η 1<sup>η</sup> ιδιομορφή του συστήματος τη χρονική στιγμή 2.945 sec και δεξιά η 2<sup>η</sup>

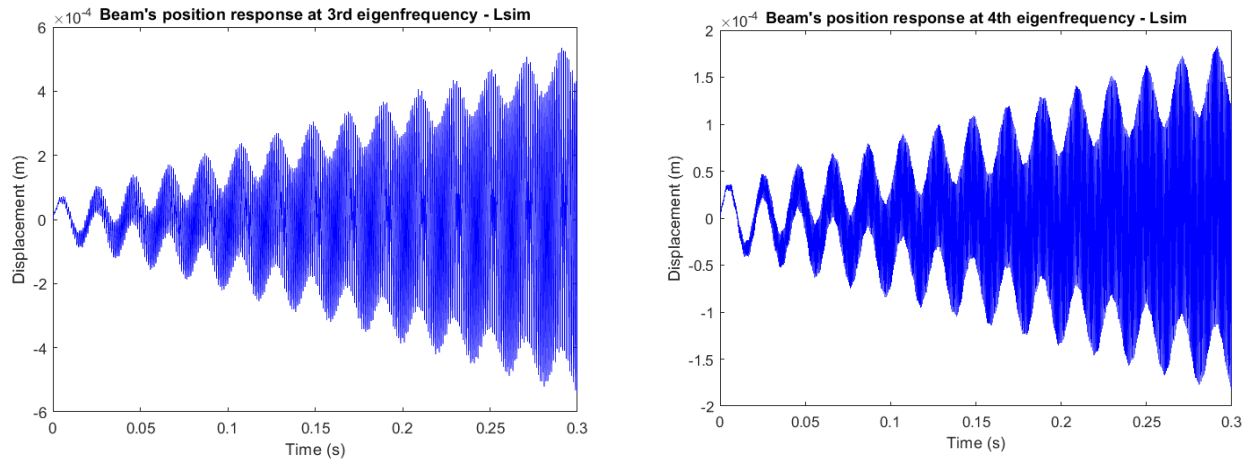


**Εικόνα 4.2** Αριστερά η 3<sup>η</sup> ιδιομορφή του συστήματος τη χρονική στιγμή 2.945 sec και δεξιά η 4<sup>η</sup>

#### 4.2.1 Δοκιμή και σύγκριση τριών μεθόδων ολοκλήρωσης του υπό μελέτη συστήματος

Οι πρώτες τέσσερις φυσικές συχνότητες του συστήματος σε κατάσταση ανοιχτού κυκλώματος, παρουσιάζονται παρακάτω στην εικόνα 4.3. Αφορούν τον κόμβο στην άκρη της δοκού. Γίνεται χρήση της μεθόδου ολοκλήρωσης της MATLAB «lsim». Το βήμα ολοκλήρωσης που χρησιμοποιήθηκε διαφέρει για κάθε ιδιοσυχνότητα, καθώς μεγαλύτερες συχνότητες απαιτούν μικρότερο βήμα για βέλτιστη αναπαράσταση. Για την πρώτη ιδιοσυχνότητα χρησιμοποιήθηκε βήμα ίσο με 0.001 sec, για τη δεύτερη και την τρίτη 0.0001 sec και για την τέταρτη 0.00001 sec.





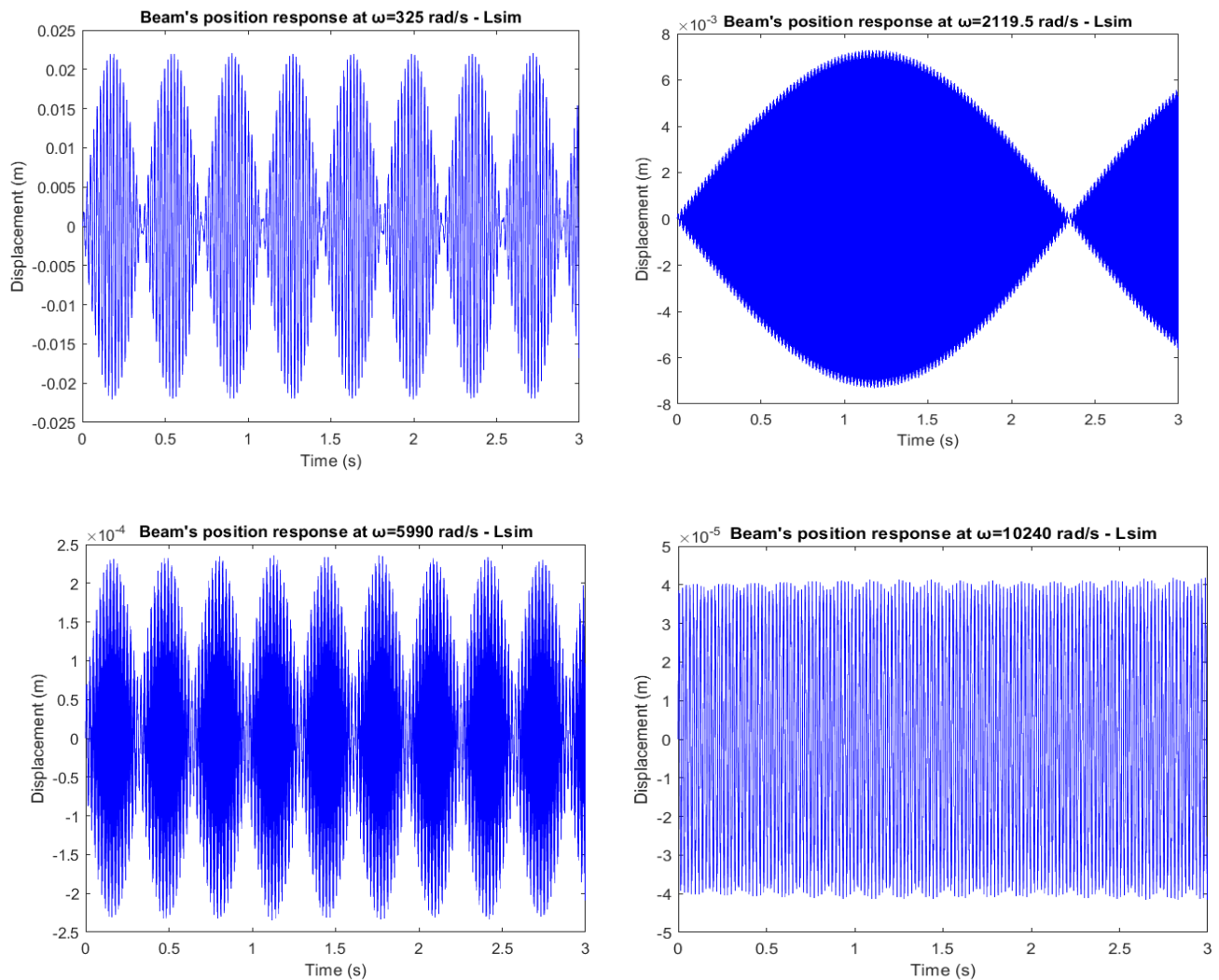
**Εικόνα 4.3** Προσομοίωση των πρώτων τεσσάρων φυσικών συχνοτήτων της δοκού με τη συνάρτηση της MATLAB “lsim”

Παρατηρείται το άκρο της δοκού να ταλαντώνεται με αύξοντα ρυθμό, αφού όταν η συχνότητα της δύναμης διέγερσης του συστήματος ταυτίζεται με τις φυσικές του συχνότητες, το πλάτος μεγιστοποιείται. Όσο μεγαλύτερη είναι η συχνότητα της δύναμης διέγερσης, τόσο περισσότερες είναι οι ταλαντώσεις στο χρόνο. Οι πειραματικές τιμές των τεσσάρων πρώτων ιδιοσυχνοτήτων της δοκού φαίνονται παρακάτω (πίνακας 4.2) και έχουν μικρή απόκλιση από τις θεωρητικές τιμές. Αυτό είναι κάτι αναμενόμενο, διότι λόγω της διακριτοποίησης του χρόνου προσομοίωσης, υπάρχουν αποκλίσεις στους υπολογισμούς καθώς και λόγω του μοντέλου προσομοίωσης που δεν είναι πλήρως ακριβές.

