



ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΟΡΥΚΤΩΝ ΠΟΡΩΝ

ΕΠΙΔΡΑΣΗ ΤΟΥ ΣΧΗΜΑΤΟΣ ΤΩΝ ΜΕΣΩΝ ΛΕΙΟΤΡΙΒΗΣΗΣ ΣΤΗΝ ΑΠΟΔΟΣΗ ΤΟΥ ΣΦΑΙΡΟΜΥΛΟΥ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ
ΟΛΓΑ Π. ΝΟΥΣΙΑ

ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΕΠΙΤΡΟΠΗ
ΠΕΤΡΑΚΗΣ ΕΥΑΓΓΕΛΟΣ, ΕΠΙΚΟΥΡΟΣ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ (ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ)
ΚΟΜΝΙΤΣΑΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ, ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ
ΞΗΡΟΥΔΑΚΗΣ ΓΕΩΡΓΙΟΣ, ΕΠΙΚΟΥΡΟΣ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ

Δηλώνω ρητά ότι, η παρούσα εργασία αποτελεί αποκλειστικά προϊόν προσωπικής εργασίας και δεν προσβάλλει κάθε μορφής πνευματικά δικαιώματα τρίτων και δεν είναι προϊόν μερικής ή ολικής αντιγραφής, οι πηγές δε που χρησιμοποιήθηκαν περιορίζονται στις βιβλιογραφικές αναφορές και μόνον. Επίσης σημειώνεται ότι η παρούσα εργασία υποβάλλεται σε αξιολόγηση και οι απόψεις που περιέχονται δε σημαίνει αποδοχή των απόψεων της/του συγγραφέα (Νόμος 5343/1932, άρθρο 202).

Πρόλογος

Η παρούσα διπλωματική εργασία εκπονήθηκε στη Σχολή Μηχανικών Ορυκτών Πόρων του Πολυτεχνείου Κρήτης υπό την επίβλεψη του Επίκουρου Καθηγητή κ. Ευάγγελου Πετράκη. Αντικείμενο της παρούσας εργασίας είναι η μελέτη της επίδρασης του σχήματος των μέσων λειοτριβήσης στην απόδοση του σφαιρόμυλου.

Ο λόγος που οδήγησε στη μελέτη του συγκεκριμένου θέματος είναι ότι η λειοτριβήση σε μύλους αποτελεί την πιο ενεργοβόρα διεργασία σε μια μονάδα επεξεργασίας ορυκτών υλών και πάντοτε υπάρχει πεδίο έρευνας ώστε να καταστεί η διεργασία αυτή πιο αποδοτική.

Ευχαριστίες

Αρχικά, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα Καθηγητή μου κ. Ευάγγελο Πετράκη που δέχθηκε να μου αναθέσει το παρόν θέμα. Επίσης, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον Καθηγητή κ. Κωνσταντίνο Κομνίτσα και τον Επίκουρο Καθηγητή κ. Γεώργιο Ξηρουδάκη, οι οποίοι δέχθηκαν να αξιολογήσουν τη διπλωματική εργασία ως μέλη της τριμελούς επιτροπής.

Ιδιαίτερα, θα ήθελα να ευχαριστήσω την Δρ. Βασιλική Καρμάλη για την πολύτιμη βοήθειά της κατά τη διάρκεια εκπόνησης της διπλωματικής εργασίας. Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω την οικογένειά μου και τους φίλους μου για την υποστήριξη τους όλα αυτά τα χρόνια.

Περίληψη

Η λειοτριβήση ανέκαθεν ήταν μια διαδικασία του εμπλουτισμού που απασχολούσε και απασχολεί πολλούς ερευνητές. Είναι μια διαδικασία η οποία απαιτεί υψηλά ποσοστά ενέργειας για την ελάττωση του μεγέθους των τεμαχιδίων ενός υλικού. Η ενέργεια αυτή επηρεάζεται από ένα πλήθος παραγόντων που αλληλοεπιδρούν μεταξύ τους. Ωστόσο, λόγω της πολυπλοκότητας που παρουσιάζει η διαδικασία λειοτριβήσης, η βελτιστοποίηση της κατανάλωσης της ενέργειας κατά το στάδιο αυτό αποτελεί αντικείμενο έρευνας. Άλλωστε, η προσπάθεια μείωσης της καταναλισκόμενης ενέργειας ενός υλικού συνεπάγεται αυτόματα και μείωση του κόστους ανά μονάδα βάρους υλικού.

Στην παρούσα διπλωματική εργασία μελετήθηκε η επίδραση του τύπου (σχήματος) των μέσων λειοτριβήσης στην απόδοση του σφαιρόμυλου χρησιμοποιώντας ως υλικό τροφοδοσίας ένα θειούχο μετάλλευμα του χαλκού της περιοχής Γιούκον, Καναδάς. Πιο συγκεκριμένα, μελετήθηκε η κατανάλωση της ενέργειας και πως αυτή επηρεάζεται από τον τύπο του μέσου λειοτριβήσης (σφαίρες/balls και Relo/RGM), το μέγεθος της τροφοδοσίας, το χρόνο λειοτριβήσης και την ταχύτητα περιστροφής του μύλου. Επιπρόσθετα, μελετήθηκε η επίδραση του σχήματος του μέσου λειοτριβήσης στο ρυθμό θραύσης (min^{-1}) των κλασμάτων τροφοδοσίας και προσδιορίστηκε το υλικό κάτω από ένα μέγεθος ($-300 \mu\text{m}$) που παράχθηκε στις διαφορετικές συνθήκες λειοτριβήσης.

Για την πραγματοποίηση των πειραμάτων, δημιουργήθηκαν 3 κοκκομετρικά κλάσματα ($-6.7+3.35 \text{ mm}$, $-3.35+1.7 \text{ mm}$ και $-1.7+0.850 \text{ mm}$) τα οποία λειοτριβήθηκαν με 2 διαφορετικούς τύπους μέσων λειοτριβήσης (σφαίρες/balls, Relo/RGM), για 3 διαφορετικούς χρόνους (0.5 min, 1 min και 2 min), καθώς και σε 3 διαφορετικές ταχύτητες περιστροφής (50, 60 και 70 rpm).

Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι και για τους δύο τύπους μέσων λειοτριβήσης, με την αύξηση της ταχύτητας περιστροφής μπορεί να παραχθεί λεπτότερο προϊόν με μικρότερη κατανάλωση ενέργειας. Ο διαφορετικός τύπος (σχήμα) των μέσων λειοτριβήσης επηρεάζει σημαντικά την απόδοση της λειοτριβήσης όσον αφορά την κατανάλωση της ενέργειας και το ρυθμό θραύσης των κλασμάτων τροφοδοσίας. Στις περισσότερες περιπτώσεις οι σφαίρες αποδίδουν καλύτερα σε σχέση με τα μέσα Relo. Όμως, τα Relo μπορούν να θεωρηθούν κατάλληλα μέσα λειοτριβήσης και να αντικαταστήσουν τα συμβατικά μέσα (σφαίρες) κάτω από ειδικές συνθήκες, όπως σε χαμηλότερες ταχύτητες περιστροφής και για μικρότερα μεγέθη τροφοδοσίας.

Λέξεις Κλειδιά: Σχήμα μέσων λειοτριβήσης, Απόδοση σφαιρόμυλου, Ρυθμός θραύσης, Κατανάλωση ενέργειας στη λειοτριβήση.

Abstract

Grinding is one of the most fundamental processes in the field of mineral beneficiation and has long attracted the interest of researchers, primarily due to its high energy demand. It aims at reducing the particle size of raw materials, but this size reduction comes at a significant energy cost. The required energy depends on a wide range of interacting variables, making the grinding process complex and challenging to optimize.

The pursuit of energy consumption reduction in grinding operations is crucial, as it enhances energy efficiency and simultaneously lowers the processing cost per unit mass of material. For this reason, optimizing the performance of ball mills and investigating the factors that affect their efficiency remains an active area of research.

In this diploma thesis, the influence of the shape of grinding media on the performance of a ball mill was investigated, using a copper sulfide ore from the Yukon region of Canada as the feed material. Specifically, the study focused on how energy consumption is affected by the type of grinding media (conventional balls and alternative Relo/RGM media), the feed size, grinding time, and mill rotation speed.

Additionally, the breakage rate (min^{-1}) of the feed fractions was evaluated, and the amount of product passing below $300 \mu\text{m}$ was quantified under various grinding conditions. For the experiments, three feed size fractions were prepared ($-6.7+3.35 \text{ mm}$, $-3.35+1.7 \text{ mm}$, and $-1.7+0.850 \text{ mm}$), and grinding tests were conducted using both media types, for three time intervals (0.5, 1, and 2 minutes), and at three rotation speeds (50, 60, and 70 rpm).

The results showed that increasing the rotation speed led to finer product sizes with lower energy consumption, regardless of the media type. The shape of the grinding media significantly affected both the breakage rate and the energy efficiency of the process. Overall, conventional balls demonstrated better performance in most cases. However, Relo media proved to be a viable alternative under specific conditions, such as at lower rotational speeds and with finer feed sizes.

Keywords: Grinding media shape, Ball mill performance, Breakage rate, Energy consumption in grinding.

Περιεχόμενα

Πρόλογος.....	ii
Ευχαριστίες	iii
Περίληψη	iv
Κεφάλαιο 1: Εισαγωγή.....	1
1.1 Αντικείμενο Εργασίας.....	1
1.2 Περιγραφή Κοιτάσματος – Εξόρυξη & επεξεργασία	2
1.3 Χρήσεις Χαλκοπυρίτη	3
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2: Θεωρητικό μέρος	4
2.1 Κατάτμηση.....	4
2.2 Λειοτρίβηση.....	4
2.3 Παράμετροι Λειοτρίβησης.....	6
2.4 Επίδραση μεγέθους σφαίρας (Effect of size)	9
2.5 Μέσα λειοτρίβησης	10
2.6 Κινητικά Μοντέλα.....	14
2.6.1 Μοντέλο Ισοζύγιου Πληθυσμού (PBM).....	15
2.6.2 Ρυθμός Θραύσης (Breakage rate)	15
2.6.3 Συνάρτηση Θραύσης (Breakage function).....	16
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: Πειραματικό Μέρος	19
3.1 Προέλευση δείγματος – Περιοχή Δειγματοληψίας.....	19
3.2 Ορυκτολογική ανάλυση με Περιθλασίμετρο Ακτινών – Χ (XRD).....	19
3.3 Χημική Ανάλυση με XRF.....	21
3.4 Περιγραφή εξοπλισμού	22
3.4.1 Εργαστηριακός Σπαστήρας με σιαγώνες.....	22
3.4.2 Εργαστηριακός Μύλος.....	22
3.4.3 Συσκευή Αυτοματισμού και Λογισμικό	23
3.4.4 Συσκευή Κοσκίνησης.....	25
3.5 Πειραματική Διαδικασία.....	25
3.5.1 Διαδικασία Θραύσης	25
3.5.2 Διαδικασία Κοσκίνησης – παραγωγή κλασμάτων τροφοδοσίας.....	26
3.5.3 Διαδικασία Λειοτρίβησης	27

Κεφάλαιο 4: Επεξεργασία αποτελεσμάτων	29
4.1 Σύγκριση ισχύος.....	29
4.2 Μέγεθος Τροφοδοσίας και Κατανάλωση Ενέργειας	30
4.2.1 Αθροιστικό διερχόμενο βάρος (%) συναρτήσει μεγέθους	30
4.2.2 Χρόνος λειοτρίβησης συναρτήσει μεγέθους d_{80}	32
4.2.3 Καθαρή ειδική ενέργεια συναρτήσει μεγέθους d_{80}	33
4.2.4 Ειδική ενέργεια συναρτήσει μεγέθους τροφοδοσίας	38
4.3 Κινητική Λειοτρίβησης.....	39
4.3.1 Παραμένον κλάσμα μάζας συναρτήσει χρόνου λειοτρίβησης	39
4.3.2 Ρυθμός θραύσης συναρτήσει ταχύτητας περιστροφής	41
4.3.3 Ρυθμός θραύσης συναρτήσει μεγέθους τροφοδοσίας	42
4.3.4 Παραχθέν υλικό συναρτήσει ταχύτητας περιστροφής.....	44
Κεφάλαιο 5: Συμπεράσματα.....	46
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ	48
ΕΛΛΗΝΙΚΕΣ ΠΗΓΕΣ	48
ΔΙΕΘΝΗΣ ΠΗΓΕΣ	48
ΔΙΑΔΙΚΤΥΑΚΕΣ ΠΗΓΕΣ	49

Κεφάλαιο 1: Εισαγωγή

1.1 Αντικείμενο Εργασίας

Ένα μέταλλευμα αποτελείται συνήθως από ένα ή πολλά οικονομικά χρήσιμα ορυκτά κι από ένα ή περισσότερα στείρα. Το σύνολο των διαδικασιών που απαιτούνται για τον διαχωρισμό χρήσιμων από στείρων ονομάζεται εμπλουτισμός. Η λειοτρίβηση αποτελεί μιας ζωτικής σημασίας διεργασία που διενεργείται κατά την επεξεργασία μεταλλευμάτων. Το μέταλλευμα μειώνεται σε μέγεθος σε μύλους κυλιόμενου φορτίου για να παραχθεί υλικό της επιθυμητής τάξης μεγέθους (συνήθως προϊόν μεγέθους 10-300 μm). Αυτό γίνεται για να αποδεσμευτεί το χρήσιμο ορυκτό από τα σύνδρομα πριν το προϊόν υποστεί μεταγενέστερες διεργασίες εμπλουτισμού ([Σταμπολιάδης, 2008](#)).

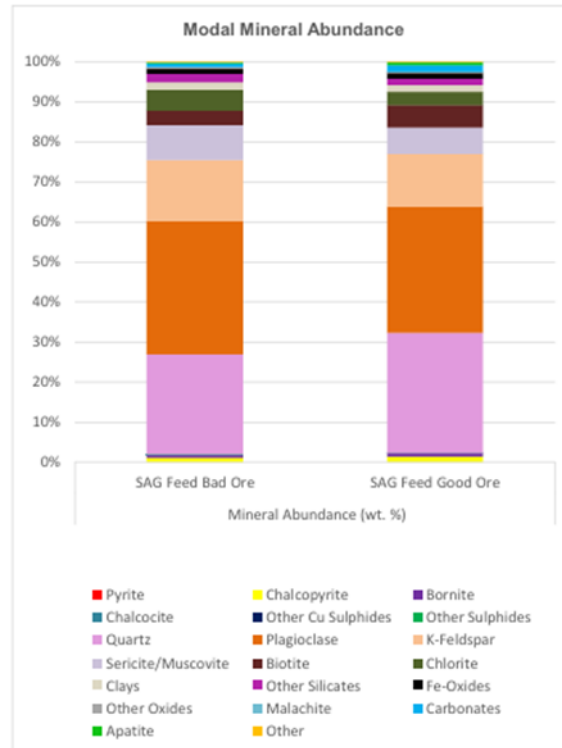
Η διεργασία της ελάττωσης του μεγέθους είναι ενεργοβόρα δεδομένου ότι αποτελεί περίπου το 3–4 % της παγκόσμιας κατανάλωσης ενέργειας. Επίσης, στις μονάδες επεξεργασίας ορυκτών, η λειοτρίβηση είναι υπεύθυνη για το 50 % της συνολικής κατανάλωσης ενέργειας. Επομένως, η μείωση της ενεργειακής κατανάλωσης κατά τη λειοτρίβηση αποτελεί ζήτημα ύψιστης σημασίας και έχει αποτελέσει αντικείμενο εκτεταμένης ερευνητικής δραστηριότητας τα τελευταία χρόνια. Γι' αυτό το λόγο, οι παράγοντες που επηρεάζουν τη διαδικασία αυτή όπως είναι τα μέσα λειοτρίβησης, η ειδική κατανάλωση ενέργειας του μύλου κ.α. πρέπει να μελετηθούν.

Τα τελευταία χρόνια έχουν γίνει αρκετές μελέτες σχετικά με την βελτιστοποίηση της κατανάλωσης ενέργειας σε μύλους λειοτρίβησης με τη χρήση ενός μαθηματικού κινητικού μοντέλου το οποίο προέρχεται από το ισοζύγιο πληθυσμού. Το συγκεκριμένο κινητικό μοντέλο λαμβάνει υπόψη του το ρυθμό θραύσης του κάθε κλάσματος και τη μάζα του υλικού που παράχθηκε κάτω από ένα μέγεθος (αθροιστική συνάρτηση θραύσης). Επιπλέον, ο ρυθμός θραύσης και η αθροιστική συνάρτηση θραύσης επηρεάζονται από τις διαφορετικές συνθήκες λειοτρίβησης και για το λόγο αυτό έχουν γίνει πολλές μελέτες ([Bilgili, 2024](#)).

Η παρούσα εργασία μελετά την επίδραση του σχήματος των μέσων λειοτρίβησης στην απόδοση του σφαιρόμυλου χρησιμοποιώντας ως πρώτη ύλη ένα θειούχο μέταλλευμα. Για τον σκοπό αυτό μελετάται η ενέργεια που καταναλώνεται κατά τη διαδικασία της λειοτρίβησης και ο ρυθμός θραύσης του θειούχου μεταλλεύματος με τη χρήση του κινητικού μοντέλου ισοζυγίου πληθυσμού.

1.2 Περιγραφή Κοιτάσματος – Εξόρυξη & επεξεργασία

Το υλικό που μελετήθηκε στη συγκεκριμένη διπλωματική εργασία είναι ένα θειούχο μέταλλευμα χαλκού/χρυσού (Cu/Au) από την περιοχή Γιούκον (Yukon), Καναδά, το οποίο εκμεταλλεύεται η εταιρεία Minto Metals Corp. Το μεταλλείο MINTO βρίσκεται δυτικά του ποταμού Γιούκον (Yukon), περίπου 20 km ΒΔ της περιοχής Minto landing, η οποία απέχει περίπου 250 km οδικώς από την πόλη Whitehorse (πρωτεύουσα του Γιούκον). Πρόκειται για ένα ενεργό μεταλλείο, το οποίο εντάσσεται γεωλογικά στη μεταλλοφόρα ζώνη Carmacks Copper Belt. Η γεωλογική δομή της περιοχής χαρακτηρίζεται από την παρουσία πλουτωνικού σώματος γρανοδιορίτη έως γρανίτη, ηλικίας Ύστερου Τριαδικού έως Πρώιμου Ιουρασικού (περίπου 204–195 εκατομμύρια έτη). Το θειούχο μέταλλευμα απαντάται κυρίως σε μορφή μικρών φλεβών μέσα σε μεταμορφωμένα μητρικά πετρώματα. Όσον αφορά την ορυκτολογική σύσταση, το μέταλλευμα είναι πλούσιο σε θειούχα ορυκτά, όπως είναι ο βορνίτης, ο χαλκοσίτης και λιγότερο ο σιδηροπυρίτης (*εικόνα 1.1*). Επιπλέον, στις επιφανειακές ζώνες υπάρχουν προϊόντα δευτερογενούς μεταμόρφωσης όπως είναι ο μαλαχίτης ο αζουρίτης και ο χαλκός. Η περιεκτικότητα του χαλκού (Cu) στο μέταλλευμα είναι της τάξης 1-1.5 %, ενώ περιέχει και πολύτιμα μέταλλα, όπως χρυσό (περίπου 0.5 g/t Au) και άργυρο (περίπου 7 g/t Ag). Η εξόρυξη στο μεταλλείο ξεκίνησε το 2007, με τη συνολική παραγωγή μέχρι σήμερα να έχει ξεπεράσει τους 250.000 τόνους χαλκού. Σήμερα η εξόρυξη στο μεταλλείο βασίζεται σε υπόγειες μεθόδους, ενώ η μονάδα εμπλουτισμού παράγει συμπυκνώματα υψηλής ποιότητας χαλκού, χρυσού και αργύρου (*Minto, 2021*).



Εικόνα 1.1 : Η ορυκτολογική σύσταση του θειούχο μεταλλεύματος του χαλκού (δεδομένα από Minto Metals Corp.).

1.3 Χρήσεις Χαλκοπυρίτη

Ο χαλκοπυρίτης χρησιμοποιείται στην παραγωγή χαλκού καθώς είναι η κύρια πηγή εξαγωγής χαλκού μέσω της τήξης. Κατά την επεξεργασία του χαλκοπυρίτη μπορεί να παραχθεί θείο (S) το οποίο χρησιμοποιείται στη χημική βιομηχανία και στη βιομηχανία λιπασμάτων. Ωστόσο, επειδή περιέχει σίδηρο μπορεί να ανακτηθεί και να χρησιμοποιηθεί στη μεταλλουργία.

