

ΘΕΟΧΑΡΗΣ Ν. ΤΣΙΟΠΑΝΑΣ
ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΚΑΙ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ

Διπλωματική Εργασία
για την

ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΗΣΗ ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΩΝ.ΤΕΧΝΙΚΕΣ
ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ ΚΑΙ ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΣΤΟ
ΧΡΗΜΑΤΙΣΤΗΡΙΟ ΑΞΙΩΝ ΑΘΗΝΩΝ



ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ: ΔΟΥΜΠΟΣ ΜΙΧΑΛΗΣ

ΧΑΝΙΑ
ΜΑΙΟΣ 2006

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον επιβλέποντα καθηγητή κ. Μιχάλη Δούμπο για τον πολύτιμο χρόνο που αφιέρωσε, τη συνεχή συνεργασία, την καθοδήγηση και την πολύτιμη βοήθεια που μου προσέφερε καθ' όλη τη διάρκεια της εκπόνησης της παρούσας διπλωματικής εργασίας.

Τέλος θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά, όλους τους φίλους, τους συμφοιτητές, τους καθηγητές μου καθώς και την οικογένειά μου για την πολύτιμη βοήθεια και την ηθική υποστήριξη που μου προσέφεραν καθ' όλη τη διάρκεια της φοίτησής μου στο τμήμα Μηχανικών Παραγωγής και Διοίκησης του Πολυτεχνείου Κρήτης.

Εισαγωγή	4
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1. <i>Διαχείριση χαρτοφυλακίων</i>	6
1.1 Εισαγωγή στη διαχείριση χαρτοφυλακίων	6
1.2 Διαπραγμάτευση χρεογράφων	7
1.3 Χρηματιστηριακοί δείκτες	8
1.4 Βασικά κριτήρια αξιολόγησης επενδύσεων σε χρηματοοικονομικά χρεόγραφα.....	11
1.4.1 Η αρχή της διαφοροποίησης	12
1.5 Βελτιστοποίηση χαρτοφυλακίων	14
1.5.1 Βέλτιστα χαρτοφυλάκια υπό καθεστώς ανοιχτών πωλήσεων	14
1.5.2 Βελτιστοποίηση χαρτοφυλακίων χωρίς ανοιχτές πωλήσεις. Τεχνικές μαθηματικού προγραμματισμού	15
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2. <i>Αντιστοίχιση χαρτοφυλακίων</i>	17
2.1 Αντιστοίχιση χαρτοφυλακίων - Η περίπτωση πολλαπλών επενδυτικών στόχων.....	17
2.2 Τεχνικές βελτιστοποίησης για την αντιστοίχιση χαρτοφυλακίων με χρηματιστηριακούς δείκτες.....	19
2.2.1 Value at Risk (VaR).....	20
2.2.2 Γραμμικά μοντέλα	22
2.2.3 Εξελκτικτοί αλγόριθμοι.....	23
2.2.4 Μεταεுρετικοί αλγόριθμοι	27
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3. <i>Εφαρμογή στο Χρηματιστήριο Αξιών Αθηνών</i>	30
3.1 Πολυκριτήριο μαθηματικός προγραμματισμός-Προγραμματισμός στόχων (Goal programming)	30
3.2 Η Στατιστική διαδικασία δειγματοληψίας Bootstrap	33
3.3 Εφαρμογή της αντιστοίχισης χαρτοφυλακίων στο Χρηματιστήριο Αξιών Αθηνών (Χ.Α.Α)	34
3.3.1 Προσέγγιση του προβλήματος με ιστορικά στοιχεία.....	36
3.3.2 Προσέγγιση του προβλήματος με στατιστική διαδικασία δειγματοληψίας Bootstrap	56
3.3.3 Μεταβελτιστοποίηση αποτελεσμάτων.....	68
3.3.4 Σύγκριση αποτελεσμάτων.....	70
3.4 Εφαρμογή της αντιστοίχισης χαρτοφυλακίων στο Χρηματιστήριο της Νέας Υόρκης.....	72
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4. <i>Συμπεράσματα</i>	79
Βιβλιογραφία	81

Εισαγωγή

Η αβεβαιότητα που διακρίνει το σύγχρονο οικονομικό περιβάλλον χαρακτηρίζεται από μια πληθώρα μεταβλητών που το συνθέτουν όπως κοινωνικά γεγονότα, επιστημονικές ανακαλύψεις, πληθωρισμός, επιτόκια. Τα τελευταία χρόνια η συνεχή μείωση των επιτοκίων, το πλήθος των διαθέσιμων επενδυτικών επιλογών, η πολυπλοκότητά τους και οι εξειδικευμένες γνώσεις που συχνά απαιτούνται είναι τα κύρια στοιχεία τα οποία συνέβαλλαν στην εξάπλωση των χρηματιστηριακών επενδύσεων. Παράλληλα τα σύγχρονα καταθετικά προϊόντα δίνουν τη δυνατότητα στον επενδυτή να διαμορφώσει, ανάλογα με το προφίλ του, ένα προσωπικό χαρτοφυλάκιο.

Η θεωρία χαρτοφυλακίου αναπτύχθηκε για πρώτη φορά από τον Harry Markowitz με τη δημοσίευση του άρθρου του “Portfolio Selection” στο περιοδικό “The Journal of Finance” το 1952. Το 1959, ο ίδιος συγγραφέας δημοσίευσε το βιβλίο με τίτλο “Portfolio Selection, Efficient Diversification of Investments”. Το πρόβλημα της επιλογής και της διαχείρισης χαρτοφυλακίων αποτελεί σήμερα ένα από τα σημαντικότερα πεδία έρευνας της χρηματοοικονομικής θεωρίας. Οι μέχρι σήμερα έρευνες στο χώρο του προβλήματος της επιλογής και διαχείρισης χαρτοφυλακίων μπορούν να διακριθούν σε τρεις μεγάλες κατηγορίες :

- Στις έρευνες σχετικές με την ανάλυση και κατανόηση της συμπεριφοράς των διαφόρων μορφών χρεογράφων.
- Στις έρευνες σχετικές με την ανάπτυξη μεθοδολογιών αξιολόγησης και επιλογής χρεογράφων.
- Στις έρευνες σχετικές με τη σύνθεση ενός χαρτοφυλακίου χρεογράφων.

Η παρούσα εργασία εντάσσεται στα πλαίσια της τρίτης από τις παραπάνω κατηγορίες ερευνών στο χώρο αυτό και συνίσταται στην ανάπτυξη χαρτοφυλακίων τα οποία ανταποκρίνονται σε συγκεκριμένους επενδυτικούς στόχους. Αναλυτικότερα στην παρούσα εργασία εξετάζεται η διαχείριση κεφαλαίων μέσω της αντιστοίχισης χαρτοφυλακίων μετοχών με την πορεία ενός χρηματιστηριακού δείκτη. Η λύση στο πρόβλημα αυτό δίνεται διαμορφώνοντας προβλήματα μαθηματικού προγραμματισμού ειδικής μορφής, η οποία είναι γνωστή ως προγραμματισμός στόχων (goal programming). Τα στοιχεία που χρησιμοποιήθηκαν προέρχονται από βάση δεδομένων του Χρηματιστηρίου Αξιών Αθηνών (ΧΑΑ). Οι μετοχές που επιλέχθηκαν ήταν διαπραγματεύσιμες στο ΧΑΑ κατά το έτος 2004 και συμμετείχαν στη σύνθεση του γενικού δείκτη του ΧΑΑ. Σκοπός της εργασίας είναι η ανάπτυξη χαρτοφυλακίων τα οποία προσομοιώνουν την πορεία κάποιου δείκτη στο άμεσο μέλλον, ενώ ταυτόχρονα η απόδοσή τους υπερβαίνει την απόδοση του δείκτη. Οι δείκτες που επιλέχθηκαν είναι : ο δείκτης υψηλής κεφαλαιοποίησης FTSE 20, ο

δείκτης μεσαίας κεφαλαιοποίησης FTSE Mid 40, ο γενικός δείκτης του ΧΑΑ και ο δείκτης Dow-Jones του χρηματιστηρίου της Νέας Υόρκης.

Στο πρώτο κεφάλαιο γίνεται μια βιβλιογραφική αναφορά σε βασικές έννοιες όπως το χαρτοφυλάκιο, τα χρεόγραφα, η μετοχή, οι δείκτες κεφαλαιαγοράς, η διαπραγμάτευση χρεογράφων. Επίσης αναλύονται βασικά θέματα διαχείρισης χαρτοφυλακίων καθώς και κάποιες στρατηγικές διαχείρισης κεφαλαίων.

Στο δεύτερο κεφάλαιο παρατίθενται μια στρατηγική παθητικής διαχείρισης κεφαλαίων μέσω της αντιστοίχισης χαρτοφυλακίων και ορισμένες τεχνικές βελτιστοποίησης από τη παγκόσμια βιβλιογραφία, οι οποίες αναφέρονται στη διαχείριση κεφαλαίων μέσω της αντιστοίχισης χαρτοφυλακίων μετοχών με την πορεία ενός χρηματιστηριακού δείκτη.

Στο τρίτο κεφάλαιο παρουσιάζονται οι μετοχές και οι δείκτες που χρησιμοποιούνται στη μελέτη καθώς και το θεωρητικό υπόβαθρο του πολυκριτήριου μαθηματικού προγραμματισμού, συγκεκριμένα η μορφή του προγραμματισμού στόχων (goal programming). Επίσης πραγματοποιείται ανάλυση και παρουσίαση των αποτελεσμάτων που προέκυψαν από την εφαρμογή της παραπάνω μεθόδου.

Στο τέταρτο κεφάλαιο παρουσιάζονται τα συμπεράσματα που προέκυψαν από τη μελέτη των αποτελεσμάτων και ο σχολιασμός αυτών.

ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗ ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΩΝ

1.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗ ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΩΝ

Το πρόβλημα της επιλογής και της διαχείρισης χαρτοφυλακίων έγκειται στη σύνθεση ενός χαρτοφυλακίου χρεογράφων (μετοχές, ομόλογα, έντοκα γραμμάτια, αμοιβαία κεφάλαια, γeros, παράγωγα χρηματοοικονομικά προϊόντα, κá.) έτσι ώστε να μεγιστοποιείται η χρησιμότητα του επενδυτή. Με τον όρο χαρτοφυλάκιο εννοείται η κατοχή ενός συνόλου χρεογράφων κάθε ένα από τα οποία συμμετέχει στο χαρτοφυλάκιο με κάποια αναλογία. Η αναλογία αυτή προσδιορίζεται βάσει της αξίας του κάθε χρεογράφου σε σχέση με τη συνολική αξία του χαρτοφυλακίου. Στην παρούσα εργασία τα χρεόγραφα που χρησιμοποιήθηκαν για τη σύνθεση χαρτοφυλακίων είναι κοινές μετοχές. Οι κοινές μετοχές παρέχουν στο κάτοχό τους ένα δικαίωμα συμμετοχής στα κέρδη και την περιουσία μιας επιχείρησης. Μετά την πληρωμή όλων των υποχρεώσεων της επιχείρησης προς τους πιστωτές της, η επιχείρηση έχει το δικαίωμα να καταβάλει στους κατόχους κοινών μετοχών τα εναπομείναντα κέρδη της με τη μορφή μερισμάτων ή να τα επενδύσει στη λειτουργία της.

Η διαδικασία κατασκευής ενός χαρτοφυλακίου το οποίο μεγιστοποιεί τη χρησιμότητα του επενδυτή περιλαμβάνει δυο στάδια (Δούμπος, 2001) :

- Στο πρώτο στάδιο ο επενδυτής πρέπει να αξιολογήσει τα διαθέσιμα χρεόγραφα και να επικεντρώσει το ενδιαφέρον του σε ένα περιορισμένο αριθμό αυτών, τα οποία διαθέτουν τις καλύτερες επενδυτικές προοπτικές. Το στάδιο αυτό είναι απαραίτητο, ιδιαίτερα στην περίπτωση που τα εξεταζόμενα χρεόγραφα αφορούν μετοχές. Ο μεγάλος αριθμός μετοχών που διαπραγματεύονται στις χρηματιστηριακές αγορές, καθιστά προφανώς πολύ δύσκολη τη σύνθεση ενός χαρτοφυλακίου διερευνώντας ταυτόχρονα τις εκατοντάδες ή και χιλιάδες μετοχές που είναι διαθέσιμες ως επενδυτικές επιλογές.
- Στο δεύτερο στάδιο, ο επενδυτής έχοντας εντοπίσει έναν περιορισμένο αριθμό κατάλληλων χρεογράφων, πρέπει να αποφασίσει σχετικά με την κατανομή του διαθέσιμου κεφαλαίου του σε αυτά, συνθέτοντας έτσι το βέλτιστο χαρτοφυλάκιο.

Η υλοποίηση των δυο αυτών σταδίων βασίζεται στην επενδυτική στρατηγική του εκάστοτε επενδυτή, η οποία καθορίζει τις έννοιες του «κατάλληλου χρεογράφου» και του «βέλτιστου χαρτοφυλακίου». Η χρηματοοικονομική θεωρία υποθέτει ότι το σύστημα αξιών που χαρακτηρίζει την επενδυτική στρατηγική του κάθε επενδυτή μπορεί να αναπαρασταθεί μέσω μιας συνάρτησης χρησιμότητας, η μεγιστοποίηση της

οποίας οδηγεί στη βέλτιστη αντιμετώπιση του προβλήματος. Ο θεμελιωτής του χώρου, Νομπελίστας Harry Markovitz, θεώρησε ότι η χρησιμότητα του επενδυτή είναι συνάρτηση δυο παραγόντων (Markovitz, 1952, 1959) :

- της αναμενόμενης απόδοσης των εξεταζόμενων χρεογράφων.
- του κινδύνου που εμπεριέχουν.

Οι δυο αυτοί παράγοντες καθορίζουν και τους βασικούς στόχους κάθε επενδυτή κατά την επιλογή και διαχείριση χαρτοφυλακίων :

- τη μεγιστοποίηση της αναμενόμενης απόδοσης.
- την ελαχιστοποίηση του κινδύνου.

Για τη μέτρηση των δυο αυτών παραγόντων, ο Markovitz χρησιμοποίησε δυο στατικά μεγέθη : τη μέση τιμή των αναμενόμενων αποδόσεων ως μέτρο απόδοσης και τη διακύμανσή της ως μέτρο κινδύνου. Έτσι ανέπτυξε ένα υπόδειγμα τετραγωνικού μαθηματικού προγραμματισμού, η επίλυση του οποίου οδηγεί στη σύνθεση ενός χαρτοφυλακίου το οποίο ελαχιστοποιεί τον κίνδυνο για ένα δεδομένο επίπεδο επιθυμητής αναμενόμενης απόδοσης.

Στη βάση της διατύπωσης του προβλήματος της επιλογής και διαχείρισης χαρτοφυλακίων που παρουσίασε ο Markovitz, πολλοί χρηματοοικονομικοί ερευνητές ανέπτυξαν διάφορες νέες μεθοδολογίες. Χαρακτηριστικά αναφέρονται τα μοντέλα ενός δείκτη (single index models), τα μοντέλα πολλαπλών δεικτών (multi index models), τα μοντέλα μέσης συσχέτισης (average correlation models), τα μικτά μοντέλα (mixed models), τα μοντέλα χρησιμότητας (utility models), καθώς και τα μοντέλα τα οποία χρησιμοποιούν κριτήρια όπως ο γεωμετρικός μέσος της απόδοσης (geometric mean return), η στοχαστική κυριαρχία (stochastic dominance), η ασυμμετρία (skewness), κ.ά. Μια αναλυτική ανασκόπηση των μεθόδων αυτών παρουσιάζεται στο βιβλίο των Elton και Graber (1995).

1.2 ΔΙΑΠΡΑΓΜΑΤΕΥΣΗ ΧΡΕΟΓΡΑΦΩΝ

Τα περισσότερα χρεόγραφα διαπραγματεύονται ελεύθερα σε κάποια αγορά. Οι κοινές μετοχές διαπραγματεύονται στο Χρηματιστήριο Αξιών. Κατά τη διαπραγμάτευση των χρεογράφων είναι δυνατόν να δοθούν διάφορες μορφές εντολών αγοράς ή πώλησης οι σημαντικότερες των οποίων είναι οι εξής (Δούμπος, 2004):

- Εντολές σε τιμές αγοράς (market orders): Αυτές είναι οι πιο διαδεδομένες εντολές. Μια εντολή market είναι εντολή αγοράς ή πώλησης στην τιμή που είναι αυτή τη στιγμή διαθέσιμη στην αγορά, χωρίς όμως να υπάρχει σαφής καθορισμός της τιμής.
- Εντολές με όρια (limit orders): Μέσω limit εντολών ο επενδυτής μπορεί να καθορίσει την ανώτατη ή την κατώτατη τιμή αγοράς στην οποία είναι διατεθειμένος να πραγματοποιήσει την αγορά ενός χρεογράφου ή την κατώτατη/ανώτατη τιμή πώλησης την οποία είναι διατεθειμένος να αποδεχθεί. Η τιμή αγοράς/πώλησης στην

οποία τελικά πραγματοποιείται η συναλλαγή δεν μπορεί να ξεφύγει από τα προκαθορισμένα όρια.

- **Ανοιχτές πωλήσεις (short sales):** Οι ανοιχτές πωλήσεις αφορούν χρεόγραφα τα οποία ο πωλητής δεν έχει στην κατοχή του. Καθώς ο πωλητής δεν έχει στην κατοχή του το χρεόγραφο, η χρηματιστηριακή εταιρεία που αναλαμβάνει να διεκπεραιώσει τη συναλλαγή, το «δανείζεται» από κάποιον άλλον επενδυτή, ή το «δανείζει» η ίδια προς τον πωλητή. Στο άμεσο μέλλον ο πωλητής έχει την υποχρέωση να αγοράσει το χρεόγραφο που πούλησε χωρίς να το έχει και να το επιστρέψει σε όποιον του το «δάνεισε». Ανοιχτές πωλήσεις γίνονται όταν ο πωλητής πιστεύει ότι η τιμή του χρεογράφου θα πέσει και άρα πουλώντας το σήμερα σε υψηλότερη τιμή σε σχέση με αυτή στην οποία θα το επαναγοράσει στο προσεχές μέλλον, προφανώς θα έχει κέρδος από τη συναλλαγή. Αν αυτή η προσδοκία του επενδυτή δεν ικανοποιηθεί, τότε προφανώς θα υποστεί ζημία. Αυτή είναι η «κερδοσκοπική» χρήση των ανοιχτών πωλήσεων. Παράλληλα όμως αποτελούν και ένα τρόπο περιορισμού του επενδυτικού κινδύνου. Για παράδειγμα στην περίπτωση όπου ένας επενδυτής έχει μια μετοχή x και αισθάνεται αβεβαιότητα όσον αφορά την πορεία της τιμής της, μπορεί να πραγματοποιήσει μια ανοιχτή πώληση. Αν η μετοχή ανέβει, θα κερδίσει από την άνοδο της τιμής της μετοχής, αλλά θα ζημιωθεί από την ανοιχτή πώληση. Συνεπώς το συνολικό του κέρδος θα είναι μειωμένο σε σχέση με την περίπτωση που δεν είχε πραγματοποιήσει την ανοιχτή πώληση. Εάν όμως η τιμή της μετοχής μειωθεί, τότε θα ζημιωθεί από την πτώση της μετοχής, αλλά θα κερδίσει από την ανοιχτή πώληση. Συνολικά λοιπόν η χρήση των ανοιχτών πωλήσεων μπορεί να μειώσει τη μεταβλητότητα των αποτελεσμάτων μιας επένδυσης.

1.3 ΧΡΗΜΑΤΙΣΤΗΡΙΑΚΟΙ ΔΕΙΚΤΕΣ

Οι χρηματιστηριακοί δείκτες αποτελούν ένα εργαλείο απεικόνισης της «τάσης» μιας κεφαλαιαγοράς ή ειδικότερα ενός κλάδου μιας κεφαλαιαγοράς. Με τον όρο «τάση» δηλώνεται η γενικότερη κίνηση ενός μεγέθους (πωλήσεις, αγορές, τιμές μετοχών, τιμές δείκτη, κ.ά.) και απαρτίζεται από τις επιμέρους ενδείξεις του μεγέθους αυτού. Παγκοσμίως υπάρχουν εκατοντάδες είδη χρηματιστηριακών δεικτών, ενώ για την καλύτερη παρακολούθηση της πορείας των επιμέρους κλάδων μιας χρηματιστηριακής αγοράς, έχουν δημιουργηθεί οι κλαδικοί δείκτες. Κάθε δείκτης έχει τους δικούς του κανόνες διαχείρισης και υπολογισμού οι οποίοι ρυθμίζονται και αναπροσαρμόζονται από την κατασκευάστρια εταιρεία. Η μεγαλύτερη εταιρεία κατασκευής και διαχείρισης χρηματιστηριακών δεικτών είναι η FTSE International Limited, η οποία δημιουργήθηκε από το Χρηματιστήριο Αξιών του Λονδίνου και την Financial Times. Η εταιρεία έχει επεκταθεί παγκοσμίως και οι δείκτες της είναι ευρέως διαδεδομένοι σε όλες τις χρηματιστηριακές αγορές. Χαρακτηριστικά αναφέρεται πως η εταιρεία FTSE International Limited υπολογίζει καθημερινά πάνω

από 60000 δείκτες, εκ των οποίων οι πιο «δημοφιλής» είναι η σειρά FTSE UK που περιλαμβάνει και τον δείκτη FTSE 100. Ο δείκτης με τους υψηλότερους ρυθμούς ανάπτυξης είναι ο δείκτης FTSE Global Equity ο οποίος περιλαμβάνει 7000 εταιρείες από 48 χώρες, καλύπτοντας το 98% της παγκόσμιας επενδυτικής αγοράς(www.ftse.com).

Στην παρούσα εργασία οι δείκτες που χρησιμοποιήθηκαν διαπραγματεύονται στο Χρηματιστήριο Αξιών Αθηνών και στο Χρηματιστήριο Αξιών της Νέας Υόρκης. Συγκεκριμένα από το ΧΑΑ επιλέχθηκαν ο γενικός δείκτης, ο δείκτης υψηλής κεφαλαιοποίησης FTSE 20 και ο δείκτης μεσαίας κεφαλαιοποίησης FTSE Mid 40. Από το χρηματιστήριο της Νέας Υόρκης επιλέχθηκε ο δείκτης Dow Jones Industrial Average.

Ο γενικός δείκτης του Χ.Α.Α. μετρά την ποσοστιαία μεταβολή της συνολικής χρηματιστηριακής αξίας ενός συνόλου μετοχών. Καλύπτει μέρος μόνο της συνολικής κεφαλαιοποίησης της χρηματιστηριακής αγοράς καθώς λαμβάνει υπόψη τη μεταβολή μόνο 60 μετοχών. Επηρεάζεται κυρίως από τη μεταβολή των τραπεζικών τίτλων, του ΟΤΕ (Οργανισμός Τηλεπικοινωνιών Ελλάδος), των Ελληνικών Πετρελαίων αλλά και αρκετών κατασκευαστικών εταιρειών. Κάθε μετοχή επηρεάζει το γενικό δείκτη ανάλογα με την κεφαλαιοποίηση της εταιρείας. Εξάιρεση αποτελεί η μετοχή του ΟΤΕ η οποία μετέχει στη διαμόρφωση του γενικού δείκτη με το 25% της συνολικής κεφαλαιοποίησης του τηλεπικοινωνιακού οργανισμού. Ο γενικός δείκτης του ΧΑΑ δεν επηρεάζεται από την αποκοπή μερισμάτων.

Το δείκτη υψηλής κεφαλαιοποίησης FTSE 20 παρουσίασε η FTSE International Limited στις 24 Σεπτεμβρίου 1997 εντάσσοντας τις 20 μεγαλύτερες εταιρείες “blue chip” εισηγμένες στο ΧΑΑ, όπως έχει συμφωνηθεί από την Συμβουλευτική επιτροπή των δεικτών FTSE . Ως “blue chip” ορίζονται οι μετοχές με την ανώτατη αξία ως επένδυση, με την έννοια ότι διατρέχουν μικρότερο κίνδυνο από άλλες μετοχές, μη αποδόσεως κερδών, μη διανομής μερίσματος ή πτώχευσης. Γενικότερα ο χαρακτηρισμός “blue chip” αποδίδεται στις μετοχές μεγάλων και καλώς εδραιωμένων εταιρειών. Ο δείκτης μεσαίας κεφαλαιοποίησης FTSE / ΧΑ Mid 40, δημιουργήθηκε στις 8 Δεκεμβρίου 1999 ως συμπλήρωμα του FTSE / ΧΑ 20 και περιλαμβάνει τις επόμενες 40 εταιρείες μεσαίας και υψηλής κεφαλαιοποίησης που «εκπροσωπούν» όλους τους κλάδους που υπάρχουν στο ΧΑΑ. Και οι δύο δείκτες FTSE ξεκίνησαν με αρχική τιμή 1000 μονάδες και σχεδιάστηκαν για να υποστηρίξουν τη δημιουργία παράγωγων προϊόντων. Στην διαχείριση των δεικτών FTSE εμπλέκονται τρεις φορείς : (1) Η Συμβουλευτική Επιτροπή FTSE / ΧΑ, (2) Η εταιρεία FTSE International Limited, (3) Το Χρηματιστήριο Αθηνών. Η Συμβουλευτική επιτροπή έχει συσταθεί από την FTSE και το ΧΑΑ για την εξασφάλιση της ανεξαρτησίας και διαφάνειας στην διαχείριση και καθημερινή λειτουργία και των δυο δεικτών. Η επιτροπή συνεδριάζει τουλάχιστον δυο φορές το χρόνο, εξετάζει και εγκρίνει όλες τις μεταβολές των εταιρειών που συμμετέχουν

στους δείκτες, ώστε να διασφαλίζει ότι οι μεταβολές αυτές γίνονται σύμφωνα με τους Βασικούς Κανόνες. Το Χ.Α.Α. έχει την ευθύνη της καθημερινής λειτουργίας του δείκτη. Παρακολουθεί όλες τις εξελίξεις στις συμμετέχουσες εταιρείες καθώς και τη διακύμανση των τιμών των μετοχών τους και πραγματοποιεί όλες τις μεταβολές στη σύνθεση και τα ποσοστά συμμετοχής των εταιρειών στους δείκτες. Η FTSE έχει την ευθύνη της παρακολούθησης των μεταβολών των δεικτών, του ελέγχου της λειτουργίας τους και συμβουλεύει το ΧΑ πάνω στον χειρισμό σύνθετων εταιρικών πράξεων.

Εκτός από τους δείκτες υψηλής και μεσαίας κεφαλαιοποίησης στο Χ.Α.Α. υπάρχουν τρεις ακόμα δείκτες της εταιρείας FTSE International Limited. Πρόκειται για το δείκτη εταιρειών μικρής κεφαλαιοποίησης FTSE Small Cap 80, το δείκτη FTSE 140 και το δείκτη FTSE Med 140. Ο FTSE Small Cap 80 τέθηκε σε ισχύ τον Ιούνιο του 2001 και αποτελείται από 80 μετοχές μικρής κεφαλαιοποίησης. Ο δείκτης FTSE 140 περιλαμβάνει τις μετοχές των δεικτών FTSE 20, FTSE Mid 40 και FTSE Small Cap 80, είναι μεσαίας κεφαλαιοποίησης και τέθηκε σε ισχύ το 2002. Όσον αφορά το FTSE Med 140, πρόκειται για ένα δείκτη 100 εταιρειών από τις αγορές της Ελλάδας, της Κύπρου και του Ισραήλ και σχεδιάστηκε για να αντιπροσωπεύσει την επίδοση των μεγαλύτερων εταιρειών στην περιοχή της ανατολικής Μεσογείου.

Όλες οι κατηγορίες των κοινών μετοχών που βρίσκονται σε κυκλοφορία μπορούν να συμπεριληφθούν στους δείκτες υπό την προϋπόθεση ότι συμμορφώνονται με κάποιους κανόνες που ονομάζονται αποδεκτές αξίες. Οι αποδεκτές αξίες υπόκεινται σε μια σειρά ελέγχων καταλληλότητας. Στον υπολογισμό των δεικτών χρησιμοποιούνται οι τελευταίες τιμές κλεισίματος των μετοχών. Οι δείκτες υπολογίζονται κάθε λεπτό κατά τις ώρες λειτουργίας του ΧΑ χρησιμοποιώντας την τρέχουσα τιμή και η τιμή τους απεικονίζεται με δυο δεκαδικά ψηφία. Ο υπολογισμός των δεικτών πραγματοποιείται με βάση τον παρακάτω μαθηματικό τύπο(www.ase.gr) :

$$\frac{\sum_{i=1}^n (p_i * s_i * f_i)}{d}$$

όπου : n = πλήθος των μετοχών που απαρτίζουν το δείκτη.

p_i = Τελευταία τιμή της μετοχής i (ή τιμή κλεισίματος κατά την προηγούμενη μέρα).

s_i = Πλήθος μετοχών (Πλήθος εισηγμένων τεμαχίων της αξίας όπως ορίζεται στους Βασικούς Κανόνες).

f_i = Συντελεστής ευρείας διασποράς (Συντελεστής στάθμισης ευρείας διασποράς κάθε αξίας του δείκτη. Λαμβάνει τιμές από 0 έως 1 όπου 1 σημαίνει ποσοστό ευρείας διασποράς ίσο με 100%).

d = Βάση (Αριθμός που συμβολίζει τη συνολική κεφαλαιακή αξία του δείκτη την ημερομηνία εκκίνησής του. Η βάση (διαίρετης του δείκτη) προσαρμόζεται έτσι ώστε να ενσωματώνονται τυχόν μεταβολές στην κεφαλαιακή αξία μετοχών χωρίς να τροποποιείται η τιμή του δείκτη).

Ο Dow Jones Industrial Average είναι ο ιστορικός χρηματιστηριακός δείκτης των ΗΠΑ και ο διασημότερος δείκτης όλων των αγορών σήμερα (Ελευθεροτυπία, Μάιος 2000). Κατασκευάστηκε στις 26 Μαΐου του 1896 από δυο δημοσιογράφους, τον Τσαρλς Ντάου και τον Έντουαρτ Τζούνος, ιδρυτές της εφημερίδας «Wall Street Journal». Άρχισε να δημοσιεύεται στην εφημερίδα από τις 7 Οκτωβρίου του 1986 όταν είχε 40,94 μονάδες. Στην αρχή περιελάμβανε εταιρείες της τότε βιομηχανικής εποχής, όμως σήμερα δεν έχει καμία σχέση με την παλιά του σύνθεση. Μόνο μια εταιρεία έχει μείνει από τις αρχικές, η General Electric, αν και αυτή έχει βγει από το δείκτη δυο φορές. Οι περισσότερες από τις εταιρείες που έχουν βγει από τον Dow Jones δεν υπάρχουν πλέον «εν ζωή». Αυτό δείχνει ότι σε μια πολύ μακροπρόθεσμη επένδυση το πιθανότερο είναι να χάσει ο επενδυτής τα χρήματά του. Ο Dow Jones έχει δώσει αξιόλογη απόδοση από την ίδρυσή του μόνο επειδή αλλάζει τη σύνθεσή του, με καθόλου «τυχαίο» τρόπο. Η τιμή του δείκτη υπολογίζεται ως ο απλός μέσος όρος 30 μετοχών, σε αντίθεση με δείκτες, όπως ο S&P 500, οι οποίοι λαμβάνουν υπόψη και την κεφαλαιοποίηση της εταιρείας. Η δυνατότητα του Dow Jones να απεικονίσει την «τάση» της αγοράς της Νέας Υόρκης μόνο μέσω 30 μετοχών αμφισβητείται. Όμως τελικά φαίνεται πως ο δείκτης είναι αντιπροσωπευτικός της αγοράς, αφού η συσχέτισή του με τον S&P 500, είναι πολύ μεγάλη.

1.4 ΒΑΣΙΚΑ ΚΡΙΤΗΡΙΑ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ ΕΠΕΝΔΥΣΕΩΝ ΣΕ ΧΡΗΜΑΤΟΟΙΚΟΝΟΜΙΚΑ ΧΡΕΟΓΡΑΦΑ

Η αξιολόγηση κάθε επένδυσης λαμβάνει υπόψη τουλάχιστον δυο βασικά κριτήρια (Δούμπος, 2004) : α) την αναμενόμενη απόδοση της επένδυσης και β) τον κίνδυνο της επένδυσης.

Η έννοια της απόδοσης ορίζεται ως η ποσοστιαία μεταβολή της αξίας της επένδυσης κατά τη διάρκεια ενός δεδομένου χρονικού διαστήματος. Τη στιγμή βέβαια που πραγματοποιείται η επένδυση, ο επενδυτής δεν μπορεί να γνωρίζει με απόλυτη βεβαιότητα την μελλοντική της εξέλιξη. Έτσι η αξιολόγηση μιας επένδυσης βασισμένη σε εκτιμήσεις όσον αφορά την απόδοσή της, αναπόφευκτα εμπεριέχει κάποιο βαθμό αβεβαιότητας. Με αυτό τον τρόπο εντάσσεται στην ανάλυση και η έννοια του κινδύνου.

Η έννοια του κινδύνου ορίζεται ως η διακύμανση των αποτελεσμάτων της επένδυσης από τις εκτιμήσεις του επενδυτή για αυτές. Ως μέτρο κινδύνου χρησιμοποιείται η τυπική απόκλιση.

Στην περίπτωση ενός χαρτοφυλακίου αποτελούμενου από m χρεόγραφα με αναμενόμενες αποδόσεις $E(r_1), E(r_2), \dots, E(r_m)$ και τυπικές αποκλίσεις $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_m$, καθένα από τα οποία συμμετέχει στο χαρτοφυλάκιο σε ποσοστό w_1, w_2, \dots, w_m , ο υπολογισμός της αναμενόμενης απόδοσης και της τυπικής απόκλισης του χαρτοφυλακίου πραγματοποιείται ως εξής :

$$E(r_p) = \sum_{i=1}^m w_i * E(r_i)$$

$$\sigma_p = \left(\sum_{i=1}^m w_i^2 * \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^m \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^m w_i * w_j * \sigma_{ij} \right)^{1/2}$$

Γενικά, ο υπολογισμός της αναμενόμενης απόδοσης και της τυπικής απόκλισης όταν υπάρχει διαθέσιμο ένα δείγμα ιστορικών στοιχείων για n περιόδους πραγματοποιείται αντίστοιχα ως εξής :

$$E(r) = \frac{\sum_{t=1}^n r_t}{n} \text{ και } \sigma = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^n [r_t - E(r)]^2}{n}}$$

Ο συνηθέστερος τρόπος υπολογισμού της απόδοσης r_t μιας επένδυσης, είναι ο υπολογισμός είτε της αριθμητικής είτε της γεωμετρικής απόδοσης. Θεωρώντας ότι η αξία μιας επένδυσης σε δυο διαδοχικές χρονικές στιγμές t και $t+1$ είναι P_t και P_{t+1} η αριθμητική και γεωμετρική απόδοση υπολογίζονται αντίστοιχα :

$$r_t = \frac{P_{t+1} - P_t}{P_t} \text{ και } r_t = \ln \frac{P_{t+1}}{P_t}.$$

Η βασική διαφορά μεταξύ της αριθμητικής και της γεωμετρικής απόδοσης είναι πως η πρώτη υποθέτει ότι τα αποτελέσματα της επένδυσης που επιτυγχάνονται σε κάθε χρονική περίοδο ρευστοποιούνται και το επενδυμένο ποσό παραμένει σταθερό, ενώ αντίθετα η γεωμετρική βασίζεται στην υπόθεση της επανεπένδυσης των αποτελεσμάτων της επένδυσης που επιτυγχάνονται σε κάθε χρονική περίοδο.

Η συνδιακύμανση σ_{ij} είναι ένα στατιστικό μέγεθος το οποίο προσδιορίζει το βαθμό στον οποίο παρουσιάζονται ομοιότητες στις μεταβολές των δυο χρεογράφων i και j .

$$\text{Υπολογίζεται ως εξής : } \sigma_{ij} = \frac{\sum_{t=1}^n [r_{it} - E(r_i)] * [r_{jt} - E(r_j)]}{n}.$$

1.4.1 Η ΑΡΧΗ ΤΗΣ ΔΙΑΦΟΡΟΠΟΙΗΣΗΣ

Από τις σχέσεις της αναμενόμενης απόδοσης και του κινδύνου ενός χαρτοφυλακίου βάσει των ποσοστών των χρεογράφων σε αυτό, της αναμενόμενης απόδοσης, του κινδύνου της και της συνδιακύμανσής τους που παρουσιάστηκαν στην προηγούμενη παράγραφο είναι προφανές ότι η αναμενόμενη απόδοση $E(r_p)$ του χαρτοφυλακίου είναι μια γραμμική συνάρτηση των αποδόσεων των επιμέρους χρεογράφων που το αποτελούν, σταθμισμένων ανάλογα με τα ποσοστά συμμετοχής

του κάθε χρεογράφου στο χαρτοφυλάκιο. Σε αντίθεση με την απόδοση, ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου είναι μη γραμμική συνάρτηση των κινδύνων των επιμέρους χρεογράφων.