<b>Θεωρητικές ιδιοσυχνότητες (rad/s)</b>	<b>Πειραματικές ιδιοσυχνότητες “lsim” (rad/s)</b>
$\omega_{oc1} = 310.512$	$\omega_{oc1} = 307.6$
$\omega_{oc2} = 2138.934$	$\omega_{oc2} = 2116.8$
$\omega_{oc3} = 6025.804$	$\omega_{oc3} = 5970.5$
$\omega_{oc4} = 11490.349$	$\omega_{oc4} = 11430.5$

**Πίνακας 4.2** Οι πειραματικές τιμές με τη συνάρτηση “lsim” και οι θεωρητικές των τεσσάρων πρώτων ιδιοσυχνοτήτων του συστήματος ανοιχτού κυκλώματος (oc)

Παρακάτω, στην εικόνα 4.3, προσομοιώνεται η ταλάντωση της δοκού σε τυχαίες συχνότητες με τη χρήση της συνάρτησης “lsim”, όπου η ταλάντωση ακολουθεί περιοδική κίνηση, σε αντίθεση με την ταλάντωσή της στις φυσικές της συχνότητες, όπου το πλάτος συνεχώς αυξάνεται.

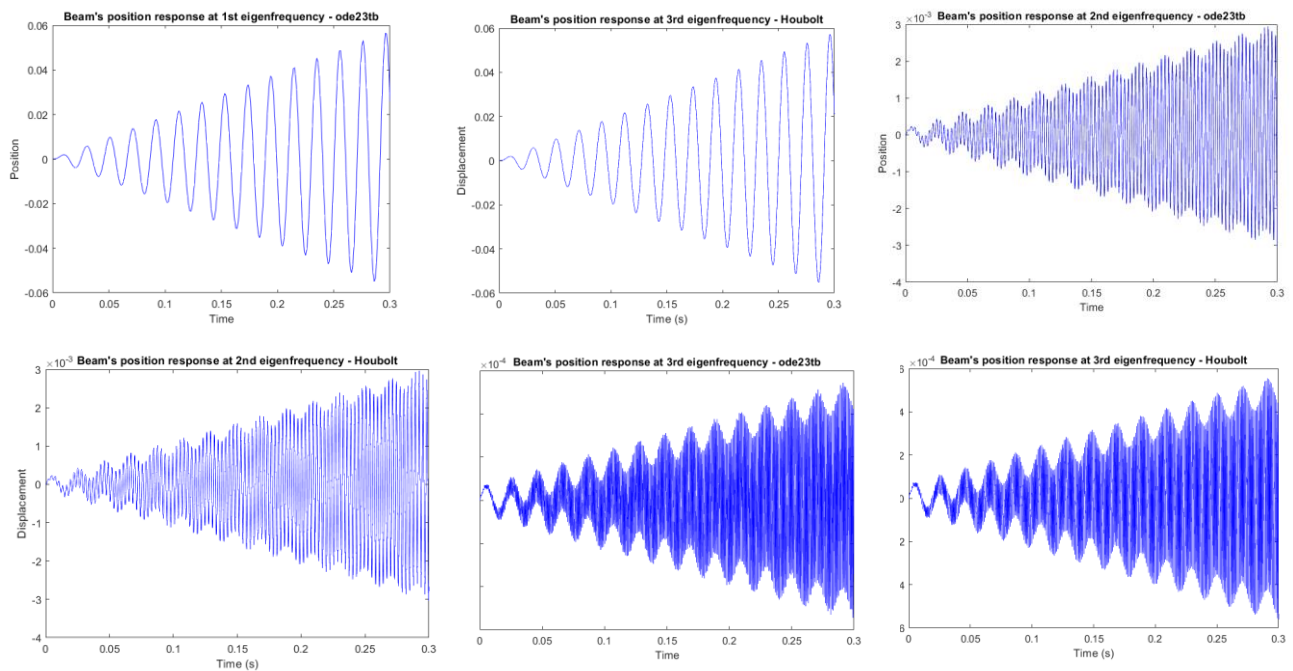


**Εικόνα 4.3** Προσομοίωση της ταλάντωσης της δοκού σε τέσσερις τυχαίες συχνότητες με τη συνάρτηση της MATLAB “lsim”

Έπειτα έγινε χρήση της μεθόδου ολοκλήρωσης της MATLAB “ode23tb” καθώς και της μεθόδου ολοκλήρωσης Houbolt για την αναπαράσταση του υπό μελέτη συστήματος. Παρακάτω παρουσιάζονται τα αποτελέσματα όπως φαίνονται στον πίνακα 4.3 και στην εικόνα 4.4.

Πειραματικές ιδιοσυχνότητες «ode23tb» (rad/s)	Πειραματικές ιδιοσυχνότητες “Houbolt” (rad/s)	Θεωρητικές ιδιοσυχνότητες (rad/s)
$\omega_{oc1} = 307.3$	$\omega_{oc1} = 307.6$	$\omega_{oc1} = 310.512$
$\omega_{oc2} = 2115.1$	$\omega_{oc2} = 2116.8$	$\omega_{oc2} = 2138.934$
$\omega_{oc3} = 5965.2$	$\omega_{oc3} = 5969$	$\omega_{oc3} = 6025.804$
$\omega_{oc4} = 11419$	-	$\omega_{oc4} = 11490.349$

**Πίνακας 4.3** Οι πειραματικές τιμές των τεσσάρων πρώτων ιδιοσυχνοτήτων του συστήματος ανοιχτού κυκλώματος με χρήση της συνάρτησης “ode23tb” και της μεθόδου «Houbolt», σε σύγκριση με τις θεωρητικές



**Εικόνα 4.4** Σύγκριση της μεθόδου ολοκλήρωσης Houbolt και της μεθόδου ολοκλήρωσης της MATLAB “ode23tb”

Αφού έγινε η προσομοίωση των τριών μεθόδων ολοκλήρωσης, όπως παρουσιάστηκε προηγουμένως, παρατηρείται πως αποτυπώνουν σχεδόν τα ίδια αποτελέσματα για τις πρώτες τρεις φυσικές συχνότητες της δοκού, με μικρές αποκλίσεις στο πλάτος ταλάντωσης και στην τιμή της φυσικής συχνότητας ταλάντωσης της δοκού. Τα αποτελέσματα είναι αποδεκτά λόγω των διαφορετικών μεθόδων ολοκλήρωσης, δηλαδή των διαφορετικών αλγορίθμων και προσεγγίσεων κάθε μεθόδου.

Για την τέταρτη φυσική συχνότητα της δοκού, με τη μέθοδο Houbolt εμφανίστηκε σφάλμα “εκτός μνήμης” (βλ. πίνακα 4.3), το οποίο οφείλεται στο μεγάλο μέγεθος των πινάκων και των διανυσμάτων που απαιτείται σε κάθε βήμα ολοκλήρωσης, σε συνδυασμό με την ανάγκη χρήσης μικρότερου βήματος ολοκλήρωσης ώστε να παράγει το ίδιο αξιόπιστα αποτελέσματα με τις άλλες δύο μεθόδους. Για το λόγο αυτό απορρίφθηκε, ενώ είναι μία μέθοδος που προβλέπει το επόμενο βήμα ολοκλήρωσης και χρησιμοποιείται σε προβλήματα δομικής δυναμικής, καθώς παρέχει σταθερότητα σε βαριά συστήματα.