Επιπλέον, ο χαλκοπυρίτης μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε γεωλογικές έρευνες δίνοντας χρήσιμες πληροφορίες όσον αφορά μαγματικά πετρώματα και υδροθερμικές διαδικασίες. Τέλος, παρουσιάζει ημιαγωγικές ιδιότητες, οι οποίες μπορούν να χρησιμοποιηθούν σε νέες τεχνολογίες όπως οι φωτοβολταϊκές κάψουλες, αλλά και σε κατασκευαστικά υλικά όπως για παράδειγμα στην παραγωγή κραμάτων και μπρούτζων τα οποία έχουν υψηλή ανθεκτικότητα και χρησιμοποιούνται σε εργαλεία (<https://geologyscience.com/minerals/chalcopyrite/>).

Κεφάλαιο 2: Θεωρητικό Υπόβαθρο

2.1 Κατάτμηση

Η κατάτμηση είναι η διαδικασία ελάττωσης του μεγέθους των τεμαχιδίων ενός πετρώματος ή ενός ορυκτού σε μεγέθη τα οποία είναι κατάλληλα για τον εμπλουτισμό, την επεξεργασία και την χρήση του υλικού. Η κατάτμηση περιλαμβάνει τα στάδια της μείωσης του μεγέθους του υλικού, τα οποία είναι η θραύση και η λειοτρίβηση.

Η μείωση του μεγέθους δεν πραγματοποιείται σε ένα στάδιο, αλλά σε περισσότερα. Τα στάδια της κατάτμησης στα οποία το αρχικό μέγεθος κυμαίνεται από 10 mm έως 2 mm ονομάζονται θραύση, ενώ για τα πιο λεπτόκοκκα ονομάζεται λειοτρίβηση. Στον παρακάτω [Πίνακα 2.1](#) παρουσιάζονται τα στάδια κατάτμησης.

Πίνακας 2.1: Στάδια κατάτμησης – Μεγέθη τεμαχιδίων τροφοδοσίας και προϊόντων.

Στάδια	Φάσεις	Μέγεθος τεμαχιδίων mm	
		Τροφοδοσία	Προϊόν
Θραύση	α. Πρωτογενής	1200 – 200	300 – 60
	β. Δευτερογενής	250 – 90	80 – 25
		100 – 30	30 – 8
	γ. Τριτογενής	35 – 5	10 – 2
Λειοτρίβηση	α. Χονδρομερής	25 – 2	1 – 0.5
	β. Λεπτομερής	10 – 2	0.5 – 0.074
	γ. Άλεση	10 – 2	-0.074 ή -0.040

Η κατάτμηση αναφέρεται στη σχέση που συνδέει την παρεχόμενη ενέργεια με τα μεγέθη των τεμαχιδίων του προϊόντος λειοτρίβησης. Στην πράξη όμως, το μεγαλύτερο ποσοστό της παρεχόμενης ενέργειας των μηχανών κατάτμησης καταναλώνεται από την ίδια την μηχανή και μόνο ένα μικρό ποσοστό διατίθεται για τη θραύση του υλικού ([Σταμπολιάδης, 2008](#)).

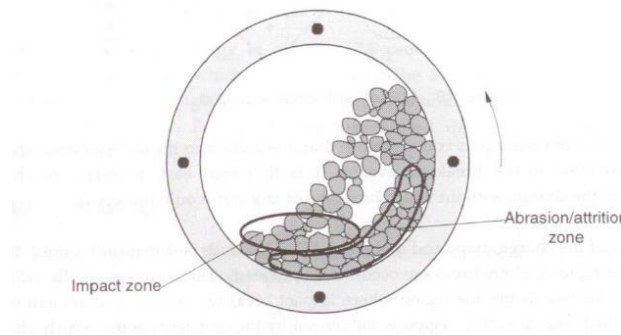
2.2 Λειοτρίβηση

Η λειοτρίβηση είναι η διαδικασία η οποία ακολουθείται μετά τη θραύση ώστε τα μεγέθη που θα προκύψουν να κυμαίνονται από 300 έως 10 μm . Η λειοτρίβηση γίνεται είτε εν ξηρώ είτε εν υγρώ (σε πολφό) και πραγματοποιείται σε περιστρεφόμενους κυλινδρικούς μύλους.

Ανάλογα με το μέσο λειοτριβήσης ο μύλος χωρίζεται σε (Σταμπολιάδης, 2008):

- Σφαιρόμυλος (το μέσο λειοτριβήσης είναι μεταλλικές σφαίρες)
- Ραβδόμυλος (το μέσο λειοτριβήσης είναι μεταλλικές ράβδοι)
- Αυτογενής μύλος (το μέσο είναι το ίδιο το μετάλλευμα)

Οι μηχανές λειοτριβήσης οι οποίες χρησιμοποιούνται πιο συχνά είναι οι σφαιρόμυλοι και οι ραβδόμυλοι, και λειτουργούν με τον ίδιο τρόπο, δηλαδή λειοτριβούν το μετάλλευμα μέσω της πτώσης και κύλισης των μέσων λειοτριβήσης που περιέχουν. Αποτελούνται από ένα κυλινδρικό κέλυφος που στηρίζεται στα δύο άκρα και περιστρέφεται γύρω από τον άξονά του. Στο κέλυφος της μηχανής υπάρχει ένα σταθερό φορτίο το οποίο αποτελείται είτε από σφαίρες είτε από ράβδους. Καθώς το κέλυφος πραγματοποιεί κίνηση, παρέχει μια ανύψωση στα μέσα λειοτριβήσης (σφαίρες ή ράβδοι) με αποτέλεσμα να συγκρούονται μεταξύ τους. Η σύγκρουση αυτή που συμβαίνει μεταξύ των μέσων και του μεταλλεύματος πραγματοποιεί τη λειοτριβήση. Οι κυριότερες δυνάμεις που ασκούνται στους κόκκους του μεταλλεύματος είναι οι δυνάμεις κρούσης, από την ελεύθερη πτώση των σφαιρών και οι δυνάμεις τριβής που δημιουργούνται με την κύλιση των σφαιρών μεταξύ τους, όπως φαίνεται στην [εικόνα 2.1](#).

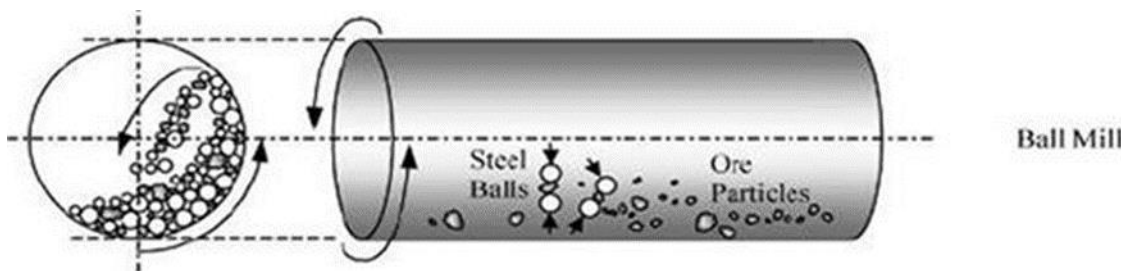


Εικόνα 2.1: Μηχανισμός Λειοτριβήσης (Πηγή: [Napier–Munn et al., 1996](#)).

Σφαιρόμυλοι

Για τους σφαιρόμυλους υπάρχουν διάφορα μεγέθη σφαιρών που αποτελούν το φορτίο. Το μέγεθος του φορτίου είναι συνήθως -100 mm και μπορεί φθάσει τα 150 mm για σκληρά υλικά και μεγάλα μεγέθη τροφοδοσίας. Η σχέση μήκους προς διάμετρο για τους σφαιρόμυλους είναι συνήθως 1–1.5, αλλά μπορεί και μικρότερη. Η απόδοση του σφαιρόμυλου στην κατάτμηση εξαρτάται σε μεγάλο βαθμό από την ειδική επιφάνεια του φορτίου. Οι μικρότερης διαμέτρου σφαίρες προσφέρουν αυξημένη επιφάνεια πρόσκρουσης, ενώ οι μεγαλύτερες είναι απαραίτητες για τη διάσπαση πιο

μεγάλων τεμαχίων. Χαρακτηριστικό των σφαιρόμυλων είναι ότι δεν υπάρχει εκλεκτικότητα στη λειοτρίβηση και επειδή δημιουργούν πολλά λεπτομερή, προτιμάται να δουλεύουν σε κλειστά κυκλώματα. Οι σφαιρόμυλοι δουλεύουν εν υγρό ή εν ξηρό. Στην περίπτωση λειτουργίας με ξηρή λειοτρίβηση, εντός του σφαιρόμυλου δημιουργείται συνήθως ροή αέρα, η οποία συμβάλλει στην απομάκρυνση του υλικού κατά τη διάρκεια της άλεσης. Με τους σφαιρόμυλους επιτυγχάνεται λεπτομερής λειοτρίβηση σε $-200\ \mu\text{m}$ έως και $-70\ \mu\text{m}$ ή και ακόμη μικρότερα μεγέθη, εάν υπάρχει ανάγκη. Η κατανάλωση σφαιρών εξαρτάται από το μέγεθος του τελικού προϊόντος, από τη σκληρότητα του πετρώματος καθώς και την ποιότητά τους. Κυμαίνεται μεταξύ $0.1-1\ \text{kg}$ ανά τόνο μεταλλεύματος, ενώ η τροφοδοσία των σφαιρόμυλων είναι συνήθως μεταξύ $10\ \text{mm}$ και $20\ \text{mm}$. Στην [εικόνα 2.2](#) παρουσιάζεται το εσωτερικό ενός σφαιρόμυλου όπου φαίνονται τα μέσα και το υλικό λειοτρίβησης.



Εικόνα 2.2: Μηχανισμός λειοτρίβησης σε σφαιρόμυλο (Πηγή: www.technology.infomine.com).

Η αποτελεσματικότητα της μεθόδου εξαρτάται από την κίνηση των μέσων λειοτρίβησης μέσα στο μύλο. Μέσα στον μύλο διακρίνονται τρεις ζώνες λειοτρίβησης:

- Ζώνη κρούσης (impact zone): η κρούση συναντάται στην περίπτωση ταχείας πρόσκρουσης του τεμαχιδίου με το μέσο λειοτρίβησης. Το αποτέλεσμα είναι η εφελκυστική αστοχία του τεμαχίου και η παραγωγή τεμαχιδίων σχεδόν του ίδιου μεγέθους και σχήματος.
- Ζώνη τριβής (abrasion zone): η τριβή δημιουργείται λόγω της κύλισης των μέσων λειοτρίβησης, με αποτέλεσμα να επέρχεται επιφανειακή τριβή των τεμαχιδίων χωρίς ουσιαστικά να θραύεται το τεμαχίδιο.
- Empty zone: κενή ζώνη στην οποία δεν πραγματοποιείται λειοτρίβηση ([Wills and Finch, 2016](#)).

2.3 Παράμετροι Λειοτρίβησης

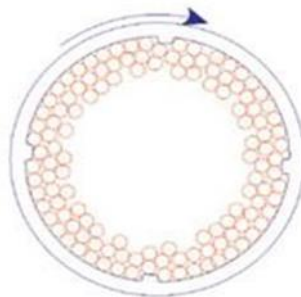
Η ανύψωση μιας σφαίρας λόγω της περιστροφικής κίνησης του κελύφους του μύλου εξαρτάται από την ταχύτητα περιστροφής. Η δύναμη που κρατάει τη σφαίρα στην περιφέρεια του τυμπάνου είναι η φυγόκεντρος με διεύθυνση που περνάει από

το κέντρο του τυμπάνου και της σφαίρας και φορά προς τα έξω. Το υψηλότερο σημείο στο οποίο μπορεί να φτάσει η σφαίρα κατά την περιστροφή του μύλου είναι η κορυφή του κελύφους. Στην περίπτωση αυτή η συχνότητα περιστροφής ονομάζεται *κρίσιμη συχνότητα περιστροφής* N_c , γιατί όταν το κέλυφος περιστρέφεται με συχνότητα μεγαλύτερη ή ίση με αυτή τότε η σφαίρα δεν πέφτει και παραμένει συνεχώς κολλημένη στο κέλυφος, οπότε δεν πραγματοποιείται λειοτρίβηση στο μύλο (*εικόνα 2.3*). Η συχνότητα που έχουν συνήθως οι μύλοι είναι το 60 %–80 % της κρίσιμης ταχύτητας N_c , που υπολογίζεται από την ακόλουθη *εξ. (1)*:

$$N_c = \frac{42,3}{\sqrt{D}} \text{ (rpm)} \quad (1)$$

όπου, D είναι η διάμετρος του κελύφους σε m.

Όταν η συχνότητα περιστροφής είναι μικρή δεν υπάρχει ελεύθερη πτώση των σφαιρών και συνεπώς κυλιέται η μία πάνω στην άλλη. Γενικά αυτή η κίνηση δεν είναι καθόλου αποδοτική γιατί δημιουργεί ψιλά. Στην κανονική λειτουργία του μύλου υπάρχει πτώση των μέσων λειοτρίβησης δημιουργώντας κρούσεις και κατάτμηση του μεταλλεύματος, ενώ σε μεγαλύτερες συχνότητες περιστροφής οι σφαίρες δεν συγκρούονται με το υλικό αλλά πέφτουν πάνω στο κέλυφος το οποίο και φθείρουν.



Εικόνα 2.3: Κίνηση σφαιρών όταν η συχνότητα περιστροφής είναι ίση με την κρίσιμη συχνότητα περιστροφής N_c (Πηγή: www.pauloabbe.com).

Εκτός από την κρίσιμη συχνότητα περιστροφής του μύλου N_c υπάρχουν και άλλες παράμετροι, όπως είναι τα χαρακτηριστικά του μύλου, η ποσότητα του υλικού ή η πλήρωση των κενών των μέσων λειοτρίβησης καθώς και ο τύπος των μέσων λειοτρίβησης. Οι παράμετροι οι οποίοι αναφέρονται στον όγκο των μέσων λειοτρίβησης J , την ποσότητα του υλικού f_c σε σχέση με τον διαθέσιμο όγκο που υπάρχει στον μύλο, αλλά και ο συντελεστής πλήρωσης των κενών των μέσων με υλικό εκφράζονται από τις *εξ. (2)*, *(3)* και *(4)* αντίστοιχα. Το J είναι ο συντελεστής πλήρωσης των σφαιρών δηλαδή είναι το κλάσμα του μύλου το οποίο έχει γεμίσει από σφαίρες και δίδεται από την *εξ. (2)*:

$$J = \frac{\text{μάζα σφαιρών} * \text{όγκος μύλου}}{\text{πυκνότητα σφαιρών}} * \frac{1}{1 - \varphi} \quad (\%) \quad (2)$$

Το f_c είναι ο συντελεστής πλήρωσης του υλικού στο μύλο και δίδεται από την [εξ. \(3\)](#):

$$f_c = \frac{\text{μάζα υλικού} * \text{όγκος μύλου}}{\text{πυκνότητα υλικού}} * \frac{1}{1 - \varphi} \quad (\%) \quad (3)$$

όπου το φ είναι το πορώδες των σφαιρών και του υλικού μέσα στο μύλο το οποίο διαφοροποιείται σε πολύ μικρό βαθμό από το μέγεθος των σφαιρών και την πλήρωση σε υλικό.

Η τιμή του κυμαίνεται σε 0.4 ή 40% τόσο σε εργαστηριακό όσο και σε βιομηχανικό επίπεδο ([Austin et al., 1984](#)). Ωστόσο, σε βιομηχανικό επίπεδο είναι δύσκολο να προσδιοριστεί το πορώδες για αυτό το λόγο χρησιμοποιείται μια τυπική τιμή για να μπορεί να συγκριθεί και σε ερευνητικό και σε βιομηχανικό επίπεδο.

Το U είναι ο συντελεστής πλήρωσης των κενών σφαιρών με υλικό και δίδεται από την παρακάτω [εξ. \(4\)](#):

$$U = \frac{f_c}{0,4 * J} \quad (4)$$

Από την [εξ. \(4\)](#) το U εξαρτάται τόσο από τον συντελεστή πλήρωσης του υλικού και των σφαιρών όσο και από το πορώδες. Από τον μύλο εξαρτώνται η παράμετρος της καθαρής ισχύς του μύλου (P) και η ενέργεια που καταναλώνεται από τον μύλο (E).

Η ελάττωση του μεγέθους των τεμαχιδίων του υλικού είναι πάρα πολύ ενεργοβόρα διαδικασία και το μέγεθος το οποίο υπολογίζεται κατά τη λειοτρίβηση είναι η ενέργεια ανά μονάδα βάρους ή όγκου (ειδική ενέργεια) ώστε το υλικό να φτάσει στο απαιτούμενο αποτέλεσμα. Από όλη αυτή την ενέργεια μόνο ένα πολύ μικρό ποσοστό ενέργειας διοχετεύεται για την ελάττωση των μεγεθών ενώ αυτή η ενέργεια μετατρέπεται σε θερμότητα. Για αυτό είναι πολύ σημαντικό να γίνονται προσπάθειες μείωσης της ειδικής ενέργειας για την σωστή διαδικασία λειοτρίβησης και της όλης εγκατάστασης που θα επιφέρει και μείωση του κόστους ([Σταμπολιάδης, 2008](#)).

- Ενέργεια:

$$E = P \cdot t \quad (kJ) \quad (5)$$

Όπου

P : η ισχύς του μύλου σε kW

t : ο χρόνος λειοτρίβησης σε s

- Από την σχέση (5) φαίνεται ότι η ενέργεια είναι ανάλογη του χρόνου, την οποία

αν την διαιρέσουμε με τη μάζα του υλικού προκύπτει η ειδική ενέργεια κατανάλωσης του μύλου, όπως φαίνεται από την παρακάτω [εξ. \(6\)](#).

$$E = P \cdot t \quad (kJ) = \frac{P \cdot t}{M} \quad (kJ/Kg) \quad (6)$$

2.4 Επίδραση μεγέθους σφαίρας (Effect of size)

Αρκετές μελέτες έχουν δείξει ότι οι μεγάλες σφαίρες είναι πιο αποτελεσματικές για μεγάλα τεμαχίδια ενώ οι μικρές σφαίρες είναι πιο αποτελεσματικές για τη λειοτρίβηση λεπτότερων τεμαχιδίων. Τα χονδρόκοκκα υλικά απαιτούν μεγαλύτερα μέσα και μεγάλη κατανάλωση ενέργειας, ενώ τα λεπτόκοκκα απαιτούν μικρότερα μέσα και μεγαλύτερη επιφάνεια λειοτρίβησης ([Napier – Munn et al., 1996](#)).

Για την επιτυχημένη λειοτρίβηση και την καλή αποδοτικότητα πρέπει να βρεθεί το σωστό μέγεθος σφαιρών για κάθε τάξη μεγέθους. Η σχέση του μέγιστου μεγέθους (x_m) του θραυσμένου τεμαχιδίου για το οποίο παρατηρείται μέγιστος ρυθμός θραύσης (S_m) και της διαμέτρου της σφαίρας (d) εκφράζεται με την παρακάτω [εξ. \(7\)](#):

$$x_m = k * d^A \quad (7)$$

όπου

k, A : σταθερές

$d(mm)$: διάμετρος σφαίρας

Η παραπάνω [εξ. \(7\)](#) δείχνει ότι όσο μεγαλύτερη είναι η διάμετρος των σφαιρών τόσο αυξάνεται το μέγεθος στο οποίο έχουμε μέγιστο ρυθμό θραύσης. Για το μέγιστο μέγεθος υλικού (x_m), υπάρχει και ο αντίστοιχος ρυθμός θραύσης (S_m) του θραυσμένου τεμαχιδίου. Η σχέση η οποία συνδέει το μέγιστο ρυθμό θραύσης (S_m) με τη διάμετρο των σφαιρών (d) είναι η παρακάτω:

$$S_m = k' * d^B \quad (8)$$

όπου

k', B : σταθερές

d : διάμετρος σφαίρας

Από τα παραπάνω προκύπτει ότι όσο μεγαλύτερη είναι η διάμετρος της σφαίρας τόσο αυξάνεται και ο μέγιστος ρυθμός θραύσης. Οι απόψεις σχετικά με τις τιμές που μπορεί να πάρει ο εκθέτης k δίστανται. Οι [Austin et al. \(1976\)](#) υποστηρίζουν ότι μπορεί να πάρει τιμές από 10^{-3} έως $0.7 \cdot 10^{-3}$ για μαλακά έως σκληρά υλικά με την αύξηση της σκληρότητας του υλικού τροφοδοσίας. Οι [Napier–Munn et al. \(1996\)](#) αναφέρουν ότι η τιμή της σταθερά k ισούται με $0.44 \cdot 10^{-3}$.