Θεωρώντας τη γενική αλλά και ως επί το πλείστον ρεαλιστική περίπτωση ενός χαρτοφυλακίου, αποτελούμενο από m χρεόγραφα, όπου η συνδιακύμανση σ_{ij} είναι διάφορη του μηδενός, εξετάζεται η συμπεριφορά του κινδύνου του χαρτοφυλακίου. Ακολουθώντας τακτική ισοκατανομής του κεφαλαίου στα διαθέσιμα χρεόγραφα, ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου είναι ο ακόλουθος (Δούμπος, 2004) :

$$\sigma_p = \left(\sum_{i=1}^m \left(\frac{1}{m} \right)^2 * \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^m \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^m \left(\frac{1}{m} \right) * \left(\frac{1}{m} \right) \sigma_{ij} \right)^{1/2} = \left\{ \frac{1}{m} \left[\sum_{i=1}^m \frac{\sigma_i^2}{m} \right] + \frac{m-1}{m} \left[\sum_{i=1}^m \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^m \frac{\sigma_{ij}}{m(m-1)} \right] \right\}^{1/2}$$

Ο πρώτος όρος μέσα σε αγκύλες αναπαριστά τη μέση διακύμανση των αποδόσεων των χρεογράφων στο χαρτοφυλάκιο. Ο δεύτερος όρος σε αγκύλες αναπαριστά τη μέση συνδιακύμανση $\bar{\sigma}_{ij}$ των αποδόσεων των χρεογράφων που εντάσσονται στο χαρτοφυλάκιο. Έτσι ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου εκφράζεται πιο απλά :

$$\sigma_p = \left(\frac{1}{m} \bar{\sigma}^2 + \frac{m-1}{m} \bar{\sigma}_{ij} \right)^{1/2} = \left(\frac{1}{m} \bar{\sigma}^2 + \bar{\sigma}_{ij} - \frac{1}{m} \bar{\sigma}_{ij} \right)^{1/2}.$$

Στην περίπτωση όπου ο επενδυτής έχει τη δυνατότητα να επενδύσει σε έναν αυθαίρετα μεγάλο αριθμό χρεογράφων ($m \rightarrow \infty$), τότε ο όρος $\left(\frac{1}{m} \bar{\sigma}^2 \right)$ τείνει στο μηδέν. Το ίδιο ισχύει και για τον όρο $\left(\frac{1}{m} \bar{\sigma}_{ij} \right)$. Συνεπώς ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου τείνει στην τιμή $\left(\bar{\sigma}_{ij} \right)^{1/2}$.

Το αποτέλεσμα αυτό οδηγεί στο συμπέρασμα ότι, εάν ο επενδυτής έχει τη δυνατότητα να συνθέσει ένα χαρτοφυλάκιο αποτελούμενο από έναν αυθαίρετα μεγάλο αριθμό χρεογράφων, τότε ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου (συστηματικός κίνδυνος) προσδιορίζεται μόνο από τις συνδιακυμάνσεις των χρεογράφων που το αποτελούν. Ο κίνδυνος που προέρχεται από το κάθε ανεξάρτητο χρεόγραφο εξαλείφεται (μη-συστηματικός κίνδυνος). Ως μέτρο του συστηματικού κινδύνου, χρησιμοποιείται ο συντελεστής β_p ο οποίος ορίζεται ως ο λόγος της συνδιακύμανσης σ_{pM} των αποδόσεων του χαρτοφυλακίου p σε σχέση με τις αποδόσεις της αγοράς M (γενικός δείκτης του χρηματιστηρίου) προς τη διακύμανση σ_M^2 των αποδόσεων της αγοράς. Συμπερασματικά ο ολικός κίνδυνος του χαρτοφυλακίου περιλαμβάνει τα δυο παραπάνω μέρη κινδύνου.

Γενικά, χαρτοφυλάκια ή χρεόγραφα με συστηματικό κίνδυνο (σε απόλυτη τιμή) υψηλότερο από τη μονάδα αναμένεται να παρουσιάζουν υψηλότερες μεταβολές σε σχέση με την αγορά. Αντίθετα χαρτοφυλάκια ή χρεόγραφα με συστηματικό κίνδυνο (σε απόλυτη τιμή) μικρότερο από τη μονάδα αναμένεται να παρουσιάζουν

μικρότερες μεταβολές σε σχέση με την αγορά. Επιπλέον δεδομένου ότι ο συστηματικός κίνδυνος της αγοράς είναι εξ ορισμού ίσος με τη μονάδα χαρτοφυλάκιο ή χρεόγραφο με $\beta_p < 1$ αναμένεται να παρουσιάζουν και χαμηλότερη αναμενόμενη απόδοση καθώς εμπεριέχουν μικρότερο κίνδυνο από την αγορά, ενώ αντίστοιχα χαρτοφυλάκιο ή χρεόγραφο με $\beta_p > 1$ αναμένεται να έχουν και μεγαλύτερη αναμενόμενη απόδοση καθώς εμπεριέχουν μεγαλύτερο κίνδυνο από την αγορά. Χαρτοφυλάκιο ή χρεόγραφο με συστηματικό κίνδυνο μηδέν είναι ακίνδυνα, καθώς δεν επηρεάζονται από τον τρόπο με τον οποίο μεταβάλλεται η αγορά.

Η έννοια του συστηματικού κινδύνου εισήχθη για πρώτη φορά το 1964, αποτελώντας τη βασική έννοια του μοντέλου αποτίμησης κεφαλαιουχικών περιουσιακών στοιχείων (capital asset pricing model) το οποίο προτάθηκε από τον Νομπελίστα William Sharpe ως μια προσέγγιση για την αποτίμηση περιουσιακών στοιχείων και χρεογράφων.

1.5 ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΩΝ

Ο σχεδιασμός μιας στρατηγικής διαφοροποίησης καθιστά εφικτή τη μείωση του επενδυτικού κινδύνου. Οι βάσεις για την ανάπτυξη ενός μεθοδολογικού πλαισίου για την αντιμετώπιση του θέματος αυτού τέθηκαν από τον Νομπελίστα Harry Markowitz στη δεκαετία του 1950. Οι κύριες έννοιες που ανέπτυξε ο Markowitz είναι αυτές του αποτελεσματικού χαρτοφυλακίου (efficient portfolio ή non-dominated portfolio) και του αποτελεσματικού συνόλου (efficient set). Ένα χαρτοφυλάκιο p ονομάζεται αποτελεσματικό εάν δεν υπάρχει ένα άλλο χαρτοφυλάκιο p' το οποίο να υπερτερεί έναντι του p όσον αφορά την απόδοση και τον κίνδυνο. Το σύνολο των αποτελεσματικών χαρτοφυλακίων ονομάζεται αποτελεσματικό σύνολο. Σύνηθες πρόβλημα αποτελεί ο τρόπος με τον οποίο εντοπίζεται ένα αποτελεσματικό σύνολο, καθώς και ο τρόπος με τον οποίο μπορεί να επιλεγεί από αυτό το πλέον κατάλληλο αποτελεσματικό χαρτοφυλάκιο το οποίο ανταποκρίνεται καλύτερα στην επενδυτική πολιτική του επενδυτή.

1.5.1 ΒΕΛΤΙΣΤΑ ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΑ ΥΠΟ ΚΑΘΕΣΤΩΣ ΑΝΟΙΧΤΩΝ ΠΩΛΗΣΕΩΝ

Εδώ αναλύεται η κατασκευή ενός βέλτιστου χαρτοφυλακίου κινδύνου δεδομένης επενδυτικής πολιτικής η οποία καθορίζει ότι η επιθυμητή απόδοση είναι R (Δούμπος, 2004). Παράλληλα θεωρείται ότι υπάρχει δυνατότητα πραγματοποίησης ανοιχτών πωλήσεων και το χαρτοφυλάκιο αποτελείται από m χρεόγραφα. Το πρόβλημα ανάγεται στη λύση ενός προβλήματος ελαχιστοποίησης του κινδύνου, υπό τους περιορισμούς της επιθυμητής απόδοσης και του ποσοστού συμμετοχής του εκάστοτε χρεογράφου. Αναλυτικότερα το πρόβλημα διατυπώνεται ως εξής :

$$\text{Ελαχιστοποίηση κινδύνου } \sigma_p^2 = \sum_{i=1}^m w_i^2 * \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^m \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^m w_i * w_j \sigma_{ij} = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m w_i * w_j \sigma_{ij}$$

$$\sum_{i=1}^m w_i = 1$$

Υπό τους περιορισμούς :

$$\sum_{i=1}^m w_i * E(r_i) = R$$

Η λύση του παραπάνω προβλήματος μπορεί να πραγματοποιηθεί με τη μέθοδο των πολλαπλασιαστών Lagrange. Καθώς η επίλυση του προβλήματος δε διασφαλίζει ότι τα ποσοστά συμμετοχής κάθε χρεογράφου στο χαρτοφυλάκιο είναι μη αρνητικά, στην περίπτωση που κάποιο χρεόγραφο κατέχει αρνητικό ποσοστό πρέπει να πουληθεί ανοιχτά.

1.5.2 ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΩΝ ΧΩΡΙΣ ΑΝΟΙΧΤΕΣ ΠΩΛΗΣΕΙΣ. ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ

Στη περίπτωση όπου δεν υπάρχει δυνατότητα πραγματοποίησης ανοιχτών πωλήσεων συνεπάγεται ότι όλα τα ποσοστά συμμετοχής θα πρέπει να είναι μεγαλύτερα ή ίσα με το μηδέν. Το παρών πρόβλημα τετραγωνικού μαθηματικού προγραμματισμού διατυπώνεται ως εξής (Δούμπος, 2004) :

$$\text{Ελαχιστοποίηση κινδύνου } \sigma_p^2$$

$$\sum_{i=1}^m w_i = 1$$

Υπό τους περιορισμούς :

$$w_i \geq 0$$

Η επίλυση του παραπάνω μπορεί να επιτευχθεί με τη χρήση μιας επαναληπτικής διαδικασίας στο πρώτο βήμα της οποίας υπολογίζεται ένα χαρτοφυλάκιο p_1 το οποίο ελαχιστοποιεί τον κίνδυνο ανεξαρτήτως της απόδοσης. Στο δεύτερο βήμα αναζητείται ένα νέο αποτελεσματικό χαρτοφυλάκιο p_2 το οποίο θα έχει υψηλότερο κίνδυνο έναντι του p_1 , αλλά παράλληλα θα έχει και υψηλότερη απόδοση. Το νέο αυτό χαρτοφυλάκιο μπορεί να κατασκευαστεί εισάγοντας έναν επιπλέον περιορισμό της μορφής : $E(r_{p_2}) \geq E(r_{p_1}) + x$, όπου x είναι ένας τυχαίος θετικός αριθμός ο οποίος αναπαριστά την επιπλέον απόδοση που επιθυμεί ο επενδυτής για το νέο χαρτοφυλάκιο. Η εφαρμογή της επαναληπτικής διαδικασίας θα πρέπει να σταματήσει όταν η τιμή η τιμή του δεξιού μέλους του περιορισμού υπερβεί την απόδοση του πλέον αποδοτικού χρεογράφου από αυτά που εξετάζονται για τη σύνθεση του χαρτοφυλακίου. Έτσι διαμορφώνεται ένα σύνολο αποτελεσματικών χαρτοφυλακίων το οποίο είναι αντιπροσωπευτικό του αποτελεσματικού συνόλου. Στη συνέχεια ο επενδυτής μπορεί να επιλέξει εκείνο το αποτελεσματικό χαρτοφυλάκιο το οποίο

ανταποκρίνεται καλύτερα στην επενδυτική του πολιτική όσον αφορά την απόδοση που τον ικανοποιεί και τον κίνδυνο που είναι διατεθειμένος να αναλάβει.

Δεδομένου του ιδιαίτερα αυξημένου πλήθους των μετοχών που διαπραγματεύονται στις διεθνείς χρηματιστηριακές αγορές το προηγούμενο πρόβλημα τετραγωνικού προγραμματισμού παρουσιάζει ένα βασικό πρόβλημα το οποίο έγκειται στον αυξημένο υπολογιστικό χρόνο που απαιτεί η επίλυσή του σε αυτή την περίπτωση. Για την αντιμετώπιση αυτού του προβλήματος είναι δυνατόν να χρησιμοποιηθούν άλλες τεχνικές η επίλυση των οποίων σημαντικά μικρότερο χρόνο. Σε μια τέτοια τεχνική χρησιμοποιείται η μέση απόλυτη απόκλιση από την αναμενόμενη απόδοση (mean absolute deviation-MAD, βλ. Konno and Yamazaki, 1991), ως εναλλακτικός τρόπος προσδιορισμού του κινδύνου. Θεωρώντας ένα σύνολο n ιστορικών δεδομένων για ένα χρεόγραφο x_i και $r_{i1}, r_{i2}, \dots, r_{in}$ τις αντίστοιχες αποδόσεις ο κίνδυνος του χρεογράφου προσδιορίζεται ως εξής :

$$MAD_i = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n |r_{it} - E(r_i)|$$

Ο κίνδυνος ενός χαρτοφυλακίου p αποτελούμενου από m χρεόγραφα, προσδιορίζεται ως εξής :

$$MAD_p = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n |r_{pt} - E(r_p)| = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \left| \sum_{i=1}^m w_i [r_{it} - E(r_i)] \right|$$

Η γραμμική μορφή του προβλήματος ελαχιστοποίησης του κινδύνου MAD_p του χαρτοφυλακίου δεδομένης μιας ελάχιστης επιθυμητής απόδοσης R έχει ως εξής :

$$\min f = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n y_t$$

Υπό τους περιορισμούς :

$$\sum_{i=1}^m w_i [r_{it} - E(r_i)] + y_t \geq 0, \quad \forall t = 1, 2, \dots, n$$

$$\sum_{i=1}^m w_i [r_{it} - E(r_i)] - y_t \leq 0, \quad \forall t = 1, 2, \dots, n$$

$$\sum_{i=1}^m w_i E(r_i) \geq R$$

$$\sum_{i=1}^m w_i = 1$$

$$w_i \geq 0, \quad \forall i$$

Δεδομένου ότι το πρόβλημα αυτό είναι γραμμικό τόσο ως προς την αντικειμενική συνάρτηση f , όσο και ως προς τους περιορισμούς, η επίλυσή του απαιτεί μικρό υπολογιστικό φόρτο, στοιχείο το οποίο επιτρέπει την εξέταση ενός μεγάλου αριθμού χρεογράφων.

ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΗΣΗ ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΩΝ

2.1 ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΗΣΗ ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΩΝ-Η ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΠΟΛΛΑΠΛΩΝ ΕΠΕΝΔΥΤΙΚΩΝ ΣΤΟΧΩΝ

Σε προηγούμενες αναλύσεις θεωρήθηκε ότι ο κύριος στόχος του επενδυτή είναι η ελαχιστοποίηση του κινδύνου δεδομένου ότι η επιθυμητή αναμενόμενη απόδοση είναι προκαθορισμένη. Μια εναλλακτική στρατηγική είναι η ανάπτυξη χαρτοφυλακίων τα οποία ανταποκρίνονται σε συγκεκριμένους επενδυτικούς στόχους. Οι στόχοι αυτοί μπορούν να αφορούν την απόδοση και τον κίνδυνο, αλλά ταυτόχρονα μπορούν να εισαχθούν στην ανάλυση και επιπλέον στόχοι.

Μια τέτοια περίπτωση πολλαπλών επενδυτικών στόχων, υιοθετεί η μέθοδος της αντιστοίχισης χαρτοφυλακίων με χρηματιστηριακούς δείκτες. Πιο συγκεκριμένα, πρόκειται για μια δημοφιλής τακτική παθητικής διαχείρισης κεφαλαίων. Οι βασικές στρατηγικές που χρησιμοποιούν διαχειριστές κεφαλαίων κατηγοριοποιούνται στην ενεργητική και τη παθητική διαχείριση (Beasley et al, 2003). Θεμελιώδης αξίωση της ενεργητικής διαχείρισης είναι η ικανότητα ενός διαχειριστή κεφαλαίου, μέσω της εμπειρίας του, κατάλληλων μεθόδων και μέσω της κρίσης του, να αυξήσει την αξία ενός κεφαλαίου χρησιμοποιώντας υψηλής απόδοσης μετοχές και παίρνοντας τις σωστές αποφάσεις αγοραπωλησίας. Η παθητική διαχείριση έγκειται στην κατασκευή κατάλληλου χαρτοφυλακίου το οποίο ρευστοποιείται μετά από κάποιο χρονικό διάστημα t , επιφέροντας κέρδη χωρίς ενδιάμεσες αγοραπωλησίες μετοχών. Εδώ οι διαχειριστές έχουν μικρότερο βαθμό ευελιξίας καθώς καλούνται να καθορίσουν ένα ορισμένο σύνολο κριτηρίων. Η ενεργητική διαχείριση κεφαλαίων έχει υψηλά σταθερά κόστη, τα οποία σχετίζονται με τα κόστη αγοραπωλησίας σε αντίθεση με τη παθητική διαχείριση η οποία έχει χαμηλότερα σταθερά κόστη, αλλά και χαμηλότερα κόστη αγοραπωλησίας. Παράλληλα στην ενεργητική διαχείριση ο επενδυτής εκτίθεται στον κίνδυνο της κεφαλαιαγοράς και των εταιρειών που επενδύει, ενώ στη παθητική διαχείριση ένας επενδυτής εκτίθεται αποκλειστικά στον κίνδυνο της κεφαλαιαγοράς. Τα τελευταία χρόνια στην Αμερική και στην Ευρώπη η παθητική διαχείριση κεφαλαίων υπερέρχει της ενεργητικής διαχείρισης για τους εξής λόγους:

- Η ιστορική εμπειρική ανάλυση έχει δείξει ότι μια καλή ενεργητική διαχείριση κεφαλαίου υπερτερεί της κεφαλαιαγοράς βραχυπρόθεσμα, για χρονική περίοδο ενός έτους, μακροπρόθεσμα όμως η πλειοψηφία τέτοιων κεφαλαίων υστερούν της κεφαλαιαγοράς. Για παράδειγμα στην Αγγλία το 1998 μόνο το ένα τέταρτο των ενεργητικά διαχειριζόμενων κεφαλαίων υπερτερούσαν των αντίστοιχων συγκριτικών

δεικτών σε χρονική διάρκεια 5 ετών (CAPS Investment Information Services, 1999). Επίσης ένα ενεργητικά διαχειριζόμενο κεφάλαιο το οποίο υπερτερεί της κεφαλαιαγοράς για ένα χρόνο υπάρχει μεγάλη πιθανότητα να υστερεί της κεφαλαιαγοράς τα μετέπειτα χρόνια. Για παράδειγμα στην Αγγλία πολλά κεφάλαια τα οποία είχαν από τις υψηλότερες αποδόσεις το 1992 βρέθηκαν ανάμεσα στα τέσσερα τελευταία μέχρι το 1998.

- Καθώς οι κεφαλαιαγορές, συνεπώς και οι δείκτες που τις αντιπροσωπεύουν, ακολουθούν βάσει ιστορικών στοιχείων ανοδική πορεία είναι ξεκάθαρο πως μπορούν να επιτευχθούν λογικές αποδόσεις, αποφεύγοντας έτσι επιπλέον κινδύνους που συνιστά η ενεργητική διαχείριση.

Το γενικό μεθοδολογικό πλαίσιο της αντιστοίχισης χαρτοφυλακίων με κάποιο χρηματιστηριακό δείκτη, συνίσταται στην κατασκευή ενός χαρτοφυλακίου το οποίο αποτυπώνει την πορεία ενός χρηματιστηριακού δείκτη. Με άλλα λόγια στόχος αυτής της προσέγγισης είναι η κατασκευή ενός χαρτοφυλακίου μετοχών, του οποίου η απόδοση ταυτίζεται με την απόδοση ενός δείκτη για συγκεκριμένη χρονική περίοδο. Αυτό επιτυγχάνεται αν αγοραστούν σε κατάλληλες ποσότητες οι μετοχές που συμμετέχουν στη σύνθεση του δείκτη. Αυτή η προσέγγιση είναι γνωστή ως πλήρης αντιγραφή (full or complete replication), παρουσιάζει όμως κάποια βασικά υπολογιστικά μειονεκτήματα :

- Για συγκεκριμένες μετοχές που συμμετέχουν στη σύσταση του δείκτη με πολύ μικρό ποσοστό, ο αριθμός τους στο χαρτοφυλάκιο θα είναι αναλογικά μικρός. Στην περίπτωση που ένας δείκτης αποτελείται από αρκετές μετοχές (για παράδειγμα στην Αμερική ο δείκτης Russel 3000 περιλαμβάνει 3000 μετοχές) και το επενδύμενο κεφάλαιο είναι σχετικά μικρό, τότε ο αριθμός κάποιων μετοχών αναπόφευκτα θα είναι υπερβολικά μικρός.

- Σε περίπτωση αναθεώρησης της σύστασης του δείκτη θα πρέπει να αναπροσαρμοστούν στο χαρτοφυλάκιο και τα ποσοστά συμμετοχής των μετοχών σε αυτό. Το πρόβλημα εντοπίζεται όταν η συχνότητα των αναθεωρήσεων είναι ιδιαίτερα μικρή. Για παράδειγμα η σύνθεση του Αμερικάνικου δείκτη S&P 500 το 2000 αναθεωρήθηκε 60 φορές (Standard et al, 2001).

- Τα κόστη αγοραπωλησίας των μετοχών για την κατασκευή του χαρτοφυλακίου, υπάρχει περίπτωση να καθιστούν απαγορευτικά. Αυτό συμβαίνει στην περίπτωση όπου ο δείκτης αποτελείται από πολλές μετοχές. Για παράδειγμα οι Αμερικάνικοι δείκτες S&P 500 και Russel 3000 αποτελούνται από 500 και 3000 μετοχές αντίστοιχα.

Για τους παραπάνω λόγους στην περίπτωση παθητικής διαχείρισης κεφαλαίων μέσω της αντιστοίχισης χαρτοφυλακίων με δείκτες, είναι επιθυμητό τα χαρτοφυλάκια να περιέχουν λιγότερες μετοχές από τον αριθμό των μετοχών που χρησιμοποιούνται για την κατασκευή του εκάστοτε δείκτη.

2.2 ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ ΓΙΑ ΤΗΝ ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΗΣΗ ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΩΝ ΜΕ ΧΡΗΜΑΤΙΣΤΗΡΙΑΚΟΥΣ ΔΕΙΚΤΕΣ

Για την πραγματοποίηση αυτής της προσέγγισης χρησιμοποιούνται διάφορες τεχνικές βελτιστοποίησης που έχουν σαν στόχο την ελαχιστοποίηση του αριθμού των μετοχών που συμμετέχουν στο χαρτοφυλάκιο και ταυτόχρονα την όσο το δυνατόν καλύτερη αποτύπωση του δείκτη. Μια γενική μαθηματική διατύπωση ενός τέτοιου μοντέλου έχει ως εξής :

Ελαχιστοποίηση του μέσου τετραγωνικού σφάλματος, $\min \sum_{i=1}^T (r_t - S_t)^2 / T$ (1)

Υπό τους περιορισμούς :

$$\bullet F = \tau * \sum_{i=1}^N X_i \quad (2)$$

$$\bullet F \leq \gamma * B \quad (3)$$

$$\bullet \sum_{i=1}^N X_i \leq B - F \quad (4)$$

$$\bullet VP_t = \sum_{i=1}^N V_{t,i} * (X_i / V_{T,i}) \quad (5)$$

$$\bullet r_t = (VP_t - VP_{t-1}) / VP_{t-1} \quad (6)$$

$$\bullet S_t = (I_t - I_{t-1}) / I_{t-1} \quad (7)$$

$$\bullet \sum_{i=1}^N y_i = K \quad (8)$$

$$\bullet X_i \leq M_i * y_i \quad (9)$$

$$\bullet X_i \geq \varepsilon_i * y_i, y_i \in \{0,1\} \quad (10)$$

Η σχέση (1) περιγράφει την αντικειμενική συνάρτηση του προβλήματος, σύμφωνα με την οποία είναι επιθυμητή η ελαχιστοποίηση του μέσου τετραγωνικού σφάλματος μεταξύ της απόδοσης r_t του χαρτοφυλακίου και της απόδοσης s_t του δείκτη. Με T συμβολίζεται η χρονική περίοδος εφαρμογής του μοντέλου. Ο πρώτος περιορισμός περιγράφεται από τη σχέση (2) και αναφέρεται στο συνολικό κόστος αγοραπωλησίας F των μετοχών που συνθέτουν το χαρτοφυλάκιο. Ως X_i συμβολίζεται το ποσό των χρημάτων που επενδύεται στη μετοχή i , τ ένας συντελεστής % με τον οποίο υπολογίζεται το κόστος αγοραπωλησίας συναρτήσει του επενδύμενου κεφαλαίου στην εκάστοτε μετοχή και N το σύνολο των υποψήφιων προς επένδυση μετοχών. Ο δεύτερος περιορισμός (σχέση 3) θέτει ένα άνω όριο για το συνολικό κόστος αγοραπωλησίας του χαρτοφυλακίου. Όπου γ κάποιο % ποσοστό και B το διαθέσιμο προς επένδυση κεφάλαιο. Η σχέση (4) αναφέρεται στον προσδιορισμό του καθαρού

ποσού επένδυσης αφού αποπληρωθούν τα κόστη αγοραπωλησίας. Η χρηματική αξία του χαρτοφυλακίου τη χρονική στιγμή t περιγράφει η σχέση (5), όπου $V_{t,i}$ η αξία της μετοχής i τη χρονική στιγμή t ενώ ο όρος $(X_i/V_{T,i})$ ισούται με τον αριθμό κάθε μετοχής i στο χαρτοφυλάκιο. Στις σχέσεις (6) και (7) περιγράφονται αντίστοιχα η απόδοση του χαρτοφυλακίου και η απόδοση του δείκτη. Ο αριθμός των επιθυμητών μετοχών K από τις οποίες αποτελείται το χαρτοφυλάκιο εξασφαλίζεται μέσω της σχέσης (8). Οι περιορισμοί (9) και (10) θέτουν κάποια άνω και κάτω όρια (M_i, ε_i) όσων αφορά την τιμή στην οποία θα πρέπει να αγοραστεί η εκάστοτε μετοχή.

2.2.1 VALUE AT RISK (VaR)

Η έννοια της VaR παρουσιάστηκε την τελευταία δεκαετία, από ερευνητές, ακαδημαϊκούς, χρηματοπιστωτικά ιδρύματα και αναλυτές (Δούμπος, 2004). Η διάδοση της VaR ξεκίνησε με την ανάπτυξη του συστήματος RiskMetrics από την Αμερικάνικη επενδυτική τράπεζα J.P. Morgan. Η ανάπτυξη του συγκεκριμένου συστήματος από την J.P. Morgan αποσκοπούσε στην ανάπτυξη και εφαρμογή ενός εργαλείου για τη μέτρηση και την παρακολούθηση των καθημερινών αναμενόμενων ζημιών της τράπεζας από όλες τις επενδυτικές θέσεις που είχε αναλάβει. Η απόφαση της τράπεζας να εκμεταλλευτεί εμπορικά το σύστημα RiskMetrics σε συνδυασμό με την δημοσιοποίηση της προσέγγισης στην οποία βασίζεται, έδωσαν ώθηση στο χώρο ο οποίος σήμερα αποτελεί ένα σημαντικό ερευνητικό πεδίο της χρηματοοικονομικής επιστήμης. Πιο συγκεκριμένα η έννοια της VaR απαντά με άμεσο τρόπο στο πρόβλημα της εκτίμησης του επενδυτικού κινδύνου, βοηθώντας τον αναλυτή να προσδιορίσει τη μέγιστη αναμενόμενη ζημία που μπορεί να υποστεί σε ένα δεδομένο χρονικό διάστημα με καθορισμένο βαθμό βεβαιότητας (βαθμό εμπιστοσύνης) ο οποίος συνήθως ορίζεται στα επίπεδα του 95% ή 99%. Ανάλογα με τον τρόπο με τον οποίο υπολογίζεται η VaR υποδηλώνει και διαφορετικό είδος κινδύνου. Μερικά τέτοια είδη VaR είναι :

- Η απόλυτη VaR (absolute VaR) η οποία υποδηλώνει την απόλυτη ζημία σε σχέση με την αρχική αξία της επένδυσης. Είναι θετική στην περίπτωση ζημίας και αντίστοιχα αρνητική στην περίπτωση κερδών.
- Η σχετική VaR (relative VaR) η οποία προσδιορίζει τη μέγιστη ζημία σε σχέση με το αναμενόμενο αποτέλεσμα της επένδυσης και είναι πάντα θετική.
- Η οριακή VaR (marginal VaR) η οποία εξετάζει την επίδραση κάθε επιμέρους χρεογράφου στον κίνδυνο του χαρτοφυλακίου. Είναι θετική εάν το χρεόγραφο είναι θετικά συσχετισμένο με το χαρτοφυλάκιο και αρνητική στην αντίθετη περίπτωση. Αυτό σημαίνει ότι η αύξηση του ποσού που είναι επενδυμένο σε ένα χρεόγραφο το οποίο είναι θετικά συσχετισμένο με το χαρτοφυλάκιο θα αυξήσει τον κίνδυνο του χαρτοφυλακίου, ενώ η αύξηση του ποσού που είναι επενδυμένο σε ένα χρεόγραφο το

οποίο είναι αρνητικά συσχετισμένο με το χαρτοφυλάκιο θα μειώσει τον κίνδυνο του χαρτοφυλακίου. Αντίστοιχα, η μείωση του ποσού που είναι επενδυμένο σε ένα χρεόγραφο το οποίο είναι θετικά συσχετισμένο με το χαρτοφυλάκιο θα μειώσει τον κίνδυνο του χαρτοφυλακίου, ενώ η μείωση του ποσού που είναι επενδυμένο σε ένα χρεόγραφο το οποίο είναι αρνητικά συσχετισμένο με το χαρτοφυλάκιο θα αυξήσει τον κίνδυνο του χαρτοφυλακίου.

- Η συνιστώσα VaR (component VaR) η οποία προσδιορίζει τη μεταβολή της VaR ενός χαρτοφυλακίου στην περίπτωση που μεταβληθεί η σύνθεσή του με την εξαγωγή από αυτό κάποιων χρεογράφων. Αν είναι θετική για κάποιο χρεόγραφο σημαίνει ότι το χρεόγραφο αυτό αυξάνει τον κίνδυνο του χαρτοφυλακίου και συνεπώς η ρευστοποίησή του θα μειώσει τον κίνδυνο. Αντίθετα αν είναι αρνητική για κάποιο χρεόγραφο σημαίνει ότι το χρεόγραφο μειώνει τον κίνδυνο του χαρτοφυλακίου και συνεπώς η ρευστοποίησή του θα αυξήσει τον κίνδυνο.

- Η επαυξημένη VaR (incremental VaR) η οποία ορίζεται ως η μεταβολή της VaR ενός χαρτοφυλακίου η οποία προέρχεται από την προσθήκη ενός νέου χρεογράφου στο ήδη υπάρχον χαρτοφυλάκιο.

- Η υπό συνθήκη VaR (conditional VaR) η οποία υποδηλώνει τη μέση ζημία σε σχέση με το αναμενόμενο αποτέλεσμα της επένδυσης.

Στην περίπτωση της αντιστοίχισης χαρτοφυλακίων με χρηματιστηριακούς δείκτες, η VaR εκφράζει την μέγιστη αναμενόμενη απόκλιση του χαρτοφυλακίου από τον δείκτη με καθορισμένο βαθμό εμπιστοσύνης. Κάποιες εφαρμογές της VaR και της υποσυνθήκη VaR (Conditional VaR) στην περίπτωση της αντιστοίχισης χαρτοφυλακίων παρουσιάζονται από τους Gaivoronski et al., (2005) και από τους Rockafellar et al., (2002). Οι Gaivoronski et al. παρουσιάζουν αριθμητικές εφαρμογές διαφόρων τεχνικών μέτρησης του επενδυτικού κινδύνου και της «απόκλισης αποτύπωσης» (tracking error) στο Χρηματιστήριο Αξιών του Όσλο. Ειδικότερα επιλέγουν τις 65 μεγαλύτερες εταιρίες του βιομηχανικού κλάδου και τον βιομηχανικό δείκτη. Τα δεδομένα προέρχονται από καθημερινές τιμές 2 ετών (500 ημέρες). Πραγματοποιούν 5 πειράματα διατυπώνοντας κάθε φορά την αντικειμενική συνάρτηση με βάση 5 διαφορετικές τεχνικές μέτρησης της «απόκλισης αποτύπωσης». Και οι πέντε μέθοδοι που χρησιμοποιούνται, ανάμεσα αυτών και η υπό συνθήκη VaR επιτυγχάνουν εξίσου καλά αποτελέσματα. Επίσης προτείνεται για την αντιμετώπιση προβλημάτων αντιστοίχισης χαρτοφυλακίων ένα πρωτότυπο Σύστημα Υποστήριξης Αποφάσεων το οποίο περιλαμβάνει διαφορετικές εναλλακτικές εκ των οποίων καθεμία ανταποκρίνεται σε διαφορετικά είδη επενδυτών.

2.2.2 ΓΡΑΜΜΙΚΑ ΜΟΝΤΕΛΑ

Το αντικείμενο πολλών επενδυτών είναι να αποτυπώσουν όσο καλύτερα γίνεται την πορεία ενός χρηματιστηριακού δείκτη, ελαχιστοποιώντας το άθροισμα των τετραγωνικών αποκλίσεων των αποδόσεων του χαρτοφυλακίου από τον δείκτη. Το πρόβλημα αυτό ελαχιστοποίησης της μεταβλητότητας της «απόκλισης αποτύπωσης» (tracking error) έλυσε ο Roll (1992) διατυπώνοντας προβλήματα βελτιστοποίησης τετραγωνικού μαθηματικού προγραμματισμού. Σε αντίθεση με τον Roll οι Clark et al., (1994) προσδιόρισαν την «απόκλιση αποτύπωσης» σαν την απόλυτη διαφορά μεταξύ της απόδοσης του χαρτοφυλακίου και της απόδοσης του προς αποτύπωση δείκτη. Τη προσέγγιση της βελτιστοποίησης χαρτοφυλακίων με τη χρήση γραμμικού προγραμματισμού πρότεινε ο Sharpe (1971), ενώ πιο πρόσφατα οι Konno και Yamazaki το 1991 και ο Speranza το 1993 ανέπτυξαν ένα μοντέλο βελτιστοποίησης χαρτοφυλακίων το οποίο βασίζεται στη μέση απόλυτη απόκλιση της απόδοσης του χαρτοφυλακίου. Εφαρμογές γραμμικών μοντέλων στην περίπτωση της αντιστοίχισης χαρτοφυλακίων με χρηματιστηριακούς δείκτες παρουσιάζουν οι Rudolf et al., (1999). Χρησιμοποιούν γραμμικές αντικειμενικές συναρτήσεις για την περιγραφή της «απόκλισης αποτύπωσης» (tracking error) οι οποίες εμπεριέχουν τις απόλυτες αποκλίσεις μεταξύ των αποδόσεων του χαρτοφυλακίου και του δείκτη. Πιο συγκεκριμένα στο πρώτο μοντέλο που παρουσιάζουν οι Rudolf, Wolter και Zimmermann ελαχιστοποιείται η μέση απόλυτη απόκλιση (mean absolute deviation) των αποδόσεων δείκτη-χαρτοφυλακίου (MAD model), ενώ στο δεύτερο μοντέλο ελαχιστοποιείται η μέγιστη απόκλιση μεταξύ των αποδόσεων χαρτοφυλακίου και δείκτη (MinMax model). Εφαρμογή των παραπάνω μοντέλων πραγματοποιείται με αριθμητικά δεδομένα μετοχών που συμμετέχουν σε χρηματαγορές 6 διαφορετικών κρατών : Αμερική, Ιαπωνία, Αγγλία, Γερμανία, Γαλλία, Ελβετία. Σαν επενδυτικός στόχος των χαρτοφυλακίων καθορίζεται ο δείκτης παγκόσμιας χρηματαγοράς MSCI (Morgan Stanley Capital International Index). Υπολογίζονται οι μηνιαίες αποδόσεις των μετοχών και του δείκτη για χρονική περίοδο 9 ετών. Οι πρώτοι 62 μήνες χρησιμοποιούνται σαν δείγμα εκπαίδευσης για την επιλογή των χαρτοφυλακίων. Οι υπόλοιποι 48 μήνες χρησιμοποιούνται σαν δείγμα ελέγχου των αποτελεσμάτων. Κοινό χαρακτηριστικό των τεχνικών που χρησιμοποιούνται είναι η ελαχιστοποίηση της απόλυτης απόκλισης (absolute deviation) σε αντίθεση με το μοντέλο του Roll (1992) το οποίο χρησιμοποιεί την τετραγωνική απόκλιση. Τα αποτελέσματα συγκρίνονται με αυτά ενός μοντέλου τετραγωνικού προγραμματισμού. Για συγκεκριμένες αγορές, τα ποσοστά συμμετοχής των μετοχών στο κάθε χαρτοφυλάκιο που υπολογίζει κάθε μοντέλο διαφέρουν, που σημαίνει ότι κάθε μοντέλο βελτιστοποίησης έχει ως σκοπό ένα συγκεκριμένο αντικείμενο επένδυσης.

2.2.3 ΕΞΕΛΙΚΤΙΚΟΙ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ

Οι Εξελικτικοί αλγόριθμοι (E.A.) είναι μια κατηγορία μεθόδων βελτιστοποίησης που βασίζουν τη λειτουργία τους στη μίμηση των διαδικασιών της φυσικής εξέλιξης (Back et al., 1997). Εμφανίστηκαν στα τέλη της δεκαετίας του 1950, με την παρουσίαση εργασιών από διάφορους ερευνητές (Bremermann, 1962, Friedberg et al., 1959, Box, 1957). Όμως, για περίπου τρεις δεκαετίες παρέμεναν στην αφάνεια και η διεθνής επιστημονική κοινότητα μάλλον αγνοούσε την ύπαρξή τους. Ο λόγος ήταν η απουσία ικανών ηλεκτρονικών υπολογιστών, που θα μπορούσαν να εκμεταλλευτούν τις δυνατότητες των E.A., αλλά και τα προβλήματα και οι ατέλειες των πρώτων προσεγγίσεων στο θέμα. Το τοπίο άρχισε να αλλάζει μετά τη δεκαετία του 1960, όταν παρουσιάστηκαν εργασίες όπως αυτές των Holland (Holland, 1962), Rechenberg (Rechenberg, 1965), Schwefel (Schwefel, 1968) και Fogel (Fogel, 1962). Οι παραπάνω εργασίες ακολουθούσαν διαφορετικές προσεγγίσεις στο θέμα, είχαν όμως κοινό παρονομαστή τη χρήση ενός πιθανού αριθμού λύσεων, οι οποίες εξελισσόμενες με τη χρήση τεχνικών δανεισμένων από τη γενετική, κατέληγαν σε σχεδόν βέλτιστες λύσεις.

Οι Εξελικτικοί αλγόριθμοι εμφανίζονται σε τρεις διαφορετικές μορφές, οι οποίες ακολουθούν διακριτή πορεία, αλλά με ισχυρές αλληλεπιδράσεις μεταξύ τους :

- Γενετικοί Αλγόριθμοι
- Εξελικτικός Προγραμματισμός
- Εξελικτικές Στρατηγικές

Ως παρακλάδι των Γενετικών Αλγορίθμων εξελίχθηκε πρόσφατα ο Γενετικός Προγραμματισμός.