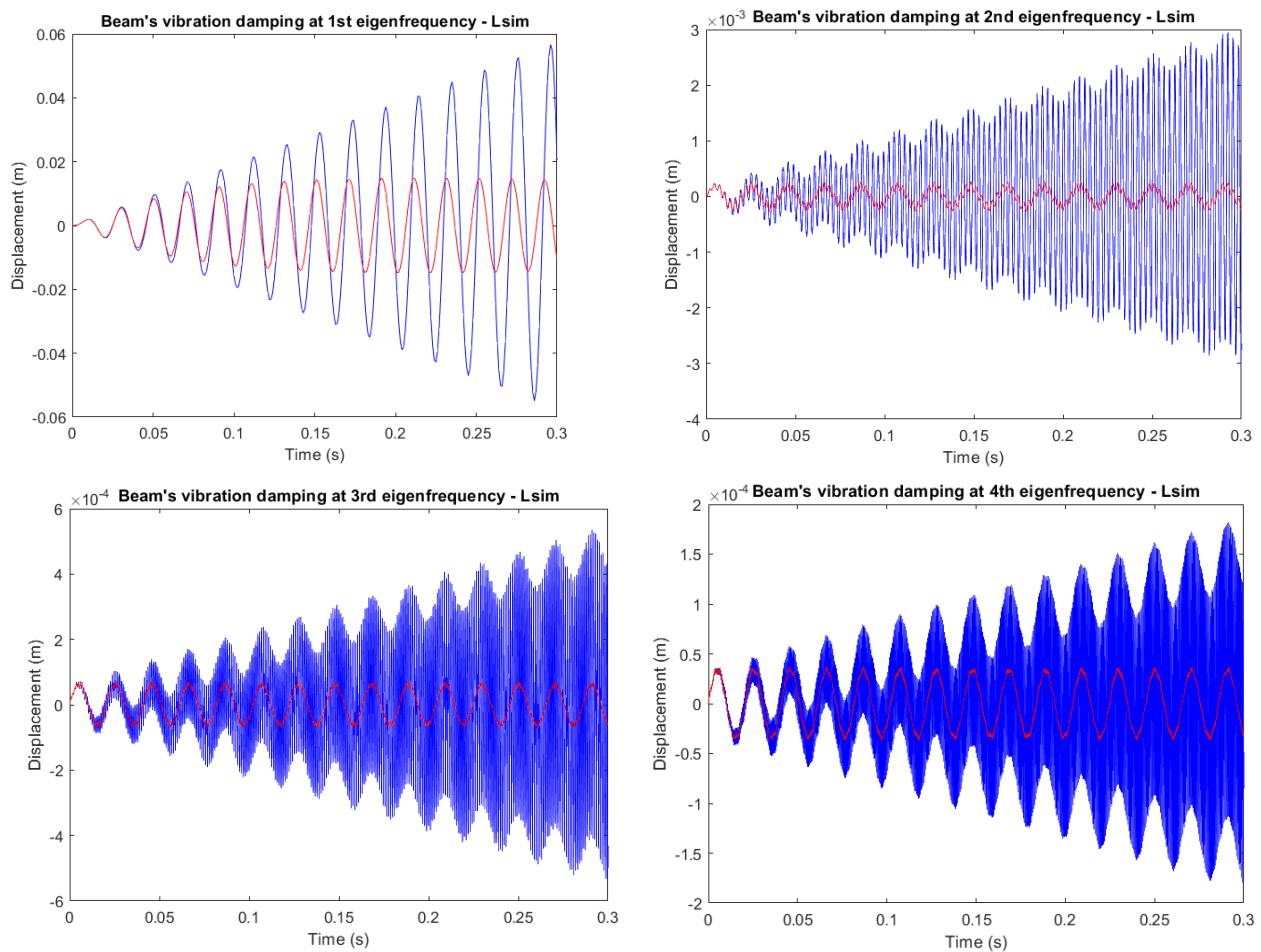
Η συνάρτηση ολοκλήρωσης της MATLAB «ode23tb» είναι αξιόπιστη και μπορεί να χρησιμοποιηθεί και σε μη γραμμικά συστήματα, παρότι είναι πιο αργή από την «lsim», ακόμη και για πιο απλά γραμμικά συστήματα. Επίσης, είναι ικανή να αναγνωρίζει απότομες αλλαγές σε βαριά συστήματα, καθώς χρησιμοποιεί μια παραλλαγή της μεθόδου Runge-Kutta (TR-BDF2), ειδικά σχεδιασμένη για τη λύση άκαμπτων (stiff) συστημάτων διαφορικών εξισώσεων. [24]

Η συνάρτηση ολοκλήρωσης της MATLAB «lsim» είναι πολύ αξιόπιστη και γρήγορη, όμως δε μπορεί να υποστηρίξει μη γραμμικά συστήματα. [25]

## 4.3 Μελέτη γραμμικού παραδιακλαδωμένου πιεζοηλεκτρικού συστήματος

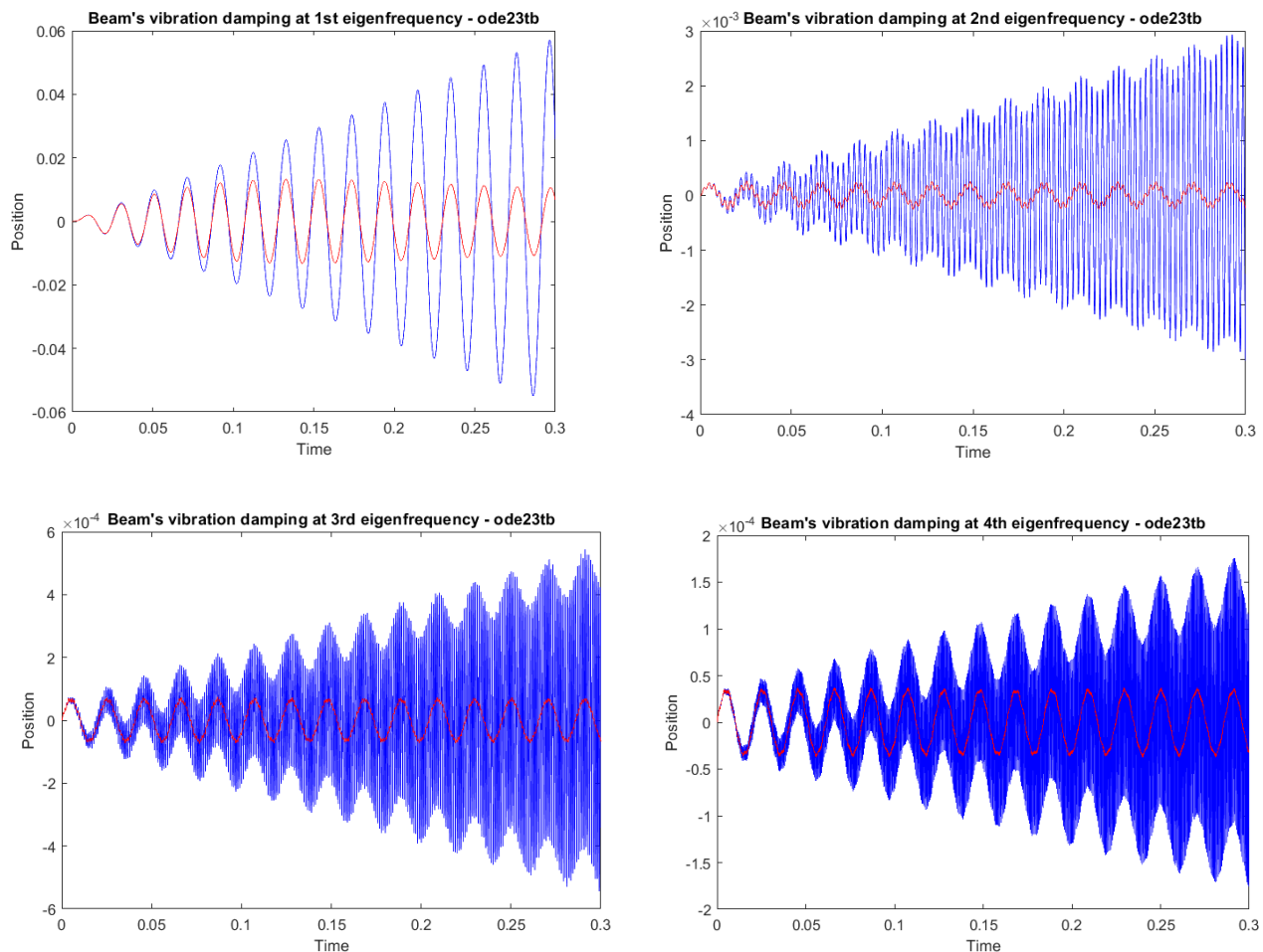
### 4.3.1 Απόσβεση ταλαντώσεων με παραδιακλαδωμένο RL κύκλωμα συντονισμού