2.5 Μέσα λειοτρίβησης

Τα τελευταία χρόνια εισήχθησαν διαφορετικά σχήματα μέσω λειοτρίβησης, όπως είναι οι ράβδοι, οι κύβοι, οι κώνοι καθώς και τα κυλινδρικά μέσα (cylpebs). Τα παραπάνω μέσα έχουν χρησιμοποιηθεί ως εναλλακτική λύση για τις μεταλλικές σφαίρες. Οι κώνοι έχουν λάβει ιδιαίτερη προσοχή επειδή έχουν μεγαλύτερη επιφάνεια, μεγαλύτερο εμβαδόν και μεγαλύτερη πυκνότητα όγκου από σφαίρες παρόμοιας μάζας και μεγέθους. Προκειμένου να βελτιωθεί η ενεργειακή απόδοση στη διαδικασία λειοτρίβησης των μύλων, πολλοί ερευνητές έχουν μελετήσει την επίδραση διαφορετικών συνθηκών λειτουργίας στην ενεργειακή απόδοση των μύλων. Τα μέσα λειοτρίβησης αποτελούν κρίσιμη παράμετρο στη διαδικασία λειοτρίβησης των μύλων επειδή οι διαφορετικοί τύποι λειοτρίβησης έχουν σημαντική επίδραση στην κατανομή του μεγέθους του προϊόντος και στο κόστος της λειοτρίβησης. Οι σφαίρες και οι ράβδοι, ως μέσα λειοτρίβησης, έχουν χρησιμοποιηθεί ευρέως στους μύλους λειοτρίβησης λόγω της χαμηλής κατανάλωσης ενέργειας κατά τη διεργασία (*Khumalo et al., 2019*).

Μερικά από τα μέσα λειοτρίβησης που χρησιμοποιούνται είναι τα εξής:

Cylpebs: Αυτά τα μέσα λειοτρίβησης (*εικόνα 2.4*) είναι ελαφρώς κωνικά, κυλινδρικά μέσα λειοτρίβησης με μήκος ίσο με τη διάμετρό τους. Λόγω της γεωμετρίας τους, τα μέσα αυτά έχουν μεγαλύτερη επιφάνεια και φαινόμενη πυκνότητα σε σύγκριση με σφαίρες παρόμοιας μάζας και μεγέθους. Τα Cylpebs ίσης διαμέτρου και μήκους έχουν 14.5 % μεγαλύτερη επιφάνεια από τις σφαίρες ίδιας μάζας και 9-12 % μεγαλύτερη φαινόμενη πυκνότητα από τις σφαίρες. Κατά συνέπεια, για ένα δεδομένο όγκο φορτίου, περίπου 25% περισσότερη επιφάνεια μέσω λειοτρίβησης είναι διαθέσιμη για μείωση του μεγέθους όταν χρησιμοποιούνται Cylpebs, αλλά ο μύλος καταναλώνει περισσότερη ενέργεια (*Shi, 2004*).

Οι συγκριτικές δοκιμές μεταξύ των δύο μέσων λειοτρίβησης σε εργαστηριακό σφαιρόμυλο Bond έγιναν για τις ίδιες συνθήκες οι οποίες ήταν (*Shi, 2004*):

- η μάζα του μέσου,
- η κατανομή μεγέθους,
- η επιφάνεια και η ειδική ενέργεια.

Αποτελέσματα από εργαστηριακές δοκιμές που έχουν γίνει, δείχνουν ότι, για την ίδια κατανάλωση ειδικής ενέργειας, τα Cylpebs παράγουν προϊόν με ελαφρώς μικρότερο μέγεθος σε σχέση με τις σφαίρες, γεγονός που αποδίδεται στη μεγαλύτερη ειδική επιφάνειά τους. Ωστόσο, το μέγεθος του παραγόμενου προϊόντος διαφέρει με

αυτό που παράγουν οι σφαίρες και αυτό οφείλεται στο διαφορετικό μηχανισμό λειοτρίβησης του κάθε μέσου. Συγκεκριμένα, οι σφαίρες έρχονται σε σημειακή επαφή με το υλικό, γεγονός που ευνοεί την παραγωγή λεπτότερου προϊόντος, ενώ τα Cylpebs ασκούν γραμμική επαφή, με αποτέλεσμα να ευνοείται η λειοτρίβηση των χονδρότερων κόκκων του υλικού (Shi, 2004).

Με βάση τις δοκιμές σε εργαστηριακό μύλο φάνηκε ότι α) το προϊόν των cylpebs είναι αρκετά πιο χονδρόκοκκο σε σύγκριση με τις σφαίρες για την ίδια επιφάνεια και με παρόμοια κατανομή μεγέθους μέσω λειοτρίβησης, ενώ β) για την ίδια μάζα και ίδια κατανομή μεγέθους μέσω λειοτρίβησης τα cylpebs παράγουν λιγότερο χονδρό προϊόν αλλά παρόμοιο μέγεθος λεπτομερούς υλικού.

Τα αποτελέσματα δοκιμών σε βιομηχανικό μύλο (σφαιρόμυλο) έδειξαν ότι η μείωση του όγκου των μέσων λειοτρίβησης για να μπορέσει ο μύλος να καταναλώσει την ίδια ποσότητα ισχύος με την τρέχουσα λειτουργία του σφαιρόμυλου, έχει ως αποτέλεσμα το προϊόν που παράγεται να περιέχει περίπου 2 % λιγότερο λεπτόκοκκο προϊόν. Ωστόσο, τα πειραματικά αποτελέσματα έδειξαν ότι επιτυγχάνεται ταχύτερος ρυθμός θραύσης με τη χρήση cylpebs ως φορτίο (Shi, 2004; Liao et al., 2022).



Εικόνα 2.4: Cylpebs (Πηγή: www.indiamart.com/proddetail/high-chrome-grinding-cylpebs-12442837112.html).

❖ **Κεραμικές σφαίρες:** Οι κεραμικές σφαίρες (εικόνα 2.5) χρησιμοποιούνται συνήθως ως μέσα λειοτρίβησης σε κατακόρυφους μύλους για δευτερογενής λειοτρίβηση. Τα τελευταία χρόνια, οι κεραμικές σφαίρες φέρεται να έχουν εφαρμοστεί σε δευτερογενείς σφαιρόμυλους υπερχειλίσης για μεγέθη σωματιδίων τροφοδοσίας -0.5 mm, οι οποίες, σε σύγκριση με τα cylpebs, εξοικονομούν το 38.5% της ενέργειας στη βιομηχανία. Επιπλέον, οι κεραμικές σφαίρες έχουν καλύτερη αντοχή στη φθορά από τα cylpebs.

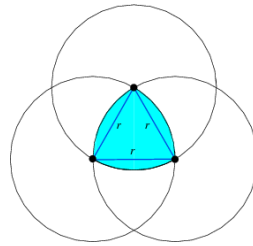


Εικόνα 2.5: Κεραμικές σφαίρες (Πηγή: <https://gr.chemxin-ar.com/ceramic-ball/>).

Ωστόσο, έχουν πραγματοποιηθεί συγκριτικά πειράματα μεταξύ cylrebs και κεραμικών σφαιρών σε εργαστηριακό σφαιρόμυλο εν υγρώ υπό διάφορες συνθήκες, όπως διαφορετικές μάζες, επιφάνειες και αριθμό μέσων λειοτρίβησης. Τα πειραματικά αποτελέσματα έδειξαν ότι οι κεραμικές σφαίρες παράγουν ελαφρώς μικρότερο ρυθμό θραύσης από τα cylrebs, λόγω της μικρής φαινόμενης πυκνότητας τους για ίδιο όγκο πλήρωσης. Επίσης, μεγαλύτερος ρυθμός θραύσης μπορεί να επιτευχθεί με χρήση κεραμικών σφαιρών για την ίδια συνολική μάζα λόγω της μεγαλύτερης επιφάνειάς τους. Σύμφωνα με πειράματα που σχετίζονται με τη συνολική επιφάνεια και τον συνολικό αριθμό των κεραμικών σφαιρών, διαπιστώθηκε ότι η υγρή λειοτρίβηση των κεραμικών σφαιρών πρέπει επίσης να έχει ένα ορισμένο όριο θραύσης, το οποίο καθορίζεται κυρίως από τη διάμετρο των κεραμικών σφαιρών. Λόγω της μεγαλύτερης επιφάνειας των κεραμικών σφαιρών, η ίδια απόδοση λειοτρίβησης μπορεί να επιτευχθεί μόνο όταν η συνολική μάζα των κεραμικών σφαιριδίων είναι 0.76–0.83 φορές μεγαλύτερη από εκείνη των σφαιρών. Τέλος, όταν ο όγκος πλήρωσης του φορτίου με cylrebs είναι της τάξης 20–35 % στον σφαιρόμυλο, τα cylrebs μπορούν να αντικατασταθούν από κεραμικές σφαίρες της ίδιας μάζας, με το συνολικό βάρος των κεραμικών σφαιρών να αποτελεί το 74 %–77 % του αντίστοιχου των cylrebs (Liao et al., 2022).

❖ **Relo (Relo Grinding Media, RGM):** Η ανάγκη για λειοτρίβηση μεταλλευμάτων σε μεγαλύτερες ποσότητες και σε λεπτότερα μεγέθη σωματιδίων εξαιτίας της αύξησης του κόστους ενέργειας και της μείωσης σε περιεκτικότητα των μεταλλευμάτων οδήγησε στη δημιουργία ενός νέου μέσο λειοτρίβησης τα οποία ονομάζονται Relo (RGM) και παρουσιάζονται στην [εικόνα 2.6](#). Τα RGM έχουν σχήμα παρόμοιο με το σφαιροειδές τετράεδρο Reuleaux. Το τρίγωνο Reuleaux και το τετράεδρο Reuleaux είναι τα βασικά δομικά σχήματα της RGM. Το τρίγωνο Reuleaux ([Εικόνα 2.6](#)) είναι η τομή τριών κύκλων ακτίνας r με κέντρο την κορυφή ενός κανονικού τριγώνου με μήκος πλευράς r . Παρομοίως, το τετράεδρο Reuleaux είναι η τομή των τετραέδρων τεσσάρων σφαιρών ακτίνας s με κέντρο τις κορυφές ενός κανονικού

τετραέδρου με μήκος πλευράς s . Ο τύπος του RGM που χρησιμοποιείται για τις εργαστηριακές και βιομηχανικές δοκιμές απεικονίζεται στο [Σχήμα 2.1](#).



Εικόνα 2.6: Reuleaux triangle (shaded area).

Τα RGM έχουν διάφορα διακριτά πλεονεκτήματα σε σχέση με τα παραδοσιακά (σφαίρες) μέσα λειοτρίβησης ([Genchev et al., 2019](#); [Kolev et al., 2021](#)). Μερικά από αυτά είναι τα εξής:

- Πυκνότητα

Πολλοί ερευνητές όπως οι [Genchev et al. \(2019\)](#) ανακάλυψαν ότι τα RGM έχουν πυκνότητα μετάλλου 85.47 %, η οποία είναι κατά 15.6 % μεγαλύτερη από αυτή των σφαιρών. Αυτό εξηγεί την χαμηλή αποδοτικότητα που έχουν οι σφαίρες στους μύλους ως μέσα λειοτρίβησης. Τέλος, η μεγαλύτερη πυκνότητα που έχουν τα RGM, συμβάλει στην αύξηση της επαφής μεταξύ των μέσων λειοτρίβησης και των τεμαχιδίων και κατά συνέπεια στην αύξηση της συχνότητας των φαινομένων τριβής και πρόσκρουσης.

- Επιφάνεια

Η επιφάνεια των RGM είναι σχετικά μεγαλύτερη και πιο συμπαγή από αυτή των σφαιρών (9.4 %) καθώς και των φορτίων των πρώτων έναντι των δεύτερων έχουν διαφορά 29 %. Τα χαρακτηριστικά της επιφάνειας και του φορτίου βοηθούν την καλύτερη λειοτρίβηση των ορυκτών καθώς όταν η επαφή των μέσων λειοτρίβησης με των τεμαχιδίων είναι καλύτερη αυτό συμβάλει στην υψηλότερη απόδοση του μύλου και την λεπτότητα του προϊόντος.

Επιπρόσθετα, τα RGM είναι νέα μέσα λειοτρίβησης τα οποία συγκρίνονται με τις σφαίρες οι οποίες αποτελούν τα πιο διαδεδομένα και χρησιμοποιούμενα μέσα. Από έρευνες που έχουν πραγματοποιηθεί, έχουν προκύψει τα εξής συμπεράσματα ([Genchev et al., 2019](#); [Kolev et al., 2021](#)):

- τα RGM για την ίδια μάζα, ίδια κατανομή και ίδιο αριθμό στροφών των μυλών καταναλώνουν μικρότερη ενέργεια έναντι των σφαιρών.
- σε δοκιμή που διεξήχθη στο Ρούντοζεμ (Rudozem) στη Βουλγαρία, όπου δύο μύλοι παράλληλων κλειστών κυκλωμάτων οι οποίοι λειτουργούσαν ταυτόχρονα τροφοδοτήθηκαν με διαφορετικούς τύπους μέσων λειοτρίβησης (σφαίρες και RGM). Από τα αποτελέσματα διαπιστώθηκε ότι η απόδοση του

μύλου ήταν κατά 89 % υψηλότερη όταν χρησιμοποιήθηκαν τα RGM ως μέσο λειοτρίβησης.

- Σύμφωνα με τους *Lameck et al. (2006)*, η μεταβολή της κατανάλωσης ισχύος με την ταχύτητα περιστροφής του μύλου διαφοροποιείται ανάλογα με το σχήμα του μέσου λειοτρίβησης που χρησιμοποιείται. Σε ταχύτητα περίπου 72% της κρίσιμης ταχύτητας περιστροφής, όπου είναι συνήθως η μέγιστη κατανάλωση ισχύος, η ισχύς είναι παρόμοια με τη χρήση *cyllrebs* ή σφαιρών. Ωστόσο, πάνω από αυτήν την ταχύτητα περιστροφής, η ισχύς στην περίπτωση των *cyllrebs* αρχίζει να μειώνεται, ενώ εκείνη των σφαιρών συνεχίζει να αυξάνεται. Γενικά, η χρήση διαφορετικών μέσων λειοτρίβησης οδηγεί σε διαφορετική μέγιστη ισχύ. Για παράδειγμα, με τη χρήση σφαιρών η μέγιστη ισχύς επιτυγχάνεται σε ταχύτητα μεγαλύτερη 90% της κρίσιμης.



Εικόνα 2.6: Relo Grinding Media, RGM.

2.6 Κινητικά Μοντέλα

Τα κινητικά μοντέλα είναι απαραίτητα στις διεργασίες λειοτρίβησης καθώς επιτρέπουν την προσομοίωση και τον προσδιορισμό της κατανομής μεγέθους των προϊόντων τους. Το κινητικό μοντέλο με το οποίο ασχοληθήκαμε στην παρούσα εργασία είναι το **μοντέλο ισοζυγίου πληθυσμού (Population Balance Model, PBM)**. Τα κινητικά μοντέλα εκφράζουν την ισορροπία μεταξύ μάζας και μεγέθους σε πλήρους ανάμιξης λειοτριβήσεις σε παρτίδες (*batch grinding*) λαμβάνοντας υπόψη το ρυθμό θραύσης (*breakage rate*) και τη μάζα του υλικού που παράχθηκε κάτω από ένα μέγεθος (αθροιστική συνάρτηση θραύσης) (*Bilgili, 2024*).

Όλα τα μοντέλα προσομοίωσης στηρίζονται σε συγκεκριμένους παράγοντες,

όπως είναι οι εξής:

- Πιθανότητα θραύσης τεμαχιδίων.
- Χαρακτηριστικά μεγέθη τεμαχιδίων μετά την ολοκλήρωση της θραύσης.
- Διαφορική κίνηση των τεμαχιδίων εντός ή εκτός συστήματος συνεχούς ή ημισυνεχούς λειοτρίβησης.

2.6.1 Μοντέλο Ισοζύγιου Πληθυσμού (PBM)

Το μοντέλο ισοζύγιου πληθυσμού είναι ένα πλήρες ισοζύγιο ρυθμού μάζας για κάθε τάξη μεγέθους που υπάρχει στο μύλο και έχει σκοπό την εξήγηση του φαινομένου της διαδικασίας λειοτρίβησης. Λαμβάνει υπόψη τόσο το ρυθμό θραύσης κάθε τάξης μεγέθους όσο και τη μάζα του υλικού που παράχθηκε μετά την διαδικασία αυτή.

Το προϊόν που προκύπτει από την πρώτη θραύση αποτελείται από ένα ευρύ φάσμα μεγεθών των τεμαχιδίων, κάποια από τα οποία είναι χονδρόκοκκα και απαιτείται μια περαιτέρω θραύση. Η πιθανότητα περαιτέρω θραύσης εξαρτάται από τον σχεδιασμό της μηχανής αλλά και από το μέγεθος των τεμαχιδίων (*Napier–Munn et al., 1996*).

Με βάση το μοντέλο αυτό ο ρυθμός παραγωγής τάξης μεγέθους i ισούται με το άθροισμα του ρυθμού εμφάνισης μεγέθους i που παράγεται από τη θραύση μεγαλύτερου μεγέθους j μείον του ρυθμό εξαφάνισης του i σε μικρότερες τάξεις μεγέθους, όπως φαίνεται από την ακόλουθη *εξ. (9)* (*Πετράκης, 2017*):

$$\frac{d_{mi}(t)}{d_t} = -S_i * w_i(t) + \sum_{j=1}^{i-1} b_{i,j} * S_j * w_j(t) \quad n \geq i \geq j \geq 1 \quad (9)$$

2.6.2 Ρυθμός Θραύσης (Breakage rate)

Ο μύλος λειοτρίβησης μπορεί να θεωρηθεί ως ένας αντιδραστήρας όπου τα αντιδρώντα είναι τεμαχίδια ορισμένου μεγέθους, ενώ τα προϊόντα είναι τεμαχίδια μικρότερου μεγέθους. Στην περίπτωση όπου γνωρίζουμε τον ρυθμό θραύσης με τον οποίο παράγεται ένα προϊόν, μπορούμε να υπολογίσουμε για κάθε χρονική στιγμή την κοκκομετρική κατανομή που θα υπάρχει στον μύλο. Θεωρούμε τάξη μεγέθους i το κλάσμα των κόκκων που έχουν διάμετρο μεταξύ του ανοίγματος οπών x_i του επάνω κόσκινου και του ανοίγματος οπών x_{i+1} του αμέσως επόμενου κόσκινου. Για παράδειγμα, αν υλικό τάξης μεγέθους $i = 1$ εισαχθεί μέσα στο μύλο λειοτρίβησης για χρονικό διάστημα t , τότε μπορεί να υπολογισθεί ο ρυθμός θραύσης αυτής της τάξης μεγέθους. Επομένως, για μάζα υλικού M στο μύλο και $m_1(t)$ είναι το κλάσμα των κόκκων της τάξης μεγέθους $i = 1$ μετά από χρόνο t , έχει βρεθεί ότι ο ρυθμός θραύσης της τάξης μεγέθους 1 είναι ανάλογος της ποσότητας $m_i(t)$ του μεγέθους αυτού. Η

παραπάνω διαδικασία μπορεί να διατυπωθεί από την *εξ. (10)* (Austin and Luckie, 1972):

$$\frac{d[m_i(t)] * M}{d_t} = -S_i * m_i(t) * M \quad (10)$$

Επειδή η μάζα του υλικού M δεν μεταβάλλεται μέσα στο μύλο η παραπάνω *εξ. (10)* μπορεί να εκφραστεί και ως εξής:

$$\frac{d[m_i(t)]}{d_t} = -S_i * m_i(t) \quad (11)$$

όπου,

$m_i(t)$: το κλάσμα μάζας του υλικού του μεγέθους i μετά τη λειοτριβήση σε χρόνο t .

S_i : ρυθμός θραύσης σε min^{-1} .

i : ακέραιος αριθμός.

Αν υποθέσουμε ότι ο χρόνος θραύσης παραμένει σταθερός με τον χρόνο η ολοκλήρωση της σχέσης που προκύπτει είναι η παρακάτω:

$$\log \frac{m_i(t)}{m_i(0)} = -\frac{S_i * t}{2,3} \quad (12)$$

Από την παραπάνω σχέση προκύπτει ότι σε ημιλογαριθμικό διάγραμμα το οποίο απεικονίζει την σχέση μάζας τάξης μεγέθους i που έχει παραμείνει σε σχέση με το χρόνο λειοτριβήσης, η κλίση της ευθείας εκφράζει τον ρυθμό θραύσης (S_i) για το μέγεθος i .