Οι Γενετικοί Αλγόριθμοι εφευρέθηκαν από τον John Holland (Holland, 1962) κατά τη δεκαετία του 1960 και αναπτύχθηκαν στην αρχή από τον ίδιο και τους φοιτητές του στο πανεπιστήμιο του Michigan ανάμεσα στο 1960 και το 1970. Σε αντίθεση με τις υπόλοιπες τεχνικές, ο Holland είχε ως στόχο όχι το σχεδιασμό αλγορίθμων που να επιλύουν συγκεκριμένα προβλήματα, αλλά περισσότερο να εξετάσει κατά τρόπο γενικό το φαινόμενο της προσαρμογής, όπως αυτό παρατηρείται στη φύση και να αναπτύξει τρόπους, έτσι ώστε οι μηχανισμοί της φυσικής προσαρμογής να προσαρμοσθούν σε υπολογιστικά συστήματα.

Μια εφαρμογή γενετικών αλγορίθμων στο πρόβλημα της αντιστοίχισης χαρτοφυλακίων παρουσιάζεται από τους Meade και Beasley (2004). Ειδικότερα οι Meade και Beasley αναφέρονται στην επιλογή χαρτοφυλακίων μετοχών τα οποία έχουν την ικανότητα όχι μόνο να αποτυπώσουν, αλλά ταυτόχρονα να υπερβάλλουν της πορείας κάποιου χρηματιστηριακού δείκτη στο άμεσο μέλλον. Παρουσιάζεται μια τεχνική βελτιστοποίησης διαφορετική από τις κλασικές τεχνικές του γραμμικού και τετραγωνικού προγραμματισμού, η οποία δεν εξαρτάται από τη φύση της αντικειμενικής συνάρτησης ή των περιορισμών. Η ευελιξία του αλγορίθμου που

χρησιμοποιείται έγκειται στην ικανότητα χρήσης αντικειμενικών συναρτήσεων και περιορισμών που δεν είναι απαραίτητα γραμμικά. Δυο αντικειμενικές συναρτήσεις που μπορεί να χρησιμοποιήσει ο γενετικός αλγόριθμος (Beasley et al., 2003) για την εξαγωγή ενός αρχικού πληθυσμού λύσεων είναι οι ακόλουθες :

- Ελαχιστοποίηση του μέσου τετραγωνικού σφάλματος, $\min \sum_{i=1}^T (r_i - R_i)^2 / T$
- Ελαχιστοποίηση της μέσης απόλυτης απόκλισης, $\min \sum_{i=1}^T |r_i - R_i| / T$

Όπου r_t : η απόδοση του χαρτοφυλακίου κάθε χρονική στιγμή t, με $t = 1, \dots, T$

R_t : η απόδοση του δείκτη κάθε χρονική στιγμή t, με $t = 1, \dots, T$

Επιπρόσθετα το πρόβλημα χωρίζεται σε τρεις υποκατηγορίες, ανάλογα με την απόκλιση που παρουσιάζει κάθε φορά το χαρτοφυλάκιο από τον δείκτη :

- Καθορισμένη απόκλιση

Σε αυτή τη περίπτωση η επιθυμητή απόκλιση μεταξύ χαρτοφυλακίου και δείκτη οποιαδήποτε χρονική στιγμή t είναι σταθερή και ίση με μια τιμή R^* . Για την προσέγγιση αυτή κατασκευάζεται ένας «τεχνητός» δείκτης που έχει την επιθυμητή απόκλιση R^* από τον αρχικό δείκτη. Έτσι η λύση του προβλήματος βρίσκεται στην επιλογή χαρτοφυλακίων τα οποία αποτυπώνουν πλέον την πορεία του «τεχνητού» δείκτη.

- Ημι-καθορισμένη απόκλιση

Εδώ απαιτείται η τιμή της απόκλισης μεταξύ χαρτοφυλακίου και δείκτη να είναι τουλάχιστον R^* σε κάθε χρονική στιγμή t. Χρησιμοποιείται και πάλι ένας «τεχνητός» δείκτης με τη διαφορά ότι σε αυτή την περίπτωση οι αντικειμενικές συναρτήσεις που χρησιμοποιούνται θα πρέπει να «αποθαρρύνουν» την αρνητική απόκλιση του χαρτοφυλακίου από τον «τεχνητό» δείκτη (επιβολή ποινών) και να ενθαρρύνουν τη θετική απόκλιση. Ως αντικειμενικές συναρτήσεις χρησιμοποιούνται οι σχέσεις των Sharpe (Sharpe, 1966,1975,1994) και Sortino (Sortino and Price, 1994) τροποποιημένες ανάλογα.

- Μη-καθορισμένη απόκλιση

Επιθυμείται κάποια απόκλιση μεταξύ χαρτοφυλακίου και δείκτη, σε οποιαδήποτε χρονική στιγμή, χωρίς τον προσδιορισμό συγκεκριμένης τιμής απόκλισης. Αυτό αντιμετωπίζεται σαν περίπτωση ημι-καθορισμένης απόκλισης στην οποία το R^* ισούται με το μηδέν. Εναλλακτική προσέγγιση είναι η χρήση μιας παραμετρικής αντικειμενικής συνάρτησης, η οποία ισούται με το άθροισμα του μέσου τετραγωνικού σφάλματος του χαρτοφυλακίου και της μέσης απόλυτης απόκλισης σταθμισμένα με κατάλληλα βάρη. Η αντικειμενική συνάρτηση περιγράφεται ως εξής :

$$\min \lambda \sqrt{\left[\sum_{i=1}^T (r_i - R_i)^2 \right] / T} - (1 - \lambda) \sum_{i=1}^T (r_i - R_i) / T$$

Όπου : $0 \leq \lambda \leq 1$ ενώ στην περίπτωση που $\lambda=1$ παρουσιάζεται ακριβής αποτύπωση του δείκτη με την υπερβάλλουσα απόδοση να ισούται με το μηδέν. Αντίθετα για $\lambda=0$ μεγιστοποιείται η υπερβάλλουσα απόδοση του χαρτοφυλακίου.

Ο Εξελικτικός Προγραμματισμός αναπτύχθηκε από τον Fogel (Fogel, 1962) με σκοπό να διερευνήσει τη δυνατότητα εξέλιξης τεχνητής νοημοσύνης, με την έννοια η μηχανή να μπορεί να προβλέπει αλλαγές στο περιβάλλον της και αντιδρά κατάλληλα. Οι εξελισσόμενοι πληθυσμοί είναι Finite State Machines (FSM), η δομή των οποίων μπορεί να μεταβληθεί μέσα από την εξελικτική διαδικασία, με σκοπό να καταστούν ικανές να προβλέπουν γεγονότα με βάση την εκπαίδευση σε προηγούμενες παρατηρήσεις. Μια FSM έχει την ικανότητα να μετατρέπει μια σειρά συμβόλων εισόδου σε μια σειρά συμβόλων εξόδου, με βάση μια πεπερασμένη λίστα καταστάσεων και μια πεπερασμένη λίστα κανόνων. Η ιδέα ήταν οι μηχανές να εξελίσσονται μαζί με το περιβάλλον τους, ώστε να προσαρμόζονται σε αυτό. Η αξιολόγηση της FSM σε σχέση με το περιβάλλον μετρείται με βάση την ποιότητα πρόβλεψης που επιτυγχάνει. Πιο συγκεκριμένα κάθε σύμβολο εξόδου συγκρίνεται με το επόμενο σύμβολο εισόδου και η ποιότητα της πρόβλεψης ποσοτικοποιείται με τη βοήθεια κάποιας συνάρτησης.

Εκτός από τις παραπάνω γενικές κατηγορίες E.A., υπάρχει μια πληθώρα τροποποιήσεων και υποκατηγοριών, ανάλογα με το πρόβλημα που αντιμετωπίζεται. Η ανοικτή μορφή των Εξελικτικών Αλγορίθμων επιτρέπει την ελεύθερη τροποποίηση των επί μέρους λειτουργιών τους, κάτι που περιορίζεται μόνο από τη φαντασία του εκάστοτε ερευνητή.

Τεχνικές βελτιστοποίησης οι οποίες χρησιμοποιούν Εξελικτικούς Αλγόριθμους για την αντιστοίχιση χαρτοφυλακίων με χρηματιστηριακούς δείκτες έχουν παρουσιαστεί από τους Beasley, Meade και Chang (Beasley et al., 2003). Ο E.A. ο οποίος χρησιμοποιήθηκε από τους προηγούμενους ονομάζεται “population heuristic”. Αρχικά επιλέγεται ένας αρχικός «πληθυσμός» πιθανών λύσεων στον οποίο εφαρμόζονται γενετικοί μηχανισμοί αποκλίσεων, όπως ο μηχανισμός της αναπαραγωγής και της μετάλλαξης. Κατά τη διαδικασία της βελτιστοποίησης κάθε πιθανή λύση του προβλήματος κωδικοποιείται σαν ένα χρωμόσωμα. Με ανταλλαγή γενετικού υλικού ανάμεσα σε δυο χρωμοσώματα υλοποιείται η διαδικασία της διασταύρωσης. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα την παραγωγή νέων λύσεων (απόγονοι-παιδιά), οι οποίες φέρουν κάποια χαρακτηριστικά των προηγούμενων λύσεων (γονείς). Ο δεύτερος μηχανισμός αποκλίσεων μεταξύ των ατόμων (λύσεων) είναι αυτός της μετάλλαξης. Οι μεταλλάξεις είναι σφάλματα στην αντιγραφή του γενετικού υλικού κατά τη διαδικασία της μίτωσης (της διαίρεσης και του πολλαπλασιασμού των κυττάρων). Οι απόγονοι μπορούν να αντικαταστήσουν είτε όλο τον πληθυσμό (λύσεις), είτε να αντικαταστήσουν τα λιγότερο «υγιή άτομα» του πληθυσμού. Τα βασικά βήματα ενός απλού P.H. (popular heuristic) είναι :

- Γέννα έναν αρχικό πληθυσμό

- Αξιολόγηση της ποιότητας των ατόμων του πληθυσμού

Επανάλαβε τα βήματα :

- Επιλογή ατόμων από τον πληθυσμό που θα γίνουν γονείς
- Γενετικός συνδυασμός γονέων για την παραγωγή απογόνων
- Μετάλλαξη των απογόνων
- Αξιολόγηση της ποιότητας των απογόνων
- Αντικατάσταση όλων ή κάποιων ατόμων του πληθυσμού από τους απογόνους

Μέχρι :

- Επίτευξη καλύτερης λύσης

Η αξιολόγηση της ποιότητας των ατόμων του πληθυσμού γίνεται με μια συνάρτηση η οποία καλείται συνάρτηση προσαρμογής (fitness function). Στην εφαρμογή του αλγορίθμου P.H. χρησιμοποιήθηκε αρχικά μέγεθος πληθυσμού 100 ατόμων (μετοχών), τυχαία επιλεγμένα, εκτός από ένα το οποίο αντιστοιχεί στο επιθυμητό χαρτοφυλάκιο. Για την επιλογή των «γονέων» δημιουργήθηκαν δυο ομάδες ατόμων καθεμία αποτελούμενη από δυο άτομα τυχαία επιλεγμένα από τον πληθυσμό. Τα άτομα που επιτυγχάνουν τον καλύτερο βαθμό στη συνάρτηση προσαρμογής είναι υποψήφια για τη θέση του γονέα. Επιλέγεται ένα από κάθε ομάδα. Κάθε ζευγάρι γονέων έχει ένα παιδί, το οποίο δημιουργείται με επιχιασμό. Αν μια μετοχή συμπεριλαμβάνεται και στους δυο γονείς, τότε συμπεριλαμβάνεται και στο παιδί με την τιμή ίση με αυτή που συμμετέχει σε έναν από τους δύο γονείς. Η επιλογή γίνεται τυχαία. Αν μια μετοχή συμπεριλαμβάνεται μόνο σε έναν από τους δυο γονείς, τότε υπάρχει πιθανότητα 50% να συμμετέχει στο παιδί τους. Επίσης η μετάλλαξη των παιδιών πραγματοποιείται αυξομειώνοντας 0,5% την τιμή μιας μετοχής, η οποία επιλέγεται τυχαία.

Οι Beasley et al., πραγματοποίησαν 5 πειράματα για την εφαρμογή της τεχνικής τους σε 5 διαφορετικές χρηματαγορές. Οι δείκτες που επέλεξαν είναι ο Hang Seng (Χονγκ Κόνγκ), ο DAX 100 (Γερμανία), ο FTSE 100 (Αγγλία), ο S&P 100 (Αμερική) και ο Nikkei 225 (Ιαπωνία). Χρησιμοποιήθηκε χρονική περίοδος 290 εβδομάδων (περίπου 6 χρόνια), εκ των οποίων οι πρώτες 145 αποτέλεσαν το δείγμα εκπαίδευσης του συστήματος. Οι επόμενες 145 χρησιμοποιήθηκαν για τον έλεγχο των αποτελεσμάτων. Η αντιστοίχιση έγινε μεταξύ δείκτη και χαρτοφυλακίου, το οποίο περιείχε κάθε φορά μετοχές λιγότερες από αυτές που συνθέτουν τον δείκτη. Μια παρατήρηση των αποτελεσμάτων έδειξε πως η μείωση της «απόκλισης αποτύπωσης» (tracking error) χρησιμοποιώντας το δείγμα εκπαίδευσης οδηγεί σε μείωση της «απόκλισης αποτύπωσης» του χαρτοφυλακίου και στο άμεσο μέλλον (δείγμα ελέγχου). Αξιοσημείωτο είναι το γεγονός ότι η μέθοδος των Beasley et al. παρουσίασε εξαιρετικά καλά αποτελέσματα στην περίπτωση της αντιστοίχισης ενός χαρτοφυλακίου με τον δείκτη Wilshire, ο οποίος αποτελείται από περίπου 7000

μετοχές, χρησιμοποιώντας μόνο 250 μετοχές. Επίσης οι μετοχές που χρησιμοποιήθηκαν στο χαρτοφυλάκιο επιλέχθηκαν από το δείκτη Russel 3000.

2.2.4 ΜΕΤΑΕΥΡΕΤΙΚΟΙ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ

Τα τελευταία χρόνια έχουν αναπτυχθεί αλγόριθμοι για την επίλυση προβλημάτων συνδυαστικής βελτιστοποίησης (Μυγδαλάς, 2002), προβλήματα τα οποία λόγω της πολυπλοκότητάς τους δεν μπορούν να αντιμετωπιστούν χρησιμοποιώντας παραδοσιακές τεχνικές βελτιστοποίησης. Οι περισσότεροι αλγόριθμοι προέρχονται από την περιοχή που ονομάζεται τοπική αναζήτηση (local search) και ονομάζονται μεταευρετικοί αλγόριθμοι. Οι βασικότερες από αυτές τις μεθόδους είναι η προσομοιωμένη απόπτηση (Simulated Annealing), η περιορισμένη αναζήτηση (Tabu Search), οι γενετικοί αλγόριθμοι (Genetic Algorithms) και τα νευρωνικά δίκτυα (neural nets). Σε αυτές τις μεθόδους εξερευνάται το πεδίο της λύσης με σκοπό να βρεθεί μια καλύτερη λύση. Τόσο η προσομοιωμένη απόπτηση όσο και η περιορισμένη αναζήτηση ξεκινάνε από μια αρχική λύση x_1 και προχωράνε σε κάθε επανάληψη t από τη λύση x_t στη λύση x_{t+1} στη γειτονιά $N(x_t)$ του x_t μέχρι ένα κριτήριο τερματισμού να ικανοποιηθεί. Οι γενετικοί αλγόριθμοι εξετάζουν σε κάθε βήμα ένα πληθυσμό από λύσεις. Κάθε πληθυσμός παράγεται από τον προηγούμενο, συνδυάζοντας τα καλύτερα στοιχεία και διαγράφοντας τα χειρότερα. Τα νευρωνικά δίκτυα περικλείουν ένα ευρετικό αλγόριθμο μάθησης που προσαρμόζει βαθμιαία ένα σύνολο από βάρη μέχρι να φτάσουμε σε μια αποδεκτή λύση. Ένα επιπλέον χαρακτηριστικό αυτών των αλγορίθμων είναι ότι προσομοιώνουν κάποια διαδικασία η οποία συνήθως έχει εφαρμογή στη φύση. Τα στοιχεία που χρησιμοποιούν αυτοί αλγόριθμοι και μεταφορικά συμβαίνουν και στη φύση είναι τα εξής :

- Χρησιμοποιούν ένα αριθμό από επαναληπτικές δοκιμές
- Περιλαμβάνουν ένα ή περισσότερους πράκτορες (νευρώνες, μόρια, χρωμοσώματα)
- Λειτουργούν βάση ενός μηχανισμού συνεργασίας και ανταγωνισμού
- Περιλαμβάνουν διαδικασίες αυτό-τροποποιήσεων των ευρετικών παραμέτρων ή ακόμα και της αναπαράστασης του προβλήματος

Τα κύρια χαρακτηριστικά των ευρετικών αλγορίθμων είναι τα εξής :

- Μοντελοποιούν ένα φαινόμενο που υπάρχει στη φύση
- Μπορούν να μεταφερθούν εύκολα σε παράλληλη μορφή
- Είναι προσαρμοστικοί αλγόριθμοι

Ο πρώτος που πρότεινε τη χρήση της προσομοιωμένης απόπτησης σαν μέθοδο για την επίλυση προβλημάτων συνδυαστικής βελτιστοποίησης ήταν ο Kirkpatrick (1983). Το όνομα του αλγορίθμου προέρχεται από την αναλογία ανάμεσα στην προσομοίωση της απόπτησης των υλικών και την στρατηγική επίλυσης προβλημάτων συνδυαστικής βελτιστοποίησης. Η απόπτηση περιγράφεται σαν μια διαδικασία όπου

ένα στερεό υλικό θερμαίνεται μέχρι το σημείο τήξεώς του και στη συνέχεια ψύχεται αργά. Όταν η ψύξη σταματήσει τότε το υλικό πέφτει σε στάδιο χαμηλότερης ενέργειας. Στην συνδυαστική βελτιστοποίηση αυτό αναπαρίσταται με την κίνηση στον εφικτό χώρο αναζήτησης μέχρι ο αλγόριθμος να σταματήσει σε μια εφικτή λύση. Στην προσομοιωμένη ανόπτηση, η γειτονιά $N(s)$ καθορίζει καταστάσεις στις οποίες μπορεί να βρεθεί κάποιος από την τρέχουσα κατάσταση s . Από την αρχική κατάσταση s_0 με μια τυχαία διαταραχή του συστήματος γεννιέται μια καινούρια λύση s' . Το αποτέλεσμα της αλλαγής στην τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης υπολογίζεται ως $\delta = f(s') - f(s_0)$. Αν το δ είναι αρνητικό η καινούρια κατάσταση είναι πάντοτε αποδεκτή. Αν το δ είναι μη αρνητικό η καινούρια κατάσταση είναι αποδεκτή σύμφωνα με τους νόμους της θερμοδυναμικής. Στη θερμοκρασία t η πιθανότητα της αύξησης στην ενέργεια της ποσότητας δ δίνεται από τη σχέση $p(\delta) = e^{-\delta/kt}$. Η παράμετρος k είναι η σταθερά Boltzmann, η οποία αγνοείται καθώς δεν έχει νόημα στην συνδυαστική βελτιστοποίηση. Με άλλα λόγια η προσομοιωμένη ανόπτηση προσφέρει ένα μηχανισμό για την αποδοχή μικρών αυξήσεων στην τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης, ελέγχοντας την πιθανότητα της αποδοχής $p(\delta)$ της νέας αντικειμενικής συνάρτησης δια μέσου της θερμοκρασίας. Έτσι σε υψηλότερες θερμοκρασίες είναι πιο πιθανό μια λύση με χειρότερη τιμή στην αντικειμενική συνάρτηση να είναι αποδεκτή σαν καινούρια κατάσταση του προβλήματος. Για τη μείωση της θερμοκρασίας χρησιμοποιείται μια συνάρτηση η οποία μαζί με την αρχική θερμοκρασία περιγράφει το πρόγραμμα ανόπτησης που καθορίζει πότε και πόσο πρέπει να μειωθεί η θερμοκρασία. Μια συνήθης μορφή της συνάρτησης μείωσης της θερμοκρασίας T είναι η $T = a * T$, με $0.8 \leq a \leq 0.99$. Παράμετροι οι οποίες ρυθμίζονται και δοκιμάζονται κατά τη διάρκεια της προσομοιωμένης ανόπτησης είναι ο καθορισμός της γειτονιάς που θα γίνει η αναζήτηση, η συνάρτηση μείωσης της θερμοκρασίας, ο αριθμός των εσωτερικών επαναλήψεων καθώς και η εμφάνιση στρατηγικής αύξησης της θερμοκρασίας.

Ο μεταερευτικός αλγόριθμος της περιορισμένης αναζήτησης αρχικά παρουσιάστηκε από τον Glover (1990). Αυτή η μέθοδος χρησιμοποιεί ένα ευρετικό αλγόριθμο για να μετακινηθεί από την μια λύση στην άλλη. Βέβαια όπως και στους άλλους μεταερευτικούς αλγόριθμους, υπάρχει η πιθανότητα ο αλγόριθμος να σταματήσει σε κάποιο τοπικό ελάχιστο. Σε αντίθεση με την προσομοιωμένη ανόπτηση η προσπάθεια της μεθόδου να ξεπεράσει τη λύση του τοπικού ελάχιστου γίνεται με τη χρήση στρατηγικής και όχι με τυχαία επιλογή της επόμενης λύσης. Η μέθοδος της περιορισμένης αναζήτησης οδηγεί την αναζήτηση στον χώρο των εφικτών λύσεων με την κίνηση σε καλύτερες λύσεις καθώς δεν επιτρέπει κάποιες κατευθύνσεις αναζήτησης. Πιο συγκεκριμένα κατασκευάζεται μια αρχική λύση αξιοποιώντας τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά του κάθε προβλήματος. Στη συνέχεια υπολογίζεται η τιμή της συνάρτησης κόστους για τις υποψήφιες λύσεις στη

«γειτονιά» της αρχικής λύσης και γίνεται μια προσπάθεια προσανατολισμού προς τη «γειτονιά» που δίνει την καλύτερη λύση ή τουλάχιστον τη λιγότερο κακή λύση. Η καλύτερη τιμή της συνάρτησης κόστους καθορίζει συνήθως την ποιότητα της λύσης. Για την αποφυγή περιττών υπολογισμών κόστους υπολογίζεται μια τιμή κίνησης (move value) αντί του υπολογισμού του ολικού κόστους. Έτσι, για τον υπολογισμό των αλλαγών που συσχετίζονται με την κίνηση χρησιμοποιείται μια συνάρτηση $\delta c(s)$ αντί της συνάρτησης κόστους $c(s)$. Για την αποφυγή τερματισμού του αλγορίθμου σε θέση τοπικού ελάχιστου χρησιμοποιούνται ιστορικές πληροφορίες από τις k τελευταίες επαναλήψεις. Το σύνολο των λύσεων που καθορίζονται από αυτές τις πληροφορίες μορφοποιούν τη λίστα περιορισμένης αναζήτησης (tabu list). Η συγκεκριμένη διαδικασία χρησιμοποιεί μνήμη μικρής διάρκειας έτσι ώστε να αναγνωρίζονται οι κατευθύνσεις που έχουν εξερευνηθεί. Οι απαγορευμένες αυτές κατευθύνσεις αναζήτησης ονομάζονται περιορισμένες κινήσεις (tabu move), όπου το μέγεθος της λίστας περιορισμένης αναζήτησης είναι k . Η τιμή k είτε κανονικοποιείται εξ αρχής είτε παραμένει μεταβλητή εξαρτώμενη από τις ιδιαίτερες συνθήκες του εκάστοτε προβλήματος. Υπάρχει επίσης η περίπτωση τυχαίας επιλογής του k από συγκεκριμένο διάστημα. Η παραπάνω λίστα βοηθά στην αποφυγή λήψης ίδιων λύσεων ανάμεσα στις λύσεις που προκύπτουν με διαφορετικές επαναλήψεις. Καθώς η περιορισμένη αναζήτηση δεν συγκλίνει με φυσικό τρόπο θέτονται κάποια κριτήρια τερματισμού τα οποία αναφέρονται σε δεδομένο αριθμό επαναλήψεων ή σε καθορισμένο αριθμό επαναλήψεων από την τελευταία φορά που βρέθηκε καλύτερη λύση.

Μια εφαρμογή των παραπάνω μεταερευνητικών αλγορίθμων στο πρόβλημα της αντιστοίχισης χαρτοφυλακίων με χρηματιστηριακούς δείκτες έχει παρουσιαστεί από τους Chang et al., (2000). Χρησιμοποιήθηκαν τρεις ευρετικοί αλγόριθμοι οι οποίοι βασίζονται αντίστοιχα σε γενετικούς αλγόριθμους, στον αλγόριθμο της περιορισμένης αναζήτησης (tabu search) και στον αλγόριθμο της προσομοιωμένης απόπτωσης (Simulated Annealing).

ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΣΤΟ ΧΡΗΜΑΤΙΣΤΗΡΙΟ ΑΞΙΩΝ ΑΘΗΝΩΝ (Χ.Α.Α.)

3.1 ΠΟΛΥΚΡΙΤΗΡΙΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ- ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ ΣΤΟΧΩΝ (GOAL PROGRAMMING)

Πρώτη τεκμηριωμένη προσπάθεια επιστημονικής αντιμετώπισης του προβλήματος της σύνθεσης πολλαπλών κριτηρίων θεωρείται η εργασία του Pareto (1896), ο οποίος έθεσε τις απαραίτητες αξιωματικές βάσεις, εισάγοντας παράλληλα μια εκ των πλέον βασικών εννοιών της σύγχρονης πολυκριτήριας ανάλυσης, την έννοια της αποτελεσματικότητας (Δούμπος, 2001). Μεταπολεμικά, ο Koopmans (1951) επέκτεινε την έννοια της αποτελεσματικότητας του Pareto εισάγοντας την έννοια του αποτελεσματικού συνόλου, δηλαδή του συνόλου των εναλλακτικών δραστηριοτήτων οι οποίες δεν κυριαρχούνται από καμία άλλη εναλλακτική δραστηριότητα. Την ίδια περίπου χρονική περίοδο οι Von Neumann (1940-1950) και Morgenstern (1944) αναπτύσσουν τη θεωρία της χρησιμότητας, η οποία αποτελεί τη βάση ενός από τα κυριότερα μεθοδολογικά ρεύματα της πολυκριτήριας ανάλυσης αποφάσεων. Οι προαναφερθείσες εργασίες αποτέλεσαν το έναυσμα για την πραγματοποίηση της έρευνας των Charnes και Cooper (1961) όσον αφορά τη σύνδεση της θεωρίας του γραμμικού προγραμματισμού και της πολυκριτήριας ανάλυσης (προγραμματισμός στόχων-goal programming).

Ο πολυκριτήριος μαθηματικός προγραμματισμός αποτελεί μια επέκταση της γνωστής θεωρίας του μαθηματικού προγραμματισμού, στην περίπτωση όπου υπάρχουν πολλαπλές αντικειμενικές συναρτήσεις προς βελτιστοποίηση. Η γενική μαθηματική διατύπωση ενός προβλήματος πολυκριτήριου μαθηματικού προγραμματισμού έχει την ακόλουθη μορφή :

$$\text{Max / Min } \{f_1(x), f_2(x), \dots, f_n(x)\}$$

Υπό τους περιορισμούς : $x \in B$

Όπου :

x είναι το διάνυσμα των μεταβλητών απόφασης,

f_1, f_2, \dots, f_n είναι οι αντικειμενικές συναρτήσεις (γραμμικές ή μη γραμμικές) του προβλήματος,

B είναι ο χώρος των εφικτών λύσεων.

Η επίλυση ενός προβλήματος πολυκριτήριου μαθηματικού προγραμματισμού έγκειται στην αναζήτηση μιας συμβιβαστικής λύσης, καθώς σπάνια είναι δυνατόν να βρεθεί μια εφικτή λύση η οποία είναι βέλτιστη για όλες τις υπό εξέταση

αντικειμενικές συναρτήσεις. Η αναζήτηση μιας τέτοιας λύσης περιορίζεται στο σύνολο των αποτελεσματικών λύσεων. Μια εφικτή λύση ονομάζεται αποτελεσματική εάν και μόνο εάν δεν υπάρχει καμία άλλη λύση που να υπερτερεί έναντι αυτής σε όλους τους προκαθορισμένους στόχους (αντικειμενικές συναρτήσεις).

Ο προγραμματισμός στόχων αντιμετωπίζει προβλήματα που αφορούν τη βελτιστοποίηση πολλαπλών αντικειμενικών συναρτήσεων σε μια περισσότερο «απλουστευμένη» βάση σε σχέση με τον πολυκριτήριο μαθηματικό προγραμματισμό. Η έννοια του στόχου, η οποία αποτελεί τον πυρήνα αυτής της εναλλακτικής προσέγγισης διαφέρει από την έννοια της αντικειμενικής συνάρτησης που αποτελεί τη βάση του πολυκριτηρίου μαθηματικού προγραμματισμού. Στον προγραμματισμό στόχων κάθε αντικειμενική συνάρτηση υποδεικνύει απλά την κατεύθυνση προς την οποία πρέπει να διερευνηθεί η ύπαρξη ικανοποιητικών λύσεων. Η σαφής οριοθέτηση των στόχων επιτρέπει την αξιολόγηση του βαθμού στον οποίο η κάθε λύση ανταποκρίνεται σε αυτούς (Keeney και Raiffa, 1993). Σε αντίθεση με τον πολυκριτήριο μαθηματικό προγραμματισμό, οι τεχνικές προγραμματισμού στόχων δεν αποσκοπούν στην άμεση βελτιστοποίηση κάθε αντικειμενικής συνάρτησης, αλλά στην αναζήτηση λύσεων, οι οποίες βελτιστοποιούν μια συνάρτηση των αποκλίσεων από τους επιμέρους στόχους του προβλήματος. Η γενική μαθηματική διατύπωση ενός προβλήματος προγραμματισμού στόχων είναι η ακόλουθη :

$$Max / Min g(d_i^+, d_i^-)$$

Υπό τους περιορισμούς :

$$f_i(x) + d_i^+ - d_i^- = c_i$$

$$x \in B$$

$$d_i^+, d_i^- \geq 0$$

Όπου :

f_i είναι ο i στόχος του προβλήματος εκφραζόμενος συναρτήσει του διανύσματος των μεταβλητών απόφασης x ,

c_i είναι η ιδανική τιμή του στόχου f_i ,

d_i^+, d_i^- είναι οι αποκλίσεις από την ιδανική τιμή c_i ($d_i^+ * d_i^- = 0$),

g είναι μια συνάρτηση (συνήθως γραμμική) των αποκλίσεων.

Γίνεται αντιληπτό από την παραπάνω μοντελοποίηση, ότι ουσιαστικά η κάθε αντικειμενική συνάρτηση μετατρέπεται σε έναν περιορισμό με την εισαγωγή μεταβλητών απόκλισης από τον στόχο, για κάθε κριτήριο, και ότι ο προγραμματισμός στόχων μετατρέπει ένα πολυκριτήριο πρόβλημα σε μονοκριτήριο. Η επίλυση του προβλήματος λοιπόν αυτού, οδηγεί στην βελτιστοποίηση των αποκλίσεων από τις προκαθορισμένες ιδανικές τιμές των στόχων.

Οι τεχνικές που έχουν αναπτυχθεί στα πλαίσια του προγραμματισμού στόχων ποικίλουν. Παρακάτω παρουσιάζονται δύο από τις πιο σημαντικές τεχνικές, ο

προγραμματισμός στόχων με βάρη (weighted goal programming) και ο λεξικογραφικός προγραμματισμός στόχων (lexicographic goal programming). Στον προγραμματισμό στόχων με βάρη ο αποφασίζων καλείται να ορίσει τη σημαντικότητα των κριτηρίων. Αυτό επιτυγχάνεται προσδίδοντας τους και τα ανάλογα βάρη. Η διατύπωση του προβλήματος είναι η εξής:

$$\min z = \sum_{i=1}^n \frac{p_i}{k_i} f_i(d_i^-, d_i^+) \quad \text{υ.π. } g_i(x) + d_i^+ - d_i^- = s_i$$

όπου p_i είναι η σημαντικότητα (βάρος) του κριτηρίου i και το k_i είναι μια σταθερά η οποία χρησιμοποιείται για την κανονικοποίηση των βαρών. Ο προγραμματισμός στόχων με βάρη μπορεί να χρησιμοποιηθεί όταν όλα τα κριτήρια μπορούν να συγκριθούν μεταξύ τους και όταν ο αποφασίζων δύναται να καθορίσει τα βάρη με τέτοιο τρόπο ώστε να απεικονίζουν την επίδραση κάθε κριτηρίου στο πρόβλημα.

Όσον αφορά το λεξικογραφικό προγραμματισμό στόχων που προτάθηκε και αναπτύχθηκε από τους Ijiri (1972), Lee (1972), Ignizio και Cavalier (1994), η κύρια διαφορά του, σε σχέση με τον προγραμματισμό στόχων με βάρη, είναι ότι αντί να αποδίδονται βάρη στα κριτήρια, αυτά κατατάσσονται σε σειρά σημασίας σε κάποια επίπεδα σημαντικότητας (priority levels) και η ελαχιστοποίηση λαμβάνει χώρα στη λογική της λεξικογραφικής μεθόδου. Αρχικά βελτιστοποιείται το πρώτο επίπεδο σημαντικότητας. Στη συνέχεια βελτιστοποιείται το δεύτερο με δεδομένα τα αποτελέσματα της βελτιστοποίησης του πρώτου κ.ο.κ. Δηλαδή, πραγματοποιείται μια ακολουθία βελτιστοποιήσεων κάθε επιπέδου σημαντικότητας χρησιμοποιώντας ως δεδομένα τα αποτελέσματα από τη βελτιστοποίηση του προηγούμενου-υψηλότερου επιπέδου. Ο λεξικογραφικός προγραμματισμός στόχων αποτελεί την πλέον διαδεδομένη μέθοδο στο χώρο του προγραμματισμού στόχων (Tamiz et al., 1995). Εκτός από τις προαναφερθείσες τεχνικές, αναφέρονται ενδεικτικά και κάποιες άλλες που αποτελούν μια σειρά επεκτάσεων του προγραμματισμού στόχων (Jones και Tamiz, 2002) όπως ο:

- Διαδραστικός Προγραμματισμός Στόχων (Interactive Goal Programming). Ο αποφασίζων σε συνεργασία με τον επιχειρησιακό ερευνητή επαναπροσδιορίζει σε κάθε επανάληψη τα βάρη των κριτηρίων.
- Tchebyshev ή MinMax Προγραμματισμός Στόχων.
- Μη Γραμμικός Προγραμματισμός Στόχων (Non linear Goal Programming).
- Ακέραιος Προγραμματισμός Στόχων (Integer Goal Programming).
- Ασαφής Προγραμματισμός Στόχων (Fuzzy Goal Programming).

Επιπροσθέτως, την τελευταία δεκαετία σημαντική ανάπτυξη γνώρισαν οι τεχνικές προγραμματισμού στόχων που έχουν ενσωματώσει μεθόδους από χώρους όπως της επιχειρησιακής έρευνας, της πολυκριτήριας ανάλυσης αποφάσεων (τεχνικές προσδιορισμού βαρών των κριτηρίων - analytical hierarchy process), της στατιστικής και άλλων (π.χ. γενετικοί αλγόριθμοι - genetic algorithms). Γενικότερα, η ιδιαίτερη

απλότητα που διέπει τη χρήση των τεχνικών προγραμματισμού στόχων τις έχει καταστήσει ιδιαίτερα δημοφιλείς μεταξύ των επιχειρησιακών ερευνητών, για την επίλυση πολλών πρακτικών προβλημάτων όπως χρηματοοικονομικών, αγροτικής διοίκησης, δημοσίων παροχών, από το χώρο των logistics, προβλήματα προγραμματισμού της παραγωγής κ.ά. (βλ. Jones και Tamiz, 2002). Εκτενή αναφορά στο χώρο του χρηματοοικονομικού προγραμματισμού και μια σειρά εφαρμογών παρατίθεται από τον Spronk (1981).

3.2 Η ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ ΔΕΙΓΜΑΤΟΛΗΨΙΑΣ BOOTSTRAP

Συχνά η συλλογή επαρκών δεδομένων, για τον υπολογισμό διαφόρων στατιστικών παραμέτρων (μέση τιμή, τυπική απόκλιση, κλπ.), είναι μια ιδιαίτερα δύσκολη διαδικασία που απαιτεί πολύ χρόνο και παρουσιάζει μεγάλο κόστος (Δούμπος, 2004). Η μέθοδος bootstrap αντιμετωπίζει το παραπάνω πρόβλημα με μεγάλη επιτυχία. Αποτελεί μια ιδιαίτερα αποτελεσματική διαδικασία για την πραγματοποίηση στατιστικών εκτιμήσεων από προκαθορισμένα σύνολα δεδομένων με υψηλή ακρίβεια. Δεδομένου ενός αρχικού δείγματος με πλήθος δεδομένων N (παρατηρήσεις x_1, x_2, \dots, x_N) κατασκευάζονται B τυχαία δείγματα b_1, b_2, \dots, b_B τα οποία συνήθως έχουν το ίδιο μέγεθος με το αρχικό δείγμα. Για την τυχαία επιλογή χρησιμοποιούνται γεννήτριες τυχαίων αριθμών. Τα B τυχαία δείγματα ονομάζονται δείγματα bootstrap. Καθώς τα δείγματα bootstrap κατασκευάζονται με τυχαίο τρόπο, είναι προφανές ότι πιθανότατα θα υπάρχουν κάποιες επαναλήψεις, δηλαδή κάποιες από τις παρατηρήσεις x_1, x_2, \dots, x_N του αρχικού δείγματος θα περιλαμβάνονται περισσότερες από μία φορές σε ένα δείγμα bootstrap. Αποδεικνύεται ότι για μεγάλο αριθμό δειγμάτων B , ένα δείγμα bootstrap περιλαμβάνει περίπου το 63% των παρατηρήσεων του αρχικού δείγματος. Δηλαδή υπάρχει η πιθανότητα να υπάρχει επανατοποθέτηση μιας παρατήρησης περισσότερες από μια φορές σε ένα δείγμα bootstrap.