Παρακάτω (εικόνα 4.5) φαίνεται η απόσβεση της ταλάντωσης του συστήματος για τις τέσσερις πρώτες φυσικές συχνότητες της δοκού με χρήση της συνάρτησης «lsim». Όπως αναφέρθηκε στο κεφάλαιο 3, το RL κύκλωμα συντονισμού έχει ιδιοσυχνότητα ίδια με τη φυσική συχνότητα του συστήματος και συντονίζεται με την ταλάντωση της δοκού. Εκμεταλλεύεται έτσι την αύξουσα παραγόμενη ενέργεια λόγω της μεγιστοποίησης του πλάτους της δοκού, ένα μέρος της οποίας μετατρέπεται σε ηλεκτρική ενέργεια και καταναλώνεται από τα στοιχεία του κυκλώματος και ένα άλλο μέρος της, επιστρέφει σαν αντίθετη κινητική ενέργεια, μέσω των πιεζοηλεκτρικών, πίσω στη δοκό. Η συνολική αυτή λειτουργία οδηγεί σε ικανοποιητική μείωση της ταλάντωσης του συστήματος.



**Εικόνα 4.5** Απόσβεση της ταλάντωσης του συστήματος για τις τέσσερις πρώτες ιδιοσυχνότητες με τη μέθοδο ολοκλήρωσης της συνάρτησης «lsim» (αποτυπώνεται ο κόμβος στην άκρη της δοκού)

Παρακάτω (εικόνα 4.6) φαίνεται η απόσβεση του ίδιου συστήματος με χρήση της συνάρτησης «ode23tb».



**Εικόνα 4.6** Απόσβεση της ταλάντωσης του συστήματος για τις τέσσερις πρώτες ιδιοσυχνότητες με τη μέθοδο ολοκλήρωσης της συνάρτησης «ode23tb» (αποτυπώνεται ο κόμβος στην άκρη της δοκού)

Τα R και L που χρησιμοποιούνται για το συντονισμό του κάθε κυκλώματος με την αντίστοιχη ιδιοσυχνότητα, κοινά για όλες τις μεθόδους ολοκλήρωσης, υπολογίζονται με βάση τις θεωρητικές τιμές και φαίνονται στον παρακάτω πίνακα 4.4.

<b>R (<math>\Omega</math>)</b>	<b>L (H)</b>
$R_1 = 58786.35$	$L_1 = 1132.87$
$R_2 = 9063.72$	$L_2 = 23.875$
$R_3 = 3029.53$	$L_3 = 3.008$
$R_4 = 1191.31$	$L_4 = 0.8273$

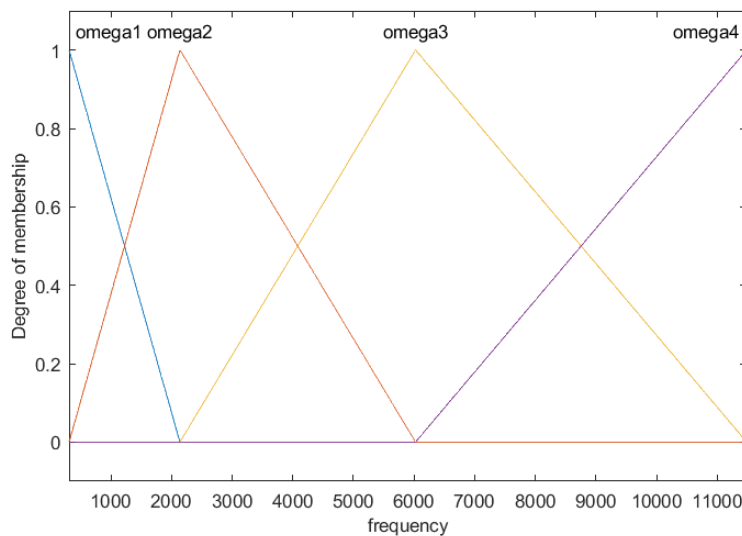
**Πίνακας 4.4** R, L για τον συντονισμό των παραδιακλαδωμένων κυκλωμάτων με τις ιδιοσυχνότητες της δοκού

Γίνεται αντιληπτό ότι η «ode23tb» λειτουργεί εξίσου ικανοποιητικά με την «lsim» και συνεπώς μπορεί να χρησιμοποιηθεί για πιο σύνθετες προσομοιώσεις.

### 4.3.2 Απόσβεση ταλαντώσεων με παραδιακλαδωμένα κυκλώματα συντονισμού RL και με διακόπτες Ασαφούς λογικής

Στην παρούσα ενότητα αναπτύσσεται μια μέθοδος ελέγχου δονήσεων της δοκού με χρήση ημι-ενεργού συστήματος, στο οποίο τα πιεζοηλεκτρικά στοιχεία είναι συνδεδεμένα ταυτόχρονα, με τέσσερα κυκλώματα συντονισμού RL. Το κάθε κύκλωμα είναι συντονισμένο σε μία από τις τέσσερις πρώτες ιδιοσυχνότητες της δοκού και με χρήση συστήματος ασαφούς ελέγχου, ενεργοποιείται το κατάλληλο κύκλωμα παραδιακλάδωσης ανάλογα με τη συχνότητα διέγερσης, παρέχοντας την απαραίτητη προσαρμοστικότητα στο σύστημα. Η απόφαση του ασαφούς ελεγκτή έγκειται στο πόσο κοντά βρίσκεται η τυχαία συχνότητα διέγερσης, σε κάποια ιδιοσυχνότητα της δοκού, ώστε να ενεργοποιήσει το πιο κατάλληλα συντονισμένο κύκλωμα παραδιακλάδωσης.

Οι συναρτήσεις συμμετοχής της εισόδου, όπως προέκυψαν από τη διαδικασία εκπαίδευσης του αλγορίθμου φαίνονται παρακάτω (εικόνα 4.7). Η έξοδος του συγκεκριμένου ελεγκτή αποασαφοποιήθηκε και συνεπώς είναι σταθερή τιμή, αντί για ποσοστό, δηλαδή αντί για νέες συναρτήσεις συμμετοχής εξόδου.



Εικόνα 4.7 Συναρτήσεις συμμετοχής της εισόδου

Για τη δημιουργία των συναρτήσεων συμμετοχής της εισόδου χρησιμοποιείται τριγωνική συνάρτηση συμμετοχής. Άρα στις κορυφές αποτυπώνεται η 100% συμμετοχή της συγκεκριμένης συνάρτησης συμμετοχής στον υπολογισμό του αποτελέσματος-απόφασης. Στην προκειμένη περίπτωση, αποτυπώνεται η συμμετοχή της αντίστοιχης συχνότητας  $\omega$ , όπου στις κορυφές βρίσκονται οι τέσσερις πρώτες ιδιοσυχνότητες της δοκού. Στα χωρία που εμπλέκονται δύο συναρτήσεις συμμετοχής, η απόφαση είναι το ποσοστό συνδυασμού των δύο συναρτήσεων, ανάλογα με τη συμμετοχή της κάθε συνάρτησης στο αποτέλεσμα-απόφαση.