2.6.3 Συνάρτηση Θραύσης (Breakage function)

Η συνάρτηση θραύσης περιγράφει την κατανομή των μεγεθών των τεμαχιδίων που παρήχθησαν μετά τη διαδικασία της κατάτμησης (Katubilwa et al., 2011). Επομένως, η συνάρτηση θραύσης για τεμαχίδια της τάξης μεγέθους j που θραύονται και παραμένουν στη τάξη μεγέθους i εκφράζεται από την παρακάτω *εξ. (13)*:

$$b_{i,j} = \frac{\text{μάζα του υλικού } j \text{ που έσπασε και παρέμεινε στο μέγεθος } i}{\text{μάζα του υλικού μεγέθους } j \text{ που έσπασε}} \quad (13)$$

Επιπλέον, η συνάρτηση θραύσης μπορεί να περιγραφεί με την αθροιστική της μορφή που δίδεται από την *εξ. (14)* (Austin et al., 1984):

$$b_{i,j} = \sum_{k=n}^i b_{k,j} \quad n \geq i \geq j \text{ και } b_{i,j} = b_{i,j} - b_{i+1,j} \quad (14)$$

Οι *Austin* και *Bagga* (1981), αναφέρουν ότι οι τιμές που παίρνει ο $B_{i,j}$ προκύπτουν από την ανάλυση του μεγέθους των προϊόντων λειοτριβήσης για ένα σύντομο χρονικό διάστημα λειοτριβήσης με αρχική τροφοδοσία ένα στενό κοκκομετρικό κλάσμα μεγέθους j . Αυτή την θεωρία τους την εκφράζουν με την παρακάτω *εξ. (15)*:

$$B_{ij} = \frac{\log \frac{1 - P_i(0)}{1 - P_i(t)}}{\log \frac{1 - P_{j+1}(0)}{1 - P_{j+1}(t)}} \quad (15)$$

όπου $P_i(t)$: το κλάσμα μάζας κάτω από το μέγεθος x_i μετά από χρόνο t .

Η *εξ. (15)* προϋποθέτει την ύπαρξη μιας μικρής ποσότητας τροφοδοσίας η οποία θα επιλεγθεί να ξανασπάσει. Οι *Austin et al. (1984)* έχουν αποδείξει ότι τα αποτελέσματα είναι πιο ακριβή όταν έχει οριστεί χρόνος ο οποίος θα παράξει ποσότητα θραυσμένου υλικού 20–30 % κάτω από μέγεθος j .

Η αθροιστική συνάρτηση θραύσης μπορεί να δοθεί και εμπειρικά από την παρακάτω σχέση, η οποία είναι το άθροισμα δυο ευθειών σε ένα λογαριθμικό διάγραμμα (*Austin et al., 1984*):

$$B_{i,j} = \varphi_j * \left(\frac{x_i - 1}{x_j}\right)^\gamma + (1 - \varphi_j) * \left(\frac{x_i - 1}{x_j}\right)^\beta \quad (16)$$

όπου,

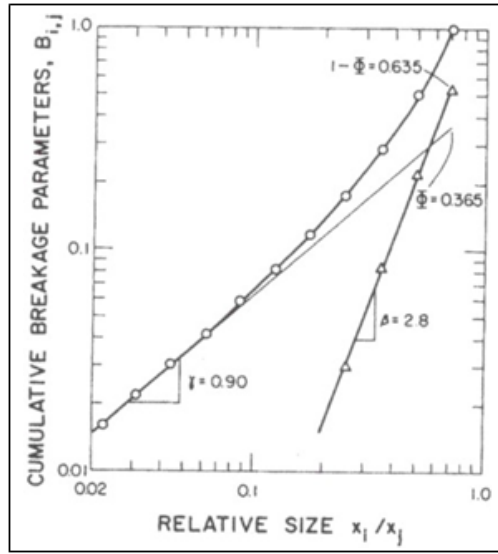
x_j : μέγεθος της τάξης j

γ : η κλίση του κατώτερου τμήματος της καμπύλης.

β : η κλίση του ανώτερου τμήματος της καμπύλης.

φ_j : το σημείο διαχωρισμού των δυο ευθειών.

Οι τιμές που παίρνουν οι παράμετροι β και γ είναι 2.5-5 και 0.5-1.5, αντίστοιχα (*Mulenga and Moys, 2014*). Το γ εκφράζει την σχετική μάζα των λεπτόκοκκων τεμαχιδίων που παράγονται κατά τη λειοτριβήση και για αυτό το λόγο σχετίζεται και με την απόδοση της λειοτριβήσης. Οι παράμετροι β , γ και φ_j επηρεάζονται από το υλικό τροφοδοσίας. Συνεπώς, αυτοί οι παράμετροι της αθροιστικής συνάρτησης θραύσης (*εικόνα 2.7*) οι οποίοι προσδιορίζονται πειραματικά, μπορούν να χρησιμοποιηθούν και σε μεγαλύτερης κλίμακας μύλους (*Petrakis et al., 2017*).



Εικόνα 2.7: Αθροιστική συνάρτηση θραύσης σε σχέση με μέγεθος (Austin et al., 1984).

Κεφάλαιο 3: Πειραματικό Μέρος

3.1 Προέλευση δείγματος – Περιοχή Δειγματοληψίας

Το δείγμα που χρησιμοποιήθηκε στην παρούσα διπλωματική εργασία είναι ένα θειούχο μέταλλευμα χαλκού της τάξης του 1%. Επίσης περιέχει χαλκοπυρίτη, χαλαζία, πλαγιόκλαστα και βιοτίτη. Το συγκεκριμένο μέταλλευμα προήλθε από μεταλλείο της περιοχής Yukon του Καναδά, το οποίο απέχει περίπου 250 km βορειοδυτικά από την πόλη Whitehorse. Αποτελείται από ένα σύμπλεγμα χαλκού μαζί με βιοτίτη και μαγνητίτη εντός των μεταλλοφόρων ζωνών καθώς και χαλκοπυρίτη σε πιο φτωχό βαθμό (*Minto, 2021*).

3.2 Ορυκτολογική ανάλυση με Περιθλασίμετρο Ακτινών – Χ (XRD)

Η ορυκτολογική ανάλυση του δείγματος προσδιορίστηκε με τη χρήση του περιθλασιμέτρου ακτίνων-Χ (XRD, D8-Advance Bruker AXS8) στο Εργαστήριο Γενικής και Τεχνικής Ορυκτολογίας του Πολυτεχνείου Κρήτης. Το προς μελέτη δείγμα έχει τη μορφή σκόνης και τοποθετείται στο εσωτερικό της κοιλότητας ενός μεταλλικού ή πλαστικού πλακιδίου. Η κοιλότητα έχει βάθος 1mm και έκταση κάποιων cm² για να μπορεί να χωρέσει ικανοποιητική ποσότητα δείγματος, η οποία τοποθετείται με τέτοιο τρόπο ώστε να σχηματίζει επίπεδη επιφάνεια (*Καρμάλη, 2015*). Έπειτα το πλακίδιο τοποθετείται στο δειγματοφορέα που έχει το γωνιόμετρο του περιθλασιμέτρου σε θέση η οποία πρέπει να είναι στο κέντρο του κύκλου ώστε να πέφτουν οι ακτίνες-Χ και το δείγμα να είναι κάθετο στο επίπεδο του κύκλου. Σε ίδιο χρόνο ο απαριθμητής περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα (2θ/min) ενώ το δείγμα με τη μισή ταχύτητα του απαριθμητή (θ/min). Επειδή η μετατόπιση του απαριθμητή πραγματοποιείται σε ταυτόχρονο χρόνο με την περιστροφή του δείγματος αυτό έχει σαν αποτέλεσμα ο απαριθμητής να σχηματίζει με το δείγμα γωνία ίδια με το σημείο εξόδου των ακτινών Χ της λυχνίας. Με τη παραπάνω διαδικασία καταγράφεται η ακτινοβολία των ακτινών στους κόκκους όπου γίνεται η περίθλαση και οι οποίοι βρίσκονται σε γωνία κατάλληλη ως προς τη κατεύθυνση των ακτινών Χ. Το φαινόμενο της περίθλασης των ακτινών – Χ διέπεται από το νόμο του Bragg:

$$n * \lambda = 2 * d * \sin \theta \quad (17)$$

όπου,

n : τάξη ανάκλασης

λ : μήκος κύματος

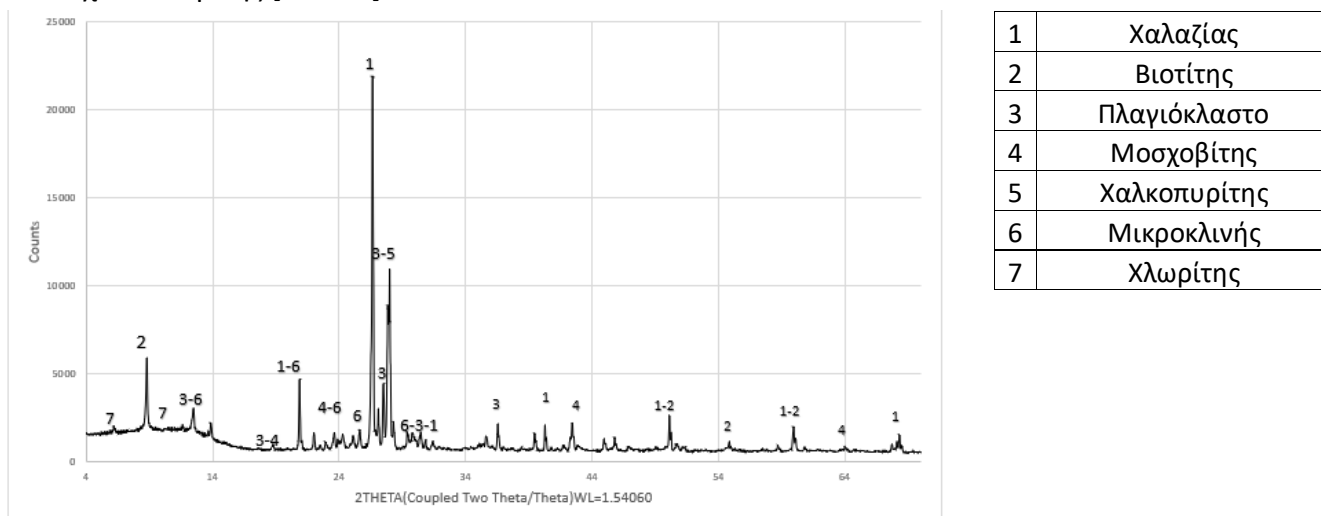
θ : γωνία πρόσπτωσης

d : πλεγματική απόσταση των επιπέδων ανάκλασης του κρυστάλλου.

Στην περιθλασιμετρία ακτίνων – X, το ζητούμενο μέγεθος είναι το d , γνωστό μέγεθος το λ και το μετρούμενο μέγεθος το 2θ .

Για την ανάλυση του δείγματος χρησιμοποιήθηκε λυχνία Cu, φίλτρο Ni, τάση λυχνίας $U = 35KV$ και ένταση ρεύματος $I = 35mA$. Η διαδικασία της περιθλασης των ακτίνων στα δείγματα έγινε στην περιοχή γωνιών 2θ μεταξύ $4-70^\circ$ 2θ με βήμα 0.05° και χρόνο $0.4 s$ /ανά βήμα. Οι ορυκτολογικές φάσεις του δείγματος προσδιορίστηκαν με τη χρήση του λογισμικού DiffraPlus (EVA v. 4.2, Bruker, Karlsruhe, Germany) και την βάση δεδομένων Crystallographic Open Database (COD database), ενώ για τον ποσοτικό προσδιορισμό των ορυκτολογικών φάσεων χρησιμοποιήθηκε το λογισμικό Rietveld AutoQuan v.2.8 (Seifert GE).

Οι μετρήσεις του XRD έγιναν σε 5 δείγματα. Τα δείγματα 1–4 αφορούν το αρχικό δείγμα πριν τη λειοτρίβηση για κάθε κοκκομετρικό κλάσμα και το δείγμα 5 αφορά το προϊόν λειοτρίβησης του χαλκοπυρίτη. Στο [Σχήμα 3.1](#) παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της ορυκτολογικής ανάλυσης του δείγματος 5, καθώς και η ποσοτική ανάλυση των ορυκτολογικών φάσεων. Τόσο στο δείγμα 5 όσο και στα υπόλοιπα 4 δείγματα παρατηρήθηκε ότι οι περιεκτικότητες των ορυκτών είναι παρόμοιες με μόνη εξαίρεση τον χαλκοπυρίτη ο οποίος δεν υπάρχει στα δείγματα 1, 2 και 4. Οι κύριες ορυκτολογικές φάσεις που εντοπίζονται στο δείγμα 5 είναι το πλαγιόκλαστο $[(Ca,Na)(Al,Si)_4O_8]$ 40 %, ο χαλαζίας 25 %, ο μικροκλινής $[(K,Na)AlSi_3O_8]$ 10 %, και ο μοσχοβίτης $[KAl_2(Si_3AlO_{10})(OH)_2]$ 9 %, ενώ οι δευτερεύουσες φάσεις είναι ο χλωρίτης $[(Mg,Fe)_5Al(Si_3Al)O_{10}(OH)_8]$ 5 %, ο βιοτίτης $[K(Mg,Fe)_3(AlSi_3)O_{10}(OH)_2]$ 5 %, και ο χαλκοπυρίτης $[CuFeS_2]$ 1 %.



Σχήμα 3.1 : Ακτινοδιάγραμμα XRD του θειούχου μεταλλεύματος χαλκοπυρίτη.

3.3 Χημική Ανάλυση με XRF

Η χημική ανάλυση του δείγματος προσδιορίστηκε μέσω φασματοσκοπίας ακτίνων-Χ φθορισμού (XRF-EDS, Bruker-AXS S2 Range, Karlsruhe, Germany). Οι χημικές αναλύσεις διεξήχθησαν στο Εργαστήριο Ανόργανης Γεωχημείας, Οργανικής Γεωχημείας και Οργανικής Πετρογραφίας του Πολυτεχνείου Κρήτης. Οι συνθήκες μέτρησης ήταν $U=15$ kV, Al φίλτρο (500 μm) για τα βαριά στοιχεία και $U=20$ kV για τα ελαφρά στοιχεία, $I=100$ mA και λυχνία Pd. Η διαδικασία που επήλθε πριν τις χημικές αναλύσεις είναι η εξής:

- Λήψη αντιπροσωπευτικού δείγματος από το εξεταζόμενο υλικό
- Λειοτρίβηση του δείγματος στη συσκευή πλανητικού μύλου
- Λήψη 5g δείγματος
- Προσθήκη 0.5g Wax
- Ομογενοποίηση δείγματος και δημιουργία ταμπλέτας (εικόνα 3.1)

Η αρχή λειτουργίας του XRF είναι η εξής: Το άτομο ενός στοιχείου βομβαρδίζεται με μεγαλύτερη ενέργεια από αυτή των δεσμών με αποτέλεσμα ηλεκτρόνια από τις εσωτερικές στοιβάδες να μετακινούνται σε εξωτερικές. Οι κενές αυτές θέσεις καλύπτονται από ηλεκτρόνια τα οποία βρίσκονται σε υψηλότερες ενεργειακές στοιβάδες. Ταυτόχρονα με την πλήρωση των θέσεων αυτών εκπέμπονται και ακτίνες X οι οποίες είναι ίσες με την ενεργειακή διαφορά των στοιβάδων αυτών.



Εικόνα 3.1: Δείγματα προς εξέταση με την χρήση XRF

Τα αποτελέσματα της ανάλυσης δίνονται στον παρακάτω Πίνακα 3.1.

Πίνακας 3.1: Χημική σύσταση (%κ.β) θειούχου μεταλλεύματος.

Μέγεθος (mm)	CuO (%)	SiO ₂ (%)	Fe ₂ O ₃ (%)	Al ₂ O ₃ (%)	CaO (%)	MgO (%)	SO ₃ (%)
-6.7+3.35	1.05	67.18	6.79	11.93	3.24	0.80	1.26
-3.35+1.7	1.40	65.77	7.00	11.50	3.24	0.90	1.82
-1.7+0.850	1.46	64.92	6.83	11.55	3.31	1.10	1.74

3.4 Περιγραφή εξοπλισμού

3.4.1 Εργαστηριακός Σπαστήρας με σιαγώνες

Για τη θραύση του μεταλλεύματος χρησιμοποιήθηκε ο σιαγονωτός σπαστήρας του Εργαστηρίου Εμπλουτισμού Μεταλλευμάτων του Πολυτεχνείου Κρήτης. Ο σπαστήρας που χρησιμοποιήθηκε (FRITSCH pulverisette 1) διαθέτει πέντε διαφορετικές θέσεις οι οποίες αντιστοιχούν σε πέντε διαφορετικά ανοίγματα αποκένωσης (εικόνα 3.2).



(α)



(β)

Εικόνες 3.2: (α) Εργαστηριακός σπαστήρας με σιαγώνες και (β) θέσεις αποκένωσης σιαγονωτού σπαστήρα.

3.4.2 Εργαστηριακός Μύλος

Για την πραγματοποίηση των πειραμάτων χρησιμοποιήθηκε ο παρακάτω εργαστηριακός μύλος (εικόνα 3.3), ο οποίος αποτελείται από ένα κυλινδρικό κέλυφος

το οποίο είναι ανοιχτό για την τοποθέτηση των μέσων λειοτρίβησης (σφαίρες ή Relo) και του δείγματος και στεγανοποιείται με μεταλλικό κάλυμμα. Ο μύλος είναι τοποθετημένος πάνω σε ράουλα για να πραγματοποιείται περιστροφική κίνηση.

Τα χαρακτηριστικά του μύλου είναι τα εξής:

- Εσωτερική διάμετρος D (cm) = 20.4
- Εσωτερικό μήκος L (cm) = 16.6
- Όγκος μύλου V (cm³) = 5.423 που προκύπτει από τον τύπο $V = \pi * (D/2)^2 * L$
- Συχνότητα περιστροφής N (rpm) = 66 με $N = 70 \% N_c$
- Κρίσιμη συχνότητα περιστροφής N_c (rpm) = 93.6 που προκύπτει από τη [εξ. \(1\)](#)



Εικόνα 3.3: Εργαστηριακός σφαιρόμυλος

3.4.3 Συσσκευή Αυτοματισμού και Λογισμικό

Η συσκευή αυτοματισμού Lovato Electric Xpress είναι ένα λογισμικό που επιτρέπει στους χρήστες να υπολογίζουν σε πραγματικό χρόνο μετρήσεις, να ρυθμίζουν παραμέτρους, να αποθηκεύουν και να παρακολουθούν ενεργά σφάλματα και τάσεις λειτουργίας. Η συσκευή αυτή συνδέθηκε στο μύλο με σκοπό την συλλογή διαφόρων παραμέτρων, όπως η τάση (σε V), η ένταση (σε Amp) και ο συντελεστής ισχύος cosφ για τις διαφορετικές συνθήκες λειοτρίβησης που μελετήθηκαν. Με βάση αυτές τις τρεις παραμέτρους υπολογίστηκε η συνολική ισχύς (W) από τη σχέση (18) και στη συνέχεια υπολογίστηκε η συνολική ενέργεια (Joule) και ειδική ενέργεια (kJ/kg) για κάθε ταχύτητα περιστροφής, χρόνο και μέσο λειοτρίβησης, σύμφωνα με τις [εξ. \(19\)](#) και [\(20\)](#), αντίστοιχα:

$$P = \sqrt{3} * V * A * PF \quad (W) \quad (18)$$

επακολούθως υπολογίστηκε η συνολική ενέργεια (J):

$$E = P * t * 60 \quad (J) \quad (19)$$

t : ο χρόνος σε min

και τέλος υπολογίστηκε η ειδική ενέργεια ως εξής:

$$SE = \frac{E}{M} \quad \left(\frac{J}{gr} \text{ ή } \frac{kJ}{kg} \right) \quad (20)$$

όπου M η μάζα του υλικού τροφοδοσίας σε gr.

Μετρήθηκαν οι παραπάνω παράμετροι του μύλου χωρίς φορτίο & υλικό και στη συνέχεια όταν μύλος περιείχε τα δύο διαφορετικά μέσα λειοτριβήσης, αντίστοιχα. Η καθαρή ισχύς υπολογίστηκε αφαιρώντας από τη συνολική ισχύ (μύλος, μαζί με φορτίο και υλικό) την ισχύ του μύλου όταν ήταν άδειος. Αντίστοιχα, υπολογίστηκε και η καθαρή ειδική ενέργεια, από τις τιμές της συνολικής ενέργειας και της ενέργειας που καταναλώθηκε όταν ο μύλος ήταν άδειος. Παρακάτω παρατίθεται ένα παράδειγμα υπολογισμού της καθαρής ενέργειας (εικόνα 3.4) για χρόνο λειοτριβήσης 2 min.

Στη συνέχεια υπολογίζεται μέσω της [εξ. \(18\)](#) η μέση συνολική ισχύς (362 W) για τον συγκεκριμένο χρόνο λειοτριβήσης, ενώ με χρήση των [εξ. \(19\)](#) και [\(20\)](#) υπολογίζονται, η ενέργεια ($362 * 2 * 60 = 43436$ Joule) και η ειδική ενέργεια ($43436 / 307.7$ kJ/kg). Εφόσον, η ισχύς του μύλου χωρίς φορτίο είναι 348 W, η καθαρή ισχύς του μύλου υπολογίζεται σε 14 W ($=362-348$). Αντίστοιχα, η καθαρή ενέργεια και ειδική ενέργεια υπολογίζονται σε 1676 Joule και 5.4 kJ/kg, αντίστοιχα.