Στην παρούσα εργασία, η διαδικασία bootstrap χρησιμοποιείται για την κατασκευή 1000 πιθανών σεναρίων, κάθε ένα από τα οποία εκφράζει μια πιθανή τιμή κάποιας μετοχής ή κάποιου δείκτη, για την επόμενη (μελλοντική) χρονική περίοδο. Για παράδειγμα για την κατασκευή 1000 πιθανών τιμών μιας μετοχής i την επόμενη εβδομάδα $t+1$, δεδομένου της τιμής της μετοχής P_t την χρονική στιγμή t (παρόν) και κάποιου δείγματος A ιστορικών τιμών P_n ακολουθείται η εξής διαδικασία :

- **Βήμα 1:** Επιλέγονται τυχαία 5 τιμές από το δείγμα A , με τη βοήθεια γεννήτριας τυχαίων αριθμών.
- **Βήμα 2:** Με βάση τις 5 τιμές που επιλέχθηκαν, υπολογίζεται η εβδομαδιαία απόδοση της μετοχής i .

- **Βήμα 3:** Χρησιμοποιώντας την αρχική τιμή P_t και την εβδομαδιαία απόδοση που υπολογίστηκε στο προηγούμενο βήμα υπολογίζεται μια πιθανή τιμή P_{t+1} της μετοχής i .
- **Βήμα 4:** Επανάληψη των βημάτων 1 έως 3, για τον υπολογισμό επόμενου σεναρίου.
Σε αντιστοιχία με τα σενάρια για τις εβδομάδες, για την κατασκευή 1000 πιθανών τιμών μιας μετοχής i τον επόμενο μήνα $t+1$, δεδομένου της τιμής της μετοχής P_t την χρονική στιγμή t (παρόν) και κάποιου δείγματος A ιστορικών τιμών η διαδικασία κατασκευής των σεναρίων έχει ως εξής:
- **Βήμα 1:** Επιλέγονται τυχαία 20 τιμές από το δείγμα A , με τη βοήθεια γεννήτριας τυχαίων αριθμών.
- **Βήμα 2:** Με βάση τις 20 τιμές που επιλέχθηκαν, υπολογίζεται η μηνιαία απόδοση της μετοχής i .
- **Βήμα 3:** Χρησιμοποιώντας την αρχική τιμή P_t και την μηνιαία απόδοση που υπολογίστηκε στο προηγούμενο βήμα υπολογίζεται μια πιθανή τιμή P_{t+1} της μετοχής i .
- **Βήμα 4:** Επανάληψη των βημάτων 1 έως 3, για τον υπολογισμό επόμενου σεναρίου.

3.3 ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΗΣ ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΗΣΗΣ ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΩΝ ΣΤΟ ΧΡΗΜΑΤΙΣΤΗΡΙΟ ΑΞΙΩΝ ΑΘΗΝΩΝ (Χ.Α.Α)

Στόχος της παρούσας διπλωματικής, είναι η εφαρμογή της τεχνικής του προγραμματισμού στόχων και της στατιστικής διαδικασίας bootstrap, για την παθητική διαχείριση κεφαλαίων μέσω της αντιστοίχισης χαρτοφυλακίων με χρηματιστηριακούς δείκτες. Η εφαρμογή πραγματοποιήθηκε χρησιμοποιώντας δεδομένα από το Χρηματιστήριο Αξιών Αθηνών. Αρχικά επιλέχθηκαν οι μετοχές που συμμετείχαν στη σύνθεση του Γενικού δείκτη Χ.Α.Α. τον Οκτώβριο του 2004. Από τις εξήντα αυτές μετοχές, αφαιρέθηκαν πέντε για τις οποίες υπήρχαν ελλιπή ιστορικά στοιχεία. Οι δείκτες που επιλέχθηκαν είναι ο Γενικός δείκτης Χ.Α.Α., ο δείκτης υψηλής κεφαλαιοποίησης FTSE / ΧΑ 20, ο δείκτης μεσαίας κεφαλαιοποίησης FTSE / ΧΑ Mid 40 και ο δείκτης Dow-Jones του χρηματιστηρίου της Νέας Υόρκης. Ειδικότερα το πρόβλημα έγκειται στην κατασκευή χαρτοφυλακίων αποτελούμενα από κατάλληλο αριθμό εκ των 55 μετοχών, τα οποία αποτυπώνουν, όσο το δυνατόν καλύτερα την πορεία των παραπάνω δεικτών. Είναι επίσης επιθυμητό, ο αριθμός των μετοχών που συνθέτουν κάθε χαρτοφυλάκιο, να είναι μικρότερος από τον αριθμό των μετοχών που συμμετέχουν στη σύνθεση του εκάστοτε δείκτη. Για τη λύση του προβλήματος εξετάστηκαν δύο προσεγγίσεις. Η πρώτη αναφέρεται στη χρήση

ιστορικών τιμών των μετοχών και του δείκτη, ενώ η δεύτερη προσέγγιση αποτελεί εφαρμογή της διαδικασίας bootstrap. Και στις δυο προσεγγίσεις η μοντελοποίηση του προβλήματος είναι η ίδια καθώς χρησιμοποιήθηκε η τεχνική του προγραμματισμού στόχων (goal programming). Μια γενική μαθηματική διατύπωση του προβλήματος έχει ως εξής :

$$\text{Min } g(d_i^+, d_i^-)$$

Υπό τους περιορισμούς :

$$f_i(x) + d_i^+ - d_i^- = c_i$$

$$x \in B$$

$$d_i^+, d_i^- \geq 0$$

Όπου :

f_i είναι ο i στόχος του προβλήματος εκφραζόμενος συναρτήσει του διανύσματος των μεταβλητών απόφασης x . Ο i στόχος στο συγκεκριμένο πρόβλημα εκφράζει την αξία του χαρτοφυλακίου τη χρονική στιγμή i . Το διάνυσμα x είναι ένα διάνυσμα αποτελούμενο από 55 στοιχεία, κάθε ένα από τα οποία ισούται με τον αριθμό (κομμάτια) των μετοχών που συνθέτουν το χαρτοφυλάκιο.

c_i είναι η ιδανική τιμή του στόχου f_i , η οποία ταυτίζεται με την τιμή του δείκτη τη χρονική στιγμή i .

d_i^+, d_i^- είναι οι αποκλίσεις από την ιδανική τιμή c_i ($d_i^+ * d_i^- = 0$), δηλαδή οι αποκλίσεις τις αξίας του χαρτοφυλακίου από την τιμή του δείκτη για κάθε χρονική στιγμή i .

g είναι μια γραμμική συνάρτηση των αποκλίσεων.

B ο χώρος των εφικτών λύσεων.

Στη προκειμένη περίπτωση η μοντελοποίηση έχει ως εξής :

$$\min \left\{ \sum_{i=1}^{55} w_i + \frac{1}{T} \sum_{i=1}^T (u_i + d_i) \right\}$$

Υπό τους περιορισμούς :

$$\sum_{i=1}^{55} w_i P_{it} + u_t - d_t = D_t, \text{ για } t = 1, \dots, T$$

$$w_i, u_t, d_t \geq 0$$

Όπου :

w_i , ο αριθμός των τεμαχίων της μετοχής i που συμμετέχουν στη σύνθεση του χαρτοφυλακίου.

u_t , η θετική απόκλιση. Εκφράζει το ποσό κατά το οποίο υπερβαίνει η τιμή του δείκτη την αξία του χαρτοφυλακίου.

d_t , η αρνητική απόκλιση. Εκφράζει αντίστοιχα το ποσό το οποίο υπερβαίνει η αξία του χαρτοφυλακίου την τιμή του δείκτη.

T , το πλήθος των ιστορικών δεδομένων.

P_{it} , η αξία της μετοχής i τη χρονική στιγμή t .

D_t , η τιμή του δείκτη τη χρονική στιγμή t .

Η αντικειμενική συνάρτηση είναι μια γραμμική συνάρτηση των αποκλίσεων. Ο πρώτος όρος του αθροίσματος οδηγεί έμμεσα στην ελαχιστοποίηση των μετοχών που χρησιμοποιούνται, μέσω της ελαχιστοποίησης των τεμαχίων που χρησιμοποιούνται από κάθε μετοχή. Ο δεύτερος όρος, εκφράζει τη μέση απόκλιση της τιμής του δείκτη από την αξία του χαρτοφυλακίου.

3.3.1 ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ ΜΕ ΙΣΤΟΡΙΚΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ

Στην παρούσα φάση της ανάλυσης, παρατίθεται η εφαρμογή και τα αποτελέσματα της τεχνικής του προγραμματισμού στόχων για την αντιστοίχιση χαρτοφυλακίων με τους δείκτες FTSE / XA 20, FTSE / XA Mid 40 και τον Γενικό δείκτη του Χ.Α.Α. χρησιμοποιώντας κάποια ιστορικά στοιχεία των μετοχών και των δεικτών. Η χρονική περίοδος που επιλέχθηκε αντιστοιχεί σε περίπου 4 έτη (960 ημέρες). Τα 4 έτη χωρίστηκαν σε δύο υποσύνολα, 3 έτη (700 ημέρες) και 1 έτος (260 ημέρες). Το πρώτο υποσύνολο χρησιμοποιήθηκε σαν δείγμα εκπαίδευσης, ενώ το δεύτερο σαν δείγμα ελέγχου. Ειδικότερα βάσει των ιστορικών τιμών του δείγματος εκπαίδευσης βρέθηκε η σύσταση του χαρτοφυλακίου, ενώ οι ιστορικές τιμές του δείγματος ελέγχου χρησιμοποιήθηκαν σαν «μελλοντικές» τιμές των μετοχών και του εκάστοτε δείκτη, για τον έλεγχο της συμπεριφοράς του χαρτοφυλακίου σε σχέση με τον δείκτη στο άμεσο μέλλον (1 έτος). Η χρονική περίοδος των 4 ετών αντιστοιχεί στην χρονική περίοδο από τις 1/11/2000 έως 8/10/2004. Αξιοσημείωτο στοιχείο για την αξιολόγηση των αποτελεσμάτων αποτελεί το γεγονός ότι τον Οκτώβριο του 2004 από τις 55 μετοχές του γενικού δείκτη που επιλέχθηκαν, 16 συμμετείχαν στον δείκτη υψηλής κεφαλαιοποίησης FTSE / XA 20 και 16 στον δείκτη μεσαίας κεφαλαιοποίησης FTSE / XA Mid 40. Πιθανότατα βέβαια, λόγω της συχνής ανασύστασης ενός δείκτη, οι προαναφερθείσες συμμετοχές των μετοχών στους δείκτες να διαφοροποιούνται για τη χρονική περίοδο των 4 ετών. Οι μετοχές του Γενικού δείκτη οι οποίες επιλέχθηκαν παρουσιάζονται στον πίνακα 3.1.

Πίνακας 3.1: Μετοχές Γενικού δείκτη Χρηματιστηρίου Αξιών Αθηνών

ΟΝΟΜΑΣΙΑ ΜΕΤΟΧΗΣ
ΕΘΝΙΚΗ ΤΡΑΠΕΖΑ ΤΗΣ ΕΛΛΑΔΟΣ Α.Ε. (ΚΟ)
ΟΤΕ Α.Ε. (ΚΟ)
ΤΡΑΠΕΖΑ ΕFG EUROBANK ΕΡΓΑΣΙΑΣ Α.Ε. (ΚΟ)
ΡΑΔΙΟ Α. ΚΟΡΑΣΙΔΗΣ Ε.Ε.Α.Ε. (ΚΟ)
ΑΛΦΑ ΤΡΑΠΕΖΑ Α.Ε. (ΚΟ)
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΕΙΣ ΑΤΤΙΚΗΣ Α. Ε. ΣΥΜΜΕΤΟΧΩΝ (Κ)
COCA-COLA Ε.Ε.Ε. Α.Ε. (ΚΑ)
COSMOTE - ΚΙΝΗΤΕΣ ΤΗΛΕΠΙΚ/ΝΙΕΣ Α.Ε (ΚΟ)
ΕΜΠΟΡΙΚΗ ΤΡΑΠΕΖΑ ΤΗΣ ΕΛΛΑΔΟΣ Α.Ε. (ΚΟ)
ΑΝΩΝΥΜΟΣ ΕΤΑΙΡΙΑ ΤΣΙΜΕΝΤΩΝ ΤΙΤΑΝ (ΚΟ)
ΕΛΛΗΝΙΚΑ ΠΕΤΡΕΛΑΙΑ Α.Ε. (ΚΟ)
ΓΕΡΜΑΝΟΣ Α.Β.Ε.Ε. (ΚΟ)
Χ. ΜΠΕΝΡΟΥΜΠΗ & ΥΙΟΣ Α.Ε.(ΚΟ)
HYATT REGENCY ΞΕΝ/ΚΗ & ΤΟΥΡ. Α.Ε. (ΚΟ)
ΙΝΤΡΑΚΟΜ Α.Ε. (ΚΟ)
ΕΛΛΗΝΙΚΑ ΧΡΗΜΑΤΙΣΤΗΡΙΑ Α.Ε. ΣΥΜ/ΧΩΝ (ΚΟ)
ΒΙΟΧΑΛΚΟ Ε.Β. ΧΑΛΚΟΥ ΚΑΙ ΑΛΟΥΜ. (ΚΑ)
ΤΕΧΝΙΚΗ ΟΛΥΜΠΙΑΚΗ Α.Ε. (ΚΟ)
Ε.ΥΔ.Α.Π. Α.Ε. (ΚΟ)
ΚΑΤΑΣΤΗΜΑΤΑ ΑΦΟΡΟΛ. ΕΙΔΩΝ Α.Ε. (ΚΟ)
ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΤΕΧΝΟΔΟΜΙΚΗ ΤΕΒ ΑΕ (ΚΟ)
ΚΛΩΣΤΗΡΙΑ ΝΑΟΥΣΗΣ Α.Ε. (ΚΟ)
ΔΗΜ/ΦΙΚΟΣ ΟΡΓΑΝΙΣΜΟΣ ΛΑΜΠΡΑΚΗ Α.Ε. (ΚΟ)
ΕΘΝΙΚΗ ΑΞΙΟΠ. ΑΚΙΝ. & ΕΚΜ/ΣΕΩΣ ΓΕΝ. ΑΠΟΘ. ΑΕ (ΚΟ)
ΔΕΛΤΑ SINGULAR Α.Ε. ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ (ΚΟ)
ΑΚΤΩΡ Α.Τ.Ε. (ΚΟ)
ΦΟΙΝΙΞ ΜΕΤΡΟΛΑΪΦ ΕΜΠ. ΑΝΩΝ. ΕΛΛΗΝ. ΑΣΦ. ΕΤΑΙΡ (ΚΟ)
ΑΛΟΥΜΙΝΙΟ ΤΗΣ ΕΛΛΑΔΟΣ Α.Ε. (ΚΟ)
Α.Γ.Ε.Τ. ΗΡΑΚΛΗΣ (ΚΟ)
ΜΥΤΙΛΗΝΑΙΟΣ Α.Ε. ΟΜΙΛΟΣ ΕΠΙΧ/ΩΝ (ΚΟ)
F.G. EUROPE Α.Ε. (ΚΟ)
Μ. Ι. ΜΑΪΛΛΗΣ Α.Ε.Β.Ε. (ΚΟ)
ΤΕΡΝΑ Α.Ε. (ΚΟ)
ΝΟΤΟΣ COM ΣΥΜΜΕΤΟΧΕΣ Α.Ε.Β.Ε. (ΚΟ)
Η ΕΘΝΙΚΗ (Α.Ε. ΕΛΛ. ΕΤΑΙΡΙΑ ΓΕΝ. ΑΣΦΑΛΕΙΩΝ) (ΚΟ)
ΣΙΔΕΝΟΡ Α.Ε. (ΕΡΛΙΚΟΝ) (ΚΑ)
ΛΑΝ-NET ΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΕΣ Α.Ε. (ΚΟ)
ΜΗΧΑΝΙΚΗ Α.Ε. (ΚΟ)
ΓΡ. ΣΑΡΑΝΤΗΣ Α.Β.Ε.Ε. (ΚΟ)
ΜΕΤΚΑ Α.Ε. (ΚΟ)
ALTEC ΑΒΕΕ (ΚΟ)
J. & P. - ΑΒΑΞ Α.Ε. (ΚΟ)

CHIPITA INTERNATIONAL S.A. (ΚΟ)
ΜΙΝΩΙΚΕΣ ΓΡΑΜΜΕΣ(ΚΟ)
ΕΛΛΗΝ. ΕΤ. ΕΠΕΝΔ/ΣΕΩΝ ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΟΥ Α.Ε.(ΚΑ)
ΙΑΣΩ Α.Ε. (ΚΟ)
ELMEC SPORT A.B.E.T.E. (ΚΟ)
ΑΛΦΑ-ΒΗΤΑ ΒΑΣΙΛΟΠΟΥΛΟΣ Α.Ε.(ΚΟ)
ΙΑΤΡΙΚΟ ΑΘΗΝΩΝ Ε.Α.Ε. (ΚΟ)
ΑΕΓΕΚ (ΚΟ)
FRIGOGLASS A.B.E.E. (ΚΟ)
ΑΣΤΗΡ ΠΑΛΑΣ ΒΟΥΛΙΑΓΜΕΝΗΣ Α.Ξ.Ε. (ΚΟ)
Χ. Κ. ΤΕΓΟΠΟΥΛΟΣ ΕΚΔΟΣΕΙΣ Α.Ε. (ΚΟ)
Π.Γ. ΝΙΚΑΣ Α.Β.Ε.Ε.(ΚΟ)
ΤΡΑΠΕΖΑ ΠΕΙΡΑΙΩΣ Α.Ε. (ΚΟ)

Το δείγμα εκπαίδευσης αντιστοιχεί σε 700 ημέρες, οι οποίες μεταφράζονται σε 140 εβδομάδες ή αλλιώς 35 μήνες. Έτσι υπολογίστηκαν οι ημερήσιες, εβδομαδιαίες και μηνιαίες γεωμετρικές αποδόσεις. Το πρόβλημα της αντιστοίχισης ενός χαρτοφυλακίου με ένα δείκτη σε κάποια χρονική στιγμή t , αντιμετωπίστηκε εξισώνοντας την αξία του χαρτοφυλακίου την χρονική στιγμή t με την τιμή του δείκτη την χρονική στιγμή t . Ως τιμή δείκτη νοείται το ποσό της επένδυσης στην περίπτωση που ένα κεφάλαιο επενδυθεί σε κάποιο δείκτη. Πιο συγκεκριμένα, επενδύοντας ένα κεφάλαιο A σε κάποιο δείκτη τη χρονική στιγμή t , η αξία της επένδυσης τη χρονική στιγμή $t+1$ θα είναι ίση με Ae^r , όπου r η γεωμετρική απόδοση του δείκτη για τη χρονική περίοδο $[t, t+1]$. Στην παρούσα εφαρμογή εξετάζεται η επένδυση 100000 € στις 25/9/2003 μέσω χαρτοφυλακίου το οποίο είναι επιθυμητό να αποτυπώνει όσο το δυνατόν καλύτερα την πορεία ενός από τους 3 επιλεγμένους δείκτες.

Η αντιστοίχιση πραγματοποιήθηκε και για τους τρεις δείκτες χρησιμοποιώντας ημερήσια, εβδομαδιαία και μηνιαία ιστορικά στοιχεία. Η λογική της χρήσης των ιστορικών στοιχείων βασίζεται στην άποψη που υποστηρίζει ότι «μια καλή πρόβλεψη για το μέλλον αποτελεί το παρελθόν». Έτσι είναι πολύ πιθανό ένα χαρτοφυλάκιο το οποίο αποτυπώνει αρκετά καλά την πορεία ενός δείκτη για 3 χρόνια (δείγμα εκπαίδευσης), να αποτυπώνει σχετικά καλά το δείκτη και στο άμεσο μέλλον (δείγμα ελέγχου).

Το παραπάνω πρόβλημα εμπίπτει στο πεδίο του ακέραιου γραμμικού προγραμματισμού, καθώς όλες ανεξαιρέτα οι μεταβλητές απόφασης (αριθμός μετοχών) περιορίζονται να πάρουν ακέραιες τιμές. Για την επίλυση του προβλήματος στο λογισμικό Matlab, χρησιμοποιήθηκε αρχικά κατάλληλη εργαλειοθήκη βελτιστοποίησης η οποία παρέχει τη δυνατότητα επίλυσης ακέραιων γραμμικών προβλημάτων με τη χρήση μεθόδων τύπου κλάδου και φράγματος. Καθώς όμως η παραπάνω διαδικασία επίλυσης απαιτεί υψηλό υπολογιστικό φόρτο και χρόνο,

χρησιμοποιήθηκε μια απλούστερη μέθοδος επίτευξης ακέραιας λύσης η οποία συνίσταται αρχικά στην επίλυση του προβλήματος με τη μέθοδο simplex για συνεχή γραμμικά προβλήματα και εν συνεχεία στην στρογγυλοποίηση στον πλησιέστερο ακέραιο αριθμό των τιμών των μεταβλητών οι οποίες παίρνουν ρητές τιμές. Μια τέτοια διαδικασία στρογγυλοποίησης υπάρχει περίπτωση να καταλήξει σε υποβέλτιστες λύσεις είτε σε λύσεις οι οποίες παραβιάζουν κάποιους από τους περιορισμούς του προβλήματος. Για το λόγο αυτό το πρόβλημα επιλύθηκε για τον Γενικό Δείκτη Χ.Α.Α. με τη χρήση ημερησίων, εβδομαδιαίων και μηνιαίων παρατηρήσεων και με τις δυο μεθόδους (κλάδου και φράγματος και στρογγυλοποίηση ρητών τιμών). Η σύγκριση των αποτελεσμάτων οδήγησε στο συμπέρασμα πως είναι δυνατή η χρήση της μεθόδου της στρογγυλοποίησης των ρητών τιμών καθώς οι διαφορές των λύσεων είναι αμελητέες. Η μοντελοποίηση του προβλήματος με τη χρήση 700 ημερησίων παρατηρήσεων για τις μετοχές και τους δείκτες έχει ως εξής :

$$\min \left\{ \sum_{i=1}^{55} w_i + \frac{1}{700} \sum_{t=1}^{700} (u_t + d_t) \right\}$$

Υπό τους περιορισμούς :

$$\sum_{i=1}^{55} w_i P_{it} + u_t - d_t = D_t \text{ για } t = 1, \dots, 700.$$

$$\sum_{i=1}^{55} w_i * P_{io} = D_o$$

$$w_i, u_t, d_t \geq 0$$

Όπου :

w_i , ο αριθμός των κομματιών της μετοχής i που συμμετέχουν στη σύνθεση του χαρτοφυλακίου.

u_t , η θετική απόκλιση. Εκφράζει το ποσό κατά το οποίο υπερβαίνει η τιμή του δείκτη την αξία του χαρτοφυλακίου τη χρονική στιγμή t .

d_t , η αρνητική απόκλιση. Εκφράζει αντίστοιχα το ποσό το οποίο υπερβαίνει η αξία του χαρτοφυλακίου την τιμή του δείκτη τη χρονική στιγμή t .

t , την χρονική στιγμή, με $t \in [1, 700]$.

P_{it} , η αξία της μετοχής i τη χρονική στιγμή t .

D_t , η τιμή του δείκτη τη χρονική στιγμή t .

P_{io} , η αξία 10 τεμαχίων της μετοχής i στις 25/9/2003.

D_o , το αρχικό κεφάλαιο της επένδυσης, με $D_o = 100000 \text{ €}$.

Ο περιορισμός : $\sum_{i=1}^{55} w_i P_{io} = D_o$, εξασφαλίζει ότι η αξία του χαρτοφυλακίου στις 25/9/2003 θα είναι ίση με 100000 €. Η σύσταση των χαρτοφυλακίων τα οποία χρησιμοποιούνται για την αποτύπωση του Γενικού δείκτη, του δείκτη υψηλής κεφαλαιοποίησης FTSE / ΧΑ 20 και του δείκτη μεσαίας κεφαλαιοποίησης FTSE / ΧΑ Mid 40 παρουσιάζονται αντίστοιχα για κάθε δείκτη στους πίνακες 3.2, 3.3 και 3.4.

Πίνακας 3.2: Σύνθεση χαρτοφυλακίου για την αποτύπωση του Γενικού δείκτη (Χ.Α.Α.)

Γενικός Δείκτης Χ.Α.Α.	
Μετοχές	Αριθμός μετοχών
ALPHA ΤΡΑΠΕΖΑ Α.Ε. (ΚΟ)	610
COCA-COLA Ε.Ε.Ε. Α.Ε. (ΚΑ)	600
COSMOTE - ΚΙΝΗΤΕΣ ΤΗΛΕΠΙΚ/ΝΙΕΣ Α.Ε. (ΚΟ)	1150
ΔΕΛΤΑ SINGULAR Α.Ε. ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ (ΚΟ)	240
ΤΡΑΠΕΖΑ ΕFG EUROBANK ERGASIAS Α.Ε. (ΚΟ)	960
F.G. EUROPE Α.Ε. (ΚΟ)	50
HYATT REGENCY ΞΕΝ/ΚΗ & ΤΟΥΡ. Α.Ε. (ΚΟ)	600
ΙΝΤΡΑΚΟΜ Α.Ε. (ΚΟ)	360
ΑΚΤΩΡ Α.Τ.Ε. (ΚΟ)	120
ΑΛΟΥΜΙΝΙΟ ΤΗΣ ΕΛΛΑΔΟΣ Α.Ε. (ΚΟ)	80
ΑΣΤΗΡ ΠΑΛΑΣ ΒΟΥΛΙΑΓΜΕΝΗΣ Α.Ε.Ε. (ΚΟ)	200
ΒΙΟΧΑΛΚΟ Ε.Β. ΧΑΛΚΟΥ ΚΑΙ ΑΛΟΥΜ. (ΚΑ)	70
ΓΕΡΜΑΝΟΣ Α.Β.Ε.Ε. (ΚΟ)	170
ΔΗΜ/ΦΙΚΟΣ ΟΡΓΑΝΙΣΜΟΣ ΛΑΜΠΡΑΚΗ Α.Ε. (ΚΟ)	260
ΕΘΝΙΚΗ ΤΡΑΠΕΖΑ ΤΗΣ ΕΛΛΑΔΟΣ Α.Ε. (ΚΟ)	630
Η ΕΘΝΙΚΗ (Α.Ε. ΕΛΛ. ΕΤΑΙΡΙΑ ΓΕΝ. ΑΣΦΑΛΕΙΩΝ) (ΚΟ)	280
ΕΛΛΗΝΙΚΑ ΠΕΤΡΕΛΑΙΑ Α.Ε. (ΚΟ)	380
ΕΜΠΟΡΙΚΗ ΤΡΑΠΕΖΑ ΤΗΣ ΕΛΛΑΔΟΣ Α.Ε. (ΚΟ)	220
Ε.ΥΔ.Α.Π. Α.Ε. (ΚΟ)	70
Α.Γ.Ε.Τ. ΗΡΑΚΛΗΣ (ΚΟ)	210

ΚΛΩΣΤΗΡΙΑ ΝΑΟΥΣΗΣ Α.Ε. (ΚΟ)	130
ΟΤΕ Α.Ε. (ΚΟ)	750
ΤΡΑΠΕΖΑ ΠΕΙΡΑΙΩΣ Α.Ε. (ΚΟ)	580
ΑΝΩΝΥΜΟΣ ΕΤΑΙΡΙΑ ΤΣΙΜΕΝΤΩΝ ΤΙΤΑΝ (ΚΟ)	710
ΦΟΙΝΙΞ ΜΕΤΡΟΛΑΪΦ ΕΜΠ. ΑΝΩΝ. ΕΛΛΗΝ. ΑΣΦ. ΕΤΑΙΡ (ΚΟ)	10
Χ. ΜΠΕΝΡΟΥΜΠΗ & ΥΙΟΣ Α.Ε.(ΚΟ)	30
ΚΑΤΑΣΤΗΜΑΤΑ ΑΦΟΡΟΛ. ΕΙΔΩΝ Α.Ε. (ΚΟ)	10
ΕΘΝΙΚΗ ΑΞΙΟΠ. ΑΚΙΝ. & ΕΚΜ/ΣΕΩΣ ΓΕΝ. ΑΠΟΘ. ΑΕ (ΚΟ)	70

Πίνακας 3.3: Σύνθεση χαρτοφυλακίου για την αποτύπωση του δείκτη FTSE /ASE 20

Δείκτης υψηλής Κεφαλαιοποίησης FTSE / ΧΑ 20	
Μετοχές	Αριθμός μετοχών
ALPHA ΤΡΑΠΕΖΑ Α.Ε. (ΚΟ)	1240
COCA-COLA Ε.Ε.Ε. Α.Ε. (ΚΑ)	450
COSMOTE - ΚΙΝΗΤΕΣ ΤΗΛΕΠΙΚ/ΝΙΕΣ Α.Ε (ΚΟ)	280
ΤΡΑΠΕΖΑ ΕFG EUROBANK ERGASIAS Α.Ε. (ΚΟ)	910
HYATT REGENCY ΞΕΝ/ΚΗ & ΤΟΥΡ. Α.Ε. (ΚΟ)	110
ΙΝΤΡΑΚΟΜ Α.Ε. (ΚΟ)	650
ΑΛΟΥΜΙΝΙΟ ΤΗΣ ΕΛΛΑΔΟΣ Α.Ε. (ΚΟ)	70
ΔΗΜ/ΦΙΚΟΣ ΟΡΓΑΝΙΣΜΟΣ ΛΑΜΠΡΑΚΗ Α.Ε. (ΚΟ)	60
ΕΘΝΙΚΗ ΤΡΑΠΕΖΑ ΤΗΣ ΕΛΛΑΔΟΣ Α.Ε. (ΚΟ)	1270
ΕΛΛΗΝΙΚΑ ΠΕΤΡΕΛΑΙΑ Α.Ε. (ΚΟ)	40
ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΤΕΧΝΟΔΟΜΙΚΗ ΤΕΒ ΑΕ (ΚΟ)	570
ΕΜΠΟΡΙΚΗ ΤΡΑΠΕΖΑ ΤΗΣ ΕΛΛΑΔΟΣ Α.Ε. (ΚΟ)	440
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΕΙΣ ΑΤΤΙΚΗΣ Α. Ε. ΣΥΜΜΕΤΟΧΩΝ (Κ)	60
Α.Γ.Ε.Τ. ΗΡΑΚΛΗΣ (ΚΟ)	60
ΙΑΣΩ Α.Ε. (ΚΟ)	80
ΚΑΤΑΣΤΗΜΑΤΑ ΑΦΟΡΟΛ. ΕΙΔΩΝ Α.Ε. (ΚΟ)	80

ΟΤΕ Α.Ε. (ΚΟ)	980
ΤΡΑΠΕΖΑ ΠΕΙΡΑΙΩΣ Α.Ε. (ΚΟ)	420
ΑΝΩΝΥΜΟΣ ΕΤΑΙΡΙΑ ΤΣΙΜΕΝΤΩΝ ΤΙΤΑΝ (ΚΟ)	690
ΦΟΙΝΙΞ ΜΕΤΡΟΛΑΪΦ ΕΜΠ. ΑΝΩΝ. ΕΛΛΗΝ. ΑΣΦ. ΕΤΑΙΡ (ΚΟ)	80

Πίνακας 3.4: Σύνθεση χαρτοφυλακίου για την αποτύπωση του δείκτη FTSE /ASE Mid 40

Δείκτης μεσαίας Κεφαλαιοποίησης FTSE / ΧΑ Mid 40	
Μετοχές	Αριθμός μετοχών
COSMOTE - ΚΙΝΗΤΕΣ ΤΗΛΕΠΙΚ/ΝΙΕΣ Α.Ε (ΚΟ)	340
ΔΕΛΤΑ SINGULAR Α.Ε. ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ (ΚΟ)	1110
ΤΡΑΠΕΖΑ ΕFG EUROBANK ΕΡΓΑΣΙΑΣ Α.Ε. (ΚΟ)	690
HYATT REGENCY ΞΕΝ/ΚΗ & ΤΟΥΡ. Α.Ε. (ΚΟ)	2040
ΙΝΤΡΑΚΟΜ Α.Ε. (ΚΟ)	480
ΑΛΟΥΜΙΝΙΟ ΤΗΣ ΕΛΛΑΔΟΣ Α.Ε. (ΚΟ)	370
ΑΣΤΗΡ ΠΑΛΑΣ ΒΟΥΛΙΑΓΜΕΝΗΣ Α.Ε.Ε. (ΚΟ)	10
ΒΙΟΧΑΛΚΟ Ε.Β. ΧΑΛΚΟΥ ΚΑΙ ΑΛΟΥΜ. (ΚΑ)	210
ΓΕΡΜΑΝΟΣ Α.Β.Ε.Ε. (ΚΟ)	620
ΕΘΝΙΚΗ ΑΞΙΟΠ. ΑΚΙΝ. & ΕΚΜ/ΣΕΩΣ ΓΕΝ. ΑΠΟΘ. ΑΕ (ΚΟ)	610
Η ΕΘΝΙΚΗ (Α.Ε. ΕΛΛ. ΕΤΑΙΡΙΑ ΓΕΝ. ΑΣΦΑΛΕΙΩΝ) (ΚΟ)	1900
ΕΛΛΗΝΙΚΑ ΧΡΗΜΑΤΙΣΤΗΡΙΑ Α.Ε. ΣΥΜ/ΧΩΝ (ΚΟ)	60
ΕΜΠΟΡΙΚΗ ΤΡΑΠΕΖΑ ΤΗΣ ΕΛΛΑΔΟΣ Α.Ε. (ΚΟ)	300
Α.Γ.Ε.Τ. ΗΡΑΚΛΗΣ (ΚΟ)	440
ΙΑΣΩ Α.Ε. (ΚΟ)	680
ΚΛΩΣΤΗΡΙΑ ΝΑΟΥΣΗΣ Α.Ε. (ΚΟ)	610
Μ. Ι. ΜΑΪΛΛΗΣ Α.Ε.Β.Ε. (ΚΟ)	1150
ΜΥΤΙΛΗΝΑΙΟΣ Α.Ε. ΟΜΙΛΟΣ ΕΠΙΧ/ΩΝ (ΚΟ)	90
ΤΕΧΝΙΚΗ ΟΛΥΜΠΙΑΚΗ Α.Ε. (ΚΟ)	1040
ΤΕΡΝΑ Α.Ε. (ΚΟ)	840

ΑΝΩΝΥΜΟΣ ΕΤΑΙΡΙΑ ΤΣΙΜΕΝΤΩΝ ΤΙΤΑΝ (ΚΟ)	80
J. & P. - ΑΒΑΞ Α.Ε. (ΚΟ)	820
ΦΟΙΝΙΞ ΜΕΤΡΟΛΑΪΦ ΕΜΠ. ΑΝΩΝ. ΕΛΛΗΝ. ΑΣΦ. ΕΤΑΙΡ (ΚΟ)	250
X. ΜΠΕΝΡΟΥΜΠΗ & ΥΙΟΣ Α.Ε.(ΚΟ)	810

Η μοντελοποίηση του προβλήματος με τη χρήση 140 εβδομαδιαίων παρατηρήσεων για τις μετοχές και τους δείκτες έχει ως εξής :

$$\min \left\{ \sum_{i=1}^{55} w_i + \frac{1}{140} \sum_{t=1}^{140} (u_t + d_t) \right\}$$

Υπό τους περιορισμούς :

$$\sum_{i=1}^{55} w_i P_{it} + u_t - d_t = D_t \text{ για } t = 1, \dots, 140.$$

$$\sum_{i=1}^{55} w_i * P_{io} = D_o$$

$$w_i, u_t, d_t \geq 0$$

Όπου :

w_i , ο αριθμός των κομματιών της μετοχής i που συμμετέχουν στη σύνθεση του χαρτοφυλακίου.

u_t , η θετική απόκλιση. Εκφράζει το ποσό κατά το οποίο υπερβαίνει η τιμή του δείκτη την αξία του χαρτοφυλακίου τη χρονική στιγμή t .

d_t , η αρνητική απόκλιση. Εκφράζει αντίστοιχα το ποσό το οποίο υπερβαίνει η αξία του χαρτοφυλακίου την τιμή του δείκτη τη χρονική στιγμή t .

t , την χρονική στιγμή, με $t \in [1, 140]$.

P_{it} , η αξία της μετοχής i τη χρονική στιγμή t .

D_t , η τιμή του δείκτη τη χρονική στιγμή t .

P_{io} , η αξία 10 τεμαχίων της μετοχής i στις 25/9/2003.

D_o , το αρχικό κεφάλαιο της επένδυσης, με $D_o = 100000 \text{ €}$.

Η σύσταση των χαρτοφυλακίων για την αντιστοίχησή τους με τους δείκτες Γενικό, FTSE / XA 20 και FTSE / XA Mid 40 παρουσιάζεται αντίστοιχα στους πίνακες 3.5, 3.6 και 3.7.

Πίνακας 3.5: Σύνθεση χαρτοφυλακίου για την αποτύπωση του Γενικού δείκτη (Χ.Α.Α.)