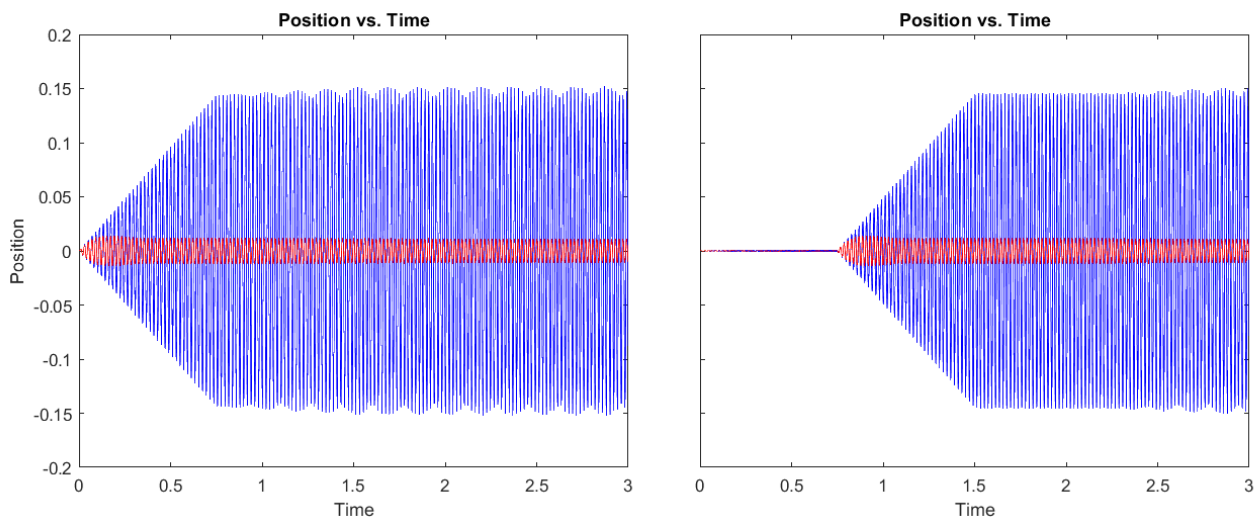
Οι κανόνες που χρησιμοποιούνται από το σύστημα ασαφούς συμπερασμού (FIS) είναι της μορφής :

```
rules = [...  
    "If frequency is omega1 then circuit is 1"; ...  
    "If frequency is omega2 then circuit is 2"; ...  
    "If frequency is omega3 then circuit is 3"; ...  
    "If frequency is omega4 then circuit is 4"; ...  
];
```



Στις επόμενες προσομοιώσεις, ο χρόνος προσομοίωσης, που ισούται με 3 δευτερόλεπτα, έχει χωριστεί σε 4 ίσα χωρία,  $Z1 = [0, 0.75]$ ,  $Z2 = [0.75, 1.5]$ ,  $Z3 = [1.5, 2.25]$ ,  $Z4 = [2.25, 3]$ . Σε κάθε χωρίο, η συχνότητα διέγερσης της δοκού διαφέρει. Τη χρονική στιγμή μετακίνησης από το ένα χωρίο στο άλλο, επιλέγεται μία συχνότητα διέγερσης εύρους 0 έως 11490.349 rad/s, όπου  $\omega = 11490.349$  rad/s είναι η μέγιστη επιτρεπόμενη συχνότητα που επιλέχθηκε και ταυτίζεται με την συχνότητα συντονισμού του RL κυκλώματος για την 4<sup>η</sup> ιδιοσυχνότητα της δοκού. [23]

Στα πρώτα πειράματα, οι συχνότητες διέγερσης που επιλέγονται ταυτίζονται με τις τέσσερις πρώτες ιδιοσυχνότητες της δοκού (εικόνα 4.8). Έπειτα, οι συχνότητες διέγερσης επιλέγονται τυχαία, μέσα από το προαναφερθέν εύρος (εικόνα 4.9 και πίνακας 4.5). Με μπλέ χρώμα στις παρακάτω εικόνες φαίνεται η ταλάντωση της δοκού χωρίς το παραδιακλαδωμένο κύκλωμα και με κόκκινο η απόσβεση της ταλάντωσης με την ενεργοποίηση, κάθε φορά, του αντίστοιχου κυκλώματος παραδιακλάδωσης σε κάθε χωρίο χρόνου.

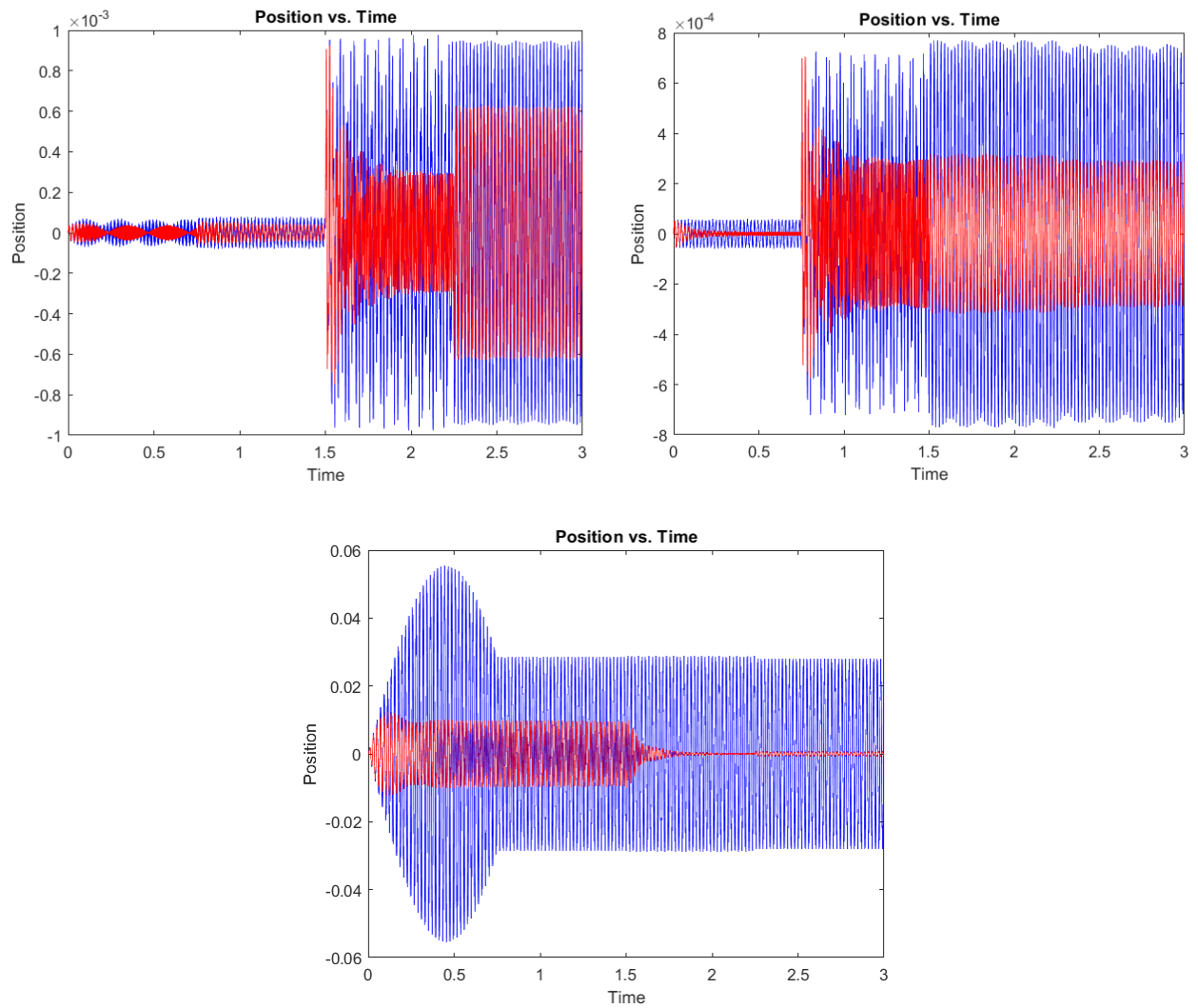


**Εικόνα 4.8** Απόσβεση ταλάντωσης με ασαφή έλεγχο στα τέσσερα χωρία χρόνου με ιδιοσυχνότητες  $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4$  αντίστοιχα (Αριστερά) και  $\omega_4, \omega_1, \omega_3, \omega_2$  (Δεξιά)