Μάζα τροφοδοσίας (g)	307.7	
Χρόνος λειοτριβήσης (min)	2	
Συνολικής ισχύς (W)	Ενέργεια (J)	Ειδ. Ενέργεια (kJ/kg)
362	43436	141
Ισχύς μύλου χωρίς φορτίο (W)		
348		
Καθαρή ισχύς (W)	Ενέργεια (J)	Ειδ. Ενέργεια (kJ/kg)
14	1676	5.4

Εικόνα 3.4: Υπολογισμός καθαρής ειδικής ενέργειας.

3.4.4 Συσκευή Κοσκίνισης

Στα κοκκομετρικά κλάσματα που προέκυψαν από τις δοκιμές λειοτρίβησης πραγματοποιήθηκε ξηρή κοσκίνιση με την χρήση του εργαστηριακού δονητή κοσκίνων τύπου RETSCH VE 1000 της εταιρείας RETSCH, όπως παρουσιάζεται στην [εικόνα 3.5](#).



Εικόνα 3.5: Συσκευή κοσκίνισης.

Η παραπάνω συσκευή κοσκίνισης αποτελείται από τα παρακάτω κύρια μέρη:

- Σύνολο εξαρτημάτων που συγκροτούν ενωμένα και σταθερά τα κόσκινα μεταξύ τους .
- Σύστημα δόνησης ικανό να παρέχει ρύθμιση εύρους δόνησης από 0–3 mm.
- Σύστημα χρονομέτρησης που επιτρέπει την συνεχή ή διακοπτόμενη λειτουργία από 1–9 min.

3.5 Πειραματική Διαδικασία

3.5.1 Διαδικασία Θραύσης

Η θραύση του μεταλλεύματος έλαβε χώρα στο Εργαστήριο Εμπλουτισμού Μεταλλευμάτων του Πολυτεχνείου Κρήτης όπου πραγματοποιήθηκε η πρωτογενής θραύση του δείγματος στον σιαγονωτό σπαστήρα ([εικόνα 3.2](#)).

Η διαδικασία θραύσης ήταν η εξής: Το υλικό θραύστηκε στον σπαστήρα στο μέγιστο άνοιγμα αποκένωσης και στη συνέχεια έγινε κοσκίνιση του υλικού στο κόσκινο 6.7mm. Το διερχόμενο υλικό φυλάχθηκε και το παραμένον τοποθετήθηκε ξανά στον σπαστήρα και πραγματοποιήθηκε εκ νέου θραύση σε μικρότερο άνοιγμα

αποκένωσης. Η διαδικασία ολοκληρώθηκε όταν η θέση ανοίγματος αποκένωσης έφτασε στην μικρότερη μέχρις ότου όλο το υλικό να διέρχεται από το κόσκινο 6.7 mm.

3.5.2 Διαδικασία Κοσκίνισης – παραγωγή κλασμάτων τροφοδοσίας

Το προϊόν το οποίο προέκυψε από την θραύση κοσκινίστηκε εν υγρώ προκειμένου να απομακρυνθούν τα ψιλά υλικά. Τα κόσκινα τα οποία χρησιμοποιήθηκαν ήταν τα 3.35mm / 1.7mm / 0.850mm.

Η διαδικασία της υγρής κοσκίνισης πραγματοποιείται ως εξής: το υλικό του σπαστήρα τοποθετείται σε κόσκινο ανάλογα με την κοκκομετρία που θέλουμε και στη συνέχεια ξεπλένεται με νερό. Το κάθε κλάσμα πηγαίνει για ξήρανση, ενώ ο πολφός αφήνεται να ηρεμίσει 1-2 ημέρες για να καθιζάνει το υλικό, το νερό υπερχειλίζεται και ο παραμένον πολφός τοποθετείται στο φούρνο στους 105°C για 24 ώρες. Αυτή η διαδικασία επαναλαμβάνεται για κάθε κοκκομετρικό κλάσμα μέχρι να συλλεχθούν 5 kg από το καθένα.

Τα 3 κοκκομετρικά κλάσματα που δημιουργήθηκαν σε ποσότητα 5 kg το καθένα είναι τα εξής:

- -6.7+3.35mm
- -3.35+1.7mm
- -1.7+0.850mm

Μετά τη λειοτρίβηση ακολουθεί η ξηρή κοσκίνιση για το κάθε κοκκομετρικό κλάσμα τροφοδοσίας χρησιμοποιώντας μια σειρά κοσκίνων διαφόρων μεγεθών των οποίων το άνοιγμα τους μειώνεται από πάνω προς τα κάτω με λόγο $\sqrt{2}$.

Για την κοκκομετρική ανάλυση των προϊόντων του μύλου χρησιμοποιήθηκε η εξής σειρά κοσκίνων: 3.35mm, 2.36mm, 1.7mm, 1.18mm, 0.850mm, 0.600mm, 0.425mm, 0.300mm, 0.212mm και 0.150mm. Ο χρόνος κοσκίνισης ήταν 8 min και η δόνηση ρυθμιζόταν στα 0.80 mm. Πραγματοποιήθηκαν 2 σειρές κοσκίνισης, όπου για την πρώτη σειρά χρησιμοποιήθηκαν τα κόσκινα 3.35mm έως 0.850mm, ενώ για την δεύτερη χρησιμοποιήθηκαν τα κόσκινα 0.600mm έως 0.150mm. Μετά το τέλος κάθε σειράς το υλικό που παρέμεινε στο κόσκινο ζυγιζόταν σε ζυγαριά ακριβείας και αποθηκευόταν σε ειδικά αναγραφόμενα σακουλάκια.

3.5.3 Διαδικασία Λειοτριβήσης

Σε συνέχεια των παραπάνω, μέσω της θραύσης και της ξηρής λειοτριβήσης, ελήφθησαν 3 κοκκομετρικά κλάσματα τροφοδοσίας (-6.7+3.35mm, -3.35+1.7mm και -1.7+0.850mm) της τάξης των 5 kg το καθένα. Κάθε κοκκομετρικό κλάσμα λειοτριβήθηκε σε διαφορετικούς χρόνους με διαφορετικές ταχύτητες περιστροφής και με δύο διαφορετικά μέσα λειοτριβήσης. Οι χρόνοι λειοτριβήσης που επιλέχθηκαν ήταν 0.5 min, 1 min και 2 min. Ο χρόνος 0 αφορά στο αρχικό δείγμα τροφοδοσίας του μύλου. Οι ταχύτητες περιστροφής που επιλέχθηκαν ήταν 50 rpm, 60 rpm και 70 rpm. Τα μέσα λειοτριβήσης ήταν οι σφαίρες με 3 διαφορετικές διαμέτρους (31.8mm/25.4mm/22.2mm) και τα RGM σε 3 διαφορετικά μεγέθη (33.5mm/26.7mm/23.8mm). Το συνολικό βάρος τόσο των σφαιρών όσο και των Relo κρατήθηκε σταθερό στα περίπου 7.7 kg όπως προκύπτει από τις σχέσεις 22 και 23, αντίστοιχα.

Οι ποσότητες του κλάσματος και των μέσων λειοτριβήσης που τοποθετήθηκαν στο μύλο υπολογίστηκαν από τις σχέσεις 21 και 22 για σφαίρες και τις σχέσεις 21 και 23 για τα μέσα Relo.

$$M = 0,6 * f_c * \text{πυκνότητα υλικού} * \text{όγκος μύλου} \quad (21)$$

$$m_b = 0,6 * J * \text{πυκνότητα σφαιρών} * \text{όγκος μύλου} \quad (22)$$

$$m_r = 0,6 * J * \text{πυκνότητα relo} * \text{όγκος μύλου} \quad (23)$$

Από τους υπολογισμούς βρέθηκε ότι $M = 310 \text{ g}$, $m_b = 7690 \text{ g}$ και $m_r = 7630 \text{ g}$.

Στον [Πίνακα 3.2](#) παρουσιάζονται τα χαρακτηριστικά που έχουν οι σφαίρες που χρησιμοποιήθηκαν κατά τη διάρκεια του πειράματος (μάζα, διάμετρος και αριθμός των σφαιρών από το κάθε μέγεθος).

Πίνακας 3.2. Χαρακτηριστικά σφαιρών

Διάμετρος d(mm)	31.8	25.4	22.2	Ανάμειξη σφαιρών (mix)
Αριθμός σφαιρών	20	38	57	115
Μάζα σφαιρών (g)	2610	2530	2550	7690

Στον [Πίνακα 3.3](#) παρουσιάζονται τα χαρακτηριστικά που έχουν τα Relo που χρησιμοποιήθηκαν κατά τη διάρκεια του πειράματος (μάζα και αριθμός των σφαιρών από το κάθε μέγεθος).

Πίνακας 3.3. Χαρακτηριστικά Relo

Μεγέθη (mm)	33.5	26.7	23.8	Ανάμειξη Relo (mix)
Αριθμός Relo	21	41	59	121
Μάζα Relo(g)	2560	2530	2540	7630

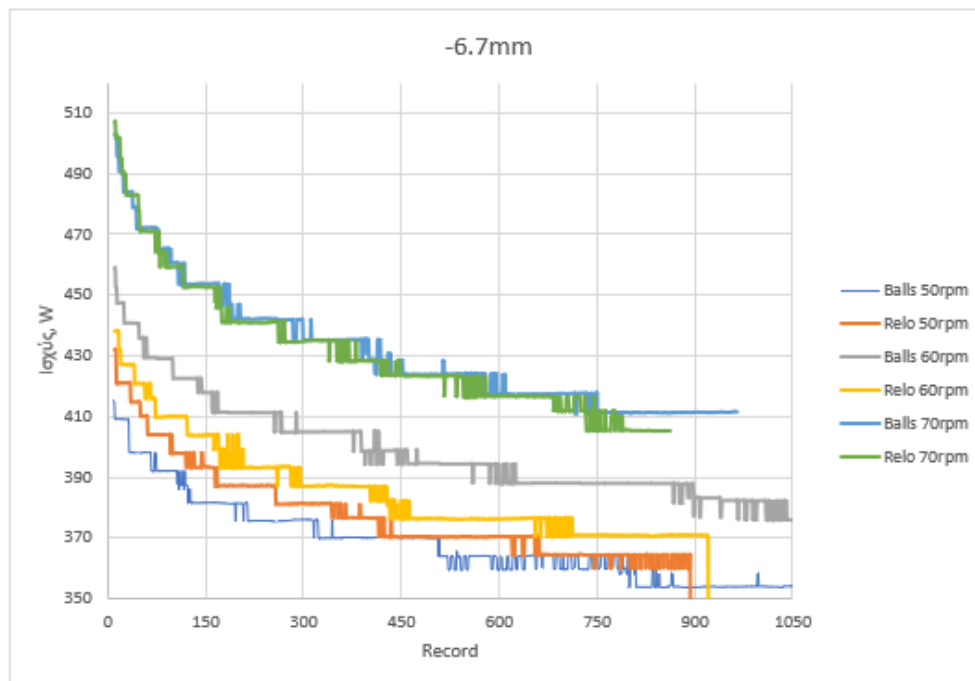
Στη συνέχεια, το υλικό τροφοδοσίας για κάθε δοκιμή ζυγίστηκε πριν και μετά από τη διαδικασία της λειοτρίβησης ώστε να δούμε πόσο μεταβλήθηκε. Σημαντικό είναι να αναφερθεί ότι το βάρος του υλικού μετά την λειοτρίβηση θα πρέπει να ισούται με την αρχική τροφοδοσίας.

Κεφάλαιο 4: Επεξεργασία αποτελεσμάτων

4.1 Σύγκριση ισχύος

Από τη συσκευή αυτοματισμού (Lovato Electric Xpress) και μέσω του λογισμικού Xpress Software είχαμε τη δυνατότητα να καταγράψουμε τις τιμές τάσης (V), ρεύματος (A), συντελεστή ισχύος (PF), όπου υπολογίστηκε η ισχύς κατά τη διάρκεια της λειοτρίβησης. Τα τρία πρώτα μεγέθη συνδέονται μέσω της σχέσης (18) που όπως παρουσιάστηκε παραπάνω. Από τα αποτελέσματα του λογισμικού προέκυψε η συνολική ισχύς ανά καταγραφή (record), όπως φαίνεται στο [διάγραμμα 4.1](#). Στο διάγραμμα παρουσιάζεται, ως παράδειγμα, η σχέση της καταγραφόμενης ισχύος του κλάσματος τροφοδοσίας -6.7+3.35 mm στις τρεις ταχύτητες περιστροφής για τα δύο μέσα λειοτρίβησης και χρόνο λειοτρίβησης 2 min. Αντίστοιχα διαγράμματα λαμβάνονται και για τα άλλα μεγέθη τροφοδοσίας.

- -6.7+3.35mm



Διάγραμμα 4.1: Ισχύς για το μέγεθος -6.7+3.35 mm για τις τρεις ταχύτητες περιστροφής.

Από το παραπάνω διάγραμμα παρατηρείται ότι οι καμπύλες της ισχύος των Reło για ταχύτητα περιστροφής 50 rpm βρίσκονται υψηλότερα από εκείνες των σφαιρών, γεγονός που υποδηλώνει ότι οι σφαίρες καταναλώνουν λιγότερη ενέργεια για την ίδια διεργασία σε σχέση με τα RGM. Αντίθετα, στην ταχύτητα περιστροφής 60 rpm φάνηκε ότι τα RGM αποδίδουν ενεργειακά καλύτερα. Ωστόσο, για ταχύτητα

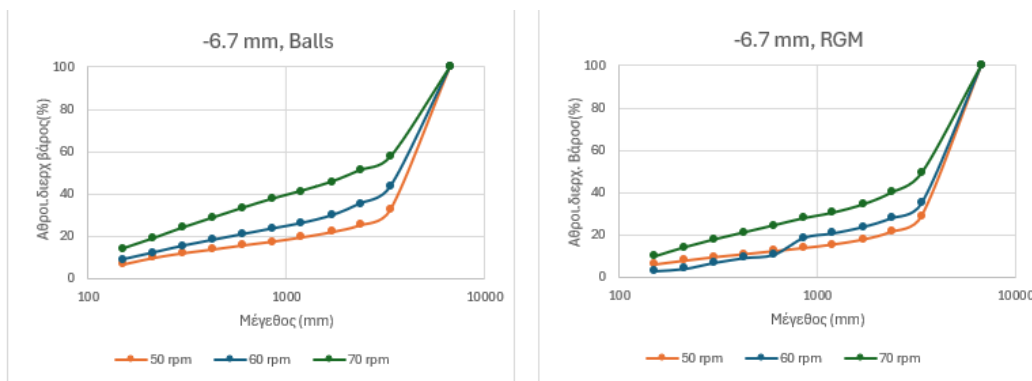
περιστροφής 70 rpm και τα δύο μέσα λειοτρίβησης παρουσιάζουν παρόμοιες τιμές ισχύος. Συμπερασματικά, φαίνεται ότι η ενέργεια η οποία καταναλώνεται για τη λειοτρίβηση των κλασμάτων τροφοδοσίας επηρεάζεται από τα μέσα λειοτρίβησης και κάθε ένα από αυτά αποδίδει καλύτερα ενεργειακά σε συγκεκριμένη ταχύτητα περιστροφής, κάτι το οποίο θα διερευνηθεί στην παρούσα εργασία.

4.2 Μέγεθος Τροφοδοσίας και Κατανάλωση Ενέργειας

4.2.1 Αθροιστικό διερχόμενο βάρος (%) συναρτήσει μεγέθους

Στα παρακάτω [διαγράμματα 4.2-4.4](#) παρουσιάζονται τα αθροιστικώς διερχόμενα βάρη (%) συναρτήσει του μεγέθους τροφοδοσίας για διαφορετικές ταχύτητες περιστροφής και χρήση σφαιρών ή Relo μετά από χρόνο λειοτρίβησης 2 min.

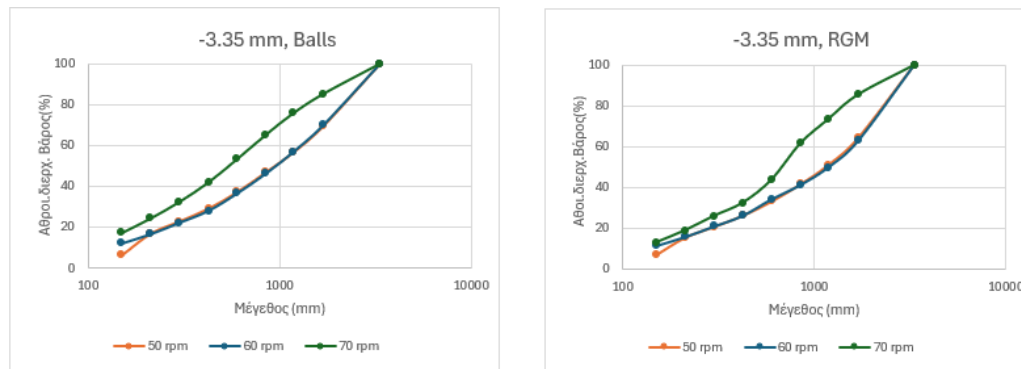
- -6.7+3.35 mm



Διάγραμμα 4.2: Οι καμπύλες της αθροιστικής κατανομής του διερχόμενου βάρους του κλάσματος -6.7+3.35mm για τρεις ταχύτητες περιστροφής.

Από το [διάγραμμα 4.2](#) παρατηρείται ότι για το κοκκομετρικό κλάσμα -6.7+3.35 mm και χρήση σφαιρών ως μέσο λειοτρίβησης, όσο αυξάνεται η ταχύτητα περιστροφής τόσο μειώνεται το μέγεθος του προϊόντος. Όσον αφορά τα RGM εμφανίζουν παρόμοια τάση με τις σφαίρες, όμως φαίνεται ότι για ταχύτητες περιστροφής 60 και 70 rpm παράγουν προϊόν μεγαλύτερου μεγέθους από εκείνο των σφαιρών.

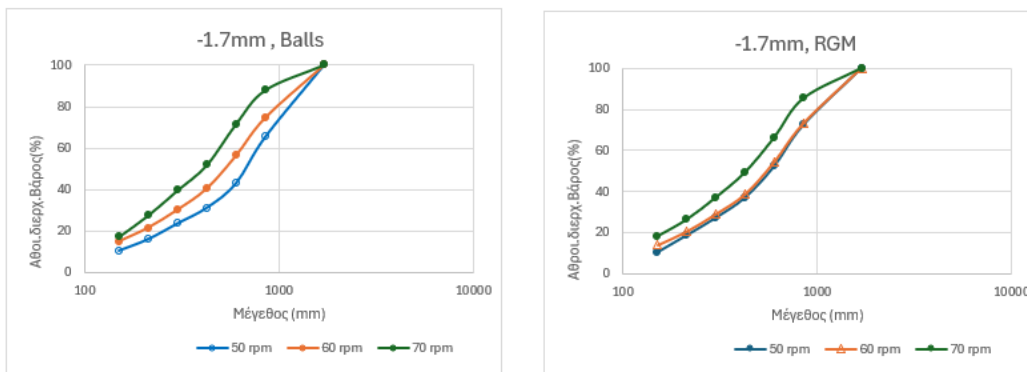
- -3.35+1.7 mm



Διάγραμμα 4.3: Οι καμπύλες της αθροιστικής κατανομής του διερχόμενου βάρους του κλάσματος - 3.35+1.7mm για τρεις ταχύτητες περιστροφής.

Για το ενδιάμεσο κλάσμα τροφοδοσίας -3.35+1.7 mm (διάγραμμα 4.3), παρατηρείται ότι οι καμπύλες του αθροιστικώς διερχόμενου βάρους (%) των σφαιρών είναι παρόμοιες με εκείνες των RGM. Επίσης, φαίνεται ότι και για τα δύο μέσα λειοτρίβησης, η αύξηση της ταχύτητας περιστροφής από 50 σε 60 rpm δεν επιφέρει αλλαγή στην κοκκομετρία των προϊόντων.

- -1.7+0.850mm



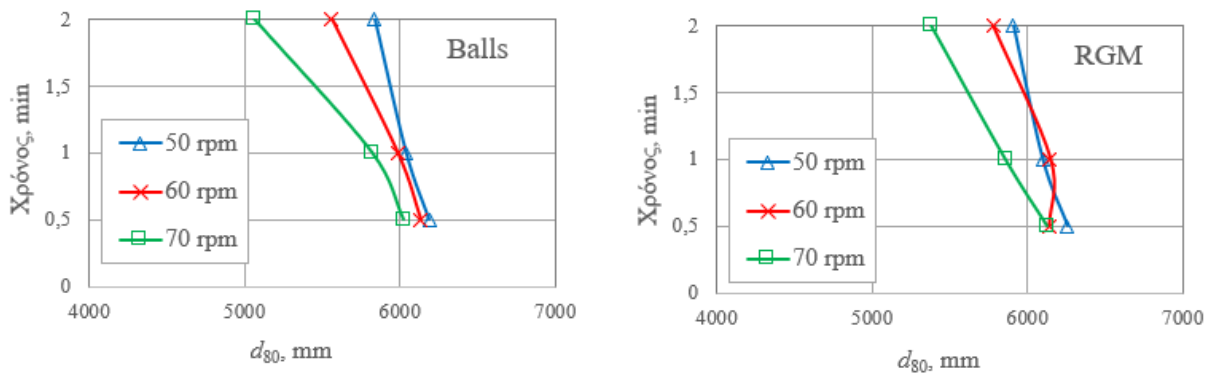
Διάγραμμα 4.4: Οι καμπύλες της αθροιστικής κατανομής του διερχόμενου βάρους του κλάσματος - 1.7+0.850mm για τρεις ταχύτητες περιστροφής.