Γενικός Δείκτης Χ.Α.Α.	
Μετοχές	Αριθμός μετοχών
ALPHA ΤΡΑΠΕΖΑ Α.Ε. (ΚΟ)	630
COCA-COLA Ε.Ε.Ε. Α.Ε. (ΚΑ)	540
COSMOTE - ΚΙΝΗΤΕΣ ΤΗΛΕΠΙΚ/ΝΙΕΣ Α.Ε. (ΚΟ)	1030
ΤΡΑΠΕΖΑ ΕFG EUROBANK ERGASIAS Α.Ε. (ΚΟ)	920
ΗΥΑΤΤ REGENCY ΞΕΝ/ΚΗ & ΤΟΥΡ. Α.Ε. (ΚΟ)	530
ΙΝΤΡΑΚΟΜ Α.Ε. (ΚΟ)	210
ΑΚΤΩΡ Α.Τ.Ε. (ΚΟ)	50
ΑΛΟΥΜΙΝΙΟ ΤΗΣ ΕΛΛΑΔΟΣ Α.Ε. (ΚΟ)	120
ΑΣΤΗΡ ΠΑΛΑΣ ΒΟΥΛΙΑΓΜΕΝΗΣ Α.Ε.Ε. (ΚΟ)	120
ΒΙΟΧΑΛΚΟ Ε.Β. ΧΑΛΚΟΥ ΚΑΙ ΑΛΟΥΜ. (ΚΑ)	210
ΓΕΡΜΑΝΟΣ Α.Β.Ε.Ε. (ΚΟ)	180
ΔΗΜ/ΦΙΚΟΣ ΟΡΓΑΝΙΣΜΟΣ ΛΑΜΠΡΑΚΗ Α.Ε. (ΚΟ)	240
ΕΘΝΙΚΗ ΤΡΑΠΕΖΑ ΤΗΣ ΕΛΛΑΔΟΣ Α.Ε. (ΚΟ)	650
Η ΕΘΝΙΚΗ (Α.Ε. ΕΛΛ. ΕΤΑΙΡΙΑ ΓΕΝ. ΑΣΦΑΛΕΙΩΝ) (ΚΟ)	530
ΕΛΛΗΝΙΚΑ ΠΕΤΡΕΛΑΙΑ Α.Ε. (ΚΟ)	430
ΕΜΠΟΡΙΚΗ ΤΡΑΠΕΖΑ ΤΗΣ ΕΛΛΑΔΟΣ Α.Ε. (ΚΟ)	220
ΙΑΣΩ Α.Ε. (ΚΟ)	60
ΚΛΩΣΤΗΡΙΑ ΝΑΟΥΣΗΣ Α.Ε. (ΚΟ)	130
ΛΑΝ-NET ΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΕΣ Α.Ε. (ΚΟ)	50
ΜΥΤΙΛΗΝΑΙΟΣ Α.Ε. ΟΜΙΛΟΣ ΕΠΙΧ/ΩΝ (ΚΟ)	50
ΟΤΕ Α.Ε. (ΚΟ)	750
ΤΡΑΠΕΖΑ ΠΕΙΡΑΙΩΣ Α.Ε. (ΚΟ)	760
ΤΕΡΝΑ Α.Ε. (ΚΟ)	10
ΑΝΩΝΥΜΟΣ ΕΤΑΙΡΙΑ ΤΣΙΜΕΝΤΩΝ ΤΙΤΑΝ (ΚΟ)	680
J. & P. - ΑΒΑΞ Α.Ε. (ΚΟ)	360
Χ. ΜΠΕΝΡΟΥΜΠΗ & ΥΙΟΣ Α.Ε.(ΚΟ)	160

Πίνακας 3.6: Σύνθεση χαρτοφυλακίου για την αποτύπωση του δείκτη FTSE /ASE 20

Δείκτης υψηλής Κεφαλαιοποίησης FTSE / ΧΑ 20	
Μετοχές	Αριθμός μετοχών
ALPHA ΤΡΑΠΕΖΑ Α.Ε. (ΚΟ)	1220
COCA-COLA Ε.Ε.Ε. Α.Ε. (ΚΑ)	370
COSMOTE - ΚΙΝΗΤΕΣ ΤΗΛΕΠΙΚ/ΝΙΕΣ Α.Ε. (ΚΟ)	240
ΤΡΑΠΕΖΑ ΕFG EUROBANK ΕΡΓΑΣΙΑΣ Α.Ε. (ΚΟ)	880
HYATT REGENCY ΞΕΝ/ΚΗ & ΤΟΥΡ. Α.Ε. (ΚΟ)	80
ΙΝΤΡΑΚΟΜ Α.Ε. (ΚΟ)	700
ΑΚΤΩΡ Α.Τ.Ε. (ΚΟ)	170
ΑΛΟΥΜΙΝΙΟ ΤΗΣ ΕΛΛΑΔΟΣ Α.Ε. (ΚΟ)	70
ΒΙΟΧΑΛΚΟ Ε.Β. ΧΑΛΚΟΥ ΚΑΙ ΑΛΟΥΜ. (ΚΑ)	30
ΓΕΡΜΑΝΟΣ Α.Β.Ε.Ε. (ΚΟ)	30
ΔΗΜ/ΦΙΚΟΣ ΟΡΓΑΝΙΣΜΟΣ ΛΑΜΠΡΑΚΗ Α.Ε. (ΚΟ)	30
ΕΘΝΙΚΗ ΤΡΑΠΕΖΑ ΤΗΣ ΕΛΛΑΔΟΣ Α.Ε. (ΚΟ)	1340
ΕΛΛΗΝΙΚΑ ΠΕΤΡΕΛΑΙΑ Α.Ε. (ΚΟ)	110
ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΤΕΧΝΟΔΟΜΙΚΗ ΤΕΒ ΑΕ (ΚΟ)	400
ΕΜΠΟΡΙΚΗ ΤΡΑΠΕΖΑ ΤΗΣ ΕΛΛΑΔΟΣ Α.Ε. (ΚΟ)	440
Α.Γ.Ε.Τ. ΗΡΑΚΛΗΣ (ΚΟ)	120
ΙΑΣΩ Α.Ε. (ΚΟ)	30
ΚΑΤΑΣΤΗΜΑΤΑ ΑΦΟΡΟΛ. ΕΙΔΩΝ Α.Ε. (ΚΟ)	100
ΟΤΕ Α.Ε. (ΚΟ)	950
ΤΡΑΠΕΖΑ ΠΕΙΡΑΙΩΣ Α.Ε. (ΚΟ)	370
ΑΝΩΝΥΜΟΣ ΕΤΑΙΡΙΑ ΤΣΙΜΕΝΤΩΝ ΤΙΤΑΝ (ΚΟ)	780
ΦΟΙΝΙΞ ΜΕΤΡΟΛΑΪΦ ΕΜΠ. ΑΝΩΝ. ΕΛΛΗΝ. ΑΣΦ. ΕΤΑΙΡ (ΚΟ)	10

Πίνακας 3.7: Σύνοψη χαρτοφυλακίου για την αποτύπωση του δείκτη FTSE /ASE Mid 40

Δείκτης μεσαίας Κεφαλαιοποίησης FTSE / ΧΑ Mid 40	
Μετοχές	Αριθμός μετοχών
COSMOTE - ΚΙΝΗΤΕΣ ΤΗΛΕΠΙΚ/ΝΙΕΣ Α.Ε. (ΚΟ)	330
ΔΕΛΤΑ SINGULAR Α.Ε. ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ (ΚΟ)	720
ΤΡΑΠΕΖΑ EFG EUROBANK ERGASIAS Α.Ε. (ΚΟ)	640
HYATT REGENCY ΞΕΝ/ΚΗ & ΤΟΥΡ. Α.Ε. (ΚΟ)	2180
ΙΝΤΡΑΚΟΜ Α.Ε. (ΚΟ)	570
ΑΛΟΥΜΙΝΙΟ ΤΗΣ ΕΛΛΑΔΟΣ Α.Ε. (ΚΟ)	370
ΑΣΤΗΡ ΠΑΛΑΣ ΒΟΥΛΙΑΓΜΕΝΗΣ Α.Ε.Ε. (ΚΟ)	70
ΓΕΡΜΑΝΟΣ Α.Β.Ε.Ε. (ΚΟ)	570
ΕΘΝΙΚΗ ΑΞΙΟΠ. ΑΚΙΝ. & ΕΚΜ/ΣΕΩΣ ΓΕΝ. ΑΠΟΘ. ΑΕ (ΚΟ)	620
Η ΕΘΝΙΚΗ (Α.Ε. ΕΛΛ. ΕΤΑΙΡΙΑ ΓΕΝ. ΑΣΦΑΛΕΙΩΝ) (ΚΟ)	1970
ΕΜΠΟΡΙΚΗ ΤΡΑΠΕΖΑ ΤΗΣ ΕΛΛΑΔΟΣ Α.Ε. (ΚΟ)	350
Α.Γ.Ε.Τ. ΗΡΑΚΛΗΣ (ΚΟ)	410
ΙΑΣΩ Α.Ε. (ΚΟ)	580
ΚΛΩΣΤΗΡΙΑ ΝΑΟΥΣΗΣ Α.Ε. (ΚΟ)	670
Μ. Ι. ΜΑΪΛΛΗΣ Α.Ε.Β.Ε. (ΚΟ)	1160
ΜΥΤΙΛΗΝΑΙΟΣ Α.Ε. ΟΜΙΛΟΣ ΕΠΙΧ/ΩΝ (ΚΟ)	60
ΤΕΧΝΙΚΗ ΟΛΥΜΠΙΑΚΗ Α.Ε. (ΚΟ)	1120
ΤΕΡΝΑ Α.Ε. (ΚΟ)	790
J. & P. - ΑΒΑΞ Α.Ε. (ΚΟ)	1210
ΦΟΙΝΙΞ ΜΕΤΡΟΛΑΪΦ ΕΜΠ. ΑΝΩΝ. ΕΛΛΗΝ. ΑΣΦ. ΕΤΑΙΡ (ΚΟ)	270
Χ. ΜΠΕΝΡΟΥΜΠΗ & ΥΙΟΣ Α.Ε.(ΚΟ)	820

Η μοντελοποίηση του προβλήματος με τη χρήση 35 μηνιαίων παρατηρήσεων για τις μετοχές και τους δείκτες έχει ως εξής :

$$\min \left\{ \sum_{i=1}^{55} w_i + \frac{1}{35} \sum_{t=1}^{35} (u_t + d_t) \right\}$$

Υπό τους περιορισμούς :

$$\sum_{i=1}^{55} w_i P_{it} + u_t - d_t = D_t \text{ για } t = 1, \dots, 35.$$

$$\sum_{i=1}^{55} w_i P_{io} = D_o$$

$$w_i, u_t, d_t \geq 0$$

Όπου :

w_i , ο αριθμός των κομματιών της μετοχής i που συμμετέχουν στη σύνθεση του χαρτοφυλακίου.

u_t , η θετική απόκλιση. Εκφράζει το ποσό κατά το οποίο υπερβαίνει η τιμή του δείκτη την αξία του χαρτοφυλακίου τη χρονική στιγμή t .

d_t , η αρνητική απόκλιση. Εκφράζει αντίστοιχα το ποσό το οποίο υπερβαίνει η αξία του χαρτοφυλακίου την τιμή του δείκτη τη χρονική στιγμή t .

t , την χρονική στιγμή, με $t \in [1, 35]$.

P_{it} , η αξία 10 τεμαχίων της μετοχής i τη χρονική στιγμή t .

D_t , η τιμή του δείκτη τη χρονική στιγμή t .

P_{io} , η τιμή της μετοχής i στις 25/9/2003.

D_o , το αρχικό κεφάλαιο της επένδυσης, με $D_o = 100000$ €.

Η σύσταση των χαρτοφυλακίων τα οποία χρησιμοποιούνται για την αποτύπωση του Γενικού δείκτη, του δείκτη υψηλής κεφαλαιοποίησης FTSE / XA 20 και του δείκτη μεσαίας κεφαλαιοποίησης FTSE / XA Mid 40 παρουσιάζονται αντίστοιχα για κάθε δείκτη στους πίνακες 3.8, 3.9 και 3.10.

Πίνακας 3.8: Σύνθεση χαρτοφυλακίου για την αποτύπωση του Γενικού δείκτη (X.A.A.)

Γενικός Δείκτης X.A.A.	
Μετοχές	Αριθμός μετοχών
ALPHA ΤΡΑΠΕΖΑ Α.Ε. (ΚΟ)	920
COCA-COLA Ε.Ε.Ε. Α.Ε. (ΚΑ)	430
COSMOTE - ΚΙΝΗΤΕΣ ΤΗΛΕΠΙΚ/ΝΙΕΣ Α.Ε	1110

(ΚΟ)	
ΔΕΛΤΑ SINGULAR Α.Ε. ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ (ΚΟ)	310
ΤΡΑΠΕΖΑ ΕFG EUROBANK ERGASIAS Α.Ε. (ΚΟ)	1010
F.G. EUROPE Α.Ε. (ΚΟ)	120
HYATT REGENCY ΞΕΝ/ΚΗ & ΤΟΥΡ. Α.Ε. (ΚΟ)	60
ΓΕΡΜΑΝΟΣ Α.Β.Ε.Ε. (ΚΟ)	160
ΔΗΜ/ΦΙΚΟΣ ΟΡΓΑΝΙΣΜΟΣ ΛΑΜΠΡΑΚΗ Α.Ε. (ΚΟ)	380
ΕΘΝΙΚΗ ΤΡΑΠΕΖΑ ΤΗΣ ΕΛΛΑΔΟΣ Α.Ε. (ΚΟ)	480
ΕΘΝΙΚΗ ΑΞΙΟΠ. ΑΚΙΝ. & ΕΚΜ/ΣΕΩΣ ΓΕΝ. ΑΠΟΘ. ΑΕ (ΚΟ)	250
Η ΕΘΝΙΚΗ (Α.Ε. ΕΛΛ. ΕΤΑΙΡΙΑ ΓΕΝ. ΑΣΦΑΛΕΙΩΝ) (ΚΟ)	700
ΕΛΛΗΝΙΚΑ ΠΕΤΡΕΛΑΙΑ Α.Ε. (ΚΟ)	530
ΕΛΛΗΝΙΚΑ ΧΡΗΜΑΤΙΣΤΗΡΙΑ Α.Ε. ΣΥΜ/ΧΩΝ (ΚΟ)	60
ΕΜΠΟΡΙΚΗ ΤΡΑΠΕΖΑ ΤΗΣ ΕΛΛΑΔΟΣ Α.Ε. (ΚΟ)	110
Ε.ΥΔ.Α.Π. Α.Ε. (ΚΟ)	140
Α.Γ.Ε.Τ. ΗΡΑΚΛΗΣ (ΚΟ)	330
ΚΑΤΑΣΤΗΜΑΤΑ ΑΦΟΡΟΛ. ΕΙΔΩΝ Α.Ε. (ΚΟ)	10
ΚΛΩΣΤΗΡΙΑ ΝΑΟΥΣΗΣ Α.Ε. (ΚΟ)	160
ΟΤΕ Α.Ε. (ΚΟ)	720
ΤΕΧΝΙΚΗ ΟΛΥΜΠΙΑΚΗ Α.Ε. (ΚΟ)	120
ΤΡΑΠΕΖΑ ΠΕΙΡΑΙΩΣ Α.Ε. (ΚΟ)	590
ΤΕΡΝΑ Α.Ε. (ΚΟ)	140
ΑΝΩΝΥΜΟΣ ΕΤΑΙΡΙΑ ΤΣΙΜΕΝΤΩΝ ΤΙΤΑΝ (ΚΟ)	990
ΦΟΙΝΙΞ ΜΕΤΡΟΛΑΪΦ ΕΜΠ. ΑΝΩΝ. ΕΛΛΗΝ. ΑΣΦ. ΕΤΑΙΡ (ΚΟ)	110
ΑΣΤΗΡ ΠΑΛΑΣ ΒΟΥΛΙΑΓΜΕΝΗΣ Α.Ξ.Ε. (ΚΟ)	60

Πίνακας 3.9: Σύνθεση χαρτοφυλακίου για την αποτύπωση του δείκτη FTSE /ASE 20

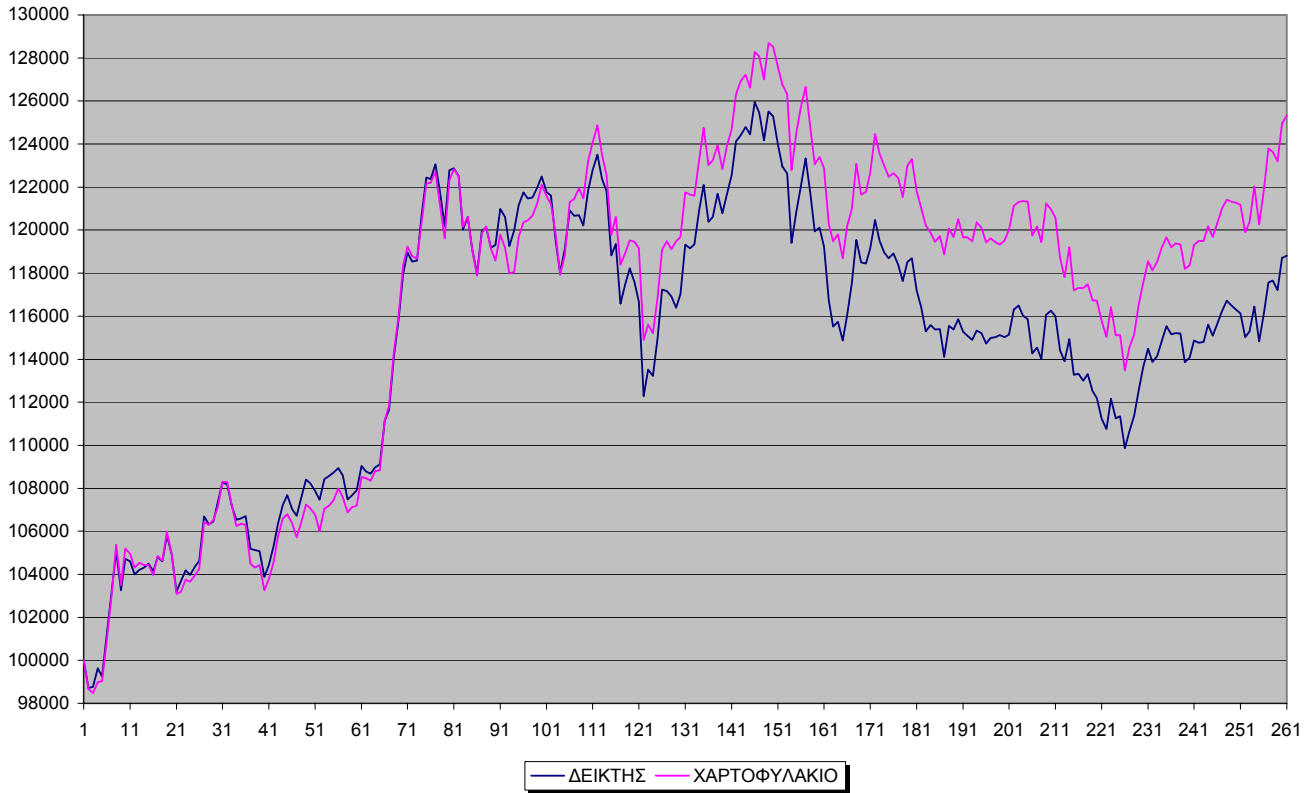
Δείκτης υψηλής Κεφαλαιοποίησης FTSE / ΧΑ 20	
Μετοχές	Αριθμός μετοχών
ALPHA ΤΡΑΠΕΖΑ Α.Ε. (ΚΟ)	1250
COCA-COLA Ε.Ε.Ε. Α.Ε. (ΚΑ)	260
COSMOTE - ΚΙΝΗΤΕΣ ΤΗΛΕΠΙΚ/ΝΙΕΣ Α.Ε. (ΚΟ)	390
ΤΡΑΠΕΖΑ ΕFG EUROBANK ΕΡΓΑΣΙΑΣ Α.Ε. (ΚΟ)	970
ΙΝΤΡΑΚΟΜ Α.Ε. (ΚΟ)	540
ΑΚΤΩΡ Α.Τ.Ε. (ΚΟ)	220
ΑΛΟΥΜΙΝΙΟ ΤΗΣ ΕΛΛΑΔΟΣ Α.Ε. (ΚΟ)	100
ΔΗΜ/ΦΙΚΟΣ ΟΡΓΑΝΙΣΜΟΣ ΛΑΜΠΡΑΚΗ Α.Ε. (ΚΟ)	40
ΕΘΝΙΚΗ ΤΡΑΠΕΖΑ ΤΗΣ ΕΛΛΑΔΟΣ Α.Ε. (ΚΟ)	1370
ΕΛΛΗΝΙΚΑ ΠΕΤΡΕΛΑΙΑ Α.Ε. (ΚΟ)	180
ΕΛΛΗΝΙΚΑ ΧΡΗΜΑΤΙΣΤΗΡΙΑ Α.Ε. ΣΥΜ/ΧΩΝ (ΚΟ)	60
ΕΜΠΟΡΙΚΗ ΤΡΑΠΕΖΑ ΤΗΣ ΕΛΛΑΔΟΣ Α.Ε. (ΚΟ)	330
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΕΙΣ ΑΤΤΙΚΗΣ Α. Ε. ΣΥΜΜΕΤΟΧΩΝ (Κ)	130
Α.Γ.Ε.Τ. ΗΡΑΚΛΗΣ (ΚΟ)	30
ΙΑΣΩ Α.Ε. (ΚΟ)	170
ΟΤΕ Α.Ε. (ΚΟ)	1160
ΤΡΑΠΕΖΑ ΠΕΙΡΑΙΩΣ Α.Ε. (ΚΟ)	750
ΑΝΩΝΥΜΟΣ ΕΤΑΙΡΙΑ ΤΣΙΜΕΝΤΩΝ ΤΙΤΑΝ (ΚΟ)	660

Πίνακας 3.10: Σύνθεση χαρτοφυλακίου για την αποτύπωση του δείκτη FTSE /ASE Mid 40

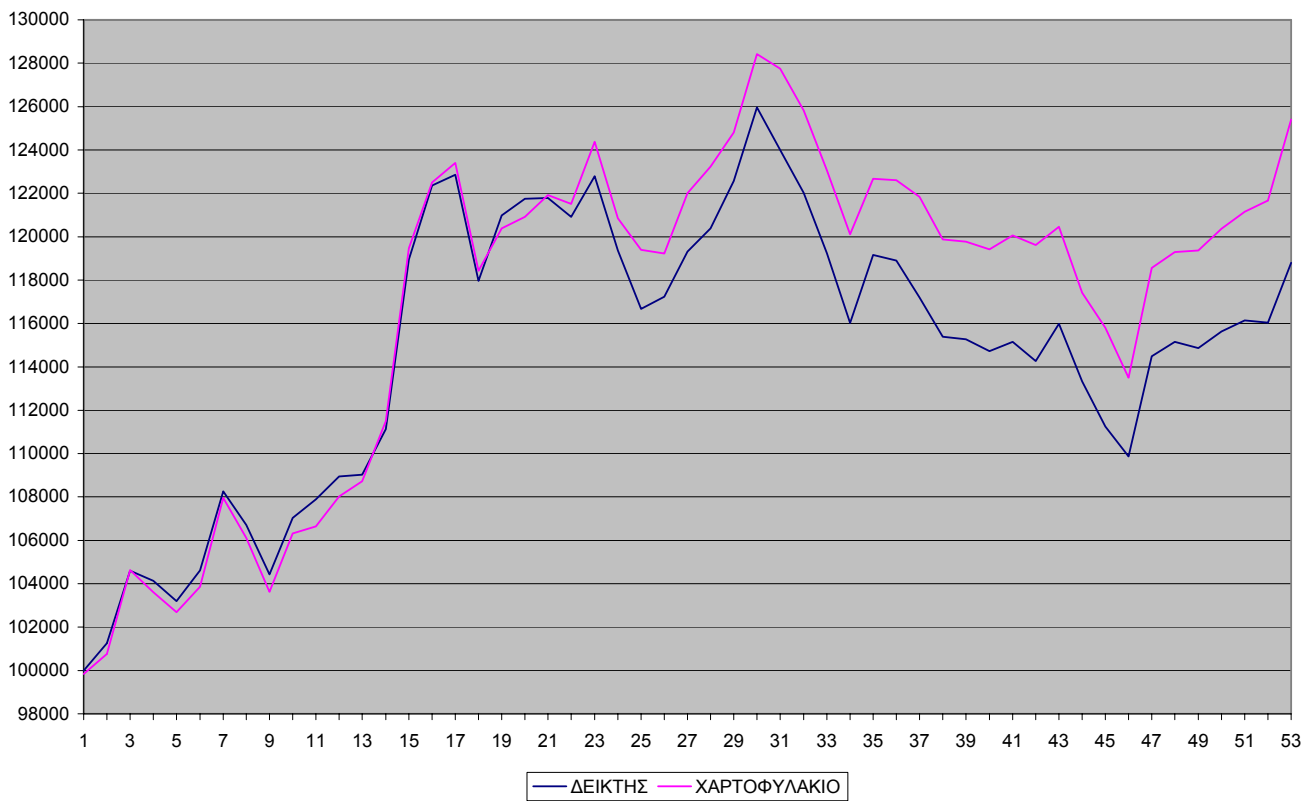
Δείκτης μεσαίας Κεφαλαιοποίησης FTSE / ΧΑ Mid 40	
Μετοχές	Αριθμός μετοχών
ΔΕΛΤΑ SINGULAR Α.Ε. ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ (ΚΟ)	470
ΤΡΑΠΕΖΑ ΕFG EUROBANK ΕΡΓΑΣΙΑΣ Α.Ε. (ΚΟ)	1200
HYATT REGENCY ΞΕΝ/ΚΗ & ΤΟΥΡ. Α.Ε.	2700

(ΚΟ)	
ΙΝΤΡΑΚΟΜ Α.Ε. (ΚΟ)	60
ΑΛΟΥΜΙΝΙΟ ΤΗΣ ΕΛΛΑΔΟΣ Α.Ε. (ΚΟ)	180
ΓΕΡΜΑΝΟΣ Α.Β.Ε.Ε. (ΚΟ)	410
ΕΘΝΙΚΗ ΑΞΙΟΠ. ΑΚΙΝ. & ΕΚΜ/ΣΕΩΣ ΓΕΝ. ΑΠΟΘ. ΑΕ (ΚΟ)	260
Η ΕΘΝΙΚΗ (Α.Ε. ΕΛΛ. ΕΤΑΙΡΙΑ ΓΕΝ. ΑΣΦΑΛΕΙΩΝ) (ΚΟ)	1940
ΕΜΠΟΡΙΚΗ ΤΡΑΠΕΖΑ ΤΗΣ ΕΛΛΑΔΟΣ Α.Ε. (ΚΟ)	430
Ε.ΥΔ.Α.Π. Α.Ε. (ΚΟ)	110
Α.Γ.Ε.Τ. ΗΡΑΚΛΗΣ (ΚΟ)	650
ΙΑΣΩ Α.Ε. (ΚΟ)	370
ΚΛΩΣΤΗΡΙΑ ΝΑΟΥΣΗΣ Α.Ε. (ΚΟ)	870
Μ. Ι. ΜΑΪΛΛΗΣ Α.Ε.Β.Ε. (ΚΟ)	1080
ΤΕΧΝΙΚΗ ΟΛΥΜΠΙΑΚΗ Α.Ε. (ΚΟ)	1450
ΤΕΡΝΑ Α.Ε. (ΚΟ)	290
J. & P. - ΑΒΑΞ Α.Ε. (ΚΟ)	1200
ΦΟΙΝΙΞ ΜΕΤΡΟΛΑΪΦ ΕΜΠ. ΑΝΩΝ. ΕΛΛΗΝ. ΑΣΦ. ΕΤΑΙΡ (ΚΟ)	660
Χ. ΜΠΕΝΡΟΥΜΠΗ & ΥΙΟΣ Α.Ε.(ΚΟ)	900

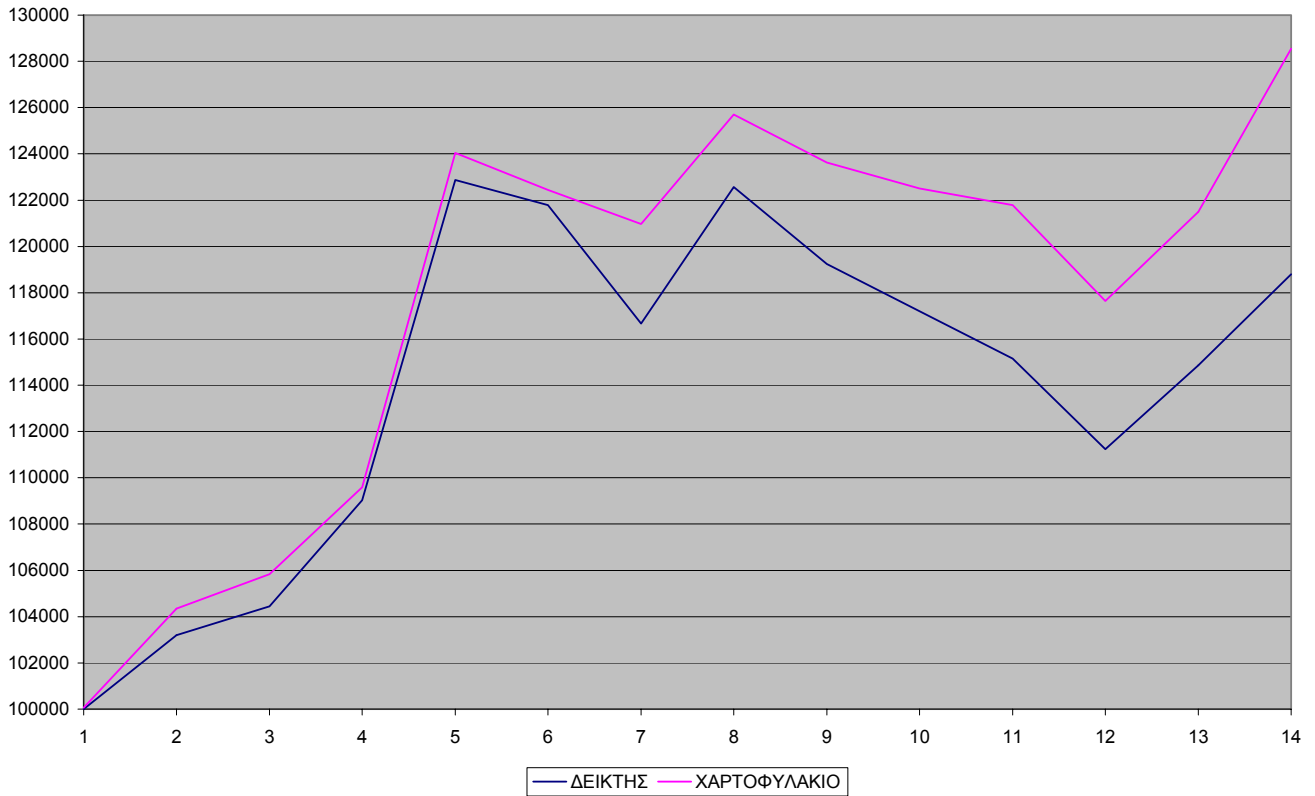
Χρησιμοποιώντας τα διαθέσιμα για μετοχές και δείκτες ιστορικά στοιχεία του 4 έτους (δείγμα ελέγχου), παρουσιάζεται η πορεία κάθε ενός χαρτοφυλακίου σε σχέση με τον εκάστοτε δείκτη. Στα διαγράμματα 3.1 έως 3.9 παρουσιάζεται η πορεία των χαρτοφυλακίων που επιλέχθηκαν με βάση τα ιστορικά στοιχεία σε σχέση με τους προς αποτύπωση δείκτες.



Διάγραμμα 3.1: Αποτύπωση του Γενικού Δείκτη Χ.Α.Α. με τη χρήση 700 ημερήσιων παρατηρήσεων

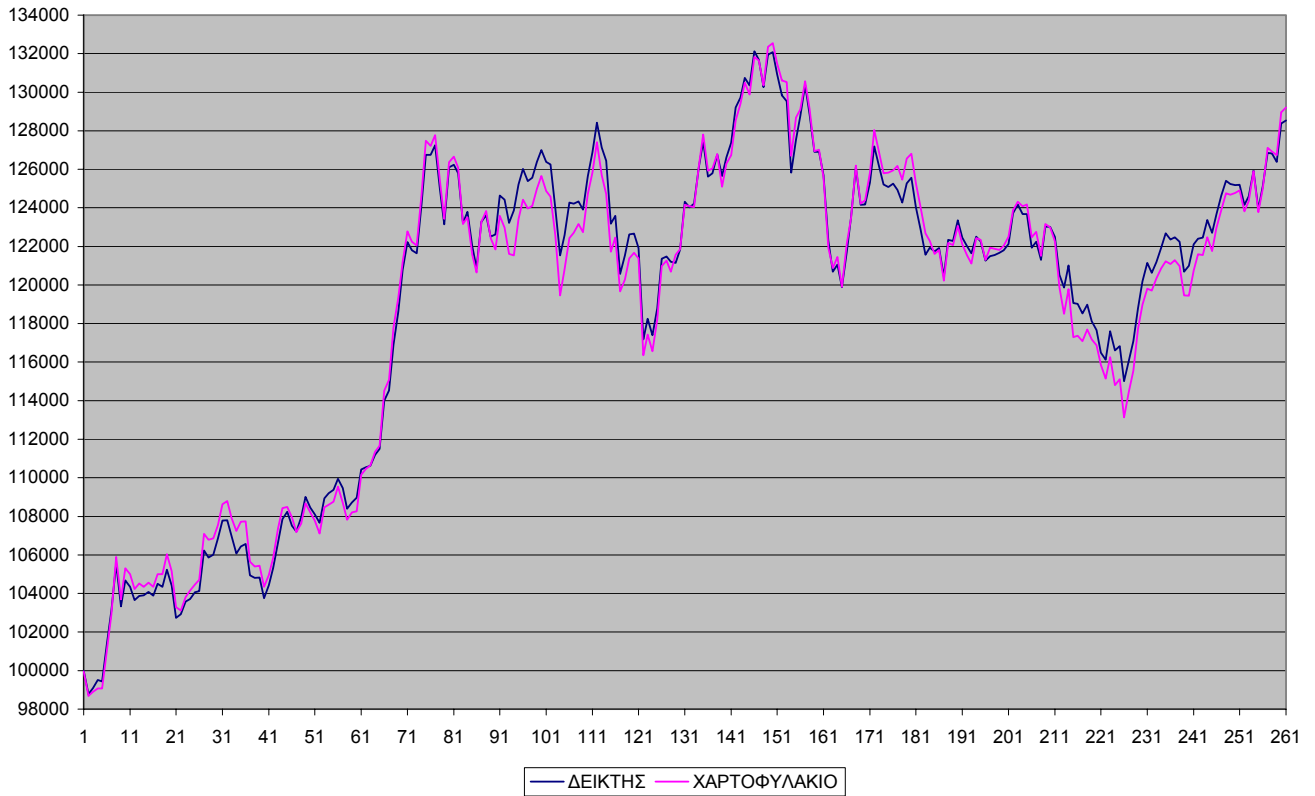


Διάγραμμα 3.2: Αποτύπωση του Γενικού Δείκτη Χ.Α.Α. με τη χρήση 140 εβδομαδιαίων παρατηρήσεων

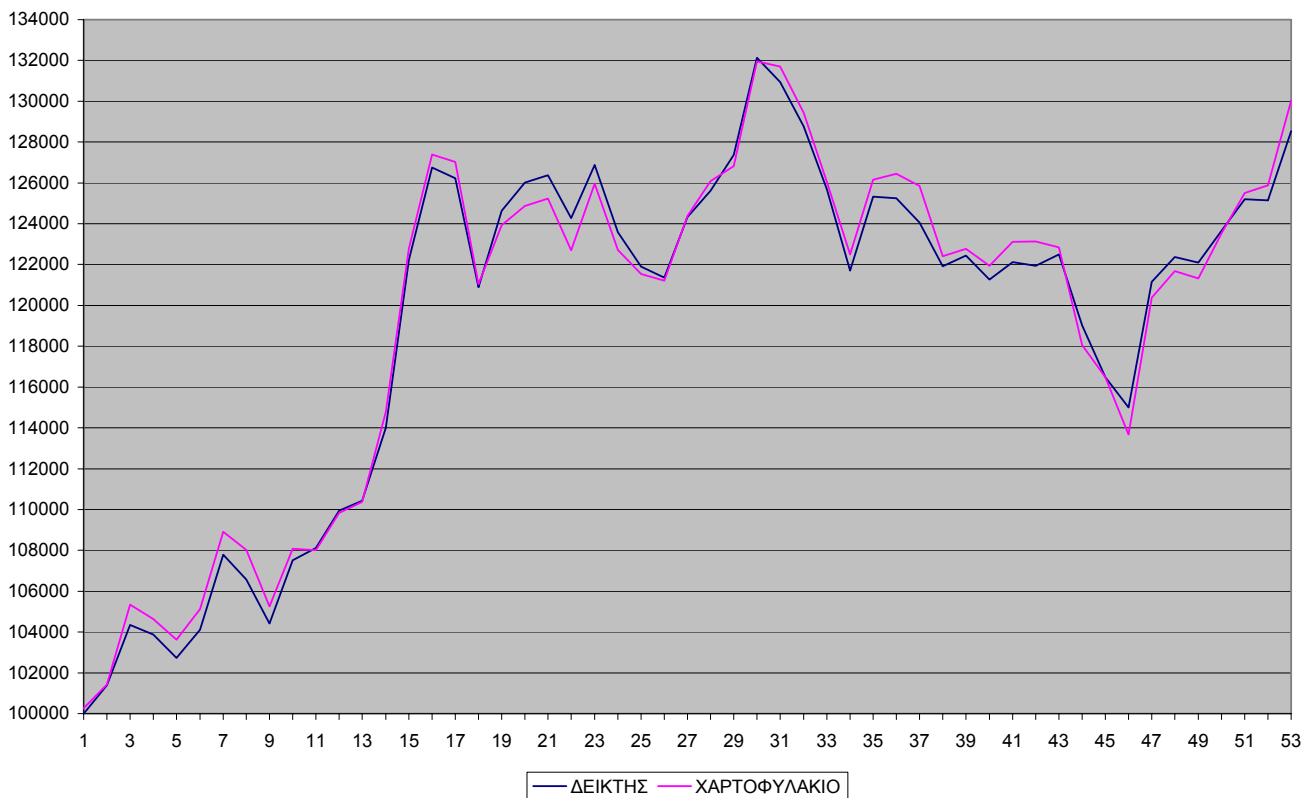


Διάγραμμα 3.3: Αποτύπωση του Γενικού Δείκτη Χ.Α.Α. με τη χρήση 35 μηνιαίων παρατηρήσεων

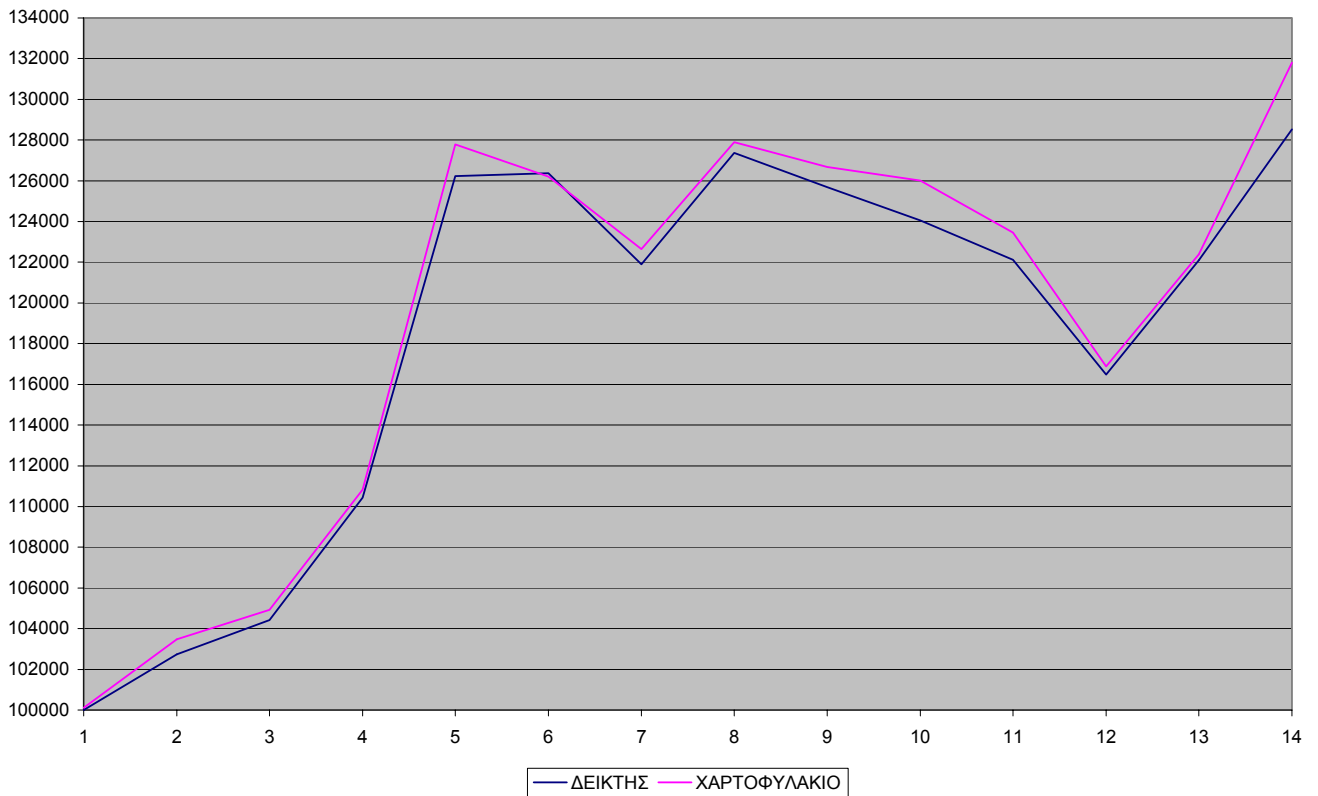
Όσον αφορά το Γενικό δείκτη του Χ.Α.Α. παρατηρείται ότι και στις τρεις περιπτώσεις (ημερήσιες, εβδομαδιαίες και μηνιαίες παρατηρήσεις) το εν αντιστοιχία χαρτοφυλάκιο που επιλέχθηκε αποτυπώνει αρκετά καλά την πορεία του δείκτη ενώ προς το τέλος της χρονικής περιόδου του ενός έτους η απόδοση του χαρτοφυλακίου υπερτερεί της απόδοσης του δείκτη.