Τυχαία περίπτωση Α		Τυχαία περίπτωση Β	
Είσοδος : τυχαία συχνότητα (rad/s)	Έξοδος : Ενεργοποιημένο κύκλωμα παραδιακλάδωσης	Είσοδος : τυχαία συχνότητα (rad/s)	Έξοδος : Ενεργοποιημένο κύκλωμα παραδιακλάδωσης
$\omega_{rand1} = 11453.43$	4	$\omega_{rand1} = 7600$	3
$\omega_{rand2} = 7646.24$	3	$\omega_{rand2} = 704.88$	1
$\omega_{rand3} = 703.54$	1	$\omega_{rand3} = 9750$	4
$\omega_{rand4} = 10002.39$	4	$\omega_{rand4} = 10700$	4

Τυχαία περίπτωση Γ	
Είσοδος : τυχαία συχνότητα (rad/s)	Έξοδος : Ενεργοποιημένο κύκλωμα παραδιακλάδωσης
$\omega_{\text{rand1}} = 300.43$	1
$\omega_{\text{rand2}} = 6543.24$	3
$\omega_{\text{rand3}} = 802.74$	1
$\omega_{\text{rand4}} = 3454.45$	2

**Πίνακας 4.5** Τυχαίες τιμές συχνοτήτων εισόδου και το αντίστοιχο κύκλωμα παραδιακλάδωσης που ενεργοποιείται



**Εικόνα 4.9** (Πάνω αριστερά) Τυχαία περίπτωση A, (Πάνω δεξιά) Τυχαία περίπτωση B, (Κάτω) Τυχαία περίπτωση Γ

Με βάση την έρευνα του Γ. Ταϊρίδη (2019) [23] έγινε η παραπάνω ανάλυση, η οποία χρησιμοποιεί τη μέθοδο ολοκλήρωσης «ode23tb» αντί της «Houbolt». Με χρήση της μεθόδου «Houbolt» οι μεταβάσεις από τη μία συχνότητα στην επόμενη θα ήταν λίγο πιο ακριβείς, καθώς αυτή η μέθοδος προβλέπει τις τιμές για το επόμενο χρονικό βήμα ολοκλήρωσης και είναι ικανή να ανιχνεύσει άμεσα οποιαδήποτε αλλαγή, εφόσον το βήμα ολοκλήρωσης είναι κατάλληλα ρυθμισμένο. Για το συγκεκριμένο εύρος συχνοτήτων 0 έως 11484.23 rad/s, το βήμα ολοκλήρωσης πρέπει να είναι μικρότερο από 0.00001 sec. Η «ode23tb» στην παρούσα ανάλυση είναι ικανή να προσομοιώσει το σύστημα σε τέτοιο μικρό βήμα ολοκλήρωσης και άρα να αποτυπώσει όλο το εύρος των συχνοτήτων με ευκρίνεια. Για τις τυχαίες συχνότητες που βρίσκονται πολύ κοντά σε κάποια ιδιοσυχνότητα της δοκού, παρατηρείται ότι αποσβένονται καλύτερα, αφού το αντίστοιχο κύκλωμα που ενεργοποιείται, είναι ρυθμισμένο να αποσβένει ιδιοσυχνότητα κοντινή τους.

#### 4.4 Μελέτη μη γραμμικού παραδιακλαδωμένου πιεζοηλεκτρικού συστήματος

Στην παρούσα ενότητα γίνεται προσπάθεια ενεργού ελέγχου του συστήματος. Ο ενεργός έλεγχος έγκειται στην δυναμική αλλαγή των παραμέτρων του συστήματος, όπου στην παρούσα εργασία υλοποιείται με τη μορφή διακοπών. Είναι κρίσιμης σημασίας να υπάρχει η δυνατότητα ελέγχου ενός συστήματος σε πραγματικό χρόνο, καθώς ένα ρεαλιστικό σύστημα επηρεάζεται από πολλούς παράγοντες και συνεπώς μπορεί να μην έχει την επιθυμητή συμπεριφορά κατά τη λειτουργία του.

Στην προκειμένη περίπτωση, με τη χρήση διακοπών, δηλαδή με τη μείωση του χρόνου λειτουργίας του παραδιακλαδωμένου κυκλώματος, διερευνάται αν το σύστημα μπορεί να έχει την ίδια απόδοση στην απόσβεση ταλαντώσεων, όπως με ένα παθητικό κύκλωμα παραδιακλάδωσης RL. Είναι σημαντικό να βρεθούν τρόποι απόσβεσης, οι οποίοι να χρησιμοποιούν όσο το δυνατόν λιγότερους πόρους και να μπορούν προσαρμοστούν στις αλλαγές με την πάροδο του χρόνου.

##### 4.4.1 Ενεργοποίηση - απενεργοποίηση διακόπτη με βάση τη θέση και την ταχύτητα της δοκού

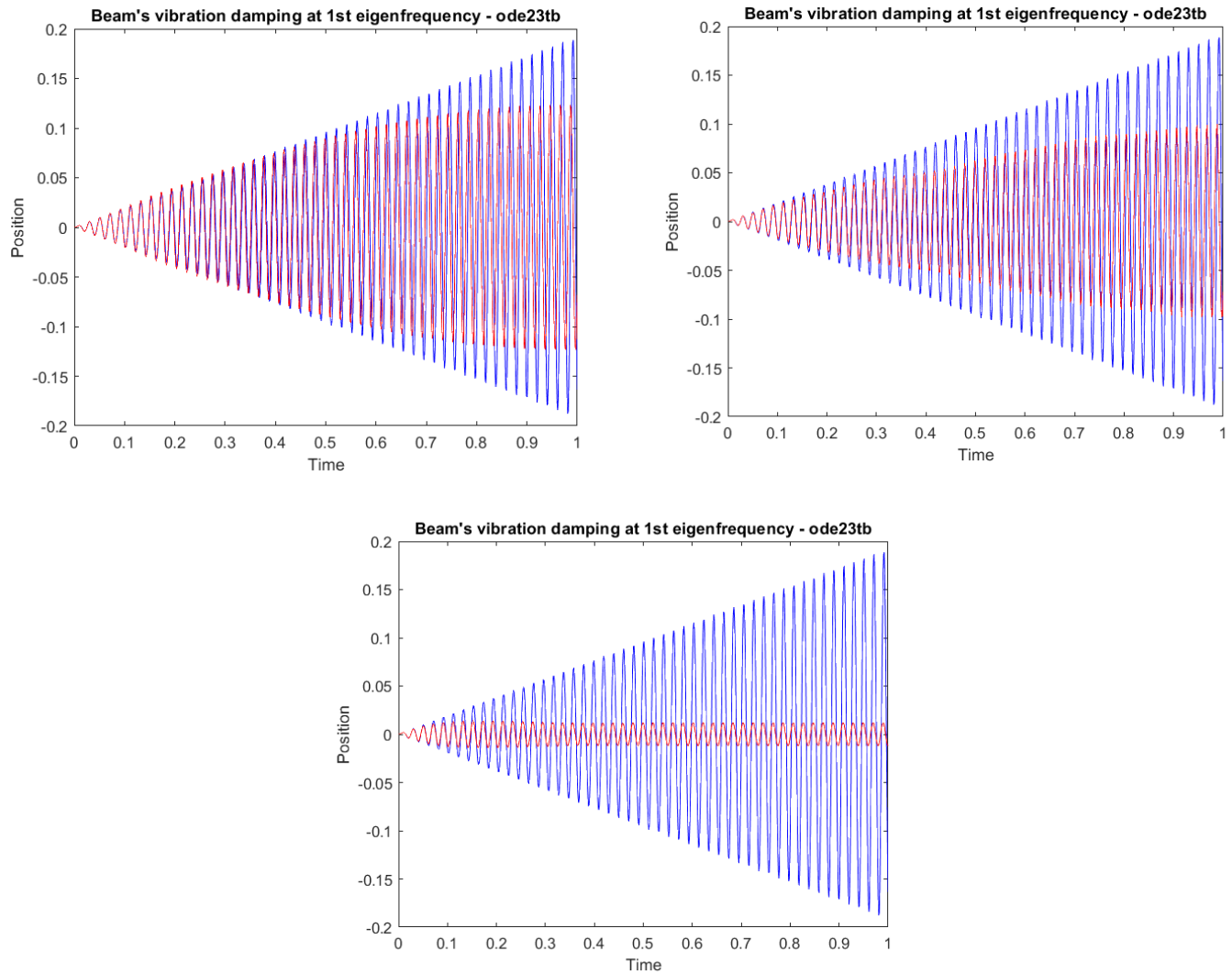
Με χρήση της «ode23tb» σε κάθε βήμα ολοκλήρωσης γίνεται έλεγχος πρόσημου της θέσης του κόμβου στην άκρη της δοκού και της ταχύτητας του ίδιου κόμβου (z άξονας). Όταν η δοκός βρίσκεται στη μέγιστη μετατόπισή της, δηλαδή όταν η θέση και η ταχύτητα έχουν αντίθετα πρόσημα, τότε ενεργοποιείται το κύκλωμα παραδιακλάδωσης, ενώ απενεργοποιείται όταν έχουν το ίδιο πρόσημο. Η φυσική συχνότητα η οποία μελετάται είναι η πρώτη  $\omega_{oc1} = 307.3$  rad/s. Αφού το κύκλωμα είναι μη γραμμικό, δε μπορούν να υπολογιστούν τα R, L με γραμμικές μεθόδους. Οι επόμενες προσομοιώσεις διεξάγονται με τη χρήση πειραματικών R, L, οι τιμές των οποίων φαίνονται παρακάτω (πίνακας 4.6).