Από το διάγραμμα 4.4, παρατηρείται ότι για το κλάσμα τροφοδοσίας -1.7+0.850 mm, για ταχύτητα περιστροφής 50 rpm η καμπύλη του αθροιστικώς διερχόμενου βάρους (%) στην περίπτωση των RGM μετατοπίζεται σε λεπτότερα κλάσματα σε σχέση με εκείνη των σφαιρών. Αντίθετα, οι σφαίρες παράγουν λεπτότερο προϊόν σε ταχύτητες περιστροφής 60 και 70 rpm. Επίσης, στην περίπτωση των RGM η αύξηση της ταχύτητας περιστροφής από 50 σε 60 rpm δεν επιφέρει σημαντική αλλαγή στην κοκκομετρία των προϊόντων.

4.2.2 Χρόνος λειοτριβήσεως συναρτήσει μεγέθους d_{80}

Από τα παραπάνω *διαγράμματα 4.2–4.4* των αθροιστικών κατανομών βάρους υπολογίστηκαν τα μεγέθη d_{80} , τα οποία αφορούν τα μεγέθη όπου διέρχεται το 80% του υλικού. Στα *διαγράμματα 4.5-4.7* παρουσιάζονται τα αποτελέσματα του χρόνου λειοτριβήσεως των δύο μέσων λειοτριβήσεως συναρτήσει του μεγέθους d_{80} για κάθε κλάσμα τροφοδοσίας και για 3 ταχύτητες περιστροφής (50, 60 και 70 rpm).

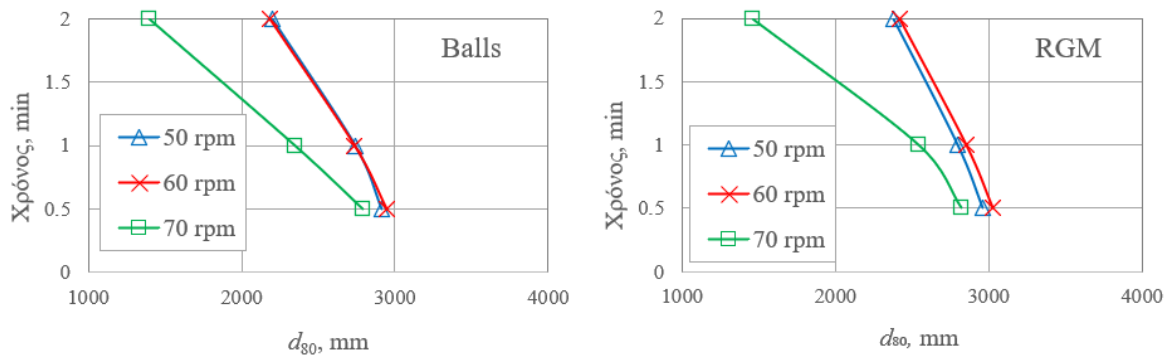
- -6.7+3.35 mm



Διάγραμμα 4.5: Χρόνος συναρτήσει του μεγέθους προϊόντος d_{80} του μεγέθους τροφοδοσίας -6.7+3.35mm, για τρεις ταχύτητες περιστροφής και δύο μέσα λειοτριβήσεως.

Από το *διάγραμμα 4.5*, που αφορά το χονδρό κλάσμα τροφοδοσίας (-6.7+3.35 mm), παρατηρείται ότι και για τα δύο μέσα λειοτριβήσεως (σφαίρες & RGM) μπορεί να παραχθεί λεπτότερο προϊόν για τον ίδιο χρόνο λειοτριβήσεως όταν η ταχύτητα περιστροφής είναι 70 rpm. Όμως, φαίνεται ότι για την ίδια ταχύτητα περιστροφής (π.χ. 70 rpm) οι σφαίρες μπορούν να παράξουν πιο λεπτό προϊόν σε σχέση με εκείνο των Relo.

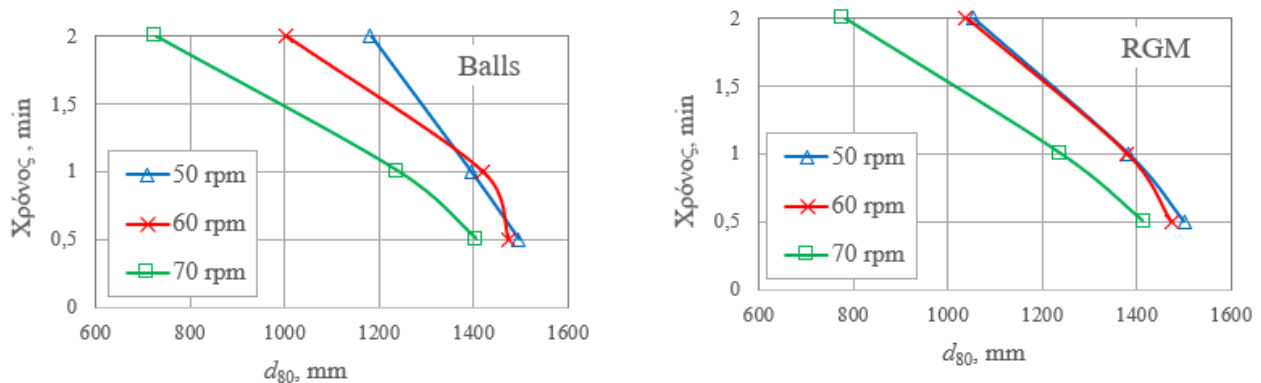
- -3.35+1.7 mm



Διάγραμμα 4.6 : Χρόνος συναρτήσει του μεγέθους προϊόντος d_{80} του μεγέθους τροφοδοσίας $-3.35+1.7\text{mm}$, για τρεις ταχύτητες περιστροφής και δύο μέσα λειοτριβήσης.

Για το κλάσμα τροφοδοσίας $-3.35+1.7\text{ mm}$, το [διάγραμμα 4.6](#) δείχνει ότι για τον ίδιο χρόνο λειοτριβήσης η χρήση των σφαιρών μπορεί να οδηγήσει σε ένα ελαφρώς πιο λεπτότερο προϊόν, σε σχέση με εκείνο των RGM. Επίσης, από το ίδιο διάγραμμα φαίνεται ότι και για τα δύο μέσα λειοτριβήσης η αύξηση της ταχύτητας περιστροφής από 50 σε 60 rpm ουσιαστικά δεν επιφέρει σημαντική αλλαγή στην κοκκομετρία του προϊόντος.

- $-1.7+0.850\text{ mm}$



Διάγραμμα 4.7 : Χρόνος συναρτήσει του μεγέθους προϊόντος d_{80} του μεγέθους τροφοδοσίας $-1.7+0.850\text{ mm}$, για τρεις ταχύτητες περιστροφής και δύο μέσα λειοτριβήσης.

Από το [διάγραμμα 4.7](#) προκύπτει ότι και για το κλάσμα τροφοδοσίας $-1.7+0.850\text{ mm}$, οι σφαίρες οδηγούν σε λεπτότερο προϊόν για ταχύτητες περιστροφής 60 και 70 rpm. Αντίθετα, τα RGM μπορούν να θεωρηθούν ότι αποδίδουν καλύτερα όσον αφορά το μέγεθος προϊόντος για μικρότερες ταχύτητες περιστροφής (π.χ. 50 rpm).

4.2.3 Καθαρή ειδική ενέργεια συναρτήσει μεγέθους d_{80}

Παρακάτω παρατίθενται οι [Πίνακες 4.1–4.3](#) της υπολογισμένης καθαρής ειδικής

ενέργειας (SE) συναρτήσει του μεγέθους προϊόντος d_{80} για τα 3 κλάσματα τροφοδοσίας και για 3 ταχύτητες περιστροφής. Τα *διαγράμματα 4.8–4.16* παρουσιάζουν τη σχέση της (καθαρής) ειδικής ενέργειας σε συνάρτηση με το μέγεθος d_{80} τα οποία προέκυψαν από τους πίνακες αυτούς.

Πίνακας 4.1: Ειδική ενέργεια συναρτήσει του μεγέθους προϊόντος d_{80} του κλάσματος τροφοδοσίας -6.7+3.35mm για τα δύο μέσα λειοτριβήσης και τρεις ταχύτητες περιστροφής.

-6.7+3.35mm						
BALLS						
50 rpm			60 rpm			70 rpm
	d_{80}	SE(kJ/kg)	d_{80}	SE(kJ/kg)	d_{80}	SE(kJ/kg)
0,5	6192	3	6135	4	6025	7
1	6042	5	5986	8	5823	12
2	5836	8	5561	13	5064	21
RGM						
50 rpm			60 rpm			70 rpm
	d_{80}	SE(kJ/kg)	d_{80}	SE(kJ/kg)	d_{80}	SE(kJ/kg)
0,5	6257	4	6136	3	6130	7
1	6097	7	6145	5	5860	13
2	5910	11	5778	9	5381	21

Πίνακας 4.2: Ειδική ενέργεια συναρτήσει του μεγέθους προϊόντος d_{80} του κλάσματος τροφοδοσίας -3.35+1.7mm για τα δύο μέσα λειοτριβήσης και τρεις ταχύτητες περιστροφής.

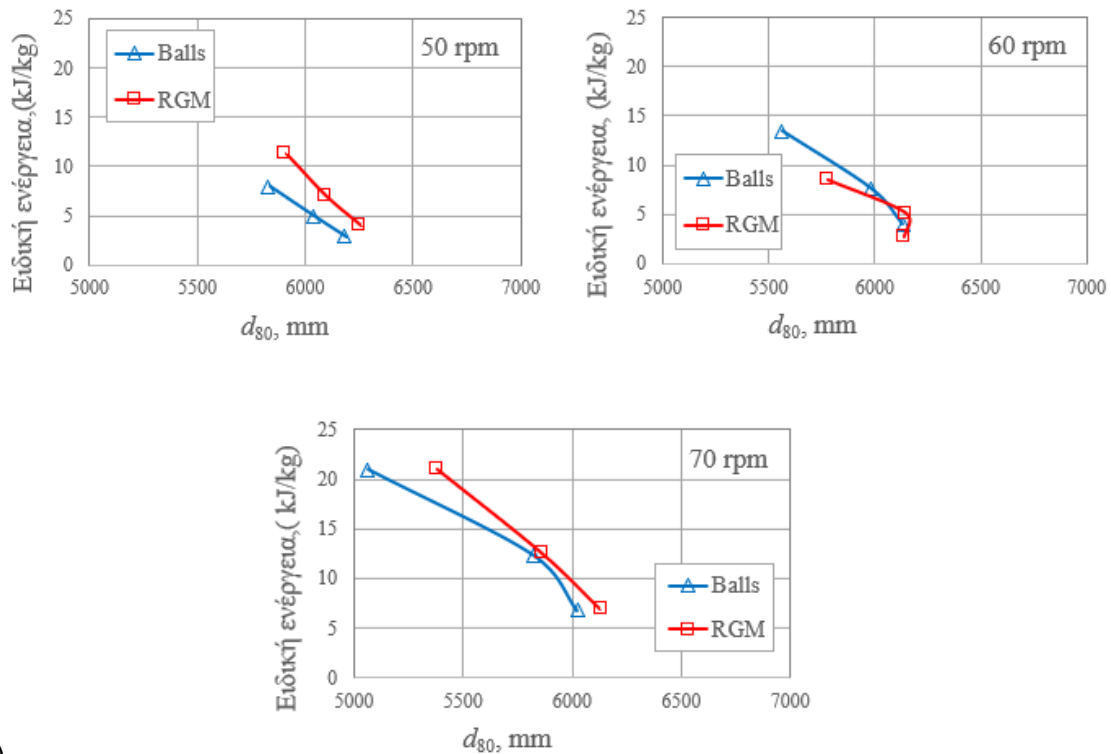
-3.35+1.7mm						
BALLS						
50 rpm			60 rpm			70 rpm
	d_{80}	SE(kJ/kg)	d_{80}	SE(kJ/kg)	d_{80}	SE(kJ/kg)
0,5	2910	4	2945	5	2789	7
1	2739	7	2736	9	2346	13
2	2203	11	2183	15	1393	21
RGM						
50 rpm			60 rpm			70 rpm
	d_{80}	SE(kJ/kg)	d_{80}	SE(kJ/kg)	d_{80}	SE(kJ/kg)
0,5	2965	4	3027	5	2821	7
1	2801	7	2853	10	2541	13
2	2380	11	2420	17	1457	23

Πίνακας 4.3: Ειδική ενέργεια συναρτήσει του μεγέθους προϊόντος d_{80} του κλάσματος τροφοδοσίας -1.7+0.850mm για τα δύο μέσα λειοτριβήσης και τρεις ταχύτητες περιστροφής.

-1.7+0.850mm						
BALLS						
50 rpm			60 rpm		70 rpm	
	d_{80}	SE(kJ/kg)	d_{80}	SE(kJ/kg)	d_{80}	SE(kJ/kg)
0,5	1495	2	1474	4	1406	7
1	1394	3	1419	8	1240	12
2	1182	5	1002	15	725	18
RGM						
50 rpm			60 rpm		70 rpm	
	d_{80}	SE(kJ/kg)	d_{80}	SE(kJ/kg)	d_{80}	SE(kJ/kg)
0,5	1501	2	1474	5	1415	3
1	1382	5	1380	8	1239	7
2	1053	11	1037	15	778	14

- -6.7+3.35mm

(α) και (β)



(γ)

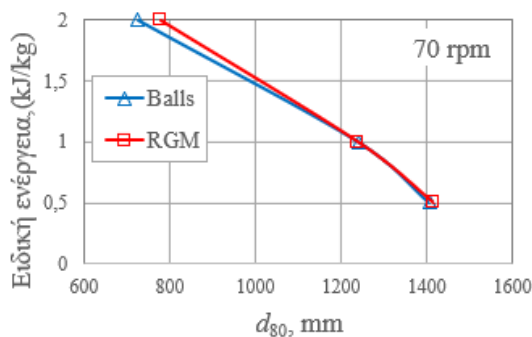
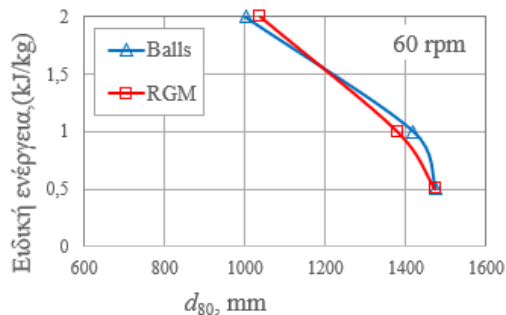
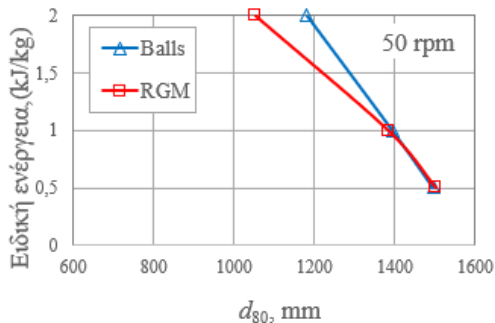
Διαγράμματα 4.8 α,β,γ : Ειδική ενέργεια συναρτήσει του μεγέθους προϊόντος d_{80} του κλάσματος τροφοδοσίας -6.7+3.35mm για τρεις ταχύτητες περιστροφής και δύο μέσα λειοτρίβησης.

Από τα παραπάνω διαγράμματα παρατηρείται ότι για το κλάσμα τροφοδοσίας -6.7+3.35 mm, οι σφαίρες είναι πιο αποδοτικές για ταχύτητες περιστροφής 50 και 70

rpm καθώς επιτυγχάνουν μικρότερη κατανάλωση καθαρής ειδικής ενέργειας σε σχέση με τα RGM για ίδιο μέγεθος d_{80} . Επίσης, φαίνεται ότι για ταχύτητα περιστροφής 60 rpm, οι καμπύλες των δύο μέσων σχεδόν ταυτίζονται που δείχνει ότι έχουν παρόμοια ενεργειακή απόδοση.

- -3.35+1.7mm

(α) και (β)



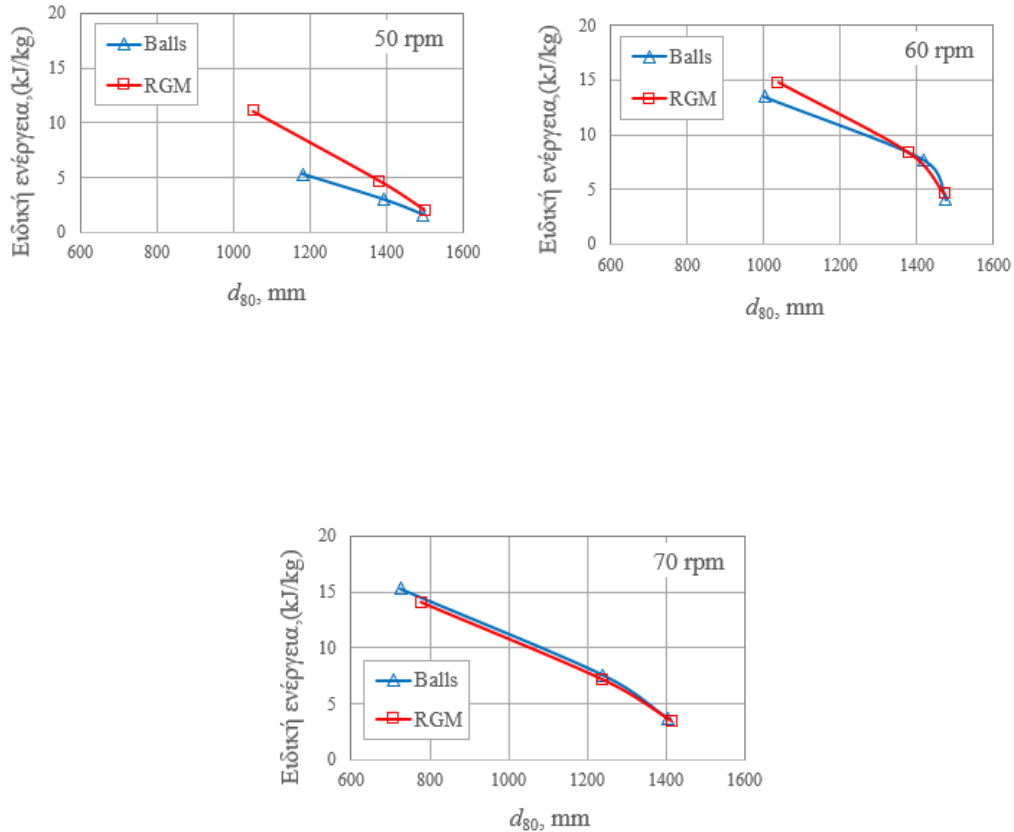
(γ)

Διαγράμματα 4.9 α,β,γ : Ειδική ενέργεια συναρτήσει του μεγέθους προϊόντος d_{80} του κλάσματος τροφοδοσίας -3.35+1.7 mm για τρεις ταχύτητες περιστροφής και δύο μέσα λειτουργίας.

Για το κλάσμα τροφοδοσίας -3.35+1.7mm (διαγράμματα 4.11-4.13) παρατηρείται ότι τα RGM καταναλώνουν αρκετά μικρότερη ενέργεια για ταχύτητα περιστροφής 50 rpm, ενώ για τις άλλες ταχύτητες (60 και 70 rpm) φαίνεται ότι η χρήση σφαιρών είτε Relo δεν επιφέρει καμία αλλαγή σχετικά με την κατανάλωση της ενέργειας.