Διάγραμμα 3.4: Αποτύπωση του Δείκτη υψηλής Κεφαλαιοποίησης FTSE / ΧΑ 20 με τη χρήση 700 ημερήσιων παρατηρήσεων

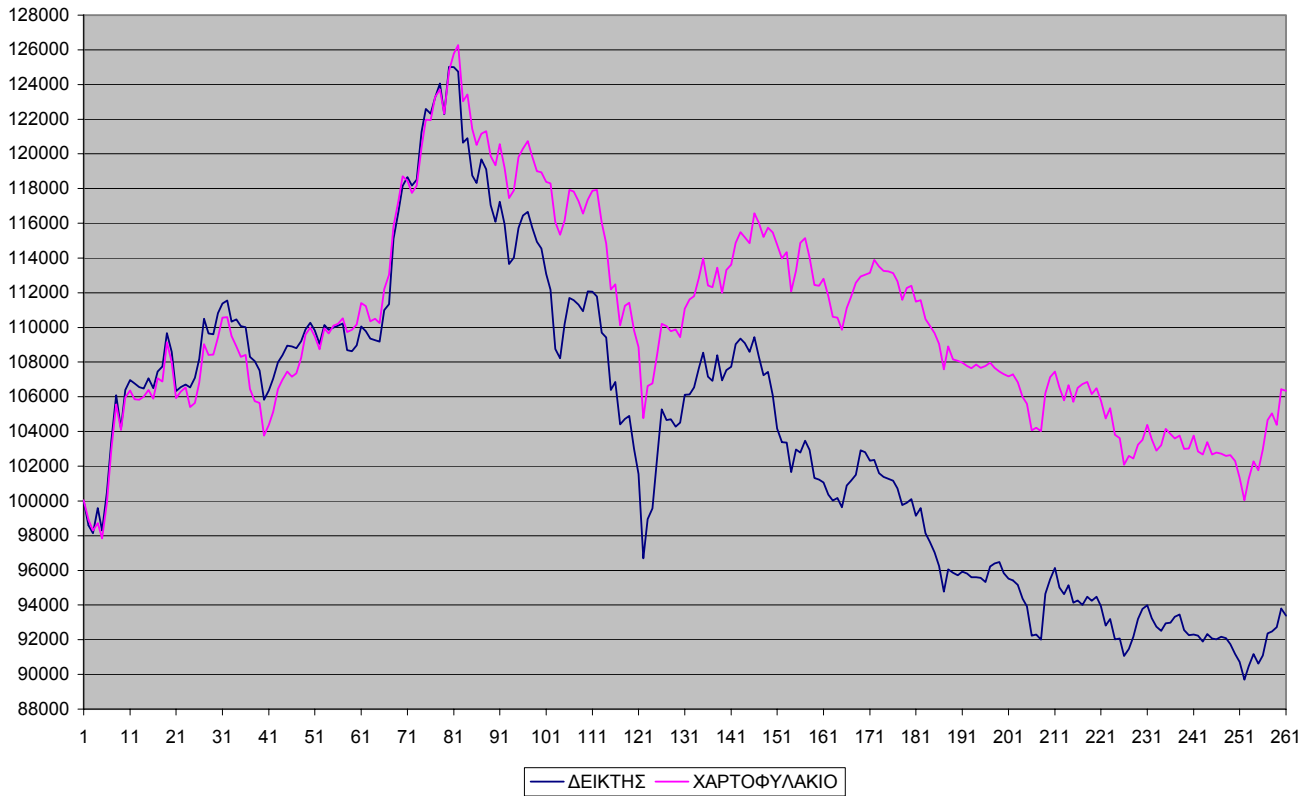


Διάγραμμα 3.5: Αποτύπωση του Δείκτη υψηλής Κεφαλαιοποίησης FTSE / ΧΑ 20 με τη χρήση 140 εβδομαδιαίων παρατηρήσεων

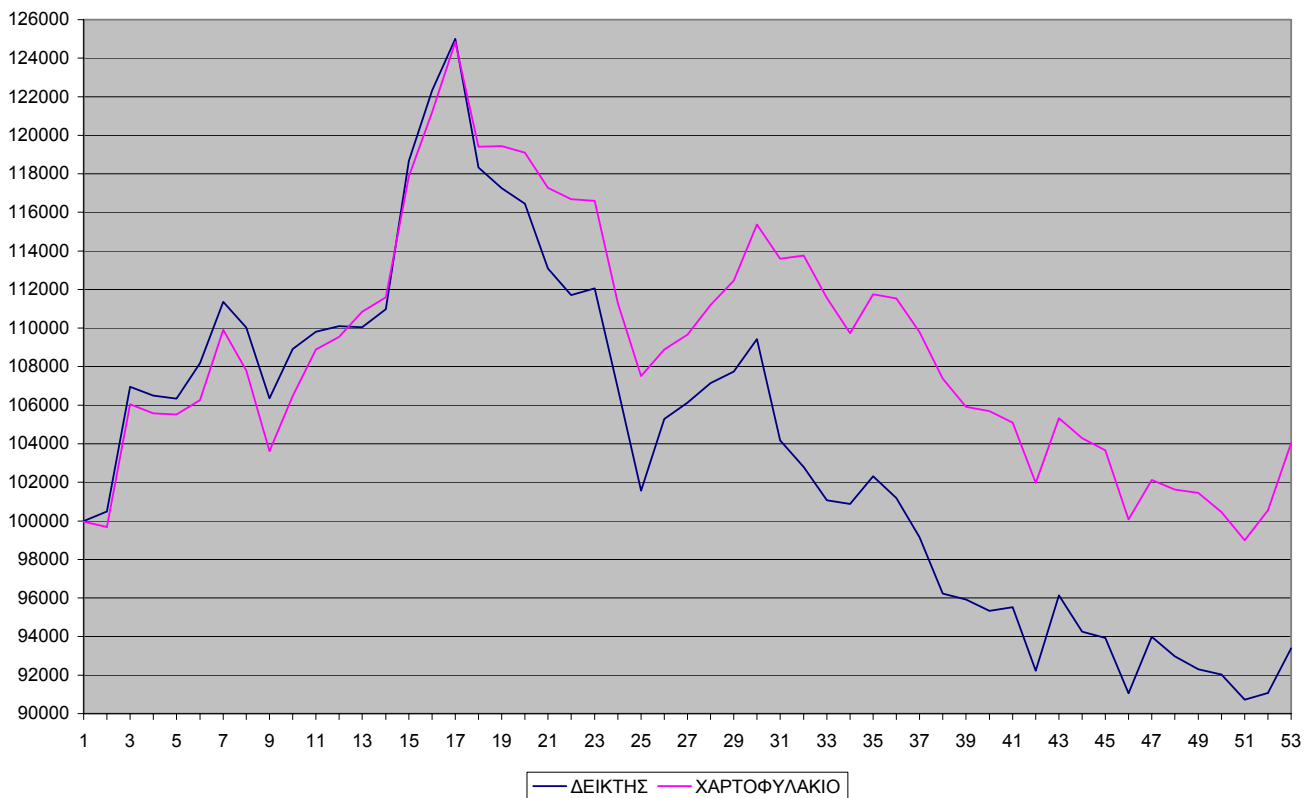


Διάγραμμα 3.6: Αποτύπωση του Δείκτη υψηλής Κεφαλαιοποίησης FTSE / ΧΑ 20 με τη χρήση 35 μηνιαίων παρατηρήσεων

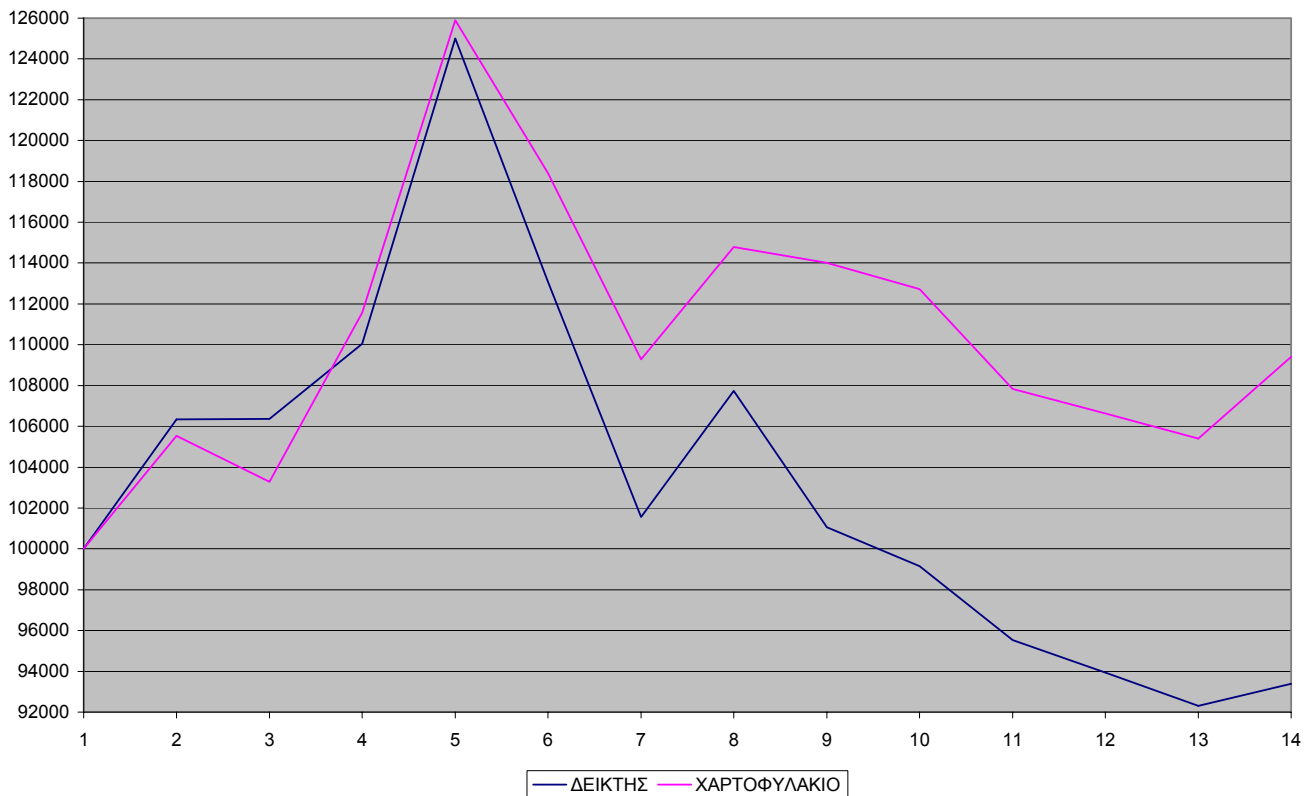
Σχετικά με την αποτύπωση του δείκτη υψηλής Κεφαλαιοποίησης FTSE / ΧΑ 20 διαπιστώνεται από τα διαγράμματα 3.4, 3.5 και 3.6 ότι τα χαρτοφυλάκια που επιλέχθηκαν και στις τρεις περιπτώσεις ακολουθούν την πορεία του δείκτη ενώ προς το τέλος της χρονικής περιόδου του ελέγχου έχουν τουλάχιστον ίδια απόδοση με το δείκτη.



Διάγραμμα 3.7: Αποτύπωση του Δείκτη μεσαίας Κεφαλαιοποίησης FTSE / ΧΑ Mid 40 με τη χρήση 700 ημερήσιων παρατηρήσεων



Διάγραμμα 3.8: Αποτύπωση του Δείκτη μεσαίας Κεφαλαιοποίησης FTSE / ΧΑ Mid 40 με τη χρήση 140 εβδομαδιαίων παρατηρήσεων



Διάγραμμα 3.9: Αποτύπωση του Δείκτη μεσαίας Κεφαλαιοποίησης FTSE / XA Mid 40 με τη χρήση 35 μηνιαίων παρατηρήσεων

Επίσης και στην περίπτωση του Δείκτη μεσαίας Κεφαλαιοποίησης FTSE / XA Mid 40 η αντιστοίχιση των χαρτοφυλακίων κρίνεται επιτυχής, ενώ αναφορικά με την απόδοση τα χαρτοφυλάκια που επιλέχθηκαν αποφέρουν θετική απόδοση σε αντίθεση με το δείκτη ο οποίος έχει αρνητική.

3.3.2 ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ ΜΕ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ ΔΕΙΓΜΑΤΟΛΗΨΙΑΣ BOOTSTRAP

Σε αυτό το σημείο της διπλωματικής εργασίας παρουσιάζεται η εφαρμογή της διαδικασίας bootstrap για την παθητική διαχείριση ενός κεφαλαίου μέσω της αντιστοίχισης χαρτοφυλακίων με τους δείκτες FTSE / XA 20, FTSE / XA Mid 40 και τον Γενικό δείκτη του Χ.Α.Α. Η διαφορά αυτής της προσέγγισης έναντι αυτής των ιστορικών στοιχείων έγκειται στο δείγμα εκπαίδευσης που χρησιμοποιείται για την επιλογή των χαρτοφυλακίων. Αναλυτικότερα χρησιμοποιώντας τα ιστορικά στοιχεία των 3 πρώτων ετών για τις μετοχές και τους δείκτες κατασκευάζονται 1000 πιθανά σενάρια, κάθε ένα από τα οποία εκφράζει μια πιθανή τιμή κάποιας μετοχής ή κάποιου δείκτη, για την επόμενη (μελλοντική) χρονική περίοδο. Για την κατασκευή 1000 πιθανών εβδομαδιαίων τιμών μιας μετοχής i την επόμενη χρονική περίοδο (εβδομάδα) $t + 1$, δεδομένης της τιμής της μετοχής P_i την χρονική στιγμή t (παρόν)

και κάποιου δείγματος A ιστορικών ημερήσιων τιμών P_n ακολουθείται η εξής διαδικασία :

- Επιλέγονται τυχαία 5 τιμές από το δείγμα A , με τη βοήθεια γεννήτριας τυχαίων αριθμών.
- Με βάση τις 5 τιμές που επιλέχθηκαν, υπολογίζεται η απόδοση της μετοχής i .
- Χρησιμοποιώντας την αρχική τιμή P_i και την απόδοση που υπολογίστηκε στο προηγούμενο βήμα υπολογίζεται μια πιθανή τιμή P_{t+1} της μετοχής i .
- Επανάληψη των βημάτων 1 έως 3, για τον υπολογισμό του επόμενου σεναρίου.

Η μοντελοποίηση του προβλήματος με τη χρήση 1000 παρατηρήσεων για τις μετοχές και τους δείκτες έχει ως εξής :

$$\min \left\{ \sum_{i=1}^{55} w_i + \frac{1}{1000} \sum_{t=1}^{1000} (u_t + d_t) \right\}$$

Υπό τους περιορισμούς :

$$\sum_{i=1}^{55} w_i P_{it} + u_t - d_t = D_t \text{ για } t = 1, \dots, 1000.$$

$$\sum_{i=1}^{55} w_i P_{io} = D_o$$

$$w_i, u_t, d_t \geq 0$$

Όπου :

w_i , ο αριθμός των κομματιών της μετοχής i που συμμετέχουν στη σύνθεση του χαρτοφυλακίου.

u_t , η θετική απόκλιση. Εκφράζει το ποσό κατά το οποίο υπερβαίνει η τιμή του δείκτη την αξία του χαρτοφυλακίου τη χρονική στιγμή t .

d_t , η αρνητική απόκλιση. Εκφράζει αντίστοιχα το ποσό το οποίο υπερβαίνει η αξία του χαρτοφυλακίου την τιμή του δείκτη τη χρονική στιγμή t .

t , την χρονική στιγμή, με $t \in [1, 1001]$.

P_{it} , η αξία της μετοχής i τη χρονική στιγμή t .

D_t , η τιμή του δείκτη τη χρονική στιγμή t .

P_{io} , η αξία 10 τεμαχίων της μετοχής i στις 25/9/2003.

D_o , το αρχικό κεφάλαιο της επένδυσης, με $D_o = 100000$ €.

Το πρόβλημα επιλύθηκε με τη βοήθεια του λογισμικού Matlab και βρέθηκε η σύσταση κάθε χαρτοφυλακίου, καθώς και οι αποκλίσεις της αξίας του χαρτοφυλακίου από την τιμή του δείκτη για κάθε χρονική περίοδο. Όπως προαναφέρθηκε η διαδικασία bootstrap χρησιμοποιείται στην περίπτωση όπου είτε δεν είναι δυνατή είτε

απαιτεί μεγάλο χρόνο και κόστος η συλλογή επαρκών δεδομένων για τον υπολογισμό διαφόρων στατιστικών παραμέτρων. Στην προκειμένη περίπτωση η εφαρμογή της διαδικασίας νοείται για τις εβδομαδιαίες και μηνιαίες παρατηρήσεις, 140 και 35 αντίστοιχα καθώς τα ημερήσια ιστορικά στοιχεία (700) κρίνονται επαρκή. Έτσι κατασκευάστηκαν για κάθε δείκτη και μετοχή 1000 πιθανά σενάρια για την επόμενη εβδομάδα και 1000 πιθανά σενάρια για τον επόμενο μήνα. Η σύσταση των χαρτοφυλακίων τα οποία χρησιμοποιούνται για την αποτύπωση του Γενικού δείκτη, του δείκτη υψηλής κεφαλαιοποίησης FTSE / ΧΑ 20 και του δείκτη μεσαίας κεφαλαιοποίησης FTSE / ΧΑ Mid 40, επιλέγοντας ως χρονική περίοδο τις εβδομάδες, παρουσιάζεται αντίστοιχα για κάθε δείκτη στους πίνακες 3.11, 3.12 και 3.13.

Πίνακας 3.11: Σύνθεση χαρτοφυλακίου για την αποτύπωση του Γενικού δείκτη (Χ.Α.Α.)

Γενικός Δείκτης Χ.Α.Α.	
Μετοχές	Αριθμός μετοχών
ALPHA ΤΡΑΠΕΖΑ Α.Ε. (ΚΟ)	570
COCA-COLA Ε.Ε.Ε. Α.Ε. (ΚΑ)	600
COSMOTE - ΚΙΝΗΤΕΣ ΤΗΛΕΠΙΚ/ΝΙΕΣ Α.Ε. (ΚΟ)	720
ΤΡΑΠΕΖΑ ΕFG EUROΒANK ΕΡΓΑΣΙΑΣ Α.Ε. (ΚΟ)	660
HYATT REGENCY ΞΕΝ/ΚΗ & ΤΟΥΡ. Α.Ε. (ΚΟ)	390
ΙΝΤΡΑΚΟΜ Α.Ε. (ΚΟ)	260
ΑΛΟΥΜΙΝΙΟ ΤΗΣ ΕΛΛΑΔΟΣ Α.Ε. (ΚΟ)	470
ΓΕΡΜΑΝΟΣ Α.Β.Ε.Ε. (ΚΟ)	540
ΕΘΝΙΚΗ ΤΡΑΠΕΖΑ ΤΗΣ ΕΛΛΑΔΟΣ Α.Ε. (ΚΟ)	780
ΕΛΛΗΝΙΚΑ ΠΕΤΡΕΛΑΙΑ Α.Ε. (ΚΟ)	200
ΕΜΠΟΡΙΚΗ ΤΡΑΠΕΖΑ ΤΗΣ ΕΛΛΑΔΟΣ Α.Ε. (ΚΟ)	460
ΚΑΤΑΣΤΗΜΑΤΑ ΑΦΟΡΟΛ. ΕΙΔΩΝ Α.Ε. (ΚΟ)	150
ΚΛΩΣΤΗΡΙΑ ΝΑΟΥΣΗΣ Α.Ε. (ΚΟ)	200
ΟΤΕ Α.Ε. (ΚΟ)	1250
ΤΕΡΝΑ Α.Ε. (ΚΟ)	250
ΑΝΩΝΥΜΟΣ ΕΤΑΙΡΙΑ ΤΣΙΜΕΝΤΩΝ ΤΙΤΑΝ (ΚΟ)	400
ΑΛΦΑ-ΒΗΤΑ ΒΑΣΙΛΟΠΟΥΛΟΣ Α.Ε.(ΚΟ)	60
Χ. ΜΠΕΝΡΟΥΜΠΗ & ΥΙΟΣ Α.Ε.(ΚΟ)	140

Πίνακας 3.12: Σύνθεση χαρτοφυλακίου για την αποτύπωση του δείκτη FTSE /ASE 20

Δείκτης υψηλής Κεφαλαιοποίησης FTSE / ΧΑ 20	
Μετοχές	Αριθμός μετοχών
ALPHA ΤΡΑΠΕΖΑ Α.Ε. (ΚΟ)	1040
COCA-COLA Ε.Ε.Ε. Α.Ε. (ΚΑ)	430
COSMOTE - ΚΙΝΗΤΕΣ ΤΗΛΕΠΙΚ/ΝΙΕΣ Α.Ε (ΚΟ)	210
ΤΡΑΠΕΖΑ ΕFG EUROBANK ERGASIAS Α.Ε. (ΚΟ)	680
ΗΥΑΤΤ REGENCY ΞΕΝ/ΚΗ & ΤΟΥΡ. Α.Ε. (ΚΟ)	110
ΙΝΤΡΑΚΟΜ Α.Ε. (ΚΟ)	240
ΑΛΟΥΜΙΝΙΟ ΤΗΣ ΕΛΛΑΔΟΣ Α.Ε. (ΚΟ)	220
ΓΕΡΜΑΝΟΣ Α.Β.Ε.Ε. (ΚΟ)	210
ΕΘΝΙΚΗ ΤΡΑΠΕΖΑ ΤΗΣ ΕΛΛΑΔΟΣ Α.Ε. (ΚΟ)	1430
ΕΛΛΗΝΙΚΑ ΠΕΤΡΕΛΑΙΑ Α.Ε. (ΚΟ)	170
ΕΜΠΟΡΙΚΗ ΤΡΑΠΕΖΑ ΤΗΣ ΕΛΛΑΔΟΣ Α.Ε. (ΚΟ)	600
ΚΑΤΑΣΤΗΜΑΤΑ ΑΦΟΡΟΛ. ΕΙΔΩΝ Α.Ε. (ΚΟ)	90
ΟΤΕ Α.Ε. (ΚΟ)	1620
ΤΡΑΠΕΖΑ ΠΕΙΡΑΙΩΣ Α.Ε. (ΚΟ)	260
ΑΝΩΝΥΜΟΣ ΕΤΑΙΡΙΑ ΤΣΙΜΕΝΤΩΝ ΤΙΤΑΝ (ΚΟ)	430
ΑΛΦΑ-ΒΗΤΑ ΒΑΣΙΛΟΠΟΥΛΟΣ Α.Ε.(ΚΟ)	20
Χ. ΜΠΕΝΠΡΟΥΜΠΗ & ΥΙΟΣ Α.Ε.(ΚΟ)	100

Πίνακας 3.13: Σύνθεση χαρτοφυλακίου για την αποτύπωση του δείκτη FTSE /ASE Mid 40

Δείκτης μεσαίας Κεφαλαιοποίησης FTSE / ΧΑ Mid 40	
Μετοχές	Αριθμός μετοχών
ALPHA ΤΡΑΠΕΖΑ Α.Ε. (ΚΟ)	340
COCA-COLA Ε.Ε.Ε. Α.Ε. (ΚΑ)	400
COSMOTE - ΚΙΝΗΤΕΣ ΤΗΛΕΠΙΚ/ΝΙΕΣ Α.Ε (ΚΟ)	40
ΤΡΑΠΕΖΑ ΕFG EUROBANK ERGASIAS Α.Ε. (ΚΟ)	270

HYATT REGENCY ΞΕΝ/ΚΗ & ΤΟΥΡ. Α.Ε. (ΚΟ)	1340
ΑΛΟΥΜΙΝΙΟ ΤΗΣ ΕΛΛΑΔΟΣ Α.Ε. (ΚΟ)	670
ΑΣΤΗΡ ΠΑΛΑΣ ΒΟΥΛΙΑΓΜΕΝΗΣ Α.Ε.Ε. (ΚΟ)	30
ΓΕΡΜΑΝΟΣ Α.Β.Ε.Ε. (ΚΟ)	870
ΔΗΜ/ΦΙΚΟΣ ΟΡΓΑΝΙΣΜΟΣ ΛΑΜΠΡΑΚΗ Α.Ε. (ΚΟ)	580
ΕΘΝΙΚΗ ΤΡΑΠΕΖΑ ΤΗΣ ΕΛΛΑΔΟΣ Α.Ε. (ΚΟ)	320
ΕΛΛΗΝΙΚΑ ΧΡΗΜΑΤΙΣΤΗΡΙΑ Α.Ε. ΣΥΜ/ΧΩΝ (ΚΟ)	990
ΕΜΠΟΡΙΚΗ ΤΡΑΠΕΖΑ ΤΗΣ ΕΛΛΑΔΟΣ Α.Ε. (ΚΟ)	440
Α.Γ.Ε.Τ. ΗΡΑΚΛΗΣ (ΚΟ)	350
ΙΑΣΩ Α.Ε. (ΚΟ)	210
ΚΑΤΑΣΤΗΜΑΤΑ ΑΦΟΡΟΛ. ΕΙΔΩΝ Α.Ε. (ΚΟ)	520
ΚΛΩΣΤΗΡΙΑ ΝΑΟΥΣΗΣ Α.Ε. (ΚΟ)	160
ΛΑΝ-NET ΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΕΣ Α.Ε. (ΚΟ)	440
ΟΤΕ Α.Ε. (ΚΟ)	70
ΤΕΧΝΙΚΗ ΟΛΥΜΠΙΑΚΗ Α.Ε. (ΚΟ)	610
ΤΕΡΝΑ Α.Ε. (ΚΟ)	650
ΑΝΩΝΥΜΟΣ ΕΤΑΙΡΙΑ ΤΣΙΜΕΝΤΩΝ ΤΙΤΑΝ (ΚΟ)	200
ΑΛΦΑ-ΒΗΤΑ ΒΑΣΙΛΟΠΟΥΛΟΣ Α.Ε.(ΚΟ)	60
Χ. ΜΠΕΝΡΟΥΜΠΗ & ΥΙΟΣ Α.Ε.(ΚΟ)	570

Στους πίνακες 3.14, 3.15 και 3.16 παρουσιάζεται αντίστοιχα η σύσταση των χαρτοφυλακίων που χρησιμοποιούνται για την αποτύπωση του Γενικού Δείκτη Χ.Α.Α, του δείκτη υψηλής κεφαλαιοποίησης FTSE / ΧΑ 20 και του δείκτη μεσαίας κεφαλαιοποίησης FTSE / ΧΑ Mid 40, επιλέγοντας ως χρονική περίοδο τους μήνες.

Πίνακας 3.14: Σύνθεση χαρτοφυλακίου για την αποτύπωση του Γενικού δείκτη (Χ.Α.Α.)

Γενικός Δείκτης Χ.Α.Α.	
Μετοχές	Αριθμός μετοχών
ALPHA ΤΡΑΠΕΖΑ Α.Ε. (ΚΟ)	680
COCA-COLA Ε.Ε.Ε. Α.Ε. (ΚΑ)	480
COSMOTE - ΚΙΝΗΤΕΣ ΤΗΛΕΠΙΚ/ΝΙΕΣ Α.Ε	330

(ΚΟ)	
ΤΡΑΠΕΖΑ ΕΦΓ EUROBANK ERGASIAS Α.Ε. (ΚΟ)	810
HYATT REGENCY ΞΕΝ/ΚΗ & ΤΟΥΡ. Α.Ε. (ΚΟ)	400
ΙΝΤΡΑΚΟΜ Α.Ε. (ΚΟ)	570
ΑΛΟΥΜΙΝΙΟ ΤΗΣ ΕΛΛΑΔΟΣ Α.Ε. (ΚΟ)	320
ΒΙΟΧΑΛΚΟ Ε.Β. ΧΑΛΚΟΥ ΚΑΙ ΑΛΟΥΜ. (ΚΑ)	10
ΓΕΡΜΑΝΟΣ Α.Β.Ε.Ε. (ΚΟ)	310
ΔΗΜ/ΦΙΚΟΣ ΟΡΓΑΝΙΣΜΟΣ ΛΑΜΠΡΑΚΗ Α.Ε. (ΚΟ)	150
ΕΘΝΙΚΗ ΤΡΑΠΕΖΑ ΤΗΣ ΕΛΛΑΔΟΣ Α.Ε. (ΚΟ)	710
ΕΛΛΗΝΙΚΑ ΠΕΤΡΕΛΑΙΑ Α.Ε. (ΚΟ)	290
ΕΛΛΗΝΙΚΑ ΧΡΗΜΑΤΙΣΤΗΡΙΑ Α.Ε. ΣΥΜ/ΧΩΝ (ΚΟ)	60
ΕΜΠΟΡΙΚΗ ΤΡΑΠΕΖΑ ΤΗΣ ΕΛΛΑΔΟΣ Α.Ε. (ΚΟ)	360
Ε.ΥΔ.Α.Π. Α.Ε. (ΚΟ)	390
Α.Γ.Ε.Τ. ΗΡΑΚΛΗΣ (ΚΟ)	180
ΙΑΣΩ Α.Ε. (ΚΟ)	60
ΚΑΤΑΣΤΗΜΑΤΑ ΑΦΟΡΟΛ. ΕΙΔΩΝ Α.Ε. (ΚΟ)	140
ΚΛΩΣΤΗΡΙΑ ΝΑΟΥΣΗΣ Α.Ε. (ΚΟ)	20
ΟΤΕ Α.Ε. (ΚΟ)	1460
ΤΡΑΠΕΖΑ ΠΕΙΡΑΙΩΣ Α.Ε. (ΚΟ)	130
ΑΝΩΝΥΜΟΣ ΕΤΑΙΡΙΑ ΤΣΙΜΕΝΤΩΝ ΤΙΤΑΝ (ΚΟ)	350
J. & P. - ΑΒΑΞ Α.Ε. (ΚΟ)	790
ΑΛΦΑ-ΒΗΤΑ ΒΑΣΙΛΟΠΟΥΛΟΣ Α.Ε.(ΚΟ)	80
Π.Γ. ΝΙΚΑΣ Α.Β.Ε.Ε.(ΚΟ)	10
Χ. ΜΠΕΝΡΟΥΜΠΗ & ΥΙΟΣ Α.Ε.(ΚΟ)	80

Πίνακας 3.15: Σύνοψη χαρτοφυλακίου για την αποτύπωση του δείκτη FTSE /ASE 20

Δείκτης υψηλής Κεφαλαιοποίησης FTSE / ΧΑ 20	
Μετοχές	Αριθμός μετοχών
ALPHA ΤΡΑΠΕΖΑ Α.Ε. (ΚΟ)	810

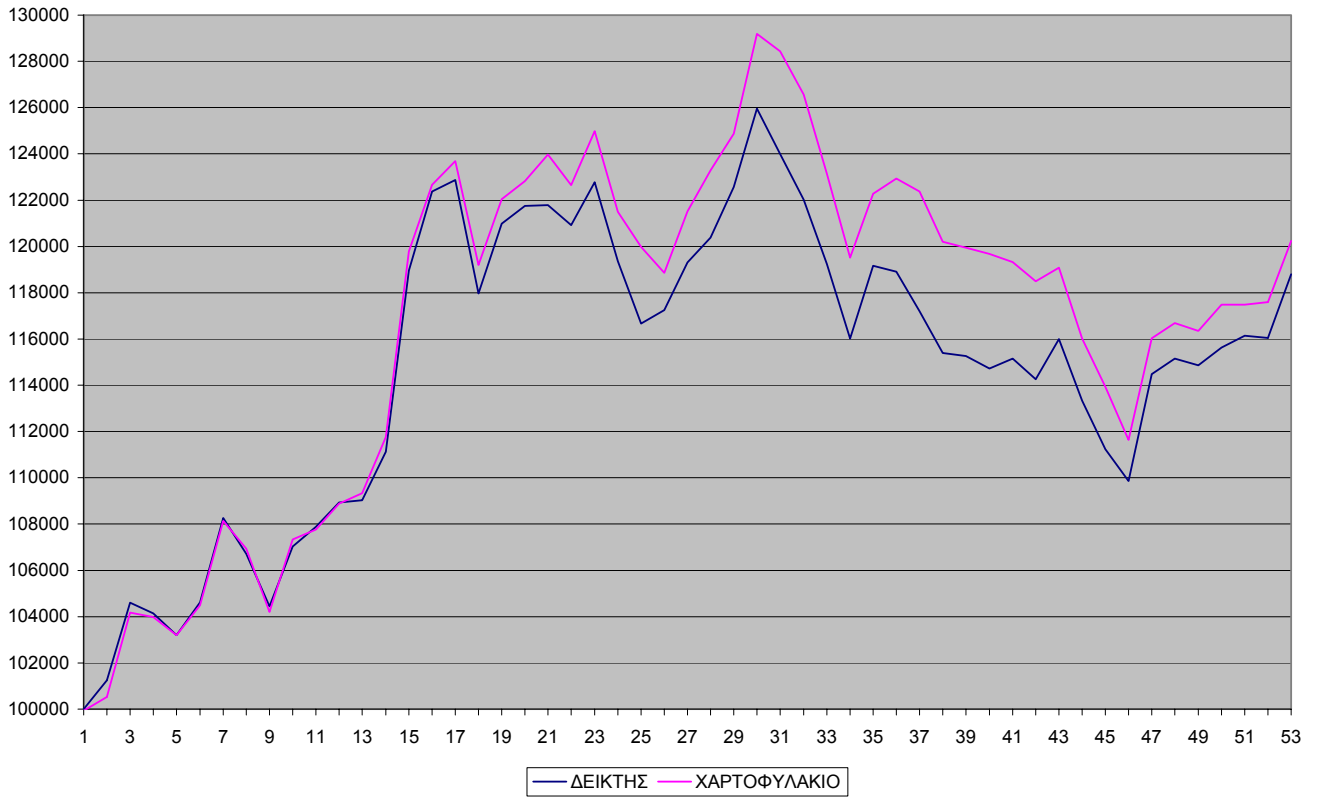
COCA-COLA Ε.Ε.Ε. Α.Ε. (ΚΑ)	410
COSMOTE - ΚΙΝΗΤΕΣ ΤΗΛΕΠΙΚ/ΝΙΕΣ Α.Ε. (ΚΟ)	170
ΤΡΑΠΕΖΑ ΕFG EUROBANK ΕΡΓΑΣΙΑΣ Α.Ε. (ΚΟ)	850
HYATT REGENCY ΞΕΝ/ΚΗ & ΤΟΥΡ. Α.Ε. (ΚΟ)	140
ΙΝΤΡΑΚΟΜ Α.Ε. (ΚΟ)	600
ΑΛΟΥΜΙΝΙΟ ΤΗΣ ΕΛΛΑΔΟΣ Α.Ε. (ΚΟ)	150
ΒΙΟΧΑΛΚΟ Ε.Β. ΧΑΛΚΟΥ ΚΑΙ ΑΛΟΥΜ. (ΚΑ)	640
ΓΕΡΜΑΝΟΣ Α.Β.Ε.Ε. (ΚΟ)	170
ΕΘΝΙΚΗ ΤΡΑΠΕΖΑ ΤΗΣ ΕΛΛΑΔΟΣ Α.Ε. (ΚΟ)	1340
ΕΛΛΗΝΙΚΑ ΠΕΤΡΕΛΑΙΑ Α.Ε. (ΚΟ)	400
ΕΜΠΟΡΙΚΗ ΤΡΑΠΕΖΑ ΤΗΣ ΕΛΛΑΔΟΣ Α.Ε. (ΚΟ)	560
ΟΤΕ Α.Ε. (ΚΟ)	1660
ΤΡΑΠΕΖΑ ΠΕΙΡΑΙΩΣ Α.Ε. (ΚΟ)	530
ΑΝΩΝΥΜΟΣ ΕΤΑΙΡΙΑ ΤΣΙΜΕΝΤΩΝ ΤΙΤΑΝ (ΚΟ)	260
Χ. ΜΠΕΝΡΟΥΜΠΗ & ΥΙΟΣ Α.Ε.(ΚΟ)	120