Πειραματικές τιμές R και L	
R = 23661.5 Ω	L = 578.66 H

**Πίνακας 4.6** Πειραματικές τιμές R,L μη γραμμικού συστήματος για την πρώτη ιδιοσυχνότητα της δοκού

Διεξάγονται δύο πειράματα : Στο πρώτο πείραμα η ενεργοποίηση του κυκλώματος συμβαίνει όταν η ταχύτητα και η θέση του κόμβου στην άκρη της δοκού έχουν αντίθετα πρόσημα, ενώ στο δεύτερο όταν έχουν τα ίδια πρόσημα. Στην επόμενη εικόνα (εικόνα 4.10) φαίνονται τα αποτελέσματα από τα δύο πειράματα και συγκρίνονται με το παθητικό R,L κύκλωμα.

Παρατηρείται ότι το δεύτερο πείραμα, κατά το οποίο το κύκλωμα ενεργοποιείται όταν η ταχύτητα και η θέση έχουν το ίδιο πρόσημο, αποσβένει καλύτερα συγκριτικά με το πρώτο πείραμα. Κανένα όμως από τα δύο δεν ξεπερνάει την αποδοτικότητα του παθητικού κυκλώματος παραδιακλάδωσης R,L. Με τη χρήση καλύτερα συντονισμένων R,L, ίσως τα αποτελέσματα να βελτιωθούν. Για να ξεπεραστεί σε απόδοση το παθητικό παραδιακλαδωμένο κύκλωμα R,L, εκτιμάται ότι θα πρέπει να αλλάξουν τα στοιχεία του κυκλώματος και οι χρονικότητες ανοίγματος και κλεισίματος των διακοπών. [26]



**Εικόνα 4.10** Απόσβεση της πρώτης ιδιοσυχνότητας με παραδιακλαδωμένο διακοπτόμενο κύκλωμα, με τη θέση και την ταχύτητα της άκρης της δοκού να έχουν αντίθετα πρόσημα (πάνω αριστερά), ίδια πρόσημα (πάνω δεξιά) και (κάτω) σύγκριση το παθητικό παραδιακλαδωμένο κύκλωμα

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

### ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ ΓΙΑ ΜΕΛΛΟΝΤΙΚΗ ΕΡΕΥΝΑ

Η παρούσα διπλωματική εργασία επικεντρώνεται στη χρήση πιεζοηλεκτρικών στοιχείων και κυκλωμάτων παραδιακλάδωσης για τη διερεύνηση μεθόδων, ενεργού και μη, ελέγχου ταλαντώσεων. Η έρευνα που πραγματοποιείται επιβεβαιώνει την ιδιαίτερη συμβολή των παραδιακλαδωμένων κυκλωμάτων, καθώς και της χρήσης των διακοπών, στην απόσβεση ταλαντώσεων. Συμβάλει, επίσης, στη διερεύνηση αποδοτικότερων μεθόδων απόσβεσης ταλαντώσεων, πέραν των παθητικών μεθόδων απόσβεσης.

Οι πειραματικές μελέτες δείχνουν ότι με τη χρήση παραδιακλαδωμένων κυκλωμάτων συντονισμού RL μπορεί να μειωθεί σημαντικά η ταλάντωση ενός συστήματος, ενώ με την προσθήκη διακοπών στο προαναφερθέν κύκλωμα, δε διαπιστώνεται μεγαλύτερη απόσβεση. Επιπλέον, επιβεβαιώνεται ότι η ακρίβεια στη ρύθμιση των παραμέτρων του παραδιακλαδωμένου κυκλώματος συντονισμού, δηλαδή οι τιμές της αντίστασης και του πηνίου, είναι κρίσιμη για τη βελτιστοποίηση των αποτελεσμάτων ή ακόμη και την ικανοποιητική απόκριση του συστήματος.

Η χρήση διακοπών με ασαφή λογική προσφέρει έναν αποδοτικότερο έλεγχο των ταλαντώσεων, επιτρέποντας την προσαρμογή των κυκλωμάτων στις μεταβαλλόμενες συνθήκες λειτουργίας του συστήματος. Ειδικότερα, η δυνατότητα ενεργοποίησης του καταλληλότερου παραδιακλαδωμένου κυκλώματος, ανάλογα την συχνότητα διέγερσης, προσφέρει μεγαλύτερη ακρίβεια στην απόσβεση των ταλαντώσεων.

#### Προτάσεις για μελλοντική έρευνα

Για την περαιτέρω ανάπτυξη της παρούσας έρευνας, μπορούν να εξεταστούν ποικίλες προτάσεις. Αρκετά σημαντική θα ήταν η διερεύνηση μη γραμμικών προσεγγίσεων για την εύρεση των βέλτιστων τιμών της αντίστασης και του πηνίου στο υπό μελέτη παραδιακλαδωμένο διακοπτόμενο κύκλωμα. Επιπλέον, θα ήταν χρήσιμη η διερεύνηση της συμπεριφοράς του συστήματος με πολυπλοκότερα παραδιακλαδωμένα κυκλώματα και διαφορετικές μεθόδους λειτουργίας των διακοπών, όπως για παράδειγμα η τεχνική “Synchronized Switch Damping on an Inductor” (SSDI), κατά την οποία το παραδιακλαδωμένο κύκλωμα δεν συντονίζεται με τις φυσικές συχνότητες της δοκού, αλλά αντιθέτως, η συχνότητά του είναι πολύ μικρότερη από εκείνη της δοκού, ενώ οι διακόπτες κλείνουν για πολύ μικρότερο χρονικό διάστημα. Μεγάλη συμβολή θα είχε και η πειραματική υλοποίηση των προσομοιώσεων, καθώς και η εύρεση λύσης για τις μεγάλες τιμές που απαιτούν τα στοιχεία του κυκλώματος, ειδικότερα στις χαμηλές συχνότητες.