- -1.7+0.850mm

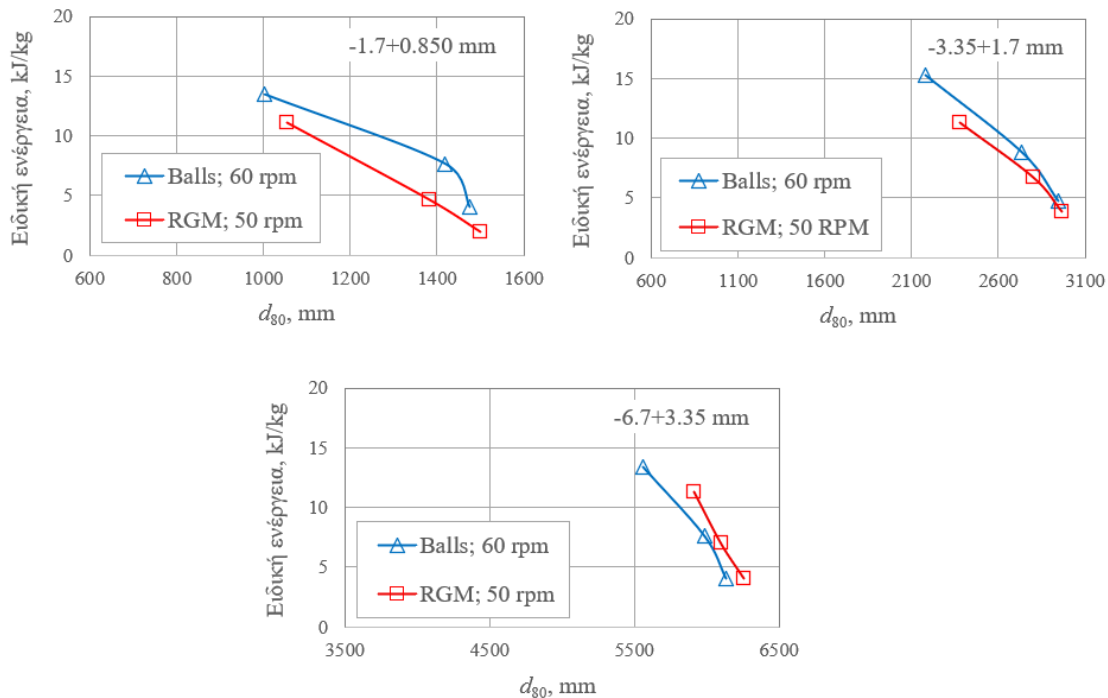
(α) και (β)



(γ)

Διαγράμματα 4.10 α,β,γ : Ειδική ενέργεια συναρτήσει του μεγέθους προϊόντος d_{80} του κλάσματος τροφοδοσίας -1.7+0.850 mm για τρεις ταχύτητες περιστροφής και δύο μέσα λειοτρίβησης.

Από τα παραπάνω [διαγράμματα 4.14-4.16](#) παρατηρείται ότι για το κλάσμα τροφοδοσίας -1.7+0.850 mm, οι σφαίρες είναι πιο αποδοτικές για τις ταχύτητες περιστροφής 50 και 60 rpm, ενώ για τις υψηλότερες ταχύτητες (70 rpm) τα δύο μέσα λειοτρίβησης αποδίδουν το ίδιο όσον αφορά την κατανάλωση της ενέργειας.

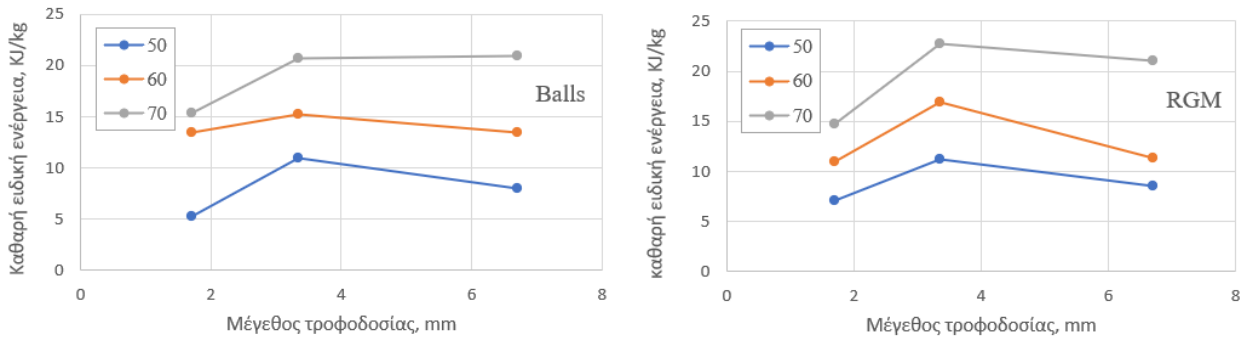


Διάγραμμα 4.11 α,β,γ: Ειδική ενέργεια συναρτήσει του μεγέθους προϊόντος d_{80} για τα τρία μεγέθη τροφοδοσίας, με χρήση σφαιρών (ταχύτητα περιστροφής 50 rpm) και Reio (ταχύτητα περιστροφής 60 rpm).

Τα [διαγράμματα 4.17-4.19](#) παρουσιάζουν συγκριτικά την ειδική ενέργεια συναρτήσει του μεγέθους προϊόντος d_{80} των τριών μεγεθών τροφοδοσίας όταν χρησιμοποιήθηκαν σφαίρες και RGM σε διαφορετικές ταχύτητες περιστροφής (50 rpm για τα Reio και 60 rpm για τις σφαίρες). Είναι εμφανές ότι τα RGM αποδίδουν πολύ καλύτερα ενεργειακά όταν χρησιμοποιούνται σε χαμηλότερες ταχύτητες περιστροφής και όσο μικραίνει το μέγεθος τροφοδοσίας σε σύγκριση με τις σφαίρες.

4.2.4 Ειδική ενέργεια συναρτήσει μεγέθους τροφοδοσίας

Η μεταβολή της ειδικής ενέργειας συναρτήσει του αρχικού μεγέθους τροφοδοσίας για τις τρεις ταχύτητες περιστροφής και χρόνο λειοτρίβησης 2 min παρουσιάζεται στο [διάγραμμα 4.20](#).



Διάγραμμα 4.12-4.13: Ειδική ενέργεια συναρτήσει του μεγέθους τροφοδοσίας για χρόνο λειοτρίβησης 2 min. Τα τρία σημεία των καμπυλών αντιστοιχούν στα ανώτερα μεγέθη των κλασμάτων τροφοδοσίας -1.7+0.850 mm, -3.35+1.7 mm και -6.7+3.35 mm, αντίστοιχα.

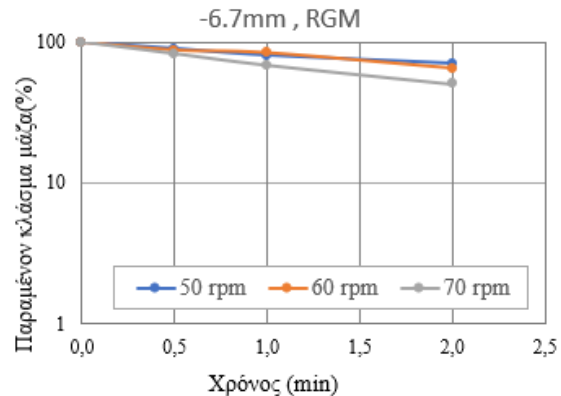
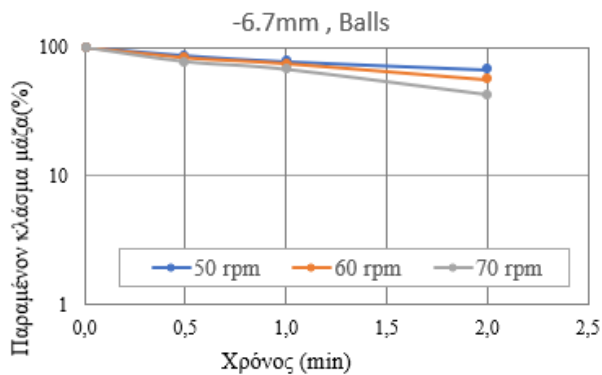
Από το παραπάνω [διάγραμμα 4.20](#) παρατηρείται ότι γενικά η αύξηση του μεγέθους τροφοδοσίας από -1.7+0.850 mm σε -3.35+1.7 mm επιφέρει και αύξηση στην κατανάλωση της ενέργειας. Αντίθετα, η αύξηση του μεγέθους τροφοδοσίας από -3.35+1.7 mm σε -6.7+3.35 mm είτε δεν επιφέρει αλλαγή στην κατανάλωση της ενέργειας είτε η ενέργεια μειώνεται.

4.3 Κινητική Λειοτρίβησης

4.3.1 Παραμένον κλάσμα μάζας συναρτήσει χρόνου λειοτρίβησης

Σε αυτό το υποκεφάλαιο μελετήθηκε η κινητική συμπεριφορά της λειοτρίβησης μέσω της παρακολούθησης της εξέλιξης του παραμένοντος κλάσματος μάζας της τροφοδοσίας σε συνάρτηση με το χρόνο λειοτρίβησης, για τρεις διαφορετικές ταχύτητες περιστροφής του σφαιρόμυλου (50, 60 και 70 rpm). Για κάθε κοκκομετρικό κλάσμα, η ανάλυση πραγματοποιήθηκε λαμβάνοντας ως βάση το ανώτερο μέγεθος του αντίστοιχου κόσκινου διαχωρισμού. Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι ο ρυθμός θραύσης S_i (min^{-1}) μπορεί να προσδιοριστεί από την κλίση του παραμένον κλάσματος με τον χρόνο λειοτρίβησης θεωρώντας ότι είναι σταθερός. Όσο μεγαλύτερη είναι η κλίση (δηλαδή όσο ταχύτερα μειώνεται το παραμένον κλάσμα), τόσο υψηλότερη είναι η αποδοτικότητα της λειοτρίβησης, καθώς επιτυγχάνεται ταχύτερη θραύση του υλικού υπό την επίδραση της κινητικής ενέργειας των μέσων λειοτρίβησης.

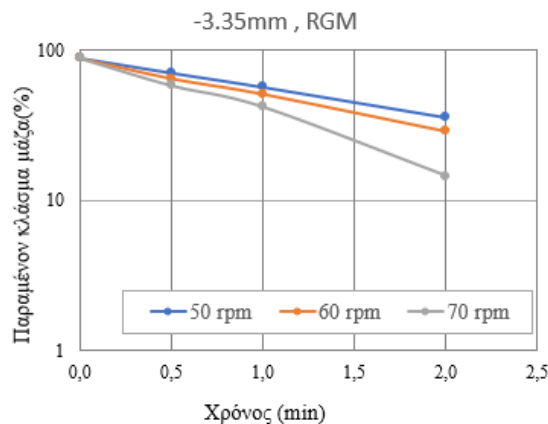
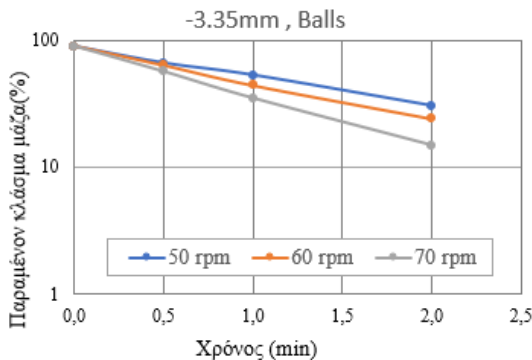
- -6.7+3.35 mm



Διαγράμματα 4.14-4.15: Διαγράμματα πρώτης τάξης του μεγέθους τροφοδοσίας -6.7+3.35 mm όταν οι σφαίρες και τα RGM χρησιμοποιήθηκαν ως μέσα λειοτρίβησης στον μύλο, για διάφορες ταχύτητες περιστροφής του μύλου.

Στο κλάσμα -6.7+3.35 mm έχουμε μια σχετικά μικρή μείωση του παραμένουτος κλάσματος τροφοδοσίας για όλους τους χρόνους, η οποία συνεπάγεται με μικρότερο ρυθμό θραύσης. Σε αυτό το κλάσμα οι σφαίρες είναι πιο αποδοτικές από τα RGM καθώς εμφανίζουν υψηλότερες τιμές ρυθμού θραύσης (κλίσεις των ευθειών γραμμών). Η γεωμετρία τους ευνοεί την έντονη πρόσκρουση με μεγάλα τεμαχίδια.

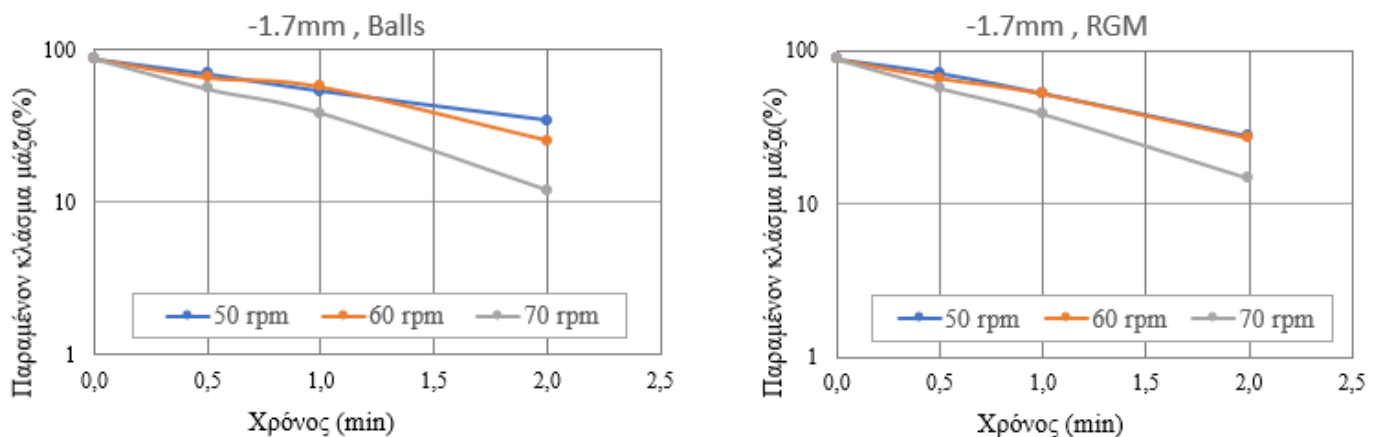
- -3.35+1.7 mm



Διαγράμματα 4.16-4.17: Διαγράμματα πρώτης τάξης του μεγέθους τροφοδοσίας -3.35+1.7 mm όταν οι σφαίρες και τα RGM χρησιμοποιήθηκαν ως μέσα λειοτρίβησης στον μύλο, για διάφορες ταχύτητες περιστροφής του μύλου.

Για το ενδιάμεσο κλάσμα (-3.35+1.7 mm) παρατηρείται αρκετά μεγάλη μείωση του παραμένουτος κλάσματος τροφοδοσίας σε σχέση με το χρόνο, υποδηλώνοντας υψηλό ρυθμό θραύσης άρα και υψηλή απόδοση της διεργασίας. Οι καμπύλες των RGM έχουν χαμηλότερες τιμές παραμένουσας μάζας σε σύγκριση με τις αντίστοιχες των σφαιρών για χρόνους 50 και 60 rpm, γεγονός που δείχνει ότι ο ρυθμός θραύσης των σφαιρών είναι μεγαλύτερος από εκείνον των RGM. Ο ρυθμός θραύσης για ταχύτητα περιστροφής 70 rpm για τα δύο μέσα λειοτρίβησης ταυτίζεται.

- -1.7+0.850 mm



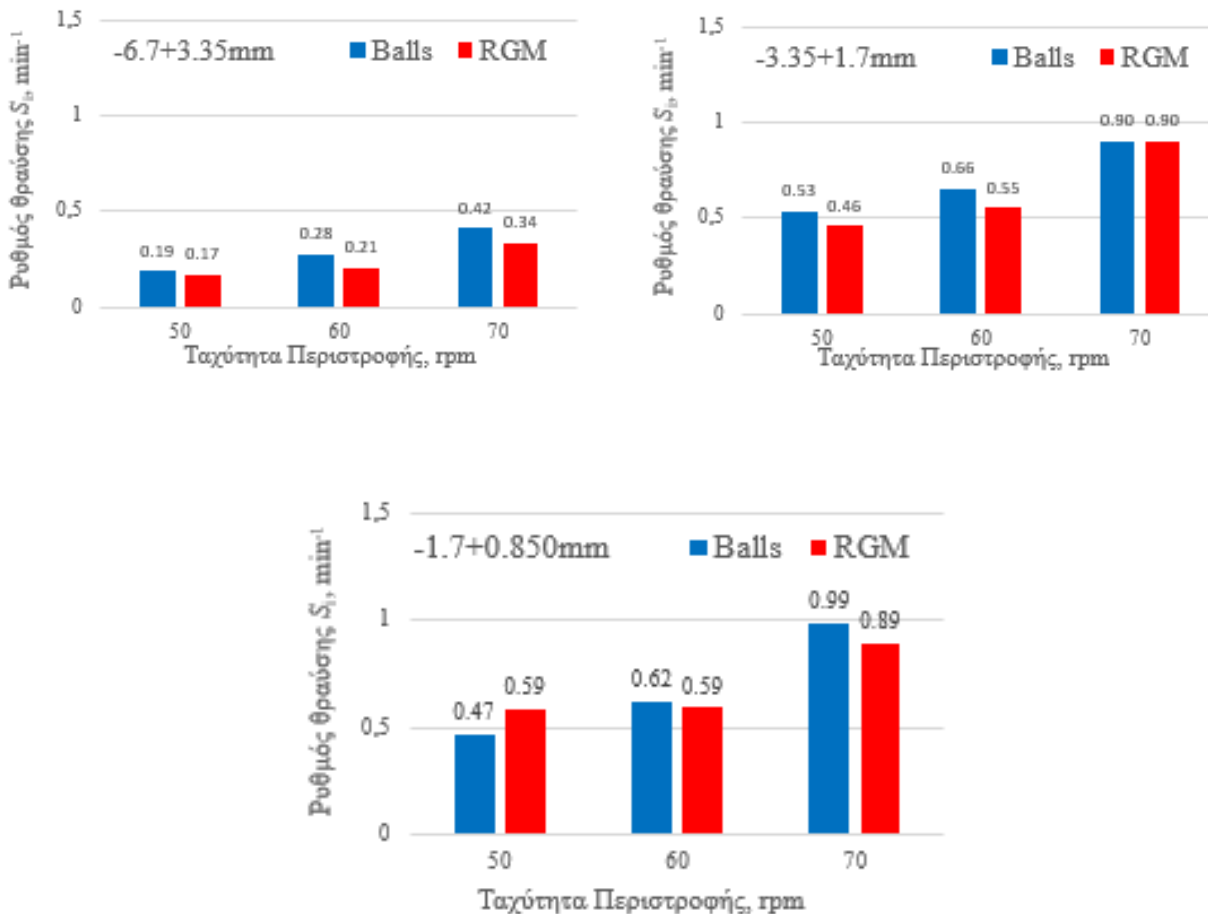
Διαγράμματα 4.18-4.19: Διαγράμματα πρώτης τάξης του μεγέθους τροφοδοσίας -1.7+0.850mm όταν οι σφαίρες και τα RGM χρησιμοποιήθηκαν ως μέσα λειοτρίβησης στον μύλο, για διάφορες ταχύτητες μύλου

Στο κλάσμα τροφοδοσίας -1.7+0.850 mm φαίνεται ότι ο ρυθμός θραύσης των Reλο για ταχύτητα περιστροφής 50 rpm είναι αρκετά μεγαλύτερος σε σχέση με εκείνον των σφαιρών. Αντίθετα, για υψηλότερες ταχύτητες περιστροφής φαίνεται οι σφαίρες να αποδίδουν καλύτερα όσον αφορά τον ρυθμό θραύσης.

4.3.2 Ρυθμός θραύσης συναρτήσει ταχύτητας περιστροφής

Στα [διαγράμματα 4.27-4.29](#) παρατίθενται οι πειραματικές τιμές για τον ρυθμό θραύσης στις τρεις ταχύτητες περιστροφής τόσο για τις σφαίρες όσο και για τα RGM για τα τρία μεγέθη τροφοδοσίας. Από τα αποτελέσματα προέκυψε ότι οι σφαίρες σε σχέση με τα Reλο παρουσιάζουν υψηλότερους ρυθμούς θραύσης. Ωστόσο, για το λεπτό κλάσμα -1.7+0.850 mm και σε ταχύτητα 50 rpm τα Reλο εμφάνισαν καλύτερο ρυθμό θραύσης (0.59 έναντι 0.47 min⁻¹). Εάν συγκριθεί ο ρυθμός θραύσης των σφαιρών για ταχύτητα περιστροφής 60 rpm με εκείνον των RGM για ταχύτητα περιστροφής 50 rpm παρατηρείται ότι οι τιμές είναι σχεδόν ίδιες, δηλ. 0.59 έναντι 0.62 min⁻¹. Αυτό δείχνει ότι τα Reλο μπορούν να αποδώσουν καλύτερα σε χαμηλότερες ταχύτητες περιστροφής. Γενικά, ο μηχανισμός λειοτρίβησης επηρεάζεται από την ταχύτητα περιστροφής του μύλου. Σε χαμηλές ταχύτητες περιστροφής κυριαρχούν οι δυνάμεις τριβής λόγω της κύλισης των μέσων λειοτρίβησης μεταξύ τους. Σε μεγαλύτερες ταχύτητες, τα μέσα λειοτρίβησης εκτελούν παραβολική τροχιά και κυριαρχούν οι δυνάμεις κρούσης λόγω της σύγκρουσης των μέσων με το υλικό που βρίσκεται στον μύλο. Όμως, σε ακόμα μεγαλύτερες ταχύτητες αρχίζουν να κυριαρχούν φυγόκεντρες δυνάμεις με αποτέλεσμα να μην επέρχεται η λειοτρίβηση του υλικού. Στην περίπτωση των μέσων

Reio, οι φυγόκεντρες δυνάμεις αρχίζουν να αναπτύσσονται, λόγω σχήματος, σε χαμηλότερες ταχύτητες περιστροφής σε σχέση με τις σφαίρες. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα τα Reio να αποκλίνουν από την παραβολική τροχιά, να αρχίσουν να κολλάνε στην περιφέρεια του μύλου και κατά συνέπεια να μειώνεται η απόδοση της λειοτρίβησης.