Πίνακας 3.16: Σύνθεση χαρτοφυλακίου για την αποτύπωση του δείκτη FTSE /ASE Mid 40

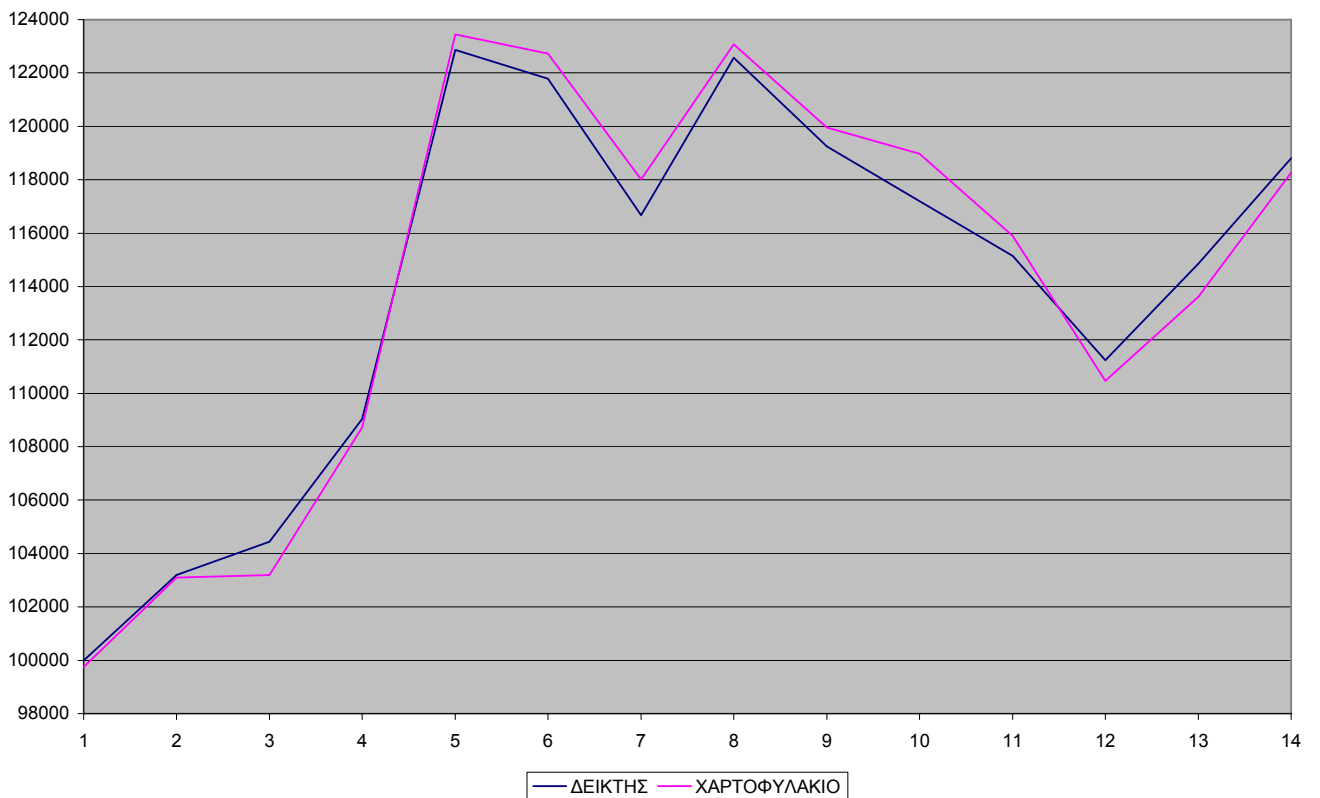
Δείκτης μεσαίας Κεφαλαιοποίησης FTSE / ΧΑ Mid 40	
Μετοχές	Αριθμός μετοχών
ΑΛΦΑ ΤΡΑΠΕΖΑ Α.Ε. (ΚΟ)	120
HYATT REGENCY ΞΕΝ/ΚΗ & ΤΟΥΡ. Α.Ε. (ΚΟ)	1110
ΑΚΤΩΡ Α.Τ.Ε. (ΚΟ)	520
ΑΛΟΥΜΙΝΙΟ ΤΗΣ ΕΛΛΑΔΟΣ Α.Ε. (ΚΟ)	690
ΑΣΤΗΡ ΠΑΛΑΣ ΒΟΥΛΙΑΓΜΕΝΗΣ Α.Ε.Ε. (ΚΟ)	140
ΓΕΡΜΑΝΟΣ Α.Β.Ε.Ε. (ΚΟ)	890
ΔΗΜ/ΦΙΚΟΣ ΟΡΓΑΝΙΣΜΟΣ ΛΑΜΠΡΑΚΗ Α.Ε. (ΚΟ)	1060
ΕΘΝΙΚΗ ΤΡΑΠΕΖΑ ΤΗΣ ΕΛΛΑΔΟΣ Α.Ε. (ΚΟ)	400

ΕΘΝΙΚΗ ΑΞΙΟΠ. ΑΚΙΝ. & ΕΚΜ/ΣΕΩΣ ΓΕΝ. ΑΠΟΘ. ΑΕ (ΚΟ)	70
Η ΕΘΝΙΚΗ (Α.Ε. ΕΛΛ. ΕΤΑΙΡΙΑ ΓΕΝ. ΑΣΦΑΛΕΙΩΝ) (ΚΟ)	950
ΕΛΛΗΝΙΚΑ ΧΡΗΜΑΤΙΣΤΗΡΙΑ Α.Ε. ΣΥΜ/ΧΩΝ (ΚΟ)	1190
ΕΜΠΟΡΙΚΗ ΤΡΑΠΕΖΑ ΤΗΣ ΕΛΛΑΔΟΣ Α.Ε. (ΚΟ)	480
Ε.ΥΔ.Α.Π. Α.Ε. (ΚΟ)	140
Α.Γ.Ε.Τ. ΗΡΑΚΛΗΣ (ΚΟ)	1010
ΙΑΣΩ Α.Ε. (ΚΟ)	750
ΚΑΤΑΣΤΗΜΑΤΑ ΑΦΟΡΟΛ. ΕΙΔΩΝ Α.Ε. (ΚΟ)	490
ΚΛΩΣΤΗΡΙΑ ΝΑΟΥΣΗΣ Α.Ε. (ΚΟ)	620
ΜΥΤΙΑΛΗΝΑΙΟΣ Α.Ε. ΟΜΙΛΟΣ ΕΠΙΧ/ΩΝ (ΚΟ)	180
ΟΤΕ Α.Ε. (ΚΟ)	220
ΤΕΧΝΙΚΗ ΟΛΥΜΠΙΑΚΗ Α.Ε. (ΚΟ)	420
ΤΕΡΝΑ Α.Ε. (ΚΟ)	650
J. & P. - ΑΒΑΞ Α.Ε. (ΚΟ)	340
Χ. ΜΠΕΝΠΡΟΥΜΠΗ & ΥΙΟΣ Α.Ε.(ΚΟ)	230

Στη συνέχεια, χρησιμοποιώντας τα ιστορικά στοιχεία του 4 έτους (δείγμα ελέγχου), για τις μετοχές και τους δείκτες παρουσιάζεται η πορεία των χαρτοφυλακίων που επιλέχθηκαν σε σχέση με την πορεία του εκάστοτε δείκτη στο άμεσο μέλλον (1 έτος).

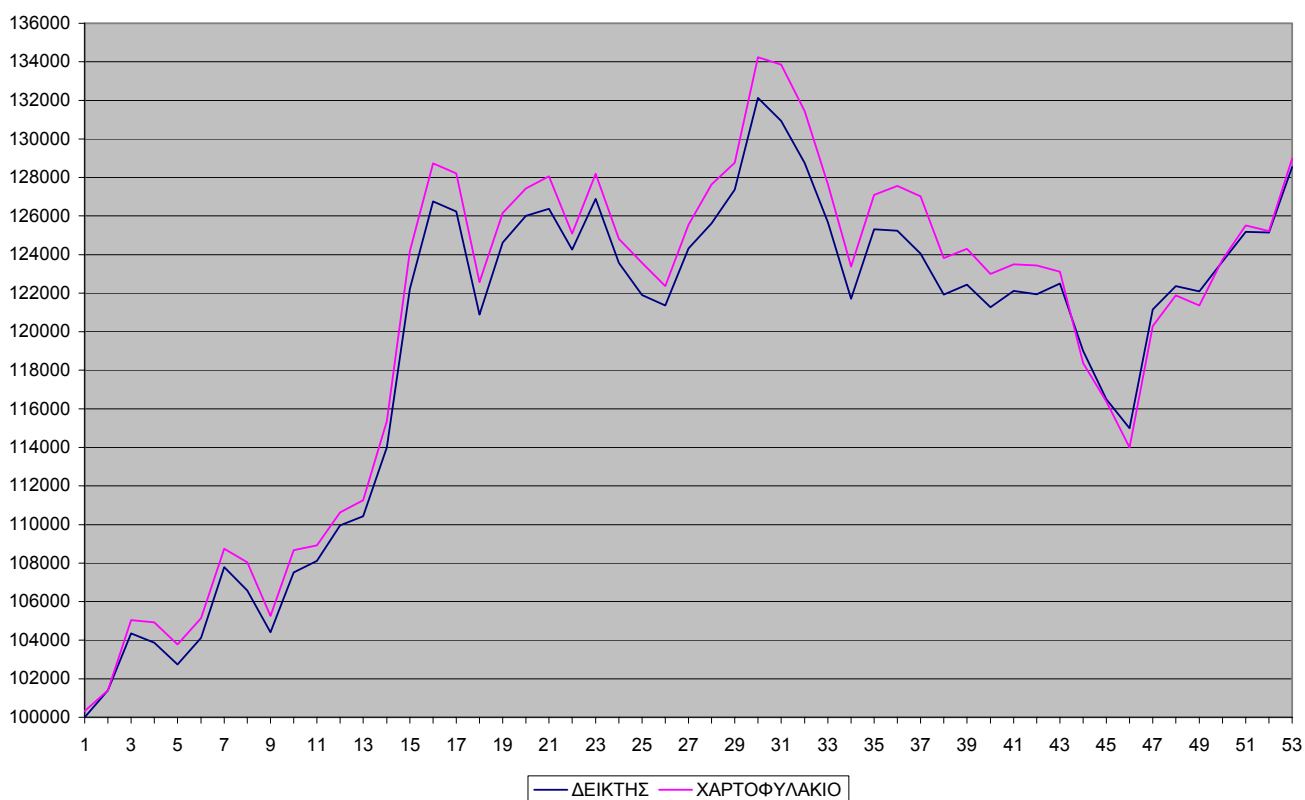


Διάγραμμα 3.10: Αποτύπωση του Γενικού Δείκτη Χ.Α.Α. με τη χρήση 1000 εβδομαδιαίων παρατηρήσεων (bootstrap)

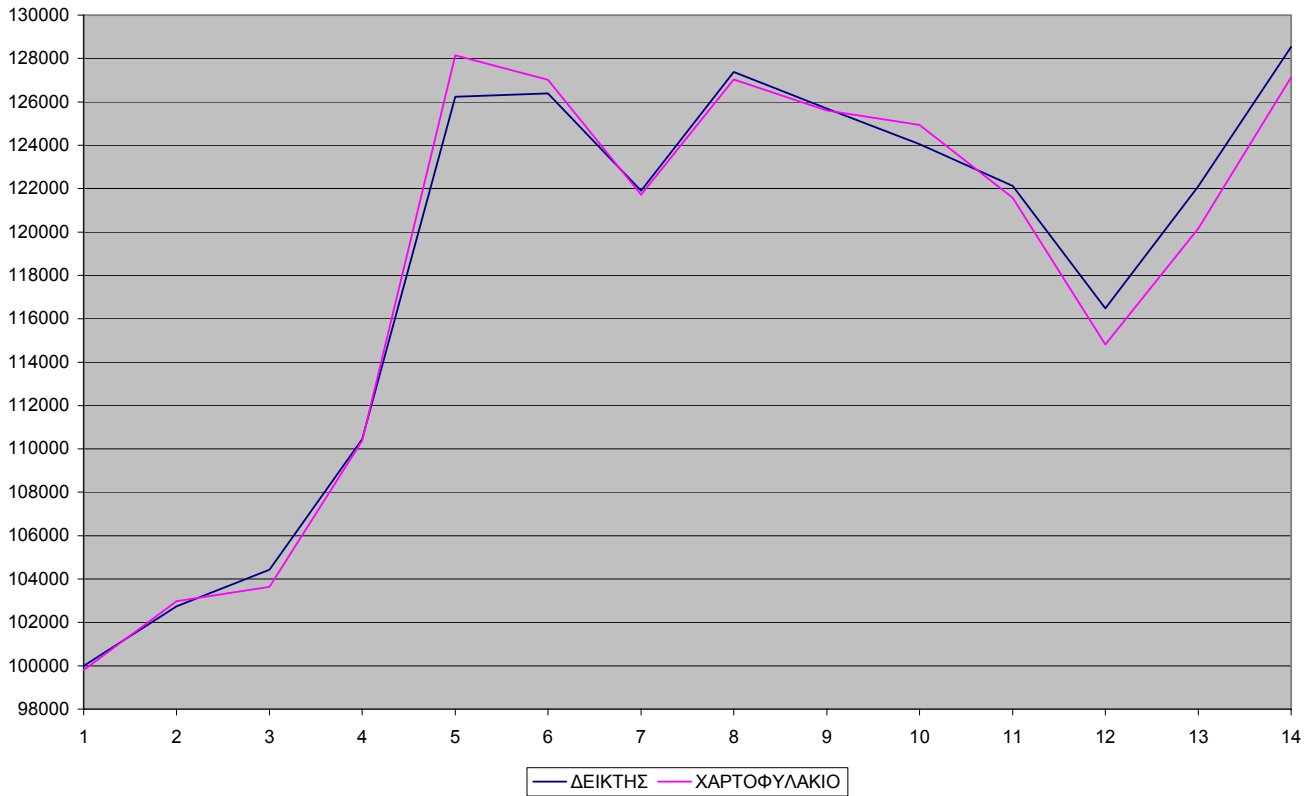


Διάγραμμα 3.11: Αποτύπωση του Γενικού Δείκτη Χ.Α.Α. με τη χρήση 1000 μηνιαίων παρατηρήσεων (bootstrap)

Όπως προκύπτει από τα διαγράμματα 3.10 και 3.11, τα χαρτοφυλάκια που επιλέχθηκαν για την αποτύπωση του Γενικού Δείκτη Χ.Α.Α., ανταποκρίνονται εξίσου καλά και στην περίπτωση των μηνιαίων αλλά και των εβδομαδιαίων παρατηρήσεων. Η απόδοση και των δυο χαρτοφυλακίων υπερτερεί έναντι αυτής του δείκτη κατά τη διάρκεια του δείγματος ελέγχου με εξαίρεση τις 3 τελευταίες και τις 3 πρώτες εβδομάδες στην περίπτωση των μηνιαίων παρατηρήσεων. Και στις δυο περιπτώσεις όμως η διαφορά είναι αρκετά μικρή και συγκεκριμένα της τάξεως του 1%.

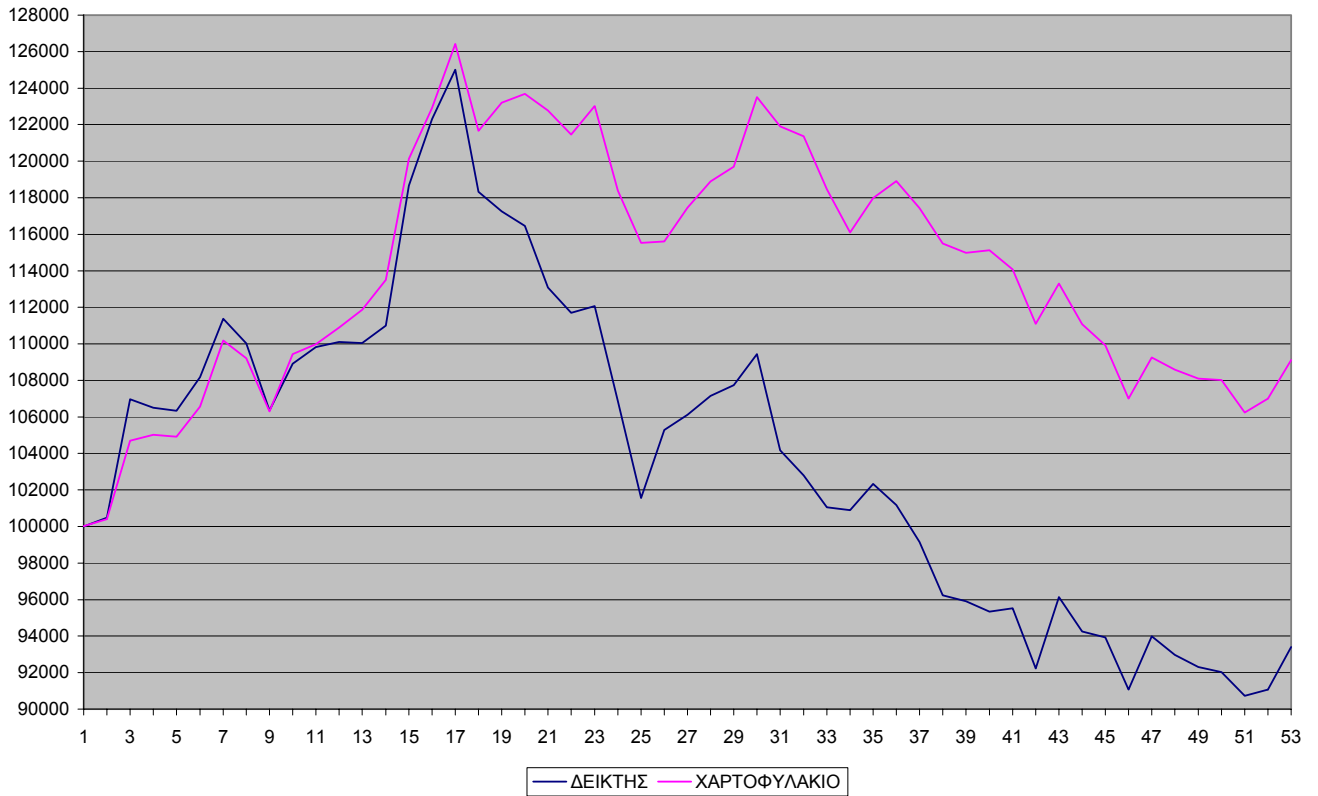


Διάγραμμα 3.12: Αποτύπωση του Δείκτη υψηλής Κεφαλαιοποίησης FTSE / ΧΑ 20 με τη χρήση 1000 εβδομαδιαίων παρατηρήσεων (bootstrap)

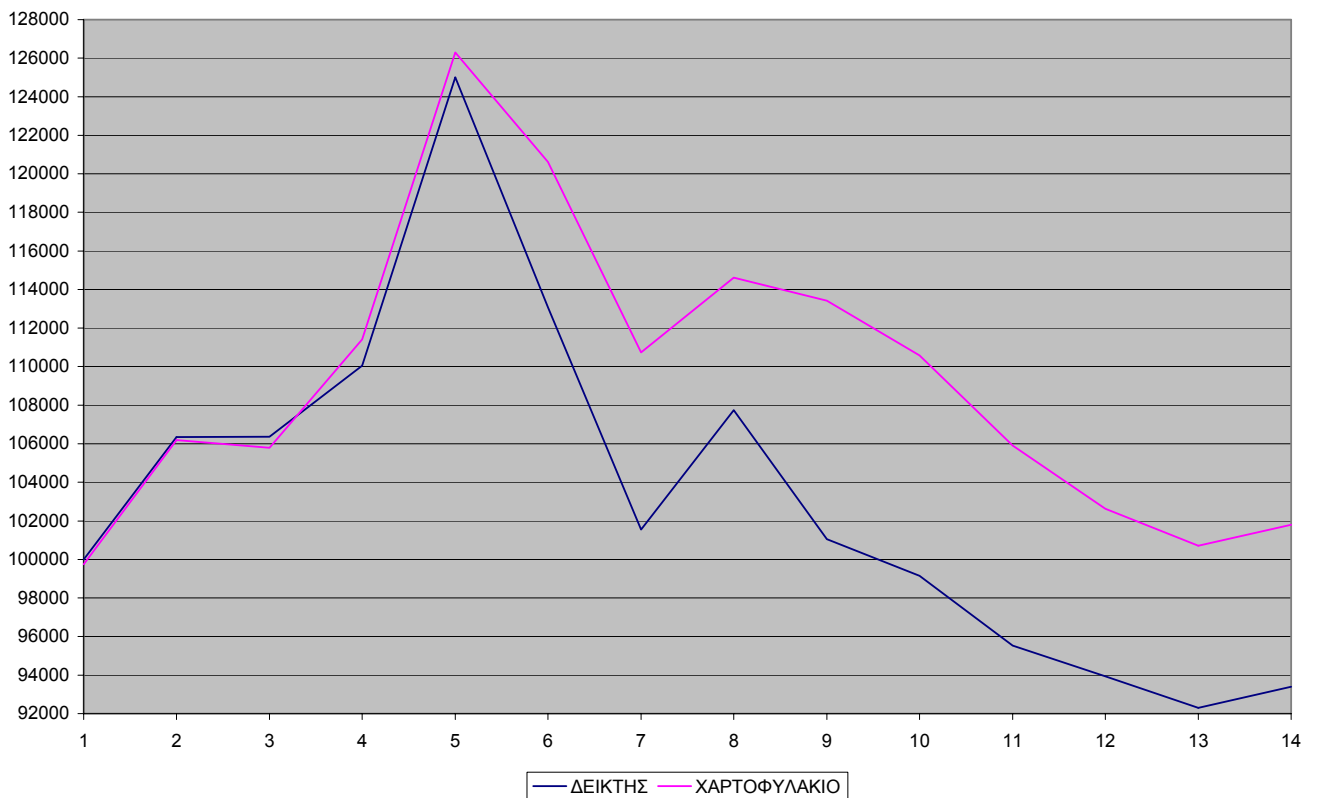


Διάγραμμα 3.13: Αποτύπωση του Δείκτη υψηλής Κεφαλαιοποίησης FTSE / ΧΑ 20 με τη χρήση 1000 μηνιαίων παρατηρήσεων (bootstrap)

Στην περίπτωση της αντιστοίχισης χαρτοφυλακίων με τον Δείκτη υψηλής Κεφαλαιοποίησης FTSE / ΧΑ 20 διαπιστώνεται από τα διαγράμματα 3.12 και 3.13 ότι το εν αντιστοιχία χαρτοφυλάκιο και στις δυο περιπτώσεις (εβδομαδιαίες και μηνιαίες παρατηρήσεις) αποτυπώνει αρκετά καλά την πορεία του δείκτη. Όσον αφορά την απόδοση των χαρτοφυλακίων, είναι μεγαλύτερη ή ίση αυτής του δείκτη με εξαίρεση 6 εβδομάδες στην περίπτωση των εβδομαδιαίων παρατηρήσεων και περίπου 6 μήνες στην περίπτωση των μηνιαίων παρατηρήσεων.



Διάγραμμα 3.14: Αποτύπωση του Δείκτη μεσαίας Κεφαλαιοποίησης FTSE / ΧΑ Mid 40 με τη χρήση 1000 εβδομαδιαίων παρατηρήσεων (bootstrap)



Διάγραμμα 3.15: Αποτύπωση του Δείκτη μεσαίας Κεφαλαιοποίησης FTSE / ΧΑ Mid 40 με τη χρήση 1000 μηνιαίων παρατηρήσεων (bootstrap)

Αναφορικά με το δείκτη μεσαίας Κεφαλαιοποίησης FTSE / XA Mid 40, η αντιστοίχιση σύμφωνα με τα διαγράμματα 3.14 και 3.15 κρίνεται επιτυχής καθώς τα χαρτοφυλάκια και στις δυο περιπτώσεις ακολουθούν τις τάσεις του δείκτη. Αξιοσημείωτο είναι το γεγονός ότι στο μεγαλύτερο χρονικό διάστημα του ελέγχου η απόδοση των χαρτοφυλακίων υπερβαίνει αρκετά την απόδοση του δείκτη ενώ στο τέλος της χρονικής περιόδου ο δείκτης έχει αρνητική απόδοση σε αντίθεση με τα χαρτοφυλάκια τα οποία έχουν θετική.

3.3.3 ΜΕΤΑΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ

Όπως προαναφέρθηκε, στόχος της παρούσας διπλωματικής είναι η κατασκευή χαρτοφυλακίων μετοχών τα οποία αποτυπώνουν την πορεία ενός χρηματιστηριακού δείκτη. Είναι επίσης επιθυμητό, ο αριθμός των μετοχών οι οποίες συνθέτουν τα χαρτοφυλάκια να είναι μικρότερος του αριθμού των μετοχών που συμμετέχουν στη σύσταση του δείκτη. Όπως προκύπτει από τον πίνακα 3.17 για το δείκτη υψηλής Κεφαλαιοποίησης FTSE / XA 20, τα χαρτοφυλάκια που κατασκευάστηκαν και στην περίπτωση της προσέγγισης του προβλήματος με ιστορικά στοιχεία αλλά και στην περίπτωση της προσέγγισης με τη στατιστική διαδικασία bootstrap, αποτελούνται από αρκετά μεγάλο αριθμό μετοχών ενώ ορισμένες φορές υπερβαίνουν ακόμα και τον αριθμό των μετοχών που συνθέτουν το δείκτη. Για την αντιμετώπιση αυτού του προβλήματος πραγματοποιήθηκε μια διαδικασία μεταβελτιστοποίησης (Bradfield et al., 2004), η οποία έχει ως στόχο αφενός την μείωση του αριθμού των μετοχών των χαρτοφυλακίων και αφετέρου την αύξηση της απόδοσης των νέων χαρτοφυλακίων. Η διαδικασία αυτή βασίζεται στη λογική της επίλυσης εκ νέου του προβλήματος, αφού πρώτα έχουν αφαιρεθεί από τη βέλτιστη λύση οι μετοχές οι οποίες έχουν αρκετά μικρή συμμετοχή στο χαρτοφυλάκιο. Αναλυτικότερα η διαδικασία πραγματοποιείται σε δυο βήματα. Στο πρώτο βήμα αφαιρείται κάποιος αριθμός μετοχών η αξία των οποίων είναι αρκετά μικρή σε σχέση με το αρχικό κεφάλαιο της επένδυσης και επιλύεται εκ νέου το πρόβλημα. Έπειτα υπολογίζεται η νέα αξία των μετοχών που συμμετέχουν στο νέο χαρτοφυλάκιο και στο δεύτερο βήμα αφαιρείται ίσος αριθμός μετοχών με το πρώτο βήμα με κριτήριο το ποσοστό συμμετοχής των μετοχών στο χαρτοφυλάκιο. Ο αριθμός των μετοχών που αφαιρείται σε κάθε βήμα είναι τέτοιος ώστε το τελικό χαρτοφυλάκιο να περιέχει σχεδόν τις μισές μετοχές του αρχικού χαρτοφυλακίου.

Πίνακας 3.17: Αριθμός μετοχών χαρτοφυλακίων πριν τη διαδικασία μεταβελτιστοποίησης

ΔΕΙΚΤΕΣ	ΙΣΤΟΡΙΚΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ			BOOTSTRAP	
	Ημέρες	Εβδομάδες	Μήνες	Εβδομάδες	Μήνες
Γενικός δείκτης Χ.Α.Α.	28	26	26	18	26
Δείκτης υψηλής Κεφαλαιοποίησης FTSE / ΧΑ 20	20	22	18	17	16
Δείκτης μεσαίας Κεφαλαιοποίησης FTSE / ΧΑ Mid 40	24	21	19	23	23

Στον πίνακα 3.18 παρουσιάζεται ο αριθμός των μετοχών που αποτελούν τα νέα χαρτοφυλάκια και για τις δυο προσεγγίσεις (ιστορικά στοιχεία και bootstrap) ενώ στο παράρτημα παρατίθενται διαγράμματα σχετικά με την ικανότητα αποτύπωσης των δεικτών που έχουν τα νέα χαρτοφυλάκια καθώς και η σύστασή τους.

Πίνακας 3.18: Αριθμός μετοχών χαρτοφυλακίων μετά τη μεταβελτιστοποίηση

ΔΕΙΚΤΕΣ	ΙΣΤΟΡΙΚΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ			BOOTSTRAP	
	Ημέρες	Εβδομάδες	Μήνες	Εβδομάδες	Μήνες
Γενικός δείκτης Χ.Α.Α.	14	12	12	10	12
Δείκτης υψηλής Κεφαλαιοποίησης FTSE / ΧΑ 20	10	12	8	9	8
Δείκτης μεσαίας Κεφαλαιοποίησης FTSE / ΧΑ Mid 40	10	15	11	11	11

3.3.4 ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ

Προφανώς ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζει η σύγκριση μεταξύ των χαρτοφυλακίων που επιλέχθηκαν με τις δυο διαφορετικές προσεγγίσεις (ιστορικά στοιχεία και bootstrap) και των νέων χαρτοφυλακίων που προέκυψαν μετά τη διαδικασία της μεταβελτιστοποίησης. Ως κριτήριο σύγκρισης χρησιμοποιείται η απόδοση του εκάστοτε χαρτοφυλακίου στο τέλος της χρονικής περιόδου του ελέγχου, καθώς και το μέσο απόλυτο % σφάλμα κάθε χαρτοφυλακίου από τον αντίστοιχο δείκτη στη διάρκεια του ελέγχου (1 έτος).

Πίνακας 3.19: Αποδόσεις αρχικών χαρτοφυλακίων

	ΔΕΙΚΤΗΣ	ΙΣΤΟΡΙΚΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ			BOOTSTRAP	
		Ημέρες	Εβδομάδες	Μήνες	Εβδομάδες	Μήνες
Γενικός δείκτης Χ.Α.Α.	18,8%	25,33%	25,39%	28,54%	20,23%	18,27%
Δείκτης υψηλής Κεφαλαιοποίησης FTSE / ΧΑ 20	28,53%	29,21%	30,04%	31,8%	28,98%	27,14%
Δείκτης μεσαίας Κεφαλαιοποίησης FTSE / ΧΑ Mid 40	-6,6%	6,35%	4,04%	9,4%	9,12%	1,81%

Πίνακας 3.20: Αποδόσεις χαρτοφυλακίων μεταβελτιστοποίησης

	ΔΕΙΚΤΗΣ	ΙΣΤΟΡΙΚΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ			BOOTSTRAP	
		Ημέρες	Εβδομάδες	Μήνες	Εβδομάδες	Μήνες
Γενικός δείκτης Χ.Α.Α.	18,8%	24,21%	30,03%	34,99%	22,64%	17,67%
Δείκτης υψηλής Κεφαλαιοποίησης FTSE / ΧΑ 20	28,53%	32,36%	31,07%	34,24%	29,88%	31,21%
Δείκτης μεσαίας Κεφαλαιοποίησης FTSE / ΧΑ Mid 40	-6,6%	10,88%	4,06%	7,16%	11,57%	2,38%

Από τους πίνακες 3.19 και 3.20 οι οποίοι παρουσιάζουν τις αποδόσεις όλων των χαρτοφυλακίων που επιλέχθηκαν προκύπτουν τα εξής συμπεράσματα:

- Όσον αφορά το Γενικό δείκτη X.A.A. όλα τα χαρτοφυλάκια εκτός από ένα, παρουσιάζουν στο τέλος της χρονικής περιόδου του ελέγχου απόδοση μεγαλύτερη από το δείκτη. Η μεγαλύτερη απόδοση επιτυγχάνεται επιλέγοντας το χαρτοφυλάκιο που προκύπτει από τη μεταβελτιστοποίηση της λύσης των μηνιαίων ιστορικών στοιχείων. Τη μικρότερη απόδοση έχει το χαρτοφυλάκιο που προκύπτει από τη μεταβελτιστοποίηση της λύσης των 1000 μηνιαίων παρατηρήσεων (bootstrap).
- Σχετικά με το δείκτη υψηλής Κεφαλαιοποίησης FTSE / XA 20 όλα τα χαρτοφυλάκια έχουν απόδοση μεγαλύτερη του δείκτη. Την υψηλότερη απόδοση επιτυγχάνει το χαρτοφυλάκιο το οποίο προκύπτει από τη μεταβελτιστοποίηση της λύσης των μηνιαίων ιστορικών στοιχείων ενώ τη χαμηλότερη απόδοση έχει το χαρτοφυλάκιο που επιλέχθηκε βάσει 1000 μηνιαίων παρατηρήσεων (bootstrap).
- Αξιοσημείωτο είναι, στην προσπάθεια αποτύπωσης του δείκτη μεσαίας Κεφαλαιοποίησης FTSE / XA Mid 40, το γεγονός ότι όλα τα χαρτοφυλάκια έχουν θετική απόδοση στο τέλος της χρονικής περιόδου του ελέγχου, ενώ ο δείκτης παρουσιάζει αρνητική. Συγκεκριμένα τη μεγαλύτερη απόδοση επιτυγχάνει το χαρτοφυλάκιο το οποίο επιλέχθηκε με τη μεταβελτιστοποίηση της λύσης των 1000 εβδομαδιαίων παρατηρήσεων (bootstrap). Τη χαμηλότερη απόδοση κατέχει το χαρτοφυλάκιο που επιλέχθηκε βάσει των 1000 μηνιαίων παρατηρήσεων (bootstrap). Συμπερασματικά, στη πλειοψηφία των περιπτώσεων η διαδικασία της μεταβελτιστοποίησης είχε ως αποτέλεσμα τη δημιουργία χαρτοφυλακίων τα οποία είχαν αφενός υψηλότερη απόδοση από τα αρχικά και αφετέρου μικρότερο αριθμό μετοχών. Τα παραπάνω συμπεράσματα επιβεβαιώνονται από τους πίνακες 3.21 και 3.22 στους οποίους παρουσιάζεται το μέσο απόλυτο ποσοστιαίο σφάλμα των χαρτοφυλακίων.

Πίνακας 3.21: Μέσο απόλυτο ποσοστιαίο σφάλμα αρχικών χαρτοφυλακίων

	ΙΣΤΟΡΙΚΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ			BOOTSTRAP	
	Ημέρες	Εβδομάδες	Μήνες	Εβδομάδες	Μήνες
Γενικός δείκτης X.A.A.	2,08%	2,15%	3,18%	1,69%	0,69%
Δείκτης υψηλής Κεφαλαιοποίησης FTSE / XA 20	0,56%	0,59%	0,76%	1,05%	0,64%

Δείκτης μεσαίας Κεφαλαιοποίησης FTSE / XA Mid 40	6,61%	5,59%	7,77%	10,3%	6,23%
---	-------	-------	-------	-------	-------

Πίνακας 3.22: Μέσο απόλυτο ποσοστιαίο σφάλμα χαρτοφυλακίων μεταβελτιστοποίησης

	ΙΣΤΟΡΙΚΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ			BOOTSTRAP	
	Ημέρες	Εβδομάδες	Μήνες	Εβδομάδες	Μήνες
Γενικός δείκτης X.A.A.	1,98%	4,35%	5,54%	2,59%	0,85%
Δείκτης υψηλής Κεφαλαιοποίησης FTSE / XA 20	1,05%	0,72%	1,56%	1,25%	1,3%
Δείκτης μεσαίας Κεφαλαιοποίησης FTSE / XA Mid 40	10,09%	6,27%	8,21%	13,34%	7,23%

3.4 ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΗΣ ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΗΣΗΣ ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΩΝ ΣΤΟ ΧΡΗΜΑΤΙΣΤΗΡΙΟ ΤΗΣ ΝΕΑΣ ΥΟΡΚΗΣ

Η εφαρμογή της αντιστοίχισης χαρτοφυλακίων στο χρηματιστήριο της Νέας Υόρκης πραγματοποιήθηκε με τις μετοχές του Γενικού δείκτη X.A.A. (Πίνακας 3.1) και ο δείκτης που επιλέχθηκε προς αποτύπωση είναι ο ιστορικός χρηματιστηριακός δείκτης των ΗΠΑ Dow Jones Industrial Average. Και σε αυτή την εφαρμογή όπως και στο X.A.A. χρησιμοποιήθηκαν οι ίδιες προσεγγίσεις (ιστορικά στοιχεία και bootstrap). Η σύνθεση των χαρτοφυλακίων που προκύπτει με τη χρήση ημερησίων, εβδομαδιαίων και μηνιαίων ιστορικών στοιχείων, για την αποτύπωση του δείκτη Dow Jones Industrial Average παρουσιάζεται αντίστοιχα στους πίνακες 3.19, 3.20 και 3.21. Στους πίνακες 3.22 και 3.23 παρατίθεται αντίστοιχα η σύνθεση των χαρτοφυλακίων που προκύπτει με τη χρήση 1000 εβδομαδιαίων και 1000 μηνιαίων παρατηρήσεων (bootstrap).