Ιδιαίτερο ενδιαφέρον θα είχε η επέκταση του ασαφούς ελεγκτή, ώστε να ενεργοποιείται σε κάθε βήμα ολοκλήρωσης, και όχι μόνο σε συγκεκριμένες χρονικές στιγμές, ώστε να ανιχνεύει άμεσα τυχόν μεταβολές και να παίρνει την κατάλληλη απόφαση. Επίσης ο ελεγκτής θα μπορούσε να παίρνει σαν είσοδο παραπάνω από μία μεταβλητές και έτσι να έχει κομβική σημασία η απόφαση που θα πάρει, σε ένα πολυσύνθετο πλέον πρόβλημα. Θα

μπορούσε για παράδειγμα να παίρνει σαν επιπλέον είσοδο τη θερμοκρασία και άλλα εξωτερικά φορτία ή και να επεξεργάζεται τη συχνότητα ταλάντωσης και να ρυθμίζει κατάλληλα τα  $R$ ,  $L$  του κυκλώματος για βέλτιστη απόσβεση.

## ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [1] G. Takács and B. Rohal'-Ilkiv, *Model Predictive Vibration Control: Efficient Constrained MPC Vibration Control for Lightly Damped Mechanical Structures*. London: Springer London, 2012. doi: 10.1007/978-1-4471-2333-0.
- [2] Kamila, "INTRODUCTION, CLASSIFICATION AND APPLICATIONS OF SMART MATERIALS: AN OVERVIEW," *American Journal of Applied Sciences*, vol. 10, no. 8, pp. 876–880, Aug. 2013, doi: 10.3844/ajassp.2013.876.880.
- [3] H. Monner, *Smart materials for active noise and vibration reduction*. 2005.
- [4] Q.-H. Qin, *Advanced mechanics of piezoelectricity*. Beijing Heidelberg New York: Higher Education Press Springer, 2013.
- [5] Δαρακη Μαρία-Στυλιανη, "Simulation and parametric analysis of shunt piezoelectric systems with finite element methodΠροσομοίωση και παραμετρική ανάλυση παραδιακλαδωμένων πιεζοηλεκτρικών συστημάτων με χρήση μεθόδου πεπερασμένων στοιχείων", doi: 10.26233/HEALLINK.TUC.92858.
- [6] "Piezoelectric Actuator : Types, Working, Advantages & Its Applications." Accessed: Aug. 19, 2024. [Online]. Available: <https://www.elprocus.com/piezoelectric-actuator/>
- [7] "What is Piezoelectric Sensor - Construction, Working & Applications." Accessed: Aug. 19, 2024. [Online]. Available: <https://www.electricaltechnology.org/2020/05/piezoelectric-sensor.html>
- [8] W. G. Cady, *Piezoelectricity: An Introduction to the Theory and Applications of Electromechanical Phenomena in Crystals*. Dover Publications, 1964.
- [9] A. Ballato, "Piezoelectricity: history and new thrusts," in *1996 IEEE Ultrasonics Symposium. Proceedings*, Nov. 1996, pp. 575–583 vol.1. doi: 10.1109/ULTSYM.1996.584046.
- [10] "Piezoelectric Materials: Crystal Orientation and Poling Direction," COMSOL. Accessed: Aug. 19, 2024. [Online]. Available: <https://www.comsol.com/blogs/piezoelectric-materials-crystal-orientation-poling-direction>
- [11] A. Behera, *Advanced materials: an introduction to modern materials science*. Cham, Switzerland: Springer, 2022. doi: 10.1007/978-3-030-80359-9.
- [12] K. Marakakis, G. K. Tairidis, P. Koutsianitis, and G. E. Stavroulakis, "Shunt Piezoelectric Systems for Noise and Vibration Control: A Review," *Front. Built Environ.*, vol. 5, May 2019, doi: 10.3389/fbuil.2019.00064.
- [13] D. R. Sahu, *Multifunctional Ferroelectric Materials*. 2021. doi: 10.5772/intechopen.92527.
- [14] G. Stavroulakis and G. Tairidis, "Εισαγωγή στη ΜηχatronικήIntroduction to Mechatronics," p. 327, 2023, doi: 10.57713/KALLIPOS-318.
- [15] "Comparison of low-frequency piezoelectric switching shunt techniques for structural damping - IOPscience." Accessed: Aug. 20, 2024. [Online]. Available: <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/0964-1726/11/3/307>
- [16] "Signals | Free Full-Text | New Optimal Design of Multimode Shunt-Damping Circuits for Enhanced Vibration Control." Accessed: Aug. 19, 2024. [Online]. Available: <https://www.mdpi.com/2624-6120/3/4/50>
- [17] Μαρακάκης Κωνσταντίνος, "Simulation and optimization of smart structuresΠροσομοίωση και βελτιστοποίηση ευφών κατασκευών", doi: 10.26233/HEALLINK.TUC.93116.
- [18] J. B. Min, K. P. Duffy, B. B. Choi, C. R. Morrison, R. H. Jansen, and A. J. Provenza, "A Resonant Damping Study Using Piezoelectric Materials," presented at the 49th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials, Schaumburg, IL, Apr. 2008. Accessed: Aug. 19, 2024. [Online]. Available: <https://ntrs.nasa.gov/citations/20080047738>
- [19] "Piezo Mechanics Design Tutorial: Piezoelectricity, Forces and Stiffness ; &." Accessed: Aug. 19, 2024. [Online]. Available: [https://www.piezo.ws/piezoelectric\\_actuator\\_tutorial/Piezo\\_Design\\_part3.php](https://www.piezo.ws/piezoelectric_actuator_tutorial/Piezo_Design_part3.php)
- [20] W. W. Clark, "Vibration Control with State-Switched Piezoelectric Materials," *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, vol. 11, no. 4, pp. 263–271, Apr. 2000, doi: 10.1106/18CE-77K4-DYMG-RKBB.

- [21]“Fuzzy Inference Process - MATLAB & Simulink.” Accessed: Aug. 19, 2024. [Online]. Available: <https://www.mathworks.com/help/fuzzy/fuzzy-inference-process.html>
- [22]G. Tairidis, G. Foutsitzi, P. Koutsianitis, and G. E. Stavroulakis, “Fine tuning of a fuzzy controller for vibration suppression of smart plates using genetic algorithms,” *Advances in Engineering Software*, vol. 101, pp. 123–135, Nov. 2016, doi: 10.1016/j.advengsoft.2016.01.019.
- [23]G. K. Tairidis, “Vibration control of smart composite structures using shunted piezoelectric systems and neuro-fuzzy techniques,” *Journal of Vibration and Control*, vol. 25, no. 18, pp. 2397–2408, Sep. 2019, doi: 10.1177/1077546319854588.
- [24]“Solve stiff differential equations — trapezoidal rule + backward differentiation formula - MATLAB ode23tb.” Accessed: Aug. 19, 2024. [Online]. Available: <https://www.mathworks.com/help/matlab/ref/ode23tb.html>
- [25]“Plot simulated time response of dynamic system to arbitrary inputs; simulated response data - MATLAB lsim.” Accessed: Aug. 19, 2024. [Online]. Available: <https://www.mathworks.com/help/control/ref/dynamicsystem.lsim.html>
- [26]B. Mokrani, G. Rodrigues, B. Ioan, R. Bastait, and A. Preumont, “Synchronized switch damping on inductor and negative capacitance,” *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, vol. 23, no. 18, pp. 2065–2075, Dec. 2012, doi: 10.1177/1045389X11433493.
- [27] Lefeuvre, E., Badel, A., Richard, C., Petit, L., & Guyomar, D. (2006). A comparison between several vibration-powered piezoelectric generators for standalone systems. *Sensors and Actuators A: Physical*, 126(2), 405–416. doi:10.1016/j.sna.2005.10.043
- [28] Zhang, L., Li, K. X., & Sun, X. S. (2013). Study of Piezoelectric Vibration Damping Based on the SSDI Technology for Aircraft Panels. *Applied Mechanics and Materials*, 422, 105–112. doi:10.4028/www.scientific.net/amm.422.105
- [29]P. Jong, A. de Boer, R. Loendersloot, and P. Hoogt, “Power harvesting using piezomaterial in a helicopter rotor blade,” *International Journal of Game Theory - INT J GAME THEORY*, Jan. 2010