Διαγράμματα 4.20-4.21: Ρυθμός θραύσης για σφαίρες και RGM για τα τρία κλάσματα τροφοδοσίας συναρτήσει ταχύτητας περιστροφής.

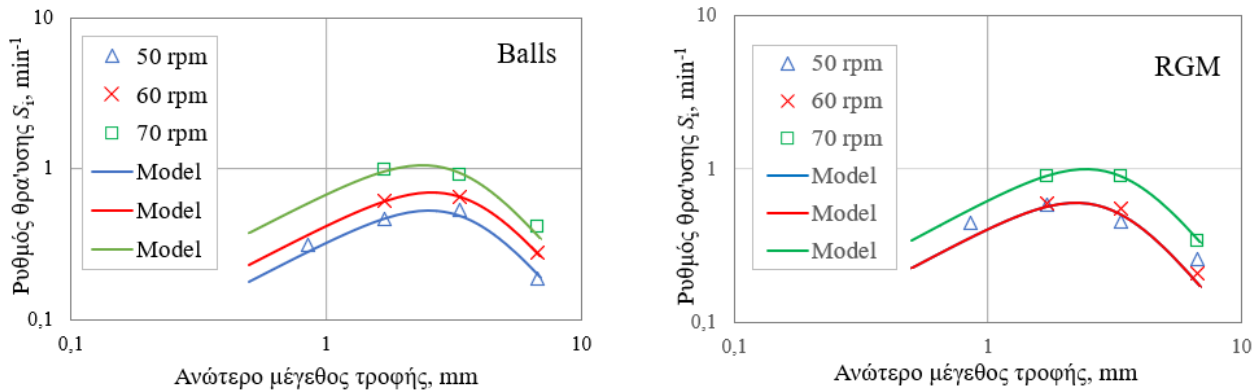
4.3.3 Ρυθμός θραύσης συναρτήσει μεγέθους τροφοδοσίας

Παρακάτω παρουσιάζεται η μεταβολή των τιμών του ρυθμού θραύσεως S_i σε λογαριθμική κλίμακα για διάφορα μεγέθη τροφοδοσίας. Σύμφωνα με την παρακάτω εξίσωση κατά *Austin et al. (1984)*, ο ρυθμός θραύσης αυξάνεται μέχρι ένα συγκεκριμένο μέγεθος τροφοδοσίας x_m και μετά ξεκινάει να μειώνεται για όλες τις ταχύτητες περιστροφής διότι τα μέσα λειοτρίβησης δεν έχουν την δυνατότητα να

σπάσουν το υλικό πάνω από το μέγεθος αυτό. Μέχρι το βέλτιστο μέγεθος x_m η αύξηση του ρυθμού θραύσης είναι γραμμική και η κλίση παραμένει σταθερή. Επιπρόσθετα το x_m εξαρτάται από την ταχύτητα περιστροφής του μύλου εκείνη τη στιγμή αφού αυξήθηκε από 0.53 μέχρι 1.07 για τις σφαίρες και από 0.61 μέχρι 0.99 για τα Relo. Οι τιμές των παραμέτρων παρατίθενται στον [Πίνακα 4.4](#).

$$SS_i = a_T \cdot \left(\frac{x_i}{x_0}\right)^\alpha \cdot Q_i \quad (24)$$

Όπου x_i το ανώτερο μέγεθος ,
 x_0 το πρότυπο μέγεθος (1mm),
 a_T εξαρτάται από τις συνθήκες του μύλου ,
 α εξαρτάται από τις ιδιότητες του υλικού ,
 Q_i συντελεστής διόρθωσης.



Διαγράμματα 4.22-4.23: Μεταβολή του ρυθμού θραύσης σε σχέση με το μέγεθος τροφοδοσίας για σφαίρες και RGM ως μέσα λειοτριβήσης, για διάφορες ταχύτητες μύλου. Οι συνεχείς γραμμές υποδεικνύουν τα αποτελέσματα της μοντελοποίησης.

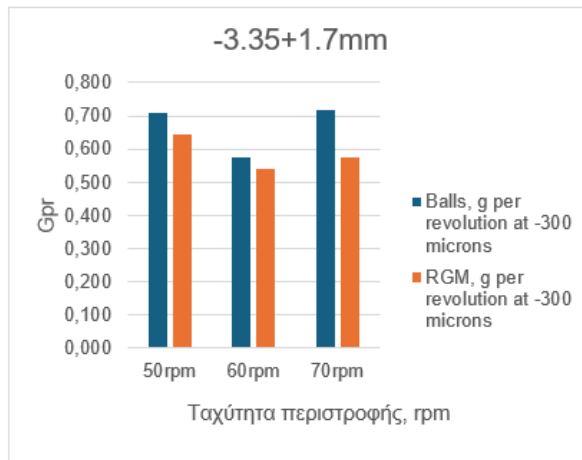
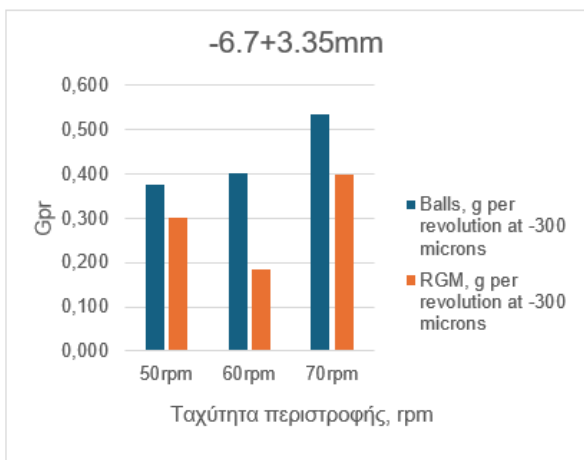
Πίνακας 4.4: Παράμετροι του ρυθμού θραύσεως για τις διαφορετικές ταχύτητες περιστροφής.

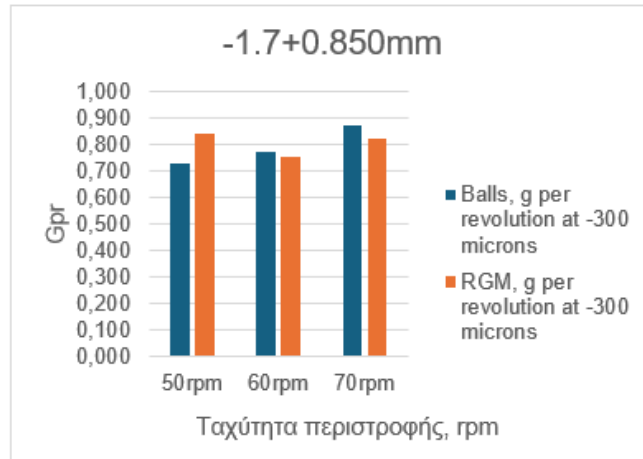
	Speed (rpm)	S_m	x_m	α	α_T
Balls	50	0.53	2.52	0.89	0.33
	60	0.70	2.58	0.89	0.43
	70	1.07	2.38	0.89	0.70
RGM	50	0.61	2.22	0.89	0.42
	60	0.61	2.22	0.89	0.42

70 0.99 2.43 0.89 0.64

4.3.4 Παραχθέν υλικό συναρτήσει ταχύτητας περιστροφής

Στα *διαγράμματα 4.32-4.34* παρουσιάζεται το παραχθέν υλικό μεγέθους -300 μm ανά περιστροφή (Grams per revolution / Gpr) των τριών κλασμάτων τροφοδοσίας, μετά από χρόνο λειοτρίβησης 2 min. Τα αποτελέσματα δείχνουν ότι, γενικά, οι σφαίρες ως μέσα λειοτρίβησης παράγουν μεγαλύτερη ποσότητα λεπτομερούς υλικού ανά περιστροφή του μύλου σε σχέση με τα RGM. Εξαιρέση υπάρχει στην περίπτωση του μικρότερου μεγέθους τροφοδοσίας που χρησιμοποιήθηκε (-1.7+0.850 mm) και για χαμηλή ταχύτητα περιστροφής (50 rpm). Το γεγονός αυτό έρχεται σε συμφωνία με τα προηγούμενα αποτελέσματα όπου για το συγκεκριμένο κλάσμα τροφοδοσίας τα μέσα RGM αποδίδουν καλύτερα από τις σφαίρες όσον αφορά τη σχέση ενέργειας-μεγέθους προϊόντος και ρυθμού θραύσης. Επιπρόσθετα, τα αποτελέσματα των *διαγραμμάτων 4.32-4.34* δείχνουν ότι η σημειακή επαφή των σφαιρών έναντι της επιφανειακής ή γραμμικής των μέσων RGM είναι περισσότερο ευνοϊκή στα πιο χονδρά κλάσματα τροφοδοσίας από ότι στα πιο λεπτά.





Διαγράμματα 4.24-4.26: Παραχθέν προϊόν -300 μm (γραμμάρια ανά περιστροφή / Gpr) των τριών κλασμάτων τροφοδοσίας σε σχέση με την ταχύτητα περιστροφής του μύλου.

Κεφάλαιο 5: Συμπεράσματα - Προτάσεις

Στην παρούσα εργασία μελετήθηκε η επίδραση του σχήματος των μέσων λειοτριβήσης στην απόδοση του σφαιρόμυλου με χρήση θειούχου μεταλλεύματος χαλκού. Πιο συγκεκριμένα, συγκρίθηκαν δυο διαφορετικά μέσα λειοτριβήσης τα οποία ήταν οι σφαίρες και τα Reio/RGM. Για τα πειράματα χρησιμοποιήθηκαν τρία κλάσματα τροφοδοσίας (-6.7+3.35 mm, -3.35+1.7 mm και -1.7+0.850 mm), ενώ οι παράμετροι που μελετήθηκαν ήταν ο χρόνος λειοτριβήσης (0.5, 1 και 2 min) και η ταχύτητα περιστροφής του μύλου (50, 60 και 70 rpm). Για κάθε παράμετρο, μελετήθηκε η ενέργεια που καταναλώνεται κατά τη διεργασία της λειοτριβήσης σε σχέση με το μέγεθος προϊόντος αλλά και ο ρυθμός θραύσης του κάθε κλάσματος τροφοδοσίας.

Από τη σχέση χρόνου λειοτριβήσης - μεγέθους προϊόντος βρέθηκε ότι και για τα δύο μέσα λειοτριβήσης (σφαίρες & RGM) μπορεί να παραχθεί λεπτότερο προϊόν όταν η ταχύτητα περιστροφής είναι 70 rpm. Γενικά, για την ίδια ταχύτητα περιστροφής, οι σφαίρες παράγουν λεπτότερο προϊόν έναντι των Reio, για όλα τα μεγέθη τροφοδοσίας. Εξαιρεση αποτελεί το λεπτότερο μέγεθος τροφοδοσίας που δοκιμάστηκε (-1.7+0.850 mm) και για τη μικρότερη ταχύτητα περιστροφής (50 rpm). Αντίστοιχα αποτελέσματα προέκυψαν και από τα διαγράμματα της καθαρής ειδικής ενέργειας (SE) συναρτήσεως του μεγέθους προϊόντος. Όμως, σε πολλές περιπτώσεις φάνηκε ότι τόσο οι σφαίρες όσο και τα μέσα RGM μπορούν να παράξουν το ίδιο μέγεθος προϊόντος με την ίδια κατανάλωση της ενέργειας. Αυτό σημαίνει ότι υπάρχουν συγκεκριμένες συνθήκες για τις οποίες τα συμβατικά μέσα λειοτριβήσης (σφαίρες) μπορούν να αντικατασταθούν από τα RGM χωρίς να επέλθει αύξηση της ενεργειακής κατανάλωσης.

Τα συγκριτικά διαγράμματα της ειδικής ενέργειας συναρτήσεως του μεγέθους προϊόντος έδειξαν ότι τα Reio αποδίδουν πολύ καλύτερα ενεργειακά όταν χρησιμοποιούνται σε χαμηλότερες ταχύτητες περιστροφής και όσο μικραίνει το μέγεθος τροφοδοσίας σε σύγκριση με τις σφαίρες.

Τα αποτελέσματα του ρυθμού θραύσης έδειξαν ότι στο κλάσμα τροφοδοσίας -1.7+0.850 mm ο ρυθμός θραύσης των μέσων RGM για ταχύτητα περιστροφής 50 rpm είναι αρκετά μεγαλύτερος σε σχέση με εκείνον των σφαιρών. Αντίθετα, για υψηλότερες ταχύτητες περιστροφής φαίνεται οι σφαίρες να αποδίδουν καλύτερα όσον αφορά τον ρυθμό θραύσης. Κι εδώ είναι εμφανές ότι τα Reio μπορούν να αποδώσουν καλύτερα σε χαμηλότερες ταχύτητες περιστροφής και για μικρότερα μεγέθη τροφοδοσίας.

Επίσης, τα αποτελέσματα της παρούσας εργασίας έδειξαν ότι οι σφαίρες παράγουν μεγαλύτερη ποσότητα λεπτομερούς υλικού ανά περιστροφή του μύλου σε σχέση με τα RGM. Εξαίρεση υπάρχει στην περίπτωση του μικρότερου μεγέθους τροφοδοσίας που χρησιμοποιήθηκε (-1.7+0.850 mm) και για χαμηλή ταχύτητα περιστροφής (50 rpm). Τα αποτελέσματα αυτά έρχονται σε συμφωνία με εκείνα τα οποία προήλθαν από τη μελέτη της σχέσης ενέργειας - μεγέθους προϊόντος και ρυθμού θραύσης. Μερικές προτάσεις για την διερεύνηση των μέσων είναι:

- Ανάπτυξη βελτιστοποιημένων κινητικών μοντέλων (π.χ. τροποποίηση PBM) που λαμβάνουν υπόψη τη γεωμετρία του μέσου.
- Διερεύνηση συνδυαστικής χρήσης σφαιρών και Relo στο ίδιο φορτίο, ώστε να εκμεταλλευτεί κανείς τις διαφορετικές δυναμικές θραύσης.
- Χρήση των Relo σε προκαταρκτικά στάδια ή σε διεργασίες που απαιτούν χαμηλή ενεργειακή ένταση.
- Δοκιμή των Relo σε βιομηχανικό μύλο, με σκοπό τη μέτρηση κατανάλωσης ενέργειας, την παραγωγή προϊόντος και φθοράς μέσων.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

ΕΛΛΗΝΙΚΕΣ ΠΗΓΕΣ

1. Καρμάλη Δ.Β. Βελτιστοποίηση λειοτριβήσης χαλαζίτη σε σφαιρόμυλο, Διπλωματική Εργασία, Σχολή Μηχανικών Ορυκτών Πόρων, Πολυτεχνείο Κρήτης, Χανιά 2015.
2. Πετράκης Ε. Μοντελοποίηση της σχέσης ενέργειας διαστασιακών ιδιοτήτων των προϊόντων κατάτμησης σε σφαιρόμυλο, Διδακτορική Διατριβή, Σχολή Μηχανικών Ορυκτών Πόρων, Πολυτεχνείο Κρήτης, Χανιά 2017.
3. Σταμπολιάδης, Η. Μηχανική των τεμαχιδίων, Σημειώσεις του μαθήματος, Σχολή Μηχανικών Ορυκτών Πόρων, Πολυτεχνείο Κρήτης, Χανιά 2008.

ΔΙΕΘΝΗΣ ΠΗΓΕΣ

1. Austin L.G, Shoji K., Luckie P.T. 1976. The Effect of Ball Size on Mill Performance. Powder Technology 14, 71-79. [https://doi.org/10.1016/0032-5910\(76\)80009-5](https://doi.org/10.1016/0032-5910(76)80009-5)
2. Austin L.G., and Bagga, P. 1981. An analysis of fine dry grinding in ball mills. Powder Technology 28, 83–90. [https://doi.org/10.1016/0032-5910\(81\)87014-3](https://doi.org/10.1016/0032-5910(81)87014-3)
3. Austin L.G., and Luckie P.T. 1972. Methods for determination of breakage distribution parameters. Powder Technology 5 (4). 215–222. [https://doi.org/10.1016/0032-5910\(72\)80022-6](https://doi.org/10.1016/0032-5910(72)80022-6)
4. Austin L.G., Klimpel R.R., Luckie P.T. 1984. Process Engineering of Size Reduction: Ball Milling, Society of Mining Engineers of AIME, New York.
5. Bilgili E. 2024. Population Modelling of Milling Processes: Are we Falsifying Breakage Kinetics and Distribution via Back-Calculation Methods?. Powders 3 (2), 190–210. <https://doi.org/10.3390/powders3020012>
6. Genchev V., Bodurov P., Kolev N., Leroux D.P. 2019. Assessing the Response of tumbling mills to the replacement of balls by relo grinding media (RGM). Part 1. Comparative bench-scale experiments and demonstration full-scale test. https://cdn.prod.website-files.com/664606bc1e8e4586ec0202c2/66d879d06077c122fdb5e3f5_Report-RELO-Grinding-Bodies---Canada-Conference-2019.pdf
7. Katubilwa F.M., Moys M.H., Glasser D., Hildebrandt D. 2011. An attainable region analysis of the effect of ball size on milling. Powder Technology 210, 36-46. <https://doi.org/10.1016/j.powtec.2011.02.009>
8. Khumalo S., Hlabangan N., Danha G., Muzenda E. 2019. Effect of media shape on particle breakage in a batch ball mill: Lessons learnt from Population Balance Model and Attainable Region technique. Procedia Manufacturing 35, 75–79. <https://doi.org/10.1016/j.promfg.2019.07.003>
9. Kolev N., Bodurov P., Genchev V., Simpson B., Melero M.G, Menéndez-Aguado J.M. 2021 A Comparative Study of Energy Efficiency in Tumbling Mills with the Use of Relo Grinding Media. Metals 11 (5), 735. <https://doi.org/10.3390/met11050735>

10. Lameck N.S., Moys M.H. 2006. Effects of media shape on milling kinetics. *Minerals Engineering* 19 (13), 1377–1379. <https://doi.org/10.1016/j.mineng.2005.12.008>
11. Liao N., Wu C., Li J., Fang X., Li Y., Zhang Z., Yin W. 2022. A Comparison of the Fine-Grinding Performance between Cylpebs and Ceramic Balls in the Wet Tumbling Mill. *Minerals* 12 (8), 1007. <https://doi.org/10.3390/min12081007>
12. Mulenga F.K., Moys M.H. 2014. Effects of slurry filling and mill speed on the net power draw of a tumbling ball mill. *Minerals Engineering* 56, 45–56. <https://doi.org/10.1016/j.mineng.2013.10.028>
13. Napier–Munn T. J., Morrell S., Morrison R. D., Kojovic T. 1996. Mineral Comminution Circuits. Their Operation and Optimization, JKMC, Queensland, Australia. <https://catalogue.nla.gov.au/catalog/1612804>
14. NI 43 – 101 Preliminary Economic Assessment Technical Report, Minto 2021, Yukon, Canada. <https://minedocs.com/21/Minto-PEA-05082021.pdf>
15. Petrakis E., Stamboliadis E., Komnitsas K. 2017. Identification of Optimal Mill Operating Parameters during Grinding of Quartz with the Use of Population Balance Modeling. *KONA Powder and Particle Journal*. <https://doi.org/10.14356/kona.2017007>
16. Shi F. 2004. Comparison of grinding media—Cylpebs versus balls. *Mineral Engineering* 17, 11–12, 1259–1268. <https://doi.org/10.1016/j.mineng.2004.05.019>
17. Wills, B.A.; Finch, J 2016. Will’s mineral processing technology. An introduction to the practical aspects of ore treatment and mineral recovery, 8th edn. Butterworth-Heinemann, Oxford. Available at: <https://www.sciencedirect.com/book/9780080970530/wills-mineral-processing-technology>

ΔΙΑΔΙΚΤΥΑΚΕΣ ΠΗΓΕΣ

1. www.indiamart.com/proddetail/high-chrome-grinding-cylpebs-12442837112.html (12/11/24)
2. <http://www.pauloabbe.com/size-reduction/resources/mill-speed-critical-speed> (07/12/2024)
3. <https://geologyscience.com/minerals/chalcopyrite/> (05/11/2025)
4. <http://www.technology.infomine.com/reviews/grindingmills/welcome.asp?view=full> (05/11/2025)
5. <https://gr.chemxin-ar.com/ceramic-ball/> (24/11/2025)