Πίνακας 3.19: Σύνθεση χαρτοφυλακίου για την αποτύπωση του δείκτη Dow Jones Industrial Average με τη χρήση 680 ημερησίων ιστορικών στοιχείων

Dow Jones Industrial Average	
Μετοχές	Αριθμός μετοχών
ALPHA ΤΡΑΠΕΖΑ Α.Ε. (ΚΟ)	700
COSMOTE - ΚΙΝΗΤΕΣ ΤΗΛΕΠΙΚ/ΝΙΕΣ Α.Ε (ΚΟ)	5110
ΑΛΟΥΜΙΝΙΟ ΤΗΣ ΕΛΛΑΔΟΣ Α.Ε. (ΚΟ)	130
ΓΕΡΜΑΝΟΣ Α.Β.Ε.Ε. (ΚΟ)	1120
ΟΤΕ Α.Ε. (ΚΟ)	270
ΑΝΩΝΥΜΟΣ ΕΤΑΙΡΙΑ ΤΣΙΜΕΝΤΩΝ ΤΙΤΑΝ (ΚΟ)	700

Πίνακας 3.20: Σύνθεση χαρτοφυλακίου για την αποτύπωση του δείκτη Dow Jones Industrial Average με τη χρήση 136 εβδομαδιαίων ιστορικών στοιχείων

Dow Jones Industrial Average	
Μετοχές	Αριθμός μετοχών
ALPHA ΤΡΑΠΕΖΑ Α.Ε. (ΚΟ)	570
COCA-COLA Ε.Ε.Ε. Α.Ε. (ΚΑ)	300
COSMOTE - ΚΙΝΗΤΕΣ ΤΗΛΕΠΙΚ/ΝΙΕΣ Α.Ε (ΚΟ)	5310
ΑΛΟΥΜΙΝΙΟ ΤΗΣ ΕΛΛΑΔΟΣ Α.Ε. (ΚΟ)	120
ΓΕΡΜΑΝΟΣ Α.Β.Ε.Ε. (ΚΟ)	1110
ΙΑΣΩ Α.Ε. (ΚΟ)	340
ΟΤΕ Α.Ε. (ΚΟ)	210
ΑΝΩΝΥΜΟΣ ΕΤΑΙΡΙΑ ΤΣΙΜΕΝΤΩΝ ΤΙΤΑΝ (ΚΟ)	260
ΑΛΦΑ-ΒΗΤΑ ΒΑΣΙΛΟΠΟΥΛΟΣ Α.Ε.(ΚΟ)	20
ΦΟΙΝΙΞ ΜΕΤΡΟΛΑΪΦ ΕΜΠ. ΑΝΩΝ. ΕΛΛΗΝ. ΑΣΦ. ΕΤΑΙΡ (ΚΟ)	140
Χ. ΜΠΕΝΡΟΥΜΠΗ & ΥΙΟΣ Α.Ε.(ΚΟ)	60

Πίνακας 3.21: Σύνθεση χαρτοφυλακίου για την αποτύπωση του δείκτη Dow Jones Industrial Average με τη χρήση 34 μηνιαίων ιστορικών στοιχείων

Dow Jones Industrial Average	
Μετοχές	Αριθμός μετοχών
COCA-COLA E.E.E. A.E. (KA)	990
COSMOTE - ΚΙΝΗΤΕΣ ΤΗΛΕΠΙΚ/ΝΙΕΣ Α.Ε (ΚΟ)	2440
ΓΕΡΜΑΝΟΣ Α.Β.Ε.Ε. (ΚΟ)	1920
ΙΑΣΩ Α.Ε. (ΚΟ)	660
ΟΤΕ Α.Ε. (ΚΟ)	1330
ΑΝΩΝΥΜΟΣ ΕΤΑΙΡΙΑ ΤΣΙΜΕΝΤΩΝ ΤΙΤΑΝ (ΚΟ)	480

Πίνακας 3.22: Σύνθεση χαρτοφυλακίου για την αποτύπωση του δείκτη Dow Jones Industrial Average με τη χρήση 1000 εβδομαδιαίων παρατηρήσεων (bootstrap)

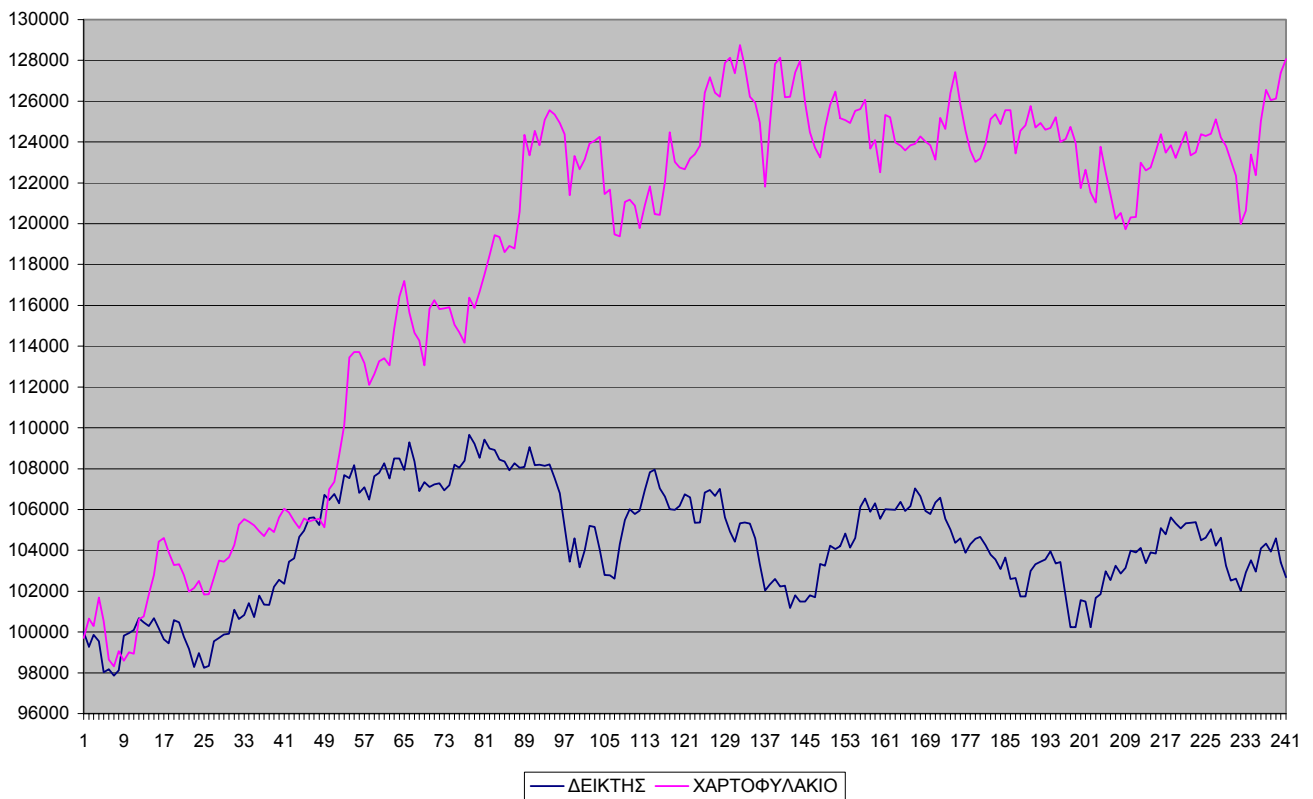
Dow Jones Industrial Average	
Μετοχές	Αριθμός μετοχών
COCA-COLA E.E.E. A.E. (KA)	710
COSMOTE - ΚΙΝΗΤΕΣ ΤΗΛΕΠΙΚ/ΝΙΕΣ Α.Ε (ΚΟ)	1890
ΤΡΑΠΕΖΑ ΕΦΓ EUROBANK ERGASIAS Α.Ε. (ΚΟ)	1520
ΑΛΟΥΜΙΝΙΟ ΤΗΣ ΕΛΛΑΔΟΣ Α.Ε. (ΚΟ)	790
ΓΕΡΜΑΝΟΣ Α.Β.Ε.Ε. (ΚΟ)	580
ΟΤΕ Α.Ε. (ΚΟ)	340
ΑΝΩΝΥΜΟΣ ΕΤΑΙΡΙΑ ΤΣΙΜΕΝΤΩΝ ΤΙΤΑΝ (ΚΟ)	1070
ΑΛΦΑ-ΒΗΤΑ ΒΑΣΙΛΟΠΟΥΛΟΣ Α.Ε.(ΚΟ)	130
Χ. ΜΠΕΝΡΟΥΜΠΗ & ΥΙΟΣ Α.Ε.(ΚΟ)	190

Πίνακας 3.22: Σύνθεση χαρτοφυλακίου για την αποτύπωση του δείκτη Dow Jones Industrial Average με τη χρήση 1000 μηνιαίων παρατηρήσεων (bootstrap)

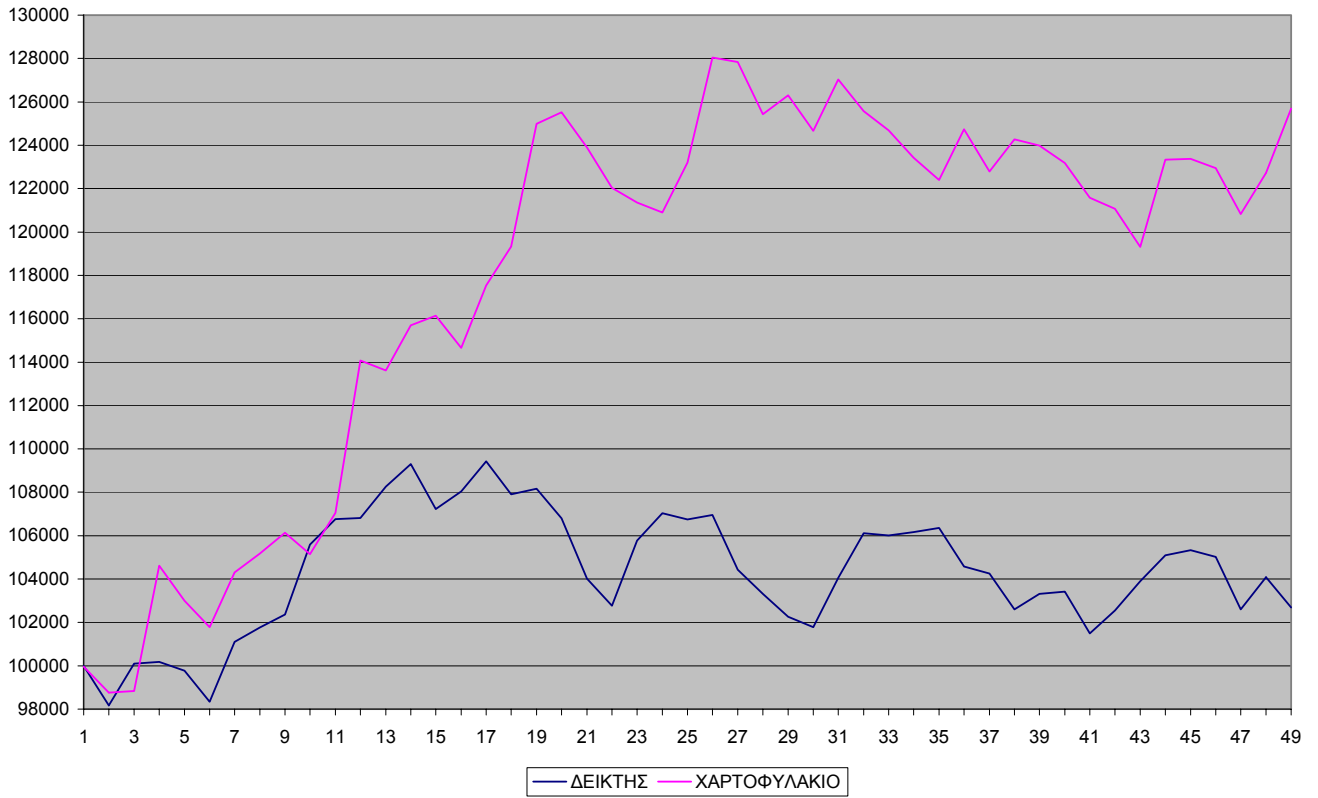
Dow Jones Industrial Average	
Μετοχές	Αριθμός μετοχών
COCA-COLA E.E.E. A.E. (KA)	1040

COSMOTE - ΚΙΝΗΤΕΣ ΤΗΛΕΠΙΚ/ΝΙΕΣ Α.Ε (ΚΟ)	2300
ΤΡΑΠΕΖΑ ΕΦΓ EUROBANK ΕΡΓΑΣΙΑΣ Α.Ε. (ΚΟ)	2300
ΑΛΟΥΜΙΝΙΟ ΤΗΣ ΕΛΛΑΔΟΣ Α.Ε. (ΚΟ)	90
ΟΤΕ Α.Ε. (ΚΟ)	410
ΑΝΩΝΥΜΟΣ ΕΤΑΙΡΙΑ ΤΣΙΜΕΝΤΩΝ ΤΙΤΑΝ (ΚΟ)	950
ΑΛΦΑ-ΒΗΤΑ ΒΑΣΙΛΟΠΟΥΛΟΣ Α.Ε.(ΚΟ)	360
ΚΑΤΑΣΤΗΜΑΤΑ ΑΦΟΡΟΛ. ΕΙΔΩΝ Α.Ε. (ΚΟ)	60

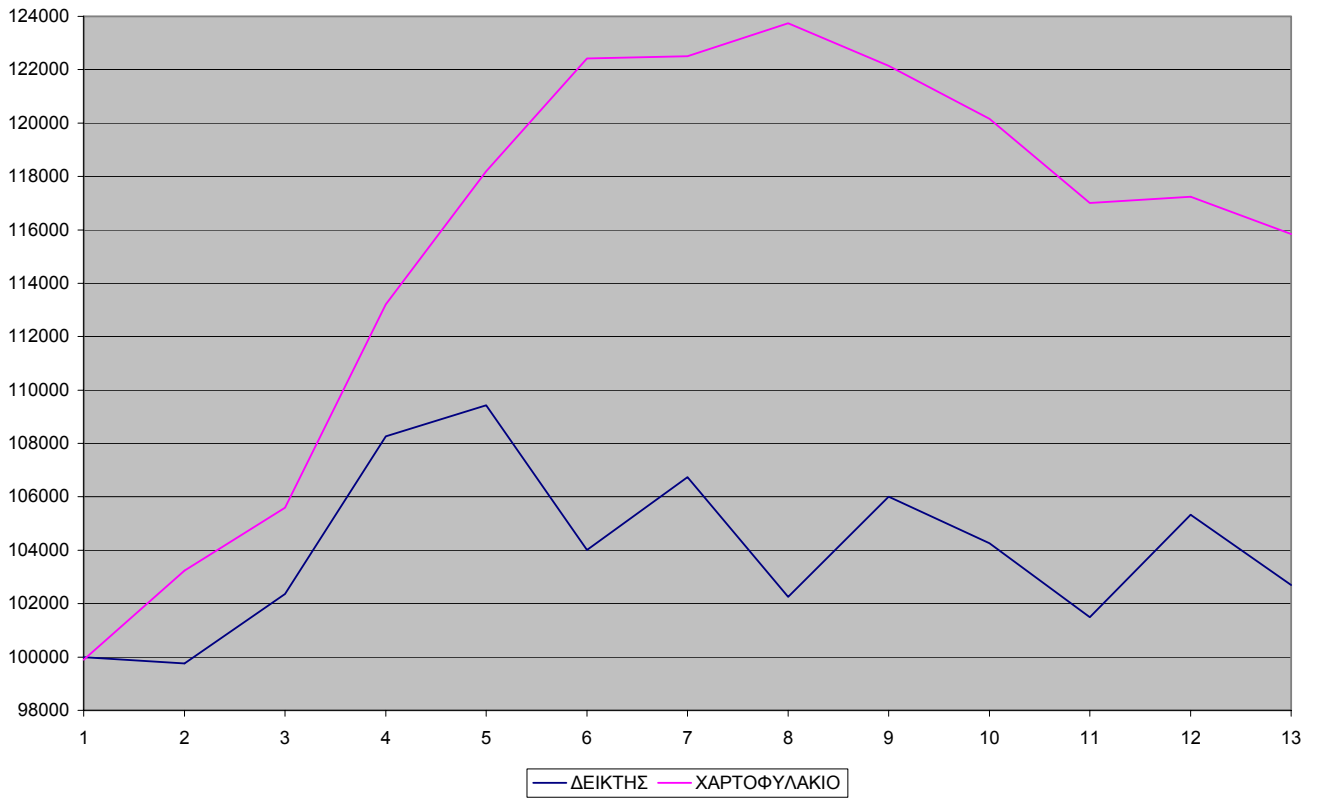
Στα διαγράμματα 3.16, 3.17, 3.18, 3.19 και 3.20 παρουσιάζεται αντίστοιχα η πορεία καθενός από τα χαρτοφυλάκια που επιλέχθηκαν για την αποτύπωση του δείκτη Dow Jones Industrial Average, κατά τη διάρκεια του 4 έτους (έλεγχος).



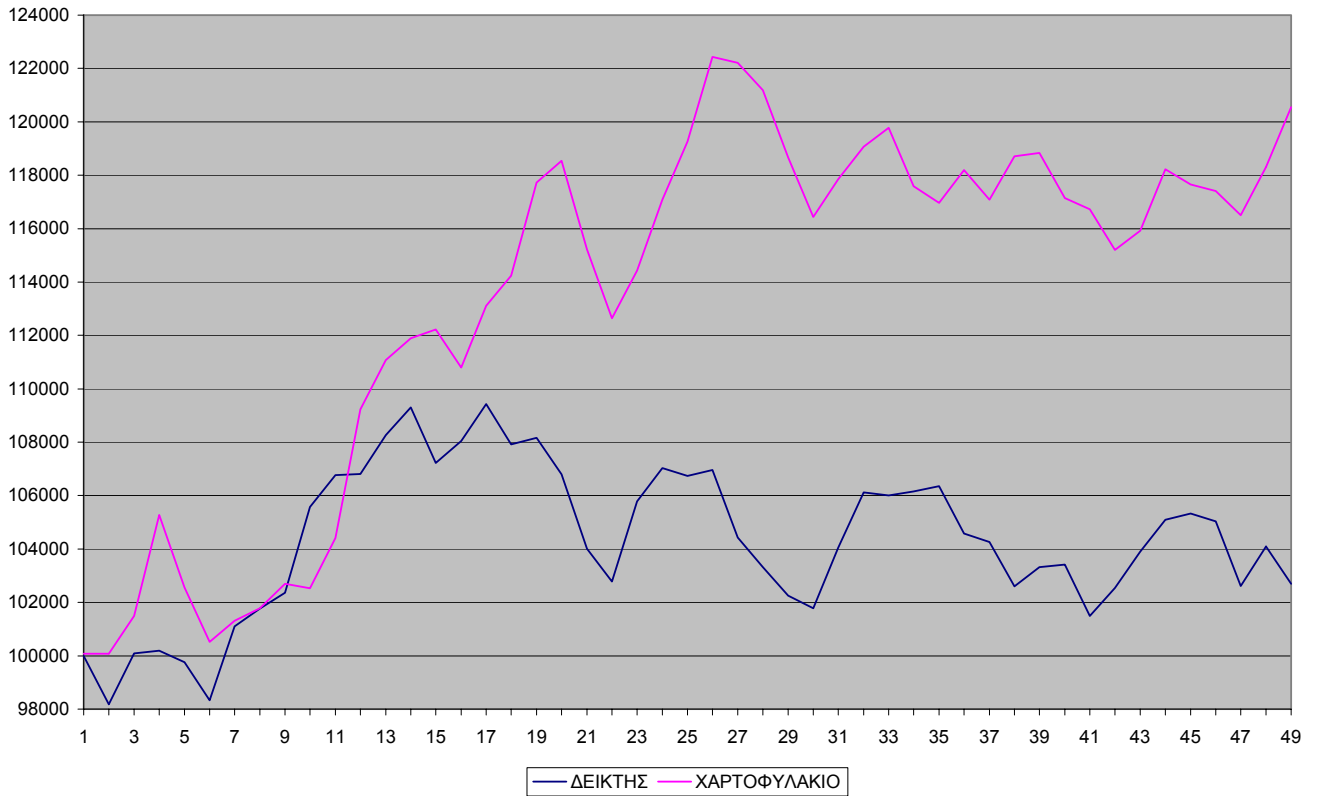
Διάγραμμα 3.16: Αποτύπωση του δείκτη Dow Jones Industrial με τη χρήση 680 ημερήσιων ιστορικών στοιχείων



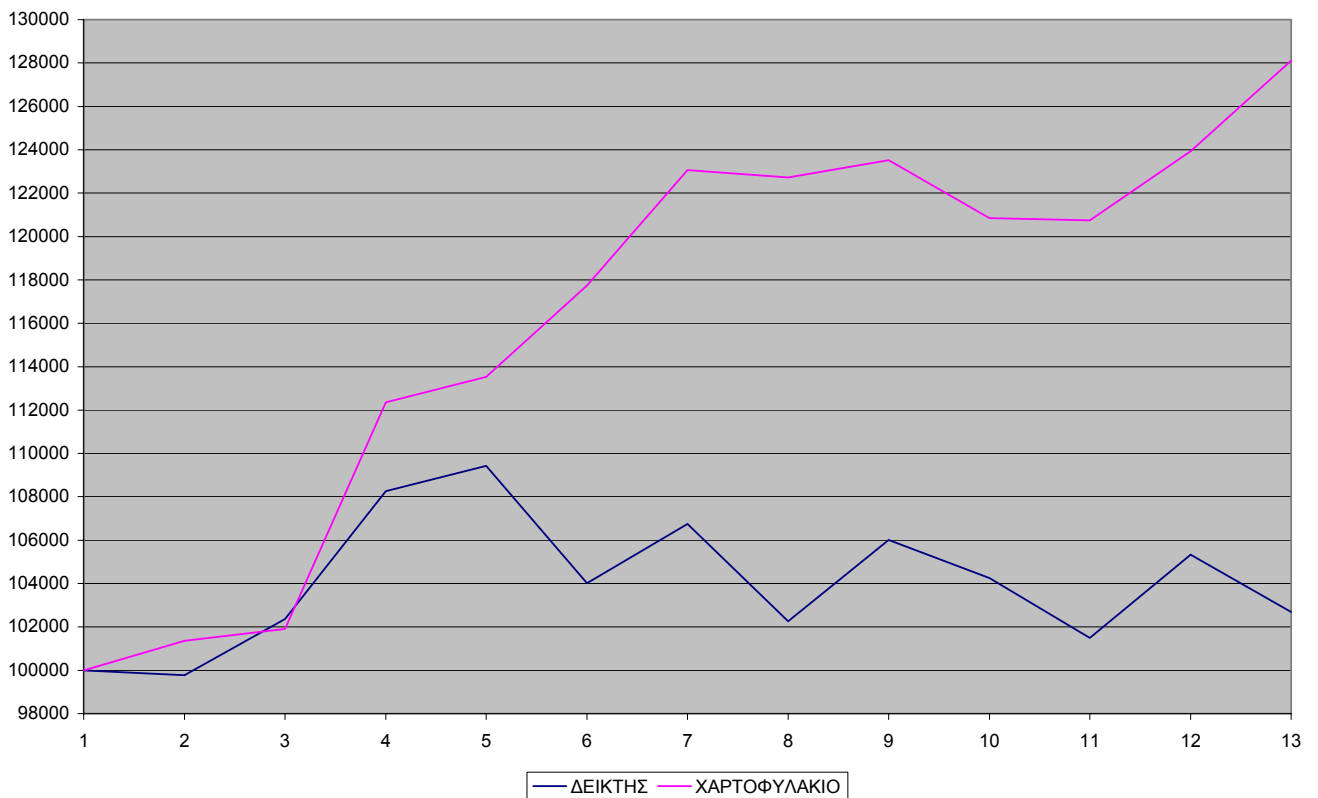
Διάγραμμα 3.17: Αποτύπωση του δείκτη Dow Jones Industrial με τη χρήση 136 εβδομαδιαίων ιστορικών στοιχείων



Διάγραμμα 3.18: Αποτύπωση του δείκτη Dow Jones Industrial με τη χρήση 34 μηνιαίων ιστορικών στοιχείων



Διάγραμμα 3.19: Αποτύπωση του δείκτη Dow Jones Industrial με τη χρήση 1000 εβδομαδιαίων παρατηρήσεων (bootstrap)



Διάγραμμα 3.20: Αποτύπωση του δείκτη Dow Jones Industrial με τη χρήση 1000 μηνιαίων παρατηρήσεων (bootstrap)

Η προσπάθεια αποτύπωσης του δείκτη Dow Jones Industrial Average δεν κρίνεται ιδιαίτερα επιτυχής καθώς οι τάσεις των χαρτοφυλακίων και στις 5 περιπτώσεις (διαγράμματα 3.16 έως 3.20) έχουν κάποια χρονική καθυστέρηση σε σχέση με τις τάσεις του δείκτη. Παρόλα αυτά μετά την πάροδο 3 περίπου μηνών η απόδοση των χαρτοφυλακίων υπερέχει αυτής του δείκτη, ενώ προς το τέλος της χρονικής περιόδου του ελέγχου τα χαρτοφυλάκια παρουσιάζουν απόδοση κατά 25% περίπου μεγαλύτερη από το δείκτη. Συγκριτικά με τα χαρτοφυλάκια που επιλέχθηκαν για την αποτύπωση των δεικτών του X.A.A (διαγράμματα 3.1 έως 3.9) τα χαρτοφυλάκια που αποτυπώνουν το δείκτη Dow Jones Industrial Average παρουσιάζουν σε σχετικά μικρή χρονική περίοδο (1 μήνας) μικρότερη διακύμανση. Για παράδειγμα το χαρτοφυλάκιο που επιλέχθηκε για την αποτύπωση του Γενικού δείκτη X.A.A. με τη χρήση 700 ημερήσιων παρατηρήσεων (διάγραμμα 3.1) παρουσιάζει μέχρι και 14000 € διακύμανση κατά τη διάρκεια ενός μήνα, ενώ αντίστοιχα το χαρτοφυλάκιο που επιλέχθηκε για την αποτύπωση του δείκτη Dow Jones Industrial Average με τη χρήση 680 ημερήσιων παρατηρήσεων (διάγραμμα 3.16) φέρει ως μεγαλύτερη διακύμανση για χρονική περίοδο ενός μήνα ίση με 8000 €.

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Η επένδυση κεφαλαίων σε χρηματιστηριακούς δείκτες εμφανίστηκε στα μέσα της δεκαετίας του 1970 στις Ηνωμένες Πολιτείες Αμερικής σαν μια στρατηγική παθητικής διαχείρισης κεφαλαίων σύμφωνα με την οποία ένας επενδυτής μπορεί να επιτύχει απόδοση ίση με την απόδοση της κεφαλαιαγοράς. Η στρατηγική αυτή έγκειται στην κατασκευή χαρτοφυλακίων μετοχών τα οποία αποτυπώνουν όσο το δυνατόν καλύτερα την πορεία ενός χρηματιστηριακού δείκτη. Οι αποφάσεις που σχετίζονται με την κατασκευή τέτοιων χαρτοφυλακίων θα πρέπει να εμπεριέχονται σε ένα σύστημα υποστήριξης αποφάσεων το οποίο αντισταθμίζει τις διάφορες εναλλακτικές με ένα δομημένο τρόπο, ικανοποιώντας παράλληλα τις απαιτήσεις κάθε επενδυτή. Σημαντικά στοιχεία ενός τέτοιου συστήματος είναι τα εξής:

- Η επιλογή του χρηματιστηριακού δείκτη
- Η επιλογή του κριτηρίου μέτρησης της απόκλισης του χαρτοφυλακίου από τον δείκτη
- Στρατηγικές αντιστάθμισης για την προσαρμογή του χαρτοφυλακίου σε τυχόν αλλαγές της κεφαλαιαγοράς (συγχωνεύσεις εταιρειών, αλλαγή της σύστασης του δείκτη)
- Η εξισορρόπηση μεταξύ του μέγιστου αριθμού μετοχών του χαρτοφυλακίου και της μέγιστης επιτρεπόμενης απόκλισης του χαρτοφυλακίου από το δείκτη.

Στη παρούσα διπλωματική έγινε μια προσπάθεια εφαρμογής της τεχνικής βελτιστοποίησης του προγραμματισμού στόχων και της στατιστικής διαδικασίας bootstrap, για την παθητική διαχείριση κεφαλαίων μέσω της αντιστοίχισης χαρτοφυλακίων μετοχών με χρηματιστηριακούς δείκτες. Η εφαρμογή πραγματοποιήθηκε με επιτυχία στο X.A.A. επιλέγοντας χαρτοφυλάκια μετοχών τα οποία αποτυπώνουν την πορεία του Γενικού δείκτη, του δείκτη υψηλής κεφαλαιοποίησης FTSE / XA 20 και του δείκτη μεσαίας κεφαλαιοποίησης FTSE / XA Mid 40, ενώ οι μετοχές που χρησιμοποιήθηκαν για την επιλογή των χαρτοφυλακίων συμμετείχαν στη σύσταση του Γενικού δείκτη X.A.A. τον Οκτώβριο του 2004. Συνολικά κατασκευάστηκαν 15 χαρτοφυλάκια για την αποτύπωση και των τριών δεικτών. Για όλα τα χαρτοφυλάκια είναι επιθυμητό να αποτυπώνουν την πορεία του δείκτη χρησιμοποιώντας μικρότερο αριθμό μετοχών από αυτόν που συνθέτουν τον εκάστοτε δείκτη. Ορισμένα εκ των 15 χαρτοφυλακίων αποτελούνται από αρκετά υψηλό αριθμό μετοχών ενώ κάποια υπερβαίνουν ακόμα και τον αριθμό των μετοχών που συνθέτουν το δείκτη. Για το λόγο αυτό πραγματοποιήθηκε μια διαδικασία μεταβελτιστοποίησης (Παράγραφος 3.3) η οποία έγκειται στην κατασκευή

15 νέων χαρτοφυλακίων που αποτελούνται από μικρότερο αριθμό μετοχών ενώ παράλληλα φέρουν υψηλότερη απόδοση.

Τα βασικά συμπεράσματα που προκύπτουν από την εφαρμογή και των δυο προσεγγίσεων είναι τα ακόλουθα:

- Ένας επενδυτής αντιστοιχίζοντας ένα χαρτοφυλάκιο μετοχών με κάποιο χρηματιστηριακό δείκτη ο οποίος αντιπροσωπεύει την κεφαλαιαγορά, εκτίθεται αποκλειστικά στον κίνδυνο της κεφαλαιαγοράς. Συνεπώς στην περίπτωση που μια κεφαλαιαγορά ακολουθεί βάσει ιστορικών στοιχείων ανοδική πορεία, είναι δυνατόν να επιτευχθούν κάποιες λογικές αποδόσεις.
- Τα χαρτοφυλάκια που επιλέχθηκαν παρουσιάζουν απόδοση τουλάχιστον ίση με την απόδοση του εκάστοτε δείκτη με εξαίρεση 3 χαρτοφυλάκια τα οποία παρουσιάζουν αμελητέα μικρότερη απόδοση από τον δείκτη. Ιδιαίτερα σημαντικά συμπεράσματα προκύπτουν από την περίπτωση της αντιστοίχισης του δείκτη FTSE / XA Mid 40 καθώς ενώ ο δείκτης παρουσιάζει στη χρονική περίοδο 1 έτους αρνητική απόδοση της τάξης του 6,6%, όλα τα χαρτοφυλάκια παρουσιάζουν θετική απόδοση με ελάχιστη το 1,81% και μέγιστη το 11,57%. Συνεπώς ακόμα και στην περίπτωση που μια κεφαλαιαγορά ακολουθήσει καθοδική πορεία είναι δυνατόν μέσω της αντιστοίχισης ενός χαρτοφυλακίου με τον αντίστοιχο δείκτη που αντιπροσωπεύει την κεφαλαιαγορά να υπάρξει κέρδος.
- Η αύξηση της χρονικής περιόδου που χρησιμοποιείται σαν δείγμα εκπαίδευσης ενός τέτοιου συστήματος οδηγεί και σε καλύτερες επιδόσεις του χαρτοφυλακίου στο άμεσο μέλλον.
- Αύξηση του αριθμού των μετοχών από τις οποίες αποτελείται το χαρτοφυλάκιο επιφέρει μείωση της «απόκλισης αποτύπωσης». Βέβαια ακόμα και με μικρό αριθμό μετοχών μπορούν να επιτευχθούν αξιολογικά αποτελέσματα.

Γενικότερα η τεχνική της αντιστοίχισης χαρτοφυλακίων αποτελεί μια ελκυστική στρατηγική επένδυσης καθώς βρίσκει εφαρμογή ακόμα και σε μικρές κεφαλαιαγορές με την κατασκευή σχετικά μικρών χαρτοφυλακίων.

Βιβλιογραφία

Back, T., Fogel, D.B., Michalewicz, Z. (1997), “Handbook of Evolutionary Computation”, *Oxford University Press*, Oxford, 1997.

Back, T. Hammel, U., Schwefel, H.P. (1997), “Evolutionary Computation: Comments on the History and Current State”, *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, vol. 1, no. 1, April 1997.

Beasley, J.E., Meade, N., and Chang, T.-J. (2003), “An evolutionary heuristic for the index tracking problem”, *European Journal of Operational Research*, 148, 621-643.

Box, G.E. (1957), “Evolutionary Operation: A method for increasing industrial productivity”, *Appl. Statistics*, vol. VI, no. 2, pp. 81-101, 1957.

Bradfield, D., Maritz, J., Munro, B., Swartz, J. (2004), “Indexation-Using the Latest Advances in Quantitative Techniques”, *Quantitative Research Innovative Topics*, Cadiz, Financial Strategists.

Bremerman, H.J. (1962), “Optimization through Evolution and Recombination”, *Self-Organizing Systems*, Washington, D.C.: Spartan.

Chang, T.J., Meade, N., Beasley, J.E., Sharaiha, Y.M. (2000), “Heuristics for cardinality constrained portfolio optimization”, *Computers & Operation Research*, 27, pp.1271-1302.

Charnes, A. Cooper, W.W. (1961), *Management Models and Industrial Applications of Linear Programming*, Wiley, New York.

Clarke, R.C., Krase, S., Statman, M. (1994), “Tracking errors, regret and tactical asset allocation”, *The Journal of portfolio Management*, 20 (Spring), 16-24.

Δούμπος, Μ. και Ζοπουνίδης, Κ. (2001), Πολυκριτήριες Τεχνικές Ταξινόμησης, Εκδόσεις Κλειδάριθμος, Αθήνα 2001.

Δούμπος, Μ. Σημειώσεις μαθήματος «Μαθηματικός Χρηματοοικονομικός Λογισμός», Πολυτεχνείο Κρήτης, Χανιά, 2004.

Elton, E.J. and Gruber, M.J. (1995), *Modern Portfolio Theory and Investment Analysis* (5th edition), John Wiley and Sons, New York.

Fogel, L.J. (1962), Autonomous automata, *Ind. Res.*, vol. 4, pp. 14-19, 1962.

Friedberg, R.M., Dunham, B., North, J.H. (1959), "A learning Machine: Part II", *IBM J.*, vol. 3, no. 7, pp. 282-287, July 1959.

Glover, F. (1990), "Tabu Search-Part II", *ORSA Journal on Computing*, 2(1), pp. 4-32.

Holland, J.H. (1962), "Outline for a logical theory of adaptive systems", *Journal of the Assosiation for Computing Machinery*, v.3, 297-314.

Ignizio, JP. and Cavalier, TM. (1994), *Linear Programming*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.

Ijiri, Y. (1972), *Management Goals and Accounting for Control*, North Holland, Amsterdam.

Jones, D., and Tamiz, M. (2002), "Goal programming in the period of 1990-2000", School of Computer Science, University of Portsmouth, United Kindom. In Matthias Ehrgott, Xavier Gandibleux, editors, *Multiple Criteria Oprtimization: State of the Art Annotated Bibliographic Surveys*, pages 129-148, Kluwer Academic Publishers.

Keeney, R.L. and Raiffa, H. (1993), *Decisions with Multiple Objectives: Preferences and Value Trade-offs*, Cambridge University Press, Cambridge.

Kirkpatrick, S., Gelatt, C.D. Jr and Vecchi, M.P., (1983), "Optimization by Simulated Annealing", *Science* 220, (13 May 1983) pp. 671-680.

Konno, H., Yamazaki, H. (1991), "Mean absolute deviation potfolio optimization model and its application to Tokyo stock market", *Management Science*, 37, 519-531.

Lee, SM. (1972), *Goal programming for Decision Analysis*, Auerbach, Philadelphia.

Markowitz, H. (1952), "Portfolio selection", *Journal of Finance*, 7/1, 77-91.

Markowitz, H. (1959), *Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments*, John Wiley and Sons, New York.

Meade, N., Beasley, J.E. (2004), "An evaluation of passive strategies to beat the index", *The Tanaka Business School, Imperial College*, London SW7 2AZ, England, April 2004.

Μυγδαλάς, Α. Σημειώσεις μαθήματος «Συνδυαστική Βελτιστοποίηση», Πολυτεχνείο Κρήτης, Χανιά 2002.

Rechenberg, I. (1965), "Cybernetic solution path of an experimental problem", *Royal Aircraft Establishment*, Library translation No. 1122, Farnborough, Hants., U.K., Aug. 1965.

Roll, R. (1992), "A mean variance analysis of tracking error", *The Journal of Portfolio Management*, 18 (4), 13-22, 1992.

Schwefel, H.P. (1968), "Projekt MHD-Staustrahlrohr: Experimentelle Optimierung einer Zweiphasenduse, Teil I", *Technischer Bericht 11.034/68*, 35 AEG Forschungsinstitut, Berlin, Germany, Oct. 1968.

Sharpe, W.F. (1971), "A linear programming approximation for the general portfolio analysis problem", *Joyrnal of Financial and Quantitative Analysis*, 6 (December), 1263-1275.

Sharpe, W.F. (1966), "Mutual fund performance", *Journal of Business*, 2(1), pp.119-138.

Sharpe, W.F. (1975), "Adjusting for risk in portfolio performance measurement", *Journal of portfolio management*, Winter 1975, pp.29-34.

Sharpe, W.F. (1994), "The Sharpe ratio", *Journal of Portfolio Management*, 21(1), Fall 1994, pp.49-58.

Sortino, F.A., Price, L.N. (1994), "Performance measurement in a downside risk framework", *The Journal of Investing*, Fall 1994.

Speranza, M.Z. (1993), "Linear programming models for portfolio optimization", *Finance*, 14, 107-123.

Spronk, J. (1981), *Interactive Multiple Goal Programming Application to Financial Planning*, Martinus Nijhoff Publishing, Boston.

Standard and Poor (2001), "Global Financial System Stress", *Ratings Direct*, October 9, 2001.

Tamiz, M., Jones, DF. and ElDarzi, E. (1995), "A review of goal programming and its application", *Annals of Operation Research*, 58, 39-53.

Von Neumann, J. Morgenstern, O. (1944), *Theory of Games and Economic Behavior*, Princeton, New Jersey.